

Rafael Derradi de Souza

## Estudo dos efeitos de flutuações da condição inicial em colisões nucleares relativísticas

CAMPINAS 2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS Instituto de Física "Gleb Wataghin"

Rafael Derradi de Souza

## Estudo dos efeitos de flutuações da condição inicial em colisões nucleares relativísticas

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Jun Takahashi

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FI-NAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO RAFAEL DERRADI DE SOUZA E ORIENTADA PELO PROF. DR. JUN TAKAHASHI

Prof. Dr. Jun Takahashi

CAMPINAS 2013 Ficha catalográfica Universidade Estadual de Campinas Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin Lucimeire de Oliveira Silva da Rocha - CRB 8/9174

 Souza, Rafael Derradi de, 1982-Estudo dos efeitos de flutuações da condição inicial em colisões nucleares relativísticas / Rafael Derradi de Souza. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.
 Orientador: Jun Takahashi. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin.
 1. Colisões entre íons pesados. 2. Dinâmica dos fluídos relativísticos. 3. Flutuação (Física). 4. Partículas (Física nuclear). 5. Colisor relativístico de íons pesados. I. Takahashi, Jun,1971-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb Wataghin. III. Título.

#### Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Study of the effects of initial condition fluctuations in relativistic nuclear collisions

Palavras-chave em inglês: Heavy ions collisions Relativistic fluid dynamics Fluctuations (Physics) Particles (Nuclear physics) Relativistic heavy ion collider Área de concentração: Física Titulação: Doutor em Ciências Banca examinadora: Jun Takahashi [Orientador] Jorge José Leite Noronha Junior Edivaldo Moura Santos Arlene Cristina Aguilar Carola Dobrigkeit Chinellato Data de defesa: 24-10-2013 Programa de Pós-Graduação: Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **RAFAEL DERRADI DE SOUZA – RA: 017125** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 24 / 10 / 2013.

> COMISSÃO JULGADORA: Prof. Dr. Jun Takahashi Orientador do Candidato - DRCC/IFGW/UNICAMP Prof. Dr. Jorge José Leite Noronha Junior IF/USP Eduldo Moum Prof. Dr. Edivaldo Moura Santos , IF/USP Profa. Dra. Arlene Cristina Aguilar DRCC/IFGW/UNICAMP Indo Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato DRCC/IFGW/UNICAMP

### Resumo

Nas colisões nucleares relativísticas, devido ao comportamento coletivo do sistema, é esperado que a anisotropia espacial inicial da região de superposição entre os núcleos incidentes seja convertida em uma anisotropia final na distribuição de momento das partículas produzidas. Em particular, o coeficiente de fluxo elíptico, dado pelo segundo harmônico  $(v_2)$  da decomposição de Fourier da distribuição azimutal das partículas finais produzidas, é um observável sensível à anisotropia geométrica inicial. Neste trabalho, estudamos o comportamento do coeficiente  $v_2$  obtido a partir de eventos gerados com o código de evolução hidrodinâmica NeXSPheRIO simulando colisões Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. O NeXSPheRIO permite o controle da condição inicial, da evolução hidrodinâmica e gera as partículas finais como em um evento real. Portanto, foi possível aplicar as mesmas técnicas de análise de dados utilizadas experimentalmente. Estudamos os efeitos de flutuações na condição inicial no observável  $v_2$  e testamos alguns observáveis experimentais propostos que seriam sensíveis a estas flutuações. Como os observáveis também são sensíveis a outros tipos de correlações, geralmente chamadas de non-flow, e considerando que a maior contribuição pode vir de jatos de partículas gerados nessas colisões, estudamos os efeitos de jatos nesses observáveis. Construímos um modelo simplificado de duas componentes a partir da superposição de eventos NeXSPheRIO, com eventos de colisões p+p produzidos pelo gerador de eventos Pythia. Resultados deste modelo descrevem melhor a dependência de  $v_2$  com o momento transversal quando comparados com dados experimentais. Determinamos também que, ao contrário do que se esperava, os observáveis sensíveis à flutuação na condição inicial são pouco afetados pela inclusão dos jatos. Este resultado sugere que os efeitos de non-flow, como considerados aqui, são desprezíveis nas medidas de flutuações de  $v_2$ , indicando que os resultados obtidos pelos experimentos sejam dominados pelas flutuações da condição inicial.

### Abstract

Due to the collective behavior of the system created in relativistic nuclear collisions, it is expected that the initial spatial anisotropy of the overlap region between the two incoming nuclei converts into an anisotropy of the momentum distribution of the outgoing particles. In particular, the elliptic flow coefficient, which is given by the second harmonic  $(v_2)$  of the Fourier decomposition of the final particle azimuthal distribution, is an observable sensitive to the initial geometric anisotropy. In this work, we studied the behavior of the elliptic flow coefficient obtained from events generated using the hydrodynamic-based code NeXSPheRIO for Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. The NeXSPheRIO code allows the control of the initial condition, the hydrodynamic evolution and produces the outgoing particles just like in a real event. Therefore, it was possible to apply the same data analysis techniques used experimentally. We studied the effects of initial condition fluctuations on flow observables and tested some experimental observables thought to be sensitive to the fluctuations. Since these observables are also sensitive to other types of correlations, usually referred to as *non-flow*, and considering that the major contribution to them may come from jets of particles generated in the collision, we also studied the effects of jets on these observables. A simplified two-component model was built by superimposing events produced with the NeXSPheRIO code and p+p collision events produced with the Pythia event generator. Results from our model present a better description of the  $v_2$  dependence with transverse momentum when compared to experimental data. Also, opposite to what was expected, the observables sensitive to the fluctuations are not much sensitive to the inclusion of jets. This result may suggest that the contribution of non-flow, as considered here, is negligible in the observed flow fluctuations measurement, which indicates that the values observed in the experiments are mainly dominated by fluctuations from the initial condition.

# Sumário

Lista de Figuras					i
Li	sta de	e Tabela	IS	XXV	r
1	Coli	sões de	Íons Pesados Relativísticos	1	-
	1.1	Introdu	ução Teórica	. 1	
		1.1.1	A Cromodinâmica Quântica	. 3	,
		1.1.2	O Diagrama de Fases da Matéria Nuclear e o QGP	. 6	)
	1.2	Aspec	tos Gerais das Colisões Nucleares Relativísticas	. 8	,
		1.2.1	Energia da Colisão	. 9	)
		1.2.2	Geometria da Colisão	. 10	)
		1.2.3	Variáveis Cinemáticas	. 13	,
2	A C	ondição	) Inicial em Colisões Nucleares	17	,
	2.1	Estági	os de uma Colisão de Íons Pesados Relativísticos	. 17	,
	2.2	Pré-eq	uilíbrio e Termalização	. 20	)
	2.3	A Dist	ribuição de Densidade de Energia Inicial	. 23	•
		2.3.1	Modelos de Condição Inicial	. 23	•
		2.3.2	O Modelo NeXuS	. 26	
	2.4	Caract	erização da Condição Inicial	. 29	)

		2.4.1	Determinação da Excentricidade	29
		2.4.2	Decomposição Bidimensional em Funções de Fourier-Bessel	35
3	AA	bordage	em Hidrodinâmica	41
	3.1	Hidrod	linâmica Ideal Relativística	41
		3.1.1	Condição de Equilíbrio	42
		3.1.2	Equações de Movimento	43
		3.1.3	A Equação de Estado	44
		3.1.4	Critérios de Desacoplamento	45
	3.2	O Flux	o Anisotrópico	47
	3.3	O Cód	igo NeXSPheRIO	48
4	Obs	erváveis	s Experimentais	51
	4.1	Decom	posição Harmônica da Anisotropia Azimutal da Produção de Partículas	51
		4.1.1	Método do Plano do Evento	54
		4.1.2	Método dos Cumulantes	57
	4.2	Quanti	ficando os Efeitos de Flutuações e <i>Non-Flow</i>	62
5	Aná	lises e F	Resultados	67
	5.1	Conjur	ntos de Eventos Utilizados	67
		5.1.1	Critérios de Seleção de Partículas	69
		5.1.2	Definições de Aceitância	69
	5.2	Anális	e do Parâmetro de Fluxo Elíptico $v_2$	70
		5.2.1	Dependência com o Momento Transversal	71
		5.2.2	Dependência com a Centralidade	75
		5.2.3	Correlação com a Excentricidade Inicial	78
	5.3	Anális	e dos Efeitos devidos às Flutuações na Condição Inicial	80
		5.3.1	Variando o Grau de Flutuação na Condição Inicial	87

		5.3.2	Harmônicos Superiores	90
	5.4	Anális	e dos Efeitos devidos à Inclusão de Jatos	92
		5.4.1	Composição de um Modelo com NeXSPheRIO+Pythia	92
		5.4.2	Efeitos sobre o Coeficiente de Fluxo Elíptico	99
		5.4.3	Efeitos sobre os Observáveis de Flutuação e Non-Flow	105
6	Sum	ário e C	Conclusões	109
RI	EFER	ÊNCIA	S BIBLIOGRÁFICAS	115
AI	PÊND	ICES		129
A	O ge	erador d	le eventos Pythia	131
	A.1	Princip	oais Aspectos das Interações p+p no Pythia	131
	A.2	Seleção	o dos Processos Físicos	133
		A.2.1	A configuração Minimum Bias	134
		A.2.2	A configuração QCD Jets	135
	A.3	O corte	e cinemático CKIN(3)	136
B	O ex	perime	nto STAR	137
	<b>B</b> .1	O Coli	sor de Íons Pesados Relativísticos RHIC	137
	B.2	Aspect	os Gerais do Experimento STAR	139
С	Effe	cts of ir	nitial state fluctuations in the final state elliptic flow measurements	5
	usin	g the No	eXSPheRIO model	145

## Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Jun Takahashi pela orientação durante o desenvolvimento deste trabalho e, também, ao Prof. Dr. Takeshi Kodama e ao Dr. Paul Sorensen pelas discussões e sugestões em relação ao trabalho.

Agradeço aos Profs. Drs. Bernardo M. Tavares e Wei-Liang Qian, pelas discussões e explicações sobre o código NeXSPheRIO.

Agradeço à Colaboração STAR, em particular aos membros da colaboração com quem tive oportunidade de interagir durante as durante as tomadas de dados e durante os trabalhos de calibração de detectores, que permitiram que eu conseguisse entender melhor diversos aspectos da complexidade de um experimento como é o experimento STAR.

Agradeço aos amigos Ajay K. Dash, Alysson F. Morais, Bárbara Smilgys, Danilo Albuquerque, David D. Chinellato, Diego R. Gratieri, Fernando Catalani, Geraldo M. S. Vasconcelos, Mauro R. Cosentino, Thiago V. Acconcia, Tiago Cantalice, Wyllerson E. Gomes e Yugo M. Kuno pelas conversas sobre física.

Agradeço à minha família, em especial à minha noiva Valéria Masson, pelo apoio e paciência durante esta jornada.

Finalmente, agradeço ao Laboratório de Brookhaven pelos auxílios concedidos durante os períodos em que estive nos Estados Unidos contribuindo com os trabalhos técnicos no experimento STAR, e ao CNPq pelo apoio financeiro geral durante a realização deste trabalho.

# Lista de Figuras

1.1	Compilação de resultados de medidas de $\alpha_S$ em função do fator de escala $Q$ . As	
	curvas são previsões da QCD para o valor médio de $\alpha_S(M_{Z^0})$ . A descrição detalhada	
	desses resultados pode ser encontrada na referência [9]	5
1.2	Esquema ilustrativo do diagrama de fases da QCD. Figura adaptada das referências	
	[14, 15]	7
1.3	Geometria de uma colisão entre dois núcleos de ouro. Figura retirada da referência	
	[24]	11
1.4	(a) Parâmetro de impacto $b$ da colisão; (b) Espectadores (região branca) e participan-	
	tes (região cinza). Figura retirada da referência [25]	12
1.5	Representação esquemática da determinação das classes de centralidade. Figura	
	adaptada da referência [26]	14
2.1	Diagrama espaço-temporal da evolução de uma colisão de íons pesados relativísti-	
	cos. Figura adaptada da referência [28]	18
2.2	Conteúdo partônico de um núcleo em baixa energia. A figura da esquerda mostra	
	uma representação pictórica de um núcleo em baixa energia, destacando seus nucle-	
	ons constituintes com seus quarks de valência. Na figura da direita as linhas mais	
	grossas representam os quarks de valência enquanto que as linhas onduladas são os	
	glúons (pares quark-antiquark virtuais não são representados). Figura retirada da	
	referência [43]	20

2.3	Conteúdo partônico de um núcleo em alta energia. A figura da esquerda mostra	
	uma representação pictórica de um núcleo em alta energia, destacando seus nucleons	
	constituintes com seus quarks de valência. Na figura da direita as linhas mais grossas	
	representam os quarks de valência enquanto que as linhas onduladas são os glúons	
	(pares quark-antiquark virtuais não são representados). Figura retirada da referência	
	[43]	21
2.4	Distribuição de pártons para o próton em função da variável $x$ de Bjorken, medida	
	em espalhamento inelástico profundo pelo experimento HERA [44]	21
2.5	Distribuição de densidade de energia (unidades arbitrárias) no plano transverso para	
	três tratamentos para a condição inicial: de cima para baixo, MC-Glauber, MC-KLN	
	e IP-Glasma. Figura adaptada da referência [53]	25
2.6	Distribuições de densidade de energia inicial (em ${\rm GeV}/{\rm fm^3}$ ) produzidas com o mo-	
	delo NeXuS para colisões Au+Au a $\sqrt{s_{NN}}=130~{\rm GeV}.$ Os gráficos da esquerda são	
	exemplos do perfil transversal em rapidez central para colisões Au+Au e os gráficos	
	da direita representam uma condição inicial "suavizada". Os gráficos superiores e in-	
	feriores são apenas diferentes representações das mesmas condições iniciais. Figura	
	adaptada da referência [65]	28
2.7	Esquema ilustrativo do plano transversal de uma colisão entre dois núcleos. Os	
	círculos maiores representam os núcleos incidentes enquanto os círculos menores	
	representam os nucleons que compõem cada núcleo. Destacado em cinza são os	
	nucleons participantes na colisão. Figura retirada da referência [66]	30
2.8	Distribuições das excentricidades calculadas em relação ao plano da reação (gráfico	
	da esquerda) e em relação ao plano dos participantes (gráfico da direita), em função	
	do parâmetro de impacto $b$ , obtidas a partir do perfil transversal da distribuição de	
	densidade de energia produzida pelo modelo NeXuS	31

- 2.12 Distribuição das normas L<sub>2</sub>, H<sub>1</sub> e M<sub>1</sub> para eventos gerados com o código NeXuS.
  Diferentes graus de suavidade foram produzidos a partir de ensembles com N eventos, sendo a distribuição original produzida pelo NeXuS dada pelo caso N=1. Os gráficos superiores representam eventos centrais e os inferiores eventos semi-centrais. 38

- 4.1 Gráfico polar ilustrando a deformação com relação a um círculo unitário para dois valores diferentes do coeficiente v<sub>2</sub>. Figura retirada da referência [106]. . . . . . . . . 53

- 5.2 Distribuições para o ângulo  $\phi$  de partículas carregadas produzidas em eventos NeXSPhe-RIO na centralidade 10-20%, para três diferentes intervalos de momento transversal. 71

- 5.5 Fluxo elíptico integrado em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  (centralidade) obtido sobre eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante para os métodos experimentais do plano do evento (quadrados abertos vermelhos) e dos cumulantes de segunda (triângulos abertos verdes) e quarta (cruzes abertas amarelas) ordens, além da referência teórica  $v_2$ {PP} (losangos abertos cinzas). Resultados experimentais das colaborações STAR [30] e PHOBOS [31] também são mostrados em símbolos fechados. . . 76

- 5.6 Comparação entre os resultados obtidos com eventos NeXSPheRIO para o fluxo elíptico integrado a partir de diferentes métodos, em função da centralidade da colisão ( $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ ). O painel superior mostra os valores de  $\langle v_2 \rangle$  para cada um dos métodos e o painel inferior mostra as razões entre cada um dos métodos e  $v_2$ {PP}. 77

- 5.15 Harmônicos superiores da excentricidade inicial, obtida a partir do perfil transversal da distribuição de densidade de energia (gráfico da esquerda), e dos coeficientes da decomposição de Fourier da distribuição azimutal das partículas finais produzidas, obtidos a partir do método dos cumulantes para segunda ordem (gráfico da direita). Os resultados são mostrados para diferentes graus de flutuação da condição inicial, denotados pelo número de eventos usados na obtenção da condição inicial média (N).

- 5.18 Comparação entre os resultados de  $v_2(p_t)$  obtidos para diferentes combinações NeXSPhe-RIO+Pythia. Os gráficos mostram os resultados para 10-20% (superior) e 20-30% (inferior), obtidos com o método do plano do evento. Resultados experimentais da colaboração STAR (estrelas vazias) [30] também são mostrados. Os painéis inferiores mostram as razões entre os resultados experimentais e os modelos. . . . . . . . . 101

5.22	Diferença entre $v_2\{2\}^2$ e $v_2\{4\}^2$ em função de $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ , para as várias combina-
	ções NeXSPheRIO+Pythia. Resultados experimentais das colaborações STAR (es-
	trelas vazias) [124] também são mostrados para comparação
5.23	Comportamento do parâmetro $R_{v_2}$ em função de $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ , para as várias com-
	binações NeXSPheRIO+Pythia. Resultados experimentais das colaborações STAR
	(estrelas vazias) [124] e PHOBOS (círculos pretos cheios) [126] também são mos-
	trados para comparação
A.1	Esquema ilustrativo de um evento Pythia. Figura retirada da referência [136] 133
<b>B</b> .1	Complexo de aceleradores de partícula do Laboratório de Brookhaven. (Figura reti-
	rada de [140])
B.2	Corte longitudinal em perspectiva ilustrando os principais componentes do experi-
	mento STAR. (Figura retirada de [140])

## Lista de Tabelas

1.1	Partículas elementares e bósons mediadores das interações descritas no Mo-			
	delo Padrão	2		
5.1	Classes de centralidade das amostras produzidas com o modelo NeXSPhe-			
	RIO usadas no estudo.	68		
5.2	Valores de $\alpha$ no modelo NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia tais que minimizam o $\chi^2$ da			
	diferença do modelo com relação aos dados experimentais	98		

### Capítulo 1

# Colisões de Íons Pesados Relativísticos

Nas colisões de íons pesados relativísticos, a matéria nuclear dos íons incidentes é submetida a condições tão extremas de temperatura e densidade de energia que o sistema formado no pequeno volume da região de interação é similar ao que se acredita ter existido nos primeiros instantes logo após o *Big Bang*. Em tais condições, de acordo com o Modelo Padrão das partículas elementares atual, os componentes fundamentais da matéria formam um estado conhecido como *Quark-Glúon Plasma*, ou simplesmente QGP. Observar, caracterizar e estudar as propriedades deste estado, e com isto ter melhor compreensão das interações fundamentais da matéria são os principais objetivos dos experimentos de colisões nucleares relativísticas.

Neste primeiro capítulo será feita uma revisão dos fundamentos teóricos necessários para a compreensão do desenvolvimento do trabalho, assim como uma introdução aos aspectos gerais da evolução do sistema formado na colisão, da terminologia usada na área e dos principais observáveis experimentais.

### 1.1 Introdução Teórica

A física moderna explica grande parte dos fenômenos que observamos na natureza com base em apenas quatro forças fundamentais: *gravitacional*, *eletromagnética*, *fraca* e *forte*. A força gravitacional, a menos intensa delas, é descrita pela teoria da Relatividade Geral de Einstein, enquanto as outras três são descritas por um conjunto de teorias quânticas de campo conhecido como Modelo Padrão.

No Modelo Padrão, toda força ou interação entre partículas elementares é tratada como o resultado da troca de partículas mediadoras [1] (veja a tabela 1.1).

		Número	Número	Carga
Nome	Spin	Bariônico	Leptônico	Elétrica
		В	L	Q
Quarks				
u (up)	1/2	1/3	0	+2/3
d (down)	1/2	1/3	0	-1/3
c (charm)	1/2	1/3	0	+2/3
s (strange)	1/2	1/3	0	-1/3
t (top)	1/2	1/3	0	+2/3
b (bottom)	1/2	1/3	0	-1/3
Léptons				
e (elétron)	1/2	0	1	-1
$\nu_e$ (e-neutrino)	1/2	0	1	0
$\mu$ (múon)	1/2	0	1	-1
$\nu_{\mu}$ ( $\mu$ -neutrino)	1/2	0	1	0
au (tau)	1/2	0	1	-1
$\nu_{\tau}$ ( $\tau$ -neutrino)	1/2	0	1	0
Bósons				
$\gamma$ (fóton)	1	0	0	0
$W^+$	1	0	0	+1
$W^{-}$	1	0	0	-1
$Z^0$	1	0	0	0
$g_i$ (i=1,,8 glúons)	1	0	0	0

**Tabela 1.1:** Partículas elementares e bósons mediadores das interações descritas no Modelo Padrão.

Neste contexto, a teoria que descreve as interações eletromagnéticas é a Eletrodinâmica Quântica (ou QED, do inglês *Quantum Electrodynamics*), em que a interação entre léptons e quarks é descrita através da troca de fótons (veja tabela 1.1). A formulação da força fraca (inicialmente proposta por Fermi e mais tarde refinada por Lee, Yang, Feynman, Gell-Mann e outros [2]) é responsável pela descrição de fenômenos como os decaimentos beta, e suas partículas mediadoras são os bósons  $W \in Z$ . Sheldon L. Glashow, Steven Weinberg e Abdus Salam [3–5], na década de 1960, conseguiram unificar as descrições das interações fraca e eletromagnética em uma única teoria<sup>1</sup> que trata essas interações simplesmente como diferentes manifestações de uma mesma força *eletrofraca*. Finalmente, completando o Modelo Padrão em sua atual formulação, a Cromodinâmica Quântica (ou QCD, do inglês *Quantum Chromodynamics*) é a teoria que descreve a força forte. Na QCD, as interações entre quarks são descritas com oito bósons mediadores chamados glúons. Léptons não participam dessa teoria.

Diversos aspectos teóricos da QCD são extremamente interessantes e intrigantes, mas estudar as interações fortes na natureza não é uma tarefa fácil. Com o advento dos experimentos de colisões de íons pesados relativísticos, concebidos graças aos grandes avanços tecnológicos alcançados nas últimas décadas, tornou-se possível estudar em laboratório e de maneira controlada a matéria sob condições extremas de temperatura e densidade de energia, permitindo testar várias das principais previsões da QCD. Na próxima seção daremos uma atenção especial à Cromodinâmica Quântica e seus aspectos relevantes no estudo das colisões nucleares relativísticas.

#### 1.1.1 A Cromodinâmica Quântica

Na Cromodinâmica Quântica, a carga responsável pela interação propriamente dita é chamada de "carga de cor". Quarks podem assumir as cores *vermelho*, *verde* e *azul*, ou simplesmente *R*, *G* e *B* (do inglês *Red*, *Green* e *Blue*, respectivamente), enquanto anti-quarks podem assumir as anti-cores *anti-vermelho* ( $\bar{R}$ ), *anti-verde* ( $\bar{G}$ ) e *anti-azul* ( $\bar{B}$ ).

Dois aspectos fundamentais da QCD que possibilitam uma compreensão qualitativa global das propriedades da teoria são o *confinamento* e a *liberdade assintótica*.

O confinamento diz respeito à formação dos hádrons. Na QCD, nenhuma partícula "colo-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Geralmente essa teoria é chamada simplesmente de GWS, ou Glashow-Weinberg-Salam.

rida" pode ser observada isoladamente, ou seja, só podem existir estados ligados "incolores" ou "brancos". Assim, os hádrons existentes são subdivididos em bárions, estados ligados de três quarks (qqq), anti-bárions, estados ligados de três anti-quarks ( $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ ), e mésons, constituídos por pares de quark e anti-quark ( $q\bar{q}$ ). Para satisfazer a condição de que a cor total resultante seja "branca" (ou incolor), as combinações devem ser tais que o estado ligado resultante seja invariante sob rotações no espaço RGB. Isso faz com que os quarks constituintes de um bárion sejam RGB, ou  $\bar{R}\bar{G}\bar{B}$  em um anti-bárion, e em um méson  $R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B}$ . Os léptons não carregam carga de cor e, portanto, não sofrem a ação da interação forte e podem ser observados isoladamente na natureza.

Assim como em outras teorias quânticas de campos, a dinâmica dos quarks e glúons na QCD é descrita por uma Lagrangiana. A Lagrangiana invariante de calibre da QCD é dada por [6]:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_{q} \bar{\psi}_{q}^{j} \left[ i \gamma^{\mu} \left( D_{\mu} \right)_{jk} - m_{q} \delta_{jk} \right] \psi_{q}^{k} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(a)\mu\nu}$$
(1.1)

$$\operatorname{com} \quad \begin{cases} (D_{\mu})_{jk} = \delta_{jk}\partial_{\mu} + ig_s \sum_a \frac{\lambda_{jk}^a}{2} A^a_{\mu} \\ F^{(a)}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A^a_{\nu} - \partial_{\nu}A^a_{\mu} - g_s f_{abc}A^b_{\mu}A^c_{\nu} \end{cases}$$
(1.2)

onde  $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$  é a constante de acoplamento da QCD,  $f_{abc}$  são as constantes de estrutura do grupo SU(3) (que define a relação de comutação entre os geradores do grupo,  $[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$ ),  $\psi_q^i(x)$  são espinores de Dirac com 4 componentes associados com cada campo de quark de cor *i* e sabor *q*,  $\lambda^a$  (para a = 1, ..., 8) são as matrizes de Gell-Mann, e  $A^a_\mu(x)$  são os campos de Yang-Mills (glúons) [6]. A Lagrangiana é, portanto, constituída basicamente pelas Lagrangianas livres de cada campo participante e pelos termos de interação. Na abordagem perturbativa, as Lagrangianas livres determinam os *propagadores*, enquanto que os termos de interação, geralmente obtidos a partir da imposição de invariância local de calibre, determinam os *fatores de vértice* [2]. O fenômeno de liberdade assintótica, proposto por Gross, Politzer e Wilczek [7, 8] em meados da década de  $70^2$ , diz que quanto menor a distância entre dois quarks, menor é a força que atua entre eles. Assim, tomando uma distância arbitrariamente pequena, os quarks se comportam como partículas livres. Matematicamente, este efeito se traduz na dependência do valor da constante de acoplamento com a energia de uma reação (ou momento transferido Q). A figura 1.1 ilustra o comportamento da constante de acoplamento da interação forte.



**Figura 1.1:** Compilação de resultados de medidas de  $\alpha_S$  em função do fator de escala Q. As curvas são previsões da QCD para o valor médio de  $\alpha_S(M_{Z^0})$ . A descrição detalhada desses resultados pode ser encontrada na referência [9].

Este comportamento de  $\alpha_s$  satisfaz claramente as condições de forte acoplamento em escalas de baixa transferência de momento (região de confinamento) e fraco acoplamento em escalas de alta transferência de momento (região assintoticamente livre). Dessa forma, o estudo de sistemas de quarks e glúons fica dividido entre as categorias de QCD perturbativa e

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Os trabalhos de Gross, Politzer e Wilczek sobre o fenômeno de liberdade assintótica lhes renderam o prêmio Nobel de Física de 2004.

QCD não perturbativa [10]. Na região onde o cálculo perturbativo é aplicável, a QCD permite calcular seções de choque e outros observáveis com razoável precisão. Por outro lado, em interações de baixo momento transferido, cálculos perturbativos deixam de ser aplicáveis e um dos métodos utilizados no estudo da QCD não perturbativa é conhecido como QCD na rede.

Os métodos de cálculo na rede têm se mostrado poderosos na determinação das propriedades termodinâmicas, como potencial químico bariônico  $\mu_B$  e temperatura T, e da equação de estado da QCD, que não são acessíveis para cálculos perturbativos. Entretanto, ainda existem algumas limitações e grande parte dos resultados existentes está restrita à região de  $\mu_B \sim 0$ . Os métodos existentes para investigar as regiões do diagrama de fases para  $\mu_B > 0$ , exatamente onde ocorrem as estruturas mais interessantes, como as transições de fase, consistem na extrapolação dos resultados de  $\mu_B = 0$ . Textos específicos sobre as técnicas de cálculo de QCD na rede podem ser encontrados nas referências [10–13]. Nas próximas seções serão apresentadas algumas discussões sobre o diagrama de fases da QCD e as regiões de interesse nos estudos realizados neste trabalho.

#### 1.1.2 O Diagrama de Fases da Matéria Nuclear e o QGP

O diagrama de fases expressa as propriedades termodinâmicas de um sistema. Na QCD, o diagrama de fases pode ser representado em termos da temperatura T e do potencial químico bariônico  $\mu_B$ . A figura 1.2 ilustra a atual conjectura do diagrama de fases da QCD baseada em uma compilação recente de resultados de modelos, experimentos, cálculos de QCD na rede e métodos perturbativos em regimes assintóticos [11].

Partindo de uma concepção baseada simplesmente nos conceitos de confinamento e liberdade assintótica, o diagrama de fases era dividido de maneira bem definida entre uma fase hadrônica (confinamento) e uma fase partônica (liberdade assintótica). A primeira residiria nas regiões de baixa temperatura e baixo  $\mu_B$ , com os quarks e glúons confinados em hádrons



**Figura 1.2:** Esquema ilustrativo do diagrama de fases da QCD. Figura adaptada das referências [14, 15].

e permitindo a manifestação da matéria como a conhecemos, enquanto a segunda estaria nas regiões de altos valores de T e  $\mu_B$ , onde os quarks e glúons estariam livres, permitindo a manifestação dos graus de liberdade de cor sobre os estados hadrônicos incolores [16]. Esse último estado é chamado de Quark-Glúon Plasma, ou simplesmente QGP.

Estudos recentes, porém, sugerem uma forma muito mais complexa para o diagrama de fases da QCD, com fases de supercondutividade de cor<sup>3</sup> em regiões de altos valores de  $\mu_B$ , além de uma região de transição *crossover* entre as fases hadrônica e QGP para altos valores de T e baixos valores de  $\mu_B$ . Os detalhes teóricos dessas outras fases do diagrama estão fora do escopo deste trabalho, mas discussões mais aprofundadas sobre o assunto podem ser encontradas nas referências [14, 15, 17, 18].

A região que pode ser explorada pelos experimentos de colisões de íons pesados relativísticos reside nas vizinhanças do ponto crítico da QCD, representado pela letra "E" no

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>As fases 2SC (do inglês 2-flavor Color Superconductor) e CFL (do inglês Color Flavor Locked) mostradas na figura 1.2 representam conjecturas sobre o comportamento da matéria em altas densidades e temperaturas relativamente baixas, regime similar ao que se imagina ser o caso do interior de estrelas de nêutrons, portanto, de grande interesse em astrofísica.

diagrama da figura 1.2. A linha contínua representa uma transição de primeira ordem. Ao longo da linha de transição, as duas fases coexistentes vão se tornando cada vez menos distinguíveis ao se aproximarem do ponto crítico, resultando em uma única fase além deste ponto. Na QCD, as duas fases coexistentes ao longo da linha de transição de primeira ordem são o gás de hádrons (em baixas temperaturas) e o QGP (em altas temperaturas). Uma transição de segunda ordem após o ponto crítico exigiria que a massa dos quarks fosse nula, e para um cenário que leva em conta massas não nulas, a linha de transição de segunda ordem parece ser substituída por uma transição do tipo crossover [18]. A localização precisa do ponto crítico, a princípio, é uma tarefa bem definida do ponto de vista teórico. Porém, para valores finitos de  $\mu_B$ , uma dificuldade numérica conhecida como "problema do sinal dos férmions", que surge devido ao caráter anti-simétrico dos férmions por troca, introduz algumas dificuldades nos cálculos de QCD na rede, impossibilitando a exploração mais detalhada do diagrama de fases [11]. Dessa forma, determinar as coordenadas  $(T, \mu_B)$  do ponto crítico tem sido objeto de grande esforco teórico e experimental. Recentemente, os experimentos realizados no acelerador RHIC<sup>4</sup> iniciaram um programa experimental conhecido como BES (do inglês Beam Energy Scan, ou varredura em energia de feixe), dedicado especialmente a coletar dados de colisões de íons pesados em energias próximas de onde se acredita estar situado o ponto crítico da QCD.

### 1.2 Aspectos Gerais das Colisões Nucleares Relativísticas

Caracterizar o sistema formado nas colisões de íons pesados para as energias experimentalmente acessíveis nos dias atuais vai além de apenas identificar os graus de liberdade relevantes como sendo os estados partônicos coloridos da QCD. De fato, a era da verificação dos aspectos gerais previstos teoricamente para os sistemas formados nessas colisões está dando

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>*Relativistic Heavy Ion Collider*, ou Colisor de Íons Pesados Relativísticos, localizado no Laboratório de Brookhaven, em Long Island nos Estados Unidos.

lugar a um novo período de medições precisas e caracterização detalhada das propriedades desse sistema. A seguir serão discutidos os aspectos gerais das colisões de íons pesados relativísticos com o objetivo de dar suporte e condições para a compreensão da terminologia da área e das discussões que serão encontradas nos capítulos seguintes.

#### 1.2.1 Energia da Colisão

Os aceleradores de partículas são as "máquinas" usadas pelos cientistas para produzir feixes de partículas. Estes dispositivos utilizam, em geral, campos elétricos e magnéticos para acelerar partículas carregadas. A ideia de poder produzir e controlar feixes de partículas despertou o desenvolvimento tecnológico de toda uma área na indústria, a ponto de praticamente todas as famílias no mundo possuírem um acelerador de partículas em seus lares (os antigos televisores de tubo de raios catódicos consistiam, basicamente, de aceleradores de elétrons).

Existem diversos tipos de aceleradores de partículas e com diferentes finalidades. Outras informações e até mesmo a história dos diferentes aceleradores de partículas podem ser encontradas nas referências [19–22].

Nesta seção, vamos nos restringir apenas aos aceleradores de íons pesados capazes de produzir colisões em energias relativísticas entre essas partículas. Em geral, esses aceleradores podem ser lineares ou circulares. Consistem, basicamente, de dutos arranjados linear ou circularmente, mantidos em vácuo e que se estendem por longas distâncias (em alguns casos chegam a alcançar quilômetros) onde as partículas são aceleradas ao longo da trajetória. Em ambos os casos, pode-se fazer com que o feixe colida contra alvos fixos no referencial do laboratório, caracterizando os experimentos denominados de *alvo fixo*, ou que a colisão ocorra entre feixes viajando em sentidos opostos, caracterizando os *colisores*.

Considerando uma colisão entre dois núcleos  $A \in B$ , onde  $A \notin o$  projétil e  $B \notin o$  alvo, em repouso no referencial do laboratório, a relação entre a energia da colisão nos referenciais do

centro de massa e do laboratório é dada por:

$$E_{cm} = \sqrt{\left(2E_{lab} + m_B c^2\right)m_B c^2 + m_A^2 c^4},$$
(1.3)

onde  $E_{cm}$  é a energia no referencial do centro de massa,  $E_{lab}$  é a energia no referencial do laboratório,  $m_A$  é a massa do núcleo A,  $m_B$  é a massa do núcleo B e c é a velocidade da luz. Em colisores, considerando o caso em que A é igual a B, o referencial do laboratório é o próprio referencial do centro de massa, e a energia da colisão é a soma das energias dos feixes. Além disso, a energia do sistema no referencial do centro de massa é uma quantidade invariante de Lorentz, geralmente expressada por  $\sqrt{s}$ , onde s é uma das três variáveis de Mandelstam ( $s, t \in u$ ) [23], definida de maneira a construir uma grandeza cinemática invariante sob transformações entre referenciais. Assim,  $\sqrt{s}$  é a quantidade relevante quando queremos nos referir à energia da colisão.

#### 1.2.2 Geometria da Colisão

Para produzir, em laboratório, um sistema com as características necessárias que permitam o estudo da QCD, a maneira usada pelos pesquisadores consiste em fazer com que feixes de núcleos atômicos em altíssimas energias colidam em um determinado ponto do espaço, em geral em uma posição onde detectores estão preparados para medir o resultado da colisão. No experimento, os feixes são compostos por pacotes contendo muitos núcleos viajando em velocidades relativísticas, que se cruzam e eventualmente colidem. Cada colisão é chamada de *evento* e a posição no espaço onde a colisão ocorreu é chamada de *vértice* do evento.

A direção em que os feixes caminham estabelece uma referência para o experimento e, então, define-se a orientação espacial dos eixos cartesianos xyz de modo que o eixo zcoincida com a direção dos feixes e os eixos x e y determinem o plano transversal. A figura 1.3 ilustra a geometria de uma colisão de íons pesados relativísticos para o caso de dois
núcleos de ouro. Nesta figura,  $R_{\rm Au}$  representa o raio (R) do núcleo atômico do ouro ( $\sim 6$ 



Figura 1.3: Geometria de uma colisão entre dois núcleos de ouro. Figura retirada da referência [24].

fm), mostrado "achatado" ao longo da direção z em virtude da contração de Lorentz sofrida ao longo da direção do movimento. No plano transversal, a distância b é o parâmetro de impacto da colisão e a região de superposição dos dois núcleos é onde acontece, de fato, a colisão<sup>5</sup>. Dependendo do valor de b, a forma da região de superposição dos dois núcleos incidentes pode variar, partindo de uma situação completamente simétrica quando b = 0 para algo parecido com o formato de uma amêndoa quando 0 < b < 2R. Além disso, quanto maior a área da região de superposição, maior é a energia depositada na colisão pelos núcleos incidentes e maior o número de partículas produzidas. Entretanto, experimentalmente não é possível medir o parâmetro de impacto ou a área de superposição, mas consegue-se medir uma fração do número de partículas produzidas na colisão. Em um dado evento, este número é chamado de *multiplicidade*. Assim, é comum classificar cada evento de acordo com a sua multiplicidade, definindo classes de *centralidade da colisão*.

Adotando uma abordagem simplificada para o perfil da distribuição de matéria em cada um dos núcleos incidentes, a centralidade da colisão pode ser definida a partir da área de su-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>A orientação do parâmetro de impacto da colisão não é controlada experimentalmente e a região de superposição pode estar orientada em qualquer direção no plano transverso em uma colisão real.

perposição entre esses dois núcleos ou, simplesmente, pelo parâmetro de impacto da colisão. Assim, quanto maior for a área de superposição (ou menor for o parâmetro de impacto), dizemos que mais central é a colisão; e quanto menor for a área de superposição (ou maior for o parâmetro de impacto), mais periférica é a colisão. Porém, como já foi dito, não é possível ter acesso a essa informação de maneira direta no experimento. Além disso, se considerarmos que cada um dos núcleos incidentes é composto por um número finito de nucleons e que esses nucleons se distribuem no espaço de acordo com um determinado perfil de probabilidade, também podemos definir a centralidade da colisão a partir do número de nucleons que, de fato, participam da colisão. Veja a figura 1.4 para uma ilustração desta abordagem. Nesta figura, os nucleons mostrados em cinza são chamados de *participantes* e os nucleons



**Figura 1.4:** (a) Parâmetro de impacto *b* da colisão; (b) Espectadores (região branca) e participantes (região cinza). Figura retirada da referência [25].

mostrados em branco são os *espectadores*. De certa forma, a proporção entre espectadores e participantes está relacionada à proporção de energia na direção longitudinal e transversal. Esta última, por sua vez, é proporcional à multiplicidade do evento, que é a quantidade medida experimentalmente. Assim, para estabelecer conexões entre os diversos parâmetros relacionados à centralidade da colisão, utiliza-se um modelo baseado nas colisões individuais entre os nucleons constituintes de cada núcleo incidente. Este modelo, conhecido como modelo de Glauber (veja a referência [26] para uma descrição detalhada), permite relacionar

o parâmetro de impacto (b) com o número de participantes na colisão ( $N_{part}$ ), e até o número de colisões binárias entre nucleons ( $N_{bin}$ ).

Na prática, a conexão entre o modelo de Glauber e os dados experimentais é feita através de um "mapeamento" de uma quantidade medida experimentalmente com uma quantidade correspondente obtida pelo modelo. Este processo é realizado definindo-se as classes de centralidade [26]. A hipótese fundamental na definição das classes de centralidade é a de que o parâmetro de impacto esteja monotonicamente relacionado à multiplicidade de partículas em um evento. Assim, determina-se a distribuição do número de eventos em função da multiplicidade de partículas carregadas ( $dN_{evt}/dN_{ch}$ ) e define-se as classes de centralidade a partir de frações da área total integrada da distribuição, ou seja, frações da seção de choque total ( $d\sigma/dN_{ch}$ ). Um procedimento semelhante é realizado com uma distribuição calculada através do modelo de Glauber ( $dN_{evt}/db$ ,  $dN_{evt}/dN_{part}$  ou  $dN_{evt}/dN_{bin}$ ), de forma que para cada classe de centralidade pode-se obter os valores médios das respectivas quantidades calculadas: parâmetro de impacto  $\langle b \rangle$ , número de participantes  $\langle N_{part} \rangle$  ou número de colisões binárias  $\langle N_{bin} \rangle$ . A figura 1.5 ilustra, de forma esquemática, como é feita esta correlação.

### 1.2.3 Variáveis Cinemáticas

Em virtude do eixo de simetria introduzido pela direção dos feixes em um experimento de colisão de partículas, é bastante comum a utilização de uma combinação de coordenadas cilíndricas e esféricas para representar um determinado vetor. Assim, é conveniente separar as componentes de um vetor em *longitudinal* (ao longo da direção dos feixes) e *transversal* (perpendicular à direção dos feixes). Por exemplo, o quadrivetor de energia-momento de uma partícula é, então, escrito como:

$$a = \left(E/c, \mathbf{p}_t, p_z\right),\tag{1.4}$$



**Figura 1.5:** Representação esquemática da determinação das classes de centralidade. Figura adaptada da referência [26].

onde E é a energia da partícula,  $\mathbf{p}_t = p_x \hat{x} + p_y \hat{y}$  é o momento transversal (cujo módulo pode ser representado por  $p_t$ ,  $p_T$  ou  $p_{\perp}$ ) e  $p_z$  é a componente longitudinal do momento. Dessa forma, as componentes de um vetor no plano xy podem ser obtidas a partir de seu módulo e de seu ângulo azimutal  $\phi$ , definido em relação ao eixo x.

Define-se, também, a massa transversal da partícula como sendo:

$$m_t = \sqrt{(p_t/c)^2 + m_0^2},$$
(1.5)

onde  $m_0$  é a massa de repouso. Esta variável é útil quando se deseja comparar características cinemáticas de partículas de diferentes massas.

Para descrever a condição cinemática de uma partícula na direção longitudinal é comum

a utilização de uma variável chamada rapidez, definida como:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z c}{E - p_z c} \right). \tag{1.6}$$

No limite não relativístico ( $\beta = |\mathbf{p}|/E \ll 1$ ), a rapidez de uma partícula viajando ao longo do eixo do feixe ( $y_{\beta}$ ) pode ser interpretada como a velocidade da partícula em unidades da velocidade da luz [10]:

$$y_{\beta} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \approx \beta + \mathcal{O}(\beta^3).$$
(1.7)

Para determinar a rapidez de uma partícula produzida em uma colisão é preciso conhecer a energia total e a componente longitudinal do momento da partícula, o que nem sempre é possível experimentalmente. Assim, define-se outra variável chamada de *pseudorrapidez*, dada por:

$$\eta = -\ln\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z}\right),\tag{1.8}$$

onde  $\theta$  é o ângulo polar da partículas com relação ao eixo do feixe ( $\cos \theta = p_z/|\mathbf{p}|$ ).

No referencial do centro de massa, a região de  $y \sim 0$  é chamada de região de "rapidez central". Em geral, esta é a região de interesse nos experimentos de colisões nucleares relativísticas, uma vez que a maior parte das partículas produzidas na interação se encontra nessa região. Nos estudos apresentados neste trabalho, a menos que seja especificado o contrário, estaremos sempre tratando da região central de rapidez.

O objetivo dos experimentos é tentar medir o maior número possível de partículas produzidas em uma colisão. Seus resultados, tais como a seção de choque invariante de um determinado processo, são expressos em termos das variáveis introduzidas acima. Para uma descrição mais detalhada sobre essas variáveis, bem como outros aspectos e exemplos de aplicação, deixamos como leitura complementar as referências [10, 27].

# Capítulo 2

# A Condição Inicial em Colisões Nucleares

As características da matéria nos instantes imediatamente após a colisão são fundamentais para determinar como será a evolução do sistema criado. Em uma colisão central de íons pesados relativísticos, a densidade de energia é altíssima na região de interação entre os dois núcleos incidentes, e o número de interações entre os pártons presentes é, supostamente, grande o suficiente para que o sistema atinja um estado de equilíbrio termodinâmico muito rapidamente, dando origem ao QGP. Neste capítulo, discutiremos de forma qualitativa alguns aspectos importantes dos estágios iniciais da colisão, destacando os principais modelos utilizados nos estudos das propriedades da condição inicial, e apresentando alguns métodos para a caracterização da condição inicial que permitem estabelecer conexões com as medidas feitas nos estágios finais da colisão.

# 2.1 Estágios de uma Colisão de Íons Pesados Relativísticos

Os estágios subsequentes em uma colisão de íons pesados relativísticos podem ser divididos, de maneira simplificada, como mostrado no diagrama da figura 2.1. Neste diagrama de espaço-tempo, temos inicialmente os dois feixes viajando muito próximos da velocidade da luz, em sentidos opostos ao longo da direção z, até o ponto em que eles se cruzam. A partir deste momento, o sistema de quarks e glúons produzido na colisão evolui até atingir uma fase em equilíbrio termodinâmico em  $\tau_0$ , onde acredita-se, então, que seja formado o plasma de quarks e glúons (QGP). À medida que o sistema continua evoluindo, acontece também sua expansão e resfriamento e, a partir de determinada temperatura e densidade de energia, ele sofre uma transição de fase, passando para um estado de gás de hádrons (representada na figura pela linha que separa a região amarela da região azul). Nesta fase, o sistema ainda está interagindo tanto elástica quanto inelasticamente, permitindo que os hádrons constituintes do gás possam trocar suas identidades (se recombinando ou trocando seus constituintes). Continuando com a expansão e resfriamento, o sistema sofre o que chamamos de *freeze-out* químico (representado na figura pela linha pontilhada), ou seja, os espalhamentos inelásticos cessam. Finalmente, os espalhamentos elásticos também deixam de ocorrer (*freeze-out* cinético), e as partículas criadas podem se propagar livremente até os detectores.



**Figura 2.1:** Diagrama espaço-temporal da evolução de uma colisão de íons pesados relativísticos. Figura adaptada da referência [28].

Um dos principais objetivos dos experimentos de colisões de íons pesados relativísticos é contribuir para o melhor entendimento dos processos físicos envolvidos em cada uma das etapas descritas anteriormente. Abordagens usando hidrodinâmica relativística para descrever a evolução do sistema têm apresentado bastante sucesso, sugerindo a existência de um forte comportamento coletivo [29–34]. Além do comportamento coletivo, existem fortes indícios de que o sistema formado nas colisões tem alta densidade e interage fortemente. Comparações das medidas de jatos<sup>1</sup> de partículas em alto momento transversal entre colisões de p+p (próton-próton) e colisões de A+A (íons pesados) [36–40] mostram que existe uma supressão destes jatos nas colisões A+A, que é interpretada como sendo consequência da absorção dos mesmos ao atravessar um meio denso e fortemente interagente. Entretanto, alguns aspectos do cenário apresentado na figura 2.1 ainda são bastante intrigantes. Em particular, os modelos de evolução hidrodinâmica requerem uma condição inicial para a densidade de energia, pressão e campos de velocidades. Para isso, é preciso que o sistema de quarks e glúons formado tenha atingido o equilíbrio termodinâmico em um intervalo de tempo da ordem de 0.6 fm/c [33, 41, 42], o que introduz grandes dificuldades na descrição teórica da dinâmica da fase de pré-equilíbrio.

A evolução do sistema inicial para um estado em equilíbrio termodinâmico é de fundamental importância para que se possa utilizar uma abordagem hidrodinâmica para os estágios subsequentes. Além disso, os mecanismos envolvidos nesta etapa de pré-equilíbrio serão responsáveis pela forma da condição inicial da evolução hidrodinâmica e, portanto, entender como diferentes mecanismos podem afetar o estado final da evolução é essencial para compreender os resultados observados experimentalmente. Na próxima seção, vamos discutir as principais ideias da dinâmica dos pártons nos momentos iniciais da colisão e apresentar os modelos comumente utilizados na descrição do processo de termalização do sistema.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>De maneira bastante simplificada, podemos definir "jato" como sendo um conjunto de partículas com alto momento transversal, produzidas pela fragmentação de um párton que sofreu um espalhamento duro na interação primária. Maiores detalhes sobre jatos serão dados nos capítulos posteriores. Por ora, sugerimos a referência [35] e as referências lá citadas para uma revisão sobre o tema.

## 2.2 Pré-equilíbrio e Termalização

Em baixas energias, os nucleons que formam um núcleo atômico podem ser representados como estados ligados de apenas três quarks de valência. Flutuações quânticas, também presentes, permitem o surgimento temporário (restrito à dimensão do nucleon) de pares quarkantiquark e glúons. Entretanto, somente as flutuações que duram mais do que a resolução em tempo de uma determinada interação, podem ser realmente sondadas. Flutuações de duração mais curta podem estar presentes, mas não influenciam na reação [43]. A figura 2.2 mostra de forma ilustrativa esta ideia, representando os quarks de valência como linhas grossas horizontais e os glúons como linhas onduladas (pares quark-antiquark não são mostrados). A região em azul na figura destaca o que pode ser "visto" durante a interação. Em altas energias,



**Figura 2.2:** Conteúdo partônico de um núcleo em baixa energia. A figura da esquerda mostra uma representação pictórica de um núcleo em baixa energia, destacando seus nucleons constituintes com seus quarks de valência. Na figura da direita as linhas mais grossas representam os quarks de valência enquanto que as linhas onduladas são os glúons (pares quark-antiquark virtuais não são representados). Figura retirada da referência [43].

por outro lado, a cinemática relativística altera a geometria dos núcleos incidentes ao longo da direção do movimento (veja figura 2.3). Na colisão entre dois núcleos de raio R viajando com velocidades relativísticas, ambos sofrem contração de Lorentz ao longo da direção do movimento e são vistos como "panquecas" no referencial do centro de massa. O intervalo de interação pode ser estimado como sendo da ordem de  $(2R/\gamma)/c$ , onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz (~100 nas colisões Au+Au a 200 GeV por par de nucleon realizadas no RHIC [43]). Neste cenário, as flutuações internas dos nucleons e a duração das interações entre seus constituin-



**Figura 2.3:** Conteúdo partônico de um núcleo em alta energia. A figura da esquerda mostra uma representação pictórica de um núcleo em alta energia, destacando seus nucleons constituintes com seus quarks de valência. Na figura da direita as linhas mais grossas representam os quarks de valência enquanto que as linhas onduladas são os glúons (pares quark-antiquark virtuais não são representados). Figura retirada da referência [43].

tes são multiplicadas pelo mesmo fator ( $\gamma$ ), permitindo que flutuações que antes não podiam ser "vistas", sejam observadas durante a interação [43]. De fato, o número de glúons presentes em uma reação em altas energias se torna muito maior que o número de quarks, como ilustra a figura 2.4. Esta figura mostra as funções de distribuição de pártons para um próton



**Figura 2.4:** Distribuição de pártons para o próton em função da variável x de Bjorken, medida em espalhamento inelástico profundo pelo experimento HERA [44].

de acordo com a fração do momento longitudinal carregada pelo párton, representada pela

variável x de Bjorken [43], dada por  $x \equiv p_z/\sqrt{s}$ . Valores típicos de x para as energias do RHIC e do LHC são  $\langle x \rangle \sim 10^{-2}$  e  $\langle x \rangle \sim 10^{-3}$ , respectivamente [45]. Dessa forma, nesses casos podemos supor que o conteúdo dos núcleos incidentes é, praticamente, dominado por glúons. Este caráter gluônico da matéria nuclear em altas energias (pequenos valores de x) motivou o desenvolvimento de diversos modelos para o tratamento de um regime de saturação de glúons. Entre eles, destacamos a abordagem efetiva conhecida como *Color Glass Condensate* (CGC) [43, 46, 47].

No formalismo do CGC, a grande densidade de glúons altamente coerentes preenche o espaço de fases até o número de ocupação máximo ( $\sim 1/\alpha_s$ ) [48], como em um condensado de Bose-Einstein. Além disso, sistemas que evoluem em escalas de tempo muito maiores que a natural são chamados de "vidros", daí o termo *Glass*, uma vez que estados gluônicos que se manifestam para pequenos valores de x evoluem muito lentamente devido à dilatação temporal de Lorentz, e são vistos quase como estáticos durante a interação.

Nos instantes imediatamente subsequentes à interação entre os dois núcleos incidentes em uma colisão nuclear em altas energias, o sistema deve sofrer uma transição do *Color Glass Condensate* inicial para um estado de Quark-Glúon-Plasma. Esta fase intermediária de pré-equilíbrio, comumente chamada de *Glasma* [48], e os mecanismos microscópicos responsáveis pela rápida termalização requerida pelas observações experimentais ainda são objeto de intenso estudo e desenvolvimento teórico. Alguns dos principais modelos podem ser encontrados nas referências [42, 48–52].

No tratamento hidrodinâmico ideal da evolução do sistema após a termalização, os processos físicos que levaram o sistema a um estado em equilíbrio térmico não são considerados. Entretanto, em todos os cenários teóricos propostos para tratar a fase de pré-equilíbrio, diversos aspectos da condição inicial para a evolução hidrodinâmica podem flutuar de evento para evento. Tais flutuações podem apresentar aspectos diferentes dependendo dos mecanismos envolvidos no processo de termalização e, portanto, é fundamental caracterizá-las para tentar estabelecer conexões com os observáveis finais. Do ponto de vista experimental, encontrar observáveis que sejam capazes de medir as flutuações evento-por-evento, considerando que elas sobrevivam a todas as outras etapas subsequentes da evolução, é um dos principais objetivos do estudo desenvolvido nesta tese.

Além dos processos físicos responsáveis pelas flutuações quânticas na fase de pré-equilíbrio, flutuações evento-por-evento no parâmetro de impacto da colisão e na distribuição dos nucleons na função de onda nuclear [53] estão sempre presentes e determinam importantes aspectos da condição inicial para a evolução hidrodinâmica. Na seção a seguir, discutiremos alguns aspectos importantes da condição inicial além de introduzir os principais modelos que vêm sendo empregados nos estudos mais recentes.

## 2.3 A Distribuição de Densidade de Energia Inicial

No tratamento hidrodinâmico da evolução do sistema, a condição inicial é composta pelo campo de velocidades das células de fluido e as densidades de energia e número bariônico em cada ponto do espaço [54]. Se a termalização é atingida muito rapidamente, as componentes transversais das velocidades do fluido devem ser muito próximas de zero, de forma que a dinâmica da evolução do sistema fica essencialmente determinada pela distribuição de densidade de energia inicial. Dessa forma, vamos concentrar nossos estudos no perfil da distribuição inicial da densidade de energia que, dependendo da descrição microscópica das interações no estágio de pré-equilíbrio, pode apresentar características bastante diferentes e, consequentemente, afetar a evolução coletiva subsequente do sistema.

## 2.3.1 Modelos de Condição Inicial

Os modelos que tentam reproduzir as flutuações evento-por-evento na condição inicial para investigar os efeitos nos observáveis finais são, em geral, baseados em técnicas de simulação

de Monte Carlo (MC). Dentre as abordagens propostas mais recentemente, podemos destacar as baseadas em Glauber [55] e as baseadas em CGC/Glasma [43, 47, 56–58].

A ideia fundamental nos modelos baseados em Glauber consiste, basicamente, em determinar a distribuição da matéria nuclear em um dado núcleo com número de massa A a partir de um perfil de densidade de Wood-Saxon [55]:

$$n(r) = \frac{c}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)},\tag{2.1}$$

onde R é o raio do núcleo, a é um comprimento associado à espessura da superfície e a constante c é determinada de maneira que a normalização  $\int 4\pi r^2 dr n(r) = A$  seja satisfeita (veja mais detalhes no apêndice B da referência [55]). Assim, considerando uma dada seção de choque inelástica,  $\sigma_w$ , para os nucleons que compõem cada núcleo<sup>2</sup>, a interação acontece sempre que um nucleon passa a uma distância de outro nucleon menor que o raio de esferadura  $r_0 = \frac{(1-\alpha)}{2}\sqrt{\sigma_w/\pi}$ , onde  $\alpha$  é um parâmetro que controla o quanto de energia transversal é depositada na interação. A característica essencial dessa abordagem para o estudo das flutuações está relacionada ao "tamanho" destas. Por se tratar de um modelo simplificado, que não especifica nenhum mecanismo microscópico de produção de partículas que determine a distribuição inicial de densidade de energia, esta fica definida simplesmente pelas flutuações nas posições dos nucleons em cada núcleo incidente. O gráfico superior na figura 2.5 ilustra o perfil transversal da distribuição de densidade de energia produzido com um modelo MC-Glauber.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Nas energias do RHIC, a seção de choque inelástica para um nucleon é  $\sigma_w = 42$  mb [55].



**Figura 2.5:** Distribuição de densidade de energia (unidades arbitrárias) no plano transverso para três tratamentos para a condição inicial: de cima para baixo, MC-Glauber, MC-KLN e IP-Glasma. Figura adaptada da referência [53].

Nos modelos baseados em CGC/Glasma, um tratamento mais sofisticado é dado para as interações da fase de pré-equilíbrio. Na abordagem originalmente proposta por Kharzeev-Levin-Nardi [56, 59–62], conhecida como MC-KLN, a distribuição de glúons é calculada dentro de um cenário de saturação como discutido na seção 2.2 para o caso de CGC. Além de levar em conta processos físicos microscópicos que tentam justificar a rápida termalização esperada a partir das observações experimentais, o perfil da distribuição de densidade de

energia prevista nos cálculos com MC-KLN apresenta picos mais intensos e mais "finos" comparados à distribuição produzida com MC-Glauber (veja o gráfico no centro da figura 2.5).

Outra abordagem, ainda mais recente e que incorpora os últimos desenvolvimentos teóricos dos mecanismos responsáveis pela termalização inicial, é a chamada IP-Glasma [53]. A característica relevante neste modelo é que correlações de longo alcance em rapidez oriundas de tubos de fluxo de cargas de cor do cenário CGC Glasma [43] podem ser transmitidas para a evolução hidrodinâmica da fase QGP do sistema [53]. A distribuição de densidade de energia produzida pelo IP-Glasma apresenta uma estrutura ainda mais fina que a produzida pelo MC-KLN, como pode ser visto no exemplo mostrado no gráfico inferior da figura 2.5.

Neste trabalho, usamos o modelo chamado NeXuS [63] para produzir as condições iniciais. Na próxima seção daremos alguns detalhes sobre este modelo e sobre como são geradas as condições iniciais satisfazendo os pré-requisitos necessários para a evolução hidrodinâmica subsequente, que será discutida no capítulo 3.

### 2.3.2 O Modelo NeXuS

O NeXuS é um modelo microscópico baseado na teoria de Gribov-Regge [64] que faz um tratamento efetivo, usando as regras gerais de teoria de campos, para permitir múltiplas interações através de objetos fenomenológicos chamados "Pomerons" [63]. Com o NeXuS é possível produzir distribuições espaciais detalhadas do tensor de energia-momento e densidade de número bariônico, estranheza e carga, em um dado instante inicial, para qualquer par de núcleos incidentes [65].

Um ponto importante a ser destacado quando usamos um modelo microscópico para gerar a condição inicial, como o NeXuS, é que o tensor de energia-momento não representa, exatamente, um tensor para o caso de equilíbrio térmico local. De outra forma, as quadrivelocidades  $u^{\mu}$  correspondentes às densidades de corrente das quantidades conservadas,  $j^{\mu}$ , obtidas diretamente do modelo, não coincidem entre si e não coincidem com as do referencial onde o tensor de energia-momento  $T^{\mu\nu}$  é diagonal [65]. Assim, antes de calcular a evolução usando as equações da hidrodinâmica é preciso "forçar" o sistema para um estado de equilíbrio térmico local. Para isso, identifica-se o autovetor associado à densidade de energia no tensor de energia-momento como sendo a quadrivelocidade do fluido,

$$T^{\mu}{}_{\nu}u^{\nu} = \varepsilon u^{\mu}, \qquad (2.2)$$

onde  $u^{\mu}$  é a quadrivelocidade e  $\varepsilon$  é a densidade de energia. Uma vez conhecida esta quadrivelocidade, pode-se calcular as outras densidades fazendo

$$n = j^{\mu} u_{\mu}, \tag{2.3}$$

com  $j^{\mu}$  sendo as densidades de corrente das quantidades conservadas. Conhecendo-se  $\varepsilon$  e os n's, todas as outras quantidades termodinâmicas são obtidas usando-se a equação de estado [65].

Um procedimento comum e bastante útil para o estudo das flutuações evento-por-evento consiste em "suavizar" artificialmente a condição inicial produzida pelo modelo microscópico de modo a obter diferentes graus de flutuações. Isso pode ser feito tomando médias sobre várias condições iniciais. Assim, considerando um número grande de condições iniciais, é possível construir uma condição inicial totalmente suave, fazendo com que, de certa forma, as flutuações seja "desligadas". A figura 2.6 mostra um exemplo da distribuição de densidade de energia originalmente produzida pelo NeXuS (gráficos da esquerda) e um exemplo da distribuição suavizada (gráficos da direita), obtida a partir da média de 30 eventos aleatórios.



**Figura 2.6:** Distribuições de densidade de energia inicial (em GeV/fm<sup>3</sup>) produzidas com o modelo NeXuS para colisões Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV. Os gráficos da esquerda são exemplos do perfil transversal em rapidez central para colisões Au+Au e os gráficos da direita representam uma condição inicial "suavizada". Os gráficos superiores e inferiores são apenas diferentes representações das mesmas condições iniciais. Figura adaptada da referência [65].

Para realizar um estudo que correlacione as observações feitas a partir das partículas finais produzidas com os aspectos da condição inicial, é preciso caracterizar as propriedades da condição inicial de uma maneira que possa ser comparada às medidas feitas experimentalmente. Além disso, na simulação é possível ter acesso a todas as etapas da evolução do sistema, de modo que é importante estabelecer algumas medidas na condição inicial para que possam servir de referência para os resultados obtidos com técnicas empregadas nas análises de dados experimentais.

## 2.4 Caracterização da Condição Inicial

Os vários perfis de densidade de energia inicial produzidos pelos diferentes modelos irão impactar diretamente nas características das flutuações medidas nos estágios finais. Veremos no capítulo 4 os observáveis experimentais usados no estudo do fluxo azimutal anisotrópico de partículas produzidas na colisão. Estes observáveis, determinados pela decomposição harmônica da distribuição azimutal de partículas produzidas, constituem uma das principais maneiras de se explorar os efeitos de flutuações na condição inicial. Em particular, se a distribuição de matéria nuclear em cada um dos núcleos incidentes fosse dada por uma função suave, como ilustra a figura 1.3, a anisotropia da região de superposição entre os dois núcleos seria essencialmente par. Qualquer harmônico ímpar observado deve ser consequência das flutuações na condição inicial e, de fato, resultados recentes de análises experimentais indicam a presença de tais harmônicos [66–71]. Neste sentido, é importante tentar caracterizar a anisotropia geométrica inicial a partir da excentricidade e/ou grau de flutuação.

### 2.4.1 Determinação da Excentricidade

Como já foi discutido anteriormente, em primeira aproximação, a região de superposição entre os dois núcleos incidentes deve possuir uma excentricidade não nula. A figura 2.7 ilustra o plano transversal de uma colisão entre dois núcleos.



**Figura 2.7:** Esquema ilustrativo do plano transversal de uma colisão entre dois núcleos. Os círculos maiores representam os núcleos incidentes enquanto os círculos menores representam os nucleons que compõem cada núcleo. Destacado em cinza são os nucleons participantes na colisão. Figura retirada da referência [66].

Os círculos maiores delimitam a área transversal de cada um dos núcleos incidentes e os círculos menores representam os nucleons que os compõem. Em destaque, na cor cinza, são mostrados os nucleons que efetivamente participam da colisão. Note que os eixos xy (representados por linhas pontilhadas) são definidos pela geometria pré-colisão, enquanto que os eixos x'y' (representados por linhas contínuas) são definidos pela disposição dos nucleons participantes, mais especificamente, pela direção que maximiza a excentricidade da distribuição de nucleons participantes. O direção dos feixes (perpendicular ao plano da figura) define os eixos z e z', de modo que o plano determinado por xz representa o que chamamos de *plano da reação* (RP) e o plano determinado pelos eixos x'z' representa o que chamamos de *plano dos participantes* (PP).

No processo de construção da condição inicial para a evolução hidrodinâmica, podemos pensar na distribuição de densidade de energia como uma representação da distribuição dos nucleons participantes no esquema da figura 2.7. Assim, conhecendo-se a distribuição de densidade de energia inicial, independentemente do modelo usado para produzi-la, é possível

obter a excentricidade da distribuição [66]:

$$\varepsilon_{\rm RP} = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2},\tag{2.4}$$

$$\varepsilon_{\rm PP} = \frac{\sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2},\tag{2.5}$$

onde  $\varepsilon_{\rm RP}$  e  $\varepsilon_{\rm PP}$  são as excentricidades calculadas com relação aos planos da reação e dos participantes, respectivamente,  $\sigma_x^2 e \sigma_y^2$  são as variâncias e  $\sigma_{xy}$  a covariância da distribuição. De fato, o plano dos participantes é tal que  $\varepsilon_{\rm PP}$  é a máxima excentricidade e, portanto, positivamente definida. A figura 2.8 mostra as distribuições das excentricidades  $\varepsilon_{\rm RP}$  (gráfico da esquerda) e  $\varepsilon_{\rm PP}$  (gráfico da direita) em função do parâmetro de impacto da colisão (centralidade), obtidas a partir do perfil transversal da distribuição de densidade de energia produzida pelo modelo NeXuS. Diferentemente da excentricidade obtida com respeito ao plano dos



**Figura 2.8:** Distribuições das excentricidades calculadas em relação ao plano da reação (gráfico da esquerda) e em relação ao plano dos participantes (gráfico da direita), em função do parâmetro de impacto *b*, obtidas a partir do perfil transversal da distribuição de densidade de energia produzida pelo modelo NeXuS.

participantes,  $\varepsilon_{\rm RP}$  pode assumir valores negativos em virtude das flutuações iniciais. Para o caso de condições iniciais totalmente suaves, as excentricidades  $\varepsilon_{\rm RP}$  e  $\varepsilon_{\rm PP}$  devem coincidir

e, além disso, correspondem à excentricidade média obtida com relação ao plano da reação<sup>3</sup> (curva sólida mostrada no gráfico da esquerda). Entretanto, considerando que a distribuição de densidade de energia inicial, como mostrado nos gráficos da figura 2.5, pode apresentar uma estrutura muito mais complexa do que uma simples elipse, o conceito de excentricidade pode ser generalizado para harmônicos superiores. Seguindo as definições propostas na referência [69], calculamos a excentricidade generalizada  $\varepsilon_n$  como:

$$\varepsilon_n = \frac{\sqrt{\langle r_{\perp}^n \cos(n\phi) \rangle^2 + \langle r_{\perp}^n \sin(n\phi) \rangle^2}}{\langle r_{\perp}^n \rangle}, \qquad (2.6)$$

onde  $r_{\perp} = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $\phi = \operatorname{arctg}(y/x)$  são as coordenadas polares do ponto (x, y) da distribuição de densidade de energia. As médias  $\langle ... \rangle$  são calculadas sobre todo o espaço de fase em cada evento e a distribuição é sempre deslocada de maneira que o centro de massa (c.m.) coincida com a origem, ou seja,  $\langle x \rangle = \langle y \rangle = 0$ . Fazendo isso, o primeiro momento  $\varepsilon_1$  deve ser sempre nulo por construção e  $\varepsilon_2$  é equivalente à excentricidade calculada com relação ao plano dos participantes,  $\varepsilon_{PP}$  (equação 2.5). A figura 2.9 mostra o comportamento da média (gráfico superior da esquerda), do desvio-padrão (gráfico superior da direita) e do desvio relativo (gráfico inferior) das distribuições de  $\varepsilon_n$  em função de n para os primeiros harmônicos, extraídas da condição inicial produzida pelo modelo NeXuS. Diferentes centralidades de colisão são mostradas por diferentes símbolos e cores, representadas na legenda pelo parâmetro de impacto médio dos eventos considerados em cada caso. Há dois aspectos importantes a serem destacados nestes gráficos: primeiro, quanto maior o parâmetro de impacto, maior a excentricidade da forma elíptica da região de superposição entre os dois núcleos incidentes, o que define eixos de simetria para a geometria inicial e acaba contribuindo para a intensificação das excentricidades  $\varepsilon_n$ , favorecendo principalmente os harmônicos pares; segundo, é que quanto mais alto o harmônico, menor a escala da estrutura que pode ser

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Por construção, a condição inicial suave é gerada mantendo-se os eixos originais definidos pela geometria da colisão, ou seja, sempre fazendo com que o plano da reação coincida entre os eventos.



**Figura 2.9:** Média (gráfico superior da esquerda), desvio-padrão (gráfico superior da direita) e o desvio relativo (gráfico inferior) das distribuições de  $\varepsilon_n$  em função do harmônico n, extraídas da condição inicial produzida pelo modelo NeXuS.

avaliada, em relação à área total. Olhando para o gráfico do valor médio, com exceção dos dois casos mais periféricos (quadrados azuis e círculos cinzas), observamos um aumento em cada um dos harmônicos com o aumento de b, além de que o aumento é mais expressivo nos primeiros harmônicos pares ( $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_4$  e, talvez,  $\varepsilon_6$ ). Além disso, os harmônicos ímpares, cuja origem deve ser essencialmente atribuída às flutuações na distribuição de densidade de energia, apresentam um aumento gradativo na direção dos harmônicos superiores, para cada centralidade individualmente. O comportamento visto para os dois casos mais periféricos é, provavelmente, um efeito devido ao fato de que a área total de superposição diminui com o aumento de *b* mas a escala das estruturas internas se mantém a mesma, portanto, suprimindo harmônicos superiores. As mesmas tendências parecem ser observadas no gráfico do desvio-padrão. No entanto, os efeitos das estruturas da distribuição de densidade de energia ficam mais evidentes no gráfico do desvio relativo (gráfico inferior), onde é possível notar que quando não há nenhuma direção preferencial introduzida pela geometria inicial da colisão (caso mais central), o desvio relativo é praticamente constante em todos os harmônicos, enquanto que os harmônicos pares são favorecidos pela geometria inicial com o aumento de b.

O ângulo  $\Phi_n$ , definido pela direção que maximiza a excentricidade  $\varepsilon_n$  do perfil transversal da distribuição inicial de densidade de energia, pode ser obtido a partir da expressão a seguir:

$$\Phi_n = \frac{1}{n} \operatorname{arctg} \left( \frac{\langle r_{\perp}^n \operatorname{sen}(n\phi) \rangle}{\langle r_{\perp}^n \cos(n\phi) \rangle} \right), \qquad (2.7)$$

com  $\Phi_n$  podendo flutuar evento-por-evento no intervalo  $(-\pi/n, \pi/n)$ . Este ângulo pode ser usado como referência nas análises da distribuição azimutal das partículas produzidas no final da evolução do sistema. De fato, veremos que o ângulo de interesse para o estudo do fluxo anisotrópico nessas análises é definido por  $\Psi_{\varepsilon_n} = \Phi_n + \pi/n$ .

Para verificar como a direção de simetria definida pela excentricidade  $\varepsilon_n$  se correlaciona com a direção de simetria da geometria inicial da colisão, definida essencialmente pela direção do plano da reação, podemos avaliar a distribuição de  $\Psi_{\varepsilon_n} - \Psi_{RP}$ , onde  $\Psi_{RP}$  é o ângulo que o plano da reação faz com o eixo x no sistema utilizado<sup>4</sup>. A figura 2.10 mostra a distribuição dos primeiros harmônicos de  $\Psi_{\varepsilon_n}$  em relação a  $\Psi_{RP}$ . Podemos notar claramente que a orientação dos harmônicos ímpares é totalmente independente da geometria inicial, além de que, quanto mais periférica é a colisão, mais intensa é a correlação dos harmônicos pares com o plano da reação.

Nos capítulos 4 e 5, discutiremos com mais detalhes o significado do ângulo  $\Psi_{\varepsilon_n}$  e veremos como ele se relaciona com o fluxo azimutal anisotrópico das partículas finais produzidas.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Em nossas simulações, os eventos são gerados sempre com  $\Psi_{\rm RP} = 0$ .



**Figura 2.10:** Distribuição dos primeiros harmônicos de  $\Psi_{\varepsilon_n}$  para colisões centrais (gráfico da esquerda) e semi-centrais (gráfico da direita).

### 2.4.2 Decomposição Bidimensional em Funções de Fourier-Bessel

Uma metodologia para avaliar as flutuações na distribuição de densidade de energia inicial foi recentemente proposta na referência [72].

Nesta técnica, a ideia principal consiste em aplicar uma decomposição bidimensional a partir de um conjunto de funções, com variação angular e radial, que formam uma base ortogonal. Assim, da mesma forma que a excentricidade pode ser usada para classificar diferentes graus de flutuação na condição inicial, os coeficientes da decomposição bidimensional podem fornecer informações adicionais a respeito da estrutura das flutuações, ajudando a discriminar entre condições iniciais produzidas por diferentes modelos microscópicos. Discutiremos, a seguir, alguns detalhes desta decomposição bidimensional, sempre seguindo a descrição apresentada em [72].

Considere uma função  $f(r, \theta)$  de quadrado integrável e que se anula nas bordas de um disco de raio  $r_0$ . A partir de uma base ortonormal formada pelo conjunto das funções

 $\phi_{m,n}(r,\theta), f(r,\theta)$  deve admitir uma expansão convergente do tipo:

$$f(r,\theta) = \sum_{m,n} A_{m,n} \phi_{m,n}(r,\theta), \qquad (2.8)$$

$$com, \qquad \begin{cases} \phi_{m,n}(r,\theta) = \frac{1}{J_{|m|+1}(\lambda_{m,n})} J_m\left(\frac{r}{r_0}\lambda_{m,n}\right) e^{im\theta}, \\ A_{m,n} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int f(r,\theta) \phi_{m,n}^*(r,\theta) r \, dr \, d\theta, \end{cases}$$

$$(2.9)$$

onde  $A_{m,n} \in \mathbb{C}$  são os coeficientes de Fourier generalizados e  $J_{\alpha}$  são funções de Bessel do primeiro tipo, com relação de ortogonalidade dada por:

$$\int_{0}^{r_{0}} J_{\alpha}\left(\frac{r}{r_{0}}\lambda_{\alpha,n}\right) J_{\alpha}\left(\frac{r}{r_{0}}\lambda_{\alpha,n'}\right) r \, dr = \frac{r_{0}^{2}}{2}\delta_{n,n'}[J_{\alpha+1}(\lambda_{\alpha,n})]^{2}, \qquad (2.10)$$
$$\forall n, n' \in \mathbb{Z}, \, \forall \, \alpha \in \mathbb{R},$$

onde  $\lambda_{\alpha,n}$  é o *n*-ésimo zero de  $J_{\alpha}(x)$ .

A figura 2.11 mostra um exemplo da aplicação desta técnica no perfil transversal para rapidez central da distribuição de densidade de energia de um evento produzido com o código NeXuS. O gráfico da esquerda é a distribuição que queremos reproduzir e o gráfico da direita é o resultado da decomposição bidimensional. Neste caso, subtraímos da distribuição original a referência suave obtida a partir de um ensemble de eventos equivalentes, de forma que as variações observadas não são absolutas, mas sim, relativas ao caso suave. Além disso, caracterizamos a distribuição de interesse considerando os coeficientes  $A_{m,n}$  com  $m \in [-8, 8]$ e  $n \in [1, 8]$ , como proposto em [72].



**Figura 2.11:** Exemplo da aplicação da decomposição bidimensional de Fourier-Bessel em um evento produzido com o código NeXuS. O gráfico da esquerda mostra a distribuição original e o gráfico da direita, o resultado da decomposição.

Uma vez obtida a decomposição de Fourier-Bessel, pode-se explorar os coeficientes  $A_{m,n}$ para tentar caracterizar as flutuações. Seguindo o desenvolvimento apresentado na referência [72], são propostas três normas para medir diferentes aspectos das flutuações. São elas:

$$L_{2}(f) = \langle f, f \rangle^{1/2} = \left[ \sum |A_{m,n}|^{2} \right]^{1/2}, \qquad (2.11)$$
$$H_{1}(f) = \langle (-\ell^{2} \nabla^{2} + I)f, f \rangle^{1/2}$$

$$= \left\{ \left( -\ell^2 \nabla^2 + I \right) f, f \right\}^{1/2} \\= \left[ \sum \left( \frac{\ell^2 \lambda_{m,n}^2}{r_0^2} + 1 \right) |A_{m,n}|^2 \right]^{1/2},$$
(2.12)

$$M_1(f) = \langle \partial_{\theta}^2 f, f \rangle^{1/2} = \left[ \sum m^2 |A_{m,n}|^2 \right]^{1/2}, \qquad (2.13)$$

onde  $\langle a, b \rangle$  é o produto interno das funções no disco.

A primeira,  $L_2(f)$ , retorna uma medida da massa total de f.  $H_1(f)$  é chamada de norma de Sobolev e mede a "rugosidade" da função ao longo do disco, onde  $\ell$  é um comprimento característico introduzido para manter a consistência unitária. Em nossas análises seguimos a referência [72] e usamos  $\ell = 1$  fm. Finalmente,  $M_1(f)$  é uma variação da norma de Sobolev que quantifica os gradientes angulares. A figura 2.12 mostra as distribuições de cada uma das normas apresentadas nas equações 2.11, 2.12 e 2.13 para amostras de eventos produzidos com o código NeXuS em duas centralidades diferentes: central ( $\langle b \rangle = 3.2$  fm) e semi-central ( $\langle b \rangle = 7.6$  fm). Diferentes graus de irregularidade na condição inicial de cada evento foram obtidos a partir de ensembles com N eventos originais gerados pelo NeXuS, seguindo o procedimento de suavização descrito na seção 2.3.2. Dessa forma, N=1 representa o caso mais irregular e N=100 o caso mais suave. Para as três normas avaliadas observamos uma separação significativa entre as médias das distribuições para os diferentes graus de flutuação (diferentes valores de N). Os gráficos apresentados na figura 2.13 ilustram o comportamento dessas médias em função do número N de eventos considerados no ensemble para a construção da condição inicial.



**Figura 2.12:** Distribuição das normas  $L_2$ ,  $H_1$  e  $M_1$  para eventos gerados com o código NeXuS. Diferentes graus de suavidade foram produzidos a partir de ensembles com N eventos, sendo a distribuição original produzida pelo NeXuS dada pelo caso N=1. Os gráficos superiores representam eventos centrais e os inferiores eventos semi-centrais.



**Figura 2.13:** Variação dos valores médios das normas  $L_2$ ,  $H_1$  e  $M_1$  em função do número N de eventos considerados no processo de suavização da distribuição.

A vantagem em usar uma metodologia como a apresentada nesta seção para classificar o grau de flutuação na distribuição de densidade de energia inicial é que ela pode ser aplicada a qualquer outro modelo de condição inicial. Dessa forma, os resultados obtidos a partir de diferentes modelos podem ser comparados quando confrontados com as observações realizadas sobre a distribuição de partículas finais produzidas. Neste trabalho, não estamos interessados em explorar os detalhes e as diferenças entre cada uma das normas propostas em [72], mas apenas em obter uma medida para o grau de flutuação típico da distribuição inicial de densidade de energia. Assim, em nossos estudos apresentados nos próximos capítulos, utilizaremos apenas a norma  $L_2$  como referência para o grau de flutuação da condição inicial.

# Capítulo 3

# A Abordagem Hidrodinâmica

No capítulo anterior discutimos qualitativamente alguns modelos de condição inicial que tentam descrever a rápida termalização do sistema que ocorre nos instantes logo após a colisão. Vimos também que, independentemente dos mecanismos envolvidos na fase de préequilíbrio, flutuações evento-por-evento estão sempre presentes e são de fundamental importância para estudar as propriedades da condição inicial. Neste capítulo, introduziremos o tratamento hidrodinâmico usado para descrever a evolução coletiva do sistema de quarks e glúons após a termalização. As considerações feitas nessa etapa podem afetar significativamente os aspectos das flutuações observadas a partir das partículas finais produzidas na colisão. Neste trabalho, destacaremos alguns detalhes da evolução do sistema a partir da hidrodinâmica ideal relativística, seguindo a implementação empregada no código SPheRIO.

## 3.1 Hidrodinâmica Ideal Relativística

A descrição hidrodinâmica da evolução do sistema criado em colisões de íons pesados relativísticos consiste, na verdade, de um tratamento fenomenológico para conectar o estado inicial do sistema, a partir do momento que este atinge o equilíbrio termodinâmico ( $\tau_0 \sim 1$ fm/c), ao estado final, quando acontecem a hadronização e o desacoplamento das partículas produzidas. Um dos motivos do uso da hidrodinâmica ao invés da descrição por primeiros princípios a partir da QCD, é a dificuldade em tratar as equações 1.1 e 1.2 nas condições criadas em colisões nucleares [73]. Além disso, o sucesso apresentado na descrição de resultados experimentais [16, 29, 31, 74–79] tem contribuído para o desenvolvimento cada vez mais detalhado de modelos que empregam os conceitos da hidrodinâmica relativística, permitindo investigar diversos aspectos da evolução do sistema.

Os requisitos fundamentais para a aplicação da hidrodinâmica relativística são:

- equilíbrio termodinâmico *local*;
- leis de conservação;
- equação de estado.

Para uma dada condição inicial, satisfeitas as condições de equilíbrio termodinâmico e estabelecendo as leis de conservação e a equação de estado, a hidrodinâmica descreve a evolução espaço-temporal das variáveis termodinâmicas do sistema até o desacoplamento.

Nos desenvolvimentos apresentados a seguir, usaremos a notação usual em relatividade, com coordenadas no espaço de Minkowsky dadas por  $x = \{x^0, \mathbf{x}\}$  e métrica  $g_{\mu\nu} = \text{diag}$  $\{1, -1, -1, -1\}$ . Além disso, excepcionalmente para este capítulo, utilizaremos unidades naturais, com  $c = k_B = \hbar = 1$ , de forma a facilitar a identificação da expressões apresentadas com a literatura de referência.

### 3.1.1 Condição de Equilíbrio

A condição fundamental para a aplicação da hidrodinâmica é a de equilíbrio termodinâmico local [65], ou seja, as quantidades termodinâmicas em cada ponto do espaço devem variar de forma tão lenta que se pode considerar o sistema em equilíbrio nas vizinhanças do ponto. Outra condição geral é que o livre caminho médio das partículas seja muito menor que todas as dimensões características do sistema [54]. Considerando X uma quantidade termodinâmica

qualquer (temperatura, pressão, etc.), podemos escrever as afirmações acima como [80]:

$$\left|\frac{1}{X}\frac{dX}{dt}\right| \ll \frac{1}{\tau_m} \quad \mathbf{e} \quad \left|\frac{1}{X}\nabla X\right| \ll \frac{1}{l_m},\tag{3.1}$$

onde  $\tau_m$  é o tempo médio entre duas colisões sucessivas entre partículas e  $l_m$  é o livre caminho médio. Assim, as escalas temporal  $\tau_h$  e espacial  $l_h$  da hidrodinâmica devem ser tais que [80]:

$$\tau_m \ll \tau_h \quad \mathbf{e} \quad l_m \ll l_h. \tag{3.2}$$

Na aproximação de fluido ideal, o sistema criado em uma colisão nuclear relativísitica expande adiabaticamente, aumentando seu volume e se resfriando, até que, em um determinado momento, as condições 3.2 deixam de ser satisfeitas e a evolução hidrodinâmica é cessada. Neste ponto, ocorre o que é chamado de desacoplamento e as partículas produzidas se propagam livremente até os detectores [65]. Na seção 3.1.4 discutiremos sobre alguns critérios usados para o desacoplamento do sistema. A seguir, introduziremos as equações básicas para a aplicação da hidrodinâmica relativística.

#### 3.1.2 Equações de Movimento

Dada uma condição inicial adequada contendo o tensor de energia-momento  $T^{\mu\nu}(x)$  e as densidades de corrente das quantidades conservadas  $j_i^{\mu}(x)$ , a evolução hidrodinâmica é de-terminada pela equação de estado e pelas leis de conservação [65, 73, 81]:

$$\partial_{\nu}T^{\mu\nu}(x) = 0, \tag{3.3}$$

$$\partial_{\mu}N_{i}^{\mu}(x) = 0, \qquad (3.4)$$

onde, 
$$\begin{cases} T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu}, \\ N_i^{\mu} = n_i u^{\mu}, \end{cases}$$
(3.5)

com  $\varepsilon$  sendo a densidade de energia, p a pressão,  $n_i$  a densidade da *i*-ésima quantidade conservada e  $u^{\mu} = \gamma(1, \mathbf{v})$  as quadrivelocidades (veja as equações 2.2 e 2.3), todas dadas no referencial próprio do elemento de fluido [54, 65]. A dedução das equações 3.3, 3.4 e 3.5 pode ser encontrada na referência [82]. Em colisões de íons pesados, as quantidades relevantes que devem ser conservadas são: o número bariônico, B, estranheza, S, e carga elétrica, Q, (ou a terceira componente do isospin,  $I_3$ ) [65].

### 3.1.3 A Equação de Estado

O último ingrediente faltante é a equação de estado,  $p(\varepsilon, \{n_i\})$ , que relaciona as densidades de energia e grandezas conservadas à pressão. A equação de estado para a descrição hidrodinâmica da evolução da matéria nuclear em altas energias é, em geral, determinada a partir de cálculos de QCD na rede combinados com modelos de gás de hádrons [73, 83, 84].

Um aspecto fundamental que deve ser levado em conta na construção da equação de estado é a transição de fase entre o plasma de quarks e glúons (QGP) e um gás de hádrons (HG). Entretanto, uma das dificuldades na obtenção da equação de estado para a fase QGP é que os cálculos de QCD na rede são, geralmente, restritos a valores de potencial químico bariônico,  $\mu_B$ , muito próximos de zero, o que limita bastante sua empregabilidade [80]. Na prática, em modelos de simulação de evolução hidrodinâmica, a equação de estado é construída a partir de modelos efetivos baseados nos resultados de QCD na rede, permitindo a extrapolação para  $\mu_B > 0$  e, até mesmo, levar em conta diferentes aspectos da transição entre as fases partônica e hadrônica.

A estratégia básica utilizada na construção de uma equação de estado fenomenológica para a descrição hidrodinâmica da matéria nuclear em colisões de íons pesados relativísticos consiste em determinar as equações de estado para um gás de hádrons e para um gás de quarks e glúons e, então, estabelecer critérios para a transição de fases. No primeiro caso, o tratamento das interações entre hádrons em altíssimas energias pode ser aproximado para um gás ideal<sup>1</sup>. Para a fase partônica, um termo para a pressão do vácuo é introduzido através do emprego de *Bag Models* [10, 85], de modo que  $\varepsilon \rightarrow (\varepsilon + k_{bag})$  e  $p \rightarrow (p - k_{bag})$ , onde a constante  $k_{bag}$  é ajustada de forma a fazer com que a pressão na fase partônica coincida com a pressão do gás de hádrons para a temperatura crítica  $T_C$ , ou seja,  $p_{QGP}(T_C) = p_{HG}(T_C)$ [65, 73, 80]. Em especial, resultados recentes sugerem que a transição de fase ocorra para densidade de energia e temperatura críticas de  $\varepsilon_C \sim 1$  GeV/fm<sup>3</sup> e 155 <  $T_C$  < 175 MeV [86], e que se trata de uma transição *crossover* para  $\mu_B \sim 0$  e de primeira ordem para  $\mu_B > 0$ [80, 87].

O desenvolvimento detalhado da construção de uma equação de estado que leve em conta os aspectos importantes para um estudo quantitativo da evolução hidrodinâmica do sistema criado em colisões nucleares relativísticas está fora do escopo deste trabalho. Deixamos como sugestão de leitura complementar para um maior aprofundamento no assunto as referências [54, 65, 73, 80, 83, 86].

#### **3.1.4** Critérios de Desacoplamento

A última etapa na evolução hidrodinâmica do sistema é o desacoplamento, ou seja, o momento em que as partículas constituintes do sistema deixam de se comportar coletivamente e passam a se propagar livremente. O desacoplamento acontece em virtude da expansão do sistema que faz com que tanto a temperatura quanto a densidade diminuam até atingirem valores críticos, em geral determinados pelo limite hidrodinâmico (equação 3.2).

Na maioria das aplicações da hidrodinâmica em colisões nucleares relativísticas a estratégia utilizada na conversão do cenário hidrodinâmico para o cenário de partículas livres é baseado no processo proposto por Fred Cooper e Graham Frye [88]. No formalismo de Cooper-Frye é considerada uma hipersuperfície  $\Sigma$  de espessura infinitesimal definida por

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Em uma abordagem mais sofisticada, considerações como a inclusão de ressonâncias, correções devido a volume excluído e a conservação dos números quânticos relevantes devem ser levadas em conta [65].

um critério de *freeze-out*, em geral caracterizado por uma temperatura  $T_{FO}$ , de forma que, quando o elemento de fluido atravessa a superfície, partículas são formadas e não interagem mais além deste ponto, carregando informações das condições de onde e quando foram criadas. O espectro final invariante é, então, dado por [65]:

$$E\frac{d^3N}{dp^3} = \int_{\Sigma} d\Sigma_{\mu} p^{\mu} f(x, p), \qquad (3.6)$$

onde  $d\Sigma_{\mu}$  é o vetor normal ao elemento de superfície de *freeze-out* e f(x, p) é a função de distribuição no espaço de fase [73, 86].

A hipótese de uma única temperatura (ou superfície) de desacoplamento do sistema, no entanto, pode ser uma aproximação não realista para a descrição do sistema em rápida expansão criado nas colisões nucleares. Uma alternativa simplificada para se estender o tratamento do processo de *freeze-out* consiste na subdivisão do desacoplamento em uma fase "química" e outra posterior "cinética" (ou térmica). Neste caso, uma temperatura de *freeze-out* químico,  $T_{ch}$ , determina o momento em que se cessam os espalhamentos inelásticos entre os hádrons, fixando as densidades de cada espécie, enquanto que uma temperatura de *freeze-out* cinético,  $T_{kin}$ , determina o término dos espalhamentos elásticos e o espectro de momento não é mais alterado [80] (veja um esquema ilustrativo na figura 2.1). Uma abordagem um pouco mais elaborada para o critério de desacoplamento, chamada de "Emissão Contínua" [89], trata a temperatura de *freeze-out*,  $T_{FO}$ , como um valor médio, permitindo que o desacoplamento possa ocorrer em qualquer região do volume espaço-temporal do sistema, pesado por uma probabilidade de escape  $\mathcal{P}(x, p)$  [65, 80].

Após o desacoplamento, a evolução hidrodinâmica está completa. No entanto, antes de se obter um conjunto de partículas finais como em um evento real, é preciso calcular os decaimentos dos hádrons instáveis. A partir de então, é possível fazer comparações com as observações experimentais.
## 3.2 O Fluxo Anisotrópico

Uma das principais evidências da evolução coletiva do sistema criado em colisões de íons pesados relativísticos é a observação experimental do fluxo anisotrópico, caracterizado pelos coeficientes de Fourier da decomposição da distribuição azimutal das partículas produzidas (discutiremos os observáveis de fluxo anisotrópico em detalhes no capítulo 4).

Considere, por exemplo, uma colisão não central como mostrada na ilustração da esquerda na figura 3.1. A anisotropia geométrica da área de superposição entre os dois núcleos incidentes, ignorando as flutuações internas devido às posições dos nucleons participantes, é predominantemente elíptica.



**Figura 3.1:** Ilustrações esquemáticas de uma colisão não central, destacando a região elíptica da área de superposição entre os núcleos incidentes na figura da esquerda e o perfil da distribuição das partículas finais produzidas para diferentes valores de momento transversal. Figura retirada da referência [90].

Se o sistema evolui coletivamente (hidrodinamicamente), os gradientes de pressão devem ser maiores ao longo do plano da reação do que perpendicularmente a ele. Dessa forma, a anisotropia espacial inicial deve ser convertida em uma anisotropia de momento na distribuição das partículas finais, como é mostrado na ilustração da direita na figura 3.1 [90]. Neste exemplo simplificado, destacamos apenas a assimetria elíptica da geometria inicial sendo convertida em fluxo elíptico das partículas produzidas. Da mesma forma, se considerarmos também as flutuações na densidade de energia que surgem devido à disposição dos nucleons participantes no momento da colisão, é natural pensarmos que tais estruturas também afetam o perfil final do fluxo de partículas. Explorar os efeitos dessas flutuações para tentar correlacioná-los às flutuações da condição inicial é um dos principais objetivos de trabalho. Para isso, utilizamos o modelo de simulação de evolução hidrodinâmica SPheRIO associado ao código NeXuS para estudar eventos de colisão Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. A seguir daremos alguns detalhes sobre este código.

### 3.3 O Código NeXSPheRIO

O NeXSPheRIO é um código de simulação de eventos de colisões nucleares relativísticas formado pela combinação do gerador de eventos NeXuS [63] e do código de evolução hidrodinâmica SPheRIO<sup>2</sup> [65, 91, 92]. O código NeXuS faz o tratamento da fase de pré-equilíbrio (veja detalhes na seção 2.3.2) e fornece as informações relevantes para a condição inicial que é usada pelo código SPheRIO para calcular a evolução hidrodinâmica do sistema.

O SPheRIO é um modelo baseado em hidrodinâmica relativística ideal, em (3+1) dimensões, que utiliza o método numérico conhecido como *Smoothed-Particle Hydrodynamics* (SPH). Este método foi originalmente proposto para aplicações em astrofísica [93, 94] e, posteriormente, estendido para o estudo de colisões nucleares relativísticas [91, 92]. A ideia consiste em parametrizar as distribuições de densidades contínuas de quantidades extensivas em termos de somas de funções base que se anulam em todo espaço, exceto em uma região finita de interesse. Considere, por exemplo, a densidade de uma quantidade extensiva dada por:

$$a(\mathbf{r},t) = \int a(\mathbf{r}',t)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}',$$
(3.7)

onde  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  é a função delta de Dirac. Neste ponto, duas aproximações importantes são introduzidas. A primeira consiste em substituir a função  $\delta$  de Dirac por uma função suave W

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Smoothed Particle hydrodynamic evolution of Relativistic heavy IOn collisions

de forma que:

$$a(\mathbf{r},t) \to \tilde{a}(\mathbf{r},t) = \int a(\mathbf{r}',t) W(\mathbf{r}-\mathbf{r}';h) d^3\mathbf{r}', \qquad (3.8)$$

com, 
$$\begin{cases} \int W(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' = 1 \\ W(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \to 0, \quad \text{para} \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| > h \end{cases}$$
(3.9)

onde *h* define a escala do suporte finito de *W*. A segunda aproximação está relacionada ao aspecto prático do tratamento numérico e consiste em substituir a integral em 3.8 por uma soma finita sobre um conjunto discreto de pontos { $\mathbf{r}_i, i = 1, ..., N$ }:

$$\tilde{a}(\mathbf{r},t) \to a_{SPH}(\mathbf{r},t) = \sum_{i}^{N} A_{i} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i};h), \qquad (3.10)$$

onde os pesos  $A_i$  são escolhidos de maneira a minimizar a diferença entre  $\tilde{a}(\mathbf{r}, t)$  e  $a_{SPH}(\mathbf{r}, t)$ em cada ponto. Dessa forma, a densidade contínua  $a(\mathbf{r}, t)$  é representada por uma soma finita de unidades dinâmicas centradas em  $\mathbf{r}_i$  e que carregam a quantidade  $A_i$ , tal que  $\sum_i^N A_i$  é o valor total da quantidade A do sistema. Essas unidades dinâmicas com volumes da ordem de  $h^3$  são chamadas de "partículas SPH". No algoritmo utilizado no código SPheRIO, uma vez dada a condição inicial, as partículas SPH evoluem no tempo até que sejam satisfeitos os critérios de desacoplamento (*freeze-out*). Uma das grandes vantagens do código é que o tratamento pode ser aplicado para qualquer geometria da condição inicial, característica particularmente útil para estudar as flutuações evento-por-evento que surgem no processo de termalização do sistema.

O código NeXSPheRIO possui diversos parâmetros que controlam a evolução do sistema, além de diferentes opções para equação de estado e critérios de desacoplamento. Não entraremos nos detalhes do algoritmo nesta tese e indicamos a referência [80] para uma descrição mais detalhada. A versão do código utilizada neste trabalho é identificada por 200806021200BR e alguns parâmetros do modelo que julgamos ser relevantes para especificar os eventos gerados para os estudos realizados nesta tese estão listados abaixo:

• Resolução tridimensional da condição inicial:

$$\rightarrow dx = dy = 16/25 = 0.64$$
 fm, para:  $-8.0 < x, y < 8.0$  fm

$$\rightarrow d\eta = 12/25 = 0.48$$
, para:  $-6.0 < \eta < 6.0$ .

- Instante de transferência NeXuS-SPheRIO:  $\tau_{trans} = 1.00$  fm.
- Passo temporal da evolução:  $d\tau = 0.25$  fm.
- Dimensão h da célula SPH: hxy = 1.0 fm,  $h\eta = 1.0$ .
- Número inicial de partículas SPH:  $\sim 10000$  (eventos centrais).

Diversos estudos já foram feitos com o NeXSPheRIO e os resultados são bastante satisfatórios [78, 95–102]. Neste estudo, utilizamos uma opção de equação de estado composta por uma fase de gás de resonâncias hadrônicas (incluindo estranheza) e uma fase de gás de quarks e glúons (*MIT Bag Model*), conectadas via transição de fase de primeira ordem (veja os detalhes na referência [65]). O critério adotado para o desacoplamento do sistema no final da evolução hidrodinâmica foi o de *freeze-out* químico e cinético em diferentes temperaturas. Os valores de  $T_{ch}$  e  $T_{kin}$  utilizados variam de 0.146 e 0.136 GeV, respectivamente, para colisões centrais, até 0.156 e 0.150 GeV para colisões periféricas.

A partir dos eventos gerados com o código NeXSPheRIO podemos analisar tanto a condição inicial quanto as partículas finais, evento-por-evento, e tentar estabelecer correlações entre os dois estágios, especialmente interessantes em um cenário com flutuações.

## Capítulo 4

## **Observáveis Experimentais**

Um dos resultados mais interessantes em experimentos de colisão de íons pesados relativísticos é a observação de um forte comportamento coletivo do sistema, evidenciado pela distribuição azimutal anisotrópica do fluxo de partículas produzidas. De modo geral, os observáveis experimentais que possibilitam esses estudos da anisotropia se baseiam na correlação angular das partículas medidas. Neste capítulo, vamos introduzir alguns dos principais procedimentos usados experimentalmente para estudar a correlação angular de partículas em colisões de íons pesados relativísticos, em particular, as técnicas de cálculo do parâmetro de fluxo elíptico,  $v_2$ , e discutir como esses observáveis nos ajudam a inferir as propriedades da condição inicial.

# 4.1 Decomposição Harmônica da Anisotropia Azimutal da Produção de Partículas

Considerando uma colisão não central de íons pesados relativísticos, a geometria da região de superposição entre os núcleos incidentes (veja a seção 1.2.2) é essencialmente elíptica. Para uma expansão coletiva do sistema como discutida no capítulo 3, esta anisotropia espacial é

transferida para uma anisotropia de momento no estágio final da evolução. Assim, podemos quantificar a dependência azimutal da emissão de partículas pelo sistema criado na colisão descrevendo a distribuição azimutal de partículas produzidas como uma expansão em séries de Fourier [103, 104]:

$$E\frac{d^{3}N}{d^{3}p} = \frac{1}{2\pi p_{t}}\frac{d^{2}N}{dydp_{t}}\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_{n}\cos\left(n\left[\phi - \Psi_{\rm RP}\right]\right)\right),\tag{4.1}$$

onde E é a energia da partícula,  $p_t$  é o momento transversal,  $\phi$  é o ângulo azimutal, y é a rapidez, e  $\Psi_{\rm RP}$  é o ângulo do plano da reação. O fator 2 multiplicando cada coeficiente de Fourier na equação acima foi proposto em [103] para tornar o significado de  $v_n$  mais transparente nos cálculos. Para a distribuição azimutal de partículas, então, os coeficientes  $v_n$  podem ser obtidos fazendo-se:

$$v_n \approx \langle \cos \left( n \left[ \phi - \Psi_{\rm RP} \right] \right) \rangle,$$
 (4.2)

onde  $\langle ... \rangle$  denotam médias tomadas primeiro sobre o conjunto de partículas em cada evento e depois sobre vários eventos. Os primeiros coeficientes,  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  são comumente chamados de fluxo direcionado, fluxo elíptico e fluxo triangular, respectivamente. O coeficiente  $v_1$  pode ser interpretado como sendo o resultado do movimento de uma fonte efetiva de partículas no plano transverso<sup>1</sup> [105], enquanto que os coeficientes  $v_2$  e  $v_3$  refletem a forma da assimetria a que são sensíveis. A figura 4.1 ilustra, por exemplo, a deformação em relação a um círculo unitário para diferentes valores de  $v_2$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>No referencial de repouso da fonte, o primeiro coeficiente da distribuição azimutal seria zero.



**Figura 4.1:** Gráfico polar ilustrando a deformação com relação a um círculo unitário para dois valores diferentes do coeficiente  $v_2$ . Figura retirada da referência [106].

Os coeficientes de fluxo são, em geral, funções do momento transversal e da rapidez das partículas consideradas,  $v_n(p_t, y)$ . Chamamos  $v_n$  de fluxo diferencial do *n*-ésimo harmônico. Podemos, também, calcular o fluxo médio ponderado pelo espectro invariante:

$$v_n \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dy \int_0^{\infty} dp_t \, v_n(p_t, y) \frac{1}{2\pi p_t} \frac{d^2 N}{dy dp_t}}{\int_{-\infty}^{\infty} dy \int_0^{\infty} dp_t \frac{1}{2\pi p_t} \frac{d^2 N}{dy dp_t}}.$$
(4.3)

Neste caso, nos referimos ao resultado como fluxo integrado.

A partir do desenvolvimento exposto até aqui, o estudo da anisotropia azimutal da produção de partículas deveria ser um procedimento trivial. No entanto, o ângulo do plano da reação  $\Psi_{\rm RP}$  não pode ser controlado experimentalmente e, portanto, precisa ser determinado a partir das partículas medidas. Diversos métodos têm sido propostos para estimar os coeficientes  $v_n$  em dados experimentais [103, 104, 107–114]. Neste trabalho, vamos nos restringir aos métodos do plano do evento e dos cumulantes, que serão tratados com maiores detalhes nas próximas seções. Antes disso, porém, vamos definir também as medidas de  $v_n$  em relação ao plano da reação (RP) e em relação à excentricidade da condição inicial  $\varepsilon_n$  (veja a definição na seção 2.4.1):

$$v_n\{\mathrm{RP}\} = \langle \cos \left( n \left[ \phi - \Psi_{\mathrm{RP}} \right] \right) \rangle, \tag{4.4}$$

$$v_n\{\varepsilon_n\} = \langle \cos (n [\phi - \Psi_{\varepsilon_n}]) \rangle.$$
(4.5)

onde  $\Psi_{\rm RP}$  é o ângulo do plano da reação e  $\Psi_{\varepsilon_n}$  é o ângulo referente à excentricidade de ordem  $n, \operatorname{com} n \geq 2$ , obtida da distribuição inicial de densidade de energia<sup>2</sup>. Obviamente, tais medidas não podem ser feitas experimentalmente, mas em um estudo com eventos simulados, onde podemos ter acesso à condição inicial,  $v_n \{\mathrm{RP}\}$  e  $v_n \{\varepsilon_n\}$  podem ser boas referências para comparar com as estimativas obtidas com os métodos experimentais. De fato, em um cenário com flutuações evento-por-evento, o conceito de plano da reação perde seu significado físico, e a assimetria inicial do sistema é, na verdade, associada à excentricidade  $\varepsilon_n$ . Em particular, para o caso de n = 2, o plano de simetria definido por  $\varepsilon_2$  é comumente chamado de "plano dos participantes" [90]. Entretanto, manteremos os cálculos de  $v_n \{\mathrm{RP}\}$  em nossas análises, sempre que julgarmos conveniente, apenas como uma referência para comparar com os resultados obtidos com outros métodos.

#### 4.1.1 Método do Plano do Evento

O método do plano do evento (EP) é usado para estimar um plano de simetria a partir da própria anisotropia azimutal do fluxo de partículas. O ângulo  $\Psi_n$  referente ao harmônico n é dado por [103, 104]:

$$\Psi_n = \frac{\operatorname{tg}^{-1}(Y_n/X_n)}{n} \quad \text{onde,} \quad \begin{cases} X_n = \sum_i w_i \cos\left(n\phi_i\right) \\ Y_n = \sum_i w_i \sin\left(n\phi_i\right) \end{cases}, \quad (4.6)$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Em nossas simulações, sempre definimos a orientação dos eixos xy no plano transverso de modo que o eixo x coincida com a direção do parâmetro de impacto da colisão, ou seja, o  $\Psi_{\rm RP}$  é sempre igual a zero.

 $w_i$  é um peso<sup>3</sup> e  $\phi_i$  é o ângulo azimutal da partícula *i*. Os coeficientes podem, então, ser estimados como:

$$v_n\{\text{EP}\} = \frac{\langle \cos [n (\phi - \Psi_n)] \rangle}{\langle \cos [n (\Psi_n - \Psi_{\text{RP}})] \rangle}.$$
(4.7)

O numerador na equação acima é chamado de fluxo observado,  $v_n^{obs}$ , e o denominador é a resolução do plano do evento. É importante notar que a equação 4.7 deve ser aplicada em eventos de aproximadamente mesma centralidade, uma vez que a resolução do plano do evento depende da multiplicidade do evento e do harmônico n. De fato, é possível modelar a resolução do plano do evento em função do parâmetro de resolução  $\chi = v_n \sqrt{M}$  [104]:

$$\mathcal{R}_{k}(\chi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\chi \exp\left(-\frac{\chi^{2}}{2}\right) \left[I_{k-1}\left(\frac{\chi^{2}}{2}\right) + I_{k+1}\left(\frac{\chi^{2}}{2}\right)\right],\tag{4.8}$$

onde M é a multiplicidade do evento e  $I_{\nu}$  são funções de Bessel modificadas de ordem  $\nu$ .

A estratégia adotada experimentalmente para obter a resolução do plano do evento consiste em dividir o evento sendo analisado em dois sub-eventos independentes de mesma multiplicidade. Como os sub-eventos devem ser positivamente correlacionados<sup>4</sup> e a resolução obtida com cada um deles deve ser a mesma, temos que [103]:

$$\left\langle \cos\left(n\left[\Psi_{n}^{A}-\Psi_{n}^{B}\right]\right)\right\rangle = \left\langle \cos\left(n\left[\Psi_{n}^{A}-\Psi_{\mathrm{RP}}\right]\right)\right\rangle \times \left\langle \cos\left(n\left[\Psi_{n}^{B}-\Psi_{\mathrm{RP}}\right]\right)\right\rangle$$
(4.9)

$$\Longrightarrow \mathcal{R}_{n,\text{sub}} = \left\langle \cos \left( n \left[ \Psi_n^{A,B} - \Psi_{\text{RP}} \right] \right) \right\rangle = \sqrt{\left\langle \cos \left( n \left[ \Psi_n^A - \Psi_n^B \right] \right) \right\rangle}$$
(4.10)

onde  $\mathcal{R}_{n,sub}$  é a resolução do sub-evento e os índices A e B representam os dois sub-eventos.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Os pesos  $w_i$  podem ser otimizados para maximizar a resolução do plano do evento. Em geral, para n = 2 pode-se utilizar  $p_t$  [104].

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Considerando que outras correlações, não relacionadas ao plano da reação, sejam desprezíveis.

Dessa forma, conhecendo a resolução do sub-evento, podemos obter o parâmetro de resolução para o sub-evento,  $\chi_{sub}$ , e calcular a resolução do evento completo usando a equação 4.8:

$$\mathcal{R}_{n,\text{full}} = \mathcal{R}_n \left( \sqrt{2} \chi_{\text{sub}} \right). \tag{4.11}$$

onde  $\mathcal{R}_{n,\text{full}}$  é a resolução do evento completo. Note que, como  $\chi \propto \sqrt{M}$  e a multiplicidade do evento completo é igual a duas vezes a multiplicidade do sub-evento, o parâmetro de resolução para o evento completo fica  $\chi = \sqrt{2}\chi_{\text{sub}}$ .

Em geral, os sub-eventos necessários para a determinação da resolução do plano do evento podem ser construídos selecionando partículas aleatoriamente ou separando-as em regiões de pseudorrapidez ou por carga. A seleção em diferentes regiões de pseudorrapidez é uma boa maneira de reduzir a contribuição de correlações de curto alcance em pseudorrapidez entre os sub-eventos, já que as correlações responsáveis pelo fluxo anisotrópico devem ser de longo alcance [104]. Outro aspecto importante do ponto de vista experimental é a correção para efeitos de eficiência e/ou aceitância<sup>5</sup> de detectores. Nesse caso, é preciso readequar as distribuições de partículas medidas de modo a remover qualquer tendência introduzida pela imperfeição do detector. Algumas técnicas bastante utilizadas são: *Phi Weighting, Recentering e Shifting*. A ideia básica dessas técnicas consiste em fazer com que a distribuição de  $\Psi_n$  seja uniforme, mas cada uma tem suas vantagens e desvantagens (veja maiores detalhes nas referências [103, 104]).

O método do plano do evento é um dos métodos mais empregados nas análises de dados experimentais e produz resultados bastante consistentes. Neste trabalho, utilizaremos o método do plano do evento para checar nossos resultados e comparar com as medidas experimentais disponíveis. Entretanto, a exploração quantitativa dos efeitos das flutuações eventopor-evento da condição inicial será feita utilizando as análises com o método dos cumulantes,

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Chamamos de "aceitância" a cobertura geométrica efetiva de detectores.

que será introduzido na próxima seção.

#### 4.1.2 Método dos Cumulantes

O método dos cumulantes para o cálculo de  $v_n$  consiste, essencialmente, em extrair os coeficientes de fluxo a partir da correlação angular direta entre partículas, sem a necessidade explícita de um plano de referência como no método do plano do evento. O argumento fundamental no desenvolvimento deste método é que, se cada partícula produzida no evento está correlacionada a alguma anisotropia global do evento definida nos instantes iniciais da colisão, então, as partículas produzidas também estarão correlacionadas entre si.

O método foi proposto originalmente por Borghini *et al* [108, 115] e tem sido bastante utilizado em análise de dados experimentais [30, 109, 111]. Utilizaremos em nossas análises e introduziremos, aqui, a abordagem conhecida como cumulantes diretos ou Q-cumulantes, proposta na referência [114]. Trata-se de uma abordagem bastante robusta, inclusive no tratamento da aceitância limitada de detectores, e de implementação simples e eficiente computacionalmente.

Vamos restringir o desenvolvimento apresentado a seguir apenas aos cumulantes de segunda e quarta ordens. Os detalhes e as fórmulas para cálculos envolvendo ordens superiores podem ser encontrados na referência [114]. Além disso, seguiremos a notação apresentada na mesma referência.

Começaremos definindo as médias, por evento, para as correlações de duas e quatro partículas:

$$\langle 2 \rangle \equiv \left\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \right\rangle \equiv \frac{1}{P_{M,2}} \sum_{i,j} e^{in(\phi_i - \phi_j)}, \qquad (4.12)$$

$$\langle 4 \rangle \equiv \left\langle e^{in(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)} \right\rangle \equiv \frac{1}{P_{M,4}} \sum_{i,j,k,l} e^{in(\phi_i + \phi_j - \phi_k - \phi_l)},$$
 (4.13)

onde M é a multiplicidade,  $P_{n,m} = n!/(n-m)!$ , e a soma  $\sum'$  deve ser feita de modo que todos os índices sejam diferentes. Em seguida, calculamos as médias sobre os eventos:

$$\langle \langle 2 \rangle \rangle \equiv \left\langle \left\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \right\rangle \right\rangle \equiv \frac{\sum_{\text{eventos}} (W_{\langle 2 \rangle})_i \langle 2 \rangle_i}{\sum_{\text{eventos}} (W_{\langle 2 \rangle})_i}, \tag{4.14}$$

$$\langle\langle 4\rangle\rangle \equiv \left\langle\left\langle e^{in(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)}\right\rangle\right\rangle \equiv \frac{\sum_{\text{eventos}} (W_{\langle 4\rangle})_i \langle 4\rangle_i}{\sum_{\text{eventos}} (W_{\langle 4\rangle})_i},\tag{4.15}$$

onde  $W_{\langle 2 \rangle}$  e  $W_{\langle 4 \rangle}$  são pesos usados para minimizar os efeitos devidos à variação de multiplicidade nos eventos usados na análise:

$$W_{\langle 2 \rangle} \equiv M(M-1), \tag{4.16}$$

$$W_{\langle 4 \rangle} \equiv M(M-1)(M-2)(M-3). \tag{4.17}$$

Seguindo o formalismo dos cumulantes para os cálculo dos coeficientes de fluxo, introduzido por Borghini *et al* [108, 115], temos:

$$c_n\{2\} = \langle \langle 2 \rangle \rangle, \tag{4.18}$$

$$c_n\{4\} = \langle \langle 4 \rangle \rangle - 2 \cdot \langle \langle 2 \rangle \rangle^2, \tag{4.19}$$

onde  $c_n\{2\}$  e  $c_n\{4\}$  são os cumulantes de segunda e quarta ordens, respectivamente. É importante salientar que as expressões apresentadas acima são aplicáveis apenas para os casos de detectores com aceitância uniforme. A generalização para casos de aceitância não uniforme pode ser encontrada na referência [114]. Uma vez conhecidos os cumulantes, os coeficientes de fluxo,  $v_n$ , podem ser obtidos usando cumulantes de diferentes ordens:

$$v_n\{2\} = \sqrt{c_n\{2\}},\tag{4.20}$$

$$v_n\{4\} = \sqrt[4]{-c_n\{4\}},\tag{4.21}$$

onde  $v_n\{2\}$  e  $v_n\{4\}$  representam os coeficientes de fluxo do *n*-ésimo harmônico obtidos a partir dos cumulantes de segunda e quarta ordens, respectivamente.

Um aspecto importante a ser destacado sobre o cálculo dos cumulantes é que, do ponto de vista de implementação computacional, são necessários *loops* dentro de *loops* tornando o processo tão mais lento quanto maior for a ordem do cumulante a ser calculado. Na abordagem dos cumulantes diretos [114], essa dificuldade dos *loops* aninhados é evitada reescrevendo-se as definições 4.12 e 4.13 em função do vetor-Q:

$$\langle 2 \rangle = \frac{|Q_n|^2 - M}{M(M-1)},$$

$$\langle 4 \rangle = \frac{|Q_n|^4 + |Q_{2n}|^2 - 2 \cdot \Re \mathfrak{e}[Q_{2n}Q_n^*Q_n^*]}{M(M-1)(M-2)(M-3)}$$

$$- 2\frac{2(M-2) \cdot |Q_n|^2 M(M-3)}{M(M-1)(M-2)(M-3)},$$

$$(4.23)$$

onde  $Q_n$  é o vetor-Q para o harmônico n, definido por:

$$Q_{n} \equiv \sum_{i=1}^{M} e^{in\phi_{i}}, \quad \begin{cases} |Q_{n}|^{2} = \sum_{i,j=1}^{M} e^{in(\phi_{i}-\phi_{j})} = M + \sum_{i,j} e^{in(\phi_{i}-\phi_{j})}, \\ |Q_{n}|^{4} = Q_{n}Q_{n}Q_{n}^{*}Q_{n}^{*} = \sum_{i,j,k,l=1}^{M} e^{in(\phi_{i}+\phi_{j}-\phi_{k}-\phi_{l})}. \end{cases}$$
(4.24)

Para obter os coeficientes do fluxo diferencial, precisamos classificar as partículas consideradas na análise em Partícula do Fluxo de Referência (ou RFP, do inglês *Reference Flow Particle*), para aquelas usadas no cálculo do fluxo de referência, e/ou Partícula de Interesse (ou POI, do inglês *Particle Of Interest*<sup>6</sup>), para as partículas com alguma característica que se deseja investigar, como por exemplo, diferentes intervalos de  $p_t$  ou rapidez. Assim, as médias

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Decidimos usar a sigla em inglês para manter a consistência da notação com a referência [114].

para as correlações de duas ou quatro partículas são:

$$\langle 2' \rangle \equiv \left\langle e^{in(\psi_1 - \phi_2)} \right\rangle$$

$$\equiv \frac{1}{m_p M - m_q} \sum_{i=1}^{m_p} \sum_{j=1}^{M} e^{in(\psi_i - \phi_j)}, \qquad (4.25)$$

$$\langle 4' \rangle \equiv \left\langle e^{in(\psi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)} \right\rangle$$

$$\equiv \frac{1}{(m_p M - 3m_q)(M - 1)(M - 2)}$$

$$\times \sum_{i=1}^{m_p} \sum_{j,k,l=1}^{M} e^{in(\psi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)}, \qquad (4.26)$$

onde  $m_p$  é o número total de partículas marcadas como POI's (que também podem ter sido marcadas como RFP's),  $m_q$  é o número total de partículas marcadas tanto como RFP's quanto como POI's, M é o número total de partículas marcadas como RFP's (que também podem ter sido marcadas como POI's),  $\psi_i$  é o ângulo azimutal da *i*-ésima partícula marcada como POI,  $\phi_j$  é o ângulo azimutal da *j*-ésima partícula marcada como RFP (mesmo que também tenha sido marcada como POI), e as somas  $\sum'$  indicam que devem ser feitas sempre tomando índices diferentes. Reescrevendo as equações 4.25 e 4.26 em termos do vetor-Q e de novas quantidades definidas como vetor-p e vetor-q:

$$\langle 2' \rangle = \frac{p_n Q n^* - m_q}{m_p M - m_q},$$

$$\langle 4' \rangle = [p_n Q_n Q_n^* Q_n^* - q_{2n} Q_n^* Q_n^* - p_n Q_n Q_{2n}^* - 2 \cdot M p_n Q_n^* - 2 \cdot m_q |Q_n|^2 + 7 \cdot q_n Q_n^* - Q_n q_n^* + q_{2n} Q_{2n}^* + 2 \cdot p_n Q_n^* + 2 \cdot m_q M - 6 \cdot m_q]$$

$$/ [(m_p M - 3m_q)(M - 1)(M - 2)],$$

$$(4.28)$$

onde, 
$$\begin{cases} p_n \equiv \sum_{\substack{i=1 \ m_q}}^{m_p} e^{in\psi_i}, \\ q_n \equiv \sum_{i=1}^{m_q} e^{in\psi_i}, \end{cases}$$
(4.29)

onde  $p_n$  é construído a partir de todas as partículas classificadas como POI e  $q_n$  é construído a partir de todas as partículas classificadas como POI e RFP. A introdução de  $q_n$  é feita para subtrair efeitos de autocorrelação.

As médias sobre vários eventos, pesadas pelas multiplicidades, são dadas por:

$$\langle \langle 2' \rangle \rangle \equiv \frac{\sum_{eventos} (w_{\langle 2' \rangle})_i \langle 2' \rangle_i}{\sum_{eventos} (w_{\langle 2' \rangle_i})_i},$$
(4.30)  
$$\langle \langle 4' \rangle \rangle \equiv \frac{\sum_{eventos} (w_{\langle 4' \rangle})_i \langle 4' \rangle_i}{\sum_{eventos} (w_{\langle 4' \rangle_i})_i},$$
(4.31)

onde os pesos  $w_{\langle 2' \rangle}$  e  $w_{\langle 4' \rangle}$  são:

$$w_{\langle 2'\rangle} \equiv m_p M - m_q, \tag{4.32}$$

$$w_{\langle 4' \rangle} \equiv (m_p M - 3m_q)(M - 1)(M - 2).$$
(4.33)

Para detectores com aceitância azimutal uniforme, os cumulantes de segunda e quarta ordens são, então, dados por:

$$d_n\{2\} = \langle \langle 2' \rangle \rangle, \tag{4.34}$$

$$d_n\{4\} = \langle \langle 4' \rangle \rangle - 2 \cdot \langle \langle 2' \rangle \rangle \langle \langle 2 \rangle \rangle.$$
(4.35)

Finalmente, as estimativas para os coeficientes de fluxo diferencial usando cumulantes de

segunda e quarta ordens, respectivamente, podem ser escritas como:

$$v_n'\{2\} = \frac{d_n\{2\}}{\sqrt{c_n\{2\}}},\tag{4.36}$$

$$v_n'\{4\} = -\frac{d_n\{4\}}{\left(-c_n\{4\}\right)^{3/4}}.$$
(4.37)

A generalização dos resultados apresentados até aqui para os casos de detectores com aceitância não uniforme pode ser encontrada na referência [114]. Nas análises realizadas neste trabalho, utilizamos apenas eventos simulados, portanto, sem nenhum efeito de não uniformidade na distribuição das partículas devido a efeitos de eficiência dos detectores, a menos que fosse nosso interesse produzir tais efeitos. Dessa forma, as fórmulas para estimar os coeficientes de fluxo apresentadas nesta seção devem ser totalmente adequadas.

### 4.2 Quantificando os Efeitos de Flutuações e Non-Flow

Considerando um caso com condição inicial totalmente suave e sem nenhum outro tipo de perturbação durante a evolução do sistema, todos os métodos usados para estimar os coeficientes de fluxo deveriam produzir os mesmos resultados. Entretanto, em um cenário com flutuações evento-por-evento, diferentes métodos podem produzir diferentes resultados e tais diferenças podem ser exploradas para investigar as características das flutuações na condição inicial.

Outro aspecto importante no estudo da anisotropia das partículas produzidas em colisões nucleares relativísticas é a presença de outras fontes de correlações que não são associadas ao plano da reação, como "jatos", decaimento de ressonâncias, efeito *Hanbury-Brown Twiss* (HBT), e conservação de momento [104, 116]. Todas essas outras correlações são, em geral, chamadas de *non-flow* e representadas por  $\delta_n$ , justamente por terem origem não relacionada à anisotropia da condição inicial. Talvez a contribuição mais relevante para o termo de *non-* *flow* seja devida aos jatos. Os jatos podem ser interpretados como um conjunto de partículas altamente colimadas e com alto momento transversal, originadas da fragmentação de pártons que tenham sofrido espalhamento "duro" durante a interação inicial da colisão. No próximo capítulo, daremos uma atenção especial aos efeitos devidos a jatos nas estimativas dos coeficientes de fluxo elíptico,  $v_2$ , a partir de um modelo simplificado de duas componentes, em que inserimos jatos independentes em eventos simulados com o código NeXSPheRIO. Por enquanto, vamos apresentar como a contribuição de *non-flow* pode ser minimizada ou quantificada nos métodos apresentados para o estudo do fluxo anisotrópico. Além disso, vamos restringir os desenvolvimentos apresentados a seguir apenas ao caso de n = 2, ou seja, apenas para as medidas do fluxo elíptico que, como já dissemos anteriormente, costuma ser a componente mais relevante.

Apresentamos, na seção anterior, o método do plano do evento e o método dos cumulantes para estudar o fluxo anisotrópico das partículas produzidas na colisão. O primeiro apresenta uma dependência com flutuações um pouco mais complicada de ser tratada. Alguns estudos [66, 117] sugerem que essa dependência possa ser do tipo  $v_2 \{EP\} = \langle v_2^{\alpha} \rangle^{1/\alpha}$ , com o parâmetro  $\alpha$  variando de 1 a 2, de modo que  $\langle v_2 \rangle \leq v_2 \{EP\} \leq \sqrt{\langle v_2^2 \rangle}$ . A contribuição devida a *non-flow* também é difícil de ser quantificada, mas pode ser minimizada dependendo do procedimento adotado na aplicação do método, como obter o plano do evento e o coeficiente de fluxo em diferentes intervalos de pseudorrapidez, restringir o momento transversal das partículas usadas no cálculo do plano do evento (já que  $\delta_n$  deve ser mais relevante em altos valores de  $p_t$ ), além de outras estratégias [103, 104]. Já o método dos cumulantes permite um tratamento mais direto dos efeitos de flutuações, além de que a contribuição devida a *non-flow* se torna menos relevante quanto maior a ordem do cumulante usada para estimar os coeficientes de fluxo. Definimos o termo de flutuação nas estimativas dos coeficientes de fluxo como:

$$\sigma_{v_2}^2 \equiv \langle v_2^2 \rangle - \langle v_2 \rangle^2, \tag{4.38}$$

onde  $v_2$  representa o valor teórico do coeficiente de fluxo elíptico, obtido em relação à direção do plano definido pela excentricidade inicial (plano dos participantes). Assim, considerando flutuações gaussianas [118], podemos reescrever as definições 4.20 e 4.21 como:

$$v_2\{2\}^2 = \langle v_2^2 \rangle,$$
 (4.39)

$$v_2\{4\}^4 = 2\langle v_2^2 \rangle^2 - \langle v_2^4 \rangle, \tag{4.40}$$

onde  $\langle v_2^2 \rangle$  pode ser reescrito usando a equação 4.38, e  $\langle v_2^4 \rangle = \langle v_2 \rangle^4 + 6 \langle v_2 \rangle^2 \sigma_{v_2}^2$  [119]. Assim, desprezando, por enquanto, o termo de *non-flow*, temos:

$$v_{2}\{2\}^{2} = \langle v_{2} \rangle^{2} + \sigma_{v_{2}}^{2}, \qquad (4.41)$$

$$v_{2}\{4\}^{2} = \sqrt{\langle v_{2} \rangle^{4} - 2\langle v_{2} \rangle^{2} \sigma_{v_{2}}^{2} + 2\sigma_{v_{2}}^{4}}$$

$$= \langle v_{2} \rangle^{2} \sqrt{1 - 2\frac{\sigma_{v_{2}}^{2}}{\langle v_{2} \rangle^{2}} + 2\frac{\sigma_{v_{2}}^{4}}{\langle v_{2} \rangle^{4}}}$$

$$\approx \langle v_{2} \rangle^{2} \sqrt{1 - 2\frac{\sigma_{v_{2}}^{2}}{\langle v_{2} \rangle^{2}}} \approx \langle v_{2} \rangle^{2} \left(1 - \frac{\sigma_{v_{2}}^{2}}{\langle v_{2} \rangle^{2}}\right), \qquad (4.42)$$

onde consideramos na última aproximação da segunda equação uma expansão até primeira ordem em  $\sigma_{v_2}^2$  [104, 117–119].

A contribuição devida a correlações tipo *non-flow* nas estimativas do fluxo elíptico é, em geral, suprimida em potências da multiplicidade M de partículas [120]. Em particular, para  $v_2\{2\}$  e  $v_2\{4\}$ , o termo de *non-flow* deve escalonar com  $1/\sqrt{M}$  e  $1/M^{3/4}$ , respectivamente. Dessa forma, levando em conta o termo  $\delta_2$  apenas em  $v_2\{2\}$  e desprezando-o em  $v_2\{4\}$ , podemos aproximar os coeficientes de fluxo elíptico obtidos a partir dos cumulantes de segunda e quarta ordens, respectivamente, por:

$$v_2\{2\}^2 \approx \langle v_2 \rangle^2 + \sigma_{v_2}^2 + \delta_2,$$
 (4.43)

$$v_2\{4\}^2 \approx \langle v_2 \rangle^2 - \sigma_{v_2}^2.$$
 (4.44)

É importante notar que as aproximações em 4.43 e 4.44 são válidas para  $\sigma_{v_2}/\langle v_2 \rangle \ll 1$ e momentos de ordem superior desprezíveis (flutuações gaussianas). Em particular, para colisões muito periféricas, os momentos superiores da distribuição de  $v_2$  podem contribuir significativamente para  $v_2$ {4}, além de que  $v_2$  pode se tornar muito pequeno nos casos muito centrais.

A partir das equações 4.43 e 4.44, podemos notar que, tomando a diferença entre os quadrados de  $v_2{2}$  e  $v_2{4}$ , obtemos uma quantidade proporcional à flutuação e ao *non-flow* [117, 118]:

$$v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2 \approx 2\sigma_{v_2}^2 + \delta_2.$$
 (4.45)

Outra combinação útil para investigar as flutuações nos coeficientes de fluxo elíptico é dada por:

$$R_{v_2} = \sqrt{\frac{v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2}{v_2\{2\}^2 + v_2\{4\}^2}} \approx \sqrt{\frac{2\sigma_{v_2}^2 + \delta_2}{2\langle v_2 \rangle^2 + \delta_2}}.$$
(4.46)

Neste caso, se a contribuição devida ao *non-flow* for muito menor que  $2\sigma_{v_2}^2 e 2\langle v_2 \rangle^2$ , podemos interpretar  $R_{v_2}$  como uma medida da flutuação relativa:

$$R_{v_2} \approx \frac{\sigma_{v_2}}{\langle v_2 \rangle}.\tag{4.47}$$

Com as equações 4.45 e 4.47, definimos dois observáveis para estimar a magnitude dos efeitos de flutuações e do *non-flow*. Embora não seja trivial separar esses efeitos a partir

dos métodos apresentados aqui, é possível tentar suprimir os efeitos de *non-flow* usando algumas estratégias de análise, como correlacionar apenas partículas com grande separação em rapidez. Entretanto, também é bastante complicado quantificar essa supressão em função do corte em *y* imposto. De qualquer forma, é esperado que a contribuição devida ao *non-flow* seja pequena, de modo que podemos interpretar os observáveis apresentados nesta seção como, ao menos, um limite superior para os efeitos das flutuações [104, 121]. No próximo capítulo, vamos mostrar nossos resultados sobre o estudo das flutuações na medida do fluxo elíptico usando eventos simulados com o código NeXSPheRIO, e também daremos uma atenção especial à contribuição devida ao *non-flow* a partir de um modelo simplificado de duas componentes, onde introduzimos artificialmente correlações não associadas à condição inicial.

## Capítulo 5

## Análises e Resultados

Neste capítulo apresentaremos os resultados obtidos a partir de análises de fluxo anisotrópico realizadas utilizando-se eventos simulados pelo modelo NeXSPheRIO, com especial atenção ao coeficiente  $v_2$ . Nosso principal objetivo é explorar os efeitos sobre os observáveis experimentais devidos às flutuações na condição inicial e à presença de "jatos". Sempre que possível, confrontaremos nossos resultados com os resultados experimentais mais recentes.

### 5.1 Conjuntos de Eventos Utilizados

O NeXSPheRIO, descrito nas seções 2.3.2 e 3.3, é um modelo de evolução hidrodinâmica ideal em (3+1) dimensões que usa as condições iniciais produzidas pelo código NeXuS e gera um conjunto de partículas finais, permitindo, portanto, que se efetue uma análise de dados similar às análises efetuadas em eventos reais. Uma das características do NeXSPhe-RIO que o torna bastante conveniente para as análises apresentadas aqui é que ele permite a utilização de condições iniciais com diferentes graus de flutuação, possibilitando uma investigação sistemática dos efeitos que podem surgir nos observáveis finais, obtidos seguindo procedimentos similares aos utilizados nas análises experimentais.

As amostras utilizadas neste estudo foram produzidas para colisões de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} =$ 

200 GeV. Dividimos os eventos produzidos de acordo com as classes de centralidades (veja a seção 1.2.2) mostradas na tabela 5.1, onde para cada classe, ao menos 50 mil eventos foram gerados para condições iniciais totalmente suaves e flutuantes. A figura 5.1 mostra as dis-

Centralidade	Intervalo de $b^{\dagger}$	$\langle dN_{ch}/d\eta angle$	$\overline{\langle dN_{ch}/d\eta angle}$
	( <b>fm</b> )	(CI Suave)	(CI Flutuante)
0-10%	0,00 - 4,78	610,1	578,6
10 - 20%	4,78 - 6,77	417,3	393,8
20 - 30%	6,77 - 8,29	294,8	272,0
30-40%	8,29 - 9,57	199,9	182,4
40-60%	9,57 - 11,72	102,1	90,3
60 - 80%	11,72 - 13,53	33,7	28,0

**Tabela 5.1:** Classes de centralidade das amostras produzidas com o modelo NeXSPheRIO usadas no estudo.

<sup>†</sup>Parâmetro de impacto da colisão.



**Figura 5.1:** Distribuições do número de partículas carregadas produzidas na região central de pseudorrapidez para eventos com condição inicial suave (esquerda) e flutuante (direita), em cada uma das classes de centralidade da colisão consideradas. As setas indicam os valores médios de cada distribuição, bem como valores de referência (em vermelho) obtidos a partir de estudos com modelo de Glauber pela colaboração STAR [122].

tribuições de partículas carregadas produzidas para eventos com condição suave (esquerda) e flutuante (direita). É importante notar que para o caso de condição inicial suave, os eventos são produzidos a partir de uma mesma condição inicial média para cada centralidade, de modo que as distribuições de  $dN_{ch}/d\eta$  representam a flutuação estatística dos processos de desacoplamento e subsequente decaimento das partículas produzidas. O número médio de partículas carregadas produzidas por unidade de pseudorrapidez em  $\eta = 0$  é uma medida comumente utilizada nas análises experimentais para classificar a centralidade da colisão. Nos resultados apresentados a seguir, utilizaremos o valor de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  sempre que fizermos comparações com resultados experimentais em função da centralidade.

#### 5.1.1 Critérios de Seleção de Partículas

Os critérios utilizados na seleção das partículas consideradas nas análises foram escolhidos de forma a representar, da melhor maneira possível, as análises realizadas experimentalmente. No caso deste trabalho, como o sistema e a energia escolhidos (Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV) correspondem aos adotados no acelerador RHIC, consideramos as condições dos experimentos realizados lá, em particular no experimento STAR, um dos mais adequados para o estudo da produção azimutal de partículas e responsável por grande parte das análises similares às apresentadas aqui.

A maior parte dos detectores em um experimento de colisões nucleares relativísticas é capaz de detectar diretamente apenas partículas carregadas. A detecção de partículas neutras também é possível, mas em geral, mais complicada. Dessa forma, utilizamos apenas partículas carregadas em nossas análises, sem a identificação de espécies pontuais, exceto quando for dito o contrário. Além disso, também restringimos a seleção das partículas para as análises às regiões de aceitância geralmente disponíveis nos experimentos.

#### 5.1.2 Definições de Aceitância

Os experimentos são limitados em cobertura geométrica e em eficiência de detecção. Costumamos chamar a cobertura efetiva de detecção em um experimento de aceitância. No caso do experimento STAR, a cobertura azimutal é total ( $0 \le \phi \le 2\pi$ ) e em pseudorrapidez limitada a  $|\eta| \le 1,0$  e  $2,5 \le |\eta| \le 4,0$ . Além disso, a eficiência de detecção de uma partícula depende do momento transversal desta e, no TPC (o principal detector do STAR), existe um limite mínimo em aproximadamente 150 MeV [123]. Portanto, em nossas análises aplicamos cortes equivalentes à aceitância dos experimentos para permitir comparações consistentes com os resultados experimentais.

### 5.2 Análise do Parâmetro de Fluxo Elíptico $v_2$

Na análise da anisotropia azimutal do fluxo de partículas produzidas em colisões de íons pesados relativísticos, as medidas relevantes são o momento transversal e o ângulo azimutal de cada partícula. Nos estudos apresentados aqui sempre integramos sobre  $\eta$ , uma vez que, na região considerada nas análises ( $|\eta| < 1.0$ ), a variação do fluxo azimutal anisotrópico é pequena. Os intervalos de pseudorrapidez tais que  $2.5 < |\eta| < 4.0$  foram considerados apresentados apresentados do evento.

Como vimos no capítulo 3, se o sistema evolui coletivamente, a anisotropia geométrica inicial da região de superposição entre os dois núcleos incidentes deve ser transferida para uma anisotropia na distribuição de momento transversal das partículas finais. Assim, olhando para a distribuição do ângulo  $\phi$  das partículas produzidas com relação a um ângulo de referência no evento devemos observar uma anisotropia dependente da região de momento considerada. A figura 5.2, que mostra o número de partículas em função do ângulo azimutal em relação ao ângulo do plano da reação, ilustra essa ideia para eventos produzidos com o NeXSPheRIO na centralidade de 10-20%. É possível notar claramente um comportamento do tipo  $\cos(2[\phi - \Psi_{RP}])$ , principalmente devido à forma elíptica da geometria inicial, e com amplitude tão maior quanto maior o momento transversal das partículas consideradas. Este efeito é devido ao chamado fluxo elíptico, caracterizado pelo segundo coeficiente da decomposição de Fourier da distribuição azimutal das partículas produzidas (veja equação 4.4).



**Figura 5.2:** Distribuições para o ângulo  $\phi$  de partículas carregadas produzidas em eventos NeXSPhe-RIO na centralidade 10-20%, para três diferentes intervalos de momento transversal.

Entretanto, na simulação conhecemos todos os aspectos de cada evento, como, por exemplo, o plano da reação, que experimentalmente não é conhecido e precisa ser estimado usando a própria distribuição das partículas. Nas próximas seções, mostraremos os resultados obtidos a partir da aplicação dos métodos descritos no capítulo 4 em eventos produzidos pelo modelo NeXSPheRIO, para a dependência de  $v_2$  com o momento transversal e com a centralidade da colisão.

### 5.2.1 Dependência com o Momento Transversal

Com o objetivo de explorar os efeitos das flutuações da condição inicial sobre os observáveis experimentais nas análises de fluxo elíptico anisotrópico, aplicamos os métodos descritos no capítulo 4 em eventos NeXSPheRIO produzidos a partir de condições iniciais suavizadas e flutuantes. As figuras 5.3 e 5.4 mostram os resultados obtidos para  $v_2$  em função do momento transversal para as centralidades descritas na tabela 5.1. Nos gráficos apresentados nessas figuras incluímos os resultados obtidos com os métodos experimentais do plano do evento  $v_2$ {EP} (quadrados abertos vermelhos) e dos cumulantes de segunda  $v_2$ {2} (triângulos aber-



**Figura 5.3:** Fluxo elíptico em função de  $p_t$ , obtido a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial suave. Os símbolos abertos representam diferentes métodos, incluindo as referências RP e PP, somente possíveis na simulação. Resultados experimentais das colaborações STAR [30] e PHENIX [77] também são mostrados para comparação.



**Figura 5.4:** Fluxo elíptico em função de  $p_t$ , obtido a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial flutuante. Os símbolos abertos representam diferentes métodos, incluindo as referências RP e PP, somente possíveis na simulação. Resultados experimentais das colaborações STAR [30] e PHENIX [77] também são mostrados para comparação.

tos verdes) e quarta  $v_2$ {4} (cruzes abertas amarelas) ordens, bem como valores de referência obtidos em relação ao plano da reação  $v_2$ {RP} (círculos abertos azuis) e em relação ao plano dos participantes  $v_2$ {PP} (losangos abertos cinzas), disponíveis somente na simulação. Os intervalos de  $p_t$  mostrados diferem entre os gráficos em virtude dos diferentes tamanhos de amostras utilizados em cada centralidade, além do número de partículas produzidas por evento diminuir exponencialmente com o aumento de  $p_t$ , de forma que decidimos mostrar os pontos até onde as incertezas estatísticas ainda eram plausíveis. Adicionalmente, também são mostrados resultados experimentais obtidos pelas colaborações STAR [30] e PHENIX [77], e representam os valores de  $v_2$  estimados a partir do método do plano do evento (estrelas fechadas roxas) e de cumulantes de segunda ordem (círculos fechados verdes), respectivamente. Um aspecto importante a ser notado nestes resultados é que, para os casos de condição inicial suave, todos os métodos produzem praticamente os mesmos resultados, apresentando pequenos desvios somente na região de muito alto  $p_t$ , provavelmente devidos a flutuações estatísticas, já que o número de partículas produzidas nessa região é bastante pequeno. Além disso, vemos que os métodos experimentais ( $v_2$ {EP},  $v_2$ {2} e  $v_2$ {4}) reproduzem muito bem as quantidades que se espera que eles meçam ( $v_2$ {RP} e  $v_2$ {PP}). Por outro lado, na comparação com os resultados experimentais, os valores de fluxo elíptico obtidos a partir dos eventos com condição inicial suave não apresentam uma descrição satisfatória, produzindo, para quase todos os casos, valores inferiores em baixo  $p_t$  e superiores em alto  $p_t$ . Já os valores obtidos para o caso de condição inicial flutuante (figura 5.4) apresentam uma concordância razoável com os resultados experimentais na região de baixo  $p_t$ . Embora o objetivo principal deste trabalho não seja verificar a validade do modelo NeXSPheRIO ou da descrição a partir da hidrodinâmica relativística ideal, mas sim usar o modelo como ferramenta para estudar os efeitos das flutuações na condição inicial, é notável que a introdução das flutuações faz com que os resultados assim obtidos sejam muito mais satisfatórios. Outro ponto importante a ser destacado sobre os resultados da figura 5.4 é que, diferentemente do caso para condição inicial suave, os diferentes métodos produzem resultados divergentes entre si, em geral, apresentando comportamentos de acordo com as discussões apresentadas na seção 4.2, ou seja,  $\langle v_2 \rangle \leq v_2 \{ \text{EP} \} \leq \sqrt{\langle v_2^2 \rangle}$ . É importante notar que, em um cenário de condição inicial flutuante, a distribuição de matéria nos núcleos incidentes já não possui simetria com relação ao plano da reação mesmo antes da colisão, de modo que  $v_2 \{ \text{RP} \}$  perde seu sentido físico nos cálculos evento-por-evento. De fato, considerando que o plano dos participantes é o plano que define a direção da assimetria geométrica elíptica criada no estado inicial da colisão e, portanto, a direção do fluxo elíptico das partículas no estado final, podemos considerar  $v_2 \{ \text{PP} \}$  como uma referência para o verdadeiro valor de  $\langle v_2 \rangle$ .

### 5.2.2 Dependência com a Centralidade

A assimetria elíptica da geometria inicial varia com a centralidade da colisão, como pode ser visto nos gráficos da figura 2.8 para a excentricidade em função do parâmetro de impacto. Da mesma forma, o fluxo elíptico médio (integrado sobre todos os valores de  $p_t$ ) também deve apresentar uma dependência com a centralidade. Na figura 5.5 mostramos os resultados para o  $\langle v_2 \rangle$  integrado obtidos com os métodos do plano do evento,  $v_2$ {EP}, e dos cumulantes,  $v_2$ {2} e  $v_2$ {4}, a partir de eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante. No painel (a) são apresentados os resultados para o método do plano do evento (quadrados abertos vermelhos) juntamente com resultados experimentais da colaboração STAR (quadrados fechados vermelhos) [30] e da colaboração PHOBOS (círculos fechados azuis) [31]. Os resultados obtidos com o método dos cumulantes são apresentados nos painéis (b) para cumulantes de segunda ordem (triângulos abertos verdes) e (c) para cumulantes de quarta ordem (cruzes abertas amarelas). Resultados experimentais da colaboração STAR [30] também são mostrados em símbolos fechados (triângulos verdes para  $v_2$ {2} e cruzes amarelas para  $v_2$ {4}). Nos três painéis também são mostrados os resultados obtidos para  $v_2$ {PP}, como uma referência teórica para o verdadeiro valor de  $v_2$ . Novamente, notamos uma boa concordância dos valo-



**Figura 5.5:** Fluxo elíptico integrado em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  (centralidade) obtido sobre eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante para os métodos experimentais do plano do evento (quadrados abertos vermelhos) e dos cumulantes de segunda (triângulos abertos verdes) e quarta (cruzes abertas amarelas) ordens, além da referência teórica  $v_2$ {PP} (losangos abertos cinzas). Resultados experimentais das colaborações STAR [30] e PHOBOS [31] também são mostrados em símbolos fechados.

res de  $v_2$  obtidos a partir dos eventos NeXSPheRIO com os resultados experimentais. Além disso, em comparação com  $v_2$ {PP}, observamos que  $v_2$ {2} superestima, sistematicamente, a medida de fluxo elíptico, enquanto  $v_2$ {4} apresenta valores ligeiramente inferiores. Tal comportamento corrobora as equações 4.43 e 4.44 para as estimativas de  $v_2$  em um cenário com flutuações evento-por-evento. Exploraremos os efeitos das flutuações com maiores detalhes na seção 5.3.

Para comparar as diferenças entre os vários métodos no cálculo do fluxo integrado de

maneira mais clara, colocamos todos os resultados obtidos com eventos NeXSPheRIO produzidos a partir de condições iniciais flutuantes no gráfico da figura 5.6. Neste gráfico, obser-



**Figura 5.6:** Comparação entre os resultados obtidos com eventos NeXSPheRIO para o fluxo elíptico integrado a partir de diferentes métodos, em função da centralidade da colisão ( $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ ). O painel superior mostra os valores de  $\langle v_2 \rangle$  para cada um dos métodos e o painel inferior mostra as razões entre cada um dos métodos e  $v_2$ {PP}.

vamos um ordenamento dos resultados obtidos com cada um dos métodos, com  $v_2\{2\}$  produzindo valores superiores, sistematicamente, em todas as classes de centralidade, seguido por  $v_2\{EP\}$ ,  $v_2\{PP\}$ ,  $v_2\{4\}$  e  $v_2\{RP\}$ . Resultados experimentais da colaboração STAR [30] também apresentam a mesma relação,  $v_2\{2\} \ge v_2\{EP\} \ge v_2\{4\}$ . Na parte inferior do gráfico são mostradas as razões em relação aos valores de  $v_2\{PP\}$ , como uma referência para o valor real do fluxo elíptico. Como esperado, os valores de  $v_2$  obtidos com relação ao plano da reação são os mais baixos de todos, o que confirma a discussão feita anteriormente de que o plano definido pelo parâmetro de impacto e o eixo dos feixes não determina a direção preferencial do fluxo das partículas finais produzidas no caso de condição inicial irregular. Este resultado é importante porque mostra as variações obtidas com os diferentes métodos de cálculo de  $v_2$ , que devem ser consideradas e compreendidas para poder relacionar ou interpretar os observáveis experimentais com os efeitos ou características físicas do sistema estudado.

### 5.2.3 Correlação com a Excentricidade Inicial

Uma vez que interpretamos o fluxo azimutal elíptico das partículas finais produzidas em uma colisão de íons pesados relativísticos como sendo uma consequência da forma elíptica da geometria inicial da região de superposição entre os dois núcleos incidentes, é natural pensarmos em como o coeficiente  $v_2$  se relaciona com a excentricidade do perfil transversal da distribuição de densidade de energia inicial. Para isso, construímos o gráfico da figura 5.7 onde são mostradas as razões, em função da centralidade da colisão ( $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ ), dos valores médios de  $v_2$  obtidos com cada um dos métodos em relação aos valores médios das respectivas excentricidades, ou seja, as excentricidades obtidas com relação ao plano da reação  $\langle \varepsilon_{\rm RP} \rangle$  e ao plano dos participantes  $\langle \varepsilon_{\rm PP} \rangle$  (veja figura 2.8), bem como  $\varepsilon$ {2} e  $\varepsilon$ {4}, dadas por:

$$\varepsilon\{2\} = \sqrt{\langle \varepsilon_{\rm PP}^2 \rangle},\tag{5.1}$$

$$\varepsilon\{4\} = \sqrt[4]{2\langle \varepsilon_{\rm PP}^2 \rangle^2 - \langle \varepsilon_{\rm PP}^4 \rangle}.$$
(5.2)

Como pode ser visto no gráfico, com exceção de  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$ , todos os métodos produzem resultados bastante consistentes entre si para todas as classes de centralidade. Para tentar entender a causa da discrepância dos valores de  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$ , recorremos às equações 4.43 e 4.44. Tanto  $v_2\{2\}$  quanto  $v_2\{4\}$  têm contribuições devidas às flutuações, mas somente  $v_2\{2\}$ tem contribuição de *non-flow* ( $\delta_2$ ). Como as flutuações têm origem na condição inicial, elas devem afetar o numerador e o denominador nas razões da mesma forma, de modo que o excesso observado em  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$  poderia ser devido à contribuição de *non-flow*. Esta hipótese foi testada com a inclusão de processos de jatos (processos *non-flow*) nos nossos eventos, e



**Figura 5.7:** Razão dos valores de fluxo elíptico obtidos com cada um dos métodos em relação às respectivas excentricidades para eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante. Símbolos vazios representam  $v_2$ {RP}/ $\langle \varepsilon_{\rm RP} \rangle$  (círculos azuis),  $v_2$ {PP}/ $\langle \varepsilon_{\rm PP} \rangle$  (losangos cinzas),  $v_2$ {EP}/ $\varepsilon$ {2} (quadrados vermelhos),  $v_2$ {2}/ $\varepsilon$ {2} (triângulos verdes) e  $v_2$ {4}/ $\varepsilon$ {4} (cruzes amarelas). Símbolos cheios são resultados da colaboração STAR [124] para  $v_2$ {2}/ $\varepsilon$ {2} (triângulos verdes) e  $v_2$ {4}/ $\varepsilon$ {4} (cruzes amarelas).

os resultados serão discutidos na seção 5.4. Também, mostramos no gráfico da figura 5.7 resultados experimentais obtidos pela colaboração STAR [124], com  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$  representado por triângulos verdes cheios e  $v_2\{4\}/\varepsilon\{4\}$  por cruzes amarelas cheias. Nesses pontos, as excentricidades foram obtidas a partir de cálculos usando o modelo fKLN-CGC para a condição inicial. Apesar da diferença apresentada com relação aos resultados obtidos com os eventos NeXSPheRIO, uma separação similar entre  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$  e  $v_2\{4\}/\varepsilon\{4\}$  também é observada nos resultados experimentais.

Recentemente, Song *et al.* [125] mostraram que a inclusão de viscosidade no tratamento hidrodinâmico pode provocar um deslocamento para baixo do comportamento global de  $v_2/\varepsilon_2$  em função da centralidade da colisão. Neste contexto, o estudo apresentado aqui torna-se importante para estabelecer uma referência para o tratamento com a hidrodinâmica ideal, inclusive em um cenário com flutuações evento-por-evento.

# 5.3 Análise dos Efeitos devidos às Flutuações na Condição Inicial

Mostramos que os diferentes métodos usados experimentalmente para extrair os coeficientes de fluxo anisotrópico produzem resultados bastante consistentes entre si na ausência de flutuações evento-por-evento mas divergem quando estas estão presentes. Observando essas diferenças, em particular entre as estimativas de  $v_2$  obtidas a partir do método dos cumulantes para segunda e quarta ordens, é possível explorá-las para tentar extrair características das flutuações presentes. Nesta seção, apresentamos os resultados das análises dos efeitos das flutuações na condição inicial sobre o fluxo azimutal anisotrópico das partículas finais produzidas na colisão. Para isso, produzimos eventos NeXSPheRIO com diferentes graus de flutuaçõe e avaliamos o comportamento dos observáveis finais discutidos no capítulo 4.

Inicialmente, vamos nos concentrar apenas nos casos da condição inicial original produzida pelo NeXuS e de condições iniciais totalmente suavizadas. Como apresentado na seção 4.2, espera-se que a diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$  seja capaz de medir os efeitos de flutuações e de *non-flow* que afetam a distribuição final das partículas produzidas no evento. Na figura 5.8, avaliamos a dependência de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  com o momento transversal para cada uma das classes de centralidade apresentadas na tabela 5.1. Os resultados apresentados foram obtidos para eventos NeXSPheRIO com condição inicial totalmente suave (quadrados vermelhos cheios) e eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante (círculos azuis vazios). Limitamos o alcance em  $p_t$  para 3.0 GeV/c em virtude dos erros estatísticos apresentados se tornarem muito grandes além deste valor de  $p_t$ , mas já é possível observar uma clara diferença no comportamento para os dois casos avaliados. Os resultados para o caso totalmente suave são, na maioria das vezes, consistentes com zero, enquanto que, quando flutuações eventopor-evento estão presentes, um crescimento bastante expressivo com o momento transversal é observado em todas as centralidades.



**Figura 5.8:** Diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$  em função do momento transversal obtida a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial suave (quadrados vermelhos cheios) e flutuante (círculos azuis vazios), para cada uma das classes de centralidade apresentada na tabela 5.1.

Na construção da condição inicial suave, praticamente "desligamos" as flutuações eventopor-evento nas quantidades pré-evolução hidrodinâmica, de modo que qualquer efeito observado deve ter origem no processo de desacoplamento ou nos subsequentes decaimentos hadrônicos, que podem contribuir no termo de *non-flow* ( $\delta$ ). Entretanto, essas contribuições parecem ser muito pequenas, senão desprezíveis, no intervalo de  $p_t$  considerado. Dessa forma, para o caso com flutuações evento-por-evento, o efeito observado deve ser essencialmente devido à estrutura irregular da condição inicial.

Admitindo que a contribuição devido a *non-flow* seja muito pequena, o parâmetro  $R_{v_2}$ (veja equações 4.46 e 4.47) pode ser uma boa aproximação para medir a flutuação relativa no coeficiente de fluxo elíptico. Neste sentido, colocamos nos gráficos da figura 5.9 a dependência de  $R_{v_2}$  em função do momento transversal. Os vários gráficos representam diferentes centralidades de colisão e apenas os resultados obtidos a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial flutuante são mostrados (círculos azuis vazios), já que, para condição inicial suave, vimos na figura 5.8 que  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  é compatível com zero. Como pode ser visto, exceto para os casos mais central (0-10%) e mais periféricos (40-60% e 60-80%), o comportamento de  $R_{v_2}$  apresenta muito pouca dependência com  $p_t$ . Além disso, os valores obtidos nas diferentes centralidades são bastante consistentes entre si, variando apenas em uma estreita região entre 0.3 e 0.5.

Para checar se os resultados observados nos gráficos das figuras 5.8 e 5.9 não se tratam apenas de um efeito devido à variação do parâmetro de impacto para cada classe de centralidade, comparamos, nos gráficos da figura 5.10, os resultados de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  (gráfico da esquerda) e  $R_{v_2}$  (gráfico da direita) obtidos para a centralidade 20-30%, com resultados de uma amostra de eventos selecionados para uma pequena janela do parâmetro de impacto,  $7.52 \le b \le 7.58$  fm. Os círculos azuis vazios correspondem aos resultados obtidos a partir dos eventos com parâmetro de impacto dentro do intervalo da classe de centralidade 20-30% (veja tabela 5.1) e os quadrados verdes vazios correspondem aos resultados obtidos com a


**Figura 5.9:** Parâmetro  $R_{v_2}$  em função do momento transversal obtido a partir de eventos NeXSPhe-RIO produzidos com condição inicial flutuante, para cada uma das classes de centralidade apresentada na tabela 5.1.



**Figura 5.10:** Comparação entre as medidas de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  e  $R_{v_2}$  para eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante dentro da classe de centralidade 20-30% (veja tabela 5.1) e eventos selecionados dentro de uma pequena janela para o parâmetro de impacto,  $b \approx 7.5$  fm.

amostra de eventos com parâmetro de impacto  $b \approx 7.5$  fm. Como pode ser notado, os resultados para ambos os casos são bastante consistentes, descartando a possibilidade dos efeitos que estamos observando serem devidos à variação do parâmetro de impacto dentro das classes de centralidade consideradas.

Nas figuras 5.11 e 5.12 são mostrados os resultados para a diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$ integrados e para o parâmetro  $R_{v_2}$ , respectivamente, em função da densidade de partículas carregadas produzida por unidade de pseudorrapidez em  $\eta = 0$  (centralidade da colisão). No caso de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$ , são mostrados os casos para eventos NeXSPheRIO com condição inicial flutuante (círculos azuis vazios) e totalmente suave (quadrados vermelhos cheios), além de resultados experimentais da colaboração STAR (estrelas vazias) [124]. Como já havíamos observado nos gráficos da figura 5.8, os resultados para condição inicial suave são consistentes com zero. Já para eventos com condição inicial flutuante, a diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$  apresenta uma diminuição na direção de colisões mais centrais, de maneira bastante similar ao comportamento observado para os resultados experimentais, embora os valores sejam sistematicamente mais baixos. No entanto, acreditamos que contribuições mais



**Figura 5.11:** Diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$  em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  obtida a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial suave (quadrados vermelhos cheios) e flutuante (círculos azuis vazios). Resultados experimentais das colaborações STAR (estrelas vazias) [124] também são mostrados para comparação.



**Figura 5.12:** Dependência do parâmetro  $R_{v_2}$  em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  obtida a partir de eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial flutuante (círculos azuis vazios). Resultados experimentais das colaborações STAR (estrelas vazias) [124] e PHOBOS (círculos pretos cheios) [126] também são mostrados para comparação.

importantes de *non-flow*, como jatos, sejam maiores nos dados experimentais, o que justificaria os valores ligeiramente maiores.

Os resultados em função da centralidade para o parâmetro  $R_{v_2}$  são mostrados na figura 5.12 para os eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial flutuante (círculos azuis vazios). Novamente, uma vez que os resultados de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  para condição inicial suave são compatíveis com zero (veja figura 5.11), não incluímos os resultados para este caso no gráfico de  $R_{v_2}$ . Resultados experimentais das colaborações STAR (estrelas vazias) [124] e PHOBOS (círculos pretos cheios) [126] também são mostrados para  $R_{v_2}$  e  $\sigma_{v_2}^{dyn}/\langle v_2 \rangle$ , respectivamente. A medida apresentada pela colaboração PHOBOS é obtida a partir de uma análise diferente (veja os detalhes na referência [126]), mas, assim como  $R_{v_2}$ , inclui flutuações de  $v_2$ e contribuição de correlações do tipo non-flow. Comparações similares envolvendo resultados obtidos com o NeXSPheRIO já haviam sido apresentadas por Hama et al. [75]. Neste trabalho, entretanto, além de incluir os resultados mais recentes da colaboração STAR, utilizamos a mesma metodologia aplicada nas análises dos dados experimentais. Os valores de  $R_{v_2}$  obtidos com os eventos NeXSPheRIO em nossas análises apresentam uma notável concordância com os resultados experimentais. Além disso, obtendo de maneira similar um parâmetro  $R_{\varepsilon_{\rm PP}}$  a partir das equações 5.1 e 5.2 para a excentricidade da distribuição de densidade de energia inicial, o comportamento apresentado em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  é bastante similar ao de  $R_{v_2}$  (veja figura 5.13). Porém, a interpretação do parâmetro  $R_{v_2,\varepsilon}$  requer um pouco de cuidado. Como discutimos no capítulo 4, a validade da aproximação  $R_{v_2} \approx \sigma_{v_2}/\langle v_2 \rangle$  é condicionada a que as flutuações sejam gaussianas e  $\sigma_{v_2}/\langle v_2 \rangle \ll 1$  (veja a seção 4.2). De fato, essas condições nunca são totalmente satisfeitas e a região em que melhor podemos aplicar a aproximação se restringe às centralidades intermediárias (10-20%, 20-30% e 30-40%). Embora as considerações necessárias para a interpretação do parâmetro  $R_{v_2,\varepsilon}$  não se apliquem exatamente para a distribuição das excentricidades iniciais, podemos confirmar qualitativamente essa afirmação comparando as curvas de  $R_{\varepsilon}$  e  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$  no gráfico da figura 5.13. Outro



**Figura 5.13:** Parâmetro  $R_{\varepsilon}$  (curva azul contínua) e  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$  (curva vermelha tracejada) em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  obtidos a partir da distribuição da excentricidade inicial em relação ao plano dos participantes em eventos NeXSPheRIO produzidos.

aspecto importante a ser levado em conta ao interpretar os valores obtidos de  $R_{v_2}$  é que este, ao contrário de  $R_{\varepsilon}$ , também sofre com as contribuições devidas a *non-flow*. Dessa forma, se  $\delta$  não for desprezível,  $R_{v_2}$  deve ser visto, simplesmente, como um limite superior para as flutuações em  $v_2$  [90, 126].

## 5.3.1 Variando o Grau de Flutuação na Condição Inicial

Para verificar quão sensíveis os observáveis finais são às flutuações na condição inicial, produzimos eventos NeXSPheRIO com diferentes graus de flutuação. Na seção 2.3.2, discutimos sobre a construção de condições iniciais suavizadas a partir da obtenção de médias sobre várias condições iniciais originalmente produzidas pelo modelo NeXuS. Seguindo esta ideia, construímos condições iniciais a partir da média de N condições iniciais originais, para N=1, 2, 5, 10, 50, 100 e  $\gg 100$ , onde N=1 é a própria condição inicial original produzida pelo NeXuS e  $N \gg 100$  é uma condição inicial totalmente suavizada. Concentramos-nos, neste caso, apenas à centralidade 20-30% e utilizamos a metodologia apresentada na seção

2.4.2 para quantificar o grau de flutuação no perfil transversal da distribuição de densidade de energia inicial. Os gráficos com as distribuições das normas  $L_2$ ,  $H_1$  e  $M_1$  podem ser vistos na figura 2.12. Em todos os casos, observamos uma separação suficiente nas distribuições para diferenciar as condições iniciais com diferentes graus de flutuação (diferentes valores de N). Como estamos interessados apenas em uma medida para o grau de flutuação da condição inicial, não exploraremos as diferenças entre as três normas introduzidas e utilizaremos somente a norma  $L_2$  como referência. Usando os valores médios das distribuições de  $L_2$ para representar o grau de flutuação típico de cada amostra de eventos considerada, construímos gráficos das medidas de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  e  $R_{v_2}$  em função desses valores médios. A figura 5.14 mostra os resultados de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  (gráfico da esquerda) e  $R_{v_2}$  (gráfico da direita) em função de  $\langle L_2 \rangle$ . Os símbolos cheios representam os resultados de amostras produzidas com diferentes valores de N, enquanto que os símbolos abertos representam os resultados de sub-amostras de eventos selecionados dentro do conjunto de eventos produzido com N = 1. As barras de erro em x representam o desvio-padrão das distribuições na figura 2.12. A referência das análises em dados experimentais na mesma centralidade realizadas pela colaboração STAR [124] é mostrada pela faixa em vermelho. A vantagem de se utilizar as normas obtidas a partir dos coeficientes da decomposição de Fourier-Bessel ao invés de, simplesmente, o número N de condições iniciais consideradas no cálculo da média é que o procedimento aplicado para a obtenção das normas pode ser usado para caracterizar as flutuações em qualquer outro modelo de condição inicial, permitindo a comparação entre diferentes modelos. Nos resultados mostrados na figura 5.14, podemos destacar duas observações importantes: primeiro, vemos que  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  não é sensível a flutuações muito "extensas", ou seja, para N > 10 já não é mais possível identificar os diferentes casos; por outro lado, quando irregularidades mais "finas" estão presentes na condição inicial,  $N \leq 5$ , parece haver uma dependência linear (embora tenhamos apenas três pontos), chegando a valores muito próximos da referência experimental para o caso da condição inicial original produzida pelo



**Figura 5.14:** Medidas de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  (gráfico da esquerda) e  $R_{V_2}$  (gráfico da direita) para diferentes graus de flutuação da condição inicial em eventos NeXSPheRIO 20-30%, em função da norma  $L_2$ . Os símbolos abertos representam sub-amostras selecionadas dentro do conjunto de eventos produzidos com N = 1. A região em vermelho representa o resultado experimental da colaboração STAR [124] para a respectiva centralidade.

NeXuS (N = 1).

Uma continuação importante deste estudo seria obter condições iniciais ainda mais finas que as originalmente produzidas pelo NeXuS e verificar se a resposta dos observáveis  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  e  $R_{v_2}$  continua aumentando após a evolução hidrodinâmica do sistema ou se é atingido algum valor de saturação. Para uma verificação preliminar, analisamos subamostras do conjunto de eventos produzido com N = 1, selecionando somente aqueles com  $L_2 < \langle L_2 \rangle$  ou aqueles com  $L_2 > \langle L_2 \rangle$ . Dessa forma, avaliamos diferentes graus de flutuação em torno do valor típico obtido para eventos produzidos a partir da condição inicial original do NeXuS (símbolos vazios nos gráficos da figura 5.14). Os resultados mostram uma aparente saturação para  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  e um comportamento crescente para  $R_{v_2}$  com o aumento de  $\langle L_2 \rangle$ . Entretanto, é importante ressaltar que a seleção de eventos a partir de  $L_2$  pode introduzir um viés de centralidade, o que poderia explicar o comportamento observado para  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$ . Por outro lado, vimos nos gráficos das figuras 5.9 e 5.12 que o parâmetro  $R_{v_2}$  é praticamente independente da centralidade, especialmente para o região intermediária (10-20%, 20-30% e 30-40%), o que indica que esse observável pode ser, de fato, uma boa referência para o grau de flutuação da condição inicial. Além disso, o resultado experimental parece se encontrar em uma região de boa sensibilidade ao grau de flutuação na condição inicial e, se este for o caso, isso permitiria estabelecer um intervalo de validação para o grau de flutuação, como caracterizado pelas normas  $L_2$ ,  $H_1$  e  $M_1$ , em modelos de condição inicial. É importante salientar, no entanto, que tais resultados são válidos apenas para o caso de evolução hidrodinâmica ideal. Diversos aspectos da evolução do sistema, como a introdução de efeitos dissipativos (viscosidade), podem alterar esses resultados e permitir, inclusive, que possam ser considerados modelos de condição inicial que apresentem irregularidades muito mais finas do que o limite qualitativo dado pela extrapolação de nossos resultados.

### 5.3.2 Harmônicos Superiores

A ideia fundamental na interpretação do fluxo elíptico azimutal das partículas produzidas em colisões de íons pesados relativísticos como sendo uma consequência da excentricidade da geometria inicial, nasceu com uma abordagem de evolução coletiva a partir de uma condição inicial suave, originada na região de superposição entre os dois núcleos incidentes. Em virtude da simetria elíptica da área de superposição, somente harmônicos pares deveriam ser observados. Entretanto, quando consideramos um cenário com flutuações na condição inicial, estruturas mais complexas podem surgir, dando origem a harmônicos superiores de  $\varepsilon_n$  e, consequentemente, também de  $v_n$ .

Na figura 5.15, mostramos como os harmônicos superiores (n = 2, 3, 4 e 5) variam para a excentricidade inicial,  $\varepsilon_n$  (gráfico da esquerda), e para os coeficientes da decomposição de Fourier,  $v_n$ , obtidos a partir do método dos cumulantes de segunda ordem (gráfico da direita), à medida que o grau de flutuação na condição inicial é modificado. Nos dois casos, é possível notar claramente a manifestação dos harmônicos ímpares, bem como o aumento dos pares, quando o grau das flutuações é aumentado (diminuição de N). Trabalhos recentes [62, 67–



**Figura 5.15:** Harmônicos superiores da excentricidade inicial, obtida a partir do perfil transversal da distribuição de densidade de energia (gráfico da esquerda), e dos coeficientes da decomposição de Fourier da distribuição azimutal das partículas finais produzidas, obtidos a partir do método dos cumulantes para segunda ordem (gráfico da direita). Os resultados são mostrados para diferentes graus de flutuação da condição inicial, denotados pelo número de eventos usados na obtenção da condição inicial média (N).

69, 127, 128] sugerem que os harmônicos superiores de  $v_n$ , embora menos intensos, possam ser mais sensíveis às características da condição inicial e da evolução coletiva do sistema. Além disso, diversos resultados experimentais [70, 71, 129, 130] suportam as previsões para harmônicos superiores não nulos.

Neste trabalho, entretanto, o principal objetivo é investigar os efeitos das flutuações no segundo harmônico do fluxo anisotrópico,  $v_2$ , observável de fundamental importância no estudo das colisões nucleares relativísticas e com grande quantidade de resultados experimentais disponível. Neste sentido, o objetivo dos gráficos mostrados na figura 5.15 é apenas ilustrar os efeitos da introdução gradual de flutuações na condição inicial. Dessa forma, não estenderemos os estudos sobre harmônicos superiores e deixamos as referências citadas anteriormente como leitura complementar para maior aprofundamento no assunto.

## 5.4 Análise dos Efeitos devidos à Inclusão de Jatos

Na seção anterior, apresentamos algumas análises para explorar os efeitos das flutuações na condição inicial sem dar muita atenção às contribuições devidas a *non-flow*, uma vez que podemos considerá-las desprezíveis em eventos NeXSPheRIO. Entretanto, em eventos reais, essa contribuição não deve ser desprezível e uma das principais fontes de *non-flow* é a presença de "jatos" de partículas que apresentam forte correlação angular.

Introduzir os efeitos de jatos em um modelo de simulação de evolução completa, como é o caso do NeXSPheRIO, não é uma tarefa trivial. Diversos detalhes da interação dos jatos com o meio requerem um tratamento bastante cuidadoso e fogem do escopo deste trabalho. No entanto, tentaremos avaliar a contribuição de *non-flow* nos observáveis de fluxo elíptico anisotrópico a partir de uma abordagem simplificada, em que introduzimos jatos nos eventos NeXSPheRIO através da inclusão de eventos independentes de colisões p+p produzidos pelo modelo de simulação Pythia [131]. O Pythia é um código de simulação de eventos completos que incorpora diversos aspectos da QCD no tratamento de espalhamentos entre pártons (veja uma descrição mais detalhada no apêndice A). Neste sentido, o que estamos chamando de "jatos" não são, simplesmente, os resultados de espalhamentos duros entre pártons na interação inicial, mas sim todos os produtos da colisão p+p. Nas análises apresentadas a seguir, foi utilizada a versão 6.4 do código Pythia para gerar eventos de colisões p+p a 200 GeV. Na próxima seção, mostraremos os detalhes da composição de um modelo simplificado usando NeXSPheRIO+Pythia para estudar os efeitos de jatos.

### 5.4.1 Composição de um Modelo com NeXSPheRIO+Pythia

Com o objetivo de introduzir jatos nos eventos NeXSPheRIO, utilizamos o código Pythia para gerar eventos de colisões p+p independentes. A ideia básica na composição de um modelo NeXSPheRIO+Pythia para os estudos apresentados aqui foi adicionar ao conjunto

de partículas finais produzidas em cada evento NeXSPheRIO as partículas finais produzidas em um número  $\alpha$  de eventos Pythia, com  $\alpha$  inteiro e maior ou igual a zero. O conjunto de partículas resultante dessa união foi tratado sem nenhuma distinção quanto à origem de cada partícula (NeXSPheRIO ou Pythia). Como já dito, este procedimento adiciona  $\alpha$  novos espalhamentos p+p completos e não simplesmente jatos, além de não levar em conta nenhum tipo de interação entre os eventos Pythia e o evento NeXSPheRIO. Por outro lado, fazendo dessa forma, asseguramos a conservação total de momento nos eventos compostos finais.

A motivação física inicial para esta abordagem foi considerar que em uma colisão de íons pesados relativísticos podemos ter uma combinação de um sistema volumoso que se comporta coletivamente (hidrodinamicamente) com um conjunto de espalhamentos p+p independentes. Essa proposta tem origem no fato de que os modelos de evolução hidrodinâmica, em geral, não são capazes de descrever a região de alto  $p_t$  ( $\geq 2,0$  GeV/c) do espectro de momento transversal observado experimentalmente. A presença de espalhamentos nucleon-nucleon independentes no evento completo pode complementar a descrição dos eventos na região de alto  $p_t$ , constituindo um modelo capaz de descrever o espectro como um todo ou, ao menos, estendendo a região em que é possível obter uma descrição satisfatória.

Para a composição do modelo simplificado NeXSPheRIO+Pythia usado nas análises apresentadas aqui, utilizamos como referências os espectros invariantes de píons carregados ( $\pi^+ + \pi^-$ ) medidos pelo experimentos STAR em colisões de Au+Au a 200 GeV por par de nucleon [132]. A escolha de píons ao invés de partículas carregadas se deu em virtude da disponibilidade de resultados experimentais até altos valores de momento transversal nas classes de centralidades adotadas neste estudo. Além disso, embora os mecanismos de produção das diferentes espécies hadrônicas sejam extremamente importantes para o entendimento da natureza do sistema, estamos interessados apenas em uma descrição global e, uma vez que a fração de píons em um evento corresponde à maior parte dos hádrons carregados produzidos, acreditamos que esta escolha seja suficiente para nosso objetivo. No procedimento adotado, comparamos os espectros de  $p_t$  de píons carregados obtidos em eventos NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia para diferentes valores de  $\alpha$ , com os espectros obtidos experimentalmente. O critério utilizado para a escolha da combinação que melhor descreve os resultados experimentais foi baseado no  $\chi^2$  da diferença entre "dado experimental"e "modelo", definido pela soma:

$$\chi^{2} = \sum_{i} \frac{(y_{exp} - y_{mod})_{i}^{2}}{\sigma_{i}^{2}},$$
(5.3)

para todos os pontos do espectro, onde  $y_{exp}$  é o valor experimental,  $y_{mod}$  é o valor obtido com a combinação NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia, e  $\sigma_i$  é o erro total considerando o erro da medida experimental e da contagem dado pelo modelo, somados quadraticamente. Assim, variando o número  $\alpha$  de eventos Pythia adicionados, identificamos a melhor combinação como sendo aquela que retorna o menor  $\chi^2$ .

Para gerar os eventos Pythia partimos da configuração padrão que já é otimizada para descrever os dados experimentais de colisões p+p a 200 GeV. Na região de rapidez central (|y| < 0.5), os dados experimentais correspondem às medidas de espalhamentos inelásticos comumente chamados de NSD (sigla em inglês para *Non-Single Diffractive*). Dessa forma, para estabelecer uma comparação consistente com os dados experimentais, também mantivemos apenas eventos NSD. Nesta configuração, espalhamentos elásticos e processos difrativos singulares, do tipo  $AB \rightarrow XB$  ou  $AB \rightarrow AX$ , não são considerados, e um tratamento efetivo para a produção de partículas em baixo  $p_t$ , geralmente chamado de *Underlying Event* (UE), é feito para dar conta de efeitos de ordem superior nos cálculos da QCD. Entretanto, como nosso objetivo original é investigar os efeitos de jatos, também utilizamos a configuração denominada QCDJets, que prioriza processos  $2 \rightarrow 2$  (veja mais detalhes no apêndice A) com seção de choque da ordem de  $\alpha_s^2$  (*semihard* QCD), sem incluir explicitamente correções de ordem superior [131]. Além disso, para selecionar especificamente eventos que tenham perfil de "jatos", aplicamos cortes mínimos ao  $\hat{p}_t$  de processos duros  $2 \rightarrow 2$ , onde  $\hat{p}_t$  é o momento transversal definido no referencial de repouso da interação [131]. O corte em  $\hat{p}_t$  mínimo é especificado no código do Pythia através da chave CKIN(3). Utilizaremos exatamente esta forma para nos referirmos a este corte nas análises a seguir.

Uma vez gerados os eventos Pythia, voltamos ao procedimento para a determinação do valor de  $\alpha$  para a combinação NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia que melhor descreve o espectro invariante de píons carregados observado experimentalmente. Na figura 5.16 são mostrados os valores de  $\chi^2$  reduzido<sup>1</sup> em função de  $\alpha$ , obtidos para a centralidade 10-20%, para ambas as configurações NSD (gráfico superior da esquerda) e QCDJets (gráfico superior da direita) e vários valores de corte CKIN(3). A partir destes gráficos, determina-se o valor de  $\alpha$  que retorna o menor  $\chi^2$  para cada caso. Os valores de  $\alpha$  tais que minimizam o  $\chi^2$  em função do parâmetro de impacto da colisão (centralidade) são mostrados nos gráficos inferiores, para a configuração NSD (esquerda) e QCDJets (direita). Cortes em CKIN(3) foram variados de 3.0 a 4.5 GeV/c, com intervalos de 0.5 GeV/c. Como pode ser verificado nos gráficos, os casos em que nenhum corte é aplicado retornam valores de  $\chi^2$  muito maiores. Já para os casos em que foram aplicados cortes em CKIN(3), observamos uma diminuição significativa do  $\chi^2$ , e o corte que produziu resultados globais mais satisfatórios<sup>2</sup> foi CKIN(3) = 3.5 GeV/c, tanto na configuração NSD (losangos verdes vazios) quanto na QCDJets (cruzes violetas vazias). Embora os valores de  $\chi^2$  para esses dois casos sejam bastante parecidos, a configuração QCDJets apresenta uma vantagem em relação à NSD em virtude de estabelecer valores de  $\alpha$  muito menores e, portanto, requerendo que um número menor de eventos seja adicionado ao evento NeXSPheRIO. A tabela 5.2 mostra uma comparação entre os principais casos. Manter  $\alpha$  pequeno é importante para interferirmos minimamente no evento NeXSPheRIO, não alterando suas características globais. Dessa forma, a melhor combinação NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia foi obtida para eventos Pythia QCDJets com corte CKIN(3)=3.5 GeV/c.

Na figura 5.17 são mostrados os gráficos do espectro invariante de píons carregados para

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>O  $\chi^2_{red}$  é a razão entre  $\chi^2$  e o número de graus de liberdade no processo de ajuste, ou seja, o número de pontos disponíveis subtraído do número de parâmetros livres.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Valores de CKIN(3) maiores que 4.5 GeV/c também foram testados e produziram valores de  $\chi^2$  piores.



**Figura 5.16:** Determinação do  $\alpha$  para diferentes configurações de eventos Pythia. Os gráficos superiores mostram a dependência do  $\chi^2$  reduzido da diferença entre os espectros experimental e composto por NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia, para a centralidade 10-20%, em função de  $\alpha$ . Os gráficos inferiores mostram os melhores valores de  $\alpha$  (painel superior) e os respectivos valores de  $\chi^2_{red}$  (painel inferior) em função do parâmetro de impacto *b* (centralidade).



**Figura 5.17:** Espectro invariante de píons  $(\pi^+ + \pi^-)$  em função do momento transversal para as centralidades 0-10% (gráfico superior esquerdo), 10-20% (gráfico superior direito), 40-60% (gráfico inferior esquerdo) e 60-80% (gráfico inferior direito). São mostrados resultados para diferentes combinações NeXSPheRIO + Pythia, bem como dados experimentais da colaboração STAR [132]. Os painéis inferiores mostram as razões entre cada caso e os resultados experimentais.

Centralidade	Pythia NSD	Pythia NSD CKIN(3)=3.5 GeV/c	Pythia QCDJets CKIN(3)=3.5 GeV/c
0-10%	68	31	9
10-20%	34	21	6
$20{-}40\%^\dagger$	23	16	5
40-60%	17	11	3
60 - 80%	6	4	1

**Tabela 5.2:** Valores de  $\alpha$  no modelo NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia tais que minimizam o  $\chi^2$  da diferença do modelo com relação aos dados experimentais.

<sup>†</sup>Centralidade combinada entre 20-30% e 30-40%.

quatro centralidades diferentes: 0-10% (gráfico superior da esquerda), 10-20% (gráfico superior da direita), 40-60% (gráfico inferior da esquerda) e 60-80% (gráfico inferior da direita). Em todos os gráficos, círculos abertos representam dados experimentais do experimento STAR [132], resultados obtidos com eventos NeXSPheRIO "puros" são mostrados em azul, e resultados obtidos com eventos NeXSPheRIO+Pythia para as configurações NSD, NSD CKIN(3)=3.5 GeV/c e QCDJets CKIN(3)=3.5 GeV/c são mostrados, respectivamente, em amarelo, verde e violeta. Também são mostradas, nos painéis inferiores de cada gráfico, as razões entre os dados experimentais e modelo. Essas razões deixam bastante evidente que o NeXSPheRIO "puro" não é capaz de descrever os dados experimentais na região de alto  $p_t \ (p_t \gtrsim 2.5 \text{ GeV/c})$ . Além disso, também é possível ver que a combinação NeXSPhe-RIO+Pythia para a configuração QCDJets com corte CKIN(3)=3.5 GeV/c apresenta resultados bem melhores, em particular para a centralidade 10-20%, descrevendo o espectro experimental até aproximadamente 7.0 GeV/c. Outro aspecto interessante a ser notado nestes gráficos é que, em todos os casos, o modelo proposto subestima os dados na região de  $p_t$ intermediário ( $2 \leq p_t \leq 6 \text{ GeV/c}$ ) e os superestima em alto  $p_t$  ( $p_t \geq 6 \text{ GeV/c}$ ). Este comportamento corrobora o fato de não termos implementado nenhum tipo de perda de energia do jato ao atravessar o meio, o que poderia fazer com que o excesso de partículas muito energéticas que populam a região de muito alto  $p_t$  fosse transferido para a região intermediária.

De qualquer forma, voltamos a salientar que nosso objetivo principal não é obter uma descrição perfeita do espectro invariante de píons carregados e sim, investigar os efeitos sobre os observáveis de fluxo anisotrópico devidos à presença de jatos. Na próxima seção, voltaremos a analisar os observáveis de fluxo anisotrópico e tentaremos identificar os efeitos das correlações introduzidas pelos eventos Pythia superpostos nos eventos NeXSPheRIO.

#### 5.4.2 Efeitos sobre o Coeficiente de Fluxo Elíptico

A partir dos valores de  $\alpha$  obtidos nas análises mostradas na seção anterior, produzimos amostras de eventos NeXSPheRIO+ $\alpha$ Pythia para os três casos apresentados na tabela 5.2. Em cada evento NeXSPheRIO foram inseridos  $\alpha$  eventos Pythia, com  $\alpha$  determinado pelo parâmetro de impacto do evento NeXSPheRIO de acordo com os gráficos mostrados na parte inferior da figura 5.16.

A partir das amostras de eventos NeXSPheRIO+Pythia, obtivemos os coeficientes de fluxo elíptico usando os mesmos métodos apresentados anteriormente. Nas figuras 5.18, 5.19 e 5.20, mostramos os resultados de  $v_2$  em função de  $p_t$  para as centralidades 10-20% (gráficos superiores) e 20-30% (gráficos inferiores), a partir dos métodos do plano do evento e dos cumulantes de segunda e quarta ordens, respectivamente. Resultados experimentais das colaborações STAR [30] e PHENIX [77] também são mostrados para  $v_2$ {EP} e  $v_2$ {2}, respectivamente. Para permitir uma comparação sistemática, incluímos os pontos obtidos com eventos NeXSPheRIO com condição inicial suave (quadrados vermelhos cheios) e eventos NeXSPheRIO obtidos com condição inicial flutuante (círculos azuis vazios), além dos resultados para as novas amostras com eventos NeXSPheRIO+Pythia NSD (triângulos amarelos vazios), NeXSPheRIO+Pythia NSD com CKIN(3)=3.5 GeV/c (losangos verdes vazios) e NeXSPheRIO+Pythia QCDJets com CKIN(3)=3.5 GeV/c (cruzes violetas vazias). A inclusão de eventos Pythia reduz os valores de  $v_2$  na região de alto  $p_t$ , diminuindo a discrepância entre os dados experimentais e os resultados dos modelos nesta região. Esta melhoria na descrição dos dados experimentais pode ser observada mais claramente pelas razões mostradas nos painéis inferiores das figuras 5.18 e 5.19. Como pode ser visto nos gráficos, e já discutimos anteriormente, a introdução de flutuações na condição inicial já faz com que os valores de  $v_2$  obtidos com o modelo sejam mais condizentes com os resultados experimentais em comparação com os resultados obtidos a partir de eventos com condição inicial suave. Entretanto, a descrição é satisfatória apenas na região de baixo momento transversal ( $\leq 3$ GeV/c), divergindo do comportamento dos dados experimentais para valores maiores de  $p_t$ . Ao introduzirmos partículas originais de eventos Pythia regulares (configuração NSD), verificamos uma aproximação aos resultados experimentais em alto momento transversal mas um distanciamento em baixo  $p_t$ , como pode ser observado nas razões entre dado e modelo (triângulos amarelos vazios). Este distanciamento entre dado e modelo na região de baixo  $p_t$ , provocado pela diminuição das previsões de  $v_2$  pelo modelo, provavelmente se deve ao fato de um número muito grande de eventos Pythia serem incluídos em cada evento NeXSPhe-RIO, na composição NeXSPheRIO+Pythia, para essa configuração do Pythia (veja tabela 5.2). Nesta situação, embora cada evento Pythia individualmente apresente forte correlação entre suas partículas (produção de jatos, conservação de momento, decaimentos, etc.) quando um grande número de eventos Pythia é adicionado ao evento NeXSPheRIO, as correlações devidas a non-flow provenientes dos eventos Pythia são orientadas aleatoriamente com relação a qualquer estrutura do evento NeXSPheRIO e, portanto, acabam causando uma "diluição" na intensidade das correlações no evento como um todo, o que poderia explicar a diminuição de  $v_2$  observada. Já para os casos em que priorizamos eventos Pythia com alto momento transversal nas interações párton-párton iniciais, em especial para a configuração Pythia QCDJets com CKIN(3)=3.5 GeV/c, um número pequeno de eventos ( $\alpha < 10$ ) é adicionado, influenciando muito pouco na região de baixo momento transversal mas produzindo o efeito desejado na região de alto  $p_t$ . Com isso, obtemos uma descrição satisfatória dos resultados experimentais até aproximadamente 6 GeV/c. Por outro lado, tais efeitos na mudança



**Figura 5.18:** Comparação entre os resultados de  $v_2(p_t)$  obtidos para diferentes combinações NeXSPheRIO+Pythia. Os gráficos mostram os resultados para 10-20% (superior) e 20-30% (inferior), obtidos com o método do plano do evento. Resultados experimentais da colaboração STAR (estrelas vazias) [30] também são mostrados. Os painéis inferiores mostram as razões entre os resultados experimentais e os modelos.



**Figura 5.19:** Comparação entre os resultados de  $v_2(p_t)$  obtidos para diferentes combinações NeXSPheRIO+Pythia. Os gráficos mostram os resultados para 10-20% (superior) e 20-30% (inferior), obtidos com o método dos cumulantes de segunda ordem. Resultados experimentais da colaboração PHENIX (círculos verdes cheios) [77] também são mostrados. Os painéis inferiores mostram as razões entre os resultados experimentais e os modelos.



**Figura 5.20:** Comparação entre os resultados de  $v_2(p_t)$  obtidos para diferentes combinações NeXSPheRIO+Pythia. Os gráficos mostram os resultados para 10-20% (superior) e 20-30% (inferior), obtidos com o método dos cumulantes de quarta ordem.

de comportamento do coeficiente de fluxo elíptico com a inclusão dos eventos Pythia parecem ser muito menos intensos em  $v_2{4}$ . Embora não tenhamos pontos experimentais para comparação, observa-se uma diferença significativa no comportamento apenas para o caso de eventos NeXSPheRIO com condição inicial suave. Isso confirma, de certa forma, a robustez do observável  $v_2{4}$  quanto a efeitos de *non-flow*, sendo sensível apenas às flutuações.

Na figura 5.21, mostramos a dependência de  $v_2$  com a centralidade da colisão. Nos gráficos apresentados nessa figura, decidimos mostrar apenas nossos resultados com os modelos para facilitar a comparação entre os diferentes casos. Além disso, incluímos as razões entre cada caso e os resultados obtidos com eventos puramente NeXSPheRIO (painel inferior de cada gráfico). Novamente, podemos notar claramente a diminuição de  $v_2$  nos resultados obti-



**Figura 5.21:** Comparação entre os resultados de  $\langle v_2 \rangle$  em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$  (centralidade), obtidos para diferentes combinações NeXSPheRIO+Pythia. Os painéis inferiores mostram as razões de cada combinação NeXSPheRIO+Pythia em relação a resultados obtidos somente com eventos puramente NeXSPheRIO.

dos para eventos NeXSPheRIO+Pythia. Neste caso, mesmo  $v_2$ {4} expõe as diferenças entre cada caso, provavelmente com origem na região de baixo  $p_t$ , que possui um peso muito maior no valor integrado médio do coeficiente de fluxo elíptico. A redução do valor integrado de

 $v_2$  devida à adição dos eventos Pythia diminui com a centralidade em concordância com a redução da fração das partículas Pythia com as partículas NeXSPheRIO.

### 5.4.3 Efeitos sobre os Observáveis de Flutuação e Non-Flow

Nesta seção, analisamos como os observáveis sensíveis às flutuações e ao *non-flow* são afetados pela inclusão dos eventos Pythia. Nas figuras 5.22 e 5.23, mostramos os gráficos de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  e  $R_{v_2}$ , respectivamente, em função da centralidade da colisão. Obser-



**Figura 5.22:** Diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$  em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ , para as várias combinações NeXSPheRIO+Pythia. Resultados experimentais das colaborações STAR (estrelas vazias) [124] também são mostrados para comparação.

vando os resultados da diferença entre  $v_2\{2\}^2$  e  $v_2\{4\}^2$ , notamos uma diminuição com relação aos resultados obtidos com eventos puramente NeXSPheRIO. A diminuição é maior para os casos com Pythia NSD, mas mesmo os resultados obtidos com os eventos NeXSPhe-RIO+Pythia QCDJets com CKIN(3)=3.5 GeV/c são, se não equivalentes, ligeiramente mais baixos. Entretanto, segundo as definições apresentadas no capítulo 4, esperávamos observar



**Figura 5.23:** Comportamento do parâmetro  $R_{v_2}$  em função de  $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ , para as várias combinações NeXSPheRIO+Pythia. Resultados experimentais das colaborações STAR (estrelas vazias) [124] e PHOBOS (círculos pretos cheios) [126] também são mostrados para comparação.

um aumento de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  com a inclusão dos eventos Pythia. O fato de não termos observado nenhuma mudança significativa sugere que este observável não é muito sensível ao tipo de alteração causada pela inclusão dos eventos Pythia no evento NeXSPheRIO, embora tenhamos conseguido uma melhor descrição de  $v_2$  em função de  $p_t$  com essa abordagem. Similarmente, o parâmetro  $R_{v_2}$  também não apresenta nenhuma alteração significativa, principalmente nas centralidades intermediárias, onde as aproximações na definição do parâmetro são melhor satisfeitas.

A motivação inicial para a inclusão dos eventos Pythia em eventos NeXSPheRIO foi simular a presença de correlações de origem independente da estrutura geométrica inicial da colisão, ou seja, objetos individualmente correlacionados mas aleatoriamente orientados com relação a qualquer direção privilegiada no evento NeXSPheRIO. Com isso, estaríamos introduzindo *non-flow* de forma efetiva, mas com toda a complexidade das interações hadrônicas presentes em um evento p+p. Desde o início, deixamos claro que não era nosso objetivo construir um modelo realista, mas sempre buscamos um resultado que fosse capaz de descrever as observações experimentais a partir de uma abordagem fenomenologicamente plausível. De fato, obtivemos uma descrição melhor dos resultados experimentais para o comportamento do coeficiente de fluxo elíptico em função do momento transversal. Entretanto, tanto o observável  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  quanto o parâmetro  $R_{v_2}$  se mostraram muito pouco sensíveis às correlações provenientes dos eventos Pythia.

# Capítulo 6

# Sumário e Conclusões

Um dos resultados mais importantes em experimentos de colisões de íons pesados relativísticos é a observação de um comportamento coletivo do sistema através do coeficiente de fluxo elíptico,  $v_2$ . A medida de  $v_2$  tem sido objeto de bastante interesse pela comunidade científica da área de física de altas energias, tanto experimental quanto teórica, com diversos grupos trabalhando no desenvolvimento de técnicas experimentais para efetuar a medida, bem como na investigação de sua origem através de modelos de simulação da evolução do sistema.

Modelos de evolução hidrodinâmica têm apresentado bastante sucesso na descrição dos resultados experimentais e, portanto, se tornado uma ferramenta importante na investigação teórica das propriedades físicas dos sistemas formados nas colisões nucleares relativísticas. Em particular, diversos aspectos da condição inicial parecem se manifestar através de correlações entre as partículas finais produzidas, sugerindo que características dos estágios de pré-evolução hidrodinâmica possam ser exploradas a partir de observáveis finais, como os coeficientes de fluxo azimutal anisotrópico. No caso específico do coeficiente de fluxo elíptico,  $v_2$ , as flutuações evento-por-evento nas estruturas da condição inicial alteram as respostas obtidas com os métodos experimentais usados para medi-lo, e tais alterações variam de acordo com as características das flutuações na condição inicial.

Neste trabalho, realizamos um estudo sistemático dos efeitos devidos às flutuações na condição inicial sobre os observáveis finais do fluxo elíptico das partículas produzidas na colisão. Para isso, usamos como base o código de simulação NeXSPheRIO, que emprega a hidrodinâmica relativística ideal para o cálculo da evolução do sistema e permite a utilização de condições iniciais com perfil suave ou flutuante, característica particularmente conveniente para o estudo de nosso interesse. Além disso, o NeXSPheRIO é um código de simulação completa, ou seja, todas as etapas de um evento de colisão de íons pesados relativísticos são simuladas em (3+1) dimensões produzindo, no final, as partículas que podem viajar livremente para os detectores da mesma forma que em um evento real, com os respectivos decaimentos levados em conta. Dessa forma, com um evento simulado completo, é possível obter os observáveis finais a partir das mesmas técnicas empregadas em análises experimentais, permitindo avaliar a resposta de diferentes métodos sob condições controladas. Parte dos resultados apresentados nesta tese foi publicada no periódico *Physical Review C* [79] (veja o apêndice C).

Em nossas análises do coeficiente de fluxo elíptico, aplicamos os métodos experimentais do plano do evento,  $v_2$ {EP}, e dos cumulantes de segunda e quarta ordens,  $v_2$ {2} e  $v_2$ {4}, respectivamente. Inicialmente, verificamos as respostas desses observáveis quando aplicados sobre eventos NeXSPheRIO produzidos com condições iniciais suaves e flutuantes. No primeiro caso, observamos que os métodos retornam praticamente os mesmos resultados, inclusive de acordo com referências teóricas obtidas diretamente com relação à condição inicial  $(v_2$ {PP} e  $v_2$ {RP}), enquanto que, no segundo, os métodos divergiam entre si respondendo diferentemente às flutuações. Essas diferenças entre os métodos, em particular para as estimativas obtidas com os cumulantes de segunda e quarta ordens, foi explorada através dos observáveis  $v_2$ {2}<sup>2</sup> $-v_2$ {4}<sup>2</sup> e  $R_{v_2}$  para quantificar os efeitos das flutuações na condição inicial. Os resultados obtidos se mostraram bastante consistentes com resultados experimentais, indicando que o tratamento empregado no NeXSPheRIO era adequado para tentar estabelecer conexões com a condição inicial. Assim, avaliamos amostras de eventos com diferentes graus de flutuação na condição inicial e obtivemos a dependência de  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  com relação às medidas da flutuação feitas diretamente sobre o perfil transversal da distribuição de densidade de energia inicial, demonstrando que este observável parece ser bastante sensível a variações dessas flutuações na região dos valores observados experimentais, mas deixa de ser sensível para flutuações menos intensas. O estabelecimento de relações entre as medidas finais com aspectos da condição inicial, como apresentado aqui, é de fundamental importância para o desenvolvimento de modelos que tentam descrever a fase de pré-equilíbrio. Neste sentido, os resultados apresentados neste trabalho, embora associados exclusivamente ao tratamento hidrodinâmico não dissipativo para a evolução do sistema, fornecem uma ideia do perfil das flutuações na condição inicial.

Outro efeito importante sobre os observáveis de fluxo azimutal anisotrópico investigado neste trabalho foi a contribuição de *non-flow*. Para estudar essa contribuição, construímos um modelo simplificado de duas componentes formado pela composição NeXSPheRIO+Pythia, onde adicionamos eventos completos de colisão p+p simulados pelo código Pythia, em eventos NeXSPheRIO produzidos com condição inicial flutuante. Nesse procedimento, nenhum aspecto da interação dos jatos produzidos nos eventos Pythia com o sistema criado no evento NeXSPheRIO foi levado em consideração. Embora simplificado, este modelo foi capaz de reproduzir o comportamento da dependência de  $v_2$  com o momento transversal observado experimentalmente para altos valores de  $p_t$  (até ~ 6.0 GeV/c), região jamais descrita satisfatoriamente em abordagens com modelos de evolução hidrodinâmica. Entretanto, não observamos variações significativas na dependência do observável  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  com a centralidade da colisão em relação aos resultados obtidos com eventos puramente NeXSPhe-RIO, como esperávamos ver, uma vez que este observável deveria ser sensível ao efeitos de *non-flow*. Da mesma forma,  $R_{v_2}$  se mostrou praticamente insensível à inclusão dos eventos Pythia, principalmente nas centralidades intermediárias. Estes resultados sugerem que as contribuições devidas a efeitos de *non-flow* devem ser bastante pequenas nas medidas integradas do coeficiente de fluxo elíptico, de modo que as variações observadas nesses casos se devem, predominantemente, às flutuações na condição inicial. A inclusão de *non-flow*, no entanto, se mostrou importante para a região de alto momento transversal, de modo que um estudo detalhado de seus efeitos deve se concentrar apenas nesta região.

Embora seja bastante comum atribuir diferentes mecanismos para a produção de partículas associados a diferentes regiões do espectro de  $p_t$ , é muito difícil identificar quando um mecanismo se torna dominante sobre o outro. Em particular, a medida integrada de  $v_2$  (veja equação 4.3) é dominada pela região de baixo  $p_t$ , o que faz com que qualquer efeito pequeno que se manifeste somente na região de alto  $p_t$  seja fortemente suprimido nesse observável, dificultando o estudo do efeito. Além disso, no tratamento hidrodinâmico, partículas emitidas nos estágios iniciais da evolução tendem a ter momentos mais altos do que as emitidas nos estágios finais. Neste sentido, a investigação em intervalos separados de momento transversal pode revelar aspectos importantes do sistema que não são "visíveis" nas quantidades integradas. No estudo apresentado na referência [82], por exemplo, foi sugerido que a diferença entre as fases de planos do evento determinados em diferentes regiões de  $p_t$  possa ser sensível aos aspectos da evolução espaço-temporal do sistema e à granularidade da condição inicial.

Uma extensão natural dos estudos apresentados aqui é a exploração dos efeitos das flutuações na densidade de energia inicial sobre os harmônicos superiores do fluxo anisotrópico. De fato, observações experimentais importantes nas correlações das partículas finais produzidas, como é o caso do *Ridge* [133, 134], parecem ter origem nessas flutuações [78]. Em analogia aos estudos da radiação cósmica de fundo (ou CMB, do inglês *Cosmic Microwave Background*) [135], em que a análise da anisotropia observada na temperatura nos permite inferir sobre as propriedades do Universo, o estudo das flutuações na distribuição inicial de densidade de energia do sistema criado em colisões nucleares relativísticas, por meio dos harmônicos do fluxo anisotrópico, pode nos levar a uma melhor compreensão das propriedades da matéria confinada.

Finalmente, os estudos das propriedades dos momentos iniciais do sistema formado em colisões nucleares relativísticas têm avançado bastante nos últimos anos, permitindo uma melhor compreensão das propriedades da matéria em condições extremas de temperatura e densidade de energia. Nessa busca pelo entendimento dos aspectos mais fundamentais da natureza, o tratamento hidrodinâmico dentro de simulações computacionais, como utilizado neste trabalho, tem se mostrado uma ferramenta bastante útil para nos ajudar a verificar se o que observamos experimentalmente é, realmente, o que pensamos estar observando.

# **Referências Bibliográficas**

- [1] F. Halzen. *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics.* John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [2] D. J. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [3] S. Glashow. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl.Phys.*, 22:579–588, 1961. doi:10.1016/0029-5582(61)90469-2.
- [4] S. Weinberg. A Model of Leptons. *Phys.Rev.Lett.*, 19:1264–1266, 1967. doi:10. 1103/PhysRevLett.19.1264.
- [5] A. Salam. Weak and electromagnetic interactions. In N. Svartholm, editor, *Proc.* of the 8th Nobel Symposium on 'Elementary particle theory, relativistic groups and analyticity', pages 367–377, Stockholm, 1968. Wiley-Interscience.
- [6] W.-M. Yao. Review of Particle Physics. J. Phys. G, 33(1):1-1232, 2006. URL: http://pdg.lbl.gov.
- [7] D. J. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, 30(26):1343–1346, 1973. doi:10.1103/PhysRevLett.30. 1343.
- [8] H. D. Politzer. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30(26):1346–1349, 1973. doi:10.1103/PhysRevLett.30.1346.
- [9] J. Beringer et al. Review of Particle Physics (RPP). Phys. Rev., D86:010001, 2012. doi:10.1103/PhysRevD.86.010001.
- [10] C.-Y. Wong. Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions. World Scientific, Singapore, 1994.
- [11] M. A. Stephanov. QCD phase diagram: An overview. PoS, LAT2006:024, 2006. hep-lat/0701002.
- [12] B. Muller. Quark matter 2005: Theoretical summary. 2005. nucl-th/0508062.

- [13] S. Gupta. Lattice QCD with chemical potential: Evading the fermion-sign problem. *Pramana*, 63(6):1211–1224, 2004.
- [14] D. H. Rischke. The Quark gluon plasma in equilibrium. Prog.Part.Nucl.Phys., 52:197– 296, 2004. arXiv:nucl-th/0305030, doi:10.1016/j.ppnp.2003.09. 002.
- [15] K. Rajagopal and F. Wilczek. The Condensed matter physics of QCD. 2000. arXiv: hep-ph/0011333.
- [16] J. Adams et al. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions. *Nucl.Phys.*, A757:102–183, 2005. arXiv:nucl-ex/0501009, doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.03.085.
- [17] O. Philipsen. The QCD equation of state from the lattice. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 70:55–107, 2013. arXiv:1207.5999, doi:10.1016/j.ppnp.2012.09.003.
- [18] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. Katz, and K. Szabo. The Order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics. *Nature*, 443:675–678, 2006. arXiv:hep-lat/0611014, doi:10.1038/ nature05120.
- [19] W. K. Panofsky. Evolution of particle accelerators and colliders. *SLAC Beam Line*, 27N1:36–44, 1999.
- [20] E. Courant. Accelerators, colliders, and snakes. *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, 53:1–37, 2003. doi:10.1146/annurev.nucl.53.041002.110450.
- [21] L. Evans. The Large Hadron Collider (LHC). New J.Phys., 9:335, 2007. doi: 10.1088/1367-2630/9/9/335.
- [22] V. D. Shiltsev. High energy particle colliders: past 20 years, next 20 years and beyond. *Phys.Usp.*, 55:965–976, 2012. arXiv:1205.3087, doi:10.3367/ UFNe.0182.201210d.1033.
- [23] W. B. Rolnick. *The Fundamental Particles and Their Interactions*. Addison-Wesley, 1994.
- [24] T. Schäfer. Nearly perfect fluidity. Physics, 2:88, Oct 2009. URL: http://link. aps.org/doi/10.1103/Physics.2.88, doi:10.1103/Physics.2.88.
- [25] C. H. Christensen. Fluctuations in Au+Au collisions at 200 GeV. Master's thesis, Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, 2003.
- [26] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg. Glauber modeling in high energy nuclear collisions. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 57:205–243, 2007. nuclex/0701025. doi:10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020.

- [27] R. Vogt. Ultrarelativistic Heavy-Ion Collisions. Elsevier, Amsterdam, 2007.
- [28] S. Shi. *Event anisotropy*  $v_2$  *at STAR*. PhD thesis, Central China Normal University, 2010.
- [29] K. Ackermann et al. Elliptic flow in Au + Au collisions at (S(NN))\*\*(1/2) = 130 GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 86:402–407, 2001. arXiv:nucl-ex/0009011, doi:10.1103/ PhysRevLett.86.402.
- [30] J. Adams et al. Azimuthal anisotropy in Au+Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Rev.*, C72:014904, 2005. arXiv:nucl-ex/0409033, doi:10. 1103/PhysRevC.72.014904.
- [31] B. Back et al. Centrality and pseudorapidity dependence of elliptic flow for charged hadrons in Au+Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Rev.*, C72:051901, 2005. arXiv:nucl-ex/0407012, doi:10.1103/PhysRevC.72.051901.
- [32] K. Eskola, K. Kajantie, and P. Ruuskanen. Hydrodynamics of nuclear collisions with initial conditions from perturbative QCD. *Eur.Phys.J.*, C1:627–632, 1998. arXiv: nucl-th/9705015, doi:10.1007/s100520050111.
- [33] D. Teaney, J. Lauret, and E. V. Shuryak. Flow at the SPS and RHIC as a quark gluon plasma signature. *Phys.Rev.Lett.*, 86:4783–4786, 2001. arXiv:nucl-th/ 0011058, doi:10.1103/PhysRevLett.86.4783.
- [34] T. Hirano and Y. Nara. Hydrodynamic afterburner for the color glass condensate and the parton energy loss. *Nucl.Phys.*, A743:305–328, 2004. arXiv:nucl-th/ 0404039, doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.08.003.
- [35] U. A. Wiedemann. Jet Quenching in Heavy Ion Collisions. 2009. arXiv:0908. 2306.
- [36] B. Back et al. Centrality dependence of charged hadron transverse momentum spectra in d + Au collisions at S(NN)\*\*1/2 = 200 GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 91:072302, 2003. arXiv:nucl-ex/0306025, doi:10.1103/PhysRevLett.91.072302.
- [37] J. Adams et al. Evidence from d + Au measurements for final state suppression of high p(T) hadrons in Au+Au collisions at RHIC. *Phys.Rev.Lett.*, 91:072304, 2003. arXiv:nucl-ex/0306024, doi:10.1103/PhysRevLett.91.072304.
- [38] I. Arsene et al. Transverse momentum spectra in Au+Au and d+Au collisions at s\*\*(1/2) = 200-GeV and the pseudorapidity dependence of high p(T) suppression. *Phys.Rev.Lett.*, 91:072305, 2003. arXiv:nucl-ex/0307003, doi:10.1103/ PhysRevLett.91.072305.

- [39] J. Adams et al. Transverse momentum and collision energy dependence of high p(T) hadron suppression in Au+Au collisions at ultrarelativistic energies. *Phys.Rev.Lett.*, 91:172302, 2003. arXiv:nucl-ex/0305015, doi:10.1103/ PhysRevLett.91.172302.
- [40] C. Adler et al. Centrality dependence of high  $p_T$  hadron suppression in Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 130$ -GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 89:202301, 2002. arXiv:nucl-ex/0206011, doi:10.1103/PhysRevLett.89.202301.
- [41] T. Hirano. Hydrodynamic models. J.Phys., G30:S845-S852, 2004. arXiv: nucl-th/0403042, doi:10.1088/0954-3899/30/8/025.
- [42] Y. V. Kovchegov. Can thermalization in heavy ion collisions be described by QCD diagrams? Nucl.Phys., A762:298–325, 2005. arXiv:hep-ph/0503038, doi: 10.1016/j.nuclphysa.2005.08.009.
- [43] F. Gelis. Color Glass Condensate and Glasma. *Int.J.Mod.Phys.*, A28:1330001, 2013. arXiv:1211.3327, doi:10.1142/S0217751X13300019.
- [44] F. Aaron et al. Combined Measurement and QCD Analysis of the Inclusive e+- p Scattering Cross Sections at HERA. *JHEP*, 1001:109, 2010. arXiv:0911.0884, doi:10.1007/JHEP01(2010)109.
- [45] G. Martinez. Advances in Quark Gluon Plasma. 2013. arXiv:1304.1452.
- [46] L. D. McLerran. The Color glass condensate and small x physics: Four lectures. Lect.Notes Phys., 583:291–334, 2002. arXiv:hep-ph/0104285.
- [47] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, and R. Venugopalan. The Color Glass Condensate. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 60:463–489, 2010. arXiv:1002.0333, doi: 10.1146/annurev.nucl.010909.083629.
- [48] T. Lappi and L. McLerran. Some features of the glasma. Nucl.Phys., A772:200-212, 2006. arXiv:hep-ph/0602189, doi:10.1016/j.nuclphysa.2006.04. 001.
- [49] G. Beuf, M. P. Heller, R. A. Janik, and R. Peschanski. Boost-invariant early time dynamics from AdS/CFT. JHEP, 0910:043, 2009. arXiv:0906.4423, doi:10. 1088/1126-6708/2009/10/043.
- [50] Z. Xu and C. Greiner. Thermalization of gluons in ultrarelativistic heavy ion collisions by including three-body interactions in a parton cascade. *Phys.Rev.*, C71:064901, 2005. arXiv:hep-ph/0406278, doi:10.1103/PhysRevC.71.064901.
- [51] J. Bjoraker and R. Venugopalan. From colored glass condensate to gluon plasma: Equilibration in high-energy heavy ion collisions. *Phys.Rev.*, C63:024609, 2001. arXiv:hep-ph/0008294, doi:10.1103/PhysRevC.63.024609.
- [52] A. Rebhan, M. Strickland, and M. Attems. Instabilities of an anisotropically expanding non-Abelian plasma: 1D+3V discretized hard-loop simulations. *Phys.Rev.*, D78:045023, 2008. arXiv:0802.1714, doi:10.1103/PhysRevD.78.045023.
- [53] B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan. Fluctuating Glasma initial conditions and flow in heavy ion collisions. *Phys.Rev.Lett.*, 108:252301, 2012. arXiv:1202. 6646, doi:10.1103/PhysRevLett.108.252301.
- [54] J.-Y. Ollitrault. Relativistic hydrodynamics for heavy-ion collisions. *Eur.J.Phys.*, 29:275-302, 2008. arXiv:0708.2433, doi:10.1088/0143-0807/29/2/ 010.
- [55] W. Broniowski, P. Bozek, and M. Rybczynski. Fluctuating initial conditions in heavyion collisions from the Glauber approach. *Phys.Rev.*, C76:054905, 2007. arXiv: 0706.4266, doi:10.1103/PhysRevC.76.054905.
- [56] T. Hirano, U. W. Heinz, D. Kharzeev, R. Lacey, and Y. Nara. Hadronic dissipative effects on elliptic flow in ultrarelativistic heavy-ion collisions. *Phys.Lett.*, B636:299–304, 2006. arXiv:nucl-th/0511046, doi:10.1016/ j.physletb.2006.03.060.
- [57] H.-J. Drescher, A. Dumitru, A. Hayashigaki, and Y. Nara. The Eccentricity in heavyion collisions from color glass condensate initial conditions. *Phys. Rev.*, C74:044905, 2006. arXiv:nucl-th/0605012, doi:10.1103/PhysRevC.74.044905.
- [58] K. A. Bugaev. Quark-gluon bags with surface tension. *Phys.Rev.*, C76:014903, 2007. arXiv:hep-ph/0703222, doi:10.1103/PhysRevC.76.014903.
- [59] D. Kharzeev and M. Nardi. Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD. *Phys.Lett.*, B507:121–128, 2001. arXiv:nucl-th/0012025, doi:10.1016/S0370-2693(01)00457-9.
- [60] D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi. QCD saturation and deuteron nucleus collisions. *Nucl.Phys.*, A730:448–459, 2004. arXiv:hep-ph/0212316, doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.06.022.
- [61] D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi. Color glass condensate at the LHC: Hadron multiplicities in pp, pA and AA collisions. *Nucl.Phys.*, A747:609–629, 2005. arXiv: hep-ph/0408050, doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.10.018.
- [62] Z. Qiu and U. W. Heinz. Event-by-event shape and flow fluctuations of relativistic heavy-ion collision fireballs. *Phys.Rev.*, C84:024911, 2011. arXiv:1104.0650, doi:10.1103/PhysRevC.84.024911.

- [63] H. J. Drescher, F. M. Liu, S. Ostapchenko, T. Pierog, and K. Werner. Initial condition for quark-gluon plasma evolution. *Phys. Rev. C*, 65:054902, Apr 2002. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.65. 054902, doi:10.1103/PhysRevC.65.054902.
- [64] V. Gribov. A Reggeon Diagram Technique. Sov. Phys. JETP, 26:414–423, 1967.
- [65] Y. Hama, T. Kodama, and J. Socolowski, O. Topics on hydrodynamic model of nucleus-nucleus collisions. *Braz.J.Phys.*, 35:24–51, 2005. arXiv:hep-ph/ 0407264, doi:10.1590/S0103-97332005000100003.
- [66] B. Alver, B. Back, M. Baker, M. Ballintijn, D. Barton, et al. Importance of correlations and fluctuations on the initial source eccentricity in high-energy nucleusnucleus collisions. *Phys.Rev.*, C77:014906, 2008. arXiv:0711.3724, doi: 10.1103/PhysRevC.77.014906.
- [67] B. Alver and G. Roland. Collision geometry fluctuations and triangular flow in heavy-ion collisions. *Phys.Rev.*, C81:054905, 2010. arXiv:1003.0194, doi: 10.1103/PhysRevC.82.039903, 10.1103/PhysRevC.81.054905.
- [68] B. H. Alver, C. Gombeaud, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault. Triangular flow in hydrodynamics and transport theory. *Phys.Rev.*, C82:034913, 2010. arXiv:1007.5469, doi:10.1103/PhysRevC.82.034913.
- [69] G.-Y. Qin, H. Petersen, S. A. Bass, and B. Muller. Translation of collision geometry fluctuations into momentum anisotropies in relativistic heavy-ion collisions. *Phys.Rev.*, C82:064903, 2010. arXiv:1009.1847, doi:10.1103/PhysRevC. 82.064903.
- [70] K. Aamodt et al. Higher harmonic anisotropic flow measurements of charged particles in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}}$ =2.76 TeV. *Phys.Rev.Lett.*, 107:032301, 2011. arXiv: 1105.3865, doi:10.1103/PhysRevLett.107.032301.
- [71] L. Adamczyk et al. Third Harmonic Flow of Charged Particles in Au+Au Collisions at sqrtsNN = 200 GeV. *Phys. Rev. C* 88, 014904, 2013. arXiv:1301.2187, doi:10.1103/PhysRevC.88.014904.
- [72] C. E. Coleman-Smith, H. Petersen, and R. L. Wolpert. Classification of initial state granularity via 2d Fourier Expansion. J.Phys., G40:095103, 2013. arXiv:1204. 5774, doi:10.1088/0954-3899/40/9/095103.
- [73] T. Hirano, N. van der Kolk, and A. Bilandzic. Hydrodynamics and Flow. Lect.Notes Phys., 785:139–178, 2010. arXiv:0808.2684, doi:10.1007/ 978-3-642-02286-9\_4.

- [74] K. Adcox et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleusnucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration. *Nucl.Phys.*, A757:184–283, 2005. arXiv:nucl-ex/0410003, doi:10.1016/ j.nuclphysa.2005.03.086.
- [75] Y. Hama, R. Peterson G. Andrade, F. Grassi, W.-L. Qian, T. Osada, et al. NeXSPhe-RIO Results on Elliptic-Flow Fluctuations at RHIC. *Phys.Atom.Nucl.*, 71:1558–1564, 2008. arXiv:0711.4544, doi:10.1134/S106377880809010X.
- [76] M. Luzum and P. Romatschke. Conformal Relativistic Viscous Hydrodynamics: Applications to RHIC results at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Rev.*, C78:034915, 2008. arXiv:0804.4015, doi:10.1103/PhysRevC.78.034915,10.1103/PhysRevC.79.039903.
- [77] S. Afanasiev et al. Systematic Studies of Elliptic Flow Measurements in Au+Au Collisions at s\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Rev.*, C80:024909, 2009. arXiv:0905.1070, doi:10.1103/PhysRevC.80.024909.
- [78] J. Takahashi, B. Tavares, W. Qian, R. Andrade, F. Grassi, et al. Topology studies of hydrodynamics using two particle correlation analysis. *Phys.Rev.Lett.*, 103:242301, 2009. arXiv:0902.4870, doi:10.1103/PhysRevLett.103.242301.
- [79] R. Derradi de Souza, J. Takahashi, T. Kodama, and P. Sorensen. Effects of initial state fluctuations in the final state elliptic flow measurements using the NeXSPhe-RIO model. *Phys.Rev.*, C85:054909, 2012. arXiv:1110.5698, doi:10.1103/ PhysRevC.85.054909.
- [80] B. M. Tavares. *Estudo hidrodinâmico das colisões ultra-relativísticas de íons pesados*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- [81] D. H. Rischke, S. Bernard, and J. A. Maruhn. Relativistic hydrodynamics for heavy ion collisions. 1. General aspects and expansion into vacuum. *Nucl.Phys.*, A595:346–382, 1995. arXiv:nucl-th/9504018, doi:10.1016/0375-9474(95)00355-1.
- [82] P. Mota, T. Kodama, R. Derradi de Souza, and J. Takahashi. Coarse graining scale and effectiveness of hydrodynamic modeling. *Eur.Phys.J.*, A48:165, 2012. arXiv: 1210.3129, doi:10.1140/epja/i2012-12165-7.
- [83] C. Gale, S. Jeon, and B. Schenke. Hydrodynamic Modeling of Heavy-Ion Collisions. *Int.J.Mod.Phys.*, A28:1340011, 2013. arXiv:1301.5893, doi:10.1142/ S0217751X13400113.
- [84] S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, et al. Full result for the QCD equation of state with 2+1 flavors. 2013. arXiv:1309.5258.

- [85] J. I. Kapusta. *Finite-temperature field theory*. Cambridge University Press, Melbourne, 1989.
- [86] P. F. Kolb and U. W. Heinz. Hydrodynamic description of ultrarelativistic heavy ion collisions. 2003. arXiv:nucl-th/0305084.
- [87] E. Laermann and O. Philipsen. The Status of lattice QCD at finite temperature. Ann.Rev.Nucl.Part.Sci., 53:163–198, 2003. arXiv:hep-ph/0303042, doi:10. 1146/annurev.nucl.53.041002.110609.
- [88] F. Cooper and G. Frye. Comment on the Single Particle Distribution in the Hydrodynamic and Statistical Thermodynamic Models of Multiparticle Production. *Phys.Rev.*, D10:186, 1974. doi:10.1103/PhysRevD.10.186.
- [89] F. Grassi. Particle emission in hydrodynamics: A Problem needing a solution. Braz.J.Phys., 35:52-69, 2005. arXiv:nucl-th/0412082, doi:10.1590/ S0103-97332005000100004.
- [90] P. Sorensen. Elliptic Flow: A Study of Space-Momentum Correlations In Relativistic Nuclear Collisions. 2009. arXiv:0905.0174.
- [91] C. Aguiar, T. Kodama, T. Osada, and Y. Hama. Smoothed particle hydrodynamics for relativistic heavy ion collisions. J.Phys., G27:75-94, 2001. arXiv:hep-ph/ 0006239, doi:10.1088/0954-3899/27/1/306.
- [92] T. Kodama, C. Aguiar, T. Osada, and Y. Hama. Entropy-based relativistic smoothed particle hydrodynamics. J.Phys., G27:557–560, 2001. doi:10.1088/ 0954-3899/27/3/336.
- [93] L. B. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. Astrophys. J., 82:1013–1024, December 1977. doi:10.1086/112164.
- [94] R. A. Gingold and J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 181:375, 1977.
- [95] C. Aguiar, Y. Hama, T. Kodama, and T. Osada. Event-by-event fluctuations in hydrodynamical description of heavy ion collisions. *Nucl.Phys.*, A698:639–642, 2002. arXiv:hep-ph/0106266, doi:10.1016/S0375-9474(01)01447-6.
- [96] M. Gazdzicki, M. I. Gorenstein, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, et al. Incident energy dependence of the effective temperature in heavy ion collisions. *Braz.J.Phys.*, 34:322-325, 2004. arXiv:hep-ph/0309192, doi:10.1590/ S0103-97332004000200041.
- [97] J. Socolowski, O., F. Grassi, Y. Hama, and T. Kodama. Fluctuations of the initial conditions and the continuous emission in hydro description of two-pion interferometry. *Phys.Rev.Lett.*, 93:182301, 2004. arXiv:hep-ph/0405181, doi: 10.1103/PhysRevLett.93.182301.

- [98] F. Grassi, Y. Hama, O. Socolowski, and T. Kodama. Results on transverse mass spectra obtained with NeXSPheRIO. J.Phys., G31:S1041–S1044, 2005. doi:10.1088/ 0954-3899/31/6/054.
- [99] C. Aguiar, T. Kodama, R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, et al. Comparison between classification using impact parameter and using number of participants in relativistic nuclear collisions. *Braz.J.Phys.*, 34:319–321, 2004. doi:10.1590/ S0103-97332004000200040.
- [100] Y. Hama, R. P. Andrade, F. Grassi, J. Socolowski, Otavio, T. Kodama, et al. 3D relativistic hydrodynamic computations using lattice-QCD-inspired equations of state. *Nucl.Phys.*, A774:169–178, 2006. arXiv:hep-ph/0510096, doi:10.1016/ j.nuclphysa.2006.06.024.
- [101] R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and J. Socolowski, O. On the necessity to include event-by-event fluctuations in experimental evaluation of elliptical flow. *Phys.Rev.Lett.*, 97:202302, 2006. arXiv:nucl-th/0608067, doi:10.1103/ PhysRevLett.97.202302.
- [102] W.-L. Qian, R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, and T. Kodama. An Approach to chemical freeze-out scenario of identified particle spectra at 200-AGeV Au-Au collisions at RHIC. 2007. arXiv:0709.0845.
- [103] A. M. Poskanzer and S. Voloshin. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions. *Phys. Rev.*, C58:1671–1678, 1998. arXiv:nucl-ex/9805001, doi:10.1103/PhysRevC.58.1671.
- [104] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, and R. Snellings. Collective phenomena in noncentral nuclear collisions. 2008. arXiv:0809.2949.
- [105] S. A. Voloshin. Transverse radial expansion and directed flow. Phys. Rev., C55:1630– 1632, 1997. arXiv:nucl-th/9611038, doi:10.1103/PhysRevC.55. R1630.
- [106] P. F. Kolb. v(4): A Small, but sensitive observable for heavy ion collisions. *Phys.Rev.*, C68:031902, 2003. arXiv:nucl-th/0306081, doi:10.1103/PhysRevC. 68.031902.
- [107] S. Wang, Y. Jiang, Y. Liu, D. Keane, D. Beavis, et al. Measurement of collective flow in heavy ion collisions using particle pair correlations. *Phys.Rev.*, C44:1091–1095, 1991. doi:10.1103/PhysRevC.44.1091.
- [108] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault. Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations. *Phys.Rev.*, C64:054901, 2001. arXiv:nucl-th/0105040, doi:10.1103/PhysRevC.64.054901.

- [109] C. Adler et al. Elliptic flow from two and four particle correlations in Au+Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 130-GeV. *Phys.Rev.*, C66:034904, 2002. arXiv:nucl-ex/ 0206001, doi:10.1103/PhysRevC.66.034904.
- [110] R. Bhalerao, N. Borghini, and J. Ollitrault. Analysis of anisotropic flow with Lee-Yang zeroes. Nucl. Phys., A727:373-426, 2003. arXiv:nucl-th/0310016, doi:10. 1016/j.nuclphysa.2003.08.007.
- [111] B. Abelev et al. Centrality dependence of charged hadron and strange hadron elliptic flow from s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV Au + Au collisions. *Phys.Rev.*, C77:054901, 2008. arXiv:0801.3466, doi:10.1103/PhysRevC.77.054901.
- [112] N. Borghini, R. Bhalerao, and J. Ollitrault. Anisotropic flow from Lee-Yang zeroes: A Practical guide. J.Phys., G30:S1213–S1216, 2004. arXiv:nucl-th/0402053, doi:10.1088/0954-3899/30/8/092.
- [113] I. Selyuzhenkov and S. Voloshin. Effects of non-uniform acceptance in anisotropic flow measurement. *Phys.Rev.*, C77:034904, 2008. arXiv:0707.4672, doi:10. 1103/PhysRevC.77.034904.
- [114] A. Bilandzic, R. Snellings, and S. Voloshin. Flow analysis with cumulants: Direct calculations. *Phys. Rev.*, C83:044913, 2011. arXiv:1010.0233, doi:10.1103/ PhysRevC.83.044913.
- [115] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault. A New method for measuring azimuthal distributions in nucleus-nucleus collisions. *Phys.Rev.*, C63:054906, 2001. arXiv: nucl-th/0007063, doi:10.1103/PhysRevC.63.054906.
- [116] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault. Are flow measurements at SPS reliable? *Phys.Rev.*, C62:034902, 2000. arXiv:nucl-th/0004026, doi:10. 1103/PhysRevC.62.034902.
- [117] J.-Y. Ollitrault, A. M. Poskanzer, and S. A. Voloshin. Effect of flow fluctuations and nonflow on elliptic flow methods. *Phys.Rev.*, C80:014904, 2009. arXiv:0904. 2315, doi:10.1103/PhysRevC.80.014904.
- [118] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, A. Tang, and G. Wang. Elliptic flow in the Gaussian model of eccentricity fluctuations. *Phys.Lett.*, B659:537–541, 2008. arXiv:0708. 0800, doi:10.1016/j.physletb.2007.11.043.
- [119] R. Snellings. Elliptic Flow: A Brief Review. New J.Phys., 13:055008, 2011. arXiv: 1102.3010, doi:10.1088/1367-2630/13/5/055008.
- [120] Y. V. Kovchegov and K. L. Tuchin. Correlation functions and cumulants in elliptic flow analysis. *Nucl.Phys.*, A717:249–267, 2003. arXiv:nucl-th/0207037, doi: 10.1016/S0375-9474(03)00609-2.

- [121] P. Sorensen. Elliptic flow fluctuations in Au + Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. J.Phys., G35:104102, 2008. arXiv:0808.0356, doi:10.1088/ 0954-3899/35/10/104102.
- [122] B. Abelev et al. Systematic Measurements of Identified Particle Spectra in pp, d<sup>+</sup> Au and Au+Au Collisions from STAR. Phys.Rev., C79:034909, 2009. arXiv:0808. 2041, doi:10.1103/PhysRevC.79.034909.
- [123] M. Anderson et al. The STAR time projection chamber: a unique tool for studying high multiplicity events at RHIC. *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A*, 499(2-3):659 678, 2003. The Relativistic Heavy Ion Collider Project: RHIC and its Detectors. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900202019642, doi:10.1016/S0168-9002(02)01964-2.
- [124] G. Agakishiev et al. Energy and system-size dependence of two- and four-particle v<sub>2</sub> measurements in heavy-ion collisions at RHIC and their implications on flow fluctuations and nonflow. *Phys.Rev.*, C86:014904, 2012. arXiv:1111.5637, doi:10.1103/PhysRevC.86.014904.
- [125] H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, T. Hirano, and C. Shen. 200 A GeV Au+Au collisions serve a nearly perfect quark-gluon liquid. *Phys.Rev.Lett.*, 106:192301, 2011. arXiv:1011.2783, doi:10.1103/PhysRevLett.106.192301, 10.1103/PhysRevLett.109.139904.
- [126] B. Alver et al. Event-by-Event Fluctuations of Azimuthal Particle Anisotropy in Au + Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 104:142301, 2010. arXiv: nucl-ex/0702036, doi:10.1103/PhysRevLett.104.142301.
- [127] P. Huovinen. Anisotropy of flow and the order of phase transition in relativistic heavy ion collisions. *Nucl.Phys.*, A761:296–312, 2005. arXiv:nucl-th/0505036, doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.07.016.
- [128] N. Borghini and J.-Y. Ollitrault. Momentum spectra, anisotropic flow, and ideal fluids. *Phys.Lett.*, B642:227-231, 2006. arXiv:nucl-th/0506045, doi:10.1016/ j.physletb.2006.09.062.
- [129] B. Abelev et al. Mass, quark-number, and  $\sqrt{s_{NN}}$  dependence of the second and fourth flow harmonics in ultra-relativistic nucleus-nucleus collisions. *Phys.Rev.*, C75:054906, 2007. arXiv:nucl-ex/0701010, doi:10.1103/PhysRevC.75.054906.
- [130] J. Adams et al. Azimuthal anisotropy at RHIC: The First and fourth harmonics. *Phys.Rev.Lett.*, 92:062301, 2004. arXiv:nucl-ex/0310029, doi:10.1103/ PhysRevLett.92.062301.
- [131] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands. PYTHIA 6.4 Physics and Manual. JHEP, 0605:026, 2006. arXiv:hep-ph/0603175, doi:10.1088/1126-6708/ 2006/05/026.

- [132] B. Abelev et al. Identified baryon and meson distributions at large transverse momenta from Au+Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 97:152301, 2006. arXiv:nucl-ex/0606003, doi:10.1103/PhysRevLett.97.152301.
- [133] J. Putschke. Near-side  $\Delta \eta$  Correlations of High Hadrons from STAR. Nuclear Physics A, 783(1-4):507 510, 2007. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947406008608, doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2006.11.105.
- [134] M. P. McCumber. The 'Shoulder' and the 'Ridge' in PHENIX. J.Phys., G35:104081, 2008. arXiv:0804.4319, doi:10.1088/0954-3899/35/10/104081.
- [135] G. F. Smoot. Nobel Lecture: Cosmic microwave background radiation anisotropies: Their discovery and utilization. *Rev.Mod.Phys.*, 79:1349–1379, 2007. doi: 10.1103/RevModPhys.79.1349.
- [136] D. D. Chinellato. *Estudo de Estranheza em Colisões próton-próton no LHC*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2012.
- [137] J. Adams et al. Identified hadron spectra at large transverse momentum in p+p and d+Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV. *Phys.Lett.*, B637:161–169, 2006. arXiv:nucl-ex/0601033, doi:10.1016/j.physletb.2006.04.032.
- [138] BNL/RHIC: RHIC Accelerators. http://www.bnl.gov/rhic/complex. asp. (March 2012).
- [139] T. Ullrich. RHIC: From colliding ions to physics results. March 2008. Series of lectures given at the QCD Winter School, Les Houches, France. URL: http:// ipht.cea.fr/Pisp/francois.gelis/Workshops/Houches2008.
- [140] The STAR Experiment. https://drupal.star.bnl.gov/STAR/ SketchUpSTAR. (September 2013).
- [141] AGS/RHIC: Run Overview of the Relativistic Heavy Ion Collider. http://www.agsrhichome.bnl.gov/RHIC/Runs. (March 2012).
- [142] BNL/RHIC web page: RHIC Science PHOBOS & BRAHMS. http://www.bnl.gov/RHIC/PHOBOS\_BRAHMS.asp. (March 2012).
- [143] BNL/RHIC web page: RHIC Science PHENIX. http://www.bnl.gov/rhic/PHENIX.asp. (March 2012).
- [144] BNL/RHIC web page: RHIC Science STAR. http://www.bnl.gov/rhic/ STAR.asp. (March 2012).

- [145] K. Ackermann et al. STAR detector overview. Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A, 499(2-3):624-632, 2003. The Relativistic Heavy Ion Collider Project: RHIC and its Detectors. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S0168900202019605, doi:10.1016/S0168-9002(02)01960-5.
- [146] L. Kotchenda et al. STAR TPC gas system. Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A, 499(2-3):703 – 712, 2003. The Relativistic Heavy Ion Collider Project: RHIC and its Detectors. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S0168900202019678, doi:10.1016/S0168-9002(02)01967-8.
- [147] STAR Conceptual Design Report. http://www.star.bnl.gov/public/ tpc/tpc.html. (April 2012).
- [148] H. Bichsel. A method to improve tracking and particle identification in TPCs and silicon detectors. *Nucl.Instrum.Meth.*, A562:154–197, 2006. doi:10.1016/j. nima.2006.03.009.

# APÊNDICES

# **Apêndice** A

# O gerador de eventos Pythia

O Pythia é um simulador de eventos de colisões de partículas que permite estudar interações dos tipos  $e^++e^-$ , e+p,  $p+p e p+\bar{p}$ . Atualmente, consiste de um dos mais completos simuladores de colisões p+p em altas energias e tem sido constantemente atualizado, incorporando correções de acordo com os mais recentes resultados experimentais.

A seguir, descreveremos os principais aspectos do modelo, destacando as características relevantes para nossos estudos. Toda a discussão acerca da física envolvida no modelo foi retirada do manual da versão 6.4 do código [131].

### A.1 Principais Aspectos das Interações p+p no Pythia

A produção de partículas no Pythia incorpora as principais teorias e modelos existentes para diversos processos, como interações múltiplas entre partículas, fragmentação, decaimentos, radiação de estado inicial e final, etc.. No tratamento das interações fortes, objeto de interesse deste trabalho, são consideradas as principais contribuições previstas em QCD perturbativa, além de ser dado um tratamento efetivo para correções de ordem superior, responsáveis pela radiação de pártons nos estados inicial e final. No processo de geração de um evento, as etapas fundamentais podem ser resumidas em [131]:

- Os prótons incidentes (feixes) são caracterizados através de um conjunto de funções de distribuição de pártons (ou PDF, do inglês *Parton Distribution Function*), definindo suas subestruturas partônicas em termos de composição de sabor e distribuição de energia.
- Considera-se a possibilidade de que um párton de cada feixe dê início a um "chuveiro" partônico, ou seja, uma sequência de ramificações do tipo q → qg, antes mesmo da interação principal ocorrer, adicionando contribuições de ordem superior ao evento num processo chamado de radiação de estado inicial (ou ISR, do inglês *Initial State Radiation*).
- Um processo de espalhamento duro entre pártons dos chuveiros iniciais ocorre, produzindo novos pártons e definindo as características da interação principal (processo base). Estes espalhamentos, representados de acordo com o número de objetos finais, podem ser dos tipos 2 → 2 (maior parte dos casos), 2 → 3 ou 2 → 4, e são calculados para primeira ordem não nula em QCD perturbativa.
- Os processos duros podem produzir ressonâncias, como os bósons Z<sup>0</sup> e W<sup>±</sup>, que decaem rapidamente em outros pártons.
- Os novos pártons produzidos no espalhamento duro também podem iniciar uma sequência de ramificações, dando origem a chuveiros de estado final, que adicionam contribuições de ordem superior ao evento num processo chamado de radiação de estado final (ou FSR, do inglês *Final State Radiation*).
- Além do espalhamento duro principal, processos chamados semi-duros (momento transferido inferior ao do processo base) também podem ocorrer entre os outros pártons dos prótons incidentes, caracterizando um cenário de espalhamentos partônicos múltiplos (ou MPI, do inglês *Multiple Partonic Interactions*).
- Os pártons remanescentes dos prótons incidentes podem ainda possuir subestruturas e uma carga líquida de cor não neutra, o que os mantêm ligados aos outros produtos do

estado final.

- O mecanismo de confinamento da QCD garante que os quarks e glúons produzidos não sejam observáveis, fazendo com que fragmentem produzindo hádrons neutros em cor.
- Durante o processo de fragmentação, efeitos de interconexões como rearranjo de cor ou Bose-Einstein podem ocorrer.
- Finalmente, após a hadronização, os decaimentos dos hádrons instáveis são calculados e o evento termina.



Um esquema ilustrativo das etapas descritas acima é mostrado na figura A.1.

Figura A.1: Esquema ilustrativo de um evento Pythia. Figura retirada da referência [136].

A seguir, discutiremos alguns aspectos do código relacionados à seleção dos processos físicos de interesse e dos cortes cinemáticos utilizados nas análises apresentadas neste trabalho.

### A.2 Seleção dos Processos Físicos

O Pythia possui uma grande diversidade de processos físicos que podem ser ligados ou desligados na geração de um evento, inclusive para cenários não considerados no Modelo Padrão. No contexto dos estudos realizados nesta tese, os processos de interesse são os que envolvem a interação forte (processos QCD). De fato, a grande maioria dos processos no Pythia são do tipo  $2 \rightarrow 2$ , com apenas alguns casos levando à produção de mais de duas partículas no estado final. Em geral, contribuições de ordens superiores são tratadas efetivamente através da introdução de radiações de estado inicial e final (ISR+FSR). Além disso, espalhamentos elásticos, difrativos e interações hádron-hádron de baixo  $p_{\perp}$  (eventos denominados *minimum bias*), também podem estar presentes e, em geral, precisam ser tratados não perturbativamente. Como a seção de choque dos processos QCD  $2 \rightarrow 2$  dominantes diverge para  $p_{\perp}$  tendendo a zero, é introduzida uma escala efetiva  $p_{\perp min}$ , de forma que a seção de choque é completamente anulada ou fortemente suprimida para  $p_{\perp} < p_{\perp min}$ . Dessa forma, em eventos tipicamente *minimum bias*, espera-se encontrar apenas um ou, algumas vezes, somente poucos espalhamentos com  $p_{\perp}$  da ordem de  $p_{\perp min}$  ou ligeiramente superior. Os processos em baixo  $p_{\perp}$ , em geral não perturbativos, são tratados de maneira diferente e uma discussão sobre os detalhes de modelos empregados pode ser encontrada nas seções 11.2-11.4 da referência [131].

Veja, a seguir, os detalhes das configurações utilizadas para os estudos desta tese.

### A.2.1 A configuração Minimum Bias

A configuração do Pythia obtida por padrão é a de eventos *minimum bias*. No código, a seleção é feita através da chave ISUB e os processos considerados na geração dos eventos são:

- ISUB = 91  $\Rightarrow$  espalhamento elástico ( $AB \rightarrow AB$ )
- ISUB = 92  $\Rightarrow$  espalhamento singularmente difrativo ( $AB \rightarrow XB$ )
- ISUB = 93  $\Rightarrow$  espalhamento singularmente difrativo ( $AB \rightarrow AX$ )
- ISUB = 94  $\Rightarrow$  espalhamento duplamente difrativo ( $AB \rightarrow X_1X_2$ )
- ISUB = 95  $\Rightarrow$  produção em baixo  $p_{\perp}$

Quando o processo 95 (produção em baixo  $p_{\perp}$ ) é ligado, mesmo que processos QCD de alto  $p_{\perp}$  sejam explicitamente desligados, alguns eventos poderão ser classificados como tal. Neste caso, o processo 96 (*semihard* QCD 2  $\rightarrow$  2) é automaticamente ligado e o espalhamento mais duro gerado é reclassificado como um evento de jato.

Nas análises apresentadas nesta tese, utilizamos uma configuração que denominamos por NSD, referente a processos não singularmente difrativos (daí a sigla NSD, do inglês *Non-Single Diffractive*). Esta configuração consiste, basicamente, da configuração *minimum bias* com os processos 91, 92 e 93 desligados. Optamos por excluir tais processos para permitir uma comparação consistente com resultados experimentais de colisões p+p (veja, por exemplo, a referência [137]).

### A.2.2 A configuração QCD Jets

Na configuração denominada por *QCD Jets*, priorizamos processos  $2 \rightarrow 2$  com seção de choque  $\propto \alpha_s^2$ , sem incluir, explicitamente, nenhuma correção de ordem superior. Radiação de estado inicial (ISR) e final (FSR) são mantidas. Os processos específicos selecionados no código são:

- ISUB =  $11 \Rightarrow q_i q_j \rightarrow q_i q_j$
- ISUB =  $12 \Rightarrow q_i \bar{q}_i \rightarrow q_k \bar{q}_k$
- ISUB =  $13 \Rightarrow q_i \bar{q}_i \rightarrow gg$
- ISUB = 28  $\Rightarrow$   $q_ig \rightarrow q_ig$
- ISUB = 53  $\Rightarrow$   $gg \rightarrow q_k \bar{q}_k$
- ISUB =  $68 \Rightarrow gg \rightarrow gg$
- ISUB = 96  $\Rightarrow$  semihard QCD  $2 \rightarrow 2$

Esta configuração, embora não descreva resultados experimentais de colisões p+p e, de fato, nem esperávamos que o fizesse, produz eventos com perfil tipo "jato", particularmente interessantes para a composição do modelo NeXSPheRIO+Pythia usado em nossas análises.

### A.3 O corte cinemático CKIN(3)

A seção de choque de produção de jatos em colisões hadrônicas decresce rapidamente com o aumento do  $p_{\perp}$  do jato, o que faz com que determinadas regiões do espaço de fases sejam pouco populados. Assim, para explorar tais regiões do espaço de fases, é interessante tentar produzir eventos com as características desejadas. Experimentalmente, eventos com determinadas características são detectados definindo pré-escalas para taxa de eventos na configuração de *trigger*<sup>1</sup> do experimento. Na geração de evento no Pythia, podemos controlar a taxa de eventos com jatos de alto momento diretamente através do  $\hat{p}_{\perp}$  de processos  $2 \rightarrow 2$  duros no cenário de múltiplas interações, com o momento transversal  $\hat{p}_{\perp}$  definido no referencial de repouso do espalhamento duro. Não é possível especificar o  $p_{\perp}$  dos jatos produzidos, já que estes ainda devem ser afetados por atividade de chuveiros partônicos, hadronização e outros processos que compõem o *underlying event*.

No código, é possível dividir o intervalo de  $\hat{p}_{\perp}$  acessível em subintervalos usando as chaves CKIN(3) e CKIN(4) para estabelecer, respectivamente, limites inferior e superior. No código, as chaves CKIN(3) e CKIN(4) permitem estabelecer limites inferior e superior, respectivamente, para o  $\hat{p}_{\perp}$  dos processos  $2 \rightarrow 2$  duros. Com isso, é possível dividir o intervalo total acessível de  $\hat{p}_{\perp}$  em subintervalos que priorizam a produção de jatos em diferentes regiões de  $p_{\perp}$ .

Para nossas análises, variamos o corte em CKIN(3) para impor um limite mínimo para  $\hat{p}_{\perp}$ , de forma a priorizar eventos com jatos de alto  $p_{\perp}$ . Foram aplicados os cortes de 3.0, 3.5, 4.0 e 4.5 GeV/c em ambas as configurações utilizadas (NSD e QCDJets). Não impusemos nenhum limite superior para  $\hat{p}_{\perp}$  através de CKIN(4).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>No experimento, o *trigger* é responsável por decidir rapidamente, a partir de critérios simples, se um evento deve ou não ser gravado.

# **Apêndice B**

# **O** experimento STAR

O experimento STAR é um dos quatro grandes experimentos realizados no acelerador RHIC, e foi especialmente projetado para investigar a formação do Quark-Glúon-Plasma nas colisões de íons pesados relativísticos.

Daremos, a seguir, uma breve introdução sobre os experimentos realizados no acelerador RHIC, com uma especial atenção ao experimento STAR.

### **B.1** O Colisor de Íons Pesados Relativísticos RHIC

O colisor de íons pesados relativísticos RHIC (acrônimo em inglês de *Relativistic Heavy Ion Collider*) é formado por dois aceleradores quase circulares de cerca de 3.8 km de circunferência, onde podem ser acelerados ou armazenados feixes de prótons ou íons mais pesados para, então, produzir colisões nucleares em energias relativísticas.

O RHIC faz parte de um complexo de aceleradores de partículas, localizado no Laboratório de Brookhaven (BNL), em Long Island, NY, nos Estados Unidos, composto também por um acelerador linear Linac, um Tandem Van de Graaff, um síncrotron Booster, e um Síncrotron de Gradiente Alternado (ou AGS, do inglês *Alternating Gradient Synchrotron*) [138]. O Linac e o Tandem atuam, respectivamente, como fontes de prótons polarizados e íons pesados. Os feixes produzidos nesses aceleradores são pré-acelerados, primeiro no Booster e depois no AGS, e finalmente injetados no RHIC, onde podem ser usados para produzir colisões nucleares de até (Z/A)500 GeV de energia por par de nucleon no referencial do centro de massa  $(\sqrt{s_{NN}})$  [139]. A figura B.1 ilustra a disposição dos aceleradores no Laboratório de Brookhaven.



**Figura B.1:** Complexo de aceleradores de partícula do Laboratório de Brookhaven. (Figura retirada de [140])

Em operação desde o ano 2000, o RHIC já produziu colisões nucleares de diversos sistemas e em diversas energias (veja referência [141]). Os anéis do RHIC possuem um total de seis pontos de intersecção onde os feixes podem se cruzar e produzir colisões. Inicialmente, em quatro desses pontos eram realizados grandes experimentos projetados para permitir o estudo de diversos aspectos das colisões nucleares produzidas. São eles:

• **BRAHMS**: projetado para medir a produção inclusiva de hádrons carregados em um largo intervalo de pseudorrapidez e momento transversal. É composto, basicamente,

por um conjunto de detectores de trajetória, espectrômetros, detectores de tempo de voo e detectores Cherenkov, dispostos na forma de dois braços, sendo um na região de rapidez central e outro na região de rapidez frontal [142].

- **PHOBOS**: consiste, principalmente, de diversos detectores de silício que envolvem a região de interação e permitem estudar as distribuições angulares das partículas produzidas com bastante precisão [142].
- PHENIX: grande experimento com um conjunto variado de detectores projetados para medir e identificar diversas espécies de partículas, como fótons, elétrons, múons e hádrons. Por ser capaz de medir fótons e léptons (partículas que não interagem fortemente), o PHENIX permite estudar os processos que acontecem "dentro" dos sistemas formados nas colisões [143].
- STAR: conjunto de detectores projetados para medir de maneira simultânea o maior número possível de características das partículas produzidas em uma colisão. A tarefa do STAR é tentar identificar assinaturas de uma possível transição de fase para o QGP e estudar a evolução do sistema criado na colisão [144].

Atualmente, apenas PHENIX e STAR continuam em operação.

A seguir, trataremos com mais detalhes do experimento STAR, uma vez que grande parte dos resultados experimentais utilizados para comparações nesta tese são originais deste experimento.

### **B.2** Aspectos Gerais do Experimento STAR

O nome STAR é um acrônimo em inglês de *Solenoidal Tracker At RHIC* e está ligado com a capacidade de reconstruir trajetórias de partículas carregadas imersas em um campo magnético produzido por um grande solenoide. Esta é, de fato, a principal característica do experimento STAR que, a partir de uma grande câmara de projeção temporal cilíndrica envolta por um solenoide capaz de produzir campos magnéticos bastante intensos e uniformes, permite a reconstrução tridimensional de trajetórias de partículas carregadas que a atravessam.



**Figura B.2:** Corte longitudinal em perspectiva ilustrando os principais componentes do experimento STAR. (Figura retirada de [140])

Em colisões de íons pesados relativísticos, uma quantidade muito grande de partículas é produzida a cada evento<sup>1</sup>, e ser capaz de medir e identificar as características de cada uma delas sempre foi um desafio. Desta forma, o experimento STAR foi projetado para medir o maior número possível de observáveis, em grandes intervalos de aceitância, tanto geométrica quanto cinemática. Composto por detectores de trajetória, detectores de tempo de voo, calorímetros, fotomultiplicadoras e detectores de silício (veja a figura B.2), o STAR conta com ferramentas poderosas para detectar sinais da possível formação do QGP nas colisões nucleares em altas energias, e é particularmente adequado para estudar correlações na distribuição azimutal das partículas produzidas.

O principal detector do STAR é o TPC (sigla em inglês de *Time Projection Chamber*, ou Câmara de Projeção Temporal), que consiste de uma câmara cilíndrica de 4,2 m de compri-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Aproximadamente 1000 partículas por unidade de pseudorrapidez nas energias mais altas do RHIC [145].

mento por 2,0 m de raio externo e 0,5 m de raio interno, disposta de maneira que seu eixo de simetria coincide com a direção dos feixes (eixo z). Esta geometria equivale a uma aceitância azimutal total ( $0 \le \phi \le 2\pi$ ) e em pseudorrapidez de  $-1.0 \le \eta \le 1.0$  (veja a figura B.2). A câmara tem seu volume preenchido com gás do tipo P10 (90% argônio e 10% metano) a 2 mbar acima da pressão atmosférica [146], e é dividida na metade de seu comprimento por uma membrana central onde é aplicada uma tensão de cerca de 28 kV em relação às bases, produzindo um campo elétrico uniforme de aproximadamente 135 V/cm. Dessa maneira, quando partículas carregadas atravessam a câmara, o gás é ionizado ao longo de suas trajetórias e os elétrons livres escoam em direção às bases da câmara com uma velocidade típica de 5,45 cm/µs [123, 147]. A detecção é feita por sistemas compostos por MWPC's (*Multi-Wire Proportional Chambers*) e matrizes de *pads* de leitura distribuídos azimutalmente em forma de 12 setores em cada uma das bases da câmara (total de 24 setores).

A ideia básica por trás do funcionamento do TPC consiste em medir as coordenadas x e y das trajetórias de partículas carregadas que atravessam o gás através da projeção destas trajetórias sobre os sistemas instalados nas bases da câmara, e depois obter a coordenada z a partir do tempo de escoamento longitudinal dos elétrons livres no gás (daí o nome Câmara de Projeção Temporal). Dessa forma, é possível reconstruir eletronicamente a trajetória tridimensional deixada pela partícula no gás.

Outros dois importantes aspectos fazem do TPC um detector fundamental para os objetivos do experimento STAR. Primeiro, envolto por um grande solenoide capaz de produzir campos magnéticos uniformes de até 0.5 T ao longo da direção z (paralelo ao campo elétrico), as partículas carregadas produzidas na colisão que atravessam a câmara sofrem a ação dos campos elétrico e magnético, descrevendo trajetórias helicoidais. Dessa forma, o momento total de cada partícula (p) pode ser obtido usando p = qrB, onde q é a carga, r é o raio de curvatura da trajetória e B é a magnitude do campo magnético. Além disso, o TPC também permite realizar a identificação de algumas partículas através da medida da perda de energia (dE/dx) por estas ao atravessarem o gás. A perda de energia de partículas carregadas apresenta um ordenamento de acordo com a massa da partícula para baixos momentos ( $p \leq 1.0$  GeV/c), permitindo que a identificação seja feita a partir do valor médio de dE/dx esperado obtido por meio de funções de Bichsel [148].

Nas regiões longitudinais, há também detectores do tipo TPC de fluxo radial (ou FTPC's, do inglês *Forward TPC*) que estendem a cobertura em pseudorrapidez para intervalos de  $2.5 \le |\eta| \le 4.0$  [145].

Externamente ao cilindro do TPC, existem ainda os calorímetros eletromagnéticos BEMC e EEMC (*Barrel Electromagnetic Calorimeter* e *Endcap Eletromagnetic Calorimeter*, respectivamente) que possibilitam realizar medidas da energia transversa dos eventos e componente eletromagnética (fótons, elétrons e hádrons que decaem eletromagneticamente) de alto momento transversal. Em 2010, o experimento finalizou a instalação do detector TOF<sup>2</sup> (sigla em inglês para *Time Of Flight*), formado por 120 placas, cada uma com 32 detectores do tipo MRPC (*Multi-gap Resistive Plate Chamber*), dispostas imediatamente ao redor do TPC e cobrindo um intervalo em pseudorrapidez de  $-1.0 \le \eta \le 1.0$  e  $2\pi$  azimutalmente. O TOF é capaz de medir o tempo de voo das partículas produzidas a partir do vértice primário da interação até atingirem o detector ( $\Delta t_{TOF}$ ), permitindo uma determinação precisa da velocidade  $\beta = c(\Delta t_{TOF}/d)$ , onde *c* é a velocidade da luz e *d* a distância percorrida. Combinada com a informação da medida de momento feita pelo TPC, é possível estabelecer a identificação da partícula por meio de sua massa,  $m = p/(\gamma\beta c)$ , onde *m* é a massa e  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ .

Além dos detectores já discutidos, um conjunto de outros detectores com funções específicas completam o experimento. São eles os chamados detectores gatilho ou *triggers* (detectores de resposta rápida), formados por dois ZDC's (*Zero Degree Calorimeter*) situados a  $\pm 18$  m da posição central do TPC e em zero grau com respeito à direção do feixe ( $\theta < 2$ mrad), dois BBC's (*Beam Beam Counter*), cintiladores hexagonais montados externamente

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Em 2010, permaneci um período de três meses no Laboratório de Brookhaven, onde tive a oportunidade de contribuir com os trabalhos de calibração do detector.

às bases do solenoide magnético, VPD's (*Vertex Positioning Detector*), além do calorímetro eletromagnético EEMC. Através do fluxo de partículas nestes detectores é possível determinar a classificação dos eventos. Um sistema de detectores de silício dispostos ao redor da posição do vértice primário da colisão compõe o HFT (do inglês *Heavy Flavor Tracker*. Externamente ao solenoide, nas direções longitudinais, detectores FPD (*Forward Pion Detector*), FMS (*Forward Muon Spectrometer*) e MTD (*Muon Telescope Detector*) completam os principais detectores do experimento STAR.

Finalmente, toda a informação gerada por este conjunto de detectores necessita ser processada e armazenada e, para isso, o STAR conta com um sistema de aquisição de dados DAQ (*Data AcQuisition system*) bastante rápido e flexível. Em condições típicas de operação, o experimento produz uma taxa de  $\sim 500 - 600$  MB/s de dados.

O STAR é um experimento ativo desde o começo de funcionamento do RHIC e, ao longo dos anos, tem sofrido diversas atualizações em seus detectores para aumentar cada vez mais a qualidade de seus dados.

# **Apêndice C**

# Effects of initial state fluctuations in the final state elliptic flow measurements using the NeXSPheRIO model

O trabalho a seguir inclui parte dos estudos desenvolvidos nesta tese de doutorado e constitui uma reprodução do artigo original publicado no periódico *Physical Review C* [79]:

R. Derradi de Souza, J. Takahashi, T. Kodama, and P. Sorensen. *Physical Review C*, vol. 85, 054909, 2012. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.054909. ©2012 American Physical Society.

#### PHYSICAL REVIEW C 85, 054909 (2012)

## Effects of initial state fluctuations in the final state elliptic flow measurements using the NeXSPheRIO model

R. Derradi de Souza<sup>\*</sup> and J. Takahashi Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brazil

T. Kodama

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil

P. Sorensen

Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973, USA (Received 25 October 2011; revised manuscript received 24 February 2012; published 16 May 2012)

We present a systematic study of the effects from initial condition fluctuations in systems formed by heavy-ion collisions using the hydrodynamical simulation code NeXSPheRIO. The study was based on a sample of events generated simulating Au + Au collisions at center-of-mass energy of 200 GeV per nucleon pair with an impact parameter ranging from most central to peripheral collisions. The capability of the NeXSPheRIO code to control and save the initial condition (IC) as well as the final state particles after the three-dimensional hydrodynamical evolution allows for the investigation of the sensitivity of the experimental observables to the characteristics of the early IC. Comparisons of results from simulated events generated using fluctuating initial conditions and a smooth initial condition are presented for the experimental observable elliptic flow parameter ( $v_2$ ) as a function of the transverse momentum  $p_t$  and centrality. We compare  $v_2$  values estimated using different methods, and how each method responds to the effects of fluctuations in the initial condition. Finally, we quantify the flow fluctuations and compare them to the fluctuations of the initial eccentricity of the energy density distribution in the transverse plane.

DOI: 10.1103/PhysRevC.85.054909

PACS number(s): 25.75.Ld, 24.10.Nz, 24.60.Ky

on the initial state, hence on the mechanism of quantum chromodynamics at the very early stage of the collision. Recent

studies [13-21] show that a scenario including fluctuations of

the initial condition in addition to the geometrical eccentricity

describes better the experimental data than without the

inclusion of initial state fluctuations. These fluctuations in the

initial condition will affect the eccentricity by changing the

average value and also by introducing an additional fluctuation

which will then affect the final observed  $v_2$  values. To explore

the effects of these fluctuations, we need a more precise study,

quantifying the effects of these initial condition fluctuations

to the final experimental observables. For this purpose we

have used the simulation code NeXSPheRIO [22] that allows

the generation of events using smooth or fluctuating initial

conditions (ICs) and obtain the final particles after the hy-

drodynamical evolution. The procedures used in experimental

data analysis for  $v_2$  determination are applied to the simulated

data and the effects of the initial fluctuations are investigated

through the differences in the  $v_2$  estimates using different

methods. NeXSPheRIO allows for the control and study of

both the initial condition before the hydrodynamical evolution

and the final particles after hadronization and freeze-out. Thus,

it allows for a detailed study, on an event-by-event analysis,

of the correlation between initial condition parameters such as

eccentricity and fluctuations to the final state observables such

as  $v_2$ . This simulation code has already been extensively tested

and has presented reasonable agreement with experimental data [15,23,24]. In the next section we describe how the initial energy density is obtained in the NeXSPheRIO code and how the eccentricity is calculated. In Sec. III we describe

#### I. INTRODUCTION

In many dynamical systems, the evolution of the system affects its physical characteristics and the information of the early stages is lost when observing only the probes from the final stages. However, by studying how much of the initial condition information is retained and survives the dynamical evolution it is possible to obtain valuable insight not only on the characteristics of the initial conditions but also on the interactions that occur in the evolution. These conditions can be applied in many physical systems such as in the study of the evolution of our universe and the anisotropy observed in the cosmic microwave background [1], or in the study of the nuclear reactions in high energy [2].

In relativistic heavy-ion collisions an important experimental observable is known as the elliptic flow. Because of geometrical anisotropy created in the initial condition by the two colliding nuclei and the evolution of the system, a spacemomentum correlation develops and an anisotropy in the azimuthal distribution of the final particles can be measured. The elliptic flow or the Fourier expansion second harmonic  $(v_2)$  corresponds to the amplitude of this azimuthal anisotropy. Hydrodynamic models predict that indeed elliptic flow should be sensitive to the eccentricity of the initial conditions [3]. Model calculations of  $v_2$  are also in good agreement with much of the experimental data [4–12]. Furthermore, two or more particle correlations may carry important information

0556-2813/2012/85(5)/054909(10)

©2012 American Physical Society

<sup>\*</sup>rderradi@ifi.unicamp.br

<sup>054909-1</sup> 

the methods used to estimate the elliptic flow. In Sec. IV we present our results and, finally, in Sec. V we summarize our conclusions.

#### **II. INITIAL ENERGY DENSITY**

The NeXSPheRIO code allows the use of smooth and fluctuating initial conditions, which is particularly suited and convenient to study the effects of fluctuations in the elliptic flow calculations. The initial conditions are generated by a microscopic model called NeXuS [22] which produces, on an event-by-event basis, detailed space distributions of the energy-momentum tensor, baryon-number, strangeness, and charge densities [22]. The initial condition is then used as input to the hydrodynamical model and the system evolution is computed up to a given point where a decoupling mechanism is applied and final particles are produced [22]. Considering the transverse profile of the initial energy density distribution around  $\eta = 0$ , it is possible to calculate the eccentricity of the initial geometry. In the situation where there is no fluctuation and the colliding nuclei are considered to have smooth distributions, the major axis of the almond shape of the overlap area at the moment of the collision is perpendicular to the plane defined by the impact parameter and the beam axis, generally referred to as the reaction plane, while the minor axis coincides with the direction of the impact parameter.

The eccentricity calculated with respect to this reaction plane, defined by  $\varepsilon_{RP}$ , is given by [25]

$$\varepsilon_{\rm RP} = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2},\tag{1}$$

where  $\sigma_x^2$  and  $\sigma_y^2$  are the variances of the distribution along the *x* and *y* directions, respectively. Because of fluctuations, the actual distribution of the hot material created by collisions of participants can have the principal axis different from those of the smooth initial condition and the minor axis deviates from the reaction plane direction defined above [25]. The plane that maximizes the eccentricity determined from the initial energy distribution is generally called the participant plane [26]. The participant plane eccentricity  $\varepsilon_{PP}$  is given by [25]

$$\varepsilon_{\rm PP} = \frac{\sqrt{\left(\sigma_y^2 - \sigma_x^2\right)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2},\tag{2}$$

where  $\sigma_{xy}$  is the covariance of the transverse energy density distribution. Note that the reaction plane is determined just by the initial geometry of the collision for the whole system uniquely, whereas the participant plane depends on the dynamics of the collisions in each event. In Fig. 1, we show the distributions of the reaction plane eccentricity and the participant plane eccentricity as a function of the collision impact parameter. In the *x* axis of Fig. 1, we also show the equivalent number of charged particle density produced at  $\eta = 0$ ,  $dN_{ch}/d\eta$ , which is obtained after the full event simulation procedure is completed. The top panel shows the event-by-event reaction plane eccentricity  $\varepsilon_{RP}$  and the bottom panel shows the participant plane eccentricity  $\varepsilon_{PP}$ . By construction, the smooth IC reaction plane eccentricity



FIG. 1. (Color online) (a) Reaction plane eccentricity  $\varepsilon_{\rm RP}$  and (b) participant plane eccentricity  $\varepsilon_{\rm PP}$  as a function of the number of charged particles produced at  $\eta = 0$ . The black line (a) represents the mean of the  $\varepsilon_{\rm RP}$  distribution, which is equal to the  $\varepsilon_{\rm RP}$  and  $\varepsilon_{\rm PP}$  of the smooth IC case. The dashed line (b) represents the average of the  $\varepsilon_{\rm PP}$  for the fluctuating IC case.

corresponds to the mean eccentricity of the fluctuating IC case, represented by the solid black line in Fig. 1(a). In addition, the participant plane eccentricity matches the reaction plane eccentricity for the smooth IC case. For the most peripheral collisions the reaction plane eccentricity can assume negative values because of fluctuation that will force the asymmetry plane to be perpendicular to the reaction plane. The dashed line (b) represents the mean of the participant plane eccentricity for the fluctuating IC case only.

#### III. ELLIPTIC FLOW DETERMINATION

The momentum anisotropy of the final particle azimuthal distributions is generally described by a Fourier expansion of the azimuthal angle  $\phi$  of each particle with respect to the reaction plane angle  $\Psi_{\rm RP}$  [27]. The most relevant contribution comes from the second coefficient of the expansion  $v_2$ , which is from the almond shape of the initial overlap area of the incident nuclei in the transverse plane. However, the reaction plane angle cannot be directly measured experimentally and, therefore, several methods and techniques have been developed to estimate the  $v_2$  coefficient from the experimental data [27-30]. For this work, we have computed the elliptic flow coefficients in several different ways: (a) using the true reaction plane  $(v_2\{RP\})$  known in the simulation; (b) estimating a reference plane with the event plane method ( $v_2$ {EP}) [27,28]; (c) calculating the participant plane from the initial energy density distribution profile around  $\eta = 0$ ; and (d) using the formalism of the cumulant method  $(v_2\{2\} \text{ and } v_2\{4\})$  [30]. Below we summarize how each method works.

The reaction plane elliptic flow,  $v_2$ {RP}, is calculated with respect to the true reaction plane as

$$v_n\{\text{RP}\} = \langle \cos[n(\phi - \Psi_{\text{RP}})] \rangle, \qquad (3)$$

where  $\phi$  is the azimuthal angle of each particle,  $\Psi_{\text{RP}}$  is the true reaction plane angle, and the angle brackets denotes averages first over all selected particles in each event, and then over all events. In NeXSPheRIO, for fluctuating IC, an event is first

generated by generating nucleons inside the colliding nuclei. Thus, before the collision, the colliding matter already loses its symmetry with respect to the reaction plane, as defined by the impact parameter vector and the beam axis. In this sense, the concept of the reaction plane loses its physical meaning for event-by-event calculations. However, we keep the calculations of  $v_2$ {RP} as a reference for comparisons with the flow results obtained with other methods.

The event plane method is used to estimate the true reaction plane using the flow anisotropy itself. It is calculated by defining the flow vector as follows [28]:

$$\Psi_n = \frac{\tan^{-1}(Y_n/X_n)}{n}, \quad \begin{cases} X_n = \sum_i w_i \cos(n\phi_i), \\ Y_n = \sum_i w_i \sin(n\phi_i), \end{cases}$$
(4)

where  $w_i$  is a weight and  $\phi_i$  is the azimuthal angle of particle *i*. The flow coefficients are then determined by [28]

$$v_n\{\text{EP}\} = \frac{\langle \cos[n(\phi - \Psi_n)] \rangle}{\langle \cos[n(\Psi_n - \Psi_{RP})] \rangle},\tag{5}$$

where the denominator in the right-hand side of Eq. (5) is the resolution of the event plane, and the angle brackets denote averages taken over all selected particles in each event, and then over all events. Experimentally,  $\Psi_{RP}$  is not known and thus the resolution must be inferred in some other way. The technique applied here and extensively used in experimental data analysis consists of dividing the event being analyzed into two subevents (event *a* and event *b*) of the same multiplicity and calculate the resolution of the subevent. It was shown that the resolution of the subevents is given by [27]

$$\cos\left[n\left(\Psi_{n}^{a}-\Psi_{RP}\right)\right]\rangle = \langle\cos\left[n\left(\Psi_{n}^{b}-\Psi_{RP}\right)\right]\rangle$$
$$= \sqrt{\langle\cos\left[n\left(\Psi_{n}^{a}-\Psi_{n}^{b}\right)\right]\rangle}, \quad (6)$$

where  $\Psi_n^a$  and  $\Psi_n^b$  are the event plane angles for the subevents a and b, respectively. From the resolution of the subevents one is able to estimate the resolution of the event plane for the full event (see details in Refs. [27,28]). The event plane angle can deviate from the true reaction plane angle because of the fluctuations in the initial conditions and also because of the resolution caused by the limited statistics of the measured particles. Neglecting the angle shift from the statistical resolution, it is expected that  $\Psi_{\rm EP}$  would follow  $\Psi_{\rm PP}$ , the participant plane azimuthal angle. So, to check this we also calculate  $v_2$  with respect to the participant plane angle:

$$v_n\{\text{PP}\} = \langle \cos(n[\phi - \Psi_{\text{PP}}]) \rangle, \tag{7}$$

where  $\Psi_{PP}$  is calculated from the initial energy density transverse distribution profile as [25]

$$\Psi_{\rm PP} = \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \lambda^{\mp}} \right),\tag{8}$$

$$\lambda^{\pm} = \frac{1}{2} \left( \sigma_y^2 + \sigma_x^2 \pm \sqrt{\left( \sigma_y^2 - \sigma_x^2 \right)^2 + 4\sigma_{xy}} \right).$$
(9)

A recent study [31] showed that the event plane angle  $\Psi_{EP}$  as estimated from the azimuthal particle distribution itself seems to be more correlated to the participant plane angle  $\Psi_{PP}$  than to the reaction plane angle  $\Psi_{RP}$ . Following this study we have also computed the distributions of the correlations



FIG. 2. (Color online) Correlation between different reference plane angles for mid-central NeXSPheRIO events. Red open squares (dashed line) show the difference between  $\Psi_{PP}$  and  $\Psi_{RP}$ , green open circles (dot-dashed line) show the difference between  $\Psi_{EP}$  and  $\Psi_{PP}$ , and blue open triangles (double-dot-dashed line) show the difference between  $\Psi_{EP}$  and  $\Psi_{RP}$ .

between  $\Psi_{RP}$ ,  $\Psi_{EP}$ , and  $\Psi_{PP}$ . In Fig. 2 we show the distribution of the difference between the different angles, calculated for NeXSPheRIO mid-central events. The difference  $\Psi_{PP} - \Psi_{RP}$ (shown in red open squares) provides the magnitude of the variation in the participant plane direction caused by event-by-event fluctuations in the initial energy density profile. The distribution of  $\Psi_{\rm EP} - \Psi_{\rm RP}$  (shown in blue open triangles) represents the magnitude of the event plane dispersion caused by the IC fluctuations convoluted to the effect of resolution caused by the limited number of particles used in the  $\Psi_{EP}$ determination. The distribution of  $\Psi_{EP} - \Psi_{PP}$  (shown in open green circles) is formed by the statistical resolution and the width of the true correlation between  $\Psi_{EP}$  and  $\Psi_{PP}$ , where by true correlation we mean the part that comes from the initial state fluctuation. For instance, assuming that the participant plane and the event plane are totally correlated (as in an event with smooth IC), the distribution of the difference between these two angles would be from the statistical resolution only. The width ( $\sigma$ ) of the distribution of the angle difference as a function of the collision centrality is summarized in Fig. 3. From this plot we can see a decrease of the angular resolution for the very peripheral collisions and also for the very central collisions. The increase of the width for central collision is caused by the decrease of the initial eccentricity as well as the increase of the lumpiness in the initial energy density distribution, therefore, enhancing the effect of fluctuations.

An alternative method used in experimental data analysis to estimate the elliptic flow is through the cumulant formalism. The cumulant method calculates the flow coefficients directly from particle correlations, without the explicit need for a reference plane. The prescription used in this work is called Q cumulants or direct cumulants, presented in Ref. [30]. The procedure is divided into two parts where in the first part, the reference flow is calculated using all particles inside the selected range. In the second part, the differential flow ( $p_t$ dependent) is then calculated for the particles of interest. By



FIG. 3. (Color online) Width of the correlation between different reference plane angles as a function of the number of charged particles at  $\eta = 0$ . Red open squares (dashed line) show the width of  $\Psi_{\rm PP} - \Psi_{\rm RP}$ , green open circles (dot-dashed line) show the width of  $\Psi_{\rm EP} - \Psi_{\rm PP}$ , and blue open triangles (double-dot-dashed line) show the width of  $\Psi_{\rm EP} - \Psi_{\rm RP}$ .

following the notation used in Ref. [30], the flow coefficients for second- and fourth-order cumulants can be written as

Reference flow: 
$$\begin{cases} v_n\{2\} = \sqrt{\langle \langle 2 \rangle \rangle} \\ v_n\{4\} = \sqrt[4]{-[\langle \langle 4 \rangle \rangle - 2 \cdot \langle \langle 2 \rangle \rangle^2]}, \end{cases} (10)$$

Differential flow: 
$$\begin{cases} v_n\{2\} = \frac{1}{\sqrt{\langle (2) \rangle}} \\ v'_n\{4\} = \frac{-[\langle (4') \rangle - 2 \cdot \langle (2') \rangle \langle (2) \rangle]}{\sqrt[4]{4} - [\langle (4) \rangle - 2 \cdot \langle (2) \rangle^{2}]^{3}}, \end{cases}$$
(11)

where the double brackets denote weighted averages of twoand four-particle correlations, first over the particles and then over the events. The weights are the total number of combinations from two- or four-particle correlations, respectively, and they are used to minimize the effects from multiplicity fluctuations. The advantage of the Q-cumulant method is that it is not necessary to perform nested loops to compute all possible combinations in multiparticle correlations. Instead, it uses the flow vectors to calculate directly the multiparticle cumulants (see details in Ref. [30]). The derivation of the expressions for higher order cumulants is straightforward. We present here only up to the fourth order because the sixth and higher orders do not seem to differ much from the fourth (see, for instance, Ref. [32]). In the next section we present the details of the simulated sample used, the centrality classes, and the estimates for  $v_2$  obtained using each one of the methods described above.

#### **IV. RESULTS**

To compare the elliptic flow estimates obtained with different techniques, we used a sample of simulated events for Au + Au collisions at the center-of-mass energy of 200 GeV per nucleon pair. For the analysis presented here we used only the charged particles produced and the weak decays have been turned off to minimize the nonflow contribution. In our sample each event generated has associated a three-

TABLE I. Centrality classes of the NeXSPheRIO events used in the study.

Centrality	<i>b</i> range (fm)	$\langle dN_{ m ch}/d\eta  angle$
0%-10%	0.00 - 4.78	$576.5 \pm 0.4$
10%-20%	4.78 - 6.77	$393.8 \pm 0.3$
20%-30%	6.77 - 8.29	$271.5 \pm 0.2$
30%-40%	8.29 - 9.57	$182.3 \pm 0.1$
40%-60%	9.57 - 11.72	$89.9\pm0.1$

dimensional distribution of the energy density in the initial overlap region of the incident nuclei. The energy density distribution is computed from the energy-momentum tensor given by the NeXuS code at an initial stage and can fluctuate on an event-by-event basis, depending on the nuclear distribution determined by the incident nuclei and by the collision impact parameter [22]. Alternatively, it is also possible to input a smooth distribution generated by averaging over many events. For the analysis presented in the following we have divided the simulated sample into five event centrality classes for both fluctuating and smooth initial conditions, as described in Table I. A minimum of 30 000 events was used for each event centrality class, and for both smooth and fluctuating ICs. The total simulated data sample adds to more than a half-million events.

#### A. Flow comparisons

We present results obtained for the  $v_2$  estimates as a function of the transverse momentum  $p_t$ , and centrality of the collision as given by the mean number of charged particles produced at  $\eta = 0$ . The calculations for all methods were performed using charged particles within the pseudorapidity window  $|\eta| < 1.0$  and for  $0.15 < p_t < 2.0$  GeV/c. The event plane determination was done using particles from  $2.5 < |\eta| < 4.0$ , therefore, avoiding autocorrelation on  $v_2$ {EP} calculation, and with a requirement of a minimum of 15 charged particles within this pseudorapidity region for each event. We have also included published results reported by the STAR [32], PHENIX [33], and PHOBOS [34] experiments for comparison. In the following plots (Figs. 4–8), the  $v_2$ calculated by the different methods are presented by different symbols. Blue open circles for the reaction plane  $v_2$ , red open squares for the  $v_2$  calculated through the event plane method, gray open diamonds for the participant plane  $v_2$ , and green open triangles and orange open crosses for the  $v_2$  calculated using two- and four-particle cumulant methods, respectively. In Figs. 4 and 5 we show the results for  $v_2$  estimates as a function of transverse momentum for both smooth (left panels) and fluctuating (right panels) initial conditions, for centralities 10%-20% and 40%-60%, respectively. The blue star symbols are experimental results from the STAR experiment [32] and represent  $v_2$  estimates obtained with the event plane method, and the yellow triangles are results from the PHENIX experiment [33] obtained with the second-order cumulant method. The  $p_t$  dependence of the  $v_2$  curve from the NeXSPheRIO data generated using fluctuating ICs shows

EFFECTS OF INITIAL STATE FLUCTUATIONS IN THE ...



FIG. 4. (Color online) Differential  $v_2$  as a function of the transverse momentum for 10%–20% central events. Open symbols are  $v_2$ {RP} (blue circles),  $v_2$ {EP} (red squares),  $v_2$ {PP} (gray diamonds),  $v_2$ {2} (green triangles), and  $v_2$ {4} (orange crosses), for smooth (a) and fluctuating (b) initial conditions. Solid blue stars and yellow triangles are results from the STAR [32] and PHENIX [33] experiments, respectively. The lines are just to guide the eyes.

a better agreement to the experimental data than the results from the smooth IC. The comparisons presented in Figs. 4 and 5 also show that in the case of the smooth IC, the different methods for the  $v_2$  estimate that are based on the measurement of the final state particles provide the same results as the  $v_2$ calculated from the IC participant plane method. However, in the case of fluctuating ICs, there is a discrepancy between the experimentally measurable  $v_2$  methods and the actual elliptic flow from the participant plane calculation. Moreover, the difference between the results from different  $v_2$  methods increases with the transverse momentum. This shows clearly how each method is affected by the fluctuations in the initial condition. Assuming that the participant plane is the plane



FIG. 5. (Color online) Differential  $v_2$  as a function of the transverse momentum for 40%–60% peripheral events. Open symbols are  $v_2$ {RP} (blue circles),  $v_2$ {EP} (red squares),  $v_2$ {PP} (gray diamonds),  $v_2$ {2} (green triangles), and  $v_2$ {4) (orange crosses), for smooth (a) and fluctuating (b) initial conditions. Solid blue stars are results from the STAR [32] experiment. The lines are just to guide the eyes.



FIG. 6. (Color online) Integrated  $v_2$  as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . (a) Shows  $v_2$ {EP} for NeXSPheRIO events (red open squares) and results from STAR [32] (red solid squares) and PHOBOS [34] (green solid circles) experiments; (b) shows  $v_2$ {2} for NeXSPheRIO events (green open triangles) and from STAR experiment (green solid triangles) [32]; (c) shows  $v_2$ {4} for NeXSPheRIO events (orange open crosses) and from STAR experiment (orange solid crosses) [32]. The  $v_2$  results obtained with respect to the participant plane (gray open diamonds) were also included for reference. The lines are just to guide the eyes.

that defines the direction of the elliptic anisotropy created by the initial state and, therefore, defines the direction of the  $v_2$ in the final state, it is possible to take the values of  $v_2$ {PP} as a reference for the real  $\langle v_2 \rangle$ . Comparing to the results obtained with methods used experimentally (namely  $v_2$ {EP},  $v_2$ {2}, and  $v_2$ {4}), we see  $v_2$ {EP} above  $v_2$ {PP} and below  $v_2$ {2}, consistent with  $\langle v_2 \rangle \leq v_2$ {EP}  $\leq \sqrt{\langle v_2^2 \rangle}$  [25].

In Fig. 6 we show the dependence of the integrated  $v_2$  with the collision centrality. In the Fig. 6(a) we present the results obtained with the event plane method; Fig. 6(b) shows the results obtained with the second-order cumulant, and Fig. 6(c)shows the results obtained with the fourth-order cumulant. Results from the STAR [32] and PHOBOS [34] experiments are also presented for comparison. In all three panels we also included the participant plane  $v_2$  as a reference. The behavior of the flow obtained with the NeXSPheRIO model is very similar to the experimental results but the values are systematically lower. In Fig. 7 we have combined all the NeXSPheRIO results in the same panel and a clear ordering of the values from the different methods can be observed. This ordering presented by  $v_2$ {4},  $v_2$ {EP}, and  $v_2$ {2} is also observed in experimental results (see Ref. [32]). As expected, the elliptic flow calculated with respect to the reaction plane is

151



FIG. 7. (Color online) Mean integrated elliptic flow  $\langle v_2 \rangle$  as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . Blue open circles are  $v_2$ {RP}, red open squares are  $v_2$ {EP}, gray open diamonds are  $v_2$ {PP}, green open triangles are  $v_2$ {2}, and orange open crosses are  $v_2$ {4}. The lines are just to guide the eyes.

lower than all other results, confirming that in a scenario with lumpy initial energy density distribution, the plane defined by the impact parameter vector and the beam axis no longer drives the preferred direction of the flow. To see how the elliptic flow scales with the eccentricity of the initial state, we plotted the mean integrated  $v_2$  obtained with the cumulant method over the respective eccentricity cumulant moment, calculated using the participant plane eccentricity [18,25,32]:

$$\varepsilon\{2\} = \sqrt{\left\langle \varepsilon_{\rm PP}^2 \right\rangle},\tag{12}$$

$$\varepsilon\{4\} = \sqrt[4]{2\langle\varepsilon_{\rm PP}^2\rangle^2 - \langle\varepsilon_{\rm PP}^4\rangle},\tag{13}$$

as a function of the multiplicity density. Comparing these ratios with  $v_2\{RP\}/\langle \varepsilon_{RP} \rangle$ ,  $v_2\{PP\}/\langle \varepsilon_{PP} \rangle$ , and  $v_2\{EP\}/\varepsilon\{2\}$  as shown in Fig. 8, obtained for  $|\eta| < 1.0$  (fluctuating ICs), we find a good agreement among the NeXSPheRIO results. The points obtained with different methods seem to fall almost on top of each other, with the only exception of  $v_2\{2\}/\epsilon\{2\}$ , which is systematically higher. Such behavior is being investigated and we have already observed that the difference between  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$ and the other ratios seems to vanish when increasing the pseudorapidity window considered in the calculations to  $|\eta| < 6.0$ . The observable  $v_2\{4\}/\varepsilon\{4\}$  provides quite consistent results with  $v_2\{PP\}/\langle \varepsilon_{PP} \rangle$ , the later one being a quantity obtained directly from the anisotropy of the IC and, therefore, not accessible experimentally. For comparison, we also show results from the STAR [35] experiment for  $v_2\{2\}/\epsilon\{2\}$  and  $v_{2}$ {4}/ $\varepsilon$ {4}, with the eccentricity taken from the fKLN-CGC model, for Au + Au collisions at the center-of-mass energy of 200 GeV per nucleon pair. The experimental results are always higher than the NeXSPheRIO results, but they present similar separation between  $v_2\{2\}/\varepsilon\{2\}$  and  $v_2\{4\}/\varepsilon\{4\}$ . Song et al. [10] have recently reported that the inclusion of viscous effects can reduce the baseline of ideal fluid  $v_2/\varepsilon$ . Moreover, they pointed out that a proper event-by-event treatment can



FIG. 8. (Color online) Eccentricity scaled  $v_2$  as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . Open symbols are  $v_2$ {PP}/ $\langle \varepsilon_{\rm PP} \rangle$  (gray diamonds),  $v_2$ {RP}/ $\langle \varepsilon_{\rm RP} \rangle$  (blue circles),  $v_2$ {EP}/ $\varepsilon$ {2} (red squares),  $v_2$ {2}/ $\varepsilon$ {2} (green triangles), and  $v_2$ {4}/ $\varepsilon$ {4} (orange crosses), from NeXSPheRIO fluctuating ICs. Solid symbols are results from the STAR experiment [35] for  $v_2$ {2}/ $\varepsilon$ {2} (red stars) and  $v_2$ {4}/ $\varepsilon$ {4} (blue triangles). The error bars are the quoted statistical and systematic uncertainties added in quadrature. The lines are just to guide the eyes.

also affect this baseline. Thus, a study of the observables in an event-by-event scenario, as presented here, is also important for the comparison between data and viscous hydrodynamical models.

#### **B.** Flow fluctuations

The differences observed for the flow estimates indicate that each method responds differently to the fluctuations in the initial condition, which can be used to study these fluctuations with the final observables. In particular, from the definitions of flow estimates obtained with the cumulant formalism, it was suggested by the authors of Ref. [36] that, if only the leading order of  $\sigma_{v}^2$  and  $\delta$  are considered, then

$$v_2\{2\}^2 \approx \langle v_2 \rangle^2 + \delta + \sigma_{v_2}^2, \tag{14}$$

$$v_2\{4\}^2 \approx \langle v_2 \rangle^2 - \sigma_{v_2}^2, \tag{15}$$

where  $\delta$  is the nonflow contribution (in general, correlations other than those related to the reaction plane), and  $\sigma_{v_2}$  is the elliptic flow fluctuation. The approximation in Eq. (15) is valid for  $\sigma_{v_2} \ll \langle v_2 \rangle$  and negligible higher order moments. We note that this approximation breaks down for peripheral and central collisions where the skewness and kurtosis of the  $v_2$  distribution and terms related to  $\langle v_2 \rangle \sigma_{v_2}$  will contribute significantly to  $v_2$ {4}. From Eqs. (14) and (15), we can extract that the difference between  $v_2$ {2}<sup>2</sup> and  $v_2$ {4}<sup>2</sup> to provide a quantitative measure of the nonflow contribution added to the flow fluctuation as given by

$$v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2 \approx \delta + 2\sigma_{v_2}^2.$$
 (16)

We present this quantity as a function of the transverse momentum in Fig. 9. To reduce the statistical uncertainties in



FIG. 9. (Color online)  $v_2$  fluctuations as characterized by Eq. (16) as a function of transverse momentum. Results from smooth ICs are shown by solid symbols for 0%–10% central (yellow circles) and 40%–60% peripheral (blue triangles) events. Results from fluctuating ICs are shown by open symbols for 0%–10% central (circles) and 40%–60% peripheral (triangles) events.

low multiplicity events, the particle pseudorapidity acceptance was increased to  $|\eta| < 6.0$ . Results from the smooth IC case, shown in Fig. 9 as the solid yellow circles and the solid blue triangles, for event centrality 0%-10% and 40%-60%, respectively, are consistent with negligible fluctuation and nonflow contributions in the model. Results from the fluctuating IC events are presented in Fig. 9 by open circles for the 0%-10% central events and open triangles for the 40%–60% peripheral events. It is clear that in these cases. the quantity defined by Eq. (16) is nonzero, indicating that indeed such a parameter is sensitive to the fluctuations of the IC. The absolute magnitude of the fluctuation is higher in the peripheral 40%-60% events compared to the central events. Figure 10 shows the results of  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  calculated for the different event centrality classes. Solid squares represent the smooth IC case and open squares the fluctuating IC case, both for  $|\eta| < 6.0$ . The smooth IC case is consistent with zero, while the fluctuating IC case shows a steady decrease toward the most central collisions. In addition, we have also performed the analysis for fluctuating IC obtained within a tighter pseudorapidity window ( $|\eta| < 1.0$ ), represented by open diamonds in Fig. 10. We observe a similar behavior compared to the fluctuating IC case for a wider  $\eta$  window, but with points systematically higher. The increase of the values observed for this case suggests a dependence of the fluctuations with the pseudorapidity window. Published data from the STAR experiment [35] are also shown for  $|\eta| < 1.0$ . These points present values always higher than the results from NeXSPheRIO, but the behavior is similar. Moreover, the contribution of nonflow effects is expected to be greater in experimental data.

Assuming a negligible nonflow component in Eq. (16), it is possible to take the difference  $v_2\{2\}^2 - v_2\{4\}^2$  as an estimate of the absolute flow fluctuation. An estimate for the relative flow fluctuation can also be defined by using Eqs. (14) and



FIG. 10. (Color online)  $v_2$  fluctuations as characterized by Eq. (16) as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . The open diamonds are the results for the fluctuating IC case with  $|\eta| < 1.0$ , and the squares are the results for the fluctuating IC (open squares) and smooth IC (solid squares) cases, both for  $|\eta| < 6.0$ . Red solid stars are results from the STAR experiment [35]. The error bars are the quoted statistical and systematic uncertainties added in quadrature.

(15) as

$$R_{\nu} = \sqrt{\frac{\nu_2 \{2\}^2 - \nu_2 \{4\}^2}{\nu_2 \{2\}^2 + \nu_2 \{4\}^2}}.$$
(17)

In the case that the  $v_2$  distribution is Gaussian-like, with the mean much larger than the width, the quantity  $R_v$  is a reasonable approximation for relative flow fluctuation  $\sigma_{v_2}/\langle v_2 \rangle$ [26,37]. In Fig. 11 the  $R_v$  parameter as a function of  $p_t$  is presented for the most central 0%–10% and the peripheral 40%–60% event centrality classes. Opposite to what was observed for the absolute flow fluctuations in Fig. 9, in this case the central events show higher values than the peripheral events. The higher value of  $R_v$  observed in central events



FIG. 11.  $R_v$  parameter as a function of the transverse momentum. Open circles represent the 0%–10% most central events and open triangles are for 40%–60% peripheral events.



FIG. 12. (Color online) Comparison between the  $R_{\varepsilon}$  parameter (blue solid line) and the eccentricity relative fluctuation  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$  (red dashed line) calculated with respect to the participant plane in the NeXSPheRIO initial condition, as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . Also shown is the relative eccentricity fluctuation calculated with the Glauber model (yellow dot-dashed line) and CGC (green double-dot-dashed line) Monte Carlo [38].

compared to the peripheral are from both the increase of the fluctuations in central collisions and also the increase of asymmetry in the  $v_2$  distributions. The dependence of  $R_v$ with centrality will be further discussed next. In addition, we observe negligible dependence with transverse momentum up to 2 GeV/c for both central and peripheral events. Similarly to Eq. (17), it is possible to define an equivalent quantity for the eccentricity  $R_{\varepsilon}$ :

$$R_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\varepsilon \{2\}^2 - \varepsilon \{4\}^2}{\varepsilon \{2\}^2 + \varepsilon \{4\}^2}},$$
(18)

where  $\varepsilon$ {2} and  $\varepsilon$ {4} are given by Eqs. (12) and (13), respectively. Because we have access in our simulated events to both the IC and also the final state particles, we can verify if the quantity  $R_{\varepsilon}$  is a good approximation for the relative eccentricity fluctuation  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$ . In Fig. 12 we show the  $R_{\varepsilon}$  parameter as defined by Eq. (18) (blue solid line) and the relative eccentricity fluctuation  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$  (red dashed line), extracted from the participant plane eccentricity distribution of Fig. 1(b). We have also included for comparison results for the Glauber model (yellow dot-dashed line) and color glass condensate (CGC) (green double-dot-dashed line) Monte Carlo calculations [38]. In this case, the references reported these curves as a function of the number of participants in the collision  $(N_{part})$ . We used the values presented in Table II of Ref. [39] to convert  $N_{\text{part}}$  to the equivalent  $\langle dN_{\text{ch}}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ , used in this work to summarize the collision centrality. This result shows that the observable  $R_v$  is a good measure of the relative fluctuations in mid-central collisions, but overestimates the fluctuations in central collisions. The higher value of  $R_v$  in central events is mainly from the contributions of higher moments of the  $\varepsilon_{PP}$  distribution such as skewness and kurtosis. The Gaussinan-like condition is no longer satisfied



FIG. 13. (Color online) Comparison between the  $R_v$  and  $R_\varepsilon$  parameters as a function of  $\langle dN_{\rm ch}/d\eta \rangle$  at  $\eta = 0$ . The symbols represent  $R_v$  for the fluctuating IC case with  $|\eta| < 6.0$  (open squares) and  $|\eta| < 1.0$  (open diamonds). The blue solid line is the  $R_\varepsilon$  parameter calculated with respect to the participant plane in the NeXSPheRIO IC. Solid symbols are published results from PHOBOS [38] (black circles) and STAR [35] (red stars) experiments. The shaded band represent the errors quoted by PHOBOS and the error bars in STAR data are the statistical and systematic uncertainties added in quadrature.

and the approximations done in Eq. (15) that allows for the interpretation that  $R_v$  is a good measure of the flow fluctuation is no longer valid.

As an extension of the work already presented by Hama and collaborators [23] and Sorensen [40], we have also plotted the  $R_v$  parameter as given by Eq. (17) as a function of the mean number of charged particles produced at  $\eta = 0$ , hence, calculated for the different event centrality classes. The results are presented in Fig. 13. Open diamonds were obtained for  $|\eta| < 1.0$  and the open squares for  $|\eta| < 6.0$ . In addition to the  $R_v$  parameter we have also included the  $R_{\varepsilon}$  parameter (blue solid line) calculated with respect to the participant plane obtained from the IC. In addition, results obtained for the dynamic relative flow fluctuation,  $\sigma_{v_2}^{\rm dyn}/\langle v_2 \rangle$  (black solid circles), reported by the PHOBOS experiment [38], and the  $R_v$ parameter (red solid stars) reported by the STAR experiment [35], are shown for comparison. Therefore, because the final state observable that we have is  $R_v$ , it is important to compare it with the initial state quantity  $R_{\varepsilon}$ , and not  $\sigma_{\varepsilon}/\langle \varepsilon \rangle$ . The NeXSPheRIO values of  $R_{\nu}$  for  $|\eta| < 1.0$  seem to agree very well with the experimental results. Even though a perfect agreement between the  $R_{\varepsilon}$  curve and the points calculated with the  $R_v$  parameter is not observed, it is remarkable that those quantities, obtained using the properties of the very beginning and the very final stage of the system evolution, still yield such similar values. Thus, we can conclude that the experimentally observable parameter  $R_{y}$  is a good estimate of the fluctuations in the initial state of the collisions, for mid-central events, which cannot be probed directly. Moreover, we can conclude that the  $R_v$  parameter is not affected by the hydrodynamic evolution and the freeze-out process.
## V. SUMMARY

In this work we have analyzed a large number of simulated events produced with the NeXSPheRIO code, and both the IC and the final state particles were saved and analyzed on an event-by-event basis. Smooth and fluctuating ICs were used to generate the events for five different centrality classes. This allowed us to study the effects of fluctuations in the initial energy density distribution through the  $v_2$  estimates from the final particle azimuthal distributions. We showed for the smooth IC cases that the methods generally used in experimental data analysis to estimate  $v_2$ , namely  $v_2$ {EP},  $v_2$ {2}, and  $v_2$ {4}, produce consistent results with flow estimates that use information from the initial condition, namely  $v_2$ {RP} and  $v_2$ {PP}. In addition, for the fluctuating IC we found that the methods start to deviate from each other when going to higher transverse momentum, giving rise to a systematic ordering as a function of centrality. The discrepancy between the different  $v_2$  calculation methods were exploited to be used as a measurement of the IC degree of fluctuation. Our results show that the magnitude of the nonflow plus the flow fluctuations increases with  $p_t$  for both central and peripheral

events, being more pronounced for the latter one. On the other hand, the relative fluctuations, as defined by the  $R_v$  parameter, show no dependence with transverse momentum. We also observed a dependence of the quantity defined in Eq. (16) with the collision centrality and the pseudorapidity window of the particles used in the analysis. Although the behavior observed for  $R_v$  and  $R_\varepsilon$  as a function of the mean number of charged particles at  $\eta = 0$  does not completely agree, the values obtained are remarkably similar, which indicates that indeed the measurements of the final state flow fluctuations.

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported in part by FAPESP, FAPERJ, CNPq, CAPES, and PRONEX of Brazil, and by the Offices of Nuclear Physics and High Energy Physics within the US Department of Energy Office of Science under Contracts No. DE-FG02-88ER40412 and No. DE-AC02-98CH10886.

- [1] A. A. Penzias and R. W. Wilson, Astrophys. J. 142, 419 (1965);
  W. Hu, Lect. Notes Phys. 470, 207 (1996); E. Wright, 291 (2003).
- [2] A. P. Mishra, R. K. Mohapatra, P. S. Saumia, and A. M. Srivastava, Phys. Rev. C 77, 064902 (2008).
- [3] J. Y. Ollitrault, Phys. Rev. D 46, 229 (1992).
- [4] P. F. Kolb, U. Heinz, P. Huovinen, K. J. Eskola, and K. Tuominen, Nucl. Phys. A 696, 197 (2001).
- [5] P. Huovinen, P. F. Kolb, U. Heinz, P. V. Ruuskanen, and S. A. Voloshin, Phys. Lett. B 503, 58 (2001).
- [6] C. Nonaka, R. J. Fries, and S. A. Bass, Phys. Lett. B 583, 73 (2004).
- [7] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), Nucl. Phys. A 757, 102 (2005).
- [8] K. Adcox *et al.* (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. A 757, 184 (2005).
- [9] P. Romatschke and U. Romatschke, Phys. Rev. Lett. 99, 172301 (2007).
- [10] H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, T. Hirano, and C. Shen, Phys. Rev. Lett. 106, 192301 (2011).
- [11] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, Phys. Rev. Lett. 106, 042301 (2011).
- [12] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, Phys. Rev. C 82, 014903 (2010).
- [13] O. Socolowski, F. Grassi, Y. Hama, and T. Kodama, Phys. Rev. Lett. 93, 182301 (2004).
- [14] R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and O. Socolowski, Phys. Rev. Lett. 97, 202302 (2006).
- [15] R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and O. Socolowski, Braz. J. Phys. 37, 717 (2007).
- [16] R. P. G. Andrade, Y. Hama, F. Grassi, O. Socolowski, and T. Kodama, Braz. J. Phys. 37, 99 (2007).
- [17] R. P. G. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and W.-L. Qian, Phys. Rev. Lett. **101**, 112301 (2008); C. E. Aguiar, Y. Hama, T. Kodama, and T. Osada, Nucl. Phys. A **698**, 639 (2002).

- [18] M. Miller and R. Snellings, arXiv:cond-mat/0312008.
- [19] J. Takahashi, B. M. Tavares, W. L. Qian, R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and N. Xu, Phys. Rev. Lett. **103**, 242301 (2009).
- [20] X. Zhu, M. Bleicher, and H. Stöcker, Phys. Rev. C 72, 064911 (2005).
- [21] H. Petersen, C. Coleman-Smith, S. A. Bass, and R. Wolpert, J. Phys. G 38, 045102 (2011).
- [22] H. J. Drescher, F. M. Liu, S. Ostapchenko, T. Pierog, and K. Werner, Phys. Rev. C 65, 054902 (2002); Y. Hama, T. Kodama, and O. Socolowski, Braz. J. Phys. 35, 24 (2005).
- [23] Y. Hama *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **71**, 1558 (2008).
- [24] F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and O. Socolowski, J. Phys. G 31, S1041 (2005).
- [25] B. Alver *et al.*, Phys. Rev. C **77**, 014906 (2008).
- [26] P. Sorensen, arXiv:0905.0174.
- [27] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, Phys. Rev. C 58, 1671 (1998).
- [28] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, and R. Snellings, arXiv:0809.2949.
- [29] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. C 64, 054901 (2001).
- [30] A. Bilandzic, R. Snellings, and S. Voloshin, Phys. Rev. C 83, 044913 (2011).
- [31] H. Holopainen, H. Niemi, and K. J. Eskola, Phys. Rev. C 83, 034901 (2011).
- [32] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), Phys. Rev. C 72, 014904 (2005).
- [33] S. Afanasiev *et al.* (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. C 80, 024909 (2009).
- [34] B. B. Back *et al.* (PHOBOS Collaboration), Phys. Rev. C 72, 051901 (2005).

054909-9

## DE SOUZA, TAKAHASHI, KODAMA, AND SORENSEN

## PHYSICAL REVIEW C 85, 054909 (2012)

- [35] G. Agakishiev *et al.* (STAR Collaboration), arXiv:1111.5637.
- [36] J.-Y. Ollitrault, A. M. Poskanzer, and S. A. Voloshin, Phys. Rev. C 80, 014904 (2009).
- [37] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, A. Tang, and G. Wang, Phys. Lett. B 659, 537 (2008).
- [38] H.-J. Drescher and Y. Nara, Phys. Rev. C 76, 041903 (2007);
  B. Alver *et al.*, Phys. Rev. Lett. 104, 142301 (2010).
- [39] B. I. Abelev *et al.* (STAR Collaboration), Phys. Rev. C 79, 034909 (2009).
- [40] P. Sorensen, J. Phys. G 34, S897 (2007).

054909-10