UNICAMP

César Peixoto Ferreira

A extensão 3-3-1 do modelo padrão das partículas elementares e suas aplicações à cosmologia.

Campinas
2014

Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física *Gleb Wataghin*

César Peixoto Ferreira

A extensão 3-3-1 do modelo padrão das partículas elementares e suas aplicações à cosmologia.

Dissertação apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção de Título de Mestre em Física.

Orientador: **Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo**

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno César Peixoto Ferreira e orientada pelo Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo.

Assinatura do Orientador

Campinas
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin
Valkíria Succi Vicente - CRB 8/5398

F413e

Ferreira, César Peixoto, 1986-
A extensão 3-3-1 do modelo padrão das partículas elementares e suas aplicações à cosmologia / César Peixoto Ferreira. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Marcelo Moraes Guzzo.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin.

1. Extensões de modelo padrão. 2. Gauge, Teorias de. 3. Cosmologia. 4. Matéria escura (Astronomia). I. Guzzo, Marcelo Moraes,1963-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb Wataghin. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: The 3-3-1 extension of the standard model of elementary particles and its applications to cosmology
Palavras-chave em inglês:
Standard model extension
Gauge theory
Cosmology
Dark matter (Astronomy)
Área de concentração: Física
Titulação: Mestre em Física
Banca examinadora:
Marcelo Moraes Guzzo [Orientador]
Vicente Pleitez
Marcus Aloizio Martinez de Aguiar
Data de defesa: 06-06-2014
Programa de Pós-Graduação: Física

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE **CÉSAR PEIXOTO FERREIRA - RA 070456** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 06 / 06 / 2014.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo - Orientador do Candidato
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Vicente Pleitez – IFT/UNESP

Prof. Dr. Marcus Aloizio Martinez de Aguiar – DFMC/IFGW/UNICAMP

Abstract

In this dissertation, one of the extensions of the Standard Model of Elementary Particles(SM), known as the '3-3-1 Extension', and its aplication to Cosmology are analysed. This class of models constitutes one of the most economical extensions of the Standard Model, and have among its qualities answers to open problems within the SM. Among them, we mention the generation problem and the quark mass assymetry problem. Both of these problems are answered trough the use of a internal consistency criterion of the model: The cancelation of chiral anomalies.

The model chosen for study was the *3-3-1 Model with right handed neutrinos* (3-3-1RH), and all its main caracteristics are analysed. To aplications to Cosmology, the 3-3-1 was studied within the Dark Matter problem. In this case, we analyse dark matter candidates in one extension of the 3-3-1, known as the *Left-Right 3-3-1 Model* (3L3R). These candidates are sterile neutrinos with keV masses, and to them cosmological limits are applied. These limits are the decays into X-Rays, N_{eff} and Dark Matter Abundance. 3 cases were analysed: (1) Decoupling of the sterile neutrinos before muon annihilation; (2) Decoupling before pion annihilation; (3) Decoupling before Hadronization.

The application of the limits mentioned above revealed that these neutrinos do not, at the moment, have any restrictions coming from decays into X-Rays, because this kind of decay is forbidden in the 3L3R. For each of the 3 cases, N_{eff} had the value of 3.69, 3.53 e 3.09, respectively. When this is compared with the experimental value, $N_{eff} = 3.28 \pm 0.28$, we conclude that in two cases, only one sterile neutrino is roughly allowed. In the remaining case, all 3 new neutrinos of the 3L3R are possible. The calculation of abundance revelead an excess of these neutrinos, using the method that is used to calculate abundance of active neutrinos. The calculated abundance is bigger than the experimentally determined in all possible cases, even when we consider a limit case. We conclude that some alternative mechanism for density dilution is necessary.

Resumo

Neste trabalho analisa-se uma das extensões do Modelo Padrão das Partículas Elementares, conhecida como 'Extensão 3-3-1', e suas aplicações à Cosmologia. Esta classe de modelos constitui uma das mais enxutas extensões do Modelo Padrão, e possui entre as suas qualidades respostas a problemas deixados em aberto dentro do Modelo Padrão. Entre estes, lista-se o problema do número de gerações e o problema da assimetria das massas dos quarks, respondidos através de um critério de consistência interna do modelo, a saber, o cancelamento das anomalias quirais.

O modelo específico escolhido para estudo foi o *Modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita* (3-3-1RH), e todas as suas principais características são analisadas. Para aplicações à Cosmologia, o 3-3-1 foi analisado em suas aplicações ao problema da Matéria Escura. Neste caso, analisar-se-ão candidatos à Matéria Escura em uma extensão do 3-3-1, chamada *Modelo 3-3-1 Left-Right* (3L3R). Estes candidatos são neutrinos estéreis de massa na escala keV, e a eles são aplicados os limites cosmológicos impostos por Decaimento em Raio-X, N_{eff} e Abundância de matéria escura. 3 casos foram analisados: (1) Desacoplamento dos neutrinos estéreis anterior à aniquilação dos múons. (2) Desacoplamento anterior à aniquilação dos píons; (3) Desacoplamento anterior à Hadronização.

A aplicação dos limites supracitados revelou que estes neutrinos não sofrem de restrições de decaimentos em Raio-X. Para cada um dos 3 casos, o valor de N_{eff} por neutrino estéril foi de 3.69, 3.53 e 3.09, respectivamente. Como experimentalmente, $N_{eff} = 3.28 \pm 0.28$, conclui-se que em 2 dos casos, apenas 1 neutrino novo é admitido, e no caso restante os 3 neutrinos novos do 3L3R são possíveis. Por fim, o cálculo de abundância revelou um excesso destes neutrinos, usando-se o método para cálculo de abundância de neutrinos ativos. A abundância calculada é maior que a medida experimentalmente em todos os casos possíveis para o modelo, mesmo considerando-se um caso limite. Dessa forma, conclui-se que algum mecanismo alternativo de diluição de densidade destes neutrinos é necessário.

Conteúdo

Dedico este trabalho à minha família
e aos meus amigos.
Em memória de Antônio Nazara Ferreira
e Márcia Cristina Gonçalves Trentin.

Agradecimentos

Esta é, para mim, a parte mais importante do trabalho.

Agradeço à FAPESP pelo financiamento deste trabalho. Por acreditar que esse projeto foi digno de seu apoio.

Agradeço ao meu orientador, Marcelo Moraes Guzzo, por todos os ensinamentos e pela paciência em ajudar-me com minhas (nada pequenas) dúvidas. Seu exemplo como professor e pesquisador inspira-me a seguir a carreira de físico. Seu exemplo como pessoa inspira-me a tentar ser melhor, e melhorar sempre. Sem ele essa dissertação não teria sido possível.

Agradeço aos professores Alex Gomes Dias, Vicente Pleitez, Pedro de Holanda e Fedor Bezrukov, e aos doutorandos Wellington Dias e Miguel Jaime, por contribuições essenciais ao trabalho.

Agradeço à minha família, por todos os exemplos que me deram, pelas histórias que vivenciamos e por todos os sacrifícios que fizeram para que eu tivesse todas as oportunidades de estudo e, em última instância, uma vida feliz. Aos meus pais, Carlos e Margarida Ferreira, pela alegria de ser seu filho e todo o amor dado, ao meu irmão Rafael pelos exemplos de trabalho e dedicação, e à simplesmente melhor irmã do mundo, Mariana Ferreira, a quem tenho como grande exemplo em minha vida. Aos meus tios e avós. Muito do que sou hoje devo a eles, e sou eternamente grato.

Em particular, eu lembro com saudade de meu avô Antônio, que me deu uma infância muito feliz, e nos deixou antes que pudesse ver que consegui virar um cientista. Me lembro de como ele, brincando comigo, fazia-me explicar 10 vezes seguidas que não havia cavalo de São Jorge na Lua, ou coqueiros em Marte, ou que os Japoneses não caiam no espaço por estarem do outro lado da Terra. São memórias preciosas, essas. Foi uma pessoa que me fez feliz e me fez melhor. Obrigado, Vô.

Queria agradecer à minha namorada, Simone Carvalho, por todo amor que me deu, e pela paciência que teve comigo, durante todas as dificuldades pelas quais eu passei na escrita deste trabalho. Tenho muita alegria em estar ao seu lado. O tempo que passamos juntos tem sido muito especial.

Agradeço aos meus amigos de Florianópolis, minha 'segunda família': Marcelo Tetzner, Igor Cordeiro, Francisco Bissoli, Bianca Veiga, Renzo Morales, Anelize Salvi, Thânia Clair, Edmundo Neto, Tiago Alencar, entre outros. Sua amizade foi, talvez, o maior presente que recebi nesta vida. Muito obrigado por essa década de alegrias e histórias, de aventuras e maluquices. Foi tudo muito especial e fico grato por ter conhecido todos vocês.

Obrigado aos inúmeros amigos que fiz em Campinas, com quem aprendi e me diverti muito. A lista é longa: Fernando 'Piá' Freitas, Valter Júnior, Déborah Rangel, Débora Princepe, Felipe Santos, André Cidrim, Tiago Kalile, Eduardo Zavanin, Shadi Fatayer, João Neto, Heitor do Amaral, Pedro Pasquini, Paulo Gomes, Guilherme Balieiro, Guilherme Braga, Franz Pietz, Raphael Casseb, entre outros. Cada um, a sua maneira, fez estes anos de Unicamp serem marcantes por toda a minha vida.

Obrigado aos meus amigos de República, Tiago Machado, Eduardo Neves, Luis Felipe Bueno, Evandro, Valter Júnior e Alexandre Camargo.

Por fim, agradeço à minha amiga, o meu exemplo, Márcia Cristina Gonçalves Trentin. Existem pessoas que são boas e existem aquelas que são especiais. Mas também existem aquelas que são raras. Ela era isso: Uma pessoa rara. Alguém a quem foi destinado os mais belos atributos humanos, e a quem foi confiado o objetivo de iluminar este mundo cheio de ódio e egoísmo com amor e amizade. E ela o iluminou, e iluminando-o tornou-se, ela mesma, a própria luz. A minha luz. É o meu ideal de ser, a quem me ensinou o valor da amizade, do altruísmo e da bondade. A tolerância e a humildade. O valor da vida humana. A boa parte de tudo que acredito e sou hoje. Me fez ser uma pessoa melhor.

Parte do poema de Vinícius de Morais, 'Ausência', remete-me a ela: *No entanto a tua presença é qualquer coisa como a luz e a vida/E eu sinto que em meu gesto existe o teu gesto e em minha voz a tua voz.* Ela permeia minhas memórias e meus ideais e hoje faz parte de minha própria essência. Nunca a esquecerei.

Este trabalho, dedico a todos vocês. Ele só é possível graças a séculos de grandes conquistas humanas, em busca de um mundo melhor. Acreditemos num mundo melhor. Batalhemos por um mundo melhor. Um mundo baseado na razão, na ciência, na tolerância e no amor. Um mundo de sonhos, para nós e nossos filhos. Eu acredito neste mundo pois, ao olhar para vocês, eu o vejo. Muito obrigado à minha Família. Obrigado aos meus amigos. Obrigado, Márcia, por todo e eterno sempre. Obrigado por serem a própria materialização deste mundo em que eu sempre quis viver.

The Universe is wider than our views of it.
Henry David Thoreau

Uma coisa bela persuade por si mesma,
sem necessidade de um orador.
William Shakespeare

Capítulo 1

Introdução

O século XX foi testemunha do maior avanço do entendimento humano sobre os elementos constituintes da natureza. Nele, ocorreu a lenta, porém bem-sucedida, construção de uma teoria que descreve boa parte das partículas e interações conhecidas, que veio a ser chamada de Modelo Padrão das Partículas Elementares(Standard Model - **SM**)[1].

A força e magnitude do SM não podem ser sub-estimadas. Ele incorpora todas as partículas elementares conhecidas, além de 3 interações fundamentais da natureza: A forte, a fraca e a eletromagnética.[1] Sua beleza deriva não somente do fato de explicar uma imensa gama de fenômenos físicos, com enorme precisão, mas também porque o faz de forma bastante enxuta e elegante.

Tecnicamente, o SM é uma teoria quântica de campos baseada no Princípio de Gauge, segundo o qual a densidade lagrangiana (doravante chamada apenas de *Lagrangiana*, salvo quando existir risco de confusão) da teoria deve ser invariante por transformações locais de gauge sob um grupo de simetria adotado. No SM, o grupo usado é o $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que são grupos de Lie[2], cujos elementos estão associados às transformações de gauge que mantêm a Lagrangiana invariante. Esta revelou-se uma teoria de enorme sucesso.

Também no mesmo século XX, outra grande área de conhecimento foi aberta, com a descoberta da teoria de gravitação da Relatividade Geral. Foi possível a aplicação direta desta teoria ao Universo, inaugurando-se os primeiros estudos quan-

[1] A gravidade não é descrita dentro do Modelo Padrão, pelo fato de ser não-renormalizável. Uma teoria que unifique estas 3 interações com a gravidade é possivelmente o maior desafio em aberto na física moderna.

[2] Grupos são estruturas algébricas que descrevem simetrias de um sistema. Um Grupo de Lie é um tipo de grupo particular, no qual os elementos do grupo dependem de um parâmetro contínuo.

titativos da *Cosmologia*, a área do saber preocupada com a origem e evolução do Cosmos como um todo.

Os resultados obtidos pela Cosmologia, possivelmente, são tão ou mais chocantes que os descobertos na física de partículas. Cerca de 100 anos de estudos revelaram um Universo com cerca de 13 bilhões de anos, em expansão acelerada e, em grande parte, constituído por entidades desconhecidas. O chamado Modelo Cosmológico Padrão, ΛCDM[3], descreve um Universo composto apenas por 4% de partículas conhecidas (as descritas no SM). Cerca de 27% da energia do Universo está na forma de Matéria Escura, e aproximadamente 69% na forma de Energia Escura.

O fato do SM, nosso mais bem sucedido modelo de partículas, explicar somente 4% do Universo conhecido, revela a importância da interação entre estas disciplinas, Cosmologia e Física de Partículas. Também revela uma enorme necessidade de extensões do SM que expliquem a natureza de 96% do Universo.

Este trabalho têm 2 objetivos principais. O primeiro é constituído pela apresentação de uma extensão particular do SM, conhecida como extensão 3-3-1. O estudo de tal extensão foi originalmente motivado por problemas de completude, ou naturalidade, dentro do Modelo Padrão. Em adição a isso, mostrar as previsões de nova física que tal modelo faz.

O segundo objetivo foi o de usar modelos de partículas para resolver problemas cosmológicos, e, com isso, também usar argumentos de Cosmologia para limitar propriedades de Modelos. O modelo escolhido foi uma extensão do 3-3-1, chamado de Extensão 3L3R, e o problema cosmológico atacado por ele foi o *Problema da Matéria Escura*.

[3] O Λ-***C****old* ***D****ark* ***M****atter* é um modelo Cosmológico, baseado na gravitação de Einstein aplicada a um Universo plano, homogêneo e isotrópico, composto por *Energia Escura* (tratada como uma constante cosmológica, Λ) e Matéria Escura Fria (não-relativística), além das conhecidas partículas bariônicas e leptônicas.

1.1 Problemas e Motivações

Apesar de todo o sucesso que o acompanha, com uma concordância com dados experimentais assombrosa, o Modelo Padrão das partículas elementares ainda deixa perguntas sem respostas ou fatos mal explicados. Mesmo ignorando-se o fato de que o Modelo não incorpora a gravidade, o modelo suscita questões quanto a sua incompletude. Entre elas, podemos citar:

1. O SM possui 3 gerações de férmions, mas em nenhum lugar do mesmo é dada uma resposta conclusiva de por que 3 gerações são necessárias. Embora o número de partículas dentro de cada geração seja fixado pelo requerimento de cancelamento de anomalias[4], permanece o fato de que o SM é incapaz de explicar se existem apenas 3 famílias de partículas, ou se mais gerações ainda não descobertas devem existir. Este é o *problema das gerações*.

2. O tratamento dado a cada uma das gerações é absolutamente idêntico, tanto para léptons quanto para quarks. Todas as famílias possuem as mesmas representações em relação ao grupo de gauge do SM. Apesar disso, existem muitas assimetrias entre os férmions. Uma das assimetrias mais gritantes refere-se ao fato da terceira geração de quarks ser muito mais pesada que as demais. De fato, o quark top, com massa $m_t \approx 174GeV$, possui massa 5 ordens de grandeza acima da do quark up, o mais leve. Por que tamanha assimetria, dado a semelhança de tratamento a todas as famílias? Este é conhecido como *o problema da massa dos quarks*.

3. Neutrinos não possuem massa no SM. Tal problema pode ser resolvido rapidamente, seja introduzindo-se termos de massa de Majorana usando apenas suas componentes esquerdas, seja adicionando-se singletos ν_R direitos, para a geração de termos de massa de Dirac. Porém, experimentalmente ainda não

[4] Após a descoberta do quark b, a previsão de que um novo quark, o top, deveria existir decorria deste fato.

se sabe se neutrinos são partículas de Dirac ou de Majorana[5]. Teoricamente também existe o problema da própria escala de massa dos neutrinos. De fato, existe um *problema da massa dos neutrinos* em aberto, pois dados experimentais de oscilações de neutrinos e limites cosmológicos indicam que a massa dos mesmos é extremamente pequena. Por que neutrinos possuem massas tão pequenas, ainda não possui resposta.

4. Os grandes progressos feitos no estudo de Cosmologia no último século, revelaram a existência de um tipo de matéria não-bariônica e neutra conhecida como **Matéria Escura** (Dark Matter - **DM**). A matéria Escura corresponde a aproximadamente 25% da densidade de energia do Universo, porém nenhum candidato à DM existe no SM. O único candidato possível no mesmo, os neutrinos, são leves demais para esse papel, e estão descartados.

Por fim, com a atual operação do Grande Colisor de Hadrons (LHC - *Large Hadron Collider*), é possível que novas partículas sejam descobertas na escala TeV. A existência de algum modelo que faça a previsão de tais partículas de maneira natural seria, neste caso, altamente interessante.

O modelo que será descrito, conhecido por modelo 3-3-1, tenta responder estas e algumas outras questões pertinentes. O modelo recebe o nome em virtude do grupo de simetria adotado, o $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$. Este grupo incorpora o $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ do modelo padrão, e com isso invoca partículas adicionais.

No capítulo 2 descrevemos os aspectos principais do Modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita (3-3-1RH). Descreve-se o seu conteúdo de matéria, seus bósons e setor escalar. É descrita sucintamente a quebra espontânea de simetria no modelo, de forma a dar às partículas nele presentes escalas de massa consistentes com dados experimentais. O problema das gerações e da assimetria de massa dos quarks são resolvidos, ou amenizados, em virtude do cancelamento de anomalias. Este cálculo é feito de forma relativamente detalhada.

[5]Por exemplo, experimentos que trabalham com a busca de Neutrinoless Double Beta Decay podem, eventualmente, responder a essa questão.

No capítulo 3 aspectos básicos de Cosmologia são descritos, mostrando-se rapidamente resultados que serão usados nas análises do capítulo 5. Algumas das implicações cosmológicas do 3-3-1 que foram estudadas, mas não encontram-se analisadas nesta dissertação, são aqui enunciados.

O capítulo 4 descreve uma extensão do 3-3-1, conhecida como extensão 3L3R, escolhida para se impôr limites cosmológicos. Este capítulo procura mostrar os aspectos básicos do modelo, e a identificação de neutrinos estéreis nele presentes como bons candidatos à Matéria Escura. O mecanismo Seesaw é utilizado para dar a correta escala de massas aos neutrinos do modelo. Esta escala de massas sugere a participação destes neutrinos como candidatos à resolução de diversos problemas conhecidos tanto em experimentos terrestres como de observações cosmológicas.

O capítulo 5 procura impôr limites cosmológicos aos neutrinos estéreis identificados como candidatos à Matéria Escura no 3L3R. Como apenas o setor left[6] do 3L3R é de interesse, a análise resultante usa pesadamente resultados do Capítulo 2, em virtude da grande semelhança entre este setor e o modelo 3-3-1RH. É descrita a imunidade do 3L3R à ausência de detecção de linhas de Raio-X advindas de matéria escura. Baseado na ideia de diferença de temperatura entre os neutrinos estéreis e os fótons, cálculos explícitos são feitos para o *Número Efetivo de Espécies de Neutrinos* (N_{eff}) e para a abundância dos neutrinos estéreis, comparando-se os resultados com dados experimentais.

O Capítulo 6 é reservado às nossas conclusões.

[6]Para uma sucinta discussão de quiralidade, ver nota de rodapé 4, no capítulo 2.

Capítulo 2

O Modelo 3-3-1 com Neutrinos de Mão Direita

Uma vez estabelecida a necessidade de se estudar extensões do Modelo Padrão, como forma de responder aos problemas mencionados no capítulo 1, se faz necessário escolher alguma das várias extensões existentes para análise. Como qualquer extensão, o modelo escolhido deve reproduzir o SM em baixas energias. Também é interessante que seja o mais econômico possível, no que se refere ao surgimento de novas partículas e introdução de parâmetros livres.

Uma possibilidade bastante famosa nesta direção foi a chamada 'Grande Unificação SU(5)', baseada no grupo de gauge SU(5), o menor grupo a conter $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ como subgrupo. Nela, as constantes de acoplamento das interações forte, fraca e eletromagnética são unificadas em grandes energias. Infelizmente, esta tentativa falhou, uma vez que a unificação SU(5) previa o decaimento do próton a uma taxa já excluída experimentalmente.

A extensão a ser analisada neste trabalho não é uma teoria de grande unificação, que unifica as 3 interações. Aqui estudamos o chamado *Modelo 3-3-1*, baseado no grupo de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$. Como se nota, este modelo estende apenas o setor eletrofraco do SM, fazendo a substituição $SU(2)_L \to SU(3)_L$, deixando o setor da QCD inalterado. Todas as partículas do modelo padrão estão ali representadas, tendo em vista que o grupo $SU(2)_L$ está contido no $SU(3)_L$.

O modelo 3-3-1 foi proposto originalmente em 1992, por Pisano e Pleitez[2], em uma versão conhecida como 'modelo mínimo'. Existem várias versões do modelo 3-3-1, cada uma adotando um conteúdo de representação diferente. Em nosso caso, foi escolhida a versão conhecida como *Modelo 3-3-1 com Neutrinos de Mão Direita* (abreviado por 3-3-1RH). As versões do Modelo Mínimo e com Léptons Pesados[3], foram estudadas, mas não serão tratadas neste trabalho.

Como alguns dos elementos adicionais advindos desta escolha, a adoção deste grupo gera 5 bósons de gauge novos[1]. A carga elétrica desses bósons é dependente da representação fermiônica adotada. No caso do 3-3-1RH, 2 destes novos bósons são carregados, e os demais são neutros.

Quarks novos são adicionados em todas as versões do modelo, embora sua carga elétrica varie em cada um deles. Para a quebra espontânea de simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X \to SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, novos multipletos escalares devem ser adicionados.

Os elementos centrais deste modelo serão descritos abaixo, e baseados principalmente nas referências [3] e [4].

2.1 O Operador Carga Elétrica

Em sua representação fundamental, os 8 geradores do grupo $SU(3)$ são dados por $T_i = \lambda_i/2$, onde λ_i é a i-ésima matriz de Gell-Mann[2]. Dentre estes 8 geradores, 2 deles são diagonais: T_3 e T_8. O operador carga elétrica Q do modelo é dado como uma combinação destes geradores diagonais e o gerador do grupo $U(1)_X$:

$$Q = T_3 - bT_8 + X, \tag{2.1}$$

ou, em forma matricial:

$$Q = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 - \frac{b}{\sqrt{3}} + 2X & 0 & 0 \\ 0 & -1 - \frac{b}{\sqrt{3}} + 2X & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2b}{\sqrt{3}} + 2X \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

Pode parecer desejável definir Q de forma mais genérica que a dada acima, por $Q = aT_3 - bT_8 + X$. Porém, qualquer valor de $a \neq 1$ resultará em cargas elétricas diferentes das conhecidas para o dubleto leptônico no SM, subgrupo do

[1]Para cada gerador do grupo em questão está associado um bóson de gauge. Como o grupo SU(3) possui 8 geradores e o SU(2) possui 3, a diferença no número de bósons de gauge é 5.

[2]As matrizes de Gell-Mann são mostradas no Apêndice A

modelo considerado. Dessa forma, o valor $a = 1$ é mandatório para que o SM seja reproduzido em baixas energias dentro do 3-3-1.

b é um parâmetro livre que distingue classes do modelo 3-3-1. Em particular, analisando (2.2), é possível deduzir que b deve ser proporcional a uma potência de $\sqrt{3}$ para que a diferença de carga entre as diferentes componentes leptônicas seja um número inteiro, o que implica que a carga dos bósons de gauge do modelo é inteira[3].

Nos diversos modelos 3-3-1, as componentes esquerdas dos léptons são agrupadas em tripletos ou antitripletos de $SU(3)_L$. Assim, por exemplo, a imposição de uma diferença de carga inteira entre a primeira e terceira componentes implica:

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{2b}{\sqrt{3}} + 2X\right) - \left(1 - \frac{b}{\sqrt{3}} + 2X\right)\right] = n \Longrightarrow b = \frac{(2n+1)}{\sqrt{3}}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{2.3}$$

De (2.3), $b = 1/\sqrt{3}$ implica diferença de carga nula entre a terceira e primeira componentes do tripleto fermiônico, e $b = \sqrt{3}$ implica que a terceira componente possui uma carga a mais que a primeira. O caso $b = 1/\sqrt{3}$ corresponde, por exemplo, ao modelo 3-3-1RH, a ser analisado. O caso $b = \sqrt{3}$ corresponde ao modelo mínimo e com léptons pesados, mencionados anteriormente. Procedimento análogo a este foi feito na referência [5]

A discussão acima é bem geral, e aplica-se a todas as variantes do modelo 3-3-1. Agora, começaremos o estudo de uma versão particular, o Modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita.

[3]Os férmions do modelo interagem entre si trocando bósons de gauge. Algumas dessas interações ocorrem via *corrente carregada*(envolvem bósons carregados eletricamente) ou *corrente neutra*(envolvem bósons neutros). Por conservação de carga, a diferença de carga entre os férmions deve ser igual a carga do bóson que intermedeia a reação.

2.2 O Setor Fermiônico

No 3-3-1RH, a parte esquerda[4] dos férmions conhecidos transforma-se como tripleto de $SU(3)_L$ e, para o setor leptônico, neutrinos de mão direita, ν_R, são introduzidos. Embora não se transformem sob a ação do grupo $SU(2)_L$ (são chamados de *neutrinos estéreis*, por não interagirem sob a interação fraca), no 3-3-1 esta componente direita é agrupada na terceira componente do tripleto, através do operador conjugação de carga. Ou seja, embora neutrinos *right-handed* sejam estéreis no SM, não o são sob o grupo de simetria estendido adotado.

Os léptons são agrupados da seguinte forma:

$$\Psi_{aL} = (\nu_a, l_a, \nu_a^c)_L^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,, \tag{2.8}$$

$$l_{aR} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1)\,, \tag{2.9}$$

onde $a = e, \mu, \tau$, l_a representa o lépton associado ao neutrino($l_e = e, l_\mu = \mu$, etc) e os números entre parênteses indicam como os elementos deste tripleto se transformam sob cada um dos grupos do modelo, $SU(3)_C, SU(3)_L$ e $U(1)_X$, nesta ordem[5]. O

[4]Uma das grandes descobertas do modelo padrão relaciona-se à violação de paridade da interação fraca. Para tal, é introduzido o conceito de quiralidade, através dos operadores de projeção 'esquerda' e 'direita':

$$L = \frac{(1-\gamma^5)}{2}, \tag{2.4}$$
$$R = \frac{(1+\gamma^5)}{2}, \tag{2.5}$$

de modo que $\gamma^i, i = 0, 1, 2, 3$ são as matrizes de Dirac, e γ^5 satisfaz as relações $(\gamma^5)^2 = I$, $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$. Define-se, então, um férmion de mão esquerda e um férmion de mão direita através da ação dos projetores sobre o spinor de interesse:

$$\psi_L = L\psi = \frac{(1-\gamma^5)}{2}\psi, \tag{2.6}$$
$$\psi_R = R\psi = \frac{(1+\gamma^5)}{2}\psi. \tag{2.7}$$

[5]No caso, os léptons esquerdos se transformam como singletos de $SU(3)_C$, tripletos de $SU(3)_L$ e possuem carga $X = -1/3$ do grupo $U(1)_X$. Leitura análoga é feita para os léptons direitos.

sobrescrito c indica conjucação de carga, T significa a operação de transposição, e os sub-índices L e R indicam as componentes esquerdas e direita, respectivamente. Tais propriedades de transformação são deduzidas, das considerações de que os léptons não interagem via interação forte, e logo devem permanecer singletos de $SU(3)_C$. A transformação sob $U(1)_X$ advém da definição do operador de carga elétrica, definido em (2.1).

A Lagrangeana livre para os léptons é dada por:

$$\mathcal{L}_{lep}^{free} = \sum_{a=e,\mu,\tau} \bar{\Psi}_{aL} i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_{aL} + \bar{l}_{aR} i\gamma^\mu \partial_\mu l_{aR}. \tag{2.10}$$

Os quarks são agrupados em tripletos, e em três gerações. O motivo de existirem 3 gerações será explicitado mais adiante. Das 3 gerações, duas delas se transformam como antitripletos de $SU(3)_L$, e a restante como tripleto. Já as componentes direitas se transformam como singletos sob o mesmo grupo[6]:

$$\begin{aligned} Q_{mL} &= (d_m, u_m, j_m)_L^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, 0)\,, \qquad m = 1,2 & (2.11) \\ Q_{3L} &= (u_3, d_3, J)_L^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, 1/3)\,, & (2.12) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} u_{\alpha R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, 2/3)\,, & d_{\alpha R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)\,, & \alpha = 1,2,3; \\ U_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, 2/3)\,, & D_{mR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)\,. & \end{array} \tag{2.13}$$

A escolha de qual família tem tratamento assimétrico é arbitrária. Mas é interessante notar que, se terceira geração for a escolhida, esta assimetria dá uma possível resposta ao questionamento sobre a diferença exorbitante de massa entre a terceira família e as demais. Visando esse objetivo, escolhe-se a terceira família como portadora dessa assimetria. Tal regra de transformação dada acima aos férmions é um requerimento do modelo para o cancelamento de anomalias[4, 6].

[6]Na representação esquerda abaixo, os quarks tipo up e down das famílias 1 e 2 estão com posições invertidas em relação à terceira. Como será mostrado na seção 2.2.1, isso se deve ao fato destas famílias se transformarem como antripletos, e, além disso, a terceira família transformar-se como tripleto e estar organizada da forma usual.

A lagrangeana dos quarks é dada por[7]:

$$\mathcal{L}_q^{free} = \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}_{\alpha L} i\gamma^\mu \partial_\mu Q_{\alpha L} + \sum_{j=u_\alpha, d_\alpha, U, D_m} \bar{R}_j i\gamma^\mu \partial_\mu R_j. \tag{2.14}$$

Na equação acima, R representa um dos quarks right($u_{\alpha R}, d_{\alpha R}, U_R$ e D_{mR}). Como pode-se observar, o modelo prevê a existência de quarks exóticos, D_1, D_2 e U. Uma vez que tais partículas não foram detectadas nos atuais aceleradores, para que o modelo não seja descartado, é necessário que elas sejam muito mais massivas que o quark top[8]. Tal massa deveria, em princípio, estar relacionada à ordem de grandeza do VEV (*Vacuum Expectation Value*) do campo que executa a quebra de simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X \to SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A massa dos férmions está associada ao setor de Yukawa e aos escalares do modelo. Antes de explicar o setor escalar, é relevante falar sobre o cancelamento de anomalias no modelo, e como sua exigência ajuda a responder ao problema das gerações e a assimetria de massa dos quarks.

2.2.1 O Cancelamento de Anomalias

Um importante critério que deve ser satisfeito por qualquer teoria de gauge é o cancelamento das chamadas *anomalias quirais*, também chamadas de anomalias ABJ (Adler-Bell-Jackiw)[7]. A existência das mesmas em qualquer modelo é calamitosa, uma vez que estes termos anômalos violam as chamadas identidades de Slavnov-Taylor (válidas para teorias não abelianas)[1, 8, 9]. A violação dessas identidades destrói a garantia de renormalizibilidade dos modelos e quebra a invariância de gauge, o que arruina a consistência da teoria.

[7]Esta lagrangeana, e a dada em 2.10 são as chamadas Lagrangeanas livres dos férmions, sem interação com bósons intermediadores. Como será descrito mais a frente, a interação com estes bósons é feita substituindo a derivada normal pela chamada *derivada covariante*. Tal substituição tem importância fundamental, pois é necessária para preservar a invariância de gauge da teoria. Até a seção 2.26, todas as lagrangeanas descritas são lagrangeanas livres. A mencionada substituição as transforma nas lagrangeanas invariantes de gauge.

[8]Isso ocorre supondo-se acoplamentos de ordem de grandeza similares aos quarks do modelo padrão. Caso as constantes de acoplamento destes novos quarks seja muito pequena, é possível que mesmo quarks leves não sejam detectados.

Tais anomalias surgem em teorias de gauge com férmions quirais, como o Modelo Padrão ou o 3-3-1. Em particular, é possível mostrar que todas decorrem do cálculo de diagramas de triângulo envolvendo férmions quirais, devido ao procedimento de renormalização adotado para diagramas em loop[8, 10]. Um exemplo de tais diagramas é mostrado na figura 2.1, retirado da referência [8].

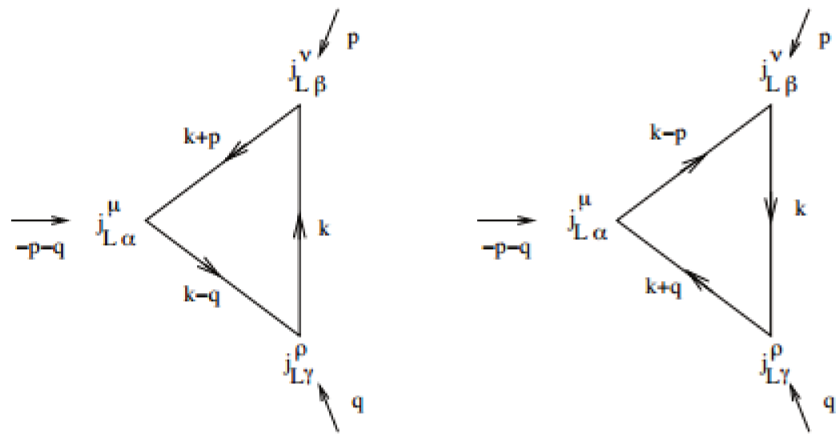

Figura 2.1: Um exemplo de diagramas de triângulo, com férmions quirais nas linhas internas, que resultam em anomalias. Esta figura foi retirada do review de Adel, [8].

Porém, é possível mostrar que, em existindo, as anomalias desses diagramas possuem a seguinte forma:

$$D^{abc} = \frac{1}{2}Tr\left(\left\{T^a, T^b\right\}T^c\right). \tag{2.15}$$

Onde T^a, T^b, T^c são os geradores das interações envolvidas. Em particular, sendo $T^a_{\pm}$ os geradores nas representações right(+) e left(-) dos campos de matéria, a condição de cancelamento das anomalias quirais é traduzida pelo seguinte requerimento:

$$D^{abc} = D^{abc}_{+} - D^{abc}_{-} = 0, \tag{2.16}$$

com D^{abc} dado por (2.15), e com $D^{abc}_{\pm}$ obtidos a partir de (2.15) com a substituição $T^i \to T^i_{\pm}$. É necessário agora identificar quais são os diagramas que dão contribuições anômalas. Seja $G_1 - G_2 - G_3$ um diagrama de triângulo no qual os férmions estejam acoplados, nos vértices, com bósons de gauge dos grupos G_1, G_2 e G_3, respectivamente. Da referência [8], apenas as seguintes possibilidades admitem que a relação (2.16) não seja satisfeita a priori:

- $U(1) - U(1) - U(1)$.
- $U(1) - G_i - G_i$, onde G_i é qualquer grupo que admite representações complexas e com geradores de traço nulo.
- $G_i - G_i - G_i$, com $G_i = SU(n), n \geq 3$.

Das considerações acima, no modelo 3-3-1, apenas os seguintes diagramas precisam ser avaliados:

1. $[SU(3)_L]^3 \Longrightarrow Tr\left(\left\{\lambda_L^a, \lambda_L^b\right\}\lambda_L^c\right) = 0$
2. $[SU(3)_L]^2\, U(1)_X \Longrightarrow Tr\left(\left\{\lambda_L^a, \lambda_L^b\right\} X_f\right) = 0 \Longrightarrow \boxed{\delta^{ab} Tr X_f = 0.}$
3. $[SU(3)_C]^2\, U(1)_X \Longrightarrow Tr\left(\left\{\lambda_C^a, \lambda_C^b\right\} X_q\right) = 0 \Longrightarrow \boxed{\delta^{ab} Tr X_q = 0.}$
4. $[U(1)_X]^3 \Longrightarrow Tr\left(\{X, X\}\, X\right) = 0 \Longrightarrow \boxed{Tr X_L^3 - Tr X_R^3 = 0.}$

X_f representa a carga X dos férmions, e X_q representa a carga X dos quarks. Diagramas do tipo $[SU(3)_C]^3$ não resultam em termos anômalos, uma vez que a QCD é puramente vetorial, sem diferença de tratamento entre as partes left e right dos quarks.

Embora as representações dos férmions já tenham sido dadas na seção precedente, proceder-se-á aqui à sua dedução. Em particular, explicar-se-á como o cancelamento de anomalias indica soluções ao problema das gerações e da assimetria de massa dos quarks.

Em primeiro lugar, no modelo analisado, a primeira e terceira componentes fermiônicas possuem a mesma carga elétrica. Logo, $b = 1/\sqrt{3}$. A necessidade de que a primeira componente leptônica tenha carga nula implica que $X_L^{lep} = -1/3$. Também é imediato que $X(l_R) = Q(l_R) = -1$.

A relação (1), $Tr\left(\left\{\lambda_L^a, \lambda_L^b\right\}\lambda_L^c\right) = 0$, só pode ser satisfeita se o número de tripletos de $SU(3)_L$ for igual ao número de anti-tripletos deste grupo, uma vez que $T^{a*} = -T^a$. Postulando-se que os 3 multipletos leptônicos de $SU(3)_L$ sejam tripletos, é necessário que duas das gerações de quarks sejam anti-tripletos, e a restante seja tripleto. Isso acontece devido ao grau de liberdade de cor dos quarks. Com isso, existem 6 tripletos fermiônicos(3 de léptons, e 3 de quarks, devido aos 3 tipos de carga de cor) e 6 antitripletos(duas gerações, cada uma com 3 cores). A terceira geração de quarks é a escolhida para este tratamento assimétrico.

A relação (2), $\delta^{ab}TrX_f = 0$, diz que a soma das cargas X de todos os férmions left deve se anular. Isso implica:

$$\underbrace{3.3. - \frac{1}{3}}_{\text{Leptons}} + \underbrace{3.6.X_{3^*}}_{\text{Q.Trip}} + \underbrace{3.3.X_3}_{\text{Q.Antitrip}} = 0 \Rightarrow \boxed{2X_{3^*} + X_3 = \frac{1}{3}}. \tag{2.17}$$

Onde X_3 é a carga do tripleto de quarks, e X_{3^*} é a carga do antitripleto. Postulando-se que a primeira componente do tripleto possua carga $Q = 2/3$ (como é usual no dubleto do SM), (2.1) e (2.17) implicam que $X_3 = 1/3$ e $X_{3^*} = 0$. Tais valores invertem, no antitripleto, as posições dos quarks u e d, como mostrado em (2.11)[9].

A relação (3), $\delta^{ab}TrX_q = 0$ por sua vez, demanda que a soma da carga X dos quarks left menos a soma da carga X dos quarks right deve se anular. Isso implica:

$$\underbrace{[2.3X_{3^*} + 3.X_3]}_{\text{Left}} - \underbrace{\left[3.\frac{2}{3} - 3.\frac{1}{3} + 2.X_{D_{mR}} + 1.X_{U_R}\right]}_{\text{Right}} = 0 \overset{(2.17)}{\Rightarrow} \boxed{2X_{D_{mR}} + X_{U_R} = 0}, \tag{2.18}$$

onde a carga de cor dos quarks foi ignorada, pois é comum a todos os termos e se cancela. Como as partes esquerda e direita de cada quark possuem a mesma carga elétrica, isso implica que $Q(D_{mL}) = Q(D_{mR}) = X_{D_{mR}} = -1/3$ e $Q(U_L) = Q(U_R) =$

[9]É importante frisar que, como $T^{a*} = -T^a$, para o antitripleto o operador carga elétrica não possui a mesma forma que a fornecida em (2.1). Os valores dos 2 primeiros termos, devido a T^3 e T^8, devem ser multiplicados por -1.

$X_{U_R} = 2/3$. Verifica-se que tais valores satisfazem a relação em destaque em (2.18), que garante a condição (1).

Tais considerações finalizam os valores das cargas X dos férmions. Por fim, estes valores satisfazem a condição (4), $TrX_L^3 - TrX_R^3 = 0$, que diz que o cubo da carga X dos férmions esquerdos menos o cubo da carga X dos férmions direitos deve se anular:

$$\underbrace{\left[3.3.\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 3.3.\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]}_{\text{Left}} - \underbrace{3.\left[-1 + 3.\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3.\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3\right]}_{\text{Right}} = 0, \tag{2.19}$$

onde leva-se em conta todos os férmions e as cargas de cor dos quarks. É interessante notar que as condições (1)-(4) são satisfeitas para qualquer múltiplo de 3 famílias, mas são violadas caso o número de famílias não seja um múltiplo de 3. Porém, a liberdade assintótica dos quarks[11] exige que o número de famílias seja menor ou igual que 5. Logo, apenas o número de 3 famílias é consistente com o cancelamento de anomalias e a liberdade assintótica observada. Esta é uma bela resposta ao problema em aberto da gerações.

Outro fato relevante refere-se à restrição (3), que força que uma das famílias de quarks tenha uma representação diferente das demais. Ainda que não plenamente respondendo à questão de por que a massa de quarks da terceira geração é tão pesada, não deixa de ser uma pista importante que o 3-3-1, por questão de consistência interna, exija um tratamento assimétrico entre as famílias quarkônicas.

No SM, o cancelamento de anomalias ocorre dentro de cada família, e em nada ajuda na resolução destes problemas. No 3-3-1, por outro lado, a maior complexidade do setor fermiônico gera uma relação íntima entre o cancelamento de anomalias e a resolução dos problemas supracitados.

2.3 O Setor Escalar

A existência de partículas novas, todas elas mais pesadas do que as conhecidas, demanda uma riqueza considerável do setor escalar da teoria de modo a executar a série de quebras espontâneas de simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$. Este setor no modelo 3-3-1RH é composto de 3 tripletos de $SU(3)_L$:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(\eta^0, \eta^-, \eta'^0\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,, \\ \rho &= \left(\rho^+, \rho^0, \rho'^+\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 2/3)\,, \\ \chi &= \left(\chi^0, \chi^-, \chi'^0\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,. \end{aligned} \tag{2.20}$$

Os únicos VEV's não nulos dentre todos os campos escalares são $\langle\eta^0\rangle = \nu_\eta/\sqrt{2}, \langle\rho^0\rangle = \nu_\rho/\sqrt{2}, \langle\chi'^0\rangle = \nu_\chi/\sqrt{2}$.

Uma vez que as partículas novas estão associadas à quebra de simetria do 3-3-1 ao do grupo do modelo padrão, as massas adquiridas por estas partículas devem estar relacionadas à ordem de grandeza do VEV do campo escalar que executa tal transição. Neste modelo, esta quebra é executada pelo tripleto χ. Supõe-se aqui que $\nu_\chi >> \nu_\eta, \nu_\rho$(assumimos ν_χ da ordem de TeV).

Nesta primeira transição $SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{\langle\chi\rangle} SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, os quarks exóticos e os novos bósons de gauge(discutidos mais a frente) adquirem massa. Os demais tripletos participam da quebra deste grupo ao grupo $U(1)_{em}$ do eletromagnetismo. Os tripletos ρ e η dão massa aos quarks restantes.

A lagrangeana do setor escalar é composta por um termo cinético, e um potencial:

$$\mathcal{L}_{\text{scalar}} = \partial_\mu \eta^\dagger \partial^\mu \eta + \partial_\mu \rho^\dagger \partial^\mu \rho + \partial_\mu \chi^\dagger \partial^\mu \chi + V(\eta, \rho, \chi). \tag{2.21}$$

O potencial mais geral, renormalizável e invariante de gauge admitido pelo modelo pode ser decomposto em uma parte hermitiana, e outra não-hermitiana[4]:

$$V(\eta, \rho, \chi) = V_H + V_{NH}. \tag{2.22}$$

V_H é dado por,

$$
\begin{aligned}
V_H &= \mu_1^2\eta^\dagger\eta + \mu_2^2\rho^\dagger\rho + \mu_3^2\chi^\dagger\chi + \lambda_1\left(\eta^\dagger\eta\right)^2 + \lambda_2\left(\rho^\dagger\rho\right)^2 + \lambda_3\left(\chi^\dagger\chi\right)^2 + \\
&\quad \eta^\dagger\eta\left[\lambda_4\left(\rho^\dagger\rho\right) + \lambda_5\left(\chi^\dagger\chi\right)\right] + \lambda_6\left(\rho^\dagger\rho\right)\left(\chi^\dagger\chi\right) + \lambda_7\left(\rho^\dagger\eta\right)\left(\eta^\dagger\rho\right) + \\
&\quad \lambda_8\left(\chi^\dagger\eta\right)\left(\eta^\dagger\chi\right) + \lambda_9\left(\rho^\dagger\chi\right)\left(\chi^\dagger\rho\right). \qquad (2.23)
\end{aligned}
$$

V_{NH}, por sua vez, é constituído por:

$$
\begin{aligned}
V_{NH} &= \mu_4^2\chi^\dagger\eta + \epsilon^{ijk}f\eta_i\rho_j\chi_k + \lambda_{10}\left(\chi^\dagger\eta\right)^2 + \lambda_{11}\left(\chi^\dagger\rho\right)\left(\rho^\dagger\eta\right) + \\
&\quad \lambda_{12}\left(\chi^\dagger\eta\right)\left(\eta^\dagger\eta\right) + \lambda_{13}\left(\chi^\dagger\eta\right)\left(\rho^\dagger\rho\right) + +\lambda_{14}\left(\chi^\dagger\eta\right)\left(\chi^\dagger\chi\right) + H.c. \qquad (2.24)
\end{aligned}
$$

ϵ^{ijk} é o tensor de levi-civita. Isto finaliza a descrição do setor escalar do modelo.

2.4 Os Bósons Intermediadores

Tal como no modelo padrão, os bósons intermediadores são introduzidos na teoria por meio da substituição das derivadas normais por *derivadas covariantes* através do chamado acoplamento mínimo entre os campos de matéria fermiônicos ou escalares e os campos de gauge. Definindo para cada um dos campos escalares as derivadas covariantes:

$$
\begin{aligned}
D_\mu^\phi &= \partial_\mu - ig\frac{\lambda_a}{2}W_\mu^a - ig_X X_\phi B_\mu, \\
D_\mu^\phi &\equiv \partial_\mu - i\frac{g}{2}\mathcal{M}_\mu. \qquad (2.25)
\end{aligned}
$$

g é a constante de acoplamento do grupo $SU(3)_L$, g_X é a constante de acoplamento de $U(1)_X$, $\phi = \eta, \rho, \chi$, e X_ϕ é a carga X do tripleto ϕ.

Tem-se:

$$
\mathcal{M}_\mu = \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tX_\phi B_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}\left(V_\mu^0\right)^* \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tX_\phi B_\mu & \sqrt{2}U_\mu^- \\ \sqrt{2}V_\mu^0 & \sqrt{2}U_\mu^+ & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tX_\phi B_\mu \end{pmatrix}, \qquad (2.26)
$$

onde $*$ indica o complexo conjugado, $t = g_X/g$, e define-se:

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{\left(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2\right)}{\sqrt{2}}, \\ V_\mu^0 &= \frac{\left(W_\mu^4 + iW_\mu^5\right)}{\sqrt{2}}, \\ U_\mu^\pm &= \frac{\left(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7\right)}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Estes são os bósons intermediadores carregados do modelo.

Além da interação com os férmions, introduzida por intermédio das derivadas covariantes, a lagrangeana dos bósons admite um termo livre, da forma:

$$\mathcal{L}_{\text{Gauge}} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \tag{2.28}$$

Onde,

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\mu - \partial_\nu B_\mu, \tag{2.29}$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\mu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g C_{abc} W_\mu^b W_\nu^c. \tag{2.30}$$

C_{abc} são as chamadas *Constantes de Estutura* do grupo em questão[10].

Executando a quebra espontânea de simetria com os campos escalares, eles admitem a seguinte massa quadrática:

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \tfrac{1}{4} g^2 \nu_W^2, \\ M_V^2 &= \tfrac{1}{4} g^2 \left(\nu_\eta^2 + \nu_\chi^2\right), \\ M_U^2 &= \tfrac{1}{4} g^2 \left(\nu_\rho^2 + \nu_\chi^2\right), \end{aligned} \tag{2.31}$$

com $\nu_W^2 = \nu_\eta^2 + \nu_\rho^2 = (246\text{GeV})^2$

Uma vez que as massas dos novos bósons $(V^0)^*$ e $U^\pm$ dependem de ν_χ, e os demais VEV's são menores que 246 GeV, isso indica que ν_χ deve ter um valor considerável de modo a preservar a massa destes novos bósons alta o bastante, para explicar o

[10]Este termo extra na lagrangeana dos grupos não-abelianos é o que resulta na auto-interação dos campos de Gauge destes grupos.

fato deles não terem sido detectados em aceleradores atuais. Pode-se assumir que ν_χ está na escala TeV.

Já para os bósons neutros reais(isso é, excluindo-se V_0 e V_0^*), após a quebra de simetria, a matriz de massa para os mesmos pode ser escrita, na base dos geradores diagonais $(W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu)$, como[11]:

$$M^2 = \frac{g^2}{2}\nu_\chi^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\bar{\nu}_W^2 & \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\bar{\nu}_W^2 - 2\bar{\nu}_\rho^2\right) & -\frac{1}{3}t\left(\bar{\nu}_W^2 + \bar{\nu}_\rho^2\right) \\ \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\bar{\nu}_W^2 - 2\bar{\nu}_\rho^2\right) & \frac{1}{6}\left(\bar{\nu}_W^2 + 4\right) & \frac{1}{3\sqrt{3}}t\left(3\bar{\nu}_\rho^2 - \bar{\nu}_W^2 + 2\right) \\ -\frac{1}{3}t\left(\bar{\nu}_W^2 + \bar{\nu}_\rho^2\right) & \frac{1}{3\sqrt{3}}t\left(3\bar{\nu}_\rho^2 - \bar{\nu}_W^2 + 2\right) & \frac{2}{9}t^2\left(3\bar{\nu}_\rho^2 + \bar{\nu}_W^2 + 1\right) \end{pmatrix}. \tag{2.32}$$

onde $\bar{\nu}_\phi$, $\phi = \eta, \rho, \chi$, é um parâmetro adimensional definido por $\bar{\nu}_\phi \equiv \nu_\phi/\nu_\chi$. Por esta matriz ser não diagonal, os campos W_μ^3, W_μ^8 e B_μ não podem ser interpretados como campos físicos, que são os campos que diagonalizam a matriz de massa (2.32).

Seguimos aqui os passos da referência [3]. A matriz de massa (2.32) possui 3 autovalores, associados a cada um dos campos físicos:

$$M_1 = 0, \tag{2.33}$$

$$M_{Z_1}^2 = \frac{g^2\nu_\chi^2 A(1-R)}{2}, \tag{2.34}$$

$$M_{Z_2}^2 = \frac{g^2\nu_\chi^2 A(1+R)}{2}. \tag{2.35}$$

Onde A e R são parâmetros escritos em termos de alguns dos VEV's do modelo:

$$A = \frac{1}{9}\left[t^2\left(\bar{\nu}_W^2 + 3\bar{\nu}_\rho^2 + 1\right) + 3\left(\bar{\nu}_W^2 + 1\right)\right], \tag{2.36}$$

$$R = \left[1 - \frac{1}{9A^2}\left(4t^2+3\right)[\bar{\nu}_W^2(\bar{\nu}_\rho^2+1) - \bar{\nu}_\rho^4]\right]^{1/2}. \tag{2.37}$$

[11]É fundamental ver que, ao longo de todo esse trabalho, ν_η, ν_ρ e ν_χ representam Valores Esperados do Vácuo(VEV). Os neutrinos, por sua vez, são denotados como ν_e, ν_μ, ν_τ(autoestados de sabor) ou ν_1, ν_2, ν_3(autoestados de massa). Assim, na derivação abaixo, estamos nos referindo a VEV's. Não confundir com neutrinos.

Com $t^2 = s_W^2/(1-\frac{4}{3}s_W^2)$.[12]

A primeira massa está associada ao fóton. As demais estão associadas aos outros bósons neutros do modelo, o Z(do modelo padrão) e o Z', um dos novos bósons surgidos pela substituição $SU(2)_L \to SU(3)_L$.

Deseja-se o cálculo exato dos autovalores da matriz de massa, procurando-se uma solução que dependa unicamente do VEV do modelo padrão e de ν_χ, associado ao VEV do 331. Na referência [3], tal procedimento é obtido através de um limite do modelo 3-3-1 para o modelo padrão, usando-se o chamado 'parâmetro ρ'. Nesta referência, este parâmetro é definido como[13]:

$$\rho_0 = \frac{c_W^2 M_Z^2}{M_W^2}. \tag{2.38}$$

Para o modelo padrão, $\rho_0 = 1$. Desvios deste parâmetro são úteis para estudo de física nova em extensões. No 3-3-1, o parâmetro equivalente, ρ_1 tem uma definição similar:

$$\rho_1 \equiv \frac{c_w^2 M_{Z_1}^2}{M_W^2} = \frac{2c_W^2}{\bar{\nu}_W^2} A(1-R), \tag{2.39}$$

que é uma definição natural, tendo-se em vista a pretensão de identificar Z_1 com o bóson Z do SM. Fazer o limite para o modelo padrão significa fazer $\rho_1 \to \rho_0$. Usando-se as definições de A e R (2.36), (2.37), a condição $\rho_1 = 1$ pode ser obtida caso $\nu_\chi \to \infty$. Esta, porém, é uma condição indesejável, visto que as partículas novas estariam em escalas de energia inalcançáveis. Outra opção não-trivial é obtida quando $\bar{\nu}_\rho$ assume um valor específico, $\tilde{\bar{\nu}}_\rho$, dado por:

$$\tilde{\bar{\nu}}_\rho^2 = \frac{1-2s_W^2}{2c_W^2}\bar{\nu}_W^2, \tag{2.40}$$

e usando-se o fato de que o VEV do modelo padrão ν_W satisfaz $\nu_W^2 = \nu_\rho^2 + \nu_\eta^2 = (246GeV)^2$. (2.40) implica também numa relação análoga para os outros VEV's(a exceção de ν_χ),

[12] Adota-se aqui a notação simplificadora $s_W \equiv sen\theta_W$, $c_W \equiv cos\theta_W$

[13] É importante notar que tal definição é a inversa da usual para o parâmetro ρ no SM. Porém, a exigência de $\rho_1 = 1$ torna tal fato não problemático.

$$\tilde{\bar{\nu}}_\eta^2 = \frac{1}{2c_W^2}\bar{\nu}_W^2. \tag{2.41}$$

Estas quantidades independem de ν_χ. É possível fazer estimativas para o valor das mesmas usando-se o valor do ângulo de Weinberg θ_W, $s_W^2 = 0.2312$. Obtém-se assim $\tilde{\nu}_\rho \approx 145.5GeV$ e $\tilde{\nu}_\eta \approx 198.4GeV$. Com estes valores, que garantem a convergência do 3-3-1 ao SM, é possível obter soluções exatas dos autovalores de (2.32).

É interessante notar que a exigência de que $\rho_1 = 1$ implica em relações específicas para ν_η e ν_ρ. Em adição a isso, a relação (2.40), quando substituída em (2.35), torna a massa deste bóson, Z' dependente apenas de ν_χ e de θ_W.

Em particular, pode-se traçar em um gráfico a razão da massa de Z' e de Z, $RMz = M_{Z'}/M_Z$, em função de $\bar{\nu}_W \equiv \nu_W/\nu_\chi$, ao se substituir a relação (2.40) em (2.35) e (2.34). Tal gráfico é mostrado na figura (2.2)

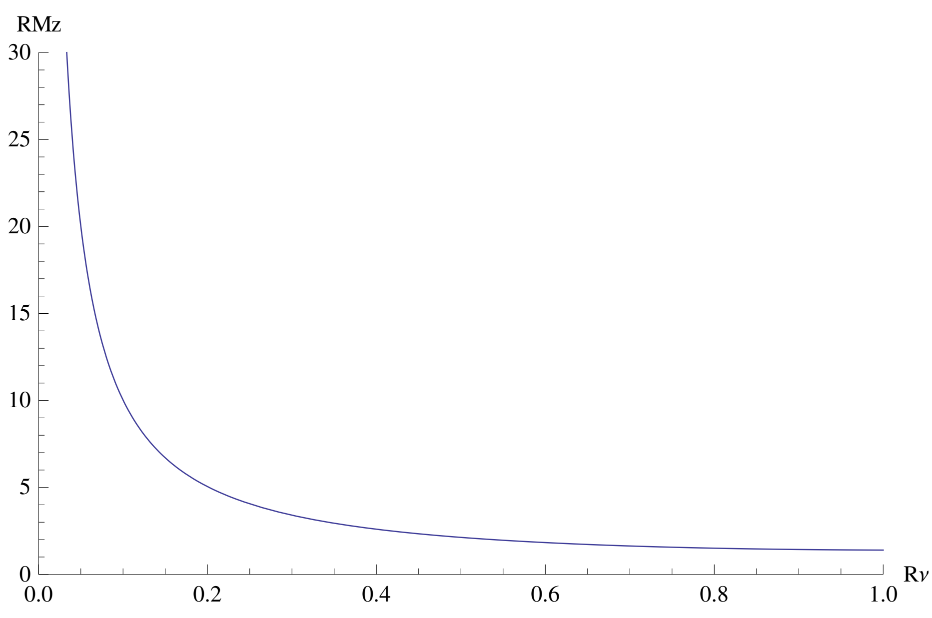

Figura 2.2: Gráfico de $\bar{\nu}_W$(chamado no gráfico de $R\nu$) na horizontal e a razão $M_{Z'}/M_Z$(RMz) na vertical. Percebe-se que esta razão é fortemente dependente do valor de ν_χ. Por exemplo, com $\bar{\nu}_W = 1(\nu_\chi = \nu_W$, o VEV do modelo padrão), $M_{Z'} = 1,4M_Z$. Para valores de $\bar{\nu}_\chi$ menores, porém, a massa de Z' cresce exponencialmente. Para $\bar{\nu}_W = 0,1$, $M_{Z'} = 10M_Z$, divergindo ainda mais para valores menores.

O gráfico da figura 2.2 é notável, por mostrar que os valores de massa assumidos por Z', são alcançáveis por aceleradores como o LHC, uma vez que ν_χ assuma valores da ordem de poucas dezenas de TeV.

2.5 O Setor de Yukawa

O setor de Yukawa é o responsável pela geração de massa dos férmions. É sabido que termos de massa explícitos da forma $m\bar{\psi}\psi = m\left(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R\right)$ misturam as componentes esquerda e direita dos mesmos, e matam assim a invariância de gauge. Desta forma, em uma teoria quiral, os léptons permaneceriam sem massa.

Uma maneira de se resolver este problema é acoplar os campos de interesse aos campos escalares do modelo, de modo que a invariância de gauge se conserve. Este acomplamento liga as componentes esquerdas e direitas dos férmions, sanando o problema. No 3-3-1, como já explicitado, existem 3 tripletos (η, ρ, χ) escalares. Cada um deles tem um papel a desempenhar no processo de quebra espontânea de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_Q$.

O tripleto χ é o responsável por dar massa aos quarks exóticos D_1, D_2, U, bem como aos novos bósons de gauge. Os tripletos ρ, η dão massa às partículas restantes. O setor de Yukawa no 3-3-1RH é dado por[4]:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{yuk}^{331} = & \left[h_{ab}\bar{\psi}_{aL}l_{bR}\rho + h'_{ab}\epsilon^{ijk}\left(\bar{\psi}_{aL}\right)_i\left(\psi_{bL}\right)_j^c\rho_k^*\right] + \\
& \left[G_1\bar{Q}_{3L}U_R\chi + G_2^{ij}\bar{Q}_{iL}D_R\chi^* + G_3^{3\alpha}\bar{Q}_{3L}u_{\alpha R}\eta + \right. \\
& \left. G_4^{i\alpha}\bar{Q}_{iL}d_{\alpha R}\eta^* + G_5^{3\alpha}\bar{Q}_{3L}d_{\alpha R}\rho + G_6^{i\alpha}\bar{Q}_{iL}u_{\alpha R}\rho^*\right] + H.c,
\end{aligned}
$$

onde h_{ab} and G_i são matrizes complexas, e h'_{ab} é uma matriz anti-simétrica.

Com isso, todas as partículas do modelo adquirem massa, com as novas adequadamente muito massivas pelo VEV do tripleto χ.

A análise acima finaliza os principais aspectos do modelo 3-3-1RH. Porém, embora dê possíveis respostas ao problema das gerações e da assimetria de massa dos quarks, outras questões atuais colocam-se, às quais podem ser analisadas dentro do 3-3-1 ou similares. Uma destes problemas em aberto é o chamado *Problema da*

Matéria Escura, sob o qual falaremos agora.

Capítulo 3

Resultados Cosmológicos

Neste capítulo enunciamos resultados em cosmologia, que são necessários para a análise de limites cosmológicos a ser estabelecida mais a frente na dissertação.

No capítulo precedente, mostrou-se a adequabilidade do 3-3-1RH a ser um modelo relativamente simples, viável e consistente para a explicação de todos os fenômenos descritos pelo SM, bem como sua resolução de 2 problemas em aberto que, dentro do SM, carecem de explicação. Existem outras questões em aberto no SM. Uma delas é relacionada à Cosmologia, e é conhecida como o 'Problema da Matéria Escura' (*Dark Matter* -**DM**).

Este problema esta relacionado com a detecção indireta (somente via efeitos gravitacionais) de um tipo de matéria, até o momento desconhecida, que constitui importante parcela da densidade de energia do Universo, conhecida como Matéria Escura. Segundo a colaboração do experimento Planck[12], cerca de 27% da densidade de energia do Universo é constituída por Matéria Escura, e 69% por uma entidade ainda mais misteriosa, conhecida por Energia Escura. Os 4% restantes são descritos pelas partículas conhecidas no SM e detectadas em aceleradores[13].

Entre as características conhecidas da Matéria Escura, sabe-se que não pode ser constituída por Bárions, é estável (ao menos em relação ao tempo de vida atual do Universo) e não interage com o eletromagnetismo. É possível que ela também possua interação fraca, embora até o momento isto seja desconhecido. Observações do *Bullet Cluster*[14, 15, 16] indicam que ela interage, se muito, de forma extremamente tênue com a matéria conhecida.

O *Bullet Cluster* (1E0657-558, com redshift z = 0.296), mostrado na figura 3.2, é um aglomerado de galáxias, dentro do qual observou-se a colisão de galáxias. Nele, percebe-se que a matéria visível (bariônica, mapeada com Raio-X) não coincide com

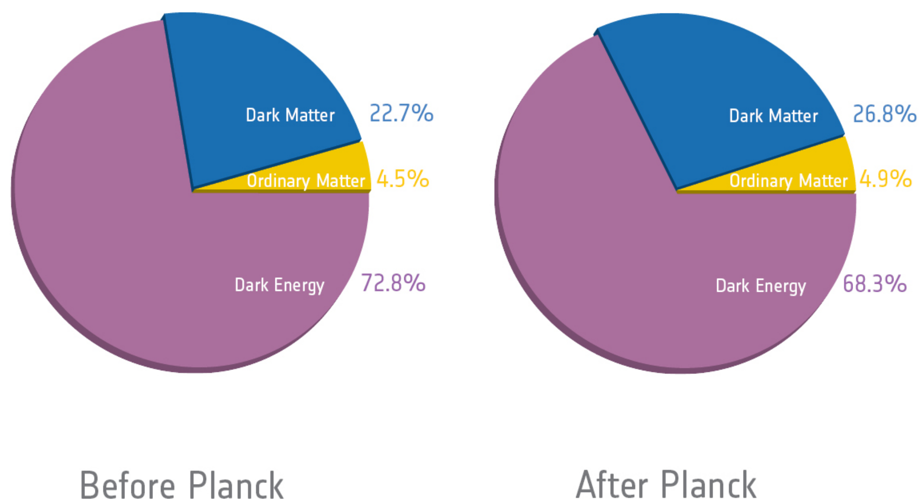

Figura 3.1: Figura ilustrativa da constituição do Universo, feita pela colaboração Planck[12]. A figura mostra a diferença entre o que se conhecia antes do Planck(com o experimento WMAP) e depois.

uma grande quantidade de matéria detectada via lentes gravitacionais. A imagem parece ilustrar que esta matéria invisível (DM) não interage com a matéria bariônica durante o processo de colisão. Enquanto os bárions na figura interagem entre si, emitem raios-X e perdem energia, aglomerando-se no centro da figura, a matéria escura parece ser não afetada por estes processos e afasta-se dos bárions.

O único candidato do SM que, em princípio, poderia satisfazer estes critérios, é o neutrino. Porém, sua baixa massa faz dos mesmos partículas relativísticas quando o Universo começou a formação de suas primeiras estruturas, e tal característica impede que estas estruturas, como galáxias, tenham se formado. Tal resultado inviabiliza que os neutrinos ativos do SM possam constituir a totalidade da matéria escura no Universo.

Além das propriedades listadas acima, os modelos de Matéria Escura mais aceitos consideram partículas não-relativísticas quando da formação de estruturas, denotando assim o que se conhece por Matéria Escura Fria (Cold Dark Matter-CDM).

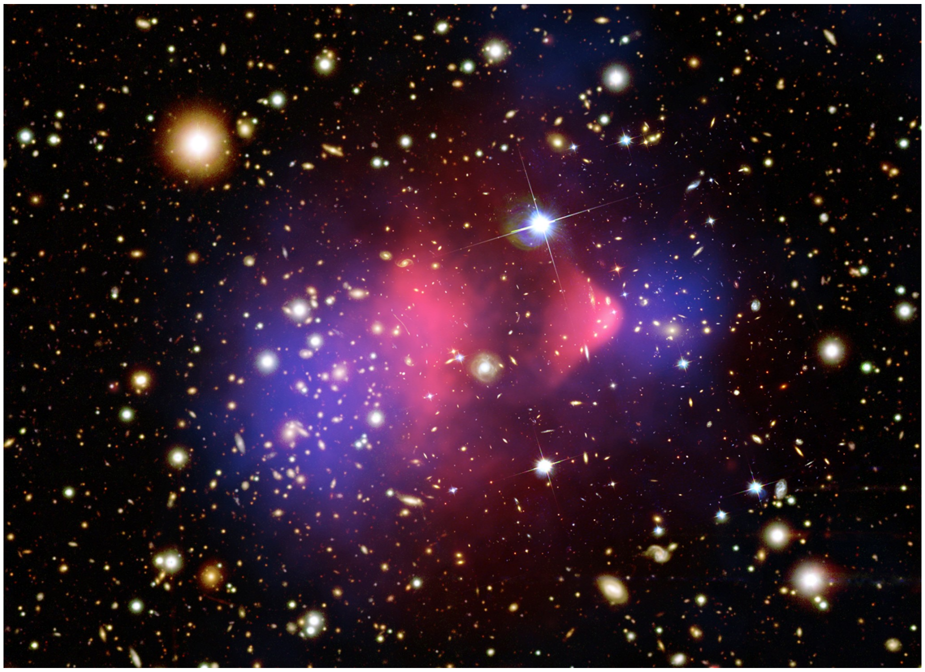

Figura 3.2: O Bullet Cluster é um aglomerado de galáxias em colisão. Na imagem, a matéria bariônica colide e emite raios-X (coloridos artificialmente em vermelho). Porém, grandes quantidades de matéria, não visível, são detectadas via lentes gravitacionais (mostrada em azul). O processo ilustra não só a constatação de que a maior parte da matéria presente em galáxias encontra-se na forma de DM, mas que esta não interage (ou o faz de maneira muito tênue) com bárions, nem possui interação eletromagnética.

Frente a este desafio, questiona-se se o 3-3-1, ou modelos nele inspirados, podem responder a esta questão, apresentando candidatos viáveis. A resposta, de maneira muito interessante, é positiva. De fato, o amplo espectro de partículas do 3-3-1 e similares possibilita tal resposta.

Entre as classes de candidatos que existem neste tipo de modelo, lista-se:

- **Matéria Escura Auto-Interagente (Self-Interacting Dark Matter - SIDM)**: Tipo de candidato proposto no ano 2000 por Spergel e Steinhardt[17] como forma de resolver problemas de formação de estruturas em pequenas escalas(escalas galáticas ou menores) sem estragar as excelentes previsões do paradigma CDM para grandes escalas. Entre estes problemas, lista-se: (1) A densidade dos núcleos galáticos não corresponder com as previsões do modelo C-CDM (Collisionless Cold Dark Matter)[18]; (2) O número de galáxias satélites da Via-Láctea ser muito inferior ao previsto por este modelo[19] e (3) A constatação de que as simulações indicam a presença de galáxias satélites, que são mais pesadas que as mais massivas satélites de nossa galáxia[20].

Em 2003, Fregolente e Tonasse[21] mostraram a existência de candidatos SIDM no modelo 3-3-1 com Léptons pesados, procurando no setor escalar neutro da teoria. No mesmo ano, Long e Lan[22] mostraram, por análise similar, a existência de SIDM no 3-3-1RH, também encontrando candidatos no setor escalar neutro. As restrições sobre auto-interação de DM impostas pelo Bullet Cluster são evadidas considerando-se uma seção de choque de auto-interação dependente da velocidade das partículas (que seria baixa para altas velocidades). Atualmente, matéria escura auto-interagente é uma alternativa viável em análise[23].

Recentemente, modelos auto-interagentes de neutrinos[24, 25] foram propostos como forma de permitir neutrinos da escala de eV compatíveis com restrições de formação de estruturas.

- **Partículas Massivas Fracamente Interagentes (Weakly Interacting Massive Particles - WIMP)**: Outro candidato popular à matéria escura são os chamados WIMP's: Partículas bastante massivas (da ordem de GeV) que interagem via interação fraca com as demais. Estes tipos de candidatos são muito populares, em grande parte, devido ao fato de sua abundância correta (da ordem de 23%) ocorrer somente se sua seção de choque estiver na escala eletrofraca. Este é o chamado 'WIMP Miracle'. Em particular, alguns modelos do 3-3-1 mostram existir candidatos WIMP dentro deles[26, 27].

- **Neutrinos keV (Warm Dark Matter)**: Por fim, em alguns modelos de matéria escura, neutrinos keV surgem como candidatos viáveis de matéria escura[28]. Devido a sua escala de massa, elas são classificadas como 'Matéria Escura Morna' (WDM), e preservam estruturas em pequenas escalas, tal como observado, sem destruir resultados do paradigma CDM em grandes escalas. Este é o principal candidato que analisaremos neste trabalho, apresentado na referência[31]. O modelo 3-3-1 apresentado em [26] também dispõem de neutrinos estéreis como candidatos à matéria escura, mas, naquele caso, possuem massa na escala GeV, e não serão considerados.

A seguir, serão listados algumas poucas considerações, para resultados básicos em cosmologia que serão usados mais a frente no trabalho.

3.1 Breve História do Universo

É interessante mencionar os diferentes estágios do Universo ao longo de sua história, uma vez que alguns eventos são importantes para nossa análise. Os principais eventos da mesma são mostrados na figura 3.3, retirada do *Center for Theoretical Cosmology*, da Universidade de Cambridge:

Os períodos muito iniciais são ainda especulativos, uma vez que uma teoria de gravitação quântica ainda não foi completamente desenvolvida. Passado esta época, entre 10^{-36}s a 10^{-30}s, o Universo passa por um período de aceleração extremamente acelerada, chamado de *Período Inflacionário*. Recentemente, o experimento BICEP2 divulgou resultados que favorecem a existência deste período[1]. Após isso, ele passa a ser dominado por radiação em fases iniciais de sua história, que é a época de nosso interesse.

Após a inflação, o universo passa pelos seguintes eventos que consideramos relevantes:

- **Quebra Espontânea de Simetria Eletrofraca:** A componente neutra de um campo escalar adquire um valor esperado no vácuo(VEV), da ordem de centenas de GeV, executando a quebra de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$. Neste processo, os bósons de gauge $W^{\pm}$ e Z^0 ganham massa. No caso do 3-3-1 e do 3L3R (a ser estudado), novas quebras acontecem em energias superiores a esta. A cada uma delas, as novas partículas destes modelos adquirem massa.

[1] Os cientistas do BICEP2[29] afirmam ter detectado efeitos indiretos de ondas gravitacionais primordiais, ao observarem a polarização de fótons da CMB. A existência de tais ondas é uma das previsões da teoria inflacionária.

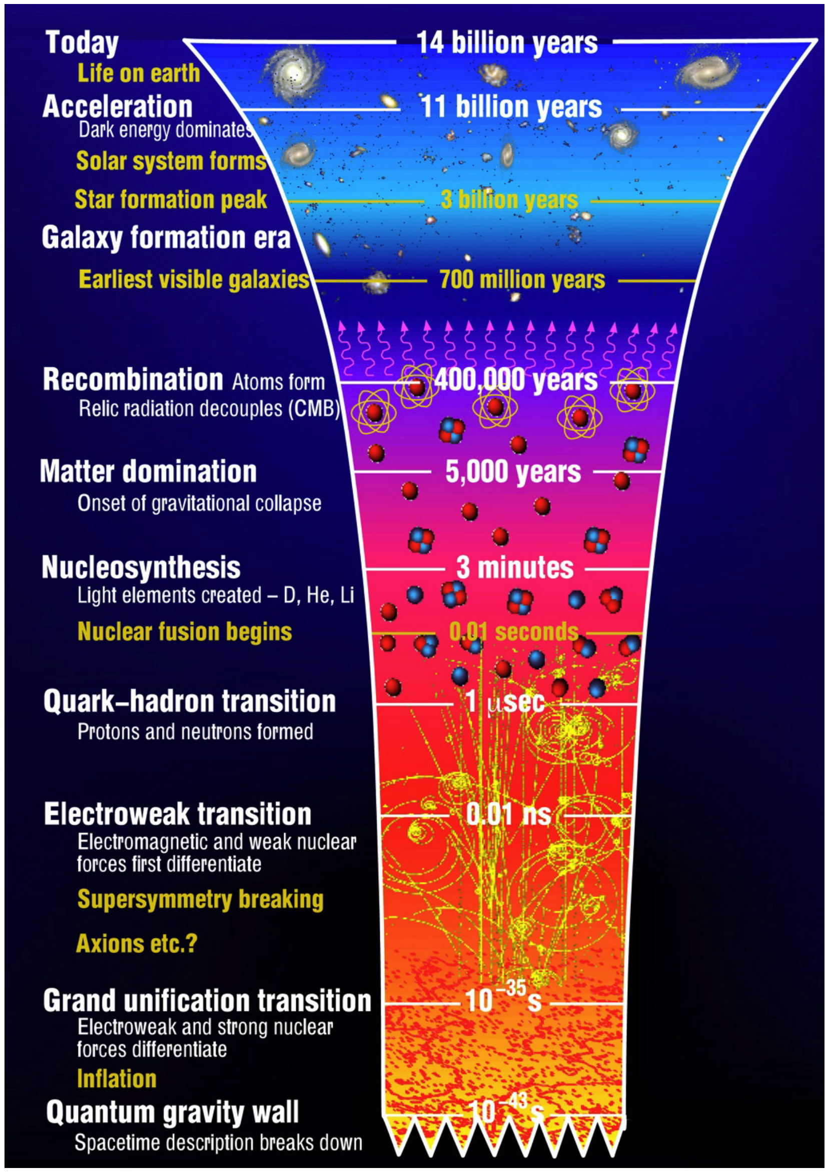

Figura 3.3: Diferentes fases da História do Universo. Podemos resumir os principais eventos, nas fases iniciais, como: Período Inflacionário, Quebra Espontânea da Simetria Eletrofraca, Hadronização, Nucleossíntese Primordial e Recombinação. Todos estes eventos, com exceção da Inflação e Recombinação, ocorrem em uma época na qual o Universo é dominado por Radiação, e, logo, sua taxa de expansão é basicamente determinada pela mesma. Para os fins deste trabalho, interessa-nos a época próxima à Hadronização, até à Recombinação. Figura retirada do *Stephen Hawking Center for Theoretical Cosmology*, Cambridge University: http://www.ctc.cam.ac.uk/outreach/origins/big_bang_three.php

- **Hadronização:** Em altas energias, quarks e glúons estão livres, pois a constante de acoplamento da QCD decresce com a energia. Porém, abaixo de uma certa temperatura (que adotaremos aqui como $T_{Had} = 200$ MeV[45]), tal liberdade é perdida, e quarks e glúons ficam confinados em hádrons. Tal fenômeno recebe o nome de *Liberdade Assintótica*, e é uma previsão característica do SM. Esta época é de especial importância para nós, pois o número de graus de liberdade cai bastante nesta transição.

- **Nucleossíntese Primordial:** Esta é a época que núcleos atômicos de Hidrogênio e Hélio, principalmente, começam a se formar. O Modelo Cosmológico Padrão dá uma previsão consistente, de um Universo composto cerca de 25% de Hélio e 75% de Hidrogênio[46]. Tal previsão é coerente com os dados experimentais. A taxa de formação destes núcleos é dependente da taxa de expansão do Universo nesta época, e, logo, alterações na dinâmica do cosmo, pela introdução de novas partículas relativísticas, pode alterar o valor desta grandeza.

- **Desacoplamento de Neutrinos:** Quando a temperatura do plasma primordial cai para aproximadamente a 1 MeV, os neutrinos ativos se desacoplam do plasma, i.e. não interagem mais com as partículas do mesmo. Com isso, eles seguem basicamente livres até hoje, com sua temperatura caindo com $T_\nu \sim a^{-1}$ (a é o chamado *fator de escala*, e quantifica a taxa de expansão).

- **Aniquilação Elétron-Pósitron:** Pouco após o desacoplamento dos neutrinos, a temperatura do plasma primordial se aproxima da massa do elétron, a criação de pares elétron-pósitron fica cada vez mais difícil, até ser cinematicamente proibida. Porém, sua aniquilação sempre é permitida. Com isso, elétrons e pósitrons se aniquilam, aquecendo o plasma. Como os neutrinos já estão desacoplados, não recebem fração relevante desta energia. Isso implica que eles terão temperaturas menores que os fótons aquecidos por essa aniquilação.

- **Recombinação:** Por fim, quando o Universo possuia idade próxima a 400.000

anos, os fótons se desacoplam, seguindo até hoje basicamente livres. Eles são detectados na forma da chamada *Radiação Cósmica de Fundo*- CMB (Cosmic Microwave Background).

Boa parte da análise do capítulo 5 se dará em torno do cálculo de altas temperatura de desacoplamentos para neutrinos estéreis. Com isso, eles antecipariam aniquilações não só de elétrons, mas de múons, píons, etc.

Todas as etapas descritas acima (com exceção da recombinação) ocorrem em uma época que o universo é dominado por radiação, i.e, partículas relativísticas. Neste caso, a densidade de energia do Cosmos é dominada por radiação, e é basicamente esta componente que determina a taxa de expansão dada por $a(t)$.

Em épocas posteriores, o Universo passa a ser dominado por matéria ou energia escura. Mas, para os fins deste trabalho, tais épocas não são tão relevantes e, salvo pelo período de formação de estruturas, serão ignoradas.

3.2 Quantidades Básicas

Definimos aqui as quantidades básicas, que serão usadas recorrentemente ao longo do trabalho. Esta seção é fortemente baseada em [30].

3.2.1 Densidade de Partículas

'Descreve o número de partículas por volume'. Cada tipo de partícula segue uma distribuição estatística, $f_i(p,T)$, que depende do momento linear e da temperatura. Como consequência do Teorema Spin-Estatística, Férmions seguem a distribuição de Fermi-Dirac e Bósons seguem a distribuição de Bose-Einstein quando em equilíbrio térmico. Elas são mostradas abaixo:

$$f^{eq}_{FD}(p,T) = \frac{1}{\exp(\frac{E(p,m)-\mu}{T})+1} \qquad f^{eq}_{BE}(p,T) = \frac{1}{\exp(\frac{E(p,m)-\mu}{T})-1}, \tag{3.1}$$

onde μ é o potencial químico[2], T é a temperatura e E é a energia da partícula. A densidade do i-ésimo tipo de partícula, em equilíbrio térmico, é definida como a integral da função de distribuição da mesma, sobre todos os momentos possíveis[3].

$$n_i^{eq}(T) = g_i \int \frac{f_i^{eq}(p,T)d^3p}{(2\pi)^3} = \frac{g_i}{2\pi^2} I^{11}(\pm)T^3, \tag{3.2}$$

onde g_i é o número de graus de liberdade internos do tipo de partícula, e,

$$I_i^{mn}(\pm) \equiv \int_{x_i}^{\infty} y^m (y^2 - x_i^2)^{n/2} (e^y \pm 1)^{-1} dy, \qquad x_i \equiv \frac{m_i}{T}. \tag{3.3}$$

$I^{mn}(+)$ está associado a férmions, e $I^{mn}(-)$ a bósons. Por exemplo, para calcular a densidade de fótons, ($m_\gamma = 0$ e seguem F_{BE}), $I^{11}(-) = 2\zeta(3), g_\gamma = 2$, e tem-se:

$$n_\gamma(T) = 2\frac{\zeta(3)}{\pi^2}T^3. \tag{3.4}$$

Onde $\zeta(3) = 1.202$ é a função zeta de Riemann avaliada em 3.

Para neutrinos relativísticos, $x_i << 1$, coloca-se a distribuição de Fermi-Dirac no termo f_i^{eq} na equação (3.2), e resolve-se numericamente a integral $I_i^{11}(+)$. Tem-se[4]

$$I_i^{11}(+) = \frac{3\zeta(3)}{2} \Longrightarrow \boxed{n_\nu(T) = \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2}T^3}. \tag{3.5}$$

Deste resultado, e sabendo-se o valor de $T_\nu \approx 1.4K$[5], chega-se ao valor numérico da densidade de neutrinos e anti-neutrinos ativos, de um dado sabor, no universo:

$$n_\nu = 112\text{cm}^{-3}$$

(por sabor de neutrino/anti-neutrino).

A relação (3.5) é consistente com o que se espera para a densidade de número de partículas: Cai com a^{-3}, uma vez que $T \sim a^{-1}$.

---

[2]Ao longo do trabalho, o potencial químico foi ignorado e considerado nulo.

[3]Nas expressões abaixo, grandezas de interesse, como densidade, função de distribuição, etc, aparecem com um super-escrito *eq*. Este indica que a grandeza está sendo utilizada assumindo-se equilíbrio térmico entre a partícula em questão e o meio. Assim, n^{eq} é a densidade calculada no equilíbrio, f^{eq} é a função de distribuição no equilíbrio, etc. $f^{eq} = f_{FD}^{eq}$ ou f_{BE}^{eq}.

[4]Na expressão (3.5) considera-se a densidade de neutrinos e de anti-neutrinos combinadas.

[5]Este resultado será descrito mais a frente, e decorre da relação (3.26).

Para partículas não-relativísticas, $x_i >> 1$, *de ambos os tipos*, (3.2) resulta em:

$$n_{iNR}^{eq}(T) = \frac{\rho_{iNR}^{eq}(T)}{m} = \frac{g}{(2\pi)^{3/2}} x_i^{3/2} T^3 e^{-x_i}. \tag{3.6}$$

Ou seja, a densidade numérica da partícula cai exponencialmente quando $T \approx m_i$. Isso é decorrência do que foi mencionado anteriormente: Para partículas massivas acopladas, esta temperatura sinaliza a época em que a criação de pares é cinematicamente proibida, embora o processo de aniquilação continue acontecendo.

Percebe-se também que a densidade de energia da partícula é proporcional ao cubo da temperatura, e que tende a zero em épocas que $T >> m_i$.

3.2.2 Densidade de Energia e Graus de Liberdade Relativísticos

De forma análoga à densidade de número de partículas, a densidade de energia do i-ésimo tipo de partícula, em equilíbrio térmico, é calculada como uma integral sobre a distribuição multiplicada pela energia, sobre todos os momentos possíveis.

$$\rho_i^{eq}(T) = g_i \int \frac{f_i^{eq}(p,T) E_i(p)}{(2\pi)^3} = \frac{g_i}{2\pi^2} I_i^{21}(\pm) T^4. \tag{3.7}$$

$I^{21}(\pm)$ é definido na equação (3.3). Para partículas relativísticas,

$$I_i^{21}(-) = \frac{\pi^4}{15}, \qquad I_i^{21}(+) = \frac{7\pi^4}{120} = \frac{7}{8} I_i^{21}(-). \tag{3.8}$$

Isto implica que as densidades de energia de férmions e bósons relativísticos obedecem a uma relação,

$$\rho_{\text{boson}} = g_i \frac{\pi^2}{30} T^4 = g_i \frac{\rho_\gamma}{2}, \tag{3.9}$$

$$\rho_{\text{fermion}} = \left(\frac{7g_i}{8}\right) \frac{\pi^2}{30} T^4 = g_f \frac{\rho_\gamma}{2}, \tag{3.10}$$

$$g_f = \frac{7g_i}{8}, \tag{3.11}$$

onde,

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2 T^4}{15}. \tag{3.12}$$

Quando se calcula a densidade de energia total na forma de radiação, todos os tipos de partículas, férmions ou bósons, devem ser somados. Isto resulta em:

$$\rho_R = \sum_{i,\text{boson}} \rho_i + \sum_{f,\text{fermion}} \rho_f = g_* \frac{\pi^2}{30} T^4. \tag{3.13}$$

g_* é o *número de graus de liberdade relativísticos*, dado por:

$$g_* = \sum_{i,\text{boson}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{j,fermion} g_j \left(\frac{T_j}{T}\right)^4. \tag{3.14}$$

T_i é a temperatura da partícula i, e T é a temperatura dos fótons[6].

Na figura (3.4), retirada do PDG[34], e baseada em [38], é mostrado a dependência de g_*(denotado por N(T)) em função da temperatura.

3.3 Temperatura de Desacoplamento dos Neutrinos Ativos

As partículas elementares que constituem o cosmos não interagem em um ambiente estático, mas sim em um Universo em expansão. Desta feita, elas só mantém contato entre si se sua taxa de interação for maior que a taxa de expansão do Universo. A taxa de interação para um tipo de particula a, interagindo com uma partícula b, é dada por,

$$\Gamma_a \sim \sigma v n_b, \tag{3.15}$$

onde v é a velocidade relativa de a e b, σ é a seção de choque na energia da reação, e n_b é a densidade de partículas de tipo b. Na prática, considera-se apenas a média termalizada $\Gamma_a =< \sigma v > n_b$. Nestas condições, quando a seguinte relação ocorre,

[6] A razão entre estas temperaturas foi aqui colocada, para se levar em conta casos onde o equilíbrio térmico com o meio não se verifica. Nesta seção, $T_i = T$, e a razão entre temperaturas desaparece.

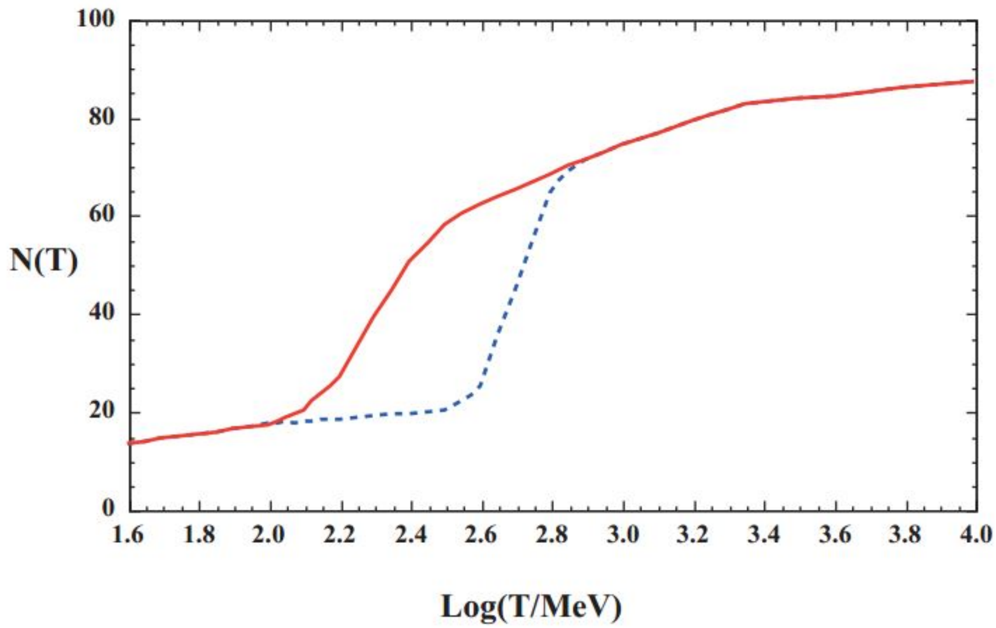

Figura 3.4: Figura retirada da referência [34], baseada em [38]. A forte transição verificada na figura está associado à época da Hadronização. Cada um dos gráficos é obtido pelos autores supondo uma temperatura de Hadronização de $T_{Had} = 150$ MeV(linha vermelha) e $T_{Had} = 450$ MeV (linha tracejada azul). Em nosso trabalho, seguindo a referência [45], $T_{Had} = 200$ MeV.

$$\Gamma_a << H, \tag{3.16}$$

a espécie a é dita estar *desacoplada* do meio, não interagindo mais com as partículas para as quais (3.16) se verifica. Desta forma, em uma primeira aproximação, a relação $\Gamma_a \sim H$ indica a escala de energia abaixo da qual a partícula de interesse se desacopla das demais.

Determinemos a temperatura de desacoplamento dos neutrinos padrão. Mais a frente na dissertação, adotaremos resultados análogos para se determinar esta temperatura para os neutrinos estéreis.

No SM, processos de espalhamento entre elétrons e neutrinos os mantêm em equilíbrio térmico com os elétrons, via corrente carregada ou corrente neutra. Por consequência, esse equilíbrio com os elétrons também os deixam em equilíbrio com os fótons. Para estes espalhamentos, $< \sigma v >= G_F^2 E^2$, onde G_F é a constante de Fermi, e E é a energia. Assim:

$$\Gamma_\nu \sim < \sigma v > n_e = G_F^2 E^2 n_e = G_F^2 (T^2)(T^3) = G_F^2 T^5, \tag{3.17}$$

uma vez que $n_e \propto a^{-3} \sim T^3$. Como:

$$H(T) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} g_* \frac{\pi^2}{30} T^4} \sim \sqrt{g_*}\frac{T^2}{m_{pl}}, \tag{3.18}$$

pode-se fazer a igualdade $\Gamma_\nu = H(T)$ para se determinar a temperatura de desacoplamento, $T_{\nu D}$, dos neutrinos, obtendo-se:

$$G_F^2 T_{\nu D}^5 = \sqrt{g_*}\frac{T_{\nu D}^2}{m_{pl}} \Rightarrow T_{\nu D} = \left(\frac{\sqrt{g_*}}{G_F^2 m_{pl}}\right)^{1/3} \sim g_*^{1/6}\text{MeV}. \tag{3.19}$$

g_* é dado pela equação (3.14). Como no Modelo Padrão, quando a temperatura está na ordem de poucos MeV, $g_* = 10.75$, chega-se ao resultado desejado: $T_{\nu D} \sim (10.75)^{1/6} \approx 1$ MeV.

3.4 Razão entre Temperatura dos Fótons e Neutrinos Ativos

A razão entre a temperatura de ν_a e dos fótons pode ser obtida a partir de considerações de conservação de entropia do plasma primordial que formam as partículas nesta época[45, 46].

A densidade de entropia (entropia por volume) é obtida como uma derivada da pressão em relação ao tempo, para um potencial químico, μ, constante. Executando-se tal operação, chega-se à:

$$s = \frac{\rho - \mu n + P}{T}, \tag{3.20}$$

e como ρ e P são proporcionais a a^{-4} e μ proporcional à a^{-1}, segue-se que $s \sim a^{-3}$. Com isso, mostra-se que

$$s(T)a^3 = \text{constante}, \tag{3.21}$$

para diferentes períodos do Universo.

Esta entropia para espécies relativísticas pode ser reescrita em termos da densidade de radiação,

$$s_R(T) = \frac{4}{3}\rho_R = g_s(T)\frac{2\pi^2}{45}T^3, \tag{3.22}$$

onde g_s é o número efetivo de "graus de liberdade entrópicos relativísticos". Basicamente, é o número de graus de liberdade das partículas em interação, e pode ser escrito como:

$$g_s(T) = \sum_{i,boson} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8}\sum_{j,fermion} g_j \left(\frac{T_j}{T}\right)^3. \tag{3.23}$$

Esta equação é em tudo similar à definição de g_*, com a diferença de que é proporcional ao cubo da razão de temperaturas entre a partícula i e os fótons. Para todas as partículas ainda acopladas contabilizadas em g_s, $T_i = T$.

Partículas desacopladas conservam sua entropia separadamente. Quando uma partícula massiva atinge uma temperatura similar a sua massa, ela torna-se não relativística e, estando acoplada, aniquila-se. Com isso, desaparece do plasma, liberando sua entropia no meio e aquecendo as demais partículas.

Dessa forma, as espécies acopladas com as partículas não-relativísticas no momento de sua aniquilação, atingem temperaturas maiores que aquelas que já estavam desacopladas. Tal procedimento é usado para os neutrinos ativos, e será brevemente mostrado abaixo[45].

Como mostrado na seção precedente, quando $T \approx 1$ MeV, os neutrinos se desacoplam do resto do plasma[7]. Pouco após isso, os elétrons passam a ter temperatura equivalente a sua massa de repouso, e o processo de criação de pares via fótons (de mesma energia) fica cinematicamente proibido. A aniquilação dos elétrons e pósitrons libera entropia no plasma e aquece os fótons(mas não os neutrinos, que já estão desacoplados).

Antes da aniquilação e, e^+, o plasma de partículas acopladas relativísticas é cons-

[7]Estamos, ao longo de todo esse trabalho, trabalhando com a aproximação de *desacoplamento instantâneo* dos neutrinos. Como dito, o cálculo completo para o acoplamento não-instantâneo afeta muito levemente os resultados de N_{eff}, de 3 para 3.046.

tituído por fótons, elétrons e pósitrons. Logo, por (3.23),

$$g_s = 2 + \frac{7}{8}(2+2) = 11/2. \tag{3.24}$$

Após a aniquilação, restam apenas os fótons,

$$g_s = 2. \tag{3.25}$$

Sendo assim, como $a \sim T_\nu^{-1}$, e usando-se as relações (3.21) e (3.22), chega-se a:

$$\frac{11}{2}T_\nu^3 = 2T^3 \Rightarrow \frac{T_\nu}{T} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}. \tag{3.26}$$

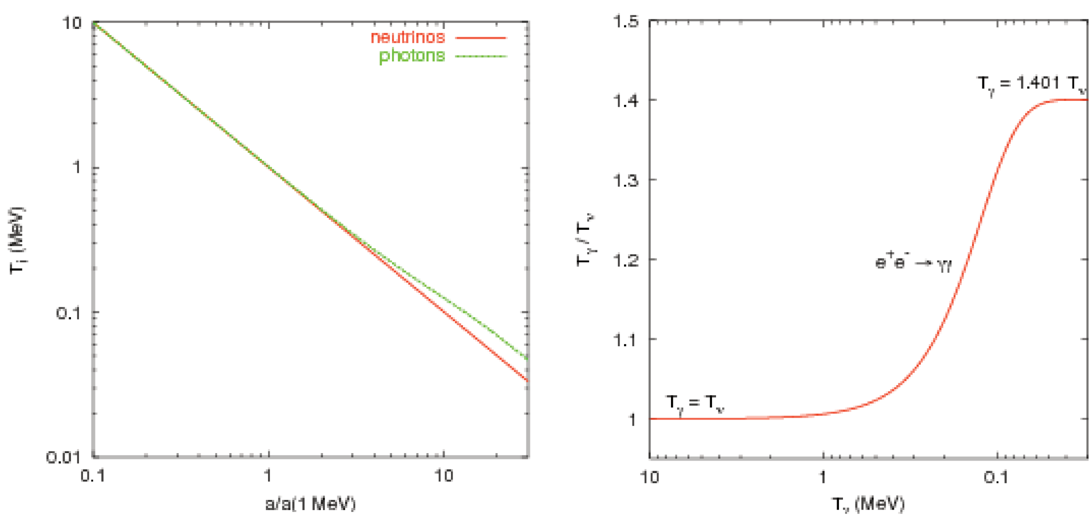

Figura 3.5: Evolução da temperatura dos neutrinos em relação à temperatura dos fótons. Na figura à esquerda, percebe-se que, embora a temperatura de ambas as espécies sempre caia, devido à aniquilação elétron-pósitron, a temperatura dos fótons cai um pouco mais devagar. A figura à direita mostra o aquecimento relativo entre neutrinos e fótons. Este aquecimento relativo sempre acontece entre espécies acopladas e desacopladas, quando essas recebem a entropia presente nos sucessivos aniquilamentos de partículas do plasma primordial. Figuras retiradas da referência [47].

A figura (3.5), retirada do artigo de Lesgourgues[47], mostra a evolução da temperatura dos neutrinos ativos(desacoplados) e fótons, e o aquecimento dos fótons em relação ao neutrinos. Mais a frente, no capítulo 5, o mesmo procedimento será adotado. Porém será aplicado a neutrinos estéreis, em diferentes temperaturas de desacoplamento.

Uma vez feitas tais considerações, desloca-se a atenção deste trabalho para o problema da matéria dentro do 3-3-1 e similares. Nosso foco será o modelo proposto pelo professor Alex Dias[31], com neutrinos keV como candidatos viáveis à resolução do problema.

Capítulo 4

A Extensão 3L3R

Os capítulos precedentes mostraram as potencialidades do Modelo 3-3-1. Não só ele apresenta uma possível resolução de problemas em aberto no Modelo Padrão, como fornece candidatos viáveis a matéria escura de maneira natural.

Considerando-se tais potencialidades, uma extensão do modelo foi proposta, onde a simetria Left-Right é incorporada. Tal modelo foi proposto por Alex Dias, C. Pires e P.S. Rodrigues, e denomina-se Modelo 3L3R[31]. Ele é uma extensão do modelo 3-3-1 tradicional, e adota o grupo de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_N$.

Tal ideia é inspirada no modelo de Pati e Salam[32], onde, entre outros objetivos, procurava-se estabelecer uma simetria Left-Right em uma extensão do SM. A versão mínima de tal extensão veio a ser proposta por G. Senjanovic e R. N. Mohapatra, com o grupo de gauge $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$[33]. Nesta proposta, a assimetria quiral observada no SM seria um fenômeno existente apenas a baixas energias, decorrente de uma quebra espontânea de simetria do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. Em altas energias, porém, esta assimetria seria retirada com o restabelecimento do grupo original.

O mérito do modelo estudado aqui não é apenas a incorporação da simetria Left-Right. Devido a esta extensão, muitas partículas surgem, entre elas neutrinos. Estes neutrinos adicionais são candidatos viáveis à solução de problemas em aberto na cosmologia, como será mencionado. Em particular, o capítulo enfatizará a análise de neutrinos de massa da ordem keV, que surgem no 3L3R, como candidatos à matéria escura.

O objetivo do capítulo consiste em apresentar o modelo, em linhas gerais, e seus candidatos a resolução de problemas de ordem cosmológica. Em particular, estes candidatos surgem dentre os novos neutrinos do modelo, que dão possíveis respostas aos problemas da Matéria Escura e à Leptogênese no início do Universo.

4.1 O Modelo 3L3R

O 3L3R é uma extensão do 3-3-1, que simetriza as componentes esquerdas e direitas. Ele é baseado no grupo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_N$, e reduz-se ao SM através da sequência de quebras espontâneas de simetria: $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_N \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Primeiro, define-se o operador Carga Elétrica do modelo, escrito como uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo escolhido. Ele é definido de maneira análoga ao procedimento adotado para o 3-3-1, na equação (2.1):

$$Q = T_L^3 + T_R^3 - b\left(T_L^8 + T_R^8\right) + N. \tag{4.1}$$

Onde $T^i = \lambda^i/2$, L e R refem-se aos geradores dos grupos $SU(3)_L$ e $SU(3)_R$, respectivamente, e N é o gerador de $U(1)_N$. Como no 3-3-1, um operador mais genérico $Q = a\,(T_L^3 + T_R^3) - b\,(T_L^8 + T_R^8) + N$ é proibido para valores de $a \neq 1$, uma vez que ele não reproduziria o dubleto do SM em baixas energias.

O grupo de gauge do 3L3R é mais restritivo quanto aos valores permitidos do parâmetro b em (4.3), do que o mesmo parâmetro no 3-3-1, em (2.1). Como visto no Capítulo 2, os valores permitidos de b que resultam em carga elétrica inteira dos bósons de gauge são específicos. Tal restrição é mostrada na equação (2.3). Os valores mais comuns adotados no 3-3-1 são $b = \sqrt{3}$ (modelo mínimo e de léptons pesados) ou $b = 1/\sqrt{3}$ (3-3-1RH).

Porém, no 3L3R, o processo de quebra espontânea de simetria leva à seguinte relação entre a constante de acoplamento de $U(1)_N$, g_N, e a constante de $SU(3)_{L,R}$, g[1]:

$$\frac{g_N^2}{g^2} = \frac{sin^2\theta_W}{1 - 2\,(1+b^2)\,sin^2\theta_W}. \tag{4.2}$$

[1] Aqui, assume-se a igualdade entre as constantes de acoplamento dos grupos $SU(3)_L$ e $SU(3)_R$, ou seja, $g_R = g_L = g$

Onde θ_W é o ângulo de eletrofraco, introduzido por Glashow. Experimentalmente, $sin^2\theta_W = 0.231$ [34], e a relação acima implica que $sin^2\theta_W < 1/8$ para $b = \sqrt{3}$ e $sin^2\theta_W < 3/8$ para $b = 1/\sqrt{3}$. Logo, o valor $b = \sqrt{3}$ é inconsistente com o determinado experimentalmente, e apenas $b = 1/\sqrt{3}$ satisfaz esta relação.

Assim, o operador carga elétrica assume a forma:

$$Q = T_L^3 + T_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\left(T_L^8 + T_R^8\right) + N. \tag{4.3}$$

Como no 3-3-1, os férmions do modelo são agrupados em tripletos. O valor permitido de b implica que a primeira e terceira componentes dos tripletos possuem a mesma carga elétrica. Em particular, para léptons, estes são agrupados da seguinte maneira:

$$\Psi_{aL} = (\nu_{aL}, l_{aL}, N_{aL})^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)\,, \tag{4.4}$$

$$\Psi_{aR} = (\nu_{aR}, l_{aR}, N_{aR})^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,, \tag{4.5}$$

onde $a = e, \mu, \tau$ são as 3 famílias leptônicas. Os 4 números em parênteses indicam como os tripletos se transformam sob os grupos $SU(3)_C$, $SU(3)_L$, $SU(3)_R$ e o valor de sua carga N, respectivamente. N_a são neutrinos pesados novos.

Observa-se que tanto os léptons left como os right são agrupados em tripletos, restaurando uma simetria Left-Right ausente nas versões básicas do 3-3-1.

Os quarks seguem agrupamento similar ao adotado no 3-3-1RH, excetuando-se o fato de os quarks right também serem agrupados em tripletos:

$$Q_{mL} = (d_{mL}, u_{mL}, D_{mL})^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, \mathbf{1}, 0)\,, \tag{4.6}$$

$$Q_{3L} = (u_{3L}, d_{3L}, U_{3L})^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, 1/3)\,, \tag{4.7}$$

$$Q_{mR} = (d_{mR}, u_{mR}, D_{mR})^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{3}^*, 0)\,, \tag{4.8}$$

$$Q_{3R} = (u_{3R}, d_{3R}, U_{3R})^T \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, 1/3)\,, \tag{4.9}$$

onde $m = 1, 2$. Os argumentos que justificam esses agrupamentos são basicamente os mesmos usados na análise do 3-3-1RH: Os valores de N são determinados pelo requerimento de cancelamento de anomalias quirais. Em particular, as seguintes anomalias devem cancelar-se para que o 3L3R seja considerado livre de anomalias:

$$
\begin{aligned}
&(I)\,[SU(3)_C]^2\,U(1)_N; && (II)\,[SU(3)_{L,R}]^3\,; \\
&(III)\,[SU(3)_{L,R}]^2\,U(1)_N; && (IV)\,[U(1)_N]^3\,; \\
&(V)\,[gravitacional]^2\,U(1)_N. &&
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

A quebra espontânea de simetria necessária para que as partículas das representações acima ganhem massa necessita de novos multipletos escalares. Como se deseja que o 3L3R seja obtido em um limite de alta energia do 3-3-1, é necessário que algumas das partículas novas do modelo, como novos Bósons de Gauge, tenham massas grandes, e estejam desacopladas do espectro de partículas em energias menores. Isso exige que os VEV's dos novos multipletos sejam consideravelmente superiores aos demais.

O setor escalar segue o mesmo padrão do setor fermiônico. É o mesmo do 3-3-1RH, salvo pela adição de multipletos associados a partículas Right-handed:

$$
\begin{aligned}
\chi_L &= \left(\chi_L^0, \chi_L^-, \chi_L^{'0}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)\,, & \chi_R &= \left(\chi_R^0, \chi_R^-, \chi_R^{'0}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,, \\
\eta_L &= \left(\eta_L^0, \eta_L^-, \eta_L^{'0}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)\,, & \eta_R &= \left(\eta_R^0, \eta_R^-, \eta_R^{'0}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, -1/3)\,, \\
\rho_L &= \left(\rho_L^+, \rho_L^0, \rho_L^{'+}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, 2/3)\,, & \rho_R &= \left(\rho_R^+, \rho_R^0, \rho_R^{'+}\right)^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, 2/3)\,.
\end{aligned}
$$

Das 10 componentes neutras listadas, apenas 6 adquirem um VEV não-nulo (uma para cada tripleto)[2]:

$$
\begin{aligned}
\left\langle \eta_L^0 \right\rangle &= \frac{\nu_{\eta_L}}{\sqrt{2}}, & \left\langle \eta_R^0 \right\rangle &= \frac{\nu_{\eta_R}}{\sqrt{2}}, \\
\left\langle \rho_L^0 \right\rangle &= \frac{\nu_{\rho_L}}{\sqrt{2}}, & \left\langle \rho_R^0 \right\rangle &= \frac{\nu_{\rho_R}}{\sqrt{2}}, \\
\left\langle \chi_L^{'0} \right\rangle &= \frac{\nu_{\chi_L^{'}}}{\sqrt{2}}, & \left\langle \chi_R^{'0} \right\rangle &= \frac{\nu_{\chi_R^{'}}}{\sqrt{2}},
\end{aligned}
$$

onde, como mencionado, assume-se que $\nu_{\phi R} >> \nu_{\phi L}$, onde $\phi = \eta, \rho, \chi$. Com isso, duas escalas de energia distintas são introduzidas: A escala de energia-R, associada

[2]Chamamos novamente a atenção aqui, para que não se confundam VEV's com neutrinos ao longo deste trabalho. $\nu_{\phi L}, \nu_{\phi R}$ com $\phi = \eta, \rho, \chi$, representam VEV's.

aos tripletos escalares right, e a escala de energia-L, associada aos tripletos left.

Estas escolhas de VEV's devem ser consistentes com o requerimento de um mínimo degenerado do potencial escalar, para o processo de quebra espontânea de simetria. Dado o grande número de multipletos, este potencial é muito complicado. Por conveniência e para se evitar complicações desnecessárias, os autores de [31] impõe as seguintes simetrias discretas,

$$\rho_{L,R} \longrightarrow -\rho_{L,R}, \qquad \chi_{L,R} \longrightarrow -\chi_{L,R}, \tag{4.11}$$

com todos os demais campos inalterados sob as mesmas. Sob estas condições, somado a necessidade de renormalizibilidade e invariância de gauge, o potencial escalar mais geral possível para o modelo escreve-se como:

$$\begin{aligned} V &= \sum_I \mu_I^2 \left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{IL} + \Phi_{IR}^\dagger \Phi_{IR}\right) + f\epsilon^{ijk} \left(\chi_{Li}\eta_{Lj}\rho_{Lk} + \chi_{Ri}\eta_{Rj}\rho_{Rk} + H.c\right)^2 \\ &+ \sum_I \lambda_I \left[\left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{IL}\right)^2 + \left(\Phi_{IR}^\dagger \Phi_{IR}\right)^2\right] + \sum_{IJ} \alpha_{IJ} \left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{IL}\right)\left(\Phi_{JR}^\dagger \Phi_{JR}\right) + \\ &\frac{1}{2}\sum_{J\neq I} \lambda_{IJ} \left[\left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{IL}\right)\left(\Phi_{JL}^\dagger \Phi_{JL}\right) + \left(\Phi_{IR}^\dagger \Phi_{IR}\right)\left(\Phi_{JR}^\dagger \Phi_{JR}\right)\right] + \\ &\frac{1}{2}\sum_{J\neq I} \kappa_{IJ} \left[\left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{JL}\right)\left(\Phi_{JL}^\dagger \Phi_{IL}\right) + \left(\Phi_{IR}^\dagger \Phi_{JR}\right)\left(\Phi_{JR}^\dagger \Phi_{IR}\right)\right] + \\ &\frac{1}{2}\sum_{J\neq I} \kappa_{IJ}^{'} \left[\left(\Phi_{IL}^\dagger \Phi_{JL}\right)\left(\Phi_{JR}^\dagger \Phi_{IR}\right) + \left(\Phi_{IR}^\dagger \Phi_{JR}\right)\left(\Phi_{JL}^\dagger \Phi_{IL}\right)\right], \end{aligned} \tag{4.12}$$

com $\Phi = (\chi, \eta, \rho)$ um objeto de 3 componentes, que representa os 3 tipos de tripleto left e right.

Como usual, os bósons de gauge são introduzidos no Modelo através de derivadas covariantes, de maneira a preservar a requerida invariância de gauge. Elas são dadas por:

$$\begin{aligned} D_\mu^{\phi L} &= \partial_\mu - ig\frac{\lambda_{iL}}{2}W_\mu^{iL} - ig_N N_\phi B_\mu, \\ D_\mu^{\phi R} &= \partial_\mu - ig\frac{\lambda_{iR}}{2}W_\mu^{iR} - ig_N N_\phi B_\mu, \\ D_\mu^{\phi} &\equiv \partial_\mu - i\frac{g}{2}\mathcal{M}_\mu^L - i\frac{g}{2}\mathcal{M}_\mu^R. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Ao final, o 3L3R prevê 16 bósons massivos. 8 destes estão associados ao grupo $SU(3)_L$ e são os mesmos bósons do modelo 3-3-1RH: 4 carregados $W_L^\pm, U_L^\pm$, 2 neutros não hermitianos, V_L^0, V_L^{0*}, e 2 bósons neutros, $Z_L^0, Z_L^{0'}$. Suas definições foram dadas no Capítulo 2, eqs. (2.26),(2.27). Os outros 8 bósons restantes estão associados ao grupo $SU(3)_R$, e seguem o mesmo padrão dos bósons anteriores: $W_R^\pm, U_R^\pm, V_R^0, V_R^{0*}, Z_R^0, Z_R^{0'}$.

Convém notar que as massas dos bósons associados ao grupo $SU(3)_R$ dependem dos VEV's dos tripletos escalares Φ_R, da mesma maneira que os bósons de $SU(3)_L$ dependem dos VEV's de Φ_L(conforme mostrado nas equações (2.31), (2.34), (2.35)). Porém, como dito, o valor esperado no vácuo dos tripletos right é muito superior ao dos tripletos left. Isso implica que os bósons right são muito mais massivos que os left, desacoplando-se do espectro de baixa energia. Como esperado, o 3L3R mostra-se um modelo presente somente a altas energias. Em baixas, reduz-se a um análogo do 3-3-1RH[3].

Uma vez explicados os setores fermiônicos, bosônicos e escalares, segue-se agora ao setor de Yukawa. O grupo de simetria adotado, conjugado à necessidade de se obter termos que sejam singletos deste grupo, leva à introdução de operadores de dimensão 5 para léptons,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^l_{eff} \;=\; & \frac{h^l_{ab}}{\Lambda_D}\left(\bar{\Psi}_{aL}\rho_L\right)\left(\rho_R^\dagger\Psi_{bR}\right) + \frac{g^D_{ab}}{\Lambda_D}\left(\bar{\Psi}_{aL}\chi_L\right)\left(\chi_R^\dagger\Psi_{bR}\right) + \frac{y^D_{ab}}{\Lambda_D}\left(\bar{\Psi}_{aL}\eta_L\right)\left(\eta_R^\dagger\Psi_{bR}\right) \\
& + \frac{g^M_{ab}}{\Lambda_M}\left[\left(\overline{(\Psi_{aL})^c}\chi_L^*\right)\left(\chi_L^\dagger\Psi_{bL}\right) + \left(\overline{(\Psi_{aR})^c}\chi_R^*\right)\left(\chi_R^\dagger\Psi_{bR}\right)\right] \\
& + \frac{y^M_{ab}}{\Lambda_M}\left[\left(\overline{(\Psi_{aL})^c}\eta_L^*\right)\left(\eta_L^\dagger\Psi_{bL}\right) + \left(\overline{(\Psi_{aR})^c}\eta_R^*\right)\left(\eta_R^\dagger\Psi_{bR}\right)\right] + H.c,
\end{aligned} \tag{4.14}$$

[3]A grande diferença entre o limite de baixas energias do 3L3R e o modelo 3-3-1RH encontra-se no setor leptônico: O 3-3-1RH contém em sua terceira componente leptônica a parte direita - via conjugação de carga - dos neutrinos ativos. No 3L3R, a terceira componente left contém um neutrino pesado novo, sem relação com o neutrino ativo da primeira componente.

e os quarks,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{q}_{eff} \;=\;& \frac{h^{u}_{mn}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{mL}\rho^*_L\right)\left(\rho^T_R Q_{nR}\right) + \frac{h^{\chi u}_{33}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{3L}\chi_L\right)\left(\chi^\dagger_R Q_{3R}\right) + \frac{h^{\eta u}_{33}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{3L}\eta_L\right)\left(\eta^\dagger_R Q_{3R}\right) + \\ & \frac{h^{\chi d}_{mn}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{mL}\chi^*_L\right)\left(\chi^T_R Q_{nR}\right) + \frac{h^{\eta d}_{mn}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{mL}\eta^*_L\right)\left(\eta^T_R Q_{nR}\right) + \frac{h^{d}_{33}}{\Lambda_D}\left(\bar{Q}_{3L}\rho_L\right)\left(\rho^\dagger_R Q_{3R}\right) + \\ & \frac{h^{u}_{m3}}{\Lambda_D}\left[\left(\bar{Q}_{mL}\rho^*_L\right)\left(\chi^\dagger_R Q_{3R}\right) + \left(\bar{Q}_{mR}\rho^*_R\right)\left(\chi^\dagger_L Q_{3L}\right)\right] + \\ & \frac{h^{\chi d}_{m3}}{\Lambda_D}\left[\left(\bar{Q}_{mL}\chi^*_L\right)\left(\rho^\dagger_R Q_{3R}\right) + \left(\bar{Q}_{mR}\chi^*_R\right)\left(\rho^\dagger_L Q_{3L}\right)\right]. \end{aligned} \tag{4.15}$$

É relevante discutir as informações trazidas pelas equações (4.14) e (4.15). Duas escalas de energia distintas são colocadas no modelo. Uma, Λ_D, está associada com termos de massa de Dirac. A outra, Λ_M, está associada a termos de massa de Majorana, existentes apenas para os neutrinos, na segunda e terceira linhas da equação (4.14).

Visando-se um mecanismo seesaw[35, 36] como o responsável pela geração de massa dos neutrinos, é razoável supor que $\Lambda_M >> \Lambda_D$. No artigo original, Λ_M está na escala de Planck, e Λ_D é alguma escala de grande unificação, a ser escolhida mais a frente.

As equações (4.14) e (4.15) também revelam que, em todos os termos de massa de Dirac de quarks e léptons, existe uma razão entre um VEV em escala de energia-R, e Λ_D. Uma vez que a massa de muitas dessas partículas é conhecida(não sendo nem extremamente alta ou baixa), é razoável supor que os *valores esperados do vácuo*(VEV) assumem a relação $\nu_{\eta_R} \approx \nu_{\rho_R} \approx \nu_{\chi'_R} \approx \Lambda_D$. Com isso, as massas de Dirac destes léptons passam a ser dependentes apenas dos VEV's left-handed, e o procedimento adotado na análise do modelo 3-3-1 pode ser executado para a determinação da escala de energia destas partículas.

Feitas essas considerações, percebe-se que os léptons carregados ganham suas massas devido ao VEV do tripleto ρ_L, os quarks conhecidos ganham massa devido a ν_{η_L} e ν_{ρ_L}, e os férmions novos derivam sua massa de $\nu_{\chi'_L}$. Esperando-se que o VEV de χ_L esteja na escala TeV, há a possibilidade de que estas novas partículas possam ser descobertas no LHC.

4.2 Neutrinos no 3L3R

Um dos principais aspectos da proposta em [31] é a obtenção, de maneira natural, diferentes tipos de neutrinos, com papéis específicos a desempenharem na explicação de experimentos terrestres ou de evidências cosmológicas. No modelo, 12 tipos de neutrinos surgem, 2 para cada um dos 6 tripletos de léptons presentes. O objetivo desta seção é mostrar como o modelo determina a escala de massa dos diferentes neutrinos presentes, e o papel de cada um dentro de possíveis explicações de problemas cosmológicos.

4.2.1 Mecanismo Seesaw no 3L3R

Como visto na seção precedente, o modelo aqui estudado permite que neutrinos possuam termos de massa de Dirac ou de Majorana. Desta forma, a matriz de massa dos mesmos pode ser escrita de maneira que ajude a explicar o porquê a massa dos neutrinos ativos é tão pequena, através do conhecido mecanismo seesaw.

Considere aqui os termos de massa dos neutrinos em (4.14), dados pelos por todos os termos da equação, à exceção do primeiro (que dá massa aos léptons carregados). Definindo-se a base $\left(\Psi_L, (\Psi_R)^C\right)$, com $\Psi_L = (\nu_L, N_L)$ e $(\Psi_R)^C = \left(\nu_R^C, N_R^C\right)$ a matriz de massa dos neutrinos pode ser escrita da seguinte forma:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}. \tag{4.16}$$

M_ν é uma matriz 12×12, constituída de 4 blocos de matrizes 6×6, e aparece em termos de massa da lagrangeana de neutrinos da forma,

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\Psi_L} & \overline{\Psi_R^C} \end{pmatrix} M_\nu \begin{pmatrix} \Psi_L^C \\ \Psi_R \end{pmatrix} + H.c. \tag{4.17}$$

M_D em (4.16) é gerado pelo segundo e terceiro termos de (4.14) Na base de autoestados de sabor, é dada por:

$$M_D = \frac{1}{2\Lambda_D}\begin{pmatrix} y^D \nu_{\eta_L}\nu_{\eta_R} & 0 \\ 0 & g^D \nu_{\chi_L^{'}}\nu_{\chi_R^{'}} \end{pmatrix}, \tag{4.18}$$

e, na mesma base, as duas últimas linhas geram os termos faltantes, M_L,

$$M_L = \frac{1}{\Lambda_M}\begin{pmatrix} y^M \nu_{\eta_L}^2 & 0 \\ 0 & g^M \nu_{\chi_L^{'}}^2 \end{pmatrix}, \tag{4.19}$$

e M_R,

$$M_R = \frac{1}{\Lambda_M}\begin{pmatrix} y^M \nu_{\eta_R}^2 & 0 \\ 0 & g^M \nu_{\chi_R^{'}}^2 \end{pmatrix}. \tag{4.20}$$

g^M, g^D, y^M e y^D são matrizes 3×3, que indicam os acoplamentos de Yukawa dos diferentes neutrinos na base de sabor com os tripletos escalares de interesse.

É aqui que o mecanismo seesaw entra em cena, devido à hierarquia dos diferentes termos presentes em (4.16). Tecemos aqui as seguintes considerações:

- Os termos presentes em M_L(que fornecem massa de Majorana para os neutrinos left) possuem uma razão do tipo, $\nu_{\phi_L}^2/\Lambda_M$.
- Os termos presentes em M_D(que fornecem massa de Dirac aos neutrinos) possuem razões do tipo $\nu_{\phi_L}\nu_{\phi_R}/\Lambda_D$.
- De forma análoga, M_R fornece possui termos da forma ν_R^2/Λ_M.

Como mencionado, as escalas de energia-R são muito maiores que as escalas de energia-L($\nu_{\phi R} >> \nu_{\phi L}$), e $\Lambda_M >> \Lambda_D$. Isso implica que os termos em M_L são muito pequenos frente aos presentes em M_R e M_D. Com isso, M_L pode ser desconsiderado, e a matriz (4.16) reduz-se à forma exigida pelo mecanismo seesaw de tipo 1:

$$M_\nu \approx \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}, \tag{4.21}$$

onde M_D possui valores intermediários entre 0 e os valores de M_R. Esta é a essência do mecanismo seesaw: O fato de que, ao se diagonalizar uma matriz da forma de

(4.21), com $M_R >> M_D$, duas hierarquias surgem entre os elementos na diagonal. Obtém-se:

$$M_{\nu'_L} \approx -M_D \left(M_R\right)^{-1} M_D^T, \tag{4.22}$$

$$M_{\nu_R} \approx M_R. \tag{4.23}$$

Os resultados acima mostram que a escala da massa dos neutrinos right é muito superior à dos neutrinos left, dada pela matriz $M_{\nu'_L}$. De forma aproximada, $M_{\nu'_L}$ é dada por,

$$M_{\nu'_L} = -\frac{\Lambda_M}{4\Lambda_D^2} \begin{pmatrix} y^D \left(y^M\right)^{-1} \left(y^D\right)^T \nu_{\eta_L}^2 & 0 \\ 0 & g^D \left(g^M\right)^{-1} \left(g^D\right)^T \nu_{\chi'_L}^2 \end{pmatrix}. \tag{4.24}$$

A matriz bloco diagonal em (4.24) dá as massas dos neutrinos left do modelo. O primeiro bloco dá as massas dos neutrinos ativos conhecidos do Modelo Padrão, e o segundo bloco as massas dos novos neutrinos N_L, estéreis em relação a $SU(2)_L$. Escolhendo os valores de $\Lambda_M = 10^{19}$GeV, $\Lambda_D = 10^{15}$GeV, $\nu_{\eta_L} = 20$ GeV e $\nu_{\chi'_L} = 2 \times 10^3$ GeV, chega-se a seguinte ordem de grandeza para as massas,

$$M_{\nu_L} \approx y^D \left(y^M\right)^{-1} \left(y^D\right)^T eV, \tag{4.25}$$

$$M_{N_L} \approx 10 g^D \left(g^M\right)^{-1} \left(g^D\right)^T keV. \tag{4.26}$$

De forma natural, o mecanismo seesaw no 3L3R fornece a ordem de grandeza correta para a massa dos neutrinos ativos. Também, indica que os novos neutrinos estéreis left do modelo possuem massas na escala de keV, o que os tornam candidatos ideais a Warm Dark Matter (WDM)[37]. De modo que, os neutrinos no 3L3R indicam candidatos diversos para a solução dos seguintes problemas:

- 3 neutrinos(ν_{aL}), de massa na escala de eV, representando os neutrinos ativos até o momento detectados.

- 3 neutrinos(N_{aL}), na escala de keV, candidatos à Matéria Escura Morna(WDM).

- 6 neutrinos(ν_{aR}, N_{aR}), na escala de 10^{11} GeV, possíveis candidatos à Leptogênese no início do Universo.

O foco da parte a seguir do trabalho é a análise dos neutrinos N_{aL} como candidatos à Matéria Escura, não estudando em mais profundidade os neutrinos N_{aR} e suas implicações para a leptogênese.

Em particular, os neutrinos N_{aL} satisfazem os requisitos básicos para serem matéria escura, tais como:

1. **Neutralidade.**

   Todos os neutrinos em questão, são eletricamente neutros, satisfazendo assim uma das restrições de DM. A alta massa dos bósons de gauge que realizam suas interações as tornam muito menos frequentes que a dos neutrinos ativos. Dessa forma, este tipo de candidato também apresenta, em aparência, características de uma Matéria Escura não-interagente, conforme sugerido em observações, como o do *Bullet Cluster*.

2. **Estabilidade.**

   O neutrino keV mais leve, N_{eL}, é estável, uma vez que não se mistura com os neutrinos ativos, ou com outras partículas mais leves do que ele. Os neutrinos keV mais pesados, porém, podem decair para o mais leve[4].

3. **Escala de massa aceitável.**

   Partículas muito leves, conhecidas como *Hot Dark Matter*(HDM), como os neutrinos conhecidos, não podem ser candidatos à Matéria Escura, uma vez que elas destroem a formação de estruturas em pequenas escalas, o que contradiz os dados experimentais, como formação de estruturas do tamanho da escala galática. Para não violar esta restrição, é necessário que a partícula em questão tenha massa da ordem de keV(quando é classificada como Warm Dark Matter) ou maior(o que a classifica como Cold Dark Matter, que é considerado o tipo de candidato mais aceitável no momento). Neutrinos keV, assim, estão

[4] Por exemplo, o decaimento $N_{iL} \to \nu_{iL} + \nu_{eL} + \bar{N}_{eL}(i = \mu, \tau)$, intermediado pelo bóson V_L^0.

em uma escala de massa compatível com restrições dadas por formação de estruturas.

Embora interessantes, tais partículas precisam satisfazer restrições cosmológicas mais específicas, de modo a serem candidatos viáveis a resolução dos problemas a que se propõem. É o que se fará no próximo capítulo.

Capítulo 5

Limites Cosmológicos a Neutrinos keV

O objetivo deste capítulo é estabelecer, de forma quantitativa, a íntima relação entre as propriedades do modelo 3L3R e suas implicações cosmológicas. Como boa parte das propriedades do setor de interesse do 3L3R são semelhantes às presentes no 3-3-1RH, muitos dos resultados do capítulo 2 serão aqui reutilizados.

Em particular, deseja-se esclarecer se o neutrino N_{aL} mais leve pode ser um bom candidato à matéria escura. Em uma primeira análise, foi listado no último capítulo a possibilidade deste constituir ao menos parte da matéria escura, pois apresenta estabilidade, neutralidade, correta escala de massas e suas baixas interações com a matéria são consistentes com a observação do *Bullet Cluster*.

Uma vez identificado o candidato dentro do modelo, procuramos que tipos de limites a cosmologia pode impor a ele. Para neutrinos keV, buscou-se o estabelecimento de 3 tipos de restrições:

- Decaimento de neutrinos em raio-X.
- Número efetivo de espécies de neutrinos, N_{eff}.
- Cálculo de abundância.

Nas seções abaixo, procederemos à análise de cada uma destas restrições, e os resultados obtidos para cada uma delas.

5.1 Decaimento em Raio-X

Um requerimento bastante forte para neutrinos keV como candidatos à DM refere-se aos seus decaimentos. A exigência de estabilidade da Matéria Escura impõem que todos os candidatos a este tipo de matéria devem ou ser estáveis, ou possuir uma vida média comparável à idade do Universo. Dos possíveis decaimentos de neutrinos keV, dois se destacam:

1. Seu decaimento em 3 neutrinos ativos, $X \to 3\nu$, via corrente neutra ao nível de loop. Porém, tal decaimento é de pouca utilidade, uma vez que os produtos de tal decaimento não são visíveis com os detectores de neutrinos atuais.

2. Seu decaimento em raios-x, através de processos a nível de loop, que ligam estes neutrinos aos ativos, $X \to \nu + \gamma$. Por se tratar em um decaimento em dois corpos, a energia das partículas resultantes é basicamente fixa, e o fóton resultante sai com energia $E_\gamma = m_X/2$. Para neutrinos de massa keV, isso implica que os fótons em questão possuem frequência na faixa do Raio-X. Tal decaimento é mostrado na figura (5.1).

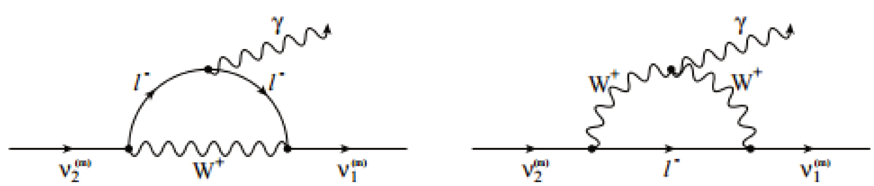

Fig. 12. Radiative decay of sterile neutrinos, $\nu_2^{(m)} \to \gamma\nu_1^{(m)}$. The X-rays produced by these decays can be detected by the X-ray telescopes, such as *Chandra*, *Suzaku*, *XMM-Newton*, and the future *Constellation-X*.

Figura 5.1: Decaimento via loop de $N \to \nu + \gamma$. Figura retirada de *Sterile Neutrinos: The Dark side of the light fermions*, de A. Kusenko[37].

A pergunta que se faz é: Como tal decaimento restringe os neutrinos estéreis presentes no modelo 3L3R? Visto que tal decaimento é bastante geral para estes tipos de partículas, tal restrição se torna vital.

Para responder à questão, convém lembrar a estrutura em tripletos dos léptons do modelo - equação (4.4)- além de suas interações, com a introdução da derivada covariante, eqs (4.13), (2.26), (2.27). No caso do 3L3R, é possível verificar que o bóson que conecta N_{aL} e l_a é o bóson $U^{\pm}$. Por outro lado, ν_{aL} e l_a estão conectados por $W^{\pm}$. Como não há mistura entre $W^{\pm}$ e $U^{\pm}$(ambos são autoestados de sabor e massa), isso significa que o vértice mostrado em (5.1) não existe no modelo 3L3R. Com isso, tal decaimento está efetivamente proibido, e a ausência de detecções de linhas de raio-x no céu poderiam, assim, ser explicados.

Recentemente, em fevereiro de 2014, foi reportado a detecção de uma fraca linha de raio-X[39], de 3.6 keV, pelo experimento *XMM-Newton*[40]. Ainda são necessárias novas observações, mas tal medida é compatível com o decaimento de um neutrino estéril de massa $m_N \approx 7keV$.

Se confirmada, tal medida colocaria problemas ao 3L3R. Com o decaimento dos neutrinos estéreis do modelo proibidos, outras partículas em seu espectro teriam que ser procuradas, com a taxa de decaimento e energia corretas.

5.2 Número Efetivo de Espécies de Neutrinos

Outra quantidade que é comumente usada para dar limites a nova física está relacionada ao número de graus de liberdade relativísticos, presentes no início do Universo. Tal grandeza afeta a evolução do Universo em sua época inicial, alterando o valor de observáveis cosmológicos.

As épocas de interesse para o trabalho ocorrem quando o Universo é dominado por radiação, e, por isso, tal componente acaba determinando a sua taxa de expansão, expansão essa que tem impacto sobre diferentes observáveis cosmológicos. Em particular, resolvendo-se as equações de Friedmann, a densidade de energia de radiação é dada por:

$$\rho_R = g_* \frac{\pi^2}{30} T^4, \qquad\qquad H(T) = \sqrt{\frac{4\pi^3 G}{45} g_*} T^2. \tag{5.1}$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble, que determina a taxa de expansão do Universo, e g_* é o número de graus de liberdade relativísticos (que influenciam ρ_R).

Recorrendo-se à expressão para densidade de energia de partículas relativísticas(radiação)

ρ_R, na eq. (5.1), a densidade de energia da radiação, logo após a aniquilação elétron-pósitron, é dada por:

$$\rho_R = \rho_\gamma + 3\rho_\nu = \rho_\gamma \left[1 + \frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} 3\right]. \tag{5.2}$$

Onde o termo $(4/11)^{4/3} = (T_\nu/T)^4$, está relacionado à temperatura dos neutrinos em relação a temperatura dos fótons.

Suponha-se agora, que novas partículas, não previstas pelo SM, existam, e que estas sejam relativísticas na época em que a equação (5.2) se aplica. Isso alterará a densidade de energia, e logo a forma da equação dada acima. Denotemos por $\rho_R^{'}$ esta nova densidade. Desvios de física padrão, que contribuam para a taxa de expansão, serão então codificados no chamado *Número Efetivo de Espécies de Neutrinos*, N_{eff}:

$$\rho_R^{'} = \rho_\gamma + 3\rho_\nu + \sum_{i,boson} \rho_i + \sum_{j,fermion} \rho_J = \rho_\gamma \left[1 + \frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} N_{eff}\right]. \tag{5.3}$$

Usando-se todas as relações entre (3.9) e (3.12), obtém-se a forma explícita de N_{eff}, dada por:

$$\boxed{N_{eff} = 3 + \sum_{\text{boson},i} \frac{g_{bi}}{g_\gamma}\left(\frac{8}{7}\right)\left(\frac{11}{4}\right)^{4/3}\left(\frac{T_{bi}}{T}\right)^4 + \sum_{\text{fermion},j} \frac{g_{fj}}{g_\gamma}\left(\frac{11}{4}\right)^{4/3}\left(\frac{T_{fj}}{T}\right)^4}. \tag{5.4}$$

Logo, novos neutrinos no Universo podem dar, em princípio, uma contribuição à densidade de energia, modificando o parâmetro fenomenológico N_{eff}[1]. Dentro do 3L3R, existem 12 neutrinos[2]. Qualquer mudança em N_{eff} afetará ρ_R, pela equação (5.3), o que por sua vez alterará a taxá de expansão, devido à equação (5.1).

[1]É comum se reescrever $N_{eff} = 3 + \Delta N_{eff}$, onde ΔN_{eff} representa o desvio em relação ao número de neutrinos conhecidos.

[2]Sem neutrinos adicionais, $N_{eff} = 3.046$.Tal valor decorre do fato de que nem todos os neutrinos desacoplam ao mesmo tempo, implicando que eles não possuam um espectro realmente térmico. Neutrinos que desacoplam mais tarde são aquecidos pela aniquilação e, e^+, e ficam levemente mais energéticos que os demais, aumentando ρ_R. Isso é equivalente a aumentar o valor de N de 3 para 3.046.

Algumas considerações merecem ser feitas em relação à expressão (5.3): Primeiro, é relevante mencionar que uma medida deste parâmetro nada mais é que, em última instância, medir a densidade de energia do Universo em épocas próximas à aniquilação elétron-pósitron. Isso torna esta grandeza independente de modelos de partículas específicos, ou seja, todos eles devem, de uma forma ou de outra, satisfazer esta restrição.

Outro fato a ser notado é que, apesar do nome, N_{eff} não está necessariamente relacionado a novos neutrinos. Qualquer bóson ou férmion relativístico adicional pode dar contribuições a essa quantidade, como pode ser visto na equação (5.4). Em um sentido estrito, N_{eff} tenta quantificar os efeitos de novas partículas na densidade de energia em termos de um efeito equivalente que novos neutrinos, com temperatura padrão, gerariam na mesma. Por isso, N_{eff} pode ser um número fracionário, a depender da temperatura da partícula, ou do fato dela seguir um espectro essencialmente térmico ou não.

Mudanças na taxa de expansão afetam observáveis cosmológicos. Um observável importante é a chamada fração de massa de Hélio(Y_P), que é a quantidade de Hélio produzidos primordialmente em relação ao número de bárions. Está é uma quantidade prevista por Nucleossíntese Primordial, e é uma das grandezas mais robustas previstas pelo modelo cosmológico Padrão. Neste Modelo, o ΛCDM, $Y_P \approx 0.25$.

Experimentalmente: $Y_p = 0.2465 \pm 0.0097$[34], e pode-se deduzir que:

$$\Delta g_* = \frac{7}{4}\Delta N_{eff}, \tag{5.5}$$

$$\Delta Y_P = 0.013\Delta N_{eff}. \tag{5.6}$$

Uma espécie de neutrinos adicional, $\Delta N_{eff} = 1$, já está excluída em mais de 1σ pelos dados experimentais de Y_P. Os dados mais recentes do PDG, usando dados de Nucleossíntese primordial e da Radiação Cósmica de Fundo, indicam um valor para N_{eff} de[41]:

$$N_{eff} = 3.28 \pm 0.28. \tag{5.7}$$

1 neutrino adicional($N_{eff} = 4.046$) está excluído com $99.3\% C.L.(2.7\sigma)$.

A pergunta que se faz, então, é como as 12 espécies de neutrinos podem ser compatíveis com este resultado. Ou seja, como todas estas partículas adicionais podem dar contribuições apenas marginais, fracionárias, à N_{eff}, tornando o 3L3R consistente com os dados experimentais?

É o que se busca responder a seguir.

5.2.1 Cálculo de N_{eff} no modelo 3L3R

Como visto na seção precedente, um número inteiro de ΔN_{eff} já está excluído em mais de 99%, e os neutrinos adicionais existentes no modelo 3L3R certamente afetarão essa quantidade. O que se segue é o resultado quantitativo de tal impacto.

Para começo de análise, é necessário dizer que os 6 neutrinos right-handed(ν_{aR}, N_{aR}) estão imunes do parâmetro N_{eff}, pois, com sua massa da ordem de $10^{11} GeV$, são certamente não-relativísticos na época em que (5.3) se aplica. Não contribuem, assim, para a densidade de radiação.

Desta feita, apenas os 6 neutrinos restantes devem ser considerados. Destes, 3 são os ativos, conhecidos, e apenas os 3 neutrinos N_{aL} contribuem para ΔN_{eff}, pois sua massa, da ordem de dezenas de keV, os tornam relativísticos na época de interesse.

Existem, a rigor, duas maneiras de se reduzir a contribuição destes neutrinos, e manter o modelo dentro dos parâmetros experimentais aceitáveis:

1. **Distribuição não-térmica:** A densidade de energia de uma partícula qualquer é dada por $\rho_i = g_i \int f_i(p, T_i) E_i(p) d^3p/(2\pi^3)$, onde $f_i(p, T_i)$ é a função de distribuição que o tipo de partícula segue (Fermi-Dirac ou Bose-Einstein). O tipo de partícula seguirá tais funções, sendo férmiônica ou bosônica respectivamente, caso esteja em completo equilíbrio térmico com o meio. Neste caso, sua contribuição à N_{eff} é proporcional a um número inteiro.

   Porém, caso a partícula não possua uma distribuição de Fermi-Dirac/Bose-Einstein termalizada, suas contribuições à ρ_R não são equivalentes às partículas que seguem um espectro térmico. Isso acarreta uma contribuição fracionária à

N_{eff}. O melhor exemplo é o valor de $N_{eff} = 3.046$ no SM, devido a distorções não-térmicas no espectro devido a um desacoplamento não-instantâneo dos neutrinos ativos.

Equivalentemente, valores pequenos da densidade volumétrica da partícula, $n_i = \int f_i(p,t) d^3p/(2\pi)^3$ também reduzem à contribuição à ρ_R, e também a N_{eff}.

2. **Assimetria de Temperatura entre a partícula e os fótons:** Como observado na equação (5.4), N_{eff} envolve uma razão entre a temperatura da partícula em questão e a temperatura dos fótons. Se o modelo implicar que a temperatura dos fótons é maior que a das partículas em questão, contribuições fracionárias surgirão.

A alternativa 1 foi usada, por exemplo, no Modelo que F. Bezrukov e colaboradores propuseram[42], onde neutrinos keV surgem de maneira natural em um modelo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. Neste caso, os neutrinos não entram em equilíbrio térmico com o meio, interagindo um com o outro somente via oscilações. Dessa forma há uma distorção na distribuição neutrínica que suprime a contribuição à N_{eff} para valores irrisórios.

Porém, tal possibilidade é impossível no 3L3R, uma vez que os neutrinos estéreis do modelo interagem com partículas do SM via bósons de gauge que, como visto, estão na escala TeV. Dessa forma, nas escalas de temperatura TeV ou maiores, estes bósons estão em equilíbrio térmico com os elétrons e fótons e, por consequência, também estão os neutrinos estéreis que com os bósons interagem.

Não vemos, a princípio, nenhuma razão para supor que os neutrinos N_{aL} não terão uma distribuição de fermi-dirac termalizada.

A alternativa 2, porém, é mais interessante, e viável tendo em vista as características do modelo. As interações mais baixas dos neutrinos estéreis, devido à escala de massa de seus bósons mediadores, acarreta que esses desacoplem mais cedo na história do Universo. Isso ocorre antes que muitas das partículas do SM tenham se tornado não-relativísticas e aniquilado, aquecendo os fótons. Com isso, espera-se que a temperatura dos neutrinos keV seja de fato menor que a dos fótons, o que dilui sua contribuição à N_{eff}.

É este o caminho que procuraremos a seguir.

5.2.1.1 Temperatura de Desacoplamento de N_{aL}

Para se determinar a Temperatura de Desacoplamento para os neutrinos estéreis, procedimento análogo ao da seção 3.3 é adotado. Porém, um fato importante deve ser levado em conta: Os neutrinos N_{aL} não interagem via os bósons de gauge do SM, $W^{\pm}, Z$, mas sim via novos bósons, $U^{\pm}, (V^0)^*$ e Z'. Todos estes, como mostrado no capítulo 2, tem massas determinadas principalmente pelo valor de ν_χ, que assume-se ser da ordem de TeV.

A constante de Fermi, associada à intensidade das interações fracas, é definida em termos da massa do bóson W[43]:

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{g}{M_W c^2}\right)^2 (\hbar c)^3. \tag{5.8}$$

Assim, definir-se-á uma constante de acoplamento análoga, denotada G_F', para reações que envolvam N_L e léptons carregados, escrita em termos da massa do bóson intermediador U:

$$G_F' = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{g}{M_U c^2}\right)^2 (\hbar c)^3 = \left(\frac{M_W}{M_U}\right)^2 G_F. \tag{5.9}$$

Como a $M_U >> M_W$, espera-se que G_F' seja pequeno, o que reduz Γ_{N_L} e aumenta $T_{N_L D}$. Refazendo o procedimento da seção 3.3 para esta constante modificada, deduz-se que:

$$\boxed{T_{N_L D} = \left(\frac{M_U}{M_W}\right)^{4/3} g_*^{1/6}}. \tag{5.10}$$

Este é o resultado analítico para a temperatura de desacoplamento aproximada para os neutrinos estéreis. Como pode-se perceber, este resultado é modificado em relação ao obtido para neutrinos ativos, ν_L, dada na equação (3.19), dependendo fortemente da razão M_U/M_W.

Até o momento, os dados experimentais do LHC apenas restringem a massa de Z', com o limite inferior de $M_{Z'} > 2.2$ TeV[44]. Sabendo-se que $M_Z \approx 90$ GeV, pode-se usar o gráfico (2.2), de razão entre a massa de Z' e Z, para se determinar o valor de ν_χ.[3] Com base neste gráfico, chega-se a:

$$M_{Z'} = 2.2\text{TeV} \Longrightarrow \nu_\chi = 6.150\text{TeV}. \tag{5.11}$$

Como a massa do bóson W é conhecida, a expressão (2.31), que dá a massa dos bósons mediadores, implica:

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{4} g^2 \nu_W^2 = 80\text{GeV} \Rightarrow g = 0.65, \qquad (5.12)\\ M_U^2 &= \frac{1}{4} g^2 \left(\nu_\rho^2 + \nu_\chi^2\right) \Longrightarrow M_U \approx 2\text{TeV}, \qquad (5.13)\end{aligned}$$

onde usou-se na primeira linha $\nu_W = 246$ GeV, e na segunda os valores $g = 0.65$, $\nu_\rho = 145.5$ GeV (obtido no capítulo 2) e $\nu_\chi = 6.15$ TeV. Com isso, obtém-se o valor experimental mínimo da razão M_U/M_W:

$$\frac{M_U}{M_W} > 24.79. \tag{5.14}$$

$T_{N_L D}$ é fortemente dependente desta razão, e fracamente dependente do número de graus de liberdade g_*. O gráfico (5.2) dá o valor da razão M_U/M_W em função de ν_χ.

Supondo-se um intervalo de $M_U \in [25, 40] M_W$, e $g_* = 16$, chega-se à:[4]

---

[3] É necessário frisar que, para as interações dos neutrinos estéreis N_L, usar-se-ão apenas os dados conhecidos dos bósons associados ao grupo $SU(3)_L$, que são exatamente aqueles apresentados para o modelo 3-3-1RH, no capítulo 2.

[4] Este valor de g_* decorre de assumirmos que, nesta época, apenas os fótons, neutrinos(ativos e estéreis) e elétrons são plenamente relativísticos. Segue da equação (3.14) que:

$$g_* = \underbrace{2}_{\gamma} + \frac{7}{8}(\underbrace{2.2}_{e,e^+} + \underbrace{3.2}_{\nu_L,\bar{\nu}_L} + \underbrace{3.2}_{N_L,\bar{N}_L}) = 16. \tag{5.15}$$

Valores maiores de g_* afetam fracamente o valor de T_D, e não alteram significativamente nossas conclusões. Por isso não nos preocupamos em uma análise caso a caso para nossos resultados numéricos.

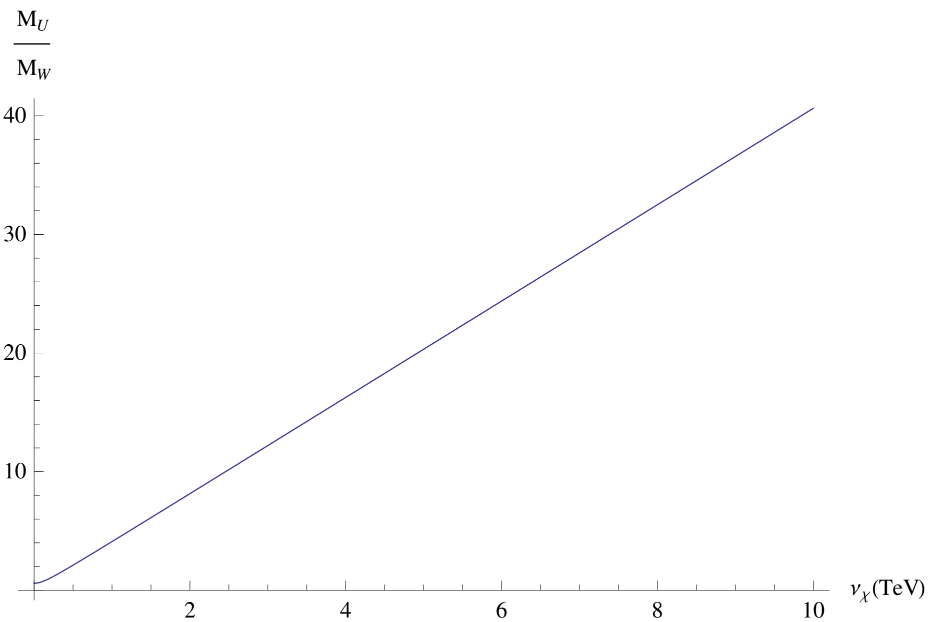

Figura 5.2: Gráfico da razão M_U/M_W em relação ao valor do VEV ν_χ.

$$T_{N_LD} \in [116, 217] MeV. \tag{5.16}$$

Este resultado é central para o cálculo de N_{eff}. Ele nos informa que a temperatura de desacoplamento dos neutrinos estéreis certamente está acima da massa do múon, ou seja, antes de ocorrer a aniquilação μ, μ^+ e, a depender da massa de U, está acima inclusive temperatura na qual ocorre a hadronização (200 MeV).

O gráfico da figura (5.3) mostra a evolução de T_D em função de ν_χ, devido à equação (5.10), comparando-o com as temperaturas de aniquilação de múons (roxo), píons (bege) e da hadronização (verde).

Mostramos na figura (5.4), para fins ilustrativos, o mesmo gráfico, porém com g_* variando. Percebe-se a fraca dependência de T_{N_LD} com g_*. Para $g_* \in [10.75, 62]$, $T_{N_LD} \in [108.5, 145.3]$ MeV para $\nu_\chi = 6.15$ TeV(menor valor permitido experimentalmente), e $T_{N_LD} \in [207.5, 277.7]$ MeV para $\nu_\chi = 10$ TeV(maior valor considerado). Este alcance de valores não altera nenhuma das conclusões.

Na seção seguinte, faremos o cálculo da temperatura dos neutrinos estéreis, em relação aos fótons, determinando assim o valor de N_{eff} para diversos casos.

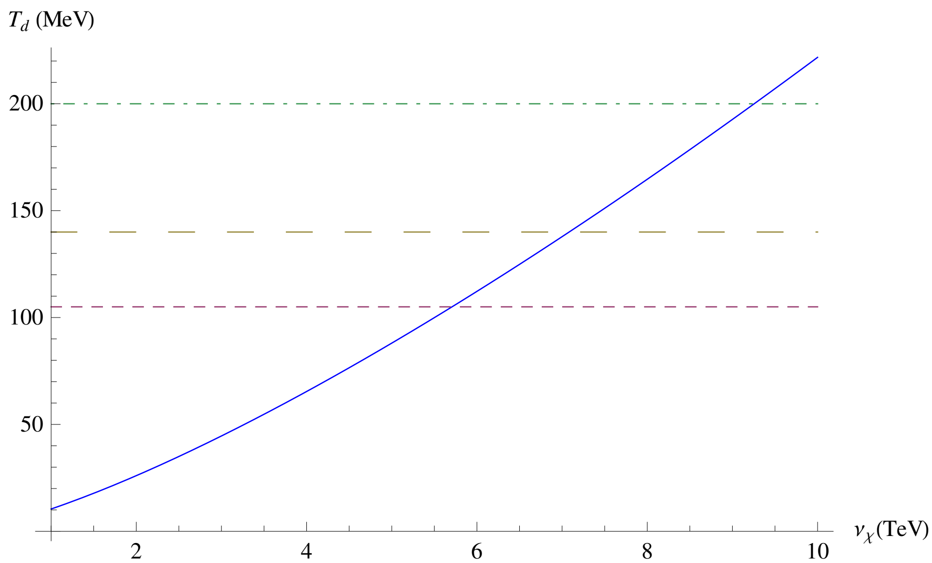

Figura 5.3: Gráfico do valor de $T_{N_L D}$ em função de ν_χ(linha azul). As linhas horizontais demarcam as massas do múon(tracejada, roxa), do píon carregado(longa tracejada, bege) e à temperatura da hadronização em 200 MeV(tracejada pontilhada, verde). A depender se o desacoplamento ocorre entre cada uma dessas linhas, a temperatura de $T_{N_{aL}}$ sofrerá mudanças em relação à temperatura fotônica.

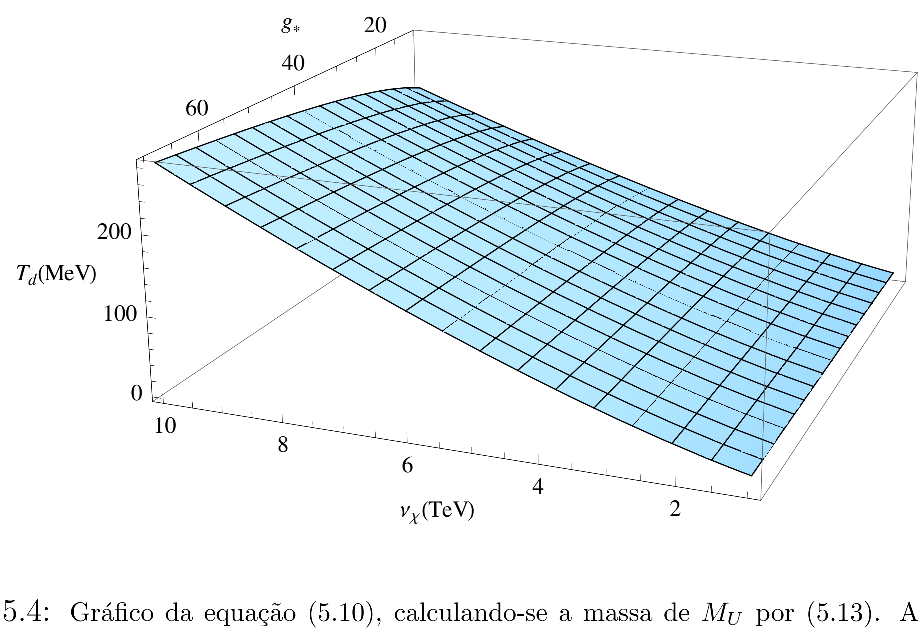

Figura 5.4: Gráfico da equação (5.10), calculando-se a massa de M_U por (5.13). A fraca dependência de g_* permite adotarmos um valor constante de $g_* = 16$ para determinação de $T_{N_L D}$. Este valor é fisicamente coerente com os tipos de partículas que, espera-se, sejam relativísticas nessa época(ver nota de rodapé 4).

5.2.1.2 Determinação Numérica de ΔN_{eff} devido a N_{aL}

Baseado nos resultados da temperatura de desacoplamento para N_{aL}, (5.16), trabalharemos aqui com três cenários distintos:

1. Quando os neutrinos estéreis se desacoplam antes da aniquilação μ, μ^+, mas depois da aniquilação dos píons: $105MeV < T_{N_L D} < 140MeV$.

2. Quando se desacoplam antes da aniquilação dos píons, mas depois da hadronização: $140MeV < T_{N_L D} < 200MeV$.

3. Quando o desacoplamento deles ocorre antes da Hadronização, mas mantendo-se dentro dos limites propostos em (5.16): $200MeV < T_{N_L D} < 217MeV$.

Os três casos serão variações de um mesmo resultado, mostrado agora. Este cálculo baseia-se no procedimento adotado na seção (3.4).

Inicialmente, considera-se que N_{aL} desacoplaram em uma dada temperatura, com os graus de liberdade entrópicos são dados por g_{si}. Passado esse período, considera-se que, até o desacoplamento dos neutrinos ativos, nenhuma partícula se desacoplou, e todas as que se tornaram não-relativísticas(como múons, mésons, bárions, etc) se aniquilaram quase completamente e aqueceram o plasma. Pouco antes do desacoplamento dos neutrinos ativos, os graus de liberdade entrópicos, g_{sf}, são dados por:

$$g_{sf} = \underbrace{2}_{\gamma} + \frac{7}{8}(\underbrace{2.2}_{e,e^+} + \underbrace{3.2}_{\nu_L, \bar{\nu}_L}) = 10.75. \tag{5.17}$$

Usando-se a relação (3.21), chega-se a:

$$g_{si} T_{N_L}^3 = 10.75 T_\nu^3 \Rightarrow \frac{T_{N_L}}{T_\nu} = \left(\frac{10.75}{g_{si}} \right)^{1/3}. \tag{5.18}$$

Logo, utilizando a razão entre T_ν e T_γ, (3.26), tem-se,

$$\frac{T_{N_L}}{T} = \left(\frac{4}{11} \frac{10.75}{g_{si}} \right)^{1/3}. \tag{5.19}$$

Por fim, substituindo este resultado na expressão (5.3), mostra-se a seguinte relação:

$$\boxed{\Delta N_{eff} = \left(\frac{10.75}{g_{si}}\right)^{4/3} \text{(Por espécie de neutrino estéril).}} \tag{5.20}$$

Para fins de cálculo de abundância, na próxima seção, também interessa-nos o cálculo da densidade de neutrinos estéreis, n_{N_L}, em relação aos neutrinos ativos, n_ν. Uma vez calculada a razão T_{NL}/T_ν e utilizando-se a relação (5.18) e (3.5), chega-se à proporção da densidade de neutrinos estéreis, em relação ao de neutrinos ativos:

$$\boxed{\frac{n_{N_L}}{n_\nu} = \left(\frac{T_{N_L}}{T_\nu}\right)^3 = \left(\frac{10.75}{g_{si}}\right)}. \tag{5.21}$$

Basta, então, calcular os graus de liberdade entrópicos em uma dada temperatura de desacoplamento, para se obter N_{eff} e n_{N_L}. Isso é feito abaixo[5].

Antes, é importante comentar que os valores de g_s mencionados são, em grande parte, iguais aos de g_* descritos no gráfico (3.4). Neste gráfico, esta variável cresce de forma contínua com a temperatura. Porém em nossas análises, adotamos uma aproximação de aniquilação instantânea das partículas. Assim g_s é descontínua, assumindo valores constantes para certos intervalos de temperatura, e crescendo descontinuamente para novos valores quando novas épocas de aniquilação são transicionadas.

Portanto, é necessário estar ciente de que não foi feita a análise mais rigorosa, baseada no crescimento real de g_s com a temperatura. Mas acreditamos que tal aproximação é, em grande parte, válida, e permite com boa precisão a obtenção de resultados confiáveis.

Explicitamos, assim, todas as aproximações usadas nos cálculos acima, que serão reutilizados abaixo:

1. Em todos as situações analisadas, considerou-se um regime de desacoplamento instantâneo dos neutrinos estéreis e ativos.

[5] Em todos os casos, os valores apresentados referem-se à contribuição por sabor dos neutrinos/anti-neutrinos estéreis combinados.

2. Em cada transição, no qual $T = m_i$, todas as partículas pertencentes ao i-ésimo tipo de partícula tornam-se não-relativísticas e aniquilam-se instantaneamente[6].

3. Todas as aniquilações listadas liberam no meio apenas partículas que se encontram acopladas com o mesmo. Neste limite, neutrinos estéreis não são produzidos pelas sucessivas aniquilações[7].

Mencionadas as nossas aproximações, procede-se ao cálculo para os casos supracitados.

Caso 1: $105MeV < T_{N_L D} < 140MeV$

Supondo que os neutrinos estéreis desacoplem quando a temperatura está entre a massa do múon e a massa dos píons, tem-se que as partículas relativísticas em interação são os fótons, múons e anti-múons, elétrons, pósitrons e neutrinos ativos. Por (5.10) e (5.13), isso pode ser obtido se $\nu_\chi = 5.7$ TeV e $M_U/M_W = 23.2$.

Antes da aniquilação, tem-se:

$$g_s = \underbrace{2}_{\gamma} + \frac{7}{8}(\underbrace{2.2}_{e,e^+} + \underbrace{2.2}_{\mu,\mu^+} + \underbrace{3.2}_{\nu_L,\bar{\nu}_L}) = 14.25. \tag{5.22}$$

Usando-se (5.20) e (5.21) chega-se para este caso:

$$\Delta N_{eff} = 0.69 \qquad n_{N_L} = 0.75 n_\nu. \tag{5.23}$$

Este valor para ΔN_{eff} está acima do limite de 1 sigma fornecido pelos dados experimentais (0.56). Isso denota forte tensão a esses neutrinos.

Em vista do valor conhecido para densidade de neutrinos, tem-se $n_{N_L} = 84$ cm^{-3}.

[6] O PDG[34], em seu artigo de referência sobre o assunto[38], adota procedimento similar no cálculo de g_*, que é igual à g_s quando $T_i = T$. Desta forma, nos 3 casos, adotaremos a aproximação de que os graus de liberdade que ainda não se aniquilaram são relativísticos.

[7] Tal aproximação é comumente usada, por exemplo, na aniquilação e, e^+, onde considera-se que todas as partículas produzidas nesta aniquilação são fótons. Embora neutrinos também sejam produzidos, sua fração em relação aos fótons é muito baixa.

Caso 2: $140MeV < T_{N_LD} < 200MeV$

Nesta faixa de temperaturas, píons se aniquilam depois do desacoplamento de N_{aL}. Por (5.10) e (5.13), o desacoplamento pode ocorrer nesta faixa de temperatura se $\nu_\chi = 7.08$ TeV e $M_U/M_W = 28.76$. Considerando os graus de liberdade entrópicos como os mesmos do caso anterior, somados aos 3 píons $(\pi^\pm, \pi^0)$ conhecidos, tem-se:

$$g_s = \underbrace{2}_{\gamma} + \underbrace{3}_{\pi} + \frac{7}{8}(\underbrace{2.2}_{e,e^+} + \underbrace{2.2}_{\mu,\mu^+} + \underbrace{3.2}_{\nu_L,\bar{\nu}_L}) = 17.25. \tag{5.24}$$

Repetindo-se o procedimento do caso 1, chega-se a:

$$\Delta N_{eff} = 0.53 \qquad n_{N_L} = 0.62 n_\nu. \tag{5.25}$$

Este valor de ΔN_{eff} está muito próximo ao limite de 1 sigma fornecido pelos dados experimentais.

Numericamente, a densidade de neutrinos estéreis é de ≈ 70 cm^{-3}.

Caso 3: $200MeV < T_{N_LD} < 217MeV$

Nesta faixa de energia, antes da hadronização, os quarks e glúons estão livres. Quarks mais pesados que esta temperatura já se aniquilaram, e, por isso, dão contribuição adicional apenas: 3 sabores de quarks (up,down,strange) e seus graus de liberdade de cor; assim como 8 glúons.

O desacoplamento ocorrerá acima de 200 MeV se $\nu_\chi = 9.25$ TeV e $M_U/M_W = 37.6$.

Repetindo o procedimento dos casos 1 e 2, calcula-se g_s,

$$g_s = \underbrace{2}_{\gamma} + \underbrace{8}_{\text{glúons}} + \frac{7}{8}(\underbrace{2.2}_{e,e^+} + \underbrace{2.2}_{\mu,\mu^+} + \underbrace{3.2}_{\nu_L,\bar{\nu}_L} + \underbrace{3.3.2.2}_{u,\bar{u},d,\bar{d},s,\bar{s}}) = 61.75. \tag{5.26}$$

Isso resulta nos seguintes valores de ΔN_{eff} e n_{N_L}:

$$\Delta N_{eff} = 0.097 \qquad n_{N_L} = 0.17 n_\nu. \tag{5.27}$$

O valor de ΔN_{eff} está confortavelmente dentro dos limites experimentais, e admite 3 famílias de neutrinos estéreis.

O resultado numérico para densidade é $n_{N_L} = 19\ \text{cm}^{-3}$.

O gráfico (5.5) sistematiza nossos resultados para ΔN_{eff} e n_{N_L}.

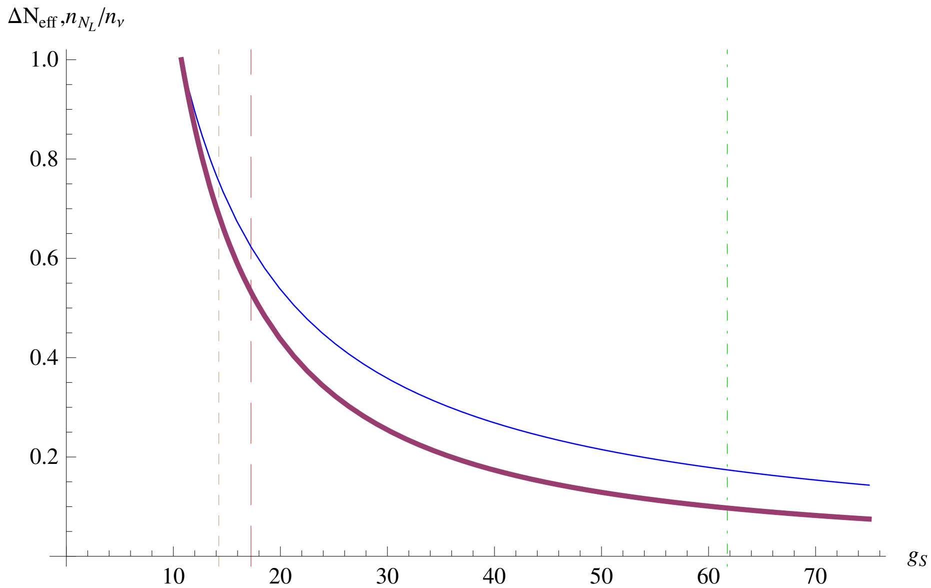

Figura 5.5: Gráfico de n_{N_L}/n_ν(azul, linha fina) e ΔN_{eff}(roxo, linha densa) em função de g_s. Também são mostrados os valores de g_s para os 3 casos trabalhados: Caso 1(tracejada, laranja), caso 2(longa tracejada, vermelha) e caso 3(tracejada pontilhada, verde).

Alguns comentários são necessários, tendo-se em vista os resultados acima.

1. Tanto os casos 1 e 2 estão em forte tensão com os valores de experimentais de $N_{eff} = 3.28 \pm 0.28$. O modelo não está excluído, mas admite apenas uma espécie extra de neutrino estéril para ser razoavelmente compatível com as restrições experimentais. Mesmo assim, extrapola-se o limite de 1 sigma no caso 1, e atinge-se exatamente este limite no caso 2.

2. O caso 3, por outro lado, encontra-se dentro dos limites experimentais. Ele admite tranquilamente 3 espécies de neutrinos estéreis e mantém-se dentro do valor experimental de ΔN_{eff}.

Isso finaliza a análise para o parâmetro ΔN_{eff}. A seguir, analisamos a abundância de N_{aL}, comparando com o valor esperado para a densidade de energia na forma de matéria escura.

5.3 Abundância de N_{aL}

Por fim, precisa-se calcular a abundância dos neutrinos estéreis, e verificar se eles não fecham o Universo, dada sua grande massa. Hoje em dia, $T_{N_L} << m_{N_L}$, e estes neutrinos certamente são não-relativísticos. Nessas condições, sua densidade de energia é dada por:

$$\rho_{N_{aL}}(t_0) = n_{N_{aL}} m_{N_{aL}}. \tag{5.28}$$

Para fins de comparação com nossos resultados para abundância, da seção anterior, reescreveremos $n_{N_L} = \chi n_\nu$, onde χ é o fator de redução (ou dissipação) entre a densidade de neutrinos ativos e os estéreis.

Considerar-se-á que os neutrinos estéreis aqui estudados constituem uma fração $\xi \in [0,1]$ do total de matéria escura. A densidade de energia total na forma de neutrinos estéreis é a soma das densidades de energia de cada tipo deles. Logo:[8]

$$\Omega_{N_{aL}} = \frac{\sum_{a=e,\mu\tau} n_{N_{aL}} m_{N_{aL}}}{\rho_{cr}} = \xi \Omega_{DM} h^2, \tag{5.30}$$

ρ_{cr} é a densidade de energia crítica, Ω_{DM} é a razão entre a densidade de energia da DM e a densidade crítica, e h é o chamado parâmetro de Hubble adimensional. Pelo PDG[34], $\Omega_{DM} h^2 = 0.111$ e $\rho_{cr} = 1.05375 \times 10^{-5} GeV/cm^3$ e $n_\nu = 112$ cm^{-3}. Considerando-se, por simplicidade, que todos os neutrinos estéreis possuem a mesma massa, tem-se $\sum_{a=e,\mu\tau} n_{N_{aL}} m_{N_{aL}} = n_{N_L} m_{N_L}$, decorre:

$$\frac{(\chi n_\nu) m_{N_L}}{\rho_{cr}} = 0.111\xi \Longrightarrow \frac{(\chi 112) m_{N_L}}{1.05375 \times 10^{-5}} \left(\frac{\text{keV}}{\text{GeV}} \right) = 0.111\xi.$$

[8] Procedimento análogo ao feito aqui foi usado para se colocar o primeiro limite cosmológico às massas dos neutrinos. Considerando que a densidade de energia dos neutrinos deve ser menor que a densidade de energia total do Universo, Gerstein e Zeldovich (1966), seguidos de Cowsik e McClelland (1977), chegaram ao seguinte resultado:

$$\sum_i m_{\nu i} \leq 94 h^2 \text{eV}. \tag{5.29}$$

Este é conhecido como o Limite de Gerstein-Zeldovich, ou, também, Limite de Cowsik-McClelland[45].

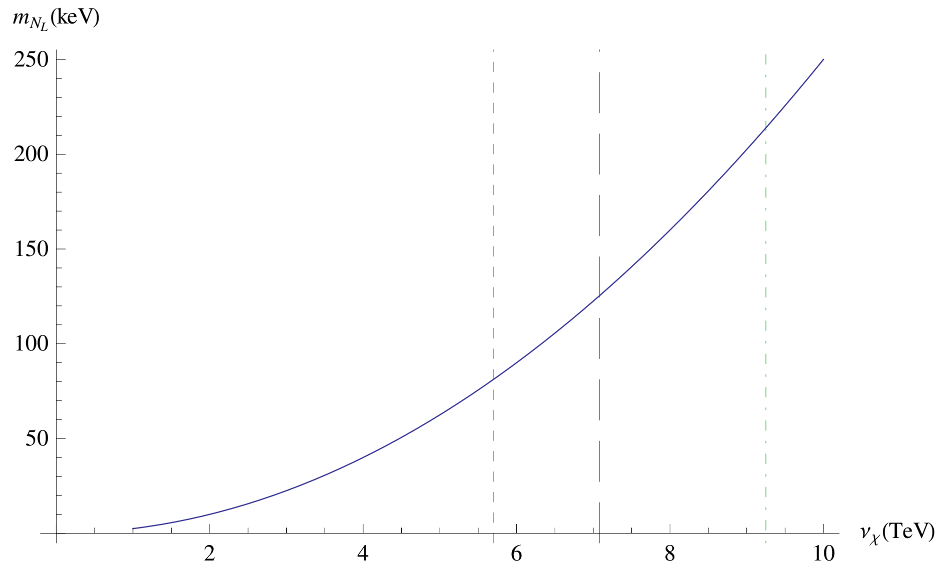

Figura 5.6: Gráfico da massa do neutrino estéril em função de ν_χ, para constantes de acoplamento unitárias entre N_L e o tripleto escalar χ_L. São mostradas as linhas verticais nas quais o valor de ν_χ faz a temperatura de desacoplamento ser igual a massa do múon (tracejada, laranja), píon carregado (longa tracejada, vermelha) ou à temperatura de Hadronização em 200 MeV (tracejada pontilhada, verde).

Finalmente, chega-se a:

$$\boxed{\frac{n_{N_L}}{n_\nu} \equiv \chi(m_{N_L}) = \frac{\xi \times 10^{-2}}{m_{N_L}}}. \tag{5.31}$$

Na equação acima, a massa é dada em keV. Esta massa é determinada pela expressão (4.26), e depende das constantes de acoplamento com o tripleto $\chi(g^D$ - termo de massa de Dirac - e g^M- termo de massa de Majorana) e do valor de $\nu_{\chi'_L} \equiv \nu_\chi$. Por simplicidade, fazemos as constantes $g^D = g^M = 1$. Na figura (5.6), mostramos um gráfico da massa de N_L em função de ν_χ, usando-se a equação (4.24):

A massa do neutrino nas temperaturas especificadas é: $m_1 = 81.225$ keV, $m_2 = 125.32$ keV e $m_3 = 213.9$ keV.

$M_{N_L} \in [1, 250]$ keV para nossos propósitos. O intervalo de massas estudado é importante, pela seguinte razão: Como mencionado, os neutrinos aqui considerados são *Warm Dark Matter* em virtude de sua escala de massa. Eles não podem ser muito leves, pois isso violaria formação de estruturas. Em particular, consideramos um valor mínimo de $m_{N_L} = 1keV$ para que os neutrinos em questão ainda sejam considerados WDM.

Nota-se que, quanto menor a massa, menor o fator de supressão χ necessário para que se chegue à abundância correta. Mas, dado o limite inferior imposto, chega-se à restrição $\chi/\xi \geq 10^{-2}$. Acredita-se que candidatos WDM não constituam 100% de Matéria escura, o que significa um $\xi < 1$. Isso exige valores ainda menores do fator de supressão χ. Tais considerações independem do valor das constantes de acoplamento g^D e g^M entre N_L e o tripleto escalar responsável por ν_χ.

Nada impede que os neutrinos estéreis aqui considerados fiquem muito pesados, saindo da faixa keV e tornando-se CDM. Tal situação teria, inclusive, suas vantagens, uma vez que, neste caso, o valor $\xi \approx 1$ é aceitável. Porém, valores cada vez menores de χ(i.e. menor quantidade de neutrinos estéreis) são necessários. E, como a escala de massa N_L depende de ν_χ, tal aumento da massa neutrínica implicaria em aumento da massa dos bósons U_L, V_L, etc, tornando-os muito pesados para detecção direta no LHC. Obviamente, não é mandatório que partículas novas no modelo sejam leves, mas sua atratividade do ponto de vista experimental fica reduzida.

Por outro lado, em (5.21) foi mostrado que a redução de n_{N_L} depende do número de graus de liberdade entrópicos relativísticos, g_s, de uma época pouco posterior ao desacoplamento dos neutrinos. Quanto maior T_{N_LD}, maior g_s e, logo, menor n_{N_L}. Os valores que obtivemos nos três casos ($\chi_1 = 0.75, \chi_2 = 0.62$ e $\chi_3 = 0.17$), ainda encontram-se ordens de grandeza acima do valor máximo, $\chi = 10^{-2}$, que este pode assumir.

Uma maneira de se amenizar este probema é aumentar T_{N_LD} via aumento de ν_χ(aumento da massa de bósons mediadores). Porém, tal estratégia é insuficiente para resolver o problema, pois g_s também tem um valor máximo, uma vez que o número de partículas no modelo é finito. De fato, independentemente do valor de ν_χ, o modelo prevê a existência de 9 quarks e (excluindo-se os neutrinos estéreis) 6 léptons, bem como 10 escalares e 17 bósons vetoriais no setor esquerdo[9]. Somando

[9]Obviamente, o setor direito dará contribuições à g_s. Mas uma vez que a escala de energia é tão díspare, consideramos que, seja qual for a temperatura de desacoplamento de N_L, esta deve estar

todos os graus de liberdade deste setor, chega-se à:

$$g_{s(\max)} = 162.25. \tag{5.32}$$

Aplicando este valor em (5.21), chega-se ao valor mínimo possível de densidade de neutrinos N_L, utilizando-se exclusivamente o mecanismo aqui proposto de diferença de temperatura:

$$\chi_{\min} = \frac{10.75}{162.25} = 0.0662. \tag{5.33}$$

Tal valor é ao menos 6 vezes maior que o maior valor permitido para χ via argumentos cosmológicos. Nota-se, também, que para que este valor mínimo fosse possível, o valor de ν_χ teria que ser altíssimo. Ao mesmo tempo, g^D e g^M teriam que ser muito pequenas para que $\chi \approx 10^{-2}$ experimental fosse possível para um ν_χ grande.

O que se conclui é que, apenas usando-se esse mecanismo, não há como os neutrinos do modelo terem a abundância correta de matéria escura. Sua energia é maior que a medida, e eles fechariam o universo.

Na figura (5.7) traça-se o gráfico da equação (5.31), bem como os valores obtidos para o fator de dissipação nos três casos, e o valor mínimo possível no 3L3R para χ.

5.4 Considerações Finais sobre os Limites Cosmológicos

Nas seções precedentes, foram analisados os limites impostos pela cosmologia aos neutrinos estéreis N_{aL}, presentes no modelo 3L3R. Estas partículas configuram-se, a princípio, como boas candidatas à matéria escura, e consequências cosmológicas foram então analisadas.

Como conclusões destas seções, apresentamos as seguintes:

abaixo da escala de massa das partículas right(em virtude dos valores aceitáveis para ν_{χ_L}). Seja como for, mesmo incluídas todas as partículas do setor direito, supondo que todas se aniquilassem e aquecessem o plasma, nossas conclusões não mudariam.

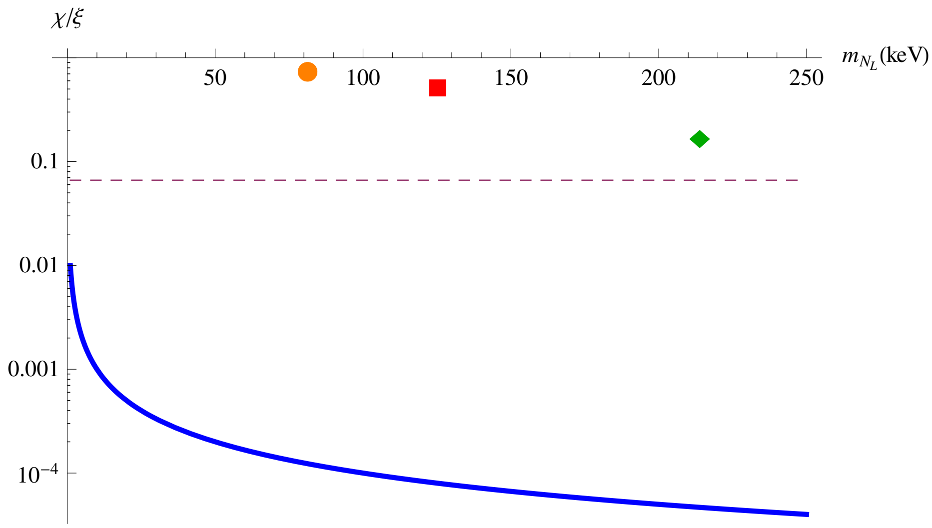

Figura 5.7: Gráfico do parâmetro de dissipação χ/ξ em função da massa do neutrino estéril N_L (curva azul densa). Também são mostrados pontos para os valores de χ/ξ obtidos na seção anterior para os 3 casos trabalhados (Caso 1: Círculo Laranja; Caso 2: Quadrado Vermelho; Caso 3: Losango Verde) nas temperaturas de transição previamente especificadas. O mecanismo proposto tem um limite inferior de dissipação, em virtude de haver um número finito de tipos de partículas e, logo, de g_s. Este limite inferior (que deve ser atingido para algum ν_χ não determinado) é mostrado na linha roxa tracejada, com $\chi = 0.06$. O gráfico deixa claro que não é possível, apenas usando este mecanismo, produzir a abundância de N_L compatível com a observada para DM.

- Não existem restrições sobre decaimento em raio-x para estes neutrinos. Embora previstos em muitos modelos de neutrinos estéreis, no 3L3R este decaimento é efetivamente proibido. Não existem, até o momento, confirmações de detecções de Raio-X originários de Matéria Escura. Porém a linha de Raio-X de 3.56 keV medida em [39], se confirmada por outros experimentos, poderia colocar dificuldades ao 3L3R. Ela teria que ser produzida por alguma outra partícula que não os N_{aL} dentro do modelo.

- O parâmetro N_{eff} foi calculado, e em todos os casos permaneceu em uma faixa compatível com dados experimentais. Porém, nos casos 1 e 2, existe uma tensão entre os valores calculados(ΔN^1_{eff}=0.69 e ΔN^2_{eff}=0.53, respectivamente), e os medidos ($\Delta N_{eff} = 0.28 \pm 0.28$). É permitido, nestes casos, apenas um neutrino(o mais leve) adicional, e estes casos possuem valores além ou muito próximos do limite de 1σ. Dois ou mais neutrinos estão excluídos em mais de 3σ. Nestes cenários, os neutrinos mais pesados precisam desaparecer do plasma, via decaimento para o mais leve.

Para o caso 3, os dados experimentais são consistente com o valor experimental ($\Delta N^3_{eff} = 0.09$ por espécie de neutrinos), e pode tranquilamente acomodar 3 espécies novas.

- O cálculo de abundância se revelou o maior obstáculo à consistência do modelo com os dados experimentais. Foi mostrado que, em virtude da grande massa dos neutrinos estéreis, seria necessário que sua densidade fosse pequena (centenas de vezes menor) se comparada a dos neutrinos ativos. Porém, os cálculos mostram que, na melhor das hipóteses, $n_{N_L} = 0.06 n_\nu$, enquanto o valor máximo permitido experimentalmente é $n_{N_L} = 0.01 n_\nu$. Usando-se apenas o mecanismo aqui proposto, não é possível alcançar a abundância observada experimentalmente.

Uma vez estabelecidas estas conclusões, mecanismos ou ideias alternativas podem ser pensadas, para que a abundância observada seja obtida. Uma ideia, usada em [42], é o chamado *decaimento fora do equilíbrio*[48]. Neste mecanismo, uma partícula massiva decai quando está desacoplada e fora de equilíbrio. No nosso caso, uma partícula massiva relativamente estável que esteja desacoplada muito cedo, poderia decair em neutrinos estéreis, produzindo a densidade desejada.

Tal possibilidade não foi calculada. A procura de um possível candidato, no 3L3R, que satisfaça estas condições, pode ser explorada futuramente.

As conclusões do capítulo são sistematizadas nas tabelas (5.1) e (5.2):

Restrição Cosmológica(teórica)	Cenários			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso Limite
Raio-X	OK	OK	OK	OK
ΔN_{eff}(por espécie)	0.69	0.53	0.09	0.027
n_{N_L}/n_ν(total)	0.75	0.62	0.17	0.06

Tabela 5.1: Tabela com as restrições cosmológicas analisadas, bem como os valores obtidos para os parâmetros calculados, ΔN_{eff} e $\chi \equiv n_{N_L}/n_\nu$, para os 3 casos enunciados. É importante notar que, nos casos 1 e 2, ΔN_{eff} está além, ou muito próximo, do limite de 1 sigma. Também é colocado na tabela o cenário limite, no qual N_L desacopla antes de todas as partículas do setor esquerdo. Os valores obtidos neste cenário, são os mínimos possíveis pelo modelo, usando-se apenas o mecanismo proposto.

Restrição Cosmológica (Experimental)	**Valor**
Raio-X	Sem detecção originária de DM confirmada.
ΔN_{eff}(por espécie)	0.28 ± 0.28
n_{N_L}/n_ν máximo(total)	10^{-2}

Tabela 5.2: Tabela com a restrição experimental numérica à ΔN_{eff} e ao valor máximo de χ na faixa de massas analisada. Não existe, ainda, nenhuma observação confirmada de linhas de raio-x originárias de matéria escura.

Capítulo 6

Conclusão

Este trabalho analisou a extensão $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ do modelo padrão, e suas implicações cosmológicas. Em particular, o modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita foi analisado no capítulo 2 em todos os seus setores. Os grandes trunfos dessa classe de modelos, a saber, a resolução do problema das gerações, e indicações à solução do problema da assimetria da massa dos quarks, foram tratados.

Mostrou-se que a solução destes problemas está relacionado ao cancelamento de anomalias quirais. Como tal cancelamento é uma condição de consistência do modelo, estes resultados que dela seguem são consequências diretas e essenciais dos modelos, e não meras hipóteses *ad hoc*.

Uma vez analisado o 3-3-1, procurou-se aplicá-lo a questões de cosmologia. Em particular, o problema da Matéria Escura foi o escolhido, e buscou-se candidatos à DM dentro dos diferentes modelos 3-3-1. O 3-3-1RH(e outros) possuem candidatos, listados brevemente no capítulo 3, basicamente no setor escalar neutro. Nesta questão, porém, o foco do projeto foi a procura por candidatos a DM em uma extensão do 3-3-1, baseada no grupo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes Su(3)_R \otimes U(1)_N$, conhecido como Modelo 3L3R.

O 3L3R foi analisado no capítulo 4. Ele possui como mérito não só a restauração de uma simetria Left-Right, que inspirou modelos predecessores, como também indica uma pletora de partículas coerentes com a resolução de problemas cosmológicos. Sem dúvida, uma de suas grandes atratividades é o setor neutrínico, que possui candidatos tanto para os neutrinos ativos, como para candidatos à matéria escura(os 3 neutrinos novos N_{aL}) e 6 neutrinos responsáveis por leptogênese no começo do Universo(6 neutrinos $[\nu, N]_{aR}$). A implementação do mecanismo Seesaw no 3L3R possibilita a existência de escalas de massas corretas para todas estas partículas, em relação aos seus 'papéis' a desempenhar na solução de problemas cosmológicos e terrestres.

Uma vez identificados os candidatos à DM, procurou-se estabelecer restrições cosmológicas aos mesmos, no Capítulo 5. Em particular, 3 foram testadas: (1) Decaimento em Raio-X; (2) N_{eff} e (3) Abundância. Muitos dos resultados dos capítulos 2 e 3 foram reutilizados, uma vez que o setor left deste modelo (o setor de interesse) é extremamente semelhante ao 3-3-1RH, e os procedimentos para determinação de parâmetros cosmológicos relevantes (Temperatura de Desacoplamento, $T_{N_{aL}}/T$, etc) são análogos aos feitos para neutrinos ativos.

Os resultados indicaram que, ao menos por enquanto, o modelo é coerente com a ausência de detecções confirmadas de linhas de Raio-X advindas de fontes identificadas como candidatos à DM. Isso se deve à proibição deste decaimento no 3L3R, em função da estrutura leptônica(tripletos) estabelecida.

Em relação à N_{eff}, argumentou-se que as características do modelo dificultam muito a suposição de ausência de equilíbrio térmico (i.e. falta de uma perfeita distribuição Fermi-Dirac) entre os neutrinos estéreis e o plasma primordial, em algum momento. Por isso, optou-se em calcular a diferença de temperatura entre estes neutrinos e os fótons, argumentando-se que sua época de desacoplamento é muito anterior a dos neutrinos ativos, em virtude da maior massa de seus bósons de gauge intermediadores. Tal diferença de temperatura é esperada, e reduz o valor de N_{eff}.

O cálculo usando esse mecanismo foi executado, para 3 casos possíveis: (1) Temperatura de desacoplamento (T_D) maior que a massa do múon; (2) T_D maior que a massa do píon (carregado); (3) T_D maior que a Temperatura de Hadronização (adotada aqui como 200 MeV[45]). Nos 2 primeiros casos, obteve-se ΔN_{eff}^1=0.69 e ΔN_{eff}^2=0.53 por espécie adicional. Isso permite a existência de apenas uma espécie nova, para se manter viável frente ao dado experimental $\Delta N_{eff} = 0.28 \pm 0.28$. O caso 3 apresentou $\Delta N_{eff} = 0.09$ por espécie, e admite tranquilamente 3 espécies adicionais.

Por fim, calculou-se a densidade destes neutrinos, e a conclusão é que, embora eles sejam menos densos em relação aos neutrinos ativos, tal redução não derruba sua abundância aos níveis aceitáveis. De fato, mostrou-se que $n_{N_L} \leq 10^{-2} n_\nu$ para se ter coerência com limites cosmológicos, em virtude de um limite inferior para a massa do neutrino (adotado aqui como 1 keV) que seja condizente com a formação de estruturas. Por outro lado, o número finito de partículas no 3L3R limita a redução máxima de n_{N_L} pelo mecanismo proposto a $n_{N_L \min} = 0.0662 n_\nu$, caso esse que já é extremamente improvável e que exigiria *fine-tunning* exagerado dos parâmetros envolvidos.

Portanto, conclui-se que, apenas via redução de temperatura em relação aos fótons, o 3L3R não produz a abundância correta de partículas. Mecanismos adicionais deveriam ser investigados para manter o N_{aL} como candidatos viáveis. Entre estes, cita-se o decaimento fora do equilíbrio como possível gerador de abundância correta.

Espera-se ter mostrado, aqui, a imensa e profícua interação entre física de partículas e cosmologia. Modelos de partículas mostram-se cada vez mais capazes de tentar responder problemas cosmológicos em aberto. Por outro lado, tais modelos não ficam impunes em suas suposições: Antes limitados apenas por experimentos terrestres, hoje diferentes modelos devem obedecer restrições severas da cosmologia para serem viáveis. O trabalho apresentado aqui foi um caso: Tanto dados de aceleradores, quanto observações cosmológicas, limitaram os parâmetros do 3-3-1. E, tanto características internas do modelo, quanto argumentos de ordem cosmológica, indicam, por exemplo, o problema na abundância de partículas previsto.

Muitos argumentos cosmológicos são relativamente independentes de modelo para física de partículas, e por isso são muito poderosos. Por outro lado, a cosmologia não é capaz de responder fundamentalmente seus problemas sem modelos de partículas. Cada área, assim, se completa. O verdadeiro 'mutualismo' aqui observado entre estas áreas, nos faz crer na mais inesperada e bela das uniões: O mundo do muito grande, e o mundo do muito pequeno, se intrelaçam em um só. Formam, juntos, uma só entidade, na forma de leis naturais harmônicas, tão belas quanto a mais bela obra de arte. Tão belas quanto nosso belo mundo.

É com esta mensagem, de beleza, que gostaríamos de finalizar este trabalho.

Bibliografia

[1] S. Novaes, “Standard Model: An Introduction”, World Scientific, Singapore, 2000

[2] F. Pisano and V. Pleitez, “An SU(3) x U(1) model for electroweak interactions,” Phys. Rev. D **46**, 410 (1992) [arXiv:hep-ph/9206242].

[3] A. G. Dias, J. C. Montero and V. Pleitez, “Closing the SU(3)(L) x U(1)(X) symmetry at electroweak scale,” Phys. Rev. D **73**, 113004 (2006) [arXiv:hep-ph/0605051].

[4] A. G. Dias “O Problema da Violação de CP Forte e o Limite Perturbativo em Extensões $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ do Modelo Padrão,” Tese de Doutorado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2005.

[5] Miguel Medina. “Interações não-padrão de neutrinos no modelo 331 com setor de Higgs mínimo”. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 2010.

[6] Everton Cavalcante. “Decaimento do Próton e Massa dos Léptons numa Extensão de Gauge do Modelo Padrão”. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba, 2011.

[7] S. Adler, Phys. Rev. 177, 2426 (1969); J. S. Bell and R. Jackiw, Nuovo Cimento 60A, 47 (1969).

[8] A. Bilal, “Lectures on Anomalies”, arXiv:0802.0634 [hep-th], 2008

[9] H. Baderjee, “Chiral Anomalies in Field Theories”. CERN Document Server, http://cds.cern.ch/record/394008/files/9907162.pdf

[10] T. P. Cheng and L. F. Li, “Gauge Theory of Elementary Particle Physics”. Clarendon Press, 536p, 1982.

[11] D. Politzer, Phys. Rev. Lett.**30**(1973) 1346; D. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343.

[12] http://www.rssd.esa.int/index.php?project=planck

[13] http://www.sciops.esa.int/index.php?project=PLANCK&page=Planck_Published_Papers

[14] Markevitch et al. Astrophys.J.606:819-824,(2004)

[15] Clowe et al. Astrophys.J.604:596-603, (2004)

[16] Clowe et al. Astrophys.J.648:L109-L113, (2006)

[17] D. N. Spergel and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. 84, 3760 (2000)

[18] Se-Heon Oh, W. J. G. de Blok, Elias Brinks, Fabian Walter, Robert C. Kennicutt Jr.(2011) arxiv: 1011.0899[astro-ph.CO]

[19] Anatoly A. Klypin, Andrey V. Kravtsov, Octavio Valenzuela, Francisco Prada. Astrophys. J. **522**. 82 (1999) [astro-ph/9901240]

[20] Michael Boylan-Kolchin, James S. Bullock, Manoj Kaplinghat. Mon.Not.Roy.Astron.Soc. 415 (2011) L40 arXiv:1103.0007 [astro-ph.CO]

[21] D. Fregolente and M.D. Tonasse, Phys.Lett. B555 (2003) 7-12

[22] H. N. Long and N. Q. Lan, Europhys. Lett. 64 571 (2003)

[23] Tulin, Sean et al. Phys.Rev. D87 (2013) 115007 arXiv:1302.3898 [hep-ph]

[24] S. Hannestad et al. *How Self-Interactions can Reconcile Sterile Neutrinos with Cosmology*, Phys. Rev. Lett. **112**, 031802, (2014)

[25] B. Dasgupta and J. Kopp, *Cosmologically Safe eV-Scale Sterile Neutrinos and Improved Dark Matter Structure,* Phys. Rev. Lett. **112**, 031803, (2014)

[26] J. K. Mizukoshi, C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, P. S. Rodrigues da Silva. Phys.Rev.D**83**: 065024,(2011)

[27] C A de S Pires and P S Rodrigues da Silva. JCAP12(2007)012.

[28] Alexander Merle, *keV Neutrino Model Building*. (2013) arXiv:1302.2625 [hep-ph]

[29] BICEP 2 Collaboration. "*BICEP2 I: Detection Of B-mode Polarization at Degree Angular Scales*". arXiv:1403.3985v2 [astro-ph.CO]

[30] Subir Sarkar, *Big Bang Nucleosynthesis and Physics Beyond the Standard Model*. (1996) arXiv:hep-ph/9602260v2

[31] Alex G. Dias, C. A. de S. Pires, and P. S. Rodrigues da Silva, "Left-right $SU(3)L \times SU(3)R \times U(1)X$ model with light, keV, and heavy neutrinos",Phys. Rev. D **82**, 035013 (2010).

[32] J. C. Pati, A. Salam, Phys. Rev. D **10**, 275 (1974).

[33] G. Senjanovic, R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D **12**, 1502 (1975).

[34] J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012), and 2013 partial update for the 2014 edition

[35] T. Yanagida, *Horizontal gauge Symmetries and Masses of Neutrinos, in Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe* (O. Sawada and A. Sugamoto, eds.), KEK, Tsukuba, Japan, 1979, p. 95;

[36] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980)

[37] A. Kusenko, *Phys. Rep.* **481**, 1(2009)

[38] M. Srednickiet al., Nucl. Phys. **B310**, 693 (1988)

[39] E.Bulbul et al, "Detection of An Unidentified Emission Line in the Stacked X-ray spectrum of Galaxy Clusters". arXiv:1402.2301v1 [astro-ph.CO].

[40] http://xmm.esac.esa.int/

[41] R. Cooke et al., arXiv:1308.3240.

[42] F. Bezrukov, et al. "keV sterile neutrino dark matter in gauge extensions of the standard model", Phys. Rev. D 81, 085032, (2010)

[43] David Griffths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley and Sons. 1987. pp. 405

[44] Y.A. Coutinho et al, *Bounds on Z' from 3-3-1 Model at the LHC energies*, Phys. Rev. D **87**, 115014(2013)

[45] J.Lesgourgues et al. *Neutrino Cosmology*, Cambridge University Press, 2013. pp. 392

[46] S.Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press. 2003. pp. 440

[47] Lesgourgues, Julien et al. *Neutrino mass from Cosmology*. Adv.High Energy Phys. (2012) 608515 arXiv:1212.6154 [hep-ph]

[48] E. Kolb, M.S.Turner. *The Early Universe.* Addison-Wesley Publishing Company. 1990. pp. 547

Apêndice A

O grupo $SU(3)$ e as Matrizes de Gell-Mann

O grupo SU(3)(grupo das matrizes unitárias 3×3 com determinante igual a 1) é de especial relevância a este estudo, visto que o modelo 3-3-1 basicamente consiste da substituição do grupo $SU(2)_L$ do Modelo Padrão pelo $SU(3)_L$.

Este grupo possui 8 geradores, que em sua representação fundamental são proporcionais às conhecidas *matrizes de Gell-Mann*, mostradas abaixo:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{A.1}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

que obedecem a seguinte álgebra de lie,

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c = \sum_c 2if_{abc}\lambda_c. \tag{A.2}$$

Onde f_{abc} são as chamadas *constantes de estrutura* do grupo em questão. A álgebra de Lie caracteriza um grupo, independentemente da representação adotada.