UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" Departamento de Eletrônica Quântica

Grupo de Lasers e Aplicações

Grades de difração induzidas

eletromagneticamente em vapores atômicos

 \mathbf{por}

Silvânia Alves de Carvalho

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Física da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutor em Ciências, com período de doutorado sanduíche SWE do CNPq na Universidade Ruprecht-Karls em Heidelberg - Alemanha.

Orientador: Prof. Dr. Luís Eduardo Evangelista de Araujo

Este exemplar corresponde à redação final da Tese de Doutorado defendida pela aluna Silvânia Alves de Carvalho e aprovada pela comissão julgadora em 01/08/2011.
Campinas, 26/de setembro de 2011.
Prof. Dr. Luís Eduardo Evangelista de Araujo

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW UNICAMP

C253g	Carvalho, Silvânia Alves de, 1983- Grades de difração induzidas eletromagneticamente em vapores atômicos / Silvânia Alves de Carvalho. – Campinas, SP : [s.n.], 2011.
	Orientador: Luís Eduardo Evangelista de Araujo. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".
	 Grades de difração. Não-linearidade Kerr gigante. Transparência induzida eletromagneticamente. Araujo, Luís Eduardo Evangelista de. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Electromagnetically induced diffraction gratings in atomic vapors Palavras-chave em inglês: Diffraction gratings Giant Kerr nonlinearity Electromagnetically induced transparency Área de Concentração: Física Atômica e Molecular Titulação: Doutor em Ciências Banca Examinadora: Luís Eduardo Evangelista de Araujo [Orientador] Flávio Caldas da Cruz Jaime Frejlich Sochaczewsky José Wellington Rocha Tobosa Daniel Felinto Pires Barbosa Data da Defesa: 01-08-2011 Programa de Pós-Graduação em: Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE SILVÂNIA ALVES DE CARVALHO - RA 38451, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 01/08/2011.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Luís Eduardo Evangelista de Araujo-DEQ/IFGW/UNICAMP (Orientador da Candidata)

Prof. Dr. Jaime Frejlich Sochadzewsky - DFMC/IFGW/UNICAMP

Flor Glda 1. Ca Prof. Dr. Flávio Caldas da Cruz - DEQ/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. José Wellington Rocha Tabosa – DF/UFPE

Ilto b

Prof. Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa - DF/UFPE

Dedicatória

Dedico a Deus e aos meus pais Ivo Sabino de Carvalho e Zélia Maria Alves de Carvalho que são os principais responsáveis pelo meu sucesso.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus e aos meus pais, Ivo Sabino de Carvalho e Zélia Maria Alves de Carvalho, por estarem ao meu lado a todo momento, nunca deixando que eu desanimasse.

Ao meu orientador prof. Dr. Luís Eduardo Evangelista de Araujo pela paciência, pela atenção e, em especial, pela excelente orientação. Obrigada por ter me ensinado a ser paciente e persistente, nunca desanimando perante os obstáculos.

À minha irmã Ivone Alves de Carvalho.

Aos meus parentes e familiares que mesmo de longe sempre estiveram rezando por mim, em especial, Tia Betinha, Tia Nilza, Eloíse Nepomuceno, Enéas Nepomuceno, e meu grande tesouro, minha afilhada Lara Carvalho.

Ao Pablo Siré pela força, pelo carinho, pelas palavras amigas nos momentos difíceis e por estar ao meu lado.

Ao prof. Dr. Matthias Weidemüller pela orientação, a amizade e os conselhos.

Aos estudantes do grupo de pesquisa do prof. Matthias Weidemüller, Marc Repp, Simone Götz, Kristina Meyer, Rico Pires, Thomas, George Günter, Christoph Holfmann, Nele Müller, Dominic Litsch, Hanna Schempp e a secretária Cláudia Krämer pelo carinho, pela amizade e por terem me proporcionado momentos maravilhosos no período em que trabalhamos juntos.

A Marina Trad pelo carinho.

Ao técnico do grupo de lasers e aplicações João Batista pelo excelente trabalho que desenvolve e aos demais funcionários da oficina.

Aos secretários do DEQ Valéria Aparecida, Cláudia e Ayres Neri pelo carinho e pela alegria que sempre transmitem ao precisarmos de seus serviços.

Ao professor Flávio Cruz pelas excelentes contribuições que sempre deu para o meu trabalho.

Aos meus grandes amigos e irmãos do IF-UFF, que apesar da distância sempre estiveram presentes: Odilon Filho, Mariana Dutra, Rodrigo Picanço, Flávia Martins, Suenne Riguete e Carlos Eduardo.

Aos funcionários da CPG, Maria Ignez, Gilvani de Fátima, Lindinalva Candido e João Henrique. Em especial, agradeço ao Armando Mariuzzo pelo carinho, pela atenção e pelo excelente trabalho que desenvolve.

Aos amigos e colegas do IFGW, Felipe Arretche, Edgard Amorim, Jesus, Martha Yolima, Walter José, Samir, Lino Holanda, Domingos Lopes, Alexis, Maria Inez e Olímpio Pereira.

Aos meus amigos e irmãos que foram fundamentais na reta final, Júlio Guedes, Júlio tedesco ("meu filhote"), Eliane Moura e Reginaldo Farias. Muito obrigada pelas palavras de força, pelo carinho e por estarem ao meu lado.

Aos grandes amigos Stefano de Leo, Joseph Topomond, Joana da Hora e Mauro Brigeiro pelos momentos maravilhosos que passamos juntos, as risadas e o carinho que sempre me deram.

À Glenda Neves, Laís Oliveira e, em especial, Ana Paula Correa ("a pequenina") pelo carinho, a amizade e o acolhimento nos momentos difíceis.

À Ana Cecília pelo carinho e a amizade.

À Mayerlin Nunez pela amizade, pela força e pelos momentos de descontração no laboratório.

Ao Luciano Cruz pela amizade e pelos momentos agradáveis e de diversão no laboratório.

Ao Deolindo pela força e o apoio.

À administração da Moradia Estudantil, em especial, ao prof. Viotto pela ajuda e pelo acolhimento na etapa final.

Aos professores da banca pela contribuição ao meu trabalho.

Ao prof. Daniel Pereira.

Ao CNPQ e a Fapesp pelo apoio financeiro.

Posso ter talvez esquecido de citar algum nome, pois graças a Deus faço muitos amigos por onde passo, então deixo aqui meus agradecimentos a todos.

"Obrigada Senhor por colocar na minha vida pessoas tão especiais."

Algumas palavras

"Não fique lamentando-se por insignificâncias, nem se deixe vencer pelos pequenos fracassos. Se os braços não estiverem funcionando bem, agradeça pelo fato de possuir pernas em perfeitas condições. Se as pernas não estiverem funcionando bem, agradeça aos pulmões saudáveis. Se os pulmões não estiverem em perfeitas condições, agradeça à cabeça que funciona e aos olhos que enxergam. Deus Se manifesta onde há sentimento de gratidão e cura todos os males."

> Seicho Taniguchi (extraído do livro Mensagens de Amor e Sabedoria)

Resumo

Nesta tese apresentamos o estudo teórico de grades de difração induzidas em meios atômicos na condição de transparência induzida eletromagneticamente (EIT). As grades atômicas que serão descritas baseiam-se na não-linearidade Kerr gigante exibida pelos átomos sob EIT. No primeiro estudo realizado, a grade atômica é gerada a partir da modulação da não-linearidade Kerr através de uma onda estacionária. Neste estudo, aplicamos a teoria de ondas acopladas, desenvolvida originalmente para grades acústicas e holográficas, para a grade atômica de modo a obter uma expressão analítica para a eficiência de difração em primeira ordem. Altas eficiências de difração de um feixe de prova ressonante são previstas para incidência próxima ao ângulo de Bragg. Em um segundo estudo, descrevemos uma grade atômica do tipo "blazed" criada através da inserção de uma máscara de intensidade em um dos feixes responsáveis pela não-linearidade Kerr do meio. Eficiências de difração em primeira ordem para o feixe de prova próximas a 100% foram obtidas. Por último, discutimos uma grade de difração induzida na condição de coerência máxima entre os estados fundamentais de um átomo. Esta grade difrata não somente o feixe de prova incidente, mas também um segundo feixe gerado por mistura de quatro ondas. Apesar desta última grade apresentar eficiência de difração muito menor do que as duas grades anteriores, esta grade pode operar em vários comprimentos de onda diferentes, embora envolva sempre um feixe ressonante com alguma transição atômica.

Além da contribuição teórica, trabalhos experimentais relacionados à área de aprisionamento e resfriamento de átomos foram realizados. Inicialmente, um experimento de espectrocopia de fotoassociação próximo ao limite de dissociação em uma amostra de ⁸⁵Rb é apresentado. Em seguida, uma fonte de laser em 423 nm, formada por um laser de Ti-Sa com dobramento intracavidade através de um cristal *LBO*, que foi construída e estabilizada é descrita.

Abstract

In this thesis we present a theoretical study on induced diffraction gratings in atomic media under electromagnetically induced transparency condition. The atomic gratings which will be described are based on the giant Kerr nonlinearity displayed by the atoms under EIT. In the first study, the atomic grating is generated from the modulation of the Kerr nonlinearity through a stationary wave. In this study, we apply coupled wave theory, originally developed for acoustic and holographic gratings, for an atomic grating in such a way that an analytical expression for the first order diffraction is obtained. High diffraction efficiencies of the resonant probe beam are predicted for incidence near Bragg angle. In a second study, we describe a blazed-type atomic grating created through the insertion of an intensity mask in one of the beam responsible for the Kerr nonlinearity of the medium. First order diffraction for the probe beam near 100% efficiency was observed. Finally, we discuss a diffraction grating induced under maximum coherence condition between the ground states of an atom. This grating diffracts not only the probe beam, but also a second beam generated by four wave mixing. Although this last grating shows a diffraction efficiency much smaller than the previous one, this grating can operate in several wavelengths, although involving a beam resonant with an atomic transition.

Besides the theoretical contribution, experimental works related to the cooling and trapping of atoms were implemented. Initially, an experiment of photoassociation spectroscopy near the dissociation limit in a sample of cold rubidium atoms is presented. Following, a homebuilt laser source at 423 nm formed by a Ti-Sapphire laser with intracavity frequency doubling through a LBO crystal that was stabilized is described.

Conteúdo

	Fich	ia catal	ográfica	ii
	Cart	ta de aj	provação da tese	iii
	Ded	icatória	ι	V
	Agra	adecime	entos	vii
	Rest	umo .		xiii
	Abs	tract .		XV
Ι	Ur	ma vi	são geral	1
1	Intr	roducã		વ
T	11101	Juuça	0	9
2	Fun	ıdamer	ntos	11
	2.1	O can	po eletromagnético	12
	2.2	Aprox	imação de envelope variando lentamente	13
	2.3	Fenôn	nenos de óptica não-linear	15
		2.3.1	Geração de terceiro harmônico	15
		2.3.2	Automodulação de fase	16
		2.3.3	Modulação de fase cruzada	17
		2.3.4	Mistura de 4 ondas	18
	2.4	Absor	ção e dispersão em um meio atômico	19
		2.4.1	Modelo atômico	19

		2.4.2	Transparência induzida eletromagneticamente $\ . \ . \ . \ .$.	22
	2.5	Fenôm	ieno de difração	25
		2.5.1	Difração de Fraunhofer	26
		2.5.2	Grades de difração	28
		2.5.3	Grade de amplitude versus grade de fase	29
		2.5.4	Grade grossa versus grade fina	30
3	Gra	de atô	mica induzida eletromagneticamente	33
	3.1	Grade	de amplitude	34
	3.2	Grade	de fase	37
	3.3	Grade	de coerência	45
II	C	ontri	buições teóricas	47
4	EIC	f: Teor	ia de ondas acopladas	49
	4.1	Model	o atômico	50
	4.2	Teoria	de ondas acopladas	52
	4.3	Result	ados e discussões	57
5	Gra	de de	fase com função dente de serra	63
	5.1	Model	o atômico	64
	5.2	Grade	atômica com função dente de serra	66
	5.3	Result	ados e discussões	70
6	Gra	de de	coerência máxima induzida eletromagneticamente	77
	6.1	Model	o atômico para grade de coerência e mistura de quatro ondas	78
	6.2	EIG co	om coerência máxima	86
	6.3	Result	ados e discussões	88
	6.4	Caso g	geral $\lambda_R \neq 1$	93

Conclusões e Perspectivas 95		
III Apêndices 99		
A Espectroscopia de fotoassociação 101		
A.1 Espectroscopia de foto associação em átomos frios de $^{85}{\rm Rb}$ 101		
A.1.1 Armadilha magneto-óptica de $^{85}\mathrm{Rb}$		
A.1.2 Sistema de laser para fotoassociação		
A.1.3 Resultados e discussões		
B Optimização de um sistema de laser com dobramento de frequência		
Intracavidade III		
B.1 Sistema de laser		
B.2 Sistema de estabilização em frequência		
Referências 117		

Lista de Figuras

2.1	Sistema de três níveis na configuração lambda, interagindo com dois campos eletro-	
	magnéticos Ω_p e Ω_c , para átomos parados	20
2.2	(a) Absorção do feixe de prova $Im[\chi]$ em função de sua dessintonia e (b) Dispersão	
	do meio $Re[\chi]$ em função da dessintonia do feixe de prova. Em ambos os casos	
	$\gamma_0 = 10^{-5} \gamma$ e um fator multiplicativo de 2 na curva de $\Omega_c = 0$ foi considerado para	
	uma melhor visualização. A curva pontilhada está associada ao caso $\Omega_c=0$ e a	
	contínua ao caso $\Omega_c = 0, 3\gamma$	23
2.3	Sistema de quatro níveis, interagindo com três campos eletromagnéticos Ω_p,Ω_c e $\Omega,$	
	para átomos parados	24
2.4	Dispersão do meio $Re[\chi]$ em função da dessintonia do feixe de prova para $\gamma_0=10^{-5}\gamma$	
	e $\Omega_c=0,3\gamma.$ A diferença entre a curva preta e a vermelha pontilhada é que a última	
	apresenta o efeito do feixe adicional	25
2.5	Diagrama il ustrando o vetor de onda $\vec{k}=(k_x,k_y,k_z)$ e os ângulos θ_x e θ_y que este	
	vetor faz com os planos y-z e x-z, respectivamente. As constantes k_x,k_y e k_z são as	
	projeções do vetor \vec{k} nos eixos x, y e z	27
2.6	(a) Sistema atômico com modulação da transmissão produzindo o efeito de grade de	
	amplitude e (b) com modulação do índice de refração gerando efeito de grade de fase.	29
2.7	(a) Padrão de difração Fraunhofer para um grade de amplitude e (\mathbf{b}) para uma grade	
	de fase. O feixe de prova ilumina $M = 5$ períodos da grade	30

2.8	(a) Figura ilustrando uma grade fina com a formação de vários feixes difratados e (b)	
	uma grade grossa com somente um feixe difratado em primeira ordem para incidência	
	em ângulo de Bragg	31
3.1	(a) Sistema de três níveis na configuração lambda, interagindo com os campos ele-	
	tromagnéticos ω_p e $\omega_c,$ para átomos parados. (b) Esquema experimental ilustrando	
	a configuração espacial dos feixes utilizada para a obtenção da modulação do feixe	
	de acoplamento	34
3.2	2 (a) Função de transmissão $T(x)$ em função de x . (b) Intensidade de difração do	
	campo distante $I_p(\theta)$ em função de $\sin\theta$ para o número de fendas iluminadas $M=5$	
	e a razão entre o período da grade e o comprimento de onda do feixe de prova	
	$\Lambda_{cx}/\lambda_p=4.$ Nos itens (a) e (b), as intensidades do feixe de acoplamento são dadas	
	por $I_c = 2\gamma_{21}$ (curva contínua) e $I_c = 10\gamma_{21}$ (curva pontilhada), $\Delta_p = \Delta_c = 0$,	
	$\gamma_{31} = 0, 1\gamma_{21} \in \ell = 4z_0.$	35
3.3	3 (a) Função de transmissão $ T(x) $ (curva contínua) e a fase ϕ induzida (curva pon-	
	tilhada) em função de x par a Δ_p = 2,2 $\gamma_{21}.$ (b) Intensidade de difração do campo	
	distante $I_p(\theta)$ em função de sin θ para o número de fendas iluminadas $M=5,$ a razão	
	entre o período da grade e o comprimento de onda do feixe de prova $\Lambda_{cx}/\lambda_p=4$ e	
	dessintonias do feixe de prova dadas por $\Delta_p=0$ (curva pontilhada) e $\Delta_p=2,\!2\gamma_{21}$	
	(curva contínua). Nos itens (a) e (b) $\gamma_{31}=0, 1\gamma_{21},\ell=4z_0,\Delta_c=0$ e $I_c=20\gamma_{21}.$	37
3.4	4 Sistema de quatro níveis interagindo com três feixes de laser: feixe de prova Ω_p , feixe	
	de acoplamento Ω_c e feixe sinal Ω , para $ a\rangle$ e $ b\rangle,$ estados fundamentais, e $ c\rangle$ e $ d\rangle,$	
	estados excitados. δ é a dessintonia da frequência óptica do campo sinal em relação	
	à frequência da transição atômica $ d\rangle \to b\rangle.~\gamma_c$ e γ_d são os decaimentos dos estados	
	$ c\rangle \in d\rangle$, respectivamente	38
3.5	6 (a) Amplitude $ T(x) $ (linha contínua) e fas e $\phi(x)/\pi$ (linha pontilhada) da função de	
	transmissão T(x) em função de x/Λ para dois períodos espaciais e $\alpha L/2=0,14.$ (b)	

Intensidade de difração em função de $\sin\theta$ para a função de transmissão de (a). . . 44

4.1	(a) Modelo atômico: átomo de 4 níveis interagindo com 3 feixes de laser: prova (Ω_p) ,	
	acoplamento (Ω_c) e sinal (Ω). (b) Esquema da configuração espacial dos feixes de	
	prova e sinal com relação à amostra atômica il ustrando as ordens de difração 0 e -1.	
	O feixe de acoplamento não está ilustrado na figura porque está paralelo ao feixe de	
	prova incidente	51
4.2	(a) Figura ilustrando a grade atômica grossa com o ângulo de incidência do feixe de	
	prova $\theta,$ o vetor da grade $\vec{K},$ o período da grade $\Lambda,$ e a espessura da grade $\ell.$ (b)	
	Diagrama de vetores mostrando a relação entre os vetores de propagação das ondas	
	difratadas (de ordem zero e um) e o vetor da grade. \hdots	53
4.3	Eficiência de difração η em função do comprimento do meio $\ell,$ em termos de $z_0.$ A	
	dessintonia do feixe sinal Δ = δ/γ_c = 140 corresponde a aproximadamente 2π \times	
	1,4 GHz em átomos de Na. A razão entre as frequências de Rabi usada é $R=4,6.\;$.	58
4.4	(a) Eficiência de difração da primeira ordem η em função da razão entre as frequências	

- de Rabi R para $\ell = 135z_0$ e $\Delta = 140$. (b) Componente de absorção (linha azul pontilhada) e modulação (linha vermelha sólida) de η em função de R. 60

5.2	Curvas da amplitude $ T(x) $ (linha vermelha pontilhada) e da fase $\phi(x)$ (linha preta	
	sólida) da função de transmissão ${\cal T}(x)$ em função de x (medida em unidades do	
	período da grade A) para $\ell = 160z_0, \Delta = 140$ e $R = 4,6.$	71
5.3	Padrão de difração do campo distante de Fraunhofer $I_p(\theta)$ para a grade da figura 5.2	
	com a modulação da fase (a) e sem modulação da fase $[\phi(x)=0]$ (b) em função do	
	ângulo de difração $\theta.$ O feixe de prova ilumina $M=5$ períodos da grade	72
5.4	Intensidade da primeira ordem de difração $I_p(\theta_1)$ em função da dessintonia do feixe	
	sinal para diferentes comprimentos do meio ($\ell=32z_0$ curva azul, $\ell=64z_0$ curva	
	verde pontilhada, $\ell = 128 z_0$ curva preta e $\ell = 160 z_0$ curva vermelha tracejada) e	
	$R = 4, 6. \ldots $	73
5.5	Eficiência de difração $\eta,$ normalizada pela eficiência em incidência normal $\eta_0~(\theta_0=0),$	
	em função do ângulo de incidência θ_0 usando a equação 5.18 (linha azul sólida) e a	
	5.19 (linha vermelha pontilhada). Os parâmetros da grade são os mesmos das figuras	
	5.2 e 5.3	74
5.6	(a) Amplitude $ T(x) $ e fase $\phi(x)$ da função de transmissão de amplitude complexa	
	$T(x)$ para $R=1,1, \Delta=190$ e $\ell=4000z_0; x$ está em unidades de $D.$ (b) Padrão	
	de difração Fraunhofer para a grade do item (a). O feixe de prova ilumina ${\cal M}=5$	
	períodos da grade	75
6.1	(a) Diagrama dos níveis de energia para o sistema de quatro níveis formado pelo	
	sistema em configuração duplo Λ interagindo com três feixes ópticos: acoplamento	
	$(\Omega_b \in \Omega_c)$ e prova (Ω_n) em uma configuração do tipo mistura de quatro ondas que	
	dá origem ao feixe sinal (Ω_{\circ}) . (b) Esquema proposto ilustrando a interação entre os	
	feixe de prova e acoplamento com os átomos ao longo do eixo z e a difração do feixe	
	sinal (c) Figura illustrando a FIC induzida no moio atômico ondo D é o poríodo do	
	smal, (c) rigura nustrando a ErG induzida no meio atomico onde D e o periodo da	

- 6.3 (a) Função de transmissão |T_p(x)| do feixe de prova e (b) do feixe sinal |T_s(x)| em função de x para Ω = 0,5γ, δ = 0 e comprimentos do meio de ℓ = 2z₀ e ℓ = 10z₀.
 A curva azul contínua representa as funções de transmissão para ℓ = 10z₀ e a curva em vermelho pontilhada o caso em que ℓ = 2z₀.
- 6.5 (a) Padrão de difração de Fraunhofer para a função de transmissão do feixe de prova da figura 6.3 (a). (b) Padrão de difração de Fraunhofer para a função de transmissão da figura 6.3 (b). Em ambos os casos, a curva azul contínua representa o caso em que $z = 10z_0$ e a curva vermelha pontilhada o caso $z = 2z_0.....91$

A.3	Sistema de las er utilizado na espectroscopia de foto associação da amostra de $^{85}\mathrm{Rb}$
	composto por: laser de diodo, prisma anamórfico (PA), diodo óptico (DO), lentes
	(f), espelhos (M), espelhos de retroalimetação (M _R), placa de meia onda $(\lambda/2)$,
	cavidade de Fabry Perot (CFP), fibra APC (do inglês, "angle polished connector")
	e fotodetetores (PD)

- A.5 (a) Curvas da fluorescência provenientes dos átomos da armadilha. A curva em amarelo escuro é obtida quando o "laser PA" não interage com os átomos, a curva em azul mostra a redução da fluorescência na presença do "laser PA" e a curva em rosa escuro apresenta o sinal transmitido pela cavidade de Fabry-Perot que é usado para a calibração em frequência dos espectros de PAS e (b) Mesma medida do item (a) para o caso em que o espelho M_R não é considerado no experimento. 108

B.2 Gráfico da potência de saída do laser com duplicação em frequência intracavidade
(423 nm) em função da potência do laser de bombeio VERDI em 532nm. 115

Parte I

Uma visão geral

Capítulo 1

Introdução

O campo da óptica não-linear surgiu com a primeira observação experimental do fenômeno de geração de segundo harmônico em 1961 [1]. Inicialmente, a observação de fenômenos ópticos não-lineares esteve associada às altas intensidade de luz obtidas com laser pulsados. Ao longo dos anos, foi possível perceber que o interesse nesta área de óptica não-linear vai desde estudos fundamentais da interação da luz com a matéria até aplicações como chaveamento óptico. Para altas intensidades de luz, a polarização $P(\omega)$ induzida em um material pode ser escrita como uma série de potência na amplitude do campo elétrico $E(\omega)$: $P(\omega) = \chi^{(1)}E(\omega) + \chi^{(2)}E^2(\omega) + \chi^{(3)}E^3(\omega) + \dots$, onde $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}$, etc. são as susceptibilidades não-lineares de segunda ordem, terceira ordem e etc [2].

No entanto, as propriedades ópticas lineares e não-lineares de sistemas atômicos podem ser manipuladas e alteradas drasticamente através da interação destes com feixes de laser. Tais manipulações baseiam-se na indução de coerência atômica e interferência quântica entre diferentes níveis de energia dos átomos. Explorando-se estes processos de interferência quântica, índices de refração não-lineares gigantes podem ser induzidos de modo que efeitos ópticos não-lineares a baixas intensidades, inclusive com feixes contendo poucos fótons, podem ser observados. Dentre os fenômenos não-lineares associados à interação de campos eletromagnéticos com um meio atômico, podemos destacar o de aprisionamento coerente de população, CPT (do inglês "Coherent Population Trapping") [3,4] e o de transparência induzida eletromagneticamente, EIT (do inglês "Electromagnetically Induced Transparency") [4–6], que têm sido abordados e recentemente utilizados em estudos de Informação Quântica [7,8].

O fenômeno de CPT foi observado pela primeira vez por Alzetta e colaboradores [9], através da diminuição da emissão de fluorescência em um experimento de bombeamento óptico em um sistema atômico de sódio. Neste experimento, um campo magnético não homogêneo foi aplicado a uma célula de vapor de sódio, o que fez com que o cancelamento da absorção fosse observado em uma pequena região na célula, levando assim à utilização de nomes como ressonância escura para descrever o aprisionamento coerente de população. Gray e colaboradores [10], demonstraram este fenômeno de CPT experimentalmente, considerando um sistema similar ao utilizado por Alzetta. Na mesma época, Whitley e Stroud [11] apresentaram um trabalho teórico de bombeamento e aprisionamento causado por dois campos ressonantes com duas transições em um sistema de três níveis na configuração cascata. A análise teórica do fenômeno, apresentada por Arimondo e Orriols [12] e no trabalho da referência [11], mostrou que os átomos de sódio foram bombeados para um estado escuro devido aos processos de interferência quântica e desta forma a população ficava aprisionada, fazendo com que o nome aprisionamento coerente de população começasse a ser então usado.

Outro fenômeno de grande interesse é o fenômeno de EIT que está estreitamente relacionado ao de CPT [3,4], e foi apresentado em 1988 por Kocharovskaya e Khannin [13], e independentemente, por Harris [14] em 1989. O termo transparência induzida eletromagneticamente (EIT) foi dado por Harris e colaboradores [15] em 1990. Sob EIT, um meio normalmente opaco torna-se transparente a radiação laser ressonante através do acoplamento deste meio com um segundo feixe forte também ressonante. Além do cancelamento da absorção do feixe de prova, na condição de EIT, observa-se também uma alta dispersão do índice de refração do meio, acarrentando na propagação de pulsos de luz com velocidades várias ordens de grandeza abaixo da velocidade da luz no vácuo. Esta redução da velocidade de grupo de um pulso de luz ocorre devido ao fato da velocidade de grupo ser inversamente proporcional à derivada do índice de refração com relação à frequência do pulso. Portanto, quando o meio está sob a condição de EIT, é possível observarmos uma mudança abrupta na inclinação da curva da dispersão, ou seja, uma mudança no índice de refração que faz com que a velocidade de grupo seja reduzida.

Várias aplicações interessantes de EIT já foram propostas e experimentalmente realizadas, como por exemplo, redução da velocidade de propagação de um pulso de luz [16], armazenamento de pulsos de luz em um meio atômico [17, 18], amplificação e operação laser na ausência de inversão [19] e não-linearidades Kerr gigantes [20, 21]. Além das aplicações em processos ópticos não-lineares, EIT tem sido utilizada em espectroscopia de alta resolução e magnetometria de alta precisão, baseadas em ressonâncias de EIT estreitas [22, 23]. Resultados recentes apresentaram um método para magnetometria baseado no fenômeno de EIT que explora os estados de máxima polarização do átomo [24]. Estudos da largura da ressonância de EIT têm sido realizados em diversos trabalhos nos útimos anos [25–30], com a abordagem da dependência angular apresentada em recentes trabalhos [31–34]. Ao longo dos anos, o fenômeno de transparência foi estudado numa variedade de sistemas como, vapores quentes, frios e ultrafrios [16, 17] e meios sólidos [35].

Um aplicação de transparência induzida de grande interesse em óptica não-linear é a indução de não-linearidades Kerr gigantes em meios atômicos [4,21]. O efeito Kerr, relacionado a susceptibilidade $\chi^{(3)}$ de um meio, é uma das não-linearidades ópticas de maior aplicação em computação óptica, comunicação óptica, processamento de informação quântica e muitas outras áreas [36]. Tal efeito produz um índice de refração que depende da intensidade dado por $n = n_0 + n_2 I$, onde I é a intensidade do laser e n_2 o índice de refração não-linear. Devido ao fato do fenômeno de grades induzidas eletromagneticamente (EIG, do inglês "Electromagnetically Induced Grating") apresentado nesta tese estar relacionado com não-linearidades Kerr gigantes de meios sob a condição de EIT, uma maior atenção será dada no decorrer deste trabalho para os meios não-lineares de terceira ordem.

Schimidt e Imamoglu demonstraram teoricamente que não-linearidades gigantes podem ser obtidas em meios atômicos sob EIT, enquanto a susceptibilidade linear é nula para todos os campos interagindo com o meio, quando um terceiro feixe ressonante com um dos níveis fundamentais é inserido no sistema [21]. Antes deste trabalho de Schimidt e Imamoglu ser apresentado, resultados de efeitos de conversão de frequência não-linear em meios transparentes [15, 37], aumento da conversão não-linear devido à EIT [38] e uso de CPT em um sistema em configuração duplo A para estudo de mistura de quatro ondas com conjugação de fase em vapor de sódio foram apresentados [39]. No entanto, o trabalho de Schimidt e Imamoglu foi o primeiro que apresentou altas não-linearidades para baixos níveis de intensidade dos campos ópticos. A observação experimental deste sistema com alta não-linearidade Kerr e susceptibilidade linear nula foi realizada em uma amostra de átomos frios de rubídio [20].

O fenômeno de grade induzida eletromagneticamente (EIG) baseado na não-linearidade Kerr gigante começou a ser estudado na década de 90. Uma EIG é formada aplicando-se uma onda estacionária em um meio atômico que modula a absorção (grade de amplitude) ou índice de refração (grade de fase) do meio. Em ambos os casos, o principal fenômeno em que se baseia a grade é a transparência induzida eletromagneticamente. Ao modularmos o feixe de acoplamento usando, por exemplo, dois feixes que se cruzam a um ângulo θ , é possível termos regiões de alta transmissão e absorção que são equivalentes a uma grade de amplitude na qual um feixe pode difratar [40,41].

Uma grade de absorção atômica foi teoricamente proposta, pela primeira vez, por Ling *et al* [40] em um sistema em configuração Λ homogeneamente alargado e experimentalmente demonstrado em amostras de átomos frios de sódio e césio [42, 43] e átomos quentes de rubídio [44]. Grades de amplitude são bem conhecidas pela baixa eficiência de difração, ao contrário das grades de fase, que difratam eficientemente para ordens diferentes de zero [45]. Grades de fase são formadas em meios em que a modulação ocorre no índice de refração. Exemplos de grade de fase foram discutidos na referência [40] onde a dessintonia do feixe de prova é diferente de zero e na referência [46] onde não-linearidades gigantes são induzidas em um meio transparente quando um feixe sinal é inserido no sistema.

Uma grade de fase ideal consiste de um meio transparente a um feixe de prova ressonante capaz de induzir uma fase de π neste feixe, ao mesmo tempo, que mantém sua transmissão alta. Um modelo de grade de fase atômica, baseado na modulação de fase cruzada XMP (do inglês, "Cross Phase Modulation"), foi proposto recentemente em um sistema de quatro níveis no qual um feixe que induz a alta não-linearidade do meio é modulado dando origem ao efeito de grade do meio [46]. Esta grade apresenta resultados de eficiências de difração que se comparam ao de um sistema de grade de fase senoidal ideal [45]. Estudos recentes mostraram que uma grade de fase pode também ser induzida em um meio atômico quando um feixe de microondas fraco, que interage com um sistema de estado escuro duplo, é modulado [47]. Além disso, quando imagens que modulam a intensidade são usadas para criar uma grade de transmissão com uma função dente de serra, altas eficiências são observadas [48].

Nos meios não-lineares de terceira ordem discutidos anteriormente, efeitos de misturas de quatro ondas FWM (do inglês, "Four wave mixing") podem também ser observados. Uma interpretação para o feixe sinal que surge do fenômeno de FWM é que dois dos feixes que interagem com o meio induzem uma grade de difração no meio e o terceiro feixe difrata nesta grade. Nestes sistemas, fenômenos de grade de coerência e população, assim como a evolução de uma grade de coerência na presença de um campo magnético, podem ser investigados como apresentado para uma amostra de átomos frios de césio [43, 49]. Grades de coerência foram também propostas e experimentalmente implementadas para sistemas de sódio em configuração FWM com conjugação de fase [39]. As grades de coerência e população baseiam-se na modulação da coerência e da população. Além destes resultados, análises da eficiência na produção do feixe sinal proveniente de FWM foram investigadas para diferentes sistemas atômicos [50–55]. O aumento da eficiência do feixe sinal produzido por mistura de quatro ondas foi também observado em um cristal dopado [56].

Estudos recentes abordam diversas aplicações em sistemas não-lineares. Dentre estas aplicações temos: fenômenos de misturas de quatro e de seis ondas investigados em amostras de átomos frios de césio [57], efeitos de difração utilizados para recuperar informação óptica armazenada na coerência atômica pelos feixes ópticos [58] e geração de pulsos durante a leitura de uma grade de coerência armazenada em uma amostra de átomos frios [59].

EIGs têm aplicações como: chaveamento e direcionamento óptico que podem ser usados em sistemas de Informação Quântica [44], controle dinâmico de lacunas fotônicas [60,61], armazenamento de pulsos de luz em grades de absorção [49,62] e diagnósticos de temperatura em sistemas de átomos frios [63,64]. Estudos recentes de transparência induzida através da detecção da modulação de fase cruzada em sistemas similares aos utilizados para observar EIG foram apresentados [65]. Além destas aplicações, é possível observar o recente interesse em estudos de reflexão de Bragg em uma estrutura atômica formada por átomos frios dentro de uma rede óptica [66,67].

Esta tese sobre EIGs está organizada da seguinte forma. No capítulo 2 apresentaremos temas como interação entre campo e matéria, transparência induzida eletromagneticamente, não-linearidade Kerr gigante, óptica não-linear, fenômenos de misturas de quatro ondas e difração do campo distante de Fraunhofer que serão tópicos de extrema importância para o entendimento dos capítulos seguintes. Em seguida, descreveremos no capítulo 3 grades atômicas induzidas eletromagneticamente (grade de amplitude, de fase e de coerência) como uma motivação para as grades que serão discutidas na tese.
A partir do quarto capítulo, começaremos a apresentação dos resultados inéditos desta tese. Neste capítulo, utilizaremos a teoria de ondas acopladas para descrever uma grade de fase atômica. Uma expressão analítica da eficiência de difração da primeira ordem da grade será apresentada, e a partir desta equação, eficiências para a primeira ordem de até 80% serão demonstradas para incidência em ângulo de Bragg. Em seguida, a análise da expressão da eficiência em termos dos parâmetros de excitação do sistema ajudará no entendimento do efeito de grade que ocorre no meio.

No quinto capítulo, investigaremos teoricamente um sistema de quatro níveis no qual uma grade atômica, criada através de uma máscara de intensidade em um dos campos ópticos, é induzida em um meio atômico sob a condição de EIT. Neste estudo teórico, derivaremos uma expressão analítica para a eficiência de difração da grade em função dos parâmetros de excitação atômicos (dessintonia e frequência de Rabi do feixe sinal), assim como, o ângulo de incidência e o comprimento óptico da amostra atômica. Esta grade é capaz de difratar um feixe de prova ressonante para a primeira ordem de difração com eficiências próximas a 100 %.

No sexto capítulo, apresentaremos uma grade de coerência induzida eletromagneticamente para um sistema de quatro níveis em configuração duplo Λ não-degenerada proveniente da interação deste sistema com dois feixes de acoplamento. Devido à alta não-linearidade do sistema, é possível investigarmos não somente a difração em ordem zero de um feixe de prova incidente no meio, mas também a difração do feixe sinal que surge devido ao fenômeno de mistura de quatro ondas. Quando uma modulação é aplicada nos feixes que geram o efeito de grade de coerência, é possível observarmos um efeito de EIG adicional que difrata em primeira ordem os feixes de prova e sinal.

No capítulo das conclusões e perspectivas, apontaremos os resultados teóricos inéditos obtidos nesta tese e proporemos sistemas experimentais que podem ser utilizados para implementar estas EIGs. Além disso, faremos um resumo dos resultados experimentais dos apêndices A e B e apresentaremos as perspectivas futuras com relação ao nosso trabalho.

Por fim, nos apêndices A e B, descreveremos as contribuições experimentais deste trabalho. Inicialmente, um experimento de espectroscopia de fotoassociação próxima ao limite de dissociação em uma amostra de átomos frios de ⁸⁵Rb será discutido. Em seguida, uma fonte de laser em 423nm, constituída por um laser de Ti-Sa com dobramento de frequência intracavidade através de um cristal LBO, que foi construída e estabilizada será apresentada. Esta fonte de laser poderá ser utilizada, no futuro, para a obtenção de uma amostra de átomos frios de ⁴⁰Ca.

Capítulo 2

Fundamentos

No decorrer desta tese abordaremos o assunto de grades de difração induzidas eletromagneticamente em meios atômicos sob a condição de EIT. Estes efeitos de grade baseiam-se na interação de campos eletromagnéticos com átomos de quatro níveis que se comportam, sob condições especiais, como meios não-lineares de terceira ordem. Isso nos leva a iniciar este trabalho falando sobre a formulação semiclássica da interação de um sistema atômico com campos eletromagnéticos que será utilizada no decorrer desta tese. Nesta discussão, tópicos como fenômenos de óptica não-linear e de transparência induzida serão abordados porque são de extrema importância para o entendimento do fenômeno de grade induzida.

Na segunda parte deste capítulo, o fenômeno de difração será apresentado como uma motivação para a discussão sobre grades atômicas induzidas que será apresentada no capítulo seguinte. Esta seção apresenta não somente o formalismo matemático utilizado na tese, mas também a interpretação física do fenômeno de difração que será estudado em meios atômicos.

2.1 O campo eletromagnético

No modelo semiclássico que descreve a interação entre luz e matéria, o sistema atômico é descrito pela Mecânica Quântica, enquanto os campos são tratados classicamente através da Eletrodinâmica Clássica [2]. Na teoria de Eletrodinâmica Clássica, o campo eletromagnético é descrito por dois vetores de campo que são funções da posição e do tempo: o campo elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$ e o campo magnético $\vec{H}(\vec{r},t)$. O comportamento do campo eletromagnético é descrito pelas equações de Maxwell no meio (no sistema MKS) dadas por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = d(\vec{r}, t), \qquad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0, \qquad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t)$$
 (2.3)

е

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{J}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}(\vec{r},t), \qquad (2.4)$$

nas quais $\vec{B}(\vec{r},t) \in \vec{D}(\vec{r},t)$ são os vetores de indução magnética e deslocamento elétrico, $\vec{J}(\vec{r},t)$ é o vetor densidade de corrente e $d(\vec{r},t)$ é a densidade de carga¹.

No caso em que o meio interage com campos externos, as propriedades elétricas e magnéticas do meio são modificadas e a resposta do mesmo deve ser inserida nestas equações. Esta resposta do meio é expressa quando as seguintes equações são levadas em conta:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r},t) + \vec{P}(\vec{r},t)$$
(2.5)

е

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r},t) + \mu_0 \vec{M}(\vec{r},t), \qquad (2.6)$$

onde $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$ e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N \cdot s^2 / C^2$ são a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética no vácuo, $\vec{P}(\vec{r},t)$ é a polarização e $\vec{M}(\vec{r},t)$ é a

¹O símbolo " ρ " é normalmente utilizado para representar a densidade de carga, no entanto, usaremos $d(\vec{r}, t)$ para não confundir com a notação $\vec{\rho}_{0,1}$ utilizada no capítulo 4 desta tese para vetores.

magnetização. A polarização é a soma macroscópica dos momentos de dipolo elétrico induzidos pelo campo elétrico, assim como, a magnetização está associada aos momentos de dipolo magnético induzidos pelo campo magnético. A polarização \vec{P} em um meio linear, não-dispersivo, homogêneo e isotrópico é proporcional ao campo elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$ e é escrita como $\vec{P}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r},t)$ onde χ é a susceptibilidade. Usando esta definição de $\vec{P}(\vec{r},t)$, podemos definir $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi)$ a partir da equação 2.5 e escrever o índice de refração do meio como $n = c_0/c = \sqrt{1 + \chi}$ com c_0 a velocidade da luz no vácuo e c a velocidade da luz no meio.

No decorrer desta tese, meios não-magnéticos $[\vec{M}(\vec{r},t)=0]$ que não possuem cargas livres e densidade de corrente $[\rho(\vec{r},t)=0, \ \vec{J}(\vec{r},t)=0]$ são analisados. Desta forma, as equações de Maxwell são escritas da seguinte forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0, \qquad (2.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0, \qquad (2.8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t)$$
 (2.9)

е

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r},t).$$
 (2.10)

A equação da onda que governa a propagação da luz em um meio é obtida a partir das equações de Maxwell acima e é dada por:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r},t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}(\vec{r},t).$$
(2.11)

2.2 Aproximação de envelope variando lentamente

A equação da onda dada pela equação 2.11 pode ser escrita de forma mais simples ao utilizarmos a aproximação de envelope variando lentamente. Nesta aproximação, o envelope do campo $\vec{E}(\vec{r},t)$ varia lentamente dentro de uma distância z_A ($z_A \gg \lambda$) e sofre variações temporais para períodos t_A que são muito maiores que os períodos ópticos de oscilação τ $(t_A \gg \tau)$ [2]. Para o caso em que o campo que interage com o meio é uma onda plana, se propagando na direção z, podemos escrever $\vec{E}(z,t)$ como:

$$\vec{E}(z,t) = \operatorname{Re}\left\{\tilde{E}_{0}(z,t)\exp[i(kz-\omega t)]\right\},$$
(2.12)

onde $k = 2\pi/\lambda$ é o vetor de onda, λ é o comprimento de onda, ω é a frequência angular e $\vec{E_0}(z,t)$ é o envelope do campo. Para este caso em que a onda se propaga na direção z, a equação 2.11 se reduz a:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{E}(z,t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(z,t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{P}(z,t).$$
(2.13)

A aproximação de envelope variando lentamente baseia-se em obter expressões para as derivadas espaciais e temporais do campo que são utilizadas para simplificar a equação 2.13. Neste caso, temos:

$$\left|\frac{\partial}{\partial z}\vec{E_0}(z,t)\right| \approx \left|\frac{\vec{E_0}(z,t)}{z_A}\right| \ll \left|\frac{2\pi}{\lambda}\vec{E_0}(z,t)\right| = \left|k\vec{E_0}(z,t)\right|,\tag{2.14}$$

$$\left|\frac{\partial}{\partial t}\vec{E_0}(z,t)\right| \approx \left|\frac{\vec{E_0}(z,t)}{\tau}\right| \ll \left|\frac{2\pi}{t_A}\vec{E_0}(z,t)\right| = \left|\omega\vec{E_0}(z,t)\right|$$
(2.15)

е

$$\left|\frac{\partial}{\partial t}\vec{P}_0(z,t)\right| \approx \left|\frac{\vec{P}_0(z,t)}{\tau}\right| \ll \left|\frac{2\pi}{t_A}\vec{P}_0(z,t)\right| = \left|\omega\vec{P}_0(z,t)\right|.$$
(2.16)

Ao calcularmos as derivadas com relação a z e t para o campo elétrico e a polarização e utilizarmos as aproximações acima, chegamos à seguinte expressão simplificada para a equação da onda no meio:

$$\frac{\partial}{\partial z}\vec{E_0}(z,t) + \frac{1}{c_0}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E_0}(z,t) = \frac{ik}{2\epsilon_0}\vec{P_0}(z,t), \qquad (2.17)$$

onde $k = \omega/c$. Esta equação será utilizada nos próximos capítulos para descrever a propagação dos campos eletromagnéticos em meios atômicos não-lineares com a polarização sendo substituída por uma expressão que depende da amplitude dos campos.

2.3 Fenômenos de óptica não-linear

O fenômeno de óptica não-linear é observado quando a luz se propaga em um meio e altera suas propriedades de forma que outros campos ópticos surgem no meio [2]. Em se tratando de meios não-lineares, a relação entre a densidade de polarização $\vec{P}(\vec{r},t)$ e o campo elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$ é não-linear e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r},t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r},t) + 2d\vec{E}(\vec{r},t)^2 + 4\chi^{(3)}\vec{E}(\vec{r},t)^3 + \dots, \quad (2.18)$$

onde os coeficientes $d \in \chi^{(3)}$ estão relacionados as intensidades dos efeitos não-lineares de segunda e terceira ordem.² Substituindo a equação 2.18 na 2.11, obtemos a seguinte expressão para a equação de onda em um meio não-linear:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P_{NL}}(\vec{r},t)}{\partial t^2}.$$
(2.19)

No decorrer desta tese, a equação acima descreverá a propagação da luz em meios não-lineares conhecidos como centrosimétricos. Estes meios não possuem o termo de polarização não-linear de segunda ordem que é proporcional a $\chi^{(2)}$ porque têm simetria de inversão; ou seja, as propriedades deste meio não são alteradas pela transformação $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Isto faz com que a não-linearidade de ordem mais baixa seja $\chi^{(3)}$. Neste caso, fenômenos não-lineares relacionados a $\chi^{(3)}$ poderão ser observados como veremos na próxima seção.

2.3.1 Geração de terceiro harmônico

A propagação da luz em um meio não-linear é descrita pela equação 2.19, que foi obtida a partir das equações de Maxwell para um meio dielétrico isotrópico. Devido ao fato da isotropia garantir que \vec{P} e \vec{E} sejam paralelos, a análise poderá ser realizada para

²Outra maneira de escrever a polarização é $\vec{P} = \epsilon_0 (\chi \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \vec{E}^3 + ...)$ onde $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ estão relacionados as susceptibilidades não-lineares de segunda e terceira ordem.

uma direção e o resultado será o mesmo para as demais direções [2]. Por simplicidade, vamos tirar a dependência espacial e temporal e escrever a equação da onda que se propaga neste meio não-linear como:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}.$$
(2.20)

Estes meios cujas não-linearidades dominantes são as de terceira ordem dadas por $P_{NL} = 4\chi^{(3)}E^3$ são chamados de meios Kerr e dão origem a harmônicos de terceira ordem e campos com diferentes frequências. Vamos considerar o caso particular de um campo elétrico de amplitude $E(\omega)$ igual a uma onda monocromática cuja expressão é dada por:

$$E(t) = Re \left\{ E(\omega) \exp(i\omega t) \right\}.$$
(2.21)

Substituindo esta equação do campo na expressão da polarização $P_{NL} = 4\chi^{(3)}E^3$ obtemos dois termos para a polarização que dependem das frequências ω e 3ω , como ilustra as equações abaixo [2].

$$P_{NL}(\omega) = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega)$$
(2.22)

е

$$P_{NL}(3\omega) = \chi^{(3)} E^3(\omega).$$
 (2.23)

Estes dois termos de polarização mostram que luz com frequência 3ω é gerada quando uma luz monocromática de frequência ω interage com este meio não-linear de terceira ordem. Isso caracteriza o fenômeno de geração do terceiro harmônico.

2.3.2 Automodulação de fase

Um fenômeno importante que ocorre neste meio não-linear de terceira ordem é o *Efeito Kerr Óptico* [2]. Neste caso, a componente de polarização que é dependente da frequência ω dá origem a uma mudança na susceptibilidade $\Delta \chi$ dada por:

$$\epsilon_0 \Delta \chi = \frac{P_{NL}(\omega)}{E(\omega)} = 3\chi^{(3)} |E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)} \eta I, \qquad (2.24)$$

onde $I = |E(\omega)|^2 / 2\eta$ é a intensidade óptica e η é a impedância do meio. Como $n^2 = 1 + \chi$, podemos escrever a mudança do índice de refração $\Delta n = \Delta \chi / 2n$ da seguinte forma:

$$\Delta n = \frac{3\eta\chi^{(3)}I}{\epsilon_0 n} = n_2 I. \tag{2.25}$$

E portanto, o índice de refração é proporcional a intensidade do campo incidente $[n(I) = n + n_2 I]$. Isso dá origem a um efeito de automodulação de fase no feixe incidente que se propaga neste meio não-linear de terceira ordem dada por $\Delta \varphi \approx n_2 I$.

2.3.3 Modulação de fase cruzada

Considere agora duas ondas monocromáticas de frequência $\omega_1 \in \omega_2$ interagindo com um meio não-linear de terceira ordem. A componente de polarização $P_{NL}(\omega_1)$ é dada por:

$$P_{NL}(\omega_1) = \chi^{(3)} \left[3 \left| E(\omega_1) \right|^2 + 6 \left| E(\omega_2) \right|^2 \right] E(\omega_1).$$
(2.26)

onde o fator de 2 que difere os termos acima surge devido aos termos cruzados. Analogamente ao raciocínio da seção anterior obtemos $P_{NL}(\omega_1) = \epsilon_0 \Delta \chi E(\omega_1) =$ $= 2\epsilon_0 n \Delta n E(\omega_1)$, e desta forma a variação do índice de refração será escrita como:

$$\Delta n = n_2 (I_1 + 2I_2), \tag{2.27}$$

com $n_2 = \frac{3\eta_0\chi^{(3)}}{\epsilon_0 n^2}$. Nesta equação, as intensidades das ondas 1 e 2 são dadas por $I_1 = |E(\omega_1)|^2 / 2\eta$ e $I_2 = |E(\omega_2)|^2 / 2\eta$. Portanto, podemos perceber que a onda 1 se propaga no meio com um índice de refração $n + \Delta n$ que depende da intensidade das ondas 1 e 2, o que faz com que ocorra não só a automodulação da fase mas também a modulação de fase cruzada (XPM, do inglês, "Cross Phase Modulation"). Neste caso, a variação da fase é $\Delta \varphi \approx n_2(I_1 + 2I_2)$ [2].

2.3.4 Mistura de 4 ondas

Nestes meios não-lineares de terceira ordem, outro fenômeno de interesse é o de mistura de quatro ondas FWM (do inglês, "Four Wave Mixixng") que ocorre quando três ondas de frequências ω_1 , $\omega_2 \in \omega_3$ interagem com o meio dando origem a um quarto feixe de frequência ω_4 [2]. Neste caso, podemos escrever o campo total que interage com o sistema como:

$$E(t) = \sum_{q=\pm 1,\pm 2,\pm 3} \frac{1}{2} E(\omega_q) \exp(i\omega_q t),$$
(2.28)

onde $\omega_{-q} = -\omega_q$ e $E^*(\omega_q) = E(-\omega_q)$. Usando esta expressão para o campo podemos escrever o termo de polarização P_{NL} como:

$$P_{NL}(t) = \frac{1}{8}\chi^{(3)} \sum_{p,q,r=\pm 1,\pm 2,\pm 3} E(\omega_p) E(\omega_q) E(\omega_r) \exp(i(\omega_p + \omega_q + \omega_r)t).$$
(2.29)

Esta equação nos mostra que a polarização P_{NL} terá termos que dependem das frequências $\omega_1, ..., 3\omega_1, ..., 2\omega_1 \pm \omega_2, ..., \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$. O termo que nos interessa é dado por $P_{NL}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = 6\chi^{(3)}E(\omega_1)E(\omega_2)E^*(\omega_3)$ que dá origem a um campo com frequência $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$. A única condição necessária para que esta onda ω_4 seja gerada e maximizada é o casamento de fase. Para o caso em que as três ondas que interagem com o meio são ondas planas dadas por $E(\omega_1) = E_1 \exp[i\vec{k_1} \cdot \vec{r}], E(\omega_2) = E_2 \exp[i\vec{k_2} \cdot \vec{r}]$ e $E(\omega_3) = E_3 \exp[i\vec{k_3} \cdot \vec{r}]$, obtemos uma onda com frequência ω_4 , vetor de onda $\vec{k_4}$ e amplitude proporcional a $6\chi^{(3)}E_1E_2E_3^* \exp[i\Delta\vec{k}\cdot\vec{r}]$. A intensidade desta onda produzida será dada por:

$$I_3 \propto \left| \int_V 6\chi^{(3)} E_1 E_2 E_3^* \exp[i\Delta \vec{k} \cdot \vec{r}] \right|^2 \approx L^2 \operatorname{sinc}[\Delta k L/2\pi], \qquad (2.30)$$

onde $L \in V$ são o comprimento e o volume do meio. Esta expressão mostra que no caso em que temos casamento de fase ($\Delta k = 0$), a amplitude da intensidade aumenta e portanto temos uma maior eficiência na produção do feixe com frequência ω_4 [2].

Após apresentar alguns fenômenos não-lineares que ocorrem quando feixes eletromagnéticos se propagam em meios não-lineares, vamos abordar o efeito de absorção que também ocorre nestes meios e que não foi levado em conta até o momento. Como vamos tratar de sistemas atômicos de três e quatro níveis nesta tese, vamos discutir na seção seguinte a interação de campos eletromagnéticos com meios atômicos nestas configurações.

2.4 Absorção e dispersão em um meio atômico

Os fenômenos de absorção e dispersão ocorrem quando um campo eletromagnético se propaga em um meio. Estes fenômenos serão apresentados em detalhes nesta seção porque as propriedades do meio podem ser alteradas em condições especiais de absorção e dispersão do meio [68]. A base do modelo atômico para grades induzidas é o sistema em configuração Λ formado pelos níveis $|a\rangle$, $|b\rangle e |c\rangle$, mostrados na figura 2.1. No caso em que este sistema Λ interage com um feixe de prova Ω_p e um de acoplamento Ω_c , um cancelamento da absorção denominado de transparência induzida pode ser observado quando ambos os lasers estão em ressonância. Além desta transparência, um aumento da não-linearidade do meio pode ser observada ao inserirmos um terceiro feixe no sistema, como veremos em detalhes a seguir.

2.4.1 Modelo atômico

O sistema atômico em configuração Λ é formado por dois estados "fundamentais" $|b\rangle \in |c\rangle e$ um estado excitado $|a\rangle$, como ilustrado na figura 2.1. Um átomo neste sistema interage com o feixe de prova de frequência de Rabi Ω_p que acopla os estados $|a\rangle e |b\rangle e$ com o feixe forte Ω_c que acopla os estados $|a\rangle e |c\rangle$. Os estados $|b\rangle e |c\rangle$ não estão acoplados diretamente por uma transição de dipolo. O feixe de acoplamento é bem mais forte que o de prova. Os feixes de prova e acoplamento terão as seguintes dessintonias $\Delta_{ab} = \omega_{ab} - \omega e \Delta_{ac} = \omega_{ac} - \omega_0$, sendo $\omega_{ab} e \omega_{ac}$ as frequências das transições atômicas $|a\rangle \rightarrow |b\rangle e |a\rangle \rightarrow |c\rangle$, e $\omega e \omega_0$ as frequências ópticas dos feixes de prova e acoplamento, respectivamente. Além da variação da população devido à presença dos feixes ópticos, teremos uma variação devido ao decaimento γ do estado excitado para os estados fundamentais e devido à taxa γ_0 de decaimento da coerência e da população entre os estados fundamentais. Sendo $|c\rangle$ um estado meta-estável, $\gamma_0 \ll \gamma$. A diferença em energia entre os estados fundamentais é $\Delta = \omega_{ab} - \omega_{ac}$.



Figura 2.1: Sistema de três níveis na configuração lambda, interagindo com dois campos eletromagnéticos $\Omega_p \in \Omega_c$, para átomos parados.

A equação de Liouville fornecerá as equações de evolução temporal para os elementos de matriz do operador densidade na base $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$ [68]. O feixe de prova que acopla os estados $|a\rangle \in |b\rangle$ induz um dipolo elétrico no átomo que oscila em sua frequência óptica ω . A indução desse dipolo atômico é acompanhada pela indução de uma coerência atômica ρ_{ab} nesta frequência. Similarmente, temos a indução de uma coerência atômica ρ_{ac} devido à presença de um feixe forte que acopla os estados $|a\rangle e |c\rangle$. Neste contexto, assumiremos $\rho_{ab} = \sigma_{ab}e^{-i\omega t}$, $\rho_{ac} = \sigma_{ac}e^{-i\omega_0 t}$ e $\rho_{cb} = \sigma_{cb}e^{-i(\omega-\omega_0)t}$, onde ω e ω_0 são as frequências ópticas dos feixes de prova e acoplamento e σ_{ab}, σ_{ac} e σ_{cb} são funções que variam lentamente no tempo, assim como σ_{aa}, σ_{bb} e σ_{cc} que são definidas como $\rho_{aa} = \sigma_{aa}, \rho_{bb} = \sigma_{bb}$ e $\rho_{cc} = \sigma_{cc}$. Os campos eletromagnéticos associados aos feixes de prova e acoplamento são dados por ondas planas da forma $E_p(t) = \frac{E_p^0}{2} (e^{-i\omega t} + e^{i\omega t})$ e $E_c(t) = \frac{E_c^0}{2} (e^{-i\omega_0 t} + e^{i\omega_0 t})$, onde E_p^0 e E_c^0 são amplitudes constantes (aproximação de dipolo). Desta forma podemos escrever os elementos de evolução temporal de σ da seguinte forma:

$$\dot{\sigma}_{aa} = -i\Omega_p(\sigma_{ab} - \sigma_{ba}) - i\Omega_c(\sigma_{ac} - \sigma_{ca}) - 2\gamma\sigma_{aa}^0, \qquad (2.31)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -\Gamma_{ab}\sigma_{ab} - i\Omega_p(\sigma^0_{aa} - \sigma^0_{bb}) + i\Omega_c\sigma_{cb}, \qquad (2.32)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = -\Gamma_{ac}\sigma_{ac} + i\Omega_p\sigma_{bc} - i\Omega_c(\sigma^0_{aa} - \sigma^0_{cc}), \qquad (2.33)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega_p(\sigma_{ab} - \sigma_{ba}) - \gamma_0 \sigma_{bb}^0 + \gamma \sigma_{aa}^0 + \gamma_0 \sigma_{cc}^0, \qquad (2.34)$$

$$\dot{\sigma}_{cb} = -\Gamma_{cb}\sigma_{cb} + i\Omega_c\sigma_{ab} - i\Omega_p\sigma_{ca}, \qquad (2.35)$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = i\Omega_c(\sigma_{ac} - \sigma_{ca}) - \gamma_0 \sigma_{cc}^0 + \gamma \sigma_{aa}^0 + \gamma_0 \sigma_{bb}^0, \qquad (2.36)$$

onde: $\Gamma_{ab} = \gamma + \frac{\gamma_0}{2} + i\Delta_{ab}, \ \Gamma_{ac} = \gamma + \frac{\gamma_0}{2} + i\Delta_{ac}, \ \Gamma_{cb} = \gamma_0 + i(\Delta_{ab} - \Delta_{ac}) \ e \ \sigma_{aa} + \sigma_{bb} + \sigma_{cc} = 1.$

Estas equações fornecem a evolução temporal de nosso sistema, sendo $\Omega_p = \frac{\mu_{ab}E_p^0}{2\hbar}$ e $\Omega_c = \frac{\mu_{ac}E_c^0}{2\hbar}$ as frequências de Rabi dos feixes de prova e acoplamento, respectivamente. A aproximação de ondas girantes foi usada para a obtenção destas equações. Aqui $\mu_{ab} = \mu_{ba}$ e $\mu_{ac} = \mu_{ca}$ são as amplitudes dos momentos de dipolo elétrico para as transições $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ e $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ respectivamente.

Neste sistema o objetivo é determinar a coerência atômica σ_{ab} após o átomo atingir o regime estacionário, ou seja, quando $\dot{\sigma}_{ij} \approx 0$. Esta coerência é de interesse devido ao fato de estar diretamente relacionada à absorção e dispersão do meio atômico. Para o caso em que o feixe de prova e acoplamento estão presentes no sistema e o feixe de prova consiste em uma pequena perturbação no sistema, obtemos a seguinte expressão para a coerência entre os níveis $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ [69]:

$$\sigma_{ab} = \frac{-i\Omega_p}{\Gamma_{ab}\Gamma_{cb} + \Omega_c^2} \left\{ \Gamma_{cb} (\sigma_{aa}^0 - \sigma_{bb}^0) - \frac{\Omega_c^2}{\Gamma_{ac}} (\sigma_{aa}^0 - \sigma_{cc}^0) \right\},\tag{2.37}$$

com as populações estacionárias dadas pelas seguintes equações:

$$\sigma_{bb}^{0} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_{0}} + 1 + \frac{\gamma \left|\Gamma_{ac}\right|^{2}}{\Omega_{c}^{2} \gamma_{ac}}\right) \sigma_{aa}^{0}, \qquad (2.38)$$

$$\sigma_{cc}^{0} = \left(1 + \frac{\gamma \left|\Gamma_{ac}\right|^{2}}{\Omega_{c}^{2} \gamma_{ac}}\right) \sigma_{aa}^{0}$$
(2.39)

$$\sigma_{aa}^{0} = \frac{\gamma_{0}\gamma_{ac}\Omega_{c}^{2}}{3\gamma_{0}\gamma_{ac}\Omega_{c}^{2} + \gamma\gamma_{ac}\Omega_{c}^{2} + 2\gamma\gamma_{0}\left|\Gamma_{ac}\right|^{2}}.$$
(2.40)

onde $\gamma_{ac} = \gamma + \gamma_0/2$. Nestas equações, a população total é conservada e dada por $\sigma_{aa}^0 + \sigma_{bb}^0 + \sigma_{cc}^0 = 1$. Neste caso, σ_{aa}^0 , $\sigma_{bb}^0 \in \sigma_{cc}^0$ estão em ordem zero, ou seja, são obtidas para o caso em que o feixe de prova não está presente no sistema.

2.4.2 Transparência induzida eletromagneticamente

Normalmente, fenômenos de não-linearidade são associados às altas intensidades de luz. No entanto, propriedades ópticas lineares e não-lineares de sistemas atômicos podem ser alteradas e manipuladas através da interação destes meios com feixes de laser. Neste caso, coerência atômica e interferência de caminhos entre diferentes níveis de energia são induzidas.

Variando a dessintonia do feixe de prova (Δ_{ab}) e considerando a parte imaginária da equação 2.37 para $\Omega_c = 0$ podemos observar um sinal de absorção Lorentziano com um máximo em $\Delta_{ab} = 0$ como ilustrado na curva pontilhada do gráfico da figura 2.2 (a). No entanto, quando inserimos o feixe de acoplamento, como por exemplo um feixe de intensidade $\Omega_c = 0,3\gamma$, no sistema é possível observar um cancelamento da absorção em $\Delta_{ab} = 0$, que caracteriza a transparência induzida do meio [veja curva contínua da figura 2.2 (a)] [68]. Como o feixe de acoplamento é mais forte que o de prova ($\Omega_p \ll \Omega_c$) ocorrerá um desdobramento dos estados $|a\rangle \in |c\rangle$ devido ao deslocamento ac-Stark. Para o caso em que a intensidade do feixe de acoplamento é tal que a separação que ocorre no estado $|a\rangle$, devido ao deslocamento Stark, é menor que a largura de linha γ , o feixe de prova tem dois caminhos indistinguíveis para percorrer. Portanto, uma interferência destrutiva entre estes dois caminhos faz com que haja o cancelamento da absorção e



surja uma janela de EIT no centro da curva de absorção como observado na figura 2.2 (a).

Figura 2.2: (a) Absorção do feixe de prova $Im[\chi]$ em função de sua dessintonia e (b) Dispersão do meio $Re[\chi]$ em função da dessintonia do feixe de prova. Em ambos os casos $\gamma_0 = 10^{-5}\gamma$ e um fator multiplicativo de 2 na curva de $\Omega_c = 0$ foi considerado para uma melhor visualização. A curva pontilhada está associada ao caso $\Omega_c = 0$ e a contínua ao caso $\Omega_c = 0.3\gamma$.

Na análise da dispersão do meio usamos a parte real da equação 2.37 que fornece a curva pontilhada de dispersão da figura 2.2 (b) para ($\Omega_c = 0$). Ao inserirmos um feixe de acoplamento, como por exemplo $\Omega_c = 0.3\gamma$, no meio é possível observar uma inclinação muito maior da curva de dispersão em torno de $\Delta_{ab} = 0$ se compararmos com o caso $\Omega_c = 0$, como ilustrado na curva contínua da figura 2.2 (b). Isso ocorre porque na condição de EIT a dispersão do meio muda e, como foi possível observar, uma variação abrupta da curva de dispersão ocorre próximo à ressonância.

No caso em que os feixes de prova e acoplamento estão em ressonância, é possível observar que o meio é transparente ao feixe de prova e a susceptibilidade linear é nula ($\chi = 0$), ou seja, o feixe de prova não interage com o meio. Neste sistema, uma não-linearidade de terceira ordem gigante é induzida no meio ao inserirmos um terceiro laser no sistema, como ilustra a figura 2.3. Esta não-linearidade é explorada no decorrer desta tese porque estes meios sob EIT são centrosimétricos e a não-linearidade de menor ordem é a $\chi^{(3)}$, a qual será explorada no estudo de grades induzidas.



Figura 2.3: Sistema de quatro níveis, interagindo com três campos eletromagnéticos Ω_p , $\Omega_c \in \Omega$, para átomos parados.

A inserção de um feixe sinal Ω adicional que interage com a transição $|c\rangle \rightarrow |i\rangle$, com *i* o índice referente a um estado excitado diferente de *a*, pode perturbar o sistema de forma que pequenas alterações no nível $|c\rangle$ fazem com que ocorra uma mudança na dispersão e um aumento da não-linearidade do meio. Com o feixe sinal presente no sistema, o nível $|c\rangle$ apresenta um deslocamento Stark e modifica a dessintonia da transição de dois fótons entre os feixes de prova e acoplamento. Devido ao aumento da inclinação da dispersão do feixe de prova sob EIT [4], uma pequena mudança na dessintonia muda drasticamente o índice de refração na frequência de prova ω_p gerando a não-linearidade gigante [4,21]. Esta mudança na dispersão do meio pode ser observada na curva vermelha pontilhada da figura 2.4 que tem os mesmos valores da curva preta contínua, mas uma pequena perturbação foi aplicada no nível $|c\rangle$.

Na discussão abordada nesta tese, levaremos em conta que no limite em que a intensidade do feixe sinal é muito menor que a do feixe de acoplamento ($\Omega \ll \Omega_c$), o sistema de quatro níveis ilustrado acima apresenta não-linearidades Kerr gigantes enquanto mantém as susceptibilidades lineares nulas para todos os campos [21]. Uma discussão mais quantitativamente será apresentada na seção 3.2 através da expressão da parte real da susceptibilidade Re[χ] [4,21].

Mudanças do índice de refração de um meio atômico foram observadas em sistemas

de átomos frios de césio que apresentaram valores de $n_2 = 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{W}$ [70] e de átomos ultrafrios de sódio que apresentaram $n_2 = 0,18 \text{ cm}^2/\text{W}$ [16]. Estes valores são altos se comparados com valores obtidos para vidros $(10^{-16} - 10^{-14} \text{ cm}^2/\text{W})$, vidros dopados $(10^{-14} - 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{W})$ e semicondutores $(10^{-10} - 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{W})$ [2].



Figura 2.4: Dispersão do meio $Re[\chi]$ em função da dessintonia do feixe de prova para $\gamma_0 = 10^{-5}\gamma$ e $\Omega_c = 0.3\gamma$. A diferença entre a curva preta e a vermelha pontilhada é que a última apresenta o efeito do feixe adicional.

2.5 Fenômeno de difração

O fenômeno conhecido como difração ocorre quando uma onda passa por um orifício (fenda) ou é obstruída por um obstáculo cuja dimensão é da ordem de grandeza de seu comprimento de onda λ . As várias componentes da frente de onda que se propagam através dos obstáculos interferem dando origem à uma distribuição de densidade de energia conhecida como padrão de difração. Este fenômeno pode ser abordado em dois limites. No primeiro limite, uma onda plana é difratada ao encontrar um orifício ou obstáculo e o padrão de difração é analisado em um plano de observação que se situa distante deste orifício responsável pelo efeito de difração. Este caso é chamado de difração do campo distante de Fraunhofer. Já no segundo limite, a frente de onda não se comporta como uma onda plana, e sim como uma onda esférica, e o orifício responsável pela difração se situa próximo ao plano de observação. Este último caso

é denominado de difração do campo próximo de Fresnel. A difração de Fraunhofer é uma aproximação da difração de Fresnel.

A seguir, abordaremos o caso particular de difração do campo distante de Fraunhofer onde uma onda plana incidirá na grade de difração dando origem ao padrão de difração que será analisado para diferentes configurações de grade.

2.5.1 Difração de Fraunhofer

O fenômeno de difração baseia-se no princípio de Huygens-Fresnel que diz: "Uma frente de onda pode ser vista como uma coleção de ondas esféricas". Neste caso, estas ondas esféricas propagam-se após passar pelo orifício de difração e interferem entre si dando origem à amplitude do campo óptico em um ponto P que se situa após a abertura da fenda. A amplitude do campo óptico é a superposição destas ondas que denominamos de padrão de difração. A teoria de transformada de Fourier providencia uma maneira elegante para a apresentação do fenômeno de difração [2,45]. Nesta teoria, a distribuição do campo no padrão de difração de Fraunhofer é dada pela transformada de Fourier da distribuição do campo no interior do orifício como veremos em detalhes nesta seção.

Antes de começarmos a discussão sobre a difração de um feixe incidindo em uma grade de difração, vamos analisar a propagação do campo através do formalismo de transformada de Fourier. Consideremos o caso de uma onda plana de amplitude complexa $U(x, y, z) = U_0 \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)]$ com vetor de onda $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$, comprimento de onda λ , número de onda $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2\pi/\lambda$ e amplitude complexa U_0 . O vetor \vec{k} faz um ângulo $\theta_x = \sin^{-1}(k_x/k)$ com o plano yz e um ângulo $\theta_y = \sin^{-1}(k_y/k)$ com o plano xz, como ilustra a figura 2.5. A onda plana U(x,y,z) pode ser escrita como $U(x, y, z) = f(x, y) \exp(-ik_z)$ onde $k_z = \pm \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ para $k = 2\pi/\lambda$. Neste caso, podemos escrever uma onda em um ponto z como a função f(x,y) multiplicada pela exponencial $\exp(-ik_z)$. Esta expressão caracteriza a propagação na direção z.



Figura 2.5: Diagrama ilustrando o vetor de onda $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ e os ângulos θ_x e θ_y que este vetor faz com os planos y-z e x-z, respectivamente. As constantes k_x , k_y e k_z são as projeções do vetor \vec{k} nos eixos x, y e z.

Para o caso em que uma onda plana se propaga na direção z e é transmitida através de um elemento óptico com amplitude complexa $f(x,y) = U_0 \exp[-2\pi i(\nu_x x + \nu_y y)]$, observamos que esta onda é modulada pela função harmônica U(x, y, 0) = f(x, y). Se a transmissão do elemento óptico f(x,y) é a soma de várias funções harmônicas de diferentes frequências espaciais, podemos escrever a função f(x,y) através de sua transformada de Fourier. Neste caso, a amplitude final de cada onda é proporcional a amplitude da componente harmônica correspondente f(x,y). Assim, f(x,y) é uma superposição de funções harmônicas dada por:

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu_x, \nu_y) \exp[-2\pi i(\nu_x x + \nu_y y)] d\nu_x d\nu_y,$$
(2.41)

onde $F(\nu_x, \nu_y)$ é a amplitude e $\nu_x = k_x/2\pi$ e $\nu_y = k_y/2\pi$ são as frequências espaciais. Deste modo, a onda transmitida U(x,y,z) pode ser escrita como a superposição das ondas planas dada por:

$$U(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu_x, \nu_y) \exp[-2\pi i(\nu_x x + \nu_y y)] \exp(-ik_z z) d\nu_x d\nu_y.$$
(2.42)

Esta definição para a onda transmitida será utilizada para descrever o fenômeno de difração na próxima seção na qual o elemento óptico é substituído por um elemento com periodicidade que difrata a luz incidente.

2.5.2 Grades de difração

Suponha agora que o elemento óptico através do qual a onda incidente é transmitida é substituído por um aparato com estrutura periódica U(x, y, 0) = f(x, y), capaz de difratar a onda incidente. Neste caso, uma função de transmissão f(x, y) = f(x) que depende somente de x será considerada. Este sistema é denominado de grade de difração. Para o caso em que a função de transmissão é definida como a razão entre a amplitude do campo transmitido U_t e a do campo incidente U_i dada por $T(x) = U_t(x, 0)/U_i(x, 0)$, o padrão de difração para a onda que tem incidência normal no aparato de estrutura periódica é dado pela transformada de Fourier da função de transmissão T(x) [2]. Desta forma, poderemos escrever a expressão para U(x,z) como:

$$U(x,z) = \exp(-ik_z z) \int_{-\infty}^{\infty} U_i(x') T(x') \exp[-2\pi i m x'] dx', \qquad (2.43)$$

ou ainda podemos escrever:

$$U(x) = C \int_{-\infty}^{\infty} U_i(x') T(x') \exp[-2\pi i \Lambda x' \sin \theta / \lambda] dx', \qquad (2.44)$$

onde consideramos $\Lambda \sin \theta = m\lambda \operatorname{com} \Lambda$ o período da grade e $x' = x/\Lambda$. Ao levarmos em conta a periodicidade da função de transmissão T(x), é possível chegarmos a seguinte expressão:

$$U(x) = \left(1 + e^{-2\pi i\Lambda\sin\theta/\lambda} + e^{-4\pi i\Lambda\sin\theta/\lambda} + \dots\right)CU_i \int_0^1 T(x')\exp\left[-2\pi i\Lambda x'\sin\theta/\lambda\right]dx'.$$
(2.45)

Usando a identidade dada por:

$$1 + e^{i\delta} + e^{2i\delta} + \dots = \frac{e^{i\delta M - 1}}{e^{i\delta - 1}} = e^{i(M - 1)\delta/2} \frac{\sin \delta M/2}{\sin \delta/2},$$
(2.46)

podemos obter a expressão da intensidade de difração do campo distante $I_p(\theta) = |U(x)|^2$ normalizada por $(MU_iC)^2$, como:

$$I_p(\theta) = |U_p(\theta)|^2 \frac{\sin^2 M \pi \Lambda \sin \theta / \lambda}{M^2 \sin^2 \pi \Lambda \sin \theta / \lambda},$$
(2.47)

onde $U_p(\theta) = \int_0^{\Lambda} T(x) \exp[-2\pi i \Lambda x \sin \theta / \lambda] dx$ e M é o número de períodos iluminados pela grade. Esta expressão de $I_p(\theta)$ fornece a intensidade de difração de campo distante que usaremos para analisar as eficiências das grades desta tese.

2.5.3 Grade de amplitude versus grade de fase

A função de transmissão T(x) que representa a estrutura periódica responsável pelo efeito de difração pode ser dada por uma modulação espacial de amplitude ou de fase, como ilustra a figura 2.6. Isso definirá se a grade é uma grade de amplitude ou uma grade de fase.



Figura 2.6: (a) Sistema atômico com modulação da transmissão produzindo o efeito de grade de amplitude e (b) com modulação do índice de refração gerando efeito de grade de fase.

No caso em que o meio é formado por regiões de mínima e máxima absorção (modulação em amplitude do meio), a função de transmissão pode ser dada, por exemplo, por $T(x) = \cos^2(x) \times rect(x) = [1/2 + 1/2\cos(2x)] \times rect(x)$ e teremos a seguinte expressão para $U_p(\theta)$ [45]:

$$U_p(\theta) \propto \frac{e^{\frac{-i\pi\Lambda\sin\theta}{\lambda}}}{2} \left\{ \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi\Lambda\sin\theta}{\lambda}\right] + \frac{\operatorname{e}^{\operatorname{i}\operatorname{sinc}}\left[1 - \frac{\pi\Lambda\sin\theta}{\lambda}\right] + \operatorname{e}^{-\operatorname{i}\operatorname{sinc}}\left[1 + \frac{\pi\Lambda\sin\theta}{\lambda}\right]}{2} \right\}.$$
(2.48)

onde rect(x) é a função retangular. Através desta expressão é possível obter a intensidade de difração do campo distante para a grade de amplitude ao substituirmos a equação 2.48 na 2.47. Neste caso, o feixe incidente é difratado em ordem zero e um, como ilustrado na figura 2.7 (a).



Figura 2.7: (a) Padrão de difração Fraunhofer para um grade de amplitude e (b) para uma grade de fase. O feixe de prova ilumina M = 5 períodos da grade.

Para o caso em que um meio transparente é formado por regiões de diferentes índices de refração (modulação em fase), podemos representar uma grade de fase, por exemplo, a partir de uma função de transmissão $T(x) = \exp[\frac{3i}{2}\sin(10x)] \times rect(x)$ que fornece a seguinte expressão para $U_p(\theta)$:

$$U_p(\theta) \propto \sum_{-\infty}^{\infty} J_q(3/2) \times \operatorname{sinc} \left[5q - \pi \Lambda \sin \theta / \lambda \right] \times \exp \left[5q - \pi \Lambda \sin \theta / \lambda \right].$$
 (2.49)

A partir da equação 2.49 é possível extrair o gráfico de intensidade de difração que mostra luz indo para as ordens 0, 1, 2 e 3, como o ilustrado na figura 2.7 (b). Isso ocorre porque os efeitos de absorção da luz pelo meio são reduzidos e luz pode ser vista em ordens mais altas.

2.5.4 Grade grossa versus grade fina

Além da classificação das grades com relação ao tipo de modulação do meio, podemos classificá-las de acordo com a sua espessura [2]. As grades podem ser classificadas como finas ou grossas. No primeiro caso, elas são descritas pelo regime Raman-Nath e emitem várias ondas difratadas. Neste caso, a equação de difração da grade é dada por:

$$k_i \sin \theta_i + k_d \sin \theta_d = mG, \tag{2.50}$$

onde $k_i = k_d = 2\pi/\lambda$ são os vetores de onda dos feixes incidente *i* e difratado *d*, θ_i o ângulo do feixe incidente, θ_d o ângulo do feixe difratado, *G* o vetor da grade e *m* a ordem de difração. Esta equação é satisfeita para um determinado G ao considerarmos diferentes ordens de difração *m*, diferentes comprimentos de onda λ e diferentes ângulos de incidência, o que faz com que surjam várias ondas difratadas, como mostra a figura 2.8 (a).



Figura 2.8: (a) Figura ilustrando uma grade fina com a formação de vários feixes difratados e (b) uma grade grossa com somente um feixe difratado em primeira ordem para incidência em ângulo de Bragg.

Já no caso em que as grades são consideradas grossas, os sistemas são descritos pelo regime de Bragg e emitem somente uma onda difratada para incidências em ângulo de Bragg. Neste caso, a equação da grade é dada por:

$$\vec{k_i} - \vec{k_d} = \vec{G},\tag{2.51}$$

e somente uma solução é possível para um determinado comprimento de onda λ . A figura 2.8 ilustra uma grade grossa, onde o período da grade é muito menor que a

dimensão da grade (espessura). Nestes sistemas de grade grossa, as ondas incidentes e difratadas propagam-se no meio e ocorre a troca de energia entre elas.

O parâmetro Q de Klein e Cook, que fornece a medida de espessura de uma grade, tem sido utilizado normalmente como um critério para definir qual regime deve ser utilizado para uma melhor descrição do sistema. Na literatura de grades acústicas e holográficas, uma grade é considerada grossa se o parâmetro Q de Klein e Cook [71], definido como $Q = 2\pi\lambda \ell/\Lambda^2$, é maior que 10.

Capítulo 3

Grade atômica induzida eletromagneticamente

No presente capítulo, apresentamos o fenômeno de grades de difração induzidas eletromagneticamente em meios atômicos, EIG (do inglês, "Electromagnetically Induced Grating"), que será o tema central desta tese de doutorado. Os sistemas que serão discutidos exibem efeitos de grade induzida baseados na não-linearidade Kerr gigante de um meio atômico sob a condição de EIT [21, 40, 46]. O fenômeno de EIT tem auxiliado em estudos de manipulação das propriedades ópticas de um meio atômico [72]. Na condição de EIT, as propriedades não-lineares da amostra atômica podem ser significamente aumentadas, como discutido na referência [21], quando um feixe sinal pertuba um sistema atômico transparente ao feixe de prova. Para o caso em que uma modulação é aplicada em um dos feixes (acoplamento ou sinal) que interage com o sistema atômico sob EIT, diferentes tipos de grade podem surgir como será ilustrado a seguir.

3.1 Grade de amplitude

O modelo atômico desta seção é um sistema de três níveis em configuração Λ interagindo com um feixe de prova ω_p e um feixe de acoplamento ω_c , como ilustra a figura 3.1 (a). ω_p e ω_c são as frequências ópticas dos feixes de prova e acoplamento, respectivamente. Este sistema apresenta as mesmas características daquele discutido na referência [40]. Para o caso em que o feixe de acoplamento é modulado em amplitude, surgem regiões de alta transmissão e absorção no meio que dão origem a uma grade de amplitude na qual o feixe de prova pode difratar. A modulação do feixe é obtida através da superposição de dois feixes de acoplamento com um ângulo entre eles para formar o padrão de onda estacionária na direção perpendicular à direção de propagação do feixe de prova, como ilustra a figura 3.1 (b). Este efeito foi discutido pela primeira vez na referência [40].



Figura 3.1: (a) Sistema de três níveis na configuração lambda, interagindo com os campos eletromagnéticos $\omega_p \in \omega_c$, para átomos parados. (b) Esquema experimental ilustrando a configuração espacial dos feixes utilizada para a obtenção da modulação do feixe de acoplamento.

Considere que a função de transmissão T(x) do meio que origina o efeito de grade de amplitude no sistema atômico é dada pela curva da figura 3.2 (a). Esta figura foi retirada da referência [40] e a função de transmissão $T(x) = e^{\alpha_r(x)\ell}e^{i\alpha_i(x)\ell}$ é obtida a partir da equação de propagação do feixe de prova E_p no meio dada por:

$$-i\frac{1}{N_F}\frac{\partial^2 E_p}{\partial x^2} + \frac{\partial E_p}{\partial z} = (\alpha_r + i\alpha_i)E_p,$$

onde N_F é o número de Fresnel, E_p é a amplitude do campo de prova e α_r e α_i são os coeficientes de absorção e dispersão. As funções de transmissão desta figura ilustram a modulação da transmissão no meio para o caso em que ambos os feixes estão em ressonância ($\Delta_p = \Delta_c = 0$), a taxa de decaimento entre os estados fundamentais é igual a $\gamma_{31} = 0, 1\gamma_{21}$ e o comprimento do meio é $\ell = 4z_0$. O comprimento do meio está em unidades do comprimento de absorção $z_0 = 2\hbar\gamma_{21}\lambda_p\epsilon_0/2\pi N\mu_{21}^2$ que é definido como o comprimento de absorção na ausência do feixe de acoplamento, com N a densidade e γ_{21} e μ_{21} a taxa de decaimento e o momento de dipolo da transição $|2\rangle \longrightarrow |1\rangle$, respectivamente. A curva contínua é obtida para uma intensidade do feixe de acoplamento de $I_c = 2\gamma_{21}$ e a pontilhada para $I_c = 10\gamma_{21}$.



Figura 3.2: (a) Função de transmissão T(x) em função de x. (b) Intensidade de difração do campo distante $I_p(\theta)$ em função de sin θ para o número de fendas iluminadas M = 5 e a razão entre o período da grade e o comprimento de onda do feixe de prova $\Lambda_{cx}/\lambda_p = 4$. Nos itens (a) e (b), as intensidades do feixe de acoplamento são dadas por $I_c = 2\gamma_{21}$ (curva contínua) e $I_c = 10\gamma_{21}$ (curva pontilhada), $\Delta_p = \Delta_c = 0, \gamma_{31} = 0.1\gamma_{21}$ e $\ell = 4z_0$.

Como mostra a figura 3.2 (a), nas regiões em que a intensidade do feixe de aco-

plamento é mínima, uma máxima absorção do feixe de prova ocorre. Caso contrário, uma mínima absorção ocorre devido ao fenômeno de EIT e este comportamento leva a modulação da amplitude do feixe de prova que dá origem a grade de amplitude. A curva contínua da figura 3.2 (b) apresenta a intensidade de difração do campo distante (Fraunhofer) para a modulação proveniente do feixe de acoplamento de intensidade $I_c = 2\gamma_{21}$. Este resultado mostrou que 3% da luz é difratada em primeira ordem. Quando a intensidade do feixe é aumentada para $I_c = 10\gamma_{21}$ (curva pontilhada), o fenômeno de EIT aumenta as regiões em que a absorção é mínima e, portanto, uma maior quantidade de luz pode difratar. Porém, esta luz é difratada para a ordem zero e a eficiência da primeira ordem permanece quase que inalterada.

Com o intuito de aumentar a eficiência de difração da primeira ordem, o autor da referência [40] ajusta os parâmetros do sistema (neste caso, Δ_p e I_c) para obter um regime em que a modulação de fase é significativa. Neste regime, o feixe de acoplamento é mantido na ressonância enquanto uma dessintonia é levada em conta para o feixe de prova. A dessintonia do feixe introduziu uma modulação de fase no sistema. A figura 3.3 (a) mostra a função de transmissão |T(x)| (curva contínua) e a fase ϕ induzida (curva pontilhada) para $I_c = 20\gamma_{21}$ e $\Delta_p = 2,2\gamma_{21}$. O autor chama a atenção para o fato de que embora o sistema não seja ideal, traz informações relevantes que são necessárias para a obtenção de um sistema ideal. Neste caso, o sistema ideal terá uma transmissão de aproximadamente 1 na maior parte do meio e a fase induzida no feixe de prova será π . Estas figuras foram retiradas também da referência [40].

A última curva apresentada na figura 3.3 (b) compara o padrão de difração para o caso em que $\Delta_p = 0$ (curva pontilhada) e $\Delta_p = 2,2\gamma_{21}$ (curva contínua). Através destas curvas foi possível perceber que a dessintonia induziu uma modulação de fase no sistema que transfere mais luz para a primeira ordem. O aumento da eficiência de difração em primeira ordem vem do fato que, enquanto a grade de amplitude tende a difratar a luz para o máximo central, a grade de fase dispersa luz para as outras ordems



Figura 3.3: (a) Função de transmissão |T(x)| (curva contínua) e a fase ϕ induzida (curva pontilhada) em função de x para $\Delta_p = 2, 2\gamma_{21}$. (b) Intensidade de difração do campo distante $I_p(\theta)$ em função de sin θ para o número de fendas iluminadas M = 5, a razão entre o período da grade e o comprimento de onda do feixe de prova $\Lambda_{cx}/\lambda_p = 4$ e dessintonias do feixe de prova dadas por $\Delta_p = 0$ (curva pontilhada) e $\Delta_p = 2, 2\gamma_{21}$ (curva contínua). Nos itens (a) e (b) $\gamma_{31} = 0, 1\gamma_{21}, \ell = 4z_0, \Delta_c = 0$ e $I_c = 20\gamma_{21}$.

de difração [45]. A modulação que ocorre no segundo caso é a do índice de refração que gera a grade de fase. Este tipo de modulação será discutido em detalhes na próxima seção para o caso em que um terceiro feixe é inserido no sistema.

3.2 Grade de fase

Nesta seção, uma grade baseada na modulação de fase (XPM, do inglês "Cross Phase Modulation") do feixe de prova será discutida [46]. Neste sistema, a não-linearidade gigante Kerr da amostra atômica sob EIT induz uma fase de π no feixe de prova ao mesmo tempo que mantém uma alta transmissão deste feixe no meio. O modelo atômico utilizado está ilustrado na figura 3.4. O sistema consiste de um átomo de 4 níveis interagindo com três feixes de laser contínuos. O meio atômico é homogeneamente alargado. Os níveis $|c\rangle \in |d\rangle$ são estados excitados que decaem com taxas de decaimento γ_c e γ_d , respectivamente. O nível $|a\rangle$ é o estado fundamental e $|b\rangle$ um estado metaestável com taxa de decaimento desprezível ($\gamma_b \approx 0$). Os níveis $|a\rangle$ e $|c\rangle$ estão conectados por um feixe de prova de frequência de Rabi Ω_p e comprimento de onda λ , enquanto a transição $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ é acoplada por um feixe de frequência de Rabi Ω_c . Os feixes de prova e acoplamento estão em ressonância e transparência induzida pode ser observada na condição em que $\Omega_c \gg \Omega_p$. O feixe sinal Ω acopla a transição $|d\rangle \rightarrow |b\rangle$ e a dessintonia do mesmo é dada por $\delta = \omega_{db} - \omega$, onde ω_{db} é a frequência da transição atômica e ω é a frequência óptica do feixe sinal.



Figura 3.4: Sistema de quatro níveis interagindo com três feixes de laser: feixe de prova Ω_p , feixe de acoplamento Ω_c e feixe sinal Ω , para $|a\rangle \in |b\rangle$, estados fundamentais, $e |c\rangle e |d\rangle$, estados excitados. δ é a dessintonia da frequência óptica do campo sinal em relação à frequência da transição atômica $|d\rangle \rightarrow |b\rangle$. $\gamma_c e \gamma_d$ são os decaimentos dos estados $|c\rangle e |d\rangle$, respectivamente.

A base deste modelo atômico é o sistema em configuração Λ formado pelo níveis $|a\rangle$, $|b\rangle e |c\rangle$. Na ausência do feixe sinal, se $\gamma_c > \Omega_c \gg \Omega_p$, dois caminhos indistinguíveis são criados para o feixe de prova e interferência destrutiva pode ocorrer. A absorção do feixe de prova é então cancelada, e o meio atômico torna-se transparente ao feixe de prova [4]. A inserção de um feixe sinal Ω no sistema induz uma não-linearidade gigante no meio como discutido na seção 2.4.2. Este meio não-linear vai induzir uma fase no feixe de prova devido à presença do feixe sinal e a modulação desta fase dará origem a grade de fase atômica, como discutiremos em detalhes abaixo.

O estudo deste sistema de quatro níveis baseia-se na resolução da equação de Schrödinger dada por:

$$\left|\dot{\psi}(t)\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}\left|\psi(t)\right\rangle,\tag{3.1}$$

na qual o hamiltoniano total do sistema é igual a:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H_{sp}} + \hat{H_{int}},$$
(3.2)

com o hamiltoniano do átomo livre \hat{H}_0 , o hamiltoniano de decaimento espontâneo $\hat{H_{sp}}$ e o hamiltoniano de interação $\hat{H_{int}}$ dados pelas expressões:

$$\hat{H}_{0} = \hbar\omega_{b} \left| b \right\rangle \left\langle b \right| + \hbar\omega_{c} \left| c \right\rangle \left\langle c \right| + \hbar\omega_{d} \left| d \right\rangle \left\langle d \right|, \qquad (3.3)$$

$$\hat{H}_{sp} = -i\hbar \frac{\gamma_c}{2} \left| c \right\rangle \left\langle c \right| - i\hbar \frac{\gamma_d}{2} \left| d \right\rangle \left\langle d \right| \tag{3.4}$$

е

$$\hat{H_{int}} = -\mu_{ca}E_p(|a\rangle\langle c| + |c\rangle\langle a|) - \mu_{cb}E_c(|b\rangle\langle c| + |c\rangle\langle b|) - \mu_{db}E_s(|b\rangle\langle d| + |d\rangle\langle b|).$$
(3.5)

Nestas espressões $\mu_{ac} = \mu_{ca}$, $\mu_{bc} = \mu_{cb}$ e $\mu_{bd} = \mu_{db}$ são as amplitudes dos momentos de dipolo elétrico para as transições $|c\rangle \rightarrow |a\rangle$, $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$ e $|d\rangle \rightarrow |b\rangle$ respectivamente. ω_a , ω_b , ω_c e ω_d são as autofrequências dos estados $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ e $|d\rangle$ e E_p , E_c e E_s , as amplitudes dos campos elétricos associados aos feixes de prova, acoplamento e sinal, respectivamente. As equações para o campo elétrico total e a função de onda são dadas, respectivamente, por

$$E(t) = E_p e^{-i\omega_p t} + E_c e^{-i\omega_0 t} + E_s e^{-i\omega t} + c.c.$$
(3.6)

е

$$|\psi(t)\rangle = \tilde{g}_a |a\rangle + \tilde{g}_b e^{-i\omega_b t} |b\rangle + \tilde{g}_c e^{-i\omega_c t} |c\rangle + \tilde{g}_d e^{-i\omega_d t} |d\rangle, \qquad (3.7)$$

nas quais c.c. é o complexo conjugado e \tilde{g}_i são as amplitudes de probabilidade. Substituindo as equações 3.2, 3.6 e 3.7 na equação de Schrödinger 3.1 e utilizando as definições de variáveis lentas $g_c = \tilde{g}_c e^{-i\Delta_p t}$, $g_d = \tilde{g}_d e^{-i(\Delta_p + \delta)t}$ e $g_b = \tilde{g}_b e^{-i\Delta_p t}$, chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \dot{g}_a &= \frac{1}{2} i \Omega_p g_c, \\ \dot{g}_b &= \frac{1}{2} i \Omega_c g_c + \frac{1}{2} i \Omega g_d, \\ \dot{g}_c &= -\Gamma_c g_c + \frac{1}{2} i \Omega_p g_a + \frac{1}{2} i \Omega_c g_b, \\ \dot{g}_d &= -\Gamma_d g_d + \frac{1}{2} i \Omega g_b, \end{aligned}$$
(3.8)

no qual $\Gamma_c = \gamma_c/2$, $\Gamma_d = \gamma_d/2 + i\delta$ e $\Omega_i = 2\mu_{mn}E_j/\hbar$ com i = p, c e j = p, c, s. A dessintonia do feixe de prova Δ_p será considerada nula neste sistema de quatro níveis. Para a obtenção deste sistema de equações foram utilizadas as seguintes aproximações:

• Aproximação de dipolo: Nesta aproximação consideramos regiões espectrais em que o comprimento de onda λ é grande se comparado ao diâmetro d do átomo. Assim para $\lambda \gg d$ a fase da onda eletromagnética não muda muito dentro do volume do átomo porque $kz = \frac{2\pi}{\lambda} z \ll 1$ e portanto as variações espaciais da amplitude poderão ser desprezadas. Isso faz com que possamos escrever o campo eletromagnético como expresso na equação 3.6.

• Aproximação de ondas girantes: Na aproximação de ondas girantes (RWA, do Inglês, "Rotating Wave Aproximation") desprezamos os termos que oscilam rapidamente, como por exemplo $\pm(\omega + \omega_{ij})$, e mantemos os termos que oscilam lentamente $\pm(\omega - \omega_{ij})$.

• Aproximação de campos fracos: Nesta aproximação consideramos que o campo de prova que interage com o meio é fraco de forma que não altera a população do estado fundamental significativamente, ou seja, $g_a \approx 1$. Neste caso, impomos a condição de que a população é mantida no estado fundamental.

A solução do sistema de equações 3.8, no regime estacionário em que $\dot{g}_b = \dot{g}_c = \dot{g}_d = 0$ e $g_a \approx 1$, é dada por:

$$g_b = \frac{-\Omega_p \Omega_c \Gamma_d}{\Omega^2 \Gamma_c + \Omega_c^2 \Gamma_d},$$

$$g_c = \frac{i\Omega_p \Omega^2}{2(\Omega^2 \Gamma_c + \Omega_c^2 \Gamma_d)},$$

$$g_d = \frac{-i\Omega_p \Omega_c \Omega}{2(\Omega^2 \Gamma_c + \Omega_c^2 \Gamma_d)}.$$
(3.9)

A componente de polarização induzida na frequência de prova ω_p é igual a $P(\omega_p) = \epsilon_0 \chi(\omega_p) E_p(\omega_p)$ [20,21,46], ou podemos ainda escrever esta polarização como $P(\omega_p) = N \mu_{ca} g_c g_a^*$. Através destas equações é possível obter a seguinte expressão para a susceptibilidade deste sistema atômico:

$$\chi = \frac{2N\mu_{ca}^2}{\epsilon_0\hbar} \frac{g_c g_a^*}{\Omega_p}.$$
(3.10)

Substituindo $g_c \in g_a^*$ obtemos as seguintes expressões para $\operatorname{Re}[\chi] \in \operatorname{Im}[\chi]$:

$$\operatorname{Re}[\chi] = (2N\mu_{ac}^2/\hbar\epsilon_0) \frac{2(\Omega/\Omega_c)^2\delta}{4\delta^2 + [\gamma_d + \gamma_c(\Omega/\Omega_c)^2]^2},$$

$$\operatorname{Im}[\chi] = (2N\mu_{ac}^2/\hbar\epsilon_0) \frac{\gamma_d(\Omega/\Omega_c)^2 + \gamma_c(\Omega/\Omega_c)^4}{4\delta^2 + [\gamma_d + \gamma_c(\Omega/\Omega_c)^2]^2},$$
(3.11)

com N sendo a densidade atômica, ϵ_0 a permissividade do meio e \hbar a constante de Planck dividida por 2π . Para a obtenção das equações 3.11, nenhuma aproximação foi utilizada com relação a Ω , $\Omega_c \in \delta$. A susceptibilidade χ é função de dois parâmetros externamente controláveis: a dessintonia do feixe sinal δ e a razão entre as frequências de Rabi dos feixes sinal e de acoplamento Ω/Ω_c . Estas expressões da susceptibilidade serão usadas no cálculo da propagação no meio, como discutiremos a seguir.

A partir das equações 3.11 podemos perceber que a parte real da susceptibilidade $\operatorname{Re}[\chi]$ depende da intensidade do campo sinal $I_s \cong \Omega^2$. Como a parte real da susceptibilidade está associada à dispersão do meio, percebemos a ocorrência do efeito Kerr no meio. Isto nos leva a conclusão que este é um meio não-linear de terceira ordem cuja susceptibilidade é dada por $\chi^{(3)}$. Esta será a não-linearidade explorada no decorrer dos próximos capítulos para os estudos da modulação de fase cruzada induzida no meio e mistura de quatro ondas. A propagação do feixe de prova em um meio atômico de comprimento ℓ , ao longo da direção z, é descrita através da equação escalar:

$$\nabla^2 E_p(z) + \beta^2 (1+\chi) E_p(z) = 0, \qquad (3.12)$$

na qual $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, devido ao fato do feixe não depender de x, e $\beta = 2\pi/\lambda$. Substitutindo $E_p(z) = \frac{1}{2}E_p e^{i\kappa z} + c.c.$ na equação de propagação 3.12 e usando a aproximação de envelope variando lentamente [2], chegamos à seguinte expressão: $\partial E_p/\partial z = i(\pi\chi/\lambda)E_p$. Ao utilizarmos as expressões da susceptibilidade dadas pela equação 3.11, podemos reescrever esta equação de propagação do campo de prova como:

$$\frac{\partial E_p}{\partial z} = (-\alpha/2 + i\sigma)E_p, \qquad (3.13)$$

na qual $\alpha = (2\pi/\lambda) \text{Im}[\chi]$ é o coeficiente de absorção de dois fótons e $\phi = \sigma \ell = (\pi \ell/\lambda) \text{Re}[\chi]$ é a modulação de fase cruzada induzida pelo feixe sinal no feixe de prova. Após atravessar o meio de comprimento ℓ , o feixe de prova experimenta uma mudança de fase de $\phi = \pi \ell \text{Re}[\chi]/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda do feixe de prova. Então, ϕ é proporcional a intensidade do feixe sinal, característica da não-linearidade da fase cruzada. O sistema é limitado somente pela pequena absorção não-linear dada por $\alpha = (2\pi/\lambda) \text{Im}[\chi]$, e então, meios mais longos podem ser utilizados. Em particular, sistemas com grandes não-linearidades para baixos níveis de energia são também possíveis para pequenos comprimentos do meio se a intensidade do feixe sinal é comparável a do feixe de acoplamento. Mudanças de fase de π para fótons do feixe sinal foram propostas [21] e não-linearidades Kerr a baixos níveis de intensidade foram observadas experimentalmente em átomos frios de Rb [20] para um sistema similar ao discutido na referência [46].

No caso especial de um sistema no qual o feixe sinal é composto pela superposição de campos que formam uma onda estacionária na direção x [Ver figura 3.4 (b)], a frequência de Rabi do feixe sinal pode ser escrita como $\Omega(x) = \Omega \sin(\pi x/\Lambda)$, onde π/Λ é a frequência espacial da onda estacionária. Neste caso, $\alpha \in \sigma$ são também funções de x. Como pode ser observado, as partes real e imaginária da susceptibilidade são moduladas pelo campo sinal. Como $\text{Im}[\chi]$ determina a absorção, a modulação de $\text{Im}[\chi]$ dá origem a uma grade de amplitude na amostra atômica. Já no caso de $\text{Re}[\chi]$ que está associado ao índice de refração, a modulação de $\text{Re}[\chi]$ fornece uma grade de fase neste meio. Portanto, as expressões de $\text{Re}[\chi]$ e $\text{Im}[\chi]$ inserem a modulação no sistema e ao resolvermos analiticamente a equação 3.13, é possível obtermos a função de transmissão do meio atômico para $z = \ell$ como,

$$T(x) = e^{-\alpha(x)\ell/2} e^{i\sigma(x)\ell}.$$
(3.14)

Neste meio, o feixe de prova fraco difrata na grade de fase induzida pelo feixe sinal modulado. Para o caso em que o feixe de prova incidente é uma onda plana, o padrão de difração de campo distante (Fraunhofer) é dado pela transformada de Fourier de T(x), como discutido na seção 2.5.2. Desta forma, a expressão da intensidade de difração do campo distante é dada por [46]

$$I_p(\theta) = |J(\theta)|^2 \frac{\sin^2(M\pi\Lambda\sin\theta/\lambda)}{M^2\sin^2(\pi\Lambda\sin\theta/\lambda)},$$
(3.15)

com $J(\theta) = \int_0^{\Lambda} T(x) exp(-2\pi i \Lambda x \sin \theta / \lambda)$ correspondendo à difração de Fraunhofer de um único período, M o número de períodos espaciais da grade iluminados pelo feixe de prova e θ o ângulo de difração com respeito a direção z. $J(\theta) \in I_p(\theta)$ são normalizados de forma que, se T(x) = 1, então $I_p(0) = 1$. Neste caso, a eficiência de difração de uma determinada ordem é dada pela amplitude de $I_p(\theta)$ para esta ordem com $\sin(\theta) = m\lambda/\Lambda$.

A função de transmissão proveniente da equação 3.14, para parâmetros típicos do átomo de sódio (Na), está ilustrada na figura 3.5 (a) para uma razão $\Omega/\Omega_c = 4$ e uma dessintonia $\Delta = 205\gamma_c$. Para uma profundidade óptica de $\alpha L/2 = 0,14$, existe uma pequena modulação de amplitude da função de transmissão, que oscila em torno de uma transmissividade de 94%. Ao mesmo tempo, uma grande modulação da fase da função de transmissão é observada chegando a um valor máximo de π em $x = \pm 0,5\Lambda$. Este resultado é similar ao de uma grade de fase ideal devido ao fato de que o feixe



de prova experimenta uma mudança de fase de π com baixa per
da de energia para o meio.

Figura 3.5: (a)Amplitude |T(x)| (linha contínua) e fase $\phi(x)/\pi$ (linha pontilhada) da função de transmissão T(x) em função de x/Λ para dois períodos espaciais e $\alpha L/2 = 0,14$. (b) Intensidade de difração em função de sin θ para a função de transmissão de (a).

A figura 3.5 (b) ilustra o padrão de difração para a função de transmissão da figura 3.5 (a) para $\Lambda/\lambda = 4$ e M igual a 5 em função de sin θ . A fase modulada deflete uma significante porção da energia do feixe de prova do máximo central de difração para a primeira ordem de difração em sin $\theta = \lambda/\Lambda = 0.25$. Uma pequena quantidade de energia é transferida para a segunda ordem de difração. A eficiência de difração da primeira ordem da grade (aproximadamente 29%) é próximo ao de uma grade de fase senoidal ideal (34%) [45]. Se o termo da fase é considerado nulo ($\sigma \approx 0$), somente a componente da ordem zero de difração está presente. Isso mostra que a transferência de energia é devido a modulação em fase. As curvas da figura 3.5 foram obtidas através do uso dos parâmetros da referência [46]

No decorrer dos capítulos 4 e 5, o sistema atômico discutido nesta seção será abordado de duas maneiras diferentes. No primeiro caso, o feixe de prova incide no meio em ângulo de Bragg e a teoria de ondas acopladas é utilizada para descrever esta grade de fase. No segundo caso, uma modulação dada por uma função dente de serra é usada para gerar o efeito de grade do sistema. Em ambos os casos, as equações obtidas nesta
seção são válidas.

3.3 Grade de coerência

O fenômeno de grade de coerência pode ser observado em sistemas atômicos sob a condição de EIT. Neste caso, um sistema em configuração Λ interage com dois feixes fortes e devido ao cancelamento da absorção, ambos os campos propagam-se no meio sem serem absorvidos e valores de máxima coerência entre os estados fundamentais são observados. A coerência máxima entre os estados fundamentais pode ser expressa por uma equação da forma:

$$\rho_{12} = -\frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \exp[-i(\vec{k_1} - \vec{k_2}) \cdot \vec{r}], \qquad (3.16)$$

onde $\Omega_1 \in \Omega_2$ são as frequências de Rabi dos feixes fortes e $\vec{k_1} \in \vec{k_2}$ são os seus respectivos vetores de onda.

Se um feixe de prova Ω_p é inserido no sistema, podemos observar efeitos de soma e diferença de frequências devido à não-linearidade deste meio. Esta coerência é o termo de fonte da equação de propagação do novo feixe sinal Ω_s gerado [4]. A interpretação para o surgimento deste feixe Ω_s é que o feixe de prova difrata na grade de coerência formada entre os estados fundamentais dando origem ao feixe sinal, como veremos em detalhes no capítulo 6. Neste caso, esta coerência é modulada pelo termo exponencial que aparece na equação 3.16 da coerência e se comporta com uma grade.

Parte II

Contribuições teóricas

Capítulo 4

EIG: Teoria de ondas acopladas

No presente capítulo, abordaremos o mesmo sistema discutido na seção 3.2 para o caso especial em que o feixe de prova incide no meio com um ângulo θ , que é igual ou próximo ao ângulo de Bragg. A configuração de grade de fase atômica induzida eletromagneticamente discutida na seção 3.2 é baseada na não-linearidade Kerr gigante de um meio atômico, como discutido em detalhes na referência [46]. Os parâmetros utilizados na referência [46] mostram que esta grade é grossa e isso nos motivou a descrever o problema de outra maneira. A abordagem deste capítulo utiliza a teoria de ondas acopladas (CWT, do inglês "Coupled Wave Theory"), desenvolvida para grades holográficas e acústicas, para descrever mais apropriadamente esta grade de fase atômica. Uma expressão analítica da eficiência de difração em primeira ordem para esta grade será apresentada, e a partir desta equação, eficiências para a primeira ordem de até 80% serão demonstradas para incidência em ângulo de Bragg. Além disso, a análise da expressão da eficiência em termos dos parâmetros de excitação do sistema ajudará no entendimento do efeito de grade que ocorre no meio [73] como observaremos a seguir. A abordagem utilizada foi uma sugestão do prof. Dr. Jaime F. Sochaczewsky que apontou o fato de que a grade poderia ser grossa.

4.1 Modelo atômico

No trabalho descrito em [46], a grade atômica foi desenvolvida no regime Raman-Nath com o feixe de prova incidindo no meio em incidência normal, e produzindo ondas difratadas em diferentes ordens. Eficiências de difração, de aproximadamente 30%, foram observadas nas ordens ± 1 para esta grade de espessura $\ell \approx 160z_0$, onde z_0 é o comprimento de absorção linear na ausência de EIT. Para um sistema atômico de sódio (Na) $N=10^{18}~{\rm m}^{-3},~\mu_{ac}=2,49\times10^{-29}~{\rm Cm}$ e $\gamma_c=2\pi\times9,8~{\rm MHz}.$ Definindo o comprimento de absorção com
o $z_0=\hbar\epsilon_0\lambda\gamma_c/4\pi N\mu_{ac}^2$ ondeNé a densidade atômica, μ_{ac} é o momento de dipolo elétrico da transição $|a\rangle \rightarrow |c\rangle, \, \gamma_c$ é a largura de linha natural da transição atômica, λ é o comprimento de onda do feixe de prova e \hbar é a constante de Planck dividida por 2π , obtém-se $\ell \approx 1$ mm, que é quase três ordens de grandeza maior que o período da grade $\Lambda\approx 2~\mu{\rm m}$ para um comprimento de onda $\lambda=589~{\rm nm}.$ Estes valores sugerem que o parâmetro Q que fornece a medida de espessura da grade é dado por $Q \approx 1850$. Por isso, esta grade deve ser considerada grossa e, para um feixe incidindo em ângulo de Bragg, somente um feixe difratado será produzido. Eficiências de difração para ordens mais altas que as observadas em [46] seriam possíveis se a condição de casamento de fase fosse satisfeita. Como a propagação dos campos de luz incidente e difratado dentro da grade, no regime de Bragg, é melhor descrita se levarmos em conta a teoria de ondas acopladas [74], vamos descrever o problema através desta teoria neste capítulo.

O modelo atômico desta seção consiste de um átomo de quatro níveis interagindo com três lasers contínuos, como ilustra a figura 4.1 (a). Este sistema tem as mesmas características daquele discutido na seção 3.2, exceto pelo fato que o feixe de prova incide no meio com um ângulo θ . A grade deste capítulo é analisada como uma grade grossa.

As equações para a susceptibilidade são dadas pelas equações 3.11 do capítulo anterior. Para simplificar a notação, definimos $\Delta = \delta/\gamma_c$, $R = \Omega/\Omega_c$, e $\Gamma = \gamma_d/\gamma_c$. No



Figura 4.1: (a) Modelo atômico: átomo de 4 níveis interagindo com 3 feixes de laser: prova (Ω_p) , acoplamento (Ω_c) e sinal (Ω) . (b) Esquema da configuração espacial dos feixes de prova e sinal com relação à amostra atômica ilustrando as ordens de difração 0 e -1. O feixe de acoplamento não está ilustrado na figura porque está paralelo ao feixe de prova incidente.

limite de grandes dessintonias do feixe sinal ($\Delta \gg R, \Gamma$), as equações 3.11 tornam-se:

$$\operatorname{Re}[\chi] = A \frac{R^2}{2\Delta}$$

$$\operatorname{Im}[\chi] = A \frac{\Gamma R^2 + R^4}{4\Delta^2},$$
(4.1)

onde $A = 2N\mu_{ac}^2/\gamma_c \hbar \epsilon_0$. Se o feixe sinal é composto por duas ondas superpostas no meio atômico formando um ângulo θ entre si, como ilustrado na figura 4.1 (b), uma onda estacionária surge na direção x. Neste caso, a frequência de Rabi do feixe sinal é escrita como:

$$\Omega(x) = \Omega \sin(\pi x/\Lambda), \tag{4.2}$$

onde π/Λ é a frequência espacial da modulação da onda estacionária, que é controlada pelo ângulo em que os feixes sinais se cruzam. Ao longo dos cálculos, será considerado $\Lambda = 4\lambda$, e a razão entre as frequências de Rabi R será modulada na mesma frequência espacial. Desta forma, uma modulação espacial é introduzida na susceptibilidade atômica e então $\chi = \chi(x)$, criando uma grade na qual o feixe de prova pode difratar. Substituindo as equações 4.2 em 4.1, obtém-se:

$$\operatorname{Re}[\chi] = A\sigma \sin^2(\pi x/\Lambda) \tag{4.3}$$

$$\operatorname{Im}[\chi] = A\alpha_2 \sin^2(\pi x/\Lambda) + A\alpha_4 \sin^4(\pi x/\Lambda), \qquad (4.4)$$

onde $\sigma = R^2/2\Delta$ está relacionado à modulação de fase cruzada ϕ , enquanto $\alpha_2 = \Gamma R^2/4\Delta^2$ e $\alpha_4 = R^4/4\Delta^2$ estão relacionados ao coeficiente de absorção não-linear α . Vemos que as partes real e imaginária da susceptibilidade são moduladas pelo campo sinal. A modulação da parte imaginária $\text{Im}[\chi]$ dá origem a uma grade de amplitude na amostra atômica e a da parte real $\text{Re}[\chi]$ fornece uma grade de fase; o que mostra que temos, a princípio, uma grade mista neste sistema. Portanto, as expressões de $\text{Re}[\chi]$ e $\text{Im}[\chi]$ inserem a modulação no sistema, e através da teoria de ondas acopladas, como veremos na próxima seção, será possível extrair as equações acopladas que descreverão a propagação das ondas incidente e difratada no meio e auxiliarão na obtenção da expressão da eficiência.

4.2 Teoria de ondas acopladas

Nesta seção, o cálculo da eficiência de difração da grade será realizado através da teoria de ondas acopladas desenvolvida por Kogelnik [74] para grades holográficas grossas. Esta análise considera uma luz monocromática que incide em uma grade holográfica em ângulo de Bragg ou com incidência próxima a este ângulo. De forma análoga ao cálculo desta referência [74], escrevemos o campo de prova total dentro da grade atômica como a soma de uma onda fundamental $S_0(z)$ e uma onda difratada em primeira ordem $S_1(z)$:

$$E(x,z) = S_0(z)e^{i\vec{\rho}_0\cdot\vec{x}} + S_1(z)e^{i\vec{\rho}_1\cdot\vec{x}},$$
(4.5)

onde $\vec{\rho}_0(\vec{\rho}_1)$ são os vetores de propagação da ordem zero (um), respectivamente. As duas ondas trocam energia enquanto elas se propagam dentro da amostra atômica, e suas amplitudes $S_{0,1}$ variam ao longo de z. Os eixos de coordenadas são definidos como ilustrado na figura 4.2 (a). Os eixos x e z estão no plano de incidência (plano do papel) e o eixo y está perpendicular a este plano. O vetor da grade \vec{K} está orientado ao longo do eixo x e o seu módulo é igual a $K = 2\pi/\Lambda$ [ver figura 4.2 (a)]. Embora a onda estacionária seja modulada a uma frequência igual a π/Λ , a susceptibilidade atômica (e consequentemente, a grade) é modulada a uma frequência que é duas vezes o valor de π/Λ como pode ser visto ao fazermos uso da relação trigonométrica $\sin^2 u =$ $(1 - \cos 2u)/2$ nas equações 4.3 e 4.4. O feixe de prova incide no meio a um ângulo θ , com relação ao eixo z, que é igual ao ângulo de Bragg ou se aproxima deste ângulo. Este feixe incidente está polarizado perpendiculamente ao plano de incidência, ao longo do eixo y.



Figura 4.2: (a) Figura ilustrando a grade atômica grossa com o ângulo de incidência do feixe de prova θ , o vetor da grade \vec{K} , o período da grade Λ , e a espessura da grade ℓ . (b) Diagrama de vetores mostrando a relação entre os vetores de propagação das ondas difratadas (de ordem zero e um) e o vetor da grade.

A figura 4.2 (b) mostra os vetores de propagação $\vec{\rho}_{0,1}$, definidos como:

$$\vec{\rho_0} = \begin{pmatrix} \rho_{0x} \\ 0 \\ \rho_{0z} \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$
(4.6)

е

$$\vec{\rho}_1 = \begin{pmatrix} \rho_{1x} \\ 0 \\ \rho_{1z} \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} \sin \theta - K/\beta \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix}, \qquad (4.7)$$

com $\beta = 2\pi/\lambda$ sendo o número de onda de propagação no espaço livre. Estes vetores satisfazem a seguinte condição:

$$\vec{\rho}_1 = \vec{\rho}_0 - \vec{K}.$$
(4.8)

Para incidência no ângulo de Bragg θ_B ,

$$\sin \theta_B = K/2\beta = \lambda/2\Lambda, \tag{4.9}$$

e o módulo dos vetores será igual a constante de propagação: $\rho_0 = \rho_1 = \beta$. Para $\Lambda = 4\lambda$, o ângulo de Bragg é dado por $\theta_B \approx 7,2^{\circ}$.

O campo elétrico de prova E(x, z) no meio satisfaz a seguinte equação de onda

$$\nabla^2 E + \beta^2 (1+\chi) E = 0. \tag{4.10}$$

Substituindo as equações 4.3 e 4.4 na equação 4.10 e utilizando a relação trigonométrica $\sin x = (e^{ix} - e^{-ix})/2i$, chegamos à seguinte equação de propagação para o campo de prova:

$$\nabla^2 E + \left[\beta^2 + ih\beta^2 - \kappa\beta(e^{2i\vec{K}\cdot\vec{x}} + e^{-2i\vec{K}\cdot\vec{x}} - 2)\right]E = 0.$$
(4.11)

onde $h = h_0 - h_2 + h_4$,

$$h_0 = \frac{1}{2\beta z_0} (\alpha_2 + \frac{3}{4}\alpha_4), \tag{4.12}$$

$$h_2 = \frac{1}{4\beta z_0} (\alpha_2 + \alpha_4) (e^{2i\vec{K}\cdot\vec{x}} + e^{-2i\vec{K}\cdot\vec{x}}), \qquad (4.13)$$

$$h_4 = \frac{1}{16\beta z_0} \alpha_4 (e^{4i\vec{K}\cdot\vec{x}} + e^{-4i\vec{K}\cdot\vec{x}}), \qquad (4.14)$$

e $z_0 = \hbar \epsilon_0 \lambda \gamma_c / 4\pi N \mu_{ac}^2$ é o comprimento de absorção na ausência do campo de acoplamento. Substituindo a equação 4.5 na 4.11 chegamos a uma expressão que depende das exponenciais $(e^{i\rho_{\vec{0},1}\cdot\vec{x}})$. Comparando os termos desta expressão que dependem de $(e^{i\rho_{\vec{0}}\cdot\vec{x}} e e^{i\rho_{\vec{1}}\cdot\vec{x}})$ e desprezando termos em $\rho_{\vec{0}} + \vec{K}$, $\rho_{\vec{1}} - \vec{K}$ e ordens de difração mais altas, obtemos as equações de onda acopladas para os campos S_0 e S_1 como:

$$S_0'' + 2i\rho_{0z}S_0' + (2\kappa\beta + i\beta\psi_1)S_0 = (\kappa\beta + i\beta\psi_2)S_1$$
(4.15)

е

$$S_1'' + 2i\rho_{1z}S_1' + [2\kappa\beta + i\beta\psi_1 + (\beta^2 - \rho_1^2)]S_1 = (\kappa\beta + i\beta\psi_2)S_0, \qquad (4.16)$$

com $\kappa = \sigma/4z_0$, $\psi_1 = (\alpha_2 + 3\alpha_4/4)/2z_0$ e $\psi_2 = (\alpha_2 + \alpha_4)/4z_0$. Assumiremos que a transferência de energia entre as ondas é lenta de modo que os termos com segunda derivada nas equações 4.15 e 4.16 podem ser desprezados. Assim, usando as equações 4.6 e 4.7, podemos reecrever as equações de ondas acopladas como:

$$(\cos\theta) S_0' + \alpha_A S_0 = -i\kappa_A S_1 \tag{4.17}$$

е

$$(\cos\theta) S_1' + (\alpha_A - i\vartheta)S_1 = -i\kappa_A S_0, \qquad (4.18)$$

nas quais $\kappa_A = (\kappa + i\psi_2)/2$, $\alpha_A = (-2i\kappa + \psi_1)/2$ e $\vartheta = (\beta^2 - \rho_1^2)/2\beta$. A constante de acoplamento κ_A é o parâmetro principal da teoria de ondas acopladas porque ela acopla a evolução das duas ondas presentes no meio. Esta constante κ_A depende da modulação de fase cruzada através de σ e das constantes de absorção não-linear através de α_2 e α_4 . Devido a este acoplamento, as duas ondas trocam energia enquanto elas se propagam dentro da grade. Na ausência do campo sinal (R = 0), não existe acoplamento entre $S_0 \in S_1$ ($\kappa_A = 0$), portanto, o efeito de difração desaparece. Mudanças da amplitude das ondas causadas por absorção estão relacionadas à parte real $\operatorname{Re}[\alpha_A]$, enquanto a parte imaginária $\text{Im}[\alpha_A]$ muda a fase global das ondas devido à modulação de fase cruzada entre os feixes de prova e sinal. Para o caso em que o feixe de prova incidente entra na amostra atômica com um ângulo diferente do ângulo de Bragg ($\theta \neq \theta_B$), a onda difratada S_1 adquire uma fase em relação a S_0 proporcional à ϑ ; o que faz com que ocorra um decréscimo da interação entre as duas ondas. Na incidência em ângulo de Bragg, $\vartheta = 0$, e as duas ondas propagam em fase. Nossa análise da grade de fase atômica baseia-se nestas equações acopladas, que descrevem a propagação das ondas de ordem zero e um dentro da grade.

As soluções das equações 4.17 e 4.18 são da forma:

$$S_0(z) = A_0 \exp(\xi_0 z) + B_0 \exp(\xi_1 z) \tag{4.19}$$

е

$$S_1(z) = A_1 \exp(\xi_0 z) + B_1 \exp(\xi_1 z), \qquad (4.20)$$

onde $A_{0,1}$ e $B_{0,1}$ são constantes. Substituindo as equações 4.19 e 4.20 nas equações acopladas, obtemos

$$\xi_{0,1} = \frac{(i\vartheta - 2\alpha_A) \pm i\sqrt{\vartheta^2 + 4\kappa_A^2}}{2\cos\theta},\tag{4.21}$$

com o sinal "+" representando a solução ξ_0 e o sinal "-" a solução ξ_1 . Para determinar as constantes $A_{0,1}$ e $B_{0,1}$, precisamos especificar as condições de contorno do problema. Neste caso, consideraremos que a amplitude do feixe incidente é igual a um $[S_0(0) = 1]$ e que a da onda difratada é zero $[S_1(0) = 0]$ na entrada do meio (z = 0). A partir destas condições, obtemos

$$A_1 = -B_1 = -\frac{\kappa_A}{\sqrt{\vartheta^2 + 4\kappa_A^2}}.$$
(4.22)

Na incidência de Bragg, $A_1 = -B_1 = -1/2$. Substituindo as equações 4.21 e 4.22 em 4.20, podemos obter uma expressão geral para a amplitude da onda difratada em primeira ordem na saída do meio $(z = \ell)$ como:

$$S_1(\ell) = -2i \frac{\kappa_A}{\sqrt{\vartheta^2 + 4\kappa_A^2}} e^{i\vartheta\ell/2\cos\theta} e^{-\alpha_A\ell/\cos\theta} \sin\left[\sqrt{\vartheta^2 + 4\kappa_A^2}(\ell/2\cos\theta)\right].$$
(4.23)

Definindo a eficiência de difração como:

$$\eta = S_1 S_1^*,\tag{4.24}$$

e substituindo a equação 4.23, chegamos a uma expressão analítica para η . Para $\theta = \theta_B$,

$$\eta = \exp\left[-(\alpha_2 + 3\alpha_4/4)\ell/2z_0\cos\theta\right] \left\{\sin^2[\sigma\ell/8z_0\cos\theta] + \sinh^2[(\alpha_2 + \alpha_4)\ell/8z_0\cos\theta]\right\}.$$
(4.25)

Esta equação é o principal resultado deste capítulo porque fornece uma expressão analítica para a eficiência de difração da grade; diferentemente da referência [46]. A equação 4.25 mostra que a grade atômica é uma mistura de grade de fase e de amplitude. O efeito de grade de fase é dado pelo primeiro termo da equação 4.25 que depende da modulação da fase cruzada através de σ . O efeito da grade de amplitude, por sua vez, é descrito pelo segundo termo da equação 4.25, que é dependente da absorção não-linear através de α_2 e α_4 . A intensidade de difração total é simplesmente a soma das intensidades difratadas pela grade de fase e amplitude. A parte exponencial, que depende dos coeficientes α_2 e α_4 , é o termo de absorção que limita a eficiência de difração total e assegura que a equação 4.25 não produza uma eficiência maior que 1. Como será discutido na próxima seção, a contribuição da grade de fase para o efeito de difração é muito maior que a contribuição da grade de amplitude.

Ao analisar a equação 4.23, é possível perceber que a intensidade de difração varia com o ângulo de incidência θ . Para valores de θ diferentes de θ_B , a eficiência de difração será menor que a obtida na equação 4.25, a menos de um fator de $|\kappa_A/(\vartheta^2 + 4\kappa_A^2)^{1/2}|^2$, onde ϑ cresce quando θ se afasta de θ_B , ou seja, eficiências mais altas serão obtidas para incidência em ângulo de Bragg, como será discutido na próxima seção.

4.3 Resultados e discussões

No decorrer desta seção, parâmetros atômicos típicos para a linha D_2 do Na em $\lambda = 589$ nm serão levados em conta, como exemplo de um sistema atômico adequado para implementar a EIG discutida neste capítulo. Neste caso, $\gamma_d = \gamma_c = 2\pi \times 9.8$ MHz, $\mu_{ac} = 2.11 \times 10^{-29}$ C·m e $N = 10^{18}$ m⁻³. A figura 4.3 apresenta a eficiência de difração da primeira ordem $\eta = S_1 S_1^*$ em função do comprimento do meio (espessura da grade) para incidência em ângulo de Bragg. O comprimento do meio ℓ é expresso em termos do comprimento de absorção linear $z_0 = \hbar \epsilon_0 \lambda \gamma_c / 4\pi N \mu_{ac}^2$. Neste caso, η é calculado a partir da equação 4.25 e a eficiência de difração varia ao longo do meio quando a modulação de fase cruzada muda, devido ao fato de que esta fase é proporcional a ℓ . Para uma dessintonia do laser sinal de $\Delta = 140$, uma eficiência máxima de approximadamente 70% em $\ell \approx 153z_0$ é obtida.



Figura 4.3: Eficiência de difração η em função do comprimento do meio ℓ , em termos de z_0 . A dessintonia do feixe sinal $\Delta = \delta/\gamma_c = 140$ corresponde a aproximadamente $2\pi \times 1,4$ GHz em átomos de Na. A razão entre as frequências de Rabi usada é R = 4,6.

A eficiência é significativamente maior que o valor de 30% apresentado no regime Raman-Nath da referência [46]. Por causa da absorção não-linear ($\alpha_2, \alpha_4 \propto 1/\Delta^2$) diminuir mais rapidamente que modulação da fase cruzada ($\sigma \propto 1/\Delta$) ao variarmos a dessintonia do campo sinal, aumentando Δ para 240, eficiências mais altas podem ser observadas ($\eta \approx 80\%$), com o preço de que maiores comprimentos do meio são necessários para aumentar a fase φ . O pequeno efeito de absorção não-linear impede que a eficiência de difração da primeira ordem possa alcançar 100%.

O passo seguinte desta análise foi a estimativa, a partir da equação 4.25, das contribuições individuais das grades de fase e amplitude para a eficiência de difração total. Para $\ell = 153z_0$ e $\Delta = 140$, $\sigma \ell/8z_0 \cos \theta \approx \pi/2$ e $(\alpha_2 + \alpha_4)\ell/8z_0 \cos \theta \approx$ 0,12. Assim, a intensidade difratada pela componente de fase da grade atômica é $\exp[-(\alpha_2+3\alpha_4/4)L/2z_0\cos\theta] \times \sin^2[\sigma \ell/8z_0\cos\theta] \approx 0,700$, enquanto que a componente de amplitude é $\exp[-(\alpha_2+3\alpha_4/4)\ell/2z_0\cos\theta] \times \sinh^2[(\alpha_2+\alpha_4)\ell/8z_0\cos\theta] \approx 0,009$. A pequena contribuição da componente de amplitude é devido ao fato que, embora a parte imaginária da susceptibilidade atômica seja espacialmente modulada, sua amplitude é muito pequena. Além disso, esta diferença pode ser justificada pelo fato que $\text{Im}[\chi] \propto 1/\Delta^2$, enquanto $\text{Re}[\chi] \propto 1/\Delta$. Para um valor de dessintonia grande, a contribuição da modulação da amplitude pode ser significativamente reduzida, enquanto que a modulação da fase mantém-se relevante; como ocorre particularmente para o caso em que ℓ é grande.

Vamos agora analisar como a eficiência de difração da primeira ordem depende da razão entre as frequências de Rabi R [veja figura 4.4 (a)]. Um valor da razão Rideal, que maximiza a eficiência de difração, parece ser em torno de R = 4,6. Outro valor da razão que maximiza a eficiência é R = 8,1, mas a eficiência é muito mais baixa. Um resultado similar foi também observado no regime Raman-Nath [46]. Em nosso caso, podemos entender este resultado através da expressão analítica de η . Na figura 4.4 (b), a linha sólida vermelha mostra a componente de modulação de fase de η [termos dentro das chaves na equação 4.25], enquanto a linha pontilhada azul mostra somente o componente de absorção [exponencial presente na equação 4.25]. A curva da eficiência de difração da figura 4.4 (a) é obtida a partir da multiplicação das duas curvas da figura 4.4 (b). Sem a absorção do meio, existem vários valores de R para os quais $\sigma \ell/8z_0 \cos \theta = m\pi/2$ (com $m = 1, 3, 5, \cdots$) e a eficiência η é máxima. O formato não-senoidal da curva é devido à dependência em R^2 de σ . E com relação à absorção do feixe de prova (para as ondas de ordem 1 e de ordem 0), é possível observar um aumento com R. Isto ocorre devido ao fato que o átomo sai da condição de EIT se o feixe sinal é muito mais forte que o de acoplamento, causando assim uma maior absorção do feixe de prova. Para $R \approx 4.6$, o feixe sinal maximiza a fase cruzada que optimiza a difração sem introduzir um efeito de absorção significativo. Para o caso em que $R \approx 8$, quando o segundo máximo da eficiência de difração ocorre, a absorção é muito forte, limitando a eficiência, como pode ser visto na figura 4.4 (a).

Para que EIT ocorra, o feixe de acoplamento deve satisfazer a condição $|\Omega_c|^2 > \gamma_c \gamma_b$.



Figura 4.4: (a) Eficiência de difração da primeira ordem η em função da razão entre as frequências de Rabi R para $\ell = 135z_0$ e $\Delta = 140$. (b) Componente de absorção (linha azul pontilhada) e modulação (linha vermelha sólida) de η em função de R.

No limite em que a decoerência do estado fundamental é $\gamma_b \approx 0$, o feixe de acoplamento pode ser arbitrariamente fraco. Nos resultados apresentados neste capítulo, $\Omega \gtrsim \Omega_c$ e então a grade de fase atômica pode ser criada com feixes sinais fracos. Em uma amostra atômica real, como por exemplo em armadilhas magneto-ópticas, $\gamma_b \approx 2\pi \times 1$ kHz. Então, a grade criada com um feixe sinal de frequência de Rabi $\Omega > 2\pi \times 455$ kHz, vai difratar eficientemente um feixe de prova fraco. Este valor de intensidade do campo sinal é bem abaixo do nível de saturação da transição atômica e, até mesmo, abaixo da largura de linha típica dos lasers usados em muitos experimentos de EIT.

A última análise deste sistema foi realizada com o intuito de verificarmos como a eficiência de difração depende do ângulo de incidência. A figura 4.5 mostra a eficiência da grade atômica em função do desvio angular $\Delta \theta \equiv \theta_B - \theta$ com relação ao ângulo de Bragg. Este gráfico revela que a grade é muito sensível ao ângulo de incidência porque desvios de menos de 2 *m*rad da incidência de Bragg, fazem com que a eficiência caia para metade do valor que apresentava para incidência em ângulo de Bragg. De acordo com o resultado da referência [74], a variação angular (largura a meia altura) para uma grade grossa pode ser estimada como $2\Delta\theta \approx \Lambda/\ell$. Devido ao fato da espessura de nossa grade ℓ ser muito maior que o período Λ ($\Lambda/\ell = 3.5 \times 10^{-3}$ para $\ell = 153z_0$)

e $\Delta = 140$), este desvio angular é muito pequeno. Uma maneira de reduzir este efeito é ajustar o ângulo entre os dois feixes sinais que formam a grade atômica de forma a aumentar o período da grade, e consequentemente o desvio angular. Neste caso, o ângulo de Bragg diminuirá, mas como $\cos \theta_B \approx 1$, a eficiência de difração da equação 4.25 não será afetada.



Figura 4.5: Eficiência de difração η em função da variação angular $\Delta \theta$ com relação a incidência em ângulo de Bragg, onde R = 4,6, $\Delta = 140$ e $\ell = 153z_0$.

Para a obtenção de altas eficiências de difração, como as apresentadas neste trabalho, profundidades ópticas grandes (> 150) são necessárias. Tais profundidades ópticas são facilmente obtidas em células de vapor atômico, embora o efeito de alargamento Doppler precisaria ser incluído no modelo para que previsões mais precisas pudessem ser apresentadas. No entanto, notamos que nosso modelo pode ser aplicado a células em que a densidade atômica é tão alta que as transições se tornam homogeneamente alargadas por colisões. Profundidades ópticas da ordem de 160 foram observadas em uma armadilha magneto óptica de Na do tipo "dark-spot" [75] e profundidades ópticas de aproximadamente 300 em amostras frias de Rb foram recentemente produzidas ao combinar a injeção rápida de alto fluxo de vapor com resfriamento por gás de fundo (buffer gas) [76]. Então, a grade descrita neste trabalho pode ser implementada com a tecnologia existente.

Portanto, podemos concluir que a utilização da teoria de ondas acopladas nos possibilitou a obtenção de uma expressão analítica para a primeira ordem de difração, no caso de incidências em ângulo de Bragg, para o sistema descrito na referência [46]. A descrição do nosso sistema trouxe resultados interessantes visto que eficiências de até 80% foram obtidas e a análise da expressão analítica facilitou o entendimento do efeito de grade (de amplitude e de fase) induzida no sistema; assim como auxilou na determinação da contribuição da componente de amplitude e de fase. Cremos que esta é a primeira vez que a teoria de ondas acopladas, desenvolvida para grades holográficas e acústicas, é utilizada para descrever uma EIG.

Capítulo 5

Grade de fase com função dente de serra

Neste capítulo, apresentamos um sistema de quatro níveis no qual uma grade atômica, formada por uma modulação do tipo dente de serra, é induzida em um meio atômico sob a condição de EIT. Esta grade de serra baseia-se na não-linearidade gigante Kerr do meio sob EIT como a apresentada no capítulo 3 [4, 21]. A descrição da grade de serra atômica combina as abordagens das referências [46] e [48] para uma grade fina com o parâmetro de Klein e Cook $Q \approx 0.74$. Neste estudo, derivamos uma expressão analítica para a eficiência de difração da grade em função dos parâmetros de excitação atômicos (dessintonia e frequência de Rabi do feixe sinal), assim como, o ângulo de incidência e o comprimento óptico da amostra atômica. Esta grade é capaz de difratar um feixe de prova ressonante para a primeira ordem de difração com eficiências próximas a 100 % [77]. A grade é criada usando uma máscara de intensidade em um dos campos ópticos. Campos fracos cujas intensidades estão bem abaixo do nível de saturação das transições envolvidas são utilizados.

5.1 Modelo atômico

O sistema atômico consiste de um átomo de quatro níveis interagindo com três campos de laser, como ilustrado na figura 5.1 (a). Este sistema é similar ao discutido no capítulo 3 exceto pelo fato que os estados fundamentais decaem a uma taxa γ_0 .



Figura 5.1: (a) Diagrama de níveis de energia do sistema de 4 níveis interagindo com três campos ópticos fracos: prova (Ω_p) , acoplamento (Ω_c) e sinal (Ω) . (b) Sistema experimental proposto para induzir uma grade de fase gerada, a partir de uma modulação do tipo dente de serra, em uma amostra atômica que interage com os feixes de prova, acoplamento e sinal. Por causa da grade, o feixe de prova difrata a um ângulo θ dado pela equação da grade: $\sin \theta = \lambda/\Lambda$, para a primeira ordem de difração. No desenho em destaque no lado superior direito da figura, o feixe de prova incide no meio a um ângulo θ_0 . Neste caso, o ângulo de difração é $\sin \theta - \sin \theta_0 = \lambda/\Lambda$.

A resolução da equação de Schrödinger para o sistema de quatro níveis deste capítulo fornece as seguintes equações de movimento para as amplitudes de probabilidade dos estados atômicos:

$$\dot{g}_{a} = -\Gamma_{0}g_{a} + \frac{1}{2}i\Omega_{p}g_{c},$$

$$\dot{g}_{b} = -\Gamma_{0}g_{b} + \frac{1}{2}i\Omega_{c}g_{c} + \frac{1}{2}i\Omega g_{d},$$

$$\dot{g}_{c} = -\Gamma_{c}g_{c} + \frac{1}{2}i\Omega_{p}g_{a} + \frac{1}{2}i\Omega_{c}g_{b},$$

$$\dot{g}_{d} = -\Gamma_{d}g_{d} + \frac{1}{2}i\Omega g_{b},$$
(5.1)

onde $\Omega_p = 2\mu_{ac}E_p/\hbar$, $\Omega_c = 2\mu_{bc}E_c/\hbar$ e $\Omega = 2\mu_{bd}E/\hbar$ são as frequências de Rabi dos campos, e definimos $\Gamma_c = \gamma_c/2$, $\Gamma_d = \gamma_d/2 + i\delta \in \Gamma_0 = \gamma_0/2$. Estas equações são similares

às obtidas no capítulo 3 exceto pelos termos em Γ_0 que aparecem. O formalismo de matriz densidade não foi levado em conta devido ao fato do formalismo de função de onda ser mais simples. Embora o modelo de função de onda não permita a inclusão de mecanismos de defasagem entre os estados fundamentais, é possível que o modelo apresentado neste capítulo se aproxime deste resultado ao levarmos em conta γ_0 [4]. Para valores grandes da dessintonia do feixe sinal ($\delta \gg \gamma_d$), podemos ignorar a taxa de decoerência entre os estados fundamentais Γ_0 devido ao campo sinal [78]. O campo de prova é tão fraco ($\Omega_p \ll \gamma_c$) que a população permanece no estado fundamental $|a\rangle$ e os níveis $|b\rangle$, $|c\rangle \in |d\rangle$ são mantidos vazios. A teoria desenvolvida neste capítulo é válida para átomos frios, em uma armadilha magneto-óptica, ou átomos em uma célula de vapor, cujas colisões com o gás de fundo providenciam um alargamento homogêneo das transições.

As equações 5.1 foram resolvidas, no regime estacionário usando $\dot{g}_j = 0$ onde j = b, c, d, para a obtenção da polarização atômica induzida na frequência de prova $P_{ac} = N\mu_{ac}g_a^*g_c$, onde N é a densidade atômica. Para $P_{ac} = \epsilon_0 \chi E_p$, onde χ é a susceptibilidade atômica, e E_p a amplitude do campo elétrico de prova, podemos escrever as expressões para Re[χ] e Im[χ] como as equações 3.11. Para a obtenção das equações 3.11, a condição de EIT $\Omega_c^2 \gg \gamma_0 \gamma_c$ e o fato de que o feixe de prova foi considerado em primera ordem foram levados em conta. Para simplificar as equações, utilizamos as mesmas definições do capítulo 4: $R = \Omega/\Omega_c$, $\Gamma = \gamma_d/\gamma_c$, $\Delta = \delta/\gamma_c$. No limite que $\Delta \gg \Gamma, R$, as equações 3.11 podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\operatorname{Re}[\chi] = A \frac{R^2}{2\Delta},\tag{5.2a}$$

$$\operatorname{Im}[\chi] = A \frac{\Gamma R^2 + R^4}{4\Delta^2}, \qquad (5.2b)$$

onde $A = 2N\mu_{ac}^2/\hbar\epsilon_0\gamma_c$. Estas equações são idênticas àquelas apresentadas no capítulo 3 devido ao fato que consideramos $\Omega_c^2 >> \gamma_0\gamma_c$. Na ausência do campo sinal (R = 0), a susceptibilidade atômica χ é nula porque o feixe de acoplamento torna o átomo transparente ao feixe de prova. Da equação 5.2b, vemos que $\operatorname{Re}[\chi]$ é linearmente proporcional a intensidade do campo sinal, através de R^2 (o que caracteriza a nãolinearidade de fase cruzada deste sistema).

5.2 Grade atômica com função dente de serra

Nesta seção, descrevemos o sistema utilizado para gerar o efeito de grade deste capítulo. Nas referências [46,73], a modulação de fase cruzada entre os feixes de prova e sinal foram explorados para induzir uma grade de fase na amostra atômica que difrataria o feixe de prova. Este resultado foi obtido através da superposição de dois feixes sinais com um ângulo entre eles para formar o padrão de onda estacionária na direção perpendicular à direção de propagação do feixe de prova. Esta onda estacionária modulou espacialmente o índice de refração do meio.

Para a criação da grade através de uma função dente de serra deste capítulo, uma máscara de intensidade pode ser adicionada ao feixe sinal, como ilustrado na figura 5.1 (b), de forma que a modulação presente em R^2 se comporta como uma função do tipo dente de serra na direção x. Um perfil de intensidade uniforme para o feixe de acoplamento foi assumido. Dentro de um período da grade Λ , a razão entre as frequências de Rabi R se torna

$$R(x) = R\sqrt{\frac{x}{\Lambda}}, \quad \text{para } 0 < \mathbf{x} < \Lambda,$$
 (5.3)

onde R é o valor máximo para a razão entre as frequências de Rabi $(R = \Omega/\Omega_c)$. Com esta escolha de R(x), a modulação da fase cruzada $\phi = \phi(x)$ aumenta linearmente com x no intervalo $0 < x < \Lambda$.

Para determinar o efeito da grade atômica sobre o feixe de prova, consideramos o campo elétrico como uma onda monocromática plana que incide no meio em um ângulo θ_0 , como pode ser visto na figura 5.1. Os eixos $x \in z$ são definidos no plano do papel e y é perpendicular a este plano. Escrevemos a amplitude complexa da componente y do campo elétrico do feixe de prova dentro do meio atômico como

$$E_p(x,z) = F e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}},\tag{5.4}$$

onde $\vec{k} = \beta \sin \theta' \hat{x} + \beta \cos \theta' \hat{z}$ é o vetor de onda do feixe de prova com $\beta = 2\pi/\lambda$ e θ' é o ângulo no qual o feixe de prova se propaga. F = F(x, z) é uma função que varia lentamente em x e z e, na entrada do meio, $F(x, 0) = F_0$ onde F_0 é uma amplitude constante. O campo elétrico de prova $E_p(x, z)$ é independente de y e oscila com a frequência angular $\omega_p = \beta c$.

A propagação da onda dentro da amostra atômica de comprimento ℓ é descrita pela equação da onda escalar

$$\nabla^2 E_p + \beta^2 (1+\chi) E_p = 0.$$
(5.5)

Na equação 5.5, $\chi = \chi(x)$ devido ao fato de usarmos a modulação no feixe sinal. Substituindo a equação 5.4 na 5.5, chegamos à seguinte expressão na aproximação paraxial:

$$-\frac{i}{2\beta\cos\theta'}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \tan\theta'\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} = i\frac{\beta\chi}{2\cos\theta'}F.$$
(5.6)

O comprimento de absorção do feixe de prova na ausência do campo de acoplamento $z_0 = \hbar \epsilon_0 \lambda \gamma_c / 4\pi N \mu_{ac}^2$ é a unidade de z. Para esta escolha de unidade para z, a distância de propagação é expressa em termos da profundidade óptica do meio. Além disso, o período da grade Λ foi escolhido como unidade de x. Ao considerarmos estas unidades para z e x, podemos reescrever a equação de onda como:

$$-i\frac{1}{\mathcal{N}\cos\theta'}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{z_0}{\Lambda}\tan\theta'\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} = \left[-\frac{\alpha(x)}{2\cos\theta'} + i\frac{\sigma(x)}{\cos\theta'}\right]F,\tag{5.7}$$

onde $\alpha(x) = \alpha_2 x + \alpha_4 x^2$ com $\alpha_2 = \Gamma R^2 / 4\Delta^2$ e $\alpha_4 = R^4 / 4\Delta^2$, $\sigma(x) = (R^2 / 4\Delta)x$ e $\mathcal{N} = 4\pi\Lambda^2 / \lambda z_0$ é o número de Fresnel de uma fenda de largura $2\sqrt{\pi}\Lambda$ a uma distância z_0 .

Se $\mathcal{N} \gg 1$, o termo $\partial^2 F/\partial x^2$ pode ser eliminado da equação 5.7. Para os parâmetros típicos de átomos de Na: $\gamma_c/2\pi = 9.8$ MHz, $\mu_{ac} = 2.11 \times 10^{-29}$ C·m e $\lambda = 589$ nm, e uma densidade atômica $N = 10^{18}$ m⁻³, encontramos $z_0 = 6 \ \mu$ m. Escolhendo um período de grade $\Lambda = 200\lambda = 118 \ \mu$ m, obtemos $\mathcal{N} \approx 5 \times 10^4$ e o termo de segunda derivada em x pode ser desprezado. No caso em que $-90^0 < \theta' < 90^0$, podemos desprezar o termo $\partial F/\partial x$ porque $(z_0/\Lambda) \tan \theta' \ll 1$. Sob estas condições, efeitos de difração do feixe de prova dentro da amostra atômica podem ser ignorados. Embora o modelo atômico apresente não-linearidades Kerr gigantes [21], mudanças do índice de refração devido à mudança de fase cruzada não são observadas $(n \approx 1)$ e o feixe de prova não sofre refração quando se propaga na amostra. Portanto, concluímos que o ângulo de propagação de feixe de prova dentro da amostra é igual ao ângulo de incidência $(\theta' = \theta_0)$ em todo o meio. Desta forma, a equação de propagação do feixe de prova no meio pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \left[-\frac{\alpha(x)}{2\cos\theta_0} + i\frac{\sigma(x)}{\cos\theta_0} \right] F.$$
(5.8)

A solução analítica desta equação fornece a amplitude do feixe de prova no plano de saída $z = L = \ell/z_0$ do meio atômico como:

$$F(x,L) = F_0 \exp[-\alpha(x)L/2\cos\theta_0] \exp[i\sigma(x)L/\cos\theta_0].$$
(5.9)

Através da equação 5.9, podemos estimar a contribuição relativa dos termos transversais e longitudinais (em x e z) da equação 5.7. Para parâmetros de excitação similares àqueles que usaremos neste capítulo ($R \cong 5$, $\Delta \cong 150$ e $\Gamma \cong 1$), obtemos:

$$\left|\partial F/\partial z\right| / \left[(z_0/\Lambda) \tan \theta' \left| \partial F/\partial x \right| \right] \approx \left| x \right| / \left[(z_0/\Lambda) \tan \theta' \right] z.$$
 (5.10)

Para o caso $|x| \approx 1$ e $z \approx 1$, que corresponde a um período de grade e à medida de um comprimento de absorção, respectivamente, chegamos a

$$\left|\partial F/\partial z\right| / \left[(z_0/\Lambda) \tan \theta' \left| \partial F/\partial x \right| \right] \approx 20 / \left| \tan \theta' \right|,$$
 (5.11)

onde $z_0 = 6\mu$ m e $\Lambda = 118\mu$ m. Portanto, os dois termos terão magnitudes comparáveis quando $|\tan \theta'| \approx 20$, ou $|\theta'| \approx 87^{\circ}$. Como ângulos de $\theta' \leq 45^{\circ}$ foram levados em conta neste capítulo, o termo transversal pode ser ignorado em comparação ao termo longitudinal, sem perda de generalidade. A partir da equação 5.9, obtemos a função de transmissão de amplitude complexa do meio atômico como sendo:

$$T(x) = e^{-\alpha(x)L/2\cos\theta_0} e^{i\phi(x)}.$$
 (5.12)

Após a propagação no meio, o feixe de prova adquire uma fase $\phi(x) = \sigma(x)L/\cos\theta_0$ devido à presença do feixe sinal através da modulação de fase cruzada e sua amplitude é reduzida por um fator dado por $\exp[-\alpha(x)L/2\cos\theta_0]$, devido à absorção no meio. No regime de difração de Fraunhofer, a distribuição do feixe de prova E'_p é encontrada através da transformada de Fourier do campo na saída do meio $E_p(x,L) = E_p(x,0)T(x)$. Neste caso, teremos a seguinte expressão para E'_p :

$$E'_{p}(\theta) \propto \int_{-\infty}^{\infty} E_{p}(x,0)T(x)\exp(-2\pi i\Lambda x\sin\theta/\lambda) dx$$

$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} T(x)\exp(i\beta\sin\theta_{0}x)\exp(-2\pi i\Lambda x\sin\theta/\lambda) dx, \qquad (5.13)$$

onde θ é o ângulo de difração. Substituindo a equação 5.12 na 5.13, encontramos a distribuição de intensidade de difração $I_p(\theta) = |E'_p(\theta)|^2$:

$$I_p(\theta) = |J(\theta_0)|^2 \frac{\sin^2[M(\pi\Lambda/\lambda)(\sin\theta - \sin\theta_0)]}{M^2 \sin^2[(\pi\Lambda/\lambda)(\sin\theta - \sin\theta_0)]},$$
(5.14)

com M sendo o número de períodos espaciais da grade iluminados pelo feixe de prova. Para a obtenção desta expressão para $I_p(\theta)$ utilizamos o fato que a função é periódica, similarmente a discussão apresentada na seção 2.5.2. A amplitude de difração de Fraunhofer de um período espacial $J(\theta_0)$, é definida como

$$J(\theta_0) = \int_0^1 T(x) \exp(i\beta \sin \theta_0 x) \exp(-2\pi i\Lambda x \sin \theta/\lambda) dx, \qquad (5.15)$$

ou podemos escrever ainda como

$$J(\theta_0) = \sqrt{\frac{\pi \cos \theta_0}{2\alpha_4 \ell}} \exp\left(\frac{\alpha_4 \ell}{2 \cos \theta_0} \mathcal{F}^2\right) \times \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\alpha_4 \ell}{2 \cos \theta_0}} \mathcal{F}\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\alpha_4 \ell}{2 \cos \theta_0}} (1 - \mathcal{F})\right) \right],$$
(5.16)

onde

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\alpha_4 \ell} \left(-\frac{\alpha_2 \ell}{2} + i\phi_0 - 2\pi i m \cos \theta_0 \right), \qquad (5.17)$$

erf é a função de erro e m é a ordem de difração. Cada ordem difrata em um ângulo θ_m que satisfaz a equação $\sin \theta_m - \sin \theta_0 = m\lambda/\Lambda$. A intensidade de difração do feixe de prova $I_p(\theta)$ é normalizada de forma que, se T(x) = 1, então $I_p(\theta) = 1$. Então, a eficiência de difração η da ordem m é

$$\eta = |J(\theta_0)|^2. \tag{5.18}$$

Para o caso em que a absorção pode ser desprezada ($\alpha_2 = \alpha_4 = 0$), chegamos a uma expressão simplificada dada por

$$\eta_0 = \frac{1}{(2\pi\xi)^2} \left| e^{2\pi i\xi} - 1 \right|^2 = \operatorname{sinc}^2(\pi\xi), \tag{5.19}$$

com $\xi = \phi/(2\pi \cos \theta_0) - m$. A equação 5.19 tem a forma esperada para a eficiência de difração de uma grade dente de serra [79]. Esta equação mostra que a máxima eficiência é alcançada quando $\xi = 0$, que ocorre quando o valor máximo da fase cruzada induzida no feixe de prova é $\phi = 2\pi \cos \theta_0$, para m = 1.

5.3 Resultados e discussões

Para a obtenção de uma alta eficiência de difração para uma grade de transmissão proveniente de uma função dente de serra, dois fatores devem ser observados. O atraso de fase dentro de um período da grade tem que ser 2π e a transição entre os diferentes períodos da grade deve ser abrupta. Na figura 5.2, mostramos a função de transmissão complexa T(x) para uma grade atômica formada por uma função dente de serra em incidência normal ($\theta_0 = 0$). Uma espessura de $\ell = 160z_0$ (observada em uma armadilha magneto óptica "dark spot" de Na [75]), uma dessintonia de $\Delta = 140$ e uma razão de R = 4,6 foram utilizadas. Embora a profundidade óptica seja grande em condições normais, a profundidade óptica do meio sob EIT é somente ($\alpha_2 + \alpha_4$) $\ell \approx 0.95$.



Figura 5.2: Curvas da amplitude |T(x)| (linha vermelha pontilhada) e da fase $\phi(x)$ (linha preta sólida) da função de transmissão T(x) em função de x (medida em unidades do período da grade Λ) para $\ell = 160z_0$, $\Delta = 140$ e R = 4,6.

Sob estas condições, para um padrão de intensidade do feixe sinal do tipo dente de serra, uma grande modulação em fase da função transmissão é vista. A modulação em fase exibe uma estrutura periódica de aproximadamente 2π com uma transição abrupta entre os períodos da grade. Uma modulação na amplitude de T(x) é também vista, com um decréscimo da transmissão de 100% em x = 0 para aproximadamente 60% em x = 1. Portanto, esta grade é uma mistura de uma grade de amplitude e de fase. Como mostraremos, a grade de amplitude é muito ineficaz e não desempenha nenhum papel na difração do feixe de prova.

Na figura. 5.3, apresentamos o padrão de difração de campo distante $I_p(\theta)$ correspondente à grade de difração da figura 5.2, que é calculado a partir da equação 5.14. A grade atômica proveniente da modulação do tipo dente de serra deflete o feixe de prova para um ângulo de 5 *m*rad com alta eficiência ($\eta \gtrsim 73\%$) para a primeira ordem de difração. Este desvio angular satisfaz à relação de difração sin $\theta = \lambda/\Lambda$ (para $\theta_0 = 0$); porque no caso em que $\Lambda = 200\lambda$, o ângulo de deflexão é muito pequeno. Ao fazermos a modulação de fase cruzada igual a zero, o feixe de prova não é defletido, confirmando que embora a absorção atômica seja também modulada, difração em primeira ordem ocorre somente devido à modulação de fase. Portanto, esta grade de amplitude é muito ineficaz, e podemos dizer que a grade atômica é essencialmente uma grade de fase. Porém, a absorção não pode ser ignorada porque ela limita a eficiência de difração da grade.



Figura 5.3: Padrão de difração do campo distante de Fraunhofer $I_p(\theta)$ para a grade da figura 5.2 com a modulação da fase (a) e sem modulação da fase $[\phi(x) = 0]$ (b) em função do ângulo de difração θ . O feixe de prova ilumina M = 5 períodos da grade.

A eficiência de difração dependerá da razão R, da dessintonia Δ e do comprimento do meio ℓ . A figura 5.4 ilustra a intensidade da primeira ordem de difração em função da dessintonia do feixe sinal para diferentes comprimentos do meio ℓ e R = 4,6. O comprimento do meio é dado em função do comprimento de absorção z_0 para $\Omega_c = 0$. Para $\ell = 32z_0$, a eficiência de difração é de aproximadamente 40% para uma dessintonia de $\Delta = 50$ como mostra a curva em azul. Quando aumentamos o comprimento do meio, a modulação de fase cruzada $\phi(x)$ também aumenta, melhorando assim a eficiência da grade de fase atômica. Para que um baixo nível de absorção fosse mantido, a dessintonia do feixe sinal foi aumentada, como pode ser observado através da mesma figura. Para a obtenção de eficiências da ordem de 80%, um comprimento do meio de $\ell = 160z_0$ e



uma dessintonia de $\Delta \approx 300$ para o feixe sinal foram levados em conta.

Figura 5.4: Intensidade da primeira ordem de difração $I_p(\theta_1)$ em função da dessintonia do feixe sinal para diferentes comprimentos do meio ($\ell = 32z_0$ curva azul, $\ell = 64z_0$ curva verde pontilhada, $\ell = 128z_0$ curva preta e $\ell = 160z_0$ curva vermelha tracejada) e R = 4,6.

Após a análise da eficiência em função da dessintonia do feixe sinal Δ e o comprimento do meio ℓ , decidimos analisar como a eficiência se comportava ao modificarmos o ângulo de incidência do feixe de prova. Uma alta sensibilidade angular foi observada no sistema abordado no capítulo anterior. No problema discutido neste capítulo, a análise foi investigada a partir da eficiência de difração da grade da figura 5.3 que é dada pela equação 5.18, a qual inclui o efeito de absorção, e possui uma variação angular no intervalo entre -45° e 45° e m = 1. A figura 5.5 ilustra a dependência da eficiência η com o ângulo de incidência θ_0 . Este gráfico mostra que a eficiência é bastante insensível ao ângulo de incidência entre o intervalo de -15° a 15°. Para ângulos maiores, a teoria prevê um decréscimo de 41% na eficiência. Além desta curva, apresentamos a eficiência de difração prevista pela equação 5.19 para uma grade similar, mas no caso em que não existem perdas no sistema (sem absorção). Em ambos casos, $\ell = 160z_0, \Delta = 140$ e R = 4,6. Devido ao fato de que o máximo da fase cruzada não é exatamente 2π , esta grade sem perda mostra uma dependência angular similar à observada em uma grade de serra holográfica com profundidade não optimizada [79]. A partir deste resultado, é possível ver que as perdas aumentam a sensibilidade angular da grade atômica para $|\theta_0| > 15^\circ$. A eficiência desta grade de serra, próxima à incidência normal, é comparável àquela apresentada para a grade atômica grossa da referência [73] em incidência de Bragg. No entanto, a grade da referência [73] mostrou uma grande sensibilidade para o ângulo de incidência, com a eficiência decrescendo para 50% para pequenos desvios da incidência de Bragg de menos de 2*m*rad. Esta diferença ocorre porque o problema discutido no capítulo anterior abordava o caso de uma grade grossa e, neste caso, para pequenos desvios do ângulo de Bragg surge uma fase entre as ondas incidente e difratada que diminui o acoplamento entre elas e, consequentemente, a eficiência da grade. Neste caso, a eficiência é multiplicada por um fator que é inversamente proporcional a esta diferença de fase entre elas.



Figura 5.5: Eficiência de difração η , normalizada pela eficiência em incidência normal η_0 ($\theta_0 = 0$), em função do ângulo de incidência θ_0 usando a equação 5.18 (linha azul sólida) e a 5.19 (linha vermelha pontilhada). Os parâmetros da grade são os mesmos das figuras 5.2 e 5.3.

A eficiência da grade mostrada na figura 5.2 é limitada pela absorção. Porém, devido ao fato da absorção decrescer com $1/\Delta^2$ e a fase com $1/\Delta$, a combinação de dessintonia do feixe sinal, razão entre as frequências de Rabi e comprimento do meio pode ser optimizada com a finalidade de minimizar a absorção no meio enquanto a fase é mantida alta. Ao aumentarmos a dessintonia do feixe sinal Δ e/ou diminuirmos a razão entre as frequências de Rabi, é possível observarmos uma diminuição no deslocamento Stark causado no nível $|b\rangle$ devido à presença do feixe sinal, que perturba a condição de EIT do sistema. Consequentemente, as componentes de absorção e dispersão da susceptibilidade não-linear diminuirão. No entanto, para $R \approx 1$, nós temos que as equações 5.2b fornecem $Re[\chi]/Im[\chi] \approx \Delta$. Deste modo, a magnitude da parte real da susceptibilidade aumentará com relação à parte imaginária com o aumento da dessintonia Δ . O baixo valor da dispersão pode ser compensado ao aumentarmos o comprimento do meio da amostra atômica, resultando assim em uma mudança de fase cruzada acompanhada de baixa absorção. A figura 5.6 (a) mostra a função de transmissão complexa para uma grade criada com parâmetros adequados para que um alto valor de fase seja obtido para baixa absorção no meio. Neste caso, os valores usados foram R = 1,1, $\Delta = 190$ e $\ell = 4000z_0$.



Figura 5.6: (a) Amplitude |T(x)| e fase $\phi(x)$ da função de transmissão de amplitude complexa T(x)para R = 1,1, $\Delta = 190$ e $\ell = 4000z_0$; x está em unidades de D. (b) Padrão de difração Fraunhofer para a grade do item (a). O feixe de prova ilumina M = 5 períodos da grade.

Um valor tão alto para a profundidade óptica ℓ pode ser obtida em uma célula de vapor atômico e é comparável àquela encontrada em experimentos de luz lenta baseados em EIT [80]. Entretanto, a profundidade óptica de EIT aqui é somente 0,074. Se considerarmos uma largura efetiva de linha homogênea de $\gamma_c/2\pi \approx 650$ MHz [78] e $N = 3 \times 10^{19}$ m⁻³, então $z_0 \approx 13 \ \mu$ m, e neste caso, o comprimento da célula de vapor necessária seria 5,2 cm.

A figura 5.6 (a) mostra que esta grade exibe uma estrutura periódica de 2π na componente da fase similarmente à figura 5.2. No entanto, agora, a absorção é mantida a um nível muito baixo ($\leq 3\%$). No regime de campo distante, o padrão de difração da figura 5.6(b) mostra o feixe de prova difratado em primeira ordem com uma eficiência de aproximadamente 97%. Com este efeito reduzido de absorção, a eficiência da grade de fase é próxima a um.

A grade atômica formada pela função dente de serra, proposta neste capítulo, pode ser implementada com feixes fracos. O limite mínimo necessário para o campo de acoplamento é determinado pela condição de EIT para um meio homogeneamente alargado: $\Omega_c^2 \gg \gamma_0 \gamma_c$. Para átomos frios em uma armadilha magneto-óptica, por exemplo, $\gamma_0/2\pi \approx 1$ kHz [20] e $\gamma_c/2\pi = 9.8$ MHz; devemos ter $\Omega_c/2\pi \gg 100$ kHz. Para átomos em uma célula de vapor alargada colisionalmente, a efetiva largura de linha homogênea é da ordem de $\gamma_c/2\pi \approx 650$ MHz e $\gamma_0/2\pi \lesssim 1$ kHz [78]. Portanto, $\Omega_c/2\pi \gg 800$ kHz. Em ambos os casos, a frequência de Rabi do feixe de acoplamento, assim como a frequência de Rabi do feixe sinal, podem ser definidos bem abaixo do nível de saturação ($\Omega_c < \gamma_c$).

Portanto, podemos concluir que a utilização de uma máscara de intensidade no feixe sinal, que induziu o efeito de grade no sistema, deu origem a uma grade de difração que fornece eficiências altas e pode ser implementada com feixes de baixa intensidade.

Capítulo 6

Grade de coerência máxima induzida eletromagneticamente

Neste capítulo apresentamos uma EIG para um sistema de quatro níveis em configuração duplo Λ não-degenerada no qual o estado excitado de maior energia é escolhido livremente. Este sistema utiliza o fenômeno de aprisionamento coerente de população, proveniente da interação deste sistema com dois feixes de acoplamento fortes, que transfere os átomos para um estado escuro de coerência máxima e induz o efeito de grade de coerência entre os estados fundamentais na direção de propagação. Esta grade de coerência pode difratar feixes de prova que estejam ressonantes com o estado fundamental e um estado excitado qualquer. Devido à alta não-linearidade do sistema, é possível investigarmos não somente a difração em ordem zero do feixe de prova, mas também a difração do feixe sinal que surge devido ao fenômeno de mistura de quatro ondas [49,51–55,57]. Quando uma modulação é aplicada nos feixes que geram a grade de coerência, na direção perpendicular a de propagação, é possível observarmos um efeito adicional de EIG que difrata em primeira ordem os feixes de prova e sinal. As intensidades dos feixes utilizados para a geração da grade estão abaixo dos níveis de saturação das transições atômicas e é possível obter até 2,5% de luz na primeira ordem de difração [81]. Estudos de mistura de quatro ondas baseados em EIT/CPT, envolvendo um sistema em configuração duplo Λ , já foram abordados em outros trabalhos [82–84].

6.1 Modelo atômico para grade de coerência e mistura de quatro ondas

O modelo atômico deste capítulo consiste de um átomo de quatro níveis em configuração duplo Λ interagindo com três feixes laser como ilustra a figura 6.1. Os níveis $|a\rangle \in |d\rangle$ são os estados excitados que decaem espontaneamente com taxas iguais a γ . O nível $|c\rangle$ é o estado fundamental e $|b\rangle$ é um estado metaestável com taxa de decaimento desprezível ($\gamma_0 \ll \gamma$). As transições $|a\rangle \rightarrow |b\rangle \in |a\rangle \rightarrow |c\rangle$ estão acopladas por dois feixes fortes copropagantes de frequência de Rabi $\Omega_b \in \Omega_c$, respectivamente. O feixe de prova, de frequência de Rabi Ω_p , acopla o estado fundamental $|c\rangle$ ao estado excitado $|d\rangle$. Por simplicidade, o meio abordado neste capítulo é homogeneamente alargado e as intensidades dos feixes de acoplamento são iguais ($\Omega_b = \Omega_c$) e mais fortes que a do feixe de prova Ω_p . Os feixes de acoplamento estão em ressonância, enquanto que o feixe de prova tem uma dessintonia igual a $\delta = \omega_{0dc} - \omega_p$, onde ω_{0dc} é a frequência da transição atômica $|d\rangle \rightarrow |c\rangle \in \omega_p$ é a frequência óptica do feixe de prova.

Este sistema de quatro níveis em configuração duplo Λ é uma configuração típica para estudos de fenômenos de mistura de quatro ondas com conjugação de fase [39]. Estes dois sistemas Λ são não-degenerados como mostrado na figura 6.1 (a). O sistema Λ envolvendo os níveis $|a\rangle$, $|b\rangle \in |c\rangle$ é acoplado pelos feixes $\Omega_b \in \Omega_c$ de forma que estados escuros, que estão desacoplados do estado excitado, surgem e o meio torna-se transparente a estes feixes de acoplamento [4–6]. Estes estados escuros são formados por superposições coerentes dos estados fundamentais $|b\rangle \in |c\rangle$ dadas por:

$$|D\rangle = \frac{\Omega_b}{\sqrt{\Omega_c^2 + \Omega_b^2}} |c\rangle - \frac{\Omega_c}{\sqrt{\Omega_c^2 + \Omega_b^2}} |b\rangle, \qquad (6.1)$$

е

$$|B\rangle = \frac{\Omega_b}{\sqrt{\Omega_c^2 + \Omega_b^2}} |b\rangle + \frac{\Omega_c}{\sqrt{\Omega_c^2 + \Omega_b^2}} |c\rangle.$$
(6.2)

Neste caso, estado escuro $|D\rangle$ fica desacoplado dos lasers de excitação enquanto o estado claro $|B\rangle$ interage com os lasers. No limite em que $\Omega_c \gg \Omega_b$, $|D\rangle \approx |b\rangle$, ou seja o estado $|b\rangle$ torna-se escuro. Este é o regime discutido nos capítulos anteriores.

O feixe de prova difratará na grade de coerência formada entre os estados fundamentais dando origem ao feixe sinal Ω_s , que acopla os níveis $|d\rangle \rightarrow |b\rangle$, através do fenômeno de mistura de quatro ondas como veremos em detalhes nesta seção. Quando os feixes de acoplamento que geram a grade de coerência são modulados por uma função que se comporta como "fendas", a coerência entre os estados fundamentais é maximizada e uma grade adicional de absorção surge no meio atômico. Neste regime, o feixe de prova assim como o feixe sinal difratam em primeira ordem na grade de absorção proveniente da modulação da absorção dos feixes de prova e sinal. Dentro do meio, os quatros feixes são colineares e propagam ao longo de z como ilustra a figura 6.1 (b).

A análise deste problema consiste da resolução da equação de Liouville do sistema atômico para o caso em que o feixe de prova é considerado uma perturbação no sistema $(\Omega_p \ll \Omega_b, \Omega_c)$. Neste caso, os feixes de acoplamento são fortes e estarão presente em todo o cálculo, enquanto que, o feixe de prova é fraco e será considerado em primeira ordem. A equação de Liouville que descreve o sistema é escrita como:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \left[H, \rho \right] - \frac{d\rho}{dt}_{relax},\tag{6.3}$$

onde $\frac{d\rho}{dt}_{relax}$ está relacionado aos termos de relaxação dos elementos de matriz. Neste problema assumimos que as taxas de decaimentos dos estados fundamentais são iguais a γ_0 e as dos estados excitados são iguais a γ com $\gamma_0 \ll \gamma$. O hamiltoniano total do sistema interagindo com os feixes é igual a:

$$H = H_0 + V_b + V_c + V_p + V_s \tag{6.4}$$



Figura 6.1: (a) Diagrama dos níveis de energia para o sistema de quatro níveis formado pelo sistema em configuração duplo Λ interagindo com três feixes ópticos: acoplamento ($\Omega_b \in \Omega_c$) e prova (Ω_p) em uma configuração do tipo mistura de quatro ondas que dá origem ao feixe sinal (Ω_s). (b) Esquema proposto ilustrando a interação entre os feixe de prova e acoplamento com os átomos ao longo do eixo z e a difração do feixe sinal. (c) Figura ilustrando a EIG induzida no meio atômico onde D é o período da grade e W é o tamanho da fenda.

com o hamiltoniano do átomo livre H_0 e os hamiltonianos de interação V_b , V_c , V_p e V_s dados por:

$$H_0 = \hbar\omega_{0a} |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_{0b} |b\rangle \langle b| + \hbar\omega_{0c} |c\rangle \langle c| + \hbar\omega_{0d} |d\rangle \langle d|$$
(6.5)

$$V_b = -\mu_{ab} E_b(z,t) \left| a \right\rangle \left\langle b \right| - \mu_{ba} E_b^*(z,t) \left| b \right\rangle \left\langle a \right|, \qquad (6.6)$$

$$V_c = -\mu_{ac} E_c(z,t) \left| a \right\rangle \left\langle c \right| - \mu_{ca} E_c^*(z,t) \left| c \right\rangle \left\langle a \right|, \qquad (6.7)$$

$$V_p = -\mu_{dc} E_p(z,t) \left| d \right\rangle \left\langle c \right| - \mu_{cd} E_p^*(z,t) \left| c \right\rangle \left\langle d \right|, \qquad (6.8)$$

$$V_s = -\mu_{db} E_s(z,t) \left| d \right\rangle \left\langle b \right| - \mu_{bd} E_s^*(z,t) \left| b \right\rangle \left\langle d \right|, \qquad (6.9)$$

onde μ_{nm} é o momento de dipolo elétrico das transições (com m, n = a, b, c, d) e ω_{0n} são as autofrequências das transições atômicas (com n = a, b, c, d). O campo elétrico associado aos feixes de excitação é dado por:

$$E_j(z,t) = \operatorname{Re}\left\{ \operatorname{E}_j \exp\left(\mathrm{i}\omega_j t - \mathrm{i}k_j z\right) \right\},\tag{6.10}$$
onde $j = b, c, p, s, \omega_j$ é a frequência óptica do feixe $j \in k_j$ o vetor de onda. O acoplamento entre o átomo e os campos elétricos é definido pelas frequências de Rabi $\Omega_j \exp(-ik_j z)$, onde $\Omega_j = 2\mu_{nm}E_j/\hbar$. Substituindo as matrizes referentes às expressões de 6.4 à 6.9 na equação 6.3 e utilizando a aproximação de ondas girantes, chegamos às seguintes equações de movimento para os elementos da matriz densidade dos níveis $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle \in |d\rangle$:

$$\dot{\sigma_{aa}} = -\gamma \sigma_{aa} + \frac{i}{2} (\Omega_b^* \sigma_{ab} - \Omega_b \sigma_{ba}) + \frac{i}{2} (\Omega_c^* \sigma_{ac} - \Omega_c \sigma_{ca}), \tag{6.11}$$

$$\sigma_{ab}^{\cdot} = -\Gamma_{ab}\sigma_{ab} + \frac{i}{2}\Omega_b(\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - \frac{i}{2}\Omega_c\sigma_{cb} + \frac{i}{2}\Omega_s\sigma_{ad}, \qquad (6.12)$$

$$\sigma_{ac}^{\cdot} = -\Gamma_{ac}\sigma_{ac} - \frac{i}{2}\Omega_b\sigma_{bc} + \frac{i}{2}\Omega_c(\sigma_{aa} - \sigma_{cc}) + \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{ad}, \qquad (6.13)$$

$$\sigma_{ad}^{\cdot} = -\Gamma_{ad}\sigma_{ad} - \frac{i}{2}\Omega_b\sigma_{bd} - \frac{i}{2}\Omega_c\sigma_{cd} + \frac{i}{2}\Omega_p^*\sigma_{ac} + \frac{i}{2}\Omega_s^*\sigma_{ab}, \qquad (6.14)$$

$$\dot{\sigma_{bb}} = \frac{\gamma}{2}\sigma_{aa} - \gamma_0\sigma_{bb} + \gamma_0\sigma_{cc} + \frac{\gamma}{2}\sigma_{dd} - \frac{i}{2}(\Omega_b^*\sigma_{ab} - \Omega_b\sigma_{ba}) + \frac{i}{2}(\Omega_s\sigma_{bd} - \Omega_s^*\sigma_{db}), \quad (6.15)$$

$$\sigma_{bc}^{i} = -\Gamma_{bc}\sigma_{bc} - \frac{i}{2}\Omega_{b}^{*}\sigma_{ac} + \frac{i}{2}\Omega_{c}\sigma_{ba} + \frac{i}{2}\Omega_{p}\sigma_{bd} - \frac{i}{2}\Omega_{s}^{*}\sigma_{dc}, \qquad (6.16)$$

$$\dot{\sigma_{cc}} = \frac{\gamma}{2}\sigma_{aa} + \gamma_0\sigma_{bb} - \gamma_0\sigma_{cc} + \frac{\gamma}{2}\sigma_{dd} + \frac{i}{2}(\Omega_c\sigma_{ca} - \Omega_c^*\sigma_{ac}) + \frac{i}{2}(\Omega_p\sigma_{cd} - \Omega_p^*\sigma_{dc}), \quad (6.17)$$

$$\dot{\sigma_{db}} = -\Gamma_{db}\sigma_{db} + \frac{i}{2}\Omega_b\sigma_{da} - \frac{i}{2}\Omega_p\sigma_{cb} + \frac{i}{2}\Omega_s(\sigma_{dd} - \sigma_{bb}), \qquad (6.18)$$

$$\dot{\sigma_{dc}} = -\Gamma_{dc}\sigma_{dc} + \frac{i}{2}\Omega_c\sigma_{da} - \frac{i}{2}\Omega_s\sigma_{bc} + \frac{i}{2}\Omega_p(\sigma_{dd} - \sigma_{cc}), \qquad (6.19)$$

$$\dot{\sigma_{dd}} = -\gamma \sigma_{dd} + \frac{i}{2} (\Omega_p^* \sigma_{dc} - \Omega_p \sigma_{cd}) + \frac{i}{2} (\Omega_s^* \sigma_{db} - \Omega_s \sigma_{bd}), \qquad (6.20)$$

onde $\Gamma_{ab} = \Gamma_{ac} = (\gamma + \gamma_0)/2$, $\Gamma_{ad} = \gamma - i\delta$, $\Gamma_{bc} = \gamma_0 \in \Gamma_{db} = \Gamma_{dc} = (\gamma + \gamma_0)/2 + i\delta$, sendo $\delta = \omega_{0dc} - \omega_p$ a dessintonia do feixe de prova. Para a obtenção destas equações as seguintes definições de variáveis lentas foram levadas em conta: $\rho_{ab} = \sigma_{ab}e^{-i\omega_b t}$, $\rho_{ac} = \sigma_{ac}e^{-i\omega_c t}$, $\rho_{db} = \sigma_{db}e^{-i\omega_s t}$, $\rho_{dc} = \sigma_{dc}e^{-i\omega_p t}$, $\rho_{cb} = \sigma_{cb}e^{-i(\omega_b - \omega_c)t}$ e $\rho_{da} = \sigma_{da}e^{-i(\omega_s - \omega_b)t} = \sigma_{da}e^{-i(\omega_p - \omega_c)t}$. No decorrer deste capítulo, analisaremos o caso particular em que $\gamma_0 \ll \gamma$ e o feixe de prova está ressonante ($\delta = 0$). Consequentemente, $\Gamma_{ab} = \Gamma_{ac} = \Gamma_{db} = \Gamma_{dc} = \gamma/2$, $\Gamma_{bc} = \gamma_0$, $\Gamma_{da} = \gamma$ e, no regime estacionário, o sistema de equações de 6.11 à 6.20, na ausência dos feixes Ω_p e Ω_s , fornece $\sigma_{aa}^{(0)} = \sigma_{dd}^{(0)} = 0$ e $\sigma_{bb}^{(0)} = \sigma_{cc}^{(0)} = 1/2$ para $\Omega_b = \Omega_c = \Omega$. Desta forma, as populações ficam igualmente distribuídas entre os estados fundamentais e as coerências são dadas pelas seguintes expressões:

$$\sigma_{ab}^{(0)} = \frac{-i\Omega_b\gamma_0}{|\Omega_b|^2 + |\Omega_c|^2 + 2\gamma\gamma_0} \exp\left[-ik_b z\right],$$
(6.21)

$$\sigma_{ac}^{(0)} = \frac{-i\Omega_c \gamma_0}{|\Omega_b|^2 + |\Omega_c|^2 + 2\gamma\gamma_0} \exp\left[-ik_c z\right]$$
(6.22)

е

$$\sigma_{bc}^{(0)} = \frac{-\Omega_b^* \Omega_c}{|\Omega_b|^2 + |\Omega_c|^2 + 2\gamma\gamma_0} \exp\left[i(k_b - k_c)z\right].$$
(6.23)

Nestas equações, nenhuma aproximação foi considerada com relação às frequências de Rabi $\Omega_b \in \Omega_c$. No limite $|\Omega_b|^2 + |\Omega_c|^2 \gg 2\gamma\gamma_0$, a coerência entre os estados fundamentais é igual a $|\sigma_{bc}^0| = 1/2$, para $\Omega_b = \Omega_c = \Omega$, e o átomo fica no estado de coerência máxima da transição $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ porque os átomos estão igualmente distribuídos entre os estados fundamentais. Este aprisionamento coerente de população origina uma grade senoidal na fase da coerência atômica entre os estados fundamentais ao longo da direção z e difração do feixe de prova Ω_p nesta grade gera o feixe sinal Ω_s . Como estamos considerando $\gamma_0 \ll \gamma$, a grade satura para intensidades ópticas muito abaixo da intensidade de saturação das transições atômicas.

Para o caso em que o sistema de equações de 6.11 à 6.20 é resolvido com os feixes de prova e sinal em primeira ordem, utilizamos as populações e as coerências obtidas anteriormente e chegamos às seguintes expressões para as coerências atômicas das transições $|d\rangle \rightarrow |b\rangle e |d\rangle \rightarrow |c\rangle$:

$$\sigma_{bd}^{(1)} = i \left[-r \,\Omega_p^* \, e^{i(k_p + k_b - k_c)z} + s \,\Omega_s^* \, e^{ik_s z} \right] \tag{6.24}$$

е

$$\sigma_{cd}^{(1)} = i \left[s \,\Omega_p^* \, e^{ik_p z} - r \,\Omega_s^* \, e^{i(k_s - k_b + k_c)z} \right], \tag{6.25}$$

nas quais os coeficientes r e s são dados por:

$$r = \frac{\Omega^2}{2\gamma(\Omega^2 + \gamma_0 \gamma)} \tag{6.26}$$

е

$$s = \frac{\Omega^4 + \gamma^2 (\Omega^2 + \gamma \gamma_0)}{2\gamma (\Omega^2 + \gamma_0 \gamma) (\Omega^2 + \gamma^2)}.$$
(6.27)

Na análise deste sistema, estaremos interessados em dois limites de excitação: $\Omega = 0$ e $\Omega^2 \gg \gamma \gamma_0$. Isso se deve ao fato de que no primeiro caso, r = 0 e $s = 1/2\gamma$, efeitos de absorção do feixe de prova no meio são observados. Já no segundo caso, $r = s = 1/2\gamma$, existirá um acoplamento entre os feixes de prova e sinal e efeitos de FWM poderão ser observados como será discutido a seguir.

Na aproximação de envelope variando lentamente, a propagação dos feixes de prova e sinal é descrita pela equação da onda reduzida:

$$\frac{\partial E_{p,s}(z)}{\partial z} = i \frac{k}{2\epsilon_0} P_{p,s} e^{-ik_{p,s}z}, \qquad (6.28)$$

com a polarização atômica $P_{p,s}$ se comportando como a fonte dos campos. A polarização pode ser obtida ao levarmos em conta a média dos momentos de dipolo: $P_p = N \mu_{dc} \sigma_{dc}$ e $P_s = N \mu_{db} \sigma_{bd}$, onde N é a densidade atômica. Nós escrevemos a distância de propagação em função de $z_0 = \hbar \epsilon_0 \lambda_p \gamma / 2\pi N \mu_{dc}^2$, que é o comprimento de absorção do feixe de prova na ausência dos feixes de acoplamento, ou seja, quando $\Omega = 0$. Substituindo as expressões para as polarizações $P_{p,s}$ na equação 6.28 e usando as coerências dadas pelas equações 6.24 e 6.25 chegamos às seguintes equações acopladas para as amplitudes dos campos de prova e sinal:

$$\frac{dE_p}{dz} = -(\alpha/2)E_p + \kappa E_s e^{i\Delta kz}$$
(6.29)

е

$$\frac{dE_s}{dz} = -(\alpha/2)\lambda_R E_s + \kappa \lambda_R E_p e^{-i\Delta kz},$$
(6.30)

onde $\alpha = 2\gamma s/z_0$ é o coeficiente de absorção, $\kappa = \gamma r/z_0$ é a constante de acoplamento, $\lambda_R = \lambda_p/\lambda_s$ é a razão entre os comprimentos de onda dos feixes de prova e sinal e $\Delta k = k_s - k_p + k_c - k_b$. Devido ao fato de que os quatro feixes são copropagantes e estão em ressonância com suas respectivas transições atômicas dentro da amostra atômica, a condição de casamento de fase é $\Delta k = 0$. Nas equações 6.29 e 6.30, κ acopla os feixes de prova e sinal. Na ausência dos feixes de acoplamento ($\Omega = 0$), $\kappa = 0$ e $\alpha = 1/z_0$. E para $\Omega^2 \gg \gamma_0 \gamma$, $\kappa = 1/2z_0$ e $\alpha = 1/z_0$. As intensidades dos feixes de prova e sinal são consideradas fracas de forma que não haja alteração significativa na propagação dos campos Ω_b e Ω_c devido ao efeito de mistura de quatro ondas. Embora existam soluções analíticas das equações 6.29 e 6.30 para um valor arbitrário de λ_R , no decorrer deste capítulo, sistemas atômicos para os quais $\lambda_R \approx 1$ serão levados em conta. Estes sistemas podem ser associados à linha D_1 de um átomo alcalino, por exemplo. O caso geral ($\lambda_R \neq 1$) será discutido na última seção para ilustrar a mudança que ocorrerá no resultado ao considerarmos estruturas atômicas diferentes das de um átomo alcalino.

As soluções gerais das equações 6.29 e 6.30 são da forma:

$$E_p(z) = A_0 \exp(\xi_0 z) + B_0 \exp(\xi_1 z) \tag{6.31}$$

е

$$E_s(z) = A_1 \exp(\xi_0 z) + B_1 \exp(\xi_1 z), \qquad (6.32)$$

onde $A_{0,1}$ e $B_{0,1}$ são constantes. Substituindo as equações 6.31 e 6.32 nas acopladas 6.29 e 6.30, obtemos os números de onda:

$$\xi_{0,1} = -\frac{\alpha}{2} \pm \kappa = \frac{\gamma}{z_0} (-s \pm r), \tag{6.33}$$

com o sinal "+" correspondendo a ξ_0 e o sinal "-" a ξ_1 . Para a determinação das constantes $A_{0,1}$ e $B_{0,1}$, devemos levar em conta as seguintes condições de contorno:

a amplitude do feixe de prova deve ser um $[E_p(0) = 1]$ e a amplitude do feixe sinal deve ser nula $[E_s(0) = 0]$ na entrada do meio (z = 0). A partir destas condições, encontramos $A_0 = B_0 = \frac{1}{2}$ e $A_1 = -B_1 = \frac{1}{2}$. Substituindo estas constantes e a equação 6.33 nas equações 6.31 e 6.32, podemos reescrever a solução para as amplitudes dos campos de prova e sinal da seguinte maneira:

$$E_p(z) = \exp(-\alpha z/2)\cosh(\kappa z) \tag{6.34}$$

е

$$E_s(z) = \exp(-\alpha z/2)\sinh(\kappa z). \tag{6.35}$$

Este resultado é similar às soluções apresentadas na referência [55]. A figura 6.2 (a) mostra a amplitude dos campos de prova $|E_p|$ e sinal $|E_s|$, calculados a partir das equações 6.34 e 6.35, em função do comprimento do meio. Na ausência dos feixes de acoplamento, a constante de acoplamento é nula ($\kappa = 0$) e a amplitude do feixe de prova E_p decai exponencialmente ao longo do eixo z, como ilustra a curva preta tracejada da figura 6.2 (a). Já a amplitude do campo sinal é nula para qualquer zporque não temos o fenômeno de mistura de quatro ondas. No limite de campos de acoplamento fortes, $\Omega^2 \gg \gamma \gamma_0$, os campos de prova e sinal trocam energia enquanto se propagam no meio. A amplitude do feixe sinal aumenta até uma distância do meio de $z = 5z_0$, e a partir deste valor, os campos de prova e sinal propagam-se no meio sem atenuação ou amplificação. Isto ocorre porque os termos do lado direito das equações 6.29 e 6.30 se cancelam para $z \gtrsim 5z_0$ e a amplitude dos campos se mantém constante; o que caracteriza o decaimento exponencial. Devido ao fato que a condição de EIT não muda para os campos de prova e sinal, nenhum aumento na produção do feixe sinal ocorre ao longo do meio para $z \gtrsim 5z_0$ [veja figura 6.2 (a)]. Neste sistema, um total de 25% da luz do feixe de prova incidente é convertida em luz para o feixe sinal.

Para o caso em que o feixe de prova não está em ressonância (como por exemplo, $\delta = 2\gamma$), é possível observar que a amplitude do campo de prova E_p decai mais lentamente

na ausência do feixe de acoplamento e as amplitudes dos campos de prova E_p e sinal E_s mudam ao longo do meio, como ilustra a figura 6.2 (b). Neste caso, os campos de prova e sinal se propagam no meio e podem ser observadas regiões em que há uma alta produção do feixe sinal e uma redução na amplitude do feixe de prova; o que mostra que ocorre a troca de energia entre as duas ondas através do acoplamento dado pela constante κ . Este comportamento se deve ao fato que, para $\delta \neq 0$, a absorção do feixe de prova diminui e as contantes $\xi_{0,1}$ passam a ser complexas. Isso faz com que as funções sinh e cosh se tornem sin e cos, e apareçam modulações nos gráficos de amplitude em função de z, como ilustra a figura 6.2 (b).



Figura 6.2: (a) Amplitude dos campos de prova E_p e sinal E_s em função do comprimento do meio atômico z para $\delta = 0$ e (b) $\delta = 2\gamma$. As curvas azul sólida e vermelha com pontilhado pequeno representam as amplitudes dos campos de prova e sinal na presença dos campos de acoplamento a uma intensidade de $\Omega = 0.5\gamma$, respectivamente. A curva preta tracejada representa a amplitude no campo de prova na ausência do feixe de acoplamento ($\Omega = 0$).

6.2 EIG com coerência máxima

Nesta seção, apresentaremos o caso em que além da grade de coerência induzida no meio, uma modulação dos feixes de acoplamento pode ser utilizada para introduzir um efeito adicional de grade no sistema. Neste caso, uma máscara de intensidade (como por exemplo, fendas múltiplas) é introduzida nos feixes $\Omega_b \in \Omega_c$, como ilustrado na figura 6.1 (c). Estas fendas criam alternativamente regiões de alta e baixa absorção do feixe de prova ao longo da direção transversal x, o que simula uma grade de absorção. Esta função irá modular também a coerência entre os estados fundamentais ao longo do eixo x. Desta forma, os feixes de prova e sinal vão difratar neste meio devido a esta modulação transversal.

A máscara consiste de uma série de fendas que bloqueiam o feixe de acoplamento ou deixam ele interagir com o meio e pode ser expressa através da equação:

$$\Omega(x) = \Omega \sum_{m=-M/2}^{M/2} \operatorname{rect}\left(\frac{x-\mathrm{m}\,D}{W}\right),\tag{6.36}$$

na qual rect(x) é a função retangular e M é o número de fendas. Cada fenda tem uma largura W e um período dado por D [veja figura 6.1(c)].

Para parâmetros de excitação típicos da linha D_1 do átomo de ⁸⁷Rb: $\gamma = 2\pi \times$ 6 MHz, $\mu_{dc} = 2,54 \times 10^{-29}$ Cm, $N = 10^{11}$ cm⁻³ e $\lambda_p = 795$ nm, obtemos $z_0 = 68\mu$ m. Para $\ell = 10z_0$, a espessura do meio atômico é $\ell = 0,7$ mm. No caso em que $\lambda_c \approx \lambda_b \approx$ 795 nm, a largura da fenda é de $w = 200\lambda_b \approx 160\mu$ m e o número de Fresnel associado a estes feixes de acoplamento é igual a $\mathcal{F} = w^2/\ell\lambda_{b,c} \approx 46$. Então, a propagação destes feixes na amostra atômica é descrita pela óptica geométrica, e poderemos desprezar efeitos de difração destes feixes dentro da amostra atômica. Neste caso, a frequência de Rabi, através da amostra atômica, poderá ser expressa pela equação 6.36 com boa aproximação.

Ao escolhermos esta modulação para o sistema, podemos escrever as funções de transmissão da amostra atômica para os feixes de prova $[T_p(x)]$ e sinal $[T_s(x)]$ como:

$$T_p(x) = \exp[-\alpha \left(x/D\right) \ell/2] \cosh[\kappa \left(x/D\right) \ell]$$
(6.37)

е

$$T_s(x) = \exp[-\alpha \left(x/D\right) \ell/2] \sinh[\kappa \left(x/D\right) \ell], \qquad (6.38)$$

onde ℓ é o comprimento do meio atômico ao longo de z, em função de z_0 . De acordo com as expressões da transmissão, é possível perceber que as funções de transmissão são reais e a EIG é uma grade de absorção, ou seja, sem modulação na fase das amplitudes dos campos de prova e sinal.

As equações 6.37 e 6.38 podem ser escritas para um período D da grade da seguinte forma:

$$T_p(x) = \begin{cases} (1 + \exp[-\ell/z_0])/2, & |x| < \omega/2 \\ \exp[-\ell/2z_0], & \omega/2 < |x| < D - \omega/2 \end{cases}$$
(6.39)
$$T_p(x) = \begin{cases} (1 - \exp[-\ell/z_0])/2, & |x| < \omega/2 \end{cases}$$
(6.40)

е

$$T_s(x) = \begin{cases} (1 - \exp[-\ell/z_0])/2, & |x| < \omega/2 \\ 0 & \omega/2 < |x| < D - \omega/2 \end{cases}$$
(6.40)

onde usamos $\kappa = 0$ e $\alpha = 1/z_0$ para $\Omega = 0$, e $\kappa = 1/2z_0$ e $\alpha = 1/z_0$ para $\Omega^2 \gg \gamma_0 \gamma$.

6.3 Resultados e discussões

A figura 6.3 ilustra as funções de transmissão dos feixes de prova e sinal em função de x para dois comprimentos do meio $\ell = 2z_0$ e $\ell = 10z_0$. Nas regiões em que os feixes de acoplamento estão presentes ($\Omega \neq 0$), $T_p \equiv T_{p,1} = (1 + \exp[-\ell/z_0])/2$ e $T_s \equiv T_{s,1} = (1 - \exp[-\ell/z_0])/2$, com o índice 1 indicando a presença do feixe de acoplamento no sistema. No caso em que ℓ é grande, como por exemplo $\ell = 10z_0$, $T_{p,1} \approx T_{s,1} \approx 0.5$. No entanto, nas regiões em que os feixes de acoplamento não estão presentes ($\Omega = 0$), $T_s \equiv T_{s,0} = 0$ porque não existe a geração do feixe sinal proveniente de FWM, e $T_p \equiv T_{p,0} = \exp[-\ell/2z_0]$ porque o feixe de prova é absorvido quando se propaga no meio, com o índice 0 indicando a ausência do feixe de acoplamento.

A profundidade da modulação do feixe de prova depende da espessura do meio atômico. Para um meio opticamente fino, uma menor quantidade do feixe de prova é absorvida na ausência dos feixes de acoplamento, e as regiões escuras da EIG não serão opacas o suficiente para difratar eficientemente o feixe de prova em primeira ordem. Na curva pontilhada vermelha da figura 6.3 (a), para $\ell = 2z_0$, o meio atômico transmite até 38% do feixe de prova na ausência dos feixes de acoplamento. Para o caso em que a modulação é máxima, uma espessura de ℓ grande deve ser considerada para a obtenção de $T_{p,0} \ll 1$. No caso $\ell = 10z_0$, por exemplo, menos de 1% da luz é transmitida como mostra a curva azul contínua da figura 6.3 (a) e, neste caso, a modulação da transmissão é capaz de difratar mais eficientemente a luz incidente. Meios com maior espessura não são de interesse porque efeitos de difração dos feixes de acoplamento podem ocorrer dentro do meio, como discutido no parágrafo da seção anterior sobre o número de Fresnel. Por outro lado, o feixe sinal apresenta sempre uma máxima modulação para sua amplitude como ilustra a figura 6.3 (b). Um pequena redução da transmissão máxima para $\ell = 2z_0$ é observada, mas isso não influencia muito na eficiência de difração.



Figura 6.3: (a) Função de transmissão $|T_p(x)|$ do feixe de prova e (b) do feixe sinal $|T_s(x)|$ em função de x para $\Omega = 0.5\gamma$, $\delta = 0$ e comprimentos do meio de $\ell = 2z_0$ e $\ell = 10z_0$. A curva azul contínua representa as funções de transmissão para $\ell = 10z_0$ e a curva em vermelho pontilhada o caso em que $\ell = 2z_0$.

Para o caso em que o feixe de prova é uma onda plana e incide no meio em incidência normal, a amplitude de distribuição do padrão de difração do campo distante (Fraunhofer) é dada por:

$$U_{p,s}(\theta) = \mathcal{C} \int_{-\infty}^{\infty} E_{p,s}(0) T_{p,s}(x) \exp(-2\pi i Dx \sin \theta / \lambda_{p,s}) \, dx, \qquad (6.41)$$

na qual θ é o ângulo de difração, C é uma constante de proporcionalidade e $\lambda = \lambda_p = \lambda_s$. Substituindo as equações 6.39 e 6.40 em 6.41, obtemos a seguinte expressão para a amplitude do campo de prova difratado:

$$U_{p}(\theta) = \left[\mathcal{C}_{0}MD\right] \left\{ \frac{\omega}{D} T_{p,1} \operatorname{sinc}\left[\left(\pi\omega/\lambda\right)\sin\theta\right] + \frac{a}{D} \operatorname{T}_{p,0} e^{\frac{-i\pi D\sin\theta}{\lambda}} \operatorname{sinc}\left[\left(\pi a/\lambda\right)\sin\theta\right] \right\} \\ \times \frac{\sin[M(\pi D/\lambda)\sin\theta]}{M\sin[(\pi D/\lambda)\sin\theta]}.$$
(6.42)

E para a amplitude do campo sinal difratado temos:

$$U_s(\theta) = [\mathcal{C}_0 MD] \frac{\omega}{D} T_{s,1} \operatorname{sinc}[(\pi \omega/\lambda) \sin \theta] \frac{\sin[M(\pi D/\lambda) \sin \theta]}{M \sin[(\pi D/\lambda) \sin \theta]},$$
(6.43)

onde $C_0 = CE_p(0)$, $a = D - \omega$ é a largura da região opaca entre as fendas e M é o número de fendas da grade iluminadas pelo feixe de prova. O segundo termo entre as chaves do lado direito da equação 6.42 deve ser levado em conta somente se as regiões escuras são parcialmente opacas; caso contrário $T_{p,0} \approx 0$. A partir das expressões de $U_p(\theta) \in U_s(\theta)$, é possível obtermos a distribuição da intensidade de difração ao usarmos $I_{p,s}(\theta) = |U_{p,s}(\theta)|^2 / [CE_{p,s}(0)MD]^2$. A intensidade de difração é normalizada de forma que se $T_p(x) = 1$, como quando $\ell \ll 1$, então $I_p(\theta) = 1$.

A figura 6.4 apresenta a curva da intensidade de difração do campo distante (Fraunhofer) dos campos de prova e sinal para o caso em que os feixes Ω_b e Ω_c não são modulados. Neste caso, temos somente a grade de coerência formada entre os estados fundamentais e é possível observarmos um total de 25% da energia do feixe de prova incidente convertida na luz do feixe sinal e outros 25% do feixe de prova difratado em ordem zero, como mostra a figura 6.4 (o gráfico é o mesmo para ambos os campos).

Na análise seguinte, as modulações da figura 6.3 para os campos que geram a grade de coerência são levadas em conta. Neste caso, teremos uma modulação na direção x que é dada pelas fendas. A figura 6.5 (a) apresenta a intensidade de difração do campo distante $I_{p,s}(\theta)$ dos campos de prova e sinal para as funções de transmissão da figura 6.3 (a). As primeiras ordens de difração estão localizadas em $\theta \approx \pm \lambda/D = \pm 5$ mrad. Nós observamos que uma maior eficiência de difração é obtida para $\ell = 10z_0$ em comparação a $\ell = 2z_0$. Para $\ell = 2z_0$, nós obtemos menos de 0,5% do feixe de prova



Figura 6.4: Intensidade de difração do campo distante (Fraunhofer) dos feixes de prova e sinal em função do ângulo de difração θ para $\ell = 12z_0$, $\delta = 0$ e $\Omega = 0$.

difratado em primeira ordem, enquanto que 2,5% do feixe é difratado em primeira ordem para o caso $\ell = 10z_0$.

No caso do feixe sinal, as funções de transmissão não são significativamente diferentes para os comprimentos do meio $\ell = 2z_0$ e $\ell = 10z_0$ e a difração deste feixe em primeira ordem apresenta resultados similares para estes comprimentos, como ilustrado na figura 6.5 (b). Em ambos os casos, a eficiência em primeira ordem é de aproximadamente 2%.



Figura 6.5: (a) Padrão de difração de Fraunhofer para a função de transmissão do feixe de prova da figura 6.3 (a). (b) Padrão de difração de Fraunhofer para a função de transmissão da figura 6.3 (b). Em ambos os casos, a curva azul contínua representa o caso em que $z = 10z_0$ e a curva vermelha pontilhada o caso $z = 2z_0$.

As expressões analíticas das eficiências para a primeira ordem de difração do feixe

de prova e sinal são dadas pela expressão de $I_{p,s}(\theta)$ calculada para sin $\theta = \lambda/D$. Para o caso em que o meio é totalmente opaco,

$$\eta_p = [T_{p,1}(\omega/D)\operatorname{sinc}[\pi\omega/\mathrm{D}]]^2 \tag{6.44}$$

е

$$\eta_s = [T_{s,1}(\omega/D)\operatorname{sinc}[\pi\omega/\mathrm{D}]]^2.$$
(6.45)

A partir destas equações é possível perceber que $\eta_{p,s}$ chega a um valor máximo para $\omega/D = 0.5$. Na condição para a obtenção de fendas totalmente opacas, as funções de transmissão são dadas por $T_{p,1} \approx T_{s,1} \approx 0.5$; o que corresponde a um meio com ℓ grande. Sob estas condições, podemos calcular através das equações 6.44 e 6.45 o valor da eficiência de difração em primeira ordem para os feixe de prova e sinal como $\eta_{p,s} \approx 2.5\%$. Este valor corresponde a eficiência total para a combinação da grade de coerência e a grade de absorção (EIG). Devido ao efeito de grade de coerência do sistema, somente 25% do feixe de prova está disponível para difratar na EIG ($T_{p,1}^2 \approx 25\%$). Esta EIG por sua vez transfere $[(\omega/D) \text{sinc}[\pi \omega/D]]^2 \approx 10\%$ desta luz para a primeira ordem. Portanto, podemos observar que a eficiência de difração da EIG sozinha é maior que a de uma EIG senoidal de absorção pura e comparável a de uma EIG senoidal com modulação de fase [40].

Esta expressão analítica foi obtida no limite em que a difração dos feixes que geram a grade de coerência dentro da amostra pudesse ser desprezada. Neste caso, a expressão é válida se a máscara utilizada para modular os feixes de acoplamento e criar a EIG adicional consiste de fendas largas (largura $\approx 160 \mu$ m) e a amostra atômica é da ordem de ≤ 1 mm.

A grade atômica deste capítulo combina uma EIG de absorção com uma grade de coerência. Enquanto a grade de coerência difrata o feixe de prova ressonante e dá origem ao feixe sinal através do fenômeno de mistura de quatro ondas, a EIG modula a transmissão dos feixes de prova e sinal. Consequentemente, os feixes de prova e sinal são difratados na EIG para as ordens de difração ± 1 com eficiências de até 2,5%.

6.4 Caso geral $\lambda_R \neq 1$

Na análise desta seção, apresentamos o caso geral em que $\lambda_R = \lambda_p / \lambda_s \neq 1$. Neste caso, as soluções para as amplitudes do campo de prova e sinal vão depender de λ_R , como segue:

$$E_p(z) = \frac{\exp(-\frac{\alpha}{4}\lambda_+ z)}{\tau_{\lambda}^{1/2}} \left[-\frac{\alpha}{2}\lambda_-\sinh(\frac{1}{2}\tau_{\lambda}^{1/2}z) + \tau_{\lambda}^{1/2}\cosh(\frac{1}{2}\tau_{\lambda}^{1/2}z)\right]$$
(6.46)

е

$$E_s(z) = \frac{2(1-\lambda_-)\kappa \exp(-\frac{\alpha}{4}\lambda_+ z)}{\tau_{\lambda}^{1/2}}\sinh(\frac{1}{2}\tau_{\lambda}^{1/2}z), \qquad (6.47)$$

onde $\lambda_{\pm} = (1 \pm \lambda_R)$ e $\tau_{\lambda} = \frac{\alpha}{2}\lambda_{-}^2 + 4(1 - \lambda_{-})\kappa^2$. Não será possível associar este sistema com a linha D₁ de um átomo alcalino em alguns casos porque isso só pode ser considerado para $\lambda_R \approx 1$; no entanto, observamos facilmente que estas equações reproduzem as equações 6.34 e 6.35 quando substituímos $\lambda_R = 1$. A dependência das amplitudes dos campos de prova e sinal $E_{p,s}$ pode ser observada através da figura 6.6 e este resultado mostra que a amplitude dos campos aumenta com λ_R .



Figura 6.6: Amplitude dos campos de prova E_p e sinal E_s em função da razão entre os comprimentos de onda dos feixes de prova e sinal $\lambda_R = \lambda_p/\lambda_s$ para $\Omega = 0.5\gamma$, $\delta = 0$ e $\ell = 12z_0$. A curva em azul representa a amplitude do feixe de prova e a curva em preto tracejada representa a do feixe sinal.

Além disso, o gráfico mostra que vários sistemas atômicos com diferentes configurações de λ_R poderão ser utilizados para implementar este efeito, ao invés de ficarmos limitados à estrutura de um átomo alcalino. Podemos trabalhar, por exemplo, com átomos que possuem estados fundamentais não-degenerados. O caso $\lambda_R > 1$ não foi levado em conta porque este regime viola a conservação de energia. Em nosso sistema, a energia associada ao campo E_p será sempre maior ou igual a de E_s porque no máximo metade da energia do feixe de prova é convertida em energia para o feixe sinal. No caso $\lambda_R > 1$, esta condição não é respeitada.

Conclusões e Perspectivas

No decorrer desta tese apresentamos o estudo de EIGs que utilizam essencialmente ondas planas para descrever efeitos de difração em meios atômicos sob a condição de EIT. As grades de fase apresentadas nesta tese, por exemplo, podem difratar luz eficientemente, além de serem implementadas em sistemas com feixes de laser de baixa intensidade. A eficiência de 30% da grade de fase atômica da referência [46], por exemplo, é próxima ao valor de uma grade de fase senoidal ideal; podendo esta eficiência ser aumentada ao levarmos em conta a incidência em ângulo de Bragg ou outras modulações do feixe sinal, como apresentado nesta tese.

No caso em que investigamos a incidência em ângulo de Bragg, as propriedades da grade de fase induzida eletromagneticamente foram analisadas através da teoria de ondas acopladas e foi possível derivar uma expressão analítica para a eficiência de difração da grade. A descrição do nosso sistema trouxe resultados interessantes visto que eficiências de até 80% foram obtidas e a análise da expressão analítica facilitou o entendimento do efeito de grade (de amplitude e fase) induzida no sistema; assim como auxilou na determinação da contribuição da componente de amplitude e de fase. Para o caso em que pequenos desvios com relação ao ângulo de Bragg foram considerados, foi possível perceber que a eficiência de difração decrescia rapidamente devido à alta sensibilidade angular. No entanto, uma solução para esta sensibilidade foi apresentada e maiores períodos da grade devem ser levados em conta para solucionar o problema.

Em uma segunda contribuição teórica, propomos um novo tipo de grade atômica

proveniente de uma modulação do tipo dente de serra que usa a não-linearidade Kerr gigante de um meio atômico sob EIT. A grade é criada ao introduzirmos uma máscara de intensidade no feixe sinal responsável por induzir a não-linearidade da modulação de fase cruzada no feixe de prova ressonante. Eficiências de difração mais altas do feixe de prova, de aproximadamente 100%, foram obtidas ao usarmos campos fracos.

O modelo teórico usado para descrever nossas grades assume três importantes aproximações: os feixes são ondas planas, uma única classe de velocidade foi considerada, e o sistema atômico é um átomo de quatro níveis. Um experimento real usaria feixes gaussianos, o sistema atômico seria uma coleção de muitos sistemas com diferentes classes de velocidades (no caso de uma célula de vapor) e os átomos teriam uma estrutura de níveis de energia complexa consistindo de muitos níveis hiperfinos e subníveis magnéticos. No entanto, o modelo simples empregado neste trabalho está de acordo com os resultados experimentais de um sistema sob a condição de EIT e efeito Kerr gigante [78].

Perspectivas futuras, para o sistema que utiliza uma função dente de serra, incluem a possibilidade de usar máscaras mais sofisticadas no feixe sinal para que manipulações de feixe mais elaboradas, como por exemplo separação e deslocamento do feixe, sejam possíveis; similarmente à referência [48]. Nosso esquema teria a vantagem de permitir a manipulação de feixes a baixos níveis de intensidade. Direcionadores ópticos com feixes fracos é outra aplicação possível, embora seja limitado em velocidade [78].

A terceira e última contribuição teórica foi o estudo de uma grade de coerência máxima em um sistema em configuração duplo Λ . Esta grade atômica combina uma EIG de absorção com uma grade de coerência. Neste caso, enquanto a grade de coerência difrata o feixe de prova ressonante e dá origem ao feixe sinal através do fenômeno de FWM, a EIG modula a transmissão dos feixes de prova e sinal e estes feixes são difratados nesta EIG para as ordens de difração ± 1 . Este tipo de grade, apesar de não apresentar uma eficiência de difração muito alta, é mais versátil do que todas as grades apresentadas na literatura. Nesta etapa do trabalho, uma expressão analítica para a eficiência de difração em primeira ordem foi também extraída. Neste caso, uma eficiência máxima de 25% em ordem zero foi obtida para os feixes de prova e sinal para o caso em que somente a grade de coerência estava presente. Já no caso em que tínhamos um efeito de EIG adicional, uma eficiência de 2,5% em primeira ordem foi obtida; fornecendo assim o valor do efeito de grade combinado. Nestes resultados de grade de coerência, as primeiras ordens de difração de ambos os campos estão superpostas espacialmente, mas elas poderiam ser separadas através do uso de elementos ópticos de polarização (como por exemplo, cubos polarizadores). Além disso, podemos ainda ressaltar que o feixe de prova poderia interagir com a transição $|b\rangle \rightarrow |d\rangle$ ao invés de interagir com a transição $|c\rangle \rightarrow |d\rangle$.

As EIGs descritas na literatura difratam somente um comprimento de onda do feixe de prova ressonante com a transição de EIT. No entanto, nossa EIG difrata simultaneamente dois comprimentos de onda (o do feixe de prova e o do feixe sinal). Uma característica significativa de nossa grade de coerência máxima é que ela poderá difratar um feixe de prova ressonante com qualquer transição de dipolo permitida começando do estado fundamental. Embora, tenhamos analisado o caso particular da estrutura atômica da linha D_1 de um átomo de rubídio, onde os comprimentos de onda dos feixes de prova e sinal são similares, o estado excitado com o qual o estado fundamental está acoplado não precisa se limitar a um estado hiperfino do nível atômico $P_{1/2}$. Então, os feixes de acoplamento poderiam, por exemplo, induzir CPT na linha D_1 , enquanto o feixe de prova estaria acoplado com um estado excitado da linha D_2 . Uma extensão intrigante deste trabalho seria considerar um sistema multi- Λ no qual o estado excitado é substituído por vários níveis eletrônicos. Nesta situação, a grade atômica induzida seria capaz de difratar simultaneamente diversos feixes com comprimentos de onda diferentes.

Além das contribuições teóricas, foi possível trabalhar na implementação de espec-

troscopia de fotoassociação no limite de dissociação em átomos frios de 85 Rb; como apresentado em detalhes no apêndice A. Este sistema está sendo usado em práticas laboratoriais da Universidade Ruprecht-Karls de Heidelberg e pode ser utilizado para outros experimentos, como por exemplo investigação de efeitos de grade de difração induzida. Resultados recentes para átomos frios de ${}^{87}Rb$ foram obtidos com lasers pulsados em um sistema de quatro níveis [65].

Outra contribuição experimental, que é apresentada detalhadamente no apêndice B, foi a montagem e estabilização de um laser Ti-Sa em 423 nm que será utilizado futuramente para a obtenção de uma nova armadilha de ⁴⁰Ca do grupo, na qual espectroscopia de fotoassociação será implementada. Além disso, amostras de átomos frios de ⁴⁰Ca podem ser obtidas neste sistema e alguns estados excitados meta-estáveis do cálcio (${}^{3}P_{1}^{0} \rightarrow {}^{3}P_{2}^{0} \rightarrow {}^{3}S_{1}$) que possuem estrutura Zeeman podem ser explorados num esquema do tipo Λ utilizando lasers de corante circularmente polarizados em 612 nm e 616 nm. Estes níveis podem ser acessados com este laser de corante interagindo com os átomos frios de ⁴⁰Ca e modulações do feixe de acoplamento podem ser utilizadas para a observação de, por exemplo, uma grade de amplitude induzida neste sistema.

Parte III

Apêndices

Apêndice A

Espectroscopia de fotoassociação

Neste apêndice, apresentamos uma das contribuições experimentais desta tese. Os sistemas experimentais que serão descritos nos apêndeies são de interesse porque são fortes candidatos para a implementação de experimentos nos quais efeitos de grade induzida podem ser investigados. Inicialmente, descreveremos o experimento de espectroscopia de fotoassociação próximo ao limite de dissociação implementado em uma amostra de átomos frios de ⁸⁵Rb. No apêndice seguinte, o sistema de laser Ti-Sa com dobramento intracavidade através de um cristal LBO, que poderá ser utilizado para a obtenção de uma amostra fria de cálcio (⁴⁰Ca), será apresentado.

A.1 Espectroscopia de fotoassociação em átomos frios de ⁸⁵Rb

No período do doutorado sanduíche SWE do CNPq, participei de atividades no projeto "Espectroscopia de fotoassociação em átomos frios de ⁸⁵Rb" do grupo de pesquisa do Prof. Matthias Weidemüller (localizado no Instituto de Física da Universidade Ruprecht-Karls de Heidelberg na Alemanha), que tem investigado nos últimos anos, dentre outras linhas de pesquisa, a formação de moléculas heteronucleares (LiCs) através da fotoassociação de um gás atômico ultrafrio [85,86]. O principal objetivo deste trabalho foi o aprofundamento do meu conhecimento em assuntos como resfriamento e aprisionamento de átomos, técnicas de resfriamento e espectroscopia de fotoassociação. Estes tópicos eram de meu interesse porque estava trabalhando no sistema de ⁴⁰Ca do grupo de Laser e Aplicações da Unicamp que tem interesse em estudar espectroscopia de fotoassociação em átomos frios de ⁴⁰Ca. O projeto de pesquisa envolvendo o sistema de rubíbio visava a construção de uma armadilha magneto óptica de ⁸⁵Rb compacta e de fácil manuseio para um laboratório avançado de Física para alunos de graduação. O objetivo do projeto era a montagem de um sistema que englobasse a armadilha e o experimento de fotoassociação. Isso foi feito em duas partes de forma que os estudantes pudessem entender facilmente o experimento e realizar medidas no sistema. Este experimento introduziria os estudantes a tópicos como Física Atômica, Resfriamento a laser e técnicas experimentais que são de extrema importância para a obtenção de amostras de átomos frios.

Nesta seção, descreveremos o trabalho experimental desenvolvido neste grupo, onde participei da remontagem e caracterização de uma compacta armadilha magneto-óptica (MOT, do inglês, Magneto Optical Trap) de ⁸⁵Rb. A caracterização da armadilha (número de átomos e a curva de carregamento da armadilha), assim como, espectroscopia de fotoassociação no limite de dissociação foram implementadas nesta amostra de ⁸⁵Rb, como descreveremos a seguir.

A.1.1 Armadilha magneto-óptica de ⁸⁵Rb

Uma amostra de átomos frios pode ser obtida através de uma armadilha magnetoóptica (MOT, do inglês "Magneto Optical Trapping"). A MOT consiste de um sistema que desacelera os átomos neutros para temperaturas próximas do zero absoluto e os aprisiona em uma determinada região através da utilização de campos magnéticos e lasers circularmente polarizados [87]. Grandes avanços científicos na área de Física Atômica e Óptica Quântica foram obtidos através de estudos de átomos frios e ultrafrios [87]. Na MOT de ⁸⁵Rb em que trabalhei, os átomos eram resfriados por lasers de diodo em configuração Littrow [88–90]. O vapor atômico de Rb produzido continha dois isótopos: 72% de ⁸⁷Rb e 28% de ⁸⁵Rb [91]. Neste sistema, dois lasers em 780 nm (384, 2304 THz) foram usados para a obtenção desta MOT de ⁸⁵Rb. Os princípios básicos do funcionamento de uma MOT estão descritos detalhadamente na referência [87].

Devido à estrutura hiperfina do átomo de ⁸⁵Rb [92–95], foram necessários dois lasers: um laser para a transição de resfriamento $|F = 3, m_F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4, m_F = 4\rangle$ e outro na transição de rebombeio $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_F = 3\rangle$, utilizada para trazer os átomos de volta para o ciclo de resfriamento [88–90], como ilustrado na figura A.1. Os lasers foram estabilizados através da técnica "FM lock" [96,97]. Como pode ser observado na figura A.1, o laser de bombeio é sintonizado exatamente na transição $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_F = 3\rangle$, enquanto que o laser de resfriamento foi sintonizado na ressonância "crossover" entre F' = 2 e F' = 3, e através da passagem dupla deste laser em um modulador acusto-óptico (AOM, do inglês, Acousto-Optical Modulator), a frequência é dessintonizada de 140 MHz [98]. Após a passagem pelo AOM, o laser de resfriamento fica dessintonizado para o vermelho com relação a transição $|F = 3, m_F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4, m_F = 4\rangle$.

Esta armadilha foi carregada, através dos feixes de laser contrapropagantes e circularmente polarizados, a partir de um vapor de fundo de rubídio produzido por um dispensador a uma corrente de aproximadamente 6A- 8A e uma temperatura de 700 K. O sistema de vácuo utilizado no sistema tinha um vácuo de $1,6 \times 10^{-7}$ Pa. As bobinas em configuração anti-Helmholtz produziam um gradiente de campo magnético de 7 G/cm que auxiliava no aprisionamento dos átomos. As intensidades dos feixes de resfriamento e de bombeio eram 2 mW/cm² e 1 mW/cm², respectivamente. Na etapa de caracterização desta armadilha, um fotodetetor (modelo de fabricante OPT 101), si-



Figura A.1: Diagrama de níveis de energia da estrutura hiperfina da transição D_2 do ⁸⁵Rb e os lasers usados na armadilha.

tuado próximo a uma das janelas, foi utilizado para extrair a curva de carregamento da armadilha. (veja figura A.2). Para a obtenção desta curva experimental, bloqueamos temporariamente um dos feixes da MOT ou desligamos e ligamos novamente o campo magnético das bobinas de aprisionamento e detectamos a fluorescência dos átomos. O número de átomos máximo N= 1,3 x 10⁵ foi extraído da curva de carregamento ao levarmos em conta a equação $N = U_{ph}/(\Gamma_{sc}\hbar\omega\Omega_{sol}q_{ph}r)$ onde U_{ph} é a voltagem do fotodetetor, Γ_{sc} a taxa de espalhamento, $\hbar\omega$ a energia do fóton, Ω_{sol} o ângulo sólido, q_{ph} a resposta do fotodetetor e r a resistência de carregamento.

Para este cálculo, a potência irradiada pelos átomos foi relacionada a energia dos fótons que eles emitem. Além disso, a equação $N = N_0(1 - e^{-t/\tau})$ foi utilizada para plotar a curva de crescimento exponencial do número de átomos obtido experimentalmente, onde N₀ é o número de átomos inicial e τ é a taxa de carregamento. Neste sistema, o tempo de carregamento obtido é de 27*s* para um número de átomos de 1,3 x 10⁵ e uma armadilha de aproximadamente 700 μ m.



Figura A.2: Curva de carregamento da armadilha de ⁸⁵Rb obtida a partir da fluorescência dos átomos da MOT.

A.1.2 Sistema de laser para fotoassociação

A etapa seguinte deste experimento consistiu do uso de um laser, chamado "laser PA" ou "laser de fotoassociação", para a implementação de espectroscopia de fotoassociação (PAS do inglês, "Photoassociation Spectroscopy") nesta amostra [99–101]. Nesta etapa, os átomos de ⁸⁵Rb interagem com um laser em 780 nm para produzir moléculas no estado excitado. Espectroscopia de fotoassociação é observada ao mudarmos a frequência do laser em 780 nm e detectarmos o sinal de perda da armadilha proveniente da formação de moléculas. O sinal de perda ocorre devido ao fato dos átomos interagirem com o "laser PA" e originarem moléculas ou átomos quentes que não são mais aprisionados pelos feixes da MOT.

Este laser, em configuração Littrow, não foi estabilizado em frequência devido ao fato de necessitarmos de uma varredura de aproximadamente 20 GHz para a implementação da espectroscopia de fotoassociação na amostra de ⁸⁵Rb. Para a obtenção desta varredura, utilizamos um laser de diodo seguido de um prisma anamórfico (para ajustar o formato circular do feixe), um diodo óptico (para evitar retroalimentação indesejada) e uma cavidade de Fabry Perot de 750 MHz para monitorar a frequência do laser, como ilustrado na figura A.3(a).

A luz foi acoplada em uma fibra através de um telescópio. Um segundo conjunto



Figura A.3: Sistema de laser utilizado na espectroscopia de fotoassociação da amostra de ⁸⁵Rb composto por: laser de diodo, prisma anamórfico (PA), diodo óptico (DO), lentes (f), espelhos (M), espelhos de retroalimetação (M_R), placa de meia onda ($\lambda/2$), cavidade de Fabry Perot (CFP), fibra APC (do inglês, "angle polished connector") e fotodetetores (PD).

de quatro lentes (f) foi utilizado para colimar o feixe na saída da fibra, e focalizá-lo no centro da câmara de vácuo onde se situavam os átomos frios. A cintura do feixe no centro da armadilha era de 100 μ m para que fosse possível termos uma maior interação da luz com os átomos frios [veja figura A.3(a)]. O espelho M_R é chamado de espelho retrorefletor devido ao fato de refletir a luz do "laser PA" de volta para a câmara de vácuo. Desta maneira, esta luz pode interagir novamente com os átomos.

A varredura do laser foi realizada através de método FFWD (do inglês, "Feed-Forward"), o qual permite a varredura da corrente simultaneamente a do piezo da cavidade do laser. Esta varredura evita os saltos de modos ao fazermos varreduras da ordem de 20 GHz. O sistema utilizado era constituído por um gerador de função que produzia uma rampa de 400 mV. Este sinal de rampa variava a fonte de corrente (modelo LDC 210 - Laser Diode Controller 1A) que alimentava o laser, ao mesmo tempo que alimentava o circuito que servia de sinal de entrada para o controlador do piezo (modelo Thorlabs 3-axis Piezo Controller MDT693). O circuito amplificador que desenvolvemos para realizar esta varredura de frequência entre 384,2065 THz e 384,2235 THz está ilustrado na figura A.4.



Figura A.4: Circuito utilizado para implementação da varredura do laser de fotoassociação através do método FFWD.

A.1.3 Resultados e discussões

No experimento de espectroscopia de fotoassociação, o "laser PA" interagiu com a amostra de átomos frios a uma taxa de varredura de 1 mHz. Na primeira medida, um feixe laser de 14 mW, com uma cintura de 100 μ m no centro da armadilha e uma varredura de 17 GHz entre 384,2065 THz - 384,2235 THz foi utilizado. Este resultado mostrou um decréscimo no sinal da fluorescência da MOT. Os sinais detectados são a fluorescência dos átomos e a transmissão da cavidade de Fabry-Perot como mostra a figura A.5(a). O passo seguinte foi realizar a medida anterior sem o feixe de retroalimentação. Neste caso, observamos que a redução da fluorescência obtida anteriormente desaparece (veja figura A.5 (b)). Concluímos que isso se deve ao fato deste feixe apresentar melhor alinhamento com relação aos átomos. Além disso, esta sensibilidade do experimento ao alinhamento mostrou a importância da focalização do feixe para a realização da espectroscopia de fotoassociação no sistema.



Figura A.5: (a) Curvas da fluorescência provenientes dos átomos da armadilha. A curva em amarelo escuro é obtida quando o "laser PA" não interage com os átomos, a curva em azul mostra a redução da fluorescência na presença do "laser PA" e a curva em rosa escuro apresenta o sinal transmitido pela cavidade de Fabry-Perot que é usado para a calibração em frequência dos espectros de PAS e (b) Mesma medida do item (a) para o caso em que o espelho M_R não é considerado no experimento.

Na última medida realizada, os mesmos valores empregados na medida anterior foram usados, no entanto, a taxa da varredura era de 0,5 mHz [veja figura A.6]. Este resultado mostrou também uma redução do sinal de fluorescência quando o feixe retrorefletido interagia no sistema e o desaparecimento do sinal ao bloquearmos o mesmo, similarmente ao resultado da figura A.5.

Estes resultados podem ser comparados àqueles observados em 85 Rb alguns anos atrás, onde muitas outras ressonâncias foram observadas em 85 Rb e 87 Rb [102–104]. Portanto, o trabalho desenvolvido no grupo de pesquisa de Dinâmica Quântica de Sistemas Atômicos e Moleculares foi muito proveitoso para o meu projeto de doutorado porque tive a oportunidade de adquirir experiência em aprisionamento e resfriamento de átomos de ^{85}Rb , estabilização de lasers, caracterização de uma armadilha magnetoóptica e implementação e detecção de PAS em uma amostra de átomos frios.

Os resultados de espectroscopia de fotoassociação ilustrados nesta tese foram as



Figura A.6: (a) Curvas da fluorescência provenientes dos átomos da armadilha. A curva em amarelo escuro é obtida quando o "laser PA" não interage com os átomos, a curva em azul mostra a redução da fluorescência na presença do "laser PA" e a curva em rosa escuro apresenta o sinal transmitido que é usado para a calibração em frequência dos espectros de PAS e (b) Mesma medida do item (a) para o caso em que o espelho M_R não é considerado no experimento.

primeiras medidas realizadas no sistema e por isso os detalhes dos níveis moleculares não são apresentados.

Apêndice B

Optimização de um sistema de laser com dobramento de frequência intracavidade

No decorrer deste apêndice descreveremos a fonte de laser de Ti-Sa com dobramento de frequência intracavidade que desenvolvemos. Fontes de laser na região visível para comprimentos de onda de $\lambda \approx 420$ nm têm sido desenvolvidas nos últimos anos devido à falta de lasers comerciais neste comprimento de onda. Este é um dos motivos que fez com que surgissem diversos sistemas de laser nesta região do espectro, além da importância destes lasers para estudos de resfriamento e aprisionamento, assim como espectroscopia, em átomos como o de cálcio (⁴⁰Ca) e o de itérbio (Yb) [87]. A motivação deste trabalho foi a possibilidade de utilizar esta fonte de luz em 423 nm para aprisionar e resfriar átomos de ⁴⁰Ca, elemento este que vem sendo investigado pelo grupo nos últimos anos [105–108].

B.1 Sistema de laser

Neste grupo de pesquisa, trabalhou-se por muitos anos com o cristal de Niobato de Potássio KNbO₃ para gerar azul através de geração de segundo harmônico em uma cavidade externa [109]. No entanto, devido ao efeito BLIIRA (Blue-Light-Induced Infrared Absorption), que consiste numa maior absorção do infravermelho na presença de grandes intensidades de azul, começou-se a trabalhar com outros cristais, como por exemplo, o Tribrometo de Bismuto (BiB₃O₆), também conhecido como BiBO [110]. Entre as boas características deste cristal, podemos mencionar sua larga janela de transparência de 286 nm a 2500 nm e seu coeficiente de conversão superior ao dos cristais Triborato de Lítio (LiB₃O₅) e Borato de Bário Beta (BaB₂O₄), conhecidos como LBO e BBO, respectivamente. Além disso, o BiBO tem uma qualidade óptica superior em relação a esses cristais, o que é também de suma importância quando o cristal é utilizado dentro de uma cavidade óptica.

No sistema de laser desta seção, a geração de segundo harmônico [1] é realizada em uma configuração intracavidade, ou seja, além do cristal de Ti:Safira inserimos o cristal duplicador de frequência na cavidade óptica. Neste laser, temos uma configuração um pouco diferente da que era utilizada, devido ao fato de não termos a cavidade externa. Ao levarmos em conta a duplicação intracavidade temos uma vantagem devido ao aproveitamento de grande quantidade de infravermelho que é produzido na cavidade, porém a luz convertida em azul é "vista" como perdas para a produção do laser de infravermelho, o que acarreta em instabilidades no sistema. O laser com BiBO construído por um pós-doc do grupo forneceu potências altas, mas a flutuação da potência de saída era muito considerável [110]. Então, decidimos substituir este cristal por cristais como o BBO e o LBO. Inicialmente, utilizamos um cristal BBO que apresentou menores flutuações da potência de saída, no entanto, a potência de saída era da ordem de 50 mW. Por fim, decidimos trocar o BBO por um cristal LBO com o intuito de melhorar ainda mais a estabilidade do sistema e aumentar a potência de saída e obtivemos um bom resultado, como apresentaremos a seguir.

Na versão atual do laser, os meios de ganho são um cristal de safira dopado com titânio e um cristal LBO. O laser de bombeio utilizado é um laser VERDI da Coherent de 5 Watts em 532 nm e a cavidade utilizada para gerar a fonte de laser azul é do tipo anel, composta por seis espelhos, como está esquematizado na figura B.1. Uma cavidade em anel é utilizada para a produção de mais potência em uma única direção, e evitar o efeito de *"hole burning spacial"* que prejudica a oscilação em única frequência em cavidades lineares [111]. Para estabelecer um único sentido de propagação e possibilitar o controle da sintonia em frequência, alguns componentes ópticos são inseridos na cavidade do laser [2, 111]. Estes componentes são: um diodo óptico, um filtro birrefringente e um etalon fino.



Figura B.1: Esquema do sistema de laser com duplicação de frequência intracavidade através de um cristal Ti-Sa e LBO, onde FB é o filtro birrefringente, DO é o diodo óptico, L as lentes e EF o etalon fino. Além da cavidade do laser, é possível observar o sistema de estabilização formado pela cavidade de Fabry-Perot (CFP) com FSR (Free Spectral Range) de 750 MHz, pelo fotodetetor (PD) e pelo sistema de realimentação que envia um sinal de erro para um transdutor piezo-elétrico (PZT) fixo em um dos espelhos planos da cavidade.

B.2 Sistema de estabilização em frequência

Um sistema de estabilização do laser baseado no método de modulação em frequência [96,97] foi implementado. Neste sistema, a frequência do laser foi modulada a uma frequência bem menor do que a largura de banda da ressonância (poucos KHz). Isto foi feito, através de um PZT que controla o movimento do etalon fino da cavidade do laser. Quando o laser foi sintonizado ao longo da ressonância, esta modulação em frequência foi transformada em modulação em intensidade, que pôde então ser detectada por um fotodetector. A fase desta modulação varia ao longo da ressonância, sendo positiva ou negativa, próximo a ressonância, e zero no centro da linha. Esta variação de fase foi então medida por um dispositivo sensível à fase (lock-in) e transformada em sinal de erro dispersivo com valor zero no centro da ressonância. O sinal de erro produzido alimentou o galvanômetro que controla o conjunto PZT e etalon fino fazendo com que o laser ficasse estável e não houvessem saltos de modo. Além dessa estabilização, usamos a transmissão de uma cavidade de Fabry-Perot de 750 MHz (método Side-off-Fringe) para gerar um sinal de erro [112] e fazer a sintonia fina do laser, por meio do posicionamento preciso de um dos espelhos planos da cavidade (*tweeter*) sobre um PZT. Este sistema mostrou-se estável por um longo período de tempo (horas), o que mostrou que poderia ser utilizado nos experimentos de átomos frios de ⁴⁰Ca onde a largura da transição de resfriamento ${}^1S_0(4s^2){\rightarrow}{}^1P_1(4s4p)$ é de 34 MHz. A curva de potência de saída do laser azul em função da potência de bombeio está ilustrada na figura B.2 e, como pode ser visto, potências de 100 mW foram obtidas com este sistema.

Portanto, construímos uma fonte de laser azul com dobramento de frequência intracavidade que forneceu o dobro de potência do laser utilizado anteriormente no grupo para a obtenção de uma amostra de átomos frios de ⁴⁰Ca [106,107]. Esta fonte poderá ser utilizada para estudos como espectroscopia de fotoassociação e resfriamento de dois fótons, que são experimentos que interessam este grupo de pesquisa [87,106,113].



Figura B.2: Gráfico da potência de saída do laser com duplicação em frequência intracavidade (423 nm) em função da potência do laser de bombeio VERDI em 532nm.
Bibliografia

- P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters and G. W. Weinreigh. "Generation of optical harmonics". Phys. Rev. Lett. 7, 118 (1961).
- [2] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. "Fundamentals of Photonics". 2ed Wiley-Interscience (2007).
- [3] E. Arimondo. "Coherent population trapping in laser spectroscopy", volume XXXV. Progress in Optics, Elsevier Science, Amsterdam, Emil Wolf (1996).
- [4] M. Fleischhauer, A. Imamoglu and J. P. Marangos. "Electromagnetically Induced Transparency: Optics in coherent media". Rev. Mod. Phys. 77, 633 (2005).
- [5] S. E. Harris. "Electromagnetically Induced Transparency". Phys. Today 50, 36 (1997).
- [6] J. P. Marangos. "Topical Review: Electromagnetically Induced Transparency".
 J. Mod. Opt. 45, 471 (1998).
- [7] A. Kuzmich, W. P. Bower, A. D. Boozer, A. Boca, C. W. Chou, L. M. Duan and H. J. Kimble. "Generation of nonclassical photon pairs for scalable quantum communication with atomic ensembles". Nature 423, 731 (2003).
- [8] C. H. van der Wal, M. D. Eisaman, A. Andre, R. L. Walsworth, D. F. Phillips,
 A. S. Zibrov and M. D. Lukin. "Atomic memory for correlated photon states". Science 301, 196 (2003).

- [9] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi and G. Orriols. "An Experimental Method for the Observation of R. F. Transitions and Laser Beat Resonances in Oriented Na Vapor". IL Nuovo Cimento B 36, 5 (1976).
- [10] H. R. Gray, R. M. Whitley and C. R. Stroud Jr. "Coherent Trapping of atomic populations". Opt. Lett. 3, 218 (1978).
- [11] R. M. Whitley and C. R. Stroud Jr. "Double Optical Resonance". Phys. Rev. A 14, 1498 (1976).
- [12] E. Arimondo and G. Orriols. "Non-absorbing atomic coherences by coherent 2-photon transitions in a 3-level optical - pumping". Lett. Nuovo Cimento 17, 333 (1976).
- [13] O. A. Kocharovskaya and Y. I. Khannin. "Coherent Amplification of an ultrashort pulse in a 3-level medium without a population - inversion". JETP Lett. 48, 630 (1988).
- [14] S. E. Harris. "Lasers without Inversion: Interference of Lifetime-Broadened Ressonances". Phys. Rev. Lett. 62, 1033 (1989).
- [15] S. E. Harris, J. E. Field and A. Imamoglu. "Nonlinear Optical Processes Using Electromagnetically Induced Transparency". Phys. Rev. Lett. 64, 1107 (1990).
- [16] L. V. Hau et al. "Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas". Nature 397, 594 (1999).
- [17] D. F. Phillips et al. "Storage of light in Atomic Vapor". Phys. Rev. Lett. 86, 783 (2001).
- [18] A. M. Akulshin, A. Lezama, A. I. Sidorov, R. J. McLean and P. Hannaford. "Storage of light in an atomic medium using electromagnetically induced absorption". J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 38, 375 (2005).

- [19] A. Imamoglu and S. E. Harris. "Lasers without inversion : interference of dressed lifetime-broadened states". Opt. Lett. 14, 1344 (1989).
- [20] H. Kang. and Y. Zhu. "Observation of Large Kerr Nonlinearity at Low Light Intensities". Phys. Rev. Lett. 91, 093601 (2003).
- [21] H. Schimidt and A. Imamoglu. "Giant Kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency". Opt. Lett. 21, 1936 (1996).
- [22] M. O. Scully and M. Fleischhauer. "High-Sensitivity Magnetometer Based on Index-Enhanced Media". Phys. Rev. Lett. 69, 1360 (1992).
- [23] M. Stahler, S. Knappe, C. Affolderbach, W. Kemp and R. Wynands. "Picotesla magnetometry with coherent dark states". Europhys. Lett. 54, 323 (2001).
- [24] R. Fischer, O. Firstenberg, M. Shuker and A. Ron. "Atomic magnetometry with maximally polarized states". Opt. Express. 17, 16776 (2009).
- [25] A. Javan, O. Kocharovskaya, H. Lee and M. O. Scully. "Narrowing of electromagnetically induced transparency resonance in a Doppler-broadened medium". Phys. Rev. A 66, 1 (2002).
- [26] A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin and V. I. Yudin. "Influence of atomic motion on the shape of the two-photon resonance in gas". JETP Letters 72, 119 (2000).
- [27] A. M. Akulshin, A. A. Celikov and V. L. Velichansky. "Subnatural absorption resonances on the D₁ line of rubidium induced by coherent population trapping". Opt. Commun. 84, 139 (1991).
- M. D. Luckin, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, H. G. Robinson, V. L. Velichansky,
 L. Hollberg and M. O. Scully. "Spectroscopy in dense coherent media : Line narrowing and interference effects". Phys. Rev. Lett. 79, 2959 (1997).

- [29] M. Erhard and H. Helm. "Buffer-gas effects on dark resonances: Theory and experiments". Phys. Rev. A 63, 043813 (2001).
- [30] C. Y. Ye and A. S. Zibrov. "Width of the electromagnetically induced transparency resonance in atomic vapor". Phys. Rev. A 65, 023806 (2002).
- [31] P. R. S. de Carvalho. "Dependência angular de uma ressonância de transparência induzida eletromagneticamente em vapor atômico". Dissertação de Mestado, Departamento de Física, UFPE - Brasil (2004).
- [32] F. B. M. dos Santos. "Dependência angular de uma ressonância de transparência induzida eletromagneticamente: Aplicação à velocimetria de átomos frios". Dissertação de Mestado, Departamento de Física, UFPE - Brasil (2005).
- [33] P. R. S. Carvalho, L. E. E. Araújo and J. W. R. Tabosa. "Angular dependence of an electromagnetically induced transparency resonance in a Doppler-broadened atomic vapor". Phys. Rev. A 70, 063818 (2004).
- [34] F. B. M. Santos and J. W. R. Tabosa. "Application of electromagnetically induced transparency for cold-atom velocimetry". Phys. Rev. A 73, 023422 (2006).
- [35] B. Ham, P. Hemmer and M. Shahriar. "Efficient electromagnetically induced transparency in a rare-earth doped crystal". Opt. Commun. 144, 227 (1997).
- [36] M. A. Nielsen and I. L. Chuang. "Quantum Computation and Quantum Information". Cambridge, Cambridge University Press (2000).
- [37] S. P. Tewari and G. S. Agarwal. "Control of Phase Matching and Nonlinear Generation in Dense Media by Resonant Fields". Phys. Rev. Lett. 56, 1811 (1986).

- [38] K. Hakuta, L. Marmet and B. P. Stoicheff. "Electric-Field-Induced Second-Harmonic Generation with Reduced Absorption in Atomic Hydrogen". Phys. Rev. Lett. 66, 596 (1991).
- [39] P. R. Hemmer, D. P. Katz, J. Donoghue, M. C. Golumb, M. S. Shahriar and P. Kumar. "Efficient low-intensity optical phase conjugation based on coherent population trapping in sodium". Opt. Lett. 20, 982 (1995).
- [40] H. Y. Ling, Y. Q. Li and M. Xiao. "Electromagnetically Induced Grating: Homogeneously broadened medium". Phys. Rev. A 57, 1338 (1998).
- [41] B. K. Dutta and P. K. Mahapatra. "Electromagnetically induced grating in a three-level E-type system driven by a strong standing wave pump and weak probe fields". J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 39, 1145 (2006).
- [42] M. Mitsunaga and N. Imoto. "Observation of an electromagnetically induced grating in cold sodium atoms". Phys. Rev. A 59, 4773 (1999).
- [43] G. C. Cardoso and J. W. R. Tabosa. "Electromagnetically induced gratings in a degenerate open two-level system". Phys. Rev. A 65, 033803 (2002).
- [44] A. W. Brown and M. Xiao. "All-optical switching and routing based on an electromagnetically induced absorption grating". Opt.Lett. 30, 699 (2005).
- [45] J. W. Goodman. "Introduction to Fourier Optics". McGraw-Hill, New York (1968).
- [46] Luís E. E. de Araujo. "Electromagnetically induced phase grating". Opt. Lett. 35, 977 (2010).
- [47] Z. H. Xiao, S. G. Shin and K. Kim. "An electromagnetically induced grating by microwave modulation". J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 43, 161004 (2010).

- [48] L. Zhao, W. Duan and S. F. Yelin. "All-optical beam control with high speed using image-induced blazed gratings in coherent media". Phys. Rev. A 82, 013809 (2010).
- [49] D. Moretti, D. Felinto, J. W. R. Tabosa and A. Lezama. "Dynamics of a stored Zeeman coherence grating in an external magnetic field". J. Phys. B 43, 115502 (2010).
- [50] Y. Li and M. Xiao. "Enhancement of nondegenerate four-wave mixing based on electromagnetically induced transparency in rubidium atoms". Opt. Lett. 21, 1064 (1996).
- [51] M. G. Payne and L. Deng. "Consequences of induced transparency in a double-Λ scheme: Destructive interference in four-wave mixing". Phys. Rev. A 65, 063806 (2002).
- [52] L. Deng and M. G. Payne. "Three-photon destructive interference in utraslowpropagation-enhanced four-wave mixing". Phys. Rev. A 68, 051801R, (2003).
- [53] H. Kang, G. Hernandez and Y. Zhu. "Resonant four-wave mixing with slow light". Phys. Rev. A 70, 061804R (2004).
- [54] Y. Wu and X. Yang. "Highly efficient four-wave mixing in double-Λ system in ultraslow propagation regime". Phys. Rev. A 70, 053818 (2004).
- [55] H. Kang, G. Hernandez, J. Zhang and Y. Zhu. "Backward four-wave mixing in a four-level medium with electromagnetically induced transparency". J. Opt. Soc. Am. B 23, 718 (2006).
- [56] B. S. Ham, M. S. Shahriar and P. R. Hemmer. "Enhanced nondegenerate fourwave mixing owing to electromagnetically induced transparency in a spectral hole-burning crystal". Opt. Lett. 22, 1138 (1997).

- [57] D. Felinto, D. Moretti, R. A. de Oliveira and J. W. R. Tabosa. "Delayed fourand six-wave mixing in a coherently prepared atomic ensemble". Opt. Lett. 35, 3937 (2010).
- [58] D. Moretti, D. Felinto and J. W. R. Tabosa. "Collapses and revivals of stored orbital angular momentum of light in a cold-atom ensemble". Phys. Rev. A 79, 023825 (2009).
- [59] D. Moretti, D. Felinto and J. W. R. Tabosa. "Pulse pair generation from coherently prepared atomic ensembles". Eur. Phys. J. D. 60, 373 (2010).
- [60] X. M. Su and B. S. Ham. "Dynamic control of the photonic band gap using quantum coherence". Phys. Rev. A 71, 013821 (2005).
- [61] S. Kuang, R. Wan, J. Kou, Y. Jiang and J. Gao. "Tunable double photonic bandgaps in a homogeneous atomic medium". J. Opt. Soc. Am. B 27, 1518 (2010).
- [62] M. Bajcsy, A. S. Zibrov and M. D. Lukin. "Stationary pulses of light in an atomic medium". Nature 426, 638 (2003).
- [63] M. Mitsunaga, M. Yamashita, M. Koashi and N. Imoto. "Temperature diagnostics for cold sodium atoms by transient four wave mixing". Opt. Lett. 23, 840 (1998).
- [64] J. W. R. Tabosa, A Lezama and G. C. Cardoso. "Transient Bragg diffraction by a transferred population grating: application for cold atoms velocimetry". Opt. Commun. 165, 59 (1999).
- [65] H. Y. Lo et. al. "Electromagnetically induced transparency based cross phase modulation at attojoule levels". Phys. Rev. A 83, 041804(R) (2011).

- [66] A. Schilke, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille and W. Guerin. "Photonic Band Gaps in One-Dimensionally Ordered Cold Atomic Vapors". Phys. Rev. Lett. 106, 223903 (2011).
- [67] S. Slama et. al. "Multiple reflections and diffuse scattering in Bragg scattering at optical lattices". Phys. Rev. A 73, 023424 (2006).
- [68] S. A. Carvalho. "Transparência Induzida Eletromagneticamente em vapor atômico de cálcio". Dissertação de Mestado, IFGW/UNICAMP, Departamento de Eletrônica Quântica (2006).
- [69] M. O. Scully and M. S. Zubairy. "Quantum optics". Cambridge, Cambridge University Press (1997).
- [70] A. Lambrecht, J. M. Courty, S. Reynaud and E. Giacobino. "Cold atoms: A new medium for quantum optics". Appl. Phys. B 60, 129 (1995).
- [71] W. R. Klein and B. D. Cook. "Unified approach to ultrasonic light diffraction". Trans. Sonics Ultrason. SU14, 123 (1967).
- [72] K. J. Boller, A. Imamoglu and S. E. Harris. "Observation of Electromagnetically Induced Transparency". Phys. Rev. Lett. 66, 2593 (1991).
- [73] S. A. Carvalho and L. E. E. de Araujo. "Electromagnetically-induced phase grating: A coupled-wave theory analysis". Opt. Express. 19, 1936 (2011).
- [74] H. Kogelnik. "Coupled wave theory for thick hologram gratings". Bell Syst. Tech. J. 48, 2909 (1969).
- [75] W. Ketterle, K. B. Davis, M.A. Joffe, A. Martin and D. E. Pritchard. "High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap". Phys. Rev. Lett. 70, 2253 (1993).

- [76] S. Magkiriadou, D. Patterson, T. Nicolas and J. M. Doyle. "Cold, Optically Dense Gases of Atomic Rubidium". New J. Phys. 13, 023012 (2011).
- [77] S. A. Carvalho and L. E. E. de Araujo. "Electromagnetically-induced blazed grating at low light levels". Phys. Rev. A 83, 053825 (2011).
- [78] M. V. Pack, R. M. Camacho and J. C. Howell. "Transients of the electromagnetically-induced-transparency-enhanced refractive Kerr nonlinearity". Phys. Rev. A 76, 033835 (2007).
- [79] N. Davidson, R. Duer, A. A. Friesem and E. Hasman. "Blazed holographic gratings for polychromatic and multidirectional incidence light". J. Opt. Soc. Am. A 9, 1196 (1992).
- [80] A. Kasapi, M. Jain, G. Y. Yin and S. E. Harris. "Electromagnetically Induced Transparency: Propagation Dynamics". Phys. Rev. Lett. 74, 2447 (1995).
- [81] S. A. Carvalho and L. E. E. de Araujo. "Electromagnetically induced grating with maximum atomic coherence". Phys. Rev. A (aceito/2011).
- [82] M. Jain, H. Xia, G. Y. Yin, A. J. Merriam and S. E. Harris. "Efficient Nonlinear Frequency Conversion with Maximal Atomic Coherence". Phys. Rev. Lett. 77, 4326 (1996).
- [83] B. Lü, W. H. Burkett and M. Xiao. "Nondegenerate four-wave mixing in a double-L system under the influence of coherent population trapping". Opt. Lett. 23, 804 (1998).
- [84] A. J. Merriam, S. J. Sharpe, M. Shverdin, D. Manuszak, G. Y. Yin and S. E. Harris. "Efficient Nonlinear Frequency Conversion in an All-Resonant Double-Lambda System". Phys. Rev. Lett. 84, 5308 (2000).

- [85] D. Wang et al. "Photoassociative Production and Trapping of Ultracold KRb Molecules". Phys. Rev. Lett. 93, 243005 (2004).
- [86] J. Sage et al. "Optical formation of ultracold polar molecules". Phys. Rev. Lett. 94, 203001 (2005).
- [87] H. J. Metcalf and P. van der Stranten. "Laser Cooling and Trapping". Springer-Verlag New York (1999).
- [88] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch. "A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics". Opt. Comm. 117, 541 (1995).
- [89] A. S. Arnaldo et. al. "A simple extended-cavity diode laser". Rev. Sci. Instrum.69, 1236 (1998).
- [90] C. J. Hawthorn, K. P. Weber and R. E. Scholten. "Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam". Rev. Sci. Instrum. 72, 4477 (2001).
- [91] D.A. Steck. "Rubidium 85 D Line Data". University of Oregon (2009).
- [92] P. Krüger, A. Haase, S. Schneider, A. Kasper and L. D. Pietra. "Experiment F20 - Magnetooptical Trap". Technical report, Universität Heidelberg (2004).
- [93] Deninger et. al. "Rubidium spectroscopy with 778-780 nm distributed feedback laser diodes" volume 1, page 5722. SPIE-Toptica Photonics (2005).
- [94] D. W. Preston. "Doppler Free Saturated Absorption: Laser Spectroscopy". Am. J. Phys. 64, 11 (1996).
- [95] W. Salzmann. "Photoassociation and coherent control of ultracold molecules by femtosecond pulses". PhD thesis, University of Freiburg, Freiburg (2008).

- [96] G. C. Bjorklund. "Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions". Opt. Lett. 5, 15 (1980).
- [97] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth and C. Ortiz. "Frequency Modulation (FM) Spectroscopy: Theory of Lineshapes and Signal-to-Noise Analysis". Appl. Phys. B 32, 145 (1983).
- [98] E.A. Donley, T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw and S. R. Jefferts. "Doublepass acousto-optic modulator system". Rev. Sci. Instrum. 76, 063112 (2005).
- [99] P. D. Lett., P. S. Julienne and W. D. Phillips. "Photoassociative Spectroscopy of laser-cooled atoms". Annu. Rev. Phys. Chem. 46, 423 (1995).
- [100] J. Weiner et. al. "Experiments and theory in cold and ultracold collisions". Rev. Mod. Phys. 71, 1 (1999).
- [101] Jones et. al. "Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering". Rev. of Mod. Phys. 78, 2 (2006).
- [102] J. D. Miller, R. A. Cline and D. J. Heinzen. "Photoassociation Spectrum of Ultracold Rb Atoms". Phys. Rev. Lett. 71, 2204 (1993).
- [103] Kemmann et. al. "Near-threshold photoassociation of ⁸⁷Rb₂". Phys. Rev. A 69, 022715 (2004).
- [104] D. Leonhardt and J. Weiner. "Direct two-color photoassociative ionization in a rubidium magneto- optic trap". Phys. Rev. A 52, R4332 (1995).
- [105] R. L. Cavasso et al. "Laser spectroscopy of calcium in hollow-cathode discharges". J. Opt. Soc. Am. B 18, 1922 (2001).
- [106] R. L. Cavasso Filho. "Desenvolvimento de fontes de laser, espectroscopia de alta resolução e resfriamento e aprisionamento magneto-óptico de átomos de Cálcio". Tese de doutorado, Instituto de Física Gleb Wataghin, Unicamp-Brasil, (2002).

- [107] G. Woehl Jr, G. A. Garcia, F. C. Cruz, D. Pereira and A. Scalabrin. "Deceleration of a Calcium Atomic Beam with a Frequency-Doubled Diode Laser". Applied Optics 38, 2540 (1999).
- [108] L. E. E. Araujo, S. A. Carvalho, L. S. Cruz, A. A. Soares, A. Mirage, D. Pereira and F. C. Cruz. "Optogalvanic detection of velocity-selective optical pumping in an open, cascade atomic medium". Opt. Commun. 281, 626 (2008).
- [109] H. J. Onisto, R. L. Cavasso-Filho, A. Scalabrin, D. Pereira and F. C. Cruz. "Frequency doubled and stabilized all-solid-state Ti:sapphire lasers". Opt. Engineering 41, 1122 (2002).
- [110] L. S. Cruz and F. C. Cruz. "External power-enhancement cavity versus intracavity frequency doubling of Ti:sapphire lasers using BIBO". Opt. Express 15, 11913 (2007).
- [111] W. Demtröder. "Laser Spectroscopy: Basic Concepts and Instrumentation". New York, Springer-Verlag (1996).
- [112] M. W. Hamilton. "An introduction to stabilized lasers". Contemporary Physics 30, 21 (1989).
- [113] W. C. Magno, R. L. C. Filho and F. C. Cruz. "Two-photon Doppler cooling of alkaline-earth-metal and ytterbium atoms". Phys. Rev. A 67, 043407 (2003).