

Este exemplar corresponde à redação final da Tese de Doutorado defendida pelo aluno Paulo César Beggio e aprovada pela Comissão Julgadora.

117198

Mlle

**Conexões entre os
Espalhamentos Elástico e
Inelástico de Hádrons
numa
Abordagem Geométrica**

Paulo César Beggio ✓

Orientador: Prof. Dr. Márcio José Menon

Tese apresentada no Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências.

Maio de 1998

Instituto de Física “Gleb Wataghin”
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Secretaria de Pós-Graduação

CAIXA POSTAL 6165
CEP 13083-970 – Campinas-SP - Brasil
Tel: (019) 788-5305
Fax: (019) 289-2424

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE PAULO CÉSAR BEGGIO APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 29/05/98.

COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Márcio José Menon (Orientador do Candidato) -IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Bruto Max Pimentel Escobar – IFT/UNESP/SP



Profa. Dra. Márcia Begalli - IF/UERJ



Prof. Dr. Edison Hiroyuki Shibuya – IFGW/UNICAMP



Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato – IFGW/UNICAMP

Dedico este trabalho aos meus pais Adelaide e Sylvio,
aos meus irmãos Luiz e Silvia.

A virtude da alma é conhecer.

Baruch de Espinosa

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Márcio José Menon pela orientação e incentivo na realização deste trabalho, ao Prof. Dr. Pierre Valin (Universidade de Montreal) pela participação no trabalho, ao Prof. Dr. Edison H. Shibuya pelo incentivo e apoio desde o início de minhas atividades junto ao Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia, ao Prof. Dr. Bruto M. Pimentel pelas várias discussões e sugestões e à Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato pelas várias vezes em que auxiliou-nos em nossas atividades.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq) pela concessão da bolsa de estudo, também ao Fundo de Apoio ao Ensino e à Pesquisa (FAEP).

Ao amigo João Antonio pelo apoio e incentivo, às minhas enormes amigas Analzira, Divanilde, Sandra e Rosângela que, além da ajuda profissional, são uma alegria especial para mim. Aos amigos Emerson, Alex Shimaba, Barek, Rodolfo, Carolina, Juliana e Lucilene pelas muitas vezes que me “ouviram”. Aos amigos Álvaro, Sérgio e Miriam pelas muitas “ajudas computacionais”. Aos amigos do grupo teórico Álvaro, Dário, Manoel, Paulo Alex e Adilson pelas sugestões e muitas risadas. Aos amigos que estiveram presentes neste caminho, Dona Sebastiana e Tadeu. Aos amigos da Academia Bien Hoo, especialmente aos Professores Wladimir e Toís, pela amizade e vários bons exemplos e também ao Mestre Gregório e Mestre Tsao que inspiram esse ideal. À Maria de Lourdes pela correção do texto, ao corpo funcional do Departamento de Raios Cósmicos, especialmente à Tereza e Sandra. Aos vários amigos que estiveram presentes nesta etapa, especialmente ao Ivonil, Leide e ao pessoal da “república” Adilson, Marcelo, Luiz, Sérgio, Shiram e Márcia. A todos vocês um grande abraço.

SUMÁRIO

Relação das Figuras.....	iv
Relação das Tabelas.....	ix
Resumo.....	x

1 INTRODUÇÃO	1
2 MATRIZ S E O PRINCÍPIO DE UNITARIDADE	4
2.1 Equações de Lippmann-Schwinger	4
2.2 Espalhamento por um Potencial	5
2.3 Matriz T e Matriz S	7
2.4 Princípio de Unitaridade	9
2.5 Probabilidade de Transição	9
2.6 Teorema Ótico	10
2.7 Resultados Básicos	12
3 FORMALISMO DE PARÂMETRO DE IMPACTO E APROXIMAÇÃO EICONAL	13
3.1 Formalismo de Ondas Parciais - Deslocamento de Fase	13
3.1.1 Colisões Elásticas	16
3.1.2 Colisões Inelásticas	16
3.1.3 Teorema Ótico	18
3.2 Limite de Altas Energias e Pequenos Ângulos	18
3.2.1 Aproximação Semi-Clássica	18
3.2.2 Limite para o Contínuo	19
3.3 Analogia Ótica - Função de Perfil e Função Eiconal	20
3.3.1 Aplicação de Conceitos Óticos à Física Hadrônica	20
3.3.2 Difração de Fraunhofer - Função de Perfil e Função Eiconal	21
3.3.3 Aproximação Eiconal	22
3.4 Resultados Básicos	24
4 FUNÇÃO DE RECOBRIMENTO INELÁSTICA	25
4.1 Relação de Unitaridade no Espaço de Momento Transferido	25
4.2 Relação de Unitaridade no Espaço de Parâmetro de Impacto	27
4.3 Interpretação Física das Funções de Recobrimento	29

5	MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA O CANAL ELÁSTICO	30
5.1	Modelo de Difração Dispersiva (Henzi e Valin)	31
5.2	Modelo de Difração Múltipla (Menon e Pimentel)	37
5.3	Modelo Geométrico (Chou-Yang)	42
5.4	Comentários	45
6	RESULTADOS PARA AS FUNÇÕES DE RECOBRIMENTO INELÁSTICAS E SEÇÕES DE CHOQUE INELÁSTICAS	46
6.1	Informações Empíricas	46
6.1.1	Função de Recobrimento Inelástica - Análise Independente de Modelo	46
6.1.2	Seção de Choque Inelástica - Dados Experimentais	47
6.2	Resultados Comparativos	48
6.3	Conclusões	56
7	DISTRIBUIÇÕES DE MULTIPLICIDADES EM INTERAÇÕES pp e $\bar{p}p$	57
7.1	Informações Experimentais	58
7.1.1	Dados Experimentais	58
7.1.1.1	Eventos Inelásticos, Dissociação Simples e Dissociação Dupla	58
7.1.1.2	Multiplicidade das Partículas Carregadas	60
7.1.1.3	Momentos Fatoriais Normalizados	62
7.1.2	Considerações sobre Invariância de Escala em Interações Hadrônicas	64
7.1.2.1	Invariância de Escala KNO	64
7.1.2.2	Invariância de Escala Geométrica	66
7.1.2.3	Conexões entre as Invariâncias de Escala KNO e Geométrica	67
7.2	Abordagem de Finkelstein	70
7.2.1	Formulação	70
7.2.2	Resultados Comparativos - Modelos do Canal Elástico	73
7.2.3	Comentários sobre Efeitos de Correlações	87
7.2.4	Conclusões	89
7.3	Abordagem de Valin e St. Hilaire	90
7.3.1	Formulação Original	90
7.3.2	Desenvolvimento da Abordagem	95
7.3.2.1	Parametrizações Associadas ao Processo Elementar	95
a)	Distribuições de Multiplicidades	95
a1)	Parametrização de Lam e Yeung	96
a2)	Parametrização de Barshay e Yamaguchi	97
a3)	Função gama	98

b) Dependência da Multiplicidade Média com a Energia . .	107
7.3.2.2 Estudo Comparativo das Parametrizações: Multiplicidades Hadrônicas através do Modelo de Difração Dispersiva	112
7.3.2.3 Conclusões	116
7.3.3 Resultados Comparativos - Modelos do Canal Elástico	117
7.3.4 Conclusões	123
8 CONCLUSÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	124
A Equação de Lippmann-Schwinger - Representação de Coordenadas	127
B Função Binomial Negativa e Distribuição de Multiplicidades e^+e^-	130
C Parametrização para a Multiplicidade Média e^+e^-	135

Relação das Figuras

Figura 5.1: Previsões teóricas obtidas no modelo de Henzi e Valin e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas no ISR ($\sqrt{s} = 53$ GeV) e Collider ($\sqrt{s} = 546$ GeV) [18].....	36
Figura 5.2: Previsões teóricas obtidas no modelo de Menon e Pimentel e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para o canal pp [21].....	40
Figura 5.3: Previsões teóricas obtidas no modelo de Menon e Pimentel e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para o canal $\bar{p}p$ [21].....	41
Figura 5.4: Previsões teóricas obtidas no modelo de Chou e Yang e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para os canais pp e $\bar{p}p$ nas energias de $\sqrt{s}=23.5$ GeV e 546 GeV, respectivamente [22].....	44
Figura 6.1: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas obtidas nos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) em várias energias [23] [24].....	51
Figura 6.2: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas, nas energias de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e $\sqrt{s}=546$ GeV, para a região central de interação obtidas nos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [23] [24].....	52
Figura 6.3: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas nas energias de $\sqrt{s}=52.8$ GeV (a) e $\sqrt{s}=546$ GeV (b). As figuras (c) e (d) correspondem a ampliação de (a) e (b) para a região de $0 \leq b \leq 0.5$ fm, respectivamente [23] [24].....	53
Figura 6.4: Previsões para as seções de choque inelásticas obtidas através dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) no intervalo de energia entre 10 e 100 GeV comparadas com os dados experimentais [24].....	54
Figura 6.5: Previsões para as seções de choque inelásticas obtidas através dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) no intervalo de energia entre 10 e 2000 GeV comparadas com os dados experimentais [24].....	55
Figura 7.1 - Representações esquemáticas dos processos de espalhamento elástico (a) e dissociações difrativas simples e dupla (b) e processo não difrativo (central) (c) [31], [34].....	59
Figura 7.2: Dados experimentais de distribuições de multiplicidades inelásticas a serem utilizados neste trabalho [35][36].....	61
Figura 7.3: Resultados experimentais que estabeleceram a violação de escala KNO em interações hadrônicas (a) [31] [43] e ilustração da violação de invariância de escala	

geométrica (b) [46].....	69
Figura 7.4: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).....	75
Figura 7.5: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).....	76
Figura 7.6: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).....	77
Figura 7.7: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).....	78
Figura 7.8: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).....	79
Figura 7.9: Previsões para os momentos fatoriais comparados com os dados experimentais correspondentes a componente não simplesmente difrativa (NSD) no contexto dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [49].....	80
Figura 7.10: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).....	81
Figura 7.11: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de	

recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).....	82
Figura 7.12: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).....	83
Figura 7.13: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).....	84
Figura 7.14: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).....	85
Figura 7.15: Previsões para os momentos fatoriais comparados com os dados experimentais inelásticos (INEL) no contexto dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [49].....	86
Figura 7.16: Resultados obtidos por Valin e St. Hilaire nas investigações das distribuições de multiplicidades em interações hadrônicas [53].....	94
Figura 7.17: Previsões para distribuições de multiplicidades obtidas com a parametrização sugerida por Lam e Yeung com $\alpha=4.2$ (LY, $\chi^2/GL=814.2$) e com $\alpha=8.27$ (LY 1 par, $\chi^2/GL=23.7$) para o processo de aniquilação e^+e^-	100
Figura 7.18: Previsões para as distribuições de multiplicidades obtidas com a parametrização sugerida por Barhsay e Yamaguchi (BY, $\chi^2/GL=316.8$) e permitindo um parâmetro livre obtido por ajuste (BY 1 par, $\chi^2/GL=226.5$) para o processo de aniquilação e^+e^-	101
Figura 7.19: Previsão para distribuição de multiplicidades obtida com a função gama e com o valor do parâmetro $K=10.775$ ($\chi^2/GL=2.6$) para o processo de aniquilação e^+e^-	102
Figura 7.20: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e previsão obtida com o valor de $K=10.775$ (linhas tracejada).....	103
Figura 7.21: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e previsão obtida com o valor de $K=10.775$ (linhas tracejada).....	104
Figura 7.22: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e pre-	

visão obtida com o valor de $K=10.775$ (linhas tracejada).....	105
Figura 7.23: Parametrizações investigadas para as multiplicidades médias no processo de aniquilação e^+e^- . O resumo dos resultados são apresentados na tabela 7.7, ressaltando-se que a parametrização na figura (b) não foi utilizada na abordagem de Valin e St. Hilaire.....	111
Figura 7.24: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a parametrização sugerida por Lam e Yeung para o processo elementar.....	113
Figura 7.25: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a parametrização sugerida por Barshay e Yamaguchi para o processo elementar.....	114
Figura 7.26: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a função gama $K = 10.775$ para o processo elementar.....	115
Figura 7.27: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV.....	118
Figura 7.28: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV.....	119
Figura 7.29: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV.....	120
Figura 7.30: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV.....	121
Figura 7.31: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico	

(c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV.....	122
Figura B.1: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).....	132
Figura B.2: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).....	133
Figura B.3: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).....	134
Figura C.1: Parametrização obtida através de ajuste aos dados experimentais nas energias acima de $\sqrt{s}=10$ GeV (tabela 7.6), a qual resulta em $\chi^2/GL=1.14$	136
Figura C.2: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire, nas energias de $\sqrt{s}=52.6$ e 546 GeV, utilizando várias parametrizações para a multiplicidade elementar média (indicadas nas figuras).....	137

Relação das Tabelas

Tabela 5.1: Valores dos vários parâmetros envolvidos no modelo de Menon e Pimentel.....	39
Tabela 6.1: Dados experimentais de seções de choque inelásticas referentes ao espalhamento pp [27],[28].....	48
Tabela 6.2: Dados experimentais de seções de choque inelásticas referentes ao espalhamento $\bar{p}p$ [29], [30], [31], [32], [33].....	48
Tabela 7.1: Valores dos momentos fatoriais normalizados utilizados neste trabalho. Os valores dos momentos $C_l(s)$ e das multiplicidades hadrônicas médias $\bar{N}(s)$ (envolvidos nos cálculos para obtenção dos momentos fatoriais, $G_l(s)$) foram utilizados das referências [35], [36] e [38].....	63
Tabela 7.2: Valores dos momentos D_2 e f_2 das distribuições de multiplicidades em interações hadrônicas nas energias do ISR e Collider [35] [36].....	87
Tabela 7.3: Tabela listando as energias e respectivas Colaborações nas quais encontram-se dados experimentais de distribuições de multiplicidades para o processo de aniquilação e^+e^-	96
Tabela 7.4: Valores do parâmetro K e respectivos χ^2/GL obtidos por ajustes com a função gama para cada energia. Os valores da última coluna correspondem aos resultados obtidos com o valor do parâmetro K fixado em 10.775.....	98
Tabela 7.5: Resumo dos resultados envolvendo as parametrizações para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^-	106
Tabela 7.6: Valores das multiplicidades médias carregadas no processo de aniquilação e^+e^- compilados neste trabalho e respectivas referência.....	108
Tabela 7.7: Resumo dos vários resultados obtidos nos estudos das distribuições utilizadas para representar o processo hadrônico elementar.....	112
Tabela 7.8: Análise qualitativa dos resultados apresentados nas figuras 7.24, 7.25 e 7.26.....	116
Tabela B.1: Valores dos parâmetros M e k das distribuições binomiais negativas e respectivos χ^2/GL obtidos por ajustes aos dados experimentais de distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^-	131

Resumo

Utilizando a unitariedade da matriz S distinguem-se estados intermediários elásticos e inelásticos no espalhamento hádron-hádron. Isso conduz à definição da função de recobrimento inelástica em termos da função de perfil (eiconal), a qual é associada aos observáveis físicos do canal elástico. Investigam-se duas abordagens geométricas (parâmetro de impacto) que possibilitam estudos das distribuições de multiplicidades das partículas carregadas produzidas nas interações hadrônicas (pp e $\bar{p}p$) a altas energias, aqui denominadas abordagens de Finkelstein e de Valin e St. Hilaire, as quais utilizam a função de recobrimento inelástica como “entrada”. Nesse estudo consideram-se previsões para essa função provenientes de três modelos fenomenológicos para o canal elástico (modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico), desenvolvendo-se uma análise comparativa envolvendo as duas abordagens, os três modelos e observáveis físicos do canal inelástico. Mostra-se que, para os três modelos do canal elástico, a abordagem de Finkelstein não reproduz os dados experimentais de multiplicidades hadrônicas nas energias mais altas. Por outro lado, a partir da abordagem original de Valin e St. Hilaire, estabelecem-se novas conexões entre as multiplicidades hadrônicas e elementares, estas inferidas de parametrizações associadas às informações experimentais mais recentes sobre aniquilação e^+e^- . Com esse novo formalismo obtém-se uma excelente descrição das multiplicidades hadrônicas inelásticas sem nenhum parâmetro livre.

Abstract

Through the S -matrix unitarity the elastic and inelastic states in hadron-hadron scattering are distinguished. This leads to the definition of the inelastic overlap function in terms of the profile (eikonal) function, which is associated with physical observables of the elastic channel. Two geometrical (impact parameter) approaches for the study of hadronic (pp and $\bar{p}p$) multiplicities distributions are investigated, referred as Finkelstein and Valin and St. Hilaire approaches, and both use the inelastic overlap function as input. In this study it is considered the predictions for this function from three phenomenological models for the elastic channel (dispersive diffraction, multiple diffraction and geometrical models) and it is performed a comparative analysis involving the two approaches, the three models and the physical observables of the inelastic channel. It is shown that for all the three elastic channel models the approach by Finkelstein does not reproduce the hadronic multiplicity distributions at the highest energies. On the other hand, starting from the original approach by Valin and St. Hilaire, new connections between hadronic and elementary multiplicities are established. The elementary distributions are inferred through parametrizations of the most recent experimental information on e^+e^- annihilation. With this novel formalism an excellent description of the inelastic hadronic multiplicities distributions is achieved, without free parameters.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A Cromodinâmica Quântica (QCD) tem obtido sucesso na descrição das interações hadrônicas a grande momento transferido, onde os constituintes dos hádrons (quarks) podem ser tratados como partículas livres, aplicando-se assim os métodos perturbativos. Todavia, a pequeno momento transferido a constante de acoplamento da interação forte torna-se muito elevada e os métodos perturbativos não são mais aplicáveis. Como a QCD não perturbativa não possui previsões para estados de espalhamento, aborda-se o problema via modelos fenomenológicos na tentativa de se obter informações que possibilitem o desenvolvimento de esquemas adequados de cálculo para descrição dos fenômenos [1] a pequeno momento transferido, em particular o espalhamento elástico de hádrons.

Nos processos de colisões entre partículas, quando é possível caracterizar o espalhamento por meio de um potencial, aborda-se o problema através da análise de ondas parciais, deslocamento de fase, aproximação de Born. Porém, a altas energias torna-se inapropriado tratar o espalhamento entre hádrons especificando o potencial, pois não se conhece o potencial das interações hadrônicas.

Desenvolveu-se então uma teoria formal e geral em Mecânica Quântica através do operador de espalhamento S , usualmente referido como matriz S . Nesse contexto o operador de transição, T , aparece como generalização do potencial e está relacionado com o operador S , sendo o ponto central nessa abordagem a determinação da probabilidade de transição de um estado inicial a outro final (espalhamento).

O princípio de unitariedade da matriz S possibilita a investigação de propriedades dos canais inelásticos associados ao espalhamento elástico difrativo de hádrons a altas energias através da introdução da função de recobrimento inelástica, a qual é expressa em termos da função opacidade. Assim, em princípio, através de modelos fenomenológicos eiconalizados para o canal elástico, podem-se obter informações sobre a produção de partículas (canal inelástico).

O objetivo principal deste trabalho é o estudo de observáveis físicos do canal inelástico utilizando funções adequadas às descrições de observáveis físicos do canal

elástico. Especificamente, recorre-se à função de recobrimento inelástica para o estudo do canal inelástico, sendo essa função expressa em termos da função de opacidade (eiconal), a qual é obtida e parametrizada através de modelos para o canal elástico. Investigam-se neste trabalho três modelos fenomenológicos para o canal elástico e duas abordagens para o canal inelástico, que estabelecem a conexão entre canais inelástico e elástico.

Nos capítulos 2 a 4 introduzem-se os conceitos teóricos básicos para o desenvolvimento do trabalho. No capítulo 2 apresentam-se as equações de Lippmann-Schwinger com aplicação ao caso de espalhamento elástico de uma partícula por um potencial, introduzindo em seguida os operadores T e S juntamente com o princípio de unitariedade da matriz S . A partir desse princípio obtém-se o Teorema Ótico. No capítulo 3 discute-se o formalismo de ondas parciais efetuando a expansão do operador T na base de ondas esféricas e introduzindo assim o deslocamento de fase como elemento da matriz S , que por sua vez é vinculado à função eiconal, também introduzida nesse capítulo. Com isso discutem-se colisões elásticas e inelásticas e deriva-se novamente o Teorema Ótico através desse formalismo, fazendo-se em seguida considerações para aplicabilidade do formalismo a altas energias e introduzindo, para tal propósito, a função de perfil e , no capítulo 4 a função de recobrimento inelástica.

No capítulo 5 apresenta-se uma revisão dos três modelos para o canal elástico, os quais serão estendidos às investigações de aspectos do canal inelástico. No capítulo 6 estudam-se as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos três modelos para o canal elástico, efetuando-se comparações entre as mesmas e também à função de recobrimento inelástica proveniente de análise (independente de modelo) dos dados experimentais do canal elástico. Nesse capítulo investigam-se ainda as previsões para as seções de choque inelásticas, as quais resultam da integração direta das referidas funções de recobrimento inelásticas, comparando-se em seguida com os dados experimentais correspondentes.

No capítulo 7, ponto central deste trabalho, investigam-se as distribuições de multiplicidades das partículas carregadas produzidas em interações hadrônicas, o que é feito através da conexão entre essas grandezas e os três modelos para o canal elástico. Após uma revisão das principais características dos dados experimentais (seção 7.1) discutem-se duas abordagens de conexão acima referidas, aqui denominadas abordagens de Finkelstein (seção 7.2) e de Valin-St. Hilaire (seção 7.3).

Estabelecem-se, com certo detalhe, os limites de aplicabilidade de cada abordagem através de análises comparativas, envolvendo os três modelos para o canal elástico e observáveis físicos para o canal inelástico. Na sub-seção 7.3.2 apresenta-se uma reformulação da abordagem de Valin-St. Hilaire, através da qual obtém-se uma excelente descrição das multiplicidades hadrônicas a partir de novas parametrizações associadas às informações experimentais mais recentes sobre aniquilação e^+e^- . As conclusões finais e perspectivas do trabalho são apresentadas no capítulo 8.

Utiliza-se neste texto a convenção usual em Física de Altas Energias, $\hbar = 1$, $c = 1$

e como unidades de energia GeV e TeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ e $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$).

Capítulo 2

MATRIZ S E O PRINCÍPIO DE UNITARIDADE

Neste capítulo discutem-se as soluções da equação de Schrödinger independente do tempo, especificando condições de contorno adequadas para as funções de onda que representam estados de espalhamento, o que conduz às equações de Lippmann-Schwinger. Aplicam-se então essas equações na abordagem do espalhamento elástico de uma partícula por um potencial, introduzindo-se em seguida o operador de transição T como uma generalização do potencial. O operador T será relacionado com o operador S e dessa relação, juntamente com o princípio de unitaridade do operador S , deduz-se o Teorema Ótico.

2.1 Equações de Lippmann-Schwinger

Para o caso de *espalhamento elástico por um potencial* $V(\mathbf{r})$ de alcance mais curto que o de Coulomb ($r.V(r) \rightarrow 0$, para $r \rightarrow \infty$) é possível decompor as funções de onda (que representam estados de espalhamento) em componentes incidente e espalhada,

$$\Psi(\mathbf{r}) \longrightarrow \Psi_{inc}(\mathbf{r}) + \Psi_{esp}(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

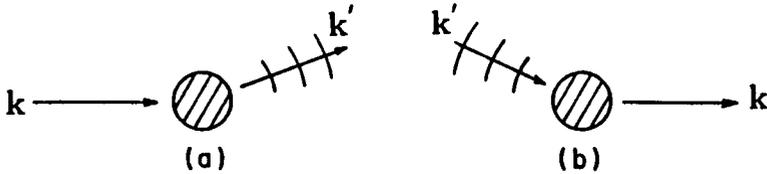
Como interessa-nos a análise de $\Psi(\mathbf{r})$ no limite assintótico ($r \rightarrow \infty$) espera-se que as funções de onda tenham a forma:

$$\Psi^+(\mathbf{r}) \longrightarrow \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{\exp(ikr)}{r} \quad (2.2)$$

$$\Psi^-(\mathbf{r}) \longrightarrow \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + F^-(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{\exp(-ikr)}{r} \quad (2.3)$$

onde \mathbf{k} e \mathbf{k}' são vetores de onda plana e esférica respectivamente e $F(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ a amplitude de espalhamento. Observe-se que para o caso de espalhamento elástico tem-se, para os vetores de onda, a condição $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'| = k$.

A solução Ψ^+ corresponde à superposição de ondas planas chegando à região de influência do potencial e saindo ondas esféricas, enquanto Ψ^- corresponde a situação em que tem-se ondas esféricas chegando e saindo ondas planas, conforme ilustrado abaixo.



Embora a solução Ψ^- não tenha significado físico direto no problema de espalhamento de interesse, matematicamente e por completeza, tratam-se as duas soluções em conjunto [2]. O problema quântico está associado à equação de auto-valores:

$$H|\Psi^\pm \rangle = E|\Psi^\pm \rangle \quad (2.4)$$

onde considera-se o hamiltoniano H independente do tempo.

Como será discutido na sessão seguinte, assume-se:

$$H = H^0 + H^1 \quad (2.5)$$

onde H^0 possui auto-valores e auto-vetores conhecidos (sistema auxiliar)[3].

Substituindo 2.5 em 2.4 obtém-se:

$$|\Psi^\pm \rangle = \frac{1}{E - H^0} H^1 |\Psi^\pm \rangle. \quad (2.6)$$

Em 2.6 se $H^1 = 0$ teremos $|\Psi^\pm \rangle = 0$, o que não representa situação física de interesse em espalhamento e também tem-se a singularidade, diante disso introduz-se o termo $|\varphi_m \rangle$ e impõem-se sobre os operadores a condição de contorno $\pm in$, tal que:

$$|\Psi^\pm \rangle = |\varphi_m \rangle + \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{E - H^0 \pm in} H^1 |\Psi^\pm \rangle. \quad (2.7)$$

Estas equações são chamadas equações de Lippmann-Schwinger. A definição formal dos operadores $(E - H^0 \pm in)^{-1}$ é discutida em [3].

2.2 Espalhamento por um Potencial

Investiga-se o espalhamento de uma partícula por um potencial fazendo-se:

$$H^1 = V(\mathbf{r}) \quad (2.8)$$

$$H^0|\varphi_m \rangle = E_m^0|\varphi_m \rangle . \quad (2.9)$$

Expressando as equações de Lippmann-Schwinger na representação de coordenadas e usando 2.8 resulta:

$$\langle \mathbf{r}|\Psi^\pm \rangle = \langle \mathbf{r}|\varphi_m \rangle + \int d^3\mathbf{r}' \langle \mathbf{r}|\frac{1}{E - H^0 \pm in}|\mathbf{r}' \rangle \langle \mathbf{r}'|V|\Psi^\pm \rangle . \quad (2.10)$$

Para o caso de potencial local - potencial diagonal na representação de coordenadas - tem-se:

$$\langle \mathbf{r}'|V|\Psi^\pm \rangle = V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}'|\Psi^\pm \rangle . \quad (2.11)$$

Utilizando a base de ondas planas temos:

$$\langle \mathbf{r}|\mathbf{k} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (2.12)$$

$$\langle \mathbf{k}|\mathbf{k}' \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (2.13)$$

$$\int d^3\mathbf{k}|\mathbf{k} \rangle \langle \mathbf{k}| = 1, \quad (2.14)$$

obtem-se (Apêndice A):

$$\langle \mathbf{r}|\frac{1}{E - H^0 \pm in}|\mathbf{r}' \rangle = -\frac{2m}{4\pi} \frac{\exp(\pm ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (2.15)$$

assim a expressão 2.10 é escrita como:

$$\langle \mathbf{r}|\Psi^\pm \rangle = \frac{\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2m}{4\pi} \int \frac{d^3\mathbf{r}' \exp(\pm ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}'|\Psi^\pm \rangle}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (2.16)$$

Usando $|\mathbf{r}| = r$, $\langle \mathbf{r}|\Psi^\pm \rangle = \Psi^\pm(\mathbf{r})$, observando que $k\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{k}'$ e também que no limite assintótico tem-se $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \simeq |\mathbf{r}| - \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}$, a equação anterior resulta:

$$\Psi^\pm(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left[\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{2m}{4\pi} (2\pi)^3 \frac{\exp(\pm ikr)}{r} \int d^3\mathbf{r}' \frac{\exp \mp i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} V(\mathbf{r}') \Psi^\pm(\mathbf{r}') \right]. \quad (2.17)$$

Comparando 2.17 a 2.2 e 2.3 infere-se que:

$$F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi} (2\pi)^3 \int d^3\mathbf{r}' \frac{\exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}')}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} V(\mathbf{r}') \Psi^+(\mathbf{r}') \quad (2.18)$$

$$F^-(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi}(2\pi)^3 \int d^3\mathbf{r}' \frac{\exp(i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}')}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} V(\mathbf{r}') \Psi^-(\mathbf{r}') \quad (2.19)$$

onde, como referido, $F^\pm(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ são amplitudes de espalhamento elástico.

2.3 Matriz T e Matriz S

Observando que na representação de coordenadas temos, conforme 2.12,

$$\langle \mathbf{k}' | \mathbf{r}' \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}') \quad (2.20)$$

e denotando a projeção:

$$\Psi^+(\mathbf{r}') = \langle \mathbf{r}' | \mathbf{k}^+ \rangle \quad (2.21)$$

pode-se escrever a amplitude de espalhamento 2.18 como a transformada de Fourier do produto $V(\mathbf{r}) \Psi^+(\mathbf{r}')$, ou seja:

$$F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi}(2\pi)^3 \langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k}^+ \rangle. \quad (2.22)$$

Estende-se a analogia à transformada de Fourier expressando 2.22 como elementos de matriz de um operador T :

$$F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi}(2\pi)^3 \langle \mathbf{k}' | T | \mathbf{k} \rangle, \quad (2.23)$$

onde para ondas planas tem-se:

$$T | \mathbf{k} \rangle \equiv V | \mathbf{k}^+ \rangle$$

e no espaço de Hilbert:

$$T | \phi \rangle = V | \Psi^+ \rangle. \quad (2.24)$$

O operador T é assim introduzido como uma generalização do potencial $V(\mathbf{r})$.

Em 2.22 nota-se que a amplitude de espalhamento é essencialmente o elemento de matriz do potencial entre o estado de espalhamento Ψ^+ do sistema inteiro e o estado livre final \mathbf{k}' . Observe-se porém que em 2.23 o estado de espalhamento Ψ^+ é uma onda plana e conseqüentemente a amplitude de espalhamento é o elemento de matriz do potencial entre a onda plana livre incidente [$\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$] e a onda plana livre emergindo [$\exp(i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}')$]. Nesse contexto considera-se o potencial como uma perturbação que provoca *transições* entre os estados inicial e final de ondas planas livres de igual energia mas com diferente direção de momento. Sendo T uma generalização do potencial atribui-se ao mesmo a denominação de *Operador de Transição*.

O processo físico de espalhamento deve ser descrito por um operador mais geral que contenha todas as possíveis configurações de espalhamento, ou seja, tal operador deve conter um termo que represente a parte não espalhada. Chamemos esse operador de S e escrevamo-lo como:

$$\mathbf{S} = \mathbf{1} + \mathbf{R} \quad (2.25)$$

onde $\mathbf{1}$ denota o operador identidade indicando a parte não espalhada e \mathbf{R} denota a matriz de reação indicando somente a parte espalhada.

Investigando o espalhamento de partículas por um potencial pode-se estabelecer as relações entre os operadores \mathbf{R} , \mathbf{S} e \mathbf{T} . Para tal propósito reportamo-nos às equações 2.7, onde utiliza-se agora o índice E_i para investigar a dependência energética dos estados de espalhamento. Fazendo $H^1 = V$ e subtraindo $|\Psi_{E_i}^- \rangle$ de $|\Psi_{E_i}^+ \rangle$ obtém-se:

$$|\Psi_{E_i}^+ \rangle - |\Psi_{E_i}^- \rangle = \left[\frac{1}{E - H + in} - \frac{1}{E - H - in} \right] V |\varphi_{E_i} \rangle \quad (2.26)$$

onde usou-se a seguinte identidade [2]:

$$\frac{1}{E - H^0 \pm in} V |\Psi_E^\pm \rangle = \frac{1}{E - H \pm in} V |\varphi_E \rangle. \quad (2.27)$$

Utilizando a identidade de Dirac e inserindo o conjunto completo $\{|\Psi_{E_n}^- \rangle\}$ em 2.26 resulta:

$$|\Psi_{E_i}^+ \rangle - |\Psi_{E_i}^- \rangle = -2\pi i \delta(E_i - H) \left\{ \sum_n |\Psi_{E_n}^- \rangle \langle \Psi_{E_n}^- | \right\} V |\varphi_{E_n} \rangle. \quad (2.28)$$

Multiplicando a última expressão por $\langle \Psi_{E_f}^- |$, usando a relação de ortonormalização $\langle \Psi_{E_f}^- | \Psi_{E_i}^- \rangle = \delta_{fi}$ juntamente com o fato que $H |\Psi_{E_n}^- \rangle = E_n |\Psi_{E_n}^- \rangle$ obtém-se:

$$\langle \Psi_{E_f}^- | \Psi_{E_i}^+ \rangle = \delta_{fi} - 2\pi i \delta(E_f - E_i) \langle \varphi_{E_f} | T | \varphi_{E_i} \rangle. \quad (2.29)$$

Observe-se também que a expressão 2.24 foi usada para introduzir os elementos da matriz T em 2.29. A função delta de Dirac em 2.29 expressa a conservação de energia e portanto impõe que $E_f = E_i$, o que permite remover a dependência da energia nos estados Ψ^+ e Ψ^- .

Estabelece-se a relação entre as soluções Ψ^\pm da Equação de Lippmann-Schwinger e os elementos da matriz S observando-se que os referidos elementos de matriz podem ser representados pelo produto escalar [3]:

$$\langle \Psi_{E_f}^- | \Psi_{E_i}^+ \rangle = S_{fi} = \langle f | S | i \rangle. \quad (2.30)$$

Dessas considerações e utilizando-se 2.30 reescreve-se 2.29 na forma:

$$S_{fi} = \delta_{fi} - 2\pi i \delta(E_i - E_f) T_{fi}. \quad (2.31)$$

Comparando-se 2.31 a 2.25 infere-se que:

$$R = -2\pi i \delta(E_i - E_f) T_{fi}. \quad (2.32)$$

2.4 Princípio de Unitaridade

O elemento de matriz S representa a amplitude de transição de um estado inicial i para um particular estado final f . A probabilidade total de transição do estado i para todos os estados finais é dada por $\sum_f |S_{fi}|^2$, assim o princípio de unitaridade impõe-nos que $\sum_f |S_{fi}|^2 = 1$, ou seja:

$$\sum_f S_{fi}^* S_{fi} = \sum_f S_{if}^\dagger S_{fi} = 1. \quad (2.33)$$

Essa expressão constitui a *condição de unitaridade da matriz S* , sendo expressa em termos da notação de operadores como:

$$S^\dagger S = S S^\dagger = \mathbf{1}. \quad (2.34)$$

Verifica-se que a matriz S - expressa em 2.31 - satisfaz a condição de unitaridade substituindo 2.30 em 2.33.

Um resultado básico para os objetivos deste trabalho é a condição de unitaridade expressa em termos da matriz T . Para obter essa expressão substitui-se 2.25 em 2.34, o que fornece:

$$R^\dagger + R = -R^\dagger R. \quad (2.35)$$

Agora, substituindo 2.32 em 2.35 obtém-se a condição de unitaridade em termos da matriz de transição:

$$i(T_{fi} - T_{if}^*) = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni}. \quad (2.36)$$

Essa é uma das equações fundamentais do presente trabalho, a partir dela e na seção 4.1 será definida a função de recobrimento inelástica.

2.5 Probabilidade de Transição

A probabilidade de transição do estado i para um estado f , por unidade de tempo, é dada por [3]:

$$W_{i \rightarrow f} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{|S_{fi}^\tau|^2}{\tau} \quad (2.37)$$

onde $|S_{fi}^\tau|$ representa a amplitude de transição sobre um período τ de observação. Reportando-nos à equação 2.31, para o caso em que $i \neq f$, usando a representação integral para a função delta de Dirac obtém-se:

$$S_{fi}^\tau = -T_{fi} \left\{ i \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp[i(E_i - E_f)] dt \right\} \quad (2.38)$$

sendo que: $S_{fi} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} S_{fi}^\tau$.

Substituindo 2.38 em 2.37 obtém-se a relação entre a matriz de transição e a probabilidade por unidade de tempo, a saber:

$$W_{i \rightarrow f} = 2\pi \delta(E_i - E_f) |T_{fi}|^2. \quad (2.39)$$

2.6 Teorema Ótico

A importante expressão para o Teorema Ótico é agora obtida a partir da condição de unitariedade da matriz S . Adota-se o sistema de coordenadas tal que a direção de \mathbf{k} coincida com a direção \mathbf{z} e θ seja o ângulo entre \mathbf{k} e \mathbf{k}' . Considerando espalhamento elástico para frente tem-se $|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}| = k$ e $\theta = 0$, então $i = f$ e a expressão 2.36 torna-se:

$$-2\text{Im}T_{ii} = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) |T_{ni}|^2, \quad (2.40)$$

para essa situação a amplitude 2.23 resulta:

$$F_{(\mathbf{k}, \mathbf{k})} = -\frac{2m(2\pi)^3}{4\pi} \langle \mathbf{k} | T | \mathbf{k} \rangle \quad (2.41)$$

ou

$$T_{ii} = -\frac{2\pi}{m(2\pi)^3} F_{(k,0)} \quad (2.42)$$

onde $F(k, 0)$ é a amplitude de espalhamento elástico para frente.

Substituindo 2.42 e 2.39 em 2.40 obtém-se:

$$\frac{4\pi}{m(2\pi)^3} \text{Im}F_{(k,0)} = \sum_n W_{i \rightarrow n}. \quad (2.43)$$

A probabilidade de transição $W_{i \rightarrow n}$ dividida pelo fluxo incidente é a seção de choque do processo $i \rightarrow n$. Todavia, como tem-se o somatório em n , o lado esquerdo da expressão 2.43 dividida pelo fluxo incidente (f_i) é exatamente a seção de choque total do processo de espalhamento, ou seja:

$$\frac{4\pi}{m(2\pi)^3 f_i} \text{Im}F_{(k,0)} = \sigma_{tot}. \quad (2.44)$$

Calculando o fluxo incidente a partir de 2.12 resulta:

$$f_i = \frac{k}{(2\pi)^3 m}. \quad (2.45)$$

Finalmente, substituindo 2.45 em 2.44 tem-se a expressão para o Teorema Ótico:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}F_{(k,0)}. \quad (2.46)$$

2.7 Resultados Básicos

A partir da teoria formal do espalhamento, discutida neste capítulo, obtiveram-se quatro resultados básicos que serão utilizados ao longo do trabalho, a saber:

- Relação entre a amplitude de espalhamento elástico e o operador de transição T , equação 2.23,

$$F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi}(2\pi)^3 \langle \mathbf{k}' | T | \mathbf{k} \rangle. \quad (2.47)$$

- Unitaridade para a matriz de transição, equação 2.36,

$$i(T_{fi} - T_{if}^*) = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni}. \quad (2.48)$$

- Relação entre a matriz de transição e a probabilidade de transição, equação 2.39,

$$W_{i \rightarrow f} = 2\pi \delta(E_i - E_f) |T_{fi}|^2. \quad (2.49)$$

- A partir dessas relações e considerando espalhamento elástico para frente obteve-se o Teorema Ótico, equação 2.46,

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} F_{(k,0)}. \quad (2.50)$$

Capítulo 3

FORMALISMO DE PARÂMETRO DE IMPACTO E APROXIMAÇÃO EICONAL

Neste capítulo introduz-se a abordagem do espalhamento elástico através de ondas parciais expressando o operador T nessa representação (ondas parciais). Esse procedimento permite determinar a alteração sofrida pelas ondas que atingem a região de interação (alvo), sendo referida alteração expressa através do deslocamento de fase da onda, a qual é então associada aos elementos da matriz S . Aborda-se então o espalhamento elástico e inelástico nesse formalismo expressando as seções de choque elástica e inelástica em termos dos elementos da matriz S , o que permite-nos a obtenção do Teorema Ótico através desse formalismo. Estabelece-se em seguida a conexão momento angular \longleftrightarrow parâmetro de impacto, via aproximação semi-clássica, considerando a aplicabilidade de conceitos óticos à física hadrônica apresentando-se as idéias e resultados básicos da aproximação de Fraunhofer e introduzindo a função de perfil. Esse formalismo levará à definição da função de recobrimento inelástica no próximo capítulo.

Para deduzir esse formalismo usa-se a aproximação de pequenos ângulos e altas energias como comumente encontrado na literatura, porém, pode-se provar através de transformações de Watson-Sommerfeld que o formalismo é válido para qualquer ângulo e energia [4].

3.1 Formalismo de Ondas Parciais - Deslocamento de Fase

No formalismo da Mecânica Quântica pode-se construir dois conjuntos completos de observáveis que comutam e cujas auto-funções representem estados de partículas livres. O primeiro conjunto completo é constituído pelos operadores H_0 , P_x , P_y e P_z , cujas

auto-funções são ondas planas normalizadas na representação de coordenadas, conforme apresentado em 2.12, 2.13 e 2.14. O segundo conjunto é constituído pelos operadores H_0 , L^2 e L_z , cujas auto-funções são ondas esféricas que respeitam as seguintes relações [5]:

$$\langle E' l' m' | Elm \rangle = \delta(E - E') \delta(l l') \delta(m m') \quad (3.1)$$

$$\int dE \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l |Elm \rangle \langle Elm| = 1. \quad (3.2)$$

Na representação de momento as ondas esféricas são escritas na forma [5]:

$$\langle \mathbf{k} | Elm \rangle = \frac{1}{\sqrt{mk}} \delta(E - \frac{k^2}{2m}) Y_l^m(\hat{\mathbf{k}}). \quad (3.3)$$

De 2.23 tem-se a relação entre amplitude de espalhamento elástico e os elementos da matriz T , ou seja:

$$F^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi} (2\pi)^3 \langle \mathbf{k}' | T | \mathbf{k} \rangle. \quad (3.4)$$

Interessa-nos investigar agora configurações de espalhamento elástico ($V \neq 0$) onde a função de onda tenha dependência radial conforme expresso em 2.2 e 2.3, para tal propósito expressa-se 3.4 na base de ondas esféricas, resultando:

$$F(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi} (2\pi)^3 \sum_{l'} \sum_{m'} \sum_l \sum_m \int dE \int dE' \langle \mathbf{k}' | E' l' m' \rangle \langle E' l' m' | T | Elm \rangle \langle Elm | \mathbf{k} \rangle. \quad (3.5)$$

Usando o Teorema de Wigner-Eckart [5] calculam-se os elementos da matriz T presentes na última expressão e o que fornece:

$$\langle E' l' m' | T | Elm \rangle = T_l(E) \delta_{(l'l')} \delta_{(mm')}. \quad (3.6)$$

Usando agora 3.3, 3.6 e efetuando a integração em 3.5 resulta:

$$F(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{2m}{4\pi} (2\pi)^3 \frac{1}{mk} \sum_l \sum_m T_l(E) \Big|_{E=\frac{k^2}{2m}} Y_l^m(\hat{\mathbf{k}}') Y_l^{m*}(\hat{\mathbf{k}}). \quad (3.7)$$

Com as coordenadas especificadas no início da seção 2.6 tem-se:

$$Y_l^m(\hat{\mathbf{k}}) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\cos\theta = 0) \delta_{m0}, \quad (3.8)$$

$$Y_l^0(\hat{\mathbf{k}}') = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\cos\theta), \quad (3.9)$$

então 3.7 resulta na expressão:

$$F(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \longrightarrow F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(-\frac{\pi T_l(E)}{k}\right) P_l(\cos\theta). \quad (3.10)$$

Definindo a amplitude da onda parcial na forma:

$$f_l \equiv -\frac{\pi T_l(E)}{k}, \quad (3.11)$$

escreve-se 3.10 como:

$$F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos\theta). \quad (3.12)$$

Analisando Ψ^+ , equação 2.2, no limite assintótico juntamente com o emprego de 3.12 e observando a normalização expressa em 2.12, verifica-se que a presença do centro espalhador (partícula alvo) altera o coeficiente da onda saindo da região de influência do centro espalhador da seguinte forma [5]:

$$1 \longrightarrow 1 + 2ik f_l(k). \quad (3.13)$$

Tal alteração pode ser representada por uma mudança na fase da onda, denota-se essa fase por $2\delta_l$:

$$S_l = \exp(2i\delta_l) \quad (3.14)$$

onde δ_l é chamado de *deslocamento de fase* (phase shift). Observa-se a mudança expressa em 3.13 como elementos da matriz S definindo:

$$S_l(k) \equiv 1 + 2ik f_l(k). \quad (3.15)$$

Combinando 3.14 e 3.15 escreve-se a amplitude de espalhamento em termos de S_l :

$$F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{(S_l - 1)}{2ik} P_l(\cos\theta), \quad (3.16)$$

em termos do deslocamento de fase tem-se:

$$F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{[\exp(2i\delta_l) - 1]}{2ik} P_l(\cos\theta). \quad (3.17)$$

3.1.1 Colisões Elásticas

No espalhamento elástico δ_l é um número real (a ser discutido na próxima sub-seção) e um dos observáveis físicos é a seção de choque diferencial, a qual está relacionada com a amplitude de espalhamento elástico através da expressão [6]:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |F(\theta)|^2. \quad (3.18)$$

Substituindo 3.16 na última expressão tem-se:

$$\sigma_{el} = \frac{1}{4k^2} \sum_l \sum_{l'} (2l+1)(2l'+1) |S_l - 1|^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta P_l(\cos\theta) P_{l'}^*(\cos\theta). \quad (3.19)$$

Usando a relação de ortogonalidade dos polinômios de Legendre [7] e efetuando a integração em 3.19 obtém-se a seção de choque elástica integrada na forma:

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |S_l - 1|^2. \quad (3.20)$$

3.1.2 Colisões Inelásticas

Em processos de colisões envolvendo partículas com altas energias pode haver criação e/ou destruição de partículas. No contexto da teoria apresentada esse efeito é descrito considerando que parte não negligenciável da função de onda, descrevendo o estado inicial dos hádrons, é absorvida no processo de colisão. Como discutido na seção 3.1, a fase da onda incidente é modificada pelo fator $S_l = \exp(2i\delta_l)$, tal que a proporção entre o fluxo absorvido na colisão para o fluxo incidente é representada por $\{1 - |S_l|^2\}$ [8]. Se δ_l é uma grandeza real implica que $\{|S_l|^2\}=1$ (sub-seção 3.1.1) e portanto o fluxo de ondas deixando a região do centro espalhador é igual ao fluxo de ondas incidentes. Para considerar o caso de absorção faz-se δ_l complexo tal que tenhamos satisfeita a condição $\{|S_l|^2 < 1\}$, definindo assim a seção de choque inelástica (absorção) através da expressão [6]:

$$\sigma_{in} = \frac{\Delta P}{J_i}, \quad (3.21)$$

onde ΔP é a diferença entre o fluxo de ondas chegando e saindo da região de influência do centro espalhador, J_i é a corrente de probabilidade incidente e tem-se ainda que:

$$\Delta P = - \int_S \mathbf{J}_r \cdot d\mathbf{S} \quad (3.22)$$

onde

$$\mathbf{J}_r = \text{Re} \left[\Psi^{+*}(\mathbf{r}) \frac{1}{im} \frac{\partial}{\partial r} \Psi^+(\mathbf{r}) \right]. \quad (3.23)$$

Para calcular ΔP parte-se de 2.2 e novamente observa-se a normalização expressa em 2.12, tal que:

$$\Psi^+(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} [\exp(ikz) + F(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r}]. \quad (3.24)$$

Inserindo 3.12 e efetuando a análise de 3.24 no limite assintótico resulta:

$$\Psi^+(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{P_l(\cos\theta)}{2ik} \left[S_l \frac{\exp(ikr)}{r} - \frac{\exp - i(kr - \pi l)}{r} \right]. \quad (3.25)$$

Efetuando as operações indicadas em 3.23 sobre a expressão 3.25 obtém-se J_r , substitui-se então J_r em 3.22 considerando o elemento de superfície, dS , como sendo de uma esfera e efetua-se a integração, o que fornece:

$$\Delta P = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{k\pi}{mk^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - |S_l|^2]. \quad (3.26)$$

Para o cálculo da corrente incidente aplica-se 3.23 sobre estados de ondas planas, expressão 2.12, resultando:

$$J_i = \frac{k}{(2\pi)^3 m}. \quad (3.27)$$

Aplicando a definição de seção de choque inelástica indicada em 3.21 obtém-se:

$$\sigma_{in} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - |S_l|^2]. \quad (3.28)$$

Para tornar a última expressão aplicável ao caso de espalhamento hadrônico apresentam-se, na seção 3.2, aproximações que viabilizam os cálculos envolvendo os momentos angulares presentes na equação 3.28 e, na seção 3.3, recorre-se a analogia à ótica para obtenção dos elementos da matriz S .

3.1.3 Teorema Ótico

Em processo de espalhamento envolvendo canais inelásticos tem-se que o deslocamento de fase deve ser complexo ($Re\delta_l + iIm\delta_l$) (sub-seção 3.1.2) ou equivalentemente:

$$(ReS_l + iImS_l). \quad (3.29)$$

A seção de choque total nesse caso é a soma das seções de choque elástica e inelástica:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in}. \quad (3.30)$$

Somando 3.20 e 3.28 e usando 3.29 obtém-se:

$$\sigma_{tot} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)[1 - ReS_l]. \quad (3.31)$$

Agora, fazendo $\theta = 0$ em 3.16 e considerando apenas a parte imaginária resulta:

$$2kImF(\theta = 0) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)[1 - ReS_l]. \quad (3.32)$$

Substituindo 3.32 em 3.31 obtém-se a expressão para o Teorema Ótico via abordagem de deslocamento de fase, ou seja:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} ImF(\theta = 0). \quad (3.33)$$

3.2 Limite de Altas Energias e Pequenos Ângulos

3.2.1 Aproximação Semi-Clássica

Pode-se estabelecer uma aproximação semi-clássica igualando o momento angular quântico ao momento angular clássico expresso em termos do parâmetro de impacto b , na forma [6]:

$$|L| = b|k| \quad (3.34)$$

$$\sqrt{l(l+1)} = bk \quad (3.35)$$

$$b_l = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{k} \quad (3.36)$$

$$b_l \simeq \frac{(l+1/2)}{k} \quad (3.37)$$

$$\Delta b_l \simeq \frac{1}{k}. \quad (3.38)$$

Nessa aproximação as partículas devem atingir a região do potencial com parâmetro de impacto b_l , limitado por Δb_l , para que o momento angular seja dado por $\sqrt{l(l+1)}$. A área do anel circular assim estabelecido é dada por [6]:

$$A = 2\pi b_l \Delta b_l. \quad (3.39)$$

Substituindo 3.36 e 3.38 em 3.39 resulta:

$$2\pi b_l \Delta b_l = \frac{\pi}{k^2} (2l + 1). \quad (3.40)$$

3.2.2 Limite para o Contínuo

Interessa-nos a aplicabilidade do formalismo aqui apresentado ao espalhamento hádron-hádron a altas energias. Nesse regime tem-se as condições $E \gg V$ e $k.a \gg 1 \rightarrow \lambda \ll a$ (a é o alcance do potencial).

O ângulo de espalhamento elástico θ é considerado pequeno, tal que o vetor $(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ seja perpendicular à direção $\hat{\mathbf{z}}$. A aplicação da expressão 3.12 a altas energias exige muitas ondas parciais devido ao fato que $\lambda \ll a$, considera-se então l como uma variável contínua e, de 3.34, estabelece-se:

$$l = b.k \quad (3.41)$$

$$\sum_l \rightarrow \int dl = \int kdb. \quad (3.42)$$

Diante do exposto nesta seção expressam-se as seções de choque elástica e inelástica em função do parâmetro de impacto, para tal substitui-se 3.40 em 3.20, o que fornece:

$$\sigma_{el} = \sum_{l=0}^{\infty} 2\pi b_l \Delta b_l |S_l - 1|^2. \quad (3.43)$$

Usando 3.36 e a aproximação especificada através de 3.42, a última expressão resulta:

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^{\infty} bdb |1 - S_{(b)}|^2 \quad (3.44)$$

onde associou-se $S_l \rightarrow S_{(b)}$.

De forma análoga, valendo-se novamente de 3.36, 3.38, 3.42 substituídas em 3.28 obtém-se:

$$\sigma_{in} = 2\pi \int_0^{\infty} bdb [1 - |S_{(b)}|^2]. \quad (3.45)$$

Verificam-se assim que os somatórios (envolvendo os momentos angulares) nas expressões 3.20 e 3.28 foram substituídos por uma integral em termos do parâmetro de impacto, através da aproximação semi-clássica e limite de pequenos ângulos, conforme expressões 3.44 e 3.45.

3.3 Analogia Ótica - Função de Perfil e Função Eiconal

3.3.1 Aplicação de Conceitos Óticos à Física Hadrônica

Em ótica o método aproximado de Huygens-Fresnel-Kirchhoff é aplicado à propagação de ondas planas de luz além de um anteparo opaco que contenha uma fenda sempre que o comprimento de onda (λ) for muito menor que o raio da fenda (a) e a distância do alvo ao detector (r) seja grande em comparação à dimensão do alvo. Têm-se assim duas condições a ser satisfeitas, a saber:

- condição de pequeno comprimento de onda $\rightarrow k.a \gg 1$, ($k = 2\pi/\lambda$)
- condição de grande distância $\frac{a}{r} \ll 1$.

Distinguem-se de acordo com os valores dessas quantidades dois regimes de difração, são eles:

- $\frac{ka^2}{r} \ll 1 \rightarrow$ Difração de Fraunhofer
- $\frac{ka^2}{r} \sim 1 \rightarrow$ Difração de Fresnel

Para considerar a aplicabilidade do método de difração à física hadrônica as duas condições referidas devem obviamente ser satisfeitas. Nesse caso a quantidade relevante a ser introduzida é a combinação quadrática dos raios do projétil e alvo, a_{pa} , tal que tenha-se a equivalência $a \rightarrow a_{pa}$, sendo $a_{pa} \sim 1$ fermi.

Em todas experiências realizadas $k.a_{pa}$ nunca é maior que 10^4 [8] e a condição de grande distância é sempre satisfeita em colisões hadrônicas, visto que os hádrons espalhados são observados, no mínimo, à distância de $r \simeq 1$ cm. Tem-se então,

$$ka_{pa} = 10^4, \quad \frac{a_{pa}}{r} = 10^{-13} \quad (3.46)$$

e portanto,

$$\frac{k.a_{pa}^2}{r} = 10^{-9}. \quad (3.47)$$

Verifica-se que o espalhamento hadrônico a altas energias é caracterizado por condições análogas à difração de Fraunhofer em ótica.

3.3.2 Difração de Fraunhofer - Função de Perfil e Função Eiconal

Aplicando a aproximação de Fraunhofer à difração de ondas hadrônicas tem-se, nessa aproximação, que a função de onda espalhada $\Psi_s(\mathbf{r})$ é completamente especificada através de seu valor (e de suas derivadas) sobre o plano perpendicular à direção do feixe incidente e imediatamente após o alvo. Um resultado importante nessa aproximação é a expressão para a amplitude de espalhamento em termos de uma integral sobre $\Psi_s(\mathbf{r})$ [9],

$$F(\theta) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\text{plano}} dS' [\Psi_s(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{n}}' \cdot \nabla' \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') - \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') \hat{\mathbf{n}}' \cdot \nabla' \Psi_s(\mathbf{r}')] \quad (3.48)$$

onde $\hat{\mathbf{n}}'$ é um vetor unitário normal ao plano de integração.

Aplica-se a difração de Fraunhofer ao espalhamento de ondas planas por um alvo negro (disco negro) escolhendo-se $\Psi_s(\mathbf{r}) = -\exp(ikz)$, todavia a aproximação para o disco negro não reproduz detalhes finos do espalhamento, apenas características gerais. Melhora-se a descrição assumindo que o alvo é cinza (disco cinza) e assim assume-se que a função de onda total no plano após o alvo é escrita na forma:

$$\Psi_{tot}(b) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}) \exp[i\chi(b)], \quad (3.49)$$

sendo $\chi(b)$ conhecida como *função eiconal*, a qual será discutida detalhadamente na sub-seção seguinte.

Em 3.49 verifica-se que $\Psi_{tot}(b)$ é modificada por um fator multiplicativo e sabendo que:

$$\Psi_s(b) = \Psi_{tot}(b) - \exp(ikz), \quad (3.50)$$

substitui-se 3.49 em 3.50, o que resulta:

$$\Psi_s(b) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}) \Gamma(b). \quad (3.51)$$

$\Gamma(b)$ é denominada *função de perfil* e escrita em termos da função eiconal na forma:

$$\Gamma(b) = 1 - \exp[i\chi(b)]. \quad (3.52)$$

Substituindo 3.51 em 3.48, fazendo $\mathbf{r}' = b$ e $dS' = d^2b$ obtém-se a importante relação entre amplitude de espalhamento elástico e função de perfil, na forma:

$$F(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \Gamma(b) \quad (3.53)$$

onde $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ é o momento transferido. Verifica-se que a amplitude de espalhamento e a função de perfil são correlacionadas por uma transformada de Fourier. Assim, em

princípio, dada uma função de perfil a amplitude de espalhamento pode ser calculada e vice-versa.

3.3.3 Aproximação Eiconal

A aproximação eiconal é aqui estabelecida através do método de ondas parciais considerando-se o limite de altas energias, regime no qual a aproximação eiconal é válida e onde temos satisfeitas as condições de $\lambda \ll a$ e $r \gg r'$ (sub-seção 3.3.1).

Através do formalismo de ondas parciais já obtivemos que:

$$F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos\theta). \quad (3.54)$$

Igualando 3.14 a 3.15 e valendo-se da correspondência $\delta_l \rightarrow \frac{\chi(b)}{2}$ resulta:

$$f_l(b) = \frac{\exp[i\chi(b)] - 1}{2ik}. \quad (3.55)$$

Dos argumentos apresentados na sub-seção 3.2.2 (limite para o contínuo) pode-se considerar:

$$(2l+1) \cong 2l \quad (3.56)$$

$$P_l(\cos\theta) \cong J_0[2l \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2})], \quad (3.57)$$

essas aproximações juntamente com 3.40 e 3.42 utilizadas em 3.54 fornecem:

$$F(\theta) = ik \int_0^{\infty} b db [1 - \exp(i\chi(b))] J_0[2l \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2})]. \quad (3.58)$$

Para potenciais com simetria azimutal tem-se [10]:

$$(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b} = 2kbs \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2}) \cos(\phi) \quad (3.59)$$

ou seja:

$$qb = 2kbs \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2}) \quad (3.60)$$

$$qb = 2l \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2}) \quad (3.61)$$

onde 3.41 foi usado. Diante de 3.59 a amplitude de espalhamento 3.58 torna-se:

$$F(q) = ik \int_0^{\infty} b db J_0(qb) \Gamma(b). \quad (3.62)$$

Define-se a *função opacidade*, Ω , em termos da função eiconal tal que:

$$- \Omega(b) = i\chi(b). \quad (3.63)$$

O formalismo de Glauber fornece-nos uma forma de calcular a função de opacidade que, em primeira ordem, é escrita como [10],[11]:

$$\Omega(b) = C \int_0^\infty q dq J_0(qb) G_A G_B f. \quad (3.64)$$

Nessa aproximação os hádrons são considerados como objetos com extensão espacial e estrutura interna, cujos constituintes são genericamente denominados de *Partons* que, na colisão, espalham-se um no outro com amplitude elementar média f . G_A , G_B são os fatores de forma dos hádrons A e B interagentes entre si e C é denominada fator (constante) de absorção (embora dependa da energia).

Os modelos fenomenológicos de difração múltipla e geométrico (capítulo 5) que abordam o problema do espalhamento hádron-hádron a altas energias consistem em efetuar escolhas adequadas dos fatores presentes na equação 3.64.

Em termos da função opacidade escreve-se a função de perfil, equação 3.52, na forma:

$$\Gamma(b) = 1 - \exp[-\Omega(b)]. \quad (3.65)$$

3.4 Resultados Básicos

Como na seção 2.7, explicitam-se a seguir os resultados essenciais obtidos a partir do Formalismo de Parâmetro de Impacto e que serão utilizados no decorrer do trabalho, a saber:

- Relação entre matriz S e deslocamento de fase, equação 3.14,

$$S_l = \exp(2i\delta_l). \quad (3.66)$$

- Expressões para as seções de choques integradas elástica e inelástica em termos dos elementos da matriz S , equações 3.44 e 3.45:

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^\infty b db |1 - S_{(b)}|^2, \quad (3.67)$$

$$\sigma_{in} = 2\pi \int_0^\infty b db [1 - |S_{(b)}|^2]. \quad (3.68)$$

- Introdução da função eiconal, equação 3.49,

$$\Psi_{tot}(b) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}) \exp[i\chi(b)]. \quad (3.69)$$

- Relação entre a função eiconal e a função de perfil, equação 3.52,

$$\Gamma(b) = 1 - \exp[i\chi(b)], \quad (3.70)$$

ou equivalentemente (usando 3.63),

$$\Gamma(b) = 1 - \exp[-\Omega(b)]. \quad (3.71)$$

- Relação entre a função de perfil e a amplitude de espalhamento elástico, equação 3.62,

$$F(q) = ik \int_0^\infty b db J_0(qb) \Gamma(b). \quad (3.72)$$

- Relação entre a função de opacidade, fatores de forma hadrônicos e amplitude elementar média, equação 3.64,

$$\Omega(b) = C \int_0^\infty q dq J_0(qb) G_A G_B f. \quad (3.73)$$

Capítulo 4

FUNÇÃO DE RECOBRIMENTO INELÁSTICA

Nas colisões entre hádrons a altas energias canais inelásticos são abertos e a seção de choque inelástica toma importante fração da seção de choque total do processo em questão ($\sim 80\%$) [1]. Introduce-se neste capítulo a função de recobrimento inelástica, a qual será expressa em termos da função de perfil (analogia à difração de Fraunhofer) e com isso investigar-se-ão propriedades dos canais inelásticos presentes em colisões hádron-hádron.

A função de recobrimento inelástica é de fundamental importância neste trabalho e representa matematicamente a conexão entre canal inelástico e canal elástico, motivo pelo qual a mesma é discutida em detalhes e separadamente neste capítulo.

4.1 Relação de Unitaridade no Espaço de Momento Transferido

Para o caso de espalhamento elástico e para frente ($i = f$) a condição de unitaridade, equação 2.36, resulta:

$$-2\text{Im}T_{ii} = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) |T_{ni}|^2 \quad (4.1)$$

e, como demonstrado na seção 2.6, levou à dedução do Teorema Ótico.

Nesta seção será definida a função de recobrimento inelástica através do tratamento da relação de unitaridade da matriz T para o caso geral de espalhamento elástico em direção arbitrária ($\theta \neq 0$) e portanto como um tipo de “generalização” do Teorema Ótico.

Para o caso geral de espalhamento elástico ($|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'| = k$ e $i \neq f$) a relação de unitaridade 2.36 é escrita, utilizando 2.23, na forma:

$$\frac{4\pi}{m(2\pi)^3} \text{Im}F(k, \theta) = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni}. \quad (4.2)$$

Expressando a amplitude de espalhamento em termos do quadrimomento transferido $-t = 2k^2(1 - \cos\theta)$ [12] e da energia no centro de massa \sqrt{s} , tem-se $F(k, \theta) \rightarrow F(t, s)$, ou seja, 4.2 é escrita como:

$$\frac{4\pi}{m(2\pi)^3} \text{Im}F(t, s) = 2\pi \sum_n \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni}. \quad (4.3)$$

Seguindo Van Hove [13], dentre as transições elásticas *distinguem-se o estados intermediários elásticos* $|l\rangle$ *dos estados intermediários inelásticos* $|n\rangle$, tal que 4.3 torna-se:

$$\frac{4\pi}{m(2\pi)^3} \text{Im}F(t, s) = 2\pi \left[\sum_l \delta(E_{li}) T_{lf}^* T_{li} + \sum_{n \neq l} \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni} \right]. \quad (4.4)$$

Como na dedução do Teorema Ótico, seção 2.6, dividindo a última expressão pelo fluxo incidente, equação 2.45,

$$f_i = \frac{k}{(2\pi)^3 m} \quad (4.5)$$

obtém-se uma relação entre as taxas de transições associadas aos estados intermediários elásticos e inelásticos. Sendo t e s as variáveis independentes envolvidas, representam-se os termos da expressão 4.4 nas formas:

$$\frac{(2\pi)}{f_i} \sum_l \delta(E_{li}) T_{lf}^* T_{li} \equiv G_{el}(t, s) \quad (4.6)$$

$$\frac{(2\pi)}{f_i} \sum_{n \neq l} \delta(E_{ni}) T_{nf}^* T_{ni} \equiv G_{in}(t, s) \quad (4.7)$$

$$\frac{4\pi}{k} \text{Im}F(t, s) \equiv G_t(t, s) \quad (4.8)$$

de modo que

$$G_{tot}(t, s) = G_{el}(t, s) + G_{in}(t, s). \quad (4.9)$$

De 4.8, em $t = 0$, verifica-se que:

$$G_{(0,s)} = \sigma_{tot} \quad (4.10)$$

e como $\sigma_{tot} = \sigma_{el}(s) + \sigma_{in}(s)$ temos as normalizações:

$$G_{el}(0, s) = \sigma_{el}(s) \quad (4.11)$$

$$G_{in}(0, s) = \sigma_{in}(s). \quad (4.12)$$

As funções $G_{el}(t, s)$, $G_{in}(t, s)$ e $G_{tot}(t, s)$ são denominadas funções de recobrimento elástica, inelástica e total, respectivamente.

Das equações 4.6 a 4.9 verifica-se que:

$$\frac{4\pi}{k} ImF(t, s) = G_{el}(t, s) + G_{in}(t, s) \quad (4.13)$$

de modo que a *parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico hádron-hádron possui duas contribuições: do próprio canal elástico (primeiro termo) e a sombra dos canais inelásticos abertos (segundo termo).*

4.2 Relação de Unitaridade no Espaço de Parâmetro de Impacto

A expressão para a relação de unitaridade em termos do parâmetro de impacto (b) é de fundamental importância para *investigações das propriedades dos canais inelásticos através de modelos para o canal elástico*, a serem discutidos no próximo capítulo.

Reportando-nos aos argumentos apresentados na sub-seção 3.2.2 tem-se o vetor \mathbf{q} contido no mesmo plano que o vetor \mathbf{b} e com ângulo ϕ entre eles, escreve-se assim 3.53 como:

$$F(q) = \frac{ik}{2\pi} \int_0^\infty b db \int_0^{2\pi} d\phi \exp(iqb \cos\phi) \Gamma(b) \quad (4.14)$$

e devido a simetria azimutal (Γ independente de ϕ) usa-se que:

$$\int_0^{2\pi} d\phi \exp(iz \cos\phi) = 2\pi J_0(z) \quad (4.15)$$

reescreve-se então 4.14 como:

$$F(q) = ik \int_0^\infty b db J_0(qb) \Gamma(b), \quad (4.16)$$

onde $J_0(qb)$ é a função de Bessel de ordem zero e a amplitude de espalhamento 4.16 é expressa como a transformada de Fourier da função de perfil. Observe-se que a mesma expressão para a amplitude de espalhamento foi obtida através da aproximação eiconal na sub-seção 3.3.3, equação 3.62.

Para obter G_{in} em termos de $\Gamma(b)$ recorre-se ao Teorema Ótico, ou seja:

$$\frac{4\pi}{k} \text{Im}F(q=0) = \sigma_{el} + \sigma_{in}. \quad (4.17)$$

A $t = 0$ a expressão 4.16 resulta:

$$\frac{\text{Im}F(q=0)}{k} = i \int_0^\infty bdb \text{Re}\Gamma(b). \quad (4.18)$$

Usando então 4.18, juntamente com as expressões 3.44 e 3.45 substituídas em 4.17 obtém-se:

$$4\pi \int_0^\infty bdb \text{Re}\Gamma(b) = 2\pi \int_0^\infty bdb |1 - S_{(b)}|^2 + 2\pi \int_0^\infty bdb [1 - |S_{(b)}|^2]. \quad (4.19)$$

Observando novamente que os elementos da matriz S representam as amplitudes de transições de um estado inicial aos estados finais possíveis e que o termo $[1 - |S_{(b)}|^2]$ representa a taxa de fluxo absorvido na colisão (sub-seção 3.1.2), tem-se que esse termo corresponde exatamente à função de recobrimento inelástica como definida na seção 4.1 [8], assim escreve-se 4.19 como:

$$2\text{Re}\Gamma(b) = |1 - S_{(b)}|^2 + G_{in}(b). \quad (4.20)$$

No limite para o contínuo a equação 3.14 leva à função eiconal, equação 3.49, ou seja tem-se a correspondência:

$$S_l = \exp(2i\delta_l) \longrightarrow S_{(b)} = \exp[i\chi(b)]$$

e, usando 3.52, estabelece-se a conexão entre o elemento de matriz S e a função de perfil,

$$S_{(b)} = 1 - \Gamma(b).$$

Substituindo a última expressão em 4.20 obtém-se a chamada Relação de Unitaridade no espaço de parâmetro de impacto,

$$2\text{Re}\Gamma(b) = |\Gamma(b)|^2 + G_{in}(b). \quad (4.21)$$

Verifica-se assim que a condição de unitaridade é expressa por uma relação efetiva entre a função de recobrimento *inelástica* e a função de perfil *elástica*.

Agora, substituindo 3.65 na última expressão obtém-se a importante *relação entre a função de recobrimento inelástica e a função opacidade* na forma:

$$G_{in}(b) = 1 - \exp[-2\text{Re}\Omega(b)]. \quad (4.22)$$

Esta expressão também é de fundamental importância para as análises que se seguem neste trabalho.

4.3 Interpretação Física das Funções de Recobrimento

A análise da expressão 4.4 informa-nos que a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico recebe contribuições tanto de estados intermediários elásticos como de estados intermediários inelásticos, sendo portanto útil na investigação das propriedades dos canais inelásticos. Esquemáticamente tem-se [8]:

$$\text{Im} \left[\text{Diagram 1} \right] = \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3}$$

Como mencionado na seção anterior sabemos que $G_{in}(b, s) = [1 - |S_{(b)}|^2]$, substituindo essa expressão em 3.45 resulta:

$$\sigma_{in} = 2\pi \int_0^{\infty} b db G_{in}(b). \quad (4.23)$$

Verifica-se assim que a *função de recobrimento inelástica*, expressa em termos de b , representa a *probabilidade de abertura de canais inelásticos no processo de colisão*.

Análogamente associa-se $G_{el}(b) = |1 - S_{(b)}|^2$, então 3.44 resulta:

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^{\infty} b db G_{el}(b). \quad (4.24)$$

Capítulo 5

MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA O CANAL ELÁSTICO

A descrição do fenômeno de espalhamento hadrônico a altas energias não dispõe ainda de uma fundamentação teórica sólida, recorre-se portanto à discussão do problema em termos do operador S (que tem como ponto de partida o estudo do espalhamento elástico de uma partícula por um potencial central $V(\mathbf{r})$) e a modelos fenomenológicos para descrição de aspectos do fenômeno.

Neste capítulo apresentam-se três modelos que oferecem descrições de observáveis físicos do canal elástico e que fornecem expressões matemáticas para a função de recobrimento inelástica, viabilizando assim a investigação de aspectos próprios do canal inelástico. Os modelos para o canal elástico a serem discutidos são os de difração dispersiva (Henzi e Valin), de difração múltipla (Menon e Pimentel) e geométrico (Chou e Yang).

O modelo de difração dispersiva tem como ponto de partida a obtenção da função de recobrimento inelástica na representação de parâmetro de impacto, enquanto os outros dois iniciam-se assumindo expressões para os fatores de forma hadrônicos e amplitudes de espalhamento elementares (constituente-constituente). Assim as hipóteses, funções e parâmetros envolvidos na construção dos modelos são comparadas diretamente com os dados experimentais correspondentes ao canal elástico e utilizadas, no contexto de outras duas abordagens (a serem discutidos no capítulo 7) às descrições de observáveis físicos presentes no canal inelástico.

Baseado na analogia à Difração em Ótica, a *função opacidade (equação 3.64)* é interpretada como a *superposição no plano de parâmetro de impacto das distribuições de matéria dos hádrons envolvidos na colisão* e está relacionada aos elementos da matriz S (seção 4.2) através da expressão:

$$S(b) = \exp[-\Omega(b)]. \quad (5.1)$$

Essa expressão representa a conexão entre teoria formal de espalhamento (operador S) e a abordagem fenomenológica via função eiconal (opacidade) representando os elementos de matriz do operador S .

5.1 Modelo de Difração Dispersiva (Henzi e Valin)

Henzi e Valin apresentaram uma abordagem do problema do espalhamento hadrônico a altas energias na qual objetivou-se a descrição da estrutura difrativa em *espalhamentos elásticos* próton-próton e tendo como ponto principal o estudo e obtenção da função de recobrimento inelástica na representação de parâmetro de impacto, $G_{in}(b)$. Nessa aproximação, conhecendo-se a função de recobrimento inelástica a amplitude de espalhamento pode ser determinada. A função de recobrimento inelástica foi escolhida como ponto de partida na análise pois representa diretamente o efeito de sombra (shadowing effect) no canal elástico de todos canais inelásticos na colisão de dois prótons.

Utilizando a relação de unitaridade obtém-se a seção de choque diferencial elástica ($d\sigma_{el}/dt$) em termos da função de recobrimento inelástica através da expressão [14]:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = |\sqrt{\pi} \int_0^\infty [1 - \sqrt{1 - G_{in}(s, b)}] J_0(bq) b db|^2, \quad (5.2)$$

assim torna-se possível a direta comparação aos dados experimentais, uma vez conhecida a função de recobrimento inelástica.

A seguir apresenta-se a descrição resumida dos principais estágios que conduziram a obtenção quantitativa da função de recobrimento inelástica na análise efetuada por Henzi e Valin. Observe-se que a primeira análise nesse sentido foi efetuada em 1974 [14], culminando com a apresentação da expressão para a função de recobrimento inelástica utilizada neste trabalho em 1985 [15].

Em 1974 [14] os referidos autores efetuaram a análise do espalhamento hadrônico negligenciando-se efeitos devidos às contribuições da parte real da amplitude de espalhamento e spin das partículas. Nessa análise, valendo-se do dados experimentais disponíveis à época, Henzi e Valin observaram que:

- o perfil dos dados experimentais de $d\sigma_{el}/dt$ podiam ser investigados adotando-se comportamento gaussiano para $d\sigma_{in}/d^2b$ juntamente com um termo de correção de borda;
- as dependências energéticas de σ_{tot} e $d\sigma_{el}/dt$ podiam ser consideradas como um aumento periférico de $d\sigma_{in}/d^2b$, comparado com a região total das colisões inelásticas nas energias abrangidas pelo ISR.

Ambas propriedades foram consideradas adotando-se:

$$d\sigma_{in}/d^2b \equiv G_{in}(s, b) = G_{gaussiana} + G_{borda}, \quad (5.3)$$

explicitamente

$$G_{in}(s, b) = P \exp[-b^2/4B] + P_1 b^2 \exp[-b^2/4B_1], \quad (5.4)$$

podendo os parâmetros P , B e P_1 , B_1 ser dependentes da energia, \sqrt{s} .

Ressalta-se que a adoção de um comportamento exatamente gaussiano para $d\sigma_{in}/d^2b$ não é compatível com a estrutura de “dip” de difração existente nos dados de $d\sigma_{el}/dt$, essa informação foi considerada introduzindo o termo de correção de borda para o comportamento gaussiano de $d\sigma_{in}/d^2b$, para tal propósito os autores utilizaram um “ansatz” fenomenológico (da Teoria de Difração) que um perfil com efeito de borda acentuado (edgier) conduz a um padrão de difração mais pronunciado.

Efetuada ajustes aos dados experimentais ($P_L=290, 500, 1070$ e 1480 GeV/c) determinaram-se os parâmetros P , B e P_1 , B_1 , onde observaram que apenas o parâmetro B exibiu dependência energética nas formas:

$$B = 4.7 + 0.31[\ln(P_L)] \quad (5.5)$$

ou

$$B = 5.75 + 0.023[\ln(P_L)]^2. \quad (5.6)$$

Obteve-se assim uma descrição compatível com os dados experimentais de $d\sigma_{el}/dt$ nas energias citadas [14].

Outra análise foi apresentada pelos autores em 1979 [16], envolvendo dados experimentais num conjunto mais amplo de energia, a qual constituiu-se numa generalização da análise anterior sem modificações essenciais para o propósito de análise teórica dos dados experimentais. Nessa análise os autores mostraram que os efeitos da parte real da amplitude e de spin são negligenciáveis e introduziram o termo de correção de borda através de uma função arbitrária $K(s, b)$, tal que:

$$G_{in}(s, b) = P \exp[-b^2/4B] K(s, b) \quad (5.7)$$

mantendo-se ainda a correspondência,

$P \exp[-b^2/4B] \longrightarrow$ termo gaussiano

$K(s, b) \longrightarrow$ termo de correção de borda.

Outra modificação introduzida nessa análise foi a substituição da variável de parâmetro de impacto b , na função de correção de borda, por uma variável efetiva de curto-alcance na forma:

$$b \longrightarrow \frac{b}{\exp[(\gamma b)^2/4B]}, \quad (5.8)$$

a qual teve por motivação física a natureza de curto-alcance das interações fortes. Especificou-se a função $K(s, b)$ em termos de série de potências e na variável de curto alcance através da expressão:

$$K(s, \exp[-\frac{(\gamma b)^2}{4B}]) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_{2n} \left\{ \frac{\gamma b}{\sqrt{2B}} \exp\left[\frac{1}{2} - \frac{(\gamma b)^2}{4B}\right] \right\}^{2n} \quad (5.9)$$

ou na forma

$$K(s, \exp[-\frac{(\gamma b)^2}{4B}]) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} K_{2n} \left\{ s, \exp[-\frac{(\gamma b)^2}{4B}] \right\} \quad (5.10)$$

resultando na seguinte expressão para a função de recobrimento inelástica no espaço de parâmetro de impacto:

$$G_{in}(s, b) = P \sum_{n=0}^{\infty} \delta_{2n} \left(\frac{\gamma^2}{2B}\right)^n b^{2n} \exp\left[n - \frac{b^2}{4B_n}\right] \quad (5.11)$$

ou ainda

$$G_{in}(s, b) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} G_{2n}(s, b), \quad (5.12)$$

com $B_n = B/(2n\gamma^2 + 1)$ e $n=0,1,2\dots$

A introdução da variável de curto alcance na função K teve a finalidade de permitir que apenas poucos termos na série sejam importantes no estudo da estrutura difrativa do espalhamento hadrônico.

Valendo-se da última expressão, juntamente com a expressão 5.2, efetuaram-se ajustes para a seções de choque diferenciais elásticas nas energias de $\sqrt{s}=23.5, 53.0$ e 62.0 GeV e momento $q_L = 200$ GeV/c (dados experimentais disponíveis à época da análise ora em questão) e para a qual foi necessário considerar apenas os seguintes termos na expressão 5.12,

$$G_{in}(s, b) = G_0(s, b) + G_2(s, b) + G_4(s, b). \quad (5.13)$$

Para os parâmetros envolvidos nesse modelo obtiveram-se as seguintes dependências energéticas em termos de $\ln(s)$, a saber:

$$P(s) = 1 - \frac{0.4445}{\ln(s)}, \quad (5.14)$$

$$B(s) = 5.4778 + 0.1944[\ln(s)], \quad (5.15)$$

$$\gamma^2(s) = 0.9682 - 0.0194[\ln(s)], \quad (5.16)$$

$$\delta_2(s) = 0.0558 + 0.0090[\ln(s)]. \quad (5.17)$$

As descrições dos dados experimentais de $d\sigma/dt$ assim obtidas foram bastante satisfatórias [16]. Nessa análise os autores efetuaram ainda estimativas sobre a influência de efeitos de spin sobre a estrutura difrativa da função de recobrimento inelástica, onde observaram que tais influências eram negligenciáveis [16].

Em 1983 [17] Henzi e Valin mostraram que a sistemática de análise usada anteriormente era adequada também para estudos preliminares das colisões $\bar{p}p$ no regime de energia do SPS Collider ($\sqrt{s} = 540$ GeV). Nessa análise considerou-se a igualdade assintótica dos canais pp e $\bar{p}p$, o que equivale a dizer que à mesma energia os padrões de difração pp e $\bar{p}p$ são equivalentes, portanto a mesma função de recobrimento inelástica controla ambos canais de espalhamento. Investigou-se também, utilizando três diferentes métodos, a tendência de variação em função da energia dos parâmetros P , B e δ_2 envolvidos na análise, obtendo resultados consistentes entre si e com os apresentados anteriormente.

Como um dos resultados dessas análises os autores encontraram que o perfil elástico $\bar{p}p$ torna-se centralmente ($b \sim 0$) mais opaco, o efeito de borda mais acentuado e aumenta em extensão quando comparado com o perfil elástico pp no regime de energias do ISR. A função de recobrimento inelástica obtida acomoda a invariância de escala geométrica (a ser discutida na seção 7.2) no regime de energias do ISR, permitindo moderado aumento da opacidade central ($b \sim 0$). A análise preliminar assim efetuada sugeriu que o próton/anti-próton torna-se “Blacker, Edgier e Larger”, fato esse que passou a ser referido como Efeito BEL do próton.

Em 1985 [18] Henzi e Valin apresentaram nova análise dos dados do Collider com base na sistemática anterior de análise, a qual denominaram de Teoria de Difração Dispersiva [18][19]. Nessa abordagem os autores introduziram a contribuição devida à parte real da amplitude de espalhamento e estabeleceu-se a função de recobrimento inelástica em termos de $\ln(s)$ através da expressão:

$$G_{in}(s, b) = G_0(s, b = 0) \exp\left[\frac{-b^2}{4B}\right] \left\{1 + \delta_2 \zeta + \frac{1}{4} \delta_2 \zeta^2\right\} \quad (5.18)$$

sendo

$$G_0(s, b = 0) = \frac{0.908 + 0.027[\ln^2(s/s_0)]}{1 + 0.027[\ln^2(s/s_0)]}, \quad (5.19)$$

$$\zeta = \frac{4.24b^2}{4B} \exp\left[\frac{-1.56b^2}{4B}\right], \quad (5.20)$$

$$\delta_2 = 0.115 + 0.00094[\ln^2(s/s_0)], \quad (5.21)$$

$$B = 6.64 + 0.044[\ln^2(s/s_0)] \quad GeV^{-2}, \quad (5.22)$$

onde $s_0 = 100 \text{ GeV}^2$ e fizeram-se as seguintes associações aos parâmetros da expressão 5.18:

$G_0(s, b = 0) \longrightarrow$ parâmetro de opacidade central

$\delta_2 \longrightarrow$ parâmetro de borda

$B \longrightarrow$ parâmetro de extensão.

Com a função de recobrimento inelástica assim obtida e parametrizada em função da energia descreveram-se com bastante precisão os dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas, $d\sigma/dt$, no regime de energias abrangidas pelo ISR e Collider [18], conforme verifica-se na figura 5.1.

No contexto dessas análises o efeito BEL do próton consiste no fato que a opacidade central (G_0), o parâmetro de borda (δ_2) e o parâmetro de extensão (B) todos aumentam com o aumento da energia. Convém ainda notar que, ao se passar das energias no regime do ISR ($30 \sim 60 \text{ GeV}$) à energia do Collider (546 GeV) observa-se experimentalmente um aumento de $\simeq 19\%$ na razão σ_{el}/σ_{tot} (violação de invariância de escala geométrica) sendo que no contexto do modelo de Henzi e Valin prevê-se um aumento de $\simeq 17\%$ para essa mesma razão, aumento esse atribuído as variações das componentes opacidade central e borda da função de recobrimento inelástica.

O efeito BEL permanece inexplicado, porém foi fenomenologicamente bem estabelecido através das análises sucessivas efetuadas por Henzi e Valin. Uma discussão recente sobre problemas teóricos associados à interpretação dos efeitos de escurecimento e expansão do hádron é apresentada por Menon em [20].

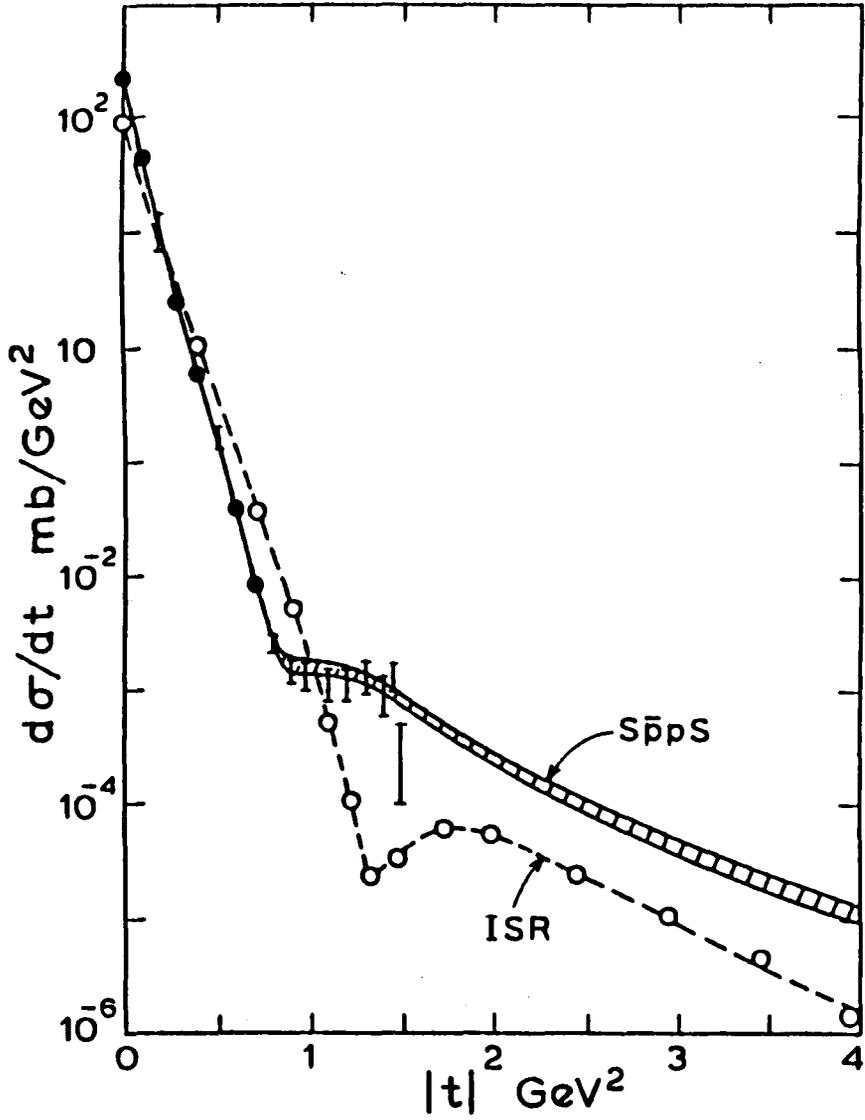


Figura 5.1: Previsões teóricas obtidas no modelo de Henzi e Valin e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas no ISR ($\sqrt{s} = 53$ GeV) e Collider ($\sqrt{s} = 546$ GeV) [18].

5.2 Modelo de Difração Múltipla (Menon e Pimentel)

O modelo de difração múltipla e o modelo geométrico (a ser considerado na próxima seção) para espalhamento hadrônico consistem em efetuarem-se escolhas adequadas dos fatores de forma G_A , G_B e da amplitude de espalhamento elementar-média entre os constituintes hadrônicos (partons) f presentes na equação 3.64. Com essas escolhas obtêm-se as funções de opacidades ($\Omega(b)$) e por conseguinte as funções de recobrimento inelásticas ($G_{in}(s, b)$) através da equação 4.22.

Nesse modelo os autores efetuaram as seguintes escolhas [21]:

- Fatores de forma hadrônicos do tipo pólo duplo:

$$G_A(q) = G_B(q) = \frac{1}{(1 + \frac{q^2}{\alpha^2})(1 + \frac{q^2}{\beta^2})} \quad (5.23)$$

- Amplitude de espalhamento elementar média puramente imaginária e dependente de um parâmetro livre:

$$f(q) = \frac{i[1 - (q^2/a^2)]}{[1 + (q^2/a^2)^2]} \quad (5.24)$$

- Constante de absorção real como parâmetro livre dependente da energia:

$$C(s) = \xi_3 \exp\{\xi_4 [\ln(s)]^2\} \quad (5.25)$$

onde ξ_3 e ξ_4 são constantes reais.

Com essas escolhas a função de opacidade, equação 3.64, pode ser calculada analiticamente e resulta na expressão:

$$\Omega(b) = C \{ A_1 K_0(\alpha b) + A_2 K_0(\beta b) + A_3 kei_0(ab) + A_4 ker_0(ab) + [A_5 K_1(\alpha b) + A_6 K_1(\beta b)] b \} \quad (5.26)$$

onde K_0 e K_1 são as funções de Bessel, kei_0 e ker_0 as funções de Kelvin e

$$A_1 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2A_\alpha}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{B_\alpha + \alpha^2 A_\alpha}{\alpha^4 + a^4} \right], \quad (5.27)$$

$$A_2 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2A_\beta}{\beta^2 - \alpha^2} + \frac{B_\beta + \beta^2 A_\beta}{\beta^4 + a^4} \right], \quad (5.28)$$

$$A_3 = \frac{\alpha^4 \beta^4}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2(B_\beta - B_\alpha)}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{a^4 A_\alpha - \alpha^2 B_\alpha}{\alpha^4 + a^4} + \frac{a^4 A_\beta - \beta^2 B_\beta}{\beta^4 + a^4} \right], \quad (5.29)$$

$$A_4 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2(A_\beta - A_\alpha)}{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{B_\alpha + \alpha^2 A_\alpha}{\alpha^4 + a^4} - \frac{B_\beta + \beta^2 A_\beta}{\beta^4 + a^4} \right], \quad (5.30)$$

$$A_5 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \frac{A_\alpha}{2\alpha}, \quad (5.31)$$

$$A_6 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \frac{A_\beta}{2\beta}, \quad (5.32)$$

com

$$A_j = \frac{a^2 + j^2}{a^4 + j^4}, \quad j = \alpha, \beta \quad (5.33)$$

$$B_j = \frac{a^2 j^2 - a^4}{a^4 + j^4}, \quad j = \alpha, \beta. \quad (5.34)$$

A escolha do pólo duplo para o fator de forma (equação 5.23) é útil por introduzir dois parâmetros livres, sendo o parâmetro α feito dependente da energia na seguinte forma:

$$\alpha_{(s)}^2 = \xi_1 [\ln(s)]^{\xi_2} \quad (5.35)$$

onde ξ_1 e ξ_2 são constantes reais.

A parte real da amplitude de espalhamento hadrônica é introduzida via fórmula de Martin, ou seja, através da expressão:

$$ReF(q^2) = \rho \frac{d}{dq^2} [q^2 ImF(q^2)], \quad (5.36)$$

sendo ρ a razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento a $t=0$

$$\rho = \frac{ReF(0, s)}{ImF(0, s)}. \quad (5.37)$$

Tem-se portanto a^2 e β^2 como parâmetros constantes e $C(s)$ e $\alpha^2(s)$ como parâmetros dependentes da energia. Os valores dos vários parâmetros envolvidos no modelo são apresentados na tabela 5.1.

	$\xi_1(\text{GeV})^2$	ξ_2	$\xi_3(\text{GeV})^{-2}$	ξ_4	$a^2(\text{GeV})^2$	$\beta^2(\text{GeV})^2$
pp	0.846	-0.339	9.01	0.00323	8.20	1.80
$\bar{p}p$	0.621	-0.206	9.10	0.00401	8.20	1.55

Tabela 5.1: Valores dos vários parâmetros envolvidos no modelo de Menon e Pimentel.

As previsões obtidas no contexto desse modelo para as seções de choque diferenciais elásticas têm excelente concordância com os dados experimentais correspondentes em amplo intervalo de energia (13.8 GeV \sim 1.8 TeV) [21], conforme verificam-se das figuras 5.2 e 5.3.

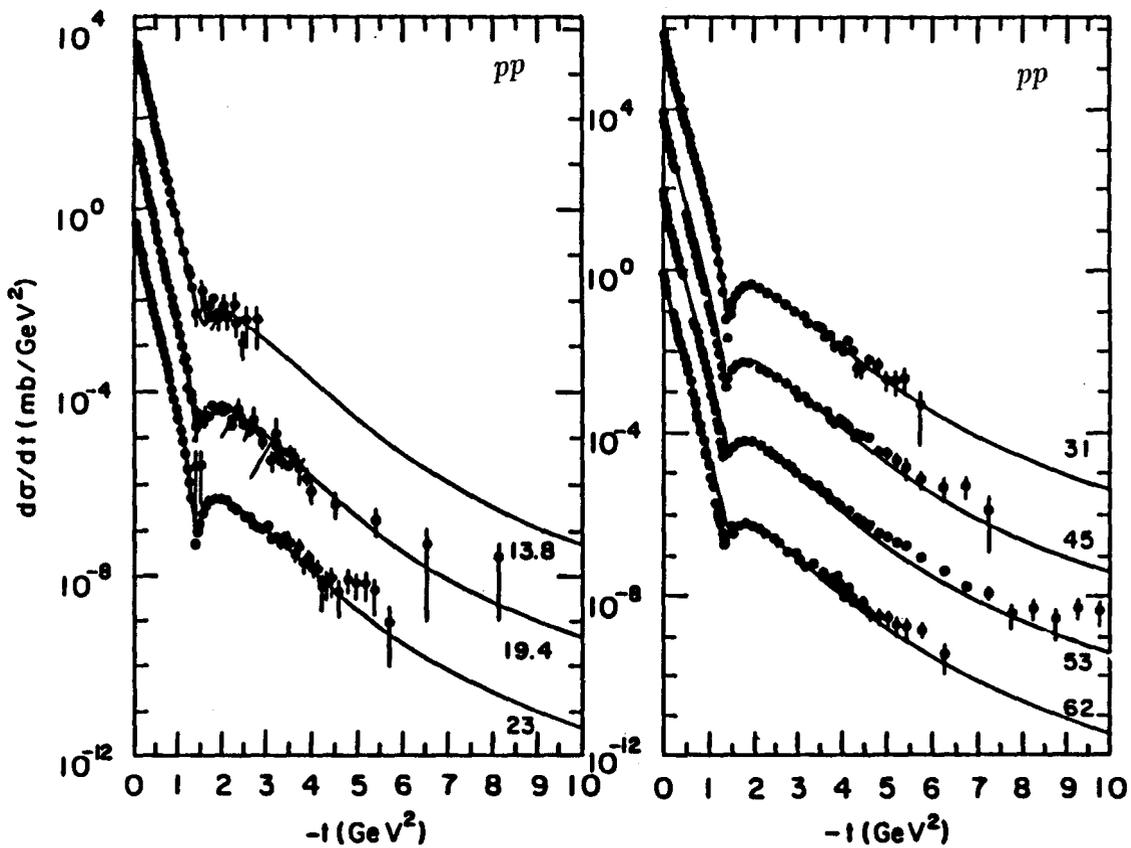


Figura 5.2: Previsões teóricas obtidas no modelo de Menon e Pimentel e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para o canal pp [21].

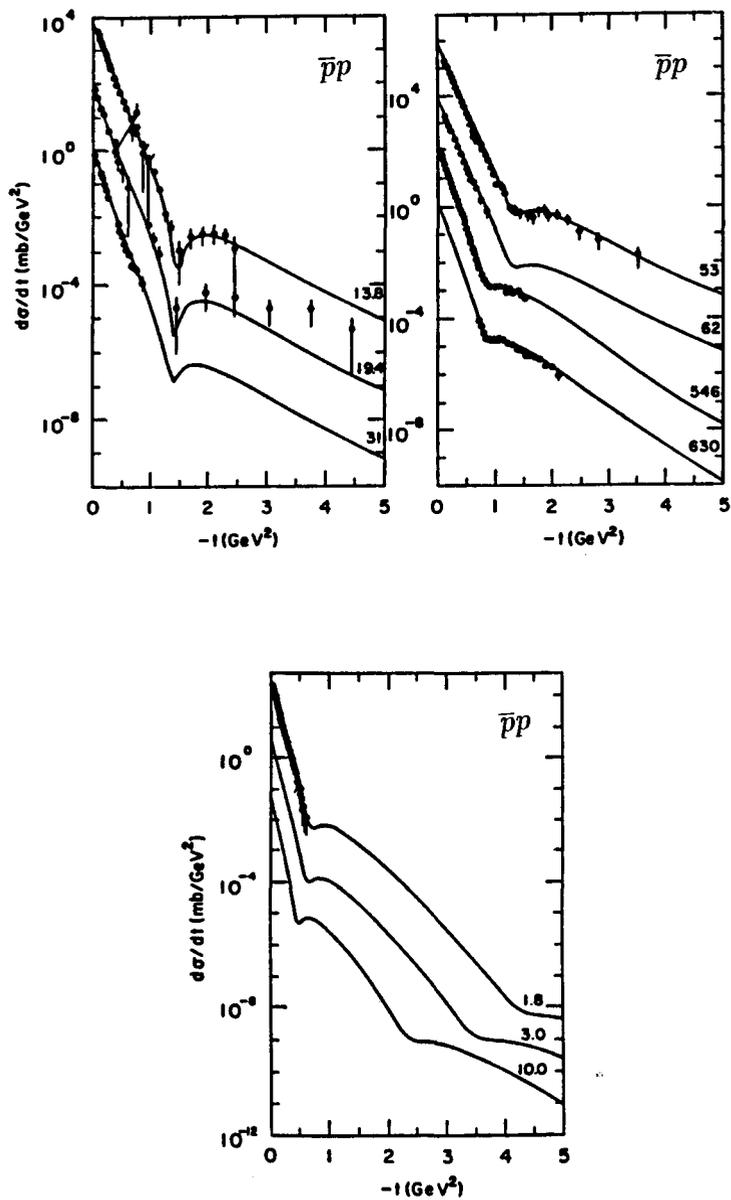


Figura 5.3: Previsões teóricas obtidas no modelo de Menon e Pimentel e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para o canal $\bar{p}p$ [21].

5.3 Modelo Geométrico (Chou-Yang)

Chou e Yang apresentaram em 1990 [22] a expressão para o fator de forma hadrônico na qual a hipótese central reside em assumir que a distribuição de matéria no interior do hádron é *similar* a sua distribuição de carga elétrica, assumiram assim que o fator de forma hadrônico (próton e anti-próton) tem a mesma forma de dipolo que o fator de forma elétrico do próton, como medida em experiências de espalhamento elétron-próton, exceto que o parâmetro constante (no fator de forma elétrico) foi considerado agora dependente da energia. Nesse modelo a constante de absorção também foi parametrizada em função da energia e a amplitude elementar de espalhamento parton-parton representa interação tipo contato entre os constituintes hadrônicos. As expressões utilizadas foram:

- Fatores de forma hadrônicos (próton/anti-próton):

$$G_A(q) = G_B(q) = \frac{1}{2\pi[1 + (\frac{q^2}{m^2})]^2} \quad (5.38)$$

- Amplitude de espalhamento elementar média:

$$f = 1 \quad (5.39)$$

- Constante de absorção (a seguir discutida em detalhes):

$$C(s) \equiv K(s). \quad (5.40)$$

Recorrendo a equação 3.64 obtém-se a expressão para a função de opacidade na forma:

$$\Omega(b) = \frac{K(s)m^5 b^3}{192\pi^2} K_3(mb) \quad (5.41)$$

onde K_3 é a função modificada de Bessel de terceira ordem.

Tem-se portanto $m(s)$ e $K(s)$ como parâmetros livres nesse modelo e que podem ser determinados de ajustes aos dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas. Os valores dos parâmetros $m(s)$ e $K(s)$ foram obtidos pelos autores [22] para as energias de $\sqrt{s}=23.5$ e 546 GeV diretamente de ajustes aos dados experimentais, para a energia de $\sqrt{s}=1.8$ TeV foram consideradas extrapolações dos parâmetros K e $\frac{1}{m^2}$ assumindo que cada um varia linearmente com $\ln(s)$, ou seja, têm dependência energética da forma:

$$C(s) = a_1 + a_2[\ln(s)], \quad (5.42)$$

$$\frac{1}{m^2(s)} = b_1 + b_2[\ln(s)]. \quad (5.43)$$

Utilizando-se dessas parametrizações sugeridas, Beggio e Menon [23] calcularam, por regressão linear, os valores dos parâmetros envolvidos nas duas últimas expressões, obtendo $a_1=2.19$, $a_2=1.24$, $b_1=0.837$ e $b_2=0.072$, todos em GeV^{-2} . Essas parametrizações serão utilizadas neste trabalho em toda região acima de 10 GeV (pp e $\bar{p}p$).

Visando a descrição mais detalhada dos dados experimentais de seção de choque diferencial elástica os autores desse modelo recorreram ao uso da fórmula de Martin para considerar a parte real da amplitude de espalhamento, equação 5.36. Efetuaram assim previsões para as seções de choque diferenciais elásticas nas energias de $\sqrt{s}=23.5$, 546 e 1800 GeV, essas previsões foram comparadas com os dados experimentais correspondentes ao espalhamento pp na energia de 23.5 GeV e ao espalhamento $\bar{p}p$ na energia de 546 GeV, os quais são apresentados na figura 5.4 (à energia de 1800 GeV não efetuou-se a comparação com os dados experimentais).

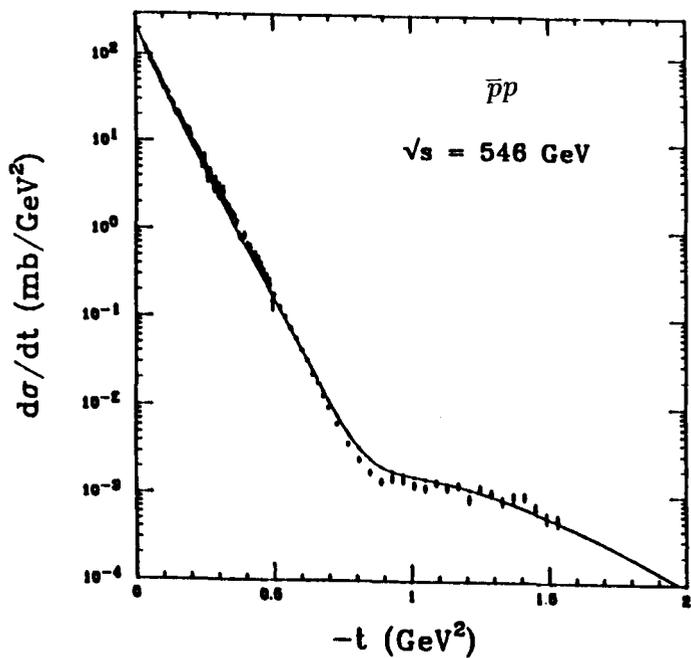
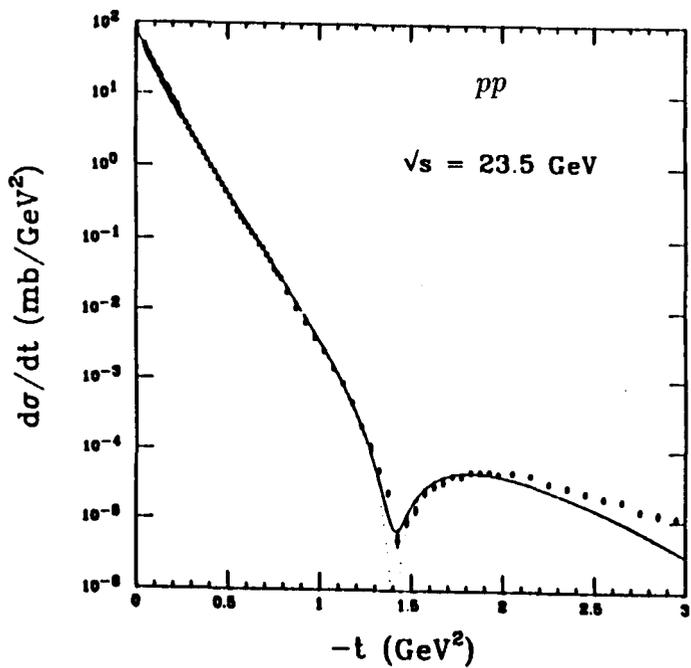


Figura 5.4: Previsões teóricas obtidas no modelo de Chou e Yang e dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas para os canais pp e $\bar{p}p$ nas energias de $\sqrt{s}=23.5$ GeV e 546 GeV, respectivamente [22].

5.4 Comentários

Os modelos discutidos neste capítulo descrevem quantitativamente bem os dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas, principalmente o modelo de difração dispersiva (HV) e o modelo de difração múltipla (MP). Nos modelos de difração dispersiva e geométrico os ajustes foram efetuados considerando apenas os dados experimentais do canal pp nas energias do ISR e de $\bar{p}p$ na energia do Collider, enquanto que, no contexto do modelo de difração múltipla efetuaram-se ajustes aos dados experimentais de pp no ISR e distintamente $\bar{p}p$ no ISR e Collider, conforme figuras 5.2 e 5.3.

O modelo geométrico (CY) apresenta descrição discordante dos dados experimentais para $-t \geq 2.0 \text{ GeV}^2$ à energia de $\sqrt{s} = 23.5 \text{ GeV}$, devendo ser ressaltado que os dados experimentais nessa energia estendem-se até $-t = 6.0 \text{ GeV}^2$.

Capítulo 6

RESULTADOS PARA AS FUNÇÕES DE RECOBRIMENTO INELÁSTICAS E SEÇÕES DE CHOQUE INELÁSTICAS

Apresentam-se neste capítulo as funções de recobrimento inelásticas previstas pelos modelos discutidos no capítulo anterior [23], [24], [25]. Comparam-se então as referidas funções de recobrimento inelásticas, entre si e também à função de recobrimento inelástica obtida por Carvalho e Menon [26] de forma independente de modelo, ou seja, extraída diretamente dos dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas através de ajustes. Nessa análise os erros experimentais foram considerados, motivo pelo qual estudos comparativos tornam-se relevantes.

Uma vez que a integração da função de recobrimento inelástica no espaço de parâmetro de impacto fornece a seção de choque inelástica (observável físico) comparam-se também as previsões de cada modelo com os dados experimentais disponíveis em amplo intervalo de energia [24].

6.1 Informações Empíricas

6.1.1 Função de Recobrimento Inelástica - Análise Independente de Modelo

Carvalho e Menon [26] efetuaram ajustes aos dados experimentais de seções de choque diferenciais elásticas de espalhamento pp e $\bar{p}p$, assumindo uma expressão para

a amplitude de espalhamento como soma de exponenciais. Nesse procedimento os erros dos parâmetros livres provenientes dos ajustes foram propagados para a função de perfil no espaço de momento transferido e, conseqüentemente, à função de recobrimento inelástica. Os autores assumiram uma parametrização analítica para a amplitude de espalhamento na forma:

$$F(s, q) = i \sum_{j=1}^n \alpha_j \exp(-\beta_j q^2) - \mu(s) \sum_{j=1}^2 \alpha_j \exp(-\beta_j q^2) \quad (6.1)$$

com

$$\mu(s) = -\frac{\rho(s)}{\alpha_1 + \alpha_2} \sum_{j=1}^n \alpha_j \quad (6.2)$$

onde α_j , β_j , ($j = 1..n$) são parâmetros livres. Escolhida a parametrização para a amplitude de espalhamento obtiveram-se os parâmetros livres envolvidos, bem como os erros a estes associados através das rotinas de ajustes do CERN-Minuit, sendo que nessa sistemática de análise recorreu-se ainda ao uso da expressão:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \pi |F(s, q)|^2. \quad (6.3)$$

Assumida então a expressão para a amplitude de espalhamento e estabelecido os valores dos parâmetros, obtém-se a função de perfil hadrônica através da transformada inversa da expressão 3.53, ou seja, através da expressão:

$$\Gamma(s, b) = \frac{1}{2ik\pi} \int d^2q \exp[-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}] |F(s, q)|. \quad (6.4)$$

Recorrendo agora a relação de unitaridade no espaço de parâmetro de impacto, expressão 4.21,

$$2Re\Gamma(b) = |\Gamma(b)|^2 + G_{in}(b) \quad (6.5)$$

obtém-se a função de recobrimento inelástica na representação de parâmetro de impacto. Na seção 6.2 apresentam-se vários resultados envolvendo as funções de recobrimento inelásticas obtidas, efetuando também a análise comparativa entre os vários resultados.

6.1.2 Seção de Choque Inelástica - Dados Experimentais

Efetuada a integração da função de recobrimento inelástica obtém-se a previsão para a seção de choque inelástica, conforme indicado na expressão 4.23, viabilizando assim a direta comparação com os dados experimentais correspondentes a esse observável físico, tem-se assim a primeira aplicação de informações provenientes do canal elástico à descrição de um observável físico próprio do canal inelástico.

As seções de choque inelásticas (σ_{in}) foram obtidas subtraindo as seções de choque elásticas (σ_{el}) das seções de choque totais (σ_{tot}). Os dados experimentais pertinentes ao espalhamento pp correspondem ao intervalo de energia $13.8 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 62.5 \text{ GeV}$ [27], [28] enquanto que para o espalhamento $\bar{p}p$ tem-se o intervalo $13.8 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 1800 \text{ GeV}$ [29], [30], [31], [32], [33]. Nas tabelas 6.1 e 6.2 apresentam-se os valores de σ_{in} para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$, respectivamente.

\sqrt{s} (GeV)	13.8	19.4	23.5	30.7
$\sigma_{in}(mb)$	31.39 ± 0.20	32.11 ± 0.09	32.21 ± 0.13	32.98 ± 0.13
\sqrt{s} (GeV)	44.7	52.8	62.5	
$\sigma_{in}(mb)$	34.62 ± 0.13	35.22 ± 0.14	35.66 ± 0.17	

Tabela 6.1: Dados experimentais de seções de choque inelásticas referentes ao espalhamento pp [27], [28].

\sqrt{s} (GeV)	13.8	19.4	30.7	52.8
$\sigma_{in}(mb)$	34.24 ± 0.41	33.50 ± 0.40	34.86 ± 0.34	36.97 ± 0.53
\sqrt{s} (GeV)	62.5	200	540	546
$\sigma_{in}(mb)$	36.28 ± 0.40	41.80 ± 0.60	48.60 ± 1.60	48.60 ± 1.05
\sqrt{s} (GeV)	900	1800		
$\sigma_{in}(mb)$	50.30 ± 1.40	60.60 ± 1.60		

Tabela 6.2: Dados experimentais de seções de choque inelásticas referentes ao espalhamento $\bar{p}p$ [29], [30], [31], [32], [33].

6.2 Resultados Comparativos

Do exposto na última seção, efetuam-se agora análises comparativas entre as funções de recobrimento inelásticas obtidas através dos modelos discutidos no capítulo anterior, bem como a análise comparativa com a função de recobrimento inelástica resultante da análise independente de modelo [23], [24], [25], [26]. Comparam-se em seguida as previsões obtidas para as seções de choque inelásticas com os dados experimentais correspondentes [24].

• Funções de Recobrimento Inelásticas

-Modelo de Difração Dispersiva - (HV)

Verificam-se, conforme figura 6.1.(a), dependências acentuadas de $G_{in}(s)$ em relação ao parâmetro de impacto para $b \geq 1.0 \text{ fm}$. Na figura 6.2.(a) apresenta-se $G_{in}(s)$ na

região central ($b \sim 0$), onde observamos um escurecimento do hádron de $\approx 4\%$ ao se passar da energia do ISR ($\sqrt{s} = 52.6$ GeV) para a energia do Collider ($\sqrt{s} = 546$ GeV).

-Modelo de Difração Múltipla - (MP)

No contexto desse modelo verificam-se, para $b \geq 1.5$ fm, dependências aproximadamente exponenciais de $G_{in}(s)$ em termos do parâmetro de impacto, havendo ainda variação (aumento) na inclinação das curvas com o crescimento da energia, conforme figura 6.1.(b). Na figura 6.2.(b) tem-se um escurecimento hadrônico central de $\approx 5\%$ previsto nesse modelo.

-Modelo Geométrico - (CY)

Na figura 6.1.(c) apresentam-se os resultados obtidos através desse modelo, onde têm-se resultados para $G_{in}(s)$ similares aos obtidos através do modelo de difração múltipla (MP), na figura 6.2.(c) novamente o efeito de escurecimento hadrônico central, de $\approx 2.6\%$ previsto nesse modelo.

-Análise Independente de Modelo - (CM)

Na figura 6.3.(a) ao analisar somente a função de recobrimento inelástica obtida independentemente de modelo observa-se, em torno de $b=2.5$ fm, pequena mudança no perfil da função. Resultado similar foi obtido por Amaldi e Schubert [28], na mesma energia e em $b \sim 2.0$ fm, ao extrair a função de recobrimento inelástica também independente de modelo, porém com fortes vínculos na dependência energética dos parâmetros livres. Esses autores assumiram a seguinte expressão para a amplitude de espalhamento [28]:

$$F(t) = i\alpha[A_1 \exp(-\frac{1}{2}b_1\alpha t) + A_2 \exp(-\frac{1}{2}b_2\alpha t)] - iA_3 \exp(-\frac{1}{2}b_3t) \quad (6.6)$$

onde

$$\alpha = \alpha(s) = \frac{\sigma_{tot}}{\sigma_{tot}(23\text{GeV})}[1 - i\rho], \quad (6.7)$$

ρ foi definida na expressão 5.37.

-Estudo Comparativo entre as várias Funções de Recobrimento Inelásticas

As várias funções de recobrimento inelásticas mencionadas são comparadas nas figuras 6.3.(a) e 6.3.(b) para as energias de 52.8 e 546 GeV, respectivamente.

Efetuada-se uma análise comparativa dos vários resultados verifica-se, na energia de 52.8 GeV e para a região de $0 \sim 2$ fm, que as previsões para as várias $G_{in}(s)$ são similares, sendo que para $b \geq 2$ a função resultante do modelo de difração dispersiva desvia-se significativamente do resultado obtido independentemente de modelo.

Na energia de 546 GeV e para a região até ~ 3 fm os vários resultados também são similares, todavia acima desse valor novamente a função de recobrimento inelástica resultante do modelo de difração dispersiva (HV) desvia-se do resultado independente de modelo, permanecendo porém dentro do limite de erro estabelecido na análise mencionada.

Apresentam-se nas figuras 6.3.(c) e 6.3.(d) as várias previsões de G_{in} para a região central de colisão ($b \sim 0$), onde verifica-se que na energia de 52.8 GeV o modelo geométrico (CY) apresenta previsão inconsistente com o limite de erro estabelecido na análise independente de modelo. Quanto à energia de 546 GeV todos os modelos fornecem previsões fora do limite de erro estabelecido para essa energia. Retomaremos este ponto na seção 6.3.

• Seções de Choque Inelásticas

-Modelo de Difração Dispersiva - (HV)

Observando novamente que nesse modelo não há distinção entre os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ (seção 5.1), apresenta-se na figura 6.4.(a) a previsão para a seção de choque inelástica, a qual é comparada com os dados experimentais de pp e $\bar{p}p$ no intervalo de energia compreendido entre 10 e 100 GeV. Na figura 6.5.(a) compara-se a previsão para a mesma grandeza incluindo os dados experimentais de $\bar{p}p$ acima de 100 GeV.

-Modelo de Difração Múltipla - (MP)

As previsões para as seções de choque inelásticas obtidas nesse modelo são apresentadas nas figuras 6.4.(b) para o intervalo de energia entre 10 e 100 GeV, observando que nesse modelo há distinção entre ambos os espalhamentos aqui considerados. Na figura 6.5.(b) comparam-se as previsões para as seções de choque inelásticas com os dados experimentais de pp e $\bar{p}p$ nas energias entre 10 e 1800 GeV.

-Modelo Geométrico - (CY)

As previsões resultantes desse modelo são apresentadas nas figuras 6.4.(c) e 6.5.(c), notando que nesse modelo, como no modelo de difração dispersiva, não há distinção entre os espalhamentos pp e $\bar{p}p$.

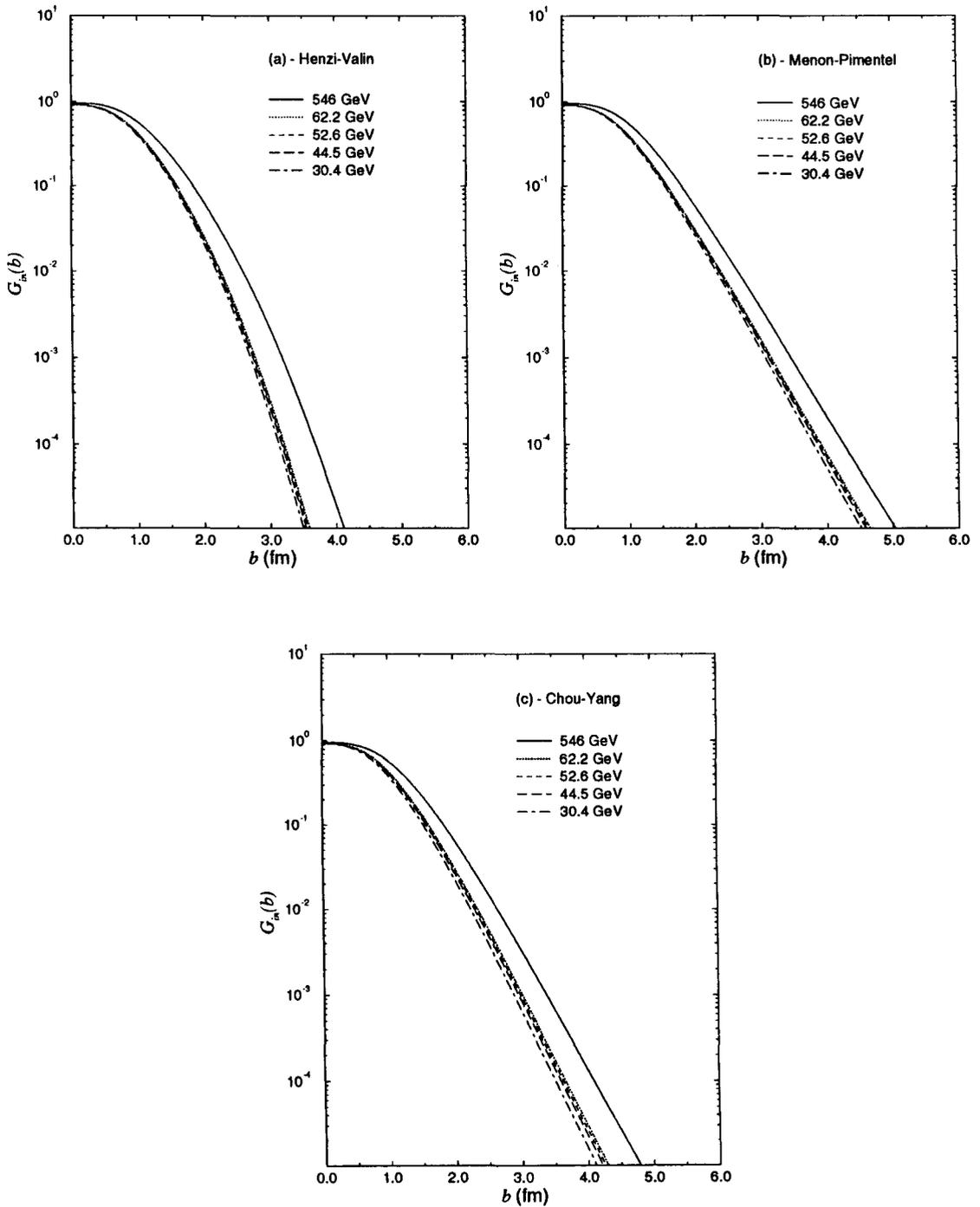


Figura 6.1: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas obtidas nos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) em várias energias [23] [24].

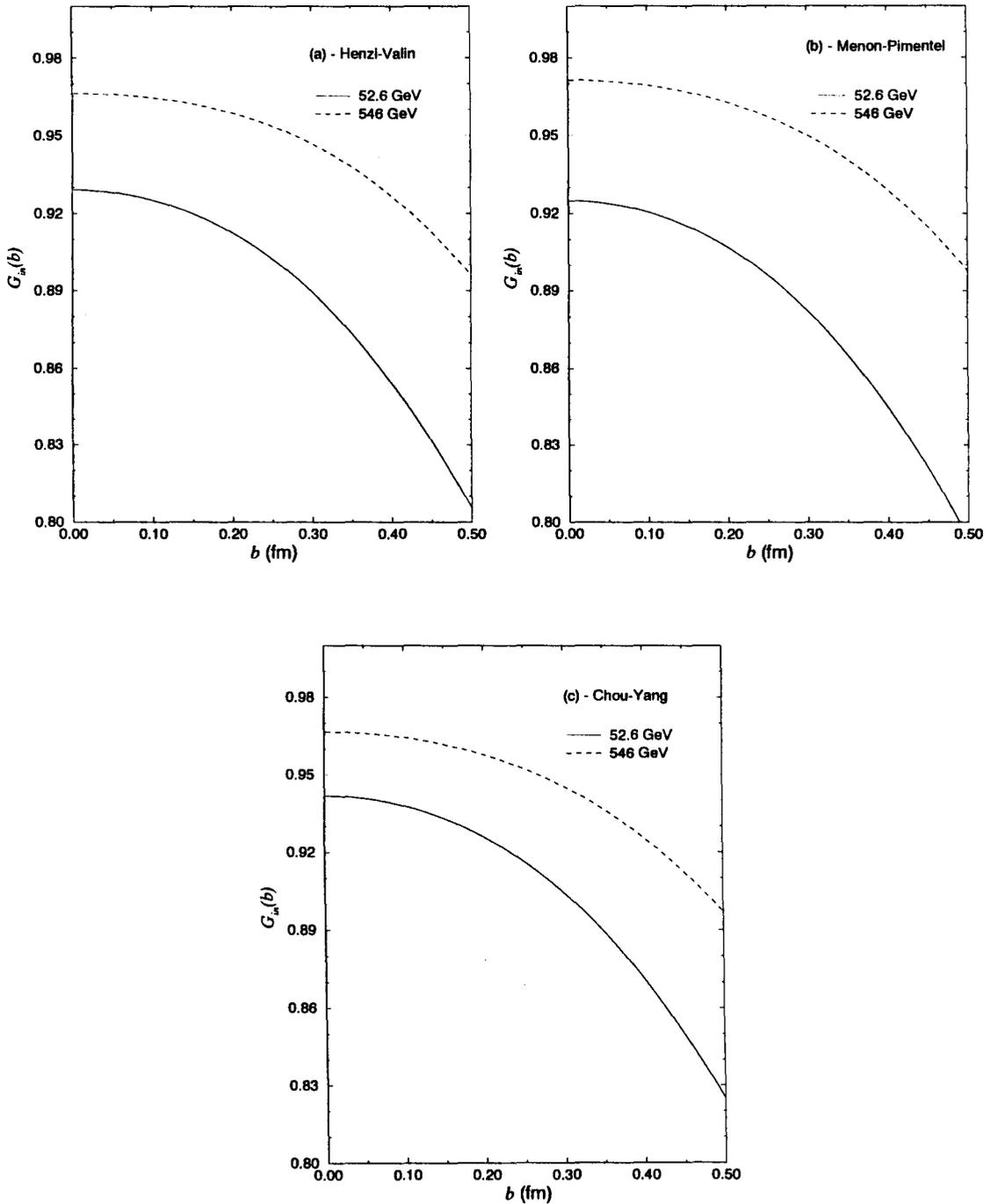


Figura 6.2: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas, nas energias de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e $\sqrt{s}=546$ GeV, para a região central de interação obtidas nos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [23] [24].

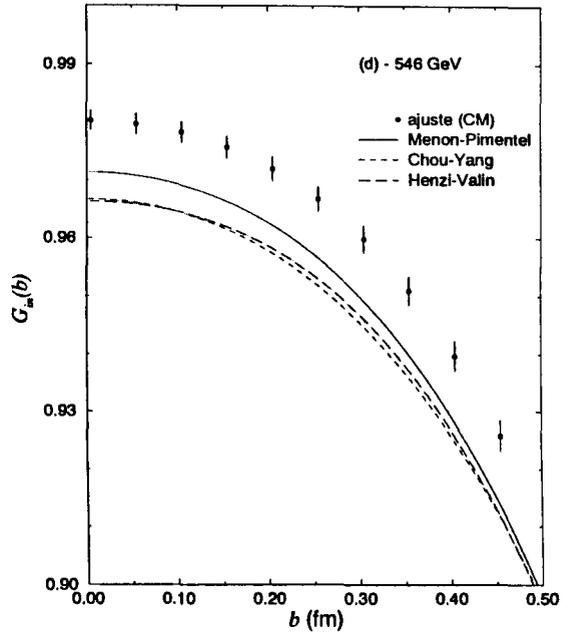
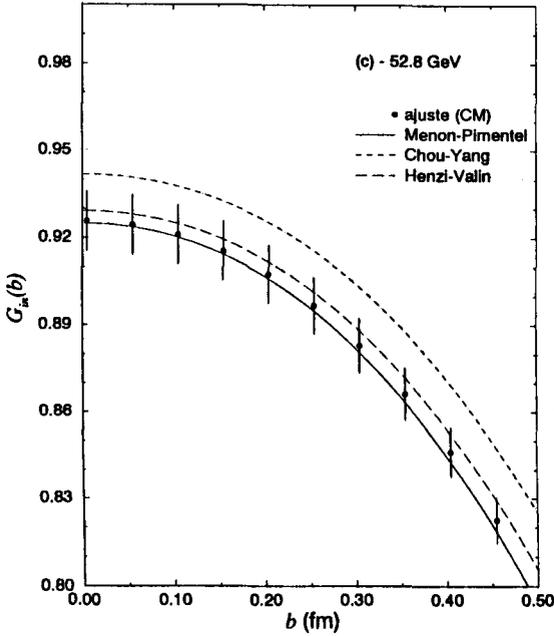
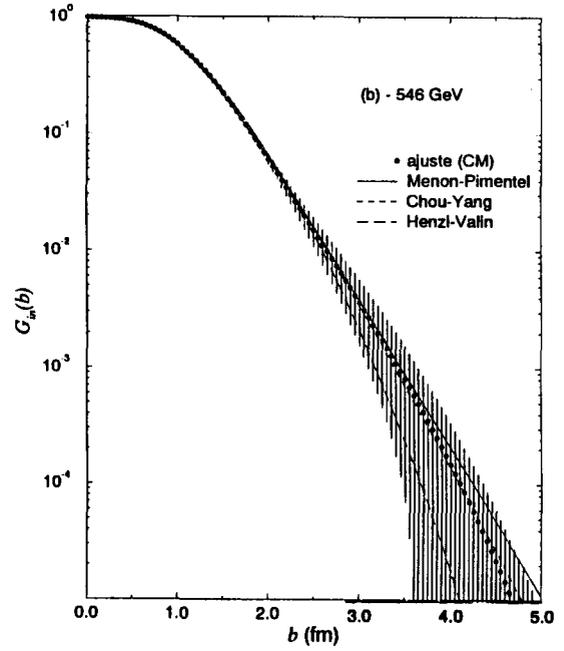
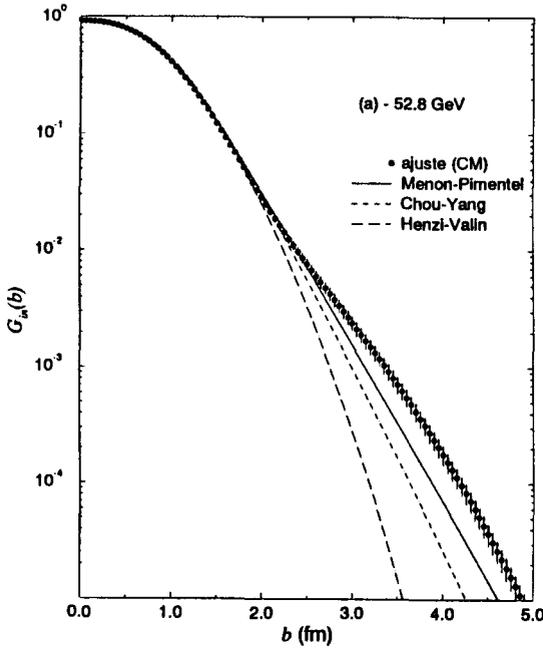


Figura 6.3: Previsões para as funções de recobrimento inelásticas nas energias de $\sqrt{s}=52.8$ GeV (a) e $\sqrt{s}=546$ GeV (b). As figuras (c) e (d) correspondem a ampliação de (a) e (b) para a região de $0 \leq b \leq 0.5$ fm, respectivamente [23] [24].

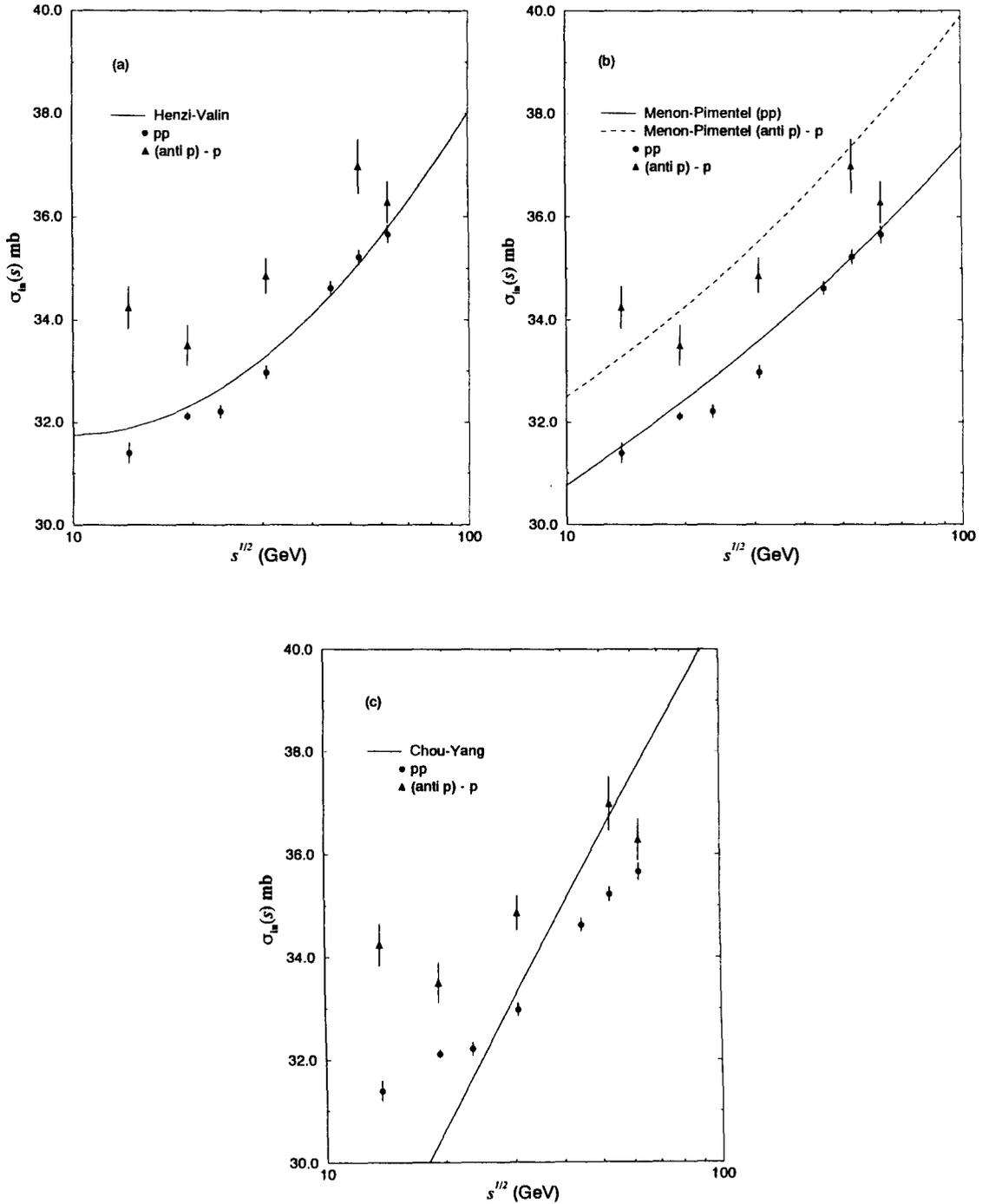


Figura 6.4: Previsões para as seções de choque inelásticas obtidas através dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) no intervalo de energia entre 10 e 100 GeV comparadas com os dados experimentais [24].

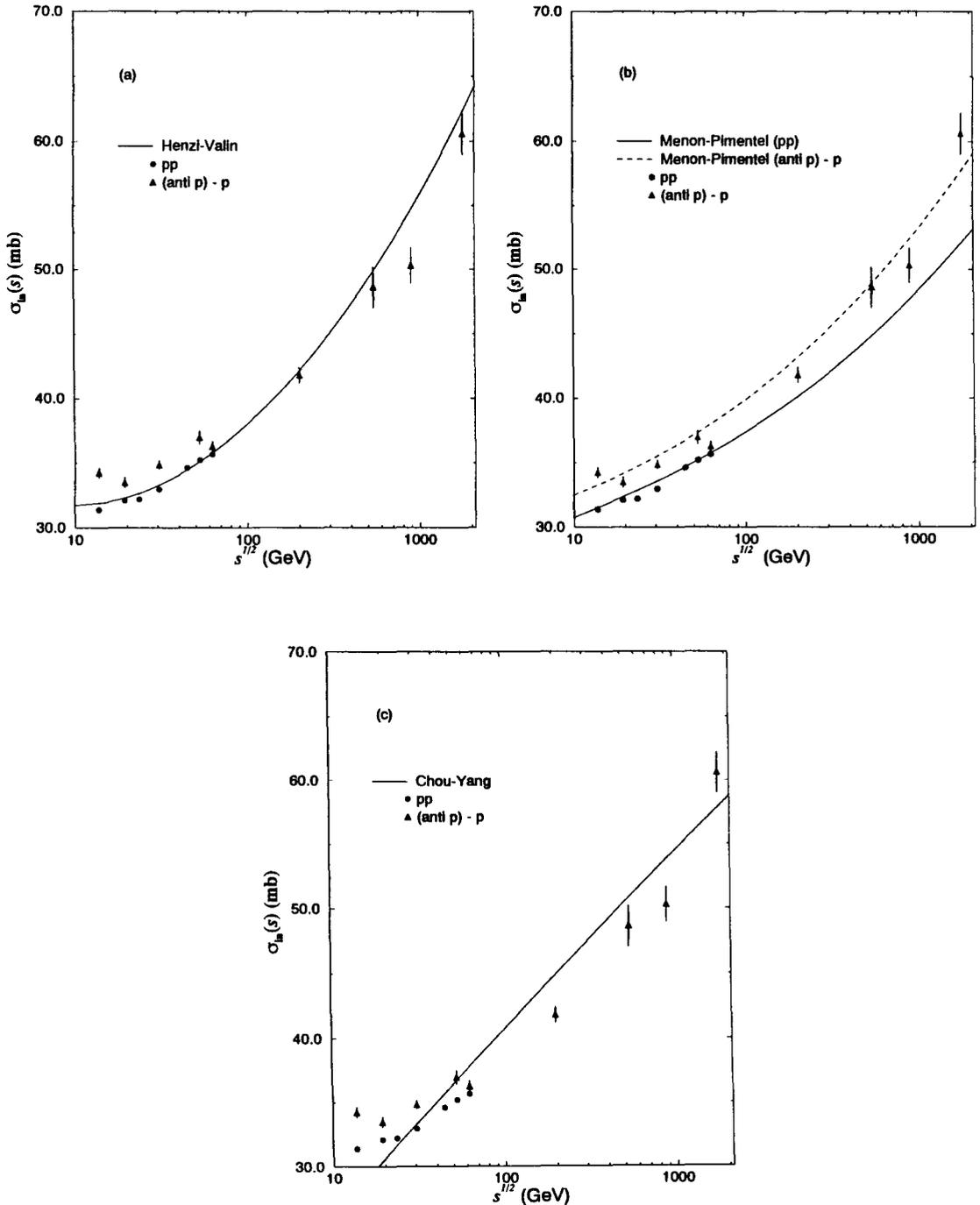


Figura 6.5: Previsões para as seções de choque inelásticas obtidas através dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) no intervalo de energia entre 10 e 2000 GeV comparadas com os dados experimentais [24].

6.3 Conclusões

Como discutido na seção 4.3, a função de recobrimento inelástica representa a probabilidade de ocorrência de canais inelásticos na interação hadrônica. Do exposto neste capítulo, no tocante a essa função e no contexto dos vários modelos considerados, conclui-se que a ocorrência de canais inelásticos na interação hadrônica é menos efetiva na abordagem através do modelo de difração dispersiva (HV) para a região de $b \geq 3$ fm. Tem-se ainda que a função de recobrimento inelástica resultante da análise independente de modelo favorece a previsão obtida através do modelo de difração múltipla de Menon e Pimentel.

As discrepâncias observadas na região central (pequeno b) entre as funções de recobrimento inelásticas obtidas através dos três modelos para o canal elástico e a função de recobrimento inelástica obtida independentemente de modelo na energia de 546 GeV, figura 6.3.(d), devem-se ao fato que os dados experimentais de $d\sigma_{el}/dt$ nessa energia estendem-se somente até $-t = 1.5 \text{ GeV}^2$ (pequeno momento transferido), o que corresponde a grandes valores de b . Assim, para pequenos valores de b (grande momento transferido) o resultado independente de modelo é uma extrapolação, não podendo ser considerado como representante de informações experimentais.

Quanto à seção de choque inelástica, o modelo de difração dispersiva (HV) resulta em descrição satisfatória desse observável físico para o espalhamento pp nas energias abaixo de 62.5 GeV e também para o espalhamento $\bar{p}p$ nas energias acima de 200 GeV. Todavia a descrição dos dados experimentais para $\bar{p}p$ abaixo de 62.2 GeV não é considerada nesse modelo. Tal comportamento deve-se ao fato de que nos procedimentos de ajustes e obtenções dos parâmetros envolvidos nesse modelo consideraram-se somente os dados experimentais correspondentes ao espalhamento pp a baixas energias.

No modelo de difração múltipla (MP) obteve-se as melhores descrições dos dados experimentais em ambos os espalhamentos pp e $\bar{p}p$, como já ressaltado, foram considerados nesse modelo ambos os conjuntos de dados experimentais separadamente, implicando assim nas melhores descrições para as seções de choque inelásticas.

Quanto ao modelo geométrico observa-se um comportamento médio da seção de choque inelástica ao considerarem-se conjuntamente os dados experimentais de pp e $\bar{p}p$, implicando assim numa descrição insatisfatória dos dados experimentais. Tal comportamento pode ser associado às simples parametrizações envolvidas no modelo, ou seja, consideraram-se apenas os dados experimentais de pp na energia de 23.5 GeV e de $\bar{p}p$ na energia de 546 GeV, assumindo em seguida variação linear com $\ln(s)$ dos parâmetros, conforme discutido na seção 5.3.

Capítulo 7

DISTRIBUIÇÕES DE MULTIPLICIDADES EM INTERAÇÕES pp e $\bar{p}p$

Devido à presença de canais inelásticos em processos de espalhamento hádron-hádron a altas energias estende-se o formalismo do operador S a fim de cobrir também esse aspecto da interação hadrônica, como abordado na seção 4.1, introduzindo a função de recobrimento inelástica sugerida por Van Hove [13].

No estudo do canal inelástico um dos observáveis físicos de interesse é a multiplicidade das partículas carregadas produzidas na interação, a qual nos auxilia na compreensão dos mecanismos de produção de partículas nas reações hadrônicas a altas energias. Uma possibilidade de investigação das distribuições de multiplicidades é através da função de recobrimento inelástica, utilizada no contexto de abordagens para espalhamento inelástico hádron-hádron na representação de parâmetro de impacto.

Um dos objetivos centrais deste trabalho é investigar as distribuições de multiplicidades das partículas carregadas produzidas nas interações hadrônicas a altas energias. Para tal propósito apresentam-se inicialmente as características dos dados experimentais disponíveis para interações pp e $\bar{p}p$ a altas energias, em seguida, as distribuições de multiplicidades são calculadas teoricamente, utilizando-se duas abordagens para o canal inelástico (abordagens de Finkelstein e de Valin e St. Hilaire) e os três modelos para a função de recobrimento inelástica proveniente do canal elástico (modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico). As previsões teóricas são então comparadas com os dados experimentais.

7.1 Informações Experimentais

7.1.1 Dados Experimentais

7.1.1.1 Eventos Inelásticos, Dissociação Simples e Dissociação Dupla

Nas interações a altas energias, onde n partículas são criadas, a probabilidade do processo geral é fornecida pela seção de choque total (σ_{tot}), a qual é física e fenomenologicamente dividida em sub-classes específicas [31], a saber:

a - *espalhamento elástico*

b - *processos difrativos*, os quais compreendem:

- *dissociação difrativa simples*

(apenas uma das partículas colidentes fragmenta-se: $a + b \longrightarrow c + X$, onde $c=a$ ou b)

- *dissociação difrativa dupla*

(ambas as partículas colidentes fragmentam-se: $a + b \longrightarrow X_1 + X_2$)

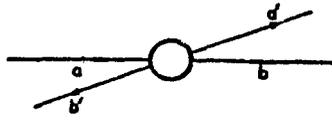
onde X , X_1 e X_2 representam os conjuntos de partículas produzidas na interação.

c - *processo não difrativo ou central*.

A difração inelástica (dissociação difrativa) foi prevista (1956-1960) [31] como um processo que excita ao menos uma das partículas colidentes a um estado hadrônico X , de massa M_X , que então decai emitindo hádrons e deixando assinatura tipo difrativa (não há troca de números quânticos).

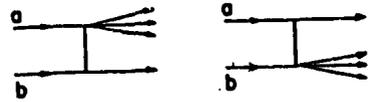
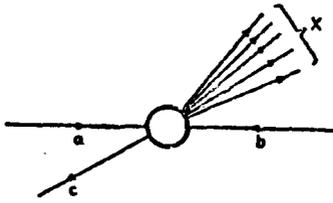
Na figura 7.1 têm-se representações esquemáticas ilustrando os processos **a**, **b** e **c**, acima mencionados.

(a) - Espalhamento elástico

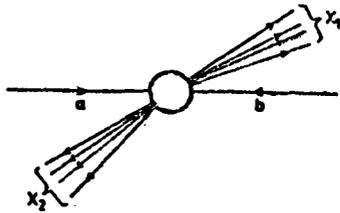


(b) - Dissociação difrativa

simples - $c=a$ - $c=b$



dupla



(c) - Processo não difrativo ou central

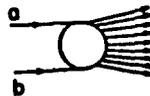


Figura 7.1 - Representações esquemáticas dos processos de espalhamento elástico (a) e dissociações difrativas simples e dupla (b) e processo não difrativo (central) (c) [31], [34].

Nas discussões sobre seção de choque inelástica temos:

$$\sigma_{in} = \sigma_{DS} + \sigma_{NSD}, \quad (7.1)$$

com

$$\sigma_{NSD} = \sigma_{DD} + \sigma_{ND}, \quad (7.2)$$

onde,

σ_{DS} → seção de choque *difrativa simples*,

σ_{NSD} → seção de choque *não simplesmente difrativa*,

σ_{DD} → seção de choque *difrativa dupla*, e

σ_{ND} → seção de choque *não difrativa (central)*.

Portanto a seção de choque total para espalhamento hádron-hádron abrange as seguintes componentes:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{DS} + \sigma_{DD} + \sigma_{ND}. \quad (7.3)$$

Algumas previsões obtidas neste trabalho para observáveis do canal inelástico serão comparadas ao conjunto de dados experimentais inelástico (INEL) e também aos dados experimentais correspondentes à componente não simplesmente difrativa (NSD), visto que essas duas classes de eventos exibem diferentes dependências energéticas e a separação possibilita comparações com o conceito de invariância de escala. Breakstone et al [35] mostraram que os dados experimentais de distribuições de multiplicidades dos eventos inelásticos, no regime de energias abrangido pelo ISR ($\sqrt{s}=30.4$ a 62.2 GeV), violam o princípio de invariância de escala KNO (a ser discutido na sub-seção 7.1.2). Em contraste, os dados referentes a componente não simplesmente difrativa, no mesmo regime de energias, obedece o referido princípio de invariância de escala.

7.1.1.2 Multiplicidade das Partículas Carregadas

Os dados experimentais correspondentes às distribuições de multiplicidades carregadas produzidas em interações hádron-hádron no regime de energias do ISR ($\sqrt{s}=30.4$, 44.5 , 52.6 e 62.2 GeV) são apresentados [35] na forma: seção de choque de produção σ_n para cada valor par da multiplicidade n . Assim, ao considerarmos esses dados experimentais obteve-se a *distribuição de multiplicidade* P_n utilizando a expressão $P_n = \sigma_n / 2 \sum_n \sigma_n$.

Para os dados experimentais na energia do Collider (546 GeV) tal procedimento não foi considerado, visto que publicaram-se diretamente os valores de P_n [36]. Os

dados experimentais de distribuições de multiplicidades inelásticas, a serem considerados nos estudos que se seguem neste trabalho, são apresentados na figura 7.2, os quais também têm a finalidade de facilitar as discussões sobre invariância de escala KNO, a ser discutida na sub-seção 7.1.2.

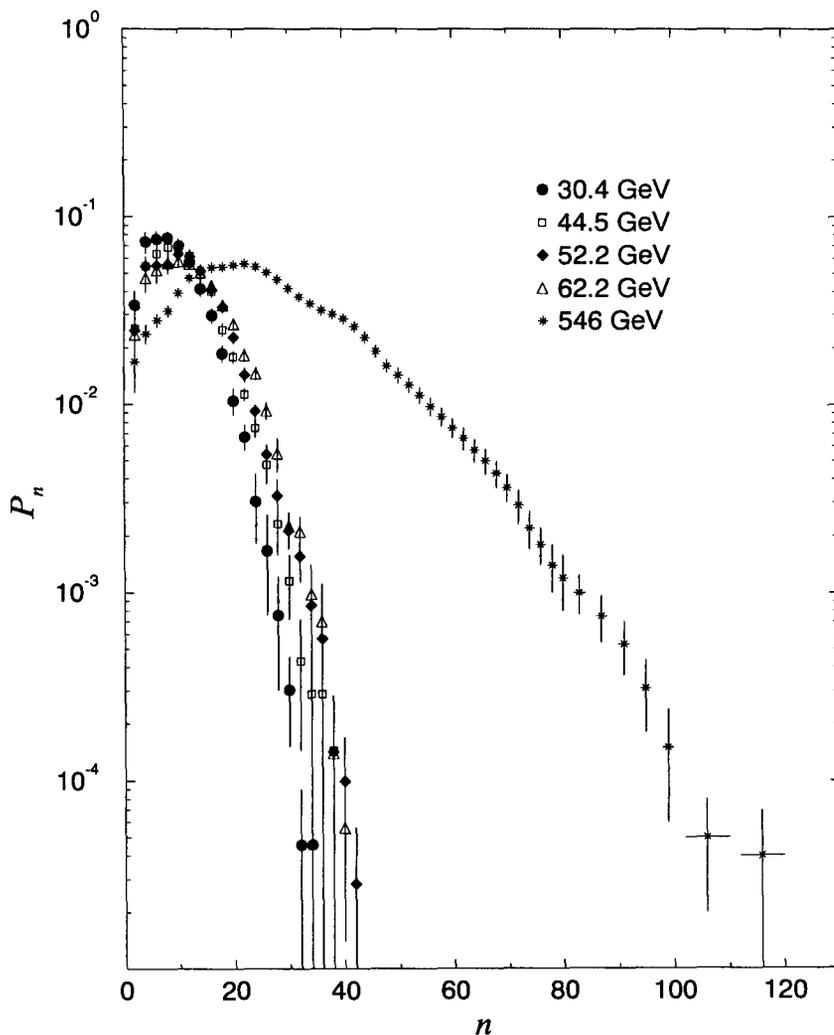


Figura 7.2: Dados experimentais de distribuições de multiplicidades inelásticas a serem utilizados neste trabalho [35][36].

7.1.1.3 Momentos Fatoriais Normalizados

Ao considerarmos o estudo dos momentos fatoriais normalizados, G_l , deve-se observar que essas quantidades não são obtidas diretamente dos dados experimentais, mas a partir dos momentos normalizados $C_l(s)$ e das multiplicidades médias observadas na interação hadrônica, $\bar{N}(s)$, ambas as quantidades mensuráveis diretamente dos dados experimentais. Consideram-se as seguintes definições para essas quantidades:

$$C_l(s) = \frac{\sum_n n^l P_n(s)}{[\bar{N}(s)]^l} \quad (7.4)$$

$$G_l(s) = \frac{1}{[\bar{N}(s)]^l} \sum_n \frac{n!}{(n-l)!} P_n(s). \quad (7.5)$$

Tem-se para os momentos até quinta ordem as relações:

$$G_2(s) = C_2(s) - \frac{1}{\bar{N}(s)}, \quad (7.6)$$

$$G_3(s) = C_3(s) - \frac{3G_2(s)}{[\bar{N}(s)]} - \frac{1}{[\bar{N}(s)]^2}, \quad (7.7)$$

$$G_4(s) = C_4(s) - \frac{6G_3(s)}{\bar{N}(s)} - \frac{7G_2(s)}{[\bar{N}(s)]^2} - \frac{1}{[\bar{N}(s)]^3}, \quad (7.8)$$

$$G_5(s) = C_5(s) - \frac{10G_4(s)}{\bar{N}(s)} - \frac{25G_3(s)}{[\bar{N}(s)]^2} - \frac{15G_2(s)}{[\bar{N}(s)]^3} - \frac{1}{[\bar{N}(s)]^4}. \quad (7.9)$$

Diante do fato que os momentos fatoriais são obtidos a partir de duas quantidades físicas diretamente mensuráveis dos dados experimentais, que comportam portanto limite de erro em seus valores, recorreu-se à propagação de erros para determinar os erros correspondentes aos momentos fatoriais. Os erros foram calculados valendo-se da expressão [37]:

$$\sigma_{G_l}^2 \simeq \sigma_{C_l}^2 \left[\frac{\partial G_l}{\partial C_l} \right]^2 + \sigma_{\bar{N}}^2 \left[\frac{\partial G_l}{\partial \bar{N}} \right]^2. \quad (7.10)$$

Na tabela 7.1 apresentam-se os momentos fatoriais e os respectivos erros obtidos neste trabalho. Os valores dos momentos, $C_l(s)$, e das multiplicidades hadrônicas médias, $\bar{N}(s)$, foram utilizados das referências [35], [36] e [38].

	pp	pp	pp	pp
$S^{1/2}(\text{GeV})$	30.4	44.5	52.6	62.2
$G_2(\text{INEL})$	1.18 ± 0.02	1.19 ± 0.01	1.20 ± 0.01	1.21 ± 0.01
$G_2(\text{NSD})$	1.10 ± 0.01	1.12 ± 0.01	1.13 ± 0.01	1.13 ± 0.01
$G_3(\text{INEL})$	1.59 ± 0.06	1.62 ± 0.05	1.66 ± 0.05	1.66 ± 0.05
$G_3(\text{NSD})$	1.36 ± 0.03	1.38 ± 0.03	1.42 ± 0.03	1.41 ± 0.03
$G_4(\text{INEL})$	2.34 ± 0.18	2.45 ± 0.15	2.56 ± 0.15	2.53 ± 0.15
$G_4(\text{NSD})$	1.80 ± 0.10	1.90 ± 0.02	1.98 ± 0.09	1.94 ± 0.08
$G_5(\text{INEL})$	3.71 ± 0.53	3.99 ± 0.47	4.28 ± 0.47	4.09 ± 0.43
$G_5(\text{NSD})$	2.55 ± 0.29	2.77 ± 0.27	3.01 ± 0.26	2.81 ± 0.21

	$\bar{p}p$	$\bar{p}p$	$\bar{p}p$
$S^{1/2}(\text{GeV})$	200	546	900
$G_2(\text{INEL})$	-	1.31 ± 0.02	-
$G_2(\text{NSD})$	1.21 ± 0.03	1.28 ± 0.03	1.31 ± 0.03
$G_3(\text{INEL})$	-	2.11 ± 0.06	-
$G_3(\text{NSD})$	1.74 ± 0.12	1.99 ± 0.11	2.11 ± 0.13
$G_4(\text{INEL})$	-	3.91 ± 0.25	-
$G_4(\text{NSD})$	2.79 ± 0.30	3.68 ± 0.30	3.92 ± 0.40
$G_5(\text{INEL})$	-	8.21 ± 0.71	-
$G_5(\text{NSD})$	5.21 ± 0.91	7.48 ± 1.01	8.13 ± 1.10

Tabela 7.1: Valores dos momentos fatoriais normalizados utilizados neste trabalho. Os valores dos momentos $C_l(s)$ e das multiplicidades hadrônicas médias $\bar{N}(s)$ (envolvidos nos cálculos para obtenção dos momentos fatoriais, $G_l(s)$) foram utilizados das referências [35], [36] e [38].

7.1.2 Considerações sobre Invariância de Escala em Interações Hadrônicas

No início da década de 1970 observaram-se dois tipos de regularidades nos dados experimentais, que foram denominados invariâncias de escalas KNO (canal inelástico) e geométrica (canal elástico). Embora essas regularidades não sejam verificadas nas energias mais altas (violação de ambas as invariâncias) o estudo dessas invariâncias introduziu uma notação útil no tratamento das distribuições de multiplicidades. Nesta sub-seção apresenta-se uma revisão sobre as idéias principais.

7.1.2.1 Invariância de Escala KNO

No início da década de 1970 os dados experimentais disponíveis sustentaram a idéia de invariância de escala (Scaling) em reações inclusivas, na qual uma só partícula no estado final é medida [39]. Acreditou-se assim que o princípio de invariância de escala seria adequado à abordagem da física hadrônica a altas energias.

Em 1972 Koba, Nielsen e Olesen (KNO) mostraram, sem assumirem qualquer mecanismo dinâmico em relação à produção de multi-partículas, que a invariância de escala de Feynman [40] implicava numa regularidade para a distribuição de multiplicidade em energias assintóticas [39]. O resultado de tal regularidade implicaria que a distribuição de multiplicidade normalizada manteria a mesma forma da curva independentemente da energia dos hádrons envolvidos na colisão, sendo representada pela função $\Phi(\frac{n}{N})$ (essa função também é frequentemente representada por Ψ). *Tal regularidade passou a ser referida então como princípio de invariância de escala KNO.* Explicitamente, para a discussão aqui apresentada, consideram-se as seguintes nomenclaturas:

- $\sigma_n \rightarrow$ seção de choque de produção de n partículas,
- $P_n(s) = \frac{\sigma_n(s)}{\sum \sigma_n(s)} \rightarrow$ probabilidade de produzir n partículas carregadas no estado final da interação,
- $\bar{N} = \sum_n n P_n \rightarrow$ multiplicidade média da distribuição na energia \sqrt{s} ,
- $z = \frac{n}{\bar{N}} \rightarrow$ variável de invariância de escala KNO.

Tem-se assim que:

$\Phi(s, z) = \bar{N} P_n(s) \rightarrow$ representa a distribuição de multiplicidade normalizada em forma KNO.

A invariância de escala KNO tem como consequência que a distribuição de multiplicidades normalizada torna-se independente da energia em seu regime assintótico, ou

seja:

$$\Phi(s, z) \longrightarrow \Phi(z), \quad \text{quando} \quad \sqrt{s} \longrightarrow \infty.$$

As distribuições de multiplicidades hadrônicas seriam assim descritas por uma função universal $\Phi(z)$.

Outra possibilidade de investigação da distribuição de multiplicidades das partículas carregadas, produzidas na interação hadrônica, é através dos momentos da distribuição. Definem-se os momentos da distribuição C_l tais que,

$$C_l = \frac{\overline{n^l}}{\overline{N^l}}, \quad l = 2, \dots, 5. \quad (7.11)$$

A função invariante de escala KNO $\Phi(z)$ deve então satisfazer a equação [31]:

$$C_l = \int_0^\infty z^l \Phi(z) dz, \quad (7.12)$$

verificando-se assim que o princípio de invariância de escala KNO implica que os momentos da distribuição C_l devem ser independentes da energia, como demonstrado por Koba, Nielsen e Olesen [39][41].

Para fins de aplicação da invariância de escala KNO às distribuições de multiplicidades hadrônicas, inferem-se da análise dos dados experimentais (veja figura 7.2) que:

- os pontos de máximo das curvas localizam-se próximos aos valores médios da multiplicidade, \overline{N} ,
- com o aumento de \sqrt{s} , \overline{N} desloca-se para maiores valores de n (altura do ponto de máximo da curva decresce).

Diante do fato de que as curvas $P_n \times n$ têm pontos de máximos ao redor dos valores de \overline{N} , espera-se alinhar os pontos de máximo das curvas, em diferentes energias, reescalando o eixo horizontal valendo-se da variável de escala $z (= n/\overline{N})$. Como consequência desse procedimento o eixo horizontal é reduzido por um fator \overline{N} . Restaura-se então a normalização da distribuição multiplicando o eixo vertical pelo fator \overline{N} , tendo-se assim a opção de se fazer gráficos de $\Phi(z) (= \overline{N}P_n) \times z$, ao invés de $P_n \times n$ e investigar a propriedade de invariância de escala KNO, visto que a mesma poderia ocorrer nessas variáveis.

O princípio de invariância de escala KNO foi verificado ser válido no intervalo de energia de $\sqrt{s} \sim 11$ a 63 GeV. Em 1983 a Colaboração UA5 apresentou a primeira evidência de violação de invariância de escala KNO no estudo da distribuição de multiplicidades em interações $\bar{p}p$ na energia de $\sqrt{s}=540$ GeV [42], posteriormente a mesma

Colaboração UA5, em 1984, observou clara violação desse princípio também investigando a distribuição de multiplicidades em reações $\bar{p}p$ na energia de $\sqrt{s}=540$ GeV [31] [43].

Em 1986 estavam disponíveis novos dados experimentais de distribuições de multiplicidades nas energias de $\sqrt{s}=200$ e 900 GeV [38]. A análise desses dados experimentais, juntamente com os dados à 540 GeV, *confirmaram definitivamente a violação do princípio de invariância de escala KNO em interações hadrônicas* acima do regime de energias abrangido pelo ISR (11 ~ 63 GeV). Os resultados que estabeleceram a violação da invariância de escala KNO são apresentados na figura 7.3.(a) [31] [43].

7.1.2.2 Invariância de Escala Geométrica

Na mesma época, observando que na física hadrônica há várias regularidades tais como a existência de cortes (cut-off) no momento transversal e platô (plateau) nas distribuições de rapidez, também valendo-se da abordagem geométrica do hádron, Dias de Deus [44] sugeriu que tais regularidades poderiam refletir uma estrutura interna comum a todos os hádrons. *Considerando então que um hádron A interage como se fosse um disco plano de raio $R_A(s)$, com uma função de distribuição de área $\rho_A(r^2, R_A^2)$, Dias de Deus introduziu em 1973 [44] o princípio de invariância de escala geométrica na física hadrônica assumindo:*

- a altas energias ($\sqrt{s} \rightarrow \infty$) a função distribuição de área torna-se função apenas de r' , ou seja,

$$\rho_A(r^2, R_A^2) \longrightarrow \rho_A(r'^2) \quad (7.13)$$

sendo

$$r'^2 \equiv \frac{r^2}{R_A^2(s)}; \quad (7.14)$$

- a função distribuição de área é universal (a mesma para todos os hádrons),

$$\rho_A(r'^2) \longrightarrow \rho(r'^2). \quad (7.15)$$

Na representação de parâmetro de impacto o princípio de invariância de escala geométrica é formulado considerando-se:

$R_{AB}(s) \longrightarrow$ raio de interação entre os hádrons A e B , interagentes entre si,

$\rho_{AB}(b^2, R_{AB}^2) \longrightarrow$ densidade de colisão inelástica.

A invariância de escala geométrica significa então:

$$\rho_{AB}(b^2, R_{AB}^2(s)) \longrightarrow \rho(b'^2) \quad (7.16)$$

onde b' pode ser pensado como um parâmetro de impacto reduzido e definido como:

$$b'^2 \equiv \frac{b^2}{R_{AB}^2(s)}. \quad (7.17)$$

No contexto da invariância de escala geométrica escreve-se a função opacidade como [31]:

$$\Omega(s, b) \longrightarrow \Omega(b') \quad (7.18)$$

ou equivalentemente

$$\Gamma(s, b) \longrightarrow \Gamma(b'). \quad (7.19)$$

O princípio de invariância de escala geométrica implica assim que, num dado parâmetro de impacto b' , a função de opacidade (ou a função de perfil do hádron) independe da energia. Essa afirmação tem como consequência, escrevendo-se 3.44 e 3.45 no contexto desse princípio (e obtendo σ_{tot}), que toda variação energética de σ_{el} e σ_{tot} é atribuída à variação do raio de interação $R_{AB}(s)$, ou seja,

$$\sigma_{el}(s) = 2\pi \int_0^\infty b db |1 - S(b)|^2 \longrightarrow \sigma_{el}(s) = 2\pi R_{A,B}^2(s) \int_0^\infty b' db' \{1 - \exp[-\Omega(b')]\}^2 \quad (7.20)$$

$$\sigma_{tot}(s) = 2\pi \int_0^\infty b db [1 - S(b)] \longrightarrow \sigma_{tot}(s) = 2\pi R_{A,B}^2(s) \int_0^\infty b' db' \{1 - \exp[-\Omega(b')]\} \quad (7.21)$$

implicando portanto que:

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = \text{constante}. \quad (7.22)$$

O princípio de invariância de escala geométrica foi verificado válido, também e somente, no regime de energias abrangido pelo ISR ($\sqrt{s}=11 \sim 63$ GeV), visto que verificou-se um aumento de no mínimo 20% na razão $\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}$ ao se passar das energias do ISR para a energia do Collider ($\sqrt{s}=540$ GeV), fato esse que excluiu esse princípio como adequado à abordagem da física hadrônica [28][31]. Na figura 7.3.(b) ilustra-se a violação desse princípio [46].

7.1.2.3 Conexões entre as Invariâncias de Escala KNO e Geométrica

Dias de Deus mostrou ainda que a invariância de escala KNO é uma consequência da invariância de escala geométrica para colisões inelásticas [44]. Esse resultado foi obtido escrevendo o número de partículas produzidas num determinado valor de parâmetro de impacto reduzido, b' , na forma:

$$n(s, b'^2) = \eta(s)\rho(b'^2), \quad (7.23)$$

onde $\eta(s)$ é um fator de proporcionalidade. O referido autor considerou ainda:

a - a multiplicidade média na interação hadrônica é uma função universal de s :

$$\bar{N} = K\eta(s), \quad (7.24)$$

b - a razão $\sigma_n(s, b')/\sigma_{in}(s)$ é uma função universal de \bar{N} [44]:

$$\frac{\sigma_n(s, b'^2)}{\sigma_{in}(s)} = \frac{1}{\eta(s)}\phi(b'^2). \quad (7.25)$$

Observando novamente que

$$\Phi(s, \frac{n}{\bar{N}}) = \bar{N} \frac{\sigma_n}{\sigma_{in}} \quad (7.26)$$

e substituindo então 7.24 e 7.25 na última expressão resulta:

$$\Phi(s, \frac{n}{\bar{N}}) = K\phi(b'^2). \quad (7.27)$$

Dias de Deus estabeleceu assim a conexão entre invariância de escala KNO e geométrica [44].

Nessa linha de investigação, Lam e Yeung sugeriram que a invariância de escala KNO poderia ser reflexão da invariância de escala geométrica e vice-versa [45]. Para investigar tal sugestão esses autores fatorizaram a multiplicidade média num dado valor de parâmetro de impacto assumindo:

$$\langle n \rangle (s, b) = \bar{N}(s)f\left(\frac{b}{R_{AB}}\right) \quad (7.28)$$

onde \bar{N} é a multiplicidade média na interação hadrônica, como já antecipado, sendo f referida como função de multiplicidade. Fatorização análoga foi usada por Valin e St. Hilaire no contexto da abordagem a ser discutida na seção 7.3.

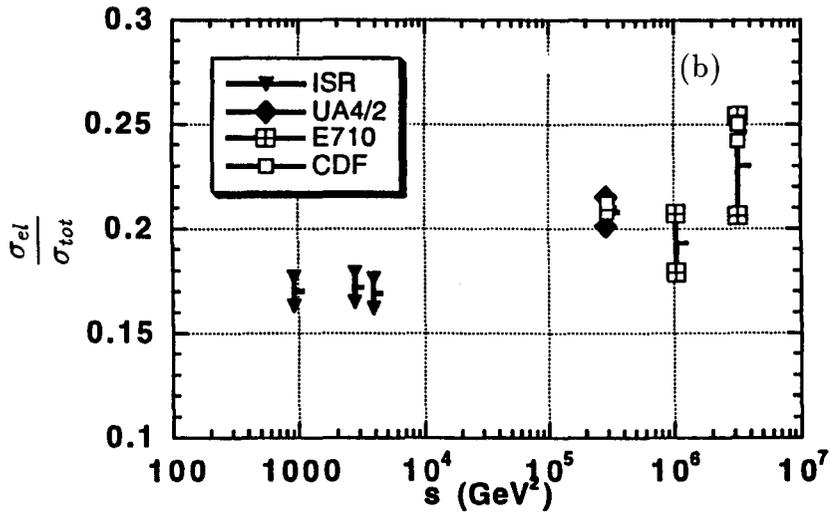
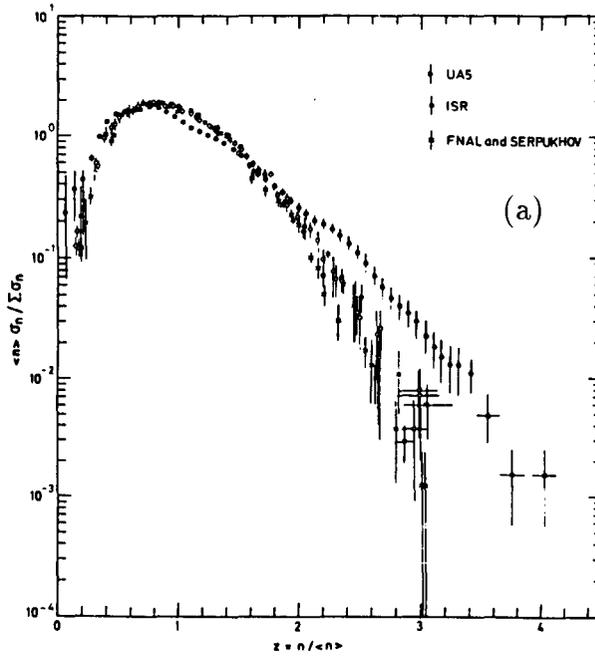


Figura 7.3: Resultados experimentais que estabeleceram a violação de escala KNO em interações hadrônicas (a) [31] [43] e ilustração da violação de invariância de escala geométrica (b) [46].

7.2 Abordagem de Finkelstein

7.2.1 Formulação

Através da abordagem desenvolvida por Finkelstein [47] é possível investigar a distribuição de multiplicidades das partículas carregadas produzidas em interações hadrônicas, bem como os momentos fatoriais normalizados uma vez conhecida a função eiconal (ou a função de perfil ou ainda a função de recobrimento inelástica) dos hádrons envolvidos no processo.

Deve-se observar que no trabalho original Finkelstein [47] obteve previsão para a distribuição de multiplicidades apenas para a energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e previsões para os momentos fatoriais normalizados somente usando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV). Esses resultados foram reproduzidos neste trabalho para fins de verificação de cálculos (figuras 7.6.(a) e 7.9.(a)).

Ressaltando novamente que o objetivo central deste trabalho é o estudo de observáveis físicos do canal inelástico em interações hádron-hádron a altas energias através da função de recobrimento inelástica, apresentam-se nesta seção as previsões para as distribuições de multiplicidades e momentos fatoriais utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico, inseridas no contexto da abordagem de Finkelstein [48] [49]. Investigou-se então a abrangência da abordagem às descrições de distribuições de multiplicidades e momentos fatoriais em todas as energias com dados experimentais disponíveis.

A abordagem de Finkelstein foi desenvolvida na representação de parâmetro de impacto e utiliza a idéia de *distribuição de multiplicidades normalizadas a cada valor de parâmetro de impacto*, tal que a distribuição de multiplicidade observada na interação resulta da soma das distribuições de multiplicidades em cada valor do parâmetro de impacto [50] [51]. Essa abordagem relaciona ainda a multiplicidade média das partículas produzidas, a cada valor de b , à função de perfil dos hádrons envolvidos na interação. As hipóteses centrais do modelo são:

H1 - a probabilidade de produção de n partículas num evento inelástico (p_n), para um valor fixo do parâmetro de impacto obedece a distribuição de Poisson:

$$p_n(s, b) = \frac{1}{n!} [\bar{n}(s, b)]^n \exp[-\bar{n}(s, b)]. \quad (7.29)$$

A descrição completa da distribuição de multiplicidades observada é obtida efetuando-se a integração sobre todos os valores de b . Consideram-se as seguintes nomenclaturas

na descrição do modelo:

$p_n(s, b) \longrightarrow$ probabilidade de produção de n partículas a b fixo,

$\bar{n}(s, b) \longrightarrow$ multiplicidade média a cada valor de b fixo,

$\bar{N}(s) \longrightarrow$ multiplicidade média observada na interação hádron-hádron,

$P_n(s) \longrightarrow$ distribuição de multiplicidades das partículas produzidas na interação hádron-hádron.

Efetuando a integração de $p_n(s, b)$ sobre todos os valores de parâmetros de impacto obtém-se a probabilidade de produção de n partículas na interação, a saber:

$$P_n(s) = \int db^2 h(s, b) p_n(s, b), \quad (7.30)$$

onde $h(s, b)$ é uma função peso, definida em termos da função de recobrimento inelástica e da seção de choque inelástica na forma:

$$h(s, b) = \frac{\pi G_{in}(s, b)}{\sigma_{in}(s)}, \quad (7.31)$$

a qual respeita a condição de normalização

$$\int db^2 h(s, b) = 1. \quad (7.32)$$

Outra hipótese central do modelo refere-se à conexão entre a multiplicidade média (a cada b) e a função de perfil elástica dos hádrons,

H2 - a multiplicidade média a cada b fixo, $\bar{n}(s, b)$, é fatorizada em termos da função de perfil na forma:

$$\bar{n}(s, b) = \frac{K(s)}{1 - \Gamma(s, b)} = K(s) \exp[\Omega(s, b)]. \quad (7.33)$$

Considerou-se nessa hipótese que o hádron é completamente absorvedor quando $\Gamma(s, b) = G_{in}(s, b) \longrightarrow 1$ e completamente transparente quando $\Gamma(s, b) = G_{in}(s, b) \longrightarrow 0$.

O parâmetro $K(s)$ na expressão 7.33 é determinado, em cada energia em termos da multiplicidade média observada do evento, $\bar{N}(s)$, a qual é expressa na forma:

$$\bar{N}(s) = \int db^2 h(s, b) \bar{n}(s, b). \quad (7.34)$$

Substituindo 7.31 e 7.33 na última expressão e evidenciando $K(s)$ resulta:

$$K(s) = \frac{\bar{N}(s) \sigma_{in}(s)}{\pi} \left[\int \frac{db^2 G_{in}(s, b)}{1 - \Gamma(s, b)} \right]^{-1}. \quad (7.35)$$

Substituindo 7.29 em 7.30 e usando 7.31 juntamente com 7.33 obtém-se a expressão para a distribuição de multiplicidades das partículas produzidas na interação hadrônica:

$$P_n(s) = \frac{\pi[K(s)]^n}{\sigma_{in}(s)n!} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{[1 - \Gamma(s, b)]^n \exp\left[\frac{K(s)}{1 - \Gamma(s, b)}\right]}. \quad (7.36)$$

A função de recobrimento inelástica ($G_{in}(s, b)$) é obtida diretamente da função de perfil elástica ($\Gamma(s, b)$) nos modelos de difração múltipla e geométrico, ou equivalentemente, conhecida a função de recobrimento inelástica determinam-se os parâmetros envolvidos através de ajustes aos dados experimentais do canal elástico (como no modelo de difração dispersiva). Assim, a utilização das funções de recobrimento inelásticas na última expressão mostra-nos a possibilidade de investigar propriedades do canal inelástico a partir de funções utilizadas nas descrições de propriedades do canal elástico.

Utilizando 7.36 é possível também investigar a distribuição de multiplicidades das partículas produzidas através dos momentos fatoriais normalizados e analisar assim sua dependência energética.

Os momentos fatoriais normalizados são definidos, conforme já especificado em 7.5, através da expressão

$$G_l(s) = \frac{1}{\overline{N}(s)^l} \sum_n \frac{n!}{(n-l)!} P_n(s). \quad (7.37)$$

Substituindo 7.29 em 7.30 e depois na última expressão, juntamente com 7.34 obtém-se

$$G_l(s) = \sum_n \frac{1}{(n-l)!} \frac{\int db^2 h(s, b) [\overline{n}(s, b)]^n \exp[-\overline{n}(s, b)]}{[\int db^2 h(s, b) \overline{n}(s, b)]^l}. \quad (7.38)$$

Agrupando agora os termos dependentes de n tem-se:

$$G_l(s) = \frac{\int db^2 h(s, b) \sum_n \frac{[\overline{n}(s, b)]^n}{(n-l)!} \exp[-\overline{n}(s, b)]}{[\int db^2 h(s, b) \overline{n}(s, b)]^l} \quad (7.39)$$

e usando a relação exponencial ($\exp[A] = \sum_n A^n/n!$) elimina-se o somatório obtendo-se

$$G_l(s) = \frac{\int db^2 h(s, b) [\overline{n}(s, b)]^l}{[\int db^2 h(s, b) \overline{n}(s, b)]^l}. \quad (7.40)$$

Usando 7.33 escreve-se G_l em termos da função de perfil elástica, a saber:

$$G_l(s) = \frac{\int db^2 h(s, b) [1 - \Gamma(s, b)]^{-l}}{\{\int db^2 h(s, b) [1 - \Gamma(s, b)]^{-1}\}^l}. \quad (7.41)$$

A abordagem aqui apresentada conecta a função de perfil elástica à distribuição de multiplicidades e aos momentos fatoriais normalizados da distribuição, permitindo assim a investigação de aspectos do canal inelástico (partindo de grandezas introduzidas para a descrição de aspectos do canal elástico) sem a introdução de novos parâmetros.

7.2.2 Resultados Comparativos - Modelos do Canal Elástico

Utilizando as expressões 7.36 e 7.41, juntamente com as funções de perfis e de recobrimento inelásticas resultantes dos modelos para o canal elástico, obtiveram-se neste trabalho previsões para as distribuições de multiplicidades e momentos fatoriais [48] [49]. Confrontam-se agora as várias previsões obtidas com os dados experimentais correspondentes a componente não simplesmente difrativa (NSD) e com os dados inelásticos (INEL) nas energias do ISR [35] e Collider [36]. Como já observado, apenas as previsões mostradas nas figuras 7.6.(a) e 7.9.(a) correspondem aos resultados apresentados no trabalho de Finkelstein [47].

Nas figuras 7.4 a 7.8 apresentam-se as distribuições de multiplicidades previstas no modelo de Finkelstein, comparadas com os dados experimentais da componente não simplesmente difrativa (NSD) nas energias indicadas nas figuras. As partes (a), (b) e (c) correspondem às previsões obtidas usando $G_{in}(s)$ provenientes dos modelos de difração dispersiva (HV), difração múltipla (MP) e geométrico (CY), respectivamente. De forma análoga comparam-se as mesmas previsões com os dados experimentais inelásticos (INEL) nas figuras 7.10 a 7.14.

As previsões obtidas para os momentos fatoriais são apresentadas e comparadas com os dados experimentais não simplesmente difrativos (NSD) e inelásticos (INEL) nas figuras 7.9 e 7.15, respectivamente [49].

Procedendo as análises dos vários resultados obtidos observam-se:

• Distribuições de Multiplicidades

O confronto das previsões obtidas com os dados experimentais da componente não simplesmente difrativa (NSD) revelam-nos *concordâncias apenas qualitativas* com estes e apenas nas energias abrangidas pelo ISR (30.4 a 62.2 GeV), verificando-se clara discrepância na energia do Collider (546 GeV). Análogas concordâncias qualitativas são verificadas para os dados experimentais inelásticos (INEL) e, novamente, resultando em previsão discrepante para a energia de 546 GeV. Importante observar que para ambos os conjuntos de dados experimentais (NSD e INEL) as previsões são qualitativamente melhores nas energias mais baixas, tornando-se progressivamente discrepantes com o aumento da energia. Observa-se que as discrepâncias independem da escolha da função de recobrimento inelástica e estão diretamente relacionadas ao uso da distribuição de Poisson e da presença de correlações na produção de multi-partículas, as quais serão consideradas na próxima sub-seção.

• Momentos Fatoriais Normalizados

Nas figuras 7.9 e 7.15 os dados experimentais no intervalo compreendido entre 30 ~ 65 GeV correspondem ao espalhamento pp , enquanto que acima desses valores os dados

experimentais correspondem ao espalhamento $\bar{p}p$ (tabela 7.1). Como já antecipado, apenas o modelo de difração múltipla (MP) distingue ambos os canais de interação, motivo pelo qual apresentam-se previsões para os dois casos.

Prosseguindo no que diz respeito à componente não simplesmente difrativa (NSD), apenas há descrições satisfatórias dos momentos de ordem 2 (G_2), para todos os modelos considerados. Quanto ao caso inelástico (INEL), o modelo de difração dispersiva (HV) descreve bem todas as ordens dos momentos, enquanto que o modelo de difração múltipla (MP) oferece previsões satisfatórias apenas para os momentos relativos ao espalhamento pp . Finalmente quanto ao modelo geométrico, verificam-se concordâncias satisfatórias com os dados experimentais para os momentos G_2 , G_3 e G_4 .

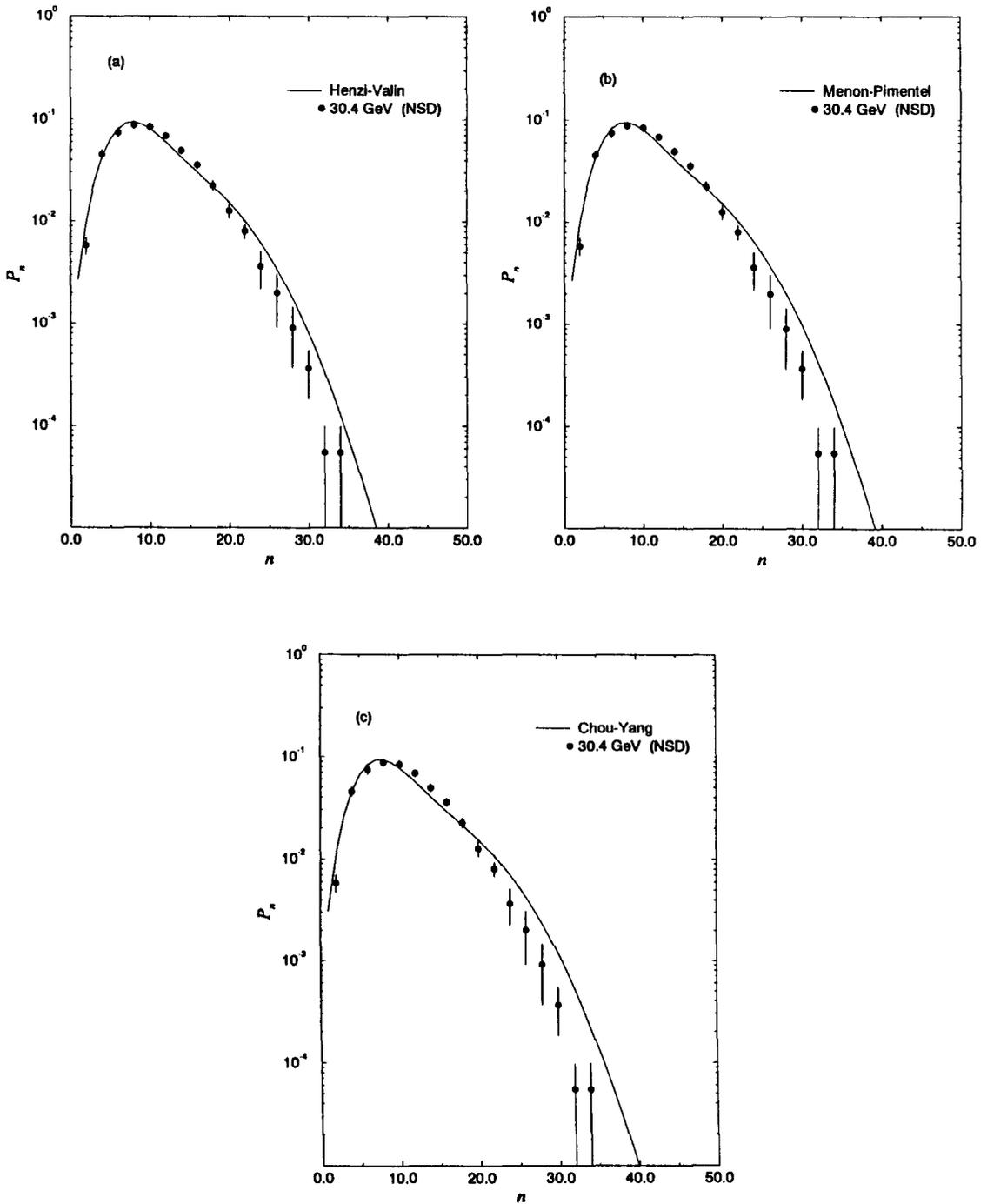


Figura 7.4: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).

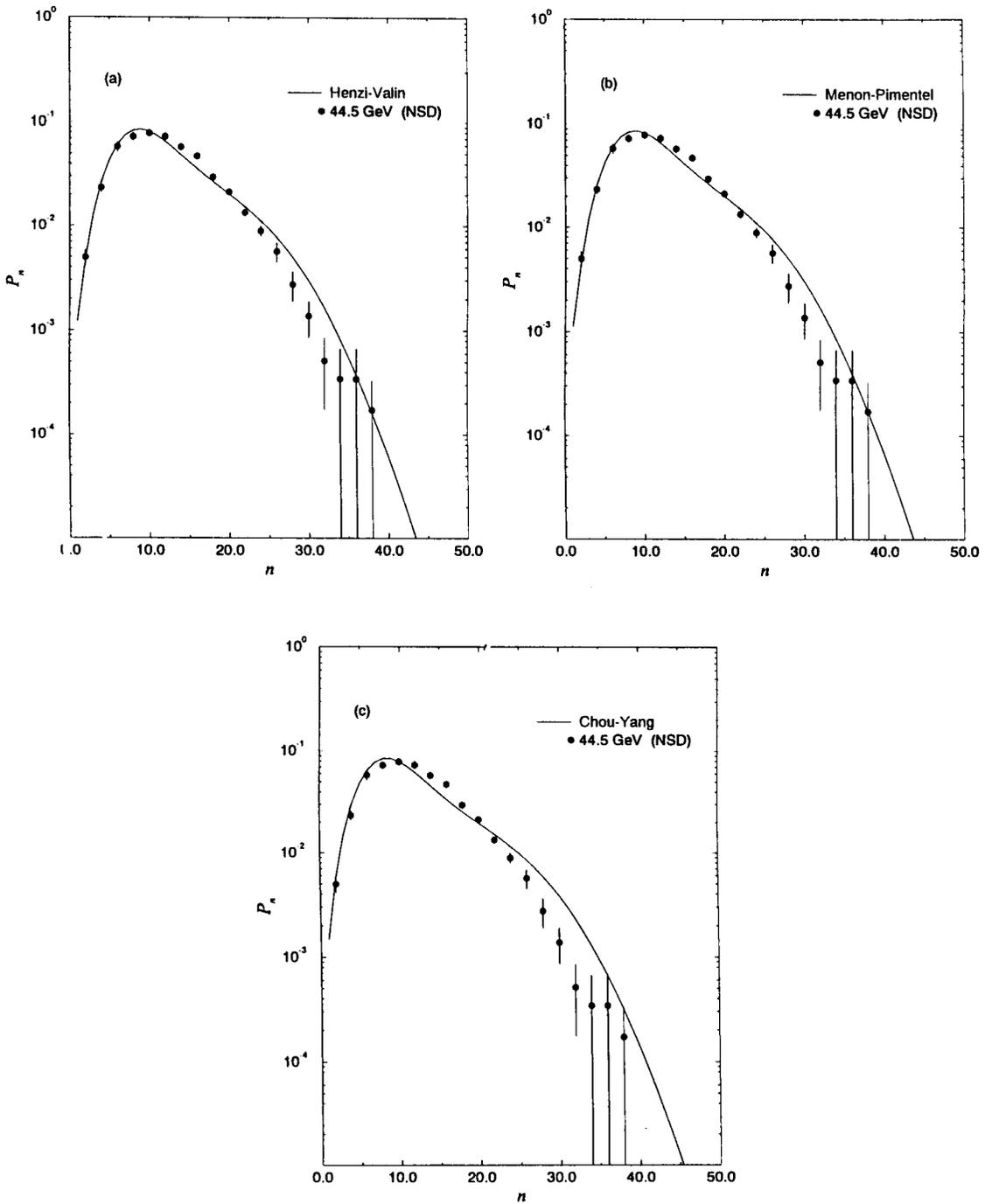


Figura 7.5: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).

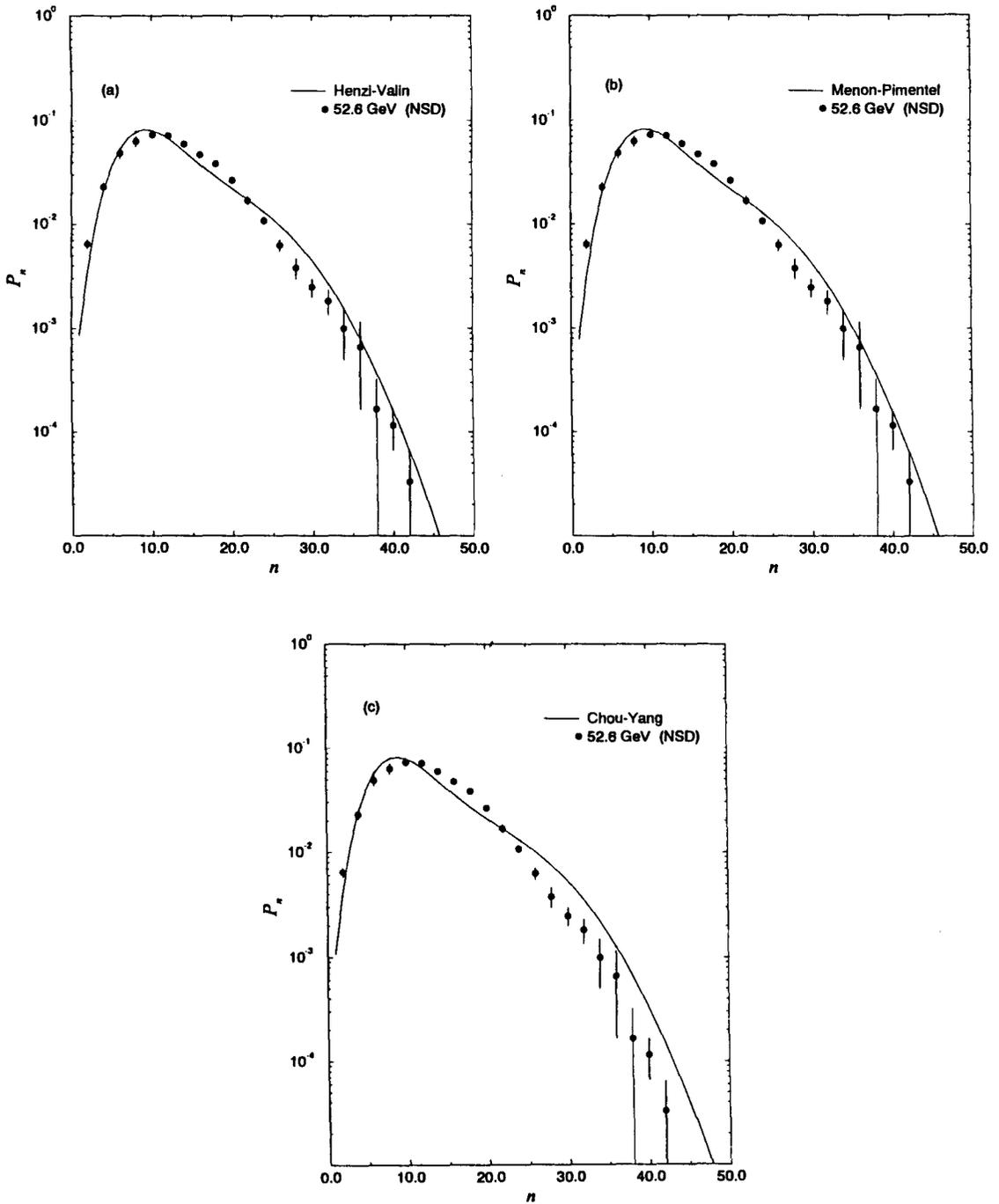


Figura 7.6: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).

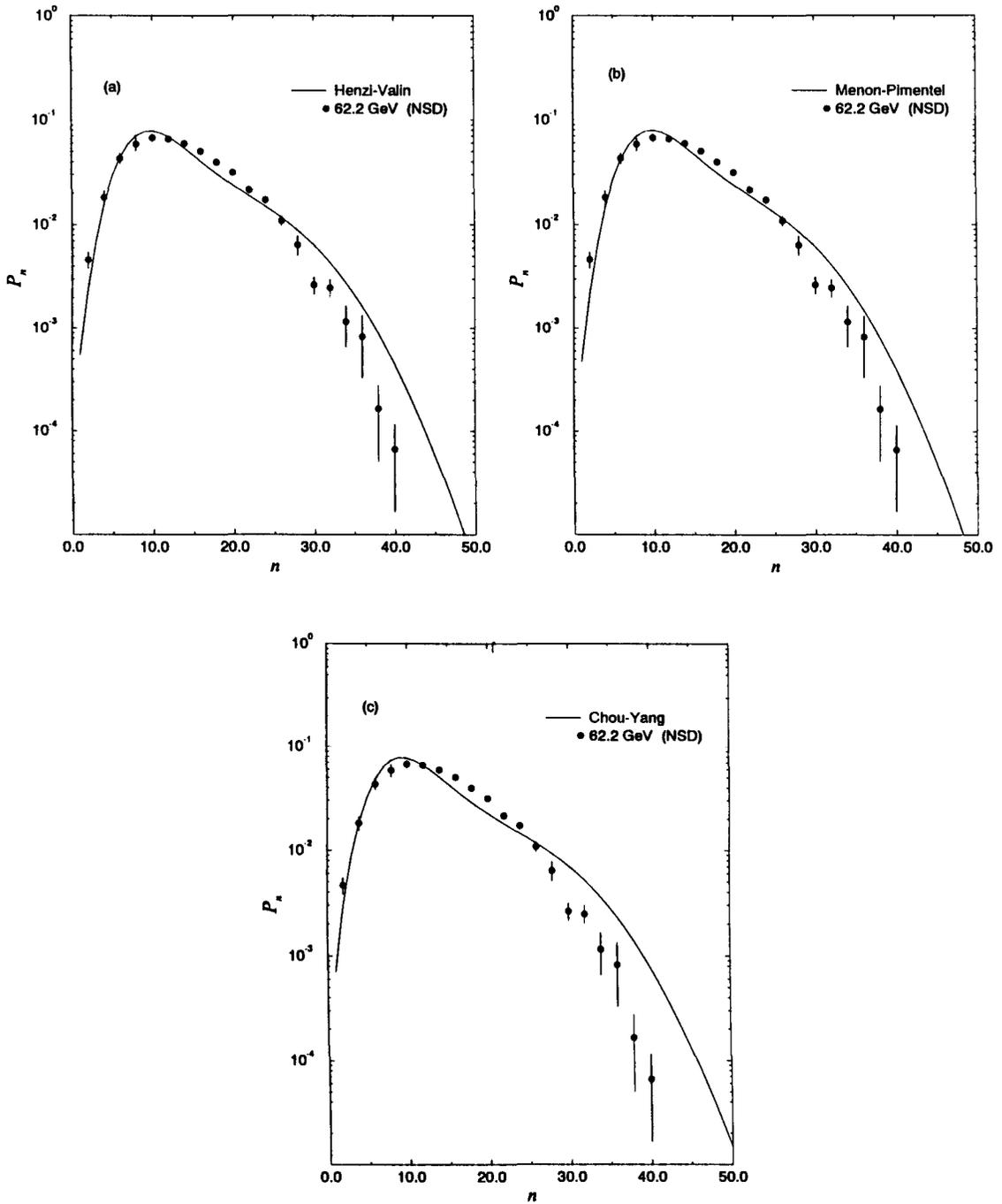


Figura 7.7: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).

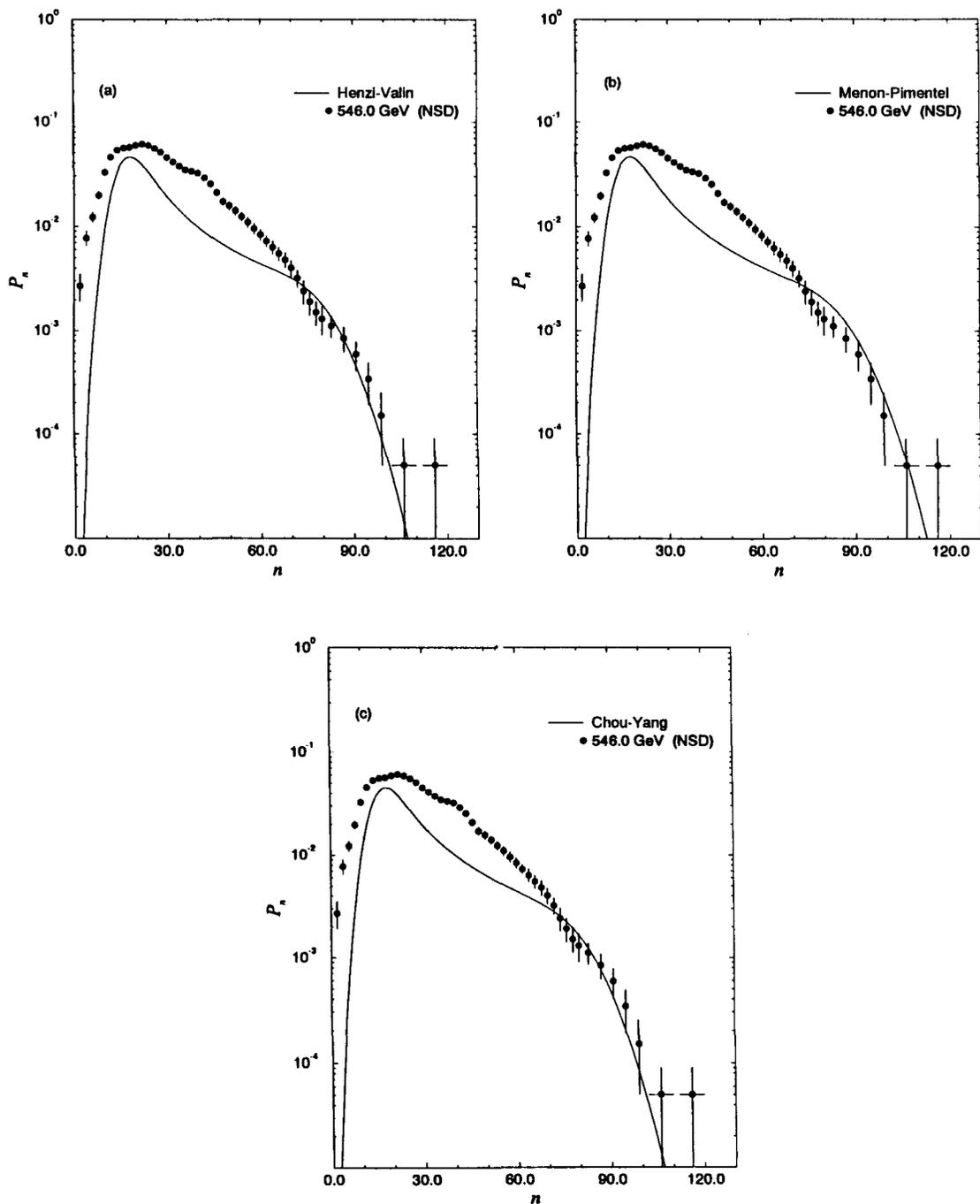


Figura 7.8: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades para a componente não simplesmente difrativa (NSD).

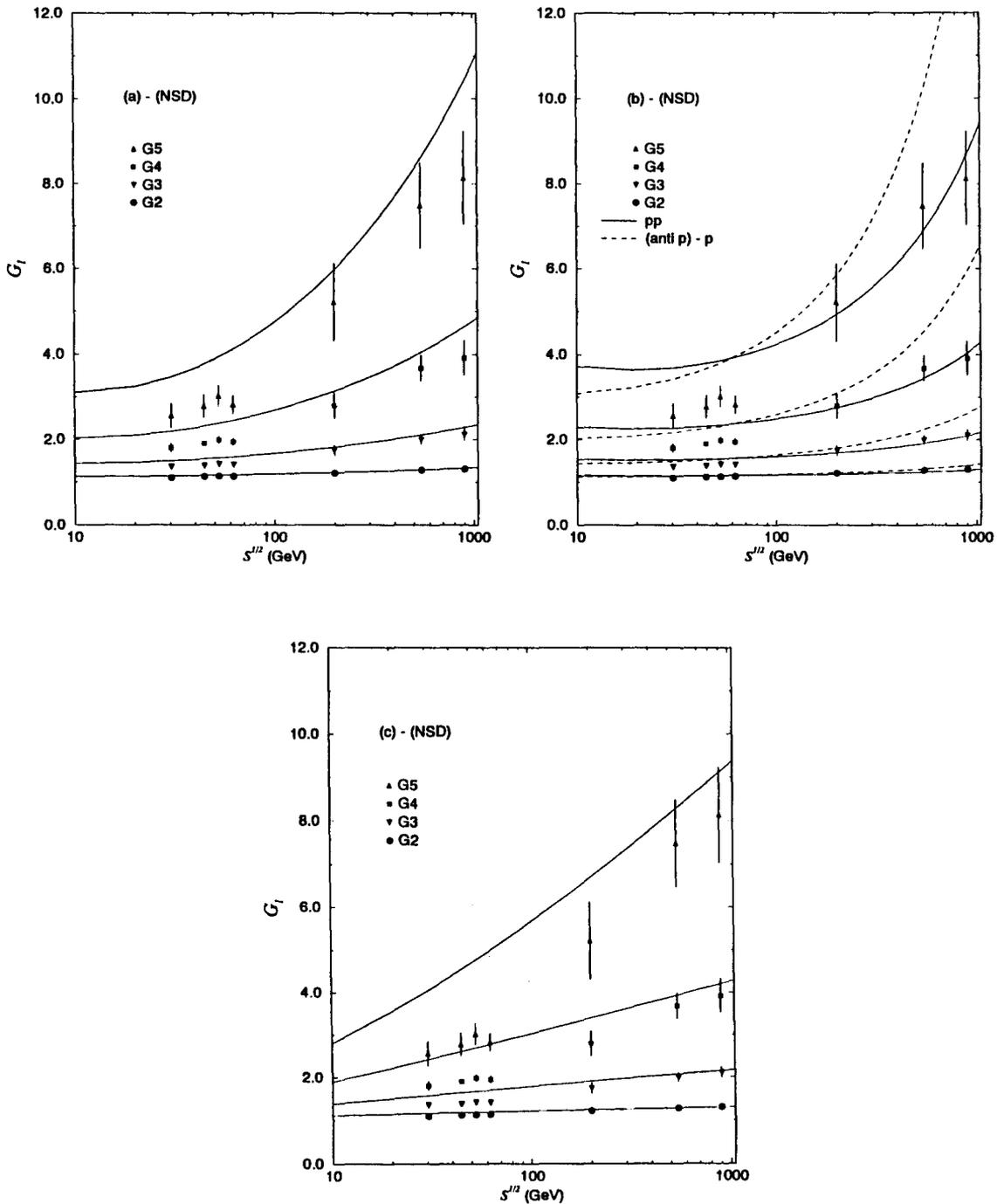


Figura 7.9: Previsões para os momentos fatoriais comparados com os dados experimentais correspondentes a componente não simplesmente difrativa (NSD) no contexto dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [49].

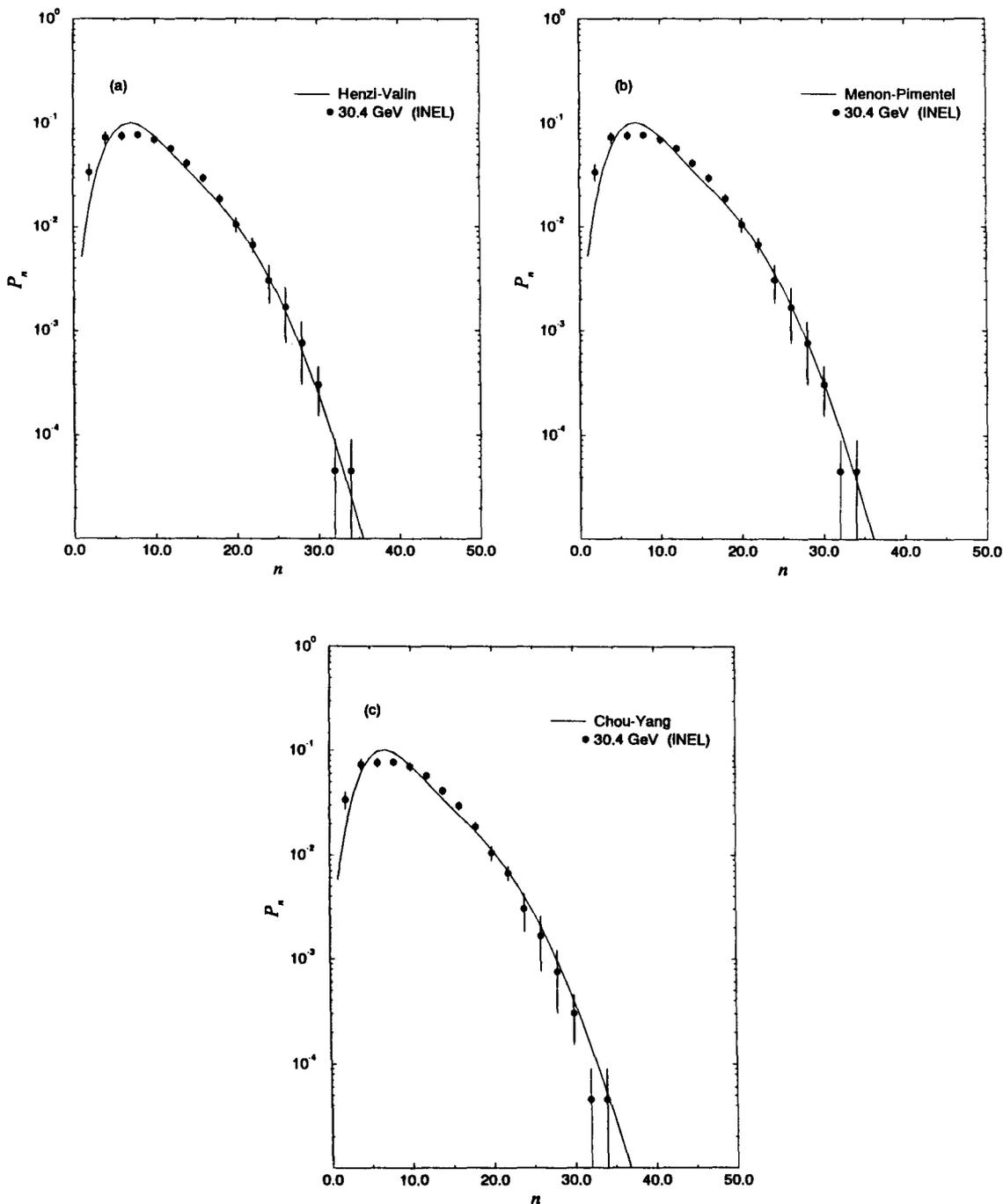


Figura 7.10: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).

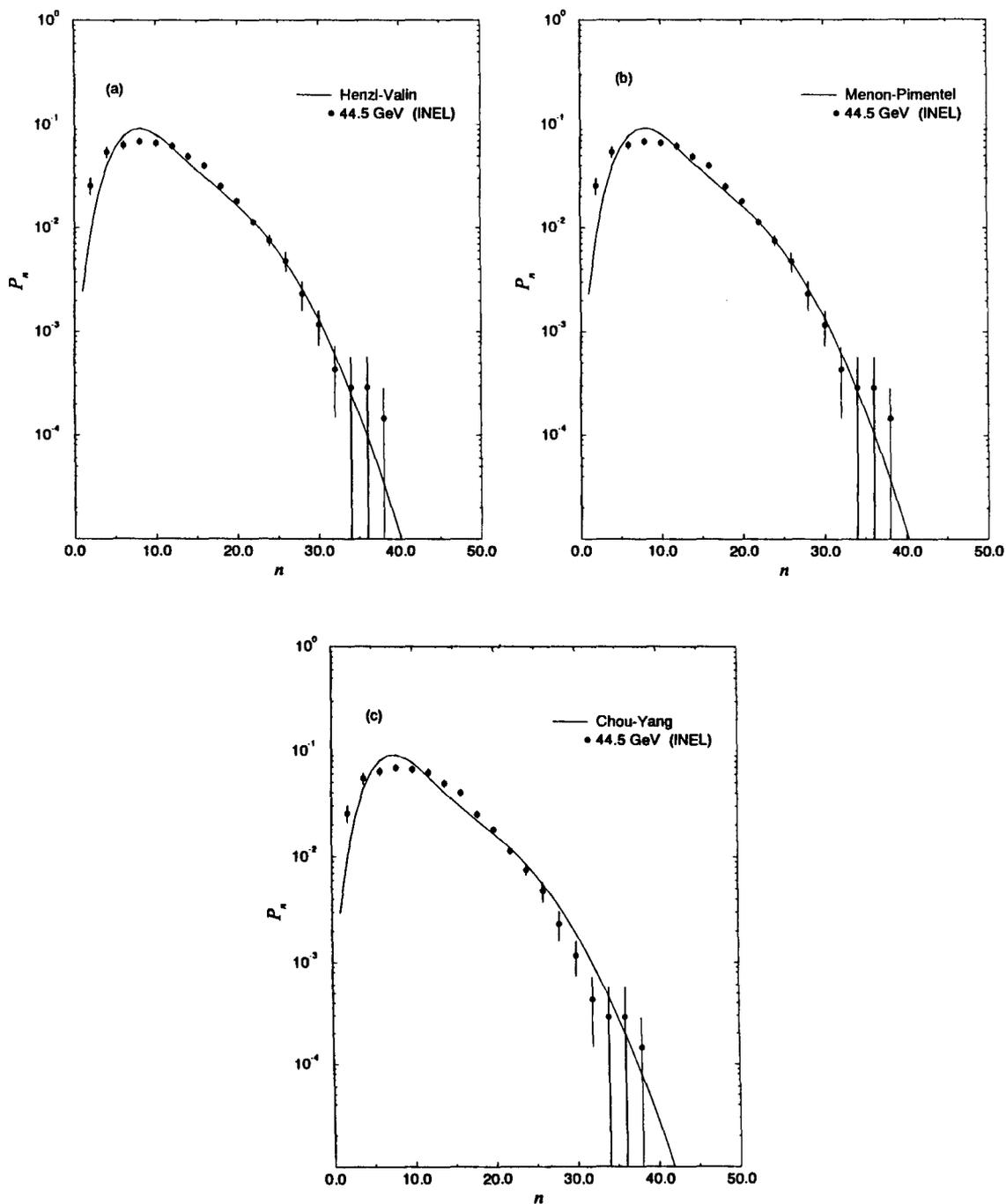


Figura 7.11: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).

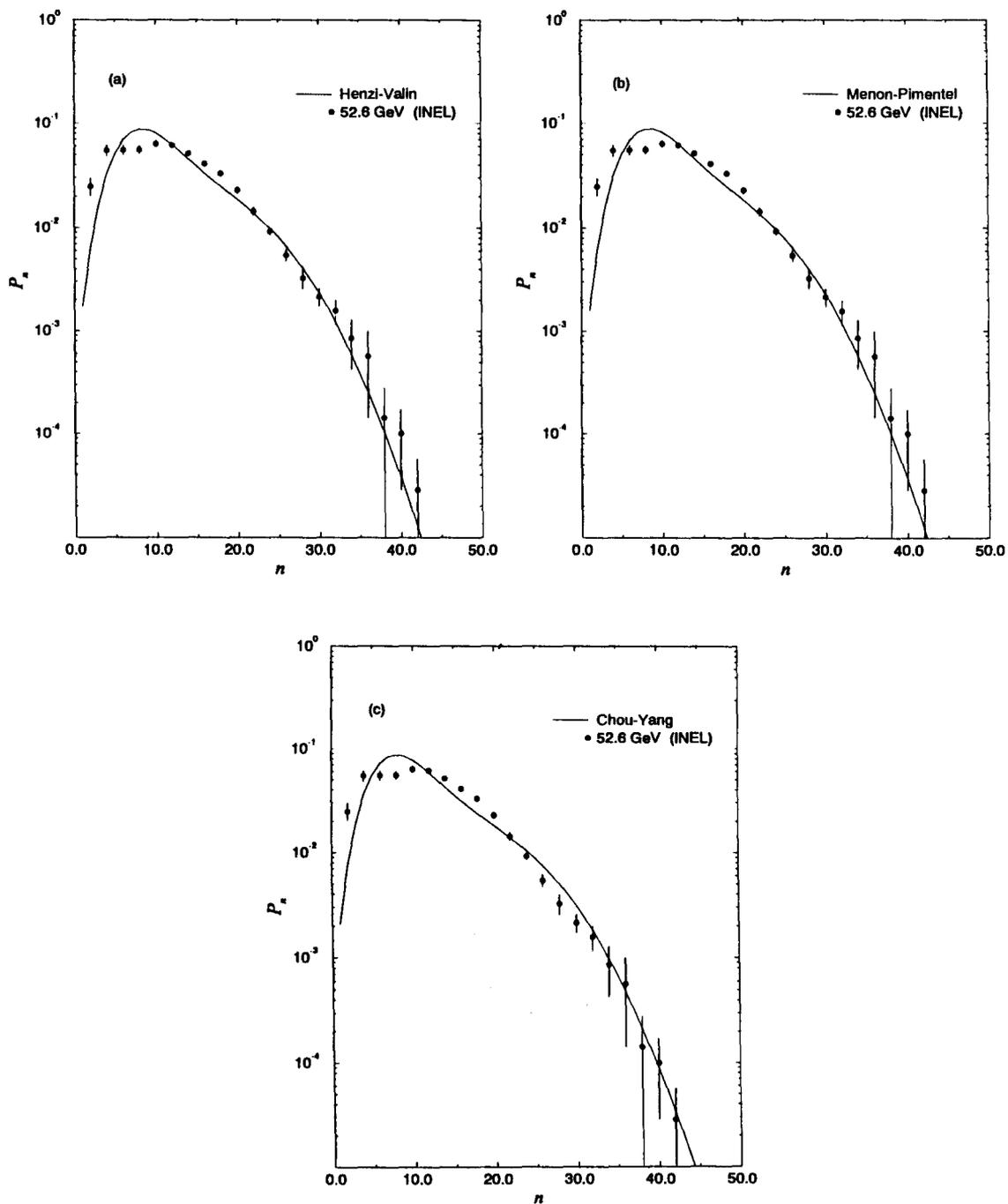


Figura 7.12: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).

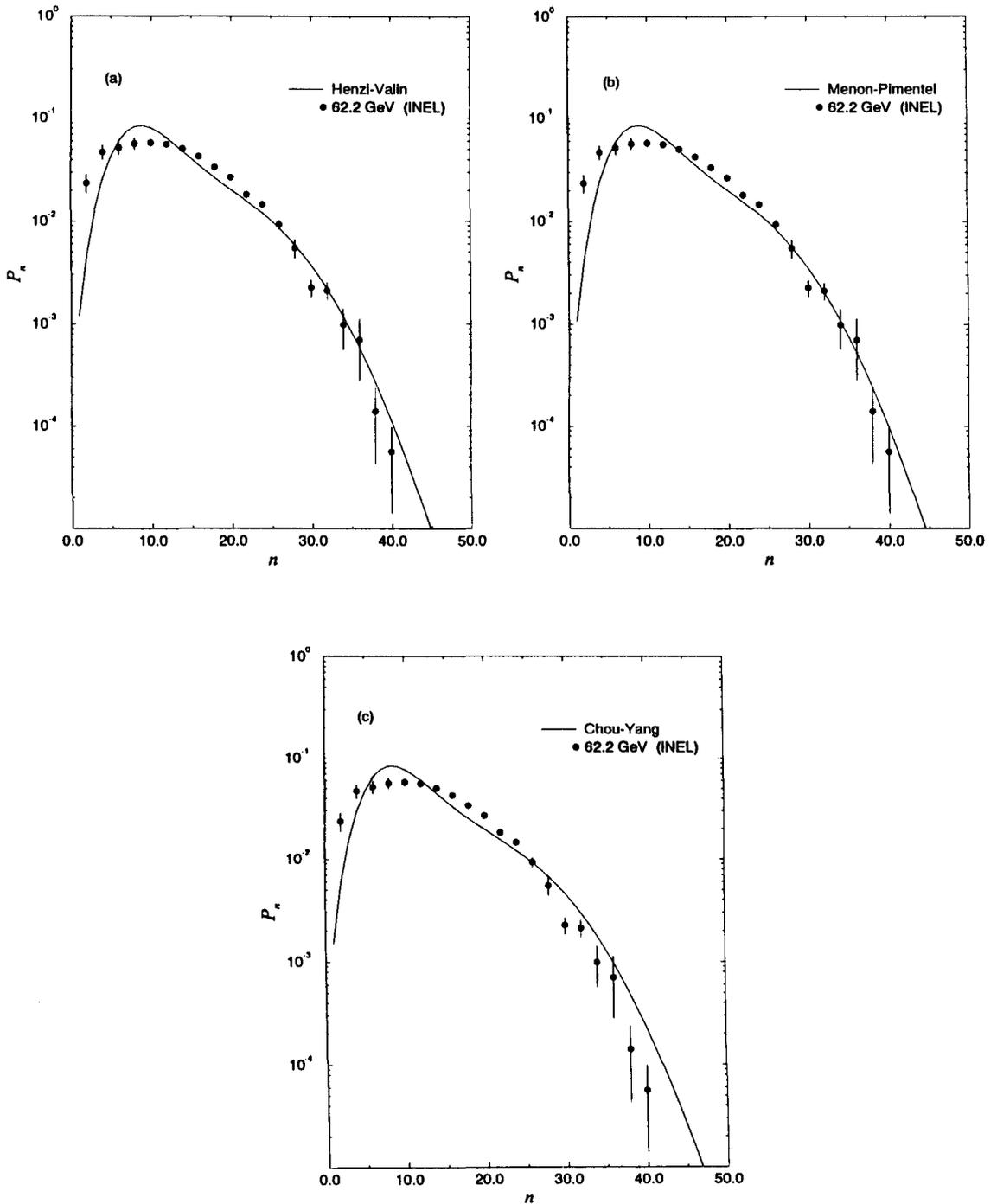


Figura 7.13: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).

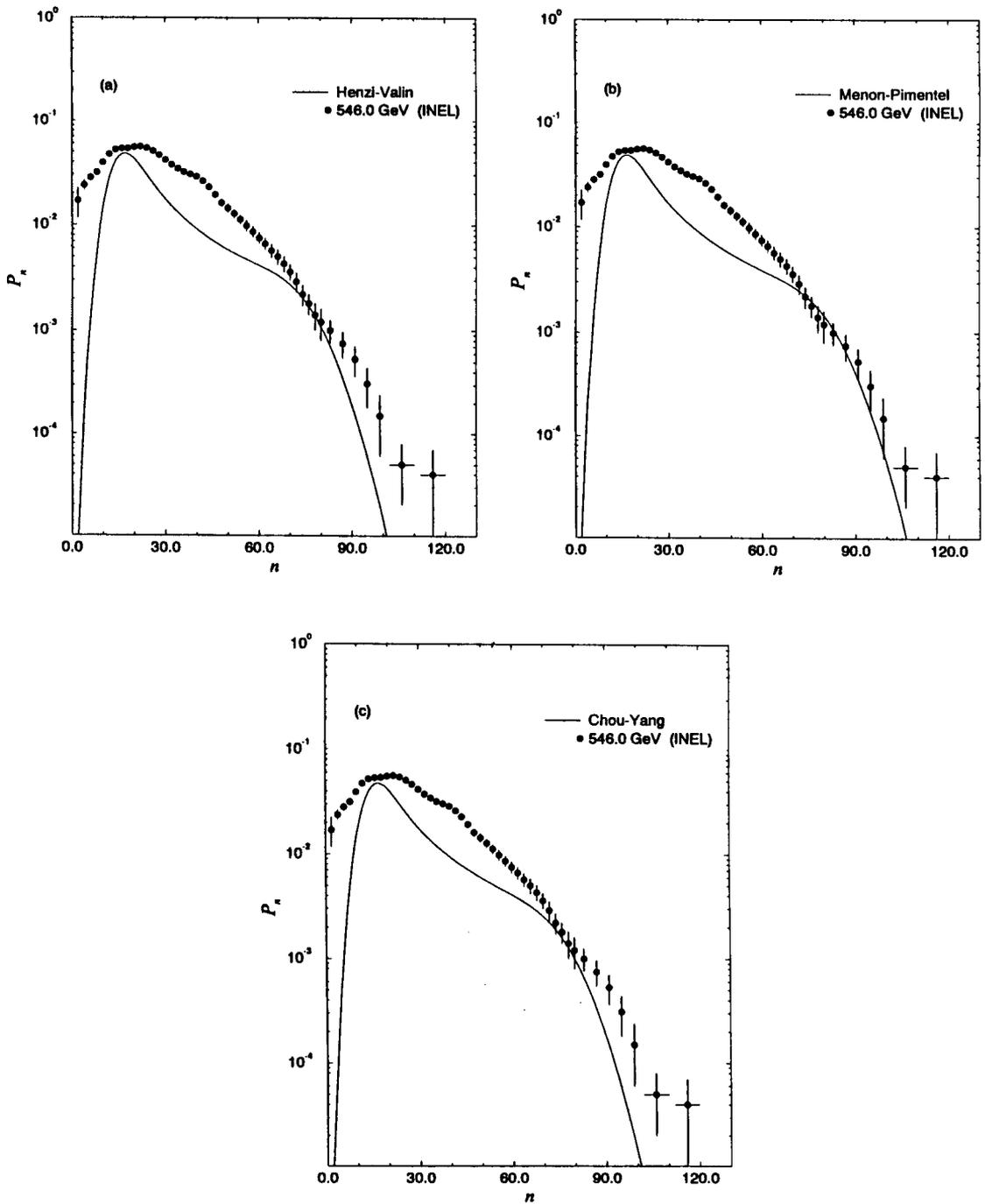


Figura 7.14: Previsões obtidas na abordagem de Finkelstein utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV e dados experimentais de distribuição de multiplicidades inelásticos (INEL).

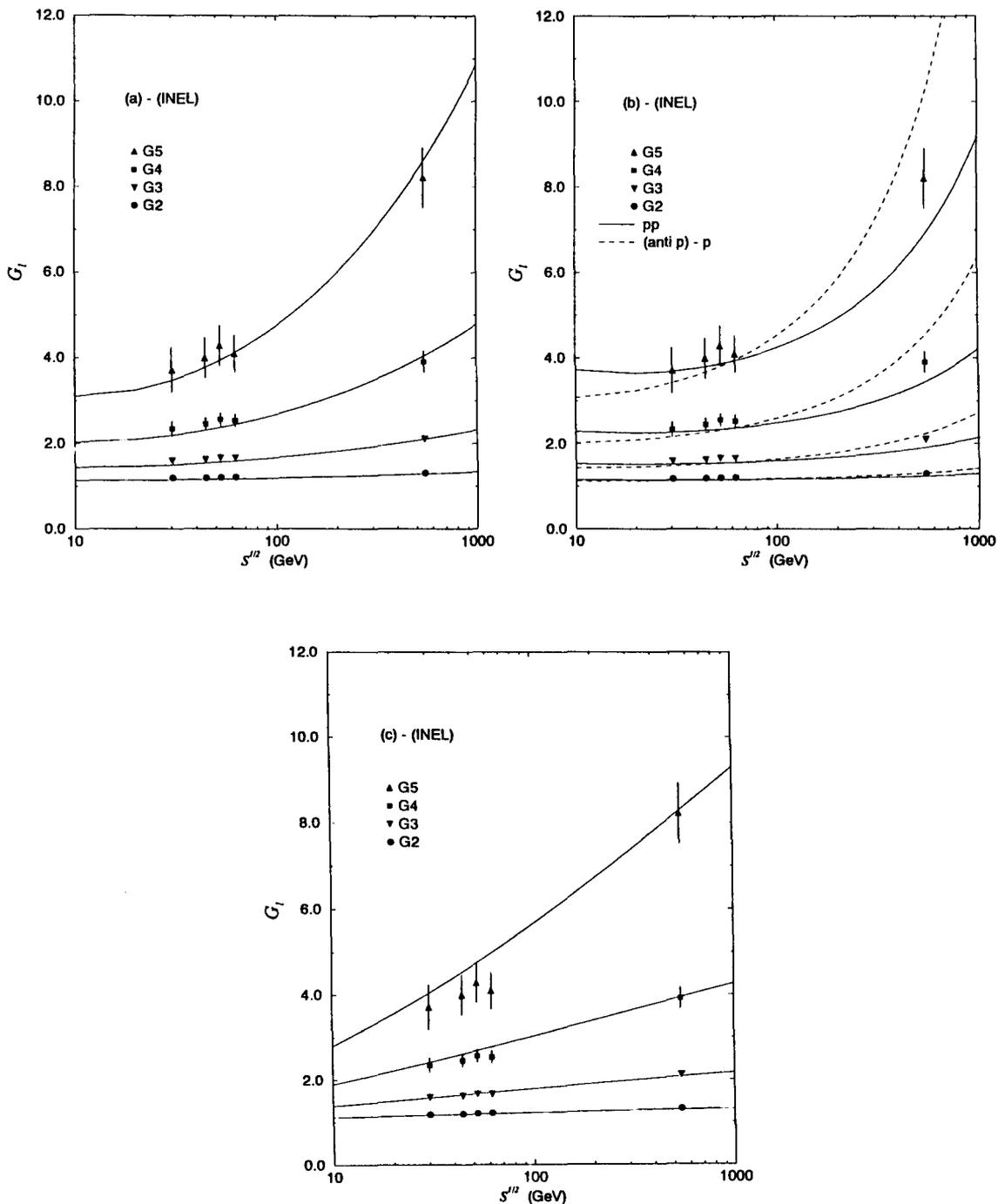


Figura 7.15: Previsões para os momentos fatoriais comparados com os dados experimentais inelásticos (INEL) no contexto dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c) [49].

7.2.3 Comentários sobre Efeitos de Correlações

A utilização da distribuição de Poisson no modelo em questão comporta em si a hipótese de produção não correlacionada (independente) de n partículas na interação hadrônica. Na análise dos dados experimentais a hipótese de produção não correlacionada de partículas é investigada através dos momentos D_2 e f_2 . Especificamente o momento f_2 representa a correlação entre duas partículas. Define-se assim a função de correlação entre duas partículas [36] na variável de pseudo-rapidez, $C(\eta_1, \eta_2)$, tal que a integração dessa quantidade fornece o segundo momento da distribuição na forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\eta_1, \eta_2) d\eta_1 d\eta_2 = f_2 = D_2^2 - \bar{N}. \quad (7.42)$$

Experimentalmente a informação resulta da seguinte definição:

$$D_l = \left\{ \overline{(n - \bar{N})^l} \right\}^{\frac{1}{l}}. \quad (7.43)$$

Para mecanismos de produção de partículas que obedecem a distribuição de Poisson tem-se $f_2=0$ [35]. Na tabela 7.2 apresentam-se os valores experimentais observados [35] [36] para os momentos referidos e para o conjunto de energias investigadas neste trabalho, a saber:

\sqrt{s} (GeV)	30.4	44.5	52.6	62.2	546
$D_2(NSD)$	4.75 ± 0.11	5.39 ± 0.10	5.82 ± 0.10	6.16 ± 0.10	15.70 ± 0.36
$D_2(INEL)$	5.05 ± 0.11	5.76 ± 0.10	6.23 ± 0.10	6.62 ± 0.10	16.30 ± 0.32
$f_2(NSD)$	12.03 ± 0.94	17.00 ± 1.00	21.10 ± 1.10	24.30 ± 1.10	217.09 ± 11.16
$f_2(INEL)$	16.10 ± 1.10	22.30 ± 1.10	27.30 ± 1.20	31.50 ± 1.40	238.19 ± 10.22

Tabela 7.2 - Valores dos momentos D_2 e f_2 das distribuições de multiplicidades em interações hadrônicas nas energias do ISR e Collider [35][36].

Verificam-se assim que efeitos de correlações entre duas partículas nos mecanismos de produção tornam-se mais efetivos com o aumento da energia.

Outra investigação pertinente à presença de correlações nas interações hadrônicas é efetuada definindo dois intervalos (hemisférios) na variável de pseudo-rapidez, denominados intervalo para frente (forward) e intervalo para trás (backward). Tem-se assim n_F representando a multiplicidade no intervalo para frente e n_B a multiplicidade para trás. Estuda-se a correlação entre as multiplicidades nas duas regiões através da expressão

$$\langle n_B \rangle = a + C \langle n_F \rangle. \quad (7.44)$$

O parâmetro C fornece uma medida da correlação entre as multiplicidades n_F e n_B .

A Colaboração UA5 apresentou, para a energia de $\sqrt{s}= 546$ GeV [36] [52] os seguintes valores obtidos na investigação do parâmetro de correlação C :

$$0 \leq \eta \leq 4 \longrightarrow C = 0.58 \pm 0.01$$

$$0 \leq \eta \leq 1 \longrightarrow C = 0.55 \pm 0.02$$

$$1 \leq \eta \leq 4 \text{ (lacuna de } \Delta\eta=2) \longrightarrow C = 0.43 \pm 0.01.$$

Os intervalos são simétricos para ambos os hemisférios, para frente (forward) e para trás (backward). A lacuna de $\Delta\eta=2$ tem a finalidade de desacoplar as duas regiões, evitando assim efeitos de correlações de curto alcance.

Uma das finalidades da definição de dois hemisférios refere-se à investigação de “clusters”, os quais emitem os produtos de decaimentos em ambos os hemisférios simultaneamente. Os “clusters” são associados, às vezes, com partículas ressonantes, porém, há problemas com tal associação [34] [36].

Do exposto, verifica-se que a presença de correlações representa importante fator nos mecanismos de produção de multi-partículas. Todavia, *a origem dinâmica das referidas correlações permanece ainda não estabelecida* [36].

7.2.4 Conclusões

As previsões para distribuições de multiplicidades obtidas na abordagem de Finkelstein desviam-se gradativamente dos dados experimentais correspondentes com o aumento da energia, culminando na previsão discrepante para a energia de 546 GeV.

Uma hipótese importante dessa abordagem refere-se a expressão 7.33, a qual vincula o número de partículas produzidas (para cada valor de parâmetro de impacto) à função de opacidade. Vários testes foram efetuados mudando-se a expressão para $\bar{n}(s, b)$ (multiplicidade média para cada valor de b) na abordagem original de Finkelstein. As expressões testadas foram:

$$\bar{n}(s, b) = K(s)\Gamma(s, b)$$

$$\bar{n}(s, b) = K(s)\Omega(s, b)$$

$$\bar{n}(s, b) = K(s)\exp[2\Omega(s, b)]$$

$$\bar{n}(s, b) = K(s)\Omega(s, b)\exp[-\Omega(s, b)].$$

Todos os resultados assim obtidos resultaram infrutíferos nas descrições das distribuições de multiplicidades hadrônicas.

Na última sub-seção verifica-se, através do estudo dos momentos f_2 , que a presença de correlações entre duas partículas torna-se cada vez mais efetiva com o aumento da energia. Conclui-se, assim, que a utilização da distribuição de Poisson é inadequada para representar mecanismos de produção de partículas em interações hadrônicas a altas energias.

Outra conclusão refere-se aos momentos fatoriais normalizados, onde as discrepâncias observadas nos dados correspondentes à componente não simplesmente difrativa (NSD) devem-se, também, ao fato de terem sido usadas as seções de choque inelásticas (σ_{in}) na expressão 7.36, e não as seções de choque não simplesmente difrativas. O estudo dos momentos fatoriais permite-nos concluir que as parametrizações em termos da energia envolvidas nos modelos para o canal elástico, foram adequadamente consideradas visto que as previsões para os momentos fatoriais representam a tendência de variação dos dados experimentais com o aumento da energia.

Com base nesses resultados, poder-se-ia ainda testar distribuições, em substituição à de Poisson, que levassem em conta efeitos de correlações, o que pode ser uma linha futura de pesquisa. Neste trabalho objetivou-se somente um estudo dos limites da aplicabilidade da abordagem de Finkelstein.

7.3 Abordagem de Valin e St. Hilaire

Discute-se nesta seção a abordagem para o canal inelástico de Valin e St. Hilaire [53] que recorre, análogamente à abordagem discutida na seção anterior, ao uso das funções de recobrimento inelásticas na representação de parâmetro de impacto.

Essa abordagem da questão das multiplicidades viabiliza o estudo do fenômeno a partir de “processos elementares” hadrônicos.

Valin e St. Hilaire efetuaram estudos preliminares das distribuições de multiplicidades hadrônicas valendo-se dessa abordagem, *a qual foi estendida e reformulada* neste trabalho conforme será discutido ao longo desta seção. Descreve-se agora a referida abordagem ressaltando as hipóteses envolvidas e, na sequência, discutem-se os desenvolvimentos efetuados na mesma.

7.3.1 Formulação Original

Essa abordagem também utiliza a representação de parâmetro de impacto e vale-se da *idéia de que as partículas produzidas na interação hádron-hádron são resultantes da composição de “processos elementares”* [45]. As hipóteses principais envolvidas são esquematicamente apresentadas a seguir:

H1 - há produção de n partículas num dado valor de parâmetro de impacto b , devido ao processo elementar ocorrendo nesse valor de b ,

H2 - o processo elementar a ser considerado obedece o princípio de invariância de escala KNO (sub-seção 7.1.2), sendo descrito por uma função φ .

A probabilidade de produzir n partículas na interação hádron-hádron é escrita na forma

$$P_n(s) = \frac{\sigma_n(s)}{\sigma_{in}(s)}. \quad (7.45)$$

Valendo-se da hipótese de produção de partículas a cada valor de b [51], escreve-se a seção de choque de produção de n partículas na forma

$$\sigma_n(s) = \pi \int \sigma_n(s, b) db^2 \quad (7.46)$$

e, da equação 4.23, denotamos

$$\sigma_{in}(s) = \pi \int G_{in}(s, b) db^2 \equiv \pi \int \sigma_{in}(s, b) db^2. \quad (7.47)$$

Tem-se assim que

$$P_n(s) = \frac{\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 G_{in}(s, b) \frac{\sigma_n(s, b)}{\sigma_{in}(s, b)} \quad (7.48)$$

sendo

$$\varphi_n(s, b) = \frac{\sigma_n(s, b)}{\sigma_{in}(s, b)} \quad (7.49)$$

a distribuição de multiplicidades elementar, isto é, a probabilidade de produzir n partículas num valor de parâmetro de impacto.

Considerando agora a segunda hipótese escreve-se:

$$\varphi_{\langle n \rangle(s, b)} \equiv \langle n \rangle (s, b) \frac{\sigma_n(s, b)}{\sigma_{in}(s, b)}, \quad (7.50)$$

onde $\langle n \rangle (s, b)$ representa a multiplicidade média das partículas produzidas num dado valor de parâmetro de impacto b (multiplicidade média do processo elementar). Considerando 7.50 em 7.48 obtém-se

$$P_n(s) = \frac{\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{\langle n \rangle (s, b)} \varphi_{\langle n \rangle (s, b)}(n). \quad (7.51)$$

Escrevendo a última expressão em forma KNO resulta:

$$\bar{N}(s)P_n(s) = \frac{\bar{N}(s)\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{\langle n \rangle (s, b)} \varphi_{\langle n \rangle (s, b)}\left(\frac{n}{\bar{N}(s)}\right), \quad (7.52)$$

o que corresponde, conforme sub-seção 7.1.2, à distribuição de multiplicidades hadrônica

$$\Phi(s, z) = \frac{\bar{N}(s)\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{\langle n \rangle (s, b)} \varphi_{\langle n \rangle (s, b)}\left(\frac{\bar{N}(s)z}{\langle n \rangle (s, b)}\right), \quad (7.53)$$

sendo que $\bar{N}(s)$ representa a multiplicidade média das partículas produzidas na interação hádron-hádron.

Outro aspecto importante, naturalmente vinculado às hipóteses **H1** e **H2**, refere-se à escolha do processo elementar que viabilize a investigação das distribuições de multiplicidades das partículas produzidas nas interações hadrônicas. Valin e St. Hilaire escolheram como processo elementar a aniquilação e^+e^- , visto que esse processo ocorre num único estado de momento angular e, portanto, a um dado valor de parâmetro de impacto. Outro aspecto que justifica tal escolha repousa no fato de que, no processo de aniquilação e^+e^- , há produção de hádrons no estado final, sendo ainda que esse processo obedece o princípio de invariância de escala KNO até as energias atualmente acessíveis experimentalmente (como será discutido na próxima sub-seção).

Continuando a construção do modelo e reportando-nos às discussões da sub-seção 7.1.2, os autores fatorizaram a multiplicidade média num dado valor de parâmetro de impacto na forma (análoga à expressão 7.28):

$$\langle n \rangle (s, b) = \bar{N}(s)f(s, b), \quad (7.54)$$

onde $f(s, b)$ é a função de multiplicidade. A substituição de 7.54 em 7.53 fornece:

$$\Phi(s, z) = \frac{\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{f(s, b)} \varphi\left(\frac{z}{f(s, b)}\right). \quad (7.55)$$

Observando novamente que as funções de recobrimento inelásticas são provenientes dos modelos para o canal elástico, resta-nos obter uma expressão para a função de multiplicidade $f(s, b)$.

No caso de aniquilação e^+e^- umas das parametrizações “razoáveis” para a multiplicidade média das partículas produzidas, a ser discutida em detalhes na sub-seção 7.3.2, é fornecida pela expressão

$$\langle n \rangle (s) \simeq (2.2)s^{0.25}. \quad (7.56)$$

Como $s = E_{cm}^2$, a última expressão indica-nos que a multiplicidade média no processo de aniquilação em questão pode ser considerada proporcional à raiz quadrada da energia no centro de momento, na forma

$$\langle n \rangle (s) \propto \bar{N}(s)\sqrt{E_{cm}} \quad (7.57)$$

ou seja,

$$\langle n \rangle (s) = cte\bar{N}(s)\sqrt{E_{cm}}. \quad (7.58)$$

Comparando 7.58 a 7.54 verifica-se que

$$f(s, b) = cte\sqrt{E_{cm}}. \quad (7.59)$$

A função de opacidade $\Omega(s, b)$ pode ser interpretada como a extensão de matéria hadrônica atravessada na interação, como apontado por Chou e Yang [54], sendo E_{cm} a energia disponível num dado valor de b para a criação de partículas. Assume-se que a energia no centro de momento é uma função analítica da função de opacidade que, numa primeira aproximação considera-se [45]

$$E_{cm} = \Omega(s, b). \quad (7.60)$$

Inserindo 7.60 em 7.59 e considerando ξ como a constante de proporcionalidade tem-se:

$$f(s, b) = \xi\sqrt{\Omega(s, b)}. \quad (7.61)$$

A substituição dessa última expressão em 7.55 fornece

$$\Phi(s, z) = \frac{\pi}{\sigma_{in}(s)} \int db^2 \frac{G_{in}(s, b)}{\xi\sqrt{\Omega(s, b)}} \varphi\left(\frac{z}{\xi\sqrt{\Omega(s, b)}}\right). \quad (7.62)$$

Restando a constante ξ a ser investigada, esta pode ser determinada da condição de normalização sobre $\Phi(s, z)$, a saber:

$$\int_0^\infty \Phi(s, z) dz = 2. \quad (7.63)$$

A razão para essa normalização (2 ao invés de 1) é devida à conservação da carga elétrica na produção de multi-partículas.

Observando agora que φ também satisfaz a condição de normalização 7.63 e substituindo 7.62 em 7.63 resulta

$$\xi(s) = \frac{\int db^2 G_{in}(s, b)}{\int db^2 G_{in}(s, b) \sqrt{\Omega(s, b)}}, \quad (7.64)$$

onde a expressão 4.23 também foi usada.

As equações 7.62 e 7.64 permitem prever as distribuições de multiplicidades das partículas produzidas nas interações hádron-hádron a altas energias. Utilizando então essas equações, Valin e St. Hilaire efetuaram descrições preliminares das distribuições de multiplicidades hadrônicas nas energias do ISR e do $SppS$ Collider, usando a função de recobrimento inelástica resultante do modelo de difração dispersiva (HV) e uma função gaussiana (parametrização de Lam e Yeung) [45] para representar o processo elementar de aniquilação e^+e^- (a ser discutida na próxima sub-seção). Os resultados obtidos são apresentados na figura 7.16, observando que recorre-se ao uso da variável de invariância de escala KNO escrita na forma $z' = n'/\bar{N}'$ onde $n' = n - n_0$, $\bar{N}' = \bar{N} - n_0$ e $n_0=0.9$, visto que melhoram-se assim as curvas em forma KNO [36] [53].

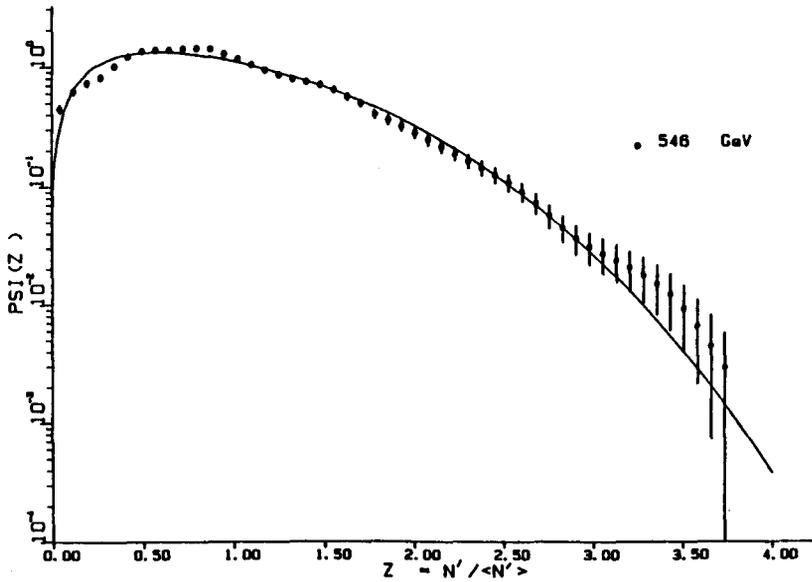
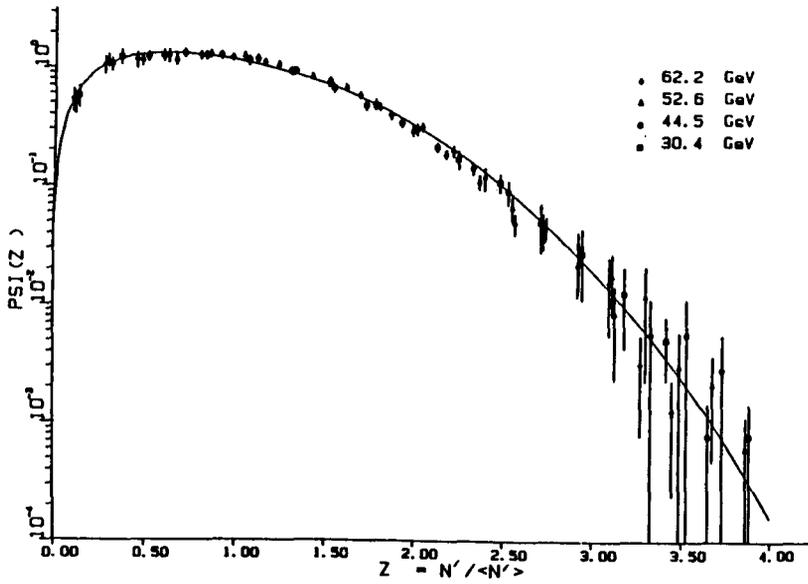


Figura 7.16: Resultados obtidos por Valin e St. Hilaire nas investigações das distribuições de multiplicidades em interações hadrônicas [53].

7.3.2 Desenvolvimento da Abordagem

Como um dos objetivos do presente trabalho é a obtenção de uma estrutura de cálculo adequada à investigação da produção de partículas em interações hadrônicas, através da função de recobrimento inelástica, partiu-se então da análise realizada por Valin e St. Hilaire buscando-se novas informações sobre o processo elementar com base em dados experimentais de aniquilação e^+e^- . Ressalta-se que foram efetuadas atualizações (em relação ao trabalho de Valin e St. Hilaire) dos dados experimentais de distribuições de multiplicidades hadrônicas para a energia de 546 GeV, bem como compilação dos mais recentes dados experimentais sobre distribuições de multiplicidades e multiplicidades médias para o processo de aniquilação e^+e^- .

Um ponto central é que a aniquilação e^+e^- não será aqui considerada como uma representante exata do processo hadrônico elementar, mas sim como uma fonte de informação sobre o que esse processo elementar poderia ser. Para tanto, na sub-seção 7.3.2.1, testam-se várias parametrizações para as distribuições de multiplicidades e multiplicidades médias em aniquilação e^+e^- . O efeito dessas parametrizações nas multiplicidades hadrônicas é investigado na sub-seção 7.3.2.2, fazendo-se uso de um modelo particular para o canal elástico (modelo de difração dispersiva). Com as parametrizações selecionadas para o processo elementar, sub-seção 7.3.2.3, passa-se nas sub-seções 7.3.3 e 7.3.4 a um estudo comparativo envolvendo os três modelos para o canal elástico.

7.3.2.1 Parametrizações Associadas ao Processo Elementar

Discutem-se a seguir as distribuições de multiplicidades e multiplicidades médias provenientes do processo de aniquilação e^+e^- .

a) Distribuições de Multiplicidades

Ao escolhermos o processo de aniquilação $e^+e^- \rightarrow$ hádrons como processo elementar em nosso estudo, passamos à compilação dos dados experimentais de distribuições de multiplicidades em grande intervalo de energia ($22 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 161 \text{ GeV}$), viabilizando assim a comparação direta entre os dados experimentais e hipóteses envolvidas na determinação das parametrizações.

Na investigação prévia Valin e St. Hilaire não efetuaram um ajuste aos dados experimentais das distribuições de multiplicidades elementares no processo de aniquilação e^+e^- , ou seja, apenas utilizaram a parametrização sugerida por Lam e Yeung para representar o referido processo elementar. Diante desse fato efetuou-se, neste trabalho, a compilação dos *dados experimentais de distribuições de multiplicidades* atualmente disponíveis para o processo de aniquilação e^+e^- . Na tabela 7.3 são listadas as energias, os grupos experimentais responsáveis pelas experiências bem como as respectivas referências.

\sqrt{s} (GeV)	Colaboração	Referências
22.0	TASSO	[55]
29.0	HRS	[56]
34.8	TASSO	[55]
43.6	TASSO	[55]
52.0	AMY	[57]
56.0	AMY	[57]
61.4	AMY	[57]
91.0	DELPHI	[58]
133.0	OPAL	[59]
161.0	OPAL	[60]

Tabela 7.3: Tabela listando as energias e respectivas Colaborações nas quais encontram-se dados experimentais de distribuições de multiplicidades para o processo de aniquilação e^+e^- .

No intervalo de energias em questão para o processo de aniquilação e^+e^- considera-se ocorrer invariância “aproximada” de escala KNO [58], observando ainda que resultados na energia de $\sqrt{s}=172$ GeV são consistentes com essa invariância de escala KNO [61].

Discutem-se agora quatro possíveis funções φ que representam, em forma KNO, as distribuições de multiplicidades dos hádrons produzidos na aniquilação e^+e^- . As distribuições elementares a serem consideradas são as parametrizações de Lam e Yeung (previamente utilizada por Valin e St. Hilaire), de Barshay e Yamaguchi, funções gama e binomial negativa (Apêndice B).

Os dados experimentais referem-se às multiplicidades de partículas carregadas, motivo pela qual as distribuições elementares são vinculadas à condição de normalização (análoga a 7.63)

$$\int_0^\infty \varphi(z) dz = 2, \quad (7.65)$$

observando ainda que todos os procedimentos de ajustes de funções aos dados experimentais correspondentes foram efetuados utilizando a rotina do CERN-Minuit.

a1) Parametrização de Lam e Yeung

Foi sugerido por Lam e Yeung [45] que a função gaussiana expressa na forma

$$\varphi(z) = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \exp[-\alpha(z-1)^2] \quad (7.66)$$

com $\alpha=4.2$, representaria adequadamente as distribuições de multiplicidades dos hádrons produzidos na aniquilação e^+e^- no intervalo de energia de $\sqrt{s}=9$ a 32 GeV. Essa função é comparada com os dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3) na figura 7.17 (LY), na qual verifica-se descrição inadequada dos dados experimentais para $z \leq 1$, apresentando $\chi^2/GL=814.2$.

Prosseguindo na investigação do processo elementar, efetuaram-se ajustes ao conjunto de dados experimentais compilados neste trabalho usando a expressão 7.66, com um parâmetro livre e vinculada à normalização 7.65, buscando-se melhor valor para o parâmetro α visto que dispomos agora de dados experimentais de distribuições de multiplicidades em amplo intervalo de energia, em relação ao considerado na época em que foi sugerida essa parametrização. O valor obtido foi de $\alpha=8.27 \pm 0.03$ com $\chi^2/GL=23.7$ para o conjunto de dados experimentais em questão. A curva assim obtida é comparada com os dados experimentais na figura 7.17 (LY 1 par), na qual verifica-se acentuada discordância com os dados experimentais, principalmente para $z \geq 1$.

a2) Parametrização de Barshay e Yamaguchi

Barshay e Yamaguchi sugeriram [62] que a forma funcional

$$\varphi(z) = \frac{81\pi^2}{64} z^3 \exp\left[\frac{-9\pi}{16} z^2\right] \quad (7.67)$$

poderia fornecer boa representação dos dados experimentais de distribuições de multiplicidades na aniquilação e^+e^- . O coeficiente e o fator no expoente dessa expressão foram fixados pela condição de normalização 7.65. Essa função é comparada com os dados experimentais na figura 7.18 (BY), a qual fornece $\chi^2/GL=316.8$, implicando portanto numa descrição insatisfatória dos dados experimentais.

Prosseguindo com a finalidade de investigar a flexibilidade dessa função ao descrever os dados experimentais compilados, efetuou-se um ajuste ao referido conjunto de dados experimentais considerando apenas um parâmetro livre (β) e a normalização a 2 na expressão 7.67, o que corresponde à seguinte expressão:

$$\varphi(z) = 4\beta^2 z^3 \exp[-\beta z^2], \quad (7.68)$$

obtendo o valor de $\beta=1.511 \pm 0.002$ com $\chi^2/GL=226.5$. Esse resultado também é apresentado na figura 7.18 (BY 1 par) juntamente com os dados experimentais e, naturalmente, deixa de ser considerado neste trabalho.

a3) Função gama

Uma possibilidade de investigação das distribuições de multiplicidades hadrônicas em aniquilação e^+e^- é através da função gama, a qual contém apenas um parâmetro livre (K) e pode ser expressa na forma

$$\varphi(z) = 2 \frac{K^K}{\Gamma(K)} z^{K-1} \exp[-Kz]. \quad (7.69)$$

Utilizando essa expressão efetuou-se um ajuste ao conjunto de dados experimentais em questão, resultando no valor de $K = 10.775 \pm 0.064$ com $\chi^2/\text{GL}=2.6$, o qual é comparado com os dados experimentais na figura 7.19.

Prosseguindo com a finalidade de investigar a adequação da função 7.69 às descrições das distribuições de multiplicidades das partículas carregadas produzidas na aniquilação e^+e^- , efetuaram-se ajustes aos dados experimentais *a cada valor de energia aqui considerada*, obtendo-se os valores do parâmetro K bem como os respectivos χ^2/GL . Em adição, fixou-se o valor de $K=10.775$ e obtiveram-se os valores de χ^2/GL , para cada energia. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 7.4 e os gráficos correspondentes nas figuras 7.20, 7.21 e 7.22. A análise desses resultados mostra-nos variações acentuadas dos valores de χ^2/GL , bem como certa limitação da função gama às descrições das multiplicidades na região de $z \leq 0.3$. Da tabela 7.4 conclui-se que os dados experimentais nas energias de 22 e 133 GeV são bem reproduzidos.

\sqrt{s} (GeV)	parâmetro K	χ^2/GL	χ^2/GL ($K=10.775$)
22.0	10.28 ± 0.25	1.5	1.7
29.0	12.31 ± 0.26	3.2	6.8
34.8	10.85 ± 0.13	4.2	4.2
43.6	11.32 ± 0.21	2.6	3.0
52.0	11.70 ± 0.60	0.4	0.6
56.0	10.03 ± 0.09	4.5	7.3
61.4	11.46 ± 0.55	0.5	0.6
91.0	10.95 ± 0.14	3.2	3.3
133.0	9.31 ± 0.38	1.1	1.7
161.0	10.28 ± 0.50	0.1	0.2

Tabela 7.4: Valores do parâmetro K e respectivos χ^2/GL obtidos por ajustes com a função gama para cada energia. Os valores da última coluna correspondem aos resultados obtidos com o valor do parâmetro K fixado em 10.775.

No apêndice B discute-se ajustes realizados com a função binomial negativa, a qual porém não foi utilizada na abordagem de Valin e St. Hilaire.

• Comentários

Deve-se observar ainda *questão importante no que se refere aos dados experimentais de probabilidade de produção de n partículas carregadas*. Os dados experimentais publicados pelas várias colaborações são corrigidos devido a perdas de partículas por efeitos tais como radiação de estado inicial, conversão de $\gamma \rightarrow ee$, interação nuclear de hádrons no material do detetor, eficiência limitada ao encontrar traços, limitação geométrica, entre outros.

Basicamente, o procedimento de correção consiste em gerar eventos por simulação Monte Carlo considerando-se:

- $P_{mn} \rightarrow$ probabilidade que um evento com multiplicidade verdadeira m seja observado (medido) com multiplicidade n ,
- $O_n \rightarrow$ distribuição de multiplicidade observada,
- $T_m \rightarrow$ distribuição de multiplicidade verdadeira,
- $\varepsilon_m \rightarrow$ eficiência do detetor para multiplicidade m ,

tal que tem-se o conjunto de equações

$$O_n = \sum_m P_{mn} T_m \varepsilon_m. \quad (7.70)$$

Como já mencionado, a probabilidade P_{mn} é calculada via simulação Monte Carlo e o *procedimento de correção conduz a grandes correlações nas distribuições de multiplicidades corrigidas T_m* . As correlações surgem porque cada evento observado pode ser gerado por qualquer um dos vários valores adjacentes de m e, por isso, contribui para vários elementos de T_m [36].

As funções de distribuições de multiplicidades investigadas pelas colaborações, das quais estamos utilizando os dados experimentais, têm seus parâmetros ajustados aos dados experimentais observados (medidos), os quais *não são correlacionados* (devido ao procedimento de correção) e assim possibilita a obtenção de χ^2 significativos nos procedimentos de ajustes.

Ugoccioni e Giovannini [63] mencionaram o fato de não serem publicadas as matrizes P_{mn} usadas nos procedimentos de correções, inviabilizando assim estudos corretos e imparciais das distribuições de multiplicidades observadas e corrigidas.

Apresentam-se a seguir os vários resultados discutidos nesta sub-seção no tocante às distribuições de multiplicidades hadrônicas no processo elementar de aniquilação e^+e^- , procedendo comparações com os dados experimentais compilados neste trabalho.

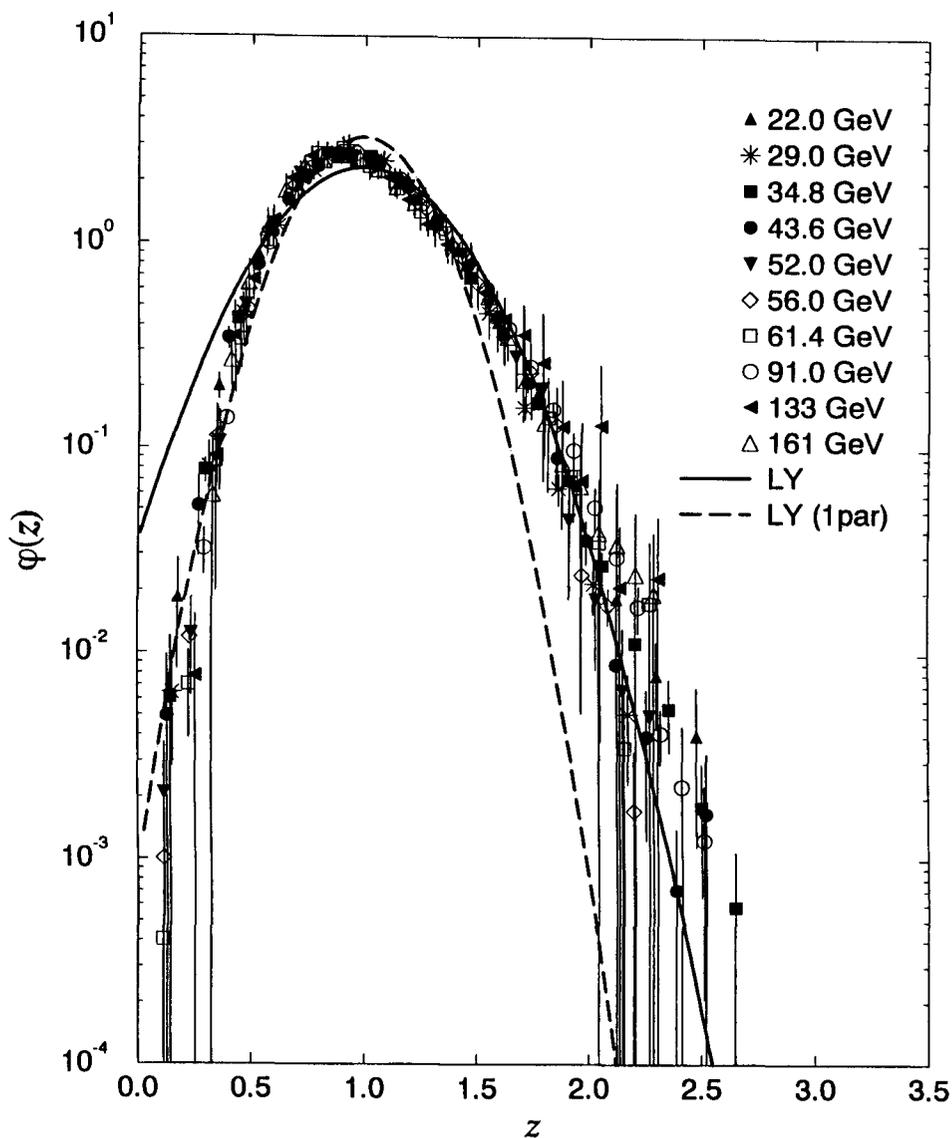


Figura 7.17: Previsões para distribuições de multiplicidades obtidas com a parametrização sugerida por Lam e Yeung com $\alpha=4.2$ (LY, $\chi^2/GL=814.2$) e com $\alpha=8.27$ (LY 1 par, $\chi^2/GL=23.7$) para o processo de aniquilação e^+e^- .

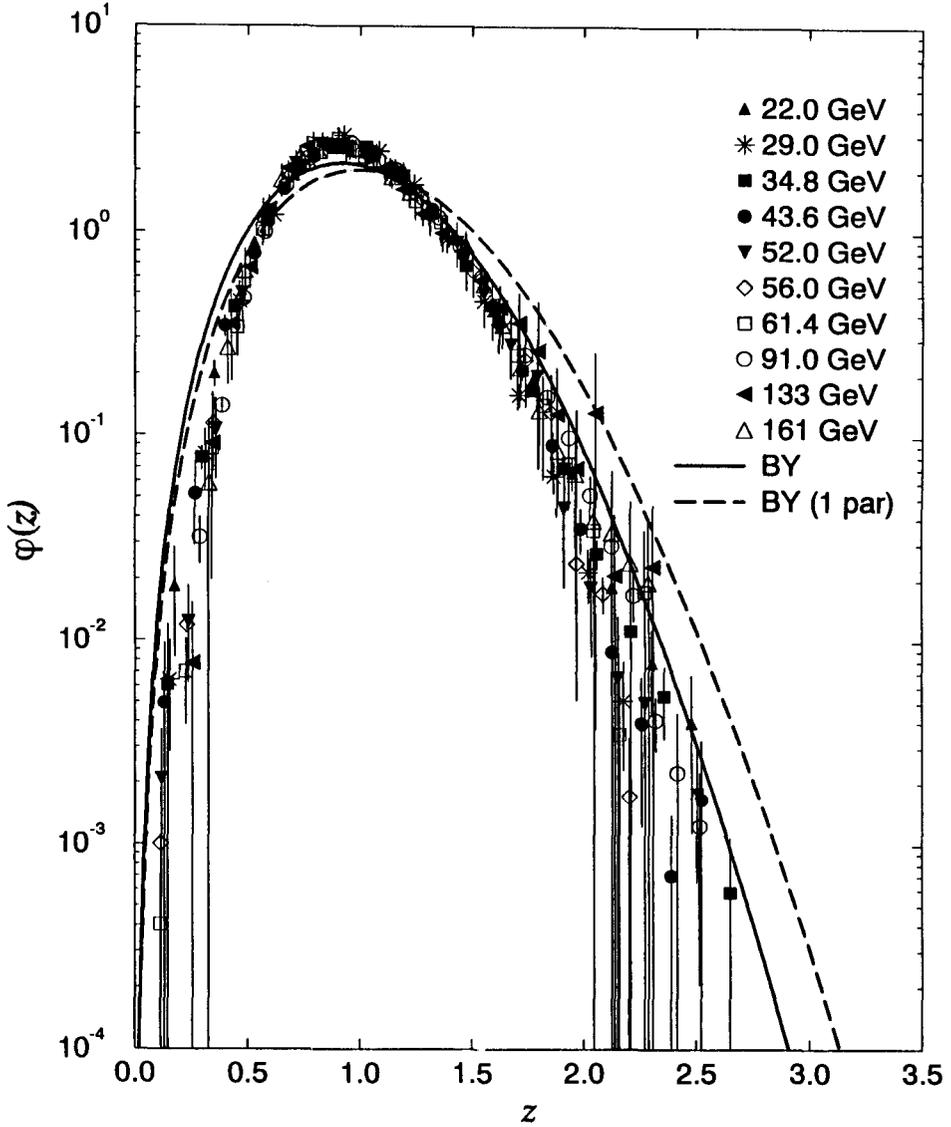


Figura 7.18: Previsões para as distribuições de multiplicidades obtidas com a parametrização sugerida por Barhsay e Yamaguchi (BY, $\chi^2/GL=316.8$) e permitindo um parâmetro livre obtido por ajuste (BY 1 par, $\chi^2/GL=226.5$) para o processo de aniquilação e^+e^- .

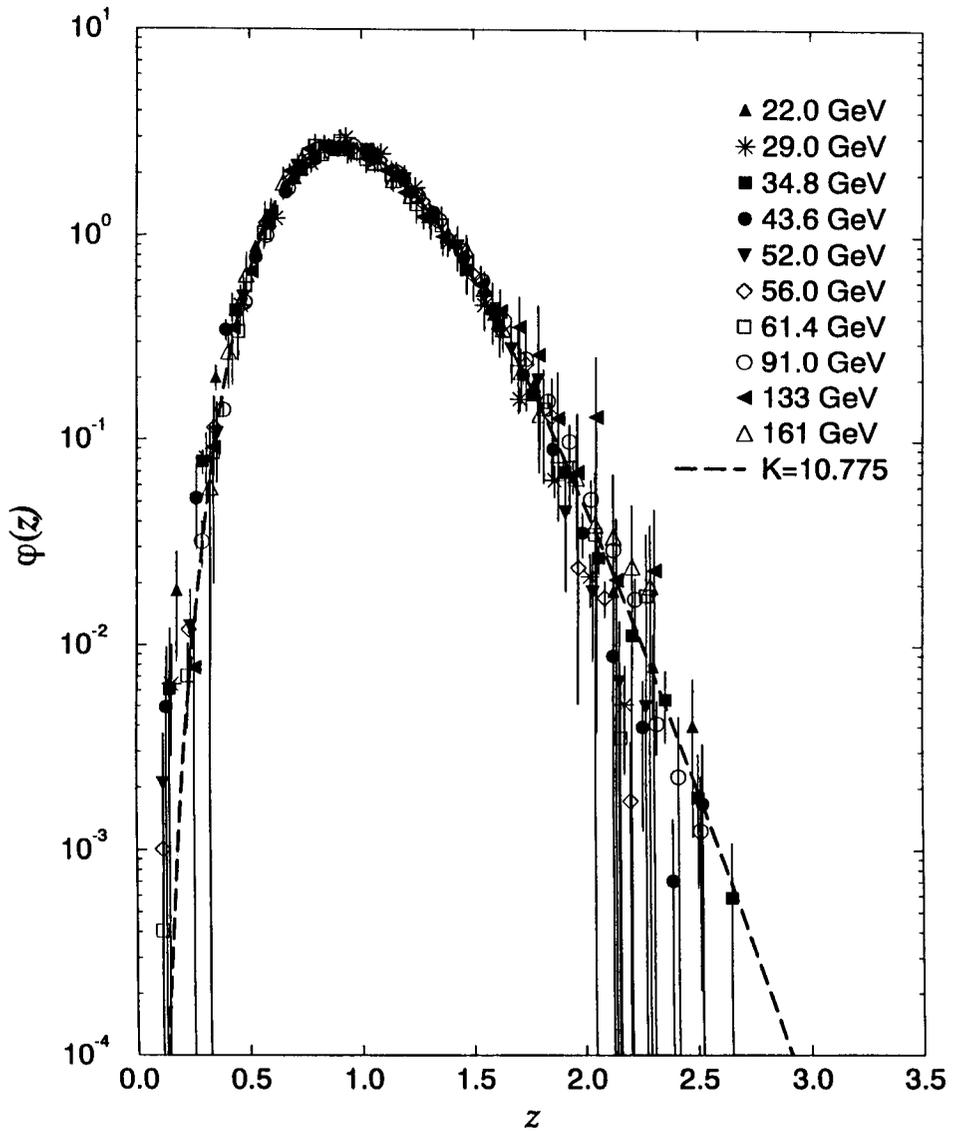


Figura 7.19: Previsão para distribuição de multiplicidades obtida com a função gama e com o valor do parâmetro $K=10.775$ ($\chi^2/GL=2.6$) para o processo de aniquilação e^+e^- .

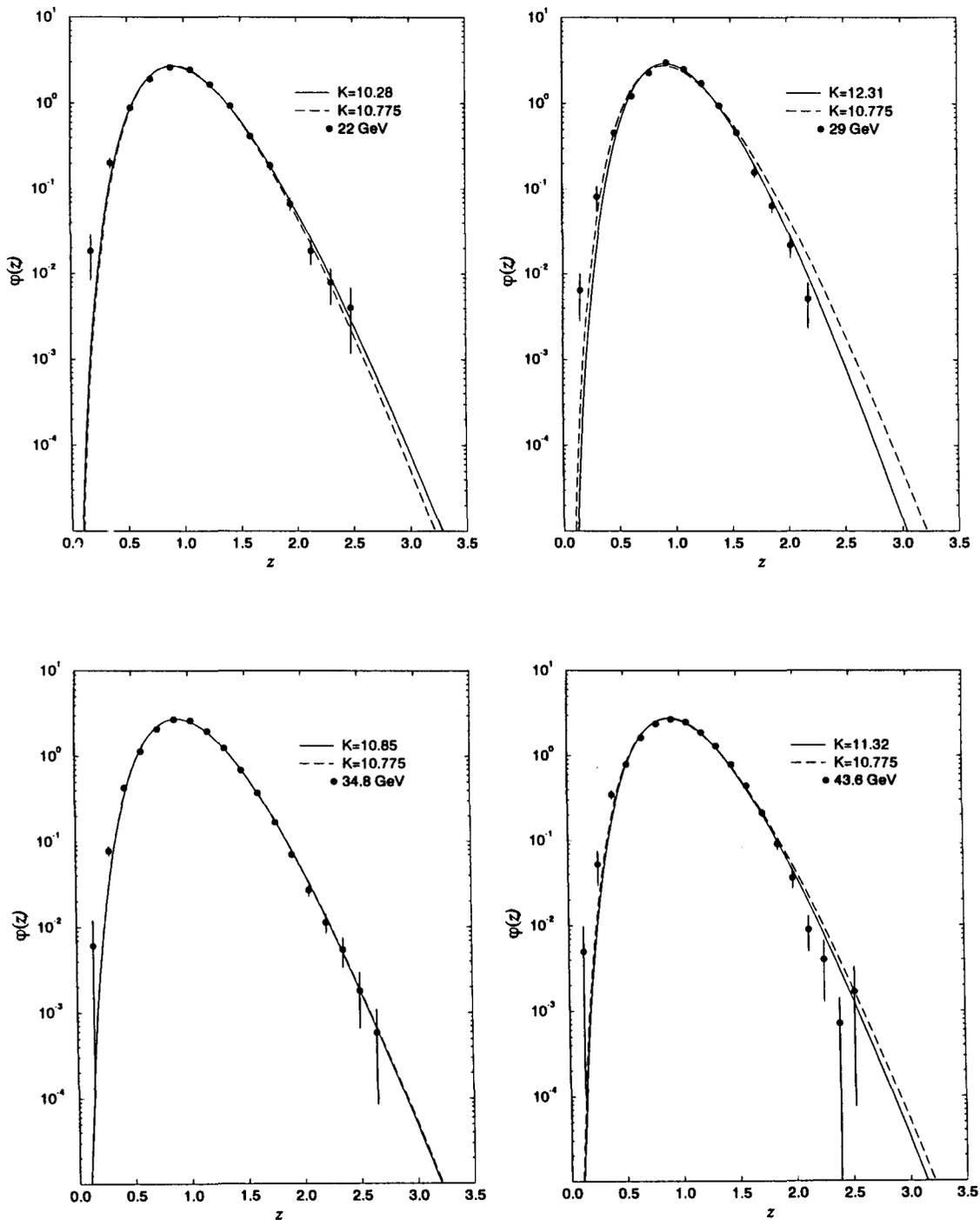


Figura 7.20: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e previsão obtida com o valor de $K=10.775$ (linha tracejada).

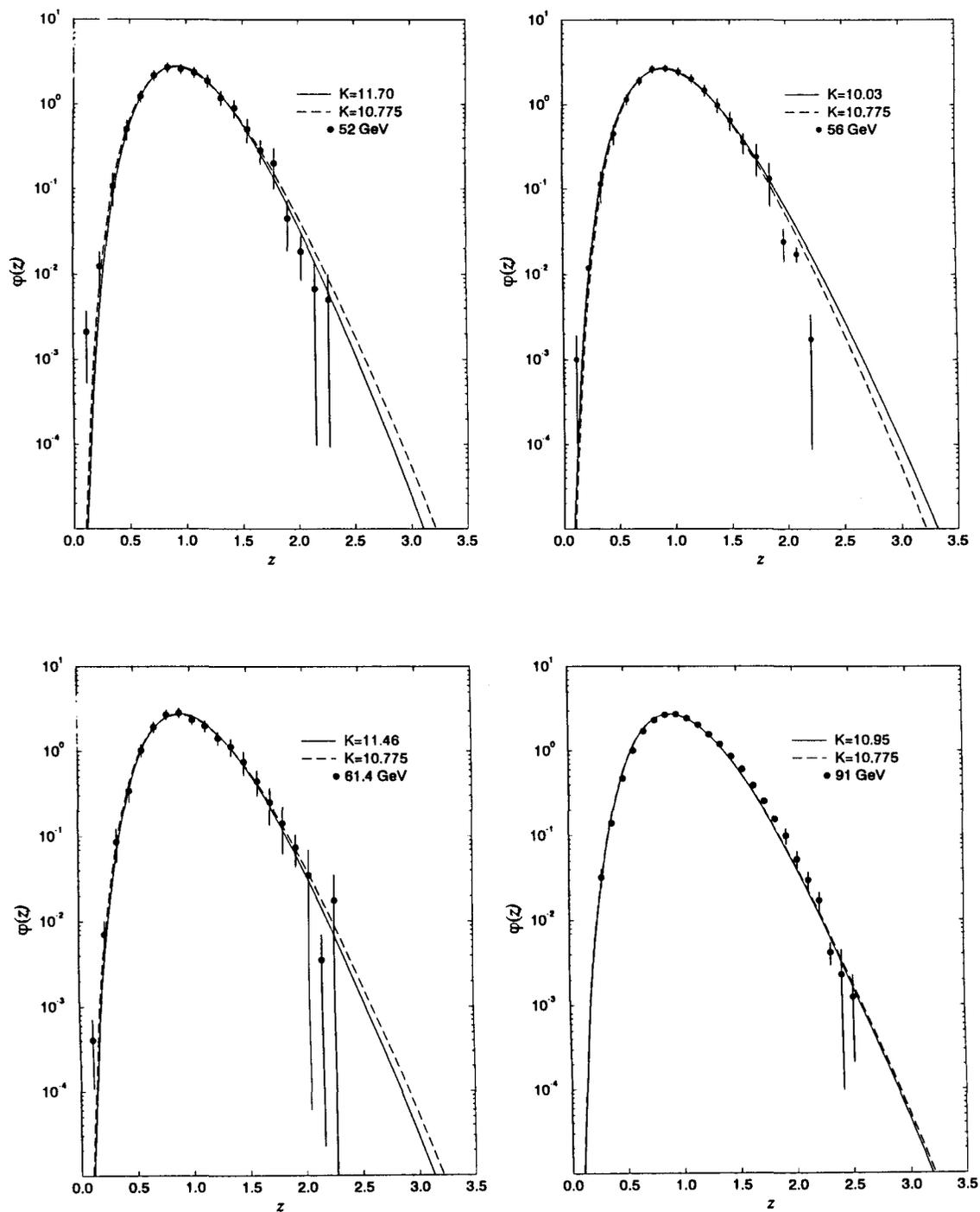


Figura 7.21: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e previsão obtida com o valor de $K=10.775$ (linhas tracejada).

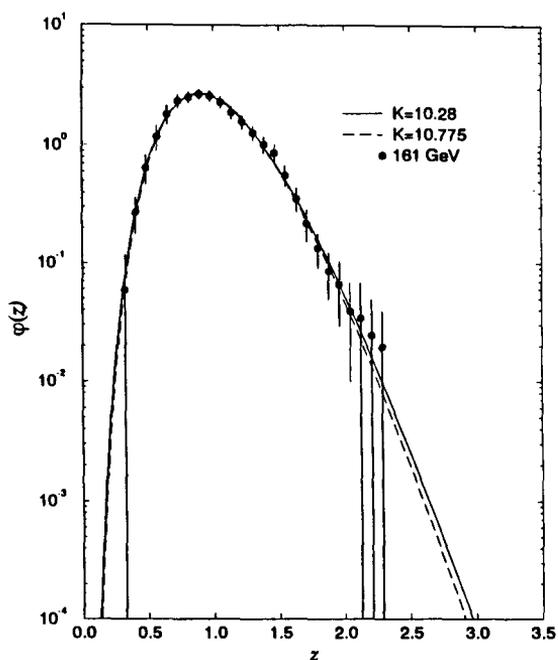
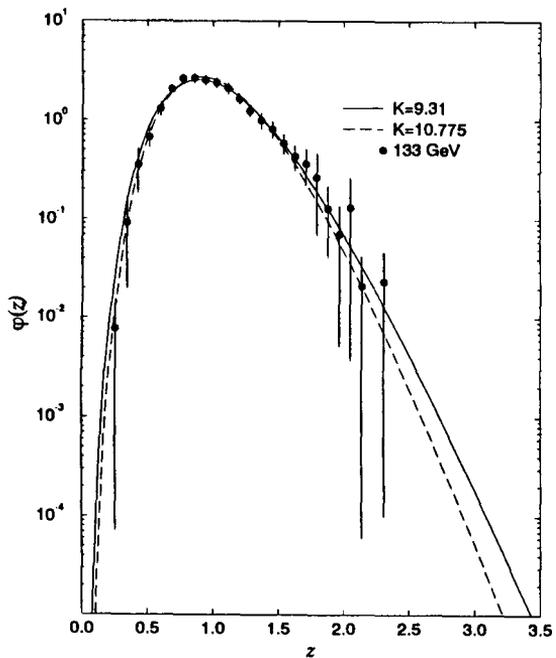


Figura 7.22: Resultados de ajustes utilizando a função gama (linhas contínuas) e previsão obtida com o valor de $K=10.775$ (linha tracejada).

• **Conclusão**

Na tabela 7.5 apresenta-se um resumo dos resultados para os vários testes em termos de χ^2/GL .

Parametrização	Equação	Parâmetro livre	χ^2/GL	Figura
Lam e Yeung (original)	7.66	$\alpha = 4.2$	814.2	7.17
Lam e Yeung (ajuste)	7.66	$\alpha=8.27 \pm 0.03$	23.7	7.17
Barshay e Yamaguchi (original)	7.67	$9\pi/16 = 1.766$	316.8	7.18
Barshay e Yamaguchi (ajuste)	7.68	1.511 ± 0.002	226.5	7.18
gama	7.69	$K=10.775 \pm 0.064$	2.6	7.19

Tabela 7.5: Resumo dos resultados envolvendo as parametrizações para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- .

Do exposto o melhor resultado para o conjunto de dados experimentais utilizados (tabela 7.3) é a parametrização através da função gama, com $K=10.775 \pm 0.064$ e com $\chi^2/GL=2.6$, mostrada na figura 7.19.

b) Dependência da Multiplicidade Média com a Energia

Foram compilados neste trabalho os dados experimentais atualmente disponíveis de multiplicidades médias carregadas no processo de aniquilação e^+e^- , visando a investigação da parametrização expressa através de 7.56. Os dados experimentais compilados correspondem ao intervalo de energias entre $\sqrt{s}=5.10$ e 172 GeV e são listados na tabela 7.6, discutindo-se em seguida as *parametrizações utilizadas para a multiplicidade média*.

\sqrt{s} (GeV)	$\langle n \rangle_{e^+e^-}$	Referências
5.10	4.43 ± 0.23	[64]
5.40	5.15 ± 0.25	[64]
5.60	4.96 ± 0.18	[64]
5.80	5.28 ± 0.13	[64]
6.00	4.97 ± 0.11	[64]
6.10	5.09 ± 0.16	[64]
6.20	5.32 ± 0.10	[64]
6.30	5.33 ± 0.16	[64]
6.40	5.33 ± 0.16	[64]
6.50	5.32 ± 0.19	[64]
6.60	5.02 ± 0.18	[64]
6.70	5.20 ± 0.17	[64]
6.80	5.27 ± 0.13	[64]
6.90	5.27 ± 0.19	[64]
7.00	5.15 ± 0.14	[64]
7.10	5.28 ± 0.15	[64]
7.20	5.29 ± 0.11	[64]

\sqrt{s} (GeV)	$\langle n \rangle_{e^+e^-}$	Referências
7.30	5.30 ± 0.13	[64]
7.40	5.49 ± 0.14	[64]
7.40	6.27 ± 0.13	[65]
7.80	5.75 ± 0.33	[64]
8.90	7.08 ± 0.11	[65]
9.30	7.28 ± 0.11	[65]
12.0	8.40 ± 0.67	[66]
14.0	9.30 ± 0.41	[55]
22.0	11.30 ± 0.47	[55]
29.0	12.87 ± 0.30	[56]
30.0	13.10 ± 0.67	[66]
34.8	13.59 ± 0.46	[55]
35.0	13.60 ± 0.67	[66]
43.6	15.08 ± 0.47	[55]
50.0	16.24 ± 0.41	[57]
52.0	16.74 ± 0.19	[57]
55.0	16.82 ± 0.22	[57]
56.0	17.27 ± 0.16	[57]
57.0	17.49 ± 0.19	[57]
60.0	17.85 ± 0.23	[57]
60.8	17.66 ± 0.23	[57]
61.4	17.61 ± 0.21	[57]
91.0	20.71 ± 0.77	[58]
91.1	20.10 ± 1.34	[67]
91.2	21.40 ± 0.43	[68]
91.2	21.30 ± 0.61	[69]
130	23.84 ± 0.73	[70]
133	23.40 ± 0.65	[59]
161	24.46 ± 0.63	[60]
172	26.52 ± 0.76	[61]

Tabela 7.6: Valores das multiplicidades médias carregadas no processo de aniquilação e^+e^- compilados neste trabalho e respectivas referências.

• Testes de Parametrizações

O estudo da parametrização expressa em 7.56 $\{\langle n \rangle_{e^+e^-} = 2.2 (s)^{0.25}\}$ refere-se apenas ao expoente dessa expressão, visto que o coeficiente (2.2), no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire, é inserido na constante ξ (expressões 7.58 a 7.61).

A expressão para a multiplicidade média 7.56 é comparada com os dados experimentais (tabela 7.6) na figura 7.23.(a) e apresenta o valor de $\chi^2/GL=9.3$.

Prosseguindo no estudo da multiplicidade média, no processo de aniquilação e^+e^- , permitiram-se dois parâmetros livres na expressão 7.56, efetuando-se em seguida ajustes ao conjunto de dados experimentais compilados, ou seja, a expressão considerada foi:

$$\langle n \rangle_{e^+e^-} (s) = A(s)^B \quad (7.71)$$

resultando nos valores $A=2.06 \pm 0.02$, $B=0.261 \pm 0.001$ com $\chi^2/GL=7.9$. Esse resultado é comparado na figura 7.23.(a) com os dados experimentais correspondentes e também com a curva obtida através da parametrização 7.56, anteriormente discutida.

Utilizando a parametrização para multiplicidade média, sugerida através da análise de dados experimentais de pp , na forma:

$$\langle n \rangle_{e^+e^-} (s) = a + b[\ln(s)] + c[\ln^2(s)] \quad (7.72)$$

a Colaboração TASSO [55] obteve boa descrição dos dados experimentais de multiplicidade média no processo de aniquilação e^+e^- , para o intervalo de energia $1.5 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 44 \text{ GeV}$ ($a=3.325 \pm 0.106$, $b=-0.340 \pm 0.079$, $c=0.260 \pm 0.013$ e $\chi^2/GL=1.4$). Valendo-se da mesma parametrização a Colaboração DELPHI [58] também obteve boa descrição dos dados experimentais no intervalo de energia $1.5 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 92 \text{ GeV}$ ($a=3.320 \pm 0.083$, $b=-0.408 \pm 0.055$, $c=0.263 \pm 0.008$ e $\chi^2/GL=1.2$).

Considerando o conjunto de dados experimentais no intervalo de energia $5.10 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 172 \text{ GeV}$, compilado neste trabalho (tabela 7.6), efetuou-se um ajuste da parametrização expressa em 7.72, obtendo-se os valores $a=-0.017 \pm 0.530$, $b=0.799 \pm 0.201$, $c=0.166 \pm 0.017$ e $\chi^2/GL=3.3$), a qual é comparada com os dados experimentais correspondentes na figura 7.23.(b).

• Comentários

Embora a última parametrização represente melhor os dados experimentais (comparada com as parametrizações anteriores) há problemas em utilizá-la no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire, uma vez que perde-se a conexão direta com a eiconal através das equações 7.57 e 7.60. Por essa razão optou-se pela parametrização tipo potência, expressão 7.71 com $B=0.261 \pm 0.001$, uma vez que apresenta o menor χ^2/GL . Embora essa parametrização apresente discrepâncias com os dados nas energias mais altas, nosso objetivo é *inferir* uma parametrização para multiplicidade média num

processo hadrônico elementar e não reproduzir com exatidão o processo de aniquilação e^+e^- , visto que é razoável esperar um crescimento maior da multiplicidade média com a energia num processo hadrônico elementar, uma vez que quarks e gluons podem estar envolvidos.

No apêndice C discute-se a parametrização expressa através de 7.71 considerando-se os dados experimentais acima de 10 GeV da tabela 7.6. O resultado obtido foi $\chi^2/GL=1.14$ ($B=0.201 \pm 0.005$), todavia esse resultado reflete-se nas distribuições de multiplicidades hadrônicas fornecendo previsões discordantes com os dados experimentais, conforme mostrado no apêndice.

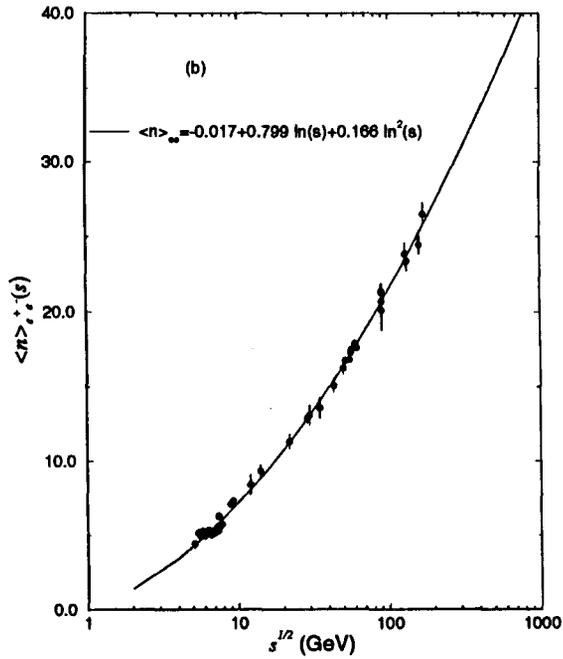
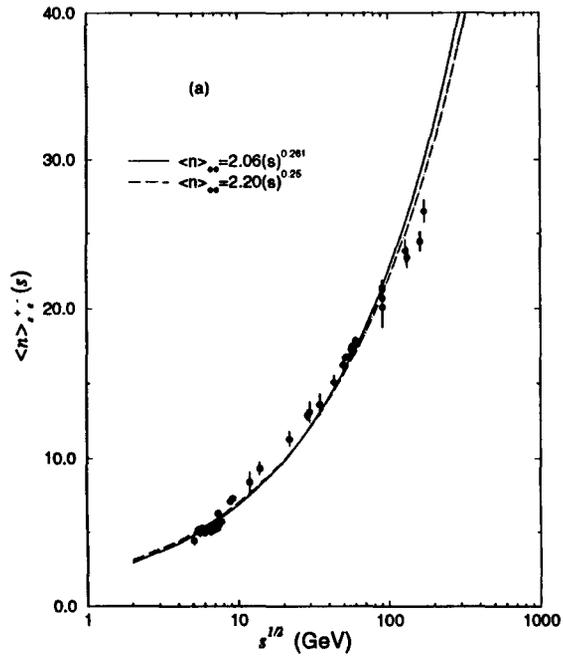


Figura 7.23: Parametrizações investigadas para as multiplicidades médias no processo de aniquilação e^+e^- . O resumo dos resultados são apresentados na tabela 7.7, ressaltando-se que a parametrização na figura (b) não foi utilizada na abordagem de Valin e St. Hilaire.

7.3.2.2 Estudo Comparativo das Parametrizações: Multiplicidades Hadrônicas através do Modelo de Difração Dispersiva

Do exposto e discutido nas sub-seções anteriores, apresentam-se agora análises comparativas entre os vários resultados obtidos na abordagem de Valin e St. Hilaire para as distribuições de multiplicidades em interações hádron-hádron, utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV), as parametrizações originais de Lam e Yeung (LY), Barshay e Yamaguchi (BY), nosso resultado para a função gama ($K = 10.775$) e considerando também as parametrizações $\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.25}$ e $\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.261}$. As previsões obtidas são comparadas com os dados experimentais correspondentes, nas energias do ISR (30.4 a 62.2 GeV) e Collider (546 GeV) e apresentadas nas figuras 7.24 a 7.26. As figuras indexadas com as letras (a) e (c) referem-se às previsões obtidas utilizando a parametrização $\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.25}$, enquanto que as figuras indexadas com as letras (b) e (d) referem-se à parametrização $\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.261}$, com a mesma função para o processo elementar. Na tabela 7.7 tem-se um resumo dos vários resultados obtidos neste trabalho para a quantidade χ^2/GL nos estudos com as funções para o processo elementar e multiplicidades médias.

Processo Elementar	χ^2/GL
Lam e Yeung (LY) $\alpha = 4.2$	814.2
Barshay e Yamaguchi (BY) gama ($K=10.775$)	316.8 2.6
$\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.25}$	9.3
$\langle n \rangle_{e^+e^-} \propto s^{0.261}$	7.9

Tabela 7.7: Resumo dos vários resultados obtidos nos estudos das distribuições utilizadas para representar o processo hadrônico elementar.

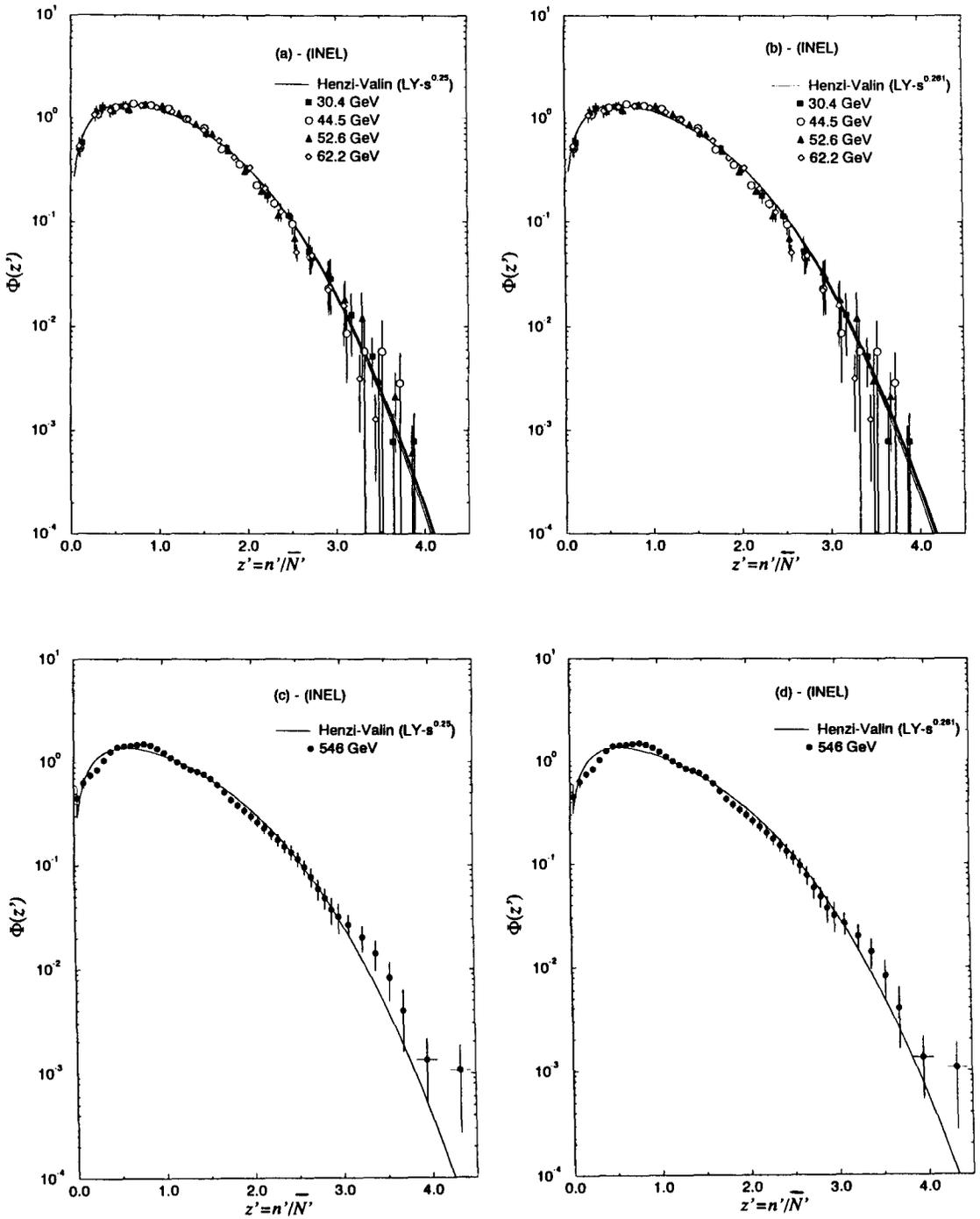


Figura 7.24: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a parametrização sugerida por Lam e Yeung para o processo elementar.

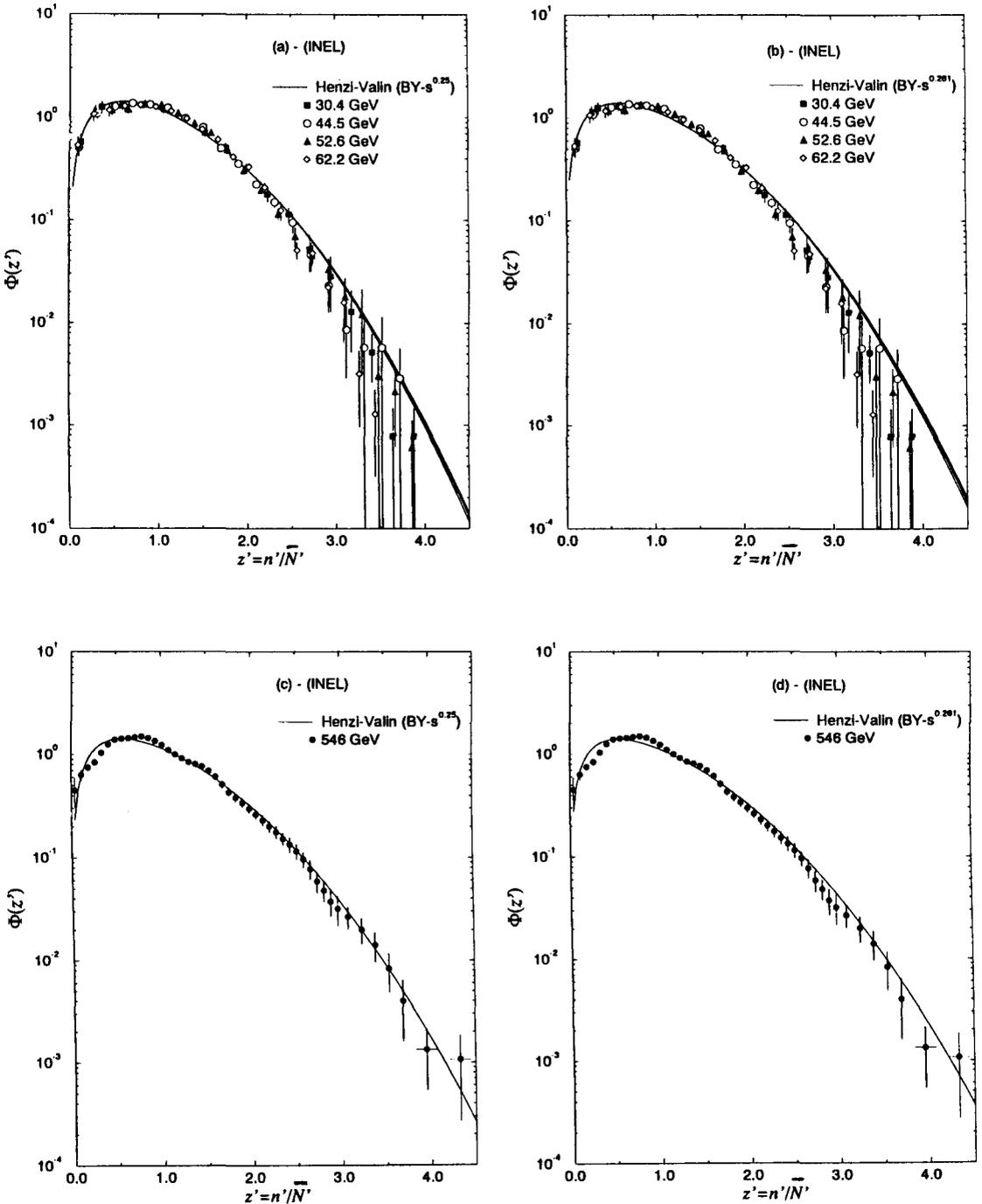


Figura 7.25: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a parametrização sugerida por Barshay e Yamaguchi para o processo elementar.

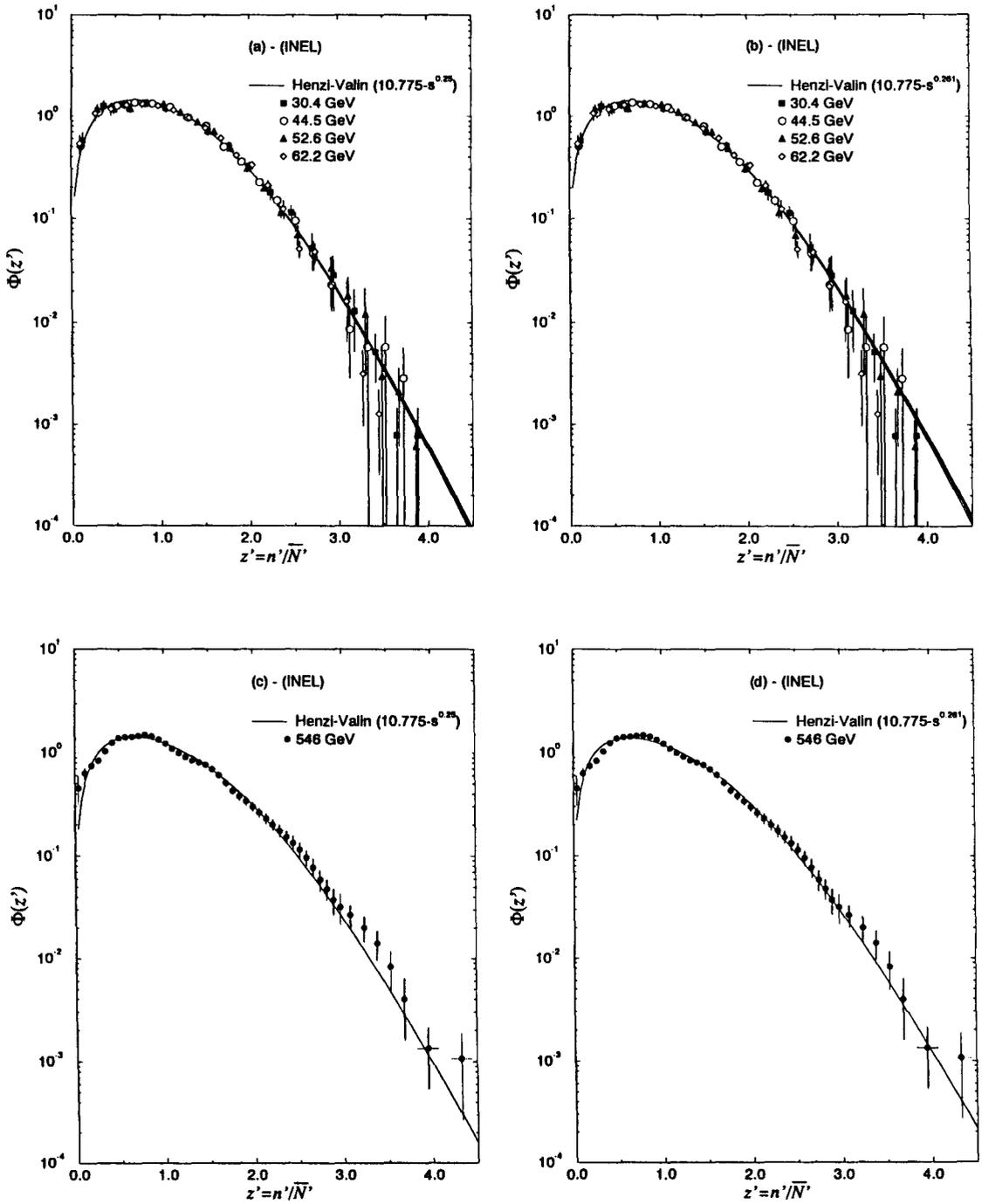


Figura 7.26: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas utilizando a função de recobrimento inelástica proveniente do modelo de difração dispersiva (HV) e a função gama $K = 10.775$ para o processo elementar.

7.3.2.3 Conclusões

Uma análise quantitativa dos resultados apresentados nas figuras 7.24, 7.25 e 7.26 pode ser feita através de testes de χ^2 . Entretanto pode-se efetuar uma análise qualitativa através de um estudo visual das referidas figuras. Simbolizando por A, B e C indicações de melhor para pior concordâncias entre curvas e dados, levando-se em conta os erros envolvidos, pode-se chegar aos resultados mostrados na tabela 7.8.

Energias	$\langle n \rangle_{e^+e^-}$	distribuições de multiplicidades		
		LY	BY	gama
ISR	$s^{0.25}$	A	C	B
ISR	$s^{0.261}$	A	C	B
Collider	$s^{0.25}$	C	B	A
Collider	$s^{0.261}$	C	B	A

Tabela 7.8: Análise qualitativa dos resultados apresentados nas figuras 7.24, 7.25 e 7.26.

Com base nessas informações seleciona-se como melhor resultado para representar a distribuição de multiplicidades elementar a função gama (com $K=10.775$). Analisando os resultado (c) e (d) da figura 7.26 seleciona-se para a multiplicidade média a parametrização $s^{0.261}$.

Com essas informações efetua-se a seguir uma nova análise comparativa, agora envolvendo em conjunto os três modelos para o canal elástico.

7.3.3 Resultados Comparativos - Modelos do Canal Elástico

Usando a função gama (expressão 7.69) com o valor de $K=10.775$ para representar a distribuição de multiplicidades e a parametrização $s^{0.261}$ para a multiplicidade média, obtiveram-se previsões para as distribuições de multiplicidades em interações hádron-hádron no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire, valendo-se agora das funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (HV), difração múltipla (MP) e geométrico (CY). A constante ξ é determinada através da expressão 7.64 e as funções de multiplicidades hadrônicas através da expressão 7.62. Nas figuras 7.27 a 7.31 apresentam-se os vários resultados obtidos, comparando com aos dados experimentais nas energias indicadas nos gráficos. Nas figuras (a), (b) e (c) têm-se os resultados referentes ao uso das funções de recobrimento inelásticas obtidas nos modelos de difração dispersiva (HV) [71], difração múltipla (MP) e geométrico (CY), respectivamente.

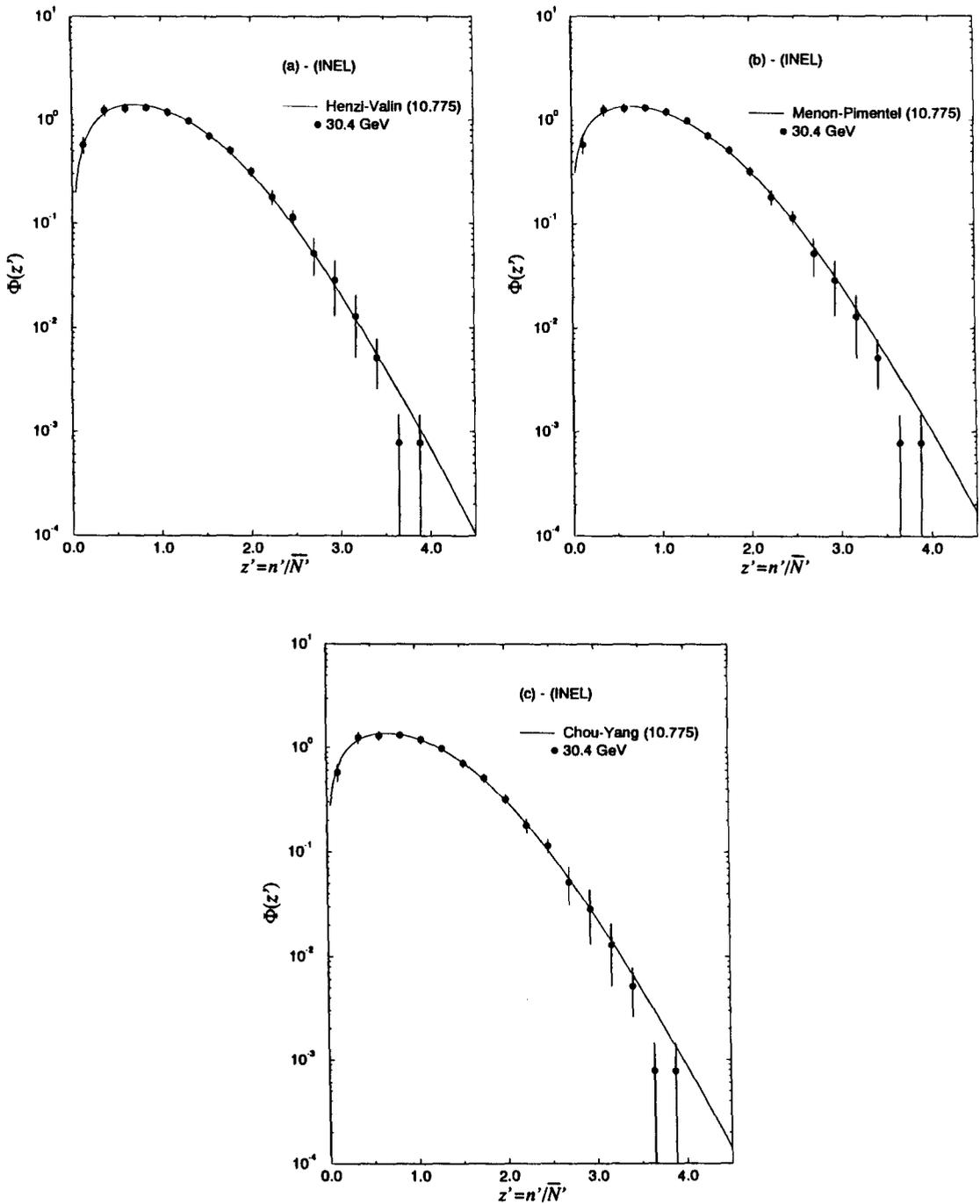


Figura 7.27: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=30.4$ GeV.

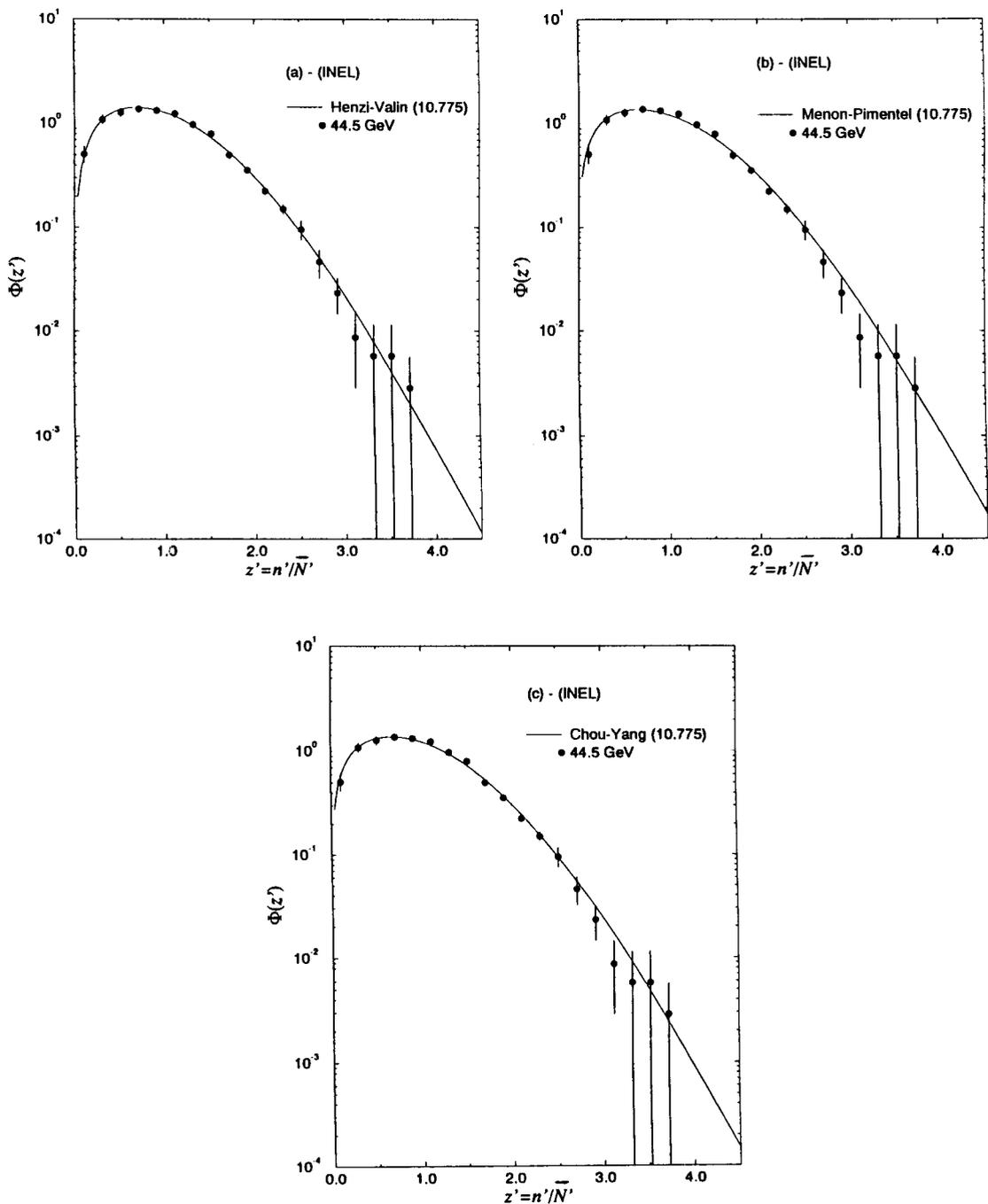


Figura 7.28: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=44.5$ GeV.

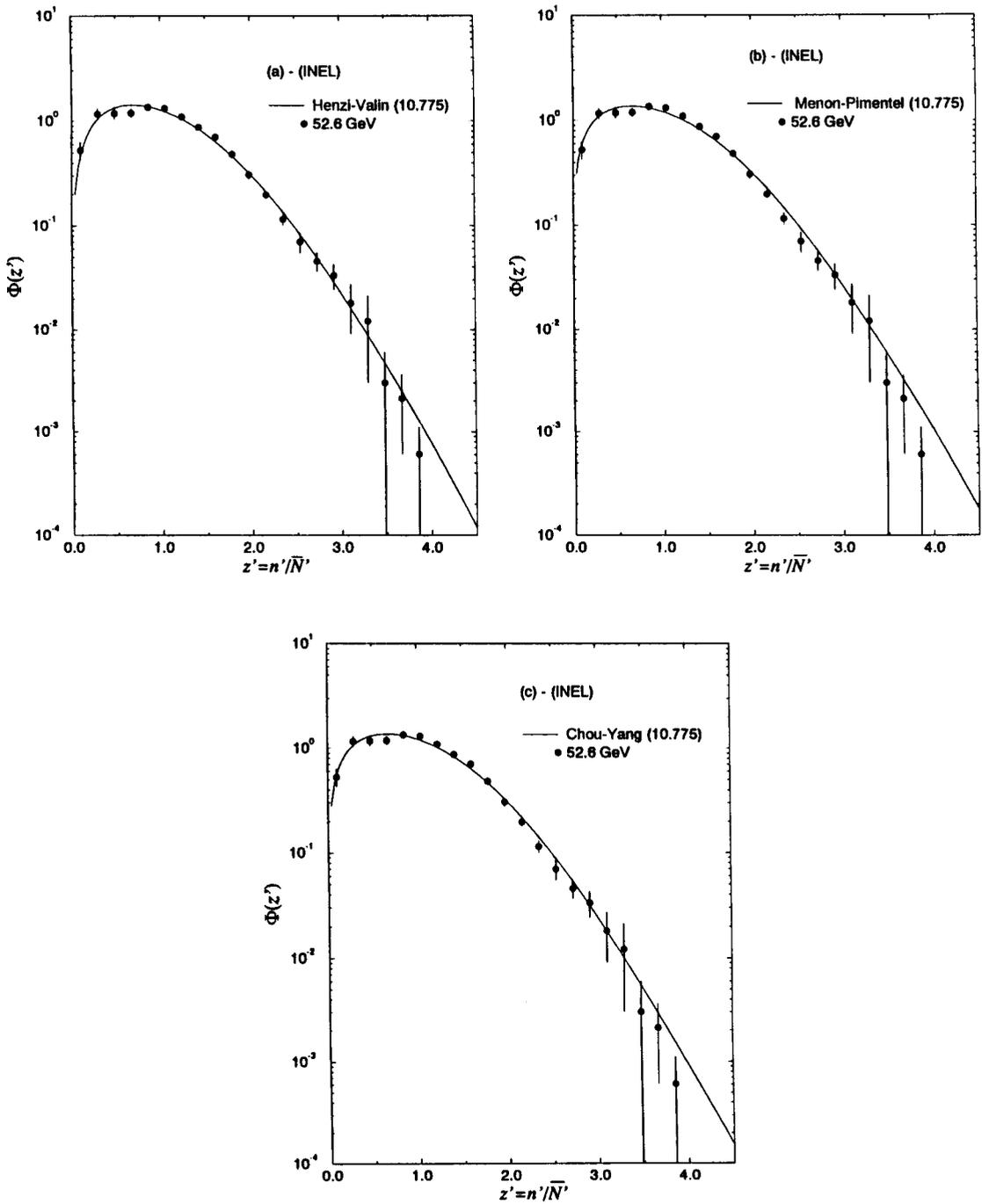


Figura 7.29: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV.

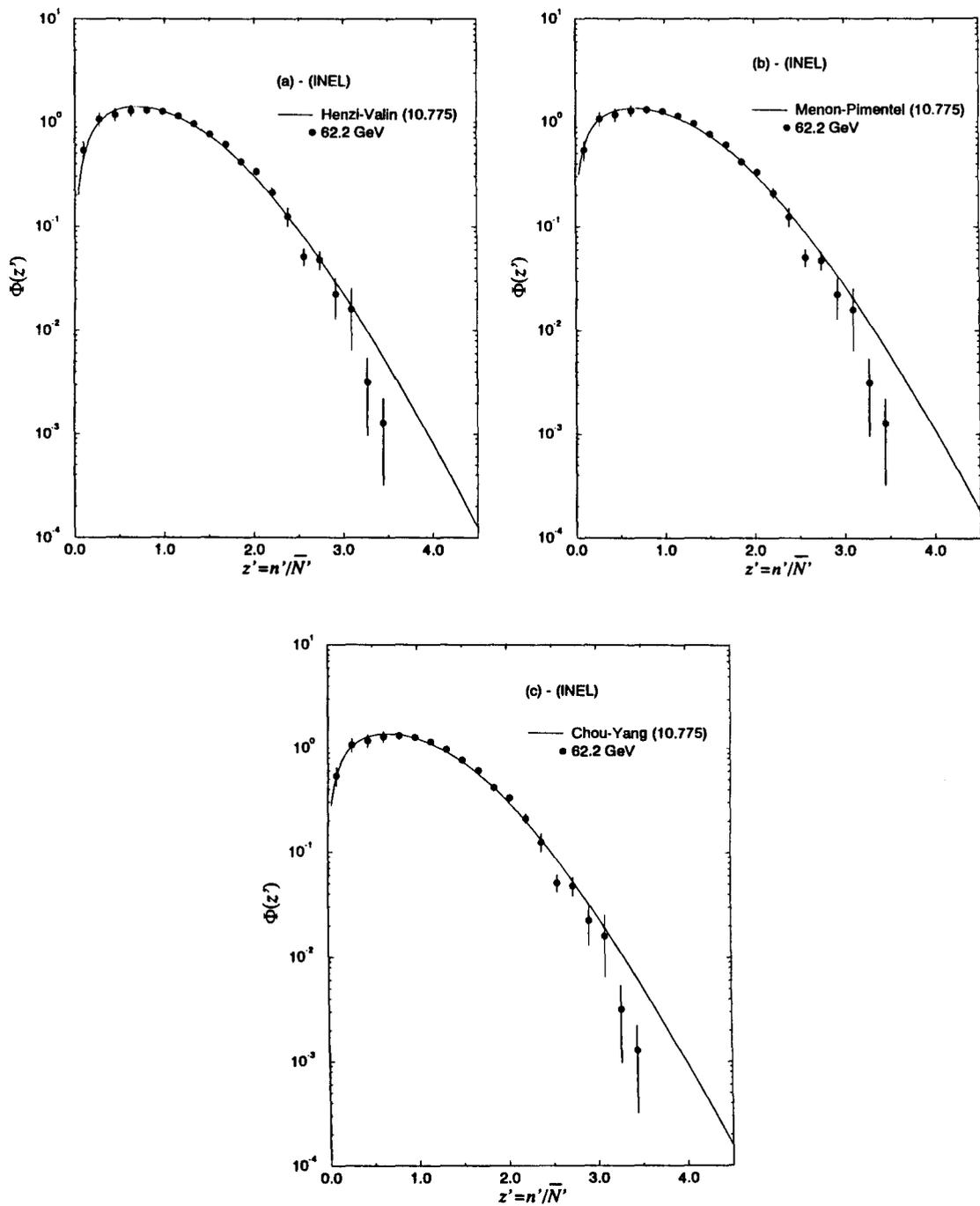


Figura 7.30: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=62.2$ GeV.

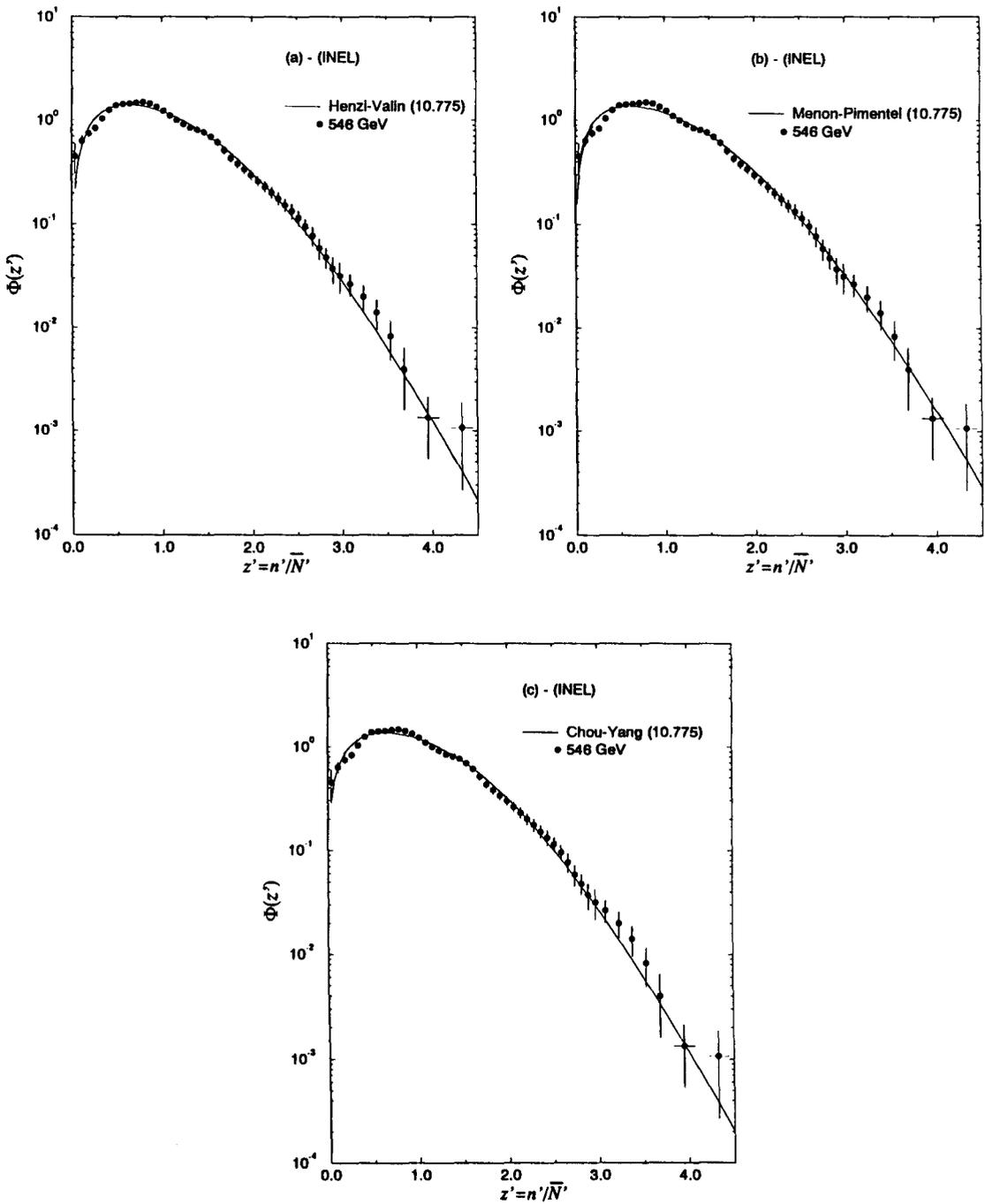


Figura 7.31: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos modelos de difração dispersiva (a), difração múltipla (b) e geométrico (c), comparadas com os dados experimentais na energia de $\sqrt{s}=546$ GeV.

7.3.4 Conclusões

A idéia de representar a interação hádron-hádron como sendo composta de processos mais elementares, que obedecem o princípio de invariância de escala KNO, conduziu a bons resultados nas descrições das distribuições de multiplicidades das partículas produzidas na interação hádron-hádron, indicando assim uma estrutura adequada de cálculo à investigação dos mecanismos de produção de partículas.

A partir do desenvolvimento efetuado na abordagem de Valin e St. Hilaire conclui-se que as distribuições de multiplicidades nas interações hádron-hádron não são significativamente influenciadas pelas informações do canal elástico, consideradas através dos modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico. Todavia, as parametrizações para as distribuições de multiplicidades do processo elementar (inspirado na aniquilação e^+e^-) e as parametrizações para as multiplicidades médias influenciam as descrições das distribuições de multiplicidades hadrônicas, destacando-se porém que essas últimas alteram significativamente os resultados para as referidas distribuições de multiplicidades hadrônicas.

No que se refere à invariância de escala KNO no processo de aniquilação e^+e^- este verifica-se válido até a energia de $\sqrt{s} = 172$ GeV [61]. Caso o referido princípio prevaleça válido em outros regimes de energias para o processo de aniquilação e^+e^- em questão, a informação sobre a violação de invariância de escala KNO nas interações *hádron-hádron* está associada ao comportamento da função de recobrimento inelástica utilizada na descrição desse processo.

Capítulo 8

CONCLUSÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

O objetivo principal deste trabalho foi o estabelecimento de uma estrutura de cálculo para estudos de observáveis físicos próprios do canal inelástico, recorrendo ao uso da função de perfil (eiconal) usada nas descrições de observáveis físicos do canal elástico. Estudaram-se assim três modelos para o canal elástico (modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico) e duas abordagens de conexão com o canal inelástico (abordagens de Finkelstein e de Valin e St. Hilaire.)

No capítulo 6, foram obtidas previsões para as seções de choque inelásticas utilizando as funções de recobrimento inelásticas provenientes dos três modelos para o canal elástico, efetuando-se análises comparativas entre esses resultados, onde conclui-se que o modelo de difração múltipla apresenta melhores descrições dos dados experimentais correspondentes ao espalhamento pp e $\bar{p}p$, no intervalo de energia entre ~ 13 a 1800 GeV. O modelo de difração dispersiva apresenta boas descrições dos dados experimentais correspondentes ao espalhamento $\bar{p}p$ nas energias acima de 100 GeV e dos dados experimentais correspondentes ao espalhamento pp abaixo de 62.2 GeV. Quanto ao modelo geométrico este resulta em previsão, para a seção de choque inelástica, a qual representa o comportamento médio dos dados experimentais de pp e $\bar{p}p$ considerados conjuntamente, implicando portanto em descrição insatisfatória dessa quantidade física.

Partindo do estudo efetuado por Finkelstein da distribuição de multiplicidades não simplesmente difrativa, utilizando o modelo de difração dispersiva na energia de $\sqrt{s}=52.6$ GeV, estudou-se a abrangência dessa abordagem às descrições das distribuições de multiplicidades não simplesmente difrativas e inelásticas, utilizando o modelo de difração dispersiva e também os modelos de difração múltipla e geométrico, em amplo intervalo de energias, especificamente nas energias de $\sqrt{s}=30.4$ GeV, 44.2 GeV, 52.6 GeV, 62.2 GeV e 546 GeV. Deste estudo concluiu-se que a estrutura de cálculo desta abordagem é *inadequada* às descrições das distribuições de multiplici-

dades hadrônicas. Concluiu-se ainda que tal inadequação independe das informações provenientes do canal elástico, mas está associada ao uso da distribuição de Poisson e a presença de efeitos de correlações na produção de partículas em interações hádron-hádron. Em sua abordagem, Finkelstein estudou também os momentos fatoriais utilizando novamente apenas o modelo de difração dispersiva e apenas os dados experimentais não simplesmente difrativos. Neste trabalho estudaram-se as previsões para os referidos momentos fatoriais utilizando os três modelos para o canal elástico (modelos de difração dispersiva, difração múltipla e geométrico) e comparando as previsões com os dados experimentais não simplesmente difrativos e inelásticos. Esse estudo permitiu concluir que as parametrizações envolvidas nos três modelos para o canal elástico foram adequadamente consideradas em termos da energia no centro de momento (\sqrt{s}).

Outra abordagem estudada foi a de Valin e St. Hilaire, sendo que os mesmos estudaram as distribuições de multiplicidades em interações hádron-hádron valendo-se da parametrização sugerida por Lam e Yeung para o processo de aniquilação e^+e^- e apenas o modelo de difração dispersiva para o canal elástico. Diante dos bons resultados obtidos por esses autores, estudou-se neste trabalho a abrangência dessa abordagem utilizando os três modelos para o canal elástico e recorrendo ao uso das parametrizações sugeridas por Lam e Yeung, Barshay e Yamaguchi e a função gama representando as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- . Essa abordagem tem como hipóteses que as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- obedecem o princípio de invariância de escala KNO e que a multiplicidade média é proporcional a $s^{0.25}$. Efetuou-se então a compilação dos dados experimentais para o processo de aniquilação e^+e^- , onde concluíram-se que a função gama apresenta melhores descrições das distribuições de multiplicidades no referido processo de aniquilação e^+e^- e inferiu-se uma *parametrização proporcional a $s^{0.261}$* para representação das multiplicidades médias elementares, o que *influencia significativamente* as distribuições de multiplicidades em interações hádron-hádron, a seguir discutido.

As previsões obtidas para as distribuições de multiplicidades nas interações hádron-hádron, utilizando os três modelos para o canal elástico, as parametrizações para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- (Lam e Yeung, Barshay e Yamaguchi e função gama), bem como as parametrizações $s^{0.25}$, $s^{0.261}$ e $s^{0.201}$ (Apêndice C) para as multiplicidades médias permitem concluir que as distribuições de multiplicidades hadrônicas não são significativamente influenciadas pelas informações do canal elástico. Todavia, as parametrizações para as distribuições de multiplicidades e multiplicidades médias do processo elementar influenciam as distribuições de multiplicidades hadrônicas, ressaltando-se que as *parametrizações para as multiplicidades médias alteram significativamente as referidas distribuições de multiplicidades hadrônicas*, nas energias consideradas neste trabalho. Este é um resultado fundamental do trabalho: obteve-se indicações de que a multiplicidade média elementar para o processo hadrônico deve crescer mais rapidamente com a energia do que a multiplicidade média no processo

e^+e^- para energias acima de ~ 100 GeV.

Finalmente, diante dos bons resultados obtidos através do desenvolvimento da abordagem de Valin e St. Hilaire, tem-se como perspectiva estudar a aplicabilidade de formalismo às descrições das distribuições de multiplicidades não simplesmente difrativas devido a existência de dados experimentais nas energias de 30.4 a 62.2 GeV, 200, 546 e 900 GeV.

Quanto a abordagem de Finkelstein, uma investigação possível é o estudo de distribuições de multiplicidades que *considerem* efeitos de correlações, utilizando-as na abordagem em substituição à distribuição de Poisson.

Apêndice A

Equação de Lippmann-Schwinger - Representação de Coordenadas

Apresenta-se nesse apêndice o cálculo da expressão 2.15, na base de ondas planas.

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \int \frac{d^3 \mathbf{k} \langle \mathbf{r} | \mathbf{k} \rangle \langle \mathbf{k} | \mathbf{r}' \rangle}{E - E_m^0}. \quad (\text{A.1})$$

Utilizando-se 2.12 obtém-se:

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{k} \frac{\exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] }{E - E_m^0}, \quad (\text{A.2})$$

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{2m}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{k} \frac{\exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] }{k'^2 - k^2}. \quad (\text{A.3})$$

Aproxima-se o elemento de volume em coordenadas cartesianas para um elemento de volume em coordenadas esféricas, tal que:

$$d^3 \mathbf{k} = k^2 dk \text{sen}(\theta) d\theta d\phi \quad (\text{A.4})$$

$$d^3 \mathbf{k} = k^2 dk d\Omega_k \quad (\text{A.5})$$

onde:

$$d\Omega_k = 2\pi \text{sen}\theta d\theta \quad (\text{A.6})$$

$$d\Omega_k = -2\pi d(\cos\theta). \quad (\text{A.7})$$

Então A.3 torna-se:

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{2m}{(2\pi)^3} \int \frac{k^2 dk}{k'^2 - k^2} \int d\Omega_k \exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')]. \quad (\text{A.8})$$

Calcula-se agora a integral angular em A.8, tem-se então:

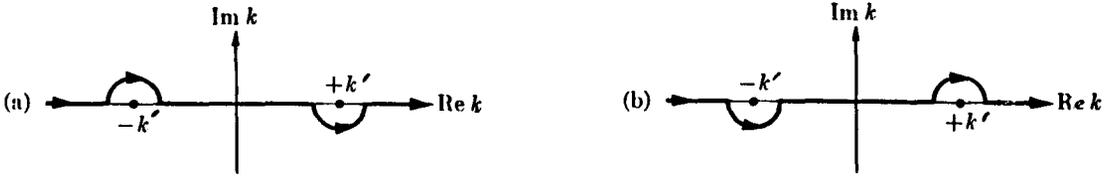
$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{2m}{(2\pi)^3} \int \frac{k^2 dk}{k'^2 - k^2} (-2\pi) \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \exp[ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|\cos\theta] \quad (\text{A.9})$$

Observe-se que o ângulo θ é definido em relação a $(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$. Então A.9 torna-se:

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{2m}{(2\pi)^2 i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k dk \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{k'^2 - k^2} \quad (\text{A.10})$$

A integral A.10 tem pólos em $k = +k'$ e em $k = -k'$. Para evitar essa dificuldade observa-se k como uma variável complexa e modifica-se o caminho de integração no plano k .

Ao escolher-se diferentes caminhos obtém-se diferentes funções de Green e que correspondem a diferentes condições de contorno. Considera-se aqui dois diferentes caminhos de integração, como mostrado nas figuras abaixo.



Considerando-se a escolha (a) só o pólo em $k = +k'$ contribui, valendo-se do teorema dos resíduos obtém-se:

$$G^+ = \frac{2m \exp[ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|]}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (\text{A.11})$$

O mesmo resultado pode ser obtido ao definir-se:

$$G^+ = \lim_{n \rightarrow 0} G_n^+ \equiv \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2m}{(2\pi)^2 i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k dk \exp[ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|]}{k'^2 - k^2 + in}. \quad (\text{A.12})$$

Nesse caso o pólo foi deslocado abaixo e acima do eixo real k , eles ocorrem em $k = \pm \sqrt{k'^2 + in}$.

Dessa forma não há necessidade de modificar a trajetória de integração. Fechando-se o contorno na metade superior só um dos pólos deslocado será incluído.

Considerando-se agora a trajetória de integração mostrada em (b), obtém-se outra função de Green, ou seja:

$$G^- = \frac{2m \exp[-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|]}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (\text{A.13})$$

Novamente observa-se que este resultado pode ser obtido introduzindo-se G_n^- , ou seja:

$$G^- = \lim_{n \rightarrow 0} G_n^- \equiv \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2m}{(2\pi)^2 i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k dk \exp[ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|]}{k'^2 - k^2 - in}. \quad (\text{A.14})$$

Os pólos estão agora localizados em $k = \pm \sqrt{k'^2 - in}$. Do que foi exposto obtém-se então:

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - H^0 \pm in} | \mathbf{r}' \rangle = -\frac{2m \exp(\pm ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (\text{A.15})$$

Apêndice B

Função Binomial Negativa e Distribuição de Multiplicidades

$e^+ e^-$

Uma função amplamente utilizada em investigações de distribuições de multiplicidades hadrônicas é a função binominal negativa, a qual contém os parâmetros \bar{n} e k como parâmetros livres, podendo ser escrita na forma

$$\varphi(n) = 2 \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!} \left[\frac{\bar{n}/k}{1+\bar{n}/k} \right]^n \left[\frac{1}{1+\bar{n}/k} \right]^k. \quad (\text{B.1})$$

Essa distribuição não é escrita diretamente em termos da variável de invariância de escala KNO z . Todavia é possível fazer gráficos de $\bar{n}\varphi(n)$ x n/\bar{n} . Assim, em princípio, seria possível a utilização dessa função no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire. Para utilizarmos essa distribuição na expressão 7.62 são necessários os valores numéricos de $\varphi(n)$, multiplicá-los \bar{n} (forma KNO) e também por $\xi\sqrt{\Omega(s,b)}$, ou seja, precisam-se dos valores numéricos da quantidade $\xi\sqrt{\Omega(s,b)}\bar{n}\varphi(n)$ ($= \varphi(\frac{z}{\xi\sqrt{\Omega(s,b)}}$)).

Nesse procedimento ocorrem o cancelamento dos fatores $\xi\sqrt{\Omega(s,b)}$ na expressão 7.62, inviabilizando assim a utilização da distribuição binomial negativa no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire. Investigaram-se as distribuições de multiplicidades hadrônicas no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa a cada energia, para comparações com os resultados obtidos com a função gama (tabela 7.4), cujos resultados são apresentados na tabela B.1, sendo os gráficos apresentados nas figuras B.1 a B.3. Ressalta-se que houve necessidade de normalizar a referida função para o valor 2 (análogo ao caso da função gama) efetuando também, por simplicidade, a mudança $M = \bar{n}/k$ na expressão B.1.

\sqrt{s} (GeV)	parâmetro M	parâmetro k	χ^2/GL
22.0	0.112 ± 0.029	100.60 ± 25.69	0.84
29.0	0.090 ± 0.008	143.62 ± 13.49	0.74
34.8	0.250 ± 0.015	54.20 ± 3.20	2.40
43.6	0.385 ± 0.027	39.13 ± 2.77	0.41
52.0	0.356 ± 0.006	47.28 ± 7.93	0.42
56.0	0.347 ± 0.003	51.00 ± 3.57	1.03
61.4	0.345 ± 0.006	51.44 ± 9.11	0.86
91.0	0.879 ± 0.002	24.37 ± 0.67	2.34
133.0	1.059 ± 0.112	21.27 ± 2.21	0.92
161.0	1.362 ± 0.115	17.92 ± 1.53	0.26

Tabela B.1: Valores dos parâmetros M e k das distribuições binomiais negativas e respectivos χ^2/GL obtidos por ajustes aos dados experimentais de distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- .

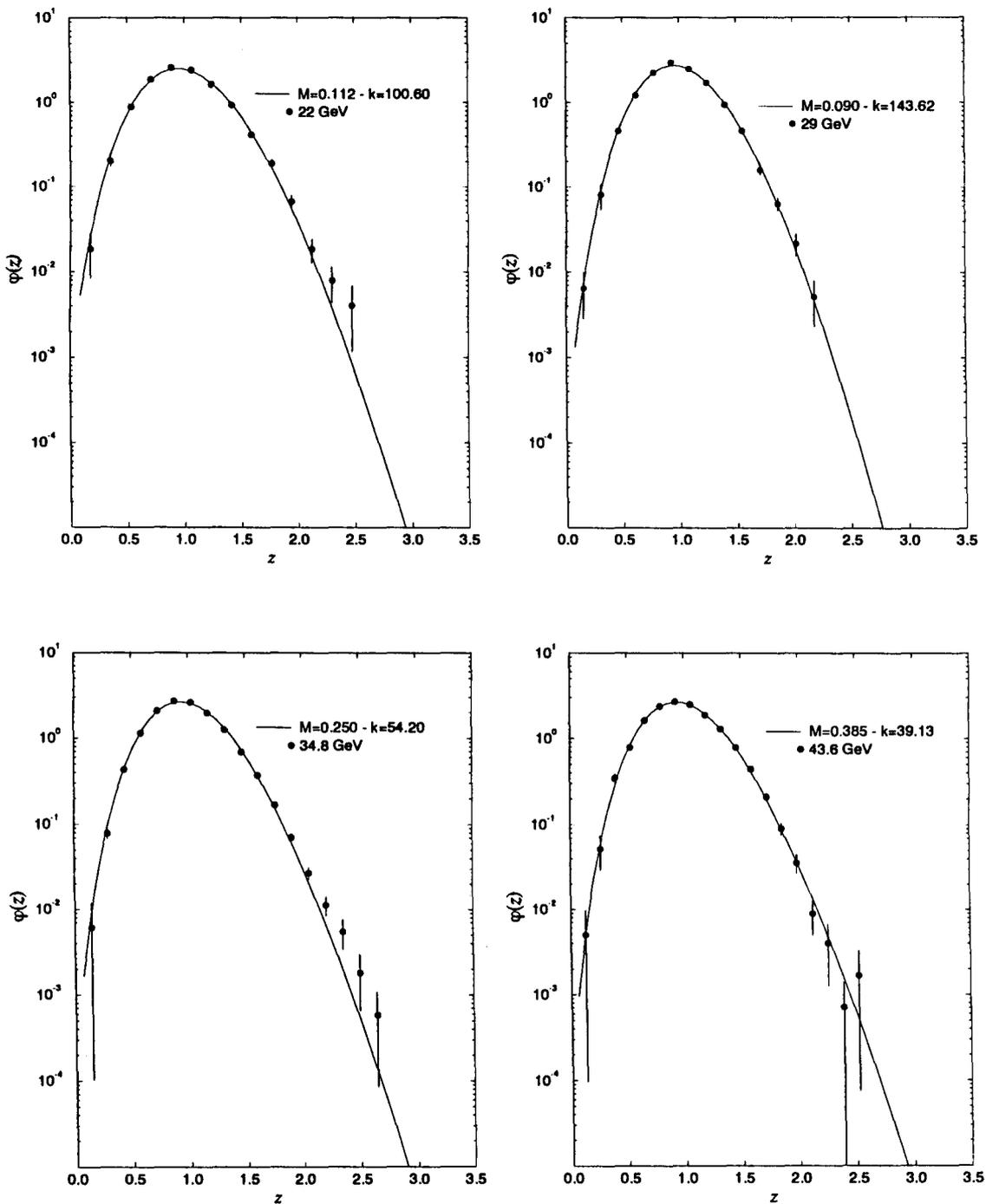


Figura B.1: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).

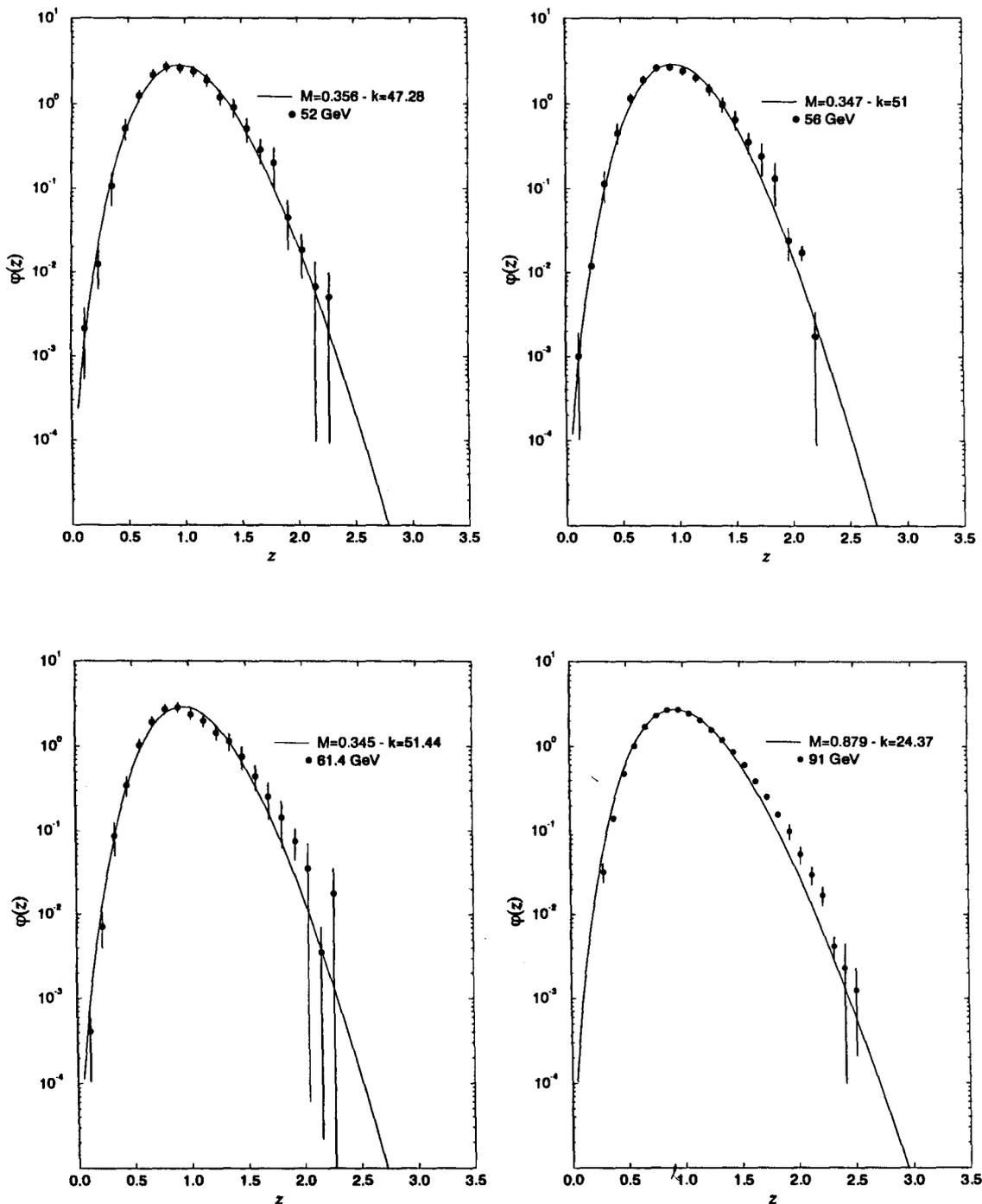


Figura B.2: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).

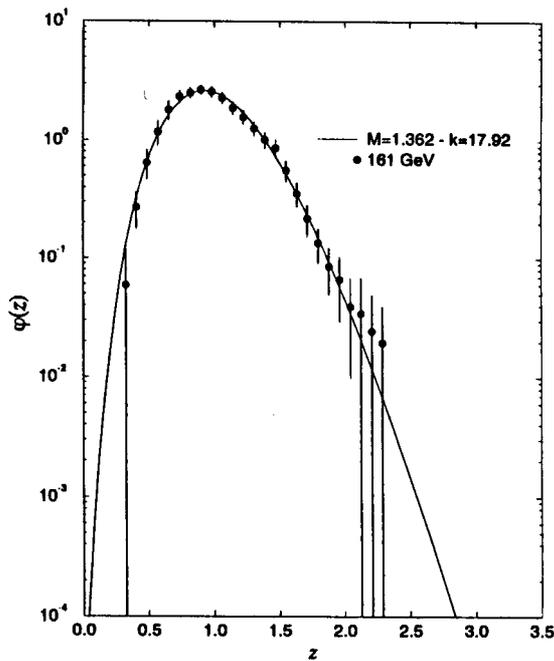
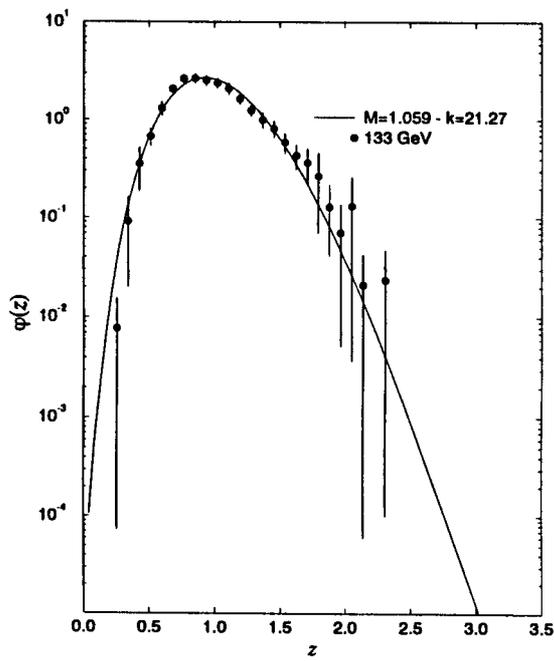


Figura B.3: Resultados de ajustes para as distribuições de multiplicidades no processo de aniquilação e^+e^- utilizando a função binomial negativa, obtidos através de ajustes aos dados experimentais compilados neste trabalho (tabela 7.3).

Apêndice C

Parametrização para a Multiplicidade Média e^+e^-

Efetuando um ajuste aos dados experimentais de multiplicidades médias, para o processo de aniquilação e^+e^- , nas energias acima de 10 GeV (tabela 7.6) e usando a expressão 7.71, ou seja

$$\langle \bar{n} \rangle_{e^+e^-} = A(s)^B \quad (\text{C.1})$$

obtem-se descrição excelente dos dados experimentais com $A=3.38 \pm 0.14$, $B=0.201 \pm 0.005$ e $\chi^2/GL=1.14$ (figura C.1). Todavia a utilização de $B=0.201$ nessa parametrização e no contexto da abordagem de Valin e St. Hilaire (equações 7.56 a 7.61) com a função gama e o modelo de difração dispersiva, resulta em previsões insatisfatórias para as distribuições de multiplicidades hadrônicas. Esse fato é observado na figura C.2 ((a) ISR - 52.6 GeV e (b) Collider - 546 GeV), na qual comparam-se também as previsões obtidas usando as parametrizações $s^{0.25}$ e $s^{0.261}$.

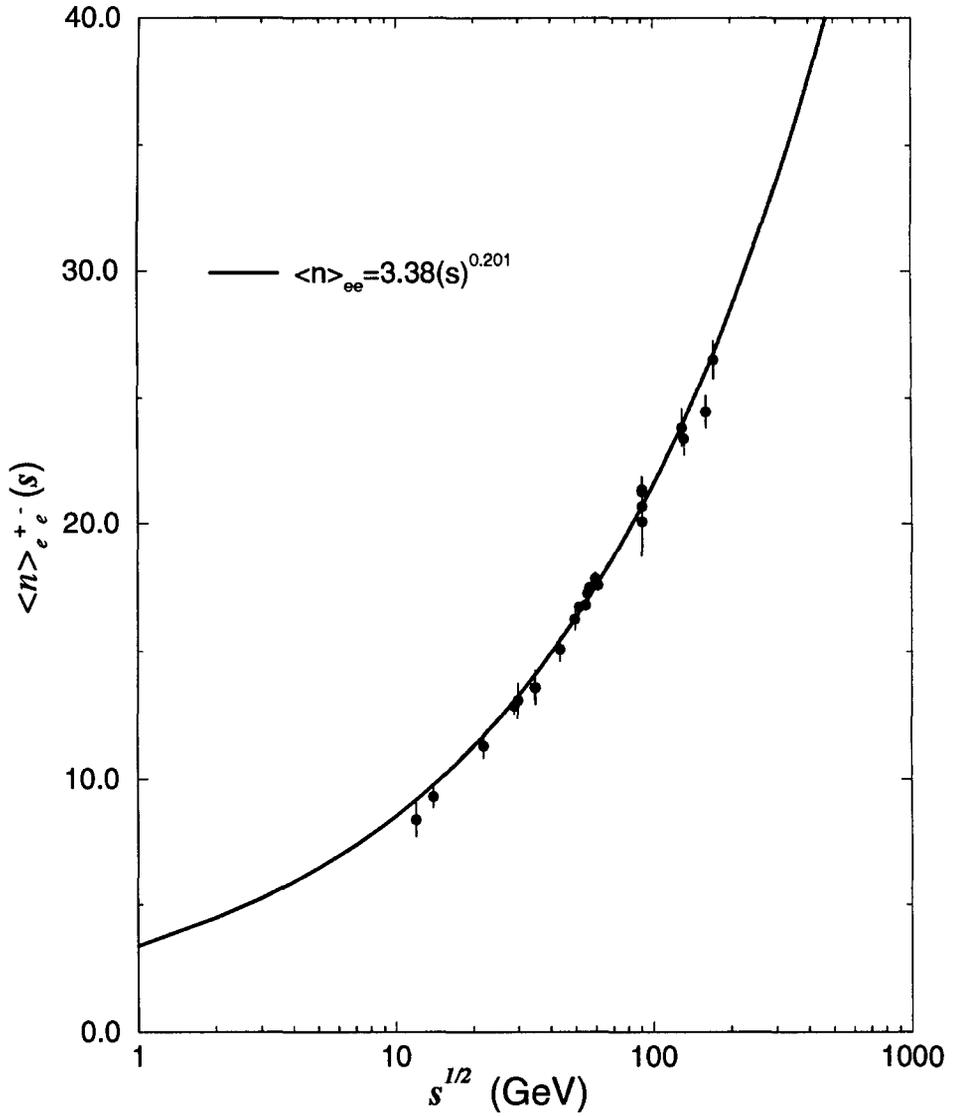


Figura C.1: Parametrização obtida através de ajuste aos dados experimentais nas energias acima de $\sqrt{s}=10$ GeV (tabela 7.6), a qual resulta em $\chi^2/GL=1.14$.

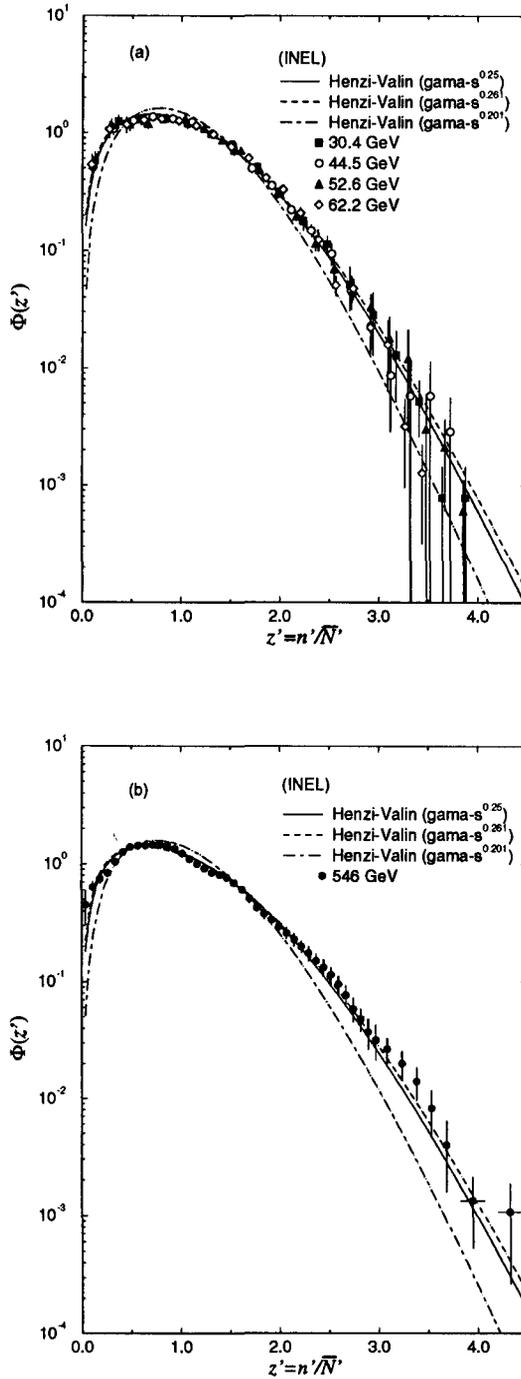


Figura C.2: Previsões para as distribuições de multiplicidades hadrônicas obtidas na abordagem de Valin e St. Hilaire, nas energias de $\sqrt{s}=52.6$ (a) e 546 GeV (b), utilizando várias parametrizações para a multiplicidade elementar média (indicadas nas figuras).

Referências

1. G. Matthiae, Rep. Prog. Phys. **57**, 743 (1994).
2. M.D. Scadron, Advanced Quantum Theory and Its Applications Through Feynman Diagrams, (Spring-Verlag New York Inc., 1979).
3. P. Roman, Advanced Quantum Theory, (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1965).
4. M.M. Islam, Nucl.Phys. **B104**, 511 (1976).
5. J.J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics, (Revised Edition) (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1994).
6. C. Cohen-Tannoudji, Quantum Mechanics, Vol II. (John Wiley and Sons, 1977).
7. E. Butkov, Física Matemática, (Guanabara Dois S.A., 1978).
8. U. Amaldi, M. Jacob e G. Matthiae, Ann.Rev.Nucl.Sci **26**, 385 (1976).
9. H. Frauenfelder, Subatomic Physics, (Prentice Hall/Englewood Cliffs., 1974)
10. A.F. Martini, Tese de Mestrado, IFGW Unicamp (1995).
11. M.J.Menon, Phys.Rev **D48**, 2007 (1993); **D51**, 1427 (1995)
12. R. Hagedron, Relativistic Kinematics, (W.A.Benjamin, inc., 1964).
13. L. Van Hove, Nuovo Cimento, vol **XXVIII**, 798 (1963).
14. R. Henzi e P. Valin, Phys.Lett. **B48**, 119 (1974).
15. R. Henzi e P. Valin, Phys.Lett. **B160**, 167 (1985).
16. R. Henzi e P. Valin, Nucl.Phys. **B148**, 513 (1979).
17. R. Henzi e P. Valin, Phys.Lett. **B132**, 443 (1983).
18. R. Henzi e P. Valin, Phys.Lett. **B160**, 167 (1985).
19. R. Henzi e P. Valin, Phys.Lett. **B149**, 239 (1984).
20. M.J. Menon, Can. J. Phys, **74**, 594 (1996).
21. M.J. Menon e B.M. Pimentel, Hadronic Journal J. **13**, 325 (1990); Hadronic J. Suppl. 5, 189 (1990); M.J. Menon, Nucl.Phys. B (Proc.Suppl) **25B**, 94 (1992).

22. T.T. Chou e C.N. Yang, Phys.Lett. **B244**, 113 (1990).
23. P.C. Beggio e M.J. Menon, "XVI Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editores G.A. Alves et al. (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1995) 280.
24. P.C. Beggio, A.F. Martini e M.J. Menon, "XVII Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editores A.J. da Silva et al. (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1996) 411.
25. P.C. Beggio, P.A.S. Carvalho, A.F. Martini, M.J. Menon e J.T.S. Paes, Relatório da 6a. Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas (Instituto de Física, USP, 1996) 11.
26. P.A.S. Carvalho e M.J. Menon, Phys.Rev. **D56**, 7721 (1997).
27. M.J. Menon, Tese de Doutorado, IFGW, Unicamp (1988).
28. U. Amaldi e K.R. Schubert, Nuclear Physics **B166**, 301 (1980).
29. N. Amos et al., Phys.Lett. **B128**, 343 (1983).
30. CERN, Napoli-Pisa and Stony Brook Collaboration, Phys.Lett. **B115**, 495 (1982).
31. C.G. Gimbel, Int.J. of Modern Phys. A, Vol.4, 1527 (1989).
32. UA4 Collaboration, Phys.Lett. **B147**, 392 (1984).
33. CDF Collaboration, Phys.Rev **D50**, 5518 (1994).
34. G. Giacomelli, Int.J.Modern Phys. **A5**, 223 (1990).
35. A. Breakstone et al (ABCDWH Collaboration), Phys. Rev. **D30**, 528 (1984).
36. UA5 Collaboration, Phys.Rep. **154**, 250 (1987).
37. P.R. Bevington e D.K. Robinson, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences. McGraw-Hill, Inc. (1992).
38. UA5 Collaboration, Phys.Lett. **B167**, 476 (1986).
39. Z. Koba, H.B. Nielsen and P. Olesen, Nucl.Phys. **B40**, 317 (1972)
40. R.P. Feynman, Phys.Rev.Lett. **23**, 1415 (1969).
41. K. Goulios, "Third Gleb Wataglin School on High Energy Phenomenology", editores C. D. Chinellato et al., (DRCC-IFGW) 262.

42. UA5 Collaboration, Phys.Lett. **B121**, 209 (1983).
43. UA5 Collaboration, Phys.Lett. **B138**, 304 (1984).
44. J. Dias de Deus, Nucl.Phys. **B59**, 231 (1973).
45. C.S. Lam e P.S. Yeung, Phys.Lett. **B119**, 445 (1982).
46. Stanley M. Pruss, "Frontiers in Strong Interactions", editores P. Chiappetta et al. (Editions Frontieres, 1995) 3.
47. J. Finkelstein, Z.Phys. **C41**, 167 (1988).
48. P.C. Beggio e M.J. Menon, Relatório da 7a. Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas (Instituto de Física, USP, 1996) 26.
49. P.C. Beggio e M.J. Menon, Atas do XVIII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1997) (a ser publicado).
50. S. Barshay, Phys.Lett. **B116**, 193 (1982).
51. S. Barshay, Phys.Rev.Lett. **49**, 1609 (1982).
52. UA5 Collaboration, Phys.Lett. **B123**, 361 (1983).
53. P. Valin e St. Hilaire, "KNO e Geometrical Scaling Violations at High Energies" (não publicado).
54. T.T. Chou e C.N. Yang, Phys.Rev. **D22**, 610 (1980).
55. TASSO Collaboration, Z.Phys. **C45**, 193 (1989).
56. HRS Collaboration, Phys.Rev. **D34**, 3304 (1986).
57. AMY Collaboration, Phys.Rev. **D42**, 737 (1990).
58. DELPHI Collaboration, Z.Phys. **C50**, 185 (1991).
59. OPAL Collaboration, Z.Phys. **C72**, 191 (1996).
60. OPAL Collaboration, Z.Phys. **C75**, 193 (1997).
61. DELPHI Collaboration, Phys.Lett. **B416** 233 (1998).
62. S. Barshay e Y. Yamaguchi, Phys.Lett. **B51**, 376 (1974).
63. R. Ugoccioni e A. Giovannini, Preprint DFTT 64/97 (outubro/1997).

64. MARK I Collaboration, Phys. Rev. **D26**, 969 (1982).
65. LENA Collaboration, Z.Phys. **C9**, 1 (1981).
66. JADE Collaboration, Z.Phys. **C20**, 187 (1983).
67. MARK II Collaboration, Phys. Rev. Lett. **D64**, 1334 (1990).
68. OPAL Collaboration, Z. Phys. **C53**, 539 (1992).
69. ALEPH Collaboration, Phys.Lett. **B234**, 209 (1990).
70. DELPHI Collaboration, Phys.Lett. **B372** 172 (1996)
71. P. Valin, P.C. Beggio e M.J. Menon, "Hadronic and elementary multiplicity distributions in a geometrical approach", hep-ph/9803452 (submetido para publicação Phys. Lett. B).