

**Modelagem da propagação não linear em fibras
ópticas: sistemas de transmissão de dados e
amplificadores paramétricos**

Aluno: Andrés Aníbal Rieznik

Orientador: Hugo Luis Fragnito

*Este exemplar corresponde à redação final da
tese de Doutorado defendida pelo aluno Andrés
Aníbal Rieznik e aprovada pela comissão julgadora.*

22 de Setembro de 2008



PROF. HUGO LUIS FRAGNITO

Tese apresentada no Instituto de Física "Gleb Wataghin" da
Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do título de
Doutor em Ciências.

Março de 2008

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

R447m Rieznik, Andrés Anibal
Modelagem da propagação não linear em fibras ópticas :
sistemas de transmissão de dados e amplificadores
paramétricos / Andrés Anibal Rieznik. -- Campinas, SP : [s.n.],
2008.

Orientador: Hugo Luis Fragnito.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Ótica não-linear. 2. Fibras ópticas. 3. Amplificadores
paramétricos. 4. Schrodinger, Equação não-linear de.
I. Fragnito, Hugo Luis. II. Universidade Estadual de Campinas.
Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Modeling non linear propagation in optical fibers : data transmission systems and optical parametric amplifiers
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Non-linear optics
 2. Optical fibers
 3. Parametric amplifiers
 4. Non-linear Schrodinger equation
- **Área de concentração:** Ótica
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca examinadora:**

Prof. Hugo Luis Fragnito
Prof. Anderson Stevens Leonidas Gomes
Prof. Miriam Regina Xavier de Barros
Prof. Flávio Caldas da Cruz
Prof. Newton Cesário Frateschi
- **Data da Defesa:** 31/03//2008
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ANDRES ANIBAL RIEZNIK - RA 970262**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 31/03/2008.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Hugo Luis Fragnito – DEQ/IFGW/UNICAMP
(Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Anderson Stevens Leonidas Gomes – DF/UFPE

Prof^a. Dr^a. Miriam Regina Xavier de Barros – CPqD

Prof. Dr. Flávio Caldas da Cruz – DEQ/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Newton Cesário Frateschi – DFA/IFGW/UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Física Gleb Wataghin - Secretaria da Pós-Graduação
CP 6165 - CEP 13083-970 - Campinas - SP -
Fone: +55 19 3521-5305 / 3521-5279 / 3521-5280
e-mail: secpes@ifg.unicamp.br

A Thirza:
Pelo amor,
Pela amizade

*“Con la rapidez del rayo
las noticias han venido,
quien sabe si andando el tiempo
vendrán con el rayo mismo”*

Lope de Vega (1552-1635)

*“Well-informed people know it is impossible to transmit the voice over wires
and that were it possible to do so, the thing would be of no practical value”*

Editorial do Boston Post, 1865 [1]

Resumo

Apresentamos métodos para a otimização das simulações da propagação não linear da luz em fibras ópticas a través do Método de *Split-Step* Fourier (SSFM). Os dois efeitos considerados na modelagem da propagação são a dispersão e o efeito Kerr instantâneo. Estudamos tanto as equações acopladas considerando os dois modos principais de polarização quanto as equações escalares, estas últimas aplicáveis em situações em que o campo pode ser considerado um escalar, como em fibras isotrópicas com todos os campos linearmente polarizados e paralelos. Mostramos que o método que propomos para resolver as equações escalares é ordens de grandeza mais rápido do que outros métodos apresentados recentemente na literatura científica na modelagem de sistemas de transmissão de dados. No caso das equações acopladas, mostramos que o método proposto fornece resultados acurados na modelagem de amplificadores paramétricos e o utilizamos para validar um modelo analítico de seis ondas que nós mesmos desenvolvemos. Também utilizamos o método proposto para as equações acopladas para estudar o impacto das variações aleatórias da birrefringência sobre o ganho de amplificadores paramétricos, mostrando a importância da modelagem realista destas flutuações. Todos os códigos desenvolvidos são disponibilizados e distribuídos sob uma licença do tipo de software livre através de um portal criado na internet especialmente para esse fim.

Abstract

We introduce optimized models and algorithms for the simulation of non linear propagation in optical fibers using the split-step Fourier Method (SSFM). Dispersion and the Kerr effect are the two main effects considered in the simulations. We study the coupled equations, considering both polarization modes, as well as the scalar equation, which can be applied when the scalar approximation holds, as in isotropic fibers with all fields linearly polarized and parallels. We show that the method that we propose to solve the scalar equation is orders of magnitude faster than other methods recently introduced in the scientific literature for modeling transmission systems. In the coupled-equations case, we show that the proposed method gives accurate results for the modeling of parametric amplifiers, and use it to validate an analytical six-wave model that we developed. We also use the method for the coupled-equations to study the effects of randomly varying birefringence on parametric amplifiers gain, showing the importance of the accurate modeling of these fluctuations. All the codes developed in this thesis are available for download and distributed under a creative commons license in an internet site created specifically for this purpose.

Comentário sobre os anglicismos e acrônimos: embora tente evitar ao máximo, quando o bom senso assim o ditar, não pouparei o uso de anglicismos. Por exemplo, refiro-me diretamente ao método de *split-step Fourier*, ao invés de traduzir “*split-step*”. Também uso os acrônimos diretamente do inglês após apresentar uma dada expressão em português. Por exemplo, escrevo “a equação não linear de Schrödinger generaliza (G-NLSE)”, já definindo “G-NLSE”, do inglês “*Generalized Non-Linear Schrödinger Equation*”, como sinônimo de “equação não linear de Schrödinger generalizada”. Igualmente, SSFM deve ser interpretado como sinônimo de “método de *Split-Step Fourier*”. A menos que o significado do acrônimo em inglês não seja evidente ou possa deixar lugar a duplas interpretações, colocamos o acrônimo em inglês entre parênteses imediatamente após a expressão em português, como no exemplo acima no qual definimos G-NLSE. Uma lista de acrônimos é fornecida no final do texto (ver Índice). Escolho esta metodologia por motivos estilísticos, pois acredito que a interrupção contínua do texto, para explicar a origem de cada acrônimo, atrapalharia a fluidez da leitura.

ÍNDICE

Capítulo 1 Introdução	1
Seção 1. Contexto histórico, óptica não linear em fibras e o impacto dos amplificadores ópticos.....	1
Seção 2. Os dois regimes estudados nesta tese.	4
a. Sistemas de longa distância	8
b. Amplificadores paramétricos.....	8
Seção 3. Apresentação das equações e do Método de <i>Split-Step Fourier</i> (SSFM).....	9
a. Apresentação das equações	9
b. O Método de <i>Split-Step Fourier</i>	12
c. O Método de <i>Split-Step Fourier</i> Simetrizado (S-SSFM).....	13
Seção 4. Disponibilidade dos códigos desenvolvidos e o <i>Free Optics Project</i> (FOP).....	13
Seção 5. Organização desta tese.	15

PARTE 1 A EQUAÇÃO NÃO LINEAR DE SCHRÖEDINGER GENERALIZADA (G-NLSE), O UPM E A SUA APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

17

Capítulo 2 Apresentação da G-NLSE e do método do Princípio da Incerteza (UPM).....	19
Seção 1. Regimes de validade da G-NLSE.....	19
Seção 2. Modelos numéricos recentes.....	20
Seção 3. Apresentação do UPM.....	21
a. Modelos sem perdas de fundo	21
b. Inclusão das perdas de fundo.....	24
c. Aplicação ao S-SSFM.....	26
Capítulo 3 Estudo comparativo: o UPM e os outros métodos existentes.	27
Seção 1. Introdução.....	27
Seção 2. Número de FFTs como medida do custo computacional das simulações.	28
Seção 3. Sóliton de segunda ordem.....	29
Seção 4. Colisão de sólitons	30
Seção 5. Sistemas WDM	31
Seção 6. Resumo e conclusão da Primeira Parte da tese	33

PARTE 2 A EQUAÇÃO ACOPLADA NÃO LINEAR DE SCHRÖEDINGER GENERALIZADA (GC-NLSE) E MODELAGEM DE FOPAS DE DOIS BOMBEIOS.....

ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.

Capítulo 4 O SSFM para a GC-NLSE e a modelagem da birrefringência.....	37
Seção 1. Organização deste Capítulo	37
Seção 2. O SSFM para a GC-NLSE.....	37
a. Apresentação do problema	37
b. Solução da parte linear.....	38
c. Solução da parte não linear numa base circular de polarização	40
d. Solução da parte não linear numa base linear de polarização.....	41
Seção 3. Modelagem das Flutuações aleatórias da birrefringência	42
a. O método de Wai e Menyuk (WMM).....	42
b. O método de <i>Coarse-Step</i> (CSM).....	45

Capítulo 5 Aplicações dos modelos apresentados no Capítulo anterior na modelagem de FOPAs	47
Seção 1. Organização deste Capítulo	47
Seção 2. Fibras Isotrópicas	48
a. Soluções analíticas do modelo de quatro ondas	48
b. Notação dos diferentes tipos de FOPAs	49
c. Soluções analíticas do modelo de seis ondas	52
c.1 Validade dos modelos de quatro e seis ondas	52
c.2 Equações do modelo de seis ondas	53
d. Validação utilizando o SSFM	56
Seção 3. Fibras com flutuações aleatórias da birrefringência	60
a. Comparação entre o WMM e o <i>Coarse-Step Method</i>	60
b. Inclusão dos termos de rotação elíptica	63
c. Ajuste experimental	64
d. Comentário final	66
PARTE 3 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS PARA O FUTURO.....	69
Capítulo 6 Conclusão.....	71
Seção 1. Resumo das contribuições originais desta tese.....	71
Seção 2. Conclusão e perspectivas futuras	72
ANEXO I: DERIVAÇÃO DAS SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA 2P-FOPAS NOS MODELOS DE QUATRO E SEIS ONDAS	75
Seção 1. Modelo de quatro ondas	75
a. Solução para os bombeios	76
b. Solução para o sinal e o sinal escravo	76
Seção 2. Modelo de seis ondas	78
ACRÔNIMOS.....	83
LISTA DE FIGURAS	85
PUBLICAÇÕES	89
Durante o Doutorado.....	89
Anteriores ao Doutorado	91
REFERÊNCIAS	93

Capítulo 1 Introdução

“It took us 26 publications on fiber lasers before we realized that if we took the mirrors off and looked at what the gain was... we’d have a huge gain of 30 dB...”

David Payne, quem patenteou a invenção dos amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (EDFAs), à revista OPN em 2002 [2]

Seção 1. Contexto histórico, óptica não linear em fibras e o impacto dos amplificadores ópticos

Ao aplicar um campo elétrico externo sobre uma amostra de um meio dielétrico, induz-se uma dada polarização na amostra. A polarização reage, em geral, de forma linear ao campo externo. Porém, quando a intensidade do campo ultrapassa certo limiar, a polarização passa a responder de forma não linear [3, 4]. A óptica não linear nasceu pouco depois do surgimento dos primeiros lasers, na década de 60, quando, pela primeira vez, foi possível aumentar a intensidade da luz a níveis tais que certas amostras de matéria respondessem de forma não linear [4, 5].

O campo de estudo denominado “não linearidades em fibras ópticas” nasceu no início da década de 70, quando foram fabricadas as primeiras fibras ópticas de baixa atenuação [4], mas adquiriu importância eminentemente prática a partir do aparecimento, no início da década de 90, dos amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (EDFAs) [5]. Assim o explica o Prof. Curtis Menyuk, da Universidade de Maryland Baltimore City [5]:

“Antes da invenção dos EDFAs, os sistemas de comunicação por fibra óptica utilizavam repetidores espaçados aproximadamente por 20 km para regenerar o sinal eletronicamente de forma completa. Assim, não havia oportunidade para que as não linearidades se acumulassem fazendo-se fortes. As taxas máximas de transmissão eram menores a 1 Gb/s e apenas um canal era transmitido por vez. Em contraste, sistemas baseados em amplificadores a fibra dopada com érbio (EDFAs) podem transmitir mais do que 100 Gb/s em apenas um único canal. Mais ainda, como os amplificadores têm uma banda larga de 20 nm ou mais, é possível utilizar multiplexação por comprimento de onda (WDM), na qual múltiplos canais propagam-se ao mesmo tempo. Atualmente, os sistemas sendo estudados são capazes de transmitir Tb/s de informação! Porém, os amplificadores só compensam as perdas, permitindo a acumulação dos efeitos da dispersão cromática, da variação aleatória da birrefringência e das não linearidades do tipo Kerr. Adicionalmente, os amplificadores emitem ruído por emissão espontânea, estabelecendo um limite mínimo à intensidade necessária do sinal para a obtenção de uma relação sinal-ruído aceitável. Como consequência, fortes efeitos não lineares são inevitáveis em sistemas de comunicação a fibra óptica modernos.”

É interessante notar que este parágrafo foi escrito há quase dez anos, quando começaram a surgir em laboratório pesquisas com sistemas operando a alguns “poucos” Tb/s por fibra. Hoje em dia, porém, sistemas operando a vários Tb/s, por milhares de quilômetros sem regeneração, já foram disponibilizados comercialmente por todas as grandes empresas da área, incluindo a brasileira Padtec, onde trabalhei de maio de 2006 a setembro de 2007. Sistemas operando a centenas de Tb/s já foram demonstrados em laboratório.

Para tornar clara a importância da óptica não linear aplicada ao campo das comunicações ópticas, queremos apontar o fato de que estes sistemas em geral, e os sistemas WDM (multiplexação por comprimento de onda) em particular, são atualmente

os únicos meios capazes de transmitir as enormes quantidades de informações originadas pelo aumento exponencial da demanda por largura de banda. Não é exagerado dizer que os amplificadores ópticos (EDFAs) e as fibras ópticas de baixa atenuação foram as duas tecnologias chave que permitiram o desenvolvimento da internet e das comunicações modernas como as conhecemos hoje. Ou, sendo ainda mais concretos, podemos afirmar sem medo de errar que sem as fibras e os amplificadores ópticos não poderíamos hoje assistir, em Campinas, os vídeos do YouTube hospedados nos Estados Unidos, nem jogar Second Life on-line, junto de milhares de pessoas ao redor do mundo e nem procurar por velhos amigos (ou namoradas!) no Orkut. Isto não é um exagero, considerando que na atualidade não são conhecidas tecnologias alternativas à transmissão WDM por fibra óptica que satisfaçam a enorme largura de banda necessária nas aplicações da onipresente rede de comunicação. Se as fibras e os amplificadores não tivessem aparecido, é muito provável que a maior parte das comunicações continuasse sendo do tipo ponto-multiponto, como há dez ou vinte anos atrás com a TV.

Os maiores sistemas transoceânicos atuais usam tecnologia WDM operando a taxas de mais de 40 Gb/s por canal, e os enlaces das operadoras brasileiras começaram a migrar para sistemas WDM de 10Gb/s por canal desde 2004. Na Av. Paulista, em São Paulo, um sistema WDM de 80 canais de 2,5 Gb/s (totalizando 200 Gb/s), da empresa Padtec, é provavelmente o enlace de maior largura de banda em uma única fibra em operação no país. Outros sistemas com capacidade final de até 0,8 Tb/s também já foram instalados no Brasil pela mesma empresa, que está lançando este ano (2008) a sua primeira linha de produtos operando a 40 Gb/s. Estes sistemas, e os efeitos não lineares envolvidos, são de tal complexidade que simulações computacionais e aproximações analíticas são essenciais para o seu correto desenho. De fato, sistemas de transmissão a altas taxas são, hoje em dia, o principal campo de aplicação da óptica não linear em fibras.

Por outro lado, o crescimento exponencial das taxas de transmissão criou pressão sobre os nós das redes, onde a informação é processada e encaminhada ao seu novo destino. A capacidade limitada dos sistemas eletrônicos atuais para o processamento da informação transformou-se no principal gargalo das redes, criando uma crescente exigência de desenvolvimento de dispositivos fotônicos, nos quais a informação seja

processada de forma completamente óptica. Estes dispositivos baseiam-se nas múltiplas possibilidades para o processamento da informação dadas pelos efeitos não lineares em fibra óptica. Assim, o estudo destes dispositivos é atualmente outro dos grandes campos de aplicação prática da óptica não linear em fibras. Em particular, nosso grupo, por exemplo, estudou intensamente o comportamento de amplificadores paramétricos (OPAs) nos últimos anos [6-16].

Resumindo o que foi dito até aqui, a complexidade e o crescimento exponencial das redes modernas de comunicação criaram uma crescente demanda pelo desenvolvimento de ferramentas analíticas e numéricas para o correto projeto, tanto dos sistemas de transmissão, quanto dos dispositivos fotônicos utilizados nas redes. Nesta tese desenvolvemos, justamente, algumas destas ferramentas.

Para uma breve história em português das comunicações ópticas, ver o primeiro capítulo da tese de doutorado do Prof. Diego Grosz [17].

Seção 2. Os dois regimes estudados nesta tese.

A família de equações que governa a propagação não linear da luz em guias de onda é genericamente chamada, no caso escalar, de G-NLSE (*Generalized Non-Linear Schrödinger Equation*), e no caso vetorial, quando as duas componentes de polarização do campo são consideradas, de GC-NLSE (*Generalized Coupled Non-Linear Schrödinger Equation*) [5]. A letra “C”, diferenciando os dois acrônimos, vem de “*coupled*”, i.e. “acopladas”, pois as equações que descrevem a propagação dos dois modos fundamentais de polarização são acopladas. As equações escalares são sempre uma aproximação de uma equação acoplada correspondente.

Das equações de Maxwell podem ser derivadas, sob certas aproximações e condições de contorno, a GC-NLSE para os dois modos principais de polarização e, a partir destas, sob condições adicionais, a equação de Manakov-PMD (que é também uma equação vetorial). Finalmente, também podemos, sob certos regimes de validade, derivar uma G-NLSE da equação de Manakov-PMD. A derivação destas equações, a partir das equações de Maxwell e das condições de contorno dadas pela fibra, foi extensamente discutida na literatura científica, inclusive em português [17-19]. Portanto, não vamos

apresentar nem discutir nesta tese a derivação da GC-NLSE nem da G-NLSE a partir das equações de Maxwell. Apenas discutiremos brevemente as aproximações utilizadas para derivar a equação de Manakov-PMD a partir da GC-NLSE (Seção 2 do Capítulo 4), e a G-NLSE a partir da de Manakov-PMD (Seção 1 do Capítulo 2). Estudamos apenas não linearidades do tipo Kerr instantâneo. Não consideramos o efeito Raman, nem de *Self-Steepening*, nem o efeito Brillouin. Todas as aproximações e regimes de validade das equações considerando apenas o efeito Kerr instantâneo já foram estudados em [17-19].

Estudamos nesta tese modelos numéricos e analíticos para a solução destas equações, a G-NLSE e a GC-NLSE. Damos especial ênfase ao estudo do método de *Split-Step Fourier* (SSFM), nas suas diferentes variantes.

Para melhor ilustrar a relação entre as diferentes equações, seus regimes de validade e as escalas de comprimento envolvidas, mostramos na Figura 1 um diagrama esquemático das escalas chaves em comunicações ópticas. Mais de treze ordens de grandeza existem, desde o comprimento de onda da luz, de aproximadamente 1 μm , até o comprimento de 23.000 km, uma volta ao redor da terra (escala FLAG, de *Fiber Loop Around de Globe*). O tipo de equação válida em cada escala de comprimento em função da taxa de transmissão é ilustrado na Figura 1, na qual mostramos ainda os comprimentos característicos dos diferentes efeitos relevantes:

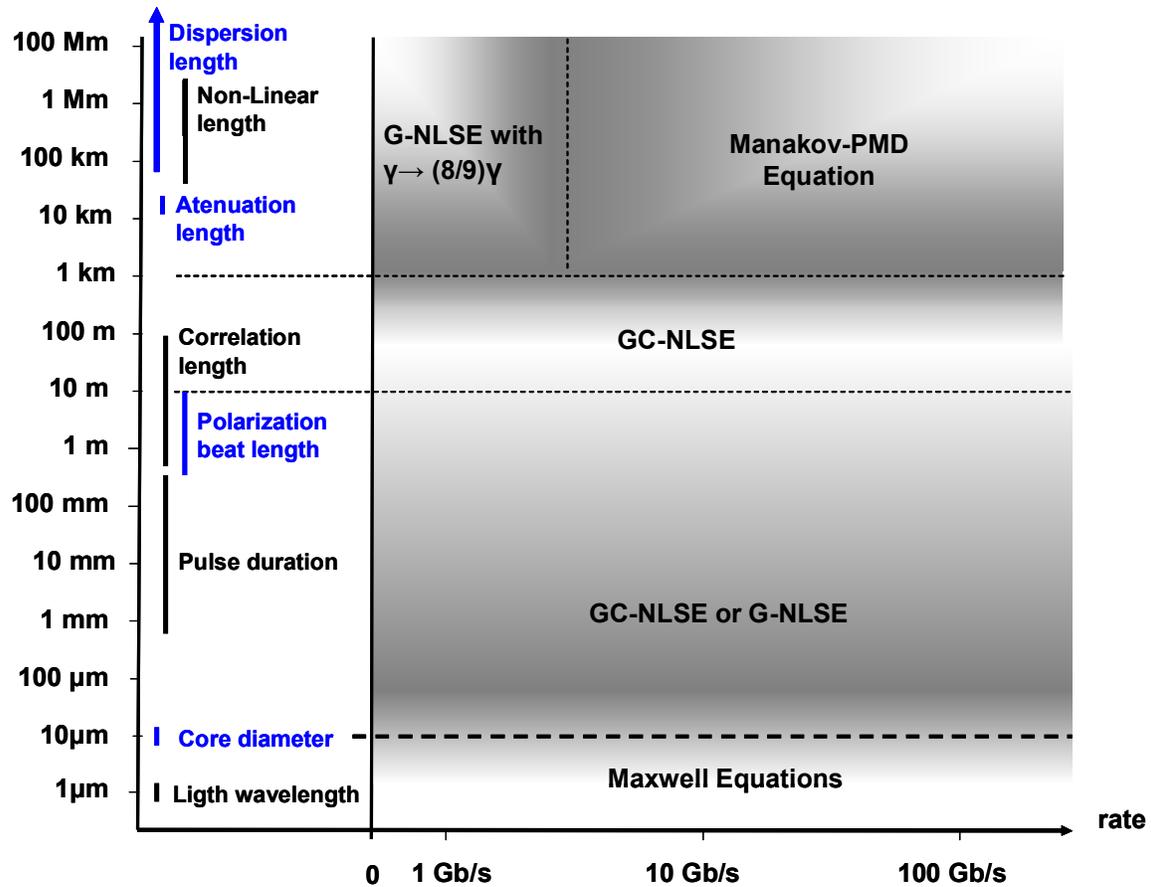


Figura 1: Ilustração das escalas de comprimento chave em comunicações ópticas e fotônicas, e do tipo de equação aplicável em cada caso. Observe o sombreamento indicando que não existe um limite exato separando as regiões em que cada tipo de equação é válido. Este limite depende, entre outras coisas, dos parâmetros do guia de onda e das potências envolvidas. GC-NLSE: *Generalized Coupled Non-Linear Schrödinger Equation (vetorial)*; G-NLSE: *Generalized Non-Linear Schrödinger Equation (escalar)*; $\gamma \rightarrow (8/9)\gamma$ indica que nestas equações o coeficiente não linear deve ser substituído pelo seu valor multiplicado por 8/9.

Os comprimentos de dispersão, de atenuação e não lineares fornecem as escalas sobre as quais os diferentes efeitos tornam-se relevantes na modelagem de sistemas de transmissão de dados. O comprimento de correlação (*correlation length*) indica a escala sobre a qual podemos considerar que a orientação e força da birrefringência podem ser consideradas constantes. O comprimento de batimento (*polarization beat length*) fornece a distância que a luz deve percorrer numa fibra birrefringente para voltar ao seu estado de polarização inicial. Observe que, como o Prof. Curtis Menyuk observou [5], estas escalas

agrupam-se naturalmente em três conjuntos (com a mesma nomenclatura que a usada na Figura 1):

“A menor escala de comprimentos, da ordem de micrometros, corresponde ao comprimento de onda da luz e ao diâmetro do núcleo. Nesta escala, devemos usar as equações de Maxwell completas para simular a evolução da luz. É nesta escala que a relação de dispersão $\beta(\omega)$ é determinada. A escala intermediária, da ordem de metros, corresponde ao comprimento de batimento (beat length) e ao comprimento de correlação da birrefringência (correlation length) – a escala de comprimento na qual a orientação dos eixos principais de birrefringência muda aleatoriamente. Tomando as médias apropriadas sobre as equações de Maxwell, obtemos nesta escala a GC-NLSE. O último comprimento relevante, da ordem de dezenas de quilômetros, corresponde aos comprimentos característicos da atenuação, da dispersão cromática e do efeito Kerr não linear. Nesta escala, obtemos uma equação de Manakov-PMD depois de fazer as médias apropriadas sobre a GC-NLSE.”

Nesta última escala, na qual as equações de Manakov-PMD são válidas, se a dispersão por modos de polarização (PMD) e a birrefringência de alta ordem são desprezíveis, então podemos aplicar a G-NLSE (escalar) substituindo o coeficiente não linear por ele mesmo multiplicado por 8/9 (canto superior esquerdo da Figura 1). Na escala intermediária de comprimentos, se o comprimento de correlação for maior do que o comprimento da fibra, e todos os campos forem paralelos, então podemos usar a G-NLSE escalar sem essa substituição para o coeficiente não linear, pois podemos usar um sistema referencial cartesiano com um dos eixos paralelo aos campos. Nesta tese, apresentamos métodos para a solução rápida e acurada, tanto da GC-NLSE, quanto da G-NLSE. Devido à ampla abrangência destas equações, os nossos métodos podem em princípio ser aplicados ao estudo de uma ampla gama de situações de interesse prático, mas nesta tese concentramo-nos, após apresentar os métodos, no estudo de dois regimes específicos:

a. Sistemas de longa distância

O comprimento característico destes sistemas vai, desde algumas dezenas, até alguns milhares de quilômetros. A partir da Figura 1 fica claro que aqui devemos aplicar as equações de Manakov-PMD ou a G-NLSE. Quando o alargamento temporal dos bits devido à birrefringência da fibra são desprezíveis (i.e., a baixas taxas, tipicamente $<10\text{Gb/s}$), podemos, através da multiplicação do coeficiente não linear por $8/9$ (canto superior esquerdo na Figura 1), obter uma G-NLSE escalar, reduzindo a complexidade da equação e reduzindo consideravelmente o tempo necessário para a sua solução numérica [20]. A validade desta aproximação é melhor discutida na Seção 1 do Capítulo 2 .

b. Amplificadores paramétricos

Ao contrário dos EDFAs, que só conseguem amplificar uma região de alguns “poucos” Thz (~ 30 Thz), os amplificadores paramétricos podem em princípio amplificar toda a região espectral de baixa atenuação das fibras ópticas (~ 55 Thz). Os amplificadores paramétricos são, portanto, uma promissora tecnologia capaz de “abrir” as janelas espectrais ainda não exploradas das fibras. As teses de doutorado dos pesquisadores José Chavez Boggio [18] e Diego Marconi [21], ambos ainda atuando em nosso laboratório, discutem em algum detalhe a importância dos FOPAs (*Fiber Optic Parametric Amplifiers*) e dos dispositivos baseados em processos paramétricos em geral, para as comunicações ópticas. O comprimento característico das fibras utilizadas vai desde alguns poucos metros até alguns poucos quilômetros. Aqui devemos aplicar a GC-NLSE, como mostra a Figura 1. Se o comprimento da fibra for menor do que o comprimento de correlação da birrefringência e todos os campos forem paralelos, podemos utilizar a G-NLSE escalar.

Vamos dar especial ênfase nesta tese ao estudo de FOPAs de dois bombeios (2P-FOPA). O funcionamento dos FOPAs está representado esquematicamente na Figura 2. Em FOPAs de um bombeio (1P-FOPAs), um forte bombeio (ω_1) é colocado perto do zero de dispersão da fibra e, devido ao efeito Kerr, transfere energia à frequência do sinal (ω_s) e à do sinal escravo (ω_i , no qual i vem do inglês “idler”). Para satisfazer a conservação da energia entre os fótons envolvidos no processo, a condição $2\omega_1 = \omega_s + \omega_i$ deve ser satisfeita e por isso a frequência do sinal escravo é sempre simétrica à frequência

do sinal em relação à frequência do bombeio. Em 2P-FOPAs, dois bombeios são colocados simetricamente em relação ao zero de dispersão da fibra e o efeito Kerr faz com que pares de fótons, um de cada bombeio, transfiram energia à frequência do sinal e à do sinal escravo (esta última sendo dada pela condição de conservação da energia, i.e., $\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_i$). Estes processos de transferência de energia só podem ocorrer satisfazendo também a conservação de momento linear dos fótons, condição denominada de casamento de fase. Por isso, denominando a constante de propagação do modo em ω como $\beta(\omega)$, a condição $2\beta(\omega_1) = \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i)$ deve ser satisfeita em 1P-FOPAs e a condição $\beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) = \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i)$ em 2P-FOPAs. O casamento de fase explica porque o ganho dos FOPAs é tão dependente das flutuações no espectro de dispersão da fibra, ponto que discutiremos mais detalhadamente no Capítulo 5 .

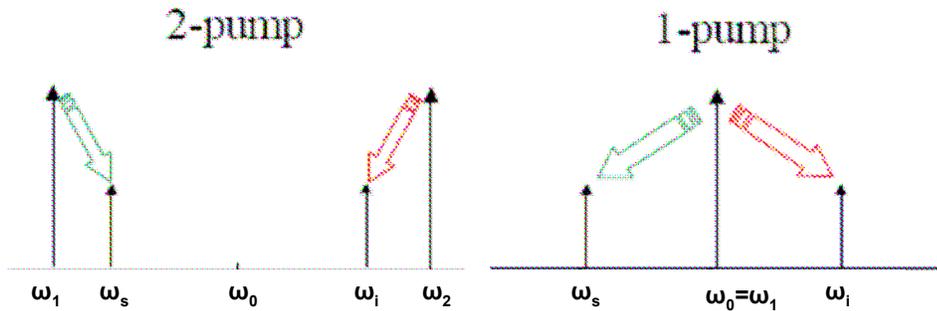


Figura 2: diagrama esquemático representando o funcionamento de FOPAs de um e dois bombeios.

Assim, os dois regimes de interesse prático estudados nesta tese ((a) e (b) acima) abordam os dois campos de pesquisa cuja importância foi assinalada na primeira Seção deste Capítulo, i.e., sistemas de transmissão de dados e dispositivos fotônicos, neste último especificamente 2P-FOPAs.

Seção 3. Apresentação das equações e do Método de *Split-Step Fourier* (SSFM).

a. Apresentação das equações

A G-NLSE estudada nesta tese tem a forma:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = (\mathbf{D} + \mathbf{N})A(z,t) \quad (0.1)$$

na qual os operadores \mathbf{D} e \mathbf{N} são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= -\frac{\alpha}{2} - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + (\dots) \\ \mathbf{N} &= i\gamma |A(z,t)|^2 \end{aligned} \quad (0.2)$$

e $A = A(z,t)$ é a amplitude do envelope lentamente variável;

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \left\{ A(z,t) \exp[-i(\beta_0 z - \omega_0 t)] + A^*(z,t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] \right\} \quad (0.3)$$

Em (0.3), $\beta_0 = \beta(\omega_0)$, e em (0.2) β_2 e β_3 são, respectivamente, os coeficientes de dispersão de segunda e terceira ordem:

$$\beta_n = \left. \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (0.4)$$

α é o coeficiente de atenuação da fibra (em unidades de inverso da distância), γ é o coeficiente não linear (efeito Kerr óptico), z é a posição ao longo da fibra e t é o tempo local. Note que o operador \mathbf{D} em (0.2) é escrito num referencial movendo-se à velocidade de grupo em $\omega_0 (1/\beta_1)$ e por isso β_1 não aparece na expressão. Note também que não mostramos na equação (0.2) os coeficientes de dispersão de alta ordem β_4, β_5, \dots . A quantidade destes coeficientes que são considerados no modelo define a forma exata da G-NLSE.

A GC-NLSE tem forma parecida com a G-NLSE (0.1), mas na primeira A é um vetor com duas componentes, representando o envelope lentamente variável do campo nos dois modos principais de polarização, e os operadores \mathbf{D} e \mathbf{N} são matrizes. O operador linear \mathbf{D} é dado pelas relações (já assumindo $\alpha = 0$):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_s(z,t)}{\partial z} &= \beta_{1s} \frac{\partial A_s}{\partial t} - i \frac{\beta_{2s}}{2} \frac{\partial^2 A_s}{\partial t^2} + \frac{\beta_{3s}}{6} \frac{\partial^3 A_s}{\partial t^3} + \dots \\
\frac{\partial A_f(z,t)}{\partial z} &= \beta_{1f} \frac{\partial A_f}{\partial t} - i \frac{\beta_{2f}}{2} \frac{\partial^2 A_f}{\partial t^2} + \frac{\beta_{3f}}{6} \frac{\partial^3 A_f}{\partial t^3} + \dots
\end{aligned} \tag{0.5}$$

na qual os subscritos s e f se referem à componente do campo no modo de polarização com menor ou maior velocidade de grupo (s de “*slow*” e f de “*fast*”) e na qual usamos a notação:

$$\beta_{ns,f} = \left. \frac{\partial^n \beta_{s,f}(\omega)}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \tag{0.6}$$

sendo $\beta_{s,f}(\omega)$ a constante de propagação em cada modo de polarização. Note que as velocidades de grupo nos dois modos de polarização podem ser diferentes devido à birrefringência e por isso não podemos escolher um referencial que elimine β_{1s} e β_{1f} , em oposição ao que fizemos no caso escalar eliminando β_{1s} da equação. O operador não linear N é dado por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_s}{\partial z} &= i\gamma \left[\left(P_s + \frac{2}{3} P_f \right) A_s + \frac{1}{3} (A_f)^2 A_s^* \right] \\
\frac{\partial A_f}{\partial z} &= i\gamma \left[\left(P_f + \frac{2}{3} P_s \right) A_f + \frac{1}{3} (A_s)^2 A_f^* \right]
\end{aligned} \tag{0.7}$$

na qual P_s e P_f são as potências em cada componente de polarização. A equação de Manakov-PMD é idêntica a equação (0.7), mas sem o último termo (chamado de termo de rotação elíptica ou termo de acoplamento coerente):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_s}{\partial z} &= i\gamma \left[\left(P_s + \frac{2}{3} P_f \right) A_s \right] \\
\frac{\partial A_f}{\partial z} &= i\gamma \left[\left(P_f + \frac{2}{3} P_s \right) A_f \right]
\end{aligned} \tag{0.8}$$

Existem dois pontos chave para a correta e rápida simulação da propagação da luz considerando estas equações: a eficiência do algoritmo para resolver numericamente as equações e a correta modelagem dos processos aleatórios governando as flutuações dos coeficientes de dispersão ao longo do eixo longitudinal. O primeiro ponto é estudado ao longo de toda esta tese, e o segundo é discutido na Seção 3 do Capítulo 4 e na Seção 3 do Capítulo 5 .

b. O Método de *Split-Step Fourier*.

No SSFM a fibra é dividida em segmentos de comprimento dz (dz pode variar ao longo da fibra) e o campo é propagado em cada segmento considerando primeiro que não há dispersão ($\beta_2 = \beta_3 = \beta_n = 0$) e logo que não há não linearidades ($\gamma = 0$). As equações sem dispersão são resolvidas diretamente no domínio do tempo e as equações sem não linearidades são resolvidas no domínio das frequências:

$$A(z + dz, t) \cong e^{dz\tilde{\mathbf{D}}} e^{dz\mathbf{N}} A(z, t) = \mathbf{F}^{-1} \left\{ e^{dz\tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{F} \left\{ e^{dz\mathbf{N}} A(z, t) \right\} \right\} \quad (0.9)$$

na qual \mathbf{F} é a transformada rápida de Fourier (FFT) e $\tilde{\mathbf{D}}(\omega)$ é o operador de dispersão no domínio das frequências, dado pela substituição do operador diferencial $\partial/\partial t$ na equação (0.2) por $i\omega$ (ω é a frequência angular). Observe que assim como \mathbf{N} é um fator multiplicativo no domínio do tempo, também $\tilde{\mathbf{D}}$ é um fator multiplicativo, mas no domínio das frequências. Por isso é que quando só um deles atua, existe a solução analítica exponencial usada em (0.9). Mas (0.9) não é solução analítica da equação, nem sequer quando dz é pequeno o suficiente para que as variações em \mathbf{N} e \mathbf{D} sejam desprezíveis no intervalo entre z e $z + dz$. Neste caso, a solução analítica seria dada por:

$$A(z + dz, t) = e^{dz(\mathbf{D} + \mathbf{N})} A(z, t) \quad (0.10)$$

Porém, a dificuldade em aplicar o operador \mathbf{D} no domínio do tempo (devido ao erro numérico associado ao cálculo das derivadas) nos impede de aplicar esta solução analítica. Por isso aplicamos o SSFM, i.e., a equação (0.9). Vamos agora estimar o erro cometido cada vez que fazemos a integração numérica usando (0.9) ao invés de (0.10):

Para quaisquer dois operadores \mathbf{D} e \mathbf{N} temos [4]:

$$e^{\mathbf{D}} e^{\mathbf{N}} = e^{\mathbf{D}+\mathbf{N}} + \frac{1}{2}[\mathbf{D}, \mathbf{N}] + \frac{1}{3!}\{(\mathbf{N} + 2\mathbf{D})[\mathbf{D}, \mathbf{N}] + [\mathbf{D}, \mathbf{N}](\mathbf{D} + 2\mathbf{N})\} + \dots \quad (0.11)$$

na qual $[\mathbf{D}, \mathbf{N}] = \mathbf{DN} - \mathbf{ND}$ é o comutador entre \mathbf{D} e \mathbf{N} . Assim, de (0.9), (0.10) e (0.11), podemos dizer que, na menor ordem em dz , o erro do SSFM em cada ponto do campo e em cada instante de tempo t , cada vez que propagamos o campo num passo dz , é:

$$erro(t) = \frac{dz^2}{2}[\mathbf{D}, \mathbf{N}]A(t) \quad (0.12)$$

c. O Método de *Split-Step Fourier* Simetrizado (S-SSFM).

O método S-SSFM consiste em utilizar como entrada para o segmento não linear o campo propagado até a metade do intervalo [22]. Matematicamente:

$$A(z + dz, t) \cong e^{dz\bar{\mathbf{D}}/2} e^{dz\mathbf{N}} e^{dz\bar{\mathbf{D}}/2} A(z, t) \quad (0.13)$$

A principal vantagem de usar o S-SSFM é que o erro na menor ordem em dz vem agora do comutador duplo em (0.11) e é proporcional ao cubo de dz , o que pode ser facilmente demonstrado aplicando a equação (0.11) duas vezes na equação (0.13):

$$erro(t) = \frac{dz^3}{3!}\{(\mathbf{N} + 2\mathbf{D})[\mathbf{D}, \mathbf{N}]A(t) + (2\mathbf{N} + \mathbf{D})[\mathbf{D}, \mathbf{N}]A(t)\} \quad (0.14)$$

Devido à forma simétrica da equação (0.13) este método é chamado de *Symmetrized* SSFM (S-SSFM). É também conhecido como SSFM de segunda ordem [23].

Seção 4. Disponibilidade dos códigos desenvolvidos e o *Free Optics Project* (FOP)

Todos os códigos matlab desenvolvidos para a geração dos gráficos mostrados nesta tese estão sendo distribuídos através de uma licença do tipo software livre. Criei uma página

na internet para hospedar todos os códigos que utilizei para as simulações aqui apresentadas. Esta página é:

www.photonics.incubadora.fapesp.br/portal/download/rieznik-thesis

Neste sitio os códigos podem ser baixados sob a forma de um arquivo compactado (.zip) que ao ser descompactado gera no computador uma pasta chamada RieznikThesis contendo várias sub-pastas. Cada uma destas sub-pastas contém diferentes arquivos. Dentro da sub-pasta “Examples” há diferentes arquivos matlab (.m) que, ao serem executados, geram as diferentes figuras desta tese. O arquivo Fig11b.m, por exemplo, gera a Figura 11(b) desta tese. Assim, cada arquivo matlab dentro da sub-pasta “Examples” gera um gráfico desta tese, identificado pelo nome do arquivo.

O objetivo de disponibilizar estes códigos é fazer com que eles sirvam de material de apoio para o correto entendimento dos algoritmos aqui estudados. Nesta tese discutimos as aproximações e hipóteses físicas que nos permitem aperfeiçoar a simulação da propagação não linear em fibras, mas não entramos em detalhes com relação aos algoritmos. Assim, a disponibilidade dos códigos serve ao mesmo tempo como material de apoio para o entendimento dos modelos aqui discutidos e como material complementar para o estudo detalhado dos algoritmos.

A página criada para hospedar os códigos desenvolvidos nesta tese é parte de um pacote de softwares livres para fotônica e comunicações ópticas. Este pacote de softwares e a plataforma para a sua distribuição estão sendo hospedados na incubadora virtual da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) através do *Free Optics Project* (FOP): www.photonics.incubadora.fapesp.br. Este portal foi criado por mim em Outubro de 2007 para hospedar o FOP e desde então recebe uma média de 140 visitas por mês realizadas originadas de mais de 25 países diferentes (escrevo isto em março de 2008).

Seção 5. Organização desta tese.

Esta tese está dividida em três partes: as duas primeiras são dedicadas ao estudo da G-NLSE e da GC-NLSE, respectivamente, e a última, é dedicada às discussões finais e conclusões.

Na Primeira Parte, expomos no Capítulo 2 o método do princípio da incerteza (UPM) para a solução numérica da G-NLSE. Logo depois, no Capítulo 3 mas ainda na primeira parte da tese, fazemos um estudo comparativo entre o UPM e os outros métodos existentes, utilizando três exemplos de interesse prático em transmissão de dados. Mostramos que o UPM é em todos os casos pelo menos tão eficiente quanto o mais rápido dos outros métodos, i.e., os tempos de simulação para obter uma dada precisão são sempre menores quando utilizamos o UPM. Este método é a principal contribuição original desta tese no que diz respeito à otimização da solução numérica da G-NLSE [24].

Na Segunda Parte, no Capítulo 4 expomos o método que desenvolvemos para a solução numérica da GC-NLSE [25, 26] e para a correta modelagem dos parâmetros aleatórios da birrefringência da fibra [26]. Logo, no Capítulo 5, aplicamos estes métodos ao estudo de amplificadores paramétricos, primeiro utilizando fibras isotrópicas, i.e., fibras sem birrefringência (Seção 2) e depois fibras com variações aleatórias da birrefringência (Seção 3). No caso dos FOPAs com fibras isotrópicas, utilizamos o método numérico apresentado no Capítulo 4 para validar um modelo analítico que considera apenas seis ondas (frequências), modelo analítico também desenvolvido por nós em colaboração com o Prof. Michel Marhic, da Universidade de Swansea, na Inglaterra [27]. No caso de FOPAs utilizando fibras com variações aleatórias da birrefringência, utilizamos os modelos do Capítulo 4 para estudar o efeito das flutuações aleatórias dos parâmetros da birrefringência sobre o ganho de FOPAs de dois bombeios.

Por último, a terceira parte desta tese é composta de dois breves Capítulos. No primeiro fazemos um resumo das contribuições originais apresentadas nesta tese e, finalmente, no último Capítulo, apresentamos as conclusões finais e discutimos as perspectivas do trabalho aqui exposto.

Parte 1 A equação não linear de Schrödinger generalizada (G-NLSE), o UPM e a sua aplicação em sistemas de transmissão

Capítulo 2 Apresentação da G-NLSE e do método do Princípio da Incerteza (UPM)

Seção 1. Regimes de validade da G-NLSE

Os dois regimes de interesse para as comunicações óptica nos quais a G-NLSE é válida são (1) sistemas de transmissão longa distância e “baixas” taxas (menores a ~ 10 Gb/s, canto superior esquerdo da Figura 1) e (2) dispositivos operando com fibras isotrópicas ou de comprimento menor que o comprimento de correlação da birrefringência.

Neste último caso, devemos aplicar em princípio as equações acopladas (0.5) (0.7), mas se todos os campos forem linearmente polarizados e paralelos a um dos eixos principais de birrefringência, então podemos escolher um sistema de referência em que o campo A_y seja igual a zero e obter uma equação escalar do mesmo tipo que a equação (0.1).

No primeiro caso, em fibras longas e a baixas taxas, podemos derivar a G-NLSE a partir das equações acopladas (0.7). A baixas taxas, o alargamento temporal do pulso devido à birrefringência das fibras (PMD) pode ser desprezado e, portanto, não precisamos incluir a birrefringência na parte linear da equação. Podemos usar uma aproximação de envelope lentamente variável e um sistema de referência tais que $\beta_0 = \beta_1 = 0$. A parte não linear da equação pode também ser tratada de forma escalar se a largura de banda do sistema for pequena, tipicamente menor que ~ 200 Ghz. Pode-se demonstrar que se o campo passa por todos os estados de polarização possíveis de forma homogênea, como em fibras longas, os efeitos não lineares são tais que o campo total (um escalar!) sofre os efeitos não lineares dados pela substituição do coeficiente não linear γ por $(8/9)\gamma$ na equação escalar [20]. Assim, tanto a parte linear quanto a não linear da equação podem ser tratadas de forma escalar em sistemas de longa distância e baixas taxas.

Seção 2. Modelos numéricos recentes

Quatro publicações recentes [23, 28-30] focam-se na otimização do SSFM para a solução da G-NLSE. A aproximação ao problema é feita de forma bastante diferente nos quatro artigos: Em [28] os autores estudam a eficiência de diferentes critérios para a escolha do passo espacial dz . Em [23] é mostrado que o SSFM de quarta ordem fornece soluções mais acuradas e eficientes do que os SSFMs de segunda e terceira ordem (o SSFM de primeira e segunda ordem são dados pelas equações (0.9) e (0.13)). Em [29] os autores estudam a otimização de simulações utilizando espaçamentos temporais não uniformes entre os pontos que representam o campo, implementando um novo algoritmo (ao invés do mais conhecido SSFM), o *Split-Step Spline Method*. Finalmente, em [30] é proposta uma técnica chamada “*predictor-corrector technique*” para acelerar o SSFM, cuja vantagem consiste em reter informação sobre a solução nos pontos z_0, z_1, \dots, z_j antes de calcular a solução em z_{j+1} . Estas quatro aproximações ao problema não são excludentes, pelo contrário, podem potencialmente ser implementadas de forma a complementarem-se.

Neste Capítulo nos concentraremos no critério de seleção do passo espacial dz , como em [28]. Os resultados aqui apresentados foram publicados em [24]. Propomos um novo algoritmo capaz de determinar o tamanho do passo dz necessário para que o erro da solução numérica não ultrapasse um dado valor escolhido pelo usuário. Assim, nosso algoritmo serve para qualquer sistema ou dispositivo no qual a G-NLSE seja válida, e funciona independentemente da expertise do usuário, a quem cabe apenas determinar qual é o erro numérico aceitável. Por razões que esclareceremos ao longo do Capítulo chamamos nosso método de “Método do Princípio da Incerteza” (UPM, de *Uncertainty Principle Method*).

O UPM baseia-se numa expressão analítica, derivada a partir da relação de incerteza entre dois operadores, capaz de determinar um valor máximo para o erro que será cometido após a integração da G-NLSE utilizando o SSFM com um passo dz . Este erro é desconhecido, mas esta expressão permite-nos escolher dz de tal forma que podemos ter certeza que ele não ultrapassará um dado valor analiticamente calculado. Uma apresentação passo a passo desta idéia e de como implementá-la, é realizada na

próxima Seção (Seção 3). No próximo Capítulo (Capítulo 3), realizamos um estudo comparativo entre o UPM e os outros métodos recentemente apresentados na literatura.

Seção 3. Apresentação do UPM

a. Modelos sem perdas de fundo

Quando temos que decidir o tamanho do passo especial a ser utilizado numa dada simulação, temos que, em primeiro lugar, decidir qual é o erro numérico que estamos dispostos a aceitar. Não estamos interessados no erro numérico cometido em cada ponto temporal (ou espectral) do campo, mas em algum número escalar capaz de fornecer suficiente informação sobre a precisão do resultado obtido para que possamos fazer uma escolha razoável de dz . Por “fornecer suficiente informação” queremos dizer (1) que este número deve representar algum tipo de “média” dos erros cometidos em cada ponto, e (2) que o resultado da simulação deve convergir ao resultado correto quando este número convergir a zero. A referência [28], por exemplo, define como um bom parâmetro o *relative local error*, dado por:

$$\delta \equiv \frac{\|A_n - A_a\|}{\|A_a\|} \quad (0.15)$$

na qual A_n é o campo obtido numericamente após a propagação em um passo dz , A_a é a solução analítica que obteríamos após esse mesmo passo e $\|A\| = \left(\int |A(t)|^2 dt\right)^{1/2}$. Usando as equações (0.9), (0.10) e (0.11) é fácil mostrar que:

$$\delta = (1/2)dz^2 \left(\frac{\int [|\mathbf{D}, \mathbf{N}]A(t)|^2 dt}{\int |A(t)|^2 dt} \right)^{1/2} \quad (0.16)$$

Observe que δ pode ser calculado (ou estimado) em cada passo antes de executada a integração. Podemos, assim, variar o passo dz interativamente ao longo da propagação de

forma a manter δ abaixo de um dado valor. De fato, em [28] os autores usam uma estimativa do valor do *relative local error* δ para determinar o dz a ser utilizado. No método que estamos apresentando aqui, usamos outro parâmetro, ao invés de δ , para estimar o erro “médio” cometido em cada passo:

$$\varepsilon \equiv (1/2)dz^2 \left| \langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle \right| \equiv (1/2)dz^2 \frac{\left| \int A^*(z, t) [\mathbf{D}, \mathbf{N}] A(z, t) dt \right|}{\int |A(t)|^2 dt} \quad (0.17)$$

na qual usamos a média do comutador, $\langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle$, no “estado” A . Mas esta média é calculada como na Mecânica Quântica (QM). Por exemplo:

$$\langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle = \frac{\int A^*(z, t) [\mathbf{D}, \mathbf{N}] A(z, t) dt}{\int |A(t)|^2 dt} \quad (0.18)$$

Assim, calculando a média do operador $[\mathbf{D}, \mathbf{N}]$ em (0.17) fazemos com que o campo A realize um papel análogo à função de onda em Mecânica Quântica. Vamos mostrar, ao longo deste Capítulo, que o erro ε é também um bom parâmetro para quantificar quanto o resultado numérico diverge do resultado exato.

Como o erro dado pelo SSFM em cada ponto do campo e em cada instante de tempo é igual a: $-(1/2)dz^2 [\mathbf{D}, \mathbf{N}] A(t)$, como mostrado em (0.12), então é fácil mostrar que ε dado por (0.17) tende a zero quando o erro em todos os pontos tende a zero. No próximo Capítulo, mostraremos através de simulações numéricas que o inverso também é válido: se ε tende a zero, então o erro numérico das simulações tende a zero. Agora vamos nos concentrar em como o Princípio da Incerteza pode ser usado para calcular qual será o valor máximo de ε após a integração numérica da G-NLSE (usando o SSFM) num passo dz . Uma vez obtido o valor máximo de ε em função de dz , podemos escolher dz de forma a garantir que ε seja menor do que um erro numérico tolerável, tipicamente 10^{-3} .

O Princípio da Incerteza da Mecânica Quântica fornece um valor máximo para a média de um comutador de vários pares de operadores físicos, como posição e momento. Este princípio é derivado a partir da desigualdade de Schwarz [31] e aplica-se, na

verdade, não somente no contexto da Mecânica Quântica, mas a *qualquer* par de operadores hermitianos (um operador hermitiano é aquele que é igual ao seu transposto conjugado). Em particular, também se aplica aos operadores \mathbf{D} e \mathbf{N} , já que eles são hermitianos, fornecendo:

$$|\langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle| \leq 2\Delta D \Delta N \quad (0.19)$$

na qual ΔD e ΔN são os desvios padrões dados pela definição padrão, por exemplo:

$$\Delta N = \sqrt{\langle (\mathbf{N} - \langle \mathbf{N} \rangle)^2 \rangle} \quad (0.20)$$

Lembrando que as medias são sempre calculadas de acordo com (0.18). Combinando as equações (0.17) e (0.19) obtemos:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} dz^2 |\langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle| \leq \frac{1}{2} dz^2 2\Delta D \Delta N \quad (0.21)$$

e assim, podemos escolher o passo dz de acordo com:

$$dz = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\Delta D \Delta N}} \quad (0.22)$$

de forma a garantir que o erro ε não seja maior do que o número escolhido para substituí-lo na equação (0.22), tipicamente 10^{-3} . A equação (0.22) estabelece o nosso critério. Devido ao conceito no qual o método é baseado, escolhemos denominá-lo Método do Princípio da Incerteza (UPM), mas devemos ser cuidadosos ao interpretar este nome. Nós o usamos para evocar a desigualdade matemática (0.19), que na Mecânica Quântica expressa o Princípio da Incerteza que inspirou, em última instância, o nosso estudo. A analogia do formalismo é direta se pensarmos o campo $A(z,t)$ como a função de onda da Mecânica Quântica. Mas depois deste ponto a analogia falha. Em Física o Princípio da Incerteza de Heisenberg expressa a limitação na precisão com a qual podemos medir

simultaneamente dois observáveis canonicamente conjugados (como a posição e o momento de uma partícula), mas não podemos interpretar da mesma forma ΔD e ΔN na equação (0.21).

A implementação prática do UPM é direta. Precisamos apenas de uma rotina para implementar o cálculo de médias (equação (0.18)). Esta rotina é depois utilizada para calcular os desvios padrões ΔD e ΔN de acordo com a equação (0.20) e estes desvios, por sua vez, são utilizados para determinar dz , dado ε , a través de (0.22).

O desvio padrão ΔN pode ser calculado diretamente no domínio do tempo usando a equação (0.17), mas para o operador de dispersão ΔD , que envolve derivadas temporais, isto pode ser computacionalmente muito lento. Por isso o calculamos no domínio das frequências, sabendo a partir da Mecânica Quântica (na verdade da matemática nela envolvida) que obteremos o mesmo resultado, i.e:

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{D}} \rangle = \frac{\int \tilde{A}^* \tilde{\mathbf{D}} \tilde{A} d\omega}{\int |\tilde{A}|^2 d\omega} \quad (0.23)$$

na qual $\tilde{A} = \tilde{A}(z, \omega) = \mathbf{F}A(z, t)$ é a transformada de Fourier da amplitude do campo. Por exemplo, a variância do operador de dispersão definido em (0.2) é:

$$\Delta D^2 = \Delta \tilde{D}^2 = \left\langle \left[\frac{1}{2} \beta_2 (\omega^2 - \langle \omega^2 \rangle) + \frac{1}{3!} \beta_3 (\omega^3 - \langle \omega^3 \rangle) \right]^2 \right\rangle \quad (0.24)$$

b. Inclusão das perdas de fundo

Existem vários problemas físicos nos quais o SSFM é utilizado. Exemplos da óptica são as equações de onda descrevendo sólitons espaciais, a propagação linear em meios físicos com um gradiente de índice de refração [32] (nas quais t é substituído pelas coordenadas transversas, e a transformada de Fourier opera no domínio bidimensional do vetor de onda), ondas não lineares de superfície [33], e vários problemas do BPM (*Beam Propagation Method*). Em muitos destes problemas (incluindo fibras ópticas) o sistema físico não é conservativo, devido às perdas. Nestes casos, o operador linear pode não ser

hermitiano e o UPM não pode ser aplicado diretamente. Discutimos nesta Seção como aplicar o UPM nestas condições.

Considere, por exemplo, o caso de um pulso propagando-se numa fibra com uma dispersão arbitrária e um coeficiente de atenuação que depende da frequência. A transformada de Fourier do operador linear é:

$$\tilde{\mathbf{L}}(z, \omega) = \tilde{\mathbf{D}}(z, \omega) - \frac{1}{2}i\alpha(z, \omega) \quad (0.25)$$

Observe que $\tilde{\mathbf{D}}$ é hermitiano, mas não $\tilde{\mathbf{L}}$. Se o coeficiente de atenuação é independente da frequência, i.e., $\alpha(z, \omega) = \alpha(z)$, então $\tilde{\mathbf{L}}$ comuta com \mathbf{N} e o UPM dado pela equação (0.22) pode ser usado. Se este não é o caso, então ε , definido de acordo à equação (0.17), é dado por:

$$\varepsilon = (1/2)dz^2 |\langle [\mathbf{L}, \mathbf{N}] \rangle| = (1/2)dz^2 \sqrt{|\langle [\mathbf{D}, \mathbf{N}] \rangle|^2 + |\langle [(1/2)\alpha, \mathbf{N}] \rangle|^2} \quad (0.26)$$

Agora, a equação (0.19) pode ser aplicada em ambos comutadores dentro da raiz na equação (0.26), obtendo:

$$\varepsilon \leq (1/2)dz^2 \Delta N \sqrt{\Delta D^2 + (1/4)\Delta \alpha^2} \quad (0.27)$$

Assim, escolhendo dz de acordo com:

$$dz = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\Delta D \Delta N \sqrt{1 + (\Delta \alpha / 2 \Delta D)^2}}} \quad (0.28)$$

garantimos que o erro ε seja menor que o valor escolhido para substituí-lo na equação (0.28). Em comunicações ópticas, normalmente $\Delta \alpha \ll \Delta D$ e a equação (0.22) pode ser usada. Porém, se o espectro do campo é largo e próximo a alguma ressonância (por exemplo, o pico de atenuação devido à água perto da região de 1.4 μm de fibras de sílica

convencionais), ou no caso de fibras dopadas (como em amplificadores) ou, ainda, em fibras *dispersion flattened* com $\beta_2 = \beta_3 = 0$, a equação (0.28) deve ser utilizada.

Nos experimentos numéricos apresentados no Capítulo 3 nós usamos sempre $\alpha = 0$ e a equação (0.22) para determinar dz . Aqui derivamos a equação (0.28) para mostrar a generalidade do UPM, mas não a utilizaremos nesta tese de agora em diante.

c. Aplicação ao S-SSFM

O UPM pode ser facilmente estendido para ser aplicado ao S-SSFM (equação (0.13)). Como o erro do método é agora dado pela equação (0.14), a desigualdade de Schwartz deve ser agora aplicada para acharmos um valor máximo para o operador aparecendo no lado direito desta equação. Não mostramos aqui o resultado explicitamente, pois não vamos utilizá-lo, mas a sua derivação é direta ao aplicar-se a equação (0.19).

Para um dado erro máximo tolerável, o S-SSFM determina um passo espacial dz mais comprido do que aquele dado pelo SSFM de primeira ordem. Assim, a equação (0.22) pode ser usada como um critério conservador, mas seguro, para determinar dz , inclusive quando aplicamos o S-SSFM. É isto que nós fazemos no nosso programa, i.e., calculamos dz usando a equação (0.22) apesar de que o nosso algoritmo implementa o S-SSFM. Ainda que este procedimento seja conservador, mostramos no Capítulo seguinte que mesmo assim é mais eficiente do que todos os outros métodos conhecidos em uma ampla gama de situações de interesse prático. Em princípio, nós poderíamos melhorar a eficiência de nosso método usando o critério do UPM estendido ao S-SSFM, mas não é claro se o cálculo de dz através de uma expressão bastante mais complicada do que a dada pela equação (0.22) não introduziria demora significativas na simulação.

Capítulo 3 Estudo comparativo: o UPM e os outros métodos existentes.

Seção 1. Introdução

Nesta Seção estudamos a eficiência do UPM, implementado como explicamos no Capítulo prévio, através de um conjunto de experimentos numéricos representando três casos de interesse prático em comunicações ópticas: (1) a propagação de um sóliton de segunda ordem, (2) a propagação de dois sólitons de primeira ordem colidindo e (3) um sistema WDM de oito canais propagando-se através de 10 e 50 quilômetros em uma fibra de dispersão deslocada.

Como em vários dos trabalhos prévios nesta área [28, 34], usamos o número de FFTs realizadas como medida do custo computacional de uma simulação usando o SSFM, já que a maior parte do tempo é consumida realizando o cálculo de FFTs. Em geral, estamos interessados em quantas FFTs são necessárias para obter um dado nível de precisão numa simulação.

Como medir a precisão de uma simulação é, portanto, uma pergunta chave quando queremos comparar a eficiência de diferentes versões do SSFM. Em [23], por exemplo, é prestada especial atenção às quantidades conservativas dos sistemas como medida de precisão. Numa fibra sem atenuação, por exemplo, a energia total na entrada e na saída da propagação deve ser a mesma: divergências grandes indicam baixa precisão e vice-versa. Nesta tese usamos, da mesma forma que em [28] e [30], o *global relative error* δ_G como indicador da precisão de uma simulação:

$$\delta \equiv \frac{\|A_m - A_a\|}{\|A_a\|} \quad (0.29)$$

Aqui, A_m é o campo obtido numericamente *no final da propagação* (a diferença de A_n , em (0.15), que é a solução numérica após um passo dz), $A_a(t)$ é a solução analítica (também

no final da propagação!) e $\|A\| = \left(\int |A(t)|^2 dt \right)^{1/2}$. Uma solução analítica existe realmente no caso dos sólitons, por exemplo. Mas no caso geral, $A_a(t)$ é computado numericamente: uma mesma simulação é rodada várias vezes usando o SSFM e dz cada vez menor, até que duas simulações sucessivas forneçam resultados exatamente iguais (dentro da precisão do computador) em todos os pontos t do campo. Nós escolhemos usar δ_G como indicador da precisão das simulações porque ele foi usado em duas publicações recentes sobre este assunto [28, 30] e consideramos, portanto, que a comunidade científica trabalhando nesta área está mais familiarizada com δ_G .

Seção 2. Número de FFTs como medida do custo computacional das simulações.

Quando comparamos a eficiência de diferentes métodos para resolver uma dada equação, devemos comparar o tempo de simulação necessário para obter uma dada precisão, esta última representada, como discutido na Seção anterior, pelo parâmetro δ_G . Mas o tempo de simulação tem o problema de variar de computador para computador e de depender da linguagem utilizada na implementação do método (matlab, mathematica, etc.). Assim, seguindo recentes publicações nesta área [28, 30], usaremos, como já mencionado, o número de FFTs realizadas durante uma simulação como medida do seu custo computacional, ao invés de utilizar diretamente o tempo de simulação. A modo de exemplo e para se ter uma idéia dos tempos das simulações que apresentaremos a seguir, o computador utilizado para fazer as simulações apresentadas nesta tese, um Pentium IV de 3.2 GHz com 2 GB de memória RAM, realiza aproximadamente 400 FFTs por segundo.

Mas, uma preocupação que surge naturalmente ao aplicar o UPM é se o tempo de cálculo das médias dadas pelas equações (0.18) e (0.23) não é excessivamente demorado. Se o tempo de cálculo destas médias for maior ou da ordem do tempo que leva para calcular uma FFT, então o número de FFTs deixaria de ser um bom parâmetro para medir o custo computacional do UPM.

Porém, mostramos aqui que esse não é o caso. É fácil mostrar que aproximadamente $15N$ operações aritméticas (N é o número de pontos utilizados na simulação para representar o campo) são necessárias para computar ΔD e ΔN (esta

estimativa provém da análise das equações (2.4) e (2.6)). Por outra parte, é bem sabido que o cálculo de cada FFT realiza entre $4N\log_2N$ e $5N\log_2N$ operações aritméticas, dependendo do algoritmo implementado. Agora, para simular um sistema de comunicações ópticas reais precisamos usar, tipicamente, não menos do que 2^{15} pontos (nesta tese usamos 2^{16} pontos para simular o sistema WDM da Seção 5). Substituindo este número, podemos mostrar que o número de operações aritméticas utilizadas para determinar dz no UPM é menor do que 10% do número de operações realizadas para calcular uma única FFT. Como cada vez que determinamos dz realizamos em seguida três FFTs, podemos dizer que na simulação de sistemas o UPM não introduz mais do que uma demora de aproximadamente 3% e o número de FFTs pode ser usado com segurança levando-se em conta esse fato. Inclusive quando o número de pontos é tão pequeno quanto $2^{10} = 1024$ (como na próxima Seção), a demora introduzida pelo UPM não é maior do que 7%. Claro que em simulações mais simples, quando o número de pontos é menor, a demora introduzida pelo UPM na determinação de dz pode ser significativa, inclusive quando comparada com a demora no cálculo de uma FFT.

Seção 3. Sóliton de segunda ordem

Como primeiro exemplo numérico, estudamos a propagação de um sóliton de segunda ordem, cuja forma na entrada da fibra é dada por $A(t) = 2\eta(-\beta_2/\gamma)^{1/2} \text{sech}(\eta t)$ com $\eta = 0.44 \text{ ps}^{-1}$, $\beta_2 = -0.1 \text{ ps}^2/\text{km}$ e $\gamma = 2.2 \text{ W}^{-1}/\text{km}$. A partir destes parâmetros é fácil mostrar que a potência de pico é de 35 mW e a duração FWHM (*Full Width at Half Maximum*) do pulso é 4 ps. Propagamos este pulso através de $\sim 81.2 \text{ km}$, que corresponde a um período do sóliton. Usamos $2^{10} = 1024$ pontos e uma janela temporal de simulação de 50 ps. Na Figura 3 mostramos o resultado. Mostramos não somente o resultado do UPM e do LEM (*Local Error Method*) (apresentado em [28]), mas também o do *Non-Linear Phase-Rotation Method* (NPRM), que é extensivamente usado para a determinação de dz (todos os programas comerciais existentes para simular a propagação da luz em fibras utilizam o NPRM). O NPRM é discutido detalhadamente em [28]. Como visto na Figura 3, o UPM é mais eficiente no regime de menor precisão, enquanto para erros globais δ_G menores que aproximadamente 10^{-3} , o LEM é o método mais eficiente. Isto se deve ao fato de que

no LEM o erro em primeira ordem é proporcional a dz^4 enquanto no UPM é proporcional a dz^3 (equação (0.14)). Este comportamento, i.e., o fato de que o LEM torna-se mais eficiente do que o UPM quando o erro tende a zero, foi discutido pelo nosso grupo em [35], mas não entraremos nesse nível de detalhamento aqui.

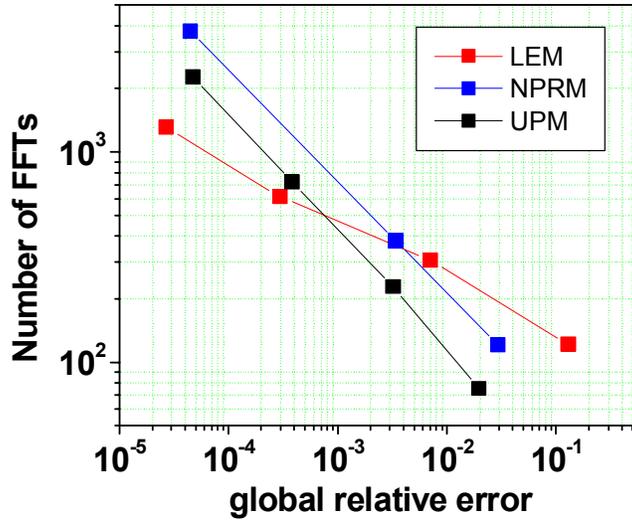


Figura 3: Número de FFTs em função do erro relativo global para um sóliton de segunda ordem propagando-se por ~ 81.2 km de fibra. Os resultados dos métodos UPM, LEM e NPRM são mostrados. As linhas unindo os pontos são apenas para ajudar a identificar o comportamento geral dos diferentes métodos. Lembramos que o computador utilizado para fazer as simulações apresentadas nesta tese, um Pentium IV de 3.2 GHz com 2 GB de memória RAM, realiza aproximadamente 400 FFTs por segundo.

Seção 4. Colisão de sólitons

Simulamos aqui a colisão de dois sólitons de primeira ordem com a forma $A(t) = \eta(-\beta_2/\gamma)^{1/2} \text{sech}(\eta t)$, na qual os valores de η , β_2 , e γ são os mesmo que os da seção anterior, fornecendo uma duração do pulso de 4 ps e uma potência de pico de 8.8 mW [28]. A diferença entre a frequência central de ambos os sólitons é de 800 GHz e na entrada da fibra eles estão separados no tempo por 100 ps. O comprimento da fibra é de 400 km. Usamos 4096 pontos para representar o campo e uma janela temporal para a simulação de 400ps (espaçamento temporal entre os pontos de 400/4096 ps). Os resultados são

mostrados na Figura 4. Novamente, o UPM é o método mais eficiente para erros globais maiores do que $\sim 10^{-4}$, enquanto o LEM é mais eficiente quando erros menores são requeridos.

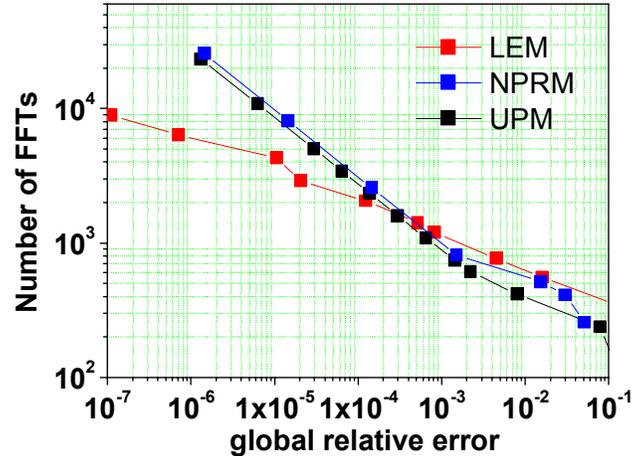


Figura 4 Número de FFTs em função do erro relativo global para uma coalizão de dois sólitons propagando-se em 400 km de fibra. Mostramos os resultados do UPM, do LEM, e do NPRM

Seção 5. Sistemas WDM

Foi demonstrado em [28] que o método denominado *Walk-Off Method* (WOM), no qual dz é inversamente proporcional à dispersão da fibra, é o método mais eficiente, mais eficiente inclusive do que o LEM, para a simulação de sistemas WDM. Por isso nesta Seção comparamos os resultados do UPM tanto em relação ao LEM quanto ao WOM. Não mostramos os resultados do NPRM, pois este método é sabidamente ineficiente na simulação de sistemas WDM [28]. Simulamos um sistema de oito canais modulados a 10 Gb/s, com modulação do tipo RZ (*return-to-zero*), propagando-se em uma fibra de dispersão deslocada, de 10 e 50 km. Outros parâmetros da simulação são mostrados na Tabela 1. A forma dos bits é dada por uma super-gaussiana de quarta ordem e a seqüência dos bits é pseudo-randômica e independente de canal em canal. O número de FFTs realizadas em função da precisão da simulação é mostrado na Figura 5.

Tabela 1: Principais parâmetros usados na simulação de um sistema WDM de oito canais

Fiber parameters	
γ	2 W ⁻¹ /km
β_2	-0.006 ps ² /km
β_3	0.1 ps ³ /km
α	0 dB/km
Input field parameters	
Channel frequencies	(1875 + n*200) GHz, n=0,1,...,7
Average power per channel	0 dBm
Noise power	-50 dBm @ 10 GHz
Numerical parameters	
Sample points	2 ¹⁶ = 65536
Total time windows	3200 ps

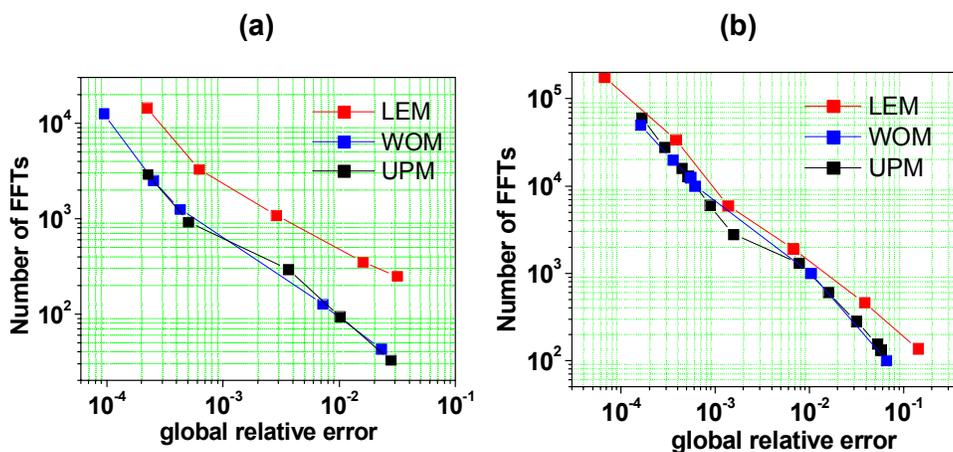


Figura 5: Número de FFTs em função do erro relativo global para a simulação de um sistema WDM de oito canais modulados a 10 Gb/s cada. Mostramos os resultados para o UPM, o LEM e o WOM, para distâncias de propagação de (a) 10 km e (b) 50 km

Fica claro a partir da Figura 5(a) que o UPM e o WOM comportam-se de forma similar e que ambos são mais eficientes do que o LEM em toda a região de precisões simulada aqui. Ajustando as curvas na Figura 5(a), podemos demonstrar que a curva do LEM cruza as outras curvas, transformando-se no método mais eficiente na região de precisão em que o erro relativo global é $\sim 10^{-5}$, longe da região de interesse prático na simulação de sistemas (tipicamente entre 10^{-1} e 10^{-3} [28]). Com uma distância de propagação de 10 km, o número de FFTs realizadas para obter uma dada precisão é aproximadamente 5 vezes maior no LEM do que nos outros dois métodos. Quando a propagação é de 50 km, porém, o UPM e o LEM são aproximadamente 2 vezes mais rápidos, como mostrado na Figura 5(b).

Seção 6. Resumo e conclusão da Primeira Parte da tese

Nesta primeira parte da tese apresentamos um algoritmo capaz de determinar o passo espacial dz que devemos utilizar para a integração numérica da G-NLSE se desejamos obter uma dada precisão na simulação. Denominamos este algoritmo como Método do Princípio da Incerteza (UPM). Apesar de que o UPM deve em princípio funcionar eficientemente independentemente dos parâmetros utilizados na G-NLSE, nós nos concentramos particularmente na simulação de casos de interesse prático para a transmissão de dados em fibras. Estudamos a transmissão de sólitons e um sistema WDM de oito canais e, comparando o UPM com outros métodos, mostramos que ele é o método mais eficiente em uma ampla gama de situações de interesse prático.

Na Segunda Parte desta tese nos concentraremos no estudo de métodos otimizados para a solução da GC-NLSE. Além disso, aplicaremos esses métodos para realizar simulações que nos permitirão desenvolver novas teorias sobre o comportamento do ganho em 2P-FOPAs. Nesta Parte da tese, nós apresentamos o UPM e mostramos sua eficiência, mas não o aplicamos a nenhum estudo em particular. Salientamos, porém, que a sua aplicação a diversos estudos de interesse prático, não somente de transmissão de dados, é imediata. Por exemplo, em [36, 37] recentemente usamos o UPM para estudar a geração de supercontínuo em fibras com dispersão plana.

Parte 2 A equação acoplada não linear de Schrödinger generalizada (GC-NLSE) e modelagem de FOPAs de dois bombeios

Capítulo 4 O SSFM para a GC-NLSE e a modelagem da birrefringência

Seção 1. Organização deste Capítulo

Nesta segunda parte da tese estudamos a GC-NLSE, concentrando-nos em sua aplicação no estudo de 2P-FOPAs. Na segunda Seção deste primeiro Capítulo da Segunda Parte, apresentamos o SSFM que nós desenvolvemos para resolver a GC-NLSE. Trata-se de um método rápido e efetivo para resolver numericamente estas equações (equações (0.7)). Apesar da originalidade do método em si, acreditamos que a principal importância dele deve-se ao fato de que nos permitiu estudar pela primeira vez certos aspectos fundamentais para o entendimento do comportamento dos FOPAs. Estes novos estudos são apresentados no Capítulo seguinte. Mas, antes, na terceira e última seção deste Capítulo, apresentamos o modelo que usamos para emular as flutuações aleatórias da birrefringência ao longo de uma fibra óptica.

Seção 2. O SSFM para a GC-NLSE

a. Apresentação do problema

Existe extensa literatura científica [20, 30, 38-46] discutindo a resolução efetiva das equações de Manakov-PMD (equações(0.8), obtidas desprezando os termos de rotação elíptica da GC-NLSE), em função delas governarem o comportamento de sistemas de transmissão a altas taxas. Nestes sistemas, o comprimento da fibra é bem maior do que o comprimento de correlação da birrefringência, e os termos de rotação elíptica das equações (0.7) podem ser desprezados, obtendo as equações (0.8). As equações (0.8) podem ser facilmente integradas de forma analítica e, como consequência, temos uma solução analítica para a parte não linear da equação de Manakov-PMD. Porém, elas não se aplicam ao regime de operação dos FOPAs, que usam fibras curtas e altas potências de bombeio. Nós derivamos aqui uma solução analítica mais geral, válida inclusive quando

os termos de rotação elíptica são incluídos no modelo. Mas, antes, vamos mostrar a solução analítica da parte linear das equações.

b. Solução da parte linear

A birrefringência em fibras ópticas pode ser representada pela quantidade:

$$\beta_s(z, \omega) - \beta_f(z, \omega) \equiv \delta\beta(z, \omega) = \frac{\omega}{c} \delta n(z, \omega) \quad (0.30)$$

na qual c é a velocidade da luz no vácuo e:

$$\delta n(z, \omega) = n_s(z, \omega) - n_f(z, \omega) \quad (0.31)$$

é a diferença entre os índices de refração em cada um dos dois eixos principais de polarização da fibra e é definida como a força da birrefringência. $\delta\beta$ pode ser expandido numa série de Taylor ao redor da frequência central ω_0 :

$$\begin{aligned} \delta\beta(z, \omega) &= \delta\beta(z, \omega_0) + \left. \frac{\partial \delta\beta(z, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0) + \left. \frac{\partial^2 \delta\beta(z, \omega)}{2\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + (\dots) \equiv \\ &\equiv \delta\beta(z, \omega_0) + \delta\beta_1(z, \omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \delta\beta_2(z, \omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + (\dots) \equiv \\ &\equiv \delta\beta_{00}(z) + \delta\beta_{10}(z)\Omega + \frac{1}{2} \delta\beta_{20}(z)\Omega^2 + (\dots) \end{aligned} \quad (0.32)$$

Na qual introduzimos $\Omega = \omega - \omega_0$. As quantidades $\delta\beta_{00}$, $\delta\beta_{10}$, e $\delta\beta_{20}$ na equação (0.32) são os coeficientes de birrefringência de ordem zero, um e dois, respectivamente, em $\lambda_0 = c/2\pi\omega_0$, e são definidas por:

$$\delta\beta_{nm}(z) = \left. \frac{\partial^n \beta_s(z, \omega)}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_m} - \left. \frac{\partial^n \beta_f(z, \omega)}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_m} \quad (0.33)$$

Se, como usualmente [20, 44, 47, 48], assumirmos que $\delta\beta_{n0}(z) = 0$ para $n \geq 3$, podemos substituir (0.32) em (0.5) e obter a seguinte solução analítica para a parte linear da equação:

$$A_s(z + dz, \Omega) = A_s(z, \Omega) \exp \left[\frac{i}{2} (\delta\beta_{00} + \delta\beta_{10}\Omega) dz + i \left(\frac{\beta_{2s}}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4 \right) dz \right]$$

$$A_f(z + dz, \Omega) = A_f(z, \Omega) \exp \left[-\frac{i}{2} (\delta\beta_{00} + \delta\beta_{10}\Omega) dz + i \left(\frac{\beta_{2f}}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4 \right) dz \right] \quad (0.34)$$

Note que estamos considerando $\beta_{3s} = \beta_{3f} = \beta_3$, $\beta_{4s} = \beta_{4f} = \beta_4$ e $\beta_{ns} = \beta_{nf} = 0$ para $n \geq 5$ e usamos a notação dada pela equação (0.6). Note também que A_s e A_f são os envelopes dos campos no domínio das frequências, mas, ao contrario da notação em (0.23), não usamos o til para diferenciá-los dos campos no domínio do tempo.

Para derivar a solução (0.34) fazemos também duas suposições adicionais: (1) consideramos que a equação é escrita num referencial movendo-se à velocidade média entre as velocidades de propagação da luz nos dois eixos principais em ω_0 , obtendo $\delta\beta_{1s}(\omega_0) = -\delta\beta_{1f}(\omega_0) = \delta\beta_{10}/2$ e (2) assumimos uma aproximação de envelope lentamente variável (SVE) na qual fatoramos o campo utilizando para a constante de propagação da exponencial um valor médio entre os valores da constante nos dois modos, i.e., usamos:

$$\beta_c(\omega_0) = \frac{\beta_s(\omega_0) + \beta_f(\omega_0)}{2} \quad (0.35)$$

e uma aproximação de SVE fatorando β_c nas duas componentes s e f do campo:

$$E_{s,f}(z, t) = \frac{1}{2} \left\{ A_{s,f}(z, t) \exp \left[-i(\beta_c(\omega_0)z - \omega_0 t) \right] + A_{s,f}^*(z, t) \exp \left[i(\beta_c(\omega_0)z - \omega_0 t) \right] \right\} \quad (0.36)$$

c. Solução da parte não linear numa base circular de polarização

Nesta seção apresentamos uma solução analítica para a parte não linear da GC-NLSE definida em (0.7). Expomos também o algoritmo que apresentamos em [25] para, aproveitando a existência desta solução analítica, otimizar o SSFM.

A equação (0.7) pode ser facilmente integrada se escrevermos os campos em termos de uma base de polarizações circulares e ortogonais:

$$A_r = \frac{A_s + iA_f}{\sqrt{2}} \text{ e } A_l = \frac{A_s - iA_f}{\sqrt{2}} \quad (0.37)$$

Nesta base, a equação (0.7) toma a forma:

$$\begin{aligned} \frac{dA_r}{dz} &= \frac{2i\gamma}{3} (P_r + 2P_l) A_r \\ \frac{dA_l}{dz} &= \frac{2i\gamma}{3} (P_l + 2P_r) A_l \end{aligned} \quad (0.38)$$

É fácil mostrar que as potências P_r e P_l permanecem constantes e portanto (0.38) pode ser integrada analiticamente:

$$\begin{aligned} A_r(z + dz) &= A_r(z) \exp \left[\frac{2i\gamma}{3} (P_r + 2P_l) dz \right] = A_r(z) \exp(i\theta_r) \\ A_l(z + dz) &= A_l(z) \exp \left[\frac{2i\gamma}{3} (P_l + 2P_r) dz \right] = A_l(z) \exp(i\theta_l) \end{aligned} \quad (0.39)$$

A equação (0.39) mostra que as componentes circulares do campo experimentam um deslocamento de fase θ_r e θ_l ao passar através de um segmento não linear. Quando a diferença entre estas duas fases, $\Delta\theta = \theta_r - \theta_l = 2(P_l - P_r)\gamma dz/3$, é diferente de zero, obtemos o bem conhecido efeito da rotação elíptica, em que o eixo da elipse que representa o estado da polarização do campo é rodado por um ângulo $\delta\theta = \Delta\theta/2$.

O campo na saída do segmento não linear pode ser escrito novamente em termos das componentes s e f através de:

$$A_s = \frac{A_r + A_l}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad A_f = \frac{A_r - A_l}{i\sqrt{2}} \quad (0.40)$$

E podemos, então, usar estes valores e a equação (0.34) para achar a solução da parte linear da equação no segmento seguinte. Na Figura 6 mostramos uma representação esquemática do SSFM implementado desta forma. L e C referem-se às bases linear e circular de polarização, respectivamente, usadas nas diferentes etapas do cálculo.

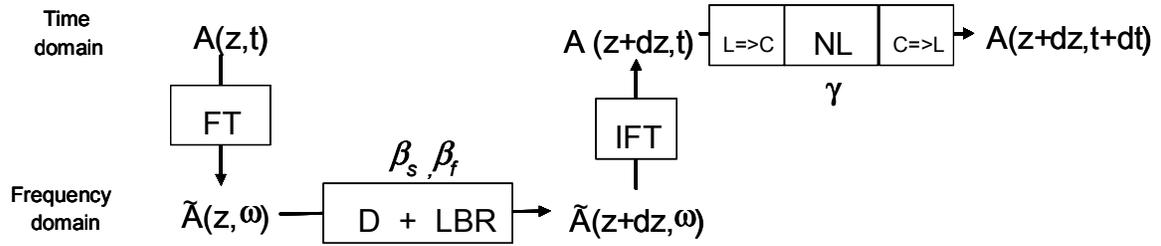


Figura 6: representação da estrutura do SSFM para a solução da GC-NLSE em um dos segmentos da fibra. D = dispersão; LBR = birrefringência linear; NL = não linearidade; FT=FFT = transformada de Fourier; IFT=F⁻¹ = transformada de Fourier inversa FT. L=>C e C=>L são transformações de uma base linear para uma circular e vice-versa.

d. Solução da parte não linear numa base linear de polarização

Em [26] apresentamos uma alternativa na qual todo o cálculo é feito na base linear de polarizações. Usando (0.39) e (0.40) é possível mostrar que:

$$\begin{bmatrix} A_s(z+dz) \\ A_f(z+dz) \end{bmatrix} = \exp(i\gamma P_0 dz) \begin{bmatrix} \cos(\delta\theta) & -\sin(\delta\theta) \\ \sin(\delta\theta) & \cos(\delta\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s(z) \\ A_f(z) \end{bmatrix} \quad (0.41)$$

na qual $P_0 = P_s + P_f = P_r + P_l$ é a potência total e:

$$\delta\theta = \frac{\gamma dz}{3}(P_l - P_r) = \frac{i\gamma dz}{3}(A_s A_f^* - A_s^* A_f) \quad (0.42)$$

A equação (0.42) nos mostra que o campo após um segmento dz é obtido rodando ele por um ângulo $\delta\theta$ e multiplicando o resultado por um fator de fase que é calculado como uma auto-modulação de fase (SPM) envolvendo a potência total independentemente de como ela está distribuída entre os dois modos de polarização. Este é o bem conhecido efeito da rotação elíptica.

Na prática podemos escolher qualquer uma das duas alternativas para implementar a rotação elíptica: (i) se escolhermos usar o método na base circular, precisamos apenas calcular as potências e a fase introduzida em cada modo circular de polarização, equação (0.39); (ii) se usamos (0.41) e (0.42), mantendo a base linear, precisamos apenas calcular as potências, a SPM e o ângulo de rotação elíptica.

De qualquer forma, todas estas operações são relativamente rápidas quando comparadas com o tempo de realização de uma FFT se valores típicos de número de pontos N são usados para representar o campo e, portanto, qualquer uma das duas aproximações pode ser implementada sem a introdução significativa de tempo na simulação. Em todas as simulações que apresentaremos nesta tese, o algoritmo (i) demorou menos do que 4% a mais do que o algoritmo (ii).

Seção 3. Modelagem das Flutuações aleatórias da birrefringência

a. O método de Wai e Menyuk (WMM).

As variações aleatórias da birrefringência da fibra são incluídas neste modelo assumindo que o ângulo $\theta(z)$, caracterizando a orientação do eixo de birrefringência com a menor velocidade de grupo em relação a um eixo fixo x , $\delta\beta_{00}(z)$ e $\delta\beta_{10}(z)$ flutuam aleatoriamente ao longo de z , seguindo um processo físico convenientemente modelado, com média zero e comprimento de correlação e variância característicos. Observe que o θ aqui mencionado não tem relação com os tetras mencionados nas equações (0.39) e (0.42). Neste modelo assume-se também que $\delta\beta_{n0}(z) = 0$ para $n > 1$. Ao integrar numericamente as equações o intervalo da integração (dz) deve ser pequeno o suficiente para que estes três

parâmetros randômicos possam ser considerados constantes ao longo dele e as soluções analíticas (0.34), (0.41) e (0.42) sejam válidas.

Das definições acima, podemos definir o vetor $\delta\vec{\beta}_{10}(z)$, cuja orientação é dada por $\theta(z)$ e cujo módulo é $\delta\beta_{10}(z)/2$, como mostrado na Figura 7:

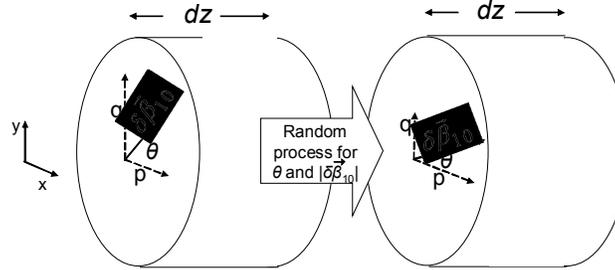


Figura 7: Diagrama esquemático da flutuação do vetor $\delta\vec{\beta}_{10}(z)$. Este vetor define a orientação do eixo de menor velocidade de grupo e tem módulo igual a $\delta\beta_{10}(z)/2$ ($\delta\beta_{10}$ é definido em (0.33)). Também definimos na figura os parâmetros p e q , as componentes do vetor ao longo dos eixos fixos x e y , respectivamente.

Observe que o parâmetro $\delta\beta_{10}(z)$ e o ângulo de rotação $\theta(z)$ estão relacionados às duas variáveis p e q , definidas na Figura 7, através de:

$$p = \frac{\delta\beta_{10}}{2} \cos(\theta) \quad (0.43)$$

$$q = \frac{\delta\beta_{10}}{2} \text{sen}(\theta) \quad (0.44)$$

ou, equivalentemente;

$$\frac{\delta\beta_{10}}{2} = \sqrt{p^2 + q^2} \quad (0.45)$$

e

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{q}{p} \quad (0.46)$$

Observe também que pela definição (0.33) $\delta\beta_{10}$ é sempre positivo ($\beta_{1s} > \beta_{1f}$), o que é consistente com (0.45).

No WMM [44] assume-se que p e q são processos de Langevin independentes governados pelas equações:

$$\begin{aligned} dp &= -\frac{p}{L_c} dz + g_p(z)\sqrt{dz} \\ dq &= -\frac{q}{L_c} dz + g_q(z)\sqrt{dz} \end{aligned} \quad (0.47)$$

Na qual L_c é o comprimento de correlação da birrefringência e $g_{p,q}(z)$ são processos randômicos com média e variância dadas por:

$$E[g_p(z)] = E[g_q(z)] = 0, \quad E[g_p(z)g_q(z')] = 0$$

e

$$E[g_{p,q}(z)g_{p,q}(z')] = \operatorname{Var}[g_{p,q}(z)] = \frac{E(\delta\beta_{10}^2)}{4L_c} \delta(z-z') \quad (0.48)$$

na qual $E(x)$ é o valor esperado de x , $\operatorname{Var}(x)$ é a variância de x e o valor de $E(\delta\beta_{10}^2)$ pode ser calculado através de:

$$E(\delta\beta_{10}^2) = \frac{D_p^2}{2L_c} \quad (0.49)$$

Na qual D_p é o coeficiente de PMD da fibra, facilmente mensurável e geralmente fornecido pelos fabricantes. A variável aleatória $\delta\beta_{00}(z)$ pode ser determinada a partir da relação (0.30):

$$\delta\beta_{00} = \omega_0 \delta n(\omega_0) \quad (0.50)$$

assumindo que $\delta n(\omega) = \text{constante}$. Então:

$$\delta\beta_{00}(z) = \omega_0 \delta\beta_{10}(z) \quad (0.51)$$

De (0.48) e (0.49), e usando $L_c = 10\text{m}$, $D_p = 0.1 \text{ ps/km}^{0.5}$ e $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$, por exemplo, obtemos um valor médio para δn de 10^{-7} .

A implementação do WMM para gerar os parâmetros aleatórios da birrefringência é, concluindo, realizada da seguinte forma: geramos $p(z)$ e $q(z)$ através dos processos de Langevin dados por (0.47) e depois calculamos $\delta\beta_{10}(z)$ e $\theta(z)$ através de (0.45) e (0.46) e $\delta\beta_{00}(z)$ através de (0.51). Note que, dado L_c , a variância das funções g_p e g_q no processo de Langevin é dada pelo valor esperado de $\delta\beta_{10}$ (equação (0.48)) e, portanto, precisamos fornecer este valor ao programa. Mas podemos equivalentemente fornecer D_p (veja a equação (0.49)) ou o valor esperado de $\delta\beta_{00}$ ou o valor esperado de δn , pois qualquer um destes quatro parâmetros é automaticamente dado pelas equações (0.49), (0.50) e (0.51) ao fixar-se o valor de um deles.

b. O método de *Coarse-Step* (CSM)

No CSM, dz é escolhido de forma que seja muito maior do que o comprimento de correlação da birrefringência, i.e., $dz \gg L_c$. Os parâmetros da birrefringência ($\delta\beta_{10}(z)$ e $\theta(z)$) são constantes dentro de cada segmento e os seus valores são gerados independentemente dos seus valores no segmento anterior. De maneira que, ao contrário da modelagem da birrefringência dada pelo WMM, os valores destes parâmetros em um dado segmento não conservam nenhuma memória dos seus valores nos segmentos anteriores. Além disso, após a aplicação de (0.34) e (0.41) em cada segmento, não somente $\delta\beta_{10}$ e θ são randomicamente gerados, mas também um ângulo de rotação aleatória é aplicado à polarização do campo para incorporar, de forma *ad hoc*, as variações que esta polarização sofre numa escala bem menor do que o passo dz usado.

A motivação para aplicar o CSM é que L_c é, muitas vezes, seis ou sete ordens de grandeza menor do que o comprimento das fibras, e se usássemos, corretamente, $dz < L_c$

o tempo de simulação seria proibitivamente grande. Apesar de a primeira vista o CSM parecer incorreto, em [20] os autores mostram que, quando $L \gg L_c$, os resultados da propagação usando o CSM para modelar as variações aleatórias da birrefringência, são idênticos, num sentido estatístico, àqueles obtidos quando o WMM é utilizado, mas para isso devemos multiplicar as partes linear e não linear das equações cada uma por um fator diferente. Estes dois fatores dependem da relação entre L_c e dz . Porém, quando a condição $L \gg L_c$ não se aplica, como no caso dos FOPAs, não há uma equivalência entre o WMM e o CSM, e o primeiro deve ser usado (a um maior custo computacional, porque devemos usar um dz menor quando aplicamos o WMM).

Para um melhor entendimento em termos físicos das duas diferentes formas de modelar as flutuações aleatórias da birrefringência, na Figura 8 mostramos $\theta(z)$ e $\delta n(z)$ em duas situações diferentes: quando mudam abruptamente a cada L_c (CSM), ou quando o WMM é aplicado. Nos dois casos, usamos $L_c = 50\text{m}$ e uma birrefringência média $\delta n = 10^{-7}$.

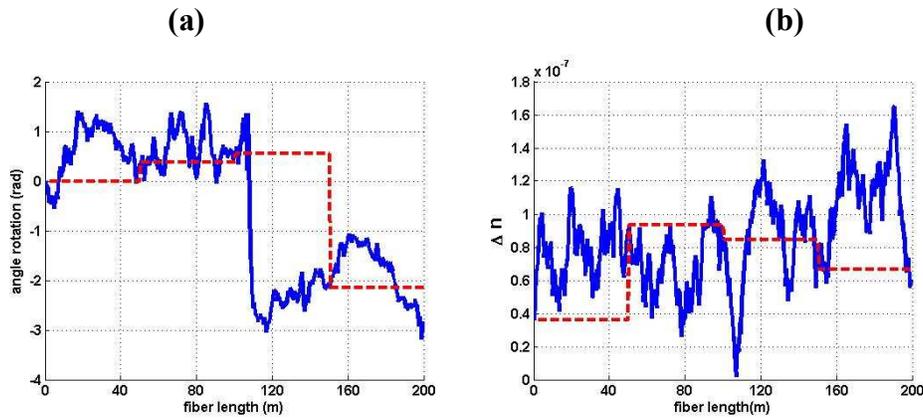


Figura 8: (a) ângulo de rotação $\theta(z)$ da birrefringência ao longo de uma fibra com $L = 200\text{m}$ e comprimento de correlação $L_c = 50\text{m}$; valores gerados usando o CSM (curva vermelha tracejada) ou o WMM (azul); (b) variação de $\delta n(z)$ ao longo da mesma fibra, obtida de forma similar a (a).

Capítulo 5 Aplicações dos modelos apresentados no Capítulo anterior na modelagem de FOPAs

Seção 1. Organização deste Capítulo

No Capítulo anterior apresentamos o SSFM que desenvolvemos para resolver a GC-NLSE de forma otimizada, assim como os diferentes modelos para emular as flutuações aleatórias da birrefringência dentro de uma fibra óptica. Neste Capítulo mostramos a importância prática destes modelos no estudo de 2P-FOPAs de dois bombeios.

Na Seção 2 vamos utilizar o SSFM que acabamos de apresentar para validar numericamente um modelo analítico de seis ondas que nós mesmos desenvolvemos (quando nos referimos ao modelo como sendo de “seis ondas” queremos dizer que consideramos apenas as interações entre seis comprimentos de onda diferentes). O nosso modelo de seis ondas é capaz de fazer algumas previsões analíticas sobre o comportamento do ganho na região espectral adjacente aos bombeios em 2P-FOPAs. O nosso SSFM é usado aqui como forma de validar essas previsões analíticas.

Na Seção 3, usamos o SSFM e a modelagem das flutuações da birrefringência apresentada no Capítulo anterior para, não somente estudarmos a validade de alguns modelos apresentados na literatura como fazemos na Seção 2, mas também realizarmos algumas previsões teóricas sobre o comportamento de FOPAs de dois bombeios utilizando diferentes fibras birrefringentes. Mostramos, em particular, que, tanto a inclusão dos termos de rotação elíptica, quanto a correta modelagem das flutuações da birrefringência dada pelo WMM (em oposição à modelagem do CSM), são fundamentais para obter resultados acurados na modelagem de FOPAs.

Seção 2. Fibras Isotrópicas

a. Soluções analíticas do modelo de quatro ondas

Como já discutido na Seção 2 do Capítulo 1 em 2P-FOPAs dois lasers de alta potência são acoplados a uma fibra óptica. As frequências destes lasers devem estar simetricamente colocadas em relação à frequência de dispersão zero da fibra. Perante certas condições, energia é transferida aos lasers de menor potência acoplados na mesma fibra. Esta transferência de energia entre os lasers de bombeio e o de sinal, de menor potência, é uma consequência das equações (0.7). De fato, como primeira aproximação, o espectro de ganho de um 2P-FOPA pode ser calculado utilizando-se um modelo que considere apenas quatro ondas: os dois bombeios (ω_1 e ω_2), o sinal (ω_3) e o sinal escravo (ω_4) (ver Figura 2 do Capítulo 1 ; observe que no primeiro Capítulo chamamos as frequências do sinal e do sinal escravo de ω_s e ω_l , respectivamente, mas mudamos aqui a notação porque achamos que no modelo de seis ondas que apresentaremos a continuação esta nova notação é conveniente). Neste modelo de quatro ondas, assumimos que todos os processos que geram ondas em outros comprimentos de onda podem ser desprezados. Assim, podemos escrever as duas componentes do campo em qualquer ponto z da fibra como sendo a parte real de:

$$A_s(z, t) = \sum_{k=1}^4 A_{sk}(z, t) \exp\{-i(\beta^k z - \Omega_k t)\}$$

e

$$A_f(z, t) = \sum_{k=1}^4 A_{fk}(z, t) \exp\{-i(\beta^k z - \Omega_k t)\} \quad (0.52)$$

na qual usamos $\Omega_k = \omega_k - \omega_0$, $\beta^k = \beta(\omega_k) - \beta_c(\omega_k)$ e a aproximação SVE dada pela equação (0.36). Em particular, em $z = 0$, podemos escrever:

$$A_{sk}(z = 0, t) = A_{sk}^{in}(t),$$

$$A_{fk}(z = 0, t) = A_{fk}^{in}(t), \quad k=1, \dots, 4 \quad (0.53)$$

Se substituirmos (0.53) e (0.52) em (0.5) e (0.7), assumirmos que a potência dos bombeios é muito maior que a dos sinais ($A_{s,f1}, A_{s,f2} \gg A_{s,f3}, A_{s,f4}$) e assumirmos que a potência do sinal escravo é nula em $z = 0$ ($A_{s,f4}^{in} = 0$), expressões analíticas podem ser obtidas para a potência do sinal em função de z . De fato, pode-se mostrar que o ganho dos 2P-FOPAs é dado no modelo de quatro ondas por [49]:

$$G_3(z) \equiv \frac{A_{s3}(z)A_{s3}^*(z) + A_{f3}(z)A_{f3}^*(z)}{A_{s3}^{in}A_{s3}^{*in} + A_{f3}^{in}A_{f3}^{*in}} = 1 + \left| \frac{r}{g} \sinh(gz) \right|^2 \quad (0.54)$$

na qual os coeficientes g e r dependem do estado de polarização dos bombeio e dos sinais, das suas potências e da constante de propagação em cada uma das quatro frequências envolvidas no processo ($\beta(\omega_k)$). A derivação da equação (0.54) é feita em [49] e no Anexo I desta tese.

Vamos agora mostrar como o modelo de quatro ondas descrito acima pode ser estendido a um modelo de seis ondas, como fizemos em [27]. Porém, definimos antes a nomenclatura que usaremos para nos referir a 2P-FOPAs com bombeios e sinais em diferentes estados de polarização. Os FOPAs com bombeios perpendicularmente polarizados, por exemplo, têm recebido considerável atenção nos últimos anos em virtude de fornecerem, em fibras isotrópicas, ganho insensível ao estado de polarização do sinal. Quando o ganho de um amplificador é insensível à polarização do sinal, dizemos que o amplificador não apresenta PDG (*Polarization Dependent Gain*).

b. Notação dos diferentes tipos de FOPAs

Apresentamos aqui a notação que usaremos para representar os diferentes tipos de 2P-FOPAs, apresentada em [49].

Primeiramente, denotamos o SOP (*State of Polarization*) de um laser circularmente polarizado à direita pela letra R, o SOP de um laser circularmente polarizado à esquerda pela letra L e o SOP de um laser linearmente polarizado como X ou Y, dependendo da sua orientação num sistema referencial cartesiano. Para nos referirmos a um 2P-FOPA com lasers num determinado estado de polarização, vamos

designá-lo através de quatro letras maiúsculas SPPI, de forma que S, P, P e I referem-se ao SOP do sinal (ω_3), do bombeio adjacente ao sinal (ω_1), do segundo bombeio (ω_2) e do sinal escravo (ω_4), respectivamente, como mostrado na Figura 9. Note que, nessa Figura, a frequência do sinal (ω_3) está à esquerda da frequência do primeiro bombeio (ω_1) para sermos consistentes com a ordem na qual os SOPs dos diferentes lasers aparecem na nomenclatura que estamos usando e para apontar o fato de que os 2P-FOPAs podem fornecer ganho numa região espectral maior do que aquela contida entre as duas frequências do bombeio.

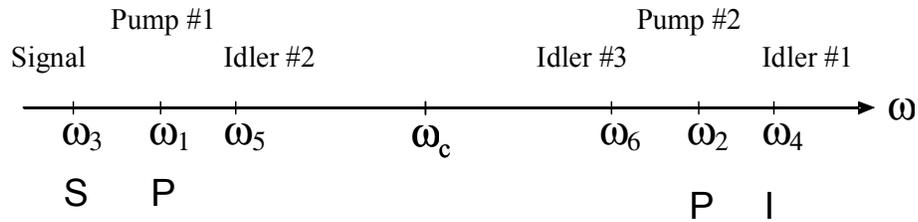


Figura 9: Notação utilizada para denominar 2P-FOPAs com sinal e bombeios linearmente ou circularmente polarizados. Também mostramos a notação utilizada para denominar as diferentes frequências nos modelos de quatro e seis ondas. A frequência central ω_c é tal que $2\omega_c = \omega_1 + \omega_2$.

Assim, um FOPA com configuração RLRL, por exemplo, indica um FOPA cujo laser de sinal está circularmente polarizado à direita, o bombeio adjacente ao sinal circularmente à esquerda, o segundo bombeio à direita e o escravo à esquerda. Também a título de exemplo, a notação XYXY representa um FOPA como aquele representado na Figura 10. Um ponto importante na nossa notação é que uma vez definidos os SOPs do sinal e dos bombeios, o SOP do sinal escravo é automaticamente definido, o que pode ser facilmente demonstrado a partir das equações (0.7). Nesta Seção, estudaremos oito tipos de FOPAs: XXXX, XYXY, YXXY, XXYY, RRRR, RLRL, LRRL e RLLR. Outras possíveis configurações são fisicamente equivalentes a alguma destas. Por exemplo, a configuração XXYY é equivalente à configuração YYXX e a RLLR à LRRL.

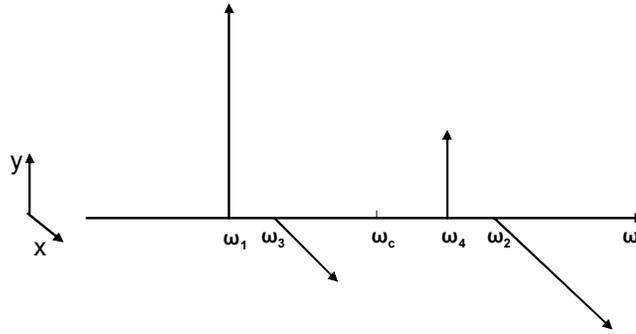


Figura 10: Um 2P-FOPA com configuração XYXY. A diferença da Figura 9 é que a frequência do sinal está agora à direita da frequência do bombeio adjacente a ele. Fazemos isto propositalmente para mostrar a consistência da notação utilizada, que é independente do fato do sinal estar espectralmente à esquerda ou à direita do bombeio adjacente a ele.

Na Figura 9 mostramos também as duas ondas adicionais consideradas no modelo de seis ondas. São elas: a onda cuja frequência é simétrica à do sinal em relação ao primeiro bombeio, $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_5$, e a onda cuja frequência é simétrica à do sinal escravo original (ω_4) com respeito ao segundo bombeio (ω_2), $\omega_6 = 2\omega_2 - \omega_4$. A frequência central ω_c é tal que $2\omega_c = \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 = \omega_5 + \omega_6$.

É útil lembrar que as três ondas com subscritos pares estão agrupadas no espectro (e o mesmo é válido para as ondas com subscritos ímpares). As ondas ω_3 e ω_5 , por exemplo, estão simetricamente colocadas em relação ao bombeio em ω_1 .

É importante notar que a notação apresentada para denominar os diferentes tipos de FOPAs de acordo com o modelo de quatro ondas pode ser ainda utilizada quando consideramos o modelo de seis ondas. A razão é que o SOP das novas ondas é igual ao SOP das ondas simetricamente colocadas a elas em relação ao bombeio adjacente. Assim, o SOP da onda em ω_3 é o mesmo SOP da onda do sinal (ω_5) e o SOP da onda em ω_6 é o mesmo SOP da onda do primeiro escravo (ω_4). Na configuração XYXY, por exemplo, o SOP da onda em ω_3 é X (primeira letra), enquanto que o SOP da onda em ω_6 é Y (última letra).

c. Soluções analíticas do modelo de seis ondas

c.1 Validade dos modelos de quatro e seis ondas

Antes de derivar as aproximações analíticas do modelo de seis ondas, cabe discutir sua aplicabilidade e o fato dele ser útil numa região espectral ao redor dos lasers de bombeio.

Como mencionado anteriormente, na Seção 2 do Capítulo 1 o efeito físico responsável pela transferência de energia dos bombeios para o sinal é o efeito Kerr instantâneo. Este efeito provoca a denominada mistura de quatro ondas (FWM), que só ocorre se a condição de conservação de energia e a de conservação de momento linear forem satisfeitas. Em 2P-FOPAs, dois fótons do bombeio transferem energia aos fótons do sinal e do sinal escravo, satisfazendo a condição de conservação da energia ($\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$) e a condição de conservação do momento linear ($\beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) = \beta(\omega_3) + \beta(\omega_4)$). Mas o processo em que um fóton do sinal (ω_3) mistura-se com um fóton do bombeio mais distante dele (ω_2), originando um fóton em ω_6 (ver Figura 9), também satisfaz a condição de conservação de energia (pois $\omega_3 + \omega_2 = \omega_1 + \omega_6$) e pode em princípio acontecer. O mesmo vale para o processo em que dois fótons do bombeio adjacente ao sinal dão origem a um fóton na frequência do sinal e outro em ω_5 , satisfazendo $2\omega_1 = \omega_3 + \omega_5$. Vamos chamar estes dois processos de WE (*wavelength exchange*) e de FWM degenerado, respectivamente (note que o processo de FWM degenerado é o responsável pelo ganho em 1P-FOPAs, esquematicamente representados na Figura 2). Assim, temos em princípio que considerar todos estes processos, envolvendo seis ondas diferentes, na modelagem de FOPAs. É válido perguntar, então, em que situação pode aplicar-se o modelo analítico de quatro ondas apresentado na seção anterior.

A resposta a esta pergunta é dada pela conservação do momento linear. Se apenas o processo que satisfaz a condição $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ satisfizer a conservação do momento linear, então só esse processo ocorrerá na fibra. Mas qual é a condição de conservação do momento linear nos outros dois processos, os que satisfazem $\omega_3 + \omega_2 = \omega_1 + \omega_6$ e $2\omega_1 = \omega_3 + \omega_5$? É fácil notar que o processo de WE só ocorrerá se $\beta(\omega_3) + \beta(\omega_2) = \beta(\omega_1) + \beta(\omega_6)$, enquanto o processo de FWM degenerado só ocorrerá se $2\beta(\omega_1) = \beta(\omega_3) + \beta(\omega_5)$. Usando a expansão de $\beta(\omega)$ em série de Taylor e valores típicos para os

coeficientes desta expansão (coeficientes dados pela expressão (0.4)) é fácil mostrar que estes dois processos só ocorrem quando a frequência do sinal é próxima à frequência do bombeio em ω_1 . Em situações típicas, “próxima” quer dizer da ordem de alguns poucos nm, ou algo menores a 1nm. Assim, em 2P-FOPAs com separação entre os bombeios da ordem de dezenas ou até centenas de nm, podemos ter certeza de que, em toda a região central do espectro, podemos aplicar o modelo analítico de quatro ondas. Nas regiões espectrais perto dos bombeio, porém, essa aproximação deixa de ter validade em virtude de que os processos de WE e de FWM degenerado devem ser considerados, o que é possível utilizando um modelo de seis ondas, como passamos a descrever.

c.2 Equações do modelo de seis ondas

O modelo de quatro ondas deixa de ser válido quando o sinal se aproxima de um dos bombeios. Neste caso, é necessário considerar duas ondas adicionais, em ω_5 e ω_6 (Figura 9). No caso em que todas as ondas estão linearmente polarizadas e paralelas (caso XXXX), é sabido que a presença destas duas ondas adicionais modifica significativamente o ganho, comparado àquele dado pela equação (0.54) do modelo de quatro ondas.

Especificamente, se um FOPA é projetado para obter, de acordo com o modelo de quatro ondas, um ganho próximo ao máximo numa ampla região espectral, o modelo de seis ondas prevê o aparecimento, no espectro de ganho do FOPA, de buracos estreitos e centrados nos bombeios. Diversas pesquisas experimentais revelaram a existência de estruturas espectrais complexas perto dos bombeios [13, 50, 51]. Estas estruturas podem ser qualitativamente entendidas como resultantes da interação entre os três processos de mistura de quatro ondas descritos na Seção anterior: FWM degenerado, WE e o processo considerado no modelo de quatro ondas tradicional para FOPAs, que chamaremos simplesmente de processo de FWM tradicional. De fato, podemos inclusive estimar a largura de banda das estruturas calculando analiticamente qual seria a largura do ganho de um FOPA de um bombeio, já que FOPAs de um bombeio nada mais são do que FOPAs nos quais apenas o processo de FWM degenerado gera a transferência de energia do bombeio para o sinal.

Nesta Seção derivamos de forma precisa qual é o ganho perto dos bombeio em FOPAs de dois bombeios. Fazemos isso usando um modelo de seis ondas para o estudo

dos oito tipos de 2P-FOPAs mencionados no item (b) acima, com bombeios circular ou linearmente polarizados e paralelos ou ortogonais. Usando o máximo possível de cálculos analíticos, realizamos algumas previsões sobre as estruturas espectrais perto dos bombeios, e a validade destas aproximações é estudada no próximo item através de simulações completas usando o SSFM apresentado no Capítulo anterior.

No modelo de seis ondas, as equações utilizadas são idênticas às equações. (0.52) e (0.53), mas o índice k vai agora até seis:

$$\begin{aligned} A_s(z, t) &= \sum_{k=1}^6 A_{sk}(z, t) \exp\{-i(\beta^k z - \Omega_k t)\} \\ A_f(z, t) &= \sum_{k=1}^6 A_{fk}(z, t) \exp\{-i(\beta^k z - \Omega_k t)\} \end{aligned} \quad (0.55)$$

Com o campo em $z = 0$, dado por:

$$A_{s,fk}(z = 0, t) = A_{s,fk}^{in}(t), \quad k = 1, \dots, 6 \quad (0.56)$$

Agora podemos novamente assumir que as potências dos bombeios são muito maiores do que as das outras frequências e assumir que a potência dos sinais escravos é nula em $z = 0$ ($A_{s, f4}^{in} = A_{s, f5}^{in} = A_{s, f6}^{in} = 0$). Podemos, como no modelo de quatro ondas, substituir (0.55) e (0.56) em (0.5) e (0.7) e fazer um tratamento analítico do problema. Embora não seja possível neste caso obter uma expressão analítica análoga à expressão (0.54), é possível desta forma derivar algumas conclusões em relação ao comportamento do ganho perto dos bombeios, como fazemos a seguir.

Se definirmos os coeficientes A_k como:

$$\vec{A}_k = A_k \hat{e}_k \equiv (A_{sk}, A_{fk}) \quad (0.57)$$

na qual \hat{e}_k é o versor representando o SOP do campo em ω_k , e se fizermos as transformações $A_3 = B_3 \exp(i\varphi_1)$, $A_4 = B_4 \exp(i\varphi_2)$, $A_5 = B_5 \exp(i\varphi_1)$ e $A_6 = B_6 \exp(i\varphi_2)$ (nas quais os ângulos φ_1 e φ_2 dependem da potência e do SOP dos bombeios e são dados em

[27] e no Anexo I desta tese), é possível mostrar que as equações (0.7) tem a seguinte solução analítica quando o sinal está próximo dos bombeios:

$$B(z) = \exp(Nz)B(0) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(Nz)^m}{m!} B(0) \quad (0.58)$$

na qual B é um vetor de quatro dimensões com componentes B_3, B_4^*, B_5^* e B_6 e N é uma matriz. O valor das componentes de N depende dos SOPs dos bombeios e do sinal, das suas potências de entrada na fibra e do valor da constante de propagação ($\beta(\omega)$) nas seis frequências envolvidas. A derivação completa das componentes de N e do valor de φ_1 e φ_2 foi apresentada em [27] e a repetimos no Anexo I nesta tese. Aqui, para nossa análise, são suficientes os dados que colocamos na Tabela 2, na qual indicamos se N é ou não nilpotente com índice 2 ($N^2 = 0$) para cada tipo de 2P-FOPAs. A razão é que se $N^2 = 0$, a série na equação (0.58) termina após os dois primeiros termos e, portanto, os campos crescem linearmente com z , ao invés de exponencialmente como no modelo de quatro ondas (equação (0.54)). Nessas situações é esperado, portanto, que o ganho em torno dos lasers de bombeio seja menor do que na região central do espectro onde o ganho cresce exponencialmente com z . Por outro lado, se $N^2 \neq 0$, a série na equação (0.58) não termina e os campos variam de forma exponencial ou periódica com a distância. Nesses casos, é necessário inspecionar os valores dos autovalores da matriz N para descobrir se o ganho no modelo de seis ondas será maior, menor ou igual àquele dado pelo modelo de quatro ondas tradicional.

Tabela 2: nilpotência da matriz N em cada tipo de 2P-FOPA

OPA type s,p,p,i	XXXX	XXYY	XYXY	YXXY	RRRR	RLLL	RLRL	LRRL
$N^2 = 0?$	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes	No	No

Antes de examinarmos o comportamento dos oito tipos de FOPAs de dois bombeios, notamos que quando os dois bombeios têm o mesmo SOP, o SOP do bombeio adjacente ao sinal é sempre o mesmo, mas isto não é verdade quando as polarizações dos bombeios

são ortogonais entre si: nesse caso, se o SOP do sinal é mantido constante a orientação do SOP do bombeio adjacente mudará quando variarmos o comprimento de onda do sinal sintonizando-o entre os dois bombeios. Como exemplo, se o FOPA for XXYY para $\omega_3 < \omega_c$, ele tornar-se-á um FOPA XYXY para $\omega_3 > \omega_c$. Como resultado, o espectro do ganho medido ou simulado desta forma pode ser diferente ao redor dos dois bombeios.

d. Validação utilizando o SSFM

Quando analisamos o modelo de seis ondas polarizadas, encontramos algumas diferenças interessantes em relação ao caso em que todas as ondas estão linearmente polarizadas. Por exemplo, mostraremos que para bombeios ortogonais e linearmente polarizados, o ganho perto dos bombeios pode ser maior do que aquele previsto pelo modelo de quatro ondas; e que para bombeios circularmente polarizados e ortogonais, o ganho pode ser o mesmo que aquele previsto pelo modelo de quatro ondas se o sinal for polarizado ortogonalmente em relação ao bombeio adjacente a ele.

A inspeção da Tabela 2 nos mostra que os 2P-FOPAs com configurações XXXX, XXYY, RRRR e RLLL satisfazem $N^2 = 0$. Portanto, se a fibra for suficientemente longa, o ganho perto dos bombeios será menor do que o ganho no centro do espectro, onde o modelo de quatro ondas aplica-se e o ganho é exponencial. Isto é bem conhecido no caso XXXX e foi inclusive observado experimentalmente [7-9, 14]. A Figura 11 mostra o ganho nos outros três tipos de 2P-FOPAs, obtidos implementando-se o SSFM para as GC-NLSE em uma fibra isotrópica. Os espectros de ganho exibem as estruturas esperadas perto dos bombeios. Usamos os seguintes parâmetros, típicos de fibras altamente não lineares, para a simulação: 1 W de potência de bombeio por bombeio (em 1502.6 e 1600.6 nm), $\lambda_c = 1550$ nm, $\gamma = 10$ (W km)⁻¹, $\beta_3 = 0.1$ ps³/km, $\beta_4 = 10^{-4}$ ps⁴/km, $\beta_n = 0$ para $n > 5$ (β_n é definido pela equação (0.4)) e $L = 200$ m (L é o comprimento da fibra).

Junto com os espectros obtidos através do SSFM, mostramos em cada espectro o ganho analítico do modelo considerando apenas o FWM tradicional, dado pela equação (0.54). Para a obtenção destes espectros de ganho, mantivemos constantes os SOPs dos bombeios e do sinal, e variamos o comprimento de onda do sinal. Assim, como assinalamos anteriormente, enquanto o lado direito da Figura 11(a) representa o caso XXYY, o lado esquerdo representa o caso XYXY. Similarmente, enquanto o lado direito

do espectro na Figura 11(b) representa o caso RLLL, o lado esquerdo representa o caso RLRL. Os casos RRRR e RLLL ($N^2 = 0$) apresentam, como esperado devido à linearidade do crescimento da potência com z , ganhos menores na região próxima dos bombeio do que no centro do espectro, onde há crescimento exponencial. No caso XXYY, também com $N^2 = 0$, o ganho perto do bombeio na Figura 11(a) só não é menor do que o ganho no centro do espectro porque a fibra não é suficientemente comprida. Para demonstrar isto, fizemos duas simulações adicionais mantendo os mesmos parâmetros de entrada que os da Figura 11(a), mas mudando o comprimento da fibra de 200m para 500m e 1000m. Os espectros de ganho são mostrados na Figura 12.

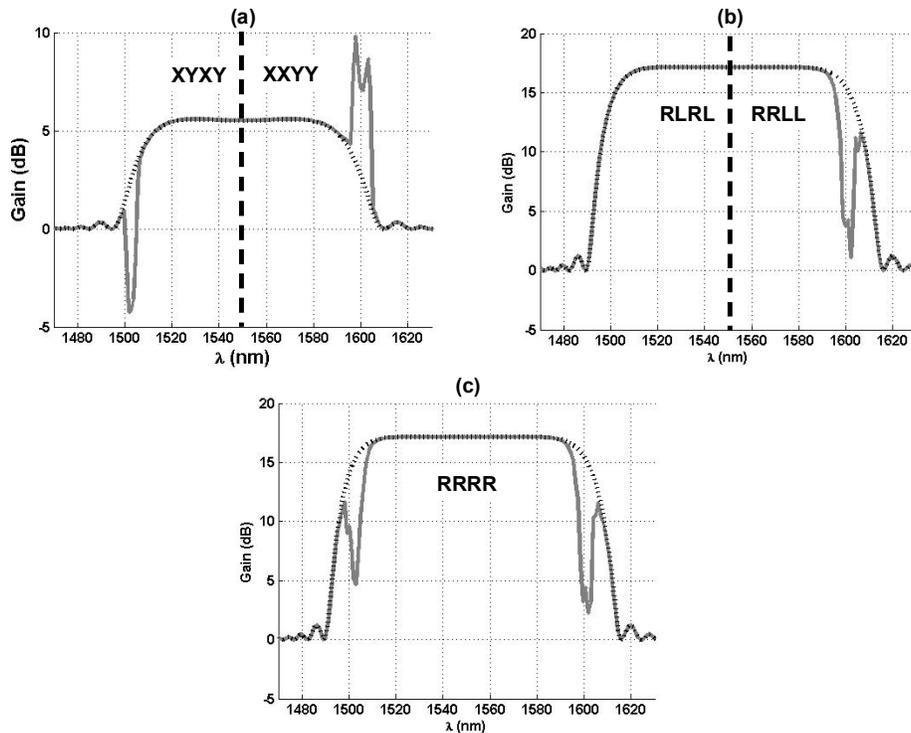


Figura 11: Espectros de ganho obtidos através do SSFM (linhas sólidas) e da solução analítica (0.54), dada pelo modelo de quatro ondas tradicional (linhas pontilhadas). (a) Bombeio de menor comprimento de onda na direção y , o outro bombeio na direção x e o sinal na direção x ; (b) bombeio de menor comprimento de onda circularmente polarizado à esquerda, o outro bombeio à direita e o sinal à direita; (c) Um FOPA RRRR.

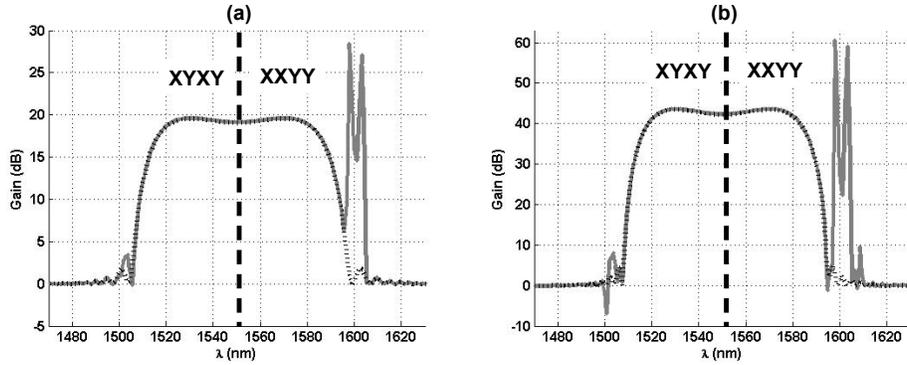


Figura 12: Espectros de ganho obtidos identicamente aos da Figura 11(a), mas usando diferentes comprimentos de fibra: (a) 500m e (b) 1000m. Linhas sólidas: SSFM; Linhas pontilhadas: solução analítica (0.54) do modelo de quatro ondas tradicional.

Os casos XYXY, YXXY e LRRL são de outro tipo, pois $N^2 \neq 0$. É possível demonstrar que, nestes casos, a variação do ganho com z não é nem linear nem exponencial, mas oscilatória [27]. Isto leva a ganhos que não ultrapassam um dado valor máximo e serão, portanto, ultrapassados por qualquer ganho que cresça exponencialmente com z . O lado esquerdo da Figura 11(a) e a Figura 12 representam o caso XYXY e verificamos que, de fato, o ganho perto dos bombeios em 1502 nm é menor do que no centro de espectro, em ~1550 nm. Na Figura 13 (a) e (b) mostramos os espectros de ganho obtidos simulando os casos YXXY e LRRL usando os mesmo parâmetros que os da Figura 11 (apenas mudando, obviamente, os SOPs dos lasers). No caso YXXY é claro que, como esperado, o ganho ao redor dos bombeios é menor do que nas regiões com maior ganho exponencial, sendo que estas regiões de maior ganho não estão mais, na Figura 13(a), entre as frequências do bombeio, senão nos extremos laterais do espectro mostrado. No caso LRRL, porém, o ganho previsto pelo modelo de quatro ondas tradicional, equação (0.54), é de 0 dB ao longo de todo o espectro e este raciocínio não se aplica. Podemos, porém, obter uma boa idéia intuitiva do que acontece neste caso utilizando o princípio da conservação do momento angular. Mas, antes, vamos discutir o resultado correspondente ao caso RLRL, a metade esquerda do espectro na Figura 11(b).

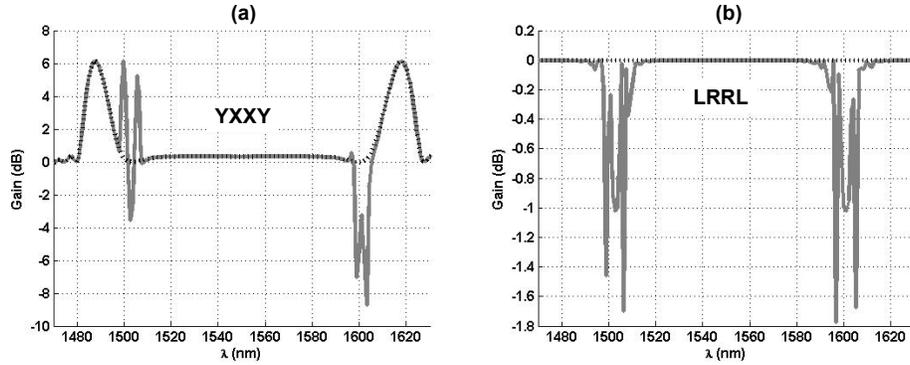


Figura 13: Espectros de ganho para os mesmos parâmetros de entrada que aqueles mostrados na Figura 11, mas para as configurações (a) YXXY e (b) LRRL. Linhas sólidas: SSFM; Linhas tracejadas: solução analítica do modelo de quatro ondas.

Neste caso (RLRL) $N^2 \neq 0$, mas, diferentemente dos três casos anteriores, a solução não é periódica em z , senão exponencial. E, ainda, seu crescimento iguala-se exatamente àquele dado pelo modelo de quatro ondas tradicional! Isto é confirmado pelo lado esquerdo do espectro na Figura 11(b). Deixando de lado a matemática envolvida nesta demonstração, uma forma simples de provar que isto deve ser verdadeiro é através do princípio da conservação do momento angular. Observe que se o sinal e o bombeio adjacente a ele estão polarizados circularmente, mas ortogonais, então a conservação do momento angular dos fótons nos diz que o processo de FWM degenerado ($2\omega_1 = \omega_3 + \omega_5$) e de WE ($\omega_3 + \omega_2 = \omega_1 + \omega_6$) não podem acontecer. No primeiro caso, dois fótons com momento angular total $2\hbar$ (\hbar é a constante de Planck sobre 2π), deveriam gerar dois fótons com o mesmo momento angular total e, como o momento angular do fóton do sinal é $-\hbar$, o momento angular do fóton do bombeio deveria ser $3\hbar$! Um argumento similar mostra que o processo de WE não pode ocorrer no caso RLRL; e que no caso LRRL, Figura 13(b), é o único processo em que pode ocorrer, sendo que nem o FWM degenerado nem a mistura de quatro ondas tradicionais respeitariam a conservação de momento angular. Por isso, podemos atribuir o comportamento do ganho perto dos bombeios na Figura 13(b) ao processo de WE.

Em razão do espectro de ganho no caso RLRL ser o mesmo que aquele dado pelo modelo de quatro ondas tradicional, inclusive na região espectral perto do bombeio, poderíamos pensar em obter na prática uma ampla região de ganho espectral, livre de

estruturas perto do bombeio, utilizando esta configuração. Desde um ponto de vista prático, porém, manter o SOP dos lasers, mesmo em fibras de apenas alguns metros, é muito difícil [13], devido à birrefringência das fibras. Ao realizarmos as análises e simulações apresentadas nesta Seção assumimos que a fibra é isotrópica. Na prática, porém, este raramente é o caso, porque todas as fibras exibem birrefringência, que, como já discutido, varia ao longo da fibra. A variação aleatória da birrefringência está relacionada ao fenômeno bem conhecido e estudado do PMD (*polarization-mode dispersion*), que sabidamente afeta o espectro de ganho em FOPAs [47]. O PMD tem um efeito sobre as estruturas perto dos bombeios, mas não as faz desaparecer, como já extensamente observado experimentalmente [7-9, 14]. Na maioria dos casos são observados buracos centrados em torno dos lasers de bombeio.

Seção 3. Fibras com flutuações aleatórias da birrefringência

a. Comparação entre o WMM e o *Coarse-Step Method*

Vamos, primeiramente, mostrar a importância da correta modelagem das flutuações aleatórias da birrefringência. Mostraremos que a correta modelagem das flutuações de acordo ao WMM fornece resultados incompatíveis com os do CSM. Como exemplo, simulamos aqui o espectro de ganho de um 2P-FOPA com bombeios ortogonais e perpendiculares, que, como já assinalado, é um caso de interesse prático porque pode fornecer espectros de ganho insensíveis à polarização do sinal [49]. Simulamos dois casos, com $\theta(z)$ e $\delta n(z)$ mudando de forma realista (WMM) ou abrupta (CSM) após um segmento de comprimento L_c , correspondendo às curvas azul-contínua e vermelho-tracejada na Figura 8, respectivamente. Usamos para esta simulação os mesmos parâmetros de entrada que aqueles usados para a obtenção do ganho mostrado na Figura 11(b), mas agora adicionamos as variações aleatórias da birrefringência. A não ser pelos parâmetros dados por estas flutuações, mostrados na Figura 8, todos os outros parâmetros foram mantidos: 1 W de potência de bombeio por bombeio (em 1502.6 e 1600.6 nm), $\gamma = 10 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, $\lambda_{0s}(z) = \lambda_{0f}(z) = \text{constante} = 1550 \text{ nm}$, $\beta_3 = 0.1 \text{ ps}^3/\text{km}$ e $\beta_4 = 1\text{e-}4 \text{ ps}^4/\text{km}$. Os resultados são mostrados na Figura 14.

Todos os parâmetros caracterizando a birrefringência da fibra são mostrados na Figura 8, já que consideramos $\delta\beta_{n0} = 0$ para $n > 3$ e $\beta_n = 0$ para $n > 5$, como mostrado na equação (0.34). Note que estamos usando a nomenclatura definida pelas equação (0.33). Do valor de $\delta n(z)$, mostrado na Figura 8, é possível calcular $\delta\beta_{00}(z)$ e $\delta\beta_{10}(z)$ através das relações (0.50) e (0.51). Nas simulações aqui apresentadas, usamos um valor médio para $\delta n(z)$ de 10^{-7} , o que equivale a $\delta\beta_{00} \sim 0.4 \text{ m}^{-1}$ e $\delta\beta_{10} = \sim 0.002 \text{ ps/m}$. Como usamos $L_c = 50\text{m}$, podemos através da relação (0.49) obter o correspondente valor do coeficiente de PMD da fibra, D_p , que resulta em $D_p \sim 0.6 \text{ ps/km}^{0.5}$. Este valor é bastante mais alto do que o valor deste coeficiente em fibras não lineares de boa qualidade, que pode ser da ordem de $0.1 \text{ ps/km}^{0.5}$, mas nós o escolhemos propositalmente para mostrar que o WMM pode ser aplicado perante qualquer circunstância, ao contrário do CSM.

Os espectros de ganho apresentados na Figura 14, demonstram claramente que a modelagem realista de $\theta(z)$ e $\Delta n(z)$ dada pelo WMM muda significativamente o resultado quando comparado ao do CSM. Notamos que o WMM fornece um espectro de ganho que é menor, mas mais plano do que o fornecido pelo CSM. Para mostrar que isto não foi um evento probabilístico raro, fruto da geração aleatória dos parâmetros da birrefringência, nós repetimos a simulação outras 100 vezes, em cada realização gerando novamente os parâmetros aleatórios como aqueles mostrados na Figura 8. Para a geração dos parâmetros sempre mantivemos $L_c = 50\text{m}$ e δn médio igual a 10^{-7} . Três destes espectros são mostrados em Figura 15(a), (b) e (c), enquanto a curva de ganho média sobre as 100 realizações é mostrada na Figura 15 (d).

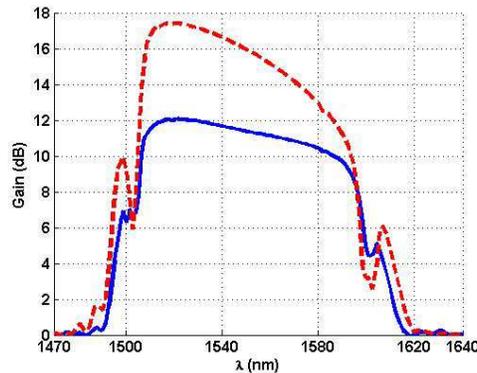


Figura 14: Simulação dos espectros de ganho para um 2P-FOPA com bombeios ortogonais e circulares. Usamos os mesmos parâmetros que aqueles usados para gerar a Figura 11(b), mas ao invés de considerar a fibra isotrópica, usamos os parâmetros aleatórios da birrefringência dados pela Figura 8. As cores dos espectros são condizentes com as curvas para $\theta(z)$ e $\Delta n(z)$ mostradas na Figura 8, correspondentes ao WMM (azul) ou ao CSM (vermelha).

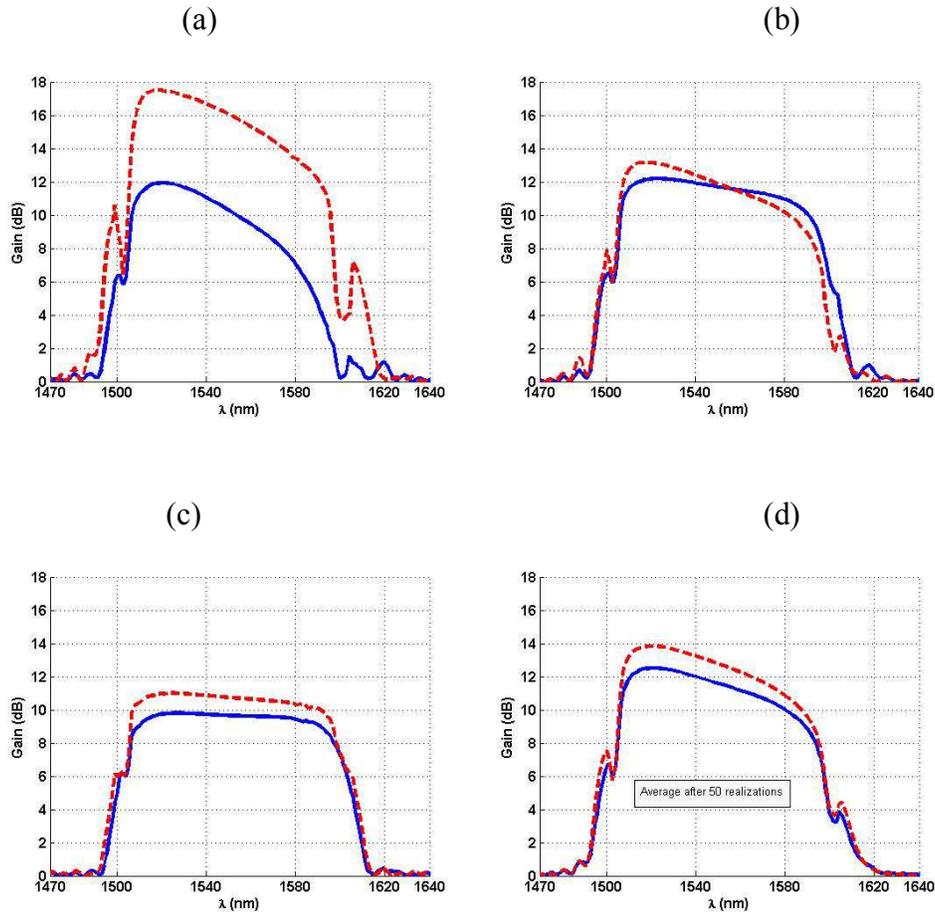


Figura 15: (a), (b) e (c): Espectros de ganho para um 2P-FOPA com bombeios ortogonais e circulares, como na Figura 14, mas correspondentes a outras três realizações do processo randômico gerando $\theta(z)$ e $\Delta n(z)$ e, portanto, não mais com os parâmetros da birrefringência dados pela Figura 8. (d): Ganhos médios após 100 realizações do processo randômico. Linhas Sólidas Azuis: WMM. Linhas vermelhas pontilhadas: CSM.

Fica claro a partir das Figuras acima que o CSM fornece resultados com uma maior inclinação no espectro do ganho do que o WMM. Ao mesmo tempo, isto gera uma maior dependência do ganho com a polarização, pois o ganho é sempre maior perto do bombeio com polarização paralela à do sinal. Este fato pode ser entendido da seguinte forma: foi

demonstrado por Marcuse, Menyuk e Wai em [20] que o CSM incrementa artificialmente o valor do coeficiente de PMD, D_p . Mas D_p é inversamente proporcional ao comprimento de despolarização (L_{dep}) que caracteriza quão rapidamente os bombeios perdem a sua ortogonalidade original. De fato, pode se mostrar que L_{dep} é proporcional a $1/(D_p\Delta\omega)^2$, sendo que $\Delta\omega$ é a separação espectral entre os bombeios. Assim, no CSM os bombeios perdem a sua configuração ortogonal inicial mais rapidamente do que se aplicarmos apropriadamente o WMM, fazendo com que a inclinação do ganho e o PDG sejam artificialmente exagerados no CSM.

b. Inclusão dos termos de rotação elíptica

Em fibras suficientemente longas, a birrefringência tende a fazer com que os efeitos dos termos de rotação elíptica se anulem, devido à sua rápida variação, e possam ser desprezados, obtendo a equação de Manakov-PMD [20]. Consideremos, porém, o espectro de ganho obtido na Figura 14 através do WMM (espectro azul). Repitamos esta simulação usando os mesmo parâmetros de entrada e a mesma fibra (i.e., a fibra cuja variação aleatória da birrefringência é dada pelos gráficos na Figura 8), mas mudemos o comprimento da fibra e a potência dos bombeios. Fizemos isto nos espectros mostrados na Figura 16, obtidos usando três conjuntos de comprimentos de fibra e potências de bombeio diferentes: $L = 200$ m e $P_0 = 2$ W, $L = 20$ m e $P_0 = 20$ W e $L = 2$ m e $P_0 = 200$ W (sendo P_0 a potência total de bombeio). A Figura 16 mostra claramente a importância dos termos de rotação elíptica na modelagem de FOPAs: no caso da fibra com 2 m (Figura 16 (c)) o cálculo sem os termos de rotação elíptica subestima o ganho em 7 dB, uma diferença substancial. Como esperado, a diferença entre os dois modelos torna-se menor quando o comprimento da fibra aumenta, porque os termos de rotação elíptica começam a cancelar-se entre si nos diferentes segmentos da fibra. Como resultado, quando $L = 200$ m (Figura 16(a)) há pouca diferença entre os espectros obtidos com ou sem os termos de rotação elíptica.

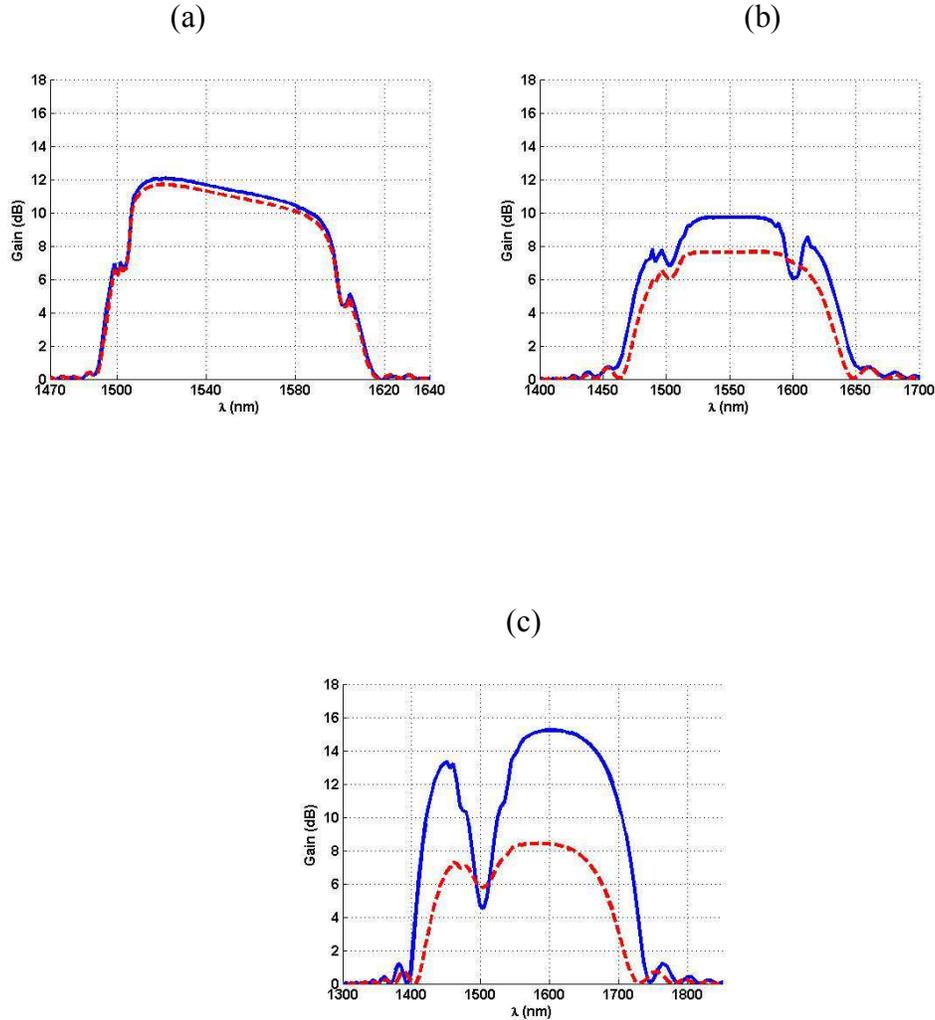


Figura 16: Simulação dos espectros de ganho obtidos para três FOPAs com bombeios circulares e ortogonais, com ou sem os termos de rotação elíptica (curvas azuis sólidas e vermelhas tracejadas, respectivamente). Os três FOPAs usam a mesma fibra que aquela usada para a obtenção da Figura 14, cujos parâmetros da birrefringência foram obtidos através de uma realização do WMM e são dados pelas curva azuis na Figura 8(a) e (b). O SOPs dos bombeios são circulares e ortogonais e o SOP do sinal é paralelo ao do bombeio de menor comprimento de onda. (a): $L = 200$ m, $P_0 = 2$ W; (b): $L = 20$ m, $P_0 = 20$ W; (c) $L = 2$ m, $P_0 = 200$ W. Observe que a curva em azul em (a) é a mesma que na Figura 14. A escala horizontal é diferente em (a), (b) e (c), pois a banda aumenta consideravelmente quando usamos altas potências.

c. Ajuste experimental

Vamos agora mostrar como os modelos descritos no Capítulo anterior podem ser utilizado para o ajuste de dados experimentais. Vamos ajustar os dados publicados em

[52]. Os espectros de ganho mostrados em [52] para um 2P-FOPA são de interesse nesta tese porque utilizam uma fibra curta (200m) altamente não linear ($\gamma = 14 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$) e tanto a correta modelagem da birrefringência quanto a inclusão dos termos de rotação elíptica são importantes para obter um bom ajuste aos ganhos medidos experimentalmente. Além disto, estuda-se nesta referencia o ganho em FOPAs com configuração XXYY e XYXY, pelo que os efeitos da variação aleatória da birrefringência devem ser corretamente modelados e nenhuma aproximação escalar é passível de ser aplicada. Nós utilizamos o WMM para modelar estas flutuações, com $D_p = 0.2 \text{ ps/km}^{0.5}$ e $L_c = 5\text{m}$. Os bombeios foram colocados em 1557 e 1595.45 nm, e as suas potencias são de 380 e 320 mW, respectivamente. O zero de dispersão da fibra está em 1576.2 nm. Fazendo apenas uma realização do processo aleatório que gera os diferentes possíveis perfis da birrefringência ao longo da fibra, obtivemos um bom ajuste experimental, como mostrado na Figura 17:

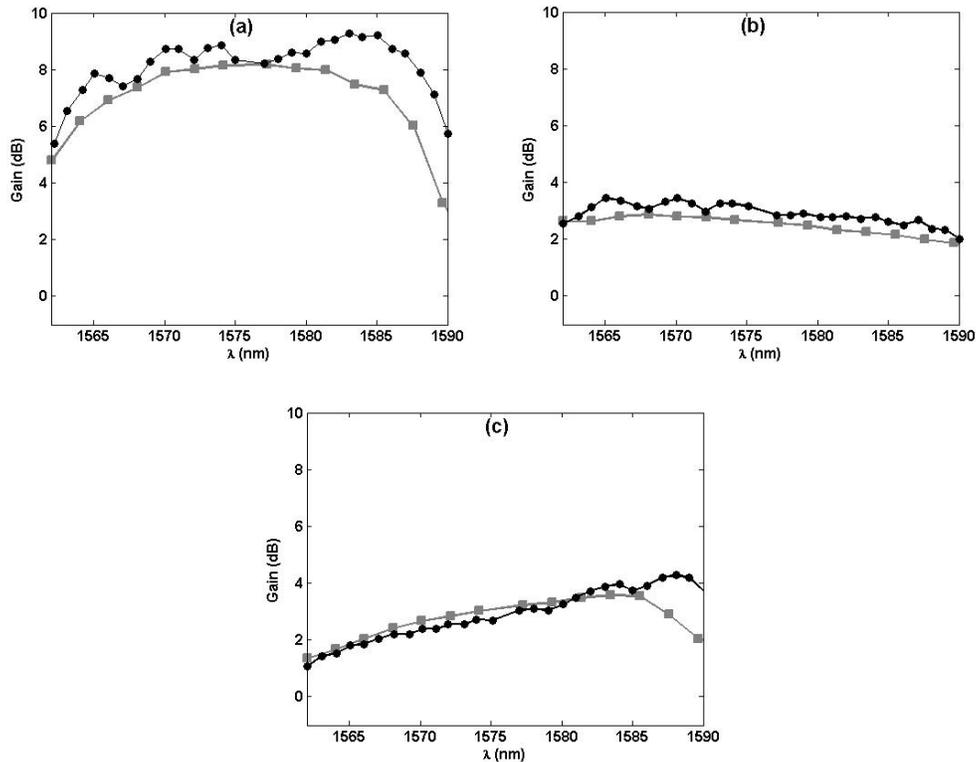


Figura 17: Ajuste do ganho medido em um 2P-FOPA utilizando uma HNLF de 200m. As curvas representadas com círculos pretos são os ganhos medidos [52] e aquelas com quadrados cinzas são os resultados das simulações utilizando o WMM para modelar as flutuações da birrefringência o SSFM,

incluindo os termos de rotação elíptica, para a solução numérica da GC-NLSE. (a) configuração XXXX; (b) configuração XXYX e (c) configuração XYXY.

d. Comentário final

Concluimos este Capítulo com um comentário final sobre a metodologia para o estudo do efeito das variações aleatórias da birrefringência em 2P-FOPAs. Na Figura 15, por exemplo, fixamos todos os parâmetros da simulação, menos os parâmetros aleatórios da birrefringência, que em cada realização foram gerados através do processo aleatório descrito pelo WMM. Os espectros em azul nos gráficos (a), (b) e (c), na Figura 15, correspondem a três realizações diferentes, e o gráfico (d) à média após 100 realizações. Esta média nos mostra quão grande é a inclinação espectral do ganho, na média, e foi usada como forma de quantificar a deterioração do ganho devido às variações aleatórias da birrefringência dos FOPAs em [47] e [48].

Queremos assinalar, porém, que, embora esta metodologia forneça algumas informações interessantes sobre a deterioração do ganho em 2P-FOPAs, ela não reflete os experimentos feitos em laboratório quando queremos otimizar o ganho de um 2P-FOPA. Se quisermos obter um ganho plano, por exemplo, o que fazemos na prática é variar as polarizações dos bombeios de forma a otimizar a curva de ganho. A título de exemplo, na Figura 18 mostramos dois espectros de ganho. O espectro representado pela linha azul-contínua foi gerado da mesma forma que os espectros na Figura 15, utilizando uma configuração RLRL na entrada da fibra e gerando os parâmetros de birrefringência da fibra através do WMM. Agora, se deixarmos estes parâmetros fixos e variarmos o SOP do bombeio de menor comprimento de onda, podemos otimizar o espectro de ganho de forma a minimizar a sua inclinação. Quando o SOP deste bombeio é elíptico, por exemplo, com a diferença de fase entre as componentes rápida e lenta do campo igual a $\pi/4$ (quando o SOP é circular esta diferença de fase é $\pm\pi/2$), obtemos a curva azul-pontilhada na Figura 18. Claramente conseguimos minimizar a inclinação do ganho variando o SOP do bombeio. Assim, o procedimento no qual a média do ganho fornecido por diferentes fibras é dada utilizando sempre os mesmos SOPs em diferentes fibras, não reflete corretamente a média dos ganhos que obteríamos em laboratório utilizando essas

mesmas fibras, já que variar o SOP dos bombeios é um procedimento padrão na montagem de FOPAs.

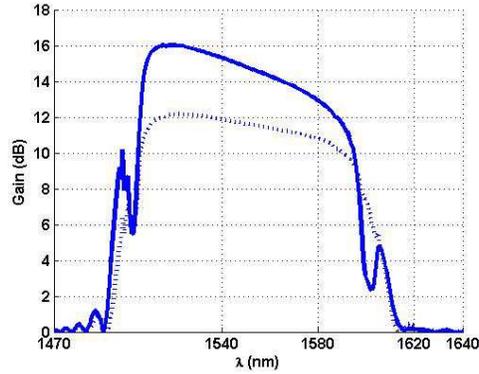


Figura 18: A curva contínua em azul é um espectro de ganho de um 2P-FOPA com configuração RLRL, gerado da mesma forma que os da Figura 19(a), (b) e (c), usando o WMM para a geração aleatória dos parâmetros da birrefringência. A curva em azul pontilhado é o ganho do mesmo FOPA, usando a mesma fibra (i.e., os mesmos parâmetros de birrefringência), mas girando em $\pi/4$ o SOP do primeiro bombeio.

Parte 3 Conclusão e perspectivas para o futuro

Capítulo 6 Conclusão

Seção 1. Resumo das contribuições originais desta tese

Apresentamos aqui um resumo das contribuições originais desta tese, que definimos como sendo 4:

(1) Método para a resolução rápida e acurada da GNLSE. Apresentamos este método na Seção 3 do Capítulo 2 e originalmente em [24].

(2) Método para a resolução rápida e acurada da GC-NLSE. Apresentamos este método na Seção 2 do Capítulo 4 e originalmente em [25] e [26].

As contribuições (3) e (4) utilizam os métodos desenvolvidos em (2) para:

(3) Validar um modelo de seis ondas polarizadas que nós mesmos desenvolvemos para o estudo de FOPAs (modelo apresentado e validado na Seção 2 do Capítulo 5 e originalmente em [27]).

(4) Desenvolver um estudo quantitativo sobre a modelagem do ganho em 2P-FOPAs, no qual mostramos que: (i) o efeito das variações aleatórias da birrefringência das fibras não pode ser simulado através do CSM, pois o WMM, mais preciso, fornece resultados que divergem dos dados pelo CSM e; (ii) os termos de rotação elípticas devem ser considerados no modelo. Este estudo foi originalmente apresentado em [26].

Assim, no caso da G-NLSE apresentamos um método rápido para a solução das equações apenas fazendo um estudo comparativo em relação aos métodos já existentes. Já no caso da GC-NLSE, desenvolvemos um novo método numérico e o aplicamos a estudos de interesse prático e teórico. Espero que fique claro, de todas as formas, que o método que

apresentamos para o caso escalar está longe de ser apenas uma implementação numérica que poderia ser desenvolvida por qualquer bom profissional da área de computação. Pelo contrário, as considerações físicas que fazemos sobre o erro no SSFM são o ponto chave que nos permitem desenvolver as aproximações analíticas implementadas no nosso método.

Como salientamos no título desta tese, e na Seção 2 do Capítulo 1 as principais aplicações estudadas nesta tese dos métodos que desenvolvemos, se referem aos sistemas de transmissão de dados e ao estudo de FOPAs. Mas das quatro contribuições originais aqui apresentadas, apenas a primeira refere-se ao estudo de sistemas de transmissão de dados. As outras três contribuições estão diretamente ligadas ao estudo de FOPAs e têm de fato aplicação prática imediata nessa área. Salientamos, também, que as contribuições originais relativas à GC-NLSE não têm utilidade nos regimes nos quais as equações de Manakov-PMD e o CSM aplicam-se, como em sistemas de transmissão de dados a altas taxas, mas, em contraste, o UPM, a primeira contribuição aqui apresentada, pode sim ser usado no estudo de dispositivos paramétricos, como fizemos em [36, 37], embora não tenhamos explorado essa possibilidade nesta tese.

Seção 2. Conclusão e perspectivas futuras

Estou iniciando o Pós-Doutorado no Laboratório de Optoeletrônica do Instituto Tecnológico de Buenos Aires (ITBA), na Argentina, sob a supervisão do Professor e Pesquisador Diego Grosz, com duração de dois anos. O meu Pós-Doutorado será financiado pelo CONICET (*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas*), organismo de fomento à pesquisa do Governo Federal argentino. O projeto aprovado é praticamente uma continuação dos trabalhos aqui apresentados. Isto explica em parte a estrutura desta tese e os assuntos que escolhi tratar, dentre todos sobre os quais trabalhei durante os meus cinco anos de doutorado (ver lista de publicações na página 89). Coloquei nesta tese apenas estudos cuja continuidade está assegurada pelo meu projeto de pós-doutorado.

O segundo ponto importante que quero sublinhar, ainda com o objetivo de tentar expor as perspectivas futuras do trabalho aqui apresentado, é o enorme sucesso, em

termos de quantidade de visitantes, do *Free Optics Project* desde que o criei. Mesmo precisando montá-lo aos poucos, já que ainda trabalhava na área comercial da empresa Padtec e me esforçava para manter o desenvolvimento do meu doutorado, o número de visitantes e de downloads dos códigos surpreendeu-me desde o começo. Na Tabela abaixo mostro alguns dados das visitas:

Número de visitas (média por mês): 120

Número de downloads dos códigos (média por mês): 50

Número de clicks nas páginas do projeto (média por mês): 4800

Países diferentes a partir dos quais se originaram as visitas (média por mês): 25

Porcentagem de visitantes que adicionam o FOP à sua lista de favoritos: 70%

Acredito que agora que poderei dedicar mais tempo à manutenção e melhora do FOP (planificação contemplada no meu projeto de Pós-Doutorado) o número de visitas e de colaborações originadas através dele crescerá substancialmente, em quantidade e qualidade. Espero que os potenciais leitores destas linhas daqui a alguns anos possam verificar minha suspeita visitando o site www.photonics.incubadora.fapesp.br.

Em relação às potenciais aplicações dos códigos aqui desenvolvidos, creio ter deixado claro na Introdução desta tese que tanto a modelagem de sistemas de transmissão quanto a de dispositivos fotônicos (os FOPAs são apenas um caso) são áreas em franco crescimento e a pesquisa, tanto básica como aplicada e “comercial”, manter-se-á por muito tempo nestas áreas. Quando analisamos os trabalhos prospectivos de desenvolvimento do setor num horizonte de quinze ou vinte anos pela frente, como o elegante trabalho de Emmanuel Desurvire em [53], as conclusões são ainda mais estimulantes. Mas quero apontar quais são as principais inovações que implementaremos nos modelos aqui apresentados nos próximos meses e sua motivação:

(1) Incorporação dos efeito Raman, de “*self-stepping*” e de “*shock-wave*” nas equações [54]. Em nenhuma das simulações apresentadas nesta tese estes efeitos precisaram ser incluídos, em virtude das potências nunca terem ultrapassado, dados os comprimentos de fibra utilizados, o limiar típico de aparecimento destes efeitos em fibras de sílica. Mas

estes efeitos são importantes quando altas potências são utilizadas e, dado o crescente interesse em estudar dispositivos paramétricos utilizando bombesios de alta potência, será importante incluir-los nas equações.

(2) Uma área de rápido crescimento em todo o mundo é a da assim chamada óptica em guias de onda de silício, ou “*silicon waveguides*”, devido à fácil integração destes guias de onda aos chips de silício tradicionais [55]. As equações de propagação em guias de onda de silício são muito parecidas com aquelas estudadas nesta tese, e podemos assim facilmente adaptar o nosso código para a simulação da propagação nestes guias de onda. Os novos efeitos que precisam ser incorporados nas equações são discutidos em detalhe em [56], o que facilitará a sua implementação.

Quero finalizar esta tese sublinhando, mais uma vez, que todos os códigos utilizados para a realização das simulações aqui apresentadas estão disponíveis para download em:

<http://photonics.incubadora.fapesp.br/portal/download/rieznik-thesis>

Os procedimentos para download e instalação dos códigos, assim como para a geração das Figuras desta tese, estão explicados neste mesmo endereço eletrônico.

Anexo I: derivação das soluções analíticas para 2P-FOPAs nos modelos de quatro e seis ondas

Seção 1. Modelo de quatro ondas

Vamos nesta seção derivar a equação (0.54), definindo explicitamente os coeficientes r e g . Se substituirmos (0.53) e (0.52) em (0.5) e (0.7), obtemos a seguinte equação de propagação para os vetores \vec{A}_k definidos na equação (0.57):

$$-\frac{i}{\gamma} \frac{d\vec{A}_k}{dz} = [\vec{A}_k, \vec{A}_k^*, \vec{A}_k] + \sum_{j \neq k=1}^4 2[\vec{A}_j, \vec{A}_j^*, \vec{A}_k] + 2[\vec{A}_m, \vec{A}_n^*, \vec{A}_l] \exp(i\Delta\beta_{lkmn}z) \quad (\text{GGG.0})$$

na qual

$$\Delta\beta_{lkmn} = \beta^m + \beta^n - \beta^l - \beta^k = \beta(\omega_m) + \beta(\omega_n) - \beta(\omega_l) - \beta(\omega_k) \quad (\text{A.60})$$

e

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} + (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} + (\vec{c} \cdot \vec{a})\vec{b}] / 3 \quad (\text{A.61})$$

Além disso, os inteiros k, l, m e n são tais que se $k = 1$ ou 2 , então $l = 3-k, m = 3, n = 4$, e se $k = 3$ ou 4 , então $l = 7-k, m = 1, n = 2$. (Lembrando que usamos os subscritos 1 e 2 para as frequências dos bombeios, 3 para a frequência do sinal e 4 para a do sinal escravo.). Os três termos no lado direito da equação (GGG.0) correspondem às interações do laser com si mesmo (SPM), às interações entre duas ondas, que leva à modulação de fase cruzada (XPM), e às interações entre quatro ondas diferentes (FWM), respectivamente. O FWM da origem aos três processos mencionados no item c.1 da Seção 2 no Capítulo 5 i.e., os processos de WE, de FWM degenerado e de FWM tradicional.

Vamos agora aplicar a equação (GGG.0) para obter primeiramente uma solução analítica para a equação de propagação dos bombeios e depois para a do sinal.

a. Solução para os bombeios

Se assumirmos que as potências dos bombeios são muito maiores do que as do sinal e do sinal escravo, então na equação de propagação para os bombeio ($k = 1$ ou 2) podemos desprezar o último termo em (GGG.0) e manter na somatória do segundo termo apenas os termos referente à XPM entre os bombeios:

$$-\frac{i}{\gamma} \frac{d\bar{A}_k}{dz} = [\bar{A}_k, \bar{A}_k^*, \bar{A}_k] + 2[\bar{A}_l, \bar{A}_l^*, \bar{A}_k],$$

$$k=1,2; l=3-k \quad (\text{A.62})$$

Para estados de polarização circulares ou lineares os dois colchetes na equação (A.62) são proporcionais a \bar{A}_k e a constante de proporcionalidade pode ser obtida a través da multiplicação escalar dos dois lados da equação por \hat{e}_k^* , onde \hat{e}_k é dado pela equação (0.57). Obtemos então

$$\frac{dA_k}{dz} = i\gamma(a_{kk}P_k + a_{kl}P_l)A_k \equiv p_k A_k$$

$$k=1,2; l=3-k \quad (\text{A.63})$$

na qual $P_k = \bar{A}_k \cdot \bar{A}_k^*$ e

$$a_{kl} \equiv \frac{\left(1 + |\hat{e}_k \cdot \hat{e}_l|^2 + |\hat{e}_k \cdot \hat{e}_l^*|^2\right)}{3} \quad (\text{A.64})$$

A solução da equação (A.63) é

$$A_k(z) = A_k(0) \exp(ip_k z), k=1,2. \quad (\text{A.65})$$

b. Solução para o sinal e o sinal escravo

Na equação para os sinais, desprezamos em (GGG.0) os termos de XPM entre o sinal e o sinal escravo e os termos de SPM. Além disso usamos a solução (A.65) para expressar

explicitamente a dependência dos campos dos bombeios com z , obtendo, a través de uma derivação análoga a realizada para obter (A.63),

$$\frac{dA_3}{dz} = ip_3 A_3 + ir \exp\left[i(p_1 + p_2 + \Delta\beta)z\right] A_4^* \quad (\text{A.66})$$

$$\frac{dA_4}{dz} = ip_4 A_4 + ir \exp\left[i(p_1 + p_2 + \Delta\beta)z\right] A_3^* \quad (\text{A.67})$$

nas quais $\Delta\beta = \beta^3 + \beta^4 - \beta^1 - \beta^2$ e as definições

$$p_k = 2\gamma(a_{k1}P_1 + a_{k2}P_2), \quad (\text{A.68})$$

$$r = 2\gamma A_1(0)A_2(0)\left[\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_k^*, \hat{e}_l^*\right], \quad (\text{A.69})$$

$$k = 3, 4; l = 7 - k.$$

na qual utilizamos a notação

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \cdot \vec{d} = [(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{c} \cdot \vec{d}) + (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{d}) + (\vec{c} \cdot \vec{a})(\vec{b} \cdot \vec{d})]/3$$

Introduzindo $\kappa = \Delta\beta + \Delta\beta_{NL}$, na qual $\Delta\beta_{NL} = p_3 + p_4 - p_1 - p_2$, definimos

$$C_k = A_k \exp\left[i\left(\frac{\kappa}{2} - p_k\right)z\right], k = 3, 4; l = 7 - k \quad (\text{A.70})$$

Obtendo a seguinte equação para os C_k s:

$$\frac{d^2 C_k}{dz^2} - g^2 C_k = 0, \quad (\text{A.71})$$

na qual

$$g = |r|^2 - \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2 \quad (\text{A.72})$$

Os campos na saída são portanto obtidos através de uma combinação linear de $\exp(gz)$ e $\exp(-gz)$. Utilizando as condições iniciais encontramos a solução analítica:

$$C_k(z) = A_k(0) \cosh(gz) + \frac{i}{g} \left[\frac{\kappa}{2} A_k(0) + r A_l^*(0) \right] \sinh(gz) \quad (\text{A.73})$$

$$k = 3, 4; l = 7 - k$$

Se considerarmos agora que a potência na frequência do sinal escravo é nula na entrada da fibra ($A_4 = 0$), podemos assumir por simplicidade e sem perda de generalidade que todas as fases do campo são nulas na entrada da fibra ($A_k = \sqrt{P_k}$), pois neste caso o ganho da potencia do sinal independe das fases de entrada. Temos então:

$$\frac{A_3(z)}{A_3(0)} = \left[\cosh(gz) + i \frac{\kappa}{2g} \sinh(gz) \right] \exp \left[i \left(p_3 - \frac{\kappa}{2} \right) z \right] \quad (\text{A.74})$$

e para o ganho:

$$G_3 \equiv \frac{|A_3(z)|^2}{|A_3(0)|^2} = 1 + \left| \frac{r}{g} \sinh(gz) \right|^2 \quad (\text{A.75})$$

Que é a equação (0.54) que queríamos derivar.

Seção 2. Modelo de seis ondas

Vamos agora estudar o modelo de seis ondas, derivando a equação (0.58). As equações para os bombeio são idênticas às do modelo de quatro ondas e possuem portanto a mesma solução analítica (A.65). No caso das equações para o sinal e o sinal escravo, porém,

consideramos agora os processos de FWM degenerado ao redor dos dois bombeios e os processos de WE, que tinham sido desprezados no modelo de quatro ondas. Obtemos então, de (GGG.0), as seguintes equações para as quatro ondas restantes:

$$\begin{aligned}
-i\frac{d\bar{A}_3}{dz} &= 2[\bar{A}_1, \bar{A}_1^*, \bar{A}_3] + 2[\bar{A}_2, \bar{A}_2^*, \bar{A}_3] + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_4^*]e^{i\Delta\beta_{1234}z} + [\bar{A}_1, \bar{A}_1, \bar{A}_5^*]e^{i\Delta\beta_{1135}z} + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2^*, \bar{A}_6]e^{i\Delta\beta_{1623}z} \\
-i\frac{d\bar{A}_4}{dz} &= 2[\bar{A}_1, \bar{A}_1^*, \bar{A}_4] + 2[\bar{A}_2, \bar{A}_2^*, \bar{A}_4] + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3^*]e^{i\Delta\beta_{1234}z} + [\bar{A}_2, \bar{A}_2, \bar{A}_6^*]e^{i\Delta\beta_{2246}z} + 2[\bar{A}_1^*, \bar{A}_2, \bar{A}_5]e^{i\Delta\beta_{2514}z} \\
-i\frac{d\bar{A}_5}{dz} &= 2[\bar{A}_1, \bar{A}_1^*, \bar{A}_5] + 2[\bar{A}_2, \bar{A}_2^*, \bar{A}_5] + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_6^*]e^{i\Delta\beta_{1256}z} + [\bar{A}_1, \bar{A}_1, \bar{A}_3^*]e^{i\Delta\beta_{1135}z} + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2^*, \bar{A}_4]e^{i\Delta\beta_{1425}z} \\
-i\frac{d\bar{A}_6}{dz} &= 2[\bar{A}_1, \bar{A}_1^*, \bar{A}_6] + 2[\bar{A}_2, \bar{A}_2^*, \bar{A}_6] + 2[\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_5^*]e^{i\Delta\beta_{1256}z} + [\bar{A}_2, \bar{A}_2, \bar{A}_4^*]e^{i\Delta\beta_{2246}z} + 2[\bar{A}_1^*, \bar{A}_2, \bar{A}_3]e^{i\Delta\beta_{2316}z}
\end{aligned} \tag{A.76}$$

Definindo agora

$$\begin{aligned}
a_{klmn} &= [\hat{e}_k, \hat{e}_l, \hat{e}_m^*, \hat{e}_n^*] \mathbf{e} \\
c_{klmn} &= a_{klmn} \exp(i\Delta\beta_{klmn}z)
\end{aligned} \tag{A.77}$$

e $A_{k0} \equiv A_k(0)$, podemos multiplicar escalarmente as equações (A.76) por $\hat{e}_k^*, k=3,4,5,6$ e obter:

$$\begin{aligned}
-i\frac{dA_3}{dZ} &= 2(a_{13}P_1 + a_{23}P_2)A_3 + 2c_{1234}(z)A_{10}A_{20}A_4^* \exp[i(\varphi_1 + \varphi_2)] + 2c_{1135}(z)A_{10}^2A_5^* \exp(2i\varphi_1) \\
&\quad + 2c_{1623}(z)A_{10}A_{20}^*A_6 \exp[i(\varphi_1 - \varphi_2)] \\
-i\frac{dA_4}{dZ} &= 2(a_{14}P_1 + a_{24}P_2)A_4 + 2c_{1234}(z)A_{10}A_{20}A_3^* \exp[i(\varphi_1 + \varphi_2)] + c_{2246}(z)A_{20}^2A_6^* \exp(2i\varphi_2) \\
&\quad + 2c_{2514}(z)A_{10}^*A_{20}A_5 \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)] \\
-i\frac{dA_5}{dZ} &= 2(a_{15}P_1 + a_{25}P_2)A_5 + 2c_{1256}(z)A_{10}A_{20}A_6^* \exp[i(\varphi_1 + \varphi_2)] + c_{1135}(z)A_{10}^2A_3^* \exp(2i\varphi_1) \\
&\quad + 2c_{1425}(z)A_{10}A_{20}^*A_4 \exp[i(\varphi_1 - \varphi_2)] \\
-i\frac{dA_6}{dZ} &= 2(a_{16}P_1 + a_{26}P_2)A_6 + 2c_{1256}(z)A_{10}A_{20}A_5^* \exp[i(\varphi_1 + \varphi_2)] + c_{2246}(z)A_{20}^2A_4^* \exp(2i\varphi_2) \\
&\quad + 2c_{2316}(z)A_{10}^*A_{20}A_3 \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)]
\end{aligned} \tag{A.78}$$

nas quais $\varphi_1 = p_1$ e $\varphi_2 = p_2$. Observe que nas equações (A.78) aparecem seis valores diferentes de $\Delta\beta_{klmn}$. Os termos contendo $\Delta\beta_{1135}$ e $\Delta\beta_{2246}$ correspondem aos termos de FWM degenerado ao redor dos dois bombeios. Os termos contendo $\Delta\beta_{1623}$ e $\Delta\beta_{2514}$ correspondem a processos de WE e, finalmente, os termos contendo $\Delta\beta_{1234}$ e $\Delta\beta_{1256}$

correspondem ao FWM tradicional, termos também contemplados no modelo de quatro ondas.

A descrição detalhada dos espectros de ganho dados por estas equações é complexa, pois depende de vários termos variando a diferentes taxas com o a frequência. Por essa razão, não tentamos obter o ganho analítico em todo o espectro, como na equação (0.54), senão que nos atemos a uma região espectral estreita ao redor dos bombeios. Neste caso, pode ser demonstrado que todos os $\Delta\beta_{klmn}$ na equação (A.78) vão a zero, permitindo substituir $c_{klmn}(z)$ por $a_{klmn}(z)$. Em todos os exemplos dados nesta tese, a região espectral ao redor dos bombeios onde esta aproximação se aplica, é de ~ 1 nm. Nestas circunstancias as únicas exponenciais remanescentes em (A.78) são aquelas contendo φ_1 e φ_2 e podem ser eliminadas fazendo as transformações $A_3 = B_3 \exp(i\varphi_1)$, $A_4 = B_4 \exp(i\varphi_2)$, $A_5 = B_5 \exp(i\varphi_1)$ e $A_6 = B_6 \exp(i\varphi_2)$:

$$\begin{aligned}
-i \frac{dB_3}{dZ} &= [(2a_{13} - a_{11})P_1 + (2a_{23} - 2a_{21})P_2]B_3 + 2a_{1234}A_{10}A_{20}B_4^* + a_{1135}A_{10}^2B_5^* + 2a_{1623}A_{10}A_{20}^*B_6 \\
i \frac{dB_4^*}{dZ} &= [(2a_{14} - a_{22})P_1 + (2a_{24} - 2a_{21})P_2]B_4^* + 2a_{1234}^*A_{10}^*A_{20}^*B_3 + a_{2246}^*(A_{20}^*)^2B_6 + 2a_{2514}^*A_{10}A_{20}^*B_5^* \\
i \frac{dB_5^*}{dZ} &= [(2a_{15} - a_{11})P_1 + (2a_{25} - 2a_{21})P_2]B_5^* + 2a_{1256}^*A_{10}^*A_{20}^*B_6 + a_{1135}^*(A_{10}^*)^2B_3 + 2a_{1425}^*A_{10}^*A_{20}B_4^* \\
-i \frac{dB_6}{dZ} &= [(2a_{16} - a_{22})P_1 + (2a_{26} - 2a_{21})P_2]B_6 + 2a_{1256}A_{10}A_{20}B_5^* + a_{2246}A_{20}^2B_4^* + 2a_{2316}A_{10}^*A_{20}B_3
\end{aligned}$$

Que podem ser re-escritas como

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} B_3 \\ B_4^* \\ B_5^* \\ B_6 \end{bmatrix} = i\gamma \begin{bmatrix} b_{33} & 2a_{1234}A_{10}A_{20} & a_{1135}A_{10}^2 & 2a_{1623}A_{10}A_{20}^* \\ -2a_{1234}^*A_{10}^*A_{20}^* & b_{44} & -2a_{2514}^*A_{10}A_{20}^* & -a_{2246}^*(A_{20}^*)^2 \\ -a_{1135}^*(A_{10}^*)^2 & -2a_{1425}^*A_{10}^*A_{20} & b_{55} & -2a_{1256}^*A_{10}^*A_{20}^* \\ 2a_{2316}A_{10}^*A_{20} & a_{2246}A_{20}^2 & 2a_{1256}A_{10}A_{20} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_3 \\ B_4^* \\ B_5^* \\ B_6 \end{bmatrix} \quad (\text{A.79})$$

na qual

$$\begin{aligned}
b_{33} &= [(2a_{13} - a_{11})P_1 + (2a_{23} - 2a_{21})P_2] \\
b_{44} &= -[(2a_{14} - a_{22})P_1 + (2a_{24} - 2a_{21})P_2] \\
b_{55} &= -[(2a_{15} - a_{11})P_1 + (2a_{25} - 2a_{21})P_2] \\
b_{66} &= [(2a_{16} - a_{22})P_1 + (2a_{26} - 2a_{21})P_2]
\end{aligned} \tag{A.80}$$

A equação (A.79) tem a forma $dB/dz = NB$, na qual B é um vetor coluna. Como N é uma matriz com coeficientes constantes, a solução pode ser expressa em termos de uma matriz exponencial:

$$B(z) = \exp(Nz)B(0) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(Nz)^m}{m!} B(0)$$

Que é a expressão que queríamos derivar, equação (0.58). Se impormos a condição de que só as potencias dos bombeios e do sinal estão presentes na entrada da fibra, podemos continuar com a derivação e encontrar soluções exatas para $G_3(z) = P_3(z)/P_3(0)$, mas é um processo que envolve uma serie de manipulações algébricas algo extensas e, como esta solução analítica não foi utilizada nesta tese, não a escrevemos aqui. O leitor interessado pode consultar a derivação de $G_3(z)$ em [27].

Acrônimos

1P-FOPA	FOPA de um bombeio (<i>One pump FOPA</i>)
2P-FOPA	FOPA de dois bombeios (<i>Two pumps FOPA</i>)
BPM	(<i>Beam Propagation Method</i>)
CONICET	(<i>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas</i>)
CSM	(<i>Coarse-Step Method</i>)
EDFA	Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada com Érbio (<i>Erbium-Doped Fiber Amplifier</i>)
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
FLAG	(<i>Fiber Loop Around de Globe</i>)
FOP	(<i>Free Optics Project</i>)
FOPA	(<i>Fiber Optic Parametric Amplifiers</i>)
FWM	Mistura de Quatro Ondas (<i>Four Wave Mixing</i>)
FWHM	(<i>Full Width at Half Maximum</i>)
G-NLSE	Generalized Non-Linear Schrödinger Equation
GC-NLSE	Generalized Coupled Non-Linear Schrödinger Equation
ITBA	(<i>Instituto Tecnológico de Buenos Aires</i>)
LEM	(<i>Local Error Method</i>)
NPRM	(<i>Non-Linear Phase-Rotation Method</i>)
OPA	Amplificadores Paramétricos (<i>Optical Parametric Amplifier</i>)
PDG	(<i>Polarization Dependent Gain</i>)
PMD	(<i>Polarization-Mode Dispersion</i>)
QM	Mecânica Quântica (<i>Quantum Mechanics</i>)
RZ	(<i>Return-to-Zero</i>)
SOP	Estado de Polarização (<i>State of Polarization</i>)
SPM	Auto-Modulação de Fase (<i>Self-Phase Modulation</i>)
SSFM	(<i>Split-Step Fourier Method</i>)
S-SSFM	SSFM de segunda ordem (<i>Split-Step Fourier Symmetrized Method</i>)
SVE	Envelope Lentamente Variável (<i>Slowly Varying Envelope</i>)

UPM	Método do Principio da Incerteza (<i>Uncertainty Principle Method</i>)
XPM	Modulação de Fase Cruzada (<i>Cross Phase Modulation</i>)
WDM	Multiplexação por Comprimento de Onda (<i>Wavelength Division Multiplexing</i>)
WE	(<i>Wavelength Exchange</i>)
WOM	(<i>Walk-Off Method</i>)
WMM	(<i>Wai-Menjuk Method</i>)

Lista de Figuras

- Figura 1: Ilustração das escalas de comprimento chave em comunicações ópticas e fotônicas, e do tipo de equação aplicável em cada caso. Observe o sombreado indicando que não existe um limite exato separando as regiões em que cada tipo de equação é válido. Este limite depende, entre outras coisas, dos parâmetros do guia de onda e das potências envolvidas. GC-NLSE: *Generalized Coupled Non-Linear Schrödinger Equation (vetorial)*; G-NLSE: *Generalized Non-Linear Schrödinger Equation* (escalar); $\gamma \rightarrow (8/9)\gamma$ indica que nestas equações o coeficiente não linear deve ser substituído pelo seu valor multiplicado por 8/9. 6
- Figura 2: diagrama esquemático representando o funcionamento de FOPAs de um e dois bombeios. 9
- Figura 3: Número de FFTs em função do erro relativo global para um sóliton de segunda ordem propagando-se por ~ 81.2 km de fibra. Os resultados dos métodos UPM, LEM e NPRM são mostrados. As linhas unindo os pontos são apenas para ajudar a identificar o comportamento geral dos diferentes métodos. Lembramos que o computador utilizado para fazer as simulações apresentadas nesta tese, um Pentium IV de 3.2 GHz com 2 GB de memória RAM, realiza aproximadamente 400 FFTs por segundo. 30
- Figura 4 Número de FFTs em função do erro relativo global para uma coalizão de dois sólitons propagando-se em 400 km de fibra. Mostramos os resultados do UPM, do LEM, e do NPRM 31
- Figura 5: Número de FFTs em função do erro relativo global para a simulação de um sistema WDM de oito canais modulados a 10 Gb/s cada. Mostramos os resultados para o UPM, o LEM e o WOM, para distâncias de propagação de (a) 10 km e (b) 50 km. 32
- Figura 6: representação da estrutura do SSFM para a solução da GC-NLSE em um dos segmentos da fibra. D = dispersão; LBR = birrefringência linear; NL = não linearidade; FT=FFT = transformada de Fourier; IFT= F^{-1} = transformada de Fourier inversa FT. L= \Rightarrow C e C= \Rightarrow L são transformações de uma base linear para uma circular e vice-versa. 41
- Figura 7: Diagrama esquemático da flutuação do vetor $\delta\vec{\beta}_0(z)$. Este vetor define a orientação do eixo de menor velocidade de grupo e tem módulo igual a $\delta\beta_{10}(z)/2$ ($\delta\beta_{10}$ é definido em (0.33)). Também definimos na figura os parâmetros p e q , as componentes do vetor ao longo dos eixos fixos x e y , respectivamente. 43
- Figura 8: (a) ângulo de rotação $\theta(z)$ da birrefringência ao longo de uma fibra com $L = 200$ m e comprimento de correlação $L_c = 50$ m; valores gerados usando o CSM (curva vermelha tracejada) ou o WMM (azul); (b) variação de $\delta n(z)$ ao longo da mesma fibra, obtida de forma similar a (a). 46

Figura 9: Notação utilizada para denominar 2P-FOPAs com sinal e bombeios linearmente ou circularmente polarizados. Também mostramos a notação utilizada para denominar as diferentes frequências nos modelos de quatro e seis ondas. A frequência central ω_c é tal que $2\omega_c = \omega_1 + \omega_2$ 50

Figura 10: Um 2P-FOPA com configuração XYXY. A diferença da Figura 9 é que a frequência do sinal está agora à direita da frequência do bombeio adjacente a ele. Fazemos isto propositadamente para mostrar a consistência da notação utilizada, que é independente do fato do sinal estar espectralmente à esquerda ou à direita do bombeio adjacente a ele. 51

Figura 11: Espectros de ganho obtidos através do SSFM (linhas sólidas) e da solução analítica (0.54), dada pelo modelo de quatro ondas tradicional (linhas pontilhadas). (a) Bombeio de menor comprimento de onda na direção y, o outro bombeio na direção x e o sinal na direção x; (b) bombeio de menor comprimento de onda circularmente polarizado à esquerda, o outro bombeio à direita e o sinal à direita; (c) Um FOPA RRRR. 57

Figura 12: Espectros de ganho obtidos identicamente aos da Figura 11(a), mas usando diferentes comprimentos de fibra: (a) 500m e (b) 1000m. Linhas sólidas: SSFM; Linhas pontilhadas: solução analítica (0.54) do modelo de quatro ondas tradicional. 58

Figura 13: Espectros de ganho para os mesmo parâmetros de entrada que aqueles mostrados na Figura 11, mas para as configurações (a) YXXY e (b) LRRL Linhas sólidas: SSFM; Linhas tracejadas: solução analítica do modelo de quatro ondas. 59

Figura 14: Simulação dos espectros de ganho para um 2P-FOPA com bombeios ortogonais e circulares. Usamos os mesmos parâmetros que aqueles usados para gerar a Figura 11(b), mas ao invés de considerar a fibra isotrópica, usamos os parâmetros aleatórios da birrefringência dados pela Figura 8. As cores dos espectros são condizentes com as curvas para $\theta(z)$ e $\Delta n(z)$ mostradas na Figura 8, correspondentes ao WMM (azul) ou ao CSM (vermelha). 62

Figura 15: (a), (b) e (c): Espectros de ganho para um 2P-FOPA com bombeios ortogonais e circulares, como na Figura 14, mas correspondentes a outras três realizações do processo randômico gerando $\theta(z)$ e $\Delta n(z)$ e, portanto, não mais com os parâmetros da birrefringência dados pela Figura 8. (d): Ganhos médios após 100 realizações do processo randômico. Linhas Sólidas Azuis: WMM. Linhas vermelhas pontilhadas: CSM. 62

Figura 16: Simulação dos espectros de ganho obtidos para três FOPAs com bombeios circulares e ortogonais, com ou sem os termos de rotação elíptica (curvas azuis sólidas e vermelhas tracejadas, respectivamente). Os três FOPAs usam a mesma fibra que aquela usada para a obtenção da Figura 14, cujos parâmetros da birrefringência foram obtidos através de uma realização do WMM e são dados pelas curva azuis na Figura 8(a) e (b). O SOPs dos bombeios são circulares e ortogonais e o SOP do sinal é paralelo ao do bombeio de menor comprimento de onda. (a): $L = 200$ m, $P_0 = 2$ W; (b): $L = 20$ m, $P_0 = 20$ W; (c) $L = 2$ m, $P_0 = 200$ W. Observe que a curva em azul em (a) é a mesma que na

Figura 14. A escala horizontal é diferente em (a), (b) e (c), pois a banda aumenta consideravelmente quando usamos altas potências..... 64

Figura 17: Ajuste do ganho medido em um 2P-FOPA utilizando uma HNLF de 200m. As curvas representadas com círculos pretos são os ganhos medidos [52] e aquelas com quadrados cinzas são os resultados das simulações utilizando o WMM para modelar as flutuações da birrefringência o SSFM, incluindo os termos de rotação elíptica, para a solução numérica da GC-NLSE. (a) configuração XXXX; (b) configuração XXYY e (c) configuração XYXY..... 65

Figura 18: A curva contínua em azul é um espectro de ganho de um 2P-FOPA com configuração RLRL, gerado da mesma forma que os da Figura 19(a), (b) e (c), usando o WMM para a geração aleatória dos parâmetros da birrefringência. A curva em azul pontilhado é o ganho do mesmo FOPA, usando a mesma fibra (i.e., os mesmos parâmetros de birrefringência), mas girando em $\pi/4$ o SOP do primeiro bombeio. 67

Publicações

Durante o Doutorado

International Journals

1. Rieznik,A.A. and Fragnito,H.L. “*Analytical solution for the dynamic behavior of erbium-doped fiber amplifiers with constant population inversion along the fiber*”. **Journal of the Optical Society of America B (JOSA B)**, v.21, n. 10, p.1732-1739. 2004.
2. Rieznik,A.A.; Tolisano,T.; Callegari,F.A.; Grosz,D.F. and Fragnito,H.L. “*Uncertainty relation for the optimization of optical-fiber transmission systems simulations*”. **Optics Express**, v.13, n.10, p.3822-3834. 2005.
3. Rieznik,A.A. and Rigolin,G. “*Spontaneous decay rates in active waveguides*”. **Optics Letters**, v.30, n.10, p.1108-1110. 2005.
4. Gallep,C.; Rieznik,A.A.; Fragnito,H.; Frateschi,N. and Conforti,E. “*Black-box model for the complete characterization of the spectral gain and noise in semiconductor optical amplifiers*”. **Optics Express**, v.14, n.4, p.1626-1631. 2006.
5. Lopez-Barbero,A.P.; Pontes,M.J.; Rocco Giraldi,M.T.M.; Cani,S.P.N.; Calmon,L.C.; Segatto,M.E.V.; Martinez,M.A.G.; and Rieznik,A.A. “*Numerical routines for the optimization of pumps power and wavelength in distributed Raman amplifiers*”. **Fiber and Integrated Optics**, v.25, n.5, p.347-361. 2006.
6. Rieznik,A.A.; Fragnito,H.L.; Costa e Silva,M.B. and Von der Weid,J.P. “*Study on optimum fiber length for maximum gain in C- and L-band EDFAs*”. **Optics Communications**, v.266, n.2, p.546-551. 2006.
7. Marhic,M.E.; Rieznik,A.A.; Fragnito,H.L. and Kazovsky,L.G. “*Investigation of the gain spectrum near the pumps of two-pump fiber OPAs*”. **Journal of the Optical Society of America B (JOSA B)**, v.25, n.1, p.22-30. 2008.

8. Cerqueira S. Jr, A.; Chavez Boggio, J.M.; Rieznik, A.A.; Hernandez-Figueroa, H.E.; Fragnito, H.L. and Knight, J.C. "*Highly Efficient generation of broadband cascaded four-wave mixing products*". Accepted for publication in **Optics Express**.
9. Marhic, M.E.; Rieznik, A.A.; Kalogerakis, G.; Braimiotis, C.; Fragnito, H.L. and Kazovsky, L.G. "*Accurate Numerical Simulation of Short Fiber Optical Parametric Amplifiers*". Accepted for publication in **Optics Express**.

National Journals

10. Rigolin, G. and Rieznik, A.A. "*Introduction to quantum cryptography*". **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.27, n.4, p.517-526.2005.

International Conferences

11. Rieznik, A.A.; Arellano, W.A.; Wiederhecker, G.S.; Mayer Alegre, T. P. and, Fragnito, H.L. "*EDFAs Gain and Noise Figure Dependence on the Fiber Length: Comparison between L and C bands*". **Proceedings of the IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference 2003 (IMOC 2003)**, v.1, p.115-119, Foz do Iguaçu, Brazil, 20-23 September 2003.
12. Mayer Alegre, T.P.; Wiederhecker, G.S.; Rieznik, A.A.; Branciforte, T.A.R.; and Fragnito, H. L. "*Spectral Replica Holes in the ASE Spectra of EDFs with Different Co-Doping Elements and Erbium Concentrations*". **Proceedings of the IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference 2003 (IMOC 2003)**, v.1, p.111-113, Foz do Iguaçu, Brazil, 20-23 September 2003.
13. Meirelles, T.T.; Rieznik, A.A. and Fragnito, H.L. "*Study of a new split-step Fourier Algorithm for optical fiber transmission system simulation*". **IEEE International Microwaves and Optoelectronics Conference 2005 (IMOC 2005)**, Brasília, Brazil, 25-28 July 2005.
14. Dainese, P.; Wiederhecker, G.S.; Rieznik, A.A.; Fragnito, H.L. and Hernández-Figueroa, H.E. "*Designing fiber dispersion for broadband parametric amplifiers*". **IEEE International Microwaves and Optoelectronics Conference 2005 (IMOC 2005)**, Brasília, Brazil, 25-28 July 2005.

15. Rieznik,A.A.; Gallep,C.; Bierwagen,H.; Conforti,E. and Fragnito,H.L. "*Spectral functional forms for modeling SOAs noise*". **IEEE International Microwaves and Optoelectronics Conference 2005 (IMOC 2005)**, Brasília, Brazil, 25-28 July 2005.
16. Barbero,A.P.L.; Cani,S.P.N.; Calmon,L.C.; Segatto,M.E.V.; Pontes,M.J.; Giraldi,M.T.M.R.; Martinez,M.A.G. and Rieznik,A.A. "*Fast optimization technique to precisely determine distributed Raman amplifiers pump wavelength and power*". **Anal. of the 5thConfTele – Conference on Telecommunications**, Tomar,Portugal, 6-8 April 2005.
17. Marhic M.E.; Rieznik A.A.; Fragnito H.L. and Kazovsky L.G., "*Accurate Modeling of Fiber OPAs with Nonlinear Ellipse Rotation Terms in the Split-Step Fourier Method*," **Optical Amplifiers and Applications Conference**, 2006, Whistler, Canada, June 25-28, paper JWB35.
18. Cerqueira S. Jr,A.; Marconi,D.; Rieznik,A.A.; Hernandez-Figueroa,H.E.; Fragnito,H.L. and Knight, J.C. "*Multiple four-wave mixing in ultra-flattened dispersion photonic crystal fibers*". **Proceedings of the Optical Fibers Conference 2008 (OFC 2008)**, **Technical Digest**, paper OtuB, San Diego, California, USA, 24-28 February 2008.

Anteriores ao Doutorado

International Conferences

19. Rieznik,A. A.; Wiederhecker,G.S.; Mayer Alegre,T.P. and Fragnito,H.L. "*Determination of Er-Fibre L-Band Gain Coefficient from Measured ASE spectra*". **Proceedings of The 15th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society (LEOS 2002)**, p.494-495, WQ1, Glasgow, Scotland, 10-14 November 2002.
20. Rieznik,A.A.; Fragnito,H.L.; Pontes,M.J. and Klein,J. "*L-Band EDFA Gain Dependence on The Return Loss of The Components In The Amplifier Input Port*". **Proceedings of The 15th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society (LEOS 2002)**, p.661-662, ThE2, Glasgow, Scotland, 10-14 November 2002.

21. Rieznik, A.A.; Wiederhecker, G.S.; Fragnito, H.L.; Carvalho, M.T.; Sundheimer, M.L.; Gomes, A.S.L.; Bastos-Fiho, C.J. and Martins-Filho, J.F. “*Black Box Model for Thulium Doped Fiber Amplifiers*”. **Proceedings of the Optical Fibers Conference 2003 (OFC 2003), Technical Digest**, paper FB2, pp. 627-628, Atlanta, Georgia, USA, 23-28 May 2003.

National Conferences

22. Berent, M.O.; Rieznik, A.A.; Arellano, W.A.; Faria, I. and Fragnito, H.L. “*Observation of Spectral Hole Burning in the Amplified Spontaneous Emission Spectrum of Erbium Doped Fibers*”. **IX Brazilian Symposium on Microwaves and Optoelectronics (SBMO 2000)**, I-3, Joao Pessoa, Paraiba, Brazil, 2000.
23. M.O. Berendt, A.A. Rieznik, W. A. Arellano, Ildelfonso de Faria and, H.L. Fragnito, “*Double Band Erbium Doped Fiber Amplifier with only one Pump Laser*”, IX Brazilian Symposium on Microwaves and Optoelectronics (SBMO 2000), I-4, Joao Pessoa, Paraiba, Brazil, 2000.
24. G.S. Wiederhecker, A.A. Rieznik, E. Vanin, and, H.L. Fragnito, “*Spectral Validation of a Black Box Model for L-band Erbium Doped Fiber Amplifiers*”, Anais do XXV Encontro Nacional de Física da Materia Condensada, Caxambú, Minas Gerais, Brazil, May 2002.
25. T. P. Mayer Alegre, G.S. Wiederhecker, A.A. Rieznik and, H.L. Fragnito, “*Observation of Replica Holes in Erbium Doped Silica Fibers*”, Anais do XXV Encontro Nacional de Física da Materia Condensada, Caxambú, Minas Gerais, Brazil, April 2003.

Referências

1. E. Desurvire, "Optical Telecommunications in 2025 - teleconference," (OSA Student Chapter, 2005), <http://www.ifi.unicamp.br/osa/telecom/Emmanuel.html>.
2. J. Hecht, "The evolution of Optical Amplifiers," in *Optics and Photonics News*(2002), pp. 36-39.
3. P. G. Harper, *Nonlinear Optics* (Academic Press, Edimburg, Scotland, 1977).
4. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, San Diego, California, 2001).
5. C. R. Menyuk, "Application of multiple-length-scale methods to the study of optical fiber transmission," *Journal of Engineering Mathematics* **36**, 113-136 (1999).
6. J. M. C. Boggio, E. A. M. Fagotto, M. E. Marhic, F. A. Callegari, and H. L. Fragnito, "Amplification of 12 x 10 Gb/s WDM signals with negligible FWM crosstalk in a double-pumped fiber optical parametric amplifier," *Optics Communications* **280**, 468-471 (2007).
7. J. M. C. Boggio, J. D. Marconi, S. R. Bickham, and H. L. Fragnito, "Spectrally flat and broadband double-pumped fiber optical parametric amplifiers," *Optics Express* **15**, 5288-5309 (2007).
8. J. M. C. Boggio, J. D. Marconi, and H. L. Fragnito, "Crosstalk in double-pumped fiber optic parametric amplifiers for wavelength division multiplexing systems," *Optics Communications* **259**, 94-103 (2006).
9. J. M. C. Boggio, J. D. Marconi, and H. L. Fragnito, "Double-pumped fiber optical parametric amplifier with flat gain over 47-nm bandwidth using a conventional dispersion-shifted fiber," *Ieee Photonics Technology Letters* **17**, 1842-1844 (2005).
10. J. M. C. Boggio, A. Guimaraes, F. A. Callegari, J. D. Marconi, and H. L. Fragnito, "Q penalties due to pump phase modulation and pump RIN in fiber optic parametric amplifiers with non-uniform dispersion," *Optics Communications* **249**, 451-472 (2005).
11. J. D. Marconi, J. M. C. Boggio, F. A. Callegari, A. Guimaraes, R. Arradi, and H. L. Fragnito, "Double-pumped parametric amplifier with strained fibre to suppress SBS," *Electronics Letters* **40**, 1522-1523 (2004).
12. J. M. C. Boggio, A. Guimaraes, F. A. Callegari, J. D. Marconi, M. L. Rocha, M. R. X. deBarros, and H. L. Fragnito, "Parametric amplifier for midspan phase conjugation with simultaneous compensation of fiber loss and chromatic dispersion at 10 Gb/s," *Microwave and Optical Technology Letters* **42**, 503-505 (2004).

13. F. A. Callegari, J. M. C. Boggio, and H. L. Fragnito, "Spurious four-wave mixing in two-pump fiber-optic parametric amplifiers," *Ieee Photonics Technology Letters* **16**, 434-436 (2004).
14. J. M. C. Boggio, P. Dainese, F. Karlsson, and H. L. Fragnito, "Broad-band 88% efficient two-pump fiber optical parametric amplifier," *Ieee Photonics Technology Letters* **15**, 1528-1530 (2003).
15. J. M. C. Boggio, P. Dainese, and H. L. Fragnito, "Performance of a two-pump fiber optical parametric amplifier in a 10 Gb/s x 64 channel dense wavelength division multiplexing system," *Optics Communications* **218**, 303-310 (2003).
16. J. M. C. Boggio, S. Tenenbaum, and H. L. Fragnito, "Amplification of broadband noise pumped by two lasers in optical fibers," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics* **18**, 1428-1435 (2001).
17. D. Grosz, "Efeitos nao lineares em sistemas de comunicacao optica de longas distancias e altas taxas," in *Tese de Doutorado, Instituto de Física da Unicamp*(Campinas, 1998).
18. J. M. C. Boggio, "Efeitos não lineares em fibras ópticas de dispersão deslocada," in *Tese de Doutorado, Instituto de Física da Unicamp*(Campinas, 2001).
19. A. Guimaraes, "Interacao sinal-ruído em fibras de baixa dispersao," in *Tese de Mestrado, Instituto de Física da Unicamp*(Campinas, 2001).
20. D. Marcuse, C. R. Menyuk, and P. K. A. Wai, "Application of the Manakov-PMD equation to studies of signal propagation in optical fibers with randomly varying birefringence," *Journal of Lightwave Technology* **15**, 1735-1746 (1997).
21. D. Marconi, "Estudo de amplificadores parametricos para sistemas de comunicacoes opticas de altas taxas de transmissao," in *Tese de Doutorado, Instituto de Física da Unicamp*(Campinas, 2006).
22. H. L. Fragnito, "Relatório Final de Atividades, Contrato Unicamp/Funcamp-CpQD/Telebrás," (Campinas, 1997).
23. G. M. Muslu, and H. A. Erbay, "Higher-order split-step Fourier schemes for the generalized nonlinear Schrodinger equation," *Mathematics and Computers in Simulation* **67**, 581-595 (2005).
24. A. A. Rieznik, T. Tolisano, F. A. Callegari, D. F. Grosz, and H. L. Fragnito, "Uncertainty relation for the optimization of optical-fiber transmission systems simulations," *Optics Express* **13**, 3822-3834 (2005).

25. M. E. Marhic, "Accurate Modeling of Fiber OPAs with Nonlinear Ellipse Rotation Terms in the Split-Step Fourier Method," in *Optical Amplifiers and Applications*, OSA, ed. (Whistler, Canada, 2006), p. JWB35.
26. M. E. Marhic, A. R. Rieznik, K. G., B. ., and H. L. Fragnito, "Accurate Numerical Simulation of Short Fiber Optical Parametric Amplifiers," accepted to *Optics Express* (2008).
27. M. E. Marhic, A. R. Rieznik, and H. L. Fragnito, "Investigation of the gain spectrum near the pumps of two-pump fiber-optic parametric amplifiers," *Journal of the Optical Society of America B (JOSA B)* **25**, 22-30 (2008).
28. O. V. Sinkin, R. Holzlohner, J. Zweck, and C. R. Menyuk, "Optimization of the split-step Fourier method in modeling optical-fiber communications systems," *Journal of Lightwave Technology* **21**, 61-68 (2003).
29. M. Premaratne, "Split-step spline method for modeling optical fiber communications systems," *Ieee Photonics Technology Letters* **16**, 1304-1306 (2004).
30. X. M. Liu, and B. Lee, "A fast method for nonlinear Schrodinger equation," *Ieee Photonics Technology Letters* **15**, 1549-1551 (2003).
31. E. Merzbacher, *Quantum Mechanics* (Wiley, New York, 1970).
32. J. Vanroey, J. Vanderdonk, and P. E. Lagasse, "Beam-Propagation Method - Analysis and Assessment," *Journal of the Optical Society of America* **71**, 803-810 (1981).
33. N. N. Akhmediev, A. K. Zvezdin, V. I. Korneev, and N. V. Mitskevich, "Nonlinear Surface-Wave at the Boundary of a Gyrotropic Medium," *Fizika Tverdogo Tela* **30**, 2318-2322 (1988).
34. B. Fornberg, and T. A. Driscoll, "A fast spectral algorithm for nonlinear wave equations with linear dispersion," *Journal of Computational Physics* **155**, 456-467 (1999).
35. T. T. Meirelles, A. R. Rieznik, and H. L. Fragnito, "Study of a new split-step Fourier Algorithm for optical fiber transmission system simulation," in *International Microwave and OptoElectronics Conference (IMOC 2003)*(IEEE, Brasilia, Brasil, 2005).
36. S. J. A. Cerqueira, C. B. J.M., A. R. Rieznik, H.-F. H.E., H. L. Fragnito, and K. J.C., "Higly Efficient generation of broadband cascaded four-wave mixing products," accepted to *Optics Express* (2008).
37. S. J. A. Cerqueira, D. Marconi, A. R. Rieznik, H.-F. H.E., H. L. Fragnito, and K. J.C., "Multiple four-wave mixing in ultra-flattened dispersion photonic crystal fibers," in *Optical Fibers Conference 2008*(San Diego, California, 2008).

38. Q. Lin, and G. P. Agrawal, "Polarization mode dispersion-induced fluctuations during Raman amplifications in optical fibers," *Optics Letters* **27**, 2194-2196 (2002).
39. Q. Lin, and G. P. Agrawal, "Impact of polarization-mode dispersion on measurement of zero-dispersion wavelength through four-wave mixing," *Ieee Photonics Technology Letters* **15**, 1719-1721 (2003).
40. Q. Lin, and G. P. Agrawal, "Correlation theory of polarization mode dispersion in optical fibers," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics* **20**, 292-301 (2003).
41. C. R. Menyuk, "Nonlinear Pulse-Propagation in Birefringent Optical Fibers," *Ieee Journal of Quantum Electronics* **23**, 174-176 (1987).
42. P. K. A. Wai, W. L. Kath, C. R. Menyuk, and J. W. Zhang, "Nonlinear polarization-mode dispersion in optical fibers with randomly varying birefringence," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics* **14**, 2967-2979 (1997).
43. P. K. A. Wai, and C. R. Menyuk, "Anisotropic diffusion of the state of polarization in optical fibers with randomly varying birefringence," *Optics Letters* **20**, 2493-2495 (1995).
44. P. K. A. Wai, and C. R. Menyuk, "Polarization mode dispersion, decorrelation, and diffusion in optical fibers with randomly varying birefringence," *Journal of Lightwave Technology* **14**, 148-157 (1996).
45. P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, and H. H. Chen, "Effects of Randomly Varying Birefringence on Soliton-Interactions in Optical Fibers," *Optics Letters* **16**, 1735-1737 (1991).
46. P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, and H. H. Chen, "Stability of Solitons in Randomly Varying Birefringent Fibers," *Optics Letters* **16**, 1231-1233 (1991).
47. F. Yaman, Q. Lin, and G. P. Agrawal, "Effects of polarization-mode dispersion in dual-pump fiber-optic parametric amplifiers," *Ieee Photonics Technology Letters* **16**, 431-433 (2004).
48. Q. Lin, and G. P. Agrawal, "Effects of polarization-mode dispersion on fiber-based parametric amplification and wavelength conversion," *Optics Letters* **29**, 1114-1116 (2004).
49. M. E. Marhic, K. K. Y. Wong, and L. G. Kazovsky, "Fiber optical parametric amplifiers with linearly or circularly polarized waves," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics* **20**, 2425-2433 (2003).

50. S. Radic, C. J. McKinstrie, R. M. Jopson, A. H. Gnauck, J. C. Centanni, and A. R. Chraplyvy, "Multiple-band bit-level switching in two-pump fiber parametric devices," *Ieee Photonics Technology Letters* **16**, 852-854 (2004).
51. P. Parolari, L. Marazzi, E. Rognoni, and M. Martinelli, "Influence of pump parameters on two-pump optical parametric amplification," *Journal of Lightwave Technology* **23**, 2524-2530 (2005).
52. S. Radic, and C. J. McKinstrie, "Two-pump fiber parametric amplifiers," *Optical Fiber Technology* **9**, 7-23 (2003).
53. E. B. Desurvire, "Capacity demand and technology challenges for lightwave systems in the next two decades," *Journal of Lightwave Technology* **24**, 4697-4710 (2006).
54. J. M. Dudley, G. Genty, and S. Coen, "Supercontinuum generation in photonic crystal fiber," *Reviews of Modern Physics* **78**, 1135-1184 (2006).
55. V. R. Almeida, Q. F. Xu, C. A. Barrios, and M. Lipson, "Guiding and confining light in void nanostructure," *Optics Letters* **29**, 1209-1211 (2004).
56. Q. Lin, O. J. Painter, and G. P. Agrawal, "Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides: Modeling and applications," *Optics Express* **15**, 16604-16644 (2007).