Daniel Almeida Fagundes

Aspectos Não-Perturbativos e Fenomenológicos do Espalhamento Elástico de Hádrons em Altas e Ultra-Altas Energias

Campinas
2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Instituto de Física "Gleb Wataghin"

Daniel Almeida Fagundes

Aspectos Não-Perturbativos e Fenomenológicos do Espalhamento Elástico de Hádrons em Altas e Ultra-Altas Energias

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Marcio José Menon

Coorientador: Adriano Antonio Natale

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Daniel Almeida Fagundes e orientada pelo Prof. Dr. Marcio José Menon.

Prof. Dr. Marcio José Menon

Campinas
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin
Valkíria Succi Vicente - CRB 8/5398

	Fagundes, Daniel Almeida, 1984-
F139a	Aspectos não-perturbativos e fenomenológicos do espalhamento elástico de hádrons em altas e ultra-altas energias / Daniel Almeida Fagundes. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.
	Orientador: Marcio José Menon. Coorientador: Adriano Antonio Natale. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin.
	1. Interações hadrônicas. 2. Física de altas energias. 3. Espalhamento elástico. I. Menon, Marcio José,1952-. II. Natale, Adriano Antonio,1952-. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb Wataghin. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Nonperturbative and phenomenological aspects of elastic hadron scattering at high and ultra-high energies
Palavras-chave em inglês:
Hadronic interactions
High energy physics
Elastic scattering
Área de concentração: Física
Titulação: Doutor em Ciências
Banca examinadora:
Marcio José Menon [Orientador]
Victor Paulo Barros Gonçalves
Gastão Inácio Krein
Arlene Cristina Aguilar
Carola Dobrigkeit Chinellato
Data de defesa: 03-07-2014
Programa de Pós-Graduação: Física

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **DANIEL ALMEIDA FAGUNDES – RA: 031973** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 03 / 07 / 2014.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Marcio José Menon
Orientador do Candidato - DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves - IFM/UFPEL

Gastão Krein

Prof. Dr. Gastão Inácio Krein - IFT/UNESP

Profa. Dra. Arlene Cristina Aguilar - DRCC/IFGW/UNICAMP

Carola Dobrigkeit

Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato - DRCC/IFGW/UNICAMP

Resumo

Assim como a Eletrodinâmica Quântica (QED) representa a teoria fundamental das interações eletromagnéticas no domínio subatômico, a Cromodinâmica Quântica (QCD) qualifica-se atualmente como a melhor candidata a teoria fundamental das interações fortes - presentes no domínio nuclear, em distâncias características ~ 1 fm (10^{-15} m). Como uma teoria fundamental, a QCD busca descrever a estrutura de hádrons e núcleos em termos dos campos elementares de *quarks* e *glúons*. Por um lado, muitas de suas previsões tem sido confirmadas ao longo dos anos por experimentos realizados em aceleradores de partículas. Por outro lado, certos fenômenos ainda não encontram descrição completa no âmbito da QCD e carecem de investigação profunda, como é o caso dos espalhamentos hadrônicos *suaves* (a pequeno momento transferido) em altas energias, principal objeto de estudo dessa tese.

Do ponto de vista teórico, devido à ausência de um formalismo único, fundamentado na QCD, capaz de tratar de forma sistemática o setor não-perturbativo, torna-se um desafio explicar a dinâmica dos processos difrativos suaves, elásticos e dissociativos, em termos fundamentais. Por essa razão, estudos desses processos têm sido realizados no escopo fenomenológico, visando extrair propriedades gerais das interações hadrônicas no regime de altas energias. Nesse contexto, dedicamo-nos nesta tese à apresentação de um estudo abrangente sobre o espalhamento elástico de hádrons com foco na fronteira de energia explorada no LHC, utilizando abordagens empíricas e fenomenológicas dos espalhamentos protón-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$) em energias de centro de massa no intervalo, $\sqrt{s} = 5$ GeV $-$ 8 TeV. Investigamos ainda a saturação de limites de unitaridade em colisões pp e propriedades físicas das interações hadrônicas em altíssimas energias.

A apresentação dos resultados da tese abrange três abordagens distintas e efetivas para a análise e descrição de dados experimentais de grandezas físicas dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Inicialmente, discutimos a aplicabilidade de um modelo inspirado em QCD para o espalhamento elástico, o qual apresenta conexões explícitas com aspectos da dinâmica do setor não-pertubativo, de forma vinculada a resultados recentes de QCD na rede e de soluções de Equações de Schwinger-Dyson (SDE). O ponto central dessa abordagem é o estudo da influência de uma escala de massa, m_0, associada à geração dinâmica de massa de glúons na região não-perturbativa da QCD. Em seguida, tratamos o problema do crescimento das seções de choque total, elástica e inelástica através de duas abordagens empíricas dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ e discutimos três possíveis cenários de saturação (assintótica) da razão entre as seções de choque elástica e total. Por fim, investigamos o problema da seção de choque diferencial elástica no LHC à luz do modelo empírico de Barger-Phillips para a amplitude de espalhamento. Propomos a utilização desse modelo para descrição dos dados experimentais em 7 TeV da Colaboração TOTEM e apresentamos previsões para a seção de choque diferencial nas energias 8 TeV e 14 TeV do LHC. No âmbito desse modelo, assumimos a saturação de duas regras de soma assintóticas para a amplitude de espalhamento elástico, e estudamos o caso particular de saturação assintótica do limite de disco negro, estimando o valor de energia no qual tal limite poderia ser atingido.

Abstract

Just as Quantum Electrodynamics (QED) is the fundamental theory of electromagnetic interactions at the subatomic level, Quantum Chromodynamics (QCD) currently qualifies as the best candidate of an elementary theory of strong interactions - participating in hadronic reactions at typical distances ~ 1 fm (10^{-15} m). As a fundamental theory, QCD seeks to describe the structure of hadrons and nuclei in terms of the elementary fields of *quarks* and *gluons*. On the one hand, many of its predictions have been confirmed in experiments using particle accelerators. On the other hand, several other phenomena still lack a full description in QCD and require thorough investigation, such as *soft* hadron-hadron scattering (at small momentum transfer) at high energies, the main object of study of this thesis.

From the theoretical point of view, due to the absence of a formalism fully based on QCD, being able to treat systematically the nonperturbative sector, it becomes a challenge to explain the dynamical features of soft diffractive processes, elastic and inelastic dissociation, in fundamental terms. For this particular reason, studies of these processes have been done in the phenomenological scope, aiming to extract general properties of hadronic interactions at high energies. In this doctoral thesis we present a comprehensive study of elastic hadron scattering with focus in the energy frontier explored at the LHC, using empirical and phenomenological approaches to treat proton-proton (pp) and antiproton-proton ($\bar{p}p$) scattering at center of mass energies in the range $\sqrt{s} = 5$ GeV $-$ 8 TeV. Moreover, we investigate possible scenarios of unitarity saturation in pp collisions and asymptotic properties of hadronic interactions.

The results displayed here encompass three distinct approaches to elastic pp and $\bar{p}p$ hadron scattering at high energies, being effective in the description of all experimental data analyzed. Firstly, we discuss the applicability of a QCD-inspired model to elastic scattering, with the main virtue of providing explicit connections with the dynamics of nonperturbative QCD, linked to recent results from lattice QCD and solutions of Schwinger-Dyson Equations (SDE) for the gluon propagator. In effect, the major goal of this approach, henceforth called DGM (*Dynamical Gluon Mass*), is to study the influence of a mass scale, m_0, related to dynamical gluon mass generation at the infrared QCD sector. Secondly, one treats the problem of the rise of total, elastic and inelastic cross sections in pp and $\bar{p}p$ scattering from an empirical perspective, discussing three possible scenarios of saturation of

the ratio between the total and elastic cross sections. Finally, we investigate the problem of the elastic differential cross section at the LHC in the light of an empirical model for the scattering amplitude by Barger and Phillips. We propose to use this model to describe the experimental data by the TOTEM Collaboration at 7 TeV and give predictions for the differential elastic cross section at LHC higher energies 8 TeV and 14 TeV. Using this model, we assume the saturation of two asymptotic sum rules for the elastic amplitude in order to estimate the energy frontier in which the black disc limit might be achieved.

Sumário

Agradecimentos

Um homem nunca trabalha só, pois carrega consigo múltiplas fontes de contato e inspiração, pelas quais deve sempre ser grato. Partindo dessa premissa, tenho muito a agradecer pelo trabalho realizado e pelas conquistas alcançadas ao longo de quatro anos de doutorado na UNICAMP. Sem dúvida, algumas pessoas tem parte essencial nesse processo e a elas gostaria de expressar minha profunda gratidão.

Ao meu orientador, Marcio Menon pela formação, colaboração e amizade de longa data. Quero agradecer-lhe pelo esforço, cooperação, paciência e dedicação constantes ao longo de 7 anos de trabalho juntos.

Ao meu co-orientador Adriano Natale por seu incentivo e apoio em diversos momentos.

À minha amada esposa e companheira, Cinthia Fagundes, pelo carinho e paciência dedicados nos diversos momentos de aflição, dúvida e ansiedade. Mas também pelos inúmeros e inesquecíveis momentos de alegria e felicidade ao seu lado. Obrigado por ser a luz da minha vida.

À minha amada mãe Silvana Almeida, por seu exemplo de força e superação, inspirador e renovador de forças em muitos momentos. À minha irmã Amanda por ser fonte alegria e amor imenso em minha vida. Ao meu padrasto Manoel Jr. pelo incentivo e carinho.

Aos meus amados sogros, Amilton César e Lígia Mara, pelo carinho e apoio incondicional em todos os momentos e por seus exemplos de bondade e caráter.

À companhia e amizade dos meus queridos amigos Bruno, Ronaldo, Pedro, Paulo, Silvia, David, Larissa, Juliano, Rafael, Eduardo, Thiago e Rodrigo por tantos momentos agradáveis e inesquecíveis.

Aos meus colaboradores Paulo Silva, Prof. Dr. Emerson Luna, Profa. Dra. Giulia Pancheri, Dr. Simone Pacetti, Profa. Dra. Agnes Grau, Prof. Dr. Yogendra Srivastava e ao Prof. Dr. Paolo Lipari pelas inúmeras discussões sobre física. Em especial, agradeço à minha supervisora de estágio no exterior Profa. Dra. Giulia Pancheri pelo apoio, confiança e pelo esforço devotado durante meu estágio de um ano no Laboratório Nacional de Frascati. Agradeço ainda ao Prof. Dr. Paolo Lipari por seu incentivo constante à minha carreira científica.

Ao Laboratório Nacional de Frascati pela hospitalidade e aos pesquisadores Gennaro Corcella, Maria Paula Lombardo, Chee Sheng Fong e Eduardo Peinado pelo apoio e companhia sempre agradável.

À FAPESP pelo apoio financeiro ao longo de 7 anos - desde minha iniciação científica.

Navegadores antigos tinham uma frase gloriosa:
"Navegar é preciso; viver não é preciso".
Quero para mim o espírito desta frase,
transformada a forma para a casar como eu sou:
Viver não é necessário; o que é necessário é criar.

FERNANDO PESSOA, trecho do poema *Navegar é Preciso*

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

A Física de Partículas Elementares e Campos caracteriza-se, tradicionalmente, como a área de estudo responsável pela investigação da estrutura da matéria e de suas interações no nível subatômico. Desse modo, ela ocupa-se da tarefa fundamental de compreender a relação entre as unidades básicas constituintes da matéria e as interações primárias existentes na natureza, sendo elas as interações eletromagnética, fraca e forte. Nesse aspecto, os esforços devotados nesta área ao longo dos últimos cinquenta anos culminaram em importantes descobertas e avanços decisivos para o estabelecimento do *Modelo Padrão das Partículas Elementares* (ou simplesmente *Modelo Padrão*).

No *Modelo Padrão*, as interações elementares entre *quarks* e *léptons* podem ser categorizadas, grosso modo, por dois setores principais: (i) o Eletrofraco, com quebra espontânea da simetria $SU(2) \times U(1)$ e (ii) o Forte, com simetria $SU(3)$ de cor preservada. Notadamente, no último caso, a simetria $SU(3)$ de cor caracteriza a teoria de calibre das interações fortes, a *Cromodinâmica Quântica* (QCD). Por um lado, como uma teoria de campos não-Abeliana, a QCD apresenta como característica principal a liberdade assintótica de *quarks* e *glúons* no limite de grande momento transferido (ou de curtas distâncias de interação). Por outro, a inexistência dessas entidades como campos livres na natureza conduz à hipótese de confinamento, no regime de pequeno momento transferido (grandes distâncias). Como consequência da existência de duas escalas de interação características, ou melhor, de dois regimes de interação, o problema central da QCD diz respeito à ausência de método global para o estudo das interações fortes, uma vez que a aplicação de métodos perturbativos na região de confinamento é fisicamente inconsistente. Um exemplo prático desse problema é o estudo dos espalhamentos hadrônicos suaves em altas energias, classificados em elásticos e dissociativos, principal objeto de estudo desta tese.

Embora o espalhamento elástico de hádrons em altas energias represente um processo cinemático de caracterização relativamente simples, o entendimento completo da dinâmica desses processos constitui ainda um problema fundamental para a QCD, pelo fato de abordagens perturbativas da teoria serem aplicáveis (formalmente) apenas na região de grande momento transferido (em distâncias características

$r < 1$ fm[1]), isto é, na região cinemática característica do regime de liberdade assintótica [1, 2]. Desse modo, o tratamento das interações suaves (*soft*), associadas ao regime de interação em pequeno momento transferido (em grandes distâncias, $r \gtrsim 1$ fm) requer a utilização de métodos não-perturbativos, capazes de tratar estados ligados e de espalhamento. Nesse contexto, os métodos empregados pela QCD na rede e no estudo das Equações de Schwinger-Dyson (SDE) - as equações de movimento das funções de Green da teoria - desempenham papel fundamental no estudo de propriedades do setor infravermelho da QCD. Porém, pela ausência de um método formal e abrangente para o tratamento de estados de espalhamento, atualmente, o estudo dos processos hadrônicos suaves depende ainda de diversas hipóteses sobre o comportamento da amplitude de espalhamento no limite de grandes distâncias, $r \to \infty$ [3, 4].

Nesse cenário, devido à dificuldade intrínseca de abordar o problema do ponto de vista estrito da QCD, abordagens fenomenológicas do espalhamento elástico desempenham papel histórico e importante na compreensão da dinâmica das interações fortes no setor *soft*. Dentre as principais abordagens representativas, as denominadas "inspiradas em QCD" (ou de "mini-jatos") possuem a virtude de apresentar conexões explícitas com alguns princípios da QCD. Especificamente, essas abordagens apresentam conexões com a QCD através de cálculos pertubartivos de seções de choque partônicas, no tratamento dos processos referidos como *semi-hard* (caracterizados pela escala de comprimento típico $r_{sh} \sim 1/Q^2$). Apesar de nem sempre apresentarem rigor formal apropriado, quanto ao estabelecimento de hipóteses e à consistência com princípios fundamentais de teoria quântica de campos, os modelos inspirados em QCD, por um lado, constituem boa oficina para o cálculo de seções de choque, tornando-se úteis para a descrição e compreensão fenomenológica dos processos difrativos elásticos em nível fundamental. Por outro lado, como em qualquer abordagem fenomenológica, a obtenção de novos dados experimentais e de informações empíricas sobre o comportamento desses dados - em termos das variáveis físicas de interesse (e.g. energia e momento transferido) - desempenha papel essencial no desenvolvimento de modelos eficientes e para a busca de conexões efetivas com a QCD. Nesse contexto, os resultados apresentados nesta tese versam sobre o estudo de três abordagens independentes sobre o espalhamento elástico de hádrons: um estudo fenomenológico (teórico) complementado por dois estudos empíricos, com ênfase nos dados experimentais recentes obtidos no LHC.

Como foco principal, dedicamo-nos inicialmente à análise de uma abordagem inspirada em QCD, na qual introduzimos conexões com a dinâmica não-pertubativa da QCD, utilizando para tanto resultados recentes sobre o setor infravermelho, obtidos em simulação na rede e em estudos de SDE. Como ponto central da tese, estudamos um modelo eiconalizado (unitarizado) com massa dinâmica de glúons, cujo aspecto fundamental é o estudo da influência de uma escala de massa *efetiva*, m_0, separadora das regiões perturbativa e não-perturbativa, associada à geração dinâmica de massa de glúons no infravermelho.

Como ponto de investigação complementar, visando obter o comportamento com a energia de

[1]Adotamos o sistema natural de unidades, $\hbar = c = 1$, no qual: 1 fm $\simeq$ 5 GeV^{-1} e 1 mb $\simeq$ 2.6 GeV^{-2}.

grandezas físicas frontais (ângulo de espalhamento nulo), analisamos o espalhamento elástico de hádrons sob o ponto de vista empírico, através de análises independentes de modelo de interação específico. Além de obter uma compreensão geral sobre as dependências energéticas das seções de choque do espalhamento (total, elástica e inelástica), estudamos também no contexto empírico o comportamento da seção de choque diferencial elástica dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Com isso, almejamos extrair informações sobre a amplitude de espalhamento que possibilitem a construção de modelos físicos mais realísticos e compatíveis com os resultados experimentais disponíveis, em especial com os dados recentes obtidos no LHC.

Desse modo, os estudos apresentados nessa tese concernem a exploração de aspectos empíricos e fenomenológicos do espalhamento elástico de hádrons em altas energias, a saber: o estudo de uma abordagem inspirada em QCD com conexões com a dinâmica não-perturbativa, via massa dinâmica de glúons, e análises empíricas e independentes de modelo das seções de choque total, elástica e inelástica e da seção de choque diferencial. Como demonstrado ao longo da tese, todas as abordagens descrevem satisfatoriamente todos os dados analisados.

Organizamos a tese de acordo com a seguinte estrutura geral: No Capítulo 2 fazemos uma revisão breve de conceitos básicos e essenciais para o desenvolvimento do texto; no Capítulo 3 apresentamos os principais dados experimentais utilizados em ajuste e análises estatísticas; no Capítulo 4 introduzimos a abordagem com massa dinâmica de glúons e discutimos os principais resultados de ajustes e previsões, com ênfase num método empregado para a composição de bandas de incerteza; no Capítulo 5 discutimos o problema do crescimento com a energia das seções de choque dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ (total, elástica e inelástica) em altas energias, apresentando previsões para os experimentos LHC e AUGER e para a região de energias assintóticas; no Capítulo 6 apresentamos um estudo empírico sobre a dependência com momento transferido da amplitude de espalhamento, nas energias do ISR ao LHC, via parametrização de Barger-Phillips; por fim, no Capítulo 7 apresentamos nossas conclusões e considerações finais do trabalho. Informações adicionais sobre a pesquisa desenvolvida e sobre os estudos realizados são apresentadas nos Apêndices A-G.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Tradicionalmente, os processos hadrônicos em altas energias são categorizados em duas classes distintas: processos "suaves" (*soft*) e "duros" (*hard*). Do ponto de vista cinemático, os processos denominados suaves caracterizam-se por grandes distâncias de interação ($R \sim 1$ fm), logo por escalas de momento transferido de ordem típica [5]:

$$|t| \sim 1/R^2 \qquad \Rightarrow \qquad |t| \lesssim 0.1 \text{ GeV}^2. \tag{2.1}$$

Já os chamados processos "duros" envolvem escalas de distância pequenas - tipicamente $R < 1$ fm - e, portanto, de grande momento transferido ($\gtrsim 1$ GeV^2).

Do ponto de vista dinâmico, espera-se que as duas classes de fenômenos sejam descritos no âmbito da QCD, a teoria fundamental das interações fortes. No entanto, a descrição dos processos suaves em altas energias através de métodos perturbativos é formalmente inconsistente, devido a presença de uma escala de comprimento grande, $R \sim 1$ fm, e ao seu caráter intrinsecamente não-perturbativo. Por outro lado, devido à propriedade de liberdade assintótica da QCD, no caso dos processos duros, em valores de grande momento transferido, a aplicação da teoria de perturbação torna-se justificável.

Por representarem ainda um problema em aberto no âmbito da QCD, dedicamo-nos nesta tese especialmente ao estudo das interações hadrônicas suaves, ou a pequeno momento transferido. Exemplos clássicos desses processos são os espalhamentos difrativos hádron-hádron, elásticos e dissociativos, discutidos na sequência.

A seguir, revisamos os aspectos teóricos básicos envolvidos no estudo do espalhamento difrativo de hádrons em altas energias em cinco seções principais: (i) na Seção 2.1.2 discutimos a cinemática dos processos hadrônicos difrativos (suaves); (ii) na Seção 2.2 introduzimos a amplitude de espalhamento, bem como as principais quantidades físicas de interesse no estudo do espalhamento elástico hadrônico; (iii) na Seção 2.3 tratamos a dinâmica das interações fortes e das limitações atuais da QCD para o tratamento dos espalhamentos difrativos suaves; (iv) na Seção 2.4 apresentamos as propriedades fundamentais da amplitude de espalhamento - associadas a princípios físicos básicos - e os principais teoremas e resultados formais assintóticos; na Seção 2.5 tratamos o formalismo não-perturbativo da Teoria de Regge-Gribov para a amplitude de espalhamento e introduzimos as representações de parâmetro de impacto e eiconal.

2.1 Aspectos Cinemáticos

A seguir apresentamos as definições de processos difrativos suaves em altas energias e revisamos a cinemática desses processos [5].

2.1.1 Processos hadrônicos difrativos

Do ponto de vista teórico, um processo hadrônico difrativo, em altas energias, é definido como [5]:

Um processo no qual não há troca de números quânticos entre as partículas interagentes.

Por meio dessa definição é possível identificar os seguintes processos difrativos em altas energias:

i. *Espalhamento elástico* - $A + B \rightarrow A' + B'$ - no qual as partículas incidentes correspondem exatamente àquelas no estado final;

ii. *Disssociação simples* - $A + B \rightarrow A' + \mathrm{X}$ ou $A + B \rightarrow \mathrm{X} + B'$ [1] - no qual uma das partículas permanece a mesma, enquanto a outra produz o conjunto X de partículas (ou uma ressonância) no estado final, preservando os números quânticos do estado inicial;

iii. *Disssociação dupla* - $A + B \rightarrow \mathrm{X} + \mathrm{Y}$ - no qual ambas as partículas incidentes dão origem a um conjunto de partículas (ou a uma ressonância) no estado final, preservando os números quânticos do estado inicial.

Na Figura 2.1 apresentamos uma representação pictórica dos três fenômenos difrativos acima.

Do ponto vista experimental, a identificação completa do estado final nem sempre é possível e, na prática, especifica-se o caráter difrativo de um processo hadrônico em altas energias através da seguinte definição alternativa [5, 6]:

Um processo difrativo em altas energias é caracterizado por uma grande lacuna de (pseudo) rapidez, não suprimida exponencialmente, no estado final.

A definição anterior apresenta uma forma operacional de caracterização de eventos difrativos, por meio da qual verificamos que a condição de existência de grandes lacunas de rapidez no estado final não

[1] Neste caso antevemos a possibilidade de ocorrer a dissociação da partícula *incidente* ou da partícula *alvo*.

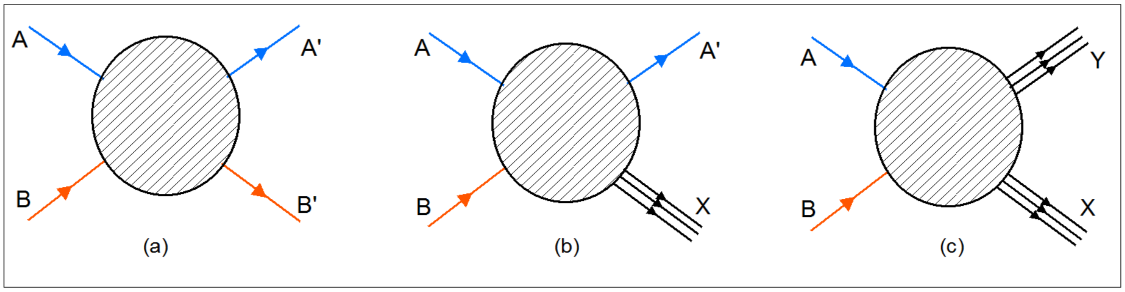


Figura 2.1: Representação esquemática de processos difrativos suaves em altas energias: (a) espalhamento elástico; (b) dissociação simples; (c) dissociação dupla.

é suficiente para definir um evento como difrativo. Adicionalmente, a distribuição de eventos difrativos no intervalo de pseudorapidez[2], $\Delta\eta$, deve ser tal que [5]

$$\frac{d\sigma}{d\Delta\eta} \sim \text{constante}. \tag{2.3}$$

Ao contrário, eventos de natureza não-difrativa são caracterizados por distribuições do tipo exponencial,

$$\frac{d\sigma}{d\Delta\eta} \sim e^{-\Delta\eta}. \tag{2.4}$$

A fim de ilustrar esses pontos, apresentamos na Figura 2.2 um exemplo de caracterização de eventos difrativos. Nela são apresentadas medidas de seção de choque diferencial inelástica em função de intervalos de pseudorapidez, $\Delta\eta$, obtidas pela Colaboração ATLAS [7] no LHC, na energia $\sqrt{s}$ = 7 TeV e para partículas com $p_T > 200$ MeV. Na figura superior, a linha pontilhada (azul) indica o comportamento exponencial típico da distribuição de eventos não-difrativos (2.4), dominante para $\Delta\eta^F < 2$. As linhas tracejada (verde) e tracejada-pontilhada (vermelha) mostram as distribuições típicas de eventos dissociativos simples e duplos, de acordo com a forma aproximada (2.3).

O gráfico 2.2 revela que apenas uma fração pequena dos eventos inelásticos observados, separados por lacunas de rapidez, correspondem à produção difrativa de partículas (dissociações simples e dupla). Em particular, a seção de choque de eventos dessa natureza é tal que

$$\frac{d\sigma}{d\Delta\eta} \sim 1 \text{ mb} \quad (\Delta\eta \gtrsim 4). \tag{2.5}$$

[2]Na Seção 2.1.2 apresentamos a definição da variável pseudorapidez em função do ângulo de espalhamento no c.m., ϑ [5]:

$$\eta = -\ln\tan(\vartheta/2). \tag{2.2}$$

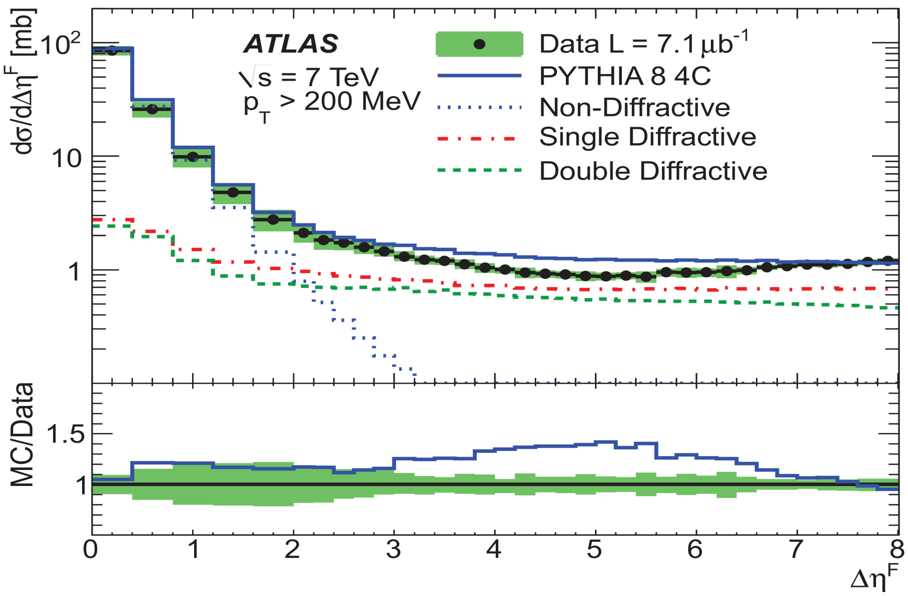


Figura 2.2: Medidas de seção de choque diferencial inelástica com lacuna de rapidez frontal, $\Delta\eta^F$, para partículas com $p_T > 200$ MeV, na energia $\sqrt{s} = 7$ TeV, comparadas com previsões do algoritmo Monte Carlo PYTHIA 8 [7].

Da contribuição integrada no intevalo de pseudorapidez explorado espera-se que, no LHC em energias no intervalo $\sqrt{s} = 7 - 8$ TeV,

$$\sigma_{diff} \sim 5 - 10 \text{ mb}, \tag{2.6}$$

correspondente a cerca de $5 - 10\%$ da seção de choque total, $\sigma_{tot} \simeq 100$ mb [8, 9]. Por essa razão, estudaremos de forma predominante nesta tese os processos difrativos elásticos, cuja contribuição $\sim$ 25% no LHC, é dominante em altas energias. Veremos a seguir que, dentre as classes de espalhamentos difrativos, os processos elásticos representam, do ponto de vista cinemático, os de tratamento mais simples.

2.1.2 Cinemática de processos elásticos e dissociativos

No que segue, tratamos a cinemática dos espalhamentos elástico e dissociativo simples em altas energias [5].

Processos exclusivos de dois corpos

Consideremos o caso de um processo de espalhamento (genérico) de dois corpos [5],

$$1 + 2 \to 3 + 4, \tag{2.7}$$

denominado *processo exclusivo de dois corpos*. Nesse contexto, o espalhamento elástico

$$1 + 2 \to 1' + 2', \tag{2.8}$$

constitui um caso particular da Eq. (2.7), no qual as partículas interagentes permanecem inalteradas no estado final (embora em configurações cinemáticas distintas).

Variáveis de Mandelstam

De um modo geral, no estudo dos processos (2.7), utilizamos as chamadas *variáveis de Mandelstam* (invariantes relativísticos) definidas abaixo:

$$s = (p_1 + p_2)^2; \tag{2.9}$$

$$t = (p_1 - p_3)^2; \tag{2.10}$$

$$u = (p_1 - p_4)^2; \tag{2.11}$$

as quais obedecem a relação de vínculo

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2. \tag{2.12}$$

O vínculo (2.12) estabelece que apenas duas das variáveis s, t e u são independentes. Usualmente, adotamos as variáveis s e t como independentes em estudos de amplitudes dos processos elásticos (2.8).

Canais s, t e u e domínio cinemático

Tomando por base o processo (2.7) e por meio das definições (2.9-2.11) identificamos a variável s com o quadrado da energia no sistema de centro massa (c.m.) e t com o quadrado do momento transferido na colisão. Por essa razão, definimos a reação (2.7) como o processo de *canal s*. De forma análoga, utilizando simetria de cruzamento, definimos ainda os processos de canal *canal* t e u:

$$1 + \bar{3} \to \bar{2} + 4 \ (canal\ t) \tag{2.13}$$

$$1 + \bar{4} \to \bar{2} + 3 \ (canal\ u) \tag{2.14}$$

Na Figura 2.3 apresentamos os diagramas e variáveis independentes dos processos (2.7), (2.13) e (2.14).

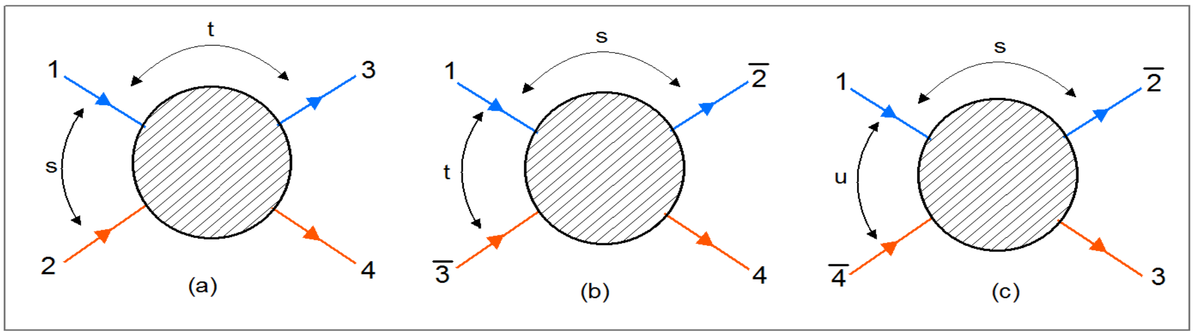


Figura 2.3: Representação esquemática das reações de canal s, t e u: (a) canal s; (b) canal t; (c) canal t.

Analisando o caso simples de espalhamento elástico de partículas com mesma massa, por exemplo o caso $pp \to pp$, no sistema c.m., obtemos [10]:

$$s = 4(k^2 + m^2); \tag{2.15}$$
$$t = -2k^2(1 - \cos\vartheta); \tag{2.16}$$
$$u = -2k^2(1 + \cos\vartheta); \tag{2.17}$$

onde m representa a massa do próton, k o momento no c.m. e ϑ o ângulo de espalhamento no c.m.. No limite de altas energias, i.e. $s \gg m^2$, quando $k \simeq \sqrt{s}/2$, obtemos a seguinte relação aproximada entre o ângulo de espalhamento ϑ e as variáveis s e t:

$$\cos\vartheta \simeq 1 + \frac{2t}{s}. \tag{2.18}$$

Ainda nesse caso, segue que o momento transversal das partículas 3 e 4 no estado final da Eq. (2.7),

$$p_T \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}\sin\vartheta, \tag{2.19}$$

relaciona-se com o momento transferido da seguinte forma:

$$p_T^2 \simeq -t. \tag{2.20}$$

Por fim, tendo em conta os limites cinemáticos

$$k \geqslant 0 \quad \text{e} \quad 0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi,$$

determinamos o espaço de fase cinemático associados aos processos de canal s, t e u definidos pelas Eqs. (2.7), (2.13) e (2.14):

$$\begin{aligned}
&\textit{canal } s\text{:} \quad s \geqslant 4m^2,\ t \leqslant 0 \text{ e } u \leqslant 0\\
&\textit{canal } t\text{:} \quad t \geqslant 4m^2,\ s \leqslant 0 \text{ e } u \leqslant 0\\
&\textit{canal } u\text{:} \quad u \geqslant 4m^2,\ s \leqslant 0 \text{ e } t \leqslant 0
\end{aligned}$$

Processos inclusivos simples

Analisamos agora a cinemática dos chamados *processos inclusivos simples* [5]

$$1 + 2 \rightarrow 3 + X. \tag{2.21}$$

Um caso particular de processo dessa natureza é representado pelo espalhamento dissociativo simples, definido na Seção 2.1.1:

$$1 + 2 \rightarrow 1' + X, \tag{2.22}$$

cuja identificação cinemática depende de três variáveis independentes. As variáveis de Mandelstam nesse caso são definidas de modo análogo às Eqs. (2.9-2.11), substituindo-se p_4 por p_X. Note-se que, no entanto, X não representa uma partícula real (na camada de massa), mas sim um conjunto de partículas. Nesse caso, além das variáveis s e t, a especificação completa da cinemática do processo (2.21) requer ainda informação sobre a "massa invariante" do sistema X,

$$M^2 = (p_1 + p_2 - p_3)^2. \tag{2.23}$$

Assim, a descrição cinemática do processo inclusivo simples (2.21) pode ser feita a partir do trio de variáveis: $[s,\ t,\ M^2]$. Nesse caso, utilizando a aproximação de altas energias, obtemos as seguintes relações aproximadas com o ângulo de espalhamento, ϑ, e momento transversal, p_T [5]:

$$\cos\vartheta \simeq 1 + \frac{2t}{s - M^2}; \tag{2.24}$$

$$p_T^2 \simeq -t\left(1 - \frac{M^2}{s}\right). \tag{2.25}$$

Uma outra variável cinemática comumente utilizada no estudo de processos inclusivos em altas energias é a *rapidez* (invariante relativístico). Para uma partícula de quadrimomento $p = (E, p_T, p_z)$, de energia E e com componente de momento longitudinal p_z, definimos sua rapidez como [5]:

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right). \tag{2.26}$$

No limite de altas energias, desprezamos a massa da partícula, aproximando a rapidez pela expressão:

$$y \simeq \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1 + \cos\vartheta}{1 - \cos\vartheta}\right) = -\ln\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right), \tag{2.27}$$

somente em termos do ângulo de espalhamento ϑ. Com efeito, a relação aproximada (2.27) permite definir um nova variável, chamada de *pseudorapidez*, para o caso de partículas sem massa, através da relação exata:

$$\eta = y|_{m=0} = -\ln\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right). \tag{2.28}$$

Assim, no limite de altas energias e no caso de partículas com massa, obtém-se: $\eta \simeq y$. Em muitos casos, em experimentos de aceleradores, utiliza-se a *pseudorapidez*, η, para identificação de partículas no estado final (como mostrado na Figura 2.2), devido à sua relação trivial com o ângulo de espalhamento, ϑ, dada pela Eq. (2.28).

Por fim, através da Eq. (2.20) e (2.25) observamos que os processos difrativos suaves apresentados anteriormente, caracterizados por valores pequenos de momento transferido em altas energias, referem-se igualmente a processos de pequeno p_T no estado final.

2.2 Amplitude de Espalhamento Elástico e Grandezas Físicas

Amplitudes de espalhamento correspondem a elementos da matriz de transição, ou matriz T, definida através da matriz S, que conecta os estados inicial e final de espalhamento [5]:

$$S_{if} = \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + iT_{if} = \delta_{if} + i(2\pi)^4\delta^4(p_f - p_i)A(i \to f). \tag{2.29}$$

Na Eq. (2.29) a presença da função delta $\delta^4(p_f - p_i)$ reforça a condição de conservação de energia-momento e $A(i \to f)$ representa a amplitude de espalhamento invariante.

Grandezas físicas do espalhamento elástico

Seção de choque diferencial: A seção de choque diferencial incorpora informação completa (nas variáveis s e t) sobre o espalhamento elástico em altas energias[3], sendo escrita em termos da amplitude como:

$$\frac{d\sigma_{el}(s)}{dt} = \frac{|A(s,t)|^2}{16\pi s^2}. \tag{2.30}$$

Seção de choque elástica: A seção de choque elástica (total) é obtida a partir da integral da distribuição elástica (2.30):

$$\sigma_{el}(s) = \int_{-\infty}^{0} \frac{d\sigma_{el}(s)}{dt} dt. \tag{2.31}$$

Seção de choque total: A seção de choque total de espalhamento é dada pelo Teorema Óptico [5]:

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{\Im\text{m}A(s,t=0)}{s}. \tag{2.32}$$

Parâmetro ρ: O parâmetro ρ, definido com a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento na direção frontal ($t = 0$), é dada por:

$$\rho(s) = \frac{\Re\text{e}A(s,t=0)}{\Im\text{m}A(s,t=0)}. \tag{2.33}$$

Ponto óptico: Da Eq. (2.30) e do Teorema Óptico (2.32), derivamos a expressão do ponto óptico:

$$\left.\frac{d\sigma_{el}(s)}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\sigma_{tot}^2(s)(1+\rho^2(s))}{16\pi}. \tag{2.34}$$

[3]Desprezando efeitos de spin.

Inclinação B_{el}: Definida como a inclinação da seção de choque diferencial na direção frontal, o parâmetro B_{el} é dado por:

$$B_{el}(s) = \left[\frac{d}{dt}\left(\ln\frac{d\sigma_{el}(s)}{dt}\right)\right]_{t=0}. \tag{2.35}$$

Tendo revisado os aspectos cinemáticos dos processos hadrônicos difrativos em altas energias, discutimos em seguida os aspectos dinâmicos das interações fortes, abordados no âmbito da QCD, nas regiões de pequeno e grande momento transferido.

2.3 Aspectos Dinâmicos

A seguir revisamos brevemente os principais aspectos da teoria de campos das interações fortes, a QCD [11–13].

2.3.1 Dinâmica das interações fortes - QCD

A QCD é a teoria de campos que descreve as interações fortes entre quarks e glúons e representa a componente $SU(3)$ do *Modelo Padrão das Partículas Elementares*, $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$. Sua (densidade) Lagrangeana descreve as interações dos campos fundamentais de quarks (férmions) e glúons (bósons), sendo dada por (seguindo a convenção de soma de índices):

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_{q,a}(i\gamma^\mu\partial_\mu\delta_{ab} - g_s\gamma^\mu t^C_{ab}\mathcal{A}^C_\mu - m_q\delta_{ab})\psi_{q,b} - \frac{1}{4}F^A_{\mu\nu}F^{A\mu\nu} \quad (g_s^2 = 4\pi\alpha_s), \tag{2.36}$$

onde γ^μ representam as matrizes de Dirac, $\psi_{q,a}$ representam os campos spinoriais de um quark de sabor q e massa m_q, com índice de cor $a = 1, 2, \ldots, N_c$. Com os campos de quarks na representação fundamental do grupo $SU(3)$ de cor, tem-se $N_c = 3$ e os spinores ψ são tais que:

$$\psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\end{pmatrix}. \tag{2.37}$$

Na Lagrangeana (2.36), $\mathcal{A}^C_\mu$ representam os campos de glúons, com índice $C = 1, 2, \ldots, N_c^2 - 1 = 8$, na representação adjunta do grupo $SU(3)$ de cor. As matrizes t^C_{ab} correspondem às oito matrizes 3×3 geradoras do grupo $SU(3)$, cuja relação de comutação

$$[t^A, t^B] = if_{ABC}t^C, \tag{2.38}$$

define a álgebra e as constantes de estrutura, f_{ABC}, do grupo $SU(3)$. Além disso, o tensor de campo $F^A_{\mu\nu}$ é dado por:

$$F^A_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}^A_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}^A_\mu - g_s f_{ABC} \mathcal{A}^B_\mu \mathcal{A}^C_\nu, \tag{2.39}$$

com a constante de acoplamento forte

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}. \tag{2.40}$$

A característica fundamental da Lagrangeana (2.36) é a invariância sob as transformações de *gauge* locais (infinitesimais):

$$\psi(x) \rightarrow [1 - i g_s \lambda_a(x) t^a] \psi(x); \tag{2.41}$$
$$\mathcal{A}^A_\mu \rightarrow \mathcal{A}^A_\mu + g_s f^{ABC} \lambda_B(x) \mathcal{A}_{C\mu}; \tag{2.42}$$

onde $\lambda_a(x)$ representa uma função infinitesimal arbitrária.

Através da Lagrangeana (2.36) é possível computar amplitudes de interações entre os entes fundamentais da teoria, isto é entre quarks e glúons, utilizando teoria de perturbação. No entanto, a aplicação de técnicas perturbativas no âmbito da QCD depende da magnitude da constante de acoplamento, tornando-se formalmente justificável em escalas de momento $Q^2 > 1$ GeV^2, como veremos a seguir.

2.3.2 Constante de acoplamento forte

No escopo da QCD perturbativa, a constante de acoplamento forte satisfaz a seguinte equação do grupo de renormalização:

$$\mu_R \frac{d\alpha_s}{d\mu_R^2} = \beta(\alpha_s) = -\sum_{n=0}^{\infty} b_n \alpha_s^{n+2}, \tag{2.43}$$

onde os coeficientes b_n correspondem aos coeficientes de $n-$loops da função β e μ_R a uma escala de renormalização. Em ordem dominante, tem-se que

$$\mu_R \frac{d\alpha_s}{d\mu_R^2} \simeq -b_0 \alpha_s^2, \tag{2.44}$$

com $b_0 = (11N_c - 2n_f)/12\pi = (33 - 2n_f)/12\pi$. O sinal negativo na função β origina-se da liberdade assintótica [1, 2], ou do fato de o acoplamento tornar-se mais fraco no limite de grande momento transferido. Resolvendo a Eq. (2.44) obtém-se:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \tag{2.45}$$

onde

$$\Lambda = \mu_R e^{-1/2b_0\alpha_s(\mu_R^2)} \sim 200\text{-}300 \text{ MeV}, \tag{2.46}$$

válida para $\alpha_s(\mu_R^2) < 1$. Em particular, se $n_f < 16$, no limite de grandes momentos ou de liberdade assintótica, $Q^2 \gg \Lambda^2$, $\alpha_s(Q^2) \to 0$. Conforme ilustrado na Figura 2.4, no intervalo de momento transferido, Q^2 ~100 GeV - 1 TeV, $\alpha_s \sim 0.1$.

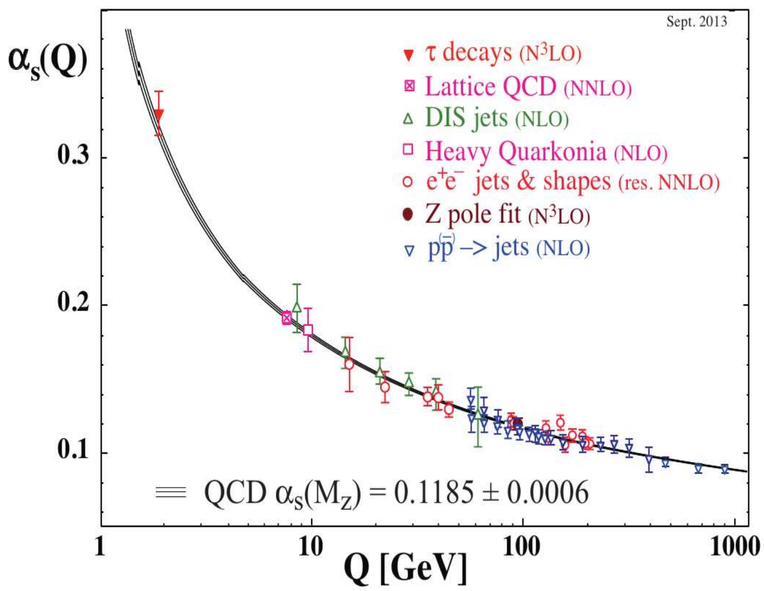


Figura 2.4: Medidas experimentais da constante de acoplamento forte α_s em função do momento transferido e a previsão da QCD perturbativa para $\alpha_s(Q^2)$ [14].

A Figura 2.4 evidencia o rápido crescimento da constante de acoplamento na região de pequeno momento transferido, $Q^2 \lesssim \Lambda^2$. Esse comportamento, atribuído à propriedade de confinamento de quarks e glúons, demonstra a inadequação de métodos perturbativos no tratamento de fenômenos na região infravermelha ($Q^2 \lesssim 1$ GeV^2), ou de grande distâncias de interação, como é o caso do espalhamento elástico. Como consequência dessa limitação intrínseca da QCD, os espalhamentos difrativos suaves são tratados, historicamente, do ponto de vista fenomenológico. Desse modo, os estudo das grandezas físicas apresentadas na Seção 2.2 é realizado através de abordagens empíricas/fenomenológicas para a amplitude de espalhamento elástico, tendo em conta os resultados formais (independentes de modelo) discutidos a seguir.

2.4 Teoremas e Limites Formais Assintóticos

2.4.1 Princípios básicos

Do ponto de vista formal, através da amplitude de espalhamento fazemos a conexão entre teoria e experimento, daí a sua importância em análises fenomenológicas de processos de espalhamento. Devido ao seu vínculo formal com a matriz S, ela obedece, por construção, aos princípios físicos básicos de uma teoria quântico-relativística, a saber:

1. invariância relativística;
2. unitaridade - como consequência da conservação de probabilidade;
3. analiticidade - como consequência da causalidade [15, 16];
4. simetria de cruzamento;

Com ênfase nos processos elásticos (2.8), apresentamos a seguir as relações entre a amplitude de espalhamento e as principais grandezas físicas do espalhamento, as seções de choque.

2.4.2 Relações de dispersão

As relações de dispersão (integrais ou derivativas) conectam as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento na região frontal, relacionando deste modo as grandezas físicas σ_{tot} e ρ.

Forma operacional

Nesta seção apresentamos uma revisão sobre as formas integral e diferencial das Relações de Dispersão (RD) utilizadas comumente na literatura, em análises fenomenológicas da amplitude hadrônica frontal. Seguindo a notação do trabalho [17] e limitando-nos ao estudo das amplitudes dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ em altas energias, apresentamos duas relações de dispersão na forma compacta

$$\rho^{pp}(s)\sigma_{tot}^{pp}(s) = E(\sigma_+) + O(\sigma_-); \tag{2.47}$$

$$\rho^{\bar{p}p}(s)\sigma_{tot}^{\bar{p}p}(s) = E(\sigma_+) - O(\sigma_-); \tag{2.48}$$

nas quais $E(\sigma_+)$ e $O(\sigma_-)$ representam transformadas analíticas que vinculam as partes real e imaginária de amplitudes par e ímpar por simetria de cruzamento e as seções de choque par $(+)$ e ímpar $(-)$ são associadas às seções de choque total pp e $\bar{p}p$ segundo a relação:

$$\sigma_{\pm}(s) = \frac{\sigma_{tot}^{pp} \pm \sigma_{tot}^{\bar{p}p}}{2}. \tag{2.49}$$

Como mencionado anteriormente, as relações de dispersão podem ser categorizadas em integrais e derivativas, de acordo com a escolha das transformadas analíticas, $E(\sigma_+)$ e $O(\sigma_-)$.

Relações de dispersão integrais

No caso das Relações de Dispersão Integrais (RDI) as transformadas analíticas são expressas na forma integral, com uma subtração [10, 18–20]:

$$E_{int}(\sigma_+) \equiv \frac{K}{s} + \frac{2s}{\pi} P \int_{s_o}^{\infty} ds' \left[\frac{1}{s'^2 - s^2}\right] \sigma_+(s'); \tag{2.50}$$

$$O_{int}(\sigma_-) \equiv \frac{2}{\pi} P \int_{s_o}^{\infty} ds' \left[\frac{s'}{s'^2 - s^2}\right] \sigma_-(s'); \tag{2.51}$$

onde K é a *constante de subtração* e P denota o valor principal das integrais.

Relações de dispersão derivativas

No caso específico de algumas classes de funções de interesse, as relações integrais podem ser substituídas por Relações de Dispersão Derivativas (RDD) [21–23], de caráter local e mais prático quanto à obtenção de resultados analíticos.

$$E_{der}(\sigma_+) \equiv \frac{K}{s} + \tan\left[\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\right] \sigma_+(s); \tag{2.52}$$

$$O_{der}(\sigma_-) \equiv \tan\left[\frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{d}{d\ln s}\right)\right] \sigma_-(s). \tag{2.53}$$

Uma revisão crítica e detalhada sobre o uso de relações de dispersão derivativas em análises fenomenológicas do espalhamento elástico pode ser encontrada na referência [24]. Nessa tese, fazemos uso das relações derivativas (2.52) e (2.53) em análises empíricas globais das seções de choque, $\sigma_{tot}^{pp/\bar{p}p}$, e do parâmetro $\rho^{pp/\bar{p}p}$, discutidas na Seção 5.2.

2.4.3 Teoremas e resultados formais assintóticos

Por fim, apresentamos abaixo os principais teoremas e resultados assintóticos utilizados na tese [25–28]:

▷ Limite de Froissart-Martin-Lukaszuk [29–31]

$$\sigma_{tot} \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2(s/s_0); \tag{2.54}$$

▷ Limite de Martin–Wu–Roy–Singh [32]

$$\sigma_{inel} \leq \frac{\pi}{4m_\pi^2} \ln^2(s/s_0); \tag{2.55}$$

▷ Limite de Pumplin [33]

$$\frac{\sigma_{el} + \sigma_{diff}}{\sigma_{tot}} \leq \frac{1}{2}; \tag{2.56}$$

▷ Limite de MacDowell-Martin [34]

$$\frac{\sigma_{tot}}{B_{el}} \leq 18\pi \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}; \tag{2.57}$$

▷ Teoremas de Pomeranchuk (revisado) [35] e de Cornille-Martin [36] [4]

$$\frac{\sigma_{tot}^{ab}(s)}{\sigma_{tot}^{a\bar{b}}(s)} \xrightarrow[s\to\infty]{} 1; \quad \frac{B_{el}^{ab}}{B_{el}^{a\bar{b}}} \xrightarrow[s\to\infty]{} 1. \tag{2.58}$$

Embora os resultados acima tenham aplicabilidade limitada em relação aos dados experimentais atuais, pelo fato de serem derivados no limite assintótico, $s \to \infty$, eles servem de base para estudo de propriedades assintóticas e de comportamentos extremos de seções de choque e de razões entre seções de choque, como veremos nos Capítulos 5 e 6.

2.5 Fenomenologia de Regge e Representação Eiconal

Como resultado da impossibilidade de tratar o espalhamento elástico exclusivamente no âmbito da QCD, diversos modelos/abordagens atuais são construídos no escopo fenomenológico, tendo como bases a Fenomenologia de Regge e/ou a Representação Eiconal.

Na seção seguinte, apresentamos os fundamentos da Teoria de Regge-Gribov [5, 37, 38], o principal formalismo não-perturbativo utilizado para o tratamento do espalhamento elástico de hádrons em altas energias. Historicamente construída no âmbito da Mecânica Quântica Não-Relativística, sua aplicação em estudos de processos hadrônicos em altas energias leva em conta três hipóteses fundamentais:

[4]Corolário da Eq. (2.58): $f^{ab}/f^{a\bar{b}} \xrightarrow[s\to\infty]{} 1$, onde $f = \sigma_{tot}/16\pi B_{el}$.

1. a continuação analítica da amplitude de espalhamento a valores de momento angular complexo;
2. os limites de pequeno ângulo de espalhamento, $\vartheta \to 0$, e de altas energias, $s \to \infty$;
3. a amplitude de espalhamento de um processo de dois corpos do tipo $1+2 \to 3+4$ é determinada pela troca de trajetórias de mésons (*Reggeons*) num diagrama de spin por massa (diagramas de Chew-Frautschi).

2.5.1 Fenomenologia de Regge

Na Fenomenologia de Regge, a amplitude de espalhamento do processo hadrônico elástico, $1 + 2 \to 1' + 2'$, é dada pela seguinte expressão geral:

$$\mathcal{A}(s,t) = \beta(t)\eta(t)s^{\alpha(t)-1}, \tag{2.59}$$

onde $\beta(t)$ determina a *Função Resíduo* da trajetória e

$$\eta(t) = -\frac{1+\xi e^{-i\pi\alpha(t)}}{\sin\alpha(t)} \quad (\xi = \pm 1) \tag{2.60}$$

é o seu *Fator de Assinatura*. Em particular, no caso de trajetórias lineares,

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \tag{2.61}$$

e de troca de um *Reggeon* com conjugação de carga $C = +1$ ($\xi = +1$), a amplitude (analítica) correspondente pode ser escrita na forma[5]

$$\mathcal{A}_R^+(s,t) = i\beta_R^+ e^{D_0 t/2}\left(\frac{se^{-i\pi/2}}{s_0}\right)^{\alpha_+(t)-1}, \tag{2.62}$$

onde $\alpha_+(t)$ representa a trajetória de Regge com assinatura positiva[6], β_R^+ é uma constante de normalização e s_0 é uma escala de energia genérica - tipicamente $s_0 = 1$ GeV^2. Analogamente, a amplitude de troca do tipo $C = -1$ ($\xi = -1$) é escrita como:

$$\mathcal{A}_R^-(s,t) = \beta_R^- e^{D_0 t/2}\left(\frac{se^{-i\pi/2}}{s_0}\right)^{\alpha_-(t)-1}, \tag{2.63}$$

[5]Para tanto assumimos o comportamento exponencial da função resíduo, $\beta(t) = \beta e^{D_0 t/2}$.

[6]Em baixas energias, tal amplitude corresponde à troca da trajetória degenerada dos mésons $f_2 - a_2$.

onde $\alpha_{-}(t)$ representa a trajetória de Regge com assinatura negativa[7] e β_R^- é uma constante de normalização. Note-se a ausência do fator i neste último caso, devido à assinatura $\xi = -1$ da trajetória $C = -1$.

No contexto fenomenológico, os processos difrativos suaves em altas energias, elásticos e dissociativos, resultam da troca de *Reggeons* no canal t, de forma que o comportamento da seção de choque total (do Teorema Óptico),

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{1}{s}\Im\mathrm{m}A(s,t=0) = \beta_R s^{\alpha_R(0)-1}, \tag{2.64}$$

é determinado pelo coeficiente linear (*intercept*) da trajetória dominante, nos domínios de baixa e alta energia. Em baixas energias, tipicamente $\sqrt{s} \lesssim 10$ GeV, a seção de choque total é dominada pela troca de Reggeons de baixa energia, cujo intercept $\alpha_R(0) \simeq 0.5$ acarreta a contribuição decrescente com a energia:

$$\sigma_{tot}(s) \simeq \beta_R s^{-1/2}. \tag{2.65}$$

Ao contrário, na região típica $\sqrt{s} \gtrsim 20$ GeV, em que σ_{tot} cresce com a energia, é prevista a troca de uma trajetória universal, com números quânticos do vácuo, denominada *Pomeron* (suave)[8]. Desse modo, o *Pomeron* representa a trajetória dominante em altas energias, com $P = C = +1$, cuja contribuição,

$$\sigma_{tot}(s) = \beta_{\mathbb{P}} s^{\epsilon}, \tag{2.66}$$

com $\epsilon = \alpha_{\mathbb{P}}(0) - 1$ e $\alpha_{\mathbb{P}}(0) > 1$, determina o crescimento com a energia e o comportamento assintótico da seção de choque total hadrônica.

2.5.2 Representação de parâmetro de impacto

Nesta seção introduzimos a representação de parâmetro de impacto para a amplitude de espalhamento, obtida a partir da aproximação semi-clássica do momento angular e do limite de altas energias.

Expansão em ondas parciais

Apresentamos a seguir uma abordagem óptico-geométrica do espalhamento, baseada no limite de altas energias da amplitude do ondas parciais e na representação de parâmetro de impacto. Da Mecânica Quântica não-relativística segue a amplitude de espalhamento elástica (para potenciais centrais) [39]:

[7] Em baixas energias, tal amplitude corresponde à troca da trajetória degenerada dos mésons $\rho - \omega$.
[8] Historicamente, denominado *Pomeron Supercrítico*.

$$f(k,\vartheta) = \frac{1}{k}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\vartheta)a_\ell(k), \tag{2.67}$$

na qual as amplitudes de ondas parciais são escritas em termos dos deslocamentos de fase (*phase shifts*), δ_l, como

$$a_\ell(k) = \frac{e^{2i\delta_\ell(k)}-1}{2i}. \tag{2.68}$$

No caso de espalhamento puramente elástico, δ_ℓ, é real. Porém, na presença de absorção - condição essencial para a produção inelástica de partículas - há a necessidade de introduzir uma parte imaginária, tal que: Im $\delta_\ell > 0$. Nesse ponto, vale lembrar que os resultados acima podem ser obtidos de forma análoga na formulação relativística do espalhamento elástico [5]. Com efeito, expandimos a amplitude invariante, $A(s,t)$, em ondas parciais

$$A(s,t) = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)A_\ell(s)P_\ell(\cos\vartheta), \tag{2.69}$$

tendo em conta a relação (2.16), entre t e ϑ. Comparando as amplitudes $A(s,t)$ com $f(k,\vartheta)$, obtém-se a correspondência [5]:

$$\frac{1}{8\pi\sqrt{s}}A(s,t) \leftrightarrow f(k,\vartheta). \tag{2.70}$$

Por fim, utilizando as Eqs. (2.69) e (2.70) identificamos [5]:

$$\frac{1}{8\pi\sqrt{s}}A_\ell(s) \leftrightarrow a_\ell(k). \tag{2.71}$$

Limite de altas energias e representação de parâmetro de impacto

Através das Eqs. (2.67) e (2.68), e pelo Teorema Óptico (2.32), verificamos que a contribuição de uma onda parcial genérica para a seção de choque total é limitada superiormente [10]:

$$\sigma_\ell \leqslant \frac{4\pi(2\ell+1)}{k^2}, \tag{2.72}$$

com $k \simeq \sqrt{s}/2$, no limite de altas energias. Com o decréscimo do limite superior com a energia, um número cada vez maior de ondas parciais contribui de forma maximal na amplitude . Nesse regime, tornam-se justificáveis a aplicação da aproximação semi-clássica,

$$\ell \simeq kb + 1/2, \tag{2.73}$$

e a passagem para o contínuo de momento angular:

$$\begin{aligned}
\sum_\ell &\to \int d\ell \to \int kdb && (2.74)\\
a_\ell(k) &\to a(b,s) \equiv i\Gamma(b,s)/2 && (2.75)\\
f(k,\theta) &\to f(s,t) \equiv kF(s,t) && (2.76)\\
P_\ell(\cos\theta) &\to J_0[(2\ell+1)\sin(\theta/2)] && (2.77)
\end{aligned}$$

Novamente, recorrendo à relação (2.16), obtemos a amplitude de espalhamento como a transformada de Hankel da função $\Gamma(b,s)$, denominada *Função Perfil* (a amplitude de espalhamento no espaço de parâmetro de impacto, b) [5]:

$$A(s,t) = i\int_0^\infty bdbJ_0(qb)\Gamma(b,s) \tag{2.78}$$

2.5.3 Representação eiconal e seções de choque

Utilizando a representação de parâmetro de impacto pode-se definir a *Função Eiconal*, no limite para o contínuo dos *phase shifts*, $\delta_\ell(k)$,

$$2\delta_\ell(k) \to \chi(b,s). \tag{2.79}$$

Através da correspondência (2.75), a função perfil é escrita na forma

$$\Gamma(b,s) = 1 - e^{i\chi(b,s)}, \tag{2.80}$$

e a amplitude de espalhamento fica:

$$A(s,t) = i\int_0^\infty bdbJ_0(qb)[1 - e^{i\chi(b,s)}]. \tag{2.81}$$

Nessa representação as seções de choque de espalhamento podem ser calculadas em termos da função eiconal (complexa), através das Eqs. (2.31-2.32) e (2.81):

$$\begin{aligned}
\sigma_{tot}(s) &= 4\pi \int_0^\infty bdb[1 - \cos[\Re\mathrm{e}\chi(b,s)]e^{-\Im\mathrm{m}\chi(b,s)}]; && (2.82)\\
\sigma_{el}(s) &= 2\pi \int_0^\infty bdb[1 - 2\cos[\Re\mathrm{e}\chi(b,s)]e^{-\Im\mathrm{m}\chi(b,s)} + e^{-2\Im\mathrm{m}\chi(b,s)}]; && (2.83)\\
\sigma_{inel}(s) &= \sigma_{tot}(s) - \sigma_{el}(s) = 2\pi \int_0^\infty bdb[1 - e^{-2\Im\mathrm{m}\chi(b,s)}]. && (2.84)
\end{aligned}$$

Em seguida, apresentamos o cenário atual de dados experimentais de grandezas físicas do espalhamento elástico, introduzidas neste capítulo.

Capítulo 3

Dados Experimentais

O comportamento das seções de choque de espalhamento hadrônico elástico com a energia no centro de momento, $\sqrt{s}$, e com o quadrado do momento transferido, $-t$, constitui peça chave para a compreensão dos fenômenos difrativos suaves em altas energias. Por incorporar informações essenciais sobre as interações fortes em longas e curtas distâncias (pequeno e grande momento transferido, respectivamente), as seções de choque total, σ_{tot}, e diferencial elástica, $d\sigma_{el}/dt$, desempenham papel fundamental no estudo dos processos elásticos, proporcionando oportunidade ímpar de estudar o regime de confinamento e a transição para o regime perturbativo da QCD. Desse modo, obter uma compreensão geral sobre o comportamento dessas quantidades físicas, através dos dados experimentais, torna-se extremamente relevante para o desenvolvimento de qualquer abordagem fenomenológica.

Com esses pontos em mente, apresentamos neste capítulo os dados experimentais utilizados na tese em estudos empíricos e fenomenológicos dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ em altas energias, detalhados nos Capítulos 4, 5 e 6. Dedicamos atenção especial à apresentação dos dados de seções de choque obtidos recentemente no LHC, pelas colaborações ALICE [40], ATLAS [41], CMS [42] e TOTEM [8, 9, 43, 44], nas energias $\sqrt{s} = 7$ TeV e 8 TeV e pelo Observatório Pierre Auger na energia $\sqrt{s} \simeq 57$ TeV [45]. A importância da obtenção desses dados experimentais - nas energias mais altas atingidas por experimentos de aceleradores até o momento - deve-se ao fato de proporcionarem informações cruciais sobre a dependência energética das seções de choque hadrônicas na região de energia característica de eventos de raios cósmicos (chuveiros atmosféricos).

3.1 Seção de Choque Diferencial Elástica

A quantidade fundamental medida em experimentos de espalhamento elástico (em aceleradores) é a *taxa de contagem* de eventos (isto é, o número de eventos por unidade de tempo), em uma energia fixa (i.e. mantendo s fixo). Por meio dela determina-se a seção de choque diferencial através da seguinte relação [10, 46]:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{1}{\mathcal{L}}\frac{dN_{el}}{dt}, \tag{3.1}$$

onde $\mathcal{L}$ representa a *luminosidade* integrada do feixe (medida em unidades $L^{-2}T^{-1}$). De maneira geral, a seção de choque diferencial pode ser divida em três contribuições fundamentais, na forma:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{d\sigma_{el}^{c}}{dt} + \frac{d\sigma_{el}^{ch}}{dt} + \frac{d\sigma_{el}^{h}}{dt} \tag{3.2}$$

$$= \pi|A_c e^{i\alpha_{e.m.}\varphi(t)} + A_h|^2 \tag{3.3}$$

na qual os termos acima representam (no caso do espalhamento pp) [10, 46]

1. $d\sigma_{el}^{c}/dt$ - a componente puramente Coulombiana do espalhamento, $\approx 4\pi(\alpha_{e.m.}/|t|)^2$, dominante na região $|t| < 10^{-3}$ GeV^2;

2. $d\sigma_{el}^{h}/dt$ - a componente puramente hadrônica de espalhamento, parametrizada na região quase-frontal de espalhamento (denominada *pico difrativo*), $|t| > 10^{-2}$ GeV^2, pela exponencial, $(1+\rho^2)\sigma_{tot}^2 e^{-B_{el}|t|}/16\pi$.

3. $d\sigma_{el}^{ch}/dt$ - a interferência Coulomb-nuclear, $\approx (\rho + \alpha_{e.m.}\varphi)(\alpha_{e.m.}\sigma_{tot})/|t|$, em que o termo $\alpha_{e.m.}\varphi$ leva em conta a distorção na contribuição puramente hadrônica provocada pela presença do campo Coulombiano, na região de momento transferido, $|t| \simeq 10^{-3} - 10^{-2}$ GeV^2;

Desse modo, na região de momento transferido tipicamente acima de 10^{-2} GeV^2, o comportamento da seção de choque diferencial é complemente determinado pela parte hadrônica. Com efeito, o padrão difrativo observado nas Figuras 3.1 e 3.2 provém exclusivamente da evolução da dinâmica das interações fortes com o aumento do momento transferido na colisão. Em outras palavras, tal comportamento provém da dependência em t da amplitude de espalhamento $A_h(s,t)$.

Na Figura 3.1 apresentamos os dados mais recentes de seção de choque diferencial pp, obtidos no LHC na energia $\sqrt{s} = 7$ TeV, pela Colaboração TOTEM [8, 47] . Na Figura 3.2 apresentamos os dados obtidos no experimento ISR na região de energias $\sqrt{s} = 24$ GeV, 31 GeV, 45 GeV, 53 GeV e 63 GeV [48–52].

No Capítulo 6 analisaremos esses dados experimentais à luz de uma parametrização *empírica* para a amplitude de espalhamento hadrônica, $A_h(s,t)$, a qual reproduz as estruturas essenciais do padrão difrativo da seção de choque diferencial elástica, observadas nas Figuras 3.1 e 3.2, a saber: (i) o *pico difrativo*; (ii) a região do mínimo (*dip*) e o segundo máximo (*bump*) e (iii) a região de grande momento transferido (*tail*).

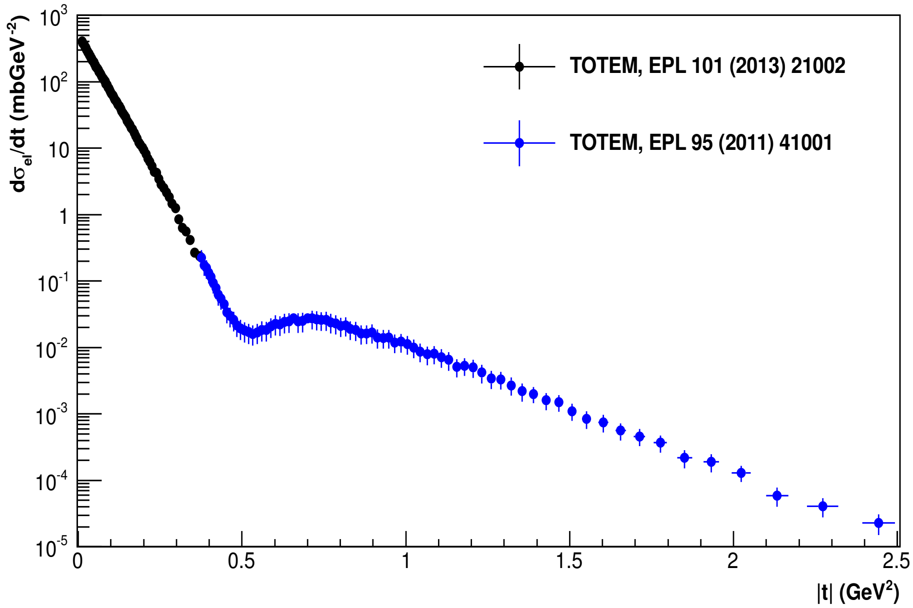


Figura 3.1: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica no LHC a 7 TeV, publicados pela Colaboração TOTEM nas referências [8, 47], com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

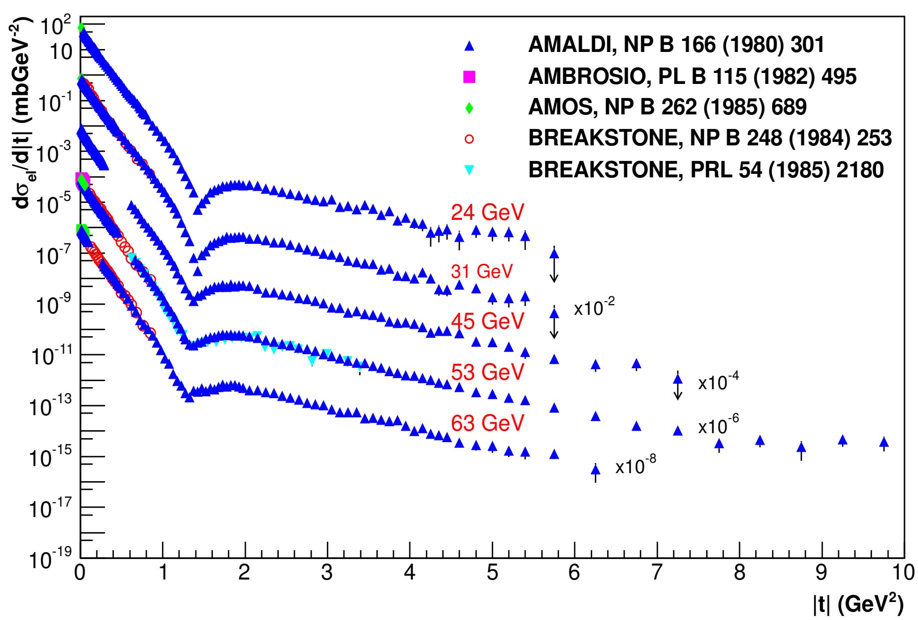


Figura 3.2: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica nas energias 24 GeV - 63 GeV, do experimento ISR, publicados nas referências [48–52], apenas com incertezas estatísticas.

3.2 Grandezas Físicas Frontais

A seguir apresentamos os dados experimentais das principais grandezas físicas frontais ($t = 0$) de espalhamento na região de energia $\sqrt{s} \geqslant 5$ GeV, sejam elas: (i) as seções de choque de espalhamento, $\sigma_{tot}, \sigma_{el}$ e σ_{inel}; (ii) o parâmetro ρ (definido pela Eq. (2.33)); (iii) a inclinação B_{el} (definido pela Eq. (2.35))e (iv) as razões σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el}.

3.2.1 Seção de choque total

Na Tabela 3.1 apresentamos um sumário das medidas de seção de choque total do espalhamento pp obtidas pela Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44] no LHC, através de três métodos específicos:

i. *Medida via seção de choque diferencial elástica (extrapolação para o ponto óptico)*

$$\sigma_{tot}^2 = \frac{16\pi(\hbar c)^2}{1+\rho^2} \left. \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right|_{t=0} \tag{3.4}$$

ii. *Medida independente de luminosidade*

$$\sigma_{tot} = \frac{16\pi(\hbar c)^2}{1+\rho^2} \frac{dN_{el}/dt|_{t=0}}{N_{el}+N_{inel}} \tag{3.5}$$

iii. *Medida independente de ρ*

$$\sigma_{tot} = \frac{N_{el}+N_{inel}}{\mathcal{L}_{int}} \tag{3.6}$$

Ainda na Tabela 3.1 apresentamos a estimativa σ_{tot}^{pp} obtida pela Colaboração Pierre Auger [45] na energia de 57 TeV por meio da extração da seção de choque σ_{tot}^{p-ar} e da aplicação do formalismo de difração múltipla de Glauber [53, 54].

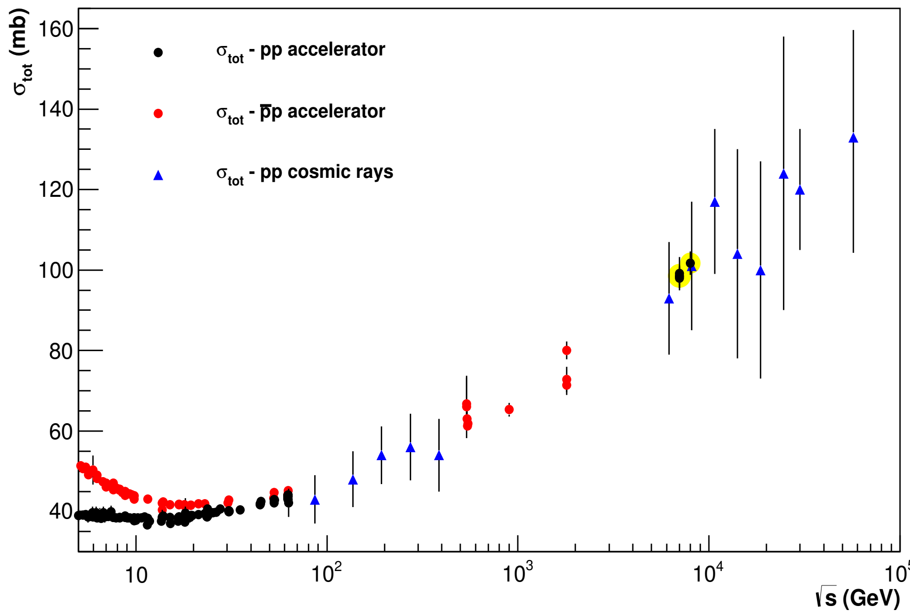


Figura 3.3: Dados experimentais de seções de choque total dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura e $\sqrt{s} > 5$ GeV [55]. Dados da Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44] destacados nos círculos em amarelo.

Tabela 3.1: Dados de seções de choque total medidos no LHC nas energias, $\sqrt{s}$ = 7 TeV e 8 TeV (incertezas predominantemente sistemáticas) e no experimento Auger em $\sqrt{s}$ = 57 TeV, com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

Colaboração	Referência	$\sqrt{s}$ (TeV)	σ_{tot} (mb)
TOTEM	[43]	7.0	98.3 ± 2.8
	[8]	7.0	98.6 ± 2.2
	[9]	7.0	98.0 ± 2.5
	[9]	7.0	99.1 ± 4.1
	[44]	8.0	101.7 ± 2.9
AUGER	[45]	57	133^{+27}_{-29}

3.2.2 Seção de choque elástica

Usualmente, as medidas de seção de choque elástica são realizadas através da determinação do ponto óptico e da inclinação da seção de choque diferencial elástica, B_{el}, na região de pequeno momento transferido, como segue:

$$\sigma_{el} = \int_{-\infty}^{0} dt \frac{d\sigma_{el}}{dt} \tag{3.7}$$

$$\sigma_{el} \simeq \int_{-\infty}^{0} dt \left. \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right|_{t=0} \mathrm{e}^{B_{el} t}$$

$$\sigma_{el} \simeq \frac{1}{B_{el}} \left. \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right|_{t=0} \tag{3.8}$$

Na Tabela 3.2 compilamos as medidas de σ_{el} nas energias 7 TeV e 8 TeV no LHC, obtidas pela Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44], utilizando a Eq. (3.8) e na Figura 3.4 apresentamos todos os dados disponíveis nas energias acima de 5 GeV.

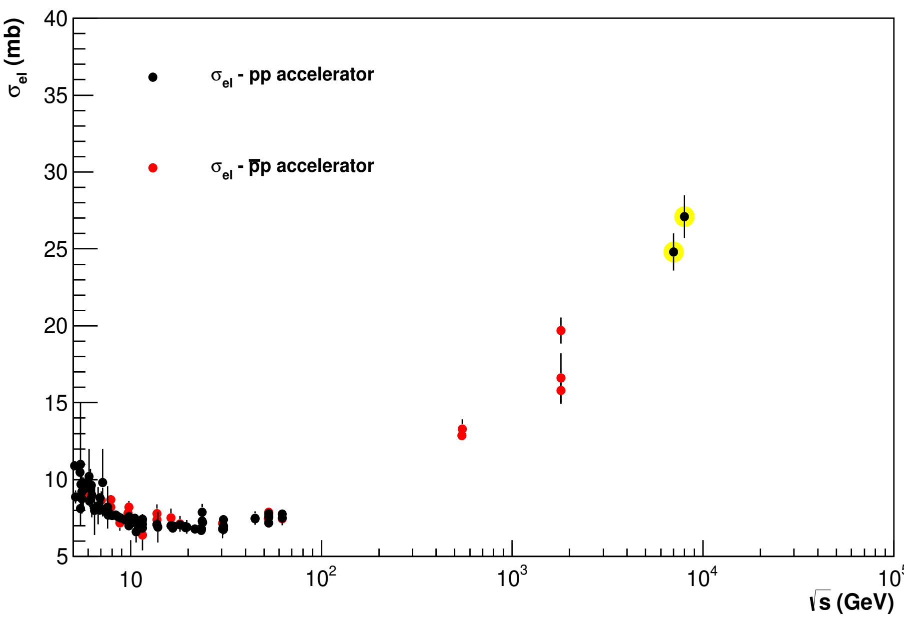


Figura 3.4: Dados experimentais de seções de choque elástica dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura e $\sqrt{s} \geqslant 5$ GeV [55]. Dados da Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44] destacados nos círculos em amarelo.

3.2.3 Seção de choque inelástica

Medidas diretas de seção de choque inelástica em experimentos de aceleradores são em geral baseadas na identificação de partículas carregadas (ao menos uma) no estado final em grandes intervalos de pseudorapidez [56]. Com efeito, a determinação direta da seção de choque σ_{inel} requer a identificação não somente de eventos não-difrativos (eventos de *minimum-bias*), mas também da componente difrativa (de baixa massa) [40–42, 56]. Por outro lado, é possível extrair σ_{inel} via unitaridade (por conservação

Tabela 3.2: Dados de seções de choque elástica (integrada) medidos no LHC nas energias, $\sqrt{s} = 7$ TeV e 8 TeV, com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

Colaboração	Referência	$\sqrt{s}$ (TeV)	σ_{tot} (mb)
TOTEM	[43]	7.0	24.8 ± 1.2
	[8]	7.0	25.4 ± 1.1
	[9]	7.0	25.1 ± 1.1
	[9]	7.0	25.4 ± 1.1
	[44]	8.0	27.1 ± 1.4

de probabilidade), utilizando a relação:

$$\sigma_{inel} = \sigma_{tot} - \sigma_{el}. \tag{3.9}$$

Desse modo, obtendo-se as seções de choque σ_{tot} e σ_{el} pode-se determinar imediatamente o valor da contribuição inelástica. Na Tabela 3.3 compilamos as medidas de σ_{inel} nas energias 7 TeV e 8 TeV no LHC, obtidas por meio da Eq. (3.9) [8, 9, 43, 44] e medidas diretamente (com extrapolações da parte difrativa dependentes de modelo) [40–42, 56]. Na Figura 3.5 apresentamos todos os dados disponíveis nas energias acima de 5 GeV, incluindo a estimativa σ_{inel}^{pp} obtida pela Colaboração Pierre Auger [45] na energia de 57 TeV.

Tabela 3.3: Dados de seções de choque inelástica obtidos no LHC nas energias, $\sqrt{s} = 2.8$ TeV, 7 TeV e 8 TeV e no experimento Auger em $\sqrt{s} = 57$ TeV, com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

Colaboração	Referência	$\sqrt{s}$ (TeV)	σ_{inel} (mb)
TOTEM	[43]	7.0	73.5 ± 1.6
	[8]	7.0	73.2 ± 1.3
	[9]	7.0	72.9 ± 1.5
	[9]	7.0	73.7 ± 3.4
	[44]	8.0	74.7 ± 1.7
ALICE	[40]	2.8	$62.8^{+2.7}_{-4.2}$
	[40]	7.0	$72.3^{+3.3}_{-5.3}$
ATLAS	[41]	7.0	69.4 ± 7.3
CMS	[42]	7.0	68.0 ± 5.1
AUGER	[45]	57	92^{+13}_{-15}

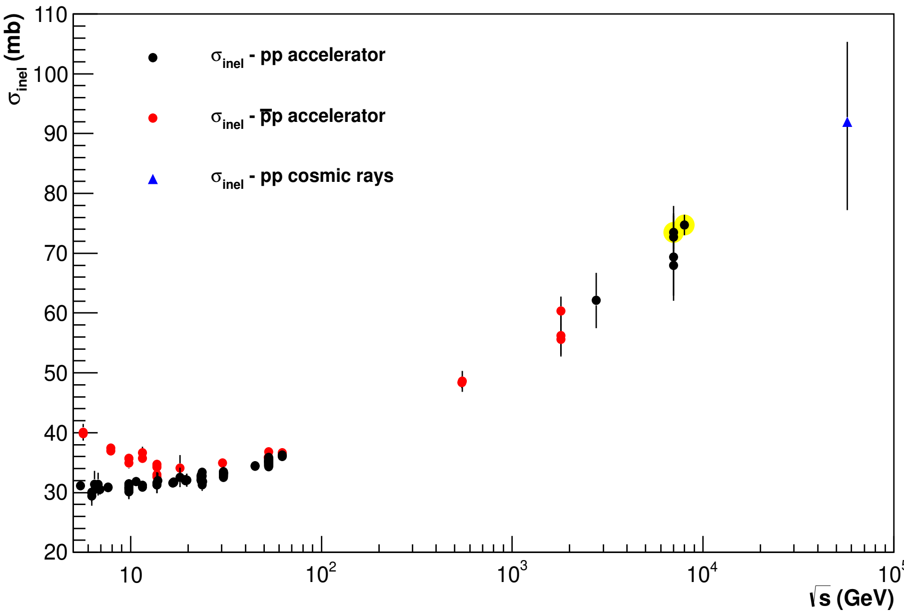


Figura 3.5: Dados experimentais de seções de choque inelástica dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura e $\sqrt{s} \geqslant 5$ GeV [55], obtidos através da Eq. (3.9) e de medidas medidas diretas (com extrapolações da parte difrativa) [40–42, 56]. Dados da Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44] destacados nos círculos em amarelo.

3.2.4 Parâmetro ρ

A razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento hadrônica define o parâmetro ρ, conforme dado pela Eq. (2.33). Suas medidas são realizadas a partir de ajustes da seção de choque diferencial elástica na região de interferência Coulomb-nuclear através da relação aproximada [10, 46]:

$$\frac{d\sigma_{el}^{ch}}{dt} \approx (\rho + \alpha_{e.m.}\varphi)(\alpha_{e.m.}\sigma_{tot})/|t|. \tag{3.10}$$

Na Figura 3.6 apresentamos os dados de $\rho(s)$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, obtidos em análises da seção de choque diferencial, em energias acima de 5 GeV.

3.2.5 Inclinação B_{el}

O parâmetro B_{el} especifica a inclinação da seção de choque diferencial na região do *pico difrativo*, na qual os dados experimentais seguem a lei exponencial aproximada:

$$\frac{d\sigma_{el}^{h}}{dt} \simeq \frac{(1+\rho^2)\sigma_{tot}^2}{16\pi} e^{-B_{el}|t|} \tag{3.11}$$

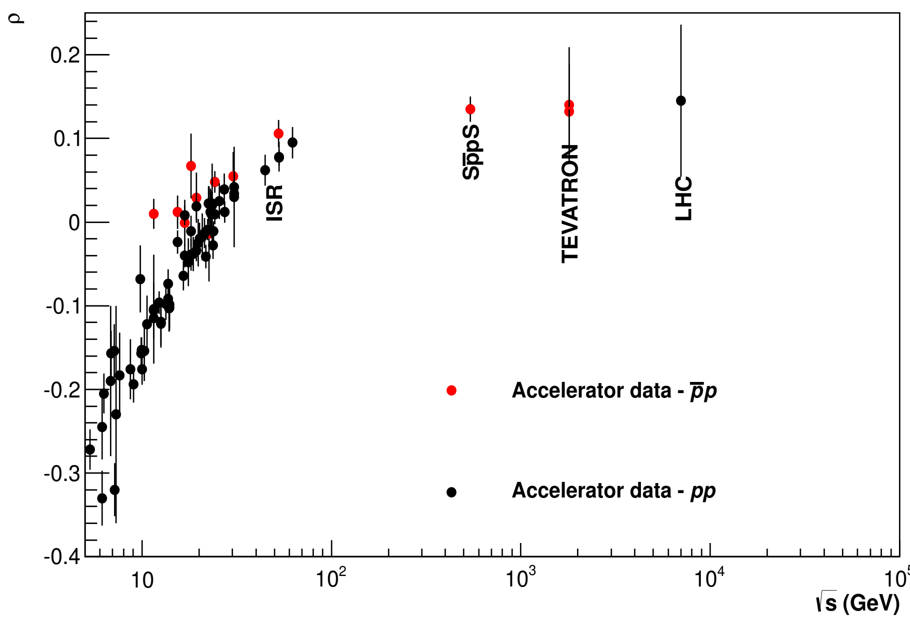


Figura 3.6: Dados experimentais do parâmetro ρ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura e $\sqrt{s} \geqslant 5$ GeV [55].

Na Figura 3.7 apresentamos os dados de $B_{el}(s)$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, obtidos em análises da seção de choque diferencial, em energias acima de 10 GeV.

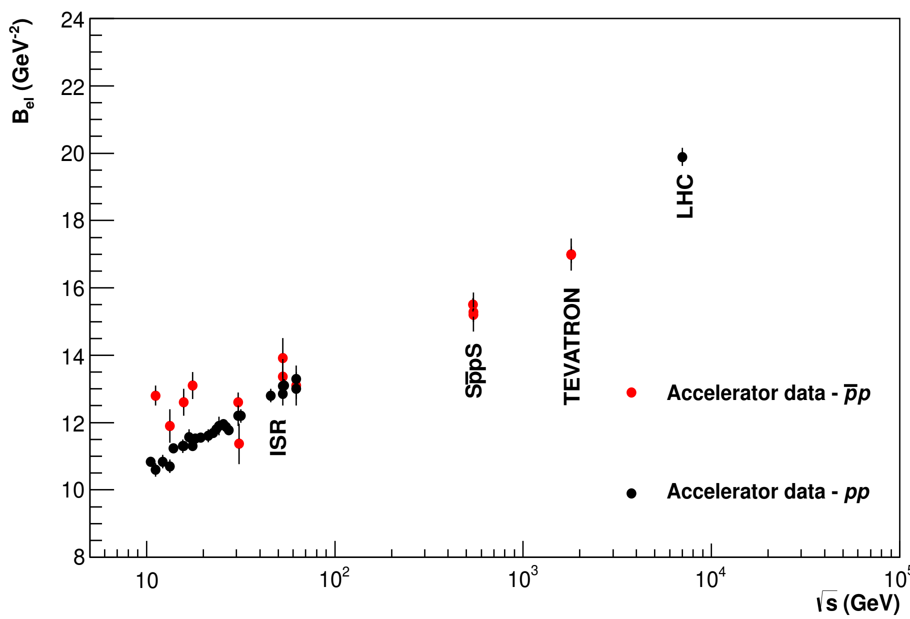


Figura 3.7: Dados experimentais do parâmetro B_{el} dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura e $\sqrt{s} \geqslant 10$ GeV [55].

3.2.6 Razões σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el}

Por fim, apresentamos nas Figuras 3.8 e 3.9 os dados experimentais das razões, σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el}, compilados a partir dos dados individuas de seções de choque, σ_{el} e σ_{tot}, e da inclinação B_{el}, apresentados nas Seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.5 no intervalo de energias $5 - 10$ GeV $\leqslant \sqrt{s} \leqslant 8$ TeV. Adicionalmente, incorporamos aos dados da razão elástica-total, σ_{el}/σ_{tot}, o dado correspondente à estimativa da Colaboração Auger na energia de 57 TeV, obtido a partir da razão $\sigma_{inel}/\sigma_{total}$, por meio das estimativas de seções de choque, σ_{inel} e σ_{tot}, na referida energia [45]. Para o dado do Observatório Auger em 57 TeV incluímos nas barras de erro *interiores* (em verde) apenas as incertezas estatística e sistemática somadas em quadratura, ao passo que nas barras de erro *exteriores* (em preto) incorporamos a incerteza total, com incerteza na aplicação do formalismo de Glauber também somada em quadratura [1].

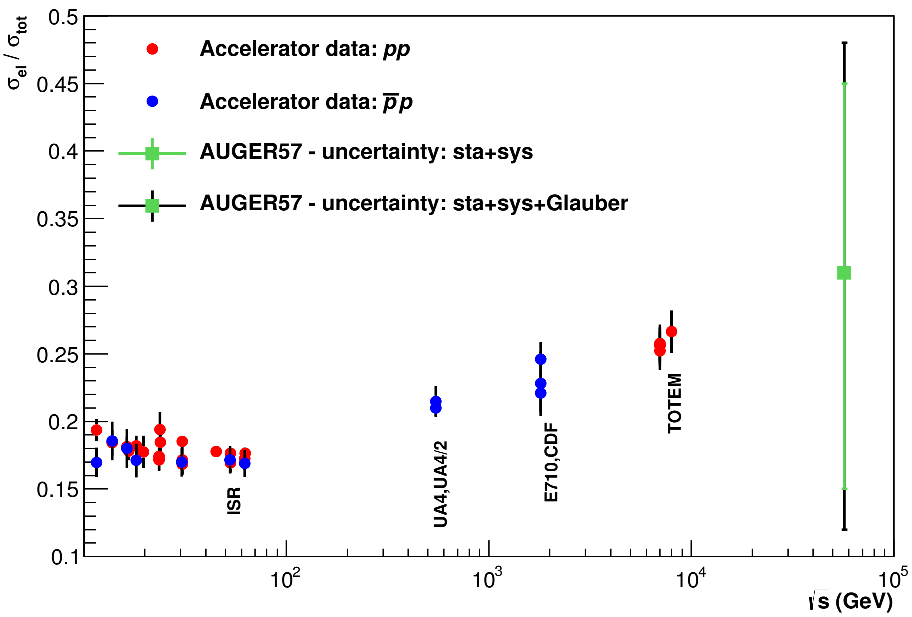


Figura 3.8: Dados experimentais da razão entre seções de choque elástica e total dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ acima de 5 GeV [9, 14, 44].

Como mencionado anteriormente, os dados apresentados aqui servem de base para os estudos empíricos e fenomenológicos sobre o espalhamento elástico, desenvolvidos nos Capítulos 4, 5 e 6 desta tese. Em particular, no capítulo seguinte estudamos um modelo inspirado em QCD, com massa dinâmica de glúons, e apresentamos suas previsões para a seção de choque total, parâmetro ρ e seção de choque diferencial elástica dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ na região de energia, $\sqrt{s} = 10$ GeV $-$ 14 TeV.

[1] Barras interiores: $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.31^{+0.14}_{-0.16}$. Barras exteriores: $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.31^{+0.17}_{-0.19}$.

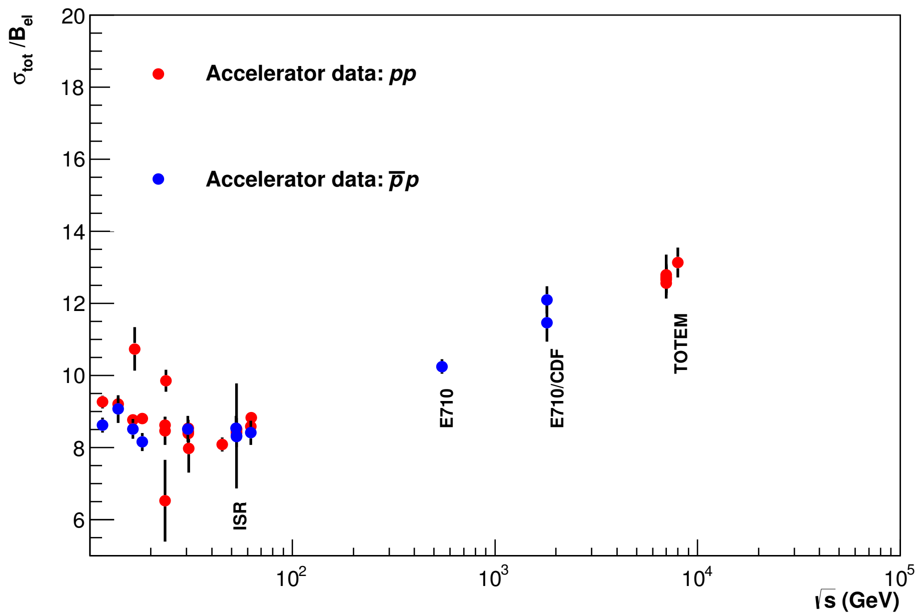


Figura 3.9: Dados experimentais da razão σ_{tot}/B_{el} dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ acima de 10 GeV [9,14,44].

Capítulo 4

Modelo Inspirado em QCD com Massa Dinâmica de Glúons

Neste capítulo discutimos como os principais aspectos dos dados recentes obtidos no LHC sobre o espalhamento elástico de hádrons em altas energias podem ser descritos por meio de uma abordagem fenomenológica, inspirada em QCD, com uma escala dinâmica de massa na região infravermelha.

4.1 Introdução

Projetado para o estudo de processos difrativos suaves, elásticos e dissociativos, o experimento TOTEM representa fonte de informação crucial para a seleção de modelos e abordagens representativas para o espalhamento difrativo de hádrons em altas energias. Em particular, no caso do espalhamento elástico, os primeiros dados publicados pela Colaboração TOTEM de seção de choque diferencial elástica [43, 47] evidenciam a incompatibilidade de diversas abordagens representativas na região de momento transferido, $0.36\ \mathrm{GeV}^2 \leqslant |t| \leqslant 2.5\ \mathrm{GeV}^2$, como mostrado na Figura 4.1.

Da Figura 4.1 observamos que a falha comum dos modelos [57–61] diz respeito à passagem do domínio de pequeno momento transferido (*cone difrativo*) para a região do *dip* e de região de grande momento transferido. Em outras palavras, ela se deve à dificuldade de prever onde ocorre a transição do regime não-perturbativo para o regime perturbativo da QCD.

No âmbito dos modelos inspirados em QCD ou de *mini-jatos*, o ponto de junção entre os dois regimes é comumente associado a uma escala de massa *ad hoc*, $m_0 \simeq 500 - 600$ MeV, presente no cálculo de seções de choque partônicas, a partir da qual técnicas perturbativas podem ser aplicadas [46,62–65]. Nesse escopo, as interações entre pártons (em ordem dominante) determinam a dependência energética da seção de choque total, bem como a evolução da estrutura difrativa da seção de choque diferencial (encolhimento do *pico difrativo* [5]). Por um lado, a aplicação de métodos perturbativos e

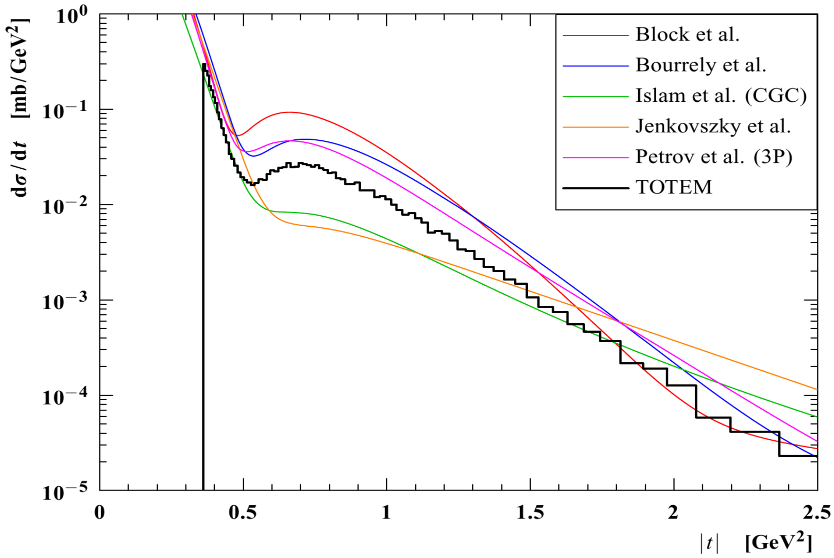


Figura 4.1: Seção de choque diferencial elástica em 7 TeV, medida pela Colaboração TOTEM [47], na região de momento transferido 0.36 GeV^2 $\leqslant |t| \leqslant$ 2.5 GeV^2 e confronto com previsões de modelos representativos [57–61]. Figura extraída da Ref. [47].

a possibilidade de conexões explícitas com a teoria fundamental, torna as abordagens inspiradas em QCD competitivas no cenário da fenomenologia do espalhamento elástico. Por outro lado (por envolver processos de interação a longas e curtas distâncias) a descrição dos processos elásticos em altas energias demanda conexões explícitas com a dinâmica do setor infravermelho da QCD.

A proposta desse capítulo é discutir a influência de aspectos da dinâmica do setor não-perturbativo da QCD, como a geração dinâmica de massa [66–69], em modelos para o espalhamento elástico. Com esse intuito, apresentamos uma nova interpretação de parâmetros físicos fundamentais no modelo eiconalizado com massa dinâmica de glúons (doravante chamado de modelo DGM - *Dynamical Gluon Mass*) [70–72], através da qual analisamos quantitativamente a relação entre as grandezas físicas do espalhamento elástico (seções de choque e parâmetro ρ) e quantidades associadas à dinâmica do setor infravermelho (massa dinâmica de glúons) [73, 74]. Esse modelo é baseado na premissa de que a dinâmica do setor infravermelho gere uma *massa efetiva* de glúons na região de pequeno momento transferido. Sobre esse ponto, cabe dizer que tal hipótese é corroborada por resultados recentes de QCD na rede [75–88], de soluções de equações de Schwinger-Dyson [89–94] e por outras abordagens fenomenológicas [95–103].

4.2 Propagador Finito, Massa Dinâmica de Glúons e Seção de Choque Glúon-Glúon

Estudos sobre a dinâmica do setor infravermelho da QCD, quer via QCD na rede [75–88], quer via soluções (analíticas e numéricas) de Equações de Schwinger-Dyson (SDE) [89–94] constituem ponto essencial para investigações e desenvolvimentos teóricos e fenomenológicos dos processos difrativos suaves em altas energias. Nesse contexto, a obtenção de soluções finitas no infravermelho para o progagador do glúon (e para a constante de acoplamento) e a sua subsequente introdução em amplitudes partônicas (em ordem dominante) promove modificações expressivas nas seções de choque elementares qq, qg e gg, as quais analisaremos nesta seção. Em especial, estudaremos o processo de espalhamento elástico $gg \to gg$, dominante para a seção de choque total em altas energias.

4.2.1 Resultados de QCD na rede e de SDE para o propagador do glúon

Tradicionalmente as investigações sobre a dinâmica do setor infravermelho da QCD são feitas por meio de dois métodos não-perturbativos: (i) de simulações de QCD na rede e (ii) do estudo de equações de Schwinger-Dyson - o conjunto de equações (integrais) de movimento das funções de Green da teoria. Em ambos os casos, os avanços proporcionados pelo desenvolvimento de técnicas de cálculo ao longo dos últimos dez anos têm permitido obter previsões sobre o comportamento do propagador do glúon no domínio infravermelho, em valores de momento transferido $Q^2 \sim 10^{-3}$ GeV^2. Em particular, os resultados recentes de QCD na rede e de soluções das equações de Schwinger-Dyson (no gauge de Landau) favorecem as chamadas *soluções massivas*, logo consistentes com o cenário de geração de massa de glúons no setor infravermelho, previsto por Cornwall na década de 1980 [66]. Nesse cenário, o glúon adquire dinamicamente uma massa efetiva, dependente da escala de momento transferido, a qual produz o padrão de saturação na região $Q^2 \ll 1$ GeV^2, observado na Figura 4.2. Os dados apresentados nessa figura podem ser ajustados com o seguinte propagador massivo [104]:

$$\Delta^{-1}(q^2) = M^2(q^2) + q^2 \left[1 + C \ln\left(\frac{q^2 + \varrho' M^2(q^2)}{\mu^2}\right)\right]; \tag{4.1}$$

$$M^2(q^2) = \frac{m_0^4}{q^2 + \varrho m_0^2}; \tag{4.2}$$

onde C, ϱ, ϱ' são parâmetros de ajuste. Nessa expressão, a massa dinâmica $M^2(q^2)$ assume valor finito na região infravermelha, m_0 (diferente de zero), e decresce rapidamente na região ultravioleta, tendendo para o limite $M^2 \to 0$. No caso dos dados de SU(3) na rede, obtém-se $m_0 \sim 500$ MeV.
Esses resultados evidenciam que a escala m_0 atua como uma escala física de massa, que regula o comportamento da constante de acoplamento no infravermelho. Desse modo, ao invés de divergir no pólo de Landau, $\alpha_s(q^2)$ torna-se finita no limite $q^2 \to 0$.

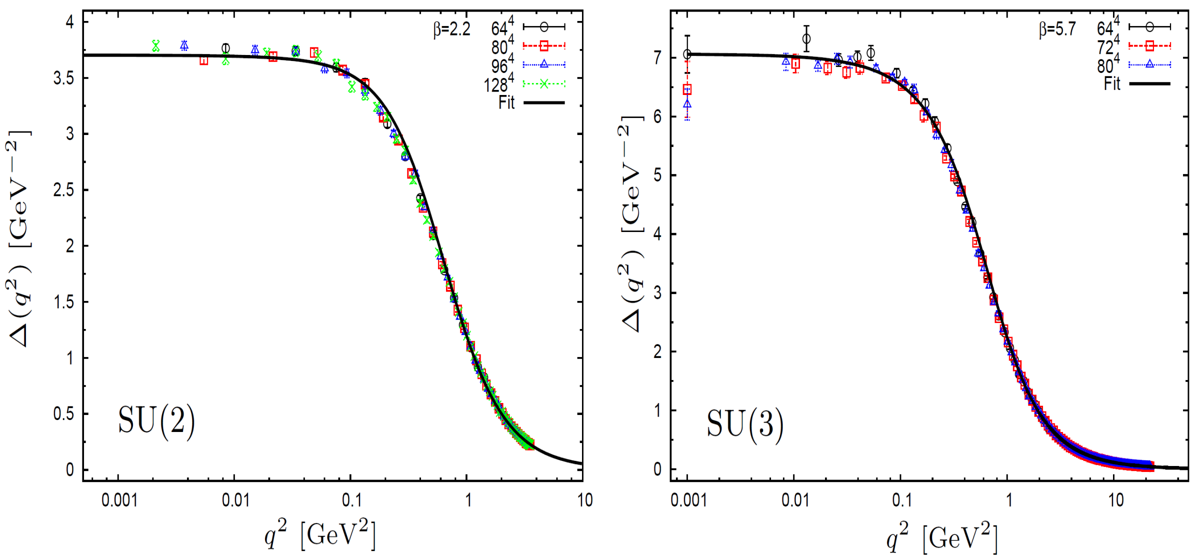


Figura 4.2: Dados do propagador do glúon obtidos em QCD na rede em SU(2) [105] e SU(3) [106]. Os dados obtidos nos dois casos provém de simulações computacionais com redes hipercúbicas de quatro dimensões espaço-temporais, com volumes $V = 64^4, 80^4, 96^4$ e 128^4 - em SU(2) - e $V = 64^4, 72^4$ e 80^4 - em SU(3). O parâmetro $\beta = 2N_c/g_0^2$ representa o parâmetro da rede, relacionado à constante de acoplamento em $Q^2 = 0$, $g_0^2 = 4\pi\alpha_s(0)$. Figura extraída da Ref. [104].

Nesse ponto, ressaltamos que os resultados de SDE [107,108], obtidos nos casos SU(3) (4 dimensões) e SU(2) (3 dimensões) e no gauge de Landau, são compatíveis com os dados obtidos na rede. Na Figura 4.3 mostramos o resultado do cálculo em SU(3) em comparação com os resultados de QCD na rede, obtidos com 3 dimensões diferentes da rede. Embora a concordância com os dados não seja ótima, o comportamento global da previsão de SDE é compatível com o padrão de saturação observados nos dados obtidos na rede. Contudo, no caso SU(2) a concordância com os dados é significativamente melhorada.

Os resultados apresentados, sendo obtidos via dois formalismos não-perturbativos distintos, fornecem ainda mais suporte para o comportamento massivo do propagador do glúon e para a geração dinâmica de massa no infravermelho.

Tendo em vista o comportamento massivo do propagador do glúon e, por consequência, da constante de acoplamento, $\alpha_s(Q^2)$, estudaremos a influência desses resultados na seção de choque elementar gg, de interesse principal para a física da seção de choque total, σ_{tot}, no âmbito do modelo DGM.

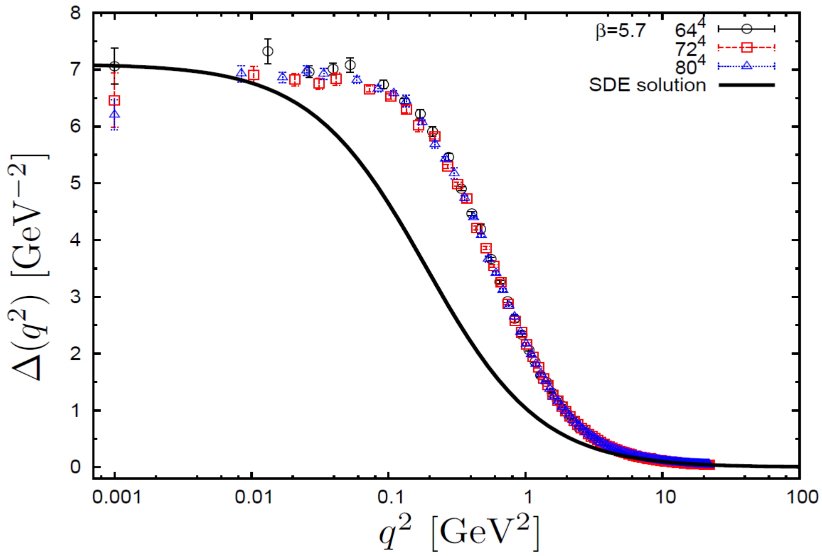


Figura 4.3: Comparação dos dados de QCD na rede para o propagador do glúon em SU(3), apresentados no painel à direita da Figura 4.2, com resultados de SDE. Figura extraída da Ref. [104].

4.2.2 Massa dinâmica de glúons e seção de choque glúon-glúon

A fim de estimar o efeito da massa dinâmica nas seções de choque partônicas, utilizamos uma abordagem fenomenológica - denominada Teoria de Perturbação Dinâmica (*Dynamical Perturbation Theory - DPT*) [109] - na qual o efeito do propagador massivo de glúons é levado em conta em ordem dominante em α_s. Nesse caso, a seção de choque diferencial do subprocesso (elástico) $gg \to gg$ é dada por [71,74]:

$$\frac{d\hat{\sigma}^{DGM}}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t}) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{2\hat{s}}\left\{3 - \frac{\hat{s}[4M_g^2(\hat{s}) - \hat{s} - \hat{t}]}{[\hat{t} - M_g^2(\hat{s})]^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{[3M_g^2(\hat{s}) - \hat{s} - \hat{t}]^2} - \frac{\hat{t}[4M_g^2(\hat{s}) - \hat{s} - \hat{t}]}{[\hat{s} - M_g^2(\hat{s})]^2}\right\} \tag{4.3}$$

onde $\bar{\alpha}_s$ e M_g^2 representam expressões não-perturbativas para a constante de acoplamento e para a massa dinâmica. No limite perturbativo, i.e. $M_g \to 0$ e $\bar{\alpha}_s \to \alpha_s$, obtemos a equivalência:

$$\frac{d\hat{\sigma}^{DGM}}{d\hat{t}} \to \frac{d\hat{\sigma}^{pQCD}}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t}) = \frac{9\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}}\left\{3 + \frac{\hat{s}[\hat{s}+\hat{t}]}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{[\hat{s}+\hat{t}]^2} + \frac{\hat{t}[\hat{s}+\hat{t}]}{\hat{s}^2}\right\} \tag{4.4}$$

Nesse ponto, salientamos que a abordagem ora discutida contrasta com aquela apresentada na Ref. [110], na qual as amplitudes elementares (por exemplo, $gg \to gg$) não recuperam os resultados da QCD perturbativa no limite $M_g \to 0$ [111]. A razão para tal discrepância reside no fato de tais amplitudes serem calculadas no âmbito de um teoria de Yang-Mills Massiva (MYM), com soma sobre apenas dois estados de polarização de glúons [111]. Ao contrário, ao utilizarmos o formalismo da DPT, somamos sobre três estados de polarização de glúons, com as expressões dos campos livres. Desse modo, a informação não-perturbativa nas seções de choque partônicas é retida nas expressões dos propagadores (massivos). Assim, como mencionado previamente, o resultado perturbativo é retomado no limite, $M_g \to 0$, conforme mostrado na Eq. (4.4).

Em nosso modelo, utilizamos as seguintes expressões para $\bar{\alpha}_s$ e M_g^2, ambas obtidas por Cornwall [66] ($\varrho = 4$ e $\gamma_1 = 1/11$) em soluções de SDE:

$$\bar{\alpha}_s(\hat{s}) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left[(\hat{s} + 4M_g^2(\hat{s}))/\Lambda^2\right]}; \tag{4.5}$$

$$M_g^2(\hat{s}) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{\hat{s}+\varrho {m_g}^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{\varrho m_g^2}{\Lambda^2}\right)}\right]^{-1-\gamma_1}. \tag{4.6}$$

onde $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ (n_f é o número de sabores), $\Lambda = \Lambda_{QCD}$ e $m_g \equiv M_g(0)$ é massa efetiva de glúons no IR. Consideramos ainda o comportamento assintótico do tipo potência, proporcional a $1/\hat{s}$, [112–114]

$$M_g^2(\hat{s}) = \frac{m_g^4}{m_g^2 + \hat{s}} \left[\frac{\ln\left(\frac{\hat{s}+{m_g}^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{\tau m_g^2}{\Lambda^2}\right)}\right]^{\gamma_2 - 1} \tag{4.7}$$

onde $\gamma_2 = 4/5 + 6c_1/5$, $c_1 \in [0.7, 1.3]$ e os parâmetros τ e m_g são restritos nos intervalos [1.0, 8.0] and [300, 600 MeV], respectivamente. Um aspecto importante do estudo apresentado na Ref. [74] diz respeito à consideração da dependência com energia dos sub-processos elementares, $\hat{s}$, nas Eqs. (4.5-4.6) para a massa dinâmica de glúons e a constante de acoplamento. Nessas expressões, a substituição $\hat{s} \leftrightarrow Q^2$ justifica-se por sua aplicação em subprocessos partônicos (para os quais a escala $\hat{s}$ é mais natural) e constitui aprimoramento significativo em relação aos trabalhos prévios com o modelo DGM [70, 71]. Na Figura 4.4 mostramos os comportamentos da massa dinâmica e da constante de acoplamento, segundo Eqs. (4.5-4.7).

Por fim, considerando as variáveis de Mandelstam, $\hat{s}$, $\hat{t}$ e $\hat{u}$, e o vínculo,

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 4m_g^2, \tag{4.8}$$

obtemos os valores mínimo e máximo da variável $\hat{t}$: $[4m_g^2 - \hat{s}, 0]$, associados ao limiar de produção de dois glúons massivos, através dos quais calculamos a seção de choque integrada do subprocesso

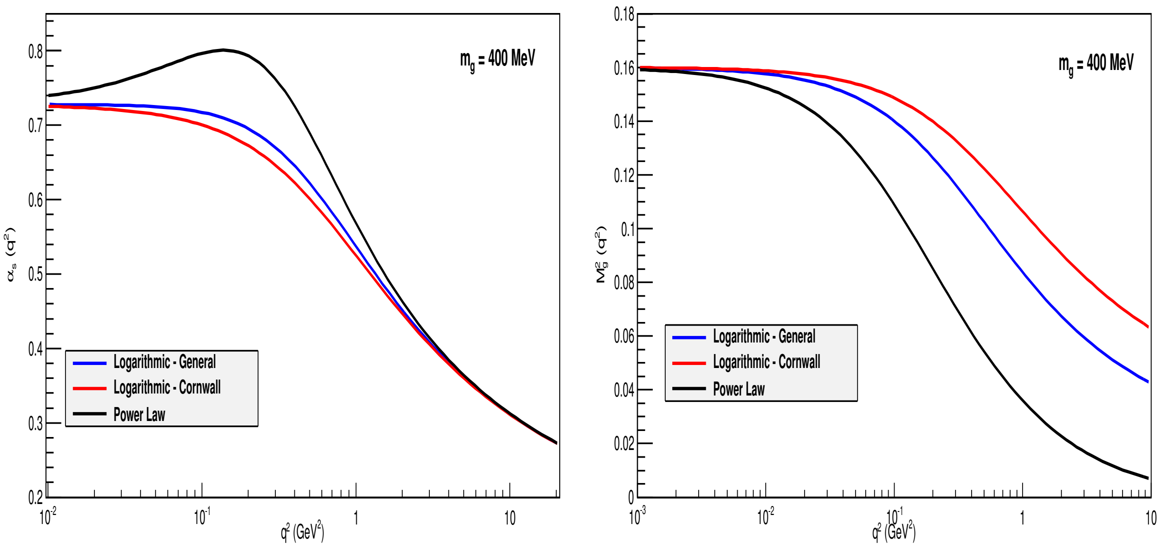


Figura 4.4: Comportamentos característicos da constante de acoplamento finita, $\bar{\alpha}_s$, e da massa dinâmica, M_g^2, segundo as Eqs. (4.5-4.7).

$gg \to gg$:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{gg}^{DGM}(\hat{s}) &= \int_{\hat{t}_{min}}^{\hat{t}_{max}} d\hat{t}\, \frac{d\hat{\sigma}_{gg}^{DGM}}{d\hat{t}} \\
\hat{\sigma}_{gg}^{DGM}(\hat{s}) &= \left(\frac{3\pi\bar{\alpha}_s^2}{\hat{s}}\right)\left\{\frac{12\hat{s}^4 - 55M_g^2\hat{s}^3 + 12M_g^4\hat{s}^2 + 66M_g^6\hat{s} - 8M_g^8}{4M_g^2\hat{s}(\hat{s}-M_g^2)^2} - 3\ln\left(\frac{\hat{s}-3M_g^2}{M_g^2}\right)\right\},
\end{aligned} \tag{4.9}$$

a qual utilizamos no cálculo da contribuição total do subprocesso gg no modelo eiconalizado apresentado a seguir.

4.3 Abordagem Eiconalizada

4.3.1 Modelos de mini-jatos

Em altas energias as componentes *soft* e *semihard* da amplitude de espalhamento são intimamente relacionadas [115, 116]. Nesse regime, devido à contribuição dominante das interações entre glúons, torna-se importante distinguir as contribuições oriundas de glúons *semihard* - participantes nos processos de interação *hard* - e *soft* - emitidos em certos processos de radiação em interações do tipo párton-párton. Dessa forma, em um formalismo baseado em QCD, ambas as classes de processos, *soft* e *semihard*, devem ser incorporadas no tratamento das interações hadrônicas em altas energias. Além disso, por questão de consistência, um formalismo dessa natureza deve conter ainda informações sobre a dinâmica do setor não-perturbativo.

No contexto fenomenológico, os chamados *Modelos de Mini-jatos* [117–125] incorporam informações da dinâmica do setor *semihard* através de conexões com cálculos perturbativos da QCD, para os subprocessos partônicos: qq, qg e gg. Esse é caso das abordagens precursoras de Margolis et al. [62–64] e de extensões posteriores propostas por Block et al [46,57,65,126]. Nesses casos, a eficiência na descrição de grandezas frontais de espalhamento e da seção de choque diferencial elástica na região de pequeno momento transferido, mascara a ausência de conexão explícita com a dinâmica não-perturbativa subjacente dos processos de interação em longas distâncias. Como consequência, dois parâmetros fundamentais desses modelos, a escala de massa m_0 e a constante de acoplamento α_s, constituem parâmetros com vínculo físico desconhecido e são fixados de forma *ad hoc* nos valores 600 MeV e 0.5, respectivamente, a fim de se obter ajustes compatíveis com os dados experimentais [46, 65].

Nesse aspecto, a principal característica da abordagem DGM [70–74] é a reinterpretação e conexão desses parâmetros fundamentais com a física do setor não-perturbativo da QCD. Em particular, no modelo DGM a escala de massa m_0 é substituída pela massa efetiva, m_g, e a constante de acoplamento perturbativa, α_s, é substituída pela expressão não-perturbativa $\bar{\alpha}_s$. Dessa forma, no limite de altas energias, o resultado perturbativo é recuperado.

4.3.2 Estrutura básica da eiconal do espaço de parâmetro de impacto

A estrutura geral dessa abordagem é amplamente baseada no modelo eiconalizado (unitarizado) de Block et al [46, 57, 65, 126], porém com as distinções explicitadas anteriormente. Outras diferenças concernem ainda o número de parâmetros livres e fixos de nosso modelo e parametrizações específicas para as seções de choque elementares qq, qg e gg. Especificamente, no caso dos espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$, o seguinte par de funções eiconais (complexas) no espaço de parâmetro de impacto é proposto:

$$\chi_{\bar{p}p}(s,b) = \chi_e(s,b) + \chi_o(s,b); \tag{4.10}$$

$$\chi_{pp}(s,b) = \chi_e(s,b) - \chi_o(s,b); \tag{4.11}$$

em que as funções analíticas χ_e e χ_o, têm estruturas analíticas que refletem, respectivamente, as contribuições par e ímpar por simetria de cruzamento.

A contribuição ímpar leva em conta apenas a diferença observada entre os canais pp e $\bar{p}p$ em baixas energias, $\sqrt{s} \lesssim 10$ GeV. Desse modo, ela é parametrizada como uma contribuição oriunda da troca de *Reggeons* de baixa energia, na forma fatorizada (com inclusão da escala de massa m_g e com a prescrição assintótica para amplitudes ímpares aplicada [10, 46, 71, 74]):

$$\chi_o(s,b) = k\, C_o\, \frac{m_g}{\sqrt{s}}\, \mathrm{e}^{i\pi/4}\, W(b;\mu_o), \tag{4.12}$$

onde

$$k \equiv \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2(0)}{m_g^2}. \tag{4.13}$$

Além disso, a estrutura de parâmetro de impacto na região de baixa energia é dada pela transformada de Fourier (bidimensional) do fator de forma de dipolo, isto é:

$$W(b;\mu_o) = \frac{\mu_o^2}{96\pi}[\mu_o b]^3 K_3(\mu_o b), \tag{4.14}$$

onde K_3 representa a função de Bessel modificada de segundo tipo e μ_o e C_o são parâmetros livres. Já a parte par, de contribuição dominante em energias assintóticas, é expressa em termos das contribuições provenientes das interações elementares quark-quark, quark-glúon e glúon-glúon, sob a hipótese de fatorização aplicada no nível elementar:

$$\begin{aligned} \chi_e(b,s) &= \chi_{qq}(b,s) + \chi_{qg}(b,s) + \chi_{gg}(b,s) \\ &= i[\sigma_{qq}(s)W(b;\mu_{qq}) + \sigma_{qg}(s)W(b;\mu_{qg}) + \sigma_{gg}(s)W(b;\mu_{gg})], \end{aligned} \tag{4.15}$$

onde, para $ij = qq, qg, gg$, as distribuições de matéria $W(b,\mu_{ij})$ possuem a mesma estrutura da Eq. (4.14), com μ_{ij} parâmetros livres de ajuste e σ_{ij} as seções de choque elementares correspondentes.

4.3.3 Estrutura analítica das seções de choque quark-quark e quark-glúon

Com o auxílio das Eqs. (4.12) e (4.15) percebemos que a estrutura analítica das funções eiconais, χ_e e χ_o, é englobada completamente nas seções de choque elementares, σ_{ij}, através de suas dependências na variável s. Nos sub-processos envolvendo quarks, as parametrizações para as seções de choque seguem, de forma aproximada, das funções de distribuição de quarks e glúons, $q(x)$ e $g(x)$, discutidas em [46] (com a prescrição par $s \to -is$ aplicada [10, 46, 71, 74]):

$$\sigma_{qq}(s) = k\, C_{qq}\, \frac{m_g}{\sqrt{s}}\, \mathrm{e}^{i\pi/4}, \tag{4.16}$$

$$\sigma_{qg}(s) = k\left\{C_{qg} + C'_{qg}\left[\ln\left(\frac{s}{m_g^2}\right) - i\frac{\pi}{2}\right]\right\}, \tag{4.17}$$

onde C_{qq}, C_{qg}, C'_{qg} são parâmetros livres. Uma discussão detalhada sobre a conveniência da estrutura geral adotada nas parametrizações pode ser encontrada nas Refs. [62–64].

4.3.4 Estrutura analítica da seção de choque glúon-glúon

Por fim, a seção de choque do processo $gg \to gg$ é escrita na forma:

$$\sigma_{gg}(s) = C_{gg} \int_{4m_g^2/s}^{1} d\tau \, F_{gg}(\tau) \, \hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}), \tag{4.18}$$

onde $\tau = \hat{s}/s$, $F_{gg}(\tau)$ representa o produto de convolução das funções de distribuição de glúons[1],

$$F_{gg}(\tau) = [g \otimes g](\tau) = \int_{\tau}^{1} \frac{dx}{x} \, g(x) \, g\left(\frac{\tau}{x}\right), \tag{4.20}$$

e $\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s})$ representa a seção de choque do sub-processo $gg \to gg$, dada pelo resultado não-perturbativo da Eq. (4.9). A função de distribuição de glúons utilizada no modelo DGM segue da contribuição dominante de glúons de pequeno x e comportamento característico da função $g(x)$ nessa região, $xg(x) \sim x^{-\epsilon}$. Seguindo a proposta fenomenológica de trabalhos anteriores, utilizamos a seguinte parametrização [46, 57, 62–65, 126]:

$$g(x) = N_g (1-x)^5 x^{-1-\epsilon}, \tag{4.21}$$

a qual simula o comportamento da função de distribuição $g(x)$ na região de pequeno x. Como veremos na Seção 4.4.2, valores de ϵ no intervalo $0.08 \leqslant \epsilon \leqslant 0.09$ reproduzem adequadamente todos os dados de seções de choque analisados, podendo ser associados com o *intercept* do Pomeron *soft* [65], com $\epsilon \approx 0.1$. Note-se que, de acordo o *ansatz* (4.21), a função $g(x)$ satisfaz a seguinte normalização:

$$\int_0^1 dx \, xg(x) = A, \tag{4.22}$$

com A uma constante [127]. Se $A = 1/2$, então $N_g = (6-\epsilon)(5-\epsilon)...(1-\epsilon)/240$. Além disso, a presença do termo $(1-x)^5$ é sugerida por regras de contagem dimensional [127–129].

[1]Note-se que na aproximação feita aqui, $F_{gg}(\tau)$ equivale à *luminosidade partônica* do processo hadrônico AB, associada ao sub-processo gg,

$$\frac{d\mathcal{L}_{gg}^{AB}}{d\tau} = \int_{\tau}^{1} \frac{dx_g}{x_g} f_{g/A}(x_g) f_{g/B}\left(\frac{\tau}{x_g}\right), \tag{4.19}$$

no modelo a pártons tradicional [13].

Ao contrário das contribuições qq e qg (4.16) e (4.17) - e da contribuição ímpar (4.12) - que possuem formas analíticas fechadas, com a partes real e imaginária especificadas através da prescrição par $s \to -is$, a contribuição da parte real associada à seção de choque do sub-processo gg é estimada numericamente através da relação de dispersão derivativa (em primeira ordem) [74]:

$$\Re\text{e}\,\sigma_{gg}(s) \approx \frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\,\Im\text{m}\,\sigma_{gg}(s). \tag{4.23}$$

Na Eq. (4.23) a parte imaginária, $\Im\text{m}\,\sigma_{gg}(s)$, corresponde à seção de choque (4.18). Com isso, a eiconal $\chi_e(s,b)$ compreende a estrutura analítica típica de uma amplitude par por simetria de cruzamento.

Por fim, utilizando as eiconais $\chi_{\bar{p}p}$ e χ_{pp}, estabelecemos a conexão com as grandezas físicas do espalhamento (seções de choque) através da amplitude (2.81) e das Eqs. (2.30), (2.33) e (2.82-2.84). Em sua estrutura completa, o modelo ora especificado possui nove parâmetros livres - cinco constantes de normalização (C_o, C_{qq}, C_{qg}, C'_{qg}, C_{gg}) e quatro escalas características das distribuições de matéria (μ_o, μ_{qq}, μ_{qg}, μ_{gg}) - e dois parâmetros fixos (ditados pela fenomenologia) fundamentais: (i) a *massa efetiva* de glúons, m_g e (ii) o *intercept* do Pomeron *soft*, ϵ. Uma vez com os parâmetros m_g e ϵ escolhidos, os demais são determinados através de ajustes aos dados experimentais de seções de choque e parâmetro ρ, como discutido a seguir.

4.4 Análise de Parâmetros do Modelo e Resultados de Ajustes

Um dos aspectos importantes investigados na abordagem DGM diz respeito à influência de parâmetros fundamentais nas grandezas físicas calculadas (em ajustes e previsões): m_g e ϵ. Como demonstrado a seguir, a análise de intervalos numéricos relevantes para m_g e ϵ afetam as previsões em altíssimas energias. Esta análise impõe limites de confiabilidade para modelos nos quais parâmetros equivalentes são fixados de maneira *ad hoc* [46, 57, 65, 126]. Do exposto, nosso principal objetivo nessa seção é demonstrar de forma prática a relevância desse aspecto, através da composição de bandas de incerteza em m_g e ϵ para as principais grandezas físicas aqui estudadas, sejam elas: (i) a seção de choque total, $\sigma_{tot}(s)$; (ii) o parâmetro $\rho(s)$ e (iii) a seção de choque diferencial, $d\sigma_{el}/dt$. Com esse propósito, discutimos na seção seguinte os conjuntos de dados (diferentes daqueles utilizados nos trabalhos anteriores [70, 71]) e os procedimentos de ajuste utilizados em análises estatísticas desses observáveis. Na Seção 4.4.2 selecionamos os intervalos relevantes de m_g e ϵ utilizados na composição das bandas de incerteza e na Seção 4.4.3 apresentamos uma discussão crítica sobre os resultados obtidos e algumas conclusões parciais dos estudos realizados.

4.4.1 Conjuntos de dados e procedimentos de ajuste

Como dito anteriormente, em estudos prévios com o modelo DGM [71], os conjuntos de dados experimentais utilizados em procedimentos de ajuste consistia apenas de grandezas físicas frontais, σ_{tot}, ρ e B_{el}, nas energias de c.m. até 1.8 TeV. Na presente análise optamos por substituir os dados de inclinação, B_{el}, por dados de seção de choque diferencial elástica, $d\sigma_{el}/dt$ - quantidade esta de caráter mais fundamental. Recordemos que, através da Eq. (2.35), a inclinação B_{el} é definida em termos da seção de choque diferencial. Justificativas adicionais para tal escolha foram apresentadas na Ref. [74].

Por construção, esperamos que o formalismo da Seção 4.3 seja aplicável na região característica de interações suaves, com valores de momento transferido típicos $|t| \lesssim 1$ GeV^2 (ou até ligeiramente maiores). A estrutura das eiconais par e ímpar, χ_e e χ_o, com quatro fatores de forma de dipolo tende a corroborar tal expectativa. Por esse motivo, incorporamos no conjunto de dados ajustados - além das informações disponíveis de σ_{tot} e ρ - os dados de seção de choque diferencial do espalhamento $\bar{p}p$ nas energias 546 GeV [130–132] e 1.8 TeV [133, 134], disponíveis em valores de momento transferido máximo $|t| \sim 1.5$ GeV^2 e $|t| \sim 0.6$ GeV^2, respectivamente. Portanto, o conjunto de dados completo utilizado em nossas análises inclui os sub-conjuntos:

1. dados de σ_{tot} e ρ no intervalo de energias 10 GeV $\leqslant \sqrt{s} \leqslant$ 1.8 TeV, compilados pelo Particle Data Group (PDG) [14];

2. dados de $d\sigma_{el}/dt$ nas energias 546 GeV e 1.8 TeV, compilados das referências [130–134];

ambos com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura. Por fim, o procedimento de ajuste consiste na escolha de dois valores de entrada para os parâmetros m_g e ϵ e do subsequente ajuste dos dados experimentais mencionados acima, utilizando as Eqs. (2.30), (2.33) e (2.82). Em nosso programa de ajuste, utilizamos os objetos da classe TMinuit do software ROOT [2], em especial o método de minimização MIGRAD, com nível de confiança pré-definido de 90%.

4.4.2 Composição de bandas de incerteza

Em [73] demonstramos como diferentes escolhas de m_g e ϵ influenciam as previsões de seções de choque no modelo DGM. Em particular, analisamos o comportamento assintótico da seção de choque total, σ_{tot}, e da contribuição dominante σ_{gg} dada pela Eq. (4.18), obtendo que:

$$\lim_{s\to\infty} \int_{4m_g^2/s}^{1} d\tau F_{gg}(\tau)\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}) \sim \left(\frac{s}{4m_g^2}\right)^{\epsilon} \ln\left(\frac{s}{4m_g^2}\right). \tag{4.24}$$

[2] Software livre e disponível para download no endereço: `http://root.cern.ch/drupal/`. Detalhes de implementação da classe TMINUIT e de seus métodos podem ser encontrados no site: `http://root.cern.ch/root/html/TMinuit.html`.

Esse resultado assintótico indica que o comportamento com a energia de σ_{tot} é influenciado pelos parâmetros fundamentais, m_g e ϵ. Como veremos a seguir, mesmo considerando intervalos pequenos de m_g e ϵ é possível obter descrições apropriadas de todos os dados experimentais ajustados, porém com previsões na região de energia acima de 1.8 TeV com alterações significativas para cada intervalo considerado.

A seguir apresentamos brevemente o método utilizado em [74] para a inferência de regiões (bandas) de incerteza nas previsões do modelo DGM com foco nos efeitos ocasionados pelos parâmetros não-perturbativos, m_g e ϵ. O método aqui apresentado assemelha-se ao proposto por Achilli et al [135], no contexto do *Modelo de Ressoma de Glúons Soft* [136,137]. Consideramos abaixo os seguintes intervalos relevantes de m_g e ϵ:

- para o *intercept* do Pomeron, ϵ, consideramos os resultados da análise detalhada de limites extremos de crescimento da seção de choque total [138,139], dos quais seguem os valores extremos, $\epsilon_{lower} = 0.080$ (inferior) e $\epsilon_{upper} = 0.090$ (superior), e que utilizamos para construir o intervalo de valores (reais) permitidos, $\epsilon : [0.080, 0.090]$;

- para a escala de massa, m_g, utilizamos os resultados sugeridos por diversos estudos fenomenológicos [95–102]: $m_g(\text{MeV}) : [300, 600]$.

Selecionados os intervalos relevantes de cada parâmetro, o próximo passo é investigar seus efeitos nos resultados de ajustes de grandezas físicas, a fim de obter as incertezas associadas a m_g e ϵ. O método adotado segue os seguintes passos:

1. selecionamos diferentes pares (ϵ, m_g) escolhendo valores típicos dentro dos intervalos estabelecidos anteriormente, a saber:

$$\epsilon = 0.080, 0.085, 0.090;$$
$$m_g = 300 \text{ MeV}, 400 \text{ MeV}, 500 \text{ MeV}, 600 \text{ MeV}.$$

2. para cada par (ϵ, m_g), constituído pelos valores acima (portanto em 12 variantes), realizamos os ajustes do conjunto de dados experimentais apresentados na Seção 4.4.1, utilizando o método de χ^2 por grau de liberdade ($\chi^2/G.L.$) como avaliador de qualidade de ajuste e seguindo os procedimentos também especificados na Seção 4.4.1.

3. os valores de $\chi^2/G.L.$ em cada um dos ajustes com os 12 pares (ϵ, m_g) testados são mostrados na Tabela 4.1 e graficados na Figura 4.5, em termos dos valores de m_g e para cada um dos valores de ϵ. Em todos os casos testados o número de graus de liberdade, $G.L. = 318$, logo os melhores resultados são aqueles com $\chi^2/G.L.$ mais próximos de 1. Com efeito, da Figura 4.5 extraímos as seguintes informações cruciais:

i) para $m_g = 600$ MeV, os casos com $\epsilon = 0.085$ e 0.090 são excluídos estatisticamente;

ii) para $\epsilon = 0.080$, exceto no caso com $m_g = 300$ MeV, todos os valores de m_g no intervalo explorado, m_g(MeV) : $[300, 600]$, correspondem a resultados estatísticos excelentes;

iii) para $m_g = 400$ MeV todos os valores de ϵ no intervalo explorado, $\epsilon : [0.080, 0.090]$, correspondem a resultados estatísticos excelentes;

iv) quando considerados <u>simultaneamente</u>, os intervalos $\epsilon : [0.080, 0.090]$ e m_g(MeV) : $[400, 500]$ correspondem a resultados estatísticos aceitáveis ($\chi^2/G.L. \sim 0.94 - 1.06$).

Baseado nessas informações estatísticas e nas descrições globais dos dados ajustados, determinamos valores ótimos de cada um dos parâmetros, m_g e ϵ, dentro dos respectivos intervalos relevantes.

4. fixando um dos parâmetros do par (ϵ, m_g) em seu valor ótimo, utilizamos os valores extremos correspondentes ao outro parâmetro como limites superior e inferior para a composição de regiões de incerteza nas grandezas físicas devido às variações de m_g e ϵ.

5. a região limitada pelas curvas com valores extremos de m_g e ϵ foram consideradas como estimativas da região de incerteza nas grandezas físicas calculadas (ajustes e previsões).

Nesse ponto, frisamos que, de acordo com o método aqui utilizado, não consideramos as influências simultâneas de ambos os intervalos, mas tão somente o efeito de variação de um parâmetro quando o outro é mantido fixo. Nesse contexto, propomos a seguinte solução ótima para composição de bandas de incertezas (detalhes sobre a conveniência das escolhas abaixo são apresentados em [74]), composta por duas variantes:

- Variante I: com $\epsilon = 0.080$ fixo, selecionamos o intervalo relevante m_g(MeV) : $[300, 600]$;

- Variante II: com $m_g = 400$ MeV fixo, selecionamos o intervalo relevante $\epsilon : [0.080, 0.090]$.

Tabela 4.1: Valores de chi quadrado reduzido ($\chi^2/G.L.$), para $G.L.$ =318, obtidos em ajustes com cada par (ϵ, m_g) testado.

	m_g (MeV)			
ϵ	300	400	500	600
0.080	1.160	0.9487	0.9690	0.9984
0.085	0.9899	0.9536	0.9536	1.432
0.090	1.001	0.9597	1.070	4.339

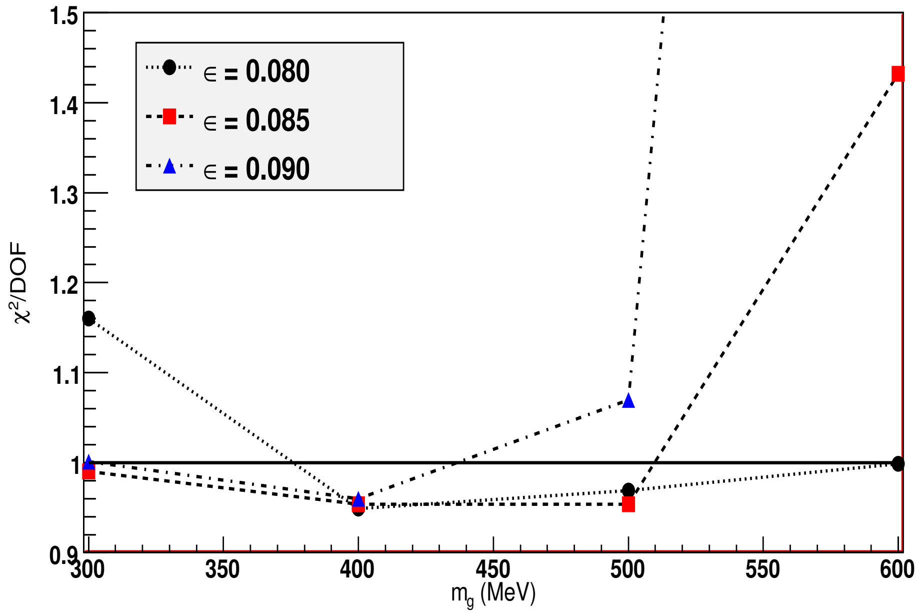


Figura 4.5: Valores de chi quadrado reduzido (χ^2/DOF) em função da escala de massa, m_g, para diferentes valores de *intercept* do Pomeron *soft*, ϵ. Os segmentos de reta (pontilhada, tracejada e pontilhada-tracejada) servem apenas para guiar os olhos.

Como demonstramos a seguir, essas soluções permitem estimar regiões de incerteza para as grandezas físicas calculadas (ajustes e previsões) de modo consistente. Consideramos nessa seção apenas os resultados obtidos com a Variante I, isto é com $\epsilon = 0.080$ e $m_g(\text{MeV}) : [300, 600]$ - selecionado como nosso melhor resultado em [74] - e apresentamos no Apêndice A os resultados da Variante II, com $m_g = 400$ MeV e $\epsilon : [0.080, 0.090]$. Na prática, a região de incerteza associada à Variante I se superpõe à da Variante II, o que justifica a escolha da primeira variante como representativa.

Os valores dos parâmetros livres obtidos nos ajustes da Variante I são apresentados na Tabela 4.2 e as curvas geradas para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ são mostradas na Figura 4.6. Na Figura 4.7 apresentamos os resultados de ajustes de seção de choque diferencial do espalhamento $\bar{p}p$ nas energias 546 GeV e 1.8 TeV. Na Figura 4.6 incluímos os dados de seção de choque em 7 TeV e 8 TeV, recentemente obtidos pela Colaboração TOTEM [8, 9, 43, 44], e que **não** foram incluídos nos procedimentos de ajuste. Além disso, os dados de seção de choque diferencial nas energias 1.96 TeV e 7 TeV, obtidos, respectivamente, pelas colaborações D0 [140] e TOTEM [8, 47], também não foram incluídos em ajustes. Desse modo, os resultados apresentados acima, na região $\sqrt{s} > 1.8$ TeV constituem previsões do modelo DGM. Por fim, apresentamos na Figura 4.8 as previsões para as seções de choque diferencial elástica nas energias 7 TeV e 14 TeV do LHC.

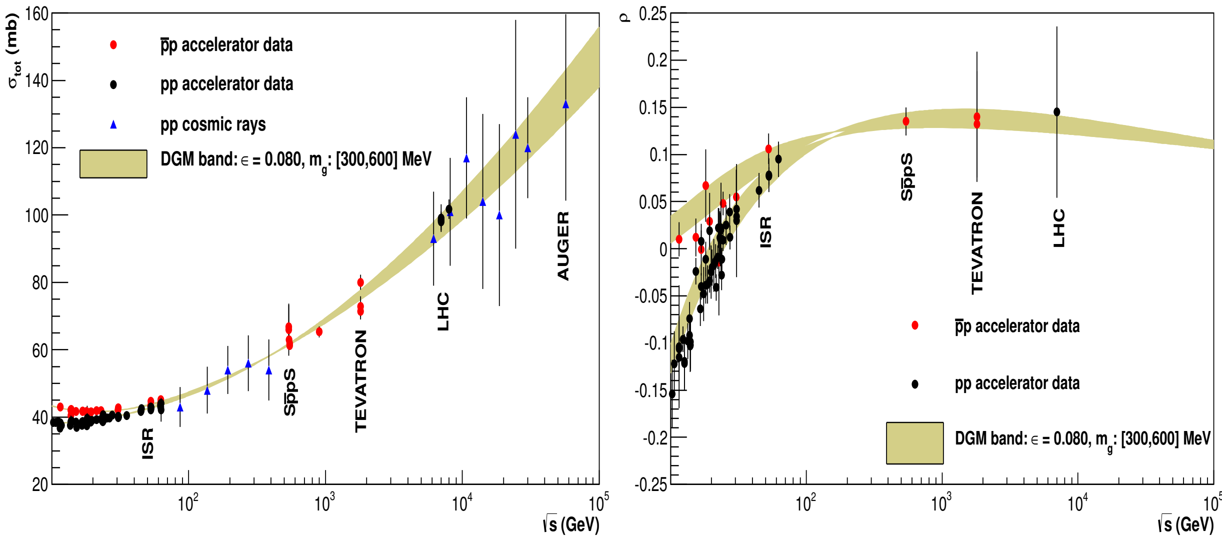


Figura 4.6: Seção de choque total e parâmetro ρ no modelo DGM, com $\epsilon = 0.080$ fixo e região de incerteza delimitada por $m_g = 600$ MeV (limite superior) e $m_g = 300$ MeV (limite inferior)

4.4.3 Discussão dos resultados

A proposta dessa seção é a de apresentar estimativas de incertezas nas seções de choque de espalhamento associadas com intervalos relevantes dos parâmetros não-perturbativos: ϵ e m_g. Como mencionado anteriormente, o método aplicado para esse fim não contabiliza a influência simultânea dos dois intervalos, mas tão somente a de intervalos de um parâmetro quando o outro é mantido fixo. Embora o procedimento adotado possa subestimar a incerteza real associada a ϵ e m_g, ele proporciona informações importantes sobre a confiabilidade dos resultados de modelos nos quais esses parâmetros são fixados (como por exemplo em [46, 57, 65, 126]).

A partir dos resultados da Tabela 4.2 e das Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 apresentamos as seguintes considerações gerais:

i. Além dos bons resultados estatísticos de $\chi^2/G.L.$, as Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 demonstram a excelente reprodução global de todos os dados experimentais ajustados. Sobretudo, na região de energia 10 GeV $\leqslant \sqrt{s} \leqslant$ 7 TeV as regiões de incerteza inferidas não são significativas, o que atesta a qualidade dos ajustes para todos os valores de ϵ and m_g selecionados. Em particular, a reprodução dos dados de seção de choque diferencial em valores de momento transferido $|t| \lesssim 1.5$ GeV^2 representam caso único dentre as abordagens representativas inspiradas em QCD (como atesta a Figura 4.1).

ii. Dos resultados anteriores e dos apresentados no Apêndice A, as regiões de incerteza associadas à Variante II , com m_g fixo, são significativamente menores do que as da Variante I, com ϵ fixo, estando a primeira contida na segunda. Esse resultado é consequência da diferença de magnitude

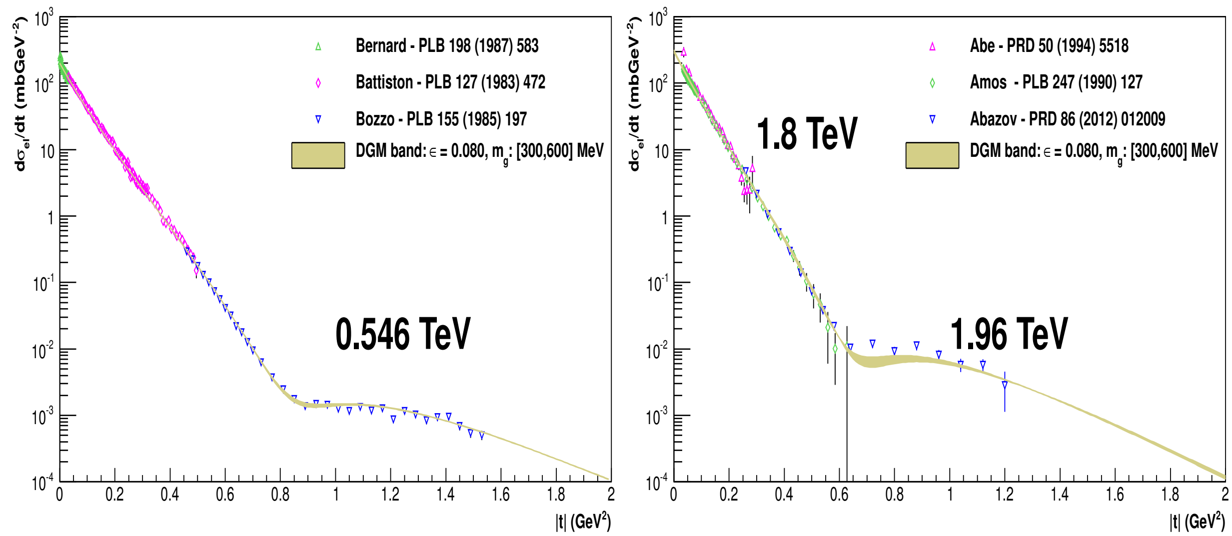


Figura 4.7: Seções em choque diferenciais $\bar{p}p$ nas energias 546 GeV (à esquerda) e 1.8 TeV (à direita) no modelo DGM, com $\epsilon = 0.080$ fixo e região de incerteza delimitada por $m_g = 600$ MeV (limite superior) e $m_g = 300$ MeV (limite inferior)

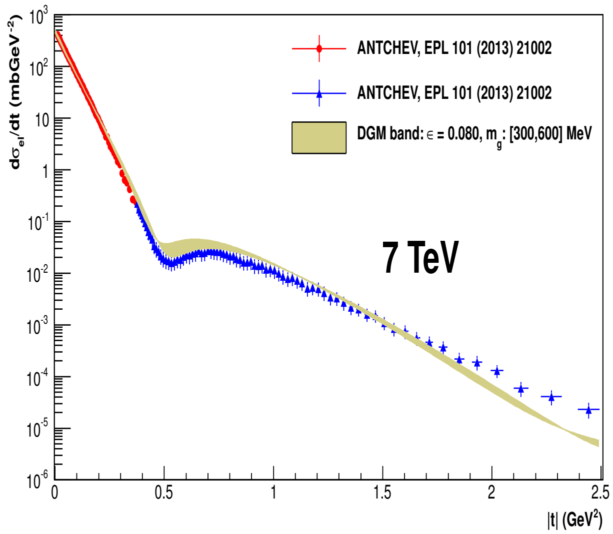
(distância relativa entre os extremos) dos intervalos escolhidos em cada caso, ~ 6 % para ϵ e ~ 30 % para m_g.

iii. Sobre o comportamento dos parâmetros livres, a forte correlação existente na Variante I (essencialmente maior do que na Variante II) pode também ser atribuída à diferença de magnitude entre intervalos escolhidos. Note-se que em ambos os casos a variação da magnitude das constantes de normalização (C_{ij}, $ij = qq, qg, gg$ e C_o) é maior do que a observada nos coeficientes dos fatores de forma (μ_{ij}, $ij = qq, qg, gg$ e μ_o).

iv. Considerando as regiões de incerteza das Variantes I e II, todos os dados experimentais de seção de choque total da Colaboração TOTEM nas energias 7 TeV e 8 TeV são bem descritos. Ademais, no caso da Variante I, descrições razoáveis dos dados de seção de choque diferencial em 7 TeV são obtidas até valores de momento transferido $|t| \sim 1.5$ GeV^2.

v. Por fim, a presença de oscilações e a mudança de curvatura na seção de choque diferencial nas energias 7 TeV e 14 TeV, na região $|t| = 2.0 - 2.5$ GeV^2, reflete a estrutura eiconal do modelo, estando associada aos diferentes fatores de forma de dipolo - $W(b; \mu_{ij})$, $ij = qq, qg, gg$ - e às contribuições de seções de choque elementares. Essa característica é peculiar das abordagens inspiradas em QCD.

Em seguida discutimos alguns aspectos *quantitativos* dos resultados apresentados até aqui, utilizando a Variante I como exemplo principal. Na Tabela 4.3 elencamos nossas previsões para as gran-



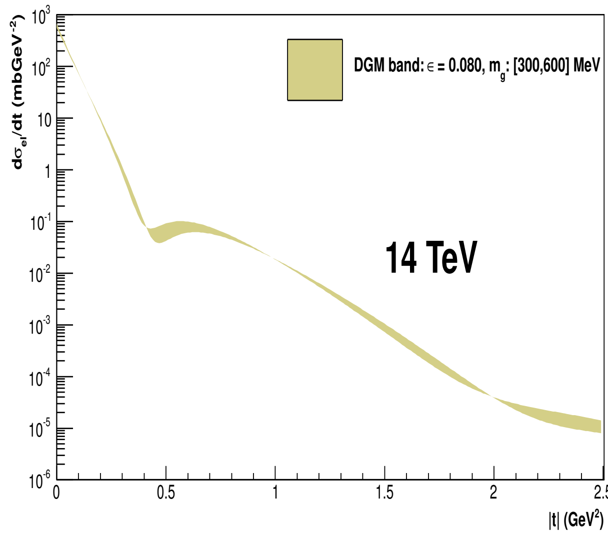


Figura 4.8: Previsões do modelo DGM para a seção de choque diferencial elástica em 7 TeV (à esquerda) e 14 TeV (à direita), com $\epsilon = 0.080$ fixo e região de incerteza delimitada por $m_g = 600$ MeV (limite superior) e $m_g = 300$ MeV (limite inferior).

dezas frontais, σ_{tot}, ρ, σ_{in} e σ_{el}/σ_{tot} nas energias 7 TeV e 14 TeV do LHC. No Apêndice A discutimos resultados análogos obtidos com a Variante II.

Consideramos inicialmente o caso do espalhamento elástico *pp* em 7 TeV, com foco nos resultados publicados pela Colaboração TOTEM [43, 47]. Nossas previsões para diversas grandezas físicas, apresentadas em formas de bandas, são mostradas na Tabela 4.4, junto com as medidas correspondentes da TOTEM. Com relação à banda de previsões do modelo DGM na Variante I ($\epsilon = 0.080$) apresentada nessa Tabela observamos as seguintes características principais:

a) compatibilidade com todas as medidas de seções de choque (total, elástica e inelástica), ponto óptico e posição do *dip*;

b) compatibilidade aproximada com a medida de inclinação frontal da seção de choque diferencial (parâmetro B_{el});

c) incompatibilidade com a medida de inclinação local da seção de choque diferencial na região do *dip* e com o comportamento na região de grande momento transferido obtido pela Colaboração TOTEM, $\approx |t|^{-8}$ - vide Tabela 4.4.

Apesar das inconsistências observadas acima, a eficiência obtida nas descrições dos dados experimentais em nossa abordagem é, sem dúvida, compatível com a diversas abordagens inspiradas em QCD (mas principalmente com [46, 57, 65, 126]). Sobre esse ponto, notamos que a previsão para a região de grande momento transferido $d\sigma_{el}/dt \sim |t|^{-10.5}$ é incompatível com o resultado obtido pela

Tabela 4.2: Parâmetros livres do ajuste do modelo DGM na Variante I, $\epsilon = 0.080$ mantido fixo, para os quatro valores de m_g considerados. C_o, C_{qq}, C_{qg}, C'_{qg} and C_{gg} são adimensionais e μ_o, μ_{qq}, μ_{qg}, μ_{gg} em GeV.

m_g (MeV) :	300	400	500	600
C_o	1.170±0.026	3.03±0.40	5.61±0.24	10.12±0.41
C_{qq}	3.8498±0.0036	10.7±1.4	30.65±0.72	21.2±1.9
$C_{qg}(\div 10^{-1})$	1.8993±0.0082	8.74±0.59	13.414 ±0.034	42.70±0.62
$C'_{qg}(\div 10^{-2})$	1.8174±0.0068	4.51±0.62	18.842±0.060	18.55±0.74
$C_{gg}(\div 10^{-3})$	0.979±0.019	3.79±0.17	6.832±0.057	18.20±0.26
μ_o	0.1862±0.0041	0.41±0.17	0.196±0.021	0.622±0.053
μ_{gg}	0.6463 ±0.0055	0.651±0.066	0.6314±0.0031	0.6427±0.0020
μ_{qq}	0.156218±0.0023	1.32±0.16	1.574±0.047	1.03± 0.15
μ_{qg}	0.8368±0.0027	0.838±0.044	0.8214±0.0020	0.8377±0.0018
$\chi^2/G.L.$	1.2	0.95	0.97	1.0

Colaboração TOTEM, $d\sigma_{el}/dt \sim |t|^{-(7.8\pm0.3)}$, mas concorda com a previsão de Block e Halzen [57], $d\sigma_{el}/dt \sim |t|^{-10.4}$. Tal concordância pode ser associada à estrutura de parâmetro de impacto adotada em ambos os modelos, em especial à escolha de cinco fatores de forma do tipo dipolo para as distribuições, $W(b;\mu_{ij})$, $ij = qq, qg, gg$ e $W(b;\mu_o)$.

Do exposto, entendemos que abordagem aqui discutida, apresenta solução ótima com um parâmetro fixo, $\epsilon = 0.080$, e um intervalo relevante para a *massa efetiva*, m_g (MeV): [300, 600]. Nesse caso, as previsões feitas nessa seção são razoavelmente consistentes com os dados experimentais medidos pela Colaboração TOTEM em 7 TeV, ao menos no mesmo nível dos modelos fenomenológicos representativos [57–61].

4.5 Conclusões Parciais

Neste capítulo discutimos os principais aspectos de uma abordagem eiconalizada com massa dinâmica de glúons para os espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$ em altas energias. O principal ingrediente dessa abordagem, introduzido em [70–72], diz respeito à consideração de uma escala de massa efetiva, associada à geração dinâmica de massa no regime infravermelho da QCD. Nessa abordagem, a identificação dessa escala de massa como regulador natural de divergências infravermelhas e como parâmetro fundamental da seção de choque glúon-glúon constitui o elo de ligação entre parte essencial da dinâmica do setor não-perturbativo da QCD e os observáveis físicos do espalhamento elástico de hádrons em altas energias. Nesse contexto, apresentamos uma reinterpretação física do papel de dois parâmetros físicos fundamentais na estrutura típica de modelos inspirados em QCD (ou de mini-jato): a escala de massa

Tabela 4.3: Previsões do modelo DGM para as grandezas frontais, σ_{tot}, ρ, σ_{in} e σ_{el}/σ_{tot}, obtidas de através dos resultados da Variante I, $\epsilon = 0.080$ mantido fixo, para os quatro valores de m_g considerados. Os valores extremos das previões definem a região de incerteza associada a cada grandeza física. Todas as seções de choque são expressas em mb.

Quantidades		$\epsilon = 0.080$			
Físicas	m_g:	300 MeV	400 MeV	500 MeV	600 MeV
σ_{in} (7 TeV)		70.0	72.3	70.6	74.6
σ_{in} (14 TeV)		76.7	79.8	77.5	82.9
σ_{in} (57 TeV)		91.4	96.1	92.8	100.9
σ_{tot} (7 TeV)		93.2	96.9	94.0	100.2
σ_{tot} (14 TeV)		103.9	108.8	104.9	113.4
σ_{tot} (57 TeV)		127.8	135.6	129.5	143.1
σ_{el}/σ_{tot}(7 TeV)		0.2489	0.2539	0.2489	0.2554
σ_{el}/σ_{tot}(14 TeV)		0.2618	0.2665	0.2612	0.2690
σ_{el}/σ_{tot}(57 TeV)		0.2848	0.2834	0.2834	0.2949
ρ(7 TeV)		0.1225	0.1321	0.1245	0.1409
ρ(14 TeV)		0.1189	0.1272	0.1208	0.1349

e a constante de acoplamento finita na região infravermelha.

No âmbito do modelo DGM, as principais inovações apresentadas aqui dizem respeito a: (i) consideração da dependência com energia dos sub-processos elementares, $\hat{s}$, nas Eqs. (4.5-4.6), para a massa dinâmica de glúons e para a constante de acoplamento; (ii) a investigação detalhada sobre a influência de intervalos relevantes da massa efetiva, m_g, e do *intercept* do Pomeron *soft*, ϵ, em previsões para o espalhamento elástico nas energias do LHC e acima. De modo complementar, o método desenvolvido para estimativa de regiões de incerteza nos dois parâmetros pode ser também considerado inovador. Os ajustes a novas seleções de dados experimentais dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ até a energia máxima de 1.8 TeV conduziram a excelentes descrições de todos os conjuntos de dados testados, incluindo os de seção de choque diferencial elástica até $|t| \sim 1.5$ GeV^2. Para escalas de momento transferido inferiores a essa, nossas previsões com regiões de incerteza inferidas reproduzem de forma razoável todos os dados experimentais recentes obtidos pela Colaboração TOTEM [8, 9, 43] em 7 TeV. Com respeito a esses dados, a comparação entre as previsões de outros modelos representativos para o espalhamento elástico [57–61] (apresentadas e citadas na Ref. [47]) com as nossas, através das Figuras 4.1 e 4.8, mostra que os resultados obtidos em nossos estudos possui compatibilidade equivalente aos demais. Em nosso caso, contudo, uma vantagem em relação aos demais é a implementação de conexões explícitas com os aspectos da dinâmica do setor não-perturbativo da QCD.

A avaliação do efeito das incertezas em parâmetros fundamentais, como ϵ e m_g, nos observáveis hadrônicos, proporciona informação importante para construção de modelos consistentes, bem como para obtenção de previsões mais confiáveis. Embora não tenhamos discutido a questão da infuência

Tabela 4.4: Previsões do modelo DGM (em bandas) na Variante I comparadas com medidas da TOTEM na energia de c.m. 7 TeV, com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

Quantidade Física	Resultados TOTEM	$\epsilon = 0.080$ m_g (MeV): [300, 600]
B($0.36 \leq t \leq 0.47$ GeV^2) (GeV^{-2}) [47]	23.60 ± 0.64	[19.8, 22.4]
$\lvert t_{dip}\rvert$ (GeV^2) [47]	0.53 ± 0.01	[0.51, 0.54]
n in $\lvert t\rvert^{-n}$ ($1.5 \leq t \leq 2.0$ GeV^2) [47]	7.80 ± 0.32	[10.1, 10.6]
$\frac{d\sigma}{d\lvert t\rvert}(\lvert t\rvert = 0.7)$ (mbGeV^{-2}) [47]	$2.70^{+0.71}_{-0.58}\times10^{-2}$	$[3.0, 4.3]\times10^{-2}$
σ_{el} (mb) [43]	24.8 ± 1.2	[23.2, 25.6]
σ_{in} (mb) [43]	$73.5^{+1.9}_{-1.4}$	[70.0, 74.6]
σ_{tot} (mb) [43]	98.3 ± 2.8	[93.2, 100.2]
B($0.02 \leq t \leq 0.33$ GeV^2) (GeV^{-2}) [43]	20.10 ± 0.36	[18.6, 19.8]
$\frac{d\sigma}{d\lvert t\rvert}\rvert_{t=0}$ (mbGeV^{-2}) [43]	504 ± 27	[451, 523]

simultânea dos intervalos de ϵ e m_g em nossas previsões, entendemos que as estimativas apresentadas constituem limites úteis para desenvolvimentos futuros em qualquer abordagem fenomenológica do espalhamento elástico. Com base nos resultados e na discussão apresentada na Seção 4.4.2, propomos como melhor solução o caso com $\epsilon = 0.080$ fixo e com intervalo da massa efetiva m_g (MeV): [300, 600]. Desse modo, além dos parâmetros livres do modelos - 5 constantes de normalização (C_o, C_{qq}, C_{qg}, C'_{qg}, C_{gg}) e 4 escalas características das distribuições de matéria (μ_o, μ_{qq}, μ_{qg}, μ_{gg}) - temos apenas um parâmetro fixo no modelo DGM, com justificativa física bem fundamentada.

Por fim, salientamos que, em nosso caso, pelo menos dois aspectos fundamentais ainda requerem investigação detalhada, sejam eles:

1. O caráter fenomenológico da função de distribuição de glúons, $g(x)$, dada na Eq. (4.21), na qual se introduz o *intercept* do Pomeron soft como parâmetro fundamental. Apesar de sua eficiência no estágio atual da abordagem DGM, é importante considerar o efeito de diferentes distribuições partônicas (mais realísticas), de modo semelhante ao discutido por Achilli *et al.* [135].

2. O segundo aspecto diz respeito à escolha dos fatores de forma utilizados no modelo, como parametrizações de dipolo simples. Como comentado anteriormente, nossa previsão para a região de grande momento transferido, $\sim |t|^{-n}$, com $n \approx 10$ (assim como no modelo de Block e Halzen [57]), reflete a importância da escolha de fatores de forma, $W(b; \mu_{ij})$, e evidencia a necessidade de novas implementações no âmbito de nosso modelo. De fato, indicações de desvios da parametrização de dipolo para o fator de forma do próton foram obtidas nos estudos empíricos recentes da seção de choque diferencial elástica pp [141–143]. Desse modo, o ponto central para obtenção de melhores descrições da região de grande momento transferido é a implementação dessas ideias no âmbito do modelo DGM.

Capítulo 5

Seções de Choque e Limites Assintóticos

Neste capítulo apresentamos dois estudos complementares sobre o problema do crescimento das seções de choque total, elástica e inelástica dos espalhamento hádron-hádron em altas e altíssimas energias. Em primeiro lugar, no contexto das interações hadrônicas em ultra-altas energias ($\sqrt{s} \gtrsim 10$ TeV), tratamos o processo de extração da seção de choque próton-próton em análises de dados de chuveiros atmosféricos através de medidas da seção de choque próton-ar, σ_{prod}^{p-ar}. Discutimos as principais fontes de incerteza envolvidas na estimativa dessa seção de choque, decorrente da aplicação do formalismo de difração múltipla de Glauber [53, 54]. Como ponto principal desse estudo, apresentamos uma análise independente de modelo sobre a evolução com a energia da razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$, entre a seção de choque total, σ_{tot}^{pp}, e a inclinação da seção de choque diferencial elástica, B_{el}^{pp}, visando reduzir as incertezas associadas à aplicação do formalismo de Glauber na extração de σ_{prod}^{p-ar} em experimentos de raios cósmicos.

Posteriormente, analisamos a influência dos dados recentes obtidos no LHC pela Colaboração TOTEM em 7 TeV [43] na dependência com a energia da seção de choque total, $\sigma_{tot}(s)$. Por meio de parametrizações analíticas para a amplitude de espalhamento na direção frontal, investigamos o comportamento da contribuição dominante para a seção de choque total em altas energias, utilizando a parametrização logarítmica com exponente livre introduzida por Amaldi *et al.* na década de 1970 [144] e utilizada pela Colaboração UA4/2 [145] em meados de 1990. Por representarem as reações com os maiores conjuntos de dados experimentais atualmente disponíveis, e nas energias mais altas, focalisamos nossas análises nos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, com energia no c.m. acima de 5 GeV. Por meio de um *ansatz empírico*, e utilizando argumentos de unitaridade, tratamos o problema do crescimento da seção de choque elástica (integrada), $\sigma_{el}(s)$, estendendo a análise para outras grandezas físicas (frontais) relevantes para o espalhamento elástico hadrônico, tais como: (i) a seção de choque inelástica, $\sigma_{inel}(s)$;

(ii) as razões $\sigma_{el}(s)/\sigma_{tot}(s)$ e $\sigma_{tot}(s)/B_{el}(s)$; (iii) a inclinação $B_{el}(s)$.

Os resultados obtidos, oriundos da pesquisa dos dois tópicos acima, são apresentados nas Seções 5.1 e 5.2. Nossas conclusões parciais sobre os estudos realizados e perspectivas futuras seguem na Seção 5.3.

5.1 Seções de Choque em Ultra-Altas Energias e Estudos Empíricos da Razão Elástica-Total

Além de sua importância intrínseca no estudo de fenômenos astrofísicos, experimentos de raios cósmicos constituem ferramenta importante para a investigação das interações hadrônicas no domínio de ultra-altas energias - muito além daquele explorado em experimentos com aceleradores. Tradicionalmente, o estudo de propriedades das partículas (como composição) e de suas interações em experimentos de raios cósmicos é baseado na análise (indireta) de Chuveiros Atmosféricos Extensos (EAS) [45, 146]. Nesses eventos, a análise de propriedades da partícula primária - como o comprimento médio de atenuação - permite determinar a seção de choque de produção próton-ar, σ_{p-ar}. Num segundo passo, aplicando o formalismo de interações múltiplas de Glauber [53, 54], torna-se possível estimar as seções de choque total e inelástica próton-próton, σ_{tot}^{pp} e σ_{inel}^{pp}, de caráter mais elementar. Porém, na prática, a interpretação sobre o desenvolvimento dos chuveiros atmosféricos depende de extrapolações de modelos fenomenológicos, testados somente na região de energia de aceleradores. Como resultado, a presença de incertezas sistemáticas teóricas nas medidas de seção de choque próton-próton em experimentos de raios cósmicos torna-se inevitável. Com efeito, abordagens físicas distintas, que embora compatíveis com os dados experimentais na região $\sqrt{s_{max}} \sim 2$ TeV, apresentam extrapolações contrastantes na região característica de raios cósmicos, $\sqrt{s} \gtrsim 30$ TeV [147].

Nesta seção discutimos o problema das extrapolações de modelos para as interações hadrônicas na região de ultra-alta energia, $\sqrt{s} \gtrsim 30$ TeV, focalisando nas incertezas provenientes da aplicação do formalismo de Glauber para a extração das seções de choque σ_{p-ar} e σ_{tot}^{pp}. Apresentamos uma proposta de parametrização independente de modelo para a razão $\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}$, através da qual visamos obter extrapolações com incertezas reduzidas dessa grandeza na região de energia acima de 10 TeV. Tal parametrização é baseada na relação aproximada entre a razão σ_{tot}/B_{el} e a razão elástica-total, σ_{el}/σ_{tot}. Explorando limites de saturação assintótica da razão $\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}$, permitidos pelo princípio de unitaridade, realizamos ajustes aos dados experimentais da Figura 3.8, na região 10 GeV $\leqslant \sqrt{s} \leqslant$ 7 TeV. Os resultados analíticos obtidos para $[\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}](s)$ são então utilizados para estimar a razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$.

5.1.1 Seção de choque de produção e o formalismo de Glauber

Apresentamos inicialmente duas fórmulas básicas utilizadas no formalismo de Glauber, fundamentais para a extração da seção de choque de produção próton-ar em estudos de chuveiros atmosféricos [147–149]

$$\sigma_{prod}^{p-ar} = \sigma_{tot} - \sigma_{el} - \sigma_{qel}. \tag{5.1}$$

A primeira delas é a expressão para a soma das seções de choque elástica e quase-elástica numa colisão hádron-núcleo:

$$\sigma_{el}^{hA}(s) + \sigma_{qel}^{hA}(s) = \int d^2b \left| 1 - \prod_{j=1}^{A} [1 - a_j(s, \vec{b} - \vec{b}_j) \right|^2 \left[\prod_{j=1}^{A} \tau(\vec{r}_j) d^3 r_j \right], \tag{5.2}$$

onde $\vec{r}_j$ e $\vec{b}_j$ representam as coordenadas e parâmetro de impacto de nucleons individuais, $\tau(\vec{r}_j)$ a distribuição de matéria de um nucleon, $\vec{b}$ o parâmetro de impacto do hádron do ponto de interação máxima e $a_j(s, \vec{b} - \vec{b}_j)$ a amplitude de espalhamento elástico nucleon-nucleon no espaço de parâmetro de impacto (*função de perfil*). Além das possíveis configurações nucleares, que desempenham papel relevante na Eq. (5.2), a função perfil constitui o principal ingrediente na conexão entre os processos hádron-hádron e hádron-núcleo. Tipicamente, essa função é parametrizada por:

$$a_j(s, \vec{b}_j) = a_0(s) e^{-\vec{b}_j^2/[2B_{el}(s)]}, \tag{5.3}$$

com

$$a_0(s) = [1 + \rho(s)] \frac{\sigma_{tot}(s)}{4\pi B_{el}(s)}, \tag{5.4}$$

onde $\rho(s)$, $\sigma_{tot}(s)$ e $B_{el}(s)$ representam as quantidades físicas definidas na Seção 2.2 nas Eqs. (2.33), (2.32) e (2.35), respectivamente. Notadamente, $a_0(s)$ representa a *opacidade central* hadrônica (perfil em $b = 0$), a qual pode ainda ser escrita na forma aproximada (desprezando a contribuição da parte real da amplitude):

$$a_0(s) \approx 4 \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)}. \tag{5.5}$$

Das Eqs. (5.3,5.4) observamos que a dependência energética das seções de choque hádron-núcleo provém dos perfis individuais, $a_j(s, \vec{b}_j)$, e em particular depende da função $a_0(s)$.

Do exposto, vemos que as incertezas oriundas de extrapolações de modelos fenomenológicos para o espalhamento hádron-hádron em altas energias influenciam significativamente o cálculo das seções de choque de produção, σ_{prod}^{p-ar}. A fim de ilustrar esse ponto apresentamos na Figura 5.1 as previsões de três modelos representativos para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ para as grandezas físicas $\rho(s)$, $\sigma_{tot}(s)$ e $B_{el}(s)$.

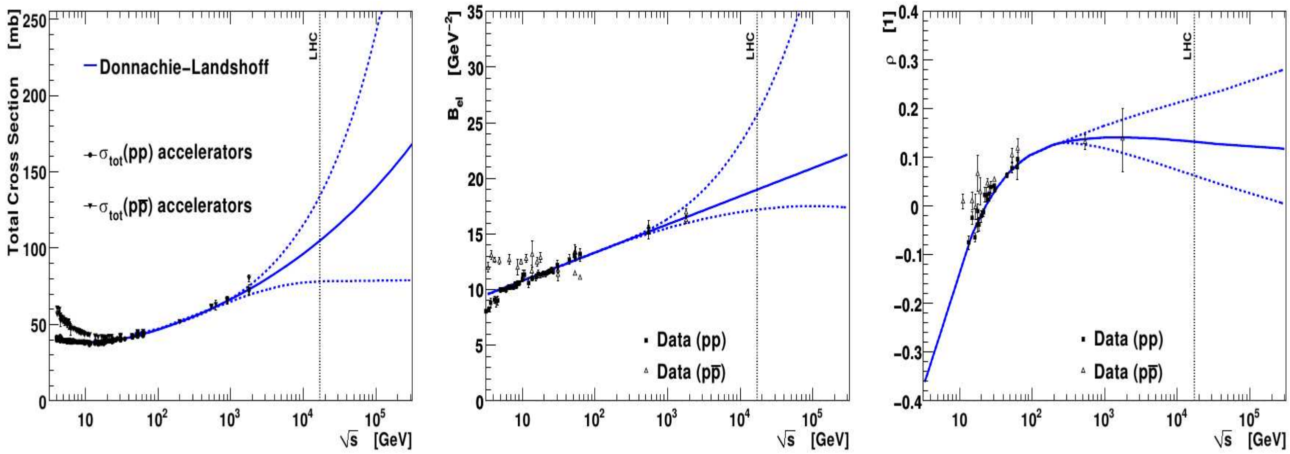


Figura 5.1: Dados experimentais (pré-LHC) e previsões de três modelos representativos para o espalhamento elástico na região de energia $\sqrt{s} \gtrsim 10$ TeV. As curvas tracejadas definem a banda de incerteza das extrapolações. A curva superior representa a previsão do modelo de Donnachie-Landshoff com dois Pomerons [150, 151] e a curva inferior a previsão do modelo de Pancheri et al. [152] . Figura extraída da Ref. [149].

Ademais, como mostrado na Figura 5.2, as incertezas em $\rho(s)$, $\sigma_{tot}(s)$ e $B_{el}(s)$ - e portanto em $a_0(s)$ - são propagadas no cálculo de σ_{p-ar}, sendo expressivamente maiores do que aquelas definidas a partir de extrapolações de modelos de interação de Monte Carlo: QGSJET01c, EPOS1.61, SIBYLL2.1 e QGSJETII.3.

Com isso, notamos a necessidade de obter, no contexto fenomenológico, descrições apropriadas dos dados experimentais de aceleradores e extrapolações para a região de ultra-alta energia com incertezas reduzidas. Para tanto, estudamos a seguir a dependência energética da função, $a_0(s)$, de forma independente de modelo utilizando resultados formais assintóticos, limites de unitaridade e uma relação aproximada entre as razões $[\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}](s)$ e $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$.

5.1.2 Resultados formais e dados experimentais

Os princípios gerais e teoremas de altas energias apresentados na Seção 2.4.3 desempenham papel fundamental na construção de abordagens independentes de modelo e para o estudo de grandezas

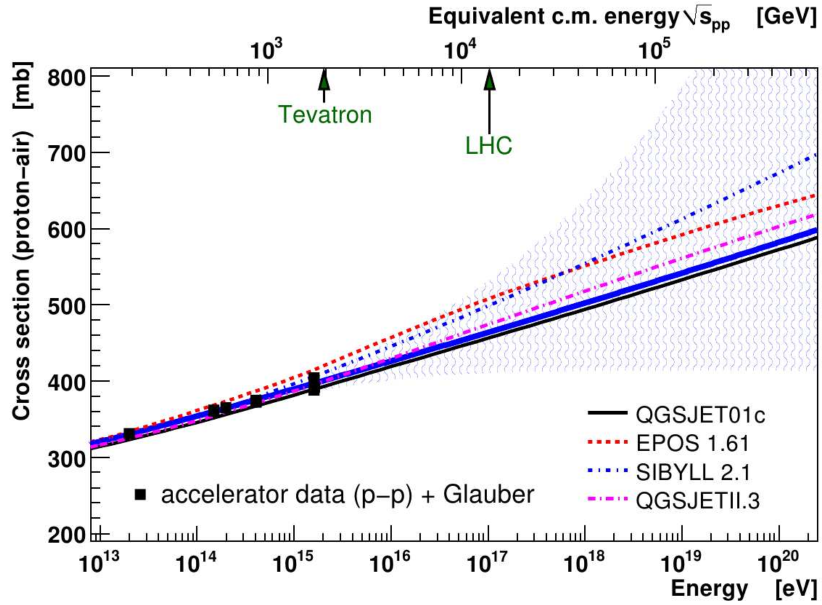


Figura 5.2: Previsões dos geradores de Monte Carlo QGSJET01c, EPOS1.61, SIBYLL2.1 e QGSJETII.3 para a seção de choque próton-ar e região de incerteza de extrapolações dos modelos fenomenológicos [150–152]. Figura extraída da Ref. [149].

físicas no regime assintótico [25]. No caso particular aqui analisado, duas desigualdades assintóticas são de interesse primordial nesse estudo:

I. A primeira delas, o limite de Froissart-Lukaszuk-Martin [29–31], dado pela Eq. (2.54)

$$\sigma_{\rm tot}(s) \leq \frac{\pi}{m_\pi^2}\, \ln^2 \frac{s}{s_0},$$

onde s_0 denota uma escala de energia indefinida;

II. O segundo resultado assintótico, o limite de MacDowell-Martin [34], obtido a partir da unitaridade e de propriedades dos polinômios de Legendre, estabelece:

$$2\left[\frac{d}{dt}\ln \Im\text{m}A(s,t)\right]_{t=0} \geq \frac{1}{18\pi}\frac{\sigma_{tot}^2(s)}{\sigma_{el}(s)}. \tag{5.6}$$

Das definições da seção de choque diferencial Eq. (2.30) e da inclinação Eq. (2.35) e assumindo

$$\Re\text{e}\, A(s,t=0) \ll \Im\text{m}\, A(s,t=0), \tag{5.7}$$

segue que:

$$\frac{d}{dt} \ln \Im\mathrm{m} A(s,t) \Big|_{t=0} \approx \frac{1}{2} B_{el}. \tag{5.8}$$

Uma derivação alternativa desse resultado, obtida sob hipóteses diferentes de (5.7), é apresentada no Apêndice B. Por fim, da Eq. (5.6), obtemos a seguinte desigualdade em termos das grandezas físicas frontais, σ_{el}, σ_{tot} e B_{el}:

$$\frac{\sigma_{tot}(s)}{B_{el}(s)} \leq 18\pi \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)}. \tag{5.9}$$

Apesar de rigorosas, as desigualdades apresentadas têm aplicação prática limitada, exceto pelo fato de imporem limites, os quais devem, por construção, ser obedecidos por qualquer abordagem fenomenológica. Assim, a fim de obter resultados independentes de modelo, os resultados formais devem ser verificados em conjuntura com os dados experimentais, como demonstrado a seguir.

5.1.3 Dados experimentais e conexão independente de modelo entre σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el}

Os dados experimentais obtidos em aceleradores nas mais altas energias correspondem aos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, em energias máximas: 1.8 TeV ($\bar{p}p$) e 8 TeV (pp). Esses dados, apresentados no Capítulo 3, indicam que na escala de energias de TeV,

$$\rho(s) \lesssim 0.14. \tag{5.10}$$

Nesse caso, a hipótese

$$1 + \rho^2 \approx 1 \tag{5.11}$$

corresponde certamente a uma aproximação razoável. Com efeito, ao aplicarmos a hipótese (5.11) desprezamos a contribuição da parte real da amplitude no ponto óptico.

Com respeito à seção de choque diferencial elástica, vimos na Seção 3 que os dados experimentais apresentam um padrão difrativo típico, representado nas Figuras 3.1 e 3.2. Vimos ainda que a seção de choque integrada, σ_{el}, é determinada a partir da integração da distribuição elástica no *cone difrativo*, conforme dado na Eq. (2.31) e que em decorrência das Eqs. (2.34) e (3.8), obtemos a seguinte relação aproximada:

$$\frac{\sigma_{tot}(s)}{B_{el}(s)} \simeq 16\pi \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)}. \tag{5.12}$$

Com efeito, na aproximação utilizada, a Eq. (5.12) corresponde à aproximação (5.5), para a opacidade central. Desse resultado, verificamos que a Eq. (5.12) é, de fato, muito próxima do limite superior permitido pelo limite de MacDowell-Martin (5.9), embora não o sature. Ainda, como consequência natural dessa equação, obtemos a possibilidade de investigar a evolução com a energia da razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$ através de resultados formais e experimentais para a razão $[\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}](s)$ [153], conforme discutido a seguir.

5.1.4 Parametrização analítica da razão σ_{el}/σ_{tot} e limites de unitaridade

Na Figura 3.8 apresentamos os dados experimentais disponíveis para a razão elástica-total σ_{el}/σ_{tot} dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ acima de 10 GeV [14], incluindo as medidas recentes em 7 TeV e 8 TeV da colaboração TOTEM [9, 44] e a estimativa obtida dos dados de seções de choque inelástica, σ_{inel}, e total, σ_{tot}, da Colaboração Pierre Auger na energia 57 TeV [45].

Do ponto de vista estritamente empírico, os dados apresentados no gráfico da Figura 3.8 (na escala linear-log) sugerem que o comportamento do dados pode ser reproduzido por uma parametrização parabólica em $\ln s$, com curvatura *positiva*. Contudo, o princípio de unitaridade impõe o *limite óbvio* para a razão elástica-total[1]:

$$\sigma_{el}/\sigma_{tot} \leqslant 1. \tag{5.14}$$

Além disso, do ponto de vista de modelos simples para o espalhamento elástico, como o modelo Gaussiano ou o modelo de disco cinza [5], prevê-se que $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = C/2$ [46] - onde C representa uma constante (coeficiente de absorção) cujo valor no limite de disco negro (absorção total) é $C = 1$. Esses resultados indicam o limite assintótico constante da razão elástica-total

$$\lim_{s\to\infty} \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = A \quad \text{(constante)} \tag{5.15}$$

e portanto uma *mudança de curvatura* em algum valor (finito) de energia é esperada. Da Figura 3.8 vemos que os dados na região de baixas energias ($\sqrt{s} \sim 10$ GeV) indicam $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \sim$ constante ≈ 0.18.

[1] Utilizando o formalismo de ondas parciais em Mecânica Quântica demonstra-se que no caso de espalhamento de partículas *sem spin* o princípio de unitaridade implica que a amplitude de ondas parciais satisfaz a desigualdade:

$$\left(\Im\mathrm{m} a_l - \frac{1}{2}\right)^2 + (\Re\mathrm{e} a_l)^2 \leqslant \frac{1}{4}, \tag{5.13}$$

obtendo-se a igualdade no caso de espalhamento *puramente elástico*, isto é: $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 1$ [10].

Desse modo, a fim de obtermos a condição de saturação assintótica (5.15) optamos por parametrizar o comportamento geral dos dados experimentais através uma função *sigmoidal* na região acima de 10 GeV. Entretanto, em tal caso, necessitamos de informações sobre o limite de saturação assintótica A.

Dentre uma vasta gama de possibilidades no contexto fenomenológico, consideramos apenas opções extremas, consistentes com a unitaridade. Em primeiro lugar, estudamos a hipótese de saturação da razão no limite de disco negro, $A = 1/2$. Essa opção, em particular, é favorecida pela análise de amplitude de Block e Halzen [154] e pelos modelos tradicionais de Chou e Yang [155] e de Bourrely, Soffer e Wu [156, 157]. Porém, conforme discutimos a seguir, tal opção, amplamente aceita na literatura, não representa a única compatível com limites impostos pela unitaridade. Em particular, averiguamos a possibilidade de saturação máxima prevista pela Eq. (5.14), contemplada pelo modelo de Troshin e Tyurin [158, 159], formulado no esquema de unitarização da matriz U, no qual a possibilidade de *espalhamento refletivo* é introduzida. Nesse cenário assintótico do espalhamento pp, ao invés do comportamento *a la* disco negro, configura-se (através da amplitude de espalhamento no espaço de parâmetro de impacto) o padrão geométrico toroidal ou na forma de um anel negro [160, 161].

Do exposto, investigamos os seguintes cenários assintóticos:

$$A = \frac{1}{2} \quad \text{(limite de disco negro);} \tag{5.16}$$

$$\frac{1}{2} < A \leq 1 \quad \text{(além do disco negro).} \tag{5.17}$$

Embora seja possível explorar o domínio de valores reais no intervalo para o limite A, no caso de saturação acima do disco negro, consideramos apenas o caso extremo em que $A = 1$. Como demonstrado na Seção 5.1.6, tal escolha é adequada e suficiente para o propósito de inferir regiões de incerteza reduzidas para a razão σ_{tot}/B_{el} na região de energias acima de 10 TeV.

Com base nas considerações apresentadas, testamos diferentes formas funcionais em ajustes dos dados experimentais da razão σ_{el}/σ_{tot}. O melhor resultado estatístico foi obtido com a seguinte parametrização logística (analítica) quase independente de modelo [153]:

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}(s) = A \tanh(\gamma_1 + \gamma_2 \ln s + \gamma_3 \ln^2 s), \tag{5.18}$$

com γ_i, $i = 1, 2, 3$ parâmetros livres e A representa o limite de saturação (5.15), para o qual consideramos os casos extremos: $A = 1/2$ e $A = 1$.

5.1.5 Resultados de ajustes da razão σ_{el}/σ_{tot}

Utilizando a parametrização (5.18) ajustamos os dados experimentais da razão elástica-total para o espalhamento pp (com dados disponíveis na energia máxima $\sqrt{s}_{max} = 7$ TeV) em energias acima de 10

GeV [153]. Os ajustes foram realizados com os objetos da classe TMinuit do software ROOT, adotando o nível de confiança de $\approx$ 68 % (um desvio padrão) [162]. Os resultados dos ajustes com $A = 1/2$ e $A = 1$ são mostrados na Figura 5.3 e na Tabela 5.1 apresentamos as informações estatísticas dos ajustes ($\chi^2/G.L.$). Em ambos os casos calculamos as incertezas associadas ao ajuste via propagação de erro padrão [162]. Contudo, as regiões de incerteza se sobrepõem às curvas centrais.

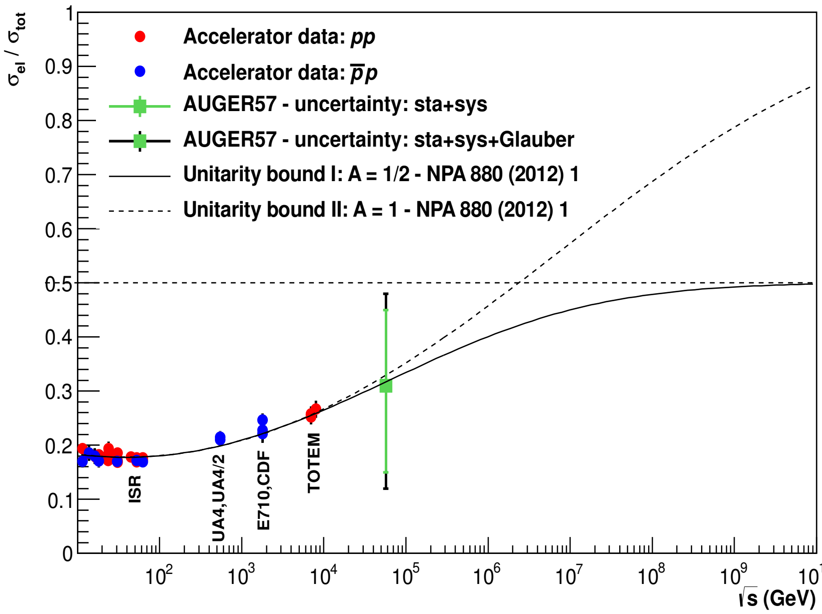


Figura 5.3: Resultados de ajuste da razão elástica-total com a parametrização analítica (5.18), para os casos de saturação assintótica nos limites $A = 1$ (curva tracejada) e $A = 1/2$ (curva sólida).

Tabela 5.1: Resultados de ajuste da razão elástica-total com a parametrização analítica (5.18) para os dados de espalhamento pp acima de 10 GeV. Em ambos os casos, o número de graus de liberdade é 87.

	A = 1/2	A = 1
$\gamma_1(\times 10^{-1})$	4.66$\pm$ 0.18	2.204$\pm$ 0.078
$\gamma_2(\times 10^{-2})$	-2.59$\pm$0.49	-1.11$\pm$0.20
$\gamma_3(\times 10^{-3})$	1.77$\pm$0.33	0.76 $\pm$0.13
χ^2/DOF	1.167	1.168

Veremos a seguir que através da parametrização da razão σ_{el}/σ_{tot} em função da energia é possível obter de forma imediata o comportamento com a energia da razão de interesse σ_{tot}/B_{el}, utilizando a aproximação (5.12).

5.1.6 Extensão para a razão σ_{tot}/B_{el}

Tendo em conta os resultados de ajuste da razão elástica-total apresentados na seção anterior e a relação aproximada (5.12), extraímos a dependência com a energia da razão σ_{tot}/B_{el} de forma empírica. Na Figura 5.4 mostramos as curvas obtidas com esse procedimento juntamente com os dados experimentais da razão σ_{tot}/B_{el} e na Tabela 5.2 apresentamos as previsões obtidas (com incertezas) para o LHC, nas energias 7 TeV e 14 TeV.

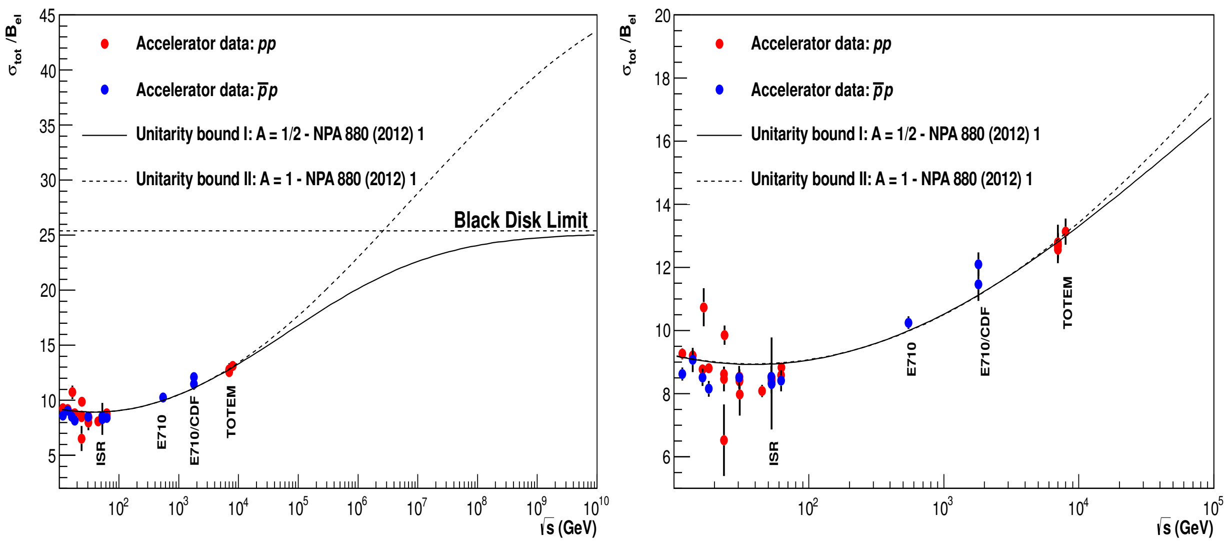


Figura 5.4: *À esquerda*: Dados experimentais da razão σ_{tot}/B_{el} e previsões das Eqs. (5.12-5.18) para os casos $A = 1$ (curva superior) e $A = 1/2$ (curva inferior). *À direita*: Figura ampliada na região de energia de raios cósmicos.

Tabela 5.2: Previsões das Eqs. (5.12) e (5.18) para σ_{tot}/B_{el} no LHC com resultado da Colaboração TOTEM em 7 TeV [9].

$\sqrt{s}$	A = 1/2	A = 1	TOTEM
7.0 TeV	12.827±0.047	12.821±0.024	12.56±0.59 [9]
14 TeV	13.811±0.068	13.903±0.033	–

A Figura 5.4 demonstra que, seguindo a abordagem empírica proposta, com bandas de incerteza deduzidas a partir de dois limites de unitaridade, é possível reduzir as incertezas típicas de modelos para a razão $[\sigma_{tot}/B_{el}](s)$. Nesse ponto, salientamos que a região de incerteza apresentada no gráfico à direta da Figura 5.4, na região de energias $\sqrt{s} \gtrsim 10$ TeV, delimitada pelas previsões de saturação nos limites assintóticos $A = 1/2$ e $A = 1$, são significativamente menores do que aquelas obtidas utilizando os modelos [150–152], cujas previsões para σ_{tot} e B_{el} são apresentados na Figura 5.1. Devido à importância da razão σ_{tot}/B_{el} no formalismo de Glauber - como visto nas Eqs. (5.2-5.3) - entendemos que os resultados apresentados nesta seção são potencialmente úteis no processo de extração de seções de choque próton-ar em ultra-altas energias com menores incertezas sistemáticas.

A seguir apresentamos um estudo, de natureza complementar, sobre crescimento das seções de choque total, elástica e inelástica dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, de forma individual e em energias de c.m. acima de 5 GeV.

5.2 Estudos Empíricos da Amplitude Frontal

Nessa seção investigamos o crescimento da seções de choque total, elástica e inelástica por meio de uma parametrização analítica para amplitude de espalhamento na direção frontal, $t = 0$. Sua estrutura típica é composta por termos de Regge (influentes em energias $\sqrt{s} \lesssim 10$ GeV) e por um termo logarítmico com potência livre, dominante em altas energias. Utilizando relações de dispersão derivativas com uma subtração (apresentadas na Seção 2.4.2) analisamos os dados experimentais de seção de choque total e parâmetro ρ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ na região de energia 5 GeV - 7 TeV. Posteriormente, estendemos a parametrização utilizada para $\sigma_{tot}(s)$ a fim de obter a dependência energética da seção de choque elástica, $\sigma_{el}(s)$.

5.2.1 Parametrizações analíticas de $\sigma_{tot}^{pp/\bar{p}p}(s)$

A parametrização analítica utilizada nos ajustes de seções de choque total pp e $\bar{p}p$ possui a seguinte estrutura [144, 145, 163, 164]:

$$\sigma_{tot}^{pp/\bar{p}p}(s) = a_1 \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_1} + \tau\, a_2 \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_2} + \alpha + \beta \ln^{\gamma}\left(\frac{s}{s_h}\right), \qquad (5.19)$$

com $\tau = +1$ no caso $\bar{p}p$ e $\tau = -1$ no caso pp, $s_l = 1$ GeV^2 e os parâmetros livres

- a_1, b_1, a_2, b_2 são associados à contribuição na região de baixas energias, i.e. $\sqrt{s} \lesssim 10$ GeV;
- α, β, γ e s_h são associados ao crescimento da seção de choque total e à contribuição dominante em altas energias.

No caso da seção de choque total, todos os parâmetros especificados acima possuem interpretação física no contexto da Teoria de Regge-Gribov, discutida na Seção 2.5. Nesse âmbito, os dois primeiros termos da Eq. (5.19) são associados à troca de *Reggeons* de baixas energias e os dois últimos com a troca de *Pomeron* nas regiões de baixa e alta energias [163, 165]. Sobre a motivação física da parametrização $\ln^{\gamma} s$, com γ livre, consideramos os dois pontos fundamentais abaixo:

1. no contexto teórico, os argumentos formais apresentados por Azimov em [166–168] sugerem a possibilidade de crescimento da seção de choque mais rápido do que $\ln^2 s$, sendo este influenciado pelo comportamento da amplitude na região não-física de t. Por um lado, mediante a hipótese $\Im\text{m}A(s,t) < (s/s_0)^N$ (com N e s_0 arbitrários), para todo valor de t, obtém-se o limite (canônico) de Froissart-Martin [29, 31]: $\sigma_{tot} < C\ln^2(s/s_0)$ [166, 169]. Por outro lado, a aplicação do termo com potência livre, $\ln^\gamma s$, aos dados experimentais de espalhamento elástico pode indicar o crescimento mais rápido da seção de choque, como consequência do comportamento da amplitude na região não-física;

2. no âmbito da Fenomenologia de Regge, uma interpretação possível para o termo logarítmico com potência livre na seção de choque total, $\ln^\gamma s$, emerge aos considerarmos a contribuição de múltiplas trocas de *Pomeron* (cortes e pontos de ramificação da amplitude no plano complexo) na amplitude de espalhamento em altas energias (vide Seção 5.10 da Ref. [5]). Por representar uma forma analítica que interpola as dependências funcionais típicas para a dependência energética associada à troca de um Pomeron, s^ϵ (no caso de um pólo simples) e $\ln^2 s$ (no caso de um pólo triplo) [20], o termo $\ln^\gamma s$ (com γ uma potência *efetiva*) pode refletir o papel das correções de absorção devidas à contribuição de diagramas de ordem superior, do tipo *Pomeron-Pomeron*, na amplitude.

Nos estudos sobre o crescimento da seção de choque elástica (integrada), σ_{el}, postulamos a validade de aplicação da parametrização (5.19), embasados em um *ansatz empírico*. Sobre esse ponto, apresentaremos na Seção 5.2.5 argumentos que indicam a consistência dessa escolha.

5.2.2 Resultados analíticos para $\rho^{pp/\bar{p}p}(s)$ com relações de dispersão derivativas

Uma revisão crítica sobre a aplicação de relações de dispersão derivativas em análises da amplitude de espalhamento frontal pode ser encontrada na Ref. [24], na qual os autores discutem em detalhe a substituição dos operadores trigonométricos presentes nas Eqs. (2.52) e (2.53) por suas respectivas séries de potência (discussão também presente em [17]). Na prática, com a presença do termo $\ln^\gamma(s/s_h)$ na Eq. (5.19), as derivadas nas Eqs. (2.52) e (2.53) podem ser calculadas utilizando a expansão operatorial introduzida por Kang e Nicolescu [170]:

$$E_{der}(\sigma_+) = \frac{K}{s} + \left[\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s} + \frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\right)^5 + \dots\right]\sigma_+(s), \tag{5.20}$$

$$
\begin{aligned}
O_{der}(\sigma_-) &= -\int \left\{ \frac{d}{d\ln s} \left[\cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\ln s} \right) \right] \sigma_-(s) \right\} d\ln s \\
&= -\frac{2}{\pi} \int \left\{ \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\ln s} \right)^2 - \frac{1}{45} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\ln s} \right)^4 - \ldots \right] \sigma_-(s) \right\} d\ln s. \qquad (5.21)
\end{aligned}
$$

Utilizando a parametrização (5.19) e a Eq. (2.49), o cálculo da contribuição dos termos do tipo potência (da parte de baixas energias) resulta em formas analíticas fechadas. Porém, no caso da contribuição logarítmica dominante, com potência livre, a rápida convergência da série permite o seu truncamento já em terceira ordem, pois como mostraremos na seção seguinte o parâmetro γ é restrito ao intervalo, $\gamma \sim 2.2 - 2.4$. Nesse caso obtemos [163, 164]:

$$
\begin{aligned}
E_{der}(\sigma_+) &= \frac{K}{s} - a_1 \tan\left(\frac{\pi b_1}{2} \right) \left[\frac{s}{s_l} \right]^{-b_1} + \mathcal{A} \ln^{\gamma-1}\left(\frac{s}{s_h} \right) \\
&+ \mathcal{B} \ln^{\gamma-3}\left(\frac{s}{s_h} \right) + \mathcal{C} \ln^{\gamma-5}\left(\frac{s}{s_h} \right), \qquad (5.22)
\end{aligned}
$$

onde

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \frac{\pi}{2} \beta \gamma, \qquad \mathcal{B} = \frac{1}{3} \left[\frac{\pi}{2} \right]^3 \beta \gamma [\gamma-1][\gamma-2], \\
\mathcal{C} &= \frac{2}{15} \left[\frac{\pi}{2} \right]^5 \beta \gamma [\gamma-1][\gamma-2][\gamma-3][\gamma-4], \qquad (5.23)
\end{aligned}
$$

e para a contribuição da parte ímpar,

$$
O_{der}(\sigma_-) = -\, a_2 \cot\left(\frac{\pi\, b_2}{2} \right) \left[\frac{s}{s_l} \right]^{-b_2}. \qquad (5.24)
$$

Com os resultados das Eqs. (5.22-5.24) e a parametrização (5.19) para as seções de choque total $\sigma_{tot}^{pp/\bar{p}p}$, obtemos as expressões analíticas para $\rho^{pp/\bar{p}p}(s)$ através das Eqs. (2.47) e (2.48):

$$
\begin{aligned}
\rho^{pp}(s) = \frac{1}{\sigma_{tot}^{pp}(s)} &\left\{ \frac{K}{s} - a_1 \tan\left(\frac{\pi b_1}{2} \right) \left[\frac{s}{s_l} \right]^{-b_1} + \mathcal{A} \ln^{\gamma-1}\left(\frac{s}{s_h} \right) \right. \\
&\left. + \mathcal{B} \ln^{\gamma-3}\left(\frac{s}{s_h} \right) + \mathcal{C} \ln^{\gamma-5}\left(\frac{s}{s_h} \right) - a_2 \cot\left(\frac{\pi b_2}{2} \right) \left[\frac{s}{s_l} \right]^{-b_2} \right\}. \qquad (5.25)
\end{aligned}
$$

e

$$\rho^{\bar{p}p}(s) = \frac{1}{\sigma_{tot}^{\bar{p}p}(s)} \left\{ \frac{K}{s} - a_1 \tan\left(\frac{\pi b_1}{2}\right) \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_1} + \mathcal{A} \ln^{\gamma-1}\left(\frac{s}{s_h}\right) \right.$$
$$\left. + \mathcal{B} \ln^{\gamma-3}\left(\frac{s}{s_h}\right) + \mathcal{C} \ln^{\gamma-5}\left(\frac{s}{s_h}\right) + a_2 \cot\left(\frac{\pi b_2}{2}\right) \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_2} \right\}, \tag{5.26}$$

com $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ dados pela Eq. (5.23). Nesse ponto, notamos que os resultados analíticos obtidos acarretam o seguinte comportamento assintótico:

$$\rho(s) \sim \frac{\pi}{\ln s/s_0} \to 0,$$

de acordo com o resultado assintótico formal de Khuri e Kinoshita [171] para a parte real da amplitude de espalhamento.

5.2.3 Ajustes globais de $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$

Através das expressões analíticas introduzidas nas Seções 5.2.1 e 5.2.2 para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$, realizamos ajustes simultâneos aos dados experimentais de seção de choque total e parâmetro ρ, em energias acima de 5 GeV, apresentados no Capítulo 3. Nesses ajustes consideramos duas variantes, denotadas V1 e V2, nas quais levamos em conta as seguintes possibilidades para a constante de subtração K [163, 164]:

- V1 - K é fixo no valor $K = 0$;
- V2 - K é parâmetro livre (com valor inicial de ajuste $K = 0$).

Em [163, 164] consideramos ainda a possibilidade de manter fixos os valores dos parâmetros b_1 e b_2 da parte de baixas energias, correspondentes aos intercepts de *Reggeons* com trajetórias degeneradas. Aqui, limitamo-nos à apresentação do caso mais geral de trajetórias não-degeneradas e parâmetros b_1 e b_2 livres. A análise e discussão detalhada sobre o estudo de variantes em ajustes individuais de $\sigma_{tot}(s)$ e simultâneos de $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$, segundo as parametrizações analíticas introduzidas nas 5.2.1 e 5.2.2, é apresentada em [163, 164].

Os resultados dos ajustes e as informações estatísticas das duas variantes são apresentados na Tabela 5.3 e as curvas calculadas (com região de incerteza de 1σ) para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ na variante V1 são mostradas na Figura 5.5 e na variante V2 (com K um parâmetro livre) na Figura 5.6.

5.2.4 Discussão de resultados

Os resultados de ajustes simultâneos apresentados na Tabela 5.3 e nas Figuras 5.5 e 5.6 apontam para diferentes comportamentos da seção de choque total na região do LHC e na região assintótica.

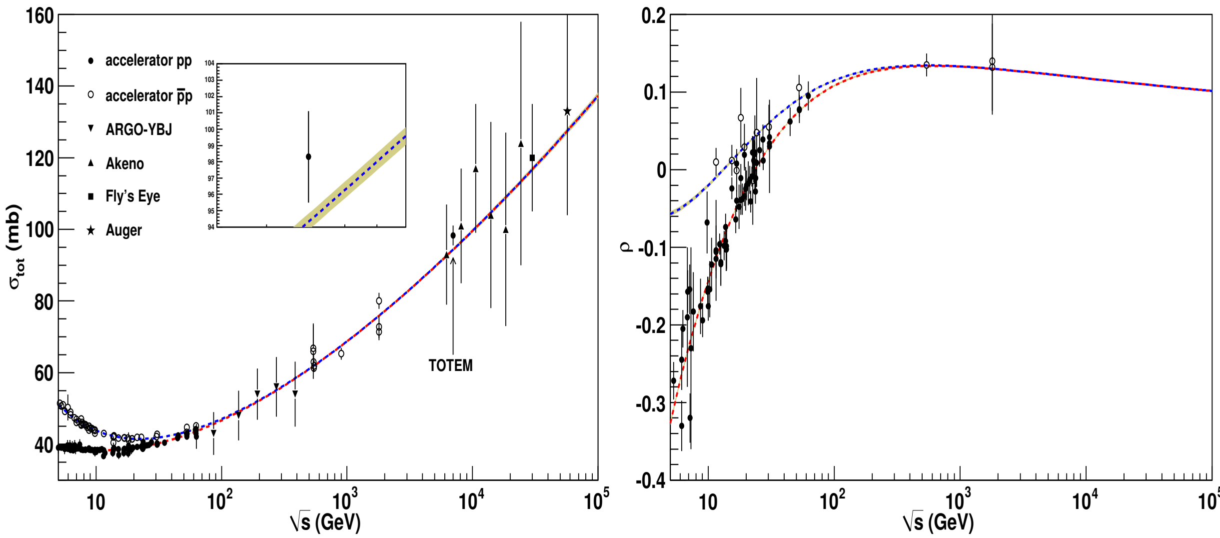


Figura 5.5: Ajustes simultâneos de σ_{tot} (à esquerda) e ρ (à direita) na variante V1, com $K = 0$. No mini-gráfico (do painel à esquerda): gráfico ampliado na região de energia do LHC, com dado da Colaboração TOTEM em 7 TeV [43] e curva (com região de incerteza) obtida na variante V1.

Baseados nesses resultados, apresentamos a seguir alguns comentários e conclusões parciais:

1. o resultado do ajuste simultâneo na variante V1 é consistente com o comportamento *máximo*, $\ln^2(s/s_h)$, previsto pelo limite de Froissart-Martin [29–31], uma vez que $\gamma \sim 1.877 \pm 0.0004$. Contudo, notamos que o coeficiente do termo dominante obtido nos ajustes $\beta \sim 0.07 - 0.26$ mb corresponde apenas a cerca de 0.12-0.43% do valor de $\pi/m_\pi^2 \simeq 60$ mb. Desse modo, com a referência ao comportamento *máximo* permitido do tipo $\ln^2 s$ referimo-nos somente à dependência funcional no limite (2.54). Ademais, a região de incerteza (de 1σ) não reproduz o dado experimental da Colaboração TOTEM em 7 TeV (vide mini-gráfico da Figura 5.5);

4. ao contrário, o resultado do ajuste na variante V2, com K livre, é compatível com crescimento da seção de choque total mais rápido do que $\ln^2 s$, pois $\gamma \sim 2.35 \pm 0.01$, e nesse caso a região de incerteza do ajuste é compatível com o dado experimental em 7 TeV (vide mini-gráfico da Figura 5.6).

Nesse ponto, ressaltamos que o estudo realizado com a variante V1, mantendo $K = 0$, corresponde a uma análise ilustrativa da ausência da constante de subtração, posto que a aplicação formal e consistente das relações de dispersão derivativas utilizadas aqui <u>demandam</u> a sua presença como parâmetro livre (desconhecido por primeiros princípios). Esse constitui o argumento central para a escolha do resultado da variante V2 como o melhor resultado obtido na análise [164]. Mas além disso, indicamos abaixo outros elementos importantes para essa escolha:

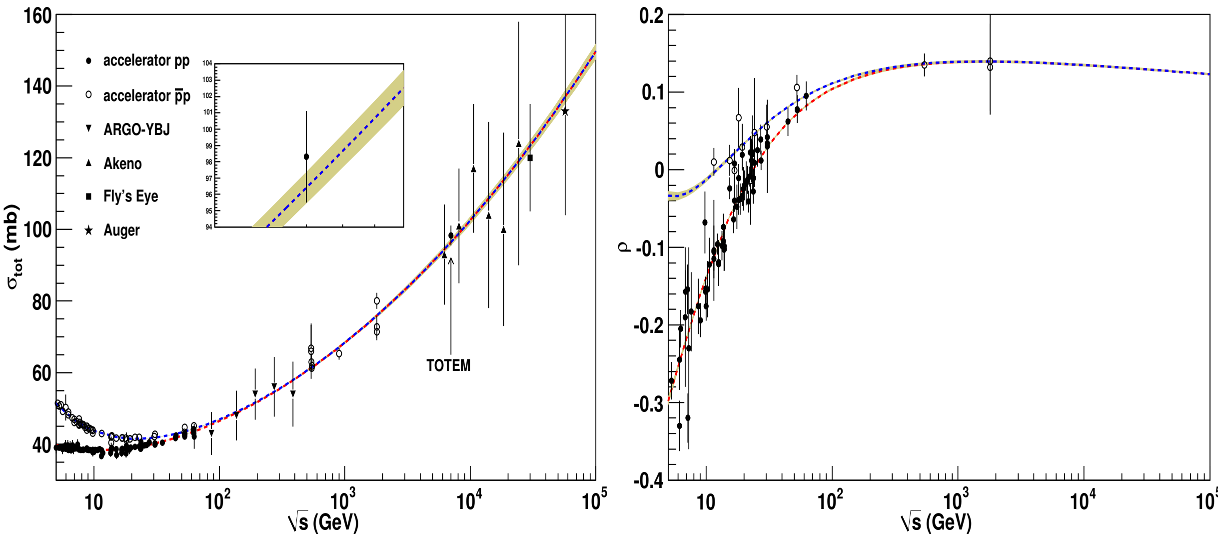


Figura 5.6: Ajustes simultâneos de σ_{tot} (à esquerda) e ρ (à direita) na variante V2, com K livre. No mini-gráfico (do painel à esquerda): gráfico ampliado na região de energia do LHC, com dado da Colaboração TOTEM em 7 TeV [43] e curva (com região de incerteza) obtida na variante V2.

i. com amplitudes (a_1 e a_2) e intercepts de *Reggeons* (b_1 e b_2) livres e controlando a região de baixas energias, o termo constante (α), juntamente com a contribuição logarítmica dominante, podem ser aplicados adequadamente apenas aos dados nas mais altas energias;

ii. além de apresentar valor de $\chi^2/G.L.$ mais próximo de 1, o ajuste com a variante V2 reproduz toda a informação experimental disponível sobre σ_{tot} and ρ (dentro da região de incerteza). Observamos que em estudos posteriores, incluindo os dados experimentais mais recentes obtidos pela Colaboração TOTEM, nas energias $\sqrt{s} = 7$ TeV [9] (4 dados) e 8 TeV [44] (1 dado), Menon e Silva obtiveram resultados que corroboram os aqui apresentados e indicam a possibilidade de crescimento de $\sigma_{tot}(s)$ mais rápido do que $\ln^2 s$ [172, 173]. Detalhes sobre os resultados da análise de Menon e Silva são também apresentados e discutidos em [174];

iii. com expoente $\gamma \in \mathbb{R}$ e $\gamma > 2$, o termo dominante $\ln^{\gamma}(s/s_h)$ adquire parte imaginária na região $s < s_h$ (sem significado físico), o que não é o caso da variante V2, para a qual obtivemos $s_h = 0.38 \pm 0.04$ GeV^2.

Com base nos fatos acima, selecionamos os resultados de ajustes simultâneos com a variante V2 como representativos, os quais evidenciam o crescimento mais rápido da seção de choque total do que $\ln^2 s$ nas energias do LHC e corroboram os argumentos teóricos de Azimov [166–168].

Tabela 5.3: Resultados de ajustes simultâneos de σ_{tot} e ρ nas variantes V1 e V2 com informações estatísticas do procedimento de minimização: graus de liberdade (G.L.) e χ^2 reduzido ($\chi^2/G.L.$). Parâmetros a_1, a_2, α e β dados em mb, s_h em GeV^2 e b_1, b_2, γ e K adimensionais. Em todos os casos, $s_l = 1.0$ GeV^2 (fixo) na parametrização (5.19)

	Ajuste simultâneo σ_{tot} e ρ :	
	V1	V2
a_1	65.99 ± 0.55	59.8 ± 1.3
b_1	0.2758 ± 0.0026	0.4541 ± 0.0069
a_2	34.5 ± 1.5	34.1 ± 1.6
b_2	0.5511 ± 0.0094	0.547 ± 0.010
α	5.59 ± 0.24	29.78 ± 0.22
β	0.2575 ± 0.0028	0.0693 ± 0.0025
γ	**1.8769 ± 0.0040**	**2.346 ± 0.013**
s_h	0.00903 ± 0.00058	0.383 ± 0.041
K	0 (fixo)	33.5 ± 5.9
DOF	232	231
χ^2/DOF	1.14	1.11

5.2.5 Extensões para $\sigma_{el}(s)$

Do princípio de unitaridade, expresso matematicamente pela equação

$$\frac{\sigma_{inel}(s)}{\sigma_{tot}(s)} + \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)} = 1, \tag{5.27}$$

segue que, por conservação de unitaridade, a dependência energética das razões de seções de choque obedecem à seguinte solução geral

$$\frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)} \equiv f(s); \tag{5.28}$$

$$\frac{\sigma_{inel}(s)}{\sigma_{tot}(s)} \equiv 1 - f(s); \tag{5.29}$$

com a função $f(s)$ possuindo as seguintes propriedades [153, 175]:

1. $\frac{df}{d\ln s} \geqslant 0$;
2. $\lim_{s\to\infty} f(s) \equiv A$ (constante);
3. $0 < A \leqslant 1$.

Portanto, conforme antecipado na Seção 5.1.4, no regime de energias assintóticas:

$$\frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)} \xrightarrow[s\to\infty]{} A; \tag{5.30}$$

$$\frac{\sigma_{inel}(s)}{\sigma_{tot}(s)} \xrightarrow[s\to\infty]{} 1 - A; \tag{5.31}$$

Desse modo, invocando simplesmente o princípio de unitaridade, esperamos que um crescimento da seção de choque total mais rápido do que $\ln^2 s$ produza comportamento similar nas seções de choque elástica e inelástica, posto que as razões de seções de choque tendem a uma constante. Dito de outro modo, exceto pelo papel dos efeitos de absorção em cada caso, esperamos que o mecanismo físico responsável pelo comportamento assintótico das seções de choque hadrônicas seja similar em todos eles. Do ponto de vista formal, o limite assintótico de Martin–Wu–Roy–Singh [32] - dado na Eq. (2.55) - para a seção de choque inelástica, sugere exatamente isso. Logo, a fim de descrever o crescimento com a energia da seção de choque elástica, apresentamos quatro argumentos abaixo que justificam a aplicação *empírica* da Eq. (5.19) para $\sigma_{el}(s)$.

(i) o Teorema Óptico conecta a amplitude de espalhamento elástico na direção frontal com a seção de choque total;

(ii) conforme discutido na Seção 3.2.3, as seções de choque total e elástica representam as quantidades físicas que podem ser diretamente medidas/estimadas sem a necessidade de hipóteses adicionais sobre a produção inelástica dissociativa de partículas no estado final - o que não é caso da seção de choque inelástica, devido à contribuição importante dos processos dissociativos simples e duplo;

(iii) como também discutido na Seção 3.2.3, a maneira menos ambígua de estimar a seção de choque inelástica é através da relação de unitaridade (3.9) [135], o que sugere o caráter mais fundamental das seções de choque total e elástica;

(iv) a seleção de um único conjunto de dados (estatisticamente consistente) de σ_{inel} constitui tarefa complexa, porque as medidas "diretas" são em geral dependentes de modelo (para a parte dissociativa) e - no caso de usar a relação de unitaridade (3.9) - devido à existência de diferentes conjuntos de dados σ_{tot} e σ_{el} (de experimentos diferentes) medidos na mesma energia.

Do exposto, analisamos a seguir os dados experimentais de seção de choque elástica disponíveis de espalhamentos pp e $\bar{p}p$, apresentados na Seção 3.2.2, no intervalo de energias entre 5 GeV e 7 TeV. Para tanto, utilizamos a mesma estrutura da parametrização (5.19), isto é

$$\sigma_{el}^{pp/\bar{p}p}(s) = a_1' \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_1'} + \tau\, a_2' \left[\frac{s}{s_l}\right]^{-b_2'} + \alpha' + \beta' \ln^{\gamma'}\left(\frac{s}{s_h'}\right), \tag{5.32}$$

selecionando como valores iniciais dos parâmetros a'_1, a'_2, b'_1, b'_2, α', β' os correspondentes à variante V2 dos ajustes simultâneos de σ_{tot} and ρ. Nesse caso, o ponto crucial da análise diz respeito à escolha do expoente γ', que controla o comportamento assintótico da seção de choque elástica. Dado que obtivemos, no caso da seção de choque total, γ = 2.346 ± 0.013, e seguindo os argumentos apresentados acima, a utilização de um valor diferente para γ' seria fisicamente inconsistente, por violar as propriedades da função $f(s)$, em particular podendo-se obter $A > 1$. Posto isso, exploramos apenas o caso $\gamma' = \gamma$ =2.346 ± 0.013. Especificamente, fixamos o valor central γ' =2.346 nos ajustes de dados realizados.

Com as hipóteses acima obtivemos os resultados mostrados na Tabela 5.4 e na Figura 5.7, correspondentes ao melhor ajuste de dados segundo o critério de χ^2 reduzido. Embasado nos ajustes empíricos desenvolvidos para $\sigma_{tot}(s)$, $\rho(s)$ e $\sigma_{el}(s)$, apresentamos a seguir as previsões obtidas para diversas quantidades físicas como $\sigma_{inel}(s)$ e para as razões $\sigma_{el}(s)/\sigma_{tot}(s)$, $\sigma_{inel}(s)/\sigma_{tot}(s)$, $\sigma_{tot}(s)/B_{el}(s)$ e $B_{el}(s)$.

Tabela 5.4: Resultados de ajustes para $\sigma_{el}(s)$ segundo a parametrização (5.32) com valores iniciais do ajuste simultâneo de $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ na variante V2 (segunda coluna da Tabela 5.3).

a'_1	30.7 ± 3.6
b'_1	0.551 ± 0.037
a'_2	0.236 ± 0.071
b'_2	0.134 ± 0.012
α'	4.28 ± 0.14
β'	0.02358 ± 0.00054
γ'	2.346 (fixed)
s'_h	0.978 ± 0.023
G.L.	97
χ^2/G.L.	1.62

5.2.6 Seção de choque inelástica e razões entre seções de choque

Utilizando a relação de unitaridade para seções de choque, Eq. (3.9), bem como as expressões de $\sigma_{tot}(s)$ e $\sigma_{el}(s)$ dadas, respectivamente, pelas Eqs. (5.19) e (5.32) - com os valores dos parâmetros livres apresentados nas Tabelas 5.3 (segunda coluna) e 5.4 - obtivemos previsões para a seção de choque inelástica, $\sigma_{inel}(s)$. Esses resultados são mostrados na Figura 5.8, juntamente com os dados experimentais apresentados na Seção 3.2.3 e regiões de incerteza propagadas dos resultados de $\sigma_{tot}(s)$ e $\sigma_{el}(s)$.

Como visto na Figura 5.8, as previsões para $\sigma_{inel}(s)$ apresentam boas descrições de todos os dados experimentais de aceleradores e, dentro da região de incerteza, reproduz o dado do Observatório Auger em 57 TeV. Em 7 TeV os resultados favorecem os dados da Colaboração TOTEM [9], obtidos via

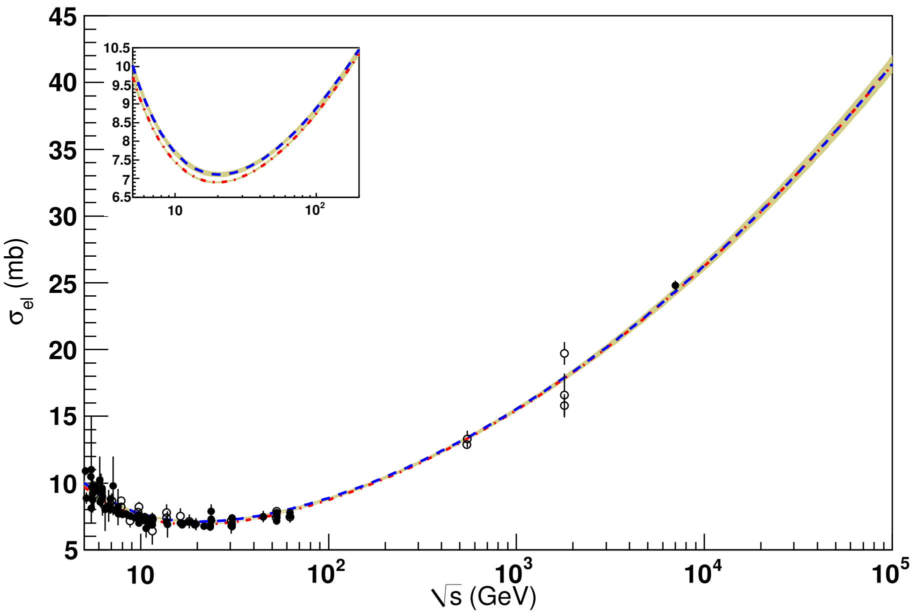


Figura 5.7: Resultados de ajuste da seção de choque elástica com a parametrização (5.32), com parâmetros livres apresentados na Tabela 5.4. No mini-gráfico (do painel à esquerda): gráfico ampliado na região de energia 5 GeV $\leqslant \sqrt{s} \leqslant$200 GeV, com curvas (com região de incerteza) obtidas para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$.

unitaridade e, portanto, de forma independente de modelo para a parte inelástica dissociativa.

De posse desses resultados e com auxílio de expressões analíticas para $\sigma_{tot}(s)$ e $\sigma_{el}(s)$ extraímos a dependência energética das razões de seções de choque σ_{el}/σ_{tot} and $\sigma_{inel}/\sigma_{tot}$, tal qual apresentado na Figura 5.9.

5.2.7 Inclinação B_{el} e razão σ_{tot}/B_{el}

Nessa seção relembramos a definição do parâmetro $B_{el}(s)$ e obtemos a sua relação com as seções de choque, σ_{el} e σ_{tot}. Na Seção 3.1 vimos que na região de momento transferido $|t| \lesssim 0.2$ GeV^2 - tipicamente no *pico difrativo* - a seção de choque diferencial elástica pode ser efetivamente parametrizada por

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0} \mathrm{e}^{B_{el}t}, \tag{5.33}$$

onde B_{el} representa inclinação (no gráfico log-linear) da seção de choque diferencial na região frontal de espalhamento. Relembrando a expressão do ponto óptico dada pela Eq. (2.34) e a definição da

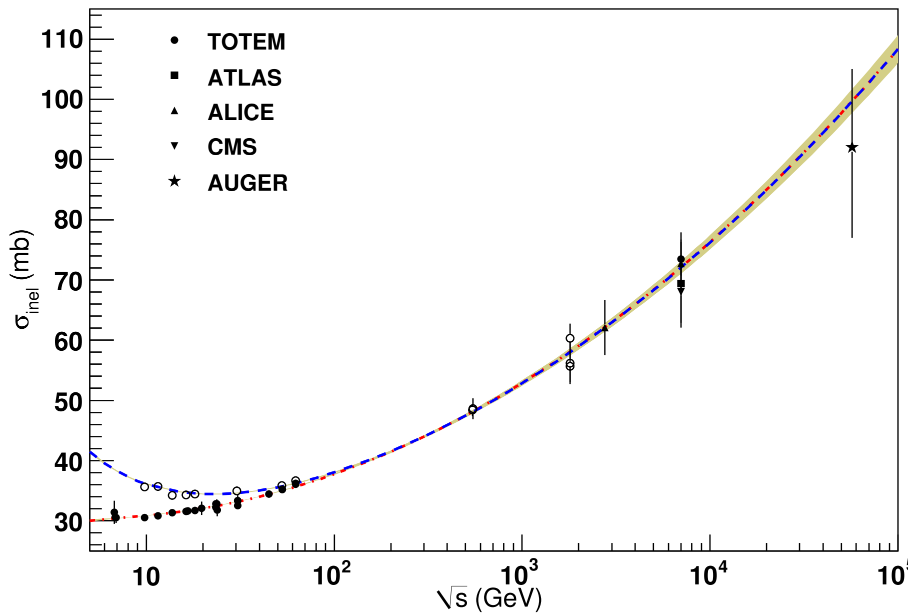


Figura 5.8: Previsões para a seção de choque inelástica, obtida a partir da relação de unitaridade (3.9) e das parametrizações (5.19) e (5.32) para a $\sigma_{tot}(s)$ e $\sigma_{el}(s)$. Os dados experimentais apresentados correspondem aos da Figura 3.5.

seção de choque elástica integrada, Eq. (2.31), segue que

$$\sigma_{el}(s) = \frac{1}{B_{el}(s)} \frac{\sigma_{tot}^2(s)}{16\pi}[1+\rho^2(s)] \tag{5.34}$$

e portanto

$$\frac{\sigma_{tot}(s)}{B_{el}(s)} = \frac{16\pi}{[1+\rho^2]} \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)}, \tag{5.35}$$

resultado este consistente com o limite de MacDowell-Martin (2.57) e de importância central na análise da Ref. [153], a ser discutida na Seção 5.1. O aspecto fundamental da Eq. (5.35), e de interesse principal nesta seção, é a possibilidade de investigar o comportamento da razão $\sigma_{tot}(s)/B_{el}(s)$ a partir da razão $\sigma_{el}(s)/\sigma_{tot}(s)$ (como vimos também na Seção 5.1). Através dos resultados empíricos para $\sigma_{tot}(s)$, $\rho(s)$ e $\sigma_{el}(s)$ podemos obter previsões para a dependência energética da razão $\sigma_{tot}(s)/B_{el}(s)$ e, consequentemente, prever o comportamento do parâmetro $B_{el}(s)$. Os resultados para essas grandezas são apresentados na Figura 5.10.

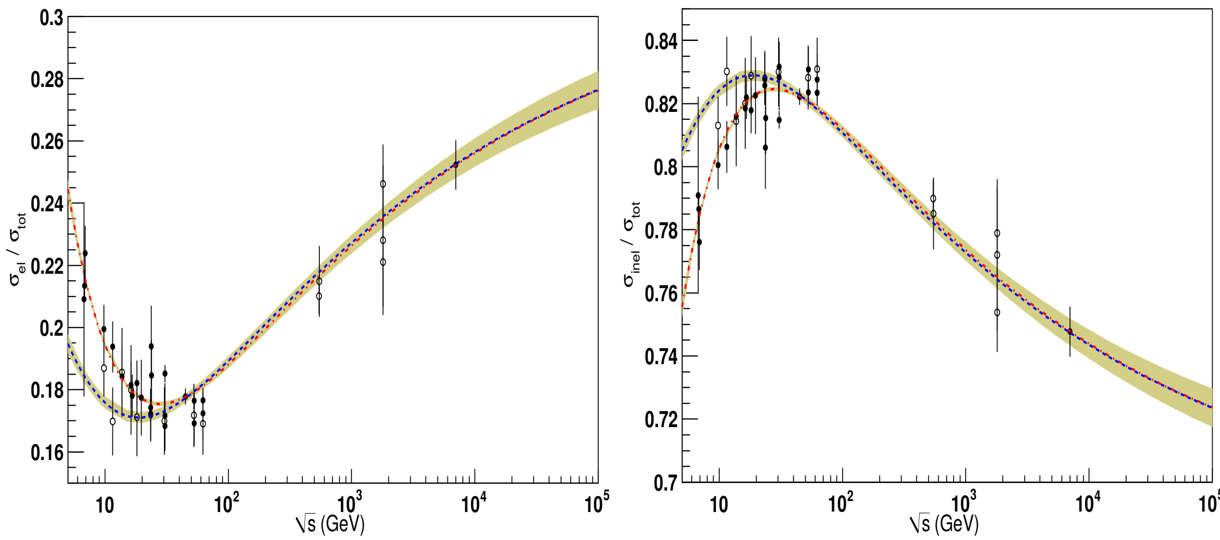


Figura 5.9: Previsões para as razões entre seções de choque σ_{el}/σ_{tot} e $\sigma_{inel}/\sigma_{tot}$, com dados experimentais correspondentes compilados da Ref. [14]

5.2.8 Previsões para o LHC e AUGER

As previsões obtidas para todas quantidades físicas analisadas nas energias do LHC, 7 TeV, 8 TeV e 14 TeV, e do Observatório Pierre Auger em 57 TeV são dispostas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Previsões para diversas quantidades físicas características do espalhamento elástico de hádrons nas energias do LHC, 7 TeV e 8 TeV, e do Observatório Auger em 57 TeV.

Grandeza Física	7 TeV	8 TeV	14 TeV	57 TeV
σ_{tot} (mb)	96.40 ± 0.97	98.7 ± 1.0	108.6 ± 1.2	137.0 ± 1.9
ρ	0.1362 ± 0.0016	0.1357 ± 0.0016	0.1333 ± 0.0015	0.1261 ± 0.0013
σ_{el} (mb)	24.31 ± 0.31	25.03 ± 0.33	28.18 ± 0.39	37.26 ± 0.59
σ_{inel} (mb)	72.1 ± 1.0	73.7 ± 1.1	80.4 ± 1.3	99.7 ± 2.0
σ_{el}/σ_{tot}	0.2522 ± 0.0041	0.2536 ± 0.0042	0.2595 ± 0.0046	0.2720 ± 0.0057
$\sigma_{inel}/\sigma_{tot}$	0.7478 ± 0.0041	0.7465 ± 0.0042	0.7405 ± 0.0046	0.7280 ± 0.0057
σ_{tot}/B_{el}	12.44 ± 0.21	12.51 ± 0.21	12.82 ± 0.23	13.46 ± 0.28
B_{el} (GeV^{-2})	19.89 ± 0.39	20.25 ± 0.40	21.76 ± 0.46	26.15 ± 0.66
$d\sigma/dt\|_{t=0}$ (mbGeV^{-2})	483.6 ± 9.7	507 ± 10	613 ± 14	974 ± 27

Com base nos resultados aqui obtidos, discutimos a seguir sobre os cenários assintóticos previstos para as razões σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el} e analisamos um cenário possível para a razão $\sigma_{diff}/\sigma_{tot}$, baseado na saturação do limite de Pumplin (2.56).

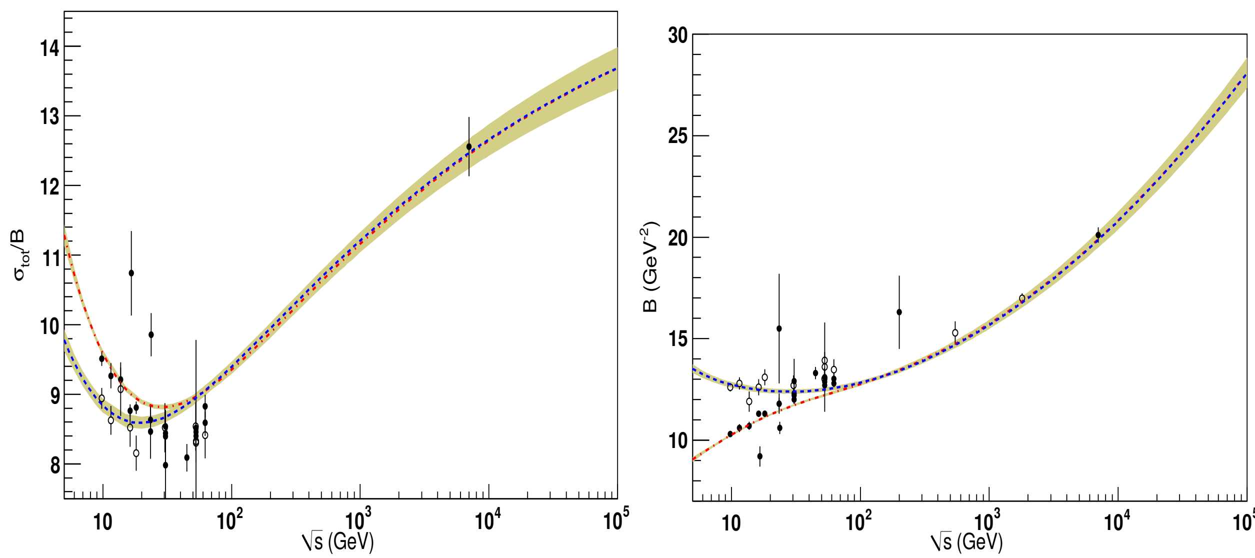


Figura 5.10: Previsões para a razão σ_{tot}/B_{el} e a inclinação B_{el} com dados experimentais das Figuras 3.7 e 3.9.

5.2.9 Limites racionais e cenários assintóticos

Os resultados para as razões σ_{el}/σ_{tot} e $\sigma_{inel}/\sigma_{tot}$, apresentados na Figura 5.9, são consistentes (dentro das regiões de incerteza) com os dados da TOTEM em 7 TeV [9]. A partir deles, obtivemos extrapolações para a região de energias assintóticas ($s \to \infty$), utilizando as parametrizações 5.19 e 5.32, com a notação

$$\beta' \equiv \beta_{el} \text{ e } \beta \equiv \beta_{tot}.$$

Desse modo, encontramos:

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \xrightarrow[s\to\infty]{} \frac{\beta_{el}}{\beta_{tot}} \qquad \text{e} \qquad \frac{\sigma_{inel}}{\sigma_{tot}} \xrightarrow[s\to\infty]{} 1 - \frac{\beta_{el}}{\beta_{tot}}.$$

Dos resultados das Tabelas 5.3 (segunda coluna) e 5.4, obtemos os valores de cada coeficiente acima, logo os valores numéricos dos limites assintóticos,

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \xrightarrow[s\to\infty]{} 0.340 \pm 0.015 \qquad \text{e} \qquad \frac{\sigma_{inel}}{\sigma_{tot}} \xrightarrow[s\to\infty]{} 0.660 \pm 0.015,$$

consistentes com os seguintes limites racionais:

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{3} \qquad \text{e} \qquad \frac{\sigma_{inel}}{\sigma_{tot}} \to \frac{2}{3}. \tag{5.36}$$

Os limites racionais da Eq. (5.36) apontam para um comportamento constante das razões, conforme já antecipado pelas Eqs. (5.30) e (5.31), com $A = 1/3$, portanto abaixo do limite de disco negro, $A_{DN} = 1/2$. Esse resultado é consistente com o valor central do dado (estimativa) do Observatório Auger para a razão elástica-total na energia $\sqrt{s} = 57$ TeV, $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.31$, apresentado na Seção 3.2.6. A partir desses resultados e sob a hipótese de saturação assintótica do Limite de Pumplin [33], dado pela Eq. (2.56), i.e.

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} + \frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{2}, \tag{5.37}$$

prevemos o seguinte limite assintótico para a produção disssociativa de partículas:

$$\frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{6}. \tag{5.38}$$

A obtenção do limite racional (5.38) constitui aspecto inédito no âmbito de abordagens fenomenológicas do espalhamento elástico, uma vez que os modelos construídos na representação eiconal preveem, por construção, $\sigma_{diff}/\sigma_{tot} \to 0$ [2]. Nesse cenário assintótico, utilizando a Eq. (5.5), prevemos que a região de interação em colisões pp apresenta o padrão óptico-geométrico de um Disco Cinza (DC), com a opacidade central não-saturada no limite de Disco Negro (DN),

$$a_0^{DC}(s) \xrightarrow[s\to\infty]{} 4/3 \quad \neq \quad a_0^{DN}(s) \xrightarrow[s\to\infty]{} 2, \tag{5.39}$$

e com a produção inelástica difrativa (predominantemente periférica) não-nula.

A seguir apresentamos nossas conclusões parciais e considerações finais sobre as análises empíricas de seções de choque e razões de seções de choque apresentadas até o momento.

5.3 Conclusões Parciais

Nos estudos empíricos apresentados neste capítulo, investigamos na Seção 5.1 o comportamento com a energia da razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$, de importância central no formalismo de difração múltipla de Glauber, utilizado na extração da seção de choque σ_{p-ar} em análises de chuveiros atmosféricos extensos. Explorando dois limites de saturação assintótica da $[\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}](s)$, bem como a conexão independente de modelo com a razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$, dada pela Eq. (5.12), obtivemos os seguintes resultados principais:

[2] No âmbito de abordagens de *múltiplos canais* (múliplas eiconais), através do mecanismo de Good-Walker [176], obtém-se como assinatura característica do regime assintótico [177]

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{2} \qquad \text{e} \qquad \frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{tot}} \to 0.$$

1. apesar de serem obtidos nas energias mais altas, os dados de seções de choque pp obtidos em experimentos de raios cósmicos apresentam grandes incertezas, associadas principalmente às diversas fontes de erro sistemático (composição de chuveiros atmosféricos, contaminação por hélio, etc) envolvidas no processo de extração da seção de choque $p - ar$ e da aplicação do formalismo de difração múltipla de Glauber;

2. por meio de uma parametrização empírica (*sigmoidal*) para a razão elástica-total, analisamos cenários de saturação assintótica, consistentes com os limites de unitaridade $A = 1/2$ - disco negro - e $A = 1$ - saturação máxima de unitaridade. Do ponto de vista estatístico, o valor de $\chi^2/G.L \simeq 1.2$, obtido em ambos os casos, não permite discriminar o cenário assintótico em colisões pp de forma inequívoca. Com efeito, conforme discutido abaixo, os resultados apresentados na Seção 5.2, decorrentes do estudo sobre a amplitude de espalhamento frontal ($t = 0$), sobre as seções de choque total, σ_{tot}, e elástica, σ_{el}, apontam para a possibilidade de um terceiro cenário assintótico, abaixo do disco negro - i.e. $\sigma_{el}/\sigma_{tot} < 1/2$;

3. dos resultados de ajuste com a razão elástica-total e da relação aproximada (5.12) inferimos a dependência energética da razão $[\sigma_{tot}/B_{el}](s)$, relacionada à opacidade hadrônica central, $a_0(s)$ pela Eq. (5.5). As previsões para a dependência energética (empírica) dessa razão, baseadas nos limites de saturação de unitaridade, $A = 1/2$ e $A = 1$, foram utilizadas na composição de bandas de incerteza na região de energia de raios cósmicos, as quais indicam $\sigma_{tot}/B_{el} \sim 15.5 - 16.3$ para $\sqrt{s} \sim 50$ - 60 TeV. Aventamos a possibilidade de aplicação desses resultados empíricos no formalismo de Glauber para a extração de seções de choque próton-ar, tendo em vista a obtenção de região de incerteza da razão $[\sigma_{tot}/B_{el}](s)$ expressivamente menores do que aquela composta pelas previsões dos modelos de Regge [150, 151] e pela abordagem inspirada em QCD [152];

4. quanto aos possíveis cenários assintóticos da razão elástica-total notamos que a fronteira de saturação do limite de disco negro ocorre em energias $\sqrt{s} \gtrsim 10^9$ GeV (conforme mostrado na Figura 5.3), atualmente muito além das energias acessíveis por experimentos de aceleradores e de raios cósmicos;

5. assintoticamente, se a dependência energética do limite de Froissart-Martin é saturada, i.e. $\sigma_{tot} \sim \ln^2 s$, então $B_{el} \sim \ln^2 s$. Conforme será discutido no Capítulo 6 (vide Seção 6.2.5), apesar de representar uma previsão assintótica, a dependência energética da inclinação, $B_{el}(s)$, nas energias do LHC, é compatível com $B_{el} \sim \ln^2 s$;

Na Seção 5.2 analisamos a dependência energética das seções de choque $\sigma_{tot}(s)$, $\sigma_{el}(s)$ e $\sigma_{inel}(s)$ e, num segundo passo, as razões entre seções de choque, $\sigma_{el}(s)/\sigma_{tot}(s)$, e $\sigma_{inel}(s)/\sigma_{tot}(s)$. Por extensão, utilizando a relação (5.35), estudamos o comportamento com a energia da razão $\sigma_{tot}(s)/B_{el}(s)$. Baseado em argumentos de unitaridade e em ajustes de dados experimentais, extraímos informações relevantes sobre o comportamento das seções de choque na região de energias do LHC e no limite assintótico, dentre as quais destacamos:

1. encontramos evidências para o crescimento das seções de choque, σ_{tot} e σ_{el}, mais rápido do que $\ln^2 s$ nas energias do LHC. Em particular, soluções do tipo $\ln^\gamma s$, com $\gamma \simeq 2.35 > 2$ foram obtidas, as quais apresentam bons resultados estatísticos e reproduzem globalmente todos os dados experimentais analisados, sem violar o princípio de unitaridade. Do ponto de vista teórico, esses resultados corroboram os argumentos recentes de Azimov [166–168] e, do ponto de vista fenomenológico, sugerem interpretações físicas diferentes das usuais na literatura [154, 178];

2. através das parametrizações analíticas utilizadas nas descrições dos dados experimentais de σ_{tot} e σ_{el}, inferimos o limite assintótico racional da razão elástica-total, abaixo do limite de disco negro, compatíveis com o limite racional, $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \to 1/3$;

3. considerando a contribuição das componentes elástica e dissociativa, e sob a hipótese de saturação assintótica do Limite de Pumplin, o resultado anterior permite prever o seguinte limite racional para a razão difrativa-total: $\sigma_{diff}/\sigma_{tot} \to 1/6$;

4. os resultados de estudos posteriores por Menon e Silva [172, 173], atualizados com os dados recentes da TOTEM em 7 TeV e 8 TeV, corroboram nossos resultados com a parametrização de Amaldi e indicam: $\gamma > 2$ e $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \to A < 1/2$, abaixo do disco negro. Nesse escopo, os resultados apresentados na Seção 5.2, com a parametrização de Amaldi, indicam $A < 1/2$ e foram obtidos posteriormente em relação aos da Seção 5.1, as quais evidenciam $1/2 \leqslant A \leqslant 1$;

Dos resultados apresentados nesse capítulo, notamos que a questão central sobre o regime assintótico em colisões *pp* permanece em aberto. Nesse ponto, ressaltamos a importância das análises complementares realizadas, as quais indicam três cenários físicos possíveis de saturação da razão elástica-total: (i) no limite de disco negro ($A = 1/2$); (ii) acima do disco negro ($A > 1/2$); (iii) abaixo do disco negro ($A < 1/2$). No momento, encontramo-nos em fase final de trabalho investigando esses três cenários assintóticos possíveis [179, 180].

Capítulo 6

Seção de Choque Diferencial Elástica e a Amplitude de Barger-Phillips

Neste capítulo apresentamos uma descrição empírica dos dados de seção de choque diferencial elástica pp obtidos no LHC na energia $\sqrt{s} = 7$ TeV pela Colaboração TOTEM [8,47]. Analisamos os principais aspectos desses dados recentes através de uma parametrização *empírica* para a amplitude de espalhamento, composta por duas exponenciais e uma fase relativa. Esse modelo empírico para amplitude de espalhamento, proposto por Barger e Phillips (BP) em 1973 [181], de estrutura analítica simples, possui a virtude de reproduzir aspectos fundamentais do padrão difrativo da seção de choque diferencial elástica como o mínimo difrativo (*dip*), a transição para o segundo máximo (*bump*) e a região de grande momento transferido. Em particular, a sub-divisão da amplitude em dois blocos permite: (i) obter interpretações físicas dos termos individuais da amplitude elástica na Fenomenologia de Regge, em termos de trocas de trajetórias com paridades $P = C = \pm 1$ e (ii) estudar a dependência energética dos parâmetros livres utilizando teoremas e resultados assintóticos formais.

Os resultados aqui apresentados são fruto de pesquisa realizada durante estágio no exterior, no Laboratório Nacional de Frascati (LNF) - Itália, sob supervisão da Profa. Dra. Giulia Pancheri e em colaboração com os professores: Profa. Dra. Agnes Grau (Universidade de Granada - Espanha), Prof. Dr. Simone Pacetti (Universidade de Perúgia - Itália) e Prof. Dr. Yogendra Srivastava (Universidade de Perúgia - Itália).

6.1 A amplitude empírica de Barger-Phillips

As análises empíricas da seção de choque diferencial elástica *pp* apresentadas a seguir baseiam-se na parametrização de Barger-Phillips [181, 182] para a amplitude de espalhamento:

$$\mathcal{A}_{el}(s,t) = i\left[\sqrt{A(s)}e^{B(s)t/2} + e^{i\phi(s)}\sqrt{C(s)}e^{D(s)t/2}\right]. \tag{6.1}$$

Por ser composta por apenas dois termos exponenciais, a amplitude produz formas analíticas simples para a seção de choque diferencial elástica (com a normalização adotada por Grau *et al* e BP em [181, 182])

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = A(s)e^{B(s)t} + 2\sqrt{A(s)C(s)}e^{(B(s)+D(s))t/2}\cos\phi + C(s)e^{D(s)t}, \tag{6.2}$$

e a seção de choque total

$$\sigma_{tot}(s) = 4\sqrt{\pi}(\sqrt{A(s)} + \sqrt{C(s)}\cos\phi). \tag{6.3}$$

As Eqs. (6.2,6.3) evidenciam dois aspectos fenomenológicos importantes do modelo de Barger-Phillips (6.1):

1. a seção de choque diferencial é composta apenas por três termos - o número mínimo necessário para reproduzir o padrão difrativo observado experimentalmente - sendo o primeiro termo responsável pela contribuição dominante no *pico difrativo*, o segundo, contendo a fase ϕ, pela interferência que produz o mínimo difrativo (*dip*) e o terceiro pela região de grande momento transferido;

2. a seção de choque total é constituída por dois termos dependentes da energia, dos quais o primeiro termo representa a contribuição dominante.

Em princípio, as dependências com a energia dos parâmetros $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$ da amplitude (6.1) são desconhecidas. Mas, com base nas propriedades fenomenológicas acima, podemos interpretar a amplitude BP à luz de contribuições com paridades (e conjugação de carga) opostas, $P = C = \pm 1$, no âmbito da Fenomenologia de Regge [182, 183]. Em particular, o termo de amplitude $\sqrt{A}$, correspondente à contribuição dominante para a seção de choque total (e de caráter predominantemente não-perturbativo) pode ser relacionado à troca de um *Pomeron*, com $P = C = +1$, cuja contribuição (pólo simples) é escrita da seguinte forma (no caso do espalhamento *pp* e $\bar{p}p$) [5, 184]:

$$A_{\mathbb{P}}(s,t) = i\sigma_0 F^2(t)\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\epsilon+\alpha'_P t}. \tag{6.4}$$

Assumindo o fator de forma exponencial $F^2(t) = e^{B_0 t/2}$, obtém-se:

$$A_{\mathbb{P}}(s,t) = i\sigma_0 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\epsilon} e^{[B_0 + 2\alpha'_P \ln(s/s_0)]t/2}. \tag{6.5}$$

Nesse contexto, identificamos

$$\sqrt{A(s)} \equiv \sigma_0 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\epsilon}; \tag{6.6}$$

$$B(s) \equiv B_0 + 2\alpha'_P \ln(s/s_0); \tag{6.7}$$

No caso da amplitude $\sqrt{A(s)}$, o comportamento do tipo potência s^{ϵ} na Eq. (6.6) viola o limite de saturação máxima de absorção da amplitude em $b = 0$ quando $s \to \infty$. Com efeito, veremos na Seção 6.2.3 que a conservação de unitaridade no limite assintótico de energias - segundo duas regras de soma assintóticas para a amplitude de espalhamento - implica

$$\frac{\sqrt{A(s)}}{B(s)} \sim \text{constante}. \tag{6.8}$$

No caso da inclinação $B(s)$, a Eq. (6.7) prevê o comportamento linear em $\ln s$ característico da Fenomenologia de Regge. Porém, há ainda a possibilidade de que a inclinação da trajetória do *Pomeron* possa depender da energia [184], de modo que:

$$\alpha'_P \to \alpha'_P(s) = \alpha'_0 + \alpha'_1 \ln(s/s_0) \quad \Rightarrow \quad B(s) = B_0 + 2\alpha'_0 \ln(s/s_0) + 2\alpha'_1 \ln^2(s/s_0). \tag{6.9}$$

Como veremos na Seção 6.3.2, a análise dos dados experimentais atuais, incluindo a medida recente de $B(7\text{ TeV})$ [8] corrobora a hipótese (6.9). Nesse caso, segundo a Eq. (6.8) a dependência energética *máxima* esperada para o parâmetro $\sqrt{A(s)}$ segue abaixo:

$$\sqrt{A(s)} \sim a_0 + a_1 \ln(s/s'_0) + a_2 \ln^2(s/s'_0). \tag{6.10}$$

Por outro lado, o segundo termo da Eq. (6.1), de amplitude $\sqrt{C}$, por conter a fase $e^{i\phi}$, incorpora contribuições dos tipos $C = \pm 1$ e tem efeito não-dominante na região de pequeno $-t$, embora seja relevante no domínio de grande momento transferido. No contexto da Fenomenologia de Regge, uma amplitude desse tipo resulta da interferência de contribuições de *Reggeons secundários* de paridades distintas, $C = +1$ e $C = -1$. No Apêndice D apresentamos uma interpretação para o termo de fase ϕ da amplitude (6.1) nesse contexto.

A seguir, apresentamos os resultados de ajustes dos dados experimentais da seção de choque diferencial elástica em 7 TeV com a parametrização (6.1).

6.1.1 A amplitude original e os dados do LHC a 7 TeV

Ajustando a Eq. (6.2) aos dados da Colaboração TOTEM, publicados em [8, 47] [1] notamos que a parametrização (6.1) descreve o referido conjunto de dados apenas na região limitada de momento transferido, 0.4 GeV^2 $\leqslant |t| \leqslant$ 2.5 GeV^2, como mostrado na Figura 6.1. Desse modo, observa-se que, em sua forma original, o modelo BP falha na reprodução do ponto óptico e na descrição dos dados na região de pequeno momento transferido, tipicamente com $|t| \lesssim$ 0.2 GeV^2. A fim de ilustrar o problema, apresentamos na Tabela 6.1 os resultados de ajustes obtidos com a parametrização (6.1) implementando diferentes cortes de dados no valores de momento transferido $|t| < |t|_{min}$, com $|t|_{min} =$ 0.01 GeV^2, 0.10 GeV^2, 0.20 GeV^2, 0.30 GeV^2 e 0.40 GeV^2. Nela apresentamos também os valores respectivos de $\chi^2/G.L.$ obtidos em cada ajuste, bem como os valores de seção de choque total e do ponto óptico, obtidos a partir das Eqs. (6.2,6.3). Esses resultados indicam que os ajustes realizados com 0.2 GeV^2 $< |t_{min}| <$ 0.3 GeV^2 são estatisticamente consistentes com os dados experimentais, porém o valor da seção de choque obtido nesses casos não corresponde à medida experimental.

Tabela 6.1: Resultados estatísticos de ajustes da seção de choque diferencial *pp* em 7 TeV [8] com o modelo Barger-Phillips (6.1). Valores de $\chi^2/G.L.$ obtidos para ajustes na região $|t| > |t|_{min}$ e os respectivos valores de seção de choque total e ponto óptico. Na última coluna, indica-se a razão entre valores calculados e a medida experimental independente de luminosidade obtida pela colaboração TOTEM, $\sigma_{tot} = 98.0 \pm 2.5$ mb [9].

$-t_{min}$ (GeV^2)	$G.L.$	$\chi^2/G.L.$	$d\sigma_{el}/dt\,\vert_{t=0}$ (mbGeV^{-2})	σ_{tot} (mb)	$\sigma_{tot}/\sigma_{tot}^{exp}$ (%)
0.01	156	9.40	490.2	97.9	99.9
0.10	118	6.33	422.8	90.9	92.8
0.20	94	2.66	282.0	74.2	75.7
0.30	80	1.62	181.8	59.6	60.8
0.40	70	1.41	212.1	64.4	65.7

Dos resultados acima e da Figura 6.1 concluímos que, exceto pela região de pequeno momento transferido $|t| \lesssim$ 0.2 GeV^2, a parametrização (6.1) é eficiente para descrever aspectos essenciais da seção de choque diferencial elástica em altas energias, a saber: a posição do *dip* e a estrutura de grande momento transferido. Notamos também que o ajuste exponencial na região $|t| >$ 1.0 GeV^2 é compatível com os dados experimentais e de qualidade estatística equivalente à do ajuste com potência, $|t|^{-n}$ com $n \approx 8$, proposto pela Colaboração TOTEM [47]. Ilustramos esse ponto no mini-gráfico da Fig. 6.1, no qual são apresentados os dados experimentais na região 1.5 GeV^2 $< -t <$ 2.0 GeV^2, seguido pelo ajuste com potência, $|t|^{-8}$. Nesse ponto, percebemos que para reproduzir o comportamento global da seção de choque diferencial com a amplitude do tipo (6.1), incluindo o ponto óptico e o pico difrativo,

[1] Disponíveis para download em: `http://hepdata.cedar.ac.uk/view/red2659` e `http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins922651`

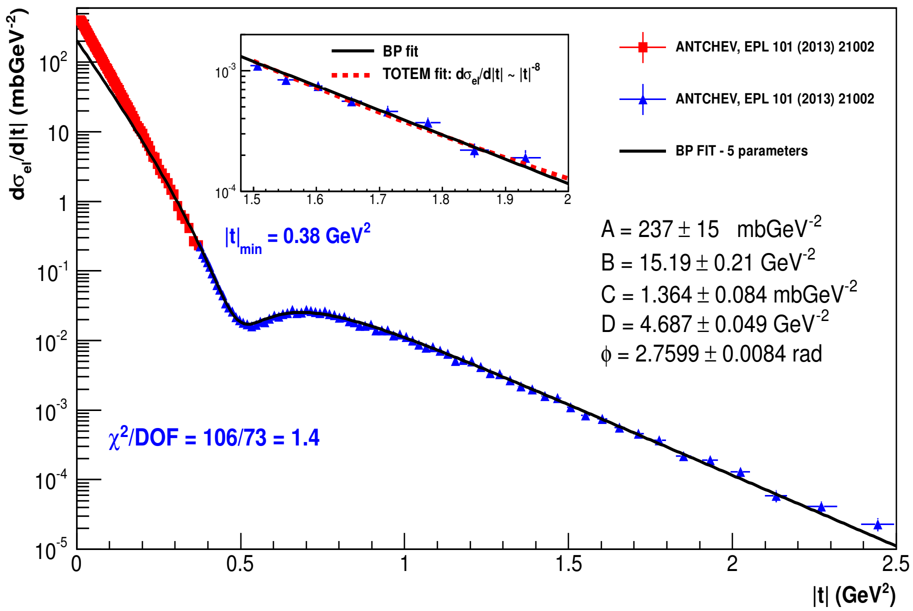


Figura 6.1: Ajuste da seção de choque diferencial em 7.0 TeV [8, 47] com a amplitude BP (6.1) no intervalo de momento transferido $0.38 \leq |t| \leq 2.4$ GeV^2 e com valor de $\chi^2/G.L.$ calculado nesse intervalo.*Mini-gráfico*: ajuste do tipo potência, $|t|^{-n}$ com $n \approx 8$, compara com ajuste exponencial no intervalo $1.5 \leq |t| \leq 2.0$ GeV^2.

é necessário corrigir o comportamento da mesma na região $|t| \leqslant 0.2$ GeV^2, mantendo ainda a fase relativa e o segundo termo exponencial (responsáveis pela descrição do *dip* e da região de grande $|t|$). Discutimos a seguir duas formas possíveis de correção da amplitude original BP.

6.1.2 Modificações do modelo BP

A fim de corrigir a falha de normalização no ponto óptico e corrigir o comportamento da amplitude na região de pequeno momento transferido, modificamos o primeiro termo da Eq. (6.1) introduzindo o fator de correção $G(s,t)$ (fator de forma), tal que $G(s,0) = 1$. Desse modo, propomos a seguinte modificação da amplitude original de Barger-Phillips [181, 182]:

$$\mathcal{A}(s,t) = i[G(s,t)\sqrt{A(s)}e^{B(s)t/2} + e^{i\phi(s)}\sqrt{C(s)}e^{D(s)t/2}]. \tag{6.11}$$

Examinamos então duas possíveis representações, para o fator $G(s,t)$:

1. a presença de singularidade (de menor massa no canal t) na trajetória do *Pomeron*, ocasionada pelo *loop* de píons [185–188]. Nomeamos essa variante da nova amplitude (6.11) como mBP_1.

2. a introdução do fator $G(s,t) = F_P^2(t)$, inspirado no fator de forma elétrico de dipolo do próton, o

qual reflete a probabilidade de não-fragmentação do próton com o aumento do momento transferido. Nomeamos essa variante da nova amplitude (6.11) como mBP_2.

Por simplicidade e conveniência, apresentamos nas seções a seguir os resultados e previsões dos estudos com a variante mBP_2. Contudo, discutimos no Apêndice E a aplicabilidade e as limitações da variante mBP_1 nos estudos *empíricos* da seção de choque diferencial elástica na energias do ISR e do LHC. Apresentamos também uma análise comparativa entre as variantes mBP_1 e mBP_2 no Apêndice F, sobre a estrutura de parâmetro de impacto extraída dos resultados de ajustes com os dois modelos.

6.2 Amplitude BP Modificada com Fator de Forma Elétrico do Próton

Nessa seção analisamos a modificação da amplitude BP, na região de pequeno momento transferido, ocasionada pela introdução do fator de forma elétrico do próton:

$$F_P^2(t) = \frac{1}{(1 - t/t_0)^4}. \tag{6.12}$$

Assim, analisamos o conteúdo físico do seguinte modelo *empírico* para amplitude de espalhamento elástico em altas energias:

$$\mathcal{A}(s,t) = i[F_P^2(t)\sqrt{A(s)}e^{B(s)t/2} + e^{i\phi(s)}\sqrt{C(s)}e^{D(s)t/2}], \tag{6.13}$$

com $A(s),\ B(s),\ C(s),\ D(s), \phi(s)$ and $t_0(s)$ parâmetros livres, ajustados agora aos dados de seção de choque diferencial dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ no intervalo de energia no centro de massa 24 GeV - 7 TeV.

6.2.1 Resultados dos ajustes

Os resultados de ajuste com o modelo mBP_2, Eq. (6.13), são mostrados na Figura 6.2. Na Tabela 6.2 apresentamos as informações estatísticas de cada ajuste e os valores dos parâmetros livres. Os conjuntos de dados dos experimentos ISR e LHC são aqueles apresentados no Capítulo 3 na Seção 3.1 e correspondem a <u>todos</u> os dados disponíveis de seção de choque diferencial pp a partir de 1980.

Sobre esses resultados tecemos os seguintes comentários iniciais:

i. Nesse modelo o comportamento na região de grande momento transferido é descrito por uma exponencial com inclinação $D(s)$. Esse comportamento difere essencialmente da lei de potência proposta pela Colaboração TOTEM [8], a qual segue do modelo de troca de três glúons de Donnachie e Landshoff [189, 190] (aplicável no regime perturbativo). Como mencionado anteriormente, nossa proposta [183, 191] (também da Ref. [182]), seguindo a linha de análise *empírica*,

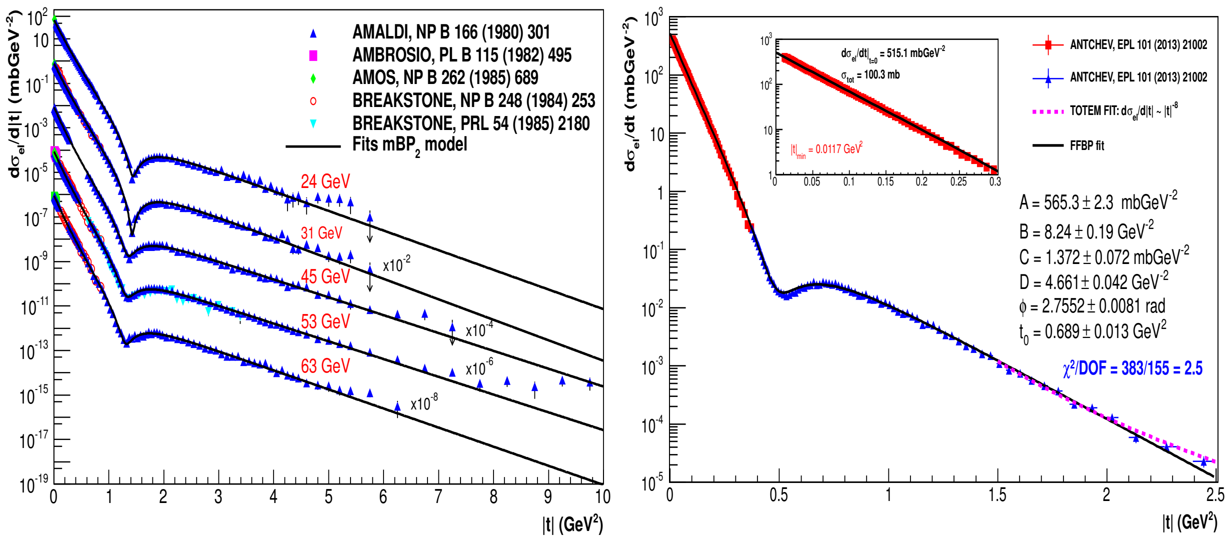


Figura 6.2: Ajustes de dados de seção de choque diferencial nas energias na região de energias do ISR (24 GeV - 63 GeV) (à esquerda) e no LHC em 7 TeV (à direita) com o modelo mBP_2. *Mini-gráfico:* Dados em 7 TeV na região quase-frontal de espalhamento e resultados de ajuste com valores de seção de choque total e ponto óptico, em $t = 0$.

tem por objetivo principal fornecer uma parametrização efetiva para todo o intervalo de momento transferido analisado. Com relação a esse ponto, na Figura 6.1 (mini-gráfico) mostramos que no intervalo de momento transferido 1.5 GeV^2 $< -t <$ 2.0 GeV^2, tanto a parametrização da Colaboração TOTEM quanto a nossa descrevem igualmente bem os dados experimentais (embora diferenças sejam aparentes na extrapolação até $|t| = 2.5$ GeV^2);

ii. Na energia 53 GeV do ISR, os dados acima de $|t| \simeq 7$ GeV^2 sugerem a presença de um segundo dip, ou uma oscilação na seção de choque diferencial, comportamento este típico de diversos modelos eiconalizados [57, 58, 74]. Nesse domínio de momento transferido a parametrização (6.13) não reproduz esse comportamento, apesar de utilizarmos os dados disponíveis nos procedimentos de ajuste. Nesse ponto, antevemos a possibilidade de que essa parametrização não seja válida para todo valor de $|t|$ explorado nas energias do ISR, em particular na região $|t| \gtrsim 7$ GeV^2. Por outro lado, no que concerne os dados da Colaboração TOTEM em 7 TeV, nenhum comportamento similar é observado e o comportamento exponencial ditado pela inclinação $D(s)$ constitui uma previsão específica desse modelo no intervalo de grande $|t|$;

iii. Além disso, da Tabela 6.2, notamos que o valor do parâmetro t_0 (maior nas energias do ISR) decresce com o aumento da energia no c.m., sendo consistente com o valor da escala do fator de forma eletromagnético, $t_0 \sim 0.71$ GeV^2, em 7 TeV. Assim, esses resultados podem indicar que a

Tabela 6.2: Valores dos parâmetros livres A, B, C, D, t_0 e ϕ do modelo mBP_2 nas energias analisadas. Na última linha apresentamos o resultado do ajuste com t_0 fixo. A e C são expressos em unidades mbGeV^{-2}, B e D em unidades GeV^{-2}, t_0 em unidades GeV^2 e ϕ, em radianos.

$\sqrt{s}$ (GeV)	A	B	$C(\times 10^{-3})$	D	t_0	ϕ	$G.L.$	$\frac{\chi^2}{\text{G.L.}}$
24	74.8 ± 0.8	4.0 ± 0.1	4.8 ± 0.7	2.03 ± 0.06	1.06 ± 0.03	3.31 ± 0.01	128	1.2
31	83.7 ± 0.2	3.90 ± 0.07	5.4 ± 0.5	2.12 ± 0.04	0.99 ± 0.01	3.06 ± 0.01	200	1.6
45	89.6 ± 0.2	4.27 ± 0.05	2.4 ± 0.2	1.84 ± 0.02	0.912 ± 0.009	2.83 ± 0.01	201	3.7
53	93.0 ± 0.1	4.51 ± 0.05	2.5 ± 0.1	1.84 ± 0.01	0.947 ± 0.008	2.79 ± 0.01	313	4.7
63	97.4 ± 0.2	4.3 ± 0.1	3.5 ± 0.4	1.97 ± 0.04	0.90 ± 0.01	2.86 ± 0.06	159	2.1
7000	565 ± 2	8.2 ± 0.2	1370 ± 70	4.66 ± 0.04	0.69 ± 0.01	2.755 ± 0.008	155	2.5
7000	562 ± 1	8.54 ± 0.03	1280 ± 34	4.61 ± 0.03	0.71 (fixed)	2.744 ± 0.004	156	2.5

escala t_0 tende assintoticamente ao valor correspondente do fator de forma elétrico. Com efeito, analisamos a possibilidade de manter t_0 fixo no valor 0.71 GeV^2 já na energia 7 TeV e obtivemos o mesmo valor de $\chi^2/\text{G.L.} = 2.5$ do ajuste com t_0 livre. A comparação entre os dois casos é feita nas duas últimas linhas da Tabela 6.2. Por fim, ressaltamos que a diferença observada entre os valores de t_0 nas energias do ISR e no LHC deve-se, provavelmente, à contribuição de *Reggeons* de baixa energia para a seção de choque diferencial.

Por fim, apresentamos de forma separada os resultados de ajustes aos dados de seção de choque diferencial $\bar{p}p$, com a amplitude mBP_2. Na Figura 6.3 mostramos os resultados de ajustes de dados nas energias 546 GeV [130–132], 1.8 TeV e 1.96 TeV [133,134,140]. Nesses ajustes o valor do parâmetro t_0 foi obtido (e fixado) por meio da função $t_0(s)$,

$$t_0(s) = 0.66 + 15.4/\ln^2 s, \tag{6.14}$$

que interpola os valores da Tabela 6.2 entre as energias do ISR e do LHC. Esse procedimento de ajuste é justificado por duas razões principais:

1. devido ao número reduzido de dados experimentais (logo, de graus de liberdade) em ambos os casos;

2. a ausência de um mínimo difrativo claro no canal $\bar{p}p$ (ao contrário do canal pp) acarreta modificações drásticas nos valores obtidos de t_0, nos ajustes utilizando t_0 livre.

Desse modo, a fim de manter a mesma amplitude na análise do espalhamento $\bar{p}p$ propomos como solução o método de interpolação do parâmetro t_0 discutido acima e ilustrado na Figura 6.4. Posteriormente, na Seção 6.4, comentaremos sobre as diferenças de comportamento com a energia dos parâmetros do modelo mBP_2 obtidos nos casos pp e $\bar{p}p$.

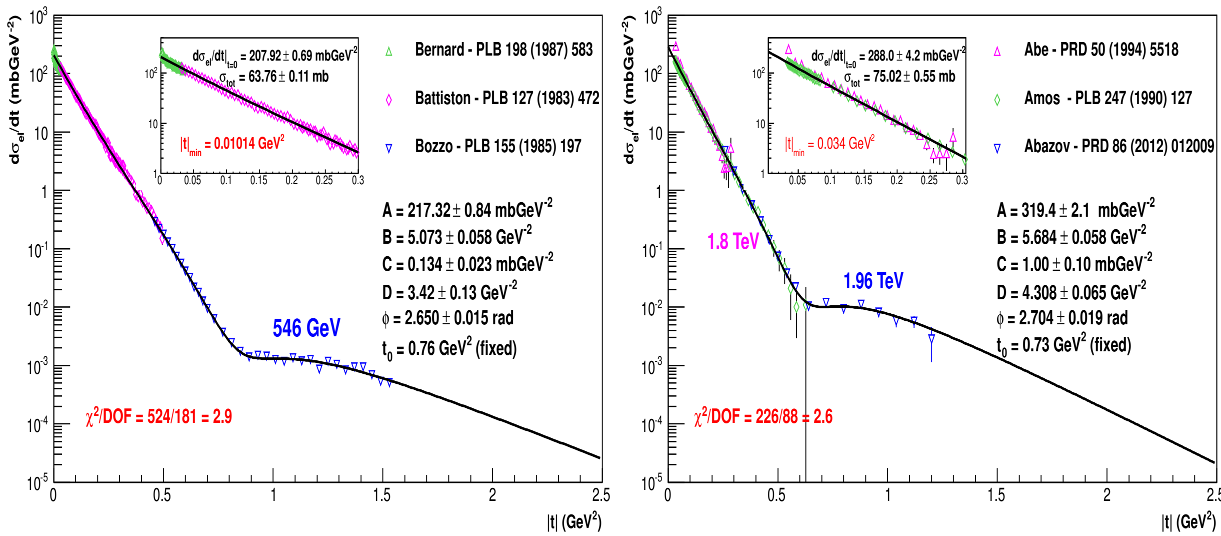


Figura 6.3: Aplicação do modelo mBP_2 aos dados de espalhamento $\bar{p}p$ nas energias 546 GeV (à esquerda) e 1.8 TeV + 1.96 TeV (à direita). Os valores dos parâmetros obtidos são apresentados nos gráficos.

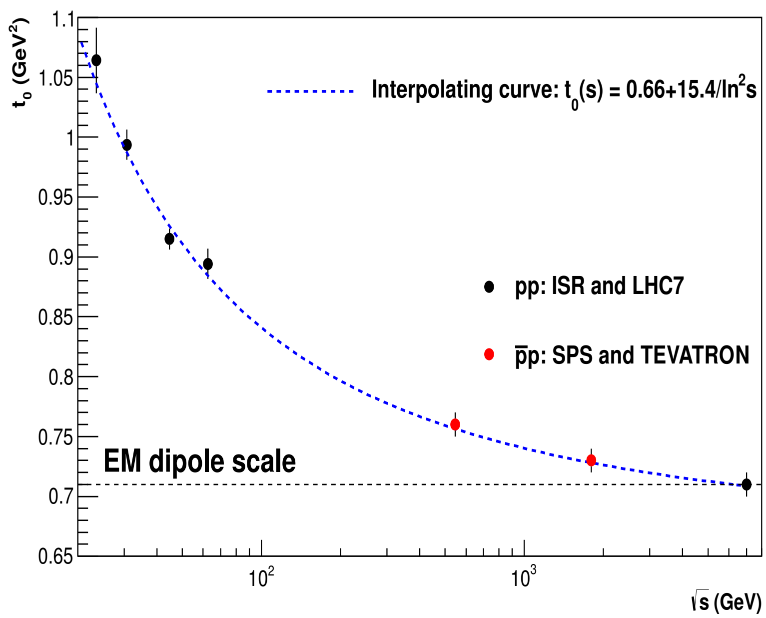


Figura 6.4: Dependência com a energia do parâmetro t_0 do fator de forma e interpolação entre as energias do ISR e do LHC.

6.2.2 Seções de choque integradas

Da amplitude (6.13) para o modelo modificado mBP_2 e da Eq. (2.31) segue a expressão para a seção de choque elástica:

$$\sigma_{el}(s) = At_0 e^{Bt_0} E_8(Bt_0) + \frac{C}{D} + 2(\sqrt{AC}\cos\phi) t_0 e^{(B+D)t_0/2} E_4\left(\frac{(B+D)t_0}{2}\right) \tag{6.15}$$

com

$$E_n(x) = \int_1^\infty dy \frac{e^{-xy}}{y^n}. \tag{6.16}$$

Na Tabela 6.3 mostramos os valores das seções de choque total e elástica e do ponto óptico obtidas com o modelo mBP_2 nas energias do ISR (24 GeV - 63 GeV) e do LHC em 7 TeV, usando as Eqs. (6.3) e (6.15).

Tabela 6.3: Seções de choque elástica, total e ponto óptico obtidas com o modelo modificado mBP_2.

$\sqrt{s}$ (GeV)	σ_{tot} (mb)	σ_{el} (mb)	$d\sigma_{el}/dt\,\vert_{t=0}$ (mbGeV^{-2})
24	37.9	6.65	73.6
31	40.1	7.20	82.4
45	41.6	7.13	88.7
53	42.4	7.42	92.1
63	43.3	7.60	96.3
7000	100	25.5	515

6.2.3 Regras de soma assintóticas para amplitude de espalhamento

A seguir discutimos a aplicação de duas regras de soma assintóticas para a amplitude de espalhamento elástica [182]

$$SR_1 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^0 dt \Im\mathrm{m}\mathcal{A}_{el}(s,t) \xrightarrow[s\to\infty]{} 1; \tag{6.17}$$

$$SR_0 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^0 dt \Re\mathrm{e}\mathcal{A}_{el}(s,t) \xrightarrow[s\to\infty]{} 0. \tag{6.18}$$

Fisicamente, a saturação dessas regras de soma reflete a condição de absorção total no espaço de parâmetro de impacto, isto é

$$SR_1 \equiv \Im m\tilde{\mathcal{A}}(s, b=0) = 1; \tag{6.19}$$

$$SR_0 \equiv \Re e\tilde{\mathcal{A}}(s, b=0) = 0; \tag{6.20}$$

onde a amplitude $\tilde{\mathcal{A}}_{el}(s,b)$ representa a transformada de Fourier (bidimensional) da amplitude de espalhamento $\mathcal{A}_{el}(s,t)$. Como discutido na Ref. [182], a fim de calcular as regras de soma, SR_0 e SR_1, é necessário introduzir a contribuição da parte real oriunda do primeiro termo, $i\sqrt{A(s)}$, de modo que:

$$i\sqrt{A(s)} \equiv i\hat{A}_I(s) + \hat{A}_R(s), \tag{6.21}$$

com $A = \hat{A}_I^2 + \hat{A}_R^2$. Nesse caso, definimos a contribuição dominante do parâmetro $\rho(s)$ - associada ao processo físico (no canal t) de conjugação de carga $C = +1$:

$$\hat{\rho}(s) \equiv \frac{\hat{A}_R(s)}{\hat{A}_I(s)}. \tag{6.22}$$

No modelo mBP_1 as expressões analíticas das regras de soma SR_1 e SR_0 são apresentadas no Apêndice E e no modelo mBP_2 elas são dadas pelos seguintes resultados [183]:

$$SR_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[-\frac{\sqrt{C}}{D}|\cos\phi| + \sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}}\frac{t_0}{2}e^{Bt_0/2}E_4(Bt_0/2)\right] \tag{6.23}$$

$$SR_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[-\frac{\sqrt{C}}{D}\sin\phi + \sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}}\hat{\rho}\frac{t_0}{2}e^{Bt_0/2}E_4(Bt_0/2)\right]. \tag{6.24}$$

Utilizando a desigualdade,

$$\frac{1}{x+n} < [e^x E_n(x)] < \frac{1}{x+n-1}; \; n = 1, 2, ... \tag{6.25}$$

tem-se que:

$$\left[\frac{1}{B+8/t_0}\right] < \frac{t_0}{2}e^{Bt_0/2}E_4(Bt_0/2) < \left[\frac{1}{B+6/t_0}\right]. \tag{6.26}$$

Tabela 6.4: Valores numéricos das regras de soma SR_1 e SR_0 obtidos com o modelo mBP_2 nas energias do ISR (23 GeV e 53 GeV) e no LHC em 7 TeV. Nesses cálculos utilizamos as Eqs. (6.23-6.24) e (6.30) e os resultados de ajuste da Tabela 6.2.

p	$\sqrt{s}$ (GeV)	SR_1	SR_0
–	24	0.719	0.021
–	53	0.717	0.049
0.66	7000	0.950	0.070
0.77	7000	0.953	0.048

Desse modo, obtemos expressões analíticas simples para as regras de soma no modelo mBP_2, que generalizam os resultados do modelo BP original [182]:

$$SR_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[-\frac{\sqrt{C}}{D}|\cos\phi| + \frac{\sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}}}{\hat{B}}\right]; \tag{6.27}$$

$$SR_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[-\frac{\sqrt{C}}{D}\sin\phi + \frac{\sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}}}{\hat{B}}\hat{\rho}\right]; \tag{6.28}$$

onde $\hat{B} = B + \frac{7}{t_0}$ leva em conta o efeito do parâmetro t_0 na inclinação frontal do modelo BP original (6.1), ocasionado pela introdução do fator de forma, $F_P^2(t)$. Das Eqs. (6.27) e (6.28) seguem os seguintes limites assintóticos:

$$\begin{aligned} SR_1 &\to 1-; \\ SR_0 &\to 0+. \end{aligned} \tag{6.29}$$

A saturação das regras de soma SR_1 e SR_0 caracteriza assinatura do regime assintótico de energias. Desse modo, a fim de verificar a condição de absorção total da amplitude de espalhamento, tal qual indicado pelas Eqs. (6.19) e (6.20), calculamos os valores de SR_1 e SR_0 nas energias do LHC utilizando o *Modelo de Ressoma de Glúons Soft* [137, 182] cuja expressão assintótica para $\hat{\rho}$ segue:

$$\hat{\rho}(s) \simeq \frac{\pi}{2p\ln s}. \tag{6.30}$$

Esse modelo, construído para as seções de choque total, $\sigma_{tot}(s)$, e inelástica, $\sigma_{inel}(s)$, incorpora o efeito não-perturbativo de ressoma de múltiplas emissões de glúons de baixo momento transversal (glúons *soft*) no estado inicial do processo de espalhamento. Nele, o comportamento assintótico da seção de choque total é dado por $\sigma_{total} \sim (\ln s)^{1/p}$ [192], onde o parâmetro p regula o comportamento da amplitude $\tilde{\mathcal{A}}_{el}(s,b)$ na região de grande parâmetro de impacto e obedece ao vínculo: $1/2 < p < 1$. Na Tabela 6.4 apresentamos os resultados numéricos de SR_1 e SR_0 obtidos com o modelo mBP_2.

Os resultados acima indicam que o modelo modificado aprimora os resultados obtidos na Ref. [182], com o modelo BP original, e evidenciam a proximidade da fronteira de saturação da amplitude de espalhamento, na qual $SR_1 = 1$ e $SR_0 = 0$.

6.2.4 O parâmetro $\rho(s)$

No modelo BP nas versões modificadas das Eqs. (6.13) e (E.1), o parâmetro $\rho(s)$ é dado por [183]

$$\rho(s) = \frac{\hat{\rho} - \sqrt{(\frac{C}{A})}\ \sin\phi}{1 - \sqrt{(\frac{C}{A})}|\cos\phi|}, \tag{6.31}$$

e para $\sqrt{C/A} << 1$ (caso dos resultados de ajuste mostrados na Tabela 6.2) tem-se

$$\rho(s) \longrightarrow \hat{\rho} + \sqrt{(\frac{C}{A})}[\hat{\rho}\ |\cos\phi| - \sin\phi]. \tag{6.32}$$

As Eqs. (6.31) e (6.32) evidenciam a contribuição dominante de $\hat{\rho}$ para a parte real da amplitude e desempenham papel importante em nossas discussões sobre as previsões do modelo mBP_2, a serem apresentadas na Seção 6.3.

6.2.5 Inclinação efetiva da seção de choque diferencial nos modelos modificados

A introdução do fator genérico, $G(s,t)$, na Eq. (6.11), representado pelo fator de forma, $F_P^2(t)$ ou pela correção atribuída ao *loop* de píons da Eq. (E.2), origina uma mudança de curvatura da inclinação *efetiva* da seção de choque diferencial, $B_{eff}(s,t)$, na região de pequeno momento transferido. Com efeito, para ambos os modelos, mBP_1 (Apêndice E) e mBP_2, segue que:

$$\begin{aligned} B_{eff}(s,t) = \left(\frac{d\sigma_{el}}{dt}\right)^{-1} \Bigg[& ABe^{Bt}G^2(s,t) + 2Ae^{Bt}G(s,t)\frac{dG(s,t)}{dt} + CDe^{Dt} \\ & + \sqrt{AC}(B+D)G(s,t)e^{(B+D)t/2}\cos\phi + 2\sqrt{AC}e^{(B+D)t/2}\frac{dG(s,t)}{dt}\cos\phi \Bigg]. \end{aligned} \tag{6.33}$$

Na Figura 6.5 apresentamos os dados experimentais da inclinação efetiva frontal, $B_{eff}(s) \equiv B_{eff}(s,t=0)$, e local, $B_{eff}(s,t)$, nas energias 53 GeV do ISR e 7 TeV do LHC, calculados com os valores dos parâmetros livres dados nas Tabelas 6.2 e E.1. Esses resultados indicam que a modificação ocasionada pelo fator (E.2), no modelo mBP_1, superestima o valor da inclinação na região quase-frontal de espalhamento. Quantitativamente, um desvio $\sim 10\%$ é observado com relação às medidas do ISR e do LHC. Esse ponto constitui argumento adicional para focalizarmos nossa atenção no modelo mBP_2, no qual observamos que a contabilização de efeitos de reespalhamento durante a interação pp, através do fator

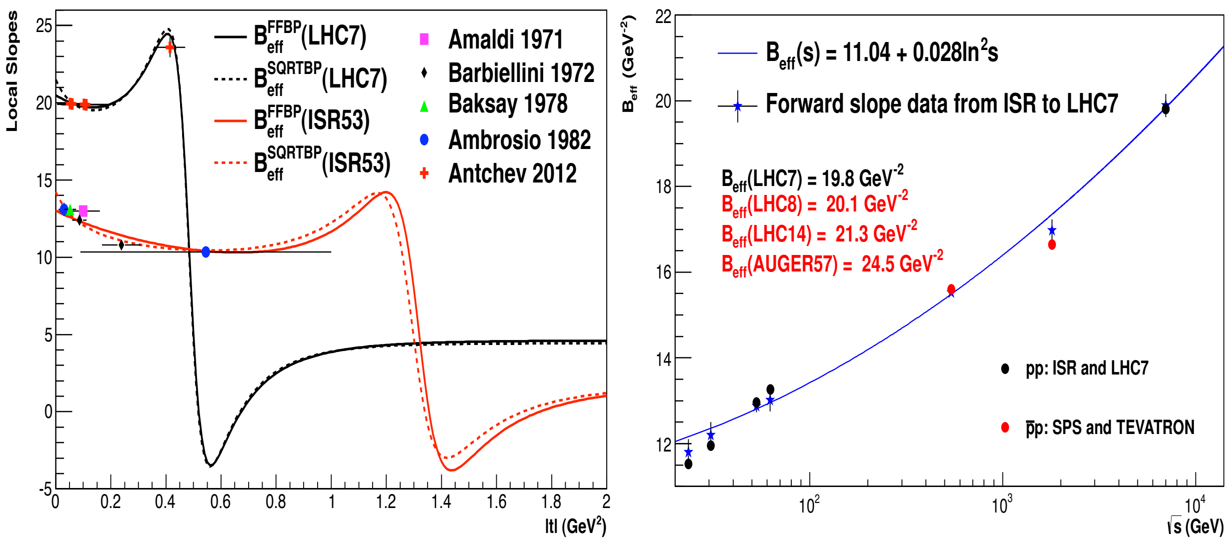


Figura 6.5: *À esquerda*: dados experimentais da inclinação efetiva local, $B_{eff}(s,t)$, e frontal, $B_{eff}(s)$, para o espalhamento *pp* nas energias 53 GeV e 7 TeV e previsões dos modelos mBP_1 (curva tracejada, denominada B_{eff}^{SQRTBP} no gráfico) e mBP_2 (curva sólida, denominada B_{eff}^{FFBP} no gráfico). *À direita*: dados experimentais da inclinação efetiva frontal, $B_{eff}(s)$, dos espalhamentos *pp* e $\bar{p}p$ comparados com a previsão do modelo mBP_2, utilizando a aproximação da Eq. (6.34) (curva sólida) e a expressão exata dada pela Eq. (6.33).

de forma $F_P^2(t)$, reproduz adequadamente os dados de inclinação na região frontal de espalhamento. Nesse caso, segue da Eq. (6.33) que a introdução do fator de forma (logo, da escala t_0) produz a seguinte modificação na inclinação frontal da seção de choque diferencial:

$$B(s) \simeq B_{eff}(s) - \frac{8}{t_0}, \tag{6.34}$$

ao passo que no modelo BP original tem-se $B(s) \simeq B_{eff}(s)$.

Na Figura 6.5, a comparação dos dados experimentais do ISR e do LHC indica a mudança do comportamento linear da inclinação frontal, $B_{eff}(s) \sim \ln s$, prevista pelos modelos de Regge. Antevendo essa possibilidade, ajustamos a parametrização (6.9) aos dados experimentais de B_{el}, seguindo a proposta de Schegelsky e Ryskin [184]. Os resultados obtidos são consistentes com os apresentados na Ref. [184], sendo compatíveis com $B_{eff}(s) \sim \ln^2 s$ nas energias do LHC. Na Figura 6.5 mostramos o resultado do melhor ajuste, com $B_{eff}(s) = 11.04 + 0.028 \ln^2 s$, juntamente com previsões em energias mais altas. Como discutido em [184], nos resultados de ajuste com termo linear $\ln s$, o respectivo coeficiente é compatível com zero. O ponto central desse resultado é a evidência de alteração de comportamento com a energia do termo dominante em energias assintóticas $B_{eff}(s) \sim \ln s \to \ln^2 s$, acarretado por possível alteração de dinâmica. Segundo a Ref. [184], essa transição se deve à dependência energética implícita na inclinação na trajetória do Pomeron, $\alpha'_{\mathbb{P}}$, refletindo o crescimento do raio de interação hadrônica com a energia.

6.3 Previsões Assintóticas do Modelo mBP_2

Na Ref. [193] comenta-se que o modelo BP original da Eq. (6.1) não possui, por essência, caráter preditivo, uma vez que a dependência energética dos parâmetros livres nesse modelo é desconhecida. No entanto, sua estrutura analítica simples pode ser explorada a fim de obter previsões para a região de energia, $\sqrt{s} > 7$ TeV. Com efeito, o modelo BP tem a virtude de permitir implementações simples das regras de soma (6.17) e (6.18) e, portanto, de possibilitar a análise do comportamento assintótico de seus parâmetros livres. Nesse contexto, discutimos a seguir o método *semi-empírico* utilizado para obter previsões para a seção de choque diferencial elástica nas energias 8 TeV e 14 TeV do LHC.

Nas versões modificadas do modelo BP, (6.13) e (E.2), de interesse principal neste trabalho, existem seis parâmetros livres:

i. duas amplitudes: $\sqrt{A(s)}$ e $\sqrt{C(s)}$;

ii. duas inclinações: $B(s)$ e $D(s)$;

iii. a fase relativa, ϕ;

iv. a escala t_0 do fator de forma (ou γ no caso do modelo mBP_1).

Conforme discutido na Seção 6.2.1, os resultados de ajuste da Tabela 6.2 sugerem $t_0 \to 0.71\ GeV^2$ para $\sqrt{s} \geqslant 7$ TeV. Portanto, em nossas previsões fixamos t_0 no valor da escala do fator de forma elétrico, i.e. $t_0 = 0.71$ GeV^2. Paralelamente, os mesmos resultados de ajuste corroboram a consistência da aproximação $\phi(s) \sim$ constante. Frisamos, no entanto, que em modelos de Regge a fase ϕ possui dependência em t, portanto, nessas abordagens $\phi(s) \leftrightarrow \phi(t)$. No caso da amplitude de BP, utilizada no contexto *empírico*, ϕ representa um valor médio sobre o intervalo de momento transferido Δt, no qual o modelo é válido. Mais detalhes sobre essa intepretação são apresentados no Apêndice D.

Mediante a hipótese de que ambos, t_0 e ϕ, sejam constantes assintoticamente, resta-nos determinar a dependência com a energia de quatro parâmetros; $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$. Conforme discutido na seção seguinte, a utilização de teoremas e resultados assintóticos, em conjuntura com os resultados das regras de soma (6.23) e (6.24), permite-nos obter os seguintes comportamentos assintóticos:

- $\sqrt{A(s)}$ e $B(s) \sim \ln^2 s$;
- $D(s) \sim \ln s$;
- $C(s) \sim$ constante ou $\ln s$.

Veremos como obter essas dependências em detalhe nas Seções 6.3.1 e 6.3.2.

6.3.1 Saturação assintótica das regras de soma SR_1 e SR_0

Os resultados da Tabela 6.4 sugerem a aproximação do regime de saturação das regras de soma, isto é $SR_1 \to 1$ e $SR_0 \to 0$, para a amplitude de espalhamento. Com base na saturação de SR_1 e SR_0 discutimos abaixo os comportamentos previstos para $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$. Considerando inicialmente o modelo BP original, dado pela Eq. (6.1), vemos que

$$SR_0 = \sqrt{\frac{A(s)}{1+\hat{\rho}(s)^2}}\frac{\hat{\rho}(s)}{\sqrt{\pi}B(s)} - \frac{\sqrt{C(s)}\sin\phi}{\sqrt{\pi}D(s)} \to 0; \tag{6.35}$$

$$SR_1 = \sqrt{\frac{A(s)}{1+\hat{\rho}(s)^2}}\frac{1}{\sqrt{\pi}B(s)} + \frac{\sqrt{C(s)}\cos\phi}{\sqrt{\pi}D(s)} \to 1. \tag{6.36}$$

Com ϕ aproximadamente constante e $\hat{\rho}(s) \sim 1/\ln s$, obtemos a seguintes relações (assintóticas) entre os parâmetros livres $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$:

$$\frac{\sqrt{A(s)}}{B(s)} \sim \frac{\sqrt{C(s)}}{D(s)}\ln s \tag{6.37}$$

$$\frac{\sqrt{A(s)}}{B(s)} \sim \frac{\sqrt{\pi}}{(1+\frac{\pi\cot\phi}{2p\ln s})} \sim \text{constante.} \tag{6.38}$$

6.3.2 Análise fenomenológica da dependência em s dos parâmetros livres

Da Eq. (6.3) e da contribuição dominante em $t = 0$ do primeiro termo da amplitude (6.13), segue que em ordem dominante em $\ln s$ o parâmetro $A(s) \propto \sigma_{tot}^2$. Adicionalmente, o resultado da aplicação das regras de soma, dado na Eq. (6.38), implica $\sigma_{total} \sim B(s)$, de acordo com os resultados assintóticos e teoremas apresentados na Seção 2.4.3. Considerando o caso específico de saturação da depêndencia funcional prevista pelo limite de Froissart-Martin [29, 31], i.e. $\sigma_{tot} \sim \ln^2 s$, e a Eq. (6.37) obtemos os seguintes comportamentos assintóticos:

$$A(s) \sim (\ln s)^4, \qquad B(s) \sim (\ln s)^2, \qquad D(s) \sim \sqrt{C(s)}\ln s \tag{6.39}$$

Embora obtidos no contexto do modelo BP, a generalização das regras de soma para o modelo mBP_2, dadas nas Eqs. (6.27) e (6.28), introduz uma pequena modificação devida ao parâmetro t_0. Tendo em conta nosso ansatz de que t_0 tende para um valor constante ($t_0 \simeq 0.71$ GeV^2), a sua introdução não afeta a relação assintótica (6.3). Portanto, mantém-se válida a Eq. (6.39).

Como vimos na Figura 6.5, a hipótese assintótica $B(s) \sim (\ln s)^2$ é consistente com os dados experimentais já nas energias do LHC. No entanto, esperamos o comportamento mais "lento" em energias mais baixas, devido à presença da escala $t_0(s)$, conforme mostra a Figura (6.4). Ademais, discutimos uma forma de estimar a dependência com a energia dos parâmetros subdominantes na amplitude BP, isto é $C(s)$ e $D(s)$. Nesse ponto, frisamos que em decorrência da Eq. (6.31), $\sqrt{C(s)}$ pode crescer **no máximo** com $\ln s$, caso este em que ambos $\rho(s)$ e $\hat{\rho}(s) \sim (\ln s)^{-1}$ no limite $s \to \infty$. Analisamos em detalhe o significado físico de cada termo e os comportamentos extremos mencionados acima:

- Se o primeiro termo, $\sqrt{A(s)}$, da amplitude elástica de fato representa a troca de *Pomeron* ($C = +1$) no canal t, então
$$\hat{\rho}(s) \to \frac{\pi}{\ln s}. \tag{6.40}$$

- Se a dependência energética prevista pelo limite de Froissart-Martin é de fato saturada, então do teorema de Khuri-Kinoshita [171] vem que:
$$\rho(s) \to \frac{\pi}{\ln s}; \tag{6.41}$$

- Se ambas as equações (6.40) e Eq.(6.41) são <u>simultaneamente</u> verdadeiras, então devemos ter:
$$[\sqrt{(C/A)}] \ln s \to 0. \tag{6.42}$$

- O argumento anterior impede que, assintoticamente, $\sqrt{C(s)} \sim \ln s$, uma vez que $\sqrt{A(s)} \sim \ln^2 s$.

Desse modo, a escolha mais simples e consistente (embora não a única), que satisfaz simultaneamente as regras de soma, o limite de Froissart e o teorema de Khuri-Kinoshita, é tomar:

$$D(s) \sim \ln s \qquad\qquad \sqrt{C(s)} \sim \text{ constante} \tag{6.43}$$

Em conjuntura, os argumentos apresentados acima e a interpretação do segundo termo da amplitude BP na Fenomenologia de Regge, dada no Apêndice D, reforçam a conveniência do ansatz (6.43). Entretanto, elucidamos ainda alguns pontos importantes :

(i) os resultados da análise fenomenológica aqui apresentada para os espalhamento pp e $\bar{p}p$ mostram que $\sqrt{C(s)}$ cresce rapidamente das energias do ISR ao LHC, logo o comportamento constante **nesse intervalo** de energias não é observado (vide Tabela 6.2);

(ii) $\rho(s) \approx$ constante (~ 0.11) no intervalo 0.5 TeV $\lesssim \sqrt{s} \lesssim$ 7 TeV, portanto, nesse intervalo, $C(s)$, deve crescer a fim de manter $SR_0 \sim 0$ - resultado este consistente em nossa análise;

Por fim, é possível que, pelo menos na região de energias em que $\rho(s) \sim$ constante, $\sqrt{C} \sim \ln(s)$. Infelizmente, com os dados disponíveis atualmente, não é possível obter solução única para o comportamento assintótico de $\sqrt{C(s)}$. Posto isso, adotamos a hipótese da Eq. (6.43), apresentando uma parametrização *empírica* para a evolução com a energia de $\sqrt{C(s)}$, como descrito a seguir.

Dos resultados de ajustes no intervalo de energias 24 GeV - 7 TeV e embasado na discussão acima, propomos a seguintes dependências energéticas dos parâmetros do modelo mBP_2:

$$
\begin{aligned}
4\sqrt{\pi A(s)}\ [\text{mb}] &= 47.8 - 3.8\ln(s/s_0) + 0.398\ln^2(s/s_0); && (6.44)\\
B(s)\ [\text{GeV}^{-2}] &= B_{eff}(s) - \frac{8}{t_0} = -0.23 + 0.028\ln^2(s/s_0); && (6.45)\\
4\sqrt{\pi C(s)}\ [\text{mb}] &= \frac{9.6 - 1.8\ln(s/s_0) + 0.01\ln^3(s/s_0)}{1.2 + 0.001\ln^3(s/s_0)}; && (6.46)\\
D(s)\ [\text{GeV}^{-2}] &= -0.41 + 0.29\ln(s/s_0); && (6.47)
\end{aligned}
$$

onde s_0 =1 GeV^2. Como mencionado anteriormente, a parametrização para $C(s)$ é empírica, ao passo que $\sqrt{A(s)}$ e $B(s)$ seguem das formas assintóticas previstas na Eq. (6.39) e $D(s)$ do comportamento linear da inclinação em Regge (vide Eq. (D.6)). Na Figura 6.6 apresentamos os resultados das parametrizações (6.44), (6.45), (6.46) e (6.47), comparados com os resultados de ajuste da seção de choque diferencial pp dados na Tabela 6.2 (círculos pretos). Os resultados dos ajustes do espalhamento $\bar{p}p$ seguem da Figura 6.3 (círculos vermelhos) e tem papel ilustrativo na Figura 6.6, **não** tendo sido utilizados na determinação das Eqs.(6.44-6.47). Por fim, quanto à distinção entre os canais pp e $\bar{p}p$ e as diferenças de resultados observados nos parâmetros $C(s)$ e $D(s)$, ressaltamos que a inclinação $D(s)$, sendo interpretada em Regge em termos de contribuições subdominantes de *Reggeons* e de interações do tipo *Pomeron-Pomeron*, contribuem de forma diferente nos dois canais. De fato, a ocorrência de um *dip* no canal pp e de um *shoulder* em $\bar{p}p$ é reflexo do cancelamento delicado entre as amplitudes de processos no canal t com $C = +1$ e $C = -1$ [194]. Portanto, os resultados da Figura 6.6 (gráficos de $C(s)$ e $D(s)$) somente corroboram a ligeira distinção no termo subdominante da amplitude BP para o caso dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$.

6.3.3 Posição do *dip* e evolução com a energia

Embora o valor de ϕ seja consistente com a hipótese $\phi(s) \approx$ constante, seu valor oscila com o aumento da energia. No domínio de energias $\sqrt{s} = 53 - 7000$ GeV, os ajustes dos dados de espalhamento pp and $\bar{p}p$ indicam $\phi \simeq 2.7 - 2.9$ rad. Nesse ponto, notamos que tanto a posição a quanto a profundidade do mínimo difrativo são influenciados pela escolha do valor de ϕ.

A fim de obter valores consistentes de ϕ nas previsões em energias acima de 7 TeV, estudamos a evolução com a energia da posição do *dip*, i.e. $t_{dip}(s)$. Nesse caso, assumimos a validade (assintótica) da propriedade de escalonamento geométrico (*Geometric Scaling* - *GS*) da amplitude de espalhamento [195, 196]

$$-t_{dip}\sigma_{total} \sim \text{ constante.} \qquad (6.48)$$

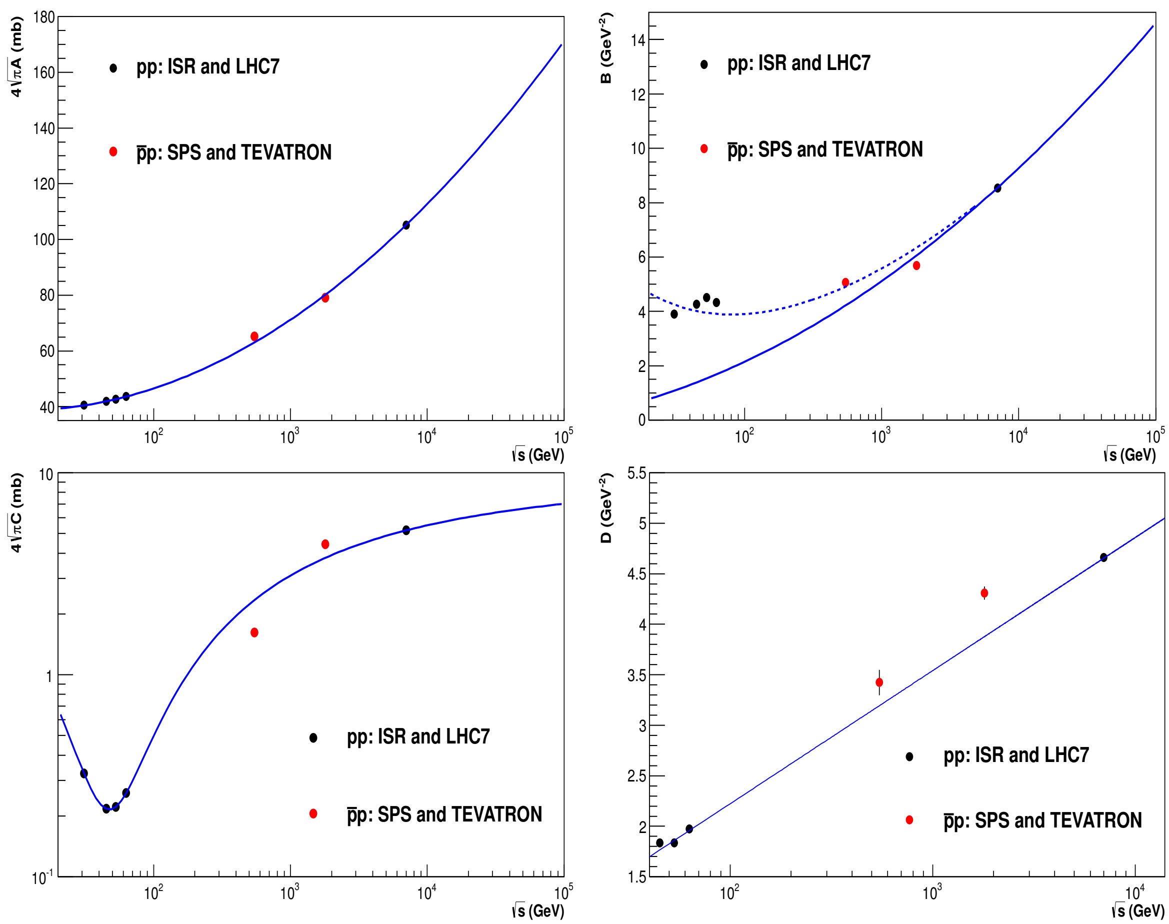


Figura 6.6: Dependência energética dos parâmetros livres do modelo mBP_2, $\sqrt{A(s)}$, $B(s)$, $\sqrt{C(s)}$ e $D(s)$, descrita no texto. A curva tracejada no gráfico de $B(s)$ corresponde ao efeito do parâmetro $t_0(s)$, obtido através das Eqs. (6.14) e (6.34), em mais baixas energias.

No modelo proposto na Seção 6.3.2, no qual, assintoticamente se tem $\sigma_{total} \sim (\ln s)^2$, podemos parametrizar t_{dip} da seguinte forma:

$$t_{dip} = -\frac{a}{1 + b(\ln s)^2}. \tag{6.49}$$

Porém, tendo em conta o caráter assintótico do ansatz (6.48), aplicamos a hipótese de escalonamento em energias não-assintóticas considerando a evolução com energia da razão entre as seções de choque elástica e total [175, 197]:

$$t_{dip} = -\frac{\tau_{BD}}{2\pi R^2(s)[f(s)]^\alpha}, \tag{6.50}$$

onde $\tau_{BD} = 35.92$ mbGeV^2 [197, 198], $R(s) = R_0 \ln(s/s_0)$ reproduz o efeito de expansão do raio de interação do próton e a função $f(s)$ - introduzida na Ref. [153] - reflete a evolução da opacidade central do próton (vide as Eqs. (5.4) e (5.5)) rumo à saturação de unitaridade. O valor de τ_{BD} é obtido utilizando o modelo de disco negro (*Black Disk - BD*) e corresponde à posição do primeiro zero da função de Bessel modificada, $J_1(x)$: $x_0 = \sqrt{|t_{dip}|\sigma_{tot}/2\pi} = \sqrt{\tau_{BD}/2\pi} \simeq 3.83$.

Na Figura 6.7 comparamos os dados experimentais sobre a posição do *dip* no espalhamento pp[2] com as parametrizações (6.49) e (6.50). Utilizando as diferentes possibilidades descritas acima, calculamos

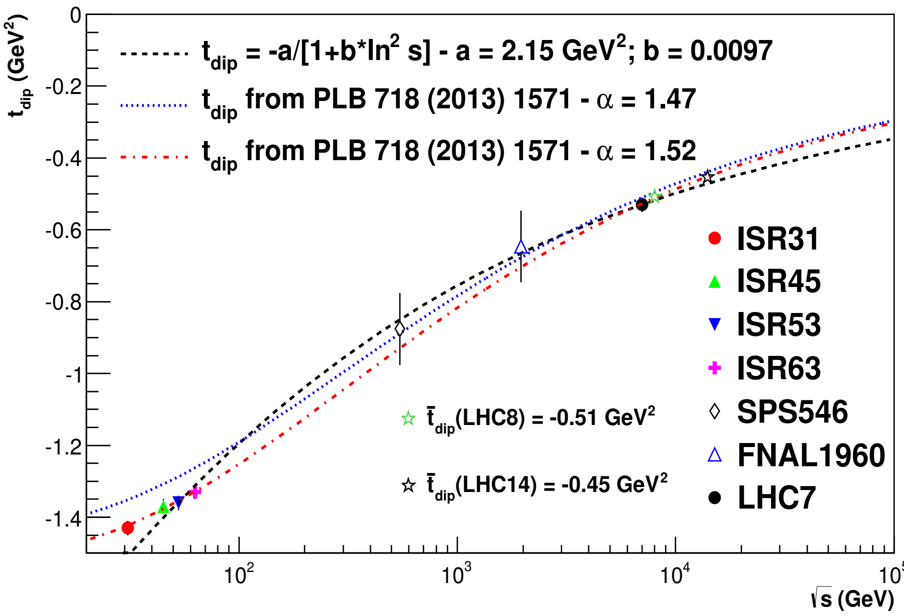


Figura 6.7: Dados experimentais de t_{dip} para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ e previsões dos modelos de escalonamento geométrico, (6.49) e (6.50).

as previsões para a posição do dip em 8 TeV e 14 TeV, conforme mostra a Tabela 6.5. Nela, a sigla $GS1$ se refere à parametrização da Eq. (6.49) e $GS2$ e $GS3$, a diferentes aplicações do modelo da Eq. (6.50). As previsões obtidas concordam com outras previsões recentes para a posição do dip em 14 TeV [199, 200].

[2] Os dados apresentados nas energias 546 GeV e 1.96 TeV correspondem a aproximações para t_{dip} no caso dos espalhamentos $\bar{p}p$. Note-se que nesse caso, o valor de t_{dip} corresponde (aproximadamente) à posição do zero da parte imaginária da amplitude de espalhamento, dada por

$$t_I = \frac{2}{D-B} \ln\left(\frac{\sqrt{A/C}}{|\cos\phi|}\right). \tag{6.51}$$

no caso da amplitude de Barger-Phillips [182] e as incertezas correspondem a 15% do valor central de t_I.

Tabela 6.5: Posição do dip nas energias 8 TeV e 14 TeV de acordo com os modelos (6.49-6.50).

$\sqrt{s}$ (TeV)	$\lvert t\rvert^{GS1}_{dip}$	$\lvert t\rvert^{GS2}_{dip}$	$\lvert t\rvert^{GS3}_{dip}$
8	0.518	0.495	0.511
14	0.471	0.439	0.452

6.3.4 Previsões para o LHC em 8 TeV e 14 TeV e o limite assintótico de disco negro

Apresentamos a seguir, na Figura 6.8, nossas previsões para a seção de choque diferencial elástica pp nas energias 8 TeV e 14 TeV do LHC utilizando o modelo empírico descrito nas seções anteriores. Em tal modelo não ocorrem oscilações ou mesmo um segundo *dip* na região de grande momento transferido, como em muitos modelos eiconais (para referência, vide Figuras 4.1 e 4.8). Por outro lado, as medidas recentes da Colaboração TOTEM na energia 7 TeV e no intervalo de momento transferido, $0 < |t| < 2.5$ GeV^2, não permitem ainda determinar a presença de oscilações ou de um segundo mínimo. Na Figura 6.8, as linhas tracejada e sólida correspondem a diferentes valores da fase ϕ e as figuras confirmam a sensibilidade da posição e profundidade do *dip* quanto à escolha do valor da fase ϕ.

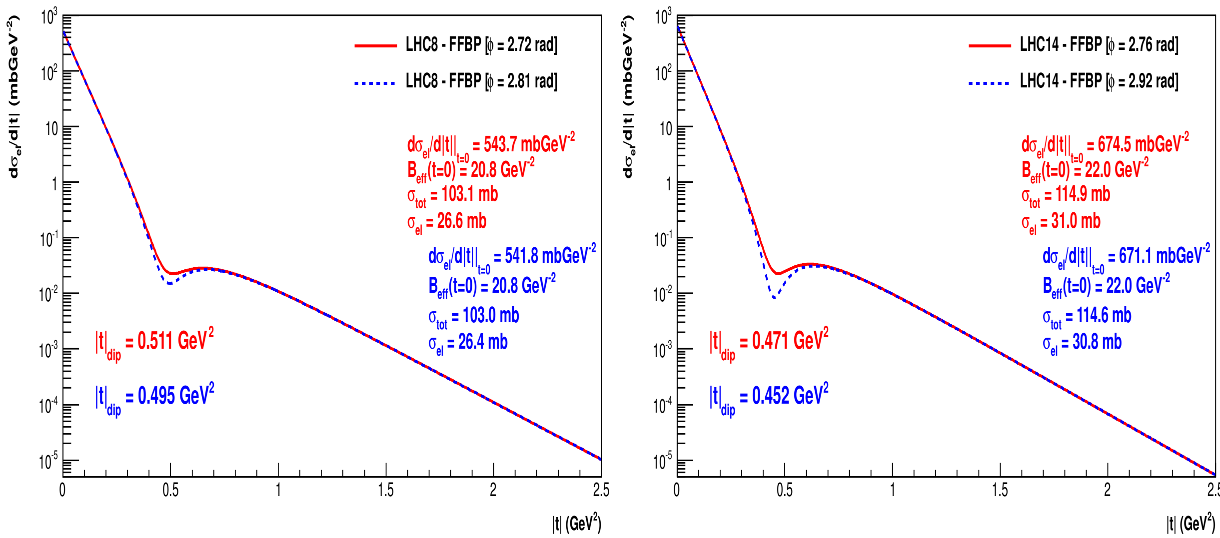


Figura 6.8: Previsões do modelo mBP_2 para a seção de choque diferencial elástica no LHC nas energias 8 TeV e 14 TeV, supondo a dependência energética assintótica da seção de choque total, $\sigma_{total} \sim (\ln s)^2$.

Sobre o comportamento assintótico do modelo em questão, apresentamos em seguida estudos sobre a saturação do limite de disco negro. Como discutido em [153, 178], os dados de seções de choque atuais, incluindo em 7 TeV, indicam que esse limite está muito longe de ser obtido. A questão de principal interesse aqui é: se ele de fato é atingido, qual a sua fronteira de saturação? Por meio das parametrizações $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$ discutidas na Seção 6.3.2, com $t_0 = 0.71$ GeV^2 fixo e uma banda de valores para a fase $\phi : [2.7, 2.9]$ rad, obtivemos o resultado apresentado na Figura 6.9. Além disso, o comportamento assintótico, ditado pelas regras de soma SR_1 e SR_0, reforça a condição de absorção total da amplitude em $b = 0$ e conduz à saturação do limite de disco negro, $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \to 1/2$ no limite $s \to \infty$. Usando os valores da Tabela 6.6 estimamos que $R_{el} \simeq 1/2$ em $\sqrt{s} \simeq 10^{10}$ GeV (o que corresponde à energia no sistema de laboratório $E_{lab} \simeq 10^{20}$ GeV - i.e. em energias típicas maiores do que a escala de Planck).

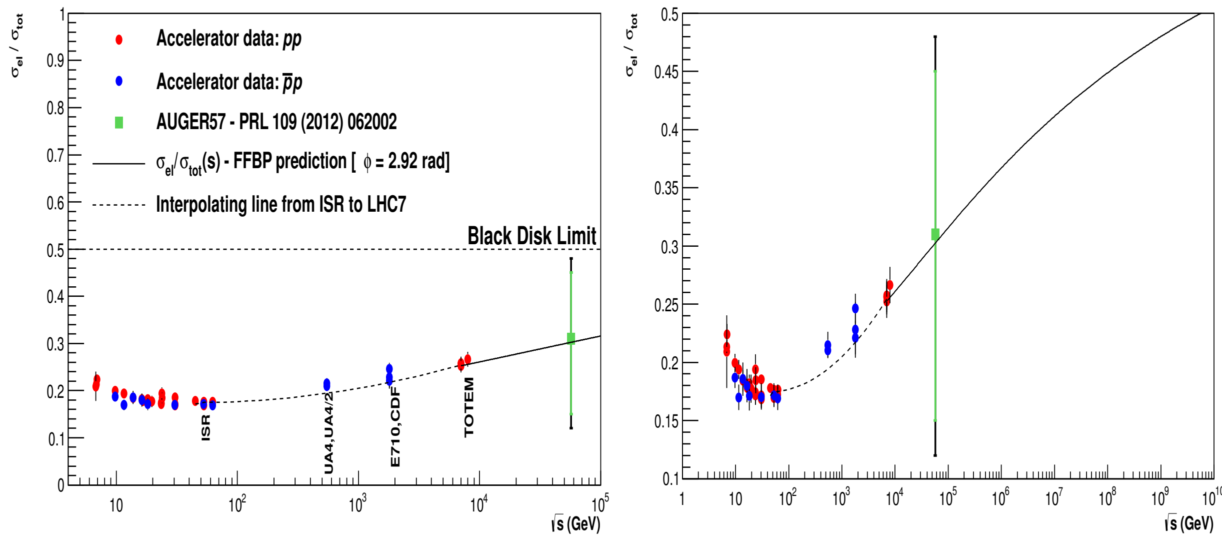


Figura 6.9: Dados experimentais da razão $\sigma_{elastic}/\sigma_{total}$ e previsões do modelo mBP_2.

A Figura 6.9 revela a insensibilidade a variações de ϕ na razão σ_{el}/σ_{tot}, devido à influência nula da região do *dip* na determinação da seção de choque elástica integrada[3]. Portanto, apesar do efeito apreciável da fase na seção de choque diferencial, mostrado na Figura 6.8, as previsões obtidas para esse modelo não são influenciadas por valores diferentes de $\phi : [2.7, 2.9]$ rad e no caso da razão $\sigma_{elastic}/\sigma_{total}$ as curvas produzidas se superpõem.

6.4 Conclusões Parciais

Nesse capítulo demonstramos que os dados da seção de choque diferencial elástica pp, no intervalo de momento transferido obtidos pela Colaboração TOTEM, na região $0 \leqslant |t| \leqslant 2.5$ GeV^2 em [8, 47],

[3]Relembremos que σ_{el} é dada pela integração da seção de choque diferencial no *pico difrativo*, de acordo com a Eq. (3.8).

Tabela 6.6: Valores dos parâmetros do modelo mBP_2 usados nas previsões em 8 TeV, 14 TeV e 57 TeV e bandas de previsões para a razão $\sigma_{elastic}/\sigma_{total}$ em cada energia. Em todos os casos, t_0 é mantido fixo na escala 0.71 GeV ^{2} e os intervalos da fase ϕ são considerados.

$\sqrt{s}$ (TeV)	A (mbGeV^{-2})	B (GeV^{-2})	C (mbGeV^{-2})	D (GeV^{-2})	ϕ (rad)	σ_{el}/σ_{tot}
8	596	8.8	1.44	4.7	2.72−2.81	0.257 ± 0.001
14	739	10.0	1.70	5.1	2.76−2.92	0.270 ± 0.001
57	1233	13.2	2.30	5.9	2.72−2.92	0.304 ± 0.001

podem ser parametrizados por meio de uma amplitude simples, contendo dois termos exponenciais e uma fase relativa. Em comparação com a amplitude BP original, vimos que, com a modificação do primeiro termo introduzida pelo fator de forma do próton, foi possível otimizar a descrição do pico difrativo e reproduzir o ponto óptico e a seção de choque total em 7 TeV. Ainda, com o modelo BP modificado pelo fator de forma (mBP_2), obtivemos previsões para a seção de choque diferencial elástica pp no LHC nas energias 8 TeV e 14 TeV, estudamos o comportamento da razão $\sigma_{elastic}/\sigma_{total}$ na região de ultra-altas energias e analisamos a fronteira de saturação do limite de disco negro, com auxílio de duas regras assintóticas de soma para amplitude de espalhamento.

A análise da amplitude de espalhamento elástico na região $t \neq 0$ aqui apresentada tem por objetivo principal fornecer uma descrição apropriada da seção de choque diferencial elástica, tendo em vista a falha das diversas abordagens fenomenológicas (vide Figura 4.1), por meio de uma sub-divisão de seus blocos (ou regiões) fundamentais. Por um lado, o problema da ausência de dependência energética *ab initio* na parametrização BP permanece em aberto, com sua interpretação em termos fundamentais ainda desconhecida. Por outro, do ponto de vista empírico, a aplicação da amplitude *empírica* de Barger-Phillips (e das versões modificadas - mBP_1 e mBP_2) permite-nos analisar os seguintes elementos básicos da seção de choque diferencial:

- o valor da seção de choque diferencial em $t = 0$, i.e. o ponto óptico - conectado à física da seção de choque total;
- a estrutura do pico difrativo nas energias do LHC, caracterizada pela inclinação $B_{el}(s)$, para a qual notamos o crescimento mais rápido nessa região - tipicamente $B_{el}(s) \sim \ln^2 s$;
- a ocorrência de um *dip* difrativo no canal pp nas energias do ISR até o LHC e sua evolução com o aumento da energia segundo a hipótese de escalonamento geométrico;
- o comportamento exponencial posterior ao *dip*, de caráter sub-dominante na amplitude de espalhamento, caracterizado pela inclinação $D(s) \sim \ln s$;

Por esses pontos principais, entendemos que esse modelo empírico pode nos ajudar a compreender o comportamento da seção de choque diferencial pp em altas energias [201], por descrever bem os dados experimentais com um número pequeno de parâmetros livres (seis no total), sendo portanto útil para experimentais e fenomenólogos.

De certo modo, a interpretação física do modelo proposto é simples, tendo sido apresentada nas Refs. [182,183,191]. Como comentado nesses trabalhos, os dois termos na amplitude BP podem ser associados a contribuições de processos (trocas no canal t) com conjugação de carga distintas: (i) o primeiro termo puramente $C = +1$ e (ii) o segundo termo (não-dominante) carrega contribuições de dois tipo, $C = \pm 1$, o que no regime de altas energias produz a fase relativa $\phi \neq \pi,\ \pi/2$. Com relação à dependência com a energia, frisamos que o comportamento da amplitude dominante $A(s) \sim \ln^2 s$ é consistente com diversas abordagens eiconalizadas [46,74,156,157], porém no que tange ao comportamento em momento transferido, especialmente nas regiões do *dip* e de grande momento transferido, ocorrem cenários muito distintos. A modificação ocasionada pelo fator $F_P^2(t)$ no primeiro termo da amplitude BP reproduz o efeito do fator de forma elétrico em altas energias, segundo nosso ansatz para energias $\sqrt{s} \geqslant 7$ TeV. Tendo efeito direto sobre a seção de choque diferencial elástica, $d\sigma_{el}/dt$, corrigindo sua normalização na região de pequeno momento transferido, tal fator sugere a necessidade de inclusão da probabilidade de que o próton não se fragmente com o aumento do momento transferido na colisão.

Capítulo 7

Conclusões e Considerações Finais

Nesta tese apresentamos três estudos fenomenológicos do espalhamento elástico de hádrons em altas energias, com enfoque na limitação atual da QCD em descrever tais processos, seguindo três abordagens distintas: um estudo fenomenológico embasado no modelo inspirado em QCD com massa dinâmica de glúons (DGM), complementado por dois estudos empíricos, com ênfase nos dados experimentais obtidos no LHC entre os anos de 2011 e 2013.

Inicialmente, estudamos a influência de aspectos essenciais da dinâmica do setor não-perturbativo da QCD em estudos fenomenológicos do espalhamento elástico de hádrons em altas energias. Verificamos a importância de incorporar, de forma consistente e fisicamente motivada, ingredientes desse setor, como a geração de massa dinâmica de glúons na domínio infravermelho. No âmbito dos modelos/abordagens eiconalizadas (unitarizadas) para o espalhamento, investigamos um modelo inspirado em QCD com massa efetiva de glúons como reguladora natural de divergências infravermelhas. No escopo desse modelo, proposto originalmente em [70, 71], investigamos o efeito (em ordem dominante) do acoplamento finito e da massa dinâmica de glúons, obtidas em QCD na rede e em soluções de equações de Schwinger-Dyson para o propagador do glúon no gauge de Landau, nas seções de choque partônicas (qq, qg e gg) e a subsequente aplicação às seções de choque hadrônicas. Adicionalmente, analisamos o papel desempenhado por parâmetros essenciais presentes em abordagens inspiradas em QCD, tais como: (i) a escala de massa, m_g (associada à transição entre os regimes perturbativo e não-perturbativo da teoria) e o intercept do Pomeron *soft*, ϵ (de caráter dominante na seção de choque total em altas energias). Apresentamos um método de composição de bandas de incerteza, baseado na determinação de intervalos relevantes para os parâmetros m_g e ϵ, em previsões para as seções de choque de espalhamento, σ_{tot}, σ_{el} e σ_{inel} e para a seção de choque diferencial, $d\sigma_{el}/dt$. Sobre esta última grandeza, discutimos as discrepâncias de previsões de diversas abordagens representativas para o espalhamento elástico com os dados experimentais recentes, obtidos pela Colaboração TOTEM em $\sqrt{s}$ =7 TeV na região de momento transferido, 0.36 GeV$^2 \leqslant |t| \leqslant$ 2.5 GeV^2. Nessa versão aprimorada do modelo DGM [74], obtivemos descrições adequadas dos dados experimentais de todas as grandezas físicas analisadas (frontais e em $t \neq 0$), dentro das regiões de incerteza com m_g(MeV) : $[300, 600]$ e $\epsilon = 0.080$ (fixo), para valores de momento transferido $|t| \lesssim 1.5$ GeV^2. A análise crítica desses resultados nos permite identificar dois pontos fracos do modelo que ainda necessitam de aprimoramento, sejam eles:

I. a parametrização da função de distribuição $xg(x) \sim x^{-\epsilon}$, de caráter fenomenológico e *instrumental*, possui aplicabilidade limitada, sendo válida em escalas de momento transferido $Q^2 \sim 1-2$ GeV^2. Desse modo, a aplicação de funções de distribuições partônicas mais realísticas (e atuais), evoluídas em Q^2 via equação DGLAP (por exemplo a distribuição MSTW2008 [202]), constitui ponto fundamental a ser implementado na abordagem DGM;

II. a estrutura de parâmetro de impacto, com quatro fatores de forma de dipolo - no espaço de parâmetro de impacto $W(b; \mu_{ij}) \propto K_3(\mu_{ij} b)$ - por um lado, produz comportamento oscilatório na região de grande momento transferido observado nas Figuras 4.8 e A.1 e reflete a contribuição de estruturas elementares no padrão difrativo da seção de choque diferencial. Por outro lado, a não observação experimental de tal comportamento ondulatório sugere a necessidade de modificação dos fatores de forma na região perturbativa, $|t| \gtrsim 2$ GeV^2.

Do exposto, apesar das limitações apresentadas, a elaboração de uma abordagem completamente formulada no âmbito da QCD e consistente com as diversas medidas experimentais disponíveis para o espalhamento elástico em altas energias, constitui ainda um problema em aberto e um desafio para a fenomenologia das interações hadrônicas. Nesse sentido, entendemos que o modelo DGM incorpora aspectos importantes da dinâmica do setor infravermelho, os quais devem estar presentes em qualquer formulação téorica de um fenômeno físico essencialmente não-perturbativo, como o espalhamento elástico.

Paralelamente aos desenvolvimentos com o modelo DGM, reportamos nessa tese diversos avanços obtidos no âmbito de análises empíricas da amplitude de espalhamento elástico em altas energias. Em particular, discutimos a importância da conexão independente de modelo entre as razões σ_{el}/σ_{tot} e σ_{tot}/B_{el} e, no caso desta última, sua importância para a determinação da seção de choque próton-ar (via formalismo de Glauber) com incertezas reduzidas. Nesse contexto, apresentamos um método para a diminuição de incertezas da razão $[\sigma_{tot}/B_{el}](s)$ na região de energia típica de raios cósmicos, baseado na conexão entre as razões, $[\sigma_{el}/\sigma_{tot}](s)$ e $[\sigma_{tot}/B_{el}](s)$, e nas regiões de incerteza delimitadas por casos extremos de saturação da razão elástica-total. Explorando o domínio assintótico de energias, investigamos a evolução com a energia da razão σ_{el}/σ_{tot}, introduzindo uma parametrização (logística) universal de saturação de unitaridade. Por meio dela, analisamos diversos cenários físicos de saturação assintótica da razão elástica-total, incluindo os casos típicos (extremos):

i. do limite de disco negro, $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 1/2$;

ii. de máxima saturação de unitaridade, $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 1$.

Investigamos a possibilidade de saturação dessa razão em valores (reais) no domínio, $1/2 \leqslant A \leqslant 1$, e a composição de bandas de incerteza para $[\sigma_{el}^{pp}/\sigma_{tot}^{pp}](s)$, considerando os casos extremos $A = 1/2$ (limite inferior) e $A = 1$ (limite superior). Com efeito, os resultados obtidos foram utilizados para a composição de regiões de incerteza da razão $[\sigma_{tot}^{pp}/B_{el}^{pp}](s)$, entre a seção de choque total e inclinação da seção de choque diferencial na região frontal. Os resultados obtidos indicam a inexistência de solução única para a questão do limite assintótico da razão elástica-total. Desse modo, as análises estatísticas realizadas evidenciam que o limite de disco negro representa apenas um dos possíveis cenários assintóticos em interações hadrônicas (embora seja usualmente tratado como único, na literatura). Nesse contexto, os estudos empíricos de seções de choque apresentados aqui constituem análise crítica sobre o problema do crescimento com a energia das seções de choque hadrônicas e dos cenários assintóticos em colisões pp e $\bar{p}p$ em altíssimas energias. Sobre isso, ressaltamos ainda que tais considerações contrastam com aquela apresentada nas Refs. [154, 178], na qual o limite assintótico de disco negro é tomado como exclusivo e definitivo.

Em estudos empíricos complementares sobre a amplitude hadrônica frontal ($t = 0$), analisamos o problema do crescimento da seção de choque total dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ e o impacto dos dados recentes obtidos pela Colaboração TOTEM do LHC na região de energia $\sqrt{s} = 7 - 14$ TeV. Utilizando relações de dispersão derivativas com duas subtrações, realizamos análises estatísticas globais dos dados experimentais atualmente disponíveis de seção de choque total, σ_{tot}, e do parâmetro ρ, obtendo indicações de crescimento mais rápido do que $\ln^2(s/s_0)$ na região de energia do LHC. Especificamente, utilizando uma parametrização analítica com termo dominante em altas energias com potência livre, $\ln^\gamma(s/s_0)$, obtivemos soluções consistentes com $\gamma > 2$, as quais são compatíveis com resultados e teoremas assintóticos e não violam unitaridade. Com efeito, exploramos nesses estudos a possibilidade de extensão da parametrização de $\sigma_{tot}(s)$ para a análise da seção de choque elástica, $\sigma_{el}(s)$, através de um *ansatz empírico* e de vínculos impostos pela princípio de unitaridade. Verificamos a consistência do método aplicado através das boas descrições de todos os dados experimentais de $\sigma_{el}(s)$ em energias acima de 5 GeV no c.m. e das previsões obtidas - via unitaridade - para a seção de choque inelástica, $\sigma_{inel}(s)$. Por meio desses resultados, investigamos ainda o comportamento das razões entre seções de choque, obtendo resultados consistentes com a saturação da razão elástica-total abaixo do limite de disco negro, 1/2. Em particular, como consequência da saturação do limite de Pumplin em energias assintóticas, obtivemos de forma independente de modelo, as seguintes previsões de limites (racionais) para as contribuições elástica e inelástica dissociativa:

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{tot}} \to \frac{1}{6}.$$

Retomando o problema da seção de choque diferencial na região de grande momento transferido, investigamos a aplicabilidade de uma parametrização empírica da amplitude de espalhamento a esses dados. Tal parametrização, sendo composta por duas exponenciais e uma fase relativa, é capaz de reproduzir os principais aspectos da distribuição elástica, $d\sigma_{el}/dt$: (i) o ponto óptico; (ii) o *pico difrativo*; (iii) a região do *dip* e (iv) e a região de grande momento transferido (com $|t| \lesssim 7$ GeV^2). Tal amplitude, inspirada na proposta original de Barger e Phillips (BP) [181], possui a virtude de apresentar um número mínimo de parâmetros livres, através da qual dividimos a seção de choque diferencial em *blocos elementares*, interpretados em termos de processos físicos dominantes e subdominantes na região frontal de espalhamento - trocas no canal t - com paridade $C = \pm 1$. Na interpretação apresentada nesta tese, caracterizamos fisicamente a estrutura da parametrização BP, e das versões modificadas, mBP_1 e mBP_2, da seguinte forma [183]:

a) o primeiro termo ($\sqrt{A(s)}$) corresponde ao processo com conjugação de carga, $C = +1$ (*Pomeron*), e o segundo à mistura de processos do tipo $C = +1$ e $C = -1$. Os valores da fase $\phi \sim \pi$, mas $\neq \pi,\ \pi/2$, indicam a predominância de contribuições com $C = +1$. Desse modo, a interpretação perturbativa de Donnachie-Landshoff [189], devida somente à troca de três glúons e com $C = -1$, não é observada nesse modelo;

b) os parâmetros do primeiro termo controlam a seção de choque total, via $A(s)$, e *pico difrativo*, via $B(s)$, e tem caráter essencialmente não-perturbativo. Além disso, vinculados por teoremas e resultados assintóticos formais, suas contribuições são equivalentes para os canais pp e $\bar{p}p$;

c) o segundo termo, de amplitude $\sqrt{C(s)}$ e inclinação $D(s)$, pode ser intepretado à luz da Fenomenologia de Regge em termos de trocas de trajetórias (degeneradas) de *Reggeons* (subdominantes) com $C = \pm 1$, cujas contribuições diferem para os canais pp e $\bar{p}p$;

No âmbito do modelo mBP_2, discutimos a implementação do fator de forma no primeiro termo da amplitude como fator de correção devido à ocorrência de reespalhamentos intra-próton. Nesse contexto, interpretamos a introdução de $F_p^2(t)$ como a probabilidade de não-fragmentação do próton com o aumento do momento transferido. Além da análise da estrutura da amplitude em momento transferido, investigamos a dependência energética dos parâmetros livres do modelo mBP_2, recorrendo a teoremas e resultados assintóticos formais e a duas regras de soma para a amplitude de espalhamento, refletindo a condição de máxima saturação da amplitude em $b = 0$. A imposição dessas regras de soma implica a saturação do limite de disco negro na região de ultra-altas energias. Especificamente, com os resultados obtidos com o modelo mBP_2, verificamos que tal limite é obtido em energias $\sqrt{s} \sim 10^6$ TeV, inatingíveis, para todos os fins práticos, em experimentos de aceleradores ou de raios cósmicos. Por fim, esses resultados, obtidos no caso particular da amplitude mBP_2, sob hipóteses específicas sobre o comportamento com a energia dos parâmetros livres, $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$, $D(s)$, ϕ e t_0, evidenciam uma vez mais a dificuldade atual no contexto fenomenológico de obtenção de um formalismo único, através do qual os diversos aspectos dos processos difrativos elásticos em altas energias possam ser tratados de forma sistemática e inequívoca.

Os estudos ora apresentados, fruto de pesquisa realizada no período de 2010-2014 (período correspondente à entrada em operação do LHC), evidenciam a importância dos dados experimentais obtidos em aceleradores em estudos fenomenológicos sobre o espalhamento hadrônico difrativo em altas energias. Além disso, eles evidenciam o caráter complexo do espalhamento elástico e da grande dificuldade encontrada em tratar o problema das interações fortes no regime de pequeno momento transferido, na ausência de um formalismo teórico consistente, abrangente e único.

Apesar dessa dificuldade intrínseca, buscamos nesta tese analisar o problema do espalhamento elástico, à luz de estudos empíricos e fenomenológicos sob ponto de vista amplo, estudando os diversos aspectos envolvidos, à procura de conexões efetivas com a teoria e de interpretações físicas que inspirem desenvolvimentos teóricos/fenomenológicos no futuro próximo. Nesse sentido, entendemos que os resultados aqui obtidos têm o potencial de fornecer informações relevantes e ampliam as perspectivas para o desenvolvimento de novos modelos/abordagens para o espalhamento elástico, tendo em vista, principalmente, os novos dados a serem obtidos no LHC a partir de 2015.

Referências Bibliográficas

[1] D. J. Gross and F. Wilczek, "Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, pp. 1343–1346, 1973.

[2] H. D. Politzer, "Asymptotic Freedom: An Approach to Strong Interactions," *Phys. Rept.*, vol. 14, pp. 129–180, 1974.

[3] E. Meggiolaro, M. Giordano, and N. Moretti, "High-energy behavior of hadronic total cross sections from lattice QCD," *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, vol. 234, pp. 337–340, 2013.

[4] M. Giordano and E. Meggiolaro, "Hadronic total cross sections at high energy and the QCD spectrum," *JHEP*, vol. 1403, p. 002, 2014.

[5] V. Barone and E. Predazzi, *High-Energy Particle Diffraction.* Springer-Verlag, 2002.

[6] J. Bjorken, "Rapidity gaps and jets as 1+2 $\rightarrow$ 3+4 a new physics signature in very high-energy hadron hadron collisions," *Phys. Rev.*, vol. D47, pp. 101–113, 1993.

[7] G. Aad *et al.*, "Rapidity gap cross sections measured with the ATLAS detector in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV," *Eur. Phys. J.*, vol. C72, p. 1926, 2012.

[8] G. Antchev *et al.*, "Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at $\sqrt{s} = 7$ TeV," *Europhys. Lett.*, vol. 101, p. 21002, 2013.

[9] G. Antchev *et al.*, "Luminosity-independent measurements of total, elastic and inelastic cross-sections at $\sqrt{s} = 7$ TeV," *Europhys. Lett.*, vol. 101, p. 21004, 2013.

[10] M. M. Block and R. N. Cahn, "High-Energy $p\bar{p}$ and pp Forward Elastic Scattering and Total Cross-Sections," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 57, p. 563, 1985.

[11] R. K. Ellis, W. J. Stirling, and B. R. Webber, *QCD and Collider Physics.* Cambridge University Press, 1996.

[12] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.

[13] V. D. Barger and R. J. N. Phillips, *Collider Physics - Update Edition*. Addison-Wesley Publishing Company Inc, 1996.

[14] J. Beringer *et al.*, "Review of Particle Physics (RPP)," *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 010001, 2012.

[15] H. M. Nussenzveig, *Causality and Dispersion Relations*. Academic Press, New York, 1972.

[16] M. J. Menon and R. P. B. Santos, "Condição de Causalidade, Relações de Dispersão e o Modelo de Lorentz," *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 20, pp. 38–47, 1999.

[17] R. F. Ávila, E. G. S. Luna, and M. J. Menon, "Analytic models and forward scattering from accelerator to cosmic ray energies," *Phys. Rev.*, vol. D67, p. 054020, 2003.

[18] M. L. Goldberger, Y. Nambu, and R. Oehme, "Dispersion relations for nucleon-nucleon scattering," *Ann. Phys. (N.Y.)*, vol. 2, p. 226, 1957.

[19] P. Söding, "Real part of the proton-proton and proton-antiproton foward scattering amplitude at high energies," *Phys. Lett.*, vol. 8, p. 285, 1964.

[20] A. Alkin, J. Cudell, and E. Martynov, "Dispersion relations for meson-proton and proton-proton forward elastic scattering," *Few Body Syst.*, vol. 53, pp. 87–98, 2012.

[21] V. Gribov and A. A. Migdal, "Properties of the pomeranchuk pole and the branch cuts related to it at low momentum transfer," *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 8, pp. 583–590, 1969.

[22] J. B. Bronzan, "Argonne Symposium on the Pomeron: Argonne National Laboratory Report," *ANL/HEP-7327*, p. 33, 1973.

[23] J. D. Jackson, "Scottish Summer School Technical Report ," *LBL-2079*, p. 39, 1973.

[24] R. F. Ávila and M. J. Menon, "Critical analysis of derivative dispersion relations at high-energies," *Nucl. Phys.*, vol. A744, pp. 249–272, 2004.

[25] R. J. Eden, "Theorems on high energy collisions of elementary particles," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 43, pp. 15–35, 1971.

[26] S. M. Roy, "High energy theorems for strong interactions and their comparison with experimental data," *Phys. Rept.*, vol. 5, pp. 125–196, 1972.

[27] J. Fischer, "General Laws of Hadron Scattering at Very High-energies," *Phys. Rept.*, vol. 76, pp. 157–214, 1981.

[28] P. Valin, "Theoretical Unitary Bounds, Theorems and Scalings for the Strong Interactions at High-energies," *Phys. Rept.*, vol. 203, pp. 233–287, 1991.

[29] M. Froissart, "Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation," *Phys. Rev.*, vol. 123, pp. 1053–1057, 1961.

[30] L. Lukaszuk and A. Martin, "Absolute upper bounds for pi pi scattering," *Nuovo Cim.*, vol. A52, p. 122, 1967.

[31] A. Martin, "Extension of the axiomatic analyticity domain of scattering amplitudes by unitarity. 1.," *Nuovo Cim.*, vol. A42, pp. 930–953, 1965.

[32] T. T. Wu, A. Martin, S. M. Roy, and V. Singh, "An upper bound on the total inelastic cross-section as a function of the total cross-section," *Phys. Rev.*, vol. D84, p. 025012, 2011.

[33] J. Pumplin, "Eikonal models for diffraction dissociation on nuclei," *Phys. Rev.*, vol. D8, pp. 2899–2903, 1973.

[34] S. W. MacDowell and A. Martin, "Unitarity Bounds of the Scattering Amplitude and the Diffraction Peak," *Phys. Rev.*, vol. 135, pp. B960–B962, 1964.

[35] G. Grunberg and T. N. Truong, "Proof of the pomeranchuk theorem for unbounded total cross sections," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 31, pp. 63–66, 1973.

[36] H. Cornille and A. Martin, "A pomeranchuk theorem for elastic diffraction peaks," *Phys. Lett.*, vol. B40, pp. 671–674, 1972.

[37] S. Donnachie, G. Dosh, P. Landshoff, and O. Nachtmann, *Pomeron Physics and QCD*. Cambridge University Press, 2002.

[38] R. Eden, "Regge poles and elementary particles," *Rept. Prog. Phys.*, vol. 34, pp. 995–1053, 1971.

[39] E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*. John Wiley & Sons, 1998.

[40] B. Abelev *et al.*, "Measurement of inelastic, single- and double-diffraction cross sections in proton–proton collisions at the LHC with ALICE," *Eur. Phys. J.*, vol. C73, p. 2456, 2013.

[41] G. Aad *et al.*, "Measurement of the Inelastic Proton-Proton Cross-Section at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS Detector," *Nature Commun.*, vol. 2, p. 463, 2011.

[42] A. J. Zsigmond, "Inelastic proton-proton cross section measurements in CMS at $\sqrt{s} = 7$ TeV," *arXiv:1205.3142 [hep-ex]*, pp. 781–784, 2012.

[43] G. Antchev *et al.*, "First measurement of the total proton-proton cross section at the LHC energy of $\sqrt{s}$ =7 TeV," *Europhys. Lett.*, vol. 96, p. 21002, 2011.

[44] G. Antchev *et al.*, "Luminosity-Independent Measurement of the Proton-Proton Total Cross Section at $\sqrt{s} = 8$ TeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, no. 1, p. 012001, 2013.

[45] P. Abreu *et al.*, "Measurement of the proton-air cross-section at $\sqrt{s} = 57$ TeV with the Pierre Auger Observatory," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, p. 062002, 2012.

[46] M. M. Block, "Hadronic forward scattering: Predictions for the Large Hadron Collider and cosmic rays," *Phys. Rept.*, vol. 436, pp. 71–215, 2006.

[47] G. Antchev *et al.*, "Proton-proton elastic scattering at the LHC energy of $\sqrt{s} = 7$ TeV," *Europhys. Lett.*, vol. 95, p. 41001, 2011.

[48] U. Amaldi and K. R. Schubert, "Impact Parameter Interpretation of Proton Proton Scattering from a Critical Review of All ISR Data," *Nucl. Phys.*, vol. B166, p. 301, 1980.

[49] N. A. Amos *et al.*, "Measurement of Small Angle $\bar{p}p$ and Proton Proton Elastic Scattering at the CERN Intersecting Storage Rings," *Nucl. Phys.*, vol. B262, p. 689, 1985.

[50] A. Breakstone *et al.*, "A measurement of anti-p p and p p elastic scattering at ISR energies," *Nucl. Phys.*, vol. B248, pp. 253–260, 1984.

[51] A. Breakstone *et al.*, "A measurement of anti-p p and pp elastic scattering in the dip region at $\sqrt{s} = 53$ GeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 54, p. 2180, 1985.

[52] M. Ambrosio *et al.*, "Measurement of elastic scattering in anti-proton - proton collisions at 52.8 GeV center of mass energy," *Phys. Lett.*, vol. B115, p. 495, 1982.

[53] R. J. Glauber, *Lectures in Theoretical Physics.* W. E. Brittin et al Editors, New York, 1959.

[54] R. J. Glauber and G. Matthiae, "High-energy scattering of protons by nuclei," *Nucl. Phys.*, vol. B21, pp. 135–157, 1970.

[55] K. Nakamura *et al.*, "Review of particle physics," *J. Phys.*, vol. G37, p. 075021, 2010.

[56] G. Antchev *et al.*, "Measurement of proton-proton inelastic scattering cross-section at $\sqrt{s} = 7$ TeV," *Europhys. Lett.*, vol. 101, p. 21003, 2013.

[57] M. M. Block and F. Halzen, "Forward hadronic scattering at 7 TeV: Predictions for the LHC: An Update," *Phys. Rev.*, vol. D83, p. 077901, 2011.

[58] C. Bourrely, J. Soffer, and T. T. Wu, "Impact picture phenomenology for π^+ -p, K^+ -p and pp, $\bar{p}p$ elastic scattering at high-energies," *Eur. Phys. J.*, vol. C28, pp. 97–105, 2003.

[59] M. M. Islam, J. Kaspar, and R. J. Luddy, "Deep-elastic p p scattering at LHC from low-x gluons," *Mod. Phys. Lett.*, vol. A24, pp. 485–496, 2009.

[60] L. L. Jenkovszky, A. I. Lengyel, and D. I. Lontkovskyi, "The Pomeron and Odderon in elastic, inelastic and total cross sections at the LHC," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A26, pp. 4755–4771, 2011.

[61] V. A. Petrov, E. Predazzi, and A. Prokudin, "Coulomb interference in high-energy pp and anti-p p scattering," *Eur. Phys. J.*, vol. C28, pp. 525–533, 2003.

[62] B. Margolis, P. Valin, M. M. Block, F. Halzen, and R. S. Fletcher, "Forward Scattering Amplitudes in Semihard QCD," *Phys. Lett.*, vol. B213, p. 221, 1988.

[63] M. M. Block, R. S. Fletcher, F. Halzen, B. Margolis, and P. Valin, "The Gluon Structure of High-energy Hadrons and Their Interactions," *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, vol. 12, pp. 238–253, 1990.

[64] M. M. Block, F. Halzen, and B. Margolis, "How large is the total cross-section at supercollider energies?," *Phys. Rev.*, vol. D45, pp. 839–843, 1992.

[65] M. M. Block, E. M. Gregores, F. Halzen, and G. Pancheri, "Photon - proton and photon-photon scattering from nucleon-nucleon forward amplitudes," *Phys. Rev.*, vol. D60, p. 054024, 1999.

[66] J. M. Cornwall, "Dynamical Mass Generation in Continuum QCD," *Phys. Rev.*, vol. D26, p. 1453, 1982.

[67] J. M. Cornwall and J. Papavassiliou, "Gauge Invariant Three Gluon Vertex in QCD," *Phys. Rev.*, vol. D40, p. 3474, 1989.

[68] J. Papavassiliou and J. M. Cornwall, "Coupled fermion gap and vertex equations for chiral symmetry breakdown in QCD," *Phys. Rev.*, vol. D44, pp. 1285–1297, 1991.

[69] D. Binosi and J. Papavassiliou, "Pinch Technique: Theory and Applications," *Phys. Rept.*, vol. 479, pp. 1–152, 2009.

[70] E. G. S. Luna, A. F. Martini, M. J. Menon, A. Mihara, and A. A. Natale, "Preliminary results on the influence of a gluon mass in hadronic scattering," *AIP Conf. Proc.*, vol. 739, pp. 572–574, 2005.

[71] E. G. S. Luna, A. F. Martini, M. J. Menon, A. Mihara, and A. A. Natale, "Influence of a dynamical gluon mass in the pp and p anti-p forward scattering," *Phys. Rev.*, vol. D72, p. 034019, 2005.

[72] E. G. S. Luna and A. A. Natale, "Gamma p and gamma gamma scattering from anti-p p, pp forward amplitudes in a QCD Eikonal model with a dynamical gluon mass," *Phys. Rev.*, vol. D73, p. 074019, 2006.

[73] D. A. Fagundes, E. G. S. Luna, M. J. Menon, and A. A. Natale, "Testing Parameters in an Eikonalized Dynamical Gluon Mass Model," *arXiv:1108.1206 [hep-ph]*, 2011.

[74] D. A. Fagundes, E. G. S. Luna, M. J. Menon, and A. A. Natale, "Aspects of a Dynamical Gluon Mass Approach to Elastic Hadron Scattering at LHC," *Nucl. Phys.*, vol. A886, pp. 48–70, 2012.

[75] F. D. Bonnet, P. O. Bowman, D. B. Leinweber, A. G. Williams, and J. M. Zanotti, "Infinite volume and continuum limits of the Landau gauge gluon propagator," *Phys. Rev.*, vol. D64, p. 034501, 2001.

[76] A. Cucchieri, T. Mendes, and A. R. Taurines, "SU(2) Landau gluon propagator on a 140**3 lattice," *Phys. Rev.*, vol. D67, p. 091502, 2003.

[77] E. Ruiz Arriola, P. O. Bowman, and W. Broniowski, "Landau-gauge condensates from the quark propagator on the lattice," *Phys. Rev.*, vol. D70, p. 097505, 2004.

[78] A. Sternbeck, E.-M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and A. Schiller, "Towards the infrared limit in SU(3) Landau gauge lattice gluodynamics," *Phys. Rev.*, vol. D72, p. 014507, 2005.

[79] A. Sternbeck, E. M. Ilgenfritz, and M. Muller-Preussker, "Spectral properties of the Landau gauge Faddeev-Popov operator in lattice gluodynamics," *Phys. Rev.*, vol. D73, p. 014502, 2006.

[80] P. Boucaud, T. Bruntjen, J. P. Leroy, A. Le Yaouanc, A. Y. Lokhov, *et al.*, "Is the QCD ghost dressing function finite at zero momentum?," *JHEP*, vol. 0606, p. 001, 2006.

[81] I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, "Lattice gluodynamics computation of Landau gauge Green's functions in the deep infrared," *Phys. Lett.*, vol. B676, pp. 69–73, 2009.

[82] O. Oliveira and P. J. Silva, "The Lattice infrared Landau gauge gluon propagator: The Infinite volume limit," *PoS*, vol. LAT2009, p. 226, 2009.

[83] O. Oliveira and P. J. Silva, "The lattice infrared Landau gauge gluon propagator: from finite volume to the infinite volume," *PoS*, vol. QCD-TNT09, p. 033, 2009.

[84] A. Cucchieri, T. Mendes, and E. M. Santos, "Covariant gauge on the lattice: A New implementation," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 141602, 2009.

[85] A. Cucchieri and T. Mendes, "Landau-gauge propagators in Yang-Mills theories at beta = 0: Massive solution versus conformal scaling," *Phys. Rev.*, vol. D81, p. 016005, 2010.

[86] O. Oliveira and P. Bicudo, "Running Gluon Mass from Landau Gauge Lattice QCD Propagator," *J. Phys.*, vol. G38, p. 045003, 2011.

[87] D. Dudal, O. Oliveira, and N. Vandersickel, "Indirect lattice evidence for the Refined Gribov-Zwanziger formalism and the gluon condensate $\langle A^2 \rangle$ in the Landau gauge," *Phys. Rev.*, vol. D81, p. 074505, 2010.

[88] A. Cucchieri, D. Dudal, T. Mendes, and N. Vandersickel, "Modeling the Gluon Propagator in Landau Gauge: Lattice Estimates of Pole Masses and Dimension-Two Condensates," *Phys. Rev.*, vol. D85, p. 094513, 2012.

[89] A. C. Aguilar and A. A. Natale, "A Dynamical gluon mass solution in a coupled system of the Schwinger-Dyson equations," *JHEP*, vol. 0408, p. 057, 2004.

[90] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, "Gluon mass generation in the PT-BFM scheme," *JHEP*, vol. 0612, p. 012, 2006.

[91] A. C. Aguilar, D. Binosi, and J. Papavassiliou, "Gluon and ghost propagators in the Landau gauge: Deriving lattice results from Schwinger-Dyson equations," *Phys. Rev.*, vol. D78, p. 025010, 2008.

[92] P. Boucaud, J. P. Leroy, A. Le Yaouanc, J. Micheli, O. Pene, *et al.*, "On the IR behaviour of the Landau-gauge ghost propagator," *JHEP*, vol. 0806, p. 099, 2008.

[93] A. C. Aguilar, D. Binosi, and J. Papavassiliou, "QCD effective charges from lattice data," *JHEP*, vol. 1007, p. 002, 2010.

[94] A. C. Aguilar, D. Binosi, and J. Papavassiliou, "Gluon mass generation in the presence of dynamical quarks," *Phys. Rev.*, vol. D88, p. 074010, 2013.

[95] F. Halzen, G. I. Krein, and A. A. Natale, "Relating the QCD pomeron to an effective gluon mass," *Phys. Rev.*, vol. D47, pp. 295–298, 1993.

[96] M. B. Gay Ducati, F. Halzen, and A. A. Natale, "Diffraction and the gluon mass," *Phys. Rev.*, vol. D48, pp. 2324–2328, 1993.

[97] A. C. Aguilar, A. Mihara, and A. A. Natale, "Freezing of the QCD coupling constant and solutions of Schwinger-Dyson equations," *Phys. Rev.*, vol. D65, p. 054011, 2002.

[98] E. G. S. Luna, A. A. Natale, and C. M. Zanetti, "The Small x behavior of the gluon structure function from total cross sections," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A23, pp. 151–165, 2008.

[99] E. G. S. Luna, "Survival probability of large rapidity gaps in a QCD model with a dynamical infrared mass scale," *Phys. Lett.*, vol. B641, pp. 171–176, 2006.

[100] E. G. S. Luna, "Diffraction and an infrared finite gluon propagator," *Braz. J. Phys.*, vol. 37, pp. 84–87, 2007.

[101] E. G. S. Luna, "Diffraction phenomenology with massive gluons: Some recent developments," *AIP Conf. Proc.*, vol. 1296, pp. 183–188, 2010.

[102] E. G. S. Luna, A. L. dos Santos, and A. A. Natale, "QCD effective charge and the structure function F_2 at small-x," *Phys. Lett.*, vol. B698, pp. 52–58, 2011.

[103] P. C. Beggio and E. G. S. Luna, "Cross sections, multiplicity and moment distributions at the LHC," *arXiv:1308.6192 [hep-ph]*, 2013.

[104] D. Binosi, "Dynamical gluon mass generation and the IR sector of QCD," *PoS*, vol. LC2010, p. 020, 2010.

[105] A. Cucchieri and T. Mendes, "What's up with IR gluon and ghost propagators in Landau gauge? A puzzling answer from huge lattices," *PoS*, vol. LAT2007, p. 297, 2007.

[106] I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, "The Landau gauge gluon and ghost propagators in 4D SU(3) gluodynamics in large lattice volumes," *PoS*, vol. LAT2007, p. 290, 2007.

[107] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, "Gluon mass generation without seagull divergences," *Phys. Rev.*, vol. D81, p. 034003, 2010.

[108] A. C. Aguilar, D. Binosi, and J. Papavassiliou, "Nonperturbative gluon and ghost propagators for d=3 Yang-Mills," *Phys. Rev.*, vol. D81, p. 125025, 2010.

[109] H. Pagels and S. Stokar, "The Pion Decay Constant, Electromagnetic Form-Factor and Quark Electromagnetic Selfenergy in QCD," *Phys.Rev.*, vol. D20, p. 2947, 1979.

[110] J. R. Forshaw, J. Papavassiliou, and C. Parrinello, "The Massive Yang-Mills model and diffractive scattering," *Phys. Rev.*, vol. D59, p. 074008, 1999.

[111] F. G. Gardim, "Seções de choque totais hadrônicas e colisões entre pártons," Master's thesis, Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, 2005.

[112] J. M. Cornwall and W. S. Hou, "Extension of the Gauge Technique to Broken Symmetry and Finite Temperature," *Phys. Rev.*, vol. D34, p. 585, 1986.

[113] M. Lavelle, "Gauge invariant effective gluon mass from the operator product expansion," *Phys. Rev.*, vol. D44, pp. 26–28, 1991.

[114] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, "Power-law running of the effective gluon mass," *Eur. Phys. J.*, vol. A35, pp. 189–205, 2008.

[115] L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, "Semihard Processes in QCD," *Phys. Rept.*, vol. 100, pp. 1–150, 1983.

[116] E. M. Levin and M. G. Ryskin, "High-energy hadron collisions in QCD," *Phys. Rept.*, vol. 189, pp. 267–382, 1990.

[117] D. Cline, F. Halzen, and J. Luthe, "High transverse momentum secondaries and rising total cross-sections in cosmic ray interactions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 31, pp. 491–494, 1973.

[118] T. K. Gaisser and F. Halzen, "Soft Hard Scattering in the TeV Range," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 54, p. 1754, 1985.

[119] P. L'Heureux, B. Margolis, and P. Valin, "Quark-gluon model for diffraction at high energies," *Phys. Rev.*, vol. D32, pp. 1681–1691, 1985.

[120] G. Pancheri and Y. N. Srivastava, "Jets in minimum bias physics," *Conf. Proc.*, vol. C850313, p. 28, 1985.

[121] G. Pancheri and Y. N. Srivastava, "Low p_T Jets and the Rise With Energy of the Inelastic Cross-section," *Phys. Lett.*, vol. B182, pp. 199–207, 1986.

[122] L. Durand and P. Hong, "QCD and Rising Total Cross-Sections," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 303–306, 1987.

[123] A. Capella, J. Tran Thanh Van, and J. Kwiecinski, "Mini - Jets, QCD and Unitarity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, p. 2015, 1987.

[124] J. Dias de Deus and J. Kwiecinski, "Semihard QCD: Mini - Jets and Elastic Scattering," *Phys. Lett.*, vol. B196, p. 537, 1987.

[125] L. Durand and H. Pi, "High-energy Nucleon Nucleus Scattering and Cosmic Ray Cross-sections," *Phys. Rev.*, vol. D38, pp. 78–84, 1988.

[126] M. M. Block and F. Halzen, "Forward hadronic scattering at 8 TeV: predictions for the LHC," *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 014006, 2012.

[127] H. M. Georgi, S. L. Glashow, M. E. Machacek, and D. V. Nanopoulos, "Charmed Particles From Two - Gluon Annihilation in Proton Proton Collisions," *Annals Phys.*, vol. 114, p. 273, 1978.

[128] J. F. Owens, E. Reya, and M. Gluck, "Detailed Quantum Chromodynamic Predictions for High p(T) Processes," *Phys. Rev.*, vol. D18, p. 1501, 1978.

[129] R. Cutler and D. W. Sivers, "Quantum Chromodynamic Gluon Contributions to Large p(T) Reactions," *Phys. Rev.*, vol. D17, p. 196, 1978.

[130] D. Bernard *et al.*, "The Real Part of the Proton - anti-Proton Elastic Scattering Amplitude at the Center-Of-Mass Energy of 546 GeV," *Phys. Lett.*, vol. B198, p. 583, 1987.

[131] M. Bozzo *et al.*, "Elastic Scattering at the CERN SPS Collider Up to a Four Momentum Transfer of 1.55 GeV^2," *Phys. Lett.*, vol. B155, pp. 197–202, 1985.

[132] R. Battiston *et al.*, "Proton - Anti-proton Elastic Scattering at Four Momentum Transfer Up to 0.5 GeV^2 at the CERN SPS Collider," *Phys. Lett.*, vol. B127, p. 472, 1983.

[133] F. Abe *et al.*, "Measurement of small angle $\bar{p}p$ elastic scattering at $\sqrt{s}$ = 546 GeV and 1800 GeV," *Phys. Rev.*, vol. D50, pp. 5518–5534, 1994.

[134] N. A. Amos *et al.*, "$\bar{p}p$ elastic scattering at $\sqrt{s}$ = 1.8-TeV from $|t| = 0.034 - GeV/c^2$ to $0.65 - GeV/c^2$," *Phys. Lett.*, vol. B247, pp. 127–130, 1990.

[135] A. Achilli, R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri, O. Shekhovtsova, *et al.*, "Total and inelastic cross-sections at LHC at $\sqrt{s} = 7 - TeV$ and beyond," *Phys. Rev.*, vol. D84, p. 094009, 2011.

[136] A. Grau, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Hadronic total cross-sections through soft gluon summation in impact parameter space," *Phys. Rev.*, vol. D60, p. 114020, 1999.

[137] R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Soft gluon radiation and energy dependence of total hadronic cross-sections," *Phys. Rev.*, vol. D72, p. 076001, 2005.

[138] E. G. S. Luna and M. J. Menon, "Extrema bounds for the soft pomeron intercept," *Phys. Lett.*, vol. B565, pp. 123–130, 2003.

[139] E. G. S. Luna, M. J. Menon, and J. Montanha, "An Analysis on extrema and constrained bounds for the soft Pomeron intercept," *Nucl. Phys.*, vol. A745, pp. 104–120, 2004.

[140] V. M. Abazov *et al.*, "Measurement of the differential cross section $d\sigma/dt$ in elastic $p\bar{p}$ scattering at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV," *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 012009, 2012.

[141] D. A. Fagundes and M. J. Menon, "Applicability of a Representation for the Martin's Real-Part Formula in Model-Independent Analyses," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A26, pp. 3219–3247, 2011.

[142] R. F. Ávila and M. J. Menon, "Eikonal zeros in the momentum transfer space from proton-proton scattering: An Empirical analysis," *Eur. Phys. J.*, vol. C54, pp. 555–576, 2008.

[143] P. A. S. Carvalho, A. F. Martini, and M. J. Menon, "Eikonal representation in the momentum transfer space," *Eur. Phys. J.*, vol. C39, pp. 359–376, 2005.

[144] U. Amaldi, G. Cocconi, A. Diddens, R. Dobinson, J. Dorenbosch, *et al.*, "The Real Part of the Forward Proton Proton Scattering Amplitude Measured at the CERN Intersecting Storage Rings," *Phys.Lett.*, vol. B66, p. 390, 1977.

[145] C. Augier *et al.*, "Predictions on the total cross-section and real part at LHC and SSC," *Phys. Lett.*, vol. B315, pp. 503–506, 1993.

[146] J. Abraham *et al.*, "Measurement of the Depth of Maximum of Extensive Air Showers above 10^{18} eV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, p. 091101, 2010.

[147] R. Engel, T. K. Gaisser, P. Lipari, and T. Stanev, "Proton proton cross-section at $\sqrt{s}$ similar to 30-TeV," *Phys. Rev.*, vol. D58, p. 014019, 1998.

[148] N. N. Nikolaev, "Asymptotic behavior of the total cross-section of p-p scattering and the Akeno cosmic ray data," *Phys. Rev.*, vol. D48, pp. 1904–1906, 1993.

[149] R. Ulrich, R. Engel, S. Muller, F. Schussler, and M. Unger, "Proton-Air Cross Section and Extensive Air Showers," *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, vol. 196, pp. 335–340, 2009.

[150] P. V. Landshoff, "The Total cross-section at the LHC," *Acta Phys. Polon.*, vol. B39, pp. 2063–2094, 2008.

[151] P. V. Landshoff, "Fundamental problems with hadronic and leptonic interactions," *Acta Phys. Polon.*, vol. B40, pp. 1967–1980, 2009.

[152] G. Pancheri, R. M. Godbole, A. Grau, and Y. N. Srivastava, "Total cross-section at LHC from minijets and soft gluon resummation in the infrared region," *Acta Phys. Polon.*, vol. B38, pp. 2979–2988, 2007.

[153] D. A. Fagundes and M. J. Menon, "Total Hadronic Cross Section and the Elastic Slope: An Almost Model-Independent Connection," *Nucl. Phys.*, vol. A880, pp. 1–11, 2012.

[154] M. M. Block and F. Halzen, "Experimental Confirmation that the Proton is Asymptotically a Black Disk," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 212002, 2011.

[155] T. T. Chou and C. N. Yang, "Model of Elastic High-Energy Scattering," *Phys. Rev.*, vol. 170, pp. 1591–1596, 1968.

[156] C. Bourrely, J. Soffer, and T. T. Wu, "Impact Picture Expectations for Very High-Energy Elastic pp and $p\bar{p}$ Scattering," *Nucl. Phys.*, vol. B247, p. 15, 1984.

[157] C. Bourrely, J. Soffer, and T. T. Wu, "Impact Picture Predictions for $\bar{P}P$ and PP Elastic Scattering at CERN Collider, Fnal Collider, LHC and SSC," *Z. Phys.*, vol. C37, pp. 369–375, 1988.

[158] S. M. Troshin and N. E. Tyurin, "Beyond the black disk limit," *Phys. Lett.*, vol. B316, pp. 175–177, 1993.

[159] S. M. Troshin and N. E. Tyurin, "Reflective scattering from unitarity saturation," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A22, pp. 4437–4449, 2007.

[160] I. Dremin, "The critical regime of elastic scattering of protons at the LHC," *arXiv:1401.3106 [hep-ph]*, 2014.

[161] I. Dremin, "Torus or black disk?," *arXiv:1404.4142 [hep-ph]*, 2014.

[162] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill, Boston, Massachusetts, 1992.

[163] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, "Total Hadronic Cross Section Data and the Froissart-Martin Bound," *Braz. J. Phys.*, vol. 42, pp. 452–464, 2012.

[164] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, "On the rise of the proton-proton cross-sections at high energies," *J. Phys.*, vol. G40, p. 065005, 2013.

[165] J. R. Cudell, V. Ezhela, P. Gauron, K. Kang, Y. V. Kuyanov, *et al.*, "Hadronic scattering amplitudes: Medium-energy constraints on asymptotic behavior," *Phys. Rev.*, vol. D65, p. 074024, 2002.

[166] Ya. I. Azimov, "How Robust is the Froissart Bound?," *Phys. Rev.*, vol. D84, p. 056012, 2011.

[167] Ya. I. Azimov, “Froissart Bounds for Amplitudes and Cross Sections at High Energies,” *arXiv: 1204.0984 [hep-ph]*, 2012.

[168] Ya. I. Azimov, “What is the real meaning of the Froissart theorem ?,” *arXiv: 1208.4304 [hep-ph]*, 2012.

[169] V. Gribov, *The Theory of Complex Angular Momenta.* Cambridge University Press, 2003.

[170] K. Kang and B. Nicolescu, “Models for Hadron - Hadron Scattering at High-Energies and Rising Total Cross-Sections,” *Phys. Rev.*, vol. D11, p. 2461, 1975.

[171] N. N. Khuri and T. Kinoshita, “Real Part of the Scattering Amplitude and the Behavior of the Total Cross Section at High Energies,” *Phys. Rev.*, vol. 137, pp. B720–B729, 1965.

[172] M. Menon and P. Silva, “An updated analysis on the rise of the hadronic total cross-section at the LHC energy region,” *Int.J.Mod.Phys.*, vol. A28, p. 1350099, 2013.

[173] M. Menon and P. Silva, “A study on analytic parametrizations for proton–proton cross-sections and asymptotia,” *J.Phys.*, vol. G40, p. 125001, 2013.

[174] P. V. G. da Silva, “Uma análise fenomenológica do espalhamento elástico próton-próton na região de energia do lhc,” Master’s thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2013.

[175] I. Bautista and J. Dias de Deus, “The black disk and the dip in the differential elastic cross section at asymptotic energy,” *Phys. Lett.*, vol. B718, pp. 1571–1573, 2013.

[176] M. L. Good and W. D. Walker, “Diffraction disssociation of beam particles,” *Phys. Rev.*, vol. 120, pp. 1857–1860, 1960.

[177] U. Maor, “Unitarity Saturation In P-P Scattering,” *arXiv:1305.0299 [hep-ph]*, 2013.

[178] M. M. Block and F. Halzen, “New experimental evidence that the proton develops asymptotically into a black disk,” *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 051504, 2012.

[179] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, “Asymptotic Scenarios in proton-proton scattering,” *XXV RETINHA (slides disponíveis no site: `http://sites.ifi.unicamp.br/retinhaxxv/files/2014/02/silva.pdf`)*, 2014.

[180] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, “Asymptotic Scenarios for the Proton Central Opacity,” *em preparação*, 2014.

[181] R. J. N. Phillips and V. D. Barger, “Model independent analysis of the structure in p p scattering,” *Phys. Lett.*, vol. B46, pp. 412–414, 1973.

[182] A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Checks of Asymptotia in pp Elastic Scattering at LHC," *Phys. Lett.*, vol. B714, pp. 70–75, 2012.

[183] D. A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Elastic pp scattering from the optical point to past the dip: an empirical parametrization from ISR to LHC," *Phys. Rev.*, vol. D88, p. 094019, 2013.

[184] V. A. Schegelsky and M. G. Ryskin, "The diffraction cone shrinkage speed up with the collision energy," *Phys. Rev.*, vol. D85, p. 094024, 2012.

[185] G. Cohen-Tannoudji, V. V. Ilyin, and L. L. Jenkovszky, "A model for the pomeron trajectory," *Lett. Nuovo Cim.*, vol. 5S2, pp. 957–962, 1972.

[186] A. A. Anselm and V. N. Gribov, "Zero pion mass limit in interactions at very high-energies," *Phys. Lett.*, vol. B40, p. 487, 1972.

[187] V. A. Khoze, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, "Soft diffraction and the elastic slope at Tevatron and LHC energies: A MultiPomeron approach," *Eur. Phys. J.*, vol. C18, pp. 167–179, 2000.

[188] R. Fiore, L. L. Jenkovszky, R. Orava, E. Predazzi, A. Prokudin, *et al.*, "Forward Physics at the LHC: Elastic Scattering," *Int. J. Mod. Phys.*, vol. A24, pp. 2551–2599, 2009.

[189] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "pp and $\bar{p}p$ total cross sections and elastic scattering," *arXiv:1309.1292 [hep-ph]*, 2013.

[190] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "Elastic Scattering at Large t," *Z. Phys.*, vol. C2, p. 55, 1979.

[191] D. A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Modeling the elastic differential cross-section at LHC," *PoS*, vol. DIS2013, p. 306, 2013.

[192] A. Grau, R. M. Godbole, G. Pancheri, and Y. N. Srivastava, "Soft Gluon k(t)-Resummation and the Froissart bound," *Phys. Lett.*, vol. B682, pp. 55–60, 2009.

[193] V. Uzhinsky and A. Galoyan, "Improved Systematic of pp Elastic Scattering Data," *arXiv:1210.7338 [hep-ph]*, 2012.

[194] A. Donnachie and P. V. Landshoff, "Dynamics of Elastic Scattering," *Nucl. Phys.*, vol. B267, p. 690, 1986.

[195] J. Dias De Deus, "Geometric Scaling, Multiplicity Distributions and Cross-Sections," *Nucl. Phys.*, vol. B59, pp. 231–236, 1973.

[196] A. J. Buras and J. Dias de Deus, “Scaling law for the elastic differential cross-section in p p scattering from geometric scaling,” *Nucl. Phys.*, vol. B71, pp. 481–492, 1974.

[197] G. Pancheri, D. A. Fagundes, A. Grau, and Y. N. Srivastava, “An empirical model for *pp* scattering and geometrical scaling,” *arXiv:1402.1844 [hep-ph].*

[198] P. Brogueira and J. D. de Deus, “Testing the Black Disk Limit in *pp* Collisions at Very High Energy,” *J.Phys.*, vol. G39, p. 055006, 2012.

[199] C. Bourrely, J. M. Myers, J. u. Soffer, and T. T. Wu, “High-energy asymptotic behavior of the Bourrely-Soffer-Wu model for elastic scattering,” *Phys. Rev.*, vol. D85, p. 096009, 2012.

[200] A. K. Kohara, E. Ferreira, and T. Kodama, “Amplitudes and Observables in pp Elastic Scattering at $\sqrt{s} = 7$ TeV,” *Eur. Phys. J.*, vol. C73, p. 2326, 2013.

[201] J. Soffer, “Do we understand elastic scattering up to LHC energies?,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1523, pp. 115–118, 2012.

[202] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, and G. Watt, “Parton distributions for the LHC,” *Eur. Phys. J.*, vol. C63, pp. 189–285, 2009.

[203] H. I. Miettinen and J. Pumplin, “Diffraction Scattering and the Parton Structure of Hadrons,” *Phys. Rev.*, vol. D18, p. 1696, 1978.

[204] R. S. Fletcher, “Diffractive dissociation in the mini - jet model,” *Phys. Rev.*, vol. D46, pp. 187–191, 1992.

[205] D. A. Fagundes and M. J. Menon, “Hadronic Cross Sections, Elastic Slope and Physical Bounds,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1520, pp. 297–299, 2013.

[206] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, “Preliminary Results on the Empirical Applicability of the Tsallis Distribution in Elastic Hadron Scattering,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1520, pp. 300–302, 2013.

[207] G. Pancheri, D. A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, and Y. N. Srivastava, “Hunting for asymptotia at LHC,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1523, pp. 123–127, 2012.

[208] D. A. Fagundes, M. J. Menon, and P. V. R. G. Silva, “Reply to ’Commentary on ’Total Hadronic Cross Section Data and the Froissart-Martin Bound’, by Fagundes, Menon and Silva’,” *arXiv:1211.3352 [hep-ph]*, 2012.

[209] G. Pancheri, D. A. Fagundes, A. Grau, O. Shekhovtsova, and Y. N. Srivastava, “Infrared Gluon Resummation and pp total cross-sections,” *arXiv:1403.8050 [hep-ph]*, 2014.

Apêndice A

Resultados de Ajuste com Modelo DGM na Variante II

No caso da Variante II de ajuste com o modelo DGM, com $m_g = 400$ MeV e ϵ: [0.080, 0.090], obtivemos os valores de parâmetros livres para $\epsilon = 0.080$, 0.085 e 0.090, como mostrado na Tabela A.1. Nesse caso, os valores extremos que delimitam as regiões de incerteza calculadas para $\sigma_{tot}(s)$, $\rho(s)$ e $d\sigma_{el}/dt$ correspondem a $\epsilon = 0.080$ e $\epsilon = 0.090$, como mostrado na Figura A.1.

Tabela A.1: Parâmetros livres de ajuste no modelo DGM para Variante II, com $m_g = 400$ MeV (fixo) e $\epsilon = 0.080, 0.085, 0.090$. C_o, C_{qq}, C_{qg}, C'_{qg} and C_{gg} são adimensionais e μ_o, μ_{qq}, μ_{qg}, μ_{gg} em GeV.

ϵ:	0.080	0.085	0.090
C_o	3.03±0.40	3.10±0.48	3.11±0.42
Cqq	10.7±1.4	10.5±1.2	10.2±1.1
$C_{qg}(\times 10^{-1})$	8.74±0.59	8.63±0.47	8.66±0.41
$C'_{qg}(\times 10^{-2})$	4.51±0.62	4.68±0.50	4.69±0.45
$C_{gg}(\times 10^{-3})$	3.79±0.17	3.62±0.14	3.49±0.12
μ_o	0.41±0.17	0.44±0.18	4.45±0.16
μ_{gg}	0.651±0.066	0.6500±0.0065	0.6496±0.0063
μ_{qq}	1.32±0.16	1.30±0.14	1.27±0.16
μ_{qg}	0.838±0.044	0.8367±0.0040	0.8367±0.0037
$\chi^2/G.L.$	0.95	0.95	0.96

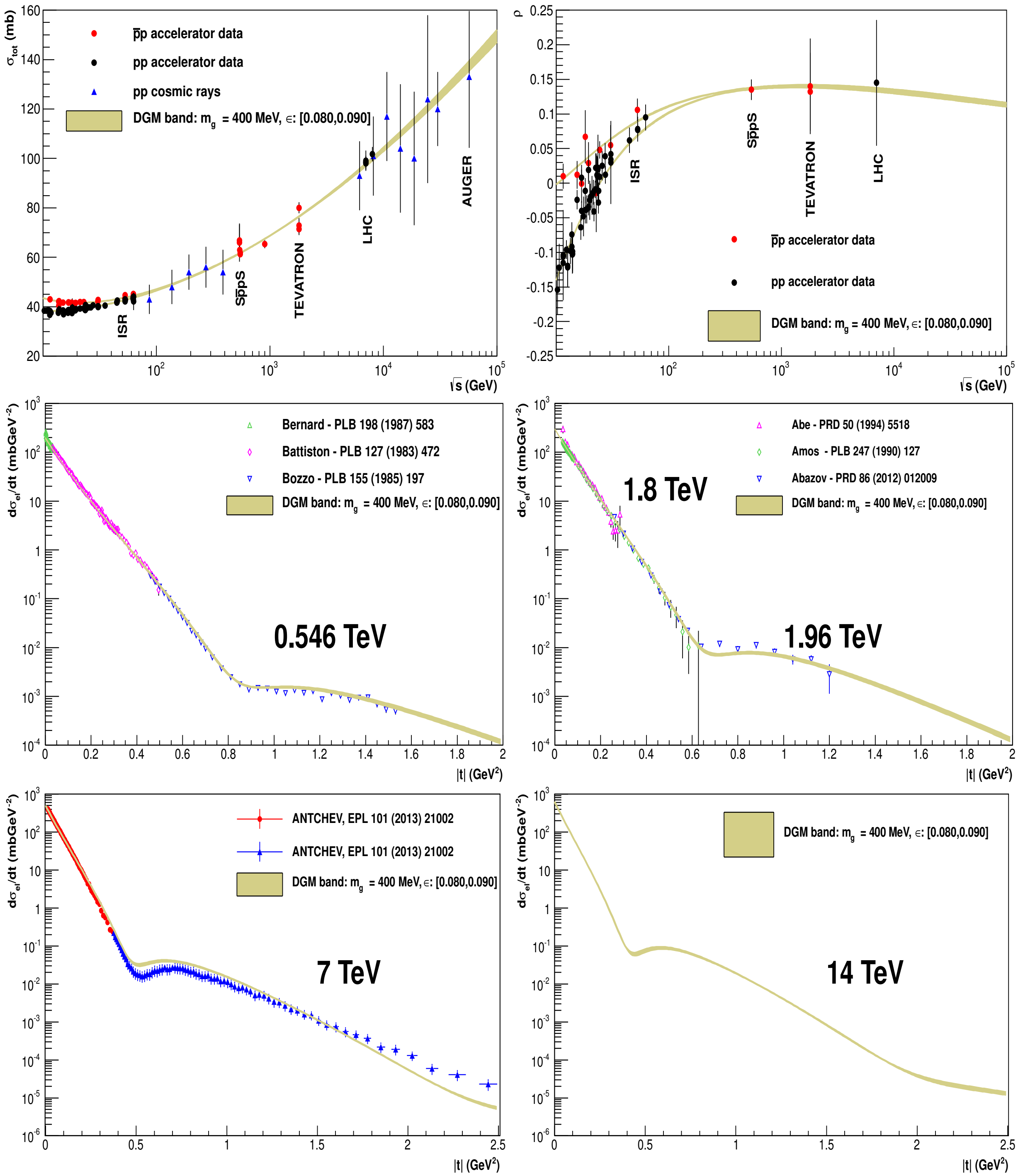


Figura A.1: *No topo:* Seção de choque total e parâmetro ρ no modelo DGM, com $m_g = 400$ MeV fixo e região de incerteza delimitada por $\epsilon = 0.080$ (limite inferior) e $\epsilon = 0.090$ (limite superior).*No centro:* Seções em choque diferenciais $\bar{p}p$ nas energias 546 GeV (à esquerda) e 1.8 TeV (à direita) com $m_g = 400$ MeV fixo e região de incerteza delimitada por $\epsilon = 0.080$ (limite superior) e $\epsilon = 0.090$ (limite inferior). *Na base:* Previsões para a seção de choque diferencial elástica em 7 TeV (à esquerda) e 14 TeV (à direita), com $m_g = 400$ MeV fixo e região de incerteza delimitada por $\epsilon = 0.080$ (limite superior) e $\epsilon = 0.090$ (limite inferior).

As previsões obtidas com essa variante são mostradas nas Tabelas A.2 e A.3. Através dela identificamos as seguintes características principais:

a) compatibilidade com todas medidas de seções de choque (total, elástica e inelástica) e com o ponto óptico;

b) compatibilidade aproximada com a posição do *dip*;

c) incompatibilidade com a inclinação local da seção de choque diferencial na região do *dip*, em $|t| = 0.7$ GeV^2 e com o expoente n da lei de potência, $1/|t|^{-n}$, na região de grande momento transferido.

Tabela A.2: Previsões do modelo DGM para as grandezas frontais, σ_{tot}, ρ, σ_{in} e σ_{el}/σ_{tot}, obtidas de através dos resultados da Variante II, com $m_g = 400$ MeV (fixo) e $\epsilon = 0.080, 0.085, 0.090$. Os valores extremos das previões definem a região de incerteza associada a cada grandeza física. Todas as seções de choque são expressas em mb.

quantidades	$m_g = 400$ MeV		
físicas	ϵ: 0.080	0.085	0.090
σ_{in} (7 TeV)	72.3	72.6	73.0
σ_{in} (14 TeV)	79.8	80.3	81.0
σ_{in} (57 TeV)	96.1	97.2	98.4
σ_{tot} (7 TeV)	96.9	97.4	98.0
σ_{tot} (14 TeV)	108.8	109.6	110.6
σ_{tot} (57 TeV)	135.6	137.3	139.4
σ_{el}/σ_{tot}(7 TeV)	0.2539	0.2546	0.2551
σ_{el}/σ_{tot}(14 TeV)	0.2665	0.2673	0.2676
σ_{el}/σ_{tot}(57 TeV	0.2834	0.2921	0.2941
ρ (7 TeV)	0.1321	0.1346	0.1376
ρ (14 TeV)	0.1272	0.1299	0.1330

Tabela A.3: Previsões do modelo DGM (em bandas) na Variante II comparadas com medidas da Colaboração TOTEM na energia de c.m. 7 TeV, com incertezas estatísticas e sistemáticas somadas em quadratura.

Quantidades Físicas	Resultados TOTEM	$m_g = 400$ MeV ϵ: [0.080, 0.090]
B($0.36 \leq t \leq 0.47$ GeV^2) (GeV^{-2}) [47]	23.60 ± 0.64	[20.8, 21.6]
$\lvert t_{dip} \rvert$ (GeV^2) [47]	0.53 ± 0.01	[0.51, 0.52]
n in $\lvert t \rvert^{-n}$ ($1.5 \leq t \leq 2.0$ GeV^2) [47]	7.80 ± 0.32	[10.5, 10.5]
$\frac{d\sigma}{d\lvert t \rvert}(\lvert t \rvert = 0.7)$ (mbGeV^{-2}) [47]	$2.70^{+0.71}_{-0.58} \times 10^{-2}$	$[3.8, 4.1] \times 10^{-2}$
σ_{el} (mb) [43]	24.8 ± 1.2	[24.6, 25.0]
σ_{in} (mb) [43]	$73.5^{+1.9}_{-1.4}$	[72.3, 73.0]
σ_{tot} (mb) [43]	98.3 ± 2.8	[96.9, 98.0]
B($0.02 \leq t \leq 0.33$ GeV^2) (GeV^{-2}) [43]	20.10 ± 0.36	[19.3, 19.4]
$\frac{d\sigma}{d\lvert t \rvert}\rvert_{t=0}$ (mbGeV^{-2}) [43]	504 ± 27	[488, 500]

Apêndice B

Inclinação e Fase Locais e o Limite de MacDowell-Martin

Além da direção frontal, podemos definir a inclinação local da seção de choque diferencial elástica

$$B_{el}(s,t) = \frac{d}{dt}\left[\ln \frac{d\sigma}{dt}(s,t)\right], \tag{B.1}$$

assim como a razão (local) entre as partes real e imaginária da amplitude,

$$\rho\,(s,t) = \frac{\Re\text{e}F(s,t)}{\Im\text{m}F(s,t)}. \tag{B.2}$$

Dessa forma, reescrevemos a Eq. (B.1) como

$$B_{el}(s,t) = 2\frac{d}{dt}\ln \Im\text{m}F(s,t) + \frac{d}{dt}\ln[1+\rho^2(s,t)]. \tag{B.3}$$

Sob a hipótese de que ao menos na vizinhança de t=0

$$\Im\text{m}F(s,\ t) \geq \Re\text{e}F(s,t), \tag{B.4}$$

e expandindo o segundo termo do lado direito da Eq. (B.3), obtemos que em t=0:

$$\frac{d}{dt}\ln[1+\rho^2(s,t)]\bigg|_{t=0} = 2\rho(s)\frac{d}{dt}\rho(s,t)\bigg|_{t=0} + \mathcal{O}[\rho^3(s)]. \tag{B.5}$$

Dos dados experimentais disponíveis segue que $\rho(s) \lesssim 0.14$ e assumindo

$$\lim_{t\to 0} \frac{d}{dt}\rho(s,t) = 0, \tag{B.6}$$

a Eq. (B.3) fica

$$B_{el}(s) \approx 2\frac{d}{dt} \ln \Im\mathrm{m} F(s,t)\Big|_{t=0}. \tag{B.7}$$

Desta última, obtemos a Eq. (5.8)

$$\frac{d}{dt} \ln \Im\mathrm{m} A(s,t)\Big|_{t=0} \approx \frac{1}{2} B_{el},$$

utilizada para expressar o Limite de MacDowell-Martin em termos das seções de choque elástica e total e da inclinação B_{el} - Eq. (5.9):

$$\frac{\sigma_{tot}(s)}{B_{el}(s)} \leq 18\pi \frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)}.$$

A dedução alternativa da Eq. (B.7), sob as hipóteses dadas nas Eqs. (B.4) e (B.6), foi apresentada de forma original na Ref. [153].

Apêndice C

O Limite de Pumplin

Apresentamos a seguir uma derivação do Limite de Pumplin [33] para as seções de choque de espalhamento. Para tanto, utilizamos o mecanismo de Good-Walker (GW) [176], no qual a contribuição dos canais inelásticos difrativos (dissociativos) emerge da decomposição da função de onda de um hádron, ψ_h, na base de auto-estados de difração (diagonais na matriz $\mathbf{T}$):

$$
\begin{aligned}
|\,\psi_h\rangle &= \sum_i \sqrt{p_i}|\,\psi_i\rangle\,; && \text{(C.1)}\\
\mathcal{A}_{i,j} &= \langle\psi_i\psi_j|\mathbf{T}|\psi_k\psi_l\rangle = G_{i,j}\delta_{i,k}\delta_{j,l}; && \text{(C.2)}
\end{aligned}
$$

com os coeficientes p_i reais e obedecendo à condição de normalização, $\sum_i p_i = 1$. Em analogia à abordagem eiconal simples (de um canal), utilizamos a representação de parâmetro de impacto para construir uma abordagem de *múltiplos canais* (ou de múltiplas eiconais), através das amplitudes $G_{i,j}$ [203, 204]:

$$
G_{i,j}(s,b) = 1 - e^{-\chi_{i,j}(s,b)}, \tag{C.3}
$$

as quais, por construção, são restritas ao intervalo: $0 \leqslant G_{i,j}(s,b) \leqslant 1$. Nesse formalismo, as amplitudes de espalhamento associadas aos processos exclusivamente elásticos, $hh \to hh$, e à totalidade de eventos difrativos (elásticos e dissociativos) são obtidas da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A}_{el}(s,b) &= \langle\psi_h\psi_h|\mathbf{T}|\psi_h\psi_h\rangle = \sum_{ij} p_i p_j G_{ij}(s,b); && \text{(C.4)}\\
\mathcal{A}_{diff+el}(s,b) &= \langle\psi_i\psi_j|\mathbf{T}|\psi_h\psi_h\rangle = \sqrt{p_i p_j}\,G_{ij}(s,b) && \text{(C.5)}
\end{aligned}
$$

Com isso, obtemos as distribuições total, elástica e difrativa no espaço de parâmetro de impacto como segue [203, 204]:

$$\frac{d^2\sigma_{tot}}{d^2b} = 2[\sum_{ij} p_i p_j G_{ij}(s,b)] = 2\langle G\rangle; \tag{C.6}$$

$$\frac{d^2\sigma_{el}}{d^2b} = [\sum_{ij} p_i p_j G_{ij}(s,b)]^2 = \langle G\rangle^2; \tag{C.7}$$

$$\frac{d^2\sigma_{diff+el}}{d^2b} = \sum_{ij}[\sqrt{p_i p_j} G_{ij}(s,b)]^2 = \sum_{ij} p_i p_j G^2_{ij}(s,b) = \langle G^2\rangle; \tag{C.8}$$

$$\frac{d^2\sigma_{diff}}{d^2b} = \frac{d^2\sigma_{diff+el}}{d^2b} - \frac{d^2\sigma_{el}}{d^2b} = \langle G^2\rangle - \langle G\rangle^2. \tag{C.9}$$

Da Eq. (C.9) vemos que a distribuição de eventos difrativos *exclusivos* (dissociação simples e dupla) depende da dispersão (ou da flutuação), $\Delta G^2 = \langle G^2\rangle - \langle G\rangle^2$. Ademais, tendo em conta que $0 \leqslant p_i \leqslant 1$ e $0 \leqslant G_{i,j}(s,b) \leqslant 1$, encontramos a seguinte desigualdade:

$$\langle G^2\rangle \leqslant \langle G\rangle, \tag{C.10}$$

com a igualdade estabelecida nos casos extremos: $G_{ij} = 0$ ou $G_{ij} = 1$. De posse das Eqs. (C.6-C.9) segue imediatamente da desigualdade (C.10)

$$\langle G^2\rangle - \langle G\rangle^2 \leqslant \langle G\rangle - \langle G\rangle^2; \tag{C.11}$$

$$\frac{d^2\sigma_{diff}}{d^2b} \leqslant \frac{1}{2}\frac{d^2\sigma_{tot}}{d^2b} - \frac{d^2\sigma_{el}}{d^2b}; \tag{C.12}$$

$$\frac{d^2\sigma_{diff}}{d^2b} + \frac{d^2\sigma_{el}}{d^2b} \leqslant \frac{1}{2}\frac{d^2\sigma_{tot}}{d^2b}. \tag{C.13}$$

Por fim, integrando a Eq. (C.13) obtemos o Limite de Pumplin para as seções de choque integradas, $\sigma_{tot}, \sigma_{el}$ e σ_{diff}:

$$\sigma_{el} + \sigma_{diff} \leqslant \sigma_{tot}/2. \tag{C.14}$$

Apêndice D

Interpretação da Fase ϕ na Fenomenologia de Regge

Apresentamos a seguir uma interpretação para a fase $\phi \simeq$ constante na amplitude de Barger-Phillips (BP), obtida no contexto da fenomenologia de Regge [183] - discutida na Seção 2.5.

Utilizando as Eqs. (2.62-2.63) e considerando trajetórias degeneradas - em analogia ao caso típico de degenerescência entre as trajetórias $f_2 - a_2$ e $\rho - \omega$ - assumimos:

$$\alpha_+(t) = \alpha_-(t). \tag{D.1}$$

Por simplicidade, assumimos ainda o caso de trajetórias lineares com interceptos $\alpha_\pm(0) = 1$ (caso do chamado *Pomeron crítico*). Desse modo, a soma das contribuições (2.62-2.63) produz:

$$\mathcal{A}_R(s,t) = i\left(\frac{C_+ - iC_-}{s_0}\right) e^{-i\pi\alpha' t/2} e^{t[D_0/2 + \alpha' \ln(s/s_0)]}. \tag{D.2}$$

Por fim, definindo

$$C_+ = s_0 C \cos\phi; \tag{D.3}$$

$$C_- = -s_0 C \sin\phi; \tag{D.4}$$

obtemos:

$$\mathcal{A}_R(s,t) = iCe^{-i\pi\alpha' t/2} e^{t[D_0/2 + \alpha' \ln(s/s_0)]} e^{i\phi}. \tag{D.5}$$

Exceto pelo termo de fase “extra”, $e^{-i\pi\alpha' t/2}$, a Eq. (D.5) corresponde ao segundo termo da amplitude de Barger-Phillips. Nesse ponto, cabe salientar que tal termo de fase está presente em toda amplitude derivada no contexto da fenomenologia de Regge. Ademais, notemos a dependência com o momento transferido da fase “extra”, cuja contribuição típica é uma ordem de grandeza menor do que a oriunda de ϕ [183] - cujos valores típicos encontram-se no intervalo $\phi = 2.7 - 2.9$ rad entre as energias 53 GeV e 7 TeV.

Por fim, da Eq. (D.5) segue ainda que a inclinação da segunda exponencial presente na amplitude BP apresenta comportamento logarítmico com a energia, padrão na fenomenologia de Regge:

$$D(s) = D_0/2 + \alpha' \ln(s/s_0). \tag{D.6}$$

Conforme discutido na Seção 6.3.2, os resultados de ajustes empíricos para a seção de choque diferencial elástica pp com a parametrização BP modificada pelo fator de forma são compatíveis com a hipótese de comportamento logarítimico linear do parâmetro $D(s)$, tal qual obtido na Eq. (D.6) no âmbito da Fenomenologia de Regge.

Apêndice E

Modificação da Amplitude BP com *Loop* de Píons

A seguir discutiremos a segunda modificação proposta do modelo BP (6.1). Analisamos o efeito de uma singularidade na trajetória do Pomeron no comportamento da amplitude original na região de pequeno momento transferido. Nesse modelo, o qual denominamos mBP_1, escrevemos a amplitude na forma,

$$\mathcal{A}(s,t) = i[\sqrt{A(s)}e^{B(s)t/2}G(s,t) + e^{i\phi}\sqrt{C(s)}e^{D(s)t/2}], \tag{E.1}$$

com $G(s,0) = 1$. O fator $G(s,t)$, corrige a normalização da amplitude na região de pequeno momento transferido e é introduzido no termo dominante da amplitude (E.1) a fim de incorporar o efeito da singularidade devida ao *loop de píons* na trajetória do Pomeron, originalmente proposta nas Refs. [185, 186] e discutida recentemente nas Refs. [60, 187, 188]. Com efeito, tal singularidade influencia o comportamento local da amplitude no cone difrativo, em especial na vizinhança de $|t| = 4m_\pi^2$. Do exposto, e seguindo as Refs. [60,188], introduzimos a seguinte correção no primeiro termo da amplitude (E.1):

$$G(s,t) = e^{-\gamma(s)(\sqrt{4\mu^2-t}-2\mu)}, \tag{E.2}$$

com $\gamma(s)$ um parâmetro livre. A aplicação da amplitude (E.1) com o fator de correção (E.2) aos dados experimentais de seção de choque diferencial em 7 TeV [8] ocasiona a mudança de curvatura da *inclinação* local, $B_{eff}(s,t)$, na região quase-frontal de espalhamento, $|t| \approx 0$, acarretando a descrição apropriada dos dados.

Em relação ao modelo BP original, as expressões para a seção de choque total e o ponto óptico permanecem as mesmas, porém no modelo mBP_1, dado pelas Eqs. (E.1) e (E.2), a introdução do fator $G(s,t)$ modifica a dependência em t do primeiro termo, acrescentando um parâmetro livre, γ,

Tabela E.1: Valores dos parâmetros livres A, B, C, D, γ e ϕ do modelo mBP_1 nas energias analisadas. A e C são expressos em unidades mbGeV^{-2}, B e D em unidades GeV^{-2}, γ em unidades GeV^{-1} e ϕ, em radianos.

$\sqrt{s}$ (GeV)	A	B	C ($\times 10^{-3}$)	D	γ	ϕ	$\frac{\chi^2}{\mathrm{G.L.}}$
24	82.8 ± 1.0	6.3 ± 0.1	2.3 ± 0.2	1.79 ± 0.04	2.15 ± 0.07	2.94 ± 0.01	$\frac{200}{134-6} = 1.1$
31	85.1 ± 0.2	6.99 ± 0.06	1.9 ± 0.1	1.79 ± 0.02	1.79 ± 0.03	3.02 ± 0.01	$\frac{310}{206-6} = 1.6$
45	91.5 ± 0.2	7.51 ± 0.05	1.18 ± 0.06	1.62 ± 0.02	1.92 ± 0.03	2.73 ± 0.02	$\frac{801}{207-6} = 4.0$
53	94.6 ± 0.1	7.78 ± 0.05	1.49 ± 0.05	1.70 ± 0.01	1.79 ± 0.02	2.68 ± 0.01	$\frac{1490}{319-6} = 4.8$
63	98.5 ± 0.2	7.98 ± 0.09	1.7 ± 0.1	1.75 ± 0.03	1.74 ± 0.04	2.75 ± 0.03	$\frac{332}{165-6} = 2.1$
7000	565 ± 2	13.7 ± 0.2	970 ± 40	4.43 ± 0.03	2.01 ± 0.06	2.703 ± 0.007	$\frac{497}{161-6} = 3.2$

na amplitude. Aplicamos esse modelo aos dados de seção de choque diferencial nas energias do ISR $\sqrt{s} = (23 \; - \; 63)$ GeV e do LHC em 7 TeV, como mostrado na Tabela E.1 e Figura E.1. Os dados experimentais correspondem aos apresentados no Capítulo 3 e utilizados em análises com o modelo mBP_2. Da Tabela E.1 e da Figura E.1, verificamos que o modelo mBP_1 produz bons resultados estatísticos e descrições globais dos dados experimentais ajustados, do ponto óptico à região de grande momento transferido. Na Figura E.2 apresentamos a dependência com a energia dos parâmetros livres

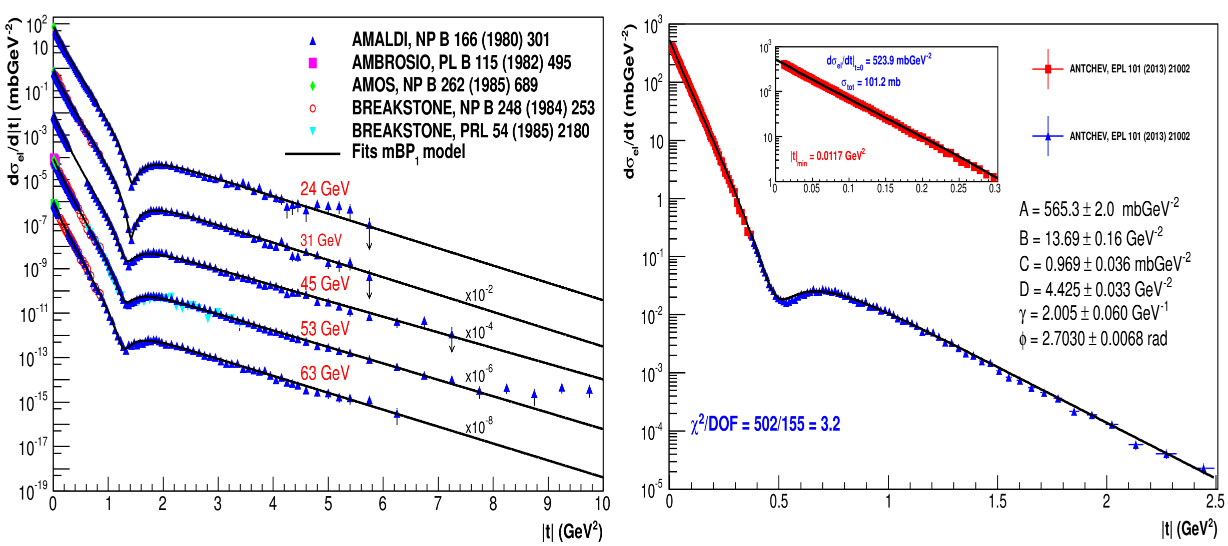


Figura E.1: Ajustes dos dados de seção de choque diferencial na região de energia do ISR (24 GeV - 63 GeV) (à esquerda) e no LHC em 7 TeV (à direita) com o modelo mBP_1.

do modelo mBP_1. As linhas pontilhadas mostradas nessa figura servem apenas para guiar os olhos.

Sobre esses resultados, apresentamos abaixo dois comentários:

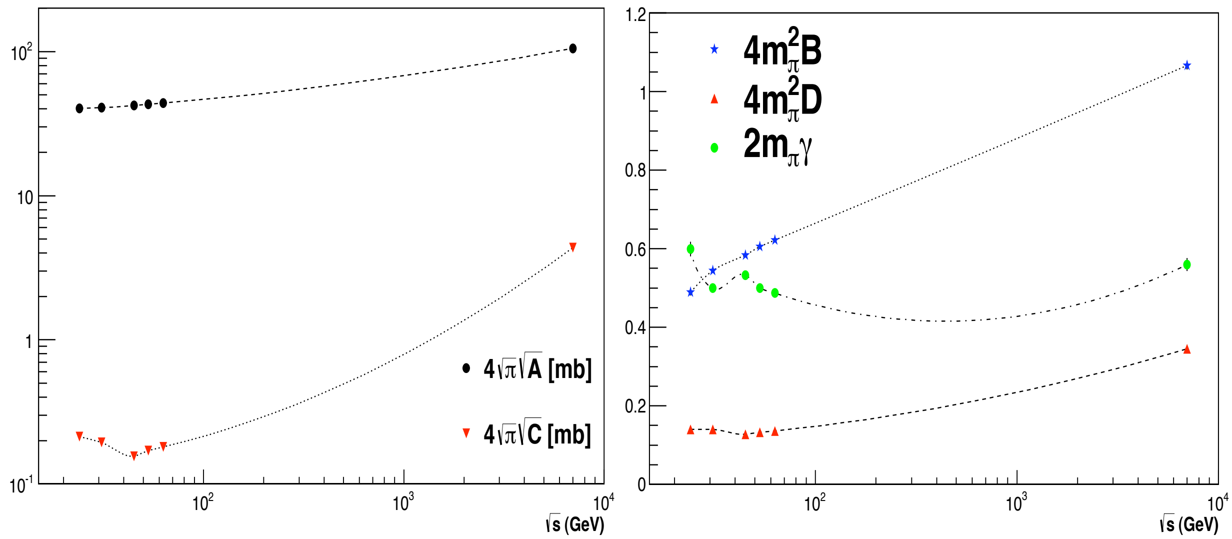


Figura E.2: Comportamento com a energia dos parâmetros livres do modelo mBP_1.

I. o fator $G(s,t) = e^{-\gamma(s)(\sqrt{4\mu^2 - t} - 2\mu)}$, introduzido na Eq. (E.1) incorpora a correção (não-perturbativa) do *loop de píons* na trajetória do Pomeron. Tal termo possui assinatura exclusiva do tipo $C = +1$ e só pode ser aplicado ao primeiro termo da amplitude, uma vez que, o segundo termo (com a fase genérica ϕ), carrega também contribuições do tipo $C = -1$;

II. da Figura E.2 o comportamento com a energia do parâmetro $\gamma(s)$, praticamente constante do ISR ao LHC, põe em xeque a interpretação do fator $G(s,t)$ como uma correção na trajetória do Pomeron, pois nesse caso esperaríamos obter $\gamma(s) \sim \ln s$.

Portanto, devido à ausência de interpretação física clara do modelo mBP_1, focalisamos nossos resultados de ajustes e previsões do modelo mBP_2, corrigido pelo fator de forma do próton. Por completeza, e antevendo a possibilidade de aplicação do modelo mBP_1 no contexto da fenomenologia de Regge (no qual as dependências energéticas dos parâmetros são modeladas *a priori*), calculamos expressões para a seção de choque elástica (a derivação detalhada é apresentada no Apêndice A da Ref. [183])

$$\begin{aligned}\sigma_{el}(s) = \frac{A}{B} + \frac{C}{D} + \frac{4\sqrt{AC}}{(B+D)}\cos\phi - \sqrt{\pi}\frac{A\gamma}{B^{3/2}}\mathrm{Erfc}\left[\sqrt{B}\left(2m_\pi + \frac{\gamma}{B}\right)\right]\mathrm{e}^{4m_\pi^2(B+\gamma/m_\pi)+\gamma^2/B} \\ - \sqrt{8\pi}\frac{\sqrt{AC}\gamma}{(B+D)^{3/2}}\mathrm{Erfc}\left[\sqrt{\frac{B+D}{2}}\left(2m_\pi + \frac{\gamma}{B+D}\right)\right]\mathrm{e}^{2m_\pi^2(B+D+\gamma/m_\pi)+\gamma^2/2(B+D)}\cos\phi,\end{aligned} \tag{E.3}$$

onde a função Erfc(x) denota a função erro complementar,

$$\mathrm{Erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \mathrm{e}^{-y^2} dy.$$

Nesse caso, as seguintes expressões para as regras de soma assintóticas (apresentadas na Seção 6.2.3), SR_1 e SR_0, foram obtidas:

$$SR_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi} B} \sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}} + \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{\pi} D} \cos\phi - \sqrt{\frac{\pi}{2} \frac{A}{1+\hat{\rho}^2}} \frac{\gamma}{B^{3/2}} \mathrm{Erfc}\left[\sqrt{\frac{B}{2}} \left(2m_\pi + \frac{\gamma}{B}\right)\right] \times \mathrm{e}^{2m_\pi^2(B+\gamma/m_\pi)+\gamma^2/2B}; \tag{E.4}$$

$$SR_0 = \frac{\hat{\rho}}{\sqrt{\pi} B} \sqrt{\frac{A}{1+\hat{\rho}^2}} - \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{\pi} D} \sin\phi - \hat{\rho} \sqrt{\frac{\pi}{2} \frac{A}{1+\hat{\rho}^2}} \frac{\gamma}{B^{3/2}} \mathrm{Erfc}\left[\sqrt{\frac{B}{2}} \left(2m_\pi + \frac{\gamma}{B}\right)\right] \times \mathrm{e}^{2m_\pi^2(B+\gamma/m_\pi)+\gamma^2/2B}. \tag{E.5}$$

Nas expressões acima, identificamos as contribuições com sinal positivo como provenientes da amplitude BP original, tal qual se verifica facilmente tomando o limite $\gamma \to 0$ nas Eqs. (E.3-E.5). Desse modo, a presença de termos de sinal negativo reflete a contribuição da correção do fator $G(s,t)$, responsável por alterar o comportamento da amplitude na região de pequeno momento transferido.

Apêndice F

Estrutura de Parâmetro de Impacto dos Modelos mBP_1 e mBP_2

Dos resultados de ajuste com as amplitudes modificadas, mBP_1 e mBP_2, extraímos a amplitude no espaço de parâmetro de impacto (função perfil), através da transformada de Hankel:

$$\widetilde{\mathcal{A}}(s,b) = -i\int_0^\infty qdqJ_0(qb)\mathcal{A}(s,t). \tag{F.1}$$

Notadamente a contribuição predominante provém da parte real, a qual assume formas distintas para os modelos mBP_1 e mBP_2, como vemos a seguir:

$$\widetilde{\mathcal{A}}_R^{mBP_1}(s,b) = \sqrt{A}e^{2m_\pi\gamma}\mathcal{J}(s,b) + \frac{\sqrt{C}}{D}e^{-b^2/2D}\cos\phi; \tag{F.2}$$

$$\widetilde{\mathcal{A}}_R^{mBP_2}(s,b) = \sqrt{A}t_0^4\mathcal{K}(s,b) + \frac{\sqrt{C}}{D}e^{-b^2/2D}\cos\phi; \tag{F.3}$$

onde as integrais $\mathcal{J}(s,b)$ e $\mathcal{K}(s,b)$ são dadas por

$$\mathcal{J}(s,b) = \int_0^\infty qdqJ_0(qb)e^{-Bq^2/2-\gamma\sqrt{4m_\pi^2+q^2}}; \tag{F.4}$$

$$\mathcal{K}(s,b) = \int_0^\infty qdqJ_0(qb)\frac{e^{-Bq^2/2}}{(t_0+q^2)^4}. \tag{F.5}$$

Por outro lado, a parte imaginária (proveniente da parte real da amplitude no espaço de momento transferido) é igual para ambos os modelos:

$$\widetilde{\mathcal{A}}_I^{mBP_1,mBP_2}(s,b) \;=\; \frac{\sqrt{C}}{D} e^{-b^2/2D} \sin\phi. \tag{F.6}$$

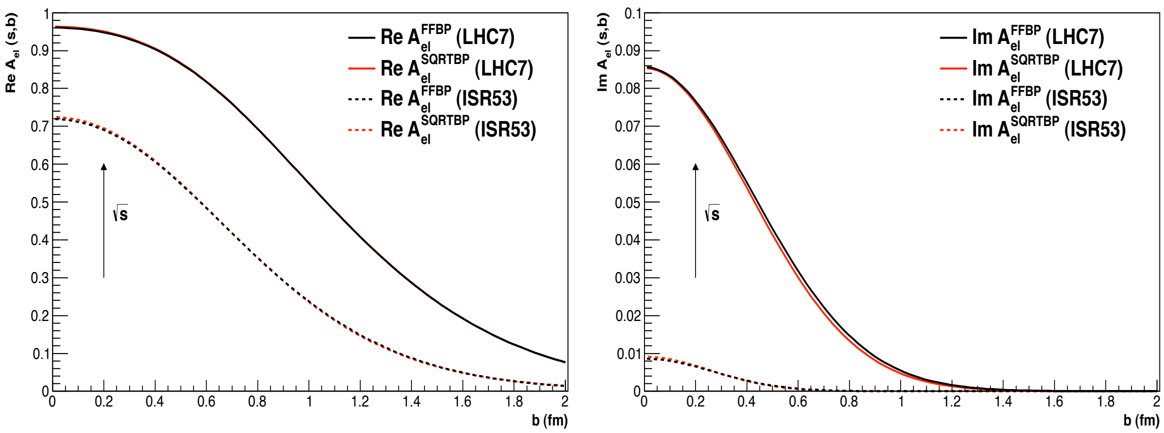


Figura F.1: Estrutura de parâmetro de impacto dos modelos mBP_1 (nomeado *SQRTBP* no gráfico) e mBP_2 (nomeado *FFBP* no gráfico) e evolução com a energia do ISR ao LHC. À esquerda, é mostrada a parte real e à direita, a parte imaginária.

Devido à introdução das correções no termo dominante (primeiro termo) da amplitude original BP, as integrais (F.4, F.5) não apresentam solução analítica trivial. Assim, utilizamos métodos de integração numérica para calculá-las. Na Figura F.1 apresentamos os resultados obtidos e a evolução com a energia das distribuições no espaço de parâmetro de impacto (F.2-F.6), nas energias 53 GeV do ISR e 7 TeV do LHC.

Apêndice G

Lista de Publicações Decorrentes da Tese

Como fruto da pesquisa realizada durante o programa de doutorado, foram publicados diversos artigos científicos em periódicos indexados, anais de conferências e na forma de preprints, os quais listamos abaixo.

G.1 Artigos publicados em periódicos internacionais

1. D.A. Fagundes, E.G.S. Luna, M.J. Menon, A.A. Natale, *Aspects of a Dynamical Gluon Mass Approach to Elastic Hadron Scattering at LHC*, **Nucl. Phys. A886 (2012) 48** [74] - resultados principais apresentados no Capítulo 4;

2. D.A. Fagundes, M.J. Menon, *Total Hadronic Cross Section and the Elastic Slope: An Almost Model-Independent Connection*, **Nucl. Phys. A880 (2012) 1** [153] - resultados principais apresentados no Capítulo 5, Seção 5.1;

3. D.A. Fagundes, M.J. Menon, P.V.R.G. Silva, *Total Hadronic Cross Section Data and the Froissart-Martin Bound*, **Braz. J. Phys. 42 (2012) 452** [163] - primeiros testes com parametrização $\ln^{\gamma} s$ (γ livre) e dado em 7 TeV da TOTEM [43];

4. D.A. Fagundes, M.J. Menon, P.V.R.G. Silva, *On the rise of the proton-proton cross-sections at high energies*, **J. Phys. G40 (2013) 065005** [164] - resultados principais apresentados no Capítulo 5, Seção 5.2;

5. D.A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, Y.N. Srivastava, *Elastic pp scattering from the optical point to past the dip: an empirical parametrization from ISR to LHC*, **Phys. Rev. D88**

(2013) 094019 [183] - resultados principais apresentados no Capítulo 6.

G.2 Artigos publicados em proceedings de conferências

1. D.A. Fagundes, M.J. Menon, *Hadronic Cross Sections, Elastic Slope and Physical Bounds*, **AIP Conf.Proc. 1520 (2013) 297** [205];
2. D.A. Fagundes, M.J. Menon, P.V.R.G. Silva, *Preliminary Results on the Empirical Applicability of the Tsallis Distribution in Elastic Hadron Scattering* , **AIP Conf.Proc. 1520 (2013) 300** [206];
3. G. Pancheri, D.A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, Y.N. Srivastava, *Hunting for asymptotia at LHC*, **AIP Conf.Proc. 1523 (2012) 123** [207];
4. D.A. Fagundes, A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, Y.N. Srivastava, *Modeling the elastic differential cross-section at LHC*, **PoS DIS2013 (2013) 306** [191].

G.3 Preprints arXiv

1. D.A. Fagundes, E.G.S. Luna, M.J. Menon, A.A. Natale, *Testing Parameters in an Eikonalized Dynamical Gluon Mass Model* [73] arXiv:1108.1206 [hep-ph] (2011);
2. D.A. Fagundes, M.J. Menon, P.V.R.G. Silva, *Reply to 'Commentary on 'Total Hadronic Cross Section Data and the Froissart-Martin Bound', by Fagundes, Menon and Silva'* [208] arXiv:1211.3352 [hep-ph] (2012);
3. G. Pancheri, D.A. Fagundes, A. Grau , S. Pacetti, Y.N. Srivastava, *An empirical model for pp scattering and geometrical scaling*, a ser publicado em Nuovo Cimento nos **Proceedings of LC13- Trento 16-20, September 2013** [197] - arXiv:1402.1844 [hep-ph];
4. G. Pancheri, D.A. Fagundes, A. Grau , S. Pacetti, Y.N. Srivastava, *Infrared Gluon Resummation and pp total cross-sections*, a ser publicado nos **Proceedings of Photon 2013, May 20-24, 2013, Paris, France** [209] - arXiv:1403.8050 [hep-ph].

G.4 Outras informações

Algumas das publicações acima obtiveram destaque e reconhecimento da comunidade internacional, conforme indicado abaixo:

i. O artigo *On the rise of the proton-proton cross-sections at high energies*, **J. Phys. G40 (2013) 065005** [164], foi selecionado como publicação de destaque de 2013 na revista Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, na área de Física de Partículas [1];

ii. Os artigos das referências [153, 163, 164] foram citados no "'Review of Particle Physics", pelo Particle Data Group (PDG), na edição de 2012 [2] e na edição preliminar de 2014 [3] (disponível online).

[1] Link para o destaque na revista: `http://iopscience.iop.org/0954-3899/page/Highlights%20of%202013`
[2] `http://pdg.web.cern.ch/pdg/2012/reviews/rpp2012-rev-cross-section-plots.pdf`
[3] `http://pdg.lbl.gov/2013/reviews/rpp2013-rev-cross-section-plots.pdf`