

ASPECTOS NÃO-PERTURBATIVOS E  
FENOMENOLÓGICOS DE AMPLITUDES ELEMENTARES  
EM INTERAÇÕES HADRÔNICAS

Dario Sassi Thober

Orientador: Prof. Dr. Márcio José Menon

*Instituto de Física Gleb Wataghin*

*Universidade Estadual de Campinas, Unicamp.*

(1998)

Este exemplar corresponde à redação  
final da Tese de Doutorado defendida  
pelo aluno Dario Sassi Thober e  
aprovada pela comissão Julgadora

30/ março / 98



UNIDADE	IFGW
N.º CHAVE	
FUNÇÃO	
V.	
N.º	33811
N.º	395/98
	3   x
P.º	R\$ 11,00
DATA	12/05/98
N.º CPD	400106234

IF - 11.36

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IFGW- UNICAMP

T351a

**Thober, Dario Sassi**  
**Aspectos nao-perturbativos e fenomenologicos de amplitudes elementares em interacoes hadronicas.- Campinas, SP: [s.n.], 1998.**

**Orientador: Marcio Jose Menon.**  
**Tese(doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Fisica "Gleb Wataghin".**

**1. Cromodinâmica quântica. I. Menon, Marcio Jose. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Fisica "Gleb Wataghin". III. Título.**



INSTITUTO DE FISICA  
GLEB WATAGHIN

**PARECER DE APROVAÇÃO**  
**DEFESA DE TESE DE DOUTORADO DE**  
**DARIO SASSI THOBER**

DATA : 30 / 01 / 98

BANCA EXAMINADORA:

- Prof. Dr. Márcio José Menon (Orientador do Candidato)

- Prof. Dr. Erasmo Madureira Ferreira

- Prof. Dr. Bruto Max Pimentel Escobar

- Prof. Dr. Guillermo Gerardo Cabrera Oyarzún

- Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

DEDICO ESTE TRABALHO AOS PATOS CAIPIRAS DE PEENEMUNDE.

## AGRADECIMENTOS

Certamente tenho muito a agradecer neste espaço, a tantas pessoas, que tanto contribuíram para o êxito da conclusão deste trabalho. O considero como um trabalho muito eficiente de equipe e me sinto honrado por dele ter tomado parte. Agradeço a oportunidade e a confiança de todos que o apoiaram e a mim concederam tantas chances. O peso das oportunidades abertas por estas pessoas é muito maior que a minha correspondente resposta, estarei sempre grato e na tentativa constante de melhor servir aos outros. Agradeço portanto, simbolicamente, apenas algumas pessoas, lembrando-me de tantas outras, muito importantes neste processo.

Agradeço à população brasileira, através do Governo Federal, pelo apoio financeiro concedido durante esses anos e os Professores Márcio José Menon e Adriano Di Giacomo, meus orientadores, que tanto se dedicaram à minha formação e maturação durante este processo. O Prof. Menon em particular pela orientação segura, sempre com objetivos precisos, com grande visão de conjunto, bem como o apoio e confiança para novos desafios e tantas oportunidades valiosas por ele abertas. Em particular também o Prof. Di Giacomo, que do mesmo modo abriu possibilidades inestimáveis de uma amplitude maior do que o meu merecimento, uma convivência rica em todos os aspectos.

Agradeço o Prof. Bruto Pimentel e seus colaboradores pelas oportunidades e atenção, bem como os Professores Erasmo Ferreira e Hans G. Dosch pelas oportunidades concedidas para discussão de parte do trabalho.

Ao disciplinado e organizado colega de equipe Álvaro Favinha Martini, que tanto colaborou para os resultados numéricos, e aos colegas Massimo D'Elia e Enrico Meggiolaro que muito me ajudaram na compreensão dos resultados de simulação numérica na rede e na linguagem da QCD, gostaria de expressar minha satisfação e agradecimento em tê-los tido como companheiros durante o processo. Agradeço em particular o amigo Eric de Mello Fagotto por tanto apoio, em todos os momentos, em todas as etapas.

Agradeço ao Prof. Marcelo Guzzo pelo interesse e grande incentivo desde a época de meu Mestrado, colocando novos horizontes e tantas direções que tanto me estimularam, contribuindo muito eficazmente para minha formação. Agradeço ainda a CPG - IFGW pelo incentivo, oferecendo sempre suporte logístico e financeiro efetivos.

## RESUMO

O objetivo desta tese é apresentar os resultados obtidos nas investigações sobre amplitudes de espalhamento entre constituintes de hadrons distintos. Duas abordagens foram consideradas: cálculos não-perturbativos através do Modelo do Vácuo Estocástico baseado na Cromodinâmica Quântica, e previsões fenomenológicas baseadas na Teoria da Difração Múltipla. São estudadas as possíveis conexões entre os resultados obtidos pelos dois formalismos, procurando desta maneira entender os pontos críticos e contribuições de cada abordagem.

## ABSTRACT

The goal of this thesis is to present the results obtained in the investigations on the scattering amplitudes between constituents of distinct hadrons. Two approaches were taken into consideration: Nonperturbative calculations through the Stochastic Vacuum Model based on the Quantum Chromodynamics, and phenomenological predictions based on the Multiple Diffraction Theory. The possible connections between the results obtained by the two formalisms are studied in order to understand the critical points and contributions of each approach.

# Índice

<b>I</b>	<b>Introdução</b>	8
<b>II</b>	<b>A abordagem fenomenológica</b>	11
	A. Modelos geométricos	16
<b>III</b>	<b>A abordagem teórica</b>	19
	A. A Situação Física	22
	1. Flutuação e tempo de vida	25
	2. Identificando os quarks de valência e de mar	27
	3. Conclusão sobre a Situação Física	29
	B. A amplitude de espalhamento quark-quark	30
	1. Definição da teoria usada	30
	2. A expressão para a amplitude	31
	C. A solução da equação de Dirac em $SU(3)$	36
	1. Solução para quarks sem spin	36
	2. Solução da equação de Dirac	39
	3. Conclusão sobre as soluções	40
	D. A amplitude elementar e o modelo do vácuo estocástico	43
	1. A independência de gauge	43
	2. Conclusão sobre a amplitude elementar com o uso do modelo do vácuo estocástico	48
	E. Funções de correlação	52
	F. Função de correlação: resultados da rede	53
	G. Função de correlação: ansatz de Kraemer e Dosch	53
<b>IV</b>	<b>Resultados sobre a amplitude parton-parton</b>	55
	A. Resultados fenomenológicos	55
	1. Cálculos	55
	2. Resultados independentes de modelo	61
	3. Conclusões fenomenológicas	61
	B. Resultados teóricos	63
	1. Cálculos	65
	2. Conclusões teóricas	79

<b>V</b>	<b>Comparação dos resultados obtidos e conclusões</b> .....	82
	A. As amplitudes elementares em confronto.....	82
	B. Conclusões finais e perspectivas.....	89
<b>VI</b>	<b>Apêndice A: O teorema de Stokes não-Abeliano</b> .....	91
<b>VII</b>	<b>Apêndice B: Sobre o espalhamento loop-loop</b> .....	94
<b>VIII</b>	<b>Apêndice C: Sobre o modelo do vácuo estocástico</b> .....	102
<b>IX</b>	<b>Apêndice D: Sobre as renormalizações</b> .....	108
<b>X</b>	<b>Apêndice E: Cálculos numéricos</b> .....	110
	A. O método de Monte Carlo.....	110
	B. O cálculo numérico das correlações do vácuo da QCD.....	113
<b>XI</b>	<b>Glossário</b> .....	117
<b>XII</b>	<b>Referências</b> .....	118

## I. INTRODUÇÃO

O estudo do espalhamento hadrônico a pequeno momento transferido é um dos problemas mais intrincados em Física de altas energias hoje em dia. Apesar do consenso geral de que a Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria correta para hádrons e suas interações, uma descrição microscópica do espalhamento elástico a altas energias em termos de uma abordagem puramente teórica é ainda um problema em aberto.

Na tentativa de derivar resultados da QCD pura encontraremos problemas relacionados ao fato de que as quantidades a serem calculadas estão expressas em termos de campos de quarks e glúons cujos *quanta* não foram observados como partículas livres. Existem entretanto resultados muito positivos com a QCD: fenômenos relacionados à Física hadrônica de pequenas distâncias, como a secção de choque total da aniquilação de pares elétron-pósitron gerando hádrons. Essas quantidades são possíveis de calcular devido à *liberdade assintótica*, que abriu oportunidade para se estimar grandezas derivadas de métodos perturbativos. Outro aspecto positivo da QCD pura está na Física hadrônica de grandes distâncias onde cálculos numéricos na rede permitem o estudo de propriedades *estáticas* dos hádrons. Entretanto, os estados de *espalhamento* continuam objeto de importantes pesquisas.

O caminho precursor do estabelecimento de uma compreensão teórica é o estudo fenomenológico, como bem sabemos. Esta prática é essencial nos estágios em que a ciência dos hádrons se encontra. É extremamente importante se o modelo fenomenológico usado apontar quantos parâmetros são necessários e sua importância relativa na descrição do espalhamento hadrônico. O carácter *difrativo* dos dados de espalhamento hadrônico elástico sugere fortemente uma fenomenologia baseada nos princípios da teoria de difração de Fraunhofer, conhecida como *aproximação eiconal* [1]. Este formalismo que obedece automaticamente o princípio de unitariedade, foi a base do modelo de Glauber do espalhamento núcleo-núcleo, hádron-núcleo [2] e do modelo de Chou-Yang para o espalhamento hádron-hádron [3]. A teoria geral associada a essa abordagem é denominada Teoria da Difração Múltipla de Glauber (TDM) [4].

Os processos de espalhamento difrativo (elásticos ou dissociativos) são caracterizados pela conservação dos números quânticos associados aos estados inicial e final. O objetivo do estudo aqui apresentado é a compreensão, a nível microscópico da Cromodinâmica Quântica (QCD), do processo e conseqüentemente dos agentes relevantes nas interações difrativas entre hádrons e sua comparação com os resultados fenomenológicos.

Um *modelo* microscópico baseado na QCD é a tentativa atual de compreender o que seriam as partículas de troca nas interações hadrônicas. Nesse sentido foi primeiramente sugerido por Landshoff e Nachtmann (modelo LN) [5] um modelo abeliano relacionando as características do vácuo não perturbativo às propriedades do Pomeron. A teoria que acredita-se ser a correta para explicar os fenômenos hadrônicos estáticos ou dinâmicos é a QCD e é, baseado em suas características, que Nachtmann [6] desenvolveu uma extensão do modelo LN.

O tratamento na região de pequeno momento transferido é feito através de um cálculo aproximativo analítico, de efeitos não perturbativos baseado na QCD, a saber, o método do vácuo estocástico (MVE). As aproximações visam descrever um espalhamento onde, num certo regime, os quarks podem ser vistos como “livres”.

O tipo de abordagem do MVE envolve algumas hipóteses discutidas ao longo do trabalho, as quais, como veremos, *têm o mesmo peso e importância das hipóteses feitas no estudo fenomenológico baseado na TDM para os hádrons*. Essa característica comum entre os modelos teórico e fenomenológico abre caminho para, guardadas as limitações, se comparar as amplitudes resultantes de espalhamento entre constituintes hadrônicas, possibilitando então uma melhor compreensão da Física do espalhamento elástico entre hádrons.

Experimentalmente é observado que a grandes momentos transferidos no espalhamento elétron - núcleon que os hádrons se comportam como possuindo partículas quase - livres. Feynman em 1969 as batizou de “partons”. Esta idéia de partons leva a crer que a dinâmica que governa a interação entre estas partículas deve se tornar mais fraca à pequenas distâncias. Em termos de QCD isso significa que no modelo a partons tomam-se apenas contribuições de ordem mais baixa do tipo Eletromagnética para o cálculo de quantidades Físicas como

secções de choque, negligenciando todas as correções do tipo característico da QCD.

Os partons foram identificados com quarks desde que experimentalmente foi sugerido que seus números quânticos como carga e spin são como as dos quarks. Em termos de uma abordagem Fenomenológica do tipo difrativa os constituintes são descritos por densidades de matéria e não estão designadas diferenças entre interações entre diferentes tipos de constituintes. Nos moldes de modelos baseados em QCD para o cálculo de propriedades não-perturbativas das interações hadrônicas identificam-se também constituintes individualizados caracterizados por números quânticos específicos.

Neste trabalho designamos “partons” os constituintes hadrônicos em geral, no sentido Fenomenológico acima citado e as grandezas a eles associadas serão denominadas *elementares*. Tanto na abordagem Fenomenológica quanto Teórica temos em comum a hipótese da aproximação eiconal para as funções de onda, ambas assumem a distribuição de matéria hadrônica e a interação entre constituintes é considerada do mesmo modo, ou seja, como uma ação de efeitos de não-localidade. Baseados nesta realidade estudamos possíveis comparações entre os resultados de ambos os métodos.

Dividimos a apresentação deste trabalho nas seguintes etapas: primeiramente introduzimos as abordagens fenomenológica (Capítulo II) e teórica (Capítulo III), em seguida, apresentamos nesta mesma ordem os resultados obtidos em cada formalismo, ressaltando as hipóteses de trabalho e comentando as limitações dos resultados (Capítulo IV). Por último, fazemos a comparação das abordagens (discutindo a validade e limites deste procedimento) tirando conclusões sobre o caráter geral do espalhamento entre constituintes hadrônicos, a sensibilidade dos métodos em relação às hipóteses feitas e possíveis melhorias na extração desta informação pelos formalismos estudados (Capítulo V). O texto é complementado por Apêndices onde se discutem os detalhes do modelo teórico.

## II. A ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

Nesta seção descrevemos brevemente alguns modelos fenomenológicos que tratam o espalhamento elástico dos hádrons, tendo como estrutura fundamental a interação entre constituintes.

Existe uma grande quantidade de dados experimentais sobre o espalhamento hadrônico elástico a altas energias e a análise destes dados revelou que a *densidade* de matéria das partículas em colisão determina a seção de choque a pequenos ângulos de espalhamento.

Interpretações sobre o tipo de subestrutura e sua forma de interação (interação elementar) são uma consequência natural da tentativa de se estabelecer um modelo Físico. Uma teoria geral que trata da interação entre estruturas compostas no limite de altas energias é a da Difração Múltipla. Apresentamos os fundamentos desta teoria, começando com as principais hipóteses de trabalho:

\* *Restringimos o estudo a pequenos ângulos de espalhamento e energia de colisão suficientemente alta.*

\* *Admitimos que os objetos em colisão têm estrutura não singular.*

Construímos então a seção de choque elástica para esses objetos a partir das amplitudes de espalhamento entre seus constituintes.

O tratamento é geral, sem observar o tipo particular de subestrutura. Estas são descritas pelas *densidades de matéria*.

Considerando que o ângulo de espalhamento entre as subestruturas é pequeno o bastante, o momento transferido deve ser praticamente transversal ao momento inicial do sistema. Denotaremos a amplitude de espalhamento elementar por  $f(q)$ , sendo  $q$  o momento transferido na transversal (correspondente ao plano de parâmetro de impacto  $b$ ).

Definida a transformação bi-dimensional de Fourier para simetria azimutal:

$$f(q) = \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) \gamma(b), \quad (2.1)$$

a seção de choque total elementar pode ser escrita como:

$$\sigma = 2 \int d^2b \Re \gamma(b). \quad (2.2)$$

Admitindo que no limite de energias muito altas a amplitude é puramente imaginária nós obtemos:

$$\sigma = 2 \int d^2b \gamma(b), \quad (2.3)$$

e portanto no limite de altas energias pode-se interpretar  $\gamma(b)$  como uma *densidade de probabilidade* (que chamaremos de *perfil elementar*):  $\gamma(b)bdb$  é a absorção ou probabilidade de espalhamento das colisões ocorrerem entre  $b$  e  $b + db$ .

Considerando que um dos objetos é composto por duas subunidades e que a partícula incidente é puntual, a densidade de probabilidade resultante seria composta de um termo proporcional ao espalhamento entre a partícula puntual com uma das subestruturas, um termo proporcional ao mesmo espalhamento mas com a segunda subestrutura, menos um termo proporcional à probabilidade do espalhamento ocorrer simultaneamente com as duas subestruturas,

$$\begin{aligned} \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 = \\ \gamma_1(1 - \gamma_2) + \gamma_2(1 - \gamma_1) + \gamma_1\gamma_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

a fim de não somar a probabilidade de espalhamento duplamente na região de intersecção das amplitudes.

A generalização deste princípio para um número arbitrário de componentes no alvo (objeto) pode ser escrita:

$$1 - \prod_{j=1}^N [1 - \gamma_j(\vec{b}_j)]$$

onde  $N$  é o número de constituintes do objeto.

No caso da colisão entre dois objetos compostos de  $N$  e  $M$  subunidades, a densidade de probabilidade total  $\Gamma(b)$  pode ser descrita como:

$$\Gamma(b) = 1 - \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N [1 - \gamma_{ij}(\vec{b}_{ij})] \quad (2.5)$$

onde  $\gamma_{ij}$  é o perfil associado a um par de subestruturas que colidem.

A amplitude de transição para o espalhamento deve ser computada como o elemento de matriz da amplitude  $\Gamma(b)$  no espaço dos momentos:

$$F(q) = \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) \Gamma(b), \quad (2.6)$$

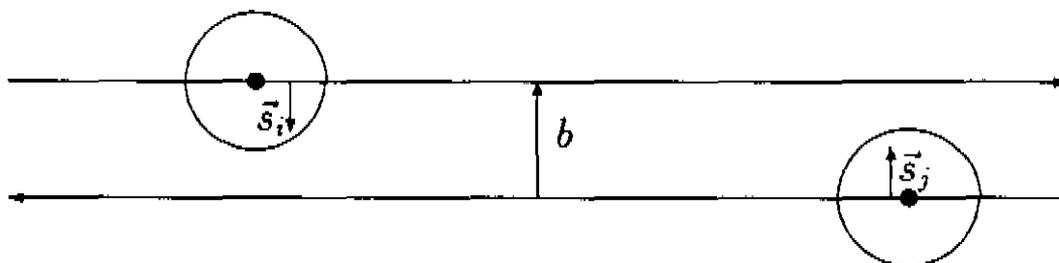
portanto:

$$\langle n | F(q) | 0 \rangle = \langle n | \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) \Gamma(b) | 0 \rangle, \quad (2.7)$$

onde  $|0\rangle$  e  $|n\rangle$  representam os estados inicial e final dos dois objetos:

$$\begin{aligned} |n\rangle &= |\psi_M^{out} \psi_N^{out}\rangle \\ |0\rangle &= |\psi_M^{in} \psi_N^{in}\rangle \end{aligned} \quad (2.8)$$

No limite de altas energias os objetos, devido à contração de Lorentz observada no laboratório, aproximam-se de discos de distribuição de matéria no plano de parâmetro de impacto. Assim, ao descrever  $|\psi_M^{in,out} \psi_N^{in,out}\rangle$  podemos usar vetores posição no plano de parâmetro de impacto. Designaremos este vetor por  $\vec{s}$  ( $b_{ij} = \vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N$ ) (Figura 2.1):



**Figura 2.1: Hádrons como distribuição de matéria e suas coordenadas, mostrados sem contração de Lorentz.**

Desse modo, a amplitude total de espalhamento pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \langle n | F(q) | 0 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) \langle \psi_M^{out} \psi_N^{out} | \\ &(1 - \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N [1 - \gamma_{ij}(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)]) | \psi_M^{in} \psi_N^{in} \rangle. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Como,

$$i\chi = -C \int [\gamma(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)] \rho_{H1} \rho_{H2} d^2 s_i d^2 s_j, \quad (2.15)$$

onde  $C$  é uma constante,  $\gamma$  (sem os índices  $i, j$ ) é o valor médio dos perfis elementares e  $\rho_{H1} \rho_{H2} = \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N \rho_{M,i}(\vec{s}_i^M) \rho_{N,j}(\vec{s}_j^N)$ , com  $H1, 2$  significando os hádrons 1 e 2, respectivamente.

Temos portanto definido uma fase *eiconal* ( $\chi = i\Omega$ ) de onde podemos calcular a amplitude de espalhamento entre hádrons:

$$\Omega(b) = C \int [\gamma(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)] \rho_{H1} \rho_{H2} d^2 s_i d^2 s_j, \quad (2.16)$$

com a amplitude

$$\langle n | F(q) | 0 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) (1 - e^{-\Omega(b)}). \quad (2.17)$$

As densidades de matéria  $\rho$  não são conhecidas, mas correspondem aos *fatores de forma* no espaço dos momentos.  $G(q)$ . Por não se conhecer a distribuição de matéria hadrônica dentro dos hádrons, alguns autores assumem que a distribuição de cargas equivale à esta, denominando então os fatores de forma como *eletromagnéticos*. Ao escrever a eiconal em função de informações no espaço dos momentos é necessário a existência bem definida da transformada bidimensional do perfil elementar [7]:

$$f(q) \equiv \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) \gamma(b),$$

que é portanto a amplitude de espalhamento elementar, compreendida como a amplitude entre partons em geral no presente formalismo. Temos portanto a eiconal como:

$$\Omega(b) = C \frac{1}{2\pi} \int b db J_0(qb) f(q) G_M(q) G_N(q), \quad (2.18)$$

Revisamos a seguir alguns possíveis modelos ou escolhas para  $f$  e  $G$ 's que procuram descrever os dados de espalhamento  $pp$  e  $\bar{p}p$ .

É importante salientar a hipótese feita a respeito do número de constituintes, que assumimos, tende ao infinito. O modelo fenomenológico portanto não considera (e nem se aplica)

$$\langle \psi_M^{out} \psi_N^{out} | \psi_M^{in} \psi_N^{in} \rangle = \quad (2.10)$$

$$\prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N \rho_{M,i}(\vec{s}_i^M) \rho_{N,j}(\vec{s}_j^N),$$

sendo  $\rho_k$  a densidade de matéria hadrônica associada a cada subestrutura  $k$ , que é a densidade de matéria bi-dimensional (no plano perpendicular à direção de movimento). Esta aproximação (de tomar a distribuição planar pela volumétrica) acarreta em um fator de correção, por hipótese multiplicativo, que deve compensar a aproximação. Chou e Yang [3] mostraram que este fator de correção aproxima-se da unidade, para qualquer valor de momento transferido, quando o número de constituintes tende ao infinito. Devido à simplicidade de seu modelo e do sucesso na descrição dos dados, observa-se que esta hipótese (número muito grande de constituintes, muito maior que algumas unidades) deve ser considerada satisfatória. Portanto reescrevemos  $F$  como:

$$\langle n | F(q) | 0 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int bdb J_0(qb) (1 - \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N \rho_{M,i}(\vec{s}_i^M) \rho_{N,j}(\vec{s}_j^N) \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N [1 - \gamma_{ij}(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)]) \quad (2.11)$$

sendo portanto a amplitude de espalhamento entre dois objetos (hádrons) compostos, expressa em termos da amplitude de espalhamento elementar (perfil) entre constituintes.

A comparação da expressão para a amplitude com aquela dada pelos deslocamentos de fase  $\chi$ ,

$$\frac{1}{2\pi} \int bdb J_0(qb) (1 - e^{i\chi}), \quad (2.12)$$

nos mostra por analogia que

$$i\chi = \ln \langle \psi_M^{out} \psi_N^{out} | (\prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^N [1 - \gamma_{ij}(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)]) | \psi_M^{in} \psi_N^{in} \rangle. \quad (2.13)$$

A contribuição de ordem mais baixa pode ser encontrada ao expandirmos  $e^{i\chi} \approx 1 + i\chi$ :

$$i\chi = - \langle \psi_M^{out} \psi_N^{out} | \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\gamma_{ij}(\vec{b} - \vec{s}_i^M + \vec{s}_j^N)] | \psi_M^{in} \psi_N^{in} \rangle, \quad (2.14)$$

ou ainda pode ser aproximada por:

aos quarks de valência (2 ou 3), mas ao conjunto de todas as partículas constituintes, ou seja, quarks de valência e suas flutuações mais glúons constituintes.

### A. Modelos geométricos

De acordo com a teoria exposta, existem algumas possibilidades ou *modelos* que propõe formas especiais para os fatores de forma e para a amplitude elementar  $f$ . Embora estejamos interessados apenas na amplitude elementar, vamos sintetizar os aspectos mais importantes de cada modelo. Usaremos a notação unificada proposta por Menon [7] para esses modelos.

Na abordagem original de *Chou e Yang* [3] eles assumiram fatores de forma proporcionais aos fatores de forma eletromagnéticos e uma interação de contato entre os constituintes ou subestruturas. Podemos então identificar este modelo pela amplitude elementar:

$$f_{CY} = 1$$

Na abordagem de *Glauber e Velasco* [8] foram usadas as parametrizações de Felst e BSWW dos fatores de forma eletromagnéticos, que não dependem da energia. A amplitude elementar é uma função real no caso de espalhamento  $\bar{p}p$  para as energias do *collider*:

$$|f_{GV}| = \frac{1}{(1 + q^2/\alpha^2)^{1/2}}$$

e complexa para  $pp$  nas energias do ISR,

$$f_{GV} = \frac{e^{i(b_1 q^2 + b_2 q^4)}}{(1 + q^2/\alpha^2)^{1/2}}$$

com  $b_{1,2}$  coeficientes fixos e  $\alpha(s)$  um parâmetro dependente da energia.

Interessa-nos porém, conhecer apenas  $|f_{GV}|$  a fim de compararmos com outras amplitudes (fenomenológicas ou teóricas). Nesse modelo  $\alpha^2(\sqrt{s} = 23 \text{ GeV}) = 7.14 \text{ GeV}^2$  (ISR) e  $\alpha^2(\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}) = 0.625 \text{ GeV}^2$  (Collider).

O modelo de *Bourrely, Soffer e Wu* [9] não é puramente geométrico, mas uma interpretação neste sentido é possível. Inicialmente estes autores consideram uma distribuição de carga e matéria diferenciadas dentro dos hádrons, sendo levada esta diferença em conta

através do fator multiplicativo no fator de forma eletromagnético (que abaixo explicitamos no primeiro termo entre chaves):

$$\left\{ \frac{1}{1 + q^2/m_1^2} \frac{1}{1 + q^2/m_2^2} \right\} \left\{ \frac{1 - q^2/\alpha^2}{1 + q^2/\alpha^2} \right\}^{1/2}$$

onde  $m_{1,2}$  são constantes e a expressão nas chaves da esquerda representa o fator de forma tipo “polo duplo” (usado para descrever o fator de forma eletromagnético). O fator multiplicativo portanto, tem a função de diferenciar a distribuição de cargas da de matéria no meio hadrônico. Embora *Bourrely, Soffer e Wu* nunca tenham interpretado este fator multiplicativo como uma amplitude elementar, muitos autores identificam seu quadrado como a amplitude  $f$  no modelo de Glauber. Adotando esta interpretação designamos:

$$f_{BSW} = \frac{1 - q^2/\alpha^2}{1 + q^2/\alpha^2}.$$

onde o valor do coeficiente é  $\alpha^2 = 3.814 \text{ GeV}^2$  para a região do ISR [7].

A abordagem de *Menon e Pimentel* [7,10] é baseada em estudos para modificar a amplitude  $f_{BSW}$  de forma a obter pela transformada bidimensional de Fourier um perfil  $\gamma(b)$ , visto que até então não havia sido encontrada a transformação para a amplitude  $f_{BSW}$  (voltaremos neste ponto na Secção IV.A). Denotamos então a função *modificada* utilizada por *Menon e Pimentel* para a amplitude elementar por  $f_{mBSW}$ :

$$f_{mBSW} = \frac{1 - q^2/\alpha^2}{1 + q^4/\alpha^4}.$$

Representando a distribuição de matéria através do “polo duplo” e introduzindo a parte real pela fórmula de Martin, estes autores obtiveram uma descrição satisfatória de todos os dados de espalhamento  $pp$  e  $\bar{p}p$  acima da energia de  $10 \text{ GeV}$ , com a dependência energética nos fatores de forma [10].

A última abordagem geométrica que estudamos foi a de *Saleem, Aleem, Azhar* [11], os quais usam uma parametrização própria para o fator de forma eletromagnético não dependente da energia, e uma amplitude elementar igualmente independente da energia:

$$f_{SAA} = \frac{1 - q^2/\alpha^2}{(1 + q^2/\alpha^2)^{1/3}},$$

com  $\alpha = 3.0 \text{ GeV}^2$  (para o ISR).

Estas são, portanto, as amplitudes elementares fenomenológicas que comparamos entre si e depois com os resultados teóricos correspondentes. Apesar das diferentes parametrizações, todos os modelos revisados apresentam descrições satisfatórias dos dados experimentais.

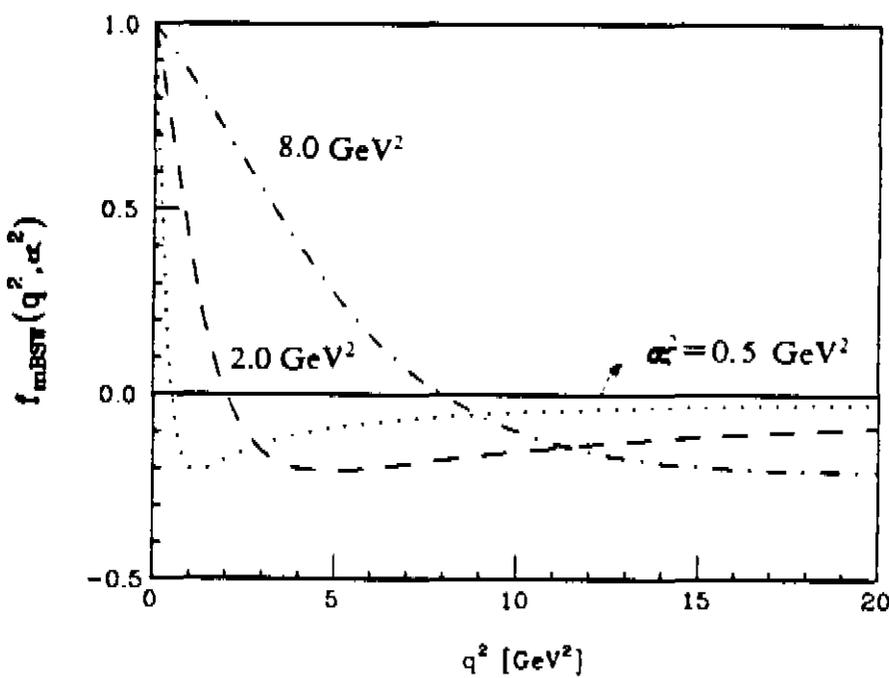
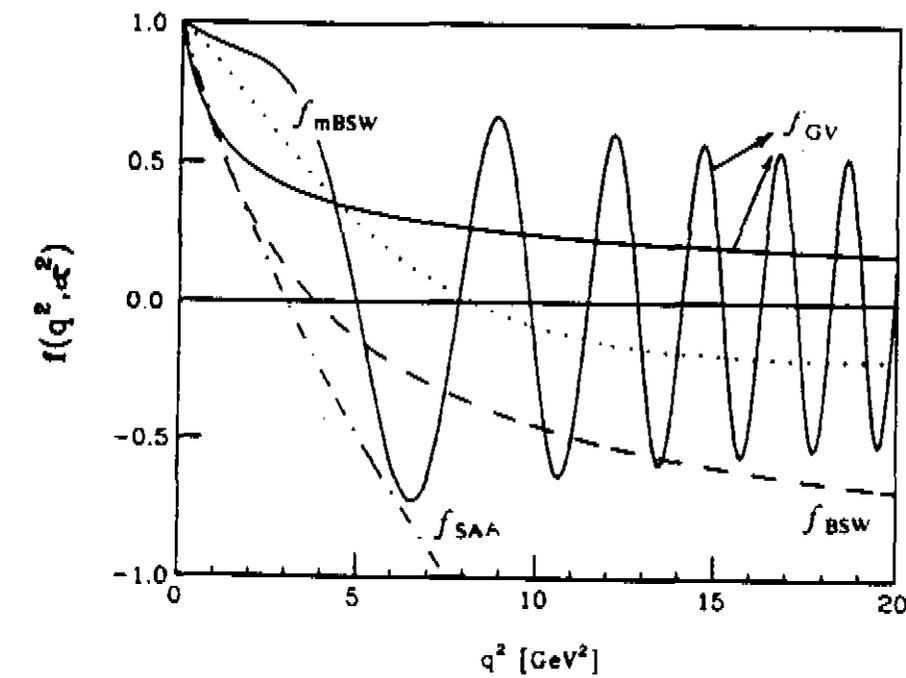


Figura 2.2: Características gerais dos modelos geométricos [7].

### III. A ABORDAGEM TEÓRICA

Nesta seção apresentamos o modelo teórico, via QCD, que descreve o espalhamento elástico dos partons de diferentes hádrons e suas aproximações. A descrição teórica de quantidades associadas às interações a pequeno momento transferido e altas energias, no caso dos hádrons, deve ser essencialmente não-perturbativa.

O primeiro a notar que a densidade de energia do vácuo da QCD poderia ser abaixada por um campo cromomagnético externo foi Savvidy [12]. Isto significa que o vácuo é uma superposição de estados em uma variedade de domínios nos quais os campos são correlacionados. A energia mais baixa do sistema ocorre portanto quando os campos de força do vácuo da QCD têm certa correlação espacial.

Um estudo detalhado sobre o valor desses campos no vácuo estático da QCD aparece no trabalho de Shifman, Vainshtein and Zakharov [13], que introduziram o condensado gluônico e foram os primeiros a estimar seu valor usando *regras de soma*. O condensado gluônico não é senão uma medida da diferença energética do vácuo quando se comparam as energias cromomagnética e cromoeétrica, sendo a primeira proeminentemente maior como Savvidy [12] observou sem no entanto quantificar.

O primeiro passo na direção de se estabelecer um modelo teórico de espalhamento hadrônico com base nos condensados gluônicos, ou seja, baseado na característica não-perturbativa da QCD, foi dado por Nachtmann [6], Dosch e Simonov [14]. As hipóteses fundamentais nesta descrição são de que o vácuo com o qual interagem os partons em espalhamento é o mesmo da QCD estática, e que os processos são *gaussianos*<sup>1</sup>.

No estudo de espalhamento entre constituintes (partons) existe um potencial elementar de interação, que resulta em uma amplitude elementar a ser considerada posteriormente como elemento de construção da amplitude de espalhamento hadrônica. A situação Física

---

<sup>1</sup>Um processo gaussiano caracteriza-se quando as correlações relevantes podem ser reduzidas sempre ao produto de correlações de dois campos (correlações de número ímpar de campos são nulas).

que se considera é essencialmente a de um par de quarks estáveis (que não decaem ou aniquilam-se) durante o tempo de observação da interação e que, ao longo de suas trajetórias adquirem uma fase (aproximação eiconal)  $e^{\int_{trajetoria} G_{\mu}^c dx_{\mu}}$  ao passar pelo meio hadrônico (que gera um potencial característico  $G_{\mu}^c$  - matriz do grupo SU(3)).

A amplitude de espalhamento de um quark com o vácuo não-perturbativo da QCD é o produto das amplitudes resultantes deste *antes* e *depois* do vácuo de interação (como quando uma partícula quântica passa por uma fenda). Portanto para um dos quarks temos em geral que a amplitude de espalhamento com o vácuo é:

$$\mathcal{M}_{parcial} \approx Tr\{e^{\int_{antes} G_{\mu}^c dx_{\mu}} e^{\int_{depois} G_{\mu}^c dx_{\mu}}\},$$

sendo a trajetória uma linha reta sobre o cone de luz. O subscrito “antes” significa a semi-trajetória de  $-\infty$  até o ponto de maior aproximação com o vácuo e “depois” a trajetória restante. O “Tr” (traço) é tomado pois estamos interessados no espalhamento sem troca de cor entre o quark e o vácuo (espalhamento difrativo).

A amplitude de espalhamento entre dois quarks é portanto o produto de  $\mathcal{M}_{parcial}$  de cada um (na sua trajetória) tomando ao final a média sobre o campo de vácuo do meio hadrônico:

$$\mathcal{M} = \langle Tr\{e^{\int_{antes}^{quark1} G_{\mu}^c dx_{\mu}} e^{\int_{depois}^{quark1} G_{\mu}^c dx_{\mu}} e^{\int_{antes}^{quark2} G_{\nu}^c dy_{\nu}} e^{\int_{depois}^{quark2} G_{\nu}^c dy_{\nu}}\} \rangle_G$$

onde  $\langle \rangle_G$  significa a média sobre os campos gluônicos.

A situação do espalhamento de um quark com o vácuo é bastante simétrica com relação à amplitude de entrada (antes) e saída (depois), de modo que podemos reescrever  $\mathcal{M}$  como proporcional a:

$$\mathcal{M} \approx \left\{ \int_{trajetoria1}^{quark1} \int_{trajetoria2}^{quark2} \langle G_{\mu}^c(x) G_{\nu}^c(y) \rangle_G dx_{\mu} dy_{\nu} \right\}^2,$$

se considerarmos que os processos são gaussianos.

O resultado é obviamente dependente do calibre usado, e para contornar este problema é necessário colocar outros quarks em consideração. Sabemos que os mésons podem ser representados pelos *loops de Wilson* invariantes de calibre nas interações, e por essa razão,

no tratamento do espalhamento quark - quark, Nachtmann [6] introduziu esses loops sendo a distância entre o par que forma o loop (ou méson) muito maior que 1 fm. Deste modo apenas um quark do loop é estrutural, sendo os outros fictícios e não sofrendo ação do vácuo.

O modelo teórico tenta portanto *descrever a interação entre constituintes dos hádrons em colisão reduzindo o problema a conhecer não o potencial dinâmico de interação, mas a correlação espacial dos campos estáticos de vácuo da QCD não-perturbativa*. Ao escrever a amplitude  $\mathcal{M}$  foi feita automaticamente a hipótese (importante) de que os quarks estruturais interagem isoladamente, aos pares, não havendo *overlap* de interações. Esta hipótese tem sentido se o comprimento de correlação característico do vácuo não-perturbativo é muito menor que o tamanho hadrônico ( $\ll 1$  fm). Determinações numéricas na rede sugerem que este comprimento seja  $\approx 0.22$  fm (secção III.F), habilitando que a aproximação usada seja fisicamente aceitável.

Com a adoção dos loops de Wilson substituindo os quarks simples, é possível transformar as integrais de linha em integrais de superfície. As primeiras têm o caráter especial de computarem quantidades matriciais ao longo da trajetória, o que significa que uma ordem de integração deve ser respeitada (a da trajetória do quark). Lançando mão do teorema de Stokes não-Abeliano [15],  $\mathcal{M}$  pode ser escrita em função dos campos cromoeletromagnéticos

$F_{\mu\nu}^c$ :

$$\mathcal{M} \approx \left\{ \int_{loop1}^{quark1} \int_{loop2}^{quark2} \langle F_{\mu\nu}^c F_{\rho\lambda}^c \rangle_G d\sigma_{\mu\nu}^1 d\sigma_{\rho\lambda}^2 \right\}^2, \quad (3.1)$$

onde  $d\sigma_{\mu\nu}^{1,2}$  representa o elemento de área de cada loop. Resta agora compreender com mais detalhe os limites energéticos onde estas considerações são aceitáveis.

Nas subsecções seguintes apresentamos em maior detalhe os passos na obtenção da amplitude  $\mathcal{M}$ , discutindo como identificamos os quarks de espalhamento, as definições básicas que levam à construção de  $\mathcal{M}$  e em seguida mostramos o método de solução da equação de Dirac e a expressão final invariante de gauge para a amplitude de espalhamento quark-quark.

## A. A SITUAÇÃO FÍSICA

Na Cromodinâmica Quântica pode-se avaliar bem os casos hadrônicos estáticos de caráter não perturbativo, como confinamento, conteúdo e distribuição de spin e propriedades topológicas através de cálculos numéricos não perturbativos usando o método de Monte Carlo na rede. Os processos dinâmicos são extremamente difíceis de calcular não perturbativamente pela QCD e uma solução pura desses processos pela teoria ainda não existe.

Na resolução dos problemas dinâmicos deve-se lançar mão de um *modelo* particular baseado na QCD. A primeira dificuldade que se encontra nesse sentido é de definir o problema. Isso quer dizer, saber identificar as partículas constituintes envolvidas no espalhamento, seus comportamentos e influências particulares na dinâmica do espalhamento. A dificuldade seguinte é de identificar o *potencial* ao qual estão sujeitas as partículas constituintes no espalhamento. Com relação a essa segunda dificuldade, sabemos apenas estimar os potenciais estáticos de confinamento, sabemos apenas calcular potenciais numericamente e com aproximações<sup>2</sup>. No caso dinâmico pouco ou nada sabemos sobre o comportamento do potencial de interação de um espalhamento.

Identificadas as partículas constituintes no espalhamento, nosso problema maior será o de identificar o potencial de interação. A informação, como veremos (a respeito desse potencial), extrairemos da QCD não perturbativa de modo indireto, relacionando-a com outras quantidades conhecidas. Com esse potencial (ou sua medida indireta), resolveremos a equação de Dirac, para os constituintes que indentificamos na simetria  $SU(3)$ , característica da QCD.

O caminho para se obter a amplitude de espalhamento quark-quark compreende calcular a matriz de espalhamento  $S$  individualmente para cada quark, na aprox-

---

<sup>2</sup>O cálculo numérico é feito sem a consideração de férmions dinâmicos de flutuação, e no caso de considerá-los, a confiabilidade dos resultados não é totalmente satisfatória a grandes distâncias de separação entre quarks de um mesmo hádron.

imação eiconal, em função do potencial de espalhamento desconhecido. A expressão da amplitude de espalhamento total para os quarks '1' e '2' é portanto  $\mathcal{M} = \langle out_1 | \mathcal{S}_1[G(1, p)] | in_1 \rangle \langle out_2 | \mathcal{S}_2[G(2, p')] | in_2 \rangle$ , estando definidas as amplitudes em função do potencial desconhecido  $G$  ( $G(1, p)$  significa o potencial nos pontos de coordenadas tipo '1' devido a uma fonte de campo no ponto  $p$ , e  $G(2, p')$  significa o potencial nos pontos de coordenadas tipo '2' devido a uma fonte de campo no ponto  $p'$ ).

Na aproximação eiconal a dependência de  $\mathcal{S}$  em relação a  $G$  é do tipo exponencial e, no modelo, os quarks considerados terão estados assintóticos livres no espalhamento, o que possibilita resumir em geral que  $\langle out_1 | = \langle in_1 |$ ,  $\langle out_2 | = \langle in_2 |$ , e que  $\langle out_2 | = \langle out_1 |$ ,  $\langle in_2 | = \langle in_1 |$ .

Desenvolvendo então dessa maneira,  $\mathcal{M}$  pode ser escrita como (de maneira simbólica)  $\mathcal{M} \approx \langle in | e^{G(1, p)} e^{G(2, p')} | in \rangle$ , ou seja, desde que  $p = p'$ , reduzimos o problema à correlações de campos de gauge da QCD. No desenvolvimento que estudaremos, será feita a hipótese de que  $p = p'$  e teremos que encontrar as correlações dos campos ao invés dos campos individuais responsáveis pelo espalhamento.

Essas correlações são conhecidas na QCD não perturbativa, através dos trabalhos de Savvidy [12], Shifman-Vainshtein-Zakharov [13] e Simonov-Dosch [14]. Não conhecemos o potencial de interação entre quarks constituintes de diferentes hádrons, mas conhecemos algo sobre as correlações gluônicas da QCD não perturbativa. No modelo de espalhamento que vamos apresentar, substituiremos as correlações de campos de gauge que aparecerem, pelos resultados previstos para essas quantidades no Modelo do Vácuo Estocástico (MVE) de Dosch e Simonov, que por sua vez são baseados nos resultados teóricos de Savvidy e Shifman *et al.*

Na ordem em que foram narrados os passos para a obtenção da amplitude de espalhamento, tudo pode ser obtido se, no começo, os *estados assintóticos livres* que consideramos forem fisicamente bem definidos. Lembremos que no caso de pequeno momento transferido na interação, os quarks não apresentam características de partícula livre. Outra questão é que tomamos por hipótese ao escrever  $\mathcal{M}$ , que o cálculo pode ser reduzido ao espalhamento

individual de pares de quarks, sendo a sobreposição de estados dessas partículas desprezada. Fizemos portanto, a aproximação de que mesmo no espalhamento a pequeno momento transferido os quarks podem ser individualizados e considerados isoladamente.

Os quarks considerados são a aproximação deste modelo. Eles, por condição de contorno do problema, não são entes cujo estado livre é conhecido fora do limite assintótico da teoria. Ao calcular as matrizes  $\langle out|S|in\rangle$  estamos considerando situações onde isso é possível (no regime de pequeno momento transferido).

A aproximação feita é de que, durante o tempo de observação (definido como muito maior que o tempo de interação), os férmions constituintes que não sofreram mudanças qualitativas (decaimento ou flutuação) e que cujo desvio da trajetória inicial de movimento antes do espalhamento é desprezível, serão considerados como os quarks de valência. Os que flutuarem neste tempo e tiverem componente de momento transversal não desprezível, serão os quarks de mar.

Sendo os quarks de valência os únicos considerados no espalhamento, pois têm as condições aproximadas do que é necessário para a teoria do espalhamento ser aplicável, a aproximação mais forte do modelo é que esses quarks representam todo o hádron do qual fazem parte. Denominaremos *corte de altas frequências* à hipótese de que flutuações dos campos fermiônicos dos constituintes, no espalhamento a pequeno momento transferido, são mais relevantes a baixas frequências. Essa hipótese de trabalho só pode ser testada ao compararmos as previsões do modelo com experimentos. Uma vez que para isso é necessário conhecer a distribuição de constituintes dentro de um hádron, informação ainda desconhecida e sujeita a hipóteses, dependemos de um estudo fenomenológico aprofundado sobre o espalhamento hadrônico, de modo a ter parâmetros para avaliar as previsões do modelo em questão.

Continuaremos neste capítulo a identificação dos quarks de valência em um espalhamento hadrônico no referencial do centro de massa. Discutiremos as condições necessárias para se identificar esses quarks e considerá-los como possuindo estados assintóticos 'livres'.

Tomemos em consideração o decaimento de constituintes em sub-unidades, avaliando o tempo de vida em que os estados dos constituintes não mudam qualitativamente. A partir desse estudo [6] será possível identificar os quarks constituintes.

Consideremos um quark originando outros dois:

$$\psi(k) \rightarrow \psi'(k') + \psi''(k''). \quad (3.2)$$

onde os  $k$ 's representam os quadri-momentos dos quarks,

$$k = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ k_{\parallel} \end{pmatrix}, k' = \begin{pmatrix} E' \\ \vec{k}'_{\perp} \\ k'_{\parallel} \end{pmatrix}, k'' = \begin{pmatrix} E'' \\ \vec{k}''_{\perp} \\ k''_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

com

$$\begin{aligned} E &= (k_{\parallel}^2 + m^2)^{\frac{1}{2}} \\ E' &= (k'_{\parallel}{}^2 + |\vec{k}'_{\perp}|^2 + m'^2)^{\frac{1}{2}} \\ E'' &= (k''_{\parallel}{}^2 + |\vec{k}''_{\perp}|^2 + m''^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

onde os índices  $\parallel$  indicam direção paralela ao movimento do hádron onde estão estes constituintes, e os índices  $\perp$  a direção perpendicular ao movimento do mesmo.

Na aproximação de altas energias, para quarks leves como  $u$  e  $d$ , tomamos  $m, m', m'' \ll$  momentos na direção de movimento e perpendicular a este. Usando a relação de incerteza energia-tempo,  $\Delta E \Delta t \approx 1$ , para calcular os tempos de vida das partículas - produtos (não estamos olhando todos as partículas - produto e portanto estamos considerando quantização sem conservação de energia), temos, no caso em que os momentos transversais das partículas produzidas são muito menores que os momentos longitudinais,

$$\begin{aligned} \vec{k}'_{\perp} &\approx \vec{k}''_{\perp} \equiv \vec{k}_{\perp} \rightarrow 0 \\ k'_{\parallel} &\approx k''_{\parallel} \equiv P \end{aligned}$$

onde  $P$  é o momento característico na direção longitudinal, e portanto:

$$E' + E'' - E \approx (P^2 + |\vec{k}_\perp|^2)^{\frac{1}{2}} - P = P[(1 + |\vec{k}_\perp|^2/P^2)^{\frac{1}{2}} - 1] \approx |\vec{k}_\perp|^2/P \quad (3.4)$$

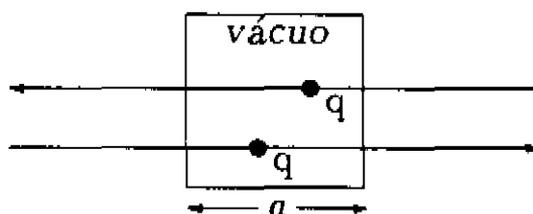
$$\Rightarrow \Delta t \approx P/|\vec{k}_\perp|^2$$

Isso quer dizer que os quarks - produtos cujos momentos transversais são muito menores que os próprios momentos longitudinais (sendo estes da mesma ordem de grandeza do que o quark-pai),  $|\vec{k}_\perp| \ll P$ , têm um tempo de vida tão longo quanto essa desigualdade é pronunciada,  $\Delta t \approx P/|\vec{k}_\perp|^2$ .

No caso em que as partículas - produto tem um momento transversal maior, é de se esperar que seu tempo de vida seja menor. Discutimos a seguir esta possibilidade. É importante salientar que vamos impor uma restrição no limite superior dos momentos transversais, um corte. Diremos que o comprimento de onda dos produtos pode ser no mínimo 'a'. Essa hipótese quer dizer que nas interações hadrônicas de espalhamento a pequeno momento transferido, contam mais efetivamente apenas as frequências mais baixas.

Sendo assim, a pergunta que surge naturalmente é da razão de se cortar artificialmente as frequências mais altas, uma vez que não fariam diferença.

A razão da introdução deste parâmetro, como veremos, *é porque nas interações entre quarks de diferentes hádrons o que conta são médias dos produtos dos campos de interação diferentes de zero, ou seja, correlações desses campos diferentes de zero.* Veremos com mais detalhe adiante que essas correlações têm um certo tamanho e intensidade no caso dos campos gluônicos de vácuo da QCD. O tamanho ou alcance dessas correlações é da ordem de  $a$ . A região definida por esse alcance, portanto, é a região do vácuo com o qual interagem os quarks dos diferentes hádrons em espalhamento:



**Figura 3.1:** Região de raio “a” em torno do ponto de maior aproximação dos quarks: o vácuo de espalhamento.

Este vácuo é composto por férmions e gluons de flutuação. O parâmetro  $a$ , define portanto tempos de vida de partículas - produto que serão identificadas como componentes do vácuo. OU SEJA, *Começando muito afastados, os quarks de diferentes hádrons vem se aproximando em uma colisão, eles começam a receber a influência dos campos de vácuo individualmente, mas se a média total do produto dos campos é nula, essa influência é nula, até que, próximos o suficiente, a média dos campos com os quais interagem os quarks passa a ser não-nula. Essa média caracteriza uma correlação dos campos de vácuo e portanto, o vácuo com o qual interagem os quarks em colisão, relevante para o espalhamento, tem uma dimensão determinada pela correlação. O vácuo completo do sistema compreende todas as flutuações, de todas as frequências, por todo o espaço hadrônico disponível, seja de um ou de outro hádron. O vácuo de espalhamento, caracterizado pelas correlações dos campos da QCD é um sub - conjunto do vácuo completo do sistema. O que define este sub - conjunto é este alcance dado pelas correlações. Sabemos que vale “ $a$ ”; portanto, para determinar as partículas componentes do vácuo de espalhamento, procuramos aquelas cujo tempo de vida seja caracterizado pelo alcance “ $a$ ”.*

Esta é a razão da introdução do parâmetro de corte  $a$ . Este corte significa que as interações que contam são aquelas com o vácuo de baixa frequência (sub - conjunto do vácuo completo) até frequências da ordem de  $1/a$ , no caso em que o momento transferido tenda a zero.

## 2. Identificando os quarks de valência e de mar

Estudamos pouco atrás que quarks produzidos com  $|\vec{k}_\perp| \ll P$  caracterizam-se por tempos de vida longos. Esses podem ser até muito maiores que  $a$  se os momentos transversais forem suficientemente pequenos em relação ao momento longitudinal. Este tipo de partícula caracteriza portanto aqueles quarks que interagem com o vácuo, não mudando qualitativamente de estado. Sendo seu tempo de vida muito mais longo que  $a$  (o tempo de interação),

caracterizam estados livres da interação com o vácuo a grandes distâncias (ainda lá sem decair ou ser absorvido em uma flutuação). É razoável portanto definir para eles uma amplitude de espalhamento. Se o tempo de observação for muito maior que  $a$  e dentro deste, os quarks de vida longa não sofrerem mudanças qualitativas, então uma teoria de espalhamento pode ser aplicada. Sendo  $t_0$  o tempo de observação e usando a expressão do tempo de vida desses quarks com esse parâmetro no lugar de  $\Delta t$ , definimos o limite para os momentos transversais desses quarks de espalhamento, dados  $t_0$  e  $P$ :

$$|\vec{k}_\perp|^2 \ll P/t_0$$

O tempo de observação é definido como aquele em que, durante a interação, os quarks não sofrem mudanças qualitativas e nem desviam muito de sua trajetória. É conhecido experimentalmente que os primeiros produtos resultantes de uma interação hádron - hádron aparecem depois de tempos da ordem de 1 fm. Até lá os quarks de vida longa não mudam de estado, não formando ainda estados hadrônicos finais. Usaremos portanto  $t_0 \approx 1$  fm. O momento transversal máximo, no limite como discutimos, é  $1/a$ . O valor de  $a$  vem do alcance da correlação dos campos de vácuo da QCD. Determinações fenomenológicas para esse valor apontam que seja  $\approx 0.4$  fm (como veremos no Capítulo IV). Usando esses valores podemos estimar o  $P$  mínimo ( $P_{min}$ ) que caracteriza uma situação onde podemos identificar esses quarks de vida longa e conseqüentemente usar a teoria de espalhamento. Para esses valores encontramos  $P_{min} \approx 2.5$  GeV. Como a energia medida no centro de massa da colisão é proporcional ao momento longitudinal na aproximação de altas energias ( $\sqrt{s} \approx 2P$ ), encontramos a energia mínima  $\sqrt{s_{min}}$  para caracterizar um espalhamento hadrônico difrativo, passível de ser descrito analiticamente pela teoria do espalhamento entre constituintes:  $\sqrt{s_{min}} \approx 5$  GeV.

Os quarks de flutuação característica do vácuo de espalhamento são aqueles que têm tempo de vida da ordem  $a$ , como discutimos. Eles formam uma 'nuvem' que caracteriza a região de interação.

Podemos estimar a dimensão desta nuvem na direção perpendicular ao movimento.

Sendo  $E' = (k'_{\parallel}{}^2 + |\vec{k}'_{\perp}|^2 + m'^2)^{\frac{1}{2}}$ , por exemplo, podemos estimar  $dE'$  como:

$$dE' = \frac{k'_{\perp}}{\sqrt{k'_{\parallel}{}^2 + |\vec{k}'_{\perp}|^2 + m'^2}} dk'_{\perp}$$

Usando as relações de incerteza  $\Delta E' \Delta t \approx 1$  e  $\Delta x'_{\perp} \Delta k'_{\perp} \approx 1$  podemos encontrar a distribuição da nuvem na transversal ao movimento,  $\Delta x'_{\perp}$ , no caso em que  $k'_{\perp} \approx 1/a$ :

$$\Delta x'_{\perp} \approx \frac{k'_{\perp}}{\sqrt{k'_{\parallel}{}^2 + |\vec{k}'_{\perp}|^2 + m'^2}} \Delta t = a \quad \text{com } (k'_{\perp} \approx 1/a) \quad (3.5)$$

com  $(k'_{\perp} \approx 1/a)$  pois assumimos que  $k'_{\perp}/P \approx 1, m' \rightarrow 0$ . Portanto a distribuição das partículas de vácuo também é da ordem de  $a$  na transversal ao movimento dos hádrons.

### 3. Conclusão sobre a situação Física

Identificamos as partículas que são consideradas de valência (para as quais definiremos a amplitude de espalhamento), e de mar (com as quais é composto o vácuo com quem as primeiras interagem).

Colocando o problema dessa forma, surge a questão se, identificados os quarks de valência, podemos considerá-los individualmente para o cálculo da amplitude de espalhamento total hádron - hádron. Em outras palavras, será possível considerar aos pares as interações entre quarks desse tipo? Não haverá superposição (overlap)?

Temos visto a importância da correlação dos campos de vácuo e seu alcance, definindo a extensão das interações entre quarks. Podemos identificar essa extensão como a própria extensão de cada quark. Portanto se  $a$  for muito menor que o tamanho do hádron, podemos considerar os quarks de valência individualmente, tendo uma boa aproximação para o problema geral. Como citamos anteriormente,  $a \approx 0.4$  fm, e dependendo como se avaliam essas correlações (não considerando férmions dinâmicos de flutuação, só campos de gauge) pode ser ainda menor ( $a \approx 0.2$  fm). Discutiremos esse ponto com mais cuidado no Capítulo IV. Por agora, basta notar que o 'tamanho' dos quarks de valência nessa aproximação é da ordem de dez vezes menor que o tamanho do hádron. Isso nos assegura que ao calcular a

amplitude de espalhamento entre quarks de valência (como definidos aqui) identificamos a estrutura básica da amplitude global hádron - hádron.

Dependendo pois de  $a$ , está baseada toda a construção do problema. dele depende a factibilidade do tratamento de identificação das partículas de mar e valência e consequente factibilidade do uso da teoria de espalhamento. Este é um parâmetro essencial neste estudo. que entenderemos melhor adiante. Por agora, prosseguimos usando os conceitos que desenvolvermos neste capítulo para definir a amplitude de espalhamento para os quarks de valência que identificamos.

## B. A AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO QUARK - QUARK

Como discutimos no capítulo anterior, o corte de altas frequências nas flutuações resulta na identificação de quarks que, durante o tempo de observação podem ser considerados como possuindo estados assintóticos e, portanto, passíveis de serem tratados em uma teoria de espalhamento.

Discutimos neste capítulo a expressão para a amplitude de espalhamento de dois quarks de diferentes hádrons a altas energias. Construiremos a amplitude dependente de uma solução da equação de Dirac para quarks (simetria SU(3)) na presença de um potencial externo (do vácuo não perturbativo). Neste capítulo estaremos portanto definindo a amplitude de espalhamento quark - quark em função da solução da equação de movimento dos quarks sob influência do potencial externo (presentaremos esta solução no capítulo seguinte).

### 1. Definição da teoria usada

A teoria em que está baseado o cálculo é a da QCD. O modelo para o processo de espalhamento resulta em identificar as partículas como fizemos no capítulo anterior e hipotetizar um vácuo para a QCD, ou seja, para os campos com os quais interagem as partículas.

A densidade de Lagrangeana da QCD é:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2}Tr(F_{\lambda\rho}(x)F^{\lambda\rho}(x)) + \bar{\psi}(x)(i\gamma^\lambda D_\lambda - m)\psi(x) \quad (3.6)$$

sendo o tensor de campo,

$$F_{\lambda\rho}(x) \equiv \partial_\lambda G_\rho(x) - \partial_\rho G_\lambda(x) + ig[G_\lambda(x), G_\rho(x)] \quad (3.7)$$

com

$$[G_\lambda(x)]_{ij} \equiv \frac{\Lambda_{ij}^c}{2} G_\lambda^c(x) \quad (3.8)$$

e

$$[D_\lambda]_{ij} \equiv \delta_{ij} \partial_\lambda - ig \frac{\Lambda_{ij}^c}{2} G_\lambda^c(x). \quad (3.9)$$

Nestas expressões  $g$  é o fator de acoplamento,  $G$  representa o potencial gluônico,  $\psi$  o quark, e  $\Lambda$  a matriz de Gell - Mann característica. O índice de cor é representado por  $c$ .

Definido o estado assintótico do quark para o caso que estamos considerando, através do formalismo de integrais funcionais, definimos as funções de Green como:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathcal{T}(\psi(x_1) \bar{\psi}(x_2)) | 0 \rangle &\equiv (\langle 0 | 0 \rangle)^{-1} \int \mathcal{D}(G, \psi, \bar{\psi}) \psi(x_1) \bar{\psi}(x_2) e^{i \int dx \mathcal{L}(x)} \\ \langle 0 | 0 \rangle &\equiv \int \mathcal{D}(G, \psi, \bar{\psi}) e^{i \int dx \mathcal{L}(x)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde  $\mathcal{T}$  o operador de ordenação temporal,  $\mathcal{D}(G, \psi, \bar{\psi})$  é a medida de integração que depende dos campos quarkônicos e gluônicos.

Atribuindo os quadri - momentos  $p_1, p_2$  aos quarks de entrada, e  $p_3, p_4$  aos de saída, estamos interessados em calcular:

$$\langle p_3 p_4 \text{ out} | p_1 p_2 \text{ in} \rangle,$$

ou seja, queremos aplicar a teoria do espalhamento para os quarks de vida longa dos hádrons em colisão.

## 2. A expressão para a amplitude

A determinação da amplitude de espalhamento entre quarks aqui investigada é independente, mas inspirada na abordagem de Nachtmann [6] ao problema. Considerando a

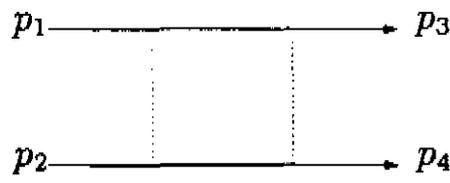
interação que caracteriza o espalhamento localizada em uma região de raio  $a$ , como fizemos, os quarks de vida longa podem ter um tempo de vida muito maior que o tempo necessário para atravessar essa região, dependendo da relação entre os seus momentos transversal e longitudinal. Os ‘melhores’ quarks a serem considerados como estruturais são aqueles cujo momento resultante na transversal é praticamente nulo. Nessa condição estamos selecionando os quarks de altíssima energia que não se desviam praticamente de sua trajetória.

Se existe um processo no qual duas partículas,  $a$  e  $b$  resultam em  $c$  e  $d$ , define-se como  $s = (p_a + p_b)^2 = (p_c + p_d)^2$ , ou seja, o quadrado da energia no centro de massa do sistema;  $t = (p_a - p_c)^2 = (p_b - p_d)^2$  o momento transferido ao quadrado, e  $u = (p_a - p_d)^2 = (p_b - p_c)^2$ , tal que  $s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2$ , sendo  $s$ ,  $t$  e  $u$  conhecidas como *Variáveis de Mandelstam*.

Defini-se como “canal t” aquele em que no processo  $a + b \rightarrow c + d$ , a partícula  $a$  interage com o mesmo glúon, resultando a partícula  $d$ . No “canal u”  $a \rightarrow d$  e  $b \rightarrow c$ , sendo agora a medida “u” o momento trocado na interação.

As possibilidades para o espalhamento quark - quark (1 e 2 indo em 3 e 4) são pelos canais t e u, sendo que, se no canal t,  $s \rightarrow \infty$  e o quadrado do momento transferido vai a zero ( $t \rightarrow 0$ ), um grande momento flui pelos glúons de troca entre os quarks no canal u.

No espalhamento difrativo, que estamos interessados, poderemos calcular através do método proposto, a situação de momentos transferidos extremamente pequenos para que identifiquemos quarks que podem ser tratados pela teoria de espalhamento. Isso seleciona automaticamente o canal t excluindo o canal u, pois se a altas energias,  $s + t + u \approx 0$ , e  $t \rightarrow 0$ ,  $u$  deve ser da mesma ordem de  $s$ . Se  $u$  representa o quadrado do momento transferido na situação  $1 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 3$ , os quadrados dos momentos transferidos nesta situação são grandes, da ordem de  $s$ . Ficamos então com o diagrama mostrado na Figura 3.2 onde as linhas cheias representam os quarks e as tracejadas os glúons.



**Figura 3.2:** Interação dos quarks 1 e 2 resultando nos quarks 3 e 4, de modo particular que 1 e 3 são o mesmo quark em interação com outro (2 e 4).

Passamos agora a definir a expressão para a amplitude de espalhamento,  $\mathcal{M} \equiv \langle p_3 p_4 out | p_1 p_2 in \rangle$ , considerando os quarks de vida longa que atravessam a região de interação, ou seja, a do vácuo não perturbativo.

Usando o teorema LSZ, para  $\mathcal{M}$  em geral temos:

$$\mathcal{M} = \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 e^{i(p_3 x_3 + p_4 x_4 - p_1 x_1 - p_2 x_2)} \times \langle T \bar{u}(p_3) j(x_3) \bar{u}(p_4) j(x_4) \bar{j}(x_1) u(p_1) \bar{j}(x_2) u(p_2) \rangle \quad (3.11)$$

onde  $j(x)$  é a corrente quarkônica  $\mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m)\psi(x)$ ,  $\mathcal{T}$  o operador de ordenação temporal, e  $\langle \rangle$  significa a integração funcional definida na subsecção anterior.

Reescrevemos a expressão para  $\mathcal{M}$  como:

$$\mathcal{M} = \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 e^{i(p_3 x_3 + p_4 x_4 - p_1 x_1 - p_2 x_2)} \times \langle T \bar{u}(p_3) \mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m)\psi(x_3) \bar{\psi}(x_1) \mathbf{1}^{-1}(i\gamma^\nu \vec{\partial}_\nu - m)u(p_1) \times \bar{u}(p_4) \mathbf{1}(i\gamma^\rho \vec{\partial}_\rho - m)\psi(x_4) \bar{\psi}(x_2) \mathbf{1}^{-1}(i\gamma^\sigma \vec{\partial}_\sigma - m)u(p_2) \rangle \quad (3.12)$$

onde  $\mathbf{1}$  é a matriz unitária no espaço das matrizes  $\Lambda^c$ .

Na integral funcional temos a parte fermiônica (ou quarkônica) e a parte gluônica, por isso representaremos  $\langle \rangle$  como:  $\langle \langle \rangle_\psi \rangle_G$ . Considerando desta maneira e lembrando que estamos interessados no diagrama particular onde temos propagação quarkônica de  $1 \rightarrow 3$ ,  $2 \rightarrow 4$ , reescrevemos  $\mathcal{M}$  como:

$$\mathcal{M} = \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 e^{i(p_3 x_3 + p_4 x_4 - p_1 x_1 - p_2 x_2)} \times \quad (3.13)$$

$$\langle \bar{u}(p_3) \mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m) \langle \mathcal{T} \psi(x_3) \bar{\psi}(x_1) \rangle_\psi \mathbf{1}^{-1}(i\gamma^\nu \vec{\partial}_\nu - m) u(p_1) \rangle \times \\ \bar{u}(p_4) \mathbf{1}(i\gamma^\rho \vec{\partial}_\rho - m) \langle \mathcal{T} \psi(x_4) \bar{\psi}(x_2) \rangle_\psi \mathbf{1}^{-1}(i\gamma^\sigma \vec{\partial}_\sigma - m) u(p_2) \rangle_G$$

Os passos seguintes são de definir, dentro da expressão de  $\mathcal{M}$ , os campos que representam as partículas sob ação do campo de vácuo e o próprio campo de vácuo. Isto pode ser identificado facilmente se entendemos que  $\langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi$  é a função de Green completa dos campos fermiônicos não - livres (com interação).

Definindo  $\langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi^0$  como a função de Green livre (função resultante quando  $G = 0$ ), pela equação de Lipmann - Schwinger:

$$\langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi = \langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi^0 - \\ \langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi^0 g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y) \langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi, \quad (3.14)$$

podemos reescrever  $\mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m)$ . Definindo (para efeito de clareza),  $\mathcal{G} \equiv \langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi$ , e  $\mathcal{G}_0 \equiv \langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi^0$ , operamos com a equação de Lipmann - Schwinger da seguinte maneira:

$$\mathcal{G}_0^{-1} \mathcal{G} = \mathcal{G}_0^{-1} \mathcal{G}_0 - \mathcal{G}_0^{-1} \mathcal{G}_0 g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y) \mathcal{G} \rightarrow \\ \mathcal{G}_0^{-1} \mathcal{G} = \mathbf{1} - g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y) \mathcal{G} \rightarrow \\ \mathcal{G}_0^{-1} \mathcal{G} \mathcal{G}^{-1} = \mathcal{G}^{-1} - g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y) \mathcal{G} \mathcal{G}^{-1} \Rightarrow \\ \mathcal{G}_0^{-1} = \mathcal{G}^{-1} - g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y) \quad (3.15)$$

Sendo

$$\mathcal{G}_0^{-1} = (\langle \mathcal{T} \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle_\psi^0)^{-1} = \mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m), \quad (3.16)$$

podemos substituir  $\mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m)$  pela expressão encontrada a partir da equação de Lipmann - Schwinger acima:

$$\mathcal{G}_0^{-1} = \mathcal{G}^{-1} - g \frac{\Lambda^d}{2} \gamma^\mu G_\mu^d(x, y).$$

O termo de  $\mathcal{M}$  correspondente ao termo  $\mathcal{G}^{-1}$  (de  $\mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m)$ ) é nulo, pois teremos um fator proporcional a:

$$\langle e^{ip_j x_j} \bar{u}(p_j) | \mathcal{G}^{-1} \mathcal{G} \mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m) | e^{-ip_i x_i} u(p_i) \rangle = \\ \langle e^{ip_j x_j} \bar{u}(p_j) | \mathbf{1}(i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu - m) | e^{-ip_i x_i} u(p_i) \rangle,$$

onde, se  $p_j \neq p_i$  (que é o nosso caso), é identicamente nulo.

Antes de escrever a expressão para a amplitude de espalhamento quark - quark, nas condições que discutimos, vamos definir os campos representativos dos quarks sob ação do vácuo não perturbativo, que aparecem na expressão para  $\mathcal{M}$ .

Sendo

$$\Psi_I \equiv \langle \mathcal{T} \psi(x_3) \bar{\psi}(x_1) \rangle_{\psi} \mathbf{1}^{-1} (i\gamma^\nu \vec{\partial}_\nu - m) e^{-ip_1 x_1} u(p_1), \quad (3.17)$$

$$\Psi_{II} \equiv \langle \mathcal{T} \psi(x_4) \bar{\psi}(x_2) \rangle_{\psi} \mathbf{1}^{-1} (i\gamma^\sigma \vec{\partial}_\sigma - m) e^{-ip_2 x_2} u(p_2), \quad (3.18)$$

podemos escrever finalmente  $\mathcal{M}$  usando  $\Psi_{I,II}$  que são soluções da equação de Dirac com simetria SU(3) para os campos quarkônicos na presença do vácuo não perturbativo. Temos então:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 \times \\ & \langle e^{ip_3 x_3} \bar{u}(p_3) g \frac{\Lambda^h}{2} \gamma^\mu G_\mu^h(x_3, x_1) \Psi_I e^{ip_4 x_4} \bar{u}(p_4) g \frac{\Lambda^H}{2} \gamma^\rho G_\rho^H(x_4, x_2) \Psi_{II} \rangle_G. \end{aligned} \quad (3.19)$$

A amplitude de espalhamento  $\mathcal{M}$  representa a de dois quarks (de hádrons diferentes) em espalhamento difrativo no regime de altas energias e momento transferido tendendo a zero. Como vimos, trata-se dos quarks de vida longa para um observador no referencial do centro de massa. A 'vida longa' de um quark significa que este não sofre alterações qualitativas durante a interação e mesmo depois dela. Esta amplitude está definida, como vimos, dependendo fortemente do parâmetro de corte das frequências representado por  $1/a$ . A hipótese fundamental pois, é de que a região de interação entre os quarks é aquela em que a correlação dos campos gluônicos é diferente de zero, sendo a distância de correlação entre os campos dada pela distância relativa entre os quarks em colisão.

## C. A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIRAC EM SU(3)

Nesta secção passamos a estudar as soluções  $\Psi_{I,II}$  da equação de Dirac na simetria da QCD. Deste modo, a solução para  $\mathcal{M}$  estará completa.

O problema geral a ser resolvido, como vimos da expressão de  $\mathcal{M}$ , tem como passo final a média sobre os campos gluônicos  $G$ .  $\mathcal{M}$  dependerá portanto da interação dos quarks com o *potencial médio* do vácuo resultante dos dois hádrons em interação. Faremos uma aproximação final ao usar o Método do Vácuo Estocástico (MVE), onde não se consideram os férmions de flutuação (aproximação *quenched*).

A solução proposta para  $\Psi_{I,II}$  é tal que apenas escrevemos sua dependência do potencial externo responsável pelo espalhamento. Isolando assim o potencial e tomando a média nas possíveis configurações do vácuo de glúons ao calcular  $\mathcal{M}$ , estaremos deixando toda a dependência da amplitude de espalhamento em relação a uma correlação entre os potenciais gluônicos. A solução final vem quando identificamos essa correlação com as correlações não triviais do vácuo da Cromodinâmica Quântica discutidas por Savvidy [12] e Shifman - Vainshtein - Zaharov [13]. A forma geral do correlator gluônico é desconhecida e existem modelos possíveis que resultam em previsões em acordo com a experiência (espectro de massas e condição de confinamento). Nós usamos o correlator proposto por Dosch e Simonov [14] do MVE.

Portanto podemos escrever as soluções para  $\Psi_{I,II}$  em função do potencial gluônico externo ainda desconhecido. A região Física de interesse, como temos enfatizado, é a de altas energias ( $s \rightarrow \infty$ ) e pequeno momento transferido ( $t \rightarrow 0$ ). Nesta situação, as massas (considerados apenas quarks leves) das partículas constituintes é muito menor que  $\sqrt{s}$ .

### 1. Solução para quarks sem spin

Antes de encontrar a solução dos campos da equação de Dirac com as simetrias da QCD na presença de campos externos, vamos considerar a solução da equação de Klein - Gordon com potenciais externos, onde não se levam em conta simetrias internas ou de spin das

partículas. É um passo mais simples que nos ajudará a construir a solução para a equação de Dirac.

A equação de Klein - Gordon com potencial externo pode ser construída a partir da equação livre  $\mathbf{1}(\square + m^2)\phi = 0$ , com  $\phi$  da forma:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^r \\ \phi^g \\ \phi^b \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Temos portanto:

$$\{[D_\mu][D^\mu]\}\phi = 0 \quad (3.21)$$

com

$$[D_\mu] = \mathbf{1}\partial_\mu - ig\frac{\Lambda^c}{2}G_\mu^c(x) \quad (3.22)$$

onde  $\phi$  é o campo escalar que representa o quark.

A equação a ser resolvida é portanto:

$$\{\mathbf{1}\partial_\mu\partial^\mu - ig\mathbf{1}\partial_\mu\frac{\Lambda^c}{2}G^{\mu c} - ig\frac{\Lambda^c}{2}G_\mu^c\mathbf{1}\partial^\mu - g^2\frac{\Lambda^c}{2}\frac{\Lambda^c}{2}G_\mu^cG^{\mu c}\}\phi = 0 \quad (3.23)$$

Para resolver essa equação em função do potencial  $G$  vamos fazer algumas aproximações. A principal é de que  $\mu$  é uma direção espaço - temporal em particular, por onde o quark passa sem se desviar de sua trajetória inicial. Nesta aproximação portanto, estaremos tratando de altíssimas energias e momento trasferido tendendo a zero no espalhamento. Essa aproximação está de acordo com a fenomenologia que descrevemos ao identificar os quarks de valência, e a usaremos, de modo que esses quarks tenham estados assintóticos bem definidos para aplicação da teoria de espalhamento e para que possamos então resolver a equação para  $\phi$  de um modo simples.

Podemos simplificar a equação admitindo ou que o gauge de Lorentz seja válido para os campos gluônicos:  $\partial_\mu G_\mu^c \equiv 0$ , ou que, pelo fato de tomarmos o corte nas frequências,  $G$  varia muito lentamente em relação a  $\phi$ , podendo dizer então que  $\partial_\mu G_\mu^c \approx 0$  (se quisermos

evitar uma escolha particular de gauge). O segundo termo da equação para  $\phi$  pode ser desenvolvido de modo que seja igual ao terceiro, e portanto os dois termos resultam:

$$\partial_\mu[G_\mu^c \phi] + G_\mu^c \partial_\mu[\phi] = \phi \partial_\mu G_\mu^c + G_\mu^c \partial_\mu \phi + G_\mu^c \partial_\mu[\phi] \approx 2G_\mu^c \partial_\mu \phi.$$

Na aproximação de altas energias que estamos praticando, os momentos na direção do movimento do quark são muito maiores que os momentos que envolvem o campo de gauge  $G$ . Levando em consideração apenas termos mais relevantes e sendo portanto  $\mu$  uma direção particular do problema, podemos escrever novamente a equação para  $\phi \equiv e^{-ip_\mu x_\mu} \phi'$  como:

$$\begin{aligned} p_\mu \{ \mathbf{1} \partial_\mu - 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\mu^c \} e^{-ip_\mu x_\mu} \phi' &= 0 \rightarrow \\ \{ \mathbf{1} \partial_\mu - 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\mu^c \} \phi' &= 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

A direção espaço - temporal  $\mu$  para os quarks na condição descrita de trajetórias sem desvio a altíssimas energias pode ser simplificada para trajetórias no cone de luz. Para um dos quarks  $\mu \equiv +$ , e para o outro  $\mu \equiv -$ .

A equação para  $\phi$  em função do potencial externo  $G$  pode ser extraída da equação:

$$\mathbf{1} \partial_\mu \phi' = 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\mu^c \phi' \quad (3.25)$$

sendo a manobra principal para encontrar  $\phi$  em função de  $G$  (independente da forma deste campo de gauge), a de integrar a expressão na direção espaço - temporal. Temos para  $\phi$  portanto:

$$\phi \equiv e^{-ip_\mu x_\mu} \cdot \phi' = e^{-ip_\mu x_\mu} \cdot \mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x_\mu} (2ig) \frac{\Lambda^c}{2} G_\mu^c(x'_\mu) dx'_\mu} \quad (3.26)$$

onde  $\mathcal{P}$  indica ordenamento no caminho de integração uma vez que, se considerarmos a expansão da exponencial, estaremos com multiplicações de elementos de matrizes onde a ordenação (de acordo com o caminho) é fundamental. Vejamos a razão disto a seguir:

Se  $\phi' = \mathcal{P} e^{2ig \int_x^y dz^\mu \mathbf{G}_\mu(z)}$  onde  $\mathbf{G} = \sum_{c=1}^8 G_\mu^c \frac{\Lambda^c}{2}$ , dividamos o segmento que leva  $x$  a  $y$  em sub-segmentos infinitesimais e denotemos por  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  os pontos espaço-temporais indo de  $x$  a  $y$ . Definindo ainda  $dx_l = x_l - x_{l-1}$  com  $x_0$  e  $x_n$  identificados como  $x$  e  $y$  respectivamente, cada segmento infinitesimal na exponencial pode ser aproximado pela sua expansão em série

de Taylor, portanto no limite  $\delta x_l \rightarrow 0$   $\phi'$  pode ser escrito como um produto de expressões que não comutam (ao longo do caminho de  $x$  para  $y$ ):

$$\phi' = \lim_{\delta x_l \rightarrow 0} [1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_0)dx_1^\mu] \cdots [1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_{n-1})dx_n^\mu]. \quad (3.27)$$

Consideremos agora uma transformação de gauge infinitesimal, sendo  $\Theta(x)$  uma matriz infinitesimal pertencente à álgebra de Lie do grupo SU(3),

$$\mathbf{G}_\mu(x) \rightarrow \mathbf{G}_\mu(x) + i[\Theta(x), \mathbf{G}_\mu(x)] - \frac{1}{g}\partial_\mu\Theta(x). \quad (3.28)$$

Até termos lineares em  $dx_l$  e  $\Theta(x)$  nós temos que:

$$\begin{aligned} 1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_{l-1})dx_l^\mu &\rightarrow 1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_{l-1})dx_l^\mu \\ &- 2g[\Theta(x_{l-1}), \mathbf{G}_\mu(x_{l-1})]dx_l^\mu - 2i(\partial_\mu\Theta(x_{l-1}))dx_l^\mu. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Se  $(\partial_\mu\Theta(x_{l-1}))dx_l^\mu = \Theta(x_l) - \Theta(x_{l-1})$ , considerando até primeira ordem em  $\Theta$ , podemos reescrever a última equação como derivada de uma expressão mais geral:

$$1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_{l-1})dx_l^\mu \rightarrow e^{i\Theta(x_{l-1})}[1 + 2ig\mathbf{G}_\mu(x_{l-1})dx_l^\mu]e^{-i\Theta(x_l)}. \quad (3.30)$$

Concluimos portanto que  $\phi'$  só transforma como (sob transformações de gauge finitas):

$$\phi' \rightarrow \mathbf{U}(x)\phi'\mathbf{U}^{-1}(y) \quad (3.31)$$

onde  $\mathbf{U}$  é um elemento do grupo de gauge, se existir um ordenamento de caminho  $\mathcal{P}$  que mantenha a ordem dos produtos resultantes das séries de Taylor. Só com o ordenamento de caminho é que podemos definir uma transformação de gauge para  $\phi'$  compatível com a transformação de  $G$  da qual depende.

## 2. Solução da equação de Dirac

Encontramos na subsecção anterior a solução de  $\phi$  em função do campo externo no caso da equação relativística de campos sem spin de Klein - Gordon. O passo agora é considerar o spin colorido da QCD e encontrar a solução.

É proposto para esse fim um ansatz e uma aproximação. Vejamos novamente a equação de Klein - Gordon com as massas desconsideradas

$$[D_\mu][D^\mu]\phi = 0,$$

multiplicando pelo invariante  $i\gamma_\mu i\gamma^\mu$ :

$$\{i\gamma^\mu[D_\mu]\}\{i\gamma^\mu[D_\mu]\}\phi = 0. \quad (3.32)$$

Por construção  $\{i\gamma^\mu[D_\mu]\}\phi$  é proposto como solução da equação de Dirac com as simetrias da QCD,  $\Psi$ , na presença de campos externos. A solução ou ansatz para o caso de se levar em conta os spins coloridos é portanto:

$$\Psi \equiv \{i\gamma^\mu[D_\mu]\}\phi u(p).$$

Tendo encontrado a solução para os quarks na presença de campos externos, podemos calcular finalmente  $\mathcal{M}$  ! Falta apenas determinar se os estados assintóticos são obtidos das soluções. Vamos ter algumas surpresas ao verificar esta condição na próxima subsecção.

### 3. Conclusão sobre as soluções

Pelos cálculos das subsecções anteriores descobrimos as soluções para os campos representativos dos quarks, tanto escalar quanto espinorial. Para este segundo caso foi proposto um ansatz que resolvesse a equação de Dirac, baseado na solução encontrada para a equação de Klein - Gordon.

No caso da solução para partículas sem spin temos:

$$\phi = e^{-ip_\mu x_\mu} \cdot \mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x_\mu} (2ig) \frac{\Delta^c}{2} G_\mu^c(x'_\mu) dx'_\mu}, \quad (3.33)$$

e sabemos, devido ao estudo fenomenológico que fizemos, que necessitamos de estados assintóticos muito depois da região de correlações não - nulas (região de espalhamento). Sabemos portanto que a condição de contorno escalar para o quark espalhado deve ser:  $\phi(x_0 \rightarrow \pm\infty) = e^{-ip_\mu x_\mu}$ . Para que esse resultado seja possível a partir da expressão

de  $\phi$  é necessário que na região distante do vácuo de espalhamento (região de raio  $a$ ).

$G_\mu^c(x'_\mu \rightarrow \infty) \equiv 0$  (sem considerar a média sobre  $G$  pelo vácuo).

A condição para  $G$ , que é necessária para estados livres assintoticamente, *individualmente* para cada quark, consiste em uma hipótese a mais no modelo? A condição assintótica sugere - que além da parte incoerente dos campos de interação (correlação entre os campos atuantes em cada quark) ser nula a distâncias maiores que o comprimento de coerência do campo de glúons, os campos  $G$  tendam a zero nas interações *individualmente para cada quark*. Verifiquemos se isso resulta uma hipótese a mais sobre o campo de interação.

Antes disso é interessante notar os passos que seguimos e onde chegamos:

**1. Identificamos a condição para quarks de vida longa o suficiente para serem tratados pela teoria do espalhamento;**

**2. Definimos a amplitude de espalhamento como composta do produto das amplitudes de espalhamento de cada quark com o potencial externo do vácuo não perturbativo, individualmente;**

**3. Calculamos as soluções para os campos representativos dos quarks em função deste potencial externo e, para que essas soluções apresentem comportamento de partícula livre depois (depois de  $a$  - no tempo e distância) da maior aproximação, exigimos que o campo externo do vácuo não perturbativo seja nulo.**

Se considerarmos o comportamento requerido de  $G$  de que  $G_\mu^c(x'_\mu \rightarrow \infty) \equiv 0$ , para definir estados livres no caso escalar, encontramos uma contradição para o ansatz proposto (no cálculo proposto por Nachtmann [6]) de solução da equação de Dirac. A equação (23), que nos leva à solução para  $\phi$ , nos diz que:

$$\{1\partial_\mu - 2ig\frac{\Lambda^c}{2}G_\mu^c\}\phi' = 0.$$

Multiplicando essa expressão por  $i\gamma^\mu$  temos:

$$\{1i\gamma^\mu\partial_\mu + 2g\frac{\Lambda^c}{2}\gamma^\mu G_\mu^c\}\phi' = 0.$$

Por outro lado, a solução que resulta do ansatz para resolver a equação de Dirac é:

$$\{i\gamma^\mu \partial_\mu + g \frac{\Lambda^c}{2} \gamma^\mu G_\mu^c\} \phi' = \Psi / e^{ip_\mu x_\mu},$$

e podemos reescreve-la como:

$$\{i\gamma^\mu \partial_\mu + 2g \frac{\Lambda^c}{2} \gamma^\mu G_\mu^c - 2g \frac{\Lambda^c}{2} \gamma^\mu G_\mu^c + g \frac{\Lambda^c}{2} \gamma^\mu G_\mu^c\} \phi' = \Psi / e^{ip_\mu x_\mu} u(p),$$

portanto usando a igualdade resultante da equação (23). temos:

$$\Psi = \{-g \frac{\Lambda^c}{2} \gamma_\mu G_\mu^c\} \phi' e^{ip_\mu x_\mu} u(p).$$

Das considerações sobre o comportamento assintótico de  $\phi$ , das quais depende também o comportamento de  $\Psi$ , sabemos que:

$$G_\mu^c(x^0, x^3 \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0,$$

que aplicado em  $\Psi$  resulta:

$$\Psi(x^0, x^3 \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0.$$

o que não é esperado! O ansatz proposto como solução não pode ser correto portanto.

Nachtmann [6], em seu trabalho pioneiro, propõe o ansatz descrito acima, mas ao escrever a solução para  $\Psi$  desconsidera o efeito de  $G$  na solução (não explicitamente e sem maiores explicações), tomando por  $\Psi$ :

$$\Psi \equiv \epsilon^{-ip_\mu x_\mu} u(p) \phi',$$

ou seja, a correção ao estado livre  $\epsilon^{-ip_\mu x_\mu} u(p)$ , usando a aproximação eiconal (ou seja, propondo um novo método de solução), sendo  $\phi'$  resultante da fase adicional que tem o quark ao passar pelo campo do vácuo não perturbativo.

Concluindo sobre as soluções do tipo  $\Psi$ , podemos tomar como hipótese que  $G_\mu^c(r) \rightarrow 0$  ( $r$ : distância relativa entre 2 pontos) e a eiconalização da solução, corrigindo  $p$  por  $\int_{-\infty}^{x_\mu} \mathbf{G}_\mu(x') dx'_\mu$ . Portanto usaremos como hipótese de trabalho para a solução de  $\Psi$  a condição assintótica para  $G$  e a eiconalização, resultando que os quarks interagem aos pares e uma única vez (cada um).

## D. A AMPLITUDE ELEMENTAR E O MODELO DO VÁCUO ESTOCÁSTICO

Desenvolvemos até aqui a estrutura da amplitude de espalhamento quark - quark e as soluções das equações dos campos que representam os quarks sob ação do campo externo não perturbativo. Baseados na descrição fenomenológica de que os quarks com momento transversal muito pequeno (em relação ao longitudinal) podem ser tratados na teoria do espalhamento, podemos finalmente escrever a amplitude  $\mathcal{M}$  quark - quark inserindo as soluções que obtivemos para  $\Psi_{I,II}$ . *Questões em aberto:* certamente isso não bastará pois os campos de vácuo dos quais dependem as soluções não estão especificados. Outro problema é que, uma vez que aparece essa dependência dos campos de vácuo,  $G$ , explicitamente existe uma dependência do gauge desses campos, o que é indesejável.

As questões em aberto são resolvidas por duas hipóteses muito importantes do modelo que estamos discutindo de modo independente, com base no trabalho de Nachtmann [6]. Até agora a hipótese mais importante, para que tudo fosse construído, foi de que só as interações de baixa frequência contam significativamente no espalhamento a pequeno momento transferido, pois admitimos que só os campos coerentes do vácuo entre os quarks é que são importantes. Como veremos serão necessários no mínimo três hipóteses no modelo, que se constituem no comprimento de correlação dos campos gluônicos, na função de correlação espacial desses campos, e na consideração de diagramas - bolha dos quarks interagindo com o vácuo.

Essas aproximações constituem o que denominamos *modelo do espalhamento quark - quark*. Antes de discutir a forma funcional da correlação gluônica, discutiremos a consideração dos diagramas - bolha no modelo, pois é o que torna  $\mathcal{M}$  independente de gauge. Faremos em seguida uma discussão sobre as origens do MVE e finalmente aplicaremos todas as hipóteses a fim de determinar  $\mathcal{M}$ .

### 1. A independência de gauge

Temos encontrado a expressão da amplitude  $\mathcal{M}$  em função das soluções  $\Psi$ , que dependem,

como bem sabemos, dos campos  $G$  do vácuo não perturbativo. A dependência de  $G$  implica na dependência do gauge e veremos nesta subsecção a proposta de Nachtmann para eliminar essa dependência.

Nachtmann [6] propôs a consideração de outros quarks no esquema de espalhamento a fim de tornar o problema invariante de gauge. Se esses outros quarks não tiverem aproximação suficiente com o primeiro, distantes portanto para que interações coerentes ocorram, podem ser considerados no espalhamento sem no entanto influírem no resultado. Esta é a idéia básica de Nachtmann para a invariância de gauge, que veremos a seguir.

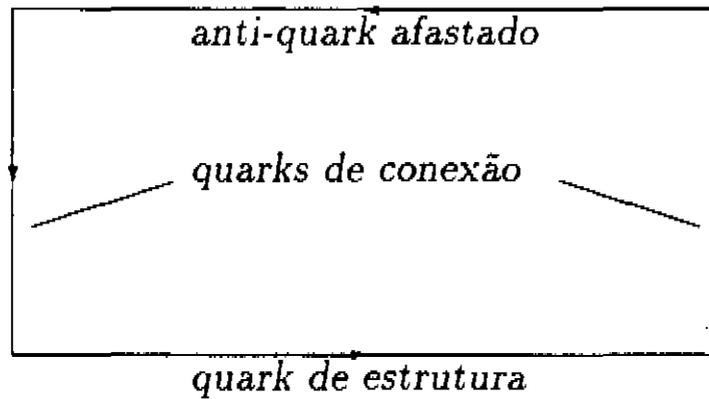
A expressão para  $\Psi$  tem a dependência do caminho seguido pelo quark quando calculamos  $\int_{-\infty}^{x_\mu} \Lambda^c G_\mu^c dx'$ . Essa é a integral de um potencial cromodinâmico ao longo de um arco. No caso eletrodinâmico, estando o arco fechado, podemos aplicar o teorema de Stokes e teremos dependência do tensor de campo que é invariante de gauge. No caso não - Abelian em questão, existe um teorema de Stokes apropriado [15] (ver apêndice A), que leva, no caso de uma integral de linha fechada do campo  $G$ , a uma integral de área com o tensor de campo cromodinâmico invariante de gauge no integrando. Nachtmann considerou que se for possível tornar a integral de linha da trajetória de um quark em uma integral de linha fechada, o problema da invariância de gauge estaria solucionado <sup>3</sup>.

Para transformar uma integral de linha sobre a trajetória de um quark em uma integral de linha fechada é necessário incluir outros quarks no jogo. Esses, a fim de não violar a necessidade de interação aos pares que discutimos no capítulo anterior, não devem ter um parâmetro de impacto, em relação ao quark com quem espalham, menor que  $a$ . Nachtmann propôs quarks não pertencentes à estrutura hadrônica, estando fora até do tamanho físico compreendido pelos hádrons. Teremos assim, cada quark substituído por um *loop*, e conse-

---

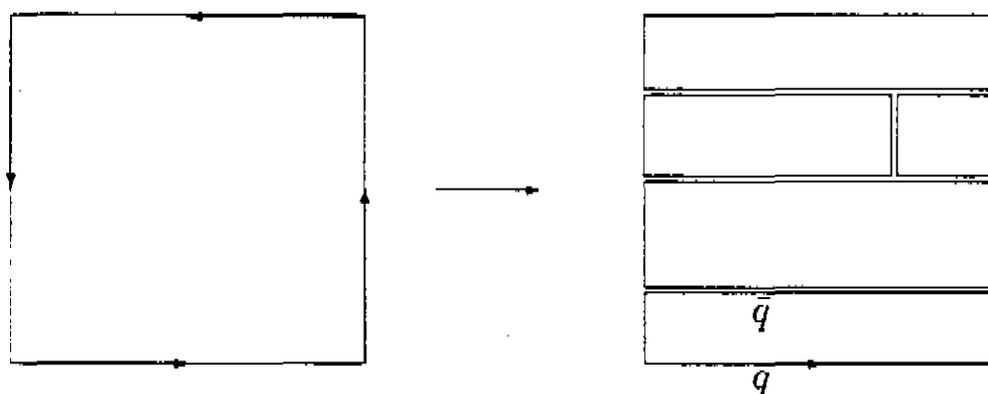
<sup>3</sup>Na expressão para  $\mathcal{M}$  aparece dependência de  $G$  fora de  $\Psi$ , mas isso é resolvido tornando as integrais de Fourier em integrais de linha na aproximação de momento transferido muito pequeno. Veremos isso em detalhes nas subsecções posteriores.

quentemente calcularemos o espalhamento *loop-loop*, sabendo que os quarks que colocamos a mais no jogo servem apenas para tornar o problema invariante de gauge (sem influenciar no espalhamento). Veremos com mais cuidado essa hipótese a seguir.



**Figura 3.3:** Quarks inclusos além do quark estrutural formando com este um loop.

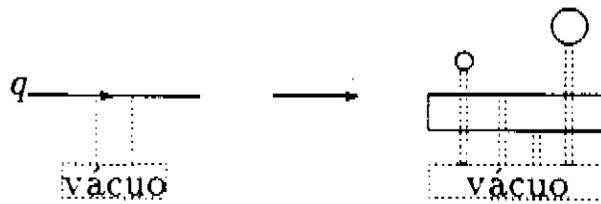
A idéia é interessante, porém os quarks que somamos ao quark estrutural não têm origem física, apesar de não contribuírem. Podemos interpretar melhor ao substituímos o loop proposto por uma sequência de diagramas - bolha justapostos. A figura 3.4 mostra um exemplo possível onde os efeitos de interação do vácuo com quarks e anti-quarks justapostos devem cancelar-se.



**Figura 3.4:** O loop proposto pode ser descrito como a justaposição de muitos loops menores em uma configuração adequada.

Desse modo, a situação física é de interação do vácuo não perturbativo com um par quark - anti-quark ( $q - \bar{q}$ ) estruturais do hádron mais a interação com diagramas - bolha de quarks.

Fica claro que existe uma liberdade infinita ao se escolher quantos diagramas - bolha se pode incluir. Estamos considerando uesta maneira, portanto, o quark como um loop mesônico estrutural mais loops mesônicos tipo bolha (que bem sabemos são fatorados quando se define a função de Green de uma partícula). A hipótese de Nachtmann, deste tipo de substituição para tornar o problema invariante de gauge portanto, traz fisicamente um problema: o de considerar os propagadores errôneamente. Dizemos que as interações com o propagador de um quark podem ser iguais ao que representamos na figura 3.5, ou seja, iguais às interações com loops estruturais e loops artificiais.



**Figura 3.5:** A interpretação da interação do quark com o vácuo: é aproximada pela interação de um loop estrutural mais loops isolados (fora do raio hadrônico) com o vácuo.

No apêndice B discutimos mais sobre os loops de Wilson aplicados ao espalhamento e a hipótese de Nachtmann. Como vimos, é possível reduzir o loop proposto por Nachtmann a um loop estrutural (entre outros) compondo o quadro de espalhamento, mas, no entanto, se os efeitos dos quarks (além do qual estamos interessados) forem anulados por efeitos de anti-quarks justapostos, e se o campo  $G$  for nulo para distâncias do centro do vácuo maiores que  $a$ , então interpretações Físicas podem ser tomadas desta hipótese (nestas condições).

Qual seria a Física por trás da hipótese artificial? A resposta vem da observação mais detalhada da amplitude  $\mathcal{M}$ :

$$\mathcal{M} = \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 e^{i(p_3x_3 + p_4x_4 - p_1x_1 - p_2x_2)} \times \quad (3.34)$$

$$\langle T \bar{u}(p_3)j(x_3)\bar{u}(p_4)j(x_4)\bar{j}(x_1)u(p_1)\bar{j}(x_2)u(p_2) \rangle$$

onde os  $j$ 's são as correntes materiais quarkônicas. Essas são correspondentes à parte inerente às cargas coloridas, os quarks materiais. Existe a parte imaterial da corrente que é devida

ao que correspondentemente na Eletrodinâmica chamamos de corrente de deslocamento. Se tratarmos as correntes  $j$  como as correntes completas (tendo a parte material e imaterial) tudo muda para  $\mathcal{M}$ , que passa ser invariante de gauge, sendo a expressão final totalmente equivalente à resultante da proposta de Nachtmann (dos loops). Portanto, uma interpretação Física da proposta aparentemente artificial de Nachtmann é que se trocam as correntes materiais que aparecem na expressão para  $\mathcal{M}$  pelas correntes totais (que compreendem também as de 'deslocamento'). As correntes do tipo totais são sempre fechadas espacialmente<sup>4</sup>, o que torna o problema invariante de gauge automaticamente.

Vejamos o caso particular que estamos interessados onde os momentos transferidos são muito menores que os momentos longitudinais e que o processo é do tipo  $1 \rightarrow 3$ ;  $2 \rightarrow 4$  (sendo a corrente completa - que é a soma da parte material e imaterial da corrente,  $J$ ):

$$\mathcal{M} = \int d^4x d^4y e^{i[x(p_3-p_1)-y(p_2-p_4)]} \times \langle T \bar{u}(p_3) J(x) \bar{u}(p_4) J(y) \bar{J}(x) u(p_1) \bar{J}(y) u(p_2) \rangle \quad (3.35)$$

onde  $p_3 - p_1 = p_2 - p_4 = q$ . Se  $q_{\parallel} \rightarrow 0$  e se as trajetórias das correntes são fechadas,

$$\mathcal{M} = \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp} \cdot [\vec{x} - \vec{y}]_{\perp}} \times \oint_{C_x C_y} \langle T \bar{u}(p_3) J(x) \bar{u}(p_4) J(y) \bar{J}(x) u(p_1) \bar{J}(y) u(p_2) \rangle \quad (3.36)$$

onde  $C_x$  e  $C_y$  são os caminhos fechados correspondentes a cada quark e sua corrente de deslocamento. Esta última expressão é invariante de gauge pois é possível aplicar o teorema de Stokes não - Abelian no caso de curvas fechadas (como é o caso). Se a parte material da corrente se estende por um segmento retilíneo, a parte imaterial compreende todo o espaço restante, até muito longe da fonte (o quark). Em primeira ordem de aproximação a parte da integral de caminho correspondente à corrente de deslocamento cromodinâmica, deve depender da variação temporal do campo cromo-elétrico. O corte de frequências que temos

---

<sup>4</sup>Consideramos que a QCD é uma teoria onde um caso particular é a QED e deve conter assim a informação sobre as correntes de deslocamento.

para definir os quarks de vida longa (correspondentes à parte material da corrente) e o fato de considerarmos momentos transferidos extremamente pequenos (que servem a dar ao quark um tempo de vida longo), dão u.na indicação segura do que podemos esperar a respeito da contribuição da corrente de deslocamento cromodinâmica no modelo. Se associarmos essa corrente de deslocamento às oscilações sofridas pelo quark em sua trajetória, essas muito pouco contribuem. O momento transversal dos quarks estruturais é praticamente nulo no modelo (de fato no modelo proposto por Nachtmann os quarks estruturais viajam em linha reta no cone de luz), de modo que a corrente de deslocamento cromo-elétrica, que depende diretamente da variação da trajetória, é praticamente nula.

Deixando portanto, na expressão de  $\mathcal{M}$ , as integrais fechadas e aproximando  $J$  por  $j$  pelo discutido acima com um loop de largura maior que o tamanho hadrônico, temos como resultado a aproximação proposta por Nachtmann na sua forma analítica. A conclusão é que uma interpretação Física da integração em loop que se estende pelo espaço é possível, como vimos, se considerarmos que o espalhamento levado em consideração é aquele entre quarks e suas correntes de deslocamento cromodinâmicas de um hádron, com outros quarks e suas correntes de deslocamento de outro.

## 2. Conclusão sobre a amplitude elementar com o uso do Modelo do Vácuo Estocástico

Neste capítulo estivemos desenvolvendo a amplitude de espalhamento quark-quark nas condições descritas no capítulo “A situação Física”. De acordo, temos isolado, no caso de quarks espalhados, a Física dos momentos transferidos tendendo a zero reduzindo tudo ao conhecimento da correlação gluônica dos campos.

Nesta secção vamos desenvolver  $\mathcal{M}$  na sua forma final, lançando mão do Modelo do Vácuo Estocástico para obter informação sobre as correlações.

Voltemos à equação (3.19):

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 \times \\ & \langle e^{ip_3x_3} \bar{u}(p_3) g \frac{\Lambda^h}{2} \gamma^\mu G_\mu^h(x_3, x_1) \Psi_I e^{ip_4x_4} \bar{u}(p_4) g \frac{\Lambda^H}{2} \gamma^\rho G_\rho^H(x_4, x_2) \Psi_{II} \rangle_G, \end{aligned} \quad (3.37)$$

e substituamos as soluções para  $\Psi_I$  e  $\Psi_{II}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 \times \\ & \langle e^{ip_3x_3} \bar{u}(p_3) g \frac{\Lambda^h}{2} \gamma^\mu G_\mu^h(x_3, x_1) e^{-ip_1x_1} u(p_1) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x_1^\nu} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\nu^c(x_1^\nu) dx_1^\nu}] \times \\ & e^{ip_4x_4} \bar{u}(p_4) g \frac{\Lambda^H}{2} \gamma^\rho G_\rho^H(x_4, x_2) e^{-ip_2x_2} u(p_2) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x_2^\sigma} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_\sigma^d(x_2^\sigma) dx_2^\sigma}] \rangle_G. \end{aligned}$$

Estamos interessados, como já discutimos, no processo  $1 \rightarrow 3$ ;  $2 \rightarrow 4$ , e a expressão para  $\mathcal{M}$  se reduz a:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^4x d^4y \times \\ & \langle e^{ip_3x} \bar{u}(p_3) g \frac{\Lambda^h}{2} \gamma^\mu G_\mu^h(x) e^{-ip_1x} u(p_1) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x^\nu} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\nu^c(x^\nu) dx^\nu}] \times \\ & e^{ip_4y} \bar{u}(p_4) g \frac{\Lambda^H}{2} \gamma^\rho G_\rho^H(y) e^{-ip_2y} u(p_2) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{y^\sigma} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_\sigma^d(y^\sigma) dy^\sigma}] \rangle_G. \end{aligned}$$

Se  $p_3 - p_1 = p_2 - p_4 = q$  reescrevemos tudo como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^4x d^4y e^{iq(x-y)} \times \\ & \langle g \frac{\Lambda^h}{2} G_\mu^h(x) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{x^\nu} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_\nu^c(x^\nu) dx^\nu}] \times \\ & g \frac{\Lambda^H}{2} G_\rho^H(y) [\mathcal{P} e^{\int_{-\infty}^{y^\sigma} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_\sigma^d(y^\sigma) dy^\sigma}] \rangle_G \bar{u}(p_3) \gamma^\mu u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma^\rho u(p_2). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Esta é a expressão mais geral para  $\mathcal{M}$  (dependente de gauge) onde processos com troca de cor podem ocorrer e as correlações  $\langle \rangle_G$  não estão determinadas por nenhum modelo em particular.

*A partir deste ponto começamos a introduzir a aproximação do MVE (ver apêndice C) para o caso do espalhamento quark-quark.*

A primeira aproximação que fazemos é (dentro das aproximações que discutimos para os quarks de vida longa e também sobre a invariância de gauge) dizer que:  $q = (q_0, \vec{q}_\perp, q_\parallel)$ , tal que:  $q_0 \approx q_\parallel \ll |\vec{q}_\perp|$  e portanto:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^2x_\perp d^2y_\perp e^{i\vec{q}_\perp(x-y)_\perp} \times \\ & \oint dx_+ dy_- \langle g \frac{\Lambda^h}{2} G_+^h(x_+) [\mathcal{P} e^{\int^{x_+} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_+^c(x_+) dx_+}] \times \\ & g \frac{\Lambda^H}{2} G_-^H(y_-) [\mathcal{P} e^{\int^{y_-} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_-^d(y_-) dy_-}] \rangle_G \bar{u}(p_3) \gamma^\mu u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma^\rho u(p_2). \end{aligned} \quad (3.39)$$

ou seja, loops no cone de luz (loops do tipo proposto por Nachtmann). O passo seguinte é simplificar as soluções eiconais em uma expansão de Taylor até primeira ordem: no MVE

considera-se que apenas processos gaussianos são relevantes, de modo que quaisquer correlações de ordem mais alta sempre se reduzem à potências da correlação de *dois campos*.

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} \times \\ & \oint dx_+ dy_- \langle g \frac{\Lambda^h}{2} G_+^h(x_+) [1 + \oint^{x_+} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_+^c(x'_+) dx'_+] \times \\ & g \frac{\Lambda^H}{2} G_-^H(y_-) [1 + \oint^{y_-} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_-^d(y'_-) dy'_-] \rangle_G. \end{aligned} \quad (3.40)$$

desde que  $\bar{u}(p_3)\gamma^{\mu}u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma^{\rho}u(p_2) \rightarrow s$  para altas energias.

No processo considerado estamos interessados no caso de espalhamento sem troca de cor. Esta informação está contida na expressão para  $\mathcal{M}$ . Para extraí-la tomamos o traço de cada interação de um quark com o campo individualmente:  $Tr[\mathbf{G}(x, y)\Psi(x, y)]$ , portanto temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & s \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} \times \\ & \oint dx_+ dy_- \langle g Tr[\frac{\Lambda^h}{2} G_+^h(x_+) + \frac{\Lambda^h}{2} G_+^h(x_+) \oint^{x_+} 2ig \frac{\Lambda^c}{2} G_+^c(x'_+) dx'_+] \times \\ & g Tr[\frac{\Lambda^H}{2} G_-^H(y_-) + \frac{\Lambda^H}{2} G_-^H(y_-) \oint^{y_-} 2ig \frac{\Lambda^d}{2} G_-^d(y'_-) dy'_-] \rangle_G. \end{aligned} \quad (3.41)$$

e portanto:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & s \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} \times \\ & \oint dx_+ dy_- \langle g Tr[\frac{\Lambda^h}{2} \frac{\Lambda^c}{2}] 2ig G_+^h(x_+) \oint^{x_+} G_+^c(x'_+) dx'_+] \times \\ & g Tr[\frac{\Lambda^H}{2} \frac{\Lambda^d}{2}] 2ig G_-^H(y_-) \oint^{y_-} G_-^d(y'_-) dy'_- \rangle_G. \end{aligned} \quad (3.42)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -4s \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} \times \\ & Tr[\frac{\Lambda^h}{2} \frac{\Lambda^c}{2}] Tr[\frac{\Lambda^H}{2} \frac{\Lambda^d}{2}] \langle g^4 \oint^{x_+} \oint^{y_-} G_+^h(x'_+) G_-^d(y'_-) dx'_+ dy'_- \times \\ & \oint^{x_+} \oint^{y_-} G_-^H(y'_-) G_+^c(x'_+) dx'_+ dy'_- \rangle_G. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Dentro desta aproximação temos da última equação:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -4s \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} Tr[\frac{\Lambda^h}{2} \frac{\Lambda^c}{2}] Tr[\frac{\Lambda^H}{2} \frac{\Lambda^d}{2}] \times \\ & \{ \oint^{x_+} \oint^{y_-} \langle g^2 G_+^h(x_+) G_-^d(y'_-) \rangle_G dx'_+ dy'_- \}^2. \end{aligned} \quad (3.44)$$

que de acordo com o teorema de Stokes não - Abelian (apêndice A) é:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -4s \int d^2x_{\perp} d^2y_{\perp} e^{i\vec{q}_{\perp}(x-y)_{\perp}} Tr[\frac{\Lambda^h}{2} \frac{\Lambda^c}{2}] Tr[\frac{\Lambda^H}{2} \frac{\Lambda^d}{2}] \times \\ & \{ \int_{S_I} \int_{S_{II}} \langle g^2 F_{+\lambda}^h(x_+) F_{-\alpha}^d(y'_-) \rangle_G d\Sigma'_{+\lambda} d\Sigma'_{-\alpha} \}^2. \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde  $F$  representa o tensor de campos cromo-elétrico ou cromo-magnético, e  $d\Sigma$  o elemento de área da superfície  $S$ .

As aproximações que foram consideradas para encontrar a amplitude  $\mathcal{M}$  como escrito na última equação fazem parte do MVE. Certamente isto não é tudo: não temos ainda informação sobre o correlator de dois campos:

$$\langle g^2 F_{+\lambda}^h(x_+) F_{-\alpha}^d(y_-) \rangle_G,$$

do qual a amplitude depende. A partir do estudo do vácuo da QCD (apêndice C) foi proposto por Dosch e Simonov [14] um correlator que contém as características principais conhecidas deste. O parâmetro de correlação é o parâmetro “ $a$ ” (ver apêndice C) e observa-se portanto que a interação entre quarks está limitada à região de raio  $a$ , centrada no ponto médio da distância de maior aproximação entre os quarks em espalhamento - onde os campos interagentes com estes são coerentes. Faz parte do MVE também, portanto, a proposta formal deste correlator que depende de funções da distância de dois pontos, como vimos no apêndice C. O conhecimento dessas funções ( $D_1$  e  $D$ ) é fundamental para discutir a amplitude de espalhamento quark - quark. A única fonte de informação sobre essas funções pode vir de um estudo fenomenológico (propondo funções que resultem na descrição de dados de espalhamento), ou seja, de cálculos numéricos feitos na rede [16]. Neste último caso, estamos limitados à situação *quenched* <sup>5</sup>, onde não são considerados férmions dinâmicos, e ao fato de que as quantidades calculadas na rede estão no espaço Euclidiano. Para o transporte dessa informação para o espaço Minkowskiano devemos supor um *ansatz* que seja analiticamente continuável de um espaço para outro, passando pelos dados numéricos da rede. Os resultados a respeito de  $D_1$  e  $D$  são tópicos de pesquisa atualmente, e é o que temos estudado também neste trabalho.

---

<sup>5</sup>Existem novos resultados na rede considerando os férmions dinâmicos de flutuação, que estão sendo ainda analisados do ponto de vista numérico para posterior avaliação em termos de amplitudes elementares.

O teste real para o modelo de Nachtmann com o MVE de Dosch e Simonov é certamente a previsão de resultados de espalhamento hadrônico de altas energias. U. Grandel e W. Weise [17] seguiram esta receita para descrever resultados de espalhamento próton - próton e antipróton - próton, conseguindo um resultado semelhante aos dados. Não basta conhecer a amplitude básica de espalhamento entre constituintes (que é o que discutimos aqui), mas também a distribuição de quarks dentro dos hádrons. Essa informação existe apenas experimentalmente no caso de se explorar os hádrons com elétrons, ou seja, as distribuições de matéria que se conhecem hoje em dia são eletromagnéticas e não puramente hadrônicas. Grandel e Weise tiveram de supor uma distribuição para estudar o problema e este consiste em mais uma hipótese para concretizar as previsões de um modelo que pretende descrever espalhamento hadrônico a altas energias no contexto da QCD.

### E. Funções de correlação

No MVE de Dosch e Simonov [14], a forma geral do correlator gluônico tem basicamente dois termos: um puramente não-abeliano (correspondente ao termo com a função de correlação  $D$ ) e um abeliano (correspondente ao termo com a também função de correlação  $D_1$ ):

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_{\mu\nu}^C(x) \mathbf{F}_{\rho\sigma}^D(y) \rangle = & \delta^{CD} g^2 \frac{\langle FF \rangle}{12(N_c^2 - 1)} \{ (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) \kappa D(z^2/a^2) + \\ & \frac{1}{2} [\partial_\mu (z_\rho \delta_{\nu\sigma} - z_\sigma \delta_{\nu\rho}) + \partial_\nu (z_\sigma \delta_{\mu\rho} - z_\rho \delta_{\mu\sigma})] (1 - \kappa) D_1(z^2/a^2) \}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

onde  $z = x - y$  é a distância física.  $a$  é o comprimento de correlação característico,  $\kappa$  é uma constante,  $g^2 \langle FF \rangle$  o condensado gluônico e  $N_c$  o numero de cores com  $C, D = 1, \dots, N_c^2 - 1$ . As funções  $D$  e  $D_1$  descrevem as correlações e são normalizadas como  $D(0) = D_1(0) = 1$ .

A dependência da amplitude  $\mathcal{M}$ , Eq. (3.1), em relação à correlação gluônica se reflete portanto diretamente nas funções  $D$  e  $D_1$ . A seguir apresentamos duas parametrizações usuais para tais funções, as quais usaremos no capítulo seguinte.

## F. Função de correlação: resultados da rede

A primeira determinação das funções de correlação da QCD na rede foi obtida através da técnica de *cooling*, com uma rede de tamanho  $16^4$  no intervalo físico entre 0.4 e 0.8 fm [16]. Para este intervalo os dados mostraram um comportamento bem descrito por exponenciais decrescentes com a distância. Em particular <sup>6</sup> a função  $D$  foi expressa como:

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) = 24C \exp -\frac{r}{\lambda}. \quad (3.47)$$

onde

$$C = 137.03 \text{ fm}^{-4}, \quad \lambda = 0.22 \text{ fm}. \quad (3.48)$$

Recentemente novos resultados foram obtidos em uma rede  $32^4$ , permitindo a determinação dos correlatores à distâncias menores (até 0.1 fm) [16]. O resultado apresenta um desvio do comportamento exponencial para distâncias menores que 0.4 fm, sugerindo uma possível divergência na origem. Os resultados novos [16] mostram o mesmo comportamento exponencial que os anteriores [18] na região entre  $\approx 0.5 - 0.94$  fm:

$$\kappa \langle g^2 FF \rangle D(z^2) = 24 \left[ A \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_A}\right) + \frac{B}{|z|^4} \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_B}\right) \right] \quad (3.49)$$

$$(1 - \kappa) \langle g^2 FF \rangle D_1 = 24 \left[ A_1 \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_A}\right) + \frac{B_1}{|z|^4} \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda_B}\right) \right] \quad (3.50)$$

com

$$\begin{aligned} A &= 128.39 \text{ fm}^{-4} & A_1 &= 27.23 \text{ fm}^{-4} \\ \lambda_A &= 0.22 \text{ fm} & \lambda_B &= 0.43 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

## G. Função de correlação: ansatz de Kraemer e Dosch

Com o objetivo de introduzir uma função de trabalho do qual a amplitude pode ser calculada, Kraemer e Dosch propuzeram um ansatz que pretende descrever a correlação

---

<sup>6</sup>Usando a notação em Ref. [29].

dos campos gluônicos exatamente. Uma vez que  $\mathcal{M}$  está definida no espaço de Minkowski esses autores procuraram uma descrição em que o mesmo correlator possa descrever a Física nos dois mundos (Euclideano e Minkowskiano) com a transformação adequada e portanto unificada. No que concerne a amplitude de espalhamento, *no caso das aproximações feitas a respeito da trajetórias* (partículas no cone de luz), apenas o correlator no espaço Euclideano importa.

Esta descrição de Kraemer e Dosch pretende concordar ao máximo com as previsões da rede (no caso dos resultados anteriores [18], ou seja, entre 0.4 e 0.8 fm). Ajustando-se os parâmetros de uma função escolhida para ser o correlator em particular (no espaço dos momentos  $k$ ):

$$D_{KD}^{(n)}\left(\frac{z^2}{a^2}\right) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp\left(-\frac{ikz}{a}\right) \left\{ \frac{-6iA_n k^2}{\left(k^2 - \frac{1}{\lambda_n^2}\right)^n} \frac{1}{\lambda_n^{2n-6}} \right\}. \quad (3.52)$$

onde  $n$  ao final é igual a 4 para o uso nos cálculos (dentre a família de funções apresentada). Encontramos portanto a seguinte função de correlação [19]:

$$D_{KD}^{(4)}(x) = x \left[ K_1(x) - \frac{x}{4} K_0(x) \right] \quad (3.53)$$

onde  $K_1, K_0$  são funções de Bessel e  $x$  é uma variável sem dimensão:

$$x = \frac{3\pi}{8} \frac{z}{a}.$$

## IV. RESULTADOS SOBRE A AMPLITUDE PARTON - PARTON

Nesta seção apresentamos os resultados da pesquisa sobre a amplitude de espalhamento entre constituintes hadrônicos dos pontos de vista fenomenológico e teórico, discutindo suas limitações.

### A. Resultados Fenomenológicos

A abordagem fenomenológica que apresentamos está baseada na Teoria de Difração Múltipla (TDM) de Glauber [4]. Observamos que não houve inclusão da dependência do spin das partículas estruturais no cálculo da amplitude de espalhamento, e que o formalismo está bem definido no caso de pequenos ângulos de espalhamento, pois assim os momentos transferidos são sempre aproximadamente transversais à direção do movimento. A situação física, portanto, é a mesma que define o problema teoricamente (modelo de Nachtmann [6] para o espalhamento usando o de Dosch - Simonov [14] para o vácuo), com exceção de que o modelo fenomenológico tem uma validade maior no espaço dos momentos transferidos, pois se  $t = -2k^2(1 - \cos\theta)$ , tomando um valor de  $t$  maior que o valor médio do espectro de momentos observado, para  $\theta \rightarrow 0$ , existe um valor mínimo para  $k(\sqrt{s})$  em que o valor de momento transferido pode ser considerado praticamente transversal.

#### 1. Cálculos

Dentre as amplitudes elementares propostas, revisadas na seção II, um estudo sistemático deve ser feito para definir-se aquela que melhor descreve os dados de espalhamento, de maneira mais simples e consistente com o formalismo. Este não é o escopo de nosso estudo neste trabalho, mas sim o de usar essa variedade de propostas para ter subsídios de comparação com os resultados teóricos. É importante ressaltar que, basicamente, dois pontos distinguem as amplitudes elementares propostas: a existência de um zero na amplitude para algum valor de momento transferido e o comportamento a  $q^2 \rightarrow \infty$  (ver seção II.A). A

abordagem teórica indica que a interação entre partons no meio hadrônico não é de contato devido à propriedade não perturbativa do vácuo que é a da não-localidade da interação (descrita em termos de correlações dos campos gluônicos). Com isso em mente, descartamos da análise comparativa a amplitude  $f_{CY}$ . As demais amplitudes possíveis,  $f_{SAA}$ ,  $|f_{GV}|$ <sup>7</sup>,  $f_{BSW}$  e  $f_{mBSW}$  diferem basicamente no fato que  $f_{GV}$  não apresenta zeros para nenhum valor de momento transferido, com um comportamento tendente a zero para  $q^2 \rightarrow \infty$ .  $f_{BSW}$ ,  $f_{mBSW}$  e  $f_{SAA}$  apresentam um zero, sendo que  $f_{BSW}$  depois de cruzar o zero tende a <sup>8</sup>“ $-\infty$ ” para  $q^2 \rightarrow \infty$ ,  $f_{mBSW}$  depois de cruzar o zero tende a zero por valores negativos para  $q^2 \rightarrow \infty$  e  $f_{SAA}$  diverge para  $-\infty$ . O valor do zero (ponto de cruzamento) ou a inclinação de decréscimo de  $f_{GV}$ , depende do modelo e em geral da energia. As demais amplitudes são amplitudes independentes da energia.

Apresentamos a seguir os estudos analíticos e numéricos sobre o perfil resultante de  $f_{BSW}$  e  $f_{SAA}$  e comparamos com aquele obtido para  $f_{mBSW}$  [21-24]. Este estudo de consistência é importante para que consideremos  $f_{BSW}$  ou  $f_{SAA}$  possíveis amplitudes elementares, a fim de compararmos com os resultados teóricos. Mostraremos que  $f_{BSW}$  possui transformada analítica e que  $f_{SAA}$  não apresenta transformada em nenhum dos testes realizados. A importância da existência da transformada está na consistência do modelo de Glauber, como salientado na referência [7]. No capítulo II vimos que para introduzir a dependência da amplitude de espalhamento hadrônica em relação à elementar ou entre constituintes, é necessário a existência da transformada de Fourier bi-dimensional da amplitude elementar.

Seguindo a descrição dos perfis feita por Menon [7], revisamos a seguir os casos correspondentes às amplitudes  $f_{CY}$ ,  $f_{GV}$  e  $f_{mBSW}$ . Sendo:

$$f(q) \equiv \int b db J_0(qb) \gamma(b),$$

temos:

<sup>7</sup>Que passamos a chamar simplesmente de  $f_{GV}$ .

<sup>8</sup>Uma vez que as  $f$ 's estão normalizadas:  $f(q=0) = 1$ .

$$\gamma_{CY} = \delta^2(b)$$

$$\gamma_{GV} = \frac{\alpha e^{-\alpha b}}{b} \quad (4.1)$$

$$\gamma_{mBSW} = -\alpha^2 [K_{ei}(\alpha b) + K_{er}(\alpha b)]$$

O resultado mostra para o caso do modelo de *Chou e Yang* um delta de Dirac na origem do plano de parâmetro de impacto, mostrando que a interação entre os constituintes é de *contato* neste modelo. No caso do perfil resultante do modelo de *Glauber e Velasco* observamos uma função de queda monótona que tende a zero para valores  $\approx \alpha^{-1}$ , sendo finito na origem. O perfil  $\gamma_{mBSW}$  revela características interessantes ao atingir valores negativos alternadamente, devido à soma de funções especiais tipo Kelvin (ou Thomson). Essa característica de o perfil ser identico a zero mais de uma vez se reflete no comportamento observado da amplitude  $f_{mBSW}$  que troca de sinal para  $q^2 = \alpha^2$  e vai a zero por valores negativos. Outra característica importante é que o perfil  $\gamma_{mBSW}$  apresenta um pico máximo para distâncias da ordem de 0.1 fm (Figura 4.1).

A solução analítica para  $\gamma_{BSW}$  pode ser encontrada [24] ao reescrevermos  $f_{BSW}$  como:

$$f_{BSW} = \frac{2}{1 + q^2/\alpha^2} - 1$$

e portanto, sendo  $\gamma(b) = \int b db J_0(qb) f(q)$ :

$$\gamma_{BSW}(b) = 2\alpha^2 K_0(\alpha b) - \delta(b),$$

onde  $K_0$  é a função modificada de Bessel. Este resultado mostra que a amplitude elementar  $f_{BSW}$  é consistente com o contexto da teoria das difrações múltiplas de Glauber. Um tanto notável é a identificação de uma Delta de Dirac na origem (uma divergência, confinada à origem). Um fato também interessante com relação a este Delta é que para pequenas distâncias,  $b \rightarrow 0$ ,  $\gamma_{BSW}(b)$  tende a valores infinitos *negativos*, como  $\gamma_{mBSW}$ , mas este comportamento está em um termo separado do comportamento a  $b > 0$ .

Um estudo preliminar das amplitudes elementares apresentadas sugere que  $f_{SAA}$  não possui transformada de Fourier pois apresenta um caráter divergente para grandes momentos ( $f_{SAA}(q^2 \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ ) [7].

Calculando numericamente os perfis correspondentes às amplitudes e comparando com o resultado analítico (nos casos  $\gamma_{GV}$  e  $\gamma_{mBSW}$  que são bem comportados analiticamente), temos uma referência para avaliar este resultado numérico como sendo satisfatório ou não. Um problema importante ao se levar a cabo a transformação acima é o da convergência numérica, que em geral é muito lenta e de difícil manuseio. A comparação portanto, com resultados conhecidos analiticamente nos serve como subsídio para estimar o grau de convergência dos resultados e a confiabilidade do método numérico usado.

A integração numérica para obter o perfil  $\gamma(b)$  nos casos  $\gamma_{GV}$ ,  $\gamma_{mBSW}$  e  $\gamma_{BSW}$  foi levada a cabo [21,22,23,24] através da Transformada de Fourier Rápida (FFT) instalada no sistema XVGR, através do aplicativo *Mathematica* e pela integração direta através da biblioteca *NAG*. Devido à convergência muito lenta todos os casos apresentaram oscilações muito pronunciadas para  $q \rightarrow \infty$  o que não possibilitou um resultado convergente. A Figura 4.1 mostra os perfis numéricos e analíticos  $\gamma_{GV}$  e  $\gamma_{mBSW}$  resultantes e a Figura 4.2 o mesmo para  $\gamma_{BSW}$ .

A fim de obter uma convergência mais rápida com  $q \rightarrow \infty$ , nós tomamos a integração por partes da seguinte maneira [22]:

$$\gamma(b) = \frac{qJ_1(qb)f(q)}{b} \Big|_0^\infty - \frac{1}{b} \int_0^\infty dq q J_1(qb) \frac{d}{dq} f(q). \quad (4.2)$$

Observamos que numericamente o resultado converge para um resultado final  $\gamma(b)$  ainda que com um *cut-off* no limite superior da última integral. A vantagem de colocar um *cut-off* é no ganho de tempo de máquina, que reduz-se consideravelmente, para um mesmo resultado final. Como conhecemos o resultado analítico para os perfis a não ser aquele referente a  $f_{SAA}$  conseguimos estimar o valor de trabalho para o *cut-off*. Os resultados numéricos concordam muito bem com os analíticos nos casos  $GV$  e  $mBSW$ , onde o primeiro termo da Eq. (4.2) se anula em ambos os casos e o segundo termo descreve perfeitamente o resultado analítico. No caso  $BSW$  o mesmo grau de concordância é encontrado. Sendo o método numérico confiável, o teste foi feito para o caso  $SAA$  e não foi possível uma convergência para um resultado mensurável [22].

Com base nos resultados desta secção descartamos  $f_{CY}$  e  $f_{SAA}$ , considerando como in formação fenomenológica apenas  $f_{GV}$ ,  $f_{BSW}$  e  $f_{mBSW}$ .

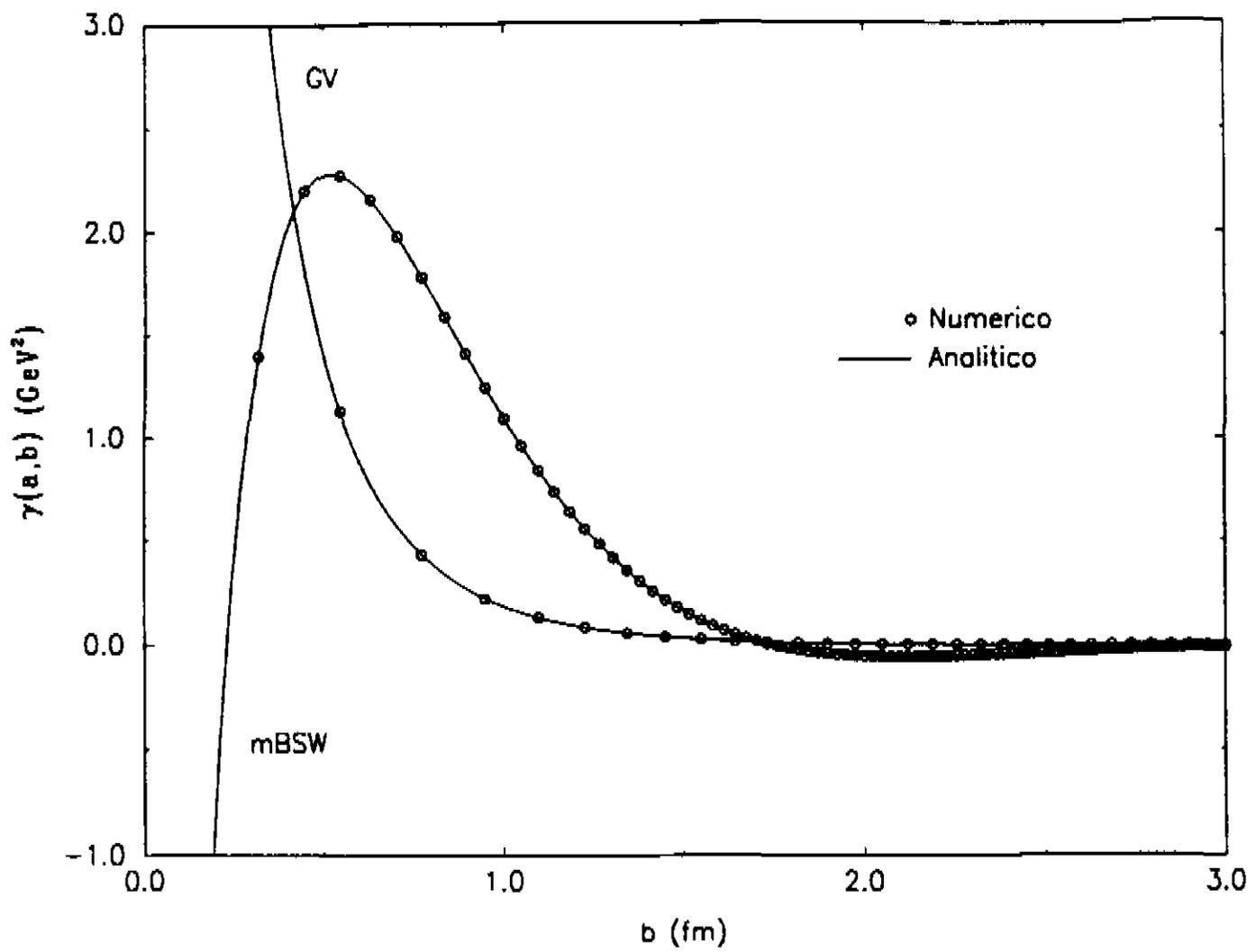


Figura 4.1: Perfis elementares: resultados numéricos (pontos) e analíticos (linhas contínuas) de  $\gamma_{GV}$  e  $\gamma_{mBSW}$  [22,24].

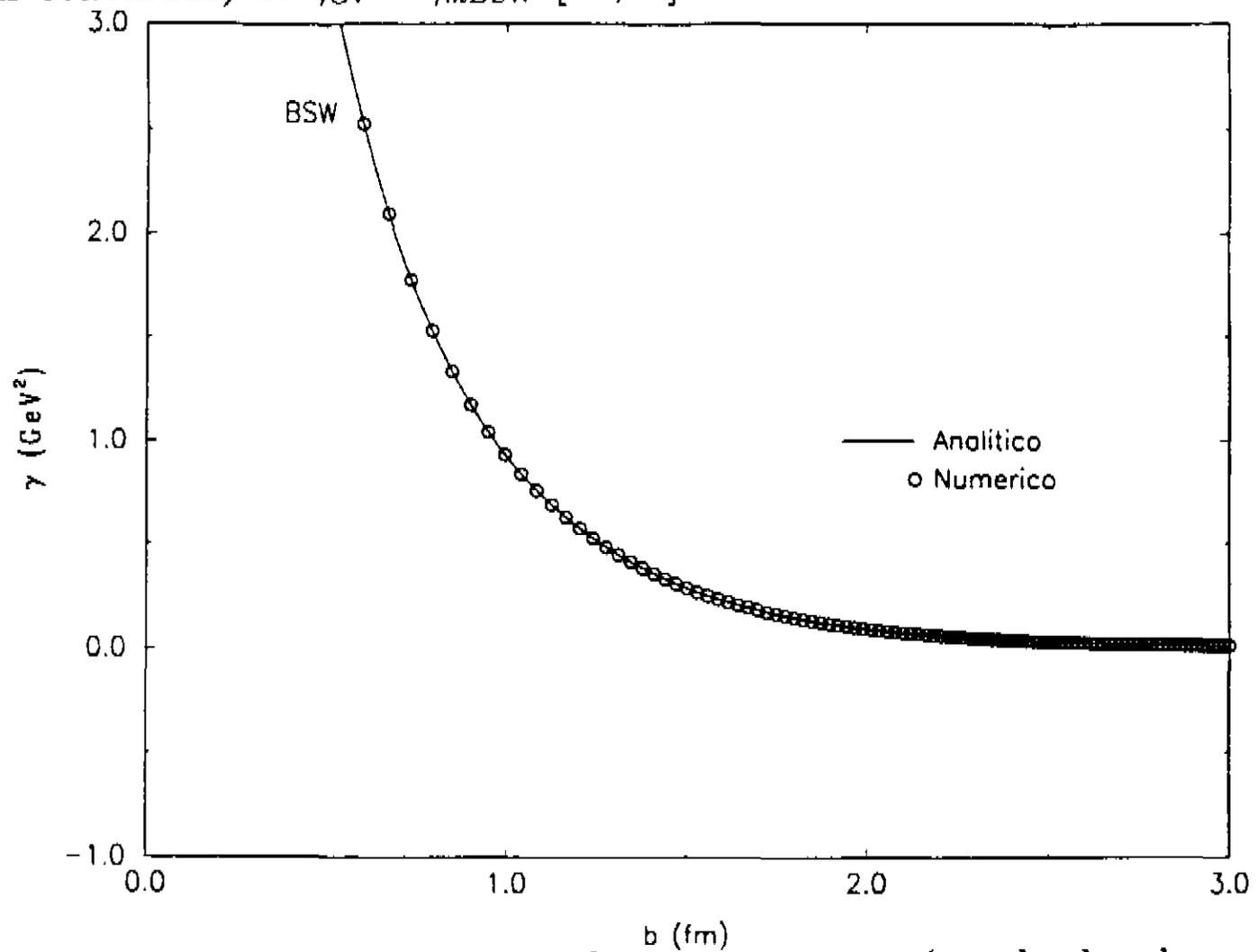


Figura 4.2: Perfil elemental resultante para  $\gamma_{BSW}$  (resultados decorrentes do segundo termo da Eq. (4.1)) [22,24].

Análises independentes de modelo sobre as amplitudes elementares (hipotetizando os fatores de forma) foram levadas a cabo por Buenerd, Furget e Valin [25], que apesar de não propagarem o erro dos valores experimentais, apresentam uma amplitude elementar cujo comportamento é o de cruzar o zero e tender assintoticamente a zero por valores negativos (Figura 4.3). A partir de ajustes de dados de espalhamento  $pp$ , estes autores calculam a eiconal no espaço de momento transferido:

$$\Omega_{pp} \approx G_p^2(q) f(q),$$

tal que, assumindo então parametrizações para  $G_p$ , a amplitude elementar pode ser extraída. Esta análise indica a presença de um zero para a amplitude elementar uma vez que se hipotetize que este não venha dos fatores de forma  $G_p$ . Fazendo uso dos fatores de forma tipo *Felst* e *Polo Duplo*, o ajuste dos dados de espalhamento  $pp$  a  $\sqrt{s} = 23.5 \text{ GeV}$  resulta em zero para  $q^2 = 8.6 \text{ GeV}^2$  (Figura 4.3).

Resultados recentes obtidos por Carvalho e Menon, através de análises empíricas [20] mostram evidências da existência de um zero na amplitude elementar se supusermos que os fatores de forma hadrônicos não têm zeros. A posição deste zero em função da energia permite dizer que ou há um decréscimo deste valor muito lento com o aumento de energia (na região do ISR), ou que o zero é uma constante independente da energia (tudo isso devido ao erro associado com a determinação dos zeros).

### 3. Conclusões fenomenológicas

O resultado de Carvalho e Menon favorece as parametrizações  $f_{BSW}$ ,  $f_{mBSW}$  e  $f_{SAA}$  que apresentam zero invariante com a energia  $\sqrt{s}$ . É importante no entanto manter aberta a possibilidade de amplitudes como  $f_{GV}$  que permite uma compreensão do efeito de não haver zeros na amplitude, além de uma dependência com a energia.

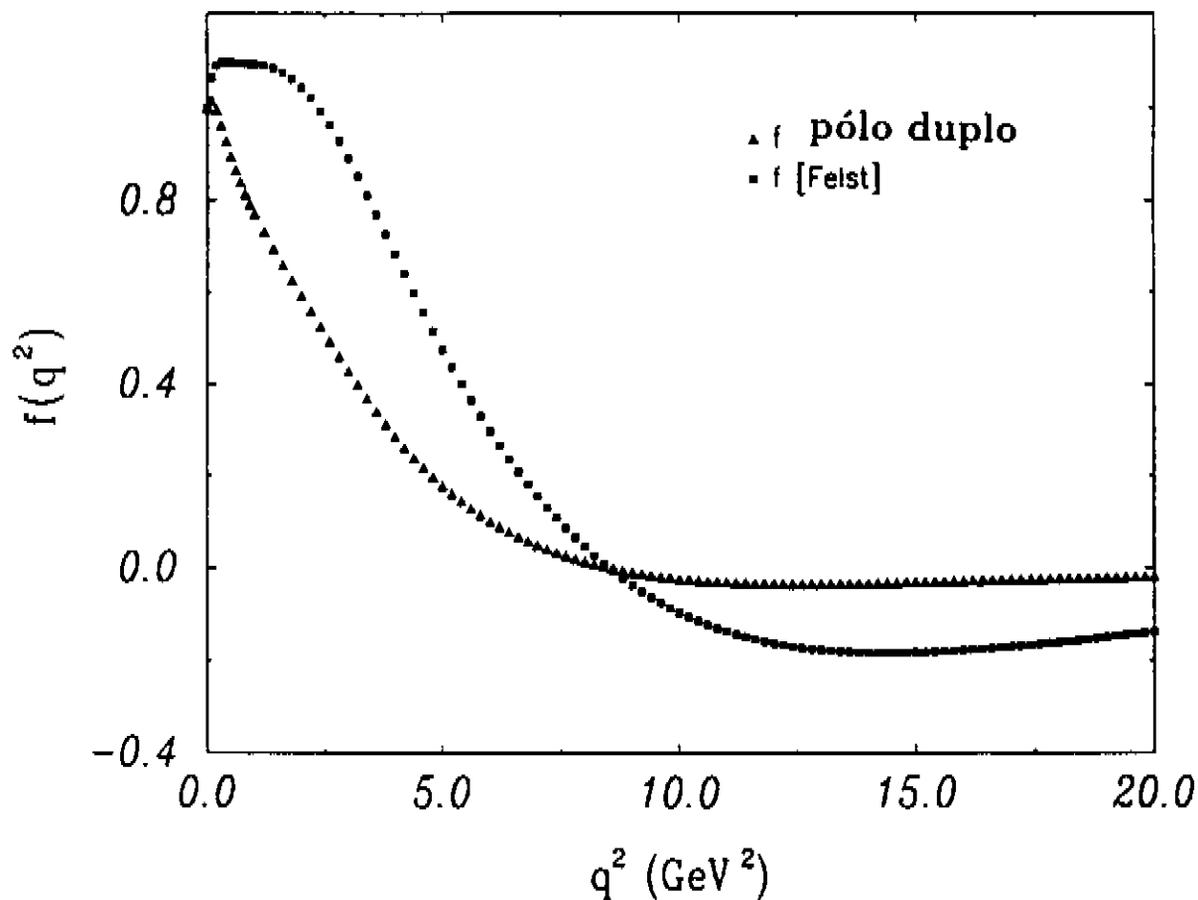


Figura 4.3: Análise independente de modelo para a amplitude elementar de Buenerd, Furget e Valin [7 e 25], a partir de resultados experimentais, função de hipóteses sobre os fatores de forma hadrônicos (Felst e pólo duplo) e do formalismo eiconal.

A determinação do zero é muito importante para conhecer-se a inclinação do decréscimo da amplitude elementar com o momento transferido. Como não conhecemos a distribuição de matéria hadrônica, temos que supor esta função para determinarmos a amplitude elementar pelos métodos independentes de modelo. Dependendo da escolha podemos favorecer basicamente estruturas como  $f_{BSW}$ ,  $f_{mBSW}$  ou  $f_{SAA}$  (que apresentam zeros).

Podemos concluir portanto que no contexto da teoria da difração múltipla de Glauber, demonstramos que ambos  $f_{BSW}$  e  $f_{mBSW}$  estão teoricamente bem fundamentadas. O resultado obtido para  $\gamma_{BSW}(b)$  pode ser interpretado como uma interação de contato (como no modelo de Chou e Yang), mais um termo de alcance finito que tende a  $+\infty$  para  $b \rightarrow 0$ . A soma resultante pode ser encarada como se os partons interagissem com um alcance finito mais um segundo comportamento de contato para colisões frontais.

Comparando os modelos  $BSW$  e  $mBSW$ : ao mudar de  $f_{BSW}$  para  $f_{mBSW}$  vamos de um caráter funcional de comportamento abrupto ( $\gamma_{mBSW} = -\delta(b) + K_0(\alpha b)$ ) para um caráter suave e decrescente monótonamente ( $\gamma_{BSW} = -\alpha^2[K'ei(\alpha b) + Ker(\alpha b)]$ ). Dentre os modelos fenomenológicos apresentados <sup>9</sup>, apenas  $f_{BSW}$  e  $f_{mBSW}$  apresentam um zero, sendo que somente  $f_{mBSW}$  tende assintoticamente a zero por valores negativos como as previsões de Buenerd *et al.* [25] e Carvalho e Menon [20].

## B. Resultados Teóricos

O modelo teórico de Nachtmann [6] para o espalhamento de quarks, juntamente com o de Kraemer e Dosch (MVE) [19], nos possibilita, dentro de suas aproximações, encontrar a amplitude de espalhamento entre quarks nus (sem vácuo de flutuação próprio), componentes dos hádrons em colisão. Na aproximação feita de que toda informação sobre esta amplitude se resume ao conhecimento do correlator gluônico, é muito importante conhecer possíveis

---

<sup>9</sup>Com exceção de  $f_{SAA}$  que não tem um perfil definido e portanto não pode ser considerado no contexto da TDM de Glauber como satisfatório.

correlatores que descrevam o vácuo da QCD não-perturbativa.

Atualmente não conhecemos com exatidão a dependência com a distância para as funções de correlação  $D$  e  $D_1$ . Existem os resultados numéricos na rede (no Euclideano portanto), que nos dão alguma pista para determinar esta dependência.

A amplitude  $\mathcal{M}$  Eq. (3.1) está definida no espaço de Minkowski, portanto para seu cálculo  $\langle F_{\mu\nu}^c F_{\rho\lambda}^c \rangle_G$  deve estar definida neste espaço. A partir da Eq. (3.46) podemos encontrar sua versão no espaço de Minkowski simplesmente transformando em geral  $\delta_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}$  e definindo  $D$  e  $D_1$  no novo espaço.

Como veremos neste capítulo, a amplitude  $\mathcal{M}$  vai depender diretamente (dentro da aproximação de que os quarks estão no cone de luz) do conhecimento das funções de correlação definidas no plano de parâmetro de impacto, no espaço Euclideano.

Kraemer e Dosch [19], preocuparam-se em definir um ansatz, uma função que possa ser definida (através de transformações) nos mundos Euclideano e Minkowskiano. Quando no mundo Euclideano, seu comportamento procura ajustar-se ao encontrado pela rede entre 0.4 e 0.8 fm [18]. Observemos que para tal, ou seja, com a função de ansatz escolhida, o comprimento de correlação deve ser 0.35 fm para ajustar a amplitude e espectro do correlator em relação ao resultado da rede. Este último [16], [18] aponta um comprimento de correlação de 0.22 fm no entanto. Como veremos  $\mathcal{M}$  é muito sensível ao valor de  $a$  e esta diferença é muito importante.

Sendo o cálculo numérico sujeito a erros e limitações relacionadas à definição do problema em uma rede discreta (de espaçamento diferente de zero), as funções de correlação  $D$  e  $D_1$  assim determinadas no espaço Euclideano, aparecem como *pontos teóricos afetados de erro*. Este resultado *representa* a função de correlação ideal que existe na teoria. Di Giacomo *et. al.* [16] parametrizaram os resultados com funções particulares (Eqs. (3.49) e (3.50)) que melhor *descrevem* os resultados numéricos. Sem nos preocuparmos com a forma exata das funções, tomamos a descrição assim parametrizada como representação das funções de correlação, que nos serve para cálculos numéricos e analíticos. Consideramos obviamente que existem as funções exatas  $D$  e  $D_1$  e a propósito de cálculo, tomamos suas representações

<sup>10</sup> como nas Eqs. (3.49) e (3.50).

A fim de calcular amplitudes de espalhamento, Dosch *et al.* fazem exatamente o mesmo raciocínio com relação a seus correlatores ideais  $D$  e  $D_1$ , tomando representações no espaço Euclideano que descrevem bem esses correlatores e são funções simples de trabalhar tanto numericamente como analiticamente.

### 1. Cálculos

Passamos agora, portanto, a descrever exatamente como se obtém a expressão funcional para  $\mathcal{M}$  (Eq. 3.1) na aproximação de que os loops representantes dos partons constituintes estão no cone de luz [6,19]. A fim de trabalhar com uma nomenclatura padronizada, definimos a amplitude entre os loops no cone de luz (que representam quarks estruturais dos hádrons) por  $\gamma(b)$  no espaço transversal ou de parâmetro de impacto, sendo  $\mathcal{M}$  a amplitude genérica de espalhamento entre os quarks, portanto temos:

$$\gamma(b) = \eta \epsilon^2(b) \quad (4.3)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto,  $\eta$  é uma constante dependendo do modelo de função de correlação usado (se ansatz de Kraemer e Dosch ou resultados da rede) e

$$\epsilon(b) = g^2 \int \int d\sigma_{\mu\nu} d\sigma_{\rho\sigma} \text{Tr} \langle F_{\mu\nu}(x; w) F_{\rho\sigma}(y; w) \rangle_G, \quad (4.4)$$

onde  $\langle g^2 F_{\mu\nu}(x; w) F_{\rho\sigma}(y; w) \rangle_G$  é a versão Minkowskiana do correlator gluônico. Depois de uma integração bi-dimensional,  $\epsilon(b)$  pode ser expresso em termos das funções de correlação por:

$$\epsilon(b) = \epsilon_I(b) + \epsilon_{II}(b), \quad (4.5)$$

$$\epsilon_I(b) = \kappa \langle g^2 F F \rangle \int_b^\infty db' (b' - b) \mathcal{F}_2^{-1} [D(-k_\perp^2)](b') \quad (4.6)$$

$$\epsilon_{II}(b) = (1 - \kappa) \langle g^2 F F \rangle \mathcal{F}_2^{-1} \left[ \frac{d}{dk^2} D_1(-k_\perp^2) \right](b), \quad (4.7)$$

---

<sup>10</sup>Representações que não têm o compromisso de serem continuadas analiticamente para o espaço de Minkowski.

onde para  $\mathcal{D} = D$  ou  $D_1$ :

$$\mathcal{D}(k^2) = \mathcal{F}_4[\mathcal{D}(z^2)] \quad (4.8)$$

( $\mathcal{F}_n$  denota uma transformada de Fourier n-dimensional no espaço de Minkowski), e as transformadas resultantes  $\mathcal{F}_2^{-1}[D(-k_\perp^2)]$  e  $\mathcal{F}_2^{-1}[\frac{d}{dk^2} D_1(-k_\perp^2)]$  são as funções de correlação  $D$  e  $D_1$  na versão Euclideana no plano de parâmetro de impacto quando as trajetórias estão no cone de luz.

No espaço de parâmetro de impacto,  $\gamma$  representa a função de perfil da qual a amplitude de espalhamento elementar entre partons é calculada através de uma transformada de Fourier bi-dimensional:

$$f(q^2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty b db J_0(qb) \gamma(b), \quad (4.9)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel e  $q^2$  o quadri-momento transferido quadrado.

Observamos portanto que o conhecimento das funções de correlação no espaço Euclideano é suficiente para a determinação de  $\gamma$  e  $f$ . O passo agora é testar as possibilidades para as funções de correlação estudando os perfis e amplitudes resultantes.

### *Amplitude resultante dos correlatores calculados na rede*

Testamos primeiramente as funções de correlação recentemente encontradas na rede [16] *representantes* das funções de correlação exatas. Nossa preocupação é testar também possíveis consequências dos resultados obtidos na rede. Observe que em Eq.(3.49) e Eq.(3.50) existem termos do tipo divergente na origem. Testamos a contribuição deste termo (em conjunto com os de tipo exponencial para  $\gamma$ ) e também os resultados na ausência destes. O motivo para tal estudo ficará mais claro na conclusão deste capítulo, mas adiantamos que a interpretação Física do termo  $1/|z|^4$  nos resultados da rede não é clara, por isso testamos as consequências de sua consideração (ou não) para a amplitude de espalhamento entre constituintes.

Uma vez que estamos interessados (ao final) nas correlações Euclidianas no plano de parâmetro de impacto, procedemos com o cálculo todo feito no espaço Euclidiano:

$$\mathcal{D}(K) = F_4[\mathcal{D}(z)] = \int d^4z \mathcal{D}(z) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}) \quad (4.10)$$

para  $\mathcal{D} = D, D_1$  e  $F_4$  é a transformada quadri-dimensional definida no espaço Euclidiano. Embora os dados de rede estão limitados no intervalo 0.1–1.0 fm, as parametrizações (3.49) e (3.50) são estendidas para todo o espaço e incluem o termo divergente  $|z|^{-4}$ . Nós descobrimos que quando o limite inferior ( $z_m$ ) da integral de transformação fica menor que  $\approx 10^{-3}$  fm, o cálculo numérico desta (para ambos os correlatores) pode ser colocada na forma:

$$\mathcal{D}(K) = \hat{d}(K) + C(z_m), \quad (4.11)$$

onde  $\hat{d}(K) = d_1(K)$ ,  $d(K)$  são funções suaves e decrescentes de  $K$  e  $C(z_m)$  é uma constante cujo valor aumenta proporcionalmente ao decréscimo do limite inferior da integral de Fourier (Figura 4.4). Os cálculos foram feitos considerando-se valores limites inferiores para as distâncias de até  $10^{-7}$  fm. Observou-se o fato de que a partir do valor limite inferior  $10^{-3}$  fm e menores, a única alteração na Eq. (4.11) ocorre na constante  $C$ . Este é um resultado fundamental na nossa análise, pois mostra que os efeitos divergentes à pequenas distâncias dos correlatores têm um efeito bem reconhecido, caracterizado pela constante  $C$ . Em se tratando de um cálculo numérico é óbvio que não é possível encontrar  $C$  com precisão (mesmo porque seu valor sempre depende de  $z_m$ ), porém o que conta é que seja um valor notoriamente independente dos momentos.

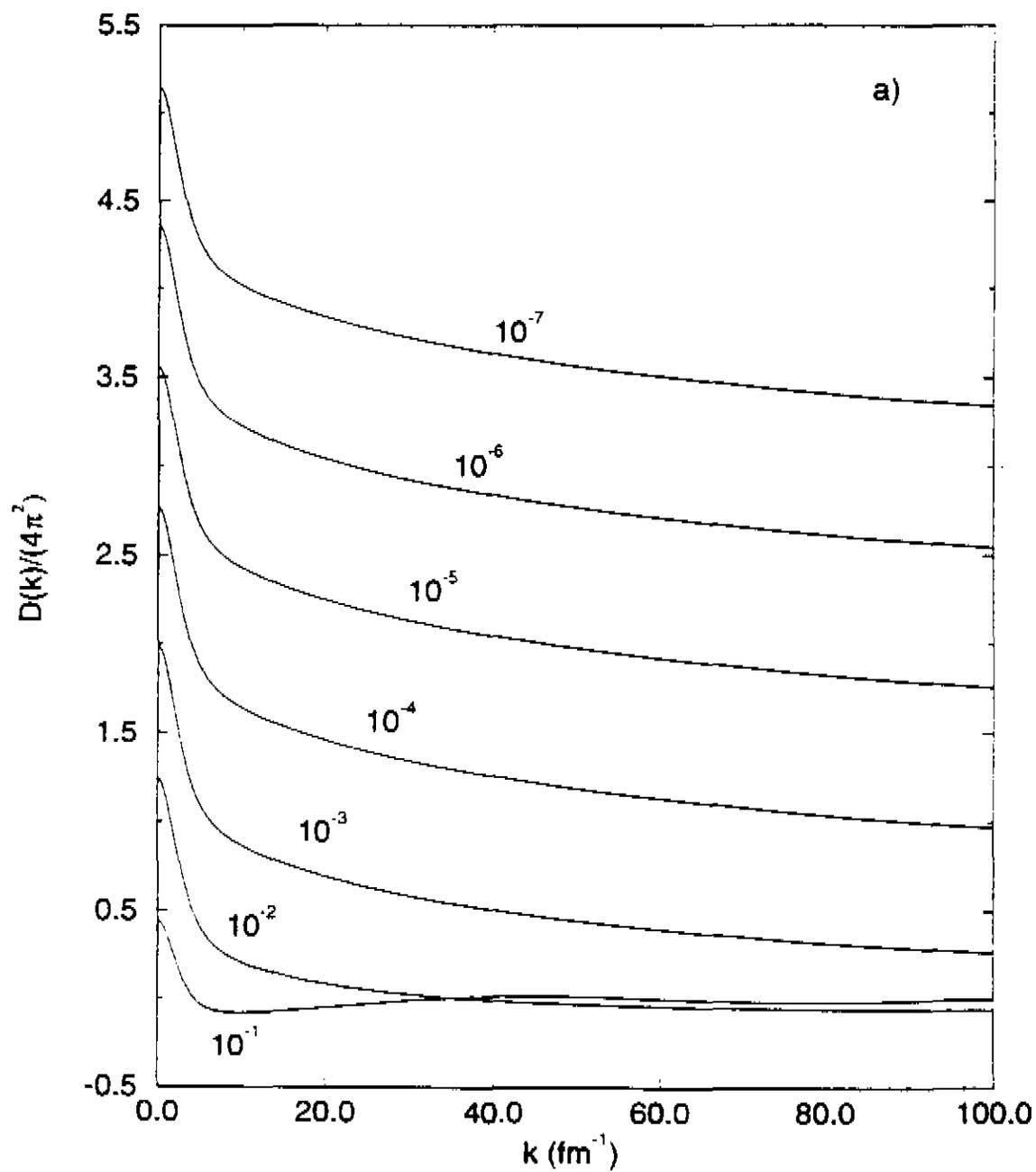


Figura 4.4: (a) Resultados numéricos para  $\mathcal{D}(k) = D$  (Eq.(4.10)). Os valores de  $z_m$  estudados aparecem identificando as respectivas curvas [27].

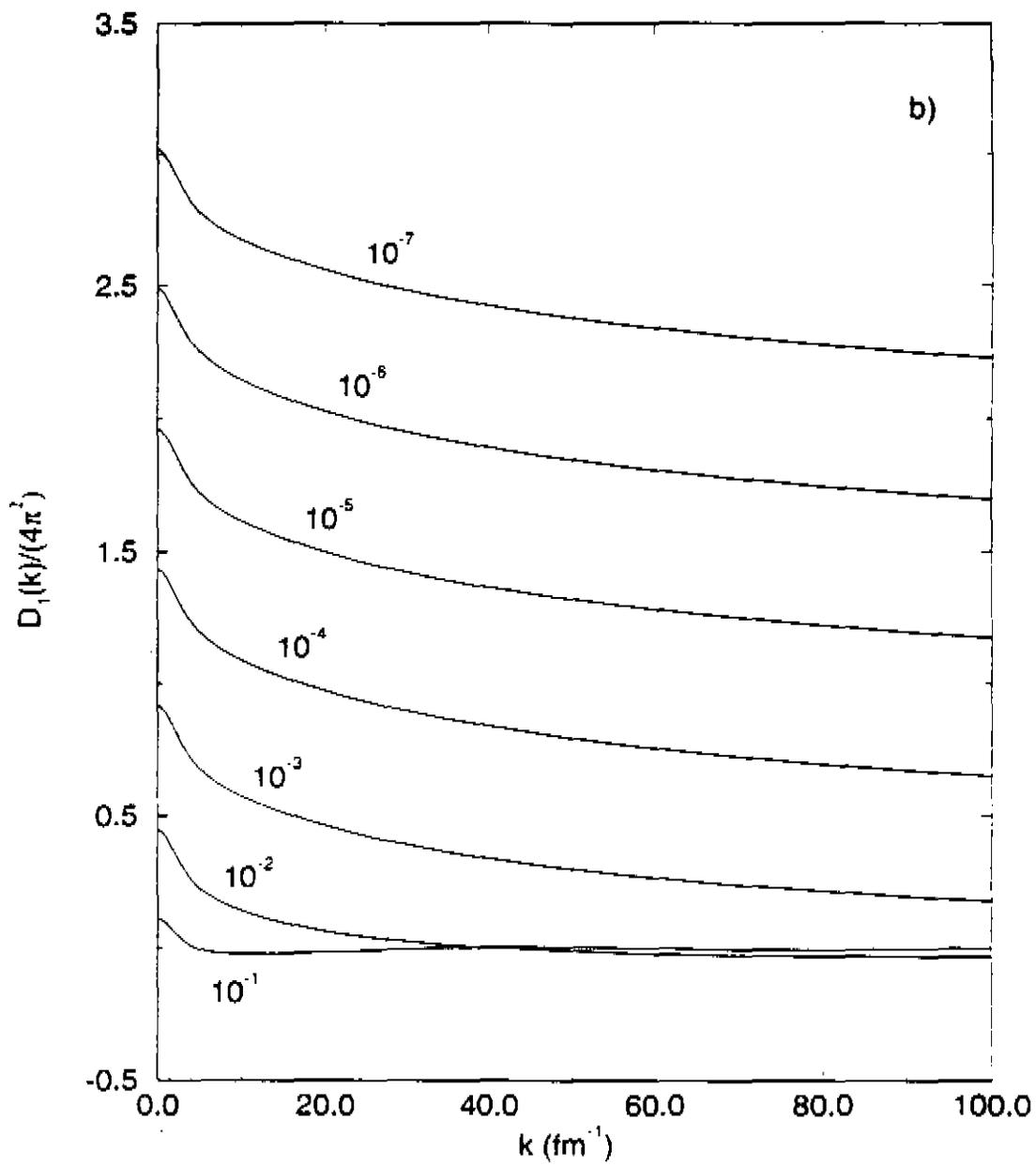


Figura 4.4: (b) Resultados numéricos para  $\mathcal{D}(K) = D_1$  (Eqs.(4.10)e (4.11)). Os valores de  $z_m$  estudados aparecem identificando as respectivas curvas [27].

O segundo passo então é calcular as transformadas bi-dimensionais de  $D(K_{\perp}^2)$  e  $dD_1(K_{\perp}^2)/dK_{\perp}^2$ <sup>11</sup>. Devido à derivada que aparece no último caso, a constante  $C(z_m)$  pode ser desconsiderada, não produzindo efeito. No primeiro caso, desde que a transformada de Fourier de  $C(z_m)$  leva a uma função Delta de Dirac, seu efeito no cálculo de  $\epsilon_I$  na Eq. (4.6) não tem influência. Tomando a integração numérica até  $10^{-3}$  fm nós temos um comportamento estável para  $\hat{d}(k)$  em ambos os casos (veja Figura 4.5). O procedimento adotado em seguida foi de fazer um ajuste dos resultados através da rotina CERN-Minuit [28] por funções do tipo mostradas abaixo (também mostradas na Figura 4.5). Os valores dos parâmetros livres estão mostrados na Tabela I.

$$\begin{aligned}
 d(K) &= \sum_{j=1}^2 a_j \exp(-b_j K) + a_3 \exp(-b_3 K^2), \\
 d_1(K) &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \exp(-b_{1j} K) + a_{13} \exp(-b_{13} K^2)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

---

<sup>11</sup> $K_{\perp}$  é o momento transversal (conjugado a  $b$ ) no espaço Euclideano

TABLES

TABLE I. Valores dos parâmetros para  $d(K)$  e  $d_1(K)$  na Eq. (4.12). Parametros

$b_1, b_2$  e  $b_{11}, b_{12}$  estão em  $fm$  enquanto  $b_3, b_{13}$  em  $fm^2$ .

$j$	$a_j/(4\pi^2)$	$b_j$	$a_{1j}/(4\pi^2)$	$b_{1j}$
1	0.50003	0.094168	0.46314	0.12874
2	0.76546	0.010859	0.28780	$0.48787 \times 10^{-2}$
3	0.73263	0.104490	0.18440	$0.36088 \times 10^{-3}$

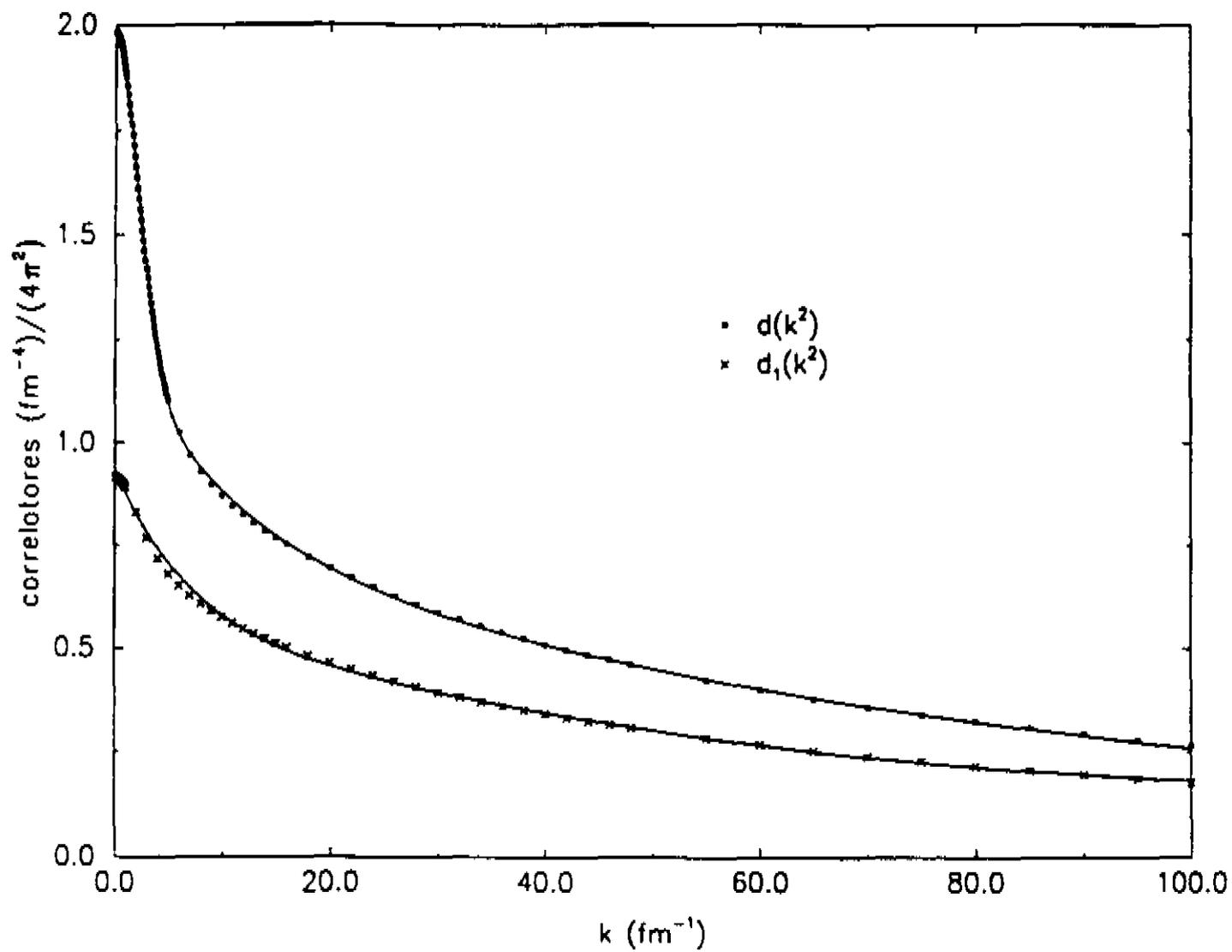


Figura 4.5:  $d(K)$  e  $d_1(K)$  obtidos a partir dos resultados da rede, considerando os termos divergentes. Os pontos representam os resultados numéricos da transformada quadri-dimensional de Fourier, enquanto as linhas cheias os ajustes correspondentes [27].

Obtendo portanto expressões analíticas para as funções de correlação no espaço do momentos, desenvolvemos as transformadas bi-dimensionais:

$$F_2^{-1}[d(K_{\perp})](b) = \sum_{j=1}^2 \alpha_j [\beta_j b + 1]^{-3/2} + \alpha_3 \exp(-\beta_3 b^2), \quad (4.13)$$

$$F_2^{-1}\left[\frac{d}{dk^2} d_1(K_{\perp})\right](b) = -0.5792926 e^{-692.90465b} + \sum_{j=1}^2 \gamma_{1j} [\delta_{1j} + b^2]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.14)$$

Podemos calcular  $\epsilon_I(b)$  dos resultados obtidos:

$$\begin{aligned} \epsilon_I(b) = & 2\pi \{ 5.3099779 [\sqrt{b^2 + 0.0088676} - b] + \\ & 70.490837 [\sqrt{b^2 + 0.0001179} - b] + 0.73263 e^{-2.3925734b^2} - \\ & 2.0085648b \operatorname{Erfc}[1.5467945b] \}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde  $\operatorname{Erfc}$  é a função complementar de Erro (os valores das constantes estão dispostos na Tabela II). A contribuição  $\epsilon_{II}(b)$ , Eq. (4.7), é dada diretamente por (4.14). A Figura 4.6 mostra ambos  $\epsilon_I$  e  $\epsilon_{II}$  como funções do parâmetro de impacto.

Podemos então calcular a expressão que nos levará a  $\gamma$ :  $\epsilon(b) = [\epsilon_I(b) + \epsilon_{II}(b)]$  com:

$$\eta = \frac{4}{9 \cdot 8^2}. \quad (4.16)$$

TABLE II. Valores dos parâmetros para  $F_2^{-1}[d(K_{\perp})](b)$  e  $F_2^{-1}\left[\frac{d}{dk^2} d_1(K_{\perp})\right](b)$ .

j	$\alpha_j$	$\beta_j$	$\alpha_{1j}$	$\beta_{1j}$
1	354.28844	112.77008	-0.1873106	0.0165739
2	40785.884	8480.478	-0.0044106	0.0000238
3	22.026577	2.3925734	—	—

Estudando o efeito do termo divergente nos recentes resultados da rede [16], investigamos  $\gamma(b)$  e  $f(q)$  tirando esses termos de ambos correlatores. i.e., levando em conta apenas o primeiro termo em Eq.(3.49) e em Eq.(3.50). Todos os resultados (com e sem os termos divergentes) estão nas Figuras 4.7 e 4.8 para  $\gamma(b)$  e  $f(q)$ , respectivamente.

#### *Amplitude resultante do ansatz para os correlatores*

Nas investigações sobre o espalhamento elástico hádron-hádron por Dosch, Ferreira e Krämer [29], apenas a função de correlação  $D$  tem sido levada em conta. A comparação do ansatz (3.52) com os primeiros resultados da rede (3.47) levam à forma analítica (3.53). Como citamos acima, uma *representação* foi utilizada por estes autores para a transformada bi-dimensional de  $D(K_{\perp})$  [29].

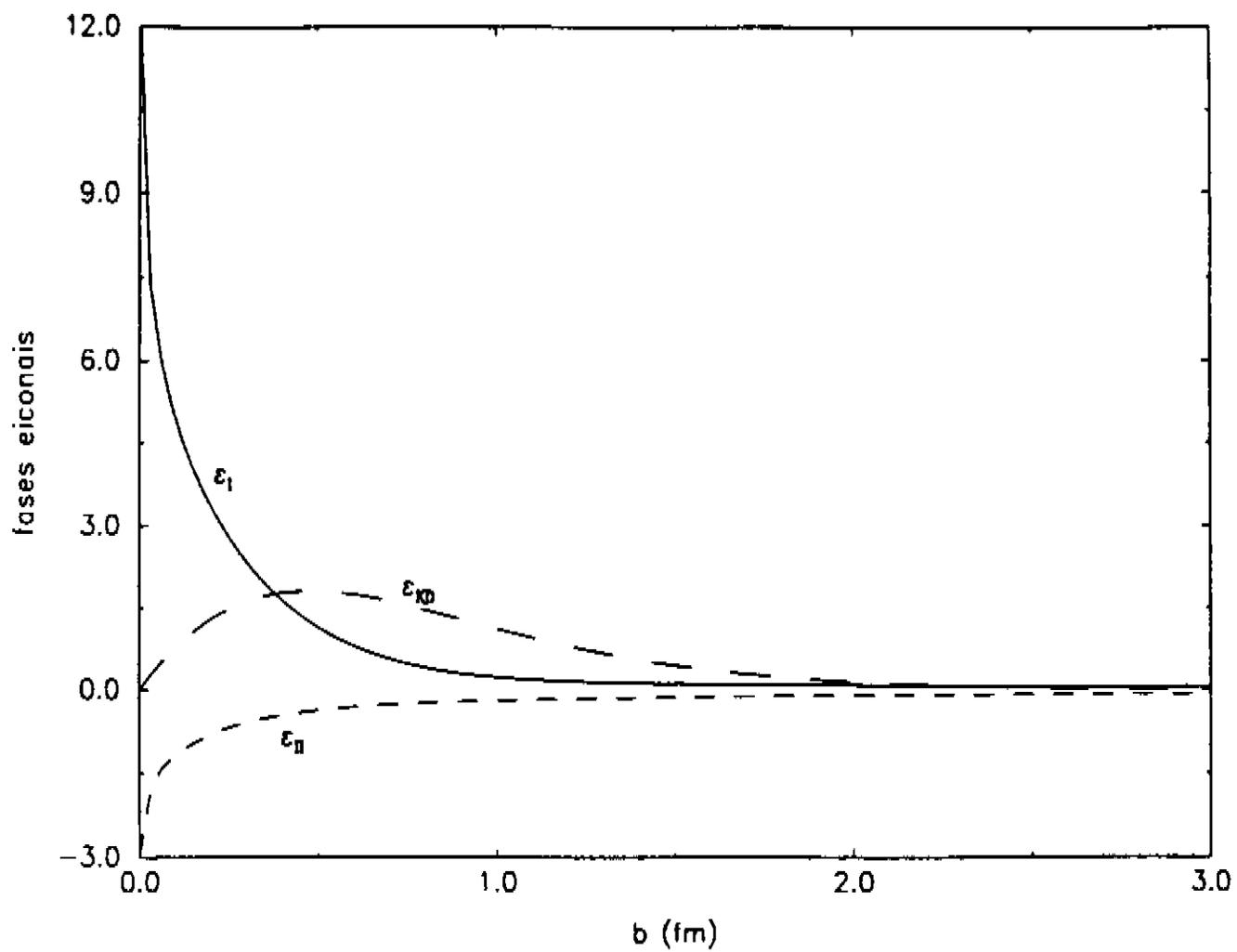


Figura 4.6:  $\epsilon_I$  e  $\epsilon_{II}$  obtidos a partir de  $D(K)$  e  $D_1(K)$  dos resultados completos (considerando os termos divergentes nos correlatores) da rede.  $\epsilon_{KD}$  obtido da consideração do ansatz de Kraemer e Dosch [27].

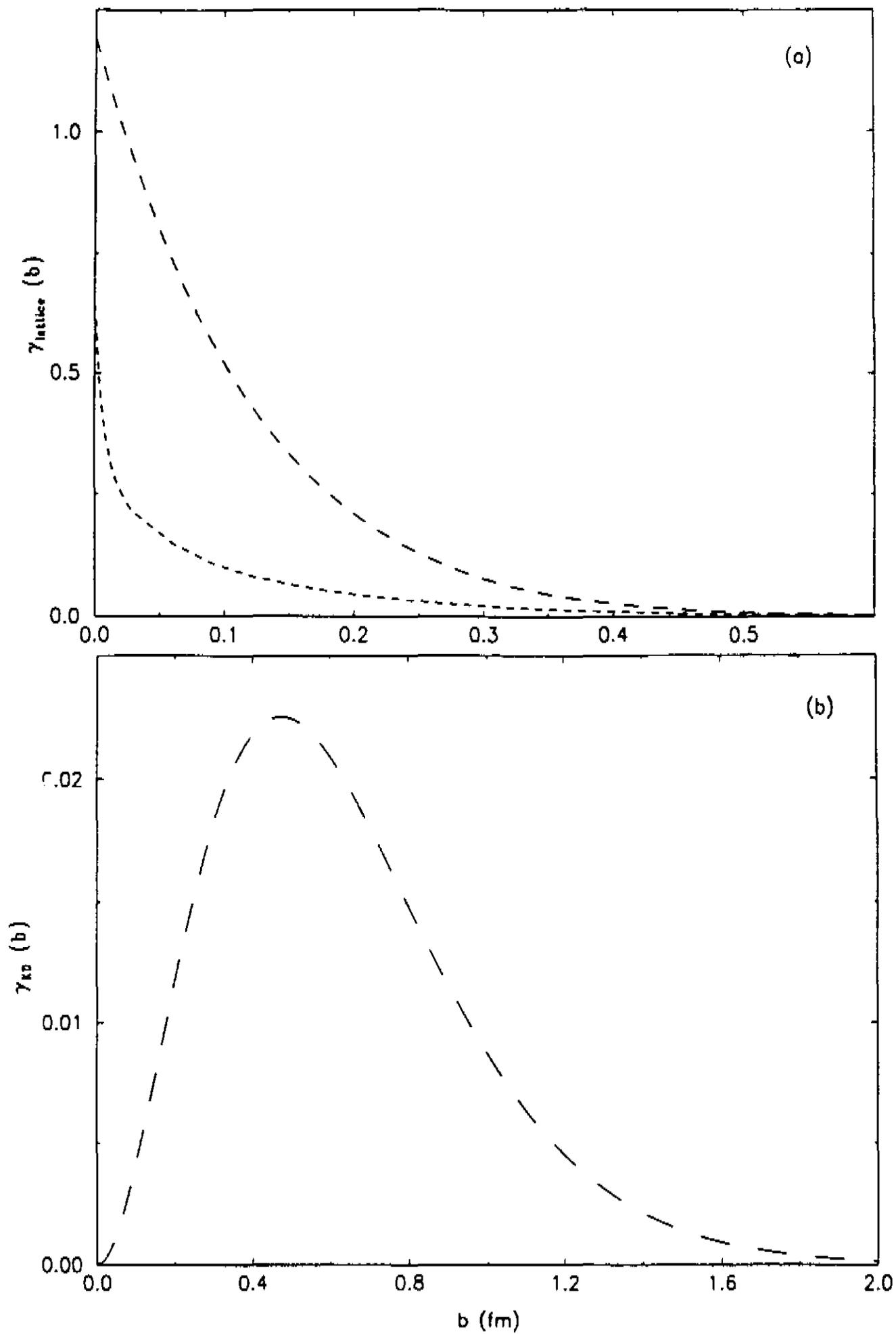


Figura 4.7: Perfis  $\gamma$  obtidos dos resultados da rede (com e sem divergência): figura-a , e a partir do ansatz de Kraemer e Dosch: figura-b [27].

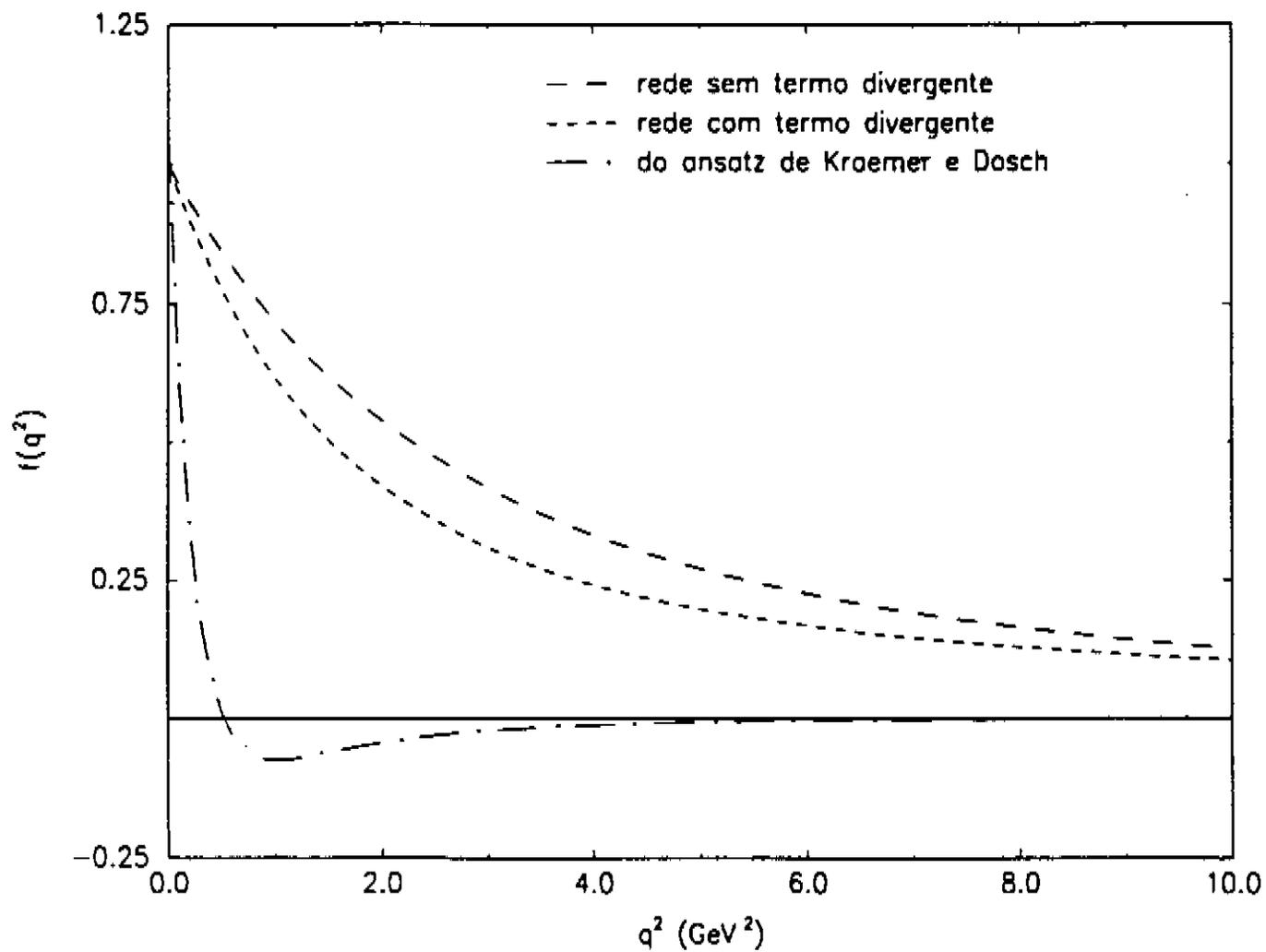


Figura 4.8: Amplitudes  $f$  obtidas dos resultados da rede (com e sem divergência) e a partir do ansatz de Kraemer e Dosch [27].

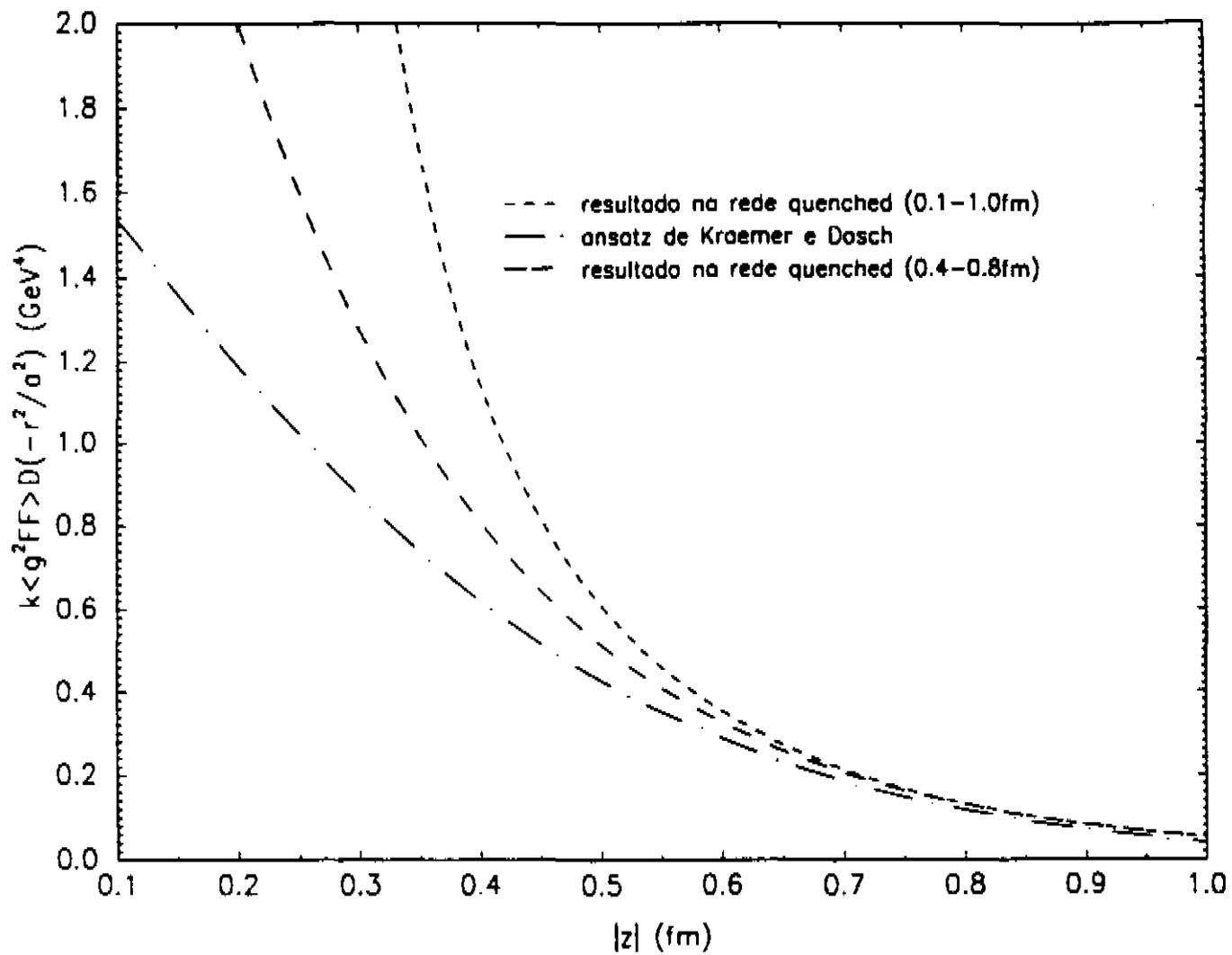


Figura 4.9: Função de correlação  $D$  definida pelos resultados anteriores na rede, os respectivos novos resultados e o ansatz de Kraemer e Dosch [27].

$$F_2^{-1}[D_{KD}(K_{\perp}^2)](x) = \exp(-x) \sum_{n=0}^4 c_n x^n \quad (4.17)$$

onde  $x = \frac{3\pi}{8a}b$ ,  $a = 0.35$  fm. Deste modo temos:

$$\epsilon_I(b) \rightarrow \epsilon_{KD}(x) = \kappa \langle g^2 FF \rangle \left(\frac{8a}{3\pi}\right)^2 \int_{\frac{3\pi}{8a}b}^{\infty} dx' (x' - x) F_2^{-1}[D_{KD}(K_{\perp}^2)](x') \quad (4.18)$$

o que leva a:

$$\epsilon_{KD} = \mathcal{K} \exp(-x) \sum_{n=0}^4 b_n x^n \quad (4.19)$$

onde  $\mathcal{K} = \kappa \langle g^2 FF \rangle a^4 2^{14} / (3^4 \pi^3)$ . Este resultado está mostrado na Figura 4.6 junto com aqueles obtidos através dos resultados da rede.

O perfil é calculado através da Eq. (4.3) onde:

$$\eta = \frac{1}{9(8 \cdot 12)^2}. \quad (4.20)$$

Por integração numérica usando a biblioteca *NAG*, obtemos a amplitude de espalhamento e os resultados estão nas Figuras 4.7 e 4.8.

## 2. Conclusões teóricas

Os principais resultados de nossos cálculos estão nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 (correspondendo às eiconais, perfis e amplitudes, respectivamente) e levam às seguintes conclusões:

- Da Figura 4.6 a eiconal  $\epsilon = \epsilon_I + \epsilon_{II}$  resultante das recentes parametrizações da rede (que representam os efeitos dos correlatores ideais), no caso que incluem os termos divergentes, tem um máximo em  $b = 0$  e decresce suavemente com o aumento de  $b$ . Diferentemente a eiconal do ansatz de Krämer-Dosch (Figura 4.6) apresenta um máximo a  $b \approx 0.5$  fm e vai a zero para  $b \rightarrow 0$  e  $b \rightarrow \infty$ . Estes comportamentos distintos vêm de diferenças entre os correlatores, mostradas na Figura 4.9.
- Devido à estrutura da Eq. (4.3), os perfis correspondentes apresentam comportamentos similares, como mostrado na Figura 4.7. Investigando o efeito do termo divergente

observamos que, com ou sem o termo divergente  $1/|z|^4$  nos correladores  $D$  e  $D_1$ , os perfis apresentam um máximo em  $b = 0$  e uma queda suave em função do aumento do valor de  $b$ . Com ou sem a divergência, os perfis alcançam  $\sim 10\%$  de seu máximo a  $b = 0.1$  e  $0.2 \text{ fm}$ , respectivamente. Nós concluímos que o termo  $1/|z|^4$  não altera significativamente os resultados, levando a um perfil menor e mais concentrado para  $b \rightarrow 0$ .

- Como consequência dos perfis, as correspondentes amplitudes (normalizadas) de espalhamento apresentam uma grande semelhança, como podemos ver na Figura 4.8. Ambas amplitudes provenientes do uso das parametrizações da rede (com e sem o termo divergente), apresentam similar decréscimo com o aumento do momento transferido, indo a zero por valores positivos. O efeito do termo divergente é de uma queda mais rápida da amplitude em função do momento transferido. A amplitude resultante do ansatz de Krämer-Dosh decresce ainda mais rápido, apresentando uma mudança de sinal (zero) a  $q^2 \sim 0.5 \text{ GeV}^2$  e vai assintoticamente a zero por valores negativos.
- O modelo proposto por Nachtmann [6] define o espalhamento entre quarks cujo momento transferido é extremamente pequeno, desprezível. Os resultados obtidos para pequenas distâncias (ou momento transferido diferente de zero e maior) são extrapolações que devem ser encaradas como uma extensão do comportamento a pequeno momento transferido.
- Com relação ao item anterior, mas com novo enfoque, podemos dizer que qualquer mudança de escala esperada na amplitude certamente não virá da construção dinâmica do modelo, uma vez que este não está definido para momentos transversais (dos quarks) diferentes de zero. Uma estrutura que se revele a grande ou médio momento transferido dependerá do comportamento especial do correlator gluônico. Neste sentido, uma vez que o modelo está restrito no referente à dinâmica, poderia ser interessante levar uma informação sobre o comportamento a  $q \rightarrow \infty$  ao correlator, alterando sua

interpretação simples de que seja apenas resultante do vácuo estático da QCD, mas mantendo a hipótese de que os processos são gaussianos. Atualmente não sabemos o comportamento exato do correlator a pequenas distâncias com a requerida precisão, mas devido ao fato de que o modelo teórico é uma extrapolação nesta região, seria razoável modificar a estrutura simples a pequenas distâncias para compensar isto. Como veremos, o estudo fenomenológico tem o mesmo número de hipóteses (e da mesma força) que o modelo teórico, e poderá nos ajudar a descobrir as características do correlator à pequenas distâncias necessárias para descrever bem o espalhamento hadrônico através de seus constituintes.

## V. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS E CONCLUSÕES

A comparação dos resultados dos modelos teóricos e fenomenológicos têm limitações como também aspectos interessantes. A informação experimental do espalhamento hadrônico está principalmente acumulada na região de pequeno momento transferido nas interações, e por outro lado, a informação possível do modelo de Nachtmann baseado no MVE e nos resultados da rede é bem fundamentada na mesma região espectral: pequenos momentos transferidos. A amplitude elementar derivada do estudo fenomenológico traz consigo informação sobre a *dinâmica do potencial de espalhamento*, informação intangível no momento para os esforços teóricos. A comparação das amplitudes de espalhamento elementares possibilita ter indicações da dinâmica que deve ser levada em conta nos cálculos numéricos na rede para o caso específico do espalhamento entre partons. Oferece também indicações sobre a interpretação dos métodos de renormalização numéricos para o produto de operadores que é o correlator gluônico, que não estão claros atualmente.

Neste capítulo faremos a comparação dos resultados teóricos e fenomenológicos, ressaltando as limitações de cada modelo, o espectro onde podemos comparar e tirar informações importantes para ambos e construiremos a idéia de uma amplitude elementar resultado de todas as informações colhidas. As conclusões do trabalho são também apresentadas.

### A. As amplitudes elementares em confronto

A fim de comparar as amplitudes resultantes dos cálculos fenomenológicos e teóricos é necessário conhecer primeiro a região do espectro de momentos em que os resultados melhor descrevem o espalhamento dos constituintes hadrônicos. No caso das amplitudes derivadas através da TDM de Glauber, a situação Física pode ser descrita por *densidades de matéria* em um contexto não - local no regime de altas energias e pequeno momento transferido. No caso das amplitudes derivadas do modelo teórico de Nachtmann mais a do Vácuo Estocástico de Simonov e Dosch (partindo dos resultados da rede ou de um *ansatz*),

a amplitude de espalhamento está definida para constituintes hadrônicos que não sofram mudanças qualitativas durante o tempo de observação (não decaiam) e que não desviem da trajetória no cone de luz. Essas condições que asseguram a aplicabilidade do modelo teórico são possíveis somente à altas energias e pequeno momento transferido.

O espectro em que tanto os resultados fenomenológicos quanto teóricos melhor se aplicam para descrever o espalhamento de hádrons através de seus constituintes é o mesmo: *altas energias e pequeno momento transferido*. Tanto em um caso como no outro, a descrição da amplitude de espalhamento para momentos maiores é uma extrapolação da Física que ocorre a pequenos momentos. Os dados experimentais de espalhamento disponíveis têm uma contribuição estatisticamente significativa limitada no espectro de momentos ( $q^2 < 6.0 \text{ GeV}^2$ ), enquanto que do lado teórico os dados sobre o correlator gluônico podem ser alcançados até distâncias de no mínimo 0.1 fm. Esse valor em termos de unidades de momento é aproximadamente  $4 \text{ GeV}^2$ . Atualmente portanto, tanto os esforços experimentais como numéricos têm um limite espectral muito semelhantes.

Em segundo lugar (não menos importante) é necessário entender que ambos os métodos (fenomenológico e teórico) dependem de uma hipótese adicional para relacionar a amplitude elementar com a total hadrônica, ou seja, dependem da escolha de fatores de forma para os hádrons envolvidos no espalhamento. Não há informação disponível sobre estas quantidades e ambas abordagens estão limitadas por este motivo, *igualmente*.

O formalismo das abordagens fenomenológica e teórica está fundamentado na *aproximação eiconal*. A fase da qual resulta a amplitude de espalhamento hadrônico é determinada pela distribuição de matéria localmente (dado pelos fatores de forma) mais o fator de correlação não - local entre partons em espalhamento. Podemos salientar portanto, em terceiro lugar, que as abordagens são muito semelhantes e compatíveis.

A não - localidade no modelo fenomenológico (dado por  $f$ ) advém de tentativas de descrever os dados de espalhamento difrativo, a partir de hipóteses sobre os fatores de forma (usa-se o fator de forma eletromagnético em geral). Existem, como vimos, possibilidades (modelos) para  $f$  dentro da estatística dos dados. O mesmo acontece no caso teórico, onde

os resultados numéricos da rede podem ser descritos de algumas formas diferentes. Na abordagem teórica  $f$  reflete a não-localidade do campo de glúons do vácuo da QCD. Ao compararmos então as amplitudes resultantes das duas abordagens, relacionamos o comportamento observado dinâmico experimental dos hádrons com o comportamento puro do vácuo da Cromodinâmica Quântica. Este quarto aspecto é um dos mais interessantes do estudo comparativo que fizemos e obtivemos uma relação direta da *inclinação* da curva de  $f$  fenomenológico (que depende diretamente do fitting de dados experimentais) com o comprimento de correlação do vácuo da QCD (resultante de QCD pura). Nossos resultados apontam que as amplitudes fenomenológicas e teóricas <sup>12</sup> concordam muito bem na região do espectro em que a Física considerada é bem descrita ( $\sqrt{s} \rightarrow \infty, q \rightarrow 0$ ).

Podemos destacar os seguintes pontos da observação individual e comparação dos resultados:

- Para as amplitudes obtidas das parametrizações da rede o decrescimento é monotônico a zero através de valores positivos. O comportamento a  $q \rightarrow \infty$  reflete apenas aquele onde  $b \rightarrow 0$ . Este comportamento pode entretanto ser quebrado em um modelo específico de correlator onde seu comportamento a pequenas distâncias determine um zero, por exemplo, para um certo valor grande de  $q$ .
- A comparação entre os resultados para a amplitude inspirados na rede e a parametrização de Glauber e Velasco pode ser vista na Figura 4.10. É certo que no caso,  $f_{GV}$  depende da energia, porém observamos que à medida que a energia aumenta,  $f_{GV}$  se aproxima do comportamento obtido pelo método teórico (que por construção se aplica a  $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ ). A concordância se pronuncia para o regime de  $q \rightarrow 0$  (que é o esperado). Observamos, entretanto, que a fase não nula em  $\sqrt{s} = 23 \text{ GeV}$  vai tomada como zero em  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ .
- A amplitude resultante do ansatz de Dosch e Kraemer concorda qualitativamente com

---

<sup>12</sup>Usando os resultados da rede sobre o correlator no caso “quenched”.

aquela fenomenológica de  $f_{mBSW}$ , como vemos pela Figura 4.11. A diferença aparece no comprimento de correlação, que no ansatz de Dosch vale 0.35 fm. Desde que  $f_{mBSW}$  tem um comportamento semelhante ao resultante do ansatz quando o comprimento de correlação usado neste último é  $\approx 0.1$  fm, podemos observar a grande sensibilidade do modelo de Nachtmann em relação a variações neste parâmetro. Tanto a amplitude teórica como fenomenológica (nos casos  $f_{BSW}$  e  $f_{mBSW}$ ) não dependem da energia diretamente. Ao considerar-se a dependência com a energia, tanto Dosch - Ferreira - Kraemer [29] quanto Menon - Pimentel [10], colocam-na nos fatores de forma (ou funções de onda transversas dos hádrons), sendo portanto considerada como um efeito associado ao *raio* hadrônico.

- Considerando ou não os termos divergentes em  $D$  e  $D_1$  o resultado para a dinâmica (comportamento de  $f$ ) praticamente não se altera. Observando o perfil, notamos que apenas o valor da seção de choque total sofre uma alteração, sendo maior quando as divergências não são consideradas. Uma vez que o correlator gluônico é um produto de operadores, é preciso que a normalização deste produto esteja bem definida, pois os termos divergentes encontrados do tipo  $\frac{1}{x^4}$  na rede, podem estar associados a uma divergência natural da teoria de campos. É importante portanto ressaltar que o MVE na abordagem de Nachtmann é praticamente *insensível* a este problema da normalização. Isso garante que os cálculos que seguem por este modelo teórico não estão sujeitos a termos artificiais da teoria de campos. Esta característica, entretanto, parece ser válida no caso de se considerar as partículas constituintes no cone de luz. Quando o modelo for aperfeiçoado para levar em conta a dependência com a energia a nível partônico o problema da renormalização dos campos deve ser decisivo.
- O comportamento a grande momento transferido depende fortemente daquele a pequenas distâncias do correlator. Uma vez que os dados da rede estão limitados a 0.1 fm, uma extrapolação para estas distâncias como fizemos ao considerar os ajustes de resultados da rede, determina o aparecimento de zeros ou não para grandes mo-

mentos transferidos. Desconsiderando os termos divergentes no correlator,  $D(z \rightarrow 0)$  se comporta diferentemente ao considerarmos o ansatz de Dosch - Kraemer ou os resultados inspirados na rede. O valor a  $z = 0$  para  $D$  é  $\approx 4.7 \text{ GeV}^4$  no caso dos recentes resultados numéricos [16], e  $\approx 5.0 \text{ GeV}^4$  no caso dos resultados anteriores [18], mostrando o acordo entre estes resultados para  $z \rightarrow \infty$ , pois o comprimento de correlação encontrado sempre foi de 0.22 fm. Ao considerar o ansatz de Dosch - Kraemer  $D(z = 0) \approx 1.8 \text{ GeV}^4$ , ou seja, aproximadamente três vezes menor que aquele resultante das parametrizações da rede. Como já salientamos, também o comprimento de correlação do ansatz de Dosch - Kraemer é muito <sup>13</sup> diferente daquele encontrado nos cálculos numéricos da rede. O comportamento a  $z \rightarrow 0$  determina, como observamos, que existam zeros em  $f$  para  $q \rightarrow \infty$ .

---

<sup>13</sup>“Muito”, pois os resultados são extremamente sensíveis em relação ao comprimento de correlação.

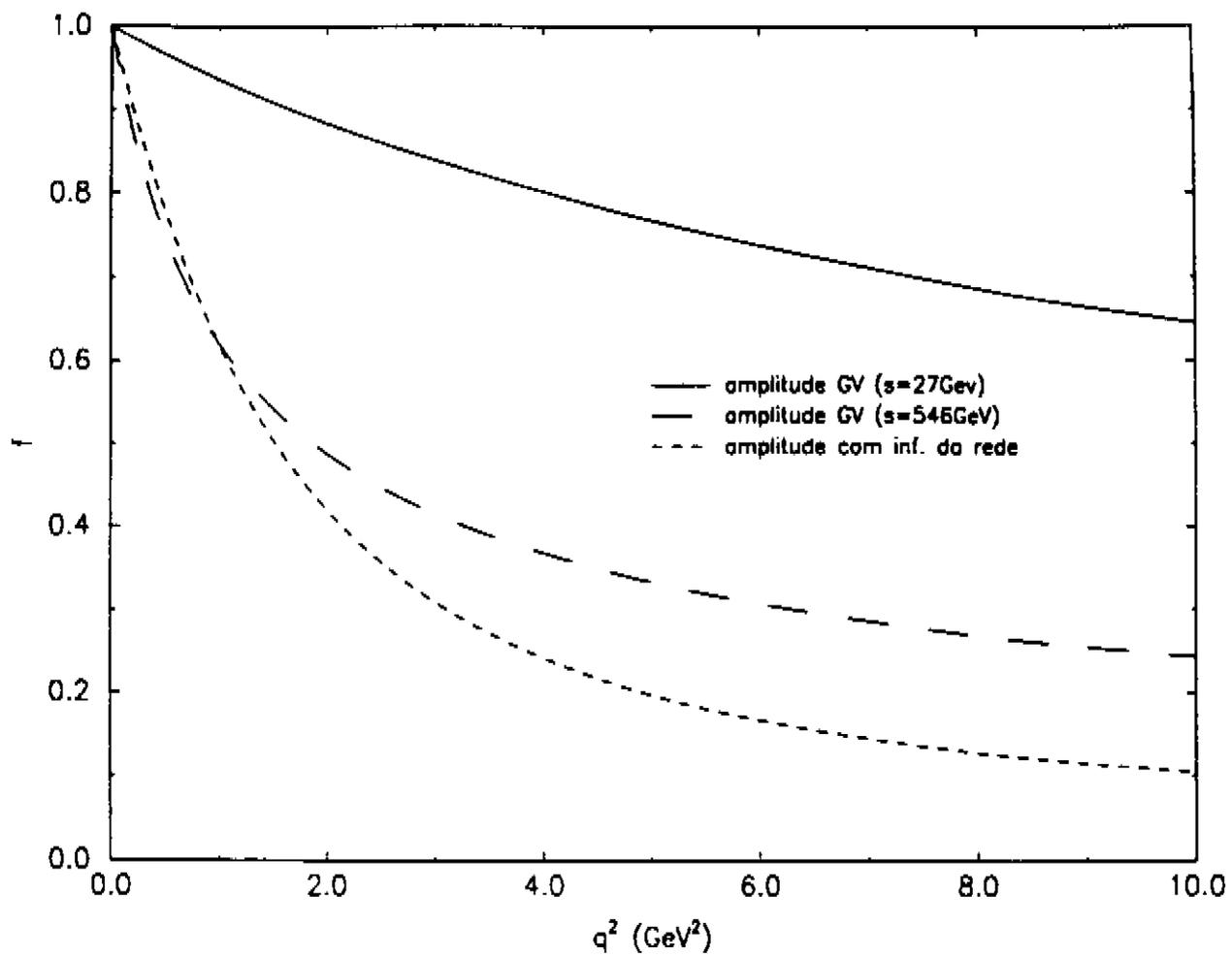


Figura 4.10: Amplitudes elementares resultantes dos correlatores encontrados na rede e a fenomenológica,  $f_{GV}$ , para duas energias.

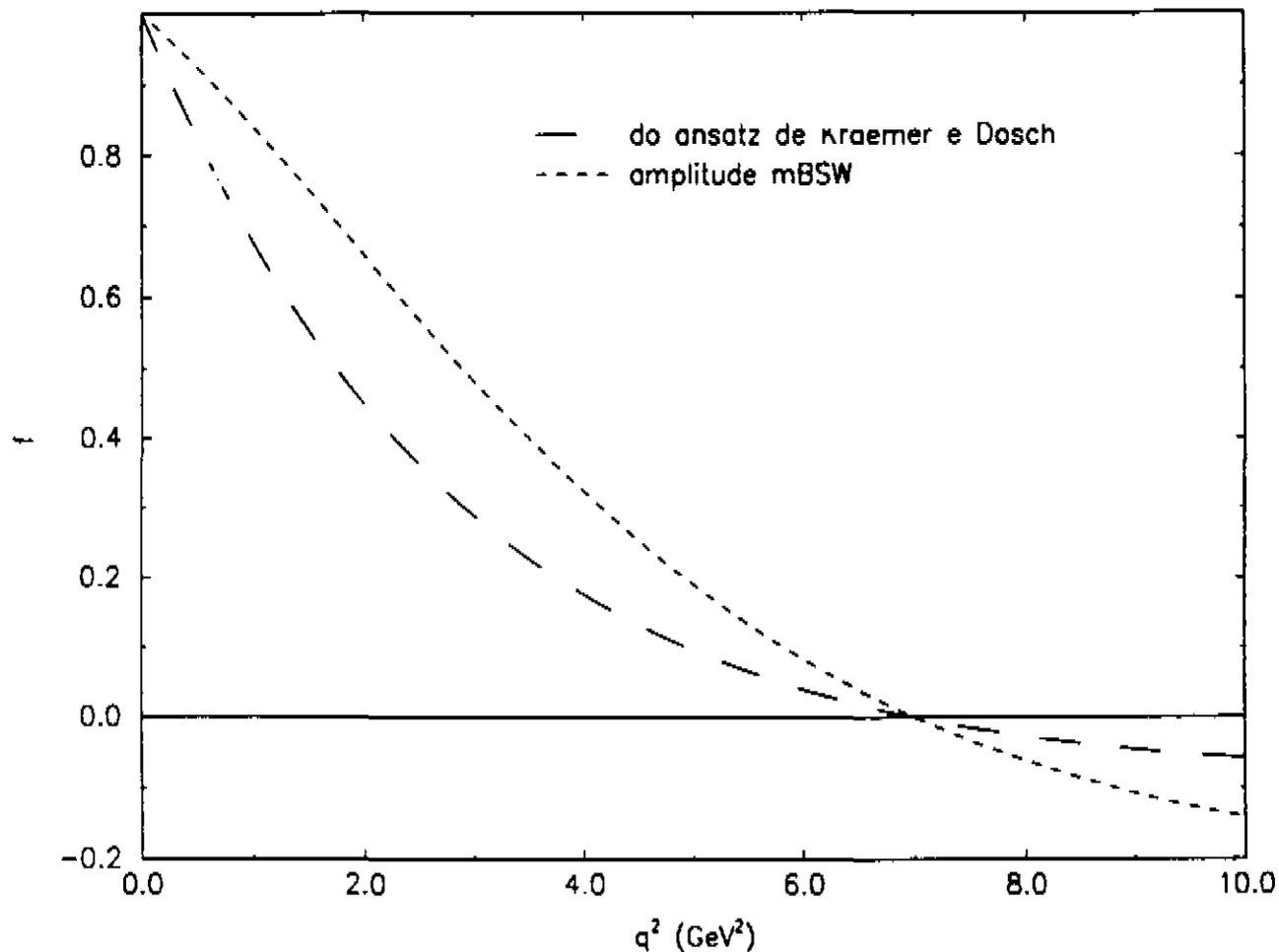


Figura 4.11: Amplitudes elementares resultantes do correlator (ansatz) de Kraemer e Dosch com o comprimento de correlação  $0.0957\text{fm}$  e a fenomenológica,  $f_{mBSW}$  usada na descrição de dados na região do ISR com  $\alpha^2 = 7.0\text{GeV}^2$ .

## B. Conclusões finais e perspectivas

Estudamos no capítulo II a abordagem fenomenológica ao problema de espalhamento hadrônico descrito por constituintes. No capítulo III introduzimos a abordagem teórica e no capítulo IV discutimos a extração de resultados das duas abordagens para o cálculo da amplitude de espalhamento.

Tanto na abordagem fenomenológica quanto teórica, não há conhecimento sobre os fatores de forma hadrônicos. A amplitude elementar resulta sempre (nas duas abordagens) de hipóteses sobre as condições Físicas do problema, como já temos discutido. Na abordagem teórica a Física do espalhamento se baseia totalmente no conhecimento da correlação dos campos gluônicos de vácuo da QCD. No caso da abordagem fenomenológica busca-se uma descrição dos dados de espalhamento, que é um processo dinâmico. Portanto ao usar o modelo de Nachtmann com o MVE de Dosch e Simonov, estamos supondo que na situação predominantemente não-perturbativa apenas as características do vácuo estático não-perturbativo é que são relevantes para o problema. Observamos no entanto que, realmente, a pequeno momento transferido as amplitudes elementares fenomenológicas e teóricas concordam muito bem, havendo então uma discrepância para momentos maiores. Nós atribuímos este comportamento ao fato de que na região de grandes momentos transferidos, o resultado é uma extrapolação do comportamento a pequeno  $q^2 \rightarrow 0$  e que a hipótese do vácuo estático não-perturbativo representar bem o vácuo dinâmico real deve falhar para  $q^2 \rightarrow \infty$ .

Tendo isto em consideração, nós podemos usar a informação fenomenológica sobre a amplitude elementar para encontrar correlatores que contenham informação sobre a dinâmica do espalhamento. Na prática, a partir das informações fenomenológicas sobre as amplitudes elementares, podemos buscar modificações nos cálculos na rede a fim de verificar qual o mecanismo resulta na variação dinâmica observada na fenomenologia.

O estudo revela ainda que existe uma grande sensibilidade em relação ao valor do comprimento de correlação "a". A concordância das inclinações das curvas das amplitudes elementares fenomenológicas e teóricas a pequeno momento transferido revela que o compri-

mento de correlação 0.22 fm encontrado na rede na situação “quenched” é de fato compatível com a descrição dos dados de espalhamento através dos modelos de Nachtmann, Simonov e Dosch. Recentes estudos numéricos sobre o correlator na presença de férmions dinâmicos [30] mostram que “ $a$ ” deve crescer com a massa dos férmions de vácuo, estando entre os valores 0.22 e 0.4 fm.

Ao compararmos os resultados teóricos com os fenomenológicos, descobrimos que o valor de “ $a$ ” que resulta em uma boa concordância deve estar muito próximo de 0.1-0.2 fm, revelando que o modelo de Nachtmann com MVE de Simonov e Dosch reproduzem os resultados fenomenológicos satisfatoriamente se os férmions de vácuo têm massas desprezíveis. *Provavelmente o vácuo estático que mais se aproxima do real dinâmico do espalhamento é aquele em que os férmions dinâmicos têm efeito secundário.*

Já efetuamos reanálise de nossos resultados levando em conta as pesquisas recentes que incluem os férmions dinâmicos [30] e no momento aguardamos novos resultados com otimização estatística [27]. Uma outra abordagem que estamos estudando é a de considerar os resultados de cálculos sobre as correlações de vácuo baseados em instantons. Nesta perspectiva espera-se ter mais informações sobre o comportamento a pequenas distâncias por um método independente dos cálculos na rede.

## VI. APÊNDICE A: O TEOREMA DE STOKES NÃO - ABELIANO

Neste adendo apresenta-se uma pequena revisão sobre o teorema de Stokes não - Abelianos [15]. Considere uma superfície  $S$  no espaço - tempo Euclidiano com contorno  $C = \partial S$  e um conector de pontos  $X$  e  $X'$  pela curva  $C$ :

$$V(X, X'; C) = \mathcal{P}e^{-ig \int_C dz_\alpha G_\alpha^c(z) T_\alpha},$$

e queremos transformar o problema de integral em circuito fechado para uma integral de superfície (quando  $X = X'$ ).

O primeiro passo é considerar os infinitésimos com o objetivo de avaliar o comportamento da integral em relação à área de integração. Considerando portanto uma área infinitesimal em torno de um ponto sobre a superfície  $S$  (plano  $x, y$  local), verificamos como a integral de linha em torno desse pequeno contorno pode ser escrita em termos da área correspondente. Definimos então:

$$U(\delta x, \delta y) = V(1, 2; y : \text{constante})V(2, 3; x : \text{const.}) \times \\ V(3, 4; y : \text{const.})V(4, 1; x : \text{const.})$$



**Figura A.1: Orientação espacial  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  e contorno 1-2-3-4 representando a área  $\delta x \delta y$  infinitesimal.**

e fazemos uma expansão em Taylor de  $U$  em  $\delta x$  e  $\delta y$ . A ordem mais baixa diferente de zero para essa expansão é proporcional a  $\delta x \delta y$ :

$$U = 1 - ig \frac{1}{2} \delta \sigma_{xy} F_{xy}^c T^c + \mathcal{O}(\delta^2 x \delta y + (\delta^2 y \delta x + \dots)),$$

onde  $\delta \sigma_{xy}$  é a área elementar fechada pelo contorno de  $U$  e  $F$  o tensor de campo correspondente ao potencial  $G$ .

O teorema de Stokes não - Abelianos é praticamente extraído diretamente desta última igualdade, bastando que definamos por toda a superfície  $S$  essas áreas elementares, e ao final somá-las. Ao fazer isso é necessário tomar um cuidado especial: como um ordenamento de caminho deve ser seguido ao longo de  $C$ , os contornos infinitesimais devem ter uma ordem para respeitar o ordenamento externo (nas bordas).

Para proceder desta maneira, escolhe-se um ponto arbitrário  $P$  de referência na superfície e defini-se um elemento de área em torno de um ponto arbitrário  $Q$  de  $S$ , como o da figura A.2:

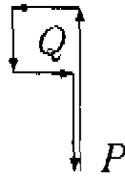


Figura A.2: Plaqueta com haste: loop de Wilson com referência ao ponto  $P$ .

Se chamamos de “plaqueta com haste” o elemento de área assim construído, tendo  $P$  como ponto de referência, escrevemos:

$$V(P, Q; C)V(\text{contornando } Q)V(Q, P; \bar{C}) = \\ V(P, Q; C)[\mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta\sigma_{xy}F_{xy}^c]V(Q, P; \bar{C})$$

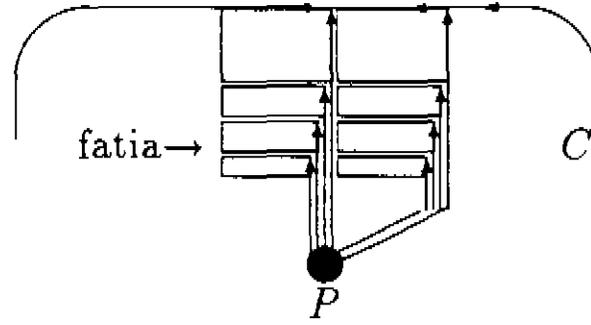
onde  $\bar{C}$  é o caminho  $C$  feito no sentido contrário. Escrito deste modo a plaqueta pode ser representada pelo elemento de área da superfície  $S$  em torno de  $Q$ :

$$V(P, Q; C)V(\text{contornando } Q)V(Q, P; \bar{C}) = \\ \mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta\sigma_{xy}F_{xy}^c(P, Q; C)T^c$$

ou seja, os conectores assim dispostos em relação ao campo  $G$  (ou no caso,  $F$ ) definem  $F$  do ponto de observação no meio da plaqueta (ponto  $Q$ ) em relação ao ponto  $P$ .

O ponto  $P$  serve para que esses caminhos elementares da figura tenham todos um único ponto de referência, podendo ser dispostos de modo a cobrir toda a superfície  $S$  ordenada-

mente: cobrem-se todos os elementos em uma direção radial particular, em seguida a direção vizinha, e assim por diante até voltar ao ponto de partida (Figura A.3).



**Figura A.3:** Representação dos elementos de área que perfazem a superfície de contorno  $C$ , com o uso de plaquetas com haste centradas em  $P$ .

Dispondo as plaquetas sobre a superfície  $S$  como na figura A.3, perfaz-se o contorno  $C$  através do ordenamento de estruturas elementares como definimos, ou seja, escrevemos a integral sobre o contorno composto de todas as estruturas elementares ordenadas de modo a resultar em  $C$ . O contorno da integral segue ao longo uma fatia (como representado na figura), pela plaqueta mais externa, depois pela mais interna da mesma fatia, etc, até próximo do ponto  $P$ . Percorrida uma fatia continua-se a fazer o mesmo através da fatia adjacente, até completar a volta, percorrendo todo o contorno. Somando suas contribuições (para um ponto de referência arbitrário  $P$  e partindo de um ponto também arbitrário  $X$  no contorno  $\partial S$  de  $S$ ), ou seja, saindo de  $X$ , indo a  $P$ , percorrendo ordenadamente todas as plaquetas e voltando ao ponto  $X$ , temos:

$$V(X, X; \partial S) = V(X, P; \bar{C}) \mathcal{P} \epsilon^{-i \frac{g}{2} \int_S d\sigma_{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}^c(P, Z; C_Z) T^c} V(P, X; C),$$

o que mostra a transformação da integral no contorno para a integração na área. Este é o teorema de Stokes não - Abelian.

O uso de loops de quarks para o cálculo da energia de confinamento tem sido usado extensivamente, no entanto é um artifício. Um par quark - anti-quark tem uma energia de confinamento que é representada pela energia do loop.

O loop é um bom artifício pois é por definição invariante de gauge ao se considerar as interações com campos gluônicos. Veremos a definição de um loop de Wilson na QCD e sua utilidade para estimar a energia de ligação de um par quark - anti-quark. Nosso objetivo final é discutir o uso desse artifício para o cálculo do espalhamento hadrônico.

Considere um par de quarks pesados  $Q$  e  $\bar{Q}$  que estão no estado fundamental de um sistema quântico cuja dinâmica é descrita pela ação que aparece na equação (9):  $\int dx \mathcal{L}(x)$ . Queremos estudar a energia deste par muito pesado de quarks quando está acoplado ao potencial na forma de mínima ação. Consideremos para isso o estado:

$$|\phi_{\alpha\beta}\rangle = \bar{\Psi}_{\alpha}^Q(\vec{x}, 0)U(\vec{x}, 0; \vec{y}, 0)\Psi_{\beta}^Q(\vec{y}, 0)|\Omega\rangle$$

onde  $|\Omega\rangle$  representa o estado fundamental e

$$U(\vec{x}, t; \vec{y}, t) = e^{ie\int_{\vec{x}}^{\vec{y}} dz^1 \mathbf{G}_1(\vec{z}, t)}$$

com a integral de linha indo de  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$  em uma linha reta. Esta fase assegura que o estado - tentativa que escrevemos é *invariante de gauge*. O estado proposto não é um auto-estado da Hamiltoniana do problema. Ele serve como tentativa para se obter a energia do estado fundamental da Hamiltoniana, que tem uma projeção não-nula em  $|\phi_{\alpha\beta}\rangle$ , esta energia será uma função da separação entre os quarks. Temos em mãos um sistema com infinitos graus de liberdade, e por consequência, muitos auto-estados da Hamiltoniana têm uma projeção não-nula em  $|\phi_{\alpha\beta}\rangle$ . Nosso objetivo, é entretanto, encontrar apenas o de mais baixa energia.

Para extrair a energia do par quark - anti-quark, devemos estudar a propagação do estado  $|\phi_{\alpha\beta}\rangle$  no limite de massas infinitas e examinar a natureza da amplitude de propagação

para tempos Euclidianos tendendo ao infinito <sup>14</sup>. Considere a seguinte função de Green descrevendo o propagador:

$$G_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x}',\vec{y}';\vec{x},\vec{y};t) = \langle \Omega | \mathcal{T} \bar{\Psi}_{\beta'}^Q(\vec{y}',t) U(\vec{y}',t;\vec{x}',t) \Psi_{\alpha'}^Q(\vec{x}',t) \times \\ \bar{\Psi}_{\alpha}^Q(\vec{x},0) U(\vec{x},0;\vec{y},0) \Psi_{\beta}^Q(\vec{y},0) | \Omega \rangle.$$

Desde que os quarks são infinitamente pesados, as posições do par  $Q \bar{Q}$  estão inalteradas no tempo, o comportamento esperado para a função de Green é como:

$$G_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x}',\vec{y}';\vec{x},\vec{y};-i(T \rightarrow \infty)) \rightarrow \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}') \delta^{(3)}(\vec{y} - \vec{y}') C_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x},\vec{y}) e^{-E(R)T}$$

onde  $C_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x},\vec{y})$  é a função que descreve o overlap do estado-tentativa com o auto-estado de mais baixa energia da Hamiltoniana.  $E(R)$  é a energia desse estado fundamental e  $R \equiv |\vec{x} - \vec{y}|$  é a distância de separação do par pesado de quarks.

Observando a expressão geral para  $G_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x}',\vec{y}';\vec{x},\vec{y};t)$  notamos que podemos simplificar muito sua expressão desde que consideremos os quarks tão pesados que não se movem. A função de Green de propagação dos quarks pesados:

$$\langle \Omega | \mathcal{T} \bar{\Psi}_{\beta'}^Q(\vec{y}',t) \Psi_{\alpha'}^Q(\vec{x}',t) \bar{\Psi}_{\alpha}^Q(\vec{x},0) \Psi_{\beta}^Q(\vec{y},0) | \Omega \rangle = \\ \langle \Omega | \mathcal{T} \bar{\Psi}_{\beta'}^Q(\vec{y}',t) \Psi_{\beta}^Q(\vec{y},0) | \Omega \rangle \langle \Omega | \mathcal{T} \Psi_{\alpha'}^Q(\vec{x}',t) \bar{\Psi}_{\alpha}^Q(\vec{x},0) | \Omega \rangle$$

pode assim ser simplificada. Uma vez que os quarks não saem do lugar, apenas a fase temporal se altera e é para um quark pesado:

$$\langle \Omega | \mathcal{T} \bar{\Psi}_{\beta'}^Q(\vec{y}',t) \Psi_{\beta}^Q(\vec{y},0) | \Omega \rangle_{q,G}^{Q,\bar{Q}} = \delta^{(3)}(\vec{y} - \vec{y}') \mathcal{P} e^{ie \int_{y_0}^{y_0'} dt \mathbf{G}_0(\vec{y},t)}$$

e para o outro,

$$\langle \Omega | \mathcal{T} \Psi_{\alpha'}^Q(\vec{x}',t) \bar{\Psi}_{\alpha}^Q(\vec{x},0) | \Omega \rangle_{q,G}^{Q,\bar{Q}} = \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}') \mathcal{P} e^{ie \int_{x_0}^{x_0'} dt \mathbf{G}_0(\vec{x},t)},$$

---

<sup>14</sup>Se a decomposição espectral de um estado é  $\sum_n \langle x' | n \rangle \langle n | x \rangle e^{-iE_n t}$ , para tempos Euclidianos ( $t = -iT$ ) temos  $\sum_n \langle x' | n \rangle \langle n | x \rangle e^{-iE_n t}$  (para  $-T \rightarrow \infty$ ),  $\langle x' | 0 \rangle \langle 0 | x \rangle e^{-E_0 T}$ , a fórmula de Feynman-Kac.

onde  $|\Omega\rangle_{q,G}^{Q,\bar{Q}}$  significa que estamos calculando a parte de propagação devida aos campos  $Q, \bar{Q}$ , deixando ainda por calcular em relação aos campos fermiônicos de flutuação  $q$  e os de glúons,  $G$ . De volta à expressão de  $G_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x}',\vec{y}';\vec{x},\vec{y};t)$  temos:

$$G_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(\vec{x}',\vec{y}';\vec{x},\vec{y};-i(T \rightarrow \infty)) \approx \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}')\delta^{(3)}(\vec{y} - \vec{y}')\langle e^{ie\oint dz^\mu \mathbf{G}_\mu(z)} \rangle_{q,G},$$

pois os conectores  $U$  fazem os links nas direções espaciais e as funções que calculamos dos propagadores dos quarks pesados, os links nas direções temporais, fechando um contorno de integração do potencial gluônico:  $e^{ie\oint dz^\mu \mathbf{G}_\mu(z)}$ . Este é o loop de Wilson.

Desde que se espera que para tempos Euclidianos infinitos,

$$\langle e^{ie\oint dz^\mu \mathbf{G}_\mu(z)} \rangle_{q,G} \rightarrow e^{-E(R)T},$$

podemos estimar a energia de ligação  $E(R)$  como:

$$E(R) = -\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \ln \langle e^{ie\oint dz^\mu \mathbf{G}_\mu(z)} \rangle_{q,G}$$

ou seja, a partir do loop de Wilson.

O uso do loop de Wilson no caso estático para se calcular o potencial de confinamento, é uma aproximação que representa a realidade no caso específico de se obter a energia de ligação entre um quark e um anti-quark. Existe uma mistura entre o estado proposto e o estado real, ou seja, existe uma projeção possível de um no outro, e buscamos minimizar a energia para obter a melhor aproximação.

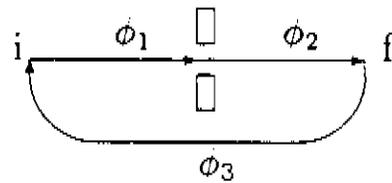
A questão relativa aos loops de Wilson que estamos interessados é de natureza totalmente diferente no caso do espalhamento de quarks. Queremos a amplitude de espalhamento de uma estrutura contra a outra (hádron contra hádron). A proposta de Nachtmann de substituir os quarks por loops compostos de um quark estrutural mais outros auxiliares não-estruturais a fim de tornar o problema invariante de gauge, resulta em uma amplitude de espalhamento que depende apenas dos quarks estruturais como vimos.

Dosch, Ferreira e Kraemer [29], no entanto, propuzeram o uso do loop de Wilson para representar mésons no espalhamento hadrônico, definindo portanto um problema invari-

ante de gauge. Discutimos a seguir essas idéias fazendo analogia com o experimento bem conhecido da Mecânica Quântica do espalhamento por duas fendas.

A analogia tenta simplificar o problema para que possamos entender se a amplitude de probabilidade está sendo corretamente avaliada. Imaginemos que dentro deste espírito o anteparo com fendas represente o vácuo não - perturbativo da QCD e que as partículas que passam pelas fendas, os quarks do nosso caso. Observe que as fendas tem ação delimitada dentro de uma região do espaço, como o nosso vácuo.

O caso análogo ao de um quark sendo espalhado pelo vácuo é o da amplitude de probabilidade de uma partícula quântica ir do ponto inicial 'i' até uma fenda, multiplicada pela amplitude de ir da fenda até o ponto final 'f'. A introdução do loop proposto por Nachtmann corresponde a calcularmos portanto, a amplitude total  $\phi$  como a de sair do ponto inicial até a fenda,  $\phi_1$ , daí para o ponto final do outro lado da fenda,  $\phi_2$ , então deste até o ponto inicial por fora, longe do anteparo com fendas,  $\phi_3$ , ( $\phi = \phi_1\phi_2\phi_3$ ), como na Figura B.1:



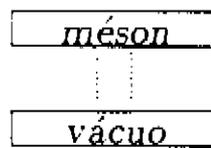
**Figura B.1:** Amplitudes de espalhamento no caso de um quark em loop que interage apenas 1 vez com o vácuo.

A amplitude  $\phi$  depende fortemente do efeito da fenda nos fatores  $\phi_1$  e  $\phi_2$  apenas, sendo que  $\phi_3$  é apenas um fator que praticamente independe do caminho *desde que esteja configurado suficientemente longe do anteparo*.  $\phi_3$  fecha o caminho e obtemos um loop. Traduzindo para o nosso caso, os quarks auxiliares não-estruturais tornam o problema invariante de gauge sem alterar a amplitude (a não ser por um fator multiplicativo arbitrário, porém aproximadamente constante).

Pensando no problema de um espalhamento méson - méson ao invés de quark - quark, queremos estimar a amplitude de espalhamento méson - vácuo não perturbativo, individ-

ualmente. Agora temos uma estrutura que contém dois quarks que espalham com o vácuo. (analogamente, duas partículas que vão passar por fendas de um anteparo ou ainda, mais simples, uma partícula que se lança contra duas fendas: o vácuo contra o méson). A compreensão do conceito de partícula quântica com estrutura é fundamental, como veremos a seguir.

É importante ressaltar que os estados inicial e final (cuja diferença de momento transversal é o momento transferido) é que contam ao se medir o ângulo de espalhamento (que depende diretamente do momento transferido), por isso, o tratamento dado aos quarks será diferente do caso anterior. O principal a ser considerado é que, dado um momento transferido entre mésons resultando em um espalhamento a certo ângulo entre as estruturas (mésons), não é possível identificar em cada méson qual o quark responsável pelo efeito global e nem (de um modo geral) em que proporções estão distribuídas as responsabilidades entre eles. O resultado final não distingue o quark estrutural mais ou menos envolvido no espalhamento. Em Mecânica Quântica, para estados finais indistinguíveis somam-se as amplitudes de probabilidade componentes para obter a amplitude de probabilidade total.



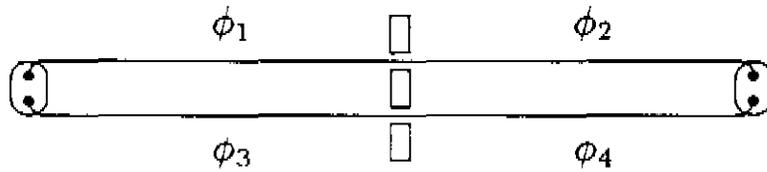
**Figura B.2:** Entes básicos na interação: méson e vácuo.

Em síntese, as entidades que estamos tratando são duas: o méson e o vácuo (Figura B.2). Existe uma interação entre elas que resulta em um certo estado final, que pode ter duas origens indistinguíveis, *ou* um campo  $G$  interage com o quark do méson *ou* um campo  $-G$  interage com o anti-quark do mesmo méson. Não há diferença se o processo se der por um ou outro modo, como na figura B.3:



**Figura B.3:** Na interação do méson com o vácuo é possível um mesmo resultado por duas vias diferentes.

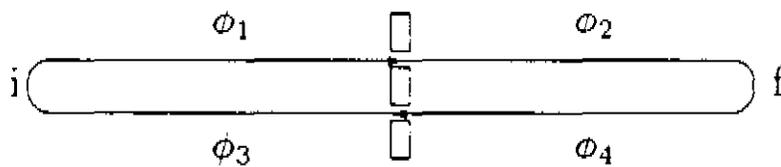
Vejamos a analogia com partículas quânticas passando por fendas de um anteparo como na figura B.4:



**Figura B.4:** Amplitudes de probabilidade dos quarks de um méson ao interagirem em uma região com o vácuo de espalhamento.

A amplitude, de ir do ponto inicial ao ponto final, para cada partícula estrutural é  $\phi_1\phi_2$  e  $\phi_3\phi_4$  respectivamente. Sendo essas amplitudes indistinguíveis para a amplitude total da estrutura, devemos somar as amplitudes, resultando a amplitude total:  $\phi_1\phi_2 + \phi_3\phi_4$ .

Consideremos uma partícula que sai do ponto inicial, passa por uma fenda, vai ao ponto final e retorna, passando pelo anteparo com fendas novamente, chegando ao ponto inicial, como na figura B.5:



**Figura B.5:** Amplitudes de probabilidade de um quark em loop ao interagir com o vácuo de espalhamento.

A amplitude total nesse caso é  $\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4$ . O caso respectivo, na Física que estamos interessados, é o de um quark interagindo com o vácuo duas vezes, ou seja, um loop interagindo

com o vácuo.

Tendo discutido portanto a diferença conceitual de um espalhamento entre estruturas com relação a um espalhamento entre loops, podemos, com base no que conhecemos sobre o loop de Wilson, concluir se o método de Dosch, Ferreira e Kraemer para o espalhamento méson - méson é conceitualmente correto.

A proposta de Dosch, Ferreira e Kraemer para o espalhamento entre mésons baseia-se totalmente no uso dos loops de Wilson. O que sabemos sobre esses loops que possa confirmar seu uso de modo a dizer que a amplitude de probabilidade  $\phi_1\phi_2 + \phi_3\phi_4$  possa ser substituída por  $\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4$ ? Observemos que se  $\phi$  é escrito como:  $\phi = e^{\int_{x_1}^{x_2} \mathbf{G}_\mu(x) dx}$ ,  $\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4$  resulta em uma amplitude total do tipo:

$$\phi = e^{\int_{x_1}^{x_2} \mathbf{G}_\mu(x) dx}$$

o que não é possível se esta for  $\phi_1\phi_2 + \phi_3\phi_4$ .

A origem do problema que levantamos está na hipótese inicial de que o vácuo com o qual interage o méson não é composto apenas por um campo "G" em particular (do qual se toma a média sobre todos os valores possíveis). De início, admitindo que entre cada par de quarks em interação (de cada méson) existe um potencial coerente de interação distinto, não podemos admitir a hipótese do loop representar o par  $q\bar{q}$ . No apêndice C vimos que o vácuo da QCD é composto por regiões ou células onde existe um campo coerente cromomagnético não-nulo, de tamanho  $\approx a$ . Quando dois mésons estão espalhando é possível que cada par (um quark de cada méson) esteja em uma das células distintas possíveis do vácuo, interagindo via um campo não-trivial diferente.

A proposta de Dosch, Ferreira e Kraemer é uma aproximação: representam o vácuo de interação por apenas *um* campo comum a todos os quarks. Deste modo é possível reduzir o espalhamento dos mésons ao de loops de Wilson sem recorrer aos loops do tipo proposto por Nachtman (interação individual entre quarks). Na prática, a diferença resultante desta aproximação é apenas um fator multiplicativo para  $\mathcal{M}$ , pois desconsidera-se termos do tipo espalhamento quark-quark de Nachtman que são do mesmo tipo e ordem de grandeza de

que os mesônicos. Este fator pode influenciar o valor final da secção de choque total no entanto.

O objetivo deste adendo é esclarecer a idéia fundamental da não - trivialidade do vácuo da QCD, informação esta presente no comportamento do correlator  $\langle g^2 F_{+\lambda}^h(x_+) F_{-\alpha}^d(y'_-) \rangle_G$ , do qual  $\mathcal{M}$  depende fortemente. Apresenta-se a proposta para o correlator de acordo com o MVE e discute-se as aproximações propostas por esse método para o tratamento de  $\mathcal{M} = \mathcal{M}(\langle g^2 F_{+\lambda}^h(x_+) F_{-\alpha}^d(y'_-) \rangle_G)$ .

O vácuo de uma teoria qualquer é fundamental na descrição de qualquer grandeza dela descritiva. A QCD é uma teoria muito interessante (teoria do tipo de Yang - Mills) pois descreve partículas com estrutura, sendo que não existe, por definição, estados livres dos constituintes ("partículas" sem estrutura - a princípio).

Sendo os fenômenos envolvendo hádrons teoricamente descritos por seus constituintes é necessário conhecer seus estados de vácuo. Do vácuo da QCD pouco se sabe e muito se supõe. Ele é fundamentalmente responsável pelo confinamento dos quarks; conhecer suas características é essencial para descrever os aspectos estáticos e dinâmicos dos hádrons <sup>15</sup>.

A seguir propomos hipóteses simples sobre o vácuo da QCD e extraímos algumas conclusões que nos mostrarão porque este não é um vácuo trivial, mostrando características interessantes. Para tanto, faremos uma reflexão sobre o méson em geral. As hipóteses são:

- i) *O vácuo presente no méson é de flutuações de pares quark - anti-quark.*
- ii) *Os pares são representados por loops de Wilson.*
- iii) *Representaremos os loops de Wilson em um espaço Euclideano com 4 dimensões espaciais, sendo o tempo Euclideano (quarta componente) uma coordenada conjugada a um momento correspondente e o tempo Físico um novo parâmetro.*

---

<sup>15</sup>Sempre é interessante ressaltar que estamos descrevendo espalhamento hadrônico a altas energias com base nas correlações do vácuo estático da teoria - uma proposta simples e poderosa para tratar um problema de natureza tão complexa.

Tomemos um méson em geral: um hádron composto de um par quark - anti-quark. Consideremos seu vácuo composto de muitos pares  $q\bar{q}$  flutuando, formando um *mar* de partículas que juntamente com o par estrutural formam o que conhecemos como o méson. Como veremos esse sistema de partículas que forma o mar tem características no “estado de equilíbrio” (situação em que o méson está em um regime de interação sem alteração durante o tempo de observação) no qual a energia cromo-magnética é maior que a cromo-elétrica!

Consideremos o mar do modo mais simples possível: um conjunto de partículas independentes como primeira aproximação. Tratemos o mar como um sistema termodinâmico em equilíbrio, avaliando sua energia em função dos campos internos desse “gás” e a energia média por partícula. As partículas desse gás representativo do vácuo da QCD serão os pares  $q\bar{q}$  de cada flutuação. Representaremos cada uma dessas partículas do gás por um loop de Wilson. Esta representação é muito conveniente pois define, como dissemos no apêndice anterior, um sistema invariante de gauge cuja energia interna corresponde àquela do par  $q\bar{q}$  real. A representação não trivial de Wilson traz à luz a característica da desigualdade no balanço energia cromo-elétrica  $\times$  energia cromo-magnética.

Sendo cada par (ou partícula do nosso gás) um loop de Wilson, está associado a este um momento cromo-magnético  $\vec{m}^c$  pois o loop fundamental é a circulação de uma corrente cromodinâmica (corrente de quark) no espaço - tempo. O loop, como sabemos é definido com arestas na direção do espaço e outras na direção do tempo (espaço Euclidiano). O loop tem aresta espacial definida dependente da direção entre o par  $q\bar{q}$  no espaço, sempre com a mesma direção no caso do tempo. Isso define várias direções para  $\vec{m}^c$ , dentro de um plano perpendicular ao do loop. Considerando um intervalo de tempo de observação diferente de zero, o par  $q\bar{q}$  pode ser estudado como o loop de Wilson que tem um momento magnético próprio no novo espaço. Aplicando uma condição de quantização, teremos três estados de momento magnético. Considerando agora um campo cromo-magnético  $\vec{B}^c$  aplicado ao sistema, teremos uma interação dos pares  $q\bar{q}$  com este campo,

$$0, \quad \pm m^c B^c$$

definindo aproximadamente duas populações: uma com energia característica  $m^c B^c$  e outra com  $-m^c B^c$ . O momento magnético por unidade de volume,  $M$ , é portanto:

$$M = Nm_0^c \frac{e^{m_0^c B^c/kT} - e^{-m_0^c B^c/kT}}{e^{m_0^c B^c/kT} + e^{-m_0^c B^c/kT}} = Nm_0^c \tanh \frac{m_0^c B^c}{kT}.$$

onde  $N$  e  $m_0^c$  são o número de partículas total do mar e momento cromo-magnético máximo respectivamente.  $kT$  é a energia média de Boltzmann. A magnetização tem portanto uma saturação em função do campo  $\vec{B}^c$ .

Em geral a magnetização está definida para todas as direções e cores do sistema. A magnetização por unidade de volume desse ‘meio’ (o vácuo do méson ou *mar*) assim definida, pode levar à interpretação de que existe no vácuo da QCD monopólos flutuantes no vácuo, pois a divergência de  $\vec{M}^c$  pode ser não-nula.

$\vec{B}^c$  é o campo que atua nos loops, mas quando é possível que o meio gere campo suficiente para afetar a vizinhança, o campo correto não é mais esse, deve ser corrigido. Sendo o campo externo ou cromo-magnetizante,  $\vec{H}^c$ , o campo atuante (resultante também do meio) sobre um certo par é:

$$\vec{B}^c = \vec{H}^c + \frac{\vec{M}^c}{\epsilon}$$

$\epsilon$  uma constante do vácuo (meio) que corrige a dimensão. A magnetização no caso de uma certa direção é agora:

$$M^c = Nm_0^c \tanh \frac{m_0^c (H^c + M^c/\epsilon)}{kT}.$$

Chamando

$$x \equiv \frac{m_0^c (H^c + M^c/\epsilon)}{kT}$$

temos duas expressões para extrairmos uma solução que relacione  $H$  e  $M$ : esta última e

$$\frac{M^c}{Nm_0^c} = \tanh(x)$$

de onde então o ponto de intersecção é a solução.

A conclusão mais importante que se pode tirar deste modelo simples vem agora: considerando um campo cromo-magnetizante externo *nulo* e baixas temperaturas, temos uma

auto - cromomagnetização do vácuo da QCD! Para a solução de  $x$ , tomando  $H^c \equiv 0$ , temos duas soluções possíveis:  $M^c = 0$  OU  $M^c \approx Nm_0^c$ , o que mostra de fato que o vácuo da QCD, ainda que expresso por este modelo simples, tem uma auto 'magnetização', ou como chamamos, auto - cromomagnetização.

A consequência dessa descoberta é que existe uma auto - energia cromo-magnética no vácuo da QCD *maior* que a correspondente cromo-elétrica. A não-trivialidade do vácuo não perturbativo da QCD está centrada neste fato importante.

A auto - energia cromo-magnética que vem da orientação e alinhamento natural dos loops de Wilson vizinhos resulta em regiões ou domínios orientados. O tamanho dessas regiões não pode ser deduzido pelo modelo simples que propomos, mas pode ser medido indiretamente como comentamos a seguir. Ao mostrarmos a auto - cromo-magnetização indicamos como condição uma temperatura baixa para o mar de partículas (vácuo). Pensando em uma situação de equilíbrio, onde existe uma magnetização generalizada pelo mar de partículas, e uma certa temperatura não excessivamente baixa, chegamos a um estado em que existe alinhamento dos loops em regiões ou domínios como chamamos, distribuídos aleatoriamente pelo espaço. Estes domínios estão intimamente ligados portanto com o comprimento de correlação dos campos gluônicos,  $a$ .

O comprimento  $a$  representa portanto a região de coerência da não - trivialidade do vácuo da QCD. Eis sua importância, eis sua origem.

Um dos primeiros a investigar esta característica do vácuo da QCD foi Savvidy [12], e expressando essa característica Shifman, Vainshtein e Zakharov [13], introduziram o *condensado gluônico*, estimando seu valor ao descrever as massas de hádrons derivadas desse valor. Fundamentalmente é necessário expressar a diferença entre as energias cromo-magnéticas e cromo-elétricas, ou seja, a média sobre o vácuo da diferença das energias  $\mathbf{B}^c \cdot \mathbf{B}^c$  e  $\mathbf{E}^c \cdot \mathbf{E}^c$ . Escrevendo esta diferença como:

$$\langle 0 | g^2 (\mathbf{B}^c(x) \mathbf{B}^c(x) - \mathbf{E}^c(x) \mathbf{E}^c(x)) | 0 \rangle$$

isto é. em termos do tensor de campo  $F$ :

$$\langle 0|g^2 F_{\mu\nu}^c(x)F^{\mu\nu c}(x)|0\rangle,$$

sendo seu valor, de acordo com SVZ,  $335 - 430 MeV^4$ .

A partir deste ponto é que derivações possíveis ou modelos podem tomar lugar, definindo-se um correlator gluônico entre dois pontos, tal que no caso particular em que estes são iguais, retornemos ao condensado gluônico acima. O MVE é um modelo e Dosch e Simonov [14], propuseram uma forma particular para o correlator gluônico, contendo um termo referente às características que discutimos acima, mais um segundo termo referente ao que seria equivalente na Eletrodinâmica Quântica:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_{\mu\nu}^C(x)\mathbf{F}_{\rho\sigma}^D(y) \rangle = & \delta^{CD}g^2 \frac{\langle FF \rangle}{8.12} \{(\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho})\kappa D(z/a^2) + \\ & \frac{1}{2}[\partial_\mu(z_\rho\delta_{\nu\sigma} - z_\sigma\delta_{\nu\rho}) + \partial_\nu(z_\sigma\delta_{\mu\rho} - z_\rho\delta_{\mu\sigma})](1 - \kappa)D_1(z/a^2)\} \end{aligned}$$

onde  $z = x - y$ .  $a$  é o comprimento característico do vácuo não - perturbativo,  $\kappa$  uma constante ( $\kappa \approx 3/4$ ),  $g^2 \langle FF \rangle$  o condensado gluônico e  $C, D = 1, \dots, 8$  são os índices de cor. As funções escalares  $D$  e  $D_1$  descrevem a correlação espacial e são normalizadas como  $D(0) = D_1(0) = 1$ .

As aproximações do MVE são, devido à forma do correlator, tais que existe uma invariância de translação e paridade, onde não aparece nenhuma dependência com o ponto de referência  $P$  na superfície onde está definido o correlator (ver apêndice A). Outra aproximação do SVM (a ser citada como tal) é a do caráter finito da correlação, ou seja,  $D$  e  $D_1$  vão rapidamente a zero para  $Z^2 \rightarrow \infty$ . sendo:

$$\begin{aligned} D(-Z^2) &= \frac{27}{64}a^{-2} \int d^4K \epsilon^{iKZ} K^2 [K^2 + (\frac{3\pi}{8a})^2]^{-4} \\ D_1(-Z^2) &= Z \int_0^{Z^2} dv 2v D(-v), \end{aligned}$$

que são parametrizadas para descrever os resultados [18] sobre  $D$  e  $D_1$  provenientes do cálculo não perturbativo na rede.

Com relação à correlações de ordem mais alta o modelo propõe que correlações de número ímpar de campos são sempre nulas e correlações de número par de campos são sempre fatoráveis à correlações de dois campos. Isso caracteriza processos gaussianos para o vácuo da QCD nessa aproximação.

Um processo estocástico é caracterizado em geral quando as flutuações de um certo parâmetro são vistas como pequenas perturbações de um sistema maior ou macroscópico. É fundamental que se conheçam bem as equações que descrevem o sistema macroscópico a fim de avaliar a influência das flutuações. No caso em que o MVE pretende se aplicar, tendo como meio o vácuo da QCD, o sistema microscópico será o quark de vida longa que interage localmente com cada região do vácuo em seu caminho, sendo fundamental portanto que esse quark não tenha dimensão ou flutuações próprias (consideradas como correções à sua massa, carga, etc), pois desse modo o microssistema teria as mesmas dimensões do macrosistema. Realmente o quark considerado como estrutural no modelo de Nachtmann não é o quark real (ver apêndice D).

A validade do MVE é testada usando basicamente o modelo de espalhamento proposto por Nachtmann para altas energias [17], e o confinamento do par estático  $q\bar{q}$  [14].

## IX. APÊNDICE D: SOBRE AS RENORMALIZAÇÕES

No trabalho de Nachtmann [6], existe uma peculiaridade interessante. Ao definir as funções de onda dos quarks estruturais ele se preocupa em escrever explicitamente a constante de renormalização, bem como a resultante massa corrigida.

É algo peculiar pois, como estudamos no Capítulo 2, os quarks estruturais são aqueles cujo tempo de vida ultrapassa a escala de tempo definida da interação não perturbativa, e sabemos, individuando um desses quarks, escrever a fase que adquire ao passar pelo campo de vácuo, de acordo com o formalismo eiconal. Tivemos oportunidade de verificar que os quarks de flutuação são vistos explicitamente como componentes do vácuo não perturbativo, com o qual interage o quark estrutural <sup>16</sup>.

O próprio Nachtmann [6] (pp. 450 e 459 respectivamente) comenta sobre os quarks estruturais (assim definidos) deste modo:

1: *“We emphasize that we do not make this assumption [a do corte nas frequências] for the scattering amplitude of real quarks - whatever that means - where all the splitting processes discussed are included. In our approach these splittings are put into the wave functions which we assume to be given”.*

2: *“The hypothetical scattering amplitude for real quarks should not be identified with  $\mathcal{M}$ . In such an amplitude clearly all the splitting processes with long time scales will play an important role”.*

As funções a que se refere Nachtmann são as representantes dos hádrons como um todo. É interessante notar que de fato  $\mathcal{M}$  não está definida para quarks reais nem na opinião de Nachtmann. Em teoria quântica de campos (QFT) as renormalizações são definidas a partir das flutuações de vácuo de cada partícula, provocadas pelo seu campo próprio. ‘Partículas’ em QFT tem constantes de renormalização diretamente associadas às flutuações de vácuo do

---

<sup>16</sup>Ainda mais, com a aproximação do SVM, os quarks de flutuação não são considerados e se avalia apenas a influência dos campos de gauge.

campo próprio. As ‘partículas’ que são definidas no modelo de Nachtmann servem apenas para descrever a fase média que uma “carga” colorida ganha ao passar pelo vácuo não perturbativo. Esta última nada tem a ver com a partícula quântica da QFT, para ela não existem férmions de flutuação, e conseqüentemente nem constantes de renormalização associadas.

## X. APÊNDICE E: CÁLCULOS NUMÉRICOS

O estudo do espalhamento entre quarks no regime de altas energias e pequeno momento transferido mostra que, a partir de algumas hipteses simples, toda a descrição depende do comportamento do vácuo não perturbativo da QCD. Neste apêndice o objetivo é mostrar sucintamente como o cálculo das correlações gluônicas do vácuo da QCD podem ser efetuadas numericamente através do método de Monte Carlo.

### A. O método de Monte Carlo

Quando se calcula o valor esperado de um observável na rede o problema é o de calcular um número enorme de integrais. O valor esperado pode em geral ser escrito como:

$$\langle O \rangle = \frac{\int DU O(U) e^{-S(U)}}{\int DU e^{-S(U)}}$$

onde a ação  $S(U)$  é função das variáveis dos links. Com uma rede de  $10^4$  pontos por dimensão espacial, o número de variáveis de links é aproximadamente  $4 \cdot 10^4$ . No caso SU(3) cada variável de link é uma função real de 8 parâmetros, portanto existem 320.000 integrações a serem efetuadas. Se cada uma for feita como uma soma de 10 valores numéricos, a integral múltipla nas variáveis terá  $10^{320.000}$  termos.

O problema assim colocado mostra portanto a necessidade de usar métodos estatísticos para calcular  $\langle O \rangle$ . Na prática muitas configurações terão links cuja ação é muito grande e portanto apenas uma pequena fração de configurações contribue significativamente para o cálculo de  $\langle O \rangle$ . Um modo de tratar a questão é o de propor uma série de configurações das variáveis dos links com uma distribuição de probabilidade dada pelo fator de Boltzmann,  $e^{-S(U)}$ . Esta é a técnica de amostragem por importância. Se a sequência de configurações geradas constitui uma representação do sistema, então a média sobre o ensemble  $\langle O \rangle$  será aproximadamente:

$$\langle O \rangle \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N O(U_i) \quad (10.1)$$

onde  $U_i$  denota a configuração de links gerada.

Raramente um método simples de geração de configurações de campo na rede (com a distribuição de probabilidade desejada) é possível. O objetivo é portanto construir um algoritmo que gerará uma sequência de configurações que pode eventualmente estar distribuída com a probabilidade desejada. Uma vez que, durante o processo de geração o sistema alcançou o equilíbrio, nós podemos usar as configurações termalizadas para medir o observável. Se  $N$  medidas não correlacionadas forem feitas, o erro na média será da ordem de  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , mas na prática as configurações que geramos no programa são estatisticamente dependentes, levando a entender que devemos procurar configurações o menos possível correlacionadas.

O procedimento para calcular  $\langle O \rangle$  é então: dada uma regra para a sequência de configurações, fazemos a “atualização” destas em número significativamente grande até que a termalização seja alcançada. Certamente o número de passos (atualizações) necessários dependerá do algoritmo usado, do observável e dos valores dos parâmetros (é cada vez mais difícil atualizar uma configuração à medida que a rede fica mais densa, aproximando o limite contínuo), isto é conhecido como “critical slowing down”.

Para verificar se um sistema alcançou o equilíbrio podemos começar com várias configurações totalmente diferentes e evoluir todas elas verificando se as médias  $\langle O \rangle$  são iguais (independente da configuração inicial) depois de um número suficiente de passos (atualizações).

Os princípios gerais de construção de um algoritmo que assegura que a sequência de configurações geradas constitui um bom ensemble para ser usado nas medidas dos observáveis podem ser definidos baseado na probabilidade de transição (através de um “passo”) entre duas configurações consecutivas. Em particular nós estaremos interessados no caso onde as configurações são elementos de uma “cadeia de Markov”, geradas por um “processo de Markov”.

Digamos que as configurações possam ser indexadas por um índice discreto e denotemos  $C_1, C_2, \dots$  um conjunto enumerável de estados do sistema (na teoria de gauge na rede esse

conjunto corresponde a diferentes configurações das variáveis na rede). Consideremos que o conjunto de configurações é gerado de acordo com alguma probabilidade de transição:  $P(C_i \rightarrow C_j) \equiv P_{ij}$  (probabilidade do estado  $C_i$  ir para o  $C_j$ ). Uma cadeia de Markov é definida quando a probabilidade  $P_{ij}$  é independente de todos os estados anteriores alcançados pelo sistema, exceto ao do passo anterior.

A medida definida a partir dos estados gerados por um processo de Markov é:

$$\langle O \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N O(C_i), \quad (10.2)$$

que é a probabilidade que queremos calcular na prática e que queremos que seja igual à média sobre o ensemble de uma distribuição de Boltzmann.

Vamos definir alguma terminologia a fim de encontrar entre as possíveis cadeias de Markov aquela cujas características são relevantes para o nosso problema:

Cadeia irredutível: uma cadeia o é se, começando de uma configuração arbitrária  $C_i$ , existe uma probabilidade finita  $P_{ij}^N$  de alcançar qualquer configuração  $C_j$  depois de um número finito de passos  $N$ .

Cadeia aperiódica: Uma cadeia de Markov é aperiódica se  $P_{ii}^N \neq 0$ , qualquer  $N$ .

Estado positivo: um estado é positivo se  $\sum_{N=1}^{\infty} N P_{ii}^N$  é finito.

TEOREMA 1: Se a cadeia é irredutível e os estados são positivos e aperiódicos, então  $\lim_{N \rightarrow \infty} P_{ij}^N \neq 0$  existe e é único:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_{ij}^N = \Pi_j, \Pi_j > 0, \sum_j \Pi_j = 1, \Pi_j = \sum_i \Pi_i P_{ij}$$

ou seja, isso quer dizer que o limite  $N \rightarrow \infty$  de  $P_{ij}^N$  é independente da configuração usada para começar o processo de Markov.  $\Pi_j = \sum_i \Pi_i P_{ij}$  nos diz que o conjunto  $\{\Pi_i\}$  é inalterado quando atualizamos esses números com as probabilidades de transição  $\{P_{ij}\}$ . Portanto  $\Pi_i$  é a probabilidade de encontrar a configuração  $C_i$ .

TEOREMA 2: Se a cadeia é irredutível, seus estados são positivos, e se

$$\sum_{N=1}^{\infty} N^2 P_{ii}^N < \infty$$

então a média  $\langle O \rangle_N$  se aproxima da média  $\langle O \rangle = \sum_i \Pi_i O(C_i)$  com erro estatístico da ordem de  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ .

**TEOREMA 3:** Para que um processo de Markov amostra a distribuição  $e^{-S}$  é suficiente requerer que a probabilidade de transição satisfaça o “balanço detalhado”:

$$e^{-S(C)} P(C \rightarrow C') = e^{-S(C')} P(C' \rightarrow C)$$

para cada  $C, C'$ .

O método chamado de Metrópolis é uma regra para gerar as configurações em uma sequência que satisfaz o balanço detalhado.

**A REGRA:** Seja  $C$  uma configuração atualizada. Nós sugerimos então uma nova configuração  $C'$  com probabilidade  $P_0(C \rightarrow C')$  de transição que satisfaça apenas:

$$P_0(C \rightarrow C') = P_0(C' \rightarrow C).$$

Consideremos como exemplo a teoria  $U(1)$ . Uma configuração particular  $C$  é então especificada pelos valores dos links  $U_\nu(n) = e^{i\theta_{\nu n}(n)}$  para  $\nu = 1, \dots, 4$ , para todos os sites “ $n$ ”. Uma nova configuração é escolhida por multiplicar  $e^{i\chi}$  ( $\chi$  um número randômico entre  $[-\pi, \pi]$ ).

Então, obtendo uma configuração  $C'$  devemos decidir se a aceitamos. A resposta deve depender das ações  $S(C)$  e  $S(C')$  se  $P(C \rightarrow C')$  satisfaz o balanço detalhado. A decisão é feita como segue: se  $e^{-S(C')} > e^{-S(C)}$ , ou seja, se a ação diminuir, então  $C'$  é aceito. Se por outro lado a ação aumenta, aceita-se a nova configuração com probabilidade  $e^{-S(C')}/e^{-S(C)}$ . Para isso, gera-se um número radômico “ $R$ ” no intervalo  $[0,1]$  e toma-se  $C'$  como a nova configuração se  $R < e^{-S(C')}/e^{-S(C)}$ , caso contrário  $C'$  é rejeitada, permanecendo a configuração antiga. Este procedimento permite algum aumento da ação, possibilitando flutuações (interpretadas como flutuações quânticas).

## B. O cálculo numérico das correlações do vácuo da QCD

As quantidades medidas na rede no caso da teoria de campos devem estar livres de

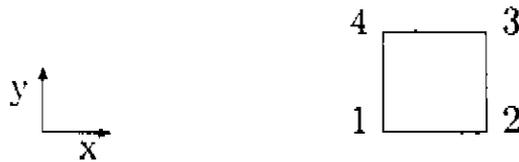
arbitrariedades não físicas como a liberdade de gauge. Para tal é necessário basear os cálculos em ações e operadores que sejam independentes de gauge.

O observável mais simples da rede é o loop de Wilson, pois se definimos um "conector" entre pontos da rede ( $X$  e  $X'$ , através da curva  $C$ ) como:

$$V(X, X'; C) = \mathcal{P}_\epsilon^{-ig \int_C dz_\alpha G_\alpha^c(z) T^a}$$

uma "plaqueta" é definida como o produto de conectores entre 4 pontos da rede (Fig. A.1):

$$U(\delta x, \delta y) = V(1, 2; y : \text{constante}) V(2, 3; x : \text{constante}) \times \\ V(3, 4; y : \text{constante}) V(4, 1; x : \text{constante})$$



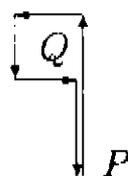
e fazendo uma expansão em Taylor de  $U$  em  $\delta x$  e  $\delta y$  a ordem mais baixa diferente de zero para essa expressão é proporcional a  $\delta x \delta y$ :

$$U = \mathbf{1} - ig \frac{1}{2} \delta_{\sigma xy} F_{xy}^c T^c + \dots$$

onde  $\delta_{\sigma xy}$  é uma área elementar fechada pelo contorno de  $U$ , e  $F$  o tensor de campo correspondente ao potencial gluônico, portanto no caso do loop de Wilson o mensurável é o campo e não o potencial arbitrário.

Podemos construir, a partir do loop de Wilson, outras estruturas invariantes de gauge que nos ofereçam não só a medida do campo, mas o produto deles localmente e ainda não-localmente também, ou seja, correlações.

Definimos uma plaqueta com "haste" (Fig. A.2):



onde  $P$  é um ponto arbitrário de referência da haste e  $Q$  o ponto arbitrário em torno do qual está definida a plaqueta ou loop de Wilson. A haste até  $P$  é constituída de um conector de  $P$  até o canto da plaqueta, multiplicado por outro conector que liga o mesmo canto até o ponto  $P$  pelo mesmo caminho:  $V(P, Q; C)V(Q, P; \bar{C})$ , onde  $\bar{C}$  é o caminho inverso de  $C$ . Escrevendo pois a plaqueta com haste:

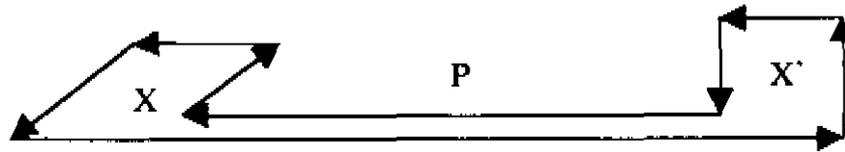
$$V(P, Q; C)U(\text{loop Wilson}[Q])V(Q, P; \bar{C})$$

temos:

$$V(P, Q; C)UV(Q, P; \bar{C}) = V(P, Q; C)[\mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta_{\sigma xy}F_{xy}^c T^c]V(Q, P; \bar{C}) = \\ \mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta_{\sigma xy}F_{xy}^c(P, Q; C)T^c,$$

ou seja, é a medida do campo em “Q” com referência ao ponto “P”.

A fim de medir correlações dos campos podemos definir uma estrutura baseada nas plaquetas com haste como:



**Figura E.1: Estrutura básica do correlador definido na rede.**

Observemos que desse modo, dependendo da orientação das plaquetas em  $X$  e  $X'$  temos o campo desejado (cromoelétrico ou cromomagnético - componentes). O mensurável agora passa a ser:

$$(\mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta_{\sigma\mu\nu}F_{\mu\nu}^c(P, X; C_X)T^c) \cdot \\ (\mathbf{1} - ig\frac{1}{2}\delta_{\sigma\rho\lambda}F_{\rho\lambda}^d(P, X'; C_{X'})T^d).$$

Portanto, quando a média for efetuada numericamente através do método de Monte Carlo, estaremos medindo a correlação:

Que é a quantidade que nos interessa para a amplitude de espalhamento quark-quark. Observamos que a medida depende a princípio do ponto de referência  $P$  e do caminho  $C_X + C_{X'}$ . No método do vácuo estocástico é definido que a correlação gluônica não depende dessas arbitrariedades, mas na prática do cálculo numérico a situação não é a princípio livre da escolha.

## XI. GLOSSÁRIO

QCD: Cromodinâmica Quântica

LN: Landshoff - Nachtmann

MVE: Método do Vácuo Estocástico

CY: Chou e Yang

GV: Glauber e Velasco

BSW: Bourrely, Soffer e Wu

mBSW: modificado BSW

SAA: Saleem, Aleem e Azhar

QED: Eletrodinâmica Quântica

KD: Kraemer e Dosch

FFT: Fast Fourier Transformation

QFT: Teoria Quântica de Campos

$pp$ : espalhamento próton-próton

$\bar{p}p$ : espalhamento antipróton-próton

TDM: Teoria da Difração Múltipla

mBSW: BSW modificado

ISR: CERN Intersecting Storage Ring (acelerador  $pp$  e  $\bar{p}p$  para energia (Centro de Massa)  $20 \sim 60 \text{ GeV}$ )

Collider: CERN Super Proton Synchroton ( $S\bar{p}\bar{p}$ ) (acelerador  $\bar{p}p$  na energia (Centro de Massa)  $546 \text{ GeV}$ )

## XII. REFERÊNCIAS

- [1] L. I. Schiff, *Phys. Rev.* **103**, 443 (1956)
- [2] R. J. Glauber e G. Matthiae, *Nucl. Phys. B* **21**, 135 (1970)
- [3] T. T. Chou e C. N. Yang, *Phys. Rev.* **175**, 1832 (1968)
- [4] R. J. Glauber, in *Lectures in Theoretical Physics*, edited by W. E. Britten *et al.* (Interscience, N. Y., 1959), p. 207; W. Czyz, L. C. Maximon, *Ann. Phys. (N. Y.)* **52**, 59 (1969); V. Franco, G. Varma, *Phys. Rev. C* **18**, 349 (1978).
- [5] P. V. Landshoff e O. Nachtmann, *Z. Phys. C* **35**, 405 (1987)
- [6] O. Nachtmann, *Ann. Phys.* **209**, 436 (1991)
- [7] M. J. Menon, *Phys. Rev. D* **48**, 2007 (1993); **D51**, 1427 (1995)
- [8] R. J. Glauber e J. Velasco, *Phys. Lett. B* **147**, 380 (1984)
- [9] C. Bourrely, J. Soffer e T. T. Wu, *Nucl. Phys. B* **247**, 15 (1984)
- [10] M. J. Menon e B. M. Pimentel, *Hadronic J.* **13**, 325 (1990); M. J. Menon, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) B* **25**, 94 (1992); *Can. J. Phys.* **74**, 594 (1996); A. F. Martini e M. J. Menon, *Phys. Rev.* **D56**, 4338 (1997)
- [11] M. Saleem, F. Aleem e I. A. Azhar, *Europhys. Lett.* **6**, 201 (1988)
- [12] G. K. Savvidy, *Phys. Lett. B* **71**, 133 (1977)
- [13] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein e V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B* **147**, 385,488,519 (1979)
- [14] H. G. Dosch e Yu. A. Simonov, *Phys. Lett. B* **205**, 339 (1988)
- [15] Yu. A. Simonov, *Yad. Fiz.* **50**, 213 (1989)
- [16] A. Di Giacomo, E. Meggiolaro e H. Panagopoulos, *Nucl. Phys. B* **483**, 371 (1997)
- [17] U. Grandel e W. Weise, *Phys. Lett. B* **356**, 567 (1995)

- [18] A. Di Giacomo e H. Panagopoulos. *Phys. Lett. B* **285**, 133 (1992)
- [19] A. Kraemer e H. G. Dosch. *Phys. Lett. B* **252**, 669 (1990)
- [20] P. A. S. Carvalho e M. J. Menon, *Phys. Rev.* **D56**, 7321 (1997)
- [21] M. J. Menon e D. S. Thober, in *1994 XV Brazilian National Meeting on Particles and Fields*, Angra dos Reis, R. J , editores M. S. Alves et al. (Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, 1995) p. 217.
- [22] A. F. Martini, M. J. Menon e D. S. Thober, in *Frontiers in Strong Interactions, Proc. Vith Blois Workshop on Elastic and Diffractive Scattering*, Blois, França, editores P. Chiappetta et al. (Editions Frontières, Gif-sur-yvette, 1996) p. 121.
- [23] A. F. Martini, M. J. Menon e D. S. Thober, in *International Workshop on Hadron Physics 96 - Topics on the Structure and Interaction of Hadronic Systems* RJ, Editores E. Ferreira et al. (World Scientific, Singapura, 1997) p. 364.
- [24] A. F. Martini, M. J. Menon e D. S. Thober, *Phys. Rev. D* **54**, 2385 (1996)
- [25] C. Furget, M. Buenerd e P. Valin. *Z. Phys. C* **47**, 377 (1990)
- [26] A. F. Martini, M. J. Menon e D. S. Thober, *VII Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas*, São Paulo, SP, Editores Y. Hama et al. (Instituto de Física - USP, São Paulo, 1996).
- [27] A. F. Martini, M. J. Menon, D. S. Thober, “High energy parton-parton amplitudes from lattice QCD and the stochastic vacuum model”, *Phys. Rev.* **D57**, n. 5 (1998) (a ser publicado); hep-ph 9707363.
- [28] F. James and M. Roos, “Minuit-Function Minimization and Error Analysis”, CERN D506 (CERN, Geneva. 1992)
- [29] H. G. Dosch, E. Ferreira and A. Krämer. *Phys. Rev. D* **50**, 1992 (1994)

[30] M. D'Elia, A. Di Giacomo, F. Meggiolaro. *Phys. Lett.* **B408**, 315 (1997)