



UNICAMP

OSCILAÇÃO EM CAVIDADES OPTOMECÂNICAS

Autor:

GUSTAVO DE OLIVEIRA LUIZ

Orientador:

GUSTAVO SILVA WIEDERHECKER

CAMPINAS
2013



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN"

GUSTAVO DE OLIVEIRA LUIZ

OSCILAÇÃO EM CAVIDADES OPTOMECÂNICAS

Orientador: Gustavo Silva Wiederhecker

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Física do Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Física.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO GUSTAVO
DE OLIVEIRA LUIZ E ORIENTADA PELO PROF. DR.
GUSTAVO SILVA WIEDERHECKER

CAMPINAS
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin
Valkíria Succi Vicente - CRB 8/5398

L968o Luiz, Gustavo de Oliveira, 1988-
Oscilação em cavidades optomecânicas / Gustavo de Oliveira Luiz. –
Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Gustavo Silva Wiederhecker.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de
Física Gleb Wataghin.

1. Fotônica. 2. Microcavidade. 3. Optomecânica de cavidade. I. Wiederhecker,
Gustavo Silva. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb
Wataghin. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Oscillation in optomechanical cavities

Palavras-chave em inglês:

Photonics

Microcavity

Cavity optomechanics

Área de concentração: Física

Titulação: Mestre em Física

Banca examinadora:

Gustavo Silva Wiederhecker [Orientador]

Christiano José Santiago de Matos

Marcos Cesar de Oliveira

Data de defesa: 14-11-2013

Programa de Pós-Graduação: Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE **GUSTAVO DE OLIVEIRA LUIZ - RA 071086** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 14 / 11 / 2013.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Gustavo Silva Wiederhecker - Orientador do Candidato
DFA/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Christiano José Santiago de Matos – UPMackenzie

Prof. Dr. Marcos Cesar de Oliveira – DFMC/IFGW/UNICAMP

Resumo

A transferência de momento linear da luz para partículas foi teorizada no século XVII por Johanes Kepler e demonstrada pela primeira vez por Lebedev e, independentemente, por Nichols e Hull apenas em 1901. Em cavidades ópticas, como demonstrado por V. Braginsky, essa interação pode dar origem a diversos fenômenos interessantes. No ano de 2005 Tal Carmon demonstra alguns destes efeitos em cavidades microfabricadas. Nesta dissertação são apresentados os resultados de estudos sobre as microcavidades optomecânicas de disco duplo de nitreto de silício. Dentre estes estão medidas de ruído térmico de uma cavidade optomecânica deste tipo; a demonstração teórica de que deve ser possível operar tais cavidades no regime de banda lateral resolvida, usando modos mecânicos de ordem superior; a otimização do processo de fabricação destas cavidades, culminando em cavidades com fatores de qualidade mecânico, em vácuo e a temperatura ambiente, em torno de 10000.

Abstract

Momentum transfer from light to particles was theorized in the XVII century by Johannes Kepler and experimentally demonstrated for the first time by Lebedev and, independently, by Nichols and Hull only in 1901. In optical cavities, as shown by V. Braginsky, this interaction may result in many interesting phenomena. In 2005 Tal Carmon demonstrated some of these effects in microfabricated cavities. In this thesis the results of studies on silicon nitride double-disk optomechanical microcavities are presented. Among these results are the theoretical demonstration that it is possible to drive such devices in the resolved side-band regime, exciting higher order mechanical modes, thermal noise measurements and optimization of the fabrication process, yielding cavities with mechanical quality factors close to 10000, in vacuum and at room temperature.

Sumário

Resumo	vii
Abstract	viii
Agradecimentos	xi
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
1 Introdução	1
2 Modelo Analítico da Optomecânica	3
2.1 O campo eletromagnético confinado	3
2.2 Modos mecânicos da cavidade	6
2.3 Pressão de radiação e acoplamento optomecânico	8
2.4 Exemplo: Cavidade Fabry-Perot com espelho móvel	10
3 Simulações Numéricas	15
3.1 Elementos Finitos - Método de Galerkin	15
3.2 O disco duplo de Si_3N_4 - Modos ópticos e mecânicos	16
3.3 Oscilador optomecânico de disco duplo em altas frequências	20
4 Fabricação de cavidades de disco duplo de Si_3N_4	24
4.1 Visão geral do processo de fabricação	24
4.2 Litografia por feixe de elétrons	25
4.3 Corrosão seca - RIE	26
4.4 Corrosão úmida em BOE	30
5 Medidas de oscilações mecânicas	32
5.1 Montagem experimental	32
5.2 Espectro de transmissão	34
5.3 Espectro de ruído térmico	36
6 Eliminando perdas mecânicas por interferência destrutiva de ondas elásticas	40
6.1 Medidas de alto fator de qualidade	40
6.2 Simulações	42
6.3 Modelo analítico	45
7 Conclusão	50
8 Perspectivas	51

SUMÁRIO

9	Publicações resultantes deste trabalho	52
9.1	Conferências	52
9.2	Capítulo de livro	52
	Referências bibliográficas	53
	Referências Bibliográficas	53
	Apêndice	57
A	Forma fraca do problema eletromagnético com simetria cilíndrica	58

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a meu orientador Gustavo Wiederhecker pela paciência e a dedicação durante o desenvolvimento deste projeto, sempre contribuindo nos momentos de dúvidas e dificuldades. Também agradeço aos professores Thiago Alegre e Newton Frateschi pela contribuição em discussões diversas. Não posso me esquecer da professora Michal Lipson e de seus alunos Mian Zhang e Shreyas Shah, da Universidade de Cornell, pela colaboração em parte importante deste trabalho.

Aos funcionários Antonio Celso e Totó pelo apoio na fabricação dos dispositivos, sempre disposto a ajudar, seja obtendo materiais ou ensinando a operar os equipamentos. Além do CCS pelo apoio durante a fabricação dos dispositivos.

Aos funcionários das secretarias do Departamento de Física Aplicada e da Coordenadoria de Pós Graduação. Também aos funcionários do LAMULT pela atenção ao me ensinar a operar alguns de seus equipamentos.

Agradeço ainda aos meus pais, Jô e Paulo, e minha irmã, Camila, pela compreensão nos momentos de ausência e pelo apoio durante os momentos de nervosismo, além, é claro, de compartilharem os momentos de alegria e realização.

Um agradecimento especial à minha namorada, Bia, que suportou mais que qualquer outro os momentos de frustração e estresse, mas com quem também pude compartilhar os bons momentos.

Obrigado aos amigos e colegas de trabalho, sempre contribuindo com discussões importantes, ou só com uma conversa aleatória para descontrair. Entre estes destaco Débora, Felipe, Yovanny, Laís, Guilherme, Luis e Marcos.

Por último, mas não menos importante, agradeço às agências de fomento FAPESP, CNPq e CAPES, ao INCT Fotônica (FOTONICOM) e à Sociedade de Óptica (OSA), sem os quais não seria possível a realização desse projeto e muito do que foi conseguido durante seu desenvolvimento.

Lista de Figuras

1.1	Réplica do radiômetro de William Crookes. ¹	1
2.1	Transmissão normalizada de uma cavidade óptica. As diferentes cores representam diferentes constantes de acoplamento η	6
2.2	Cavidade Fabry-Perot com um dos espelhos preso a uma mola.	10
2.3	Transmissão de uma cavidade cujo tamanho sofre uma pequena modulação. Deslocamento mecânico (vermelho) normalizado pra $b_0 = 1$. Dessintonia do bombeio $\Delta = \gamma/2$, acoplamento $\eta = 0.5$, frequência mecânica $\Omega_m = 100MHz$	12
2.4	Comportamento da atenuação e frequência mecânicos efetivos. (a) Razão da atenuação mecânica efetiva com a atenuação original; (b) Razão da frequência mecânica efetiva com a frequência original. Ambos são plotados em função da dessintonia dada em números de largura de linha óptica.	14
3.1	Corte transversal de uma cavidade de disco duplo de Si_3N_4. u_t é o <i>undercut</i> superior e u_b o inferior.	16
3.2	Modos de galeria sussurrante para um cilindro infinito na direção \hat{z}. Componente do campo elétrico na direção \hat{z} . Linha escura representa a borda da cavidade. (a) $N = 1$ e $m = 4$; (b) $N = 1$ e $m = 15$; (c) $N = 3$ e $m = 4$; (c) $N = 3$ e $m = 15$	17
3.3	Modo óptico do disco simples. Módulo da componente radial do campo elétrico de um modo TE, $ E_r $	18
3.4	Modos ópticos do disco duplo. Módulo da componente radial do campo elétrico de um modo TE, $ E_r $. (a) modo simétrico; (b) modo antissimétrico.	18
3.5	Frequência de ressonância de um modo TE em função da distância entre os discos.	19
3.6	Modos mecânicos de uma cavidade de dsico duplo. As cores representam a amplitude normalizada do deslocamento. (a e b) modos simétrico (a) e antissimétrico (b) de primeira ordem, $N = 1$; (c e d) modos simétrico (c) e antissimétrico (d) de segunda ordem, $N = 2$	19
3.7	Amplitude da energia dentro da cavidade (flechas). (a) Banda lateral não resolvida; (b) banda lateral resolvida. Flechas: verde representa o bombeio; vermelha e azul as bandas laterais Stokes e anti-Stokes, respectivamente.	20
3.8	Resultados das simulações de frequência mecânica e acoplamento optomecânico para uma cavidade de disco duplo. (a) Frequência mecânica em função do <i>undercut</i> - as cores representam o módulo da amplitude do deslocamento mecânico; (b) g_{OM} em função do <i>undercut</i> . As inserções na figura (b), da esquerda para a direita, têm u_t igual a $2\mu m$, $4\mu m$ e $8\mu m$, respectivamente - as cores representam o módulo da intensidade da componente radial do campo elétrico. A linha tracejada marca $u_t = 2\mu m$	21

3.9	Variação do coeficiente de atenuação em função da dessintonia. Em banda lateral resolvida (vermelho e amarelo) e em banda lateral não resolvida (azul). A dessintonia é dada em números de largura de linha óptica. A variação foi reescalada para melhor visualização do comportamento. Estão indicados os valores de dessintonia para os pontos de máxima variação.	22
4.1	Etapas do processo de litografia. Na linha superior é ilustrada a vista do topo da lâmina de silício, na linha inferior a visão lateral do processo. Os diferentes filmes que compõem a estrutura são representados por diferentes cores, seguindo a legenda à direita.	24
4.2	Raith e-Line Plus. Microscópio eletrônico usado para litografia com feixe de elétrons. ²	25
4.3	Foto de microscopia óptica da máscara gravada e revelada. O fundo amarelo claro é o nitreto de silício à mostra e a estrutura alaranjada é a máscara de resiste resultante.	26
4.4	Equipamento de corrosão por RIE. Alocado em um dos laboratórios do IFGW.	27
4.5	Imagem lateral de SEM da borda do disco. Microestrutura encontrada na literatura como <i>grass</i> (grama).	28
4.6	SEM de partículas depositadas (a) e espectro de EDS (b) da amostra. Silício, nitrogênio e oxigênio fazem parte da composição da amostra. Flúor e carbono compõem o gás usado no processo de corrosão. Alumínio provém do eletrodo do RIE.	28
4.7	SEM de amostra atacada usando placa de quartzo. Sem qualquer indício de redeposição de material.	29
4.8	Amostra liberada pelo processo de corrosão úmida com BOE. a) Imagem de microscopia óptica do disco. As cores são resultado de interferência de filmes finos. b) Curva de contraste ao longo da linha AB indicando as dimensões de interesse. Diâmetro do disco: $50\mu\text{m}$ e <i>undercut</i> $u_t = 3,4\mu\text{m}$. O arco externo é um suporte para a fibra afunilada.	31
5.1	Montagem de fabricação de fibras afuniladas (taper). É possível ver a chama (azul) na ponta da agulha.	32
5.2	Montagem para medidas de cavidades optomecânicas de disco duplo. À direita encontra-se o suporte para o taper (1) desenvolvido para esta montagem, à esquerda o porta-amostras (2).	34
5.3	Esquema da montagem para medidas de espectro de transmissão. Indicado encontra-se o taper acoplado à amostra.	34
5.4	Ressonância óptica de uma cavidade optomecânica de disco duplo. O comprimento de onda central é $\lambda_0 = 1498.2\text{nm}$, o fator de qualidade total medido foi 89 mil ($\Delta\lambda = 16,7\text{pm}$), sendo o fator de acoplamento $\eta = 0.18$, resultando em um Q_i intrínseco de 110 mil. Pontos azuis indicam os dados e a linha vermelha a curva ajustada.	35
5.5	Esquema da montagem para medidas do espectro de ruído térmico. O medidor de potência é mantido para monitorar a transmissão da cavidade.	36

5.6	Espectro de ruído térmico de uma cavidade optomecânica de disco duplo. As cores indicam a amplitude do sinal de modulação em dBm. Inseridos estão os perfis espaciais dos dois primeiros modos do espectro.	37
5.7	Simulação do comportamento biestável de uma cavidade de disco duplo.	37
5.8	Zoom do espectro de ruído térmico sobre os dois primeiros modos. Foi selecionada a região dos dois primeiros modos do espectro, entre zero e 70MHz.	38
5.9	Ressonância do primeiro modo mecânico antissimétrico. A frequência central é $\Omega_m/2\pi = 31,55\text{MHz}$, o fator de qualidade total medido foi $Q_{\text{mecânico}} = 59$, sendo o $\Gamma_m/2\pi = 535\text{kHz}$. A curva azul é a medida experimental e a curva vermelha o ajuste da função lorentziana.	39
6.1	Espectros óptico (a) e mecânico (b) de uma cavidade otimizada. Medidas obtidas por Mian Zhang, na Universidade de Cornell. Em azul estão os dados experimentais e em vermelho os ajustes de lorentzianas sobre os dados.	41
6.2	Medidas para dispositivos com diferentes tempos de corrosão. a) Frequência mecânica em função do <i>undercut</i> ; b) Inverso do fator de qualidade em função do <i>undercut</i> . Barras de erro puramente estatísticas, para a frequência (a) o erro é menor que a escala. Medidas obtidas por Mian Zhang, na Universidade de Cornell.	41
6.3	Imagem explodida do disco duplo. Circundado pela linha tracejada está a base do dispositivo. Indicados à direita estão os osciladores correspondentes ao disco superior (oscilador 1) e inferior (oscilador 2).	42
6.4	Dispersão dos modos mecânicos em função da espessura do óxido. A linha vertical indica a espessura de 200nm tipicamente usada nos dispositivos.	43
6.5	Vetor de Poynting mecânico. Módulo da componente vertical do vetor de Poynting mecânico, $P_z = (-\mathbf{v} \cdot \bar{\mathbf{T}}) \cdot \hat{z}$, para dispositivos com diferentes razões de espessura entre os discos (indicado sob cada figura).	44
6.6	Dispersão em função da diferença de espessura entre os discos. (a) Frequência mecânica em função da diferença de espessura, (b) Atenuação mecânica em função da diferença de espessura. A curva azul representa o modo antissimétrico e a curva vermelha o modo simétrico. O óxido para esta simulação possui 200nm e o <i>undercut</i> usado foi de $1,6\mu\text{m}$	44
6.7	Dispersão em função da diferença de espessura entre os discos. (a) Frequência mecânica em função da diferença de espessura, (b) Atenuação mecânica em função da diferença de espessura. O óxido para esta simulação possui $3\mu\text{m}$ e o <i>undercut</i> usado foi de $1,6\mu\text{m}$	45
6.8	Esquema do modelo massa-mola. m_0 representa a base do dispositivo, m_1 e m_2 os discos superior e inferior, respectivamente.	46

6.9 **Dispersão do sistema massa mola.** (a) Frequência de três modos em função da diferença de "espessura" entre m_1 e m_2 , (b) Fator de qualidade dos três modos em função da diferença de "espessura" entre m_1 e m_2 . Para $\delta t = -150nm$ identificamos em azul o modo de m_2 , em vermelho o modo de m_1 e em cinza o modo de m_0 47

6.10 **Ajuste do modelo analítico com os dados.** a) Frequência em função do *undercut*; curva do modelo em azul juntamente com os dados experimentais. b) Inverso do fator de qualidade em função do *undercut*: curva do modelo em vermelho-sólido com os dados experimentais; em vermelho-tracejado temos o plot do inverso do fator de qualidade devido exclusivamente ao efeito termoelástico. 48

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros de gravação no Raith e-Line.	26
4.2	Parâmetros de corrosão por RIE.	29
4.3	Parâmetros de corrosão por RIE. Teste de seletividade entre a máscara e o $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$	30
5.1	Parâmetros de fabricação das fibras afuniladas.	33
5.2	Parâmetros de medida do espectro de transmissão da cavidade.	36
5.3	Parâmetros de medida do espectro de ruído térmico.	38
6.1	Parâmetros de ajuste do modelo analítico aos dados.	49

1. Introdução

A troca de momento entre luz e matéria foi primeiramente proposta por Johannes Kepler em 1619, quando propôs que a luz do Sol interagia com o corpo do cometa removendo matéria e criando a cauda que aponta em direção oposta ao Sol [1]. Porém só em 1873 William Crookes propôs um experimento para determinar se a luz de fato exerce pressão sobre a matéria [2]. O dispositivo, conhecido como radiômetro (fig. 1.1), consiste em um rotor com quatro aletas nas extremidades, cada uma com um lado espelhado e o outro opaco. Dessa forma, se a luz incidente carregasse momento linear, haveria uma transferência de momento duas vezes maior na parte espelhada que na parte opaca, causando o movimento do rotor. Entretanto, devido a problemas envolvendo a tecnologia de vácuo da época, não foi possível determinar a transferência de momento pela luz, já que o movimento era gerado principalmente por correntes de convecção e se opunha ao esperado. Só em 1901 Lebedev e, independentemente, Nichols e Hull conseguiram separar os efeitos e mostrar de fato que a luz carrega momento e pode transferir esse momento à matéria [3, 4]. Em 1909 Albert Einstein deriva a estatística da pressão de radiação agindo sobre um espelho móvel e em 1936 Beth demonstra a transferência de momento angular da luz para uma placa de meia-onda suspensa em um pendulo de torção [5]. Mais recentemente, em 1970, Arthur Ashkin reportou forças proporcionais ao gradiente de intensidade em partículas dielétricas micrométricas submetidas ao feixe gaussiano de um laser [6]. Em 1986 o grupo do mesmo pesquisador, no Bell Labs, demonstra as pinças ópticas [7].



Figura 1.1: Réplica do radiômetro de William Crookes.¹

¹Fonte: <http://www.gillsgifts.co.uk/radiometer.html>

O estudo de forças ópticas em cavidades, ou seja, a optomecânica de cavidades surge primeiramente em 1967, quando Vladimir B. Braginsky e A. B. Manukin descrevem efeitos de força da radiação eletromagnética em uma cavidade Fabry-Perot [8]. Desde então surgiram diversas demonstrações da interação mútua entre os modos confinados da radiação dentro de uma cavidade e os modos mecânicos da estrutura da mesma. Em 1983 Dorsel demonstra o primeiro experimento no domínio óptico [9], em 1996 Cuthbertson reporta comportamento optomecânico em ressonadores de micro-ondas [10], em 1999 Cohadon demonstra o resfriamento de um espelho, parte de uma cavidade, usando radiação eletromagnética no domínio óptico [11]. Mas até 1999 não era possível medir o movimento térmico de cavidades menores que alguns milímetros, a não ser em casos de uso de força dissipativa, como o efeito foto-térmico, em microestruturas [12].

O estudo da interação não dissipativa entre a luz confinada e as cavidades em escalas micrométricas só ocorreu em 2005, quando T. Carmon *et al.* reportam as primeiras medidas de modulação da luz acoplada a um microtoróide de sílica (SiO_2) devido às vibrações mecânicas da estrutura [13]. Depois disso Kippenberg *et al.* mostra que esta modulação se deve ao acoplamento entre os modos mecânicos e ópticos da cavidade, apresentando então efeitos optomecânicos, em especial oscilações induzidas por pressão de radiação [14], chamado de instabilidade paramétrica por V. Braginsky. Em 2006 é demonstrado resfriamento de diferentes tipos de microcavidades usando este acoplamento [15, 16].

Depois disso diversas estruturas diferentes foram propostas e demonstradas: em 2009 Wiederhecker *et al.* demonstra a possibilidade de controlar estruturas fotônicas (anéis duplos de Si_3N_4) com forças ópticas [17], Eichenfield *et al.* apresenta cristais fotônicos para optomecânica [18], com os quais demonstra pela primeira vez o resfriamento de uma estrutura mecânica ao seu estado quântico fundamental utilizando radiação eletromagnética no domínio óptico [19]. Assim encontramos na optomecânica um campo com grande potencial para o desenvolvimento de novas tecnologias, como processadores capazes de utilizar luz em suas comunicações internas, e no avanço da ciência, possibilitando o estudo de fenômenos quânticos em estruturas macroscópicas, por exemplo.

2. Modelo Analítico da Optomecânica

Neste capítulo será apresentado um modelo analítico para a interação optomecânica em cavidades ópticas, ou seja, a interação mútua entre a radiação armazenada numa cavidade e os modos mecânicos da estrutura desta cavidade. Será apresentada uma equação de movimento para a energia armazenada em um modo da cavidade óptica e uma equação de movimento para a amplitude de um modo mecânico. Em seguida será mostrado como ambos se acoplam através do tensor de tensões de Maxwell.

A interação optomecânica pode ser analisada tanto do ponto de vista clássico, com equações de movimento para os modos mecânicos da cavidade e as equações de Maxwell para o campo eletromagnético, quanto do ponto de vista quântico, com o hamiltoniano do sistema composto pelos operadores de criação e aniquilação de fótons e fônons. Neste trabalho, como serão tratados dispositivos operando em temperatura ambiente, ou seja, com um grande número de estados ocupados devido à energia térmica, o problema será tratado apenas do ponto de vista clássico.

2.1 O campo eletromagnético confinado

Nesta seção apresentaremos uma equação para a amplitude dos modos de uma cavidade óptica, levando em conta perturbações dos mesmos por perdas intrínsecas e extrínsecas, além de possíveis variações na geometria da cavidade.

Os modos harmônicos de uma cavidade são definidos pelas equações 2.1 e 2.2 mais condições de contorno que dependem da cavidade em questão.

$$\nabla \times \mathbb{E}_n(\mathbf{r}) = -i\omega_n \mathbb{B}_n(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbb{H}_n(\mathbf{r}) = i\omega_n \mathbb{D}_n(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

sendo $\mathbb{E}_n(\mathbf{r})$ o campo elétrico, $\mathbb{D}_n(\mathbf{r})$ o deslocamento elétrico, $\mathbb{H}_n(\mathbf{r})$ o campo magnético, $\mathbb{B}_n(\mathbf{r})$ a indução magnética e ω_n a autofrequência, todos relacionados ao n -ésimo modo da cavidade.

Estes modos são ortogonais, tal que obedecem à relação de ortogonalidade:

$$\int \zeta \mathbb{F}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbb{F}_m^*(\mathbf{r}) d^3r = \delta_{nm} \quad (2.3)$$

onde a integral é avaliada em todo o espaço, $\zeta = \mu^{-1}$ se $\mathbb{F} = \mathbb{H}$ ou $\zeta = \epsilon$ se $\mathbb{F} = \mathbb{E}$, sendo μ e ϵ a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do material, respectivamente.

$\mathbb{F}^*(\mathbf{r})$ é o complexo conjugado do campo $\mathbb{F}(\mathbf{r})$.

Além disso, os modos formam uma base completa, portanto qualquer campo eletromagnético pode ser escrito em termos de uma série com coeficientes dependentes do tempo $a_n(t)$, tal que, dada a normalização acima (eq 2.3), $|a_n(t)|^2$ representa a energia armazenada na cavidade:

$$\mathbf{E} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \mathbb{E}_n(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \mathbb{H}_n(\mathbf{r}) \quad (2.5)$$

Estes modos, entretanto, são definidos apenas para cavidades sem perdas. Para uma cavidade com perdas pequenas, podemos encontrar uma equação que descreve o comportamento temporal das amplitudes $a_n(t)$, tratando as perdas como perturbações. Assim podemos escrever as equações rotacionais de Maxwell para o campo dentro da cavidade:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial(\epsilon_r + i\epsilon_i)\mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.7)$$

sendo \mathbf{E} o campo elétrico, \mathbf{H} o campo magnético, \mathbf{D} o deslocamento elétrico, \mathbf{B} a indução magnética. As perdas podem ocorrer, por exemplo, devido a uma componente imaginária da permissividade elétrica do material, $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$.

De agora em diante, para não carregar as duas equações, vamos tomar a equação 2.7 para desenvolver, entretanto o mesmo processo pode ser realizado para a equação 2.6. Substituindo então 2.4 e 2.5 em 2.7, obtemos:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \nabla \times \mathbb{H}_n(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{da_n(t)}{dt} \mathbb{D}_n(\mathbf{r}) \quad (2.8)$$

Usando a expressão 2.2, ficamos então com:

$$\sum_{n=1}^{\infty} i\omega_n \epsilon a_n(t) \mathbb{E}_n(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_r \frac{da_n(t)}{dt} \mathbb{E}_n(\mathbf{r}) + i\epsilon_i \frac{da_n(t)}{dt} \mathbb{E}_n(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

Usando a ortogonalidade dos modos (eq. 2.3), multiplicamos ambos os lados da equação por $\mathbb{E}_m(\mathbf{r})$ e, considerando que o material é isotrópico e uniforme, integramos sobre todo o volume, obtendo assim:

$$\frac{da_n(t)}{dt} = i\omega_n a_n(t) - \omega_n \epsilon_i a_n(t) \quad (2.10)$$

Podemos agora escrever $\gamma/2 = \omega_n \epsilon_i$, onde $\gamma/2$ é a taxa de decaimento do campo dentro da cavidade, tal que γ é a taxa de decaimento da energia. Assim a equação 2.10 fica:

$$\frac{da_n(t)}{dt} = i\omega_n a_n(t) - \frac{\gamma}{2} a_n(t) \quad (2.11)$$

Ainda é possível adicionar uma fonte para alimentar a cavidade. Por exemplo, no caso de uma cavidade óptica, um laser de bombeio com frequência ω_l , potência $|s_{in}|^2$ acoplado de tal forma que a energia entra na cavidade a uma taxa κ^2 . Assim a equação 2.11 fica:

$$\frac{da_n(t)}{dt} = i\omega_n a_n(t) - \frac{\gamma}{2} a_n(t) + \kappa s_{in} e^{i\omega_l t} \quad (2.12)$$

Assumindo que as perdas na cavidade são pequenas, então podemos escrever $\gamma = \gamma_i + \gamma_e$, ou seja, uma soma de perdas intrínsecas, γ_i , e uma perda extrínseca através do canal que acopla o laser de bombeio à cavidade, γ_e . É simples mostrar que, neste caso, $\kappa = \sqrt{\gamma_e}$, garantindo assim a reversibilidade temporal das soluções das equações de Maxwell [20]. Vamos ainda definir a razão entre as perdas extrínsecas e a perda total da cavidade, tal que:

$$\eta = \frac{\gamma_e}{\gamma} \quad (2.13)$$

Finalmente, temos a equação para a amplitude do campo para um determinado modo dentro da cavidade, onde retiramos o índice de modo n e trocamos o índice da ressonância para o mais usual, ω_0 :

$$\frac{da(t)}{dt} = i\omega_0 a(t) - \frac{\gamma}{2} a(t) + \sqrt{\eta\gamma} s_{in} e^{i\omega_l t} \quad (2.14)$$

Para simplificar esta equação ainda é possível escrevê-la num referencial em rotação à frequência angular do sinal de bombeio, ω_l , tal que $\tilde{a}(t) = a(t)e^{-i\omega_l t}$. Assim a equação 2.14 fica:

$$\frac{d\tilde{a}(t)}{dt} = -i\Delta \tilde{a}(t) - \frac{\gamma}{2} \tilde{a}(t) + \sqrt{\eta\gamma} s_{in} \quad (2.15)$$

onde $\Delta = \omega_l - \omega_0$ é a dessintonia entre o sinal de bombeio e a ressonância da cavidade. A solução estacionária desta equação é tal que a função da energia dentro da cavidade em termos da dessintonia Δ é uma lorentziana centrada em $\Delta = 0$ e com largura de

linha γ :

$$|\tilde{a}|^2 = \frac{\eta\gamma s_{in}^2}{\Delta^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \quad (2.16)$$

Assim podemos determinar a transmissão/reflexão normalizada de uma cavidade óptica através da expressão:

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \left| 1 - \frac{\sqrt{\eta}\gamma\tilde{a}}{s_{in}} \right|^2 = \frac{\gamma^2(1 - 2\eta)^2 + 4\Delta^2}{\gamma^2 + 4\Delta^2} \quad (2.17)$$

onde P_{out} é a potência transmitida/refletida e P_{in} a potência lançada sobre a cavidade.

A figura 2.1 mostra o sinal normalizado de transmissão/reflexão (eq. 2.17) para uma cavidade óptica com diferentes acoplamentos entre o meio externo e a cavidade.

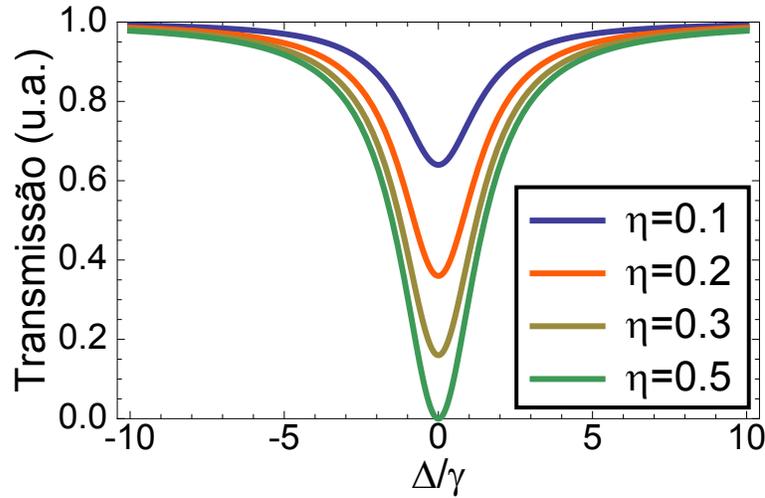


Figura 2.1: **Transmissão normalizada de uma cavidade óptica.** As diferentes cores representam diferentes constantes de acoplamento η .

Também podemos definir o fator de qualidade da cavidade, que representa a razão entre a energia armazenada e a energia dissipada na cavidade [21], que pode ser escrita em termos da ressonância da cavidade e de sua largura de linha:

$$Q = \frac{\omega_0}{\gamma} \quad (2.18)$$

2.2 Modos mecânicos da cavidade

De forma análoga à seção 2.1, obteremos nesta seção uma equação de movimento para os modos mecânicos de uma estrutura sólida. Para isso vamos usar a expressão para os deslocamentos da estrutura de um corpo sólido dada por [22]:

$$\nabla \cdot \bar{\bar{T}}_{ext} + \nabla \cdot (\bar{\bar{c}} : \bar{\bar{S}}) = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

onde ρ é a densidade do sólido, \mathbf{u} é o deslocamento, $\bar{\bar{c}}$ é o tensor de rigidez do material, $\bar{\bar{S}}$ o tensor de deformações e $\bar{\bar{T}}_{ext}$ um tensor de tensões tal que seu divergente representa uma força externa por unidade de volume (neste caso será dada pela pressão de radiação).

Expandindo agora o deslocamento em termos dos modos harmônicos da cavidade mecânica, tal que:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \sum_{m=1}^{\infty} b_m(t) \mathbb{U}_m(\mathbf{r}) \\ \nabla \cdot (\bar{\bar{c}} : \bar{\bar{S}}_m) &= -\Omega_m^2 \mathbb{U}_m(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde $b_m(t)$ é uma amplitude (com dimensão de comprimento) dependente do tempo, $\mathbb{U}_m(\mathbf{r})$ é a distribuição espacial (adimensional), $\bar{\bar{S}}_m$ é o tensor de deformações e Ω_m a autofrequência do m-ésimo modo. Assim a equação 2.19 fica:

$$\mathbf{f}_{ext} = \sum_{m=1}^{\infty} b_m(t) \Omega_m^2 \mathbb{U}_m + \rho \frac{\partial^2 b_m(t)}{\partial t^2} \mathbb{U}_m \quad (2.21)$$

onde substituímos $\nabla \cdot \bar{\bar{T}}_{ext} = \mathbf{f}_{ext}$.

Multiplicando 2.21 por \mathbb{U}_n e integrando em todo o espaço, devido à ortogonalidade dos modos, definida tal que $\mathbb{U}(\mathbf{r})$ é adimensional (eq. 2.24), temos:

$$\ddot{b}_m(t) + b_m(t) \Omega_m^2 = \frac{F_{ext}}{m_{eff}} \quad (2.22)$$

onde definimos a massa efetiva do modo (m_{eff}) e a força externa aplicada sobre a estrutura (F_{ext}) como:

$$F_{ext} = \int \mathbf{f}_{ext} \cdot \mathbb{U}_m dV = \int \nabla \cdot \bar{\bar{T}}_{ext} \cdot \mathbb{U}_m d^3r \quad (2.23)$$

$$m_{eff} = \frac{1}{2} \int \rho |\mathbb{U}_m(\mathbf{r})|^2 d^3r \quad (2.24)$$

Assim mostramos que, independente da forma do modo mecânico, podemos tratar sua amplitude como um oscilador harmônico (OH). Além disso, podemos facilmente introduzir perdas à equação, incluindo na equação 2.19 um termo proporcional à derivada temporal do tensor de deformações, tal que a equação 2.22 pode ser finalmente escrita na forma de uma equação do OH forçado e com perdas:

$$\ddot{b}(t) + \frac{\Gamma_m}{2}\dot{b}(t) + b(t)\Omega_m^2 = \frac{F_{ext}}{m_{eff}} \quad (2.25)$$

De forma análoga à cavidade óptica, podemos aqui definir o fator de qualidade do oscilador mecânico como:

$$Q_m = \frac{\Omega_m}{\Gamma_m} \quad (2.26)$$

2.3 Pressão de radiação e acoplamento optomecânico

A força por unidade de volume que um campo eletromagnético exerce sobre o meio no qual propaga é obtida do tensor de tensões de Maxwell, tal que:

$$\mathbf{f}_{rad} = \nabla \cdot \bar{\bar{T}} \quad (2.27)$$

onde o tensor, usando a convenção de Einstein, é dado por:

$$T_{ij} = \epsilon \left[E_i E_j - \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})\delta_{ij} \right] + \frac{1}{\mu} \left[B_i B_j - \frac{1}{2}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})\delta_{ij} \right] ; \quad i, j = x, y, z \quad (2.28)$$

Como nos materiais estudados nesta dissertação não há cargas livres ou densidade de corrente, além de não possuírem características magnéticas, ou seja, a permissividade magnética é a mesma em todo o espaço e igual à do vácuo, o divergente do tensor das tensões de Maxwell se resume a:

$$\nabla \cdot \bar{\bar{T}} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \left[E_i E_j - \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})\delta_{ij} \right] \quad (2.29)$$

Além disso os materiais são homogêneos, tal que o divergente da constante dielétrica é uma função delta de Dirac localizada na interface entre o material onde o campo está confinado e o meio externo. Assim a força por unidade de volume existe apenas na superfície da cavidade, sendo dada pela descontinuidade do tensor de tensões dentro e fora da cavidade, apenas na direção normal à superfície:

$$\mathbf{P}_{rad} = (\bar{\bar{T}}_2 - \bar{\bar{T}}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (2.30)$$

onde $\bar{\bar{T}}_1$ e $\bar{\bar{T}}_2$ são os tensores de tensão de Maxwell dentro e fora do meio onde a onda se propaga, respectivamente.

Escrevendo o campo elétrico na cavidade em termos de componentes normais e tangenciais à superfície, $\mathbf{E} = E_t \hat{\mathbf{t}} + E_n \hat{\mathbf{n}}$, temos finalmente que a pressão de radiação, obtida

do divergente do tensor nessas condições, é:

$$\nabla \cdot \bar{\bar{T}} = \mathbf{P}_{rad} = \frac{1}{2} [-|E_t|^2 \Delta\epsilon + |D_n|^2 \Delta(\epsilon^{-1})] \hat{\mathbf{n}} \quad (2.31)$$

onde $\Delta\epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1$, $\Delta(\epsilon^{-1}) = \epsilon_2^{-1} - \epsilon_1^{-1}$ e D_n é o deslocamento elétrico normal à superfície.

Substituindo agora esta expressão para a pressão de radiação na equação para as forças externas do modo mecânico (eq. 2.23) temos, para cada modo mecânico:

$$F_{ext} = \int_V (\nabla \cdot \bar{\bar{T}}_{ext}) \cdot \mathbb{U} dV = \int_S P_{rad} \cdot \mathbb{U} dA \quad (2.32)$$

onde usamos o teorema de Stokes para transformar a integral de volume em uma integral de superfície.

Se usarmos o campo eletromagnético de um determinado modo harmônico da cavidade, temos que, para cada combinação de um modo mecânico com um modo eletromagnético, a força é dada por:

$$F_{ext} = -|a(t)|^2 \frac{1}{2} \int_S (\mathbb{U} \cdot \hat{\mathbf{n}}) [|\mathbb{E}_t|^2 \Delta\epsilon - |\mathbb{D}_n|^2 \Delta(\epsilon^{-1})] dA \quad (2.33)$$

Steven Johnson *et al.*, buscando corrigir a teoria de perturbação comumente usada para cavidades dielétricas com bordas em movimento, que não considerava a descontinuidade do campo elétrico nas bordas da cavidade, obteve uma expressão para a variação da autofrequência dada por [23]:

$$g_{OM} = \frac{d\omega}{d\xi} = \frac{\omega_0}{2} \frac{\int_S (\mathbb{U} \cdot \hat{\mathbf{n}}) [|\mathbb{E}_t|^2 \Delta\epsilon - |\mathbb{D}_n|^2 \Delta(\epsilon^{-1})] dA}{\int_V \epsilon |E|^2 dV} \quad (2.34)$$

onde ξ é um deslocamento normal à superfície da cavidade. Esta expressão só é válida, é claro, se a deformação for muito menor que as dimensões da cavidade e, nesse caso, podemos escrever a autofrequência em função do parâmetro ξ como $\omega(\xi) = \omega_0 + g_{OM} d\xi$. Assim temos uma expressão fechada para o acoplamento optomecânico (g_{OM}), representado pelo cálculo da superposição entre o deslocamento mecânico na direção normal à superfície ($\mathbb{U} \cdot \hat{\mathbf{n}}$) e a pressão de radiação sobre esta superfície.

Dada a normalização escolhida (eq. 2.3), o denominador de g_{OM} em 2.34 é igual a um para um determinado modo, então podemos escrever a equação 2.33 na forma:

$$F_{ext} = -\frac{g_{OM}}{\omega_0} |a(t)|^2 \quad (2.35)$$

Ou seja, a força que o campo eletromagnético exerce sobre a cavidade no qual está confinado é proporcional à energia armazenada dentro da cavidade ($|a(t)|^2$) e a constante de proporcionalidade é o acoplamento optomecânico.

2.4 Exemplo: Cavity Fabry-Perot com espelho móvel

Para exemplificar toda a teoria construída até aqui, vamos olhar rapidamente para um caso bastante simples, uma cavidade Fabry-Perot na qual um dos espelhos está preso sobre uma mola, podendo então oscilar harmonicamente (fig. 2.2). O objetivo desta sessão não é aplicar diretamente a expressão 2.34 para obter o acoplamento optomecânico deste sistema, já que é possível obter uma expressão analítica para o mesmo, mas mostrar os efeitos esperados devido à existência de tal acoplamento em uma cavidade óptica.

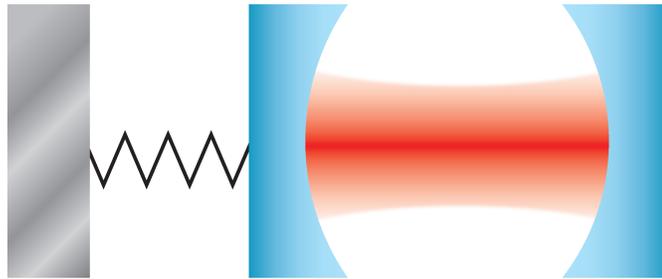


Figura 2.2: Cavity Fabry-Perot com um dos espelhos preso a uma mola.

É sabido que a ressonância de uma cavidade Fabry-Perot de comprimento L é dada por $\omega_0 = m\pi c/L$, onde m denota o modo longitudinal da cavidade. Assim, se fizermos uma modificação no comprimento da cavidade $\delta b \ll L$, temos que a nova ressonância é dada por:

$$\omega'_0 = \frac{m\pi c}{L + \delta b} \approx \frac{m\pi c}{L} \left(1 - \frac{\delta b}{L}\right) = \omega_0 + g_{\text{OM}} \delta b \quad (2.36)$$

onde $g_{\text{OM}} = d\omega/db = -\omega_0/L$ é o acoplamento optomecânico de primeira ordem de uma cavidade Fabry-Perot.

Todo o desenvolvimento a seguir é válido para qualquer cavidade optomecânica com acoplamento mecânico linear, não apenas para a cavidade Fabry-Perot. A vantagem da Fabry-Perot se encontra apenas na possibilidade de encontrar uma expressão analítica para o g_{OM} .

Dado a presença de um modo harmônico na estrutura da cavidade, por exemplo $\delta b(t) = b_0 \sin \Omega_m t$, sendo b_0 a amplitude da oscilação mecânica e Ω_m a frequência de oscilação do modo mecânico. Introduzindo isto na expressão 2.15 para a amplitude do campo dentro da cavidade temos:

$$\frac{da(t)}{dt} = -i(\Delta - \beta \Omega_m \sin \Omega_m t)a(t) - \frac{\gamma}{2}a(t) + \sqrt{\eta\gamma} s_{in} \quad (2.37)$$

onde $\Delta = \omega_l - \omega_0$ é a dessintonia entre o laser de bombeio da cavidade (ω_l) e a ressonância da cavidade não perturbada (ω_0) e $\beta = g_{\text{OM}} b_0 / \Omega_m$ é a amplitude de modulação da energia dentro da cavidade.

A solução estacionária desta equação envolve uma integral do tipo $\int e^{i\beta \cos \Omega_m t} dt$. Para resolver esta integral exatamente precisamos expandir a exponencial em uma série de Fourier-Bessel:

$$e^{i\beta \cos \Omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\beta) e^{ni\Omega_m t} \quad (2.38)$$

onde $J_n(\beta)$ é a n-ésima função de Bessel de β .

Assim obtemos como solução estacionária de 2.37:

$$a(t) = \sqrt{\eta\gamma} s_{in} e^{-i\beta \cos \Omega_m t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i^n J_n(\beta)}{i(\Delta + n\Omega_m) + \frac{\gamma}{2}} e^{ni\Omega_m t} \quad (2.39)$$

Como estamos interessados apenas no regime de pequenas oscilações, ou seja, $\beta \ll 1$, podemos analisar a expressão 2.39 expandindo-a até termos proporcionais a β , o que nos fornece a expressão aproximada:

$$a(t) \approx \frac{\sqrt{\eta\gamma} s_{in}}{i\Delta + \frac{\gamma}{2}} + ig_{\text{OM}} b_0 \frac{\sqrt{\eta\gamma} s_{in}}{i\Delta + \frac{\gamma}{2}} \left[\frac{e^{i\Omega_m t}}{2i(\Delta + \Omega_m) + \gamma} + \frac{e^{-i\Omega_m t}}{2i(\Delta - \Omega_m) + \gamma} \right] \quad (2.40)$$

Na equação 2.40 é possível identificar então duas bandas laterais, uma com maior energia que o laser de bombeio (anti-Stokes) e outra com menor energia (Stokes). Estas bandas laterais surgem devido ao espalhamento do sinal de bombeio pelo modo mecânico e, por isso, estão distantes do bombeio exatamente a uma frequência mecânica.

Para calcular a transmissão ou reflexão da cavidade basta fazer $|s_{out}|^2 = |s_{in} - \sqrt{\eta\gamma} a(t)|^2$. A figura 2.3 mostra a transmissão normalizada pela potência de entrada s_{in} (azul) para o caso de um laser de bombeio dessintonizado de uma largura de linha (γ) para o vermelho em relação à cavidade. Sabemos que a dessintonia foi para uma frequência menor que a ressonância pois a potência transmitida (em azul) está em contrafase em relação à oscilação mecânica (em vermelho normalizada, tal que $x_0 = 1$). Caso a dessintonia fosse para frequências maiores que a ressonância a oscilação ocorreria em fase com a oscilação mecânica.

Além disso, podemos analisar ainda como esta energia armazenada na cavidade interage com o modo mecânico do espelho móvel. Para isso vamos retomar a expressão 2.35 para a força exercida pelo campo eletromagnético sobre a cavidade. Ao tomar $|a(t)|^2$, desconsiderando novamente os termos de ordem maior que x_0 (estamos analisando ape-

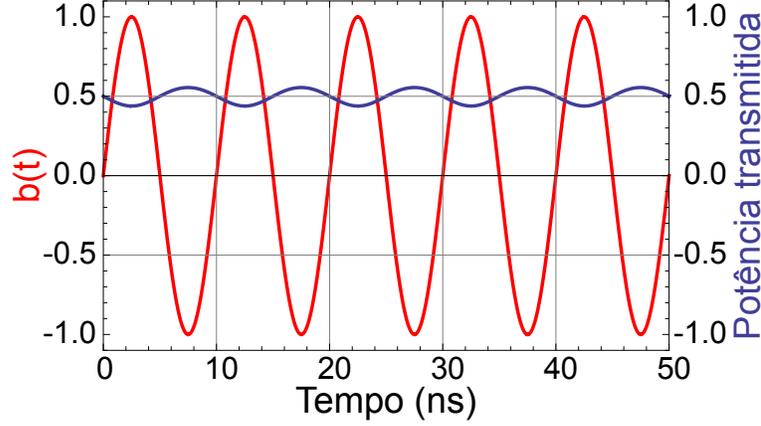


Figura 2.3: **Transmissão de uma cavidade cujo tamanho sofre uma pequena modulação.** Deslocamento mecânico (vermelho) normalizado pra $b_0 = 1$. Dessintonia do bombeio $\Delta = \gamma/2$, acoplamento $\eta = 0.5$, frequência mecânica $\Omega_m = 100MHz$.

nas pequenas oscilações), é possível rearranjar os termos tal que a força pode ser escrita da seguinte forma [24]:

$$F_{ext} = F_i \sin \Omega_m t + F_q \cos \Omega_m t + F_c \quad (2.41)$$

onde $F_i = F_i(\Delta)$ (amplitude da componente da força em fase com o movimento mecânico) e $F_q = F_q(\Delta)$ (amplitude da componente da força em quadratura de fase com o movimento mecânico), são constantes que dependem da dessintonia do bombeio em relação à cavidade. O termo em F_c não depende do tempo e apenas desloca o ponto de equilíbrio do sistema, não tendo qualquer outro efeito a não ser o deslocamento da ressonância óptica, observado em medidas de biestabilidade. As expressões para F_c , F_i e F_q são:

$$F_c = -\frac{4\gamma\eta g_{om} s_{in}^2}{\omega_0 (\gamma^2 + 4\Delta^2)} \quad (2.42)$$

$$F_i = F_c \left[\frac{8\Delta g_{OM} (\gamma^2 + 4\Delta^2 - 4\Omega_m^2)}{(\gamma^2 + 4(\Delta - \Omega_m)^2) (\gamma^2 + 4(\Delta + \Omega_m)^2)} \right] \quad (2.43)$$

$$F_q = -F_c \left[\frac{32\gamma\Delta g_{OM}}{(\gamma^2 + 4(\Delta - \Omega_m)^2) (\gamma^2 + 4(\Delta + \Omega_m)^2)} \right] \quad (2.44)$$

Tipicamente, em medidas de oscilação mecânica, $\gamma \gg \Omega_m$. Nessa condição podemos ainda simplificar as expressões de F_i e F_q , tal que:

$$F_i = -\frac{32\eta\gamma s_{in}^2 g_{OM}^2 \Delta}{\omega_0 (4\Delta^2 + \gamma^2)^2} \quad (2.45)$$

$$F_q = \frac{128\eta\gamma^2 s_{in}^2 g_{OM}^2 \Delta}{\omega_0 (4\Delta^2 + \gamma^2)^3} \quad (2.46)$$

Como assumimos que a modulação no tamanho da cavidade tem a forma $b(t) = b_0 \sin \Omega_m t$, então podemos reescrever a expressão da força como:

$$F_{ext} = F_i \frac{b(t)}{b_0} + F_q \frac{\dot{b}(t)}{b_0 \Omega_m} + F_c = F_i b(t) + F_q \dot{b}(t) + F_c \quad (2.47)$$

onde, para simplificar a expressão, fizemos $F_i/b_0 \rightarrow F_i$ e $F_q/b_0 \Omega_m \rightarrow F_q$.

Substituindo esta expressão na equação de movimento do oscilador harmônico referente ao movimento do espelho temos:

$$\ddot{b}(t) + \frac{\Gamma_m}{2} \dot{b}(t) + \Omega_m^2 b(t) = \frac{F_i}{m_{eff}} b(t) + \frac{F_q}{m_{eff}} \dot{b}(t) + \frac{F_c}{m_{eff}} \quad (2.48)$$

Assim fica claro que os termos de seno e cosseno da força alteram a autofrequência mecânica (efeito de mola óptica) e a atenuação mecânica (atenuação óptica), respectivamente. Podemos então reescrever 2.48 como:

$$\ddot{b}(t) + \frac{\Gamma'_m}{2} \dot{b}(t) + \Omega'^2_m b(t) = \frac{F_c}{m_{eff}} \quad (2.49)$$

sendo $\Gamma'_m = \Gamma_m - [F_q(\Delta)/m_{eff}]$ e $\Omega'^2_m = \Omega_m^2 - [F_i(\Delta)/m_{eff}]$ as novas atenuação e autofrequência, respectivamente, do modo mecânico devido à presença de um campo eletromagnético na cavidade. Na figura 2.4 estão plotadas as razões Γ'_m/Γ_m (a) e Ω'_m/Ω_m (b) em função da dessintonia do bombeio em relação à ressonância óptica da cavidade.

Vemos então que se o laser de bombeio está dessintonizado para o vermelho, ou seja, uma frequência menor que a ressonância, há um aumento no coeficiente de atenuação. Em outras palavras, é possível reduzir a amplitude da oscilação mecânica deste modo (resfriamento de um modo mecânico). Este efeito é acompanhado por uma redução na frequência de oscilação mecânica, como se uma mola extra com constante elástica menor aparecesse em série com a mola já existente.

Por outro lado, se o laser de bombeio for dessintonizado para o lado azul da ressonância, ou seja, uma frequência maior que ω_0 , observamos uma redução no coeficiente de atenuação. Este fenômeno é acompanhado de um aumento da frequência mecânica de oscilação, como se uma mola de constante elástica maior tivesse sido colocada em série

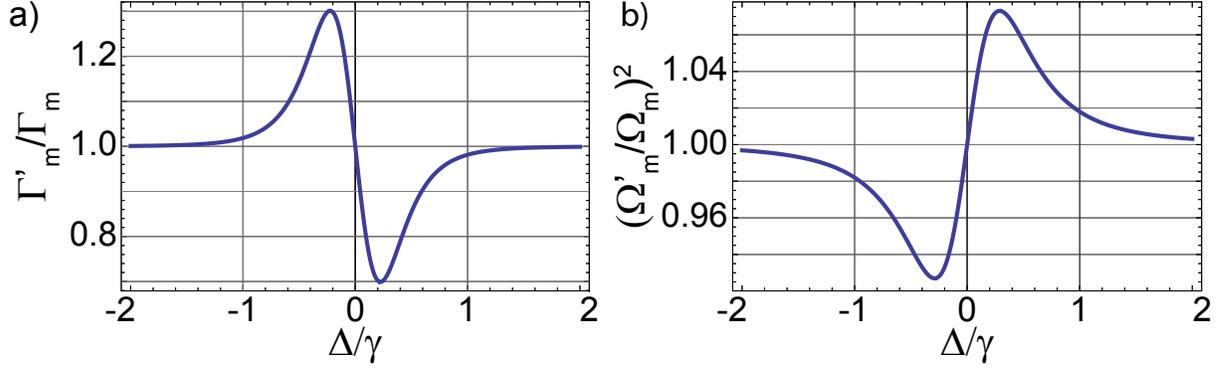


Figura 2.4: **Comportamento da atenuação e frequência mecânicos efetivos.** (a) Razão da atenuação mecânica efetiva com a atenuação original; (b) Razão da frequência mecânica efetiva com a frequência original. Ambos são plotados em função da dessintonia dada em números de largura de linha óptica.

com a mola já existente.

Neste último caso é possível determinar uma potência de limiar, P_{th} , acima da qual o sistema passa a oscilar sem perdas (oscilações autossustentadas). Para isto vamos tomar o ponto de mínimo da atenuação efetiva Γ'_m , para o caso em que $\gamma \gg \Omega_m$, que ocorre quando $\Delta = \gamma/2\sqrt{5}$. Neste ponto a variação no coeficiente de atenuação causada pela luz é dada por:

$$\Delta\Gamma = \frac{200\sqrt{5} \eta g_{OM}^2 P}{27\omega_0 \gamma^3 m_{eff}} \quad (2.50)$$

onde $P = s_{in}^2$ é a potência lançada na cavidade, tal que $\eta\gamma P$ é a energia acoplada à cavidade.

Como a atenuação efetiva é dada por $\Gamma'_m = \Gamma_m - \Delta\Gamma$, a potência de limiar é encontrada fazendo $\Gamma'_m = 0$, assim obtemos:

$$P_{th} = \frac{27\omega_0 \gamma^3 m_{eff} \Gamma_m}{200\sqrt{5} \eta g_{OM}^2} \quad (2.51)$$

sendo Γ_m a atenuação do modo mecânico para a cavidade sem bombeio.

3. Simulações Numéricas

Neste capítulo da dissertação serão apresentados os resultados das simulações do objeto de estudo desta dissertação, o oscilador optomecânico de disco duplo de nitreto de silício (Si_3N_4). As simulações foram feitas pelo método de elementos finitos utilizando o pacote comercial COMSOL[®]. Primeiramente será feita uma breve introdução ao método de elementos finitos implementado por este software, seguido dos métodos usados para a obtenção dos parâmetros de interesse para o sistema, como o acoplamento optomecânico, a massa efetiva e o fator de qualidade mecânico. Em seguida será apresentado o sistema e os resultados obtidos.

Todas as imagens de simulações mostradas aqui foram geradas através do COMSOL[®] e os gráficos mostrando comportamentos de parâmetros foram gerados com o MatLab[®], com o qual o COMSOL[®] possui a interface LiveLink[®].

Os resultados apresentados na seção 3.3 deste capítulo foram apresentados na *II Latin America Optics and Photonics Conference - II LAOP* [sec. 9.1, ítem 1].

3.1 Elementos Finitos - Método de Galerkin

O método dos elementos finitos é um método usado para resolver equações diferenciais parciais. Para isso o domínio computacional é dividido em subdomínios nos quais a função incógnita é interpolada por campos polinomiais escalares ou vetoriais. Os problemas abordados por este método podem ser dos mais variados, como um meio por onde se propaga uma onda eletromagnética ou onde há um campo estático, ou mesmo deformações mecânicas numa estrutura, por exemplo.

No caso eletromagnético, por exemplo, queremos resolver a equação para o campo elétrico dada por (o mesmo vale para o campo magnético):

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (3.1)$$

sendo μ_r a permeabilidade magnética relativa do material, ϵ_r a permissividade elétrica relativa e $k_0 = \omega_0 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ a constante de propagação no vácuo.

Pelo método de Galerkin [25] queremos encontrar a condição em que a função 3.2 se anule [26].

$$F(\mathbf{w}, \mathbf{E}) = \int_V \left[\left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{w} \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{w} \cdot \mathbf{E} \right] dV \quad (3.2)$$

onde \mathbf{w} é uma função teste. Este método também é chamado de resíduo ponderado pelo método de Galerkin.

No caso de interesse neste trabalho os campos são melhor descritos em coordenadas cilíndricas, devido à simetria axial da cavidade (ver seção 3.2). Dessa forma assumimos que o campo tem uma dependência $e^{-im\phi}$ e expandimos a função bilinear 3.2 em termos de componentes no plano (\hat{r}, \hat{z}) e normal a este plano (na direção $\hat{\phi}$). A dedução completa e a forma final da função bilinear é mostrada no apêndice A e na referência [26].

Neste ponto a função bilinear, também chamada de forma fraca da equação a ser resolvida, padrão do COMSOL[®] para simetrias axiais resolve apenas o problema de ordem azimutal mais baixa, ou seja, $m = 0$. Por isso a forma fraca foi redefinida no software (ele oferece essa liberdade) conforme a encontrada no apêndice A.

3.2 O disco duplo de Si_3N_4 - Modos ópticos e mecânicos

O sistema estudado nesta dissertação é um ressonador óptico formado por dois discos de nitreto de silício (Si_3N_4) separados por uma camada de óxido de silício (SiO_2) e suspensos sobre um substrato de silício por um pedestal de óxido de silício, conforme indicado na figura 3.1. Os discos, idealmente, possuem $20\mu\text{m}$ de raio e 200nm de espessura, separados por um óxido com 200nm de espessura e suspensos por $4\mu\text{m}$ de óxido.

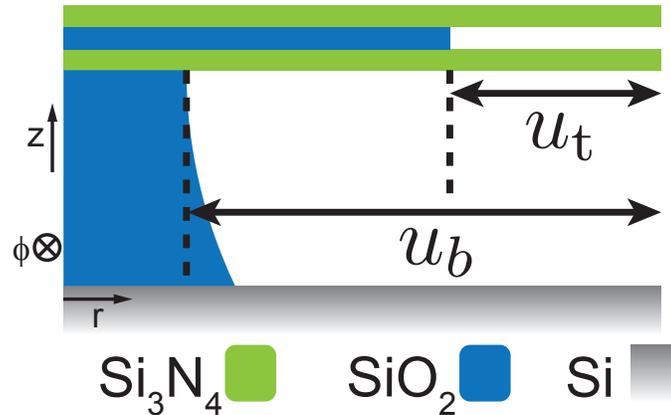


Figura 3.1: Corte transversal de uma cavidade de disco duplo de Si_3N_4 . u_t é o *undercut* superior e u_b o inferior.

Indicados na figura 3.1 estão o que será chamado de *undercut* superior (u_t) e *undercut* inferior (u_b). Juntamente com a espessura do óxido entre os discos e dos próprios discos, estes serão os parâmetros a serem variados durante os estudos das simulações numéricas aqui apresentadas. Os detalhes para fabricação dos dispositivos a serem medidos serão apresentados num próximo capítulo.

Para entender como são os modos ópticos deste tipo de ressonador vamos inicialmente ver como são os modos em um ressonador cilíndrico, ou seja, sem confinamento na direção \hat{z} (fig. 3.2). Este problema apresenta solução analítica exata dada por funções de Bessel

$J_m(nk_0r)$ de ordem m dentro da cavidade, onde assumimos que a componente z do campo elétrico pode ser escrita como $E_z = e^{im\phi} J_m(nk_0r)$, sendo $n = v_0/v_1$ o índice de refração dentro da cavidade, com v_0 a velocidade da onda fora e v_1 dentro da cavidade. Fora da cavidade, como esperamos que o campo vá a zero longe da cavidade, este será dado por funções de Hankel $H_m(k_0r)$ de ordem m . Na direção radial, as condições de contorno impõem que o vetor de onda k seja proporcional à N -ésima raiz das funções de Bessel do segundo tipo, assim temos os dois números modais N e m .

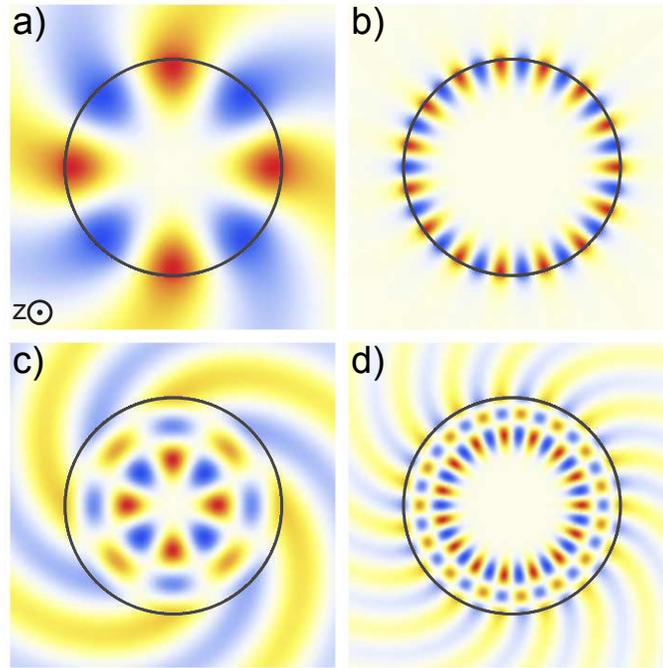


Figura 3.2: **Modos de galeria sussurrante para um cilindro infinito na direção \hat{z} .** Componente do campo elétrico na direção \hat{z} . Linha escura representa a borda da cavidade. (a) $N = 1$ e $m = 4$; (b) $N = 1$ e $m = 15$; (c) $N = 3$ e $m = 4$; (d) $N = 3$ e $m = 15$.

Estes são chamados modos de galeria sussurrante (WGM, na sigla em inglês) que, como é possível observar na figura 3.2, tendem a se concentrar cada vez mais na borda para m 's maiores, mas que também pode assumir modos com um maior número de lóbulos na direção radial.

Ao limitar a dimensão da cavidade na direção \hat{z} , assim como ocorre em guias dielétricos do tipo *slab waveguide*, existe uma onda evanescente fora da cavidade nesta direção cuja intensidade decai exponencialmente. A constante de decaimento desta onda é obtida da constante de propagação da mesma por [27]:

$$k_z^2 = \beta^2 - k_0^2 \quad (3.3)$$

onde k_0 é a constante de propagação da onda no vácuo, β é a constante de propagação

do modo na cavidade e k_z a constante de decaimento da onda evanescente. Na figura 3.3 é mostrado um exemplo de modo para uma cavidade de disco simples.

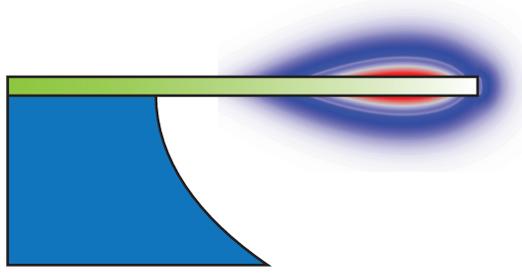


Figura 3.3: **Modo óptico do disco simples.** Módulo da componente radial do campo elétrico de um modo TE, $|E_r|$.

Ao aproximar dois discos a uma distância menor que $\lambda_z = 2\pi/k_z$, que é da ordem do comprimento de onda no vácuo, ocorre um acoplamento entre os dois discos, de forma que o modo de propagação engloba ambos os discos e pode estar em duas configurações, uma com os campos nos dois discos em fase (modo simétrico) e outra com os campos em cada disco em contrafase (modo antissimétrico). Na figura 3.4 são mostrados dois exemplos de modos para uma cavidade de disco duplo, um modo simétrico e outro antissimétrico.

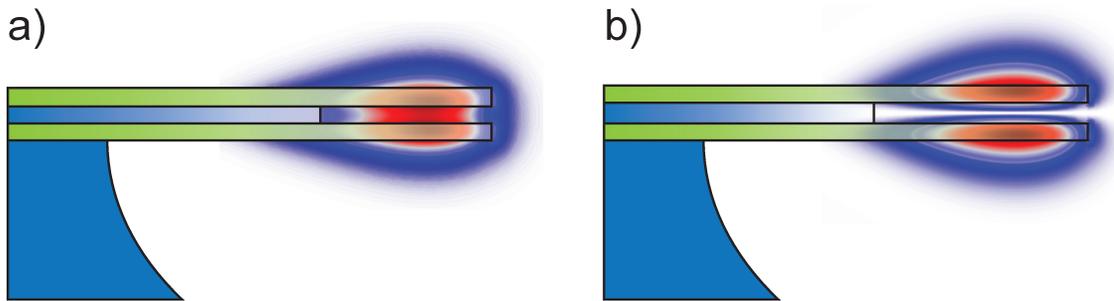


Figura 3.4: **Modos ópticos do disco duplo.** Módulo da componente radial do campo elétrico de um modo TE, $|E_r|$. (a) modo simétrico; (b) modo antissimétrico.

Devido ao acoplamento entre os discos se dar por radiação evanescente, a autofrequência dos modos acoplados depende fortemente (e exponencialmente) da distância entre os mesmos. A figura 3.5 mostra a dependência da frequência de ressonância, para um modo simétrico, com a distância entre os discos.

Durante os estudos desta dissertação focaremos apenas no modo simétrico, pois este não possui frequência de corte, ou seja, não deixa de existir, na situação limite em que os discos se tocam [28]. Além disso usaremos sempre o modo $TE_{N=1}^{m=117}$; $N = 1$ pois, como é possível ver na figura 3.4-a, este modo possui o campo eletromagnético concentrado nas bordas da cavidade; e $m = 117$ apenas porque conseguimos um comprimento de onda ressonante muito próximo de 1550nm.

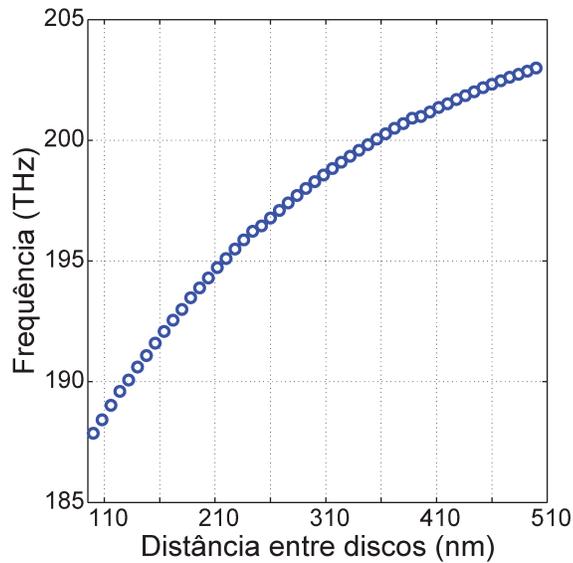


Figura 3.5: **Frequência de ressonância de um modo TE em função da distância entre os discos.**

A estrutura da figura 3.1 também apresenta modos mecânicos como os apresentados nas simulações da figura 3.6. Aqui são apresentados apenas os modos cujo deslocamento se concentra nas bordas livres dos discos, pois são os que podem apresentar maior acoplamento optomecânico, já que os modos ópticos também se concentram nesta região da cavidade (fig. 3.4).

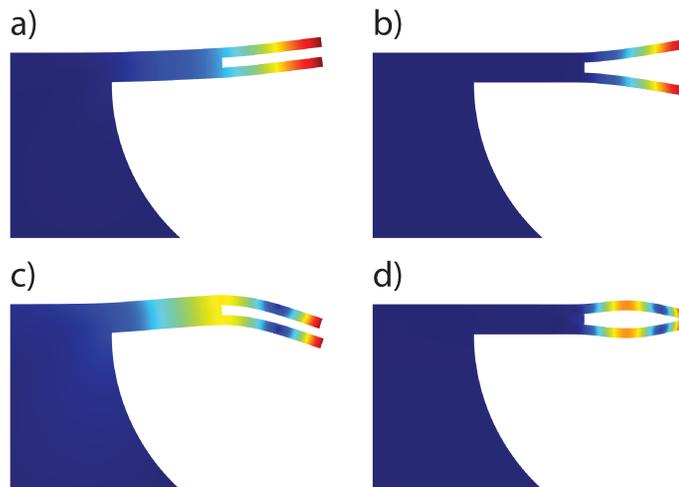


Figura 3.6: **Modos mecânicos de uma cavidade de dsico duplo.** As cores representam a amplitude normalizada do deslocamento. (a e b) modos simétrico (a) e antissimétrico (b) de primeira ordem, $N = 1$; (c e d) modos simétrico (c) e antissimétrico (d) de segunda ordem, $N = 2$.

Estes modos mecânicos também podem ser caracterizados por números N e m , de forma semelhante aos modos eletromagnéticos (na figura 3.6 temos $m = 0$ para todos

os casos e: (a) $N = 1$, simétrico; (b) $N = 1$, antissimétrico; (c) $N = 2$, simétrico; (d) $N = 2$, antissimétrico). Aqui estaremos interessados em modos com $m = 0$, pois não queremos estudar espalhamento de ondas mecânicas propagantes. Entretanto olharemos para modos com ordem radial $N = 1$ e $N = 2$ já que, como será apresentado na próxima sessão, estudaremos a possibilidade de operar estes dispositivos em frequências mecânicas próximas a GHz.

Como é possível perceber, assim como os modos de duas vigas acopladas, ou de um diapasão, existem modos simétricos e antissimétricos. Estaremos interessados nos modos antissimétricos, já que são os que apresentam variação considerável da distância entre os discos, portanto contribuindo com um acoplamento optomecânico maior.

3.3 Oscilador optomecânico de disco duplo em altas frequências

Como vimos na seção 2.4, a interação do modo óptico com um modo mecânico gera bandas laterais no sinal do laser de bombeio, uma Stokes e uma anti-Stokes. Na figura 3.7 vemos que, se o laser de bombeio estiver dessintonizado da ressonância da cavidade a uma distância igual à autofrequência do modo mecânico, uma das bandas laterais (Stokes na figura 3.7) possuirá frequência igual à ressonância óptica da cavidade, fazendo com que o sinal desta banda lateral seja maior em relação à outra (anti-Stokes). Existe uma condição em que a razão de intensidade entre as duas bandas laterais é muito maior que um, chamada de banda lateral resolvida.

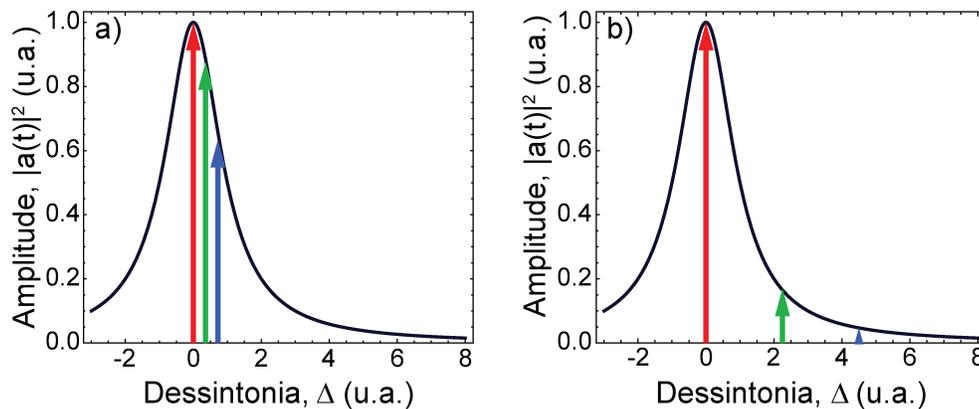


Figura 3.7: **Amplitude da energia dentro da cavidade (flechas)**. (a) Banda lateral não resolvida; (b) banda lateral resolvida. Flechas: verde representa o bombeio; vermelha e azul as bandas laterais Stokes e anti-Stokes, respectivamente.

Para que isto aconteça é preciso que a frequência mecânica seja maior que a largura da linha de cavidade, ou seja, $\Omega_m > \gamma$. Este regime, para bombeios dessintonizados

para o vermelho, se mostrou bastante importante em processos de transparência induzida optomecanicamente e no resfriamento de modos mecânicos até o estado quântico fundamental [16, 19, 29]. Com o bombeio sintonizado para frequências mais altas que a ressonância, além de oscilações auto-sustentadas e sincronismo clássico [30], há propostas de estudo de sincronismo quântico nessas cavidades [31].

Procurando operar as cavidades de disco duplo de Si_3N_4 neste regime de banda lateral resolvida, estudamos o comportamento das autofrequências mecânicas dessas cavidades em função do *undercut* superior u_t . É importante lembrar que no processo de fabricação, como será mostrado no próximo capítulo, não é possível separar a corrosão de u_t da corrosão de u_b . Portanto, baseado nos valores indicados para u_t e u_b em [30] relacionamos os dois valores por uma constante $\alpha \approx 2.1$, tal que $u_b = \alpha u_t$. Na figura 3.8-a estão a autofrequência dos modos mecânicos com $N = 1$ em vermelho e $N = 2$ em azul. Aqui fica claro que se quisermos usar frequências próximas de GHz não poderemos depender do modo de primeira ordem, mas podemos buscar estimular o modo de segunda ordem.

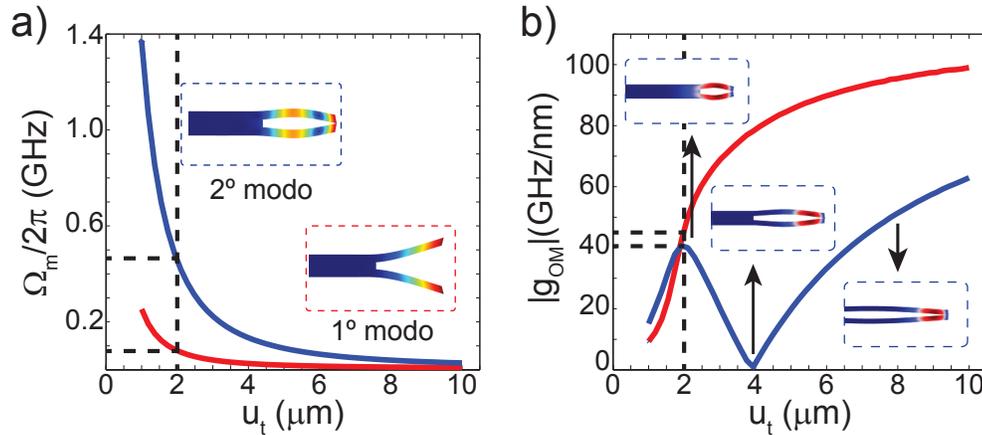


Figura 3.8: **Resultados das simulações de frequência mecânica e acoplamento optomecânico para uma cavidade de disco duplo.**(a) Frequência mecânica em função do *undercut* - as cores representam o módulo da amplitude do deslocamento mecânico; (b) g_{OM} em função do *undercut*. As inserções na figura (b), da esquerda para a direita, têm u_t igual a $2\mu\text{m}$, $4\mu\text{m}$ e $8\mu\text{m}$, respectivamente - as cores representam o módulo da intensidade da componente radial do campo elétrico. A linha tracejada marca $u_t = 2\mu\text{m}$.

No entanto era preciso saber ainda se este segundo modo possui um acoplamento optomecânico apreciável. Para calcular o g_{OM} usamos a expressão 2.34 e, substituindo o campo eletromagnético e o deslocamento fornecidos pelas simulações, foram obtidas as curvas em 3.8-b. Para este cálculo, como se trata de teoria de perturbação, os modos óptico e mecânico são calculados separadamente e usados na expressão 2.34.

É interessante notar que, para o modo de segunda ordem, o g_{OM} passa pelo zero em torno de $u_t = 4\mu\text{m}$, ou seja, ele muda de sinal. Isto ocorre pois, o g_{OM} depende

do sentido do deslocamento mecânico. Assim, como o modo de segunda ordem possui um nó entre a base e a borda, há duas regiões cujos deslocamentos estão em contrafase, ou seja, na borda o deslocamento tem direção oposta ao ventre (entre a base e o nó). Portanto, como a distribuição espacial do modo mecânico muda com u_t , a sobreposição entre os modos mecânico e óptico também muda, tal que em torno de $u_t = 4\mu m$ o modo óptico tem sua região de máxima intensidade exatamente sobre o nó do modo mecânico, de tal forma que as contribuições de cada lado do nó para o g_{OM} se anula.

Um valor típico de u_t encontrado em [30] é aproximadamente $2\mu m$. Indicamos na figura 3.8 este valor com uma linha tracejada preta. Assim fica claro que, para este valor de *undercut* superior com o qual o primeiro modo opera em torno de 100MHz, o segundo modo pode operar em frequências superiores a 700MHz, um aumento de 7 vezes na frequência do modo. Além disso este segundo modo possui um acoplamento optomecânico praticamente igual ao do primeiro modo, em torno de 40GHz/nm. Portanto parece ser sim possível estimular este modo de segunda ordem o qual, para uma cavidade com fator de qualidade óptico $Q_{opt} \approx 300000$, ou seja, uma largura de linha $\gamma \approx 650MHz$, pode colocar o sistema facilmente no regime de banda lateral resolvida, apenas controlando o tamanho de u_t durante a fabricação.

Entretanto ainda falta saber se, dado que ambos os modos possuem um acoplamento optomecânico semelhante, será possível estimular o modo de segunda ordem sem que o de primeira ordem apareça. Assumindo que o vamos estimular um modo em banda lateral resolvida, enquanto o outro não encontra-se nessa situação, podemos analisar o efeito que esta condição causa na atenuação mecânica.

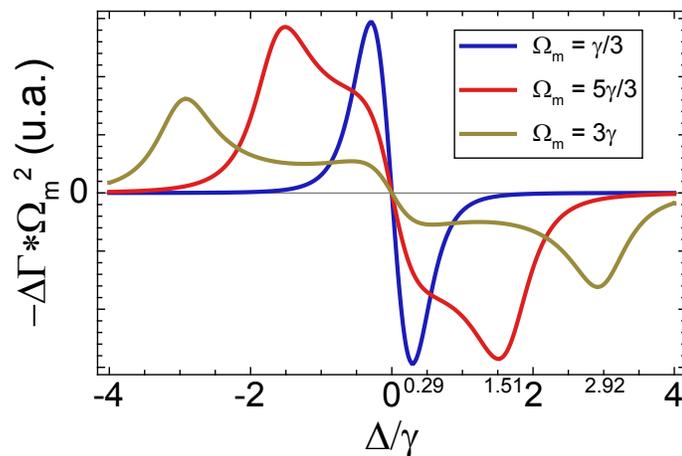


Figura 3.9: **Variação do coeficiente de atenuação em função da dessintonia.** Em banda lateral resolvida (vermelho e amarelo) e em banda lateral não resolvida (azul). A dessintonia é dada em números de largura de linha óptica. A variação foi reescalada para melhor visualização do comportamento. Estão indicados os valores de dessintonia para os pontos de máxima variação.

Na figura 3.9 estão a variação do coeficiente de atenuação ($\Delta\Gamma = F_q/m_{meff}$) para um modo em banda lateral não resolvida (azul) e dois modos em banda lateral resolvida (vermelho e amarelo). Vemos que existe uma modificação significativa no comportamento do coeficiente, tal que existe uma região em que um modo é muito mais atenuado que o outro. Portanto, em banda lateral resolvida, é possível colocar um modo isolado em oscilação autossustentada.

4. Fabricação de cavidades de disco duplo de Si_3N_4

Neste capítulo será apresentado o processo de fabricação de uma cavidade optomecânica de disco duplo de Si_3N_4 e os resultados obtidos para este processo nos laboratórios do Instituto de Física "Gleb Wataghin" da UNICAMP (IFGW-UNICAMP) e do Centro de Componentes Semicondutores da UNICAMP (CCS-UNICAMP).

Apenas a etapa de crescimento dos filmes finos não foi realizada nas dependências da UNICAMP, mas no CNF (*Cornell NanoScale Science & Technology Facility*), na Universidade de Cornell pelo orientador desta dissertação, Gustavo Wiederhecker, por isso não há uma seção dedicada a esta etapa do processo. As demais etapas foram todas testadas na UNICAMP, entretanto o dispositivo final medido foi processado até a etapa de corrosão seca no CNF-Cornell, sendo liberada (fig. 4.1 - etapa 5) no IFGW.

4.1 Visão geral do processo de fabricação

Na figura 4.1 estão esquemas representando cada etapa da fabricação de uma cavidade optomecânica de disco duplo de Si_3N_4 .

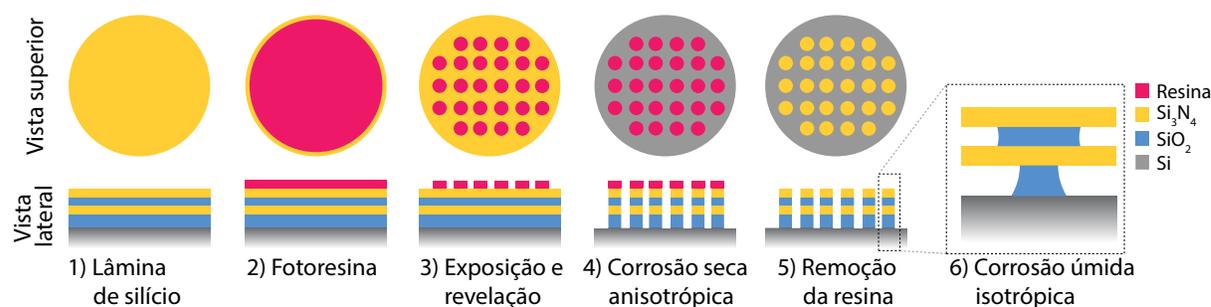


Figura 4.1: **Etapas do processo de litografia.** Na linha superior é ilustrada a vista do topo da lâmina de silício, na linha inferior a visão lateral do processo. Os diferentes filmes que compõem a estrutura são representados por diferentes cores, seguindo a legenda à direita.

Após o crescimento dos filmes finos de nitreto de silício (Si_3N_4), por LPCVD (Low Pressure Chemical Vapour Deposition), e do óxido de silício (SiO_2), por PECVD (Plasma-Enhanced Chemical Vapour Deposition), entre eles, sobre uma camada de aproximadamente $4\mu\text{m}$ de óxido de silício térmico (etapa 1), uma camada de resina sensível a luz ou elétrons (depende do tipo de processo usado na escrita dos padrões) é depositada sobre a amostra (etapa 2). A amostra é então aquecida a 90°C , por um minuto, para solidificação do resiste.

Em seguida o padrão dos discos é gravado sobre a resina, que servirá de máscara para a corrosão, usando luz ou elétrons. O processo é completado revelando o padrão gravado (etapa 3). A amostra é então colocada em um equipamento onde será atacada por íons (corrosão por plasma) num processo misto de *sputtering* (remoção mecânica de material) e reações químicas (etapa 4).

A última etapa é a liberação do oscilador mecânico (*release*). Este processo é feito mergulhando a amostra em uma solução de baixa concentração de ácido fluorídrico (HF) em fluoreto de amônio (NH_4F). Esta solução é conhecida como *Buffered Oxide Etch* (BOE) e ataca principalmente o SiO_2 , deixando assim a estrutura de nitreto de silício livre para oscilar. É nesta etapa que controlamos o tamanho de u_t , mudando o tempo de corrosão da amostra.

4.2 Litografia por feixe de elétrons

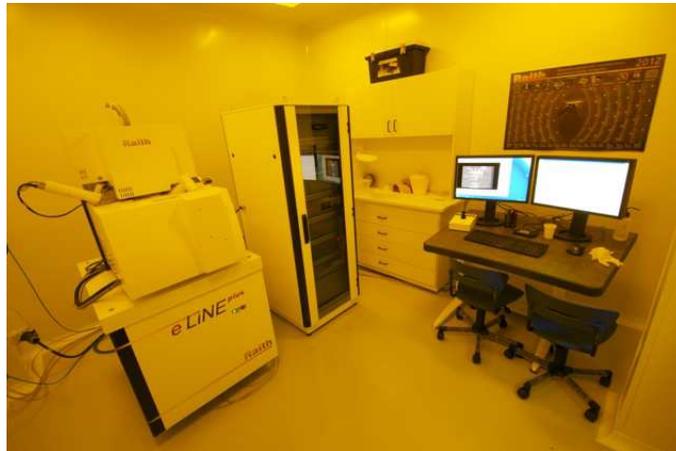


Figura 4.2: **Raith e-Line Plus**. Microscópio eletrônico usado para litografia com feixe de elétrons.²

O padrão a ser gravado foi gerado através do programa Gdspy, um software livre para criação de padrões no formato GDSII. A gravação é feita no Raith e-Line (fig. 4.2), equipamento alocado no CCS-UNICAMP. O equipamento é um microscópio eletrônico com um porta-amostras capaz de se mover nas três direções (x,y,z), sendo assim possível usá-lo para gravar padrões em um eletrorresiste.

Após a deposição do resiste ma-N 2403, um resiste negativo, ou seja, a região gravada é a região que permanece após a revelação, a amostra é carregada no e-Line e, após o processo de alinhamento do equipamento, o padrão é gravado. O resultado após a

²Fonte: <http://www.ccs.unicamp.br/novosite/equipamentos/feixes-de-ions-e-eletrons-para-nanofabricacao/>

revelação com AZ300-MIF é mostrado na figura 4.3. Os parâmetros da gravação são apresentados na tabela 4.1.

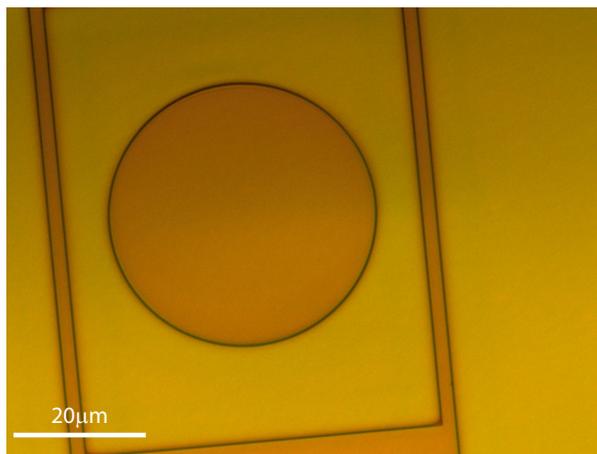


Figura 4.3: Foto de microscopia óptica da máscara gravada e revelada. O fundo amarelo claro é o nitreto de silício à mostra e a estrutura alaranjada é a máscara de resiste resultante.

Tabela 4.1: Parâmetros de gravação no Raith e-Line.

Dose	140 μC
Corrente	42pA
Energia do feixe	20keV
Campo de escrita	100 μm
Tempo de gravação	1h20min

Esta amostra é então aquecida novamente, desta vez a 145°C, por 5 minutos (*post-baking*), para secagem completa do resiste, removendo qualquer resíduo de solvente. Então o processo segue com a corrosão seca por plasma.

4.3 Corrosão seca - RIE

A corrosão seca é feita num processo de *sputtering*, ou seja, remoção mecânica de material, auxiliado por reação química. Numa câmara em vácuo um gás é injetado e uma tensão é aplicada entre dois eletrodos, ionizando o gás (formação de plasma) e acelerando os íons em direção ao eletrodo com polarização negativa. Aplicando potencial suficiente entre os eletrodos, os íons podem adquirir energia suficiente para remover átomos de uma amostra colocada sobre o catodo (*sputtering*). Para que o processo seja eficiente mesmo com amostras isolantes ou semicondutoras um sinal de rádio frequência é adicionado sobre a tensão contínua que gera o plasma.

Para aumentar ainda mais a eficiência do processo de corrosão, o gás usado é escolhido tal que possa sofrer uma reação química com o material a ser removido. No caso de materiais à base de silício, como o nitreto e o óxido das amostras aqui estudadas, os gases típicos para este processo são gases fluoretados. Ou seja, gases contendo flúor em suas moléculas, como o hexafluoreto de enxofre (SF_6), o tri-flúor-metano (CHF_3) e o tetra-flúor-metano (CF_4). Estes gases ainda podem ser misturados com outros para melhorar a remoção de material por *sputtering*, ou ainda outros reagentes com materiais da amostra cujos produtos das reações sejam mais fáceis de remover da câmara.

A este processo de corrosão mecânica auxiliado por reação química dá-se o nome de RIE, do inglês *Reactive Ion Etch*. Para as amostras processadas durante esta dissertação o gás usado foi o CF_4 puro. No entanto não basta saber que gás usar, é preciso determinar uma receita, uma coleção de parâmetros que permitem um corrosão de qualidade. Para isso diversos testes foram feitos usando a máquina de RIE do Laboratório de Pesquisas em Dispositivos (LPD) do IFGW (fig. 4.4).



Figura 4.4: **Equipamento de corrosão por RIE.** Alocado em um dos laboratórios do IFGW.

Nos primeiros testes, apesar de a corrosão ocorrer sem degradação da máscara, havia a formação de uma estrutura indesejada na região atacada que causava defeitos nas paredes do que viria a ser o dispositivo (fig. 4.5). Analisando os parâmetros usados para esta corrosão observou-se que o potencial DC durante o processo era muito elevado ($\approx 600\text{V}$). Como a amostra processada era muito menor que o catodo do equipamento, era possível que estivesse ocorrendo *sputtering* do catodo seguido de redeposição do material sobre a amostra, formando-se assim micromáscaras sobre a mesma.

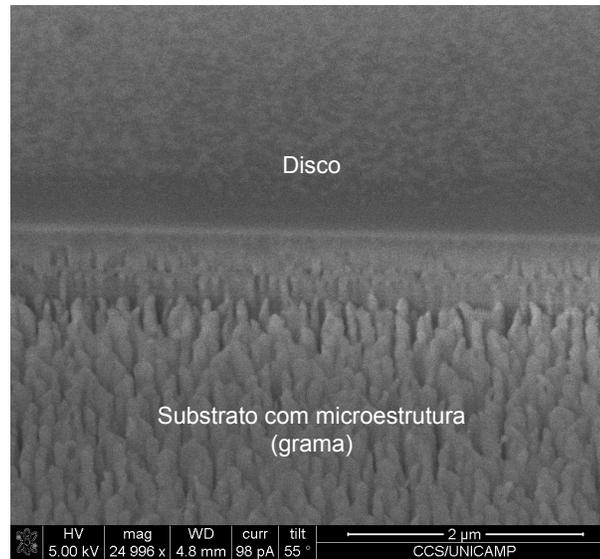


Figura 4.5: **Imagem lateral de SEM da borda do disco.** Microestrutura encontrada na literatura como *grass* (grama).

Para confirmar que estava ocorrendo a redeposição, uma amostra sem máscara foi sacrificada e corroída pelo mesmo processo, por apenas um minuto. Após o ataque, o que se observou no microscópio eletrônico foi a presença de estruturas sobre a amostra (fig. 4.6-a). Para determinar a composição das estruturas foi realizado um EDS (*Energy-dispersive X-ray spectroscopy*) de uma das partículas. O resultado, como mostrado na figura 4.6-b, mostrou que além dos materiais esperados como Si, O e N, componentes da amostra, C e F, componentes do CF_4 , havia uma grande quantidade de alumínio, o mesmo material de que é feito o eletrodo da máquina de RIE.

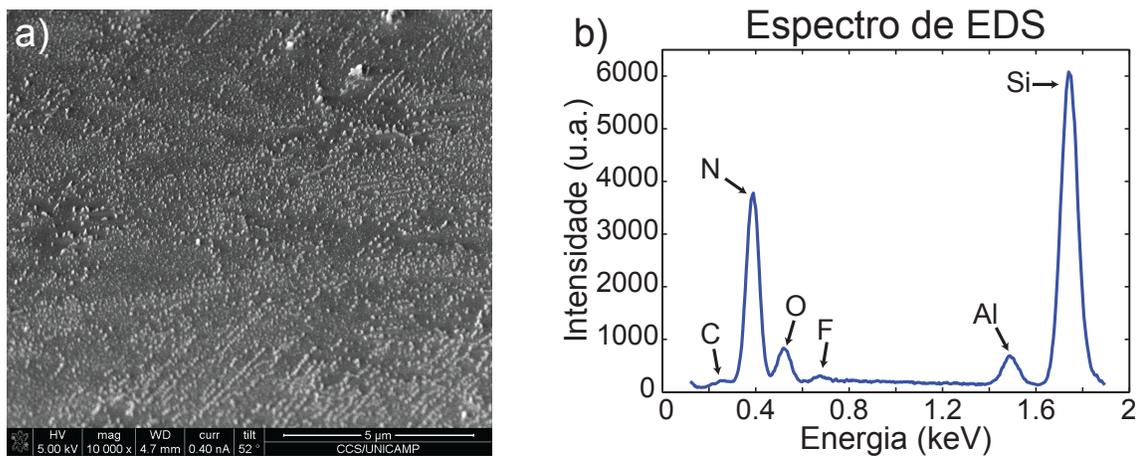


Figura 4.6: **SEM de partículas depositadas (a) e espectro de EDS (b) da amostra.** Silício, nitrogênio e oxigênio fazem parte da composição da amostra. Flúor e carbono compõem o gás usado no processo de corrosão. Alumínio provém do eletrodo do RIE.

Para resolver o problema de redeposição de alumínio do catodo sobre a amostra, assumindo que a maior parte do material depositado viria dos arredores da amostra, uma placa de quartzo, muito maior que a amostra, foi colocada sob a mesma. O resultado pode ser conferido na imagem da figura 4.7.

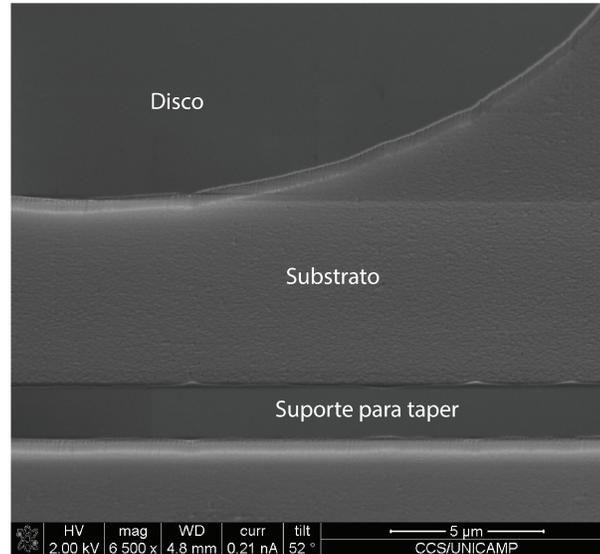


Figura 4.7: SEM de amostra atacada usando placa de quartzo. Sem qualquer indício de redeposição de material.

Os parâmetros usados nesta última corrosão estão listados na tabela 4.2. É importante ressaltar que a amostra não é atacada continuamente pelos 9 minutos indicados em tempo de ataque total. Devido à presença do quartzo sob a amostra, material este isolante elétrico e térmico, a amostra não tem uma boa troca de calor com o eletrodo (refrigerado), podendo haver danificação da máscara durante o processo se for feito de forma contínua. Para evitar este problema a amostra é atacada em intervalos de 1 minuto com 1 minuto de descanso entre cada ataque.

Tabela 4.2: Parâmetros de corrosão por RIE.

Tipo de gás	CF_4
Fluxo de gás	20sccm
Pressão na câmara	50mtorr
Potência de RF	100W
Tensão DC (Bias)	-600V
Tempo de ataque total	9min

Este último teste foi feito com uma amostra com máscara, entretanto o resultado não foi satisfatório. Como o processo envolve ataque por *sputtering*, mesmo que a reação química do gás com a máscara seja desprezível, ainda há uma remoção da mesma. Assim

definimos uma seletividade entre máscara e material da amostra $\alpha = S_{amost.}/S_{masc.}$, onde $S_{amost.}$ é a taxa de remoção de material da amostra e $S_{masc.}$ a taxa de remoção de material da máscara. Para que o processo ocorra corretamente e todo o material seja removido sem que a máscara seja danificada, precisamos que $\alpha \gg 1$. No caso da amostra da figura 4.7, a seletividade foi menor que 1, ou seja, a máscara foi removida antes que todo o material tivesse sido removido.

Nos últimos testes, usando os parâmetros da tabela 4.3, a seletividade para Si₃N₄ encontrada foi de $\alpha_{Si_3N_4} \approx 1$. A seletividade obtida para SiO₂ foi $\alpha_{SiO_2} \approx 1$. Como o resiste possui, aproximadamente 600nm, sendo a espessura de material a ser atacado também 600nm, esta seletividade acarretará em muitos defeitos nos dispositivos. Assim ainda é preciso estudar uma melhor receita para que este processo resulte em um dispositivo funcional.

Tabela 4.3: **Parâmetros de corrosão por RIE.** Teste de seletividade entre a máscara e o Si₃N₄/ SiO₂

Tipo de gás	CF ₄
Fluxo de gás	20sccm
Pressão na câmara	60mtorr
Potência de RF	50W
Tensão DC (Bias)	-350V
Tempo de ataque total	5min

Entre as possibilidades está em misturar outros gases, como o oxigênio, no processo, ou trocar para uma mistura de CHF₃ e O₂ [32, 33]. Ou ainda trocar o processo de corrosão por RIE para um processo com *Electron Cyclotron Resonance* (ECR), dado que o LPD possui um equipamento deste tipo, ou ainda pelo *Inductively Coupled Plasma - RIE* (ICP-RIE), recentemente adquirido pelo CCS-UNICAMP.

4.4 Corrosão úmida em BOE

A última etapa na fabricação dos dispositivos é a corrosão por solução tamponada de ácido fluorídrico (BOE, do inglês *Buffered Oxide Etch*). Esta solução consiste em ácido fluorídrico (HF) diluído em fluoreto de amônio (NH₄F). A solução usada nos processos aqui apresentados possui uma razão de aproximadamente 5:1 de NH₄F para HF (o fabricante não especifica a concentração exata, valor estimado pelas taxas de corrosão).

A solução é colocada em um béquer e a amostra mergulhada na mesma. O tempo de corrosão determina o quanto de óxido será removido, ou seja, o tamanho dos *undercuts* superior e inferior (u_t e u_b). É importante ressaltar que apesar de haver uma seletividade grande entre o SiO₂ e o Si₃N₄, esta seletividade ainda é finita e, como será mostrado no

capítulo 6, esta seletividade deve ser levada em conta no processo de fabricação de dispositivos de alta qualidade.

As amostras processadas nesta etapa foram trazidas pelo orientador desta dissertação, Gustavo Wiederhecker, do CNF da Universidade de Cornell, onde passaram por todos os passos anteriores até a corrosão seca por plasma. Estas amostras continham uma camada de resiste sobre elas, colocado para proteção, que foi removido deixando a amostra imersa em acetona em um ultrassom por 40 minutos.

Após a limpeza, a amostra seca é mergulhada no BOE por 30 minutos. O processo de corrosão é interrompido substituindo gradualmente o conteúdo do béquer por água deionizada. Após a completa substituição da solução ácida pela água, a água é substituída por álcool isopropílico, sendo então deixada para secar na capela até que todo o álcool se evapore. O resultado da corrosão pode ser conferido na figura 4.8.

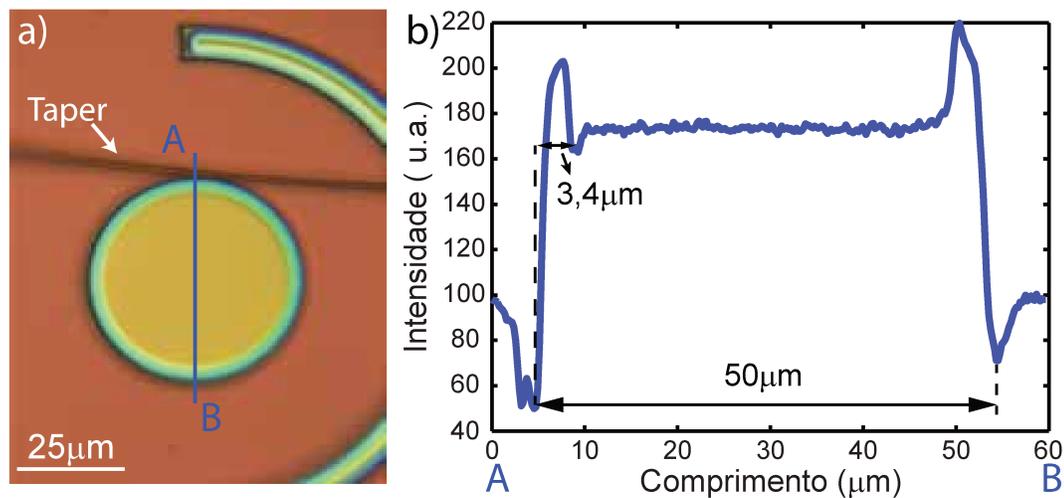


Figura 4.8: **Amostra liberada pelo processo de corrosão úmida com BOE.**
 a) Imagem de microscopia óptica do disco. As cores são resultado de interferência de filmes finos. b) Curva de contraste ao longo da linha AB indicando as dimensões de interesse. Diâmetro do disco: $50\mu\text{m}$ e *undercut* $u_t = 3,4\mu\text{m}$. O arco externo é um suporte para a fibra afunilada.

O valor para o *undercut* $u_t = 3,4\mu\text{m}$ foi obtido medindo a imagem de microscópio óptico com o auxílio de um editor de imagens (ImageJ), conforme a figura 4.8-b. Na figura 4.8-a podemos identificar a região livre do disco em verde e o pedestal em amarelo, sendo as cores resultado de interferência de filmes finos. O arco mais externo é apenas um suporte para a fibra afunilada.

O valor de *undercut* obtido foi bastante maior que os $2\mu\text{m}$ planejados pois a taxa de corrosão do óxido com a solução de BOE usada foi maior que a esperada. Assim seria preciso realizar uma corrosão de uma nova amostra por tempo menor (aproximadamente 17 minutos) para obter o valor desejado.

5. Medidas de oscilações mecânicas

Neste capítulo serão apresentadas as medidas de caracterização de uma cavidade optomecânica de disco duplo de Si_3N_4 . A amostra testada, como citado anteriormente, foi processada até a etapa de corrosão seca no CNF da Unversidade de Cornell, pelo orientador desta dissertação, e liberada por corrosão úmida no IFGW-UNICAMP.

Para realizar as medidas foi necessário desenvolver montagens experimentais que permitissem acoplar a luz de um laser à cavidade. Na seção 5.1 deste capítulo será detalhada a montagem e os desenvolvimentos necessários para realizar as medidas.

5.1 Montagem experimental

A luz de um laser é acoplada à cavidade através de uma fibra óptica afinilada (*taper*)[34]. Esta fibra é fabricada aquecendo e puxando uma fibra monomodo. Para isto foi montado um sistema com 4 motores, todos controlados por computador através de uma interface LabView[®] (fig. 5.1).

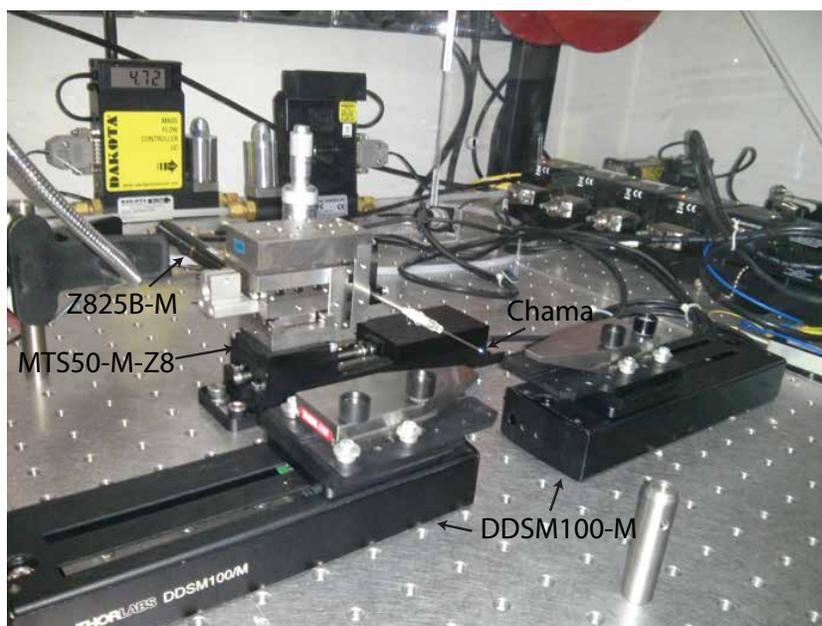


Figura 5.1: **Montagem de fabricação de fibras afiniladas (taper).** É possível ver a chama (azul) na ponta da agulha.

Esta montagem consiste em dois motores que esticam a fibra (modelo DDSM100-M), um motor que aproxima e afasta a chama da fibra (modelo Z825B-M) e um motor que movimenta a chama de um lado para o outro (modelo MTS50-M-Z8), mantendo a distribuição de calor aproximadamente uniforme. Todos os motores são fabricados pela

ThorLabs e controlados através de controladores T-Cube (modelo TDC001), também da ThorLabs.

Seguindo a teoria desenvolvida por T. Birks e Y. Li [35], determinamos os parâmetros para que o taper fosse monomodo e com baixas perdas. Para isso a chama se move sempre com a mesma amplitude, tal que o perfil longitudinal da fibra é aproximadamente exponencial. A amplitude do movimento determina a relação entre o comprimento do taper e seu diâmetro. Em outras palavras, quanto maior a amplitude mais longa será a região afunilada para um determinado diâmetro.

Para determinar com maior precisão se a condição monomodo do taper foi atingida, o sinal de transmissão da fibra é monitorado, através de um laser e um medidor de potência, durante todo o processo de fabricação. Assim é possível parar o processo logo que a fibra se torna monomodo, condição caracterizada pela ausência de batimentos no sinal transmitido causados pelo puxamento da fibra, facilitando o manuseio para montagem no suporte que leva a fibra à cavidade. Os parâmetros usuais para a fabricação de um taper são mostrados na tabela 5.1.

Tabela 5.1: **Parâmetros de fabricação das fibras afuniladas.**

Fluxo de O ₂	8,4sccm
Fluxo de isobutano	4,7sccm
Velocidade de Puxamento	0,125mm/s
Amplitude do mov. da chama	3mm
Velocidade do mov. da chama	2,5mm/s
Posição da chama	13mm
Total puxado	32mm

Além da montagem para a fabricação do taper, também foi desenvolvida uma montagem para a realização das medidas (fig. 5.2). Esta montagem consiste em um suporte para a fibra afunilada (1), um porta amostras (2), um microscópio, tudo colocado dentro de uma caixa de acrílico para reduzir efeitos de fluxo de ar e sujeira.

Os equipamentos usados para as medidas foram: um laser de diodo, com cavidade externa e sintonizável, *Tunics Reference* da *Yenista Optics*; um detector de potência *IR Nanosecond Detector* da *New Focus*; uma DAQ da *National Instruments* (NI USB-6259); uma atenuador variável digital da *OZ Optics*; um fotodetector rápido amplificado *AD-40APDir* da *Picomatrix*; um osciloscópio digital *Infiniium DSO91304A* da *Agilent*. Foi desenvolvido um programa em *LabView*[®] para automatizar as medidas e coleta de dados tanto do espectro de transmissão quanto do espectro de ruído térmico.

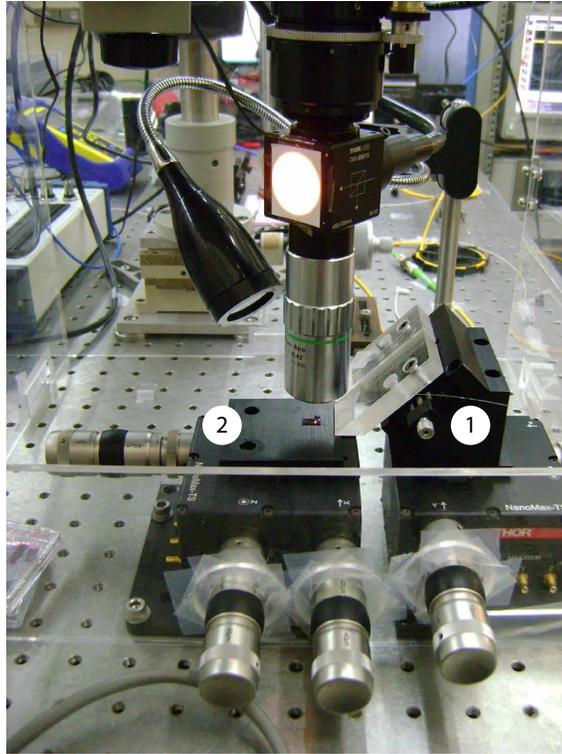


Figura 5.2: Montagem para medidas de cavidades optomecânicas de disco duplo. À direita encontra-se o suporte para o taper (1) desenvolvido para esta montagem, à esquerda o porta-amostras (2).

5.2 Espectro de transmissão

A primeira medida a ser feita para caracterização das cavidades é seu espectro de transmissão. A figura 5.3 mostra um esquema da montagem para este tipo de medida. Utilizando os estágios mostrados na seção 5.1 (fig. 5.2), aproxima-se a fibra da cavidade, como indicado na figura 5.3, apoiando a mesma no suporte (arco maior ao redor da cavidade na figura 5.3) e ajustando a distância entre o taper e a cavidade através dos estágios móveis. A medida consiste em alimentar a cavidade com um laser sintonizável e, através de um fotodetector, medir o sinal de saída da cavidade.

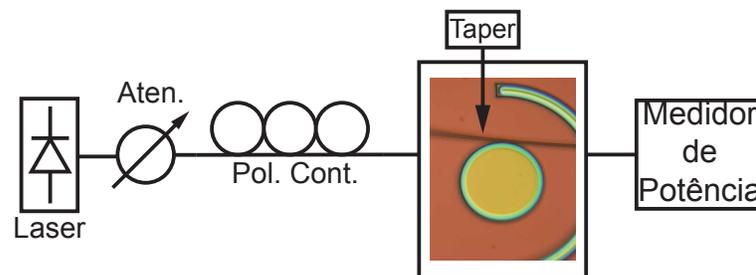


Figura 5.3: Esquema da montagem para medidas de espectro de transmissão. Indicado encontra-se o taper acoplado à amostra.

Como mostrado na sessão 2.1, cada ressonância da cavidade tem a forma de uma lorentziana. Assim, usando o MatLab[®] podemos fazer um ajuste de uma função deste tipo e determinar as características da mesma, como o comprimento de onda central (λ_0), a largura de linha (γ) e o fator de acoplamento (η). A função usada para determinar esses parâmetros é a mesma mostrada na equação 2.17.

A figura 5.4 mostra uma curva típica de uma ressonância por medida de transmissão dessas cavidades, centrada em 1498.2nm. O fator de acoplamento encontrado foi $\eta = 0,18$, a largura de linha $\gamma = 16,7pm$ e o comprimento de onda de ressonância $\lambda_0 = 1498.2nm$. Com isso podemos determinar que o fator de qualidade desta cavidade quando bombeada é $Q_{\text{óptico}} = 89,7k$. Ainda, usando a relação entre o fator de acoplamento e as perdas extrínsecas e totais da cavidade, podemos determinar as perdas intrínsecas da cavidade e assim seu fator de qualidade intrínseco, ou seja, sem a contribuição do acoplamento com a fibra, $Q_i = 110k$.

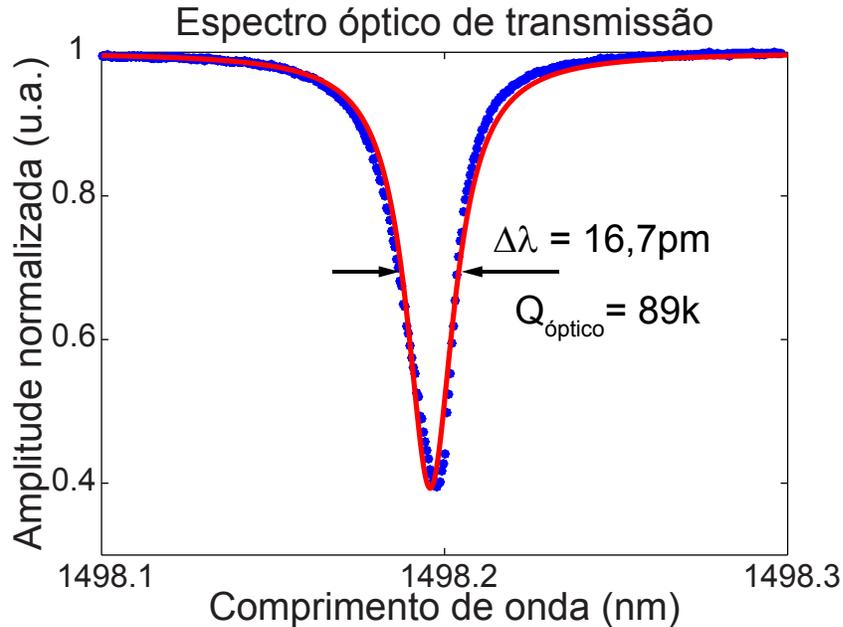


Figura 5.4: **Ressonância óptica de uma cavidade optomecânica de disco duplo.** O comprimento de onda central é $\lambda_0 = 1498.2nm$, o fator de qualidade total medido foi 89 mil ($\Delta\lambda = 16,7pm$), sendo o fator de acoplamento $\eta = 0.18$, resultando em um Q_i intrínseco de 110 mil. Pontos azuis indicam os dados e a linha vermelha a curva ajustada.

É importante ressaltar que para estas cavidades, por apresentarem comportamento biestável mesmo em baixas potências [36], é preciso realizar este tipo de medida com potências muito baixas, evitando assim distorções como a encontrada na figura 5.4. Os parâmetros para esta medida estão relacionados na tabela 5.2. O dispositivo medido possui $50\mu m$ de diâmetro.

Tabela 5.2: Parâmetros de medida do espectro de transmissão da cavidade.

Potência do Laser	6mW
Atenuação	13dB
Comprimento de onda inicial	1460nm
Comprimento de onda final	1500nm
Velocidade de varredura	10nm/s

5.3 Espectro de ruído térmico

Para caracterizar os modos mecânicos da cavidade é feita uma medida do espectro de ruído térmico da cavidade. Para isto varremos o comprimento de onda do laser em torno de uma ressonância óptica, lançando sobre a cavidade uma potência inferior à potência de limiar para as oscilações auto-sustentadas. Assim é possível observar, captando a modulação do sinal de saída com um fotodetector rápido, os modos mecânicos que começam a ter sua atenuação reduzida, ou seja, passam a apresentar maiores amplitudes de deslocamento que os demais modos. A figura 5.5 mostra um esquema da montagem usada para estas medidas.

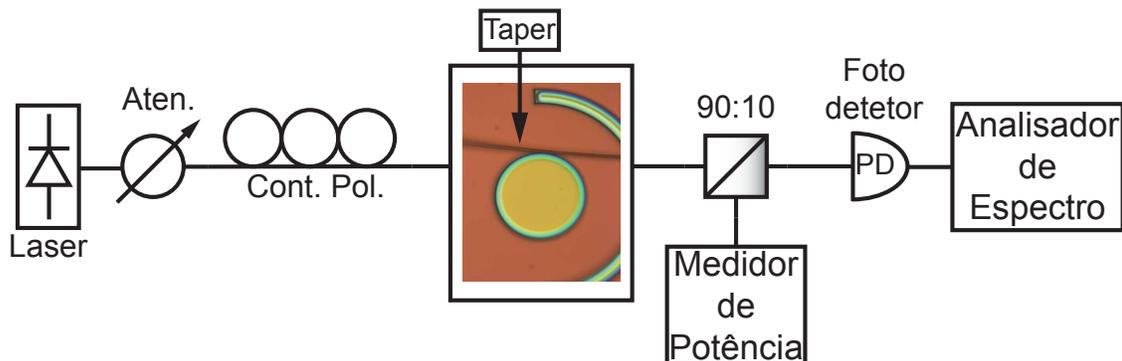


Figura 5.5: **Esquema da montagem para medidas do espectro de ruído térmico.** O medidor de potência é mantido para monitorar a transmissão da cavidade.

Dessa forma são obtidos espectros como o mostrado na figura 5.6. Nesta imagem é possível ver claramente 6 diferentes linhas, correspondentes a 6 diferentes modos de oscilação mecânica da cavidade. Comparando as frequências com os valores obtidos para as simulações podemos então relacionar cada frequência a um modo, conforme as figuras inseridas em 5.6 para os dois primeiros modos.

Neste espectro é interessante notar dois fenômenos. O primeiro é o efeito da bistabilidade, evidenciado pelo término abrupto do sinal de modulação no alto da figura 5.6. O que ocorre é que conforme mais luz é acoplada à cavidade, mais sua ressonância é deslocada para longe da frequência do laser, até o ponto de máximo acoplamento

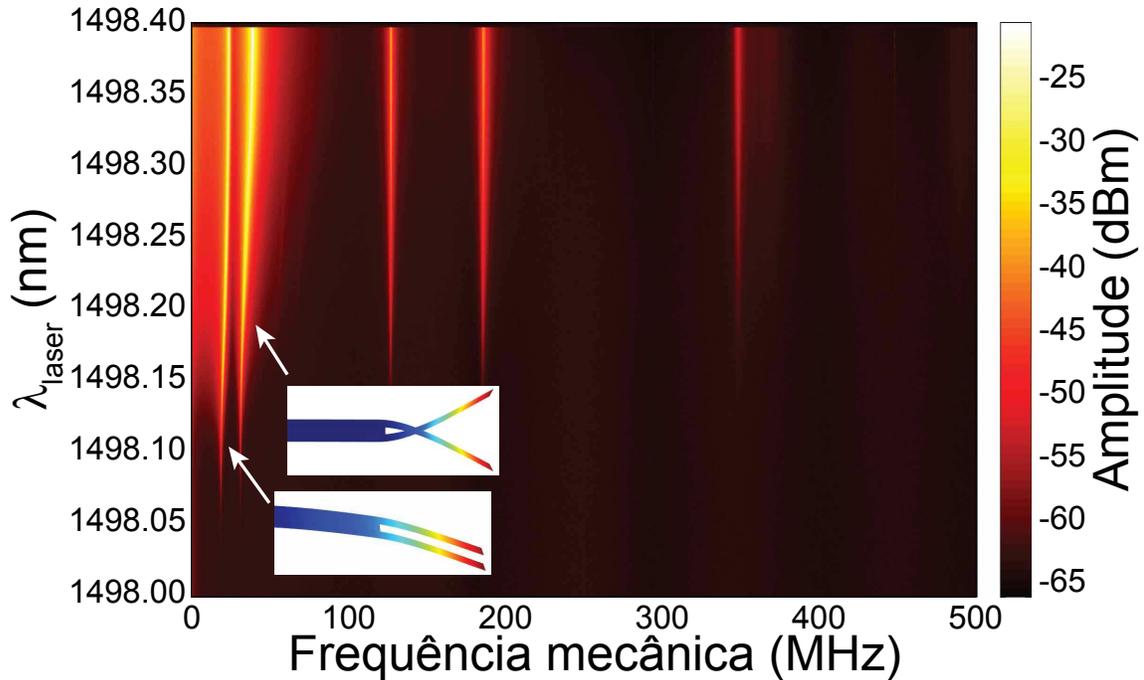


Figura 5.6: **Espectro de ruído térmico de uma cavidade optomecânica de disco duplo.** As cores indicam a amplitude do sinal de modulação em dBm. Inseridos estão os perfis espaciais dos dois primeiros modos do espectro.

(que depende da potência do laser), quando a cavidade retorna abruptamente para sua condição de equilíbrio e sua ressonância volta para a posição original, fazendo com que o laser esteja completamente fora de sintonia e não haja acoplamento [36]. A figura 5.7 mostra uma curva teórica para exemplificar o comportamento biestável observado numa medida de transmissão da cavidade, onde a ressonância da cavidade foi deslocada por aproximadamente 130pm da posição inicial.

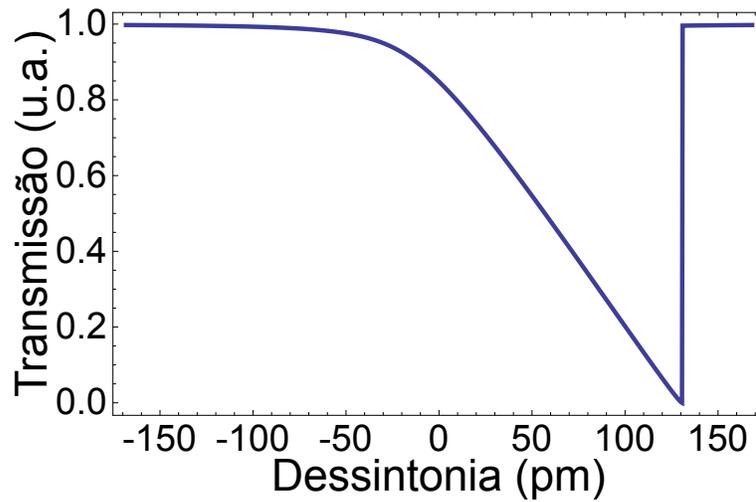


Figura 5.7: **Simulação do comportamento biestável de uma cavidade de disco duplo.**

O segundo efeito é o chamado efeito mola óptica. Como mostrado na seção 2.4, com o laser sintonizado para o lado azul da ressonância da cavidade, a força óptica altera a frequência mecânica dos modos. Para melhor observar este efeito, na figura 5.8 mostramos um zoom sobre os modos mais evidentes vistos em 5.6. Aqui é possível ver como a frequência mecânica aumenta conforme mudamos o comprimento de onda do laser. A tabela 6.1 mostra os parâmetros usados para realizar essas medidas.

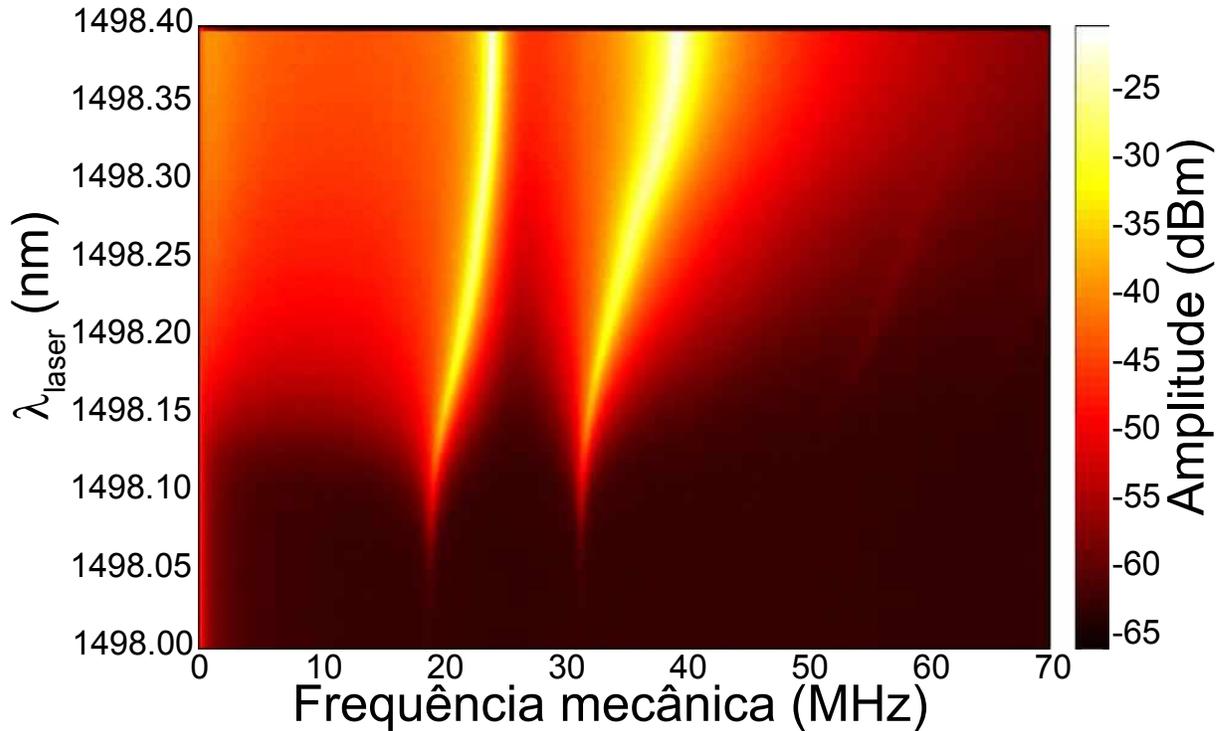


Figura 5.8: **Zoom do espectro de ruído térmico sobre os dois primeiros modos.** Foi selecionada a região dos dois primeiros modos do espectro, entre zero e 70MHz.

Tabela 5.3: **Parâmetros de medida do espectro de ruído térmico.**

Potência do Laser	12mW
Atenuação	0dB
Comprimento de onda inicial	1498nm
Comprimento de onda final	1498.5nm
Passo da sintonia	0.001nm

Novamente, assumindo um comportamento lorentziano para o espectro, podemos ajustar uma função deste tipo aos dados e obter as informações de atenuação e frequência central. Na figura 5.9 mostramos um ajuste e os valores obtidos para a atenuação e a frequência central. Este processo foi realizado para um única linha horizontal da figura 5.8, especificamente em 1498.09nm.

Para esta sintonia do laser encontramos a ressonância mecânica em $\Omega_m = 31,55\text{MHz}$, com uma atenuação $\Gamma_m = 535\text{kHz}$, o que resulta em um fator de qualidade à pressão e temperatura ambientes $Q_{\text{mecânico}} = 59$, bastante baixo principalmente devido à força viscosa do ar.

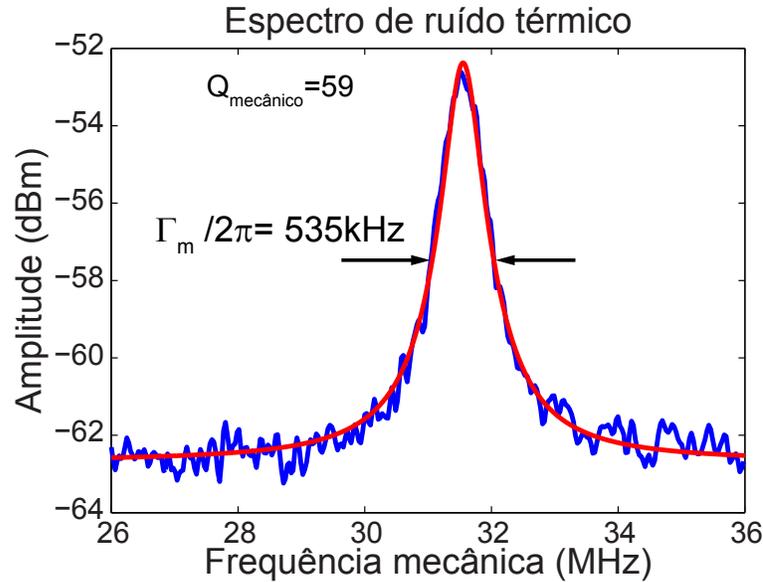


Figura 5.9: **Ressonância do primeiro modo mecânico antissimétrico.** A frequência central é $\Omega_m/2\pi = 31,55\text{MHz}$, o fator de qualidade total medido foi $Q_{\text{mecânico}} = 59$, sendo o $\Gamma_m/2\pi = 535\text{kHz}$. A curva azul é a medida experimental e a curva vermelha o ajuste da função lorentziana.

6. Eliminando perdas mecânicas por interferência destrutiva de ondas elásticas

Neste capítulo será apresentado o resultado de uma colaboração com o grupo da Prof. Michal Lipson, da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade de Cornell. Esta colaboração resultou em um artigo submetido a uma revista e foi apresentado na *Conference on Lasers and Electro-Optics 2013* (CLEO:2013) (sec. 9.1, item 2).

Neste trabalho mostramos que é possível otimizar o processo de fabricação das cavidades de disco duplo de Si_3N_4 , resultando em uma cavidade com alto fator de qualidade mecânico, ou seja, com baixa atenuação. A cavidade final tem seu fator de qualidade limitado por perdas do material, como o efeito termo elástico, por exemplo. Para explicar o fenômeno foi usado um modelo de osciladores acoplados.

6.1 Medidas de alto fator de qualidade

As medidas deste trabalho foram realizadas pelo aluno de doutorado Mian Zhang, sob orientação da professora Michal Lipson, na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade de Cornell.

Como citado anteriormente (seção 3.2), os modos mecânicos destes dispositivos se assemelham muito com os modos de um diapasão. Assim, da mesma forma que este oscilador, é de se esperar que, fabricando osciladores de disco duplo cujos discos sejam o mais idênticos possível, sejamos capazes de obter dispositivos com um mínimo de atenuação para os modos antissimétricos.

É importante lembrar que, inicialmente, todos os dispositivos processados no CNF de Cornell, assim como os liberados (corrosão úmida com BOE) e medidos no IFGW (cap. 5), possuíam filmes de Si_3N_4 crescidos aproximadamente com a mesma espessura ($\approx 200\text{nm}$). Assim, como no processo de liberação com BOE há uma seletividade finita entre o óxido e o nitreto de silício, ao fim da fabricação os discos apresentam dimensões levemente diferentes. Isto porque o disco superior está mais exposto à solução de HF, sendo mais atacado que o inferior, resultando em um disco tipicamente mais fino que o inferior.

Para compensar este efeito, foram crescidos filmes de Si_3N_4 com espessuras levemente diferentes (superior: 240nm; inferior: 220nm). Seguindo então o processo usual de fabri-

cação, apresentado no capítulo 4, foram fabricados 30 dispositivos. Estes foram então separados em 6 grupos de 5 dispositivos cada, sendo cada grupo submetido à corrosão úmida por tempos diferentes.

O processo de obtenção de dados é similar ao explicado na seção 5.3. Um espectro de ruído térmico é coletado e analisado. Na figura 6.1 estão o espectro de transmissão do modo óptico utilizado nas medidas e o espectro de ruído térmico do primeiro modo mecânico antissimétrico. Essas medidas se referem ao dispositivo otimizado, ou seja, aquele que apresentou o maior fator de qualidade mecânico.

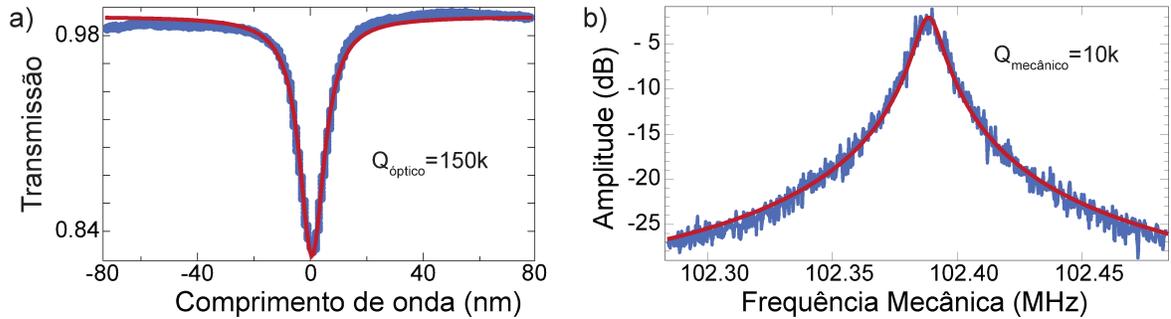


Figura 6.1: **Espectros óptico (a) e mecânico (b) de uma cavidade otimizada.** Medidas obtidas por Mian Zhang, na Universidade de Cornell. Em azul estão os dados experimentais e em vermelho os ajustes de lorentzianas sobre os dados.

As medidas foram repetidas para os 30 dispositivos e feitas médias sobre as medidas em cada um dos 6 grupos. O resultado pode é apresentado na figura 6.2. Observamos que, de fato, há um mínimo na atenuação para um *undercut* de aproximadamente $1,62\mu\text{m}$, quando a frequência fica em torno de 102MHz, obtido após um tempo de corrosão úmida de aproximadamente 44 minutos.

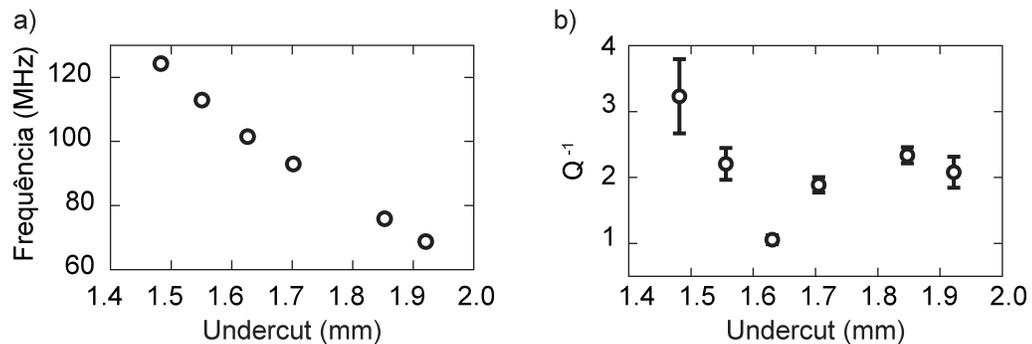


Figura 6.2: **Medidas para dispositivos com diferentes tempos de corrosão.** a) Frequência mecânica em função do *undercut*; b) Inverso do fator de qualidade em função do *undercut*. Barras de erro puramente estatísticas, para a frequência (a) o erro é menor que a escala. Medidas obtidas por Mian Zhang, na Universidade de Cornell.

Infelizmente, como é possível observar na figura 6.2, não foi possível mostrar explicitamente a dependência da atenuação com a espessura dos discos. Isto se deu pois o

crescimento dos filmes finos é feito sobre um wafer inteiro de silício, o que significa que seria necessário crescer filmes em diferentes wafers e fabricar dispositivos com o mesmo tempo de corrosão por BOE. Entretanto este processo se mostrou inviável diante do custo e do tempo necessários.

O tempo de corrosão, variável do processo realizado, além de variar a espessura dos discos, também controla a profundidade dos *undercuts* u_t e u_b . Portanto este processo controla as frequências dos modos, de forma que podemos apenas analisar a relação entre a atenuação e a frequência (ou tempo de corrosão). Entretanto, na próxima seção ficará claro que ainda é possível explicar o efeito com o modelo de interferência destrutiva de ondas elásticas.

6.2 Simulações

É bem estabelecido que em osciladores micromecânicos a principal fonte de perda são os suportes que sustentam o dispositivo [37]. Também foram propostas diversas formas de reduzir as perdas por radiação de ondas mecânicas, como cristais fonônicos [38], hastes finas [39] e materiais com alto stress interno [40].

Nesta seção apresentaremos um modelo de osciladores acoplados para explicar como a interferência de ondas elásticas afeta a atenuação mecânica dos osciladores de disco duplo. Primeiro precisamos determinar quem são os osciladores a se acoplarem em nosso sistema. O primeiro oscilador será chamado de base, este é definido como todo o dispositivo menos as bordas onde ocorreu o *undercut* superior. Este também é o oscilador responsável em dissipar energia para o substrato. Os outros dois osciladores são as bordas livres dos discos superior e inferior. A figura 6.3 mostra uma imagem "explodida" do dispositivo indicando os osciladores.

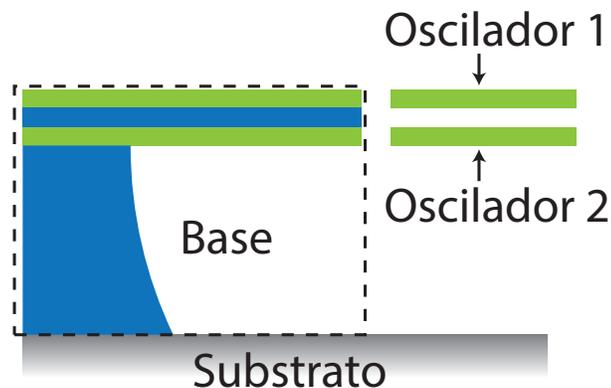


Figura 6.3: **Imagem explodida do disco duplo.** Circundado pela linha tracejada está a base do dispositivo. Indicados à direita estão os osciladores correspondentes ao disco superior (oscilador 1) e inferior (oscilador 2).

Para entender como ocorre o acoplamento entre os modos de cada oscilador, foram realizadas simulações buscando variar o acoplamento entre os discos superior e inferior. A maneira natural de controlar este acoplamento é alterando a espessura do óxido entre os discos. Na figura 6.4 mostramos a dispersão das autofrequências em função da espessura do óxido.

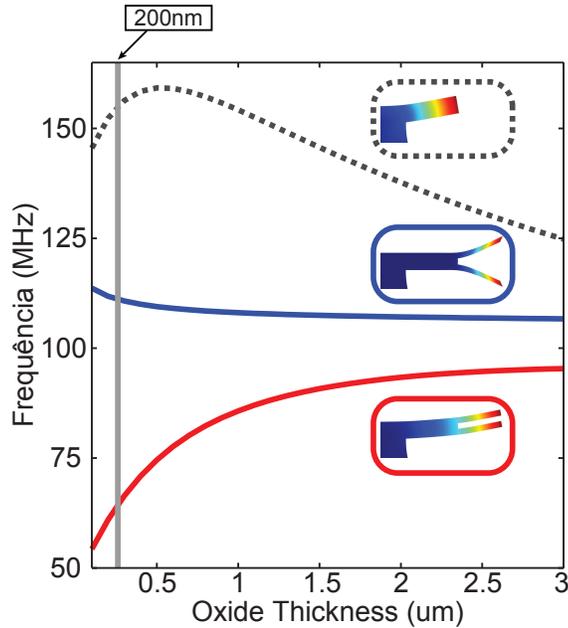


Figura 6.4: **Dispersão dos modos mecânicos em função da espessura do óxido.** A linha vertical indica a espessura de 200nm tipicamente usada nos dispositivos.

A curva tracejada na figura 6.4 representa o modo da base da estrutura sem a presença das bordas livres, conforme indicado pela inserção (cinza-tracejado). Ao incluir as duas bordas no sistema, dois modos básicos surgem, sendo um deles o modo simétrico (vermelho) e o outro o modo antissimétrico (azul).

Vemos aqui que os modo simétrico das bordas tendem a se acoplar fortemente com o modo da base. Isso fica evidente na curva vermelha onde, para pequenas espessuras do óxido, observamos um grande desvio no valor da autofrequência. Enquanto isso, o modo antissimétrico praticamente não é afetado pela base, assim a curva azul mostra uma dispersão praticamente constante. Com isto é de se esperar que os modos simétricos tenham perdas maiores que os modos antissimétricos, já que favorecem a movimentação da base. A linha vertical indica a espessura típica do óxido nos dispositivos fabricados e simulados (200nm).

Simulando um dispositivo com 200nm em todos os filmes, variando apenas a espessura do disco superior, podemos, de forma qualitativa, analisar a componente vertical do vetor de Poynting mecânico ($P_z = (-\mathbf{v} \cdot \bar{\bar{T}}) \cdot \hat{z}$) [22], ou seja, a componente da radiação de energia em direção ao substrato. Na figura 6.5 são mostradas 3 situações, duas com o

disco superior mais ou menos espesso que o disco inferior (20nm de diferença) e uma com os discos com exatamente a mesma espessura.

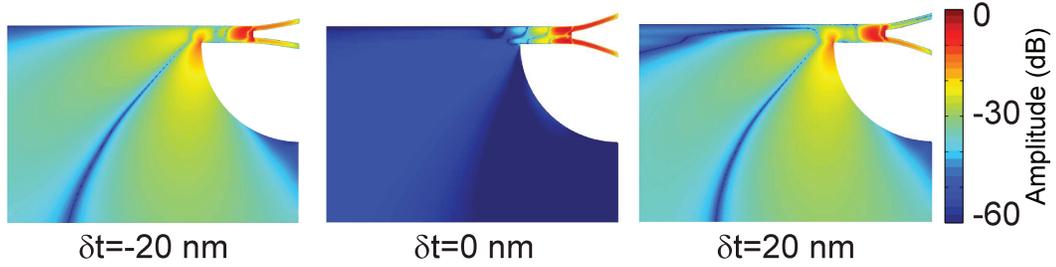


Figura 6.5: **Vetor de Poynting mecânico.** Módulo da componente vertical do vetor de Poynting mecânico, $P_z = (-\mathbf{v} \cdot \bar{\bar{T}}) \cdot \hat{z}$, para dispositivos com diferentes razões de espessura entre os discos (indicado sob cada figura).

Nestas imagens fica claro que há uma redução drástica na intensidade da energia irradiada. Para uma análise mais quantitativa foram feitas simulações variando gradualmente a espessura do disco de cima ainda com 200nm de óxido entre os discos. Para calcular as perdas por radiação nas simulações usamos a aproximação sugerida por Anetsberger *et al.* para o fator de qualidade, devido à radiação de energia, de um oscilador mecânico [39]:

$$Q_{m,radio} = \left(\frac{v_m \rho}{E_{mec}} \Omega_m \int_{A_p} |\Delta z|^2 dA \right)^{-1} \quad (6.1)$$

onde v_m é a velocidade do som no material, ρ a densidade do material, Ω_m a autofrequência do modo, Δz o deslocamento na direção \hat{z} , A_p a área da região de contato com o substrato e E_{mec} a energia mecânica armazenada no sistema.

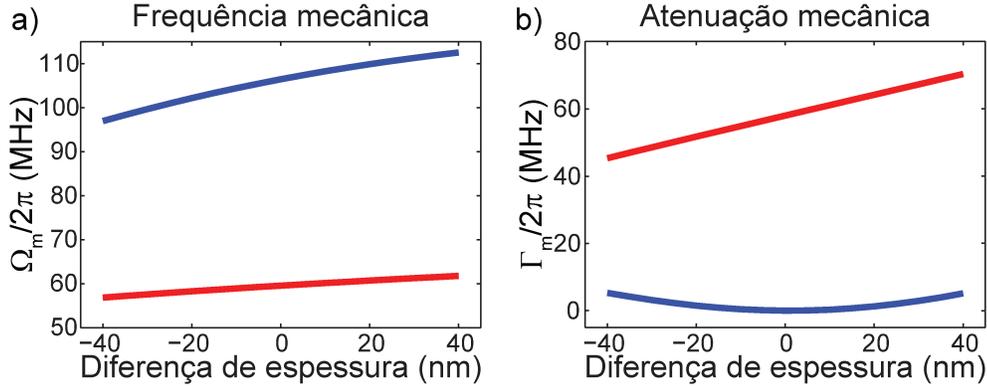


Figura 6.6: **Dispersão em função da diferença de espessura entre os discos.** (a) Frequência mecânica em função da diferença de espessura, (b) Atenuação mecânica em função da diferença de espessura. A curva azul representa o modo antissimétrico e a curva vermelha o modo simétrico. O óxido para esta simulação possui 200nm e o undercut usado foi de 1,6 μ m.

O que obtemos são curvas como as da figura 6.6. Nestas simulações é possível observar um ponto de mínimo para a atenuação do modo antissimétrico. Entretanto não fica claro o acoplamento entre os modos simétrico e antissimétrico, já que este acoplamento é bastante forte.

Para tornar mais claro o acoplamento entre os modos, aumentamos a espessura do óxido para $3\mu\text{m}$. Tal espessura seria, é claro, impraticável nos experimentos, entretanto nos serve para melhor compreensão do sistema. O que observamos na figura 6.7 é um anticruzamento entre os modos simétrico e antissimétrico, caracterizando o acoplamento entre os discos, e um ponto muito claro de mínima atenuação para o modo antissimétrico.

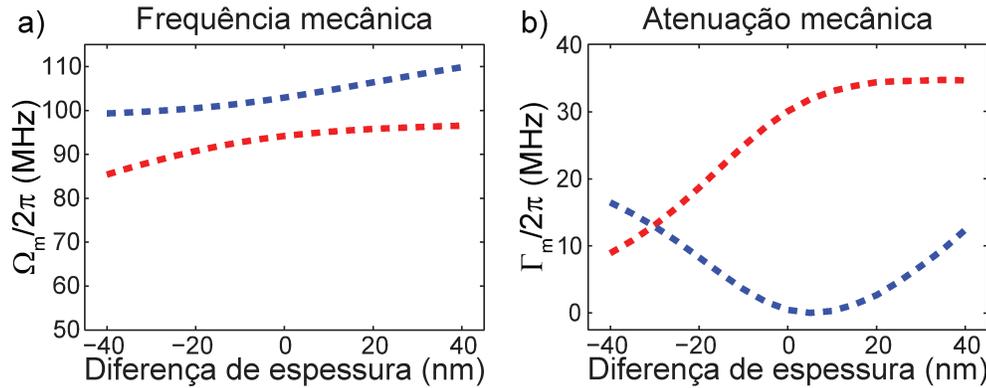


Figura 6.7: **Dispersão em função da diferença de espessura entre os discos.** (a) Frequência mecânica em função da diferença de espessura, (b) Atenuação mecânica em função da diferença de espessura. O óxido para esta simulação possui $3\mu\text{m}$ e o undercut usado foi de $1,6\mu\text{m}$.

É interessante notar que o ponto de mínima atenuação, mais claramente visto neste caso porém também presente para o óxido mais fino, não ocorre exatamente para diferença de espessuras igual a zero, mas o disco superior precisa ser levemente mais espesso. Isso se deve ao fato de o sistema não ser simétrico na direção \hat{z} , já que o disco de baixo ainda "enxerga" a base do dispositivo, diferentemente do disco superior. Essa assimetria tem seu efeito reduzido, como observado, usando óxidos mais finos e/ou aumentando o tamanho do *undercut* inferior. Entretanto esta última opção pode ser difícil de ser realizada, já que para controlar a frequência do sistema buscamos controlar o *undercut* superior, o qual está diretamente relacionado ao inferior.

6.3 Modelo analítico

Vamos agora analisar um modelo analítico simples representado aqui por três osciladores massa mola acoplados (fig. 6.8). Aqui a massa m_0 representa os graus de liberdade da base, com autofrequência Ω_0 , e as massas $m_{1,2}$ representam os graus de liberdade das

bordas dos discos superior (m_2) e inferior (m_2), com autofrequências $\Omega_{1,2}$.

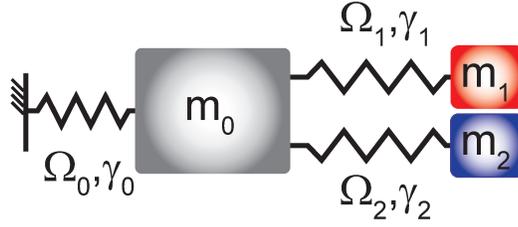


Figura 6.8: **Esquema do modelo massa-mola.** m_0 representa a base do dispositivo, m_1 e m_2 os discos superior e inferior, respectivamente.

Neste modelo consideramos que há acoplamento direto entre as massas m_1 e m_2 , equivalente ao acoplamento entre os discos através do óxido que os separa. Além, é claro, do acoplamento entre cada uma dessas massa e m_0 , através do qual o sistema dissipa energia. Também vamos assumir que todas as molas possuem perdas, entretanto as perdas γ_1 e γ_2 são muito menores que γ_0 .

Apesar de haver perdas consideráveis no sistema, vamos assumir que estas ainda são pequenas o suficiente tal que podemos usar uma equação de Langevin, como fizemos para o modo óptico na seção 2.1, sem o termo de bombeio, para cada oscilador. Assim podemos escrever um conjunto de equações acopladas para as amplitudes dos modos, que na forma matricial, já escrita como um problema de autovalor, fica:

$$\begin{pmatrix} i(\Omega - \Omega_0) + \gamma_0 & i\kappa/2 & i\kappa/2 \\ i\kappa/2 & i(\Omega - \Omega_1) + \gamma_1 & i\beta/2 \\ i\kappa/2 & i\beta/2 & i(\Omega - \Omega_2) + \gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \end{pmatrix} = 0 \quad (6.2)$$

onde κ representa o acoplamento com m_0 e é o mesmo para ambos m_1 e m_2 , β o acoplamento direto entre m_1 e m_2 , Ω_i ($i = 0, 1, 2$) é a frequência dos osciladores quando desacoplados, Ω é o autovalor a ser determinado para o problema e $b_i(t)$ é a amplitude dependente do tempo de cada modo ($i = 0, 1, 2$), ou seja, as componentes do autovetor associado ao autovalor Ω .

A solução é encontrada fazendo o determinante da matriz 3×3 igual a zero. Para entender o comportamento da solução deste problema, fixamos as frequências Ω_0 e Ω_1 , deixando Ω_2 livre. Aproximando o modelo para o problema de discos acoplados, parametrizamos a frequência Ω_2 como:

$$\Omega_2 = \frac{tx^2}{4\pi L^2} \sqrt{\frac{Y}{3(1 - \nu^2)\rho}} \quad (6.3)$$

onde $L = u_t$ é o tamanho do *undercut* superior, t a espessura do disco, $x \approx 1,87$ é encontrado resolvendo o problema de um disco livre nas bordas mas preso numa circunferência

de raio $L < R$ [41, 42], sendo R o raio do disco, Y é o módulo de Young do material, ν a razão de Poisson e ρ a densidade.

Na figura 6.9-a é mostrado o comportamento das autofreqüências do sistema dependendo da diferença de espessura entre os discos (δt), para o caso em que $\Omega_0 > \Omega_1$ (Ω_0 em cinza e Ω_1 em vermelho) e o acoplamento direto entre os discos é muito fraco. Na figura 6.9-b é mostrado o fator de qualidade em função da diferença de espessura. Observamos então que quando deveria ocorrer o cruzamento entre as freqüências Ω_1 e Ω_2 , para $\delta t = 0$, ocorre na verdade um anticruzamento, indicando um acoplamento entre os modos das duas massas.

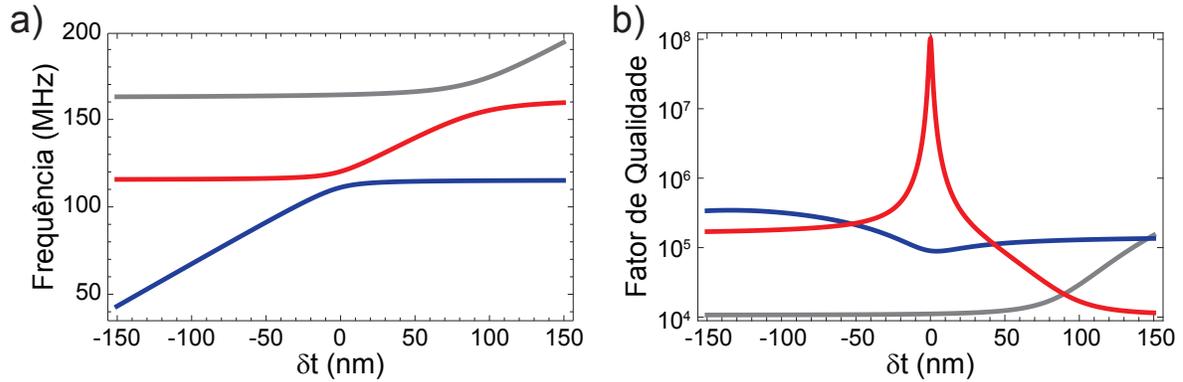


Figura 6.9: **Dispersão do sistema massa mola.** (a) Freqüência de três modos em função da diferença de "espessura" entre m_1 e m_2 , (b) Fator de qualidade dos três modos em função da diferença de "espessura" entre m_1 e m_2 . Para $\delta t = -150nm$ identificamos em azul o modo de m_2 , em vermelho o modo de m_1 e em cinza o modo de m_0 .

Neste momento podemos identificar os modos simétrico e antissimétrico do sistema. A identificação pode ser feita observando que para o modo antissimétrico, como as massas m_1 e m_2 se movem em contrafase, a massa m_0 praticamente não se move (sendo este movimento nulo quando $\delta t = 0$). Assim este modo deverá ter suas perdas limitadas apenas por γ_1 e γ_2 , portanto possuindo um fator de qualidade maior que o modo simétrico que, além dessas perdas, também perde energia através de γ_0 devido ao movimento induzido em m_0 pelo movimento em fase de $m_{1,2}$.

Portanto, na figura 6.9, identificamos na região de acoplamento que a curva vermelha representa o modo antissimétrico e a curva azul o modo simétrico das massas $m_{1,2}$, sendo o fator de qualidade do modo antissimétrico limitado pelo fator de qualidade total $Q_{as}^{-1} = 2\gamma_1/\Omega_1 + 2\gamma_2/\Omega_2$.

É interessante notar que, para $\delta t \approx 100nm$, o acoplamento entre o modo da base (m_0) e o modo da curva vermelha faz com que o fator de qualidade deste último caia drasticamente, causando uma assimetria no comportamento do fator de qualidade do modo antissimétrico em relação ao ponto de máximo. É importante ressaltar que para

este valor de δt a curva vermelha já não representa mais o modo antissimétrico de $m_{1,2}$, mas o modo da massa m_2 (já que Ω_2 continua aumentando com t) que aqui se acopla com m_0 , formando com esta um modo simétrico e outro antissimétrico.

Na figura 6.10 são apresentados os ajustes do modelo analítico aos dados obtidos em laboratório. Em azul, na figura 6.10-a, temos a curva da parte real da frequência em função do *undercut* (ou do tempo de corrosão, equivalentemente). Já na figura 6.10-b, em vermelho-sólido, temos a curva do inverso do fator de qualidade em função do *undercut*.

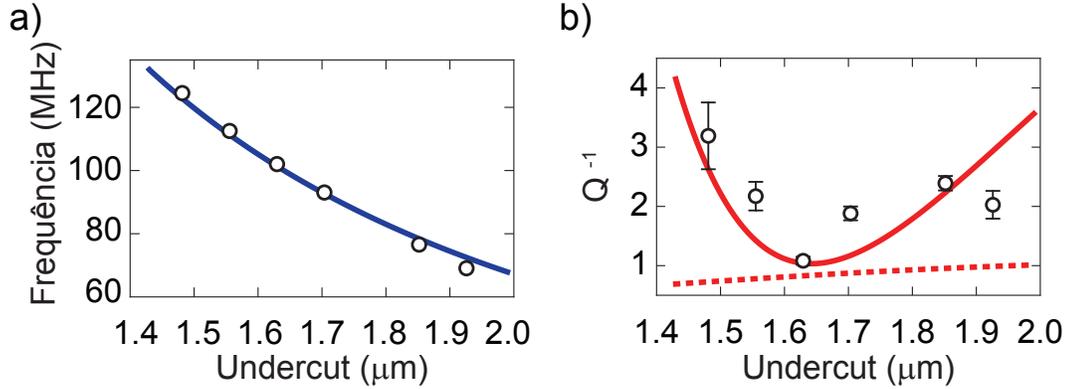


Figura 6.10: **Ajuste do modelo analítico com os dados.** a) Frequência em função do *undercut*; curva do modelo em azul juntamente com os dados experimentais. b) Inverso do fator de qualidade em função do *undercut*: curva do modelo em vermelho-sólido com os dados experimentais; em vermelho-tracejado temos o plot do inverso do fator de qualidade devido exclusivamente ao efeito termoelástico.

Além da atenuação por radiação pelo substrato, também foi adicionado ao modelo um meio de dissipação intrínseco do material, o efeito termoelástico, ou seja, o aquecimento local da estrutura em virtude da deformação, acompanhado da dissipação do calor através do substrato, resultando em perda de energia do modo mecânico. A linha tracejada vermelha (fig. 6.10-b) é o inverso do fator de qualidade dado apenas pelo efeito termoelástico (Q_{TE}). Esta linha não possui qualquer tipo de ajuste, sendo apenas uma curva paramétrica cuja expressão analítica (eq. 6.4), obtida por R. Lifshitz e M. Roukes para um *cantilever*[42], entretanto sendo uma boa aproximação para os discos, é dada por:

$$Q_{TE}^{-1} = \frac{Y\alpha^2 T_0}{C_p} \left[\frac{6}{\xi^2} - \frac{6(\sinh \xi + \sin \xi)}{\xi^3(\cosh \xi + \cos \xi)} \right] \quad (6.4)$$

onde Ω_m é a frequência do modo sem perdas, $Y = 250\text{GPa}$ o módulo de Young, $\alpha = 2.3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ o coeficiente de expansão térmica, T_0 a temperatura inicial (ambiente), $C_p = 710\text{J/kg/K}$ a capacidade térmica por unidade de volume a pressão constante e ξ é dado por:

$$\xi = \sigma \sqrt{\frac{\Omega_m}{2\chi}} \quad (6.5)$$

onde σ é a seção transversal do oscilador e $\chi = 3.2W/m/K$ é a condutividade térmica. Todos os valores aqui usados são referentes ao Si_3N_4 , sendo estes valores usados também para gerar as curvas do modelo analítico tanto na figura 6.9 quanto no ajuste do modelo aos dados na figura 6.10.

Os parâmetros livres para o ajuste do modelo aos dados na figura 6.10 foram as constantes de acoplamento direto entre os discos, β , o acoplamento entre os discos e a base, κ , e o fator de qualidade intrínseco da base, Q_{base} . Os valores destes parâmetros foram determinados dentro de uma faixa que, além de resultar em um menor erro quadrático no ajuste aos dados de atenuação, também mantinham as frequências dos modos mecânicos simétrico e da base (não medidos) próximos dos valores encontrados nas simulações. Além destes, foi necessário re-escalar as frequências do modelo multiplicando-as por um parâmetro ϕ (igual para todos os modos), permitindo assim um melhor ajuste do modelo às frequências medidas para o modo antissimétrico. Os valores que melhor ajustaram o modelo foram:

Tabela 6.1: Parâmetros de ajuste do modelo analítico aos dados.

β	5.96MHz
κ	110MHz
Q_{base}	1.2
ϕ	0,726

Portanto, dada a simetria do dispositivo de disco duplo, pudemos planejar sua fabricação de forma que os discos superior e inferior estejam balanceados, resultando num maior acoplamento mecânico entre eles e, conseqüentemente, numa redução na perda de energia dos modos antissimétricos. Isto porque, com os discos balanceados, as ondas que estes modos induzem na base, estando em contrafase e com a mesma amplitude, sofrem interferência totalmente destrutiva, portanto não dissipado energia.

Como resultado desta otimização obtivemos dispositivos com fator de qualidade médio de $(8 \pm 0.8) \times 10^3$, sendo o maior deles com um $Q = 10000$. Valores estes muito maiores que o dispositivo medido na seção 5.3, primeiramente porque as medidas realizadas em Cornell foram feitas em vácuo ($\approx 10^{-5}$ mTorr), eliminando assim a dissipação devido à viscosidade do ar. Mas também porque o dispositivo medido no instituto de Física da UNICAMP não era otimizado.

7. Conclusão

Durante o desenvolvimento desta dissertação foram realizadas simulações para o estudo de cavidades optomecânicas de disco duplo de nitreto de silício. Destes estudos, pudemos verificar que é possível operar tais cavidades no regime de banda lateral resolvida, para o qual a frequência de oscilação do modo mecânico precisa ser maior que a largura de linha da cavidade óptica, buscando excitar o modo mecânico de segunda ordem. Para isso mostramos que este modo, além de naturalmente possuir frequência mais alta, possui um acoplamento optomecânico comparável ao modo de primeira ordem, além de, se excitado em condição de banda lateral resolvida, possuir atenuação efetiva menor.

Também foi desenvolvida uma montagem para a fabricação de fibras afuniladas (taper) usadas nas medidas das cavidades. Para isso foram adquiridos motores, gases e tubulações, além de ser desenvolvido um programa em LabView[®] para automação e controle de todo o sistema. Ao mesmo tempo foi elaborada uma montagem para realizar as medidas, sendo esta composta por estágios de translação, microscópio e suportes para amostra e taper, além de laser, atenuadores, detetores e sistemas de aquisição de dados. A aquisição de dado foi toda informatizada através de programas desenvolvidos em LabView[®].

Foram realizados diversos testes de fabricação destes ressonadores, a fim de determinar os melhores parâmetros para cada etapa do processo. Os parâmetros para a gravação da máscara no eletroresiste, usando o Raith e-Line, foram determinados e estão relacionados na tabela 4.1. Os parâmetros para a corrosão seca testados e mostrados nas tabelas 4.2 e 4.3 ainda precisam ser revisados, dado que esta etapa do processo ainda não deu resultados satisfatórios. Utilizando cavidades processadas até a etapa de corrosão seca no CNF-Cornell, foram realizados testes de corrosão com BOE para liberação das cavidades, resultando num conjunto de cavidades com *undercut* superior $u_t = 3,4\mu\text{m}$.

Finalmente foi demonstrado experimentalmente que é possível otimizar o processo de fabricação, fornecendo estruturas com fatores de qualidade mecânico limitado apenas por perdas do material, eliminando perdas de radiação para o substrato. Para isso é preciso planejar o crescimento dos filmes sobre o substrato, levando em conta que mesmo os filmes de Si_3N_4 sofrerão ataque no processo de corrosão úmida por BOE. Desta forma foi possível fabricar dispositivos com fatores de qualidade mecânicos próximos a 10 mil.

8. Perspectivas

Diante dos resultados obtidos nesta dissertação ficou claro que ainda há muito a melhorar no processo de fabricação dos dispositivos na UNICAMP. Assim, no futuro, espera-se que seja possível obter um dispositivo completamente fabricado na UNICAMP, já que há a possibilidade fabricar os filmes finos usando um equipamento de LPCVD existente no CCS-UNICAMP. Além da recente aquisição de um RIE-ICP, também pelo CCS. Isso nos permitirá fabricar cavidades com os mais diversos parâmetros, podendo assim continuar os estudos desses sistemas em laboratório.

Com a possibilidade de fabricar as cavidades completamente na UNICAMP, teremos a possibilidade de realizar diversos experimentos, antes limitados pela quantidade de material para a fabricação. Por exemplo o estudo de sincronismo entre cavidades, apenas por acoplamento óptico, num sistema com mais de duas cavidades acopladas, ou ainda o acoplamento de duas cavidades acopladas através de uma fibra óptica.

Além disso ainda é preciso demonstrar experimentalmente a excitação do modo mecânico de segunda ordem. Com isso será também possível verificar a operação no regime de banda lateral resolvida. Se estes últimos objetivos forem alcançados, então uma série de experimentos relacionados ao acoplamento dentre modos mecânicos e ópticos, inclusive no regime quântico, passa a ser possíveis, como o sincronismos quântico de modos mecânicos, por exemplo.

9. Publicações resultantes deste trabalho

9.1 Conferências

1. Luiz, G.; Barea, L.; Frateschi, N.; Alegre, T. and Wiederhecker, G. S. High Frequency Double-disk Optomechanical Oscillators Lat. Am. Opt. Photonics Conf., OSA, 2012, LT4B.5
2. Zhang, M.; Luiz, G. O.; Shah, S.; Nussenzeig, P. A.; Wiederhecker, G. S. and Lipson, M. Eliminating Structural Loss in Optomechanical Resonators Using Elastic Wave Interference CLEO 2013, Optical Society of America, 2013, CW1F.6

9.2 Capítulo de livro

1. Princepe, D.; Barea, L.; Luiz, G. O.; Wiederhecker, G. and Frateschi, N. C. Active Optomechanical Resonators Futur. Trends Microelectron., John Wiley & Sons, Inc., 2013, 254-261

Referências Bibliográficas

- [1] J Kepler, A Apergeri, and S Muller. *De cometis libelli tres*. 1963.
- [2] AE Woodruff. William Crookes and the radiometer. *Isis*, 57(2):188–198, October 1966.
- [3] Pressure O F Heat, E. F. Nichols, and G. F. Hull. A Preliminary Communication on the Pressure of Heat and Light Radiation. *Physical Review (Series I)*, 13(5):307–320, November 1901.
- [4] E. F. Nichols and G. F. Hull. The Pressure Due to Radiation. (Second Paper.). *Physical Review (Series I)*, 17(1):91–104, July 1903.
- [5] Richard RA Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Physical Review*, 50(2):115–125, July 1936.
- [6] A. Ashkin. Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Physical Review Letters*, 24(4):156–159, January 1970.
- [7] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters*, 11(5):288, May 1986.
- [8] VB Braginski and AB Manukin. Ponderomotive effects of electromagnetic radiation. *Sov. Phys. JETP*, 25(4):653–655, 1967.
- [9] A. Dorsel, J. McCullen, P. Meystre, E. Vignes, and H. Walther. Optical Bistability and Mirror Confinement Induced by Radiation Pressure. *Physical Review Letters*, 51(17):1550–1553, October 1983.
- [10] B. D. Cuthbertson, M. E. Tobar, E. N. Ivanov, and D. G. Blair. Parametric back-action effects in a high-Q cyrogenic sapphire transducer. *Review of Scientific Instruments*, 67(7):2435, 1996.
- [11] P. Cohadon, A. Heidmann, and M. Pinard. Cooling of a Mirror by Radiation Pressure. *Physical Review Letters*, 83(16):3174–3177, October 1999.
- [12] Markus Aspelmeyer, Tobias J. Kippenberg, and Florian Marquardt. Cavity Optomechanics. *arXiv*, March 2013.

- [13] Tal Carmon, Hossein Rokhsari, Lan Yang, Tobias Kippenberg, and Kerry Vahala. Temporal Behavior of Radiation-Pressure-Induced Vibrations of an Optical Microcavity Phonon Mode. *Physical Review Letters*, 94(22):223902, June 2005.
- [14] T. Kippenberg, H. Rokhsari, T. Carmon, A. Scherer, and K. Vahala. Analysis of Radiation-Pressure Induced Mechanical Oscillation of an Optical Microcavity. *Physical Review Letters*, 95(3):033901, July 2005.
- [15] O Arcizet, PF Cohadon, T Briant, M Pinard, and A Heidmann. Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror. *Nature*, 444(7115):71–4, November 2006.
- [16] A. Schliesser, P. Del’Haye, N. Nooshi, K. Vahala, and T. Kippenberg. Radiation Pressure Cooling of a Micromechanical Oscillator Using Dynamical Backaction. *Physical Review Letters*, 97(24):243905, December 2006.
- [17] Gustavo S Wiederhecker, Long Chen, Alexander Gondarenko, and Michal Lipson. Controlling photonic structures using optical forces. *Nature*, 462(7273):633–6, December 2009.
- [18] Matt Eichenfield, Jasper Chan, Ryan M. Camacho, Kerry J. Vahala, and Oskar Painter. Optomechanical crystals. *Nature*, 462(7269):78–82, November 2009.
- [19] Jasper Chan, T. P. Mayer Alegre, Amir H. Safavi-Naeini, Jeff T. Hill, Alex Krause, Simon Gröblacher, Markus Aspelmeyer, and Oskar Painter. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state. *Nature*, 478(7367):89–92, October 2011.
- [20] Hermann A. Haus. *Waves and fields in optoelectronics*. Solid state physical electronics series. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [21] JD Jackson and RF Fox. Classical electrodynamics. *American Journal of Physics*, 1999.
- [22] B. A. Auld. *Acoustic Fields and Waves in Solids, Vol. 2*. Krieger Pub Co, 1990.
- [23] Steven Johnson, M. Ibanescu, M. Skorobogatiy, O. Weisberg, J. Joannopoulos, and Y. Fink. Perturbation theory for Maxwell’s equations with shifting material boundaries. *Physical Review E*, 65(6):066611, June 2002.
- [24] Tobias J. Kippenberg and Kerry J. Vahala. Cavity Opto-Mechanics. *Optics Express*, 15(25):17172, 2007.

- [25] John Leonidas Volakis, Arindam Chatterjee, and Leo C. Kempel. *Finite element method for electromagnetics: antennas, microwave circuits, and scattering applications*. 1998.
- [26] Jin-Fa Lee, GM Wilkins, and R Mitra. Finite-element analysis of axisymmetric cavity resonator using a hybrid edge element technique. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 41(11):1981–1987, 1993.
- [27] W Culshaw. Stratified media and total reflection phenomena. *Applied optics*, 11(11):2639–48, November 1972.
- [28] Michelle L. Povinelli, Marko Loncar, Mihai Ibanescu, Elizabeth J. Smythe, Steven G. Johnson, Federico Capasso, and John D. Joannopoulos. Evanescent-wave bonding between optical waveguides. *Optics Letters*, 30(22):3042, 2005.
- [29] A. H. Safavi-Naeini, T P Mayer Alegre, J. Chan, M. Eichenfield, M. Winger, Q. Lin, J. T. Hill, D. E. Chang, and O. Painter. Electromagnetically induced transparency and slow light with optomechanics. *Nature*, 472(7341):69–73, April 2011.
- [30] Mian Zhang, Gustavo S. Wiederhecker, Sasikanth Manipatruni, Arthur Barnard, Paul McEuen, and Michal Lipson. Synchronization of Micromechanical Oscillators Using Light. *Physical Review Letters*, 109(23):233906, December 2012.
- [31] Stefan Walter, Andreas Nunnenkamp, and Christoph Bruder. Quantum synchronization of a driven self-sustained oscillator. *arXiv preprint arXiv:1307.7044*, pages 1–5, 2013.
- [32] Graham T. Reed and Andrew P. Knights. *Silicon Photonics: An Introduction*. John Wiley & Sons, October 2004.
- [33] M J Madou. *Fundamentals of Microfabrication: The Science of Miniaturization*. Taylor & Francis, 2002.
- [34] Brent E. Little, J.-P. Laine, Hermann A. Haus, and Life Fellow. Analytic Theory of Coupling from Tapered Fibers and Half-Blocks into Microsphere Resonators. *J. Lightwave Technol.*, 17(4):704, 1999.
- [35] T.A. Birks and Y.W. Li. The shape of fiber tapers. *Journal of Lightwave Technology*, 10(4):432–438, April 1992.
- [36] Gustavo S. Wiederhecker, Sasikanth Manipatruni, Sunwoo Lee, and Michal Lipson. Broadband tuning of optomechanical cavities. *Opt. Express*, 19(3):2782–2790, January 2011.

- [37] M Haueis, J Dual, and R Buser. A mechanical isolation of a bending resonator. *Sensors and Actuators A: Physical*, 128(2):257–264, April 2006.
- [38] Amir H. Safavi-Naeini, Thiago P. Mayer Alegre, Martin Winger, and Oskar Painter. Optomechanics in an ultrahigh-Q two-dimensional photonic crystal cavity. *Applied Physics Letters*, 97(18):181106, 2010.
- [39] G. Anetsberger, R. Rivière, A. Schliesser, O. Arcizet, and T. J. Kippenberg. Ultralow-dissipation optomechanical resonators on a chip. *Nature Photonics*, 2(10):627–633, September 2008.
- [40] Scott S. Verbridge, Jeevak M. Parpia, Robert B. Reichenbach, Leon M. Bellan, and H. G. Craighead. High quality factor resonance at room temperature with nanostrings under high tensile stress. *Journal of Applied Physics*, 99(12):124304, 2006.
- [41] W Soedel. *Vibrations of shells and plates*. 2004.
- [42] Ron Lifshitz and ML Roukes. Thermoelastic damping in micro- and nanomechanical systems. *Physical Review B*, 61(8):5600–5609, February 2000.

Apêndice

A. Forma fraca do problema eletromagnético com simetria cilíndrica

Aqui será mostrado, seguindo os passos de [26], qual a forma fraca, segundo o método de Galerkin [25], para resolver uma cavidade com simetria axial pelo método de elementos finitos para ordens azimutais maior que zero.

Das equações de Maxwell para as leis de Faraday e Ampère, obtemos a equação de onda:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.1})$$

onde assumiu-se que o campo elétrico é descrito por um único modo harmônico da cavidade, portanto todas as componentes possuem a dependência $e^{-i\omega_0 t}$, tal que $k_0^2 = \omega_0^2 \mu_0 \epsilon_0$.

De forma geral, o método de Galerkin fornece uma equação do resíduo ponderada por uma função teste (aqui chamada de \mathbf{w}) ou peso. O objetivo do método de elementos finitos será encontrar a função de campo que minimiza este resíduo. A forma fraca para a equação A.1 pode ser escrita:

$$F(\mathbf{w}, \mathbf{E}) = \int_V \left[\left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{w} \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{w} \cdot \mathbf{E} \right] dV \quad (\text{A.2})$$

Devido à simetria axial do problema, queremos representar o campo em qualquer plano ϕ , assim podemos reescrevê-lo em termos de uma componente normal a este plano, ou seja, na direção $\hat{\phi}$, e uma componente no plano, ou seja, transversal à direção de propagação. Assim o campo, o operador ∇ e a função peso ficam:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + E_\phi \hat{\phi} \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla = \nabla_t + \nabla_\phi \hat{\phi} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_t + \mathbf{w}_\phi \hat{\phi} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo isso em A.2 e usando que tanto o campo \mathbf{E} e a função \mathbf{w} possuem a dependência $e^{-im\phi}$, obtemos:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{w}, \mathbf{E}) = & \int_V \frac{1}{\mu_r} \left\{ \left[(\nabla_t \times \mathbf{w}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) - \frac{m^2}{\rho^2} \mathbf{w}_t \cdot \mathbf{E}_t \right] + \right. \\
 & + \left[\frac{im}{\rho} (\mathbf{w}_t \cdot \nabla_t E_\phi) + \frac{im}{\rho^2} (\hat{\rho} \cdot \mathbf{w}_t) E_\phi \right] + \left[\frac{im}{\rho} (\nabla_t w_\phi \cdot \mathbf{E}_t) + \frac{im}{\rho^2} w_\phi (\hat{\rho} \cdot \mathbf{E}_t) \right] + \\
 & + \left. \left[\nabla_t w_\phi \cdot \nabla_t E_\phi + \frac{1}{\rho} (\hat{\rho} \cdot \nabla_t w_\phi) E_\phi + \frac{1}{\rho} w_\phi (\hat{\rho} \cdot \nabla_t E_\phi) + \frac{w_\phi E_\phi}{\rho^2} \right] \right\} dV - \\
 & - k_0^2 \int_V \epsilon_r (\mathbf{w}_t \cdot \mathbf{E}_t + w_\phi E_\phi) dV
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Como podemos observar, a segunda linha de A.6 é complexa, ou seja, será necessário usar mais memória para armazenar a matriz complexa. Para dar conta disso basta fazer as componentes transversais dos campos estarem defasadas de $\pi/2$ em relação à componente azimutal, isto resulta na forma final da forma fraca (eq. A.7). Assim a matriz que representa o problema é real, podendo ter autovalores complexos, reduzindo drasticamente a quantidade de memória necessária.

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{w}, \mathbf{E}) = & \int_S \frac{1}{\mu_r} \left\{ \left[\rho (\nabla_t \times \mathbf{w}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) + \frac{m^2}{\rho} \mathbf{w}_t \cdot \mathbf{E}_t \right] - \right. \\
 & - \frac{m}{\rho} \left[(\mathbf{w}_t \cdot \nabla_t E_\phi) + (\nabla_t w_\phi \cdot \mathbf{E}_t) \right] + \frac{1}{\rho} \nabla_t w_\phi \cdot \nabla_t E_\phi \left. \right\} d\rho dz - \\
 & - k_0^2 \int_S \epsilon_r \left[\rho (\mathbf{w}_t \cdot \mathbf{E}_t) + \frac{w_\phi E_\phi}{\rho} \right] d\rho dz
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

onde já foi feita a integral em $d\phi$, além de reescrevermos o problema para ρE_ϕ ao invés de E_ϕ [26].

Para inserir esta equação no COMSOL[®], usamos o Mathematica[®] para gerar a forma correta com a notação do programa de simulações. A forma para uso no COMSOL[®] (testado nas versões 4.2, 4.2a, 4.3 e 4.3a) é mostrada abaixo.

$$\begin{aligned}
 & (c^2 * (d(Ephi, z) * d(test(Ephi), z) + d(Ephi, r) * (d(test(Ephi), r) + emw. \\
 & m * test(Er) + emw. m * (d(test(Ephi), r) * Er + d(test(Ephi), z) * Ez + emw. \\
 & m * Er * test(Er) + d(Ephi, z) * test(Ez) + emw. m * Ez * test(Ez)) + (d(Er, z) - \\
 & d(Ez, r)) * (d(test(Er), z) - d(test(Ez), r)) * r^2) - 4 * emw. epsilon_r * r * \\
 & emw. m * r * lambda^2 * pi^2 * (Ephi * test(Ephi) + (Er * test(Er) + Ez * test \\
 & (Ez)) * r^2)) / (c^2 * emw. m * r)
 \end{aligned}$$