

Este exemplar corresponde à redação final
da Tese de Doutorado defendida pelo aluno
Álvaro Favinha Martini e aprovada pela
Comissão Julgadora.

25106197



**CARACTERÍSTICAS FENOMENOLÓGICAS DO
ESPALHAMENTO ELÁSTICO DE HÁDRONS
A ALTAS ENERGIAS ATRAVÉS DO
FORMALISMO DE DIFRAÇÃO MÚLTIPLA**

Álvaro Favinha Martini ✓

Tese apresentada ao Instituto
de Física Gleb Wataghin como
parte dos requisitos para ob-
tenção do título de Doutor
em Física.

Área de concentração: Interações hadrônicas

Orientador:

Prof. Dr. Márcio José Menon (IFGW - UNICAMP)

Instituto de Física "Gleb Wataghin"
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DO SR.
ÁLVARO FAVINHA MARTINI, RA 926105, APRESENTADA E APROVADA AO
INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
CAMPINAS, EM 18 DE JUNHO DE 1999.

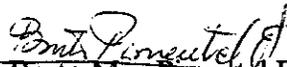
COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Márcio José Menon
(Orientador do Candidato) – IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Erasmo Madureira Ferreira
IF/UFRJ



Prof. Dr. Bruto Max Pimentel Escobar
IFT/UNESP



Prof. Dr. Carlos Ourívio Escobar
IFGW/UNICAMP



Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato
IFGW/UNICAMP

Dedico este trabalho
a meus pais.

Agradecimentos

- A Deus por minha vida;
- A meus pais e a meu irmão pelo amor e apoio incondicionais;
- Ao Márcio e Maria de Lourdes por todo o apoio, amizade e orientação durante esses anos;
- Ao prof. Bruto Max Pimentel Escobar que muito tem contribuído para meu desenvolvimento como pesquisador;
- À profa. Carola Dobrigkeit Chinellato que tem acompanhado meu trabalho e ajudado-me com críticas e sugestões desde o começo;
- Aos professores da banca por aceitarem participar desse momento importantíssimo para minha carreira e por suas críticas e comentários ao meu trabalho;
- Aos professores Roberto José Maria Covolan e Frédérique Marie Brigitte Sylvie Grassi que colaboraram com meu trabalho através de críticas e recomendações no meu exame de qualificação de doutorado;
- Aos professores da Unicamp que enriqueceram minha formação científica através de cursos, trabalhos em conjunto e sugestões, em particular àqueles do departamento de raios cósmicos e cronologia (DRCC);
- Aos funcionários do Instituto que cooperaram para criar um ambiente de trabalho estimulante, especialmente os do centro de computação, do DRCC, da biblioteca e secretaria de pós-graduação;
- À Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento deste trabalho durante quatro anos;
- Ao povo brasileiro que sustentou este trabalho com seus impostos;
- E por último mas não menos importante, aos meus amigos, dentro e fora do IFGW, que tanto me ajudaram nesse período de quatro anos. Citar o nome de todos seria muito difícil por isso represento-os através daqueles que mais marcaram essa fase da minha vida: Gláucio, Andréia, Débora, Bia, Paulo Beggio, Paulo Alex, Dario, Adilson, Manoel, Tadeu e Carlinhos.

Investiga-se o espalhamento elástico próton-próton e antipróton-próton na região de energia no centro de massa acima de 10 GeV através de um modelo de difração múltipla (eiconal). Aperfeiçoando um modelo geométrico no qual utiliza-se uma relação de proporcionalidade entre as partes real e imaginária da amplitude elementar, mostra-se ser possível descrever as grandezas seção de choque diferencial, seções de choque integradas total, elástica e inelástica, razão entre partes real e imaginária da amplitude hadrônica e a inclinação da seção de choque diferencial. Uma nova hipótese é feita sobre a relação entre as partes real e imaginária da amplitude elementar, que agora depende do momento transferido além da energia da colisão. Além disso, faz-se um estudo da possível ligação entre resultados fenomenológicos e Cromodinâmica Quântica não-perturbativa através do Modelo do Vácuo Estocástico.

The proton-proton and antiproton-proton elastic scattering in the center of mass energy region above 10 GeV is investigated through a multiple diffraction model. Improving a geometrical model in which use has been done of a proportional relation between the real and imaginary parts of an elementary amplitude, it is shown to be possible to describe the experimental data on differential and integrated cross sections (total, elastic and inelastic), ρ -parameter (the ratio of the forward real and imaginary parts of the hadronic amplitude) and the slope of the differential cross sections. A new hypothesis is done about the relation between the real and imaginary parts of the elementary amplitude that now depends on the transfer momentum and the energy of the collision. Also a study of a possible connection between phenomenological results and non-perturbative quantum chromodynamics is done through the stochastic vacuum model.

Conteúdo

1	Introdução	9
2	Informações experimentais	12
2.1	Processos e grandezas físicas	12
2.2	Amplitude de espalhamento e interações	14
2.3	Métodos de medida e grandezas físicas	15
2.4	Dados experimentais analisados	17
3	Formalismo da Difração Múltipla	21
3.1	Representação de parâmetro de impacto	21
3.2	Abordagem eiconal	22
3.2.1	Abordagem eiconal através da equação integral de espalhamento	23
3.2.2	Abordagem eiconal através do método de ondas parciais	27
3.2.3	Cálculo relativístico da representação eiconal	30
3.3	Difração múltipla	31
3.3.1	Espalhamento por um sistema de partículas ligadas	31
3.3.2	Espalhamento entre dois sistemas compostos	34
3.3.2.1	Expressão geral para o espalhamento segundo o FDM	34
3.3.2.2	Função eiconal óptica e termo de primeira ordem	36
3.4	Modelos prévios de difração múltipla	40
3.4.1	Parte real da amplitude hadrônica através da Fórmula de Martin	41
3.4.2	Proporcionalidade entre as partes real e imaginária da amplitude elementar	46
3.4.2.1	Introdução	46
3.4.2.2	Hipóteses e resultados para pp no ISR	46
4	Espalhamento elástico próton-próton	54
4.1	Parte imaginária da amplitude elementar	54
4.1.1	Indicações da fenomenologia	55
4.1.2	CQ não-perturbativa e modelo do vácuo estocástico	56
4.1.3	Conclusões	67
4.2	Parte real da amplitude elementar	68

4.2.1	Proporcionalidade entre as partes real e imaginária de $f(q, s)$: reanálise e extensões	68
4.2.2	Potencial óptico	78
4.2.3	Fórmula de Martin e amplitude elementar	80
4.2.4	Relações de dispersão derivativas	83
4.2.4.1	Zero da parte imaginária de $f(q, s)$ independente da energia	83
4.2.4.2	Zero da parte imaginária de $f(q, s)$ dependente da energia	91
4.2.5	Conclusões parciais	97

5 Espalhamento elástico antipróton-próton **99**

5.1 Introdução 99

5.2 Proporcionalidade entre partes real e imaginária da amplitude elementar 100

5.3 Solução fenomenológica baseada no caso próton-próton 103

6 Conclusões e perspectivas **107**

A Cinemática relativística **109**

B Expansão de C e α^{-2} em termos de polinômios **112**

C A opacidade e o potencial centrais **113**

D Tabela de siglas **115**

Bibliografia **116**

Lista de Tabelas

2.1	Dados experimentais para espalhamento pp . As referências aparecem entre colchetes.	18
2.2	Dados experimentais para espalhamento pp . As referências aparecem entre colchetes.	18
2.3	Informações sobre os dados experimentais de $d\sigma/dt$ para espalhamento pp	19
2.4	Dados experimentais para espalhamento $\bar{p}p$. As referências aparecem entre colchetes.	19
2.5	Dados experimentais para espalhamento $\bar{p}p$. As referências aparecem entre colchetes.	20
2.6	Informações sobre os dados experimentais de $d\sigma/dt$ para espalhamento $\bar{p}p$	20
3.1	Parâmetros para fator de forma dependente da energia [71].	42
3.2	Parâmetros para espalhamento elástico pp com amplitude dependente da energia [72].	43
4.1	Valores dos parâmetros utilizados na eq. (4.21). Parâmetros b_1, b_2, b_{11} e b_{12} estão em fm enquanto b_3 e b_{13} estão em fm^2 [90].	63
4.2	Valores dos parâmetros que ajustam (4.27).	65
4.3	Valores dos parâmetros livres a partir dos ajustes de seção de choque diferencial e ρ para próton-próton em cada energia[79].	69
4.4	Valores dos parâmetros livres obtidos na abordagem de fator de forma dependente da energia [23] para efeito de comparação	69
4.5	Valores de a^2 na descrição de seção de choque diferencial. Veja detalhes no texto.	93
4.6	Parâmetros para a eq. (4.67).	93
5.1	Valores dos parâmetros livres dos ajustes de $d\sigma/dt$ para antipróton-próton em cada energia[79].	101
5.2	Parâmetros para eqs. (5.1) e (5.2)	101
5.3	Valores para $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ obtidos ajustando $d\sigma/dt$ com a função opacidade, eq. (5.4).	104

Lista de Figuras

3.1	Espalhamento a pequeno ângulo [23].	26
3.2	Esquema de colisão com N partículas-alvo ligadas [23].	32
3.3	Esquema de colisão entre dois sistemas compostos [23].	35
3.4	Seção de choque diferencial prevista pp (em cima) e $\bar{p}p$ (embaixo) com dados experimentais. Os valores numéricos à direita indicam as energias no sistema de centro de massa em unidades de GeV e as curvas e dados foram multiplicados por potências de 10 [21, 71].	43
3.5	Previsões em energias do Tevatron para $\bar{p}p$ com dados experimentais em 1.8 TeV [21].	44
3.6	Resultados obtidos para a seção de choque total (esquerda) e elástica integrada (direita)[73].	44
3.7	Descrição de seção de choque diferencial com $a^2(s)$ (pp)[72].	45
3.8	Resultados para a seção de choque diferencial elástica pp em $\sqrt{s} = 52,8$ GeV. A parte real foi obtida utilizando-se (a) fórmula de Martin (3.66) e (b) eq. (3.73). As contribuições imaginária (tracejado) e real (pontilhado) foram multiplicadas pelo fator 10^{-2} [79].	48
3.9	Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética na amplitude elementar. No detalhe mostramos a região a pequeno momento transferido. Os conjuntos para cada energia foram multiplicados pelos fatores indicados na figura [23].	49
3.10	Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética no fator de forma. Veja explicações na legenda da figura 3.9 [23].	49
3.11	Descrição de σ_t , σ_{el} e σ_{inel} para as duas abordagens, $f(q, s)$ (linha cheia) e $G(q, s)$ (tracejado) [23].	50
3.12	Razão entre as partes real e imaginária da amplitude hadrônica e as previsões para ρ com amplitude elementar dependente da energia, $f(q, s)$, (tracejado) e fator de forma dependente da energia, $G(q, s)$, (linha cheia) [23].	50
3.13	Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética na amplitude elementar. No detalhe mostramos a região a pequeno momento transferido. Os conjuntos para cada energia foram multiplicados pelos fatores indicados na figura [23].	51
3.14	Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética no fator de forma. Veja explicações na legenda da figura 3.9 [23].	52

3.15	Descrição de σ_t , σ_{el} e σ_{inel} para as duas abordagens, $f(q, s)$ (linha cheia) e $G(q, s)$ (tracejado) [23].	52
3.16	Razão entre as partes real e imaginária da amplitude hadrônica e as previsões para ρ com amplitude elementar dependente da energia, $f(q, s)$, (tracejado) e fator de forma dependente da energia, $G(q, s)$, (linha cheia) [23].	53
4.1	Varição dos zeros da função opacidade com a energia para o espalhamento pp . O conjunto obtido sem os dados de $\sqrt{s} = 27,5$ GeV encontra-se à esquerda e o conjunto com esses dados à direita [61].	56
4.2	Função de correlação com $ z = r$ dada por (a) parametrização (4.2) (pontilhado), (b) parametrização (4.5) (tracejado) e (c) eq. (4.7) (traço-ponto)[90].	59
4.3	Transformada de Fourier 4-dimensional de $\mathcal{D}(z)$, eq. (4.19), e o efeito do limite inferior z_m entre 10^{-1} e 10^{-7} fm (indicados na figura) para (a) $\mathcal{D} = D$ e (b) $\mathcal{D} = D_1$ [90].	62
4.4	Parte finita das funções de correlação no espaço de momentos euclideo para $z_m = 10^{-3}$ fm calculada numericamente (pontos) e ajustada por (4.21) (curva sólida)[90].	63
4.5	Contribuições para a fase eiconal de ϵ_I , eq. (4.24), ϵ_{II} , eq. (4.23), e ϵ_{KD} , eq. (4.17)[90].	64
4.6	Funções de perfil elementar $\gamma(b)$ obtidas:(a) das parametrizações com divergência, eqs. (4.2) e (4.3), (pontilhado) e sem divergência, eqs. (4.26) e (4.29), (tracejado); (b) de eqs. (4.26), (4.29) (tracejado) e (4.7) (traço-ponto)[90].	66
4.7	Amplitudes de espalhamento elementares normalizadas, eqs. (4.31), com parametrização (4.7) (traço-ponto), com divergência (eqs. (4.2) e (4.3)) (pontilhado) e sem divergência, eqs. (4.26) e (4.29) (tracejado)[90].	67
4.8	Valores de C (gráfico (a)) e α^{-2} (gráfico (b)) da tabela 4.3 (círculos) e parametrizações (4.32) e (4.33) (linha sólida).	70
4.9	Valores de $\lambda(s)$ da tabela 4.3 (quadrados) e parametrizações de (4.34) nos casos (4.35) (linha cheia) e (4.36) (tracejado)[79].	71
4.10	Descrições da seção de choque diferencial nos casos 1, eq. (4.35), e 2, eq. (4.36), (não há distinção). No gráfico (a) aparecem todos os dados, no gráfico (b) um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b)[79].	72
4.11	Descrições do parâmetro ρ (a) e seção de choque total (b) nos casos 1, eq. (4.35) (linha cheia), e 2, eq. (4.36) (tracejado)[79].	72
4.12	Descrição de σ_{el} e σ_{inel} para os casos 1 (4.35) (linha cheia), e 2 (4.36) (tracejado).	73
4.13	Descrição de B para os casos 1 (4.35) (linha cheia), e 2 (4.36) (tracejado), indistinguíveis. Os dados são da tabela 2.2.	73

4.14	Previsões para parâmetro ρ nos casos 1 (linha cheia) e 2 (tracejado) com resultados experimentais [79].	74
4.15	Previsões para seção de choque total pp e informações experimentais: dados de acelerador da tabela 2.1 (cruz), de Akeno [92] (círculos), de Nikolaev [93] (triângulos), limite GSY (veja explicação no texto) em 30 TeV [94] (\uparrow) e resultado de GSY em 40 TeV [94] (quadrado)[79].	74
4.16	Previsões para seção de choque diferencial pp em 10 (linha cheia), 15 (tracejado) e 20 TeV (pontilhado)[79].	75
4.17	Raio calculado com eq. (4.38), $\beta^2 = 1.80 \text{ GeV}^2$ e parametrização (4.33) para α^{-2} [79].	77
4.18	Função de recobrimento inelástica, eq. (3.74), na região de aceleradores de pp (a) para diversos valores do parâmetro de impacto b e (b) a extrapolação para energias de raios cósmicos em dois pontos $b = 0$ e $b = 1$ fm [79].	77
4.19	Previsões para a quantidade adimensional $C\alpha^2$ e valores da tabela 4.3 [79].	78
4.20	Previsão para o potencial óptico efetivo pp como função da energia e distância com $\text{Re}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r, s)\}$ (tracejado) e $\text{Im}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r, s)\}$ (linha cheia) para energias de aceleradores (a) e extrapolações (b)[100].	80
4.21	Comparação de $ \text{Re}\{F(t, s)\} ^2$ determinado das parametrizações (3.70) (linha cheia) e (4.44) (tracejada). Os dados de $d\sigma/dt$ para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV também são mostrados.	82
4.22	Parametrizações de $\lambda(s)$, eq. (4.34), para casos 1, eq. (4.35), (linha cheia) e 2, eq. (4.36), (tracejado) e de $\lambda_{\text{RDD}}(s)$, eq. (4.53), (traço-ponto) [107].	84
4.23	Descrição de $d\sigma/dt$ para $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). Veja texto para detalhes [106].	85
4.24	Seção de choque total pp com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). À esquerda, mostramos a região de aceleradores e, à direita, a extrapolação para região de raios cósmicos. Veja texto para detalhes [106].	85
4.25	Previsões para $\rho(s)$ com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). Veja texto para detalhes [106].	86
4.26	Parametrizações de $\lambda(s)$, eq. (4.34), caso 1 (pontilhado), $\lambda(s)_{\text{RDD}}$, eq. (4.52), (tracejado) e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$, eq. (4.56), (linha cheia)[109].	88
4.27	Descrição de ρ com $\lambda(s)$, eq. (4.34), caso 1 (pontilhado), $\lambda(s)_{\text{RDD}}$, eq. (4.52), (tracejado) e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$, eq. (4.56), (linha cheia)[107, 109].	88
4.28	Descrição de $d\sigma/dt$ com $\lambda(\nu = 1, 25, s)$ dada por eq. (4.56). No gráfico (a) aparecem todos os dados e no gráfico (b) um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b)[107].	89
4.29	Dados de $d\sigma/dt$ para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV juntos com $ \text{Re}\{F(t, s)\} ^2$ obtidos de $\lambda(s)$, $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$. Veja legenda da fig. 4.26[109].	90
4.30	Comportamento assintótico de $\lambda(\nu, s)$ em função de ν [109].	90

4.31	Valores de $a^2(s)$ da tabela 4.5 e parametrização (4.67) (esquerda). Parametrização de $\lambda_2(s)$ dada por eq. (4.62) (direita).	94
4.32	Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 1, 25$, $a^2(s)$, eq. (4.67), e $\lambda_2(s)$, eq. (4.62). No gráfico (a) todos os dados aparecem, no gráfico (b) mostramos um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b).	94
4.33	Seção de choque total pp (esquerda) e integradas elástica e inelástica (direita) obtidas com $a^2(s)$, eq. (4.67).	95
4.34	Descrição de ρ , gráfico (a), e da inclinação B , gráfico (b), com $a^2(s)$, eq. (4.67).	95
4.35	Descrição da razão entre seções de choque elástica e total, σ_{el}/σ_t , (esquerda) e inclinação B na energia de 13,8 GeV com dados de [40] (direita). A barra horizontal de B corresponde ao intervalo de $ t $ do respectivo dado.	96
4.36	Previsão para seção de choque total e ρ (pp) para raios cósmicos obtida com $a^2(s)$, eq. (4.67).	96
4.37	Previsões para $d\sigma/dt$ em 10 (linha cheia), 15 (tracejado) e 20 TeV (pontilhado) com $a^2(s)$ e $\lambda(s)$	97
5.1	Comparação de dados de $d\sigma/dt$ para (a) pp em 52,8 GeV [32] e 53 GeV [54, 56], (b) pp em 53 GeV e $\bar{p}p$ em 53 GeV [54, 56].	100
5.2	Valores e parametrizações para C (gráfico (a)) e α^{-2} (gráfico (b)) no espalhamento $\bar{p}p$	101
5.3	Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 0, 84$ e equações (5.1), (5.2) e (4.57). No gráfico (a) todos os dados aparecem, no gráfico (b) mostramos um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b).	102
5.4	Seção de choque total $\bar{p}p$ (esquerda) e ρ (direita) com equações (5.1), (5.2) e (4.57).	103
5.5	Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 0, 84$, $\beta^2 = 1, 8 \text{ GeV}^2$, $a^2 = 8, 2 \text{ GeV}^2$ e $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ da tabela 5.3 e equações (5.1), (5.2) e (4.57).	104
5.6	Seções de choque total (esquerda) e integradas elástica e inelástica (direita). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado. Veja detalhes no texto. . .	105
5.7	Descrição de ρ , gráfico (a), e inclinação B , gráfico (b). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado. Veja detalhes no texto.	105
5.8	Descrição da razão entre seções de choque elástica e total, σ_{el}/σ_t , (esquerda) e inclinação B na energia de 53 GeV (direita). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado (figura à esquerda). A barra horizontal de B corresponde ao intervalo de $ t $ do respectivo dado (figura à direita). . .	106

5.9	Previsões para σ_t próton-próton com $a^2 = a^2(s)$ (tracejado) e antipróton-próton com a^2 constante (linha cheia) junto com informações experimentais: dados de acelerador das tabelas 2.1 (cruz) e 2.4 (diamante), de Akeno [92] (círculos), de Nikolaev [93] (triângulos), limite GSY (veja explicação na seção 4.2.1) em 30 TeV [94] (\uparrow) e resultado de GSY em 40 TeV [94] (quadrado).	106
A.1	Diagrama da colisão e convenção utilizada [112].	109

Capítulo 1

Introdução

O estudo das interações hadrônicas abrange um vasto campo no qual ainda há muito a ser investigado e melhor compreendido. Dentro dessa área o espalhamento elástico de hádrons pode parecer, à primeira vista, um processo muito simples mas na realidade tem aspectos intrigantes e ligados de forma não trivial aos princípios da interação hadrônica.

A descrição das grandezas características do espalhamento elástico a altas energias e pequeno momento transferido é um grande desafio para a Física de Partículas e Campos pois a teoria de campos de calibre das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (CQ), encontra atualmente dificuldades para explicar o processo de espalhamento hadrônico. Basicamente são dois os fatores que dificultam essa descrição :

- a CQ perturbativa tem obtido resultados satisfatórios para reações inclusivas com grande momento transferido. No entanto, ela não pode explicar os dados de seção de choque diferencial ($d\sigma/dt$) do espalhamento elástico (reação exclusiva), em particular a pequeno momento transferido, região onde ocorre o fenômeno de confinamento de quarks, porque a constante de acoplamento da interação forte não é suficientemente pequena nessa região para que a série perturbativa convirja. Além disso, é necessário o conhecimento das funções de onda (contendo aspectos não-perturbativos como confinamento) na colisão elástica, o que dificulta a aplicação da teoria [1];
- a CQ não perturbativa envolve cálculos extensos que exigem computadores de grande porte e muito tempo de processamento. Os resultados obtidos até o momento dizem respeito a sistemas ligados e propriedades estáticas, não havendo ainda cálculos na rede para espalhamento de sistemas hadrônicos compostos como prótons, káons e suas antipartículas. Além disso, cálculos numéricos na rede para amplitudes de espalhamento em altas energias também apresentam dificuldades resultantes da necessidade de fazer uma continuação entre o espaço de Minkowski e o espaço-tempo euclidiano [2].

Ao mesmo tempo o interesse nas colisões hadrônicas está crescendo devido à perspectiva de novos resultados experimentais em energias da ordem de 500 GeV[3] (1

GeV = 10^9 eV) no Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e 14 TeV (1 TeV = 10^{12} eV) a ser atingido no novo acelerador de prótons, o Large Hadron Collider (LHC), do European Laboratory for Particle Physics (CERN), programados para iniciar experimentos em 2003 e 2005, respectivamente. Os resultados do LHC permitirão maior conhecimento sobre interações hadrônicas, limites assintóticos gerais e comparação de diferentes modelos que prevêem comportamentos diversos nessa região [4].

Devido às limitações atuais da CQ, o estudo do espalhamento hadrônico leva a abordagens fenomenológicas que além de buscar descrever os dados experimentais, podem servir para estabelecer esquemas apropriados de cálculo para a CQ não-perturbativa. Dentro da abordagem fenomenológica existem formalismos diferentes para estudar o espalhamento; esses podem ser classificados em formalismo óptico ou de canal-s, formalismo de troca (Reggeon, Pomeron e Odderon) ou do canal-t e formalismo de constituinte [5]. Há também modelos envolvendo aspectos de mais de um desses formalismos e CQ ou teorias de campos pois a área de espalhamento elástico e difrativo é bastante ampla [6]. Artigos de revisão cobrindo diversos aspectos do problema e as várias descrições dos dados experimentais podem ser encontrados nas referências [5, 7, 8, 9, 10, 11, 12] e também [13, 14] enquanto que os resultados mais recentes e a evolução das idéias envolvidas podem ser encontradas em [6].

Este trabalho é de caráter fenomenológico usando o formalismo óptico (canal-s), visando uma análise geométrica da colisão e dos hádrons (pp , $\bar{p}p$), compostos por constituintes genéricos.

Dentro do formalismo óptico, o modelo de Glauber para espalhamento nuclear [15] utiliza a aproximação eiconal, válida para limite de altas energias e pequeno ângulo de espalhamento, e denomina-se Formalismo da Difração Múltipla (FDM). O FDM foi ampliado para o espalhamento entre sistemas compostos por Czyż e Maximon [16] e posteriormente por Franco e Varma [17] que utilizaram uma função de deslocamento de fase óptica, denominada função eiconal neste trabalho.

O FDM foi aplicado nos espalhamentos núcleon-núcleo e núcleo-núcleo, utilizando os desenvolvimentos citados acima; já no espalhamento hádron-hádron a aproximação eiconal foi aplicada originalmente com um modelo geométrico por Chou e Yang [18] que mostraram haver uma relação entre sua abordagem e a de Glauber. Pode-se considerar que a formulação de Chou-Yang é equivalente à de interação de contato do FDM [19]. Mais tarde surgiram trabalhos aplicando o FDM ao espalhamento hádron-hádron [20, 21, 22] utilizando modelos puramente geométricos ou híbridos, baseados em CQ.

O FDM com a abordagem eiconal de Franco e Varma [17] é a base do modelo utilizado neste trabalho. Ele facilita a descrição do padrão difrativo da seção de choque diferencial e respeita a condição de unitariedade.

Dentro dessa abordagem, um modelo originalmente utilizado por Menon e Pimentel [21] assumia uma amplitude de espalhamento elementar imaginária (na notação utilizada neste trabalho e na referência [23]) e obtinha uma amplitude de espalhamento hadrônica imaginária que apresentava um zero na região do mínimo difrativo da seção de choque diferencial. Para preencher esse mínimo era necessário utilizar a fórmula

de Martin [24] e obter a parte real da amplitude hadrônica em termos de sua parte imaginária. Contudo, a fórmula de Martin gerou discussões sobre os limites de sua aplicabilidade na região de pequeno momento transferido e altas energias [23, 25, 26]; além disso o parâmetro ρ (razão entre partes real e imaginária da amplitude de espalhamento hadrônica na direção frontal) era dado de entrada da fórmula e não podia ser calculado pelo modelo. Para evitar esses problemas e aumentar o número de grandezas físicas descritas pelo modelo, fizemos uma hipótese de proporcionalidade entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elementar, obtendo as partes real e imaginária da amplitude hadrônica sem o uso da fórmula de Martin [27, 23]. Os principais resultados obtidos foram: a nova hipótese de proporcionalidade permite descrever $d\sigma/dt$ e seções de choque total (σ_t), elástica (σ_{el}) e inelástica (σ_{inel}) com a mesma qualidade dos resultados de fórmula de Martin; a descrição conjunta dessas grandezas e ρ não é totalmente satisfatória porque a região do mínimo difrativo de $d\sigma/dt$ é excessivamente preenchida em algumas energias [28]; uma análise dos diversos modelos geométricos da literatura mostra que essa descrição conjunta de $d\sigma/dt$, σ_t e ρ não é facilmente obtida e ainda não foi realizada através de modelos de difração múltipla ou geométricos.

Neste trabalho estendemos esse modelo para dados de energia de 13,8 e 19,4 GeV no sistema de centro de momento e calculamos o potencial óptico associado à função eiconal do nosso modelo. Também fazemos uma nova hipótese sobre a parte real da amplitude elementar que preserva os bons resultados obtidos em [28, 23] e melhora significativamente a descrição do mínimo difrativo em $d\sigma/dt$. Assumimos a hipótese de que a parte real da amplitude elementar tem duas componentes, uma proporcional à parte imaginária da amplitude elementar, $\text{Im}\{f(q, s)\}$, como em [28, 23] e a outra proporcional à derivada de $\text{Im}\{f(q, s)\}$. Esta nova hipótese é consequência do uso de relações de dispersão derivativas na amplitude elementar, no caso de espalhamento pp , e com ela obtemos uma descrição bastante satisfatória das grandezas físicas estudadas. Neste trabalho também fazemos uma extensão do modelo aprimorado para o espalhamento antipróton-próton com resultados satisfatórios e procuramos encontrar conexões entre este modelo fenomenológico e outras abordagens como CQ não-perturbativa e modelo do vácuo estocástico [2].

O texto desta tese está dividido da seguinte forma: O capítulo 2 trata dos dados experimentais e grandezas físicas utilizados. No capítulo 3 é feita uma revisão do formalismo teórico do modelo. O capítulo 4 trata das modificações do modelo e da descrição do espalhamento elástico próton-próton. No capítulo 5 utilizamos o modelo para descrever o espalhamento elástico antipróton-próton. O último capítulo, 6, trata das conclusões sobre a aplicação do modelo e perspectivas para o futuro uso dele e das informações fenomenológicas obtidas a partir dele. No apêndice tratamos de alguns conceitos relevantes para o espalhamento hadrônico e em particular para o nosso modelo.

Capítulo 2

Informações experimentais

Para este trabalho utilizamos a convenção usual em física de altas energias, $\hbar = 1$ e $c = 1$. Na região de energia dos dados experimentais que utilizamos, a unidade conveniente é o GeV ($1\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$) e para o momento p a unidade será GeV, assim como para o vetor de onda $k = p/\hbar$. Trabalharemos principalmente no sistema de centro de momento (CM), também conhecido como centro de massa, e as grandezas neste sistema não terão índice, se precisarmos expressar alguma grandeza no sistema de laboratório (SL) faremos uso do índice L .

2.1 Processos e grandezas físicas

As grandezas físicas importantes no espalhamento elástico de hádrons a altas energias são a seção de choque total (σ_t), seções de choque integradas elástica (σ_{el}) e inelástica (σ_{inel}), a seção de choque diferencial ($d\sigma/dt$), sua inclinação (B) e a razão entre as partes real e imaginária da amplitude hadrônica frontal (ρ).

Em uma colisão a altas energias, os seguintes processos podem ocorrer:

- espalhamento elástico, onde não há mudança nos estados quânticos internos das partículas que colidem;
- espalhamento inelástico, com excitação onde ocorre mudança nos estados quânticos internos das partículas;
- espalhamento inelástico, com produção de partículas.

Destes possíveis processos estudamos o espalhamento elástico hádron-hádron mas também podemos estudar a seção de choque integrada inelástica, σ_{inel} , tendo a seção de choque total e a elástica, σ_t e σ_{el} , respectivamente. Usando as variáveis de Mandelstam, s , t e u (vide apêndice A) podemos relacionar a amplitude de espalhamento elástico $\mathcal{F}(t, s)$ com $d\sigma/dt$ por [29, 23]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} |\mathcal{F}(t, s)|^2. \quad (2.1)$$

A teoria deve fornecer $\mathcal{F}(t, s)$, que então é usada para descrever a seção de choque diferencial, resultante da experiência. Inversamente, a descrição empírica de $d\sigma/dt$ permite obter informações sobre a amplitude de espalhamento de forma independente de modelo.

O teorema óptico relaciona a amplitude $\mathcal{F}(t = 0, s)$ com a seção de choque total [29, 23]

$$\sigma_t(s) = \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{\mathcal{F}(t = 0, s)\}. \quad (2.2)$$

A seção de choque integrada elástica pode ser obtida através de

$$\sigma_{el} = \int \frac{d\sigma}{dt} dt, \quad (2.3)$$

enquanto ρ é definido como

$$\rho(s) \equiv \frac{\text{Re}\{\mathcal{F}(t = 0, s)\}}{\text{Im}\{\mathcal{F}(t = 0, s)\}} \quad (2.4)$$

e a inclinação da seção de choque diferencial é

$$B \equiv \frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma}{dt}. \quad (2.5)$$

Por isso o conhecimento da amplitude de espalhamento elástico permite determinar todas as grandezas físicas relevantes para o processo em questão.

É conveniente trabalhar com a amplitude de espalhamento invariante sob transformação de Lorentz, que no nosso trabalho é a amplitude de espalhamento normalizada [10] definida como

$$F \equiv \frac{\mathcal{F}}{k}. \quad (2.6)$$

Com isso as grandezas físicas podem ser expressas na forma

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |F(t, s)|^2, \quad (2.7)$$

$$B = \frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma}{dt}, \quad (2.8)$$

$$\rho = \frac{\text{Re}\{F(t = 0, s)\}}{\text{Im}\{F(t = 0, s)\}}, \quad (2.9)$$

$$\sigma_t = 4\pi \text{Im}\{F(t = 0, s)\}, \quad (2.10)$$

$$\sigma_{el} = \int \frac{d\sigma}{dt} dt \quad (2.11)$$

e

$$\sigma_{inel} = \sigma_t - \sigma_{el}. \quad (2.12)$$

2.2 Amplitude de espalhamento e interações

Até agora falamos da relação entre as grandezas físicas e a amplitude de espalhamento mas não citamos a relação entre a amplitude e as diferentes interações ocorrendo no processo. Para cada interação há uma amplitude de espalhamento e no espalhamento elástico hadrônico as interações dominantes são a forte e a eletromagnética, esta última no caso de momento transferido muito pequeno. De acordo com [10], a amplitude para o processo eletromagnético é

$$F_c = \frac{2\alpha G^2(t)\sqrt{\pi}}{|t|}, \quad (2.13)$$

onde $G(t)$ é o fator de forma eletromagnético do próton, α é a constante de estrutura fina e t o quadrado do quadrimomento transferido.

Para a interação forte, uma relação empírica a partir da análise dos dados experimentais leva a [10, 23]

$$F_h = \frac{(\rho + i)\sigma_t e^{\frac{Bt}{2}}}{4\sqrt{\pi}}, \quad (2.14)$$

onde é assumido como hipótese que a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento independe de t , isto é, toda a dependência da amplitude no momento transferido é obtida a partir de $\text{Im}\{F_h\}$.

Quando as duas interações ocorrem no mesmo processo, é preciso somar as amplitudes obtendo com isso um termo de interferência na seção de choque diferencial. Nas equações (2.13) e (2.14) não foi discutida a presença possível de um fator de fase genérico pois ele seria irrelevante no caso de apenas uma interação presente no processo e ao calcular o módulo ao quadrado da amplitude ou a razão entre partes real e imaginária ele desapareceria. Mas ao somar as duas amplitudes no processo em que as interações forte e eletromagnética se sobrepõem (pequeno momento transferido), esse fator de fase não pode ser negligenciado. Ele aparecerá no termo que envolve as duas interações mesmo depois de calcularmos o módulo quadrado da amplitude de espalhamento.

Para simplificar os cálculos, introduz-se um fator de fase $\alpha\varphi(t)$ na amplitude coulombiana, que já leva em conta a existência do fator de fase nas duas interações, isto é, $\alpha\varphi(t)$ = fator de fase eletromagnético+fator de fase forte. Assim [10]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |F_c e^{i\alpha\varphi(t)} + F_h|^2 = \pi |G^2(t) \frac{2\alpha}{|t|} e^{i\alpha\varphi(t)} + (\rho + i) \frac{\sigma_t}{4\pi} e^{\frac{Bt}{2}}|^2. \quad (2.15)$$

Há várias formas de determinar $\varphi(t)$. Através de diagramas de Feynman e Eletrodinâmica Quântica obtém-se [30]

$$\alpha\varphi(t) = \ln \frac{0,08 GeV^2/c^2}{|t|} - 0,577$$

e através de aproximação eiconal [31]

$$\varphi(t) = - \left[\gamma + \ln \left[\frac{B|t|}{2} \right] + \ln \left[1 + \frac{8}{B\Lambda^2} \right] + \left[\frac{4|t|}{\Lambda^2} \right] \ln \left[\frac{4|t|}{\Lambda^2} \right] + \frac{2|t|}{\Lambda^2} \right],$$

onde $\gamma = 0,577$ [constante de Euler], $\Lambda^2 = 0,71(\text{GeV}/c)^2$ e B é a inclinação, eq. (2.5).

Da equação (2.15) o termo de interferência é mais significativo para [10]

$$|t_{int}| \approx \frac{8\pi\alpha}{\sigma_t} = \frac{0,071}{\sigma_t(\text{mb})}.$$

Podemos assim dividir o intervalo de pequeno $|t|$ em 3 regiões:

1. domínio do espalhamento coulombiano

$$|t| \ll |t_{int}| \rightarrow \frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{1}{t^2};$$

2. domínio do espalhamento nuclear

$$|t| \gg |t_{int}| \rightarrow \frac{d\sigma}{dt} \sim e^{Bt};$$

3. região de interferência coulomb-nuclear

$$|t| \approx |t_{int}|.$$

Da expressão de $|t_{int}|$, seu valor depende de σ_t e como a altas energias σ_t cresce com a energia (seção seguinte), $|t_{int}|$ diminui com a energia. Por exemplo, em $\sqrt{s} \simeq 23 \text{ GeV}$, $|t_{int}| = 0,0017(\text{GeV}/c)^2$ e em $\sqrt{s} \simeq 2 \text{ TeV}$, $|t_{int}| = 0,00073(\text{GeV}/c)^2$. Assim, à medida que a energia cresce, torna-se mais difícil o acesso à região de Coulomb.

2.3 Métodos de medida e grandezas físicas

As grandezas físicas nas eqs. (2.7) a (2.12) não são medidas diretamente nas experiências. De fato a razão de contagem $\Delta N(t)$, o número de contagens por segundo por Δt (um pequeno intervalo ao redor de t), corrigida para problemas de ruído ou ineficiência dos detetores, é o observável físico a partir do qual se calculam as grandezas acima citadas. Por exemplo, para obter a seção de choque diferencial utiliza-se a relação

$$\Delta N(t) = L \frac{d\sigma}{dt}, \quad (2.16)$$

onde L tem unidades de $[\text{área} \times \text{tempo}]^{-1}$ e para feixes colidentes L é a luminosidade. Uma forma de determinar L é utilizar os valores experimentais de $\Delta N(t)$ na região $|t| < 0,001\text{GeV}^2$, onde a interação coulombiana predomina, e com $d\sigma/dt$ conhecida através de (2.1), (2.6) e (2.13), determinar o valor de L . Uma vez conhecido o valor de L , ele pode ser utilizado para obter a seção de choque diferencial hadrônica na região $|t| > 0,01\text{GeV}^2$ onde a interação forte predomina [32], ou para obter a seção de choque total hadrônica. Para isso faz-se um gráfico de $\ln \Delta N(t) \times t$ para $|t| > 0,01\text{GeV}^2$ e

extrapola-se uma linha reta para obter $\Delta N(0)$, que é a razão de contagem hadrônica. Então utiliza-se (2.7) e (2.14), junto com (2.16) calculada em $t = 0$ para obter

$$\sigma_t(1 + \rho^2)^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{\pi} \left[\frac{\Delta N(0)}{L} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.17)$$

É possível eliminar a luminosidade desta equação utilizando a razão de contagem total, N_t devida a qualquer interação. Com ela tem-se

$$N_t = L\sigma_t,$$

que, utilizada em (2.17), leva a

$$\sigma_t(1 + \rho^2) = \frac{16\pi\Delta N(0)}{N_t}. \quad (2.18)$$

Como foi ressaltado, L é obtido na região onde a interação coulombiana predomina e esta região é cada vez menos acessível conforme a energia da colisão cresce. Por isso pode haver dificuldade em obter L para as mais altas energias e nesse caso (2.18) é uma alternativa para determinar a expressão $\sigma_t(1 + \rho^2)$. No entanto, determinar N_t também acarreta uma certa imprecisão pois a região de interferência coulomb-nuclear pode interferir no cálculo preciso de N_t para interação hadrônica.

Além disso, observe que a grandeza obtida através de (2.17) e (2.18) envolve σ_t e ρ , portanto há uma certa dificuldade em extrair o valor correto dessas duas grandezas a partir de $\sigma_t(1 + \rho^2)$. Como se acredita que ρ seja pequeno ($\sim 0, 1$), é comum desprezar-se ρ^2 na expressão citada e obter um valor inicial de σ_t . Após isso, um novo ajuste dos dados experimentais com esse valor de σ_t pode fornecer um valor de ρ que é utilizado para refinar o valor de σ_t novamente, num processo de realimentação de informações. Em geral esse procedimento obtém resultados bastante acurados embora já houve caso de um valor de ρ para $\sqrt{s} = 546$ GeV que causou controvérsia e foi posteriormente descartado [33, 34]. Além disso, como veremos na próxima seção, existem resultados de σ_t incompatíveis em $\sqrt{s} = 1,8$ TeV.

Para extrair B é necessário fazer o gráfico $\ln \Delta N(t) \times t$ para $|t| > 0,01 \text{ GeV}^2$ e calcular a inclinação da linha reta assim obtida.

A seção de choque integrada elástica σ_{el} pode ser obtida utilizando a equação (2.11) integrada de $-\infty$ a 0 em t , com $d\sigma/dt$ obtida de (2.14). Essa é uma aproximação pois os dados de $d\sigma/dt$ não se comportam como é determinado por (2.14) em todo o intervalo de integração. O cálculo de σ_{el} com essa aproximação leva a

$$\sigma_{el} = \frac{1}{B} \frac{d\sigma_h}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{\sigma_t^2(1 + \rho^2)}{16\pi B}. \quad (2.19)$$

E a partir de σ_t e σ_{el} podemos calcular a seção de choque integrada inelástica usando a eq. (2.12).

2.4 Dados experimentais analisados

Como estamos interessados na interação forte, utilizaremos os dados para $d\sigma/dt$ na região onde a interação eletromagnética é negligenciável, $|t| > 0,01 \text{ GeV}^2$ [32], e o ponto óptico,

$$\frac{d\sigma}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{\sigma_t^2}{16\pi}(\rho^2 + 1) \quad (2.20)$$

obtido a partir de (2.14) e (2.7).

Os dados experimentais utilizados neste trabalho foram obtidos em espalhamento próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$) a energias maiores do que 10 GeV no sistema de centro de momento, em laboratórios no CERN e em Chicago (Fermi National Accelerator Laboratory - FERMILAB).

Os dados do espalhamento elástico pp foram obtidos nas energias $\sqrt{s} = 13,8, 19,4, 23,5, 30,7, 44,7, 52,8$ e $62,5 \text{ GeV}$, sendo que entre 23,5 e 62,5 GeV escolhemos os dados obtidos no Intersecting Storage Ring (ISR) e analisados por Amaldi e Schubert [35]. Estes autores fizeram uma análise criteriosa das diversas experiências realizadas na década de 1970, levando em consideração a qualidade de cada experimento, fontes de erros sistemáticos e fatores de normalização.

Como não há análise semelhante publicada para as outras energias e para $\bar{p}p$, os outros dados foram coletados na literatura especializada. Nas tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 apresentamos os dados para seções de choque integradas, ρ e seção de choque diferencial para espalhamento pp , enquanto que as tabelas 2.4, 2.5 e 2.6 apresentam os respectivos dados para $\bar{p}p$, junto com as referências de onde foram tirados. Para $\bar{p}p$, as energias no sistema de centro de momento são $\sqrt{s} = 13,8, 19,4, 31, 53, 62, 546, 630$ e 1800 GeV .

\sqrt{s} (GeV)	σ_{tot} (mb)	ρ	σ_{el} (mb)	$\sigma_{\text{el}}/\sigma_{\text{tot}}$
13,8	$38,46 \pm 0,04$ [36]	$-0,074 \pm 0,018$ [37]	$7,07 \pm 0,35$ [38]	$0,184 \pm 0,009$ [38]
19,4	$38,98 \pm 0,04$ [39]	$0,019 \pm 0,016$ [37]	$6,87 \pm 0,13$ [40]	$0,176 \pm 0,004$ [40]
23,5	$38,70 \pm 0,70$ [35] $38,89 \pm 0,21$ [35] $39,1 \pm 0,3$ [35] $38,94 \pm 0,17$ [35]	$0,02 \pm 0,05$ [35]	$6,8 \pm 0,2$ [35] $6,82 \pm 0,08$ [35] $6,73 \pm 0,08$ [35]	$0,174 \pm 0,003$ [35] $0,1728 \pm 0,0016$ [35]
30,7	$40,00 \pm 0,60$ [35] $40,17 \pm 0,21$ [35] $40,1 \pm 0,3$ [35] $40,14 \pm 0,17$ [35]	$0,042 \pm 0,011$ [35]	$7,0 \pm 0,2$ [35] $7,39 \pm 0,08$ [35] $7,16 \pm 0,09$ [35]	$0,184 \pm 0,003$ [35] $0,1784 \pm 0,0017$ [35]
44,7	$42,50 \pm 0,80$ [35] $41,66 \pm 0,19$ [35] $42,0 \pm 0,3$ [35] $41,79 \pm 0,16$ [35]	$0,062 \pm 0,011$ [35]	$7,5 \pm 0,3$ [35] $7,45 \pm 0,08$ [35] $7,17 \pm 0,09$ [35]	$0,177 \pm 0,003$ [35] $0,1716 \pm 0,0018$ [35]
52,8	$42,90 \pm 0,70$ [35] $42,46 \pm 0,26$ [35] $42,9 \pm 0,3$ [35] $42,67 \pm 0,19$ [35]	$0,078 \pm 0,010$ [35]	$7,6 \pm 0,3$ [35] $7,56 \pm 0,08$ [35] $7,45 \pm 0,09$ [35]	$0,177 \pm 0,003$ [35] $0,1746 \pm 0,0016$ [35]
62,5	$44,10 \pm 0,90$ [35] $43,04 \pm 0,29$ [35] $43,7 \pm 0,4$ [35] $43,32 \pm 0,23$ [35]	$0,095 \pm 0,011$ [35]	$7,77 \pm 0,10$ [35] $7,66 \pm 0,11$ [35]	$0,178 \pm 0,003$ [35] $0,1768 \pm 0,0021$ [35]

Tabela 2.1: Dados experimentais para espalhamento pp . As referências aparecem entre colchetes.

\sqrt{s} (GeV)	σ_{inel} (mb)	B (GeV^{-2})	
		$0,01 \text{ GeV}^2 < -t < 0,15 \text{ GeV}^2$	$0,15 \text{ GeV}^2 < -t < 0,5 \text{ GeV}^2$
23,5	$32,40 \pm 0,14$ [35] $32,21 \pm 0,14$ [35]	$11,8 \pm 0,2$ [11]	$10,3 \pm 0,2$ [11]
30,7	$32,79 \pm 0,22$ [35] $32,98 \pm 0,14$ [35]	$12,2 \pm 0,2$ [11]	$10,9 \pm 0,2$ [11]
44,7	$34,55 \pm 0,22$ [35] $34,62 \pm 0,14$ [35]	$12,8 \pm 0,2$ [11]	$11,0 \pm 0,2$ [11]
52,8	$35,07 \pm 0,20$ [35] $35,22 \pm 0,16$ [35]	$13,1 \pm 0,2$ [11]	$10,7 \pm 0,2$ [11]
62,5	$35,79 \pm 0,24$ [35] $35,66 \pm 0,21$ [35]	$13,3 \pm 0,2$ [11]	$10,4 \pm 0,2$ [11]

Tabela 2.2: Dados experimentais para espalhamento pp . As referências aparecem entre colchetes.

\sqrt{s} (GeV)	Intervalo (GeV) ²	referência	nº de dados
13,8	$0,0375 \leq -t \leq 0,75$	[38]	100
	$0,075 \leq -t \leq 2,83$	[41]	
	$0,55 \leq -t \leq 2,50$	[42]	
19,4	$0,075 \leq -t \leq 3,25$	[41]	118
	$0,613 \leq -t \leq 3,90$	[43]	
	$0,95 \leq -t \leq 8,15$	[42]	
23,5	$0,042 \leq -t \leq 5,75$	[32]	134
30,7	$0,016 \leq -t \leq 5,75$	[32]	173
44,7	$0,0106 \leq -t \leq 3,25$	[32]	208
52,8	$0,0106 \leq -t \leq 9,75$	[32]	206
62,5	$0,0121 \leq -t \leq 6,25$	[32]	125

Tabela 2.3: Informações sobre os dados experimentais de $d\sigma/dt$ para espalhamento pp .

\sqrt{s} (GeV)	σ_{tot} (mb)	ρ	σ_{el} (mb)	σ_{el}/σ_{tot}
13,8	$42,04 \pm 0,21$ [38]		$7,80 \pm 0,60$ [38]	$0,185 \pm 0,014$ [38]
19,4	$41,51 \pm 0,15$ [39]	$0,029 \pm 0,030$ [37]		$0,193 \pm 0,015$ [41]
31	$42,00 \pm 0,50$ [44] $42,8 \pm 0,35$ [45]	$0,065 \pm 0,025$ [44]	$7,14 \pm 0,17$ [44]	$0,170 \pm 0,005$ [11]
53	$43,65 \pm 0,41$ [46] $44,86 \pm 0,78$ [47] $44,71 \pm 0,46$ [45]	$0,101 \pm 0,018$ [46]	$7,36 \pm 0,30$ [46] $7,89 \pm 0,28$ [47]	$0,169 \pm 0,007$ [11] $0,176 \pm 0,007$ [47]
62	$43,90 \pm 0,60$ [44] $45,14 \pm 0,38$ [45]	$0,12 \pm 0,03$ [44]	$7,62 \pm 0,19$ [44]	$0,174 \pm 0,005$ [11]
541	$63 \pm 2,1$ [48]	$0,135 \pm 0,015$ [34]		$0,208 \pm 0,007$ [48]
546	$61,9 \pm 1,5$ [49] $61,26 \pm 0,93$ [50]		$13,3 \pm 0,6$ [49] $12,87 \pm 0,30$ [51]	$0,215 \pm 0,005$ [49] $0,210 \pm 0,002$ [50]
1800	$72,8 \pm 3,1$ [52] $80,03 \pm 2,24$ [50]	$0,140 \pm 0,069$ [52]	$16,6 \pm 1,6$ [53] $19,70 \pm 0,85$ [51]	$0,230 \pm 0,012$ [53] $0,246 \pm 0,004$ [50]

Tabela 2.4: Dados experimentais para espalhamento $\bar{p}p$. As referências aparecem entre colchetes.

\sqrt{s} (GeV)	σ_{inel} (mb)	B (GeV ⁻²) (Intervalo (GeV ²))
13,8	$34,24 \pm 0,63$ [38]	
31		$11,37 \pm 0,60$ ($0,05 < -t < 0,15$) [54] $11,16 \pm 0,20$ ($0,17 < -t < 0,85$) [54]
53		$13,36 \pm 0,53$ ($0,001 < -t < 0,06$)[46] $13,92 \pm 0,59$ ($-t < 0,05$)[47] $10,68 \pm 0,26$ ($0,09 < -t < 1,0$)[47] $11,50 \pm 0,15$ ($0,17 < -t < 0,85$) [54]
62		$13,1 \pm 0,6$ ($0,003 < -t < 0,040$)[44] $11,12 \pm 0,15$ ($0,17 < -t < 0,85$)[54]
541		$15,5 \pm 0,2$ ($0,05 < -t < 0,12$)[34]
546	$48,39 \pm 0,66$ [50]	$15,2 \pm 0,2$ ($0,03 < -t < 0,15$)[55] $15,28 \pm 0,58$ ($0,025 < -t < 0,08$)[51]
1800	$55,5 \pm 2,2$ [53] $60,33 \pm 1,40$ [50]	$16,99 \pm 0,47$ ($0,001 < -t < 0,143$)[52] $16,98 \pm 0,25$ ($0,04 < -t < 0,29$)[51]

Tabela 2.5: Dados experimentais para espalhamento $\bar{p}p$. As referências aparecem entre colchetes.

\sqrt{s} (GeV)	Intervalo (GeV) ²	referência	nº de dados
13,8	$0,0375 \leq -t \leq 0,75$	[38]	61
	$0,075 \leq -t \leq 0,95$	[41]	
	$0,55 \leq -t \leq 2,45$	[42]	
19,4	$0,075 \leq -t \leq 0,60$	[41]	19
	$0,95 \leq -t \leq 4,45$	[42]	
31	$0,05 \leq -t \leq 0,85$	[54]	23
53	$0,11 \leq -t \leq 0,85$	[54]	52
	$0,523 \leq -t \leq 3,52$	[56]	
62	$0,13 \leq -t \leq 0,85$	[54]	24
546	$0,0325 \leq -t \leq 0,318$	[55]	122
	$0,46 \leq -t \leq 1,53$	[57]	
630	$0,71 \leq -t \leq 2,13$	[58]	20
1800	$0,025 \leq -t \leq 0,626$	[53]	47

Tabela 2.6: Informações sobre os dados experimentais de $d\sigma/dt$ para espalhamento $\bar{p}p$.

Capítulo 3

Formalismo da Difração Múltipla

Como citado no capítulo 1, este trabalho é de caráter fenomenológico e nele fazemos uso do formalismo óptico (canal-s) no limite de altas energias e pequeno ângulo de espalhamento.

O formalismo teórico utilizado tem três pontos básicos: representação de parâmetro de impacto, abordagem eiconal e modelo de difração múltipla. Detalharemos esses pontos básicos nas próximas páginas.

3.1 Representação de parâmetro de impacto

O formalismo de parâmetro de impacto permite que se evite trabalhar com a expansão da amplitude de espalhamento em ondas parciais (veja seção 3.2). Ao invés de somar termos para diferentes valores do momento angular, cada termo diferente dos outros a princípio, calcula-se uma integral no espaço de parâmetro de impacto. Essa integral é a transformada de Fourier da amplitude de espalhamento no espaço de parâmetro de impacto, conhecida como função de perfil ($\Gamma(\mathbf{b})$). Então o conhecimento de cada amplitude de espalhamento de onda parcial ($\mathcal{F}_i(k)$) é substituído pelo conhecimento de uma função, $\Gamma(\mathbf{b})$, no espaço de parâmetro de impacto. Além disso, no método de ondas parciais trabalha-se frequentemente com o ângulo de espalhamento θ enquanto na representação de parâmetro de impacto a variável mais comumente utilizada é t , o quadrado do quadrimomento transferido, que é invariante sob transformação de Lorentz.

Na seção 3.2 mostraremos uma dedução da representação de parâmetro de impacto que é válida para altas energias e pequeno momento transferido, hipóteses que concordam com os dados que estudaremos. Mas a representação de parâmetro de impacto é válida para qualquer energia e momento transferido, como foi demonstrado de forma independente por Adachi e Kotani [59] e por Islam [60] (uma versão resumida da demonstração de Islam aparece em [61]). A vantagem da demonstração que faremos aqui é que ela é mais simples, segue o caminho histórico da demonstração de Glauber em [15] e apresenta naturalmente a função eiconal no espaço de parâmetro de impacto.

Podemos sintetizar a discussão acima nas equações para:

- função de perfil, $(\Gamma(\mathbf{b}))$, como transformada de Fourier bidimensional da amplitude de espalhamento hadrônica $\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$

$$\Gamma(\mathbf{b}) = \frac{1}{2ik\pi} \int \exp(-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) \mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) d^2q, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}';$$

- amplitude de espalhamento hadrônica em termos de sua representação no espaço de parâmetro de impacto

$$\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{k}{2i\pi} \int \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) \Gamma(\mathbf{b}) d^2b.$$

Aqui removemos a dependência em s da amplitude para simplificar a notação e lembramos que $t = -q^2$. Como a dependência em \mathbf{k} e \mathbf{k}' de $\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ aparece apenas na forma $(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$, podemos escrever $\mathcal{F}(\mathbf{q})$, mas como é mais conveniente utilizar invariantes de Lorentz, escrevemos $\mathcal{F}(t)$ adiante.

Para altas energias consideram-se desprezíveis os efeitos de spin no espalhamento e com isso pode-se assumir a hipótese de simetria azimutal e integrar sobre a variável angular nas integrais acima. Junto com a definição (2.6) obtemos

$$\Gamma(b) = \frac{1}{i} \int q dq J_0(qb) F(t), \quad |t| = \mathbf{q}^2$$

e

$$F(t) = i \int b db J_0(qb) \Gamma(b),$$

onde $J_0(qb)$ é a função de Bessel de ordem zero. Mais detalhes sobre a relação entre $\Gamma(b)$ e a função eiconal aparecem na próxima seção.

3.2 Abordagem eiconal

A aproximação eiconal é construída em analogia à Teoria de Difração de Fraunhofer e com a condição de que a distância do ponto de observação (detetor) ao centro espalhador (centro da colisão) seja muito maior que as dimensões do centro, o que é plenamente satisfeito nas experiências de espalhamento (anti-)próton-próton em aceleradores para $\sqrt{s} > 10$ GeV. Para obter-se a aproximação eiconal, utiliza-se a hipótese de energia cinética da partícula incidente ser muito maior que a intensidade do potencial, assim como o comprimento de onda associado a essa partícula muito menor que as dimensões do centro espalhador, condição própria da óptica geométrica. O resultado, como veremos, é a relação entre a função de perfil hadrônica, $\Gamma(b, s)$, e a função eiconal, $\chi(b, s)$, dada por

$$\Gamma(b, s) = 1 - \exp(i\chi(b, s)). \quad (3.1)$$

O fenômeno de espalhamento não-relativístico é tratado pela equação de Schroedinger

$$[H_0 + V(\mathbf{r})]\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}), \quad (3.2)$$

onde $\Psi(\mathbf{r})$ é a solução estacionária do problema de espalhamento, m é a massa reduzida e

$$H_0 = -\frac{\nabla^2}{2m}, \quad E = \frac{k^2}{2m}.$$

A função de onda na região anterior ao potencial é uma onda plana mas após atravessar a região do potencial haverá uma onda plana e uma esférica. Estamos estudando a interação forte, que é restrita a determinada região do espaço da ordem de alguns fermi ($1\text{fm} = 10^{-15}\text{ m}$), por isso podemos assumir que $V(\mathbf{r})$ em (3.2) decai mais rapidamente que $(1/r)$ quando r é muito grande. Nesse caso a solução da equação (3.2) é assintoticamente

$$\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \longrightarrow A[\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathcal{F}(\theta, \phi) \frac{\exp(ikr)}{r}], \quad (r \rightarrow \infty), \quad (3.3)$$

onde A é uma constante de normalização e $\mathcal{F}(\theta, \phi)$ a amplitude de espalhamento.

A função de onda estacionária na região distante do centro espalhador é uma soma da função de onda da partícula livre e uma função de onda esférica que decai com a distância. Como a função de onda fornece a probabilidade de encontrar a partícula no elemento de volume dr em torno da posição \mathbf{r} , a função de onda da partícula livre dá a probabilidade de encontrar o projétil na mesma direção em que chegou ao centro espalhador (dentro de um ângulo sólido $d\Omega$) e a função de onda esférica fornece a probabilidade de encontrar a partícula espalhada em uma direção diferente. Devido à interferência das duas funções, a probabilidade na direção de incidência é menor do que antes da colisão.

O problema do espalhamento pode ser tornado mais realístico com o uso de pacotes de onda [29], mas o significado físico do método descrito acima é suficiente e matematicamente mais simples. A amplitude de espalhamento $\mathcal{F}(\theta, \phi)$ é relacionada à seção de choque diferencial para ângulo sólido Ω por [29, 23]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |\mathcal{F}(\Omega)|^2,$$

onde $\Omega = \Omega(\theta, \phi)$. Por sua vez $d\sigma/d\Omega$ relaciona-se com $d\sigma/dt$ por

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} \frac{d\sigma}{d\Omega}. \quad (3.4)$$

3.2.1 Abordagem eiconal através da equação integral de espalhamento

Uma solução da equação de Schroedinger (3.2) com a condição assintótica exigida (3.3) é obtida através da função de Green correspondente $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ para a equação integral [29, 23]

$$\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \int d^3r' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}'), \quad (3.5)$$

sendo que g satisfaz

$$(\nabla^2 + k^2)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 2m\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

e tem a forma

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{m}{2\pi} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \{a \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) + b \exp(-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\}. \quad (3.6)$$

A condição (3.3) leva a $a = 1$, $b = 0$. Para a região assintótica, a seguinte aproximação é válida

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \simeq r - \frac{1}{r} \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}, \quad (|\mathbf{r}| \rightarrow \infty)$$

e substituindo (3.6) em (3.5)

$$\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \sim \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{m}{2\pi} \frac{\exp(ikr)}{r} \int d^3r' \exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}'), \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{k}' = k(\mathbf{r}/r)$ quando $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$. Comparando (3.7) com (3.3)

$$\mathcal{F}(\theta, \phi) = -\frac{m}{2\pi} \int d^3r' \exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}'). \quad (3.8)$$

Então a amplitude de espalhamento está relacionada ao potencial e à própria função de onda dentro da região do potencial. Isso significa que modelos para o espalhamento podem levar a informações sobre as interações nucleares e sobre os estados quânticos da matéria.

Veremos como utilizar (3.2) para obter a função de onda dentro da região do potencial $V(\mathbf{r}')$. Como citado no início da seção 3.2, as hipóteses da aproximação eiconal são energia cinética da partícula incidente muito maior que a intensidade do potencial, $E \gg V$, e comprimento de onda associado a essa partícula muito menor que as dimensões do centro espalhador, $ka \gg 1$, onde a é o alcance do potencial e \mathbf{k} o vetor de onda da partícula incidente.

Dentro da região do potencial assumimos que a função de onda incidente, $\Psi_{inc}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ não é mais uma onda plana mas é escrita na forma

$$\Psi_{inc}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}), \quad (3.9)$$

isto é, sua amplitude muda com a posição.

Utilizando $\nabla^2(\psi\phi) = \psi \nabla^2(\phi) + 2 \nabla(\psi) \cdot \nabla(\phi) + \phi \nabla^2(\psi)$ e escolhendo a direção do eixo z tal que $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = kz$ substituímos (3.9) em

$$(\nabla^2 + k^2)\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = 2mV(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}), \quad (3.10)$$

que é (3.2) escrita de outra forma. Obtemos então

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) + 2ik \frac{\partial \varphi(\mathbf{r})}{\partial z} = 2mV(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) \quad (3.11)$$

e exigimos que $\varphi(\mathbf{r})$ seja uma função bem comportada na região do potencial, isto é, $\varphi(\mathbf{r})$ não deve variar bruscamente naquela região e assintoticamente deve tender a 1 quando $z \rightarrow -\infty$, onde o eixo z foi fixado paralelo a \mathbf{k} . Nessas condições aproximamos (3.11) considerando

$$|\nabla^2 \varphi(\mathbf{r})| \ll \left| 2ik \frac{\partial \varphi(\mathbf{r})}{\partial z} \right|. \quad (3.12)$$

Assim

$$2ik \frac{\partial \varphi(\mathbf{r})}{\partial z} = 2mV(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) \quad (3.13)$$

e

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -i \frac{mV(\mathbf{r})}{k} dz, \quad (3.14)$$

com $\varphi = 1$ para $z \rightarrow -\infty$. Integrando (3.14) temos

$$\ln \varphi = - \int_{-\infty}^z \frac{im}{k} V(x, y, z') dz',$$

então

$$\varphi(\mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'\right), \quad (3.15)$$

onde utilizamos $v = k/m$.

Lembrando que (3.15) só é válida na região onde $V(\mathbf{r})$ não é nulo e aplicando (3.15) em (3.9), (3.7) e (3.8) no lugar de $\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}')$, chegamos a

$$\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{m}{2\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \int d^3r' \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{z'} V(x', y', z'') dz''\right) \quad (3.16)$$

e

$$\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{m}{2\pi} \int d^3r' \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{z'} V(x', y', z'') dz''\right), \quad (3.16)$$

sendo que $\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \mathcal{F}(\theta, \phi)$.

O ângulo de espalhamento θ em colisões elásticas a altas energias é pequeno (da ordem de miliradianos para os dados experimentais utilizados [32]), de forma que $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ é considerado perpendicular a \mathbf{z} (veja figura 3.1), logo

$$|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'| \Rightarrow (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{z} = kz(1 - \cos\theta) \approx kz\left(\frac{\theta^2}{2}\right).$$

Queremos fazer

$$\exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}') \simeq \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}), \quad (\mathbf{r}' = \mathbf{b} + \mathbf{z}')$$

em (3.16) e precisamos verificar sob que condições isso é válido. Como

$$\exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}') \simeq \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) \exp\left(kz\left(\frac{\theta^2}{2}\right)\right),$$

a aproximação que queremos é válida se $kz\theta^2/2 \ll 1$, onde z é algum ponto dentro da região do potencial.

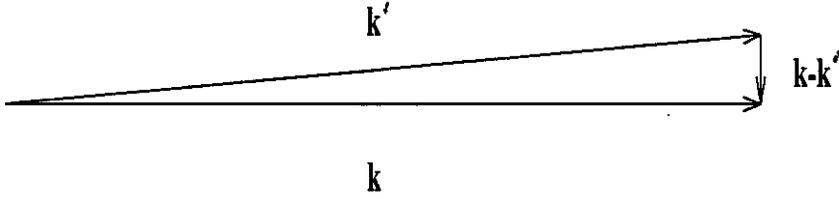


Figura 3.1: Espalhamento a pequeno ângulo [23].

Se d é a distância dentro da qual $V(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})$ varia apreciavelmente, então $\theta^2 kd \ll 1$ [15, 23], de acordo com as hipóteses $E \gg V$ e $ka \gg 1$. Como $\theta^2 kd \sim kz\theta^2/2$, a aproximação (3.2.1) é válida. A equação (3.16) torna-se

$$\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{m}{2\pi} \int d^3 r' \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) V(\mathbf{r}') \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{z'} V(x', y', z'') dz''\right).$$

Como

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} dz' V(\mathbf{b} + \mathbf{z}') \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{z'} V(x', y', z'') dz''\right) = \\ & = -\frac{v}{i} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \frac{d}{dz'} \left(\exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{z'} V(x', y', z'') dz''\right) \right) = iv \left\{ \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\mathbf{b} + \mathbf{z}') dz'\right) - 1 \right\}. \end{aligned}$$

obtemos

$$\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{mvi}{2\pi} \int d^2 b \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) \left(\exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\mathbf{b} + \mathbf{z}') dz'\right) - 1 \right).$$

Definindo a Função Eiconal através de

$$\chi(\mathbf{b}) \equiv -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\mathbf{b} + \mathbf{z}') dz' \quad (3.17)$$

chegamos a

$$\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \frac{k}{2i\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} d^2 b \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) (\exp(i\chi(\mathbf{b})) - 1), \quad (3.18)$$

onde $d^2 b = b db d\phi$.

A relação (3.18) é o resultado essencial da aproximação eiconal, pois a amplitude de espalhamento hadrônica é a transformada bidimensional de Fourier da função envolvendo $\chi(\mathbf{b})$, a função eiconal. Assim, a determinação de $\chi(\mathbf{b})$ a partir da teoria pode levar à descrição dos dados experimentais em $d\sigma/dt$.

Para o caso de simetria azimutal, posicionamos o eixo x do plano de parâmetro de impacto na direção e sentido do vetor $(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$. Com isso

$$(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b} = 2kbsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos(\phi)$$

sendo que $|\mathbf{k} - \mathbf{k}'| = 2k\text{sen}(\theta/2)$ e $\phi = \angle(\mathbf{b}, \mathbf{x})$. Utilizando a representação integral da função de Bessel de ordem zero,

$$J_0(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\lambda \cos\phi) d\phi, \quad (3.19)$$

transformamos (3.18) em

$$\mathcal{F}(k, \theta) = \frac{k}{i} \int_0^{+\infty} b db (\exp(i\chi(b)) - 1) J_0(2kbsen(\frac{\theta}{2})), \quad (3.20)$$

onde usamos $\chi(\mathbf{b}) = \chi(b)$ devido à simetria azimutal.

Agora relembremos que $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$, portanto

$$q = |\mathbf{q}| = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'| = 2k\text{sen}(\frac{\theta}{2})$$

e

$$\mathcal{F}(q) = -\frac{k}{i} \int_0^{+\infty} b db J_0(qb) (1 - \exp(i\chi(b))).$$

Utilizando a notação para $\mathcal{F}(t)$ da seção 3.1, as equações (2.6) e (3.1), podemos reescrever a relação para $\mathcal{F}(q)$ acima como

$$F(t) = i \int_0^{+\infty} b db J_0(\sqrt{t}b) \Gamma(b).$$

onde omitimos a dependência em s para simplificar a notação. Vemos que através da equação integral de espalhamento chegamos à relação entre a amplitude de espalhamento hadrônica no espaço de momento transferido e a função de perfil no espaço de parâmetro de impacto como havia sido mencionado sem demonstração na seção 3.1.

3.2.2 Abordagem eiconal através do método de ondas parciais

Nesta seção voltamos ao problema de encontrar uma solução para a equação (3.2) e utilizaremos o método de ondas parciais [29].

Em muitos casos $\mathcal{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \mathcal{F}(\theta)$, então fazemos a expansão de $\mathcal{F}(\theta)$ em polinômios de Legendre [29]

$$\mathcal{F}(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \mathcal{F}_l(k) P_l(\cos\theta). \quad (3.21)$$

A seção de choque elástica integrada é

$$\sigma_{el} = \int d\Omega |\mathcal{F}(k, \theta)|^2 = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |\mathcal{F}_l(k)|^2, \quad (3.22)$$

onde usamos

$$\int_{-1}^{+1} P_l(x)P_{l'}(x)dx = \frac{2}{2l+1}\delta_{ll'}$$

e

$$P_l^*(x) = P_l(x).$$

Quando há espalhamento inelástico, a equação (3.2) descreve esse fenômeno com um potencial complexo, onde a parte real trata do espalhamento elástico. Para a seção de choque total e utilizando (2.12) temos

$$\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_{inel}.$$

O teorema óptico (2.2) leva a

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} Im \{ \mathcal{F}(k, \theta = 0) \} = \frac{4\pi}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) Im \{ \mathcal{F}_l(k) \}, \quad (3.23)$$

onde usamos $P_l(1) = 1$. Da relação $\sigma_t \geq \sigma_{el}$, válida para cada onda parcial, e utilizando (3.22) e (3.23)

$$\frac{Im \{ \mathcal{F}_l(k) \}}{k} \geq |\mathcal{F}_l(k)|^2. \quad (3.24)$$

Esta condição é satisfeita por [29]

$$\mathcal{F}_l(k) = \frac{1}{2ik} (\exp(2i\delta_l(k)) - 1), \quad (3.25)$$

onde $\delta_l(k)$ é a fase complexa que depende do momento angular orbital l e do momento k . Se $\delta_l(k)$ é real a condição satisfeita em (3.24) é a igualdade e apenas o espalhamento elástico acontece. Para verificar isso seja $\sigma_x = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_x^l$ com $x = t, el$ ou $inel$, e substituindo (3.25) em (3.23) e (3.22)

$$\sigma_t^l = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) [1 - Re(\exp(2i\delta_l))], \quad (3.26)$$

$$\sigma_{el}^l = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |\exp(2i\delta_l) - 1|^2. \quad (3.27)$$

As eqs. (3.26) e (3.27) podem ser utilizadas para obter $\sigma_{inel}^l = \sigma_t^l - \sigma_{el}^l$, assim

$$\sigma_{inel}^l = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) [1 - |\exp(2i\delta_l)|^2]. \quad (3.28)$$

Se $\delta_l(k)$ é real, $|\exp(2i\delta_l)| = 1$ e não há espalhamento inelástico de acordo com (3.28). A máxima absorção ocorre para $Im \{ \delta_l \} \rightarrow \infty$ pois $\exp(2i\delta_l) \rightarrow 0$ e obtemos

$$\sigma_t^l = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1), \quad \sigma_t^l = 2\sigma_{el}^l = 2\sigma_{inel}^l.$$

Nesse caso estamos lidando com o disco negro, onde as seções de choque elástica e inelástica são iguais.

Um formalismo muito comum em espalhamento trata da matriz S e operador T mas para ondas parciais eles reduzem-se a números complexos dados por

$$S_l = \exp(2i\delta_l)$$

e

$$T_l = \frac{S_l - 1}{2i},$$

então (3.25) pode ser reescrita como

$$\mathcal{F}_l(k) = \frac{1}{2ik}(S_l - 1)$$

ou

$$\mathcal{F}_l(k) = \frac{T_l}{k}.$$

Mas a relação entre S_l e T_l pode ser diferente pois depende da convenção utilizada.

Em altas energias $ka \gg 1$ implica que $\lambda \ll a$, onde a é a dimensão da região onde age o potencial. Então fazemos uso de um argumento semi-clássico, sabendo que $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ igualamos o momento angular clássico $b\mathbf{k}$ (para pequenos ângulos \mathbf{b} é perpendicular a \mathbf{k}) ao momento angular quântico (l), lembrando que $\hbar = 1$ e $c = 1$, para obter $l = bk$. Com isso vemos que o maior valor a contribuir para (3.21) é $l_m = ka$, logo $l_m \gg 1$. Por isso, trocamos a variável discreta l por uma l contínua transformando a somatória de (3.21) em uma integral. Fazendo a correspondência [62]

$$\delta_l \rightarrow \chi(b)/2$$

e como θ é pequeno podemos aproximar

$$P_l(\cos\theta) \sim J_0(2l\text{sen}(\frac{\theta}{2})).$$

Transformamos a soma $\sum_{l=0}^{l_m}$ em uma integral $\int dl = \int kdb$ e $(2l + 1) \sim 2l$. Com isso (3.21) fica

$$\mathcal{F}(k, \theta) = \int kdb 2kb \frac{1}{2ik} (\exp(i\chi(b)) - 1) J_0(2kbsen(\frac{\theta}{2}))$$

e por fim

$$\mathcal{F}(k, \theta) = \frac{k}{i} \int_0^{+\infty} bdb (\exp(i\chi(b)) - 1) J_0(2kbsen(\frac{\theta}{2})),$$

que é o mesmo resultado de (3.20). Note que ao transformarmos a somatória em integral fizemos o limite superior $ka \rightarrow \infty$ (aproximação válida para altas energias),

com a condição de que o integrando vá a zero nesse limite, isto é, $\chi(b) \rightarrow 0$ quando $ka \rightarrow \infty$. Para entender melhor porque existe l_m vamos voltar a falar do operador T :

$$\mathcal{F}_l(k) = \frac{T_l}{k}.$$

O operador T está relacionado ao operador $V(\mathbf{r})$ através da relação

$$V\Psi(\mathbf{r}) = T\phi(\mathbf{r})$$

onde $\phi(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$. No método de ondas parciais a expressão para T_l é

$$T_l(E) = \langle Elm|T|Elm \rangle$$

e podemos observar que se $l > ka$ então o potencial $V(\mathbf{r})$ será nulo por estarmos fora da região do potencial e consequentemente T_l também será zero e através de $\mathcal{F}_l(k) = T_l/k$ todos os termos com $l > ka$ na série (3.21) serão anulados.

3.2.3 Cálculo relativístico da representação eiconal

Vimos a dedução não relativística da aproximação eiconal na seção 3.2.1. Embora essa dedução seja interessante por apresentar os conceitos físicos de forma clara, uma abordagem relativística é importante já que os dados experimentais são obtidos em colisões envolvendo o regime relativístico. Diversas formulações nesse sentido foram feitas na década de 1960 [63] e vamos considerar aqui o tratamento seguido por Islam. Seja o espalhamento em altas energias da partícula incidente por uma partícula-alvo que está em repouso no sistema de laboratório descrito pela equação de Klein-Gordon também conhecida por equação relativística de Schroedinger [64]. Se a interação entre as 2 partículas pode ser representada por um potencial 4-vetor estático cujas componentes espaciais são nulas e a componente temporal é um potencial esfericamente simétrico $V(\mathbf{r})$, a equação de Klein-Gordon torna-se (veja [63] e também [64], eq. (51.13))

$$(-\nabla^2 + m^2)\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = [E_L - V(\mathbf{r})]^2\Psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}), \quad (3.29)$$

onde E_L é a energia da partícula (no sistema de laboratório) de massa reduzida m . Como estamos no regime relativístico

$$E_L^2 = k_L^2 + m^2. \quad (3.30)$$

Agora procuremos uma solução do tipo (3.9) para a eq. (3.29) com o eixo z ao longo da direção de \mathbf{k}_L , isto é,

$$\Psi_{inc}(\mathbf{k}_L, \mathbf{r}) = \exp(ik_L z)\varphi(\mathbf{r})$$

e seguindo o mesmo caminho da seção 3.2.1 obtemos

$$\{[E_L - V(\mathbf{r})]^2 - m^2 - k_L^2 + \nabla^2\}\varphi(\mathbf{r}) + 2ik_L \frac{\partial}{\partial z}\varphi(\mathbf{r}) = 0.$$

Com a condição $E_L \gg V(\mathbf{r})$ fazemos a aproximação

$$[E_L - V(\mathbf{r})]^2 \simeq E_L^2 - 2E_L V(\mathbf{r})$$

e utilizando (3.30) chegamos a

$$-2E_L V(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) + \nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) + 2ik_L \frac{\partial}{\partial z} \varphi(\mathbf{r}) = 0.$$

Com (3.12) obtemos

$$2ik_L \frac{\partial}{\partial z} \varphi(\mathbf{r}) = 2E_L V(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) \quad (3.31)$$

ou

$$\frac{d\varphi(\mathbf{r})}{\varphi(\mathbf{r})} = -i \frac{E_L}{k_L} V(\mathbf{r}) dz. \quad (3.32)$$

Note que (3.31) e (3.32) são semelhantes a (3.13) e (3.14), por isso é possível continuar a análise feita na seção 3.2.1 e deduzir a forma eiconal da amplitude de espalhamento (3.18) mas ao invés de utilizarmos k/m (ou v), fazemos uso de k_L/E_L . Assim fica comprovada a validade da aproximação eiconal em uma forma relativística para potenciais escalares esfericamente simétricos. Agora trataremos do problema do espalhamento por um sistema de muitos constituintes e para isso voltaremos a utilizar a formulação não-relativística da referência [15].

3.3 Difração múltipla

Até agora só consideramos o espalhamento de uma partícula por um potencial fixo. O objetivo original do formalismo da difração múltipla (FDM) foi o estudo do espalhamento de uma partícula por várias partículas ligadas, por exemplo, o espalhamento de um próton (considerado como partícula) pelos diversos prótons e nêutrons em estados ligados, constituindo um núcleo; mais tarde o FDM foi generalizado para ser utilizado no espalhamento entre dois sistemas compostos [16, 17], o que será nosso objetivo ao abordarmos o espalhamento próton-próton, considerando-os como um sistema de constituintes.

3.3.1 Espalhamento por um sistema de partículas ligadas

Seja um sistema com N partículas ligadas e uma partícula incidente. A hipótese fundamental do formalismo de difração múltipla é que a colisão com cada partícula do sistema obedece às condições de altas energias ($E \gg V$, $ka \gg 1$) e que a interação entre a partícula incidente e as partículas do sistema se dá por meio de forças de 2 corpos, ou seja, em (3.17)

$$V(\mathbf{b} + \mathbf{z}') \rightarrow \sum_{j=1}^N V_j(\mathbf{b} + \mathbf{z}' - \mathbf{r}_j) dz',$$

onde o centro de massa do sistema com N partículas é adotado como origem e a distância da partícula incidente a ele é $\mathbf{r}' = \mathbf{b} + \mathbf{z}'$. O potencial depende da distância entre a partícula incidente e cada uma das partículas-alvo, por isso fizemos $\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j$ no potencial. Uma visão esquematizada da colisão é indicada na figura 3.2.

Como a função eiconal é definida em termos do potencial, (3.17), o FDM leva

a

$$\chi(\mathbf{b}) \rightarrow \sum_{j=1}^N \chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j), \quad (3.33)$$

onde $\mathbf{s}_j = \mathbf{r}_j - \hat{z}(\hat{z} \cdot \mathbf{r}_j)$ e vemos que as funções eiconais dependem de \mathbf{s}_j e não de \mathbf{r}_j pois a integração em \mathbf{z}' acaba com a dependência longitudinal do potencial.

Observe que (3.33) é expressão da característica fundamental do FDM: o deslocamento de fase resultante é a soma dos deslocamentos de fase elementares.

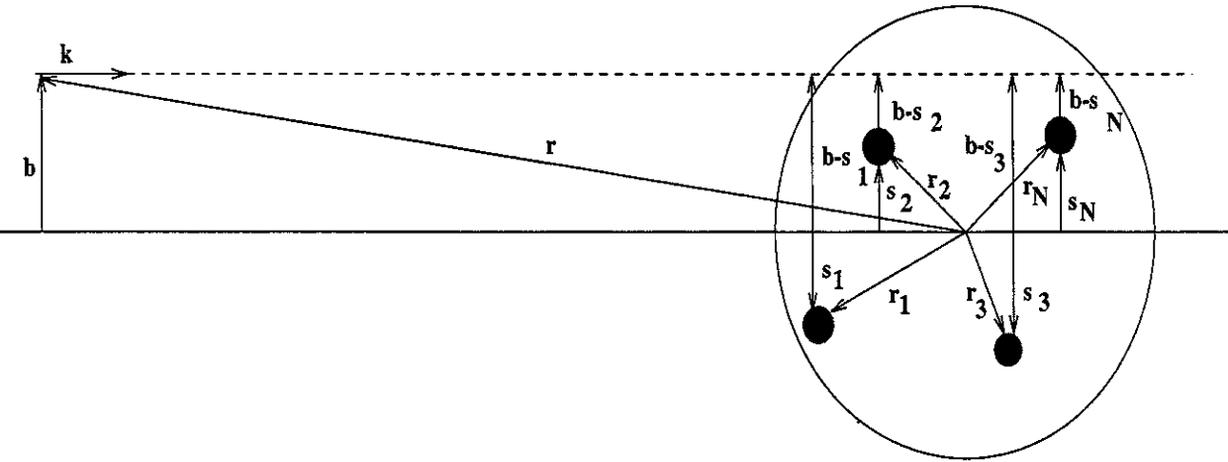


Figura 3.2: Esquema de colisão com N partículas-alvo ligadas [23].

A existência do sistema ligado de N partículas descrito pelo autoestado $u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$ leva a modificações em (3.9) e (3.18) que se tornam

$$\Psi_{\text{inc}}(\mathbf{k}, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) u_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$$

e

$$\mathcal{F}_{fi} = \frac{k}{2i\pi} \int \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) d^2b \cdot \int u_j^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \left\{ \exp\left(i \sum_{j=1}^N \chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)\right) - 1 \right\} u_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \prod_{j=1}^N d^3r_j, \quad (3.34)$$

respectivamente. Para o espalhamento elástico

$$\mathcal{F}_{ii} = \frac{k}{2i\pi} \int \exp(i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) d^2b \int |u_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)|^2 \left\{ \exp(i \sum_{j=1}^N \chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)) - 1 \right\} \prod_{j=1}^N d^3r_j. \quad (3.35)$$

No caso de colisão elástica, o sistema de N partículas ligadas (um núcleo, por exemplo) tem uma participação “passiva” e o efeito da colisão partícula incidente-núcleo pode ser representado por um potencial óptico $V_{\text{opt}}(r)$ de forma análoga ao caso de espalhamento de duas partículas que é descrito pela equação (3.2). Sendo assim, há uma função eiconal óptica χ_{opt} associada a $V_{\text{opt}}(r)$ através de (3.17) e podemos escrever, em analogia a (3.18),

$$\mathcal{F}_{\text{opt}}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \frac{k}{2i\pi} \int \exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{b}) \{ \exp(i\chi_{\text{opt}}) - 1 \} d^2b. \quad (3.36)$$

Igualando-se (3.35) e (3.36) obtemos

$$\begin{aligned} \exp(i\chi_{\text{opt}}(\mathbf{b})) &= \int |u_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)|^2 \exp(i \sum_{j=1}^N \chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)) \prod_{j=1}^N d^3r_j \\ &= \langle \exp(i\chi(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N)) \rangle_i, \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde usamos

$$\begin{aligned} \int |u_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)|^2 \prod_{j=1}^N d^3r_j &= 1, \\ \chi(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N) &= \sum_{j=1}^N \chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) \end{aligned}$$

e onde $\langle \rangle_i$ representa uma média sobre todas as configurações de núcleons (constituintes do núcleo) no estado $|i\rangle$.

A função $\exp(i\chi_{\text{opt}}(\mathbf{b}))$ tem a propriedade [15, 23]

$$|\exp(i\chi_{\text{opt}}(\mathbf{b}))|^2 \leq 1. \quad (3.38)$$

É interessante notar que para as interações da partícula incidente com as partículas-alvo, os potenciais comumente utilizados são reais¹, portanto $\chi_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ e $\chi(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N)$ serão reais graças a (3.17) mas como vemos de (3.38), χ_{opt} pode ser complexo e descreverá colisões inelásticas se o for. Em outras palavras, se em uma colisão ocorrer espalhamento elástico e inelástico, χ_{opt} deverá ser complexo para descrever os resultados experimentais. O espalhamento elástico correspondente é chamado elástico difrativo (sombra do canal inelástico).

O modelo óptico substitui as interações entre partícula incidente e núcleons por um potencial efetivo complexo; então o método eiconal representa o espalhamento elástico difrativo por uma função eiconal complexa.

A partir de (3.17) podemos escrever

¹Isso significa assumir colisões elásticas entre partícula incidente e núcleons

$$\chi_{\text{opt}} = -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} V_{\text{opt}}(\mathbf{b} + \mathbf{z}') dz' \quad (3.39)$$

e se o potencial for esfericamente simétrico

$$\chi_{\text{opt}} = -\frac{2}{v} \int_b^{+\infty} \frac{V_{\text{opt}}(r)}{\sqrt{r^2 - b^2}} r dr.$$

Esta é uma equação integral de Abel mas quando V_{opt} é desconhecido e χ_{opt} é conhecido podemos fazer [15]

$$V_{\text{opt}} = \frac{v}{r\pi} \frac{d}{dr} \int_r^{+\infty} \frac{\chi_{\text{opt}}(b)}{\sqrt{b^2 - r^2}} b db. \quad (3.40)$$

3.3.2 Espalhamento entre dois sistemas compostos

O próximo passo na generalização da descrição de colisões pelo FDM é o espalhamento entre dois sistemas compostos. Aqui seguiremos o desenvolvimento que pode ser encontrado em [16, 17, 19].

3.3.2.1 Expressão geral para o espalhamento segundo o FDM

A expressão para a amplitude de espalhamento normalizada, equação (2.6), entre dois sistemas compostos, um com A e outro com B constituintes, é dada pelo valor esperado do operador $F(\mathbf{q}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B)$ e pode ser escrito como

$$F_{AB} = \langle \Psi_A \Psi_B | F(\mathbf{q}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B) | \Psi_A \Psi_B \rangle \quad (3.41)$$

onde $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A$ e $\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B$ são as coordenadas dos constituintes dos objetos compostos A e B, respectivamente. Para colisão elástica consideram-se Ψ_A e Ψ_B as funções de onda do estado fundamental dos objetos A e B. As densidades de constituintes ρ_A, ρ_B são dadas por

$$|\Psi_A|^2 = \rho_A(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A), \quad |\Psi_B|^2 = \rho_B(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B),$$

e são normalizadas a um. Utilizando a equação (2.6) na abordagem eiconal (3.36), o operador $F(\mathbf{q}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B)$ assume a forma

$$F(\mathbf{q}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B) = \frac{i}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) [1 - \exp(i\chi_{\text{TOT}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B))], \quad (3.42)$$

onde \mathbf{q} é o momento transferido ($\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$), \mathbf{b} o parâmetro de impacto que mede a distância entre os centros de massa dos dois objetos projetado no plano perpendicular ao vetor \mathbf{k} e $\chi_{\text{TOT}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B)$ é a função eiconal total.

Aplicando (3.42) em (3.41),

$$F_{AB} = \frac{i}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \langle \Psi_A \Psi_B | 1 - \exp(i\chi_{\text{TOT}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B)) | \Psi_A \Psi_B \rangle, \quad (3.43)$$

onde, para espalhamento (anti-)próton-próton, não é necessário adicionar um termo de correção associado ao movimento de centro de massa [16].

A generalização de (3.33) para dois sistemas compostos considerando que as interações entre constituintes na colisão é do tipo de força entre dois corpos resulta na característica fundamental do FDM:

$$\chi_{\text{TOT}}(\mathbf{b}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B) = \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \chi_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k), \quad (3.44)$$

onde \mathbf{s}_j e \mathbf{s}'_k são as projeções das coordenadas \mathbf{r}_j e \mathbf{r}'_k no plano do parâmetro de impacto e χ_{jk} a função eiconal (deslocamento de fase) associada à colisão do constituinte j do objeto \mathcal{A} com o constituinte k do objeto \mathcal{B} (vide figura 3.3).

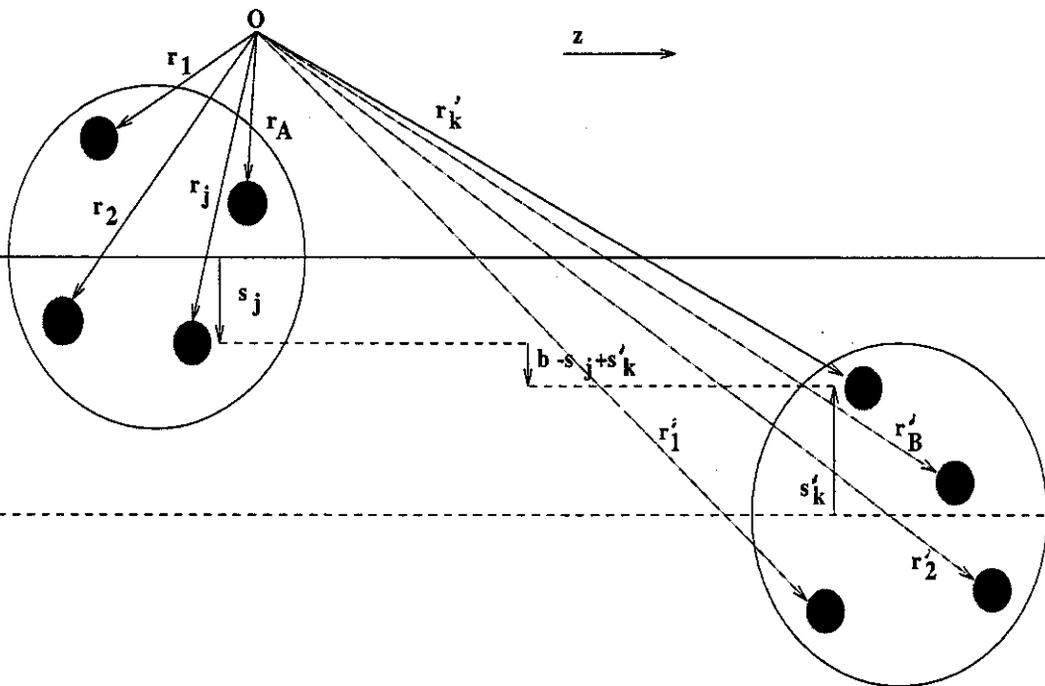


Figura 3.3: Esquema de colisão entre dois sistemas compostos [23].

A equação (3.44) significa que a soma das funções eiconais das colisões entre os constituintes é a função eiconal total da colisão entre os dois sistemas, ou seja, a colisão entre os constituintes determina como será a colisão total. Para cada função eiconal χ_{jk} entre os constituintes, dita elementar, podemos associar uma função de perfil elementar baseada em (3.1)

$$\gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) \equiv [1 - \exp(i\chi_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k))] \quad (3.45)$$

cujas transformada é a amplitude de espalhamento elementar (constituente-constituente) normalizada f_{jk} , isto é,

$$\gamma_{jk}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2i\pi} \int d^2q \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) f_{jk}(\mathbf{q}). \quad (3.46)$$

Então as equações (3.43), (3.44), (3.45) e (3.46) fazem a conexão entre a amplitude de espalhamento \mathcal{F}_{AB} e a amplitude elementar dos constituintes f_{jk} , desde que exista a transformada de Fourier (3.46) [19].

Com Ψ_A , Ψ_B normalizadas a um, temos [65]

$$\langle \Psi_A \Psi_B | \Psi_A \Psi_B \rangle = 1$$

e usando esta condição em (3.43) e (3.44),

$$F_{AB} = \frac{i}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) [1 - \langle \Psi_A \Psi_B | \prod_{j=1}^A \prod_{k=1}^B \exp(i\chi_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)) | \Psi_A \Psi_B \rangle].$$

Esta equação pode apresentar a relação entre F_{AB} e γ_{jk} se usarmos (3.45). Nesse caso

$$F_{AB} = \frac{i}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \{1 - \langle \Psi_A \Psi_B | \prod_{j=1}^A \prod_{k=1}^B [1 - \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)] | \Psi_A \Psi_B \rangle\}. \quad (3.47)$$

3.3.2.2 Função eiconal óptica e termo de primeira ordem

Com a mesma idéia do potencial óptico que levou a (3.36) consideramos que o espalhamento entre dois sistemas compostos é descrito pelo espalhamento de uma partícula, de massa igual à massa reduzida do sistema, por um potencial óptico (estático) que se relaciona com χ_{opt} através de (3.39). Então, em analogia a (3.36)

$$F_{AB} = \frac{i}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \{1 - \exp(i\chi_{\text{opt}})\} \quad (3.48)$$

e comparando com (3.47) obtemos a relação

$$\exp(i\chi_{\text{opt}}) = \langle \Psi_A \Psi_B | \prod_{j=1}^A \prod_{k=1}^B [1 - \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)] | \Psi_A \Psi_B \rangle,$$

de onde resulta

$$i\chi_{\text{opt}} = \ln \langle \Psi_A \Psi_B | \prod_{j=1}^A \prod_{k=1}^B [1 - \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)] | \Psi_A \Psi_B \rangle.$$

Definindo

$$H(\lambda) = \langle \Psi_A \Psi_B | \prod_{j=1}^A \prod_{k=1}^B [1 - \lambda \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)] | \Psi_A \Psi_B \rangle,$$

é possível mostrar que [17, 66]

$$i\chi_{\text{opt}} = \ln[H(\lambda)]_{\lambda=1} = i \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n(\mathbf{b}),$$

com

$$\begin{aligned}
 i\chi_1(\mathbf{b}) &= H^{(1)}, \\
 i\chi_2(\mathbf{b}) &= \frac{1}{2!}(-H^{(1)2} + H^{(2)}), \\
 i\chi_3(\mathbf{b}) &= \frac{1}{3!}(2H^{(1)3} - 3H^{(1)}H^{(2)} + H^{(3)}),
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

e assim por diante, com a notação

$$H^{(n)} \equiv \frac{\partial^n}{\partial \lambda^n} H(\lambda)|_{\lambda=0}$$

e onde

$$H^{(1)} = - \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \langle \Psi_A \Psi_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) | \Psi_A \Psi_B \rangle .$$

Os termos de ordem superior a $H^{(1)}$ são relacionados a múltiplo espalhamento de cada constituinte de um sistema composto pelos constituintes do outro sistema, mas sob as hipóteses de altas energias e pequeno ângulo de espalhamento podemos considerar que cada constituinte colide uma única vez. Isso é assumido em espalhamento próton-próton, mas o mesmo pode não ser razoável em espalhamento núcleo-núcleo [5].

Com essas considerações tomamos apenas o termo de primeira ordem para determinar a função eiconal óptica e assim, assumindo que cada constituinte colide apenas uma vez, obtemos

$$i\chi_{\text{opt}} = - \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \langle \Psi_A \Psi_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) | \Psi_A \Psi_B \rangle .$$

Definindo a *função opacidade* Ω_{AB} pela relação

$$\Omega_{AB} = -i\chi_{\text{opt}}, \tag{3.50}$$

chegamos a

$$\Omega_{AB} = \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \langle \Psi_A \Psi_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) | \Psi_A \Psi_B \rangle .$$

Podemos escrever esta equação no espaço de coordenadas usando o projetor [65]

$$\begin{aligned}
 1 &= \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' | \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B \rangle \langle \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B | \\
 &= \int d\mathbf{r} | \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A \rangle \langle \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A | \times \int d\mathbf{r}' | \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B \rangle \langle \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_B |
 \end{aligned}$$

e

$$\langle \Psi_A \Psi_B | \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' | \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B \rangle \langle \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}'_B | =$$

$$= \int dr dr' \langle \Psi_A | r_1, \dots, r_A \rangle \langle \Psi_B | r'_1, \dots, r'_B \rangle \langle r_1, \dots, r'_B | ,$$

onde $dr \equiv dr_1 \dots dr_A$ e analogamente para dr' .

Então

$$\sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \langle \Psi_A \Psi_B | \int dr dr' | r_1, \dots, r'_B \rangle \langle r_1, \dots, r'_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) \cdot \int dr'' dr''' | r''_1, \dots, r'''_B \rangle \langle r''_1, \dots, r'''_B | \Psi_A \Psi_B \rangle = \quad (3.51)$$

$$= \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \int dr dr' \langle \Psi_A | r_1, \dots, r_A \rangle \langle \Psi_B | r'_1, \dots, r'_B \rangle [\langle r_1, \dots, r'_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k)] \cdot \int dr'' dr''' | r''_1, \dots, r'''_B \rangle \langle r''_1, \dots, r'''_B | \Psi_A \rangle \langle r''_1, \dots, r'''_B | \Psi_B \rangle$$

e com a *definição*

$$C_{AB} \bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}') \langle r_1, \dots, r'_B | \equiv \sum_{j=1}^A \sum_{k=1}^B \langle r_1, \dots, r'_B | \gamma_{jk}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j + \mathbf{s}'_k) \quad (3.52)$$

onde C_{AB} depende apenas da energia \sqrt{s} e $\mathbf{s} = \sum_{j=1}^A \mathbf{s}_j$, $\mathbf{s}' = \sum_{k=1}^B \mathbf{s}'_k$, obtemos

$$\int dr dr' \int dr'' dr''' \langle \Psi_A | r_1, \dots, r_A \rangle \langle \Psi_B | r'_1, \dots, r'_B \rangle C_{AB} \bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}') \cdot \langle r_1, \dots, r'_B | r''_1, \dots, r'''_B \rangle \langle r''_1, \dots, r'''_B | \Psi_A \rangle \langle r''_1, \dots, r'''_B | \Psi_B \rangle$$

e lembrando a propriedade de estados ortogonais

$$\langle r_1, \dots, r'_B | r''_1, \dots, r'''_B \rangle = \delta^3(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}''_1) \dots \delta^3(\mathbf{r}'_B - \mathbf{r}'''_B),$$

obtemos

$$\Omega_{AB} = C_{AB} \int dr dr' |\Psi_A|^2 |\Psi_B|^2 \bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}').$$

Usando 3.3.2.1

$$\Omega_{AB} = C_{AB} \int \rho_A(\mathbf{r}) \bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}') \rho_B(\mathbf{r}') dr dr'. \quad (3.53)$$

Como assumimos que em altas energias não há dependência em spin e que o espalhamento possui simetria azimutal, vamos utilizar (3.19) para escrever a eq. (3.48)

em termos da opacidade que dependerá apenas da magnitude do parâmetro de impacto b , então

$$F_{AB}(q) = i \int b db J_0(qb) \{1 - \exp(-\Omega_{AB}(b))\}. \quad (3.54)$$

Se definimos os fatores de forma por

$$G_{A,B}(\mathbf{q}) = \int \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \rho_{A,B}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.55)$$

e a relação entre $\bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}')$ e a *amplitude elementar média* $f(\mathbf{q})$ utilizando (3.46) como base para obter

$$\bar{\gamma}(\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}') = \frac{1}{2i\pi} \int d^2q \exp(-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s} + \mathbf{s}')) f(\mathbf{q}), \quad (3.56)$$

obtemos [23]

$$\Omega_{AB}(b) = \frac{C_{AB}}{2i\pi} \int d^2q \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) f(\mathbf{q}) G_A(\mathbf{q}) G_B(\mathbf{q}),$$

onde a condição de pequeno ângulo de espalhamento foi utilizada. Isso significa que o espalhamento é predominantemente periférico pois a distância entre os centros de massa dos objetos compostos é muito maior que a distância entre os constituintes que colidem ($b \gg s' - s$). Sem a dependência em spin podemos escrever $f(\mathbf{q}) = f(q)$, $G_{A,B}(\mathbf{q}) = G_{A,B}(q)$ e fazer

$$\Omega_{AB}(b) = \frac{C_{AB}}{i} \int q dq J_0(qb) G_A(q) G_B(q) f(q). \quad (3.57)$$

Com a notação

$$\langle \langle \dots \rangle \rangle \equiv \int b' db' J_0(q'b') (\dots) \quad (3.58)$$

e sua inversa também utilizando o mesmo símbolo

$$\langle \langle \dots \rangle \rangle \equiv \int q' dq' J_0(q'b') (\dots),$$

podemos resumir os resultados obtidos até agora. De (3.48) e (3.1)

$$F_{AB}(t, s) = i \langle \Gamma_{AB}(b, s) \rangle, \quad (3.59)$$

$$\Gamma_{AB}(b, s) = 1 - \exp(-\Omega_{AB}(b, s)) \quad (3.60)$$

e de (3.57)

$$\Omega_{AB}(b, s) = \frac{C_{AB}}{i} \langle G_A G_B f \rangle, \quad (3.61)$$

onde voltamos a escrever a dependência em s que havia sido suprimida para simplificar a notação e usamos $t = -q^2$, ao invés de q por aquele ser um invariante sob transformação de Lorentz.

Para entender o significado físico e importância da existência da transformada de Fourier em (3.46) e (3.56) consideremos [19]

$$f(q) = \langle i D_{AB}(b) \rangle, \quad G_{A,B}(q) = \langle D_{A,B}(b) \rangle$$

e utilizando (3.61)

$$\Omega_{AB}(b) = C_{AB} \langle \langle D_A(b) \rangle \langle D_B(b) \rangle \langle D_{AB}(b) \rangle \rangle.$$

O teorema de convolução determina que a transformada de Fourier inversa do produto de três transformadas de Fourier é o produto de convolução triplo das funções originais, ou seja, para a expressão acima

$$\Omega_{AB}(b) = C_{AB} D_A \otimes D_B \otimes D_{AB}.$$

Em um sistema linear em que a entrada é um impulso representado matematicamente pela função delta, a resposta, ou saída do sistema, é a função de Green. Para uma entrada genérica [19], a resposta é o produto de convolução da função de Green com a entrada. No espalhamento elástico a altas energias, podemos analisar esse processo na opacidade Ω_{AB} . A interação de contato corresponde à função delta e tem como resposta uma função de Green dada por [19]

$$\mathcal{G} = C_{AB} D_A \otimes D_B.$$

Enquanto isso o caso de interação não de contato tem como resposta o produto de convolução de \mathcal{G} pela interação de entrada expressa em D_{AB} :

$$\Omega_{AB} = \mathcal{G} \otimes D_{AB} = C_{AB} D_A \otimes D_B \otimes D_{AB}.$$

Nesse sentido o modelo de Chou e Yang [18] trata de uma interação de contato [23, 19] mas a interpretação física descrita acima só é válida se existe a transformada para a amplitude elementar. Neste trabalho utilizamos uma hipótese de interação não de contato baseada em um modelo de Menon e Pimentel para espalhamento próton-próton e antipróton-próton e nosso próximo passo é a descrição desse modelo, suas escolhas de fatores de forma e amplitude elementar média.

3.4 Modelos prévios de difração múltipla

Revisaremos agora os modelos prévios que serviram de base para esse trabalho. Na seção 3.4.1 veremos o uso da Fórmula de Martin, eq. (3.66), para obter a parte real da amplitude de espalhamento hadrônica, enquanto que na seção 3.4.2 essa parte real é determinada a partir de uma hipótese de proporcionalidade entre partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elementar, eq. (3.68).

3.4.1 Parte real da amplitude hadrônica através da Fórmula de Martin

Este modelo adota fatores de forma do tipo polo duplo [67]

$$G_i \equiv \left(1 + \frac{q^2}{\alpha^2}\right)^{-1} \left(1 + \frac{q^2}{\beta^2}\right)^{-1}, \quad i = A, B \quad (3.62)$$

e amplitude elementar média puramente imaginária

$$f \equiv i \left[1 - (q^2/a^2)\right] / \left[1 + (q^2/a^2)^2\right] \quad (3.63)$$

que possui transformada de Fourier [67]. As escolhas acima foram feitas após testes e análises de diversas possibilidades [68]. A escolha dos fatores de forma diferencia-se de outros trabalhos que adotam fatores de forma eletromagnéticos [18, 20, 69] mas considerando que não há evidência teórica de que os fatores de forma das duas interações deveriam ser iguais, a comparação com os resultados experimentais indica qual a parametrização mais conveniente. Para não complicar a notação vamos utilizar os índices A, B apenas quando for necessário.

Com as escolhas (3.62) e (3.63) podemos determinar (3.61) que tem a seguinte forma para colisão de partículas idênticas:

$$\begin{aligned} \Omega(b, s) = & C \{A_1 K_0(\alpha b) + A_2 K_0(\beta b) + A_3 kei_0(ab) \\ & + A_4 ker_0(ab) + [A_5 K_1(\alpha b) + A_6 K_1(\beta b)]b\}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

onde K_0 e K_1 são funções de Bessel, kei_0 e ker_0 são funções de Kelvin (Thomson) e

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2A_\alpha}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{B_\alpha + \alpha^2 A_\alpha}{a^4 + \alpha^4} \right], \\ A_2 &= \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2A_\beta}{\beta^2 - \alpha^2} + \frac{B_\beta + \beta^2 A_\beta}{a^4 + \beta^4} \right], \\ A_3 &= \frac{\alpha^4 \beta^4}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2(B_\beta - B_\alpha)}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{a^4 A_\alpha - \alpha^2 B_\alpha}{a^4 + \alpha^4} + \frac{a^4 A_\beta - \beta^2 B_\beta}{a^4 + \beta^4} \right], \\ A_4 &= \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \left[\frac{2(A_\beta - A_\alpha)}{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{B_\alpha + \alpha^2 A_\alpha}{a^4 + \alpha^4} - \frac{B_\beta + \beta^2 A_\beta}{a^4 + \beta^4} \right], \\ A_5 &= \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \frac{A_\alpha}{2\alpha}, \quad A_6 = \frac{\alpha^4 \beta^4 a^2}{(\beta^2 - \alpha^2)^2} \frac{A_\beta}{2\beta}, \\ A_j &= \frac{a^2 + j^2}{a^4 + j^4}, \quad B_j = \frac{a^2 j^2 - a^4}{a^4 + j^4}, \quad j = \alpha, \beta. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Como (3.64) é real, a amplitude $F(t, s)$, eq. (3.59), é imaginária e para determinar a parte real utilizou-se a fórmula de Martin [24]

$$\operatorname{Re}\{F\} = \rho \frac{d}{dt}(t \operatorname{Im}\{F\}), \quad (3.66)$$

de modo que a seção de choque diferencial torna-se

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma_t^2}{16\pi} \left\{ \phi(t, s) + \rho^2 \left[\frac{d}{dt} [t\phi(t, s)] \right]^2 \right\},$$

onde

$$\phi(t, s) = \frac{F(t, s)}{F(0, s)}.$$

Neste modelo os valores experimentais de ρ eram dados de entrada para determinar a seção de choque diferencial e não podiam ser descritos pelo modelo.

Quatro parâmetros eram determinados pelo ajuste dos dados: α^2 , β^2 , a^2 e C . Em seguida uma análise das possíveis dependências energéticas dos parâmetros foi feita e duas possibilidades diferentes foram utilizadas:

$$C(s) \text{ e } \alpha^2(s) \text{ ou } C(s) \text{ e } a^2(s).$$

A primeira possibilidade significava fator de forma dependente da energia enquanto a segunda tratava de amplitude elementar dependente da energia. A hipótese de fator de forma foi bem desenvolvida em [67] e posteriormente foi utilizada por outros autores [70]. As parametrizações utilizadas para fator de forma dependente da energia foram [21, 67, 71]

$$\begin{aligned} a_{pp}^2 &= a_{\bar{p}p}^2 = 8,2 \text{ GeV}^2 \\ \beta_{pp}^2 &= 1,80 \text{ GeV}^2, \quad \beta_{\bar{p}p}^2 = 1,55 \text{ GeV}^2 \\ \alpha^2 &= \xi_1 [\ln(s)]^{\xi_2}, \quad C = \xi_3 \exp\{\xi_4 [\ln(s)]^2\}, \end{aligned}$$

com ξ_j , $j = 1, 2, 3, 4$ fornecidos na tabela 3.1

reação	ξ_1 (GeV ²)	ξ_2	ξ_3 (GeV ⁻²)	ξ_4
pp	0,846	-0,339	9,01	0,00323
$\bar{p}p$	0,621	-0,206	9,10	0,00401

Tabela 3.1: Parâmetros para fator de forma dependente da energia [71].

Para amplitude dependente da energia utilizou-se

$$a^2 = \eta_1 + \eta_2 [\ln(s)]^2, \quad C = \eta_3 + \eta_4 [\ln(s)]^2$$

com os parâmetros η_j , $j = 1, 2, 3, 4$ dados na tabela 3.2

η_1 (GeV ²)	η_2 (GeV ²)	η_3 (GeV ⁻²)	η_4 (GeV ⁻²)	α^2 (GeV ²)	β^2 (GeV ²)
0,483	0,124	7,814	0,0518	0,419	1,80

Tabela 3.2: Parâmetros para espalhamento elástico pp com amplitude dependente da energia [72].

Nas figuras 3.4, 3.5 e 3.6 mostramos os resultados com fator de forma dependente da energia enquanto que na figura 3.7 a amplitude elementar varia com \sqrt{s} .

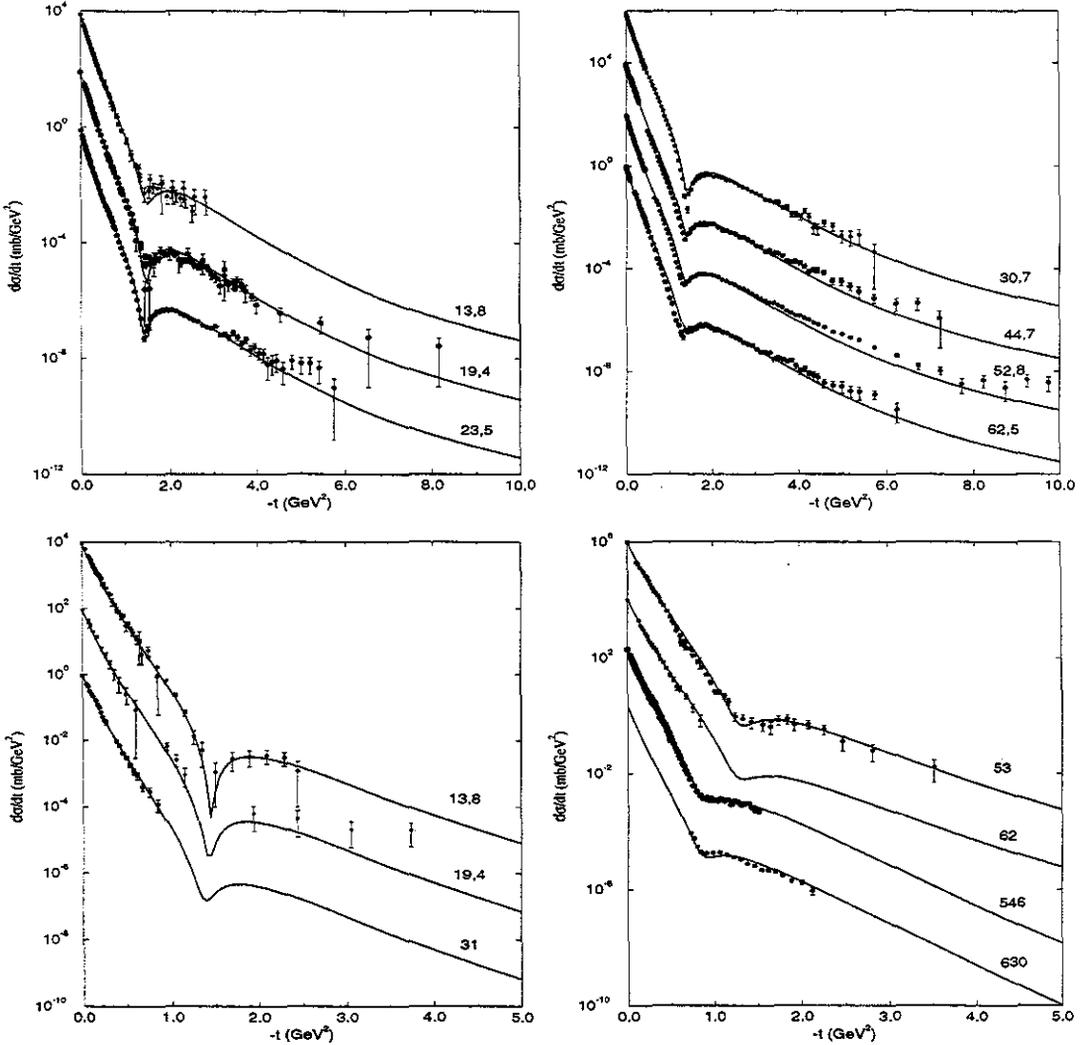


Figura 3.4: Seção de choque diferencial prevista pp (em cima) e $\bar{p}p$ (embaixo) com dados experimentais. Os valores numéricos à direita indicam as energias no sistema de centro de massa em unidades de GeV e as curvas e dados foram multiplicados por potências de 10 [21, 71].

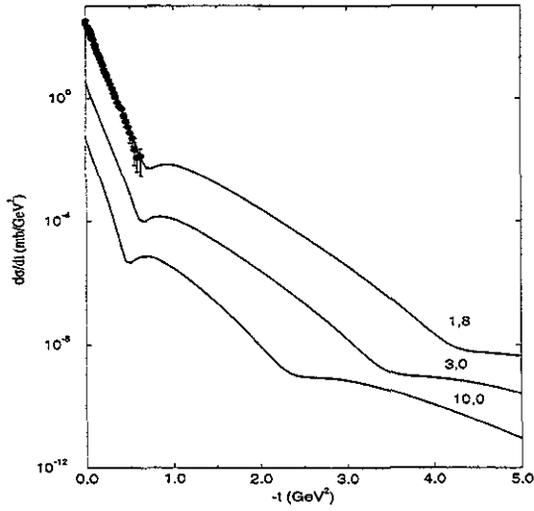


Figura 3.5: Previsões em energias do Tevatron para $\bar{p}p$ com dados experimentais em 1.8 TeV [21].

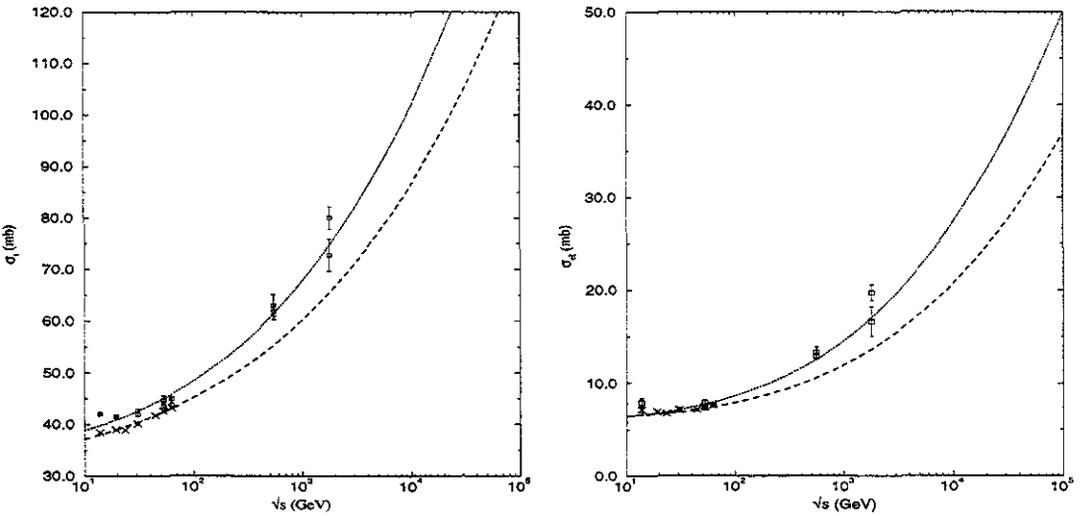


Figura 3.6: Resultados obtidos para a seção de choque total (esquerda) e elástica integrada (direita)[73].

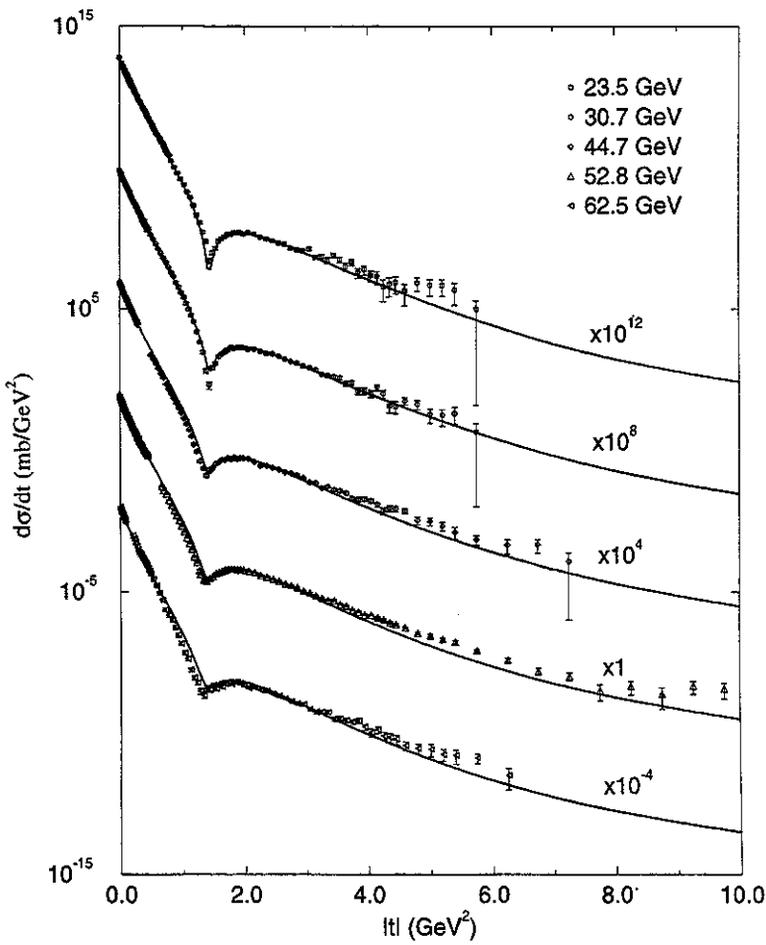


Figura 3.7: Descrição de seção de choque diferencial com $a^2(s)$ (pp) [72].

Com o objetivo de obter uma descrição de ρ junto com as demais grandezas ($d\sigma/dt$, σ_t , σ_{el} e σ_{inel}) propusemos uma mudança na função opacidade tornando-a complexa [27, 23]. As mudanças e os resultados obtidos serão nosso próximo assunto. Para encerrar essa seção observamos que a eq. (3.64) também foi utilizada em outros trabalhos mas num contexto diferente do abordado neste caso, analisando o espalhamento elástico pp e $\bar{p}p$ através da troca de Pomeron e de Odderon [74].

3.4.2 Proporcionalidade entre as partes real e imaginária da amplitude elementar

3.4.2.1 Introdução

Como dissemos no final da seção anterior, o modelo prévio de difração múltipla não podia descrever ρ e as outras grandezas físicas $d\sigma/dt$, σ_t , σ_{el} e σ_{inel} simultaneamente. Isso motivou um trabalho que consistia em transformar a amplitude puramente imaginária (3.63) em complexa [23]. Com isso a opacidade (3.61) tornar-se-ia complexa e teríamos uma amplitude hadrônica complexa sem a necessidade de utilizar a fórmula de Martin (vide seção 3.4.1).

Além do objetivo de aumentar o conjunto de grandezas físicas que podem ser descritos com o modelo geométrico das eqs. (3.62) e (3.63) há também outros motivos para evitar o uso da fórmula de Martin na amplitude hadrônica. A dedução dessa fórmula é feita no regime de energias assintoticamente altas [24] e momento transferido muito pequeno; definindo $\tau \equiv -t(\log(s))^2$, obtém-se

$$\frac{F(t, s)}{F(0, s)} = \phi(\tau). \quad (3.67)$$

Esta equação está associada à Invariância de Escala Geométrica de Dias de Deus [75] que leva a

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_t} \simeq \text{constante.}$$

Como a invariância de escala geométrica não concorda com os dados quando se passa da região do ISR ($\sqrt{s} \sim 50$ GeV) para a do Sp \bar{p} S ($\sqrt{s} = 550 - 600$ GeV) [49], o uso de (3.67) fora da região do ISR é polêmico pois ainda que não seja suportado pela invariância de escala geométrica, a fórmula de Martin dá bons resultados para $d\sigma/dt$ em $\sqrt{s} = 630$ GeV (veja figura 3.4). A dedução dessa fórmula pressupõe que a contribuição da amplitude ímpar para $F(t, s)$ é desprezível. Entretanto Gauron, Nicolescu e Leader utilizam a amplitude ímpar para descrever a troca do Odderon em colisões e também obtêm boas descrições dos dados experimentais [76]. Por fim, recentes trabalhos têm levantado controvérsias sobre a região de aplicabilidade da fórmula de Martin em t [25, 26]. Por tudo isso procuramos modificar o modelo descrito na seção 3.4.1 e vamos discuti-lo a seguir.

3.4.2.2 Hipóteses e resultados para pp no ISR

Na seção 3.4.2.1 detalhamos os motivos que nos levaram a modificar a hipótese da parte real da amplitude hadrônica que era fornecida pela fórmula de Martin; na seção 4.1 descrevemos os resultados que confirmam as características desejáveis para a amplitude elementar $f(q)$ e que estão presentes na hipótese adotada para a parte imaginária de $f(q)$ da equação (3.63). Por isso mantemos (3.63) como hipótese para $\text{Im}f(q)$ e modificamos o cálculo de $\text{Re}\{F(t, s)\}$, assumindo uma forma para a parte real da amplitude elementar, $\text{Re}\{f(q)\}$.

Como citado na seção 2.2, assume-se a hipótese que a razão entre as partes real e imaginária de $F(t, s)$ independe de t , isto é,

$$\rho = \frac{\text{Re}\{F(t, s)\}}{\text{Im}\{F(t, s)\}} = \frac{\text{Re}\{F(t=0, s)\}}{\text{Im}\{F(t=0, s)\}}$$

para $|t|$ pequeno. Essa relação serve de base para a hipótese que adotamos a nível elementar [23],

$$\lambda(s) = \frac{\text{Re}\{f(q, s)\}}{\text{Im}\{f(q, s)\}}, \quad (3.68)$$

isto é, a razão entre as partes real e imaginária de $f(q, s)$, a amplitude de espalhamento elementar, depende apenas da energia e não do momento transferido. Com a hipótese para a parte imaginária

$$\text{Im}\{f(q, s)\} = \frac{1 - q^2/a^2}{1 + q^4/a^4}, \quad (3.69)$$

obtemos a parte real da amplitude elementar complexa,

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda(s) \frac{1 - q^2/a^2}{1 + q^4/a^4}. \quad (3.70)$$

Para os fatores de forma continuamos com a hipótese (3.62). Com isso a equação para a função de opacidade, (3.61), torna-se

$$\Omega_{\text{comp}}(b, s) = C(1 - i\lambda) \left\langle \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{q^2}{\alpha^2}\right) \left(1 + \frac{q^2}{\beta^2}\right)} \right]^2 \left[\frac{1 - \frac{q^2}{\alpha^2}}{1 + \frac{q^4}{\alpha^4}} \right] \right\rangle \quad (3.71)$$

e em termos de (3.64) obtemos

$$\Omega_{\text{comp}} = (1 - i\lambda)\Omega. \quad (3.72)$$

Utilizando (3.59), (3.60) e (3.72) obtemos as partes real e imaginária da amplitude hadrônica $F(t, s)$,

$$\text{Re}\{F\} = \langle e^{-\Omega} \text{sen}(\lambda\Omega) \rangle, \quad \text{Im}\{F\} = \langle 1 - e^{-\Omega} \cos(\lambda\Omega) \rangle, \quad (3.73)$$

para as quais o modelo prévio, seção 3.4.1, é reobtido fazendo $\lambda = 0$.

As grandezas integradas σ_t , σ_{el} e σ_{inel} podem ser calculadas utilizando-se a relação de unitariedade [35, 77, 78]

$$2\text{Re}\{\Gamma(b, s)\} = |\Gamma(b, s)|^2 + G_{\text{in}}(b, s), \quad (3.74)$$

onde $\Gamma(b, s)$ é a função de perfil hadrônica e $G_{\text{in}}(b, s)$ a função de recobrimento inelástica. Com estas funções

$$\sigma_t = 4\pi \int_0^{+\infty} \text{Re}\{\Gamma(s, b)\}bdb, \quad \sigma_{inel} = 2\pi \int_0^{+\infty} G_{in}(s, b)bdb, \quad \sigma_{el} = 2\pi \int_0^{+\infty} |\Gamma(s, b)|^2bdb, \quad (3.75)$$

onde $\Gamma(s, b) = 1 - \exp(-\Omega_{comp}(b, s))$. Colocando (3.75) em termos de (3.64):

$$\sigma_t = 4\pi \int_0^{+\infty} [1 - e^{-\Omega} \cos(\lambda\Omega)]bdb, \quad (3.76)$$

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^{+\infty} [1 - 2e^{-\Omega} \cos(\lambda\Omega) + e^{-2\Omega}]bdb, \quad (3.77)$$

$$\sigma_{inel} = 2\pi \int_0^{+\infty} [1 - e^{-2\Omega}]bdb. \quad (3.78)$$

Um estudo detalhado dos efeitos resultantes da substituição da eq. (3.66) por (3.73) encontra-se na referência [23]. A figura 3.8 mostra a comparação entre a descrição utilizando (3.66) e (3.73) para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV.

Como o modelo prévio de difração múltipla, seção 3.4.1, abordou duas possibilidades diferentes, amplitude elementar dependente da energia ($a^2 = a^2(s) \Rightarrow f(q, s)$) e fator de forma dependente da energia ($\alpha^2 = \alpha^2(s) \Rightarrow G(q, s)$), fizemos um estudo dessas possibilidades para a amplitude elementar complexa [23]. Nas figuras 3.9 e 3.10 mostramos os resultados para essas duas abordagens quando descrevemos apenas $d\sigma/dt$.

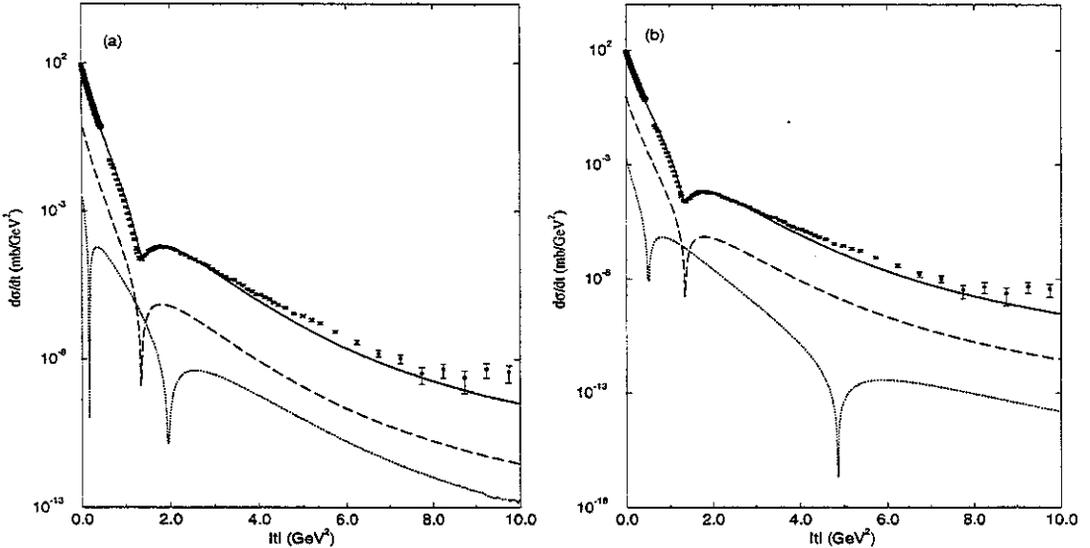


Figura 3.8: Resultados para a seção de choque diferencial elástica pp em $\sqrt{s} = 52,8$ GeV. A parte real foi obtida utilizando-se (a) fórmula de Martin (3.66) e (b) eq. (3.73). As contribuições imaginária (tracejado) e real (pontilhado) foram multiplicadas pelo fator 10^{-2} [79].

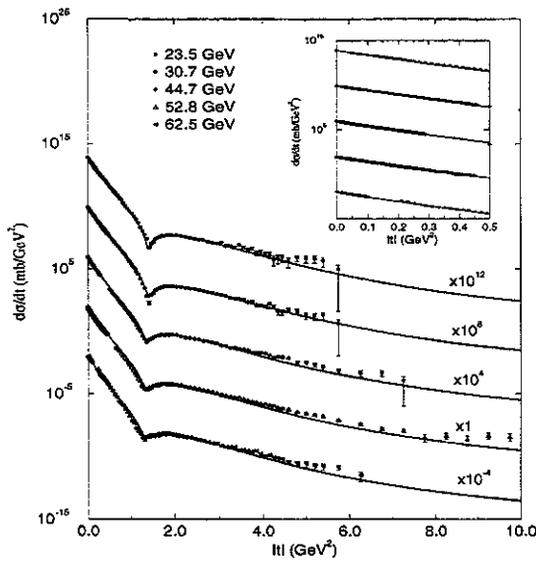


Figura 3.9: Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética na amplitude elementar. No detalhe mostramos a região a pequeno momento transferido. Os conjuntos para cada energia foram multiplicados pelos fatores indicados na figura [23].

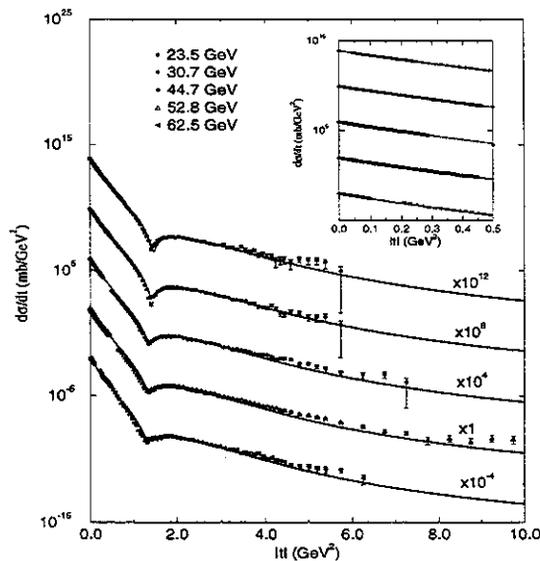


Figura 3.10: Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética no fator de forma. Veja explicações na legenda da figura 3.9 [23].

A descrição das seções de choque integradas aparece na figura 3.11. Apesar da descrição bastante satisfatória de $d\sigma/dt$ e seções de choque integradas, as previsões para ρ , eq. (2.9), não descrevem o seu comportamento crescente na região do ISR como podemos ver pela figura 3.12.

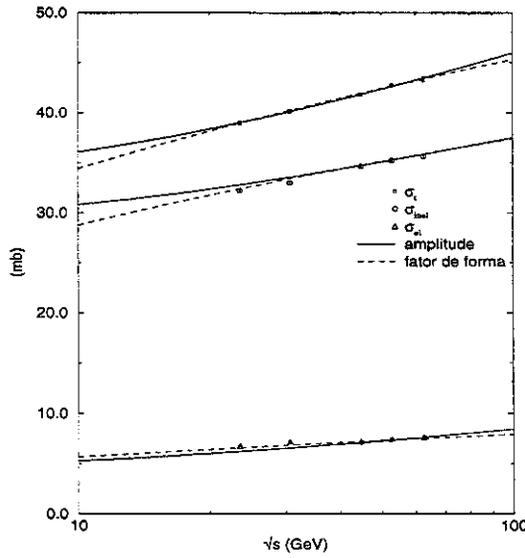


Figura 3.11: Descrição de σ_t , σ_{el} e σ_{inel} para as duas abordagens, $f(q, s)$ (linha cheia) e $G(q, s)$ (tracejado) [23].

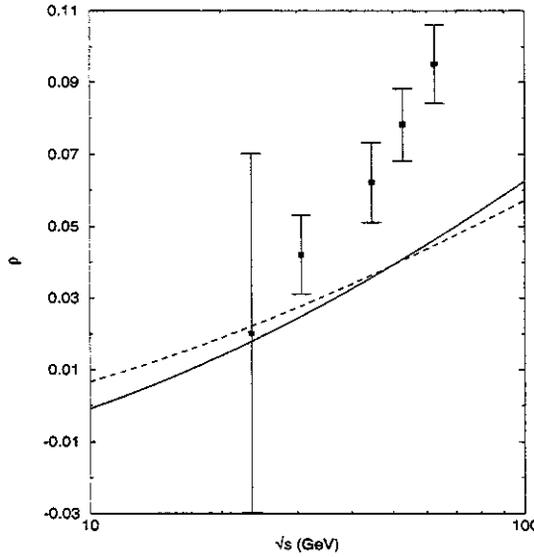


Figura 3.12: Razão entre as partes real e imaginária da amplitude hadrônica e as previsões para ρ com amplitude elementar dependente da energia, $f(q, s)$, (tracejado) e fator de forma dependente da energia, $G(q, s)$, (linha cheia) [23].

Considerando que a nova hipótese de amplitude elementar complexa foi feita para descrever ρ junto com as outras grandezas, a previsão mostrada na figura 3.12 implicava numa mudança de procedimento na tentativa de descrição das grandezas físicas. Com esse objetivo, calculamos os valores de λ que descreviam o ρ pelo seu valor

médio e com uma parametrização dependente da energia para λ , fizemos a descrição das grandezas mostradas nas figuras 3.13 e 3.14 ($d\sigma/dt$), 3.15 (σ_t , σ_{el} e σ_{inel}) e 3.16 (ρ). Como podemos observar, ρ foi descrito satisfatoriamente, assim como as seções de choque integradas e a diferencial, com exceção da região do mínimo difrativo que é superestimada pelo modelo. Em [23] fizemos quatro parametrizações para o crescimento de λ com a energia, duas para a abordagem $f(q, s)$ e duas para a de $G(q, s)$. As previsões para λ cresciam com $[\ln(s)]$ ou $[\ln(s)]^2$, mas na região do ISR forneciam resultados muito semelhantes, inclusive no preenchimento excessivo do mínimo difrativo, por isso mostramos apenas o caso de $\lambda(s)$ crescendo com $\ln(s)$.

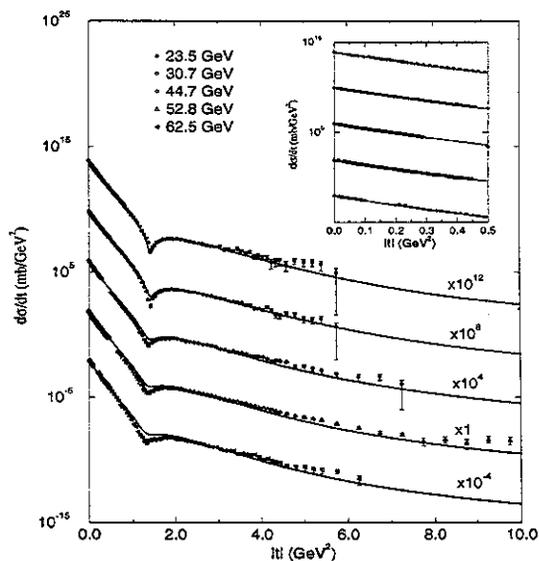


Figura 3.13: Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética na amplitude elementar. No detalhe mostramos a região a pequeno momento transferido. Os conjuntos para cada energia foram multiplicados pelos fatores indicados na figura [23].

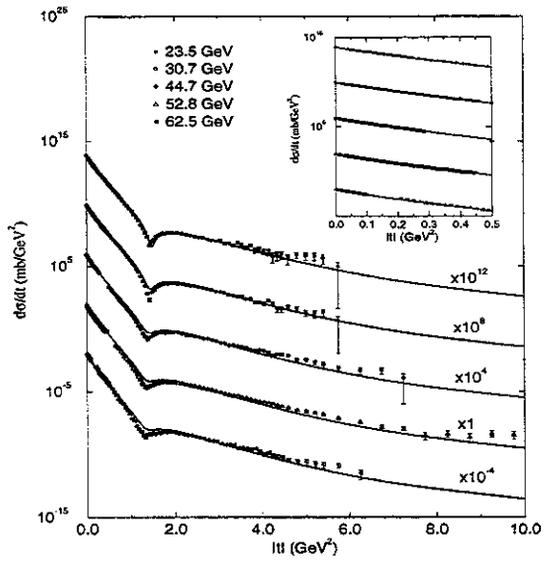


Figura 3.14: Descrição de $d\sigma/dt$ para energias do ISR com dependência energética no fator de forma. Veja explicações na legenda da figura 3.9 [23]

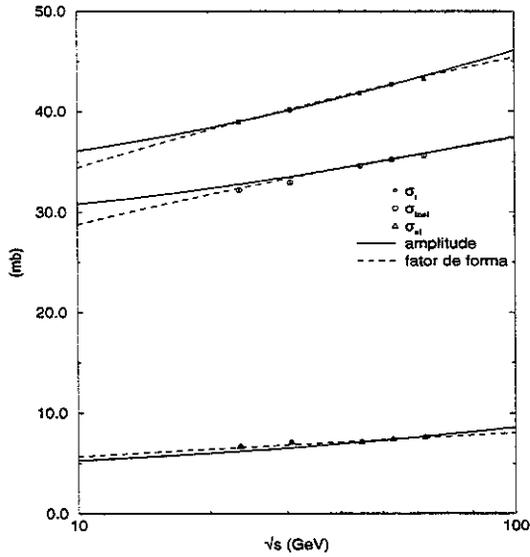


Figura 3.15: Descrição de σ_t , σ_{el} e σ_{inel} para as duas abordagens, $f(q, s)$ (linha cheia) e $G(q, s)$ (tracejado) [23].

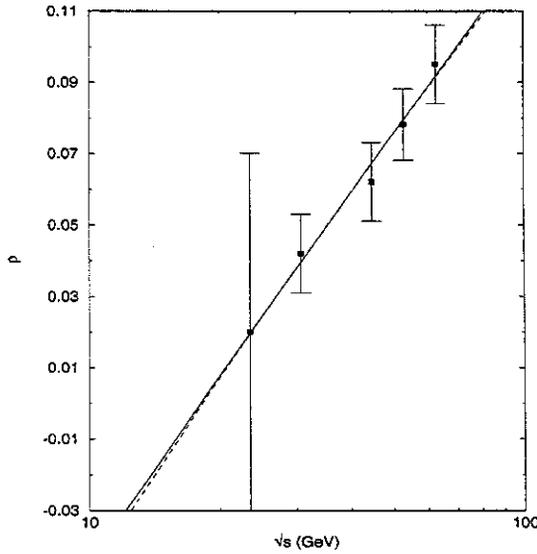


Figura 3.16: Razão entre as partes real e imaginária da amplitude hadrônica e as previsões para ρ com amplitude elementar dependente da energia, $f(q, s)$, (tracejado) e fator de forma dependente da energia, $G(q, s)$, (linha cheia) [23].

O trabalho realizado até agora incluiu apenas as energias do ISR, mas queremos ampliar esses resultados para duas outras energias onde há um conjunto considerável de resultados para espalhamento pp , $\sqrt{s} = 13,8$ e $19,4$ GeV. Esses novos conjuntos não foram analisados no trabalho de Amaldi e Schubert [35] e por isso apresentarão alguns resultados incompatíveis devido ao fato de que diferentes experiências forneceram os dados (veja tabela 2.3). Em [23] foram discutidas duas formas de tentar melhorar a descrição do mínimo difrativo em $d\sigma/dt$, uma delas seria buscar novos valores dos parâmetros C , α^2 , β^2 e a^2 ; a outra seria modificar a hipótese sobre a parte real da amplitude, eq. (3.68). A primeira proposta tem um limite de possibilidades, porque a alteração dos parâmetros C , α^2 , β^2 e a^2 não pode ser muito grande já que eles afetam a descrição de $d\sigma/dt$ em todas as regiões onde há dados e não apenas no mínimo difrativo. Mesmo assim, a inclusão dos dados de 13,8 e 19,4 GeV provocará algumas mudanças como veremos na seção 4.2.1. Quanto à segunda proposta, a mudança da hipótese (3.68), veremos nas seções 4.2.3 e 4.2.4 como aplicar essa idéia e os resultados obtidos a partir dela.

Capítulo 4

Espalhamento elástico próton-próton

Para descrever $d\sigma/dt$, a parte imaginária da amplitude hadrônica é essencial pois predomina sobre a parte real em quase toda a região de t contendo informações experimentais, exceto no mínimo difrativo onde $\text{Im}\{F\}$ se anula e $\text{Re}\{F\}$ preenche o mínimo. Na seção 3.4.1 mostramos a descrição de $d\sigma/dt$ assumindo a relação (3.63) para $\text{Im}\{f\}$. Com essa hipótese podemos determinar $\text{Im}\{F\}$ usando uma função que tem características semelhantes a ela, $|\text{Im}\{F\}|^2$ tem um zero e segundo máximo, diminuindo para q^2 acima dessa região. Na seção 3.4.2 fizemos uma hipótese para $\text{Re}\{f\}$ mantendo a forma (3.63) para $\text{Im}\{f\}$, eq. (3.69). Como a parte imaginária de F descrevia satisfatoriamente $d\sigma/dt$ fora do mínimo difrativo, era razoável mudar o modelo através de $\text{Re}\{f\}$, mantendo $\text{Im}\{f\}$.

Entretanto, novas informações foram obtidas durante este trabalho, que são compatíveis com as características da hipótese (3.69). Essas informações, extraídas de análise estatística dos dados e de modelo do vácuo estocástico, merecem uma discussão mais detalhada. Com esse intuito, fazemos uma discussão da parte imaginária de f na seção 4.1 e depois retomamos o modelo da seção 3.4.2 utilizando-o para um conjunto maior de dados e reformulando a parte real de f na seção 4.2.

4.1 Parte imaginária da amplitude elementar

Vamos mostrar aqui resultados que reforçam a escolha de (3.69) para a parte imaginária da amplitude elementar média. Primeiro trataremos de resultados fenomenológicos obtidos a partir de análise de dados de $d\sigma/dt$, depois mostraremos resultados obtidos a partir de cálculos de CQ não-perturbativa e modelo do vácuo estocástico.

4.1.1 Indicações da fenomenologia

Diversos trabalhos procuraram estudar as características da função opacidade no espaço de momento transferido a partir dos dados de $d\sigma/dt$ [80, 22, 81]. Um resultado comum a todos eles é a possibilidade de um zero na função opacidade para $|t| > 4\text{GeV}^2$ e no caso específico de [22], esse zero diminui com o aumento da energia. Entretanto, nenhum desses trabalhos fez propagação de erros para verificar se a existência do zero poderia ser discutida estatisticamente. Recentemente, Carvalho e Menon analisaram os dados para $d\sigma/dt$ em espalhamento pp [82] e $\bar{p}p$ [61] e através de ajuste por funções exponenciais em t e testes de minimização de χ^2 (CERN-MINUIT [83]) fizeram um estudo estatístico da função de opacidade no espaço de momento transferido com propagação de erros dos parâmetros ajustados. Esse estudo concluiu pela existência dos zeros mesmo levando em conta a propagação de erros e, para a região $19,5 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 62,5 \text{ GeV}$, os resultados apontam para uma diminuição do zero com o aumento da energia [61]. Como a determinação do comportamento da opacidade a grande momento transferido depende dos dados de $d\sigma/dt$ para grande q^2 [81, 67], Carvalho e Menon fizeram uso de dois conjuntos de dados para pp : um contendo apenas os dados de $\sqrt{s} = 13,8, 19,4, 23,5, 30,7, 44,7, 52,8$ e $62,5 \text{ GeV}$ e o outro contendo esses dados e os para $\sqrt{s} = 27,5 \text{ GeV}$ com dados no intervalo $5,5 \leq q^2 \leq 14,2\text{GeV}^2$ [32] acrescentados em cada uma das energias acima.

Para isso assumiram a hipótese de que $d\sigma/dt$ não depende da energia para $|t| > 3,0 \text{ GeV}^2$, baseada em evidências dos dados para $\sqrt{s} > 10 \text{ GeV}$ [84, 85]. Os resultados para o zero da opacidade são mostrados na figura 4.1.

Observa-se que a incerteza no valor de q^2 para o zero da opacidade diminui quando se utilizam os dados de $\sqrt{s} = 27,5 \text{ GeV}$ de maior momento transferido. Para antipróton-próton há um problema adicional, pois todos os conjuntos de dados estão na região $|t| < 4 \text{ GeV}^2$ e a análise feita por Carvalho e Menon não confirma a existência do zero dentro da margem de erro embora ele possa existir em algumas das energias estudadas ($\sqrt{s} = 13,8, 19,4, 31, 53, 546$ e 1800 GeV) de acordo com as incertezas nos valores da função de opacidade no espaço de momento transferido [61].

Considerando que os fatores de forma não apresentem zero para q^2 finito, a função opacidade no espaço de momento transferido,

$$\Omega_{AB}(q) = \frac{C_{AB}}{i} G_A(q) G_B(q) f(q), \quad (4.1)$$

leva à conclusão de que o zero de $\Omega_{AB}(q)$ é devido à amplitude elementar média $f(q)$. Esta característica da amplitude está presente na forma adotada em (3.63). Veremos a seguir como resultados obtidos a partir de CQ não-perturbativa e modelo do vácuo estocástico também concordam com o comportamento de (3.63).

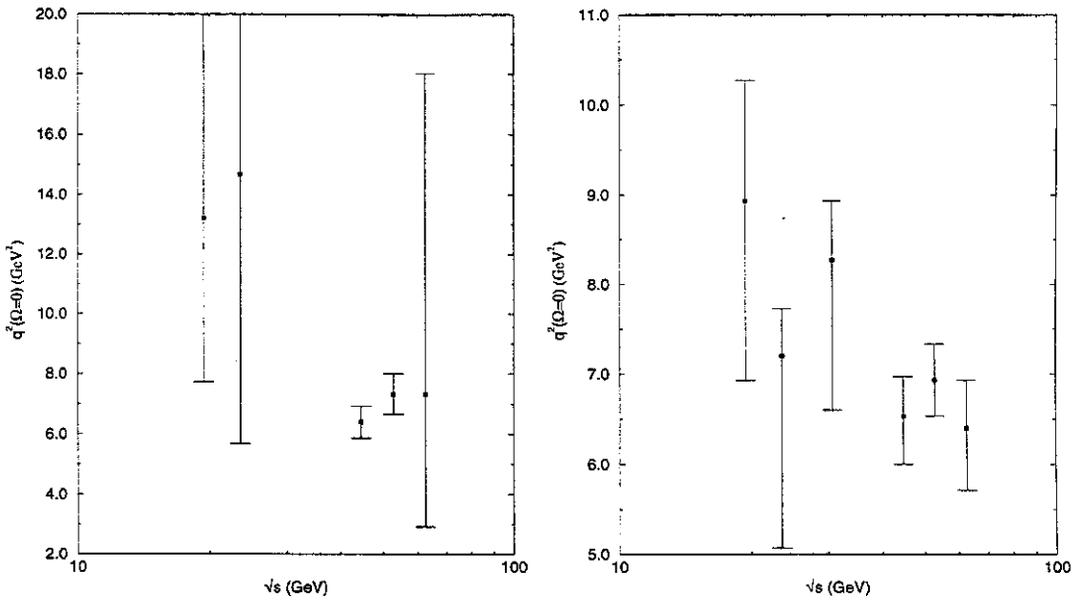


Figura 4.1: Variação dos zeros da função opacidade com a energia para o espalhamento pp . O conjunto obtido sem os dados de $\sqrt{s} = 27,5$ GeV encontra-se à esquerda e o conjunto com esses dados à direita [61].

4.1.2 CQ não-perturbativa e modelo do vácuo estocástico

Acredita-se que a colisão de partículas interagindo fortemente possa vir a ser descrita totalmente através da CQ nos seus dois regimes, perturbativo e não-perturbativo. No momento há dificuldades a serem enfrentadas para atingir essa meta. No regime perturbativo, a grande quantidade de contribuições (diagramas) a serem calculados para o espalhamento pp (ou $\bar{p}p$) torna difícil a aplicação direta da CQ e por isso diversos modelos fenomenológicos são utilizados [1]. No regime não-perturbativo ainda não foram feitos cálculos de espalhamento na rede e uma das razões para isso é o problema de continuação analítica entre os espaços de Minkowski e Euclideo, como citado no capítulo 1. Recentemente este problema foi abordado [86] e é possível que no futuro se calculem amplitudes de espalhamento diretamente na rede. Enquanto isso não ocorre, um modelo capaz de aplicar resultados de CQ não-perturbativa ao espalhamento hadrônico tem sido utilizado, que é o modelo do vácuo estocástico (MVE) [2]. Este modelo assume como hipótese que na colisão hadrônica os constituintes dos hádrons interagem com o vácuo da CQ e que este vácuo é o mesmo do caso estático da CQ. O MVE também assume que os processos são gaussianos, isto é, caracterizam-se por correlações que podem ser reduzidas ao produto de correlações de dois campos. O MVE tenta descrever a interação entre constituintes dos hádrons em colisão através do conhecimento da correlação espacial dos campos estáticos do vácuo da CQ não-perturbativa [87].

Quando um constituinte atravessa a região onde há esse vácuo estocástico, sua trajetória não muda de direção, porque se considera que o espalhamento elástico ocorre em altas energias e em um campo de fundo de intervalo de frequência limitado [2], mas ele ganha uma fase. Essa é a *aproximação eiconal no modelo do vácuo estocástico*. O MVE também assume como hipótese os estados assintóticos livres no espalhamento. Para isso define um alcance ζ chamado de comprimento de correlação, que determina a região ocupada pelo vácuo estocástico, na qual o constituinte adquire a fase eiconal. Fora dessa região assume-se que o constituinte não interage mais com o vácuo produzido pelo constituinte do outro hádron e por isso pode ser considerado livre em relação ao outro hádron. Os quarks considerados de valência serão aqueles que sobreviverem o bastante (isto é, não sofrerem decaimento ou aniquilação) para atravessarem a região do vácuo estocástico de comprimento ζ e serem tratados como assintóticos antes e depois dessa passagem. Esses quarks possuem momento transversal muito menor que o longitudinal no regime de altas energias [87] e devido à hipótese de não-alteração da trajetória durante o espalhamento citado acima, o MVE trata da região de pequeno momento transferido de $d\sigma/dt$. Como essa região está associada ao crescimento da constante de acoplamento da interação forte, está no regime não-perturbativo onde há confinamento. Portanto é preciso que o MVE leve em conta o efeito de confinamento e isso é feito na construção do correlator onde a estrutura tensorial é a responsável pelo efeito de confinamento na teoria de calibre não-Abeliana [2].

Temos então duas situações diferentes: o fenômeno de confinamento está na forma definida para o correlator, que é relacionado ao vácuo da CQ pelo qual passa o quark do outro hádron, enquanto que este quark (constituinte) é assumido assintoticamente livre antes e depois da passagem pela região do vácuo da CQ.

Krämer e Dosch utilizaram o MVE para calcular a amplitude elementar quark-quark nos espaços de parâmetro de impacto (\mathbf{b}), correspondendo à função de perfil elementar neste trabalho, e momento transferido (\mathbf{q}) [88]. Posteriormente, Ferreira e eles utilizaram a amplitude de espalhamento em \mathbf{b} para obter diretamente a amplitude hadrônica [2]. Para tanto utilizaram uma parametrização para o correlator $D(z)$ que ajustava antigos resultados obtidos na rede [89].

Buscando conectar os resultados fenomenológicos do FDM com informações de CQ não-perturbativa, fizemos uso do MVE para calcular a função de perfil e amplitude de espalhamento elementares [90], utilizando novos resultados calculados na rede [91].

Resumidamente, o procedimento que realizamos é o seguinte: Krämer e Dosch utilizaram o MVE para calcular a amplitude elementar quark-quark a partir de informações, extraídas de cálculos na rede de CQ não-perturbativa, sobre a função de correlação ($D(z)$). Essas informações indicavam um comportamento exponencial decrescente conforme a distância aumentava, eq. (4.5), mas não havia resultados que determinassem a existência de uma divergência em $D(z)$ na origem. Por isso Krämer e Dosch adotaram uma forma que fosse finita quando $z \rightarrow 0$, eq. (4.6). Tendo essa equação, eles fizeram uso do MVE para obter a fase eiconal, eq. (4.12), e a partir dela a função de perfil elementar, eq. (4.11). Posteriormente, junto com Ferreira, utilizaram esses resultados para calcular σ_t e B através do MVE. Mais recentemente, informações

sobre a possibilidade de divergência em $D(z)$ surgiram de cálculos da rede, eq. (4.2). Por isso Martini, Menon e Thober compararam os resultados de Dosch, Ferreira e Krämer com os obtidos aplicando o MVE a essa nova informação. Com esse intuito, utilizaram as parametrizações para $D(z)$ e $D_1(z)$ obtidas do cálculo na rede, eqs. (4.2) e (4.3), para obter a função de perfil elementar e a partir dela a amplitude elementar com o uso do MVE. Comparando-se esse resultado com o que pode ser obtido do modelo de Dosch, Ferreira e Krämer, conclui-se que a forma finita de $D(z)$ para z pequeno pode influenciar a forma da amplitude, mas a divergência não afeta o resultado. Como a integração das eqs. (4.2) e (4.3) tem que ser numérica, o resultado necessita uma parametrização, eq. (4.21), para que os cálculos seguintes sejam feitos. No trabalho de Dosch, Ferreira e Krämer, a eq. (4.6) já é escolhida de modo que os cálculos seguintes possam ser feitos analiticamente.

Seguindo a notação adotada em [90], as funções de correlação obtidas a partir de [91] são

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D(z^2) = 24 \left[A \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_A}\right) + \frac{B}{|z|^4} \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_B}\right) \right], \quad (4.2)$$

$$(1 - \kappa) \langle g^2 FF \rangle D_1(z^2) = 24 \left[A_1 \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_A}\right) + \frac{B_1}{|z|^4} \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_B}\right) \right], \quad (4.3)$$

onde

$$\begin{aligned} \frac{A}{\Lambda^4} = 3.3 \times 10^8, \quad B = 0.69, \quad \frac{A_1}{\Lambda^4} = 0.7 \times 10^8, \quad B_1 = 0.46 \\ \lambda_A = \frac{1}{182\Lambda} \quad \lambda_B = \frac{1}{94\Lambda}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

κ é uma constante e $\langle g^2 FF \rangle$ é o condensado de glúons [2]. Para obter o valor de Λ e, a partir dele, os de A e A_1 , informações de tensão de corda em Λ levaram a [91]

$$\lambda_A = 0,22 \text{ fm}$$

e, conseqüentemente, a [90]

$$A = 128,39 \text{ fm}^{-4}, \quad A_1 = 27,23 \text{ fm}^{-4} \text{ e } \lambda_B = 0,43 \text{ fm}.$$

A parametrização utilizada por Dosch, Ferreira e Krämer [2] foi ajustada a dados anteriores para a função de correlação D [89] resultando em

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) = 24C \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right), \quad (4.5)$$

com $C = 137 \text{ fm}^{-4}$, $\lambda = 0,22 \text{ fm}$ e $r = |z|$. A hipótese usada em [2] para a função de correlação pressupõe uma continuação analítica (do espaço euclídeano para o de Minkowski) para D no espaço de momentos quadridimensional. Por isso eles definem $D_{\text{KD}}^{(n)}\left(\frac{z^2}{a^2}\right)$ do MVE em termos da transformada de Fourier 4-dimensional,

$$D_{\text{KD}}^{(n)}\left(\frac{z^2}{a^2}\right) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \exp\left(-\frac{ikz}{a}\right) \left\{ \frac{-6i A_n k^2}{\left(k^2 - \frac{1}{\lambda_n^2}\right)^n} \frac{1}{\lambda_n^{2n-6}} \right\}, \quad (4.6)$$

onde k é um 4-momento no espaço de Minkowski enquanto z é um 4-vetor de distância no espaço euclideano.

Substituindo $D\left(-\frac{r^2}{a^2}\right)$ de (4.5) por (4.6), chegou-se a [2] $n = 4$, $\Lambda = 4,4$ MeV, $a = 0,35$ fm e $\kappa\langle g^2 FF \rangle = 1,774$ GeV⁴. A expressão matemática para (4.6) é

$$D_{\text{KD}}^{(4)}(x) = x[K_1(x) - \frac{x}{4}K_0(x)] \quad (4.7)$$

onde $x = \frac{3\pi}{8} \frac{z}{a}$ e K_1, K_0 são funções de Bessel. Contudo, é preciso alertar que a eq. (4.7) não reproduz precisamente a forma extraída da rede, eq. (4.5), nem o novo resultado (4.2) porque adotou-se $\Lambda = 4,4$ MeV[2] enquanto que em [89] utilizou-se $\Lambda = 4,9$ MeV. Como é necessário calcular Λ^4 para obter A , eq. (4.4), e C , eq. (4.5), há uma razoável diferença entre os dois valores e o resultado (veja figura 4.2).

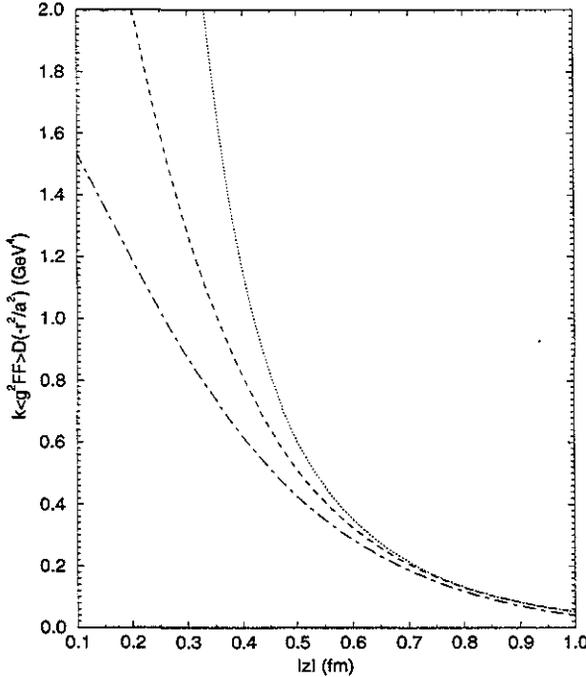


Figura 4.2: Função de correlação com $|z| = r$ dada por (a) parametrização (4.2) (pontilhado), (b) parametrização (4.5) (tracejado) e (c) eq. (4.7) (traço-ponto)[90].

Em [2] e [90] foram tomados caminhos diferentes para se chegar à função de perfil elementar. Descrevendo primeiro o caminho adotado em [2], temos a transformada de D no espaço de 4-momentos de Minkowski definida pelo integrando de (4.6) (veja também a equação (37) em [2]). Depois disso, assume-se que essa transformada pode ser continuada analiticamente para o espaço euclideano onde terá a forma

$$D(|\mathbf{K}_\perp|^2) = -\frac{6A_n \lambda_n^6 |\mathbf{K}_\perp|^2}{(-\lambda_n^2 |\mathbf{K}_\perp|^2 - 1)^n}, \quad (4.8)$$

com \mathbf{K}_\perp o momento transversal em duas dimensões (de acordo com [87], a eq. (4.8) é uma representação assumida como válida em [2]). Faz-se então uma transformada de Fourier inversa bidimensional para o espaço euclideo de duas dimensões

$$\mathcal{F}_2^{-1(n)}(-|\vec{\xi}|^2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{K}_\perp D(|\mathbf{K}_\perp|^2) \exp(i\mathbf{K}_\perp \cdot \vec{\xi}), \quad (4.9)$$

onde $\vec{\xi}$ é qualquer vetor bidimensional do plano transversal à direção de propagação das partículas colidentes. Utilizando os valores dos parâmetros obtidos ao ajustar (4.6) a (4.5) e aproximando-se (4.9) para diminuir o tempo de cálculo computacional sem perder a precisão do resultado [2], chega-se a

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_2^{-1(n)}[D(|\mathbf{K}_\perp|^2)](x) &= \exp(-x)[2^8/(9\pi) * (0,5 * (1 + x) - 0,0379x^2 \\ &\quad - 0,067x^3 + 0,0028x^4)], \end{aligned} \quad (4.10)$$

com $x = \frac{3\pi}{8a}b$ e $a = 0,35$ fm.

A seguir, calcula-se a contribuição principal para a amplitude no espaço de parâmetro de impacto segundo o MVE,

$$\gamma(b) = \eta \epsilon^2(b), \quad (4.11)$$

onde η é uma constante de normalização que será utilizada para acertar a notação com nosso resultado [90] e

$$\epsilon(b) = \epsilon_I(b) + \epsilon_{II}(b), \quad (4.12)$$

$$\epsilon_I(b) = \kappa \langle g^2 FF \rangle \int_b^\infty db' (b' - b) \mathcal{F}_2^{-1}[D(-q^2)](b'), \quad (4.13)$$

$$\epsilon_{II}(b) = (1 - \kappa) \langle g^2 FF \rangle \mathcal{F}_2^{-1} \left[\frac{d}{dq^2} D_1(-q^2) \right] (b), \quad (4.14)$$

onde q^2 é o 4-momento transferido. Para (4.10) tem-se $\epsilon_I(b) = \epsilon_{KD}(x)$ e $\epsilon_{II}(b) = 0$, então

$$\epsilon_{KD}(x) = \mathcal{K}[-0,5 * (B(x) + C(x) - x(A(x) + B(x))) \quad (4.15)$$

$$+ 0,0379(D(x) - xC(x)) + 0,0067(E(x) - xD(x)) \quad (4.16)$$

$$- 0,0028(F(x) - xE(x))] \quad (4.17)$$

com

$$\mathcal{K} = \kappa \langle g^2 FF \rangle a^4 2^{14} / (3^4 \pi^3), \quad x = \left(\frac{3\pi}{8a}\right)b,$$

$$A(x) = \exp(-x), \quad B(x) = (x + 1)A(x),$$

$$C(x) = x^2 A(x) + 2B(x), \quad D(x) = x^3 A(x) + 3C(x),$$

$$E(x) = x^4 A(x) + 4D(x) \quad \text{e} \quad F(x) = x^5 A(x) + 5E(x).$$

Substituindo (4.17) em (4.11) com

$$\eta = \frac{1}{9(8 \times 12)^2} \quad (4.18)$$

obtem-se a amplitude elementar no espaço de parâmetro de impacto (função de perfil elementar) γ_{KD} .

O outro caminho seguido em [90] não faz a continuação entre os espaços de Minkowski e Euclideano. Ao invés de passar do espaço de configurações 4-dimensional euclideano para o de 4-momentos de Minkowski (4.6), depois supor representação no espaço de momentos bidimensional euclideano (4.8) e fazer transformada de Fourier em duas dimensões com variáveis euclidianas, optamos por trabalhar apenas no espaço euclideano. Primeiro fazemos uma transformada 4-dimensional para o espaço de 4-momentos euclideano,

$$\mathcal{D}(k) = F_4[\mathcal{D}(z)] = \frac{1}{4\pi^2} \int d^4z \mathcal{D}(z) \exp(ik \cdot z), \quad (4.19)$$

onde $\mathcal{D} = D, D_1$ e assumimos que (4.2) e (4.3) representam as funções de correlação no espaço euclideano¹. Como $\mathcal{D}(z)$ depende apenas do módulo de z (eqs. (4.2) e (4.3)) e vai a zero rapidamente, nós limitamos a integral à região $[z_m, 10]$ (fm) pois qualquer correlação além da distância de 10 fm pode ser desprezada. O limite inferior, z_m , servirá para estudarmos a dependência do resultado da transformada quando nos aproximamos da divergência do termo proporcional a $1/|z|^4$. Como $D(z)$ é função par, os termos envolvendo o seno de $\exp(ik \cdot z)$ serão nulos quando integramos em todo o intervalo e como a função só depende do módulo de z , teremos $D(k)$ que depende apenas do módulo, portanto simplificamos o cálculo tomando $k \cdot z = kz_1$ e integramos nas quatro coordenadas.

A equação (4.19) fica mais simples na forma

$$\mathcal{D}(k) = \frac{4}{\pi^2} \int_{z_m}^{10} d^4z \mathcal{D}(z) \cos(kz_1)$$

que é integrada numericamente. Os resultados para $\mathcal{D} = D$ e D_1 estão na figura 4.3.

¹Há uma definição diferente para a constante de normalização da transformada de (4.19) comparada à de (4.6) retirada de [2], por isso utilizamos η em (4.11).

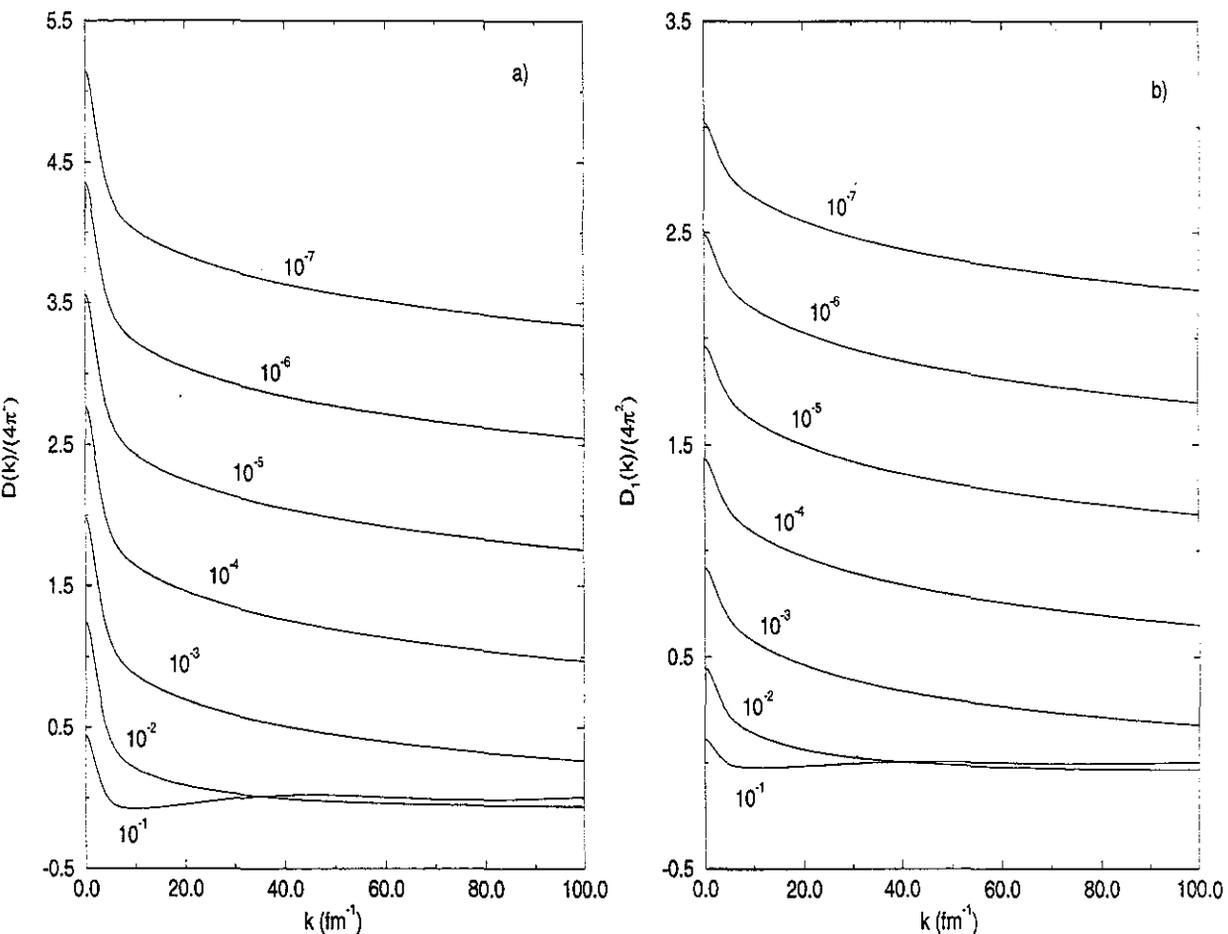


Figura 4.3: Transformada de Fourier 4-dimensional de $\mathcal{D}(z)$, eq. (4.19), e o efeito do limite inferior z_m entre 10^{-1} e 10^{-7} fm (indicados na figura) para (a) $\mathcal{D} = D$ e (b) $\mathcal{D} = D_1[90]$.

As curvas na figura 4.3 são devidas aos valores adotados para z_m , indicados ao lado de cada curva. A partir de $z_m = 10^{-3}$ fm temos uma forma estável para $\mathcal{D}(k)$ com acréscimo de uma constante que depende de z_m . Podemos escrever

$$\mathcal{D}(k) = \hat{d}(k) + C(z_m), \quad (4.20)$$

onde $\hat{d}(k) = d_1(k)$ e $d(k)$ são as transformadas numéricas finitas e $C(z_m)$ é a constante dependente do limite inferior. Podemos explicar esse efeito da seguinte forma: o termo divergente em (4.2) e (4.3) é uma aproximação de uma divergência do tipo função delta de Dirac e cuja transformada é uma constante. O próximo passo será a transformada de Fourier inversa bidimensional a ser utilizada em (4.13) e a derivação em q^2 de (4.14). O primeiro caso leva a uma função delta de Dirac em duas dimensões que não terá efeito em $\epsilon_1(b)$ devido à convolução de (4.13) e no segundo caso a derivação elimina a constante. Portanto podemos escolher \hat{d} para $z_m = 10^{-3}$ fm, onde a forma da curva já é bem estável, e continuar a trabalhar com ela. Como se tratam de valores numéricos,

deve ser ajustada por funções com transformadas conhecidas a fim de que possamos calcular $\gamma(b)$. Escolhemos a forma abaixo

$$\begin{aligned} \kappa \langle g^2 FF \rangle d(k) &= \sum_{j=1}^2 a_j \exp(-b_j k) + a_3 \exp(-b_3 k^2), \\ (1 - \kappa) \langle g^2 FF \rangle d_1(k) &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \exp(-b_{1j} k) + a_{13} \exp(-b_{13} k^2), \end{aligned} \quad (4.21)$$

com parâmetros mostrados na tabela 4.1 e descrição dos valores na figura 4.4.

j	$a_j/(24 \times 4\pi^2)$	b_j	$a_{1j}/(24 \times 4\pi^2)$	b_{1j}
1	0,50003	0,094168	0,46314	0,12874
2	0,76546	0,010859	0,28780	$0,48787 \times 10^{-2}$
3	0,73263	0,104490	0,18440	$0,36088 \times 10^{-3}$

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros utilizados na eq. (4.21). Parâmetros b_1 , b_2 , b_{11} e b_{12} estão em fm enquanto b_3 e b_{13} estão em fm^2 [90].

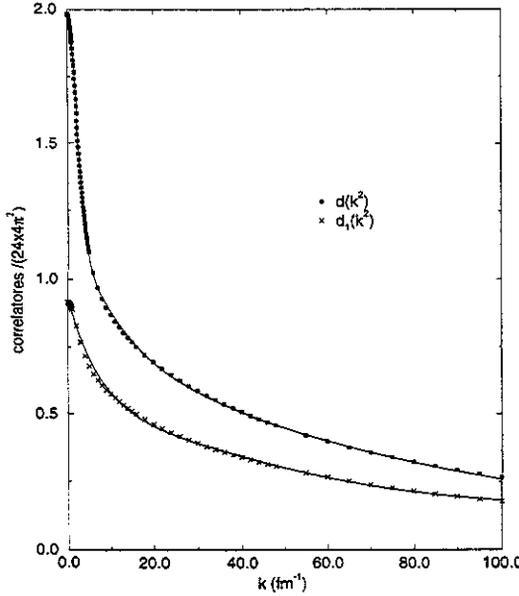


Figura 4.4: Parte finita das funções de correlação no espaço de momentos euclídeo para $z_m = 10^{-3}$ fm calculada numericamente (pontos) e ajustada por (4.21) (curvas sólidas)[90].

A eq. (4.21) é utilizada na transformada de Fourier inversa bidimensional com variáveis euclídeas (4.9) resultando em

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle \mathcal{F}_2^{-1}[d(-q^2)](b) = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{j=1}^2 \frac{a_j}{b_j^2} \left[\left(\frac{b}{b_j} \right)^2 + 1 \right]^{-3/2} + \frac{a_3}{2b_3} \exp\left(-\frac{b^2}{4b_3}\right) \right], \quad (4.22)$$

com $d(-q^2) = d(k)$. Para $d_1(k)$ calcularemos (4.14), portanto a transformada análoga a (4.9) é feita para $\frac{d}{dq^2}[d_1(-q^2)]$ com o resultado

$$(1 - \kappa)\langle g^2 FF \rangle \mathcal{F}_2^{-1}\left[\frac{d}{dq^2}d_1(-q^2)\right](b) = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{j=1}^2 \left(-\frac{a_{ij}}{2}\right) \left[\left(\frac{b}{b_{ij}}\right)^2 + 1\right]^{-\frac{1}{2}} - \frac{a_{13}}{2} \exp\left(\frac{-b^2}{4b_{13}}\right) \right] \quad (4.23)$$

onde $d_1(-q^2) = d_1(k)$.

Aplicando (4.22) em (4.13) obtemos

$$\epsilon_I(b) = \frac{1}{2\pi} \left[a_3 \exp\left(-\frac{b^2}{4b_3}\right) - \frac{a_3}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b_3}} \operatorname{Erfc}\left(\frac{b}{2\sqrt{b_3}}\right) b + \sum_{j=1}^2 a_j \left\{ \left[\left(\frac{b}{b_j}\right)^2 + 1\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{b}{b_j} \right\} \right] \quad (4.24)$$

enquanto $\epsilon_{II}(b)$ de (4.14) é fornecido diretamente por (4.23). Fazemos $\epsilon(b) = \epsilon_I(b) + \epsilon_{II}(b)$ conforme (4.12) e obtemos $\gamma(b)$ de (4.11) com

$$\eta = \frac{4}{9 \times 8^2}. \quad (4.25)$$

Na figura 4.5 mostramos ϵ_{KD} , eq. (4.17), junto com ϵ_I , eq. (4.24), e ϵ_{II} , eq. (4.23). Para ϵ_{KD} utilizamos $\kappa\langle g^2 FF \rangle a^2 = 135,82 \text{ fm}^{-2}$.

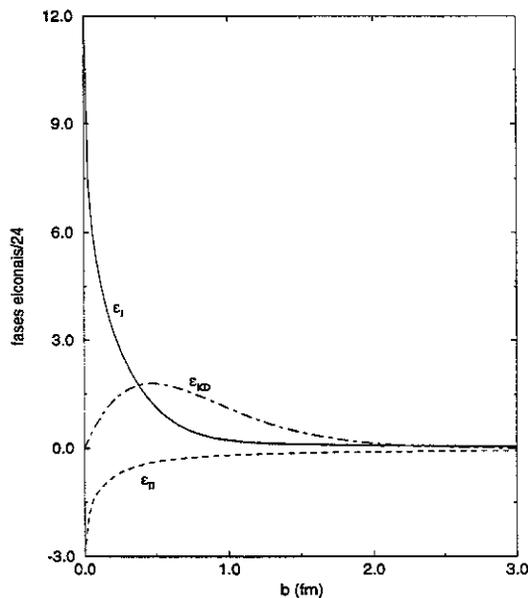


Figura 4.5: Contribuições para a fase eiconal de ϵ_I , eq. (4.24), ϵ_{II} , eq. (4.23), e ϵ_{KD} , eq. (4.17)[90].

Na figura 4.6 mostramos $\gamma(b)$ calculada através de (4.11) com η dada por (4.18) para ϵ_{KD} e (4.25) para $\epsilon(b) = \epsilon_I(b) + \epsilon_{II}(b)$. Nessa figura também mostramos o efeito de excluir a divergência em (4.2) e (4.3) fazendo $B = 0$ e $B_1 = 0$; neste caso decidimos parametrizar as equações resultantes por funções gaussianas que têm expressão

analítica para as transformadas e com isso obtemos uma expressão matemática para a fase ϵ que depois pode ser integrada numericamente para obter a amplitude elementar no espaço de momentos bidimensional.

Definamos então a função de correlação sem divergência

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D^{\text{sd}}(z^2) = 24A \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_A}\right). \quad (4.26)$$

com parâmetros dados por (4.4) e ajustamo-la por

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D^{\text{sd}}(z^2) = \sum_{j=1}^4 c_j \exp\left(-\frac{z^2}{d_j}\right), \quad (4.27)$$

onde os parâmetros estão na tabela 4.2.

Fazendo as transformadas no mesmo processo descrito acima, chegamos a

$$\epsilon_I^{\text{sd}} = \frac{\pi}{2} \sum_{j=1}^4 \left[c_j d_j^2 \exp\left(-\frac{b^2}{d_j}\right) - c_j d_j \sqrt{\pi d_j} b \operatorname{Erfc}\left(\frac{b}{\sqrt{d_j}}\right) \right]. \quad (4.28)$$

j	1	2	3	4
$c_j(\text{fm}^{-4})$	30	30	23	45
$d_j(\text{fm}^2)$	0,023	0,00175	0,28	0,085

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros que ajustam (4.27).

Para obter $\epsilon_{II}^{\text{sd}}(b)$ partimos de

$$D_1^{\text{sd}}(z^2) = 0,2121 D^{\text{sd}}(z^2) \quad (4.29)$$

e, utilizando (4.14), chegamos a

$$\epsilon_{II}^{\text{sd}}(b) = -\frac{0,2121\pi}{4} \sum_{j=1}^4 c_j d_j^2 \exp\left(-\frac{b^2}{d_j}\right). \quad (4.30)$$

Com (4.12), (4.25) e (4.11) calculamos $\gamma^{\text{sd}}(b)$. Os resultados para a função de perfil são mostrados na figura 4.6.

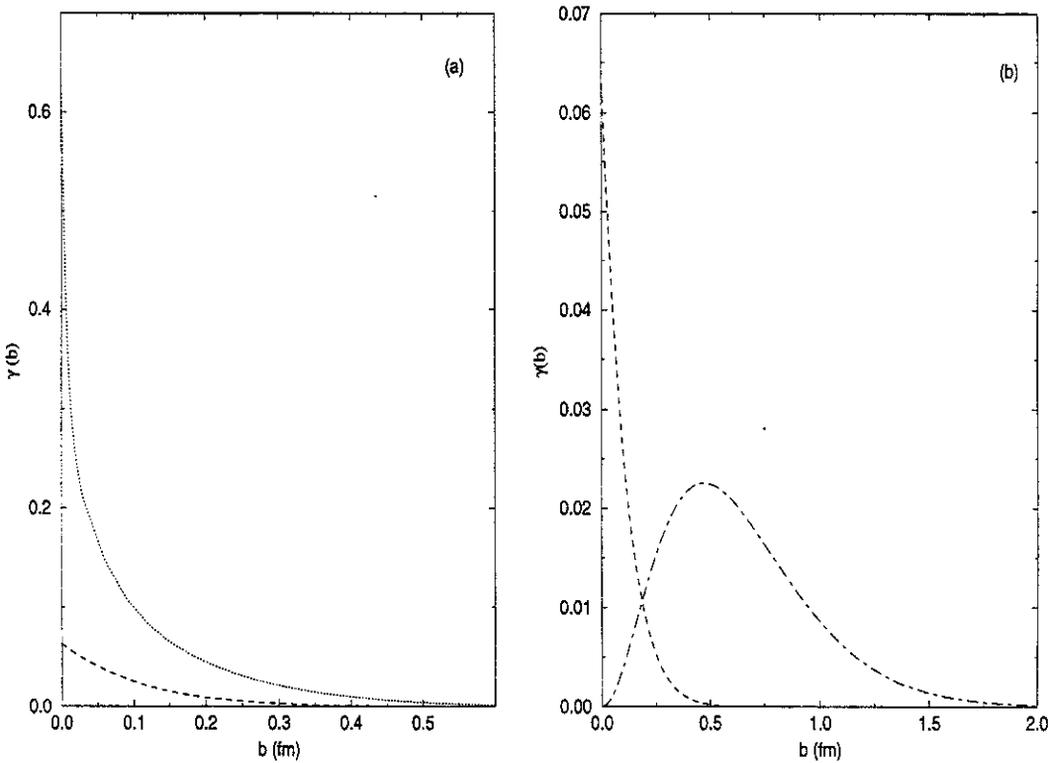


Figura 4.6: Funções de perfil elementar $\gamma(b)$ obtidas:(a) das parametrizações com divergência, eqs. (4.2) e (4.3), (pontilhado) e sem divergência, eqs. (4.26) e (4.29), (tracejado); (b) de eqs. (4.26), (4.29) (tracejado) e (4.7) (traço-ponto)[90].

A partir de $\gamma(b)$ calculamos a amplitude elementar fazendo a transformada de Fourier bidimensional

$$f(q) = \int_0^{\infty} b db J_0(qb) \gamma(b) \quad (4.31)$$

numericamente. Os resultados para $f(q)$ obtidos a partir de $\gamma_{KD}(b)$ com (4.18) e (4.17), $\gamma(b)$ com divergência em D e D_1 (eqs. (4.24), (4.23) e (4.25)) e sem divergência, $\gamma^{sd}(b)$, foram normalizados por $f(q=0)$ e são mostrados na figura 4.7.

Vemos pela figura 4.7 que a contribuição do termo divergente $1/|z|^4$ não muda o comportamento geral de $f(q)$ em relação à sua exclusão nas parametrizações (4.26) e (4.29). A amplitude com o termo divergente apenas decresce mais rapidamente e tende assintoticamente a zero. No caso de $f(q)$ obtido a partir de (4.7) no entanto, vemos uma sensível diferença: a amplitude decresce muito mais rapidamente e muda de sinal mostrando a existência de um zero para $q^2 < 1.0 \text{ GeV}^2$. Concluímos que o comportamento da função de correlação $D(z)$ a pequenas distâncias, $|z| < 0,4 \text{ fm}$, influencia a determinação do comportamento de $f(q)$. O valor do correlator em $z = 0$ e sua forma perto deste ponto produzem diferenças no comportamento da amplitude elementar no espaço de momento transferido. É importante lembrar que a escolha

das eqs. (4.2) e (4.3) para as funções de correlação é uma hipótese cujo objetivo era verificar o efeito na determinação de $f(q)$ em relação à outra hipótese (4.6). Embora as eqs. (4.2) e (4.3) ofereçam informações mais recentes, é possível que um novo ajuste de (4.6) aos valores mais recentes da rede [91] mude a posição do zero da amplitude $f(q)$. Mas podemos utilizar o resultado obtido com (4.7) que descreve σ_t e B [2], para concluir que o MVE obtém resultados compatíveis com as indicações da fenomenologia (seção 4.1.1) de que a amplitude elementar apresenta um zero. O fato deste zero estar muito mais próximo da origem pode estar ligado a várias razões. O MVE assume que os constituintes viajam no cone de luz, uma aproximação estritamente válida para energias assintoticamente altas, e faz suposições sobre a forma e valores da função de correlação para $z \ll 1$. Essas suposições podem mudar se um novo ajuste aos recentes resultados da rede for feito.

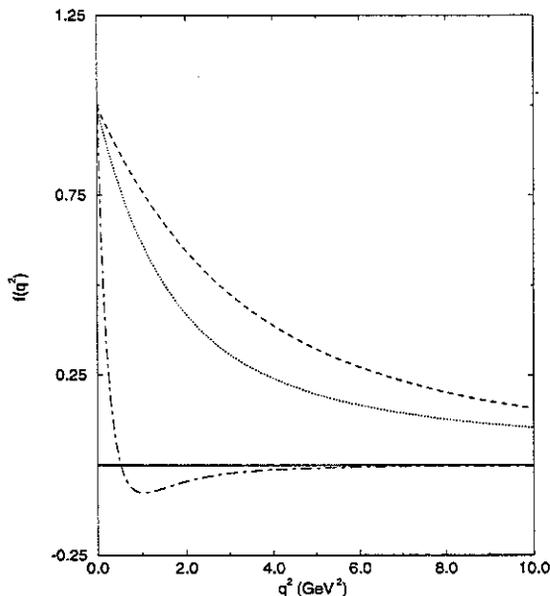


Figura 4.7: Amplitudes de espalhamento elementares normalizadas, eqs. (4.31), com parametrização (4.7) (traço-ponto), com divergência (eqs. (4.2) e (4.3)) (pontilhado) e sem divergência, eqs. (4.26) e (4.29) (tracejado)[90].

4.1.3 Conclusões

Vimos na seção 3.3.2.2 a necessidade da existência da transformada de Fourier, eq. (3.46), dentro do contexto da aproximação de primeira ordem, eq. (3.61); na seção 3.4.1 essa condição é respeitada pela hipótese para a parte imaginária de F , eq. (3.63), que representa uma interação não de contato com a qual foi possível descrever várias grandezas (veja figs. 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7). Uma característica fundamental nessa escolha de $\text{Im}\{f\}$ é a existência de um zero, indicado por resultados de análises dos dados de $d\sigma/dt$ [67]. Recentemente, estudos de um conjunto expressivo de dados de pp e $\bar{p}p$ com propagação de erros dos parâmetros confirmaram esses indícios prévios sobre o

zero de $f(q)$ (seção 4.1.1); além disso, a análise de resultados extraídos do modelo do vácuo estocástico leva à conclusão de que há compatibilidade entre a hipótese (3.63) e os cálculos do MVE [90, 87].

Veremos a seguir como mudar o modelo prévio de difração múltipla (seção 3.4.1) mantendo a hipótese (3.63) mas aumentando o número de grandezas a serem descritas.

4.2 Parte real da amplitude elementar

4.2.1 Proporcionalidade entre as partes real e imaginária de $f(q, s)$: reanálise e extensões

Em [23] fizemos uma comparação entre duas abordagens, $f(q, s)$ e $G(q, s)$. Os resultados são muito semelhantes (seção 3.4.2), mas optamos pela abordagem com fator de forma dependente da energia $G(q, s)$ e incluímos agora as energias de $\sqrt{s} = 13,8$ e $19,4$ GeV neste estudo com essa abordagem. Como estudamos em conjunto os dados do capítulo anterior com esses novos, resolvemos refazer os cálculos com o modelo para determinar os parâmetros C , α^2 , β^2 , a^2 e λ que ajustam os dados. A sistemática utilizada foi a seguinte:

1. Fazendo $\lambda = 0$ na eq. (3.72), a amplitude hadrônica fornecida pela eq. (3.73) é puramente imaginária e ajustamos os dados de C , α^2 , β^2 e a^2 para reproduzir a seção de choque diferencial em cada energia com um zero na posição do mínimo difrativo.
2. Com os valores desses 4 parâmetros determinados, calculamos λ que reproduz os dados experimentais de ρ em cada energia.

Os valores obtidos através desse procedimento aparecem na tabela 4.3. Para comparar com os resultados de [23] na abordagem de fator de forma dependente da energia e enxergar as diferenças nos valores dos parâmetros C e α^2 na região do ISR (23,5 - 62,5 GeV), mostramos os resultados obtidos em [23] na tabela 4.4. Os valores de λ são os mesmos em [23] (veja tabela 4.18 desta referência) e na tabela 4.3.

Observamos que houve alguma diferença em determinadas energias para os parâmetros C e α^2 mas, como havíamos ressaltado, a diferença deveria ser pequena para não comprometer a descrição de $d\sigma/dt$ fora da região do mínimo difrativo. Como os valores de λ não foram alterados, podemos prever que o excessivo preenchimento da região do mínimo ainda ocorrerá mas, antes de verificarmos a descrição de $d\sigma/dt$ vamos fazer parametrizações de C , α^2 e λ em termos da energia pois queremos um modelo que seja também preditivo, isto é, que forneça previsões para outras energias não estudadas. As parametrizações para $C(s)$ e $\alpha^2(s)$ não poderão ser as mesmas de [23] porque a inclusão de novas energias muda o comportamento previsto para ρ . Entretanto, a forma geral em termos de polinômios

$$\sum_{n=0}^N a_n \left[\ln \left(\frac{s}{s_0} \right) \right]^n,$$

ainda se mantém baseada em resultados experimentais para σ_t [7] (veja apêndice B).

\sqrt{s} (GeV)	$C(s)$ (GeV ⁻²)	$\alpha^{-2}(s)$ (GeV ⁻²)	$\lambda(s)$	$C\alpha^2$
13,8	9,970	2,092	-0,094	4,77
19,4	10,050	2,128	0,024	4,72
23,5	10,250	2,174	0,025	4,71
30,7	10,370	2,222	0,053	4,67
44,7	10,890	2,299	0,079	4,74
52,8	11,150	2,370	0,099	4,70
62,5	11,500	2,439	0,121	4,72

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros livres a partir dos ajustes de seção de choque diferencial e ρ para próton-próton em cada energia [79].

\sqrt{s} (GeV)	$\beta^2 = 1,8 \text{ GeV}^2$		$a^2 = 8,20 \text{ GeV}^2$	
	$C(s)$ (GeV ⁻²)	$\alpha^2(s)$ (GeV ²)	$\alpha^2(s)$ (GeV ²)	$\alpha^{-2}(s)$ (GeV ⁻²)
23,5	10,065	0,460		2,174
30,7	10,360	0,438		2,283
44,7	10,863	0,430		2,326
52,8	11,100	0,420		2,381
62,5	11,260	0,410		2,439

Tabela 4.4: Valores dos parâmetros livres obtidos na abordagem de fator de forma dependente da energia [23] para efeito de comparação .

As parametrizações obtidas para $C(s)$ e $\alpha^2(s)$ da tabela 4.3 através de regressão são [79]

$$C(s) = 14.3 - 1.65[\ln(s)] + 0.159[\ln(s)]^2, \quad (\text{GeV}^{-2}) \quad (4.32)$$

$$\frac{1}{\alpha^2} = 2.57 - 0.217[\ln(s)] + 0.0243[\ln(s)]^2, \quad (\text{GeV}^{-2}) \quad (4.33)$$

onde $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$. Na figura 4.8 mostramos as parametrizações acima com os valores de $C(s)$ e $\alpha^2(s)$ da tabela 4.3. Interpretaremos o significado físico decorrente dessas equações mais adiante.

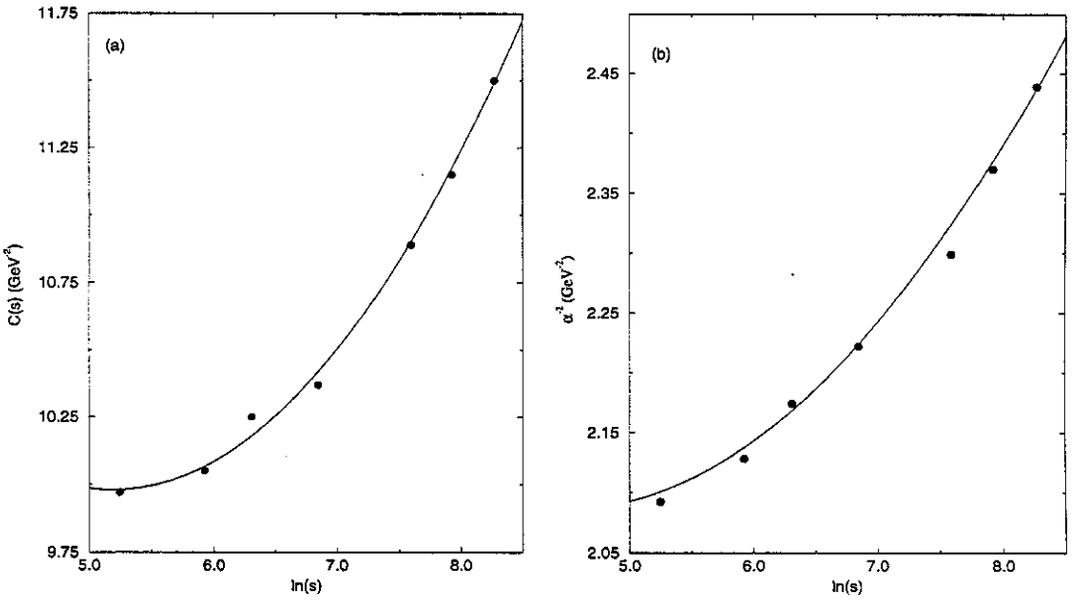


Figura 4.8: Valores de C (gráfico (a)) e α^{-2} (gráfico (b)) da tabela 4.3 (círculos) e parametrizações (4.32) e (4.33) (linha sólida).

Quanto a $\lambda(s)$ e sua parametrização, vamos discutir alguns aspectos importantes para determinar a forma a ser escolhida. Observemos que há algumas características comuns à amplitude hadrônica $F(t, s)$ e à elementar $f(q, s)$. Acredita-se que a parte imaginária de $F(t, s)$ seja dominante no espalhamento elástico difrativo, com exceção da região do mínimo onde $\text{Im}\{F(t, s)\}$ vai a zero e $\text{Re}\{F(t, s)\}$ preenche o mínimo [7]. Isso é suportado pela análise dos dados atuais, cálculos de ρ (veja tabelas 2.1 e 2.4) e relações de dispersão [7]. A nível elementar as hipóteses (3.69) e (3.70) fazem com que a parte imaginária da amplitude elementar, $\text{Im}\{f(q, s)\}$, seja predominante e tenha um zero em $q^2 = a^2$. Além disso $|\text{Im}\{f(q, s)\}|^2$ decresce rapidamente para $q^2 > 0$ e possui um segundo máximo após o zero que é bem menor que $|\text{Im}\{f(q = 0, s)\}|^2$. Uma diferença devido à hipótese simplificadora (3.68) é que as partes real e imaginária de $f(q, s)$ se anulam no mesmo ponto, ao contrário do que acontece com $F(t, s)$. Contudo as semelhanças entre $\text{Im}\{F(t, s)\}$ e $\text{Im}\{f(q, s)\}$, principalmente para $t = 0$, levam-nos a concluir que $\lambda(s)$ e $\rho(s)$ calculados neste modelo terão o mesmo sinal e serão da mesma ordem de grandeza. Além disso o comportamento assintótico de $\lambda(s)$ determinará a previsão para $\rho(s)$ (veja figuras 4.9 e 4.14). Portanto as parametrizações de $\lambda(s)$ de [23] precisam ser revistas pois elas levariam a um λ sempre crescente, o que faria com que a parte real de $f(q, s)$ predominasse a partir de uma determinada energia. Devido à equação (3.73) poderíamos ter $\text{Re}\{F(t, s)\} \gg \text{Im}\{F(t, s)\}$ para quase toda a região física de t e ρ cresceria indefinidamente, quando resultados atuais para σ_t e relações de dispersão prevêm que ρ vá a zero através de valores positivos para espalhamento pp [7].

Como ρ tem um zero próximo a $\sqrt{s} = 20$ GeV e deve tender a zero para altas energias, propomos a seguinte parametrização para $\lambda(s)$ que produzirá esses aspectos em ρ :

$$\lambda(s) = \frac{A_1 \ln(s/s_0)}{1 + A_2 [\ln(s/s_0)] + A_3 [\ln(s/s_0)]^2}. \quad (4.34)$$

Nesta equação s_0 determina a energia em que $\lambda(s)$ e ρ tornam-se zero. Tomamos $s_0 = 400$ GeV² e estudamos o resultado para os dois casos diferentes com respeito à rapidez de decrescimento de λ para altas energias:

$$\text{Caso 1 : } A_1 = 6.95 \times 10^{-2}, A_2 = 0.118, A_3 = 1.50 \times 10^{-2} \quad (4.35)$$

$$\text{Caso 2 : } A_1 = 9.08 \times 10^{-2}, A_2 = 0.318, A_3 = 1.70 \times 10^{-10}. \quad (4.36)$$

O caso 1 foi obtido a partir de regressão linear dos valores de λ , enquanto que o caso 2 foi obtido a partir de informações conseguidas com o uso do CERN-MINUIT.

A figura 4.9 mostra a parametrização (4.34) para os dois casos juntamente com os resultados para λ da tabela 4.3.

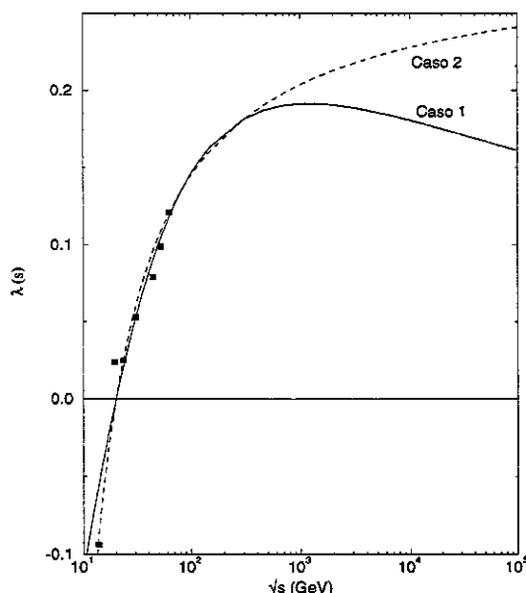


Figura 4.9: Valores de $\lambda(s)$ da tabela 4.3 (quadrados) e parametrizações de (4.34) nos casos (4.35) (linha cheia) e (4.36) (tracejado)[79].

Utilizando as equações (4.32), (4.33) e (4.34) junto com $\beta^2 = 1,8$ GeV² e $a^2 = 8,2$ GeV² em (3.73), podemos calcular as grandezas físicas, eqs. (2.7-2.12). Nas figuras 4.10 e 4.11 mostramos a descrição de $d\sigma/dt$, ρ e σ_t na região contendo os dados analisados. Nas figuras 4.12 e 4.13 mostramos σ_{el} , σ_{inel} e a inclinação B .

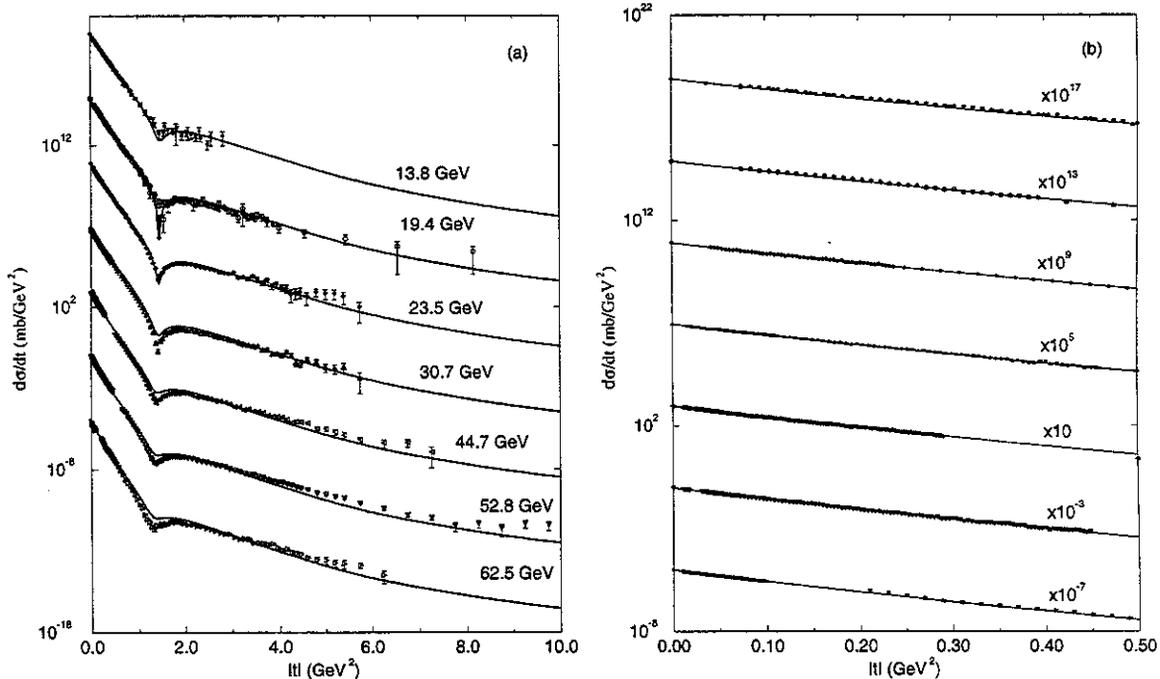


Figura 4.10: Descrições da seção de choque diferencial nos casos 1, eq. (4.35), e 2, eq. (4.36), (não há distinção). No gráfico (a) aparecem todos os dados, no gráfico (b) um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b)[79].

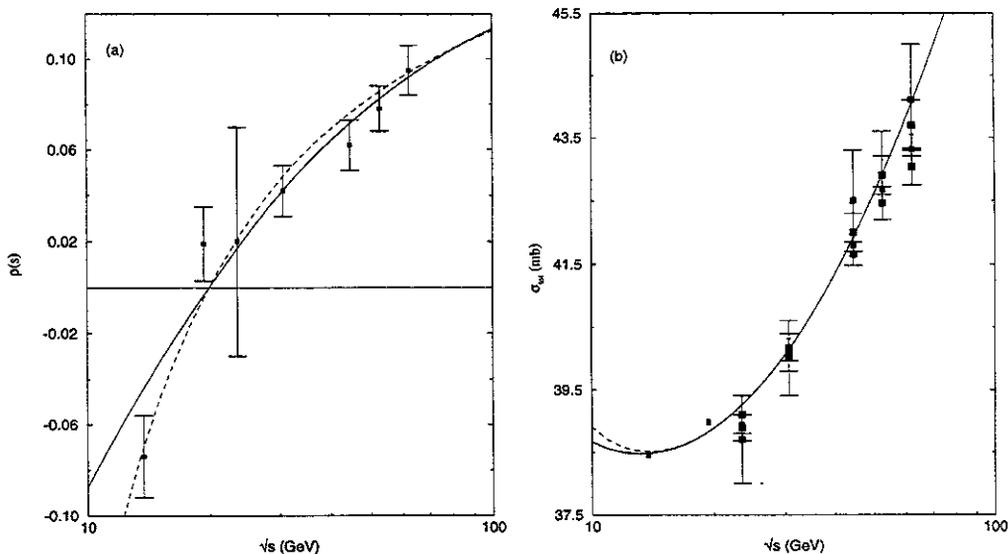


Figura 4.11: Descrições do parâmetro ρ (a) e seção de choque total (b) nos casos 1, eq. (4.35) (linha cheia), e 2, eq. (4.36) (tracejado)[79].

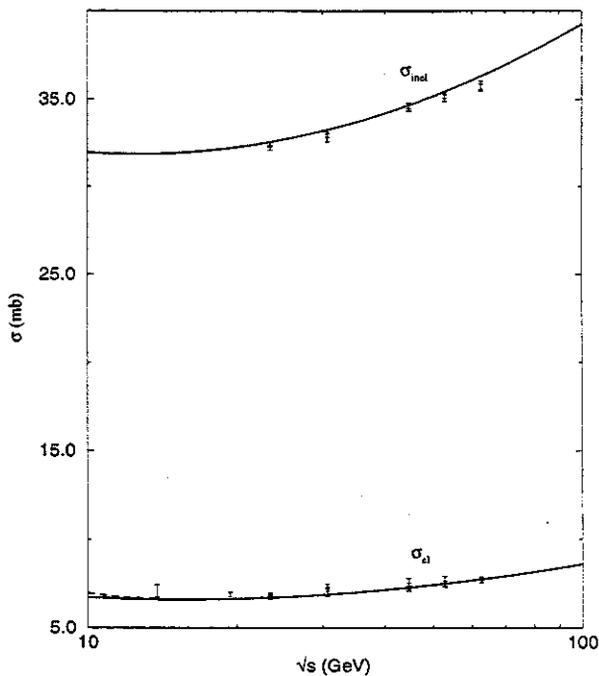


Figura 4.12: Descrição de σ_{el} e σ_{inel} para os casos 1 (4.35) (linha cheia), e 2 (4.36) (tracejado).

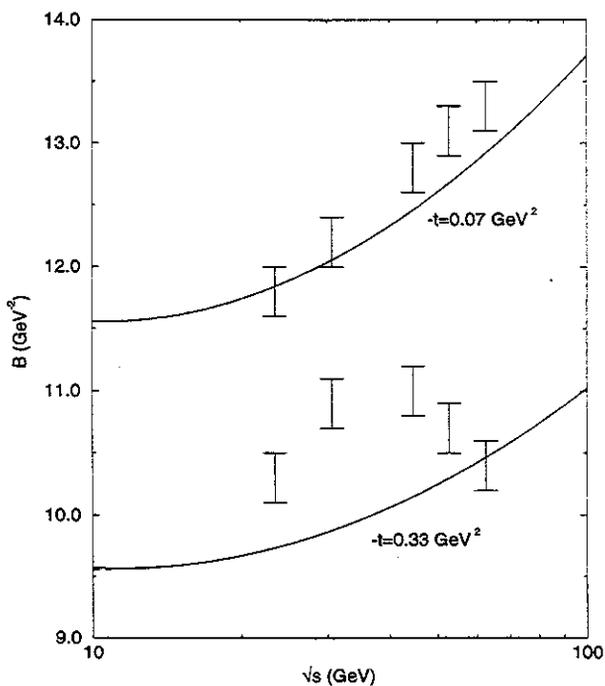


Figura 4.13: Descrição de B para os casos 1 (4.35) (linha cheia), e 2 (4.36) (tracejado), indistinguíveis. Os dados são da tabela 2.2.

Assumindo que as eqs. (4.32), (4.33) e (4.34) continuem válidas para energias mais altas, mostramos as previsões do modelo para ρ , figura 4.14, σ_t , figura 4.15, e $d\sigma/dt$ (energias acessíveis ao LHC) na figura (figura 4.16).

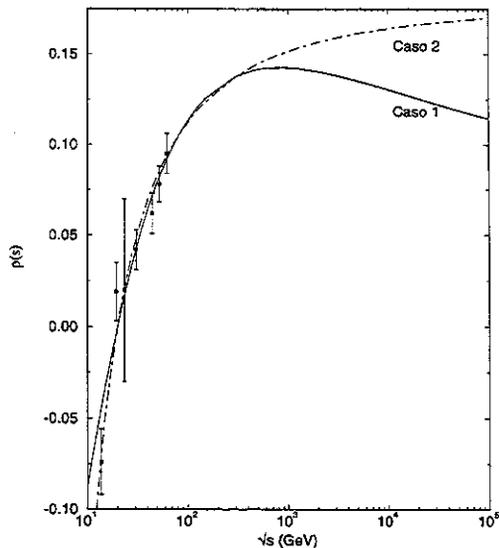


Figura 4.14: Previsões para parâmetro ρ nos casos 1 (linha cheia) e 2 (tracejado) com resultados experimentais [79].

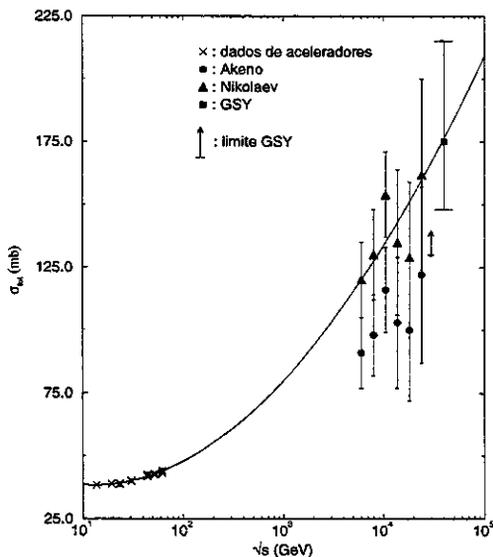


Figura 4.15: Previsões para seção de choque total pp e informações experimentais: dados de acelerador da tabela 2.1 (cruz), de Akeno [92] (círculos), de Nikolaev [93] (triângulos), limite GSY (veja explicação no texto) em 30 TeV [94] (\uparrow) e resultado de GSY em 40 TeV [94] (quadrado)[79].

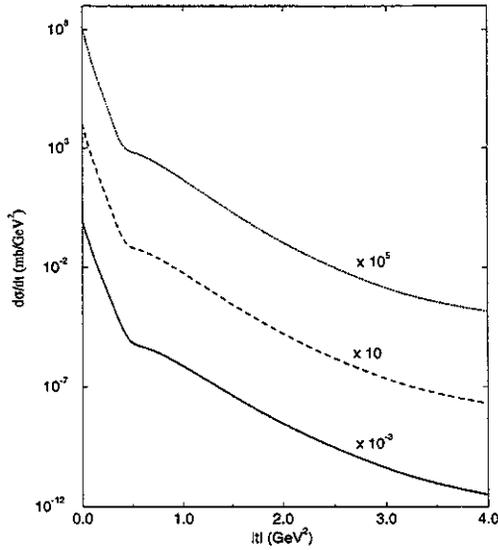


Figura 4.16: Previsões para seção de choque diferencial pp em 10 (linha cheia), 15 (tracejado) e 20 TeV (pontilhado)[79].

A respeito dos resultados na região de raios cósmicos mostrados na figura 4.15, eles foram obtidos através dos resultados para seção de choque inelástica próton-ar. Entretanto, esses resultados e a relação entre eles e a seção de choque total pp dependem do modelo utilizado [94]. Analisando os dados de raios cósmicos do experimento “Fly’s eye”, Gaisser, Sukhatme e Yodh (GSY) estimaram o limite inferior para seção de choque total pp

$$\sigma_t \geq 130 \text{ mb} \quad \text{em } \sqrt{s} \sim 30 \text{ TeV}.$$

Através de uma relação entre σ_t e B de Chou-Yang, eles calcularam [94]

$$\sigma_t = 175_{-27}^{+40} \text{ mb} \quad \text{em } \sqrt{s} \sim 40 \text{ TeV}.$$

A colaboração Akeno, por sua vez, apresentou resultados calculados na região de 6 a 25 TeV [92], que não tinham boa concordância com os valores de [94]. Contudo, no mesmo ano, Nikolaev levantou questões a respeito da interpretação feita pela colaboração Akeno dos resultados de colisões inelásticas próton-ar e argumentou que a interpretação correta produz um aumento de cerca de 30 mb nos resultados de Akeno para σ_t [93]. Como podemos ver da figura 4.15, os cálculos de Nikolaev concordam com os de Gaisser, Sukhatme e Yodh. Como todos os resultados para σ_t próton-próton acima de $\sqrt{s} = 5$ TeV dependem de modelos e hipóteses adotadas, essa região ainda apresenta muita discussão sobre qual o comportamento assintótico mais correto. Recentemente foi apresentada uma outra análise dos dados dessa região que reduz os valores de σ_t de Akeno [95]. Nesse sentido é interessante ressaltar que nossos resultados concordam com a reanálise feita por Nikolaev e os cálculos de Gaisser, Sukhatme e Yodh, sendo

que nosso modelo é desenvolvido a partir de estudos da região $13,8 \leq \sqrt{s} \leq 62,5$ GeV. Contrariamente a alguns modelos que consideram que a seção de choque total para espalhamento pp e $\bar{p}p$ será a mesma na região do Tevatron, nosso resultado em 1,8 TeV é $\sigma_t = 91,6$ mb, bem acima do valor obtido pela colaboração CDF, $\sigma_t(\bar{p}p) = 80,03 \pm 2,24$ mb [51], para antipróton-próton. Outras abordagens também indicam um cruzamento entre as seções de choque total pp e $\bar{p}p$ [96]; portanto os resultados a serem obtidos no LHC serão essenciais para elucidar essa questão.

Com relação ao comportamento de ρ para altas energias, podemos ver das figuras 4.14 e 4.9 que ρ e λ têm comportamentos semelhantes, como já havíamos discutido, e, de um ponto de vista conservador, o caso 1, eq. (4.35), parece mais razoável com ρ decrescendo mais rápido. Novamente, resultados para o LHC poderão trazer importantes informações sobre o comportamento de ρ a altíssimas energias.

As previsões para $d\sigma/dt$ na região do LHC aparecem na figura 4.16. Nela vemos que o mínimo difrativo foi preenchido e resultou em uma mudança abrupta de inclinação da curva, mais conhecida em inglês por “shoulder”. No entanto é preciso ressaltar que o modelo já produz um preenchimento excessivo do mínimo na região do ISR, fig. 4.10, portanto é possível que essa estrutura de “shoulder” seja um efeito devido a esse preenchimento excessivo. Para confirmarmos isso será necessário solucionar o problema na região do ISR e fazer nova previsão para a região do LHC. Esse será um ponto a ser discutido na seção 4.2.4 onde o problema do mínimo difrativo é atacado.

Os parâmetros α^2 e β^2 do fator de forma hadrônico, eq. (3.62), podem ser associados ao raio quadrático médio do hádron $R(s)$, definido por [97]

$$R^2(s) = -6 \frac{dG(q, s)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} \quad (4.37)$$

e de (3.62)

$$R(s) = (0.483) \left[\frac{1}{\alpha^2(s)} + \frac{1}{\beta^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ (fm)}. \quad (4.38)$$

Devido à eq. (4.33) vemos que (4.38) determina o crescimento do raio com a energia gerando o efeito conhecido da expansão do hádron [98]; mostramos na figura 4.17 a forma de $R(s)$.

O parâmetro C definido em (3.52) e com a parametrização (4.32) está relacionado ao número de constituintes dos hádrons colidindo no formalismo de difração múltipla [15, 16, 17] e é a constante de absorção na abordagem de Chou-Yang [18, 70]. Portanto C está relacionado ao escurecimento do hádron e nosso modelo indica um aumento do escurecimento e expansão simultânea do hádron, como também ocorre no modelo de Henzi e Valin que descreve o efeito BEL (“Black, Edgie and Large”) [99].

Outra forma de investigar esses efeitos é através da condição de unitaridade no espaço de parâmetro de impacto, eq. (3.74), calculando $G_{in}(b, s)$. Na figura 4.18 mostramos $G_{in}(b, s)$ em função da energia para diversos valores do parâmetro de impacto. Podemos notar que $G_{in}(b, s)$ aumenta com a energia e que esse efeito é muito mais intenso na região periférica. Na extrapolação para $\sqrt{s} = 10^5$ GeV há um aumento de

mais de cem por cento na função de recobrimento elástica para $b = 1$ fm e um efeito de saturação, correspondendo à curvatura negativa de $G_{in}(b, s)$, ao redor de $\sqrt{s} = 100 - 200$ GeV na região central ($b = 0, 0$ fm) e em torno de $\sqrt{s} \sim 1$ TeV na região periférica ($b = 1, 0$ fm).

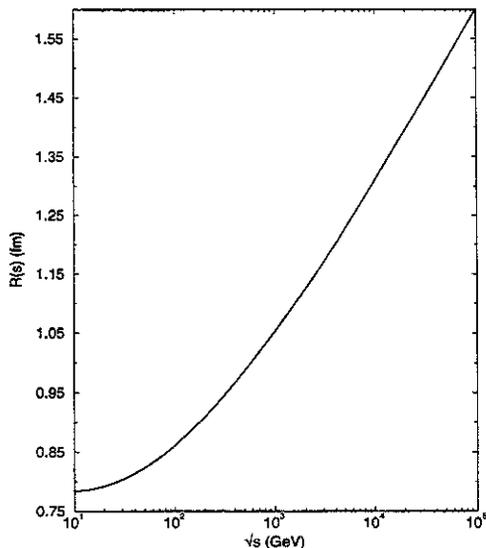


Figura 4.17: Raio calculado com eq. (4.38), $\beta^2 = 1.80 \text{ GeV}^2$ e parametrização (4.33) para α^{-2} [79].

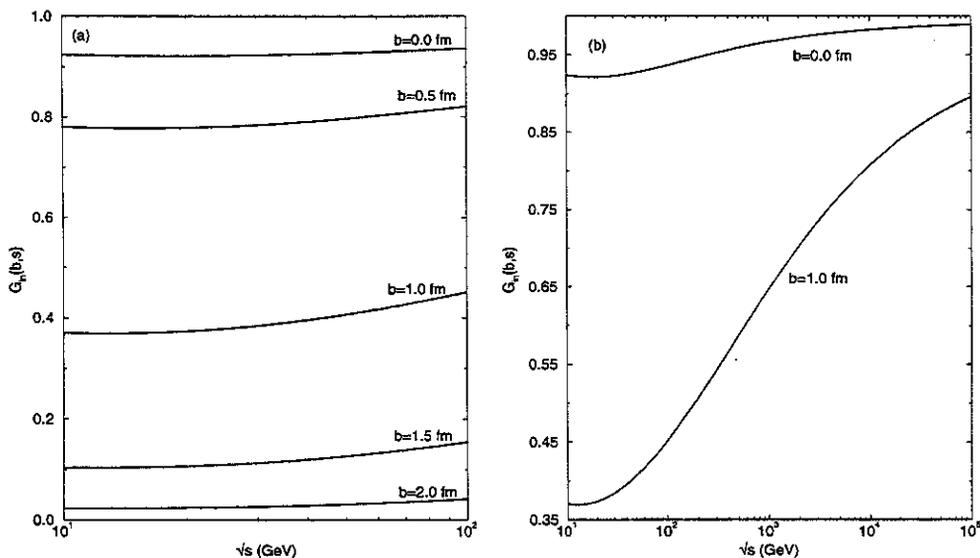


Figura 4.18: Função de recobrimento inelástica, eq. (3.74), na região de aceleradores de pp (a) para diversos valores do parâmetro de impacto b e (b) a extrapolação para energias de raios cósmicos em dois pontos $b = 0$ e $b = 1$ fm [79].

Como $C(s)$ se relaciona ao escurecimento do hádron e $\alpha^{-2}(s)$ ao seu crescimento (expansão), a quantidade adimensional $C\alpha^2$ informa sobre o efeito geral de

interferência desses dois fenômenos. Na figura 4.19 mostramos o comportamento de $C\alpha^2$ no intervalo $\sqrt{s} = 10 - 10^5$ GeV. Observamos que até $\sqrt{s} \sim 30$ GeV ela é decrescente, após isso $C\alpha^2$ cresce e em torno de $\sqrt{s} = 10^3$ GeV a sua curvatura torna-se negativa. Isso significa que a taxa de crescimento diminui mas $C\alpha^2$ continua crescendo até seu limite em torno de 6,5 (resultante das parametrizações (4.32) e (4.33)). Como $C(s)$ decresce para $\sqrt{s} < 14$ GeV, aproximadamente, (consequência do comportamento de σ_t) e $\alpha^2(s)$ decresce para $\sqrt{s} > 10$ GeV, temos o efeito decrescente em $C\alpha^2$ para $\sqrt{s} \leq 30$ GeV. A partir daí, o efeito de expansão não é suficiente para contrabalançar o escurecimento e $C\alpha^2$ volta a crescer. Podemos interpretar isso com a ajuda da figura 4.18 como sendo um escurecimento do hádron como um todo, não apenas a região central, enquanto ele se expande.

Em [70] o fator $C\alpha^2$ é uma medida da opacidade central pois naquele trabalho $\Omega(b=0) = C\alpha^2/24\pi^2$ (usando nossa notação) mas a mesma interpretação não pode ser feita aqui porque nosso modelo adota outra forma para $\Omega(b,s)$, eq. (3.64), e, como consequência, $\Omega(b=0,s)$ terá uma expressão mais complexa (veja apêndice C). Por isso a análise feita em [70] de que o crescimento de $C\alpha^2$ resultaria em mais mínimos difrativos não é válida para o nosso trabalho, como pudemos ver das previsões para $d\sigma/dt$ na fig. 4.16.

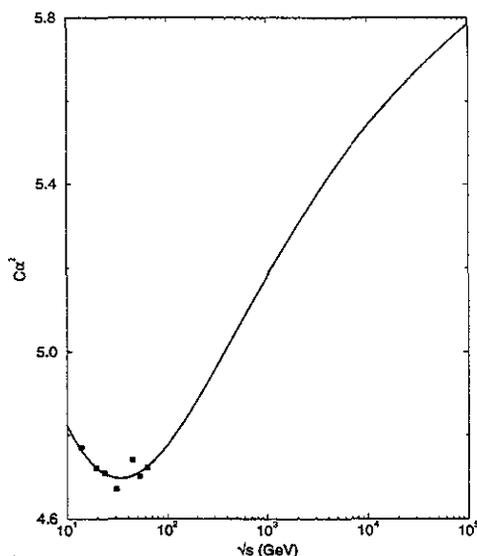


Figura 4.19: Previsões para a quantidade adimensional $C\alpha^2$ e valores da tabela 4.3 [79].

A seguir calculamos o potencial óptico associado ao espalhamento pp de acordo com nosso modelo e equação (3.39).

4.2.2 Potencial óptico

Na seção 3.3.1 vimos que o potencial óptico V_{opt} pode ser obtido a partir da função eiconal óptica pela equação (3.40),

$$V_{\text{opt}}(r) = \frac{v}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^{+\infty} \frac{\chi_{\text{opt}}(b)}{\sqrt{b^2 - r^2}} b db.$$

Por sua vez, na seção 3.3.2.2 relacionamos a função opacidade à eiconal, eq. (3.50). Então podemos escrever o potencial óptico em termos da opacidade $\Omega(b)$ por meio da equação

$$V_{\text{opt}}(r) = \frac{v}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^{+\infty} \frac{i\Omega(b)}{\sqrt{b^2 - r^2}} b db.$$

No nosso modelo a função opacidade é dada por (3.72), portanto o potencial óptico é complexo refletindo o fato de o espalhamento difrativo entre sistemas compostos ter a probabilidade de produzir colisões elásticas e inelásticas. A equação para V_{opt} no nosso modelo será

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r) = (\lambda + i) \frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^{+\infty} \frac{\Omega(b)}{\sqrt{b^2 - r^2}} b db, \quad (4.39)$$

onde $\Omega(b)$ é dado pela eq. (3.64) e o potencial foi normalizado ao ser dividido por v ($V_{\text{opt}}^{\text{ef}} = V_{\text{opt}}/v$). Ao invés de integrarmos diretamente (4.39) podemos usar (3.57) e escrever

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r) = (\lambda + i) \frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^{+\infty} \frac{b db}{\sqrt{b^2 - r^2}} C \int_0^{+\infty} q dq J_0(qb) G^2(q) \text{Im}\{f(q)\},$$

onde $\text{Im}\{f\}$ é dado por (3.69) e já consideramos os hádrons colidindo como sendo iguais, por isso removendo os índices \mathcal{A} e \mathcal{B} . Trocando a ordem de integração na equação acima e utilizando propriedades de funções de Bessel [100]

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r) = (\lambda + i) \frac{-1}{\pi r} \int_0^{+\infty} q dq \text{sen}(qr) C G^2(q) \text{Im}f(q)$$

ou usando (4.1)

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r) = \frac{-(\lambda + i)}{\pi r} \int_0^{+\infty} q dq \text{sen}(qr) \Omega(q). \quad (4.40)$$

Note que $\Omega(b)$, eq. (3.64), implica em adotarmos (3.63) como $\text{Im}\{f(q)\}$, isto é, usamos a eq. (3.69) e por isso

$$\Omega(q) = C G^2(q) \text{Im}\{f(q)\},$$

baseada em (4.1).

Resolvendo a integral em (4.40) [100] com as definições de (3.65), obtemos

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r) = - (\lambda + i) \frac{C}{2r} \left\{ [A_1 + r A_5] \exp(-\alpha r) + [A_2 + r A_6] \exp(-\beta r) + [A_4 \cos\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{2}}\right) - A_3 \text{sen}\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{2}}\right)] \exp\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{2}}\right) \right\}. \quad (4.41)$$

Observamos que apesar do termo $1/r$ no potencial óptico efetivo, eq. (4.41), $V_{\text{opt}}^{\text{ef}}$ não diverge na origem (veja apêndice C).

A figura 4.20 mostra o potencial óptico efetivo para algumas das energias de aceleradores pp estudadas e também a extrapolação para energias mais altas [100]. Nessa figura podemos ver que $\text{Im}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}\}$ é negativo como esperado pois está associado à absorção da onda incidente na região do alvo (colisão inelástica). Para um b fixo, a parte imaginária do potencial aumenta em módulo, sinalizando um escurecimento. Esse efeito surge mais intensamente na região entre 1 e 2 fm, mostrando que é um efeito predominantemente periférico. Um efeito de expansão também é visível pois $V_{\text{opt}}^{\text{ef}}$ se alarga quando \sqrt{s} cresce. Quanto a $\text{Re}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}\}$, é positivo para $\sqrt{s} < 20$ GeV e negativo a partir dessa energia, como consequência do fator λ que muda de sinal em $\sqrt{s} = 20$ GeV. Como $\lambda \rightarrow 0$ para $s \rightarrow \infty$, a parte real de $V_{\text{opt}}^{\text{ef}}$ tende a zero quando $s \rightarrow \infty$. Resultados similares para $V_{\text{opt}}^{\text{ef}}$ foram obtidos por Watanabe e Maezawa [101].

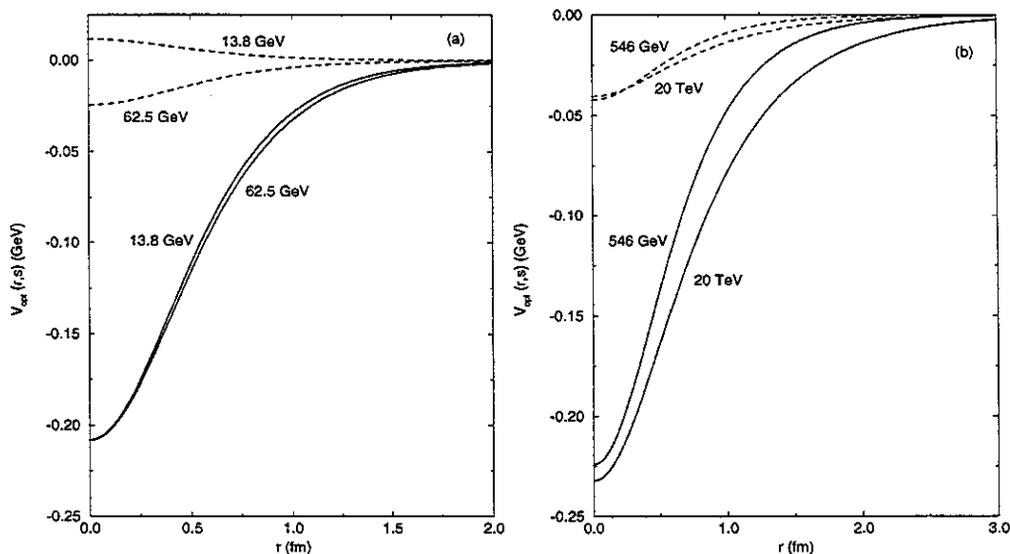


Figura 4.20: Previsão para o potencial óptico efetivo pp como função da energia e distância com $\text{Re}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r, s)\}$ (tracejado) e $\text{Im}\{V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r, s)\}$ (linha cheia) para energias de aceleradores (a) e extrapolações (b)[100].

Na próxima seção vamos mudar a hipótese sobre a parte real da amplitude elementar $f(q)$ tentando com isso melhorar a descrição do mínimo difrativo.

4.2.3 Fórmula de Martin e amplitude elementar

Até agora nossa hipótese para a parte real da amplitude elementar, eq. (3.70), foi útil por sua simplicidade e semelhança com ρ , o que permitiu a sua descrição (veja figuras 4.11 e 4.14). O modelo prévio utilizava a fórmula de Martin para a amplitude hadrônica, eq. (3.66), o que impossibilitava a descrição do ρ , utilizado como dado de entrada do modelo, e gerava discussões sobre a validade de sua aplicação, seção 3.4.2.1.

Estas considerações levam à seguinte questão: Não seria possível aplicar a fórmula de Martin à amplitude elementar $f(q)$ ao invés da hadrônica $F(t, s)$? Aplicando-a em $f(q)$, não haveria o problema da quebra de invariância de escala geométrica citada na seção 3.4.2.1 porque estaríamos trabalhando no nível elementar, onde não há informações experimentais sobre seção de choque constituinte-constituente e não se sabe se a razão entre σ_{el} e σ_t dos constituintes deve ser constante ou variar.

A fórmula de Martin aplicada à amplitude elementar seria, em analogia à eq. (3.66),

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda \frac{d}{dt}(t \text{Im}\{f(q, s)\}), \quad (4.42)$$

com $t = -q^2$ e $\text{Im}\{f(q, s)\}$ dada por eq. (3.69). Ressaltamos que dois aspectos importantes aparecem em (4.42): no lugar de ρ temos λ , o que permite continuar descrevendo ρ no modelo, e a parte real da amplitude elementar não é mais proporcional à parte imaginária de $f(q)$. De fato, a eq. (4.42) pode ser escrita como

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda \text{Im}\{f(q, s)\} + \lambda t \frac{d}{dt} \text{Im}\{f(q, s)\}. \quad (4.43)$$

A primeira parte no lado direito da equação acima é a hipótese (3.70) (ou, na forma mais geral, (3.68)) enquanto que a segunda parte é nova e depende do 4-momento transferido t . Observamos que em $t = 0$ recaímos na equação (3.70). Essa nova hipótese, eq. (4.43), pode não ser tão simples quanto (3.70) mas leva em consideração outro aspecto que não aparecia anteriormente: as partes $\text{Re}\{f(q, s)\}$ e $\text{Im}\{f(q, s)\}$ não serão nulas simultaneamente. Como discutido na seção 4.2.1, existiam semelhanças entre $f(q, s)$ e $F(t, s)$, contudo $\text{Re}\{F(t, s)\}$ não se anula com $\text{Im}\{F(t, s)\}$ no mínimo difrativo enquanto $f(q, s)$ se anulava em $q^2 = a^2$ de acordo com (3.69) e (3.70). A nova hipótese (4.43) mantém as características semelhantes entre $\text{Im}\{F(t, s)\}$ e $\text{Im}\{f(q, s)\}$ citadas na seção 4.2.1 e introduz esse novo aspecto referido acima.

Como na região de pequeno t a parte $[\lambda \text{Im}\{f(q, s)\}]$ deve predominar sobre $[\lambda t \frac{d}{dt} \text{Im}\{f(q, s)\}]$, podemos esperar que ρ continue sendo descrito como no caso anterior onde só havia $\lambda \text{Im}\{f(q, s)\}$, enquanto modificações devem ocorrer na região do mínimo difrativo. Qualquer modificação em outra região não afetará $d\sigma/dt$ porque $|\text{Re}\{F\}|^2 \ll |\text{Im}\{F\}|^2$ fora do mínimo difrativo. Não há informações experimentais sobre a parte real da amplitude de espalhamento constituinte-constituente, portanto a única forma de testar a hipótese (4.42) é calcular a seção de choque diferencial hadrônica e verificar se a região do mínimo difrativo não é mais superestimada.

Então, assumindo a eq. (3.69) para a parte imaginária da amplitude elementar $\text{Im}\{f(q, s)\}$ e calculando $\text{Re}\{f(q, s)\}$ através de (4.43) obtemos

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda \text{Im}\{f(q, s)\} - \lambda a^2 q^2 \left[\frac{1}{a^4 + q^4} + \frac{2q^2(a^2 - q^2)}{(a^4 + q^4)^2} \right]. \quad (4.44)$$

Aplicando essa relação em (3.61) teremos

$$\Omega_{\text{comp}}(b, s) = \Omega(b, s) - i\Omega_{\text{ima}}(b, s), \quad (4.45)$$

onde $\Omega(b, s)$ é a eq. (3.64) e $\Omega_{\text{ima}}(b, s)$ é obtida de (4.44) através de transformada análoga a de (3.61). Podemos escrever

$$\Omega_{\text{ima}}(b, s) = \lambda\Omega(b, s) + \lambda\Omega_{\text{fm}}(b, s), \quad (4.46)$$

com²

$$\Omega_{\text{fm}}(b, s) = -C(G^2(q) \left(\frac{a^2 q^2}{a^4 + q^4} \right) \left(1 + 2q^2 \frac{(a^2 - q^2)}{a^4 + q^4} \right)). \quad (4.47)$$

Utilizando as eqs. (4.47), (4.46) e (4.45) em (3.59) com (3.60), pode-se calcular a amplitude hadrônica que é utilizada para obter as grandezas em (2.7-2.12). As mudanças que ocorrem em $\text{Re}\{F(t, s)\}$ quando adotamos a eq. (4.43) no lugar da eq. (3.70) são mostradas na figura 4.21 para os dados de $d\sigma/dt$ na energia $\sqrt{s} = 52,8$ GeV. Podemos ver que a nova parametrização não melhorou a descrição da região do mínimo difrativo. De fato, houve um ligeiro aumento do preenchimento naquela região em relação à parametrização anterior. Podemos ver da figura 4.21 que há uma mudança significativa de $|\text{Re}\{F(t, s)\}|^2$, mas não foi a esperada.

Concluimos que a idéia de usar a fórmula de Martin para a amplitude elementar, embora interessante inicialmente, não é a solução para aperfeiçoar nosso modelo. Entretanto essas informações são importantes conforme será discutido na seção 4.2.4.2

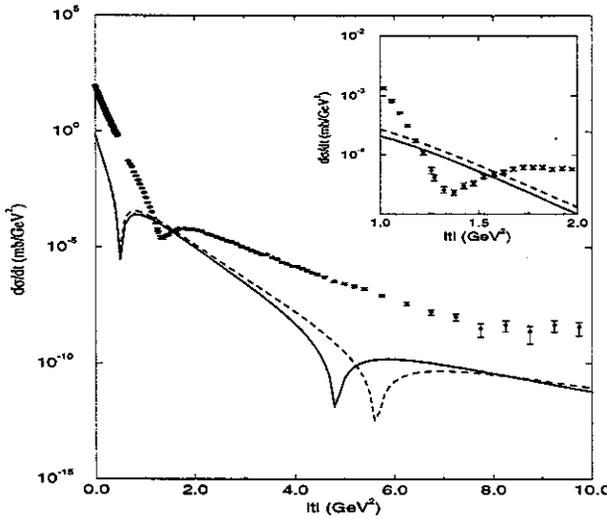


Figura 4.21: Comparação de $|\text{Re}\{F(t, s)\}|^2$ determinado das parametrizações (3.70) (linha cheia) e (4.44) (tracejada). Os dados de $d\sigma/dt$ para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV também são mostrados.

²Embora utilizemos a notação fm de fórmula de Martin para Ω na equação (4.47), lembramos que toda a equação (4.46) é proveniente da hipótese (4.42).

O próximo passo na tentativa de aperfeiçoar o modelo é utilizar relações de dispersão derivativas e checar como elas determinam a parte real da amplitude elementar.

4.2.4 Relações de dispersão derivativas

As relações de dispersão derivativas (RDD) surgiram a partir das usuais relações de dispersão integrais devido à facilidade de aplicação das RDD para altas energias onde o comportamento suave da seção de choque total, sem ressonâncias, torna possível o seu uso. Os primeiros trabalhos a introduzirem esses operadores diferenciais “quase-locais” datam do final da década de 60 e início dos anos 70 [102, 103]. Desde então as RDD têm sido utilizadas para obter resultados conjuntos para σ_t e ρ e alguns resultados e referências podem ser encontrados em [7].

Uma hipótese comum no estudo de seções de choque total é negligenciar a contribuição da amplitude ímpar sobre cruzamento ($f_-(s) = -f_-(-s)$) comparada à contribuição da amplitude par ($f_-(s) = f_-(-s)$) [7]. Considerando isso, a relação de dispersão derivativa em primeira ordem para a amplitude na direção frontal ($t = 0$) é [103]

$$\frac{\text{Re}\{f_+(t = 0, s)\}}{s} = \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln(s)} \left[\frac{\text{Im}\{f_+(t = 0, s)\}}{s} \right] \quad (4.48)$$

com uma constante de subtração removida.

Recentemente Menon, Motter e Pimentel generalizaram os resultados de RDD para um número arbitrário de subtrações [104, 105]

$$\text{Re}f_+(t, s) = s^{2(n-1)+\nu} \tan\left[\frac{\pi}{2}\left(\nu - 1 + \frac{d}{d \ln(s)}\right)\right] \text{Im}f_+(t, s) / s^{2(n-1)+\nu} \quad (4.49)$$

$$\text{Re}f_-(t, s) = s^{2n-1+\nu} \tan\left[\frac{\pi}{2}\left(\nu - 1 + \frac{d}{d \ln(s)}\right)\right] \text{Im}f_-(t, s) / s^{2n-1+\nu}, \quad (4.50)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$ e ν é um parâmetro a ser determinado pelo ajuste dos dados. Para $\nu = 1$ a eq. (4.49) reduz-se à eq. (4.48) no caso de uma ou duas subtrações após expandir a tangente e manter os dois primeiros termos da série resultante.

4.2.4.1 Zero da parte imaginária de $f(q, s)$ independente da energia

A relação (4.48) é a mais comumente citada na literatura e tem sido aplicada para a amplitude de espalhamento hadrônico. A normalização adotada em [103] é $s\sigma_t^+ = \text{Im}f_+$. O primeiro trabalho a utilizá-la na amplitude de espalhamento elementar definiu (usando nossa notação) [106]

$$\frac{\text{Im}\{f_+(t, s)\}}{s} \equiv C \text{Im}\{f(q, s)\}, \quad (4.51)$$

onde $\text{Im}\{f(q, s)\}$ é definida pela eq. (3.69). Com isso a relação (4.48) torna-se

$$C\text{Re}\{f(q, s)\} = \frac{\pi}{2} \frac{d}{d\ln(s)} (C\text{Im}\{f(q, s)\}).$$

Para o caso em que a^2 é considerado constante, a dependência com a energia na relação acima está toda em C e, utilizando a parametrização (4.32) para C , obtemos

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \left\{ \frac{\pi}{2C(s)} \frac{dC(s)}{d\ln(s)} \right\} \text{Im}\{f(q)\}. \quad (4.52)$$

Podemos comparar (4.52) com (3.68) e vemos que a hipótese de $\lambda(s)$ independente de q surge naturalmente quando utilizamos as RDD e a hipótese de a^2 constante. Além disso, a expressão entre chaves na eq. (4.52), equivalente ao $\lambda(s)$ de (3.68), é

$$\frac{\pi}{2C(s)} \frac{dC(s)}{d\ln(s)} = \frac{\pi}{2} \frac{0,318[\ln(s)] - 1,65}{14,3 - 1,65[\ln(s)] + 0,159[\ln(s)]^2} \equiv \lambda_{\text{RDD}}(s) \quad (4.53)$$

e tem o comportamento semelhante a $\lambda(s)$, eq. (4.34), como pode ser visto na figura 4.22. Outra informação interessante que surge dessa figura é o comportamento assintótico de λ_{RDD} , que concorda com a parametrização do caso 1, eq. (4.35).

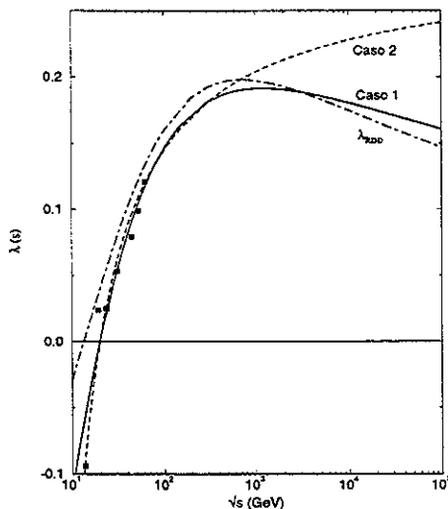


Figura 4.22: Parametrizações de $\lambda(s)$, eq. (4.34), para casos 1, eq. (4.35), (linha cheia) e 2, eq. (4.36), (tracejado) e de $\lambda_{\text{RDD}}(s)$, eq. (4.53), (traço-ponto) [107].

Como $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ é maior que $\lambda(s)$ na região do ISR, o mínimo difrativo continuará preenchido excessivamente pelo modelo enquanto ρ calculado com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ será maior que o determinado por $\lambda(s)$. As figuras 4.23, 4.24 e 4.25 mostram os cálculos para $d\sigma/dt$, σ_t e ρ a partir de λ_{RDD} , eq. (4.53), em comparação com $\lambda(s)$, eq. (4.34) (caso 1). Em ambos os casos C e a^2 são fornecidos por (4.32) e (4.33) respectivamente, enquanto que $a^2 = 8,2 \text{ GeV}^2$ e $\beta^2 = 1,8 \text{ GeV}^2$. Para σ_t e $d\sigma/dt$ é muito difícil distinguir as duas descrições.

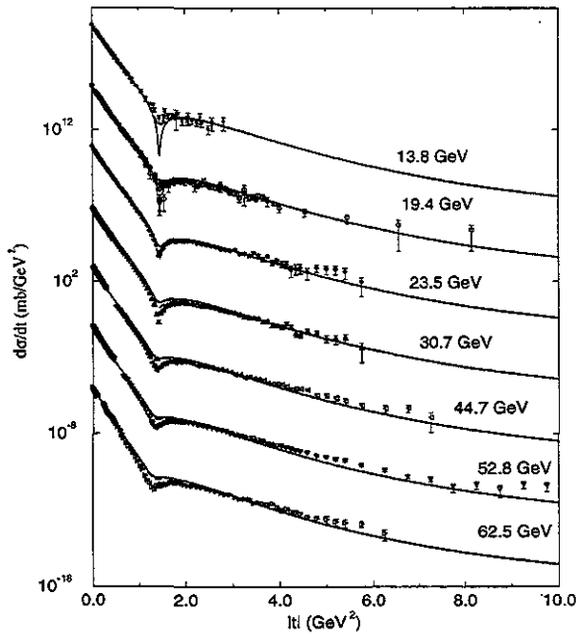


Figura 4.23: Descrição de $d\sigma/dt$ para $\lambda_{RDD}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). Veja texto para detalhes [106].

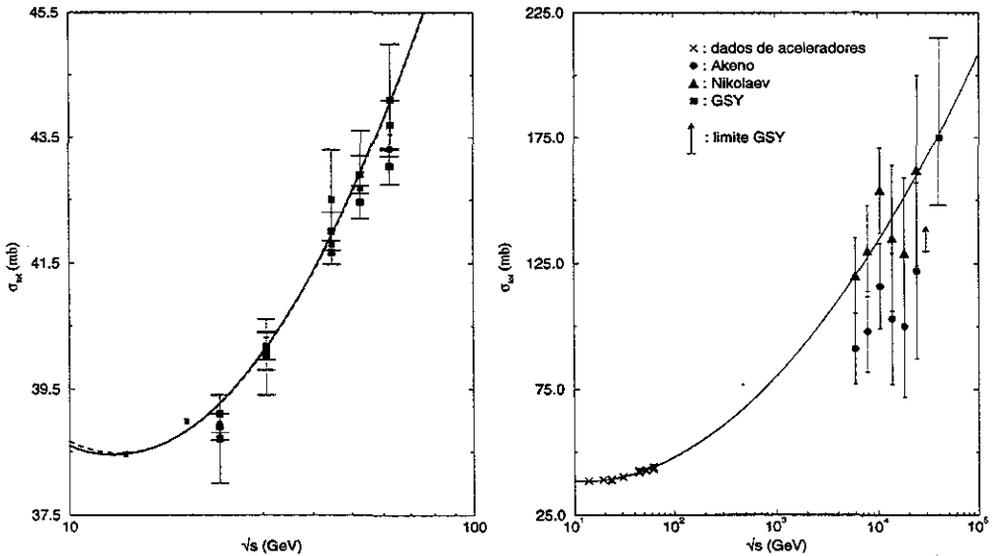


Figura 4.24: Seção de choque total pp com $\lambda_{RDD}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). À esquerda, mostramos a região de aceleradores e, à direita, a extrapolação para região de raios cósmicos. Veja texto para detalhes [106].

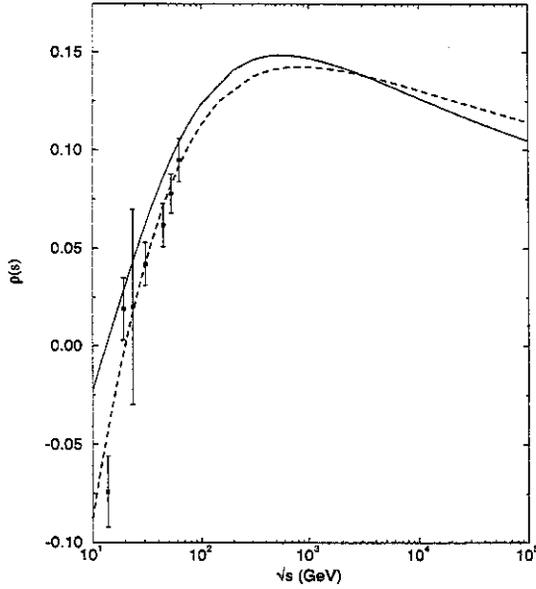


Figura 4.25: Previsões para $\rho(s)$ com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ (linha cheia) e $\lambda(s)$, caso 1, (tracejado). Veja texto para detalhes [106].

Como podemos notar dos resultados desta seção, o aprimoramento do modelo se deu no sentido de justificar o uso da parametrização $\lambda(s)$, eq. (4.34), a qual é muito similar à obtida da relação de dispersão derivativa, eq. (4.53). Infelizmente os resultados não foram quantitativamente melhores, principalmente para $\rho(s)$. Observamos que o dado de $\rho(\sqrt{s} = 13,8 \text{ GeV})$ é pior descrito com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ do que com $\lambda(s)$. Isso pode ser consequência da escolha de s_0 em (4.34). Embora s_0 seja escolhido por razões práticas, localização do zero de ρ ao redor de 20 GeV, a sua existência permite ajustar a curva da forma mais razoável possível. No caso de $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ não há esse fator s_0 ; de fato as aproximações necessárias para deduzir (4.48) fazem com que um fator s_0 na relação de dispersão “desapareça” [103, 107] e isso parece se refletir na descrição de ρ para $\sqrt{s} > 20 \text{ GeV}$. Outro fator importante para prejudicar a descrição de ρ com $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ é a imposição da relação (4.48) em (4.52) porque isso significa que assumimos $\nu = 1, 0$ em (4.49). Essa hipótese é muito utilizada em descrição de σ_t e ρ a partir de amplitudes hadrônicas e por isso frequentemente aceita sem muita discussão sobre sua validade [108], mas mesmo faltando uma análise mais detalhada sobre o valor correto de ν para amplitudes hadrônicas, pode-se questionar qual seria o melhor valor dentro do nosso modelo onde as RDD são aplicadas diretamente à amplitude de espalhamento elementar, ao invés da hadrônica. Em um trabalho feito com esse objetivo a expressão para a tangente em (4.49) foi substituída por sua expansão em série de Taylor e foram mantidos os dois primeiros termos mas, ao invés de fazer $\nu = 1$ resultando em (4.48), manteve-se ν como parâmetro a ser ajustado. A expressão para (4.49) com duas subtrações torna-se [107]

$$\frac{\operatorname{Re}\{f_+(q, s)\}}{s^\nu} = \tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \frac{\operatorname{Im}\{f_+(q, s)\}}{s^\nu} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \frac{d}{d \ln(s)} \left(\frac{\operatorname{Im}\{f_+(q, s)\}}{s^\nu} \right). \quad (4.54)$$

Utilizando (4.51) novamente obtemos

$$C \frac{\operatorname{Re}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} = \tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \frac{C \operatorname{Im}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \frac{d}{d \ln(s)} \left(\frac{C \operatorname{Im}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} \right) \quad (4.55)$$

e para a^2 constante em (3.69), usando

$$\frac{d}{d \ln(s)} \left(\frac{C \operatorname{Im}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} \right) = \frac{dC}{d \ln(s)} \frac{\operatorname{Im}\{f(q)\}}{s^{\nu-1}} + C \operatorname{Im}\{f(q, s)\} \frac{(1 - \nu)}{s^{\nu-1}}$$

chegamos a

$$\operatorname{Re}\{f(q, s)\} = \tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \operatorname{Im}\{f(q)\} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \left(\frac{1}{C} \frac{dC}{d \ln(s)} + 1 - \nu \right) \operatorname{Im}\{f(q)\}$$

ou [107]

$$\operatorname{Re}\{f(q, s)\} = \left[\tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \left(\frac{1}{C} \frac{dC}{d \ln(s)} + 1 - \nu \right) \right] \operatorname{Im}\{f(q)\}. \quad (4.56)$$

Podemos definir

$$\lambda(\nu, s) \equiv \tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right) \left(\frac{1}{C} \frac{dC}{d \ln(s)} + 1 - \nu \right) \quad (4.57)$$

para obter

$$\operatorname{Re}\{f(q, s)\} = \lambda(\nu, s) \operatorname{Im}\{f(q)\}$$

e vemos que (4.56) reduz-se a (4.52) quando $\nu = 1$. A equação (4.56) foi utilizada para calcular a parte real da amplitude hadrônica com $\operatorname{Im}\{f(q)\}$ dados por (3.69) e C por (4.32). Ajustou-se ν com o programa MINUIT para os dados de ρ da tabela 2.1 e obteve-se [107, 109]

$$\nu = 1,25 \pm 0,01$$

com $\chi^2 = 7,76$ para 6 graus de liberdade. Isso melhora a descrição de λ na região do ISR em relação à equação (4.52), como pode ser visto na figura 4.26. Como a curva para $\lambda(\nu = 1,25, s)$ concorda com $\lambda(s)$, eq. (4.34) caso 1, a descrição de ρ também será

semelhante nos dois casos (veja figura 4.27). Como já citado a imposição de $\nu = 1$ piora a descrição de ρ e podemos confirmar isso agora. No entanto a descrição para $\sqrt{s} < 20$ GeV ainda não concorda com a de $\lambda(s)$ e isso deve-se ao caso comentado do fator s_0 .

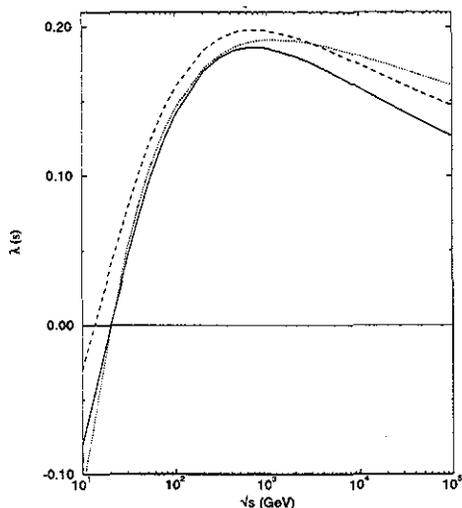


Figura 4.26: Parametrizações de $\lambda(s)$, eq. (4.34), caso 1 (pontilhado), $\lambda(s)_{\text{RDD}}$, eq. (4.52), (tracejado) e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$, eq. (4.56), (linha cheia)[109].

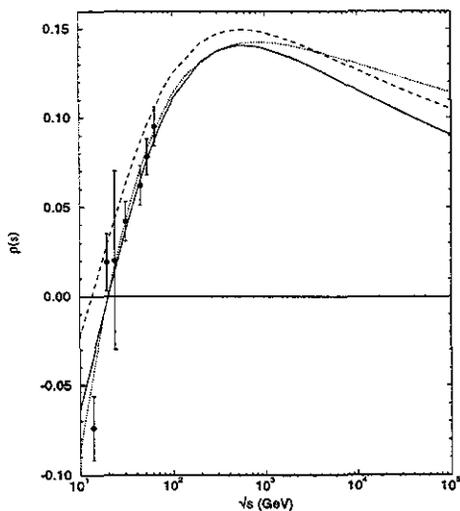


Figura 4.27: Descrição de ρ com $\lambda(s)$, eq. (4.34), caso 1 (pontilhado), $\lambda(s)_{\text{RDD}}$, eq. (4.52), (tracejado) e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$, eq. (4.56), (linha cheia)[107, 109].

Como $\lambda(\nu = 1, 25, s)$ tem o mesmo papel e comportamento semelhante a $\lambda(s)$, eq. (4.34), caso 1, é esperado que a descrição de $d\sigma/dt$ seja similar à obtida para $\lambda(s)$ (figura 4.10) e podemos confirmar essa conclusão através da figura 4.28.

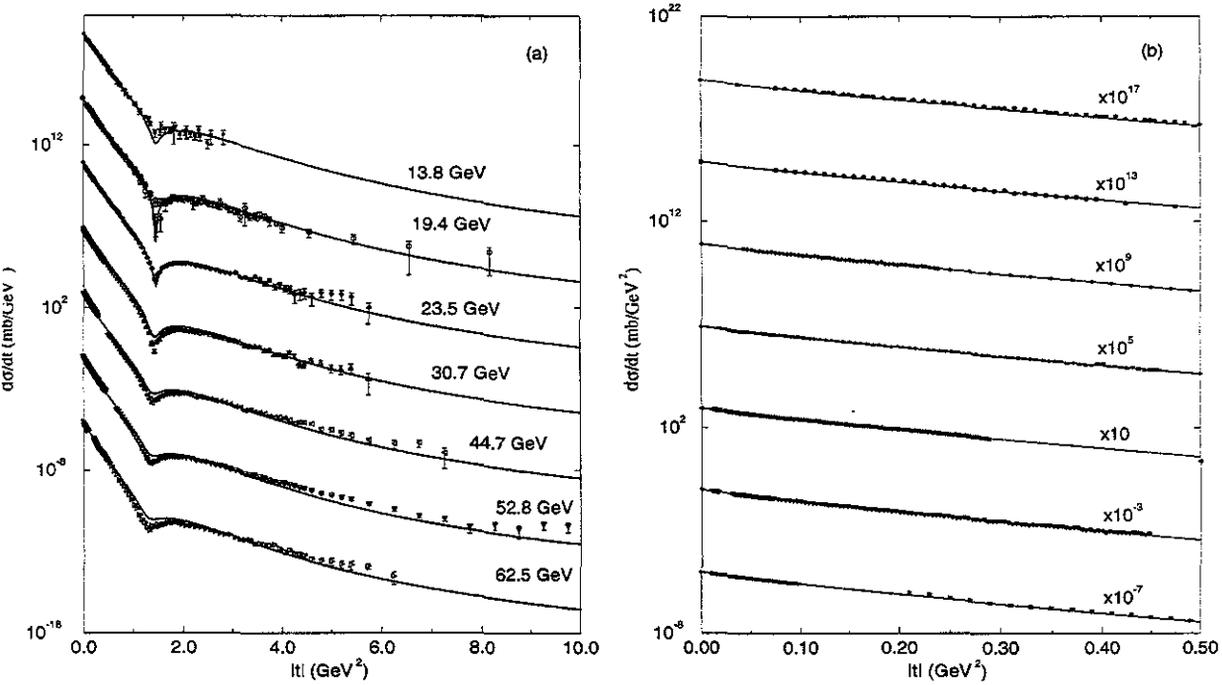


Figura 4.28: Descrição de $d\sigma/dt$ com $\lambda(\nu = 1, 25, s)$ dada por eq. (4.56). No gráfico (a) aparecem todos os dados e no gráfico (b) um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b)[107].

Na figura 4.29 mostramos $|\text{Re}\{F(t, s)\}|^2$ para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV com as três parametrizações para $\text{Re}\{f(q, s)\}$ citadas acima. Embora a curva com $\lambda(\nu = 1, 25, s)$ esteja um pouco mais abaixo da de $\lambda(s)$ ainda há um preenchimento excessivo do mínimo difrativo. Isso pode estar relacionado à hipótese de $\text{Im}\{f(q)\}$ independente de s (a^2 constante) e será objeto de estudo na seção 4.2.4.2.

Um aspecto interessante do uso de (4.56) é o comportamento assintótico de $\lambda(\nu = 1, 25, s)$. A figura 4.30 mostra $\lambda(\nu, s)$ em função de ν para $s \rightarrow \infty$ e vemos que $\lambda(\nu, s)$ é exatamente zero apenas para $\nu = 1$. No caso $\nu = 1, 25$ temos $\lambda(\nu = 1, 25, \infty) < 0$ e dentro do nosso modelo isso significa que $\rho(s \rightarrow \infty) < 0$ já que o seu sinal é determinado pelo de λ . Esse comportamento não é frequentemente encontrado nos modelos que descrevem o espalhamento elástico pp mas uma abordagem diferente da geométrica por nós adotada também leva a essa possibilidade com o uso de Odderon [96]. Como nossos resultados estão intrinsecamente ligados ao modelo adotado, não podemos dizer que um estudo dos dados de σ_t e ρ com as eqs. (4.49) e (4.50) e expressões empíricas para $\text{Im}f_+$ e $\text{Im}f_-$ (f_+ e f_- seriam amplitudes hadrônicas nesse caso) cheguem ao mesmo resultado. Essa ainda é uma questão em aberto que não será tratada neste trabalho pois nosso objetivo central é aperfeiçoar o modelo específico

adotado.

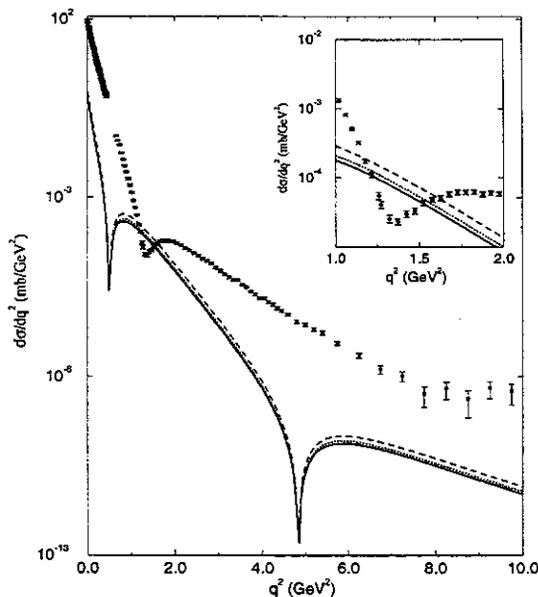


Figura 4.29: Dados de $d\sigma/dt$ para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV juntos com $|\text{Re}\{F(t, s)\}|^2$ obtidos de $\lambda(s)$, $\lambda_{\text{RDD}}(s)$ e $\lambda(\nu = 1, 25, s)$. Veja legenda da fig. 4.26[109].

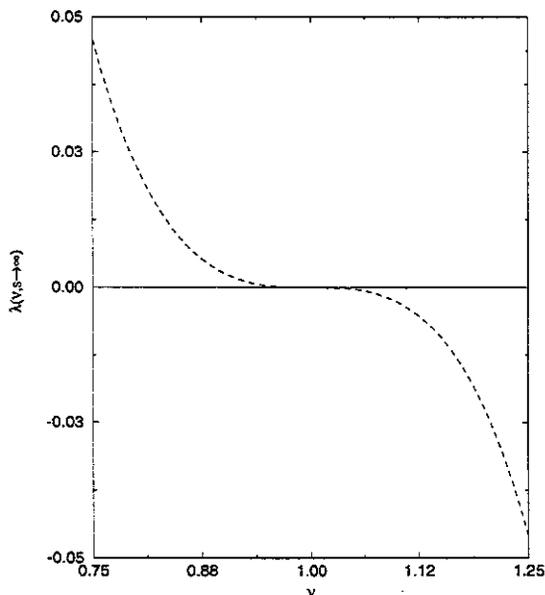


Figura 4.30: Comportamento assintótico de $\lambda(\nu, s)$ em função de ν [109].

A seguir discutimos a possibilidade de adotar a^2 dependente da energia, o que implica em $\text{Im}\{f(q, s)\}$ e mudanças na relação entre as partes real e imaginária da amplitude elementar.

4.2.4.2 Zero da parte imaginária de $f(q, s)$ dependente da energia

Na seção 3.4.2 discutimos a possibilidade de fazer $a^2 = a^2(s)$ na eq. (3.69). Embora fosse possível descrever os dados experimentais com essa abordagem, optamos por outra com fatores de forma dependentes da energia que apresentavam resultados ligeiramente melhores para σ_{el} e σ_{inel} no ISR [23]. Naquele momento não havia evidências claras de que o zero de $\text{Im}\{f\}$, determinado por a^2 , pudesse depender da energia porque nenhum dos trabalhos que exploravam essa questão havia feito propagação de erros [80, 22, 81]. Contudo, como discutido na seção 4.1.1, é possível que a relação $a^2 = a^2(s)$ seja válida já nas energias aqui estudadas (veja figura 4.1). Vamos verificar como essa hipótese modifica nossos resultados. Vimos na seção 4.2.4.1 que a^2 constante resulta em (4.52) para $\nu = 1$ e (4.56) para ν entre 0 e 2. Vejamos o que acontece quando assumimos $a^2 = a^2(s)$ na equação (4.55) que determina os dois casos acima para a^2 constante. A diferença aparece no termo

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\ln(s)} \left(\frac{C\text{Im}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} \right) &= \frac{dC}{d\ln(s)} \frac{\text{Im}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} + C\text{Im}\{f(q, s)\} \frac{(1-\nu)}{s^{\nu-1}} \\ &+ \frac{C}{s^{\nu-1}} \frac{d}{d\ln(s)} (\text{Im}\{f(q, s)\}), \end{aligned} \quad (4.58)$$

onde o último termo é consequência de $a^2 = a^2(s)$. Explorando mais detalhadamente este termo, consideremos que $a^2 = a^2(\ln(s))$ baseado em [23, 61] e que estamos interessados em funções que tenham *propriedade de escala* do tipo $\text{Im}\{f(q, a^2)\} = \text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}$ como é o caso da eq. (3.69). Então

$$\frac{d}{d\ln(s)} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right) = \frac{d(\frac{1}{a^2})}{d\ln(s)} \frac{d}{d(\frac{1}{a^2})} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right), \quad (4.59)$$

onde utilizamos a regra da cadeia. Como q^2 e a^2 são independentes³ podemos continuar utilizando a regra da cadeia e obter

$$\frac{d}{d(\frac{1}{a^2})} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right) = \frac{d(\frac{q^2}{a^2})}{d(\frac{1}{a^2})} \frac{d}{d(\frac{q^2}{a^2})} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right) = q^2 \frac{dq^2}{d(\frac{q^2}{a^2})} \frac{d}{d(q^2)} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right)$$

e com $dq^2/d(\frac{q^2}{a^2}) = [1/(\frac{1}{a^2})]dq^2/dq^2 = a^2$,

$$\frac{d}{d(\frac{1}{a^2})} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right) = q^2 a^2 \frac{d}{d(q^2)} \left(\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} \right). \quad (4.60)$$

Substituindo (4.60) em (4.59)

³O parâmetro a^2 depende de s e adotamos s e t como variáveis independentes que são suficientes para descrever a amplitude hadrônica de acordo com o apêndice A

$$\frac{d}{d \ln(s)} \left(\text{Im} \left\{ f \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \right\} \right) = \frac{d \left(\frac{1}{a^2} \right)}{d \ln(s)} q^2 a^2 \frac{d}{d(q^2)} \left(\text{Im} \left\{ f \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \right\} \right). \quad (4.61)$$

Vamos definir

$$\lambda_2(s) \equiv a^2 \frac{d \left(\frac{1}{a^2} \right)}{d \ln(s)} \quad (4.62)$$

e substituir (4.61) e (4.62) em (4.58). Utilizamos o resultado em (4.55) para obter

$$\begin{aligned} C \frac{\text{Re}\{f(q, s)\}}{s^{\nu-1}} &= \tan\left(\frac{\pi}{2}(\nu-1)\right) \frac{C \text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}}{s^{\nu-1}} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu-1)\right) \left\{ \frac{dC}{d \ln(s)} \frac{\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}}{s^{\nu-1}} \right. \\ &+ \left. C \frac{(1-\nu)}{s^{\nu-1}} \text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} + \frac{C}{s^{\nu-1}} \lambda_2(s) q^2 \frac{d}{dq^2} [\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}] \right\}. \quad (4.63) \end{aligned}$$

Simplificando esta equação e usando a definição de $\lambda(\nu, s)$, eq. (4.57), escrevemos

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda(\nu, s) \text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu-1)\right) \lambda_2(s) q^2 \frac{d}{dq^2} [\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}]. \quad (4.64)$$

O primeiro termo do lado direito desta equação já é conhecido, vimos estudando seu comportamento (e o da relação análoga, eq. (3.70)) e sabemos que reproduz ρ mas preenche excessivamente o mínimo difrativo. O segundo termo lembra o termo novo que aparece em (4.43). Como $t(d/dt) = q^2(d/dq^2)$, se fizermos $\nu = 1$ e $\lambda_2(s) = \frac{2}{\pi} \lambda$ reobtemos aquela contribuição surgida da hipótese de fórmula de Martin na amplitude elementar, eq. (4.42). Como vimos na seção 4.2.3 a fórmula de Martin preenche o mínimo demasiadamente, mas agora a situação pode ser diferente porque λ_2 tem uma dependência com s diferente da de $\lambda(s)$. Então podemos unir as vantagens de duas abordagens: o fator

$$q^2 \frac{d}{dq^2} [\text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\}]$$

introduz uma dependência em q^2 diferente da obtida por $\text{Im}\{f(q^2/a^2)\}$ enquanto λ_2 introduz uma dependência em s diferente da determinada por $\lambda(s)$. E com isso ainda mantemos as características de $f(q, s)$ discutidas na seção 4.2.3.

Para a forma adotada para $\text{Im}\{f(q^2/a^2)\}$, eq. (3.69), teremos

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda(\nu, s) \text{Im}\{f(\frac{q^2}{a^2})\} + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu-1)\right) \lambda_2(s) a^2 q^2 \left[\frac{1}{a^4 + q^4} + 2 \frac{q^2(a^2 - q^2)}{(a^4 + q^4)^2} \right], \quad (4.65)$$

a qual é similar a (4.44). Então podemos calcular a função opacidade de maneira análoga a (4.45) com

$$\Omega_{\text{comp}}(b, s) = \Omega(b, s) - i\Omega_{\text{ima}}(b, s),$$

onde $\Omega(b, s)$ é a eq. (3.64),

$$\Omega_{\text{ima}}(b, s) = \lambda(\nu, s)\Omega(b, s) + \frac{\pi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{2}(\nu - 1)\right)\lambda_2(s)\Omega_{\text{fm}}(b, s) \quad (4.66)$$

e $\Omega_{\text{fm}}(b, s)$ é a eq. (4.47).

Observamos que λ_2 , eq. (4.62), tem comportamento conectado ao de a^2 porque

$$\lambda_2(s) = a^2 \frac{d\left(\frac{1}{a^2}\right)}{d\ln(s)} = -\frac{d\ln(a^2)}{d\ln(s)},$$

então quando a^2 cresce (decrece), λ_2 é negativo (positivo). Esse comportamento é o contrário do obtido para $\lambda_{\text{RDD}}(s)$, eq. (4.53), e C porque

$$\lambda_{\text{RDD}}(s) = \frac{\pi}{2} \frac{d\ln(C)}{d\ln(s)},$$

portanto λ é positivo (negativo) quando C cresce (decrece). Para $\lambda(\nu = 1, 25, s)$ há uma região em torno de $\sqrt{s} = 20$ GeV onde esse tipo de comportamento é mais complicado devido à presença dos termos tangente e secante e lá podemos ter $\lambda(\nu = 1, 25, s) < 0$ enquanto $\lambda_{\text{RDD}} > 0$ (veja figura 4.26).

O trabalho realizado em [61] permite estudar $C(s)$ e $a^2(s)$ mas não pode determinar se $\alpha^2 = \alpha^2(s)$. Baseado nos trabalhos já realizados [23, 79, 109] continuaremos adotando *dependência energética para o fator de forma através de $\alpha^2(s)$ mas agora também assumiremos $a^2 = a^2(s)$* para poder determinar λ_2 , eq. (4.62), que modifica o mínimo difrativo.

Utilizando as eqs. (4.32) e (4.33) junto com $\beta^2 = 1, 8$ GeV², calculamos os valores de a^2 que ajustam melhor $d\sigma/dt$. Os valores estão na tabela 4.5 e parametrizamos com termos contendo polinômios como foi feito para C e α^2 (seção 4.2.1); como resultado obtemos

$$a^2(s) = A_0 + A_1[\ln(s)] + A_2[\ln(s)]^2 + A_3[\ln(s)]^3, \quad (4.67)$$

com os parâmetros A_j , $j = 1, 2, 3$ dados na tabela 4.6.

\sqrt{s} (GeV)	13,8	19,4	23,5	30,7	44,7	52,8	62,5
a^2 (GeV ²)	8,0	8,6	8,2	8,2	8,5	9,0	9,5

Tabela 4.5: Valores de a^2 na descrição de seção de choque diferencial. Veja detalhes no texto.

j	0	1	2	3
A_j (GeV ²)	-68,0077	35,7475	-5,54710	0,285234

Tabela 4.6: Parâmetros para a eq. (4.67).

Na figura 4.31 mostramos os valores de $a^2(s)$, tabela 4.5, e a parametrização (4.67). Também mostramos a forma de λ_2 , eq. (4.62), obtida para esse $a^2(s)$. As descrições de $d\sigma/dt$, σ_t , σ_{el} , σ_{inel} , ρ e B utilizando as eqs. (4.32), (4.33), (4.67), (4.57), (4.62) e (4.66) com $\nu = 1, 25$ estão nas figuras 4.32, 4.33 e 4.34.

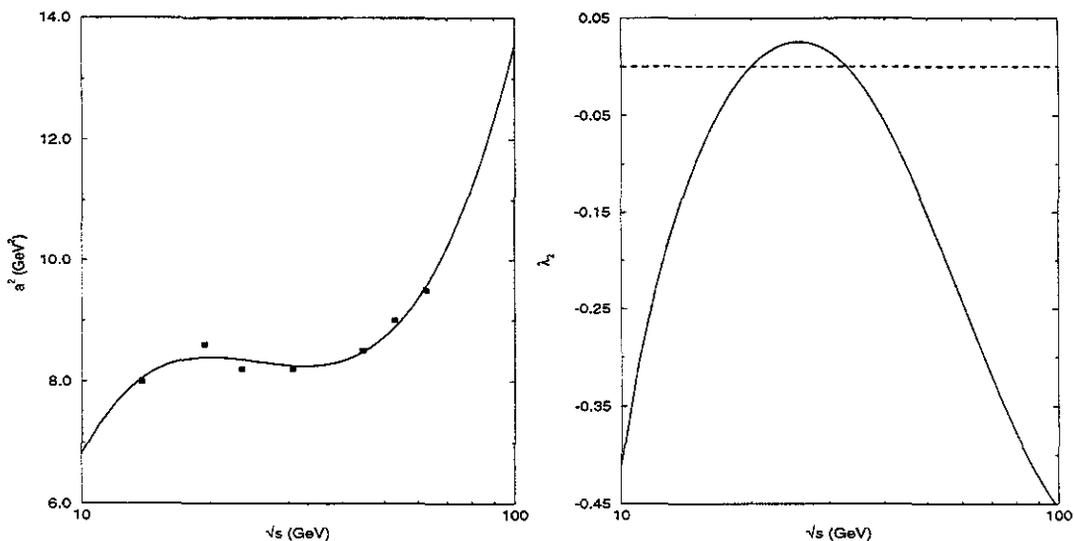


Figura 4.31: Valores de $a^2(s)$ da tabela 4.5 e parametrização (4.67) (esquerda). Parametrização de $\lambda_2(s)$ dada por eq. (4.62) (direita).

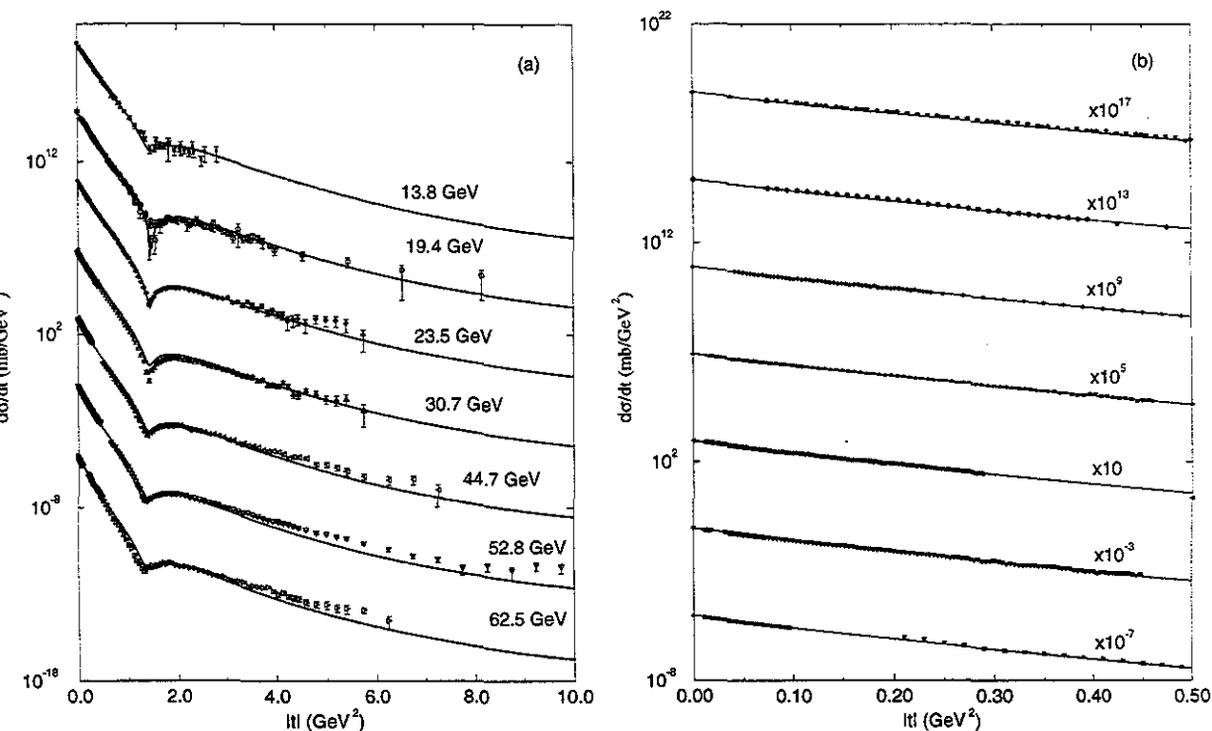


Figura 4.32: Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 1, 25$, $a^2(s)$, eq. (4.67), e $\lambda_2(s)$, eq. (4.62). No gráfico (a) todos os dados aparecem, no gráfico (b) mostramos um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b).

Observamos que houve uma melhora significativa da região do mínimo difrativo de todas as energias, embora em $\sqrt{s} = 30,7$ GeV a mudança não tenha sido suficiente para descrever adequadamente os dados experimentais. Para as outras grandezas vemos que não houve mudança relevante pois elas são determinadas essencialmente pela região de pequeno t de $\text{Im}\{F(t, s)\}$ que não é muito afetada por $a^2(s)$ e $\lambda_2(s)$. As previsões para σ_t e ρ na região de raios cósmicos feitas nas figuras 4.14 e 4.15 mantêm-se porque são determinadas predominantemente por $C(s)$ que continua o mesmo, eq. (4.32), (figura 4.36).

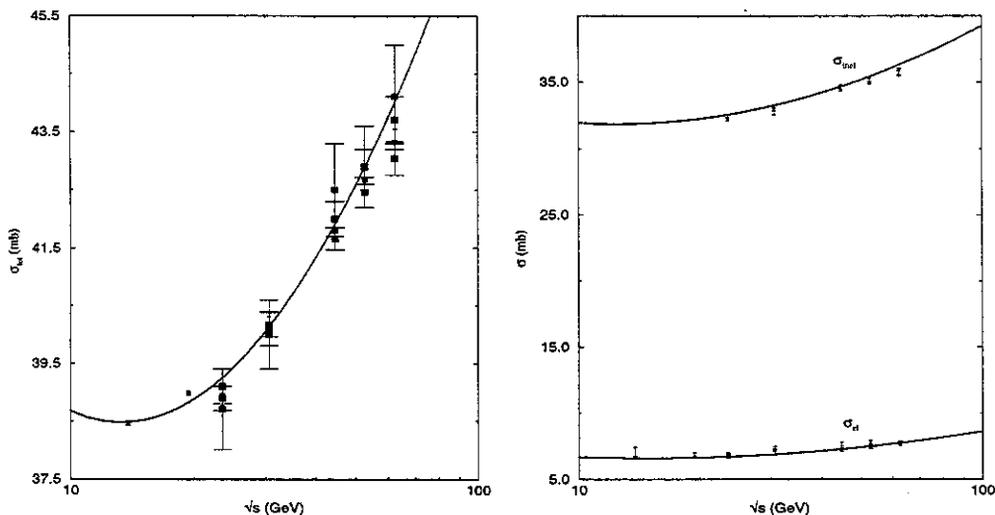


Figura 4.33: Seção de choque total pp (esquerda) e integradas elástica e inelástica (direita) obtidas com $a^2(s)$, eq. (4.67).

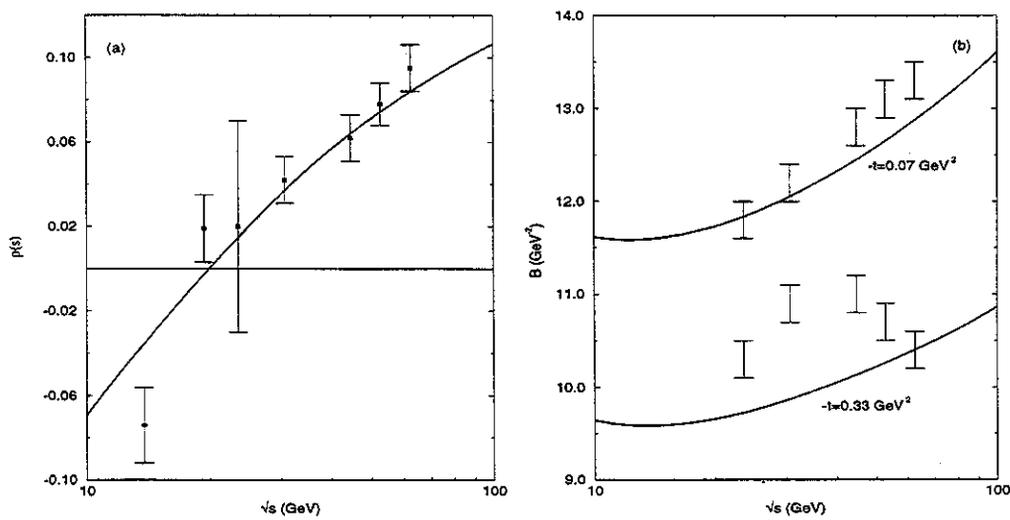


Figura 4.34: Descrição de ρ , gráfico (a), e da inclinação B , gráfico (b), com $a^2(s)$, eq. (4.67).

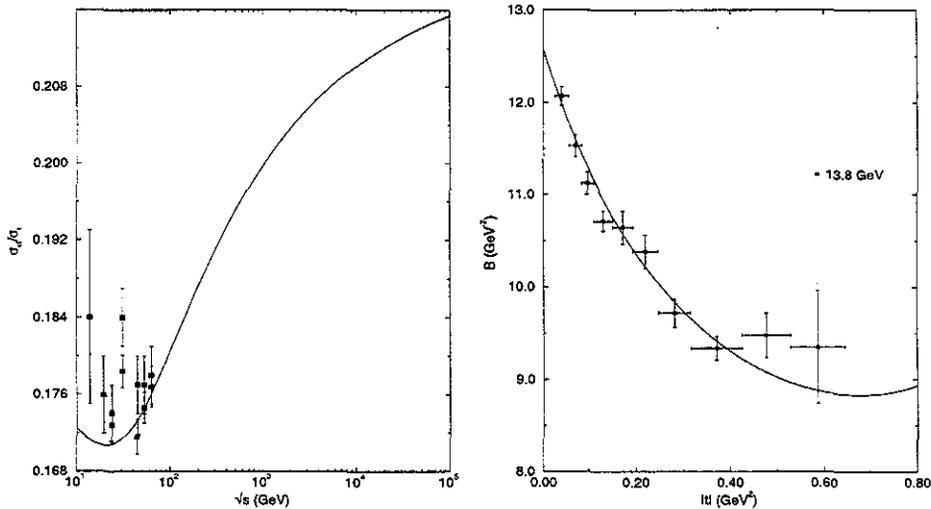


Figura 4.35: Descrição da razão entre seções de choque elástica e total, σ_{el}/σ_t , (esquerda) e inclinação B na energia de 13,8 GeV com dados de [40] (direita). A barra horizontal de B corresponde ao intervalo de $|t|$ do respectivo dado.

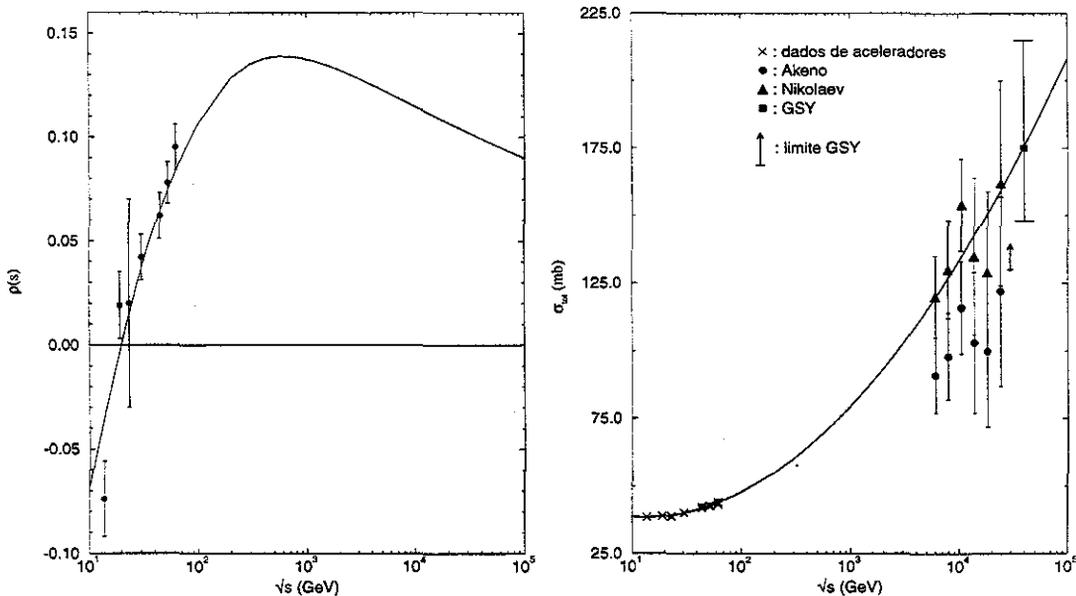


Figura 4.36: Previsão para seção de choque total e ρ (pp) para raios cósmicos obtida com $a^2(s)$, eq. (4.67).

Na figura 4.37 fazemos previsões para energias a serem atingidas no LHC. Podemos notar a presença de um segundo mínimo difrativo que não aparecia na previsão com $\lambda(s)$, eq. (4.34), mostrada na figura 4.16. Como comentamos na seção 4.2.1 a estrutura de “shoulder” talvez fosse consequência do preenchimento excessivo do mínimo

na região do ISR, mas mesmo depois de corrigirmos a descrição dessa região, figura 4.32, a referida estrutura ainda aparece. Além disso, um novo mínimo difrativo surge ao corrigirmos o preenchimento da região em questão no ISR. Esse novo mínimo está relacionado ao aumento de a^2 e consequentemente de λ_2 . A existência dessa nova estrutura em energias a serem alcançadas com o LHC também foi prevista através da abordagem de troca de Pomeron e Odderon [110] e um estudo recente sobre a estrutura dos mínimos difrativos concorda com nossos resultados sobre a posição do mínimo ($|t| \sim 2 - 3 \text{ GeV}^2$) [111].

A função de recobrimento $G_{\text{in}}(b, s)$, eq. (3.74), é a mesma mostrada na figura 4.18 pois ela é determinada a partir da função opacidade Ω , eq. (3.64), isto é, não depende da hipótese da parte real da amplitude elementar.

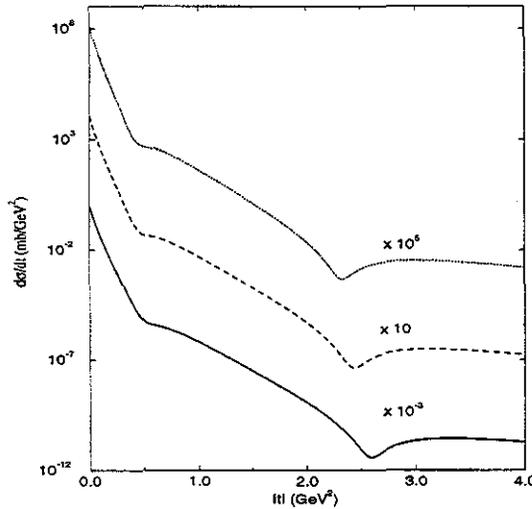


Figura 4.37: Previsões para $d\sigma/dt$ em 10 (linha cheia), 15 (tracejado) e 20 TeV (pontilhado) com $a^2(s)$ e $\lambda(s)$.

4.2.5 Conclusões parciais

Neste trabalho fizemos um estudo extenso do espalhamento elástico próton-próton descrevendo diversas grandezas físicas ($d\sigma/dt$, σ_t , σ_{el} , σ_{inel} , ρ e B) através de um modelo geométrico que utiliza o formalismo da difração múltipla. Mostramos que a descrição simultânea dessas grandezas é um trabalho não trivial dentro do FDM e uma boa qualidade foi obtida com a hipótese de proporção entre as partes real e imaginária da amplitude elementar, eq. (3.70), como pode ser visto na seção 4.2. Em seguida procuramos justificar a hipótese (3.70) através do uso de relações de dispersão derivativas, o que foi feito com sucesso, e obtivemos resultados similares ao de (3.70) na seção 4.2.4.1. Com o objetivo de aperfeiçoar a descrição de $d\sigma/dt$ na região do mínimo difrativo utilizamos resultados observados na análise da função opacidade no espaço de momento transferido, $\Omega(q)$, para fazer o zero de $\text{Im}\{f(q)\}$ variar com a energia. Com isso modificamos a relação entre $\text{Re}\{f\}$ e $\text{Im}\{f\}$ que passou a ser fornecida

pela equação (4.65). Os resultados aperfeiçoados foram mostrados na seção 4.2.4.2 e concluímos que uma descrição bastante satisfatória foi obtida com exceção apenas da região do mínimo difrativo para a energia de 30,7 GeV. O problema ali deve-se à parametrização de a^2 , eq. (4.67), que não tem a forma necessária em torno de $\sqrt{s} = 30,7$ GeV, embora seja satisfatória em todo o resto do intervalo 13,8 - 62,5 GeV. Como o aperfeiçoamento dessa região implica em parametrizações mais complicadas para a^2 e estamos interessados em obter a melhor descrição com o modelo mais simples, não trabalharemos neste ponto pois os resultados obtidos já são suficientes. Ressaltamos aqui a aparente discrepância entre o comportamento do zero da opacidade nas figuras 4.1 e 4.31. O resultado mostrado na figura 4.1 foi obtido a partir de uma análise independente de modelo em que até dez parâmetros livres variavam com a energia [61]. No nosso modelo apenas três parâmetros variam com a energia (C , α^2 e a^2), por isso temos menos liberdade para modificá-los do que na análise independente de modelo. A região do mínimo difrativo é sensível a modificações em C , α^2 , β^2 e a^2 e a forma obtida para $a^2(s)$, eq. (4.67), é a possível dentro do nosso modelo com o número limitado de parâmetros utilizados. É claro que um modelo com mais parâmetros (possivelmente uma outra hipótese para os fatores de forma) poderia resolver a discrepância referida com a^2 decrescente mas nesse caso seria outro modelo, o que não está no objetivo deste trabalho.

Vamos aplicar o modelo para o espalhamento elástico antipróton-próton e ver o que obtemos com as hipóteses utilizadas até agora.

Capítulo 5

Espalhamento elástico antipróton-próton

5.1 Introdução

Para o espalhamento elástico $\bar{p}p$ é preciso tomar certos cuidados pois as características das experiências e os fatores de normalização são diferentes do caso pp utilizado aqui. Os dados para espalhamento pp na região do ISR foram tomados de uma análise feita por Amaldi e Schubert [35] (veja tabelas 2.1 e 2.3) mas o mesmo não se aplica para o espalhamento $\bar{p}p$. Para dar um exemplo mostramos na figura 5.1 os dados de pp para $\sqrt{s} = 52,8$ GeV [32] comparados com os de $\sqrt{s} = 53$ GeV [54, 56]. A região do mínimo difrativo e segundo máximo $1 < |t| < 2$ GeV² apresenta diferenças que dificilmente poderiam ser atribuídas à pequena mudança em \sqrt{s} nos dois conjuntos. É muito provável que a sensibilidade dos detetores e o fator de normalização nas diferentes experiências sejam os responsáveis por esse efeito. Os dados de $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 53$ GeV utilizados neste trabalho também apresentam essas diferenças e outras pois podemos comparar na figura 5.1 os dados de $\sqrt{s} = 53$ GeV (pp e $\bar{p}p$) [54, 56].

No modelo que utilizamos, a região do mínimo difrativo e segundo máximo é sensível a variações em C , α^2 , β^2 e a^2 [67], portanto a descrição de $d\sigma/dt$ para $\bar{p}p$ apresentará mudanças nesses parâmetros devido aos motivos citados acima. Neste trabalho assumimos que os fatores de forma (G) e a parte imaginária da amplitude elementar ($\text{Im}\{f\}$) para partícula e antipartícula são iguais [67] mas devido à normalização diferente para $\bar{p}p$ (em relação aos dados de [32]) teremos que mudar os valores dos parâmetros α^2 , β^2 e a^2 . Como C está ligado ao comportamento de σ_t (apêndice B) e $\sigma_t(pp) \neq \sigma_t(\bar{p}p)$, teremos valores diferentes para C em pp e $\bar{p}p$. Outro ponto importante diz respeito ao comportamento de a^2 . Como já ressaltado na seção 4.1.1, a análise estatística realizada em [61] não permite concluir sobre a possível existência ou variação do zero com a energia nos conjuntos estudados (tabela 2.6). Além disso, o intervalo em t onde há informações experimentais é menor que no caso pp , dificultando uma análise dos efeitos de $a^2(s)$ no nosso modelo. Por isso decidimos fixar a^2 no valor obtido para $\sqrt{s} = 53$ GeV, $a^2(s) = 8,2$ GeV², para todas as energias.

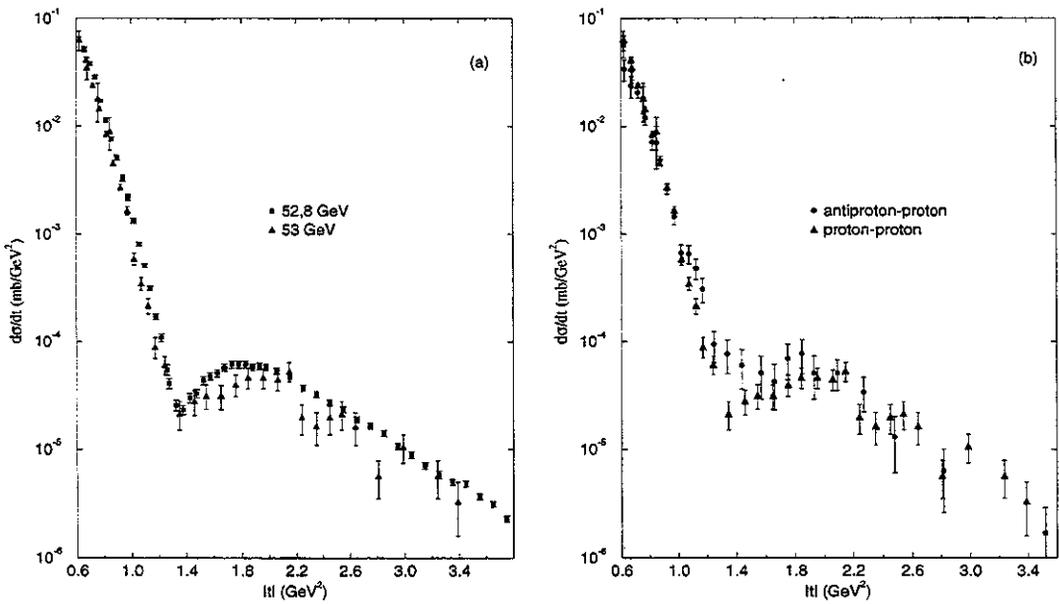


Figura 5.1: Comparação de dados de $d\sigma/dt$ para (a) pp em 52,8 GeV [32] e 53 GeV [54, 56], (b) pp em 53 GeV e $\bar{p}p$ em 53 GeV [54, 56].

5.2 Proporcionalidade entre partes real e imaginária da amplitude elementar

Os valores dos parâmetros C , α^2 , β^2 e a^2 determinados para o espalhamento elástico antipróton-próton aparecem na tabela 5.1. Utilizando o mesmo procedimento de parametrizações por polinômios de $\ln(s)$ utilizado na seção 4.2.1, obtemos as seguintes relações

$$C(s) = B_0 + B_1[\ln(s)] + B_2[\ln(s)]^2 \quad (5.1)$$

e

$$\frac{1}{\alpha^2(s)} = C_0 + C_1[\ln(s)], \quad (5.2)$$

com B_j e C_j fornecidos na tabela 5.2. Na figura 5.2 mostramos os valores e parametrizações para C e α^{-2} . Como podemos observar na figura 5.2, gráfico (b), os valores de $\alpha^2(\bar{p}p)$ indicam que a parametrização linear em $\ln(s)$ para $1/\alpha^2$ é satisfatória para descrever o comportamento médio de α^2 para antipróton-próton, enquanto que para próton-próton foi necessário utilizar a parametrização (4.33). Para $\bar{p}p$ um fator que influenciou o crescimento linear de $1/\alpha^2$ foi a existência de dados em 546 e 1800 GeV. Como não há um conjunto similar para pp , a diferença entre as parametrizações (4.33) e (5.2) deve continuar até que novas informações permitam uma reanálise do espalhamento próton-próton (talvez com os futuros dados do RHIC).

\sqrt{s} (GeV)	$\beta^2 = 1,8 \text{ GeV}^2$	$a^2 = 8,20 \text{ GeV}^2$
	$C(s)$ (GeV^{-2})	$\alpha^2(s)$ (GeV^2)
13,8	10,794	0,410
19,4	10,862	0,415
31,0	10,982	0,400
53,0	11,625	0,390
62,0	11,740	0,380
546,0	17,600	0,350
1800,0	24,000	0,330

Tabela 5.1: Valores dos parâmetros livres dos ajustes de $d\sigma/dt$ para antipróton-próton em cada energia[79].

j	0	1	2
B_j (GeV^{-2})	14,000	-1,351	0,134
C_j (GeV^{-2})	2,074	$6,321 \times 10^{-2}$	-

Tabela 5.2: Parâmetros para eqs. (5.1) e (5.2.)

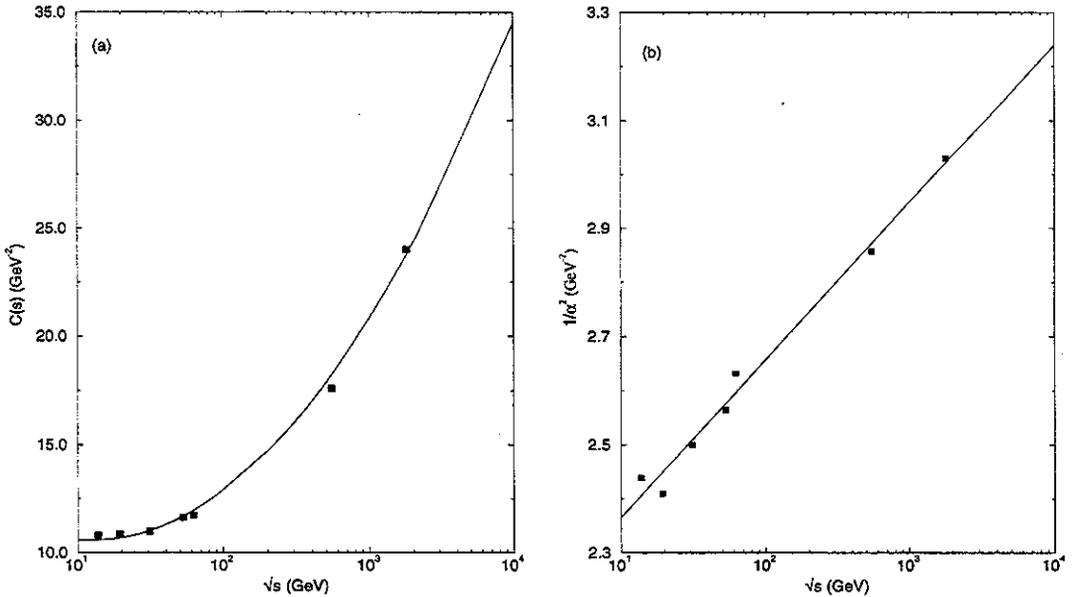


Figura 5.2: Valores e parametrizações para C (gráfico (a)) e α^{-2} (gráfico (b)) no espalhamento $\bar{p}p$.

Utilizando (5.1), (5.2) e (4.57) obtemos a descrição de $d\sigma/dt$ (figura 5.3), σ_t e ρ (figura 5.4), com o valor $\nu = 0,84$ em (4.57). Observamos um preenchimento excessivo na região $t \simeq -1,5\text{GeV}^2$ para $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ e em $t \simeq -0,75\text{GeV}^2$ para $\sqrt{s} = 546$ e 630

GeV, proveniente do valor alto de $\lambda(\nu = 0,84, s)$, eq. (4.57), necessário para descrever ρ nessas energias. A ausência de dados para essa região em outros conjuntos impede que façamos uma avaliação do resultado obtido para 31, 62 e 1800 GeV. Esse efeito de preenchimento já foi discutido no modelo aplicado a próton-próton (seções 4.2.1 e 4.2.4.2) mas a solução agora tem que ser diferente da relação (4.62) porque a^2 está sendo mantido constante para $\bar{p}p$ neste trabalho.

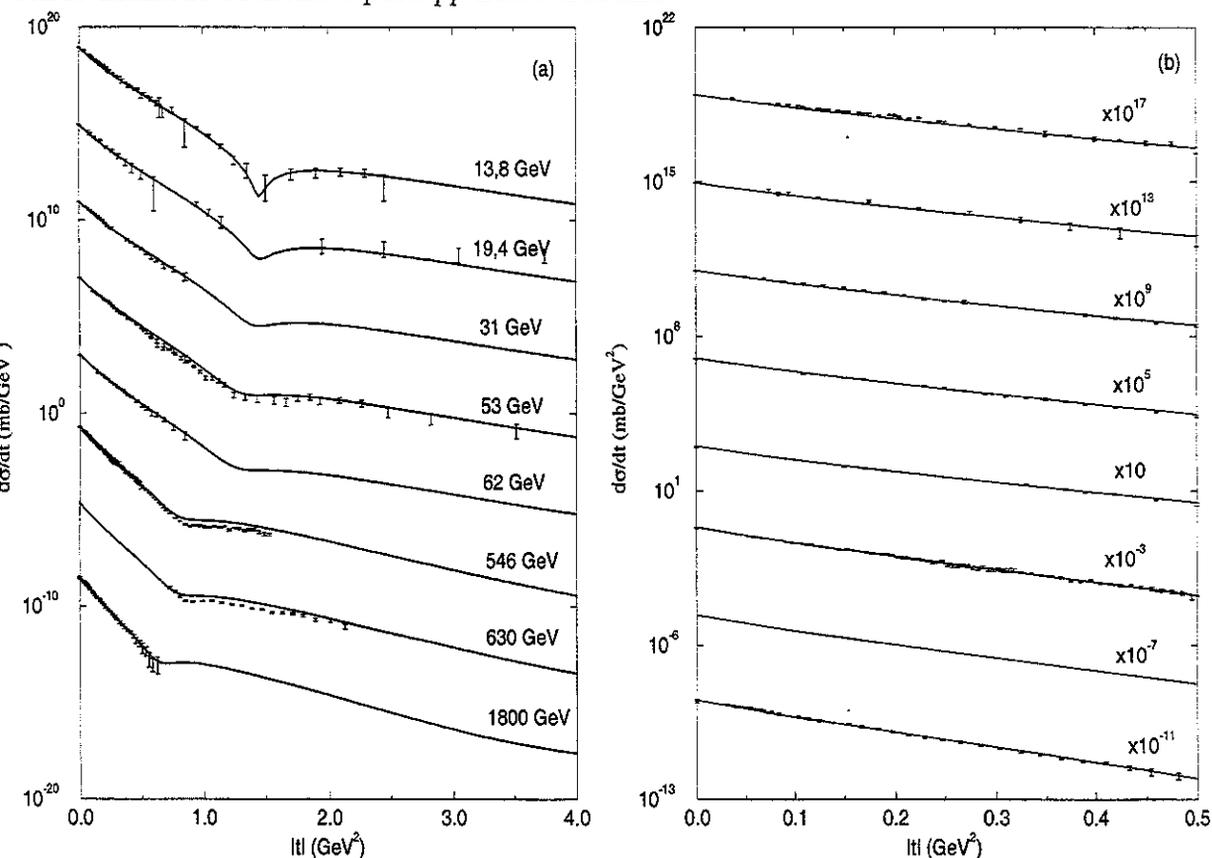


Figura 5.3: Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 0,84$ e equações (5.1), (5.2) e (4.57). No gráfico (a) todos os dados aparecem, no gráfico (b) mostramos um detalhe da região próxima à origem. As curvas foram multiplicadas por fatores de 10 indicados no gráfico (b).

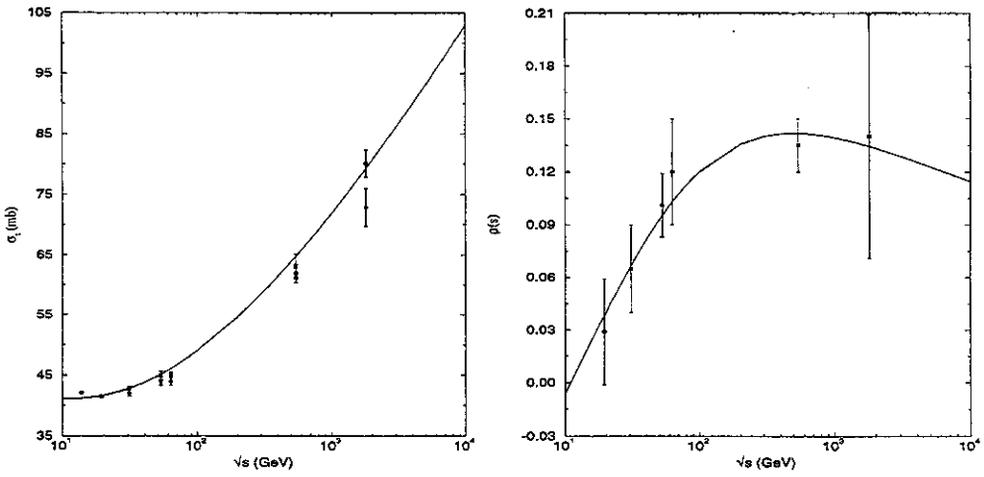


Figura 5.4: Seção de choque total $\bar{p}p$ (esquerda) e ρ (direita) com equações (5.1), (5.2) e (4.57).

5.3 Solução fenomenológica baseada no caso próton-próton

Uma possível solução *fenomenológica* surge se analisarmos as idéias contidas nas seções 4.2.3 e 4.2.4.2. Observando as eqs. (4.44) e (4.65) podemos assumir para o caso $\bar{p}p$

$$\text{Re}\{f(q, s)\} = \lambda(\nu, s)\text{Im}\{f(q, s)\} - \lambda_2^{\bar{p}p}(s)\lambda(\nu, s)a^2q^2\left[\frac{1}{a^4 + q^4} + \frac{2q^2(a^2 - q^2)}{(a^4 + q^4)^2}\right], \quad (5.3)$$

onde $\lambda(\nu, s)$ é obtida aplicando a eq. (5.1) em (4.57), $\text{Im}\{f(q, s)\}$ é a eq. (3.69) e $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ teria que ser calculada em cada energia para que o modelo descreva corretamente a região do mínimo difrativo. Nesse sentido, $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ tem a mesma validade que $\lambda(s)$, eq. (3.68), e a vantagem de fazer com que a amplitude elementar, $f(q, s)$, não se anule em $q^2 = a^2$ como discutido na seção 4.2.3. A equação (4.66) torna-se

$$\Omega_{\text{ima}}(b, s) = \lambda(\nu, s)\Omega(b, s) + \lambda_2^{\bar{p}p}(s)\lambda(\nu, s)\Omega_{\text{fm}}(b, s) = [\Omega(b, s) + \lambda_2^{\bar{p}p}(s)\Omega_{\text{fm}}(b, s)]\lambda(\nu, s) \quad (5.4)$$

com $\Omega_{\text{fm}}(b, s)$ dada pela eq. (3.64).

Examinando a figura 5.3 vemos que apenas em $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV precisaremos determinar $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$. Isso ocorre porque a hipótese (3.68) só preenche excessivamente o mínimo difrativo a partir da região do ISR (confira figuras 3.9, 3.10 e 4.10) e no caso do espalhamento $\bar{p}p$ e conjunto de dados aqui utilizados apenas 53, 546 e 630 GeV possuem uma boa quantidade de dados na região do mínimo difrativo.

Os valores obtidos para $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ são mostrados na tabela 5.3 e a descrição de $d\sigma/dt$ para essas três energias na figura 5.5.

\sqrt{s}	53,0	546,0	630,0
$\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$	-2,0	-7,0	-6,0

Tabela 5.3: Valores para $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ obtidos ajustando $d\sigma/dt$ com a função opacidade, eq. (5.4).

Na figura 5.6 mostramos as seções de choque integradas σ_t , σ_{el} e σ_{inel} obtidas com $\beta^2 = 1,8 \text{ GeV}^2$, $a^2 = 8,2 \text{ GeV}^2$, $\nu = 0,84$ e eqs. (5.1), (5.2) e (4.57). Mostramos também os valores obtidos para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV quando utilizamos $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ e vemos que não há grande alteração do valor das seções de choque integradas. Utilizando as mesmas equações montamos a figura 5.7 com valores de ρ e B . Observamos que no caso de $\sqrt{s} = 546$ e 630 GeV há uma mudança no valor de ρ quando utilizamos $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ mas ainda dentro do intervalo de barra de erro do valor experimental.

Para comparar a previsão de $\sigma_t(pp)$ com o resultado para $\bar{p}p$ observamos que $\sigma_t(\bar{p}p)$ não é alterado significativamente por usarmos $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ em 546 e 630 GeV , portanto vamos prever $\sigma_t(\bar{p}p)$ nas energias de raios cósmicos sem utilizar $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$. A figura 5.9 mostra as previsões para a seção de choque total pp e $\bar{p}p$ junto com os resultados de Akeno [92] e Nikolaev [93]. Vemos que nosso modelo indica um cruzamento entre as duas seções de choque em $\sqrt{s} = 180 \text{ GeV}$, aproximadamente, confirmando o resultado já comentado na seção 4.2.1. Além disso na região de raios cósmicos nossa previsão para $\sigma_t(\bar{p}p)$ concorda com os resultados que a colaboração Akeno diz ser $\sigma_t(pp)$.

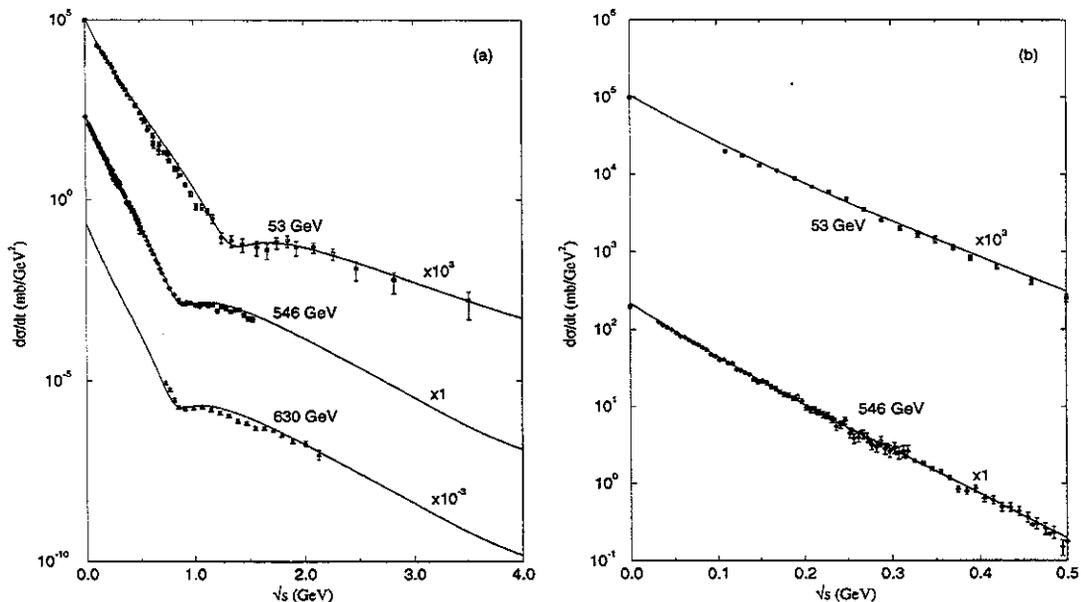


Figura 5.5: Descrição de $d\sigma/dt$ com $\nu = 0,84$, $\beta^2 = 1,8 \text{ GeV}^2$, $a^2 = 8,2 \text{ GeV}^2$ e $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ da tabela 5.3 e equações (5.1), (5.2) e (4.57).

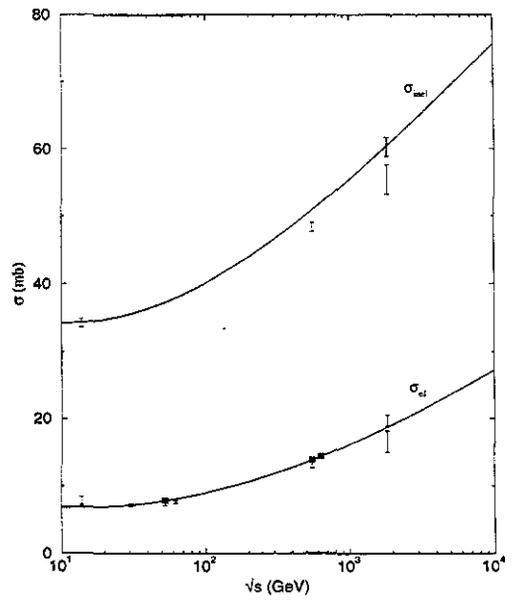
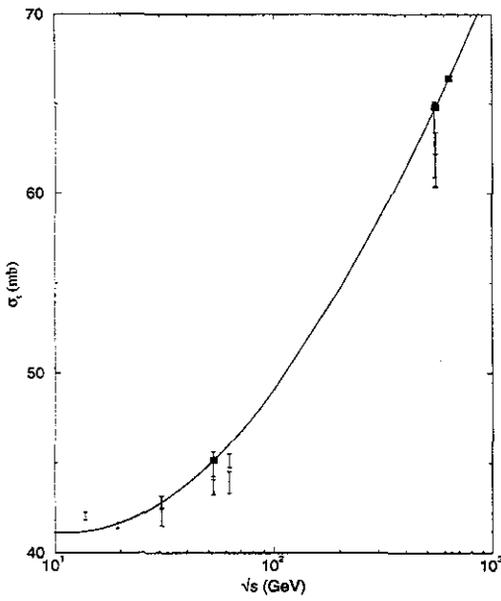


Figura 5.6: Seções de choque total (esquerda) e integradas elástica e inelástica (direita). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\overline{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado. Veja detalhes no texto.

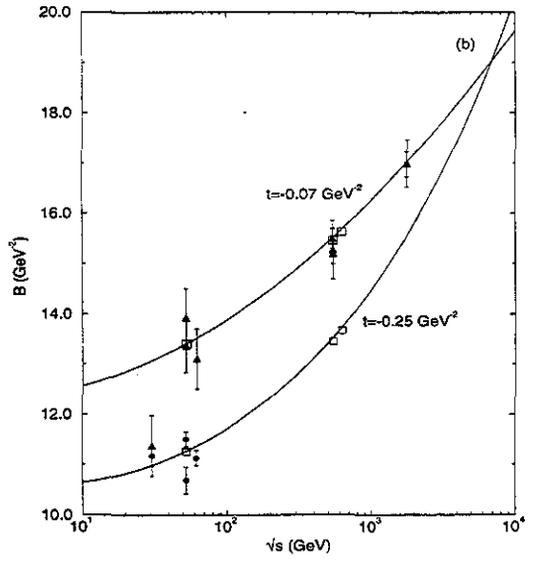
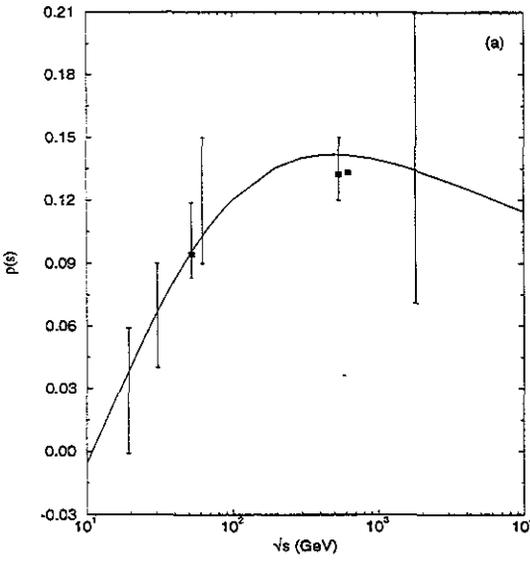


Figura 5.7: Descrição de ρ , gráfico (a), e inclinação B , gráfico (b). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\overline{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado. Veja detalhes no texto.

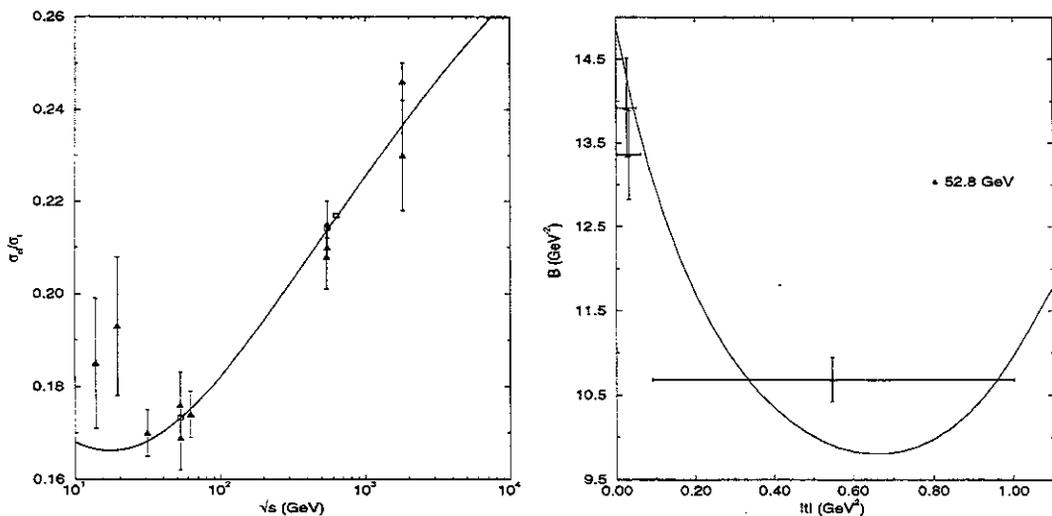


Figura 5.8: Descrição da razão entre seções de choque elástica e total, σ_{el}/σ_t , (esquerda) e inclinação B na energia de 53 GeV (direita). Os resultados para $\sqrt{s} = 53, 546$ e 630 GeV com $\lambda_2^{\bar{p}p}(s)$ (tabela 5.3) são mostrados com o símbolo quadrado (figura à esquerda). A barra horizontal de B corresponde ao intervalo de $|t|$ do respectivo dado (figura à direita).

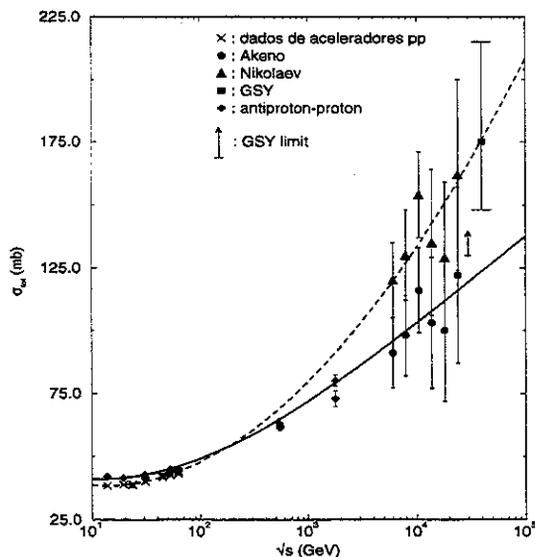


Figura 5.9: Previsões para σ_t próton-próton com $a^2 = a^2(s)$ (tracejado) e antipróton-próton com a^2 constante (linha cheia) junto com informações experimentais: dados de acelerador das tabelas 2.1 (cruz) e 2.4 (diamante), de Akeno [92] (círculos), de Nikolaev [93] (triângulos), limite GSY (veja explicação na seção 4.2.1) em 30 TeV [94] (\uparrow) e resultado de GSY em 40 TeV [94] (quadrado).

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Neste trabalho aperfeiçoamos um modelo fenomenológico que utiliza o formalismo de difração múltipla de Glauber dentro da aproximação eiconal, válida para pequeno ângulo de espalhamento e altas energias. Com esse modelo estudamos o espalhamento elástico próton-próton e antipróton-próton para dados de aceleradores com $\sqrt{s} > 10$ GeV.

Em um trabalho anterior [23] mostramos que as hipóteses (3.69) e (3.70) forneciam descrição de diversas grandezas físicas ($d\sigma/dt$, σ_t , σ_{el} , σ_{inel} e ρ) na região do ISR, embora o mínimo difrativo em $d\sigma/dt$ fosse superestimado para algumas energias no espalhamento pp . Naquele trabalho ressaltamos as dificuldades dos modelos geométricos em descrever todas as grandezas físicas citadas e indicamos possíveis meios de aperfeiçoar a descrição do nosso modelo, como a mudança dos valores dos parâmetros C , α^2 , β^2 e a^2 ou a mudança da hipótese da parte real da amplitude elementar média f para $t < 0$.

No presente trabalho ampliamos o estudo do espalhamento pp utilizando também dados de $\sqrt{s} = 13,8$ e $19,4$ GeV. Depois modificamos a hipótese (3.70) ao utilizarmos as relações de dispersão derivativas para a amplitude elementar, o que nos levou a perceber a validade da relação (4.34) obtida fenomenologicamente mas que se comporta como (4.57) para $\nu = 1, 25$. A partir daí aproveitamos resultados de análise estatística dos dados [61] e introduzimos a dependência energética em $\text{Im}\{f\}$ associada às RDD para obter a nova relação para $\text{Re}\{f\}$, eq. (4.65), concretizando a sugestão do trabalho de mestrado. Assim melhoramos sensivelmente a descrição do mínimo difrativo para pp sem precisar aumentar o número de parâmetros do modelo. A única exceção foi o conjunto de $\sqrt{s} = 30,7$ GeV, como já explicado na seção 4.2.5. Pelo que conhecemos, até o momento nenhum outro modelo puramente geométrico consegue descrever todas essas grandezas físicas com um número de parâmetros igual ou menor que o nosso.

Depois fizemos uma descrição do espalhamento elástico antipróton-próton e mostramos que não era possível utilizar a eq. (4.65) a partir de (4.62) pois o número de dados disponíveis não permitia concluir que $a^2 = a^2(s)$. No entanto, pudemos aplicar a relação (5.3) baseada na idéia fenomenológica que nos levou a utilizar (3.68) e (4.42) anteriormente, a semelhança de propriedades entre $F(t, s)$ e $f(q, s)$. Conseguimos uma

boa descrição para o caso $\bar{p}p$ e confirmamos o resultado do nosso modelo aplicado a pp de que há um cruzamento entre as seções de choque totais pp e $\bar{p}p$. Embora esse resultado seja intrinsicamente ligado ao modelo e não seja previsto pela maioria dos modelos atuais, lembramos que uma abordagem diferente chega à mesma conclusão [96] e uma solução para essa questão talvez só ocorra com o RHIC ou LHC, que estão programados para começar a operar após o ano 2000.

Paralelamente a isso, buscamos conectar as informações fenomenológicas a resultados da CQ não-perturbativa através do modelo do vácuo estocástico. Mostramos que a amplitude elementar sugerida através da fenomenologia tem características compatíveis com os resultados do MVE [90] e que é preciso pesquisar mais sobre a forma do correlator a pequenas distâncias para procurar determinar melhor a amplitude elementar obtida do MVE, aprimorando com isso a conexão entre CQ não-perturbativa e fenomenologia.

Portanto as perspectivas para os próximos trabalhos referem-se a aprofundar o conhecimento da CQ não-perturbativa através do MVE e fenomenologia, além da busca de conexões com outros modelos que utilizam abordagens diferentes (Pomeron, Odderon, Reggeon) e que podem levar à ligação com a CQ perturbativa. Também faz parte dos planos futuros o estudo do espalhamento inelástico de onde se têm obtido muitas informações sobre o fenômeno do Pomeron.

Apêndice A

Cinemática relativística

Neste apêndice utilizaremos a notação da referência [112]. O diagrama de colisão elástica entre duas partículas de massas m e μ , possivelmente diferentes, aparece na fig. A.1 e é feita a convenção de que todos os 4-vetores no diagrama apontam para o centro denotado colisão. Portanto o momento físico das partículas após a colisão é o contrário do mostrado no diagrama, isto é, supondo que a partícula de massa μ entre na região de colisão com 4-momento k_1 , ela terá o 4-momento $-k_2$ após a colisão. Esse 4-momento físico será denotado com um acento, $k'_2 = -k_2$ no exemplo citado.

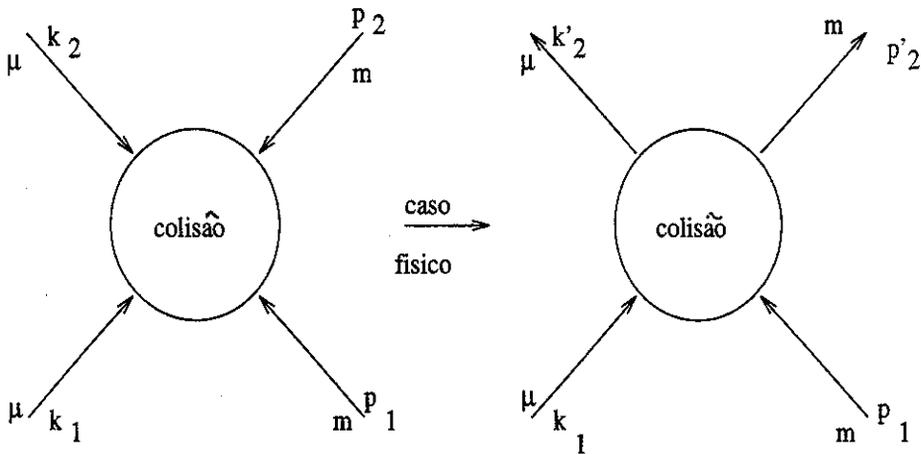


Figura A.1: Diagrama da colisão e convenção utilizada [112].

No processo de colisão elástica mais simples desconsidera-se spin, isospin e excitação das partículas. Nesse caso os estados iniciais e finais das partículas são completamente determinados pela cinemática, isto é, pelos pares de 4-momento p_1 , k_1 e p_2 , k_2 .

Em processos de espalhamento temos a amplitude de transição T_{fi} do estado inicial i para o final f e no caso elástico ela é determinada por p_1 , k_1 , p_2 e k_2 , $T_{fi} = T(p_1, k_1, p_2, k_2)$; como cada 4-momento tem 4 componentes, temos 16 variáveis mas

mostraremos que vínculos entre essas variáveis reduzem esse número a 2.

A amplitude de espalhamento é um invariante de Lorentz e deve depender dos invariantes p_1^2 , k_1^2 , p_2^2 , k_2^2 , $p_1 \cdot k_1$, $k_1 \cdot p_1$, $p_1 \cdot k_2$, $k_2 \cdot p_1$, $p_1 \cdot p_2$, $p_2 \cdot p_1$, $k_1 \cdot k_2$, $k_2 \cdot k_1$, $k_1 \cdot p_2$, $p_2 \cdot k_1$, $k_2 \cdot p_2$ e $p_2 \cdot k_2$.

Mas $p_1 \cdot k_1 = k_1 \cdot p_1$, $p_1 \cdot k_2 = k_2 \cdot p_1$, $p_1 \cdot p_2 = p_2 \cdot p_1$, $k_1 \cdot k_2 = k_2 \cdot k_1$, $k_1 \cdot p_2 = p_2 \cdot k_1$ e $k_2 \cdot p_2 = p_2 \cdot k_2$, o que reduz o número de invariantes a 10:

$$p_1^2, k_1^2, p_2^2, k_2^2, p_1 \cdot k_1, p_1 \cdot k_2, p_1 \cdot p_2, k_1 \cdot k_2, k_1 \cdot p_2, k_2 \cdot p_2$$

Para o espalhamento elástico, os invariantes

$$p_1^2 = p_2^2 = m^2 \text{ e } k_1^2 = k_2^2 = \mu^2$$

são fixos e não servem como variáveis para T_{fi} , então ficamos com 6 invariantes

$$p_1 \cdot k_1, p_1 \cdot k_2, p_1 \cdot p_2, k_1 \cdot k_2, k_1 \cdot p_2, k_2 \cdot p_2. \quad (\text{A.1})$$

A conservação de 4-momento

$$p_1 + k_1 + p_2 + k_2 = 0 \quad (\text{A.2})$$

fornece 4 equações por isso o número de “variáveis” independentes passa de 6 para 2, mas estas não podem ser escolhidos arbitrariamente. Utilizando (A.2)

$$\begin{aligned} k_1 \cdot (p_1 + p_2) &= -k_1^2 - k_1 \cdot k_2 = -\mu^2 - k_1 \cdot k_2, \\ k_2 \cdot (p_1 + p_2) &= -k_2^2 - k_2 \cdot k_1 = -\mu^2 - k_2 \cdot k_1, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} p_1 \cdot (k_1 + k_2) &= -p_1^2 - p_1 \cdot p_2 = -m^2 - p_1 \cdot p_2, \\ p_2 \cdot (k_1 + k_2) &= -p_2^2 - p_2 \cdot p_1 = -m^2 - p_2 \cdot p_1, \end{aligned}$$

de onde obtemos $(k_1 - k_2) \cdot (p_1 + p_2) = 0$, lembrando que $k_1 \cdot k_2 = k_2 \cdot k_1$. Além disso, $(k_1 - k_2) \cdot (p_1 + p_2) + (p_1 - p_2) \cdot (k_1 + k_2) = 0$ o que implica em

$$\begin{aligned} k_1 \cdot p_1 + k_1 \cdot p_2 - k_2 \cdot p_1 - k_2 \cdot p_2 + p_1 \cdot k_1 + p_1 \cdot k_2 - p_2 \cdot k_1 - p_2 \cdot k_2 &= 0 \\ \Rightarrow 2k_1 \cdot p_1 - 2k_2 \cdot p_2 = 0 &\Rightarrow k_1 \cdot p_1 = k_2 \cdot p_2. \end{aligned}$$

Para $(k_1 - k_2) \cdot (p_1 + p_2) - (p_1 - p_2) \cdot (k_1 + k_2) = 0$ obtemos

$$2(k_1 \cdot p_2 - k_2 \cdot p_1) = 0 \Rightarrow k_1 \cdot p_2 = k_2 \cdot p_1.$$

Portanto, se escolhermos $k_1 \cdot p_1$, não podemos utilizar $k_2 \cdot p_2$ e vice-versa, e, da mesma forma, se fazemos uso de $k_1 \cdot p_2$, temos que descartar $k_2 \cdot p_1$.

Ainda utilizando (A.4)

$$(k_1 + k_2) \cdot (p_1 + p_2) = -2(\mu^2 + k_1 \cdot k_2)$$

$$(p_1 + p_2) \cdot (k_1 + k_2) = -2(m^2 + p_1 \cdot p_2)$$

logo

$$(\mu^2 + k_1 \cdot k_2) = (m^2 + p_1 \cdot p_2) \Rightarrow k_1 \cdot k_2 - p_1 \cdot p_2 = m^2 - \mu^2.$$

Portanto, há uma relação de vínculo entre $k_1 \cdot k_2$ e $p_1 \cdot p_2$ e eles não podem ser escolhidos como “variáveis” independentes ao mesmo tempo. Até agora descobrimos que dos 6 invariantes, eq. (A.1), não podemos utilizar ao mesmo tempo $p_1 \cdot k_1$ e $p_2 \cdot k_2$, $p_1 \cdot k_2$ e $p_2 \cdot k_1$ nem $p_1 \cdot p_2$ e $k_1 \cdot k_2$. Se escolhermos, por exemplo, $p_1 \cdot k_1$ e $p_1 \cdot k_2$ e utilizarmos (A.4)

$$p_1 \cdot p_2 = -m^2 - p_1 \cdot (k_1 + k_2)$$

ou

$$k_1 \cdot k_2 - (m^2 - \mu^2) = -m^2 - p_1 \cdot (k_1 + k_2) \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = -\mu^2 - p_1 \cdot (k_1 + k_2),$$

então vemos que apenas 2 invariantes, $p_1 \cdot k_1$ e $p_1 \cdot k_2$ neste exemplo, são necessários para obter os outros. É também possível utilizar combinações desses invariantes. Por exemplo, definindo¹

$$s \equiv (p_1 + k_1)^2, \quad t \equiv (k_1 + k_2)^2 \text{ e } u \equiv (k_1 + p_2)^2, \quad (\text{A.4})$$

que são as chamadas *variáveis de Mandelstam*, podemos expressar T_{fi} no caso de espalhamento elástico em termos de duas delas, já que a terceira pode ser determinada das outras pelas relações descritas acima.

Além de invariantes sob transformação de Lorentz, as variáveis de Mandelstam têm significados específicos para o espalhamento elástico de hádrons. No sistema de centro de momento e considerando o caso de hádrons de mesma massa m , temos $p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1)$ e $k_1 = (E_2, \mathbf{k}_1)$ com E_1 e E_2 as energias das partículas 1 e 2. Como nesse sistema $\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_1 = 0$, resulta que

$$\begin{aligned} s &= (E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_1)^2 = (E_1 + E_2)^2 \\ &\Rightarrow \sqrt{s} = E_1 + E_2, \end{aligned}$$

isto é, a energia total do sistema é \sqrt{s} .

Com relação a t , temos $k'_2 = (E_1, \mathbf{k}_2)$ devido à conservação de momento e com isso

$$t = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 \cdot k_2 = k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 \cdot k'_2 = 2m^2 - 2(E_1^2 - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2),$$

onde a relação $k_j^2 = m^2$, $j = 1, 2$ foi utilizada. Então

$$t = 2m^2 - 2(E_1^2 - |k|^2 \cos \theta)$$

onde θ é o ângulo de espalhamento. Como $k_1^2 = E_1^2 - |k|^2 \rightarrow m^2 = E_1^2 - |k|^2$, podemos escrever

$$t = -2|k|^2 + 2|k|^2 \cos \theta = -2|k|^2(1 - \cos \theta) \leq 0,$$

então t está relacionado ao quadrado do momento transferido quando \sqrt{s} é a energia do sistema de espalhamento elástico entre hádrons de mesma massa.

¹Utilizamos a notação de [112] para a direção de k_2 mostrada na figura A.1.

Apêndice B

Expansão de C e α^{-2} em termos de polinômios

Para entender porque utilizamos a expansão em polinômios para C_{AB} e α^{-2} , vamos considerar que a função opacidade seja pequena, isto é, $\Omega_{AB} \ll 1$. Nesse caso, das equações 3.59 e 3.60 temos

$$F_{AB} = i\langle 1 - \exp(-\Omega_{AB}(b, s)) \rangle \simeq i\langle 1 - (1 - \Omega_{AB}(b, s)) \rangle = i\langle \Omega_{AB}(b, s) \rangle$$

e utilizando 3.61,

$$F_{AB} \simeq C_{AB}\langle\langle G_A G_B f \rangle\rangle = C_{AB} G_A G_B f.$$

Aplicando esse resultado em 2.10 obtemos

$$\sigma_t \simeq 4\pi C_{AB} G_A(q=0) G_B(q=0) \text{Im}\{f\}(q=0) = 4\pi C_{AB},$$

onde utilizamos a definição para os fatores de forma, eq. (3.62), e parte imaginária da amplitude, eq. (3.69). Como a seção de choque total é usualmente parametrizada em termos de $\ln^n(s)$, a aproximação acima mostra porque utilizamos essa expansão para C_{AB} .

Para o caso de α^2 , observamos que, grosseiramente,

$$\sigma_t \simeq \pi R^2,$$

onde R^2 é proveniente da eq. (4.38). De acordo com os valores da tabela 4.3, $\alpha^{-2} \sim 2$ enquanto que $\beta^{-2} \sim 0,55$, portanto podemos fazer a estimativa (válida apenas como uma aproximação grosseira)

$$\sigma_t \propto \alpha^{-2}(s)$$

e com isso mostramos porque utilizar $\ln^n(s)$ também para α^{-2} .

Apêndice C

A opacidade e o potencial centrais

A eq. (3.64) tem as funções K_0 , K_1 e ker_0 que divergem na origem e kei_0 que é finita. Para ker_0 e kei_0 podemos escrever

$$ker_0 x = \frac{1}{2} [K_0(x \exp(\frac{i\pi}{4})) + K_0(x \exp(\frac{-i\pi}{4}))]$$

e

$$kei_0 x = \frac{1}{2i} [K_0(x \exp(\frac{i\pi}{4})) - K_0(x \exp(\frac{-i\pi}{4}))]$$

a partir da definição 9.9.2 de [113]. Utilizando 9.6.32 dessa referência

$$ker_0 x = \operatorname{Re}\{K_0(x \exp(\frac{i\pi}{4}))\}$$

e

$$kei_0 x = \operatorname{Im}\{K_0(x \exp(\frac{i\pi}{4}))\}.$$

Para $K_\nu(z)$ temos a aproximação 9.6.2 de [113] :

$$K_\nu(z) \sim \frac{1}{2} \Gamma(\nu) (\frac{z}{2})^{-\nu},$$

válida para $z \rightarrow 0$ e $\operatorname{Re}\{\nu\} > 0$, logo

$$K_1(z) \sim \frac{1}{z} \text{ para } z \rightarrow 0.$$

Quando $\nu = 0$, a eq. 9.6.8 de [113],

$$K_0(z) \sim -\ln(z)$$

é válida para $z \rightarrow 0$. Então

$$ker_0 x \rightarrow -\ln(z) \text{ para } x \rightarrow 0$$

e

$$kei_0x \rightarrow -\frac{\pi}{4} \text{ para } x \rightarrow 0 \text{ e } -\pi < z < \pi.$$

Então a equação (3.64) tem a seguinte forma próximo à origem:

$$\Omega(b) = C\{-[A_1 \ln(\alpha b) + A_2 \ln(\beta b) + A_4 \ln(ab)] - A_3 \frac{\pi}{4} + b(\frac{A_5}{\alpha b} + \frac{A_6}{\beta b})\}$$

e usando a definição para A_1 , A_2 e A_4 de (3.65)

$$\Omega(b=0) = C\{-[A_1 \ln(\frac{\alpha}{a}) + A_2 \ln(\frac{\beta}{a})] - A_3 \frac{\pi}{4} + \frac{A_5}{\alpha} + \frac{A_6}{\beta}\}, \quad (C.1)$$

onde o termo divergente, $\ln(b)$, desaparece porque $A_1 + A_2 + A_4 = 0$. A equação (C.1) é a opacidade central no modelo prévio de difração múltipla, seção 3.4.1, enquanto que a relação (3.72) mostra que (C.1) é a parte real da opacidade central deste trabalho. Como salientado no final da seção 4.2.1, nossa opacidade central é mais complexa que a utilizada no modelo de Chou-Yang, $C\alpha^2$, em [70].

Para o potencial óptico, eq. (4.41), temos

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}} = -(\lambda + i) \frac{C}{2} \left\{ \frac{A_1 \exp(-\alpha r) + A_2 \exp(-\beta r) + A_4 \cos(\frac{ar}{\sqrt{2}}) \exp(-\frac{ar}{\sqrt{2}})}{r} + A_5 \exp(-\alpha r) + A_6 \exp(-\beta r) - \frac{A_3}{r} \text{sen}(\frac{ar}{\sqrt{2}}) \exp(-\frac{ar}{\sqrt{2}}) \right\}.$$

Sabemos que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1,$$

portanto

$$\lim_{r \rightarrow 0} \text{sen}(\frac{ar}{\sqrt{2}}) \frac{\exp(-\frac{ar}{\sqrt{2}})}{r} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Enquanto isso,

$$\begin{aligned} & \frac{A_1 e^{-\alpha r} + A_2 e^{-\beta r} + A_4 \cos(\frac{ar}{\sqrt{2}}) e^{-\frac{ar}{\sqrt{2}}}}{r} \underset{r \ll 1}{\approx} \frac{A_1(1 - \alpha r) + A_2(1 - \beta r) + A_4(1 - \frac{a^2 r^2}{4})(1 - \frac{a}{\sqrt{2}} r)}{r} \\ & = \frac{(A_1 + A_2 + A_4) - (A_1 \alpha + A_2 \beta + A_4 \frac{a}{\sqrt{2}})r + o(r^2)}{r} \underset{r \rightarrow 0}{\rightarrow} -(A_1 \alpha + A_2 \beta + A_4 \frac{a}{\sqrt{2}}), \end{aligned}$$

onde lembramos que $A_1 + A_2 + A_4 = 0$ e $o(r^2)$ são termos de segunda ordem ou maiores em r . Então

$$V_{\text{opt}}^{\text{ef}}(r=0) = +(\lambda + i) \frac{C}{2} (A_1 \alpha + A_2 \beta + A_4 \frac{a}{\sqrt{2}} - A_5 - A_6 + A_3 \frac{a}{\sqrt{2}}),$$

que é finito.

Apêndice D

Tabela de siglas

Aqui listamos algumas siglas que aparecem no texto:

CQ - Cromodinâmica Quântica

RHIC - Relativistic Heavy Ion Collider

LHC - Large Hadron Collider

CERN - European Laboratory for Particle Physics

FDM - Formalismo da difração múltipla

SL - sistema de laboratório

c.m. - Centro de momento

FERMILAB - Fermi National Accelerator Laboratory (antigo FNAL)

ISR - Intersecting Storage Ring (CERN)

MINUIT - Programa de minimização e análise de erros elaborado no CERN

MVE - Modelo do vácuo estocástico

CDF - Collider Detector (FERMILAB)

RDD - Relações de dispersão derivativas

Bibliografia

- [1] E. Leader e E. Predazzi, "An introduction to gauge theories and modern particle physics" (Cambridge University Press, Glasgow, 1996) vol. 2 p. 228.
- [2] H.G. Dosch, E. Ferreira e A. Krämer, Phys. Rev. D **50** (1994) 1992.
- [3] W. Guryñ, *Proceedings of the Sixth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering* editado por P. Chiappetta, M. Haguenaue e J. Trân Thanh Vân, (Editions Frontières, Singapore, 1996) 419.
- [4] W. Kienzle e outros, *Letter of Intent, The TOTEM Collaboration*, CERN/LHC97-49, LHCC/I 11, (1997).
- [5] G. Alberi, G. Goggi, Phys. Rep. **74** (1981) 1.
- [6] *Proceedings of the First International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Blois, 1985, editado por B. Nicolescu (Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, 1986); *Proceedings of the Second International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Rockefeller University, New York, 1987, editado por K. Goulianos (Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, 1988); *Proceedings of the Third International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Northwestern University, Evanston, 1989, editado por M.M. Block e A. White [Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **12** (1990)]; *Proceedings of the Fourth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Elba, Italy, 1991, editado por F. Cervelli e S. Zucchelli [Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **25** (1992)]; *Proceedings of the Fifth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering* editado por H.M. Fried, K. Kang e C.-I. Tan (World Scientific, Singapore, 1994).
- [7] G. Matthiae, Rep. Prog. Phys. **57** (1994) 743.
- [8] L.L. Jenkovszky, Rivista del Nuovo Cimento, Vol. 10, **12** (1987) 1.
- [9] S.Y. Lo, "Geometrical Pictures in Hadrons Collisions - A Reprint Volume", (World Scientific, Singapore, 1987).
- [10] M.M. Block, R.N. Cahn, Rev. Mod. Phys. **57** (1985) 563.
- [11] R. Castaldi, G. Sanguinetti, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **35** (1985) 351.

- [12] M. Kamran, Phys. Rep. **108** (1984) 275.
- [13] U. Amaldi, M. Jacob, G. Matthiae, Ann. Rev. Nucl. Sci. **26** (1976) 385.
- [14] G. Giacomelli, Phys. Rep., Vol. **23**, **2** (1976) 123.
- [15] R.J. Glauber, "High-energy collision theory", in Lectures in Theoretical Physics, Vol. 1, editado por W.E. Britten (Interscience, New York, 1959) 315; reprint em "Geometrical Pictures in Hadron Collisions - A Reprint Volume", editado por S.Y. Lo (World Scientific, Singapore, 1987) 83.
- [16] W. Czyż and L. C. Maximon, Annals of Phys. **52** (1969) 59.
- [17] V. Franco and G. K. Varma, Phys. Rev. **C18** (1978) 349.
- [18] T. T. Chou e C. N. Yang, em *High Energy Physics and Nuclear Structure*, editado por G. Alexander (North Holland, Amsterdam, 1967) 348; Phys. Rev. **170** (1968) 1591; Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 1213.
- [19] M.J. Menon, Phys. Rev. **D48** (1993) 2007; **D51** (1995) 1427 (Errata).
- [20] R.J. Glauber, J. Velasco, Phys. Lett. **B147** (1984) 380; *Proceedings of the Second International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Rockefeller University, New York, 1987, editado por K. Goulianos (Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, 1987) 219.
- [21] M.J. Menon, B.M. Pimentel, Hadronic J. **13** (1990) 325 (preprint IFT-P.36/88); Hadronic J. Suppl. **5** (1990) 189 (preprint IFT-P.06/90); Instituto de Física Teórica - UNESP, São Paulo, preprints IFT-P.31/90 (não publicado), IFT-P.39/90 (não publicado); M. J. Menon, em *Proceedings of the Fourth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering*, Elba, Italy, 1991, editado por F. Cervelli and S. Zuccheli [Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **25** (1992) 94].
- [22] C. Furget, M. Buenerd and P. Valin, Z. Phys. **C47** (1990) 377; C. Furget, Tese de Doutorado, Universidade Joseph Fourier - Grenoble (1989).
- [23] A.F. Martini, Tese de Mestrado, I.F.G.W. - Universidade Estadual de Campinas (1995).
- [24] A. Martin, Lett. Nuovo Cimento **7** (1973) 811.
- [25] V. Kandrát e M.V. Lokajicěk, Phys. Rev. **D31** (1985) 1045; Phys. Lett. **B232** (1989) 263; Z. Phys. **C63** (1994) 619; Phys. Rev. **D55** (1997) 3221.
- [26] M. Kawasaki, T. Maehara e M. Yonezawa, Phys. Rev. **D55** (1997) 3225.
- [27] A.F. Martini e M.J. Menon, XV Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editado por M.S. Alves e outros (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1995) 208.

- [28] A.F. Martini e M.J. Menon, XVI Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editado por G.A. Alves e outros (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1996) 305.
- [29] C. J. Joachain, "Quantum Collision Theory" (North-Holland, NY, 1983).
- [30] G.B. West, D. Yennie, Phys. Rev. **172** (1968) 1413.
- [31] R.N. Cahn, Z. Phys. **C15** (1982) 253.
- [32] K.R. Schubert, "Tables on nucleon-nucleon scattering" em Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series, Vol. I/9a, (1979).
- [33] D. Bernard e outros, Phys. Lett. **B198** (1987) 583.
- [34] C. Augier e outros, Phys. Lett. **B316** (1993) 448.
- [35] U. Amaldi, K.R. Schubert, Nucl. Phys. **B166** (1980) 301.
- [36] A.S. Carrol e outros, Phys. Lett. **B61** (1976) 303.
- [37] L.A. Fajardo e outros, Phys. Rev. **D24** (1981) 46.
- [38] D.S. Ayres e outros, Phys. Rev. **D15** (1977) 3105.
- [39] A.S. Carrol e outros, Phys. Lett. **B80** (1979) 423.
- [40] A. Schiz e outros, Phys. Rev. **D24** (1981) 26.
- [41] C.W. Akerlof e outros, Phys. Rev. **D14** (1976) 2864.
- [42] R. Rubinstein e outros, Phys. Rev. **D30** (1984) 1413.
- [43] G. Fidecaro e outros, Phys. Lett. **B105** (1981) 309.
- [44] N. Amos e outros, Phys. Lett. **B128** (1983) 343.
- [45] G. Carboni e outros, Nucl. Phys. **B254** (1985) 697.
- [46] N. Amos e outros, Phys. Lett. **B120** (1983) 460.
- [47] M. Ambrosio e outros, Phys. Lett. **B115** (1982) 495.
- [48] C. Augier e outros, Phys. Lett. **B344** (1995) 451.
- [49] M. Bozzo e outros, Phys. Lett. **B147** (1984) 392.
- [50] F. Abe e outros, Phys. Rev. **D50** (1994) 5550.
- [51] F. Abe e outros, Phys. Rev. **D50** (1994) 5518.

- [52] N.A. Amos e outros, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 2433.
- [53] N.A. Amos e outros, Phys. Lett. **B243** (1990) 158.
- [54] A. Breakstone e outros, Nucl. Phys. **B248** (1984) 253.
- [55] M. Bozzo e outros, Phys. Lett. **B147** (1984) 385.
- [56] A. Breakstone e outros, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 2180.
- [57] M. Bozzo e outros, Phys. Lett. **B155** (1985) 197.
- [58] D. Bernard e outros, Phys. Lett. **B171** (1986) 142.
- [59] T. Adachi e T. Kotani, Prog. Theor. Phys. Suppl. Número extra (1965) 316; T. Adachi, Prog. Theor. Phys. **35** (1966) 463; T. Adachi e T. Kotani, Prog. Theor. Phys. **35** (1966) 485.
- [60] M.M. Islam, Nucl. Phys. **B104** (1976) 511.
- [61] P.A.S. Carvalho, Tese de Mestrado, I.F.G.W. - Universidade Estadual de Campinas (1998).
- [62] J.J. Sakurai, "Modern Quantum Mechanics" (Addison-Wesley, NY, 1985).
- [63] M.M. Islam, Lectures in theoretical physics, editado por A.O. Barut e W.E. Brittin, vol. 10B (Gordon and Breach, 1968) p. 97 e referências citadas.
- [64] L.I. Schiff, "Quantum Mechanics", 3ª ed. (McGraw-Hill, Singapore, 1968).
- [65] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, "Quantum Mechanics" (John Wiley & Sons, NY, 1977), Vol.1, 153.
- [66] R.K. Pathria, "Statistical Mechanics" (Pergamon Press, Oxford, 1977) cap. 9.
- [67] M. J. Menon, Tese de Doutorado, I.F.G.W.-Universidade Estadual de Campinas (1988).
- [68] J. Bellandi Fo. e outros, Hadronic J. **9** (1986) 311; **10** (1987) 95; **10** (1987) 149.
- [69] M. Saleem, F. Aleem and I.A. Azhar, Europhys. Lett. **6** (1988) 201.
- [70] T. T. Chou e C. N. Yang, Phys. Lett. **B244** (1990) 113.
- [71] M.J. Menon, B.M. Pimentel, Hadronic J. **16** (1993) 137.
- [72] M.J. Menon, *Proceedings of the Fifth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering* (World Scientific, Singapore, 1994) 188.
- [73] M.J. Menon, Hadronic J. **16** (1993) 47.

- [74] R.J.M. Covoian, L.L. Jenkovszky e E. Predazzi, Z. Phys. C **51** (1991) 459; R.J.M. Covoian e outros, Z. Phys. C **58** (1993) 109.
- [75] J. Dias de Deus, Nucl. Phys. **B59** (1973) 231; A.J. Buras e J. Dias de Deus, Nucl. Phys. **B71** (1974) 481; J. Dias de Deus e P. Kroll, Acta Phys. Pol. **B9** (1978) 159.
- [76] P. Gauron, B. Nicolescu, E. Leader, Nucl. Phys. **B299** (1988) 640; D. Bernard, P. Gauron, B. Nicolescu, Phys. Lett. **B199** (1987) 125.
- [77] T. Fearnley, CERN - preprint EP/85-137.
- [78] P.C. Beggio, Tese de Doutorado, I.F.G.W. - Universidade Estadual de Campinas (1998).
- [79] A.F. Martini e M.J. Menon, Phys. Rev. D **56** (1997) 4338.
- [80] S. Sanielevici and P. Valin, Phys. Rev. D **29** (1984) 52.
- [81] V. Franco, Phys. Rev D **11** (1975) 1837.
- [82] P.A.S. Carvalho e M.J. Menon, Phys. Rev. D **56** (1997) 7321.
- [83] MINUIT - Reference Manual, version 92.1, CERN Program Library Long Write-up D506 (1992).
- [84] A. Donnachie e P.V. Landshoff, Z. Phys. C **2** (1979) 55; Phys. Lett. **B387** (1996) 637.
- [85] W. Faissler e outros, Phys. Rev. D **23** (1981) 33; E. Nagy e outros, Nucl. Phys. **B150** (1982) 221.
- [86] E. Meggiolaro, Eur. Phys. J. C **4** (1998) 101.
- [87] D.S. Thober, Tese de Doutorado, I.F.G.W. - Universidade Estadual de Campinas (1998).
- [88] A. Krämer e H.G. Dosch, Phys. Lett. **B252** (1990) 669.
- [89] A. Di Giacomo e H. Panagopoulos, Phys. Lett. **B285** (1992) 133.
- [90] A.F. Martini, M.J. Menon e D.S. Thober, Phys. Rev. D **57** (1998) 3026.
- [91] A. Di Giacomo, E. Meggiolaro e H. Panagopoulos, Nucl. Phys. **B483** (1997) 371.
- [92] M. Honda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 525 (1993).
- [93] N.N. Nikolaev, Phys. Rev. D **48**, R1904 (1993).
- [94] T.K. Gaisser, U.P. Sukhatme, and G.B. Yodh, Phys. Rev. D **36**, 1350 (1987).

- [95] J. Bellandi, R.J.M. Covolan e A.L. Godoi, Phys. Lett. B **343** (1995) 410; J. Bellandi e outros, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **23** (1997) 125.
- [96] L. Lukaszuk e B. Nicolescu, Lett. Nuovo Cimento **8** (1973) 405; K. Kang e B. Nicolescu, Phys. Rev. D **11** (1975) 2461.
- [97] H. Frauenfelder e E.M. Henley, "Subatomic Physics" (Prentice Hall, New Jersey, 1991) 2^o ed..
- [98] H. Cheng e T.T. Wu, *Expanding Protons: Scattering at High Energies* (MIT Press, Cambridge, MA, 1987).
- [99] R. Henzi e P. Valin, Phys. Lett B **132**, 443 (1983); **160**, 167 (1985).
- [100] E. Capelas de Oliveira, A.F. Martini e M.J. Menon, XVIII Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editado por O.J.P. Éboli e outros (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1998) 525.
- [101] K. Watanabe e H. Maetzawa, Il Nuovo Cimento **109A** (1996) 1483.
- [102] N.V. Gribov e A.A. Migdal, Yad. Fiz. **8** (1968) 1002 [Sov. J. Nucl. Phys. **8** (1969) 583].
- [103] J.B. Brozan, G.L. Kane e U.P. Sukhatme, Phys. Lett. B **49** (1974) 272.
- [104] M.J. Menon, A.E. Motter e B.M. Pimentel, XVIII Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editado por O.J.P. Éboli e outros (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1998) 548.
- [105] M.J. Menon, A.E. Motter e B.M. Pimentel, Phys. Lett. B **451** (1999) 207.
- [106] A.F. Martini, M.J. Menon, J.T.S. Paes e M.J. Silva Neto, XVII Brazilian National Meeting on Particles and Fields, editado por Adilson J. da Silva e outros (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1996) 343.
- [107] M.J. Silva Neto, Tese de Mestrado, I.F.G.W. - Universidade Estadual de Campinas (1998).
- [108] P. Kolár e J. Fischer, J. Math. Phys. **25** (1984) 2538.
- [109] A.F. Martini, M.J. Menon, J.T.S. Paes e M.J. Silva Neto, Phys. Rev. D **59** (1999) 116004.
- [110] P. Desgrolard, M. Giffon e E. Predazzi, Z. Phys. C **63** (1994) 241.
- [111] P. Desgrolard, M. Giffon, E. Martynov, E. Predazzi, hep-ph/9811384.
- [112] R. Hagedorn, "Relativistic Kinematics" (W.A. Benjamin, New York, 1964).

[113] M. Abramowitz e I.A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions" (Dover, New York, 1970).