

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN
DEPTO. DE RAIOS CÓSMICOS E CRONOLOGIA

ESPALHAMENTO DIFRATIVO DE HÁDRONS:
DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO
BASEADO NA QCD E DETERMINAÇÃO DE
LIMITES EXTREMOS DE PARÂMETROS
DO POMERON

Tese de Doutorado

por

Emerson Gustavo de Souza Luna

Este exemplar corresponde à
redação final da Tese de Douto-
rado defendida pelo aluno
Emerson Gustavo de Souza
Luna e aprovada pela Co-
missão Julgadora.

Tese apresentada como parte
dos requisitos para a obtenção
do título de Doutor em Ciências



18/03/05

Orientador:

Prof. Dr. Márcio J. Menon - DRCC/IFGW/UNICAMP

Campinas, fevereiro de 2005

BIBLIOTECA IFGW
UNICAMP

UNIDADE	IFGW
Nº CHAMADA	TD
	L971e
V	EX
TOMBO, BC	65624
PROC.	16-86-05
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	1,00
DATA	14-9-05
Nº CPD	

Lib. id 364664

IF/369

BC/ 65624

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

L971e

Luna, Emerson Gustavo de Souza

Espalhamento difrativo de hádrons : desenvolvimento de um modelo baseado na QCD e determinação de limites extremos de parâmetros do pomeron / Emerson Gustavo de Souza Luna. -- Campinas, SP : [s.n.], 2005.

Orientador: Márcio José Menon.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Cromodinâmica quântica. 2. Hádrons, Espalhamento de. 3. Partons. 4. Hádrons – Difração.
I. Menon, Márcio José. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

- **Título em inglês:** A QCD inspired model for proton-proton and antiproton-proton scatterings
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Quantum chromodynamics
 2. Hádrons - Scattering
 3. Partons
 4. Hádrons - Diffraction
- **Área de concentração:** Física das partículas elementares e campos
- **Titulação:** Doutor em ciências
- **Banca examinadora:**
 - Prof. Márcio José Menon
 - Prof. Eduardo de Moraes Gregores
 - Prof. Fernando Silveira Navarra
 - Profª Carola Dobrigkeit Chinellato
 - Prof. Marcelo Moraes Guzzo
- **Data da defesa:** 28.02.2005

m



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE EMERSON GUSTAVO DE SOUZA LUNA - RA 910419 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 28 / 02 / 2005.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Marcio José Menon (Orientador do Candidato) –
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Eduardo de Moraes Gregores – IFT/UNESP

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra – IF/USP

Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato – DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo – DRCC/IFGW/UNICAMP

13607910008

Ao meu filho Pedro.

Agradecimentos

Muitas pessoas tiveram um papel marcante e decisivo para que esta tese fosse concluída. Agradecer a todas em uma única folha de papel é tarefa inviável. Entretanto, mesmo correndo o risco da minha memória ocultar uma ou outra, gostaria de agradecer:

À Marisa, pelo seu amor e companheirismo durante todos estes anos de convívio, e ao pequeno Pedro, por ter encantado de forma definitiva a minha vida. Para eles vão meus maiores agradecimentos.

Aos meus pais, Oscar e Vânia, e irmãos, Judite e Luciano, que sempre apoiaram minhas decisões e estiveram presentes quando necessário.

Aos colegas Álvaro, Regina, Montanha e Sérgio, da UNICAMP, e Celine, Rachid e Jonathan, da Universidade de Montreal, pelo convívio enriquecedor.

Aos amigos Walter, Lêni, Ricardo, Nice, Alfredo, Juliana, Daniel (Chupão), Andréia, Rodolfo, Schmoo (Marcos), Astrid, Alex, Mathieu e Judith, pela grande amizade.

Ao professor Márcio José Menon, pelo convite para retornar ao IFGW, pela orientação e pelo empenho para que o meu estágio com alguns dos pioneiros dos modelos inspirados em QCD se concretizasse.

Ao povo paulista, que me custeou por meio da bolsa de estudos da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, e à FAPESP, pelo suporte financeiro.

Ao professor Orlando Peres, pela leitura criteriosa da tese e pelo interesse pelo tema.

Aos demais professores do DRCC, em especial à profa. Carola Dobrigkeit e ao prof. Marcelo Guzzo, pelas valiosas críticas, sugestões e conversas relativas a este trabalho.

Ao pessoal da biblioteca e da pós-graduação do IFGW, assim como da secretaria do DRCC, pelo enorme auxílio prestado durante minha passagem pelo IFGW.

Ao Dr. Eduardo Gregores, pelas valiosas discussões a respeito do seu trabalho sobre espalhamentos $\gamma\gamma$ e γp .

Ao colega (agora também professor) Magno Machado, pelas úteis e estimulantes discussões sobre Física, em especial sobre as distribuições GRV.

Ao Professor Claude Leroy, pela disposição em compartilhar os seus vastos conhecimentos e me proporcionar a marcante experiência de conviver com um grande cientista.

Ao professor Pierre Valin, pelo grande apoio e agradável convívio recheado de valiosas discussões, sempre regadas pela melhor cerveja de Montreal.

Ao professor George Azuelos, pela valiosa ajuda durante minha adaptação ao sistema computacional do laboratório René -J. A. Levesque e pelo convite para que eu apresentasse meu trabalho no Montreal Joint High Energy Physics Seminars.

Aos Professores Adriano A. Natale e Carlos O. Escobar, pelos conselhos e ensinamentos transmitidos ao longo destes anos, indispensáveis para que eu tivesse sempre o essencial estímulo para levar adiante meu trabalho.

Resumo

Estudamos os espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$ em altas energias por meio de uma abordagem eiconal baseada no modelo a pártons da QCD. Neste modelo a dependência com energia da seção de choque total, do parâmetro ρ e da inclinação B é associada a interações semi-duras entre os glúons dos hádrons envolvidos na colisão. A eiconal é calculada numericamente utilizando-se a mais recente função de distribuição gluônica, representada pela geração de distribuições partônicas CTEQ6. Nossos resultados para as quantidades frontais e previsões para a seção de choque diferencial em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV são compatíveis com os resultados experimentais.

A partir de um modelo estendido de Regge, estimamos limites extremos para o coeficiente linear do Pomeron, levando-se em conta discrepâncias observadas em aceleradores nos dados de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV e em estimativas de σ_{tot}^{pp} em dados de raios cósmicos. Examinamos os efeitos de Reggeons secundários introduzindo trajetórias ajustadas em um gráfico de Chew-Frautschi. Em ambos os casos estendemos a análise aos espalhamentos $bárion-p$, $méson-p$, $bárion-n$, $méson-n$, γp e $\gamma\gamma$, apresentando testes de fatorização e de regra de contagem de quarks.

Abstract

We study hadron-hadron collisions at high energies, in special pp and $\bar{p}p$ elastic scattering, by considering the eikonal approach based on the QCD improved parton model. In this model the energy dependence of the total cross section, the ρ parameter and the slope is driven by gluon-gluon semihard scattering in the nucleons. The eikonal is evaluated numerically using the most recent information on the gluon distribution function, represented by the CTEQ6 generation. Our results for the forward quantities and predictions for the differential cross section at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV are found to be in general agreement with the experimental data.

By using an extended Regge parametrization and taking into account the discrepancies in the high-energy pp and $\bar{p}p$ total cross section data in both accelerator and cosmic-ray regions, we estimate extrema bounds for the soft Pomeron intercept. We also examine the effects of the secondary Reggeons by introducing fitted trajectories from Chew-Frautschi plots. In both cases we extend the analysis to *baryon-p*, *meson-p*, *baryon-n*, *meson-n*, γp and $\gamma\gamma$ scattering, presenting tests on factorization and quark counting rules.

Índice

Introdução	1
1 Formalismo Geral	7
1.1 Cinemática e Grandezas Físicas	7
1.2 A Expansão em Ondas Parciais	10
1.3 Representações de Parâmetro de Impacto e Eiconal	12
1.4 Dados Experimentais	15
2 O Modelo a Pártons da Cromodinâmica Quântica	21
2.1 A Cromodinâmica Quântica (QCD)	21
2.1.1 A Lagrangiana da QCD	21
2.1.2 A Constante de Acoplamento Efetiva α_s	23
2.2 O Modelo a Pártons da QCD e as Funções de Distribuição Partônicas . . .	26
2.2.1 O Modelo a Pártons Original	27
2.2.2 O Modelo a Pártons da QCD	31
3 Um Modelo Eiconal Inspirado em QCD	37
3.1 Introdução	37
3.2 Evolução do Modelo	38
3.2.1 Versões Anteriores	38
3.2.2 Versão Atual	42
3.3 Alguns Problemas do Formalismo Atual	47
4 O Modelo Eiconal e as Novas Funções de Distribuição	55
4.1 Introdução	55
4.2 A Implementação da Escala Q no Formalismo	56
4.3 A Distribuição de Glúons CTEQ6	62

4.4	O Método de Parametrização Polinomial	66
4.5	O Cálculo da Função de Estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$	70
4.6	Resultados	73
5	Limites Extremos do Coeficiente Linear do Pomeron	93
5.1	Introdução	93
5.2	Parametrização de Regge Estendida	94
5.3	Discrepâncias em Dados de Aceleradores	95
5.4	Incertezas em Dados de Raios Cósmicos	100
6	Conclusões Finais e Perspectivas	107
A	As Relações de Dispersão	113
A.1	Relações de Dispersão Derivativas	115
B	A Função $W(b, \mu)$	117
C	A Inclinação B	121
D	A Integral de Convolução $f_g \otimes f_g$	123
E	O Método de Parametrização Polinomial e as Distribuições GRV	125
	Bibliografia	134

Relação das Figuras

1.1	Diagramas simbólicos para a reação $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ no (a) canal- s , (b) canal- t e (c) canal- u	9
1.2	Diagrama de Mandelstam com as regiões físicas dos canais s , t e u	9
1.3	Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para o espalhamento $\bar{p}p$ nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 546$ GeV e $\sqrt{s} = 1.8$ TeV.	17
1.4	Dados experimentais de seção de choque total para os espalhamentos pp (preto) e $\bar{p}p$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores.	18
1.5	Dados experimentais de parâmetro ρ para os espalhamentos pp (preto) e $\bar{p}p$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores.	19
1.6	Dados experimentais de inclinação B para os espalhamentos pp (preto) e $\bar{p}p$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores.	20
2.1	Espalhamento inelástico ($W^2 \gg m_p^2$) profundo ($Q^2 \gg m_p^2$) $ep \rightarrow eX$. As quantidades k^μ e k'^μ são os quadrimomenta do elétron, p^μ é o quadrimomentum do alvo (próton) e $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomentum transferido ($-q^2 = Q^2$). W e m_p são as massas do sistema X e do próton, respectivamente.	27
2.2	Processos partônicos que contribuem para o espalhamento inelástico profundo: (a) diagrama de ordem mais baixa, relacionado ao modelo a pártons simples e (b,c) diagramas de QCD de primeira ordem em α_s , relacionados ao modelo a pártons da QCD.	32

2.3	Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMS, BDCMS e E665. Os valores de F_2 em $x \sim 0.25$ estão na região onde a invariância de escala foi originalmente observada nos experimentos do SLAC.	35
2.4	Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMS, BDCMS e E665.	36
3.1	Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt _{\sqrt{s}=1.8 \text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, calculadas com os parâmetros originais do MQCD3 [20]. $\chi^2/gl = 4.29$	50
3.2	Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt _{\sqrt{s}=1.8 \text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, calculadas com os parâmetros resultantes da reanálise do MQCD3 original. $\chi^2/gl = 1.12$	51
3.3	Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt _{\sqrt{s}=1.8 \text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, calculadas com os parâmetros resultantes da análise global com o vínculo $\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{q\bar{q}}}$ e com fatores μ_{gg} , $\mu_{q\bar{q}}$ e μ^- como parâmetros livres. $\chi^2/gl = 1.11$	52
3.4	Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt _{\sqrt{s}=1.8 \text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, calculadas com os parâmetros resultantes da análise global sem o vínculo $\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{q\bar{q}}}$ e com fatores μ_{gg} , $\mu_{q\bar{q}}$ e μ^- como parâmetros livres. $\chi^2/gl = 1.07$	53
4.1	Diagramas de Feynman em ordem dominante (LO) para o processo $gg \rightarrow gg$	57
4.2	Função de estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$ calculada a partir da distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1.	64
4.3	A constante de acoplamento $\alpha_s^{LO}(Q^2)$ das funções de distribuição CTEQ6L1. À direita temos as curvas, calculadas com diferentes valores do parâmetro Λ , que compõem a curva de $\alpha_s^{LO}(Q^2)$	65
4.4	Diagrama de Feynman de mais baixa ordem para o processo $\mathcal{A} + \mathcal{B} \rightarrow jatos$	76

4.5	Dispersão dos valores de χ^2/gl em relação aos valores de Q_{min}^2 . gl é o número de graus de liberdade.	77
4.6	Seção de choque total para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ calculada via o MQCD4.	78
4.7	Parâmetro ρ para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ calculado via o MQCD4. . . .	79
4.8	Inclinação B para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ calculada via o MQCD4. . . .	80
4.9	Previsões para a seção de choque diferencial para o espalhamento $\bar{p}p$, em diferentes energias de centro de massa, calculadas via o MQCD4.	82
4.10	Comparação entre os fatores de forma $W(b, \mu_{ij})$, $ij = gg, qq$ e qg , dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.	84
4.11	Comparação entre as partes reais das seções de choque elementares σ_{gg} , σ_{qq} e σ_{qg} dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.	85
4.12	Comparação entre as partes imaginárias das seções de choque elementares σ_{gg} , σ_{qq} e σ_{qg} dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.	86
4.13	Comparação entre as partes reais das eiconais $\chi^{pp}(b, s)$ dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4, calculadas nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 200$ GeV, 500 GeV, 1.8 TeV e 14 TeV.	87
4.14	Comparação entre as partes imaginárias das eiconais $\chi^{pp}(b, s)$ dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4, calculadas nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 200$ GeV, 500 GeV, 1.8 TeV e 14 TeV.	88
4.15	Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	89
4.16	Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	90
4.17	Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	91

4.18	Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	92
5.1	Medidas de seção de choque total para os espalhamentos pp (preto) e $\bar{p}p$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores [32].	96
5.2	Ajuste individual ao Conjunto I (linha pontilhada) e Conjunto II (linha cheia) de dados de seção de choque total e previsões para o parâmetro ρ , calculado utilizando-se a expressão (5.3) com $K = 0$	97
5.3	Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração nula ($K = 0$).	99
5.4	Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração K livre.	100
5.5	Previsões para a seção de choque total pp e $\bar{p}p$ utilizando a parametrização (5.4).	101
5.6	Estimativas da seção de choque total pp a partir de dados de raios cósmicos [Tabela 5.3].	103
5.7	Ajuste individual aos (a) dados de seção de choque total e (b) previsões para o parâmetro ρ , calculado utilizando-se a expressão (5.3) com $K = 0$	104
5.8	Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração nula ($K = 0$).	105
5.9	Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração K livre.	105
5.10	Resultados dos ajustes globais aos dados dos espalhamentos $\pi^\pm p$, $K^\pm p$, γp e $\gamma\gamma$ com $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.109$ (linha cheia) e $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.081$ (linha tracejada) [101].	106
6.1	Curvas arbitrárias de σ_{tot} e parâmetros ρ correspondentes, calculados via (6.1) e comparados aos dados de σ_{tot} e ρ acima de $\sqrt{s} = 100$ GeV.	109
6.2	Seção de choque total, parâmetro ρ e inclinação B para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$, calculados levando-se em conta diferentes valores da massa dinâmica do glúon.	111

E.1	Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	129
E.2	Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	130
E.3	Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	131
E.4	Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.	132

Relação das Tabelas

3.1	Parâmetros do MQCD3 original e do modelo reanalisado, fixando-se e ajustando-se os parâmetros de acordo com a referência [20].	46
3.2	Parâmetros do MQCD3-reajustado considerando-se também os fatores μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- como parâmetros livres.	48
4.1	Coeficientes C_{ij} da expansão (4.37) para a função de distribuição de glúons CTEQ6L1 no intervalo cinemático $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ e $1.3 \text{ GeV} \leq Q \leq 10^4 \text{ GeV}$. 69	
4.2	Distribuição dos valores de χ^2/gl em relação aos valores de Q_{min}^2 . Resultados válidos utilizando-se a função de distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1.	75
4.3	Parâmetros do MQCD4 resultantes do ajuste global aos dados de seção de choque total, parâmetro ρ e inclinação B . Resultados obtidos utilizando-se a distribuição de glúons CTEQ6L1 e ajustes simultâneos de σ_{tot} , ρ e B acima de $\sqrt{s} = 15 \text{ GeV}$	81
4.4	Previsões do MQCD4 em algumas energias de centro de massa para as seções de choque totais, parâmetros ρ e inclinações B em espalhamentos pp e $\bar{p}p$	83
5.1	Parâmetros dos ajustes individuais (σ_{tot}) e globais ($\sigma_{tot} + \rho$) aos dados de seção de choque total e parâmetro ρ	98
5.2	Parâmetros do ajuste global aos dados de seção de choque total e aos valores do parâmetro ρ adotando-se uma constante de subtração K livre e uma parametrização com pólo triplo. O elevado valor do χ^2/gl (~ 2) nos dois casos descarta a parametrização (5.4).	98
5.3	Valores de σ_{tot}^{pp} a partir de dados de σ_{prod}^{p-ar} (raios cósmicos). Alguns erros assimétricos foram normalizados aos respectivos valores médios.	102
5.4	Parâmetros de ajustes individuais e globais aos dados de seção de choque total e parâmetro ρ com Conjunto I + NGSY e Conjunto II + BHS.	102

- E.1 Coeficientes C_{ij} da expansão (4.37) para a função de distribuição de glúons GRV98 no intervalo cinemático $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ e $0.8 \text{ GeV} \leq Q \leq 10^4 \text{ GeV}$. 127

Introdução

O estudo do espalhamento de hádrons em processos envolvendo pequeno momentum transferido (processos suaves) é atualmente um dos tópicos mais importantes e desafiadores da Física de altas energias. Esses processos envolvem tanto o espalhamento elástico de hádrons, como também dissociações simples e duplas, nas quais uma das partículas colidentes (ou ambas, no caso da dissociação dupla) sofre excitação, dando origem a um feixe de partículas ou a uma ressonância. Ao contrário do que ocorre nos processos com grande momentum transferido (processos duros), onde a propriedade de liberdade assintótica da Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics*, QCD)¹ permite a aplicação de métodos perturbativos na análise de propriedades hadrônicas, nos processos suaves o fenômeno de confinamento se manifesta de forma plena, impossibilitando a abordagem perturbativa e tornando necessário o desenvolvimento de novos esquemas de cálculo. A importância da região de pequeno momentum transferido se deve não apenas ao confinamento ser uma característica exclusiva das interações fortes, mas também pelo fato dos processos difrativos serem os dominantes em espalhamentos a altas energias. Os processos difrativos caracterizam-se pela ausência de troca de números quânticos entre as partículas interagentes, sendo a principal assinatura experimental a presença de grandes lacunas na distribuição de rapidez, geradas pela ausência de atividade hadrônica em determinadas regiões do espaço de fase.

Atualmente as estratégias e esquemas adotados no estudo de processos difrativos baseiam-se na procura de formalismos e métodos de cálculo fundamentados em princípios gerais associados à teoria axiomática de campos, como por exemplo, analiticidade, unitaridade e cruzamento. Com o auxílio de modelos fenomenológicos, buscam-se conexões com teorias de campo e correlações entre os princípios gerais, a QCD e os dados experimentais [1, 2].

A QCD [3, 4, 5], considerada a teoria padrão das interações fortes, é uma teoria de campo local não-abeliana, baseada em uma simetria de calibre exata $SU(3)$. A teoria descreve a interação entre quarks e glúons, os constituintes dos hádrons chamados coletivamente

¹Nesta tese, apesar de evitarmos o uso de anglicismos, optamos por empregar as siglas mais correntes na literatura.

de pártons, mas a existência de estados físicos destes constituintes livres é proibida pelo fenômeno de confinamento. Isto se traduz pela impossibilidade de observação isolada de quarks e glúons no laboratório, onde os processos físicos envolvem apenas léptons, bósons vetoriais e hádrons. Contudo, uma ponte entre a dinâmica elementar descrita pela QCD e os processos físicos envolvendo hádrons pode ser estabelecida pelo *modelo a pártons da QCD*, onde as interações entre hádrons são descritas em termos de interações entre quarks e glúons.

No modelo a pártons o espalhamento duro de hádrons é o resultado da soma de todos os espalhamentos possíveis entre os pártons dos hádrons envolvidos na colisão, com cada seção de choque partônica $\hat{\sigma}_{ab}$ ($a, b = q, \bar{q}, g$) sendo convoluída com uma função de distribuição $f_a(x, Q^2)$ apropriada. O modelo emprega largamente cálculos perturbativos ao nível partônico e seu sucesso na descrição de processos duros é intimamente relacionado à propriedade de liberdade assintótica da QCD, que prevê um valor pequeno para o acoplamento de quarks e glúons em distâncias curtas, de forma que os quarks se comportem como partículas livres em energias assintóticas.

A idéia de se tentar utilizar o modelo a pártons da QCD no estudo de alguns processos hadrônicos suaves, foi motivada pela descoberta do importante papel dos glúons na produção central de bósons pesados em colisões hádron-hádron [6, 7], mesmo antes da observação dos eventos de *mini-jatos* [8, 9], que evidenciaram o papel das interações partônicas no espalhamento nucleon-nucleon em altas energias. Mini-jatos são jatos com momentum transversal pequeno ($p_T \sim 5$ GeV) e, no modelo a pártons, resultam de interações párton-párton semi-duras, definidas como interações entre pártons com $p_T \gtrsim 1$ GeV e $x \ll 1$ [10], onde x é a fração de momentum do nucleon carregada por cada párton. Neste contexto o crescimento das seções de choque nucleon-nucleon pode ser associado, ao menos qualitativamente, ao aumento em função da energia do número de mini-jatos de QCD, ou seja, da mesma forma que canais inelásticos contribuem para a seção de choque total via unitariedade, espera-se que a presença de interações semi-duras também contribua para a amplitude de espalhamento elástico.

Tais idéias foram incorporadas em uma classe de modelos aplicados ao estudo de processos difrativos suaves, denominados *inspirados em QCD* ou *modelos de mini-jatos*. Nestes modelos, desenvolvidos a partir da década de 80 [11, 12, 13, 14, 15, 16], o crescimento da seção de choque total nas mais altas energias é atribuído principalmente aos espalhamentos semi-duros entre os pártons dos hádrons envolvidos na colisão, especialmente glúons. Esta

abordagem obteve sucesso na descrição de diversas quantidades físicas relacionadas ao espalhamento hadrônico elástico próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$), como por exemplo, seção de choque total σ_{tot} , inclinação B e parâmetro ρ . Atualmente estes modelos fornecem previsões desses observáveis para as energias de centro de massa dos aceleradores Tevatron ($\sqrt{s} \sim 2$ TeV) e LHC (*Large Hadron Collider*, $\sqrt{s} = 14$ TeV) [16, 17].

Entretanto, alguns ingredientes dos modelos inspirados em QCD estão em descompasso com o grande avanço ocorrido na fenomenologia hadrônica nos últimos anos, o que afeta a validade das atuais previsões assintóticas e requer, portanto, uma devida revisão. Dentre estes ingredientes podemos citar, por exemplo, as funções de distribuição partônicas utilizadas e a escala de massa m_0 adotada, definida como a escala de energia típica para o início de espalhamentos semi-duros entre glúons. Com relação às funções de distribuição, os trabalhos mais recentes [18, 19, 20, 21] continuaram a adotar funções simples, construídas intuitivamente com base em regras de contagem e fenomenologia de Regge. Porém, os resultados em espalhamento inelástico profundo dos experimentos ZEUS e H1 [22, 23] têm permitido o estudo e determinação das funções de distribuição partônicas em um amplo regime cinemático. A atualização das funções de distribuição empregadas em modelos inspirados em QCD é o objetivo central desta tese, na qual todo o formalismo teórico e computacional necessário para a incorporação da nova geração de funções de distribuição foi desenvolvido. Neste novo formalismo o papel da escala de massa m_0 , usualmente fixada de maneira *ad hoc* em um valor típico da região infravermelha ($m_0 \sim 600$ MeV), é agora realizado por uma escala de corte Q_{min} determinada fenomenologicamente por meio de ajustes globais aos dados das grandezas físicas frontais $\sigma_{tot}^{\bar{p}p,pp}$, $B^{\bar{p}p,pp}$ e $\rho^{\bar{p}p,pp}$. Nestes ajustes os valores de Q_{min} são determinados utilizando-se vínculos que restringem os cálculos a processos semi-duros.

Uma forma alternativa de abordagem aos espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$ discutida nesta tese (e independente da anterior) diz respeito ao estudo do espalhamento frontal de hádrons através de um formalismo analítico baseado na fenomenologia de Regge, em que o espalhamento de dois corpos $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ no limite de altas energias é descrito em termos da troca de *trajetórias* de Regge. Nesta abordagem, por meio de um modelo estendido de Pomeron simples, determinamos os valores limites para o coeficiente linear (*intercept*) do Pomeron. Os limites são determinados levando-se em conta discrepâncias existentes em dados de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ de aceleradores na região do Tevatron e incertezas em dados de σ_{tot}^{pp} extraídos de experimentos de raios cósmicos. Os efeitos destes limites, bem como

os de trajetórias secundárias fitadas no gráfico de Chew-Frautschi, são investigados nos espalhamentos gama-gama, gama-próton, bárion-nucleon e méson-nucleon.

A organização da tese segue a seguinte estrutura: no capítulo 1 apresentamos alguns tópicos relacionados à teoria do espalhamento, introduzindo elementos de cinemática relativística, a expansão em ondas parciais e as representações de parâmetro de impacto e eiconal. Em seguida, apresentamos os dados experimentais relacionados às grandezas físicas a serem empregadas no estudo das propriedades do Pomeron e descritas pela nova versão do modelo inspirado em QCD.

No capítulo 2 fazemos uma breve introdução à Cromodinâmica Quântica, ao modelo a pártons simples (*naive*) e ao modelo a pártons melhorado, no qual a invariância de escala de Bjorken apontada pelo modelo simples é quebrada por logaritmos de Q^2 , conforme previsto pela QCD. Em seguida, deduzimos as expressões em ordem dominante (*leading order*, LO) e ordem seguinte à dominante (*next to leading order*, NLO) para a constante de acoplamento da QCD, um dos parâmetros fundamentais do modelo padrão. Na última seção, introduzimos a geração moderna de funções de distribuição partônicas, em especial a recente função de distribuição de glúons CTEQ6, adotada como a função padrão nos cálculos envolvendo o novo formalismo desenvolvido nesta tese.

No terceiro capítulo descrevemos em detalhe a evolução de um dos modelos da classe inspirada em QCD, desenvolvido a partir dos trabalhos pioneiros de Leroy, L'Heureux, Margolis e Valin. Após uma apresentação detalhada das mudanças do modelo ao longo do tempo, implementadas principalmente por Block e colaboradores, apontamos alguns aspectos insatisfatórios ainda presentes no atual formato do modelo.

No capítulo 4 introduzimos o formalismo teórico e computacional utilizados na reformulação do modelo inspirado em QCD discutido no capítulo 3. Em especial, apresentamos as principais técnicas computacionais envolvidas na implantação da função de distribuição de glúons CTEQ6 no novo formalismo, e discutimos as mudanças e aprimoramentos implementados em um método de parametrização polinomial originalmente aplicado à primeira geração de funções de distribuição partônicas, desenvolvido por Eichten e colaboradores, mostrando a aplicabilidade do método aperfeiçoado à nova geração de funções de distribuição partônicas e sua melhor precisão em relação ao método original.

No capítulo 5 obtemos os valores limites (extremos e restritos) para o acoplamento e coeficiente linear do Pomeron em um modelo estendido de Pomeron simples. Em seguida estendemos a análise aos espalhamentos elásticos méson-próton, bárion-próton, bárion-

nêutron, gama-próton e gama-gama.

As observações finais da tese, bem como os possíveis desdobramentos e perspectivas desta área de pesquisa, estão contidos na conclusão.

Nesta tese utilizamos as unidades naturais $\hbar = c = 1$, seguindo a convenção usualmente adotada em Física de Altas Energias. Com esta escolha temos as relações dimensionais $[\text{comprimento}] = [\text{tempo}] = [\text{energia}]^{-1} = [\text{massa}]^{-1}$.

Capítulo 1

Formalismo Geral

1.1 Cinemática e Grandezas Físicas

O espalhamento *exclusivo* de dois corpos

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \tag{1.1}$$

pode ser descrito por duas variáveis independentes¹, escolhidas usualmente entre as variáveis de Mandelstam s , t e u [24], definidas como

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \tag{1.2}$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \tag{1.3}$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2, \tag{1.4}$$

onde p_1, \dots, p_4 são os quadrimomenta das partículas 1, ..., 4, respectivamente. As variáveis invariantes de Mandelstam obedecem a identidade

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2, \tag{1.5}$$

resultante da condição de conservação de momentum $p_1 + p_2 - p_3 - p_4 = 0$ e das definições (1.2-1.4). Em geral, s e t são as variáveis independentes adotadas que, na reação (1.1), representam o quadrado da energia total no centro de massa (CM) e o quadrado do momentum transferido, respectivamente. Um caso especial do espalhamento de dois corpos, de interesse particular nesta tese, é o *espalhamento elástico* $1 + 2 \rightarrow 1' + 2'$, onde as duas partículas permanecem inalteradas após a colisão, apesar da diferente configuração cinemática. No

¹É possível verificar que em uma reação do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + N$, o número de variáveis independentes invariantes por Lorentz é $3N - 10$.

caso do espalhamento elástico de partículas com mesma massa m , as variáveis s e t são dadas por

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 4(k^2 + m^2), \quad (1.6)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = -4k^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (1.7)$$

onde k e θ são o módulo do momentum e o ângulo de espalhamento no CM, respectivamente. Os domínios físicos de s e t são determinados pelos limites cinemáticos de k e θ : para $k \geq 0$ e $0 \leq \sin^2(\frac{\theta}{2}) \leq 1$, temos

$$s \geq 4m^2 \quad \text{e} \quad t \leq 0. \quad (1.8)$$

Em um espalhamento de dois corpos contendo apenas uma partícula virtual, é comum descrevermos a partícula como estando em um determinado *canal*. O espalhamento (1.1) é definido como um processo de canal- s , uma vez que a variável $s = (p_1 + p_2)^2$ é o quadrado da energia total no CM. Pela simetria de cruzamento, no canal- t a reação (1.1) torna-se

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4, \quad (1.9)$$

onde $\bar{3}$ ($\bar{2}$) representa a antipartícula de 3 (2), com momentum oposto. Neste caso, o quadrado da energia no CM passa a ser dado por $(p_1 + p_{\bar{3}})^2 = (p_1 - p_3)^2 = t$, e o quadrado do momentum transferido por $(p_1 - p_{\bar{2}})^2 = (p_1 + p_2)^2 = s$. No caso de espalhamento elástico de partículas idênticas:

$$t = (p_1 + p_{\bar{3}})^2 = 4(k_t^2 + m^2), \quad (1.10)$$

$$s = (p_1 - p_{\bar{2}})^2 = -4k_t^2 \sin^2\left(\frac{\theta_t}{2}\right), \quad (1.11)$$

onde k_t e θ_t são o módulo do momentum e o ângulo de espalhamento no CM do canal- t , respectivamente (Figura 1.1). Os domínios físicos de t e s são agora definidos pelos limites cinemáticos de k_t e θ_t , e correspondem a

$$t \geq 4m^2 \quad \text{e} \quad s \leq 0. \quad (1.12)$$

Apesar dos processos nos canais s e t representarem diferentes regiões físicas, desconectadas no espaço s e t (Figura 1.2), a simetria de cruzamento da matriz S permite que os processos sejam descritos pela mesma amplitude de espalhamento, de forma que

$$F_{1+2 \rightarrow 3+4}(s, t) = F_{1+\bar{3} \rightarrow \bar{2}+4}(t, s). \quad (1.13)$$

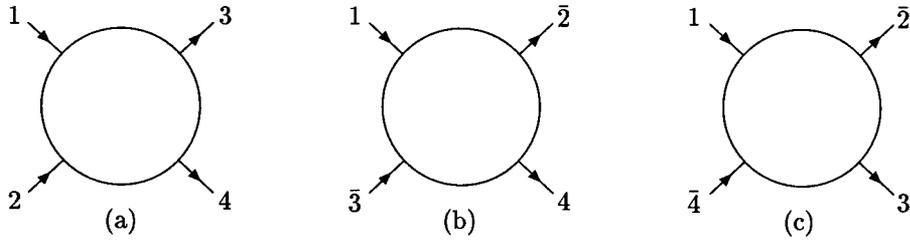


Figura 1.1: Diagramas simbólicos para a reação $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ no (a) canal- s , (b) canal- t e (c) canal- u .

Portanto, os processos (1.1) e (1.9) são relacionados um ao outro simplesmente pela troca das variáveis s e t . Os casos de interesse desta tese, os espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$, são descritos nos seguintes canais:

$$\text{canal } s: \quad p + p \rightarrow p + p, \tag{1.14}$$

$$\text{canal } t: \quad \bar{p} + p \rightarrow \bar{p} + p. \tag{1.15}$$

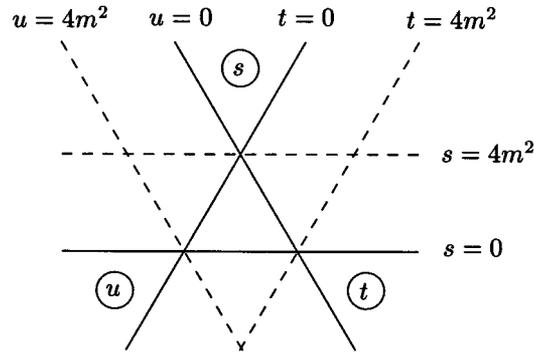


Figura 1.2: Diagrama de Mandelstam com as regiões físicas dos canais s , t e u .

No espalhamento de partículas sem *spin* e com massas iguais, a amplitude de *espalhamento elástico* f é uma função das variáveis s e t , a partir das quais tem-se a seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \frac{\pi}{k^2} |f(s, t)|^2 \tag{1.16}$$

e a seção de choque total

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{f(s, t = 0)\}, \quad (1.17)$$

sendo esta última relação conhecida por *teorema óptico*. Por conveniência, nesta tese utilizaremos uma normalização alternativa para a amplitude de espalhamento elástico, definida de forma que

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \pi |F(s, t)|^2, \quad (1.18)$$

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \text{Im}\{F(s, t = 0)\}. \quad (1.19)$$

Tal normalização implica na relação $F = f/k$, assegurando a invariância de Lorentz da amplitude $F = F(s, t)$ [25].

Além das seções de choque total e diferencial, outras grandezas físicas de interesse no estudo do espalhamento elástico de hádrons são: a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento frontal ($t = 0$),

$$\rho(s) = \frac{\text{Re}\{F(s, t = 0)\}}{\text{Im}\{F(s, t = 0)\}}, \quad (1.20)$$

e a inclinação (*slope*) da seção de choque diferencial em $t = 0$,

$$B(s) = \left[\frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma_{el}(s, t)}{dt} \right] \Big|_{t=0}. \quad (1.21)$$

1.2 A Expansão em Ondas Parciais

No caso de espalhamento de partículas sem *spin*, a invariância rotacional assegura que a amplitude de espalhamento elástico possa ser decomposta em uma expansão em ondas parciais $a_l(k)$, com a dependência angular dada por [26]

$$\begin{aligned} f(k, \theta) &= \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) a_l(k) P_l(\cos \theta) \\ &= \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) [1 - e^{2i\delta_l(k)}] P_l(\cos \theta), \end{aligned} \quad (1.22)$$

onde $\delta_l(k)$ é uma fase associada à onda parcial com momentum angular l , P_l é o polinômio de Legendre de ordem l e $\theta(k)$ é o ângulo de espalhamento (momentum) no referencial de centro de massa.

A seção de choque elástica σ_{el} é obtida integrando-se a seção de choque diferencial elástica sobre o ângulo sólido, de tal forma que

$$\begin{aligned}
 \sigma_{el} &= \int d\Omega \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \int d\Omega |f(k, \theta)|^2 \\
 &= \int d\Omega \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos \theta) \right|^2 \\
 &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{l'=0}^{\infty} (2l+1) (2l'+1) a_l(k) a_{l'}^*(k) 2\pi \int_{-1}^{+1} d\cos \theta P_l(\cos \theta) P_{l'}^*(\cos \theta) \\
 &= 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l(k)|^2,
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

onde usamos a relação $P_l(\cos \theta) = P_l^*(\cos \theta)$ e a propriedade de ortogonalidade dos polinômios de Legendre

$$\int_{-1}^{+1} d\cos \theta P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'}. \tag{1.24}$$

A seção de choque total σ_{tot} é obtida por meio do teorema óptico, equação (1.19), já que, pela equação (1.7), a condição $t = 0$ implica em $\theta = 0$:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tot} &= \frac{4\pi}{k} \text{Im}\{f(k, \theta = 0)\} \\
 &= \frac{4\pi}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \text{Im}\{a_l(k)\}.
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

A seção de choque inelástica σ_{in} pode ser obtida diretamente a partir das expressões para σ_{tot} e σ_{el} , uma vez que $\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in}$. Entretanto, no caso em que não ocorrem colisões inelásticas, $\sigma_{tot} = \sigma_{el}$. Logo, igualando-se as expressões (1.23) e (1.25), podemos obter diretamente a condição de unitariedade elástica:

$$\text{Im}\{a_l(k)\} = k |a_l(k)|^2. \tag{1.26}$$

A condição acima é automaticamente obedecida nos casos em que a fase $\delta_l(k)$ é real. Isto pode ser verificado diretamente a partir da condição de unitariedade da matriz de espalhamento S para espalhamentos elásticos que, em ondas parciais, é escrita na forma $S_l(k) = e^{2i\delta_l(k)} = 1 + 2ika_l(k)$ [27]. Neste caso, é fácil verificar que a condição de unitariedade elástica $S_l(k)S_l^\dagger(k) = S_l^\dagger(k)S_l(k) = 1$ é válida apenas quando a fase $\delta_l(k)$ é real.

Em colisões em que há inelasticidade, como é o caso de interesse nesta tese, a fase $\delta_l(k)$ é complexa, com $\text{Im}\{\delta_l(k)\} > 0$. Portanto, nos casos em que temos a presença de

canais elásticos e inelásticos, a matriz de espalhamento S em ondas parciais é reescrita na forma $S_l(k) = \eta_l(k) e^{2i\zeta_l(k)}$, onde $\eta_l(k) \equiv e^{-2\text{Im}\{\delta_l\}}$ e $\zeta_l(k) \equiv \text{Re}\{\delta_l\}$ são quantidades reais, e a condição de unitariedade (1.26) deve ser substituída pela condição de unitariedade mais geral

$$\text{Im}\{a_l(k)\} \geq k |a_l(k)|^2. \quad (1.27)$$

Com estas definições, a condição de unitariedade geral (1.27) pode ser finalmente escrita na forma [27]

$$\text{Im}\{a_l(k)\} - k |a_l(k)|^2 = \frac{1 - \eta_l^2(k)}{4k}, \quad (1.28)$$

onde $0 \leq \eta_l(k) \leq 1$. Portanto, é imediato verificarmos que a condição de unitariedade elástica (1.26) é uma situação particular da condição de unitariedade geral (1.28) no caso em que $\eta_l(k) = 1$. O coeficiente $\eta_l(k)$ é usualmente denominado *coeficiente de absorção* e o caso em que $\eta_l(k) = 1$ é conhecido como *limite elástico*.

Em termos dos coeficientes $\eta_l(k)$ e $\zeta_l(k)$, as seções de choque total, elástica e inelástica são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_{tot} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - \eta_l \cos 2\zeta_l], \quad (1.29)$$

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - 2\eta_l \cos 2\zeta_l + \eta_l^2], \quad (1.30)$$

$$\sigma_{in} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - \eta_l^2]. \quad (1.31)$$

1.3 Representações de Parâmetro de Impacto e Eiconal

No regime de altas energias torna-se possível a construção de uma representação muito útil no tratamento de casos em que o número de ondas parciais que contribuem para o espalhamento é muito grande: a *representação de parâmetro de impacto*. Embora a soma em l seja feita sobre todos os valores possíveis de l , no caso de potenciais com alcance finito temos para cada valor de energia um valor máximo l_M , dado aproximadamente por

$\sqrt{l_M(l_M + 1)} \simeq kr_0$, onde r_0 é o alcance do potencial. Em altas energias $kr_0 \gg 1$, implicando na condição $l_M \gg 1$. Neste caso, podemos reescrever a expressão (1.22) na forma integral

$$f(k, \theta) = \frac{i}{2k} \int_0^\infty dl (2l + 1) [1 - e^{i\chi(k, l)}] P_l(\cos \theta), \quad (1.32)$$

onde a função $\chi(k, l)$, denominada *função eiconal*, é uma extensão contínua de $2\delta_l(k)$ [28]. Neste mesmo regime ($l \gg 1$), é válida a aproximação $P_l(\cos \theta) \approx J_0\left((2l + 1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$, onde J_0 é a função de Bessel de ordem 0. A partir da aproximação semi-clássica $b = \frac{1}{k}(l + \frac{1}{2})$, onde o parâmetro de impacto b é interpretado como a distância mínima de aproximação entre duas partículas em colisão, a integral $\int dl$ pode ser substituída por uma integral $\int k db$. Logo, com auxílio das relações (1.6) e (1.7), podemos escrever uma expressão para a amplitude elástica em função do momentum transferido $q (\equiv \sqrt{-t})$ e da energia s na forma

$$f(q, s) = ik \int_0^\infty b db J_0(qb) [1 - e^{i\chi(b, s)}], \quad (1.33)$$

onde identificamos $f(k, \theta) = f(q, s)$. Na chamada *representação eiconal*, o termo $1 - e^{i\chi(b, s)}$ é associado à *função de perfil* $\Gamma(b, s)$, de tal forma que

$$1 - e^{i\chi(b, s)} = \Gamma(b, s). \quad (1.34)$$

Logo, por meio da normalização $F = f/k$ e da relação $q = \sqrt{-t}$, podemos reescrever a expressão (1.33) na forma

$$F(s, t) = i \int_0^\infty b db J_0(b\sqrt{-t}) \Gamma(b, s). \quad (1.35)$$

Embora o tratamento aqui utilizado para estabelecer a expressão (1.35) envolva aproximações, é possível demonstrar, por meio da transformada de Watson-Sommerfeld, que a representação de parâmetro de impacto para a amplitude de espalhamento é válida para qualquer ângulo de espalhamento e qualquer energia [29].

Pela expressão (1.35) vemos que a função de perfil $\Gamma(b, s)$ é a transformada de Fourier-Bessel da amplitude $F(s, t)$:

$$\Gamma(b, s) = -i \int_0^\infty q dq F(s, t) J_0(bq). \quad (1.36)$$

Sua parte real, associada à parte imaginária de $F(s, t)$, é relacionada via unitaridade às contribuições dos canais elásticos e inelásticos [2]:

$$2\text{Re}\{\Gamma(b, s)\} = |\Gamma(b, s)|^2 + G_{in}(b, s), \quad (1.37)$$

onde $G_{in}(b, s)$ é conhecida como *função de recobrimento inelástica*. Uma consequência física direta da expressão (1.37) é que nenhum processo de espalhamento pode ser unicamente inelástico. Isto é análogo ao que ocorre na difração em óptica clássica, onde a incidência de ondas planas em um disco absorvedor equivale à difração de ondas planas por uma abertura circular. Quando a energia aumenta, a amplitude elástica tende a ser puramente imaginária e o espalhamento elástico é esperado ser puramente difrativo.

A partir do teorema óptico (1.19), da representação eiconal (1.34) e da condição de unitaridade (1.37), as seções de choque total, elástica e inelástica podem ser escritas na forma

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}(s) &= 4\pi \int_0^\infty b db \text{Re}\{\Gamma(b, s)\} \\ &= 4\pi \int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I(b, s)} \cos \chi_R(b, s)], \end{aligned} \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{el}(s) &= 2\pi \int_0^\infty b db |\Gamma(b, s)|^2 \\ &= 2\pi \int_0^\infty b db |1 - e^{-\chi_I(b, s) + i\chi_R(b, s)}|^2, \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{in}(s) &= 2\pi \int_0^\infty b db G_{in}(b, s) \\ &= 2\pi \int_0^\infty b db [1 - e^{-2\chi_I(b, s)}], \end{aligned} \quad (1.40)$$

onde $\chi_R(b, s) \equiv \text{Re}\{\chi(b, s)\}$ e $\chi_I(b, s) \equiv \text{Im}\{\chi(b, s)\}$. O parâmetro ρ , definido como a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico, é dado por

$$\rho(s) = \frac{\text{Re}\{i \int b db [1 - e^{i\chi(b, s)}]\}}{\text{Im}\{i \int b db [1 - e^{i\chi(b, s)}]\}}, \quad (1.41)$$

e a seção de choque diferencial elástica por

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \frac{1}{2\pi} \left| \int b db [1 - e^{i\chi(b, s)}] J_0(qb) \right|^2. \quad (1.42)$$

A seção de choque diferencial exibe um pico de difração com pouca estrutura dentro do intervalo $0.02 < |t| < 0.5 \text{ GeV}^2$ (Figura 1.4), podendo ser adequadamente parametrizada na região de pequeno- t na forma

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \left[\frac{d\sigma_{el}}{dt} \right]_{t=0} e^{Bt}, \quad (1.43)$$

ou seja, em um gráfico de $\ln(d\sigma_{el}/dt)$ versus t , na região de pequeno- t teremos uma reta com inclinação dada pelo parâmetro B . Neste caso, podemos definir a inclinação B na forma

$$B(s) = \left[\frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma_{el}(s, t)}{dt} \right] \Big|_{t=0} \quad (1.44)$$

que, em termos da amplitude de espalhamento, é dada pela expressão

$$B(s) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\int_0^\infty b db e^{-\chi_I \text{sen}(\chi_R)} \int_0^\infty b^3 db e^{-\chi_I \text{sen}(\chi_R)}}{\left(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I \text{sen}(\chi_R)} \right)^2 + \left(\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I \text{cos}(\chi_R)}] \right)^2} + \frac{\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I \text{cos}(\chi_R)}] \int_0^\infty b^3 db [1 - e^{-\chi_I \text{cos}(\chi_R)}]}{\left(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I \text{sen}(\chi_R)} \right)^2 + \left(\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I \text{cos}(\chi_R)}] \right)^2} \right\}, \quad (1.45)$$

cuja dedução pode ser encontrada no apêndice C.

1.4 Dados Experimentais

Os dados experimentais utilizados nesta tese referem-se aos espalhamentos elásticos próton-próton (pp) e antipróton-próton ($\bar{p}p$), uma vez que estas são atualmente as reações medidas nas mais altas energias de centro de massa. No caso do espalhamento pp , as medidas de seção de choque total σ_{tot}^{pp} , parâmetro ρ^{pp} , inclinação B^{pp} e seção de choque diferencial $d\sigma^{pp}/dt$ foram obtidas no ISR (*Intersecting Storage Ring*) no CERN até a energia $\sqrt{s} = 62.8 \text{ GeV}$. No momento, as expectativas são grandes em relação ao acelerador RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) em Brookhaven, que medirá σ_{tot}^{pp} até a energia de centro de massa $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$. Além dos dados de aceleradores, podemos encontrar algumas estimativas para σ_{tot}^{pp} no intervalo de energia $\sqrt{s} = 6 - 40 \text{ TeV}$. Entretanto, estas estimativas são fortemente dependentes dos modelos utilizados na extração dos valores de σ_{tot}^{pp} a partir dos valores medidos para a seção de choque de produção próton-ar σ_{prod}^{p-air} . Uma discussão das principais etapas envolvidas no processo de extração podem ser encontradas nas referências [30, 31].

Com relação ao espalhamento $\bar{p}p$, valores para as quantidades $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$, $\rho^{\bar{p}p}$ e $B^{\bar{p}p}$, bem como para $d\sigma^{\bar{p}p}/dt$, existem até $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, a energia de centro de massa do acelerador Tevatron do Fermilab. Atualmente, as expectativas com a reação $\bar{p}p$ são em relação aos novos resultados experimentais a serem obtidos pelo Tevatron, que atualmente opera com uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, e em relação ao futuro acelerador LHC do CERN, planejado para alcançar uma energia de $\sqrt{s} = 14$ TeV.

Utilizamos nesta tese os dados experimentais de $\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}$ e de $\rho^{pp,\bar{p}p}$ compilados e analisados pelo PDG (*Particle Data Group*) [32], acrescentando em nossas análises os novos dados de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ e $\rho^{\bar{p}p}$ medidos recentemente pela colaboração E811 em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [33]. Estes dados são mostrados nas Figuras 1.4 (σ_{tot}) e 1.5 (ρ). Na Figura 1.6 mostramos os dados de inclinação utilizados na tese, onde selecionamos os dados de B^{pp} e $B^{\bar{p}p}$ com $|t| \lesssim 0.2$ GeV². Este conjunto de dados pode ser extraído das referências [34] e [35].

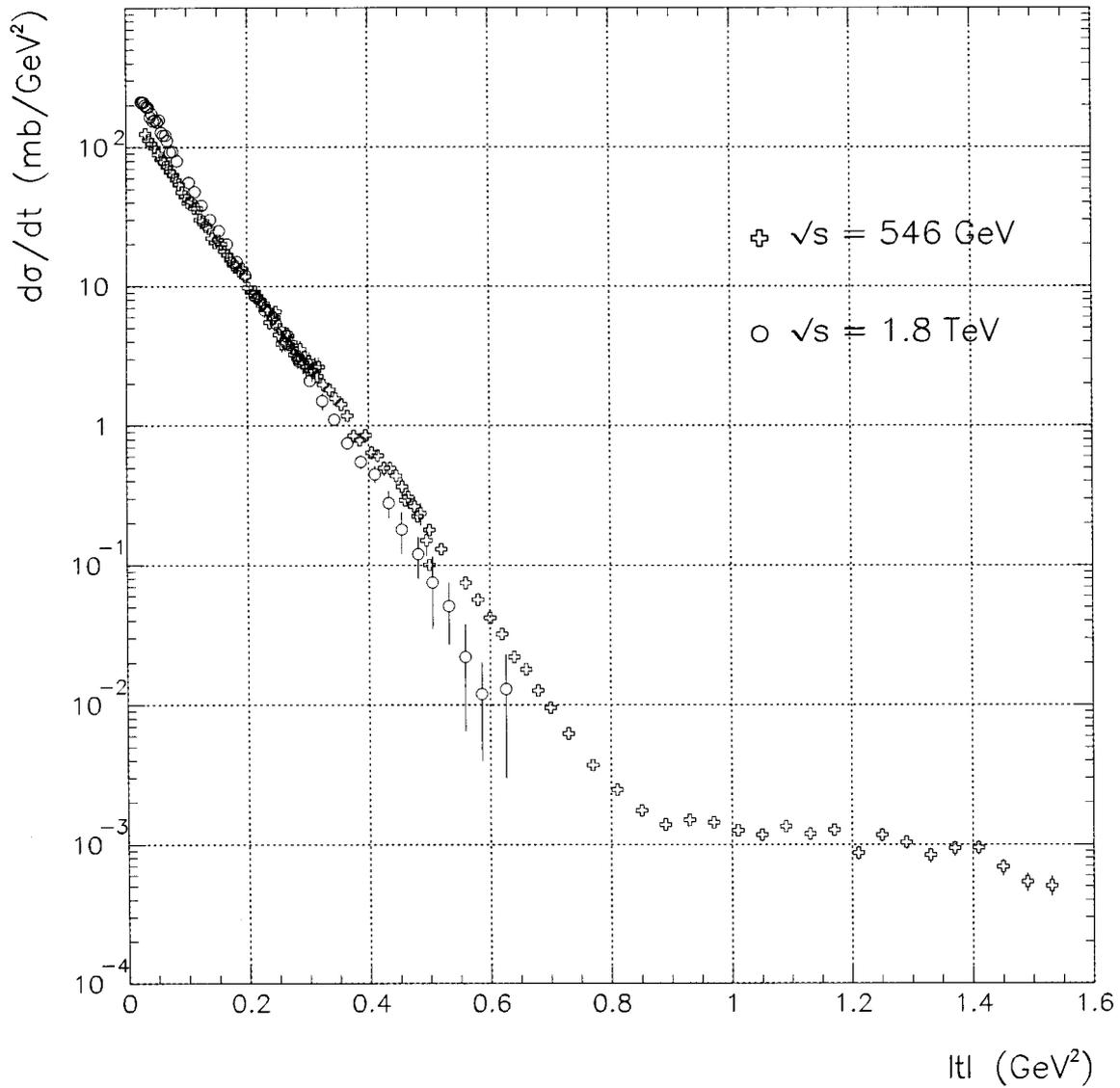
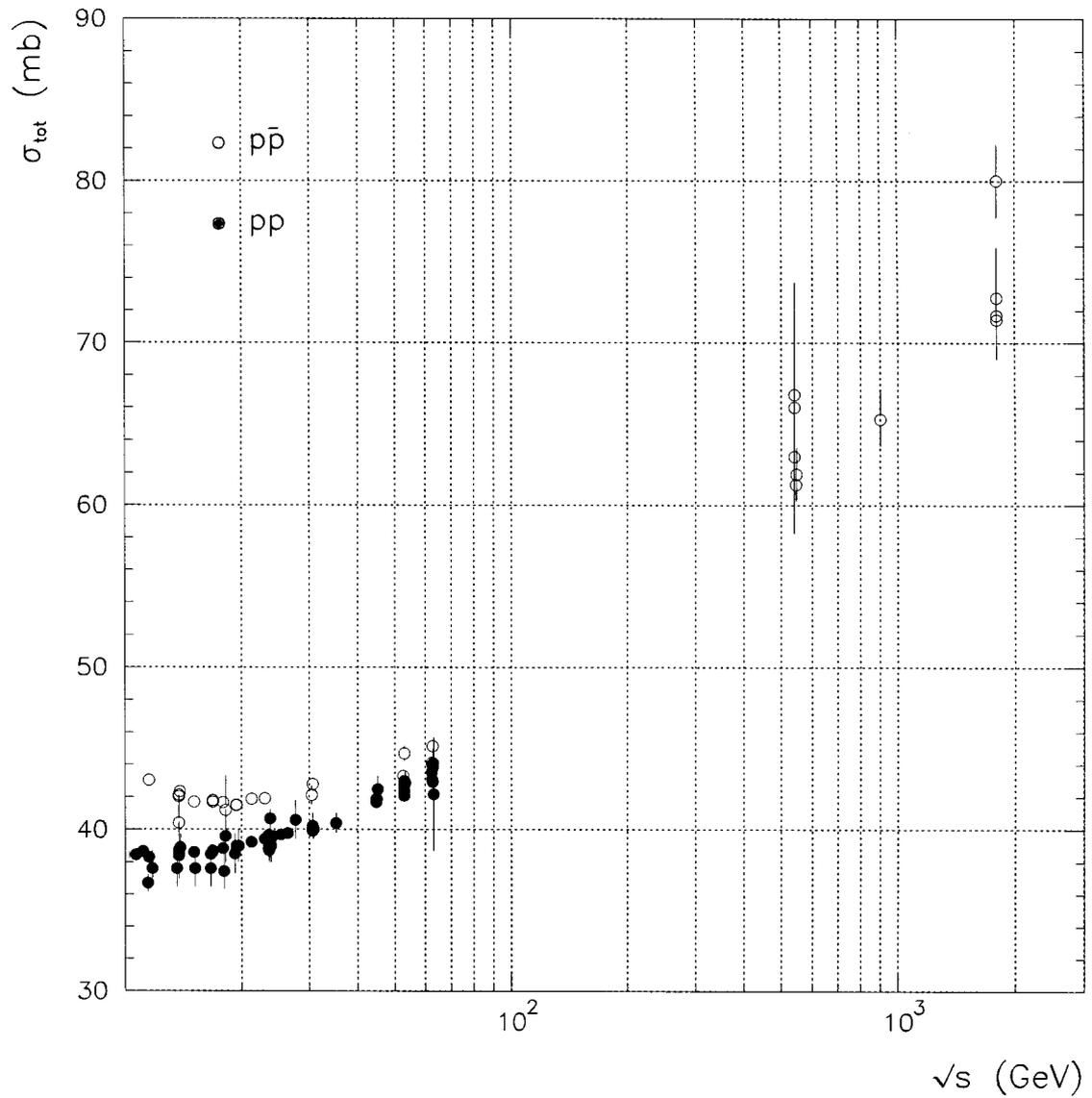


Figura 1.3: Dados experimentais de seção de choque diferencial elástica para o espalhamento $\bar{p}p$ nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ e $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$.



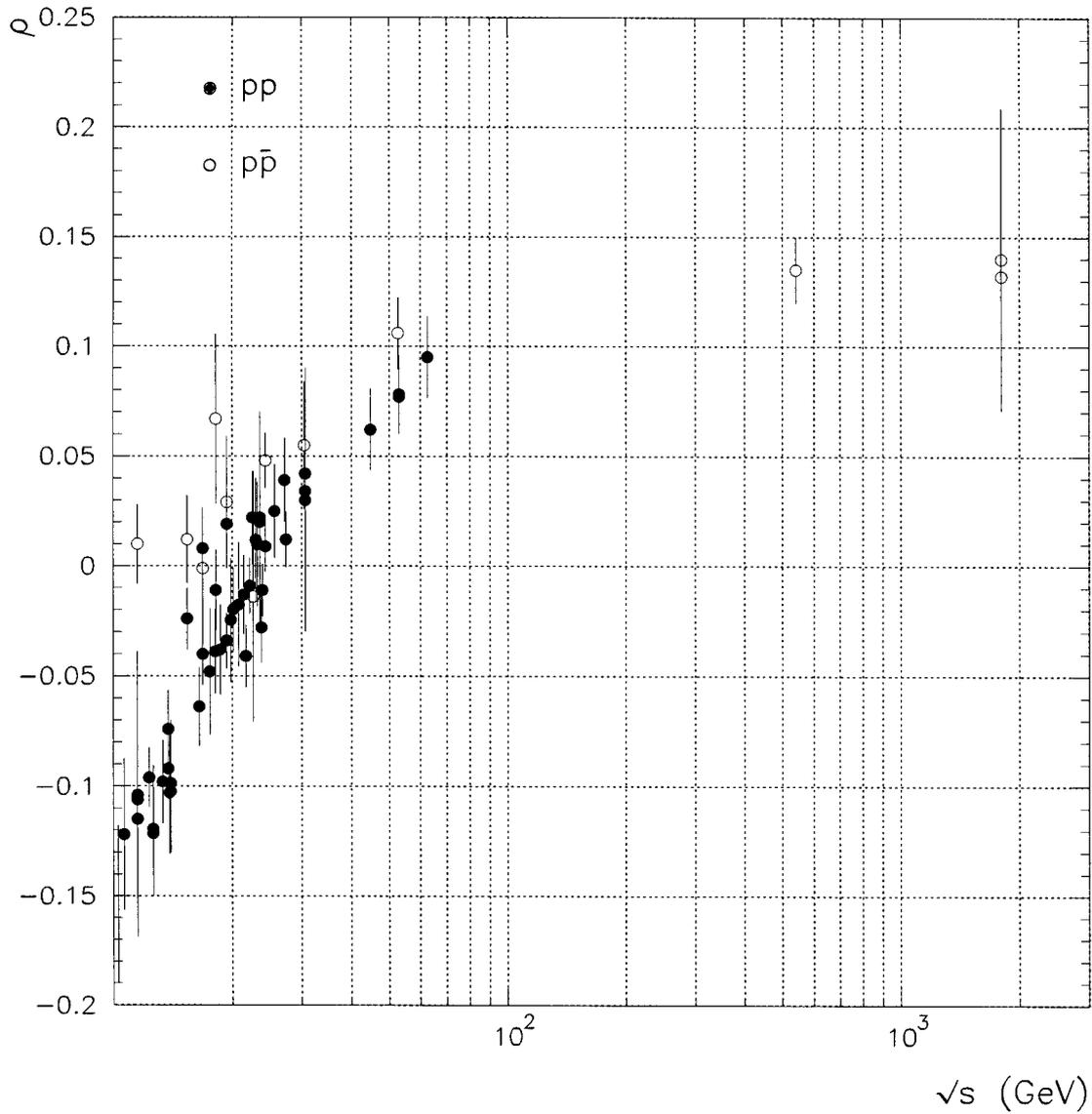
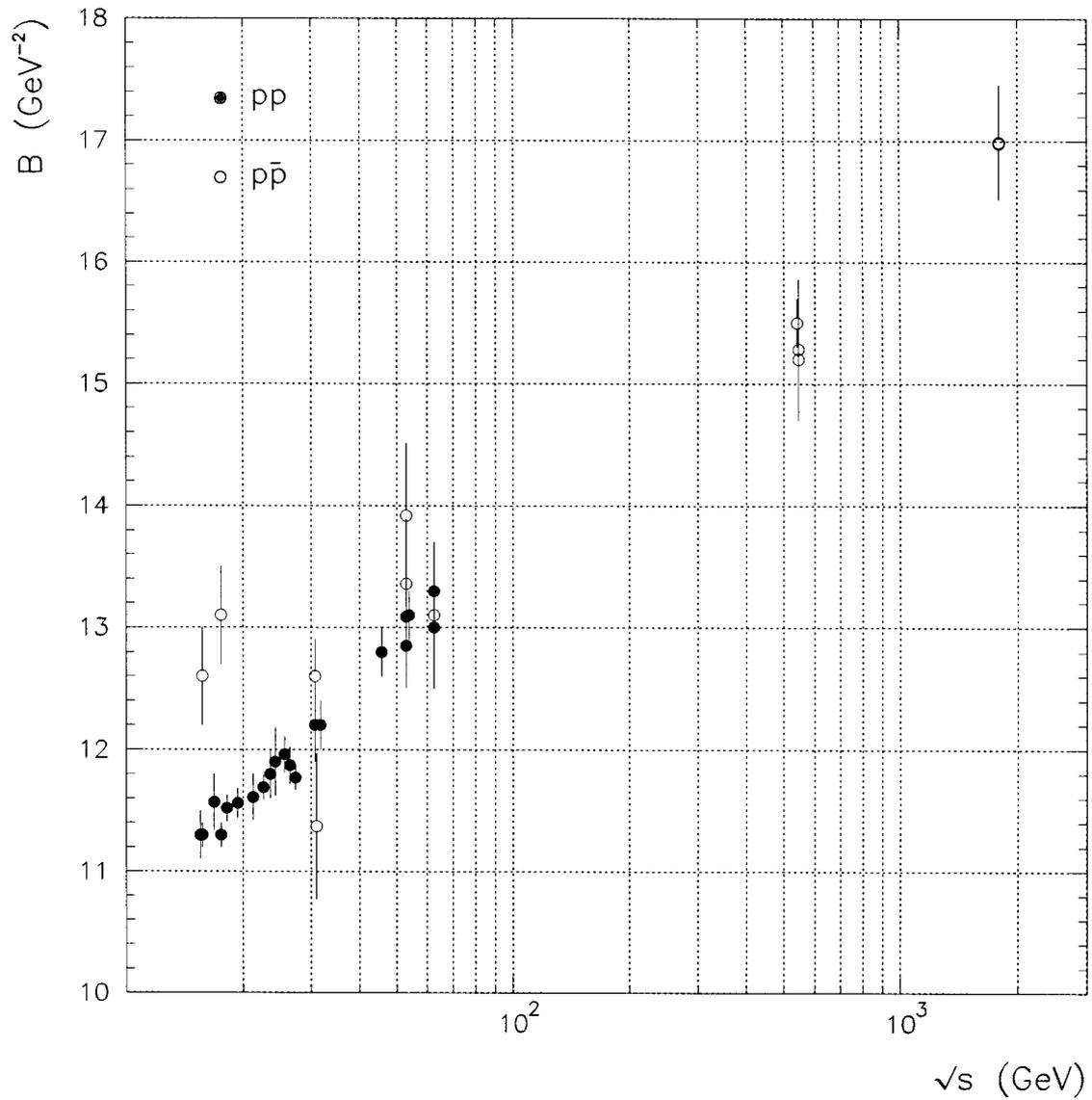


Figura 1.5: Dados experimentais de parâmetro ρ para os espalhamentos pp (preto) e $p\bar{p}$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores.



Capítulo 2

O Modelo a Pártons da Cromodinâmica Quântica

2.1 A Cromodinâmica Quântica (QCD)

A Cromodinâmica Quântica (QCD) [3, 4, 5] é a teoria das interações fortes e constitui um dos pilares do *Modelo Padrão* das partículas elementares e suas interações. A QCD, que descreve as interações entre quarks e glúons, é uma teoria de calibre local com grupo de simetria $SU(3)_C$, onde C representa o número quântico *cor*. Na QCD os campos de matéria (quarks) transformam-se de acordo com a representação fundamental de $SU(3)_C$, com cada tipo ou *sabor* de quark possuindo um dos três valores possíveis da carga de cor. Os campos de calibre da teoria correspondem a oito glúons vetoriais, sendo os hádrons combinações singlete-de-cor de quarks, antiquarks e glúons. Por causa da natureza não-abeliana do grupo de calibre, os glúons também são coloridos e podem interagir uns com os outros. Isto leva à propriedade de liberdade assintótica, onde o acoplamento forte, calculado por meio de teoria de perturbação e grupo de renormalização, diminui monotonicamente em curtas distâncias ou grandes valores de momenta transferidos. É a propriedade de liberdade assintótica que permite a aplicação da QCD perturbativa na análise de fenômenos de curta distância.

2.1.1 A Lagrangiana da QCD

As regras de Feynman necessárias para uma análise perturbativa da QCD podem ser derivadas a partir da densidade de lagrangiana $\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{cl} + \mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_{ft}$, sendo o termo clássico \mathcal{L}_{cl} dado por

$$\mathcal{L}_{cl} = -\frac{1}{4} \sum_{A=1}^8 F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} + i \sum_q \bar{\psi}_q^r \gamma_\mu (D_\mu)_{rs} \psi_q^s - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^r \psi_{qr}, \quad (2.1)$$

onde $r, s = 1, 2, 3$ são índices de cor e $q = u, d, s, c, b, t$ é o índice de sabor que especifica o tipo de quark. O termo \mathcal{L}_{cl} descreve a interação entre quarks de spin-1/2 com massas m_q e glúons de spin-1 com massas nulas. As matrizes gama satisfazem as relações de anti-comutação $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ e o tensor de campo $F_{\mu\nu}^A$ é definido em termos dos campos de glúons G_μ^A na forma

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A - gf^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, \quad (2.2)$$

onde f^{ABC} ($A, B, C = 1, \dots, 8$) são as constantes de estrutura do grupo $SU(3)_C$ e g a constante de acoplamento que determina a magnitude da interação entre campos coloridos. Os campos de quarks ψ_q^r estão na representação triplete do grupo ($r, s = 1, 2, 3$). Neste caso, a derivada covariante que atua nos campos de quarks tem a forma

$$(D_\mu)_{rs} = \partial_\mu \delta_{rs} + ig(t^C G_\mu^C)_{rs}, \quad (2.3)$$

onde t são matrizes na representação fundamental de $SU(3)$ satisfazendo as relações de comutação $[t^A, t^B] = if^{ABC} t^C$. Uma representação conveniente das matrizes t^A usualmente adotada é provida pelas oito matrizes de Gell-Mann λ^A , e uma discussão detalhada dessas matrizes de cor, bem como das constantes de estrutura do grupo $SU(3)$, pode ser encontrada na referência [36]. De forma análoga, a derivada covariante que atua nos campos de glúons tem a forma

$$(D_\mu)_{AB} = \partial_\mu \delta_{AB} + ig(T^C G_\mu^C)_{AB}, \quad (2.4)$$

onde T são agora matrizes na representação adjunta de $SU(3)$ satisfazendo $[T^A, T^B] = if^{ABC} T^C$.

Devido à impossibilidade de se definir um propagador para o glúon sem uma escolha prévia de calibre, as regras de Feynman para a propagação e interação de quarks e glúons só podem ser deduzidas após a introdução de um termo de fixação de calibre \mathcal{L}_{fc} . A escolha

$$\mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{2\lambda} (\partial^\mu G_\mu^A)^2 \quad (2.5)$$

determina a classe dos chamados *calibres covariantes*. Porém, em uma teoria não-abeliana como a QCD, o termo de fixação de calibre \mathcal{L}_{fc} deve vir acompanhado de um termo envolvendo campos fantasmas na forma $\mathcal{L}_{ft} = \partial_\mu \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\mu \eta^B)$. Os campos (fantasmas) escalares complexos η^A cancelam os graus de liberdade não-físicos que surgem ao se trabalhar com calibres covariantes.

2.1.2 A Constante de Acoplamento Efetiva α_s

Ao calcularmos diagramas de Feynman que contêm laços (*loops*), encontramos divergências que necessitam ser regularizadas de tal forma que se tornem finitas. Estas divergências regularizadas podem ser posteriormente removidas absorvendo-as em redefinições de quantidades físicas via um procedimento de renormalização. Entretanto, a subtração sistemática de divergências ultravioletas leva à introdução de uma escala de renormalização μ na teoria, fazendo com que quantidades renormalizadas, como, por exemplo, o acoplamento forte g , dependam explicitamente de μ . Uma vez que observáveis físicos devem ser independentes da escolha de μ (escala em que as subtrações das divergências ultravioletas são realizadas), uma mudança na escala de renormalização deve ser compensada por uma mudança na constante de acoplamento efetiva α_s no ponto de subtração μ , definida como

$$\alpha_s \equiv \alpha_s(\mu^2) = \frac{g^2}{4\pi}. \quad (2.6)$$

A forma como esta compensação é realizada pode ser deduzida considerando-se um observável adimensional \mathcal{R} que dependa de uma escala de energia Q . Desde que \mathcal{R} é adimensional, ele pode depender apenas da razão Q^2/μ^2 e da constante de acoplamento α_s , não dependendo explicitamente da escala μ :

$$\mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s, \mu\right) = \mathcal{R}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s\right). \quad (2.7)$$

A independência de \mathcal{R} em relação a μ restringe sua forma funcional, implicando que a derivada total com respeito a μ seja nula:

$$\mu^2 \frac{d\mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s)}{d\mu^2} = \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) \mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s) = 0, \quad (2.8)$$

onde $\tau \equiv \ln(Q^2/\mu^2)$. A expressão acima pode ser reescrita em uma forma mais compacta introduzindo-se a chamada *função beta da QCD*, $\beta(\alpha_s)$, definida pela expressão

$$\beta(\alpha_s) \equiv \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} = \frac{\partial \alpha_s}{\partial \ln \mu^2}. \quad (2.9)$$

Logo, com o auxílio da função $\beta(\alpha_s)$, a expressão (2.8) pode ser reescrita na forma

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) \mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s) = 0, \quad (2.10)$$

conhecida como *equação do grupo de renormalização*, já que tal equação indica como uma mudança no ponto de subtração μ é compensada por uma mudança no acoplamento $\alpha_s(\mu^2)$.

Esta equação diferencial parcial de primeira ordem pode ser resolvida introduzindo-se um acoplamento dependente da escala Q , $\alpha_s(\tau)$, tal que

$$\tau = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s(\tau)} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)}, \quad (2.11)$$

onde $\alpha_s(\tau = 0) = \alpha_s(\mu^2) = \alpha_s$ é a condição de contorno. Diferenciando-se (2.11) em relação às variáveis τ e α_s , encontramos

$$\frac{d\alpha_s(\tau)}{d\tau} = \beta(\alpha_s(\tau)) \quad \text{e} \quad \frac{d\alpha_s(\tau)}{d\alpha_s} = \frac{\beta(\alpha_s(\tau))}{\beta(\alpha_s)}, \quad (2.12)$$

respectivamente. Portanto, $\mathcal{R}(e^\tau, \alpha_s) = \mathcal{R}(1, \alpha_s(\tau))$ é solução da equação do grupo de renormalização com a condição de contorno $\alpha_s(\tau = 0) = \alpha_s$, mostrando que toda a dependência de \mathcal{R} com a escala Q está contida na constante de acoplamento $\alpha_s(\tau)$ que, por sua vez, é solução de (2.11). Logo, uma vez conhecido o comportamento de $\alpha_s(\tau)$, podemos prever o comportamento do observável \mathcal{R} em qualquer escala Q a partir da solução $\mathcal{R}(1, \alpha_s(\tau))$.

Das expressões (2.11) e (2.12) podemos verificar que o cálculo do acoplamento $\alpha_s(\tau)$ requer o conhecimento da função $\beta(\alpha_s(\tau))$. No caso da QCD, a função beta pode ser expandida perturbativamente na forma [37, 38, 39]

$$-\beta(\alpha_s(\tau)) = b_0 \alpha_s^2(\tau) + b_1 \alpha_s^3(\tau) + b_2 \alpha_s^4(\tau) + \dots, \quad (2.13)$$

onde

$$b_0 = \frac{\beta_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \left(11 - \frac{2}{3} n_s \right), \quad (2.14)$$

$$b_1 = \frac{\beta_1}{16\pi^2} = \frac{1}{16\pi^2} \left(102 - \frac{38}{3} n_s \right), \quad (2.15)$$

sendo n_s o número de sabores efetivos, isto é, o número de sabores de quarks com massa $m_q < Q$. Os termos $b_{n \geq 2}$ dependem do esquema de renormalização adotado. Por exemplo, no esquema de subtração mínima modificado (*modified minimal subtraction*, $\overline{\text{MS}}$), o termo b_2 é dado por [40]

$$b_2 = \frac{\beta_2}{64\pi^3} = \frac{1}{64\pi^3} \left(\frac{2857}{2} - \frac{5033}{18} n_s + \frac{325}{54} n_s^2 \right). \quad (2.16)$$

A partir da expansão perturbativa da função beta, Eq. (2.13), a variação de $\alpha_s(\tau)$ em relação à variável Q pode ser escrita na forma

$$\frac{d\alpha_s(\tau)}{d\tau} = Q^2 \frac{d\alpha_s(Q^2)}{dQ^2} = -b_0 \alpha_s^2(Q^2) \left[1 + \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2) + \frac{b_2}{b_0} \alpha_s^2(Q^2) + \dots \right]. \quad (2.17)$$

Usualmente apenas os termos em ordem dominante (*leading order*, LO) e ordem seguinte à dominante (*next to leading order*, NLO) da expansão (2.13) são usados em fenomenologia, uma vez que parte das quantidades físicas empregadas em cálculos perturbativos são conhecidas apenas até a ordem de perturbação NLO. Neste caso, podemos truncar a expansão perturbativa da função beta e nos preocupar apenas com os termos b_0 e b_1 . Este procedimento nos permite calcular o comportamento de $\alpha_s(Q^2)$ por meio de um artifício simples [4, 36]: sejam os parâmetros b_n da expansão perturbativa de $\beta(\alpha_s(Q^2))$ escritos na forma

$$b_n = b_0 \left(\frac{b_1}{b_0} \right)^n, \quad (2.18)$$

de tal modo que a expressão (2.17) possa compor uma série geométrica e ser reescrita na forma

$$\begin{aligned} Q^2 \frac{d\alpha_s(Q^2)}{dQ^2} &= -b_0 \alpha_s^2(Q^2) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2) \right)^n \\ &= -\frac{b_0 \alpha_s^2(Q^2)}{1 - \frac{b_1}{b_0} \alpha_s(Q^2)}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Uma vez que as expressões (2.17) e (2.19) são equivalentes até a ordem α_s^3 , podemos utilizar (2.19) para o cálculo de $\alpha_s^{LO}(Q^2)$ e $\alpha_s^{NLO}(Q^2)$. Desta forma, das expressões (2.11) e (2.19), temos

$$\int_{\alpha_s}^{\alpha_s(Q^2)} \left(\frac{b_1}{b_0^2} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{b_0 \alpha^2} \right) d\alpha = \tau, \quad (2.20)$$

cuja solução é

$$\frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)} - \frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} + \frac{b_1}{b_0^2} \ln \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right) = \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right). \quad (2.21)$$

Separando-se os termos que dependem explicitamente da variável Q dos termos que dependem do ponto de subtração μ , encontramos

$$\begin{aligned} -\frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)} - \frac{b_1}{b_0^2} \ln(\alpha_s(Q^2)) + \ln Q^2 &= -\frac{1}{b_0 \alpha_s(\mu^2)} - \frac{b_1}{b_0^2} \ln(\alpha_s(\mu^2)) + \ln \mu^2 \\ &= C, \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde C é uma constante arbitrária. Vemos então que a QCD perturbativa nos diz como a constante de acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ varia com a escala, mas nada sobre a escala em si. Neste caso devemos adotar como parâmetro fundamental da teoria o valor do acoplamento em

uma escala de referência, definida por convenção. Atualmente, é comum a adoção da escala $\mu = M_Z$, onde M_Z é a massa do bóson vetorial neutro Z , sendo o parâmetro fundamental da QCD o valor experimental de $\alpha_s(M_Z^2)$.

Uma forma alternativa de eliminarmos a arbitrariedade da constante C é introduzirmos um parâmetro dimensional na definição de $\alpha_s(Q^2)$. Tal parâmetro, denominado Λ , representa a escala na qual o acoplamento $\alpha_s \rightarrow \infty$, de tal forma que

$$\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) = \int_{\infty}^{\alpha_s(Q^2)} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)}. \quad (2.23)$$

Deste modo, escrevendo-se a constante C na forma

$$C = \ln \Lambda^2 + \frac{b_1}{b_0^2} \ln b_0, \quad (2.24)$$

a expressão (2.22) pode ser reescrita na forma

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \left[\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right) - \frac{b_1}{b_0^2} \ln(b_0 \alpha_s(Q^2)) \right]}. \quad (2.25)$$

As expressões em LO e NLO para o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ podem ser obtidas expandindo-se a equação (2.25) em potências de $[1/\ln(Q^2/\Lambda^2)]$. Neste caso, o acoplamento efetivo em ordem dominante e ordem seguinte à dominante é dado pelas expressões

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (2.26)$$

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \right], \quad (2.27)$$

onde β_0 e β_1 são definidos pelas expressões (2.14) e (2.15), respectivamente.

2.2 O Modelo a Pártons da QCD e as Funções de Distribuição Partônicas

O confinamento de cor impede a formação de estados livres de quarks e glúons, tornando necessário o estabelecimento de um elo entre os hádrons sem cor observados no laboratório e os quarks e glúons coloridos descritos pela QCD. Este elo pode ser estabelecido pelo modelo a pártons, construído sob a hipótese central de que hádrons são compostos por

partículas pontuais denominadas coletivamente por *pártons*, sendo as interações hádron-hádron resultantes das interações entre estes constituintes. Tal hipótese foi verificada no final dos anos 60 no acelerador linear de Stanford (SLAC) [41], em experimentos com espalhamento inelástico profundo (*Deep Inelastic Scattering*, DIS) e, desde então, muitos experimentos têm realizado lépton-hádron DIS em energias cada vez mais altas.

2.2.1 O Modelo a Pártons Original

Na Figura 2.1 temos as quantidades cinemáticas relacionadas ao espalhamento inelástico profundo $ep \rightarrow eX$, onde X representa hádrons formados a partir da fragmentação do próton.

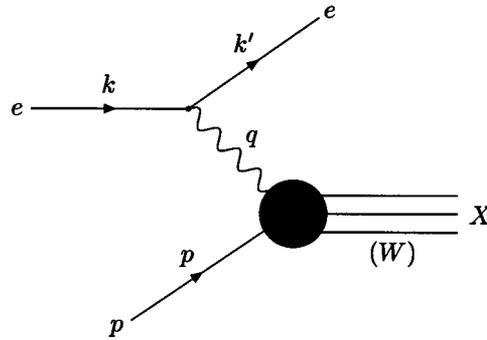


Figura 2.1: Espalhamento inelástico ($W^2 \gg m_p^2$) profundo ($Q^2 \gg m_p^2$) $ep \rightarrow eX$. As quantidades k^μ e k'^μ são os quadrimomenta do elétron, p^μ é o quadrimomentum do alvo (próton) e $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomentum transferido ($-q^2 = Q^2$). W e m_p são as massas do sistema X e do próton, respectivamente.

A seção de choque para o espalhamento $ep \rightarrow eX$ pode ser expressa em termos do produto entre o tensor leptônico $L_{\mu\nu}$ e o tensor hadrônico $W_{\mu\nu}$, de tal forma que¹

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi y\alpha^2}{Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (2.28)$$

onde

$$y = \frac{q \cdot p}{k \cdot p} = \frac{E - E'}{E}, \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \left(\frac{Q^2}{2m_p\nu} \right)_{lab} \quad \text{e} \quad Q^2 = -q^2 \approx 4EE' \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right),$$

¹Por simplificação consideramos apenas espalhamentos com correntes neutras onde apenas fótons são trocados entre e e p ($Q^2 \ll M_Z^2$).

sendo E , E' e θ a energia inicial, a energia final e o ângulo de espalhamento do elétron medidos no sistema de repouso do próton, respectivamente. O fator α^2 corresponde ao acoplamento eletromagnético do fóton virtual ao elétron e ao próton. A variável x é conhecida como *variável de Bjorken* e, no limite em que as massas m_e e m_p podem ser desprezadas, $x = \frac{Q^2}{sy}$, onde s é o quadrado da energia de centro de massa no referencial elétron-próton.

O tensor leptônico pode ser calculado explicitamente em qualquer caso de interesse, mas o tensor hadrônico deve ser escrito em termos de duas funções $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$, denominadas *funções de estrutura*, uma vez que tais funções parametrizam a estrutura interna do alvo (próton), representada pelo círculo cinza da Figura 2.1. Neste caso, a seção de choque diferencial para o espalhamento $ep \rightarrow eX$ em altas energias é dada por [4, 42]

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} [y^2 x F_1(x, Q^2) + (1 - y) F_2(x, Q^2)], \quad (2.29)$$

onde $y = Q^2/xs$. Medidas da energia e ângulo de espalhamento do elétron permitem a determinação de valores de x e Q^2 . Em princípio, medindo-se a seção de choque (2.29) em diversos valores de y e s , é possível determinar as funções de estrutura $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$. Entretanto, uma vez que a contribuição de $F_1(x, Q^2)$ à seção de choque é pequena, as medidas experimentais são muitas vezes utilizadas apenas na determinação de $F_2(x, Q^2)$, sendo $F_1(x, Q^2)$ estimada teoricamente. Nas Figuras 2.3 e 2.4 podemos observar medidas de $F_2(x, Q^2)$ em diferentes valores da variável de Bjorken x e da virtualidade do fóton Q^2 , extraídas dos experimentos ZEUS e H1, e dos experimentos de alvo fixo NMC, BDCMS e E665.

Espalhamentos inelásticos profundos lépton-hádron encontram uma interpretação natural em termos da hipótese central do modelo a pártons, onde atualmente os pártons são identificados com os quarks e glúons descritos pela QCD. Na descrição do modelo a pártons do espalhamento $ep \rightarrow eX$, um fóton virtual interage com um dos pártons (quarks) do próton. O processo é visto de um referencial em que o próton se move muito rapidamente², de tal forma que a escala de tempo de interação fóton-próton seja muito menor que o tempo de interação dos quarks entre si. Desta forma o quark está essencialmente livre durante o intervalo de tempo em que interage com o fóton, podendo a interação elétron-próton ser escrita como uma soma incoerente de (probabilidades de) espalhamentos entre elétrons e

² $p^\mu \approx (P, 0, 0, P)$, $P \gg m_p$.

quarks livres

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \sum_q \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \left(\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{eq}, \quad (2.30)$$

onde $f_q(\xi)$ são as chamadas *funções de distribuição dos quarks*, de forma que $f_q(\xi)d\xi$ representa a probabilidade de se encontrar um quark de sabor q carregando uma fração do momentum do próton entre ξ e $\xi + d\xi$, com $0 \leq \xi \leq 1$.

Logo, no modelo a pártons, para determinarmos a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$, devemos calcular a seção de choque para o processo elementar $eq \rightarrow eq$. O resultado é dado por [4, 42]

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{eq} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi), \quad (2.31)$$

onde e_q é a carga elétrica dos quarks. Após a interação com o fóton, o quark passa a ter um quadrimomentum $\xi p + q$ e, pela condição de camada de massa³,

$$m_q^2 = (\xi p + q)^2 \approx 2p \cdot q\xi - Q^2. \quad (2.32)$$

Da relação $x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}$ podemos verificar que, no regime em que $Q^2 \gg m_q^2$, $\xi = x$. Esta é a origem do termo $\delta(x - \xi)$ na expressão (2.31). Substituindo-se a expressão (2.31) em (2.30), temos

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \sum_q \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi), \quad (2.33)$$

que, quando comparada à expressão (2.29), revela a previsão do modelo a pártons para o comportamento das funções de estrutura F_1 e F_2 :

$$\begin{aligned} F_2(x) = 2xF_1(x) &= x \sum_q e_q^2 \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \delta(x - \xi) \\ &= \sum_q e_q^2 x f_q(x). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Portanto, o modelo a pártons prevê um comportamento de invariância de escala para as funções de estrutura, $F_i(x, Q^2) = F_i(x)$, conhecido como *invariância de escala de Bjorken*.

³Uma partícula *real* de massa m está na sua camada de massa quando seu quadrimomentum $p = (E, \vec{p})$ satisfaz a relação $p^2 \equiv p \cdot p = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$. No caso de uma partícula *virtual* (de troca), $p^2 \neq m^2$. Em especial, no caso de um fóton virtual, $q^2 \neq 0$.

A igualdade $2xF_1(x) = F_2(x)$, denominada *relação de Callan-Gross*, é uma conseqüência direta da natureza fermiônica (spin=1/2) dos quarks.

As medidas da função de estrutura F_2 podem ser usadas para revelar a composição de sabores dos nucleons. No caso do próton, a equação (2.34) pode ser escrita como

$$\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d(x) + \bar{d}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s(x) + \bar{s}(x)], \quad (2.35)$$

onde usamos uma notação abreviada para as funções de distribuição de quarks $f_q(x)$:

$$\begin{aligned} f_u(x) &\equiv u(x) = u_V(x) + u_M(x) \\ f_{\bar{u}}(x) &\equiv \bar{u}(x) = u_M(x) \\ f_d(x) &\equiv d(x) = d_V(x) + d_M(x) \\ f_{\bar{d}}(x) &\equiv \bar{d}(x) = d_M(x) \\ f_s(x) &\equiv s(x) = s_M(x) = \bar{s}(x). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Nas relações (2.36) os índices V e M referem-se aos quarks de valência e de mar, respectivamente. Os quarks de valência determinam os números quânticos do próton, como, por exemplo, carga, número bariônico, etc. O mar de quarks é constituído por pares de quarks e antiquarks virtuais criados pela polarização do vácuo dos campos coloridos. Devido à invariância de isospin, o comportamento de um quark de valência d_V do próton é similar ao comportamento de um quark u_V do nêutron. Neste caso, a função de estrutura do nêutron pode ser escrita na forma⁴

$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [d(x) + \bar{d}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s(x) + \bar{s}(x)], \quad (2.37)$$

e a diferença

$$\frac{1}{x} [F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)] = \frac{1}{3} [u_V(x) - d_V(x)] + \frac{2}{3} [u_M(x) - d_M(x)] \quad (2.38)$$

foi originalmente utilizada como uma forma de se isolar a distribuição de valência dos nucleons.

Apesar dos primeiros sucessos do modelo a pártons simples com relação ao espalhamento inelástico profundo, como, por exemplo, a verificação experimental da previsão de invariância de Bjorken, no início dos anos 70 ainda havia algum desconforto por parte da

⁴Nas expressões (2.35) e (2.37) desconsideramos as contribuições dos quarks de sabores mais pesados.

comunidade científica em relação ao modelo. A hipótese de que em pequenas distâncias r os quarks se comportavam como partículas livres parecia ser inconsistente com a falta de observação direta dos quarks, cujo confinamento sugeria um comportamento para as forças interquarks bem diferente do familiar comportamento $1/r^2$ da força eletromagnética. Além das questões teóricas, as medidas de espalhamento profundamente inelástico de elétrons e neutrinos indicavam que a soma de todas as frações do momentum do próton carregadas pelos quarks não totalizava 1,

$$\int_0^1 x dx [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \approx 0.5, \quad (2.39)$$

indicando que apenas 50% do momentum do próton era carregado pelos quarks. Tal situação foi finalmente compreendida apenas com a chegada da QCD, onde o comportamento assintoticamente livre do acoplamento $\alpha_s(Q^2 \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ justificava teoricamente a hipótese de quarks livres em pequenas distâncias da ordem Q^{-1} , e a presença de glúons indicava quem, de fato, carrega a outra metade do momentum do próton. Estes resultados, somados à posterior observação experimental da violação da invariância de escala de Bjorken em outras regiões cinemáticas, levaram à construção do chamado *modelo a pártons melhorado*, também denominado *modelo a pártons da QCD*.

2.2.2 O Modelo a Pártons da QCD

No modelo a pártons da QCD, a invariância de escala de Bjorken é quebrada por logaritmos de Q^2 , sendo a violação desta invariância um dos mais poderosos testes da QCD perturbativa. A presença de logaritmos deve-se ao fato de um quark, antes de interagir com o fóton, poder emitir um glúon com um momentum transversal k_T , conforme a Figura 2.2b.

Para calcularmos a contribuição do diagrama (b) da Figura 2.2 à função de estrutura $F_2(x, Q^2)$, devemos levar em conta todos os valores possíveis de ξ e k_T que caracterizam o glúon emitido. Neste caso, logaritmos de Q^2 surgem a partir da integração sobre o espectro de emissão de momentum do glúon (*bremstrahlung*), de tal forma que [43]

$$\frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{\kappa^2}^{Q^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{\kappa^2} \right), \quad (2.40)$$

onde o limite superior de integração é definido pela virtualidade do fóton que interage com o quark. O parâmetro κ , presente no limite inferior de (2.40), é um parâmetro infravermelho arbitrário cujo papel é regularizar a divergência em $k_T^2 = 0$. Esta divergência surge no

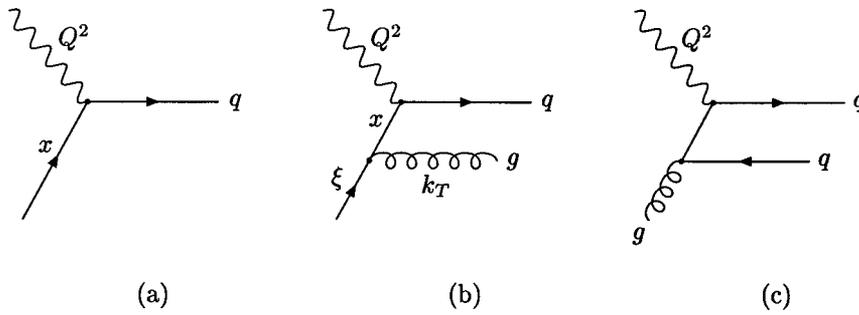


Figura 2.2: Processos partônicos que contribuem para o espalhamento inelástico profundo: (a) diagrama de ordem mais baixa, relacionado ao modelo a pártons simples e (b,c) diagramas de QCD de primeira ordem em α_s , relacionados ao modelo a pártons da QCD.

caso em que o glúon é emitido colinearmente com o quark e, como veremos, o parâmetro κ pode ser absorvido em uma redefinição apropriada da função de estrutura. Portanto, uma vez conhecida a contribuição do diagrama com a emissão de um glúon, expressão (2.40), é possível mostrar que a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ pode ser escrita na forma

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi) \left\{ \delta\left(1 - \frac{x}{\xi}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa^2}\right) + R\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \right\}, \quad (2.41)$$

onde P_{qq} e R são funções conhecidas. Podemos observar que o termo de ordem zero da expressão acima é justamente a equação (2.34) do modelo a pártons simples, com $\xi = x$. A fração de momentum ξ carregada pelo quark se reduz a x após a emissão do glúon, de forma que o limite de integração é agora dado por $x \leq \xi < 1$.

O fator $\alpha_s \ln(Q^2/\kappa^2)$ deve-se, portanto, à emissão de um glúon, sendo a contribuição de diagramas com a emissão de n glúons proporcional a $[\alpha_s \ln(Q^2/\kappa^2)]^n$. Porém, uma vez que o valor de $\ln Q^2$ pode ser suficientemente grande, a presença de logaritmos de Q^2 e do parâmetro infravermelho arbitrário κ indicam a não convergência da série perturbativa. Entretanto, de uma forma similar ao processo de renormalização das divergências ultravioletas, podemos absorver as divergências colineares em uma função de distribuição renormalizada $f_q(x, \mu_f)$, definida como

$$f_q(x, \mu_f) = f_q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln\left(\frac{\mu_f^2}{\kappa^2}\right), \quad (2.42)$$

onde μ_f é a chamada *escala de fatorização*. Neste caso, a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ é

reescrita em termos da função renormalizada $f_q(x, Q^2)$, de tal forma que

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi, Q^2) \left[\delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} R \left(\frac{x}{\xi} \right) \right]. \quad (2.43)$$

Uma vez que $F_2(x, Q^2)$ é um observável físico, a expressão (2.43) indica que a função de distribuição renormalizada $f_q(x, Q^2)$ deve ser finita e bem comportada. Neste caso, vemos que todas as divergências colineares são efetivamente absorvidas na redefinição (2.42). O parâmetro κ , por sua vez, pode ser eliminado calculando-se a dependência em Q^2 de $f_q(x, Q^2)$, obtida derivando-se a expressão (2.42) em relação a $\ln Q^2$:

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q(\xi, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right). \quad (2.44)$$

A expressão acima determina como $f_q(\xi, Q^2)$ evolui com a escala Q^2 a partir de uma escala inicial Q_0 , desde que seu valor $f_q(\xi, Q_0^2)$ seja conhecido. Esta expressão é um exemplo em ordem dominante de uma equação de evolução DGLAP [44]. Em suma, um observável pode ser fatorizado em uma densidade partônica $f_q(\xi, Q^2)$, que absorve toda a divergência infravermelha, e em uma função R dependente de processo, calculável perturbativamente. Levando-se em conta a contribuição do diagrama (c) da Figura 2.2, onde um glúon produz um par quark-antiquark, a equação de evolução completa de f_q é dada por

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[f_q(\xi, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + f_g(\xi, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right], \quad (2.45)$$

onde $f_g(\xi, Q^2)$ é a função de distribuição renormalizada dos glúons, que obedece à equação de evolução

$$\frac{\partial f_g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[f_q(\xi, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + f_g(\xi, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right]. \quad (2.46)$$

As funções $P_{ij}(z \equiv x/\xi)$ presentes nas equações acima, denominadas *funções de desdobramento* (*splitting functions*), são dadas em ordem dominante pelas expressões

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left(\frac{1+z^2}{1-z} \right)_+, \quad (2.47)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (2.48)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{[1 + (1-z)^2]}{z}, \quad (2.49)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{1-z}{z} + z(1-z) + \frac{z}{(1-z)_+} + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_s}{3} \right) \delta(1-z) \right], \quad (2.50)$$

onde n_s é novamente o número de sabores efetivos e as distribuições “+” são definidas de modo que, dada uma função suave $f(x)$, tenhamos

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x} \quad (2.51)$$

e

$$\frac{1}{(1-x)_+} = \frac{1}{1-x}, \quad \text{para } 0 \leq x < 1. \quad (2.52)$$

As funções de desdobramento $P_{ij}(z)$ representam, fisicamente, probabilidades associadas a cada vértice elementar. Por exemplo, $P_{qq}(z)$ descreve a probabilidade de um quark emitir um glúon e ter sua fração de momentum reduzida pelo fator z .

Nesta tese, as funções de distribuição f_q e f_g consideradas são específicas do próton em colisões pp e $\bar{p}p$. Entretanto, estas funções são *universais*, uma vez que descrevem o conteúdo partônico do próton em qualquer tipo de espalhamento duro ou semi-duro em que ele esteja envolvido. As distribuições universais $f_q(x, Q^2)$ e $f_g(x, Q^2)$ do próton são determinadas por meio de uma análise global de todos os processos inelásticos profundos e de outros processos relacionados envolvendo prótons. O procedimento consiste na parametrização da dependência em x das funções $f_i(x, Q_0)$ em uma dada escala inicial Q_0 , com valor suficientemente grande para estar na região perturbativa. Por exemplo, alguns autores adotam a escala inicial $Q_0 = 1$ GeV e a parametrização [45, 46]

$$xf_i(x, Q_0) = A_i \frac{(1-x)^{\beta_i}}{x^{\alpha_i}} (1 + \gamma_i \sqrt{x} + \delta_i x), \quad (2.53)$$

onde $i = u, \bar{u}, d, \dots, g$. A partir desta parametrização, as equações DGLAP (2.45) e (2.46) são então usadas para determinar $f_i(x, Q)$ em todos os valores de x e Q^2 em que existam dados experimentais, sendo os parâmetros α_i , β_i , γ_i e δ_i determinados pelo melhor ajuste aos dados. Esta estratégia global tem sido usualmente adotada na extração das funções de distribuição partônicas $f_i(x, Q)$ em LO e NLO por diversos autores, utilizando-se diferentes parametrizações e escalas iniciais, além de diferentes tratamentos de incertezas e erros sistemáticos correlatos entre dados experimentais novos e antigos. Esta grande atividade em torno da extração de $f_i(x, Q)$ gerou um grande número de conjuntos de distribuições, compiladas e disponíveis através do pacote *PDFLIB*, contido na biblioteca do CERN [47]. Neste trabalho, escolhemos como conjunto padrão a distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6 [48, 49], cujas principais características são descritas no capítulo 4.

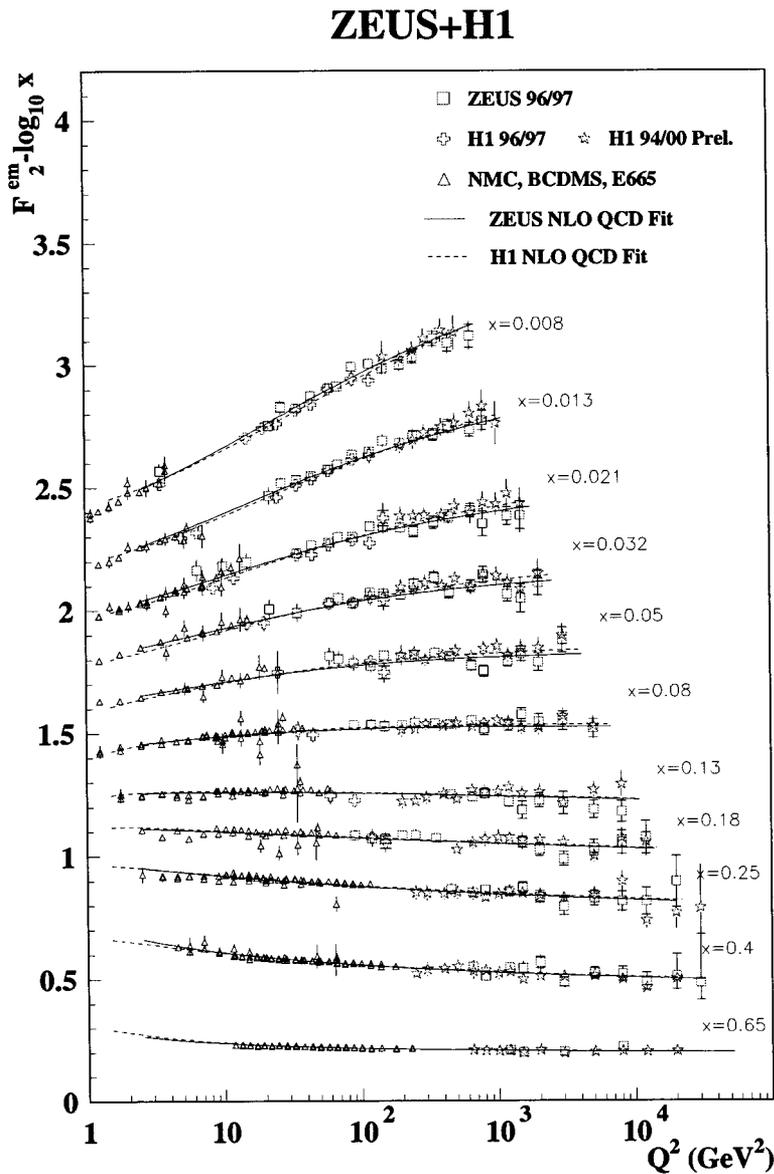


Figura 2.3: Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMC, BCDMS e E665. Os valores de F_2 em $x \sim 0.25$ estão na região onde a invariância de escala foi originalmente observada nos experimentos do SLAC.

ZEUS+H1

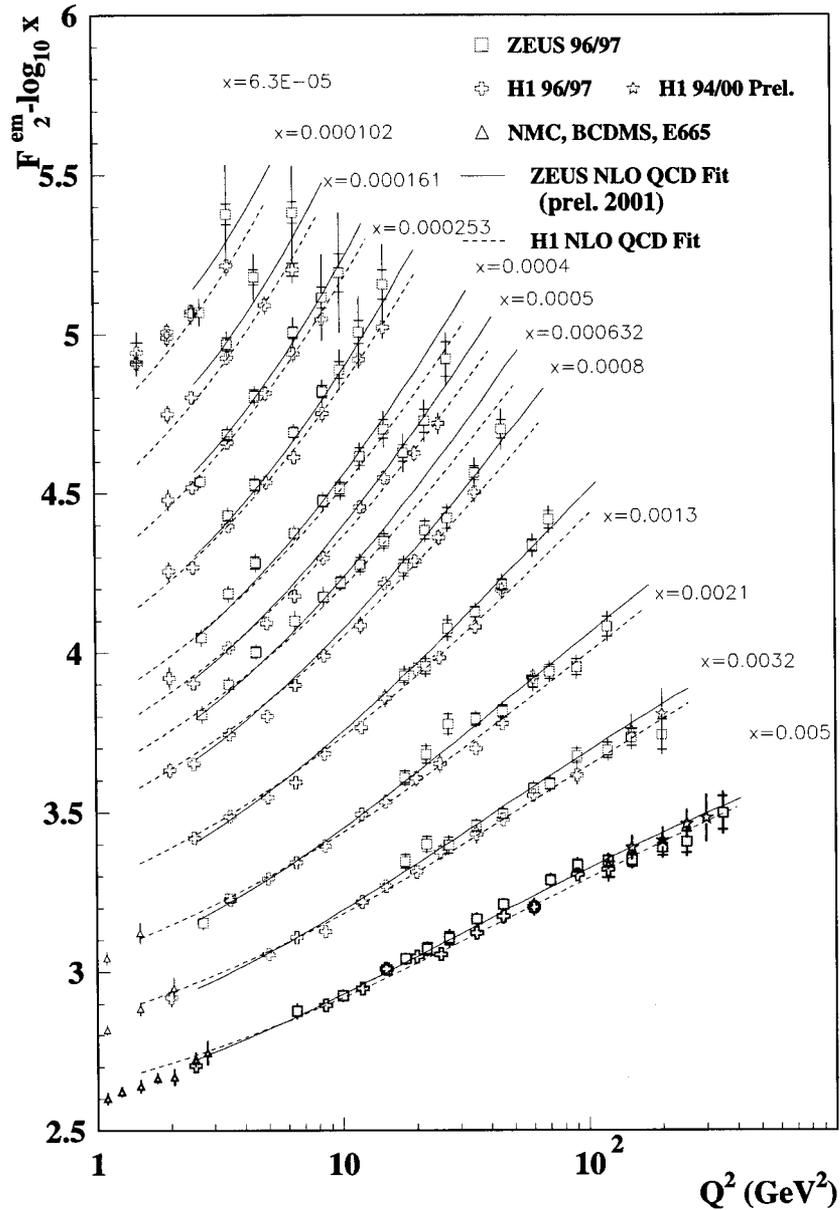


Figura 2.4: Medidas da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em grandes valores de x . As medidas em grandes valores de Q^2 foram realizadas pelos experimentos ZEUS e H1. Medidas em pequeno Q^2 foram realizadas pelos experimentos de alvo fixo NMC, BDCMS e E665.

Capítulo 3

Um Modelo Eiconal Inspirado em QCD

3.1 Introdução

Uma grande variedade de modelos de espalhamento em altas energias pertencem à categoria dos modelos inspirados em QCD [50]. Na tentativa de criar um alicerce para uma futura descrição dos processos totalmente baseada na QCD, estes modelos procuram descrever alguns processos hadrônicos de natureza ligada à região de transição entre os domínios perturbativo e não-perturbativo, empregando largamente o formalismo relacionado ao modelo a pártons da QCD [51].

Nos modelos inspirados em QCD, a descrição do espalhamento elástico é realizada considerando-se a “sombra” do espalhamento inelástico (*shadowing*), tornando apropriado o tratamento baseado na representação eiconal da amplitude de espalhamento. Neste formalismo, as funções eiconais para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ são escritas como a soma de contribuições de interações suaves e de processos de QCD semi-duros, considerando-se uma amplitude par como dominante em altas energias. Como resultado, as grandezas frontais $\sigma_{tot}(s)$, $\rho(s)$ e $B(s)$ para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ igualam-se assintoticamente. Uma característica comum a estes modelos é a consideração de que parte do crescimento da seção de choque total está associada, em altas energias, ao rápido aumento nas funções de distribuição de pártons (principalmente glúons) em pequeno x .

A análise de dados de σ_{tot}^{pp} , ρ^{pp} e $d\sigma^{pp}/dt$ na região do *ISR* realizada por Amaldi e Schubert indicou que modelos construídos a partir de eiconais fatorizadas em energia e parâmetro de impacto ($\chi(b, s) = f(s)w(b)$) são incompatíveis com ajustes empíricos [52]. Novas medidas no $Sp\bar{p}S$ evidenciaram a violação da invariância de escala geométrica [53], desestimulando a construção de eiconais guiadas por essa lei de escala ($\chi(b, s) = f(b/R(s))$). Estas observações fizeram com que as eiconais dos modelos inspirados em QCD apresen-

tassem propriedades híbridas, sendo algumas vezes denominadas *eiconais semi-fatorizadas*. Logo, na ausência de princípios simplificadores tais como a fatorização da eiconal e a invariância de escala geométrica, os modelos inspirados em QCD restringem a grande diversidade de eiconais com propriedades híbridas por meio de um outro guia: o modelo a pártons da QCD.

Outra característica comum em diversas variantes desta categoria de modelo refere-se ao processo de construção da eiconal: em um primeiro momento, constrói-se uma eiconal puramente imaginária, sendo a parte real gerada por meio de relações de dispersão. Esta metodologia apresenta bons resultados no caso em que $\text{Re}\{\chi\} \ll \text{Im}\{\chi\}$. Como veremos a seguir, este é o caso em todas as versões da variante apresentada a seguir.

3.2 Evolução do Modelo

3.2.1 Versões Anteriores

Dentre os diversos modelos da classe inspirada em QCD encontrados na literatura, esta tese se ocupa da variante desenvolvida no início dos anos 80 por B. Margolis e colaboradores [11]. Esta primeira versão do modelo, aqui denominada por MQCD1, é caracterizada por duas componentes, de forma que

$$\sigma_{tot} \simeq \sigma_G + \sigma_Q = \int_0^1 F_{gg}(\tau) \sigma_{gg}(\tau s) \frac{d\tau}{\tau} + \sum_q \int_0^1 F_{qq}(\tau) \sigma_{qq}(\tau s) \frac{d\tau}{\tau}. \quad (3.1)$$

O primeiro termo do lado direito representa a contribuição da fusão de glúons à produção central de partículas, associada sobretudo à aniquilação de dois glúons. O segundo termo de (3.1) é esperado contribuir de forma acentuada para a produção de partículas na região de fragmentação. Logo, σ_{qq} não pode ser obtida via QCD, sendo igualado a uma constante definida pelo ajuste dos dados de σ_{tot}^{pp} no intervalo $15 \lesssim s \leq 4000 \text{ GeV}^2$ e dados de $d\sigma^{pp}/dt$ no intervalo de energia $\sqrt{s} = 23$ até 63 GeV . A seção de choque elementar de fusão de glúons σ_{gg} foi identificada ao resultado da QCD para a seção de choque do processo $gg \rightarrow \bar{q}q$, calculada por Glück e Reya na referência [54].

As funções $F(\tau)$ presentes em (3.1) são as funções de estrutura usuais, definidas no MQCD1 na forma

$$F_{ii}(\tau) = \tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_i(x) f_i\left(\frac{\tau}{x}\right), \quad (3.2)$$

onde $i = q, g$. A função de estrutura $F_{gg}(\tau)$ é determinada por meio de uma lei de escala observada na produção central de ressonâncias [6]: a quantidade $M^3\sigma(M)/\Gamma$ versus s/M^2 , para ressonâncias de bósons pesados de massa M produzidos em colisões pp , onde Γ e $\sigma(M)$ são a largura e a seção de choque de produção das ressonâncias, respectivamente, apresenta um comportamento de escala dado por

$$\frac{M^3\sigma(M)}{\Gamma} \approx \lambda_i F_{gg} \left(\frac{M^2}{s} \right), \quad (3.3)$$

onde

$$F_{gg}(\tau) = \left[\frac{(n+1)}{2} \right]^2 \int_{\tau}^1 (1-x)^n \left(1 - \frac{\tau}{x}\right)^n \frac{dx}{x}. \quad (3.4)$$

Na análise da referência [6] o parâmetro λ_i mostrou-se similar para a maior parte das ressonâncias estudadas, independente do sabor dos quarks constituintes, com os dados favorecendo o valor $n = 5$.

Na descrição do espalhamento elástico pp , a parte imaginária da eiconal é redefinida na forma

$$2 \operatorname{Im}\{\chi(b, s)\} = \int_0^1 F_{gg}(\tau) \frac{\sigma_{gg}(\tau s(b))}{\sigma^0} \frac{d\tau}{\tau} + \left(1 + \frac{C}{\sqrt{s}}\right) W(b) \int_0^1 F_{qq}(\tau) \sigma_{qq} \frac{d\tau}{\tau}, \quad (3.5)$$

onde o termo C/\sqrt{s} parametriza o comportamento de σ_{tot}^{pp} em baixas energias, simulando efeitos devidos à troca de Reggeons. Na expressão acima C e σ^0 são parâmetros de ajuste. A distribuição de matéria hadrônica $W(b)$ é associada a um fator de forma do tipo dipolo $(1 - t/\mu^2)^{-2}$, $-t = q^2$, cuja transformada de Fourier associada é dada por (ver apêndice B):

$$W(b) = \frac{\mu^2}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b). \quad (3.6)$$

A energia no centro de massa (CM) no referencial dos glúons (\hat{s}_{gg}) é definida como $\hat{s}_{gg} = \tau s(b) = \tau s W(b)$. Isto significa fisicamente que no MQCD1 a energia de subprocessos depende da porção de matéria que colide em um determinado b .

O MQCD1 descreve bem as quantidades σ_{tot}^{pp} , B e $[d\sigma/dt]_{\sqrt{s}=23.5 \text{ GeV}}^{pp}$ até $-t \approx 2.5 \text{ GeV}^2$, apresentando um comportamento assintótico para a seção de choque total dado por $\sigma_{tot}^{pp} \propto \ln^2 s$. Entretanto, a previsão de σ_{tot}^{pp} na região do $Spp\bar{p}S$ mostrou-se muito acima do valor posteriormente medido.

As versões de modelos subseqüentes à original caracterizam-se basicamente por escolhas específicas de três quantidades: a distribuição espacial de glúons $W_{gg}(b)$, a energia no centro de massa dos glúons $\sqrt{\hat{s}_{gg}}$ e a seção de choque elementar gluônica $\sigma_{gg \rightarrow X}(\hat{s}_{gg})$.

A idéia básica do MQCD1, que permeia todas as versões seguintes, é a de que a parte imaginária da eiconal pode ser construída convoluindo-se a distribuição de probabilidade de acharmos pártons com fração de momentum entre x e $x + dx$ e parâmetro de impacto entre b e $b + db$, com as seções de choque elementares no CM relativo aos pártons. Tal idéia, baseada no modelo a pártons, é descrita de forma mais clara na versão seguinte do modelo, aqui denominada por MQCD2, que descrevemos a seguir.

Seguindo a referência [12], consideremos uma interação pp (ou $\bar{p}p$), onde $G_k(x_n, \vec{b}_n)$ são funções de distribuição dos pártons que constituem cada uma das duas partículas em colisão, onde k indica o tipo de párton, x_n a fração de momentum longitudinal carregada por cada párton e \vec{b}_n seu respectivo vetor parâmetro de impacto ($n=1, 2$ significa próton nº 1 e nº 2).

Como na versão anterior do modelo, a parte imaginária da eiconal do MQCD2 é construída convoluindo-se as funções $G_k(x_n, \vec{b}_n)$ com seções de choque elementares partônicas $\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))$:

$$\chi(b, s) = \frac{i}{2} \sum_{ij} \int G_i(x_1, \vec{b}_1) G_j(x_2, \vec{b}_2) \delta^{(2)}(\vec{b}_1 - \vec{b}_2 - \vec{b}) \frac{\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))}{\sigma_{ij}^0} d^2\vec{b}_1 d^2\vec{b}_2 dx_1 dx_2, \quad (3.7)$$

onde σ_{ij}^0 é um parâmetro com mesma dimensão de $\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))$, de forma a manter a adimensionalidade de $\chi(b, s)$. Nesta nova versão temos novamente a incorporação de características do modelo a pártons e de modelos geométricos.

Por simplificação, as funções de distribuição partônicas são fatorizadas nas variáveis x_n e \vec{b}_n :

$$G_k(x_n, \vec{b}_n) = f_k(x_n) h_k(\vec{b}_n), \quad (3.8)$$

sendo as funções $f_k(x_n)$ identificadas com as funções de distribuição em x do modelo a pártons, usadas no cálculo das funções de estrutura para um par de pártons ij , definidas novamente na forma:

$$F_{ij}(\tau) = \tau \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau). \quad (3.9)$$

De forma análoga, as funções $h_k(\vec{b}_n)$ são identificadas com funções de perfil elementares, possibilitando a construção de uma função de estrutura no espaço de parâmetro de impacto dada por

$$W_{ij}(b) = \int \int h_i(\vec{b}_1) h_j(\vec{b}_2) \delta^{(2)}(\vec{b}_1 - \vec{b}_2 - \vec{b}) d^2\vec{b}_1 d^2\vec{b}_2. \quad (3.10)$$

Substituindo-se as expressões (3.9) e (3.10) em (3.7), a parte imaginária da eiconal $\chi(b, s)$ pode ser reescrita na forma

$$\begin{aligned}
 \chi(b, s) &= \frac{i}{2} \sum_{ij} W_{ij} \int f_i(x_1) f_j(x_2) \left[\int_0^1 \delta(x_1 x_2 - \tau) d\tau \right] \frac{\sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b))}{\sigma_{ij}^0} dx_1 dx_2 \\
 &= \frac{i}{2} \sum_{ij} \frac{W_{ij}}{\sigma_{ij}^0} \int_0^1 \frac{1}{\tau} \left[\tau \int_0^1 \int_0^1 f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau) dx_1 dx_2 \right] \sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b)) d\tau \\
 &= \frac{i}{2} \sum_{ij} \frac{W_{ij}}{\sigma_{ij}^0} \int_0^1 F_{ij}(\tau) \sigma_{ij}(\hat{s}_{ij}(b)) \tau^{-1} d\tau,
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

onde usamos a identidade $\int_0^1 \delta(x_1 x_2 - \tau) d\tau = 1$. No MQCD2 novamente as energias relativas aos pártons são dependentes do fator de impacto: $\hat{s}_{ij} = \hat{s}_{ij}(b) = \tau s W_{ij}(b)$. A eiconal é novamente dividida em duas partes, sendo o primeiro termo resultado da contribuição dos pares de quarks de valência de cada um dos prótons, dado por

$$\chi_{qq}(b) = \frac{i}{2} W_{qq}(b) \sigma_{qq}, \tag{3.12}$$

onde $W_{qq}(b)$ é normalizado de forma a $\int W_{qq}(b) d^2\vec{b} = 1$ e σ_{qq} é uma constante a ser ajustada aos dados experimentais. O segundo termo é resultado de todas as reações iniciadas por um par de glúons (índices gg), de forma que

$$\chi_{gg}(s, b) = \frac{i}{2} \frac{W_{gg}(b)}{\sigma_{gg}^0} \int_0^1 F_{gg}(\tau) \sigma_{gg}(\hat{s}) \tau^{-1} d\tau, \tag{3.13}$$

onde $\hat{s} = \tau s W_{gg}(b)$. O termo σ_{gg}^0 fixa o número efetivo de pares a ser ajustado aos dados experimentais. A forma final (híbrida) da eiconal é dada por

$$\chi(b, s) = \chi_{qq}(b) + \chi_{gg}(b, s), \tag{3.14}$$

onde novamente o cálculo de F_{gg} é realizado a partir da expressão (3.4), equivalente à expressão (3.9).

Outra diferença entre o MQCD1 e o MQCD2 está no mecanismo de fusão de glúons adotado. Uma vez que extrapolações de cálculos perturbativos em grande- p_T para pequeno- p_T (extrapolação válida para $p_T \gg \Lambda_{QCD}$) indicam como mecanismo de produção dominante o processo $gg \rightarrow gg$, a seção de choque elementar adotada foi escrita como

$$\sigma_{gg \rightarrow gg} = \frac{9\pi\alpha_s^2(\hat{s})}{\delta^2} \theta(\hat{s} - m_0^2) \left[1 + \frac{17}{12(1+y)} - \frac{\ln(1+y)}{1+y} \right] \tag{3.15}$$

onde $y = \hat{s}/\delta^2$ e $\alpha_s(\hat{s}) = 12\pi/25 \ln(\hat{s}/\Lambda^2)$, com $\delta = 0.54$ GeV, $\Lambda = 127$ MeV e $m_0 \equiv m_{\pi^0}$.

Nesta versão do modelo, pela primeira vez extraiu-se uma parte real da eiconal a partir da imaginária. Para esse fim, utilizou-se a prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$, equivalente em altas energias ao primeiro termo da relação de dispersão derivativa¹ para funções pares

$$\text{Re}\{f(s, t = 0)\} = \tan \left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \right] \text{Im}\{f(s, t = 0)\}. \quad (3.16)$$

O MQCD2 descreve de forma satisfatória as grandezas $\sigma_{tot}^{pp, \bar{p}p}$, B^{pp} , $d\sigma/dt$ (em diversas energias) e $\rho^{pp, \bar{p}p}$.

3.2.2 Versão Atual

A versão atual do Modelo Inspirado em QCD, que denominamos por MQCD3, pode ser entendida seguindo-se as referências [16, 17, 18, 19, 20, 21]. Algumas características permanecem iguais às de versões anteriores, como, por exemplo, a composição das eiconais físicas na forma $\chi_{pp}^{\bar{p}p}(b, s) = \chi^+(b, s) \pm \chi^-(b, s)$ e a utilização da prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$ na obtenção da parte real a partir da parte par da eiconal.

No MQCD3 a parte par da eiconal é construída somando-se três contribuições: glúon-glúon, quark-glúon e quark-quark. Cada contribuição é individualmente fatorizada em um termo dependente apenas de s e outro dependente apenas de b :

$$\begin{aligned} 2\chi^+(b, s) &= \chi_{qq}(b, s) + \chi_{qg}(b, s) + \chi_{gg}(b, s) \\ &= i[\sigma_{qq}(s)W(b; \mu_{qq}) + \sigma_{qg}(s)W(b; \mu_{qg}) + \sigma_{gg}(s)W(b; \mu_{gg})], \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde $\mu_{gg} \equiv \sqrt{\mu_{qq}\mu_{qg}}$. A parte ímpar da eiconal é escrita na forma

$$2\chi^-(b, s) = C^- \Sigma_{gg} \frac{m_0}{\sqrt{s}} e^{i\pi/4} W(b; \mu^-), \quad (3.18)$$

onde m_0 é uma escala de massa fixada arbitrariamente no valor $m_0 = 600$ MeV. Neste caso, o fator $\Sigma_{gg} \equiv 9\pi\alpha_s^2/m_0^2$ é uma constante, uma vez que no MQCD3 a constante de acoplamento efetiva α_s passa a ser considerada fixa. Em todas as expressões, a função de distribuição no espaço b é novamente dada por

$$W(b; \mu) = \frac{\mu^2}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b), \quad (3.19)$$

sendo normalizada de tal forma que $\int d^2\vec{b} W(b; \mu) = 1$.

¹Uma discussão a respeito das relações de dispersão integrais e derivativas é apresentada no apêndice A.

Nesta versão, novamente os hádrons interagem via colisões semi-duras dos seus constituintes partônicos. Podemos, então, considerar a probabilidade de colisão em um determinado parâmetro de impacto b como sendo $P_{ij}(b, s) = W_{ij}(b) \sigma_{ij}(s)$, onde $i, j = q, g$ e

$$\sigma_{ij}(s) = \int d \left[\frac{\hat{s}}{s} \right] F_{ij} \left[x_1 x_2 = \frac{\hat{s}}{s} \right] \hat{\sigma}_{ij}(\hat{s}). \quad (3.20)$$

O fator σ_{ij} computa a seção de choque de interação entre pártons i, j para $\hat{s} > m_0^2$, onde agora $\hat{s}_{ij} = \tau s_{ij} = x_1 x_2 s_{ij}$. As seções de choque elementares em função de \hat{s} são dadas por

$$\hat{\sigma}_{ij}(\hat{s}) = K_{ij} \frac{9\pi\alpha_s^2}{m_0^2} \theta(\hat{s} - m_0^2), \quad (3.21)$$

onde $K_{gg} = 1$, $K_{qg} = 2(\frac{4}{9})$ e $K_{qq} = (\frac{4}{9})^2$ [17]. No cálculo dos termos qq e qg , o MQCD3 utiliza funções de distribuição $f_q \sim x^{-1/2}(1-x)^3$ e $f_g \sim x^{-1}(1-x)^5$, cujo resultado analítico tem a forma

$$\chi_{qq}(b, s) = \left[\frac{m_0}{\sqrt{s}} \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + \mathcal{P} \left(\frac{m_0}{\sqrt{s}} \right) \right] W_{qq}(b; \mu_{qq}), \quad (3.22)$$

$$\chi_{qg}(b, s) = \left[A' \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + \mathcal{P}' \left(\frac{m_0}{\sqrt{s}} \right) \right] W_{qg}(b; \mu_{qg}), \quad (3.23)$$

onde \mathcal{P} e \mathcal{P}' são polinômios em m_0/\sqrt{s} . Uma vez que a importância das contribuições qq e qg está na descrição de dados em baixas energias, podemos simplesmente parametrizá-las com um termo constante, um termo $s^{-1/2}$ e um termo $\ln s$, conforme sugerido pela fenomenologia de Regge. Desta forma, temos as contribuições qq e qg dadas pelas expressões

$$\chi_{qq}(b, s) = i \Sigma_{gg} \left(A + B \frac{m_0}{\sqrt{s}} \right) W(b; \mu_{qq}), \quad (3.24)$$

$$\chi_{qg}(b, s) = i \Sigma_{gg} A' \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) W(b; \mu_{qg}). \quad (3.25)$$

A contribuição da interação gg é esperada dominar em altas energias. A partir das expressões (3.20) e (3.21), o cálculo pode ser implementado via:

$$\sigma_{gg}(s) = C_{gg} \int_0^1 d\tau F_{gg}(\tau) \Sigma_{gg} \theta(\hat{s} - m_0^2), \quad (3.26)$$

onde C_{gg} é um fator de normalização, $\Sigma_{gg} = 9\pi\alpha_s^2/m_0^2$ e

$$F_{gg}(\tau) = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_g(x_1) f_g(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau) \quad (3.27)$$

é a definição de função de estrutura convoluída para o par glúon-glúon adotada no MQCD3. Nesta versão emprega-se uma parametrização para a função de distribuição f_g dada por

$$f_g(x) = N_g \frac{(1-x)^5}{x^J}, \quad (3.28)$$

onde $J = 1 + \epsilon$ e $N_g = \frac{1}{240}(6 - \epsilon)(5 - \epsilon)\dots(1 - \epsilon)$. Neste caso, a função de estrutura $F_{gg}(\tau)$ pode ser calculada analiticamente, sendo o resultado dado pela expressão:

$$\begin{aligned} F_{gg}(\tau) &= \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_g(x) f_g\left(\frac{\tau}{x}\right) = \frac{N_g^2}{\tau^J} \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} (1-x)^5 \left(1 - \frac{\tau}{x}\right)^5 \\ &= \frac{N_g^2}{\tau^J} \left\{ \frac{137}{30}(\tau^5 - 1) + \frac{325}{6}(\tau^4 - \tau) + \frac{200}{3}(\tau^3 - \tau^2) - \ln \tau [(\tau^5 + 1) \right. \\ &\quad \left. + 25(\tau^4 + \tau) + 100(\tau^3 + \tau^2)] \right\}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Substituindo-se o resultado acima na expressão (3.26), temos:

$$\begin{aligned} \sigma_{gg}(s) &= C_{gg} \int_0^1 d\tau \Sigma_{gg} \theta(\hat{s} - m_0^2) F_{gg}(\tau) \\ &= C_{gg} \Sigma_{gg} \int_{\tau_0}^1 d\tau F_{gg}(\tau) \\ &= C_{gg} \Sigma_{gg} [I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6], \end{aligned}$$

onde $\tau_0 = (m_0^2/s)$ e os termos I_1, \dots, I_6 são dados respectivamente pelas expressões

$$I_1 = \frac{137}{30} \left[\frac{(1 - \tau_0^{6-J})}{6-J} - \frac{(1 - \tau_0^{1-J})}{1-J} \right], \quad (3.30)$$

$$I_2 = \frac{325}{6} \left[\frac{(1 - \tau_0^{5-J})}{5-J} - \frac{(1 - \tau_0^{2-J})}{2-J} \right], \quad (3.31)$$

$$I_3 = \frac{200}{3} \left[\frac{(1 - \tau_0^{4-J})}{4-J} - \frac{(1 - \tau_0^{3-J})}{3-J} \right], \quad (3.32)$$

$$I_4 = \frac{\tau_0^{6-J}}{6-J} \ln \tau_0 + \frac{(1 - \tau_0^{6-J})}{(6-J)^2} + \frac{\tau_0^{1-J}}{1-J} \ln \tau_0 + \frac{(1 - \tau_0^{1-J})}{(1-J)^2}, \quad (3.33)$$

$$I_5 = \frac{25 \tau_0^{5-J}}{5-J} \ln \tau_0 + 25 \frac{(1 - \tau_0^{5-J})}{(5-J)^2} + 25 \frac{\tau_0^{2-J}}{2-J} \ln \tau_0 + 25 \frac{(1 - \tau_0^{2-J})}{(2-J)^2}, \quad (3.34)$$

$$I_6 = \frac{100 \tau_0^{4-J}}{4-J} \ln \tau_0 + 100 \frac{(1 - \tau_0^{4-J})}{(4-J)^2} + 100 \frac{\tau_0^{3-J}}{3-J} \ln \tau_0 + 100 \frac{(1 - \tau_0^{3-J})}{(3-J)^2}. \quad (3.35)$$

Estes resultados podem ser compactados em uma única expressão para $\sigma_{gg}(s)$, dada por

$$\sigma_{gg}(s) = C'_{gg} \Sigma_{gg} N_g^2 \sum_{l=0}^5 \left\{ \frac{a(l) - \frac{b(l)}{l-\epsilon}}{l-\epsilon} - \tau_0^{l-\epsilon} \left[\frac{a(l) - \frac{b(l)}{l-\epsilon}}{l-\epsilon} + \frac{b(l)}{l-\epsilon} \ln \tau_0 \right] \right\}, \quad (3.36)$$

onde $C'_{gg} = \frac{C_{gg}}{9}$, $a(0) = -a(5) = -\frac{411}{10}$, $a(1) = -a(4) = -\frac{975}{2}$, $a(2) = -a(3) = 600$, $b(0) = b(5) = -9$, $b(1) = b(4) = -225$, $b(2) = b(3) = -900$ e $N_g = \frac{1}{240}(6-\epsilon)(5-\epsilon)\dots(1-\epsilon)$.

No MQCD3 é possível uma boa descrição dos dados experimentais de σ_{tot} , ρ e B , para colisões pp e $\bar{p}p$ [19, 20]. A contribuição qq é basicamente constante com a energia, enquanto a contribuição gg cresce assintoticamente como uma potência de s na forma $\propto s^{J-1}$, onde a quantidade J controla a evolução da função de estrutura do glúon em pequeno x . A partir de $\sqrt{s} \sim 1$ TeV, a contribuição gg é predominante sobre as demais, fazendo com que o nucleon assintoticamente se comporte como um disco negro de raio R [17, 20]:

$$\sigma_{tot}(s \rightarrow \infty) = 2\pi R^2 = 2\pi \left[\frac{J-1}{\mu_{gg}} \right]^2 \ln^2 \left(\frac{s}{s_0} \right). \quad (3.37)$$

Neste caso, vemos que o MQCD3 permite uma reformulação do limite de Froissart em termos dos parâmetros J e μ_{gg} .

Na referência [20] foram ajustados simultaneamente dados experimentais de σ_{tot}^{pp} , $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$, ρ^{pp} , $\rho^{\bar{p}p}$, B^{pp} e $B^{\bar{p}p}$ acima de $\sqrt{s} = 15$ GeV, fixando-se alguns parâmetros do MQCD3, conforme a Tabela 3.1. A partir destes valores originais e do formalismo acima discutido, calculamos as quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e a seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, cujos resultados são mostrados na Figura 3.1, junto com os dados experimentais correspondentes. Apesar dos nossos resultados serem similares aos das Figuras 2 (ρ), 3 (B) e 4 ($d\sigma/dt$) da referência [20], nosso resultado para σ_{tot}^{pp} não corresponde à curva de σ_{tot}^{pp} da Figura 1 da mesma referência, passando sistematicamente acima dos dados experimentais em energias $\sqrt{s} \lesssim 100$ GeV (ver Figura 3.1).

Em razão deste resultado, decidimos reanalisar a MQCD3 através de um ajuste similar ao original, ou seja, através de um ajuste global aos dados de σ_{tot}^{pp} , $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$, ρ^{pp} , $\rho^{\bar{p}p}$, B^{pp} e $B^{\bar{p}p}$ acima de $\sqrt{s} = 15$ GeV. Uma descrição detalhada a respeito dos dados utilizados no ajuste global é dada na seção 1.4 (capítulo 1).

Os valores dos parâmetros da reanálise são apresentados na Tabela 3.1 e os cálculos das quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ com os novos

Tabela 3.1: Parâmetros do MQCD3 original e do modelo reanalisado, fixando-se e ajustando-se os parâmetros de acordo com a referência [20].

Modelo MQCD3 original [20]	
Fixado	Ajustado
$m_0 = 0.6 \text{ GeV}$	$A = 5.42 \pm 0.16$
$\epsilon = 0.05$	$A' = 0.167 \pm 0.037$
$\mu_{qq} = 0.89 \text{ GeV}$	$C'_{gg} = (1.03 \pm 0.12) \times 10^{-3}$
$\mu_{gg} = 0.73 \text{ GeV}$	$B = 28.8 \pm 2.0$
$\mu^- = 0.53 \text{ GeV}$	$C^- = 7.55 \pm 0.30$
$\alpha_s = 0.5$	$s_0 = 10.3 \pm 0.88 \text{ GeV}^2$
$\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$	
	$gl = 152$
	$\chi^2/gl = 4.29$
Modelo MQCD3 reanalisado	
Fixado	Ajustado
$m_0 = 0.6 \text{ GeV}$	$A = 5.30 \pm 0.13$
$\epsilon = 0.05$	$A' = 0.030 \pm 0.009$
$\mu_{qq} = 0.89 \text{ GeV}$	$C'_{gg} = (1.12 \pm 0.03) \times 10^{-3}$
$\mu_{gg} = 0.73 \text{ GeV}$	$B = 15.9 \pm 1.3$
$\mu^- = 0.53 \text{ GeV}$	$C^- = 10.36 \pm 0.33$
$\alpha_s = 0.5$	$s_0 = (1.4 \pm 8.0) \times 10^{-10} \text{ GeV}^2$
$\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$	
	$gl = 152$
	$\chi^2/gl = 1.12$

parâmetros são mostrados na Figura 3.2. Podemos verificar que, apesar do problema referente à seção de choque total pp ser resolvido, a previsão da seção de choque diferencial em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV não se encaixa tão bem aos dados experimentais. Entretanto, este problema pode ser resolvido aumentando o número de parâmetros a serem ajustados, ou seja, transformando alguns parâmetros antes fixados em parâmetros de ajuste. Por exemplo, podemos refazer a análise considerando os parâmetros μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- também como parâmetros livres. Os resultados desta análise são mostrados na Figura 3.3, enquanto os novos valores dos parâmetros do modelo reanalisado desta maneira, que denominamos por MQCD3-reajustado, são apresentados na Tabela 3.2. Podemos verificar que no caso do MQCD3-reajustado um ótimo ajuste de σ_{tot} , ρ e B é obtido, juntamente com uma previsão para a seção de choque diferencial $\bar{p}p$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV mais compatível com os dados experimentais.

Contudo, no caso da análise com os parâmetros μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- fixos, podemos verificar das Figuras 3.1 e 3.2 que, na região de energia $\sqrt{s} \gtrsim 100$ GeV, as curvas originais das quantidades frontais são equivalentes às curvas da reanálise, indicando que, a princípio, não precisamos nos preocupar com o problema em baixas energias da curva de σ_{tot}^{pp} original.

Na Figura 3.4 mostramos os resultados do ajuste global realizado sem o vínculo imposto no modelo original $\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$. Os valores dos parâmetros são apresentados na Tabela 3.2.

Nas reanálises do modelo MQCD3 original realizadas acima, consideramos que o melhor resultado é obtido quando impomos o vínculo $\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$ e incluímos os fatores μ_{qq} , μ_{gg} e μ^- na relação de parâmetros livres do modelo ($\chi^2/gl = 1.11$ e Figura 3.3). Este resultado permite, além de uma ótima descrição das quantidades frontais, uma previsão para a seção de choque diferencial em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV mais compatível com os dados experimentais do que a obtida com a mesma análise realizada sem o vínculo $\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$. Este resultado, que denominamos por MQCD3-reajustado (ver Tabela 3.2), voltará a ser comparado com outros resultados na seção 4.6.

3.3 Alguns Problemas do Formalismo Atual

Apesar da constante evolução dos modelos inspirados em QCD ao longo do tempo, suas aplicações aos processos hadrônicos permaneceram baseadas no uso de funções de distribuição gluônicas parametrizadas na forma $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$, onde o parâmetro J controla a evolução da distribuição de glúons em pequeno x . Embora esta forma funcional

Tabela 3.2: Parâmetros do MQCD3-reajustado considerando-se também os fatores μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- como parâmetros livres.

Modelo MQCD3-reajustado (análise com vínculo $\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$)	
Fixado	Ajustado
$m_0 = 0.6 \text{ GeV}$	$A = 3.12 \pm 0.01$
$\epsilon = 0.05$	$A' = 0.084 \pm 0.001$
$\alpha_s = 0.5$	$C'_{gg} = (1.02 \pm 0.01) \times 10^{-3}$
$\mu_{qq} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$	$B = 19.7 \pm 0.4$
	$C^- = 10.62 \pm 0.02$
	$s_0 = (7.8 \pm 0.1) \times 10^{-14} \text{ GeV}^2$
	$\mu_{gg} = 0.715 \pm 0.001 \text{ GeV}$
	$\mu_{qq} = 0.948 \pm 0.001 \text{ GeV}$
	$\mu^- = 0.562 \pm 0.001 \text{ GeV}$
	$gl = 149$
	$\chi^2/gl = 1.11$
Modelo MQCD3-reajustado (análise sem vínculo)	
Fixado	Ajustado
$m_0 = 0.6 \text{ GeV}$	$A = 6.79 \pm 0.12$
$\epsilon = 0.05$	$A' = 0.009 \pm 0.003$
$\alpha_s = 0.5$	$C'_{gg} = (1.29 \pm 0.01) \times 10^{-3}$
	$B = 18.8 \pm 1.9$
	$C^- = 11.6 \pm 0.6$
	$s_0 = (2.3 \pm 0.6) \times 10^{-3} \text{ GeV}^2$
	$\mu_{gg} = 0.809 \pm 0.014 \text{ GeV}$
	$\mu_{qq} = 1.055 \pm 0.027 \text{ GeV}$
	$\mu_{qq} = 0.238 \pm 0.030 \text{ GeV}$
	$\mu^- = 0.630 \pm 0.039 \text{ GeV}$
	$gl = 148$
	$\chi^2/gl = 1.07$

evite a saturação do limite de Froissart e permita um resultado analítico no cálculo da função de estrutura $F_{gg}(\tau) = [f_g \otimes f_g](\tau)$, sua validade é aproximadamente correta apenas nos limites $x \rightarrow 0$ e $x \rightarrow 1$, associados ao limite de Regge e às regras de contagem de quarks, respectivamente.

Em regiões intermediárias de x , a função $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$ não permite uma boa reprodução do comportamento de nenhuma outra função de distribuição $f_g(x, Q^2)$ conhecida, quaisquer que sejam os valores da escala Q^2 e do parâmetro J adotados. Por exemplo, a escolha $J \approx 1.10 - 1.15$ reproduz muito grosseiramente o comportamento em x da primeira geração de funções de distribuição de glúons [60, 61] em $Q^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$ [16]. Uma vez que nos modelos inspirados em QCD o papel mais fundamental é justamente realizado pela função de distribuição gluônica, a validade de qualquer previsão teórica de modelos baseados na distribuição $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$ é questionável.

Conforme discutido no capítulo 2, o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ é um dos parâmetros básicos da QCD. A forma da sua variação com a escala Q , guiada pela equação do grupo de renormalização, reflete uma das propriedades centrais da QCD: a liberdade assintótica. O seu comportamento na presença de quarks pesados $i = c, b, t$, cujos efeitos são principalmente importantes na função de distribuição de glúons em pequeno x , é determinado através de uma dependência funcional com o número efetivo de quarks n_s e com as escalas de massa m_i . Portanto, a fixação do valor da constante de acoplamento α_s em algum dado valor, da forma como realizada no MQCD3, representa uma aproximação bastante insatisfatória. Este procedimento, da mesma maneira que o uso de uma distribuição gluônica simplista $f_g = f_g(x)$, gera uma perda de vínculo dos modelos com o modelo a pártons, tornando contestável a denominação “inspirados em QCD”. Portanto, o objetivo central desta tese é a atualização da informação referente às funções de distribuição empregadas em modelos inspirados em QCD, bem como o desenvolvimento de uma versão de modelo compatível com todos os elementos do modelo a pártons da QCD, conforme descrito nos próximos capítulos.

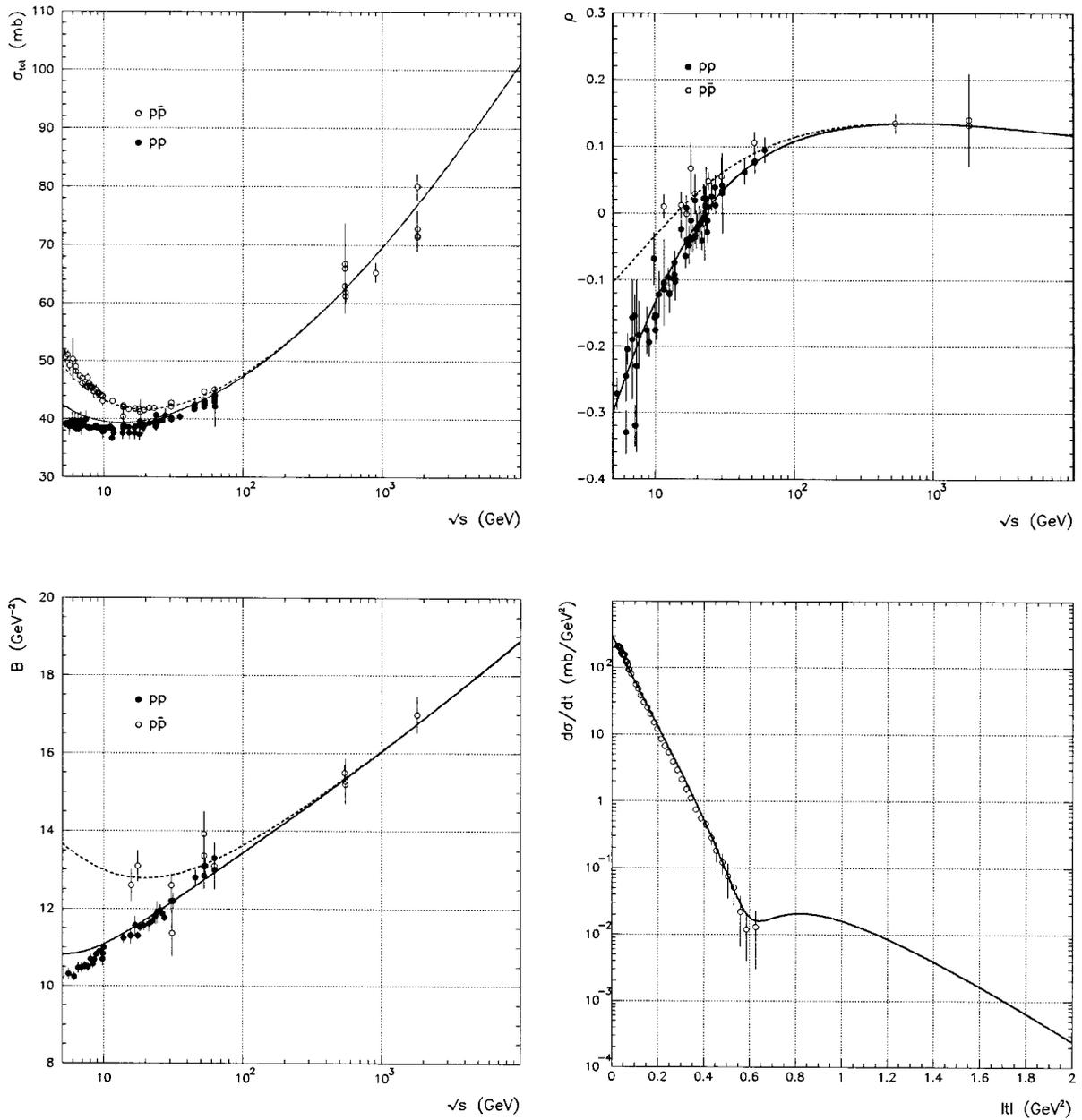


Figura 3.1: Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt|_{\sqrt{s}=1.8\text{TeV}}$ dos espalhamentos pp e $p\bar{p}$, calculadas com os parâmetros originais do MQCD3 [20]. $\chi^2/gl = 4.29$.

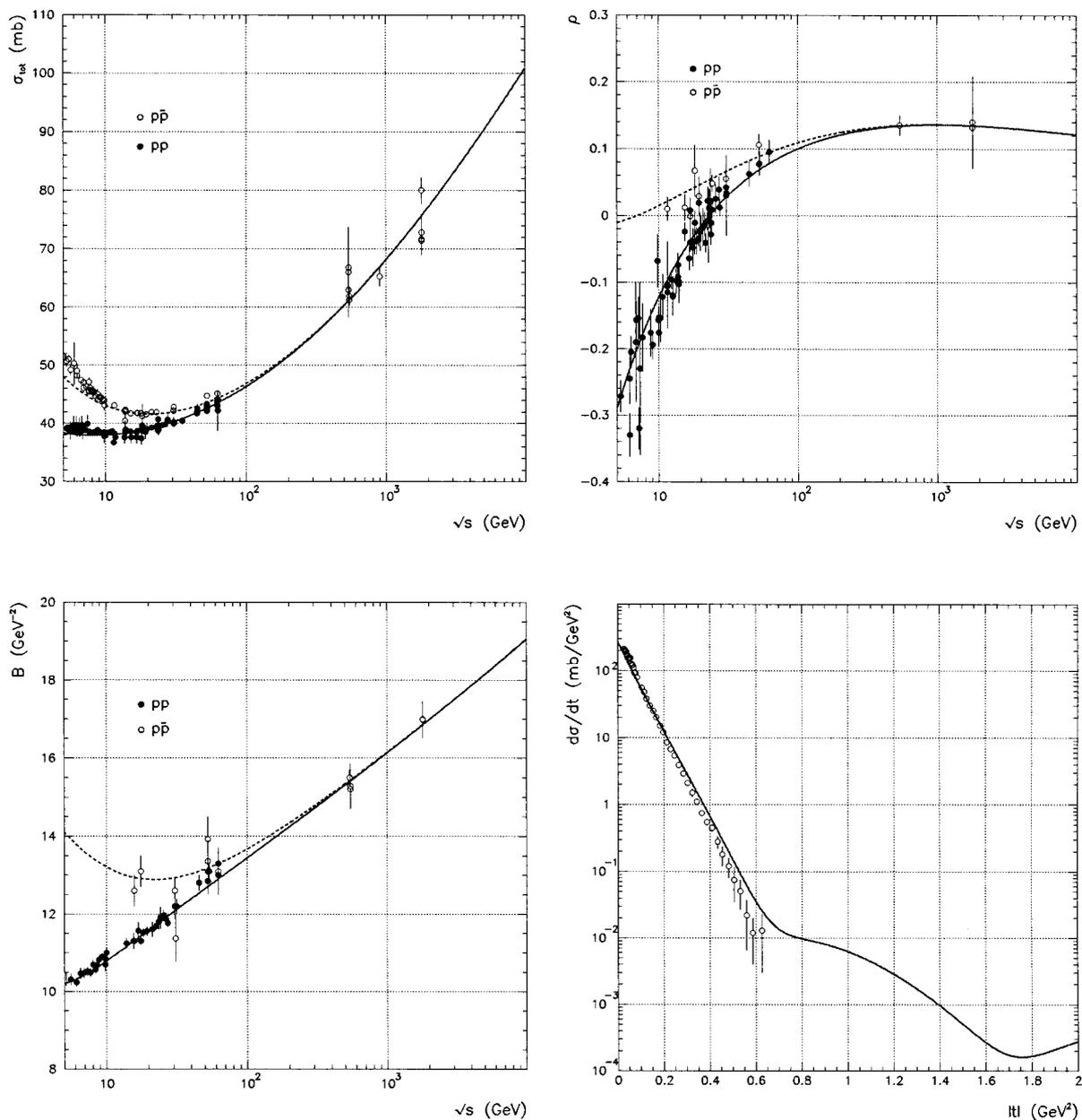


Figura 3.2: Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt|_{\sqrt{s}=1.8\text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $p\bar{p}$, calculadas com os parâmetros resultantes da reanálise do MQCD3 original. $\chi^2/gl = 1.12$.

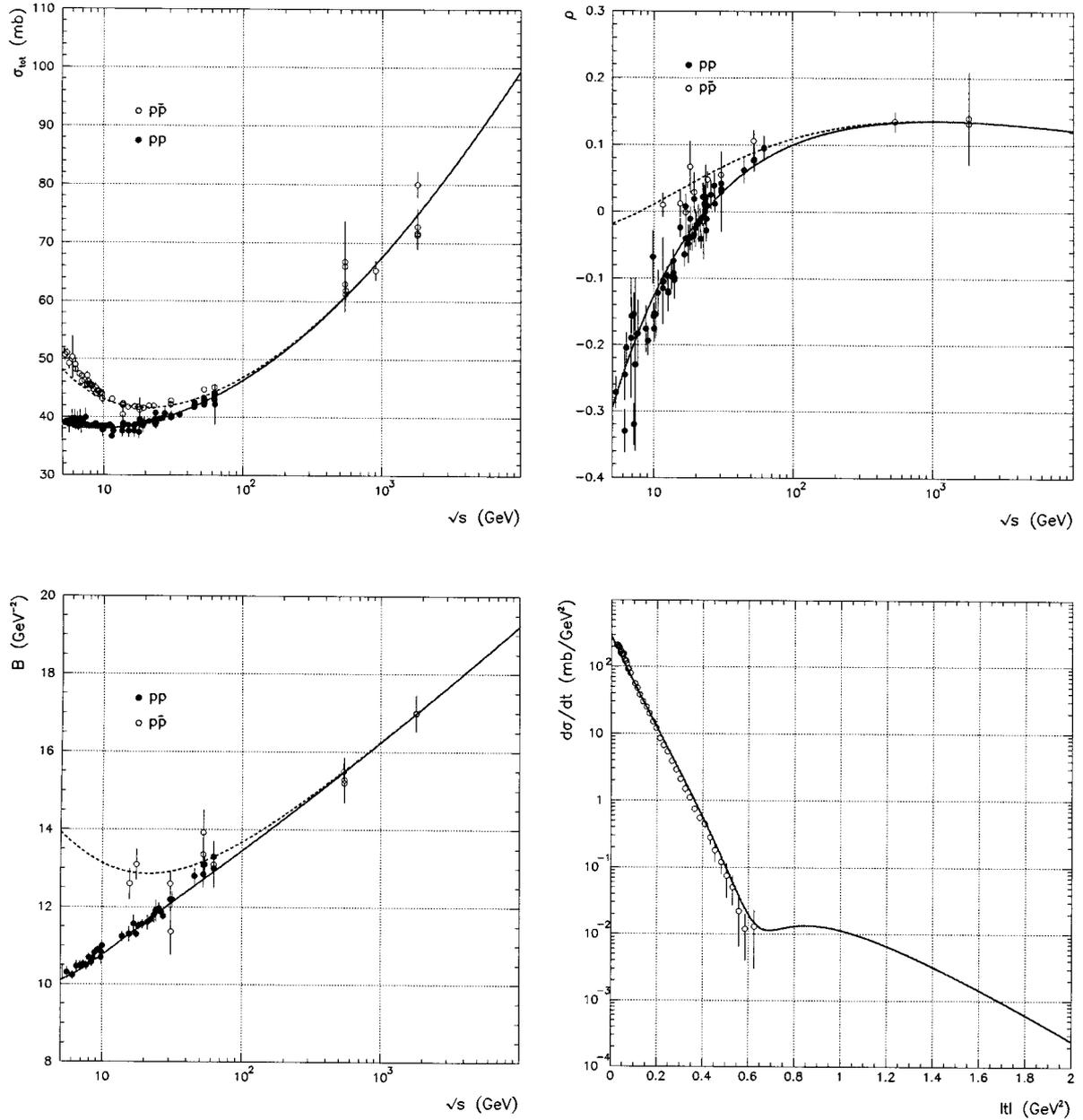


Figura 3.3: Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt|_{\sqrt{s}=1.8 \text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $p\bar{p}$, calculadas com os parâmetros resultantes da análise global com o vínculo $\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg} \mu_{qq}}$ e com fatores μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- como parâmetros livres. $\chi^2/gl = 1.11$.

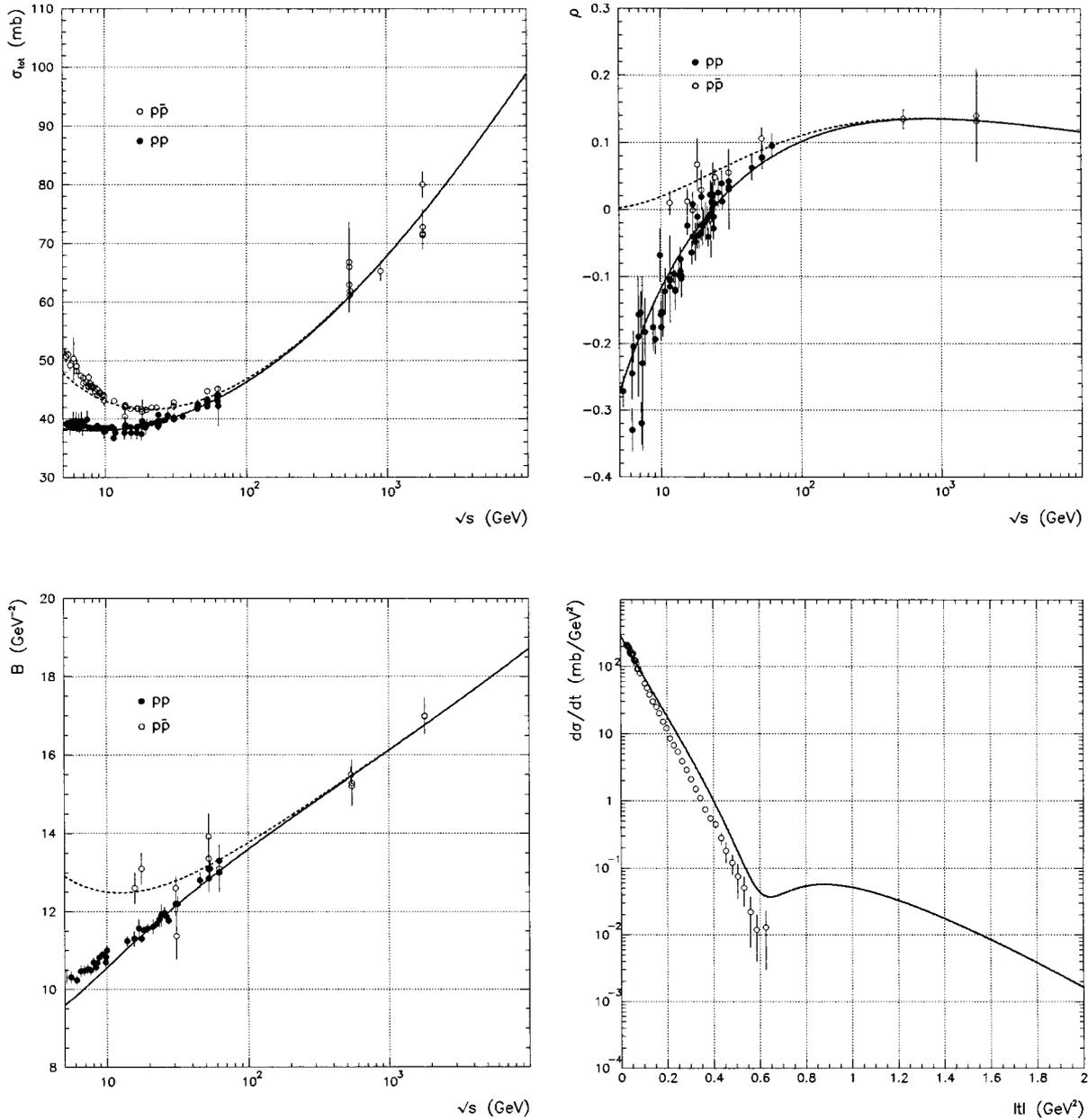


Figura 3.4: Quantidades frontais (σ_{tot} , ρ e B) e seção de choque diferencial $d\sigma/dt|_{\sqrt{s}=1.8\text{ TeV}}$ dos espalhamentos pp e $p\bar{p}$, calculadas com os parâmetros resultantes da análise global sem o vínculo $\mu_{qg} = \sqrt{\mu_{gg}\mu_{qq}}$ e com fatores μ_{gg} , μ_{qq} e μ^- como parâmetros livres. $\chi^2/gl = 1.07$.

Capítulo 4

O Modelo Eiconal e as Novas Funções de Distribuição

4.1 Introdução

Em vista dos aspectos insatisfatórios do modelo MQCD3 levantados no último capítulo, nosso objetivo central nesta tese foi o desenvolvimento de uma abordagem ao espalhamento elástico hádron-hádron compatível com os principais elementos do modelo a pártons da QCD, isto é, de uma abordagem baseada no uso de funções de distribuições evoluídas de acordo com as equações DGLAP, de seções de choque elementares para os espalhamentos párton-pártion calculadas via QCD e da constante de acoplamento efetiva $\alpha_s(Q^2)$. Tal tarefa implica na implementação de um método numérico eficaz e suficientemente preciso na implementação da informação relacionada à moderna geração de funções de distribuição e no cálculo das grandezas de interesse. Logo, de um lado, o principal problema a ser resolvido foi a substituição da função de distribuição gluônica até então utilizada nos modelos discutidos no capítulo anterior, parametrizada na forma $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$, por uma função de distribuição de glúons mais realista. Por outro lado, a questão principal consistiu no desenvolvimento de um método capaz de reproduzir com uma precisão acurada o resultado numérico da evolução da função $f_g(x, Q^2)$ na escala Q^2 e de permitir a determinação fenomenológica de todos os parâmetros livres da nova versão do modelo.

No modelo a pártons, a seção de choque total glúon-glúon é determinada pela expressão (3.20):

$$\begin{aligned}\sigma_{gg}(s) &= \int_0^1 d\tau F_{gg}(\tau) \hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}) \theta(\hat{s} - m_0^2) \\ &= \int_{\tau_{min}}^1 d\tau F_{gg}(\tau) \hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}),\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde $\tau_{min} = m_0^2/s$ e $\hat{s} = \tau s$. Na expressão acima, a função de Heaviside $\theta(\hat{s} - m_0^2)$ determina

um limiar de produção m_0 , fixado arbitrariamente no MQCD3 no valor $m_0 = 0.6$ GeV, sendo a função de estrutura $F_{gg}(\tau)$ calculada por meio da expressão (3.27), equivalente a¹:

$$F_{gg}(\tau) = [f_g \otimes f_g](\tau) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_g(x) f_g\left(\frac{\tau}{x}\right). \quad (4.2)$$

No modelo MQCD3, onde se adota a distribuição $f_g(x) \propto (1-x)^5/x^J$, a seção de choque elementar $\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s})$ é definida pelo termo assintótico da integração em \hat{t} da seção de choque diferencial $d\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}, \hat{t})/d\hat{t}$ em ordem dominante [55, 56], cujo resultado pode ser escrito na forma

$$\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}) = \frac{9\pi\alpha_s^2(\hat{s})}{m_0^2} \left[1 + \frac{17}{12(1+y)} - \frac{\ln(1+y)}{1+y} \right], \quad (4.3)$$

onde $y = \hat{s}/m_0^2$. Como vimos no capítulo anterior, neste modelo o acoplamento $\alpha_s(\hat{s})$ é considerado constante e fixado no valor $\alpha_s = 0.5$, de forma que a seção de choque gg é também constante e dada pela expressão

$$\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s} \gg m_0^2) \equiv \Sigma_{gg} = \frac{9\pi\alpha_s^2}{m_0^2}. \quad (4.4)$$

Para implementarmos uma nova distribuição $f_g(x, Q^2)$ com dependência em Q no cálculo de $\sigma_{gg}(s)$, a função de estrutura para o par glúon-glúon deve passar a ser calculada na forma

$$F_{gg}(\tau, Q^2) = [f_g \otimes f_g](\tau, Q^2) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_g(x, Q^2) f_g\left(\frac{\tau}{x}, Q^2\right), \quad (4.5)$$

onde novamente o símbolo \otimes representa uma integral de convolução. Entretanto, levando-se em conta a dependência em Q apenas da função de estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$, o cálculo da seção de choque total glúon-glúon por meio da expressão (4.1) apresentará um resultado final dependente da escala de evolução Q . Neste caso, a eiconal $\chi_{gg}(\equiv \sigma_{gg}W)$ também terá uma dependência (incorreta) com a escala Q , indicando que a correta implementação da escala Q no modelo não se reduz à simples substituição de $f_g(x)$ por $f_g(x, Q^2)$.

4.2 A Implementação da Escala Q no Formalismo

A dependência da eiconal χ_{gg} com a escala Q pode ser evitada substituindo-se na expressão (4.1), além de $f_g(x)$ por $f_g(x, Q^2)$, a seção de choque integrada $\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s})$ pela seção de choque diferencial $d\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}, \hat{t})/d\hat{t}$, calculada na escala $|\hat{t}| = Q^2$. A adoção da igualdade

¹Ver Apêndice D.

entre a escala de evolução Q^2 e o quadrado do momentum transferido $|\hat{t}| \equiv q^2$ entre os glúons no espalhamento $gg \rightarrow gg$ é similar à escolha $p_T^2 = Q^2$, adotada no cálculo da seção de choque de jatos com momentum transversal $p_T > p_{Tmin}$ [57, 58]:

$$\sigma_{jato}(p_T > p_{Tmin}) = \int_{p_{Tmin}^2} dp_T^2 \int dx_1 \int dx_2 f_g(x_1) f_g(x_2) \frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2}. \quad (4.6)$$

Neste caso a seção de choque $\sigma_{gg}(s)$ é calculada na forma

$$\begin{aligned} \sigma_{gg}(s) &= \int d|\hat{t}| \int_0^1 d\tau F(\tau, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}(\hat{s}, \hat{t})}{d|\hat{t}|} \theta\left(\frac{\hat{s}}{2} - |\hat{t}|\right) \\ &= \int_{Q_{min}^2}^{Q_{max}^2} dQ^2 \int_{\tau_{min}=2Q^2/s}^1 d\tau F(\tau, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde a seção de choque diferencial $d\hat{\sigma}_{gg}/d\hat{t}$ em ordem dominante é dada por [59]

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = \frac{9\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}^2} \left[3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right], \quad (4.8)$$

e os diagramas que contribuem para o cálculo de $d\hat{\sigma}_{gg}/d\hat{t}$ são mostrados na Figura 4.1. Por meio do vínculo $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$, a expressão (4.8) pode ser reescrita na forma

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{9\pi\alpha_s^2}{2} \left[\frac{3}{\hat{s}^2} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}^3} + \frac{\hat{t}^2}{\hat{s}^4} + \frac{1}{\hat{t}^2} + \frac{1}{\hat{s}\hat{t}} - \frac{\hat{t}}{\hat{s}(\hat{s} + \hat{t})^2} \right]. \quad (4.9)$$

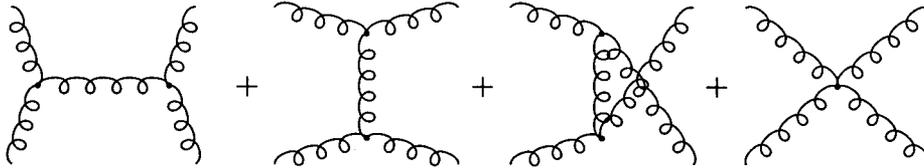


Figura 4.1: Diagramas de Feynman em ordem dominante (LO) para o processo $gg \rightarrow gg$.

Entretanto, a condição de positividade das funções de estrutura, matematicamente expressa na forma

$$\int_{\tau_{min}}^1 d\tau F(\tau, Q^2) \geq 0, \quad (4.10)$$

impõe um vínculo sobre o limite superior Q_{max}^2 presente na expressão (4.7), de forma que

$$\sigma_{gg}(s) = \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} dQ^2 \int_{\tau_{min}=2Q^2/s}^{\tau_{max}} d\tau F(\tau, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2}, \quad (4.11)$$

onde temos $Q_{max}^2 = \frac{\tau_{max}s}{2} = \frac{\hat{s}}{2}$. No caso em que $\tau_{max} = 1$, o vínculo é dado simplesmente por $Q_{max}^2 = \frac{s}{2}$. Logo, a condição de positividade (4.10) e a função $\theta(\frac{\hat{s}}{2} - |\hat{t}|)$ presente em (4.7) restringem os valores das escalas Q_{max} envolvidas no espalhamento hádron-hádron em diferentes energias s , impondo como escala máxima a metade da energia \hat{s} disponível no referencial partônico.

A expressão central (4.11) pode ser reobtida por meio de um argumento probabilístico heurístico, sugerido originalmente por Durand e Pi [13, 14, 15], que também liga a eiconal χ_{gg} à seção de choque σ_{gg} . Tal argumento se baseia na consideração de que, em um espalhamento pp ou $\bar{p}p$, a probabilidade \bar{P}_{QCD} de que os dois hádrons não sofram um espalhamento inelástico seja igual a

$$\bar{P}_{QCD}(b, s) = e^{-n(b, s)}, \quad (4.12)$$

onde $n(b, s)$ é o número de colisões glúon-glúon em uma colisão pp ($\bar{p}p$) no parâmetro de impacto b , dado no modelo a pártons pela expressão

$$n(b, s) = \int d^2b' \int dx_1 \int dx_2 \int d|\hat{t}| \frac{d\sigma_{gg}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) G(x_1, |\hat{t}|, |\vec{b} - \vec{b}'|) G(x_2, |\hat{t}|, |\vec{b}'|), \quad (4.13)$$

onde x_i é a fração de momentum x do hádron i carregada pelo glúon, $d\hat{\sigma}_{gg}/d|\hat{t}|$ é a seção de choque diferencial do processo $gg \rightarrow gg$ e $G(x, |\hat{t}|, |\vec{b}|) dx d^2b$ é o número de glúons no intervalo dx e elemento de área transversal d^2b a uma distância b do centro do hádron.

Seguindo as pistas das referências [13, 14, 15], o argumento heurístico pode ser efetivamente desenvolvido da seguinte forma: consideremos que um espalhamento hádron-hádron possa ser interpretado de maneira pictórica como um espalhamento entre dois feixes de pártons A e B , onde o feixe A , com um número total N_A de pártons, incide sobre um feixe-alvo B , com um número total de pártons N_B . Caso o feixe-alvo B seja suficientemente fino, o número total de pártons espalhados do feixe A é simplesmente dado pela expressão

$$N_{tot} = \frac{N_A N_B \sigma}{S}, \quad (4.14)$$

onde σ é a seção de choque total para o espalhamento elementar entre um párton do feixe A por um párton do feixe B , cuja área transversal é dada por S . No caso de um feixe-alvo extenso, onde devemos considerar o espalhamento dos pártons que ainda permanecem no feixe A após atravessarem uma pequena extensão dl do alvo, o número de espalhamentos em função da distância atravessada l é dado por

$$dN(l) = -\frac{N(l) (n_B S dl) \sigma}{S}, \quad (4.15)$$

onde n_B é a densidade de pártons do alvo B , sendo $N_B = n_B V = n_B S dl$. Este resultado também pode ser obtido por meio de argumentos baseados em análise dimensional, uma vez que a equação que rege o número de espalhamentos em função da distância atravessada é dada por

$$\frac{dN(l)}{dl} = -kN(l), \quad (4.16)$$

onde $N = N(l)$ é o número de pártons que permanecem no feixe A e k é uma constante cuja dimensão implica na relação $k = n_B \sigma$. A solução geral das equações lineares (4.15) e (4.16), com a condição inicial $N(0) = N_A$, é dada por

$$\begin{aligned} N &= N(0) e^{-n_B \sigma l} \\ &= N_A e^{-\frac{N_B \sigma}{S}}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

sendo o número total de pártons do feixe A espalhados por um alvo extenso B igual a

$$N'_{tot} = N_A - N = N_A \left(1 - e^{-\frac{N_B \sigma}{S}}\right). \quad (4.18)$$

Logo, a probabilidade de um párton do feixe A não interagir com o feixe B (não sofrer espalhamento) é dada por

$$\bar{p} = \frac{N}{N_A} = e^{-\frac{N_B \sigma}{S}}, \quad (4.19)$$

sendo a probabilidade de que todos os pártons do feixe A não sejam espalhados, ou seja, que atravessem o feixe-alvo B sem interagir, dada por

$$\bar{P} = \bar{p}^{N_A} = \left(e^{-\frac{N_B \sigma}{S}}\right)^{N_A} = e^{-N_{tot}}. \quad (4.20)$$

Reescrevendo-se as quantidades N_A , N_B , σ e S por meio das relações

$$\begin{aligned} N_A &\rightarrow G(x_1, |\hat{t}|, b_1) d^2 b_1 dx_1, \\ N_B &\rightarrow G(x_2, |\hat{t}|, b_2) d^2 b_2 dx_2, \\ \sigma &\rightarrow \frac{d\hat{\sigma}}{d|\hat{t}|} d|\hat{t}|, \\ \frac{1}{S} &\rightarrow \delta(\vec{b}_2 - \vec{b}_1 - \vec{b}), \end{aligned}$$

a expressão (4.14) pode ser reescrita na forma

$$\begin{aligned} N_{tot} &= \frac{N_A N_B \sigma}{S} \\ &\rightarrow \int d^2 b' \int dx_1 \int dx_2 \int d|\hat{t}| \frac{d\sigma_{gg}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) G(x_1, |\hat{t}|, |\vec{b} - \vec{b}'|) G(x_2, |\hat{t}|, |\vec{b}'|), \end{aligned} \quad (4.21)$$

que é justamente a expressão (4.13) do modelo a pártons para o número de espalhamentos glúon-glúon. De acordo com a expressão (4.18), no caso em que o número de espalhamentos sofridos por um único párton incidente é pequeno², $N_{tot} \sim N'_{tot}$. Portanto, $n(b, s)$ pode ser identificado corretamente com o número de colisões glúon-glúon e a expressão (4.20) pode ser reescrita na forma

$$\bar{P} = e^{-n(b,s)} = \bar{P}_{QCD}(b, s). \quad (4.22)$$

Levando-se em conta processos inelásticos suaves, não descritos em termos do modelo a pártons da QCD, a probabilidade P de ocorrer uma colisão inelástica no espalhamento pp ou $\bar{p}p$ é dada por

$$P = 1 - \bar{P}_{SUAVE} \bar{P}_{QCD}. \quad (4.23)$$

No capítulo 1 vimos que a seção de choque inelástica é calculada na representação eiconal pela expressão

$$\begin{aligned} \sigma_{in}(s) &= 2\pi \int_0^\infty b db G_{in}(b, s) \\ &= 2\pi \int_0^\infty b db [1 - e^{-2\chi_I(b,s)}], \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde $G_{in}(b, s) \equiv [1 - e^{-2\chi_I(b,s)}]$ é a função de recobrimento inelástica. Neste caso, o termo $1 - e^{-2\chi_I(b,s)}$ pode ser interpretado como a probabilidade de ao menos um dos hádrons ser fragmentado em uma colisão com energia s e parâmetro de impacto b . Comparando-se a função $G_{in}(b, s)$ e as probabilidades (4.22) e (4.23), podemos verificar que

$$\chi_I(b, s) = \chi_I^{SUAVE}(b, s) + \chi_I^{QCD}(b, s), \quad (4.25)$$

onde

$$\chi_I^{QCD}(b, s) = \frac{n(b, s)}{2}. \quad (4.26)$$

Logo, no modelo de Durand e Pi (MDP), considerando-se válida a fatorização

$$G(x, |\hat{t}|, |\vec{b}|) \equiv f_g(x, |\hat{t}|) \rho(|\vec{b}|), \quad (4.27)$$

²Caso em que $\frac{N_B \sigma}{s} \ll 1$.

onde $f_g(x, |\hat{t}|)$ é a função de distribuição usual e $\rho(b)$ é a densidade de probabilidade de encontrarmos um glúon no elemento de área d^2b com parâmetro de impacto b , a partir das expressões (4.13) e (4.26) temos [13, 14, 15]

$$\chi_I^{QCD}(b, s) = \frac{1}{2} A(b) \sigma_{gg}^{MDP}(s), \quad (4.28)$$

onde

$$A(b) = \int d^2b' \rho(|\vec{b} - \vec{b}'|) \rho(b') \quad (4.29)$$

e

$$\sigma_{gg}^{MDP}(s) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int d|\hat{t}| \frac{d\sigma_{gg}}{d|\hat{t}|}(\hat{s}, \hat{t}) f_g(x_1, |\hat{t}|) f_g(x_2, |\hat{t}|) \theta\left(\frac{\hat{s}}{2} - |\hat{t}|\right). \quad (4.30)$$

Na expressão acima, as funções $f_g(x_1, |\hat{t}|)$ e $f_g(x_2, |\hat{t}|)$ são identificadas com as funções de distribuição dos glúons do hádron 1 e 2, respectivamente.

É simples verificarmos que as expressões (4.11) e (4.30) são equivalentes: uma vez que

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_g(x_1, |\hat{t}|) f_g(x_2, |\hat{t}|) &= \int_0^1 d\tau \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_g(x_1, |\hat{t}|) f_g(x_2, |\hat{t}|) \delta(\tau - x_1 x_2) \\ &= \int_0^1 d\tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_g(x, |\hat{t}|) g\left(\frac{\tau}{x}, |\hat{t}|\right) \\ &= \int_0^1 d\tau F_{gg}(\tau, |\hat{t}|), \end{aligned} \quad (4.31)$$

a seção de choque $\sigma_{gg}^{MDP}(s)$ pode então ser escrita na forma

$$\begin{aligned} \sigma_{gg}^{MDP}(s) &= \int d|\hat{t}| \int_0^1 d\tau F(\tau, |\hat{t}|) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d|\hat{t}|} \theta\left(\frac{\hat{s}}{2} - |\hat{t}|\right) \\ &= \int_{Q_{min}^2}^{Q_{max}^2} dQ^2 \int_{\tau_{min}=2Q^2/s}^1 d\tau F(\tau, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2}, \end{aligned} \quad (4.32)$$

onde novamente $|\hat{t}| = Q^2$. Portanto, a expressão (4.11), obtida a partir da condição de positividade das funções de estrutura e de uma escolha para a escala em que a função de distribuição de glúons é calculada, é compatível com a expressão (4.30), desenvolvida por Durand e Pi. No cálculo de (4.31) utilizamos a identidade $\int_0^1 d\tau \delta(\tau - x_1 x_2) = 1$.

Embora até aqui a discussão tenha se restringido ao processo elementar $gg \rightarrow gg$, Durand e Pi utilizaram uma descrição completa das colisões elementares em seus cálculos numéricos, utilizando uma função $F(x, |\hat{t}|)$ fixada pela relação

$$F(x, |\hat{t}|) = f_g(x, |\hat{t}|) + \frac{4}{9} \sum_i [q_i(x, |\hat{t}|) + \bar{q}_i(x, |\hat{t}|)], \quad (4.33)$$

$i = u, d, s, \dots$, onde $f_g(x, |\hat{t}|)$, $q_i(x, |\hat{t}|)$ e $\bar{q}_i(x, |\hat{t}|)$ são funções de distribuição de glúons, quarks e antiquarks, respectivamente. No MDP a eiconal foi calculada numericamente utilizando-se o conjunto 1 das funções de distribuição denominadas EHLQ, obtidas por Eichten e colaboradores [60]. As distribuições EHLQ, embora atualmente ultrapassadas, formaram, em conjunto com as distribuições obtidas por Duke e Owens (DO) [61], a primeira geração de distribuições largamente empregada em cálculos de taxas de produção e de características de uma série de processos convencionais do modelo padrão.

Uma vez que em processos semi-duros a contribuição dos glúons é dominante em altas energias, a implementação da escala Q^2 no MQCD3 via o formalismo discutido acima foi realizada apenas no setor gluônico. Nesta nova versão do modelo inspirado em QCD, que chamaremos daqui por diante de MQCD4, as contribuições em baixas energias de quarks e antiquarks foi simulada utilizando-se a mesma estratégia do modelo MQCD3, ou seja, introduzindo-se parametrizações baseadas na fenomenologia de Regge. Logo, uma vez conhecida a forma de implementação da escala Q^2 em modelos inspirados em QCD, resta-nos escolher uma distribuição de glúons realista e desenvolver um método numérico capaz de levar em conta a informação relacionada a $f_g(x, Q^2)$ no cálculo das quantidades σ_{tot} , ρ , B e $d\sigma/dt$.

4.3 A Distribuição de Glúons CTEQ6

Como vimos no capítulo 2, as distribuições de pártons devem ser evoluídas na escala Q por meio das equações DGLAP [44], permitindo a determinação da distribuição em x e Q a partir de uma escala inicial Q_0 . Esta metodologia tem sido aplicada desde a primeira geração de distribuições partônicas, formadas sobretudo pelas distribuições EHLQ e DO [60, 61]. Entretanto, a primeira geração de funções de distribuição é atualmente ultrapassada em relação às rigorosas demandas dos cálculos correntes. Uma vez que tanto o lado teórico quanto o experimental tiveram um progresso significativo nos últimos anos, a evolução das distribuições partônicas foi assegurada através das diversas gerações de distribuições que se seguiram à primeira.

Atualmente, a geração moderna é composta por uma série de conjuntos de distribuições obtidas a partir dos dados mais recentes de funções de estrutura em espalhamentos inelásticos profundos e de outros processos relacionados, como, por exemplo, a produção de pares de léptons em colisões hádron-hádron. Estes conjuntos diferem uns dos outros basicamente por causa das diferentes escolhas adotadas por cada autor em relação aos dados

experimentais utilizados, às parametrizações iniciais adotadas, às diferentes escolhas para a escala inicial Q_0 e ao tratamento estatístico dos erros sistemáticos envolvidos. Um dos conjuntos de distribuição mais recentes, produzido pela colaboração CTEQ³, vai além das gerações CTEQ anteriores e de outras análises globais atuais, sobretudo devido ao amplo tratamento dos erros experimentais entre dados novos e antigos, e ao tratamento sistemático das incertezas de distribuições partônicas e suas previsões físicas. Neste novo conjunto, denominado CTEQ6 [48, 49], a metodologia baseada na estratégia tradicional de produzir o melhor ajuste global dos dados é amplamente melhorada pela introdução de novas ferramentas estatísticas, que permitem caracterizar o espaço de parâmetros das distribuições partônicas na vizinhança do mínimo global. Esta nova metodologia [67, 68, 69] permite a exploração sistemática das incertezas das distribuições partônicas e de suas previsões físicas, resultando em um melhor conhecimento das distribuições partônicas, sobretudo a de glúons.

Na CTEQ6 a forma funcional das parametrizações das distribuições partônicas na escala inicial Q_0 , fixada no valor $Q_0 = 1.3 \text{ GeV}$, é dada por [48, 49]

$$xf(x, Q_0) = A_0 x^{A_1} (1-x)^{A_2} e^{A_3 x} (1 + e^{A_4 x})^{A_5}, \quad (4.34)$$

com parâmetros independentes para as combinações de pártons $u_V \equiv u - \bar{u}$, $d_V \equiv d - \bar{d}$, g e $\bar{u} + \bar{d}$. O comportamento da parametrização em $x = 0$ e $x = 1$ representa a singularidade associada ao comportamento de Regge em pequeno x e a regra de contagem de quarks em grande x , respectivamente.

A determinação das distribuições CTEQ6 envolveu a análise estatística de uma grande quantidade de dados experimentais novos, disponíveis desde a determinação do conjunto de distribuições anterior, a CTEQ5 [70]. Particularmente importantes na nova análise foram as medidas recentes da função de estrutura em espalhamentos inelásticos profundos com correntes neutras no H1 [71] e ZEUS [72], as medidas de seção de choque inclusiva de jatos no DØ [73], as medidas da razão Drell-Yan deuteron/próton no FNAL E866/NuSea [74] e as medidas reanalisadas de F_2 do CCFR [75]. Estes novos dados experimentais complementaram os dados utilizados na análise anterior da CTEQ5, cuja relação completa pode ser encontrada na referência [70]. Na Figura 4.2 apresentamos nosso resultado para o comportamento da função de estrutura gluônica $F_{gg}(\tau, Q^2)$ em diferentes escalas, calculada utilizando a função de distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1, denotada daqui por diante por $f_g^{L1}(x, Q^2)$.

³The Coordinated Theoretical-Experimental Project on QCD.

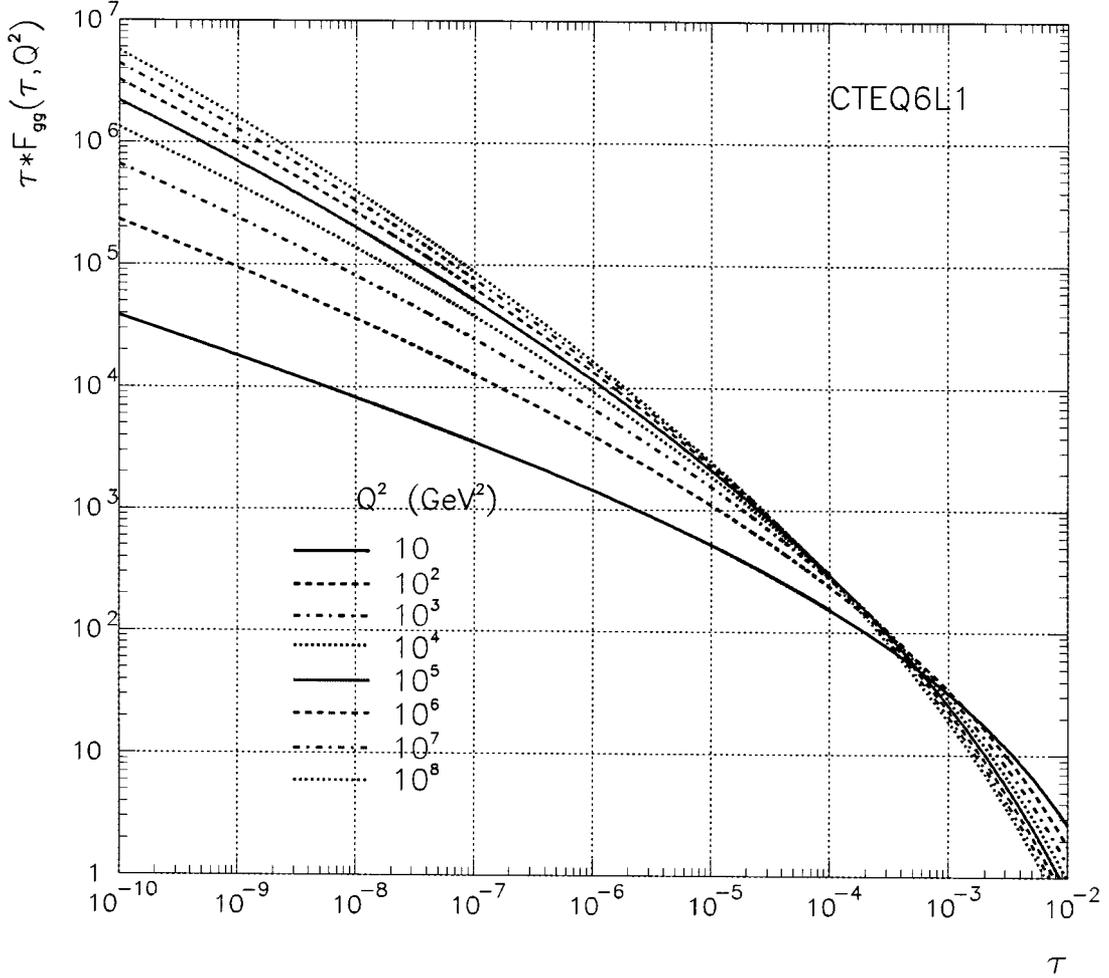


Figura 4.2: Função de estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$ calculada a partir da distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1.

Nas distribuições CTEQ6 a constante de acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ é calculada em LO e NLO por meio das expressões discutidas no capítulo 2, mais especificamente

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (4.35)$$

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \right], \quad (4.36)$$

onde β_0 e β_1 são definidos pelas expressões (2.14) e (2.15), respectivamente. Caso todos os quarks tivessem massas nulas, um número de quarks efetivos n_s poderia ser fixado e

as expressões (4.35) e (4.36) seriam determinadas por um único parâmetro Λ . Entretanto, na presença de quarks massivos a situação é bem diferente. De acordo com o teorema do desacoplamento [76, 77], cada quark pesado i com massa m_i é efetivamente desacoplado das seções de choque físicas em escalas de energia $\mu < m_i$. Neste caso, o número efetivo de sabores de quarks n_s depende da escala μ e a determinação do acoplamento α_s e do parâmetro Λ na presença de quarks massivos não é única, sendo dependente do esquema de renormalização adotado. Uma escolha natural é baseada no requerimento de que o acoplamento $\alpha_s(\mu)$ seja uma função contínua de μ , fazendo com que os valores dos parâmetros Λ sejam descontínuos nas escalas $\mu = m_i$.

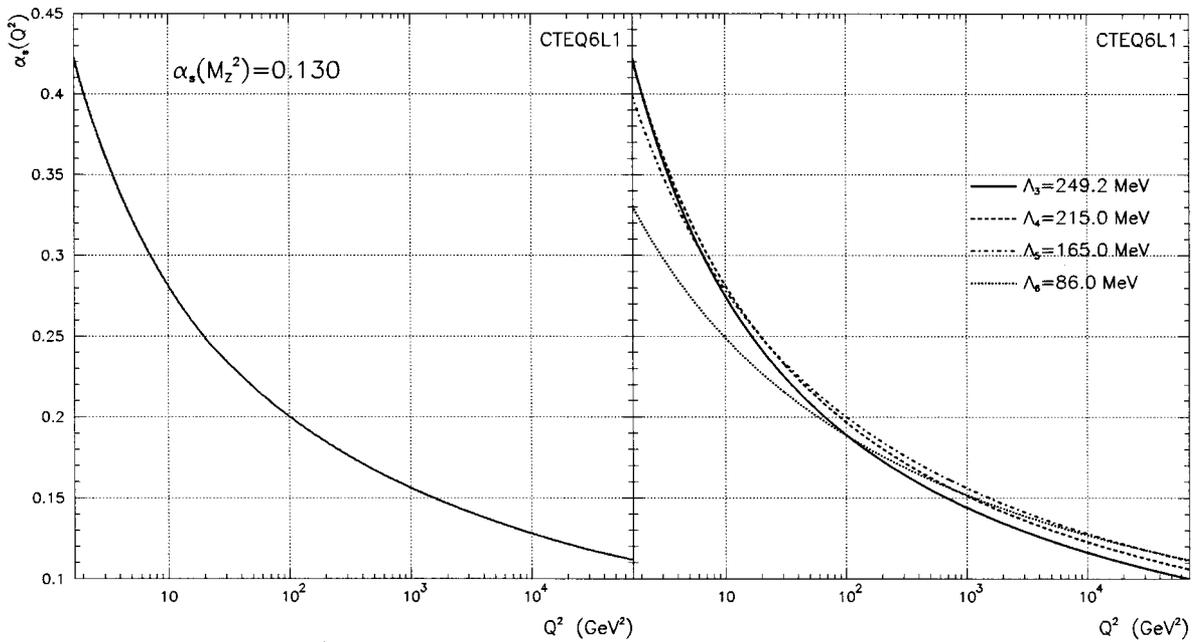


Figura 4.3: A constante de acoplamento $\alpha_s^{LO}(Q^2)$ das funções de distribuição CTEQ6L1. À direita temos as curvas, calculadas com diferentes valores do parâmetro Λ , que compõem a curva de $\alpha_s^{LO}(Q^2)$.

Nas distribuições CTEQ6 as massas dos quarks u , d e s são consideradas nulas, sendo as escalas de massa definidas nas massas dos quarks c e b , com $m_c \equiv 1.3$ GeV e $m_b \equiv 4.5$ GeV. O acoplamento em ordem dominante é determinado na escala M_Z com a escolha $\alpha_s^{LO}(M_Z^2) = 0.130$, sendo os parâmetros Λ 's definidos nos valores $\Lambda_4 = 215$ MeV e $\Lambda_5 = 165$ MeV. Em ordem seguinte à dominante $\alpha_s^{NLO}(M_Z^2) = 0.118$, com $\Lambda_4 = 326$ MeV e $\Lambda_5 = 226$ MeV. Na Figura 4.3 mostramos o comportamento da constante de acoplamento em ordem

dominante, $\alpha_s^{LO}(Q^2)$, conforme especificada acima. Por completeza, calculamos os valores de Λ_3 e Λ_6 , onde adotamos $m_t = 175$ GeV.

4.4 O Método de Parametrização Polinomial

Uma vez escolhida a função de distribuição de glúons a ser adotada nos cálculos das quantidades frontais e seção de choque diferencial dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$, devemos ser capazes de encontrar os melhores valores dos parâmetros livres do MQCD4 através de ajustes globais aos dados de σ_{tot} , ρ e B . Neste caso, o ajuste global envolve simultaneamente a determinação dos parâmetros do modelo e o cálculo de $f_g(x, Q^2)$ em diferentes escalas, tornando o processo suficientemente intrincado para qualquer que seja a natureza das distribuições de glúons utilizadas, sejam elas analíticas ou numéricas. Uma forma de tratamento deste complexo problema foi desenvolvido nesta tese, onde a estratégia geral pode ser dividida em dois estágios: no primeiro, a função $f_g(x, Q^2)$ é reproduzida por meio de um conjunto de polinômios, permitindo a reprodução da função de distribuição em todo o intervalo cinemático válido com uma imprecisão inferior a 1% em relação aos valores originais; no segundo estágio, este método de reprodução é introduzido no ajuste estatístico dos parâmetros do MQCD4, cujo processo envolve o cálculo analítico de diversas integrais. No ajuste estatístico utilizamos o pacote Minuit do CERN [62], enquanto que no cálculo analítico das integrais utilizamos o pacote MATHEMATICA.

Os valores numéricos da evolução em DGLAP da distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1 são acessíveis a partir de códigos disponibilizados pela colaboração CTEQ⁴. Para reproduzirmos os valores desta distribuição em todo o intervalo cinemático válido, aperfeiçoamos um método originalmente utilizado por Eichten e colaboradores na reprodução dos resultados numéricos da evolução em DGLAP das distribuições EHLQ [60]. O método aprimorado, que chamamos de *Método de Parametrização Polinomial* (MPP), foi desenvolvido com o objetivo de reproduzir a distribuição CTEQ6L1 em termos de funções matemáticas analíticas simples e, ao mesmo tempo, garantir uma precisão na reprodução da distribuição $> 99\%$ em relação aos valores originais. No método de Eichten *et al.* a precisão apontada é de $\approx 95\%$ [60].

O MPP se baseia na utilização de expansões de polinômios ortogonais na reprodução dos resultados numéricos de $f_g(x, Q^2)$. Uma boa estabilidade e rápida convergência são

⁴No endereço eletrônico <http://user.pa.msu.edu/wkt/cteq/cteq6/cteq6pdf.html> estão disponíveis todos os conjuntos de distribuições da colaboração CTEQ.

obtidas com a escolha de expansões em polinômios de Chebyshev, adotados no método original de Eichten e colaboradores. No caso da distribuição $f_g^{L1}(x, Q^2)$, válida no intervalo cinemático $1.3 \text{ GeV} \lesssim Q \lesssim 10^4 \text{ GeV}$ e $10^{-5} \lesssim x \leq 1$ [48, 49], o MPP possibilitou a reprodução dos valores originais de $f_g^{L1}(x, Q^2)$ (em todo o intervalo cinemático) com uma imprecisão $< 1\%$. Isto permitiu uma reprodução dos valores originais de $f_g^{L1}(x, Q^2)$ com uma precisão superior à obtida com a reprodução das distribuições EHLQ pelo método original, cuja imprecisão é em torno de 5% [60]. No MPP, a distribuição $f_g^{L1}(x, Q^2)$ é parametrizada com uma expansão de polinômios de Chebyshev de primeira classe $T_n(x)$, de tal forma que

$$x f_g^{L1}(x, Q^2) = (1-x)^3 \sum_{i,j=0}^6 C_{ij} T_i(x') T_j(q'), \quad (4.37)$$

onde x' e q' são funções das variáveis x e Q^2 , respectivamente. Uma convergência mais rápida e estável é obtida ao limitarmos os valores das funções $x'(x)$ e $q'(Q^2)$ ao intervalo $(-1, 1)$: o vínculo $-1 \leq x', q' \leq 1$ permite explorarmos ao máximo a flexibilidade dos polinômios. Adotando-se a normalização $T_n(1) = 1$, a fórmula de recorrência dos polinômios de Chebyshev pode ser escrita na forma [63]

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad (4.38)$$

onde n é o grau do polinômio. As funções $x'(x)$ e $q'(Q^2)$ são sensíveis à escolha da função de distribuição a ser reproduzida, e é justamente neste ponto que o MPP mais se diferencia do método de Eichten e colaboradores. Ao contrário do método original, onde as mesmas funções $x'(x)$ e $q'(Q^2)$ são utilizadas na reprodução de todas as funções de distribuição partônicas, no método aprimorado as funções são definidas de acordo com a função de distribuição escolhida, ou seja, para cada distribuição, novas funções $x'(x)$ e $q'(Q^2)$ são estabelecidas. Por exemplo, no caso da distribuição $x f_g^{L1}(x, Q^2)$, a função q' é dada pela expressão

$$q' = \frac{2 \ln q - A}{B} = \frac{2 \ln q - 2.26859975}{3.55834822}, \quad (4.39)$$

onde $q \equiv \ln Q^2$. Na expressão acima os valores de A e B são determinados de forma que $q'(Q = 1.3) = -1$ e $q'(Q = 10^4) = +1$.

As funções de distribuição de glúons apresentam comportamentos bem distintos nas regiões de pequeno e grande x , impossibilitando que o método de parametrização polinomial obtenha uma boa reprodução das distribuições gluônicas por meio da determinação

de uma única função $x'(x)$. No limite $x \rightarrow 0$ as distribuições são compatíveis com um comportamento $\sim x^{-A}$, onde $A(> 1)$ é uma potência arbitrária, enquanto que no limite $x \rightarrow 1$, $f_g(x, Q^2) \rightarrow 0$. Neste caso, devemos determinar a função $x'(x)$ de acordo com o intervalo cinemático envolvido, dividindo o intervalo total em duas partes. No caso da distribuição $xf_g^{L1}(x, Q^2)$, o intervalo $10^{-5} \lesssim x \leq 1$ foi dividido no ponto $x = 0.2$, onde a relação

$$x' = \frac{2 \ln x + E}{F} = \frac{2 \ln x + 13.1223634}{9.900348755} \quad (4.40)$$

foi adotada no intervalo $10^{-5} \leq x \leq 0.2$, e a relação

$$x' = \frac{2x - G}{H} = \frac{2x - 0.92}{0.52} \quad (4.41)$$

adotada no intervalo restante $0.2 \leq x < 1$. A escolha da divisão do intervalo cinemático em $x = 0.2$ constitui outro ponto de contraste entre o MPP e o método original, cuja divisão foi fixada em $x = 0.1$. A aplicação do método se mostrou extremamente sensível à fixação do ponto de divisão, com a escolha de $x = 0.2$ possibilitando um aumento de precisão em todas as funções de distribuição testadas.

A determinação das melhores expressões para as funções x' e q' é feita ajustando-se a expansão em polinômios de Chebyshev a uma série de conjuntos de valores originais de $xf_g^{L1}(x, Q^2)$ definidos em diferentes regiões de x e Q^2 . Neste processo são determinados os valores das constantes C_{ij} da expressão (4.37), sendo escolhidas as funções teste x' e q' que geram o melhor ajuste da distribuição $xf_g^{L1}(x, Q^2)$ pelo método de χ^2 . Como já vimos, no caso da reprodução de $xf_g^{L1}(x, Q^2)$, as melhores parametrizações de $x'(x)$ e $q'(Q^2)$ encontradas são dadas pelas expressões (4.39), (4.40) e (4.41). Os conjuntos de valores originais de $xf_g^{L1}(x, Q^2)$ foram selecionados nas escalas $Q = 1.3, 1.6, 2.3, 4.5, 7.0, 14.1, 22.4, 44.7, 70.7, 141.4, 223.6, 447.2, 707.2, 2 \cdot 10^3, 6325.0$ e 10^4 GeV, onde atribuímos erros de 5% para cada valor. No intervalo $0.2 \leq x < 1$ ($10^{-5} \leq x \leq 0.2$) ajustamos um total de 800 (5490) dados. Esta estatística foi suficiente para reproduzirmos a distribuição de glúons $xf_g^{L1}(x, Q^2)$ com uma excelente precisão, como mostram as Figuras 4.15-4.18. Os valores dos parâmetros C_{ij} determinados pelo método de χ^2 são mostrados na Tabela 4.1.

Outra diferença importante entre o MPP e o método original está na escolha do valor máximo de x a ser utilizado nos dados de $xf_g^{L1}(x, Q^2)$ a serem ajustados, já que no limite $x \rightarrow 1$ a distribuição pode ter valores suficientemente pequenos a ponto de interferirem na qualidade do ajuste de χ^2 realizado pelo pacote Minuit. Neste caso, consideramos no ajuste apenas dados com valores $xf_g^{L1}(x, Q^2) \geq 10^{-5}$. Este corte assegura a estabilidade da análise de χ^2 e infere diferentes valores máximos de x para as diferentes escalas selecionadas.

Tabela 4.1: Coeficientes C_{ij} da expansão (4.37) para a função de distribuição de glúons CTEQ6L1 no intervalo cinemático $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ e $1.3 \text{ GeV} \leq Q \leq 10^4 \text{ GeV}$.

Intervalo: $10^{-5} \leq x \leq 0.2$							
$j \setminus i$	0	1	2	3	4	5	6
0	+63.169	-97.153	+47.676	-16.079	+3.7627	-0.6227	+0.0657
1	+88.069	-143.29	+75.495	-26.372	+6.4664	-1.0765	+0.0987
2	+36.775	-62.519	+37.321	-14.957	+4.0087	-0.7210	+0.0692
3	+8.8857	-16.026	+11.273	-5.5438	+1.7728	-0.3602	+0.0394
4	+0.6555	-1.4306	+1.5298	-1.1454	+0.5073	-0.1267	+0.0157
5	-0.3695	+0.5986	-0.2785	+0.0060	+0.0604	-0.0259	+0.0039
6	-0.2289	+0.3868	-0.2414	+0.1069	-0.0252	+0.1318	+0.0001
Intervalo: $0.2 \leq x \leq 1$							
$j \setminus i$	0	1	2	3	4	5	6
0	+0.3258	-0.3716	+0.0964	-0.0190	+0.0056	-0.0014	+0.0002
1	-0.2910	+0.2895	-0.0364	-0.0042	+0.0009	-0.0004	+0.0002
2	+0.0172	+0.0067	-0.0231	+0.0079	-0.0012	+0.0003	-0.0000
4	+0.0177	-0.0212	+0.0043	+0.0010	-0.0005	+0.0001	-0.0000
4	-0.0010	-0.0019	+0.0034	-0.0011	+0.0001	-0.0000	+0.0000
5	-0.0020	+0.0028	-0.0006	-0.0003	+0.0001	+0.0000	-0.0000
6	+0.0003	-0.0001	-0.0004	+0.0002	-0.0000	-0.0000	+0.0000

Uma característica importante do MPP está na separação presente na expressão (4.37) entre os polinômios de Chebyshev com variável x' e os polinômios com variável q' , equivalente a uma fatorização entre as variáveis físicas x e Q^2 . Como veremos na próxima seção, esta fatorização permite tratarmos separadamente as contribuições devidas às variáveis x e Q , permitindo uma economia de tempo de CPU e uma maior estabilidade dos cálculos numéricos.

As funções de distribuição de glúons ajustadas através dos polinômios de Chebyshev são mostradas nas Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18, para diferentes intervalos cinemáticos de x e Q .

4.5 O Cálculo da Função de Estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$

Uma vez estabelecidos os coeficientes C_{ij} (Tabela 4.1) e o grau máximo da expansão em polinômios de Chebyshev ($n = 6$) que melhor reproduzem a distribuição $x f_g^{L1}(x, Q^2)$, o segundo estágio do processo consiste no cálculo numérico da função de estrutura $F_{gg}(\tau, Q^2)$ e a determinação dos parâmetros livres do MQCD4. Nesta etapa, a expansão (4.37) é introduzida na definição de $F_{gg}(\tau, Q^2)$, escrita na forma

$$F_{gg}(\tau, Q^2) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} L(\tau, x, Q^2), \quad (4.42)$$

onde $L(\tau, x, Q^2) \equiv f_g^{L1}(x, Q^2) f_g^{L1}(\frac{\tau}{x}, Q^2)$. Neste caso, é possível reescrever a função L em termos da expansão (4.37):

$$L = K(x, \tau) \left[\sum_{i=0}^6 C_i(q') T_i(x') \sum_{j=0}^6 C_j(q') T_j(\tau') \right], \quad (4.43)$$

onde $\tau' \equiv x'(\tau/x)$ e $K(x, \tau) \equiv \frac{(1-x)^3}{\tau} (1 - \frac{\tau}{x})^3$. Na expressão acima os termos $C_k(q')$ carregam todos os coeficientes C_{kl} da expansão polinomial, de forma que

$$C_k(q') = \sum_{l=0}^6 C_{kl} T_l(q'). \quad (4.44)$$

A partir das expressões (4.42) e (4.43), a função de estrutura F_{gg} pode ser calculada através da expressão

$$\begin{aligned} F_{gg}(\tau, Q^2) &= \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) \sum_{i,j=0}^6 C_i(q') C_j(q') T_i(x') T_j(\tau') \\ &= \sum_{i,j=0}^6 C_i(q') C_j(q') \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_i(x') T_j(\tau'), \end{aligned} \quad (4.45)$$

permitindo que as integrais em x possam ser calculadas separadamente dos termos da função com dependência em $q' = q'(Q^2)$. Esta fatorização é de extrema importância para os cálculos numéricos envolvidos no modelo, sendo resultado direto da fatorização já presente na expansão (4.37). As integrais em x contidas na expressão (4.45),

$$\int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_i(x') T_j(\tau'), \quad (4.46)$$

podem ser calculadas analiticamente usando o MATHEMATICA. Para isso devemos escrever explicitamente as expansões de todos os termos $T_i(x')$ e $T_j(\tau)$, lembrando que da fórmula de recorrência (4.38) temos

$$\begin{aligned} T_0(z) &= 1 \\ T_1(z) &= z \\ T_2(z) &= 2z^2 - 1 \\ T_3(z) &= 4z^3 - 3z \\ T_4(z) &= 8z^4 - 8z^2 + 1 \\ T_5(z) &= 16z^5 - 20z^3 + 5z \\ T_6(z) &= 32z^6 - 48z^4 + 18z^2 - 1. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Uma vez que o intervalo cinemático em x foi dividido em duas partes, as integrais devem ser resolvidas levando-se em conta as duas regiões em x . No intervalo $0.2 \leq x < 1$, que chamamos de intervalo α , as funções x' e τ' são dadas por (4.41):

$$x' = \frac{2x - G}{H} \quad \text{e} \quad \tau' = \frac{2\tau - G}{H}, \quad (4.48)$$

onde $G = 0.92$ e $H = 0.52$. Neste caso, a primeira das 49 integrais ($i, j = 0, 1, \dots, 6$) da região α é dada por

$$\begin{aligned} I_{00}^{\alpha} &= \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_0(x') T_0(\tau') \\ &= \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} (1-x)^3 \left(1 - \frac{\tau}{x}\right)^3 \\ &= -\frac{11}{3} - 9\tau + 9\tau^2 + \frac{11}{3}\tau^3 - (1 + 9\tau + 9\tau^2 + \tau^3) \ln \tau. \end{aligned} \quad (4.49)$$

O grau de complexidade dos resultados das integrais vai aumentando à medida que os graus dos termos $T_i(x')$ ou $T_j(\tau')$ vão aumentando. Por exemplo, o resultado da integral

I_{01}^α já mostra um aumento significativo de termos na solução:

$$\begin{aligned}
 I_{01}^\alpha &= \int_\tau^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_0(x') T_1(\tau') \\
 &= \int_\tau^1 \frac{dx}{x} (1-x)^3 \left(1 - \frac{\tau}{x}\right)^3 \left(\frac{2\frac{\tau}{x} - G}{H}\right) \\
 &= \frac{1}{2H} + \frac{11G}{3H} + \frac{14\tau}{H} + \frac{9G\tau}{H} - \frac{14\tau^3}{H} - \frac{11G\tau^3}{3H} - \frac{\tau^4}{2H} \\
 &+ \left(\frac{G}{H} + \frac{6\tau}{H} + \frac{9G\tau}{H} + \frac{18\tau^2}{H} + \frac{9G\tau^2}{H} + \frac{6\tau^3}{H} + \frac{G\tau^3}{H}\right) \ln \tau. \tag{4.50}
 \end{aligned}$$

No intervalo $10^{-5} \leq x \leq 0.2$, que chamamos de intervalo β , a funções x' e τ' são dadas por (4.40):

$$x' = \frac{2 \ln x + E}{F} \quad \text{e} \quad \tau' = \frac{2 \ln \left(\frac{\tau}{x}\right) + E}{F}, \tag{4.51}$$

onde $E = 13.1223634$ e $F = 9.900348755$. É fácil verificar que a integral $I_{00}^\beta = I_{00}^\alpha$, restando agora apenas 48 integrais da região β para calcularmos. A integral I_{10}^β , por exemplo, é dada por

$$\begin{aligned}
 I_{10}^\beta &= \int_\tau^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_1(x') T_0(\tau') \\
 &= \int_\tau^1 \frac{dx}{x} (1-x)^3 \left(1 - \frac{\tau}{x}\right)^3 \left(\frac{2 \ln x + E}{F}\right) \\
 &= -\frac{11E}{3F} - \frac{9E\tau}{F} + \frac{9E\tau^2}{F} + \frac{11E\tau^3}{3F} \\
 &- \left(\frac{11}{3F} + \frac{E}{F} + \frac{9\tau}{F} + \frac{9E\tau}{F} - \frac{9\tau^2}{F} + \frac{9E\tau^2}{F} - \frac{11\tau^3}{3F} + \frac{E\tau^3}{F}\right) \ln \tau \\
 &- \left(\frac{1}{F} + \frac{9\tau}{F} + \frac{9\tau^2}{F} + \frac{\tau^3}{F}\right) \ln^2 \tau. \tag{4.52}
 \end{aligned}$$

Todas as integrais I_{ij}^α e I_{ij}^β , com $i, j = 0, 1, \dots, 6$, foram calculadas usando o MATHEMATICA. Como forma de checarmos parcialmente os resultados, calculamos analiticamente as integrais $I_{00}^\alpha (= I_{00}^\beta)$, I_{01}^α , I_{10}^α , I_{01}^β e I_{10}^β de forma independente. Nossos resultados para estas integrais confirmaram os resultados obtidos com o MATHEMATICA.

Finalmente, conhecendo-se todas as expressões e parâmetros contidos na expressão (4.45), no MQCD4 podemos calcular a seção de choque total glúon-glúon por meio da

expressão

$$\begin{aligned}\sigma_{gg}(s) &= \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} dQ^2 \int_{2Q^2/s}^{\tau_{max}} d\tau F_{gg}(\tau, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2} \\ &= \sum_{i,j=0}^6 \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} dQ^2 C_i(q') C_j(q') \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2} \int_{2Q^2/s}^{\tau_{max}} d\tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} K(x, \tau) T_i(x') T_j(\tau').\end{aligned}\quad (4.53)$$

O resultado numérico do cálculo de $\sigma_{gg}(s)$ acima é sensível à escolha do limiar de integração Q_{min}^2 . Como veremos na próxima seção, o limiar Q_{min}^2 é um parâmetro que deve ser fixado a cada ajuste dos dados e cujo valor deve ser suficientemente grande para estar na região perturbativa.

4.6 Resultados

No MQCD4 a parte par da eiconal é construída novamente a partir das contribuições dos espalhamentos partônicos glúon-glúon, quark-glúon e quark-quark:

$$\begin{aligned}2\chi^+(b, s) &= \chi_{qq}(b, s) + \chi_{qg}(b, s) + \chi_{gg}(b, s) \\ &= i[\sigma_{qq}(s)W(b; \mu_{qq}) + \sigma_{qg}(s)W(b; \mu_{qg}) + \sigma_{gg}(s)W(b; \mu_{gg})],\end{aligned}\quad (4.54)$$

onde $W(b; \mu_{ij})$ são funções de distribuição no parâmetro de impacto b no próton, associadas às contribuições $i, j = q, g$. A área efetiva de recobrimento das funções $W(b; \mu_{ij})$ é calculada via⁵

$$\begin{aligned}W(b; \mu_{ij}) &= \int d^2b' \rho(|\vec{b} - \vec{b}'|) \rho(b') \\ &= \frac{\mu_{ij}^2}{96\pi} (\mu_{ij} b)^3 K_3(\mu_{ij} b),\end{aligned}\quad (4.55)$$

onde K_3 é a função de Bessel modificada e os parâmetros μ_{ij} são fatores relacionados à distribuição de matéria hadrônica no interior do próton ou antipróton. O resultado acima é obtido considerando-se uma normalização da forma $\int d^2\vec{b} W(b; \mu_{ij}) = 1$ e um fator de forma $G(q^2)$ do tipo dipolo

$$G(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\mu_{ij}^2}\right)^{-2},\quad (4.56)$$

⁵O cálculo detalhado da equação (4.55) é apresentado no apêndice B.

de tal forma que $\rho(b)$ seja a transformada de Hankel de $W(b; \mu_{ij})$:

$$\rho(b) = \langle G(q^2) \rangle = \int_0^\infty q dq J_0(qb) [G(q^2)]^2. \quad (4.57)$$

A parte ímpar da eiconal é novamente escrita na forma

$$2\chi^-(b, s) = \frac{A}{\sqrt{s}} e^{i\pi/4} W(b; \mu^-), \quad (4.58)$$

onde as eiconais físicas são compostas na forma $\chi_{pp}^{\bar{p}p}(b, s) = \chi^+(b, s) \pm \chi^-(b, s)$. As seções de choque elementares $\sigma_{qq}(s)$ e $\sigma_{qg}(s)$ são parametrizadas de tal forma que as eiconais χ_{qq} e χ_{qg} são dadas pelas expressões

$$\chi_{qq}(b, s) = i \left[B + \frac{C}{\sqrt{s}} \right] W(b; \mu_{qq}), \quad (4.59)$$

$$\chi_{qg}(b, s) = i D \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) W(b; \mu_{qg}). \quad (4.60)$$

A contribuição gg , dominante em altas energias, é implementada por meio da equação (4.53). A escolha apenas do termo dominante \hat{t}^{-2} da seção de choque diferencial $d\hat{\sigma}_{gg}/d\hat{t}$, equação (4.9), é uma aproximação suficientemente acurada para os nossos propósitos, uma vez que a função $\theta(\frac{\hat{s}}{2} - |\hat{t}|)$ implica na relação $\hat{s} > 2|\hat{t}|$. Além disso, o cálculo da distribuição em momentum transversal de jatos produzidos com grande p_T , através do processo dominante $gg \rightarrow gg$, implica em um comportamento de $d\sigma_{jato}/dp_T^2$ dado por

$$\frac{d\sigma_{jato}}{dp_T^2} \approx \frac{9\pi}{2} \frac{\alpha_s^2}{p_T^4}. \quad (4.61)$$

Nestes processos (Figura 4.4), dois prótons \mathcal{A} e \mathcal{B} (ou um próton \mathcal{A} e um antipróton \mathcal{B}) interagem através de seus constituintes partônicos, que se materializam no detetor na forma de dois jatos de hádrons X_1 e X_2 com grande momentum transversal.

Embora *a priori* não haja nenhuma ligação formal entre σ_{jet} e σ_{tot} , a hipótese central dos modelos de mini-jatos sugere que σ_{tot} pode ser considerada como a sombra difrativa da produção de jatos, sugerindo o comportamento $d\hat{\sigma}_{gg}/dQ^2 \approx Q^{-4}$, onde a escala $Q^2 = p_T^2$.

Logo, tomando-se o termo dominante em \hat{t}^{-2} na expressão (4.9), a seção de choque $d\hat{\sigma}_{gg}/dQ^2$ pode ser escrita na forma

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dQ^2} = \frac{9\pi\alpha_s^2(Q^2)}{2} \frac{1}{Q^4}, \quad (4.62)$$

Tabela 4.2: Distribuição dos valores de χ^2/gl em relação aos valores de Q_{min}^2 . Resultados válidos utilizando-se a função de distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1.

Q_{min}^2 [GeV ²]	χ^2/gl
1.20	1.20
1.30	1.19
1.50	2.71
1.69	1.26
1.90	2.61
2.10	1.38
2.30	1.22
2.50	1.23
2.70	1.31
2.90	1.22
3.10	1.23

onde o comportamento da constante de acoplamento em ordem dominante α_s^{LO} da distribuição CTEQ6L1 é detalhado na seção 4.2.

Com a seção de choque (4.62) a contribuição gg é então implementada pela expressão

$$\sigma_{gg}(s) = K \int_{Q_{min}^2}^{\hat{s}/2} dQ^2 \int_{2Q^2/s}^{\tau_{max}} d\tau F_{gg}(\tau, Q^2) \frac{9\pi\alpha_s^2(Q^2)}{2} \frac{1}{Q^4}, \quad (4.63)$$

onde K é um parâmetro livre. Portanto, uma vez fixada a escala de corte Q_{min}^2 , os parâmetros livres do MQCD4 são: $A, B, C, D, s_0, K, \mu^-, \mu_{qq}, \mu_{qg}$ e μ_{gg} .

No MQCD4 a geração da parte real da amplitude de espalhamento par é feita aplicando-se a prescrição $s \rightarrow s e^{-i\pi/2}$ na expressão (4.54). Esta prescrição equivale, em altas energias, ao primeiro termo de uma relação de dispersão derivativa, dado pela expressão

$$\rho = \frac{\pi}{2\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_{tot}}{d \ln s}. \quad (4.64)$$

No modelo original a adoção da função de distribuição de glúons $f_g \propto (1-x)^5/x^J$ permite o cálculo analítico de $\sigma_{gg}(s)$, dada pela expressão (3.36), permitindo o uso direto da prescrição $s \rightarrow s e^{-i\pi/2}$, responsável pela geração da parte real da amplitude de espalhamento. Na versão MQCD4 a seção de choque $\sigma_{gg}(s)$ é obtida numericamente, sendo a

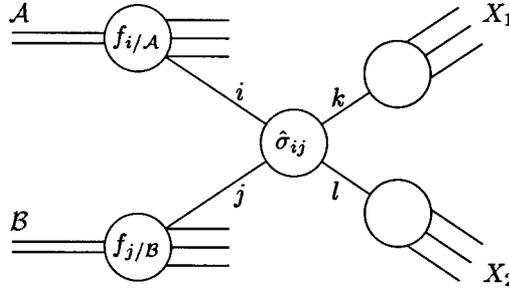


Figura 4.4: Diagrama de Feynman de mais baixa ordem para o processo $A + B \rightarrow \text{jatos}$.

prescrição $s \rightarrow s e^{-i\pi/2}$ implementada da seguinte forma: em um primeiro passo o resultado numérico de $\sigma_{gg}(s)$ acima de $\sqrt{s} = 5$ GeV é parametrizado por meio da parte real de uma parametrização complexa $f(z)$ com variável $z = \ln \ln(-is)$. Tal função utiliza uma soma de exponenciais complexas, dada por $f(z) = a + b \exp(cz^d) + e \exp(fz^g) + \dots$, onde a, b, c, d, \dots são parâmetros livres (reais) a serem determinados; o passo seguinte consiste no cálculo numérico da parte imaginária de $f(z)$, cuja parte real descreve corretamente $\sigma_{gg}(s)$. Este processo numérico, baseado no fato de $f(z)$ ser uma continuação analítica da expressão algébrica original de $\sigma_{gg}(s)$, permite a correta geração da parte real da amplitude de espalhamento.

Na nossa análise os melhores valores para os parâmetros livres do MQCD4 foram determinados por meio de um ajuste global aos dados experimentais de σ_{tot}^{pp} , $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$, ρ^{pp} , $\rho^{\bar{p}p}$, B^{pp} e $B^{\bar{p}p}$. Após cada ajuste, utilizando o método de χ^2 , a previsão para a seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ foi calculada nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 1.8, 14$ e 40 TeV. Utilizamos todos os dados discutidos no capítulo 1 com $\sqrt{s} > 15$ GeV, calculando a seção de choque total, parâmetro ρ , inclinação B e seção de choque diferencial por meio das equações

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I(b,s)} \cos \chi_R(b,s)], \quad (4.65)$$

$$\rho(s) = \frac{\text{Re}\{i \int b db [1 - e^{i\chi(b,s)}]\}}{\text{Im}\{i \int b db [1 - e^{i\chi(b,s)}]\}}, \quad (4.66)$$

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt}(s, t) = \frac{1}{2\pi} \left| \int b db [1 - e^{i\chi(b,s)}] J_0(qb) \right|^2 \quad (4.67)$$

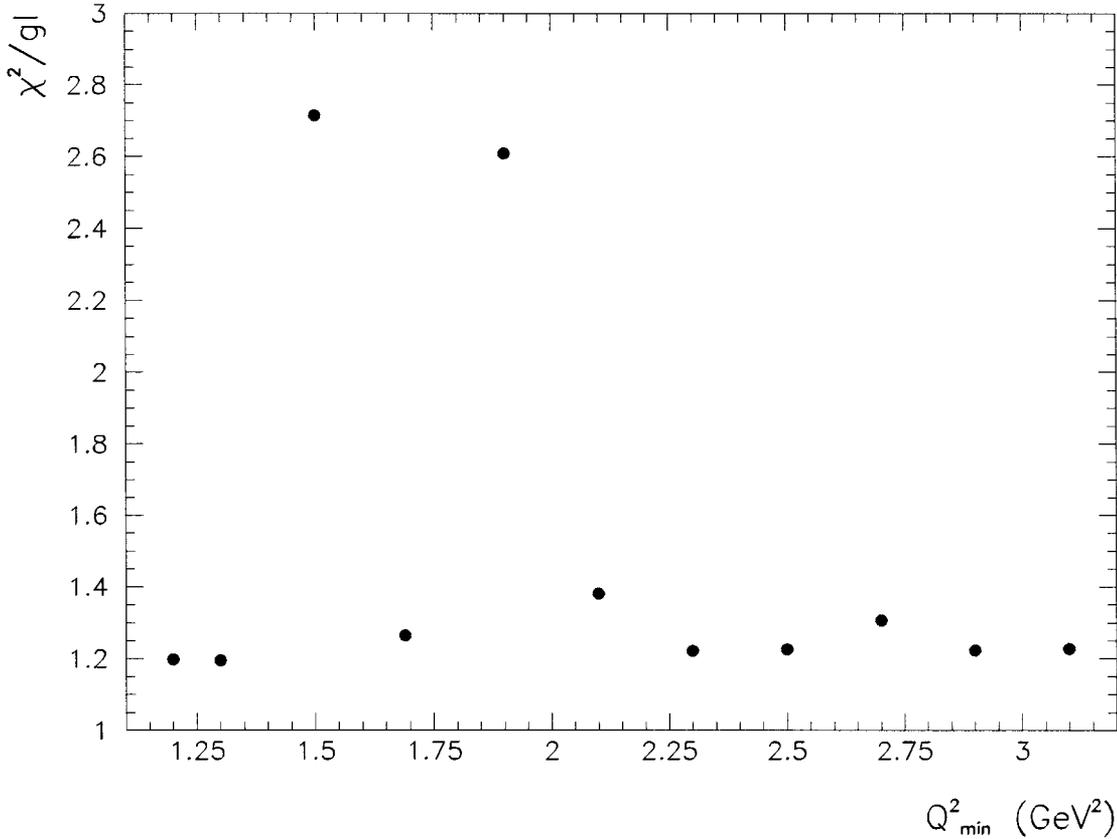


Figura 4.5: Dispersão dos valores de χ^2/gl em relação aos valores de Q_{\min}^2 . gl é o número de graus de liberdade.

e

$$B(s) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) \int_0^\infty b^3 db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R)}{(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R))^2 + (\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)])^2} + \frac{\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] \int_0^\infty b^3 db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)]}{(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R))^2 + (\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)])^2} \right\}, \quad (4.68)$$

onde $\chi(b, s) = \chi_R(b, s) + i\chi_I(b, s)$, sendo $\chi_R \equiv \text{Re}\{\chi(b, s)\}$ e $\chi_I \equiv \text{Im}\{\chi(b, s)\}$. Nossa escolha do limiar de energia $\sqrt{s} = 15$ GeV foi baseada na escolha adotada nos últimos trabalhos envolvendo o MQCD3, permitindo uma comparação direta destes resultados com os obtidos com o MQCD4.

Do gráfico de $\tau F_{gg}(\tau, Q^2)$ versus τ , Figura 4.2, podemos observar que os valores de $F_{gg}(\tau, Q^2)$ que de fato contribuem para a integração $\int d\tau F_{gg}(\tau, Q^2)$ estão na região em que $\tau \ll 1$; neste caso a contribuição de $F_{gg}(\tau, Q^2)$ em valores de $\tau \gtrsim 0.04$ pode ser efetivamente

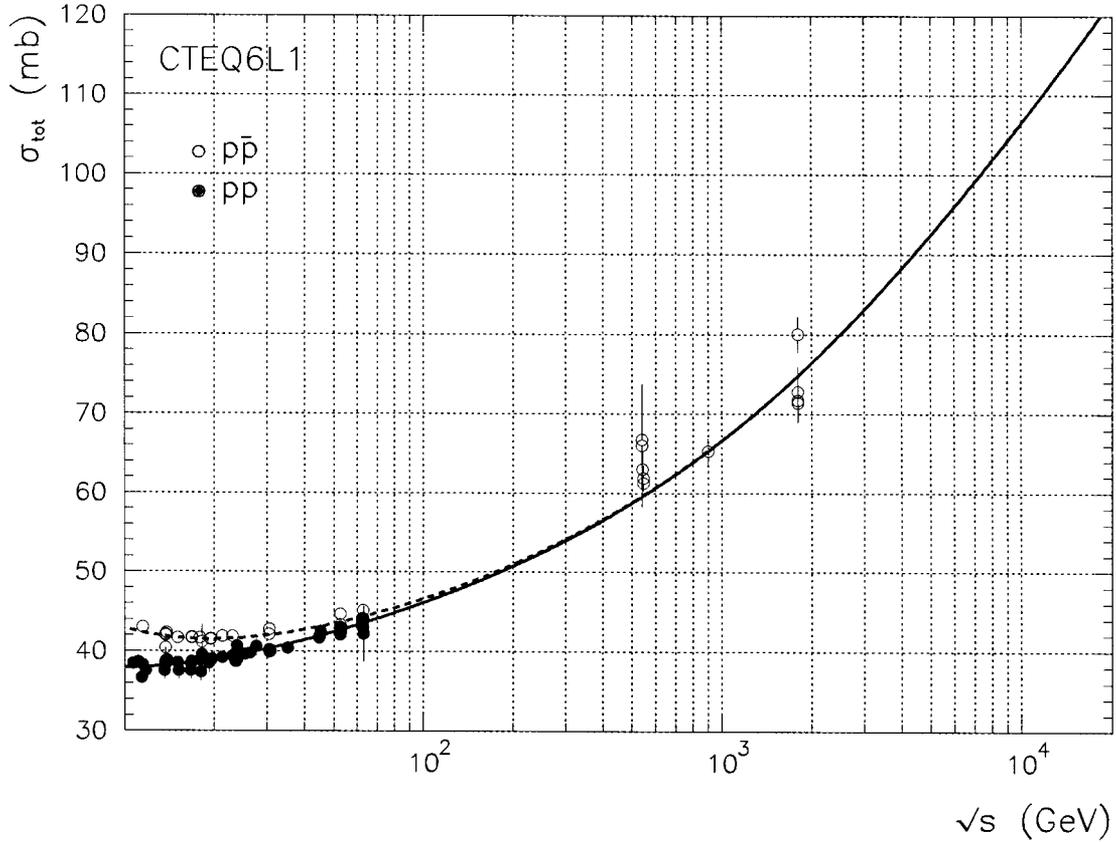


Figura 4.6: Seção de choque total para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$ calculada via o MQCD4.

desprezada. Logo, no caso da distribuição $f_g^{L1}(x, Q^2)$, podemos levar em consideração nos nossos cálculos apenas a região cinemática $10^{-5} \leq x \leq 0.2$. Esta aproximação equivale a adotar o valor $\tau_{max} = 0.04$ na expressão (4.63). Neste caso utilizamos apenas os valores de C_{ij} relacionados à região $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ da Tabela 4.1.

Uma vez que a função de distribuição de glúons $f_g^{L1}(x, Q^2)$ é definida no intervalo cinemático $1.3 \text{ GeV} \lesssim Q \lesssim 10^4 \text{ GeV}$, começamos nossa análise fixando o valor inicial da escala de corte em $Q_{min} = 1.3 \text{ GeV}$, escala a partir da qual $f_g^{L1}(x, Q^2)$ é evoluída em DGLAP. O valor da escala de corte foi então aumentado gradativamente, sendo estudado o comportamento do ajuste global nos valores $Q_{min}^2 = 1.69, 1.90, 2.10, 2.30, 2.50$ e 3.10 GeV^2 . Os resultados, obtidos por meio do ajuste global dos dados de σ_{tot} , ρ e B , se mostraram bastante sensíveis à escolha de Q_{min} , apresentando uma grande dispersão em relação aos valores de χ^2/gl , onde gl é o número de graus de liberdade (ver Tabela 4.2 e Figura 4.5).

Em seguida analisamos o grau de dispersão dos valores de χ^2/gl em relação à escolha de

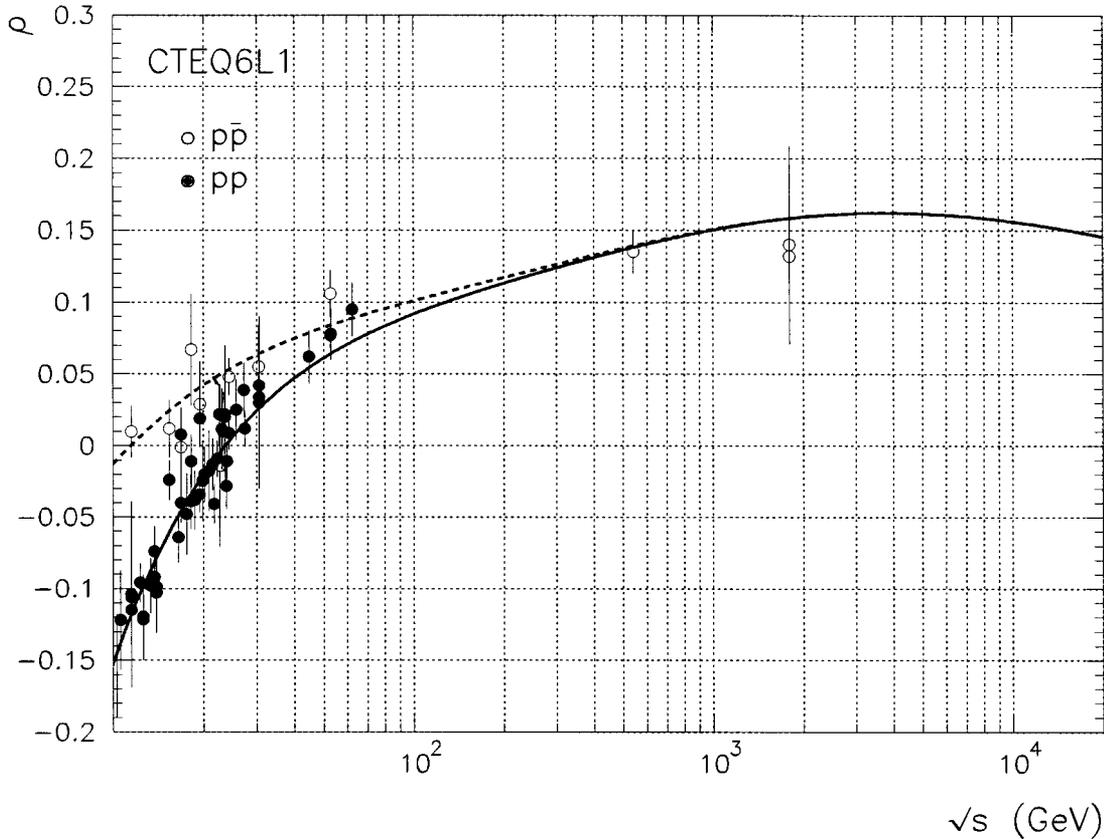


Figura 4.7: Parâmetro ρ para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$ calculado via o MQCD4.

Q_{min}^2 para valores de $Q_{min}^2 < 1.69 \text{ GeV}^2$, mais especificamente nos valores $Q_{min}^2 = 1.2, 1.3$ e 1.5 GeV^2 . Todos os resultados da distribuição χ^2/gl versus gl são enumerados na Tabela 4.2 e mostrados graficamente na Figura 4.5.

Na análise global com valores de $Q_{min}^2 < 1.69 \text{ GeV}^2$ utilizamos os valores de $f_g^{L1}(x, Q_0^2)$, $Q_0^2 = 1.69 \text{ GeV}^2$, ou seja, nos ajustes com escolhas de $Q_{min}^2 = 1.2, 1.3$ e 1.5 GeV^2 a função de distribuição de glúons adotada foi a distribuição calculada na escala inicial Q_0^2 . Este procedimento visa garantir que o intervalo cinemático de validade da distribuição $f_g^{L1}(x, Q^2)$ seja respeitado. Na análise com valores de escalas $Q_{min}^2 < Q_0^2$, escolhemos valores de Q_{min}^2 em que a QCD perturbativa é considerada aparentemente válida. Entretanto, uma vez que o limite de validade da QCD perturbativa ainda é uma questão em aberto, adotamos como menor valor possível de escolha $Q_{min}^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$. Segundo Glück, Reya e Vogt, este limite poderia ser menor [65], uma vez que cálculos de α_s através de simulações de QCD na rede (*lattice QCD*) confirmaram previsões em ordem seguinte à dominante de $\alpha_s(Q^2)$ até

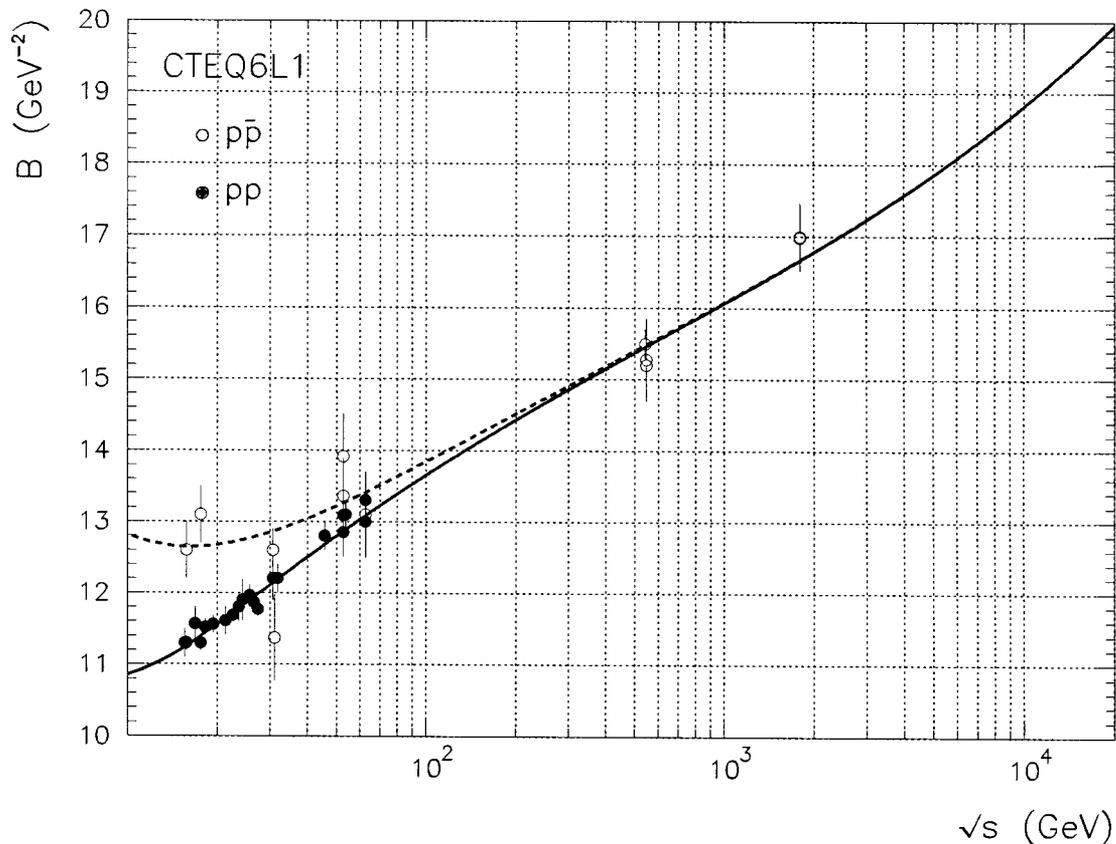


Figura 4.8: Inclinação B para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$ calculada via o MQCD4.

uma escala $Q \simeq 0.55$ GeV [66]. Por outro lado, a evolução em DGLAP é bastante rápida no intervalo $Q \sim 1 - 2$ GeV, podendo gerar comportamentos não usuais das distribuições partônicas em escalas Q desta ordem [48].

Porém, de acordo com a Tabela 4.2, podemos verificar que um ótimo ajuste já é obtido com a escolha $Q_{min}^2 = 1.3$ GeV², indicando que a princípio não precisamos nos preocupar com valores de escalas ainda menores que $Q_{min}^2 = 1.2$ GeV². A seção de choque total, parâmetro ρ e inclinação B obtidas com a escolha $Q_{min}^2 = 1.3$ GeV² são mostradas nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8, respectivamente. Os parâmetros do ajuste são mostrados na Tabela 4.3 e a previsão do modelo para as seções de choque diferenciais na energia de centro de massa $\sqrt{s} = 1.8, 1.96$ e 14 TeV é mostrada na Figura 4.9.

Das Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 podemos observar que o MQCD4 permite ótimos ajustes dos dados experimentais das seções de choque totais, dos parâmetros ρ e das inclinações B dos espalhamentos elásticos pp e $p\bar{p}$. A previsão do modelo para a seção de choque diferencial

Tabela 4.3: Parâmetros do MQCD4 resultantes do ajuste global aos dados de seção de choque total, parâmetro ρ e inclinação B . Resultados obtidos utilizando-se a distribuição de glúons CTEQ6L1 e ajustes simultâneos de σ_{tot} , ρ e B acima de $\sqrt{s} = 15$ GeV.

Parâmetros fixos	Parâmetros ajustados
$Q_{min} = 1.3$ GeV	$K = 0.0980 \pm 0.0056$
$\tau_{max} = 0.04$	$\mu_{gg} = 0.808 \pm 0.018$ GeV
	$A = 124 \pm 5$ GeV ⁻¹
	$\mu^- = 0.587 \pm 0.021$ GeV
	$B = 266.70 \pm 0.76$ GeV ⁻²
	$C = 361 \pm 8$ GeV ⁻¹
	$\mu_{qq} = 0.727 \pm 0.001$ GeV
	$D = 8.32 \pm 0.04$ GeV ⁻²
	$s_0 = (2.81 \pm 0.45) \times 10^{10}$ GeV ²
	$\mu_{qg} = 0.649 \pm 0.002$ GeV
	$gl = 148$
	$\chi^2/gl = 1.19$

2 parâmetros fixos + 10 parâmetros livres = 12 parâmetros

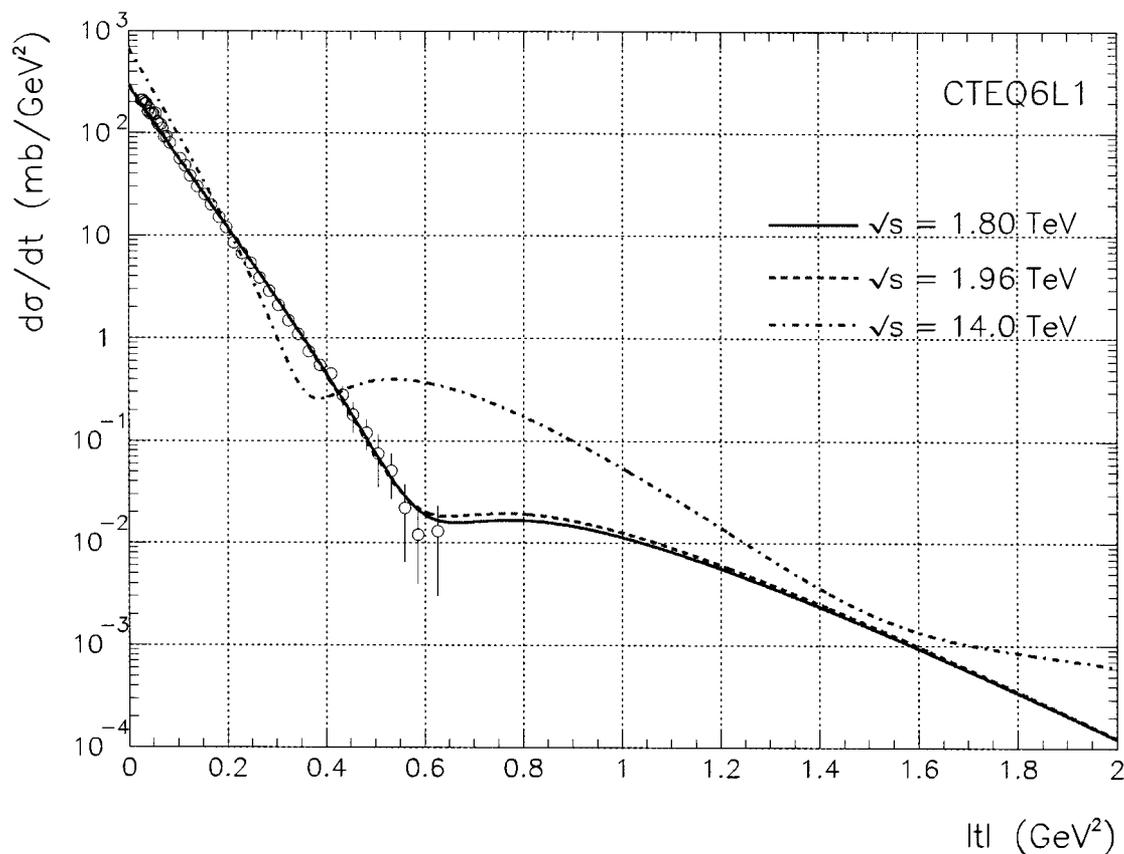


Figura 4.9: Previsões para a seção de choque diferencial para o espalhamento $\bar{p}p$, em diferentes energias de centro de massa, calculadas via o MQCD4.

do espalhamento $\bar{p} + p \rightarrow \bar{p} + p$ na energia $\sqrt{s} = 1.8$ TeV se ajusta perfeitamente aos dados da colaboração E710 [78], com a parte real da amplitude de espalhamento preenchendo corretamente o mínimo difrativo em $|t| \sim 0.6$ GeV². O modelo também prevê o esperado encolhimento do pico de difração da seção de choque diferencial a ser medida no LHC ($\sqrt{s} = 14$ TeV).

Na região de energia do Tevatron ($\sqrt{s} = 1.8$ TeV) os valores previstos pelo modelo para as seções de choque totais dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ são iguais: $\sigma_{tot}^{pp, \bar{p}p} = 74.8$ mb. Da Figura 4.6 vemos que este valor é compatível com os dados de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ medidos pelas colaborações E710/E811 em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [33, 79, 80]. Estes dados, como veremos no próximo capítulo, são discrepantes por volta de dois desvios padrão da medida realizada pela colaboração CDF [81]. As seções de choque totais pp e $\bar{p}p$ previstas pelo MQCD4 na energia de centro de massa do LHC ($\sqrt{s} = 14$ TeV) são $\sigma_{tot}^{pp} = \sigma_{tot}^{\bar{p}p} = 113.9$ mb. Este valor

Tabela 4.4: Previsões do MQCD4 em algumas energias de centro de massa para as seções de choque totais, parâmetros ρ e inclinações B em espalhamentos pp e $\bar{p}p$.

	RHIC [200 GeV]	RHIC [500 GeV]	TEVII [1.96 TeV]	LHC [14 TeV]
σ_{tot}^{pp} [mb]	50.7	58.7	76.1	113.9
$\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ [mb]	51.0	58.8	76.1	113.9
ρ^{pp}	0.113	0.136	0.159	0.152
$\rho^{\bar{p}p}$	0.117	0.138	0.159	0.152
B^{pp} [GeV ⁻²]	14.4	15.4	16.8	19.3
$B^{\bar{p}p}$ [GeV ⁻²]	14.5	15.4	16.8	19.3

se situa entre os limites extremos das seções de choque totais na região do LHC permitidos por modelos de Pomeron com pólo simples, determinados fenomenologicamente via um modelo de Regge estendido [83]. A determinação dos limites extremos (ver capítulo 5) levou em conta todas as discrepâncias e incertezas que envolvem os valores experimentais de σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em altas energias, resultando nos limites em $\sqrt{s} = 14$ TeV dados por $\sigma_{tot}^{min} = 101.4 \pm 8.1$ mb e $\sigma_{tot}^{max} = 116.8 \pm 11.7$ mb. Embora a teoria que embasa o MQCD4 não tenha relação direta com a física envolvida em modelos de Regge, a grande diferença entre os valores centrais dos limites extremos implica em um amplo intervalo de valores de σ_{tot} com aparente ausência de Física nova, ou seja, previsões de σ_{tot} de outros modelos na região do LHC que estejam entre $101 \text{ mb} \lesssim \sigma_{tot} \lesssim 117 \text{ mb}$ parecem indicar um comportamento para o crescimento das seções de choque mais “conservador” e compatível com a informação experimental atualmente disponível.

As previsões do MQCD4 para os valores dos parâmetros ρ^{pp} , $\rho^{\bar{p}p}$ e inclinações B^{pp} e $B^{\bar{p}p}$ são mostradas nas Figuras 4.7 e 4.8. Os valores previstos pelo MQCD4 para as quantidades frontais σ_{tot} , ρ e B , em algumas energias de centro de massa dos principais aceleradores com feixes pp e $\bar{p}p$, são mostrados na Tabela 4.4.

Uma comparação entre os fatores de forma $W(b, \mu_{ij})$ ($ij = gg, qq, qg$), as partes reais e as partes imaginárias das seções de choque elementares σ_{ij} , bem como as partes reais e as partes imaginárias das eiconais $\chi^{pp}(b, s)$, dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4, são mostradas nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14, respectivamente.

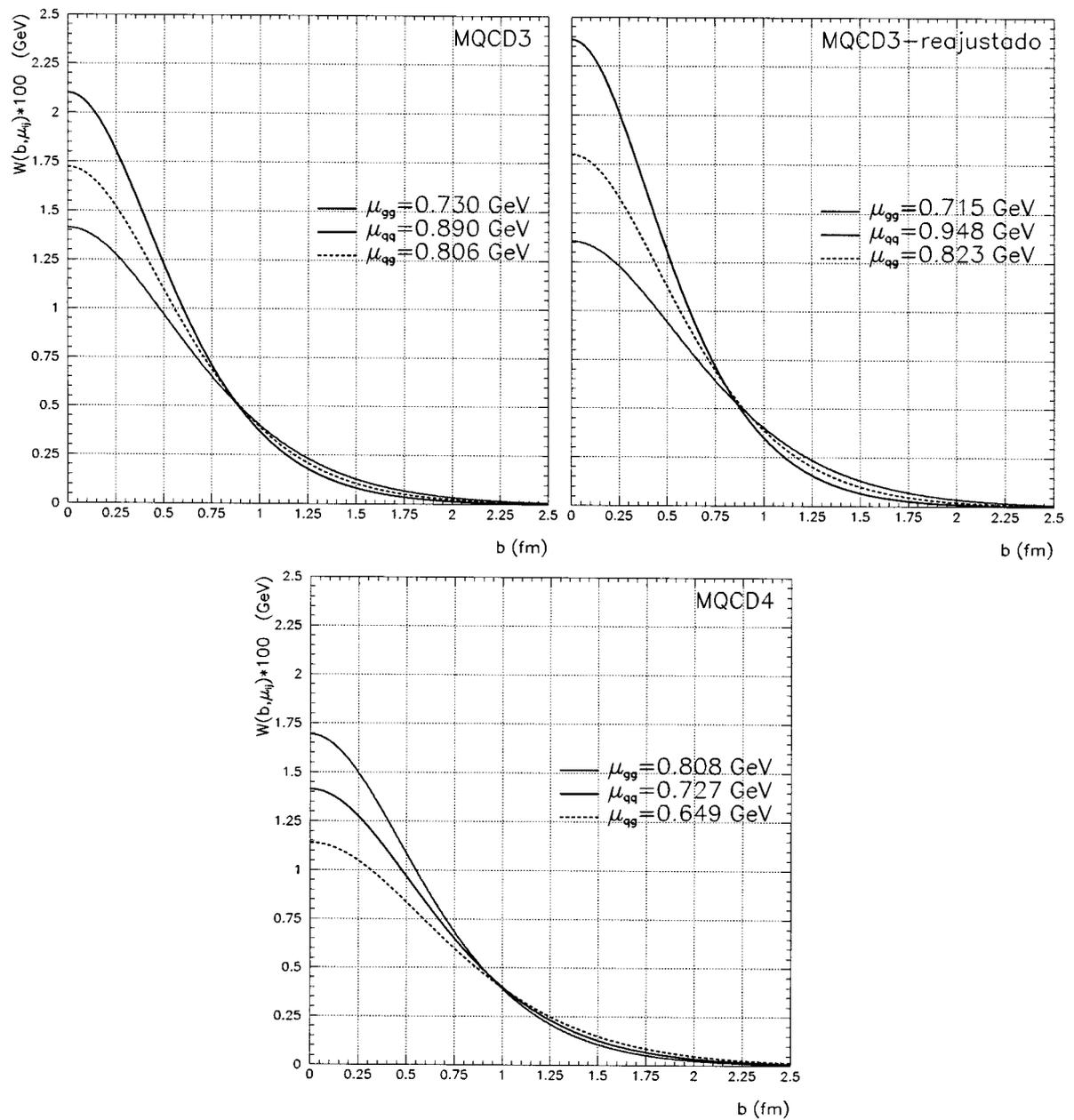


Figura 4.10: Comparação entre os fatores de forma $W(b, \mu_{ij})$, $ij = gg, qq$ e qg , dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.

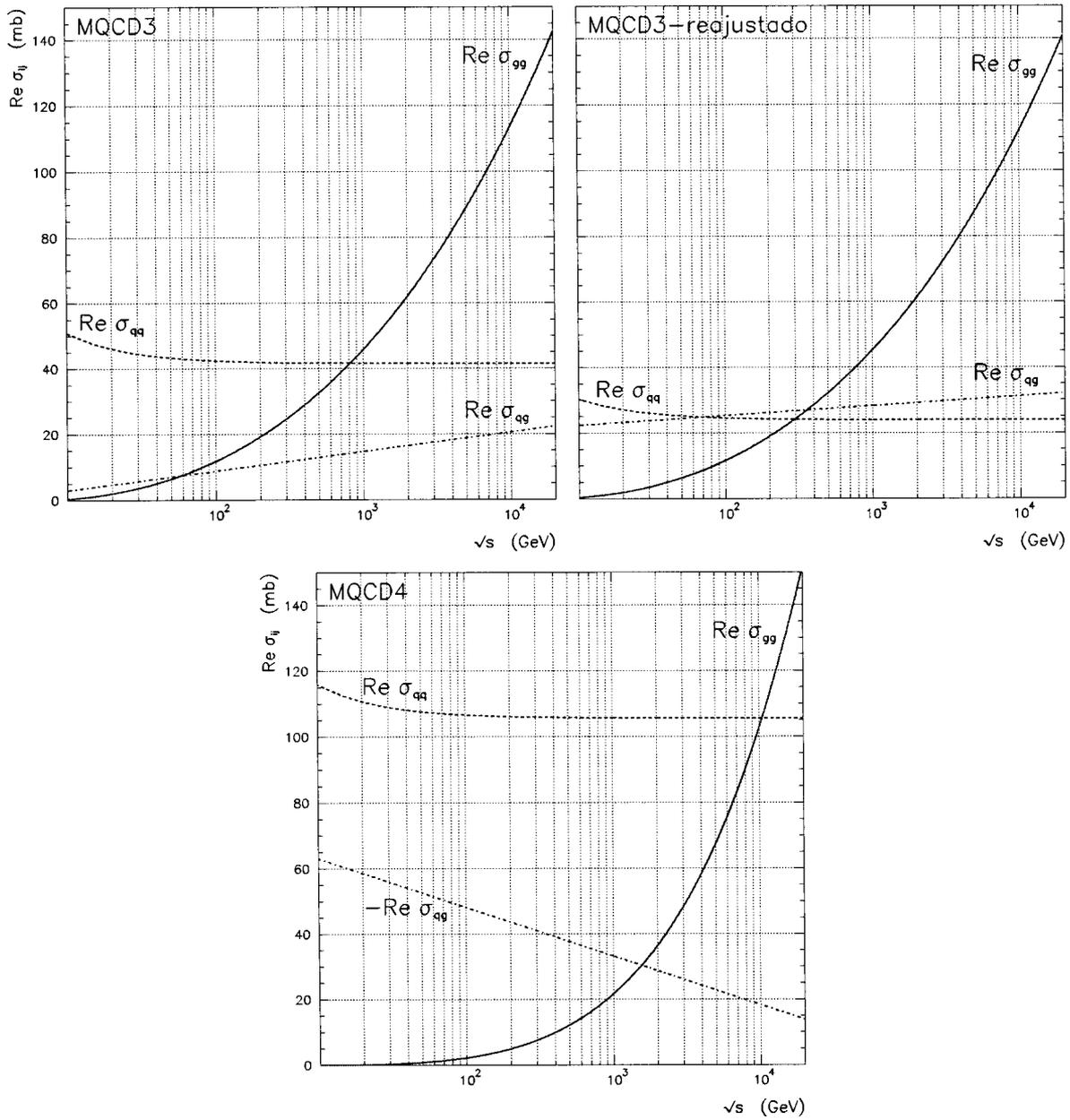


Figura 4.11: Comparação entre as partes reais das seções de choque elementares σ_{gg} , σ_{qq} e σ_{qq} dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.

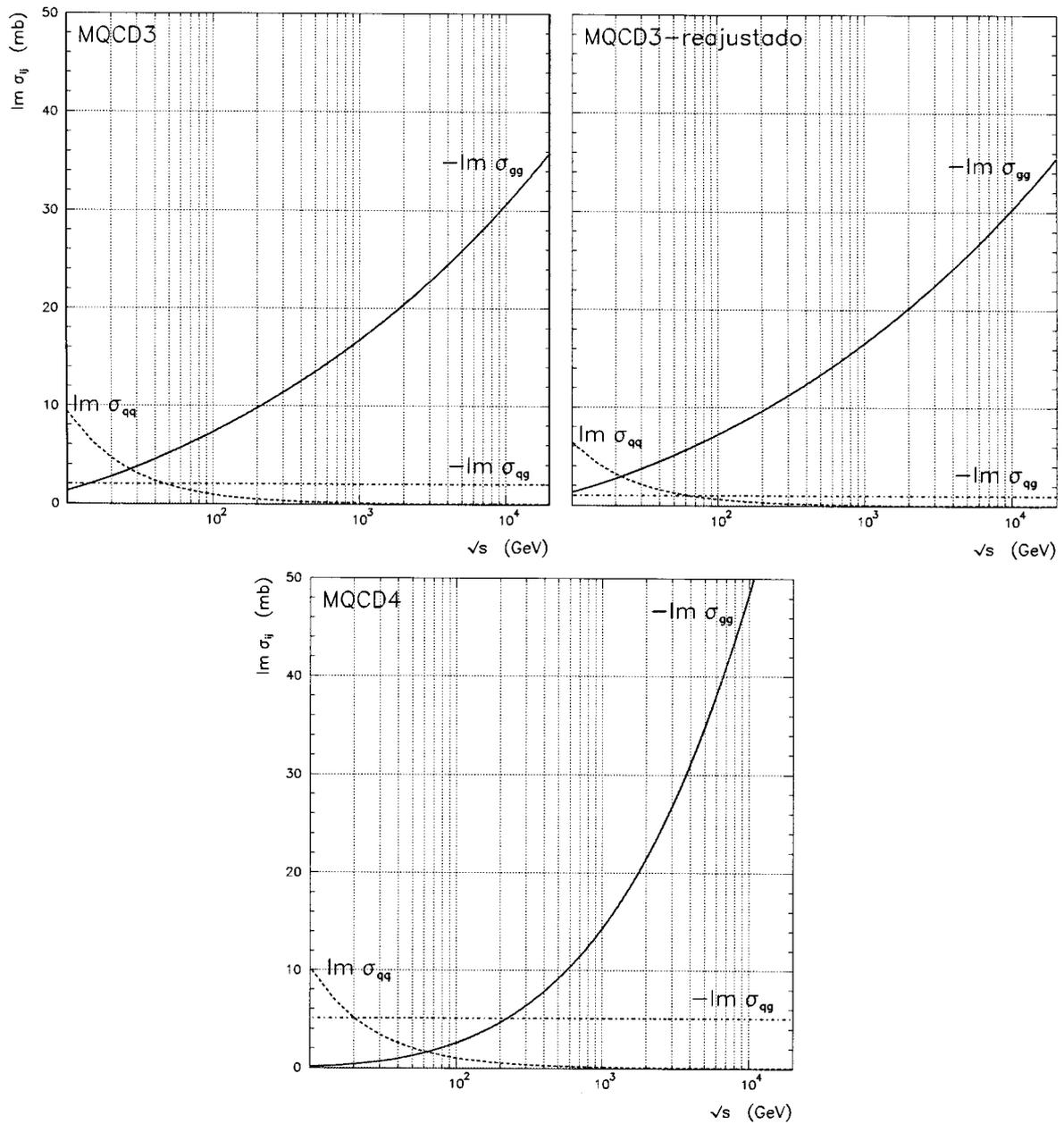


Figura 4.12: Comparação entre as partes imaginárias das seções de choque elementares σ_{gg} , σ_{qq} e σ_{qg} dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4.

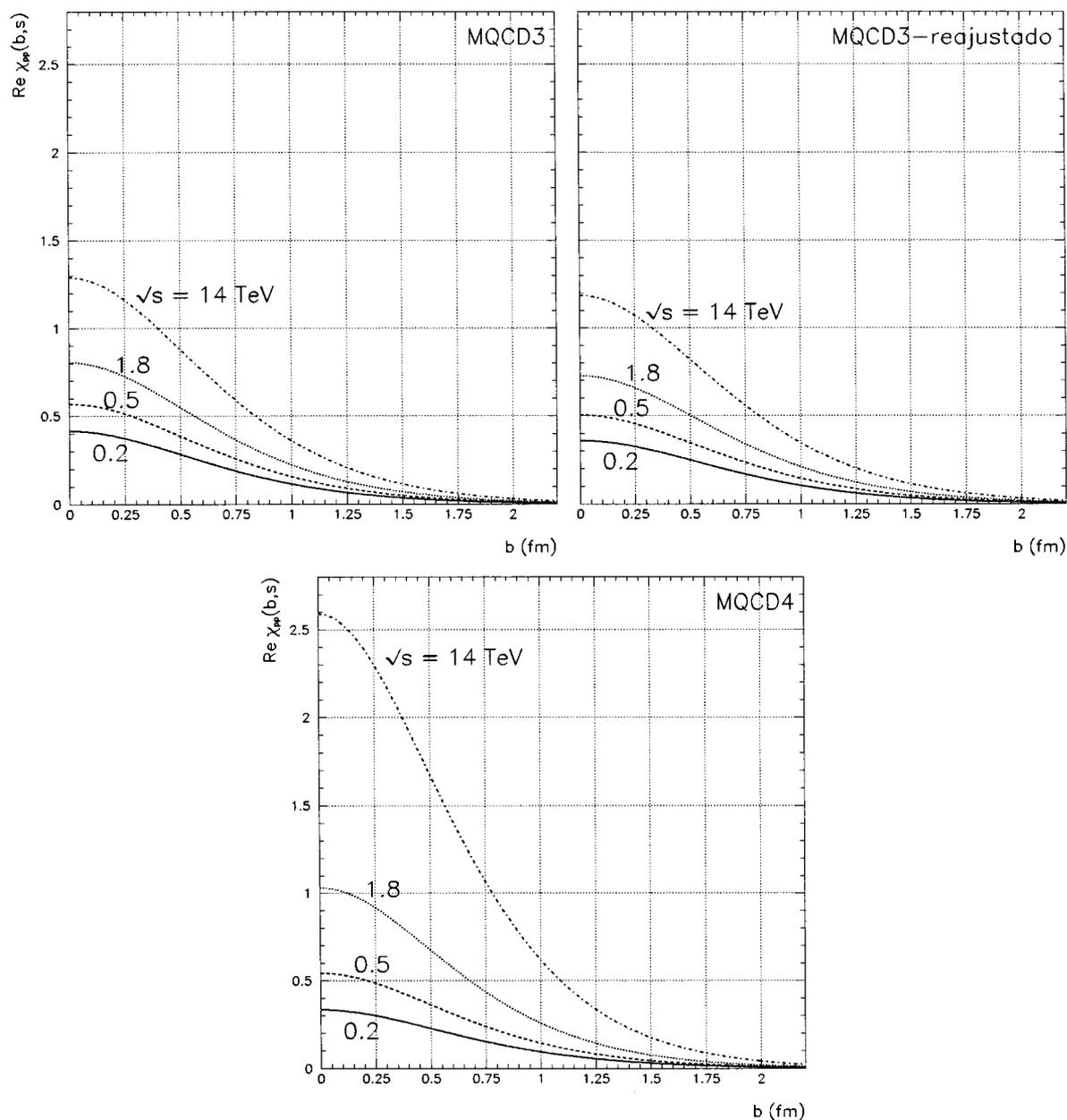


Figura 4.13: Comparação entre as partes reais das eiconais $\chi^{pp}(b, s)$ dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4, calculadas nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 200$ GeV, 500 GeV, 1.8 TeV e 14 TeV.

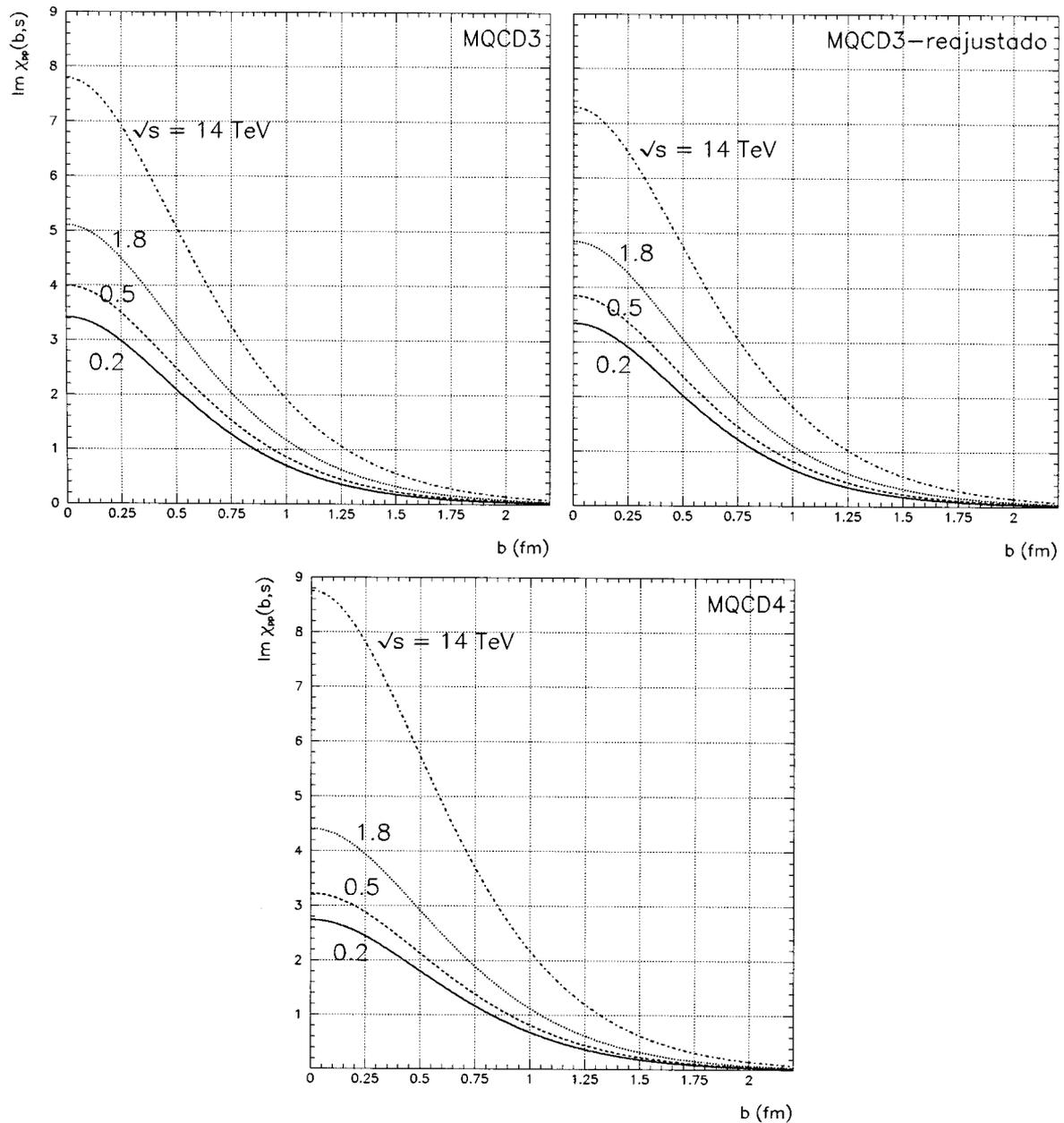


Figura 4.14: Comparação entre as partes imaginárias das eiconais $\chi^{pp}(b, s)$ dos modelos MQCD3, MQCD3-reajustado e MQCD4, calculadas nas energias de centro de massa $\sqrt{s} = 200$ GeV, 500 GeV, 1.8 TeV e 14 TeV.

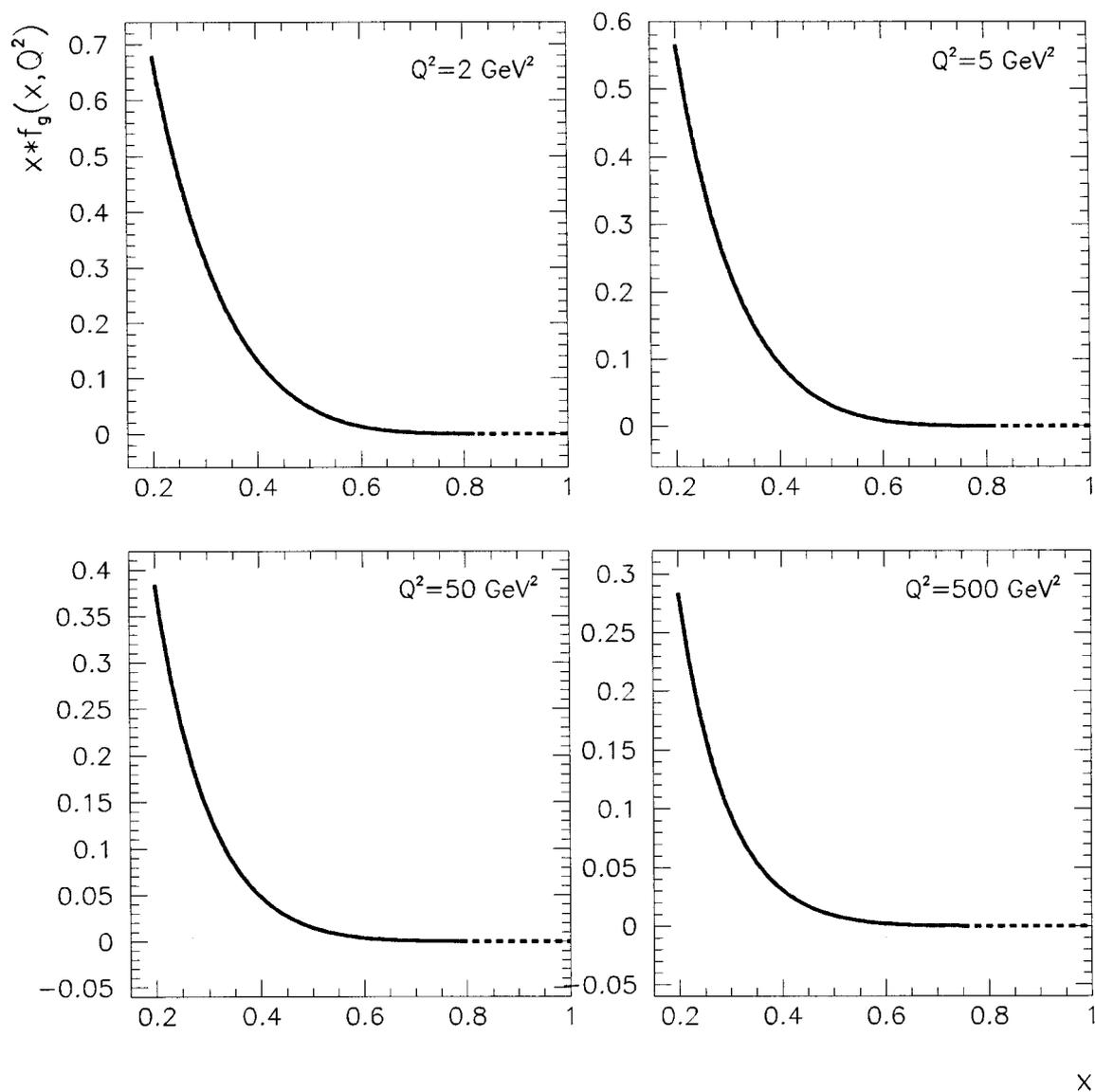


Figura 4.15: Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.

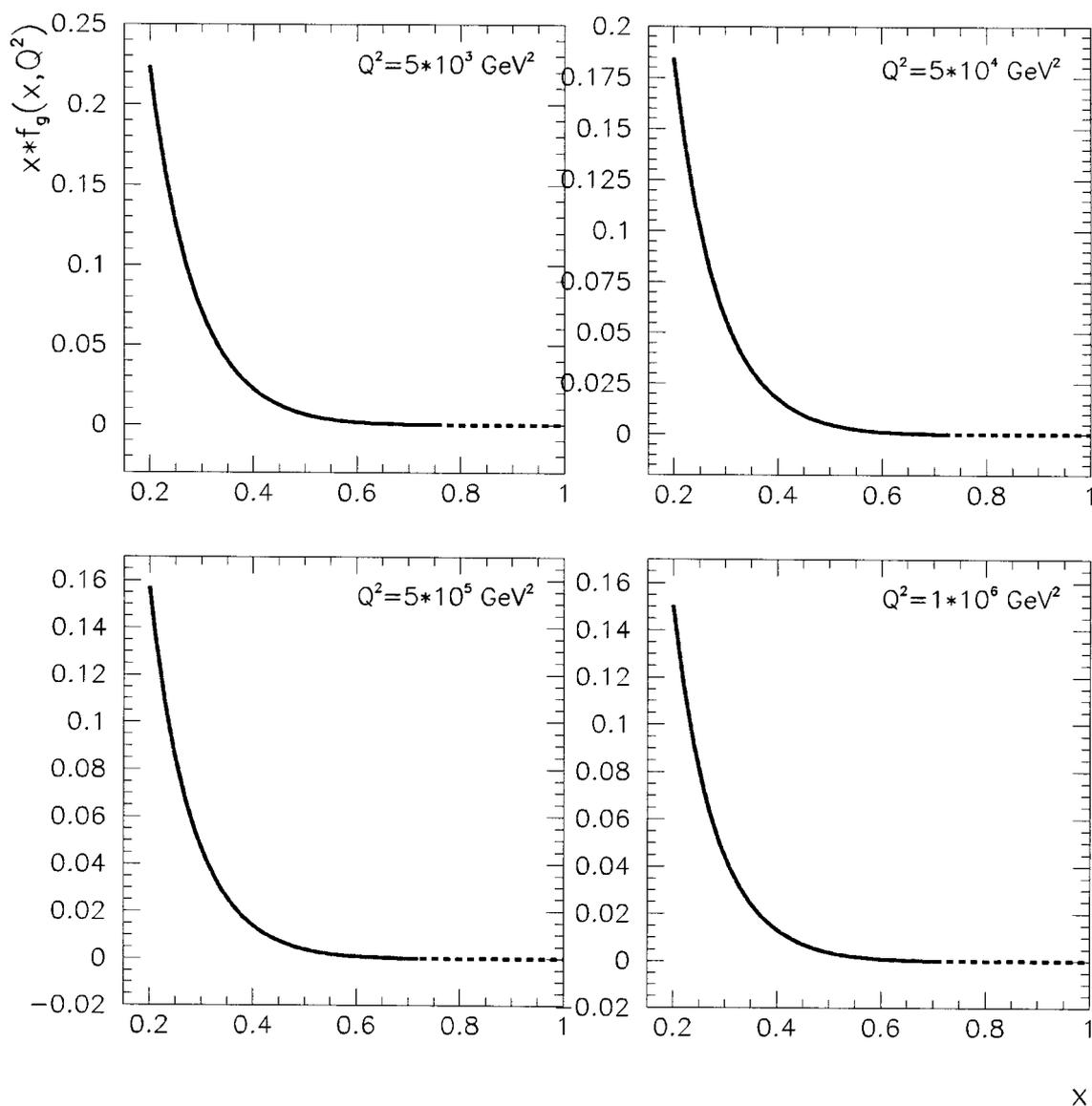
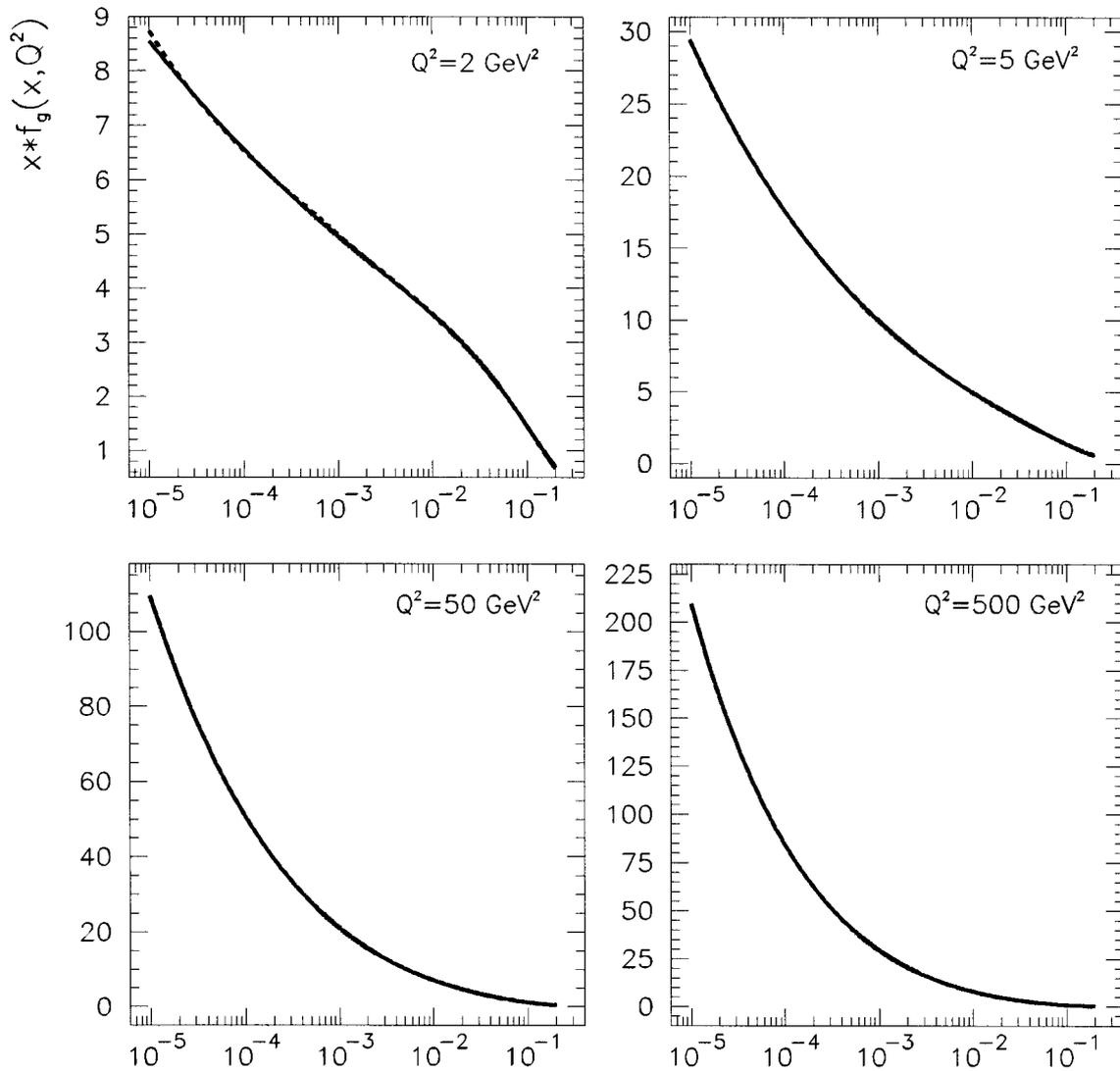
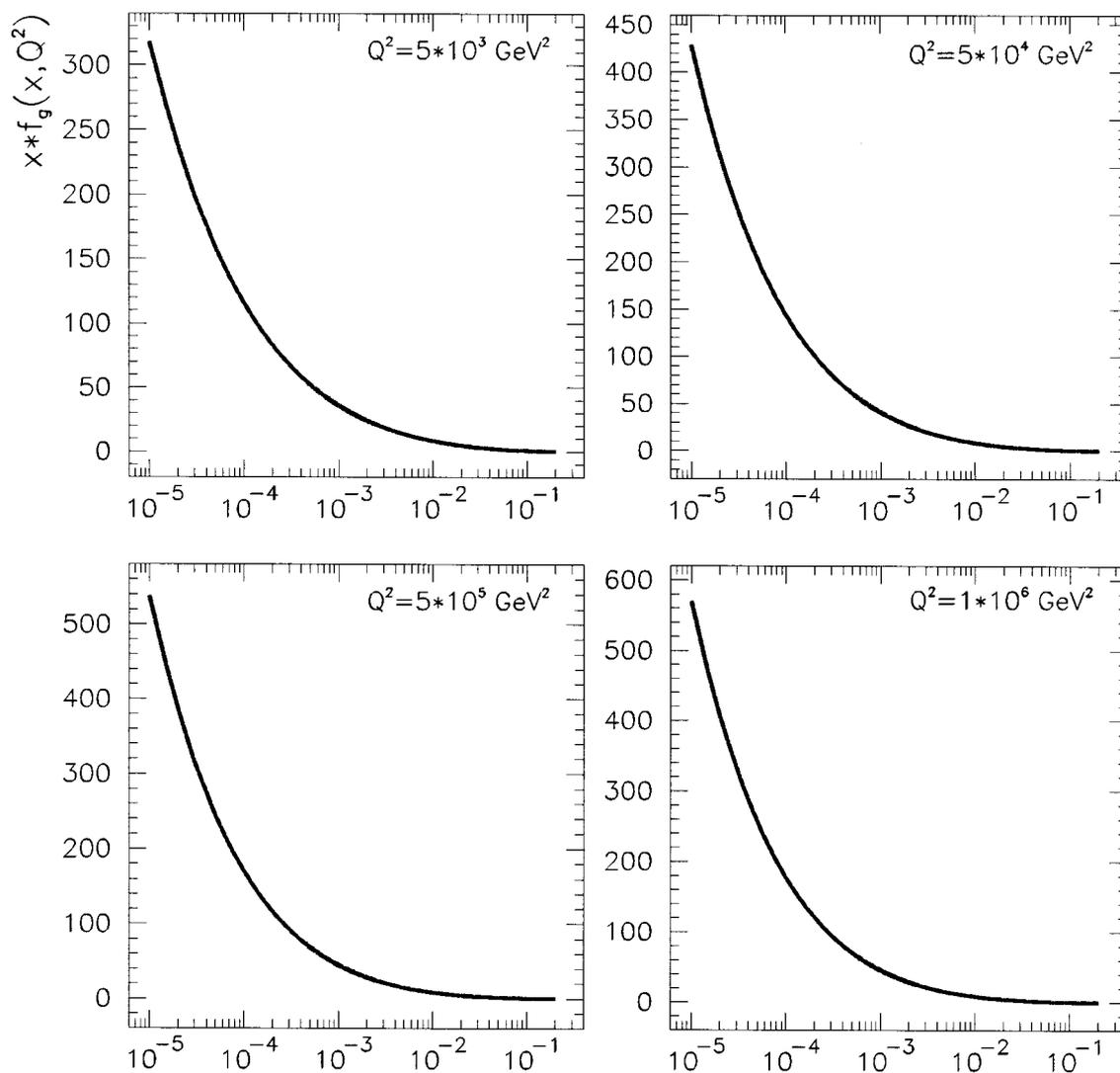


Figura 4.16: Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.



x

Figura 4.17: Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.



X

Figura 4.18: Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Curvas cinzas representam valores numéricos originais da distribuição CTEQ6L1 e curvas pretas tracejadas representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.

Capítulo 5

Limites Extremos do Coeficiente Linear do Pomeron

5.1 Introdução

Neste último capítulo abordamos os chamados *modelos analíticos*, caracterizados (no contexto da abordagem de Regge) por parametrizações analíticas dos dados experimentais de seção de choque total e parâmetro ρ . O ponto central é a obtenção de limites (*bounds*) superiores e inferiores para o coeficiente linear (*intercept*) e o acoplamento do Pomeron permitidos pela informação experimental atualmente disponível.

Em modelos de Regge o Pomeron controla o comportamento da seção de choque total em altas energias, ao contrário dos Reggeons secundários, cujas trocas contribuem de forma mais importante em energias mais baixas. Portanto, o papel do Pomeron pode ser realçado simplesmente limitando-se a análise fenomenológica às reações de espalhamentos pp e $\bar{p}p$, uma vez que estas são as reações medidas nas maiores energias de centro de massa. Esta restrição torna possível uma melhor separação entre as contribuições do Pomeron e dos mésons, resultando em uma melhor determinação do coeficiente linear $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ do Pomeron suave [85].

Entretanto, a informação experimental relacionada aos processos pp e $\bar{p}p$ indicam a existência de cenários alternativos para o crescimento da seção de choque total em altas energias. Esta situação é resultado de discrepâncias nas medidas de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV publicadas pelas colaborações CDF [81], E710 [79] e, mais recentemente, E811 [33, 80], e de incertezas teóricas e experimentais envolvidas na estimativa da seção de choque total pp a partir de dados de raios cósmicos [30, 31]. Tais cenários implicam em diferentes valores para o valor de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$, resultando em diferentes previsões para os valores de σ_{tot} e ρ nas energias do RHIC e do LHC [82, 83].

5.2 Parametrização de Regge Estendida

No modelo de Pomeron simples a seção de choque total de um processo hádron-hádron ($hh = pp, \bar{p}p$) pode ser descrita por uma amplitude de Regge efetiva na forma [84]

$$\begin{aligned} s \sigma_{tot}^{hh}(s) &= \text{Im } \mathcal{F}(s, t=0) \\ &= X_{hh} s^{\alpha_{\mathbb{P}}(0)} + Y_{hh} s^{\alpha_{\eta}(0)}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde o primeiro termo representa a troca de um Pomeron \mathbb{P} e o segundo, a troca de Reggeons secundários f_2, a_2, ω e ρ . Uma vez que o Pomeron possui os números quânticos do vácuo, seu acoplamento ao próton e ao antipróton é igual, de forma que nos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ o coeficiente $X_{pp} = X_{\bar{p}p}$. As potências efetivas $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ e $\alpha_{\eta}(0)$ representam os coeficientes lineares do Pomeron e dos Reggeons secundários, respectivamente. O modelo assume degenerescências entre os mésons, impondo um coeficiente linear comum para as trajetórias $C = +1$ (a_2, f_2) e $C = -1$ (ω, ρ). Entretanto, ajustes globais da seção de choque total e do parâmetro ρ , quando realizados com um corte inferior de energia $\sqrt{s_{inf}} < 9$ GeV, indicam que a adoção de trajetórias de mésons degeneradas não é válida [85]. Neste caso, uma possível solução consiste na separação dos efeitos devidos às contribuições $C = +1$ e $C = -1$, com a amplitude de espalhamento sendo decomposta em três termos [85, 86]

$$\mathcal{F}(s, 0) = \mathcal{F}_{\mathbb{P}}(s, 0) + \mathcal{F}_{a_2/f_2}(s, 0) \pm \mathcal{F}_{\omega/\rho}(s, 0),$$

onde o sinal $+$ ($-$) no último termo corresponde à amplitude pp ($\bar{p}p$). Usando a notação $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1 + \epsilon$, $\alpha_{\xi}(0) = 1 - \xi$ e $\alpha_{\omega}(0) = 1 - \omega$, as seções de choque totais para as interações pp e $\bar{p}p$ podem ser escritas na forma

$$\sigma_{tot}^{pp, \bar{p}p}(s) = X s^{\epsilon} + Y_{\xi} s^{-\xi} \pm Y_{\omega} s^{-\omega}, \quad (5.2)$$

onde $\alpha_{\xi}(0)$ e $\alpha_{\omega}(0)$ são os coeficientes lineares das trajetórias $C = +1$ e $C = -1$, respectivamente.

O parâmetro ρ , a razão entre a parte real e imaginária da amplitude de espalhamento em $t = 0$:

$$\rho = \frac{\text{Re } \mathcal{F}(s, t=0)}{\text{Im } \mathcal{F}(s, t=0)},$$

pode ser calculado por relações de dispersão (ver apêndice 1) baseadas na analiticidade da amplitude $\mathcal{F}(s, 0)$. Uma relação de dispersão calcula a parte real de uma amplitude

de espalhamento em termos de uma integral sobre a parte imaginária [87]. Em energias suficientemente altas, o aumento suave de σ_{tot} permite a substituição de relações de dispersão integrais por relações derivativas [88, 89, 90, 91] onde, como no caso integral, divergências são controladas por subtrações e fórmulas específicas são associadas a funções pares e ímpares.

Na parametrização de Regge estendida (5.2), a convergência da relação de dispersão integral é assegurada utilizando-se uma subtração. Neste caso, a parte real e imaginária das amplitudes par \mathcal{F}_+ e ímpar \mathcal{F}_- , onde $2\mathcal{F}_\pm \equiv \mathcal{F}_{pp} \pm \mathcal{F}_{\bar{p}p}$, podem ser conectadas por relações derivativas com uma subtração [89, 90, 91]:

$$\text{Re } \mathcal{F}_+(s) = K + s \tan \left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \right] \frac{\text{Im } \mathcal{F}_+(s)}{s},$$

$$\text{Re } \mathcal{F}_-(s) = \tan \left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} \right] \text{Im } \mathcal{F}_-(s),$$

onde K é a constante de subtração. Neste formalismo $\sigma_{tot}(s)$ e $\rho(s)$ são conectados pela relação

$$\sigma_{tot}^{pp, \bar{p}p}(s) \rho_{pp, \bar{p}p}(s) = \frac{K}{s} + X s^\epsilon \tan \left(\epsilon \frac{\pi}{2} \right) - Y_\xi s^{-\xi} \tan \left(\xi \frac{\pi}{2} \right) \pm Y_\omega s^{-\omega} \cot \left(\omega \frac{\pi}{2} \right). \quad (5.3)$$

5.3 Discrepâncias em Dados de Aceleradores

Na determinação de limites extremos de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ utilizamos inicialmente apenas informações de *aceleradores* (σ_{tot} e parâmetro ρ), compiladas e analisadas pelo PDG (*Particle Data Group*) [32], onde incluímos dados recentes da colaboração E811 [33]. Destas informações fica evidente (Figura 5.1) o conflito nas medidas de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, realizadas pelas colaborações CDF e E710/E811 e discrepantes por cerca de dois desvios padrão. Tal discrepância sugere a existência de cenários alternativos para o crescimento da seção de choque total e indica a necessidade de uma análise mais cuidadosa. Com este objetivo separamos os dados de seção de choque total em dois conjuntos:

Conjunto I: σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ ($10 \leq \sqrt{s} \leq 900$ GeV) + dado de CDF ($\sqrt{s} = 1.8$ TeV),

Conjunto II: σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ ($10 \leq \sqrt{s} \leq 900$ GeV) + dados de E710/E811 ($\sqrt{s} = 1.8$ TeV).

Nossa escolha para um limiar inferior de energia no valor $\sqrt{s}_{inf} = 10$ GeV é baseada na análise realizada na referência [92], que verificou a estabilidade de todos os parâmetros

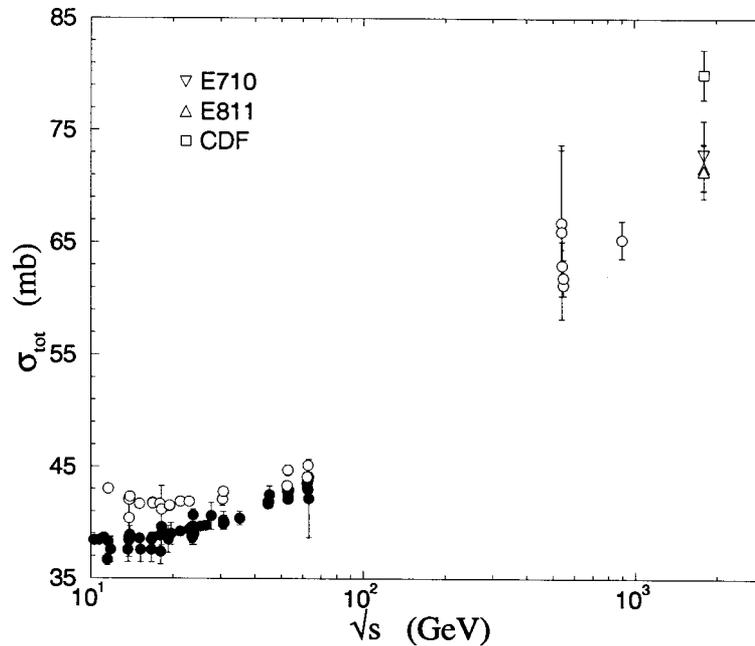


Figura 5.1: Medidas de seção de choque total para os espalhamentos pp (preto) e $\bar{p}p$ (branco) acima de $\sqrt{s} = 10$ GeV. Dados de aceleradores [32].

de ajustes relacionados a parametrizações do tipo Regge para escolhas de valores de \sqrt{s}_{inf} acima de ~ 9 GeV [92]. Os erros estatísticos e sistemáticos são somados em quadratura.

O resultado do ajuste individual (apenas aos dados de σ_{tot}) da parametrização (5.2) aos dados de σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ pode ser visualizado na Figura 5.2. Os valores dos parâmetros estão dispostos na segunda e terceira colunas da Tabela 5.1.

O ajuste ao Conjunto I gera uma curva que passa entre os pontos de CDF e E710/E811, enquanto a curva correspondente ao ajuste ao Conjunto II corta as barras de erro dos pontos de E710/E811. Este último resultado (compatível com os resultados de E710/E811) indica um valor para $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ entre 1.081-1.089 (1.085 ± 0.04). O limite inferior é compatível com o valor original $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.0808$, devido a Donnachie e Landshoff [84], obtido ajustando-se a amplitude degenerada (5.1) aos dados de σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ com $\sqrt{s}_{inf} = 10$ GeV. A Figura 5.2 mostra o comportamento de ρ calculado a partir dos parâmetros do ajuste individual usando-se a relação de dispersão derivativa (5.3) com $K = 0$.

Na Figura 5.3 temos os resultados do ajuste global (dados de σ_{tot} e de ρ) das expressões (5.2) e (5.3) aos Conjuntos I e II. Os valores dos parâmetros estão dispostos na quarta e

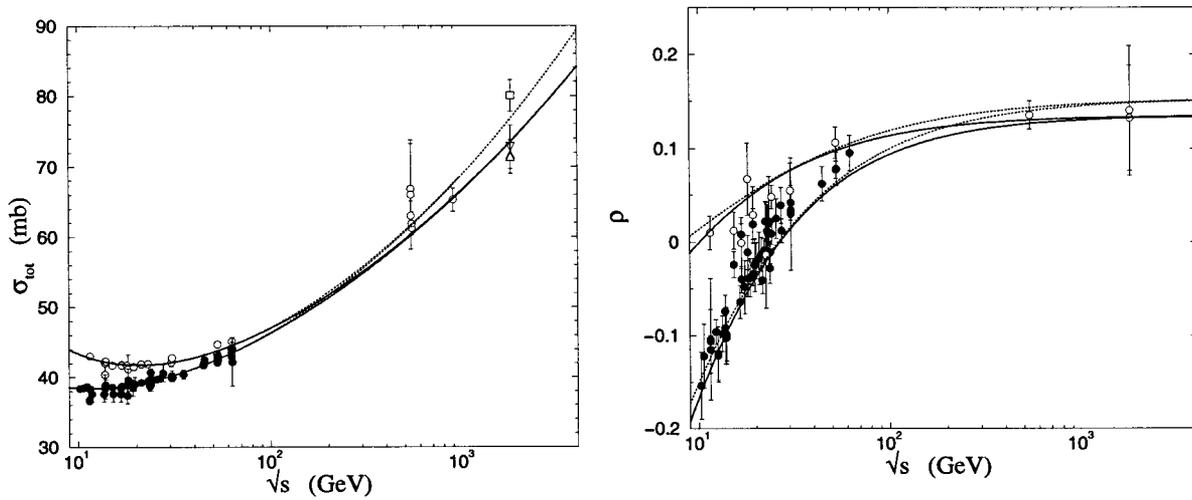


Figura 5.2: Ajuste individual ao Conjunto I (linha pontilhada) e Conjunto II (linha cheia) de dados de seção de choque total e previsões para o parâmetro ρ , calculado utilizando-se a expressão (5.3) com $K = 0$.

quinta colunas da Tabela 5.1. Neste ajuste adotamos o valor $K = 0$.

Os resultados do ajuste global das expressões (5.2) e (5.3) aos conjuntos de dados I, II e dados de ρ , com uma constante de subtração K livre, podem ser visualizados na Figura 5.4. Os valores dos parâmetros estão dispostos na sexta e sétima colunas da Tabela 5.1. Como nos casos anteriores, os resultados são compatíveis com as medidas da colaboração E710/E811. Embora tal afirmação não possa se basear exclusivamente nos valores de χ^2/gl , todos em torno de 1 e muito próximos entre si, os ajustes realizados com o Conjunto I mostram que tanto o comportamento de σ_{tot} quanto o de ρ acima de 500 GeV são superestimados. Com relação aos ajustes globais, podemos verificar a diminuição dos valores de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ no ajuste com K livre. Este resultado aponta o vínculo imposto pela constante de subtração ao crescimento da seção de choque, estendendo sua influência à região assintótica. Um resultado similar pode ser obtido utilizando-se um modelo de Pomeron simples degenerado [30], indicando um comportamento da constante de subtração independente de modelo.

Os resultados da nossa análise, indicando a solução da discrepância entre os valores dos dados de σ_{tot}^{pp} em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV em favor das medidas das colaborações E710/E811, são

Tabela 5.1: Parâmetros dos ajustes individuais (σ_{tot}) e globais ($\sigma_{tot} + \rho$) aos dados de seção de choque total e parâmetro ρ .

Ajuste: Conjunto:	Individual: σ_{tot}		Global: $\sigma_{tot} + \rho, (K = 0)$		Global: $\sigma_{tot} + \rho, (K \text{ livre})$	
	I	II	I	II	I	II
ϵ	0.096 ± 0.005	0.085 ± 0.004	0.098 ± 0.004	0.090 ± 0.003	0.095 ± 0.005	0.085 ± 0.003
X [mb]	18 ± 1	20 ± 1	18 ± 1	19 ± 1	19 ± 1	21 ± 1
ω	0.42 ± 0.04	0.42 ± 0.04	0.53 ± 0.02	0.53 ± 0.02	0.52 ± 0.02	0.52 ± 0.02
Y_ω [mb]	-17 ± 4	-17 ± 4	-30 ± 4	-30 ± 4	-29 ± 4	-29 ± 4
ξ	0.31 ± 0.04	0.38 ± 0.04	0.32 ± 0.02	0.35 ± 0.02	0.35 ± 0.04	0.41 ± 0.04
Y_ξ [mb]	55 ± 5	62 ± 8	56 ± 3	58 ± 3	62 ± 7	71 ± 8
K	-	-	-	-	74 ± 61	136 ± 64
gl	87	89	147	149	146	148
χ^2/gl	0.95	0.94	1.08	1.10	1.07	1.07

 Tabela 5.2: Parâmetros do ajuste global aos dados de seção de choque total e aos valores do parâmetro ρ adotando-se uma constante de subtração K livre e uma parametrização com pólo triplo. O elevado valor do χ^2/gl (~ 2) nos dois casos descarta a parametrização (5.4).

Parâmetros	Conjunto I + parâmetro ρ	Conjunto II + parâmetro ρ
Z [mb]	30.2 ± 0.2	31.1 ± 0.2
X [mb]	0.192 ± 0.002	0.182 ± 0.003
Y_η [mb]	114 ± 8	138 ± 9
η	-0.61 ± 0.02	-0.67 ± 0.01
Y_ω [mb]	-44 ± 4	-44 ± 6
ω	-0.60 ± 0.01	-0.59 ± 0.03
K	673 ± 52	798 ± 49
gl	146	148
χ^2/gl	2.06	1.96

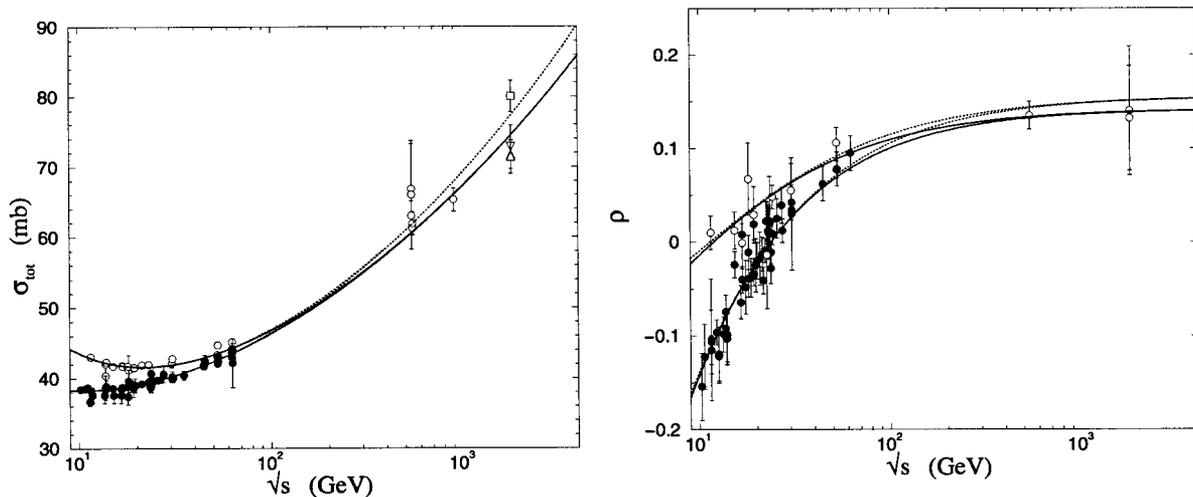


Figura 5.3: Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração nula ($K = 0$).

contrários aos resultados recentemente publicados pela colaboração COMPETE¹ [94], que realizou um ajuste global a todos os dados de reações hadrônicas disponíveis utilizando um modelo de Pomeron com pólo triplo na forma

$$\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}(s) = Y_{\xi} s^{-\xi} \pm Y_{\omega} s^{-\omega} + X \ln^2(s) + Z. \quad (5.4)$$

O contraste entre os nossos resultados e os do COMPETE demonstra a forte dependência deste tipo de análise com o conjunto de dados adotado. Isto pode ser verificado ajustando-se globalmente (dados de σ_{tot} e de ρ) a parametrização de pólo triplo (5.4) aos Conjuntos I e II, onde neste caso a conexão entre σ_{tot} e ρ é dada pela relação

$$\sigma_{tot}^{pp,\bar{p}p}(s) \rho_{pp,\bar{p}p}(s) = \frac{K}{s} + \pi X \ln(s) - Y_{\xi} s^{-\xi} \tan\left(\xi \frac{\pi}{2}\right) \pm Y_{\omega} s^{-\omega} \cot\left(\omega \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.5)$$

O resultado deste ajuste (Figura 5.5) não apenas é compatível novamente com os dados de E710/E811, como também descarta a parametrização do tipo pólo triplo devido ao elevado valor do χ^2 por grau de liberdade obtido (Tabela 5.2). Esta análise indica que a separação de discrepâncias experimentais em conjuntos alternativos de dados permite a discriminação entre o modelo de Pomeron simples estendido (pólo simples) e o modelo de Pomeron com dependência em $\ln^2 s$ (pólo triplo), reforçando as evidências existentes (fatorização, universalidade, regra de contagem de quarks) [92] a favor de parametrizações baseadas em pólos simples.

¹Computerised Models and Parameter Evaluation for Theory and Experiment

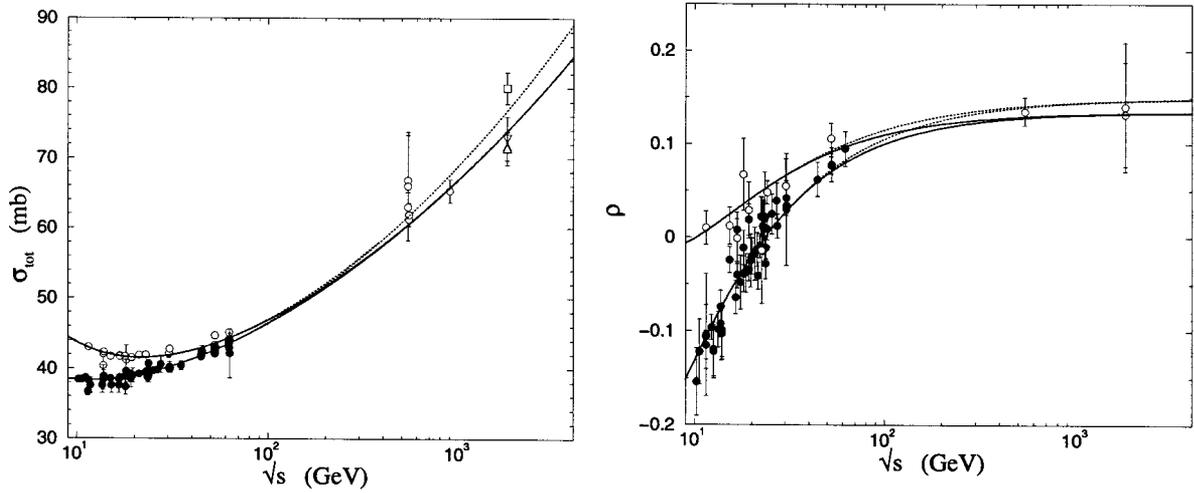


Figura 5.4: Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração K livre.

5.4 Incertezas em Dados de Raios Cósmiticos

O estudo do desenvolvimento na atmosfera de chuviros iniciados por prótons primários requer o conhecimento do livre caminho médio de prótons na atmosfera (λ_{p-ar}) e a taxa na qual a energia do próton é dissipada em partículas secundárias (k). Estas quantidades estão relacionadas ao comprimento de atenuação Λ do chuviro (medido experimentalmente),

$$\Lambda = k \lambda_{p-ar} = k \frac{14.5 m_p}{\sigma_{prod}^{p-ar}}, \quad (5.6)$$

onde m_p é a massa do próton e σ_{prod}^{p-ar} a seção de choque de produção próton-ar, que pode ser escrita na forma

$$\sigma_{prod}^{p-ar} = \sigma_{tot}^{p-ar} - \sigma_{el}^{p-ar} - \sigma_{qel}^{p-ar},$$

onde σ_{el}^{p-ar} é a seção de choque elástica e σ_{qel}^{p-ar} , a seção de choque quasi-elástica $p-ar$ de núcleos excitados sem produção direta de partículas. Embora o método de espalhamento múltiplo de Glauber [95] apresente expressões explícitas para todos os termos da equação acima, a extração da seção de choque total pp a partir de dados de raios cósmicos não é um processo trivial. Um resumo das principais etapas do processo e discussões a respeito das incertezas experimentais e teóricas envolvidas no processo podem ser encontradas nas referências [30] e [31]. Na Tabela 5.3 apresentamos as determinações de σ_{tot}^{pp} usualmente citadas na literatura, onde podemos observar que as estimativas mais altas de σ_{tot}^{pp} são

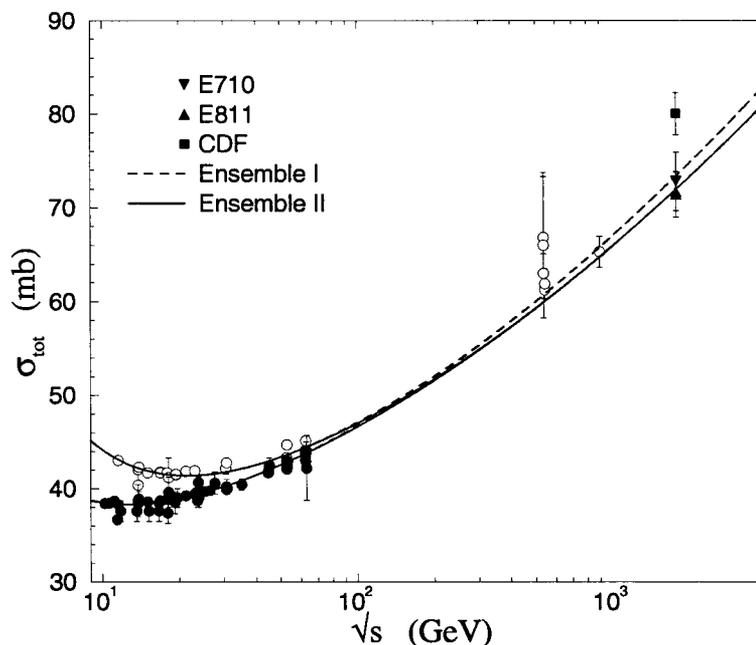


Figura 5.5: Previsões para a seção de choque total pp e $\bar{p}p$ utilizando a parametrização (5.4).

decorrentes da combinação do resultado de Nikolaev com o de Gaisser, Sukhatme e Yodh (NGSY), e as menores são devidas ao resultado de Block, Halzen e Stanev (BHS) (Figura 5.6).

Para determinarmos os valores extremos de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ realizamos os mesmos ajustes feitos anteriormente aos dados de aceleradores, combinando desta vez as estimativas mais altas (NGSY) com o Conjunto I e as mais baixas (BHS) com o Conjunto II. Os resultados são mostrados nas Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, e os parâmetros associados a cada tipo de ajuste são dispostos na Tabela 5.4, onde identificamos $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.104 \pm 0.005$ como o maior valor possível para o coeficiente linear do Pomeron (ajuste individual², Conjunto I+NGSY) e $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.085 \pm 0.003$ como o menor possível (ajuste individual, Conjunto II+BHS e ajuste global³, conjunto II+BHS, K livre). Na análise contendo apenas dados de aceleradores, temos $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.098 \pm 0.004$ como o maior valor possível (ajuste global, Conjunto I, $K = 0$) e $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.085 \pm 0.004$ como o menor (ajuste individual, Conjunto II). Tais resultados

²Ajuste realizado apenas aos dados de σ_{tot} .

³Ajuste realizado aos dados de σ_{tot} e de ρ .

Tabela 5.3: Valores de σ_{tot}^{pp} a partir de dados de σ_{prod}^{p-ar} (raios cósmicos). Alguns erros assimétricos foram normalizados aos respectivos valores médios.

E_0 (10^{16} eV)	\sqrt{s} (TeV)	σ_{tot}^{pp} [mb]				
		AGASA [96]	FLY'S EYE [97]	Nikolaev [98]	GSY [99]	BHS [100]
2.02	6.2	93±14	-	120±15	-	91± 15
3.52	8.1	101±16	-	130±18	-	100± 18
6.11	10.7	117±18	-	154±17	-	118± 17
10.63	14.1	104±26	-	135±29	-	103± 29
18.47	18.6	100±27	-	129±30	-	99± 30
32.09	24.5	124±34	-	162±38	-	124± 37
47.96	30.0	-	120±15	-	-	103± 22
85.26	40.0	-	-	-	175±34	-

 Tabela 5.4: Parâmetros de ajustes individuais e globais aos dados de seção de choque total e parâmetro ρ com Conjunto I + NGSY e Conjunto II + BHS.

Ajuste:	Individual: σ_{tot}		Global: $\sigma_{tot} + \rho$ ($K = 0$)		Global: $\sigma_{tot} + \rho$ (K livre)	
	I + NGSY	II + BHS	I + NGSY	II + BHS	I + NGSY	II + BHS
ϵ	0.104±0.005	0.085±0.003	0.102±0.004	0.089±0.003	0.100±0.004	0.085±0.003
X [mb]	16±1	20±1	17±1	19±1	17±1	21±1
ω	0.42±0.04	0.42±0.04	0.52±0.02	0.53±0.02	0.52±0.02	0.52±0.03
Y_ω [mb]	-17±4	-17±4	-29±4	-30±4	-29±4	-29±4
ξ	0.28±0.03	0.38±0.04	0.30±0.02	0.35±0.02	0.32±0.03	0.41±0.04
Y_- [mb]	51±4	62±7	55±3	58±3	58±5	71±9
K	-	-	-	-	41±52	135±68
gl	94	96	154	156	153	155
χ^2/gl	1.01	0.89	1.11	1.06	1.11	1.03

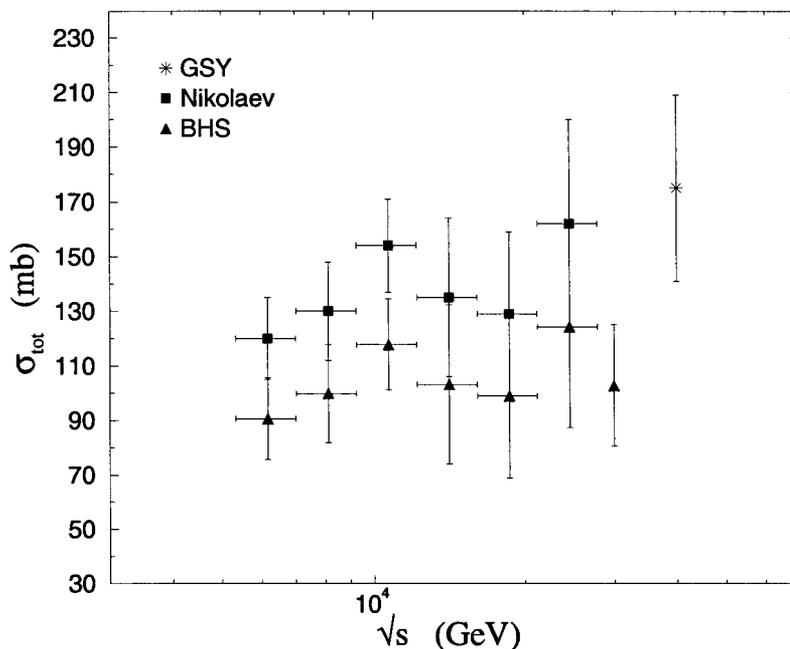


Figura 5.6: Estimativas da seção de choque total pp a partir de dados de raios cósmicos [Tabela 5.3].

mostram uma compatibilidade entre os dados de E710/E811 com as estimativas BHS e entre o dado de CDF com as estimativas NGSY. Deste panorama podemos inferir que, na ausência de Física nova, os valores de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ relativos às futuras medições do RHIC e LHC deverão necessariamente estar no intervalo $[1.081, 1.109]$. Podemos verificar portanto que o coeficiente linear do Pomeron é extremamente sensível na região de altas energias e que qualquer ajuste usando dados de reações pp e $\bar{p}p$ deve levar em conta as discrepâncias e incertezas experimentais discutidas acima.

Uma vez estabelecidos os maiores e menores valores possíveis para o coeficiente linear do Pomeron, especificamente $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.104 \pm 0.005$ e $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.085 \pm 0.004$, verificamos que os dados experimentais dos espalhamentos $\pi^{\pm}p$, $K^{\pm}p$, γp e $\gamma\gamma$ são compatíveis com o comportamento das seções de choque relacionadas aos valores extremos [101]. Este resultado é obtido por meio de ajustes globais aos dados dos espalhamentos referidos acima utilizando-se o modelo de Regge estendido com valores de $\alpha_{\mathbb{P}}(0)$ fixos nos valores extremos. O resultado é mostrado na Figura 5.10, onde podemos ver que os coeficientes extremos levam a boas descrições dos dados experimentais, com exceção dos dados de $\pi^{-}p$, γp e $\gamma\gamma$

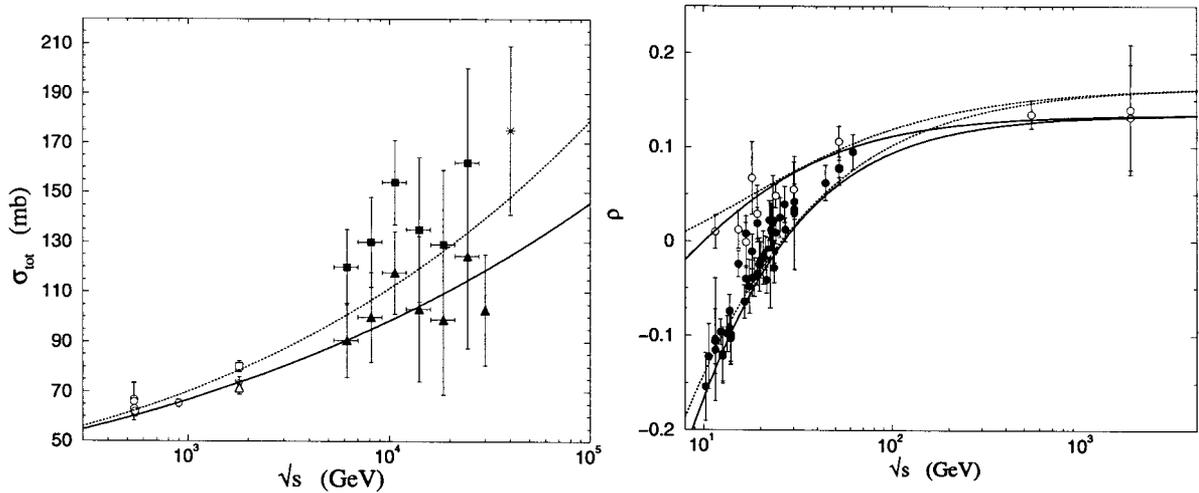


Figura 5.7: Ajuste individual aos (a) dados de seção de choque total e (b) previsões para o parâmetro ρ , calculado utilizando-se a expressão (5.3) com $K = 0$.

em energias mais altas.

Em seguida, por meio de trajetórias pré-ajustadas em um plano de Chew-Frautschi, investigamos os efeitos dos Reggeons secundários na determinação dos limites extremos, estendendo a análise aos espalhamentos bárion- p , méson- p , bárion- n , méson- n , γp e $\gamma\gamma$ [102]. Nesta mesma análise apresentamos testes de fatorização e de regras de contagem de quarks, mostrando que em todos os casos investigados os novos limites extremos, obtidos com trajetórias de Reggeons pré-ajustadas, levam a uma boa descrição dos dados experimentais. Nossa principal conclusão é que a informação experimental atualmente disponível é compatível com uma incerteza no valor do coeficiente linear do Pomeron suave em torno de 2 % [102].

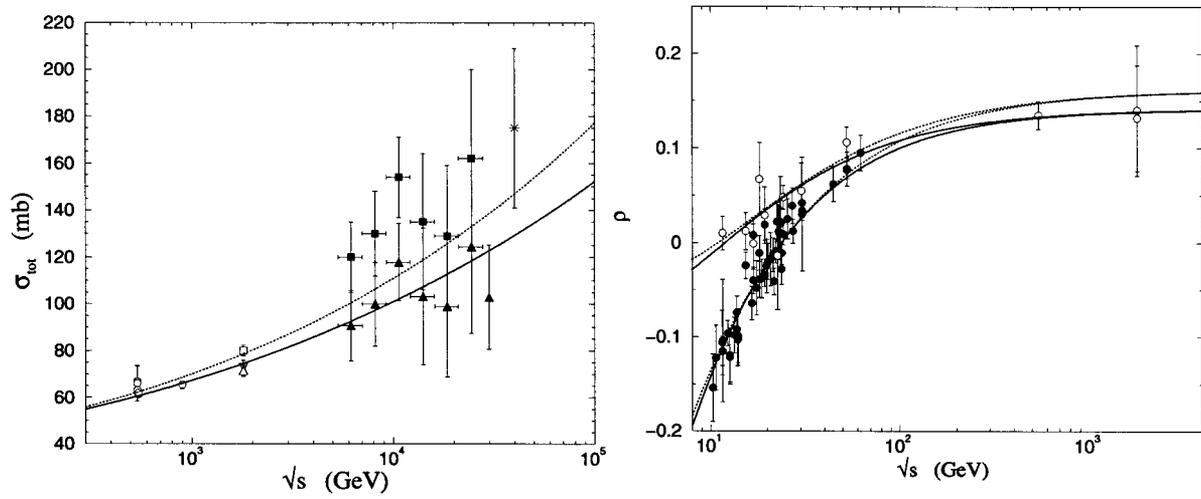


Figura 5.8: Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração nula ($K = 0$).

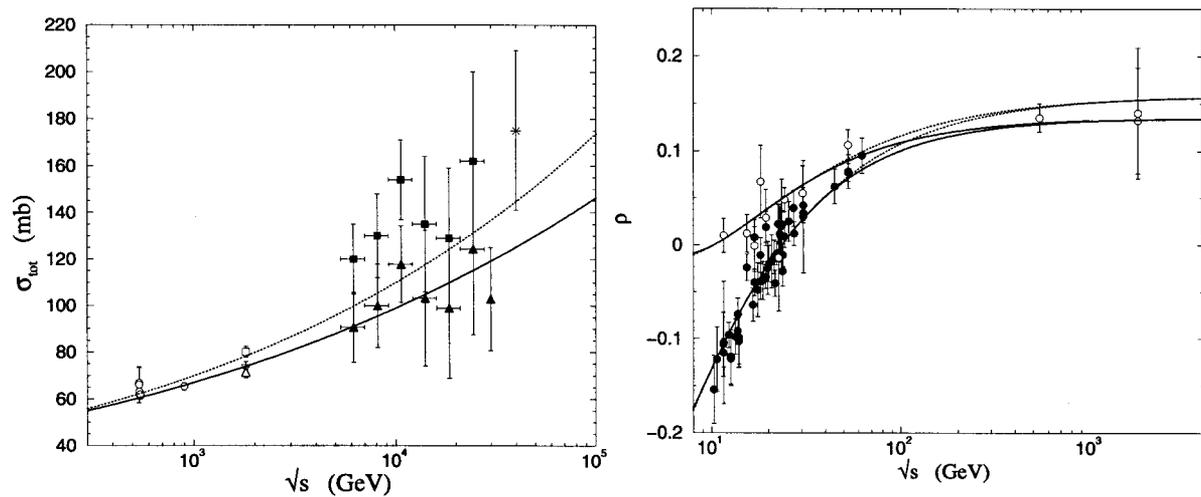


Figura 5.9: Ajuste global aos (a) dados de seção de choque total e (b) aos valores do parâmetro ρ , adotando-se uma constante de subtração K livre.

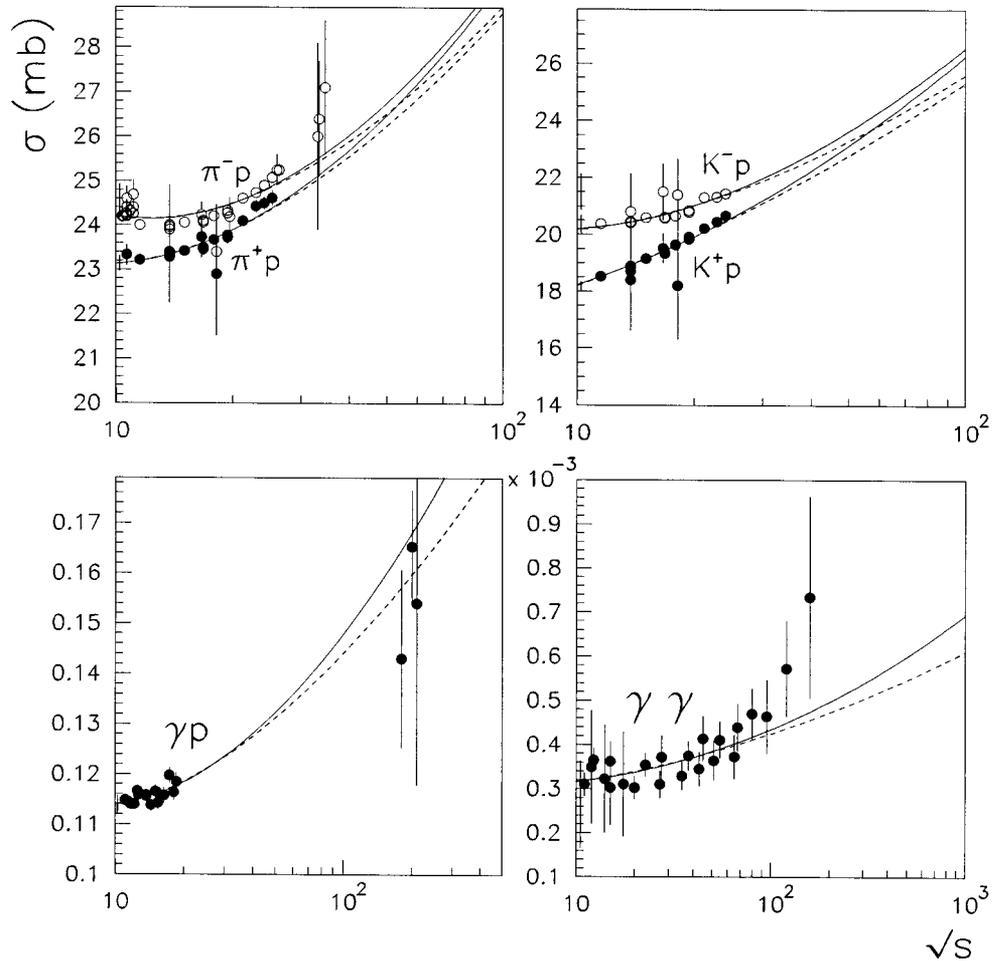


Figura 5.10: Resultados dos ajustes globais aos dados dos espalhamentos $\pi^\pm p$, $K^\pm p$, γp e $\gamma\gamma$ com $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.109$ (linha cheia) e $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.081$ (linha tracejada) [101].

Capítulo 6

Conclusões Finais e Perspectivas

Nesta tese desenvolvemos um modelo eiconal, baseado no modelo a pártons da QCD, para o espalhamento difrativo de hádrons em altas energias. O modelo é aplicável em energias suficientemente altas, onde as interações párton-párton semi-duras, principalmente as interações glúon-glúon, exercem o papel dominante. Quando aplicado aos espalhamentos elásticos próton-próton e antipróton-próton, o modelo reproduz muito bem os resultados experimentais das quantidades frontais σ_{tot} , ρ e B , proporcionando também uma previsão para a seção de choque diferencial do espalhamento $\bar{p}p$ em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV em acordo com os dados experimentais.

Mostramos que o formalismo teórico do modelo, desenvolvido com base na condição de positividade das funções de estrutura e em uma escolha específica para a escala em que a função de distribuição de glúons é calculada, é similar ao formalismo de um outro modelo inspirado em QCD devido a Durand e Pi, construído com base em um argumento probabilístico semi-clássico que liga a eiconal ao número de espalhamentos párton-párton dado pelo modelo a pártons. Entretanto, o modelo de Durand e Pi utiliza as distribuições de pártons EHQL que, apesar de serem analíticas, pertencem à já ultrapassada primeira geração de distribuições partônicas. O modelo desenvolvido nesta tese, que denominamos por MQCD4, utiliza a mais recente distribuição disponibilizada pela colaboração CTEQ, mais especificamente, a distribuição de glúons em ordem dominante CTEQ6L1. Neste novo formalismo, o papel da escala de massa m_0 , utilizada nas versões anteriores do modelo e fixada de maneira arbitrária em um valor $m_0 \sim 600$ MeV, é agora realizado por uma escala Q_{min} determinada fenomenologicamente por meio de ajustes globais aos dados das grandezas físicas frontais $\sigma_{tot}^{\bar{p}p,pp}$, $B^{\bar{p}p,pp}$ e $\rho^{\bar{p}p,pp}$.

Uma vez que a informação relacionada à distribuição CTEQ6L1 é obtida apenas a partir de códigos FORTRAN de evolução numérica via equações DGLAP, aprimoramos

um método capaz de gerar parametrizações analíticas a partir da informação numérica de qualquer conjunto de funções de distribuição moderno, reproduzindo a informação original com uma excelente precisão. Em seguida, as parametrizações analíticas são introduzidas nos nossos próprios códigos que são, por sua vez, compilados no ajuste global dos dados experimentais pelo método de χ^2 .

Apesar da eficácia e da precisão dos formalismos teórico e computacional desenvolvidos nesta tese, o MQCD4 ainda apresenta alguns pontos que podem ser investigados no futuro. O primeiro deles diz respeito às parametrizações de Regge empregadas na descrição dos dados na região de baixas energias. Apesar das parametrizações simularem de maneira satisfatória as contribuições dos quarks ao espalhamento elástico pp e $\bar{p}p$, o emprego das técnicas do setor gluônico do MQCD4 nessa região poderia unificar o formalismo empregado em baixas e altas energias, com a possível redução do número de parâmetros livres do modelo. Outro possível foco de investigações do MQCD4 refere-se à prescrição utilizada no cálculo da parte real da amplitude de espalhamento a partir da parte imaginária. Como vimos, a prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$ equivale ao primeiro termo da expansão do operador tangente da relação de dispersão derivativa com uma subtração (3.16), dada pela expressão (ver apêndice A):

$$\rho(s) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sigma_{tot}(s)} \frac{d}{d \ln s} \sigma_{tot}(s). \quad (6.1)$$

Neste caso, o valor do parâmetro ρ está associado geometricamente à taxa de variação, em relação à energia, da curva que descreve o crescimento da seção de choque total, como podemos verificar na Figura 6.1. Nesta figura, o comportamento do parâmetro ρ em energias $\sqrt{s} > 800$ GeV (energias nas quais σ_{tot}^{pp} e $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ são iguais) é calculado através da expressão (6.1), a partir de curvas de σ_{tot} arbitrárias. Podemos verificar que a curva com crescimento mais suave (preta-sólida), compatível com o dado de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 900$ GeV e com os dados das colaborações E710/E811 em $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, implica em uma curva de ρ que passa abaixo dos pontos experimentais nas mesmas energias. Este comportamento sugere que termos em ordens maiores da expansão do operador tangente podem ser importantes nesta região, indicando que talvez relações de dispersão integrais sejam mais apropriadas ao tratamento dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$ através do MQCD4.

Acreditamos que a forte dependência apresentada pelos resultados do MQCD4 em relação à escolha do valor do limiar Q_{min}^2 pode estar relacionada ao fato do modelo ser baseado no modelo a pártons da QCD em ordem dominante. Nesta ordem de perturbação, o formalismo consiste na utilização de seções de choque pártion-pártion, equações DGLAG,

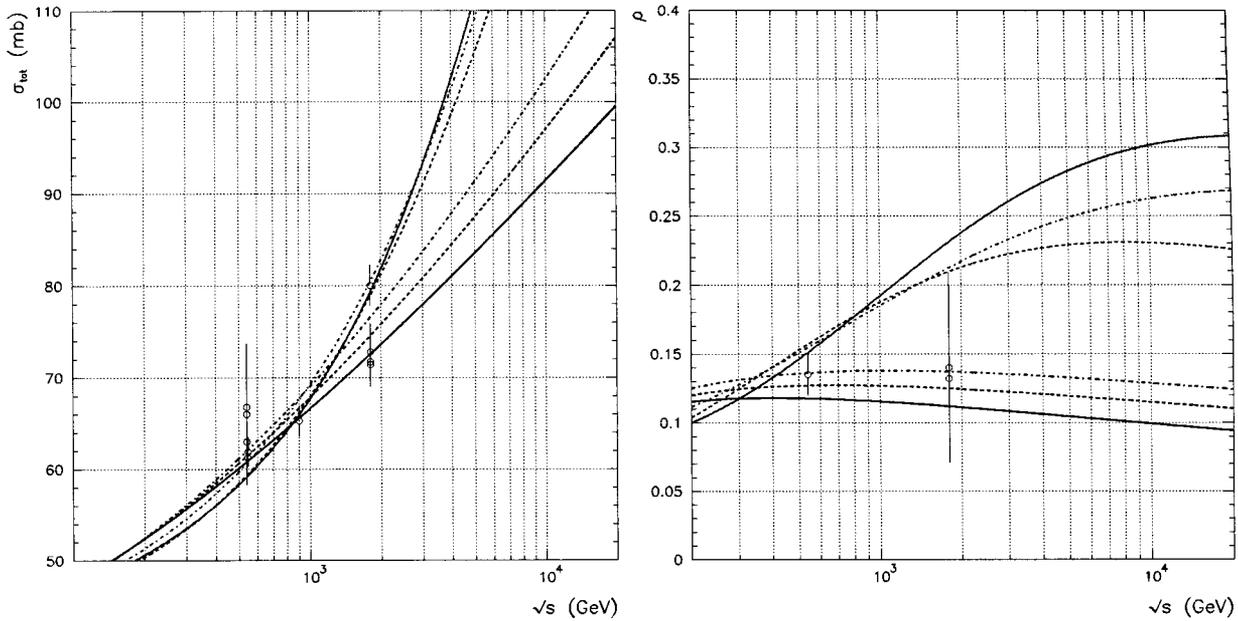


Figura 6.1: Curvas arbitrárias de σ_{tot} e parâmetros ρ correspondentes, calculados via (6.1) e comparados aos dados de σ_{tot} e ρ acima de $\sqrt{s} = 100$ GeV.

funções de distribuição e acoplamento α_s nos níveis de árvore. Entretanto, nesta ordem de perturbação, as seções de choque físicas apresentam uma dependência com a escala de fatorização μ_f , proveniente da função de distribuição renormalizada $f(x, \mu_f)$ (ver capítulo 2). Logo, a dependência dos nossos resultados com a escala Q_{min}^2 pode estar relacionada de alguma maneira à ordem de perturbação do MQCD4. Na ordem de perturbação NLO, a dependência das seções de choque físicas com a escala μ_f é fortemente reduzida, uma vez que, neste nível de aproximação, a dependência das funções de estrutura com a escala μ_f é compensada pela dependência em μ_f apresentada pelas seções de choque elementares [103]. Logo, a dependência dos resultados do MQCD4 com a escala de corte Q_{min}^2 poderia ser estudada levando-se em conta efeitos de ordens superiores da QCD.

Desenvolvimentos recentes através de abordagens não-perturbativas da QCD indicam novas possibilidades para um tratamento formal dos espalhamentos pp e $\bar{p}p$. Tais desenvolvimentos levam em conta a possibilidade da constante de acoplamento da QCD, $\alpha_s(q)$, apresentar um comportamento finito na região infravermelha, hipótese que vem sendo sistematicamente investigada. Algumas soluções de equações de Schwinger-Dyson levam naturalmente ao congelamento da constante de acoplamento e do propagador do glúon na região infravermelha, em especial as soluções de Cornwall [104], onde o glúon adquire uma massa

dinâmica da ordem de $300 \text{ MeV} \lesssim m_g \lesssim 800 \text{ MeV}$. Uma vez que a magnitude da escala m_g é da mesma ordem da escala m_0 presente no MQCD3, atualmente estamos investigando se a escala de massa m_0 pode ser associada, em um nível mais fundamental, à massa dinâmica do glúon. Alguns resultados parciais são mostrados na Figura 6.2, indicando que a massa dinâmica do glúon e o acoplamento α_s , associado são regularizadores naturais nos cálculos de seções de choque físicas [105].

Outra forma de abordagem aos espalhamentos elásticos pp e $\bar{p}p$ tratada nesta tese, independente do formalismo relacionado aos modelos inspirados em QCD, é o tratamento baseado nos chamados *modelos analíticos*, caracterizados pelo emprego de parametrizações analíticas da amplitude de espalhamento elástico e de técnicas de relações de dispersão, no estudo de σ_{tot} e do parâmetro ρ . A partir desta abordagem, inserida no contexto do formalismo de Regge, determinamos limites extremos para o coeficiente linear e para o acoplamento do Pomeron suave. Nossos resultados, obtidos utilizando uma parametrização de Regge estendida, mostram o efeito, na determinação de $\alpha_{\mathcal{P}}(0) = 1 + \epsilon$, das discrepâncias nas medidas de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$ em $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$, obtidas em aceleradores, e das incertezas envolvidas na estimativa de σ_{tot}^{pp} a partir de dados de raios cósmicos. Os limites inferior e superior obtidos na nossa análise, dados por $\alpha_{\mathcal{P}}^{inf}(0) = 1.081$ e $\alpha_{\mathcal{P}}^{sup}(0) = 1.109$ [83], respectivamente, implicam em um valor para a seção de choque total na região do LHC ($\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$) de $\sigma_{tot} = 114 \pm 25 \text{ mb}$. Nossos resultados para os limites extremos de $\alpha_{\mathcal{P}}(0)$ indicam, por exemplo, que o resultado $\alpha_{\mathcal{P}}(0) = 1.112 \pm 0.013$ obtido pela colaboração CDF [81], a partir de seu dado de $\sigma_{tot}^{\bar{p}p}$, pode estar superestimado.

Quando introduzimos trajetórias de Reggeons secundários pré-ajustadas em um plano de Chew-Frautschi, novos limites para o coeficiente linear do Pomeron são obtidos, dados pelos valores $\alpha_{\mathcal{P}}^{inf}(0) = 1.080$ e $\alpha_{\mathcal{P}}^{sup}(0) = 1.089$. Este novo conjunto de valores implica em um valor para a seção de choque total na região do LHC de $\sigma_{tot} = 105 \pm 10 \text{ mb}$.

Quando aplicados ao estudo de outras reações, como, por exemplo, os espalhamentos bárion-próton, méson-próton, bárion-nêutron, méson-nêutron, gama-próton e gama-gama, os dois conjuntos de limites extremos levam a boas descrições de toda a informação experimental explorada, indicando que os dados experimentais atualmente disponíveis são compatíveis com uma incerteza no valor do coeficiente linear do Pomeron suave em torno de 2% [102].

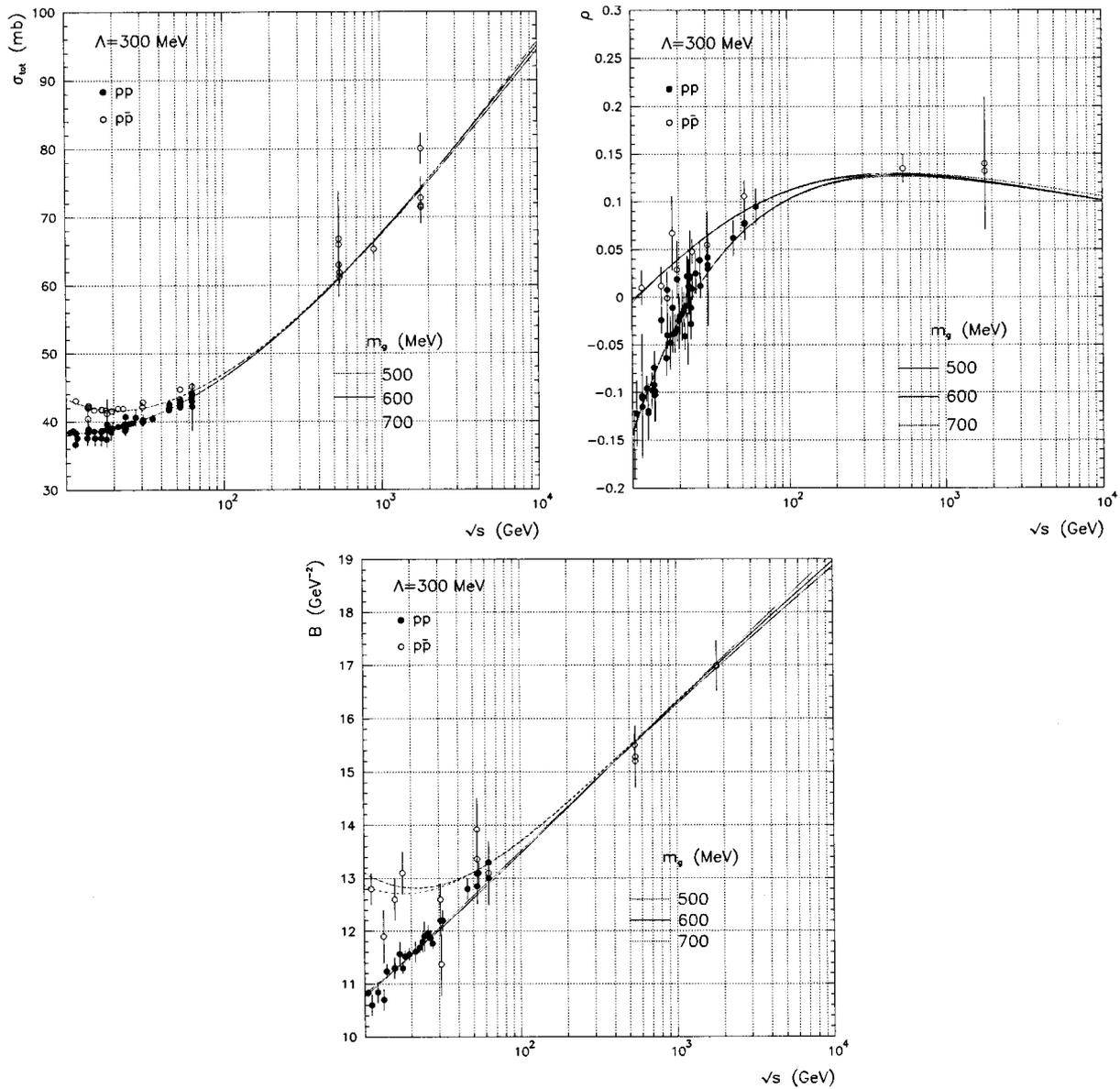


Figura 6.2: Seção de choque total, parâmetro ρ e inclinação B para os espalhamentos pp e $p\bar{p}$, calculados levando-se em conta diferentes valores da massa dinâmica do glúon.

Apêndice A

As Relações de Dispersão

O emprego de Relações de Dispersão na Física remonta ao clássico trabalho de Kronig e Kramers sobre o espalhamento da luz por um meio dispersivo [106]. Elas têm sido utilizadas em muitas áreas da Física moderna, e nesta tese exploramos suas aplicações relacionadas ao domínio de altas energias, em conexão com partículas que interagem fortemente. O resultado fundamental das relações de dispersão está na conexão entre as partes real e imaginária de funções complexas analíticas.

Funções complexas de variável real, como por exemplo amplitudes de espalhamento $F(\sqrt{s})$ e índices de refração $\eta(\omega)$, são comumente encontradas na análise de sistemas de interesse físico. Em muitos casos, informações sobre propriedades gerais do sistema (como por exemplo analiticidade e unitariedade) podem ser obtidas se o argumento das funções é complexo; uma vez que dados experimentais são representados por argumentos reais, é importante verificarmos se, a partir de propriedades gerais do sistema, podemos deduzir relações que conectem quantidades com significado físico. Tal conexão pode ser implementada a partir das chamadas *Transformadas de Hilbert*, como veremos a seguir.

Seja uma função $f(z)$ analítica no semiplano superior do plano complexo e sobre o eixo x ($\text{Im } z \geq 0$), tal que $|f(z)| \rightarrow 0$ quando $|z| \rightarrow \infty$. Com o auxílio de um contorno apropriado, podemos calcular a expressão [107]

$$P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x - \alpha} dx = i\pi f(\alpha), \quad (\text{A.1})$$

onde α é um pólo simples do integrando e P significa *valor principal de Cauchy*. Como $f(x)$ é uma função complexa de variável real, podemos escrever $f(x) \equiv \text{Re}\{f(x)\} + i\text{Im}\{f(x)\}$; igualando-se as partes real e imaginária de (A.1), teremos então

$$\text{Re}\{f(\alpha)\} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}\{f(x)\}}{x - \alpha} dx, \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Im}\{f(\alpha)\} = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}\{f(x)\}}{x - \alpha} dx. \quad (\text{A.3})$$

As relações de dispersão (A.2) e (A.3) são conhecidas como *fórmulas de Plemelj* ou *transformadas de Hilbert* [108]. Devido ao fato de sistemas físicos exigirem o uso de transformadas de Hilbert simétricas¹, os limites de integração $(-\infty, \infty)$ devem ser trocados pelos limites $(0, \infty)$. Isto pode ser feito por meio de relações de simetria.

Seja a transformada de Fourier de $f(z)$ dada por

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{izt} dt, \quad (\text{A.4})$$

se $F(t)$ é real, $f^*(z) = f(-z^*)$. Logo, no eixo real ($z \rightarrow x$) teremos $\text{Re}\{f(x)\} = \text{Re}\{f(-x)\}$ e $\text{Im}\{f(x)\} = -\text{Im}\{f(-x)\}$ (relações de simetria). Separando-se os extremos de integração das relações (A.2) e (A.3) entre $(-\infty, 0)$ e $(0, \infty)$, com o auxílio das relações de simetria podemos deduzir facilmente as relações de dispersão

$$\text{Re}\{f(\alpha)\} = \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{x \text{Im}\{f(x)\}}{x^2 - \alpha^2} dx, \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Im}\{f(\alpha)\} = -\frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\text{Re}\{f(x)\}}{x^2 - \alpha^2} dx. \quad (\text{A.6})$$

Em muitos casos a condição $|f(z)| \rightarrow 0$ para $|z| \rightarrow \infty$, adotada na obtenção das relações de dispersão, não é obedecida. Este é o caso, por exemplo, de uma função limitada, onde $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = \text{constante}$. Podemos contornar esta dificuldade por meio de uma regra de subtração [107, 108], de forma que tenhamos uma nova função que satisfaça a condição correta. Desta forma, aplicando uma subtração e identificando $\alpha = s$, $x = s'$, podemos reescrever as expressões (A.5) e (A.6) como

$$\text{Re}\{f(s)\} = \text{Re}\{f(0)\} + \frac{2s^2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}\{f(s')\}}{s'(s'^2 - s^2)} ds', \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Im}\{f(s)\} = \text{Im}\{f(0)\} - \frac{2s}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\text{Re}\{f(s')\}}{s'^2 - s^2} ds', \quad (\text{A.8})$$

denominadas *relações de dispersão com uma subtração*, onde $\text{Re}\{f(0)\}$ e $\text{Im}\{f(0)\}$ são as chamadas constantes de subtração. Relações de dispersão com apenas uma subtração foram suficientes em todos os casos tratados nesta tese.

¹É o caso, por exemplo, de um sistema cuja variável é a frequência.

A.1 Relações de Dispersão Derivativas

Embora o crescimento suave das seções de choque totais pp e $\bar{p}p$ permita a aplicação de relações de dispersão com uma subtração, o caráter não-local das relações integrais e o limitado número de funções que admitem integração analítica sugerem o uso de relações derivativas. Uma dedução detalhada de como se obter relações de dispersão derivativas a partir de relações integrais, para um número arbitrário de subtrações, pode ser encontrada na referência [89]. Como forma de ilustrar a técnica utilizada, fazemos uma breve descrição da dedução da relação de dispersão derivativa com uma subtração, onde mais detalhes podem ser encontrados nas referências [90, 91].

A relação de dispersão integral para uma amplitude de espalhamento par $f_+(s, t=0)$, onde no nosso caso $f_{pp} = f_+ + f_-$ e $f_{\bar{p}p} = f_+ - f_-$, é dada por

$$\operatorname{Re}\{f_+\}(s) = \frac{2s^2}{\pi} I, \quad I = P \int_{s_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}\{f_+\}(s')}{s'(s'^2 - s^2)} ds', \quad (\text{A.9})$$

onde desprezamos a constante de subtração e cuja única diferença em relação à expressão (A.7) está no limite inferior de P . Através das mudanças de variáveis $s' = e^{\xi'}$, $s = e^{\xi}$ e $h(\xi') = \operatorname{Im}\{f_+(e^{\xi'})\}/e^{\xi'}$, a expressão (A.9) pode ser reescrita na forma [91]

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{f_+\}(e^{\xi}) &= \frac{2e^{2\xi}}{\pi} P \int_{\ln s_0}^{\infty} d\xi' \frac{h(\xi')e^{\xi'}}{e^{2\xi'} - e^{2\xi}} \\ &= \frac{e^{2\xi}}{\pi} P \int_{\ln s_0}^{\infty} d\xi' \frac{h(\xi')}{\sinh(\xi' - \xi)}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

No caso em que h é uma função analítica do seu argumento, podemos expandi-la na forma

$$h(\xi') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n}{d\xi'^n} h(\xi) \Big|_{\xi'=\xi} \frac{(\xi' - \xi)^n}{n!}. \quad (\text{A.11})$$

Neste caso, substituindo-se a expansão (A.11) em (A.10), no limite de altas energias ($s_0 \rightarrow 0$) temos

$$\operatorname{Re}\{f_+\}(e^{\xi}) = \frac{e^{\xi}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^{(n)}(\xi)}{n!} P \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{(\xi' - \xi)^n}{\sinh(\xi' - \xi)}. \quad (\text{A.12})$$

Definindo-se $y = \xi' - \xi$, a integral acima pode ser escrita na forma

$$\operatorname{Re}\{f_+\}(e^{\xi}) = e^{\xi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^{(n)}(\xi)}{n!} I_n, \quad \text{onde } I_n = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{y^n}{\sinh y}. \quad (\text{A.13})$$

Para n par, $I_n = 0$; para n ímpar, consideremos a integral

$$Z(a) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{e^{ay}}{\sinh y} = \tan\left(\frac{a\pi}{2}\right), \quad (\text{A.14})$$

de tal forma que

$$I_n = \frac{d^n}{da^n} Z(a) \Big|_{a=0} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{e^{ay} y^n}{\sinh y} \Big|_{a=0}. \quad (\text{A.15})$$

Logo,

$$\begin{aligned} \text{Re}\{f_+\}(e^\xi) &= e^\xi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{da^n} \tan\left(\frac{a\pi}{2}\right) \Big|_{a=0} \frac{d^n}{d\xi^n} h(\xi') \Big|_{\xi'=\xi} \\ &= e^\xi \tan\left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\xi}\right] h(\xi) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

e, portanto,

$$\frac{\text{Re}\{f_+\}(s)}{s} = \tan\left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right] \frac{\text{Im}\{f_+\}(s)}{s}, \quad (\text{A.17})$$

onde o operador tangente engloba a expansão em série. De forma análoga, é possível verificar que

$$\frac{\text{Re}\{f_-\}(s)}{s} = -\cot\left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right] \frac{\text{Im}\{f_-\}(s)}{s}. \quad (\text{A.18})$$

Considerando-se a amplitude par como dominante em altas energias, de forma que possamos usar a normalização $f_+(s)/s \equiv F(s)$, temos

$$\begin{aligned} \text{Re}\{F(s)\} &= \tan\left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right] \text{Im}\{F(s)\} \\ &= \left[\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right)^3 + \frac{2}{5} \left(\frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s}\right)^5 + \dots\right] \text{Im}\{F(s)\}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

A partir do teorema óptico $\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im}\{F(s)\}$ e da definição do parâmetro $\rho \equiv \text{Re}F(s)/\text{Im}F(s)$, uma conexão entre a seção de choque total e o parâmetro ρ pode ser estabelecida. Neste caso, levando-se em conta apenas o primeiro termo da expansão do operador tangente, temos

$$\rho(s) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sigma_{tot}(s)} \frac{d}{d \ln s} (\sigma_{tot}(s)), \quad (\text{A.20})$$

que é justamente a expressão equivalente à prescrição $s \rightarrow se^{-i\pi/2}$, adotada nos cálculos envolvendo os modelos inspirados em QCD.

Apêndice B

A Função $W(b, \mu)$

A função de distribuição no parâmetro de impacto b adotada no MQCD3 e MQCD4, $W(b, \mu)$, é relacionada à transformada de Hankel (transformada de Fourier bidimensional) $A(b, \mu)$ do fator de forma $G(q^2)$, dada por

$$A(b, \mu) = \int_0^\infty q dq J_0(qb) [G(q^2)]^2, \quad (\text{B.1})$$

onde $G(q^2)$ é um fator de forma do tipo dipolo, dado pela expressão (4.56):

$$G(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\mu^2}\right)^{-2}. \quad (\text{B.2})$$

A partir da notação $\langle(\dots)\rangle \equiv \int_0^\infty q dq J_0(qb) (\dots)$, temos:

$$\begin{aligned} A(b, \mu) &= \left\langle \left(\frac{\mu^2}{q^2 + \mu^2} \right)^4 \right\rangle \\ &= \mu^8 \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle \\ &= \frac{\mu^6}{4} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right) \right\rangle \right\}. \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

Uma vez que [109]:

$$\left\langle \frac{1}{q^2 + \mu^2} \right\rangle = K_0(\mu b), \quad (\text{B.4})$$

a transformada de Hankel do primeiro termo da direita da expressão (B.3) pode ser calcu-

lada da forma

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle &= -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\langle \frac{1}{q^2 + \mu^2} \right\rangle \\ &= -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} K_0(\mu b) \\ &= \frac{b}{2\mu} K_1(\mu b), \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

onde K_0 e K_1 são funções modificadas de Bessel de ordem 0 e 1, respectivamente. No cálculo acima utilizamos a fórmula de recorrência [63]

$$\frac{d}{dx} [x^{-n} K_n(x)] = -x^{-n} K_{n+1}(x). \quad (\text{B.6})$$

Desta forma, temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right)^2 \right\rangle &= \frac{b^2}{4} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{b}{2\mu} K_1(\mu b) \right) \\ &= \frac{b^4}{4} \left[\frac{K_3(\mu b)}{\mu b} - \frac{K_2(\mu b)}{(\mu b)^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

A transformada de Hankel do segundo termo da direita da expressão (B.3) pode ser calculada utilizando-se as mesmas técnicas. Neste caso:

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left(\frac{1}{q^2 + \mu^2} \right) \right\rangle &= \left\langle \frac{8\mu^2}{(q^2 + \mu^2)^4} \right\rangle - \left\langle \frac{2}{(q^2 + \mu^2)^3} \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{8\mu^2}{(q^2 + \mu^2)^4} \right\rangle - \frac{b^2}{4\mu^2} K_2(\mu b). \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Das expressões (B.3), (B.7) e (B.8) temos:

$$\mu^8 \left\langle \left(\frac{1}{(q^2 + \mu^2)} \right)^4 \right\rangle = \frac{\mu^5 b^3}{16} K_3(\mu b) - 2\mu^8 \left\langle \left(\frac{1}{(q^2 + \mu^2)} \right)^4 \right\rangle, \quad (\text{B.9})$$

de forma que, finalmente,

$$A(b, \mu) = \left\langle \left(\frac{\mu^2}{q^2 + \mu^2} \right)^4 \right\rangle = \frac{\mu^2}{48} (\mu b)^3 K_3(\mu b). \quad (\text{B.10})$$

No MQCD3 e MQCD4 a função $W(b, \mu)$ é normalizada na forma $\int d^2b W(b, \mu) = 1$. Neste caso, a expressão de $W(b, \mu)$ é finalmente dada por

$$W(b, \mu) = \frac{A(b, \mu)}{2} = \frac{\mu^2}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b), \quad (\text{B.11})$$

desde que a introdução do fator $1/2$ em $A(b, \mu)$ é suficiente para normalizar a função da forma indicada. De fato:

$$\begin{aligned}
 \int d^2b W(b, \mu) &= \int_0^\infty b db \int_0^{2\pi} d\phi W(b, \mu) \\
 &= \frac{\mu^5}{48} \int_0^\infty db b^4 K_3(\mu b) \\
 &= \frac{1}{6} \Gamma(4) \Gamma(1) \\
 &= 1.
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

No cálculo acima usamos a relação [109]:

$$\int_0^\infty dx x^\mu K_\nu(ax) = 2^{\mu-1} a^{-\mu-1} \Gamma\left(\frac{1+\mu+\nu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+\mu-\nu}{2}\right), \tag{B.13}$$

válida para $\text{Re}\{\mu + 1 \pm \nu\} > 0$ e $\text{Re}\{a\} > 0$.

Apêndice C

A Inclinação B

Os dados de seções de choque diferenciais mostram que na região de pequeno $|t|$ a inclinação B pode ser adequadamente definida pela expressão

$$B(s) = \frac{d}{dt} \left[\ln \frac{d\sigma_{el}(s, t)}{dt} \right] \Big|_{t \rightarrow 0}. \quad (C.1)$$

Logo, utilizando-se a normalização $d\sigma/dt = \pi|F(s, t)|^2$, temos

$$\begin{aligned} B(s, t) &= \frac{d}{dt} \left[\ln \frac{d\sigma_{el}}{dt} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \ln(\pi|F(s, t)|^2) \\ &= \frac{1}{F(s, t)} \frac{\partial F(s, t)}{\partial t} + \frac{1}{F^*(s, t)} \frac{\partial F^*(s, t)}{\partial t} \\ &= \frac{2}{F_R^2 + F_I^2} \left[F_R \frac{\partial F_R}{\partial t} + F_I \frac{\partial F_I}{\partial t} \right] \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{2}{F(s, t)} \frac{\partial F(s, t)}{\partial t} \right\}, \end{aligned} \quad (C.2)$$

onde $F(s, t) = F_R + iF_I$, $F_R = \operatorname{Re}F(s, t)$ e $F_I = \operatorname{Im}F(s, t)$. Pelas expressões (1.34) e (1.36) temos

$$F(s, t) = i \int_0^\infty b db [1 - e^{i\chi(b, s)}] J_0(\sqrt{-tb}). \quad (C.3)$$

A derivada parcial da amplitude de espalhamento elástico $F(s, t)$ em relação a t é dada por

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(s, t)}{\partial t} &= i \int_0^\infty b db [1 - e^{i\chi(b, s)}] \frac{\partial J_0(\sqrt{-tb})}{\partial t} \\ &= \frac{i}{2} \int_0^\infty b^2 db [1 - e^{i\chi(b, s)}] \frac{J_1(\sqrt{-tb})}{\sqrt{-t}}, \end{aligned} \quad (C.4)$$

uma vez que

$$\frac{\partial J_0(\sqrt{-tb})}{\partial t} = -\frac{b^2}{2} \frac{1}{\sqrt{-tb}} \frac{\partial J_0(\sqrt{-tb})}{\partial \sqrt{-tb}} = \frac{b}{3} \frac{J_1(\sqrt{-tb})}{\sqrt{-tb}}. \quad (\text{C.5})$$

Separando as partes real e imaginária da eiconal $\chi(b, s) = \chi_R(b, s) + i\chi_I(b, s)$, temos então

$$F_R = \int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) J_0(\sqrt{-tb}), \quad (\text{C.6})$$

$$F_I = \int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] J_0(\sqrt{-tb}), \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{\partial F_R}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^\infty b^3 db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) \frac{J_1(\sqrt{-tb})}{\sqrt{-tb}}, \quad (\text{C.8})$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^\infty b^3 db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] \frac{J_1(\sqrt{-tb})}{\sqrt{-tb}}. \quad (\text{C.9})$$

A partir das relações $J_0(0) = 1$ e $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{J_1(z)}{z} = \frac{1}{2}$, a inclinação $B(s, t = 0)$ pode ser finalmente escrita na forma

$$B(s) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) \int_0^\infty b^3 db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R)}{\left(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) \right)^2 + \left(\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] \right)^2} + \frac{\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] \int_0^\infty b^3 db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)]}{\left(\int_0^\infty b db e^{-\chi_I} \text{sen}(\chi_R) \right)^2 + \left(\int_0^\infty b db [1 - e^{-\chi_I} \cos(\chi_R)] \right)^2} \right\}. \quad (\text{C.10})$$

Apêndice D

A Integral de Convolução $f_g \otimes f_g$

Neste apêndice demonstramos a equivalência entre as notações empregadas para denotar a função de estrutura $F_{gg}(\tau)$, mais especificamente a equivalência entre as expressões (3.27) e (4.2). De acordo com a expressão (3.27), a função $F_{gg}(\tau)$ é escrita como

$$F_{gg}(\tau) = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_g(x_1) f_g(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau), \quad (\text{D.1})$$

A partir da propriedade da função delta

$$\delta(ky) = \frac{1}{k} \delta(y), \quad (k > 0), \quad (\text{D.2})$$

a expressão (D.1) pode ser reescrita na forma

$$F_{gg}(\tau) = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_g(x_1) f_g(x_2) \frac{1}{x_1} \delta\left(x_2 - \frac{\tau}{x_1}\right) \theta(x_1 - \tau), \quad (\text{D.3})$$

onde $\theta(x_1 - \tau)$ é uma função de Heaviside, definida de tal forma que

$$\theta(y) = \begin{cases} 1 & \text{se } y \geq 0 \\ 0 & \text{se } y < 0. \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

A presença da função $\theta(x_1 - \tau)$ na expressão (D.3) é conseqüência do intervalo de validade de x_1 e x_2 : a fração de momentum x_2 é restrita ao intervalo $0 \leq x_2 \leq 1$; a função δ define a igualdade $x_2 = \tau/x_1$, de modo que $0 \leq \tau/x_1 \leq 1$; esta última relação implica em $x_1 \geq \tau$, justificando o uso da função $\theta(x_1 - \tau)$ no integrando.

A partir da propriedade

$$\int_a^b d\xi f(\xi) \delta(\xi - X) = \begin{cases} 0 & \text{se } X < a \text{ ou } X > b \\ \frac{1}{2} f(X) & \text{se } X = a \text{ ou } X = b \\ f(X) & \text{se } a < X < b, \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

a integração em x_2 da expressão (D.3) tem como resultado:

$$\begin{aligned}
 F_{gg}(\tau) &= \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 f_g(x_1) f_g(x_2) \frac{1}{x_1} \delta\left(x_2 - \frac{\tau}{x_1}\right) \theta(x_1 - \tau) \\
 &= \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} f_g(x_1) f_g\left(\frac{\tau}{x_1}\right) \theta(x_1 - \tau) \\
 &= \int_\tau^1 \frac{dx}{x} f_g(x) f_g\left(\frac{\tau}{x}\right) \\
 &\equiv [f_g \otimes f_g](\tau),
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

ficando demonstrada a equivalência entre as expressões (3.27) e (4.2). Essa equivalência permanece válida na presença da escala Q , onde $F_{gg}(\tau, Q^2) = [f_g \otimes f_g](\tau, Q^2)$.

Apêndice E

O Método de Parametrização Polinomial e as Distribuições GRV

Como forma de checarmos a aplicabilidade do método de parametrização polinomial a outras distribuições partônicas, escolhemos aplicá-lo na reprodução da função de distribuição de glúons GRV98 [64], uma distribuição ainda usada por alguns autores. As distribuições GRV98 são válidas nos intervalos cinemáticos $0.8 \text{ GeV}^2 \lesssim Q^2 \lesssim 10^6 \text{ GeV}^2$ e $10^{-5} \lesssim x \leq 1$, e nossos melhores resultados foram obtidos por meio das seguintes funções $q'(Q^2)$ e $x'(x)$:

$$q' = \frac{2 \ln q - 3.58232227}{1.30660727}, \quad (\text{E.1})$$

onde

$$q = \frac{\ln \left[\frac{Q^2}{(0.248 \text{ GeV})^2} \right]}{\ln \left[\frac{\mu^2}{(0.248 \text{ GeV})^2} \right]}, \quad \mu^2 \equiv 0.34 \text{ GeV}^2, \quad (\text{E.2})$$

$$x' = \frac{2x - 0.92}{0,52}, \quad \text{para } x \geq 0.2, \quad (\text{E.3})$$

e

$$x' = \frac{2 \ln x + 13.1223634}{9.90348755}, \quad \text{para } 10^{-5} \leq x \leq 0.2. \quad (\text{E.4})$$

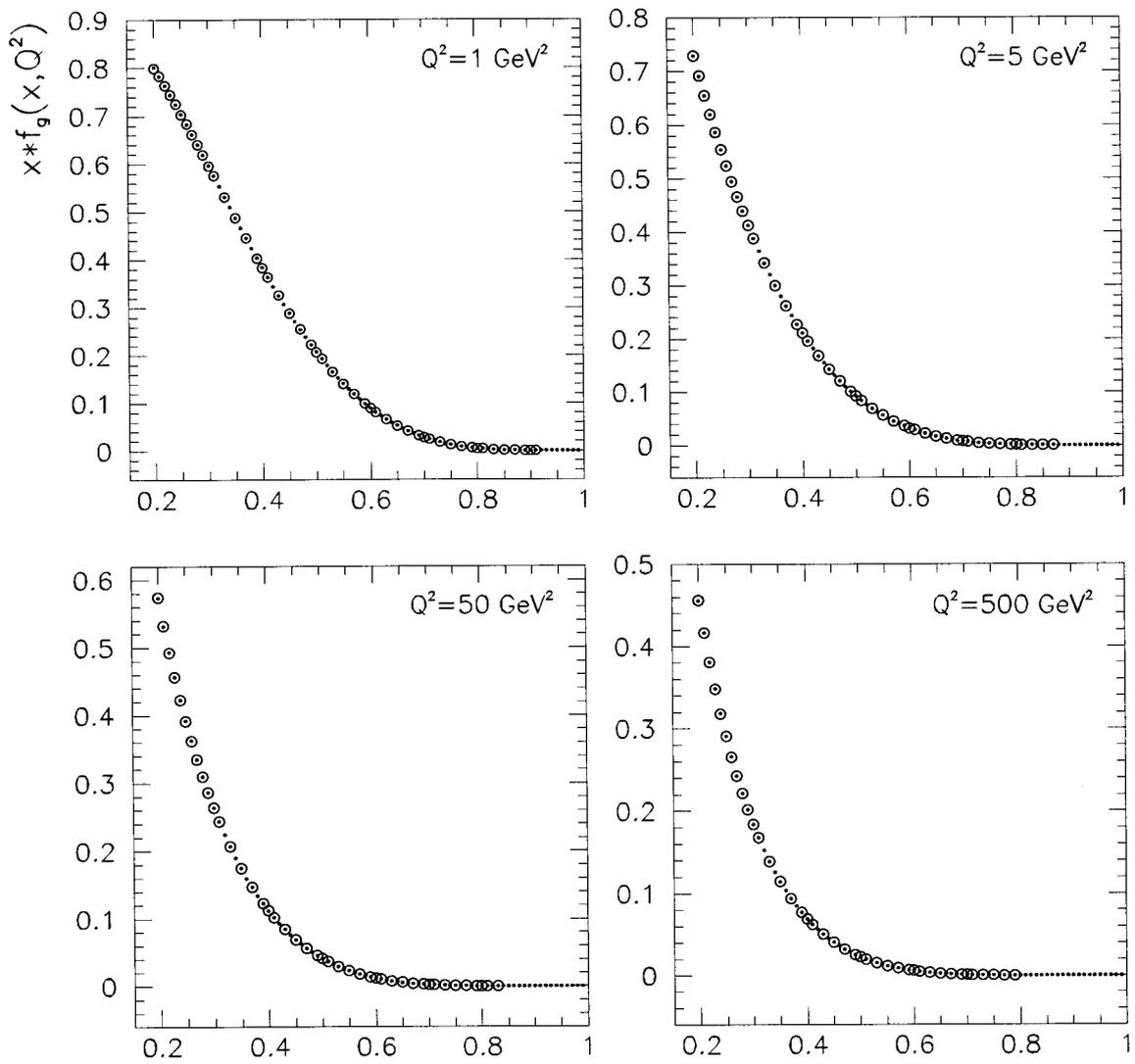
A expressão (E.2) inspirou-se em uma mudança de variável definida por Glück *et al.* na referência [65], proporcionando a menor imprecisão na reprodução dos valores originais da distribuição dentre todas as outras testadas. Neste caso o MPP possibilitou a reprodução da distribuição de glúons (em todo o intervalo cinemático) novamente com uma imprecisão

inferior a 1%, similar à obtida no caso da CTEQ6L1. Nas Figuras E.1, E.2, E.3 e E.4 podemos ver graficamente a precisão do MPP na reprodução da GRV98 LO. Os parâmetros C_{ij} da expansão (4.37) são mostrados na Tabela E.1.

Tabela E.1: Coeficientes C_{ij} da expansão (4.37) para a função de distribuição de glúons GRV98 no intervalo cinemático $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ e $0.8 \text{ GeV} \leq Q \leq 10^4 \text{ GeV}$.

Intervalo: $10^{-5} \leq x \leq 0.2$							
$j \setminus i$	0	1	2	3	4	5	6
0	+44.536	-65.951	+29.478	-8.4608	+1.6967	-0.2370	+0.0163
1	+56.743	-89.150	+42.785	-13.309	+2.7247	-0.4162	+0.0409
2	+16.787	-28.448	+16.361	-6.0172	+1.4746	-0.2294	+0.0328
3	+2.2048	-4.0204	+2.9646	-1.4825	+0.4593	-0.0884	+0.0047
4	+0.0217	-0.0853	+0.1477	-0.1492	+0.0737	-0.0177	+0.0012
5	-0.0457	+0.0800	-0.0499	-0.0177	-0.0006	-0.0015	+0.0007
6	+0.0027	-0.0018	-0.0044	+0.0053	-0.0024	+0.0005	-0.0000
Intervalo: $0.2 \leq x \leq 1$							
$j \setminus i$	0	1	2	3	4	5	6
0	+0.6464	-0.4013	+0.0135	-0.0077	+0.0051	-0.0012	+0.0002
1	-0.6329	+0.1179	+0.1453	-0.0247	+0.0016	-0.0006	+0.0001
2	+0.1670	+0.1193	-0.0868	+0.0023	+0.0015	-0.0002	+0.0001
3	-0.0320	-0.0646	+0.0159	+0.0056	-0.0010	+0.0001	-0.0000
4	+0.0059	+0.0166	+0.0011	-0.0022	+0.0000	-0.0000	+0.0000
5	-0.0012	-0.0028	-0.0009	+0.0003	+0.0001	-0.0001	+0.0000
6	+0.0001	+0.0004	+0.0001	+0.0000	-0.0001	+0.0001	-0.0000

Portanto, verificamos que o método de parametrização polinomial pode ser aplicado com eficácia a qualquer conjunto de funções de distribuição, representando uma poderosa ferramenta de análise.



x

Figura E.1: Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.

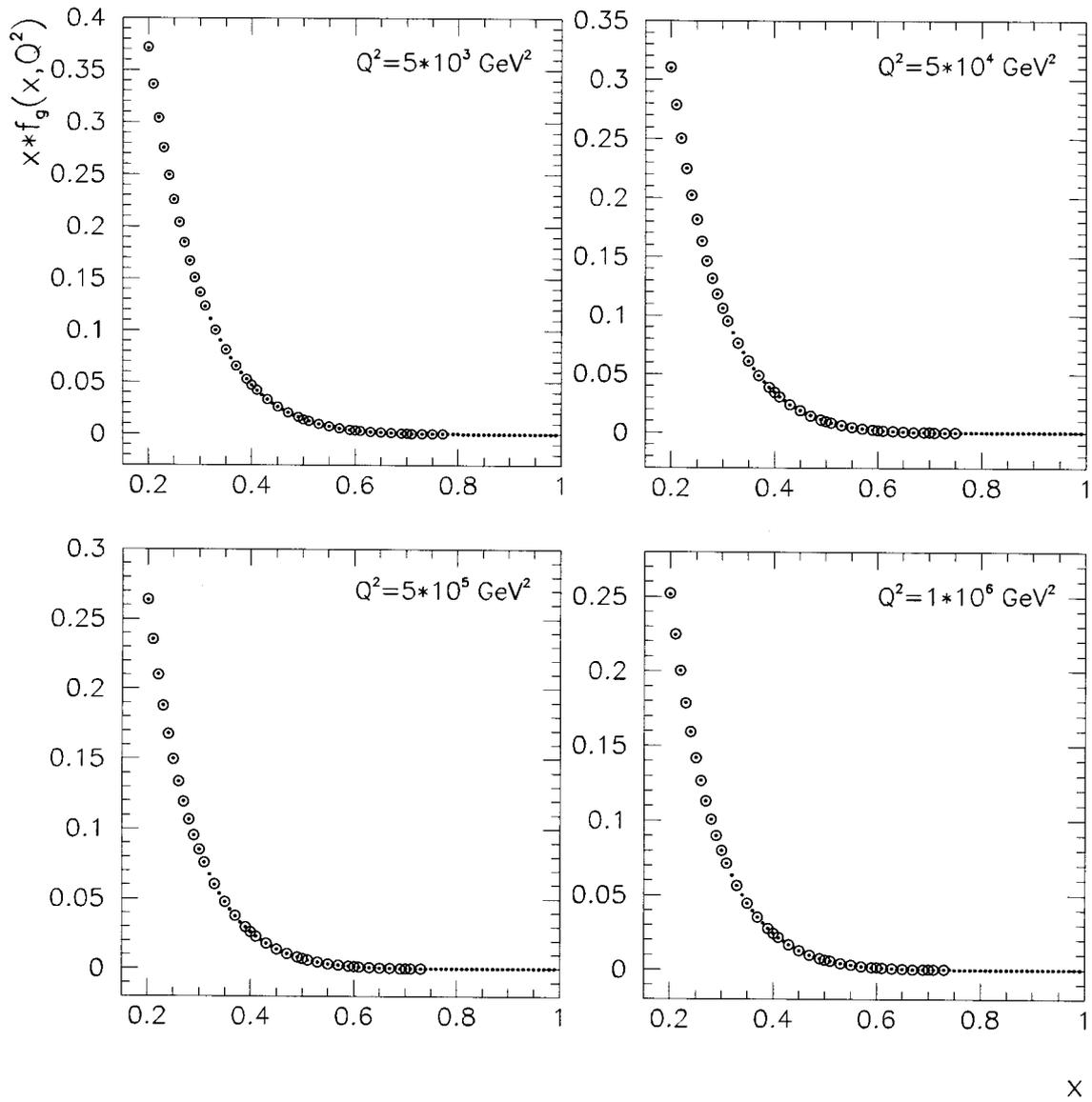
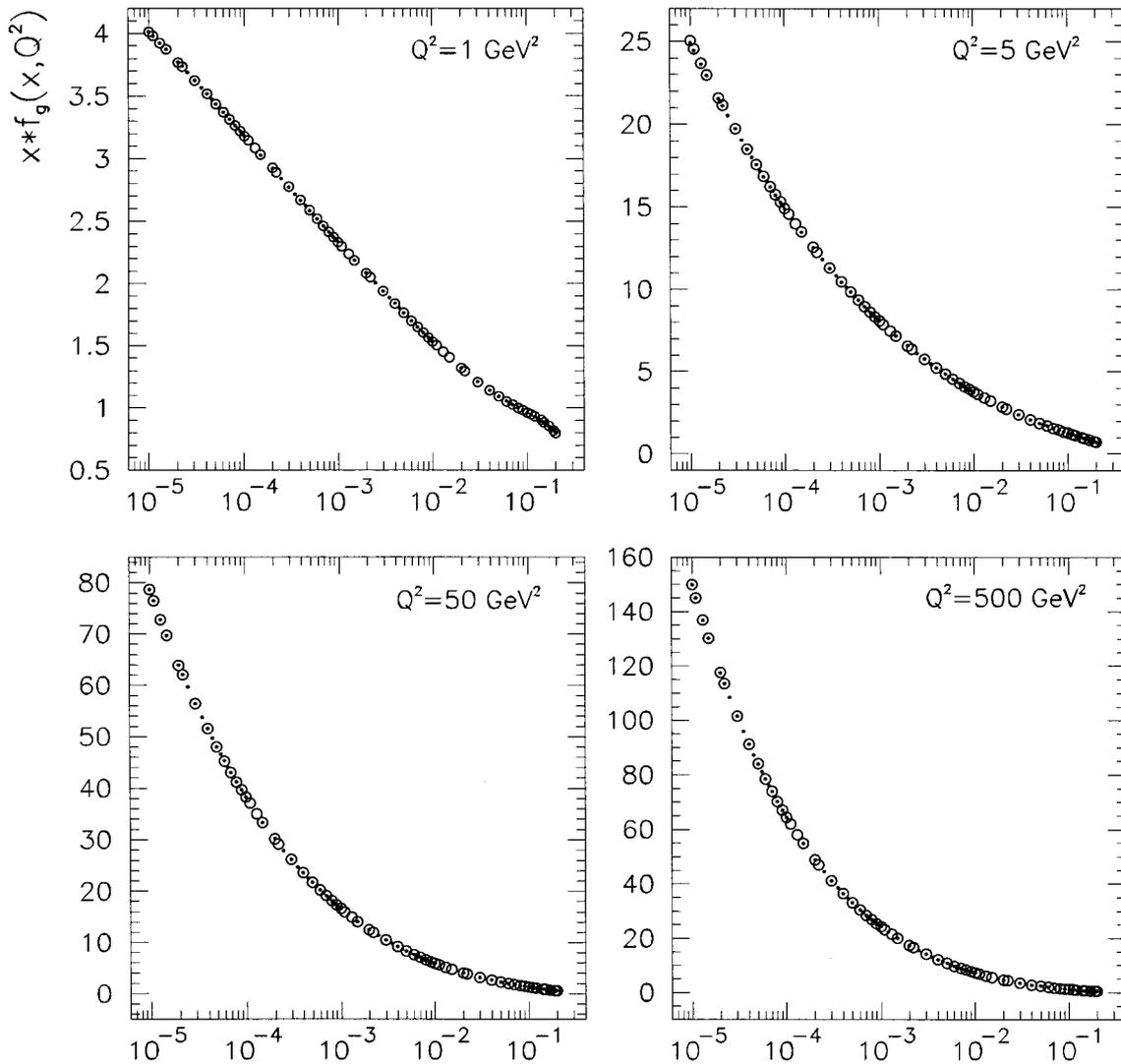


Figura E.2: Funções de distribuição de glúons com $0.2 \leq x < 1$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.



x

Figura E.3: Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.

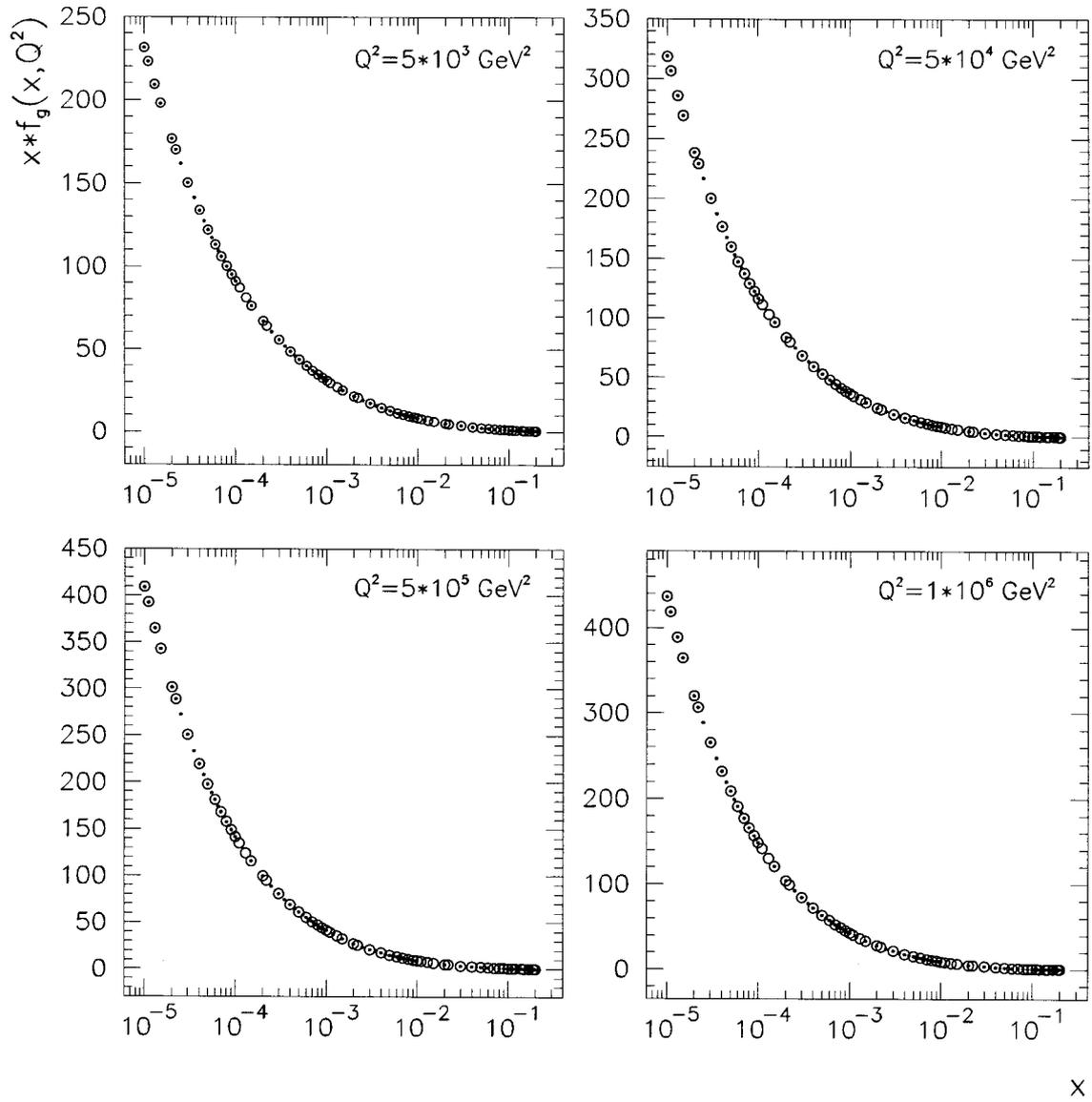


Figura E.4: Funções de distribuição de glúons com $10^{-5} \leq x \leq 0.2$ em diferentes escalas de Q^2 . Círculos representam valores numéricos originais da distribuição GRV98 e pontos pretos representam valores numéricos gerados pelo polinômio de Chebyshev.

Referências

- [1] S. Donnachie, G. Dosh, P. Landshoff, and O. Nachtmann, *Pomeron Physics and QCD*, Cambridge University Press, 2002.
- [2] V. Barone and E. Predazzi, *High-Energy Particle Diffraction*, Springer-Verlag, 2002.
- [3] T. Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific, 1987.
- [4] R.K. Ellis, W.J. Stirling, and B.R. Webber, *QCD and Collider Physics*, Cambridge University Press, 1996.
- [5] G. Sterman *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **67** (1995) 157.
- [6] T.K. Gaisser, F. Halzen, and E.A. Paschos, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2572.
- [7] F. Halzen and S. Matsuda, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 1344.
- [8] C.Albajar *et al.*, *Nucl. Phys.* **B309** (1988) 405.
- [9] G. Pancheri and Y.N. Srivastava, *Phys. Lett.* **B182** (1986) 199.
- [10] L.V. Gribov, E.M. Levin, and M.G. Ryskin, *Phys. Rep.* **100** (1983) 1.
- [11] Y. Afek, C. Leroy, B. Margolis, and P. Valin, *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 85.
- [12] P. L'Heureux, B. Margolis, and P. Valin, *Phys. Rev.* **D32** (1985) 1681.
- [13] L. Durand and H. Pi, *Phys. Rev. Lett.* **87** (1987) 303.
- [14] L. Durand and H. Pi, *Phys. Rev.* **D38** (1988) 78.
- [15] L. Durand and H. Pi, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 1436.
- [16] B. Margolis, P. Valin, M.M. Block, F. Halzen, and R.S. Fletcher, *Phys. Lett.* **B213** (1988) 221.

- [17] M.M. Block, R. Fletcher, F. Halzen, B. Margolis, and P. Valin, Phys. Rev. D**41** (1990) 978.
- [18] M.M. Block, F. Halzen, and T. Stanev, Phys. Rev. Lett. **87** (1987) 303; Phys. Rev. D**62** (2000) 077501.
- [19] M.M. Block, F. Halzen, and B. Margolis, Phys. Rev. D**45** (1992) 839; M.M. Block and F. Halzen, Phys. Rev. D**63** (2001) 114004.
- [20] M.M. Block, E.M. Gregores, F. Halzen, and G. Pancheri, Phys. Rev. D**60** (1999) 054024.
- [21] M.M. Block and A.B. Kaidalov, Phys. Rev. D**64** (2001) 076002; M.M. Block, F. Halzen, and G. Pancheri, Eur. Phys. J. C**23** (2002) 329; M.M. Block, Eur. Phys. J. C**30** (2003) 497.
- [22] C. Adloff *et al.*, Eur. Phys. J. C**19** (2001) 289; C**21** (2001) 289; Phys. Lett. B**542** (2002) 193.
- [23] S. Chekanov *et al.*, Eur. Phys. J. C**31** (2003) 149; C**32** (2003) 1; Phys. Rev. D**67** (2003) 012007.
- [24] S. Mandelstam, Phys. Rev. **112** (1958) 1344.
- [25] M. M. Block and R. N. Cahn, Rev. Mod. Phys. **57** (1985) 563.
- [26] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics*, John Wiley & sons, Nova Iorque, 1977, Vol. II.
- [27] E. Predazzi, *Diffraction: Past, Present and Future*, Proceedings of the VI International Workshop on Hadron Physics, Florianópolis, Brazil, 1998, edited by E. Ferreira *et al.* (World Scientific, Singapore), p. 80.
- [28] M.L. Perl, *High Energy Hadron Physics*, Wiley, Nova Iorque, 1974.
- [29] M.M. Islam, Nucl. Phys. B**104** (1976) 511.
- [30] R.F. Ávila, E.G.S. Luna, and M.J. Menon, Phys. Rev. D**67** (2003) 054020.
- [31] R. Engel *et al.*, Phys. Rev. D**58** (1998) 014019.

- [32] K. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. D**66** (2002) 010001, *Review of Particle Physics*, Particle Data Group. The full data sets are available at <http://pdg.lbl.gov>.
- [33] C. Avila *et al.*, Phys. Lett. B**537** (2002) 41.
- [34] F. Abe *et al.*, Phys. Rev. D**50** (1994) 5518.
- [35] A.F. Martini, M.J. Menon, and J. Montanha, Braz. J. Phys. **34** (2004) 263.
- [36] R.D. Field, *Applications of Perturbative QCD*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [37] H.D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346.
- [38] D.J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343.
- [39] W.A. Caswell, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 244.
- [40] O.V. Tarasov, A.A. Vladimirov, and A.Yu. Zharkov, Phys. Lett. B**93** (1980) 429.
- [41] R.E. Taylor, H.W. Kendall, and J.I. Friedman, Rev. Mod. Phys. **63** (1991) 573, 597, 615.
- [42] V.D. Barger and R.J.N. Phillips, *Collider Physics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1997 (updated edition).
- [43] G. Altarelli, *A QCD Primer*, AIP Conf. Proc. **631** (2002) 70.
- [44] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438; L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) 95; G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B**126** (1977) 298; Yu.L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641.
- [45] A.M. Cooper-Sarkar *et al.*, J. Phys. G**25** (1999) 1387.
- [46] A.D. Martin, R.G. Roberts, and W.J. Stirling, Phys. Lett. B**387** (1996) 419.
- [47] H. Plathow-Besch, *PDFLIB - The Parton Density Functions Library*, CERN Program Library W5051 (2001).
- [48] J. Pumplin *et al.*, JHEP **07** (2002) 012.
- [49] D. Stump *et al.*, JHEP **12** (2003) 046.

- [50] F. Halzen, *Summary Talk - Proc. 5th Blois Workshop on Elastic and Diffractive Scattering*, ed. Fried, Kang e Tan (World Scientific, Cingapura, 1993) p. 433.
- [51] G. Matthiae, *Rep. Prog. Phys.* **57** (1994) 743.
- [52] U. Amaldi and K.R. Schubert, *Nucl. Phys.* **B166** (1980) 301.
- [53] J. Dias de Deus, *Nucl. Phys.* **B59** (1973) 231; A.J. Buras and J. Dias de Deus, *ibid.* **B71** (1974) 481; J. Dias de Deus and P. Kroll, *Acta Phys. Pol.* **B9** (1978) 159.
- [54] M. Glück and E. Reya, *Phys. Lett.* **B79** (1978) 453.
- [55] P. L'Heureux and B. Margolis, *Phys. Rev.* **D28** (1983) 242.
- [56] P. L'Heureux, *Parton Picture of Soft pp and $\bar{p}p$ Reactions*, Tese de Doutorado, McGill University, Montreal, 1985.
- [57] F. Halzen and F. Herzog, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 2326.
- [58] T.K. Gaisser and F. Halzen, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 1754.
- [59] J.F. Owens, *Rev. Mod. Phys.* **59** (1987) 465.
- [60] E.J. Eichten, I. Hinchliffe, K. Lane, and C. Quigg, *Rev. Mod. Phys.* **56** (1984) 579.
- [61] D. W. Duke and J. F. Owens, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 49.
- [62] F. James and M. Roos, *Minuit - Function Minimization and Error Analysis*, CERN Program Library D506 (1992).
- [63] M. Abramowitz and I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, 1972.
- [64] M. Glück, E. Reya, and A. Vogt, *Eur. Phys. J.* **C5** (1998) 461.
- [65] M. Glück, E. Reya, and A. Vogt, *Z. Phys.* **C67** (1995) 433.
- [66] M. Lüscher, R. Sommer, P. Weisz, and U. Wolff, *Nucl. Phys.* **B389** (1993) 247; *Nucl. Phys.* **B413** (1994) 481.
- [67] J. Pumplin, D.R. Stump, and W.K. Tung, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 014011.

- [68] J. Pumplin *et al.*, Phys. Rev. D**65** (2002) 014013.
- [69] D.R. Stump *et al.*, Phys. Rev. D**65** (2002) 014012.
- [70] H.L. Lai *et al.*, Eur. Phys. J. C**12** (2000) 375.
- [71] C. Adloff *et al.*, Eur. Phys. J. C**13** (2000) 609; C**19** (2001) 269; C**21** (2001) 33.
- [72] S. Chekanov *et al.*, Eur. Phys. J. C**21** (2001) 443.
- [73] B. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 1707; Phys. Rev. D**64** (2001) 032003.
- [74] R.S. Towell *et al.*, Phys. Rev. D**64** (2001) 052002.
- [75] U.-K. Yang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2742.
- [76] K. Symanzik, Comm. Math. Phys. **34** (1973) 7.
- [77] T. Appelquist and J. Carazzone, Phys. Rev. D**11** (1975) 2856.
- [78] N. Amos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 525.
- [79] N.A. Amos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 2433.
- [80] C. Avila *et al.*, Phys. Lett. B**445** (1999) 419.
- [81] Abe *et al.*, Phys. Rev. D**50** (1993) 5550.
- [82] E.G.S. Luna and M.J. Menon, *Proton-Proton Total Cross Section Scenarios at Cosmic-Ray Energies*, New States of Matter in Hadronic Interactions - Pan American Advanced Studies Institute, Campos do Jordão, Brazil; AIP Conf. Proc. **631** (2002) 721.
- [83] E.G.S. Luna and M.J. Menon, Phys. Lett. B**565** (2003) 123.
- [84] A. Donnachie and P. V. Landshoff, Phys. Lett. B**296** (1992) 227.
- [85] J.R. Cudell, K. Kang, and S.K. Kim, Phys. Lett. B**395** (1997) 311.
- [86] R.J.M. Covolan, J. Montanha, and K. Goulianos, Phys. Lett. B**389** (1996) 176.
- [87] M.L. Goldberger, Y. Nambu, and R. Oehme, Ann.Phys. **2** (1957) 226; P. Söding, Phys. Lett. **8** (1964) 285.

- [88] N.V. Gribov and A.A. Migdal, *Yad. Fiz.* **8** (1968) 1002 [*Sov. J. Nucl. Phys.* **8** (1969) 583]; J.B. Bronzan, G.L. Kane, and U.P. Sukhatme, *Phys. Lett.* **B49** (1974) 272.
- [89] M.J. Menon, A.E. Motter, and B.M. Pimentel, *Phys. Lett.* **B451** (1999) 207.
- [90] R.F. Ávila, E.G.S. Luna, and M.J. Menon, *Braz. J. Phys.* **31** (2001) 567.
- [91] R.F. Ávila and M.J. Menon, *Nucl. Phys.* **A744** (2004) 249.
- [92] J.R. Cudell *et al.*, *Phys. Rev.* **D61** (2000) 034019.
- [93] U. Amaldi *et al.*, *Nucl. Phys.* **B145** (1978) 367; Bozzo *et al.*, *Phys. Lett.* **B147** (1984) 392.
- [94] J.R. Cudell *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 201801.
- [95] R.J. Glauber and G. Matthiae, *Nucl. Phys.* **B21** (1970) 135.
- [96] M. Honda *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 525.
- [97] R.M. Baltrusaitis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1380.
- [98] N.N. Nikolaev, *Phys. Rev.* **D48** (1993) R1904.
- [99] T.K. Gaisser, U.P. Sukhatme, and G.B. Yodh, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 1350.
- [100] M.M. Block, comunicação privada.
- [101] E.G.S. Luna, M.J. Menon, and J. Montanha, *Braz. J. Phys.* **34** (2004) 268.
- [102] E.G.S. Luna, M.J. Menon, and J. Montanha, *Nucl. Phys.* **A745** (2004) 104.
- [103] J.F. Owens and W.K. Tung, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **42** (1992) 291.
- [104] J.M. Cornwall, *Phys. Rev.* **D26** (1982) 1453; J.M. Cornwall and J. Papavassiliou, *ibid.* **40** (1989) 3474; **44** (1991) 1285.
- [105] E.G.S. Luna, A.F. Martini, M.J. Menon, A. Mihara, and A.A. Natale, *Preliminary Results on the Influence of a Gluon Mass in Hadronic Scattering*, IX Hadron Physics and VIII Relativistic Aspects of Nuclear Physics, Angra dos Reis, Brazil; AIP Conf. Proc. **739** (2004) 572.

- [106] R. Kronig, *J. Opt. Soc. Amer.* **12** (1926) 547; *Physica* **12** (1946) 543; H.A. Kramers, *Atti Congr. Intern. Fisica, Como*, **2** (1927) 545.
- [107] F.W. Byron Jr. e R.W. Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics*, Dover, Nova Iorque, 1992.
- [108] H.M. Nussenzveig, *Causality and Dispersion Relations*, Academic Press, Nova Iorque, 1972.
- [109] Bateman Manuscript Project, McGraw-Hill B.C., 1954.