## Universidade Estadual de Campinas Instituto de Física Gleb Wataghin

### Análise Fenomenológica dos Espalhamentos Elásticos Próton-Próton e Antipróton-Próton em Altas Energias

Sergio Dias Campos

Orientador: Prof. Dr. Marcio J. Menon

Tese de Doutorado.

Campinas - 2007

Este exemplar corresponde la redação final da tese de doutorado defendida pelo aluno Sergio Diás Campos e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 24/09/2007 Illum

#### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA

#### BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

Campos, Sergio Dias

C157a Análise fenom

Análise fenomenológica dos espalhamentos elásticos prótonpróton e antiproton-próton em altas energias / Sergio Dias Campos. – Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Márcio José Menon.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

- 1. Espalhamento elástico. 2. Relações de dispersão.
- 3. Interações de altas energias. I. Menon, Márcio José.
- II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

.

- Título em inglês: Phenomenological analysis of proton-proton and antiproton-proton elastic scattering at high energies
- Palavras-chave em inglês (Keywords):
  - 1. Elastic scattering
  - 2. Dispersion relations
  - 3. High energy interactions
- Área de concentração: Física das Partículas Elementares e Campos
- Titulação: Doutor em Ciências
- Banca examinadora:

Prof. Márcio José Menon

Prof. Bruto Max Pimentel Escobar

Profa Carola Dobrigkeit Chinellato

Prof. Orlando Goulart Peres

Prof. Sergio Szpigel

- Data da defesa: 10.08.2007
- Programa de Pós-Graduação em: Física



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 - FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **SÉRGIO DIAS CAMPOS - RA 963239,** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 10/08/2007.

#### COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Marcio José Menon (Orientador do Candidato)
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof/Dr. Sérgio Szpigel DF/FCBEE/Universidade Presbiteriana MACKENZIE

> Prof. Dr. Bruto Max Pimentel Escobar IFT/UNESP

Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres DRCC/IFGW/UNICAMP

## Dedicatória

Para meus pais, Ana e Helena.

#### Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Marcio J. Menon pelo tema desta tese de doutorado e pela ajuda ao longo deste trabalho.

Agradeço à Profa. Carola Dobrigkeit Chinellato por todos esses anos de apoio enquanto estive na Pós Graduação do IFGW. Foram muitas as vezes que contei com sua ajuda. Desde o tempo de co-orientação no mestrado até o momento da banca de defesa de doutorado.

Agradeço aos meus amigos: Térsio e Fernanda (Bruxa), Armando e Fernanda, Ricardo e Ana Clélia, Ricardão. Os motivos de agradecimentos são variados e vão desde o uso da casa como pousada (Térsio/Bruxa e Armando/Fernanda), passando pelos momentos de descontração cozinhando (Ricardo/Ana Clélia) até terminar nas conversas sobre todos os problemas do mundo (Ricardão). Agradeço ao meu amigo Pablo Munhoz pelos arquivos em Latex que utilizei para preparar meus seminários.

Como não poderia deixar de ser, agradeço aos funcionários da Comissão de Pós Graduação do IFGW Armandinho, Cássia e Maria Ignez por tudo o que fizeram por mim durante todo o doutorado, e de modo mais geral, por todo o tempo de pós graduação. Contei muito com a ajuda de vocês para resolver os problemas do monstro Burocracia. E também para darmos algumas risadas de vez em quando!

Ana, agradeço por toda sua ajuda e por todos esses anos que você tem me aguentado. Smac!

Agradeço, por fim, ao Programa Piloto de Bolsas para Instrutores Graduados da Unicamp responsável por minha bolsa e Reserva Técnica.

#### Resumo

Neste trabalho apresentamos um estudo dos processos de espalhamentos elásticos próton-próton (pp) e antipróton-próton  $(\bar{p}p)$  em altas energias analisando, mais especificamente, o comportamento da seção de choque total, da seção de choque diferencial elástica e do parâmetro  $\rho$ , que corresponde à razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico frontal. Neste estudo apresentamos uma descrição destas quantidades através de uma parametrização independente de modelo para a amplitude de espalhamento elástico que possui como caráter inovador uma dependência explícita não só com o momento transferido, mas também com a energia da colisão.

Este formalismo, além das dependências explícitas, faz uso das relações de dispersão derivativas, possibilitando, via termo de cruzamento entre as amplitudes de espalhamento elástico próton-próton e antipróton-próton, um ajuste conjunto dos dados de seção de choque total, seção de choque diferencial elástica e do parâmetro  $\rho$  para os eventos de colisão pp e  $\bar{p}p$ , simultaneamente. Através desta parametrização, podemos fazer previsões de comportamento para as grandezas citadas anteriormente em energias e momentos transferidos não considerados durante o processo de ajuste (interpolações e extrapolações).

Utilizando os parâmetros obtidos através dos ajustes realizados, podemos também fazer previsões para outras grandezas físicas não consideradas na fase de ajustes e neste trabalho, em particular, investigamos o comportamento da inclinação (inclinação da seção de choque diferencial elástica). Além disto, a partir destes parâmetros extraímos o comportamento das seguintes grandezas no espaço de parâmetro de impacto: função de perfil, função eiconal e função de recobrimento inelástica.

Apresentamos também uma discussão dos resultados independentes de modelo obtidos neste trabalho nos contextos experimental (experimentos em operação e a serem realizados) e fenomenológico (modelos representativos para interações elásticas pp e  $\bar{p}p$ ).

#### Abstract

We present a study on proton-proton (pp) and antiproton-proton  $(\bar{p}p)$  elastic scattering at high energies, with focus on the behavior of the total cross section, differential cross section and the parameter  $\rho$  (ratio between the real and the imaginary parts of the forward amplitude). These quantities are described by means of a model independent parametrization for the scattering amplitude, with explicit dependence not only on the momentum transfer but also on the collision energy. The formalism makes use of derivative dispersion relations so as to connect real and imaginary parts of the amplitude and, simultaneously, the crossed channels (pp) and (pp) through analyticity properties.

Simultaneous fits to total cross section, differential cross section and  $\rho$  data, from pp and  $\bar{p}p$  scattering, allow a good description of these quantities and also predictions for other quantities (in particular the slope parameter) and at other energies and momentum that did not take part in the fit procedure. From the fit results we extract the behavior of the profile, eikonal and inelastic overlap function as function of the energy and the impact parameter.

We also present a discussion on the model independent predictions in the experimental context (running and planned experiments) as well as in the phenomenological context (some representative models for high-energy elastic scattering).

#### Introdução Geral

O estudo do espalhamento elástico hádron-hádron em altas energias é de fundamental importância para o entendimento de certas grandezas, tais como seção de choque diferencial elástica e seção de choque total, pois através destas grandezas é possível obter informações sobre os constituintes básicos da matéria e de como ocorrem suas interações.

Apesar de a Cromodinâmica Quântica (QCD) ser uma teoria bastante satisfatória na descrição das interações fortes, ela se torna inadequada quando tentamos estendê-la a regiões onde métodos perturbativos não se aplicam, isto é, para situações onde temos pequeno momento transferido (ou, analogamente, grandes distâncias). Desta forma, a construção de modelos de base fenomenológica é de fundamental importância, pois se espera poder suprir as dificuldades formais de uma determinada teoria através da análise do comportamento dos dados experimentais, criando a partir daí modelos que possam viabilizar a construção de uma teoria mais abrangente. Caso seja possível a construção de abordagens puramente analíticas e independentes de qualquer modelo teórico e que sejam baseadas em princípios gerais e formais, então teremos bons mecanismos para verificação da validade de determinados modelos presentes na literatura.

Neste trabalho apresentamos uma descrição dos processos de espalhamento elástico hádron-hádron analisando a seção de choque diferencial elástica, seção de choque total e parâmetro  $\rho$  (razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástica frontal) para colisões próton-próton (pp) e antipróton-próton  $(\bar{p}p)$ , por meio de uma parametrização independente de modelo com dependência explícita com a energia e o momento transferido envolvidos na reação de colisão entre as partículas.

A parametrização empírica aqui proposta tem como objetivo contribuir para o entendimento do comportamento de certas grandezas físicas tais como a seção de choque diferencial elástica, seção de choque total e parâmetro  $\rho$ . Em particular, neste trabalho, analisamos estas quantidades físicas para processos de colisão elástica pp e  $\bar{p}p$ . Estes processos foram escolhidos devido à grande quantidade de dados disponíveis na literatura e também porque são os processos medidos nas maiores energias já alcançadas pelos aceleradores de partículas.

Fixados os parâmetros obtidos nos ajustes globais somos capazes de determinar o comportamento de grandezas não consideradas durante o processo de ajuste, mas que podem ser obtidas analiticamente via parametrização independente de modelo. A primeira grandeza analisada assim será a inclinação, isto é, a taxa de variação da seção de choque diferencial elástica em função da energia e do momento transferido.

Apresentamos, também, a chamada representação de parâmetro de impacto que corresponde à análise da amplitude de espalhamento no espaço de parâmetro de impacto. Nesta representação podemos realizar uma análise sob o ponto de vista geométrico da amplitude através da função de perfil, função eiconal e da função de recobrimento inelástica. Analisaremos estas funções utilizando os parâmetros obtidos nos ajustes via parametrização independente de modelo.

No Capítulo 1 tratamos da introdução da notação básica que será utilizada ao longo deste trabalho. Serão tratados neste capítulo, entre outros tópicos, as chamadas variáveis de

Mandelstam, as seções de choque diferencial elástica e total para processos de espalhamento hádron-hádron, bem como o formalismo básico das chamadas Relações de Dispersão (relações que conectam a parte real da amplitude de espalhamento complexa à sua parte imaginária). Estas relações podem ser integrais ou derivativas. As derivativas, como veremos, são de fundamental importância para nossa parametrização independente de modelo.

No Capítulo 2 apresentamos os dados experimentais de seção de choque total, seção de choque diferencial elástica, parâmetro  $\rho$  e inclinação da seção de choque diferencial elástica utilizados nesta tese.

No Capítulo 3 apresentamos a formulação completa da parametrização independente de modelo. Esta parametrização baseia-se em fatos já estabelecidos experimentalmente dentro da física de altas energias: crescimento logarítmico da seção de choque total (limite de Froissart-Martin) e linear do parâmetro de inclinação com a energia da colisão e comportamento do padrão difrativo da seção de choque diferencial elástica. Os ajustes obtidos são dependentes da energia e do momento transferido e possibilitam previsões, dentro de certas regiões, sobre a seção de choque diferencial elástica pp e  $\bar{p}p$  nas energias do Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e Large Hadron Collider (LHC).

Dedicamos o Capítulo 4 às previsões no espaço de momento transferido obtidas a partir da parametrização independente de modelo das grandezas analisadas na processo de ajuste, bem como de outras não consideradas. Assim, apresentamos previsões de comportamento para a seção de choque total, seção de choque diferencial elástica, parâmetro  $\rho$  e inclinação da seção de choque diferencial elástica. Discutimos os resultados nos contextos experimental (experimentos em curso e planejados) e fenomenológicos (modelos representativos de diferentes abordagens teóricas).

No Capítulo 5, apresentamos as previsões no espaço de parâmetro de impacto para a função de perfil, função eiconal e função de recobrimento inelástica. As previsões apresentadas neste capítulo podem constituir importantes subsídios para a construção de modelos fenomenológicos e interpretações geométricas das colisões elásticas.

No Capítulo 6 apresentamos algumas conclusões sobre a parametrização proposta e sobre os resultados obtidos a partir dela. Levantamos ainda questões em aberto e futuras ampliações dos métodos de análise aqui desenvolvidos.

Foram incluídos cinco Apêndices neste trabalho, com o objetivo de tornar alguns pontos mais claros e no sentido de mostrar que os resultados obtidos provêm de um formalismo bem definido de teoria de funções inteiras no logaritmo da energia. O Apêndice A trata do Princípio de Reflexão de Schwarz, o Apêndice B da Elipse de Lehmann-Martin, associada à região de validade das Relações de Dispersão e o Apêndice C trata do limite de Froissart-Martin. No Apêndice D apresentamos algumas das etapas intermediárias de trabalho desta tese e alguns dos resultados obtidos. Por fim, no Apêndice E relacionamos os trabalhos decorrentes desta tese (publicados, aceitos para publicação e em fase de redação).

# Conteúdo

1	Cor	nceitos Básicos	1
	1.1	Introdução	1
	1.2	Cinemática Relativística e Variáveis de Mandelstam	3
	1.3	Seções de Choque via Matriz $S$	7
		1.3.1 Seção de Choque Total e Diferencial	10
	1.4	Teorema Óptico	11
	1.5	Cruzamento e Analiticidade	12
	1.0	1.5.1 Cruzamento	12
			13
	1 C	1.5.2 Analiticidade	
	1.6	Relações de Dispersão	13
		1.6.1 Relação de Dispersão Integral	14
		1.6.2 Relação de Dispersão Derivativa	17
<b>2</b>	Dac	los Experimentais	21
	2.1	Introdução	21
	2.2	Medidas e Grandezas Físicas	23
	2.3	Seção de Choque Total	$\frac{-5}{25}$
	2.4	Parâmetro $\rho$	28
	2.5	Seção de Choque Diferencial Elástica	29
	2.6	Inclinação da Seção de Choque Diferencial Elástica	$\frac{23}{33}$
	$\frac{2.0}{2.7}$	Tabelas Compiladas para Espalhamento $pp \in \bar{p}p$	35
	2.1	rabelas Compiladas para Espamamento $pp e pp \dots \dots \dots$	33
3	Par	ametrização Independente de Modelo	53
	3.1	Introdução	53
	3.2	Formulação Completa	54
		3.2.1 Formalismo	55
		3.2.2 Limite de Froissart-Martin	55
		3.2.3 Comportamento da Inclinação da Seção de Choque Diferencial	57
		3.2.4 Funções Auxiliares de Cruzamento	60
	3.3	Regressões Preliminares	63
	3.4	Regressões para o Espalhamento Frontal: $\sigma_{tot}$ e $\rho$	64
	3.5	Regressões Globais: $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$	66
	0.0	$\frac{1}{10}$	00

xvi *CONTEÚDO* 

		3.5.1	Resultados para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$	6
		3.5.2	Resultados para $d\sigma/dq^2$	72
	3.6	Comen	tários Críticos	76
4	Pre	visões:	Espaço de Momento Transferido	79
	4.1	Introdu	ıção	79
	4.2	Grande	ezas Regredidas	80
		4.2.1	Contexto Experimental	80
		4.2.2	Contexto Fenomenológico	8.
		4.2.3	Seção de Choque Total	82
		4.2.4	Parâmetro $\rho$	84
		4.2.5	Seção de Choque Diferencial Elástica	8
	4.3	Inclina	ção da Seção de Choque Diferencial Elástica	94
		4.3.1	Comportamento Teórico da Inclinação da Seção de Choque Diferencial	
			Elástica	9
		4.3.2	Extração via Cálculo de Seção de Choque Diferencial Elástica $\ . \ . \ .$	9'
		4.3.3	Dependência Analítica em Função da Energia e Momento Transferido	98
5	Pre	visões:	Espaço de Parâmetro de Impacto	121
	5.1	Introdu	ıção	121
		5.1.1	Difração em Física de Altas Energias	122
		5.1.2	Representação no Espaço de Parâmetro de Impacto	123
	5.2	Função	de Perfil	126
	5.3	Função	Eiconal	138
	5.4	Função	de Recobrimento Inelástica	14
6	Con	clusões	s e Observações Finais	153
$\mathbf{A}$	Prin	ncípio o	de Reflexão de Schwarz	157
В	Elip	se de I	Lehmann-Martin	161
	В.1	Elipse	de Lehmann	16
$\mathbf{C}$	Lim	ite de l	Froissart-Martin	163
	C.1	Elipse	de Lehmann-Martin	164
D	Eta	pas Ini	ciais de Trabalho	16'
		-	1: Pequeno Momento Transferido $(q^2 \le 0.5 \text{ GeV}^2)$	16'
			2: Médio Momento Transferido $(q^2 \le 10 \text{ GeV}^2)$ com 2 Exponenciais .	169
			3: Grande Momento Transferido $(q^2 < 14 \text{ GeV}^2) \ldots \ldots$	170

C0	CONTEÚDO	xvii
$\mathbf{E}$	Trabalhos Decorrentes desta Tese	175
	E.1 Publicados em Periódicos	 175
	E.2 Publicados em Atas de Conferências/Reuniões	 175

xviii CONTEÚDO

# Lista de Figuras

1.1	Canais associados aos diferentes processos de espalhamento: a) canal- $s$ , b) canal- $t$ e c) canal- $u$	E
1.2	Em (a) temos uma reação do tipo (1.1) onde é possível vermos os canais $s$ e $t$ . Em (b) temos a mesma reação onde é comum utilizar ${\bf k}$ como o tri-momento	_
1.0	do sistema centro de momento.	(
1.3 1.4	Regiões de validade de cada um dos canais (hachuradas)	1.5
	o teorema integral de Cauchy	15
2.1	Dados experimentais de seção de choque total $pp$ e $\bar{p}p$ para energias acima de 10 GeV incluindo aqueles devidos a raios cósmicos	27
2.2	Dados experimentais de seção de choque total $pp$ e $\bar{p}p$ para energias acima de 20.0 GeV e sem os dados provenientes de raios cósmicos	28
2.3	Dados experimentais do parâmetro $\rho$ de $pp$ e $\bar{p}p$ para diferentes valores de energia, acima de 10 GeV	29
2.4	Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para $pp$ em função do momento transferido. Os dados experimentais relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	31
2.5	Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica em função do momento transferido para $\bar{p}p$ . Os dados experimentais relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	32
2.6	Dados experimentais para a inclinação da seção de choque diferencial elástica para $pp$ e $\bar{p}p$ para $\sqrt{s}$ acima de 20.0 GeV	34
3.1	Dados experimentais de seção de choque total para $pp$ e $\bar{p}p$ . O comportamento	
	dos dados aparentemente se modela por uma função quadrática em $\ln s.$	56
3.2	Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para $pp$ em $\sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}$ , para momento transferido $q^2 \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	58
3.3	Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para $pp$ em $\sqrt{s}$ = 52.8 GeV tomando todo o intervalo em $q^2$ disponível	59

XX LISTA DE FIGURAS

3.4	Resultado dos ajustes para $\sigma_{tot}(s)$ a partir do ajuste conjunto de dados para $\sigma_{tot}$ e $\rho$ em $q^2=0$ GeV <sup>2</sup>	65
3.5	Resultado dos ajustes para $\rho(s)$ a partir do ajuste conjunto de dados para $\sigma_{tot}$ e $\rho$ em $q^2=0$ GeV <sup>2</sup>	66
3.6	Resultado para a seção de choque total $pp$ e $\bar{p}p$ dos ajustes conjuntos para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ até $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}.$	69
3.7	Resultado para a seção de choque total $pp$ e $\bar{p}p$ dos ajustes conjuntos para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ até $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}.$	70
3.8	Resultado do ajuste para o parâmetro $\rho$ para $\bar{p}p$ dos ajustes conjuntos apenas para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ até $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$	70
3.9	Resultado do ajuste para o parâmetro $\rho$ para $\bar{p}p$ dos ajustes conjuntos apenas para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ até $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}.$	7
3.10	Resultados para $d\sigma/dq^2$ da colisão $pp$ provenientes dos ajustes conjuntos para $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$ para $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a $\sqrt{s}$ =23.5, 30.7, 44.7, 52.8 e 62.5 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	72
3.11	Resultados para $d\sigma/dq^2$ da colisão $\bar{p}p$ provenientes dos ajustes conjuntos para $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$ para $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a $\sqrt{s}$ =31.0, 53.0, 62.0, 546.0, 630.0 e 1800.0 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	73
3.12	Resultados para $d\sigma/dq^2$ da colisão $pp$ provenientes dos ajustes conjuntos para $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$ para $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a $\sqrt{s}$ =23.5, 30.7, 44.7, 52.8 e 62.5 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	74
3.13	Resultados para $d\sigma/dq^2$ da colisão $\bar{p}p$ provenientes dos ajustes conjuntos para $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$ para $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a $\sqrt{s}=31.0,53.0,62.0,546.0,630.0$ e 1800.0 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	75
3.14	Diferença entre o resultado teórico obtido pela PIM e o experimental para a seção de choque diferencial para $pp$ em $\sqrt{s}=52.8$ GeV normalizada pelo resultado teórico. À esquerda mostramos o resultado para todo o intervalo de $q^2$ e à direita uma visão mais próxima da origem em $q^2$	77
4.1	Previsão para a seção de choque total nas energias alcançadas pelos dados de raios cósmicos. Previsão realizada considerando-se os parâmetros obtidos para $q^2=0~{\rm GeV}^2.$	84

LISTA DE FIGURAS xxi

4.2	Previsão para a seção de choque total nas energias alcançadas pelos dados de raios cósmicos. Previsão realizada considerando-se os parâmetros obtidos para	
	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2 \text{ (topo) e para } q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2. \dots \dots \dots \dots$	86
4.3	Previsões para a seção de choque diferencial nas energias do RHIC, Tevatron e LHC para ajustes realizados como $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ . Os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem	
	ser acomodados em uma só figura	87
4.4	Previsões para a seção de choque diferencial nas energias do RHIC, Tevatron e LHC para ajustes realizados como $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram	
	multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura	88
4.5	Previsões para a seção de choque diferencial $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1.96$ TeV utilizando os parâmetros de ajuste para $q_{max}^2=14.0$ GeV <sup>2</sup> . Os dados experimentais	00
	correspondem a $\sqrt{s} = 1.80 \text{ TeV}$	90
4.6	Contribuições para a seção de choque diferencial para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1.80$ TeV.	
	A curva sólida corresponde à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária	92
4.7	Contribuições para a seção de choque diferencial para $pp$ em $\sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}$	
	e $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=53.0$ GeV. A curva sólida corresponde à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária	93
4.8	Contribuições para a seção de choque diferencial para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s} = 546.0 \text{ GeV}$ e parâmetros de ajustes para $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . A curva sólida corresponde	0.4
4.9	à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária Determinação da inclinação da seção de choque diferencial elástica por meio	94
	da expressão (4.3) a partir de um conjunto de pontos calculados para a seção de choque diferencial para os parâmetros obtidos para $q^2_{max} = 2.0 \text{ GeV}^2$	98
4.10	Previsões para a inclinação em $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ em função da energia a partir dos	100
111	ajustes para conjuntos para $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	103
	Previsões para a inclinação em $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$	104
4.12	Previsões para a inclinação em $q^2 = 0.05 \text{ GeV}^2$ em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	105
4.13	Previsões para a inclinação em $q^2=0.05~{\rm GeV^2}$ em função da energia a partir	
	dos ajustes para conjuntos para $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$	106
4.14	Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para	
4 1 5	$pp \text{ em } \sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV} \text{ e } \bar{p}p \text{ em } \sqrt{s} = 546.0 \text{ GeV}. \text{ A Figura foi obtida de [161]}.$	110
4.15	Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para $pp \text{ em } \sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV} \text{ e } \bar{p}p \text{ em } \sqrt{s} = 546.0 \text{ GeV}. \dots \dots \dots \dots \dots$	111
4.16	Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para	111
1.10	$pp \text{ em } \sqrt{s} = 200.0 \text{ GeV}. \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	112
	Y	_

xxii LISTA DE FIGURAS

5.1	Espalhamento por um potencial onde $b$ é o parâmetro de impacto perpendi-	105
5.2	cular a direção z; k é o momento associado ao centro de massa do sistema	125
3.2	Componentes real e imaginária da função de perfil para $pp \text{ em } \sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}$ .	
	Resultados obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 2.0 \text{ GeV}^2$ . As linhas	190
F 9	tracejadas correspondem aos erros propagados	130
5.3	Componentes real e imaginária da função de perfil para $pp \text{ em } \sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}.$	
	Resultados obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ . As linhas	101
- 1	tracejadas correspondem aos erros propagados	131
5.4	Módulo quadrático da função de perfil para $pp \text{ em } \sqrt{s} = 52.8 \text{ para } q_{max}^2 = 2.0$	101
	$\text{GeV}^2$ (esquerda) e para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ (direita)	131
5.5	Componentes real e imaginária da função de perfil para $pp$ em $\sqrt{s}=62.5$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 2.0$	
	$GeV^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	132
5.6	Componentes real e imaginária da função de perfil para $pp$ em $\sqrt{s}=62.5$ GeV.	
	Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q_{max}^2 = 14.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	132
5.7	Módulo quadrático da função de perfil para $pp$ em $\sqrt{s}=62.5$ GeV para $q^2_{max}=$	
	$2.0 \text{ GeV}^2$ (esquerda) e para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ (direita)	133
5.8	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=53.0$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q_{max}^2 = 2.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	133
5.9	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=53.0$ GeV.	
	Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q_{max}^2 = 14.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	134
5.10	Módulo quadrático da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=53.0$ para $q^2_{max}=2.0$	
	$\text{GeV}^2$ (esquerda) e para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ (direita)	134
5.11	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=546.0$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 2.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	135
5.12	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=546.0$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q_{max}^2 = 14.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	135
5.13	Módulo quadrático da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=546.0$ para $q^2_{max}=2.0$	
	$\text{GeV}^2$ (esquerda) e para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ (direita)	136
5.14	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1800.0$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 2.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	136
5.15	Componentes real e imaginária da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1800.0$	
	GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para $q^2_{max} = 14.0$	
	${ m GeV^2}$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	137
5.16	Módulo quadrático da função de perfil para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1800.0$ para $q^2_{max}=$	
	$2.0 \text{ GeV}^2$ (esquerda) e para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ (direita)	137

LISTA DE FIGURAS xxiii

5.17	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $pp$ para $\sqrt{s}=52.8$ GeV. Os resultados à esquerda são para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> e à direita para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.	139
5.18	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $pp$ para $\sqrt{s}=62.5$ GeV. Os resultados à esquerda são para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> e à direita para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.	140
5.19	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $\bar{p}p$ em função de $b$ . Este resultado é para $\sqrt{s}=53.0~{\rm GeV}$ e corresponde àquele obtido para os parâmetros em $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . À direita o resultado é para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	140
5.20	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $\bar{p}p$ em função de $b$ . Este resultado é para $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ e corresponde àquele obtido para os parâmetros em $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . À direita o resultado é para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	141
5.21	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1.8~\rm TeV$ em função de $b$ . Os resultados à esquerda são para os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0~\rm GeV^2$ e à direita para $q^2_{max}=14.0~\rm GeV^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	141
5.22	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $pp$ em função da energia $\sqrt{s}$ e para valores fixos de $b$ . Utilizamos os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}.$	142
5.23	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $\bar{p}p$ em função da energia $\sqrt{s}$ e para valores fixos de $b$ . Utilizamos os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2.$	143
5.24	Resultados para a parte imaginária da função eiconal para $pp$ (topo) e $\bar{p}p$ (logo acima)em função da energia $\sqrt{s}$ e para $b=2.0$ e 2.5 fm. Utilizamos os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$	144
5.25	Resultados para a função de recobrimento inelástica para $pp$ em $\sqrt{s}=52.8$ GeV utilizando os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> (esquerda) e para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	147
5.26	Resultados para a função de recobrimento inelástica para $pp$ em $\sqrt{s}=62.5$ GeV utilizando os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> (esquerda) e para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	147
5.27	Resultados para a função de recobrimento inelástica para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=53.0$ GeV utilizando os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> (esquerda) e para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	148

xxiv LISTA DE FIGURAS

5.28	Resultados para a função de recobrimento inelástica para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=546.0$ GeV utilizando os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0$ GeV <sup>2</sup> (esquerda) e para $q^2_{max}=14.0$ GeV <sup>2</sup> (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	148
5.29	Resultados para a função de recobrimento inelástica para $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}=1.8$ TeV utilizando os parâmetros obtidos para $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$ (esquerda) e para $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados	149
5.30	Comparação entre dois valores de $G_{inel}(s,b)$ para $pp$ em $\sqrt{s}$ =52.8 GeV e $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}$ =546.0 GeV. A linha cheia representa o comportamento de $pp$ em $\sqrt{s}$ =52.8 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max} = 14.0 \; {\rm GeV^2}$ .	149
5.31	Diferença entre dois valores de $G_{inel}(s,b)$ para $pp$ em $\sqrt{s}$ =52.8 GeV e $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}$ =546.0 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max}$ = 14.0 GeV <sup>2</sup> .	150
5.32	Comparação entre três valores de $G_{inel}(s,b)$ para $pp$ em $\sqrt{s}$ =52.8 GeV (sólida) e $\bar{p}p$ em $\sqrt{s}$ =546 GeV (tracejada) e 1.8 TeV (pontilhada). Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$	150
5.33	Comparação entre $G_{inel}(s,b)$ (pontilhada), $2\text{Re}\Gamma(s,b)$ (tracejada) e $ \Gamma(s,b) ^2$ (sólida) para $pp$ em $\sqrt{s}$ =52.8 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$	151
5.34	Comparação entre $G_{inel}(s,b)$ (pontilhada), $2\text{Re}\Gamma(s,b)$ (tracejada) e $ \Gamma(s,b) ^2$ (sólida) para $pp$ em $\sqrt{s}$ =200.0 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$	151
5.35	Comparação entre $G_{inel}(s,b)$ (pontilhada), $2\text{Re}\Gamma(s,b)$ (tracejada) e $ \Gamma(s,b) ^2$ (sólida) para $pp$ em $\sqrt{s}$ =14.0 TeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$	152
A.1	Continuação analítica de uma função também analítica por sobre uma fronteira real da região $D_f$ para a região $D_g$	158
C.1	Representação pictórica da elipse de Lehmann-Martin. Mesmo para o caso em que $R=4m^2,$ o círculo de analiticidade ainda tem raio menor do que 1	165
D.1	Ajuste conjunto de $pp$ e $\bar{p}p$ utilizando dados de seção de choque diferencial elástica até $q^2=0.5~{\rm GeV}^2$ . Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico	169
D.2	Previsão de comportamento da seção de choque diferencial elástica para outras energias previstas no RHIC. Os resultados relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só	150
	figura	170

LISTA DE FIGURAS xxv

D.3	Ajuste conjunto de $pp$ e $\bar{p}p$ até $q^2 \leq 10 \text{ GeV}^2$ . Novamente obtivemos $\chi^2/gl > 1$ ,	
	mas ainda assim pode ser considerado bom. Os dados experimentais bem	
	como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados	
	por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico	172
D.4	Resultado obtido para a seção de choque diferencial elástica devido a inter-	
	polação de dados $pp$ nas energias de 23.5 e 45.5 GeV para $q^2 \leq 10$ GeV². Os	
	dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada ener-	
	gia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em	
	uma só figura	172
D.5	Ajuste conjunto de $pp$ e $\bar{p}p$ para grande momento transferido. Os dados expe	
	rimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram	
	multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só	
	gráfico	173
D.6	Previsões para a seção de choque diferencial elástica para o RHIC utilizando	
	dados a grande momento transferido e 3 exponenciais. Os resultados dos	
	ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para	
	poderem ser acomodados em um só gráfico	174

# Capítulo 1

## Conceitos Básicos

#### 1.1 Introdução

Apresentamos neste capítulo a notação básica para tratar os processos de espalhamento em que estamos interessados neste trabalho, os processos de colisão elástica hádron-hádron. A partir desta notação, introduzimos as chamadas variáveis de Mandelstam, utilizadas para descrever certos processos físicos que ocorrem durante uma colisão [1].

Estas variáveis, denotadas s, t e u, estão associadas a diferentes configurações no processo de espalhamento, isto é, estão associadas, em particular, a colisões do tipo partícula-partícula e antipartícula-partícula. Considera-se que para estas diferentes configurações de espalhamento temos canais distintos em diferentes regiões das variáveis de Mandelstam. Estes canais, em razão das variáveis, são conhecidos como s, t e u [1].

De posse do formalismo básico associado a estas variáveis e utilizando uma descrição da amplitude de espalhamento por meio de uma função complexa e analítica<sup>1</sup> em seu domínio de validade, somos capazes de mostrar como podem ser obtidas a seção de choque total e a seção de choque diferencial de um processo de espalhamento entre dois corpos. Mostramos como podemos conectar a seção de choque total na direção frontal (forward) com a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica via teorema óptico.

Definimos, também, as propriedades de cruzamento (*crossing*) e analiticidade responsáveis, respectivamente, pelo intercâmbio entre os canais descritos pelas variáveis de Mandelstam

 $<sup>^{1}</sup>$ Uma função complexa f(z) é dita analítica em uma região R se é diferenciável complexa. Também é usual dizer função holomórfica ao invés de analítica.

e pela continuação analítica da amplitude de espalhamento quando necessitamos transitar de um canal para outro, isto é, quando queremos representar, por exemplo, a amplitude de espalhamento para uma colisão partícula-partícula a partir da amplitude de espalhamento obtida para antipartícula-partícula. Veremos que, uma vez definida qualquer uma destas quantidades, a outra passa a ser univocamente determinada.

Ainda neste capítulo, veremos que, do ponto de vista fenomenológico, isto é, do ponto de vista de construção de modelos físicos a partir da análise de dados experimentais, procura-se utilizar o mínimo de termos *ad hoc* para a construção dos mesmos e para isso muitas vezes faz-se uso das chamadas Relações de Dispersão. Esta conexão, obtida via Teoria de Funções Analíticas e Teoria Quântica de Campos, relaciona as partes real e imaginária da função complexa utilizada para descrever o processo de espalhamento entre as partículas.

Esta conexão é extremamente útil pois permite que, a partir do conhecimento da parte imaginária da amplitude de espalhamento, possamos obter a parte real e, por conseguinte, a própria amplitude de espalhamento. A parte imaginária da amplitude de espalhamento passa a ser um *ansatz* que deve ser baseado em propriedades conhecidas, via teoria e/ou experimentação, como, por exemplo, utilizando o teorema óptico e os dados experimentais para a seção de choque total, seção de choque diferencial, crescimento linear da inclinação.

Em sua forma original, as Relações de Dispersão são apresentadas como relações integrais com relação à energia do experimento (no sistema centro de momento ou laboratório). Isto é, para que conheçamos a parte real num determinado valor de s, precisamos realizar uma integração da parte imaginária em todos os valores de energia possíveis. Isto é um entrave para o problema já que pode não haver convergência desta integral, pois não conhecemos a priori o comportamento da função que descreve a parte imaginária da amplitude de espalhamento e, por conseguinte, não sabemos se ela é bem comportada (no sentido de convergência) ou não.

Pode-se tentar contornar este problema reescrevendo as Relações de Dispersão da forma integral para a chamada forma derivativa, isto é, nesta nova representação a parte real depende apenas de derivadas da parte imaginária. Isto torna o problema mais palatável muito embora ainda bastante intrincado pois pode envolver a aplicação de uma série infinita de operadores [2].

Por fim, concentramo-nos neste capítulo e ao longo deste trabalho em processos de espalhamento elástico próton-próton (pp) e antipróton-próton  $(\bar{p}p)$ , mais especificamente na descrição da seção de choque total, seção de choque diferencial elástica e no parâmetro  $\rho$  (razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento) destes processos

através de uma nova parametrização analítica independente de modelos físicos. Além disso, por simplicidade, adotamos em todo esse trabalho  $\hbar = c = 1$ .

No Capítulo 3 abordaremos esta parametrização e veremos que ela se utiliza, dentre outros resultados formais da Teoria Axiomática de Campos, das Relações de Dispersão em sua forma derivativa e de resultados experimentais para descrever a amplitude de espalhamento permitindo, assim, obter a seção de choque total, seção de choque diferencial e o parâmetro  $\rho$  em colisões pp e  $\bar{p}p$ .

## 1.2 Cinemática Relativística e Variáveis de Mandelstam

A cinemática relativística abordada abaixo tem como pano de fundo o espaço-tempo de Minkowski de assinatura +2. Nele desenvolvemos a cinemática dos processos hadrônicos nos quais estamos interessados, isto é, processos de espalhamento elástico pp e  $\bar{p}p$ .

Processos hadrônicos são usualmente classificados em duas categorias que podem ser diferenciadas basicamente pela ordem do momento transferido no momento da colisão. Estes processos são conhecidos como *hard* e *soft* [3, 4].

Processos hard caracterizam-se por terem grandes valores de momento transferido, isto é, tipicamente maiores do que  $\geq 1~{\rm GeV^2}$  (1  ${\rm GeV}=10^9~{\rm eV}$ ). Neste tipo de processo é possível utilizarmos os métodos desenvolvidos dentro da Teoria de Perturbações tomada no contexto da Cromodinâmica Quântica, QCD. Por outro lado, processos soft caracterizam-se por terem pequenos valores de momento transferido, usualmente menores que 1  ${\rm GeV^2}$  [4]. Este segundo processo não pode ser tratado de modo perturbativo, mas existem teoremas de fatorização que garantem que parte do problema pode ser tratado por métodos perturbativos [3].

Há diferentes tipos de processos de espalhamento entre dois corpos. Temos, por exemplo, o processo

$$1+2 \rightarrow 3+4$$
, canal s (1.1)

que é conhecido como espalhamento exclusivo entre dois corpos [3]. Já o processo

$$1+2 \rightarrow 3+X$$

onde X representa um sistema desconhecido de partículas (ou uma ressonância) é chamado de semi-inclusivo [3].

Muito embora façamos neste capítulo uma descrição geral do processo de espalhamento do tipo exclusivo, neste trabalho nos concentramos apenas no espalhamento **elástico** entre dois corpos (o mais simples dos processos soft) e que pode ser descrito como aquele onde as partículas que entram e saem da colisão são exatamente as mesmas, isto é, não ocorre fragmentação de nenhuma das partículas envolvidas na reação e escrevemos (1.1) simplesmente como

$$1+2 \to 1'+2'$$
.

Assim, não é dificil fazer as reduções do caso geral de espalhamento para o caso particular de espalhamento elástico.

No caso geral, associamos às partículas antes da colisão os (quadri-)momentos  $p_1$  e  $p_2$  e após a colisão,  $-p_3$  e  $-p_4$ , de tal forma a termos satisfeita a condição de conservação de momento

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4. (1.2)$$

A condição  $p_i = \sqrt{p_i^{\mu} p_{i\mu}} = m_i$  também deve ser satisfeita, isto é, considera-se que a partícula está localizada na camada de massa (mass shell condition) [3].

As chamadas variáveis de Mandelstam são definidas como [3]

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2. (1.3)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, (1.4)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2. (1.5)$$

Estas variáveis devem obedecer a identidade

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2, \tag{1.6}$$

resultando que apenas duas delas são independentes.

Para o caso de massas idênticas a soma acima é simplesmente igual a  $4m^2$ . Com efeito,

$$s + t + u = (p_1 + p_2)^2 + (p_1 + p_4)^2 + (p_1 + p_3)^2 =$$

$$= 3p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 - 2p_1^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 = 4m^2,$$

onde utilizamos conservação do momento total e a condição  $p_i = m_i$ , onde i = 1, ..., 4.

Neste sistema, a variável s representa o quadrado da energia total medida no sistema centro de momento e a variável t representa o quadrado do momento transferido. É usual referir-se à reação (1.1) como processo no canal-s [3, 5].

Por simetria de cruzamento, podemos ter outros dois processos

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$$
, canal  $t$  (1.7)

$$1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3$$
, canal  $u$  (1.8)

que podem ser diretamente obtidos por simples inversão do momento de duas das partículas da reação (1.1). As barras representam as antipartículas presentes no espalhamento que surgem exatamente pela inversão dos momentos.

Em (1.7) temos a variável t representando o **quadrado da energia total** medida no sistema centro de momento. Este é o chamado processo no canal-t. Em (1.8), a variável u representa o **quadrado da energia** medido no sistema centro de momento e, por conseqüência, este é o processo no canal-u [3, 5].

Trabalharemos apenas no canal-s e, por conseguinte, a quantidade t é definida como o quadrado do quadri-momento transferido e u como quadrado do quadri-momento transferido de troca [5]. A Figura 1.1 mostra esquematicamente os diferentes processos de espalhamento e seus respectivos canais associados. Consideramos apenas partículas de mesma massa de tal forma que os canais tornam-se simétricos.

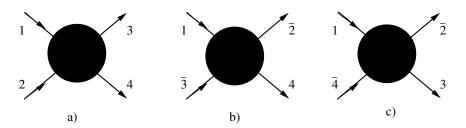


Figura 1.1: Canais associados aos diferentes processos de espalhamento: a) canal-s, b) canal-t e c) canal-u.

No caso do canal s, que está relacionado ao centro de momento do sistema (1.1), os momentos das partículas envolvidas no processo de espalhamento são dados por [3]

$$p_i = (E_i, \mathbf{k_i}), \tag{1.9}$$

onde os  $\mathbf{k_i}$  são os tri-momentos associados e  $E_i$  é a energia do sistema laboratório e, por exemplo, para a partícula 1 em movimento e 2 em repouso tem-se [5]

$$E_1 = \frac{1}{2m_2}(s - m_1^2 - m_2^2),$$

que para o caso de massas iguais se reduz a  $E = \frac{s}{2m} - m$ . Para o caso em que  $s \to \infty$  esta relação reduz-se a  $E \simeq \frac{s}{2m}$ .

Para partículas de massas iguais envolvidas em um processo de espalhamento **elástico**, isto é, onde temos a reação

$$1+2 \to 1'+2'$$
.

as variáveis s, t e u podem ser escritas em termos das quantidades associadas ao sistema centro de momento como [5]

$$s = 4(m^2 + \mathbf{k}^2),\tag{1.10}$$

$$t = -2\mathbf{k}^2(1 - \cos\theta),\tag{1.11}$$

$$u = -2\mathbf{k}^2(1 + \cos\theta),\tag{1.12}$$

onde  $\mathbf{k}$  é o tri-momento da partícula no sistema centro de momento e  $\theta$  é o ângulo de espalhamento no sistema centro de momento. Note que t e u ou são negativos ou nulos, pois  $-1 \le \cos \theta \le 1$  e isto acaba determinando a região física destes canais, isto é, os valores de t e u que têm significado físico para o problema. A Figura 1.2 ilustra uma colisão do tipo (1.1) onde em (a) são mostrados os canais s e t e em (b) a mesma colisão no sistema centro de momento.

A região física para o espalhamento sob o ponto de vista do canal s é dada por

$$s \ge 4m^2, \quad t \le 0, \quad u \le 0.$$

Para o canal t é

$$t \ge 4m^2, \quad s \le 0, \quad u \le 0.$$

E, finalmente, para o canal u é

$$u \ge 4m^2, \quad s \le 0, \quad t \le 0.$$

A simetria destes canais pode ser melhor compreendida por meio da Figura 1.3 onde estão hachuradas as regiões físicas para cada canal. Esta figura também pode ser construída para o caso em que as massas das partículas não são idênticas, porém, não é tão simples [1].

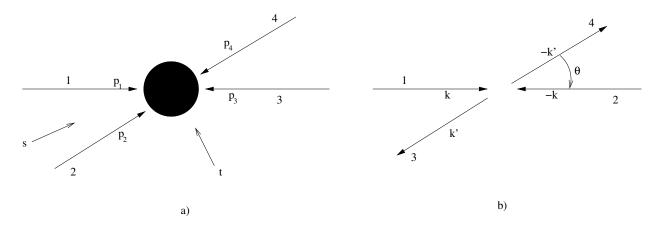


Figura 1.2: Em (a) temos uma reação do tipo (1.1) onde é possível vermos os canais s e t. Em (b) temos a mesma reação onde é comum utilizar  $\mathbf{k}$  como o tri-momento do sistema centro de momento.

Esta é basicamente a cinemática com a qual podemos construir as chamadas seções de choque que são utilizadas para descrever determinadas características físicas dos processos que ocorrem em espalhamentos do tipo (1.1). Além disso, notamos que sendo  $t \leq 0$  no canal s, no que se segue utilizaremos também a notação usual

$$t = -q^2,$$

para o quadrado do quadri-momento transferido.

Aliado a este formalismo necessitamos, porém, introduzir ainda o conceito de matriz S, essencial para a obtenção das seções de choque. Introduzimos na próxima seção o formalismo básico associado à matriz S e, subseqüentemente, obtemos as seções de choque total e diferencial.

#### 1.3 Seções de Choque via Matriz S

Em 1937, Wheeler propõe o uso de uma matriz que correlaciona os estados inicial,  $|i\rangle$ , e final,  $|f\rangle$ , de uma dada reação nuclear [6, 7]. Pouco depois foi proposto que seu uso se desse num contexto da teoria de física de partículas de forma a propiciar uma nova formulação para esta [8]. Esta matriz é conhecida como matriz S (Scattering).

O inconveniente de utilizar a matriz S para obtermos resultados sobre processos de espalhamento é que não se conhecerá nada a respeito de processos intermediários que ocorram durante a colisão. O único conhecimento possível sobre o sistema reside em seus estados

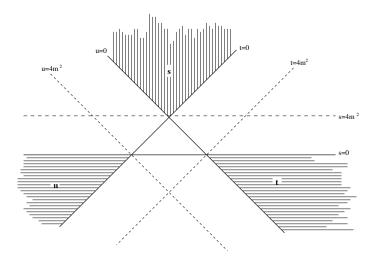


Figura 1.3: Regiões de validade de cada um dos canais (hachuradas).

inicial e final. Para processos onde o estado intermediário seja importante, isto é, onde é necessário o conhecimento sobre a interação entre quarks e glúons presentes nos hádrons, faz-se uso da QCD, que se acredita ser a teoria para descrever as interações fortes.

A idéia em voga na década de 1960 era a de que campos não seriam entidades fundamentais e deveriam ser utilizados exclusivamente para cálculos de amplitude de transição entre as interações [8]. Estas amplitudes poderiam, a princípio, ser calculadas via matriz S, isto é, seriam os seus próprios elementos. Não haveria a necessidade de introduzirmos campos para o cálculo destas transições.

Porém, sem o auxílio dos campos torna-se necessário postular algumas propriedades que deveriam ser satisfeitas pela matriz S. Estas propriedades seriam [5, 8]:

- a) princípio de superposição dos estados;
- b) cinemática relativística;
- c) conservação de probabilidade;
- d) forças com características de curto alcance;
- e) causalidade.

De longe a propriedade e) é a mais difícil de ser atingida e é usualmente substituída por sua análoga matematicamente mais formal:

e') as amplitudes de transição são os contornos reais de certas funções analíticas.

Embora preciso do ponto de vista matemático, parece um tanto obscuro fisicamente falando. Para mostrar como a causalidade é algo complicado no contexto da matriz S basta imaginar um pacote de onda  $A(z,\tau)$  viajando ao longo da direção z com velocidade v. O tempo de percurso é  $\tau$ . Este pacote pode ser descrito pela expressão

$$A(z,\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega a(\omega) exp \left[ i\omega \left( \frac{z}{v} - \tau \right) \right]. \tag{1.13}$$

Ao atingir uma partícula colocada na origem do sistema (z = 0) a onda espalhada na direção para frente será dada por uma função do tipo Green de dois pontos

$$G(r,\tau) = \frac{1}{r\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega) a(\omega) exp\left[i\omega\left(\frac{z}{v} - \tau\right)\right],\tag{1.14}$$

e a transformação inversa de (1.14) será

$$a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau A(0,\tau) \exp(i\omega\tau).$$

Mas, como a onda incidente não pode atingir o alvo antes de  $\tau = 0$ ,

$$A(0,\tau) = 0 \quad para \quad t < 0,$$

e portanto  $a(\omega)$  é regular² no semiplano superior da variável  $\omega$  tomada como complexa [8]. Como resultado extra obtém-se que a integral (1.14) converge, se  $\operatorname{Im}(\omega) > 0$ . Pode-se mostrar a partir daqui que  $f(\omega)$  é analítica para  $\operatorname{Im}(\omega) > 0$ , com excessão de possíveis zeros em  $a(\omega)$  [8]. Assim, se a causalidade puder ser atingida, obtém-se e'). A inversa também é verdadeira. Porém, é difícil garantir que o pacote não atingirá o alvo antes do tempo determinado, pois o Princípio da Incerteza atua como censor aqui. Deste modo, adota-se a causalidade como um postulado e do ponto de vista formal e') exerce papel fundamental no entendimento da analiticidade das funções empregadas para descrever o processo de espalhamento.

Por simplicidade, para o caso de um sistema de duas partículas que interagem por um certo intervalo de tempo e depois se separam, pode-se escrever seu estado inicial como  $|i\rangle$  e após a interação passará a ser escrito como  $S|i\rangle$ , onde S é o operador em questão que marca a transição do estado inicial para o final.

A amplitude de probabilidade de medida de um determinado estado final para este sistema é dada por

$$P_{fi} = |S_{fi}|^2 = S_{fi}S_{if}^{\dagger}, \tag{1.15}$$

 $<sup>^{2}</sup>$ Uma função complexa f(z) é dita regular se é analítica e existe em todos os pontos do domínio R.

onde  $S_{fi} = \langle f|S|i\rangle$ .

Assumindo que estes estados formam uma base ortonormal e que esta seja completa, então, como é sabido, poderemos expressar qualquer estado como superposições do estado inicial. Mais ainda, pode-se mostrar a partir disto que a matriz S é unitária, isto é, que [6]

$$\sum_{f} |\langle f|S|i\rangle|^{2} = \sum_{f} \langle i|S^{\dagger}|f\rangle \langle f|S|i\rangle = \langle i|S^{\dagger}S|i\rangle = 1$$

Para o caso específico deste trabalho, podemos escrever para um espalhamento do tipo (1.1) os seguintes elementos de matriz

$$\langle p_3, p_4 | S | p_1, p_2 \rangle. \tag{1.16}$$

Note que (1.16) não contém informação alguma sobre a posição das partículas no espaço, então pode-se supor que elas estejam espacialmente separadas e que, portanto, seus momentos não se alteraram. Quando isto acontece, pode-se mostrar que a matriz S pode ser escrita como

$$S = 1 + iR, (1.17)$$

onde R tem relação direta com as seções de choque obtidas via experimento [8].

A seguir, mostramos como obter as seções de choque total e diferencial que podem ser escritas em termos das variáveis de Mandelstam, caso sejam satisfeitas as condições de conservação de momento e energia.

#### 1.3.1 Seção de Choque Total e Diferencial

Obedecidas as condições postuladas para a matriz S pode-se mostrar que a matriz R está relacionada à chamada matriz de transição, F [5, 8]. Então

$$\langle p_3, p_4 | R | p_1, p_2 \rangle = (2\pi)^2 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4) F,$$
 (1.18)

e podemos obter a seção de choque total a partir de  $|R|^2$  pela simples integração sobre todos os estados finais possíveis (normalizados). Para o espalhamento (1.1) obtemos

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{4\mathbf{k}\sqrt{s}} \int d\Omega \frac{\mathbf{k}}{s} |F|^2, \tag{1.19}$$

onde  $\mathbf{k}$  é o tri-momento inicial medido no sistema centro de momento do mesmo modo que F corresponde a amplitude de espalhamento. Além disso,  $\Omega$  é o ângulo sólido medido no detector.

A seção de choque diferencial para o ângulo de espalhamento  $(\theta, \phi)$  no sistema centro de momento é

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{16\pi s(s - 4m^2)} |\langle p_3, p_4 | F | p_1, p_2 \rangle|^2 = \frac{1}{16\pi s(s - 4m^2)} |F|^2, \tag{1.20}$$

onde  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ .

Para altas energias  $(s >> 4m^2)$  é possível reescrever a expressão acima na forma

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2} |F|^2,\tag{1.21}$$

onde F é exatamente a amplitude de espalhamento característica de processos do tipo (1.1).

A seção de choque total pode ser associada à parte imaginária da amplitude de espalhamento no caso em que temos momento transferido nulo (t=0). Esta associação se dá por meio do teorema óptico e é válida para todas as energias de colisão [5, 8].

## 1.4 Teorema Óptico

O teorema óptico é consequência direta da unitaridade da matriz S. A probabilidade de transição do estado  $|i\rangle$  para o estado  $|f\rangle$  é

$$\sum_{f} |\langle f|R|i\rangle|^2,\tag{1.22}$$

onde R está definida em (1.17).

O teorema óptico pode ser obtido observando-se que a matriz S para uma transição de um estado a para b pode ser escrita como

$$S_{ab} = \delta_{ab} + i(2\pi)^4 \delta\left(\sum p'_r + \sum p_r\right) F_{ab}, \qquad (1.23)$$

onde a  $\delta\left(\sum p_r' + \sum p_r\right)$  é definida como

$$\delta\left(\sum p_r' + \sum p_r\right) = \prod_{i=1}\delta\left(\sum p_{ri}' + \sum p_{ri}\right),\,$$

Por meio da equação (1.23) e da condição de unitaridade, escrevemos para a matriz F

$$i(F_{ab}^{\dagger} - F_{ab}) = (2\pi)^4 \sum_{c} \int dc \delta \left(\sum p_r - \sum q_r\right) F_{ac}^{\dagger} F_{cb}$$
 (1.24)

onde c denota os estados intermediários de momento  $q_1, q_2,...,q_n$ . Quando a = b, obtemos a chamada amplitude de espalhamento na direção para frente e para uma colisão de apenas dois corpos escrevemos

$$\operatorname{Im}\langle p_1, p_2, i | F | p_1, p_2, i \rangle = \frac{1}{2} (2\pi)^4 \sum_c \int dc \delta \left( \sum_{1}^{2} p_r - \sum_{1}^{n} q_r \right) |F_{ac}|^2.$$
 (1.25)

O lado direito é somado sobre todos os estados finais e isto fornece a seção de choque total que, no limite de altas energias  $(s \to \infty)$ , escrevemos

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s} \text{Im} \langle i|F|i\rangle. \tag{1.26}$$

Mas quando consideramos  $\langle i|F|i\rangle$  estamos tratando do caso em que a direção de espalhamento não mudou, isto é,  $\cos\theta=1$  e portanto

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s} \text{Im} F(s, t = 0), \quad s \to \infty.$$
 (1.27)

### 1.5 Cruzamento e Analiticidade

#### 1.5.1 Cruzamento

Uma propriedade fundamental no contexto de uma teoria de campos relativística é o chamado cruzamento (crossing), isto é, a propriedade de que, durante um processo de espalhamento, uma partícula entrando com momento p possa ser vista como uma antipartícula saindo da reação com momento -p. Isto possibilita um intercâmbio entre os canais s, t e u definidos anteriormente, pois a transição de um canal para outro se dá por simples troca na direção do momento.

Como já vimos, não há sobreposição entre estes três canais, isto é, eles são definidos cinematicamente em regiões distintas do plano de Mandelstam como pode ser visto na Figura 1.3. Apesar de atuarem em regiões diferentes, mas supondo que a amplitude de espalhamento possua propriedades analíticas, então é possível fazer a continuação analítica desta função, isto é, pode-se construir um caminho por onde esta função possa atravessar os canais, sendo então possível a troca das variáveis de Mandelstam entre si. Dentro do contexto da matriz S esta construção deve ser postulada, porém em teoria de perturbação sabe-se que é verdadeira [3].

Vejamos o conceito de continuação analítica e, por conseguinte, o de analiticidade.

#### 1.5.2 Analiticidade

O conceito de analiticidade é postulado na teoria da matriz S afirmando-se que a amplitude de espalhamento dos processos de colisão são funções analíticas de suas variáveis quando fazemos sua extensão para valores complexos [3].

O conceito de analiticidade está intimamente relacionado ao de continuação analítica de uma função complexa, mais precisamente no caso, à continuação da amplitude de espalhamento.

Do ponto de vista matemático, o conceito de continuação analítica é definido pelo fato de uma função analítica em uma certa região T ser completamente determinada quando conhecemos seu valor e de todas as suas derivadas nos pontos interiores deste conjunto [9].

Se houver duas funções analíticas que satisfaçam esta hipótese, então estas funções são idênticas. Veja Apêndice A para maiores detalhes.

A possiblidade de continuarmos analiticamente a amplitude de espalhamento de um canal para outro, utilizando o conceito de continuação analítica, nos permite dizer que isto preserva a analiticidade desta função e que portanto a troca entre si das variáveis de Mandelstam, quando passamos de um canal para outro, é algo perfeitamente lícito do ponto de vista matemático. Além disto, para o caso em que é válido o princípio de reflexão de Schwarz, é possível obter relações de cruzamento entre partes real e imaginária da amplitude de espalhamento [10].

## 1.6 Relações de Dispersão

O estudo do espalhamento entre partículas em física de altas energias é um problema atual e de fronteira, uma vez que muitos dos aspectos investigados ao longo dos últimos trinta anos ainda não estão bem compreendidos. Um problema ainda sem completa compreensão é o espalhamento hádron-hádron a pequeno momento transferido, como por exemplo espalhamento elástico próton-próton (pp) e antipróton-próton  $(\bar{p}p)$ . Apesar das dificuldades teóricas, no estudo deste tipo de espalhamento podemos utilizar as chamadas relações de dispersão, tanto na forma integral (RDI) quanto derivativa (RDD), para a obtenção da amplitude de espalhamento total [2].

Este tipo de relação surge como consequência da aplicação dos conceitos de cruzamento e analiticidade ao espalhamento partícula-partícula e antipartícula-partícula.

### 1.6.1 Relação de Dispersão Integral

Usualmente são definidas duas funções auxiliares chamadas de amplitudes de cruzamento, definidas par e ímpar, e que serão combinadas de forma a resultarem na amplitude de espalhamento de processos do tipo (1.1). Para o caso específico de um espalhamento próton-próton e antipróton-próton temos

$$F_{pp}(s,t) = F_{+}(s,t) + F_{-}(s,t), \quad F_{\bar{p}p}(s,t) = F_{+}(s,t) - F_{-}(s,t),$$
 (1.28)

onde  $F_+$  é a amplitude de cruzamento par e  $F_-$  ímpar na variável s. Cada uma destas funções auxiliares é definida analítica e complexa

$$F_{\pm}(s,t) = \operatorname{Re}F_{\pm}(s,t) + i\operatorname{Im}F_{\pm}(s,t).$$

Pode-se de fato mostrar que a função acima é analítica em suas duas variáveis, porém para efeitos práticos considera-se uma delas fixa [12]. Assim, mantendo t fixo, podemos escrever o teorema integral de Cauchy para  $F_{\pm}(s)$  como (omitindo t daqui para frente)

$$F_{\pm}(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{F(s')}{s' - s} ds', \tag{1.29}$$

onde C é um caminho fechado e  $s = S + i\epsilon$ ,  $\epsilon > 0$ . Supomos que a função F(s') é livre de singularidades na parte superior do semiplano, incluindo o próprio eixo real em virtude do que foi discutido nas seções anteriores e do Princípio de Reflexão de Schwarz (Apêndice A). A integral presente em (1.29) pode ser reescrita de forma a poder ser resolvida utilizando-se o valor principal de Cauchy que é definido como

$$F(s) = \frac{1}{2\pi i} \left( \int_{-\infty}^{s-\rho} + \int_{s+\rho}^{\infty} \right) ds' \frac{F(s')}{s'-s} + \frac{1}{2\pi i} \int ds' \frac{F(s')}{s'-s}, \tag{1.30}$$

onde  $\rho$  é o raio de um pequeno desvio semicircular sobre s. A Figura 1.4 ilustra este desvio. Se tal limite existe,

$$\lim_{\rho \to 0} \left( \int_{-\infty}^{s-\rho} + \int_{s+\rho}^{\infty} \right) = P \int_{-\infty}^{\infty}, \tag{1.31}$$

ele é chamado de valor principal de Cauchy [10]. Aplicando-se este formalismo em (1.30) obtemos

$$F(s) = \frac{1}{\pi i} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(s')}{s' - s} ds', \tag{1.32}$$

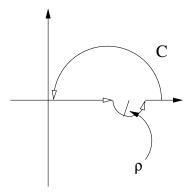


Figura 1.4: Representação do desvio semicircular que se realiza para que possamos aplicar o teorema integral de Cauchy.

e a decomposição de  $F_{\pm}(s)$  e  $F_{\pm}(s')$  em parte real e imaginária fornece, de imediato, as seguintes relações

$$\begin{cases}
\operatorname{Re}F_{\pm}(s) = \frac{1}{\pi}P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}F_{\pm}(s')}{s'-s} ds' \\
\operatorname{Im}F_{\pm}(s) = -\frac{1}{\pi}P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}F_{\pm}(s')}{s'-s} ds'.
\end{cases} (1.33)$$

As equações (1.33) são conhecidas como transformadas de Hilbert [10].

Porém, para que o teorema integral de Cauchy possa ser de fato utilizado devemos ter sempre satisfeita a condição

$$|F_{\pm}(s)| \to 0 \quad se \quad s \to \infty.$$
 (1.34)

Obviamente, nem sempre podemos garantir que a relação acima será satisfeita e desta forma as integrais presentes em (1.33) podem não convergir. Utiliza-se, então, uma modificação na forma como escrevemos a amplitude de cruzamento impondo que<sup>3</sup>

$$\left| \frac{F_{\pm}(s)}{s} \right| \to 0 \quad se \quad s \to \infty, \tag{1.35}$$

e dizemos que houve uma subtração (ficará mais claro abaixo o porquê desta denominação). Caso ainda não seja suficiente, isto é, caso  $F_{\pm}(s)$  cresça mais rapidamente que s escrevemos

$$\left| \frac{F_{\pm}(s)}{s^2} \right| \to 0 \quad se \quad s \to \infty, \tag{1.36}$$

e dizemos que temos duas subtrações. De forma mais geral para uma potência n-ésima de s

$$\left| \frac{F_{\pm}(s)}{s^n} \right| \to 0 \quad se \quad s \to \infty,$$
 (1.37)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Já estamos supondo que  $F_{\pm}(s)$  tem como limite funções polinomiais.

onde temos, então, n-subtrações.

O que se espera com isto é que  $F_{\pm}(s)$  cresça mais lentamente do que uma dada potência de s para que possamos garantir a convergência das integrais consideradas.

Para o caso em que apenas uma subtração é suficiente escrever (1.33) como

$$\begin{cases}
\operatorname{Re}F_{\pm}(s) = K + \frac{2s^2}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}F_{\pm}(s')}{s'(s'^2 - s^2)} ds' \\
\operatorname{Im}F_{\pm}(s) = -\frac{2s}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}F_{\pm}(s')}{s'^2 - s^2} ds',
\end{cases}$$
(1.38)

onde K é a chamada constante de subtração. Esta constante pode ser obtida da seguinte maneira: se a integral para a parte par não convergir, substituímos  $\text{Im}F_+(s)$  por sua análoga segundo (1.35) obtendo

$$\operatorname{Re}F_{+}(s) - \operatorname{Re}F_{+}(0) = \frac{s}{\pi} P \int_{s_{0}}^{\infty} ds' \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s')}{s'(s'-s)},$$
 (1.39)

onde temos a subtração de  $ReF_{+}(0)$  na origem.

Se a integral acima ainda não convergir, reescrevemos utilizando (1.36)

$$\frac{\operatorname{Re}F_{+}(s) - \operatorname{Re}F_{+}(0)}{s} - \frac{d\operatorname{Re}F_{+}(0)}{ds} = \frac{s}{\pi}P \int_{s_{0}}^{\infty} ds' \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s')}{s'^{2}(s'-s)},$$
(1.40)

e temos agora duas subtrações. Se tomarmos (1.37), então teremos *n-subtrações*. Este mecanismo pode ser executado o número suficiente (finito) de vezes para que haja a convergência requerida [10]. Martin mostrou que são necessárias pelo menos duas subtrações para garantir a convergência desta integral [13]. Formalmente tem-se [10]

$$\operatorname{Re} F_{+}(s) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds' \frac{\operatorname{Im} F_{+}(s')}{s'} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{s}{s'}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}^{(k)} F_{+}(s)}{k!} s^k,$$

cuja expansão em série de MacLaurin (série de Taylor em torno da origem) resulta em

$$\operatorname{Re} F_{+}(s) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\operatorname{Re}^{(k)} F_{+}(0) s^{k}}{k!} = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} F_{+}(0)}{k!} s^{k}.$$

Porém, utilizando a parte real par temos

$$Re^{(k)}F_{+}(s) = \frac{k!}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds' \frac{Im F_{+}(s')}{(s'-s)^{k+1}},$$

e, portanto,

$$K = \operatorname{Re}^{(k)} F_{+}(0) = \frac{k!}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds' \frac{\operatorname{Im} F_{+}(s')}{s'^{k+1}}.$$
 (1.41)

O inconveniente das relações (1.38) está no fato de que para conhecermos o valor de  $\operatorname{Re} F_{\pm}(s)$  numa determinada energia devemos integrar  $\operatorname{Im} F_{\pm}(s)$  em todo o intervalo físico permitido, isto é, de  $s_0 = 4m^2$  até infinito. Isto não é desejável pois pode ocorrer que  $\operatorname{Im} F_{\pm}(s)$  não pertença a uma classe de funções onde haja convergência da integral e portanto não obteríamos nem  $F_{pp}$ , nem  $F_{\bar{p}p}$ .

Necessita-se, então, de expressões mais maleáveis que relacionem a parte real e imaginária da amplitude de cruzamento de forma mais simples.

### 1.6.2 Relação de Dispersão Derivativa

Em 1973, Bronzan, Kane e Sukhatme (BKS) publicaram um trabalho [14] mostrando ser possível escrever as RDI numa forma mais conveniente, isto é, escrevendo a parte real da amplitude de espalhamento em termos da tangente definida ali como um operador. A expansão em série de seu argumento corresponderia à aplicação do operador derivativo à parte imaginária da amplitude de espalhamento. Os autores do trabalho escreveram, a partir de (1.38), as seguintes relações de dispersão

$$\operatorname{Re} F_{+}(s) = s^{\alpha} \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha - 1 + \frac{d}{d \ln s / s_{0}} \right) \right] \frac{\operatorname{Im} F_{+}(s)}{s^{\alpha}},$$

$$\operatorname{Re} F_{-}(s) = s^{\alpha} \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha + \frac{d}{d \ln s / s_0} \right) \right] \frac{\operatorname{Im} F_{-}(s)}{s^{\alpha}},$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro real. Pode-se mostrar, porém, que estas expressões podem ser obtidas a partir da forma integral sem que seja necessário introduzir o parâmetro  $\alpha$  [2].

Em toda esta tese adotaremos a convenção usual de que  $s_0=1~{\rm GeV^2}$  e escreveremos as relações acima como

$$\operatorname{Re}F_{+}(s) = s^{\alpha} \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha - 1 + \frac{d}{d \ln s} \right) \right] \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s)}{s^{\alpha}}, \tag{1.42}$$

$$\operatorname{Re}F_{-}(s) = s^{\alpha} \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha + \frac{d}{d \ln s} \right) \right] \frac{\operatorname{Im}F_{-}(s)}{s^{\alpha}}. \tag{1.43}$$

Este modo de escrever as relações de dispersão, relacionando parte real e imaginária via derivações, passou a ser conhecido como relações de dispersão derivativas (RDD), em contraposição às integrais. Pouco tempo depois, Kang e Nicolescu (KN) [15], enunciaram,

sem nunca demonstrarem publicamente, que as relações encontradas por BKS poderiam ser escritas de um outro modo particular

$$\frac{\text{Re}F_{+}(s)}{s} = \left[ \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} + \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \right)^{3} + \frac{2}{15} \left( \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \right)^{5} + \dots \right] \frac{\text{Im}F_{+}(s)}{s}, \tag{1.44}$$

$$\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \frac{\text{Re} F_{-}(s)}{s} = -\left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right)^{2} - \frac{1}{45} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right)^{4} + \dots\right] \frac{\text{Im} F_{-}(s)}{s}, \quad (1.45)$$

onde o parâmetro  $\alpha$  é suprimido. Para efeitos práticos, costuma-se adotar  $\alpha = 1$  nas expressões (1.42) e (1.43), porém ainda há controvérsia a este respeito, pois alguns autores utilizam  $\alpha$  como um parâmetro de ajuste em alguns modelos fenomenológicos. Maiores detalhes sobre este assunto podem ser vistos em [2].

Este modo particular obtido por KN relaciona a parte real da amplitude de espalhamento ímpar com uma possível expansão em série da cotangente [2]. Porém, esta expansão traz problemas pois já em seu primeiro termo temos uma aplicação mal definida do operador derivativo. Se não, vejamos. Seja  $\Pi$  um operador linear, então o seu inverso,  $\Pi^{-1}$ , é por definição (H(x) é uma função analítica não-nula qualquer)

$$\Pi[\Pi^{-1}H(x)] = \Pi^{-1}[\Pi H(x)] = H(x),$$

e além disto  $\Pi^{-1}$  também é linear [16]. Evidentemente o elemento x pertence a um espaço linear normado. No sentido estrito da álgebra de operadores só faz sentido dizer que  $\Pi^{-1}$  existe se e só se existe m>0 tal que

$$m||H(x)|| \le ||\Pi H(x)||.$$
 (1.46)

Para o caso específico em que  $\Pi \equiv \frac{d}{dx}$  é sempre possível encontrar m tal que (1.46) seja satisfeita. Porém, neste caso devemos levar em conta que pode ocorrer que

$$\left. \frac{d}{dx} H(x) \right|_{x=x_0} = 0. \tag{1.47}$$

Porém, a condição acima nos diz que não podemos calcular o ponto de mínimo (ou máximo) da função avaliada. Nota-se que, formalmente, a dedução das RDD por KN apresenta problemas de definição na aplicação do operador derivativo.

Vejamos agora como obter as RDD de BKS seguindo de perto os passos mostrados na referência [2].

Consideramos apenas o caso par em (1.38) (o caso ímpar é análogo). Redefinimos  $s=e^{\zeta}$  e  $s'=e^{\zeta'}$  obtendo

$$\operatorname{Re} F_{+}(e^{\zeta}) - K = \frac{2e^{2\zeta}}{\pi} P \int_{\ln s_0}^{\infty} d\zeta' \frac{e^{\zeta'}}{e^{2\zeta'} - e^{2\zeta}} \frac{\operatorname{Im} F_{+}(e^{\zeta'})}{e^{\zeta'}}.$$

Notando que podemos escrever a identidade

$$\frac{e^{\zeta'} - e^{\zeta}}{2} = \sinh(\zeta' - \zeta),$$

obtemos

$$\operatorname{Re}F_{+}(e^{\zeta}) - K = \frac{e^{\zeta}}{\pi} P \int_{\ln s_{0}}^{\infty} d\zeta' \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s)}{e^{\zeta'} \sinh(\zeta' - \zeta)}.$$
 (1.48)

Assumindo que a seguinte expansão em série de Taylor seja possível

$$\frac{\mathrm{Im} F_{+}(e^{\zeta'})}{e^{\zeta'}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n}{d\zeta'^n} \frac{\mathrm{Im} F_{+}(e^{\zeta'})}{e^{\zeta'}} \Big|_{\zeta'=\zeta} \frac{(\zeta'-\zeta)^n}{n!},$$

então podemos escrever (1.48) como

$$\operatorname{Re}F_{+}(e^{\zeta}) - K = \frac{e^{\zeta}}{\pi} P \int_{\ln s_{0}}^{\infty} \frac{d\zeta'}{\sinh(\zeta' - \zeta)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^{n}}{d\zeta'^{n}} \frac{\operatorname{Im}F_{+}(e^{\zeta'})}{e^{\zeta'}} \Big|_{\zeta' = \zeta} \frac{(\zeta' - \zeta)^{n}}{n!}. \tag{1.49}$$

Em altas energias considera-se a aproximação essencial [2]: se  $s_0 \to 0$ , então  $\ln s_0 \to -\infty$ . Então a integral em (1.49) pode ser escrita como

$$\frac{e^{\zeta}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n}{d\zeta'^n} \frac{\operatorname{Im} F_+(e^{\zeta'})}{n! e^{\zeta'}} \Big|_{\zeta'=\zeta} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\zeta'(\zeta'-\zeta)^n}{\sinh(\zeta'-\zeta)}.$$

A integral acima

$$P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\zeta'(\zeta'-\zeta)^n}{\sinh(\zeta'-\zeta)},$$

é nula para todo n par e para n ímpar escrevemos

$$J(a) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy e^{ay}}{\sinh(y)} = \tan\left(\frac{a\pi}{2}\right), \tag{1.50}$$

onde  $y = (\zeta' - \zeta)$ . Então,

$$\operatorname{Re}F_{+}(e^{\zeta}) - K = e^{\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{n}}{da^{n}} \tan\left(\frac{a\pi}{2}\right) \Big|_{a=0} \frac{d^{n}}{d\zeta'^{m}} \frac{\operatorname{Im}F_{+}(e^{\zeta'})}{e^{\zeta'}} \Big|_{\zeta'=\zeta} =$$

$$= e^{\zeta} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\zeta}\right) \frac{\operatorname{Im}F_{+}(e^{\zeta})}{e^{\zeta}}, \tag{1.51}$$

e portanto

$$\frac{\operatorname{Re}F_{+}(s)}{s} = \frac{K}{s} + \tan\left(\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\right) \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s)}{s},\tag{1.52}$$

onde está implícita a expansão em série do operador tangente. Note que (1.52) é análoga à RDD par obtida por BKS no caso em que  $\alpha = 1$ .

De modo análogo pode ser obtida a relação ímpar como sendo

$$\frac{\operatorname{Re}F_{-}(s)}{s} = \tan\left[\frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{d}{d\ln s}\right)\right] \frac{\operatorname{Im}F_{-}(s)}{s}.$$
(1.53)

Observe que a relação ímpar é distinta daquela obtida por KN a menos que utilizemos a substituição [2]

$$\tan\left[\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{d}{d\ln s}\right)\right] \to -\cot\left[\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\ln s}\right],\tag{1.54}$$

o que resulta assim nas relações estabelecidas por estes autores. Porém, a substituição (1.54) é válida apenas para o caso em que o operador inverso pode ser bem definido como vimos anteriormente. Se for este o caso, a substituição de (1.54) em (1.53) resulta em

$$\frac{\text{Re}F_{-}(s)}{s} = -\frac{2}{\pi} \int ds' \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s'} \right)^{2} - \frac{1}{45} \left( \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s'} \right)^{4} - \dots \right] \frac{\text{Im}F_{-}(s')}{s'}, \quad (1.55)$$

que é formalmente equivalente a (1.45). O surpreendente é que KN não demonstraram as relações obtidas por eles e afirmaram ainda que estas são equivalentes às obtidas por BKS para potências decrescentes da forma  $\text{Im}F_{\pm}(s)/s$  [15].

De modo geral, apesar da utilidade prática que obtemos ao transformarmos as RDI em RDD, ainda assim temos problemas a respeito da convergência das funções utilizadas para representarmos as amplitudes  $F_{\pm}(s)$ . Dependendo do comportamento destas funções, as relações de BKS ou KN ainda podem não convergir.

Durante toda a década de 1970 Kolář e Fischer [17] mostraram formalmente quais deveriam ser as funções utilizadas para que obtivéssemos a convergência das RDI e RDD. A classe de funções obtidas, apesar de pequena, inclui as funções logarítmicas em s que são aquelas que efetivamente nos interessam no estudo de espalhamentos elásticos. As RDD foram recentemente estendidas para um número arbitrário de subtrações [18] e para toda a região acima do limite de espalhamento sem aproximação de altas energias [19].

# Capítulo 2

# Dados Experimentais

## 2.1 Introdução

Neste trabalho, investigamos quatro grandezas físicas que caracterizam o espalhamento elástico hádron-hádron em altas energias e uma quinta grandeza que é derivada das anteriores. Em termos da amplitude de espalhamento

$$F(s, q^2), \quad -t = q^2,$$

e considerando o limite de altas energias, essas grandezas são expressas através das normalizações seguintes:

1. Seção de Choque Diferencial Elástica

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(s, q^2 = 0) = \frac{1}{16\pi s^2} |F(s, q^2)|^2,$$
(2.1)

incluindo seu valor frontal (Ponto Óptico)

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(s, q^2 = 0); (2.2)$$

2. Seção de Choque Total (Teorema Óptico)

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{\operatorname{Im} F(s, q^2 = 0)}{s}; \tag{2.3}$$

3. Parâmetro  $\rho$ 

$$\rho(s) = \frac{\text{Re}F(s, q^2 = 0)}{\text{Im}F(s, q^2 = 0)}$$
(2.4)

4. Inclinação da Seção de Choque Diferencial Elástica

$$B(s,q^2) = -\frac{d}{dq^2} \left[ \ln \frac{d\sigma}{dq^2} (s,q^2) \right], \qquad (2.5)$$

incluindo seu valor frontal

$$B(s, q^{2} = 0) = -\frac{d}{dq^{2}} \left[ \ln \frac{d\sigma}{dq^{2}}(s, q^{2}) \right]_{q^{2} = 0};$$
(2.6)

5. Ponto Óptico

Das expressões acima:

$$\begin{split} \frac{d\sigma}{dq^2}(s,q^2=0) &= \frac{1}{16\pi s} [\mathrm{Re}^2 F(s,q^2=0) + \mathrm{Im}^2 F(s,q^2=0)] = \\ &= \frac{\mathrm{Im}^2 F(s,q^2=0)}{16\pi s} \left[ 1 + \left( \frac{\mathrm{Re} F(s,q^2=0)}{\mathrm{Im} F(s,q^2=0)} \right)^2 \right], \end{split}$$

temos

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(s, q^2 = 0) = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi s} (1 + \rho^2). \tag{2.7}$$

Neste capítulo apresentamos uma compilação dos conjuntos de dados experimentais utilizados nesta tese, referentes às grandezas acima para espalhamentos elásticos pp e  $\bar{p}p$  em energias e intervalos de momento transferido bem definidos.

Este capítulo tem basicamente dois objetivos. O primeiro é o de permitir uma familiarização com os vários conjuntos de dados (referidos acima) de espalhamento elástico  $pp \in \bar{p}p$ ,
disponíveis em diferentes energias. Com isso, procuramos mostrar que o trabalho de **ajuste conjunto** destes diferentes dados experimentais é uma tarefa difícil e trabalhosa, pois estes
são bastante díspares. Por exemplo, para uma mesma energia e num mesmo intervalo de
momento transferido não temos o mesmo número de dados para  $pp \in \bar{p}p$ , em qualquer das
grandezas referidas acima. Além disso, as energias muitas vezes são próximas, mas não coincidem. Assim, a proposição de parametrizações que possam reproduzir os dados é bastante
complexa e se desejarmos que esta parametrização seja independente de modelos mas, que
por outro lado, possua dependência explícita da energia e do momento transferido durante a
colisão, então a tarefa torna-se mais delicada ainda.

O outro objetivo é o de disponibilizar uma compilação, a mais completa possível, dos dados de espalhamento elástico pp e  $\bar{p}p$  que foram utilizados ao longo de várias décadas de pesquisa. Esses dados estão dispersos na literatura, dificultando sua coleta e efetiva utilização.

Ao final deste capítulo foram disponibilizadas as tabelas com todos os dados por nós coletados neste trabalho e correspondentes referências. Note porém, que se perceberá mais adiante que há mais dados disponíveis nas tabelas do que aqueles efetivamente utilizados neste trabalho. Isto se deve ao fato de que utilizamos em nossos processos de ajustes apenas dados que estivessem acima de um certo valor de energia e momento transferido. A energia mínima de corte foi estabelecida em 20.0 GeV e os dados deveriam ter momento transferido acima da região de interferência Coulomb-nuclear. A escolha destes valores ficará mais clara quando apresentarmos a Parametrização Independente de Modelo proposta nesta tese.

### 2.2 Medidas e Grandezas Físicas

Nenhuma das grandezas citadas na introdução deste capítulo pode ser diretamente medida em um experimento de colisão: a grandeza mensurável é a taxa de contagem de eventos. Por exemplo, o observável físico em um experimento que visa a medição da seção de choque diferencial elástica é a taxa de contagem  $\Delta N(t)$ , que corresponde ao número de contagens por segundo por  $\Delta t$  corrigida para problemas de ruído ou ineficiência dos detectores [20].  $\Delta t$  é um pequeno intervalo tomado ao redor de t.

A taxa  $\Delta N(t)$  deve ser normalizada de modo a fornecer a seção de choque diferencial

$$\Delta N(t) = L \frac{d\sigma}{dt},$$

onde L tem unidade de inverso de  $\acute{a}rea \times tempo$  e para feixes colidentes L corresponde à luminosidade. A luminosidade pode ser determinada, por exemplo, utilizando-se os valores experimentais de  $\Delta N(t)$  na região de predominância da interação Coulombiana (|t| < 0.001 GeV<sup>2</sup>). Isto ocorre porque nesta região temos a seguinte aproximação para a seção de choque diferencial elástica

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{1}{t^2}$$
.

Segue daí que, conhecendo-se o valor de L, podemos utilizá-lo para obter a seção de choque diferencial em outra região.

Para pequenos valores de t, a seção de choque total é encontrada tomando-se o gráfico de  $\ln \Delta N(t)$  versus t e ajustando-se os dados por meio de uma reta. Dispondo do valor de L e de  $\Delta N(0)$  é possível encontrarmos o valor da seção de choque total [20].

Outro modo de obtenção das grandezas físicas citadas na introdução deste capítulo baseiase no fato de que podemos eliminar a necessidade do conhecimento da luminosidade L, utilizando para isto a taxa de contagem total,  $N_{tot}$ , devida a qualquer evento ocorrido durante o processo de colisão. Escreve-se

$$N_{tot} = L\sigma_{tot}$$

que resultará ao final na expressão [20]

$$\sigma_{tot}(1+\rho^2) = (16\pi s) \frac{\Delta N(0)}{N_{tot}},$$
(2.8)

A expressão (2.8) é útil quando queremos estudar o espalhamento hadrônico em regiões de altas energias, pois, por exemplo, L é obtida na região Coulombiana, que é cada vez menos acessível quando se aumenta a energia da colisão por causa da relação

$$|t_{int}| \simeq \frac{8\pi\alpha}{\sigma_{tot}},$$

onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina. O valor  $|t_{int}|$  corresponde ao termo de interferência que surge devido à possibilidade de uma interação entre a amplitude de espalhamento na região Coulombiana e a amplitude na região de interação forte. Não é difícil ver que ao aumentarmos a energia da colisão tornamos cada vez mais difícil o acesso à região Coulombiana.

O problema associado ao uso de (2.8) é que não conhecemos, a priori, os valores de  $\sigma_{tot}$  e de  $\rho$ . Assim, para utilizarmos (2.8) devemos considerar algumas hipóteses. De fato, acreditase que  $\rho$  seja pequeno ( $\sim$ 0.1) e, portanto, podemos desprezar o termo  $\rho^2$ . Obtemos daí  $\sigma_{tot}$ 

a partir de (2.8). Um novo ajuste dos valores dos dados experimentais com este valor de  $\sigma_{tot}$  permite obtermos  $\rho$  e, na seqüência, refinamos o valor de  $\sigma_{tot}$ . O processo se retroalimenta e permite obtermos valores mais precisos das quantidades desejadas.

Por fim, para ilustrar a dificuldade de obtenção de dados em um experimento de colisão, o valor de  $|t_{int}|$  pode ser relacionado ao ângulo de interferência pela expressão [20]

$$\theta_{int} = \frac{\sqrt{|t_{int}|}}{k},$$

onde k é o momento no sistema centro de momento. Tomando como exemplo um evento de colisão  $\bar{p}p$  no Tevatron com energia  $\sqrt{s}=2.0$  TeV, espera-se obter uma seção de choque total por volta de 100 mb resultando em um momento de interferência de  $|t_{int}|=0.00073$  GeV<sup>2</sup> e  $\theta_{int}=0.027$  mrad seria o ângulo de interferência.

## 2.3 Seção de Choque Total

Já foi notado que as seções de choque total pp e  $\bar{p}p$  tendem a ser iguais com o aumento da energia e, que além disso, a seção de choque total apresenta um comportamento crescente com  $\sqrt{s}$  [21]. Também cabe ressaltar que alguns dados coletados apresentam discrepâncias com relação a outros medidos na mesma energia; já outros, estão em boa conformidade. Por exemplo, para  $\sqrt{s} = 546.0$  GeV os dados dos experimentos CDF e UA4 apresentam valores bastantes próximos:  $(61.3\pm1.0)$  mb e  $(62.2\pm1.5)$  mb, respectivamente. Já para  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV não temos concordância entre os dados. A colaboração E710 obteve  $(72.8\pm3.1)$  mb e a colaboração CDF, para a mesma energia, obteve  $(80.0\pm2.2)$  mb. As técnicas de medida em ambas as colaborações foram as mesmas e ainda não se tem uma explicação satisfatória para essa diferença de resultados [21]. O surgimento de discrepâncias torna complicada a tarefa de análise dos resultados experimentais porque pode acarretar, por exemplo, o surgimento de diferentes possibilidades de crescimento para a seção de choque total. De fato, adotando uma parametrização do tipo

$$\sigma_{tot}(s) = A_1 s^{-n1} + A_2 s^{-n2} + C_0 + C_2 \ln^{\gamma}(s),$$

pode-se mostrar que  $\gamma=2.2\pm0.3$  [21]. Porém, outros tipos de parametrizações podem ser utilizados resultando em outro padrão de crescimento [20]. A parametrização acima é dependente de modelos e as discrepâncias entre os dados experimentais tornam complicada a tarefa de "escolha" do modelo correto.

Neste trabalho, o corte adotado para ambos os conjuntos de dados experimentais pp e  $\bar{p}p$  na energia de 20.0 GeV indica que estamos interessados naqueles localizados já na região de crescimento da seção de choque total. A distribuição dos dados experimentais para a seção de choque total para pp e  $\bar{p}p$  pode ser vista nas Figuras 2.1 e 2.2. Com isso, estamos optando por estudar o comportamento da seção de choque total onde os dados experimentais apresentem um comportamento do tipo potência. Isto é, que possam ser parametrizados por uma função do tipo

$$\sigma_{tot}(s) \simeq \ln^{\gamma}(s),$$

onde  $\gamma > 0$ . Veremos no capítulo seguinte que, baseados em resultados formais da Teoria Quântica de Campos, adotamos na parametrização proposta  $\gamma = 2$ .

Os dados devidos a raios cósmicos não foram utilizados nesta tese por serem dependentes de modelos, o que poderia tornar os resultados obtidos aqui tendenciosos. Assim, nosso estudo é **restrito ao intervalo** 20.0 GeV $\leq \sqrt{s} \leq$ 1.8 TeV.

Nas Tabelas 2.2 e 2.3 apresentam-se os valores de  $\sigma_{tot}$  e suas respectivas energias e referências.

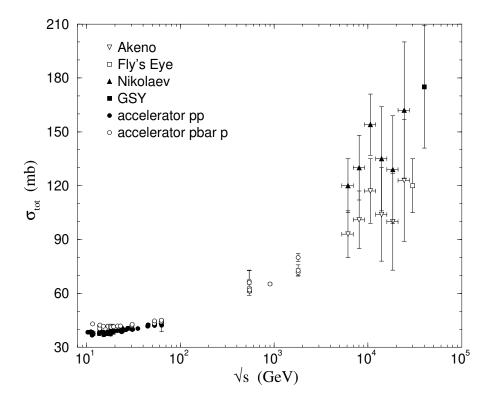


Figura 2.1: Dados experimentais de seção de choque total pp e  $\bar{p}p$  para energias acima de 10 GeV incluindo aqueles devidos a raios cósmicos.

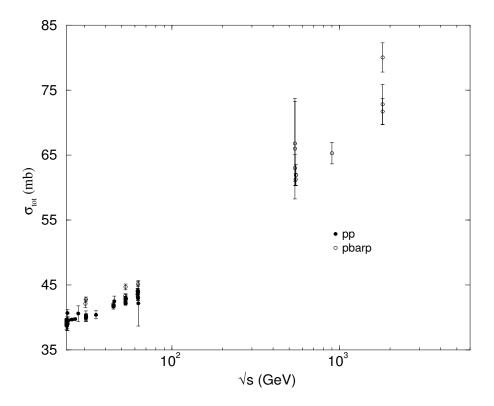


Figura 2.2: Dados experimentais de seção de choque total pp e  $\bar{p}p$  para energias acima de 20.0 GeV e sem os dados provenientes de raios cósmicos.

### 2.4 Parâmetro $\rho$

A razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento, tomada na direção para frente, isto é, com momento transferido nulo, é chamada de  $\rho$ . Explicitamente

$$\rho(s) = \frac{\operatorname{Re}F(s,0)}{\operatorname{Im}F(s,0)}.$$

Este parâmetro mede qual dos termos que compõem a amplitude de espalhamento é eventualmente dominante e em qual região de energia esta dominância ocorre.

Na Figura 2.3 estão dispostos os dados para pp e  $\bar{p}p$  para diferentes valores de energia. Observe que existem grandes disparidades entre os dados coletados para pp e  $\bar{p}p$  no que se refere a número absoluto de dados e até mesmo nos erros destes dados coletados. Já houve até mesmo um valor de  $\rho$  em  $\sqrt{s} = 546$  GeV que causou polêmica e acabou sendo descartado [21, 23]. O valor neste caso foi de  $(0.24\pm0.04)$ , muito acima do esperado.

O corte restringe também os dados de  $\rho$  ao intervalo 20.0 GeV  $\leq \sqrt{s} \leq 1.8$  TeV.

As Tabelas 2.2, 2.1 e 2.3 mostram todos os valores de  $\rho$  utilizados nesta tese.

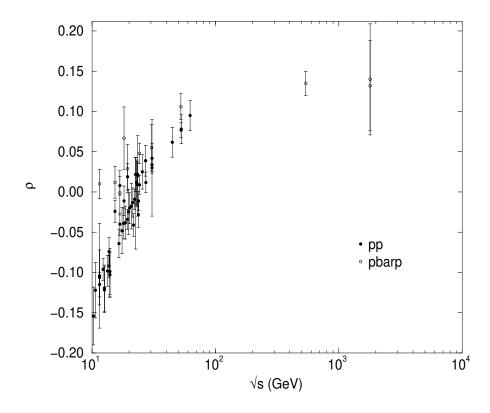


Figura 2.3: Dados experimentais do parâmetro  $\rho$  de pp e  $\bar{p}p$  para diferentes valores de energia, acima de 10 GeV.

## 2.5 Seção de Choque Diferencial Elástica

Os dados para a seção de choque diferencial de pp para  $\sqrt{s}$  =23.5, 27.4, 30.7, 44.7, 52.8 e 62.5 GeV e  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s}$  =31.0, 53.0, 62.0, 546.0, 630.0 e 1800.0 GeV podem ser vistos na Figura 2.4. Os conjuntos de dados experimentais dispostos nestas figuras, tanto pp quanto  $\bar{p}p$ , foram multiplicados por potências de 10 para que pudessem ser acomodados em uma única figura. Porém, durante o processo de ajustes os dados experimentais não sofreram qualquer tipo de modificação sendo utilizados exatamente como encontrados na literatura.

Como foi comentado, vemos que os conjuntos de dados são bastantes díspares tanto em número efetivo de dados como também que as energias avaliadas são diferentes (as energias para pp e  $\bar{p}p$  não coincidem). Além disso, os dados de seção de choque diferencial não atingem todos o mesmo valor de momento transferido máximo.

Como podemos observar na Figura 2.4, tanto para pp quanto  $\bar{p}p$  na região de pequeno momento transferido, temos a presença de mínimos (dips) na seção de choque diferencial que variam de posição com a energia. A formação deste dip está relacionada à figura de

difração que corresponde a um zero da parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica [3]. Superando este dip e aumentando o momento transferido na colisão percebemos que os dados de pp mostram uma caída suave, notadamente os dados de  $\sqrt{s} = 53.0$  GeV. Não temos dados para  $\bar{p}p$  para esses valores de momento transferido por causa da luminosidade limitada no colisores  $\bar{p}p$  [21]. Além disso, percebe-se que os dips para os dados de pp são mais pronunciados que aqueles para  $\bar{p}p$  e isto torna estes espalhamentos peculiares, isto é, a presença ou ausência de dips termina por ser uma espécie de "assinatura" do processo de espalhamento [23].

Os dados mostrados nestas figuras são todos aqueles com momento transferido acima da região de interferência Coulomb-nuclear e com energias acima de 23.5 GeV.

Na Figura 2.5 vemos os dados de  $\bar{p}p$ . Apresentamos ainda uma compilação com todos os dados para a seção de choque diferencial elástica disponíveis [185]. Nas Tabelas 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7 estão dispostas as informações para pp e nas Tabelas 2.8 e 2.9 para  $\bar{p}p$ .

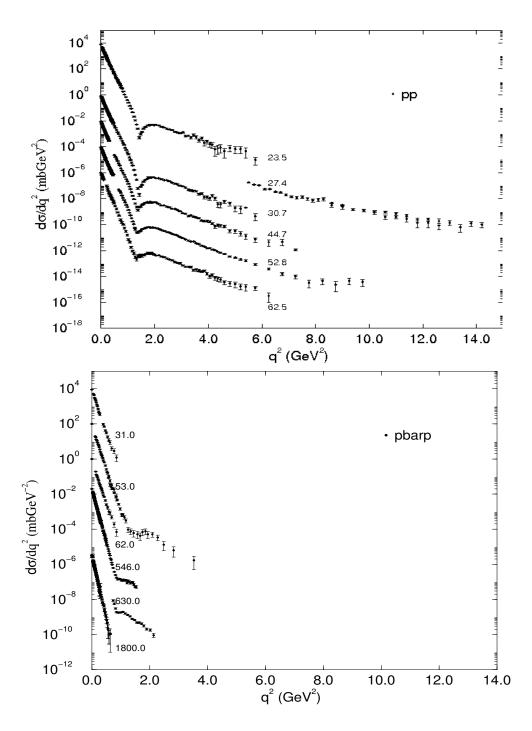


Figura 2.4: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para pp em função do momento transferido. Os dados experimentais relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

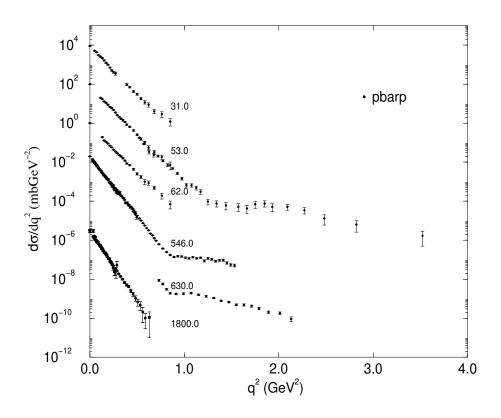


Figura 2.5: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica em função do momento transferido para  $\bar{p}p$ . Os dados experimentais relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

## 2.6 Inclinação da Seção de Choque Diferencial Elástica

Muito embora os dados experimentais para a inclinação da seção de choque diferencial elástica estejam disponibilizados aqui, devemos notar que eles não foram utilizados em nossos ajustes. Para os ajustes utilizamos dados de pp e  $\bar{p}p$  para as seguintes grandezas:  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e ponto óptico.

Os dados experimentais para a inclinação da seção de choque diferencial elástica tanto de pp quanto de  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s}$  acima de 20.0 GeV podem ser vistos na Figura 2.6. Os dados experimentais, nesta região de energia, parecem ter um crescimento proporcional a  $\ln s$  para ambos os conjuntos de dados. No Capítulo 3 faremos uso desta hipótese na parametrização independente de modelos proposta nesta tese.

De fato, realizando um ajuste conjunto dos dados experimentais para pp e  $\bar{p}p$  (nas grandezas  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e ponto óptico) obtivemos determinados parâmetros e com eles fomos capazes de realizar certas previsões de comportamento e uma das grandezas previstas foi exatamente a inclinação da seção de choque diferencial elástica. Assim, apesar de não utilizarmos esses dados nos ajustes, disponibilizamos os mesmos nas Tabelas 2.10 e 2.15 ao final deste capítulo.

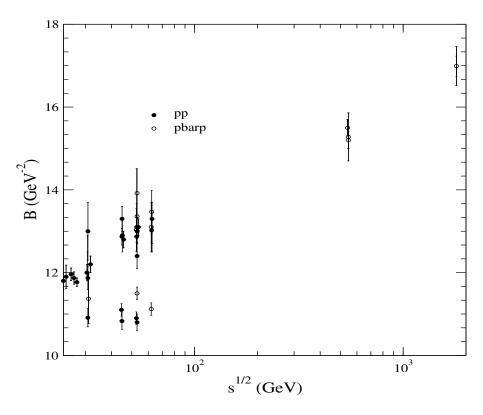


Figura 2.6: Dados experimentais para a inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp e  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s}$  acima de 20.0 GeV.

## 2.7 Tabelas Compiladas para Espalhamento pp e $\bar{p}p$

As tabelas a seguir representam uma compilação de dados experimentais pp e  $\bar{p}p$  onde temos as seguintes grandezas:  $\sigma_{tot}$ , parâmetro  $\rho$ , o ponto óptico  $(d\sigma/dq^2)_{q^2=0}$  e a inclinação da seção de choque diferencial elástica (inclinação, para encurtar). Para cada uma dessas quantidades temos sua respectiva referência.

$\sqrt{s}(\mathrm{GeV})$	$\sigma_{tot}(\mathrm{mb})$	Ref	ρ	Ref	$(d\sigma/dq^2)_{q^2=0} (\text{mbGeV}^-2)$	Ref
20.125	-	-	$-0.020\pm0.019$	[26]	-	-
20.818	-	-	$-0.017 \pm 0.028$	[24]	-	_
21.424	-	-	$-0.013 \pm 0.017$	[26]	-	-
21.263	$39.24 \pm 0.16$	[38]	-	-	-	-
21.700	-	-	$-0.041\pm0.014$	[26]	-	-
22.171	-	-	$-0.009\pm0.013$	[24]	-	-
22.494	-	-	$0.022 \pm 0.021$	[26]	-	-
22.961	$39.42 \pm 0.16$	[38]	-	-	-	-
23.002	-	-	$0.012 \pm 0.028$	[38]	-	-
23.205	-	-	$0.010 \pm 0.028$	[38]	-	-
23.500	$39.10\pm0.30$	[24]	-	-	-	-
23.500	$39.13 \pm 0.32$	[24]	-	-	-	-
23.504	$39.65 \pm 0.22$	[25]	$0.022 \pm 0.014$	[25]	-	-
24.448	$39.40 \pm 0.30$	[33]	-	-	-	-
26.600	$42.80\pm0.30$	[24]	-	-	-	-
27.568	$40.60\pm1.20$	[35]	-	-	$83.7 \pm 4.0$	[35]
30.540	-	-	$0.042 \pm 0.011$	[26]	-	-
30.603	$40.11 \pm 0.17$	[25]	$0.034 \pm 0.008$	[25]	-	-
30.600	$39.91 \pm 0.33$	[24]	-	-	-	-
30.600	$40.10\pm0.30$	[24]	-	-	-	-
30.600	$40.30 \pm 0.30$	[24]	-	-	-	-
30.600	$40.22 \pm 0.21$	[28]	-	-	-	-
30.631	$40.50 \pm 0.40$	[38]	-	-	-	-
30.700	$40.10 \pm 0.20$	[33]	-	-	-	-
30.692	-	-	$0.029 \pm 0.010$	[29]	-	-
31.000	-	-	-	-	$93.0 \pm 5.5$	[27]

Tabela 2.1: Para cada energia  $\sqrt{s}$  os valores de  $\sigma tot$ ,  $\rho$  e  $(d\sigma/dq^2)_{q^2=0}$  para espalhamento elástico pp.

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$\sigma_{tot}(\mathrm{mb})$	Ref	ρ	Ref	$(d\sigma/dq^2)_{q^2=0} (\text{mbGeV}^{-2})$	Ref
31.000	-	-	-	-	$74.0 \pm 3.6$	[27]
35.200	$40.42 \pm 0.47$	[24]	-	-	-	-
35.200	$40.40 \pm 0.50$	[24]	-	-	_	-
44.700	-	-	$0.062 \pm 0.011$	[26]	-	-
44.810	$42.50 \pm 0.50$	[38]	-	-	-	-
44.900	$41.89 \pm 0.32$	[24]	-	-	-	-
44.900	$42.00\pm0.30$	[24]	-	-	-	-
52.700	$43.20 \pm 0.60$	[38]	-	-	-	-
52.788	$43.34 \pm 0.29$	[32]	$0.060\pm0.006$	[30]	$96.6 \pm 1.3$	[32]
52.788	$42.10\pm0.20$	[33]	-	-	-	-
52.800	$42.90 \pm 0.30$	[24]	-	-	-	-
52.800	$42.85 \pm 0.33$	[24]	-	-	-	-
52.800	$43.01 \pm 0.27$	[28]	-	-	-	-
52.806	$42.38 \pm 0.15$	[25]	$0.077 \pm 0.009$	[25]	-	-
52.900	-	-	$0.078 \pm 0.010$	[26]	-	-
53.000	-	-	-	-	$72.5 \pm 2.2$	[27]
62.000	-	-	-	-	$66.4 \pm 1.7$	[27]
62.308	$43.55 \pm 0.31$	[25]	-	-	-	-
62.325	-	-	$0.095 \pm 0.011$	[26]	-	-
62.500	$44.00 \pm 0.36$	[24]	-	-	-	-
62.500	$43.30 \pm 0.40$	[24]	-	-	-	-
62.500	$43.70 \pm 0.40$	[24]	-	-	-	-
62.506	$43.70 \pm 0.30$	[29]	$0.08 \pm 0.02$	[29]	-	_
62.700	$43.82 \pm 0.30$	[28]	-	-	-	_
63.014	$42.20 \pm 3.50$	[31]	-	-	-	

Tabela 2.2: Para cada energia  $\sqrt{s}$  os valores de  $\sigma_{tot},~\rho$  e  $(d\sigma/dq^2)_{q^2=0}$  para espalhamento elástico pp.

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$\sigma_{tot}(\mathrm{mb})$	Ref	ρ	Ref	$(d\sigma/dq^2)_{q^2=0} ({\rm mbGeV}^{-2})$	Ref
21.263	$41.90 \pm 0.26$	[37]	-	-	-	-
22.631	-	-	$-0.014 \pm 0.057$	[25]	-	-
22.961	$41.91 \pm 0.27$	[37]	-	-	-	-
24.300	-	-	$0.048 \pm 0.013$	[25]	-	-
30.404	$42.13 \pm 0.57$	[37]	$0.055 \pm 0.029$	[25]	-	-
30.600	$42.80 \pm 0.35$	[28]	-	-	-	-
30.692	$42.00\pm0.50$	[29]	$0.065 \pm 0.025$	[29]	-	-
31.000	-	-	-	-	$90.4 \pm 5.1$	[27]
31.000	-	-	-	-	$75.6 \pm 4.6$	[27]
52.607	$43.32 \pm 0.34$	[37]	$0.106 \pm 0.016$	-	-	-
52.788	$43.65 \pm 0.41$	[30]	$0.101 \pm 0.018$	[30]	-	-
52.788	$44.86 \pm 0.44$	[32]	-	-	$103.9 \pm 2.0$	[32]
52.788	$44.10\pm2.90$	[33]	-	-	-	-
52.800	$44.71 \pm 0.46$	[28]	-	-	-	-
53.000	-	-	-	-	$78.0 \pm 3.2$	[27]
62.000	-	-	-	-	$72.3 \pm 3.0$	[27]
62.309	$44.12 \pm 0.39$	[37]	-	-	-	-
62.506	$43.90 \pm 0.60$	[29]	$0.12 \pm 0.03$	[29]	-	-
62.700	$45.14 \pm 0.38$	[28]	-	-	-	-
540.078	-	-	$0.24 \pm 0.04$	[43]	-	-
540.083	$61.90 \pm 1.50$	[40]	-	-	-	-
540.083	$67.60 \pm 5.90$	[51]	-	-	-	-
541.000	-	-	$0.135 \pm 0.015$	[54]	-	-
541.072	$63.00\pm2.10$	[44]	-	-	-	-
546.078	-	-	-	-	$196.1 \pm 6.0$	[55]
1020.000	$61.70 \pm 3.70$	[45]	-	-	-	-
1020.000	$61.10\pm3.70$	[45]	-	-	-	-
1800.000	$71.71\pm2.02$	[41]	-	-	-	-
1800.011	$72.60\pm3.60$	[47]	-	-	-	-
1800.261	$72.80\pm3.10$	[192]	$0.140 \pm 0.069$	[46]	-	
1800.272	$71.42 \pm 2.41$	[39]	$0.132 \pm 0.056$	[39]	$334.6 \pm 18.8$	[55]
1800.272	$73.60 \pm 3.30$	[36]	-	-	-	-
1800.272	$72.10\pm3.30$	[36]	-	-	-	-
1800.272	$79.10\pm6.00$	[42]	-	-	-	-
1800.272	$78.30 \pm 5.90$	[42]	-	-	-	

Tabela 2.3: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o correspondente valor de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e  $(d\sigma/dq^2)_{q^2=0}$  para espalhamento elástico  $\bar{p}p$ .

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2(\text{GeV}^2)$	Total de Dados	Ref
4.4208	0.00079 - 0.01283	34	[68]
4.5190	0.016 - 5.078	31	[53]
4.5397	0.00181 - 0.09720	55	[131]
4.5397	0.135 - 2.050	24	[82]
4.5602	0.20205 - 8.63640	18	[83]
4.6213	0.0250 - 0.1975	97	[84]
4.7015	0.058 - 0.824	13	[85]
4.7209	0.0028 - 0.1411	13	[86]
4.7292	0.200 - 0.891	9	[87]
4.7607	2.2392 - 9.5709	15	[83]
4.9344	0.104 - 2.740	25	[82]
4.9344	1.2 - 2.5	5	[88]
4.9533	0.011 - 0.342	5	[89]
4.9533	2.458 - 10.506	15	[83]
5.0096	0.13 - 2.00	22	[80]
5.0838	0.049 - 0.856	13	[85]
5.1496	0.0092 - 0.1041	22	[68]
5.3353	0.273 - 3.540	22	[82]
5.3441	7.6269 - 12.5180	4	[83]
5.4396	0.066 - 0.781	12	[85]
5.4619	0.216 - 0.736	7	[87]
5.4910	0.027 - 4.914	32	[53]
5.5588	0.019 - 0.563	5	[89]
5.5622	0.0089 - 0.1069	27	[68]
5.7575	0.420 - 0.698	12	[85]
5.7899	9.1389 - 15.0000	9	[83]
6.0278	0.19 - 3.60	20	[80]
6.0588	0.036 - 0.764	5	[89]
6.1050	0.0009 - 0.1088	67	[68]
6.1540	0.0575 - 6.0330	37	[83]
6.1555	0.00106 - 0.01426	35	[68]
6.1661	9.6872 - 17.2480	4	[83]
6.2125	0.1150 - 0.8110	11	[85]
6.2476	0.230 - 0.787	7	[87]
6.2716	0.032 - 3.847	30	[53]
6.4390	6.960 - 1.934	17	[83]
6.4630	11.345 - 18.122	4	[83]
6.4774	0.032 - 1.055	5	[89]
6.5222	0.01495 - 0.11020	30	[68]
6.5465	0.235 - 0.807	7	[87]

Tabela 2.4: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico pp.

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 (\text{GeV}^2)$	Total de Dados	Ref
6.8434	0.0828 - 6.7200	35	[82]
6.9197	0.01085 - 0.11090	26	[68]
6.9292	0.254 - 0.748	6	[87]
7.1380	0.064 - 1.042	4	[89]
7.3111	0.00929 - 0.11210	33	[68]
7.5843	0.079 - 2.780	29	[53]
7.6213	0.0027 - 0.1189	21	[66]
7.6765	0.01101 - 0.11280	29	[68]
8.0195	0.01707 - 0.11310	24	[68]
8.2140	0.285 - 1.925	21	[90]
8.3450	0.00932 - 0.11350	28	[68]
8.5504	0.00086 - 0.11320	65	[68]
8.7037	0.00107 - 0.01457	47	[68]
8.8321	0.00088 - 0.11380	65	[68]
9.0296	0.00193 - 0.04328	20	[64]
9.2350	0.16100 - 2.0030	27	[91]
9.3028	0.01136 - 0.11470	29	[68]
9.7778	0.0026 - 0.1200	23	[66]
9.7778	0.0124 - 0.1200	10	[93]
9.7778	0.0375 - 0.7500	16	[50]
9.7778	0.0750 - 1.0250	50	[94]
9.7778	0.825 - 3.800	17	[92]
9.8371	0.00093 - 0.11510	66	[68]
9.9670	0.00063 - 0.03060	72	[52]
9.9772	0.01095 - 0.11500	34	[68]
9.9866	0.00187 - 0.05041	18	[64]
10.188	0.01081 - 0.11500	29	[68]
10.240	0.335 - 1.975	20	[90]
10.281	0.00079 - 0.01527	37	[68]
10.431	0.01285 - 0.11610	35	[68]
10.641	0.00079 - 0.01529	44	[68]
10.712	0.01078 - 0.11630	33	[68]
10.997	0.01294 - 0.11640	33	[68]
11.120	0.3350 - 1.9750	20	[90]
11.216	0.01064 - 0.11650	30	[68]
11.471	0.01059 - 0.11670	26	[68]
11.525	0.00105 - 0.10820	156	[68]
11.538	0.0028 - 0.1176	21	[66]
11.538	0.0375 - 0.7000	17	[50]
12.324	0.00066 - 0.02928	58	[52]

Tabela 2.5: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico pp.

<u></u>	2 2 2 (0 172)	m + 1 1 D 1	D.C
$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 (\text{GeV}^2)$ $0.345 - 0.695$	Total de Dados	Ref
12.330		8	[90]
13.763	0.0022 - 0.0388	73	[95]
13.763	0.035 - 0.095	7	[62]
13.763	0.0375 - 0.7500	18	[50]
13.763	0.345 - 2.030	19	[90]
13.763	0.550 - 2.500	20	[96]
13.763	0.750 - 2.825	61	[94]
15.680	0.345 - 0.990	11	[90]
16.263	0.0375 - 0.8000	19	[50]
16.670	0.010 - 0.620	26	[60]
16.820	0.345 - 2.050	32	[90]
16.830	0.0022 - 0.0392	68	[95]
17.910	0.345 - 2.050	29	[90]
18.170	0.075 - 0.750	15	[50]
18.920	0.285 - 0.205	30	[90]
19.370	0.00066 - 0.03150	69	[52]
19.418	0.0206 - 0.6599	134	[98]
19.418	0.035 - 0.095	7	[62]
19.418	0.078 - 3.250	55	[94]
19.418	0.6125 - 3.9000	33	[97]
19.418	0.95 - 10.25	35	[96]
19.467	5.0 - 11.9	65	[99, 100]
19.890	0.285 - 2.050	19	[90]
20.810	0.285 - 2.020	19	[90]
21.700	0.0022 - 0.0390	64	[95]
21.700	0.285 - 2.020	17	[90]
22.171	0.0005 - 0.02978	63	[52]
23.446	0.15 - 1.05	19	[101]
23.506	0.042 - 5.750	133	[102]
23.542	0.00037 - 0.01020	31	[37]
23.764	0.0022 - 0.0388	60	[95]
23.882	0.00066 - 0.03160	66	[52]
26.496	0.15 - 0.55	8	[101]
27.361	0.00047 - 0.02579	60	[52]
27.430	5.5 - 14.2	30	[100]
27.430	5.50 - 15.83	88	[99]
30.568	0.25 - 0.95	15	[101]
30.632	0.0005 - 0.0176	32	[37]
30.700	0.00106 - 5.75	183	[102]
31.025	0.05 - 0.85	24	[27]
30.700	0.00106 - 5.75	183	[102]

Tabela 2.6: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico pp.

$\sqrt{s}(\mathrm{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2(\text{GeV}^2)$	Total de Dados	Ref
32.357	0.20 - 0.35	4	[101]
35.191	0.20 - 0.75	9	[101]
38.257	0.20 - 0.70	9	[101]
44.699	0.00099 - 7.25	230	[102]
52.806	0.00107 - 0.05546	34	[37]
52.806	0.0111 - 0.0480	36	[31]
52.818	0.825 - 9.750	63	[103]
53.018	0.11 - 3.39	55	[27]
53.018	0.64 - 2.05	15	[104]
53.108	0.13 - 0.46	12	[105]
62.007	0.13 - 0.85	23	[27]
62.323	0.00543 - 0.05122	22	[37]
62.500	0.00167 - 6.25	139	[102]

Tabela 2.7: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico pp.

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2(\text{GeV}^2)$	Total de Dados	Ref
4.4796	0.7595 - 5.5100	10	[106]
4.5397	0.0181 - 0.0972	55	[131]
4.5397	0.030 - 0.176	6	[85]
4.5602	0.19 - 3.00	35	[107]
4.6213	0.0250 - 0.1975	97	[84]
4.9154	0.199 - 0.490	5	[87]
4.9344	0.043 - 0.517	10	[85]
5.6275	0.219 - 0.450	4	[87]
5.6424	0.085 - 1.200	34	[113]
5.6424	0.111 - 1.331	23	[134]
6.6206	0.055 - 0.875	43	[112]
6.9420	0.185 - 0.580	22	[114]
7.0059	0.825 - 3.800	17	[114]
7.6213	0.525 - 5.400	30	[115]
7.8755	0.055 - 1.020	52	[116]
7.8755	0.07 - 0.62	23	[117]
7.6584	0.165 - 1.243	11	[91]
8.7767	0.075 - 0.580	33	[114]
9.7778	0.075 - 1.000	31	[94]
9.7778	0.0375 - 0.7500	17	[50]
9.7778	0.725 - 4.750	25	[92]
11.538	0.0375 - 0.5000	13	[50]
13.763	0.035 - 0.095	7	[62]
13.763	0.0375 - 0.7500	15	[50]
13.763	0.075 - 0.950	30	[94]
13.763	0.55 - 2.45	15	[96]
16.263	0.075 - 0.600	11	[50]
18.170	0.0375 - 0.600	13	[50]
19.418	0.035 - 0.095	7	[62]
19.418	0.075 - 0.750	13	[94]
19.418	0.95 - 3.75	7	[96]
30.400	0.00067 - 0.01561	29	[37]
31.000	0.05 - 0.85	22	[27]
52.600	0.00097 - 0.03860	28	[37]
52.800	0.0437 - 0.0483	8	[31]
53.000	0.11 - 3.52	51	[27]
53.000	0.64 - 1.94	8	[104]
62.000	0.13 - 0.85	23	[27]
62.300	0.00632 - 0.03840	17	[37]
540.00	0.045 - 0.425	36	[51]

Tabela 2.8: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico  $\bar{p}p$ .

$\sqrt{s}(\mathrm{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2(\text{GeV}^2)$	Total de Dados	Ref
546.00	0.00225 - 0.03475	66	[43]
546.00	0.026 - 2.130	14	[55]
546.00	0.0325 - 1.5300	121	[40]
630.00	0.73 - 2.13	19	[118]
1800.0	0.0339 - 0.6270	51	[36]
1800.0	0.035 - 0.285	26	[55]

Tabela 2.9: Para cada energia  $\sqrt{s}$  temos o intervalo em  $q^2$  correspondente aos dados experimentais de  $(d\sigma/dq^2)$  para espalhamento elástico  $\bar{p}p$ .

$\begin{array}{ c c c c c }\hline \sqrt{s} & (\text{GeV}) & q_{min}^2 \leq q^2 \leq q_{max}^2 & (\text{GeV}^2) & B(s) & (\text{GeV}^{-2}) & \text{Ref}\\\hline 2.5 & 0.0 & 5.97 \pm 0.15 & [110]\\\hline 2.7 & 0.08-0.12 & 7.60 \pm 0.43 & [71]\\\hline 3.3 & 0.08-0.12 & 7.80 \pm 0.44 & [71]\\\hline 3.8 & 0.05-0.5 & 7.94 \pm 0.26 & [124]\\\hline 3.8 & 0.05-0.5 & 7.94 \pm 0.26 & [124]\\\hline 3.8 & 0.08-0.12 & 9.14 \pm 0.35 & [71]\\\hline 4.2 & 0.13-0.5 & 7.75 \pm 0.11 & [80]\\\hline 4.3 & 0.005-0.09 & 8.72 \pm 0.38 & [72]\\\hline 4.3 & 0.08-0.12 & 9.40 \pm 0.30 & [71]\\\hline 4.7 & 0.08-0.12 & 9.16 \pm 0.37 & [71]\\\hline 4.9 & 0.005-0.09 & 9.03 \pm 0.30 & [72]\\\hline 5.0 & 0.13-0.5 & 8.19 \pm 0.13 & [80]\\\hline 5.1 & 0.008-0.12 & 9.81 \pm 0.35 & [79]\\\hline 5.2 & 0.0 & 10.32 \pm 0.17 & [68]\\\hline 5.2 & 0.08-0.12 & 10.32 \pm 0.17 & [71]\\\hline 5.6 & 0.0 & 10.31 \pm 0.15 & [68]\\\hline 5.6 & 0.0 & 10.31 \pm 0.15 & [68]\\\hline 5.6 & 0.00 & 10.31 \pm 0.15 & [71]\\\hline 6.0 & 0.19-0.5 & 8.58 \pm 0.24 & [80]\\\hline 6.1 & 0.08-0.12 & 10.24 \pm 0.11 & [68]\\\hline 6.1 & 0.08-0.12 & 10.24 \pm 0.11 & [68]\\\hline 6.1 & 0.08-0.12 & 10.24 \pm 0.11 & [71]\\\hline 6.5 & 0.00 & 10.47 \pm 0.14 & [68]\\\hline 6.5 & 0.008-0.12 & 10.47 \pm 0.14 & [68]\\\hline 6.5 & 0.08-0.12 & 10.47 \pm 0.14 & [68]\\\hline 6.5 & 0.08-0.12 & 10.47 \pm 0.14 & [71]\\\hline 6.5 & 0.00 & 10.48 \pm 0.13 & [68]\\\hline 6.9 & 0.008-0.12 & 10.49 \pm 0.12 & [79]\\\hline 6.5 & 0.08-0.12 & 10.49 \pm 0.11 & [71]\\\hline 6.7 & 0.0 & 12.9 \pm 0.4 & [78]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.52 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.59 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.68 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.68 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.68 \pm 0.11 & [79]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 & [68]\\\hline \hline 7.7 & 0.08-0.12 & 10.69 \pm 0.12 $	$\sqrt{s} \text{ (GeV)}$	$a^2 < a^2 < a^2$ (CoV <sup>2</sup> )	$B(s) \text{ (GeV}^{-2})$	Ref
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	• \	$q_{min} \ge q \ge q_{max} \text{ (GeV)}$		
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				L J
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.1	0.08-0.12	$10.24 \pm 0.11$	LJ
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.5	0.0	$10.47 \pm 0.14$	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.5	0.008-0.12	$10.58 \pm 0.12$	[79]
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.5	0.08-0.12	$10.47 \pm 0.14$	[71]
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.7	0.0	$12.9 \pm 0.4$	[78]
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.9	0.0	$10.48 \pm 0.13$	[68]
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.9	0.008-0.12	$10.59 \pm 0.11$	[79]
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6.9	0.08-0.12	$10.48 \pm 0.13$	[71]
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	7.0	1	$10.7 \pm 0.4$	
7.3 $0.008\text{-}0.12$ $10.77 \pm 0.11$ [79]         7.3 $0.08\text{-}0.12$ $10.52 \pm 0.12$ [71]         7.6 $0.0$ $10.61 \pm 0.27$ [66]         7.6 $0.0$ $10.86 \pm 0.28$ [75]         7.7 $0.0$ $10.49 \pm 0.12$ [68]         7.7 $0.008\text{-}0.12$ $10.68 \pm 0.11$ [79]         7.7 $0.08\text{-}0.12$ $10.49 \pm 0.12$ [71]	7.2	0.0	$13.0 \pm 0.3$	[78]
7.3 $0.08\text{-}0.12$ $10.52 \pm 0.12$ [71]         7.6 $0.0$ $10.61 \pm 0.27$ [66]         7.6 $0.0$ $10.86 \pm 0.28$ [75]         7.7 $0.0$ $10.49 \pm 0.12$ [68]         7.7 $0.008\text{-}0.12$ $10.68 \pm 0.11$ [79]         7.7 $0.08\text{-}0.12$ $10.49 \pm 0.12$ [71]	7.3	0.0	$10.52 \pm 0.12$	[68]
$7.6$ $0.0$ $10.61 \pm 0.27$ $[66]$ $7.6$ $0.0$ $10.86 \pm 0.28$ $[75]$ $7.7$ $0.0$ $10.49 \pm 0.12$ $[68]$ $7.7$ $0.008$ - $0.12$ $10.68 \pm 0.11$ $[79]$ $7.7$ $0.08$ - $0.12$ $10.49 \pm 0.12$ $[71]$	7.3	0.008-0.12	$10.77 \pm 0.11$	[79]
7.6     0.0 $10.86 \pm 0.28$ [75]       7.7     0.0 $10.49 \pm 0.12$ [68]       7.7     0.008-0.12 $10.68 \pm 0.11$ [79]       7.7     0.08-0.12 $10.49 \pm 0.12$ [71]	7.3	0.08-0.12	$10.52 \pm 0.12$	[71]
7.7     0.0 $10.49 \pm 0.12$ [68]       7.7     0.008-0.12 $10.68 \pm 0.11$ [79]       7.7     0.08-0.12 $10.49 \pm 0.12$ [71]		0.0		[66]
7.7 $0.008-0.12$ $10.68 \pm 0.11$ [79]         7.7 $0.08-0.12$ $10.49 \pm 0.12$ [71]	7.6	0.0		[75]
7.7 $0.08-0.12$ $10.49 \pm 0.12$ [71]				[68]
			$10.68 \pm 0.11$	[79]
8.0 $0.0$ $10.69 \pm 0.12$ [68]				
	8.0	0.0	$10.69 \pm 0.1\overline{2}$	[68]

Tabela 2.10: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp em função da energia  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$	$B(s) \text{ (GeV}^{-2})$	Ref
8.0	0.008-0.12	$10.66 \pm 0.11$	[79]
8.0	0.08-0.12	$10.69 \pm 0.12$	[71]
8.3	0.0	$10.57 \pm 0.11$	[68]
8.3	0.08-0.12	$10.57 \pm 0.11$	[71]
8.4	0.008-0.12	$10.77 \pm 0.11$	[79]
8.5	0.08-0.12	$10.68 \pm 0.09$	[71]
8.6	0.0	$10.68 \pm 0.09$	[68]
8.7	0.008-0.12	$10.89 \pm 0.1$	[79]
8.8	0.0	$10.82 \pm 0.11$	[68]
8.8	0.08-0.12	$10.82 \pm 0.11$	[71]
8.9	0.008-0.12	$10.87 \pm 0.11$	[79]
9.3	0.0	$10.90 \pm 0.09$	[68]
9.3	0.008-0.12	$10.95 \pm 0.1$	[79]
9.3	0.08-0.12	$10.90 \pm 0.09$	[71]
9.7	0.008-0.12	$11.19 \pm 0.11$	[79]
9.8	0.0	$10.84 \pm 0.11$	[68]
9.8	0.0	$11.25 \pm 0.28$	[66]
9.8	0.0	$11.17 \pm 0.30$	[75]
9.8	0.0	$11.00 \pm 0.12$	[68]
9.8	0.005-0.09	$10.70 \pm 0.18$	[72]
9.8	0.015-0.080	$10.5 \pm 0.4$	[74]
9.8	0.08-0.12	$10.84 \pm 0.11$	[71]
10.0	0.008-0.12	$11.31 \pm 0.11$	[79]
10.0	0.08-0.12	$11.00 \pm 0.12$	[71]
10.2	0.0	$11.12 \pm 0.13$	[68]
10.2	0.0	$11.11 \pm 0.10$	[68]
10.2	0.008-0.12	$11.24 \pm 0.12$	[79]
10.2	0.08-0.12	$11.12 \pm 0.13$	[71]
10.4	0.008-0.12	$11.16 \pm 0.1$	[79]
10.4	0.08-0.12	$11.11 \pm 0.10$	[71]
10.5	0.005-0.09	$10.83 \pm 0.07$	[72]
10.7	0.0	$11.05 \pm 0.08$	[68]
10.7	0.008-0.12	$11.4 \pm 0.09$	[79]
10.7	>0.05	$11.1 \pm 0.9$	[65]
10.7	0.08-0.12	$11.05 \pm 0.08$	[71]
11.0	0.0	$11.50 \pm 0.11$	[68]
11.0	0.008-0.12	$11.76 \pm 0.12$	[79]
11.0	0.08-0.12	$11.50 \pm 0.11$	[71]
11.2	0.0	$11.24 \pm 0.11$	[68]
11.2	0.008-0.12	$11.52 \pm 0.12$	[79]

Tabela 2.11: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp em função da energia  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (GeV)	$a^2 \cdot < a^2 < a^2$ (GeV <sup>2</sup> )	B(s) (GeV <sup>-2</sup> )	Ref
$\frac{\sqrt{s}\left(367\right)}{11.2}$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$ 0.08-0.12	$11.52 \pm 0.12$	[79]
11.5	0.0	$11.05 \pm 0.43$	[75]
11.5	0.0	$11.46 \pm 0.09$	[68]
11.5	0.0	$11.48 \pm 0.15$	[68]
11.5	0.0	$11.21 \pm 0.40$	[66]
11.5	0.008-0.12	$11.38 \pm 0.11$	[79]
11.5	0.08-0.12	$11.46 \pm 0.09$	[71]
11.5	0.08-0.12	$11.48 \pm 0.15$	[71]
12.0	0.015-0.080	$10.8 \pm 0.5$	[74]
12.2	0.005-0.09	$10.84 \pm 0.20$	[72]
13.8	0.0	$11.20 \pm 0.60$	[36]
13.8	0.0	$12.01 \pm 0.29$	[59]
13.8	0.015-0.080	$11.6 \pm 0.5$	[74]
13.9	0.005-0.09	$11.24 \pm 0.13$	[72]
13.9	0.05-0.7	$11.4 \pm 0.7$	[35]
13.9	0.05-0.7	$2.5 \pm 1.9***$	[35]
15.4	0.015-0.080	$11.2 \pm 0.6$	[74]
15.6	0.005-0.09	$11.30 \pm 0.20$	[72]
16.7	0.0	$9.2 \pm 0.5$	[60]
16.8	0.0	$12.09 \pm 0.28$	[59]
16.8	0.005-0.09	$11.57 \pm 0.23$	[72]
16.8	0.015-0.080	$12.2 \pm 0.5$	[74]
18.2	0.005-0.09	$11.52 \pm 0.11$	[72]
18.2	0.015-0.080	$11.8 \pm 0.5$	[74]
19.4	0.0	$11.50 \pm 0.40$	[36]
19.4	0.005-0.09	$11.56 \pm 0.12$	[72]
19.4	0.015-0.080	$10.8 \pm 0.5$	[74]
19.6	0.04-0.60	$9.9 \pm 0.4$	[67]
19.6	0.04-0.16	$12.1 \pm 1.2$	[67]
19.6	0.16-0.60	$8.9 \pm 0.7$	[67]
21.2	0.005-0.09	$11.61 \pm 0.19$	[72]
21.5	0.05-0.094	$11.57 \pm 0.03$	[73]
21.5	0.138-0.238	$10.42 \pm 0.17$	[73]
21.7	0.0	$11.4 \pm 0.4$	[57]
21.7	0.0	$11.4 \pm 0.4$	[58]
21.7	0.0	$12.17 \pm 0.29$	[59]
22.5	0.005-0.09	$11.69 \pm 0.10$	[72]
23.5	0.0	$15.5 \pm 2.7$	[33]
23.5	0.01-0.05	$12.6 \pm 0.4$	[38]
23.8	0.0	$12.40 \pm 0.32$	[59]

Tabela 2.12: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp em função da energia  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s} \; (\mathrm{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$	$B(s) (\mathrm{GeV}^{-2})$	Ref
23.8	0.04-0.6	$10.6 \pm 0.3$	[122]
24.2	0.005-0.09	$11.90 \pm 0.28$	[72]
24.3	0.0	$11.4 \pm 0.5$	[56]
24.3	0.0	$12.3 \pm 0.5$	[56]
24.3	0.0	$11.76 \pm 0.04$	[56]
24.3	0.0	$12.51 \pm 0.08$	[56]
25.6	0.005-0.09	$11.96 \pm 0.15$	[72]
26.4	0.005-0.09	$11.87 \pm 0.15$	[72]
27.3	0.005-0.09	$11.77 \pm 0.10$	[72]
27.6	0.05-0.7	$10.7 \pm 0.9$	[35]
27.6	0.05-0.7	$0.5 \pm 2.5***$	[35]
30.4	0.06-0.18	$12.0 \pm 0.2$	[76]
30.4	0.08-0.17	$12.2 \pm 0.2$	[77]
30.6	0.0	$12.2 \pm 0.3$	[26]
30.6	0.01-0.06	$13.1 \pm 0.3$	[38]
30.7	0.0	$12.9 \pm 1.1$	[33]
30.8	0.0	$13.0 \pm 0.7$	[78]
30.8	0.015-0.055	$13.0 \pm 0.7$	[78]
30.8	0.046-0.09	$11.87 \pm 0.28$	[73]
30.8	0.138-0.24	$10.91 \pm 0.22$	[73]
31.0	0.0	$11.70 \pm 0.62$	[27]
31.0	0.0	$10.92 \pm 0.15$	[27]
31.0	0.2	$11.77 \pm 0.28$	[27]
31.0	0.4	$10.72 \pm 0.32$	[27]
34.9	0.0	$3.56 \pm 1.09$	[108]
37.4	0.0	$4.42 \pm 0.51$	[108]
39.1	0.0	$5.83 \pm 0.39$	[108]
39.8	0.0	$4.88 \pm 0.45$	[108]
40.9	0.0	$5.53 \pm 0.46$	[108]
42.1	0.0	$6.49 \pm 0.60$	[108]
42.5	0.00193-0.04328	$13.5 \pm 0.74$	[111]
42.5	0.00195-0.04328	$13.5 \pm 0.74$	[112]
43.2	0.0	$6.24 \pm 0.37$	[108]
44.7	0.0	$12.8 \pm 0.3$	[26]
44.9	0.0221-0.0532	$13.3 \pm 0.3$	[24]
44.9	0.046-0.089	$12.87 \pm 0.2$	[73]
44.9	0.136-0.239	$10.83 \pm 0.2$	[73]
45.0	0.0	$12.6 \pm 0.4$	[38]
45.0	0.0	$12.9 \pm 0.4$	[78]
45.0	0.03-0.12	$12.9 \pm 0.4$	[78]
	1		

Tabela 2.13: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp em função da energia  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$	$B(s) (\mathrm{GeV}^{-2})$	Ref
45.0	0.11-0.34	$11.1 \pm 0.15$	[76]
45.0	0.16-0.38	$10.75 \pm 0.75$	[77]
52.2	0.00187-0.05041	$12.7 \pm 0.7$	[111]
52.8	0.0	$12.7 \pm 0.3$	[33]
52.8	0.0	$12.85 \pm 0.12$	[30]
52.8	0.001-0.056	$12.87 \pm 0.14$	[110]
52.8	0.01-0.05	$13.09 \pm 0.42$	[32]
52.8	0.0308-0.0738	$13.1 \pm 0.2$	[24]
52.8	0.09-1.00	$10.34 \pm 0.20$	[32]
52.8	0.16-0.45	$10.9 \pm 0.15$	[76]
52.9	0.0	$13.1 \pm 0.3$	[26]
53.0	0.0	$11.06 \pm 0.11$	[27]
53.0	0.0	$13.1 \pm 0.3$	[38]
53.0	0.06-0.112	$12.4 \pm 0.3$	[73]
53.0	0.168-0.308	$10.8 \pm 0.2$	[73]
53.0	0.4	$11.14 \pm 0.32$	[27]
53.1	0.0	$13.0 \pm 0.3$	[78]
53.1	0.04-0.16	$13.0 \pm 0.3$	[78]
62.0	0.0	$10.71 \pm 0.08$	[27]
62.0	0.4	$10.71 \pm 0.24$	[27]
62.3	0.005-0.052	$13.02 \pm 0.27$	[110]
62.4	0.0	$13.3 \pm 0.3$	[26]
62.5	0.0	$13.0 \pm 0.3$	[29]
62.5	0.037-0.101	$12.8 \pm 0.2$	[24]
63.0	0.0	$13.3 \pm 0.6$	[31]
200.0	0.010-0.019	$16.3 \pm 1.8$	[164]

Tabela 2.14: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp em função da energia  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (GeV)	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$	$B(s) \text{ (GeV}^{-2})$	Ref
2.1	0.0	$14.9 \pm 0.6$	[130]
2.2	0.0	$14.2 \pm 0.3$	[130]
2.4	0.0	$13.2 \pm 0.3$	[130]
2.6	0.0	$13.1 \pm 0.4$	[130]
3.0	0.0	$12.6 \pm 0.4$	[81]
3.0	0.0	$12.9 \pm 0.4$	[81]
3.1	0.0	$12.8 \pm 0.7$	[81]
3.1	0.0	$12.9 \pm 0.7$	[81]
3.5	0.0	$12.6 \pm 0.2$	[81]
3.5	0.0	$12.5 \pm 0.3$	[81]
3.6	0.0	$12.7 \pm 0.3$	[81]
3.6	0.0	$13.0 \pm 0.2$	[81]
3.6	0.0	$12.2 \pm 0.4$	[81]
3.6	0.0	$12.6 \pm 0.3$	[81]
3.7	0.0	$11.7 \pm 0.5$	[81]
3.7	0.0	$12.2 \pm 0.6$	[81]
4.1	0.1-0.45	$12.57 \pm 0.2$	[134]
4.4	0.05-0.15	$13.0 \pm 0.1$	[129]
5.6	0.1-0.45	$11.44 \pm 0.2$	[134]
6.6	0.0	$13.1 \pm 0.8$	[34]
6.6	0.05-0.3	$13.1 \pm 0.8$	[112]
7.9	0.05-0.20	$13.18 \pm 0.11$	[122]
7.9	0.05-0.30	$13.04 \pm 0.10$	[122]
7.9	0.05-0.40	$12.80 \pm 0.08$	[122]
7.9	0.05-0.50	$12.77 \pm 0.07$	[122]
7.9	0.05-0.60	$12.72 \pm 0.07$	[122]
7.9	0.06-0.32	$12.7 \pm 0.8$	[133]
11.5	0.0	$10.1 \pm 1.0$	[126]
13.8	0.0	$13.2 \pm 1.2$	[62]
13.8	>0.08	$11.4 \pm 0.6$	[132]
18.5	0.0	$83.7 \pm 24.1$	[120]
19.4	0.0	$17.0 \pm 3.6$	[62]
20.3	0.0	$61.2 \pm 16.5$	[120]
21.0	0.0	$71.5 \pm 4.5$	[111]
21.0	0.0	$84.9 \pm 4.0$	[111]
21.2	0.0	$52.4 \pm 3.80$	[120]
22.2	0.0	$39.2 \pm 2.00$	[120]
22.6	0.0	$60.6 \pm 2.3$	[111]
23.2	0.0	$32.3 \pm 1.70$	[120]
25.8	0.0	$33.5 \pm 1.2$	[123]

Tabela 2.15: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $\bar{p}p$  em função de  $\sqrt{s}$ .

$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(C_{0}V\right)$	$\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^2}$	B(s) (GeV <sup>-2</sup> )	Ref
$\frac{\sqrt{s} \text{ (GeV)}}{26.0}$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$ 0.0	$\frac{D(s)}{44.15 \pm 5.55}$	[119]
$\frac{26.0}{26.0}$	0.0	$56.78 \pm 5.50$	[119]
26.0	0.0	$44.15 \pm 5.55$	$ \begin{array}{c c} 119 \\ 121 \end{array} $
$\frac{26.0}{26.0}$	0.0	$\frac{44.13 \pm 5.50}{56.78 \pm 5.50}$	$ \begin{array}{ c c c } \hline [121] \\ \hline [121] \end{array} $
$\frac{26.0}{26.2}$	0.0	$30.78 \pm 3.30$ $47.7 \pm 2.7$	$ \begin{array}{c c} 121 \\ 111 \end{array} $
$\frac{20.2}{26.5}$	0.50-0.95	$29.8 \pm 1.9$	[128]
$\frac{20.5}{27.5}$	0.00	$29.8 \pm 1.9$ $27.40 \pm 1.70$	
$\frac{27.5}{27.5}$	0.0	$36.57 \pm 1.68$	[119] [119]
$\frac{27.5}{27.5}$	0.0	$30.37 \pm 1.08$ $27.40 \pm 1.70$	[119] $[121]$
$\frac{27.5}{27.5}$			L J
$\frac{27.5}{27.6}$	0.0	$36.57 \pm 1.68$	[121]
		$28.8 \pm 1.2$	[123]
27.8	0.50-0.95	$24.8 \pm 2.3$	[128]
28.5	0.0	$22.63 \pm 1.30$	[121]
28.5	0.0	$22.63 \pm 1.30$	[119]
28.5	0.0	$29.90 \pm 1.30$	[121]
28.5	0.0	$29.90 \pm 1.30$	[119]
28.8	0.50-0.95	$25.4 \pm 2.2$	[128]
28.8	0.50-0.95	$23.9 \pm 2.9$	[128]
29.0	0.0	$23.38 \pm 1.15$	[119]
29.0	0.0	$30.36 \pm 1.15$	[119]
29.0	0.0	$23.38 \pm 1.15$	[121]
29.0	0.0	$30.36 \pm 1.15$	[121]
29.0	0.0	$26.8 \pm 1.2$	[123]
29.6	0.50-0.95	$25.4 \pm 1.7$	[128]
29.9	0.0	$22.52 \pm 1.05$	[119]
29.9	0.0	$27.41 \pm 1.05$	[119]
29.9	0.0	$22.52 \pm 1.05$	[121]
29.9	0.0	$27.41 \pm 1.05$	[121]
30.0	0.0	$23.8 \pm 1.2$	[123]
30.4	0.50-0.95	$22.6 \pm 2.5$	[128]
30.6	0.0	$18.98 \pm 0.90$	[119]
30.6	0.0	$24.33 \pm 0.90$	[119]
30.6	0.0	$18.98 \pm 0.90$	[121]
30.6	0.0	$24.33 \pm 0.90$	[121]
30.8	0.0	$26.4 \pm 1.14$	[120]
30.8	0.50-0.95	$24.3 \pm 1.2$	[128]
30.9	0.0	$25.2 \pm 1.1$	[123]
30.9	0.50-0.95	$23.0 \pm 0.9$	[128]
31.0	0.0	$11.37 \pm 0.6$	[27]
31.0	0.0	$11.16 \pm 0.20$	[27]

Tabela 2.16: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $\bar{p}p$  em função de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV}^2)$	$B(s) \text{ (GeV}^{-2})$	Ref
31.0	0.2	$12.03 \pm 0.34$	[27]
31.0	0.4	$11.00 \pm 0.38$	[27]
31.4	0.0	$20.01 \pm 0.82$	[119]
31.4	0.0	$24.23 \pm 0.83$	[119]
31.4	0.0	$20.01 \pm 0.82$	[121]
31.4	0.0	$24.23 \pm 0.83$	[121]
31.4	0.50-0.95	$20.1 \pm 1.9$	[128]
31.7	0.0	$23.3 \pm 1.1$	[123]
32.0	0.0	$19.12 \pm 0.83$	[119]
32.0	0.0	$23.61 \pm 0.80$	[119]
32.0	0.0	$19.12 \pm 0.83$	[121]
32.0	0.0	$23.61 \pm 0.80$	[121]
32.0	0.50-0.95	$23.0 \pm 1.6$	[128]
32.2	0.0	$20.9 \pm 2.1$	[109]
32.4	0.0	$21.0 \pm 1.1$	[123]
32.4	0.50-0.95	$23.1 \pm 1.3$	[128]
32.7	0.50-0.90	$21.4 \pm 1.5$	[128]
33.0	0.0	$22.2 \pm 1.1$	[123]
33.3	0.0	$22.8 \pm 0.94$	[120]
33.5	0.0	$18.79 \pm 0.80$	[121]
33.5	0.0	$21.83 \pm 0.80$	[121]
33.5	0.0	$18.79 \pm 0.80$	[119]
33.5	0.0	$21.83 \pm 0.80$	[119]
33.5	0.50-0.90	$20.8 \pm 1.2$	[128]
34.0	0.50-0.90	$21.5 \pm 1.0$	[128]
34.3	0.0	$18.23 \pm 0.80$	[119]
34.3	0.0	$21.57 \pm 0.80$	[119]
34.3	0.0	$18.23 \pm 0.80$	[121]
34.3	0.0	$21.57 \pm 0.80$	[121]
34.7	0.50-0.90	$21.5 \pm 1.1$	[128]
35.0	0.0	$21.73 \pm 0.85$	[119]
35.0	0.0	$23.36 \pm 0.85$	[119]
35.0	0.0	$21.73 \pm 0.85$	[121]
35.0	0.0	$23.36 \pm 0.85$	[121]
35.2	0.50-0.90	$20.4 \pm 1.0$	[128]
35.7	0.50-0.90	$21.8 \pm 1.8$	[128]
37.7	0.0	$18.0 \pm 0.5$	[109]
45.0	0.0	$15.2 \pm 0.3$	[109]
52.6	1.0-0.039	$13.03 \pm 0.52$	[37]
52.8	0.0	$13.6 \pm 2.2$	[33]

Tabela 2.17: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $\bar{p}p$  em função de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$q_{min}^2 \le q^2 \le q_{max}^2 \text{ (GeV^2)}$	B(s) (GeV <sup>-2</sup> )	Ref
53.0	0.0	$11.50 \pm 0.15$	[27]
53.0	0.4	$11.41 \pm 0.36$	[27]
62.0	0.0	$11.12 \pm 0.15$	[27]
62.0	0.4	$11.00 \pm 0.34$	[27]
62.3	6.0-0.038	$13.47 \pm 0.52$	[37]
62.5	0.0	$13.1 \pm 0.6$	[29]
52.8	0.0	$13.36 \pm 0.53$	[30]
52.8	0.01-0.05	$13.92 \pm 0.43$	[33]
52.8	0.09-1.00	$10.68 \pm 0.21$	[33]
540.0	0.0	$13.3 \pm 1.5$	[125]
540.0	0.03-0.19	$17.6 \pm 1.0$	[124]
540.0	0.04-0.18	$17.1 \pm 1.0$	[51]
540.0	0.05-0.19	$17.2 \pm 1.0$	[127]
540.0	0.21-0.45	$13.7 \pm 0.3$	[51]
540.0	0.21-0.50	$13.7 \pm 0.3$	[124]
541.0	0.00075-0.12	$15.52 \pm 0.07$	[54]
546.0	0.025-0.08	$15.35 \pm 0.19$	[55]
546.0	0.03-0.10	$15.3 \pm 0.3$	[124]
546.0	0.03-0.15	$15.2 \pm 0.2$	[124]
546.0	0.15-0.32	$14.2 \pm 0.4$	[124]
546.0	0.21-0.32	$13.6 \pm 0.8$	[124]
546.0	0.21-0.50	$13.4 \pm 0.3$	[124]
1020.0	0.065-0.21	$16.2 \pm 0.5$	[192]
1800.0	0.0	$16.3 \pm 0.3$	[36]
1800.0	0.001-0.14	$16.99 \pm 0.47$	[108]
1800.0	0.02-0.08	$16.3 \pm 0.5$	[42]
1800.0	0.02-0.13	$17.2 \pm 1.3$	[110]
1800.0	0.04-0.29	$16.98 \pm 0.25$	[55]

Tabela 2.18: Inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $\bar{p}p$  em função de  $\sqrt{s}$ .

# Capítulo 3

# Parametrização Independente de Modelo

## 3.1 Introdução

O estudo do espalhamento elástico hádron-hádron em altas energias é uma peça fundamental no entendimento da constituição básica da matéria, pois através deste tipo de experimento podemos tentar entender de forma completa como se dão as interações internas de seus constituintes.

Os espalhamentos elásticos pp e  $\bar{p}p$  são aqueles em que as mais altas energias já foram atingidas em laboratório (aceleradores de partículas) e portanto são os mais aptos a permitir um estudo global. Devemos também levar em conta o fato de que esses experimentos de colisão têm um grande número de resultados disponíveis possibilitando uma análise ampla do comportamento dos dados com o crescimento da energia da reação bem como de momento transferido durante a colisão.

De posse destas informações, é natural que este tipo de processo de colisão, em particular, acabe se tornando atrativo para o estudo e compreensão do espalhamento hádron-hádron como um todo. É interessante também o fato de que com esta parametrização é possível, ao estudarmos o espalhamento em uma região conhecida, realizarmos previsões de comportamento para regiões não analisadas ainda em experimentos de colisão. As previsões tornam-se, então, ferramentas que poderão auxiliar os experimentais no enfoque de regiões específicas de momento e energia e na obtenção, por exemplo, de uma melhor normalização para os dados

obtidos nestes experimentos. Além disso, é claro, informações empíricas são fundamentais na construção de modelos fenomenológicos.

Porém, devemos também ter em mente que um estudo sobre este tipo de espalhamento que tem como um de seus objetivos fornecer uma eventual contribuição empírica à teoria e experiências deve ter o mínimo de preceitos dependentes de determinada teoria. O ideal, na verdade, é que ele seja completamente independente de modelos, pois isto torna a análise do espalhamento isenta de preconceitos e eventuais modismos teóricos.

Visando a obtenção de uma descrição do espalhamento pp e  $\bar{p}p$  em altas energias, apresentamos neste capítulo a proposta de uma parametrização independente de modelo baseada tanto em resultados formais (gerais) da Teoria de Campos bem como em resultados experimentais obtidos para a seção de choque total, seção de choque diferencial e parâmetro  $\rho$ . Utilizamos ainda o formalismo das relações de dispersão derivativas (RDD) visando a conexão da parte real à imaginária da amplitude de espalhamento.

O fato de utilizarmos as RDD nos permite obter, a partir de um único ansatz para a parte imaginária da amplitude par (ou ímpar), as amplitudes para  $F_{pp}(s,q^2)$  e  $F_{\bar{p}p}(s,q^2)$ . Isto só é possível porque utilizamos funções auxiliares de cruzamento que nos permitem conectar as amplitudes para pp e  $\bar{p}p$ . Assim, as amplitudes resultantes são interligadas e podemos realizar ajustes conjuntos para pp e  $\bar{p}p$  utilizando dados para seção de choque total, seção de choque diferencial e parâmetro  $\rho$ .

Esta parametrização obedece resultados rigorosos tais como o limite de Froissart-Martin [13, 22] (ver Apêndice B) e o crescimento com a energia da inclinação da seção de choque diferencial elástica. O ansatz, isto é, a forma como construímos as funções analíticas da parametrização está relacionado tanto com os resultados teóricos gerais (independentes de modelo) quanto com os resultados experimentais, como já dissemos.

Como veremos a seguir, os conjuntos de dados para pp e  $\bar{p}p$  têm quantidades de pontos bastante distintas e portanto pesos estatísticos distintos. No entanto, esperamos que os parâmetros oriundos destes ajustes conjuntos consigam suprir a falta de dados numa certa região para  $\bar{p}p$ , por exemplo, utilizando-se do dados de pp na mesma região, conectados via cruzamento. De fato, acreditamos que seja isto que ocorre.

### 3.2 Formulação Completa

A parametrização independente de modelo (PIM) proposta aqui faz uso, dentre outros preceitos formais, das RDD visando a conexão das partes real e imaginária da amplitude

de espalhamento. Para tanto, utilizamos a representação destas RDD como apresentadas por Kolář e Fischer [17]. Neste trabalho os autores mostraram que é possível reduzir a série infinita de operadores apenas ao seu primeiro termo, garantindo a convergência da série como um todo para regiões de energia suficientemente altas.

Além disso, utilizamos resultados formais obtidos a partir da Teoria de Campos na análise do comportamento da função proposta como ansatz bem como da análise do comportamento dos dados experimentais para a seção de choque total, seção de choque diferencial e parâmetro  $\rho$  para eventos de colisão elástica pp e  $\bar{p}p$ .

#### 3.2.1 Formalismo

Se a amplitude de espalhamento for uma função analítica de classe logarítmica, então as RDD podem ser escritas, em primeira ordem para a expansão da série da tangente, como

$$\begin{cases}
\frac{\operatorname{Re}F_{+}(s)}{s} = \frac{\pi}{2} \frac{d}{d\ln s} \frac{\operatorname{Im}F_{+}(s)}{s} \\
\frac{\operatorname{Re}F_{-}(s)}{s} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{d}{d\ln s}\right) \frac{\operatorname{Im}F_{-}(s)}{s},
\end{cases} (3.1)$$

onde a convergência das expressões acima é garantida para o primeiro termo da série de KN (ou BKS se  $\alpha = 1$ ) [2, 17]. Além disto, em altas energias, este único termo é suficiente para garantir toda a descrição do comportamento desta amplitude de espalhamento [17].

E imediato dos resultados de Kolář e Fischer que, para que possamos aplicar as RDD como propostas, devemos assumir que a nossa função *ansatz* seja de classe logarítmica.

Para entendermos como deve ser esta função, precisamos olhar diretamente para os resultados formais da Teoria de Campos e também para os resultados apresentados via experimentação, como discutido a seguir.

#### 3.2.2 Limite de Froissart-Martin

Para pequeno momento transferido,  $q^2 \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ , espera-se que a amplitude de espalhamento F(s,q) seja predominantemente imaginária, pois a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento é menor que 0.15 ( $\rho < 0.15$ ). Além disso, nesta região de momento transferido ela tem um comportamento aparentemente linear em um gráfico log-linear com  $q^2$ , como pode ser visto na Figura 3.2.

Deste modo, nesta região, podemos supor que a parte imaginária da amplitude F(s,q) seja da forma

$$\frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s,q)}{s} = \alpha e^{-\beta q^2},\tag{3.2}$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros que podem depender da energia e da reação considerada.

Neste ponto introduzimos aquilo que é genuinamente novo nesta parametrização, isto é, a dependência energética dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . Então, passaremos a considerar  $\alpha = \alpha(s)$  e  $\beta = \beta(s)$ .

Para encontrarmos  $\alpha(s)$ , nos baseamos no comportamento dos dados de seção de choque total acima de 20 GeV, vistos na Figura 3.1, e também no comportamento previsto teoricamente para esta seção de choque via limite de Froissart-Martin. Este limite estabelece que assintoticamente  $(s \to \infty)$  [5, 22]

$$\sigma_{tot} \le c \ln^2 s,\tag{3.3}$$

onde c é uma constante positiva não-nula.

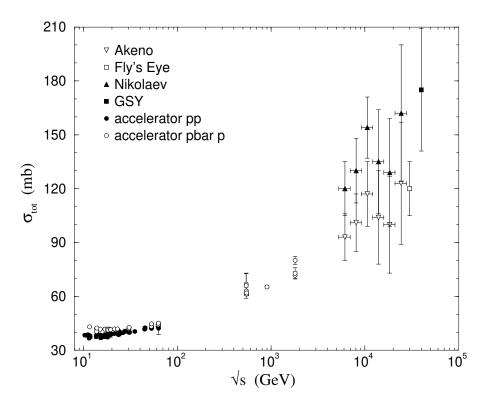


Figura 3.1: Dados experimentais de seção de choque total para pp e  $\bar{p}p$ . O comportamento dos dados aparentemente se modela por uma função quadrática em  $\ln s$ .

Via teorema óptico, podemos relacionar a seção de choque total com a amplitude de espalhamento para frente  $(q^2 = 0)$ , como visto no Capítulo 1. Assim, a partir da expressão (3.1) propomos que, quando  $q^2 = 0$  GeV<sup>2</sup>, o parâmetro  $\alpha$  para os processos pp e  $\bar{p}p$  seja

fornecido, respectivamente, por

$$\sigma_{tot}^{pp}(s) \simeq \frac{\text{Im} F_{pp}(s, q^2 = 0)}{s} = \alpha(s) = A_1 + B_1 \ln s + C_1 \ln^2 s, \tag{3.4}$$

$$\sigma_{tot}^{\bar{p}p}(s) \simeq \frac{\text{Im} F_{\bar{p}p}(s, q^2 = 0)}{s} = \bar{\alpha}(s) = \bar{A}_1 + \bar{B}_1 \ln s + \bar{C}_1 \ln^2 s. \tag{3.5}$$

onde os  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $\bar{A}_1$ ,  $\bar{B}_1$  e  $\bar{C}_1$  são parâmetros reais de ajuste, sendo os três primeiros para pp e três finais para  $\bar{p}p$ . Esta parametrização só faz sentido se tomada para dados coletados acima de 20 GeV, pois se sabe que acima deste valor de energia a seção de choque total é crescente.

Com isso definimos o comportamento de  $\text{Im}F(s,q^2=0)/s$  e devemos agora determinar qual seu comportamento para  $q^2 \neq 0$ . Para encontrarmos a função  $\beta(s)$  devemos analisar o comportamento dos dados de seção de choque diferencial a pequeno momento transferido.

# 3.2.3 Comportamento da Inclinação da Seção de Choque Diferencial

Dados experimentais para a seção de choque diferencial coletados a pequeno momento transferido,  $q^2 \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ , mostram uma inclinação aparentemente constante com relação a uma variação em  $q^2$ , como pode ser observado na Figura 3.2 onde são mostrados os dados de  $d\sigma/dq^2$  para pp em  $\sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}$ , por exemplo.

A Figura 2.6 do Capítulo 2 mostra os dados experimentais utilizados nesta tese para a inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$ . Formalmente, esta inclinação é dada por

$$B_{xp}(s) = \frac{d}{dq^2} \left[ \ln \frac{d\sigma_{xp}}{dq^2} \right]_{q^2 = 0}, \tag{3.6}$$

onde xp representa um espalhamento do tipo pp ou  $\bar{p}p$ .

Podemos supor, então, a partir da expressão (3.2) e na região de pequeno momento transferido, que os parâmetros  $\beta(s)$  sejam funções lineares em  $\ln s$ 

$$\beta_{pp}(s) = D_1 + E_1 \ln s, \quad \beta_{\bar{p}p}(s) = \bar{D}_1 + \bar{E}_1 \ln s$$

onde os  $D_1$ ,  $E_1$ ,  $\bar{D}_1$  e  $\bar{E}_1$  são parametros de ajuste livres.

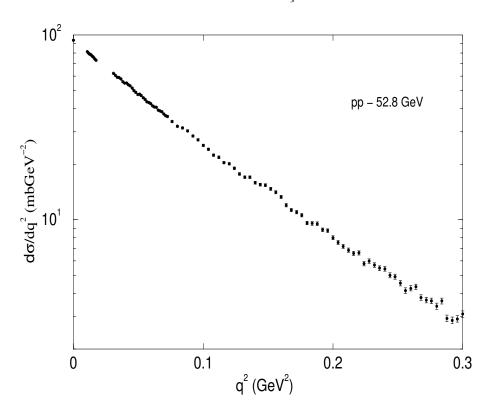


Figura 3.2: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV, para momento transferido  $q^2 \le 0.3$  GeV<sup>2</sup>.

Assim, esperamos que a parte imaginária da amplitude  $F(s,q^2)$  na região de pequeno momento transferido seja dada por (para pp e  $\bar{p}p$ )

$$\frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s, q^2)}{s} = \alpha(s)e^{-\beta(s)q^2} = (A_1 + B_1 \ln s + C_1 \ln^2 s)e^{-(D_1 + E_1 \ln s)q^2},$$
(3.7)

$$\frac{\operatorname{Im} F_{\bar{p}p}(s, q^2)}{s} = \bar{\alpha}(s)e^{-\bar{\beta}(s)q^2} = (\bar{A}_1 + \bar{B}_1 \ln s + \bar{C}_1 \ln^2 s)e^{-(\bar{D}_1 + \bar{E}_1 \ln s)q^2}, \tag{3.8}$$

Observando a Figura 3.3 que mostra os dados de seção de choque diferencial para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV vemos que não podemos esperar, evidentemente, que apenas uma única exponencial seja capaz de ajustar todos os dados disponíveis para pp e  $\bar{p}p$  conjuntamente. Assim, escrevemos (3.7) e (3.8) de forma mais geral como

$$\frac{\text{Im}F_{pp}(s, q^2)}{s} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(s) \exp[-\beta_i(s)q^2], \tag{3.9}$$

$$\frac{\text{Im}F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{s} = \sum_{i=1}^{n} \bar{\alpha}_i(s) \exp[-\bar{\beta}_i(s)q^2], \tag{3.10}$$

onde explicitamente

$$\alpha_i = A_i + B_i \ln s + C_i \ln^2 s, \quad \beta_i = D_i + E_i \ln s,$$
  
$$\bar{\alpha}_i = \bar{A}_i + \bar{B}_i \ln s + \bar{C}_i \ln^2 s, \quad \bar{\beta}_i = \bar{D}_i + \bar{E}_i \ln s.$$

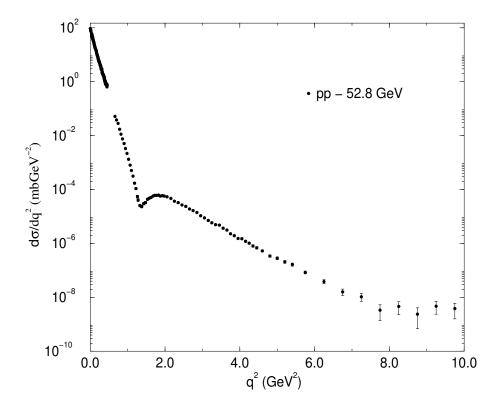


Figura 3.3: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV tomando todo o intervalo em  $q^2$  disponível.

As expressões acima representam a Parametrização Independente de Modelo (PIM) para a parte imaginária da amplitude de espalhamento pp e  $\bar{p}p$  onde a principal novidade introduzida nesta parametrização é a inclusão da dependência energética de forma independente de modelo. Necessitamos agora das partes reais das amplitudes correspondentes de forma a completarmos o formalismo. Para tanto, introduziremos o conceito de cruzamento via funções auxiliares que possibilitarão a utilização das relações de dispersão derivativas para obtenção das partes reais.

#### 3.2.4 Funções Auxiliares de Cruzamento

#### Cruzamento das Amplitudes de Espalhamento

Relembremos que as variáveis de Mandelstam s, t correspondem, respectivamente, ao quadrado da energia e ao quadrado do momento transferido no sistema centro de massa. Há também a variável u que tem natureza análoga a t, mas que não abordaremos aqui. A variável s é o quadrado da energia no sistema centro de massa do processo

$$a + b \rightarrow a + b$$
, canal s (3.11)

enquanto que t corresponde à energia do processo

$$a + \bar{b} \rightarrow a + \bar{b}, \quad canal t$$
 (3.12)

onde  $\bar{b}$  é a antipartícula de b.

A propriedade de cruzamento é aquela que permite que uma colisão de um processo partícula-partícula vista no chamado canal-s seja interpretada como um processo de anti-partícula-partícula no canal-t. Uma antipartícula saindo da colisão pode ser interpretada como partícula entrando na colisão.

Essa troca de canais é vista como uma simples troca de  $s \to -s$ , isto é, para irmos do canal-s para o canal-t basta trocarmos o sinal da variável s.

Essa propriedade de troca de canais é essencial, pois permite que uma mesma amplitude de espalhamento seja utilizada para explicar um processo do tipo (3.11) e (3.12).

Porém, nem sempre é fácil encontrar funções analíticas que satisfaçam essa simples proprie-dade. Isto ocorre essencialmente porque estas funções são baseadas em funções logarítmicas que não possuem paridade. Essas funções surgem naturalmente dentro da própria teoria de espalhamento hadrônico [5].

A paridade é fundamental para a construção de amplitudes de espalhamento, pois toda função pode ser escrita como soma de duas funções, uma par e outra ímpar. Assim, mantendo t fixo,

$$F(s,t) = F_{+}(s,t) + F_{-}(s,t), \tag{3.13}$$

onde  $F_{+}(s,t)$  é par e  $F_{-}(s,t)$  é impar por troca de s por -s. As funções  $F_{+}(s,t)$  e  $F_{-}(s,t)$  devem ser logarítmicas para que respeitem os teoremas usuais e ainda tenham paridade. É evidente que construir funções assim não é trivial. Em um trabalho apresentado no XXV ENFPC mostramos que o conceito de simetria de cruzamento não é trivial. A abordagem do tema foi feita sob o ponto de vista da chamada prescrição is [136], que não trataremos aqui.

#### Região de Analiticidade das Amplitudes de Espalhamento

A amplitude de espalhamento para os processos (3.11) e (3.12) é analítica na variável t em uma elipse, chamada Elipse de Lehmann-Martin [142] (Apêndice C). Isto é, a representação em série de Taylor para a amplitude de espalhamento converge apenas quando t < R, R > 0.

Seguindo o método de Martin [142], pode-se mostrar que o raio de convergência ótimo ocorre para  $t < R = 4m_{\pi}^2$ , onde  $m_{\pi}$  é a massa do píon.

A parametrização analítica proposta utiliza estas relações, porém desejamos testar sua aplicabilidade a processos onde tenhamos grande momento transferido, isto é,  $t >> 4m_\pi^2$ . Isto ocorre porque desejamos que esta parametrização, que é completamente independente de modelo, seja capaz de realizar previsões acerca do comportamento da seção de choque total, seção de choque diferencial e parâmetro  $\rho$  para dados de pp e  $\bar{p}p$  em regiões a serem ainda investigadas pelos aceleradores.

Um possível método de extensão da elipse de Lehmann-Martin consiste em utilizar o processo apresentado por Mandelstam [1]. O problema com este método de extensão é que ele faz uso das Relações de Mandelstam que não foram demonstradas em TQC axiomática. Utilizá-las, então, é um recurso extremo ou uma **hipótese de trabalho** (e em pequeno momento transferido).

Contudo, a aplicabilidade das relações de dispersão derivativas em  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$  é plenamente possível e, combinada ao teorema óptico, produz resultados bastante interessantes.

Assim, definimos a função responsável pelo "cruzamento" entre as amplitudes de espalhamento para pp e  $\bar{p}p$ . Esta função é definida como

$$F_{\pm}(s,q^2) = \frac{F_{pp}(s,q^2) \pm F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{2}.$$
(3.14)

onde  $F_+(s,q^2)$  é par e  $F_-(s,q^2)$  é impar, e  $F_{pp}(s,q^2)$  é a amplitude de espalhamento para pp e  $F_{\bar{p}p}(s,q^2)$  é a amplitude de espalhamento para  $\bar{p}p$ .

A amplitude  $F_{\pm}$  possui parte real e imaginária que podem, em termos de cruzamento, ser escritas como

$$\begin{cases}
\operatorname{Im} F_{+}(s, q^{2}) = \frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s, q^{2}) + \operatorname{Im} F_{\bar{p}p}(s, q^{2})}{2} \\
\operatorname{Im} F_{-}(s, q^{2}) = \frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s, q^{2}) - \operatorname{Im} F_{\bar{p}p}(s, q^{2})}{2}.
\end{cases} (3.15)$$

A partir das expressões (3.15) pode-se encontrar a parte real da amplitude de espalhamento utilizando as relações de dispersão derivativas dadas por (3.1).

Utilizando (3.1) e (3.15), obtemos

$$\begin{cases}
\operatorname{Re}F_{pp} = \operatorname{Re}F_{+}(s, q^{2}) + \operatorname{Re}F_{-}(s, q^{2}) \\
\operatorname{Re}F_{\bar{p}p} = \operatorname{Re}F_{+}(s, q^{2}) - \operatorname{Re}F_{-}(s, q^{2}).
\end{cases} (3.16)$$

Por fim, as expressões (3.1) e (3.10) nos fornecem as amplitudes  $F_{pp}$  e  $F_{\bar{p}p}$  que, devido a (3.15), terão termos cruzados, isto é, o ajuste dos dados de pp sofrerá influência dos dados de  $\bar{p}p$  e vice-versa. Este é um ponto importante desta parametrização.

Podemos representar os passos dados até aqui através do esquema a seguir.

$$\frac{\operatorname{Im} F_{pp/\bar{p}p}(s,q^2)}{s} \to \frac{\operatorname{Im} F_{+/-}(s,q^2)}{s} \to \frac{\operatorname{Re} F_{+/-}(s,q^2)}{s} \to \frac{\operatorname{Re} F_{pp/\bar{p}p}(s,q^2)}{s}$$

A partir deste esquema fica mais claro onde entram em jogo as relações de dispersão e como elas possibilitarão encontrar toda a amplitude  $F(s, q^2)$ .

Então, aplicando as relações de dispersão, obtemos para a parte real de pp e  $\bar{p}p$  os seguintes resultados

$$\frac{\operatorname{Re}F_{pp}(s, q^{2})}{s} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \alpha_{i}'(s) - \alpha_{i}(s)\beta_{i}'(s)q^{2} \right] e^{-\beta_{i}(s)q^{2}} + \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_{i}(s)e^{-\beta_{i}(s)q^{2}} - \bar{\alpha}_{i}(s)e^{-\bar{\beta}_{i}(s)q^{2}} \right] \right\},$$

$$\frac{\operatorname{Re}F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{s} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \bar{\alpha_i}'(s) - \bar{\alpha_i}(s) \bar{\beta_i}'(s) q^2 \right] e^{-\bar{\beta_i}(s)q^2} - \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha_i}(s) e^{-\bar{\beta_i}(s)q^2} \right] \right\},$$

onde as linhas indicam diferenciação com respeito a ln s.

A partir destes resultados escrevemos a amplitude de espalhamento para pp

$$\frac{F_{pp}(s, q^2)}{s} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \alpha_i'(s) - \alpha_i(s) \beta_i'(s) q^2 \right] e^{-\beta_i(s)q^2} \right. \\
+ \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} \right] \right\} + i \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(s) e^{\beta_i(s)q^2}, \tag{3.17}$$

e para  $\bar{p}p$ 

$$\frac{F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{s} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \bar{\alpha}_i'(s) - \bar{\alpha}_i(s) \bar{\beta}_i'(s) q^2 \right] e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} - \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} \right] \right\} + i \sum_{i=1}^{n} \bar{\alpha}_i(s) e^{\bar{\beta}_i(s)q^2}.$$
(3.18)

Neste ponto introduzimos um outro resultado formal da Teoria de Campos que trata do comportamento da seção de choque total para colisões partícula-partícula e antipartícula-partícula. Este resultado diz que a diferença entre as seções de choque total, no caso de saturação do limite de Froissart-Martin, é tal que [176]

$$\Delta \sigma_{tot} = \sigma_{tot}^{pp} - \sigma_{tot}^{\bar{p}p} \le \frac{\sigma_{tot}^{pp} + \sigma_{tot}^{\bar{p}p}}{\ln s}.$$

Este resultado significa que a diferença entre as seções de choque totais deve crescer com um comportamento de no máximo ln s. Dentro do contexto da PIM temos

$$\Delta \sigma_{tot} = \sum_{i=1}^{n} [(A_i - \bar{A}_i) + (B_i - \bar{B}_i) \ln s + (C_i - \bar{C}_i) \ln^2 s],$$

e, portanto, devemos impor a restrição sobre o coeficiente do termo  $\ln^2 s$ 

$$\sum_{i=1}^{n} (C_i - \bar{C}_i) = 0. (3.19)$$

Este resultado é importante porque segue de imediato que [179]

$$\rho(s \to \infty) \propto \frac{1}{\ln s}.$$

A seguir, veremos qual foi a seqüência de trabalho adotada, bem como os resultados obtidos.

## 3.3 Regressões Preliminares

Em um primeiro momento, utilizando a parametrização independente de modelo, nós realizamos ajustes simultâneos apenas da seção de choque diferencial para os conjuntos de dados pp e  $\bar{p}p$ .

Para tanto utilizamos apenas uma exponencial do tipo mostrado em (3.9) e (3.10), ajustando os dados, conjuntamente, para 8 energias diferentes para colisões pp e  $\bar{p}p$  apenas para pequeno momento transferido. Esta etapa serviu apenas para verificarmos a confiabilidade da parametrização e para que houvesse familiarização com as rotinas de ajuste do programa CERN-MINUIT utilizado pelo grupo.

Os dados utilizados por nós são aqueles disponíveis publicamente no  $Particle\ Data\ Group$ . Nas Tabela 2.2 e 2.3 do Capítulo 2 mostramos a compilação de dados para pp e  $\bar{p}p$ , onde podem ser obtidas informações para a energia da reação e os correspondentes valores de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e  $(d\sigma/dq^2)_{q^2=0}$ .

Ressaltamos que a parametrização proposta é bastante sensível às condições iniciais de ajuste, pois é não-linear. Além disto, ela é sensível às variáveis s e t, isto é, uma vez obtidos os parâmetros de ajuste, as únicas variáveis livres serão estas. Assim, podemos obter para cada energia uma curva correspondente onde todos os parâmetros estarão fixos. Isto nos permite fazer previsões sobre o comportamento das seções de choque diferenciais de pp e  $p\bar{p}$  mesmo que não tenhamos dados experimentais para a energia pretendida. Outra vantagem desta parametrização se deve exatamente ao uso das relações de dispersão e do cruzamento, pois o uso de ambas nos permite obter ajustes simultâneos para as seções de choque de pp e  $p\bar{p}$  e além disto esperamos que, mesmo os conjuntos de dados sendo bastante díspares, as falhas de um possam ser compensadas pelo outro de tal forma que os parâmetros finais permitam reproduzir ambos os conjuntos de dados.

Podemos esquematizar as etapas do trabalho da seguinte forma:

- 1. construção do programa em Fortran;
- 2. definição das energias utilizadas no processo de ajuste conjunto;
- 3. definição até qual momento transferido faríamos os ajustes;
- 4. introdução dos conjuntos de dados pp e  $\bar{p}p$  até o momento desejado para ajuste;
- 5. definição de com quantas exponenciais começaríamos os ajustes;

Para cada rodada de ajustes utilizávamos os conjuntos de parâmetros obtidos para o ajuste anterior como *input* inicial. Apesar de ser um ajuste não linear, o método utilizado forneceu valores razoáveis como condições iniciais.

Deter-nos-emos aqui apenas na descrição da etapa final de trabalho porém as etapas iniciais de trabalho podem ser vistas no Apêndice D.

## 3.4 Regressões para o Espalhamento Frontal: $\sigma_{tot}$ e $\rho$

Utilizando o formalismo apresentado anteriormente realizamos ajustes dos dados para  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  utilizando n=1. Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 3.4 e 3.5. Obtivemos  $\chi^2/gl=1.07$  para 83 graus de liberdade<sup>1</sup>. Para estes ajustes o valor da constante

gl são os graus de liberdade do sistema: (total de dados experimentais)-(total de parâmetros livres).

de subtração K foi igual a zero. A Tabela 3.1 mostra os resultados dos parâmetros obtidos para este ajuste.

	pp		$\bar{p}p$
$\overline{A_1}$	$121.9 \pm 2.7$	$\bar{A}_1$	$140.8 \pm 3.6$
$B_1$	$-9.82 \pm 0.72$	$\bar{B}_1$	$-11.78 \pm 0.86$
$C_1$	$1.036 \pm 0.049$	$\bar{C}_1$	$1.036 \pm 0.049$

Tabela 3.1: Resultados dos ajustes conjuntos para  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  a partir dos dados para espalhamento pp e  $\bar{p}p$ . Todos os parâmetros em GeV<sup>-2</sup> e  $C_1 = \bar{C}_1$ , devido ao vínculo.

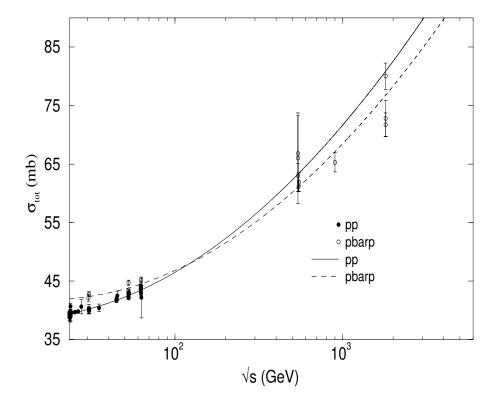


Figura 3.4: Resultado dos ajustes para  $\sigma_{tot}(s)$  a partir do ajuste conjunto de dados para  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  em  $q^2=0~{\rm GeV^2}$ .

Nesta região de ajuste e para  $q^2=0$ , as relações de dispersão são completamente válidas e podem ser aplicadas sem nenhuma restrição formal, pois foram originalmente obtidas para a região frontal.

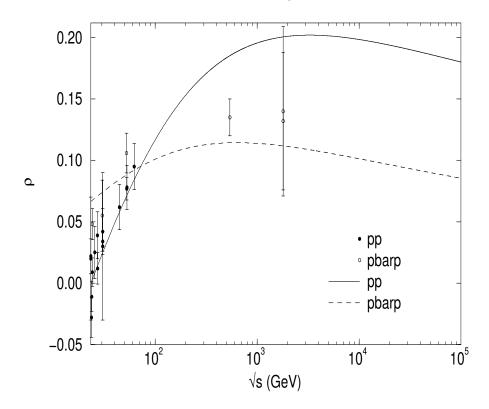


Figura 3.5: Resultado dos ajustes para  $\rho(s)$  a partir do ajuste conjunto de dados para  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  em  $q^2 = 0$  GeV<sup>2</sup>.

## 3.5 Regressões Globais: $d\sigma/dq^2$ , $\sigma_{tot}$ e $\rho$

Uma etapa inicial de ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  foi realizada e os resultados obtidos estão dispostos no Apêndice D.

Após esta etapa inicial de ajustes conjuntos realizamos ajustes também conjuntos para 4 diferentes intervalos de  $q^2$ , mas nos centraremos aqui apenas nos resultados para  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  e para  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . O intervalo  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  foi utilizado por ser um pouco acima do limite de separação para os processos hard e soft. O intervalo  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$  foi considerado por conter todos os dados experimentais para a seção de choque diferencial elástica pp e  $\bar{p}p$ , nas energias consideradas neste trabalho. Ambos os intervalos em  $q^2$  também foram considerados devido a possibilidade de estudo da interferência da inclusão dos dados de seção de choque diferencial elástica durante o processo de ajustes. Os intervalos utilizados, bem como número de dados e  $\chi^2/gl$ , estão dispostos na Tabela 3.2.

A partir deste ponto passamos a considerar uma constante de subtração, como mostrado no Capítulo 1. Então as partes reais das amplitudes de espalhamento passam a ser escritas

$q_{max}^2$	$\chi^2/gl$	gl
$1.0~\mathrm{GeV^2}$	2.476	923
$1.5~{ m GeV^2}$	2.909	1003
$2.0~{ m GeV^2}$	2.881	1064
$14.0~{\rm GeV^2}$	2.829	1277

Tabela 3.2: Intervalos em  $q^2$  utilizados nos ajustes conjuntos e os respectivos resultados estatísticos obtidos.

como

$$\frac{\operatorname{Re}F_{pp}(s,q^{2})}{s} = \frac{K}{s} + \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \alpha'_{i}(s) - \alpha_{i}(s)\beta'_{i}(s)q^{2} \right] e^{-\beta_{i}(s)q^{2}} + \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_{i}(s)e^{-\beta_{i}(s)q^{2}} - \bar{\alpha}_{i}(s)e^{-\bar{\beta}_{i}(s)q^{2}} \right] \right\},$$

$$\frac{\operatorname{Re}F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{s} = \frac{K}{s} + \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \bar{\alpha}_i'(s) - \bar{\alpha}_i(s) \bar{\beta}_i'(s) q^2 \right] e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} - \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} \right] \right\},$$

onde K é a constante de subtração.

Assim, apesar de termos introduzido a constante de subtração K, ainda continuamos com o mesmo número de parâmetros livres devido à restrição imposta à  $C_1$ .

Do ponto de vista dos dados experimentais nós não incluímos aqueles para seção de choque total que eram provenientes de raios cósmicos por serem dependentes de modelos [180].

Consideramos ajustes conjuntos para dados de  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  e nos concentramos em quatro intervalos para momento transferido máximo  $q_{max}^2$ : 1.0, 1.5, 2.0 e 14.0 GeV<sup>2</sup>. Trataremos nesta tese apenas os resultados para  $q_{max}^2 = 2.0$  e  $q_{max}^2 = 14.0$  GeV<sup>2</sup>.

Para ambos os intervalos considerados apresentamos os valores dos parâmetros obtidos na Tabela 3.3. A seguir discutimos separadamente os resultados para as grandezas frontais  $(\sigma_{tot} \in \rho)$  e seção de choque diferencial elástica.

## **3.5.1** Resultados para $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$

Os resultados para  $\sigma_{tot}$  podem ser vistos nas Figuras 3.6 e 3.7 para  $q^2_{max} = 2.0$  e  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ , respectivamente. Comparando os resultados para  $q^2 = 0$ ,  $q^2_{max} = 2.0$  e  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ , observamos que há um cruzamento para os dados de  $\sigma_{tot}$  que depende do intervalo

pp			ar p p		
	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$		$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
$A_1$	$91.13 \pm 0.28$	$109.70 \pm 0.28$	$\bar{A}_1$	$119.61 \pm 0.44$	$112.28 \pm 0.44$
$B_1$	$-12.939 \pm 0.039$	$-16.529 \pm 0.039$	$\bar{B}_1$	$-2.486 \pm 0.073$	$-0.468 \pm 0.074$
$C_1$			$\bar{C}_1$	$-0.0174 \pm 0.0038$	$-0.1673 \pm 0.0039$
$D_1$	$-7.79 \pm 0.33$	$-8.91 \pm 0.32$	$\bar{D}_1$	$3.134 \pm 0.067$	$3.170 \pm 0.069$
$E_1$	$2.908 \pm 0.051$	$3.045 \pm 0.050$	$\bar{E}_1$	$0.4884 {\pm} 0.0078$	$0.4860 \pm 0.0082$
$A_2$	$16.82 \pm 0.22$	$-4.06 \pm 0.23$	$\bar{A}_2$	$14.51 \pm 0.15$	$10.23 \pm 0.15$
$B_2$	$7.071 \pm 0.030$	$11.387 \pm 0.030$	$\bar{B}_2$	$-6.730 \pm 0.024$	$-6.756 \pm 0.027$
$C_2$	$0.3027 \pm 0.0047$	$0.0952 \pm 0.0047$	$\bar{C}_2$	$0.9035 \pm 0.0027$	$0.9613 \pm 0.0029$
$D_2$	$1.647 \pm 0.014$	$1.290 \pm 0.014$	$\bar{D}_2$	$-1.549 \pm 0.011$	$-1.476 \pm 0.013$
$E_2$	$0.4646 {\pm} 0.0022$	$0.5097 \pm 0.0023$	$\bar{E}_2$	$0.5521 \pm 0.0011$	$0.5645 \pm 0.0012$
$A_3$	$0.2582 \pm 0.0049$	$1.0554 \pm 0.0077$	$\bar{A}_3$	$-17.160\pm0.055$	$-8.148 \pm 0.031$
$B_3$	$-0.09894 \pm 0.00074$	$-0.3607 \pm 0.0013$	$\bar{B}_3$	$2.6083 \pm 0.0060$	$1.2313 \pm 0.0040$
$C_3$	$0.5921\text{E}-02\pm0.0070\text{E}-02$	$0.02372 \pm 0.00012$	$\bar{C}_3$	$-0.11298 \pm 0.00038$	$-0.05572 \pm 0.00025$
$D_3$	$0.303 \pm 0.0019$	$0.6454 \pm 0.0081$	$\bar{D}_3$	$1.5672 \pm 0.0084$	$0.9272 \pm 0.0072$
$E_3$	0	$0.0176 \pm 0.0011$	$\bar{E}_3$	0	$0.03859 \pm 0.0011$

Tabela 3.3: Resultados dos ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  a partir dos dados de espalhamento pp and  $\bar{p}p$  para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$  e  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ , onde  $K=-0.1053\pm0.0048$  e  $K=49.7\pm1.7$ , respectivamente. Todos os parâmetros em  ${\rm GeV^{-2}}$ ,  $K=-0.1053\pm0.0048$  e  $C_1=\bar{C}_1+\bar{C}_2+\bar{C}_3-C_2-C_3$ .

para  $q^2$  tomado: para  $q^2=0$ ,  $\sqrt{s}\simeq 100$  GeV;  $q^2_{max}=2.0$  GeV<sup>2</sup>,  $\sqrt{s}\simeq 500$  GeV; e,  $q^2_{max}=14.0$  GeV<sup>2</sup>,  $\sqrt{s}\simeq 3$  TeV. Isto significa que a diferença entre as seções de choque total para pp e  $\bar{p}p$  não é assintoticamente nula e este comportamento não está em desacordo com nenhum resultado formal da Teoria de Campos.

Para o parâmetro  $\rho$  os resultados são similares, em efeito, àqueles obtidos para  $\sigma_{tot}$ . Como pode ser visto nas Figuras 3.8 e 3.9,  $\rho^{pp}(s)$  torna-se maior que  $\rho^{\bar{p}p}(s)$  acima de  $\sqrt{s} \simeq 1.80$  TeV para  $q^2 = 0$ ,  $\sqrt{s} \simeq 200$  GeV para  $q^2_{max} = 2.0$  GeV<sup>2</sup> e  $\sqrt{s} \simeq 2.0$  TeV para  $q^2_{max} = 14.0$  GeV<sup>2</sup>. Em todos os casos temos satisfeita a condição de  $\rho(s \to \infty) \propto 1/\ln s$  tanto para pp quanto para  $\bar{p}p$ .

Assim, como visto para  $\sigma_{tot}$ , estes resultados estão em concordância com a dominância do odderon em altas energias. O odderon, como apresentado por Lukaszuk e Nicolescu [149], seria uma partícula de troca com paridade -1. Além disso, um cruzamento entre os dados de  $\rho^{pp}(s)$  e  $\rho^{\bar{p}p}(s)$  é previsto numa versão do modelo de Desgrolard, Giffon e Predazzi [151].

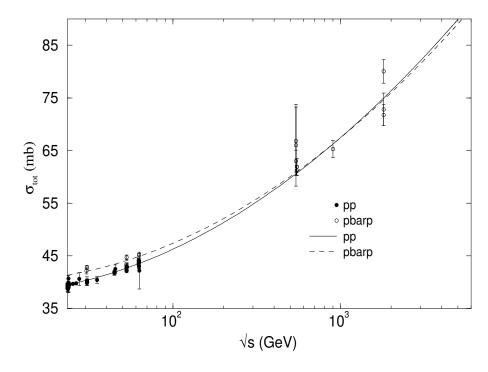


Figura 3.6: Resultado para a seção de choque total pp e  $\bar{p}p$  dos ajustes conjuntos para  $\sigma_{tot}(s)$  e  $\rho(s)$  até  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$ .

Como observado para  $\sigma_{tot}$ , a inclusão de dados de  $d\sigma/dq^2$  aparentemente modificou os resultados para  $\rho$ . Acreditamos que isto se deva aos erros grandes para os dados coletados em  $\sqrt{s}=1.80~{\rm TeV}$  e à quase inexistência de dados para  $\bar{p}p$  acima de  $\sqrt{s}=200~{\rm GeV}$ . De fato, os erros para  $\rho$  em  $\sqrt{s}=1.80~{\rm TeV}$  são dados pelas Colaborações E811 e E710 respectivamente por

$$\rho_{E811} = 0.132 \pm 0.056 \quad \rho_{E710} = 0.140 \pm 0.069,$$

onde temos erros relativos de 42% e de 49%.

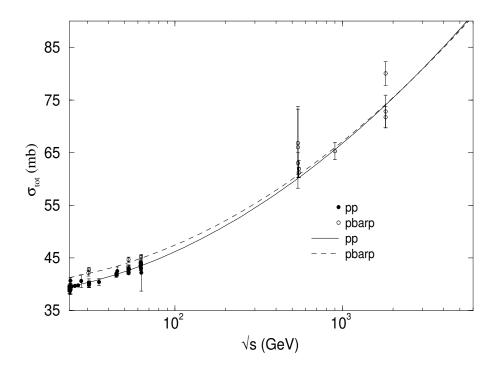


Figura 3.7: Resultado para a seção de choque total pp e  $\bar{p}p$  dos ajustes conjuntos para  $\sigma_{tot}(s)$  e  $\rho(s)$  até  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ .

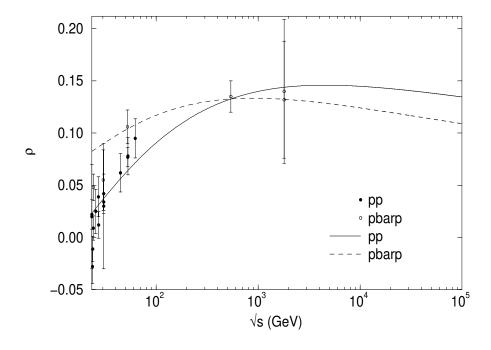


Figura 3.8: Resultado do ajuste para o parâmetro  $\rho$  para  $\bar{p}p$  dos ajustes conjuntos apenas para  $\sigma_{tot}(s)$  e  $\rho(s)$  até  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ .

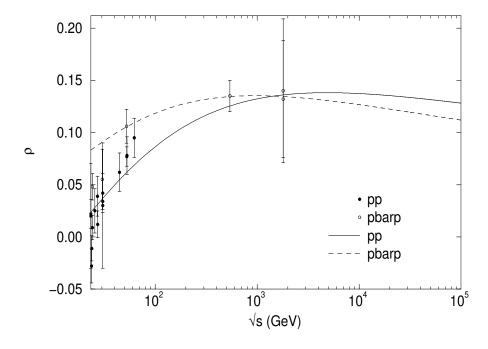


Figura 3.9: Resultado do ajuste para o parâmetro  $\rho$  para  $\bar{p}p$  dos ajustes conjuntos apenas para  $\sigma_{tot}(s)$  e  $\rho(s)$  até  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ .

## 3.5.2 Resultados para $d\sigma/dq^2$

Os resultados obtidos para dados de seção de choque diferencial são bons tanto para  $q_{max}^2=2.0$  quanto para  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Para  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$  os resultados estão dispostos nas Figuras 3.10 e 3.11 e para  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$  podem ser vistos nas Figuras 3.12 e 3.13.

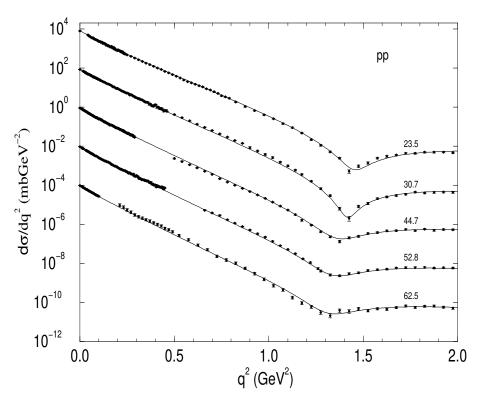


Figura 3.10: Resultados para  $d\sigma/dq^2$  da colisão pp provenientes dos ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  para  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a  $\sqrt{s}$  =23.5, 30.7, 44.7, 52.8 e 62.5 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

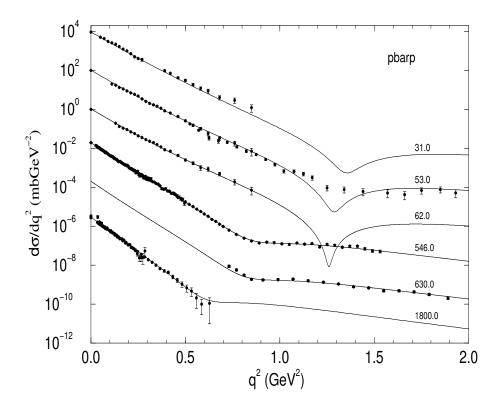


Figura 3.11: Resultados para  $d\sigma/dq^2$  da colisão  $\bar{p}p$  provenientes dos ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  para  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a  $\sqrt{s}$  =31.0, 53.0, 62.0, 546.0, 630.0 e 1800.0 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

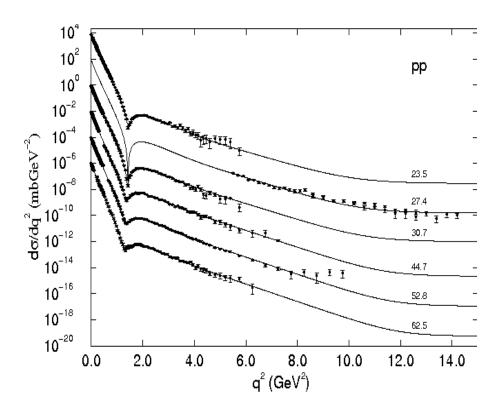


Figura 3.12: Resultados para  $d\sigma/dq^2$  da colisão pp provenientes dos ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  para  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a  $\sqrt{s}$  =23.5, 30.7, 44.7, 52.8 e 62.5 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

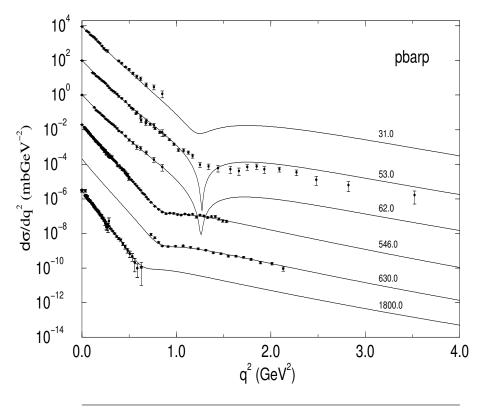


Figura 3.13: Resultados para  $d\sigma/dq^2$  da colisão  $\bar{p}p$  provenientes dos ajustes conjuntos para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  para  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais correspondem a  $\sqrt{s}$  =31.0, 53.0, 62.0, 546.0, 630.0 e 1800.0 GeV. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

## 3.6 Comentários Críticos

Apresentamos neste capítulo a proposta de uma Parametrização Independente de Modelo que tem por base determinados dados empíricos para eventos de espalhamento pp e  $\bar{p}p$ , bem como certos teoremas fundamentais da Teoria Axiomática de Campos. Além da possibilidade de ajustes conjuntos, a PIM apresenta como inovação a inclusão de uma dependência **explícita** da energia e do momento transferido no processo de espalhamento. Esta dependência explícita nestas duas variáveis é original, bem como a descrição global dos dados, com ela obtida.

A PIM proposta permite que sejam realizados **ajustes conjuntos** de determinadas grandezas para pp e  $\bar{p}p$  a saber: seção de choque total, seção de choque diferencial (incluindo ponto óptico) e parâmetro  $\rho$ . Essses ajustes conjuntos foram possíveis graças às funções de cruzamento utilizadas que permitiram um "cruzamento" entre dados de pp e  $\bar{p}p$ . Este cruzamento permitiu que eventuais "falhas" em um conjunto de dados fosse sanada por dados presentes em outro conjunto.

Esses ajustes conjuntos, por permitirem que fossem analisadas conjuntamente diversas grandezas para pp e  $\bar{p}p$ , possuem tipicamente altos valores de  $\chi^2/gl$ . Citando Desgrolard a respeito de valores altos para  $\chi^2/gl$  [151]

"The 
$$\chi^2/d.o.f.$$
 is very good ( $\approx 2.9$ )...",

podemos depreender daí que os valores obtidos em nossos ajustes estão dentro daquilo que é considerado razoável para a área. Há também vários outros trabalhos na literatura que são baseados em modelos e, não necessariamente para ajustes conjuntos globais, que possuem valores típicos de  $\chi^2/gl$  bem maiores que 1 [152, 168].

Podemos, além da interpretação por meio do estimador  $\chi^2$ , analisar os resultados obtidos por meio da diferença entre os resultados teóricos e experimentais para uma determinada energia, normalizados, por exemplo, pelos resultados teóricos. Este resultado, para a seção de choque diferencial elástica por exemplo, depende do momento transferido no espalhamento (para uma dada energia  $\sqrt{s}$ ). Explicitamente

$$\frac{\text{Teoria}(q^2) - \text{Experimento}(q^2)}{\text{Teoria}(q^2)}.$$

Na Figura 3.14 vemos este resultado para a seção de choque diferencial pp em  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. Notemos que, em geral, o resultado obtido teoricamente pela PIM concorda bastante

bem com aquele fornecido pelo experimento. Vemos, então, que uma análise por  $\chi^2$  apenas não é suficiente para dizer que um resultado de ajuste é bom ou não, mas que ela deve ser complementada por outras, como a mostrada acima.

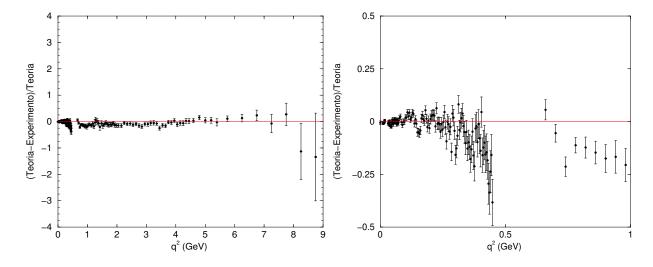


Figura 3.14: Diferença entre o resultado teórico obtido pela PIM e o experimental para a seção de choque diferencial para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV normalizada pelo resultado teórico. À esquerda mostramos o resultado para todo o intervalo de  $q^2$  e à direita uma visão mais próxima da origem em  $q^2$ .

Da forma como foi proposta, isto é, baseada tanto em dados empíricos quanto em teoremas formais da Teoria Axiomática de Campos, é de se esperar que a PIM possa fornecer resultados interessantes, seja do ponto de vista dos ajustes globais obtidos, seja do ponto de vista da obtenção de previsões para energias futuras nos aceleradores de partículas.

Por fim, ressaltamos que os resultados obtidos até aqui não estão em contradição com teoremas fundamentais da Teoria Axiomática de Campos e nem com os dados empíricos.

# Capítulo 4

Previsões: Espaço de Momento

Transferido

## 4.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos as previsões obtidas via Parametrização Independente de Modelo introduzida no capítulo anterior.

Uma das utilidades de uma parametrização deste tipo é a de poder fornecer resultados acerca do comportamento de certas grandezas em intervalos onde, de fato, não ocorreu nenhum tipo de ajuste. Isto é chamado de previsão e se ela ocorre entre dois intervalos (de energia ou momento) ajustados então é dita interpolação. No Apêndice D temos exemplos de interpolações.

Veremos neste capítulo, em particular, exemplos de previsões com o objetivo de fornecer resultados que possam futuramente ser comparados com seus correspondentes experimentais. Além disso, os resultados aqui forneccidos, por serem independentes de modelos, podem ser utilizados no auxílio de uma normalização para os futuros dados coletados em aceleradores de partículas, quando há dificuldade na determinação da luminosidade.

Apresentamos previsões sobre o comportamento da inclinação da seção de choque diferencial elástica. Esse comportamento é previsto em duas situações distintas: quando temos momento transferido nulo e quando temos momento transferido não nulo. Na primeira situação, comparamos as previsões da PIM com os resultados da inclinação em  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ . Numa segunda etapa, levamos em conta que os dados experimentais coletados não são de fato

obtidos para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$ , mas um pouco maiores do que isso. Estamos considerando assim a dependência da inclinação com o momento transferido e veremos que nesse caso obtemos boa concordância com os resultados experimentais.

Estes resultados são mostrados por meio de gráficos e, principalmente tabelas, para que possam efetivamente ser comparados com futuros dados experimentais seja para seção de choque total, seção de choque diferencial elástica ou parâmetro  $\rho$ .

Ainda neste capítulo, mostramos as previsões da PIM no chamado espaço de parâmetro de impacto. Neste espaço, obtemos através de nossos resultados o comportamento da função de perfil, função eiconal e função de recobrimento inelástica. Apresentamos também os erros propagados para estas grandezas, pois a PIM é analítica também no espaço de parâmetro de impacto e isto possibilita a propagação dos erros obtidos nos parâmetros de ajuste.

As previsões apresentadas foram obtidas utilizando os parâmetros do ajuste global e apresentadas em diferentes locais [138, 147], com exceção daquelas obtidas no espaço de parâmetro ainda não apresentadas em local algum.

## 4.2 Grandezas Regredidas

No que segue, investigamos a aplicabilidade dos resultados físicos nos contexto experimental e fenomenológico.

## 4.2.1 Contexto Experimental

Consideraremos os processos que estão sendo ou que serão investigados nos experimentos envolvendo aceleradores de partículas e, para tanto, nos referiremos, em particular, aos seguintes casos:

- 1. Espalhamento pp em  $\sqrt{s}=200~{\rm GeV};$ Este espalhamento foi investigado pela Colaboração pp2pp no RHIC, Brookhaven.
- 2. Espalhamento  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV; Este espalhamento está sendo analisado pela Colaboração DZero no Tevatron, Fermilab (RUN II).
- 3. Espalhamento pp em  $\sqrt{s}=14$  TeV. Este espalhamento será investigado pela Colaboração TOTEM, no LHC CERN.

Também apresentaremos previsões para outras escalas de energia além das descritas acima.

#### 4.2.2 Contexto Fenomenológico

No contexto fenomenológico, faremos referência a resultados obtidos por diferentes modelos de espalhamento comparando-os com nossos resultados. Além disto, faremos uma breve descrição dos modelos mais comuns e que são ao mesmo tempo os mais representativos das diferentes interpretações do fenômeno de difração soft em altas energias. Grande parte dos modelos disponíveis pode ser de algum modo classificada a partir deste grupo.

#### Modelo de Desgrolard, Giffon e Predazzi (DGP)

Este modelo se caracteriza pelo fato de que o pomeron é tratado como um pólo no plano complexo de momento angular. Além disso, este modelo utiliza correções na unitaridade para justificar o fato de que o limite de Froissart-Martin é nele violado [151]. O pomeron possui conjugação par, isto é, se acopla da mesma maneira com partículas e antipartículas. O termo troca de dois glúons é utilizado algumas vezes na literatura para indicar troca de um pomeron.

Em uma das variantes do modelo mostra-se também a contribuição do odderon, na direção frontal, levando a diferentes crescimentos assintóticos para as seções de choque pp e  $\bar{p}p$  (cruzamento). O conceito de odderon, introduzido por Lukaszuk e Nicolescu [149], é uma tentativa de explicar a diferença entre as seções de choque total pp e  $\bar{p}p$ . Esta diferença pode ser explicada pela conjugação ímpar do odderon, acoplando-se de modo diferente com partículas e antipartículas.

#### Modelo de Bourrely, Soffer e Wu (BSW)

Este modelo é formulado a partir do formalismo de parâmetro de impacto. Considera-se uma separação da opacidade (parte imaginária da função eiconal) em duas outras funções

$$\Omega(s,b) = S(s)T(b) + R(s,b),$$

onde S(s)T(b) representa a componente difrativa (troca de um pomeron) que é relevante em altas energias e o termo R(s,b) representa a contribuição de Regge que decresce rapidamente com a energia [152].

Um aspecto importante desta abordagem é o fato de se basear na primeira previsão teórica para o crescimento da seção de choque total com a energia [153].

#### Modelo de Block, Gregores, Halzen e Pancheri (BGHP)

Neste modelo as interações em altas energias são efetuadas pela troca de um meson vetorial considerando também o modelo aditivo de quarks. Este é um modelo eiconal *inspirado* em QCD e são consideradas diferentes contribuições para quarks e glúons, que provêm de diferentes considerações [150]:

- gúon-glúon: a partir do modelo partônico;
- quark-quark: a partir da parametrização de Regge;
- quark-glúon: a partir de uma análise fenomenológica.

#### Modelo de Donnachie e Landshoff (DL)

Este modelo se caracteriza por considerar o pomeron (C = +1) como dominante em altas energias levando à igualdade das seções de choque total pp e  $\bar{p}p$  nas regões assintóticas [162]. A diferença entre as seções de choque diferenciais pp e  $\bar{p}p$  na região do dip é explicada pela troca de três glúons (C = -1).

Os modelos acima podem ser considerados representativos das abordagens de troca ou canal t (DGP e DL),  $\acute{o}ptica/geom\'{e}trica$  ou canal s (BSW) e inspirados em QCD (BGHP) [21].

Daremos atenção em nossas discussões que seguem para as previsões obtidas tomandose  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ , que corresponde à análise das grandezas forward e para  $q_{max}^2 = 2.0$  e 14 GeV<sup>2</sup>. Trataremos separadamente os resultados para a seção de choque total, seção de choque diferencial elástica e parâmetro  $\rho$ , a partir dos procedimentos de ajuste relatados anteriormente.

### 4.2.3 Seção de Choque Total

Na Tabela 4.1 apresentamos os resultados para  $\sigma_{tot}$  para diferentes valores de  $\sqrt{s}$  e diferentes intervalos de  $q^2$ . É interessante notar que os resultados mostrados nesta tabela para  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  e  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$  mostram previsões de um favorecimento ao modelo BGHP [150] onde  $\sigma_{tot} = (108.0 \pm 3.4)$  mb. O modelo BSW [152], onde  $\sigma_{tot} = 103.5$  mb (sem erro), apresenta uma previsão mais baixa de crescimento para  $\sigma_{tot}$ . Nosso resultado considerando apenas o regressão do dados frontais, isto é, para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ , está bastante

Espalhamento	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
	$\sigma_{tot}(mb)$	$\sigma_{tot}(mb)$	$\sigma_{tot}(mb)$
$pp-\sqrt{s} = 200 \text{ GeV (RHIC)}$	$52.27 \pm 3.79$	$51.32 \pm 0.43$	$51.12 \pm 0.44$
$\bar{p}p$ - $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV (TEVATRON)}$	$78.05 \pm 6.88$	$75.74 \pm 0.64$	$75.24 \pm 0.66$
$pp-\sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV (LHC)}$	$121.6 \pm 8.8$	$107.5 \pm 1.2$	$105.4 \pm 1.2$

Tabela 4.1: Previsões para  $\sigma_{tot}(s)$  para os resultados obtidos nos casos em que  $q_{max}^2 = 0$ , 2.0 e 14.0 GeV<sup>2</sup>.

mais elevado que as outras previsões. A melhora na descrição se deve à inclusão dos dados de seção de choque diferencial elástica na regressão conjunta.

Se consideramos uma análise via modelos existentes, este fato sugere uma dominância de uma contribuição de um odderon em altas energias [149].

Notamos que, em particular, para  $\sqrt{s} = 1.80$  TeV os resultados para  $\sigma_{tot}^{pp}$  são caracterizados por uma discrepância entre os resultados reportados pelas Colaborações E811 e E710 [39]

$$\sigma_{tot}^{pp} = (72.8 \pm 3.1)$$
 mb,

e pela Colaboração CDF [55]

$$\sigma_{tot}^{pp} = (80.0 \pm 2.2)$$
 mb.

Com respeito a isto, nossas previsões

$$\begin{split} \sigma_{tot}^{pp} &= (74.63 \pm 0.63) \quad \text{mb} \quad \text{para} \quad q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2, \\ \sigma_{tot}^{pp} &= (74.16 \pm 0.65) \quad \text{mb} \quad \text{para} \quad q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2. \end{split}$$

favorecem os resultados das Colaborações E811 e E710. A previsão para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$  também se encontra mais elevada que os resultados acima:  $\sigma_{tot}^{pp} = (76.76 \pm 6.77) \text{ mb}$ .

Apesar de não termos utilizado os dados para seção de choque total provenientes de raios cósmicos, podemos comparar nossos resultados com aqueles obtidos por meio deste tipo de experimento. A Figura 4.1 mostra nossa previsão de comportamento para a seção de choque total nas energias alcançadas pelos dados de seção de choque total pp coletados por meio de raios cósmicos. Observamos que não existe nenhuma tendência de favorecimento, seja dos dados do Akeno [181], seja da análise feita por Nikolaev [182]. Esta previsão foi feita considerando-se os parâmetros obtidos para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ . A Figura 4.2 mostra as previsões obtidas considerando-se os parâmetros para  $q^2_{max} = 2.0 \text{ (topo)}$  e  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ . Notamos

que ambas previsões mostram um favorecimento para os resultados obtidos por Akeno. O resultado obtido pelo Fly's Eye [183] também é favorecido em detrimento do resultado obtido pela Gaisser, Sukhatme e Yodh [184]. As previsões obtidas aqui corroboram o resultado apresentado por Ávila, Luna e Menon [180].

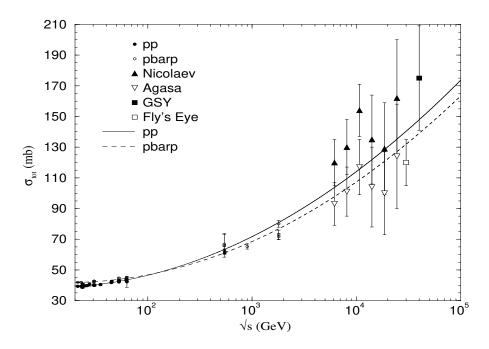


Figura 4.1: Previsão para a seção de choque total nas energias alcançadas pelos dados de raios cósmicos. Previsão realizada considerando-se os parâmetros obtidos para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$ .

Nas Tabelas 4.6 e 4.7 para pp e nas Tabelas 4.8 e 4.9 para  $\bar{p}p$ , que podem ser vistas ao final deste capítulo, temos várias previsões dependentes de modelo para a seção de choque total, juntamente com nossas previsões para as mesmas energias consideradas. Nossos resultados também podem ser vistos nesta tabela e foram obtidos considerando-se os parâmetros obtidos para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$  e para aqueles obtidos para  $q^2_{max} = 2.0 \text{ e } 14.0 \text{ GeV}^2$ .

### 4.2.4 Parâmetro $\rho$

Os resultados obtidos para o parâmetro  $\rho$  podem ser visto na Tabela 4.2 onde estão dispostos diferentes valores de  $\rho$  em função da energia, do intervalo em  $q^2$  considerado e do tipo de espalhamento.

Notamos que, para uma mesma energia, temos valores distintos de  $\rho$  (tanto para pp quanto para  $\bar{p}p$ ) conforme variamos o intervalo em  $q^2$  considerado. Quanto maior este intervalo,

mais dados experimentais de seção de choque diferencial elástica são utilizados e isto afeta, evidentemente, o valor final dos parâmetros de ajuste.

Espalhamento	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
	$\rho(s)$	$\rho(s)$	$\rho(s)$
$pp\text{-}\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$	$0.1532 \pm 0.0889$	$0.1124 \pm 0.0100$	$0.1065 \pm 0.0102$
$\bar{p}p\text{-}\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$	$0.1114 \pm 0.0951$	$0.1321 \pm 0.0107$	$0.1343 \pm 0.0109$
$pp-\sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV}$	$0.1964 \pm 0.0810$	$0.1439 \pm 0.0111$	$0.1365 \pm 0.0117$

Tabela 4.2: Previsões para  $\rho(s)$  para os resultados obtidos nos casos em que  $q_{max}^2=0,\,2.0$  e  $14.0~{\rm GeV^2}.$ 

Nas Tabelas 4.10 e 4.11 para pp e nas Tabelas 4.12 e 4.13 para  $\bar{p}p$  apresentamos uma compilação de várias previsões dispersas na literatura para o parâmetro  $\rho$ , para diferentes valores de energia. Estas previsões foram realizadas a partir de modelos diversos, mas que podem ser agrupados segundo os modelos descritos acima. Nossos resultados também podem ser vistos nesta tabela e foram obtidos considerando-se os parâmetros obtidos para  $q^2 = 0$  GeV<sup>2</sup> e para aqueles obtidos para  $q^2_{max} = 2.0$  e 14.0 GeV<sup>2</sup>.

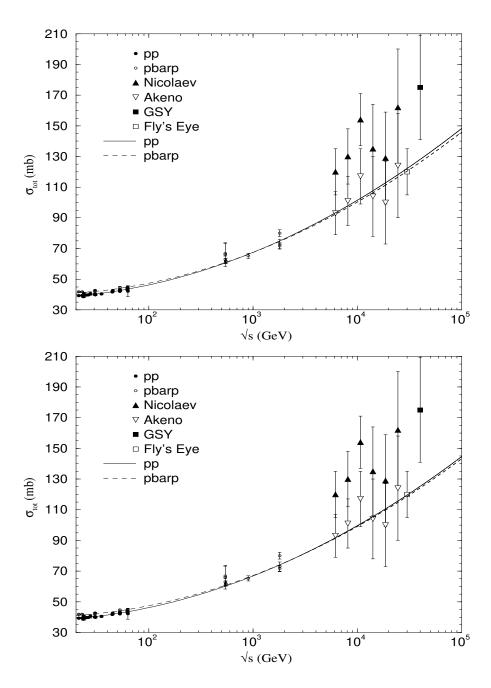


Figura 4.2: Previsão para a seção de choque total nas energias alcançadas pelos dados de raios cósmicos. Previsão realizada considerando-se os parâmetros obtidos para  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$  (topo) e para  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ .

#### 4.2.5 Seção de Choque Diferencial Elástica

As previsões para a seção de choque diferencial elástica para várias energias e reações referidas podem ser visualizadas na Figura 4.3 para  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  e na Figura 4.4 para  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$  onde mostramos os resultados para as energias previstas pelo RHIC, Tevatron e LHC. Como era de se esperar, em ambos os intervalos de momento transferido notamos um encolhimento do pico de difração ao aumentarmos a energia da colisão.

As previsões para pp em  $\sqrt{s}=200$  GeV, mostradas nas Figuras 4.3 e 4.4, não apresentam previsão de um outro ponto de mínimo além daquele usual ao redor de  $q^2=1$  GeV. Esta previsão concorda com aquela presente no modelo BSW [152]. Por outro lado, o modelo de Chou e Yang [186] apresenta um segundo mínimo para a mesma energia, não corroborado por nossa previsão.

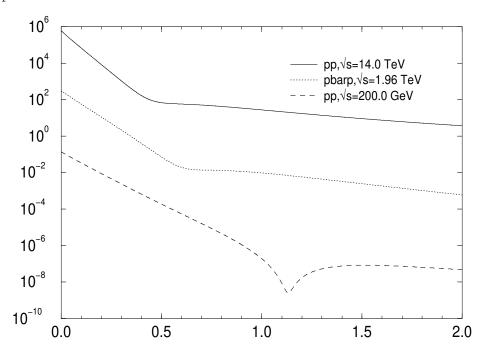


Figura 4.3: Previsões para a seção de choque diferencial nas energias do RHIC, Tevatron e LHC para ajustes realizados como  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$ . Os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

Como um dos objetivos deste trabalho é o de fornecer uma eventual ferramenta de normalização para os dados experimentais de  $d\sigma/dq^2$ , organizamos na Tabela 4.3 os resultados das previsões para esta seção de choque para alguns valores de  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV^2}$  e para pp em  $\sqrt{s}=200.0~{\rm GeV}$  e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.96$  e 14.0 TeV.

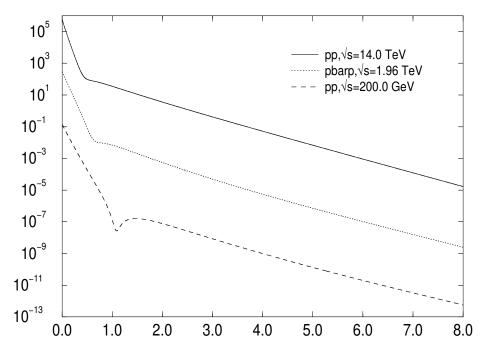


Figura 4.4: Previsões para a seção de choque diferencial nas energias do RHIC, Tevatron e LHC para ajustes realizados como  $q_{max}^2=14.0~{\rm GeV^2}$ . Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$pp, \sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$	$\bar{p}p, \sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$	$pp, \sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV}$
0.00	136.24	298.18	602.87
0.01	117.66	251.98	470.45
0.05	66.649	129.03	190.54
0.10	33.576	56.399	65.903
0.15	17.144	24.839	23.222
0.20	8.8167	10.982	8.2384
0.25	4.5585	4.8519	2.9339
0.30	2.3699	2.1307	1.0537
0.35	1.2400	0.92503	0.39265
0.40	0.65358	0.39539	0.16557
0.45	0.34731	0.16687	0.090879
0.50	0.18607	0.71284	0.067705
0.55	0.10042	0.33293	0.060450
0.60	0.54478	0.19393	0.057098
0.65	0.29605	0.14952	0.054020
0.70	0.016034	0.13790	0.050435
0.75	0.0085958	0.13451	0.046423
0.80	0.0045185	0.13078	0.042242
0.85	0.0022989	0.012456	0.038117
0.90	0.0011103	0.011606	0.034201
0.95	0.00049312	0.010614	0.030578
1.00	0.00018982	0.0095647	0.027284
1.05	5.5411E-05	0.0085216	0.024324
1.10	8.5222E-06	0.0075277	0.021686
1.15	3.9878E-06	0.0066078	0.019345
1.20	1.7294E-05	0.0057734	0.017276
1.25	3.5677E-05	0.0050275	0.015449
1.30	5.2974E-05	0.0043677	0.013838
1.35	6.6641E-05	0.0037883	0.012417
1.40	7.6041E-05	0.0032825	0.011164
1.45	8.1462 E-05	0.0028425	0.010058
1.50	8.3576E-05	0.0024608	0.0090810
1.55	8.3151E-05	0.0021304	0.0082164
1.60	8.0907E-05	0.0018448	0.0074507
1.65	7.7458E-05	0.0015981	0.0067714
1.70	7.3291E-05	0.0013851	0.0061679
1.75	6.8779 E-05	0.00120137	0.0056310
1.80	6.4189E-05	0.0010426	0.0051523
1.85	5.9707E-05	0.00090526	0.0047250
1.90	5.5453E-05	0.00078734	0.0043428
1.95	5.1497E-05	0.00068517	0.0040002
2.00	4.7875E-05	0.00059687	0.0036928

Tabela 4.3: Previsões para a seção de choque diferencial em mbGeV<sup>-2</sup> para as energias previstas no RHIC, Tevatron e LHC. Estes resultados foram obtidos a partir do ajuste conjunto para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  para pp e  $\bar{p}p$  para  $q_{max}^2=2.0~{\rm GeV}^2$ .

Comparamos nossas previsões de  $d\sigma/dq^2$  para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =1.96 TeV com os dados para  $\bar{p}p$  na energia de  $\sqrt{s}$  = 1.80 TeV. Na Figura 4.5 mostramos nosso resultado juntamente com os dados experimentais. Nossos resultados indicam uma mudança na curvatura dos dados na região de  $q^2 \simeq 0.55 \sim 0.65 \text{ GeV}^2$  sem o surgimento de um mínimo bem definido. Este efeito é devido à contribuição da parte real da amplitude de espalhamento, como pode ser visto na Figura 4.6, onde estão dispostas separadamente as contribuições real e imaginária. Como era esperado, a parte imaginária da amplitude apresenta um zero nessa região. Então, o valor do ponto de mínimo é devido apenas à parte real, que no caso é suave. Ocorre também um zero para a parte real em  $q^2 \simeq 0.30 \text{ GeV}^2$  para  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$  e em  $q^2 \simeq 0.38 \text{ GeV}^2$  para  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ .

Um teorema de Martin [154] diz que para valores fixos de  $q^2$  a seção de choque diferencial tende a zero e além disto, se  $\sigma_{tot}(s) \to \infty$  quando  $s \to \infty$ , então a parte real da amplitude de espalhamento não pode ter sinal constante para  $q^2 \simeq 0 \text{ GeV}^2$ . Nossos resultados mostram que temos uma mudança de sinal para a parte real da amplitude para  $q^2 \simeq 0 \text{ GeV}^2$ .

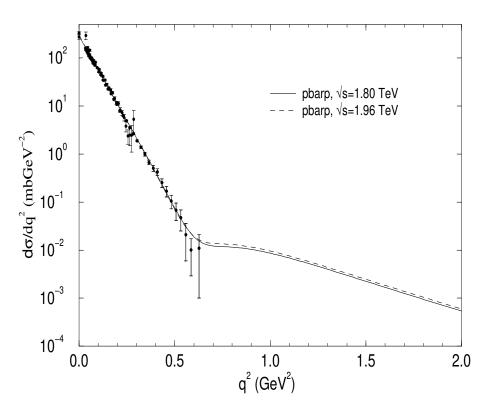


Figura 4.5: Previsões para a seção de choque diferencial  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV utilizando os parâmetros de ajuste para  $q_{max}^2=14.0$  GeV<sup>2</sup>. Os dados experimentais correspondem a  $\sqrt{s}=1.80$  TeV.

Por outro lado, a contribuição da parte imaginária é semelhante para ambos intervalos de  $q^2$ , apresentando zeros nas proximidades de  $q^2 \simeq 0.70~{\rm GeV^2}$  para  $q_{max}^2 = 2.0~{\rm GeV^2}$  e de  $q^2 \simeq 0.73~{\rm GeV^2}$  para  $q_{max}^2 = 14.0~{\rm GeV^2}$ . Podemos dizer com alguma certeza que o primeiro mínimo na seção de choque diferencial nesta energia ocorre para  $q^2 = 0.70~{\rm GeV^2}$ . Este resultado concorda com aqueles previstos nos modelos de Bourrely, Soffer e Wu [152], Desgrolard, Giffon e Predazzi [151] e o de Donnachie e Landshoff [162], mas está em desacordo com o modelo de Block, Gregores, Halzen e Pancheri (BGHP) [150], que prevê um zero em  $q^2 = 0.60~{\rm GeV^2}$ .

Um aspecto interessante que pode ser notado na Figura 4.6 é que a parte imaginária é dominante na região de pequeno momento transferido, mas deixa de sê-lo a grande momento transferido, tanto para  $q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$ , quanto para  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . Nas Figuras 4.7 temos os resultados para a parte imaginária e real para pp em  $\sqrt{s} = 52.8 \text{ GeV}$  e para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s} = 53.0$  (ambos para  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ ). Na Figura 4.8 temos o resultado para 546.0 GeV em  $q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . Observamos uma alternância entre as dominâncias da parte real e imaginária e que aparentemente depende da energia considerada. Assim, de acordo como os resultados obtidos, temos que na região de energia do CERN ISR ( $\sqrt{s} \simeq 23-63 \text{ GeV}$ ), a parte imaginária domina para grandes valores de momento transferido. Por outro lado, para energias mais altas como aquelas do CERN Collider e Tevatron, a parte real é dominante.

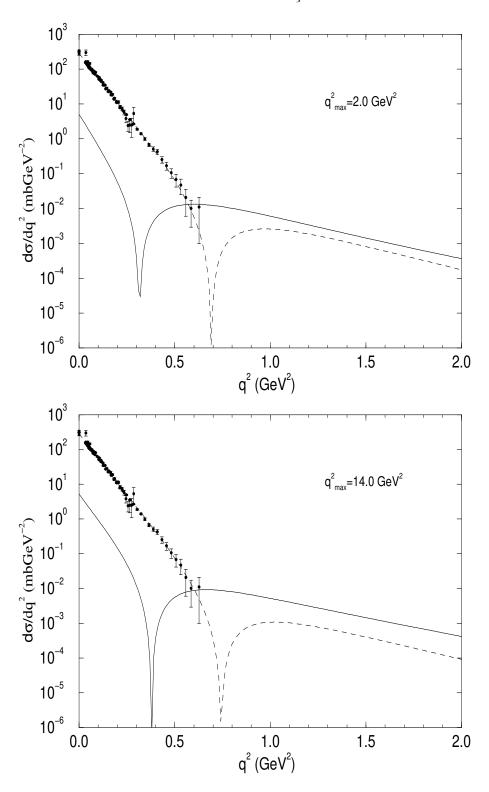


Figura 4.6: Contribuições para a seção de choque diferencial para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.80$  TeV. A curva sólida corresponde à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária.

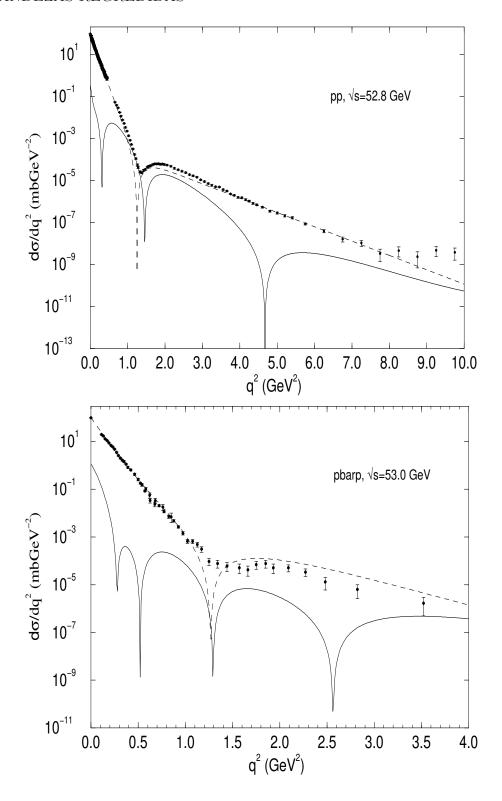


Figura 4.7: Contribuições para a seção de choque diferencial para pp em  $\sqrt{s}=52.8~{\rm GeV}$  e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0~{\rm GeV}$ . A curva sólida corresponde à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária.

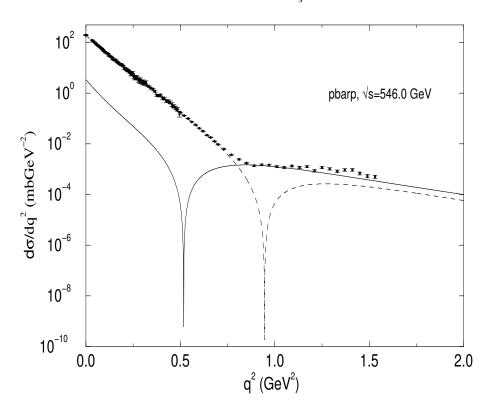


Figura 4.8: Contribuições para a seção de choque diferencial para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s} = 546.0$  GeV e parâmetros de ajustes para  $q_{max}^2 = 14.0$  GeV<sup>2</sup>. A curva sólida corresponde à contribuição da parte real e a curva tracejada à parte imaginária

## 4.3 Inclinação da Seção de Choque Diferencial Elástica

Apresentamos agora os resultados relativos ao cálculo da inclinação da seção de choque diferencial elástica para espalhamentos pp e  $\bar{p}p$ . Tais resultados são analíticos, isto é, podem ser obtidos a partir das expressões finais para as seções de choque diferenciais, tanto pp quanto  $\bar{p}p$ , sem nenhuma aproximação numérica.

Já há muito é conhecido o fato de que quando aumentamos a energia envolvida nos processos de colisão ocorre um "encolhimento" do pico difrativo, como pode ser visto nas seções de choque diferenciais elásticas apresentadas no Capítulo 2.

Também já é senso comum que a inclinação para pp, por exemplo, apresenta grandes variações para  $q^2 > 1 \text{ GeV}^2$  [155] e também já foi apontado que para dados  $pp \sim 20 \text{ GeV}^2$  a dependência em  $q^2$  para a inclinação se manifesta já na região do pico difrativo [156]. Este efeito foi observado primeiramente por Barbiellini em energias já obtidas pelo CERN ISR

[157].

Veremos aqui que quando falamos em inclinação da seção de choque diferencial elástica estamos tratando de uma quantidade formalmente definida para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ , mas quando temos que nos relacionar com o mundo real dos dados coletados, isto é, do experimento, vemos que os dados são coletados para  $q^2 \approx 0 \text{ GeV}^2$ , mas não exatamente em zero [23].

Este fato acaba mostrando que existe uma pequena dependência da inclinação com  $q^2$ , isto é, para alguns valores de energia pode ser necessário mais do que uma reta para ajustar os dados. Esta mudança na inclinação dos dados experimentais pode sugerir que seja necessária alguma outra função que não uma reta para ajustar os dados de inclinação da seção de choque diferencial elástica. Porém, perde-se a interpretação simples que um ajuste linear permite, qual seja, o cálculo da taxa de variação do logaritmo da seção de choque diferencial em função de  $q^2$ . Em resumo, perde-se a relação de dependência da seção de choque diferencial com relação ao momento transferido.

A seguir faremos um estudo teórico mais detalhado da inclinação para processos elásticos apresentando alguns resultados formais e comparando-os com aqueles obtidos por nós via PIM.

## 4.3.1 Comportamento Teórico da Inclinação da Seção de Choque Diferencial Elástica

Para pequenos momentos transferidos,  $q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ , o comportamento do logaritmo da seção de choque diferencial elástica é aproximadamente linear em  $q^2$ , como pode ser observado na Figura 2.6 do Capítulo 2. Baseando-se nas propriedades dos polinômios de Legendre e na condição de unitaridade, pode-se obter o limite de MacDowell-Martin [158]

$$2\left[\frac{d}{dq^2}\ln \operatorname{Im}F(s,q)\right]_{q^2=0} \ge \frac{1}{18\pi} \frac{\sigma_{tot}^2(s)}{\sigma_{el}(s)},\tag{4.1}$$

onde  $\sigma_{tot}(s)$  e  $\sigma_{el}(s)$  são as seções de choque total e elástica, respectivamente.

Caso a parte real da amplitude de espalhamento possa ser negligenciada, obtemos para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$  [21]

$$\frac{\sigma_{el}(s)}{\sigma_{tot}(s)} = \frac{1}{16\pi} \frac{\sigma_{tot}(s)}{B(s)}.$$
(4.2)

Ainda para o caso de a igualdade acima ser válida, é imediato que, se a relação  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  tender a uma constante, teremos que B(s) deveria ter a mesma dependência energética que

 $\sigma_{tot}(s)$ . Isto é,

$$B(s) \sim \sigma_{tot}(s) \sim \ln^2 s$$
.

Como a razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  não é, até o presente momento, constante, espera-se portanto que B(s) tenha um crescimento com a energia menor que  $\sigma_{tot}(s)$ . Portanto,

$$B(s) \sim \ln s$$
.

O modelo de Regge prevê uma inclinação da forma [3]

$$B(s) = B_0 + 2\alpha_p' \ln s,$$

onde  $B_0$  e  $\alpha'_p$  são parâmetros a serem determinados pelos ajustes. O coeficiente angular da equação acima é chamado de trajetória do Pomeron e, atualmente,  $\alpha'_p = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$  [21].

Na verdade, um olhar mais atento notará que apenas uma exponencial (reta em um gráfico log-linear) não será capaz de ajustar os dados da seção de choque diferencial para  $q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ , isto é, temos que utilizar mais exponenciais para dar conta da descrição dos dados experimentais. Assim, a dedução do comportamento energético da inclinação não é tão trivial.

Observemos que, aparentemente, há duas possibilidades de comportamento energético para a inclinação, como pode ser depreendido do que foi dito anteriormente. Isto é, que

$$B(s) \sim \ln s$$
 ou  $B(s) \sim \ln^2 s$ .

Como veremos, nossos resultados mostram um comportamento intermediário

$$B(s) \sim \ln^{\gamma}(s),$$

onde  $1 \le \gamma \le 2$ . Segundo Block e Cahn [159] espera-se que o resultado correto para  $q^2 = 0$  GeV<sup>2</sup> seja  $B(s) \sim \ln^2 s$ , pois  $\sigma_{tot}(s) \sim \ln^2 s$  e a razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  não pode divergir. No caso de colisões pp, o resultado obtido por nós via parametrização independente de modelo parece corroborar esse resultado como veremos adiante.

Notemos, por outro lado, que boa parte dos resultados deduzidos acima só fazem sentido para o caso em que a amplitude de espalhamento, em altas energias, é puramente imaginária e esse não é o nosso caso, como vimos no Capítulo 3.

Assim, esperamos que os resultados acima sirvam apenas como guias e não que necessariamente devam ser atingidos. Vale notar que nossos resultados indicam que

$$\frac{B_{\bar{p}p}}{B_{nn}} < 1,$$

tanto para  $q^2 = 0$ , quanto para  $q^2 = 0.05 \text{ GeV}^2$ .

### 4.3.2 Extração via Cálculo de Seção de Choque Diferencial Elástica

Utilizando o formalismo da parametrização proposta nesta tese é possível fazermos previsões de comportamento acerca dos dados experimentais em regiões de energia e momento transferido não considerados nos ajustes e assim, é possível comparar os nossos resultados com aqueles obtidos pelas Colaboração pp2pp, e pela seção de choque diferencial elástica em  $\sqrt{s}=200.0~{\rm GeV}$  para a Colaboração DZero em  $\sqrt{s}=1.96~{\rm TeV}$ . Com este propósito, e utilizando os parâmetros de ajuste para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$  e fazendo uso do processo relatado em [164], calculamos 19 pontos para a seção de choque diferencial com erros estimados de 1% na região  $0.10 \le q^2 \le 0.019~{\rm GeV^2}$  e ajustamos os pontos obtidos através da função

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = Ae^{-Bq^2}. (4.3)$$

A Figura 4.9 (topo) apresenta os resultados para os pontos calculados, bem como a curva fornecida pela expressão (4.3). Para este caso encontramos os seguintes valores para A e B:

$$A = (136.0 \pm 1.7) \text{mbGeV}^{-2}, B = (14.46 \pm 0.84) \text{mbGeV}^{-2},$$

para  $\chi^2/gl=4.8\times 10^{-5}$ . Vemos que o resultado obtido aqui está em acordo com aquele fornecido pela Colaboração pp2pp ( $16.3\pm 1.8~{\rm GeV^{-2}}$ , como veremos a seguir). Também é de notar que o resultado utilizado por esta Colaboração para o valor de  $\sigma_{tot}$  para pp está também em concordância com nossos resultados, como pode ser visto na Tabela 4.1. Apesar de nosso resultado para  $\rho$  ter sido maior que o utilizado por esta colaboração, não há problema pois o valor de  $\rho$  é posto ao quadrado na expressão utilizada por eles para o cálculo da inclinação da seção de choque diferencial elástica [164]

$$\frac{d\sigma}{dt} = 4\pi (\hbar c)^2 \left(\frac{\alpha G_E^2}{t}\right) + \frac{1 + \rho^2}{16\pi (\hbar c)^2} \sigma_{tot}^2 e^{-B|t|} - (\rho + \Delta \phi) \frac{\alpha G_E^2}{|t|} \sigma_{tot} e^{-B|t|}.$$

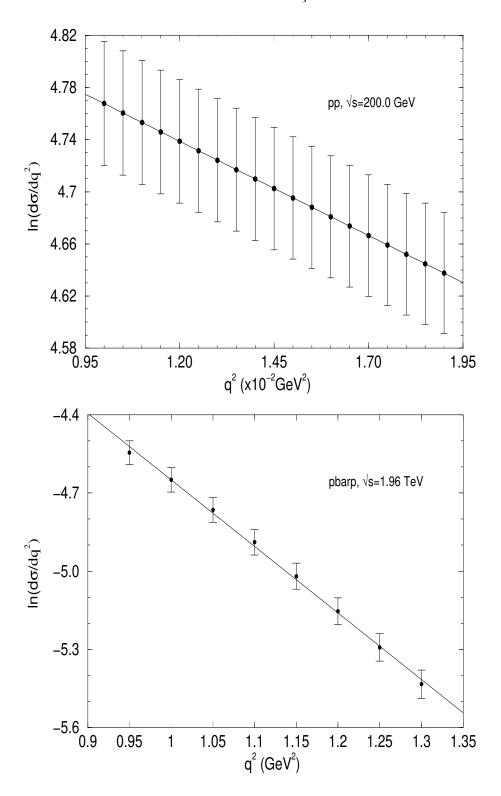


Figura 4.9: Determinação da inclinação da seção de choque diferencial elástica por meio da expressão (4.3) a partir de um conjunto de pontos calculados para a seção de choque diferencial para os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$ .

Concluímos aqui que a parametrização está corroborando o resultado apresentado pela Colaboração pp2pp, indicando uma boa precisão em nosso resultado.

Já para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV no intervalo  $0.96 < q^2 < 1.31$  GeV² os resultados da Colaboração DZero ainda são preliminares. A Figura 4.5 no Capítulo 3 mostra nossos resultados para  $d\sigma/dq^2$  em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV, juntamente com os dados para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.80$  TeV. A princípio, os dados em  $\sqrt{s}=1.80$  TeV podem permitir uma normalização dos dados coletados em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV. Porém, vemos que existe um gap entre as regiões cobertas pelos dois experimentos que realizaram essas medidas: para E710 os dados estão na região de  $q^2 \leq 0.627$  GeV², enquanto que os dados coletados pela Colaboração DZero estão em  $q^2 \simeq 0.96$  GeV². Além disso, os erros para os dados coletados pela Colaboração E710 apresentam valores bastante expressivos, tornando difícil realizar uma normalização dos dados experimentais.

Assim, no sentido de tentarmos encontrar uma possível normalização para estes dados, procedemos de modo análogo ao realizado anteriormente. Deste modo, calculamos um conjunto de 8 pontos no intervalo  $0.95 \le q^2 \le 1.30 \; \text{GeV}^2$  e ajustamos esses pontos pela expressão (4.3). Obtivemos

$$A = (0.123 \pm 0.004) \text{mbGeV}^{-2}, B = (3.544 \pm 0.030) \text{mbGeV}^{-2},$$

para  $\chi^2/gl=2.52$ . A Figura 4.9 abaixo mostra os pontos calculados, bem como a curva obtida. Note que os quatro últimos pontos gerados não se encontram na mesma inclinação que os quatro primeiros. Este efeito também está presente na Referência [166]. Embora os dados mostrados pela Colaboração DZero sejam preliminares, acreditamos que os valores encontrados aqui possam ser úteis para uma possível comparação. Estes resultados foram recentemente publicados em periódico indexado [147].

# 4.3.3 Dependência Analítica em Função da Energia e Momento Transferido

Como visto no capítulo anterior, a inclinação da seção de choque diferencial elástica é uma quantidade formalmente definida para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$ , mas, do ponto de vista experimental, é bastante complicado assegurar que a medida desta grandeza foi realizada realmente nesta condição. Assim, apresentamos aqui as previsões da inclinação para  $q^2=0~{\rm GeV^2}$  e para  $q^2=0.05~{\rm GeV^2}$ . Utilizamos para isto os parâmetros obtidos considerando todos os dados, isto é, para o máximo de momento transferido,  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

Dos resultados obtidos para a amplitude de espalhamento e a partir da expressão abaixo, somos capazes de calcular a inclinação da seção de choque diferencial elástica.

$$B(s) = \frac{d}{dt} \left[ \ln \frac{d\sigma}{dq^2}(s, q^2) \right]_{t=0}$$
(4.4)

Assim, para o caso geral, tomando os resultados para a seção de choque diferencial, obtemos por diferenciação direta para pp que

$$B_{pp}(s,q^2) = \frac{-2(\Delta_1 \Delta_2 + \Delta_3)}{{\Delta_1}^2 + {\Delta_4}^2},$$
(4.5)

onde os  $\Delta_i$ , i = 1, ..., 4 são definidos como

$$\Delta_1 = \frac{K}{s} + \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \alpha_i'(s) - \alpha_i(s) \beta_i'(s) q^2 \right] e^{-\beta_i(s)q^2} + \frac{\pi}{4} \left[ \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} \right] \right\}$$

$$\Delta_2 = -\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\pi}{2} [\alpha_i'(s)\beta_i(s) + \alpha_i(s)\beta_i'(s) - \alpha_i(s)\beta_i(s)\beta_i'(s)q^2] e^{-\beta_i(s)q^2} + \frac{\pi}{4} [\alpha_i(s)\beta_i(s)e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s)\bar{\beta}_i(s)e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2}] \right\}$$

$$\Delta_3 = -\sum_{i=1}^n \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i(s) \beta_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2}$$

$$\Delta_4 = \sum_{i=1}^n \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2}$$

É imediato que para  $\bar{p}p$  temos analogamente

$$B_{\bar{p}p}(s,q^2) = \frac{-2(\bar{\Delta}_1\bar{\Delta}_2 + \bar{\Delta}_3)}{\bar{\Delta}_1^2 + \bar{\Delta}_4^2},\tag{4.6}$$

onde os  $\bar{\Delta}_i$  são definidos por

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{K}{s} + \sum_{i=1}^n \{ \frac{\pi}{2} [\bar{\alpha}_i'(s) - \bar{\alpha}_i(s)\bar{\beta}_i'(s)q^2] e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} + \frac{\pi}{4} [\alpha_i(s)e^{-\beta_i(s)q^2} - \bar{\alpha}_i(s)e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2}] \}$$

$$\bar{\Delta}_{2} = -\sum_{i=1}^{n} \{ \frac{\pi}{2} [\bar{\alpha}'_{i}(s)\bar{\beta}_{i}(s) + \bar{\alpha}_{i}(s)\bar{\beta}'_{i}(s) - \bar{\alpha}_{i}(s)\bar{\beta}'_{i}(s)\bar{\beta}'_{i}(s)q^{2}]e^{-\bar{\beta}_{i}(s)q^{2}} + \frac{\pi}{4} [\alpha_{i}(s)\beta_{i}(s)e^{-\beta_{i}(s)q^{2}} - \bar{\alpha}_{i}(s)\bar{\beta}_{i}(s)e^{-\bar{\beta}_{i}(s)q^{2}}] \}$$

$$\bar{\Delta}_3 = -\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2} \sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i(s) \bar{\beta}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2}$$

$$\bar{\Delta}_4 = \sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i(s) e^{-\bar{\beta}_i(s)q^2}$$

De posse das expressões para a inclinação tanto para pp, quanto para  $\bar{p}p$ , somos capazes de fazer previsões de comportamento para esta grandeza. Observe que as expressões acima são gerais, isto é, não são apenas para o caso em que  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ . Assim, estamos assumindo que podemos ter uma dependência da inclinação com o momento transferido da colisão.

Veremos a seguir duas análises que mostram previsões de comportamento da inclinação da seção de choque diferencial elástica com relação a sua dependência energética e de momento transferido.

#### Dependência com a Energia

Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13 e foram aceitos para publicação em revista indexada [138].

Com relação às comparações com resultados experimentais, podemos relatar a recente determinação da inclinação da seção de choque diferencial a partir de medições feitas pela Colaboração pp2pp para espalhamento pp em  $\sqrt{s}=200.0$  GeV, no RHIC [164] . Há ainda o resultado preliminar divulgado pela Colaboração DZero para espalhamento  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.96$  TeV, no Tevatron [165].

A seção de choque diferencial é expressa por

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{1}{L} \frac{dN}{dq^2},$$

onde  $dN/dq^2$  é a taxa de interações elásticas e L é a luminosidade do aparelho. Não houve determinação da seção de choque diferencial elástica em nenhum dos experimentos citados, pois só foi possível medir a inclinação das razões elásticas.

Para o caso da Colaboração pp2pp, a inclinação foi determinada para  $0.010 \le q^2 \le 0.019$  GeV<sup>2</sup>. As amplitudes de espalhamento têm contribuições diversas: Coulombiana, Nuclear e da interferência entre ambas. Para obter o valor de B(s) esta colaboração utilizou como entrada de dados os valores de  $\sigma_{tot}(s) = 51.6$  mb e  $\rho(s) = 0.13$ . O primeiro resultado se deve a Donnachie e Landshoff [162] e o segundo a Colaboração UA4 [44]. O valor obtido foi

$$B(s) = (16.3 \pm 1.6(est.) \pm 0.9(sist.)) \text{GeV}^{-2}$$

Uma simples adição em quadratura dos erros fornece  $B(s) = (16.3 \pm 1.8) \text{ GeV}^{-2}$ . Esta medida está acima do esperado para os dados experimentais e isto ocorre porque a região em que as medidas foram realizadas está próxima à região de interferência Coulomb-nuclear.

As Tabelas 4.4 e 4.5 mostram previsões para o valor da inclinação para diferentes valores de energia e diferentes valores de momento transferido.

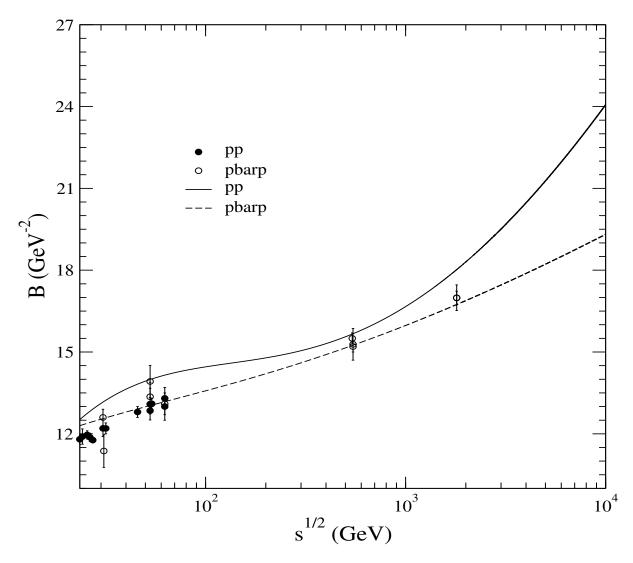


Figura 4.10: Previsões para a inclinação em  $q^2=0~{\rm GeV^2}$  em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$ .

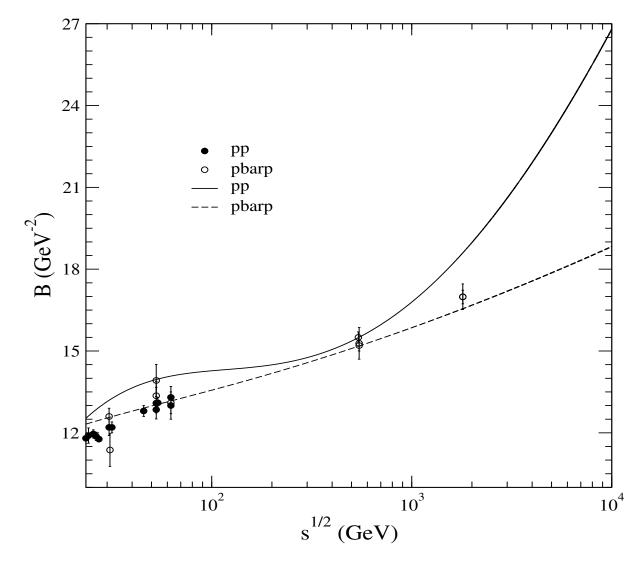


Figura 4.11: Previsões para a inclinação em  $q^2=0~{\rm GeV^2}$  em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

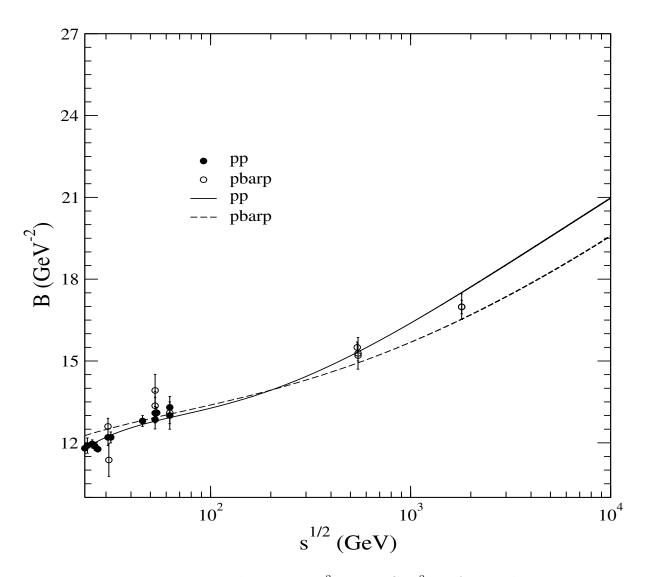


Figura 4.12: Previsões para a inclinação em  $q^2=0.05~{\rm GeV^2}$  em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$ .

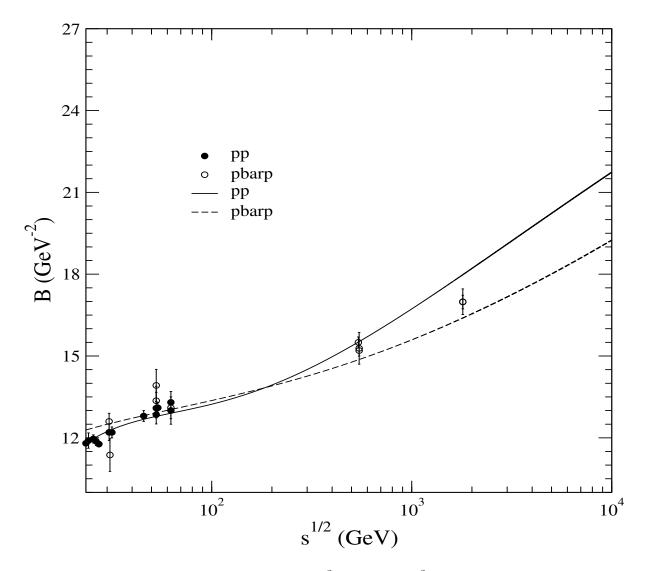


Figura 4.13: Previsões para a inclinação em  $q^2=0.05~{\rm GeV^2}$  em função da energia a partir dos ajustes para conjuntos para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	$q^2  (\mathrm{GeV^2})$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.200	0.0	$14.78 \pm 0.26$	$14.49 \pm 0.26$
0.200	0.5	$12.40 \pm 0.07$	$12.46 \pm 0.07$
0.200	1.0	$21.19 \pm 2.02$	$23.19 \pm 1.94$
0.500	0.0	$15.55 \pm 0.37$	$15.36 \pm 0.39$
0.500	0.5	$14.01 \pm 0.08$	$14.01 \pm 0.07$
0.500	1.0	$-6.66 \pm 1.67$	$-1.05 \pm 0.24$
1.000	0.0	$16.66 \pm 0.46$	$16.79 \pm 0.49$
1.000	0.5	$15.75 \pm 0.10$	$15.18 \pm 0.05$
1.000	1.0	$-0.70\pm0.24$	$0.71 \pm 0.07$
1.960	0.0	$18.24 \pm 0.55$	$18.90 \pm 0.59$
1.960	0.5	$17.33 \pm 0.15$	$14.96 \pm 0.17$
1.960	1.0	$1.14 \pm 0.07$	$1.54 \pm 0.04$
2.000	0.0	$18.30 \pm 0.55$	$18.98 \pm 0.60$
2.000	0.5	$17.36 \pm 0.15$	$14.91 \pm 0.18$
2.000	1.0	$1.17 \pm 0.07$	$1.56 \pm 0.04$
4.000	0.0	$20.47 \pm 0.64$	$21.90 \pm 0.68$
4.000	0.5	$15.63 \pm 0.39$	$11.20 \pm 0.27$
4.000	1.0	$1.88 \pm 0.04$	$1.97 \pm 0.03$
10.00	0.0	$24.06 \pm 0.75$	$26.80 \pm 0.81$
10.00	0.4	$5.94 \pm 0.35$	$4.75 \pm 0.20$
10.00	1.0	$2.23 \pm 0.04$	$2.24 \pm 0.04$
14.00	0.0	$25.57 \pm 0.79$	$28.85 \pm 0.85$
14.00	0.5	$3.55 \pm 0.28$	$3.39 \pm 0.17$
14.00	1.0	$2.29 \pm 0.04$	$2.31 \pm 0.04$
20.00	0.0	$27.26 \pm 0.84$	$31.17 \pm 0.90$
20.00	0.5	$2.19 \pm 0.20$	$2.53 \pm 0.14$
20.00	1.0	$2.34 \pm 0.03$	$2.36 \pm 0.04$
40.00	0.0	$30.81 \pm 0.91$	$36.01 \pm 0.10$
40.00	0.5	$1.44 \pm 0.12$	$1.91 \pm 0.10$
40.00	1.0	$2.39 \pm 0.03$	$2.45 \pm 0.04$
50.00	0.0	$32.02 \pm 0.94$	$37.66 \pm 1.03$
50.00	0.5	$1.43 \pm 0.11$	$1.87 \pm 0.09$
50.00	1.0	$2.40 \pm 0.03$	$2.48 \pm 0.05$
100.0	0.0	$35.93 \pm 1.02$	$43.02 \pm 1.12$
100.0	0.5	$1.64 \pm 0.07$	$1.95 \pm 0.07$
100.0	1.0	$2.43 \pm 0.03$	$2.55 \pm 0.05$

Tabela 4.4: Previsões para a inclinação da seção de choque diferencial elástica para pp para diferentes valores de  $\sqrt{s}$ . Inclinação em GeV $^{-2}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	$q^2  (\mathrm{GeV^2})$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.200	0.0	$14.23 \pm 0.16$	$14.21 \pm 0.16$
0.200	0.5	$10.91 \pm 0.17$	$10.78 \pm 0.17$
0.200	1.0	$6.13 \pm 0.45$	$6.97 \pm 0.56$
0.500	0.0	$15.16 \pm 0.16$	$15.11 \pm 0.15$
0.500	0.5	$11.43 \pm 0.24$	$11.20 \pm 0.22$
0.500	1.0	$-5.11 \pm 1.93$	$-35.80 \pm 5.62$
1.000	0.0	$15.97 \pm 0.16$	$15.87 \pm 0.15$
1.000	0.5	$12.66 \pm 0.33$	$12.38 \pm 0.28$
1.000	1.0	$-3.16 \pm 0.32$	$-5.66 \pm 0.50$
1.960	0.0	$16.84 \pm 0.16$	$16.66 \pm 0.15$
1.960	0.5	$15.53 \pm 0.56$	$15.03 \pm 0.42$
1.960	1.0	$-0.65 \pm 0.10$	$-2.70\pm0.14$
2.000	0.0	$16.86 \pm 0.16$	$16.68 \pm 0.16$
2.000	0.5	$15.67 \pm 0.57$	$15.15 \pm 0.43$
2.000	1.0	$-0.62 \pm 0.10$	$-2.66 \pm 0.14$
4.000	0.0	$17.84 \pm 0.17$	$17.55 \pm 0.17$
4.000	0.5	$25.33 \pm 1.76$	$22.29 \pm 0.89$
4.000	1.0	$0.13 \pm 0.06$	$-1.89\pm0.08$
10.00	0.0	$19.24 \pm 0.19$	$18.78 \pm 0.20$
10.00	0.5	$-61.20 \pm 11.53$	$42.52 \pm 3.57$
10.00	1.0	$0.41 \pm 0.04$	$-1.58 \pm 0.06$
14.00	0.0	$19.78 \pm 0.19$	$19.25 \pm 0.21$
14.00	0.5	$-22.12\pm1.88$	$5.09 \pm 3.93$
14.00	1.0	$0.44 \pm 0.03$	$-1.53 \pm 0.06$
20.00	0.0	$20.36 \pm 0.20$	$19.76 \pm 0.23$
20.00	0.5	$-11.87 \pm 0.66$	$-7.67 \pm 0.63$
20.00	1.0	$0.45 \pm 0.03$	$-1.51 \pm 0.05$
40.00	0.0	$21.54 \pm 0.22$	$20.79 \pm 0.26$
40.00	0.5	$-5.14 \pm 0.19$	$-6.47 \pm 0.15$
40.00	1.0	$0.46 {\pm} 0.02$	$-1.49 \pm 0.05$
50.00	0.0	$21.93 \pm 0.23$	$21.13 \pm 0.28$
50.00	0.5	$-4.10 \pm 0.14$	$-5.70\pm0.13$
50.00	1.0	$0.45 \pm 0.02$	$-1.50\pm0.05$
100.0	0.0	$23.18 \pm 0.25$	$22.22 \pm 0.32$
100.0	0.5	$-2.12 \pm 0.07$	$-3.95 \pm 0.09$
100.0	1.0	$0.44 \pm 0.02$	$-1.51 \pm 0.05$

Tabela 4.5: Previsões para a inclinação da seção de choque diferencial elástica para  $\bar{p}p$  para diferentes valores de  $\sqrt{s}$ . Inclinação em GeV<sup>-2</sup>.

#### Dependência com o Momento Transferido

Assumindo a existência de uma pequena dependência da inclinação da seção de choque diferencial elástica com  $q^2$ , então podemos analisar esta inclinação a partir de sua dependência com o momento transferido  $q^2$ , isto é, tomamos determinados valores de s e calculamos qual seria o valor correspondente da inclinação  $B(s,q^2)$  e de momento transferido. Mostraremos, por simplicidade, apenas os resultados obtidos para a PIM para  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ .

Esta pequena dependência com o momento transferido  $q^2$  pode ser vista, por exemplo, em [160, 161]. A Figura 4.14 é uma reprodução daquela apresentada nas referências citadas. Vemos nesta figura o comportamento da inclinação para pp em  $\sqrt{s} = 53.0$  GeV e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s} = 546.0$  GeV, de acordo com o aumento do momento transferido.

No intuito de comparar os resultados acima com aqueles que podem ser obtidos pela PIM, observamos na Figura 4.15 os valores obtidos para pp e  $\bar{p}p$  nas energias de  $\sqrt{s}=52.8$  GeV e  $\sqrt{s}=546$  GeV, respectivamente. Vemos que os valores fornecidos como previsão pela PIM estão bastante próximos daqueles apresentados por diversos experimentos. No sentido de tornar a comparação entre os resultados experimentais e os fornecidos pela parametrização proposta mais eficiente, acrescentamos os valores dos erros propagados.

Existe alguma concordância entre o comportamento dos resultados experimentais para momento transferido menor que  $0.6 \text{ GeV}^2$ , tanto para pp, quanto para  $\bar{p}p$ . Acima deste valor não temos dados experimentais disponíveis, mas as previsões da PIM apontam para um pequeno crescimento da inclinação da seção de choque diferencial elástica com o aumento do momento transferido  $q^2$  no caso  $\bar{p}p$  e para uma suave curva descendente no caso pp.

Na Figura 4.16 mostramos a previsão da parametrização para pp em  $\sqrt{s}=200~{\rm GeV}$  no intervalo  $0 < q^2 < 0.1~{\rm GeV^2}$ . Os resultados mostram uma leve declividade em função do momento transferido indicando que, nesta região, temos como previsão uma indicação de fraca dependência com  $q^2$ .

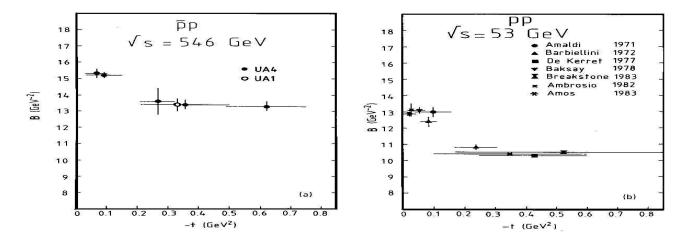


Figura 4.14: Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para pp em  $\sqrt{s}=52.8~{\rm GeV}$  e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ . A Figura foi obtida de [161].

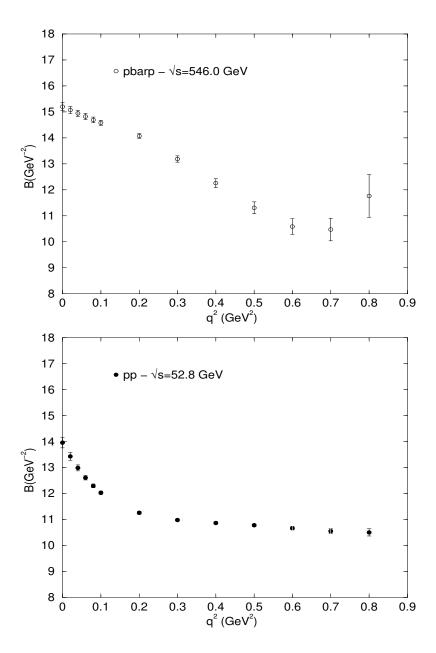


Figura 4.15: Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para pp em  $\sqrt{s}=52.8~{\rm GeV}$  e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ .

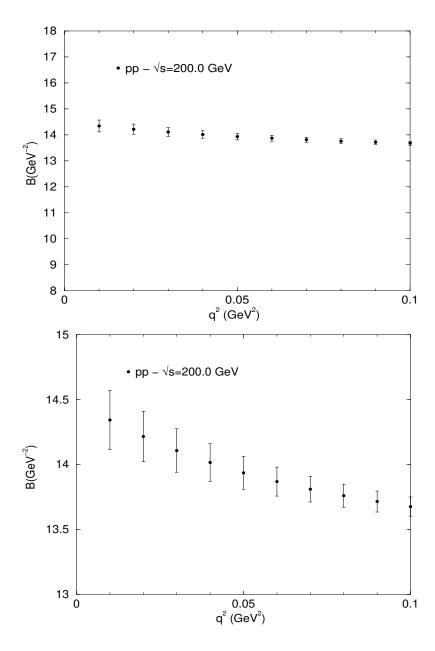


Figura 4.16: Dependência da inclinação com o momento transferido durante a colisão para pp em  $\sqrt{s}=200.0~{\rm GeV}.$ 

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.100	46.37±0.06 [198]	$46.49 \pm 3.21$	$46.27 \pm 0.35$	$46.20 \pm 0.35$
0.100	46.23±0.08 [202]			
0.200	52.27±0.11 [199]	$52.27 \pm 3.79$	$51.32 \pm 0.43$	$51.12 \pm 0.44$
0.200	$52.11\pm0.18$ [199]			
0.200	$51.84 \pm 0.18 [199]$			
0.200	$51.76 \pm 0.12 [198]$			
0.300	$55.50\pm0.17$ [198]	$56.38 \pm 4.16$	$54.80 \pm 0.49$	$54.51 \pm 0.50$
0.300	$54.93 \pm 0.21$ [202]			
0.400	58.41±0.21 [198]	$59.61 \pm 4.44$	$57.52 \pm 0.53$	$57.15 \pm 0.53$
0.400	$57.68 \pm 0.25 [202]$			
0.500	61.10±0.37 [199]	$62.30 \pm 4.66$	$59.76 \pm 0.56$	$59.32 \pm 0.57$
0.500	$60.97 \pm 0.22 [199]$			
0.500	$60.82 \pm 0.25 [198]$			
0.500	$60.63 \pm 0.36 [199]$			
0.540	$70.37 \pm 0.62 [196]$	$63.26 \pm 4.74$	$60.56 \pm 0.58$	$60.10\pm0.60$
0.540	$69.32 \pm 0.89 [196]$			
0.540	$60.76 \pm 0.29$ [202]			
0.600	$62.87 \pm 0.28 [198]$	$64.61 \pm 4.85$	$61.68 \pm 0.60$	$61.19 \pm 0.60$
1.600	75.7 [200]	$78.93 \pm 5.93$	$73.39 \pm 0.76$	$72.52 \pm 0.77$
1.800	91.6 [195]	$80.86{\pm}6.07$	$74.95 \pm 0.78$	$74.03 \pm 0.79$
1.800	79.55 [203]			
1.800	78.85 [203]			
1.800	78.28 [203]			
1.800	77.99 [203]			
1.800	76.97 [203]			
1.800	76.79 [203]			
1.800	76.44 [203]			
1.800	76.06 [203]			
1.800	$75.18 \pm 0.55$ [202]			
1.800	75.07 [203]			
1.800	71.66 [203]			
1.860	77.8 [200]	$81.40 \pm 6.11$	$75.40 \pm 0.79$	$74.46 \pm 0.80$
2.000	98.30±1.17 [196]	$82.62 \pm 6.20$	$76.38 \pm 0.80$	$75.41 \pm 0.81$
2.000	$95.93 \pm 1.87 [196]$			
2.000	$78.06 \pm 0.80 [199]$			
2.000	$77.88 \pm 0.87 [199]$			
2.000	$76.17 \pm 0.50 [199]$			
2.000	66 [197]			

Tabela 4.6: Previsão de  $\sigma_{tot}$  em mb para pp considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
10.00	105.1±1.1 [198]	$114.00 \pm 8.32$	$101.48 \pm 1.14$	$99.62 \pm 1.16$
12.00	108.5±1.2 [198]	$118.08 \pm 8.58$	$104.72 \pm 1.19$	$102.74 \pm 1.20$
14.00	117.8 [203]	$121.6 \pm 8.8$	$107.5 \pm 1.2$	$105.4 \pm 1.2$
14.00	116.4 [203]			
14.00	112.5 [203]			
14.00	111.65±2.20 [199]			
14.00	111.5±1.2 [198]			
14.00	111.2 [203]			
14.00	108.8 [203]			
14.00	108.4 [203]			
14.00	108.16±1.68 [199]			
14.00	107.4 [203]			
14.00	$107.3 \pm 1.2 [202]$			
14.00	103.6 [203]			
14.00	100.1 [203]			
14.00	99.90±1.06 [199]			
14.00	97.99 [203]			
16.00	147 [195]	$124.7 \pm 9.0$	$110.0 \pm 1.2$	108.0±1.3
16.00	$109\pm4$ [201]			
16.00	109.8±1.3 [202]			
20.00	$169.46 \pm 2.57 [196]$	$130.80 \pm 9.35$	$114.21 \pm 1.31$	$111.89 \pm 1.32$
20.00	$163.39 \pm 4.55 [196]$			
30.00	127 [200]	$140.21 \pm 9.98$	$122.20 \pm 1.42$	$119.58 \pm 1.43$
40.00	196.38±3.10 [196]	$148.8 \pm 10.4$	$128.1 \pm 1.5$	125.2±1.5
40.00	188.84±5.60 [196]			
40.00	176 [195]			
40.0	134 [204]			
40.00	124±4 [201]			
50.00	132.1±1.7 [202]	$153.73 \pm 10.82$	$132.82 \pm 1.55$	$129.80 \pm 1.57$
100.0	235.87±3.88 [196]	$173.42 \pm 12.01$	$148.24 \pm 1.75$	$144.63 \pm 1.77$
100.0	226.15±7.15 [196]			
100.0	147.1±2.0 [202]			
500.0	$316.00\pm5.46$ [196]	$225.13\pm15.10$	$188.51 \pm 2.25$	$183.32 \pm 2.28$
500.0	301.75±10.4 [196]			

Tabela 4.7: Previsão de  $\sigma_{tot}$  em m<br/>b para pp considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.100	$46.59 \pm 0.08$ [202]	$46.82 \pm 3.78$	$47.38 \pm 0.36$	$47.43 \pm 0.37$
0.200	$52.48 \pm 0.11 [199]$	$51.54 \pm 4.40$	$52.08 \pm 0.42$	$52.09 \pm 0.43$
0.200	$52.31 \pm 0.19 [199]$			
0.200	$52.03\pm0.18$ [199]			
0.300	55.03±0.21 [202]	$55.02 \pm 4.80$	$55.37 \pm 0.45$	$5.32 \pm 0.46$
0.400	$57.76 \pm 0.25$ [202]	$57.81 \pm 5.08$	$57.94 \pm 0.48$	$57.85 \pm 0.49$
0.500	61.17±0.37 [199]	$60.16 \pm 5.31$	$60.07 \pm 0.50$	$59.94 \pm 0.51$
0.500	$61.04 \pm 0.22 [199]$			
0.500	$60.70\pm0.36$ [199]			
0.540	$70.37 \pm 0.62 [196]$	$61.01 \pm 5.40$	$60.84 \pm 0.51$	$60.68 \pm 0.52$
0.540	$69.32 \pm 0.89 [196]$			
0.540	68.5 [188]			
0.540	$60.81 \pm 0.29$ [202]			
0.546	78.1 [189]	$61.13 \pm 5.41$	$60.94 \pm 0.51$	$60.80 \pm 0.52$
0.546	$61.8 \pm 0.7 [190]$			
0.900	67.5±1.3 [190]	$67.12 \pm 5.95$	$66.26 \pm 0.56$	$65.99 \pm 0.57$
0.900	$65.3 \pm 1.7 [193]$			
1.020	$61.1 \pm 5.7 [192]$	$68.7 \pm 6.1$	$67.7 \pm 0.5$	$67.4 \pm 0.6$
1.600	77.9 [200]	$75.01 \pm 6.63$	$73.12 \pm 0.62$	$72.69 \pm 0.64$
1.800	79.57 [203]	$76.76 \pm 6.77$	$74.63 \pm 0.63$	$74.16 \pm 0.65$
1.800	79.28 [203]			
1.800	77.01 [203]			
1.800	76.82 [203]			
1.800	$76.5 \pm 2.3 [190]$			
1.800	76.44 [203]			
1.800	76.30 [203]			
1.800	76.09 [203]			
1.800	75.99 [203]			
1.800	75.09 [203]			
1.800	$73.3 \pm 3.4 [187]$			
1.800	$75.19 \pm 0.55$ [202]			
1.800	71.70 [203]			
1.860	80.1 [200]	$77.26 \pm 6.82$	$75.05 \pm 0.64$	$74.57 \pm 0.65$
1.960	$78.27 \pm 0.55 [198]$	$78.05 \pm 6.88$	$75.74 \pm 0.64$	$75.24 \pm 0.66$
2.000	$98.30 \pm 1.17$ [196]	$78.36 \pm 6.90$	$76.00 \pm 0.64$	$75.50 \pm 0.66$
2.000	95.93±1.87 [196]			
2.000	$77.89 \pm 0.87$ [199]			
2.000	$78.07 \pm 0.80 [199]$			
2.000	$76.18 \pm 0.50 [199]$			
2.000	66 [197]			

Tabela 4.8: Previsão de  $\sigma_{tot}$  em m<br/>b para  $\bar{p}p$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$\frac{q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2}{106.1 \pm 0.9}$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
14.00	117.8 [203]	$114.4 \pm 9.6$	$106.1 \pm 0.9$	104.8±0.9
14.00	116.8 [203]			
14.00	112.5 [203]			
14.00	$111.65 \pm 2.20 [199]$			
14.00	$109.0 \pm 8.0 [190]$			
14.00	108.16±1.68 [199]			
14.00	108.8 [203]			
14.00	107.4 [203]			
14.00	$107.3 \pm 1.2 [202]$			
14.00	106.8 [203]			
14.00	106.0 [203]			
14.00	103.6 [203]			
14.00	100.1 [203]			
14.00	$99.90 \pm 1.06 [199]$			
14.00	98.00 [203]			
16.00	111.0±8.0 [190]	$117.3 \pm 9.8$	$108.6 \pm 0.9$	$107.1 \pm 0.9$
16.00	109.8±1.3 [202]			
20.00	$169.46 \pm 2.57 [196]$	$122.31 \pm 10.12$	$112.68 \pm 0.94$	$111.10\pm1.0$
20.00	$163.39 \pm 4.55 [196]$			
30.00	$126.0\pm11.0$ [190]	$131.8 \pm 10.8$	$120.5 \pm 1.0$	$118.6 \pm 1.0$
40.00	196.38±3.10 [196]	$138.9 \pm 11.2$	$126.2 \pm 1.0$	$124.2 \pm 1.1$
40.00	188.84±5.60 [196]			
40.00	134 [204]			
40.00	$130.0\pm13.0$ [190]			
50.00	132.1±1.7 [202]	$144.55 \pm 11.61$	$130.84 \pm 1.05$	$128.66 \pm 1.12$
100.0	235.87±3.88 [196]	$163.18 \pm 12.82$	$145.91 \pm 1.20$	$143.22 \pm 1.24$
100.0	$226.15\pm7.15$ [196]			
100.0	$147.1 \pm 2.0 [202]$			
500.0	$316.00\pm5.46$ [196]	$212.43 \pm 1.83$	$185.38 \pm 1.49$	$181.30 \pm 1.54$
500.0	$301.75\pm10.4$ [196]			

Tabela 4.9: Previsão de  $\sigma_{tot}$  em m<br/>b para  $\bar{p}p$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.100	$0.1058 \pm 0.0012$ [198]	$0.1166 \pm 0.0876$	$0.0905 \pm 0.0095$	$0.0863 \pm 0.0097$
0.200	0.1275±0.0015 [198]	$0.1532 \pm 0.0889$	$0.1124 \pm 0.0100$	$0.1065 \pm 0.0102$
0.200	$0.127 \pm 0.002 [199]$			
0.200	$0.125 \pm 0.002$ [199]			
0.200	$0.125 \pm 0.001$ [199]			
0.300	0.1352±0.0016 [198]	$0.1689 \pm 0.0890$	$0.1222 \pm 0.0102$	$0.1156 \pm 0.0105$
0.400	$0.1391 \pm 0.0017$ [198]	$0.1778 \pm 0.0888$	$0.1278 \pm 0.0104$	$0.1208 \pm 0.0107$
0.500	0.1413±0.0017 [198]	$0.1835 \pm 0.0886$	$0.1315 \pm 0.0105$	$0.1243 \pm 0.0108$
0.500	$0.138 \pm 0.003$ [199]			
0.500	$0.137 \pm 0.003 [199]$			
0.500	$0.129 \pm 0.002$ [199]			
0.540	$0.200 \pm 0.002$ [196]	$0.1852 \pm 0.0885$	$0.1327 \pm 0.0105$	$0.1254 \pm 0.0108$
0.540	$0.194 \pm 0.005 [196]$			
0.540	0.071 [197]			
0.546	0.19 [194]	$0.1855 \pm 0.0885$	$0.1328 \pm 0.0105$	$0.1256 \pm 0.0108$
0.546	0.115 [200]			
0.600	$0.1416 \pm 0.0018$ [198]	$0.1875 \pm 0.0884$	$0.1342 \pm 0.0106$	$0.1268 \pm 0.0109$
1.600	0.186 [200]	$0.1999 \pm 0.0864$	$0.1433 \pm 0.0109$	$0.1355 \pm 0.0113$
1.800	0.1653 [203]	$0.2006 \pm 0.0862$	$0.1439 \pm 0.0109$	$0.1361 \pm 0.0113$
1.800	0.1542 [203]			
1.800	0.1446 [203]			
1.800	$0.139 \pm 0.001$ [202]			
1.800	0.1377 [203]			
1.800	0.1350 [203]			
1.800	0.1349 [203]			
1.800	0.1269 [203]			
1.800	0.1222 [203]			
1.800	0.1196 [203]			
1.800	0.1194 [203]			
1.860	0.188 [200]	$0.2007 \pm 0.0861$	$0.1440 \pm 0.0109$	$0.1362 \pm 0.0113$
2.000	0.21 [194]	$0.2011 \pm 0.0859$	$0.1443 \pm 0.0110$	$0.1365 \pm 0.0113$
2.000	$0.198 \pm 0.002 [196]$			
2.000	$0.193 \pm 0.004 [196]$			
2.000	$0.145 \pm 0.004 [199]$			
2.000	$0.137 \pm 0.002$ [199]			
2.000	$0.119 \pm 0.002 [199]$			
4.000	0.21 [194]	$0.2019 \pm 0.0842$	$0.1458 \pm 0.0111$	$0.1381 \pm 0.0115$
10.00	$0.1382 \pm 0.0016$ [198]	$0.1985 \pm 0.0819$	$0.1448 \pm 0.0112$	$0.1374 \pm 0.0116$
12.00	$0.1371 \pm 0.0015 [198]$	$0.1974 \pm 0.0814$	$0.1443 \pm 0.0112$	$0.1369 \pm 0.0116$

Tabela 4.10: Previsões para  $\rho_{pp}$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
14.00	0.1567 [203]	$0.1964 \pm 0.0810$	$0.1439 \pm 0.0111$	$0.1365 \pm 0.0117$
14.00	0.1471 [203]			
14.00	$0.147 \pm 0.004 [199]$			
14.00	0.1446 [203]			
14.00	$0.1361 \pm 0.0015$ [198]			
14.00	$0.132 \pm 0.001$ [202]			
14.00	0.1272 [203]			
14.00	$0.126 \pm 0.002$ [199]			
14.00	0.1244 [203]			
14.00	0.1205 [203]			
14.00	0.1100 [203]			
14.00	0.1076 [203]			
14.00	0.0994 [203]			
14.00	$0.099 \pm 0.002$ [199]			
14.00	0.0705 [203]			
16.00	$0.131 \pm 0.001$ [202]	$0.1955 \pm 0.0807$	$0.1434 \pm 0.0112$	$0.1361 \pm 0.0117$
20.00	$0.172 \pm 0.001 [196]$	$0.1938 \pm 0.0802$	$0.1426 \pm 0.0112$	$0.1354 \pm 0.0117$
20.00	$0.168 \pm 0.002 [196]$			
40.00	$0.163 \pm 0.001 [196]$	$0.1882 \pm 0.0786$	$0.1394 \pm 0.0112$	$0.1326 \pm 0.0117$
40.00	$0.160\pm0.002$ [196]			
50.00	$0.124 \pm 0.001$ [202]	$0.1863 \pm 0.0781$	$0.1383 \pm 0.0112$	$0.1315 \pm 0.0117$
100.0	$0.152 \pm 0.001 [196]$	$0.1801 \pm 0.0766$	$0.1346 \pm 0.0112$	$0.1281 \pm 0.0118$
100.0	$0.149 \pm 0.002 [196]$			
100.0	$0.120\pm0.001$ [202]			
500.0	$0.134 \pm 0.00 [196]$	$0.1654 \pm 0.0737$	$0.12536 \pm 0.0116$	$0.1196 \pm 0.0117$
500.0	$0.133 \pm 0.001 [196]$			
$10^{6}$	0.19 [194]	$0.1127 \pm 0.0654$	$0.0885 \pm 0.0108$	$0.0849 \pm 0.0114$

Tabela 4.11: Previsões para  $\rho_{pp}$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}.$ 

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
0.100	$0.108 \pm 0.001$ [202]	$0.1010 \pm 0.0883$	$0.1170 \pm 0.0086$	$0.1185 \pm 0.0088$
0.200	$0.130 \pm 0.002$ [199]	$0.1097 \pm 0.0926$	$0.1264 \pm 0.0093$	$0.1279 \pm 0.0094$
0.200	$0.128 \pm 0.001$ [199]			
0.200	$0.127 \pm 0.002 [199]$			
0.300	$0.131 \pm 0.001$ [202]	$0.1125 \pm 0.0941$	$0.1299 \pm 0.0096$	$0.1315 \pm 0.0098$
0.400	$0.134 \pm 0.002$ [202]	$0.1138 \pm 0.0950$	$0.1316 \pm 0.0098$	$0.1332 \pm 0.0100$
0.500	$0.139 \pm 0.003$ [199]	$0.1143 \pm 0.0953$	$0.1325 \pm 0.0099$	$0.1342 \pm 0.0102$
0.500	$0.138 \pm 0.003 [199]$			
0.500	$0.129 \pm 0.002 [199]$			
0.540	$0.200 \pm 0.002$ [196]	$0.1144 \pm 0.0954$	$0.1327 \pm 0.0100$	$0.1344 \pm 0.0102$
0.540	$0.194 \pm 0.005 [196]$			
0.540	$0.137 \pm 0.002$ [202]			
0.540	0.071 [197]			
0.546	0.223 [189]	$0.1144 \pm 0.0954$	$0.1327 \pm 0.0100$	$0.1345 \pm 0.0102$
0.546	0.136 [191]			
0.546	0.13 [194]			
1.600	0.104 [200]	$0.1124 \pm 0.0954$	$0.1327 \pm 0.0106$	$0.1348 \pm 0.0108$
1.800	0.1543 [203]	$0.1118 \pm 0.0952$	$0.1324 \pm 0.0106$	$0.1345 \pm 0.0109$
1.800	0.1499 [203]			
1.800	0.1448 [203]			
1.800	0.1395 [203]			
1.800	$0.139 \pm 0.001$ [202]			
1.800	0.1380 [203]			
1.800	0.1351 [203]			
1.800	0.1344 [203]			
1.800	0.1272 [203]			
1.800	0.12 [187]			
1.800	0.1199 [203]			
1.800	0.1197 [203]			
1.860	0.102 [200]	$0.1117 \pm 0.0952$	$0.1323 \pm 0.0106$	$0.1344 \pm 0.0109$
1.960	$0.1450 \pm 0.0018$ [198]	$0.1114 \pm 0.0951$	$0.1321 \pm 0.0107$	$0.1343 \pm 0.0109$
2.000	0.2 [194]	$0.1114 \pm 0.0951$	$0.1321 \pm 0.0107$	$0.1342 \pm 0.0109$
2.000	$0.198 \pm 0.002 [196]$			
2.000	$0.193 \pm 0.004 [196]$			
2.000	$0.145 \pm 0.004 [199]$			
2.000	$0.137 \pm 0.002 [199]$			
2.000	$0.119 \pm 0.002 [199]$			
4.000	0.08 [194]	$0.1075\pm0.0939$	$0.1292 \pm 0.0109$	$0.1316 \pm 0.0112$

Tabela 4.12: Previsões para  $\rho_{\bar{p}p}$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

$\sqrt{s}$ (TeV)	Modelo [Ref.]	$q^2 = 0.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
14.00	0.1824 [203]	$0.0990\pm0.0909$	$0.1220 \pm 0.0112$	$0.1247 \pm 0.0116$
14.00	0.1471 [203]			
14.00	$0.147 \pm 0.004 [199]$			
14.00	0.1446 [203]			
14.00	0.1385 [203]			
14.00	$0.132 \pm 0.001$ [202]			
14.00	0.1300 [203]			
14.00	0.1273 [203]			
14.00	$0.126 \pm 0.002 [199]$			
14.00	0.1244 [203]			
14.00	0.1205 [203]			
14.00	0.1076 [203]			
14.00	0.0994 [203]			
14.00	$0.099 \pm 0.002 [199]$			
16.00	$0.131 \pm 0.001$ [202]	$0.0981 \pm 0.0906$	$0.1212 \pm 0.112$	$0.1238 \pm 0.0120$
20.00	$0.172 \pm 0.001 [196]$	$0.0965 \pm 0.0901$	$0.1197 \pm 0.0113$	$0.1224 \pm 0.0116$
20.00	$0.168 \pm 0.002 [196]$			
40.00	$0.163 \pm 0.001 [196]$	$0.0916 \pm 0.0883$	$0.1151 \pm 0.0114$	$0.1180 \pm 0.0117$
40.00	$0.160\pm0.002$ [196]			
50.00	$0.124 \pm 0.001$ [202]	$0.0901 \pm 0.0880$	$0.1136 \pm 0.0114$	$0.1164 \pm 0.0118$
100.0	$0.152 \pm 0.001 [196]$	$0.0854 \pm 0.0860$	$0.1090 \pm 0.0114$	$0.1119 \pm 0.0118$
100.0	$0.149 \pm 0.002 [196]$			
100.0	$0.120\pm0.001$ [202]			
500.0	$0.134 \pm 0.00 [196]$	$0.0758 \pm 0.0823$	$0.0988 \pm 0.0114$	$0.1018 \pm 0.0119$
500.0	$0.133 \pm 0.001 [196]$			
$-10^{6}$	0.05 [194]	0.0	$0.0651 \pm 0.0111$	$0.0677 \pm 0.0117$

Tabela 4.13: Previsões para  $\rho_{\bar{p}p}$  considerando diferentes valores de  $\sqrt{s}$ .

## Capítulo 5

# Previsões: Espaço de Parâmetro de Impacto

### 5.1 Introdução

Muitas vezes é interessante considerar as interações entre as partículas a partir de um ponto de vista geométrico utilizando o parâmetro de impacto b. Para isso, via transformada de Fourier-Bessel, escrevemos a amplitude de espalhamento no espaço de momento transferido  $q^2$  como uma amplitude de espalhamento no espaço do parâmetro de impacto de b. A condição de unitaridade no espaço de parâmetro de impacto fornece uma conexão entre as seções de choque total, diferencial elástica e inelástica. Conseqüentemente, temos condições de analisar características tanto de um espalhamento elástico, quanto inelástico neste espaço.

Utilizando o formalismo da amplitude de espalhamento no espaço de parâmetro de impacto podemos, então, tentar obter informações que nos permitam tirar conclusões sobre a estrutura espacial da região de interação e de sua dependência energética.

Apresentamos brevemente este formalismo, bem como nossos resultados analíticos obtidos a partir da PIM. Devemos notar que, em virtude da parametrização utilizada, pudemos obter resultados analíticos para todas as grandezas no espaço de parâmetro de impacto. Desta forma, foi possível realizar a propagação de erros a partir dos parâmetros obtidos para os ajustes conjuntos realizados para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$ .

Ao longo destas seções, nos deteremos principalmente, por questão de simplicidade, em apenas algumas energias analisadas para os processos de ajuste de pp e  $\bar{p}p$ .

Veremos que neste espaço de parâmetros nossos resultados são bastante interessantes, fornecendo indicações do alcance de interação entre as partículas colidentes, melhoradas ainda mais em virtude da propagação de erros.

#### 5.1.1 Difração em Física de Altas Energias

Faz mais de três séculos que o conceito de difração foi estabelecido em óptica, com os trabalhos originais de Grimaldi, Huygens, Fresnel e tantos outros. Dizemos que este fenômeno ocorre quando um feixe de luz encontra um obstáculo ou atravessa um orifício tal que as dimensões destes objetos são comparáveis ao comprimento de onda do feixe. Este fenômeno é de difícil observação pois, em geral, as fontes de luz são extensas e não são monocromáticas, isto é, a luz se desviará de modo diferente para cada comprimento de onda.

Em física de altas energias procura-se utilizar o termo difração em estreita analogia com a óptica: a interação entre hádrons pode ser interpretada como absorção de suas funções de onda, tal como se houvesse um obstáculo à luz do feixe.

É claro que tal conceito só é possível de ser aplicado em física de altas energias porque há evidências experimentais para isto. Por exemplo, em óptica a intensidade da luz difratada por um obstáculo ou orifício, em pequenos ângulos e para grandes números de onda n, é dada por

$$I(\theta) \simeq I(0)(1 - Bn^2\theta^2),$$

onde  $B \propto R^2$ , R sendo o raio do obstáculo ou orifício. O fator  $n\theta$  é o momento transferido na colisão e é possível mostrar que a intensidade  $I(\theta)$  tem um pico na direção para frente que rapidamente decresce [3].

Em física de altas energias temos uma situação bastante semelhante à anterior. A seção de choque diferencial para pequenos valores de momento transferido,  $-t = q^2$ , pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}\Big|_{t=0} e^{-B|t|} \simeq \frac{d\sigma}{dt}\Big|_{t=0} [1 - B \mid t \mid],$$

onde B agora é proporcional ao quadrado do raio do hádron alvo. Temos, então, uma figura semelhante àquela apresentada no caso difrativo associado ao feixe de luz.

Feita a analogia, torna-se necessário, então, procurar por uma definição de difração feita apenas em termos estritamente relacionados à física de partículas. Assim, define-se o fenômeno de difração, em física de altas energias, como sendo aquele onde num processo de espalhamento não há troca de números quânticos entre as partículas incidentes, isto é, os números quânticos são os mesmos no início e no fim da reação. Note que nesta definição a ocorrência da difração depende da energia das partículas incidentes: quanto mais alta a energia, mais próximo estamos de um processo difrativo, desde que não haja troca de números quânticos. Conclui-se que a difração definida deste modo é um fenômeno assintótico [3].

Esta definição não é experimentalmente prática, pois em um processo de espalhamento a determinação de todos os números quânticos no estado final é algo, no mínimo, bastante complicado. Portanto, a reconstrução do resultado inicial a partir do final nem sempre pode ser feita e torna-se necessária uma definição que seja equivalente e experimentalmente mais viável que a anterior. Em geral é bastante difícil experimentalmente definirmos um processo difrativo, mas evidências experimentais da difração em espalhamento elástico podem ser encontradas: padrão difrativo da seção de choque diferencial elástica e crescimento lento da seção de choque total.

A analogia entre física de altas energias e óptica faz sentido aqui porque se espera que, em reações em que a energia da colisão seja suficientemente grande, não haja contribuição significativa da estrutura interna para o espalhamento. Além disso, em ambas as áreas, duas características são cruciais para a identificação do fenômeno de difração: 1) o grande número de ondas envolvidas e 2) o caráter ondulatório do fenômeno observado.

A seguir, veremos com alguns detalhes algumas das grandezas físicas associadas ao fenômeno de difração em física de altas energias no chamado espaço de parâmetro de impacto.

#### 5.1.2 Representação no Espaço de Parâmetro de Impacto

Como dito anteriormente, a colisão entre hádrons em altas energias exibe características de figuras de difração. Em particular, em baixo momento transferido, a seção de choque diferencial associada a uma dada amplitude de espalhamento mostra um pico difrativo.

De modo mais explícito, quando o comprimento de onda da onda espalhada é muito menor do que as dimensões típicas do sistema R, isto é, quando

$$kR \gg 1$$
,

onde k é o momento no centro de massa, então podemos aplicar os métodos de análise difrativa. Em física de altas energias quando atingimos  $R \sim 1$  fm já podemos utilizar conceitos de óptica difrativa no estudo do processo de espalhamento [21].

De fato, no caso de espalhamento por um potencial, quando a energia da partícula se torna dominante sobre este potencial

$$E \gg |V(\vec{r})|,$$

e o comprimento de onda é muito menor que o seu alcance

$$ka \gg 1$$
,

nós temos uma situação semelhante àquela que ocorre na difração por um feixe luminoso. Neste caso, utiliza-se a chamada aproximação eiconal ou aproximação por retas para descrever o processo de espalhamento [140].

A técnica de aproximação eiconal fornece uma estimativa para o comportamento da amplitude de espalhamento em altas energias. Originalmente, esta técnica foi desenvolvida para o espalhamento por um potencial em Mecânica Quântica, onde ocorre a aproximação das trajetórias por retas e onde se utiliza a aproximação WKB para a função de onda. Subseqüentemente, a aproximação eiconal foi aplicada na Teoria Quântica de Campos [141, 144, 145].

A amplitude de espalhamento pode ser escrita na forma de uma expansão em ondas parciais quando consideramos uma colisão em energias suficientemente altas. Neste caso, devemos levar em conta a soma de muitas ondas parciais da série para que possamos obter uma boa descrição da amplitude de espalhamento. Dessa forma, precisamos encontrar um modo de tornar o que seria uma tediosa soma de uma série em algo mais intuitivo e de caráter mais prático. Assim, o somatório presente na expansão das ondas parciais será substituído por uma integração sobre o parâmetro de impacto, b. Na Figura 5.1 vemos a representação de um espalhamento por um potencial onde o parâmetro b pode ser identificado.

Na expansão em série ao trocarmos o momento angular l, que é um observável quântico, por algo contínuo como é o caso do parâmetro de impacto b, estamos escrevendo a amplitude de espalhamento na chamada representação no espaço de parâmetro de impacto.

Utilizando a expansão em ondas parciais, isto é, a expansão em auto-estados de momento angular, a amplitude de espalhamento  $F(s,\theta)$  escreve-se

$$F(s,\theta) = \frac{\sqrt{s}}{2ik} \sum_{l} (2l+1) f_l(s) P_l(\cos \theta), \tag{5.1}$$

onde  $\sqrt{s}$  é a energia no centro de massa,  $f_l(s)$  são as ondas parciais dadas pela defasagem

$$f_l = (e^{2i\delta_l} - 1),$$

e todas as informações sobre as interações sofridas estão contidas na fase  $\delta_l$ .  $P_l$  são os polinômios de Legendre que dependem do cosseno do ângulo de espalhamento  $\theta$ .

A partir da expressão (5.1), vemos claramente que, quanto maior a energia do processo de colisão, maior deve ser o número de ondas parciais somadas. De fato, para distâncias da ordem de 1 fm e  $\sqrt{s} = 20$  GeV, o número de ondas parciais é da ordem de 100 [21]. Necessitamos utilizar alguma aproximação que nos possibilite transformar a soma presente em (5.1) em uma integração, isto é, precisamos passar do espectro discreto para o contínuo.

Para tanto, escrevemos esta soma como uma integração sobre o espaço de parâmetro de impacto  $b^1$ .

Este parâmetro pode ser definido como

$$kb = l + \frac{1}{2},$$

onde b é contínuo e é exatamente neste ponto que perdemos o caráter quantizado do momento angular. Utilizando uma visão geométrica do espalhamento, podemos interpretar este parâmetro b, de modo semi-clássico, como sendo a distância mínima entre as duas partículas ou alvo e partícula incidente [21].

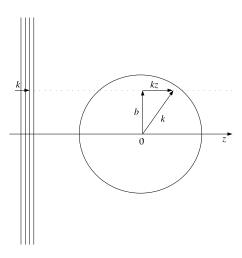


Figura 5.1: Espalhamento por um potencial onde b é o parâmetro de impacto perpendicular a direção z; k é o momento associado ao centro de massa do sistema.

Agora, notemos que para grandes valores de l e pequenos ângulos de espalhamento  $\theta$ , as funções de Legendre podem ser escritas em boa aproximação como [146]

$$P_{l}(\cos\theta) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{i(2l+1)\sin\frac{\theta}{2}\cos\phi} d\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{i\vec{k}\cdot\vec{b}} d\phi, \tag{5.2}$$

onde  $\vec{k} = \vec{k}' - \vec{k}''$  é o momento transferido no processo de espalhamento e  $|\vec{k}'| = |\vec{k}''|$  em processos elásticos. Para obtermos a última igualdade na expressão (5.2) utilizamos o fato

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Existe um valor  $l_{max}$  devido ao alcance finito e isso acaba tornando possível o limite  $\Delta l \to db$ .

de que

$$-t = q^2 = 4k^2 \sin\frac{\theta}{2}.$$

Em altas energias, o momento transferido se encontra exatamente no plano do parâmetro de impacto. Assim, tomando a amplitude de espalhamento F como sendo função da energia no centro de massa,  $\sqrt{s}$ , e do quadrimomento transferido,  $-t = q^2$ , podemos escrever esta amplitude, tanto para pp quanto para  $\bar{p}p$ , dentro da representação no espaço de parâmetro de impacto, como

$$F(s,q) = i \int_0^\infty b db J_0(qb) f(s,b) = i \int_0^\infty b db J_0(qb) (1 - e^{2i\delta(s,b)}), \tag{5.3}$$

onde  $J_0(qb)$  é a função de Bessel de ordem zero. Note que  $f_l \to f(s,b)$  no espaço de parâmetro de impacto.

A expressão (5.3) tem a seguinte interpretação física: a função f(s,b) pode ser vista como sendo uma distribuição de fonte de ondas que produzem uma figura de interferência. De modo equivalente, também pode ser visto como a distribuição gerada por um anteparo que absorve as ondas incidentes e produz uma figura de difração [20].

Se considerarmos que o desvio de fase pode ser complexo

$$\delta(s, b) = \text{Re}\delta(s, b) + i\text{Im}\delta(s, b),$$

então numa absorção total,  $\text{Im}\delta(s,b)\to\infty$ , o que corresponde a f(s,b)=i/2. Se tivermos  $\text{Im}\delta(s,b)=0$ , então não há absorção.

É usual escrevermos a expressão (5.3) como

$$F(s,q) = i \int_0^\infty b db J_0(qb) [1 - e^{-i\chi(s,b)}], \tag{5.4}$$

onde  $\chi(s, b)$  é a chamada função eiconal, em clara analogia com a óptica. Vale notar que no espaço de parâmetro de impacto esta representação é válida para todas as energias e ângulos de espalhamento [148].

#### 5.2 Função de Perfil

Partindo do princípio de que hádrons são objetos extensos, podemos nos perguntar qual é o perfil de difração deste tipo de objeto. A função responsável por esta descrição é a função

de perfil que é capaz de descrever o formato da colisão no plano transverso ao do eixo do feixe.

Já que falamos em difração, precisamos impor certas condições para que possamos aplicar neste caso as mesmas condições impostas na óptica geométrica para a difração de um feixe de luz por um anteparo como, por exemplo, um disco.

A função de perfil  $\Gamma(s,b)$  tem estreita analogia com a óptica, isto é, se considerarmos a absorção de um hádron em um evento de colisão, podemos comparar seu perfil de difração com aquele proporcionado por um disco difrativo [174]. O perfil de difração é dado pela expressão

$$\Gamma(s,b) = 1 - e^{i\chi(s,b)}.$$

onde  $\chi(s,b)$  é o desvio de fase complexo (é exatamente a função eiconal).

A parte imaginária deste desvio é responsável pela descrição da absorção introduzida pelo disco e a parte real corresponde ao desvio atual fornecido pela onda que colide com o disco. Dai vem o nome função de perfil: esta função fornece uma descrição visual do raio de absorção, ou raio de interação, do hádron. Interpretando o hádron grosseiramente como uma esfera, a função de perfil pode descrever a distribuição de matéria, indicando se este objeto tem uma densidade maior próxima ao seu núcleo ou em sua superfície.

Em termos da função de perfil as seções de choque elástica, inelástica e total são dadas por [3]

$$\sigma_{el} = \int d^2b |\Gamma(b)|^2, \tag{5.5}$$

$$\sigma_{inel} = \int d^2b [2\text{Re}\Gamma(b) - |\Gamma(b)|^2], \qquad (5.6)$$

$$\sigma_{tot} = 2 \int d^2 b \operatorname{Re}\Gamma(b),$$
(5.7)

e com isso, no espaço de parâmetro de impacto pode-se expressar a unitaridade por

$$2\operatorname{Re}\Gamma(s,b) = |\Gamma(s,b)|^2 + G_{inel}(s,b), \tag{5.8}$$

onde a função de recobrimento inelástica,  $G_{inel}(s, b)$ , corresponde à probabilidade de ocorrência de uma interação inelástica em dado  $b \in s$ ,

$$\sigma_{inel}(s) = \int_0^\infty bdb G_{inel}(s, b). \tag{5.9}$$

Assim, estamos interessados aqui em estudar, para determinadas energias fixas, qual o perfil do raio de alcance para a colisão entre pp e  $\bar{p}p$  no espaço de parâmetro de impacto b. Para tanto, notemos que as seguintes transformadas de Fourier-Bessel têm solução e as mesmas podem ser escritas como [173]

$$\int_0^\infty q dq J_0(qb) f(s) e^{-g(s)q^2} = f(s) \frac{1}{2g(s)} e^{-\frac{b^2}{4g(s)}}, \tag{5.10}$$

$$\int_0^\infty q^3 dq J_0(qb) f(s) e^{-g(s)q^2} = f(s) \left[ \frac{4g(s) - b^2}{8g^3(s)} \right] e^{-\frac{b^2}{4g(s)}},\tag{5.11}$$

onde f(s) e g(s) são funções quaisquer que não dependem de q.

Nós queremos calcular a função de perfil  $\Gamma(s,b)$  a partir da transformada de Fourier-Bessel da amplitude de espalhamento  $F(s,q^2)$ . Isto é necessário para que possamos estudar a representação desta função dentro do chamado espaço de parâmetro de impacto b.

A função de perfil pode ser obtida a partir da expressão abaixo

$$\Gamma(s,b) = -\frac{i}{4\pi s} \int_0^\infty q dq J_0(qb) F(s,q^2).$$

A expressão acima pode ser reescrita como

$$\operatorname{Re}\Gamma(s,b) + i\operatorname{Im}\Gamma(s,b) = -\frac{i}{4\pi s} \int_0^\infty q dq J_0(qb) [\operatorname{Re}F(s,q^2) + i\operatorname{Im}F(s,q^2)]. \tag{5.12}$$

A simples reorganização da expressão acima fornece para as partes real e imaginária da função de perfil

$$\operatorname{Re}\Gamma(s,b) = \frac{1}{4\pi s} \int_0^\infty q dq J_0(qb) \operatorname{Im}F(s,q^2), \tag{5.13}$$

$$\operatorname{Im}\Gamma(s,b) = -\frac{1}{4\pi s} \int_0^\infty q dq J_0(qb) \operatorname{Re}F(s,q^2). \tag{5.14}$$

As funções  $\text{Re}F(s,q^2)$  e  $\text{Im}F(s,q^2)$  são conhecidas e substituindo o resultado para a parte imaginária de pp em (3.14) escrevemos

$$\operatorname{Re}\Gamma_{pp}(s,b) = \frac{1}{4\pi s} \int_0^\infty q dq J_0(qb) \sum_{i=1}^3 \alpha_i(s) e^{-\beta_i(s)q^2}.$$

Como  $\alpha_i(s)$  e  $\beta_i(s)$  não dependem de  $q^2$ , é imediato através de (5.10) que podemos obter da expressão acima o seguinte resultado para a parte real da função de perfil

$$\operatorname{Re}\Gamma_{pp}(s,b) = \frac{1}{4\pi s} \sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i(s)}{2\beta_i(s)} e^{\frac{-b^2}{4\beta_i(s)}}.$$
 (5.15)

Da mesma forma, podemos reescrever (5.14) e, via (5.11), obtemos o seguinte resultado para a parte imaginária da função de perfil

$$\operatorname{Im}\Gamma_{pp}(s,b) = -\frac{1}{8} \sum_{i=1}^{3} \left[ \frac{\alpha_{i}'(s)}{2\beta_{i}(s)} - \frac{\alpha_{i}(s)\beta_{i}'(s)}{8\beta_{i}^{3}(s)} (4\beta_{i}(s) - b^{2}) \right] e^{\frac{-b^{2}}{4\beta_{i}(s)}} - \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{3} \left[ \frac{\alpha_{i}(s)}{2\beta_{i}(s)} e^{\frac{-b^{2}}{4\beta_{i}(s)}} - \frac{\bar{\alpha}_{i}(s)}{2\bar{\beta}_{i}(s)} e^{\frac{-b^{2}}{4\bar{\beta}_{i}(s)}} \right].$$
 (5.16)

De modo análogo, obtemos para  $\bar{p}p$  as seguintes expressões para a parte real e imaginária da função de perfil

$$\operatorname{Re}\Gamma_{\bar{p}p}(s,b) = \frac{1}{4\pi s} \sum_{i=1}^{3} \frac{\bar{\alpha}_{i}(s)}{2\bar{\beta}_{i}(s)} e^{\frac{-b^{2}}{4\bar{\beta}_{i}(s)}},$$
(5.17)

$$\operatorname{Im}\Gamma_{\bar{p}p}(s,b) = -\frac{1}{8} \sum_{i=1}^{3} \left[ \frac{\bar{\alpha}_{i}'(s)}{2\bar{\beta}_{i}(s)} - \frac{\bar{\alpha}_{i}(s)\bar{\beta}_{i}'(s)}{8\bar{\beta}_{i}^{3}(s)} (4\bar{\beta}_{i}(s) - b^{2}) \right] e^{\frac{-b^{2}}{4\bar{\beta}_{i}(s)}} + \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{3} \left[ \frac{\alpha_{i}(s)}{2\bar{\beta}_{i}(s)} e^{\frac{-b^{2}}{4\bar{\beta}_{i}(s)}} - \frac{\bar{\alpha}_{i}(s)}{2\bar{\beta}_{i}(s)} e^{\frac{-b^{2}}{4\bar{\beta}_{i}(s)}} \right].$$
 (5.18)

Observemos que a parte real da função de perfil está conectada à parte imaginária da amplitude de espalhamento. Além disso, a magnitude da função de perfil é influenciada pelas incertezas na normalização absoluta dos dados [167].

Os resultados para as partes real e imaginária da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV, obtidos via PIM, podem ser vistos nas Figuras 5.2 e 5.3, onde as figuras primeiras foram obtidas a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$  e as outras duas para os parâmetros de  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ . Em todos os resultados para as partes real e imaginária da função de perfil obtidos temos o erro propagado como feito por Carvalho [163].

A parte imaginária de  $\Gamma(s, b)$  apresenta valor central negativo, como aquela obtida por Carvalho [163]. Além disso,

$$\operatorname{Re}\Gamma(s,b) >> |\operatorname{Im}\Gamma(s,b)|.$$

Espalhamento	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
	$\Gamma(s, b = 0)$	$\Gamma(s, b = 0)$
$pp-\sqrt{s} = 200 \text{ GeV (RHIC)}$	$0.7557 \pm 0.0056$	$0.7591 \pm 0.0054$
$\bar{p}p$ - $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV (TEVATRON)}$	$0.9041 \pm 0.0089$	$0.9151 \pm 0.0087$
$pp-\sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV (LHC)}$	$1.0724 \pm 0.0102$	$1.0259 \pm 0.0086$

Tabela 5.1: Previsões para  $\Gamma(s,b=0)$  para os resultados obtidos nos casos em que  $q_{max}^2=2.0$  e 14.0 GeV<sup>2</sup>.

Na Tabela 5.1, apresentamos previsões para valores de  $\Gamma(s,b)$  para  $\sqrt{s}$  nas energias do RHIC, TEVATRON e LHC considerando b=0 fm.

A Figura 5.4 mostra o módulo quadrático desta função para os dois intervalos de momento transferido considerados.

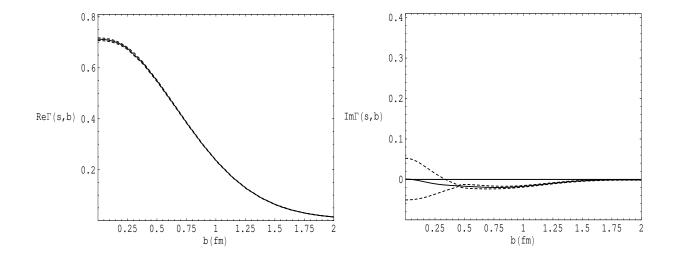


Figura 5.2: Componentes real e imaginária da função de perfil para pp em  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. Resultados obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max} = 2.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

Os mesmos resultados podem ser vistos para pp em  $\sqrt{s}=62.5$  nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7. Os resultados para  $\bar{p}p$  são bastante semelhantes àqueles apresentados por pp. Nas Figuras 5.8, 5.9, 5.10 apresentamos os resultados para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0$  GeV; nas Figuras 5.11, 5.12 e 5.13, para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0$  GeV; e nas Figuras 5.14, 5.15 e 5.16, para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.8$  TeV.

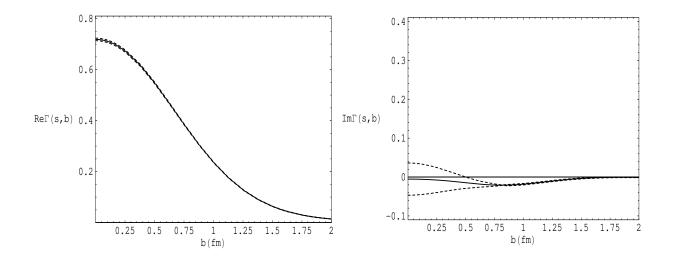


Figura 5.3: Componentes real e imaginária da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=52.8~{\rm GeV}$ . Resultados obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

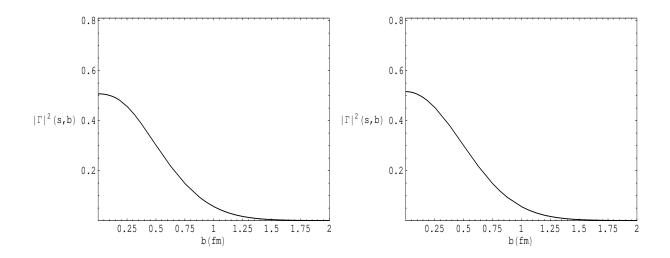


Figura 5.4: Módulo quadrático da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  para  $q_{max}^2=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita).

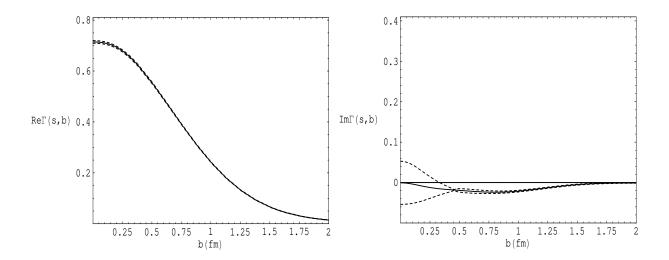


Figura 5.5: Componentes real e imaginária da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=62.5~{\rm GeV}$ . Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

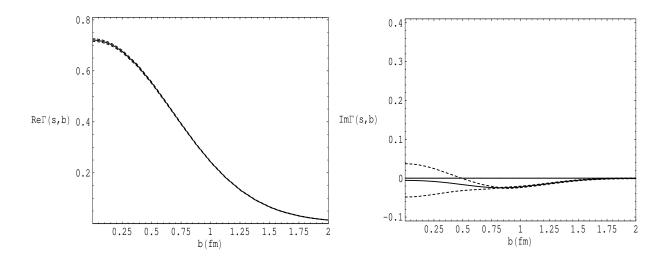


Figura 5.6: Componentes real e imaginária da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=62.5~{\rm GeV}$ . Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

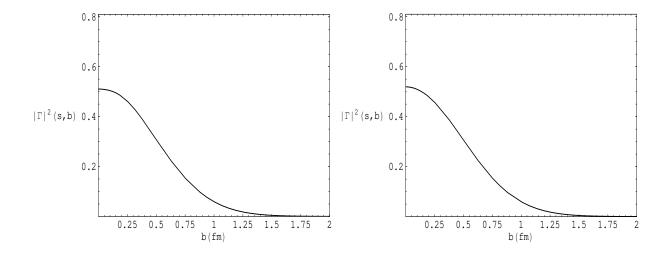


Figura 5.7: Módulo quadrático da função de perfil para pp em  $\sqrt{s}=62.5~{\rm GeV}$  para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$  (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$  (direita).

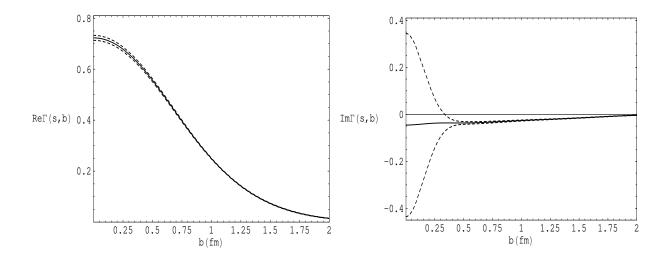


Figura 5.8: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0$  GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

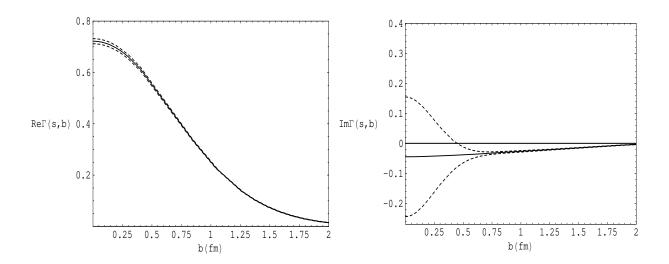


Figura 5.9: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0~{\rm GeV}$ . Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

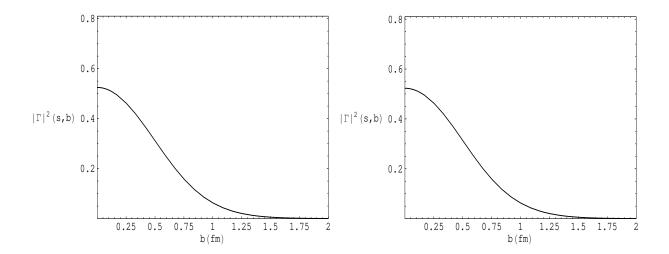


Figura 5.10: Módulo quadrático da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0$  para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita).

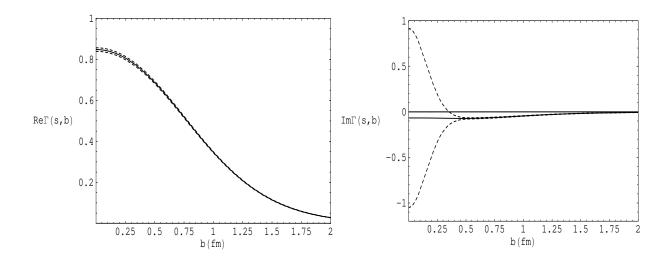


Figura 5.11: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ . Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

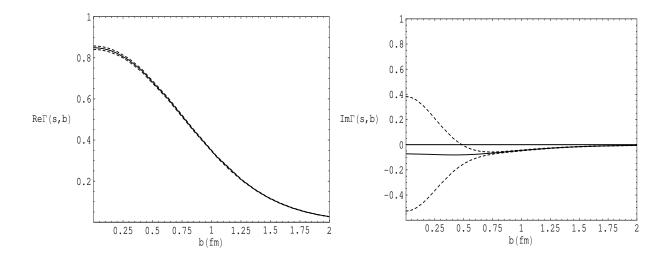


Figura 5.12: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ . Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

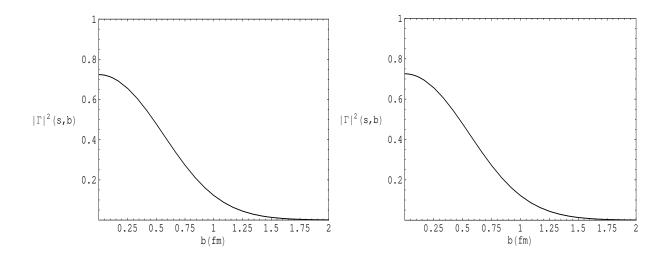


Figura 5.13: Módulo quadrático da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0$  para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita).

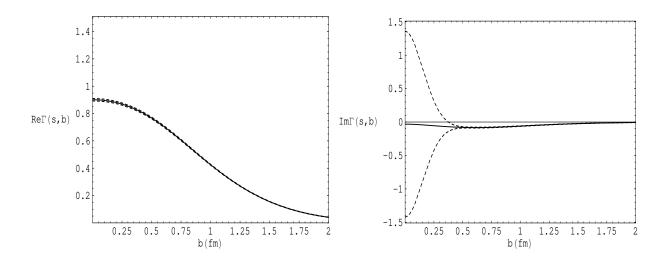


Figura 5.14: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1800.0$  GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

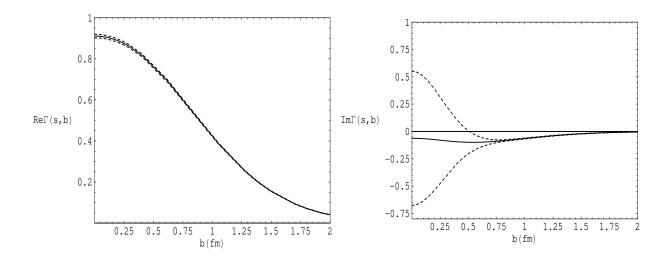


Figura 5.15: Componentes real e imaginária da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1800.0$  GeV. Estes resultados foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=14.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

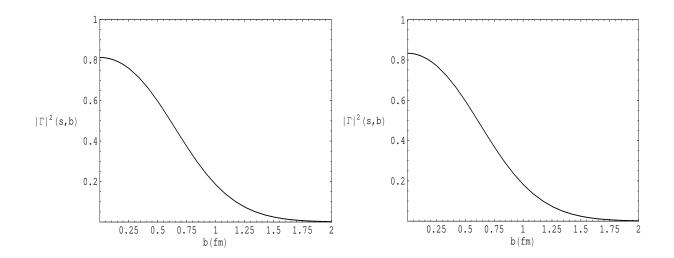


Figura 5.16: Módulo quadrático da função de perfil para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1800.0$  para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita).

### 5.3 Função Eiconal

A partir da função de perfil encontrada na seção anterior, podemos obter a chamada função eiconal definida por

$$\Gamma(s,b) = 1 - e^{i\chi(s,b)}.$$

Para obtermos as partes real e imaginária da função eiconal, basta tomarmos  $\chi(s,b) = \text{Re}\chi(s,b) + i\text{Im}\chi(s,b)$ . Explicitamente, as partes real e imaginária desta função são dadas por

$$\operatorname{Re}\chi(s,b) = \tan^{-1}\left[\frac{\operatorname{Im}\Gamma(s,b)}{\operatorname{Re}\Gamma(s,b) - 1}\right],\tag{5.19}$$

$$\operatorname{Im}\chi(s,b) = \ln\left[\frac{1}{\sqrt{\operatorname{Im}^2\Gamma(s,b) + [1 - \operatorname{Re}\Gamma(s,b)]^2}}\right]. \tag{5.20}$$

Em virtude dos resultados para as partes real e imaginária da função de perfil, é simples obtermos esta função. Também podemos propagar os erros obtidos em nossos ajustes, obtendo um resultado mais realista.

Na Tabela 5.2, apresentamos previsões para valores de  $\text{Im}\chi(s,b)$  para  $\sqrt{s}$  nas energias do RHIC, TEVATRON e LHC considerando b=0 fm.

Espalhamento	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
	$Im\chi(s,b=0)$	$Im\chi(s, b = 0)$
$pp-\sqrt{s} = 200 \text{ GeV (RHIC)}$	$1.4088 \pm 0.0085$	$1.4229 \pm 0.0083$
$\bar{p}p$ - $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV (TEVATRON)}$	$2.3021 \pm 0.0094$	$2.2576 \pm 0.0089$
$pp\text{-}\sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV (LHC)}$	$1.6761 \pm 0.0124$	$2.5542 \pm 0.0107$

Tabela 5.2: Previsões para  $\text{Im}\chi(s,b=0)$  para os resultados obtidos nos casos em que  $q_{max}^2=2.0$  e 14.0  $\text{GeV}^2$ .

Na parte superior da Figura 5.17 e 5.18 vemos os resultados para a parte imaginária da eiconal para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV e para pp em  $\sqrt{s}=62.5$  GeV, respectivamente. Os resultados à esquerda foram obtidos a partir dos parâmetros para  $q^2_{max}=2.0$  GeV<sup>2</sup>; os resultados à direita para  $q^2_{max}=14.0$  GeV<sup>2</sup>.

A Figura 5.19 apresenta os resultados para a parte imaginária da eiconal para  $\bar{p}p$ . Nesta figura temos os resultados para  $\sqrt{s}=53.0~{\rm GeV}$  para os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0$ 

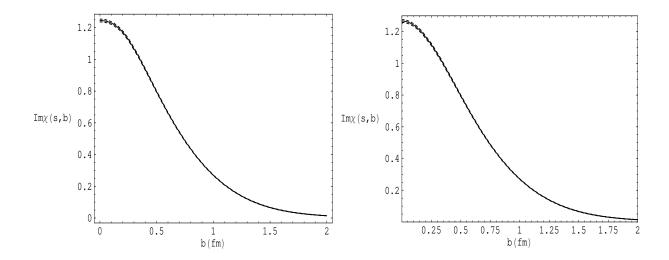


Figura 5.17: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para pp para  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. Os resultados à esquerda são para  $q^2_{max} = 2.0$  GeV<sup>2</sup> e à direita para  $q^2_{max} = 14.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

 ${\rm GeV^2}$  (esquerda) e para  ${q^2}_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$  (direita). Na Figura 5.20 temos o mesmo, só que agora para os dados de  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$ . Finalmente, na Figura 5.21 temos os resultados para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.8~{\rm TeV}$ .

As Figuras 5.22 e 5.23 mostram a variação da função eiconal com a energia  $\sqrt{s}$  para determinados valores de b. Por simplicidade, utilizamos neste caso apenas os valores dos parâmetros obtidos para  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ . A Figura 5.22 mostra os resultados para pp e a Figura 5.23 para  $\bar{p}p$ .

Observe que, tanto para pp, quanto para  $\bar{p}p$ , para valores fixos de b, a parte imaginária da eiconal aumenta com a energia. Em estreita analogia com um disco colocado como anteparo (o chamado disco negro), podemos dizer que está havendo um escurecimento do alvo: a opacidade está aumentando. No caso específico de  $\bar{p}p$  em b=0.5 fm, temos a indicação de um máximo um pouco antes de  $\sqrt{s}=10^5$  GeV. Para os outros valores de b, parece que este máximo é atingido em energias maiores.

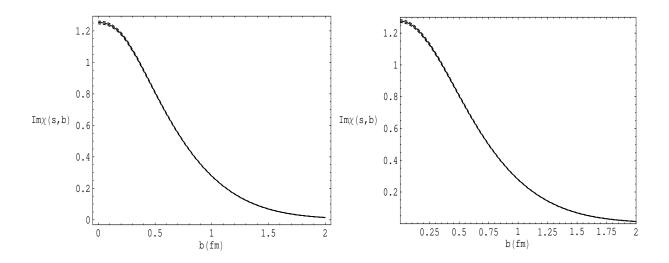


Figura 5.18: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para pp para  $\sqrt{s}=62.5$  GeV. Os resultados à esquerda são para  $q^2_{max}=2.0$  GeV<sup>2</sup> e à direita para  $q^2_{max}=14.0$  GeV<sup>2</sup>. As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

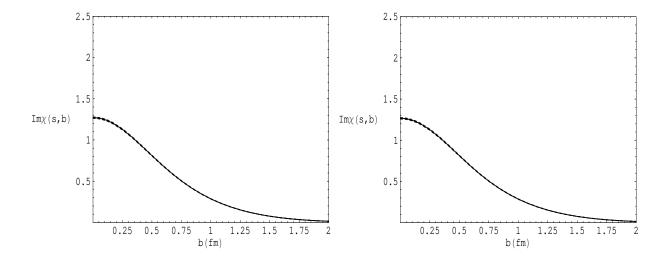


Figura 5.19: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para  $\bar{p}p$  em função de b. Este resultado é para  $\sqrt{s}=53.0~{\rm GeV}$  e corresponde àquele obtido para os parâmetros em  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . À direita o resultado é para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

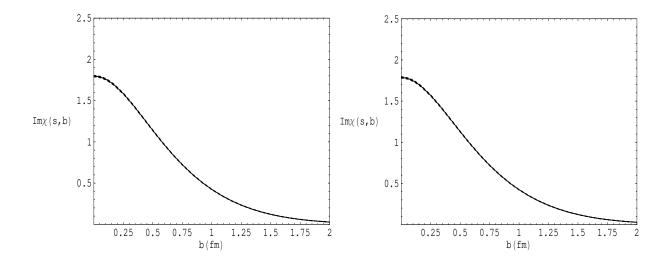


Figura 5.20: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para  $\bar{p}p$  em função de b. Este resultado é para  $\sqrt{s}=546.0~{\rm GeV}$  e corresponde àquele obtido para os parâmetros em  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$ . À direita o resultado é para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

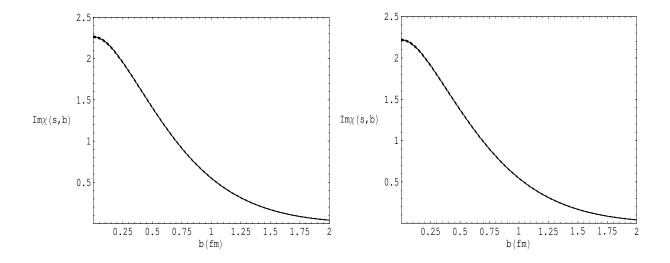


Figura 5.21: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.8~{\rm TeV}$  em função de b. Os resultados à esquerda são para os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV}^2$  e à direita para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV}^2$ . As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

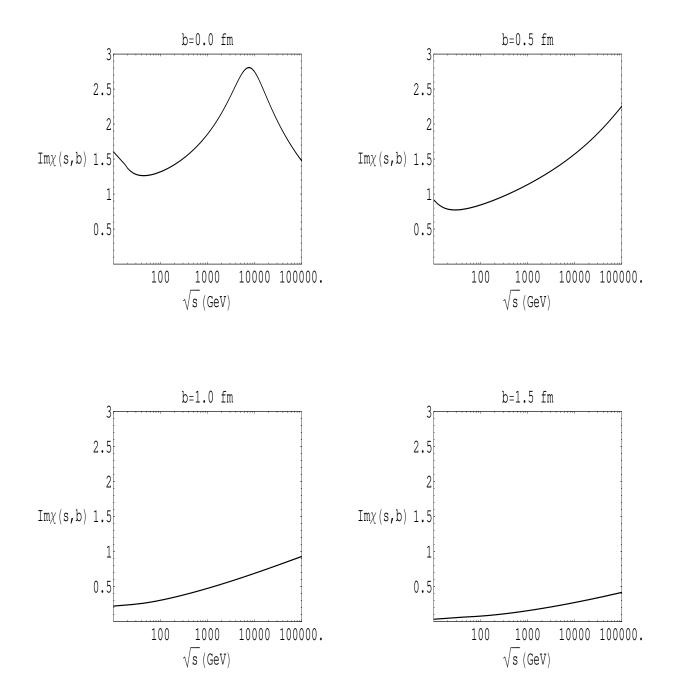


Figura 5.22: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para pp em função da energia  $\sqrt{s}$  e para valores fixos de b. Utilizamos os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

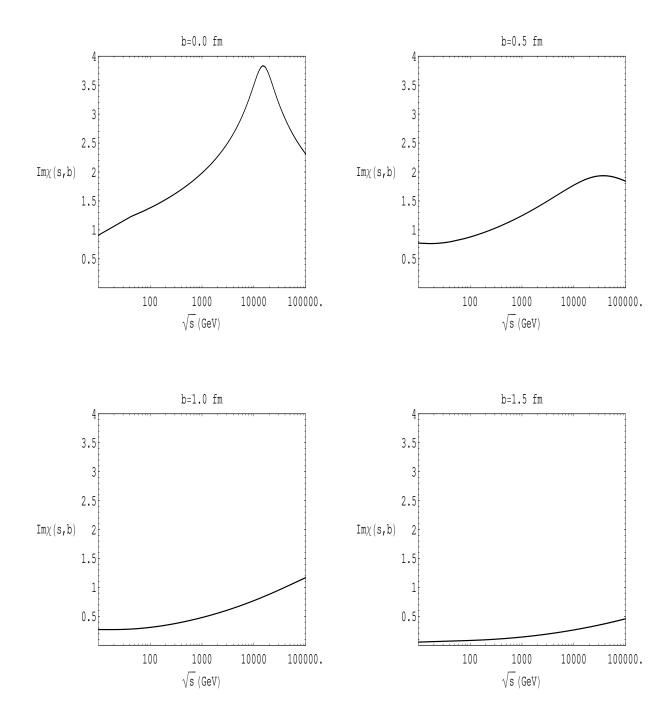


Figura 5.23: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para  $\bar{p}p$  em função da energia  $\sqrt{s}$  e para valores fixos de b. Utilizamos os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

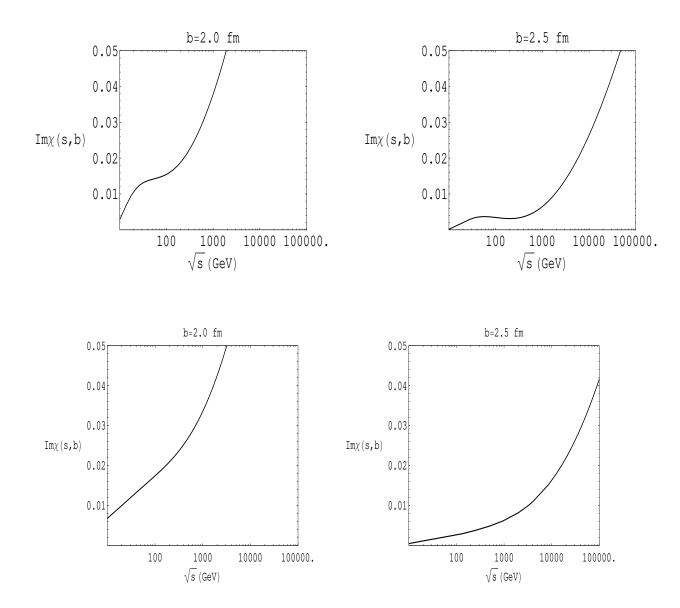


Figura 5.24: Resultados para a parte imaginária da função eiconal para pp (topo) e  $\bar{p}p$  (logo acima)em função da energia  $\sqrt{s}$  e para b=2.0 e 2.5 fm. Utilizamos os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$ .

#### 5.4 Função de Recobrimento Inelástica

A chamada função de recobrimento inelástica é dada por

$$\sigma_{inel}(s) = \int_0^\infty G_{inel}(s, b)bdb, \tag{5.21}$$

onde  $\sigma_{inel}(s)$  é a seção de choque inelástica no espaço de b. Por outro lado, a partir da expressão final para a função de perfil, também podemos obter a chamada função de recobrimento inelástica

$$G_{inel}(s,b) = 2\text{Re}\Gamma(s,b) - |\Gamma(s,b)|^2 = 2\text{Re}\Gamma(s,b) - [\text{Re}^2\Gamma(s,b) + \text{Im}^2\Gamma(s,b)].$$
 (5.22)

A condição  $\text{Im}\chi(s,b) \geq 0$  implica no fato de que a função de recobrimento inelástica apresenta caráter probabilístico, isto é, ela descreve a probabilidade de ocorrer um evento inelástico em (s,b). Isto ocorre porque podemos escrever a expressão acima como

$$G_{inel}(s,b) = 1 - e^{-2\text{Im}\chi(s,b)} \le 1,$$
 (5.23)

desde que a condição  $\text{Im}\chi(s,b) \geq 0$  seja válida.

Esta função mostra que, à medida que nos afastamos do centro da colisão, passamos a ter uma probabilidade cada vez menor de interação. Quanto mais longe do potencial, menor é a interação.

Na Tabela 5.3, apresentamos previsões para valores de  $G_{inel}(s, b)$  para  $\sqrt{s}$  nas energias do RHIC, TEVATRON e LHC considerando b = 0 fm.

Espalhamento	$q_{max}^2 = 2.0 \text{ GeV}^2$	$q_{max}^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$
	$G_{inel}(s, b = 0)$	$G_{inel}(s, b=0)$
$pp-\sqrt{s} = 200 \text{ GeV (RHIC)}$	$0.9402 \pm 0.0027$	$0.9419 \pm 0.0025$
$\bar{p}p$ - $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV (TEVATRON)}$	$0.9871 \pm 0.0011$	$0.9890 \pm 0.0009$
$pp-\sqrt{s} = 14.0 \text{ TeV (LHC)}$	$0.9650 \pm 0.0060$	$0.9940 \pm 0.0019$

Tabela 5.3: Previsões para  $G_{inel}(s,b=0)$  para os resultados obtidos nos casos em que  $q_{max}^2=2.0$  e 14.0 GeV<sup>2</sup>.

Como observamos na seção anterior, nossos resultados para a parte imaginária da eiconal são todos positivos. Assim, nossos resultados para o cálculo de  $G_{inel}(s,b)$  mostram que há conservação de probabilidade, tanto para pp, quanto para  $\bar{p}p$ . Na Figura 5.25 mostramos os resultados obtidos para pp em  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV utilizando os parâmetros de ajuste obtidos em

 $q^2_{max} = 2.0 \text{ GeV}^2$  (esquerda) e em  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$  (direita). Na Figura 5.26 apresentamos os resultados para pp em  $\sqrt{s} = 62.5 \text{ GeV}$ . Observemos que, ao aumentarmos a energia da colisão, houve um aumento em  $G_{inel}(s,b)$  indicando um aumento de probabilidade. Do ponto de vista geométrico, isto indica que houve um escurecimento do disco.

Nas Figuras 5.27, 5.28 e 5.29 mostramos os resultados para  $\bar{p}p$  nas energias de  $\sqrt{s}=53.0$ , 546.0 e 1800.0 GeV. De modo geral, os resultados obtidos para a função de recobrimento inelástica para  $\bar{p}p$ , tanto para  $q^2_{max}=2.0$ , quanto para  $q^2_{max}=14.0$  GeV<sup>2</sup>, mostram que também há um aumento desta grandeza quando aumentamos a energia da colisão. Este aumento indica que, para colisões centrais, o limite de unitaridade já está próximo de ser atingido. Isto faz com que a maior contribuição para o crescimento da seção de choque total tenha origem na periferia da partícula, isto é,  $b \simeq 1$  fm.

A Figura 5.30 mostra uma comparação entre dois valores de  $G_{inel}(s,b)$  para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =546.0 GeV. Notamos que o raio de interação aumenta com a energia, assim como a opacidade central. À direita mostramos numa escala linear-logarítmica a comparação entre os dois resultados. Resultados semelhantes foram obtidos em um previsão feita por Henzi e Valin [177]. É possível observar um ponto de cruzamento entre os resultados ao redor de b = 2.7 fm.

Na Figura 5.31 temos a diferença entre os resultados de pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =546.0 GeV. Por simplicidade, apresentamos os resultados apenas para os parâmetros obtidos a partir de  $q^2_{max}$  = 14.0 GeV<sup>2</sup>. Vemos nessa figura os dois pontos de cruzamento entre esses resultados, previstos na Figura 5.30, à direita.

Uma comparação entre três valores distintos de  $G_{inel}(s,b)$  pode ser vista na Figura 5.32. Observe que há um aumento no valor de  $G_{inel}(s,b)$  com a energia da colisão, mostrando que existe uma previsão de escurecimento do disco com o aumento da energia. Este resultado corrobora a previsão de aumento na opacidade central e no raio de interação com o crescimento energético e confirma a análise de difração múltipla feita por Glauber e Velasco [178] e também de Henzi e Valin [177].

Nas Figuras 5.33, 5.34 e 5.35 temos uma previsão de comportamento para  $G_{inel}(s,b)$ ,  $2\text{Re}\Gamma(s,b)$  e  $|\Gamma(s,b)|^2$  para pp em diferentes energias. Na Figura 5.33 temos as previsões para  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV, na Figura 5.34 para  $\sqrt{s}$  =200.0 GeV e na Figura 5.35 para  $\sqrt{s}$  =14.0 TeV.

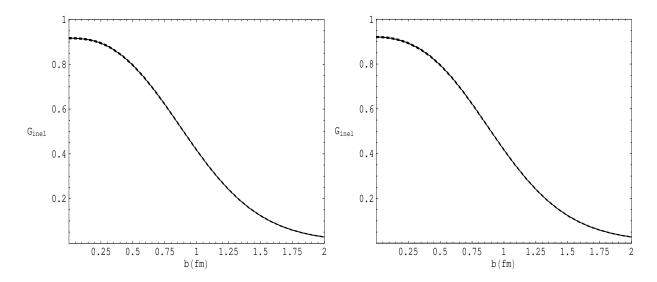


Figura 5.25: Resultados para a função de recobrimento inelástica para pp em  $\sqrt{s}=52.8$  GeV utilizando os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

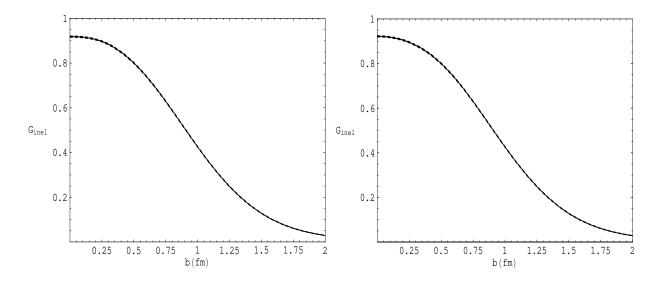


Figura 5.26: Resultados para a função de recobrimento inelástica para pp em  $\sqrt{s}=62.5$  GeV utilizando os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

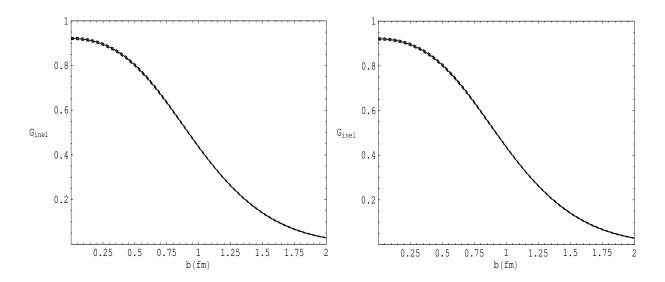


Figura 5.27: Resultados para a função de recobrimento inelástica para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=53.0$  GeV utilizando os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

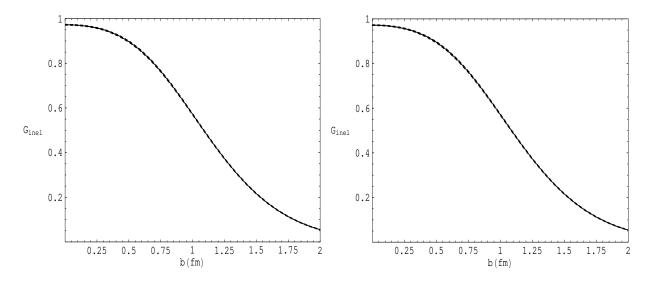


Figura 5.28: Resultados para a função de recobrimento inelástica para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=546.0$  GeV utilizando os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0$  GeV² (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0$  GeV² (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

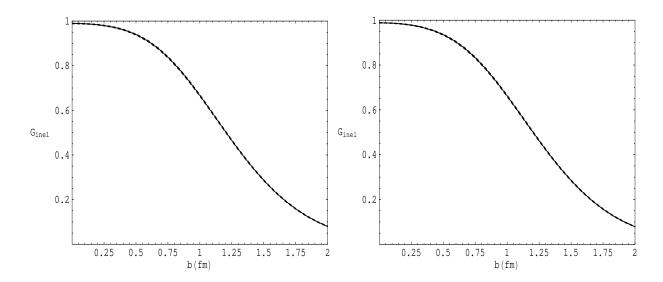


Figura 5.29: Resultados para a função de recobrimento inelástica para  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}=1.8~{\rm TeV}$  utilizando os parâmetros obtidos para  $q^2_{max}=2.0~{\rm GeV^2}$  (esquerda) e para  $q^2_{max}=14.0~{\rm GeV^2}$  (direita). As linhas tracejadas correspondem aos erros propagados.

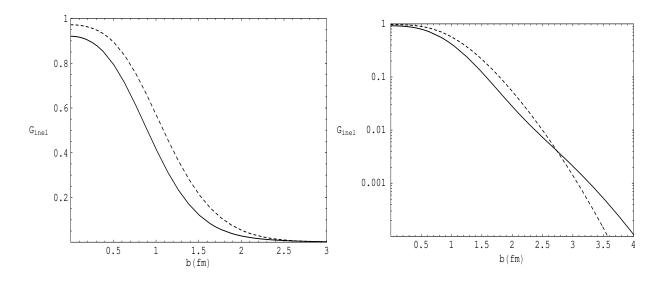


Figura 5.30: Comparação entre dois valores de  $G_{inel}(s,b)$  para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =546.0 GeV. A linha cheia representa o comportamento de pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ .

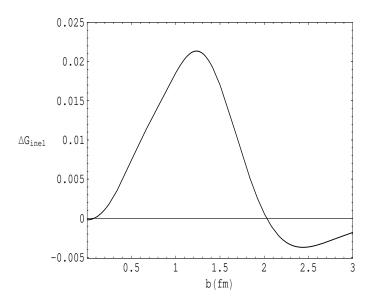


Figura 5.31: Diferença entre dois valores de  $G_{inel}(s,b)$  para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =546.0 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max}$  = 14.0 GeV<sup>2</sup>.

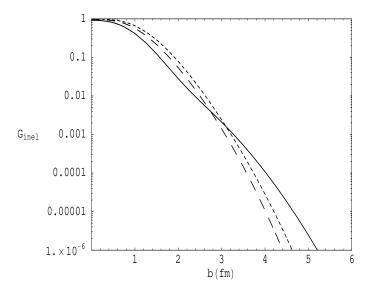


Figura 5.32: Comparação entre três valores de  $G_{inel}(s,b)$  para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV (sólida) e  $\bar{p}p$  em  $\sqrt{s}$  =546 GeV (tracejada) e 1.8 TeV (pontilhada). Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max} = 14.0 \text{ GeV}^2$ .

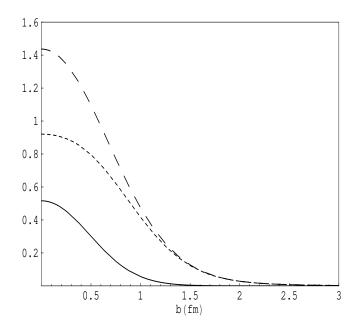


Figura 5.33: Comparação entre  $G_{inel}(s,b)$  (pontilhada),  $2\text{Re}\Gamma(s,b)$  (tracejada) e  $|\Gamma(s,b)|^2$  (sólida) para pp em  $\sqrt{s}$  =52.8 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max} = 14.0$  GeV<sup>2</sup>.

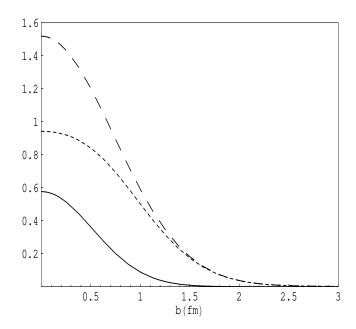


Figura 5.34: Comparação entre  $G_{inel}(s,b)$  (pontilhada),  $2\text{Re}\Gamma(s,b)$  (tracejada) e  $|\Gamma(s,b)|^2$  (sólida) para pp em  $\sqrt{s}$  =200.0 GeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max}$  = 14.0 GeV<sup>2</sup>.

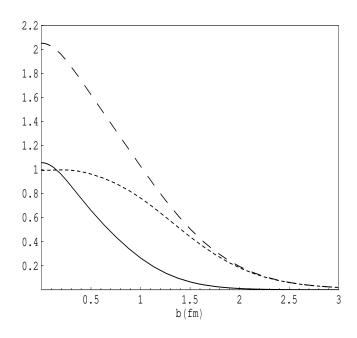


Figura 5.35: Comparação entre  $G_{inel}(s,b)$  (pontilhada),  $2\text{Re}\Gamma(s,b)$  (tracejada) e  $|\Gamma(s,b)|^2$  (sólida) para pp em  $\sqrt{s}$  =14.0 TeV. Parâmetros obtidos a partir do ajuste para  $q^2_{max} = 14.0$  GeV<sup>2</sup>.

## Capítulo 6

# Conclusões e Observações Finais

Neste trabalho foi introduzida uma nova parametrização para processos de espalhamento elástico do tipo hádron-hádron, em particular pp e  $\bar{p}p$ .

Esta parametrização possui algumas características importantes que merecem ser destacadas. São elas:

- 1. A parametrização é independente de modelos, isto é, ela depende apenas de resultados formais da Teoria de Campos e do comportamento dos dados experimentais;
- 1. Todas as funções envolvidas, parte real e imaginária da amplitude de espalhamento, são inteiras no logaritmo da energia  $\sqrt{s}$  e estão conectadas através de relações de dispersão derivativas;
- 3. A parametrização faz uso das relações de unitaridade e analiticidade;
- 4. É introduzida de modo empírico a dependência explícita de energia e do momento transferido e, portanto, a parametrização permite a realização de previsões nestas variáveis;
- 5. Os ajustes para pp e  $\bar{p}p$  são conjuntos, permitindo uma descrição global dos dados.

Devemos levar em consideração nos ajustes realizados que os conjuntos disponíveis para  $pp \in \bar{p}p$  para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot} \in \rho$  são bastante distintos, tornando a análise dos resultados bastante complicada. Porém, apesar disso, conseguimos boa concordância com resultados já conhecidos na literatura, por exemplo, para a inclinação da seção de choque diferencial elástica visto nos Capítulos 3 e 4.

Outro ponto que devemos comentar refere-se ao número de parâmetros livres presentes aqui. Mesmo para os ajustes onde temos pequeno momento transferido,  $q^2 \leq 1.0~{\rm GeV^2}$ , necessitamos de três exponenciais para a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica. Desta forma, devemos utilizar de fato trinta parâmetros livres. Isto não pode ser visto como um empecilho ao processo de ajuste, pois não estamos propondo um modelo teórico aqui. Estamos fornecendo uma ferramenta, baseada em fatos empíricos e teoremas formais da Teoria de Campos, que permite descrever e predizer o comportamento de certas quantidades físicas.

Do ponto de vista fenomenológico, apesar de termos utilizado apenas informações para  $\sqrt{s} \geq 20.0$  GeV, espera-se que alguma influência ainda seja sentida nessa região por dados de pequena energia. Por exemplo, a contribuição de troca de mésons dentro do contexto de teoria de Regge [185]. Assim, ainda há espaço nessa parametrização para a inclusão de termos que poderiam dar conta dessa informação. É claro que a parametrização deixaria de ser independente de modelos nesse ponto.

No que se refere aos resultados para  $d\sigma/dq^2$ ,  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$ , podemos dizer o seguinte:

- 1. O comportamento dos dados frontais mostram um efeito de cruzamento tanto para  $\sigma_{tot}$  quanto para  $\rho$ , caracterizando contribuições de odderons;
- 2. Para  $\rho$  temos um cruzamento em  $\sqrt{s} \simeq 80~{\rm GeV}$  e este resultado pode já ser verificado no RHIC pela Colaboração pp2pp;
- 3. Os resultados para  $d\sigma/dq^2$  estão de acordo com quase todos os modelos em uso atualmente.

No que se refere ao comportamento da inclinação da seção de choque diferencial elástica temos o seguinte:

- 1. Para  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$  os parâmetros obtidos indicam um forte crescimento com  $\sqrt{s}$  para pp, enquanto que para  $\bar{p}p$  o resultado é bastante mais suave;
- 2. Para  $q^2=0.05~{\rm GeV^2}$  os parâmetros indicam uma suavização dos resultados, tanto para pp, quanto para  $\bar{p}p$ .

Devemos lembrar que os dados para a inclinação da seção de choque diferencial elástica não são realmente medidos em  $q^2 = 0 \text{ GeV}^2$ . Assim, espera-se que B(s) tenha uma dependência real em  $q^2$ , isto é,  $B(s,q^2)$ . Apesar disso, a razão  $B_{\bar{p}p}(s,q^2)/B_{pp}(s,q^2)$  é menor que 1, respeitando um resultado formal da Teoria de Campos.

Para os resultados obtidos no espaço de parâmetro de impacto podemos dizer que:

- 1. A função de perfil mostra que para grandes energias  $\sqrt{s}$  há um crescimento do perfil da colisão com o aumento da energia;
- 2. A função eiconal apresenta um valor central sempre positivo para sua parte imaginária;
- 3. Devido ao resultado anterior, a função de recobrimento inelástico, que tem interpretação probabilística, mantém-se sempre menor do que 1.
- 4. Devemos notar ainda que o raio de interação alcançado se estendeu até no máximo 2 fm, tendo seu ponto máximo estado sempre entre 0 e 1 fm, para todos as grandezas analisadas no espaço de parâmetro de impacto. Este fato é importante porque indica que o raio de interação entre as partículas deve decair com a distância, evidentemente;
- 5. Os resultados apresentados para as funções de perfil, eiconal e recobrimento inelástico podem fornecer subsídios básicos para a construção e desenvolvimento de modelos fenomenológicos.

Assim, concluímos que, de modo geral, os resultados atingidos nesta tese de Doutorado são bons e acreditamos ser possível que o formalismo proposto aqui, que mescla resultados formais da Teoria de Campos com o comportamento empírico dos dados experimentais, permita uma real normalização de dados experimentais que ainda serão coletados nos novos experimentos previstos. Há ainda a possibilidade de que outros resultados formais da Teoria de Campos sejam acrescentados no formalismo desta parametrização, permitindo que novos resultados sejam obtidos e que o caráter preditivo possa ser aumentado com estes acréscimos. Novos experimentos realizados em altas energias poderiam contribuir com um maior número de dados experimentais possibilitando maior precisão nos resultados alcançados aqui.

## Apêndice A

#### Princípio de Reflexão de Schwarz

Já vimos anteriormente (Capítulo 1) que uma função analítica pode ser continuada de uma região para outra caso as regiões possuam pontos interiores em comum. Porém, a continuação analítica é possível mesmo que haja apenas pontos da fronteira destas regiões em comum. Veremos aqui o caso particular em que esta fronteira é real [139].

Considere duas regiões  $D_f$  e  $D_g$  que não se sobrepõem em ponto algum de seus interiores, mas que possuem em comum uma parte R de suas fronteiras. Seja f(z) uma função analítica em  $D_f$  e contínua em  $D_f + R$  e g(z) o análogo em  $D_g$  e  $D_g + R$ . Assim, se

$$f(z) = g(z), \quad z \in \Re,$$

então f(z) e g(z) são continuação analítica uma da outra e juntas definem a função

$$F(z) = f(z), \quad z \in (D_f + R)$$
$$= g(z), \quad z \in (D_g + R). \tag{A.1}$$

A Figura A.1 ilustra o teorema acima onde C é um caminho fechado qualquer.

Com base neste teorema sobre continuação analítica podemos considerar o seguinte caso. Seja f(z) uma função analítica em uma região D e onde uma parte de sua fronteira,  $\partial D$ , está sobre o eixo dos números reais. Então, se f(z) é real onde z assume valores reais, a continuação analítica de f(z) na região  $\bar{D}$  é dada por

$$g(z) = \bar{f}(\bar{z}), \quad z \in \bar{D}.$$

A região  $\bar{D}$  nada mais é do que o espelho, com relação ao eixo real, da região D, como pode ser visto na Figura A.1 onde temos o caso particular em que  $D=D_f$  e  $\bar{D}=D_g$ .

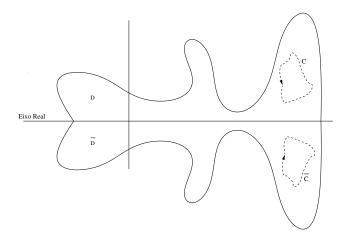


Figura A.1: Continuação analítica de uma função também analítica por sobre uma fronteira real da região  $D_f$  para a região  $D_g$ .

O Princípio de Reflexão de Schwarz é, então, nada mais do que uma restrição do conceito de continuação analítica onde o que se faz é espelhar uma região onde a função em questão é analítica com relação a determinado trecho real de sua fronteira. O interessante deste princípio é que ele permite que utilizemos a transformada de Fourier de f(z) para o caso onde z é real num dado intervalo sobre a reta real. Pela transformada de Fourier, obtém-se

$$f^*(z) = f(z^*).$$

Este fato é bastante simples de se demonstrar. Com efeito, tomemos  $g(z) = f^*(z^*)$  por definição e f(z) analítica numa região que possua parte de sua fronteira real. Mostraremos que g(z) é analítica. Para tanto, usamos a expansão em série de f(z)

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots,$$

que resulta em

$$g(z) = a_0^* + a_1^*z + a_2^*z^2 + \dots$$

Como o raio de convergência das séries é o mesmo, então g(z) é analítica. Pela teorema da continuação analítica sabemos que uma função é unicamente determinada por seus valores [9, 139]. Então, g(z) e f(z) são a mesma função então  $g^*(z) = f(z^*)$  e  $g(z^*) = f^*(z)$  e portanto  $f^*(z) = f(z^*)$ .

Segue de imediato que

$$Re f(x) = Re f(-x),$$
  

$$Im f(x) = -Im f(-x),$$
(A.2)

isto é,  $\operatorname{Re} f(x)$  é uma função par e  $\operatorname{Im} f(x)$ , ímpar e tomamos na fronteira  $z=x\in\Re$ .

## Apêndice B

#### Elipse de Lehmann-Martin

Para maior facilidade de entendimento dividimos este apêndice em duas seções.

#### B.1 Elipse de Lehmann

A amplitude de espalhamento pode ser explicitamente escrita como  $F(s, t(\cos \theta))$  e é regular em  $\cos \theta$  dentro de uma elipse no plano complexo. A parte imaginária da amplitude de espalhamento é analítica dentro de uma elipse ligeiramente maior. A variável s é mantida fixa e tomada apenas em sua região física.

A elipse de Lehmann [5] neste plano complexo terá focos em  $\cos \theta = \pm 1$  e semi-eixo maior

$$b(s) = \left[1 + \frac{(m_1^2 - M_1^2)(m_2^2 - M_2^2)}{k^2[s^2 - (M_1 - M_2)^2]}\right]^{1/2},$$

onde  $m_1$  e  $m_2$  são as massas das partículas incidentes, k é o momento no sistema centro de massa e  $M_1$  e  $M_2$  são as massas de repouso tais que os operadores de corrente associados às partículas 1 e 2 tenham probabilidade não-nula entre os estados de vácuo do sistema, isto é, [5]

$$\langle 0|j_1(x)|M_1\rangle \neq 0, \quad \langle 0|j_2(x)|M_2\rangle \neq 0.$$

Dentro da elipse maior de Lehmann a parte imaginária de F é analítica e a elipse terá focos em  $\cos \theta = \pm 1$  e semi-eixo maior  $(2b^2(s) - 1)$ .

A elipse de Lehmann encolhe à medida que  $s\to\infty$ , isto é, ela tende assintoticamente para a reta real  $-1<\cos\theta<1$ .

Além disso, o extremo do eixo maior correspondente ao ponto  $t = t_0(s)$  é tal que

$$t_0(s) \sim \frac{C}{s} \to 0$$
, so  $s \to \infty$ ,

onde C > 0 é uma constante real.

Este resultado é fraco do ponto de vista do que pode ser obtido a partir da simetria de cruzamento para o canal t [5]. Com esta simetria, obtém-se que  $t=m^2$  (ou  $4m^2$ ). A elipse de Lehmann necessita ser expandida de modo a incluir este resultado. Note ainda que o raio do círculo que está dentro da elipse de Lehmann depende de s, o que faz com que este círculo não tenha um raio ótimo. A extensão de Martin deste círculo mostra que é possível encontrar um raio ótimo que não depende de s.

## Apêndice C

#### Limite de Froissart-Martin

O limite de Froissart é extremamente importante pois impõe uma limitação para o crescimento da seção de choque total no limite assintótico  $s \to \infty$ . Mas este limite não deve e não pode ser entendido como um limite no sentido estrito da palavra.

Essencialmente, este limite assegura que a seção de choque associada a um processo de espalhamento do tipo partícula-partícula ou antipartícula-partícula está limitada pela desigualdade

$$\sigma_{tot}(s) < (\log s)^2$$
.

Veremos aqui como demonstrar isto utilizando conceitos de analiticidade da amplitude de espalhamento no interior da elipse de Lehmann-Martin.

Pode-se mostrar que [5]

$$s\{\sigma_{tot}(s)\}^2 < (n!) \left(\frac{d}{dt}\right)^n \operatorname{Im} F(s,t), \tag{C.1}$$

e, se para s grande tivermos

$$\sigma_{tot}(s) > s^{\alpha},$$

então a partir da elipse de Lehmann-Martin obtemos [5]

$$\frac{E_0^2}{\pi} \int_m^\infty \frac{\left(\frac{d}{dt}\right)^n \operatorname{Im} F(s,t)}{s^2(s-E_0)} ds < \frac{Mn!}{R^n},\tag{C.2}$$

o que associado a (C.1) produz uma contradição se  $\alpha > 0$ , porque para n suficientemente grande a integral em (C.2) pode não convergir. Então adota-se  $\alpha \leq 0$ . Se para s suficientemente grande

$$\sigma_{tot}(s) > (\log s)^{\beta},$$

então por (C.1), sendo consistente com (C.2), tem-se

$$\frac{{E_0}^2}{\pi} \int_m^{\infty} \frac{(\log s)^{(n+1)\beta}}{s^2(s-E_0)n!} ds.$$

Para n grande,  $\log s \simeq n$  e  $\beta \leq 2$ . Para E grande, obtém-se o limite de Froissart

$$\sigma_{tot}(E) \le (\log s)^2$$
.

Este limite foi proposto por Froissart [22] e provado por Martin [13] sem a utilização da representação de Mandelstam, isto é, utilizando apenas as propriedades analíticas da amplitude de espalhamento dentro da elipse de Lehmann estendida. Isto mostra que a representação de Mandelstam, neste caso, é equivalente às propriedades analíticas da amplitude de espalhamento dentro da elipse de Lehmann.

#### C.1 Elipse de Lehmann-Martin

Essencialmente, o que Martin faz [5] é estender o domínio de analiticidade da amplitude de espalhamento no canal t para a região  $|t| < 4m^2$ , onde m é a massa do píon.

O que se faz é mostrar que a positividade da parte imaginária da amplitude de espalhamento implica na desigualdade [13]

$$\left| \left( \frac{d}{dt} \right)^n \operatorname{Im} F(s,t) \right|_{-4k^2 < t < 0} \le \left| \left( \frac{d}{dt} \right)^n \operatorname{Im} F(s,t) \right|_{t=0}.$$

Calcula-se a integral

$$F(s,t) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0} \frac{\operatorname{Im} F(s,t)}{s'-s} ds',$$

e mostra-se que derivadas sucessivas podem ser calculadas na integral e, ao re-somar a série obtida descobre-se que isto pode ser feito para qualquer valor de s real e não apenas para  $s < s_0$ . Deste modo, o domínio de convergência de t não depende de s e, portanto, a elipse de Lehmann contém um círculo |t| < R cujo raio não depende de s. A Figura C.1 mostra pictoricamente esta elipse e este círculo de analiticidade.

Pode-se mostrar que, para colisões entre píons,  $R=4m^2$  é o caso ótimo. A partir daí, pode-se inclusive mostrar o limite de Froissart.

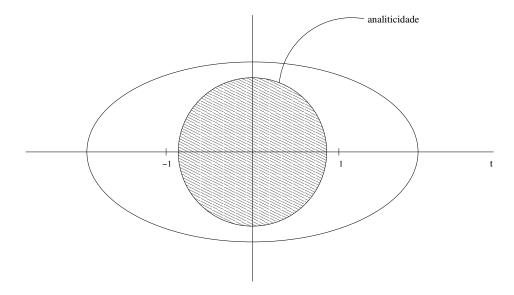


Figura C.1: Representação pictórica da elipse de Lehmann-Martin. Mesmo para o caso em que  $R=4m^2$ , o círculo de analiticidade ainda tem raio menor do que 1.

## Apêndice D

## Etapas Iniciais de Trabalho

# D.1 Etapa 1: Pequeno Momento Transferido ( $q^2 \le 0.5$ $\text{GeV}^2$ )

Após a etapa inicial de testes, introduzimos duas exponenciais em nossa parametrização e passamos a escrever

$$\begin{cases}
\frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s,q^2)}{s} = [A_1 + B_1 \ln(s) + C_1 \ln^2(s)] e^{-(D_1 + E_1 \ln(s))q^2} + \\
+ [A_2 + B_2 \ln(s) + C_2 \ln^2(s)] e^{-(D_2 + E_2 \ln(s))q^2} \\
\frac{\operatorname{Im} F_{\bar{p}p}(s,q^2)}{s} = [\bar{A}_1 + \bar{B}_1 \ln(s) + \bar{C}_1 \ln^2(s)] e^{-(\bar{D}_1 + \bar{E}_1 \ln(s))q^2} + \\
+ [\bar{A}_2 + \bar{B}_2 \ln(s) + \bar{C}_2 \ln^2(s)] e^{-(\bar{D}_2 + \bar{E}_2 \ln(s))q^2},
\end{cases} (D.1)$$

e novamente reescrevemos as seções de choque diferencial. Passamos a ajustar os dados disponíveis até momento transferido de 0.5 GeV<sup>2</sup>, que é onde ocorre o primeiro pico de difração. As energias utilizadas nesta etapa de trabalho estão dispostas na Tabela D.1.

reação	$\sqrt{s} (GeV)$			
pp	19.5	30.7	52.8	62.5
$\bar{p}p$	19.4	31.0	53.0	62.0

Tabela D.1: Energias utilizadas para ajuste conjunto de dados de pp e  $\bar{p}p$  para  $q^2 \leq 0.5~{\rm GeV^2}.$ 

Também foram incluídos os dados de ponto óptico

$$\left[\frac{d\sigma}{dq^2}\right]_{q^2=0} = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi}(1+\rho^2),$$

e aqueles dados onde  $q^2>0.01~{\rm GeV^2},$  isto é, acima da região de interferência Coulombnuclear.

Notamos neste ponto que o uso das relações de dispersão para  $q^2$  fixo para espalhamentos do tipo nucleon-nucleon já foi realizado anteriormente por Kroll [175] e que o estudo de espalhamentos pp e  $\bar{p}p$ , utilizando estas relações, também já foi realizado no intervalo  $0 \le q^2 \le 3 \text{ GeV}^2$ . Assim, a aplicação das relações de dispersão para regiões de médio momento transferido já foi feita e apresenta resultados bastante razoáveis [175].

Obtivemos um ajuste bastante bom. O valor de  $\chi^2/gl=1.71$  é razoável se lembrarmos que os conjuntos de dados utilizados são muito diferentes no que se refere às quantidades de pontos, o que torna bastante complicado obter um  $\chi^2/gl$  próximo de 1. O conjunto utilizado neste ajuste é formado por 390 dados, sendo 344 para pp e 66 para  $\bar{p}p$ . Desta forma, concluímos que este valor obtido não torna o formalismo ruim, apenas ressalta a importância de trabalharmos com conjuntos de dados equiparáveis em quantidade. A Tabela D.2 mostra os valores obtidos para os parâmetros de saída. No Apêndice E fazemos uma pequena discussão sobre o uso do parâmetro  $\chi^2$  como estimador de confiança.

	pp	$\bar{p}p$	
$A_1$	$134.9 \pm 0.3$	$ar{A}_1$	$95.0 \pm 0.6$
$B_1$	$-12.09 \pm 0.04$	$ar{B}_1$	0.0
$C_1$	$0.590 \pm 0.005$	$ar{C}_1$	0.0
$A_2$	$-30.7 \pm 0.4$	$ar{A}_2$	$44.1 \pm 0.7$
$B_2$	$7.40 \pm 0.05$	$ar{B}_2$	$-11.6 \pm 0.1$
$C_2$	$0.082 \pm 0.006$	$ar{C}_2$	$1.02 \pm 0.01$
$D_1$	$4.85 \pm 0.01$	$ar{D}_1$	$5.56 \pm 0.03$
$E_1$	0.0	$ar{E}_1$	0.0
$D_2$	$11.2 \pm 0.1$	$ar{D}_2$	$-31 \pm 3$
$ar{E}_2$	0.0	$ar{E}_2$	$6.4 \pm 0.5$
Ndof = 390		$\chi^2/dof = 1.71$	

Tabela D.2: Valores dos parâmetros livres obtidos a partir dos ajustes para a seção de choque diferencial de pp e  $\bar{p}p$  para energias  $\sqrt{s} \simeq 19$ , 31, 53 and 62 GeV e momento transferido  $0.01 < q^2 \leq 0.5 \text{ GeV}^2$  e ponto óptico  $(q^2 = 0)$ . Todos os parâmetros em GeV<sup>-2</sup>.

A Figura D.1 mostra os ajustes obtidos conjuntamente para pp e  $\bar{p}p$ . A Figura D.2 mostra a previsão da parametrização para as energias do RHIC. Esta previsão é feita do seguinte modo: os parâmetros obtidos nos ajustes conjuntos são fixados e a única variável livre passa a ser a energia da colisão, que é fixada nos valores desejados, tornando possível a previsão.

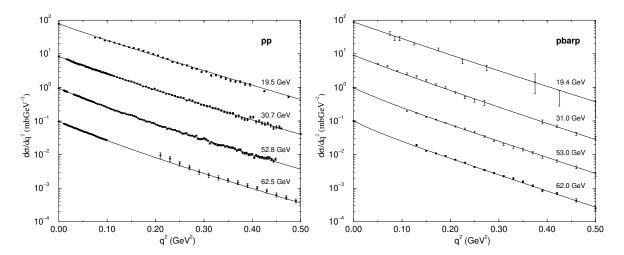


Figura D.1: Ajuste conjunto de pp e  $\bar{p}p$  utilizando dados de seção de choque diferencial elástica até  $q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$ . Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico.

# D.2 Etapa 2: Médio Momento Transferido ( $q^2 \le 10$ GeV<sup>2</sup>) com 2 Exponenciais

Como continuação deste trabalho de ajuste com duas exponenciais, estendemos o momento transferido para valores até 10 GeV<sup>2</sup>, ainda utilizando as energias da Tabela D.1. Pretendíamos com isto verificar se a parametrização poderia ser utilizada para descrever seções de choque diferenciais com momento transferido maior do que o usualmente utilizado nas relações de dispersão (ver Apêndice B).

O valor de  $\chi^2/gl = 3.40$  é razoável quando levamos em conta as disparidades entre os conjuntos de dados. O conjunto contém 627 dados para pp e 121 para  $\bar{p}p$ . A Tabela D.3 mostra os valores obtidos para os parâmetros de ajuste.

A Figura D.3 mostra os resultados obtidos para as energias consideradas. Novamente, vemos que o ajuste é bom, notadamente para os dados de pp.

Realizamos uma interpolação com dados existentes para pp nas energias de  $\sqrt{s}$  =23.5 e 45.5 GeV, não utilizadas nos ajustes. Mantivemos fixos os parâmetros de entrada e alteramos apenas a energia da colisão. A Figura D.4 mostra o resultado obtido. Vemos que temos uma razoável segurança na predição do comportamento para energias que estão situadas na região daquelas que utilizamos para obtermos nosso melhor ajuste, isto é, temos uma boa interpolação dos dados.

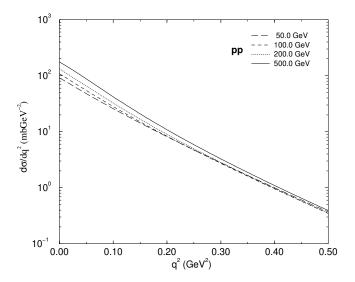


Figura D.2: Previsão de comportamento da seção de choque diferencial elástica para outras energias previstas no RHIC. Os resultados relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

# D.3 Etapa 3: Grande Momento Transferido ( $q^2 < 14$ $\text{GeV}^2$ )

Nesta etapa utilizamos três exponenciais, pois notamos que apenas duas seriam insuficientes para descrever todos os dados disponíveis, como acabamos de ver nas subseções acima. Além disto, numa primeira etapa, incluímos os dados de pp em 23.5 e 45.5 GeV, apesar de não termos dados análogos para  $\bar{p}p$  nesta região de energia. As novas energias utilizadas estão dispostas na Tabela D.4.

Os ansatz para a parte imaginária passam a ser escritos como

$$\begin{cases}
\frac{\operatorname{Im} F_{pp}(s,q^{2})}{s} = [A_{1} + B_{1} \ln(s) + C_{1} \ln^{2}(s)] e^{-(D_{1} + E_{1} \ln(s))q^{2}} + \\
+ [A_{2} + B_{2} \ln(s) + C_{2} \ln^{2}(s)] e^{-(D_{2} + E_{2} \ln(s))q^{2}} + \\
+ [A_{3} + B_{3} \ln(s) + C_{3} \ln^{2}(s)] e^{-(D_{3} + E_{3} \ln(s))q^{2}}, \\
\frac{\operatorname{Im} F_{p\bar{p}}(s,q^{2})}{s} = [\bar{A}_{1} + \bar{B}_{1} \ln(s) + \bar{C}_{1} \ln^{2}(s)] e^{-(\bar{D}_{1} + \bar{E}_{1} \ln(s))q^{2}} + \\
+ [\bar{A}_{2} + \bar{B}_{2} \ln(s) + \bar{C}_{2} \ln^{2}(s)] e^{-(\bar{D}_{2} + \bar{E}_{2} \ln(s))q^{2}} + \\
+ [\bar{A}_{3} + \bar{B}_{3} \ln(s) + \bar{C}_{3} \ln^{2}(s)] e^{-(\bar{D}_{3} + \bar{E}_{3} \ln(s))q^{2}}.
\end{cases} (D.2)$$

O objetivo desta inclusão de dados era o de melhorarmos a descrição de  $\bar{p}p$  nestas energias, pois embora não tendo dados para este tipo de espalhamento nestas energias, os parâmetros são sensíveis às energias utilizadas e, como já dissemos anteriormente, esperamos que a falta de dados numa certa região pudesse ser compensada pelos dados de outra, mesmo que sejam

	pp		$\bar{p}p$
$A_1$	$-84.496 \pm 3.402$	$\overline{A}_1$	$346.110 \pm 29.349$
$B_1$	$23.356 \pm 0.812$	$ar{B}_1$	$-90.698 \pm 7.914$
$C_1$	$-0.986 \pm 0.051$	$ar{C}_1$	$5.667 \pm 0.524$
$A_2$	$-1.037 \pm 0.125$	$ar{A}_2$	$-594.84 \pm 28.223$
$B_2$	$0.166 \pm 0.032$	$ar{B}_2$	$136.90 \pm 7.486$
$C_2$	$-0.011 \pm 0.002$	$ar{C}_2$	$-8.7505 \pm 0.487$
$D_1$	$1.416 \pm 0.039$	$ar{D}_1$	$-25.913 \pm 1.630$
$E_1$	$0.356 \pm 0.005$	$ar{E}_1$	$5.236 \pm 0.268$
$D_2$	$0.884 \pm 0.004$	$ar{D}_2$	$6.891 \pm 0.034$
$E_2$	0.0	$ar{E}_2$	0.0
Ndof = 728		$\chi^2/dof = 3.40$	

Tabela D.3: Valores dos parâmetros livres obtidos a partir dos ajustes para a seção de choque diferencial de pp e  $\bar{p}p$  para energias  $\sqrt{s} \approx 19$ , 31, 53 and 62 GeV e momento transferido  $q^2 \leq 10$   $GeV^2$  e ponto óptico  $(q^2 = 0)$ . Todos os parâmetros em  $GeV^{-2}$ .

reação	$\sqrt{s} \; (GeV)$						
pp	19.5	23.5	27.5	30.7	45.5	52.8	62.5
$\bar{p}p$	19.4	-	-	31.0	-	53.0	62.0

Tabela D.4: Energias utilizadas para ajuste conjunto de dados de pp e  $\bar{p}p$  em nossa parametrização independente de modelo para médio e grande momento transferido com 3 exponenciais.

dados obtidos para seções de choque distintas. Daí a importância do cruzamento entre as funções que compõem a amplitude de espalhamento.

Obtivemos um  $\chi^2/gl=4.04$ , o que não é ruim se observarmos que agora os conjuntos são distintos no que se refere à quantidade de dados. Temos 1008 dados para pp e 121 para  $\bar{p}p$ . A Figura D.5 mostra os ajustes obtidos para pp e  $\bar{p}p$ . A Tabela D.5 mostra os valores obtidos para os parâmetros de ajuste.

Utilizando este ajuste, obtivemos previsões para as energias do RHIC, como pode ser visto na Figura D.6. Todas as três etapas deram origem a diversos trabalhos apresentados em Encontros e/ou publicados em periódicos [136, 135, 137].

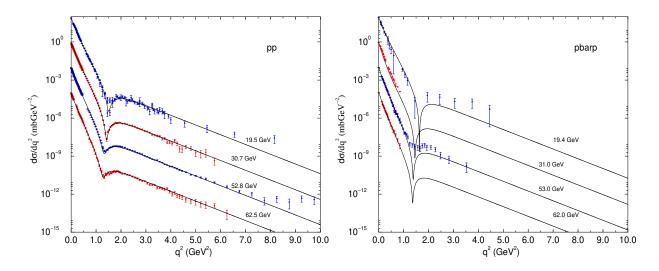


Figura D.3: Ajuste conjunto de pp e  $\bar{p}p$  até  $q^2 \leq 10~{\rm GeV}^2$ . Novamente obtivemos  $\chi^2/gl > 1$ , mas ainda assim pode ser considerado bom. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico.

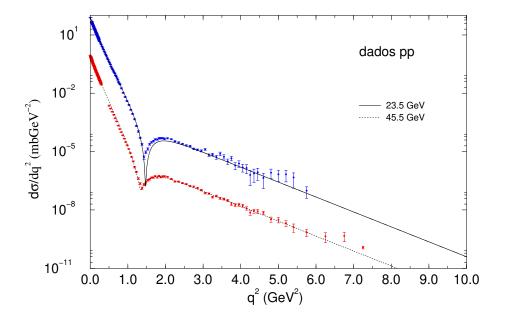


Figura D.4: Resultado obtido para a seção de choque diferencial elástica devido a interpolação de dados pp nas energias de 23.5 e 45.5 GeV para  $q^2 \le 10 \text{ GeV}^2$ . Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em uma só figura.

	pp		$\bar{p}p$
$A_1$	$-339.76 \pm 0.18$	$\overline{A}_1$	$-557.64 \pm 1.01$
$B_1$	$98.72 \pm 0.02$	$ar{B}_1$	$3396.2 \pm 0.2$
$C_1$	$-6.270 \pm 0.002$	$ar{C}_1$	$-173.78 \pm 0.02$
$D_1$	$2.433 \pm 0.001$	$ar{D}_1$	$0.431 \pm 0.002$
$E_1$	$0.255 \pm 0.001$	$ar{E}_1$	$1.1486 \pm 0.0002$
$A_2$	$489.43 \pm 0.20$	$ar{A}_2$	$22557 \pm 1$
$B_2$	$-116.46 \pm 0.02$	$ar{B}_2$	$25.9 \pm 0.2$
$C_2$	$7.8533 \pm 0.003$	$ar{C}_2$	$213.30 \pm 0.02$
$D_2$	$0.63 \pm 0.04$	$ar{D}_2$	$-1.8230 \pm 0.0007$
$E_2$	$0.940 \pm 0.006$	$ar{E}_2$	$1.5100 \pm 0.0001$
$A_3$	$-0.552 \pm 0.005$	$\bar{A}_3$	$-21835 \pm 1$
$B_3$	$0.0325 \pm 0.0008$	$ar{B}_3$	$-3440.9 \pm 0.2$
$C_3$	$-0.00096 \pm 0.00008$	$ar{C}_3$	$-38.0 \pm 0.0$
$D_3$	$0.847 \pm 0.003$	$ar{D}_3$	$-1.1442 \pm 0.0005$
$E_3$	0.0	$\bar{E}_3$	$1.4082 \pm 0.0001$
Ndof = 1099		$\chi^2/dof = 4.04$	

Tabela D.5: Valores dos parâmetros livres obtidos a partir dos ajustes para a seção de choque diferencial de pp e  $\bar{p}p$  para energias mostradas na Tabela D.4 e momento transferido  $q^2 \le 14$  GeV<sup>2</sup> e ponto óptico  $(q^2 = 0)$ . Todos os parâmetros em GeV<sup>-2</sup>.

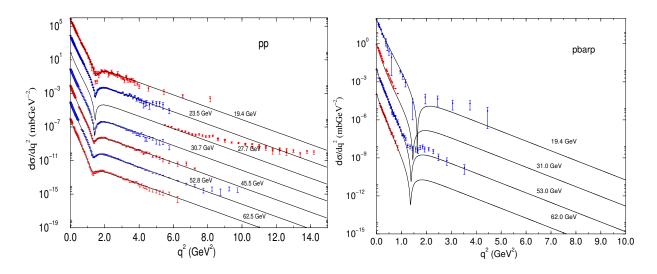


Figura D.5: Ajuste conjunto de pp e  $\bar{p}p$  para grande momento transferido. Os dados experimentais bem como os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico.

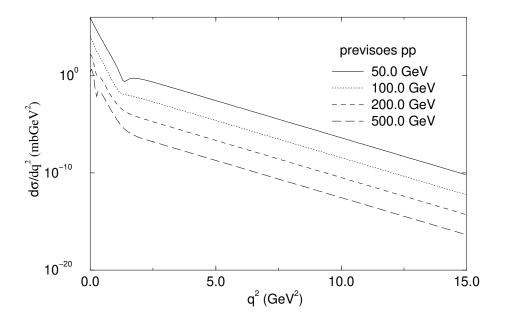


Figura D.6: Previsões para a seção de choque diferencial elástica para o RHIC utilizando dados a grande momento transferido e 3 exponenciais. Os resultados dos ajustes relativos a cada energia foram multiplicados por potências de 10 para poderem ser acomodados em um só gráfico.

## Apêndice E

#### Trabalhos Decorrentes desta Tese

#### E.1 Publicados em Periódicos

- R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, Phenomenological Analysis Connecting Proton-Proton and Antiproton-Proton Elastic Scattering, Eur. Phys. J. C47, 171 (2006);
- 2. S. D. Campos, M. J. Menon e J. Montanha, On the Slope of the Differential Cross Sections, Braz. J. Phys. 37, 80 (2007);
- 3. R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, On Model-Independent Analyses of Elastic Hadron Scattering, Braz. J. Phys. 37, 625 (2007).

#### E.2 Publicados em Atas de Conferências/Reuniões

- R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e J. Montanha, Analytical Fits to Hadron-Hadron Differential Cross Section at the Diffraction Peak, in IX Hadron Physics and VII Aspects of Nuclear Physics: A Joint Meeting on QCD and QGP, Editores M. E. Bracco, M. Chiapparini, E. Ferreira e T. Kodama, AIP Conf. Proceedings 739, 529 (2004);
- 2. R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e J. Montanha, *Derivative Dispersion Relations* and *Hadron-Hadron Differential Cross Sections*, XXV Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Caxambu (2004), www.sbf1.org.b/enfpc/xxv, TO031-1.pdf;
- 3. R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon, Derivative Dispersion Relations and the  $s \rightarrow -is$  Prescription, XXV Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Caxambu

(2004), www.sbf1.org.br/enfpc/xxv, T128-1.pdf

4. R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, Energy-dependent Fits Connecting pp and p̄p Cross Sections Data, Relatório da 17ª Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas. Editores: F. S. Navarra, F. Durães e Y. Itama. IFUSP, São Paulo, pp. 57-60 (2005);

# Bibliografia

- [1] S. Mandelstam, Phys. Rev. 112, 1344 (1958).
- [2] R. F. Ávila, M. J. Menon, Nucl. Phys. A 744, 249 (2004).
- [3] V. Barone e E. Predazzi, High-Energy Particle Diffraction, Springer-Verlag (2002).
- [4] O. Nachtmann, Ann. of Phys. 209, 436 (1991).
- [5] R. J. Eden, *High Energy Collisons of Elementary Particles*, Cambridge Univ. Press (1967).
- [6] S. Donnachie, G. Dosch, P. Landshoff e O. Nachtmann, Pomeron Physics and QCD, Cambridge Univ. Press (2002).
- [7] J. A. Wheeler, Phys. Rev. 52, 1107 (1937).
- [8] R. J. Eden, P. V. Landshoff, D. I. Olive e J. C. Polkinghorne, *The Analytic S-Matrix*, Cambridge Univ. Press (1966).
- [9] D. R. Curtiss, Analytic Functions of a Complex Variable, Dover Publ. (1967).
- [10] A. Kyrala, Applied Functions of a Complex Variable, Wiley-Interscience (1972).
- [11] R. P. Boas Jr., Entire Functions, Academic Press (1954).
- [12] J. Bros, H. Epstein e V. Glaser, Commun. Math. Phys. 1, 240 (1965).
- [13] A. Martin, Phys. Rev. 129, 1432 (1963); A. Martin, Il Nuovo Cimento, Vol XLII A, n 4, 2254 (1966).
- [14] J. B. Bronzan, G. L. Kane e U. P. Sukhatme, Phys. Lett. B49, 272 (1974).
- [15] K. Kang e B. Nicolescu, Phys. Rev. D 11, 2461 (1975).

- [16] S. Goldberg, Unbounded Linear Operators, McGraw-Hill Inc. (1966).
- [17] J. Fischer, P. Kolář, Phys. Lett. B 64, 45 (1976); Phys. Rev. D 17 2168 (1978); P. Kolář,
   J. Fischer, J. Math. Phys. 25, 2538 (1984).
- [18] M. J. Menon, A. E. Motter e B. M. Pimentel, Phys. Lett. B451, 207 (1999).
- [19] R. F. Ávila, M. J. Menon, hep-ph/0512166 V2 (2006).
- [20] M. M. Block e R. N. Cahn, Rev. Mod. Phys. 57, 563 (1985).
- [21] G. Matthiae, Rep. Prog. Phys. 57, 743 (1994).
- [22] M. Froissart, Phys. Rev. 123, 1054 (1961).
- [23] J. D. Jackson, "Phenomenology of Particles at High Energies", *Proc. of Fourteenth Scottish Universities Summer School in Physics*, Editores R. L. Crowford e R. Jennings, Academic Press (1974).
- [24] L. Baksay et al, Nucl. Phys. B141, 1 (1978); Erratum-ibid. B148, 538 (1979).
- [25] N. Amos et al, Nucl. Phys. B262, 689 (1985).
- [26] U. Amaldi et al, Phys. Lett. B66, 390 (1977).
- [27] A. Breakstone *et al* (Colaboração Ames-Bologna-CERN-Dortmund-Heidelberg-Warsaw), Nucl. Phys. B248, 253 (1984).
- [28] G. Carboni et al, Nucl. Phys. B254, 697 (1985).
- [29] N. Amos et al, Phys. Lett. B128, 343 (1983).
- [30] N. Amos et al, Phys. Lett. B120, 460 (1983).
- [31] M. Ambrosio *et tal* (Colaboração CERN-Naples-Pisa-Stony Brook), Phys. Lett. B113, 347 (1982).
- [32] M. Ambrosio et al (Colaboração CERN-Naples-Pisa-Stony Brook), Phys. Lett. B115, 495 (1982).
- [33] D. Favart *et al*, Phys. Rev. Lett. 47, 1191 (1981).

- [34] B. V. Batyunya et al, JINR-P1-85-854 (1985).
- [35] C. Bromberg *et tal*, Phys. Rev. Lett. 31, 1563 (1973).
- [36] N. Amos et al, Phys. Lett. 247B,127 (1990).
- [37] N. Amos et al, Nucl. Phys. B262, 689 (1985).
- [38] U. Amaldi et al, Phys. Lett. B44, 112 (1973).
- [39] C. Avila et al (Colaboração E811), Phys. Lett. B537, 41 (2002).
- [40] M. Bozzo *et al*, Cern EP 84-91 (1984).
- [41] C. Avila et al (Colaboração E811), Phys. Lett. B445, 419 (1999).
- [42] N. Amos et al, Phys. Rev. Lett. 63, 2784 (1989).
- [43] D. Bernard et al (Colaboração UA4), Phys. Lett. B198, 583 (1987).
- [44] C. Augier et al (Colaboração UA4/2), Phys. Lett. B344, 451 (1995).
- [45] N. Amos et al, Nucl. C. A106, 123 (1993).
- [46] N. Amos et al (Colaboração E710), Phys. Rev. Lett. 68, 2433 (1992).
- [47] A. White, Fermilab Conf.91-268 E (1991).
- [48] N. A. Amos et al (Colaboração E710), Phys. Lett. B243, 158 (1990).
- [49] N. A. Amos et al (Colaboração E710), Phys. Rev. Lett. 63, 2784 (1989).
- [50] D. S. Ayres *et al*, Phys. Rev. D15, 3105 (1977).
- [51] G. Arnison *et al* (Colaboração UA4), Phys. Lett. B128, 336 (1983).
- [52] A. A. Kuznetsov et al, Yad. Fiz. 33, 142 (1981); Sov. J. Nucl. Phys. 33, 74 (1981).
- [53] R. M. Edelstein *et al*, Phys. Rev. D5, 1073 (1972).
- [54] C. Augier et al (Colaboração UA4/2), Phys. Lett. B316, 448 (1993).
- [55] F. Abe et al (Colaboração CDF), Phys. Rev. D50, 5518 (1994).

- [56] R. E. Breedon et al, Phys. Lett. 216B, 459 (1989).
- [57] H. Grassler et al, Yad. Fiz 47, 722 (1988).
- [58] M. Adamus et al, Phys. Lett. 186B, 223 (1987).
- [59] J. P. Burq et al, Phys. Lett. 109B, 124 (1982).
- [60] D. Brick, Phys.Rev D25, 2794 (1982).
- [61] G. N. Velichko et al, Prisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 33, 615 (1981).
- [62] R. L. Cool et al, Phys. Rev. D24, 2821 (1981).
- [63] V. V. Zhurkin *et al*, Sov. J. Nucl. Phys. 28, 660 (1978).
- [64] V. D. Apokin et al, Sov. J. Nucl. Phys. 25, 51 (1977).
- [65] C. Bromberg et al, Phys. Rev. D15, 64 (1977).
- [66] I. M. Geshkov *et al*, Phys. Rev. D13, 1846 (1976).
- [67] S. Barish et al, Phys. Rev. D9, 1171 (1974).
- [68] G. G. Beznogikh et al, Nucl. Phys. B54, 78 (1973).
- [69] A. Firestone et al, Phys. Rev. D10, 2080 (1974).
- [70] E. Colton *et al*, Phys. Rev. D7, 3267 (1972).
- [71] G. G. Beznogikh *et al*, Phys. Lett. 43B, 85 (1973).
- [72] V. Bartenev et al, Phys. Rev. Lett. 31, 1088 (1973).
- [73] G. Barbiellini et al, Phys. Lett. 39B, 663 (1972).
- [74] V. Bartenev *et al*, Phys. Rev. Lett. 29, 1755 (1972).
- [75] Kh. M. Chernev *et al*, Phys. Lett. 36B, 266 (1971).
- [76] M. Holder *et al*, Phys. Lett. 36B, 400 (1971).
- [77] M. Holder et al, Phys. Lett. 35B, 355 (1971).

- [78] U. Amaldi *et al*, Phys. Lett. 36B, 504 (1971).
- [79] G. G. Beznogikh et al, Phys. Lett. 30B, 274 (1969).
- [80] D. Harting et al, NC 38, 60 (1965).
- [81] T. A. Armstrong et al, Phys. Lett. 385B, 479 (1996).
- [82] J. V. Allaby et al, Nucl. Phys. B52, 316 (1973).
- [83] J. V. Allaby et al, Phys. Lett. B34, 431 (1971).
- [84] G. W. Brandenburg et al, Phys. Lett. B58, 367 (1975).
- [85] K. J. Foley *et al*, Phys. Rev. Lett. 11, 503 (1963).
- [86] N. Dalkhazhav et al, Sov. J. Nucl. Phys. 8, 196 (1969).
- [87] K. J. Foley et al, Phys. Rev. Lett. 15, 45 (1965).
- [88] J. Orear et al, Phys. Rev. 152, 1162 (1966).
- [89] A. N. Diddens *et al*, Phys. Rev. Lett. 9, 108 (1962).
- [90] R. Rusack et al, Phys. Rev. Lett. 41, 1632 (1978).
- [91] C. Bruneton *et al*, Nucl. Phys. B124, 391 (1977).
- [92] Z. Asad *et al*, Nucl. Phys. B255, 273 (1984).
- [93] P. A. Devenski *et al*, Sov. J. Nucl. Phys. 14, 206 (1971).
- [94] C. W. Akerlof *et al*, Phys. Rev. D14, 2864 (1976).
- [95] J. P. Burq et al, Nucl. Phys. B217, 285 (1983).
- [96] R. Rubinstein *et tal*, Phys. Rev. D30, 1413 (1984).
- [97] G. Fidecaro et al, Nucl. Phys. B173, 513 (1980).
- [98] A. Schiz et al, Phys. Rev. D24, 26 (1979).
- [99] S. Conetti *et al*, Phys. Rev. Lett. 41, 924 (1978).

- [100] W. Faissler et al, Phys. Rev. D23, 33 (1981).
- [101] M. G. Albrow et al, Nucl Phys. B108, 1 (1976).
- [102] U. Amaldi et al, Nucl. Phys. B166, 301 (1979).
- [103] E. Nagy et al, Nucl. Phys. B150, 221 (1979).
- [104] S. Erhan et al, Phys. Lett. B152, 131 (1985).
- [105] J. C. M. Armitage et al, Nucl. Phys. B132, 365 (1978).
- [106] D. P. Owen *et al*, Phys. Rev. 181, 1794 (1969).
- [107] A. Berglund *et al*, Nucl. Phys. B176, 346 (1980).
- [108] N. Amos et al, Phys. Rev. Lett. 68,2433 (1992).
- [109] P. Schiavon et al, Nucl. Phys. A505, 595 (1989).
- [110] N. Amos et al, Phys. Rev. Lett. 61, 525 (1988).
- [111] L. Linssen et al, Nucl. Phys. A469, 726 (1987).
- [112] B. V. Batyunya et al, Yad. Fiz. 44, 1489 (1986).
- [113] J. S. Russ *et al*, Phys. Rev. D15, 3139 (1977).
- [114] Yu. M. Antipov et al, Nucl. Phys. B57, 333 (1973).
- [115] Z. Asad et al, Nucl. Phys. B255, 237 (1985).
- [116] M. Yu. Bogolyubsky et al, Sov. J. Nucl. Phys. 41, 733 (1985).
- [117] C. Lewin *et al*, Z. Phys. C3, 275 (1980).
- [118] D. Bernard *et al*, Phys. Lett. B171, 142 (1986)
- [119] V. Ashford *et al*, Phys. Rev. Lett. 54, 518 (1985).
- [120] W. Bruckner *et al*, Phys. Lett. 158B, 180 (1985).
- [121] V. Ashford et al, BNL-35910 (1985).

- [122] M. Yu. Bogolyubsky et al, IFVE-84-140 (1984).
- [123] M. Cresti, L. Peruzzo e G. Sartori, Phys. Lett. 132B, 209 (1983).
- [124] R. Battiston et al, Phys. Lett. 127B, 472 (1983).
- [125] G. Arnison et al, Phys. Lett. 121B, 77 (1983).
- [126] J. J. Dumont et al, Z. Phys. C13, 1 (1982).
- [127] R. Battiston et al, Phys. Lett. 115B, 333 (1982).
- [128] S. Sakamoto et al, Nucl. Phys. B195, 1 (1982).
- [129] P. S. Gregory et al, Nucl. Phys. B119, 60 (1977).
- [130] P. Jenni et al, Nucl. Phys. B94, 1 (1975).
- [131] P. Jenni *et al*, Nucl. Phys. B129, 232 (1977).
- [132] J. Whitmore et al, Phys. Lett. 59B, 299 (1975).
- [133] F. Grard *et al*, Phys. Lett. 59B, 409 (1975).
- [134] D. Birnbaum et al, Phys. Rev. Lett. 23, 663 (1969).
- [135] R. F. Avila, S. D. Campos, M. J. Menon e J. Montanha, IX Hadron Physics and VII Relativistic Aspects of Nuclear Physics: A Joint Meeting on QCD and QGP, Editores M. E. Bracco, M. Chiapparini, E. Ferreira e T. Kodama, AIP Conf. Proceedings 739, 529 (2004).
- [136] R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e J. Montanha, Derivative Dispersion Relations and Hadron-Hadron Differential Cross Sections, XXV ENFPC (2004); Derivative Dispersion Relations and the  $s \rightarrow -is$  Prescription, XXV ENFPC (2004).
- [137] R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, I Latin American Workshop on High Energy Physics. Publicado em Braz. J. Phys 37, 80 (2007).
- [138] S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, XVII Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas. Publicado em Braz. J. Phys. 37, 625 (2007).
- [139] P. Dennery e A. Krzywicki, Mathematics for Physicists, Dover Publ. (1996).

[140] U. Weiss, Eikonal Expansion of the Scattering Amplitude in Impact Parameter Representation, DESY 74/9 (1974).

- [141] H. Cheng e T. T. Wu, Phys. Rev. Lett. 22, 666 (1969).
- [142] H. Lehmann, Nuovo Cimento 11, 342 (1954).
- [143] Yu. S. Vernov e M. N. Mnatsakanova, Phys. Part. Nucl. 32, 589 (2001).
- [144] H. Abarbanel e C. Itzykson, Phys. Rev. Lett. 23, 53 (1969).
- [145] M. Levy e J. Sucher, Phys. Rev. 186, 1656 (1969).
- [146] D. E. Kharzeev e J. Raufeisen, Campos do Jordão 2002, New States of Matter in Hadronic Interactions, Pan American Advanced Studies Institute on New States of Matter in Hadronic Interactions, PASI 2002, pp 27-69 (2002).
- [147] R. F. Ávila, S. D. Campos, M. J. Menon e M. Montanha, Eur. Phys. J. C47, 171 (2006).
- [148] P. A. S. Carvalho, A. F. Martini e M. J. Menon, Eur. J. Phys. C39, 359 (2005).
- [149] L. Lukaszuk e B. Nicolescu, Lett. Nuovo Cimento 8, 405 (1973); D. Bernard, P. Gauron e B. Nicolescu, Phys. Lett. B199, 125 (1987); P. Gauron, B. Nicolescu e E. Leader, Nucl. Phys. B299, 640 (1980).
- [150] M. M. Block, E. M. Gregores, F. Halzen e G. Pancheri, Phys. Rev. D58, 017503 (1998); D60, 054024 (1999).
- [151] D. Desgrolard, M. Giffon e E. Predazzi, Z. Phys. C63, 241 (1994).
- [152] C. Bourrely, J. Soffer e T. T. Wu, Eur. Phys. J. C28, 97 (2003).
- [153] H. Cheng e T. T. Wu, Phys. Rev. Lett. 24, 1456 (1970).
- [154] A. Martin, Phys. Lett. B404, 137 (1997).
- [155] A. D. Gangal e A. S. Vengurlekar, Phys. Rev. D18, 682 (1978).
- [156] R. A. Carrigan, Phys. Rev. Lett. 24, 168 (1970).
- [157] G. Barbiellini et al, Phys. Lett. B39, 663 (1972).

- [158] S. W. MacDowell e A. Martin, Phys. Rev. D135B, 960 (1984).
- [159] M. M. Block e R. N. Cahn, CERN-TH 4203/85 (1985).
- [160] G. Matthiae, Elastic Scattering And Total Cross-Section At The Cern Sps Collider in XV Symposium on Multiparticle Dynamics, Lund (1984); CERN-EP/84-119 (1984).
- [161] R. Castaldi e G. Sanguinetti, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35, 351 (1983).
- [162] A. Donnachie e P.V. Landschoff, Z. Phys. C2, 55 (1979); Phys. Lett. B123, 345 (1983);
   Nucl. Phys. B267, 690 (1986); Phys. Lett. B296, 227 (1992).
- [163] P. A. S. Carvalho, Dissertação de Mestrado, IFGW, Unicamp (1998).
- [164] S. Bültmann et al, Phys. Lett. B579, 245 (2004).
- [165] http://www.fnal.gov/pub/today04-03-18.html (2004).
- [166] J. Molina, Tese de Doutorado, CBPF (2003).
- [167] T. Renk, hep-ph/0101203 (2001).
- [168] L. L. Jenkovszki, B. V. Strominsky e A. N. Shelkovenko, Z. Phys. C36, 495 (1987); P. Dergrolard, M. Giffon e E. Martinov, Eur. Phys. J. C18, 359 (2000); B. Z. Kopeliovich, I. K. Potashnikova, B Povh e E. Predazzi, Phys. Rev. D63, 054001 (2001); M. M. Islam, R. J. Luddy e A. V. Prokudin, Int. J. Mod. Phys. A21, 1, (2006); A. A. Godizov e V. A. Petrov, arX:hep-ph/0701121v1 (2007).
- [169] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling e B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, Cambridge Univ. Press, Seg. Edição, (1996).
- [170] P. R. Bevington, D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Science*, 2nd Edition, McGraw-Hill, (1992).
- [171] J. H. Vuolo, Fundamentos da Teoria dos Erros, Edgard Blücher Ltda. (1992).
- [172] R. Eden, Rev. Mod. Phys. 43, 15 (1971).
- [173] I. S. Gradshteyn e I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press (1980).

- [174] U. Amaldi, M. Jacob e G. Matthiae, Ann. Rev. Nucl. Sci. 26, 385 (1976).
- [175] P. Kroll, Fortschr. Phys. 24, 565 (1976); Nucl. Phys. B82, 510 (1974).
- [176] R. J. Eden, Rev. Mod. Phys. 43, 15 (1971); G. Grunberg e T. N. Truong, Phys. Lett. B31, 63 (1973).
- [177] R. Henzi e P. Valin, Phys. Lett. B132, 443 (1983); Phys. Lett. B160, 167 (1985).
- [178] R. J. Glauber e J. Velasco, Multiple Diffraction Theory of Anti-pp and pp Elastic Scattering, in Proc. Second Int. Conf. on Elastic Scattering and Diffractive Scattering, p. 219, Nova York (1988).
- [179] A. Martin, F. Cheung, Analyticity Properties and Bounds on Scattering Amplitudes. Gordon and Breach Science Publ. (1970).
- [180] R. F. Ávila, E. G. S. Luna e M. J. Menon, Phys. Rev. D67, 054020 (2003).
- [181] T. Honda et al, Phys. Rev. Lett. 70, 525 (1993).
- [182] N. N. Nikolaev, arXiv:hep-ph/9304283v1 (1993).
- [183] R. M. Baltrusaitis et al, Phys. Rev. Lett. 52, 1380 (1984).
- [184] T. K. Gaisser, U. P. Sukhatme e G. B. Yodh, Phys. Rev D37, 1350 (1987).
- [185] J. R. Cudell, E. Martinov, O. Selyugin e A. Lengyel, Phys. Lett. B587, 189 (2004).
- [186] T. Chou e C. N. Yang, Phys. Rev. D17, 1889(1978).
- [187] A. Donnachie e P. V. Landschoff, Nucl. Phys. B267, 690 (1986).
- [188] M. Saleem, F.-E-Aleem e M. Rafique, CHEP-PUB-8-84 (1984).
- [189] P. Gauron, B. Nicolescu e E. Leader, Phys. Lett. B238, 406 (1990).
- [190] C. Augier *et al*, Phys. Lett. B315, 503 (1993).
- [191] L. L. Jenkovszky et al., Z. Phys. C36, 495 (1987).
- [192] N. A. Amos et al Fermilab-Pub-92/203 (1992); N. Amos et tal, Nuovo Cimento 106A, 123 (1992).

- [193] G. J. Alner *et al*, Z. Phys. C32, 133 (1986).
- [194] P. Gauron, B. Nicolescu e E. Leader, Calculation of the real part of the nuclear amplitude at high s and small t from the Coulomb amplitude, in Workshop on Elastic and Diffractive Scattering at the Collider and Beyond, Château Blois, (1985); IPNO/TH 85-47 (1985).
- [195] A. F. Martini e M. J. Menon, Phys. Rev. D56, 4338 (1997).
- [196] M. M. Block e R. N. Cahn, Rev. Mod. Phys. 57, 563 (1985).
- [197] L. L. Jenkovszky e B. V. Struminsky, ITP-83-32E (1983).
- [198] B. Nicolescu, arXiv:hep-ph/0311096v1 (2003).
- [199] J. R. Cudell, V. Ezhela, K. Kang, S. Lugovsky e N. Tkachenko, Phys. Rev. D61, 034019 (2000); Errata: Phys. Rev. D63, 059901(E) (2001).
- [200] P. Gauron e B. Nicolescu, Nucl. Phys. B229, 640 (1988).
- [201] M. M. Block, F. Halzen, B. Margolis, E. R. White, The high-energy behavior of the forward scattering parameters: An Amplitude analysis update, in Multiparticle/94 Conference (1994). ANL-HEP-CP-94-81
- [202] M. M. Block e F. Halzen, arXiv:hep-ph/0506031v2 (2005).
- [203] K. Kang e S. K. Kim, arXiv:hep-ph/9510438v3 (1995).
- [204] E. Gotsman, E. M. Levin e U. Maor, Z. Phys. C57, 677 (1993).