

Desaceleração de um Feixe Atômico de Ca com Laser de Diodo de Frequência Dobrada

Germano Woehl Junior ✓

Orientador: Prof. Dr. Artêmio Scalabrin

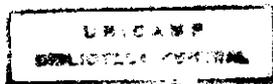
*Este exemplar corresponde à redação final da
Tese de Doutorado defendida pelo aluno*

Germano Woehl Jr. e
aprovada pelo Conselho Julgador

Tese apresentada ao Instituto de Física
"Gleb Wataghin", como parte dos pré-
requisitos à obtenção do grau de Doutor
em Física.

Campus 16 Setembro de 1998

Artêmio Scalabrin — Agosto 1998 —



UNIDADE	IFGW
N.º CHAMADA:	
	0820
V. Ex.	
TEMPORALIDADE	35571
P. OR.	395/98
	0 <input checked="" type="checkbox"/>
P. COO.	R\$ 11,00
DATA	23/10/98
N.º CPD	0.460.114995

1147 / IF

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW- UNICAMP

W82d

Woehl Junior, Germano

Desaceleração de um feixe atômico de Ca com laser de diodo de frequência dobrada. / Germano Woehl Junior. – Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Artêmio Scalabrin.

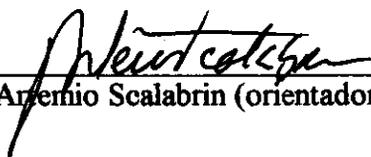
Tese (doutorado) - Universidade Estadual Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

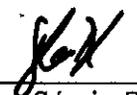
1. Espectroscopia de laser. 2. Ótica não linear. 3. Feixes atômicos. I. Scalabrin, Artêmio . II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

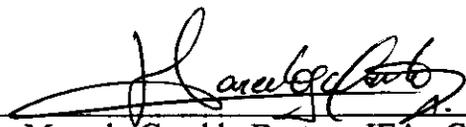
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Secretaria de Pós-Graduação

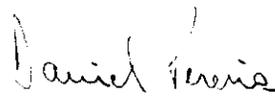
Membros da Comissão Julgadora da Tese de Doutorado de Germano Woehl Júnior apresentada e aprovada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin", da Universidade Estadual de Campinas, em 13 de agosto de 1998.

COMISSÃO JULGADORA:


Prof. Dr. Arsenio Scalabrin (orientador do candidato) - IFGW/UNICAMP


Prof. Dr. Carlos Sérgio Zílio - IFSCar/USP/São Carlos


Prof. Dr. Marcelo Geraldo Destro - IEAv-CTA/São José dos Campos


Prof. Dr. Daniel Pereira - IFGW/UNICAMP


Prof. Dr. Newton Cesário Frateschi - IFGW/UNICAMP

Agradecimentos

Ao *Instituto de Estudo Avançados do Centro Técnico Aeroespacial* que deu-me a oportunidade para realização deste trabalho de tese.

Ao meu orientador *Prof. Dr. Artêmio Scalabrin*, pela proposta do assunto desta tese, pela confiança depositada e pelo apoio permanente durante a realização deste trabalho.

À todos do *Grupo de Lasers e Aplicações do Departamento de Eletrônica Quântica do Instituto de Física "Gleb Wataghin"* - que contribuíram expressivamente para a ampliação de meus conhecimentos, tanto em física básica como também em física experimental.

Ao CNPq - Programa RHA-Energia, pela concessão da Bolsa de Doutorado.

Sumário

LISTA DE TABELAS

RESUMO

“ABSTRACT”

1. INTRODUÇÃO	1
2. LASERS DE DIODO SINTONIZÁVEIS	4
2.1 Introdução	4
2.2 Características Gerais dos Lasers de Diodo.....	4
2.3 Características de Sintonia	6
2.4 Sintonia de Lasers de Diodo com Cavidade Externa	9
3. GERAÇÃO DE SEGUNDO HARMÔNICO	14
3.1 Introdução	14
3.2 Fundamentos	15
3.3 Eficiência no Processo de Geração de Segundo Harmônico	19
3.4 Sintonia por Temperatura no Cristal de KNbO_3	20
4. CAVIDADE DOBRADORA DE FREQUÊNCIA	23
4.1 Introdução.	23
4.2 Comparação da Cavidade Linear com a Cavidade em Anel.	23
4.3 Análise da Cavidade Óptica em Anel (Tipo X)	24
• Intervalo de Estabilidade no Plano Tangencial.....	28
• Intervalo de Estabilidade no Plano Sagital.....	28
• Diagrama de Estabilidade	28
• Cintura do feixe	32
4.4 Parâmetros Utilizados na Cavidade em Anel	34
4.5 Eficiência da Cavidade Duplicadora de Frequência	37
• Potência Circulante na Cavidade.....	37
• Otimização do Acoplamento na Cavidade.....	38
4.6 Caracterização da Cavidade Duplicadora de Frequência	39
• Potência Circulante - Fator de Amplificação.....	40
• Montagem do Cristal KNbO_3	42
• Eficiência da Luz Azul Gerada	43
4.7 Travamento do Modo na Cavidade Passiva	46
4.8 Resumo das Principais Características do Feixe de Luz Azul Gerado	49

5. DESACELERAÇÃO DO FEIXE ATÔMICO DE CÁLCIO.....	50
5.1 Introdução	50
5.2 Técnica de Resfriamento de Feixes Atômicos com Lasers.	51
5.3 Distribuição de Velocidades do Feixe Atômico.	57
5.4 Níveis de Energia do Átomo de Cálcio	59
5.5 Montagem Experimental para Desaceleração do Cálcio.	60
• Forno e Feixe de Cálcio	61
• Bobina Magnética	61
5.6 Resultados Experimentais da Desaceleração do Cálcio.	62
CONCLUSÃO	70
SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
Apêndice I	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 <i>Características do Laser de Diodo com Cavidade Externa</i>	13
Tabela 4.1 <i>Comparação das Cavidades LINEAR x ANEL</i>	24
Tabela 5.1 <i>Grad B em função do parâmetro de Saturação e da velocidade $v(z)$</i>	65

Resumo

Neste trabalho, são apresentados os resultados da desaceleração de um feixe atômico de cálcio utilizando um laser de diodo com frequência dobrada. O laser de diodo utilizado tem uma potência de saída de 150 mW para corrente máxima de injeção de 160 mA. O cristal não linear utilizado para geração de segundo harmônico é o KNbO_3 com casamento de fase não crítico do tipo I. Para gerar segundo harmônico em $\lambda = 845$ nm, o casamento de fase ocorre em $T = -15^\circ\text{C}$. O sistema para dobrar a frequência do laser de diodo foi desenvolvido no laboratório, com o cristal não linear inserido numa cavidade passiva em anel que amplifica em 16 vezes a potência do laser de diodo. O travamento do modo da cavidade passiva com o modo do laser de diodo é obtido utilizando a técnica de Hänsch-Couillaud. Para uma potência incidente de 70 mW do laser de diodo em $\lambda = 845$ nm, obteve-se 12,5 mW de luz gerada no azul. Na desaceleração do feixe atômico de cálcio a transição utilizada para excitação foi a $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ correspondente a $\lambda = 422,6$ nm e o efeito Doppler foi compensado pela técnica do efeito Zeeman. O gradiente apropriado do campo magnético foi produzido por uma bobina magnética com $B_{\text{max}} = 825$ Gauss. As evidências da desaceleração do feixe atômico de cálcio com o laser de diodo de frequência dobrada contrapropagante foram obtidas monitorando a fluorescência ao longo do feixe atômico. São também analisados os efeitos da intensidade e polarização do feixe de laser no processo de desaceleração.

Abstract

This work presents the results of a calcium atomic beam deceleration using a frequency-doubled diode laser. The diode laser produces single-mode output power of 150 mW at a maximum injection current of 160 mA. The nonlinear crystal used for second harmonic generation is the KNbO_3 by noncritical and type I phase matching process. For $\lambda = 845$ nm the phase matching occur at $T = -15^\circ\text{C}$. The doubling frequency system for the diode-laser was built at the laboratory, with the nonlinear crystal placed inside a passive optical ring cavity that enhances the laser beam power by 16. The cavity locking was achieved by using the Hänsch-Couillaud method. The diode laser beam input power of 70 mW produced an output of 12.5 mW at the blue light wavelength. The deceleration electronic transition of calcium is the $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ corresponding to $\lambda = 422.6$ nm and the Doppler effect is compensated by the Zeeman effect technique. The suitable magnetic field gradient is achieved with a magnet coil that provides $B_{\text{max}} = 825$ Gauss. Evidence of atomic beam deceleration with the counterpropagating frequency-doubled diode laser beam is obtained by monitoring the fluorescence signal along the atomic beam. It is also analyzed the laser intensity and polarization effects on the deceleration process.

Capítulo 1

Introdução

Os Padrões de Frequência Atômica (PFA's) são os dispositivos de maior precisão até hoje construídos e têm importantes aplicações em ciência e tecnologia. Vem aumentando velozmente as aplicações do chamado Sistema de Posicionamento Global — *Global Positioning System-GPS* — que é baseado no sinal recebido de uma constelação de 26 satélites americanos, que têm a bordo PFA's que utilizam a frequência de uma transição eletrônica do átomo de *césio*. Alguns exemplos dessas aplicações são: sistemas de pouso e decolagem de aviões, rastreamento de veículos, levantamento topográfico e agrimensura, sismologia, etc... Como consequência, muitos países, além dos EUA, possuem laboratórios dedicados a manter e desenvolver PFA's. Há um consórcio europeu para ter uma constelação de satélites própria. No Brasil, o Instituto de Física da USP, de São Carlos, tem desenvolvido um PFA de *césio*.

Um PFA consiste, basicamente, de um oscilador de *quartzo* de alta qualidade com a fase travada numa frequência de uma transição atômica. O PFA de *césio* é, desde 1967, por acordo internacional, o padrão primário de frequência (9.192.631.770,000 Hz) adotado e serve de base para a definição do segundo. O padrão americano NBS-7 tem o limite de precisão de 4×10^{-14} s. Os PFA's disponíveis comercialmente apresentam uma precisão da ordem de 10^{-12} s. Os PFA's a bordo de satélites têm uma precisão menor, de 10^{-11} s, haja visto que devem ser compactos. A natureza do átomo de *césio* impõe sérias restrições a ampliação do limite de resolução, muito além do obtido há vinte anos. Vale lembrar que os PFA's com *césio* têm sido intensamente estudados há mais de 40 anos e, mesmo após o surgimento dos lasers, não se conseguiu grandes avanços na ampliação do limite de resolução.

O Grupo de Lasers e Aplicações do Departamento de Eletrônica Quântica, no Instituto de Física da Unicamp, em cooperação com o Grupo do Prof. Franco Strumia, da Universidade de Pisa, na Itália, vem desenvolvendo, há algum tempo, um projeto apoiado financeiramente pela FAPESP, que visa a utilização de átomos de *cálcio* como um elemento químico alternativo ao *césio*. O presente trabalho está inserido nesse contexto, tratando-se de uma etapa do projeto.

A técnica de desaceleração permite parar o átomo. Um grande benefício disso é a eliminação do efeito Doppler na largura de linha das transições eletrônicas. Com a técnica de desaceleração, pode ser obtido na transição do *cálcio*, $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$ em $\lambda = 657 \text{ nm}$ ($\Delta\nu \approx 300 \text{ Hz}$), um fator $Q = v/\Delta\nu = 10^{12}$ [1]. Já para o átomo de *césio*, com um elevando grau de dificuldades envolvido, esse fator Q pode ser no máximo $\approx 10^8$. Pois, enquanto que, para o isótopo mais abundante do átomo de *cálcio* (^{40}Ca), o spin nuclear é nulo (n é par), o mesmo não acontece com o ^{133}Cs , que apresenta 16 subníveis em sua estrutura hiperfina do nível da transição de interesse. A desaceleração de um feixe atômico de *cálcio* já foi obtida em 1988 [2], na transição $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$, $\lambda = 422,6 \text{ nm}$, utilizando um laser de corante (Stilbene III) bombeado pela linha ultravioleta do laser de argônio.

No presente trabalho, é demonstrada a técnica de desaceleração do feixe atômico do *cálcio*, também utilizando a transição $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ em $\lambda = 422,6 \text{ nm}$, porém apresentando a inovação de se utilizar um laser de diodo com frequência dobrada. O fato de se utilizar um laser de diodo para desaceleração do feixe atômico aumenta as potencialidades do *cálcio* vir a ser utilizado num PFA, já que todo sistema que visa aplicações tecnológicas, necessariamente, tem que ser compacto, prático e confiável. E, obviamente, os lasers de diodo satisfazem plenamente essas exigências. Aliás, foram justamente os lasers de diodo que popularizaram o uso do laser. O trabalho também consistiu em desenvolver todo o sistema para dobrar a frequência do laser de diodo pela geração de segundo harmônico em um cristal não linear de KNbO_3 , inserido numa cavidade óptica passiva na configuração em anel, bem como sintonizar o laser de diodo utilizando cavidade externa.

No capítulo 2, trata-se sobre o laser de diodo (comercial) utilizado, suas características gerais como a sintonia, qualidade do modo transversal e longitudinal, potência e estabilidade. Nesse capítulo, são apresentadas as curvas de sintonia por temperatura e corrente (sintonia fina), onde pode-se observar os saltos de modos, justificando a necessidade de se utilizar cavidade externa para controlar esse problema. A cavidade externa montada foi a do tipo Littman, que consiste essencialmente numa grade de difração em incidência rasante, cuja primeira ordem de difração é realimentada por um espelho na cavidade do laser de diodo. A sintonia do laser de diodo é feita com um PZT que desloca longitudinalmente o espelho de realimentação. Foi obtida uma sintonia contínua (sem salto de modos) de 3 GHz, em torno de $\lambda = 845 \text{ nm}$. Já no Capítulo 3, são apresentados os fundamentos da geração de segundo harmônico, particularizando para o cristal utilizado, de *niobato de potássio* (KNbO_3). É explicado

como se dá o casamento de fase crítico e não crítico e os processos do tipo I e tipo II. É demonstrado, também, o cálculo da eficiência da geração de segundo harmônico para o caso particular do KNbO_3 . Os fundamentos da cavidade óptica passiva em anel são apresentadas no Capítulo 4. Neste capítulo, apresenta-se também a cavidade montada, a descrição e caracterização completa do sistema para o dobramento de frequência. Da curva de eficiência obteve-se o coeficiente de eficiência de conversão do processo não linear, $\eta=0,017 \text{ W}^{-1}$. Com uma potência de 80 mW do laser de diodo, obteve-se 12,5 mW de luz azul. Na parte dos fundamentos, são comparadas as cavidades ópticas na configuração linear e na configuração em anel, mostrando que esta última apresenta vantagens e, por essa razão, é a mais usada atualmente. É, ainda, apresentada a análise completa da cavidade em anel tipo X, usando os conceitos da matriz ABCD e incluindo os efeitos do astigmatismo nos parâmetros da cavidade, mais especificamente, no intervalo de estabilidade e na cintura do feixe na região do cristal. Foi mostrado que, no acoplamento do modo do laser de diodo no modo da cavidade passiva, as considerações sobre o astigmatismo são importantes, pois foi obtido um fator de 80% de acoplamento. São ainda mostrados os cálculos para estimativa da potência circulante na cavidade passiva, que é o parâmetro que interessa para a geração de segundo harmônico. É também apresentada a teoria sobre a técnica Hänsch-Couillaud, que foi usada para travar o modo da cavidade passiva no modo do laser de diodo. A desaceleração do feixe atômico do *cálcio* é discutida no Capítulo 5, onde são apresentados os fundamentos teóricos envolvidos na desaceleração, a técnica de compensação do efeito Doppler explorando o efeito Zeeman e os níveis de energia do *cálcio*. São descritos a montagem experimental utilizada e o esquema para detectar a fluorescência ao longo da interação do feixe de laser com o feixe atômico, que foi a técnica utilizada para demonstrar a desaceleração. As evidências da desaceleração são mostradas, tanto pela variação da intensidade do laser no azul, como pela variação do estado de polarização desse feixe de laser. E, finalmente, são apresentadas as conclusões de todo o trabalho e as sugestões para a continuidade do mesmo.

Capítulo 2

Lasers de Diodo Sintonizáveis

2.1 Introdução

A versatilidade na utilização, combinada com a característica de sintonização, torna o laser de diodo uma ferramenta poderosa para a espectroscopia [3,4]. Entretanto, os lasers de diodo de fácil disponibilidade no mercado apresentam o inconveniente de terem um comportamento de sintonia anômalo quando sintonizados pela variação da corrente de injeção ou da temperatura, o que impossibilita sua utilização em espectroscopia sem um controle externo do modo de oscilação. Outra dificuldade que aparece quando se usa um laser de diodo é a sensibilidade desses dispositivos à realimentação. Frações ínfimas de luz refletida de volta para o laser perturbam enormemente seu espectro de emissão. Portanto, torna-se essencial, juntamente com o laser de diodo, a utilização de isoladores ópticos que atenuem o feixe refletido em 40 dB, no mínimo. Por outro lado, pode se tirar vantagem dessa alta sensibilidade dos lasers de diodo à realimentação externa. Uma característica que pode ser explorada é o estreitamento da largura da linha espectral emitida pelo laser. Para isso, basta acoplar (fracamente) o laser a um interferômetro de altíssima *finesse* para se obter largura de linha da ordem de alguns kHz. Na referência [5], há uma demonstração de que um fraco acoplamento proveniente de um etalon confocal, em ângulo, reduz a largura de linha de laser de diodo de 20 MHz para ≈ 20 kHz, ou seja, um fator de 10^3 vezes!

2.2 Características Gerais dos Lasers de Diodo

Para aplicação em espectroscopia, os laser de diodo mais adequados existentes comercialmente pertencem ao grupo *GaAs*. Esses lasers apresentam modo único (*single mode*), operam em regime contínuo (CW), apresentam tipicamente potências superiores a 100 mW e a radiação é emitida na região do infravermelho próximo. A **Figura 2.1** mostra o espectro obtido do laser utilizado no laboratório, modelo SDL-5422-H1, da Spectra Diode Lasers. Esse espectro foi obtido utilizando um interferômetro confocal com um intervalo espectral livre (FRS) de 1.5 GHz e *Finesse* = 80, ou seja, com uma largura de linha instrumental $\delta\nu = FSR / Finesse = 19$ MHz. A potência do laser é de ≈ 100 mW à temperatura de 25 °C. Com esse interferômetro, pode ser estimado que a largura de linha do laser de diodo é $\Delta\nu \leq 19$ MHz.

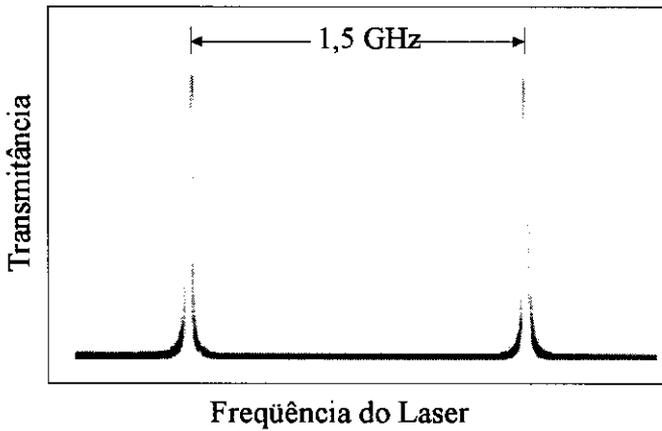


Fig. 2.1 Espectro do laser de diodo @857 nm ($T=25\text{ }^{\circ}\text{C}$), FRS=1,5 GHz

Nos lasers de diodo, o feixe emitido tem um perfil transversal retangular e, tipicamente, possuem a área ativa com dimensões entre $0,1\text{ }\mu\text{m}$ e $5\text{ }\mu\text{m}$ [4]. O laser de diodo utilizado, *SDL-5422-H1*, possui uma área ativa com dimensões de $1 \times 3\text{ }\mu\text{m}$ e o perfil do feixe emitido aproxima-se de um modo TEM_{00} . Como consequência da pequena área do meio ativo, a divergência de um laser de diodo é considerável, sendo muito superior a de outros tipos de lasers. A maioria dos lasers de diodo produzidos pela *Spectra Diode Lasers* tem divergência $\theta_{//} = 10^{\circ}$ e $\theta_{\perp} = 30^{\circ}$, respectivamente, nas dimensões paralela e perpendicular à junção (ver **Figura 2.2**). O feixe pode ser colimado com a utilização de uma lente apropriada. Com a lente de colimação no feixe, atinge-se a situação de campo distante e o feixe passa a ter uma seção transversal elíptica. É possível, então, tornar a seção transversal do feixe aproximadamente circular com uma expansão unidimensional, por meio de um par de prismas. Portanto, com uma relativa simplicidade, pode-se obter num laser de diodo comercial com perfil de feixe circular.

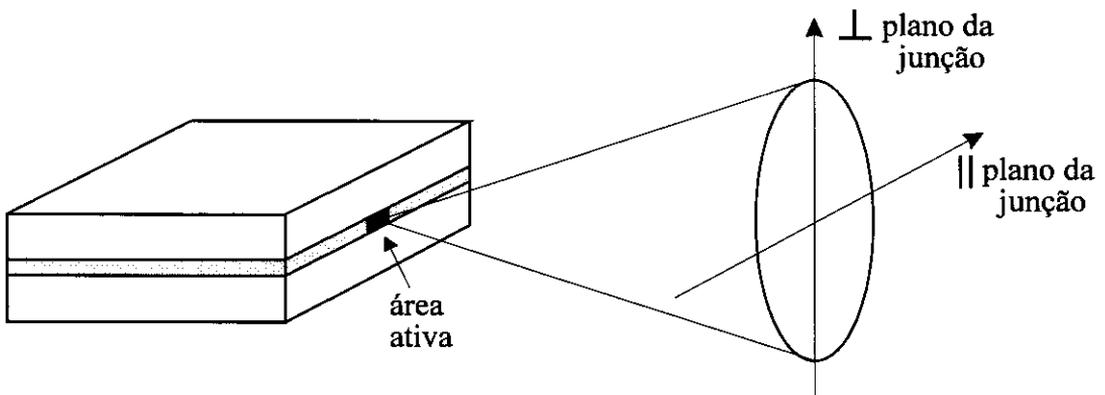


Fig. 2.2 Perfil do feixe emitido pelo laser de diodo

Para a corrente de injeção bem acima do limiar da ação laser, a radiação emitida por um laser de diodo é linearmente polarizada. Como uma boa aproximação, a região ativa de um laser de diodo pode ser considerada como um guia de onda dielétrico em forma de uma placa infinitamente extensa [6]. Esse tipo de estrutura comporta dois modos de propagação de uma onda eletromagnética. Um modo de campo elétrico transversal TE e um modo de campo magnético transversal TM. No modo TE, o campo elétrico só tem componente oscilando paralelamente ao plano da junção, enquanto que no modo TM, o campo elétrico oscila perpendicularmente ao plano da junção. O coeficiente de refletividade para um modo TE é sempre maior do que para um modo TM. Consequentemente, as perdas para o modo TE são menores e o modo do laser é construído preferencialmente pelos modos TE. Logo, a radiação emitida pelo laser de diodo é predominantemente polarizada na direção paralela ao plano da junção, o que, na prática, significa dizer que o plano de polarização de um feixe emitido pelo laser de diodo é paralelo ao eixo menor da elipse.

2.3 Características de Sintonia

Em se tratando de espectroscopia, a sintonia de um laser é uma característica importante. O que determina o comprimento de onda de um laser de diodo é, primariamente, o "gap" do material semiconductor. Em seguida, vem a temperatura e a densidade de corrente. O "gap" define o intervalo de comprimentos de onda do laser e depende do material utilizado no processo de fabricação. Portanto, esse parâmetro não pode ser ajustado pelo usuário. Tipicamente, um laser de diodo pode ser sintonizado num intervalo de até 20 nm. Entretanto, selecionando lasers com diferentes larguras do "gap", pode-se cobrir um extenso intervalo de sintonia [4]. É possível, também, adquirir um laser de diodo num comprimento de onda específico, porém, neste caso, o custo é bem mais elevado do que o de adquirir um laser num comprimento de onda aleatório dentro do intervalo de interesse. Este último foi o procedimento adotado pelo laboratório para a aquisição dos lasers utilizados no presente trabalho.

A sintonia de um laser de diodo é feita pela variação da temperatura, porque tanto a curva de ganho (que depende do "gap") como o comprimento (caminho óptico) da cavidade variam com a temperatura. O grande inconveniente é que variam em diferentes proporções. Para os dispositivos com AlGaAs, por exemplo, o caminho óptico varia de 0,06 nm/K e a curva de ganho desloca-se de 0,25 nm/K. A consequência disso é que a sintonia do laser com a temperatura apresenta vários saltos de modos. A **Figura 2.3** ilustra bem esse comportamento. Essa curva de sintonia foi obtida no

laboratório com o laser de diodo da *Spectra Diode Lasers*, modelo SDL-5422-H1 @ 857 nm, em $T=25\text{ }^{\circ}\text{C}$, com elemento *Peltier* interno para controle da temperatura. A fonte controladora do laser (corrente e temperatura) é da Newport, modelo 8000. O comprimento de onda foi medido com precisão de 0,001 nm, utilizando um Lambda-meter adquirido do NIST (Boulder, Colorado, EUA). Dessa curva, pode ser inferido que a sintonia por temperatura, em média, é de $0,4\text{ nm}/^{\circ}\text{C}$.

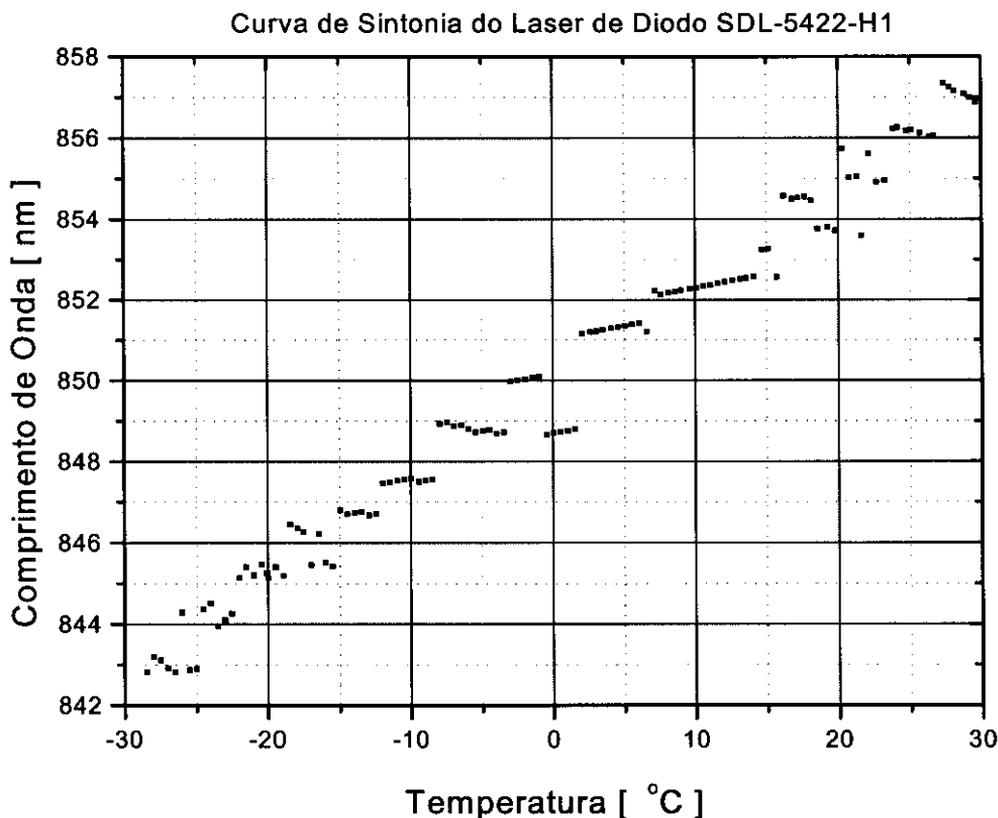


Fig. 2.3 Sintonia do Laser de Diodo com a temperatura. Corrente de injeção fixa em 100,00 mA.

A potência do laser é de 80mW ($I_0=100\text{ mA}$). Cada segmento "bem comportado" da curva corresponde à varredura dos modos longitudinais da cavidade do laser e as descontinuidades entre esses segmentos representam os saltos de modos devido ao deslocamento da curva de ganho. Pois, quando a curva de ganho desloca-se, um determinado comprimento de onda selecionado pela cavidade pode ficar abaixo, ou até mesmo próximo do limiar da ação laser, o que é suficiente para ser sobrepujado por outro modo com maior ganho, que satisfaça a condição de ser um modo dessa cavidade. Justamente esses saltos de modos, bem como os "buracos espectrais" na curva de

sintonia de um laser de diodo, não tornaram, de imediato, comum a utilização desses dispositivos em espectroscopia. Na **Figura 2.3**, pode-se, ainda, notar um outro problema na sintonia por temperatura do laser de diodo. Próximo a temperatura de $T = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, há um comportamento anômalo para esse laser. Ao invés do comprimento de onda variar positivamente, a variação foi negativa! Cada laser tem uma curva característica do tipo apresentada na **Figura 2.3**, com saltos de modos e anomalias, mas ocorrendo para diferentes temperaturas. Na prática, constatamos também que, havendo (involuntariamente) algum tipo de realimentação externa, mesmo sendo fraca, altera-se significativamente o comportamento da curva de sintonia de um mesmo laser. Comprimentos de onda que estavam no "buraco espectral" tornam a aparecer e outros desaparecem. Aliás, esse fato justifica a solução encontrada de se utilizar cavidade externa para contornar (em parte) esse problema de sintonia, apresentado pelos lasers de diodo. Assunto que será tratado mais adiante neste capítulo.

Uma outra possibilidade de sintonizar um laser de diodo é através da variação da corrente de injeção, que pode ser considerada como uma sintonia fina. Para o laser de diodo tipo AlGaAs, esta sintonia é de $0,02\text{ nm/mA}$ ($8,4\text{ GHz/mA}$) nas regiões bem comportadas da curva de sintonia (sem saltos de modos). Esta sintonia do laser por meio da variação da temperatura é devido ao fato de que quando varia-se a corrente de injeção, varia-se também a temperatura, pelo efeito Joule produzido. O índice de refração também muda com a variação da densidade de portadores, mas este efeito é desprezível comparando-se com o efeito da temperatura [3]. Na sintonia do laser por corrente, assim como no caso da sintonia por temperatura, também ocorre o problema de saltos de modos normais e anômalos. Na **Figura 2.4**, mostra-se uma curva de sintonia obtida no laboratório com o laser de diodo SDL-5422-H1, da *Spectra Diode Lasers*, que é o mesmo laser utilizado em todo o presente trabalho.

Para medir os comprimentos de onda presentes na curva da **Figura 2.4**, foi utilizado um Lambda-meter adquirido do NIST (EUA). Os valores da corrente de injeção foram obtidos pela leitura direta do mostrador digital da fonte controladora do laser (Newport, mod. 8000). A curva da **Figura 2.4** é um exemplo claro da dificuldade de se usar laser de diodo em espectroscopia, simplesmente sintonizando pela corrente. Justamente a região do espectro onde está a transição eletrônica do átomo de cálcio, em $422,67\text{ nm}$ (frequência fundamental correspondente à $845,35\text{ nm}$), cai dentro do "buraco espectral" da curva de sintonia do laser de diodo na temperatura de -15°C .

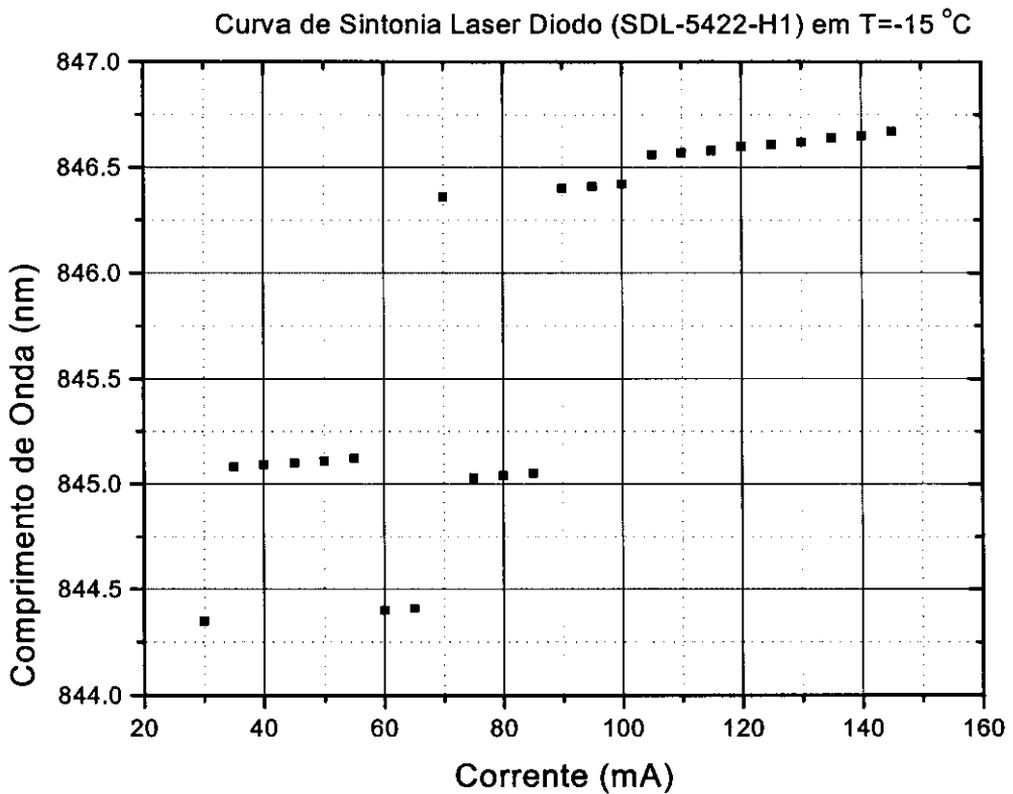


Fig.2.4 Sintonia (fina) do laser de diodo (em $T = -15\text{ }^{\circ}\text{C}$) em função da corrente.

2.4 Sintonia de Lasers de Diodo com Cavidade Externa

Para contornar as dificuldades de sintonia e tornar um laser de diodo comercial num dispositivo realmente útil para aplicações na espectroscopia, a solução encontrada foi usar um esquema de realimentação, já que os lasers de diodo, como mencionado anteriormente, são dispositivos altamente sensíveis a realimentação. Esses esquemas de realimentação nada mais são do que a adição de outra cavidade óptica para sobrepujar a cavidade já contida no laser comercial, já que a refletividade da face frontal do laser de diodo, que funciona como espelho de saída, não pode ser facilmente alterada. Para sintonizar os lasers de diodo, pode-se empregar diretamente, com sucesso, todas as soluções desenvolvidas para sintonizar os lasers de corante [7–9]. Seguindo essa tendência, vários esquemas são mostrados na literatura [10–15]. O esquema utilizando grade de difração, na configuração de Littman [7], foi a opção escolhida, por ser a mais fácil de ser implementada no laboratório, já que havia a disponibilidade dos componentes ópticos necessários. A **Figura 2.5** mostra o esquema utilizado.

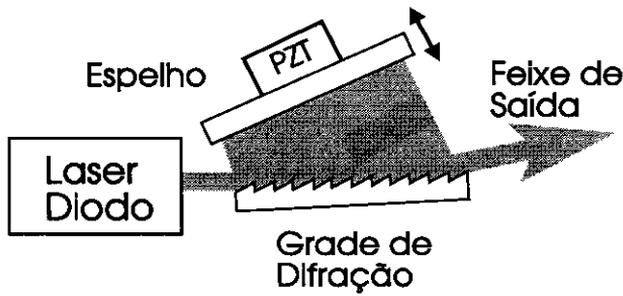


Fig. 2.5 Cavidade externa para sintonia do laser de diodo

A grade de difração utilizada é do tipo holográfica Jobin-Yvon, mod. 524-05-070, de 1.800 linhas/mm, “blaze” 500-900 nm e dimensões de 30 × 40 mm . Esta grade foi projetada para operar com alta eficiência (90%) em montagem Littrow e, portanto, não é a mais apropriada para uso em montagem com incidência rasante (Littman), por apresentar perdas elevadas (40%) nessa configuração, ou seja, sem cavidade externa a potência do laser de diodo era de 130 mW e com a montagem do esquema Littman a potência se reduz para menos de 80 mW. Usando esta grade de difração num ângulo de incidência em torno de 85°, a eficiência para a primeira ordem de difração foi ≈10%. Este acoplamento na cavidade do laser de diodo é suficiente para controlar a sintonia do laser [16]. Em alguns trabalhos [13,15], foram utilizadas grades com maior eficiência na primeira ordem, de até 40%, sob o argumento de que isto é necessário para acoplar fortemente a cavidade externa no laser de diodo comercial. O mesmo foi constatado na referência [15], em que os autores utilizaram um laser idêntico. De acordo com Littman [7], o mais importante no esquema de incidência rasante é a qualidade da grade de difração usada, ela não deve espalhar demasiadamente a luz incidente. Essa advertência é para o caso de laser de corante que tem tipicamente um coeficiente de ganho de 1,5 mm⁻¹. Logo, para o laser de diodo, que é bem mais sensível à realimentação, por apresentar um coeficiente de ganho de 2500 mm⁻¹ (estrutura de poço quântico), essa questão deve realmente ser levada em conta.

Na configuração Littman, é possível obter-se um intervalo de sintonia bastante extenso sem salto de modo [15]. Entretanto, para isso, é necessário uma montagem bem elaborada, para girar o espelho de sintonia em torno de um ponto pivô. Para uma cavidade óptica de comprimento L , com N modos, a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$\frac{N\lambda}{2} = L \quad (2.1)$$

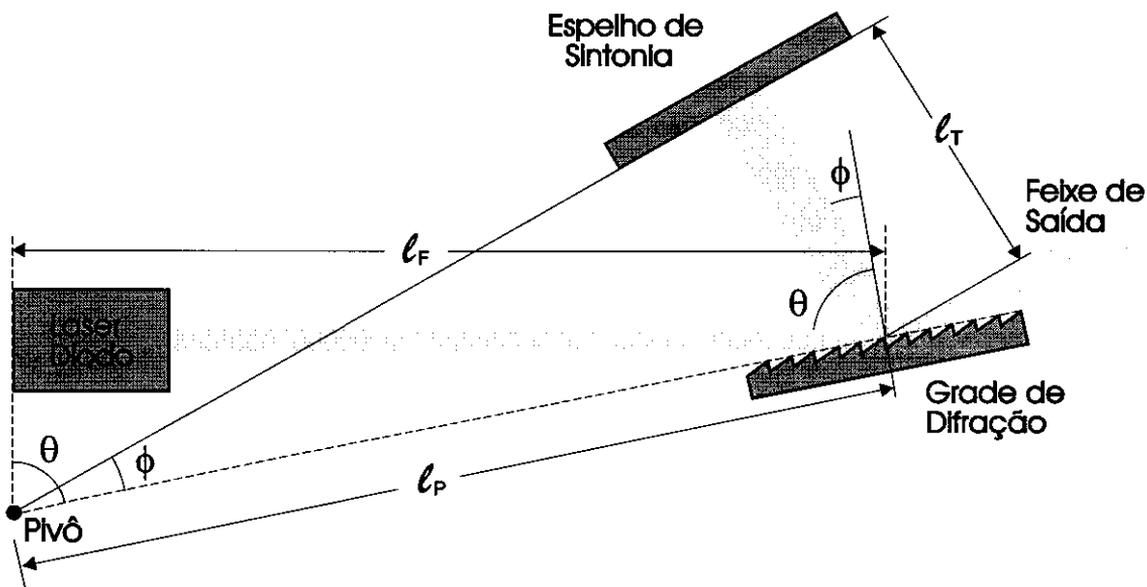


Fig. 2.6 Ponto pivô para sintonia contínua na configuração Littman

No entanto, a equação da grade de difração estabelece que,

$$m\lambda = d(\text{sen}\theta + \text{sen}\phi). \quad (2.2)$$

Para um mesmo modo (λ) da cavidade, as eqs. (2.1) e (2.2) devem ser satisfeitas simultaneamente. Acontece que, na montagem de Littman, conforme ilustra a **Figura 2.6**, o comprimento da cavidade $L = l_F + l_T$ depende também do ângulo de sintonia da grade, ϕ . Mas se o espelho de sintonia girar em torno de um pivô, o comprimento da cavidade varia de acordo com a expressão[16]:

$$L = L(\phi) = l_F + l_T(\phi) = l_F + l_P \text{sen}\phi \quad (2.3)$$

Então a eq. (2.1) fica

$$\lambda = (2/N)(l_F + l_P \text{sen}\phi) \quad (2.4)$$

Comparando os termos das eqs. (2.2) e (2.4), verifica-se que, enquanto for válida a igualdade

$$(2/N) l_F = (d/m) \text{sen}\theta \quad \text{e} \quad (2/N) l_P = d/m,$$

é possível a sintonia contínua. O pivô é encontrado pela interseção entre a linha que passa pela superfície da grade, com a linha que passa pela superfície do espelho de sintonia e a linha paralela ao espelho de trás da cavidade óptica, que na **Figura 2.6** é simbolizado pelo próprio laser de diodo. Quanto maior a precisão no posicionamento do ponto de pivô, maior é a extensão do intervalo de sintonia [17]. Por exemplo, apenas 0,1 mm de erro na posição implica na limitação do intervalo de sintonia a 11 nm.

No presente trabalho, a aplicação do laser de diodo não requer a sintonia contínua num intervalo muito extenso. Assim sendo, não foi projetado nenhum sistema visando esse objetivo. O procedimento adotado foi o seguinte: a sintonia grossa foi feita manualmente por meio de um parafuso micrométrico da montagem do espelho, achando dessa maneira o comprimento de onda próximo da região de interesse e a sintonia fina foi realizada variando-se apenas o comprimento da cavidade com um PZT. A extensão desse intervalo de sintonia fina pode ser estimada da seguinte maneira: o feixe do laser de diodo é colimado por uma lente de distância focal f , com cintura w na área ativa (na dimensão paralela ao plano da junção do laser). Na primeira ordem de difração ($m=1$), a dispersão angular da grade de difração é dada por [7]

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2}{d \cos\theta}, \quad (2.5)$$

onde d é o espaçamento entre as ranhuras da grade e o fator 2 é devido ao feixe ser difratado 2 vezes antes de retornar à região ativa do laser de diodo. A largura de linha resultante para um percurso ida e volta na cavidade é dada por

$$\Delta\lambda_G = \frac{2\Delta\theta}{d\theta/d\lambda} = \frac{w}{f} d \cos\theta \quad (2.6)$$

Onde $\Delta\theta$ é a divergência do feixe de laser, ou seja, $\Delta\theta = w/f$. Para os parâmetros utilizados: $w = 3 \mu\text{m}$; $f = 5 \text{ mm}$; $d = 1/1800 \text{ mm}$; $\theta = 85^\circ$, a largura de banda da cavidade com a grade é

$$\Delta\lambda_G = 0,03 \text{ nm ou } \Delta\nu_G = 12,6 \text{ GHz}$$

O comprimento da cavidade é de 3 cm, o que dá um espaçamento axial dos modos, ou seja, um FSR de 5 GHz. Entretanto, o intervalo de sintonia contínua obtido ficou em torno de 3 GHz, pela limitação do curso do PZT. A sintonia do laser, em torno

de $\lambda = 845 \text{ nm}$, foi analisada com um interferômetro confocal (fixo) de $L = 1\text{m}$, com FRS 70 MHz e está na **Figura 2.7**. Em certas partes do espectro, os modos não estão igualmente espaçados. Isso deve-se a instabilidade do próprio interferômetro, pois não havia um bom isolamento acústico.

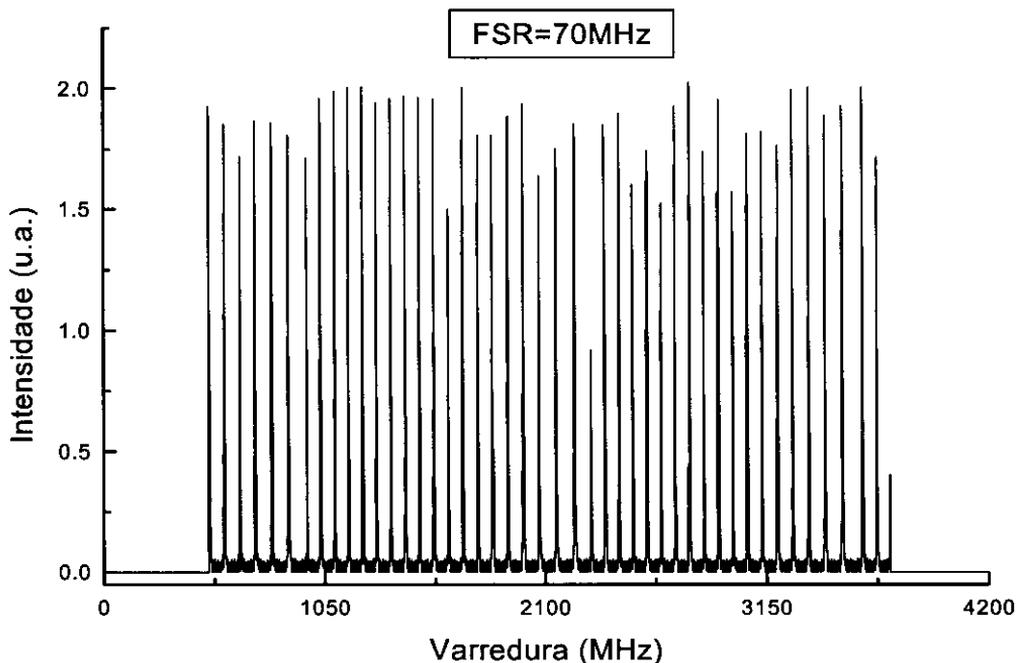


Fig. 2.7 Varredura do laser de diodo com cavidade externa em torno de 845 nm.

A tabela 2.1 resume as características do laser de diodo SDL-5422-H1 com a cavidade externa.

Tabela 2.1 *Características do Laser de Diodo com Cavidade Externa*

<i>Parâmetros</i>	<i>valores</i>
<i>Potência na corrente máxima de 145 mA</i>	78 mW
<i>Intervalo de sintonia contínua em $\lambda=845 \text{ nm}$</i>	3 GHz (0,03 nm)
<i>Largura de linha</i>	< 17 MHz
<i>Temperatura de operação em $\lambda=845 \text{ nm}$</i>	- 8 °C
<i>Perdas introduzidas</i>	40%

Capítulo 3

Geração de Segundo Harmônico

3.1 Introdução

O uso de cristais não lineares, que dobram eficientemente a frequência de um feixe de laser, tem estendido em muito as possíveis aplicações dos lasers. O melhor exemplo é o caso do laser de Nd:YAG, que só tornou-se um sucesso comercial pela possibilidade de dobramento de sua frequência, gerando com grande eficiência luz verde em 532 nm. Pois não há lasers do estado sólido de alta potência nessa região do espectro. Outro exemplo é a duplicação dos lasers de diodo sintonizáveis que operam na região do infravermelho próximo, obtendo-se, assim, radiação laser sintonizável na região azul do espectro, que é o caso do presente trabalho.

As primeiras observações da geração de segundo harmônico (GSH) [18] foram feitas com um laser de rubi pulsado e um cristal não linear, no qual a dispersão na velocidade entre a luz na frequência fundamental e a luz na frequência harmônica gerada limitava o comprimento de interação em 14 μm . Portanto, a eficiência do processo era extremamente baixa. O surgimento de técnicas de "*casamento de fase*" em cristais de KDP permitiu um considerável aumento na eficiência. No limite de feixes com onda plana infinita, o casamento de fase dá um comprimento de interação infinita. Experimentalmente, a curta distância em que é possível manter um feixe de laser focalizado (com alta intensidade) bem como o comprimento de coerência limitam enormemente o comprimento de interação. Outro fator que limita experimentalmente o comprimento de interação é a dupla refração do cristal não linear. Entretanto, é possível selecionar cristais não lineares, que cortados convenientemente, não apresentam essa limitação.

Para tornar possível a aplicação de lasers de diodo sintonizáveis nesse trabalho, foi também utilizada a técnica de geração de segundo harmônico, obtendo, assim, a radiação laser sintonizável na região azul do espectro. O cristal não linear utilizado foi o *niobato de potássio* (KNbO_3) adquirido comercialmente.

3.2 Fundamentos

Num cristal não magnético sem perdas e com susceptibilidade não-linear, um campo elétrico aplicado E produz uma polarização dielétrica P que pode ser expandida em termos de potência desse campo elétrico aplicado[19]

$$P = \epsilon_0 [\chi(1)E + \chi(2)E^2 + \chi(3)E^3 + \dots], \quad (3.1)$$

onde $\chi(k)$ é a susceptibilidade de ordem k .

Seja uma onda eletromagnética com duas componentes, incidente num cristal não linear,

$$E = E_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z) + E_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z). \quad (3.2)$$

Num ponto qualquer do cristal, em $z = 0$ por exemplo, a polarização induzida é gerada pela combinação das duas componentes do campo elétrico E_1 e E_2 . Substituindo a eq. (3.2) na eq. (3.1), o termo quadrático resultante

$$\begin{aligned} E^2(z=0) &= E_1^2 \cos^2 \omega_1 t + E_2^2 \cos^2 \omega_2 t + 2E_1 E_2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ E^2(z=0) &= \frac{1}{2}(E_1^2 + E_2^2) + \frac{1}{2}(E_1^2 \cos 2\omega_1 t + E_2^2 \cos 2\omega_2 t) \\ &\quad + E_1 E_2 [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t], \end{aligned} \quad (3.3)$$

representa um termo em $\omega=0$ ($E_1^2 + E_2^2$) que gera uma voltagem “DC”(efeito retificador) no meio não linear, termos oscilantes com frequências $2\omega_1$ e $2\omega_2$ (geração de segundo harmônico), e termos de soma e diferença em frequência, $\omega_1 \pm \omega_2$ [20].

Como E_1 e E_2 são grandezas vetoriais e a susceptibilidade em segunda ordem $\chi_{ijk}^{(2)}$ é uma grandeza tensorial (tensor de segunda ordem), com componentes dependendo das propriedades de simetria de cada cristal não linear, o termo quadrático de P pode ser escrito na seguinte notação:

$$P_i = \epsilon_0 \sum \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k, \quad i,j,k = 1,2,3 \quad (3.4)$$

onde P_i é a i -ésima componente do vetor polarização $\mathbf{P} = \{P_x, P_y, P_z\}$.

Na forma vetorial pode-se também escrever[19]

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_L \mathbf{E} + \mathbf{P}_{NL} \quad (3.5)$$

onde

$$(\mathbf{P}_{NL})_i = d_{ijk} E_j E_k \quad (3.6)$$

Utilizando as condições de simetria de Kleinman e a contração de índices nos componentes do tensor susceptibilidade [22], para o cristal de KNbO_3 , as componentes da polarização dielétrica induzida ficam assim:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_y E_z \\ 2E_x E_z \\ 2E_x E_y \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

É suposto que o eixo óptico do cristal está orientado na direção x , ou seja, (100). Como o cristal KNbO_3 é biaxial, incidindo um feixe de luz linearmente polarizada na direção do eixo óptico e com o plano de polarização na direção y (010), por exemplo, então $E_z = E_x = 0$ e a componente do vetor polarização dielétrica não linear resultante é dada por

$$P_z(2\omega) = \epsilon_0 d_{32} E_y^2 \quad (3.8)$$

e é perpendicular ao plano de polarização do feixe incidente. Para o cristal KNbO_3 , em $\lambda = 825 \text{ nm}$, os valores dos coeficientes ópticos d_{ab} são [23]:

$$d_{33} = 33,3 \text{ pm/V}^*; d_{32} = 20,5 \text{ pm/V}; \text{ e } d_{31} = 16,0 \text{ pm/V}$$

A polarização não linear induzida num átomo pode ser interpretada como uma fonte que gera novas ondas eletromagnéticas, nas frequências $\omega = \omega_1 \pm \omega_2$, que se

* $\text{pm/V} = 10^{-12} \text{ metros/Volt}$

propagam através do meio não linear com uma velocidade de fase $v_f = \omega/k = c/n(\omega)$. As contribuições microscópicas, geradas por átomos em diferentes posições (x, y, z) no meio não linear, somente adicionam-se a onda macroscópica (com apreciável intensidade), se as velocidades de fase da onda incidente (frequência fundamental) e da onda de polarização induzida estiverem devidamente casadas. Esta condição de "casamento de fase" pode ser escrita do seguinte modo

$$\mathbf{k}(\omega_1 \pm \omega_2) = \mathbf{k}(\omega_1) \pm \mathbf{k}(\omega_2). \quad (3.9)$$

A eq. (3.9) pode ser interpretada como uma conservação de momento para três fótons, envolvidos no processo de mistura de ondas [19].

A Figura 3.1 ilustra a condição de casamento de fase expressa pela eq. (3.9). Se os ângulos entre os três vetores forem grandes, a região de superposição dos feixes focalizados torna-se muito pequena e a eficiência da soma ou diferença na frequência do feixe de luz gerado fica muito baixa. A superposição máxima é alcançada quando as três ondas são colineares (Figura 3.1b).

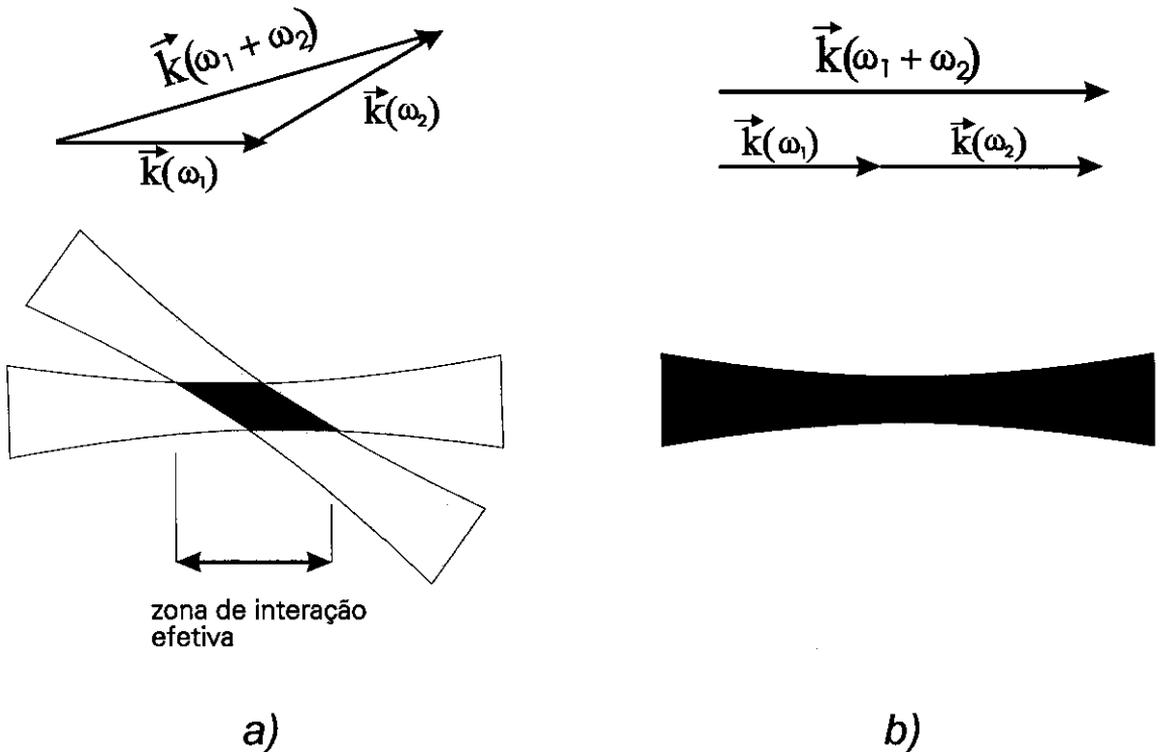


Fig. 3.1 Condição de casamento de fase para os feixes: a) Não colineares e b) Colineares [19]

No caso de feixes colineares, da equação (3.9) obtém-se

$$n_3 \omega_3 = n_1 \omega_1 \pm n_2 \omega_2 \quad (3.10)$$

onde n_i é o índice de refração. E, no caso de GSH, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ e $\omega_3 = 2\omega$.

A condição (3.9) pode ser satisfeita para cristais birrefringentes ajustando-se o ângulo de incidência do(s) feixe(s) de laser(s) em relação aos eixos principais do cristal (sintonia por ângulo) ou variando-se a temperatura do cristal para alterar os índices de refração (sintonia por temperatura).

A vantagem da sintonia por temperatura é que se pode deixar os feixes colineares (**Figura 3.1b**) com um dos eixos ópticos principais (eixos neutros). Neste caso, denominado de **casamento de fase não crítico** [24], os vetores de Poynting (fluxo de energia) de todas as ondas interagentes são paralelos aos vetores de onda. Portanto, os feixes interagentes não se desviam. Cabe aqui lembrar que, em meios anisotrópicos, a energia não necessariamente se propaga na direção da propagação da onda.

Na sintonia por ângulo, temos a situação ilustrada na **Figura 3.1a**, em que os vetores de Poynting não são paralelos aos seus respectivos vetores de onda. Isto é denominado de **casamento de fase crítico**. Nesse caso, a eficiência do processo de geração de segundo harmônico é baixa.

O casamento de fase na geração de segundo harmônico se dá também por dois processos:

- **Tipo I:** No processo tipo I, a onda na frequência fundamental, incidente na direção z , é polarizada na direção x (eixo ordinário de um cristal negativo) e o segundo harmônico gerado é polarizado na direção y (eixo extraordinário de um cristal negativo), de modo que seja verificada a relação dos índices de refração: $n_o(2\omega) = n_e(\omega)$, se $n_o(\omega) < n_e(\omega)$ ou $n_e(2\omega) = n_o(\omega)$, se $n_o(\omega) > n_e(\omega)$ (cristais birrefringentes negativos).

- **Tipo II:** No processo tipo II, a onda na frequência fundamental incidente na direção z , deve ter duas componentes ortogonais de polarização, uma componente orientada ao longo do eixo x (eixo ordinário de um cristal negativo) e outra componente orientada ao longo do eixo y (eixo extraordinário de um cristal negativo). A onda do

segundo harmônico gerado sai polarizado em y (raio extraordinário). Neste caso, é verificada a seguinte relação entre os índices de refração: $n_e(2\omega) = \frac{1}{2} [n_e(\omega) + n_o(\omega)]$.

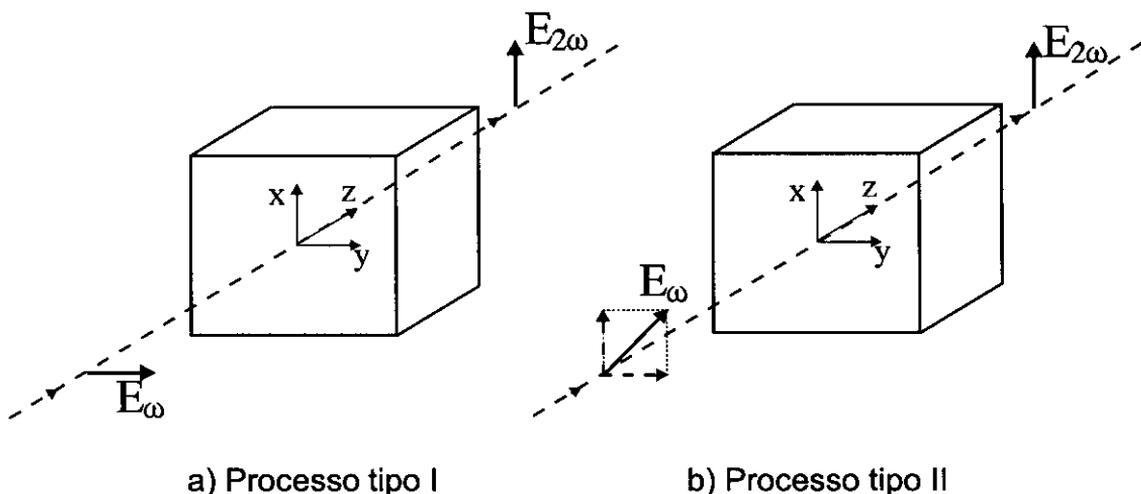


Fig. 3.2 Processos de casamento de fase para GSH.

No presente trabalho, o cristal não linear de KNbO_3 foi utilizado com o casamento de fase não crítico e processo tipo I (usa-se o coeficiente d_{32}). O processo tipo II apresenta dificuldades quando se usa o cristal numa cavidade passiva, devido ao fato de se ter dois modos de polarização. A GSH com o cristal de KNbO_3 , para comprimentos de onda acima de 1171 nm, dá-se somente pelo processo tipo II de casamento de fase (com o coeficiente não linear d_{31})[24].

3.3 Eficiência no Processo de Geração de Segundo Harmônico

A polarização não linear $P(2\omega)$ gerada na posição \mathbf{r} por um campo $E(\omega)\cos[\omega t - \mathbf{k}(\omega)\cdot\mathbf{r}]$ pode ser deduzida usando a eq. (3.1). Particularizando para o cristal de KNbO_3 usado neste trabalho, pode-se partir diretamente da eq. (3.8), ou seja,

$$P(2\omega) = E^2(\omega)\cos\{[\mathbf{k}(\omega) - \mathbf{k}(2\omega)]\cdot\mathbf{r}\} \quad (3.11)$$

Considerando que a onda na frequência fundamental propaga-se na direção z do cristal e com a hipótese de que a amplitude da onda gerada $E(2\omega)$ permanece sempre pequena comparada com $E(\omega)$, pode-se desprezar o aumento de $E(\omega)$ ao longo de z e obter a amplitude total da onda de SH gerada, somando-se de $z=0$ até $z=L$ (comprimento do cristal) as contribuições microscópicas $dE(2\omega, z)$ geradas em cada ponto por $P(2\omega, z)$.

Fazendo $\Delta k = |2\mathbf{k}(\omega) - \mathbf{k}(2\omega)|$ e $dE(2\omega) = [\omega/(\epsilon_0 n c) P(2\omega)]$, tem-se

$$E(2\omega, L) = \int_{z=0}^L \frac{\omega}{nc} d_{32} E^2(\omega) \cos(\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{z}) dz$$

$$E(2\omega, L) = \frac{\omega}{nc} d_{32} E^2(\omega) \frac{\text{sen}^2(\Delta k L)}{(\Delta k L)^2} \quad (3.12)$$

A intensidade $I = (nc\epsilon_0/2) |\mathbf{E}|^2$ da onda gerada é então

$$I(2\omega) = I^2(\omega) \frac{2\omega^2 |d_{32}|^2 L^2 \text{sen}^2(\Delta k L)}{n^3 c^3 \epsilon_0 (\Delta k L)^2} \quad (3.13)$$

A eficiência é dada por

$$\eta \equiv \frac{I(2\omega)}{I^2(\omega)} = \frac{2\omega^2 |d_{32}|^2 L^2 \text{sen}^2(\Delta k L)}{n^3 c^3 \epsilon_0 (\Delta k L)^2} \quad (3.14)$$

Na eq. (3.14), é possível verificar os efeitos do casamento de fase na eficiência da GSH, em termos dos vetores de onda (Δk). A eficiência máxima é obtida com $\Delta k=0$, ou seja, o vetor de onda na frequência fundamental colinear com o vetor de onda do SH gerado. A eq. (3.14) também leva em conta que o comprimento de coerência é igual ou maior que o comprimento do cristal (ver intervalo de integração acima). Vale lembrar que na eq. (3.14), considerou-se uma onda plana na frequência fundamental, mas os feixes de laser são gaussianos. Entretanto, na região do estrangulamento do feixe do laser, pode-se considerar o feixe como sendo uma onda plana. Portanto, a eq. (3.14) continua sendo uma boa aproximação para estimativa da eficiência, uma vez que, usualmente, o cristal é posicionado na região de focalização do feixe de laser.

3.4 Sintonia por temperatura no cristal KNbO_3

Fenomenologicamente, o comprimento de onda em que ocorre o casamento de fase, λ_{PM} , em função da temperatura pode ser descrito aproximadamente usando um polinômio de segundo grau da forma [24]

$$\lambda_{PM}(nm) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (3.15)$$

onde t é a temperatura em graus Celsius. Os valores dos coeficientes a_i dependem do coeficiente não linear d_{ab} .

A **Figura 3.3** mostra a variação do casamento de fase com a temperatura, comparando a eq. (3.15) com as medidas experimentais [25]. Para d_{32} , na temperatura ambiente $T=20$ °C, o casamento de fase ocorre para $\lambda_{PM}=856$ nm. Com o cristal de $KNbO_3$ usado no presente trabalho, estes valores foram confirmados.

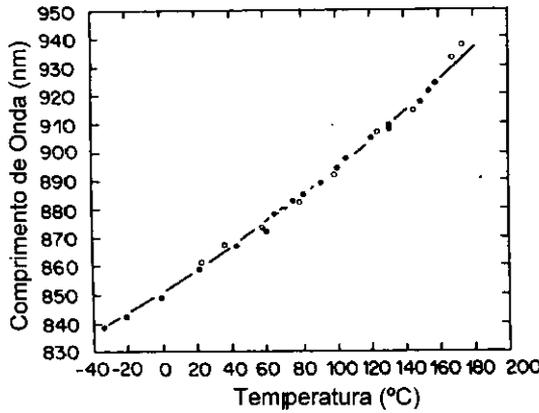


Fig 3.3 Dependência da temperatura com λ_{PM} para o casamento de fase não crítico e do tipo I (d_{32}) em $KNbO_3$. Os círculos são pontos experimentais e a curva sólida é calculada teoricamente [25].

A largura de banda $\delta\lambda$ para o casamento de fase tipo I, derivada da dispersão dos índices de refração $n_b(\lambda)$ e $n_c(\lambda)$, é dada por [25]:

$$\delta\lambda = \frac{1,39\lambda}{2\pi L} \left(\frac{\partial n_b^\omega}{\partial \lambda} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_c^{2\omega}}{\partial \lambda} \right)^{-1} \quad (3.16)$$

onde λ é o comprimento de onda fundamental e L o comprimento do cristal. Para o $KNbO_3$, com $L=10$ mm em $\lambda_{PM}=860$ nm, $n_b^\omega = n_c^{2\omega} = 2,28$

$$\delta\lambda = 0,05 \text{ nm} \rightarrow \delta\nu = 20 \text{ GHz}$$

Para $\lambda_{PM} \sim 860$ nm, a taxa de sintonia por temperatura para o KNbO_3 é

$$d\lambda/dT = 0,3 \text{ nm}/^\circ\text{C}$$

A flutuação da potência gerada no segundo harmônico em função da flutuação da temperatura no cristal é mostrada na **Figura 3.4**, com $\lambda_{PM}=838,5$ nm[25]. Com $\Delta T=0,3^\circ\text{C}$ (FWHM), torna-se possível sintonizar o laser num intervalo de $\delta\lambda = 0,1$ nm $\rightarrow \delta\nu = 40$ GHz.

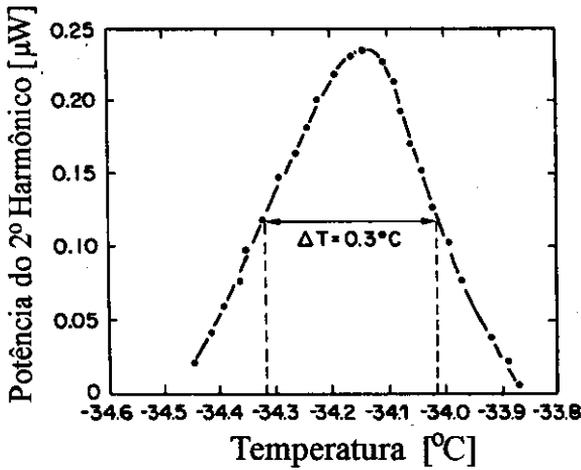


Fig 3.4 Potência do segundo harmônico gerado em função da temperatura de casamento de fase. $P_o(\lambda=838,5 \text{ nm}) = 5,8 \text{ mW}$ [25].

Capítulo 4

Cavidade Duplicadora de Frequência

4.1 Introdução

Para a geração de segundo harmônico (GSH) eficiente é necessário um nível razoável de potência do feixe de laser, na frequência fundamental [25], especialmente em determinadas técnicas de espectroscopia [26,27], são necessários alguns mW de potência do segundo harmônico gerado. Se não fosse o artifício de usar uma cavidade passiva para amplificação da potência do feixe de laser na frequência fundamental, seria muito limitado o uso dos lasers de diodo para este fim, uma vez que estes normalmente não apresentam uma potência razoável quando operam em modo único. Basicamente, são usados dois tipos de cavidades ópticas passivas: na configuração linear com dois espelhos [27–29] e na configuração em anel, tipo X, com quatro espelhos [12,16,30,31]. Por ser mais vantajoso, como será explicado adiante, optou-se por utilizar a cavidade em anel.

4.2 Comparação da Cavidade Linear com a Cavidade em Anel

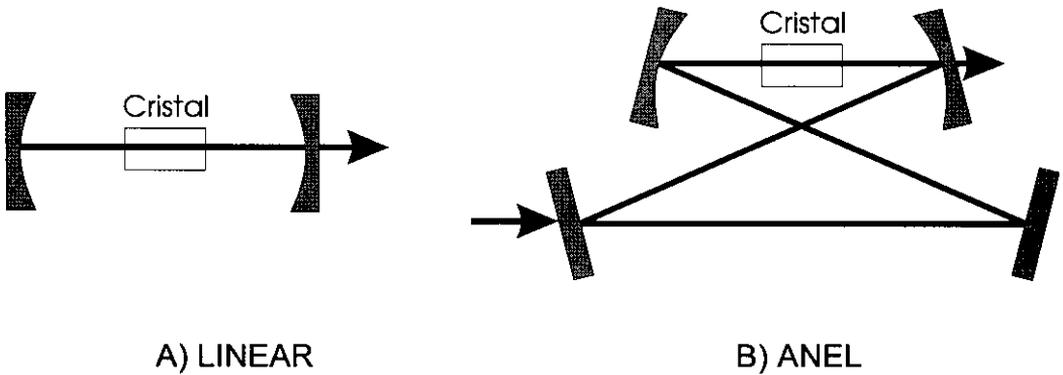


Fig. 4.1 Tipos de configurações de cavidades ópticas.

Tabela 4.1 *Comparação das Cavidades LINEAR x ANEL*

LINEAR	ANEL
Padrão de onda estacionária, portanto, o cristal não é uniformemente preenchido pela luz. (-)	Onda progressiva: O cristal é uniformemente preenchido pela luz. (+)
Feixe refletido no espelho de entrada, volta na direção do feixe incidente. (-)	Feixe refletido no espelho de entrada não volta na direção do feixe incidente. (+)
Para construção do modo, a luz passa duas vezes pelo cristal.(-)	Para construção do modo, a luz passa só uma vez pelo cristal. (+)
Na construção do modo, a luz é refletida apenas uma vez em cada espelho da cavidade, ou seja, sofre apenas 2 reflexões. (+)	Na construção do modo, a luz sofre quatro reflexões nos espelhos. (-)
Livre de aberrações. (+)	Espelhos inclinados → Surgem aberrações (astigmatismo).(-)

(+) Aspecto vantajoso; (-) Aspecto desvantajoso.

No balanço das vantagens e desvantagens das duas cavidades, mostrado na **Tabela 4.1**, a configuração em anel mostra-se ser a melhor opção. É claro que a simplicidade na montagem da configuração linear deve ser levada em conta. Entretanto, a cavidade na configuração linear necessariamente deve usar um isolador óptico com uma elevada atenuação, já que o feixe refletido no espelho de entrada retorna na direção do feixe incidente. O problema do astigmatismo na cavidade em anel do tipo X pode ser minimizado posicionando os espelhos esféricos em ângulos pequenos, ou compensando com o astigmatismo do próprio feixe do laser de diodo, quando este também for astigmático.

4.3 *Análise da Cavidade Óptica em Anel (Tipo X)*

Na determinação dos parâmetros da cavidade óptica em anel, para que esta comporte um modo ressonante estável após múltiplas passagens, utiliza-se o formalismo das matrizes de transferência de raios (*matriz ABCD*), desenvolvido por H. Kogelnik e T. Li [32]. O conceito básico envolvido na utilização da chamada matriz ABCD é a autoconsistência do campo eletromagnético num dado plano da cavidade, nos múltiplos percursos de ida e volta do feixe, para constituir um modo dessa cavidade.

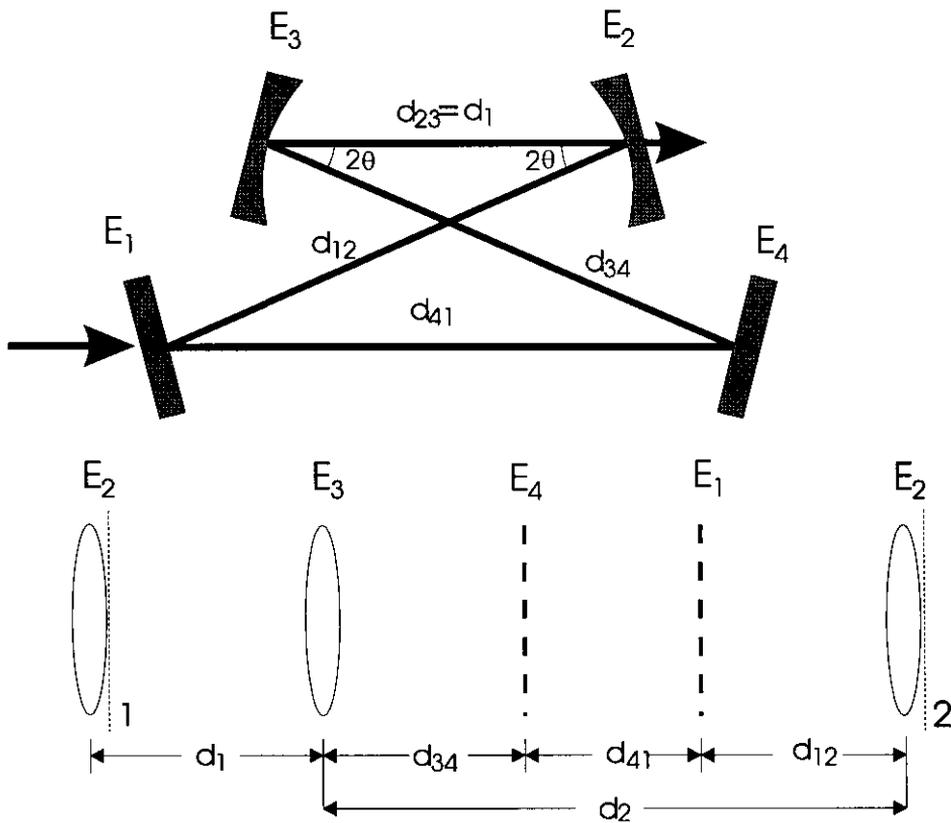


Fig. 4.2 Cavity equivalente

A cavity em anel e a cavity equivalente são mostradas na **Figura 4.2**. A matriz ABCD para este sistema óptico é

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d_2}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d_1}{f} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

onde as distâncias d_i estão indicadas na **Figura 4.2**, e f é a distância focal dos espelhos côncavos E_2 e E_3 , que têm o mesmo raio de curvatura. Multiplicando as matrizes obtém-se:

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_2}{f} & d_1 + d_2 \left(1 - \frac{d_1}{f}\right) \\ -\frac{1}{f} - \frac{1}{f} \left(1 - \frac{d_2}{f}\right) & -\frac{d_1}{f} + \left(1 - \frac{d_1}{f}\right) \left(1 - \frac{d_2}{f}\right) \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Fazendo $G_1 = 1 - \frac{d_1}{f}$; $G_2 = 1 - \frac{d_2}{f}$

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_2 & f(1 - G_2 G_1) \\ -\frac{1}{f}(1 + G_2) & G_1(1 + G_2) - 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Da condição de estabilidade para uma cavidade ressonante [32]

$$-1 < \frac{A+D}{2} < 1 \quad (4.4)$$

$$A+D = (G_1+1)(G_2+1) - 2$$

Substituindo a expressão acima na condição (4.4), tem-se

$$0 < (G_1+1)(G_2+1) < 4 \quad (4.5)$$

ou, substituindo as expressões para G_1 e G_2

$$0 < \left(2 - \frac{d_1}{f}\right) \left(2 - \frac{d_2}{f}\right) < 4 \quad (4.6)$$

O intervalo de estabilidade δ pode ser interpretado como um pequeno desajuste na distância entre as duas lentes que formam um telescópio, ou seja, quando a separação entre as duas lentes for igual a soma das distâncias focais $f_1 + f_2$ do telescópio, o feixe emergente está colimado. Fora dessa condição, o feixe diverge ou converge. Então, para a cavidade óptica em questão, o intervalo de estabilidade pode ser definido como

$$\delta \equiv d_1 - 2f \quad (4.7)$$

Substituindo d_1 por $\delta + 2f$ na eq. (4.6), tem-se

$$0 < \left(2 - \frac{\delta + 2f}{f}\right) \left(2 - \frac{d_2}{f}\right) < 4$$

$$0 < \delta (d_2 - 2f) < 4f^2$$

$$0 < \delta < \frac{4f^2}{d_{12} + d_{34} + d_{41} - 2f} \quad (4.8)$$

A expressão acima determina o intervalo de estabilidade para uma cavidade em anel de quatro espelhos, considerando que $d_{12} + d_{34} + d_{41} > 2f$. Entretanto, como o feixe incide nos espelhos esféricos num ângulo θ em relação ao eixo óptico, são introduzidas aberrações no feixe focalizado. A mais importante é o astigmatismo, ou seja, o foco f é diferente para os dois planos da cavidade, plano sagital e plano tangencial. O plano tangencial é o plano definido pelo vetor de onda e pelo eixo óptico dos espelhos da cavidade (plano do papel na **Figura 4.2**). E o plano sagital é plano perpendicular ao tangencial. O intervalo de estabilidade nos dois planos pode ser obtido pela simples substituição das respectivas distâncias focais.

• *Intervalo de estabilidade no plano tangencial*

Os raios contidos no plano tangencial serão focalizados a uma distância

$$f_T = f \cos\theta, \quad (4.9)$$

então, substituindo $f_T \rightarrow f$ na eq. (4.8),

$$0 < \delta_T < \frac{4f^2 \cos^2 \theta}{d_{12} + d_{34} + d_{41} - 2f \cos\theta} \quad (4.10)$$

• *Intervalo de estabilidade no plano sagital*

Os raios contidos no plano sagital serão focalizados a uma distância

$$f_S = f / \cos\theta, \quad (4.11)$$

substituindo $f_S \rightarrow f$ na eq. (4.8),

$$0 < \delta_S < \frac{4f^2 / \cos^2 \theta}{d_{12} + d_{34} + d_{41} - \frac{2f}{\cos\theta}} \quad (4.12)$$

O critério de estabilidade para esta cavidade pode então ser interpretado como uma superposição dos dois intervalos, eq. (4.10) e eq. (4.12), ou seja, a cavidade deve ser estável simultaneamente no plano tangencial e no plano sagital. A seguir será apresentado um diagrama de estabilidade, incluindo os dois planos, para ajudar a visualização dessa região de superposição.

• *Diagrama de estabilidade*

O diagrama de estabilidade pode ser obtido a partir da condição de estabilidade sem o efeito de astigmatismo, ou seja, eq. (4.5).

Redefinindo as variáveis

$$x = G_1 + 1; \quad x_T = G_{1T} + 1; \quad x_S = G_{1S} + 1$$

$$y = G_2 + 1; \quad y_T = G_{2T} + 1; \quad y_S = G_{2S} + 1$$

sendo

$$G_{1T} = G_1(f \rightarrow f \cos\theta); \quad G_{1S} = G_1(f \rightarrow f/\cos\theta);$$

$$G_{2T} = G_2(f \rightarrow f \cos\theta); \quad G_{2S} = G_2(f \rightarrow f/\cos\theta).$$

Lembrando que

$$G_1 = 1 - \frac{d_1}{f} \quad \text{e} \quad G_2 = 1 - \frac{d_2}{f}.$$

Da eq. (4.5), no plano tangencial tem-se, então, o seguinte critério de estabilidade

$$0 < x_T y_T < 4. \quad (4.13)$$

e, no plano sagital

$$0 < x_S y_S < 4 \quad (4.14)$$

Em termos das distâncias entre os componentes ópticos,

$$x_S = 2 - \frac{d_1}{f} \cos\theta$$

substituindo $\cos\theta \rightarrow \cos\theta + 1/\cos\theta - 1/\cos\theta$

$$x_s = 1 - \frac{d_1}{f \cos\theta} + 1 + \frac{d_1}{f} \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta \right)$$

chamando
$$\Delta x = \frac{d_1}{f} \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta \right),$$

$$x_s = x_T + \Delta x. \quad (4.15)$$

Da mesma forma,

$$y_s = 1 - \frac{d_2}{f \cos\theta} + 1 + \frac{d_2}{f} \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta \right)$$

chamando
$$\Delta y = \frac{d_2}{f} \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta \right)$$

$$y_s = y_T + \Delta y. \quad (4.16)$$

Δx e Δy podem ser interpretados como deslocamentos dos eixos da condição de estabilidade do plano tangencial em relação ao plano sagital. A **Figura 4.3** mostra o diagrama de estabilidade resultante.

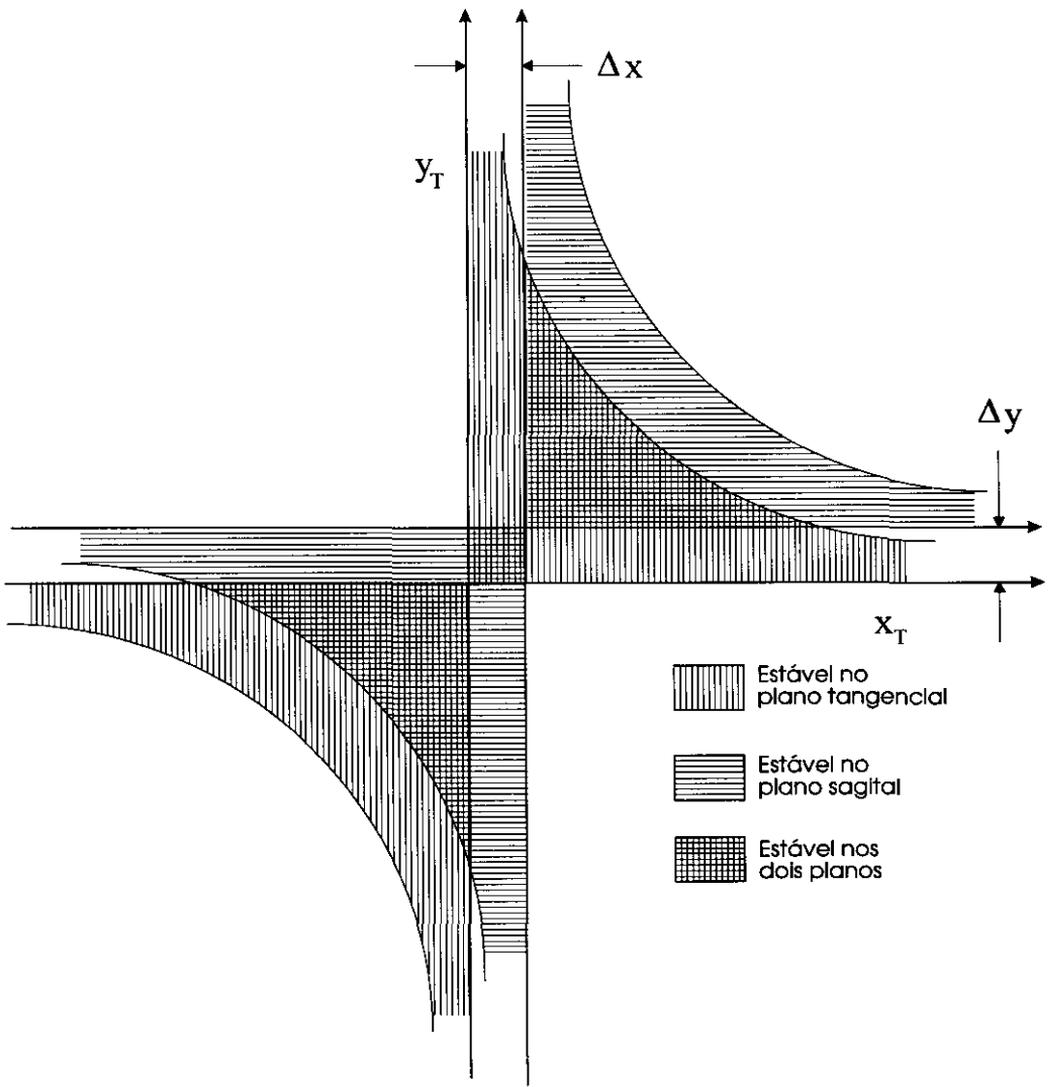


Fig. 4.3 Diagrama de estabilidade para cavidade em anel, astigmática.

Este diagrama serve para mostrar que o efeito do astigmatismo é a redução da região de estabilidade, onde pode-se verificar a existência de 4 situações distintas:

- 1) Cavidades completamente estáveis
- 2) Cavidades completamente instáveis
- 3) Cavidades estáveis no plano sagital
- 4) Cavidades estáveis no plano tangencial

O efeito prático das situações 3 e 4 está na redução do intervalo de estabilidade.

• *Cintura do feixe*

A matriz ABCD permite também fazer o cálculo da cintura do feixe (“*beam waist*”) dentro da cavidade, bem como sua posição[32].

Um raio paraxial pode ser descrito por duas quantidades: A sua distância r_1 ao eixo óptico do sistema; e a sua inclinação r_1' em relação a este mesmo eixo. Um sistema óptico qualquer atua nessas grandezas, transformando (r_1, r_1') em (r_2, r_2') por meio de uma transformação linear, que pode ser expressa por uma matriz. Essa matriz é justamente a matriz ABCD de um sistema óptico qualquer. Então para uma cavidade óptica

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_1' \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Considerando ondas esféricas propagando-se nesta cavidade, tem-se um raio de curvatura da frente de onda no plano inicial dado por $R_1 = r_1/r_1'$ e, no plano final, dado por $R_2 = r_2/r_2'$. Os raios de curvatura inicial e final são, então, relacionados por

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D} \quad (4.18)$$

Para feixes gaussianos, a eq. (4.18) só é válida se o raio de curvatura R_i for um parâmetro complexo q_i . Logo, para feixes gaussianos, a eq. (4.18) fica

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (4.19)$$

onde

$$\frac{1}{q_i} = \frac{1}{R_i} - i \frac{\lambda}{\pi w_i^2} \quad (4.20)$$

sendo R o raio de curvatura, w o raio do feixe e λ o comprimento de onda.

Como a matriz ABCD é calculada para um percurso de ida e volta na cavidade, os planos inicial e final são os mesmos. Então, para que um feixe gaussiano seja um modo dessa cavidade, é necessário que

$$q_2 = q_1 = q \quad (4.21)$$

Usando a eq. (4.19)

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (4.22)$$

cuja solução é

$$\frac{1}{q} = \frac{D - A}{2B} \pm i \frac{\sqrt{4 - (A + D)^2}}{2B} \quad (4.23)$$

que dá o valor do parâmetro q no plano em que se iniciou o cálculo da matriz ABCD. Comparando a eq. (4.23) com a eq. (4.20) determina-se o raio de curvatura e o diâmetro do feixe naquele plano.

O feixe gaussiano se contrai a um diâmetro mínimo $2w_0$ na cintura do feixe e a curvatura da frente de onda nessa região se torna infinita. Pela eq. (4.20), o parâmetro complexo, na posição da cintura de feixe, torna-se puramente imaginário, ou seja,

$$q_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.24)$$

A uma distância z da cintura do feixe o parâmetro é

$$q = q_0 + z = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} + z \quad (4.25)$$

Usando a propriedade da matriz ABCD, $AD - BC = 1$, que vem do fato de que

$$\det [ABCD] = n_1 / n_2 = 1,$$

onde n_1 é o índice de refração na entrada do sistema óptico e n_2 é o índice de refração na saída do sistema óptico ($n_1 = n_2 = 1$) e comparando a eq. (4.25) com a eq. (4.23) chega-se ao resultado

$$w_0^2 = \frac{\lambda \sqrt{4 - (A + D)^2}}{2\pi C} \quad (4.26)$$

e

$$z = \frac{D - A}{2C} \quad (4.27)$$

4.4 Parâmetros Utilizados na Caverna em Anel

Na caverna óptica montada e utilizada no presente trabalho, os parâmetros geométricos foram os seguintes:

$$R_2 = 10 \text{ cm}$$

$$R_3 = 10 \text{ cm}$$

$$d_{23} \equiv d_1 = 11 \text{ cm}$$

$$d_{41} = 17,5 \text{ cm}$$

$$d_{12} = 15,5 \text{ cm}$$

$$d_{34} = 14 \text{ cm}$$

$$\theta = 7^\circ$$

$$d_{41} + d_{12} + d_{34} \equiv d_2 = 47 \text{ cm}$$

Estes parâmetros foram escolhidos levando-se também em conta as dimensões dos suportes dos espelhos.

Das eqs. (4.10) e (4.11), os intervalos de estabilidade nos planos tangencial e sagital são:

$$0 < \delta_T < 2,7 \text{ cm} \quad \text{e} \quad 0 < \delta_T < 2,9 \text{ cm}$$

A separação entre os espelhos esféricos deve estar entre

$$10 \text{ cm} < d_1 < 12,7 \text{ cm}$$

De (4.26), as cinturas do feixe no plano tangencial e sagital são dadas por

$$w_{0T}^2 = \frac{\lambda f^2}{2\pi} \cos^2 \theta \frac{\sqrt{4 - \left[\left(2 - \frac{d_1}{f \cos \theta} \right) \left(2 - \frac{d_2}{f \cos \theta} \right) - 2 \right]^2}}{d_2 - 2f} \quad (4.28)$$

$$w_{0S}^2 = \frac{\lambda f^2}{2\pi \cos^2 \theta} \frac{\sqrt{4 - \left[\left(2 - \frac{d_1 \cos \theta}{f} \right) \left(2 - \frac{d_2 \cos \theta}{f} \right) - 2 \right]^2}}{d_2 - 2f} \quad (4.29)$$

O gráfico de w_{0T} e w_{0S} em função da separação entre os espelhos esféricos d_1 é apresentado na **Figura 4.4**. Nota-se que, em 10,5 cm e 11,5 cm, os raios das cinturas do feixes são coincidentes. Na cavidade construída, foi utilizado este intervalo para posicionamento dos espelhos esféricos. Das eqs. (4.28) e (4.29) pode-se concluir também que aumentando-se d_2 diminui-se o raio da cintura do feixe, o que é vantajoso do ponto de vista da eficiência do processo de GSH, que depende da intensidade. Entretanto, aumentando-se d_2 , diminui-se o intervalo de varredura espectral (FSR) da cavidade e fica mais crítico o intervalo de estabilidade.

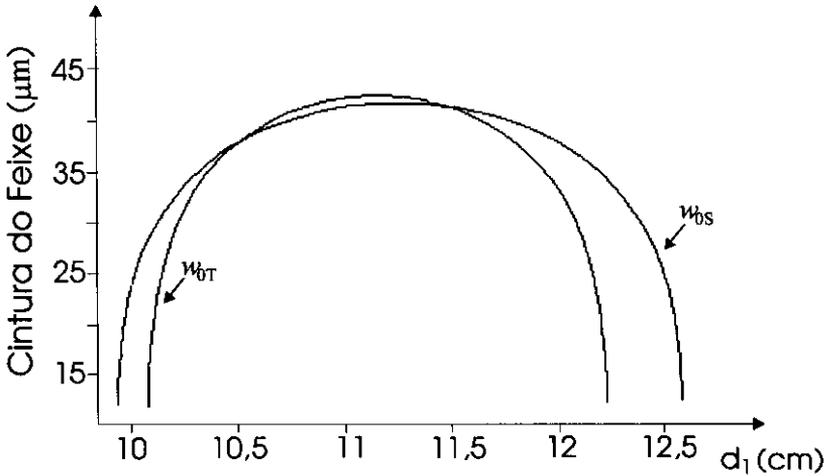


Fig. 4.4 Cintura do feixe (raio) em função da separação dos espelhos esféricos.

Na análise feita da cavidade em anel não se considerou o cristal não linear, posicionado entre os espelhos esféricos. Entretanto, como o cristal não está em ângulo,

seus efeitos são facilmente incluídos nas equações, uma vez que a matriz ABCD de um dielétrico de índice de refração n e com comprimento L é simplesmente dada por [32]:

$$\begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

A distância d_1 entre os dois espelhos com o cristal de comprimento L fica

$$d_1^* = d_{23} + L(1/n - 1) \quad (4.31)$$

com $n \approx 2,3$ e $L = 10$ mm. Isso significa que a separação efetiva dos dois espelhos fica encurtada por 0,5 cm.

Dentro do cristal, para estimativa do raio na cintura do feixe, deve-se usar (λ/n) ao invés de λ nas eqs. (4.28) e (4.29). Logo, dentro do cristal

$$w_0^* = \frac{w_0}{\sqrt{n}} = 0,7w_0 \quad (4.32)$$

O parâmetro confocal, definido como a distância a partir de w_0 até o raio atingir $\sqrt{2} w_0$, é dada por $b=2\pi w_0^2/\lambda$. Portanto, dentro do cristal

$$b = \frac{2\pi n w_0^2}{\lambda} \quad (4.33)$$

Para a cavidade óptica construída, dentro do cristal $w_0^* = 28,7 \mu\text{m}$ e $b = 14$ mm. Portanto $b > L = 10$ mm (comprimento do cristal).

4.5 Eficiência da Cavidade Duplicadora de Frequência

Para avaliar a eficiência da cavidade passiva na geração de segundo harmônico, determina-se a potência circulante (P_c), pois, a eficiência do processo de geração de SH está diretamente relacionada com a potência circulante, ou seja,

$$P_{2\omega} = \gamma_{SH}(P_c)^2 \quad (4.34)$$

onde γ_{SH} é a eficiência da GSH, conforme explicado no Capítulo 3.

• Potência circulante na cavidade

Para estimativa da potência circulante P_c na cavidade passiva em anel, considera-se uma cavidade de apenas dois espelhos (**Figura 4.5**): O espelho E_1 é o espelho de acoplamento, com refletividade R_1 e o espelho E_m , com refletividade R_m , leva em conta a refletividade dos demais espelhos da cavidade em anel e inclui as perdas no cristal não linear. Conforme demonstrado no Apêndice I, a potência circulante numa cavidade em ressonância é dada por

$$P_c = \frac{P_i T_1}{(1 - \sqrt{R_1} \sqrt{R_m})^2} \quad (4.35)$$

A potência circulante expressa pela eq. (4.35) leva em conta que o feixe de laser incidente na cavidade tem o modo perfeitamente acoplado com o modo da cavidade. Se isso não ocorrer, deve-se multiplicar a eq. (4.35) por um fator de acoplamento, que tem o valor 1 no caso dos modos estarem perfeitamente acoplados.

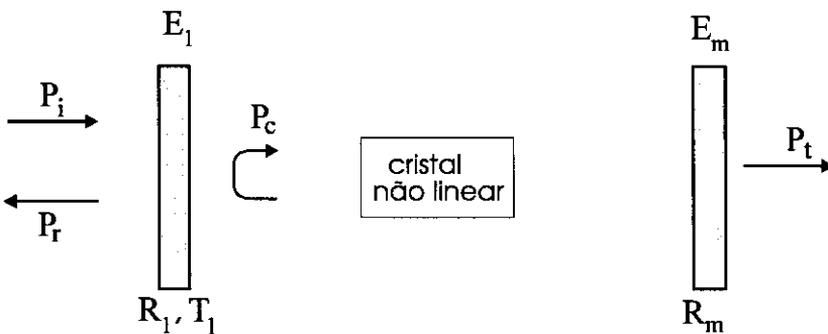


Fig. 4.5 Esquema simplificado da cavidade para determinação da potência circulante.

R_1 é simplesmente a refletividade do espelho de entrada E_1 , da (Figura 4.2).

T_1 é a transmissão do espelho E_1 , de modo que $R_1 + T_1 = 1$.

R_m é a refletividade de todos os demais espelhos da cavidade e inclui também as perdas no cristal não linear, ou seja,

$$R_m = (1 - L_{SH})(1 - L_{cristal}) R_2 R_3 R_4, \quad (4.36)$$

onde $L_{SH} \equiv \gamma_{SH} P_c$ representa as perdas devido ao processo de geração de segundo harmônico e $L_{cristal}$ são as perdas por reflexão nas faces do cristal e espalhamento. É importante salientar que no caso da cavidade com configuração linear, para construir o modo, o feixe passa duas vezes pelo cristal num percurso de ida e volta. Logo, na eq. (4.36), os dois fatores de perdas relacionados com o cristal seriam elevados ao quadrado.

• Otimização do Acoplamento na Cavidade

O valor ótimo da transmissão T_1 do espelho de acoplamento (E_1) da cavidade passiva depende fundamentalmente das perdas da cavidade, conforme a demonstração que se segue. Desconsiderando as perdas por absorção no filme dos espelhos, a transmissão e reflexão do espelho E_1 , estão relacionadas por

$$R_1 = 1 - T_1 \quad (4.37)$$

Então, a eq. (4.35) fica

$$P_c = \frac{P_1 T_1}{(1 - \sqrt{1 - T_1} \sqrt{R_m})^2} \quad (4.38)$$

O valor de T_1 para que a potência circulante seja máxima ocorre quando

$$\frac{dP_c}{dT_1} = 0 \quad \therefore \quad [T_1]_{otimo} \cong 1 - R_m \quad (4.39)$$

Portanto, o valor ótimo de acoplamento na cavidade ocorre quando a transmitância do espelho de entrada for igual às perdas totais da cavidade.

4.6 Caracterização da Cavity Duplicadora de Frequência

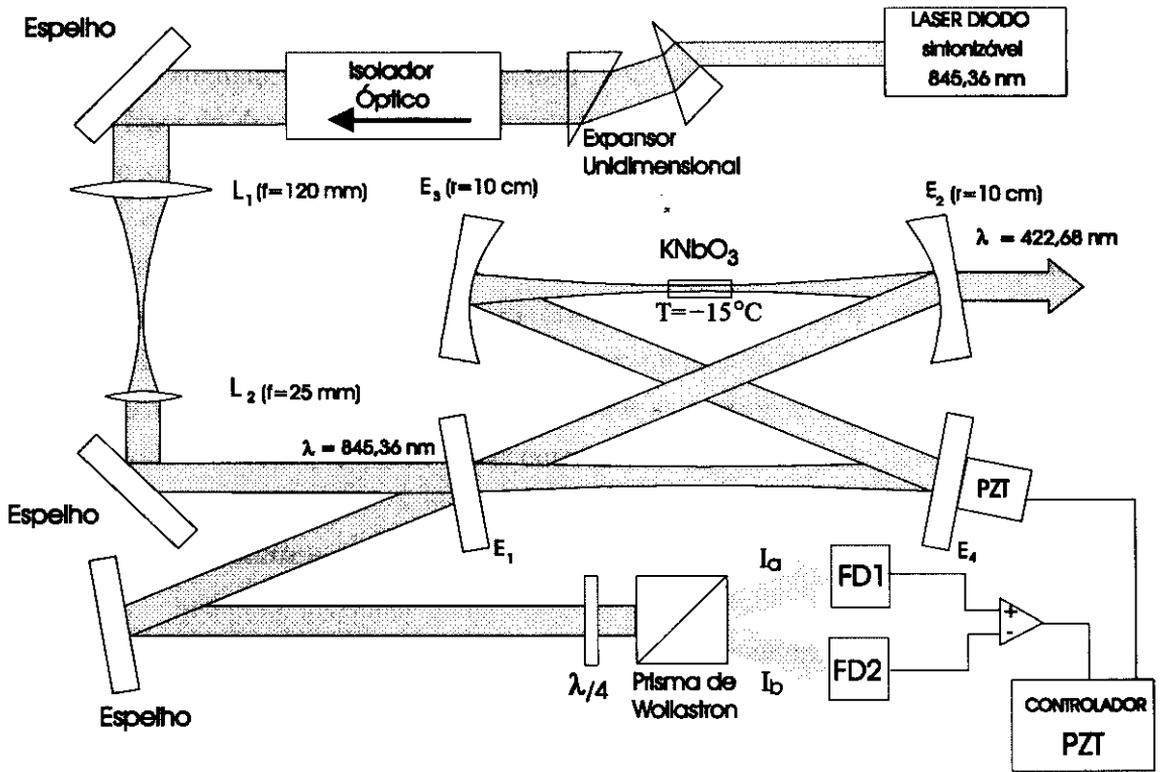


Fig. 4.6 Esquema completo do sistema para duplicação de frequência

O esquema do sistema de duplicação construído é apresentado na **Figura 4.6**. A especificação dos componentes da cavidade é a seguinte:

E₁- Espelho de acoplamento: Espelho plano. $T=5\%$ @ 845 nm.

E₂ - Espelho de saída do SH: Espelho esférico com raio de curvatura de 10 cm;
 $R_2=99,3\%$ @ 845 nm; $T = 55\%$ @ 422,5 nm.

E₃ - Espelho interno: Espelho esférico com raio de curvatura de 10 cm;
 $R_3=99,3\%$ @ 845 nm.

E₄ - Espelho interno: Espelho plano: $R_4 = 99,3\%$

Cristal KNbO₃:

Dimensão: 3x3x10 mm (*Virgo Optics*)

Reflexão em cada face: 0,2% (filme anti-refletor):

Perda total $L_{\text{cristal}} \approx 0,5\%$ (reflexão + espalhamento)

Perda por acoplamento GSH: $L_{\text{SH}} = \gamma P_c$;

$\gamma = 0,017 \text{ W}^{-1}$; $p/P_i = 70\text{mW}$, $P_c = 1120\text{mW}$; $L_{\text{SH}} = 2\%$

O laser de diodo é discutido no Capítulo 2. O par de prismas serve para produzir uma expansão unidirecional de 2 vezes para tornar circular a seção transversal do feixe do laser de diodo. O isolador óptico consistiu na verdade de dois isoladores, cada um com um fator de atenuação de 40 dB. As lentes L_1 e L_2 formam um telescópio para acoplar o feixe de laser de diodo no modo da cavidade passiva. Para que ocorra o casamento dos modos, o foco do telescópio deve estar situado entre os espelhos E_1 e E_4 , região onde ocorre o segundo estrangulamento, de maior diâmetro, do modo da cavidade. O sistema na parte inferior da **Figura 4.6** serve para travar o modo da cavidade passiva no modo da cavidade do laser de diodo e será discutido em detalhes no próximo item deste capítulo. Todos os componentes ópticos foram montados diretamente sobre uma mesa de aço inox, com estrutura interna hexagonal e suspensão a ar. Uma caixa de acrílico envolve todo o sistema, isolando-o das correntes de ar.

• *Potência Circulante — Fator de Amplificação*

Com os parâmetros acima, para uma potência incidente de 70 mW ($L_{SH} \approx 2\%$), as perdas da cavidade dadas pela eq.(4.36)

$$R_m = (1 - 0,02)(1 - 0,005) (0,993)^3 = 0,95$$

Nota-se, de acordo com a eq. (4.39), que o espelho de entrada tem o valor ótimo do acoplamento, que é de 5%. Isso foi verificado experimentalmente, usando 3 espelhos com valores distintos de refletividade e monitorando a potência da própria luz azul (SH) gerada .

A razão entre a potência circulante e a potência incidente, que dá o fator de amplificação da cavidade, é obtida da eq. (4.38) utilizando-se os parâmetros acima, ou seja,

$$P_c/P_i = \frac{0,05}{(1 - \sqrt{0,95}\sqrt{0,95})^2} = 20$$

Experimentalmente, obteve-se um fator de 16 vezes na amplificação da cavidade. Nessa avaliação experimental, a potência circulante foi determinada medindo-se a fração de luz infravermelha que vaza por um dos espelhos da cavidade, durante a geração de segundo harmônico. A discrepância do valor teórico do fator de amplificação

deve-se ao fato, já mencionado na dedução da eq. (4.38), de que não foi considerado o fator de acoplamento de modos do feixe de laser de diodo com o modo da cavidade passiva. Seguramente, pode-se afirmar que os modos não estavam perfeitamente casados, pois apesar da expansão unidimensional produzida pelo par de prismas, o perfil transversal resultante do feixe de laser de diodo não era rigorosamente circular. Entretanto, como a cavidade em anel também é astigmática e o grau desse astigmatismo é ajustável a partir de um certo valor mínimo, dadas as considerações geométricas da cavidade, é perfeitamente possível tirar proveito do feixe de diodo com perfil elíptico, uma vez que este feixe, ao passar pelo telescópio, vai apresentar dois focos, um no plano tangencial e outro no plano sagital. Conforme ilustra a **Figura 4.6**, a cavidade em anel apresenta uma segunda região de estrangulamento do feixe, entre os espelhos E_1 e E_4 . Nessa região de estrangulamento é que se acopla o feixe do laser de diodo. Assim, um feixe astigmático pode ser acoplado perfeitamente no modo astigmático da cavidade passiva. O feixe de luz gerado continua apresentando um grau mínimo de astigmatismo, se a separação entre os espelhos esféricos E_2 e E_3 for apropriadamente escolhida (ver **Figura 4.4**), para que $w_{0T} \approx w_{0S}$. Essas considerações foram parcialmente levadas em conta, mas apenas com uma avaliação qualitativa, que consistiu em otimizar a potência circulante da cavidade passiva, variando-se a separação das lentes L_1 e L_2 do telescópio para ajustar a focalização sagital/tangencial do feixe do laser de diodo no centro dos espelhos E_1 e E_4 , onde situa-se a outra cintura do modo da cavidade passiva. Entretanto, o problema foi apenas parcialmente resolvido, haja visto que o grau de astigmatismo do laser de diodo era muito acentuado. Antes de passar pelo par de prismas para expansão unidimensional, o laser de diodo apresenta um perfil astigmático de $\theta_{//}/\theta_{\perp} = 1/3$. Após passar pelo par de prismas, é expandido por 2 vezes numa dimensão, resultando num perfil, ainda astigmático, de $\theta_{//}/\theta_{\perp} = 2/3$. O casamento perfeito de modos só deve ocorrer quando $w_{0T} = (2/3)w_{0S}$, já que é esta a razão entre os eixos da elipse do feixe do laser de diodo. Pode ser notado na **Figura 4.4** que, para certas distâncias entre os espelhos esféricos E_2 e E_3 , nos extremos da região de estabilidade total (nos dois planos), é perfeitamente possível compensar esse astigmatismo do feixe do laser de diodo, mesmo com um ângulo de incidência pequeno. Porém, o feixe de luz azul gerado seria elíptico e haveria necessidade de corrigi-lo. É importante salientar que o astigmatismo não é a única aberração que aparece quando se incide um feixe em ângulo[33], especialmente em ângulos grandes. Em suma, pode-se afirmar que o fator de acoplamento dos modos é de 80% — razão entre a amplificação medida (=16 vezes) e a amplificação teórica (=20 vezes). Este percentual é muito bom e compatível com o obtido em outros trabalhos. Na referência [31] é mencionado um fator de acoplamento dos modos de 60%.

O fator de amplificação de 20 vezes, calculado com as considerações das perdas, é baixo se comparado com outros trabalhos [16,31]. Entretanto, nesses trabalhos, foram utilizados espelhos com refletividade de 99,98%, o que resulta em apenas 0,05% de perda total nos espelhos, enquanto no presente trabalho a refletividade é de 99,3%, resultando em 2% de perdas! Com a qualidade dos espelhos da referência [16], o fator de amplificação seria de 33 vezes! Multiplicando pelo fator de acoplamento de modo (0,8), daria um fator de até 26 vezes, desconsiderando as perdas para geração do segundo harmônico. E realmente, na referência [16], constata-se que foi obtido experimentalmente um fator de amplificação em torno de 22 vezes.

Constatou-se que o posicionamento do cristal na cavidade é um detalhe importante. Se a face do cristal estiver exatamente perpendicular ao feixe, acopla-se um outro modo contrapropagante na cavidade, o que compromete enormemente a eficiência da amplificação, além de realimentar o laser de diodo, apesar dos isoladores ópticos. Entretanto, contorna-se facilmente este problema, inclinando-se ligeiramente o cristal não linear.

• *Montagem do Cristal KNbO₃*

O casamento de fase para GSH em $\lambda = 422,6$ nm ocorre em $T = -15$ °C. Para manter o cristal nessa temperatura foi utilizado um suporte de cobre com um filme de ouro. O cristal foi grudado em cima dessa placa de cobre com pasta térmica, cuidadosamente aplicada na face lateral que fica em contato com a placa, para não danificar as superfícies ópticas. A placa de cobre tem área de 35×40 mm² e espessura de 5mm. Esta placa de cobre é soldada num elemento Peltier que suporta uma corrente máxima de 2 Ampères e 4 Volts. O trocador de calor do Peltier é mantido em $T = 20$ °C por meio da circulação de água. Com a corrente de 1 A, o cristal fica mantido na temperatura de $T = -15$ °C. Nessa placa de cobre há um sensor (tipo termistor de 10K Ω em $T = 25$ °C) e um controlador de temperatura (Newport - mod. 8000) que mantém a temperatura estabilizada em $\pm 0,001$ °C. Para evitar que haja condensação de água nas faces, todas as partes frias da montagem ficam dentro de uma pequena caixa de acrílico que recebe um fluxo contínuo de argônio. Não se utilizou nitrogênio, pelas suspeitas de que esse gás pudesse causar deterioração do cristal. Tomou-se também o cuidado de baixar/elevar a temperatura numa taxa não superior a 80°C/hora, para evitar danos (fratura e/ou despolarização) ao cristal [24].

• Eficiência da Luz Azul Gerada

A curva de eficiência obtida do processo de duplicação de frequência está na **Figura 4.7**. No eixo horizontal, estão representados os valores do quadrado da potência circulante medida na cavidade passiva, que é 16 vezes a potência incidente do laser de diodo. No eixo vertical, estão os valores da potência da luz gerada no azul, que foram obtidos medindo-se a potência de luz azul que sai da cavidade passiva, multiplicado-se por um fator de 1,8. Este fator multiplicativo serve para compensar as perdas na transmissão do espelho de saída. Como no processo de geração de segundo harmônico, a potência obtida do feixe gerado é proporcional ao quadrado da potência circulante do feixe fundamental ($P_{2\omega} = \gamma P_{\omega}^2 = \gamma (16P_i)^2$). O coeficiente da reta dá a eficiência do processo de geração de segundo harmônico, $\gamma = 0,017 \text{ W}^{-1}$. Este valor coincide com o valor citado em outros trabalhos[16,34]. Nota-se, na curva da **Figura 4.7**, que esse coeficiente somente é válido para potências baixas. Para potências maiores, não ocorre mais essa proporcionalidade. A razão disso é que existem outros efeitos que ocorrem no processo de geração de segundo harmônico, e contribuem para diminuir a eficiência, especialmente quando se usa o cristal numa cavidade óptica passiva. Um dos efeitos, bastante estudado[35], que ocorre com o cristal KNbO_3 , é a indução de absorção da radiação infravermelha pela própria radiação azul gerada. Este efeito é bastante pronunciado, especialmente nesse caso, em que o espelho de saída não apresenta uma boa transmitância para a luz azul.

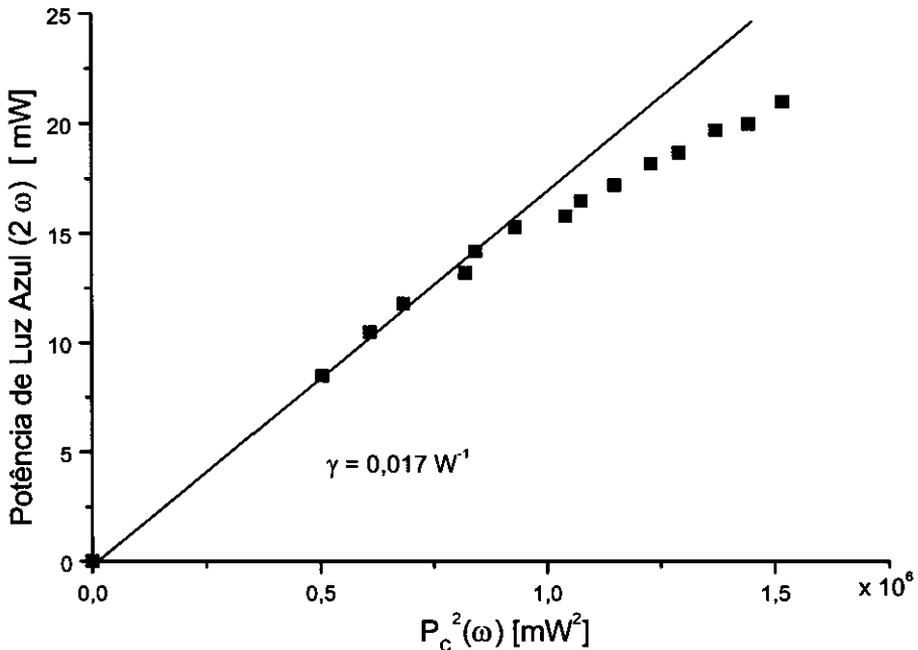


Fig. 4.7 Eficiência na GHS

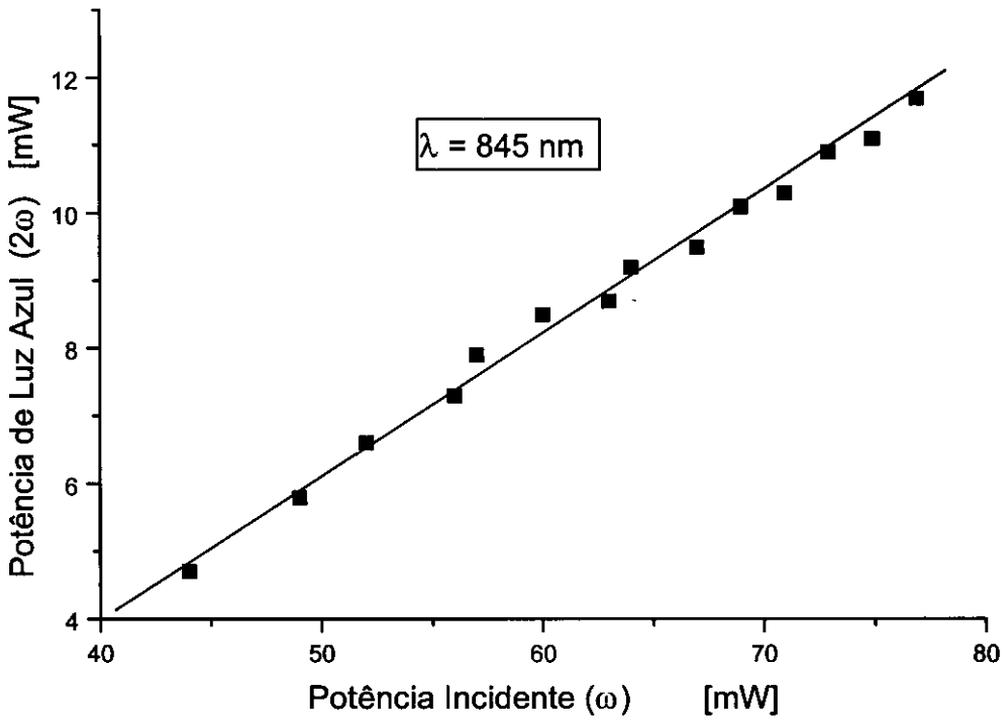


Fig. 4.8 Gráfico da potência incidente na cavidade passiva e da potência de luz azul gerada.

A **Figura 4.8** mostra o gráfico da potência incidente na cavidade passiva, P_i , e a potência de luz azul gerada que emerge da cavidade passiva pelo espelho de saída E_2 (**Figura 4.6**). Na potência máxima incidente na cavidade passiva, 78 mW, a potência de luz azul gerada foi de 12 mW, em $\lambda=845$ nm. Para a realização dessas medidas, não se utilizou a cavidade externa no laser de diodo. Com a cavidade externa a potência incidente máxima caiu para 50 mW.

Há um limite do máximo de transmissão num espelho dicróico para comprimentos de onda harmônicos. Um espelho que é altamente refletivo em $\lambda=845$ nm, não pode ser também altamente transmissivo para um harmônico, ou seja, em $\lambda=422,5$ nm. Na referência [16], os autores citam a utilização de um espelho com $R=99,98\%$ @ 845 nm e $T=82\%$ @ 422,5 nm. Este é o melhor espelho de todos os trabalhos sobre duplicação de frequência nessa região do espectro. Dificilmente são mencionados espelhos melhores do que $T=80\%$. Entretanto, os espelhos utilizados no presente trabalho, fabricados no Brasil, além da refletividade um tanto baixa de 99,3%, apresentam também uma transmissão baixa, de 55% @ 422,5 nm, conforme pode ser visto na **Figura 4.9**. Assim, 45% da luz azul gerada retorna para o cristal e induz a absorção da radiação infravermelho, ou seja, faz com que sejam ainda maiores as perdas na cavidade para a radiação na frequência fundamental.

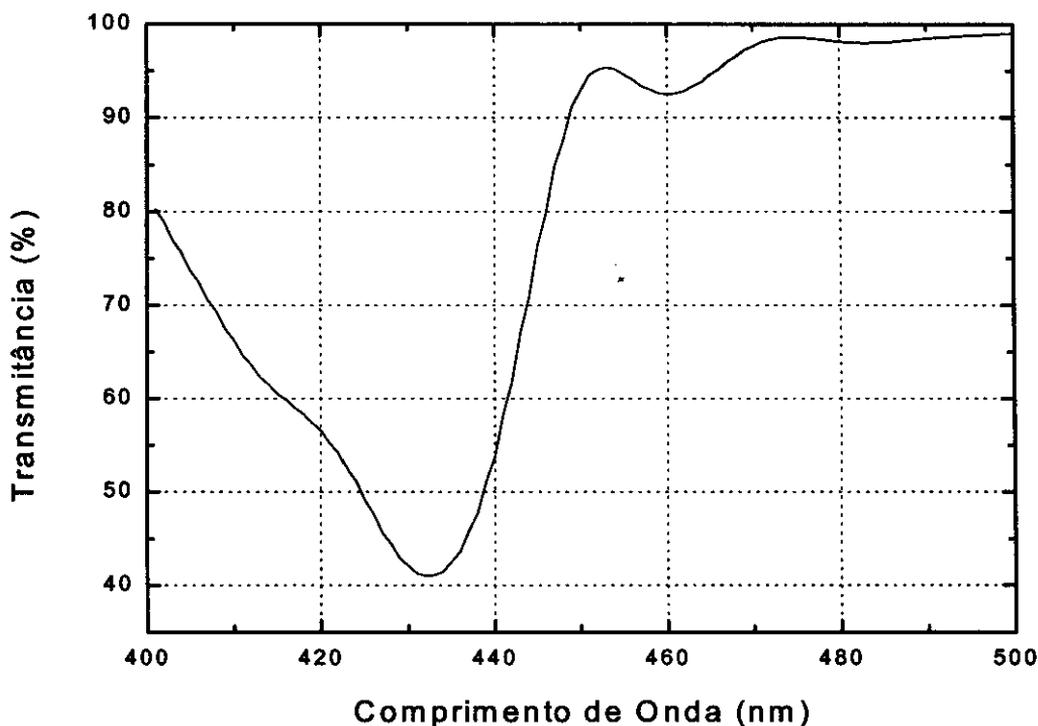


Fig. 4.9 Espectro de transmissão do espelho de raio de curvatura de 10 cm da cavidade óptica passiva.

A utilização de espelhos com raio de curvatura de 5 cm, ao invés de 10 cm, também poderia, a princípio, contribuir para aumentar a potência da luz azul gerada, pois com espelhos de 5 cm a cintura do feixe dentro do cristal (índice de refração $n = 2,3$) é $w_0 = 17 \mu\text{m}$ e o parâmetro confocal, $b = 2z_0 = 2\pi n w_0^2 / \lambda = 4,8 \text{ mm}$, ao invés de $w_0 = 28 \mu\text{m}$ com $b = 14 \text{ mm}$, no caso de se utilizar espelhos com 10 cm. A intensidade do laser na região do cristal seria muito maior no caso da cavidade com espelhos de 5 cm, mesmo com o parâmetro confocal mais curto do que o comprimento do cristal L , que é de 10 mm. Todos os trabalhos com cristal de 10 mm utilizam cavidades passivas com espelhos de raio de curvatura de 5 cm. J.-C. Baumert *et al* [25] calcularam que, para um cristal de KNbO_3 com $L = 9 \text{ mm}$, o máximo de eficiência de conversão é obtido com $w_0 = 15 \mu\text{m}$. A Figura 4.10 mostra o estudo de J.-C. Baumert *et al* [25]. Esse estudo teórico é feito para uma passagem do feixe de laser no fundamental e não leva em conta o problema da indução da absorção do infravermelho, que certamente alteraria um pouco esses resultados.

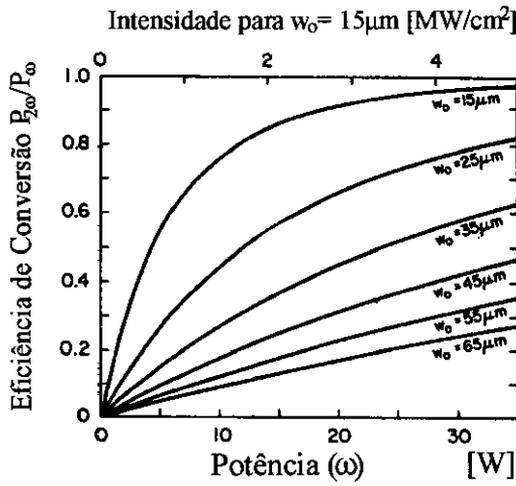


Fig. 4.10 Cálculo da eficiência de conversão $P_{2\omega}/P_{\omega}$ óptima para GSH em KNbO_3 , com comprimento $L = 9 \text{ mm}$, em $\lambda = 860 \text{ nm}$ [25].

4.7 Travamento do Modo da Cavidade Passiva

Devido às flutuações térmicas e de corrente a que está sujeito, o modo do laser de diodo apresenta instabilidade na frequência, tornando, assim, difícil amplificar o feixe de laser com a cavidade passiva. Para superar essa dificuldade, é necessário utilizar um esquema de estabilização eletrônico que tenha resposta rápida para travar o modo da cavidade passiva com o modo do laser de diodo injetado.

Na parte inferior da **Figura 4.6** está representado o esquema experimental para o travamento do modo (estabilização da frequência). Ele é composto pelos seguintes componentes ópticos: Lâmina de $\lambda/4$; prisma de Wollaston (separa os feixes linearmente polarizados); fotodiodos FD1 e FD2, amplificador diferencial e controlador de PZT. O método utilizado é o de Hänsch-Couillaud [36], que baseia-se na análise da polarização do feixe que é refletido da cavidade através do espelho de entrada, E_1 , e funciona da seguinte maneira: O feixe do laser de diodo que incide na cavidade passiva pelo espelho E_1 é linearmente polarizado com o plano de polarização alinhado ao longo do eixo y do cristal (ver **Figura 3.2a**), e a luz azul gerada é polarizada ao longo do eixo x , já que a geração de segundo harmônico ocorre pelo processo tipo I. A potência gerada $P_{2\omega}$ é dada por:

$$P_{2\omega} \propto E_y^4(\omega),$$

onde $E_y(\omega)$ é a componente y do campo elétrico do feixe de laser de diodo e supondo que o eixo y está contido no plano do papel. Como não é possível um perfeito alinhamento do plano de polarização, ou seja, o plano de polarização não fica exatamente ao longo do eixo y , tem-se uma componente residual ao longo do eixo x . Esta componente residual, que não contribui para o processo de geração de segundo harmônico, não é amplificada na cavidade passiva, pois é desviada pelo cristal (birrefringência). A componente $E_x(\omega)$ refletida pelo espelho E_1 é então usada como feixe de referência de intensidade I_b , indicada no esquema da **Figura 4.6**. Já a componente $E_y(\omega)$ sofre o processo de ressonância na cavidade, surgindo então uma diferença de fase δ entre as duas componentes e o feixe adquire uma polarização elíptica. Na ressonância ($\delta = 2m\pi$), ambas as componentes são reais e, portanto, estão em fase. O feixe volta a ser linearmente polarizado neste caso. Estas componentes são dadas por:

$$E_x^{(r)} = E_x \sqrt{R_1} \tag{4.40}$$

$$E_y^{(r)} = E_y \left[\sqrt{R_1} - T_1 R \frac{T_1 R}{\sqrt{R_1}} \frac{\cos \delta - R + i \operatorname{sen} \delta}{(1-R)^2 + 4R \operatorname{sen}^2 \delta / 2} \right]$$

onde R_1 é a refletância e T_1 é a transmitância do espelho E_1 . R inclui todas as perdas internas da cavidade ressonante.

O feixe refletido a ser analisado passa pela lâmina de $\lambda/4$ que transforma a luz elipticamente polarizada (no caso de estar fora de ressonância) em luz linearmente polarizada. As componentes são então separadas por um prisma de Wollaston,

$$E_{a,b} = \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^r \\ E_y^r \end{pmatrix} \tag{4.41}$$

Prisma de Wollaston Lâmina $\lambda/4$

As intensidade correspondentes detectadas pelos fotodiodos 1 e 2 são

$$I_{a,b} = \frac{1}{2} c \epsilon |E_{a,b}|^2 = \frac{1}{2} c \epsilon \left| \frac{1}{2} (E_x^r \pm i E_y^r) \right|^2 \tag{4.42}$$

O sinal nos fotodiodos é enviado para um amplificador diferencial e a diferença entre eles é dada por:

$$I_a - I_b = c\epsilon \left| E^{(i)} \right|^2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta \frac{T_1 R \operatorname{sen}\delta}{(1-R)^2 4R \operatorname{sen}^2 \delta / 2} \quad (4.43)$$

onde θ é o pequeno ângulo entre o plano de polarização do feixe incidente e o eixo y do cristal. O sinal resultante obtido experimentalmente está mostrado na **Figura 4.11**. Quando a cavidade sai de ressonância, um sinal é gerado e enviado para um amplificador de voltagem (*Spectra Physics, Mod. 481-Dye Laser Etalon Controller*) e aplicado ao PZT que é acionado até trazer novamente a cavidade em ressonância. O espectro que aparece na parte inferior da **Figura 4.11** representa 1 FSR ("free spectral range") da cavidade passiva. Os modos mais fracos são devidos ao não acoplamento perfeito do modo do laser de diodo na cavidade. No sinal-erro (parte superior da **Figura 4.11**) aparece um ruído muito grande, que não é devido a nenhum modo, tem origem na eletrônica e não atrapalha a performance do sistema, que foi muito boa. A cavidade passiva manteve-se travada por mais de 7 horas, na ausência de vibrações mecânicas de baixa frequência e demasiadamente fortes. O sistema foi montado numa mesa óptica com estrutura interna tipo hexagonal e suspensão a ar. É conhecido o fato de que esse tipo de mesa não isola as vibrações de baixa frequência.

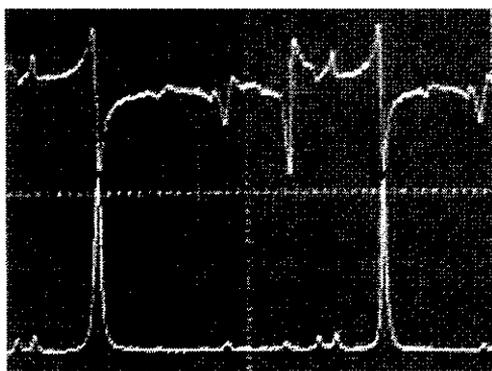


Fig. 4.11 *Parte superior*: Sinal erro para realizar o "servo-looping" e estabilizar a cavidade passiva.
Parte inferior: Espectro da cavidade passiva (1 FSR=540 MHz)

4.8 Resumo das Principais Características do Feixe de Luz Azul Gerado

- Eficiência máxima obtida: $\frac{P_{\text{azul}}}{P_{\text{incidente}}} = \frac{12 \text{ mW}}{78 \text{ mW}} = 15\%$ (ver **Figura 4.8**).
- Potência máxima de luz azul com controle de sintonia: 6 mW (**Figura 4.8**).
(Com cavidade externa, potência máxima do laser de diodo, $P_i = 50 \text{ mW}$).
- Diâmetro do feixe: 2,4 mm.
- Características espaciais: modo TEM₀₀.
- Largura de linha: A mesma do laser de diodo, ou seja, < 17 MHz.
- Comprimento de onda: $\lambda = 422,6 \text{ nm}$.
- Temperatura para o casamento de fase em $\lambda = 422,6 \text{ nm}$: $-15 \text{ }^\circ\text{C}$.
- Polarização: Linearmente polarizado, na vertical.

Capítulo 5

Desaceleração do Feixe Atômico de *Cálcio*

5.1 Introdução

A técnica de desaceleração de átomos é mais uma das revolucionárias aplicações dos lasers na espectroscopia. Essa técnica trouxe enormes avanços não só para a espectroscopia em si, como também para outros campos da física, tanto é que alguns dos desbravadores do desenvolvimento e aplicações dessa técnica (S. Chu, C. Cohen-Tannoudji, and W.D.Phillips) foram os detentores do Prêmio Nobel de Física de 1997. A idéia básica envolvendo a utilização da técnica de resfriamento de átomos consiste em desacelerar os átomos num feixe atômico pela pressão da radiação exercida por um feixe de laser contrapropagante e ressonante com uma transição atômica. Nos sucessivos ciclos de absorção e emissão de fótons, os átomos que movem-se na direção do feixe são gradualmente desacelerados.

O uso da pressão da radiação (com lasers) para reduzir a velocidade dos átomos foi proposta em 1975, por Hänsch e Schawlow [37], e realizada experimentalmente para aprisionamento de íons em 1978, por Wineland *et al* [38], embora o uso da pressão da radiação para alterar a velocidade de átomos, não seja recente, tendo já sido publicado um trabalho sobre esse assunto em 1933, por Frisch [39]. A mudança da velocidade ocorre quando o átomo absorve um fóton. Após a transferência do *momentum* do fóton, a velocidade do átomo varia de $\Delta v = hv/Mc$ ($\Delta v = 3$ cm/s para a linha D_2 do Na), onde M é a massa atômica. A emissão espontânea do fóton também muda a velocidade do átomo em Δv . Entretanto, a direção da radiação emitida espontaneamente num feixe atômico é simetricamente distribuída. Assim, é nulo o efeito da emissão espontânea na velocidade dos átomos. Portanto, a transferência de *momentum*, na média, ocorre na direção da luz incidente.

Na maioria dos trabalhos, utiliza-se o feixe atômico de sódio [40], pelo fato de ser de mais fácil obtenção e manuseio; tempo de vida radiativo rápido ($\tau=16$ ns), que permite um ciclo rápido de excitação e relaxação; além da fácil disponibilidade de fontes de lasers contínuos (CW) que operam na região em torno de 590 nm (lasers de corante). Entretanto, no presente trabalho, cujos objetivos visam a aplicação da fonte

laser desenvolvida, ou seja, um laser de diodo com frequência dobrada para operar na região azul do espectro, utilizou-se o feixe atômico de *cálcio*, mais difícil de produzir, porém de fundamental importância por se tratar da etapa de um projeto muito maior do Grupo de Lasers e Aplicações do Departamento de Eletrônica Quântica, Instituto de Física “Gleb Wataghin”, UNICAMP, que visa a obtenção de um padrão de frequência atômica utilizando átomos de *cálcio*. O *cálcio* é potencialmente um excelente candidato para ser utilizado como padrão de frequência atômica [1], pois a transição de intercombinação entre os níveis $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$, em $\lambda = 657$ nm tem uma largura de linha correspondente a 400 Hz, portanto, nessa transição $\nu/\Delta\nu = 10^{12}$.

5.2 Técnica de Resfriamento de Feixes Atômicos com Lasers

Dentre as várias técnicas propostas para desacelerar os átomos [40], a mais bem sucedida é a da absorção ressonante do feixe atômico por um feixe de laser contrapropagante. Foi esta a técnica adotada na realização do presente trabalho.

Uma das dificuldades da técnica de desaceleração de átomos num feixe atômico com um feixe de laser contrapropagante é manter a interação num determinado percurso, necessário para que os átomos sejam desacelerados até atingirem velocidades extremamente baixas. Uma vez que o laser tem frequência fixa, ao entrar em ressonância, os átomos do feixe atômico podem ser desacelerados numa pequena taxa, mas devido ao deslocamento Doppler resultante dessa pequena variação da velocidade, logo escapam da ressonância. O efeito disso é o aparecimento de um pequeno buraco na curva da distribuição térmica (ou de Maxwell) de velocidades [1]. Então, algo mais precisa ser implementado para manter os átomos em ressonância com o laser até que esses átomos sejam finalmente parados. Antes de apresentar os métodos utilizados para contornar essa dificuldade, serão apresentados a seguir, os fundamentos envolvidos da técnica de resfriamento com laser.

Num sistema de dois níveis, a taxa de emissão espontânea máxima R_M é atingida quando a transição é fortemente saturada, ou seja, quando as populações dos dois níveis são iguais:

$$R_M = \frac{1}{2\tau} \quad (5.1)$$

onde τ é o tempo de vida da emissão espontânea. Na saturação, a desaceleração é máxima e é dada por

$$a_{\max} = \frac{\Delta v}{2\tau} = \frac{h}{2M\lambda\tau} \quad (5.2)$$

Se a potência do laser permanece constante, um átomo com velocidade inicial v_0 é parado depois de percorrer uma distância

$$L_{\min} = \frac{v_0^2\tau}{\Delta v} = \frac{v_0^2 M\lambda\tau}{h} \quad (5.3)$$

Nota-se, pela eq. (5.3), que átomos leves com decaimento espontâneo rápido são mais fáceis de desacelerar. No caso de uma saturação finita, a taxa de emissão espontânea é dada por [1]

$$R(S) = \frac{1}{2\tau} \left[\frac{S}{1+S} \right] \quad (5.4)$$

onde S é o parâmetro de saturação. Na ressonância, $S=I_{\text{laser}}/I_{\text{sat}}$ e, portanto, quando a intensidade do laser atingir a intensidade de saturação, $S=1$. Substituindo (5.4) na (5.2) e (5.3)

$$a(S) = \frac{\Delta v}{2\tau} \left[\frac{S}{1+S} \right] \quad (5.5)$$

e

$$L(S) = L_{\min} \left[1 + \frac{1}{S} \right] \quad (5.6)$$

Para um feixe de laser muito forte $L(S) \approx L_{\min}$, mas dependendo do sistema atômico envolvido no processo, mesmo para lasers de potências baixas, a distância para parar os átomos acaba sendo da mesma ordem de L_{\min} . Por exemplo, no caso dos átomos de ^{40}Ca ($v_0=800\text{m/seg}$), utilizados neste trabalho, $I_s \approx 1,2 \text{ mW/mm}^2$ na transição de interesse (em $\lambda=423\text{nm}$) [1]. Então, com um feixe de laser de diodo com frequência dobrada, $I \approx 1 \text{ mW/mm}^2$, $S \approx 1$, portanto $L(S) \approx 2 L_{\min} = 2 \times 12,4 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$.

Fazendo uma análise mais rigorosa, o *momentum* médio resultante devido à emissão espontânea não é exatamente nulo [40]. Se N ($=v_0/\Delta v=3,4\times 10^4$) fótons são espalhados durante o processo de desaceleração (até o repouso), a velocidade transversal dos átomos é constituída pela somatória de N segmentos iguais de Δv correspondentes às N trajetórias executadas aleatoriamente pelos átomos. Logo, a dispersão da velocidade transversal é aproximadamente [40]

$$\delta v \cong N^{1/2} \Delta v \quad (5.7)$$

Isso implica que, para a realização do processo de desaceleração, as condições experimentais devem ser tais que $L(S)$ fique próximo de L_{\min} .

Fora da ressonância o parâmetro de saturação S é dado por [1]

$$S(v, r, z) = \frac{I(r, z)}{I_{sat}} \frac{(\gamma/2)^2}{(\gamma/2)^2 + (v - v_0)^2} \quad (5.8)$$

onde $I(r, z)$ é a intensidade do feixe de laser (perfil gaussiano - modo TEM_{00}), v_0 é frequência de ressonância e $\gamma=1/2\pi\tau$ é a largura natural (HWHM) da transição, $\gamma_{Ca}(^1S_0 \rightarrow ^1P_1) = 34\text{MHz}$ [1].

$$I_{sat} = \frac{4\pi^2 \gamma h c}{3\lambda^3} \quad (5.9)$$

Voltando, então, ao problema do deslocamento Doppler no processo de desaceleração, existem três métodos propostos e demonstrados para contorná-lo. O primeiro deles foi proposto e realizado por V. S. Letokohov *et al* [41], no Instituto de Espectroscopia de Moscou. Consiste em aumentar a potência do laser de modo a ter uma grande saturação para alargar a linha homogênea γ , pois $\gamma_s = \gamma \sqrt{1+S}$ [19]. Adicionalmente, o feixe de laser é focalizado de tal modo que a intensidade aumenta a medida que os átomos se propagam em sua direção, incrementando o alargamento por saturação e compensando assim o deslocamento Doppler. Para o presente trabalho com o *cálcio*, esse método é inviável, já que requer um laser com potência elevada.

O segundo método também foi proposto pelo grupo de V. S. Letokohov [42]. Consiste em deslocar a frequência do laser para acompanhar o deslocamento Doppler,

mantendo o feixe atômico em ressonância durante a desaceleração. Variando a frequência do laser de ν até $\nu + \Delta\nu$, para mantê-lo em ressonância com os átomos que estão sendo desacelerados, todos os átomos com velocidade menor do que a velocidade inicialmente ressonante ν_i são levados para o grupo de átomos com a velocidade final ν_f . Daqui, $\nu_i - \nu_f = \lambda \Delta\nu$. Uma vez que existe uma aceleração máxima, $a_{\text{máx}}$ (ver eq. (5.2)), existe também uma taxa máxima de varredura em frequência, $(\delta\nu/\delta t)_{\text{máx}} = a_{\text{máx}}/\lambda$ (para o Na $(\delta\nu/\delta t)_{\text{máx}} = 1,55$ GHz/mseg.). Se $(\delta\nu/\delta t)$ for maior do que a taxa máxima, o deslocamento Doppler dos átomos não ocorre rápido o suficiente e os átomos saem da ressonância. Portanto, para o método funcionar, a varredura do laser deve ser bem rápida, sendo essa uma das limitações do método. O método foi demonstrado por R. N. Watts e C. E. Wieman (NBS-JILA, em Boulder) [43], na desaceleração de átomos de Cs usando laser de diodo com modulador eletro-óptico controlado por um oscilador de frequência variável. A desvantagem dessa técnica é a utilização do feixe de laser pulsado e, conseqüentemente não produz a compressão espacial dos átomos desacelerados. Isto é, os átomos numa determinada velocidade, aparecem num determinado tempo, mas estão dispersos espacialmente.

O terceiro método, adotado no presente trabalho, é o mais utilizado e foi desenvolvido pelo prêmio Nobel de Física de 1997, W. D. Phillips [40]. Nesse método, varia-se a frequência dos átomos ao invés da frequência do laser.

O efeito Zeeman, no caso de um campo magnético fraco (~ 1 kGauss), abre os níveis de energia (quebra a degenerescência) com a separação [45]

$$\Delta E = \frac{\mu B}{\hbar} \left(\frac{3\mathbf{J}^2 + \mathbf{S}^2 - \mathbf{L}^2}{2\mathbf{J}^2} \right) J_z \quad (5.10)$$

onde $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ é o momento angular total e μ é o magneton de Bohr. Usando

$$J_z = m_j \hbar; \text{ com } m_j = -j, -j+1, 0, j-1, j$$

$$\mathbf{J} = \hbar \sqrt{j(j+1)}; \mathbf{L} = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}; \mathbf{S} = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

$$\Delta E = \mu B g m_j \quad (5.11)$$

onde g é o fator de Landé, dado por

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - \ell(\ell+1)}{2j(j+1)} \quad (5.12)$$

Para o caso do átomo de ^{40}Ca ($n=20$ \therefore número atômico par) a eq. (5.10) fica mais simples ainda, pois $S=0$ e $J=L$, conseqüentemente o fator $g=1$ e a eq. (5.11) fica

$$\Delta E = \mu B m_j \quad (5.13)$$

Um átomo com velocidade v tem seu pico de absorção na frequência

$$\nu = \nu_L(1 + v/c) = (\nu_0 - \Delta\nu)(1 + v/c) \cong \nu_0(1 + v/c) - \Delta\nu, \quad (5.14)$$

onde ν_0 é a frequência do pico de absorção para o átomo em repouso.

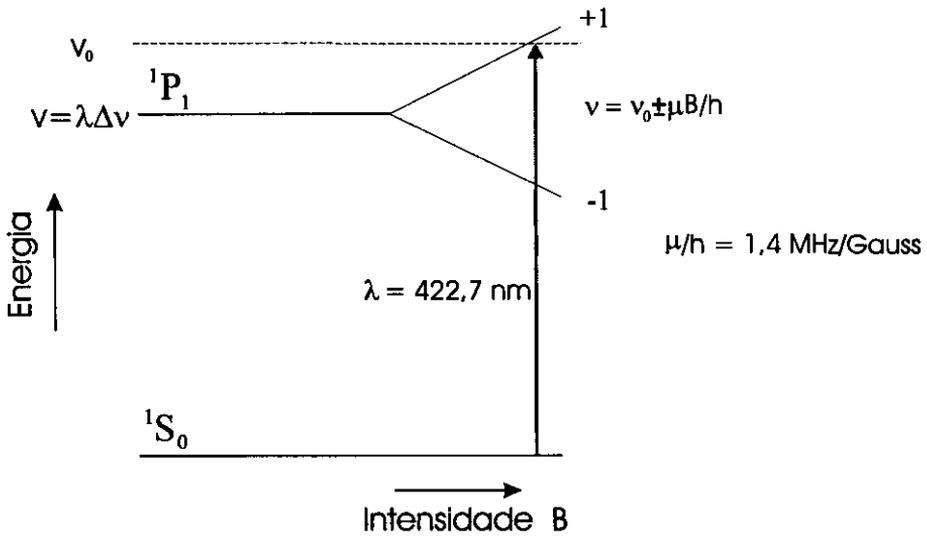


Fig. 5.1 Esquema do efeito Zeeman no átomo de cálcio produzido por campo magnético axial

No caso da transição $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ de desaceleração do *cálcio*, o efeito Zeeman no nível 1P_1 do *cálcio* ($j=1, m_j = -1, 0, +1$), ilustrado na **Figura 5.1**, afeta a frequência de absorção (eq. 5.13) da seguinte maneira

$$\nu = \nu_0 \pm \mu B/h \quad (5.15)$$

com $\mu/h = 1,399$ MHz/Gauss, onde h é a constante de Plank. A condição ressonante ao longo do feixe na transição, para $m = +1$, fica [1]

$$\frac{\mu B(z)}{h} = \nu_0 \frac{v}{c} - \Delta\nu \quad (5.16)$$

com a velocidade final v_f , quando $B=0$,

$$v_f = \lambda \Delta\nu \quad (5.17)$$

Para átomos tendo a velocidade inicial v_0 e desaceleração constante a , a velocidade atômica em função da distância z é

$$v(z) = (v_0^2 - 2az)^{1/2} \quad (5.18)$$

Para o efeito Zeeman linear compensar o efeito Doppler, o campo magnético deve variar de acordo com [40]

$$B(z) = B_0(1 - 2az/v_0^2)^{1/2} \quad (5.19)$$

ou, em termos do parâmetro $L(S)$ da eq. (5.6),

$$B(z) = B_0(1 - z/L(S))^{1/2} \quad (5.20)$$

onde B_0 é o campo que gera o efeito Zeeman igual ao efeito Doppler para os átomos com velocidade v_0 .

Outro perfil de campo magnético também é possível. Entretanto, devido à existência de uma aceleração máxima, existe também um limite superior no gradiente do campo magnético que é dado por [40]

$$\frac{dv}{dB} \frac{dB}{dz} \cdot v \leq \frac{a_{max}}{\lambda} \quad (5.21)$$

Da eq. (5.15) $\frac{dv}{dB} = \frac{\mu}{h} = 1,399 \text{ MHz/Gauss}$,

$$\frac{dB}{dz} \leq \frac{h a_{max}}{\mu \lambda v(z)} \quad (5.22)$$

Para o *cálcio*, com $v_0 = 800 \text{ m/s}$ e $L(S) = 2L_{min}$, $dB/dz \leq 50 \text{ Gauss/cm}$. Em termos do parâmetro de saturação S , a condição da eq. (5.22) pode também ser escrita como

$$\frac{dB}{dz} \leq \frac{1}{v(z)} \left(\frac{h}{\mu \lambda} \right)^2 \frac{1}{2\tau M} \left(\frac{S}{1+S} \right) \quad (5.23)$$

Esta restrição é semelhante ao limite na taxa de varredura da frequência do laser do segundo método de compensação Doppler, que consiste em variar a frequência do laser.

5.3 Distribuição de Velocidades do Feixe Atômico

De acordo com a ref [46], a mais simples descrição da evolução espaço-temporal da função de distribuição $f(z, v, t)$ de velocidades, para um feixe de átomos que espalham fótons pela absorção de um feixe de laser contrapropagante ao longo do eixo z , é obtida resolvendo a equação diferencial

$$\frac{\partial f(z, v, t)}{\partial t} + v \frac{\partial f(z, v, t)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{F}{M} f(z, v, t) \right] = 0. \quad (5.24)$$

onde v é a velocidade do feixe ao longo de z , M é a massa atômica, e F é a força da radiação, dada por

$$F = \frac{h}{\lambda} \gamma \frac{S}{1 + S + (\Delta\omega - kv)^2 / \gamma^2} \quad (5.25)$$

$\Delta\omega$ é a diferença da frequência do laser para a frequência central da transição (frequência de ressonância). A equação (5.24) é válida se desprezar as perdas devido a difusão dos átomos excitados para fora da região de interação.

Em consequência dos esquemas experimentais, o tempo de interação para cada grupo de velocidades atômicas é suficiente para atingir um estado estacionário na região de detecção. Este tempo de interação para um feixe atômico de Ca é ~ 1 ms, com $v_0=600$ m/seg, comprimento de desaceleração L de 50 cm e $S=0,05$ [46]. Esse tempo corresponde à aproximadamente 10^4 ciclos de emissão/absorção. Então, a função de distribuição de velocidades na posição L é dada pela solução da equação

$$f(L, v) = f(0, v) - \frac{1}{v} \int \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{F}{M} f(z, v) \right] dz \quad (5.26)$$

onde $f(0, v)$ é a função de distribuição do feixe atômico sem o laser de desaceleração,

$$f(0, v) = \frac{4}{\sqrt{\pi v_0^3}} v^2 \exp(-v^2 / v_0^2). \quad (5.27)$$

A integração numérica da eq. (5.26) pelo método das diferenças finitas dá soluções estáveis. A **Figura 5.2** ilustra os efeitos da desaceleração na distribuição dos átomos.

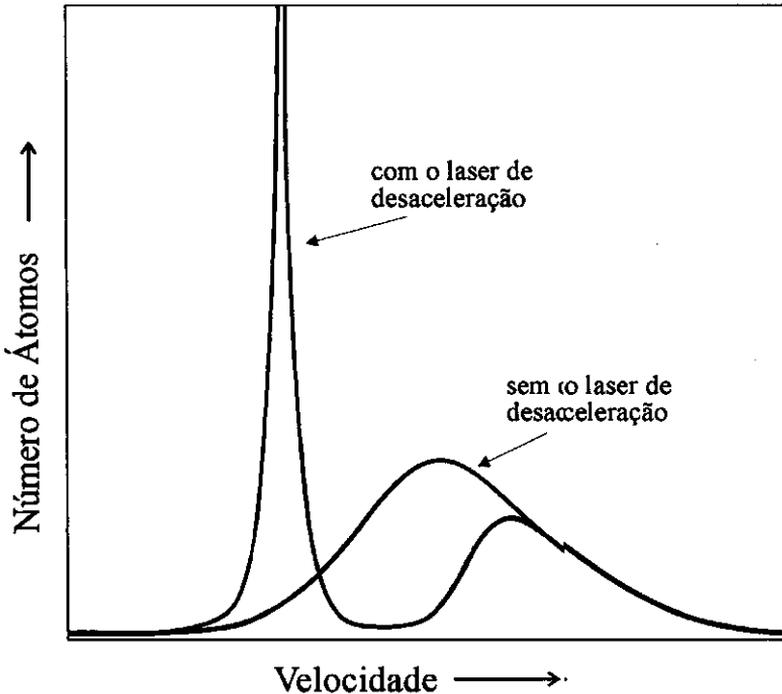


Fig. 5.2 Efeitos da desaceleração na distribuição de velocidades no feixe atômico[47]

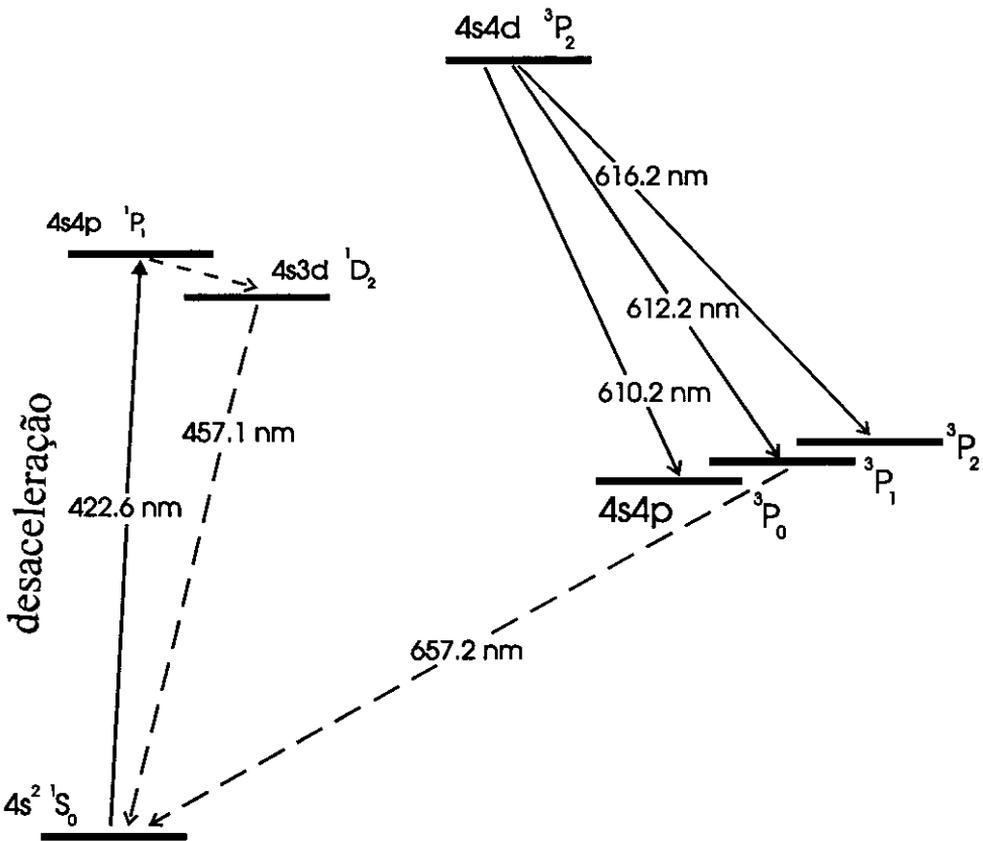


Fig. 5.3 Níveis de energia mais baixa do átomo de *cálcio*

5.4 Níveis de Energia do Átomo de Cálcio

O interesse especial pelo átomo de *cálcio*, deve-se à sua grande potencialidade de vir a ser utilizado como padrão de frequência atômica (PFA), uma vez que as transições observadas na estrutura fina dos níveis eletrônicos do ^{40}Ca fornecem um excelente fator $Q=v/\Delta\nu$, muito superior ao do átomo de *césio*, utilizado nos atuais PFA's. Na transição de intercombinação entre o nível fundamental 1S_0 e o nível 3P_1 , em $\lambda = 657 \text{ nm}$ ($\Delta\nu = 400 \text{ Hz}$), $Q=10^{12}$. O esquema de níveis de energia do átomo do *cálcio* de interesse para este trabalho está representado na **Figura 5.3**.

Utilizando algumas técnicas de bombeamento óptico [1], é possível obter uma significativa diferença de população entre os níveis $m_j = 0$ dos estados tripleto metaestáveis 3P_0 , 3P_1 e 3P_2 . Isto é muito interessante, já que a transição ($\Delta m_j=0$) é magneticamente insensível, dando uma boa relação sinal/ruído. Outra característica espectroscópica importante do *cálcio* para o PFA é que o decaimento dos estados tripleto metaestáveis 3P_0 , $^3P_2 \rightarrow ^1S_0$ é fortemente proibido pelas regras de seleção.

Contudo, o decaimento do estado metaestável $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$ é permitido. Logo, a transição potencialmente utilizável num PFA $^3P_0 \rightarrow ^3P_1$, 1,5 THz, pode ser monitorada diretamente no visível, em $\lambda = 657,2$ nm.

A transição utilizada para a desaceleração é a $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$. Esta transição tem uma taxa $R = 1,5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ (eq. 5.4). A presença do nível de energia 1D_2 , abaixo do nível 1P_1 , aparentemente introduz uma dificuldade adicional para a desaceleração dos átomos de cálcio, já que isto afeta a taxa de transição, R. O ciclo de desaceleração pode ser interrompido pelo decaimento $^1P_1 \rightarrow ^1D_2$. Isso implica numa perda de átomos devido ao longo tempo de vida do nível 1D_2 , comparado com o tempo de desaceleração. Pode-se contornar este problema usando um laser adicional para reduzir a população deste nível. Entretanto, N. Beverini et al [46] avaliaram experimentalmente estas perdas e concluíram que elas não afetam muito a desaceleração, tornando desnecessário um segundo laser para bombear opticamente este nível 1D_2 .

5.5 Montagem Experimental para Desaceleração do Cálcio

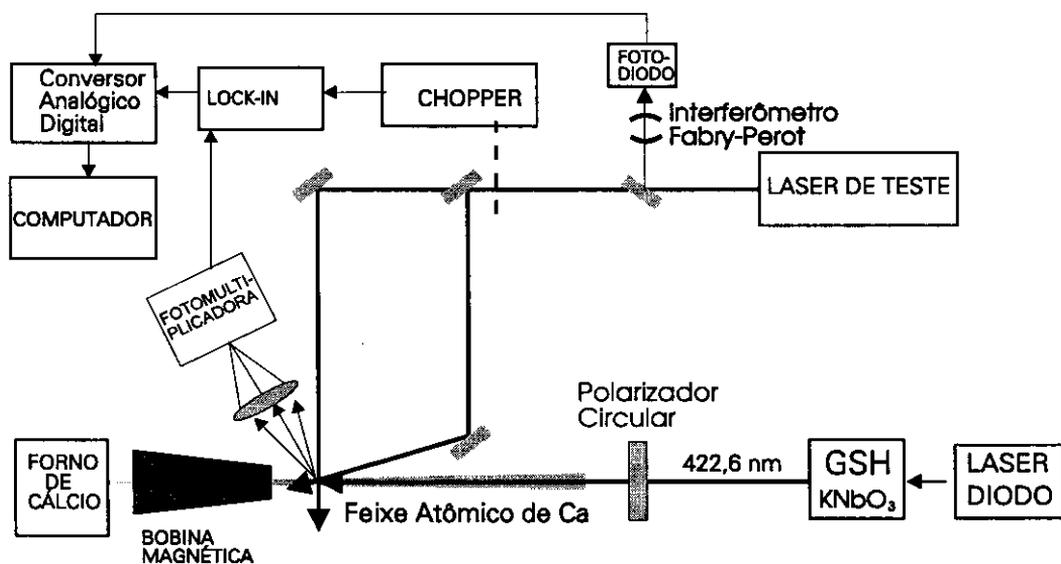


Fig. 5.4 Montagem experimental para desaceleração do feixe atômico de cálcio

A **Figura 5.4** mostra o esquema da montagem do sistema para realização dos experimentos de desaceleração do feixe atômico de *cálcio*. A montagem da parte superior desta figura refere-se ao laser de prova, que foi utilizado para determinar a distribuição térmica de velocidades. O diagnóstico foi feito pelo monitoramento da fluorescência ao longo do feixe desacelerado dentro da bobina. O laser de prova consiste num segundo laser de diodo com cavidade externa sintonizável e também com a frequência dobrada, porém com uma única passagem do feixe de laser de diodo pelo cristal não linear de KNbO_3 (sem a cavidade passiva para amplificação). A potência obtida desse laser no azul é de alguns μW .

• *Forno e Feixe de Cálcio*

O forno para produzir o feixe atômico de *cálcio* é do tipo efusivo e foi construído no laboratório [48]. Esse forno consiste de um cilindro de aço inox envolto por uma folha de cobre para dar um bom contato térmico com a resistência que aquece o forno. O cilindro de aço inox tem parede dupla de modo a minimizar as perdas térmicas da estrutura central (3 mm de espessura), que contém o *cálcio*. O feixe atômico sai do forno por um orifício de 2mm de diâmetro. Na saída do feixe atômico há uma resistência para manter a temperatura mais alta do que a temperatura do forno. Dessa forma, evita-se que haja a condensação de *cálcio* no orifício. O sistema de vácuo é composto por dois compartimentos — volume total: ~35 litros. Num dos compartimentos, de aço inox, está o forno de *cálcio* e no outro compartimento, de vidro, está o feixe atômico. O vácuo é feito com duas bombas turbomoleculares (taxa de bombeamento: 240 litros/seg), uma em cada compartimento. A pressão final que o sistema atinge é de 2×10^{-8} Torr, aumentando para 2×10^{-7} Torr quando o forno atinge a temperatura de trabalho que é de 850 K para o *cálcio* (fluxo de 6×10^{17} átomos/segundo) A divergência do feixe de *cálcio* é de 6 mrad.

• *Bobina Magnética*

A bobina magnética tem formato cônico. É constituída pelo enrolamento de várias camadas de um tubo de cobre de 3/16 polegadas de diâmetro e 320 metros de comprimento. Nesse tubo, circula água gelada ($T=10^\circ\text{C}$) para refrigeração. A resistência elétrica é de $0,65\Omega$, em $T=20^\circ\text{C}$. Com uma corrente elétrica de 27 A, obteve-se o perfil de campo magnético mostrado na **Figura 5.5**. O valor máximo da campo obtido foi de 825 Gauss a 16 cm da entrada da bobina. Este ponto corresponde a $z=0$. O comprimento total da bobina é de 40 cm.

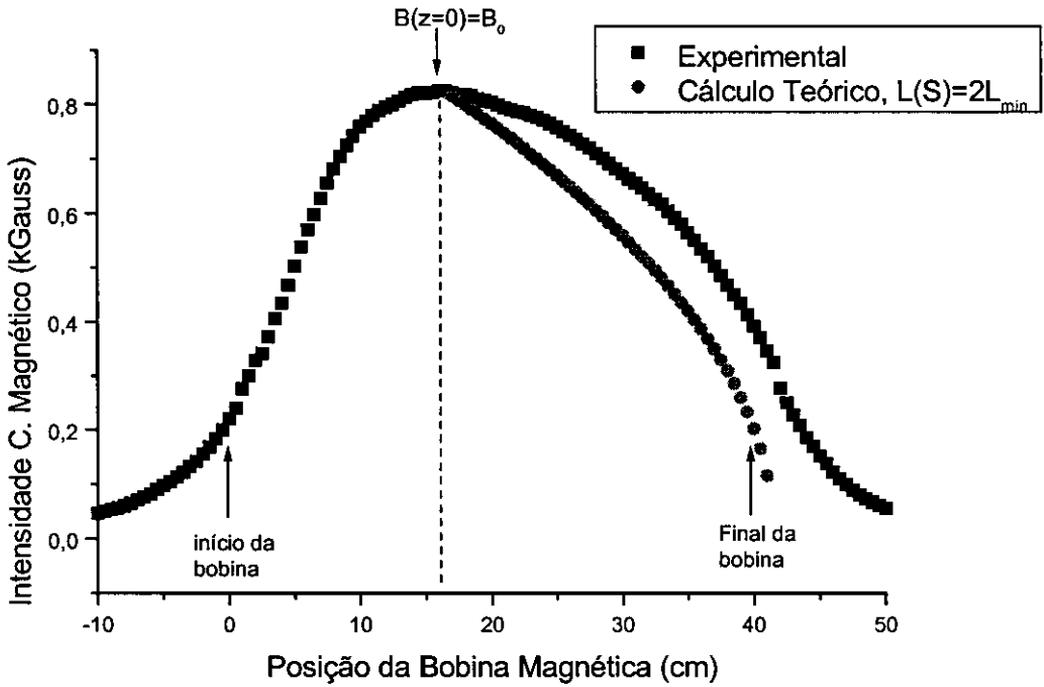


Fig. 5.5 Perfil do campo magnético da bobina utilizada.

No cálculo teórico, foi utilizada a eq. (5.20), $B(z)=B_0(1-z/L(S))^{1/2}$, com $L(S)=2L_{\min}$ e $B_0(z=0) = 825$ Gauss. O perfil obtido pela bobina magnética, apresenta grandes variações no gradiente de B . Evidencia-se nos experimentos de desaceleração, apresentados adiante, que essas variações afetaram os experimentos, pois em determinadas posições o gradiente de B é demasiadamente elevado, violando a condição da eq. (5.22), ou seja, a variação de B , que causa a variação do efeito Zeeman, não acompanha adiabaticamente a variação do deslocamento Doppler.

5.6 Resultados Experimentais da Desaceleração do Cálcio

A **Figura 5.6** mostra o resultado da medida realizada com o laser de testes, cujo esquema está representado na parte superior da **Figura 5.4**. Essa medida foi realizada sem o laser de desaceleração. O pico estreito à direita refere-se à fluorescência com o laser perpendicular ao feixe atômico, enquanto que a curva da esquerda refere-se à fluorescência com o laser num ângulo de 30° com o feixe atômico. A velocidade do pico da distribuição é a velocidade mais provável v_p . Para a temperatura do forno $T=850$ K

$$v_p = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 700 \text{ m/s.}$$

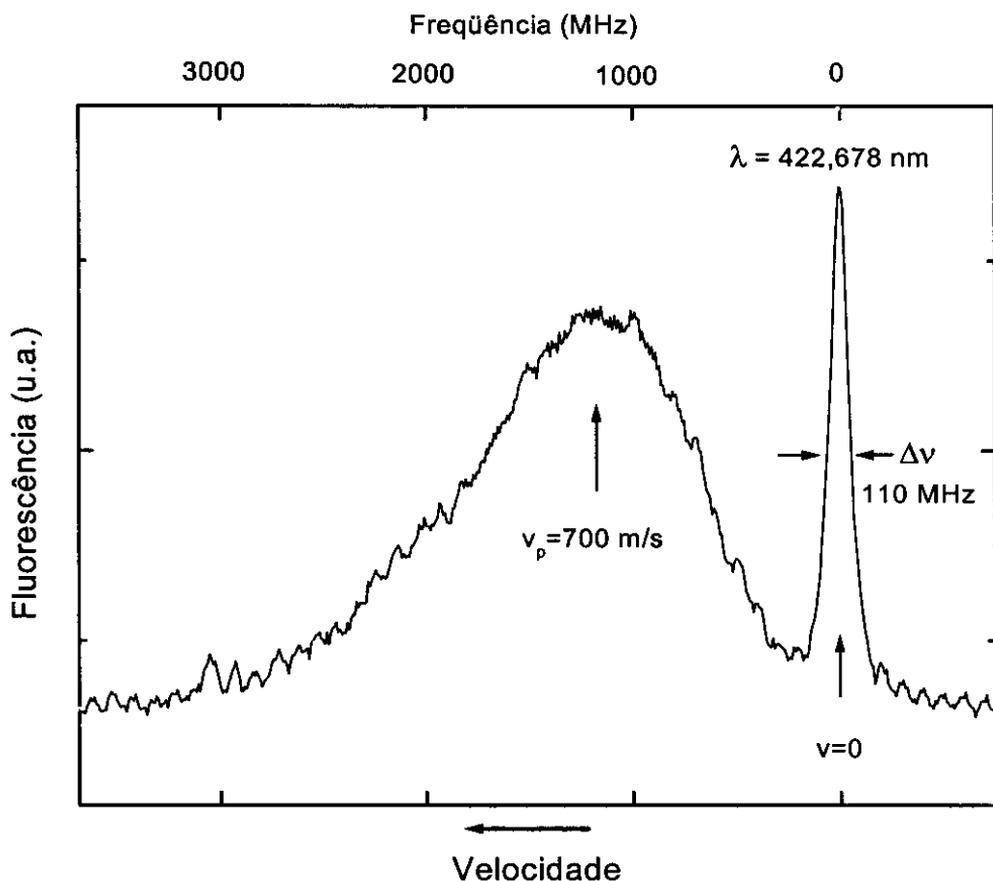


Fig. 5.6 Distribuição térmica de velocidades dos átomos de *cálcio*

A medida da fluorescência foi tomada a 80 cm da abertura do forno de *cálcio*. Essa medida, em $v=0$, permite estimar o valor da componente transversal da velocidade. Como $v = v_0(1 + v_t/c)$ e $\Delta\nu \approx 110$ MHz, conseqüentemente $v_t = \lambda_{\text{laser}}\Delta\nu/2 \approx 23$ m/s. Esta componente transversal de velocidade é devido a divergência do feixe atômico. A estimativa do valor dessa componente transversal de velocidade pode estar afetada pelo feixe do laser de prova não estar perfeitamente perpendicular ao feixe atômico. A largura natural para essa transição do *cálcio* é de 34 MHz. Esta medida, em $v=0$, permite determinar o comprimento de onda do laser ($\lambda_0=422,678$ nm) correspondente a frequência do átomo parado, ν_0 . Desse modo, é possível conhecer o “*detuning*” do laser de desaceleração, $\Delta\nu = \nu_{\text{laser}} - \nu_0 = c(1/\lambda_{\text{laser}} - 1/\lambda_0)$, da eq. (5.16). O comprimento de onda do laser de diodo foi medido com um “*Lambda-meter*” com precisão 0,001 nm.

Para demonstração da desaceleração dos átomos de *cálcio*, realizou-se a medida da fluorescência ao longo do feixe atômico, dentro da bobina, na região de desaceleração, conforme ilustra a **Figura 5.7**. É possível diagnosticar a ocorrência do processo de desaceleração por esse método porque ao desacelerar, os átomos emitem mais fótons por unidade de comprimento, então a fluorescência aumenta na região em que os átomos se aglomeram. Optou-se por este método devido a sua simplicidade e por já ter sido utilizado com sucesso no Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo [49, 50]. Essa medida foi feita pela translação do detector ao longo do feixe. A medida da fluorescência foi tomada a cada 2 centímetros. A resolução espacial do detector também é de aproximadamente 2 cm.

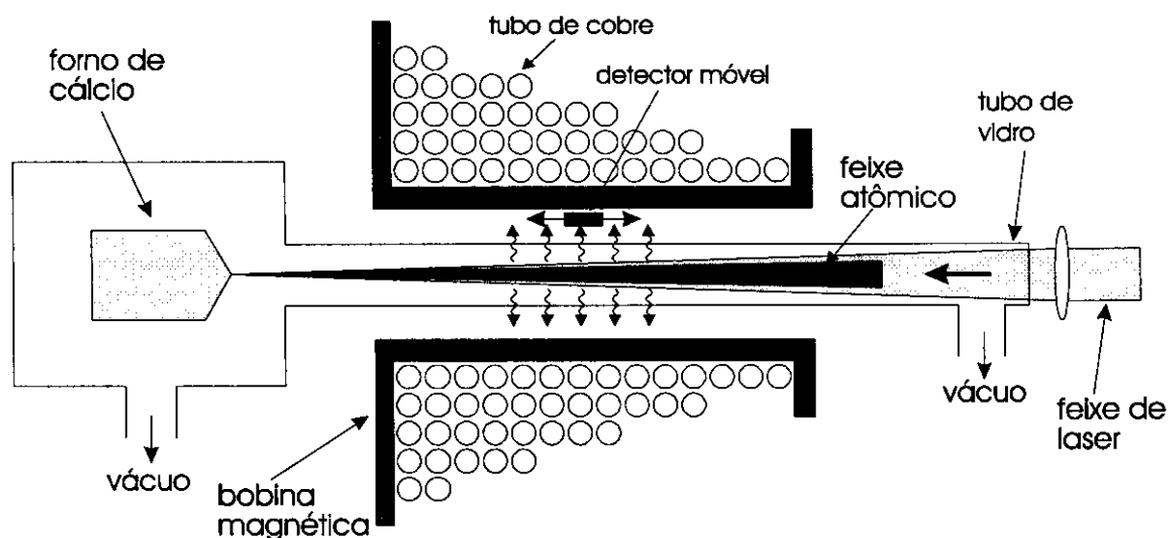


Fig 5.7 Esquema para detectar a fluorescência ao longo do feixe atômico.

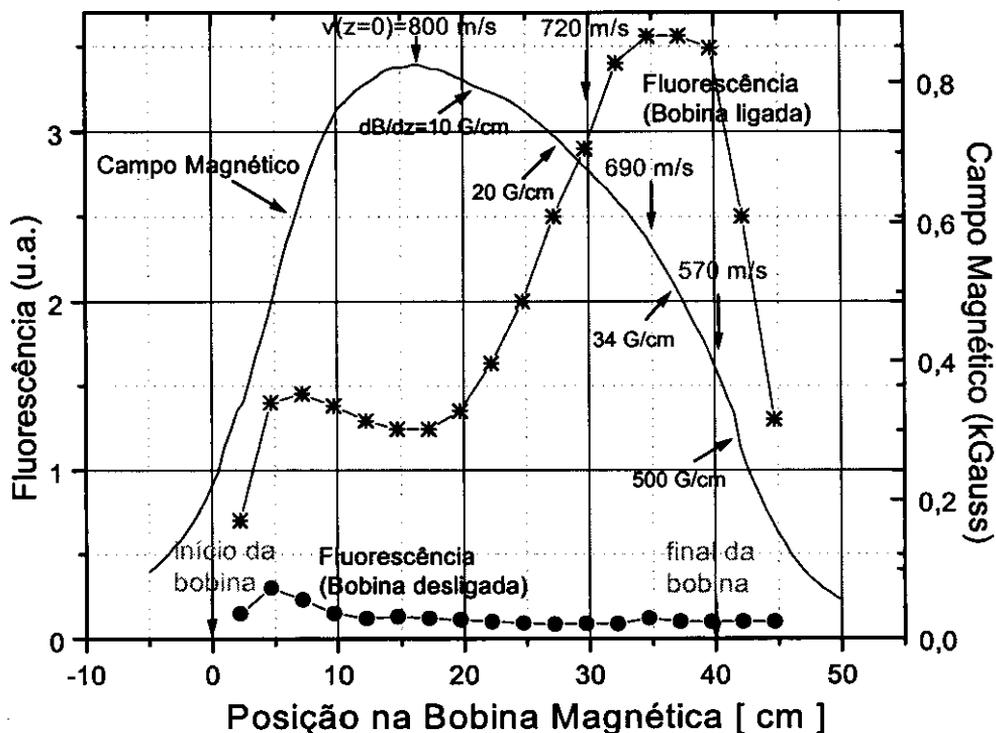


Fig. 5.8 Demonstração experimental da desaceleração do feixe atômico de cálcio

A Figura 5.8 demonstra a ocorrência do processo de desaceleração. Obteve-se estes resultados com $S=0,74$ ($I_{\text{laser}}=0,9 \text{ mW/mm}^2$) e a sintonia do laser (“detuning”) em $\Delta\nu = 800$ MHz. Pela eq.(3.16) a velocidade inicial (onde $B(z=0) = B_0 = 825$ Gauss) é $v_0=800$ m/s. A fluorescência foi medida com a bobina ligada e desligada. Pela análise do sinal da fluorescência, verifica-se que os átomos com velocidade inicial de 800 m/s foram desacelerados até atingirem a velocidade final em torno de 690 m/s, na posição de $z = 16 - 35 = 19$ cm, ou à 35 cm do início da bobina (posição “0”). No entanto, pela eq. (5.17), nota-se que a velocidade final deveria ser $v_f = \lambda\Delta\nu = 340$ m/s ($\Delta\nu = 800$ MHz é o “detuning” do laser). Com o auxílio da Tabela 5.1, pode-se justificar a razão do processo de desaceleração ter sido interrompido antes do previsto.

Tabela 5. Grad B em função do parâmetro de Saturação e da velocidade $v(z)$

S	dB/dz ($v=800$ m/s)	dB/dz ($v=720$ m/s)	dB/dz ($v=570$ m/s)
0,74	22 Gauss/cm	25 Gauss/cm	31 Gauss/cm
0,63	20 Gauss/cm	22 Gauss/cm	28 Gauss/cm
0,32	12,6 Gauss/cm	14 Gauss/cm	18 Gauss/cm

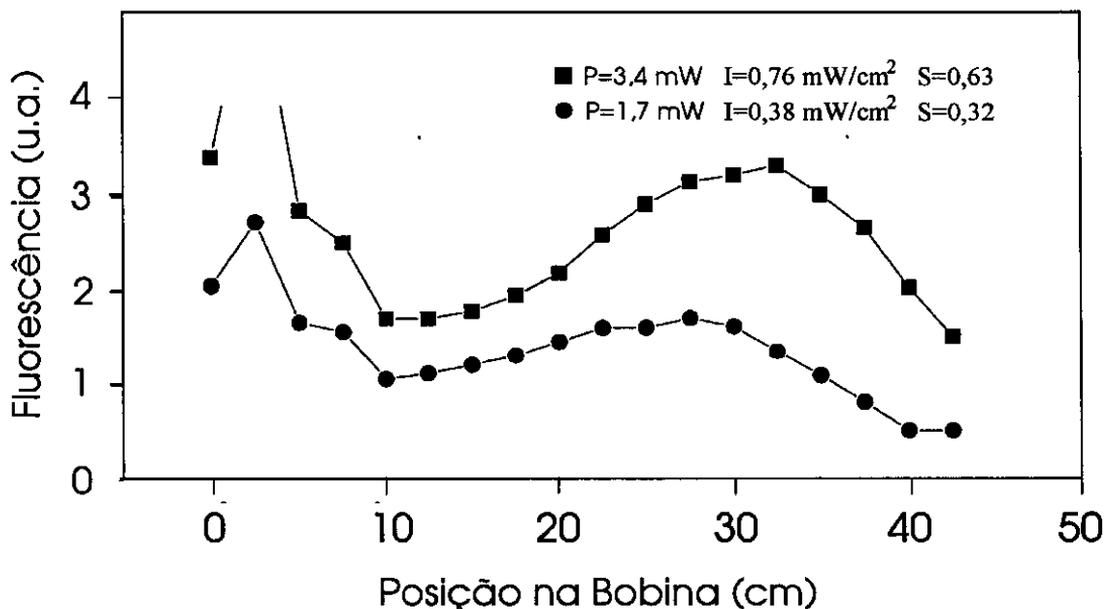


Fig. 5.9 Efeitos da potência do laser na desaceleração

A curva da fluorescência da **Figura 5.8** foi feita com a intensidade do laser de desaceleração de $0,9 \text{ mW/mm}^2$, correspondendo ao parâmetro de saturação $S=0,74$, uma vez que a intensidade de saturação é $I_{\text{sat}} = 1,2 \text{ mW/mm}^2$. No perfil obtido do campo magnético, observa-se que o gradiente de B apresenta variações indesejáveis em determinados trechos. As velocidades indicadas na **Figura 5.8** foram estimadas usando a (eq. 5.16). Comparando os valores do gradiente do B na Tabela 5.1 com os da **Figura 5.8**, verifica-se que até a redução da velocidade em 690 m/s , não há violação da condição para acompanhamento adiabático, dada pela eq. (5.23) (a variação do deslocamento de energia do nível, pelo efeito Zeeman ocorre mais rápido do que a desaceleração máxima possível). Entretanto, nos trechos seguintes, ocorre a violação da condição dada pela eq. (5.23). Por exemplo, em 570 m/s , a Tabela 5.1 mostra que a condição para o acompanhamento adiabático é $dB/dz \leq 31 \text{ Gauss/cm}$, mas no perfil do campo, nesse trecho da bobina, $dB/dz=34 \text{ Gauss/cm}$.

A **Figura 5.9** mostra os resultados da desaceleração para intensidades ainda menores da utilizada na **Figura 5.8**. A medida da fluorescência da parte superior foi feita com $S=0,63$ e da parte inferior, com $S=0,32$. Nota-se que, quanto menor o valor de S , mais para a esquerda é o deslocamento da pico da fluorescência, indicando que é antecipada a interrupção do processo de desaceleração. Isso também é devido a violação da condição da eq. (5.23) para o acompanhamento adiabático de dB/dz , como pode ser

notado nos valores da Tabela 5.1 e no perfil do campo magnético da **Figura 5.8**. Para $S=0,32$, a violação da condição da eq. (5.23) ocorre já em $v = 720$ m/s. Daí a razão do sinal da fluorescência ser baixo e bastante deslocado para a esquerda.

O pico de fluorescência na entrada da bobina (próximo da posição “0” na bobina), possivelmente, deve-se ao espalhamento do feixe de laser no orifício colimador, devido ao acúmulo de *cálcio* solidificado, uma vez que essa medida foi realizada após um longo período de utilização do forno. Na medida apresentada na **Figura 5.8** não ocorreu esse tipo de problema devido ao fato de que o forno havia acabado de entrar em funcionamento. Mesmo com a bobina desligada, também constatou-se a ocorrência desse pico, na posição da entrada da bobina, não estando, portanto, associado ao processo de desaceleração.

A **Figura 5.10** mostra o efeito da polarização do feixe de laser no processo de desaceleração. Alterando-se gradualmente o estado de polarização (variando-se a fase), a partir da polarização circular até a polarização linear, observa-se uma redução gradual do número de átomos desacelerados. A potência do laser incidente no feixe atômico foi de 2,5 mW. O feixe de laser em $\lambda = 845,353$ nm, linearmente polarizado, passa por um polarizador circular ajustável, conforme indicado na **Figura 5.4**. O ângulo indicado em cada medida é a leitura do ângulo indicado no suporte do polarizador e pode não indicar corretamente a fase das componentes do campo elétrico nos dois planos de polarização. Mesmo porque são usados vários espelhos dielétricos para conduzir o feixe de laser até o feixe atômico, desviando o mesmo não só no plano horizontal, como também no plano vertical. Isso pode ter alterado ligeiramente o estado de polarização do feixe. A leitura de 35° significa que o feixe emerge circularmente polarizado. Em torno de -5° , o feixe de laser fica novamente linearmente polarizado. Para as fases intermediárias, a luz é elipticamente polarizada. Para a polarização circular (à direita), o número de átomos desacelerados foi máximo.

A **Figura 5.11** mostra uma segunda medida com o efeito do estado de polarização do feixe de laser, realizada numa data diferente da apresentada na **Figura 5.10**. A curva superior é a medida da fluorescência com o laser circularmente polarizado e a curva inferior é a medida da fluorescência com o laser linearmente polarizado. Nessas medidas, o laser apresentava uma boa estabilidade na potência. O comprimento de desaceleração para a potência de 2,5 mW é $L(S=0,7) \approx 30$ cm.

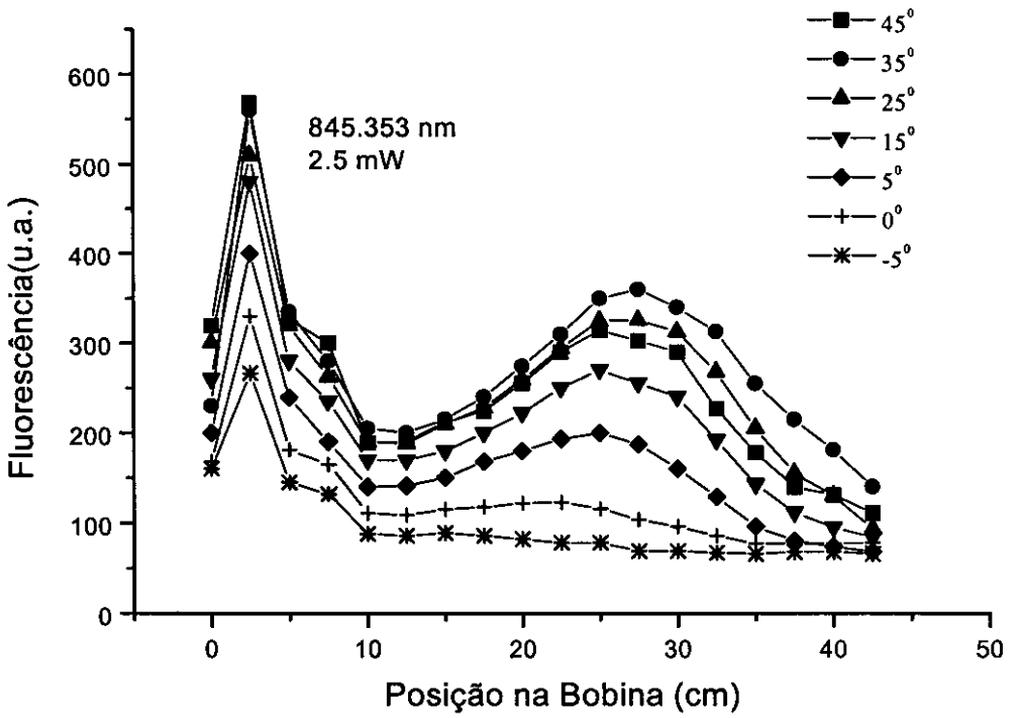


Fig. 5.10 Efeito da polarização do laser na desaceleração

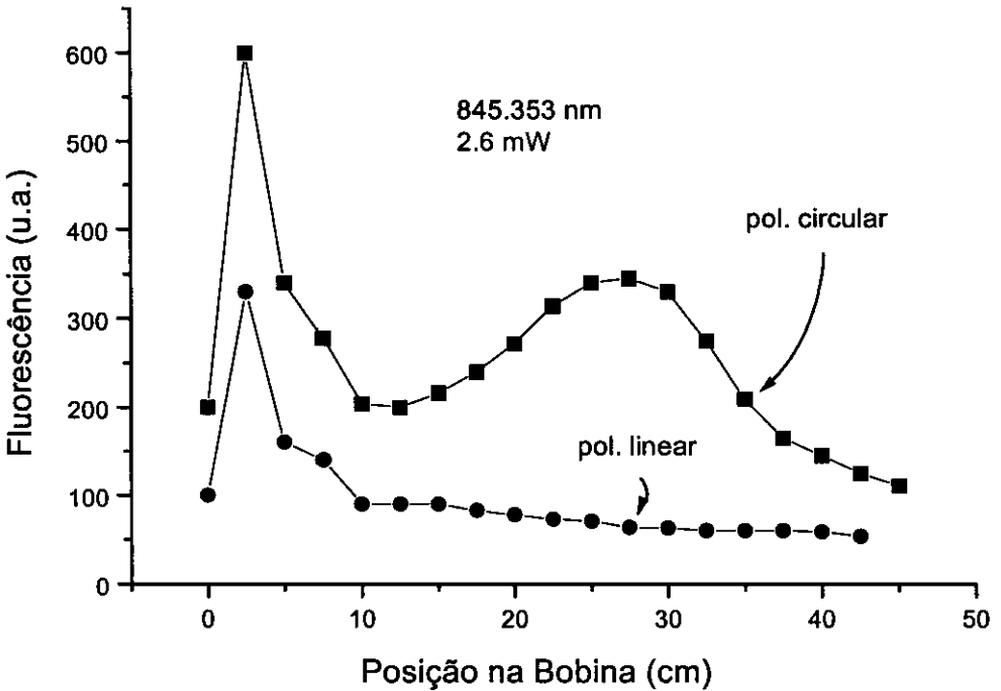


Fig. 5.11 Efeito da polarização circular e linear no processo de desaceleração

O efeito da polarização no processo de desaceleração explica-se pelo fato de que a polarização linear é a soma da polarização circular à esquerda com a polarização circular à direita. Consequentemente, ambos os níveis $m=-1$ e $m=+1$ são bombeados opticamente no caso do feixe de laser linearmente polarizado. Entretanto, os átomos excitados no nível $m=-1$ escapam da ressonância, pois a partir do valor máximo de B (em $z=0$), o deslocamento Zeeman neste nível é para o azul (B é positivo) e como o deslocamento Doppler é para o vermelho a medida que os átomos desaceleram, não ocorre a compensação. Já para o feixe de laser circularmente polarizado à direita, somente o nível $m=+1$ é bombeado opticamente e os átomos excitados nesse nível sofrem o deslocamento Zeeman para o vermelho (a partir de B máximo, em $z=0$), já que B é positivo, havendo, portanto, a compensação do efeito Doppler e os átomos são mantidos em ressonância durante o processo de desaceleração. Logo, o feixe de laser circularmente polarizado é mais eficiente para desacelerar os átomos.

Para a realização das medidas apresentadas nas **Figuras 5.8** até **5.11**, a sintonia (“*detuning*”) do laser foi otimizada para obtenção do máximo efeito de desaceleração. A fonte de tensão que controla o PZT permite ajuste de até 1 Volt. Desse modo, o controle de sintonia do laser de diodo era de 3 MHz/Volt.

Conclusão

Neste trabalho, demonstrou-se pela primeira vez a desaceleração do feixe atômico de *cálcio*, usando um laser de diodo com frequência dobrada. A desaceleração do feixe atômico de *cálcio* já tinha sido obtida antes[2], mas utilizando um laser de corante, bombeado por um laser de argônio no ultravioleta.

Foram satisfatórios os resultados obtidos na solução implementada para sintonizar o laser de diodo comercial, utilizando uma cavidade externa, na configuração Littman, e fazendo a sintonia apenas pela variação do comprimento da cavidade com o deslocamento (via PZT) do espelho de realimentação da primeira ordem de difração. O intervalo de sintonia obtido de 3,5 GHz foi suficiente para cobrir a transição do *cálcio*, usada para desaceleração, que é alargada pelo efeito Doppler em ~2,5 GHz. A potência do laser de diodo ($P_{\text{máx}}=130$ mW) foi um tanto sacrificada pelo uso da montagem Littman, uma vez que a grade de difração usada não era muito apropriada, apresentando elevadas perdas na incidência rasante (~40%), assim a potência de saída ficou reduzida em torno de 60% de $P_{\text{máx}}$. Com as perdas sofridas nos componentes ópticos, a potência resultante, incidente na cavidade passiva para gerar o segundo harmônico, ficou em torno de 50 mW.

A cavidade passiva utilizada foi bastante simples de ser implementada. Uma vez que esse tipo de cavidade vem sendo utilizada em lasers de corante desde o início da década de 70, seus fundamentos são bem estabelecidos. Os componentes ópticos, bem como os filmes refletores, foram fabricados no Brasil pelo IFQSC-USP-São Carlos. A eficiência da luz azul gerada não foi razoável, essencialmente, devido ao problema do espelho de saída, que apresentou uma baixa transmissão para deixar vazar a luz azul gerada. Além de acarretar as perdas no feixe de saída, a realimentação da luz azul no cristal não linear agrava o problema da indução de absorção da luz infravermelha, um fenômeno bem conhecido que ocorre nos cristais de KNbO_3 e que vem sendo muito estudado [35]. Na curva de eficiência obtida (**Figura 4.7**), pode-se notar claramente a existência desse problema. As perdas nos espelhos para o laser de diodo também contribuíram bastante para reduzir a eficiência, pois com essas perdas elevadas obtivemos um fator de apenas 16 vezes na amplificação da potência do laser de diodo. Com bons espelhos, é possível obter-se um fator de até 40 vezes. O que se conseguiu de bastante positivo na cavidade passiva implementada foi um excelente acoplamento de modos do laser de diodo com o modo da cavidade passiva. O acoplamento foi de 80%,

superior portanto, ao 60 % obtido na referência [31]. Esse bom acoplamento compensou parcialmente as deficiências dos componentes ópticos utilizados e foi o resultado de uma análise mais criteriosa da cavidade passiva, onde explorou-se muito bem o efeito astigmático produzido por esse tipo de cavidade, tirando vantagens do mesmo. O fato de utilizar a cavidade com espelhos com raio de 10 cm também pode ter prejudicado a eficiência de conversão para radiação no azul. A boa eficiência apresentada em outros trabalhos [16,31] pode ser atribuída, em parte, aos espelhos esféricos com raio de 5 cm que, pelos estudos feitos por J. C. Baumert [25], seriam os mais apropriados.

O travamento da cavidade usando o método Hänsch-Couillaud [36], que conceitualmente é simples, foi a etapa mais difícil de ser implementada no sistema de duplicação de frequência, por ser a parte mais crítica e não permitir soluções parciais, ou seja, se funcionar, gera-se luz azul intensa, se não funcionar, não se gera luz azul intensa. Quando não havia vibrações mecânicas (de origem externa ao laboratório), o sistema funcionou espetacularmente bem, chegando a manter a cavidade travada por mais de 8 horas ininterruptamente e permitindo a realização dos experimentos de desaceleração no feixe atômico de *cálcio*.

Mesmo com a potência baixa da luz azul gerada, abaixo de 4 mW ($I \approx 1 \text{ mW/mm}^2$, $S=1$), demonstrou-se a ocorrência do processo de desaceleração do feixe atômico de *cálcio*. O método utilizado, de se medir a fluorescência ao longo do feixe atômico na região da desaceleração, é bastante simples de ser realizado, produzindo bons resultados experimentais, que demonstram a evidência de ocorrer desaceleração dos átomos. A grande vantagem desse método é possibilitar o diagnóstico da desaceleração sem a necessidade de um laser adicional de prova, o que simplifica bastante a montagem experimental.

Não foi possível reduzir a velocidade dos átomos até a velocidade final de 340 m/s, devido ao perfil da bobina magnética, que apresentou um gradiente do campo magnético que ultrapassa o limite para o acompanhamento adiabático, que é a condição para que haja a compensação do efeito Doppler pelo efeito Zeeman. Esse limite é estabelecido pela parâmetro de saturação S , ou seja, pela intensidade do feixe de desaceleração. Portanto, para intensidades maiores seria possível o acompanhamento adiabático até a velocidade final de 340 m/s com esse mesmo perfil de campo magnético

As Figuras 5.10 e 5.11 mostram os efeitos do estado de polarização do feixe de laser no processo de desaceleração do feixe atômico. A polarização linear equivale à soma de uma polarização circular à direita com uma polarização circular à esquerda. Portanto, quando o feixe de laser é linearmente polarizado, pode ocorrer a transição tanto para o nível $m = +1$, como para nível $m = -1$. Para B positivo, a partir do valor máximo de B , em $z=0$, os átomos excitados para o nível $m = -1$ escapam da ressonância e, conseqüentemente, não são desacelerados. Quando os átomos são desacelerados, o deslocamento Doppler é para o vermelho (ver eq. (5.14)). Portanto, a compensação do efeito Doppler pelo efeito Zeeman só ocorre se este último também provocar um deslocamento para o vermelho (ver eq. (5.16)). Para o nível $m = -1$, com B positivo, a partir do valor máximo de B , em $z=0$, o deslocamento Zeeman é para o azul, logo, não ocorre a compensação do efeito Doppler. Já para a luz circularmente polarizada à direita, somente ocorre a transição para o nível $m = +1$ e, portanto, o deslocamento Zeeman nesse nível (para B positivo) compensa o deslocamento Doppler durante o processo de desaceleração, partir do valor máximo de B , em $z=0$. Logo, com o feixe de laser circularmente polarizado, o número de átomos desacelerados é muito maior do que com o feixe de laser linearmente polarizado.

Demonstrou-se nesse trabalho mais uma possível aplicação de lasers de diodo com a técnica de dobramento de frequência. Provou-se, pela primeira vez, ser possível desacelerar átomos de *cálcio* com laser de diodo de frequência dobrada, com técnica de compensação do efeito Doppler pelo efeito Zeeman. Esse fato aumenta as potencialidades do *cálcio* vir a ser usado como padrão de frequência atômica, pois seria um sistema compacto, simples e portanto de alta confiabilidade, que são os quesitos básicos para qualquer aplicação em tecnologia, além é claro, de facilitar em muito a pesquisa fundamental no campo da espectroscopia de alta resolução que sempre sofreu limitações de ordem técnica devido aos complicados sistemas de lasers.

Sugestões para Continuidade do Trabalho

• Laser de diodo

1. Diminuir as perdas utilizando uma grade de difração específica para incidência rasante.
2. Estender o intervalo de sintonia do laser e implementar um sistema mecânico para girar o espelho de sintonia em torno de um pivo.
3. Melhorar o perfil espacial do feixe utilizando um expansor unidimensional mais adequado.
4. Depositar um filme anti-refletor na superfície do laser de diodo para melhorar o controle da sintonia.

• Cavityde Óptica Passiva

1. Substituir os espelhos esféricos com raio de curvatura de 10 cm por espelhos com raio de curvatura de 5 cm.
2. Utilizar espelhos de melhor refletividade para o comprimento de onda do laser de diodo ($\lambda=845$ nm) e melhor transmissão para o comprimento de onda no segundo harmônico.

• Desaceleração do Feixe Atômico de Cálcio

1. Modificar a bobina magnética para produzir um gradiente menor e uniforme do campo magnético.
2. Resolver o problema da deposição de cálcio no orifício de saída do forno, estabelecendo uma diferença de temperatura de no mínimo 100 °C, ao invés dos 20 °C atuais.
3. Monitorar a desaceleração pela distribuição de velocidades, utilizando o feixe de prova.

4. Com um feixe de luz azul de maior intensidade, realizar estudos sobre os efeitos da saturação no processo de desaceleração.
5. Implementar técnicas de espectroscopia para incrementar a concentração de átomos frios. Como, por exemplo, promover a transição do nível 1D_2 para outros níveis, para impedir o decaimento para o nível fundamental 1S_0 (**Figura 5.3**), seguindo as sugestões de N. Beverini *et al* [46].
6. Montar o sistema para aprisionamento dos átomos de *cálcio* desacelerados.

Referências

- [1] F. Strumia, “*Application of laser cooling to the Atomic Frequency Standards*” Laser Science and Technology - Plenum Press, N.Y. 1988.
- [2] N. Beverini, E. Maccioni, D. Pereira, F. Strumia, G. Vissani, *Laser Cooling in Calcium and Magnesium Atomic Beams*, Proc. 4th Symposium on Frequency Standards and Metrology, Ancona, Italy, September, 1988
- [3] J. C. Camparo, *The diode laser in atomic physics*, Contemp. Phys., **26**, 443(1985).
- [4] C. E. Wieman and L. Hoolberg, *Using diode lasers for atomic physics*, Rev. Sci. Instrum. **62**, 1 (1991).
- [5] B. Dahmani, L. Hollberg, and R. Drullinger, *Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback*, Opt. Lett. **12**, 876(1987).
- [6] H. Kressel and J. K. Butler, “*Semiconductor Lasers and Heterojunction LEDs*” New York: Academic Press, 1977.
- [7] M. G. Littman, and H. J. Metcalf, *Spectrally narrow pulsed dye laser without beam expander*, Appl. Opt. **17**, 2224 (1978).
- [8] I. Shoshan, N. N. Danon, and U. P. Oppenheim, *Narrowband operation of a pulsed dye laser without intracavity beam expansion*, J. Appl. Phys. **48**, 4496 (1977).
- [9] A. Lago, G. Woehl Jr., and R. Riva, *A pulsed dye laser with grazing incidence and folded cavity*, Appl. Phys. B **49**, 73 (1989).
- [10] J. A. Lisboa, S. Ribeiro Teixeira, S. L. S. Cunha, and R. E. Francke, *A grazing-incidence dye laser with intracavity lens*, Opt. Commun. **44**, 393 (1989).
- [11] D. Wandt, M. Laschek, K. Przyklenk, A. Tünnermann, H. Welling, *External cavity laser diode with 40 nm continuous tuning range around 825 nm*, Opt. Commun. **130**, 81 (1996).
- [12] A Hemmerich, D. H. McIntyre, D. Schropp, Jr., D. Meschede, T. W. Hänsch, *Optically stabilized narrow linewidth semiconductor laser for high resolution spectroscopy*, Opt. Comm. **75**, 118 (1990).
- [13] K.C. Harvey and C. J. Myatt, *External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating*, Opt. Lett. **16**, 910 (1991).
- [14] L. Viana, S.S. Vianna, M. Oriá, and J. W. R. Tabosa, *Diode laser mode selection using a long external cavity*, Appl. Opt. **34**, 1 (1995).
- [15] D. Wandt, M. Laschek, A. Tünnermann, and H. Welling, *Continuously tunable external-cavity diode laser with a double-grating arrangement* Opt. Lett. **22**, 390 (1997).

- [16] P. Lodahl, J. L. Sorensen, and E. S. Polzik, *High efficiency second harmonic generation with a low power diode laser*, Appl. Phys. B **64**, 383 (1997).
- [17] K. Liu, and M. G. Littman, *Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers*, **6**, 117 (1981).
- [18] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, *Generation of optical harmonics*, Phys. Rev. Lett., **7**, 118 (1961).
- [19] W. Demtröder, *"Laser Spectroscopy"*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1981.
- [20] O. Svelto, *"Principles of Laser"*, 3th. Ed. Pg. 426, Plenum Press, New York, 1989.
- [21] A. Yariv, and P. Yeh, *"Optical Waves in Crystals"* John Wiley & Sons, N. Y., 1984.
- [22] J. F. Nye, *"Physical Properties of Crystals"*, Oxford University Press, 1976
- [23] J.-C. Baumert, J. Hoffnagle, and P. Günter, *Nonlinear optical effects in KNbO₃ crystals at Al_xGa_{1-x}As, dye and Nd:YAG laser wavelengths*, SPIE, **492**, 374 (1984)
- [24] I. Biaggio, P. Kerkoc, L. S. Wu, B. Zysset and Peter Günter, *Refractive indices of orthorhombic KNbO₃. II. Phase-matching configurations for nonlinear-optical interactions*. J. Opt. Soc. Am. B, **9**, 507 (1992).
- [25] J. -C. Baumert, and P. Günter, and H. Melchior *High-efficient second-harmonic generation in KNbO₃ crystals*. Opt. Commun. **48**, 215 (1983).
- [26] E. S. Polzik, J. Carri, and H.J. Kimble, *Atomic spectroscopy with squeezed light for sensitivity beyond the vacuum-state limit*, Appl. Phys. B, **55**, 279 (1992).
- [27] N. Beverini, G. L. Genovesi, E. Maccioni, A. M. Messina, and F. Strumia, *Near-UV sub-Doppler spectroscopy on a metastable Mg beam by a frequency-doubled diode laser*, Appl. Phys. B, **59**, 321 (1994).
- [28] L. Goldberg, and M. K. Chun, *Efficient generation at 421 nm by resonantly enhanced doubling of GaAlAs laser diode array emission*, Appl. Phys. Lett, **55**, 218 (1989).
- [29] G. J. Dixon, C. E. Tanner and C. E. Wieman, *432-nm source based on efficient second-harmonic generation of GaAlAs diode-laser radiation in a self-locking external resonant cavity*, Opt. Lett. **14**, 731 (1989).
- [30] J. -C. Baumert, J. Hoffnagle, and P. Günter, *High efficiency intracavity frequency doubling of a styryl-9 dye laser with KNbO₃ crystals*. Appl. Opts. **24**, 1299 (1985).
- [31] A. Hemmerich, D. H. McIntyre, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Second-harmonic generation and optical stabilization of a diode laser in an external ring resonator*. Opt. Lett. **15**, 372 (1990).

- [32] H. Kogelnik and T. Li, *Laser Beams and Resonators*, Appl. Opt. **5**,1550 (1966).
- [33] M.H. Dunn, A. I. Ferguson, *Coma compensation in off-axis laser resonators*, Opt. Comm. **20**, 214 (1977).
- [34] E. S. Polzik, and H. J. Kimble, *Frequency doubling with KNbO_3 in an external cavity*, Opt. Lett. **16**, 1400 (1991).
- [35] M. Mabuchi, E. S. Polzik, and H. J. Kimble, *Blue-light-induced infrared absorption in KNbO_3* , J.Opt. Soc. Am. B, **11**, 2023 (1994).
- [36] T. W. Hansch and B. Couillaud, *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*, Opt. Comm., **35**, 441 (1980).
- [37] T. Hänsch and A. Schawlow, Opt. Commun. **13**, 68 (1975).
- [38] D. Wineland, R. Drullinger, and F. Walls, Phys. Rev. Lett. **40**, 1639 (1978).
- [39] R. Frisch, Z. Phys. **86**, 42 (1933).
- [40] W. D. Phillips, J. V. Prodan, and H. J. Metcalf, *Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms*, J. Opt. Soc. Am. B, **2**, 1751 (1985).
- [41] V. S. Letokhov, V. G. Minogin, and B. D. Pavlik, Opt. Commun. **19**, 72 (1976).
- [42] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, and A. I. Sidorov, Opt, Commun., **49**, 248 (1984).
- [43] R. N. Watts and C. E. Wieman, Laser Spectroscopy VII, eds. T. Hänsch and Y. R. Shen, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [44] V. G. Minogin and V. S. Letokhov, "*Laser Light Pressure on Atoms*", Gordon & Breach, New York, 1987.
- [45] R. Eisberg, and R. Resnick, "*Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*", John Willey & Sons, Inc., 1974
- [46] N. Beverini, F. Giammanco, E. Maccioni, F. Strumia, and G. Vissani, J. Opt. Soc. Am B, **6**, 2188 (1989).
- [47] W. D. Phillips and H. J. Metcalf, *Cooling and trapping atoms*, Scientific American, **256**(March), 36(1987)
- [48] J.V.B. Gomide, G. A. Garcia, F. C. Cruz, A. J. Polaquini, M. P. Arruda, D. Pereira, A. Scalabrin, Brazilian J. Phys **27**, 266 (1997).
- [49] V. S. Bagnato, A. Aspect and S. C. Zilio, *Study of laser deceleration of an atomic beam by monitoring the fluorescence along the deceleration path*, Opt. Commun. **72**, 76-81 (1989).
- [50] C. A. Faria Leite, Tese de Doutorado, DFCM - IFSC, USP - 1992

Apêndice I

Determinação da Potência Circulante

Para o cálculo da potência circulante numa cavidade ressonante, pode-se fazer a analogia com um interferômetro sólido (etalon), mostrado na **Figura I**.

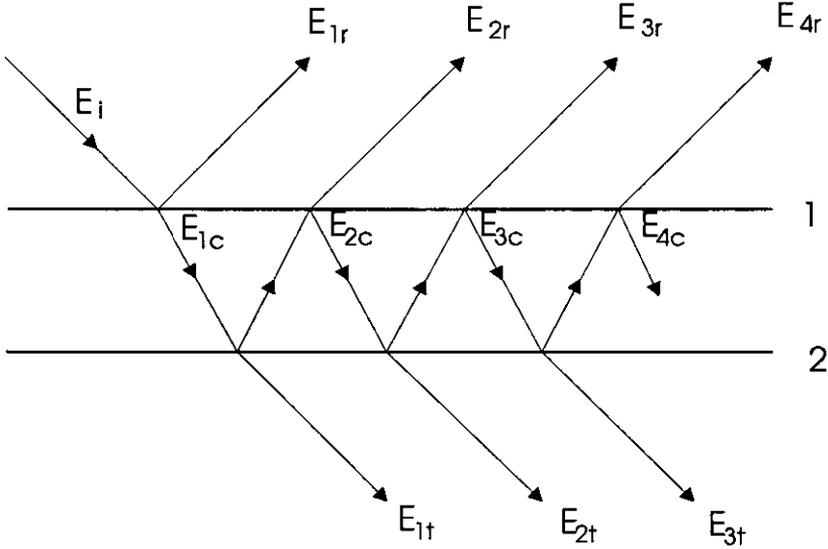


Fig. I Interferômetro sólido

Sejam t_1 e t_2 os coeficientes de transmissão nas superfícies 1 e 2; r_1 e r_2 os coeficientes de reflexão nas superfícies 1 e 2 e δ é a fase. As amplitudes complexas das ondas dentro do interferômetros são dadas por

$$E_{1c} = t_1 E_i; E_{2c} = t_1 r_1 r_2 E_i e^{i\delta}; E_{3c} = t_1 (r_1 r_2)^2 E_i e^{2i\delta}; E_{4c} = t_1 (r_1 r_2)^3 E_i e^{3i\delta}; \dots E_{nc} = t_1 (r_1 r_2)^n E_i e^{ni\delta}$$

$$E_c = E_{1c} + E_{2c} + \dots + E_{nc}$$

$$E_c = t_1 E_i [1 + r_1 r_2 e^{i\delta} + (r_1 r_2)^2 e^{2i\delta} + \dots + (r_1 r_2)^n e^{ni\delta}]$$

$$E_c = t_1 E_i \{1 + r_1 r_2 e^{i\delta} [1 + r_1 r_2 e^{i\delta} + (r_1 r_2)^2 e^{2i\delta} + \dots + (r_1 r_2)^{n-1} e^{(n-1)i\delta}]\}$$

Da propriedade da progressão geométrica

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} = \frac{1 - x^n}{1 - x},$$

identificando

$$x \equiv r_1 r_2 e^{2i\delta}$$

obtém-se:

$$E_c = t_1 E_i \left\{ 1 + r_1 r_2 e^{i\delta} \frac{1 - (r_2 r_1)^n e^{ni\delta}}{1 - r_2 r_1 e^{i\delta}} \right\}$$

Fazendo o lim $n \rightarrow \infty$

$$E_c = t_1 E_i \left(1 + \frac{r_2 r_1 e^{i\delta}}{1 - r_2 r_1 e^{i\delta}} \right) = \frac{t_1 E_i}{1 - r_2 r_1 e^{i\delta}}$$

A potência circulante na cavidade é dada por

$$P_c = |E_c|^2 = \frac{t_1^2 E_i E_i^*}{1 - 2r_2 r_1 \cos 2\delta + (r_2 r_1)^2}$$

Pela condição de ressonância $\delta = 2m\pi$:

$$P_c = \frac{t_1^2 E_i E_i^*}{(1 - r_2 r_1)^2}$$

$P_i = |E_i|^2$ é a potência incidente.

$t_1^2 = T_1$ é a transmitância,

$r_2^2 = R_m$ é o fator de refletância, onde estão embutidas todas as perdas da cavidade, exceto as relacionadas com o espelho de entrada.

$r_1^2 = R_1$ é a refletividade do espelho de entrada.

Então:

$$P_c = \frac{P_i T_1}{(1 - \sqrt{R_1} \sqrt{R_m})^2}$$