

Fenomenologia de neutrinos atmosféricos

Diego Rossi Gratieri

Orientador: Prof. Orlando L. G. Peres

Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP

10 de abril de 2006

GURI

*Das roupas velhas do pai queria que a mãe fizesse
Uma mala de garupa e uma bombacha e me desse
Queria boinas e alpargatas e um cachorro companheiro
Pra me ajudar a botar as vacas no meu petiço sogueiro*

*Hei de ter uma tabuada e o meu livro queres ler
Vou aprender a fazer contas e algum bilhete escrever
Pra que a filha do seu Bento saiba que ela é meu bem querer
E se não for por escrito eu não me animo a dizer*

*Quero gaita de oito baixos pra ver o ronco que sai
Botas feitio do Alegrete e esporas do Ibirocai
Lenço vermelho e guaiaca compradas lá no Uruguai
Que é pra que digam quando eu passe sai igualzito ao pai*

*E se Deus não achar muito tanta coisa que eu pedi
Não deixe que eu me separe deste rancho onde nasci
Nem me desperte tão cedo do meu sonho de guri
E de lambuja permita que eu nunca saia daqui*

Cezar Passarinho

Agradecimentos

Aos meus pais Narcizo Gratieri e Reni Inês Rossi, pelo apoio incondicional que recebi, pela educação rígida, e pelo sacrifício que sempre fizeram para que eu pudesse estudar.

A minha namorada Danuce Marcele Dudek, por tudo de bom que já passamos juntos e pelo que podemos vir a construir.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

Aos professores, amigos e colegas que de alguma forma contribuíram e contribuem para a minha formação de físico tanto da UNICAMP como da Federal de Pelotas, em especial ao Dr. Prof. Victor Paulo Barros Gonçalves, bom amigo e orientador de iniciação.

E é claro, ao meu orientador, Dr. Prof. Orlando Luis Goulart Peres, pela cobrança, pelo incentivo, pela paciência, pela amizade, e por tudo o que aprendi durante os dois anos que pude trabalhar em sua companhia na realização desta dissertação de mestrado.

Resumo

Neste trabalho buscamos entender o fenômeno de oscilações de neutrinos e como exemplo tentamos descrever os dados dos neutrinos atmosféricos. Nossa motivação principal é descrever o excesso de eventos do tipo neutrino eletrônico encontrado nos dados do detector SuperKamiokande (SK) a baixas energias quando comparados com o formalismo de oscilação de sabores de neutrinos em duas gerações, o qual resolve o problema da assimetria *up-down* para os neutrinos atmosféricos do tipo muônico. Para isso generalizamos o modelo de oscilação de sabores para três gerações de neutrinos, abrindo dessa forma a possibilidade de oscilação entre o neutrino eletrônico e os demais sabores. Obtemos uma solução semi analítica para o problema nos valendo dos limites impostos pela fenomenologia de neutrinos para os parâmetros de oscilação, diferenças quadráticas de massas e ângulos de mistura. Além disso levamos em conta os efeitos de matéria atuando sobre o neutrino eletrônico quando este cruza o interior terrestre e tem seu padrão de oscilação alterado.

Palavras Chave: neutrinos massivos,

Área de conhecimento: 1.05.03.00-5, 1.05.03.03-0

Abstract

In this work we try to understand the phenomena of neutrino oscillations, and use this to describe more precisely the atmospheric neutrino data. Our main motivation is to describe the excess of events of electron-neutrino type found in the SuperKamiokande results at low energies when compared with the predictions of the two-generation neutrino oscillation which solves the problem of the up-down muon neutrino asymmetry very successfully. To do this we generalize the oscillation model from two to three neutrino flavors, opening the possibility of oscillation between the electron neutrino type and the others. Then we obtain a semi-analytic solution of the three flavors problem using the neutrino phenomenological limits on oscillation parameters, squared masses differences and mixing angles. We also take into account matter effects on the electronic neutrino when it crosses the Earth and has its oscillation pattern changed.

Keywords: massive neutrinos,

PACS:

14.60.Pq neutrino mass and mixing

Sumário

Introdução	1
1 Neutrinos atmosféricos	4
1.1 O fluxo de neutrinos atmosféricos	9
1.2 Características do fluxo e RC's primários	11
1.3 Simulação do fluxo de neutrinos atmosféricos	12
1.4 O problema dos neutrinos atmosféricos	13
1.5 Resultados de SuperKamiokande	16
2 Oscilação de sabores induzida por massa	23
2.1 Oscilação no vácuo	23
2.1.1 Oscilação de sabores em duas gerações de neutrinos	28
2.2 Efeitos de matéria	31
2.2.1 Alterações nas propriedades intrínsecas do neutrino	40
3 Generalização do modelo para três gerações	46
3.1 Sub-sistema 2×2	52
3.2 O sistema 3×3	58
3.3 Relevância Experimental	69
4 Conclusões	75
A A interação eletrofraca	77

A.1 O lagrangiano de interação	80
B Fórmulas matemáticas	84

Lista de Figuras

1.1	Representação de uma possível configuração para um chuveiro de RC na atmosfera mostrando as principais fases de sua evolução e o detector SK[1], tendo como fonte o site http://hep.bu.edu/superk/atmnu/	5
1.2	Figura retirada do site http://www.pheno.info/hottopics/neutrinoshavemass/ , a qual representa neutrinos produzidos em toda a atmosfera atingindo SK[1].	7
1.3	Distância percorrida pelo neutrino produzido na atmosfera terrestre até atingir o experimento SK em função de θ_z	9
1.4	Perfil de densidade terrestre, ρ dada em g/cm^3 , em função da distância radial ao centro da Terra, $d0$. Com relação à variação de densidade, podemos identificar a priori três regiões principais, $0 < d0 < 1000$ km, $1000\text{km} < d0 < 3500$ km, e $3500 < d0 < 6731$ km, sendo que na transição entre elas ocorrem as maiores discontinuidades no perfil de densidade.	10
1.5	Perfil de densidade eletrônica ρ_e sentida pelo neutrino eletrônico ao atravessar as diferentes regiões do interior terrestre, em função da distância percorrida L , para diferentes valores de θ_z	11
1.6	Resultados das simulações computacionais de Honda et al. (2004) [3], para o perfil zenital do fluxo de neutrinos atmosféricos para os diferentes sabores de neutrinos, para três intervalos de energia, da esquerda para a direita, $0, 1 \text{ GeV} < E_\nu < 0, 32 \text{ GeV}$, $0, 32 \text{ GeV} < E_\nu < 1 \text{ GeV}$, e $1 \text{ GeV} < E_\nu < 3, 2 \text{ GeV}$, durante o período de máxima atividade solar.	14

1.7	Os resultados de SuperKamiokande [20] (pontos) para o número de eventos de neutrinos atmosféricos em função do cosseno do ângulo zenital, para, da esquerda para a direita, neutrinos eletrônicos, e eventos de neutrinos muônicos e neutrinos muônicos detectados por 'multi-ring' de cima para baixo, $P < 400$ MeV, $400 \text{ MeV} < P < 1,3 \text{ GeV}$, e $P > 1,3 \text{ GeV}$, onde P é o momentum do lépton carregado produzido. Em todos os gráficos, os resultados de SK são comparados com a previsão teórica, com e sem oscilação de sabores, linha cheia e caixinhas, respectivamente.	21
1.8	À esquerda é mostrado o espaço de parâmetros, Δm_{atm}^2 e $sen^2 2\theta_{atm}$, permitidos por SK [20] obtidos da oscilação $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$	22
2.1	Comparação entre a Eq.(2.27), linha cheia, e os dados de SK, pontos, para o fluxo de neutrinos muônicos retirada da referência [6].	30
2.2	Apenas o ν_e pode sofrer interação via CC com os elétrons do meio, enquanto que todos, ν_e , ν_μ e ν_τ , podem interagir via CN com todos os constituintes do meio.	32
2.3	Alterações no comprimento de oscilação na matéria, L_{mat} em função da distância L para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-4} eV^2)	45
3.1	Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')}$, em função da distância L percorrida pelo neutrino eletrônico com energia $E = 1$ GeV, quando este cruza toda a Terra, $cos\theta_z = -1$, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV) . A linha cheia refere-se à oscilação em dois sabores no vácuo.	55
3.2	Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')}$, em função de $cos\theta_z$, para um neutrino eletrônico, quando este cruza toda a Terra, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV)	56
3.3	Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $1 - \bar{P}_2$, em função de $cos\theta_z$, para um anti-neutrino eletrônico, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV)	57

3.4	Probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico dada pela Eq (3.46), juntamente com cada uma das parcelas. Usamos os seguintes valores para os parâmetros envolvidos, $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV.	60
3.5	Aqui usamos os seguintes valores para os parâmetros envolvidos, $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV, e mostramos a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico em função da distância percorrida para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV).	61
3.6	Aqui mostramos a probabilidade de sobrevivência de ν_e em função de $\cos\theta_z$ para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta m_{21}^2 = 8 \cdot 10^{-5} eV^2$, $\Delta m_{32}^2 = 3 \cdot 10^{-3} eV^2$, bem como as parcelas que a compõem.	62
3.7	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico, $P_{e \rightarrow e}$, de conversão neutrino eletrônico para neutrino muônico, $P_{e \rightarrow \mu}$, e de conversão neutrino eletrônico para neutrino tauônico, $P_{e \rightarrow \tau}$ em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos\theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV. A linha constante em 1 refere-se à soma destas três quantidades, confirmando a unitariedade do sistema.	65
3.8	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico, $P_{e \rightarrow e}$, de conversão neutrino eletrônico para neutrino muônico, $P_{e \rightarrow \mu}$, em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos\theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV, e diferentes valores de δ em unidades de (10^{-10} eV).	66
3.9	Probabilidades de sobrevivência, P_{ee} e de conversão, $P_{e\mu}$ em função da distância percorrida L , para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $E = 0.4 GeV$, $\cos\theta_z = -0.31$	67
3.10	Probabilidades de sobrevivência para anti-neutrino eletrônico, $\bar{P}_{e \rightarrow e}$, de conversão anti-neutrino eletrônico para anti-neutrino muônico, $\bar{P}_{e \rightarrow \mu}$, e de conversão anti-neutrino eletrônico para anti-neutrino tauônico, $\bar{P}_{e \rightarrow \tau}$ em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos\theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta m_{32}^2 = 3 \cdot 10^{-3} eV^2$, e $\Delta m_{21}^2 = 8 \cdot 10^{-5} eV^2$. A linha constante em 1 refere-se à soma destas três quantidades, confirmando a unitariedade do sistema.	68

3.11	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 0.49$	71
3.12	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 2/3$	72
3.13	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 1/3$	73
3.14	Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 0.49$	74

Introdução

Neutrinos atmosféricos são provenientes das colisões de raios cósmicos (RC's) com um núcleo de nitrogênio ou oxigênio presentes na atmosfera terrestre, dando início a uma série de reações e decaimentos responsáveis pela produção de uma enorme quantidade de partículas. Estes neutrinos podem cruzar toda a Terra sem interagir, e foram detectados pela primeira vez em experimentos subterrâneos realizados por Reines e Cowan na década de 60. Nas duas décadas que se seguiram, foram propostos vários experimentos que buscavam registrar o decaimento do próton, e para esses experimentos os neutrinos atmosféricos atuavam como ruído. Em 1984, Ayres propôs que estes experimentos poderiam ser utilizados para medições do fluxo de neutrinos atmosféricos. As duas principais técnicas de medição fizeram uso de detectores de radiação Cherenkov e calorímetros de ferro. Os detectores de Cherenkov utilizados eram constituídos de um grande volume de água rodeada por células fotomultiplicadoras que amplificam o sinal da radiação Cherenkov. A reconstituição dos traços de Cherenkov permite a distinção entre elétrons e múons produzidos em reações do tipo decaimento beta inverso que se dão no interior do detector.

Devido à baixa seção de choque neutrino-núcleon a baixas energias, era esperado que o fluxo de neutrinos atmosféricos fosse isotrópico na direção vertical com relação ao detector, pois como os neutrinos vindos de baixo praticamente não interagiam com a Terra, não eram esperadas reduções significativas no fluxo de neutrinos atmosféricos para grandes valores do ângulo formado com a direção zenital. Experimentos preliminares que usavam o princípio da radiação Cherenkov, tais como Kamiokande e IMB, detectaram no início da década de 90 que a razão entre número de eventos induzidos do tipo neutrino muônico e o número de eventos induzidos do tipo eletrônico era menor que o esperado por um fator 0.6. Esta foi a

primeira formulação do chamado "problema do neutrino atmosférico". Isso significa que a redução na razão das razões entre o número de neutrinos muônicos e eletrônicos medidos e esperados pelos cálculos de Monte Carlo, está associada ou ao desaparecimento de neutrinos muônicos, ou ao aparecimento de neutrinos eletrônicos. O detector Kamiokande também já havia previsto uma dependência do déficit de neutrinos do tipo muônicos com o cosseno do ângulo formado pelo neutrino com a direção zenital com relação ao detector. O detector SuperKamiokande aumentou em muito a precisão e a estatística dos dados a respeito da assimetria "up-down" para neutrinos atmosféricos. Além disso, este pode distinguir entre eventos de neutrinos do tipo eletrônico e do tipo muônico, verificando que a assimetria neutrinos "up-down" ocorre em primeira aproximação apenas para eventos do tipo neutrino muônico. Para solucionar este problema foi feita a hipótese de que os neutrinos estão sujeitos à chamada *oscilação de sabores de neutrinos induzida por massa*, modelo este proposto para o setor de neutrinos por Pontecorvo baseado no trabalho sobre oscilação no setor de Káons de Gell-Mann e Pais.

Neste trabalho, iniciaremos nossa discussão sobre oscilação de sabores pelo caso mais simples, que se refere a quando o neutrino se propaga em um meio material com densidade tão baixa que podemos descrever sua propagação sem levar em conta nenhum tipo de efeito de interação do neutrino com a matéria, ou seja, tudo acontece como se o neutrino estivesse no vácuo. Esta simplificação é aplicada com sucesso para neutrinos se propagando pela atmosfera terrestre e para neutrinos que deixam o Sol e viajam até a Terra por exemplo.

Em primeira aproximação, o problema do neutrino atmosférico é resolvido através da oscilação em dois sabores de neutrinos, no caso neutrino muônico e neutrino tauônico, no vácuo. Contudo, conforme demonstrado primeiramente por Wolfenstein, *se os neutrinos possuem massa, e as oscilações de sabor ocorrem, estas podem ser modificadas quando neutrinos atravessam a matéria. Para o caso do neutrino eletrônico, estas modificações ocorrem mesmo quando este neutrino for descrito pelo formalismo sem oscilação de sabores, uma vez que o espalhamento elástico coerente apresenta forma não diagonal nos sabores de neutrino*. Com base neste fato, nosso trabalho tem por objetivo generalizar o formalismo de oscilação de sabores para três gerações de neutrinos, e dessa forma incluir na solução do problema do

neutrino atmosférico a possibilidade de oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, inserindo efeitos de matéria sobre o neutrino eletrônico, numa tentativa de descrever o excesso de neutrinos eletrônicos que é verificado nos dados do detector SuperKamiokande [1] para baixas energias. A modelagem do problema consiste em um sistema de três equações diferenciais acopladas que pode ser resolvido via cálculo numérico. Em vez de proceder desta maneira, nossa estratégia consiste primeiramente em encontrar uma rotação apropriada para a base de propagação dos autoestados de massa dos neutrinos que torne o sistema bloco-diagonal, tornando, nesta base de propagação, a evolução do neutrino tauônico independente da evolução dos demais neutrinos. Obtemos então a matriz das amplitudes de probabilidade de oscilação entre neutrino eletrônico e neutrino muônico na base de propagação. A terceira fase da nossa estratégia consiste em aplicar a rotação inversa nesta matriz, obtendo desta forma a desejada matriz de evolução em três gerações na base de sabor que já inclui os efeitos de matéria. A partir deste ponto passamos a analisar quais são as conseqüências deste formalismo sobre o padrão de oscilação dos neutrinos atmosféricos.

Este trabalho de mestrado tem por objetivo estudar o mecanismo de oscilação de sabores de neutrinos na presença de matéria, em particular o problema dos neutrinos atmosféricos cruzando a Terra, e está organizado da seguinte forma: no capítulo 1 fazemos uma introdução à física dos neutrinos atmosféricos, sua origem nas colisões de raios cósmicos, o que sabemos sobre o fluxo destes neutrinos, principalmente devido às simulações computacionais, e introduzimos o *problema do neutrino atmosférico* através da análise dos resultados do experimento SuperKamiokande. No capítulo 2 fazemos uma revisão sobre o modelo de oscilação de sabores de neutrinos induzida por massa. Iniciamos pela oscilação no vácuo e derivamos o caso limite da oscilação em duas gerações de neutrinos, a qual soluciona o problema do neutrino atmosférico em sua formulação mais simples em dois sabores de neutrinos. Passamos então a discutir qual a influência dos efeitos de matéria sobre o padrão de oscilação dos neutrinos atmosféricos, e generalizamos o formalismo para três sabores de neutrinos. Neste ponto obtemos uma solução semianalítica para o problema da oscilação em três sabores com efeitos de matéria, através da diagonalização em bloco da hamiltoniana de evolução deste sistema. No capítulo 3 discutimos os resultados que obtivemos com o nosso formalismo.

Capítulo 1

Neutrinos atmosféricos

Neutrinos atmosféricos são provenientes das colisões de raios cósmicos (RC's) com um núcleo de nitrogênio ou oxigênio presentes na atmosfera terrestre, dando início a uma série de reações e decaimentos responsáveis pela produção de uma enorme quantidade de partículas. Esta estrutura é conhecida como chuva atmosférica de partículas. Inicialmente são produzidos hádrons, partículas que se caracterizam por interagirem via força nuclear forte além da força nuclear fraca e força eletromagnética, e que na sua maioria são instáveis, tendo píons, (π^0 , π^\pm), como produto final de seus decaimentos. Píons carregados apresentam como modo principal de decaimento a reação $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, (99,98%)[2]. Por sua vez, múons decaem principalmente através de $\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, ($\approx 100\%$), e por isso esper-se-ia que o número de neutrinos muônicos, ν_μ , medidos fosse o dobro do número de neutrinos eletrônicos, ν_e , medidos. Definimos R como sendo a razão entre o fluxo de neutrinos muônicos, $\phi(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$, e o número de neutrinos eletrônicos, $\phi(\nu_e + \bar{\nu}_e)$, medidos[18], ou seja,

$$R = \frac{\phi(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)}{\phi(\nu_e + \bar{\nu}_e)} \approx 2 \quad . \quad (1.1)$$

Esta quantidade apresenta dependência energética, uma vez que múons com energia da ordem de alguns GeV ou superior podem alcançar o solo antes de decair, suprimindo a produção de neutrinos eletrônicos, e sendo assim, esperamos um aumento em R com o aumento da energia. Na Fig . (1.1) estão representados o próton incidente na atmosfera, os píons carregados gerados no estágio final da evolução da cascata hadrônica, e seus decaimen-

tos, em múons e neutrinos.

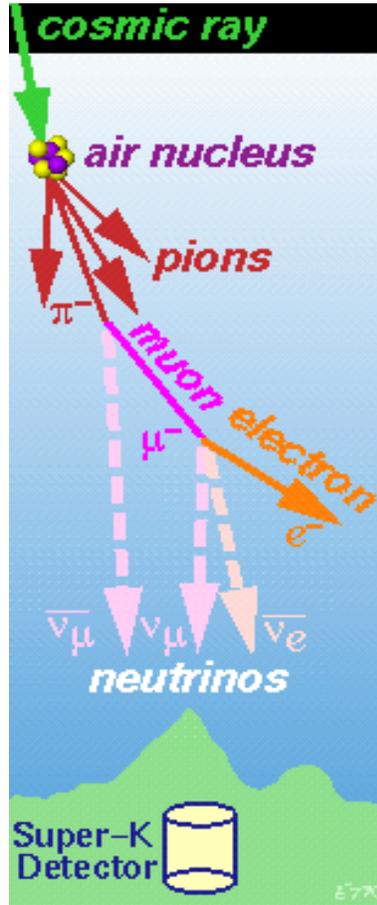


Figura 1.1: Representação de uma possível configuração para um chuveiro de RC na atmosfera mostrando as principais fases de sua evolução e o detector SK[1], tendo como fonte o site <http://hep.bu.edu/superk/atmnu/>.

Káons carregados, K^\pm , apresentam massa igual a $m_K \sim 493,7$ MeV, que é aproximadamente três vezes maior que a massa de píons carregados, $m_\pi \sim 139,4$ MeV, o que sugere que sua produção ocorra de forma significativa apenas em chuveiros muito energéticos, os quais são mais raros. Sendo assim, a contribuição dos neutrinos oriundos do modo principal de decaimento $K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, (63,43%) só será importante para a região de maior energia do espectro dos neutrinos atmosféricos. Salientamos que na atmosfera são produzidos tanto neutrinos quanto anti-neutrinos, porém, os detectores de neutrinos atmosféricos que tomamos como referência, tais como o SuperKamiokande (SK)[1], não são capazes de distin-

guir a carga do lépton carregado produzido, e sendo assim, não há como distinguirmos entre neutrinos e anti-neutrinos. Deixamos sempre implícito quando nos referimos a neutrinos que também são produzidos anti-neutrinos, e ambos são levados em conta para medidas do fluxo de neutrinos atmosféricos.

Como neutrinos interagem apenas por interação fraca, seu caminho médio de interação é extremamente grande quando comparado com o diâmetro terrestre para as energias típicas com as quais estes são produzidos na atmosfera terrestre, da ordem de GeV. Isso se deve ao fato de que a baixas energias, a seção de choque neutrino-núcleon, $\sigma_{\nu-N}$, é extremamente baixa, [30]

$$\sigma_{\nu-N} \approx 10^{-42} \text{ cm}^2. \quad (1.2)$$

Isso implica em uma probabilidade muito pequena de ocorrência da chamada reação de decaimento beta inverso,

$$\nu_l (\bar{\nu}_l) + p \rightarrow n + l (\bar{l}) \quad , \quad (1.3)$$

onde l refere-se a um lépton carregado e ν_l ao neutrino associado a este lépton. Esta é a razão pela qual detectores de neutrinos atmosféricos que funcionem através desse processo, tais como o SuperKamiokande, SK, [1], precisam ser extremamente grandes, contendo toneladas de água, uma vez que esta seção de choque tão baixa deve ser compensada por um número muito grande de núcleons no detector, para que haja uma boa estatística de eventos observados.

Outra consequência da reduzida seção de choque neutrino-núcleon é o fato de que os neutrinos atmosféricos podem com facilidade cruzar a Terra toda sem que se dê a reação descrita pela Eq.(1.3). Sendo assim, um detector tal como o SK é sensível não apenas aos neutrinos produzidos em regiões atmosféricas acima deste, mas a todos os neutrinos produzidos na atmosfera terrestre na direção de SK, conforme ilustrado na Fig. (1.2).

Como os neutrinos que são produzidos diretamente acima do detector se propagam verticalmente para baixo até atingirem-no, estes são chamados *down-going neutrinos*, da mesma

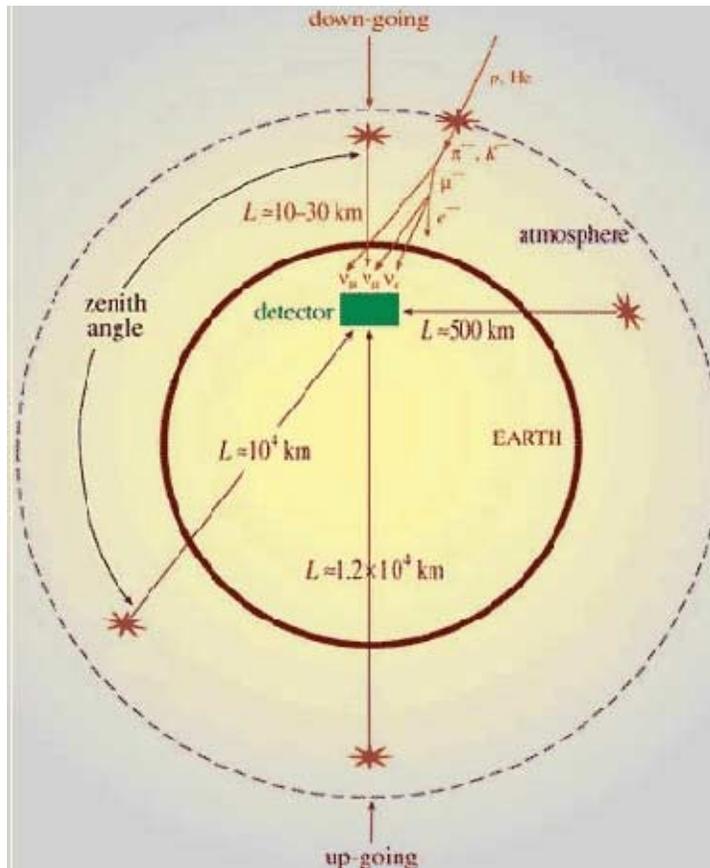


Figura 1.2: Figura retirada do site <http://www.pheno.info/hottopics/neutrinoshavemass/>, a qual representa neutrinos produzidos em toda a atmosfera atingindo SK[1].

forma que os neutrinos que são produzidos em uma região diametralmente oposta ao detector e atravessam toda a Terra antes de o atingirem, apresentam trajetória verticalmente para cima quando vistos do mesmo, e por isso são chamados de *up-going neutrinos*. Definimos o ângulo zenital, θ_z , como o ângulo em relação à direção normal ao detector, e dessa forma $\cos\theta_z = 1$ corresponde a neutrinos que chegam ao SK com trajetórias verticalmente para baixo, e $\cos\theta_z = -1$ corresponde a neutrinos com trajetórias verticalmente para cima.

Assumimos em nosso trabalho que os neutrinos atmosféricos são todos produzidos a uma altitude média de 15 km, muito embora saibamos que a região atmosférica onde ocorre a maior parte dos decaimentos dos píons e múons que produzem estes neutrinos se estenda por uma faixa de 10 a 30 km de altitude [3]. Em função de $\cos\theta_z$, a distância percorrida por um

neutrino produzido na atmosfera terrestre até atingir SK é dada pela Eq. (1.4), cuja solução mostramos na Fig. (1.3). Destacamos por 'ATM' a distância percorrida apenas na atmosfera, por 'Terra' a distância percorrida na Terra e por 'Terra +ATM' a distância total percorrida. Esta apresenta como casos limites a distância mínima percorrida igual a $R_{atm} = R_T + 15$ km e $R_T = 6371$ é o raio da Terra, para neutrinos com $\theta_z = 0^\circ$, e a distância máxima percorrida como sendo o diâmetro terrestre mais a distância percorrida na atmosfera antes de adentrar a Terra, $2R_T + 15$ km. Também destacamos na figura a distância percorrida na atmosfera, aproximadamente 437,4 km, para o caso onde o neutrino incide a $\theta_z = 90^\circ$. A relação para a distância percorrida em função do ângulo zenital escreve-se

$$d = -R_T \cos(\theta_z) - \sqrt{R_T^2 \cos^2(\theta_z) - R_T^2 - R_{atm}^2}. \quad (1.4)$$

Uma vez que estamos nos referindo à Terra, faremos agora considerações sobre o perfil de densidade terrestre, pois embora a probabilidade do decaimento beta inverso seja pequena, esse não é o único efeito ao qual o neutrino pode estar sujeito ao cruzar a Terra. Quando descrevemos a onda associada ao neutrino se propagando desde o ponto de produção do neutrino até o detector, devemos levar em consideração os efeitos de refração devidos à variações na densidade eletrônica no meio no qual o neutrino se propaga. Estes efeitos são diretamente dependentes da densidade eletrônica do meio em questão e portanto é necessário que conheçamos o perfil de densidade eletrônica terrestre. O perfil de densidade de matéria terrestre foi obtido por [4] através da análise da propagação de ondas sísmicas e pode ser visto na Fig. (1.4). A partir deste ponto, pode-se obter uma expressão analítica para o perfil de densidade eletrônica [5] sentido pelo neutrino ao atravessar a Terra.

Exceto para o caso em que $\cos\theta_z = -1$, neutrinos ao atravessarem a Terra percorrem uma corda diferente de um diâmetro exato. Essa diferença altera de forma significativa o perfil de densidade sentida pelo neutrino ao longo de seu deslocamento pelo interior da Terra. Na Fig. (1.5) mostramos o perfil de densidade eletrônica, $\rho_e = \frac{N_e}{N_e + N_N} \rho = Y_e \rho$, sentido pelo neutrino eletrônico, ν_e , ao cruzar a Terra para diferentes valores do ângulo azimutal, θ_z em função da densidade de matéria ρ , e da distância percorrida L . Aqui N_e e N_N são respectivamente o número de elétrons e de núcleons presentes no meio.

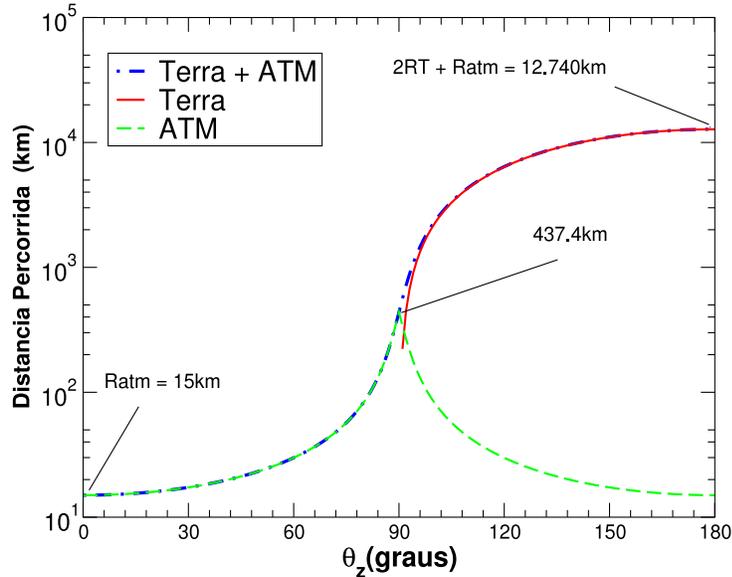


Figura 1.3: Distância percorrida pelo neutrino produzido na atmosfera terrestre até atingir o experimento SK em função de θ_z .

Obtivemos este perfil utilizando os resultados de [4] para a parametrização da densidade terrestre. Para valores grandes de θ_z , próximos a 180° , o neutrino percorre uma distância relativamente grande cruzando regiões com alta densidade. Por outro lado, para valores de θ_z próximos a 90° , correspondendo a neutrinos que incidam quase tangencialmente, a distância percorrida é pequena e o neutrino atravessa apenas a região de menor densidade. Sendo assim, esperamos que qualquer efeito vindo da interação do neutrino com o meio material seja sentido de forma mais intensa para neutrinos que cruzarem o centro da Terra.

1.1 O fluxo de neutrinos atmosféricos

O fluxo de neutrinos atmosféricos pode ser obtido através de uma convolução do fluxo de RC's primários com uma produção de Y neutrinos por primário, levando em conta que, como segue ainda nesse capítulo, para alcançar a atmosfera e interagir, os RC's primários devem cruzar o campo magnético terrestre [?]. Nesse sentido, podemos escrever o fluxo de neutrinos

do tipo i ϕ_i através de

$$\phi_i = \phi_p \otimes R_p \otimes Y_{p \rightarrow \nu_i} + \sum_A \phi_A \otimes R_A \otimes Y_{A \rightarrow \nu_i} \quad , \quad (1.5)$$

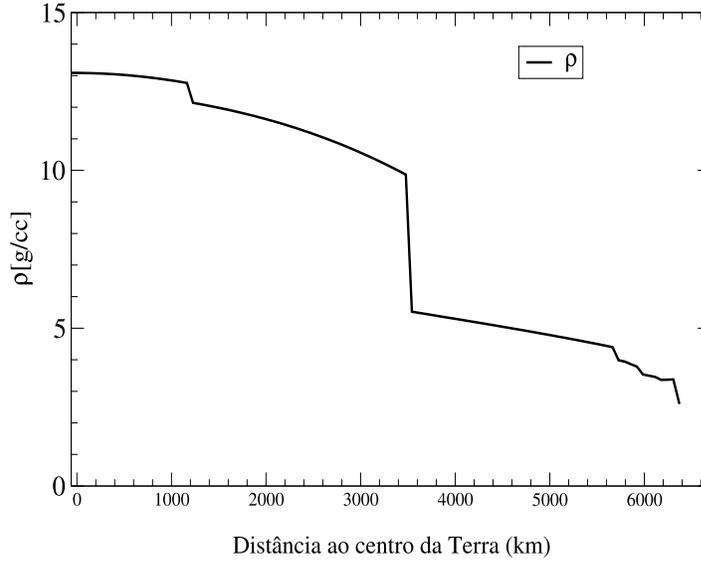


Figura 1.4: Perfil de densidade terrestre, ρ dada em g/cm^3 , em função da distância radial ao centro da Terra, $d0$. Com relação à variação de densidade, podemos identificar a priori três regiões principais, $0 < d0 < 1000$ km, $1000\text{km} < d0 < 3500$ km, e $3500 < d0 < 6731$ km, sendo que na transição entre elas ocorrem as maiores discontinuidades no perfil de densidade.

onde ϕ_p (ϕ_A) é o fluxo de prótons (núcleons) primários e R_p (R_A) representa a barreira imposta pelo campo geomagnético aos prótons (núcleos atômicos) primários respectivamente. $Y_{p \rightarrow \nu_i}$ ($Y_{A \rightarrow \nu_i}$) representa o número de neutrinos produzidos em chuva iniciado por um próton (núcleo) primário. Sendo assim, o fluxo de neutrinos atmosféricos depende diretamente do fluxo de RC's primários. A seguir, ressaltamos algumas características interessantes do fluxo de primários que são transmitidas ao fluxo de neutrinos atmosféricos.

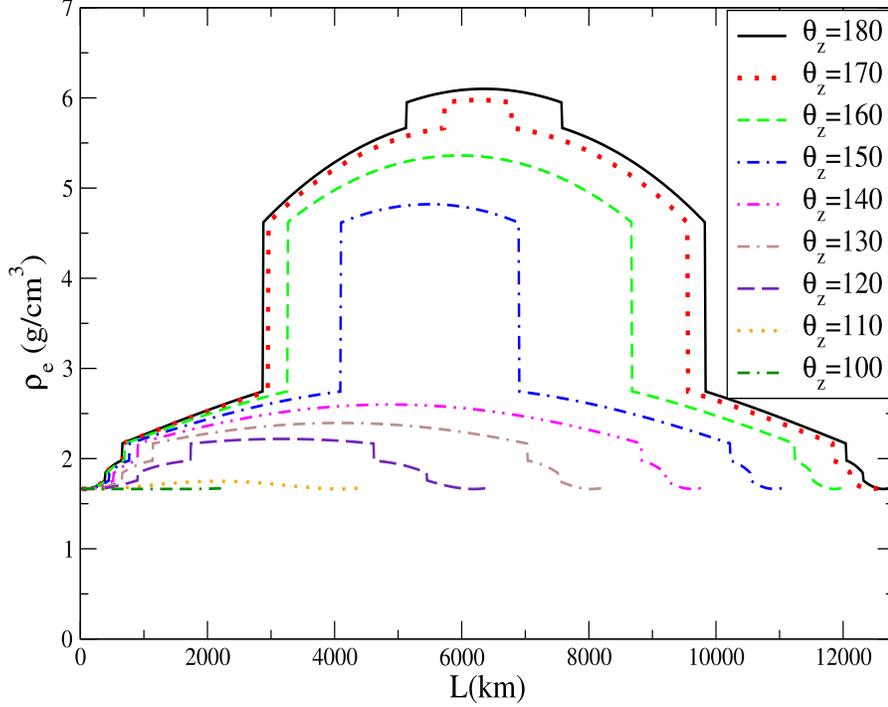


Figura 1.5: Perfil de densidade eletrônica ρ_e sentida pelo neutrino eletrônico ao atravessar as diferentes regiões do interior terrestre, em função da distância percorrida L , para diferentes valores de θ_z .

1.2 Características do fluxo e RC's primários

Os resultados experimentais mais recentes de [6] para o fluxo de RC's primários confirmam que este fluxo é dependente de diversos fatores, tais como ângulo de incidência, fase do ciclo solar, e, principalmente, da energia do raio cósmico primário. Segundo [3], para energias inferiores a 100 GeV, este fluxo pode ser ajustado através da Eq. (1.6)

$$\phi(E_k) = K \times \left(E_k + b \exp[-c\sqrt{E_k}] \right)^{-\alpha}, \quad (1.6)$$

onde α , K , b , c são parâmetros de ajuste e E_k é a energia do RC primário. Especificamente falando, α é o parâmetro que informa a dependência energética da redução no fluxo de RC's.

Dos experimentos [6] sabemos que a dependência energética da Eq.(1.6) pode ser ajustada aos dados de RC's fazendo $\alpha \approx 2$ para energias de até 100 GeV. Contudo o fluxo de neutrinos atmosféricos não obedece esta relação com a energia. Em analogia à Eq.(1.6), a dependência energética do fluxo de neutrinos atmosféricos pode ser modelada fazendo $\alpha \approx 3.5$. Ou seja, o fluxo de neutrinos cai mais rapidamente com a energia do que o fluxo de raios cósmicos primários que o originou, sendo estatisticamente significativo até energias em torno de 10 GeV. O fluxo de neutrinos está centrado em valores de energia bem menores, da ordem de 1 GeV. Uma razão para isso é que, para energias elevadas, múons alcançam o solo antes de decair.

Também é importante salientar os efeitos do ciclo de atividade solar sobre o fluxo de raios cósmicos primários de baixas energias, tipicamente da ordem de 10 GeV, e, conseqüentemente, sobre o fluxo de neutrinos a baixas energias. Tanto a emissão luminosa como a emissão das partículas alfa obedecem a este ciclo de atividade, o qual apresenta um período de aproximadamente onze anos. Estas últimas constituem o vento solar, e, ao interagirem com o campo magnético terrestre, podem ficar presas nos chamados cinturões de Van-Hallen, funcionando como uma blindagem que impede que raios cósmicos atinjam a atmosfera, modulando dessa forma o fluxo de neutrinos.

Outra assimetria no fluxo de neutrinos é devida à interação do campo magnético terrestre com os raios cósmicos primários, pois o campo magnético terrestre atua sobre o fluxo de RC's primários mesmo antes destes atingirem a atmosfera. Dessa forma o campo magnético da Terra acaba funcionando como um filtro, impedindo que RC's com baixa energia atinjam a atmosfera. Além disso, apenas aquelas partículas que interagem com a atmosfera antes de ter sua trajetória curvada de volta para o espaço podem contribuir para o fluxo de neutrinos atmosféricos [6].

1.3 Simulação do fluxo de neutrinos atmosféricos

O fluxo de neutrinos atmosféricos apresenta forte dependência na energia do neutrino, E_ν e no ângulo zenital, θ_z . Mesmo hoje, modelar exatamente qual é o fluxo de neutrinos

atmosféricos ainda é um problema em aberto, muito embora grandes progressos tenham sido obtidos através de simulações computacionais [3], as quais recentemente experimentaram avanços significativos na busca da descrição dos dados experimentais quando passaram a tratar a colisão tridimensionalmente. O fluxo de neutrinos obtido através de simulações em três dimensões difere do fluxo obtido em uma dimensão principalmente para baixas energias e próximo à linha do horizonte.

Em uma dimensão, a direção de propagação de múons é considerada a mesma da direção de propagação dos píons que lhes deram origem. Já em três dimensões este vínculo não precisa ser levado em conta, o que possibilita melhoras na descrição dos resultados. Como os píons produzidos na atmosfera são os produtos do decaimento dos hádrons produzidos na colisão do RC primário, os fluxos de neutrinos atmosféricos apresentam forte dependência com a evolução dinâmica da cascata hadrônica.

Na Fig. (1.6) estão os resultados de [3] para o perfil do fluxo zenital tanto para neutrinos como para antineutrinos eletrônicos e muônicos. As linhas cheias sólidas referem-se a simulações em três dimensões, pontos referem-se a simulações em uma dimensão, e as linhas sólidas finas levam em conta o campo magnético terrestre, modelado na forma de um dipolo. Os fatores multiplicativos foram inseridos unicamente para afastar as curvas umas das outras e é feita uma média na componente azimutal. Na notação que foi usada na figura, θ refere-se ao ângulo zenital ao qual estamos nos referindo por θ_z . Podemos verificar a dependência do fluxo de neutrinos atmosféricos com relação a θ_z . Ocorre um aumento no fluxo para valores de $|\cos\theta_z|$ próximos a zero. Este aumento depende fortemente da energia, sendo que, para o caso da região de multi-GeV, a qual é caracterizada por neutrinos com energia $E_\nu > 1.3$ GeV, se dá uma grande intensificação do fluxo.

1.4 O problema dos neutrinos atmosféricos

Neutrinos atmosféricos foram detectados pela primeira vez na década de 60 em experimentos subterrâneos, conhecidos na literatura como *underground experiments* [7]. Nas décadas de 70 e 80 foram propostos experimentos para medir o decaimento do próton, por exemplo pela

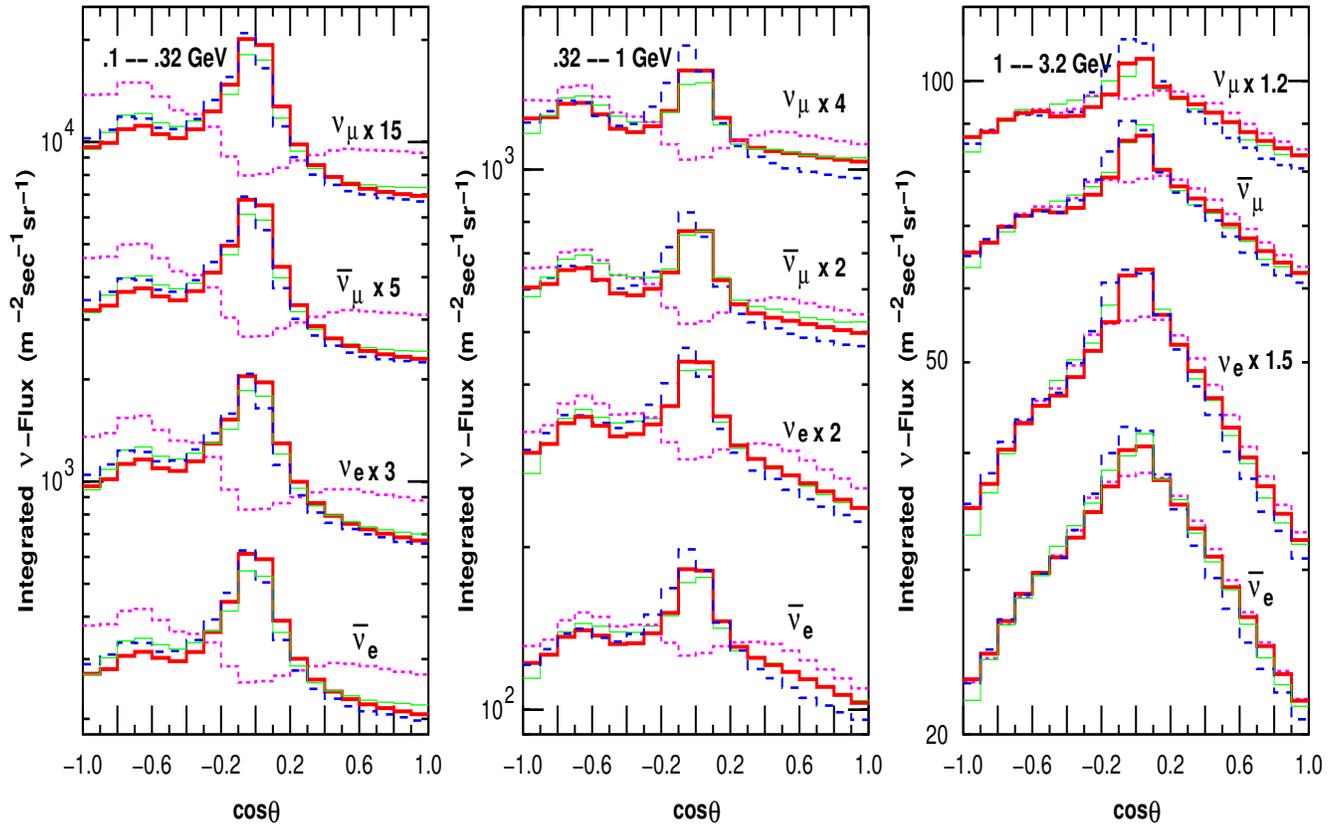


Figura 1.6: Resultados das simulações computacionais de Honda et al. (2004) [3], para o perfil zenital do fluxo de neutrinos atmosféricos para os diferentes sabores de neutrinos, para três intervalos de energia, da esquerda para a direita, $0,1 \text{ GeV} < E_\nu < 0,32 \text{ GeV}$, $0,32 \text{ GeV} < E_\nu < 1 \text{ GeV}$, e $1 \text{ GeV} < E_\nu < 3,2 \text{ GeV}$, durante o período de máxima atividade solar.

reação $p \rightarrow \pi^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$. Nestes experimentos os neutrinos atmosféricos atuariam em princípio como ruído, ou seja, eram detectados mas seu sinal não era o desejado pois poderia em princípio ser confundido com o sinal do decaimento do próton. Foi proposto por Ayres et al. [8], usar estes experimentos para tentar medir os efeitos da oscilação de neutrinos atmosféricos. Dedicamos os próximos capítulos ao estudo deste fenômeno, bem como aos aspectos fenomenológicos com ele relacionados.

A contribuição mais relevante para as medidas da oscilação de sabores de neutrinos atmosféricos foi obtida através de detectores que usavam o efeito Cherenkov, que é a emissão de radiação por uma partícula carregada quando esta se propaga por um meio material com velocidade superior à velocidade da luz naquele meio, ou seja, quando elétrons ou múons provenientes de reações do tipo conhecido como decaimento beta-inverso, $\bar{\nu}_l + p \rightarrow n + \bar{l}$, onde $l = e^-, \mu^-$, cruzam o meio material (água) no interior do detector com tais velocidades, são produzidos fótons da radiação Cherenkov, os quais são detectados por células fotomultiplicadoras que amplificam este sinal. A distinção entre elétrons e múons é feita através do traço de Cherenkov deixado no detector, pois devido a sua maior massa, múons deixam como sinal de sua passagem um cone mais alongado que o sinal dos elétrons, já que estes são absorvidos pelo meio com mais facilidade, como consequência, o anel de Cherenkov para elétrons é mais difuso.

Os resultados de dois detectores de Cherenkov, IMB [9] e Kamiokande [10], apontaram uma razão $\frac{R_{data}}{R_{MC}}$, onde $R = \frac{N_\mu}{N_e}$ menor do que a esperada. O sub-índice *data* refere-se aos dados obtidos experimentalmente, enquanto que *MC* refere-se à simulação de Monte Carlo para os mesmos. Este déficit no número de neutrinos medidos ficou conhecido como *anomalia do neutrino atmosférico*. O experimento Kamiokande, [10], apontou um déficit de 0.6 para a razão $\frac{R_{data}}{R_{MC}}$, tanto para as regiões de Sub-GeV, nas quais a energia do lépton carregado produzido na reação é $E_l < 1,3$ GeV, como para Multi-GeV, onde a energia do lépton carregado é $E_l > 1,3$ GeV, bem como uma dependência zenital do déficit para a região de Multi-GeV. Esta observação já indicava que a redução no número de eventos era maior para neutrinos que atravessaram a Terra toda antes de chegar ao detector, ou seja, $\cos\theta_z = -1$, o que significa que a redução aumenta com a distância percorrida entre a produção e a

deteção do neutrino. Lembramos que em detectores de radiação Cherenkov é detectado o lépton carregado produzido no detector, o que significa que a energia medida é a do lépton carregado e não a do neutrino que o originou.

1.5 Resultados de SuperKamiokande

O detector SuperKamiokande [1], aumentou em muito a estatística e a precisão dos dados referentes à anomalia no fluxo de neutrinos atmosféricos. O detector consiste de 50000 toneladas de água rodeadas por células fotomultiplicadoras que captam a luz Cherenkov e está localizado em uma mina subterrânea no Monte Ikenohama, no Japão. Sabemos que o sinal de múons vindos diretamente de raios cósmicos pode, a princípio, ser confundido com o sinal de um elétron ou múon produzido pela interação de um neutrino com o detector. Sendo assim, a construção de SK em uma mina subterrânea sob uma montanha é proposital pois a rocha da montanha oferece uma blindagem para estes múons vindos diretamente de RC's e portanto permite a medição do fluxo de *down-neutrinos*. Ainda assim, os vetos impostos para eliminar estes ruídos descartam a região mais externa do detector, restando após estes vetos um volume efetivo usado para a análise de neutrinos atmosféricos de 22500 toneladas de água.

Estes cortes são necessários pois desejamos ter certeza de que o lépton carregado detectado provém da interação de um neutrino no interior do detector. Na realidade, para se obter informações precisas a respeito da energia e do ângulo do lépton carregado produzido, é necessário que todo o cone de Cherenkov esteja contido no interior do detector. Devemos ressaltar que SK é incapaz de distinguir entre neutrinos e anti-neutrinos, e desse modo, quando dizemos que SK registrou um evento do tipo eletrônico, estamos dizendo que no interior do detector foi registrada a formação de um lépton carregado com a massa eletrônica, mas não sabemos se é um elétron ou um pósitron, e sendo assim, não podemos afirmar se este sinal é proveniente de um neutrino ou de um anti-neutrino. O mesmo vale para neutrinos e anti-neutrinos muônicos.

A contribuição de SK na medida do número de eventos de neutrinos atmosféricos é

mostrada na Fig. (1.7). Existe uma quantidade muito grande de informação nestes resultados. Nos próximos parágrafos destacamos os aspectos que acreditamos são os mais importantes para a realização do nosso trabalho.

Em primeiro lugar, chamamos a atenção para a segunda coluna da Fig. (1.7), na qual é mostrado o número de eventos (pontos) do tipo neutrino muônico medidos para diferentes intervalos de energia, juntamente com as previsões teóricas com e sem levar em conta os efeitos da oscilação de sabores, (linha sólida e caixinhas, respectivamente). Comparando o número de eventos medidos com a previsão sem efeitos de oscilação observamos uma redução no número de eventos medidos, a qual depende tanto da direção zenital, quanto da energia do neutrino. Sobre a dependência zenital, observamos que a redução se intensifica para valores de $\cos\theta_z \approx -1$, ou seja, a redução aumenta com a distância percorrida. A diferença entre o número de eventos para $\cos\theta_z = 1$ e $\cos\theta_z = -1$ é conhecida como assimetria *up-down* para neutrinos atmosféricos.

Já sobre a dependência energética, verificamos que a redução no número de neutrinos muônicos medidos aumenta com a energia, chegando a ser da ordem de 50% para a região de multi-GeV, a qual é definida para energias superiores a 1,3 GeV. Sendo maior a energia do lépton carregado, a região cinemática permitida para a sua direção é significativamente maior, e sendo assim, o efeito se torna mais evidente com o aumento da energia. O fato da redução no número de neutrinos medidos apresentar dependência tanto zenital quanto energética exclui a possibilidade de que se trate de um problema de normalização dos dados e favorece a idéia de que neutrinos muônicos estejam desaparecendo.

Em primeira ordem, o problema do neutrino atmosférico pode ser solucionado pelo formalismo de oscilação de sabores de neutrinos induzida por massa, o qual é descrito no capítulo 3. Levando em conta as considerações anteriores, podemos descrever os resultados de SK em termos da oscilação $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ dada por,

$$P_{\mu \rightarrow \tau}(L, E_\nu) = |\langle \nu_\tau | \nu_\mu(L) \rangle|^2 = \text{sen}^2(2\theta_{atm}) \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E}\right), \quad (1.7)$$

onde Δm^2 é a diferença entre o quadrado dos autovalores de massa envolvidos no problema dos neutrinos atmosféricos, e θ é o ângulo de mistura entre estes autoestados. Estes

parâmetros têm seus valores ajustados de modo a reproduzir os dados. Os efeitos de oscilação levam à linha sólida na Fig. (1.7). Observamos que esta descreve de maneira satisfatória o número de neutrinos muônicos medidos. Para tal, o espaço de parâmetros permitidos por SuperKamiokande é mostrado na Fig. (1.8), juntamente com as regiões permitidas por outros experimentos, Kamiokande [10], Soudan [11] e MACRO [12]. Além de impor limites mais precisos para os parâmetros da oscilação de neutrinos atmosféricos, SK também reduziu o valor de Δm_{atm}^2 referente ao ponto de melhor ajuste de forma significativa, quando comparado com experimentos, tais como Kamiokande [10], Soudan [11], e MACRO [12]. Desta região podemos afirmar com nível de confiança, NC, de 99%, que o espaço de parâmetros permitidos na Fig. (1.8) é,

$$1,3 \cdot 10^{-3} < \frac{\Delta m_{atm}^2}{\text{eV}^2} < 3 \cdot 10^{-3} \quad , \quad \text{sen}^2(2\theta_{atm}) > 0,89 \quad , \quad (1.8)$$

e para N.C.=90% o espaço de parâmetros passa a ser,

$$0,9 \cdot 10^{-3} < \frac{\Delta m_{atm}^2}{\text{eV}^2} < 2,2 \cdot 10^{-3} \quad , \quad \text{sen}^2(2\theta_{atm}) > 0,925 \quad , \quad (1.9)$$

e o ponto de melhor ajuste para os dados de SK [1] para neutrino atmosférico se dá para

$$\Delta m_{atm}^2 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad , \quad \text{sen}^2(2\theta_{atm}) = 1 \quad . \quad (1.10)$$

Aqui faremos um parêntese para introduzir as outras diferenças de massas e ângulos de mistura de neutrinos, parametrizados através de experimentos de neutrinos solares como, SNO[13], aceleradores de partículas [14], e reatores nucleares, como [15]. Experimentos de neutrinos solares fornecem a região de parâmetros permitida para N.C.=90% dada por

$$5 \cdot 10^{-5} < \frac{\Delta m_{\odot}^2}{\text{eV}^2} < 8 \cdot 10^{-5} \quad , \quad 0,2 < \text{tan}^2(2\theta_{\odot}) < 0,5 \quad , \quad (1.11)$$

e o ponto de melhor ajuste,

$$\Delta m_{\odot}^2 \approx 8 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad , \quad \text{tan}^2(2\theta_{\odot}) = 0,4 \quad . \quad (1.12)$$

Ainda, experimentos de reatores nucleares e aceleradores de partículas [15] estabelecem limites para θ_{13} , porém bem menos precisos que para θ_{\odot} e θ_{atm} . Tudo o que sabemos até agora sobre θ_{13} é que,

$$\text{sen}^2(2\theta_{13}) < 0,1 \quad . \quad (1.13)$$

Resumindo os dados fenomenológicos, podemos afirmar que

$$\Delta m_{\odot}^2 \ll \Delta m_{atm}^2 \quad , \quad \text{sen}^2\theta_{13} \ll \text{sen}^2\theta_{\odot} \quad , \quad \text{e} \quad \text{sen}^2\theta_{13} \ll \text{sen}^2\theta_{atm} \quad . \quad (1.14)$$

Voltando ao problema do neutrino atmosférico, vamos olhar para as conseqüências da região permitida apresentar um valor mínimo e um valor máximo. Devido ao fato do parâmetro Δm_{atm}^2 estar no numerador do argumento de uma função seno, a imposição experimental de um limite inferior para Δm_{atm}^2 significa que é necessário um efeito mínimo diferente de zero devido ao mecanismo de oscilação para se descrever os dados no intervalo de energia dos neutrinos atmosféricos. Ainda, este limite inferior para Δm_{atm}^2 , quando interpretado à luz do modelo de oscilação de sabores, (veja o capítulo 3), implica que pelo menos um dos autoestados de massa do neutrino possui autovalor diferente de zero, contribuindo para a confirmação experimental da existência da massa dos neutrinos.

Pela mesma razão que no caso anterior, se Δm_{atm}^2 apresentar valores muito elevados, a fase de oscilação também será alta, o que implica que a oscilação se aproximará do valor médio, pois $\langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m^2}{4E}L) \rangle = \frac{1}{2}$. Nesse sentido, a existência de um limite superior para Δm_{atm}^2 implica que os efeitos de oscilação, e não apenas um valor médio desta, são necessários para a descrição dos dados experimentais. Daí vemos que os resultados de SuperKamiokande exigem efeitos devidos à oscilação de sabores induzida por massa, confirmando dessa forma a existência da mesma. Citando [3], a descoberta do fenômeno de oscilação de neutrinos através do estudo dos neutrinos atmosféricos é um dos mais importantes resultados da pesquisa recente em física.

Como segundo ponto destacamos que, embora o modelo de oscilação de sabores em duas gerações de neutrinos descreva de maneira muito satisfatória os dados referentes a

neutrinos muônicos, o mesmo sucesso na descrição do número de neutrinos medidos não ocorre para neutrinos eletrônicos. Está explícito na Fig. (1.7) um excesso no número de neutrinos eletrônicos medidos para a região de mais baixas energias e depende fortemente do ângulo zenital, se intensificando para $\cos\theta_z \rightarrow -1$. Este excesso rapidamente desaparece com aumentos na energia, ou em $\cos\theta_z$, e caracteriza, de certa forma, uma assimetria *up-down* para neutrinos eletrônicos. Como os dados já foram normalizados com o intuito de descrever o fluxo de neutrinos muônicos, este excesso também não pode ser eliminado por uma renormalização, já que esta colocaria em discordância os dados para neutrinos muônicos e as previsões do modelo de oscilação de sabores. Temos por motivação principal de nosso trabalho a descrição deste excesso no número de neutrinos eletrônicos medidos para baixas energias.

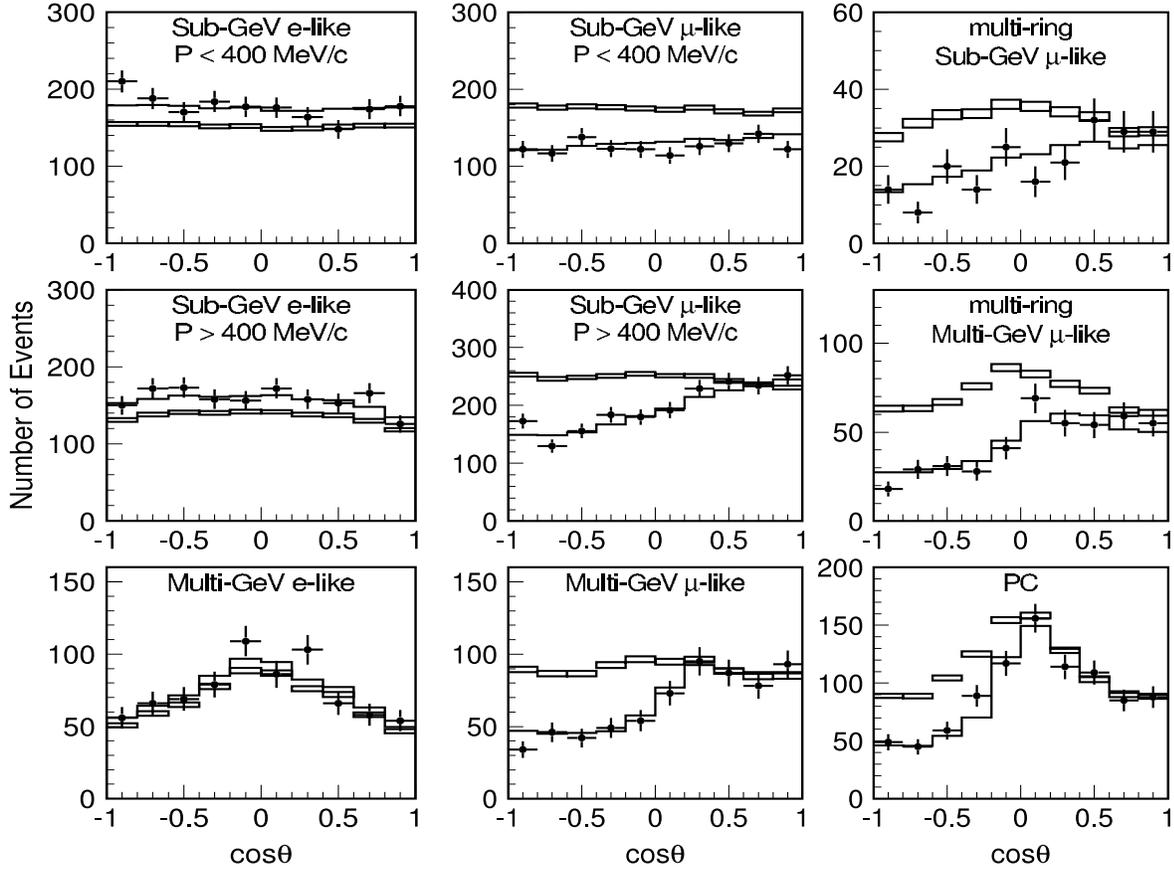


Figura 1.7: Os resultados de SuperKamiokande [20] (pontos) para o número de eventos de neutrinos atmosféricos em função do cosseno do ângulo zenital, para, da esquerda para a direita, neutrinos eletrônicos, e eventos de neutrinos muônicos e neutrinos muônicos detectados por 'multi-ring' de cima para baixo, $P < 400 \text{ MeV}$, $400 \text{ MeV} < P < 1,3 \text{ GeV}$, e $P > 1,3 \text{ GeV}$, onde P é o momentum do lépton carregado produzido. Em todos os gráficos, os resultados de SK são comparados com a previsão teórica, com e sem oscilação de sabores, linha cheia e caixinhas, respectivamente.

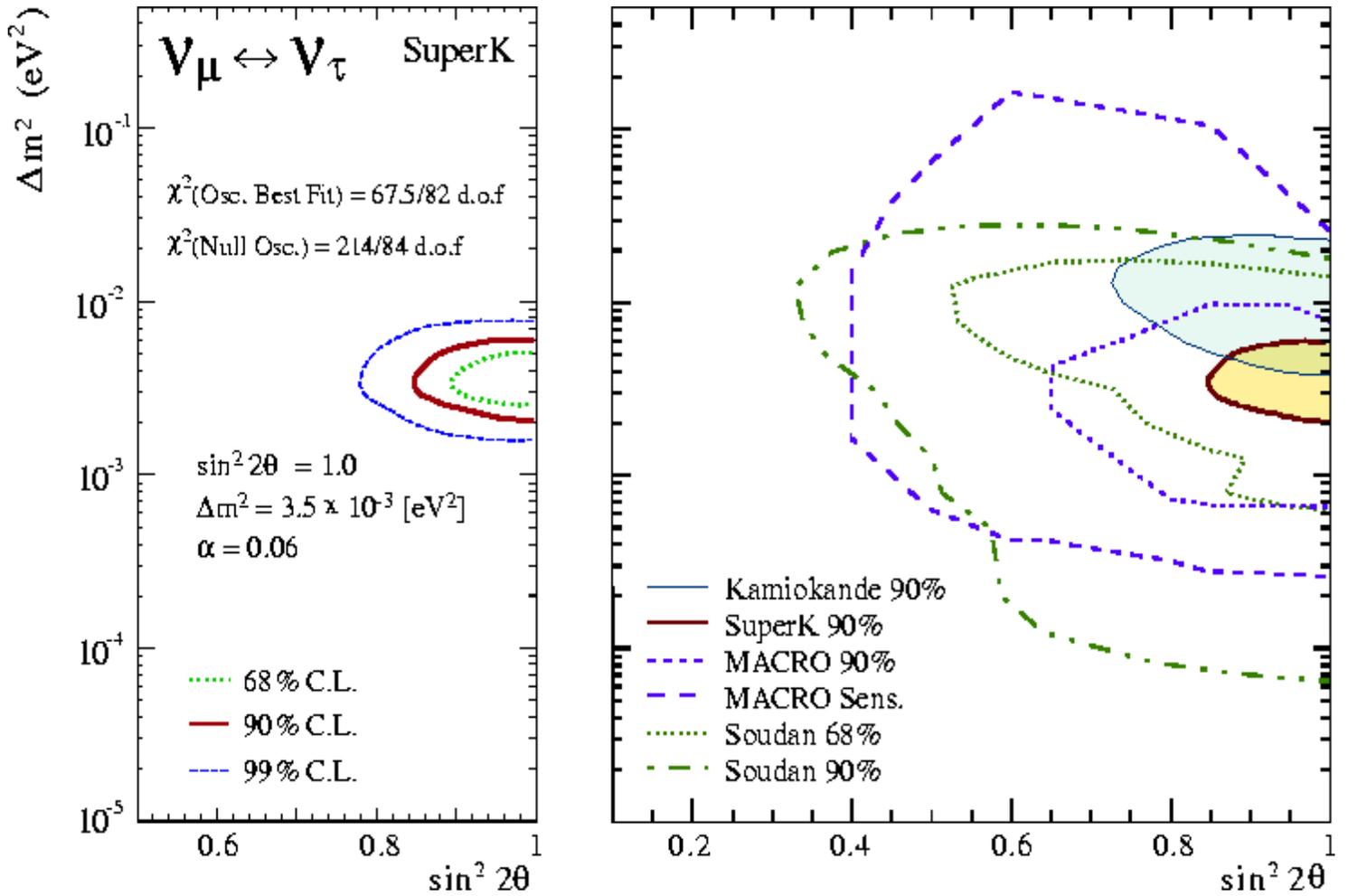


Figura 1.8: À esquerda é mostrado o espaço de parâmetros, Δm_{atm}^2 e $\sin^2 2\theta_{atm}$, permitidos por SK [20] obtidos da oscilação $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$.

Capítulo 2

Oscilação de sabores induzida por massa

Partículas sub-atômicas se comportam de uma maneira quando estão sozinhas e de outra maneira diferente quando estamos olhando para elas, assim como as pessoas.

L.F. Veríssimo.

2.1 Oscilação no vácuo

Iniciaremos nossa discussão sobre oscilação de sabores pelo caso mais simples, que se refere a quando o neutrino se propaga em um meio material com densidade tão baixa que podemos descrever sua propagação sem levar em conta nenhum tipo de efeito de interação do neutrino com a matéria, ou seja, tudo acontece como se o neutrino estivesse no vácuo. Esta simplificação é aplicada com sucesso para neutrinos se propagando pela atmosfera terrestre e para neutrinos que deixam o Sol e viajam até a Terra, por exemplo.

Dada a base de autoestados de massa $\{|\nu_i\rangle : \nu_1, \nu_2, \nu_3\}$ que diagonaliza a Hamiltoniana H de massas para os neutrinos, a evolução temporal destes autoestados pode ser expressa por uma equação à la Schrödinger*

*No limite relativístico, a evolução do neutrino deve obedecer a equação de Dirac. Contudo, esta pode ser reduzida a uma equação à la Schrödinger sem que ocorram perdas significativas.

$$H|\nu_i \rangle = E_i|\nu_i \rangle \quad , \quad (2.1)$$

onde E_i é o autovalor de energia para o autoestado i . Nesta base a evolução dos autoestados de um operador que não comuta com a hamiltoniana de massas, tais como os autoestados da hamiltoniana da interação fraca, ou seja, os autoestados de sabor, $\{|\nu_\alpha \rangle: \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}$ associados aos léptons carregados e , μ , e τ respectivamente, devem ser descritos como uma combinação linear (mistura) dos autoestados de massa, tal que,

$$|\nu_\alpha \rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i \rangle \quad . \quad (2.2)$$

Sendo assim, a propagação de um autoestado de sabor pode ser entendida como a propagação de uma combinação linear de autoestados de massas. Assumindo agora que os neutrinos tenham massa e que o espectro de autoestados de massa seja não degenerado, autoestados de massa diferente se propagarão com velocidades de fase diferentes, o que causa a interferência entre as funções de onda associadas aos diferentes autoestados de massa que formam o autoestado de sabor. Esta interferência é capaz de alterar a combinação dos autoestados de massa, fazendo com que a probabilidade de medirmos um autoestado de sabor β ortogonal ao estado α na base de sabor seja não nula. Este efeito é conhecido como *oscilação de sabores de neutrinos*, e o modelo que o descreve foi proposto para o setor de neutrinos por Bruno Pontecorvo em 1957 [19], baseando-se no setor de Káons [22].

Na Eq.(2.2), U é a matriz de mistura para o setor de neutrinos introduzida por Maki, Nakagawa e Sakata em 1962 [21] para três gerações. A parametrização mais aceita é a adotada pelo *Particle Data Group* [2], obtida através de rotações consecutivas, $U = U_{23}U_{13}U_{12}$, ou explicitamente,

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\phi} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{13}e^{-i\phi} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (2.3)$$

Aqui θ_{12} é o ângulo de mistura entre os autoestados de massa 1 e 2 $c_{12} = \cos\theta_{12}$, $s_{12} = \sin\theta_{12}$, θ_{13} é o ângulo de mistura entre os autoestados de massa 1 e 3, $c_{13} = \cos\theta_{13}$, $s_{13} = \sin\theta_{13}$, θ_{23} é o ângulo de mistura entre os autoestados de massa 2 e 3, $c_{23} = \cos\theta_{23}$, $s_{23} = \sin\theta_{23}$, totalizando três ângulos de mistura e uma fase. Da esquerda para a direita, a primeira matriz refere-se à oscilação $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, a segunda à oscilação $\nu_e \leftrightarrow \nu_\tau$ e a terceira à $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$. Ainda, a fase ϕ é responsável pela violação CP para o setor leptônico, e para facilitar os cálculos, será assumida como zero.

Para obter a evolução temporal de ν_α , no vácuo, aplicamos a equação de Schrödinger ao autoestado ν_i

$$H|\nu_i, t_0; t_i \rangle = i \frac{d}{dt} |\nu_i, t_0 \rangle . \quad (2.4)$$

Estamos descrevendo autoestados no vácuo, e sendo assim o Hamiltoniano não contém nenhum termo associado à energia potencial, apenas termos referentes à energia cinética. A solução da Eq .(2.4) é,

$$|\nu_i, t_0; t_i \rangle = e^{-i(E_i t - p_i L)} |\nu_i, t_0 \rangle, \quad (2.5)$$

onde E e L são os autovalores dos operadores de evolução temporal e translação espacial respectivamente dados por,

$$e^{-iHt} \quad e^{ipL}, \quad (2.6)$$

pois como os neutrinos são partículas relativísticas, pode-se aproximar sem maiores prejuízos que a distância percorrida L pelo tempo de percurso, $L \approx t(c = 1)$. Dessa forma podemos escrever,

$$|\nu_i, L \rangle = e^{-i(E_i - p_i)L} |\nu_i \rangle . \quad (2.7)$$

Mas para partículas relativísticas

$$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} = p_i \left(\sqrt{1 + \frac{m_i^2}{p_i^2}} \right) \approx p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} . \quad (2.8)$$

Sendo $E \approx p$ a energia média dos autoestados de massa que compõem o autoestado de sabor. Sendo assim, podemos escrever,

$$|\nu_i, L\rangle \approx e^{-i\left(\frac{m_i^2}{2p_i}\right)L} |\nu_i\rangle \approx e^{-i\left(\frac{m_i^2}{2E}\right)L} |\nu_i\rangle . \quad (2.9)$$

Dessa forma,

$$|\nu_\alpha, L\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i, L\rangle \approx \sum_{i=1}^n U_{\alpha i}^* e^{-i\left(\frac{m_i^2}{2E}\right)L} |\nu_i\rangle . \quad (2.10)$$

Substituindo a Eq. (2.2) na Eq. (2.9),

$$|\nu_\alpha, L\rangle \approx \sum_{\beta} \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{-i\left(\frac{m_i^2}{2E}\right)L} U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle . \quad (2.11)$$

Usaremos a definição de [16] da matriz S como sendo a matriz das amplitudes de probabilidade de transição de um estado de sabor $\alpha(L)$ para outro estado de sabor β ,

$$S_{\alpha\beta} = \langle \beta | | \alpha(L) \rangle . \quad (2.12)$$

Dessa forma, a probabilidade de um dado neutrino de sabor inicial α apresentar sabor β após ter se propagado por uma distância L é dada por,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \equiv P_{\alpha \rightarrow \beta} = |S_{\alpha\beta}|^2 = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha, L \rangle|^2 = \left| \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \langle \nu_j | U_{\beta j}^* U_{\alpha i} e^{i\left(\frac{m_i^2}{2E}\right)L} | \nu_i \rangle \right|^2 . \quad (2.13)$$

Se CP é conservada, U é Hermitiana, o que implica que os elementos de U devem ser reais, e dessa forma,

$$\begin{aligned}
P_{\alpha \rightarrow \beta} &= \sum_{j=k=1}^n U_{\alpha k}^2 U_{\beta k}^2 \\
&+ \sum_{j \neq k}^n U_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j} \\
&- 2 \sum_{j \neq k}^n U_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2}{4E} L \right) .
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Quando é feita a conversão da massa para eV $\hbar c = \frac{h}{2\pi} = \frac{6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{2\pi} = 6,6 \cdot 10^{-16} \text{ eV.s}$. Logo, $\hbar c = 1,978 \cdot 10^{-7} \text{ eV.m}$, onde Δm_{jk}^2 é dado em eV^2 , L em km e E em GeV, podemos escrever,

$$\left(\frac{\Delta m_{jk}^2 (\text{kg})}{4E(\text{J})} L(\text{m}) \right) \approx 1,27 \frac{\Delta m_{jk}^2 (\text{eV}^2) L(\text{km})}{E(\text{GeV})} , \tag{2.15}$$

e sendo assim,

$$\begin{aligned}
P_{\alpha \rightarrow \beta} &= \sum_{j=k=1}^n U_{\alpha k}^2 U_{\beta k}^2 + \sum_{j \neq k}^n U_{\alpha j} U_{\beta k} U_{\alpha k} U_{\beta j} \\
&- 2 \sum_{j \neq k}^n U_{\alpha j} U_{\beta k} U_{\alpha k} U_{\beta j} \text{sen}^2 \left(1,27 \frac{\Delta m_{jk}^2 (\text{eV}^2) L(\text{km})}{E(\text{GeV})} \right) .
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Ou seja, a probabilidade de oscilação de sabor $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ apresenta um comportamento oscilatório. Vamos definir o chamado comprimento de oscilação, como sendo a distância para que o argumento da oscilação seja igual a 2π ,

$$L_{jk}^{osc} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{jk}^2} (\text{km}) \tag{2.17}$$

Isto reflete o fato de que a oscilação é induzida pela diferença de massa, já que se esta última fosse zero, não haveria oscilação, pois isto implicaria em $L_{jk}^{osci} = \infty$.

Usualmente caracteriza-se cada experimento pela distância da fonte ao detector, L , e pelo espectro de energia do neutrino, E_ν , e sendo então a diferença quadrática de massas Δm_{jk}^2 e o ângulo de mistura entre os autoestados j e k envolvidos, θ_{jk} , parâmetros do modelo, os quais podem ser determinados pelos experimentos.

2.1.1 Oscilação de sabores em duas gerações de neutrinos

Como vimos no capítulo 1, para o caso dos neutrinos atmosféricos, os dados obtidos pelos detectores indicam uma redução de até 50% no fluxo de neutrinos muônicos quando comparados com a teoria padrão, enquanto que o fluxo de neutrinos eletrônicos permanece aproximadamente constante. Sendo assim, em primeira aproximação a oscilação se dá entre $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$. Pode-se então descrever o fenômeno de oscilação para neutrinos atmosféricos utilizando oscilação em dois sabores, a qual é um caso particular mais simples do modelo.

Os autoestados de sabor ν_μ e ν_τ são descritos como combinação linear dos autoestados de massa ν_2, ν_3 . Podemos escrever,

$$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

onde θ é o ângulo de mistura e a matriz de mistura com dois sabores, $U_{2 \times 2}$ pode ser escrita como

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Aplicamos a equação de Schrödinger para se obter a evolução temporal do estado

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U H U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

onde na base de autoestados de massa, o Hamiltoniano é diagonal e pode ser escrito em termos dos seus autovalores de energia, E_i . Como desejamos aplicar este formalismo de oscilação em dois sabores ao problema do neutrino atmosférico, trataremos da evolução temporal dos autoestados de massa 2 e 3,

$$H = \begin{pmatrix} E_2 & 0 \\ 0 & E_3 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Desenvolvendo a Eq.(2.20) obtemos,

$$\begin{aligned}
i\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= UHU^\dagger \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 & 0 \\ 0 & E_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} E_2\cos^2\theta + E_3\text{sen}^2\theta & \frac{1}{2}(E_3 - E_2)\text{sen}(2\theta) \\ \frac{1}{2}(E_3 - E_2)\text{sen}(2\theta) & E_3\cos^2\theta + E_2\text{sen}^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Em um problema de duas espécies de neutrinos é útil fazer uso das matrizes de Pauli, σ_1 e σ_3 , definidas pela Eq.(B.2). Em termos destas matrizes e da matriz identidade I , o Hamiltoniano pode ser escrito como:

$$\bar{H} = UHU^\dagger = \frac{(E_2 + E_3)I}{2} + \frac{E_2 - E_3}{2} (\sigma_1\text{sen}2\theta - \sigma_3\cos2\theta) \tag{2.23}$$

Novamente usando $L \approx t$, a evolução temporal de um autoestado de sabor é dada, em termos dos dois sabores que compõem a base, $(\nu_\mu \ \nu_\tau)^T = |\nu_\mu, \nu_\tau \rangle$, como,

$$|\nu_\mu; L \rangle = e^{-i\bar{H}L} |\nu_\mu; L = 0 \rangle = e^{\frac{(E_2 - E_3)}{2}(\sigma_1\text{sen}2\theta - \sigma_3\cos2\theta)L} |\nu_\mu; L = 0 \rangle \tag{2.24}$$

e,

$$|\nu_\tau; L \rangle = e^{-i\bar{H}L} |\nu_\tau; L = 0 \rangle = e^{\frac{(E_2 - E_3)}{2}(\sigma_1\text{sen}2\theta - \sigma_3\cos2\theta)L} |\nu_\tau; L = 0 \rangle \tag{2.25}$$

Ou seja, a probabilidade de oscilação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
P_{\mu \rightarrow \tau}(L, E) &= |\langle \nu_\tau | \nu_\mu(L) \rangle|^2 = \left| -i\text{sen}2\theta \text{sen} \left(\frac{\Delta E_{32}}{2} L \right) \langle \nu_\tau | \nu_\mu \rangle \right|^2 \\
&= \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta E_{32}}{2} L \right), \tag{2.26}
\end{aligned}$$

onde $\Delta E = E_3 - E_2$. Sendo o neutrino uma partícula relativística, podemos agora através da Eq.(2.8) e assumindo que $p_2 \approx E_2$ e $p_3 \approx E_3$, ou $p_2 \approx P_3$, escrever a Eq.(2.26) como

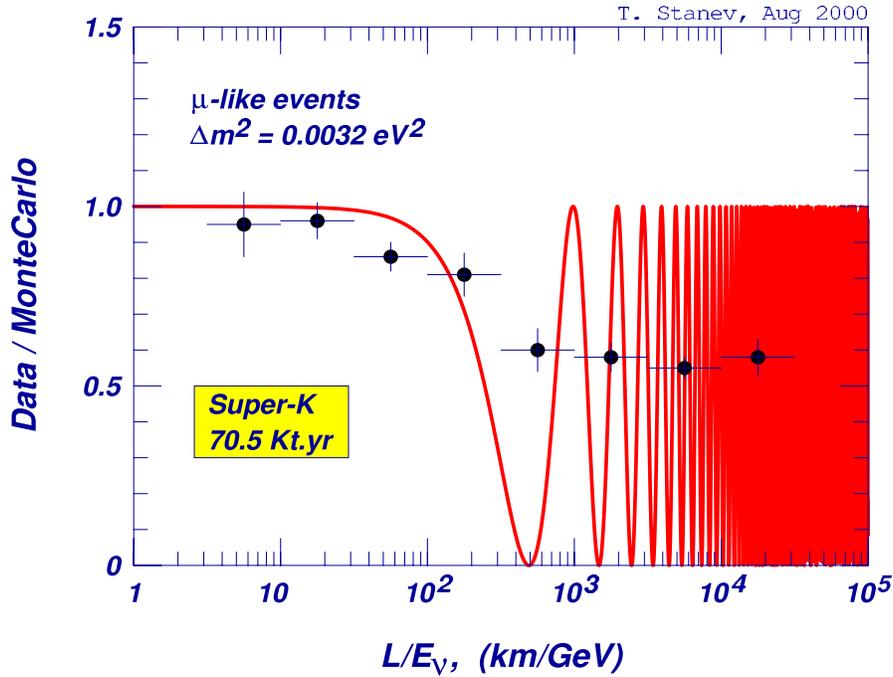


Figura 2.1: Comparação entre a Eq.(2.27), linha cheia, e os dados de SK, pontos, para o fluxo de neutrinos muônicos retirada da referência [6].

$$P_{\mu \rightarrow \tau}(L, E) = \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) . \quad (2.27)$$

Que é a equação mostrada na Eq.(1.7).

Lembramos que a Eq.(2.27) foi obtida ao se assumir dois sabores e está em boa concordância com os dados experimentais. Esta equação descreve os efeitos do mecanismo dominante na oscilação de neutrinos atmosféricos, a propagação de ν_μ e ν_τ sem efeitos de matéria. Sendo assim, os efeitos descritos por ela são devidos apenas à diferença quadrática de massas entre os autoestados, à energia e à distância percorrida. Em outras palavras, através do mecanismo de oscilação de sabores de neutrinos, podemos interpretar a assimetria up-down como sendo devida apenas à maior distância percorrida pelos neutrinos up, e nenhum efeito de interação com a matéria é necessário para descrever os dados de SK referentes a esta assimetria. A Fig. (2.1) mostra o comportamento da Eq.(2.27) em comparação

com os dados de neutrinos atmosféricos.

O primeiro mínimo da oscilação de neutrinos atmosféricos se dá quando estes percorrem a distância $L \approx 400$ km, o que implica em neutrinos chegando a SK vindos horizontalmente, e como consequência, pequenas variações angulares resultam em grande variação da distância percorrida pelos neutrinos. Isto afeta de forma significativa $P_{\mu \rightarrow \tau}$, pois a oscilação de sabores depende diretamente da distância percorrida.

2.2 Efeitos de matéria

Conforme [23], *se os neutrinos possuem massa, e as oscilações de sabor ocorrerem, estas podem ser modificadas quando neutrinos atravessam a matéria. Para o caso do neutrino eletrônico, estas modificações ocorrem mesmo quando este neutrino for descrito pelo formalismo sem oscilação de sabores, uma vez que o espalhamento elástico coerente apresenta forma não diagonal nos sabores de neutrino.*

Passamos então agora a nos preocupar com os efeitos da interação do neutrino com a matéria contida no interior terrestre. Estes efeitos se dão através de duas formas diferentes de espalhamento, *coerente* e *incoerente*.

Vamos começar pelo espalhamento coerente. Como mostrado pela primeira vez por Wolfenstein (1978) [23], neutrinos podem sofrer espalhamento elástico coerente devido à interação fraca, dada tanto através de corrente neutra, CN, a qual é mediada por um bóson massivo eletricamente neutro, Z^0 , quanto via corrente carregada, CC, que é mediada por bósons massivos eletricamente carregados, W^\pm , como segue na referência [25], ou vide o apêndice A. Ambas as formas de interação dos neutrinos de sabor com o meio são mostradas na Fig.(2.2).

Existe uma assimetria no conteúdo de sabor dos léptons carregados que constituem a matéria usual, pois ao contrário de elétrons, não existem múons e taus livres no interior da Terra. Esta assimetria faz com que apenas o neutrino eletrônico possa interagir via corrente

carregada com os elétrons no meio, porém, todos os sabores de neutrinos podem interagir via corrente neutra com qualquer constituinte do meio.

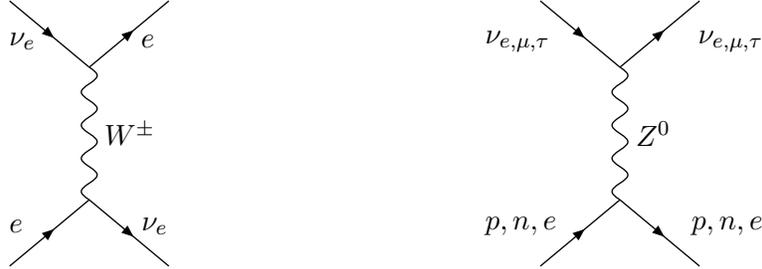


Figura 2.2: Apenas o ν_e pode sofrer interação via CC com os elétrons do meio, enquanto que todos, ν_e , ν_μ e ν_τ , podem interagir via CN com todos os constituintes do meio.

Sobre o espalhamento elástico coerente, sabemos que este tem por característica preservar a coerência das ondas incidentes e espalhadas (não há alteração no momentum da partícula), e descreve dessa forma todos os fenômenos óticos, como a refração. Nesse caso, os estados inicial e final do meio devem ser obrigatoriamente o mesmo, pois qualquer mudança em seus autoestados leva a ondas incoerentes, as quais não poderão interferir com as ondas não espalhadas [28]. Seguiremos agora a estratégia adotada na referência [24] para obter o índice de refração dos neutrinos atmosféricos no interior terrestre. Sabemos que uma onda plana se propagando em uma dada direção x em um meio material, apresenta uma dependência de fase do tipo,

$$\Psi(x) = \Psi(0)e^{inpx} , \quad (2.28)$$

onde $\Psi(0)$ é a onda que descreve o estado inicial do neutrino, e p é o momentum associado, o que significa que variações no índice de refração n de um determinado meio em relação ao vácuo implicam em variações na fase de oscilação do neutrino. Para uma onda que apresente momentum p no vácuo ($n_{\text{vácuo}} = 1$), esta apresentará momentum $p' = np$ em um meio material, mas deverá manter sua energia constante. Essa exigência de que a energia portada pela onda seja a mesma no vácuo ou em meios materiais implica que a interação do neutrino com o meio adiciona uma constante V em sua energia com relação à energia no

vácuo:

$$(E(np) + V)_{\text{vácuo}} = (E(p))_{\text{meio}} \quad . \quad (2.29)$$

Todos os efeitos óticos aos quais os neutrinos atmosféricos estão sujeitos, ou seja, os efeitos macroscópicos do meio, são descritos pelo espalhamento coerente. Antes de seguir com este raciocínio e obter V através da teoria de campos, gostaríamos de analisar a contribuição do espalhamento incoerente dos neutrinos atmosféricos. Como vimos no capítulo 1, neutrinos atmosféricos são basicamente neutrinos eletrônicos e muônicos cujas energias se concentram em torno de alguns GeV, fazendo com que a seção de choque destes neutrinos com um núcleon terrestre, $\sigma_{\nu-N}$ [30], seja extremamente baixa. Isto implica que os neutrinos atmosféricos devem atravessar uma quantidade muito grande de matéria antes de interagir. Calculamos o livre caminho médio de interação, L_{int} , em unidades de *densidade equivalente à da água, ou "water equivalent" (W.E.)*. Esta unidade nada mais é do que a distância percorrida ponderada pela densidade de matéria em unidades de densidade da água, e informa qual seria a distância necessária para que ocorra a interação dada pela Eq (1.3) caso o neutrino se propagasse na água. Podemos escrever

$$L_{int} = \sum_i N_i \sigma_i = 2N_n \sigma_{\nu n} + N_e \sigma_{\nu e} \approx 10^{14} \text{cm W.E.} \quad . \quad (2.30)$$

Ou seja, para interagir com um constituinte do meio, um neutrino com energia próxima a 1 GeV precisa atravessar uma distância de 10^{14} centímetros de água. Aqui N_i é o número de partículas do tipo i presentes no meio, $i = e$ (elétrons), n (núcleons). Em contra partida, ponderando pela densidade o diâmetro da Terra em unidades de *densidade equivalente a da água* é dado por,

$$d_{Terra} = \int_0^{2R_{Terra}} \rho dl \approx 10^{12} \text{cm W.E.} \quad . \quad (2.31)$$

Logo, o comprimento de interação dos neutrinos atmosféricos é da ordem de 100 vezes maior que o diâmetro terrestre e por isso esperamos que os neutrinos cruzem toda a Terra sem que ocorra a interação do tipo beta-inverso com os constituintes do meio. Isto implica que efeitos microscópicos da interação dos neutrinos atmosféricos com o meio podem ser

desprezados. Ou seja, devida à baixa seção de choque dos neutrinos atmosféricos, podemos desconsiderar efeitos de absorção ou espalhamento incoerente destes neutrinos pelos constituintes do meio.

Passamos agora ao cálculo do potencial de matéria sentido pelos neutrinos atmosféricos no interior da Terra. Para tal, tomemos o Hamiltoniano de interação fraca do neutrino eletrônico no vácuo [25], o qual denotaremos por H_{Weak} , ou simplesmente H_W ,

$$H_W(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(J^{(+)\mu}(x) J_\mu^{(-)}(x) + \frac{1}{4} J^{(N)\mu}(x) J_\mu^{(N)}(x) \right) , \quad (2.32)$$

onde $J^{\pm\mu}(x)$ são dadas na Eq. (A.7). A parte leptônica de J_μ^N é construída em analogia à Eq. (A.40), mas aqui esta deve incluir correntes hadrônicas,

$$\begin{aligned} J_\mu^N(x) &= \sum_\alpha \bar{\nu}_\alpha(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_\alpha(x) \\ &- \bar{e}(x) [\gamma_\mu (1 - \gamma_5) - 4 \sin^2 \theta_W \gamma_\mu] e(x) \\ &+ \bar{p}(x) [\gamma_\mu (1 - g_A^p \gamma_5) - 4 \sin^2 \theta_W \gamma_\mu] p(x) \\ &+ \bar{n}(x) [\gamma_\mu (1 - g_A^n \gamma_5)] n(x) , \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde g_A^p , e g_A^n são as constantes de acoplamento axial da interação forte associadas ao próton e ao neutron, respectivamente.

Desejamos obter o potencial efetivo que atua sobre ν_e . Conforme [29], [30], fazemos isso através do cálculo das amplitudes de probabilidade efetivas para o espalhamento elástico coerente no limite relativístico. Lembramos que condição de coerência implica que os estados inicial e final devem ser estritamente os mesmos. Inicialmente então, podemos escrever o potencial de interação via corrente carregada, V_C , em termos da parte do Hamiltoniano fraco responsável por esta interação, H_C , na base dos autoestados de sabor que interagem via CC, elétron e neutrino eletrônico,

$$V_C = \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | H_C | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \quad (2.34)$$

onde p é momentum e s é o spin da partícula.

Contudo, a Terra é um meio material à temperatura $T > 0$, e sabemos que a temperatura finita, valores esperados de um operador devem conter o caráter estatístico representado pela matriz densidade, ρ , de tal forma que,

$$\langle A \rangle = Tr[\rho A] \quad . \quad (2.35)$$

Não temos nenhuma informação a respeito dos estados de spin, tanto dos neutrinos como dos elétrons do meio, e sendo assim, assumimos um meio totalmente não polarizado. Por causa disso, devemos proceder uma soma em spins iniciais e média em spins finais. Nesse sentido, a parte de H_W responsável pela interação via CC pode ser escrita da seguinte forma,

$$\begin{aligned} \langle H_C^e(x) \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3 p_e f(E_e, T) \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 \bar{e}^s(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e^s(x) \times \\ &\times \bar{\nu}_e^s(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e^s(x) | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \quad . \end{aligned} \quad (2.36)$$

Aqui $f(E_e, T)$ é a função estatística que descreve a distribuição energética de elétrons num meio homogêneo e isotrópico a temperatura T , e é normalizada por,

$$\int f(E_e, T) d^3 p_e = 1 \quad . \quad (2.37)$$

Trabalhamos no formalismo de segunda quantização, em que ambos os campos fermiônicos, de elétrons e de neutrinos, são representados em função dos operadores de criação e aniquilação

$$\psi(x) = \sum_{s, \vec{p}} \sqrt{\frac{1}{2VE_p}} \left[a_s(\vec{p}) u_s(\vec{p}) e^{-ipx} + b_s^\dagger(\vec{p}) v_s(\vec{p}) e^{ipx} \right] \quad (2.38)$$

$$\bar{\psi}(x) = \sum_{s, \vec{p}} \sqrt{\frac{1}{2VE_p}} \left[b_s(\vec{p}) \bar{u}_s(\vec{p}) e^{-ipx} + a_s^\dagger(\vec{p}) \bar{v}_s(\vec{p}) e^{ipx} \right] \quad . \quad (2.39)$$

onde s é o spin e V é o volume no qual é feita a quantização. Agora escrevemos a corrente eletrônica da Eq.(2.36), que é a condição de coerência através das Eq.(2.38, 2.39). Levando em conta que os estados inicial e final devem ser iguais, o único termo que sobrevive é

$$a_{s_2}^\dagger(\vec{p}_2) \bar{u}_{s_2}(\vec{p}_2) a_{s_2}(\vec{p}_2) u_{s_2}(\vec{p}_2) \quad , \quad (2.40)$$

onde podemos identificar o operador número, $N_{s_2}(p_2)$ para o neutrino com momentum p_2 e spin s_2 como sendo,

$$N_{s_2}(p_2) = a_{s_2}^\dagger(\vec{p}_2)a_{s_2}(\vec{p}_2) \quad (2.41)$$

Dessa forma podemos escrever o potencial devido à CC,

$$\begin{aligned} V_C^e &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \nu_e(p_1, s_1)e(p_2, s_2) | \int \int d^3x d^3p_2 f(E_e, T) \frac{N_{s_2}(p_2)}{2V\omega_p} \times \\ &\times \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 \bar{u}^s(x)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\nu_e^s(x)\bar{\nu}_e^s(x)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u^s(x) | \nu_e(p_1, s_1)e(p_2, s_2) \rangle . \end{aligned} \quad (2.42)$$

Dada agora a transformação de Fierz, Eq.(B.1), escrevemos $V_C(x)$ em função de uma corrente eletrônica pura, e outra corrente referente apenas a neutrinos, e escrevemos a média sobre spin para os estados eletrônicos em função do traço de matrizes γ de Dirac, as quais são dadas pelas Eqs.(B.3, B.4, B.5),

$$\begin{aligned} \sum_{s_a} u_e(p_e)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)u_e(p_e) &= Tr [m_e + \gamma \cdot p\gamma^\mu(1 - \gamma_5)] \\ &= m_e(Tr(\gamma^\mu) + Tr(\gamma^\mu\gamma^5)) \\ &+ (p_e)_\nu(Tr(\gamma^\nu\gamma^\mu) + Tr(\gamma^\nu\gamma^\mu\gamma^5)) \\ &= 4(p_e)^\mu . \end{aligned} \quad (2.43)$$

Substituindo este resultado na Eq.(2.42) obtemos,

$$\begin{aligned} V_c^e &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \nu_e(p_1, s_1)e(p_2, s_2) | \int \int d^3x d^3p_2 f(E_e, T) \frac{N_{s_2}(p_2)}{E_e} \times \\ &\times \sum_s \bar{\nu}_e^s(x)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\nu_e^s(x)(p_2)^\mu | \nu_e(p_1, s_1)e(p_2, s_2) \rangle . \end{aligned} \quad (2.44)$$

Agora o produto escalar $\gamma_\mu(p_2)^\mu$ pode ser escrito como $\gamma_0(p_2)^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{p}$, e escrevemos $(p_2)^0 = E_e$.

$$\begin{aligned}
V_C^e &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int \int d^3x d^3p_2 f(E_e, T) \frac{N_{s_2}(p_2)}{E_e} \times \\
&\times \sum_s \bar{\nu}_e^s(x) (\gamma_0 E_e + \vec{\gamma} \cdot \vec{p}_2) (1 - \gamma_5) \nu_e^s(x) | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle . \quad (2.45)
\end{aligned}$$

Sendo o espaço isotrópico, a integral do vetor momentum eletrônico pode ser considerada nula,

$$\int \vec{p}_2 f(E_e, T) d^3p_2 = 0 \quad , \quad (2.46)$$

e a integral da densidade de número eletrônico tem como resultado,

$$\int N_{s_2}(p_2) f(E_e, T) d^3p_2 = N_e \quad , \quad (2.47)$$

onde N_e nos fornece o número de elétrons. Dessa maneira podemos escrever o potencial sentido pelo neutrino eletrônico devido à corrente carregada como,

$$\begin{aligned}
V_C^e &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x \sum_{s_a} \bar{\nu}_e^s(x) \gamma_0 (1 - \gamma_5) \nu_e^s(x) | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle . \\
&\quad (2.48)
\end{aligned}$$

Escrevemos os campos associados aos neutrinos no formalismo de segunda quantização, da mesma maneira que foi feita para a corrente eletrônica, e aplicamos agora a Eq .(2.43) na Eq .(2.48),

$$\begin{aligned}
V_C^e &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x \frac{Tr}{2VE_{\nu_e}} [p_{\nu_e} \cdot \gamma + m_{\nu_e}] \gamma_0 (1 - \gamma_5) \times \\
&\times a_{s_1}^\dagger(\vec{p}_1) a_{s_1}(\vec{p}_1) | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x \frac{4E_{\nu_e}}{2VE_{\nu_e}} | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \frac{2}{V} \int d^3x \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \\
&= \sqrt{2} G_F \frac{N_e}{V} \int d^3x = \sqrt{2} G_F N_e . \quad (2.49)
\end{aligned}$$

Este potencial pode ser escrito em função da densidade de matéria, ρ_{14} , a qual é definida como

$$\rho_{14} \equiv \frac{\rho}{10^{14}} \left(\frac{g}{cm^3} \right) , \quad (2.50)$$

tendo então V_c a forma,

$$V_C^e = \sqrt{2}G_F N_e \approx 7.6Y_e \rho_{14} eV , \quad (2.51)$$

onde $Y_e = \frac{N_e}{N_p+N_n}$ é a densidade de número relativa. Esta fornece a densidade de número de elétrons com relação à densidade de número dos demais constituintes do meio material, prótons e neutrons. Como se trata de um meio eletricamente neutro, $N_p = N_e$.

Para o cálculo do potencial devido à interação via corrente neutra dos neutrinos eletrônicos com os elétrons do meio, $V_N^{e,\mu,\tau}$, calcularemos inicialmente V_N^e . Procedendo da mesma maneira que para o caso anterior, levando em conta inicialmente os dois primeiros termos da Eq. (2.33), a distribuição eletrônica de Fermi, e fazendo a média sobre os spins, a Hamiltoniana devida à corrente neutra, H_N^e , tem a forma,

$$\begin{aligned} H_N^e(x) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int d^3x d^3p_2 f(E_e, T) \times \frac{1}{2} \sum_s \bar{\nu}_e(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e(x) \times \\ &\times \bar{e}(x) [\gamma_\mu (1 - \gamma_5) - 4 \sin^2 \theta_W \gamma_\mu] e(x) d^3p_e . \end{aligned} \quad (2.52)$$

Da mesma maneira que na Eq. (2.48), para $V_N^{e,n}$ temos,

$$\begin{aligned} V_N^e &= -\frac{G_F N_e}{2\sqrt{2}} \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x (1 - 4 \sin^2 \theta_W) \gamma_\mu \sum_s \bar{\nu}_e(x) \gamma_0 (1 - \gamma_5) \nu_e(x) \\ &= -\frac{G_F N_e}{2\sqrt{2}} \frac{1}{2VE_{\nu_e}} \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x (1 - 4 \sin^2 \theta_W) Tr[p_{\nu_e} \cdot \gamma + m_{\nu_e}] \\ &\times \gamma_0 (1 - \gamma_5) a_{s_1}^\dagger(\vec{p}_1) a_{s_1}(\vec{p}_1) | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \\ &= -\frac{G_F N_e}{2\sqrt{2}} \frac{1}{2VE_{\nu_e}} \langle \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | \int d^3x (1 - 4 \sin^2 \theta_W) 4E_{\nu_e} | \nu_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \\ &= -\frac{G_F N_e}{\sqrt{2}} (1 - 4 \sin^2 \theta_W) . \end{aligned} \quad (2.53)$$

Em analogia com a Eq. (2.51), em termos da densidade relativa de núcleos podemos escrever V_N^e como,

$$V_N^e = -\frac{G_F N_e}{\sqrt{2}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W) \approx -3.8 Y_n \rho_{14} \quad . \quad (2.54)$$

Como nas Eqs .(2.32, 2.33) não ocorrem modificações caso o neutrino eletrônico seja substituído por um neutrino de outro sabor, esperamos que a interação via corrente neutra seja descrita pelo mesmo potencial efetivo para ambos os sabores de neutrino, $V_N^e = V_N^\mu = V_N^\tau = V_N^{e,\mu,\tau}$,

$$V_N^{e,\mu,\tau} = -\frac{G_F N_e}{\sqrt{2}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W) \approx -3.8 Y_n \rho_{14} \quad . \quad (2.55)$$

Podemos concluir daí que a interação via corrente neutra é diagonal com respeito aos diferentes sabores de neutrinos. Isto implica que a correção devida à interação por corrente neutra aos autoestados de sabor será uma fase global, comum a todos os sabores de neutrinos, portanto sem significado físico e que esta forma de interação não promove mistura entre os autoestados.

Para o cálculo do potencial para anti-neutrinos, tomemos por exemplo \bar{V}_N^e ,

$$\bar{V}_N^e = \langle \bar{\nu}_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) | H_N | \bar{\nu}_e(p_1, s_1) e(p_2, s_2) \rangle \quad . \quad (2.56)$$

Para escrever termos não nulos devemos comutar os operadores de campo, e sendo assim, da relação de anti-comutação entre eles, $\{b_{s_j}(p), b_{s_{j'}}^\dagger(p)\} = \delta^{(3)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \delta(j - j')$, podemos escrever,

$$\begin{aligned} \langle 0 | b_s(\vec{p}) b_s^\dagger(\vec{p}') | 0 \rangle &= \langle 0 | b_s(\vec{p}) \left[\sum_{k,k'} b_s^\dagger(\vec{k}) b_s(\vec{k}') \right] b_s^\dagger(\vec{p}') | 0 \rangle \\ &\rightarrow - \langle 0 | b_s(\vec{p}) \left[\sum_{k,k'} b_s(\vec{k}') b_s^\dagger(\vec{k}) \right] b_s^\dagger(\vec{p}') | 0 \rangle \quad , \quad (2.57) \end{aligned}$$

o que implica que, de maneira geral, por causa da anti-comutação entre os operadores de campo, o potencial para neutrinos difere por um sinal do potencial para anti-neutrinos,

$$V_{C,N} = -\bar{V}_{C,N} \quad . \quad (2.58)$$

Resumindo, o neutrino eletrônico está sujeito a ambos os potenciais, V_C devido à interação via CC, e V_N devido à interação via CN. Os outros dois sabores de neutrinos, ν_μ e ν_τ só estão sujeitos à V_N . Sendo assim, as oscilações entre ν_e e ν_μ e entre ν_e e ν_τ são modificadas pelo meio material no interior da Terra.

2.2.1 Alterações nas propriedades intrínsecas do neutrino

Uma consequência da propagação do neutrino em um meio denso é a modificação da relação de dispersão no vácuo,

$$E_\nu^2 = p_\nu^2 + m_\nu^2 \quad (2.59)$$

Para o neutrino de Dirac se movendo em um meio com densidade constante, lembrando que apenas os estados de mão esquerda interagem com o meio [†], as equações de movimento são,

$$(\partial_\mu \gamma^\mu + V \gamma^0) \nu_L + m \nu_R = 0 \quad (2.60)$$

$$\partial_\mu \gamma^\mu \nu_R + m \nu_L = 0 \quad (2.61)$$

onde L e R se referem a estados de mão esquerda e direita respectivamente. Para neutrinos relativísticos, sendo válida a condição $|V_e| \ll p_\nu$, temos $E_\nu \approx p_\nu$, e a solução das Eqs. (2.60, 2.61), conforme [28], [30], [31], leva a relação de dispersão para o neutrino de Dirac dada por

$$(E_\nu - \frac{V_e}{2})^2 = (p_\nu + \frac{V_e}{2})^2 + m_\nu^2 \rightarrow E_\nu^2 = p_\nu^2 + m_\nu^2 + 2p_\nu V_e. \quad (2.62)$$

Pode-se afirmar então, que o efeito do meio atuando sobre o neutrino eletrônico resulta em uma modificação na massa efetiva $m_{\nu_e}^{ef}$ a qual depende de V_e e, por consequência, da

[†]Como apenas os autoestados de mão esquerda interagem com o meio, o potencial é multiplicado por um fator $\frac{1}{2} (1 - \gamma^5)$, que tem como resultado o fator $\frac{1}{2} V_e$ na relação de dispersão.

densidade eletrônica do meio em questão, conforme a Eq. (2.64)

$$(m_{\nu_e}^{ef})^2 = m_\nu^2 + 2pV_e . \quad (2.63)$$

Da Eq. (2.17) vemos que o comprimento de oscilação do neutrino depende da diferença quadrática de massas entre os autoestados envolvidos. Para neutrinos se propagando na matéria, a massa efetiva gerada pode ser atribuída tanto ao potencial de interação via corrente carregada, quanto via corrente neutra, e escrevemos

$$A = A_C + A_N = 2p(V_C + V_N) \quad (2.64)$$

Conforme [28], para obtermos os autovalores de massa efetiva na matéria μ_1 e μ_2 , em duas gerações de neutrinos, precisamos diagonalizar a matriz

$$M = \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta + A_C + A_N & \frac{1}{2} \Delta m_{21}^2 \sin(2\theta) \\ \frac{1}{2} \Delta m_{21}^2 \sin(2\theta) & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta + A_N \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

onde simplesmente adicionamos A_N aos termos diagonais e A_C ao termo M_{11} da matriz de massas que fornece a equação de movimento para neutrinos no vácuo. A solução desta diagonalização fornece,

$$\mu_1^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta) - A_C)^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin^2(2\theta))} \quad (2.66)$$

$$\mu_2^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta) - A_C)^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin^2(2\theta))} , \quad (2.67)$$

e sendo assim, a diferença quadrática de massas na matéria pode ser expressa por,

$$\tilde{\Delta} m_{21}^2 = \mu_2^2 - \mu_1^2 = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta) - A_C)^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin^2(2\theta))} . \quad (2.68)$$

Aqui salientamos que $\tilde{\Delta} m_{21}^2$ não depende de A_N e, sendo assim, os efeitos de oscilação na matéria são devidos exclusivamente a interações mediadas via corrente carregada. Assim

como a interferência entre as ondas associadas aos autoestados de massa é responsável pela mudança no conteúdo de um determinado autoestado de massa na composição de um autoestado de sabor, caracterizando desta maneira a oscilação no vácuo, a interferência devida ao efeito de meio também altera esta composição. Dessa forma, o perfil de oscilação se torna dependente do potencial efetivo no meio [23]. Lembramos que, como são os autoestados de sabor que interagem com o meio e sentem os efeitos do potencial efetivo, as alterações provocadas pelo meio material recaem sobre estes autostados, e não sobre os autoestados de massa. Veremos agora como as massas efetivas alteram o padrão de oscilação dos neutrinos quando estes cruzam a Terra.

Como uma primeira conseqüência da alteração do espectro de massas na matéria temos a modificação do ângulo de mistura entre os autoestados de sabor. Dado que os valores das massas são alterados quando o neutrino se propaga em um meio, em termos das massas efetivas e do ângulo de mistura no vácuo, θ , podemos escrever o ângulo de mistura na matéria, ϕ , como,

$$\tan(2\phi) = \frac{\tan(2\theta)}{1 - \frac{A_C}{A_R}} , \quad (2.69)$$

ou de outra forma,

$$\sen^2(2\phi) = \frac{\sen^2(2\theta)}{\cos^2(2\theta)(1 - A_C/A_R)^2 + \sen^2(2\theta)} , \quad (2.70)$$

onde $A_R = \Delta m_{21}^2 \cos(2\theta)$.

Podemos agora obter uma expressão analítica aproximada para a probabilidade de oscilação na matéria, assumindo densidade constante. Nesse caso os valores de $\tilde{\Delta}m_{21}^2$ e $\sen^2(2\phi)$ serão constantes, e sendo assim, em analogia à probabilidade de oscilação no vácuo podemos escrever,

$$\tilde{P} = \sen^2(2\phi) \sen^2 \left(\delta \frac{\sen(2\theta)}{\sen(2\phi)} \right) , \quad (2.71)$$

Esta relação fornece o padrão de oscilação para regiões com densidade constante e diferente de zero, e reproduz o perfil de oscilação no vácuo quando é atribuída densidade nula. Aqui

usamos a definição do parâmetro δ como sendo:

$$\delta \equiv \frac{\Delta m_{21}^2}{4E} . \quad (2.72)$$

Contudo, o problema em que estamos interessados não é tão simples assim, pois esperamos efeitos vindos das transições entre regiões com densidades diferentes, os quais não podem ser descritos pela Eq (2.71).

Uma das conseqüências dos efeitos de matéria sobre a probabilidade de oscilação é a alteração no comprimento de oscilação. Da mesma forma que para o caso do vácuo, onde definimos o comprimento de oscilação no vácuo, L_{vacuo} , dado na Eq (2.17), o comprimento de oscilação na matéria pode ser dado por

$$\begin{aligned} L_{mat} &= \frac{4\pi E}{\tilde{\Delta}m_{21}^2} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{21}^2 \sqrt{(\cos^2(2\theta) - \frac{A_C}{\Delta m_{21}^2})^2 + \sin^2(2\theta)}} \\ &= \frac{L_{vacuo}}{\sqrt{\cos^2(2\theta)(1 - A_C/A_R)^2 + \sin^2(2\theta)}} \\ &= \frac{L_{vacuo}}{\sqrt{\cos^2(2\theta)(1 - \frac{2\sqrt{2}EG_F N_e}{\Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta)}) + \sin^2(2\theta)}} \end{aligned} \quad (2.73)$$

onde N_e é o número de elétrons dado pela Eq. (2.47), e G_f é a constante de Fermi. Podemos analisar a priori três casos limites de interesse.

Quando $\frac{A_C}{A_R} \rightarrow 0$, ou seja $2\sqrt{2}EG_F N_e \ll \Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta_{12})$, reproduzimos a oscilação no vácuo,

$$L_{mat} \approx \frac{L_{vácuo}}{\sqrt{\cos^2(2\theta)(1)^2 + \sin^2(2\theta)}} = L_{vacuo} . \quad (2.74)$$

Por outro lado, quando $A_C \rightarrow A_R$, ou seja $2\sqrt{2}EG_F N_e \rightarrow \Delta m_{21}^2 \cos^2(2\theta_{12})$, encontramos a condição de ressonância,

$$L_{mat}^{Res} \approx \frac{L_{vácuo}}{\sqrt{\cos^2(2\theta)(1-1)^2 + \sin^2(2\theta)}} = \frac{L_{vácuo}}{\sin(2\theta)} . \quad (2.75)$$

Nesse caso, devido às características do meio e intrínsecas do neutrino coincidirem, o efeito de matéria amplifica os efeitos de oscilação, pois ocorre uma redução drástica no comprimento de oscilação, fazendo com que o neutrino oscile várias vezes enquanto essa condição for válida. A região na qual ocorre a coincidência entre as características intrínsecas do neutrino com as do meio é chamada região de ressonância.

Outro caso limite é quando $A_C \gg A_R$, ou seja, $\frac{2\sqrt{2}EG_F N_e}{\Delta m_{21}^2 c^2 \theta_{12}} \gg 1$. Nesse caso, temos

$$L_{mat} \approx \frac{L_{vacuo}}{\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}EG_F N_e}{\Delta m_{21}^2}\right)^2 + \text{sen}^2 2\theta}} = \frac{1}{2\sqrt{2}G_F N_e} . \quad (2.76)$$

Para esse limite o comprimento de oscilação tende a ser independente de Δm_{21}^2 . Ilustramos na Fig. (2.3) o efeito das alterações no perfil de densidade da Terra sobre o comprimento de oscilação do neutrino eletrônico, em função da distância percorrida L para diferentes valores da diferença quadrática de massas Δm_{21}^2 .

Podemos observar que para as regiões da crosta e do núcleo, devido á dominância de $2\sqrt{2}EG_F N_e$, L_{mat} praticamente não depende do valor de δ . Os valores destacados no gráfico, 2751km e 10939km referem-se ao ponto de menor e de maior comprimento de oscilação apresentado, respectivamente.

Observamos que para as regiões do núcleo e da crosta nos aproximamos do último caso limite que tratamos, com o comprimento de oscilação praticamente independente de δ .

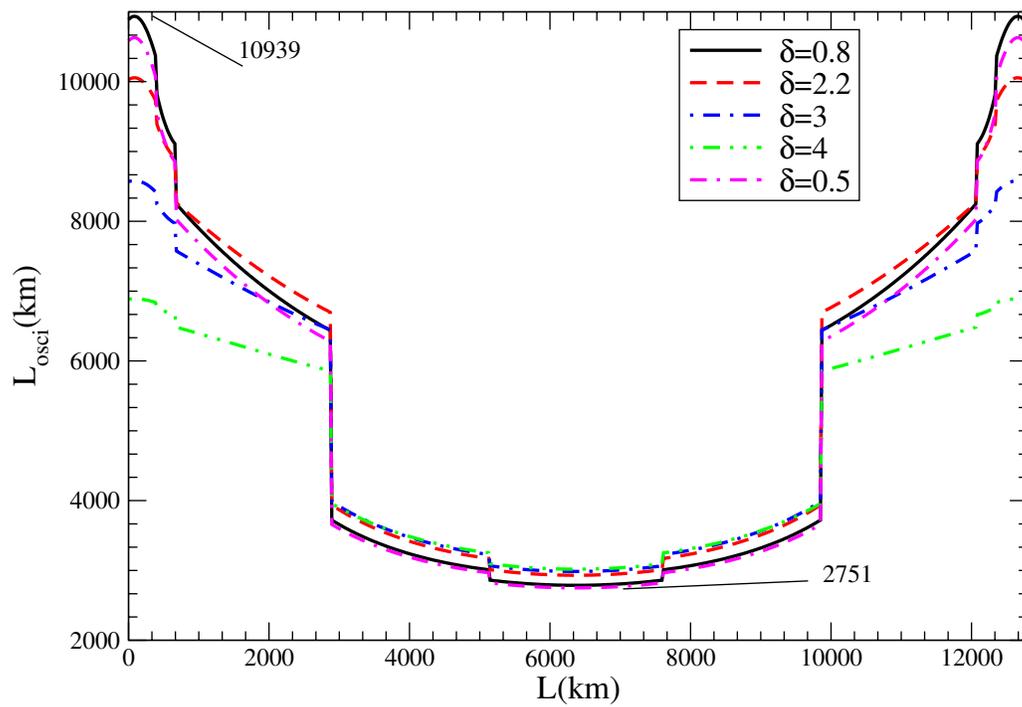


Figura 2.3: Alterações no comprimento de oscilação na matéria, L_{mat} em função da distância L para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-4} eV²).

Capítulo 3

Generalização do modelo para três gerações

Nosso trabalho tem por objetivo generalizar o formalismo de oscilação de sabores para três gerações de neutrinos, tal como feito em [27], e dessa forma incluir na solução do problema do neutrino atmosférico a possibilidade de oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, inserindo efeitos de matéria sobre o neutrino eletrônico, numa tentativa de descrever o pequeno excesso de neutrinos eletrônicos que, embora dentro do limite dos erros estatísticos, é verificado nos dados do detector SuperKamiokande [1] para baixas energias.

O modelo de oscilação de sabores está baseado na hipótese de mistura de sabores de neutrinos, que nos diz que a descrição do neutrino de sabor ao se propagar, deve ser feita através de uma combinação linear de autoestados de massa, $\{\nu_1, \nu_2, \nu_3\}$,

$$|\nu_\alpha \rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i \rangle, \quad (3.1)$$

A evolução temporal de um autoestado de sabor $|\nu \rangle$ é dada por uma equação do tipo,

$$i \frac{d}{dt} |\nu \rangle = H |\nu \rangle, \quad \text{onde} \quad |\nu \rangle = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Lembramos que na Eq (3.2) deve estar incluído no Hamiltoniano um termo referente ao potencial efetivo, V , sentido pelo neutrino eletrônico devido ao efeito de meio, ou seja,

$$H = \left(\frac{UM^2U^\dagger}{2E} + V \right) . \quad (3.3)$$

Aqui E é a energia portada pelo neutrino e M^2 é a matriz de massa, dada por,

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} . \quad (3.4)$$

No modelo padrão sem oscilação de sabores existe conservação do número leptônico individual, o que implica que não pode haver mistura entre léptons pertencentes a diferentes gerações de matéria, e por causa disso, a representação matricial de V não pode apresentar termos não diagonais. Além disso, sabendo que apenas ν_e sente os efeitos da interação via CC , a matriz V deve ter a forma:

$$V = \begin{pmatrix} V_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (3.5)$$

Através das Eqs. (3.2), (3.4), (3.5), a equação de evolução de um autoestado de sabor ν pode ser escrita como,

$$i \frac{d}{dt} |\nu \rangle = \left(\frac{U_{23}U_{13}U_{12}M^2U_{12}^\dagger U_{13}^\dagger U_{23}^\dagger}{2E} + V \right) |\nu \rangle , \quad (3.6)$$

onde

$$U_{ij} = \begin{pmatrix} c_{ij} & s_{ij} \\ -s_{ij} & c_{ij} \end{pmatrix} . \quad (3.7)$$

O sistema dado pela Eq (3.6) pode ser resolvido exatamente via cálculo numérico sem grandes complicações. Contudo seguiremos uma estratégia que acreditamos seja mais interessante. Da mesma forma que em [27], buscaremos uma solução semi-analítica para o problema, pois esperamos obter uma interpretação mais intuitiva dos resultados. Para isso vamos transformar o sistema de equações diferenciais acopladas de dimensão 3 em dois outros sistemas equivalentes ao primeiro, um de dimensão 2 e o outro de 1.

Agora vamos efetuar uma rotação na base de autoestados, com o intuito de transformar o sistema original em dois subsistemas e então resolvê-los separadamente. Definimos a base rodada, ν' por, $|\nu' \rangle = U_{23}U_{13}|\nu \rangle$, e a equação de evolução temporal nesta nova base pode ser escrita como,

$$i\frac{d}{dt}|\nu' \rangle = H'|\nu' \rangle, \quad (3.8)$$

onde

$$H' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2E}U_{12}M^2U_{12}^\dagger + U_{13}V_eU_{13}^\dagger & & \\ s_{12}^2\delta + V_e c_{13}^2 & s_{12}^2 c_{12}^2 \delta & V_e s_{13} c_{13} \\ s_{12}^2 c_{12}^2 \delta & s_{12}^2 \delta & 0 \\ V_e s_{13} c_{13} & 0 & \Delta + V_e s_{13}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Em analogia com a Eq (2.72), definimos:

$$\frac{\Delta m_{31}^2}{2E} = \Delta. \quad (3.10)$$

Analisando o H' dado pela Eq.(3.9) é fácil perceber que se de alguma forma os elementos H'_{13} e H'_{31} forem eliminados, a evolução temporal de ν'_r se torna independente das demais. Para isso procede-se uma rotação adicional de forma que a nova base rodada esteja relacionada com a antiga base rodada por $\nu' = U'_{13}\nu''$, aonde U'_{13} está associado a uma rotação na base de autoestados por um ângulo θ'_{13} a ser definido. Nessa nova base ν'' , a evolução temporal do sistema tem a forma,

$$i \frac{d}{dt} |\nu'' \rangle = H'' |\nu'' \rangle = U'_{13} \dagger H' U'_{13} |\nu'' \rangle, \quad (3.11)$$

que fornece,

$$H'' = \begin{pmatrix} M_{2 \times 2} & A_{2 \times 1} \\ B_{1 \times 2} & C_{1 \times 1} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

onde $X_{m \times n}$ representa uma matriz $m \times n$. Explicitamente,

$$M_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} c'_{13} s'^2_{12} \delta + V_e c_{13} (c'_{13} c_{13} - s_{13} s'_{13}) & s_{12} c_{12} \delta \\ s_{12} c_{12} \delta & c'_{13} s_{12} c_{12} \delta \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

está relacionada com a escala de evolução do neutrino solar. Os outros elementos de H'' são:

$$A_{2 \times 1} = \begin{pmatrix} V_e (s_{13} c_{13} c_{13} + s'_{13} c'^2_{13} + s'_{13} s'^2_{12} \delta) \\ s'_{13} s_{12} c_{12} \delta \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

$$B_{1 \times 2} = \begin{pmatrix} -s'_{13} \Delta + c'_{13} V_e s_{13} c_{13} - s'_{13} V_e s'^2_{13} & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

e

$$C_{1 \times 1} = c'_{13} \Delta + c'_{13} V_e s'^2_{13} + s'_{13} s_{13} V_e c_{13}. \quad (3.16)$$

Exigindo-se que $B_{1 \times 2}$ seja nulo pode-se obter o ângulo θ'_{13} pelo qual o sistema deve ser rodado a fim de que se diagonalize H'' :

$$tg \theta'_{13} = \frac{s_{13} c_{13} 2E V_e}{2E V_e s'^2_{13} + \Delta m^2_{31}} \quad (3.17)$$

A rotação adicional é muito menor que a devida a θ_{13} , e sendo assim, fizemos uma aproximação em θ'_{13} ignorando termos de $\mathcal{O}(\theta'_{13})^2$, o que resulta em,

$$s'_{13} = \frac{s_{13}c_{13}2EV_e}{2EV_e s_{13}^2 + \Delta m_{31}^2} \sim \frac{2\theta_{13}EV_e}{\Delta m_{31}^2 + 2EV_e\theta_{13}^2}. \quad (3.18)$$

nde s_{13} e c_{13} foram expandidos em série de potência de θ_{13} , e ignorados termos de $\mathcal{O}(\theta_{13})^3$, ou maior. Vamos definir

$$\frac{2EV_e}{\Delta m_{31}^2} = \alpha. \quad (3.19)$$

Então usando $\Delta m_{31}^2 = 3.10^{-3}\text{eV}^2$, $E \sim 1 \text{ GeV}$, $V_e \sim 10^{-14} \text{ eV}$ temos que,

$$\alpha = \frac{2.10^{-14}.10^9}{3.10^{-3}} \sim 10^{-1}. \quad (3.20)$$

Consideramos o ângulo θ'_{13} como uma pequena correção em θ_{13} , e levando em conta que, $V_e \sim 10^{-14} \text{ eV}$ $s'_{13} \ll 1$, e também $\Delta m_{21}^2 \sim 10^{-5} \text{ eV}^2$, $\Delta m_{31}^2 \sim 10^{-3} \text{ eV}^2$, e que a energia característica seja $E \sim 1 \text{ GeV}$,

$$\bar{\theta} = \theta_{13} + \theta'_{13} = \theta_{13} \left(1 + \frac{0.1}{1 + 0.1\theta_{13}^2} \right). \quad (3.21)$$

Comparando agora os termos de H''_{13} para energias próximas a 1 GeV, e usando os valores atuais de Δm_{21}^2 e Δm_{31}^2 podemos escrever,

$$H''_{13} = V_e(s_{13}c_{13}c'_{13} + s'_{13}c_{13}^2) + \frac{s'_{13}s_{12}^2\Delta m_{21}^2}{2E} \sim \mathcal{O}(10^{-14}\text{eV})s'_{13} \sim 0, \quad (3.22)$$

uma vez que $s'_{13} < s_{13} \ll 1$. Da mesma forma, para o elemento H''_{23} ,

$$\begin{aligned} H''_{23} &= \frac{1}{2E}s'_{13}c_{12}s_{12}\Delta m_{21}^2 \sim \theta_{13}\left(1 + \frac{2EV_e}{\Delta m_{31}^2}\right)\frac{1}{2E}c_{12}s_{12}\Delta m_{21}^2 \\ &\sim \theta_{13}(\mathcal{O}(10^{-14}) + \mathcal{O}(10^{-16})) \text{ eV} \sim 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Também se verifica que a correção em H''_{11} pode ser vista como um correção apenas do potencial,

$$\begin{aligned} H''_{11} &= \frac{1}{2E}c'_{13}s_{12}^2\Delta m_{21}^2 + V_e(c_{13}^2c_{13}^2 - s_{13}c_{13}s'_{13}) \\ &\sim \frac{1}{2E}s_{12}^2\Delta m_{21}^2 + V_e\left(c_{13}^2 - \frac{\theta_{13}^2}{\Delta m_{31}^2 + 2EV_e\theta_{13}^2}\right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

A correção para H''_{33} pode ser ignorada, pois

$$\begin{aligned} H''_{33} &= \frac{1}{2E} c'_{13} \Delta m_{31}^2 + c'_{13} V_e s_{13}^2 + s'_{13} s_{13} V_e c_{13} \\ &\sim \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} + V_e s_{13}^2 . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Tendo como base os resultados anteriores, H'' pode ser escrito de forma aproximada como,

$$H'' \sim \begin{pmatrix} s_{12}^2 \delta + V_e c_{13}^2 & s_{12} c_{12} \delta & \sim 0 \\ s_{12} c_{12} \delta & c_{12}^2 \delta & \sim 0 \\ 0 & 0 & \Delta + V_e s_{13}^2 , \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

o que implica no desacoplamento da componente $\nu_{\tau'}$.

Ao serem combinadas as rotações, identifica-se $\bar{U} = U_{23} U_{13+13'} = U_{23} U_{\bar{\theta}}$ como sendo,

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} c_{13} c'_{13} - s_{13} s'_{13} & 0 & c_{13} s'_{13} + s_{13} c'_{13} \\ -s_{23} (c_{13} s'_{13} + s_{13} c'_{13}) & c_{23} & s_{23} (c_{13} c'_{13} - s_{13} s'_{13}) \\ -c_{23} (c_{13} s'_{13} + s_{13} c'_{13}) & -s_{23} & c_{23} (c_{13} c'_{13} - s_{13} s'_{13}) \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

A base de propagação ν'' está relacionada com a base ν através de $|\nu\rangle = \bar{U} |\nu''\rangle$. Nesta base ocorre o desacoplamento da componente $\nu''_{\tau'}$ das demais, e o sistema de equações para a evolução temporal de um autoestado de sabor pode ser escrito segundo as Eqs. (3.11, 3.26)

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu''_e \\ \nu''_{\mu} \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} s_{12}^2 \Delta m_{21}^2 + 2E V_e c_{13}^2 & s_{12} c_{12} \Delta m_{21}^2 \\ s_{12} c_{12} \Delta m_{21}^2 & c_{12}^2 \Delta m_{21}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu''_e \\ \nu''_{\mu} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Definindo agora

$$H_2 = \frac{U_{12} M^2 U_{12}^\dagger}{2E} + V c_{13}^2 \text{diag}(1, 0) , \quad (3.29)$$

onde

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 \end{pmatrix} , \quad (3.30)$$

a Eq. (3.28) pode ser escrita como,

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu''_e \\ \nu''_{\mu} \end{pmatrix} = H_2 \begin{pmatrix} \nu''_e \\ \nu''_{\mu} \end{pmatrix} , \quad (3.31)$$

onde a evolução temporal do sub-sistema acima é determinada pelos parâmetros solares de oscilação, Δm_{21}^2 , $tg^2\theta_{12}$, e $V \sim V_e c_{13}^2$.

Por outro lado, a evolução de ν''_τ se tornou independente das demais, sendo dada por

$$i \frac{d}{dt} \nu''_\tau = (s'_{13} s_{13} c_{13} V_e + \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} + V_e s_{13}^2) \nu''_\tau \quad (3.32)$$

Fisicamente falando, as duas escalas de oscilação, atmosférica e solar, apresentam ordem de grandeza diferentes, e sendo assim, uma evolui mais rapidamente do que a outra. Quando a oscilação associada à escala atmosférica está influenciando o sistema, a oscilação devida à escala solar ainda não se manifestou, por outro lado, após decorrer um tempo suficiente para que os efeitos da escala solar sejam sentidos, o mecanismo de oscilação associado à escala atmosférica já oscilou tantas vezes que pode ser efetuada uma média sobre seus efeitos. Dessa forma, a interferência entre as duas escalas de oscilação pode ser completamente desprezada.

Até aqui cumprimos a primeira etapa da nossa estratégia de solução do sistema dado pela Eq.(3.6), que foi bloco-diagonalizar a Hamiltoniana que governa a evolução dos neutrinos de sabor, tendo para isso, efetuado duas rotações e obtido o que chamamos de base de propagação, na qual a evolução de ν''_τ se tornou independente das demais. Nas próximas seções fazemos uma análise das alterações no padrão de oscilação dos neutrinos atmosféricos devidas aos efeitos da matéria terrestre. Iniciamos mostrando nossos resultados vindos do cálculo numérico para o sub-sistema 2×2 , e portanto se referem à base de propagação.

3.1 Sub-sistema 2×2

Como visto na seção anterior, podemos introduzir uma solução numérica para o sub-sistema 2×2 . A segunda etapa da nossa estratégia consiste em analisar esta solução numérica obtida para o sub-sistema 2×2 , buscando compreender a maneira pela qual os efeitos de matéria podem alterar as probabilidades de conversão e de sobrevivência do neutrino eletrônico na base de propagação.

Definiremos a matriz das amplitudes de probabilidade na base de propagação de tal forma que $S''_{\alpha\beta} = \langle \nu''_\beta | \nu''_\alpha(L) \rangle$, ou explicitamente,

$$S'' = \begin{pmatrix} A''_{ee} & A''_{\mu e} & 0 \\ A''_{\mu e} & A''_{\mu\mu} & 0 \\ 0 & 0 & A''_{\tau\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-P_2}e^{i\phi_2} & \sqrt{P_2}e^{i\phi_1} & 0 \\ \sqrt{P_2}e^{i\phi_1} & \sqrt{1-P_2}e^{i\phi_4} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_3} \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

onde A''_{ee} , $A''_{\mu e}$, $A''_{\mu\mu}$ são obtidos solucionando através de cálculo numérico o sistema 2×2 dado na Eq. (3.31). Podemos escrever $A''_{ee} \equiv \sqrt{1-P_2}e^{i\phi_2}$, $A''_{\mu e} \equiv \sqrt{P_2}e^{i\phi_1}$, $A''_{\mu\mu} \equiv \sqrt{1-P_2}e^{i\phi_4}$, e $A''_{\tau\tau} \equiv e^{i\phi_3}$, onde ϕ_2 , ϕ_1 , ϕ_4 , e ϕ_3 são as respectivas fases de evolução.

Na base de propagação, a probabilidade de oscilação de sabores para o sistema 2×2 é simplesmente

$$P_{(\alpha'' \rightarrow \beta'')} \equiv |S''_{\alpha\beta}|^2 = |A''_{\alpha\beta}|^2. \quad (3.34)$$

Ainda, na Eq. (3.33) usamos a definição de P_2 ,

$$P_2 \equiv |A''_{e\mu}|^2 = 1 - |A''_{ee}|^2. \quad (3.35)$$

Explicitamente, as probabilidades de conversão neutrino muônico-neutrino eletrônico, $P_{(\mu'' \rightarrow e'')}$, e de sobrevivência do neutrino eletrônico, $P_{(e'' \rightarrow e'')}$, na base de propagação tem a forma

$$P_{(\mu'' \rightarrow e'')} = |S''_{\mu\tau}|^2 = |A''_{e\mu}|^2 = P_2, \quad P_{(e'' \rightarrow e'')} = |S''_{ee}|^2 = |A''_{ee}|^2 = 1 - P_2. \quad (3.36)$$

Para a probabilidade de sobrevivência do neutrino tauônico, da Eq. (3.32), observamos que na base de propagação a solução que descreve a evolução temporal deste autoestado pode ser determinada de forma analítica como sendo uma função exponencial,

$$|\nu_{\tau''}(t)\rangle = e^{\int i\phi_3(x)dx} |\nu_{\tau''}(0)\rangle, \quad \text{onde} \quad \phi_3(x) = (s'_{13}s_{13}c_{13}V_e + \Delta + s_{13}^2V_e), \quad (3.37)$$

e portanto, como $\phi_3(x)$ é uma fase,

$$P''_{(\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau)} = 1 \quad , \quad (3.38)$$

o que implica que o sistema 3×3 pode ser escrito em termos do sub-sistema 2×2 .

Para exemplificar as modificações no padrão de oscilação induzidas pelas variações no perfil de densidade sentidas pelo neutrino quando este atravessa as diferentes regiões do interior da Terra, mostramos na Fig. (3.1) a solução numérica do sistema dado pela Eq. (3.31), que nos dá a evolução da probabilidade de conversão na base de propagação, $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')} = P_2$, em função da distância percorrida, L , para neutrinos com energia $E = 1$ GeV, incidindo de baixo para cima, cruzando dessa forma toda a Terra, o que implica em $\cos\theta_z = -1$, para diferentes valores de δ . A linha cheia refere-se à probabilidade de conversão para o caso $V_e = 0$, e $\delta = 2 \cdot 10^{-5}$ eV. Verificamos que a transição entre regiões com densidades diferentes, a grosso modo, manto, crosta e núcleo, altera de forma significativa o padrão de oscilação, gerando mudanças tanto na fase quanto na amplitude.

De modo geral, podemos dizer que quanto maior o valor da densidade eletrônica no meio, maior é a fase e menor é a amplitude da oscilação. Vemos também que a dependência de $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')}$ com Δm_{21}^2 é sentida de forma mais intensa como um aumento na amplitude de oscilação, mantendo a fase menos dependente de Δm_{21}^2 , pois para a região do núcleo terrestre, a qual é responsável pela maior contribuição dos efeitos de matéria, o comprimento de oscilação, L_{mat} dos neutrinos atmosféricos se aproxima da condição dada pela Eq. (2.76), e tende a ser independente de Δm_{21}^2 , conforme mostra a Fig. (2.3).

Em função de $\cos\theta_z$, a evolução da probabilidade de conversão na base de propagação, $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')}$ é mostrada na Fig. (3.2) para diferentes valores de Δm_{21}^2 . Como o esperado, para valores de $\cos\theta_z$ menores que aproximadamente -0.85 , equivalente ao caso do neutrino que cruza o núcleo da Terra, a oscilação é muito mais rápida do que para as demais regiões do gráfico, e além disso, ambas as curvas mantêm-se praticamente em fase nesta região. Para valores de $\cos\theta_z$ maiores que -0.85 , o que equivale a neutrinos que não atravessam o núcleo, a oscilação torna-se mais lenta e as curvas devidas a diferentes valores de Δm_{21}^2 passam a estar fora de fase.

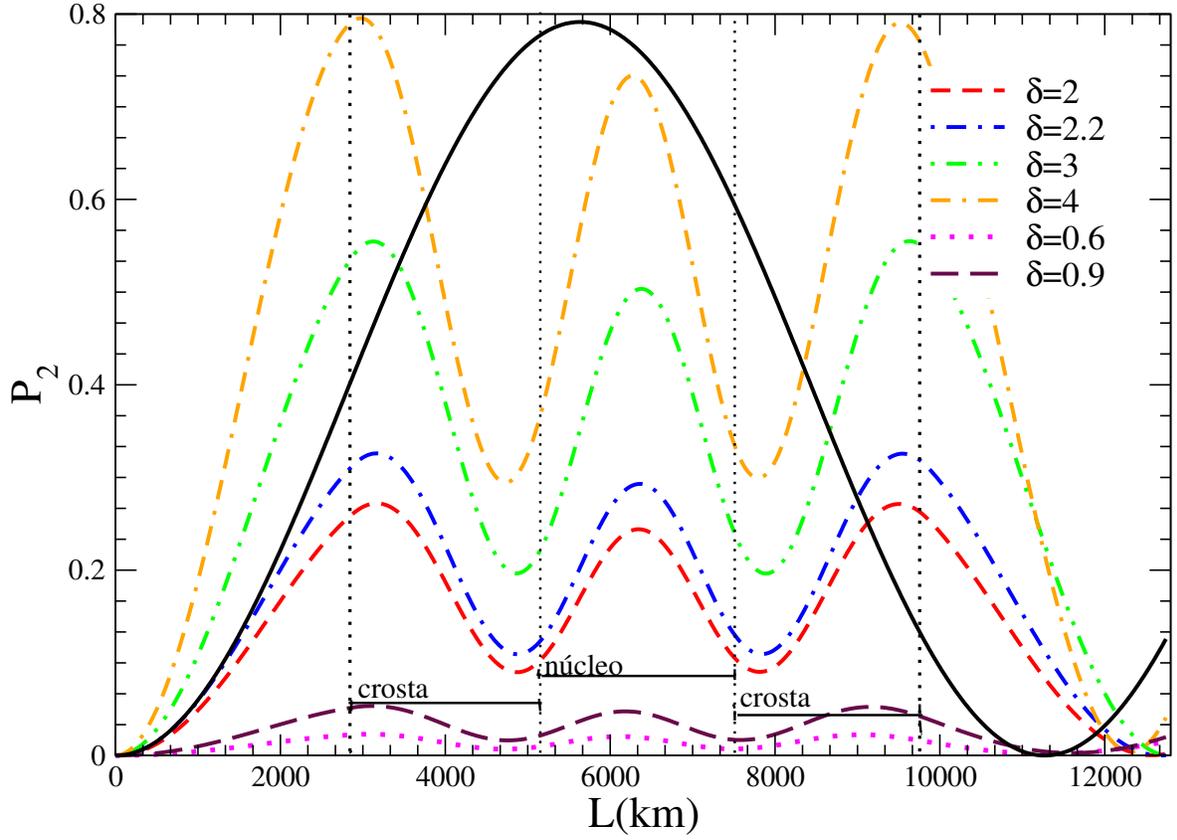


Figura 3.1: Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $P_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')}$, em função da distância L percorrida pelo neutrino eletrônico com energia $E = 1$ GeV, quando este cruza toda a Terra, $\cos\theta_z = -1$, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV) . A linha cheia refere-se à oscilação em dois sabores no vácuo.

As transições entre regiões do interior terrestre que apresentam densidades diferentes, as quais são mostradas na Fig. (1.4), também é responsável pela formação de pequenos picos nas curvas de probabilidade, tal como acontece na Fig. (3.2) para $\cos\theta_z = -0.85$, por exemplo.

Conforme visto na Eq. (2.58), como o efeito de matéria atua de forma contrária para anti-neutrinos, $V_e \rightarrow -V_e$, as alterações no padrão de oscilação nesse caso diferem das alterações sofridas no padrão de oscilação de neutrinos. Na Fig. (3.3) mostramos a evolução da probabilidade de conversão na base de propagação para anti-neutrinos, $\bar{P}_{(\nu_e'' \rightarrow \nu_\mu'')} = 1 - \bar{P}_2$, onde \bar{P}_2 é a probabilidade da oscilação entre anti-neutrino eletrônico e anti-neutrino muônico na base de propagação, $\bar{\nu}_e'' \rightarrow \bar{\nu}_\mu''$, para os valores de Δm_{21}^2 utilizados na Fig. (3.2). Podemos

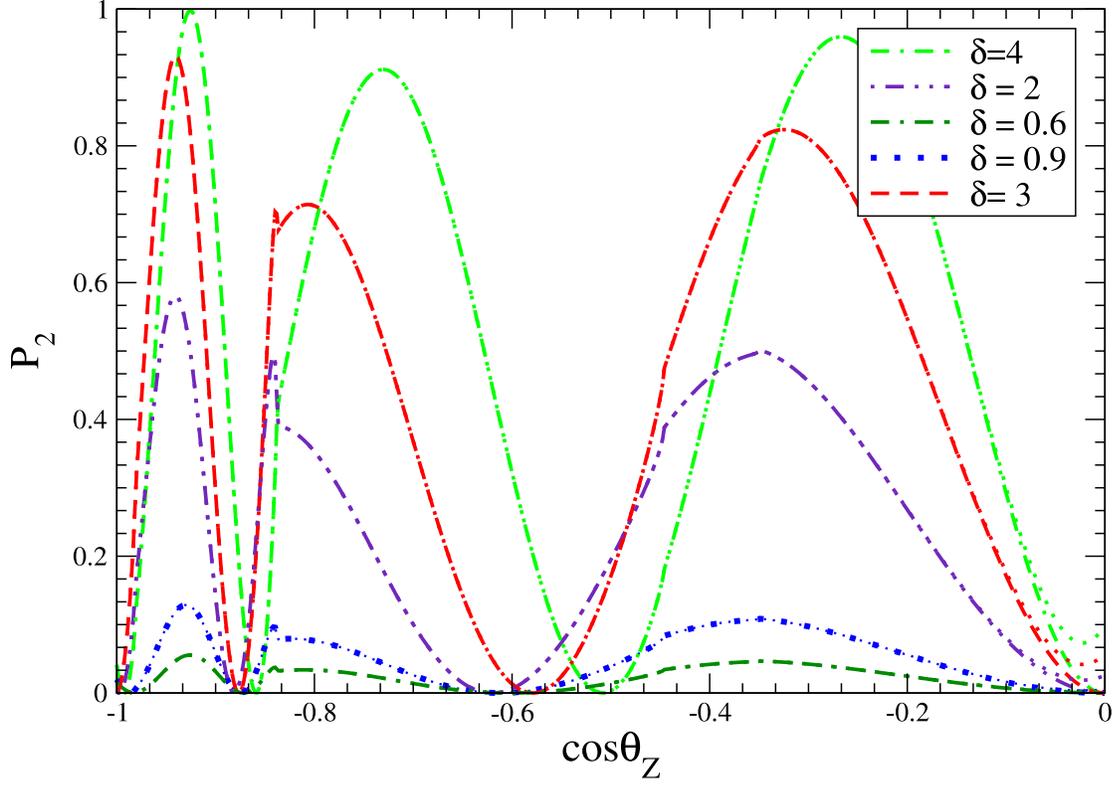


Figura 3.2: Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $P_{(\nu'_e \rightarrow \nu'_\mu)}$, em função de $\cos\theta_z$, para um neutrino eletrônico, quando este cruza toda a Terra, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV).

observar o aumento da amplitude e a diminuição da fase quando ocorre a transição para as camadas menos densas da Terra, da mesma forma que para o caso da Fig. (3.1).

A primeira particularidade do padrão de oscilação para anti-neutrinos a ser ressaltada é que este apresenta menor intensidade que para o caso de neutrinos. Esta redução se deve, conforme a Eq (2.58), ao potencial de matéria para anti-neutrinos apresentar sinal oposto ao sinal para neutrinos. Se olharmos para o caso mais simples da oscilação em duas gerações de neutrinos com efeitos de matéria presentes, o sinal negativo na Eq (2.65) faz com que o efeito do potencial reduza o efeito do termo de oscilação no vácuo, e devido a isto, esperamos que os

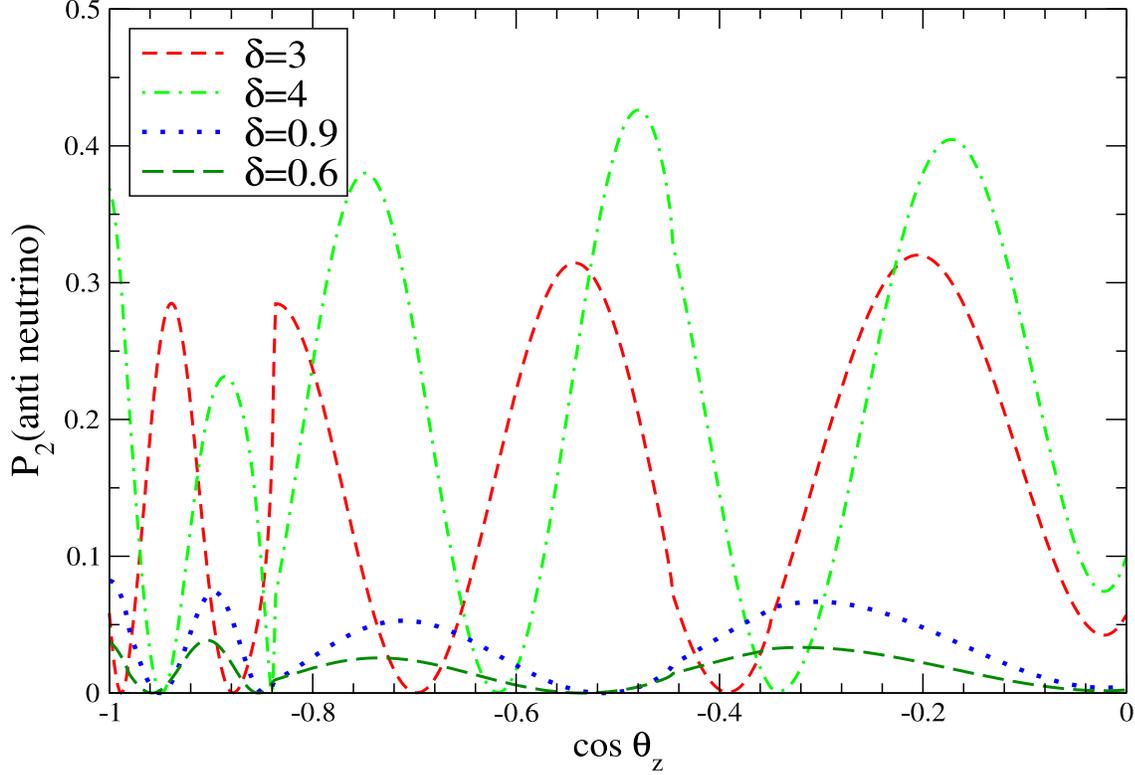


Figura 3.3: Probabilidade de conversão de sabor na base de propagação, $1 - \bar{P}_2$, em função de $\cos\theta_z$, para um anti-neutrino eletrônico, para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV).

efeitos de oscilação na matéria sejam sempre diferentes para neutrinos e anti-neutrinos, sendo que para estes últimos, o efeito de matéria contribui para a redução do padrão de oscilação, como facilmente verificamos ao compararmos o perfil de oscilação dados nas Figs. (3.2, 3.3).

Outra consequência desta diferença de sinal é que para anti-neutrinos não existe região na qual todas as curvas estejam em fase, tal como ocorre para neutrinos na região do núcleo terrestre, o que demonstra a dependência de $\bar{P}_{(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)}$ com Δm_{21}^2 .

Neste ponto, chamamos a atenção para as alterações em P_2 devidas à distância percorrida na atmosfera, a qual foi assumida como sendo vácuo em nossos cálculos. Observamos na

Fig.(3.2) que as linhas pontilhadas referentes a cada valor específico do parâmetro δ , que levam em conta estes efeitos da oscilação atmosférica, só diferem das respectivas curvas de probabilidade sem os efeitos da atmosfera para valores de $\cos\theta_z$ próximos a zero. Como o esperado, este caso se refere a neutrinos que incidem próximos à linha do horizonte, portanto percorrendo uma distância relativamente pequena no interior da Terra, e passando por por regiões aonde a densidade é baixa.

3.2 O sistema 3×3

Tendo em mãos a matriz de evolução na base de propagação, Eq.(3.33), entramos na terceira fase da nossa estratégia, a qual consiste em aplicar a rotação inversa nesta matriz, obtendo desta forma a desejada matriz de evolução em três gerações na base de sabor que já inclui os efeitos de matéria,

$$S_{sabor} = U_{23}U_{13+13'}S''U_{13+13'}^\dagger U_{23}^\dagger . \quad (3.39)$$

Em nossa notação $c''_{13} = c_{13} + c'_{13}$, ..., e θ'_{13} é o ângulo de rotação que bloco-diagonaliza o sistema 3×3 . Explicitamente temos,

$$S^{sabor} = \begin{pmatrix} (c''_{13})^2 A''_{ee} + (s''_{13})^2 A''_{\tau\tau} & c''_{13} (s''_{13}s_{23}D + c''_{23}A''_{\mu\mu}) & c''_{13} (s''_{13}c_{23}D + s''_{23}) \\ c''_{13} (s''_{13}s_{23}D + c''_{23}A''_{\mu\mu}) & S_{22} & S_{23} \\ c''_{13}s''_{13}c_{23}D + c''_{13}s''_{23} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix} , \quad (3.40)$$

onde

$$S_{22} = (s''_{13})^2 s_{23}^2 A''_{ee} - 2s''_{13}s_{23}c_{23}A''_{e\mu} + c_{23}^2 A''_{\mu\mu} + c''_{13}s_{23}^2 A''_{\tau\tau} , \quad (3.41)$$

$$S_{23} = (s''_{13})^2 c_{23}s_{23}A''_{ee} + s''_{13}(s_{23}^2 - (c_{23}^2)A''_{e\mu} - s_{23}c_{23}A''_{\mu\mu} + (c''_{13})^2 s_{23}c_{23}A''_{\tau\tau} , \quad (3.42)$$

$$S_{33} = (s''_{13})^2 c_{23}s_{23}A''_{ee} + 2s''_{13}s_{23}c_{23}A''_{e\mu} + s_{23}^2 A''_{\mu\mu} + (c''_{13})^2 (c_{23}^2)c_{23}^2 A''_{\tau\tau} , \quad (3.43)$$

$$D = (A''_{\tau\tau} - A''_{ee}) \quad , \quad (3.44)$$

aonde A_{ij} pode ser escrito como na Eq.(3.33).

Procedendo da mesma maneira que para o caso de duas gerações, obtemos as probabilidades de oscilação na base de sabor através de

$$P_{\alpha\beta} = |S_{\alpha\beta}^{sabor}|^2 \quad . \quad (3.45)$$

Como consequência direta, abrimos a possibilidade de oscilação entre o neutrino eletrônico e os neutrinos de outros sabores, ou seja, $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} \neq 0$, $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} \neq 0$. Isso porque ao se proceder a rotação inversa, retornando da base de propagação para a base de sabor, obtemos elementos da matriz $S_{12}^{sabor} = S_{21}^{sabor} \neq 0$, e $S_{13}^{sabor} = S_{31}^{sabor} \neq 0$. Substituindo os coeficientes $S_{\alpha\beta}$ da Eq.(3.33) na Eq.(3.45) obtemos,

$$\begin{aligned} P_{e \rightarrow e} &= |S_{11}^{sabor}|^2 = |c''_{13}A_{ee} + s''_{13}A_{\tau\tau}|^2 \\ &= 1 - (c''_{13})^4 P_2 - 2(c''_{13})^2 (s''_{13})^2 (1 - \sqrt{1 - P_2} \cos\phi_{23}) \quad . \end{aligned} \quad (3.46)$$

Definimos $\cos\phi_{12} = \cos\phi_1 \cos\phi_2 - \sin\phi_1 \sin\phi_2$, ... onde as fases ϕ_i foram definidas na Eq. (3.33). Neste ponto se torna interessante fazermos uma interpretação da equação de probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico, Eq.(3.46). Salientamos que:

- P_2 é a probabilidade de conversão entre os neutrinos eletrônico e muônico na base de propagação, $\nu''_e \rightarrow \nu''_\mu$, a qual está relacionada com a escala solar.
- θ''_{13} é o ângulo responsável pela oscilação entre os neutrinos eletrônico e tauônico. Chamamos a atenção para o fato de que esta aparece multiplicando P_2 , juntamente com a fase $\phi_{23} = \phi_2 - \phi_3$.
- A oscilação $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ descrita por S_{23}^{sabor} domina o problema dos neutrinos atmosféricos. Porém, na probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico, seus efeitos não são sentidos.

Resumindo, a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico na base de sabor é igual à unidade (o que equivale à oscilação em dois sabores para neutrinos atmosféricos), diminuída de termos que dependem da escala solar, P_2 , mas que são ponderados tanto pela amplitude (θ_{13}) quanto pela fase, (ϕ_{23}), da oscilação entre $1 \rightarrow 3$. Ainda, os efeitos da interferência entre os neutrinos eletrônico e tauônico, descritos pelo termo de interferência, ϕ_{23} , caracterizam-se por uma oscilação consideravelmente mais rápida e de maior amplitude do que a oscilação devida a P_2 . Contudo na Eq .(3.46), esses efeitos são modulados por fatores que dependem de θ_{13} , os quais reduzem significativamente a amplitude da interferência.

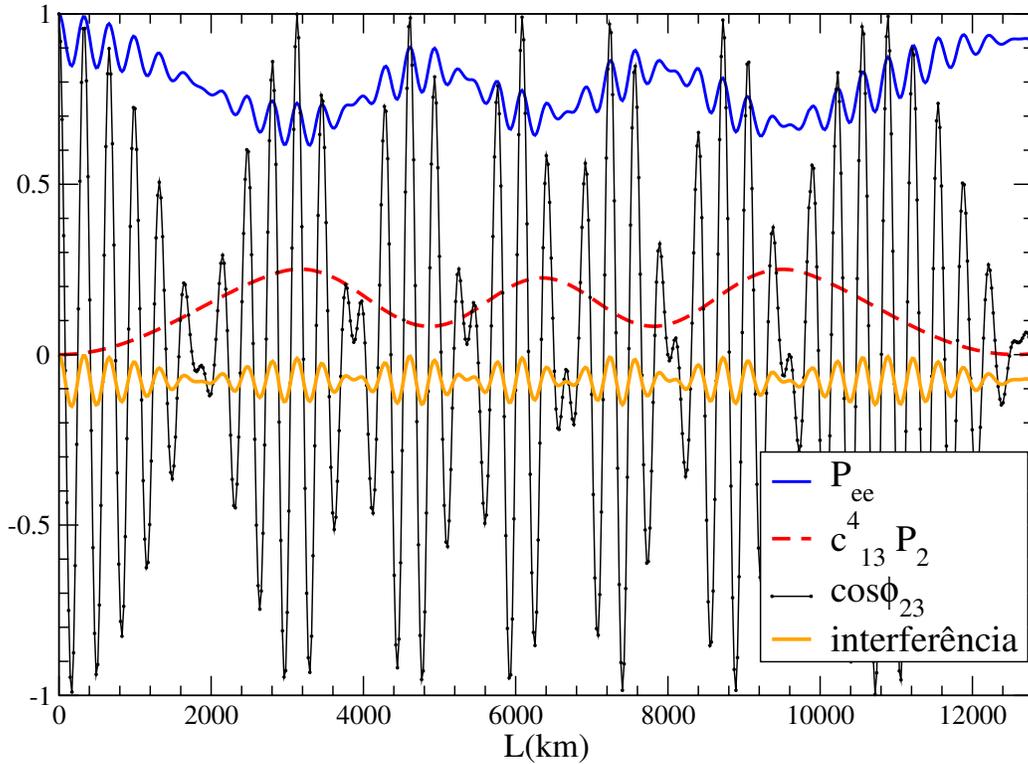


Figura 3.4: Probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico dada pela Eq (3.46), juntamente com cada uma das parcelas. Usamos os seguintes valores para os parâmetros envolvidos, $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV.

Aplicamos a Eq (3.46) para um neutrino eletrônico com energia $E = 0.4$ GeV, vindo de baixo, atravessando toda a Terra, ou seja, com $\cos\theta_z = -1$. Os resultados que obtivemos para a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico, juntamente com cada uma das parcelas da Eq (3.46) são mostrados na Fig . (3.4) em função da distância percorrida L , e para o valor de melhor ajuste da diferença quadrática de massas solar. Também é mostrada a fase de interferência $\cos(\phi_{23})$.

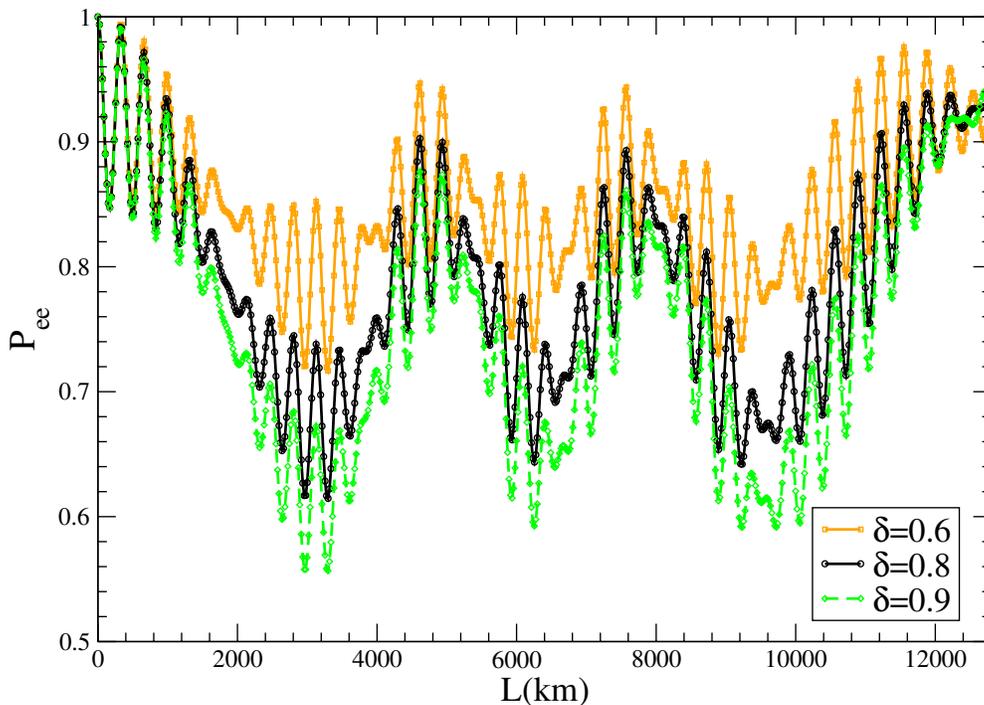


Figura 3.5: Aqui usamos os seguintes valores para os parâmetros envolvidos, $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV, e mostramos a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico em função da distância percorrida para diferentes valores de δ , em unidades de (10^{-10} eV).

A fim de verificarmos a dependência de P_{ee} com o parâmetro δ , comparamos na Fig .(3.5) as curvas de probabilidade P_{ee} , para três valores diferentes de Δm_{21}^2 e $E = 0.4$ GeV. O

que se verifica de modo geral é que, quanto maior o valor de δ , menor a probabilidade de sobrevivência de ν_e , o que está de acordo com a idéia de que quanto maior o valor deste parâmetro, mais intensos serão os efeitos da oscilação no canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, devidos a P_2 . Por outro lado, a fase da interferência não depende da escala atmosférica e por causa disso as três curvas mantêm-se em fase quando procedemos mudanças no parâmetro δ . O que acontece é que o termo de interferência tem sua amplitude modulada por $\sqrt{1 - P_2}$ e sendo assim, quando alteramos o parâmetro δ , encontramos diferentes modulações deste termo.

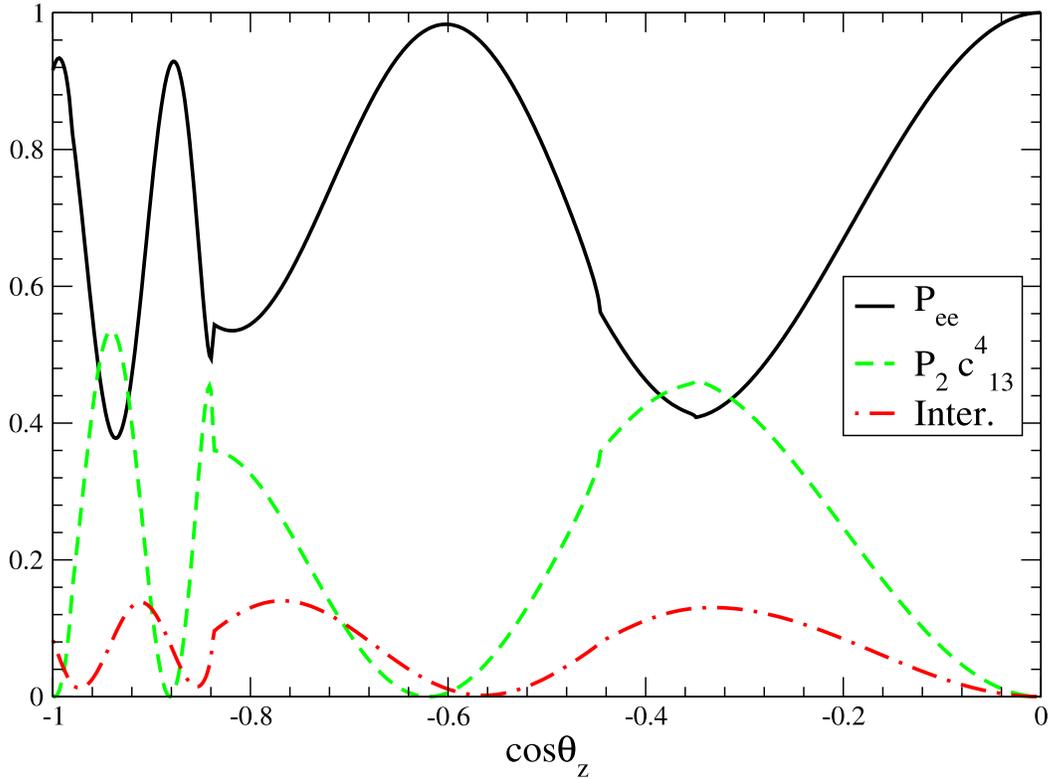


Figura 3.6: Aqui mostramos a probabilidade de sobrevivência de ν_e em função de $\cos\theta_z$ para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta m_{21}^2 = 8 \cdot 10^{-5} eV^2$, $\Delta m_{32}^2 = 3 \cdot 10^{-3} eV^2$, bem como as parcelas que a compõem.

Contudo, resultados que relacionem a probabilidade de oscilação com a distância per-

corrida pelo neutrino logicamente não podem ser verificados pelos detectores terrestres, fato que não os desmerece, pois estes resultados favorecem uma boa interpretação da dependência da probabilidade de oscilação com $\cos\theta_z$, a qual pode ser verificada experimentalmente de maneira indireta, através do número de neutrinos medidos para diferentes intervalos de energia e ângulo zenital. Sendo assim, na Fig . (3.6) mostramos a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico em função de $\cos\theta_z$. Sendo $c_{13}''^4$ constante e próximo a 1, a linha verde tracejada refere-se basicamente a P_2 . Podemos verificar que, em função de $\cos\theta_z$, o termo de interferência mantém-se com pequena amplitude mas não apresenta uma oscilação tão rápida.

Quando $\cos\theta_z > -0.85$ este se encontra quase em fase com $c_{13}^4 P_2$, o que mostra que apenas temos acesso a sua modulação devida a $\sqrt{1 - P_2}$. Observamos também que, assim como o termo de interferência, $P_{e \rightarrow e}$ oscila de maneira mais rápida e apresenta menor amplitude para valores de $\cos\theta_z$ inferiores a aproximadamente -0.85 , que equivale a neutrinos que atravessaram o núcleo terrestre. Não é difícil notar que nessa região a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico é praticamente o espelho do termo $(c_{13}''^4)P_2$, o que significa que os efeitos devidos à escala solar dominam o padrão de oscilação de neutrinos que atravessam o núcleo terrestre. Para valores de $\cos\theta_z$ maiores do que aproximadamente -0.85 ocorre uma mudança no padrão de oscilação, aumentando a amplitude e diminuindo a fase da oscilação, portanto aproximando-se do comportamento esperado para a oscilação no vácuo, o que é razoável uma vez que estes percorrem uma distância relativamente menor no interior da Terra, Eq .(1.3), e não cruzam regiões de alta densidade. Assim como na Fig .(3.1), os picos na probabilidade do conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico são devidos às transições entre regiões com densidades diferentes, sendo mais intensos quanto maior for a diferença na densidade entre as regiões nas quais se dá a transição.

Da mesma forma que fizemos para a probabilidade de sobrevivência de ν_e , podemos calcular a sua probabilidade de oscilação para os outros dois sabores,

$$P_{e \rightarrow \mu} = |S_{12}^{sabor}|^2 = |c_{13}''(s_{13}''s_{23}D + c_{23}A_{\mu\mu})|^2 (c_{13}'')^2 (s_{13}'')^2 s_{23}^2 \left(1 - 2\sqrt{1 - P_2} \cos\phi_{23} + (1 - P_2)\right)$$

$$+ 2(c''_{13})^2 s''_{13} s_{23} c_{23} \left(\sqrt{P_2} \cos \phi_{13} - \sqrt{(1 - P_2) P_2} \cos \phi_{12} \right) + (c''_{13})^2 c_{23}^2 P_2, \quad (3.47)$$

$$P_{e \rightarrow \tau} = |S_{13}^{sabor}|^2 = (c''_{13})^2 (s''_{13})^2 c_{23}^2 \left(1 - 2\sqrt{1 - P_2} \cos \phi_{23} + (1 - P_2) \right) \\ + 2(c''_{13})^2 s''_{13} s_{23} c_{23} \left(\sqrt{(1 - P_2) P_2} \cos \phi_{12} - \sqrt{P_2} \cos \phi_{13} \right) + (c''_{13})^2 s_{23}^2 P_2. \quad (3.48)$$

As fases que aparecem, ϕ_{ij} , são definidas na Eq. (3.33). Analisando estas duas equações de probabilidade podemos destacar que,

- A dependência com a escala solar está presente nos termos que contêm $\sqrt{P_2}$, $\sqrt{1 - P_2}$ e $(1 - P_2)$.
- A escala atmosférica se manifesta através de θ_{23} , que multiplica todos os termos devidos à escala solar.
- Aqui novamente θ''_{13} e ϕ_{23} se referem à amplitude e à fase da oscilação entre ν_e e ν_μ .
- Além da fase de interferência entre ν_e e ν_τ , ϕ_{23} , existem outras duas, ϕ_{12} , e ϕ_{13} , as quais se referem à interferência entre a mistura $\frac{1}{\sqrt{2}}[|\nu_e \rangle + |\nu_\mu \rangle]$ e ν_e e ν_μ , respectivamente. Estas fases também aparecem multiplicando P_2 , e sendo assim, modulam os efeitos da escala solar.

Fazendo agora uso das Eqs. (3.46, 3.47, 3.48), mostramos na Fig. (3.7) a dependência com o ângulo zenital das probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico, conversão entre neutrino eletrônico e neutrino muônico, e neutrino eletrônico e neutrino tauônico, juntamente com a soma das mesmas, comprovando a unitariedade do sistema.

Podemos ver o efeito da escala solar fazer com que a probabilidade de conversão $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ seja significativamente grande. Além disso, para neutrinos que atravessam o núcleo terrestre, ou seja $\cos \theta_z < -0.85$, a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico mantém uma fase de 90° com relação à probabilidade de conversão para neutrino muônico, o que mostra que nesta região a escala solar domina as alterações da probabilidade de oscilação. Este cenário se modifica para neutrinos que não atravessam o núcleo terrestre, pois para

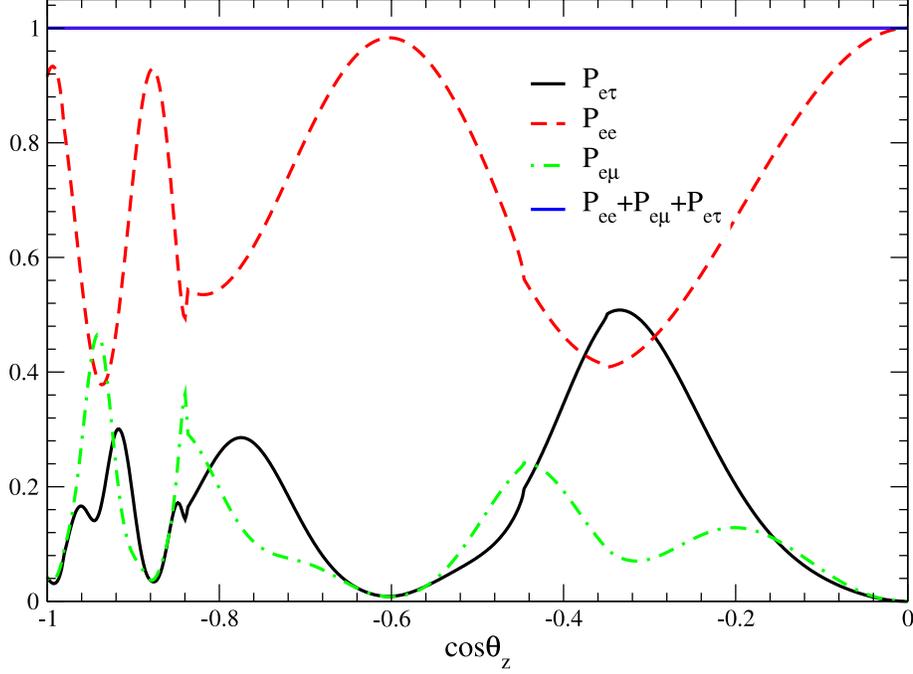


Figura 3.7: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico, $P_{e \rightarrow e}$, de conversão neutrino eletrônico para neutrino muônico, $P_{e \rightarrow \mu}$, e de conversão neutrino eletrônico para neutrino tauônico, $P_{e \rightarrow \tau}$ em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos\theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV. A linha constante em 1 refere-se à soma destas três quantidades, confirmando a unitariedade do sistema.

$\cos \theta_z > -0.85$ a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ passa a ser a mais importante. Destacamos que em $\cos\theta_z = -0.31$ está centrado um máximo de conversão neste canal, acompanhado por mínimos tanto na probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico, quanto na probabilidade de conversão $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$.

Na Fig. (3.8) fazemos uma comparação entre as probabilidades de sobrevivência de ν_e e de transição $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ em função do ângulo zenital para diferentes valores de δ . Observamos que a fase das oscilações independe de Δm_{21}^2 , dependendo apenas de $\cos\theta_z$, sendo que para valores desta grandeza menores que aproximadamente -0.85 , devido a interação

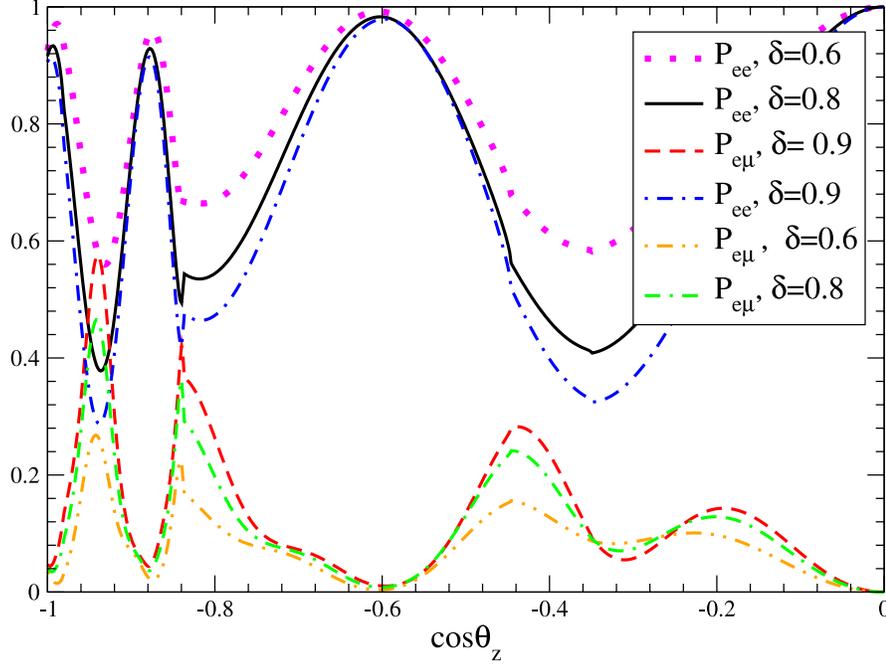


Figura 3.8: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico, $P_{e \rightarrow e}$, de conversão neutrino eletrônico para neutrino muônico, $P_{e \rightarrow \mu}$, em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos\theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-11}$ eV, e diferentes valores de δ em unidades de (10^{-10} eV).

com o núcleo, a fase das oscilações é grande se comparada com as outras regiões do gráfico, respeitando o mesmo padrão de oscilação seguido por P_2 . Além disso, nessa região, as probabilidades de sobrevivência e de conversão estão defasadas por um fator π , o que é devido à contribuição do termo $\sqrt{1 - P_2} \cos\phi_{23}$, a qual é dominante nessa região, ser positiva para $P_{e \rightarrow e}$, e negativa para $P_{e \rightarrow \mu}$. Para valores de $\cos\theta_z$ maiores as contribuições dos outros termos em $P_{e \rightarrow \mu}$ se tornam mais importantes, fazendo com que esta já não esteja mais com a fase exatamente oposta à de $P_{e \rightarrow e}$. Mesmo assim, para os valores de $\cos\theta_z > -0.6$ e $\cos\theta_z = 0$ esta condição tende a ser satisfeita. O único senão é devido ao máximo na probabilidade de oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ mostrado na Fig.(3.7). Por outro lado, a amplitude da oscilação é

completamente dependente da diferença quadrática de massas, sendo maior quanto maior for Δm_{21}^2 , exceto para a região onde $\cos\theta_z$ apresenta valores entre -0.34 e -0.26 , na qual esta relação de proporcionalidade se inverte. Tal fato pode ser entendido como um favorecimento na produção de neutrino tauônico nesta região. Sendo assim, uma diferença quadrática de massas maior favorece a conversão do neutrino eletrônico, não para neutrino muônico mas sim tauônico. Fazendo uma rápida da análise na Fig. (3.7) verificamos ser exatamente esta a situação, ficando evidente que no intervalo em questão ocorre redução na probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico, redução na probabilidade de conversão para neutrino

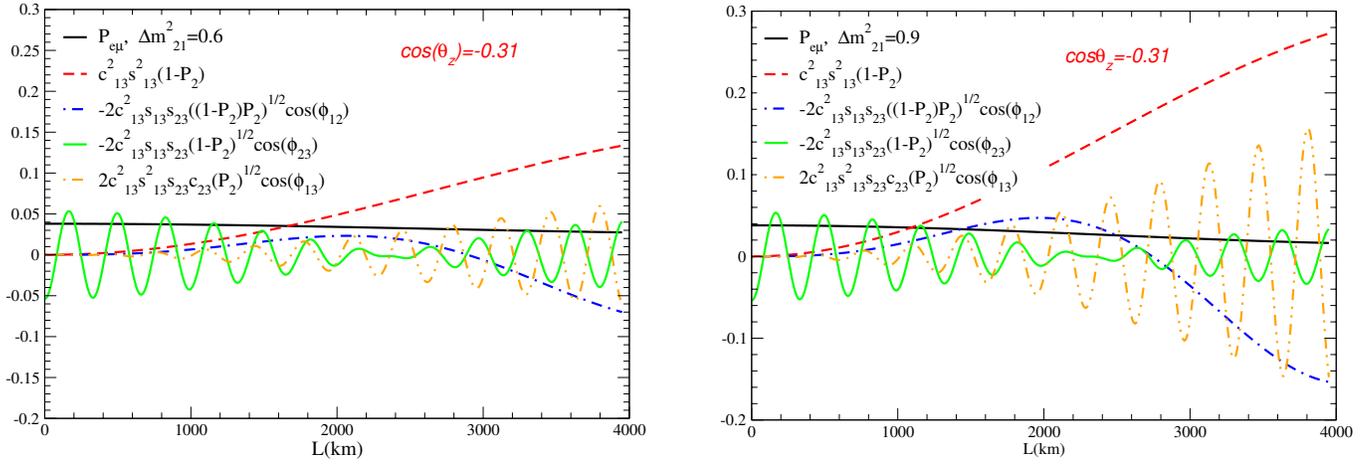


Figura 3.9: Probabilidades de sobrevivência, P_{ee} e de conversão, $P_{e\mu}$ em função da distância percorrida L , para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $E = 0.4 \text{ GeV}$, $\cos\theta_z = -0.31$.

Examinando cada uma das componentes de $P_{e\rightarrow\mu}$ separadamente, em função da distância percorrida, para $\cos\theta_z = -0.31$, como feito na Fig. (3.9) para $\Delta m_{21}^2 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ e $\Delta m_{21}^2 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$, podemos atribuir a redução na probabilidade $P_{e\rightarrow\mu}$ à contribuição das componentes $\sqrt{P_2}\cos\phi_{13}$ e $\sqrt{(1-P_2)P_2}\cos\phi_{12}$, contribuições estas que têm sua amplitude aumentada com o crescimento de Δm_{21}^2 . Olhando novamente para as Eq. (3.47), verificamos que estes dois termos apresentam sinais negativos, contrários aos sinais que apresentam na Eq. (3.48), ou seja, nesta última ocorre um crescimento destes dois termos justificando o aumento na probabilidade de conversão $P_{e\rightarrow\tau}$. Dessa forma também fica clara a dependência das probabilidades de conversão e de sobrevivência de ν_e na base de sabor com relação à

probabilidade de conversão na base de propagação, P_2 .

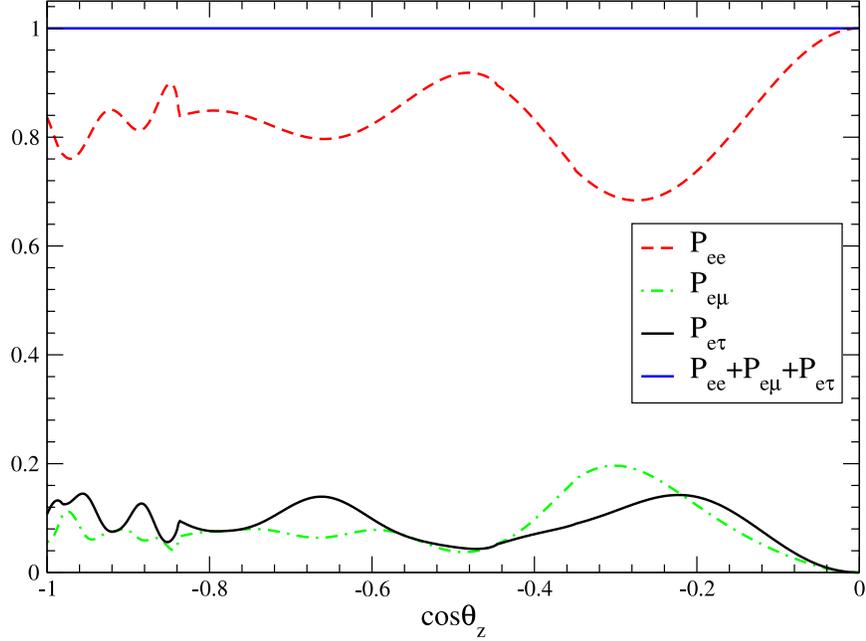


Figura 3.10: Probabilidades de sobrevivência para anti-neutrino eletrônico, $\bar{P}_{e \rightarrow e}$, de conversão anti-neutrino eletrônico para anti-neutrino muônico, $\bar{P}_{e \rightarrow \mu}$, e de conversão anti-neutrino eletrônico para anti-neutrino tauônico, $\bar{P}_{e \rightarrow \tau}$ em função do cosseno do ângulo zenital, $\cos \theta_z$, para $c_{13} = 0.98$, $s_{12} = 0.88$, $\Delta m_{32}^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, e $\Delta m_{21}^2 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$. A linha constante em 1 refere-se à soma destas três quantidades, confirmando a unitariedade do sistema.

No caso de anti-neutrinos, a probabilidade de sobrevivência de $\bar{\nu}_e$ é mostrada na Fig. (3.10), juntamente com as probabilidades de conversão $\bar{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$, e $\bar{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}$. Como já mencionamos anteriormente, os efeitos de matéria atuam de forma diferente para anti-neutrinos, e diferem por um sinal do caso para neutrinos. Este sinal faz com que os efeitos de matéria sobre P_2 sejam brandos para o caso de anti-neutrinos, conforme Fig (3.3). Mesmo assim, a dependência em P_2 faz com que o comportamento da fase de oscilação para anti-neutrinos seja semelhante à oscilação para neutrinos, sendo maior para a região em que $\cos \theta_z < -0.85$.

3.3 Relevância Experimental

Agora que generalizamos o formalismo de oscilação de sabores para três gerações de neutrinos, incluindo efeitos de matéria na evolução do neutrino eletrônico no interior da Terra, e obtivemos como consequência direta alterações nas probabilidades de sobrevivência e conversão entre este e os demais sabores, passamos a nos perguntar se estes efeitos podem ser sentidos pelo detector SK, ou seja, desejamos estimar o número de eventos gerados em SK devidos a estas correções. Segundo [30], o número de eventos para neutrinos do tipo $\nu_i \rightarrow \nu_j$ em SK pode ser escrito como

$$N_{ij} = n_t T \int \frac{d^2 \phi_i}{dE_\nu d(\cos\theta_z)} \frac{d\sigma_{\nu N}}{dE_j} \epsilon(E_j) dE_\nu dE_j d(\cos\theta_z) \quad , \quad (3.49)$$

aqui, n_t é o número de partículas no alvo, T [e o tempo de tomada de dados, E_ν é a energia do neutrino, E_j é a energia do lépton carregado produzido na reação de detecção, $\epsilon(E_j)$ é a eficiência do detector. Utilizamos como fluxos iniciais de neutrinos atmosféricos, $\phi_i(E, \theta_z)$ dados por [3].

Para sabermos se este excesso previsto por nosso formalismo pode ser verificado por SK, ou seja, se o número de eventos excedentes é maior do que a magnitude dos erros associados às médias de SK, calculamos agora o número de eventos de neutrinos up , $\cos\theta_z \approx -1$, e energia em torno de 1 GeV em SK, para o tempo T de um ano de tomada de dados, considerando a massa de SK como sendo de $2.5 \cdot 10^{10}$ g de H_2O . Com boa aproximação, esta massa de água contém aproximadamente $5.4 \cdot 10^{36}$ prótons e $4.32 \cdot 10^{36}$ neutrons. Ainda, devemos levar em consideração as reações ($\nu_i + n \rightarrow l_i^- + p$), e ($\bar{\nu}_i + p \rightarrow l_i^+ + n$), uma vez que o detector não faz a distinção entre neutrinos e anti-neutrinos. O número de eventos para neutrinos e anti-neutrinos somados para neutrinos eletrônicos e muônicos, N_e , e muônicos, N_μ é então dado por

$$N_e \approx T (\phi_{\nu_e} \sigma_{\nu n} \times n_{neutrons} + \phi_{\bar{\nu}_e} \sigma_{\bar{\nu} p} \times n_{protons}) \quad , \quad (3.50)$$

$$N_\mu \approx T (\phi_{\nu_\mu} \sigma_{\nu n} \times n_{neutrons} + \phi_{\bar{\nu}_\mu} \sigma_{\bar{\nu} p} \times n_{protons}) \quad . \quad (3.51)$$

O erro estatístico associado ao número de eventos é,

$$Er(N_{ij}) = \frac{\sqrt{N_{ij}}}{N_{ij}} . \quad (3.52)$$

Na Tab .(3.1) mostramos os valores para o fluxo inicial dados na referência [3], o resultado para a seção de choque integrada obtido por [26], o número e o tipo de alvo (próton ou neutron), uma estimativa para o número de eventos para neutrinos eletrônicos e muônicos, juntamente com o erro estatístico associado. Ao cálculo do erro associado aos dados de SK deve ser adicionado um valor de 30% devido a erros sistemáticos.

Tabela 3.1: Número de eventos em SK para o período de um ano, $\langle E \rangle = 1$ GeV e $\cos\theta_z \approx -1$.

ν_i	$\phi_0(m^2 s sr GeV)^{-1}$	$\langle \sigma \rangle (cm^2)$	n_t	n/p	N_i	erro (%)
ν_e	58	$8.2 \cdot 10^{-39}$	$4.32 \cdot 10^{36}$	n	240	0.06
$\bar{\nu}_e$	50	$3 \cdot 10^{-39}$	$5.4 \cdot 10^{36}$	p		
ν_μ	116	$8.2 \cdot 10^{-39}$	$4.32 \cdot 10^{36}$	n	480	0.05
$\bar{\nu}_\mu$	100	$3 \cdot 10^{-39}$	$5.4 \cdot 10^{36}$	p		

Na presença de oscilações, o fluxo de neutrinos eletrônicos pode ser escrito como,

$$\phi_{\nu_e} = \phi_{\nu_e}^0 P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + \phi_{\nu_\mu}^0 P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)} = \phi_{\nu_e}^0 (P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + R(E, \theta_\nu) P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}) , \quad (3.53)$$

onde $\phi_{\nu_e}^0$ e $\phi_{\nu_\mu}^0$ são os fluxos iniciais dos neutrinos eletrônicos e muônicos respectivamente, e R é a razão entre os fluxos iniciais, dada pela Eq .(1.1). Uma simples inspeção na Fig .(1.6) nos mostra que R depende tanto da energia quanto do ângulo θ_z . Contudo, para a região de Sub-GeV, esta dependência é baixa e R está contida no intervalo 2.04-2.06 [27]. Adotamos por simplicidade $R = 2$. Ainda, $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)}$ e $P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ são dadas pelas Eqs .(3.46, 3.47). Nesse sentido, a Fig .(3.11) mostra as probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$. Na Fig .(3.14) são mostradas as mesmas curvas para o caso

de anti-neutrinos. Destacamos a existência de uma tendência de que para valores de $\cos\theta_z$ menores que 0, a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ exceda a unidade, o que pode levar a um excesso de neutrinos eletrônicos medidos por SK quando comparado com o formalismo sem a oscilação de sabores.

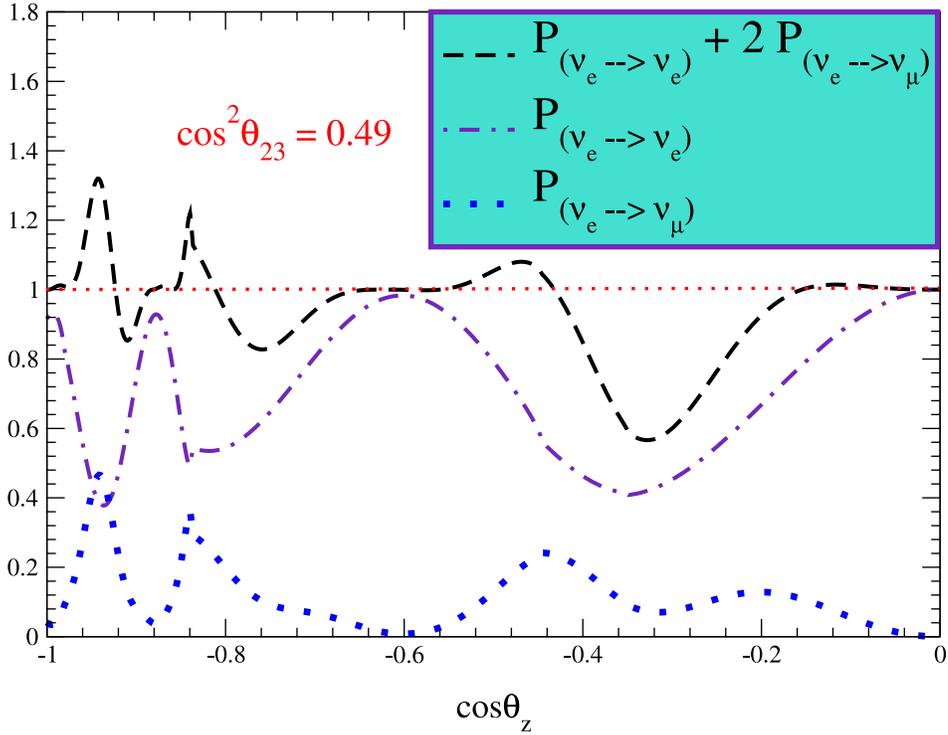


Figura 3.11: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 0.49$.

Como pode ser verificado, a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico não é alterada pela variação do parâmetro θ_{23} , vide Eq. (3.46), mas apenas de θ_{13} e da diferença de fase ϕ_{23} , a qual relaciona a evolução dos sabores eletrônico e tauônico.

Com a variação do parâmetro θ_{23} alteramos de forma significativa a probabilidade de oscilação entre o neutrino eletrônico e o neutrino muônico. Esta dependência em θ_{23} é

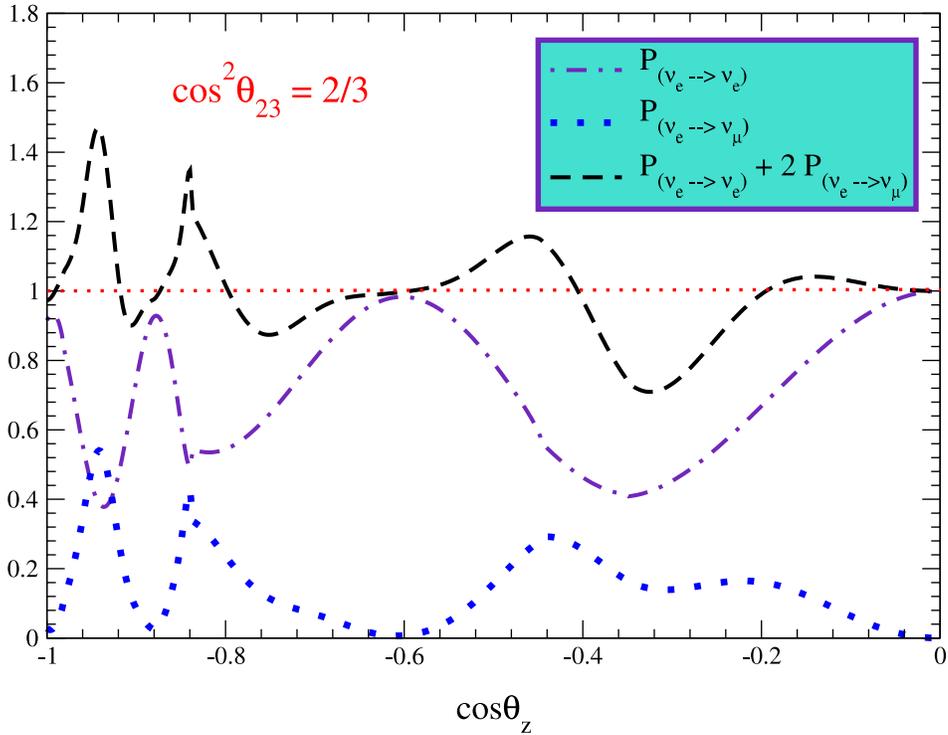


Figura 3.12: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)}$ para $\cos^2 \theta_{23} = 2/3$.

maior para valores de θ_{23} menores que 45° e menor para valores de θ_{23} maiores que 45° , como podemos verificar nas Figs .(3.12, 3.13). Como principal consequência destes efeitos, verificamos a tendência de excesso de neutrinos eletrônicos para valores de $\cos \theta_z < 0$ e que se intensifica para $\cos \theta_z \rightarrow -1$. Esta forte dependência em $\cos \theta_z$ exclui a possibilidade deste excesso de neutrinos eletrônicos poder ser ajustado aos dados de SK através de uma renormalização. Além disso, existem limites rígidos para renormalizações dos dados de SK vindos dos resultados para neutrinos do tipo muônico, vide Fig .(1.7).

Como discutido no capítulo 2, para anti-neutrinos o sinal do potencial V_e difere do sinal do potencial para anti-neutrinos, e dessa forma contribui para que os efeitos de oscilação

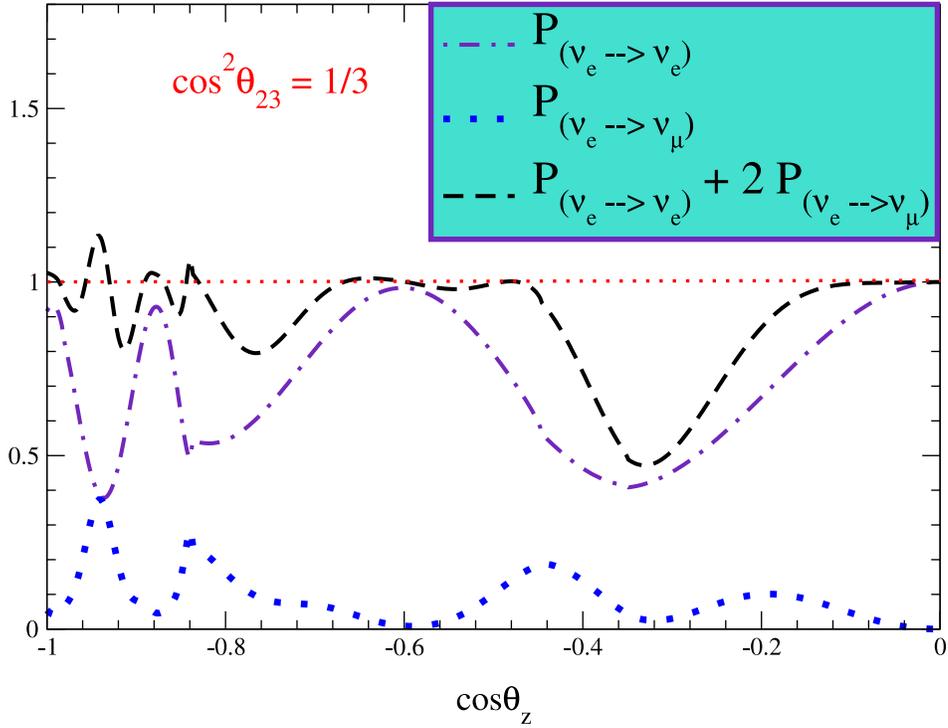


Figura 3.13: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 1/3$.

de sabores para anti-neutrinos sejam atenuados. Dessa forma não esperamos verificar a mesma tendência de excesso para anti-neutrinos eletrônicos, fato que podemos verificar na Fig .(3.14).

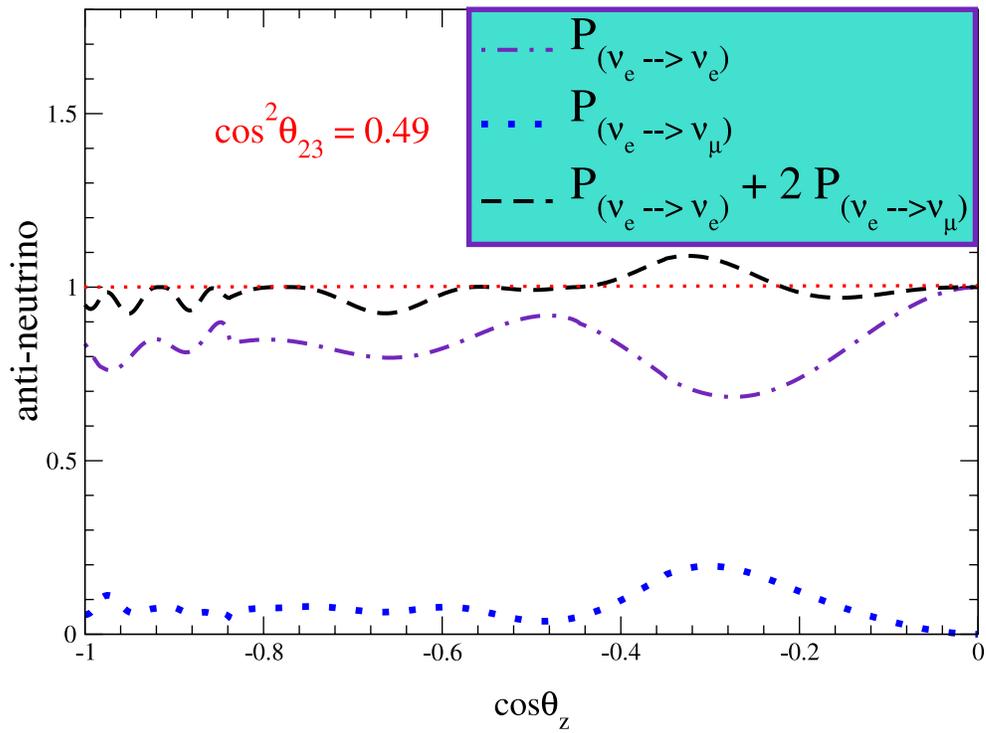


Figura 3.14: Probabilidades de sobrevivência do neutrino eletrônico e conversão neutrino eletrônico-neutrino muônico, juntamente com a soma $P_{(\nu_e \rightarrow \nu_e)} + 2P_{(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)}$ para $\cos^2\theta_{23} = 0.49$.

Capítulo 4

Conclusões

Neste trabalho mostramos o procedimento realizado para generalizar o modelo de oscilação de sabores para três gerações de neutrinos, permitindo a oscilação do neutrino eletrônico para com os demais sabores de neutrinos. Este procedimento está baseado na fenomenologia conhecida hoje para os parâmetros de oscilação envolvidos, a qual implica na dominância da escala atmosférica sobre a escala solar, $\Delta m_{31}^2 \gg \Delta m_{21}^2$, $\theta_{13} \ll \theta_{12}$ e $\theta_{13} \ll \theta_{23}$. Com isso, nosso próximo passo foi incluir os efeitos de matéria sentidos pelo neutrino eletrônico ao cruzar a Terra e mostramos como estes efeitos afetam a probabilidade de sobrevivência e de conversão de sabor do neutrino eletrônico. A seguir relatamos de forma sucinta as modificações mais relevantes no padrão de oscilação de ν_e .

- O modelo de oscilação em dois sabores de neutrinos, $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, não altera as probabilidades de sobrevivência e conversão do neutrino eletrônico, e sendo assim a probabilidade de sobrevivência de ν_e nesse caso é igual a 1. A generalização do modelo para três gerações de neutrinos por si só já altera este cenário.
- As Figs .(3.7, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13) resumizam os resultados que obtivemos quando incluimos os efeitos de oscilação em três gerações e efeitos de matéria.
- Quando introduzimos os efeitos de matéria, alteramos de forma significativa o padrão de oscilação dos neutrinos quando estes se propagam no interior da Terra. Estas

alterações dependem da densidade das regiões que o neutrino cruza. De forma geral, quanto maior a densidade do meio, menor a amplitude de oscilação e maior a fase.

- Nas Figs .(3.11, 3.12, 3.13) verificamos que o procedimento que adotamos em nosso trabalho na tentativa de resolver o problema dos neutrinos atmosféricos em três gerações e na presença de matéria teve como resultado a tendência de excesso para o número de eventos do tipo neutrino eletrônico na região de Sub-GeV para valores de $\cos\theta_z < 0$, a qual se intensifica para valores de $\cos\theta_z \rightarrow -1$. Portanto este excesso que obtivemos apresenta forte dependência com o ângulo zenital θ_z , e não pode ser ajustado aos resultados de SK por uma simples renormalização nos dados. Além disso existe um forte limite para renormalizações nos dados de SK impostos pelos resultados de eventos do tipo neutrino muônico.
- Esta tendência de excesso para o número de eventos do tipo neutrino eletrônico que encontramos para a região de Sub-GeV para valores de $\cos\theta_z < 0$ nos permite interpretar de maneira qualitativa a discordância entre os dados experimentais de SK e as previsões de Monte Carlo para o número de eventos do tipo neutrino eletrônico para a região de Sub-GeV, a qual é mostrada na Fig .(1.7).
- Também mostramos através das Figs .(3.11, 3.12, 3.13) que a tendência de excesso de eventos do tipo neutrino eletrônico é modificada com a variação do do ângulo de mistura entre os autoestados de massa 2 e 3, θ_{23} , sendo maior para valores de θ_{23} menores do que 45° e menor para valores de θ_{23} maiores do que 45° .

Apêndice A

A interação eletrofraca

É fato experimentalmente estabelecido que as interações dos neutrinos com a matéria são descritas corretamente pela Teoria Eletrofraca [25], a qual está baseada no grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$, que fora proposto por Glashow em 1961, e estendido por Weinberg e Salam para acomodar os bósons massivos de calibre W^\pm e Z^0 em 1967. Como veremos, o sub-índice L refere-se a mão esquerda, que designa estados nos quais a projeção do spin é anti-paralela a direção de propagação, e Y refere-se à hipercarga. Como segue em [28] e [32], isto implica que os neutrinos de sabor (i.e. os que interagem fisicamente) são componentes de isospin $I_3 = \frac{1}{2}$ dos três dubletos de léptons de mão esquerda que fazem parte do conteúdo fermiônico do modelo padrão,

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad (\text{A.1})$$

Também fazem parte do conteúdo fermiônico os três singletos de léptons carregados de mão direita,

$$e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R, \quad (\text{A.2})$$

uma vez que não se tem notícia de neutrinos de mão direita. Falamos aqui de isospin fraco, o qual, assim como a carga hiperfraca, foi proposto em analogia ao esquema de Gell-Mann-

Nishijima para as partículas estranhas nos multipletos de isospin hadrônicos, ou seja, o operador de isospin tem a forma,

$$\vec{I} = \frac{\vec{\tau}}{2} , \quad (\text{A.3})$$

e os operadores escada são dados por

$$\tau_{\pm} = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm \sigma_2) . \quad (\text{A.4})$$

Aqui σ_i são as matrizes de Pauli definidas na Eq. (B.2).

Por sua vez, devido ao fato de que a corrente fraca carregada,

$$J_{\mu} = J_{\mu}^{+} = \bar{u}_{\nu l} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) u_l = \bar{\nu}_{lL} \gamma_{\mu} l_L , \quad (\text{A.5})$$

conter o fator $\gamma_{\mu}(1 - \gamma_5)$, a interação fraca apresenta estrutura vetor-vetor axial, (V-A). O índice l refere-se aos léptons carregados e L lembra que apenas os espinores de mão esquerda se acoplam fracamente. A corrente carregada conjugada tem a forma

$$J_{\mu}^{\dagger} = J_{\mu}^{-} = \bar{u}_{lL} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) u_{\nu L} = \bar{l}_L \gamma_{\mu} \nu_{lL} . \quad (\text{A.6})$$

Usando os operadores escada podemos escrever estas correntes carregadas em termos dos dubletos de mão esquerda em função da posição x como,

$$J_{\mu}^{\pm}(x) = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \tau_{\pm} \chi_L . \quad (\text{A.7})$$

Além de correntes carregadas, a interação fraca também pode se dar através de corrente neutra,

$$J_{\mu}^3(x) = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \sigma_3 \chi_L = \bar{\nu}_{lL} \gamma_{\mu} \nu_{lL} - \bar{l}_L \gamma_{\mu} \sigma_3 l_L . \quad (\text{A.8})$$

Dessa forma, foi definido um tripleto de correntes de isospin fracas,

$$J_{\mu}^i(x) = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \sigma_3 \chi_L . \quad (\text{A.9})$$

Estas por sua vez apresentam carga associada dada por

$$T^i = \int J_0^i(x) d^3x \quad . \quad (\text{A.10})$$

Contudo esperamos que a corrente neutra apresente uma componente de mão direita. Para isso é incluída a esta a corrente eletromagnética. Primeiramente definimos

$$j_\mu^{e.m.}(x) = -\bar{l}\gamma_\mu l = -\bar{l}_R\gamma_\mu l_R - \bar{l}_L\gamma_\mu l_L \quad , \quad (\text{A.11})$$

e a corrente eletromagnética tem então a forma

$$j_\mu(x) = e j_\mu^{e.m.} = -e\bar{l}\gamma_\mu Q l \quad , \quad (\text{A.12})$$

onde Q é o operador de carga. Por definição, $Q = -1$ para o elétron.

Devemos notar que nem J_μ^3 , nem $j_\mu^{e.m.}$ respeitam a simetria $SU(2)_L$, mas sim combinações ortogonais destas. Podemos obtê-las adicionando ao tripleto de correntes de isospin, Eq. (A.9), um singleto de corrente de isospin,

$$j_\mu^Y = \bar{l}_L\gamma_\mu \frac{Y}{2} l_L + \bar{l}_R\gamma_\mu \frac{Y}{2} l_R \quad , \quad (\text{A.13})$$

onde a hipercarga Y é definida por

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2} \quad , \quad (\text{A.14})$$

de tal forma que

$$j_\mu^{e.m.} = J_\mu^3 + \frac{1}{2} j_\mu^Y \quad . \quad (\text{A.15})$$

Assim como Q é o gerador do grupo $U(1)_{e.m.}$, Y gera o grupo de simetria $U(1)_Y$, e desta forma obtemos o grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para a interação eletrofraca.

No eletromagnetismo o acoplamento da corrente eletromagnética com o fóton é dado por

$$-ie j_\mu(x) = e(j^{e.m.})^\mu A_\mu \quad , \quad (\text{A.16})$$

e no modelo padrão, o tripleto de isospin de campos vetoriais massivos, W_μ^i se acopla às correntes isoespinoriais J_μ^i , e o singlete de isospin de campo vetorial, B_μ , se acopla com a corrente de hipercarga J_μ^Y , de tal maneira que as intensidades destes acoplamentos são dadas pelos fatores g e $g'/2$, respectivamente. Daí o acoplamento básico eletrofraco pode ser representado por

$$-ig(J^i)^\mu W_\mu^i - i\frac{g'}{2}(J^Y)^\mu B_\mu \quad , \quad (\text{A.17})$$

onde os bósons massivos carregados, W^\pm são descritos pelos campos

$$W_\mu^\pm = \sqrt{\frac{1}{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad , \quad (\text{A.18})$$

enquanto que W_μ^3 , e B_μ são os campos neutros. O mecanismo de geração de massas baseia-se na quebra de simetria. Para tal, deve existir uma mistura destes campos neutros de tal maneira que os estados físicos sejam,

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W \quad , \quad (\text{A.19})$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W \quad . \quad (\text{A.20})$$

Aqui θ_W é o ângulo de Weinberg, o qual é definido por

$$\cos \theta_W = \frac{M_W}{M_Z} \quad . \quad (\text{A.21})$$

A.1 O lagrangiano de interação

O Lagrangeano deve ser invariante por transformações de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$, e apresentar quebra espontânea de simetria através do mecanismo de Higgs [16], de tal forma que o Lagrangeano final seja invariante sob transformações de calibre do tipo $U(1)_{e.m.}$. Para a primeira geração de léptons, tal Lagrangeno tem a forma

$$L_0 = -\bar{l}_L \gamma^\mu \cdot D_\mu l_L - \bar{l}_R \gamma^\mu \cdot D_\mu l_R - \frac{1}{4} \vec{F}^{\mu\nu} \cdot \vec{F}_{\mu\nu} - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \quad (\text{A.22})$$

onde os estados envolvidos são,

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \chi_L = e_R, \quad (\text{A.23})$$

e a derivada covariante tem a forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \vec{I} \cdot \vec{A}_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu. \quad (\text{A.24})$$

Aqui o tensor eletromagnético é dado por,

$$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu + g(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu) \quad (\text{A.25})$$

onde \vec{A}_μ é um vetor no espaço de isospin,

$$\vec{A}_\mu = (A_\mu^{(1)}, A_\mu^{(2)}, A_\mu^{(3)}) \quad (\text{A.26})$$

e em analogia, para os campos escalares temos,

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (\text{A.27})$$

Na Eq. (A.22), os dois primeiros termos se referem à energia cinética e massa de l , e os dois restantes referem-se às energias cinéticas dos bósons não massivos, vetorial e escalar respectivamente. Contudo, sabemos que os bósons mediadores da interação fraca devem ser massivos, e sendo assim, necessitamos adicionar neste Lagrangeano o campo de Higgs, cujo lagrangeano é dado por,

$$L_S = -|D_\mu \varphi|^2 - \mu^2 |\varphi|^2 - \lambda |\varphi|^4, \quad (\text{A.28})$$

onde

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.29})$$

Aqui φ^+ , φ^0 são campos escalares complexos, μ e λ são parâmetros reais a determinar. Logo, o Lagrangeano total tem a forma,

$$L = L_0 + L_S \quad (\text{A.30})$$

Este Lagrangeano descreve a interação de férmios sem massa e bósons de calibre, e campos escalares auto-interagentes de massa μ que obedecem exatamente a simetria de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Na natureza esta simetria é quebrada, uma vez que os bósons da interação fraca, W^\pm e Z^0 , possuem massa. Analisando agora o primeiro parágrafo desta seção, levando em conta que o fóton não possui massa, entendemos porque esta simetria deve ser quebrada de tal forma que $U(1)_{e.m.}$ seja preservada.

Para a quebra espontânea de simetria, escolhemos $\mu^2 < 0$. Esta escolha faz com que o mínimo no potencial da Eq. (A.31),

$$V = \mu^2 |\varphi|^2 + \lambda |\varphi|^4 , \quad (\text{A.31})$$

que ocorre quando $|\varphi| = 0$, se desloque para

$$|\varphi|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2} . \quad (\text{A.32})$$

Isto representa um círculo no plano de $|\varphi|$. Escolhemos um ponto neste círculo como sendo o estado fundamental, o que implica em fazermos,

$$\varphi \rightarrow \varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H) \end{pmatrix} . \quad (\text{A.33})$$

Finalmente, ao se substituir a Eq. (A.33) na Eq. (A.30), obtemos o Lagrangeano do modelo padrão, o qual representa a interação leptônica através de

$$L_{int} = ig(\bar{l}_L\gamma_\mu\frac{\vec{\tau}}{2}l_L) \cdot \vec{A}^\mu + ig'(\bar{l}_L\gamma_\mu\frac{Y}{2}l_L)B^\mu + ig'(\bar{l}_R\gamma_\mu\frac{Y}{2}l_R)B^\mu \quad (\text{A.34})$$

Utilizando a Eq. (A.18), juntamente com Eq. (A.19) e Eq. (A.20), o Lagrangeano de interação pode ser escrito como,

$$L_{int} = i\frac{g}{\sqrt{2}}(J_\mu^+W^\mu + J_\mu^-W^\dagger) + i(g\sin\theta_W j_\mu^3 + g'\cos\theta_W j_\mu^Y)A^\mu + i(g\cos\theta_W j_\mu^3 - g'\cos\theta_W j_\mu^Y)Z^\mu, \quad (\text{A.35})$$

onde o primeiro termo refere-se à interação via corrente carregada, na qual a carga dos léptons é modificada em unidades de $\pm|e|$, e W é o operador criação (aniquilação) dos bósons massivos carregados, W^\pm . O segundo termo refere-se às interações de corrente neutra de natureza eletromagnética, e o terceiro às de natureza fraca mediadas pelo bóson neutro Z^0 . Como o segundo termo descreve o eletromagnetismo, esperamos que

$$g\sin\theta_W j_\mu^3 + g'\cos\theta_W j_\mu^Y = e(j_\mu^{(3)} + j_\mu^{(Y)}) = e j_\mu^{e.m.}, \quad (\text{A.36})$$

implicando em

$$e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W \quad (\text{A.37})$$

Através das Eqs. (A.36, A.37), o último termo de L_{int} pode ser escrito como,

$$i\frac{g}{\cos\theta_w}(j_\mu^3 - \sin^2\theta_w j_\mu^{e.m.})Z^\mu \quad (\text{A.38})$$

e a lagrangeana relevante para a interação fraca tem a forma final dada por,

$$L_{int} = i\frac{g}{\sqrt{2}}(J_\mu^+W^\mu + J_\mu^-W^\dagger) + i\frac{g}{\cos\theta_w}(j_\mu^3 - \sin^2\theta_w j_\mu^{e.m.})Z^\mu. \quad (\text{A.39})$$

Ainda podemos escrever a corrente neutra fraca como,

$$j_\mu^Z = 2i\frac{g}{\cos\theta_w}(j_\mu^3 - \sin^2\theta_w j_\mu^{e.m.}) = \bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu\nu_{eL} - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L + 4\sin^2\theta_w\bar{e}\gamma_\mu e. \quad (\text{A.40})$$

Apêndice B

Fórmulas matemáticas

A transformada de Fierz, tal qual a referência [16], é dada por:

$$\bar{u}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_2 \bar{u}_3 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_4 = -\bar{u}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_4 \bar{u}_3 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_2 \quad , \quad (\text{B.1})$$

Da mesma referência usamos as matrizes de Pauli, as quais podem ser escritas como,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{B.2})$$

As matrizes γ de Dirac são definidas em função das matrizes de Pauli [16] , σ_i através de,

$$\bar{\gamma}_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{B.3})$$

e,

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{B.4})$$

onde I é a matriz identidade 2×2 . Além dessas, podemos definir a matriz γ_5 como sendo o seguinte produto entre matrizes γ ,

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad . \quad (\text{B.5})$$

Referências Bibliográficas

- [1] Colaboração Super-Kamiokande, S.Fukuda, *et al.*, Phys.Rev.Lett. **81** 1158 (1999); *ibid*, **85** 3999 (2000).
- [2] Particle Data Group, S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. B **592**,1 (2004).
- [3] M.Honda, T. Kajita, arXiv:astro-ph/0404457.
- [4] A.M. Dziewonski, D.L. Anderson, Physics of the Earth and Planetary Interiors, **25** 297 (1981).
- [5] E. Lisi, D. Montanino, Phys.Rev.D **56**,1792 (1997).
- [6] T. K. Gaisser and M. Honda, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **52**, 153 (2002)
- [7] F. Reines *et al.*, Phys. Rev. Lett. **15**, 429 (1965).
- [8] D. Ayres *et al.*, Phys. Rev. D **29**, 902 (1984).
- [9] Collab. IMB, R. Becker Szendy *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1010 (1992).
- [10] Kamiokande Collaboration, H. S. Hirata *et al.*, Phys. Lett. B **205** 416 (1988); *ibid*. **280** 146; Y. Fukuda *et al.*, *ibid*. **335** 237 (1994).
- [11] Colab. Soudan, W. W. M. Allison *et al.*, Phys.Rev. D**72** (2005) 052005.
- [12] Colab. MACRO, D. Michael *et al.*, in TAUP 93, Proceedings of the Third International Workshop on Theoretical and Phenomenological Aspects of Underground Physics, Assergi, Italy, edited by C. Arpesella *et al.* [Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 35 (1994)]

- [13] Colab. SNO, B. Aharmim *et al.*, Phys. Rev. C **72**, 055502 (2005).
- [14] Colab. MINOS. E. Ables *et al.*, Addendum To P-875, A Long Baseline Neutrino Oscillation Experiment At Fermilab, FERMILAB-PROPOSAL-P-875-ADD, NUMI-L-79, Apr 1995. 241pp.
- [15] Colab. CHOOZ, M. Apollonio *et al.* Phys. Lett. B **466**, 415 (1999); Veja informações sobre outros experimentos em <http://www.e-science.unicamp.br/nangra/publicacoes/publicacoes.php>
- [16] M. E. Peskin, D. V. Schröder, Addison-Wesley Publishing Company, An introduction to quantum field theory.
- [17] V. Berezinsky, M. Kachelriess, A. Vilenkin, Phys.Rev.Lett. **79**, 4302 (1997).
- [18] M. C. Gonzalez-Garcia, H. Nunokawa, O. L. G. Peres, T. Stanev, , J. W. F. Valle. Phys. Rev. D**58**, 033004 (1998).
- [19] B. Pontecorvo, J. Exptl. Theoret. Phys. **33**, 549 (1957); *ibid.* **34**, 247 (1958).
- [20] Colab SuperKamiokande, Y. Ashie *et al.*, Physical Review D**71** 112005, (2005).
- [21] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).
- [22] M. Gell-Mann, A. Pais, Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).
- [23] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369(1978).
- [24] S. Weinberg, The Quantum Theory of Fields, Vol. 1 Cambridge University Press (1983).
- [25] S. Weinberg. Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam Proceedings of the Eight Nobel Symposium (1968); S.L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).
- [26] C.H.L. Smith, Phys. Rep. C **3** (1972).
- [27] O. L. G. Peres, A. Yu. Smirnov, Nucl. Phys. B **680**, 479(2004).

- [28] C. W. Kim, A. Pevsner. Neutrinos in Physics and Astrophysics, Hardwood, (1995).
- [29] C.Giunti, C.W.Kim, U.W.Lee, Phis. Rev. D**45**, 1557 (1992).
- [30] M. C. Gonzelez-Garcia. arXiv:hep-ph hep-ph/0504364.
- [31] J. Pantaleone, Phis. Rev. D**46**, 510 (1992).
- [32] F.Halzen; A. D. Martin, Quarks e Leptons, John Wiley and Sons, (1976).