

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

TÍTULO: Descoerência na Propagação de Neutrinos

INSTITUIÇÃO: Universidade Estadual de Campinas.  
Instituto de Física Gleb Wataghin

AUTOR: Fernando da Rocha Vaz Bandeira de Melo

ORIENTADOR: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

### BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo.

Prof. Dr. Vicente Pleitez.

Prof. Dr. Orlando L. G. Peres.

Prof. Dr. Márcio José Menon (suplente).

Dr. Pedro Cunha de Holanda (suplente).

*“Aqui descansa Karenin. Trouxe à vida dois croissants e uma abelha”.*

Milan Kundera. “A Insustentável Leveza do Ser”.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer à muitas pessoas. Todas as que me ajudaram de qualquer forma, quer seja academicamente quer seja pessoalmente.

Agradeço ao Marcelo, que aceitou vários desafios, entre eles o de me orientar e o de encarar o “estranho” e novo fenômeno de descoerência . Agradeço também pelo seu companherismo e paciência. Por falar em paciência, quero agradecer ao Orlando, que muito e sempre me ajudou com problemas computacionais e Neutrinos atmosféricos (fluxos,  $\chi^2, \dots$ ). Também agradeço ao seu enorme bom humor, à sua risada e à sua amizade. Ao Pedro, cético convicto e especialista em Neutrinos Solares, tenho que agradecer minha primeira viagem de avião, minhas primeiras palavras em italiano em solo italiano! e, é claro, fluxos,  $\chi^2, \dots$  “Grazie a tutti”.

O lado mais (do) pessoal, Cantina da Física e o muro de escalada, tenho que agradecer a grandes amigos que aqui encontrei: Luciana, Celso, Dracena (as andorinhas à toa à toa!), Pardal, Manaus, Borracho (vulgo Caniggia, alcunha Andrés), Alexandre, Priscilla, Tatu, Piccin, Teresa, Urubas, Alfredo, Leão, Jéssica ... e muitos outros. Obrigado pelas conversas, idéias, viagens&viagens(!), conselhos , brigas ... Valeu! Aos novos e antigos amigos e colegas do Rio: Erika, Gilson, Roberto, Patrícia, Índio, Zefa, Marck, Rashid ... agradeço a compreensão e o apoio a distância.

Agradeço em especial minha família: meu Velho Jô, Dona Rute, Mana Gabriela e minha querida afilhada Thainara!

... à *Thainara*.

## RESUMO

Nesta dissertação discutimos a evolução temporal dos Neutrinos adicionando o fenômeno da descoerência ao da oscilação de sabor. Descrevemos de forma bastante detalhada como a descoerência fenomenológica deve ser adicionada à evolução e quais as conseqüências e diversas possibilidades que esta nos traz. Descobrimos três novas dinâmicas para o sistema dos Neutrinos quanto descoerência lhe é adicionada, as quais até então não tinham sido exploradas. Para o caso de Neutrinos atmosféricos obtivemos que os novos dados do experimento Super-Kamiokande não estão mais de acordo com uma descoerência pura.

Testamos também a solução de descoerência pura para os recentes dados experimentais de KamLAND. Apesar de utilizar Neutrinos provenientes de reatores nucleares este experimento estuda a região de parâmetros da, até presente data, melhor solução ao déficit dos Neutrinos solares: a solução LMA (“Large Mixing Angle”) do efeito MSW. Um bom ajuste para KamLAND é necessário para que haja uma boa solução aos Neutrinos que provêm do Sol.

## ABSTRACT

In this work we discuss the Neutrino temporal evolution adding the decoherence phenomenon to flavor oscillation. We describe very carefully how the phenomenological decoherence should be added to the evolution and what are the consequences and possibilities that this choice bring to us. Imposing decoherence we found three new dynamics to Neutrino system that were not explored until now. For atmospheric Neutrinos we show that the new Super-Kamiokande experimental data is not anymore in agreement with a pure decoherence flavor conversion solution.

We also tested the pure decoherence solution to the recent experimental data from KamLAND [1]. Although reactor Neutrinos are used in this experiment, it is build to explore the parameter space of the best solution to the solar Neutrino problem: the Large Mixing Angle MSW solution. We found that a massless solution induced by decoherence can explain the data. A good fit to KamLAND data is necessary to a good solution to solar Neutrinos.

# Conteúdo

<b>Introdução: Fenomenologia de Neutrinos e Descoerência</b>	<b>9</b>
<b>1 Formalismo da Fenomenologia de Descoerência</b>	<b>14</b>
1.1 Introdução . . . . .	14
1.2 Implementação da Descoerência . . . . .	15
1.3 Exemplo Simples e Discussão . . . . .	21
<b>2 Descoerência Associada ao “Problema” do Neutrino</b>	<b>25</b>
2.1 Introdução . . . . .	25
2.2 Descoerência e Oscilação no Vácuo . . . . .	26
2.3 Descoerência e Oscilação na Matéria . . . . .	29
<b>3 Neutrinos Atmosféricos</b>	<b>32</b>
3.1 Introdução . . . . .	32
3.2 Fluxo e Detecção . . . . .	32
3.2.1 Fluxo de Neutrinos . . . . .	32
3.2.2 Número de Neutrinos Esperados no Detector . . . . .	35
3.3 Resultados e Discussão . . . . .	37
<b>4 Neutrinos de Reatores: KamLAND</b>	<b>41</b>
4.1 Introdução . . . . .	41
4.2 Número Esperado de Anti-Neutrinos . . . . .	42

4.3	Resultados e Discussão . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Neutrinos Solares</b>	<b>46</b>
5.1	Introdução . . . . .	46
5.2	Fluxo de Neutrinos Solares . . . . .	46
5.3	Valor Esperado . . . . .	47
	<b>Conclusões</b>	<b>51</b>
	<b>A Formalismo da Matriz de Densidade de Probabilidade</b>	<b>53</b>
	<b>B <math>\chi^2</math> e Matriz de Correlação</b>	<b>57</b>

# Lista de Figuras

1.1	Diferença entre a evolução padrão (a) e com descoerência (b). . . . .	21
3.1	Espectro dos raios primarios do $H$ (topo), $He$ (meio) e $CNO$ (inferior). As curvas tracejada e a contínua são utilizadas por diferentes grupos para modelar o número de raios cósmicos primários. Os pontos são experimentais. Figura retirada da ref.[2]. . . . .	33
3.2	Fluxo de Neutrinos atmosféricos por ângulo zenital esperado no Super-Kamiokande para diversas energias por dois diferentes grupos. Figura retirada da ref.[2]. .	35
3.3	Seção de choque Neutrino-nucleon. Figura retirada da ref.[3] . . . . .	36
3.4	Comparação entre os valores esperados sem oscilação pelos nossos cálculos e pelos cálculos de Monte Carlo da colaboração do Super-Kamiokande. Os valores esperados estão mostrados por bin zenital e por bin de energia. . . .	39
3.5	Ajustes aos dados experimentais de SK com 1489 dias de tomada de dados .	40
4.1	Diversos ajustes para os dados experimentais de KamLAND e o espectro esperado sem oscilação. . . . .	45
5.1	Espectro de Energia para cada uma das reações que produzem Neutrinos no Sol. Figura retirada da ref.[4] . . . . .	49
5.2	Ponto de Produção dos Neutrinos para cada Reação. Figura retirada da ref.[4]	50

# Lista de Tabelas

1	Alguns dos principais experimentos de detecção de Neutrinos solares, suas técnicas de detecção e o status do experimento. . . . .	10
3.1	Ajuste aos dados de Neutrinos Atmosféricos . . . . .	38
4.1	Pontos ótimos de ajuste dos dados experimentais de KamLAND para os quatro casos de descoerência pura e seus respectivos $\chi^2$ . Mostramos também o ajuste ótimo para oscilação pura e a análise de $\chi^2$ para o caso do Modelo Padrão. $N_{GL}$ é o número de graus de liberdade para cada caso. . . . .	44
5.1	Reações da cadeia pp . . . . .	47
5.2	Ciclo CNO . . . . .	48

# Introdução: Fenomenologia de Neutrinos e Descoerência

Este projeto de mestrado enfoca dois pontos em aberto da Física atual, a saber: Fenomenologia de Neutrinos e Descoerência. O Primeiro, no setor de interação fraca das Partículas Elementares, é o grande desafio atual, uma vez que pode significar mudanças no tão bem sucedido Modelo Padrão das Partículas Elementares<sup>1</sup>. Já o segundo trata da redução da função de onda de forma dinâmica, ou seja, propõe mudanças fundamentais na Mecânica Quântica.

Antes de introduzirmos os fenômenos acima citados cabe uma pequena explicação sobre o que é um Neutrino. O Neutrino é uma partícula subatômica que é somente influenciada pela força nuclear fraca<sup>2</sup>. Sua existência foi proposta em 1930 por Wolfgang Pauli devido à necessidade de conservação de momento-energia no decaimento beta. Os Neutrinos são léptons, ou seja, partículas elementares de spin 1/2, que não possuem carga e, de acordo com a versão mínima do Modelo Padrão das Partículas Elementares, também não possuem massa. Assim como os léptons carregados elétrons ( $e$ ), múons ( $\mu$ ) e táus ( $\tau$ ) os Neutrinos podem ser de três tipos ou sabores: Neutrino eletrônico ( $\nu_e$ ), Neutrino muônico ( $\nu_\mu$ ) e Neutrino tauônico ( $\nu_\tau$ ).

Apesar da grande quantidade de Neutrinos no Universo, sua detecção é muito difícil

---

<sup>1</sup>Modelo Padrão das Partículas Elementares: modelo que descreve as propriedades das partículas elementares e as interações entre elas

<sup>2</sup>Desprezamos a força gravitacional pois o efeito desta força é desprezível.

Colaboração	Técnica	Status
Homestake	Radioquímico (Cl)	Terminado
Kamiokande	Radiação Čerenkov	Funcionando
Gallex	Radioquímico (Ga)	Terminado
Super-Kamiokande	Radiação Čerenkov	Em reparo
SNO	Radiação Čerenkov	Funcionando
Borexino	Radiação Čerenkov	Projeto

Tabela 1: Alguns dos principais experimentos de detecção de Neutrinos solares, suas técnicas de detecção e o status do experimento.

devido a sua fraca interação com a matéria. O Sol, as estrelas em geral, e os chuveiros de Raios Cósmitos são as principais fontes naturais de Neutrinos. Desta característica entretanto vem sua grande importância em astrofísica e cosmologia, uma vez que, por não interagirem fortemente, os Neutrinos podem dar informações sobre o Universo distante e sobre o interior das estrelas, até mesmo supernovas.

Embora o Neutrino já seja conhecido há mais de setenta anos, até aproximadamente 40 anos atrás não havia grandes detectores de Neutrinos. Com o experimento de Homestake, na década de 60, foi iniciada a detecção de Neutrinos Solares. A partir de então um grande “quebra-cabeças” foi descoberto: a taxa de detecção era cerca de 50% menor do que a prevista teoricamente pelo Modelo Padrão em conjunto com o Modelo Solar. Vários outros experimentos (ver tabela (1)) foram então propostos para confrontarem seus resultados com o de Homestake, alguns deles obtendo também um valor diferente do esperado. Não somente para os Neutrinos provenientes do Sol foi observado um fluxo menor do que o previsto. Também uma redução do fluxo foi observada para Neutrinos atmosféricos e, mais recentemente, para Neutrinos provenientes de reatores. Uma boa revisão histórica, desde da proposição do Neutrino até os experimentos atuais, pode ser encontrada de forma bastante simples, não técnica, na referência [5].

Para ilustrar de forma quantitativa, e bastante simples, o tão falado “Problema dos

Neutrinos”, vou utilizar os recentes dados do SNO [6] para Neutrinos Solares seguindo a referência [7].

O SNO utiliza, tal qual o Super-Kamiokande, a técnica de radiação Čerenkov para detecção dos Neutrinos Solares. Entretanto, por utilizar água pesada é sensível aos seguintes canais de detecção:

$$\begin{aligned}
 \nu_e + d &\rightarrow p + p + e^- & (CC) \\
 \nu_x + d &\rightarrow p + n + \nu_x & (NC) \\
 \nu_x + e^- &\rightarrow \nu_x + e^- & (ES);
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde significam: CC - corrente carregada, NC - corrente neutra, ES - espalhamento elástico e  $x = e, \mu, \tau$ .

O fluxo do canal ES, o qual não distingue o sabor do Neutrino que está chegando no detector, é o seguinte [6]:

$$\phi_{SNO}^{ES}(\nu_x) = 2.39 \pm 0.34(\text{stat})_{-0.14}^{+0.16}(\text{syst}) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}. \tag{2}$$

Enquanto que o valor teórico é de  $\phi^{teor}(\nu) = 5.93 \pm 0.9 \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ , que difere em cerca de 50%.

Além disso, como sabemos que no Sol, devido a sua “baixa” temperatura, somente são produzidos  $\nu_e$ , então este valor deveria ser o mesmo do fluxo do canal CC, que só mede os  $\nu_e$ . Entretanto, o valor experimental para este fluxo é o seguinte:

$$\phi(\nu_e) = \phi_{SNO}^{CC}(\nu_e) = 1.75 \pm 0.07(\text{stat})_{-0.11}^{+0.12}(\text{syst}) \pm 0.05(\text{theor}) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}. \tag{3}$$

Fica assim estabelecido experimentalmente o déficit de Neutrinos eletrônicos para o Sol.

Se supusermos que a diferença entre os fluxos se deve a mudança de sabor do Neutrino eletrônico para muônico ou tauônico no caminho entre o Sol e a Terra, podemos calcular o fluxo da componente não eletrônica ( $\nu_{ne}$ ) de Neutrinos no canal ES. Não esquecendo de que a proporção entre as seções de choque entre a parte eletrônica e a não eletrônica é aproximadamente 7, temos o seguinte valor para o  $\phi(\nu_{ne})$ :

$$\begin{aligned}\phi(\nu_{ne}) &= \frac{\sigma_e}{\sigma_{ne}} \times [\phi_{SNO}^{ES}(\nu_x) - \phi_{SNO}^{CC}(\nu_e)]; \\ \phi(\nu_{ne}) &\approx 3.84 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.\end{aligned}\tag{4}$$

Onde deixamos de lado os erros devido ao caráter ilustrativo da nossa estimativa.

Desta forma temos que o fluxo total é o seguinte:

$$\begin{aligned}\phi_T(\nu) &= \phi(\nu_e) + \phi(\nu_{ne}) \\ &\approx 5.59 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.\end{aligned}\tag{5}$$

Que está dentro do erro do valor teórico,  $\phi^{teor}(\nu) = 5.93 \pm 0.9 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

Colocamos assim, de forma introdutória, o tão falado “Problema do Neutrino”, ou seja, o déficit de um determinado tipo de Neutrino. Este “problema” também ocorre com os Neutrinos de outras fontes [1, 2]. Mostramos também que a conversão de sabor, independente do modelo, é uma boa solução, ao menos ao caso do Neutrino solar.

O outro ponto essencial deste projeto diz respeito ao fenômeno da Descoerência. Este vem do desejo de entendermos a fronteira da Mecânica Quântica (MQ), ou melhor dizendo, a passagem do mundo quântico para o mundo clássico. A superposição dos estados quânticos, um dos grandes feitos da MQ, leva a fenômenos não cotidianos como emaranhamento, teletransporte, fenômenos não locais [8], entre outros. A descoerência “destrói” as interferências quânticas de modo dinâmico, diferentemente da MQ padrão, onde o colapso da função de onda ocorre no momento da medida.

Introduzida a motivação da descoerência, colocar sua causa é tarefa mais difícil. Isso se deve ao fato de ainda não se saber sua real causa. Entre as possíveis causas destacamos as seguintes:

1. A mais aceita hipótese é a da descoerência pela interação com o meio externo. Neste modelo é observado que, independente do rigor experimental, nenhum sistema é completamente isolado. Sendo assim, a interação com o meio externo, tratado como reservatório, leva a perda da coerência, ver por exemplo a Ref.[9].

2. Outra possível causa é a proposta por S.W. Hawking [10]. Ele supõe que flutuações da métrica, causadas por buracos negros virtuais na escala de Planck, causariam a descoerência. Esta idéia vem em analogia ao fato dos buracos negros macroscópicos “evaporarem”, emitirem radiação e, além disso, “morrerem” com toda a informação nele contida. Sendo assim, um estado coerente criado no horizonte de eventos do buraco negro evoluiria, com a evaporação deste, para um estado misto.
3. Por último, destacamos o modelo de R. Penrose [11, 8]. Tal qual o caso anterior, este tem como idéia principal unir a Gravitação à Mecânica Quântica. Neste no entanto a descoerência se deve a diferença de massa entre os auto-estados que estão evoluindo.

Apesar dos dois últimos modelos unirem, ainda que de forma diferente, a MQ com a gravitação (um dos grandes desafios da Física atual) o primeiro tem a seu favor a sua clara construção.

Entretanto, não nos preocuparemos neste projeto com as causas da descoerência, mas sim com a nova fenomenologia que ela nos traz. Mais especificamente a fenomenologia ligada aos Neutrinos.

A descoerência fenomenológica tem por idéia inicial adicionar um novo termo, o mais geral possível, à equação de evolução de Liouville. Este novo termo, respeitando algumas imposições físicas, leva à perda da coerência. Duas implementações da descoerência fenomenológica<sup>3</sup> são conhecidas hoje na literatura, ver as Ref.[12, 13]. Apesar de diferirem quanto à implementação da descoerência, a fenomenologia por elas obtida é idêntica.

O que fizemos neste projeto, foi estudar de forma cuidadosa e mais completa o fenômeno da descoerência e unir a ela a fenomenologia dos Neutrinos, de forma a tentar resolver a “anomalia” a eles relacionada. Como será mostrado nos capítulos seguintes, usando o modelo desenvolvido, tentamos ajustar os dados experimentais de Neutrinos atmosféricos e de reatores. Obtendo resultados originais em ambos os casos.

---

<sup>3</sup>Deste ponto em diante sempre estaremos nos referindo a este tipo de descoerência, a menos de explícita informação.

# Capítulo 1

## Formalismo da Fenomenologia de Descoerência

### 1.1 Introdução

A idéia da descoerência, ou seja, a perda dinâmica da coerência, vem do fato de não observarmos cotidianamente superposições macroscópicas <sup>1</sup>. Desta forma, o fenômeno da descoerência serve de “ponte” entre o mundo clássico e o quântico.

A descoerência tal qual nós implementaremos na próxima seção, atua como um amortecimento na interferência quântica. Depois de um longo tempo de evolução, e conseqüente atuação da descoerência, podemos tratar as probabilidades classicamente, ou seja, não precisamos mais nos preocupar com as amplitudes mas sim com os valores das probabilidades propriamente ditos. No formalismo da matriz densidade de probabilidade (ver apêndice A) este fato fica bastante claro. Os elementos não diagonais, os quais representam a interferência entre os auto-estados da base, vão diminuindo frente aos diagonais com a evolução temporal do sistema [15].

---

<sup>1</sup>Com *macroscópico* aqui entendemos, ainda que de forma simplista, um domínio aonde a MQ não atua: desde galáxias até células, por exemplo. Diferentes definições podem ser utilizadas, ver referência [14] para outra possibilidade.

A implementação por nós utilizada, em essência, é bastante simples: como não queremos que um estado puro coerente se mantenha desta forma, fazemos a evolução do sistema ser não unitária. Para tal, incluímos na equação de Liouville para evolução do sistema, um termo adicional (ver equação (1.1)), o mais geral possível. A generalidade deste termo  $D(\rho)$  se deve ao fato de não escolhermos nenhum modelo de causa da descoerência. Todas as imposições que posteriormente são feitas à este termo são devidas exclusivamente ao sistema que esta evoluindo, no nosso caso, os Neutrinos.

A adição fenomenológica da descoerência foi proposta de duas diferentes formas por Ellis *et al.*[13] e por Benatti e Floreanini [12]. Nesta última os autores supõem que os Neutrinos interagem com o meio externo, ou seja, formam um sistema aberto, dissipativo. Note que apesar disso, o modelo é completamente independente de como ocorre a interação. Já o modelo proposto na ref.[13] assume, inicialmente, uma descoerência intrínseca. Este tipo de modelo é inspirado nas causas de descoerência pela gravitação. Ambos levam à mesma fenomenologia.

Escolhemos o primeiro por vários motivos, dentre os quais, sua clara construção, foi decisiva. Nesse as imposições feitas ao novo termo são de cunho físico bastante claro. Além do que podemos escolher se o sistema é dissipativo ou não.

Na seção seguinte mostramos, com bastante detalhe, como tal implementação é feita para o caso de sistemas de dois níveis. Feito isto, exemplificamos os efeitos da descoerência para o caso de um sistema de spin 1/2. Um sistema de dois níveis bastante similar ao do Neutrino.

## 1.2 Implementação da Descoerência

Como já foi dito, para tornarmos a evolução do sistema não unitária, adicionamos um termo extra na equação de evolução de Liouville. A equação de Liouville generalizada fica da seguinte forma:

$$\dot{\rho} = i[\rho, H] + D(\rho) \quad (1.1)$$

onde escolhemos o termo  $D(\rho)$  linear em  $\rho$ . Esta linearidade se deve à nossa vontade que

exista um decaimento exponencial de  $\rho$ , com o qual estamos mais acostumados, e pela facilidade matemática que esta escolha traz. As demais imposições que faremos cuidarão para que só os elementos corretos de  $\rho$  decaiam.

Deste ponto em diante levaremos em consideração que trataremos de um sistema bi-dimensional, referentes às duas famílias de Neutrinos (um formalismo mais geral pode ser obtido na ref.[13] e a aplicação ao caso de três famílias de Neutrinos na ref.[16]). Desta forma, expandindo nas matrizes de Pauli, e usando que  $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$ , temos:

$$\dot{\rho}_\mu(t)\sigma_\mu = -2\epsilon_{ijk}\rho_i H_j \sigma_k + \sigma_\mu D_{\mu\nu} \rho_\nu ; \quad (1.2)$$

onde os índices gregos vão de 0 à 3 e os latinos de 1 à 3. A matriz  $\sigma_0$ , necessária para a completeza da base, é a identidade  $2 \times 2$ . Utilizaremos a equação (1.2) para fazermos as imposições físicas.

- **Conservação da Probabilidade**

É também nossa vontade que a probabilidade se conserve e, desta forma, o número de partículas, por exemplo, se mantenha constante. Para isso temos que ter  $Tr(\rho(t)) = 1$  para todo  $t$ , ou seja,  $Tr(\dot{\rho}(t)) = 0$ . Desta forma, pelo lado esquerdo da igualdade (1.2) temos:

$$Tr(\dot{\rho}(t)) = Tr(\dot{\rho}_\mu(t)\sigma_\mu) = 2\dot{\rho}_0(t) = 0 ; \quad (1.3)$$

uma vez que as matrizes de Pauli são de traço nulo. Desta forma,  $\rho_0(t) = \rho_0(0)$  também com descoerência.

Pelo outro lado da igualdade:

$$Tr(\dot{\rho}(t)) = Tr(-2\epsilon_{ijk}\rho_i H_j \sigma_k + \sigma_\mu D_{\mu\nu} \rho_\nu) = 2\rho_\nu D_{0\nu} = 0 ; \quad (1.4)$$

logo, como  $\rho$  é qualquer, temos:

$$D_{0\nu} = 0. \quad (1.5)$$

- **Simetria de  $D_{\mu\nu}$**

Um fato importante que deve ser notado é que devido à completa anti simetria de  $\epsilon$  no primeiro termo e a linearidade em  $\rho$  do termo extra, toda parte anti simétrica de  $D_{\mu\nu}$  poderia ser absorvida pela Hamiltoniana, levando assim a nenhum novo efeito. Sendo assim tomamos  $D_{\mu\nu}$  completamente simétrico, daí:

$$D_{0\nu} = 0 = D_{\mu 0}. \quad (1.6)$$

### • Não decréscimo da Entropia

Esta imposição faz com que os estados evoluam de puro para misto, e não vice-versa. Aqui damos uma direção ao tempo. Sabemos que (ver apêndice A)  $Tr(\rho^2) = 1$  para estados puros e menor do que 1 para estados mistos. Quanto menor for  $Tr(\rho^2)$  mais misto é o estado, sendo assim, para que a entropia não decresça com o tempo fazemos  $\frac{d}{dt}Tr(\rho^2) \leq 0$ , ou ainda,  $Tr(\rho\dot{\rho}) \leq 0$ . Desta forma:

$$\begin{aligned} Tr(\rho\dot{\rho}) &= Tr(\rho_\mu\sigma_\mu\dot{\rho}_\nu\sigma_\nu) ; \\ Tr(\rho\dot{\rho}) &= Tr(\rho_0\dot{\rho}_0\sigma_0 + \rho_0\dot{\rho}_j\sigma_j + \rho_i\dot{\rho}_0\sigma_i + \rho_i\dot{\rho}_i\sigma_0 + \sum_{i \neq j} \rho_i\dot{\rho}_j\sigma_i\sigma_j) ; \\ Tr(\rho\dot{\rho}) &= 2\rho_k\dot{\rho}_k ; \end{aligned} \quad (1.7)$$

onde usamos  $Tr(\sigma_i\sigma_j) = 0$  se  $i \neq j$ . Substituindo a equação de movimento(1.2) e atentando para o fato da anti simetria de  $\epsilon$ , temos:

$$\begin{aligned} Tr(\rho\dot{\rho}) &= -4\epsilon_{ijk}\rho_i H_j \rho_k + 2\rho_k D_{k\nu} \rho_\nu ; \\ Tr(\rho\dot{\rho}) &= 2\rho_k D_{k\nu} \rho_\nu . \end{aligned} \quad (1.8)$$

Pela imposição e como  $D_{0\nu} = 0$  :

$$\rho_\mu D_{\mu\nu} \rho_\nu \leq 0 . \quad (1.9)$$

Note que esta restrição é independente da base em que estamos trabalhando. Logicamente só nos importa que tanto  $\rho$  com  $D$  estejam na mesma base. Podemos obter uma condição suficiente onde estas desigualdades sejam satisfeitas. Para tal devemos rotacionar  $D_{\mu\nu}$  para a base onde este é diagonal. Nesta base temos:

$$\tilde{\rho}_\mu^2 \tilde{D}_{\mu\mu} \leq 0; \quad (1.10)$$

onde  $\tilde{\rho}$  e  $\tilde{D}_{\nu\nu}$  são  $\rho$  e  $D_{\mu\nu}$  na base onde  $D$  é diagonal. Sendo assim basta que os autovalores de  $D_{\mu\nu}$  sejam negativos para que a imposição seja satisfeita. Vale enfatizar que esta condição é somente suficiente, uma vez que estamos lidando com uma soma de termos.

### • Conservação de Energia

Neste ponto, uma possível parametrização para o termo de descoerência poderia ser a seguinte:

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta & a \\ 0 & \beta & \gamma & b \\ 0 & a & b & c \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Esta parametrização (1.11), a menos de constantes e respeitando as restrições da equação (1.9), é a utilizada no artigo da referência [12]. Neste trabalho é considerada a interação e a perda de energia do sistema de Neutrinos para um reservatório que existiria em todos os momentos da evolução. Se quisermos impor uma descoerência intrínseca, ou seja, que ocorra ainda que o sistema esteja completamente isolado, temos que impor a conservação de energia. Para isso impomos  $\frac{d}{dt}Tr(O\rho) = 0$ , onde  $O$  é um observável qualquer. Desta forma, por método muito semelhante ao anterior:

$$\begin{aligned} Tr(O\dot{\rho}) &= Tr(O_{\mu}\sigma_{\mu}\dot{\rho}_{\nu}\sigma_{\nu}) ; \\ Tr(O\dot{\rho}) &= 2O_k\dot{\rho}_k . \end{aligned} \quad (1.12)$$

Novamente, substituindo a equação de movimento (1.2) e usando agora que os observáveis comutam com a Hamiltoniana temos:

$$\begin{aligned} Tr(O\dot{\rho}) &= -2\epsilon_{ijk}\rho_i H_j O_k + O_k \rho_{\nu} D_{k\nu} ; \\ Tr(O\dot{\rho}) &= -2\epsilon_{jki} H_j O_k \sigma_i \rho_i \sigma_i + O_k \rho_{\nu} D_{k\nu} ; \\ Tr(O\dot{\rho}) &= i[H, O]\rho + O_k \rho_{\nu} D_{k\nu} ; \\ Tr(O\dot{\rho}) &= O_k \rho_{\nu} D_{k\nu} ; \end{aligned} \quad (1.13)$$

Logo, pela imposição, como vale para qualquer  $\rho$ :

$$O_\mu D_{\mu\nu} = 0. \quad (1.14)$$

Para o caso da conservação da energia este observável é a própria hamiltoniana  $H$ , que pode ser escrita:

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_0 + H_3 & H_1 - iH_2 \\ H_1 + iH_2 & H_0 - H_3 \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Desta forma  $H_0 = (E_1 + E_2)/2$ ,  $H_1 = H_2 = 0$  e  $H_3 = -\Delta/2$ , onde  $\Delta = E_2 - E_1$ . Daí, observando a simetria do termo de descoerência, a equação (1.14) :

$$D_{3\nu} = 0 = D_{\mu 3}. \quad (1.16)$$

Desta forma a parametrização fica da seguinte forma:

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta & 0 \\ 0 & \beta & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

As restrições (1.9) neste caso ficam:

$$\rho_a D_{ab} \rho_b \leq 0; \quad (1.18)$$

onde  $a, b = 1, 2$ . Na base onde o bloco  $2 \times 2$  é diagonal temos:

$$\tilde{\rho}_1^2 \lambda_+ + \tilde{\rho}_2^2 \lambda_- \leq 0, \quad (1.19)$$

onde  $\lambda_\pm$  são os auto valores de  $D_{ab}$ . Sendo assim, se  $\lambda_\pm \leq 0$  a desigualdade fica garantida. Note que isso é somente suficiente.

Os auto valores de  $D_{ab}$  são os seguintes:

$$\lambda_\pm = -(\alpha + \gamma) \pm \sqrt{(\alpha + \gamma)^2 - 4(\alpha\gamma - \beta^2)}. \quad (1.20)$$

Uma forma, novamente só suficiente, de garantir que  $\lambda_{\pm} \leq 0$  é a seguinte:

$$\alpha \geq 0, \quad \gamma \geq 0 \text{ e } \alpha\gamma \geq \beta. \quad (1.21)$$

Note que a igualdade, que representa o caso sem descoerência, está incluída como o esperado, já que neste caso a entropia permanece constante.

Feita todas as imposições físicas desejadas, na base da Hamiltoniana, ficamos com as seguintes equações finais de movimento para  $\rho$ :

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 ; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\alpha\rho_1 - (\Delta + \beta)\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_2(t) = \rho_1(\Delta - \beta) - \gamma\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_3(t) = 0 . \end{cases} \quad (1.22)$$

Entretanto, se não tivéssemos exigido a conservação da energia, teríamos as seguintes equações de movimento:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 ; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\alpha\rho_1 - (\Delta + \beta)\rho_2 - a\rho_3 ; \\ \dot{\rho}_2(t) = \rho_1(\Delta - \beta) - \gamma\rho_2 - b\rho_3 ; \\ \dot{\rho}_3(t) = -a\rho_1 - b\rho_2 - c\rho_3 . \end{cases} \quad (1.23)$$

Neste conjunto de equações a restrição (1.9) não deve ser esquecida, ou seja, os autovalores da parametrização (1.11) devem ser negativos.

O efeito deste novo termo é diminuir os termos não diagonais da matriz densidade de probabilidade, assim impomos que o estado evolua assintoticamente para o mais misto possível. Tal carater está ilustrado na figura (1.1).

Na figura (1.1a) podemos ver claramente a oscilação entre os autoestados da hamiltoniana, enquanto na figura (1.1b) essa oscilação diminui com o tempo até cessar assintoticamente em  $t \rightarrow \infty$ , onde  $\rho_1 = \rho_2 = 0$ .

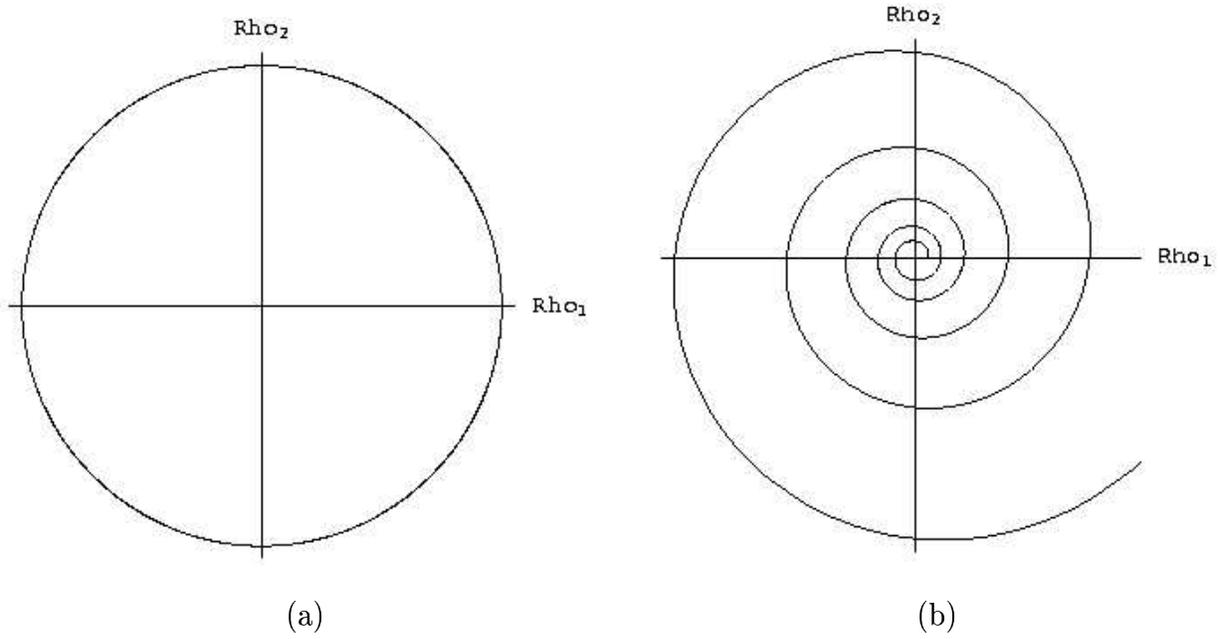


Figura 1.1: Diferença entre a evolução padrão (a) e com descoerência (b).

### 1.3 Exemplo Simples e Discussão

Para ilustrar como os resultados da mecânica quântica ficam alterados quando introduzimos descoerência, vamos usar um sistema bastante simples e muito parecido com o dos Neutrinos, do ponto de vista da sua bidimensionalidade: o sistema de Spin 1/2.

Suponhamos que inicialmente temos o seguinte estado:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle). \quad (1.24)$$

A matriz densidade de probabilidade em  $t=0$  fica então:

$$\rho(0) = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_0 + \rho_3 & \rho_1 - i\rho_2 \\ \rho_1 + i\rho_2 & \rho_0 - \rho_3 \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Os coeficientes da expansão nas matrizes de Pauli são então:  $\rho_0 = \rho_1 = 1/2$  e  $\rho_2 = \rho_3 = 0$ . Note que este é um estado puro,  $\text{Tr}(\rho^2) = 1$  (ver apêndice A).

Suponhamos ainda que a evolução é dada pela Hamiltoniana:

$$H = \omega S_z = \frac{\omega\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_0 + H_3 & H_1 - iH_2 \\ H_1 + iH_2 & H_0 - H_3 \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

Os coeficientes são:  $H_0 = H_1 = H_2 = 0$  e  $H_3 = \omega\hbar/2 \equiv -\Delta/2$ .

Como estamos na base da Hamiltoniana ( $H$  é diagonal), vamos utilizar o conjunto de equações (1.22). Por simplicidade, tomaremos na parametrização (1.17)  $\alpha = \gamma$  e  $\beta = 0$ , desta forma basta que  $\gamma$  seja positivo semi-definido para que a entropia não decresça. As equações de movimento então ficam:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 ; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\gamma\rho_1 - \Delta\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_2(t) = \Delta\rho_1 - \gamma\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_3(t) = 0 . \end{cases} \quad (1.27)$$

Com as condições iniciais dadas, temos a seguinte solução:

$$\begin{cases} \rho_0(t) = \frac{1}{2} ; \\ \rho_1(t) = \frac{1}{2}e^{-\gamma t} \cos(2\Delta t) ; \\ \rho_2(t) = \frac{1}{2}e^{-\gamma t} \sin(2\Delta t) ; \\ \rho_3(t) = 0 . \end{cases} \quad (1.28)$$

Desta forma a matriz densidade de probabilidade pode ser reconstruída como:

$$\rho(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & e^{-(\gamma+2i\Delta)t} \\ e^{(-\gamma+2i\Delta)t} & 1 \end{pmatrix} . \quad (1.29)$$

Podemos notar que, por construção, a probabilidade é conservada,  $Tr(\rho(t)) = 1$  para todo  $t$ . No entanto, diferentemente do caso onde não temos descoerência, os termos fora da diagonal principal diminuem com o tempo, se  $\gamma > 0$ .

Para entendermos melhor o que significa essa diminuição calculamos o  $Tr(\rho^2)$ :

$$Tr(\rho^2(t)) = \frac{1}{2}(1 + e^{-2\gamma t}) ; \quad (1.30)$$

para o tempo  $t = 0$ , como já vimos, o estado é puro. No entanto, devido à descoerência ( $\gamma > 0$ ), para tempos posteriores ao inicial  $Tr(\rho^2(t)) < 1$ , ou seja, o estado evolui para um

estado misto! Além disso, também por construção, a entropia do sistema é estritamente crescente<sup>2</sup>.

Para  $t \gg 1/(2\gamma)$ , a matriz  $\rho$  fica da seguinte forma:

$$\rho(t) \approx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (1.31)$$

o estado evolui para o mais misto possível. Todos os termos de interferência quântica foram suprimidos.

Esta matriz pode ser pensada como uma mistura estatística, despolarizada, de um ensemble de 50% spin para cima e 50% spin para baixo. Além disso, como a relação entre a matriz densidade de probabilidade e o estado não puro não é única, a informação sobre o estado inicial também fica perdida. A matriz (1.31) também pode ser pensada como uma mistura estatística de 50% spin para cima na direção  $x$  e 50% spin para baixo na direção  $x$ . Desta forma relacionamos o aumento da entropia com a perda de informação.

Outro importante fato a ser notado é que se ao invés do estado inicial (1.24) tivéssemos:

$$|\psi\rangle = |+\rangle; \quad (1.32)$$

ou seja, se já desde o início não tivéssemos interferência, este estado se manteria na evolução com descoerência, uma vez que é autoestado da Hamiltoniana.

Este fato não será mais verdadeiro se utilizarmos uma descoerência “aberta”, com troca de energia com um reservatório. Neste caso seria criado um estado efetivo de interação. As equações de movimento utilizando a parametrização (1.11) diagonal com todos os autovalores iguais a  $-\gamma$  ficam da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\gamma\rho_1 - \Delta\rho_2; \\ \dot{\rho}_2(t) = \rho_1\Delta - \gamma\rho_2; \\ \dot{\rho}_3(t) = -\gamma\rho_3. \end{cases} \quad (1.33)$$

---

<sup>2</sup>Para implementarmos flutuações da entropia, como acontece no caso da mecânica estatística, e até mesmo para que a entropia não fosse **estritamente** crescente, teríamos que implementar um parâmetro de descoerência dependente do tempo. Isto porém foge dos objetivos do estudo.

Com a condição inicial (1.32), a probabilidade de se medir spin para cima depois de um tempo  $t$  é:

$$P_+ = \frac{1}{2}(1 + e^{-\gamma t}) . \quad (1.34)$$

Desta forma, mesmo começando com  $|\psi\rangle = |+\rangle$ , o estado evolui para uma mistura 50% $|+\rangle$  + 50% $|-\rangle$ . Não trataremos este caso, evolução em sistema “aberto”, para o sistema de Neutrinos, isto é tratado na ref.[16].

# Capítulo 2

## Descoerência Associada ao “Problema” do Neutrino

### 2.1 Introdução

Neste capítulo juntaremos a fenomenologia do Neutrino à evolução com descoerência . Faremos isso da forma mais geral possível para podermos explorar todas as possibilidades que esse novo formalismo nos oferece. Como mostraremos, na literatura somente um único caso foi explorado [17] dentre os vários possíveis.

Na seção (2.2) trataremos da oscilação de Neutrinos no vácuo. Este formalismo será utilizado tanto para os cálculos com Neutrinos atmosféricos (cap.3) quanto para os Neutrinos de reatores (cap.4). Mostraremos como a descoerência pode levar a uma aparente violação CP em duas famílias.

Já na seção (2.3) trataremos da oscilação na matéria, o tão falado efeito MSW (onde a sigla representa o nome dos inventores: Mikheyev, Smirnov e Wolfenstein)[18, 19]. Este formalismo será usado para os Neutrinos solares (cap.5) já que os efeitos de matéria neste caso se tornam importantes.

## 2.2 Descoerência e Oscilação no Vácuo

A hipótese primordial das oscilações é a de que os autoestados de interação, os estados de sabor ( $\nu_e \nu_\mu$ ), não são os autoestados físicos ( $\nu_1 \nu_2$ ) mas sim uma superposição deles.

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\phi} \sin \theta \\ -e^{i\phi} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}; \quad (2.1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de “rotação” e  $\phi$  é uma fase. Ou seja, os autoestados de sabor são uma rotação unitária do autoestados físicos.

Na base dos autoestados físicos a Hamiltoniana, por definição a base do autoestado físico, pode ser escrita como:

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Usando unidades naturais ( $\hbar = c = 1$ ) temos que os autovalores de energia são dados por:

$$E_\alpha = \sqrt{p^2 + m_\alpha^2} \approx |p| + \frac{m_\alpha^2}{2|p|}. \quad (2.3)$$

A aproximação é válida quando  $m_\alpha \ll |p|$ .

Desta forma podemos reescrever a Hamiltoniana da seguinte forma:

$$H = \left( E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \right) - \frac{\Delta m^2}{4E} \sigma_3; \quad (2.4)$$

onde substituímos  $|p|$  por  $E$  e definimos  $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ . Fica claro nesta expressão que  $\Delta = \Delta m^2 / (2E)$  (onde o  $\Delta$  é o mesmo das equações (1.22)) o único parâmetro que nos irá importar.

Como veremos mais adiante (cap.3), no caso dos Neutrinos atmosféricos são produzidos somente Neutrinos do elétron ( $\nu_e$ ) e Neutrinos do múon ( $\nu_\mu$ ). Entretanto os dados experimentais mostram que somente os  $\nu_\mu$  não chegam nos detectores com o número esperado, ou seja, pela hipótese das oscilações, existe oscilação  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ <sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Não estamos levando em consideração a possibilidade de Neutrinos estéreis.

Sendo assim, nossa evolução fica sendo governada pelas equações:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 ; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\alpha\rho_1 - \left(\frac{\Delta m^2}{2E} + \beta\right)\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_2(t) = \rho_1\left(\frac{\Delta m^2}{2E} - \beta\right) - \gamma\rho_2 ; \\ \dot{\rho}_3(t) = 0 ; \end{cases} \quad (2.5)$$

com a condição inicial que só existam  $\nu_\mu$ , o que na base física fica  $|\nu_\mu\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + e^{-i\phi}\sin\theta|\nu_2\rangle$ . Sendo assim  $\rho(0)$  fica:

$$\rho(0) = |\nu_\mu\rangle\langle\nu_\mu| = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \frac{1}{2}e^{-i\phi}\sin 2\theta \\ -\frac{1}{2}e^{i\phi}\sin 2\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Os coeficientes da expansão na base dos sigmas ficam:  $\rho_0(0) = 1/2$ ,  $\rho_1(0) = 1/2 \cos\phi \sin 2\theta$ ,  $\rho_2(0) = 1/2 \sin\phi \sin 2\theta$  e  $\rho_3(0) = 1/2 \cos 2\theta$ .

Desta forma, a probabilidade de detectarmos um  $\nu_\mu$  depois de um tempo  $t$  do qual ele foi criado fica dado pela seguinte fórmula:

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta + \frac{1}{2} \sin^2 2\theta e^{-\frac{t}{2}(\alpha+\gamma)} \times \left[ \cosh\left(\frac{t}{2}\sqrt{\Omega_0}\right) + \frac{\sinh\left(\frac{t}{2}\sqrt{\Omega_0}\right)}{2\sqrt{\Omega_0}} ((\gamma - \alpha) \cos 2\phi - 2\beta \sin 2\phi) \right]; \quad (2.7)$$

onde  $\Omega_0 = (\gamma - \alpha)^2 + 4(\beta^2 - (\frac{\Delta m^2}{2E})^2)$ .

A probabilidade usual é reobtida quando tomamos os parâmetros de descoerência nulos. Além disso, é importante notar que só temos um padrão de oscilação quando  $\Omega_0 < 0$ . Do contrário, temos uma **conversão** de sabor, isto é, a probabilidade de sobrevivência é sempre decrescente com o tempo. Mesmo no caso oscilatório existe sempre um termo de amortecimento, ou seja, tanto a oscilação como a conversão vão levar ao estado mais misto possível.

Se trocarmos Neutrinos por Antineutrinos, o que fenomenologicamente é obtido fazendo  $\phi \rightarrow -\phi$ , podemos observar que a probabilidade muda. Temos assim uma aparente violação CP, a qual pode ser quantificada da seguinte forma:

$$|P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} - P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}| = \beta \sin^2 2\theta \sin 2\phi \frac{e^{-t/2(\gamma+\alpha)}}{\sqrt{\Omega_0}} \sinh \frac{t\sqrt{\Omega_0}}{2}. \quad (2.8)$$

Desta forma se  $\beta \neq 0$  temos uma violação aparente de CP. Dizemos que esta é uma violação aparente pois a definição utilizada é válida quando temos uma evolução unitária, que não é o caso. Para uma breve discussão, qualitativa e quantitativa, desta aparente violação de CP anexamos a ref.[20].

Deste ponto em diante não nos preocuparemos mais com um possível efeito de violação CP induzido pela descoerência . Fixaremos nossa atenção nas diversas possibilidades que a descoerência nos traz, ou seja, tomaremos  $\phi = 0$ .

Para tal exploramos o espaço de parâmetros da descoerência mantendo sempre um único parâmetro e respeitando as restrições impostas pelo não decréscimo da entropia, eq.(1.9). Nos restringimos a um só parâmetro de descoerência de forma a maximizar o efeito da descoerência , uma vez que esperamos que este seja pequeno por se tratar de uma correção à mecânica quântica.

Desta forma encontramos, a partir da equação 2.7, quatro diferentes possibilidades de probabilidades de sobrevivência do  $\nu_\mu$ :

- Caso 1:  $\alpha \rightarrow \gamma$  e  $\beta \rightarrow \gamma$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta + \frac{1}{2} e^{-\gamma t} \sin^2 2\theta \cosh t \sqrt{\gamma^2 - \left(\frac{\Delta m^2}{2E}\right)^2}. \quad (2.9)$$

- Caso 2:  $\alpha \rightarrow \gamma$  e  $\beta \rightarrow 0$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta + \frac{1}{2} e^{-\gamma t} \sin^2 2\theta \cos \left(\frac{t\Delta m^2}{2E}\right). \quad (2.10)$$

Esta á probabilidade analisada na ref.[17]. Vamos tratar com mais detalhes desta probabilidade, mostrando os resultados obtidos na referência bem como os nossos reultados, no capítulo 3.

- Caso 3:  $\alpha \rightarrow 0$  e  $\beta \rightarrow 0$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta + \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma t}{2}} \sin^2 2\theta \left( \cosh t \sqrt{\Omega(\gamma)} + \frac{\gamma \sinh t \sqrt{\Omega(\gamma)}}{2\sqrt{\Omega(\gamma)}} \right). \quad (2.11)$$

Onde,  $\Omega(\gamma) = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \left(\frac{\Delta m^2}{2E}\right)^2$ .

- Caso 4:  $\gamma \rightarrow 0$  e  $\beta \rightarrow 0$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2\theta + \frac{1}{2} e^{-\frac{\alpha t}{2}} \sin^2 2\theta \left( \cosh t\sqrt{\Omega(\alpha)} - \frac{\alpha \sinh t\sqrt{\Omega(\alpha)}}{2\sqrt{\Omega(\alpha)}} \right). \quad (2.12)$$

Alguns pontos importantes referentes à essas probabilidades devem ser observados. Em todos os casos, quando  $t \gg 1/\gamma$  temos  $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1/2(1 + \cos^2 2\theta)$ , ou seja, cessa qualquer conversão de sabor com o tempo, não temos mais interferência entre os autoestados físicos.

Outro fato a ser notado é que para  $\Delta m^2/(2E) > \gamma$  no caso 1 e para  $\Delta m^2/(2E) > \gamma/2$  nos casos 3 e 4 retomamos o caráter genuinamente oscilatório, uma vez que  $\cosh(ix) = \cos(x)$  e  $\sinh(ix) = i \sin(x)$ .

Também podemos ver que as probabilidades não dependem da hierarquia entre as massas, ou seja, não mudam se  $m_1 > m_2$  ou  $m_2 > m_1$ .

Por último temos o interessante fato de que mesmo se tomarmos  $\Delta m^2 \rightarrow 0$  ainda temos conversão de sabor! Note que temos que tomar esse aspecto no limite das massas degeneradas ou nulas, porém não exatamente nulas ou degeneradas, do contrário não faria sentido uma superposição, interferência, entre estados degenerados. A única possibilidade de tomarmos  $\Delta m^2 = 0$  e ainda ter conversão de sabor seria trabalharmos com uma descoerência devida à interação com um reservatório. Desta forma seria criado um estado efetivo de massa (como foi discutido no exemplo dos spins, ver seção 1.3).

## 2.3 Descoerência e Oscilação na Matéria

Até este ponto tratamos da oscilação de Neutrinos no vácuo. No entanto, como foi observado por Mikheyev, Smirnov e Wolfenstein [19, 18], a relação de dispersão do Neutrino muda na matéria o que pode levar a uma ressonância na oscilação de sabor.

Por relação de dispersão entendemos a dependência da energia com o momento do Neutrino. Com a interação com a matéria a energia, ou seja, os autovalores da Hamiltoniana, variam com o tempo uma vez que a densidade do Sol não é constante, não sendo assim

possível a sua diagonalização para todo  $t$ . Desta forma nos é mais indicado trabalharmos na base de sabor, na base onde ocorre a interação.

O Hamiltoniano na base de sabor, levando em conta a interação com a matéria, fica da seguinte forma (ver ref.[21]):

$$H = E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + 2A & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Onde  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} GeV^{-2}$  é a constante de acoplamento de Fermi da força fraca,  $n_n$  a densidade de nêutrons,  $A = 2\sqrt{2}G_F n_e E$  e  $n_e$  a densidade de elétrons. Os coeficientes da expansão na base das matrizes de Pauli ficam:  $H_0 = E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \frac{A}{4E}$ ,  $H_1 = \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta$ ,  $H_2 = 0$  e  $H_3 = \frac{1}{4E}(A - \Delta m^2 \cos 2\theta)$ .

O termo  $D_{\mu\nu}$ , tal qual o apresentado na eq.(1.17), na base de sabor fica da seguinte forma:

$$D_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \cos^2 2\theta & \beta \cos 2\theta & \frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta \\ 0 & \beta \cos 2\theta & \gamma & \beta \sin 2\theta \\ 0 & \frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta & \beta \sin 2\theta & \alpha \sin^2 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Entendemos que os efeitos de matéria não influenciam na descoerência intrínseca, tal qual estamos implementando, sendo assim a rotação que fazemos no termo de descoerência é a mesma que a apresentada na eq.(2.1), com  $\phi = 0$ . A descoerência atua ainda que não haja matéria.

As equações de movimento ficam então:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 ; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\alpha \cos^2 2\theta \rho_1 + \left(-\frac{1}{2E}(A - \Delta m^2 \cos 2\theta) - \beta \cos 2\theta\right) \rho_2 - \frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta \rho_3 \\ \dot{\rho}_2(t) = \left(\frac{1}{2E}(A - \Delta m^2 \cos 2\theta) - \beta \cos 2\theta\right) \rho_1 - \gamma \rho_2 - \left(\frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta + \beta \sin 2\theta\right) \rho_3 ; \\ \dot{\rho}_3(t) = -\frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta \rho_1 + \left(\frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta - \beta \sin 2\theta\right) \rho_2 - \alpha \sin^2 2\theta \rho_3 . \end{cases} \quad (2.15)$$

No Sol, devido às “baixas” temperaturas, só existe energia suficiente para serem criados Neutrinos eletrônicos. Sendo assim a condição inicial para estas equações é:

$$\rho(0) = |\nu_e\rangle\langle\nu_e| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Os coeficientes da expansão são então:  $\rho_0(0) = \rho_3(0) = 1/2$  e  $\rho_1(0) = \rho_2(0) = 0$ . A conversão pode se dar para qualquer um dos outros sabores.

Com estas condições iniciais, a probabilidade de sobrevivência do Neutrino (ver apêndice A) fica da seguinte forma:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = \frac{1}{2} + \rho_3(t) . \quad (2.17)$$

Para o caso onde a densidade é constante temos soluções bastante similares as apresentadas na seção anterior, já que agora podemos diagonalizar a Hamiltoniana para todo  $t$ . Basta então substituírmos  $\Delta = \frac{1}{2E} \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}$ .

Por último, devemos enfatizar que os parâmetros de descoerência podem ter qualquer dependência energética, já que as equações são diferenciais em  $t$ . Em todos os resultados que apresentaremos estaremos utilizando a dependência  $\propto 1/E$ . Sendo assim os parâmetros de descoerência tem unidade de  $eV^2$  (em unidades naturais). Outras dependências foram estudadas na ref.[17], onde foi concluído que o melhor ajuste, para Neutrinos atmosféricos, é obtido a dependência inversamente proporcional à energia.

# Capítulo 3

## Neutrinos Atmosféricos

### 3.1 Introdução

Neste capítulo utilizaremos as probabilidades mostradas na seção (2.2) para tentar ajustar os dados experimentais para Neutrinos atmosféricos. Entretanto, inicialmente na seção (3.2), vamos fazer um breve resumo de como o fluxo de Neutrinos atmosféricos é calculado e qual o número de eventos que é esperado ser detectado, ou seja, mostraremos como chegamos às nossas previsões de acordo com o experimento utilizado.

Para finalizar, na seção (3.3) mostramos os nossos resultados com a análise estatística e os comparamos com os encontrados na literatura.

### 3.2 Fluxo e Detecção

Vários fatores influenciam no cálculo do fluxo de Neutrinos que chegam a um determinado detector terrestre. Vamos discutir brevemente as principais influências, uma explicação mais completa pode ser encontrada nas referências [3, 2].

#### 3.2.1 Fluxo de Neutrinos

- Fluxo Primário de Raios Cósmicos

Os Neutrinos atmosféricos provêm do chuva de partículas produzidos pelos raios cósmicos. A determinação do fluxo primário é bastante difícil. Os raios cósmicos são compostos principalmente de  $H$  (95%),  $He$  (4.5%) e  $CNO$  e núcleos mais pesados (0.3%). Para a produção de Neutrinos é mais importante o número de nucleons do que propriamente o núcleo, o espectro dos raios cósmicos é mostrado na figura (3.1).

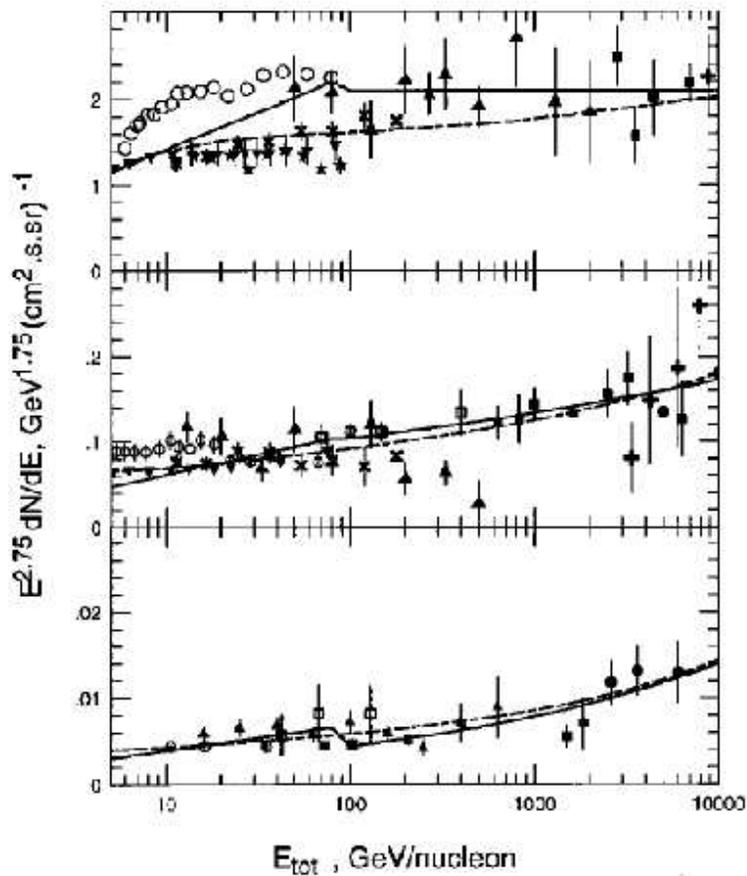


Figura 3.1: Espectro dos raios primários do  $H$  (topo),  $He$  (meio) e  $CNO$  (inferior). As curvas tracejada e a contínua são utilizadas por diferentes grupos para modelar o número de raios cósmicos primários. Os pontos são experimentais. Figura retirada da ref.[2].

- Modulação Solar

De acordo com a atividade magnética no Sol, que tem ciclo de 11 anos, os raios cósmicos primários de mais baixa energia podem ter sua trajetória alterada, isso vai influenciar

no fluxo primário. A diferença no fluxo para raios cósmicos de 1 GeV pode chegar a 50% entre o máximo e o mínimo de atividade solar. Já para raios cósmicos de 10 GeV esta variação fica próxima de 15%.

- Campo geomagnético

O campo magnético da Terra também influencia no fluxo de raios cósmicos. Raios cósmicos de baixa energia, ou seja, com baixa rigidez, não conseguem penetrar na atmosfera terrestre.

Como o campo magnético da Terra não é uniforme, este efeito muda de acordo com a posição do detector. Com este efeito, como o fluxo de raios cósmicos de baixas energias se torna menor, sendo assim, o efeito de modulação solar citado acima se torna pouco importante.

- Interação na Atmosfera

Os raios cósmicos iniciais que penetram na atmosfera interagem com os átomos do ar e produzem um chuva de partículas. São produzidos  $\pi$  e, em menor escala,  $K$ . Os pions decaem produzindo neutrinos, segundo a cadeia abaixo:



A interação com a atmosfera depende do modelamento da densidade desta bem como das interações. Além disso, como o  $\mu$  sobrevive mais quanto mais energético for, pode ocorrer deste não decair antes de chegar ao detector. Diminuindo assim a razão entre Neutrinos eletrônicos e muônicos.

Na figura (3.2) são mostrados os fluxos teóricos obtidos por dois diferentes grupos.

Podemos notar na figura(3.2) que, para baixa energia, o fluxo de Neutrinos que vêm de baixo do detector ( $\cos \Theta = -1$ ) é maior do que o que vêm de cima ( $\cos \Theta = 1$ ). Isso se deve

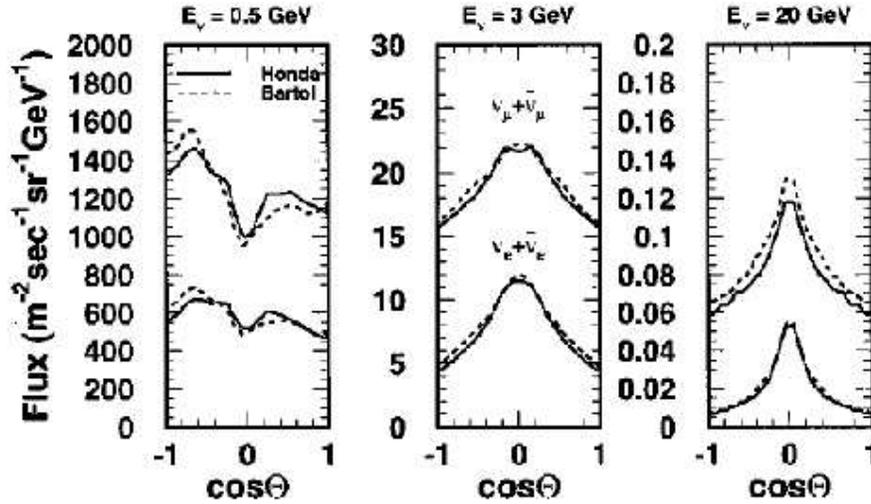


Figura 3.2: Fluxo de Neutrinos atmosféricos por ângulo zenital esperado no Super-Kamiokande para diversas energias por dois diferentes grupos. Figura retirada da ref.[2].

ao corte do campo geomagnético ser maior nas proximidades de Kamioka, local onde fica o detector Super-Kamiokande, do que no lado da Terra diametralmente oposto. Para energias maiores este efeito é menor e o fluxo é simétrico.

Outro fato a ser observado na figura (3.2) é que o fluxo de  $\nu_e$  é praticamente a metade do fluxo de  $\nu_\mu$  a baixas energias. Isto já não é verdade para mais altas energias.

Apresentamos quais os principais fatores que influenciam no cálculo do fluxo de Neutrinos atmosféricos. No entanto este cálculo é muito sofisticado, por isso utilizamos diretamente o fluxo apresentado na referência [22].

### 3.2.2 Número de Neutrinos Esperados no Detector

O número de Neutrinos detectado em cada experimento não é diretamente determinado pelo fluxo, uma vez que nem todos os Neutrinos são detectados.

O número esperado de Neutrinos de um determinado tipo  $\alpha = e, \mu$ , sem qualquer tipo de conversão de sabor, pode ser determinado da seguinte forma:

$$N_\alpha^0 = \int \frac{d^2\Phi_\alpha}{dE_\nu d(\cos\theta_\nu)} \kappa_\alpha(h, \cos\theta_\nu, E_\nu) \frac{d\sigma}{dE_\alpha} \epsilon(E_\alpha) dE_\nu dE_\alpha d(\cos\theta_\nu) dh. \quad (3.2)$$

Onde  $E_\nu$  é a energia do Neutrino,  $\Phi_\alpha$  o fluxo de Neutrinos do tipo  $\alpha$ ,  $E_\alpha$  a energia final do lépton carregado criado na interação no detector,  $\epsilon(E_\alpha)$  a eficiência de detecção para o lépton,  $\sigma$  é a seção de choque do Neutrino com o nucleon do detector,  $\theta_\nu$  é ângulo entre a direção vertical e o Neutrino ( $\cos\theta = 1$  corresponde a direção para baixo, os Neutrinos que vêm de cima) e  $\kappa$  é a distribuição de produção do Neutrino na atmosfera.

A seção de choque é dividida em três partes, a saber: quasi-elástica  $\sigma_{QE}$  ( $\nu N \rightarrow l N'$ ), criação de 1 pión  $\sigma_{1\pi}$  ( $\nu N \rightarrow l \pi N'$ ) e profundamente inelástica  $\sigma_{DIS}$ . A figura (3.3) mostra os valores utilizados por nós. A seção de choque total é definida como a soma das três partes.

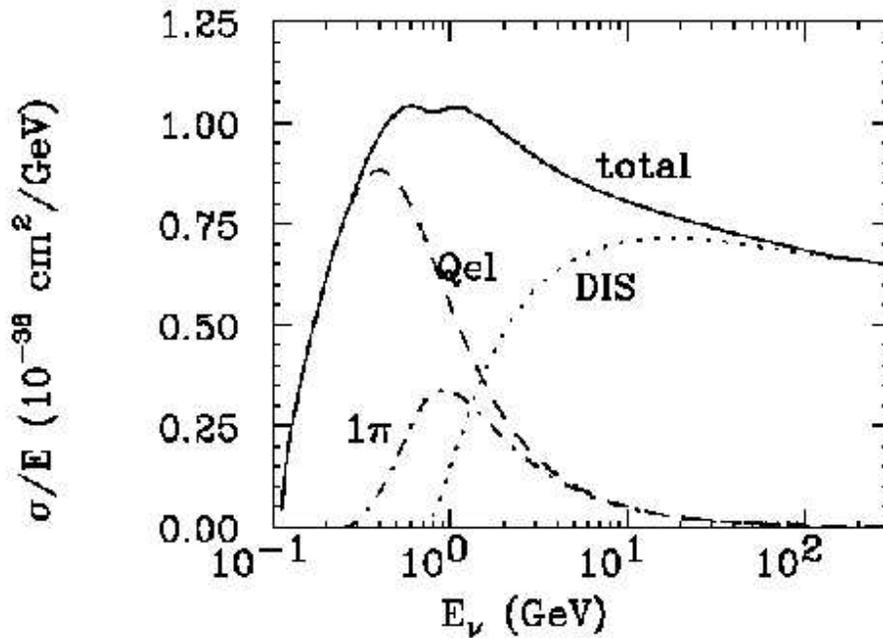


Figura 3.3: Seção de choque Neutrino-nucleon. Figura retirada da ref.[3]

O fator  $\kappa$  nos dá a probabilidade de que o Neutrino seja produzido em determinada altura da atmosfera. Como o tempo de decaimento dos múons mais energéticos é grande, quando comparado ao do  $\pi$ , a distância percorrida pelo  $\nu_e$  pode ser pequena. Pode mesmo acontecer do múon não decair.

Um último fator entra no cálculo do número de eventos por bin de cosseno de ângulo zenital: a relação entre a direção do Neutrino incidente e do lépton carregado. Supomos

inicialmente que o lépton sai na mesma direção do Neutrino, entretanto isso não é verdadeiro. Quanto menor a energia do Neutrino maior o ângulo de abertura em relação ao lépton. Para tal é colocado um termo que redistribui os Neutrinos nos bins de acordo com esta abertura.

Fizemos estes cálculos para o experimento Super-Kamiokande. Este experimento está sendo realizado no Japão, em Kamioka. Consiste num tanque de 50 Kt de água pura com fotomultiplicadoras nas paredes. Estas captam a luz Čerenkov produzida pelos léptons carregados.

Os nossos valores esperados, bem como o cálculo de Monte Carlo feito pela colaboração do Super-Kamiokande [23], para 1489 dias de exposição estão mostrados na figura (3.4).

Os dados do Super-Kamiokande (SK) são divididos por intervalos de energia. Os Sub-GeV tem energias de aproximadamente 0.1 a 1 GeV. Os de Multi-GeV ficam no intervalo de 1 a 10 GeV. Os múons ascendentes são quando os Neutrinos vindo de baixo do detector criam múons nas proximidades do detector e esses múons atravessam o detector, suas energias ficam na região dos 100 GeV. Os “stopping” são criados da mesma forma que os ascendentes, no entanto suas energias não são suficientes para atravessar o detector, possuem energias próximas a 10GeV.

Podemos ver da figura (3.4) que os nossos cálculos estão em acordo satisfatório com os do SK.

### 3.3 Resultados e Discussão

Nesta seção mostraremos os nossos resultados utilizando a probabilidade de conversão de sabor no vácuo do caso 2, eq.(2.10). Este foi o caso analisado na ref.[17], onde foi obtido que para descoerência pura, ou seja, fazendo  $\Delta m^2 \rightarrow 0$ , temos uma boa solução:  $\chi^2/N_{GL} = 27.1/28$ , onde  $N_{GL}$  é o número de graus de liberdade. Estes resultados são para o tempo de exposição de 52 Kton.ano. Os que vamos apresentar em seguida se referem aos recentes dados de 91.8 Kton.ano [23].

Levando em consideração que o SK só mede Neutrinos eletrônicos e muônicos, e que

estamos supondo oscilação  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ , para calcularmos o número de eventos com conversão de sabor temos que fazer:

$$\begin{aligned} N_\mu &= N_\mu^0 \langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \rangle ; \\ N_e &= N_e^0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde  $N_\mu^0$  é dado pela equação (3.2) e

$$\langle P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \rangle = \frac{1}{N_\mu^0} \int \frac{d^2 \Phi_\mu}{dE_\nu d(\cos \theta_\nu)} \kappa(h, \cos \theta_\nu, E_\nu) P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \frac{d\sigma}{dE_\mu} \epsilon(E_\mu) dE_\nu dE_\mu d(\cos \theta_\nu) dh . \quad (3.4)$$

Desta forma, obtemos os ajustes aos dados experimentais de SK mostrados na fig.(3.5).

Podemos ver que o melhor ajuste é obtido quando usamos uma solução híbrida, ou seja, descoerência + oscilação  $\chi^2/N_{GL} = 41.5/42$  (a análise estatística está explicada no apêndice B). Para o caso de descoerência pura a análise estatística nos dá  $\chi^2/N_{GL} = 53.4/42$ , que é uma solução pior. Podemos concluir então que, de acordo com os nossos cálculos, a solução de descoerência pura está desfavorecida frente a uma solução híbrida. Fica também claro da figura(3.5) que a hipótese de não conversão de sabor está excluída. Os resultados estão resumidos na tabela (3.1).

	$\Delta m^2(eV^2)$	$\sin 2\theta$	$\gamma(eV^2)$	$\chi^2$	$N_{GL}$
descoerência + oscilação	$1.88 \times 10^{-3}$	0.97	$7.27 \times 10^{-6}$	41.5	42
descoerência pura	-	1.00	$4.5 \times 10^{-3}$	53.4	43
oscilação pura[24]	$2.5 \times 10^{-3}$	1.00	-	40.2	63

Tabela 3.1: Ajuste aos dados de Neutrinos Atmosféricos

Colocamos também na tabela (3.1) a solução por oscilação pura obtida na ref.[24]. Apesar destes cálculos envolverem outros experimentos que não SK, podemos notar que descoerência tem pouca importância para a solução do problema no Neutrino atmosférico, efeitos de segunda ordem.

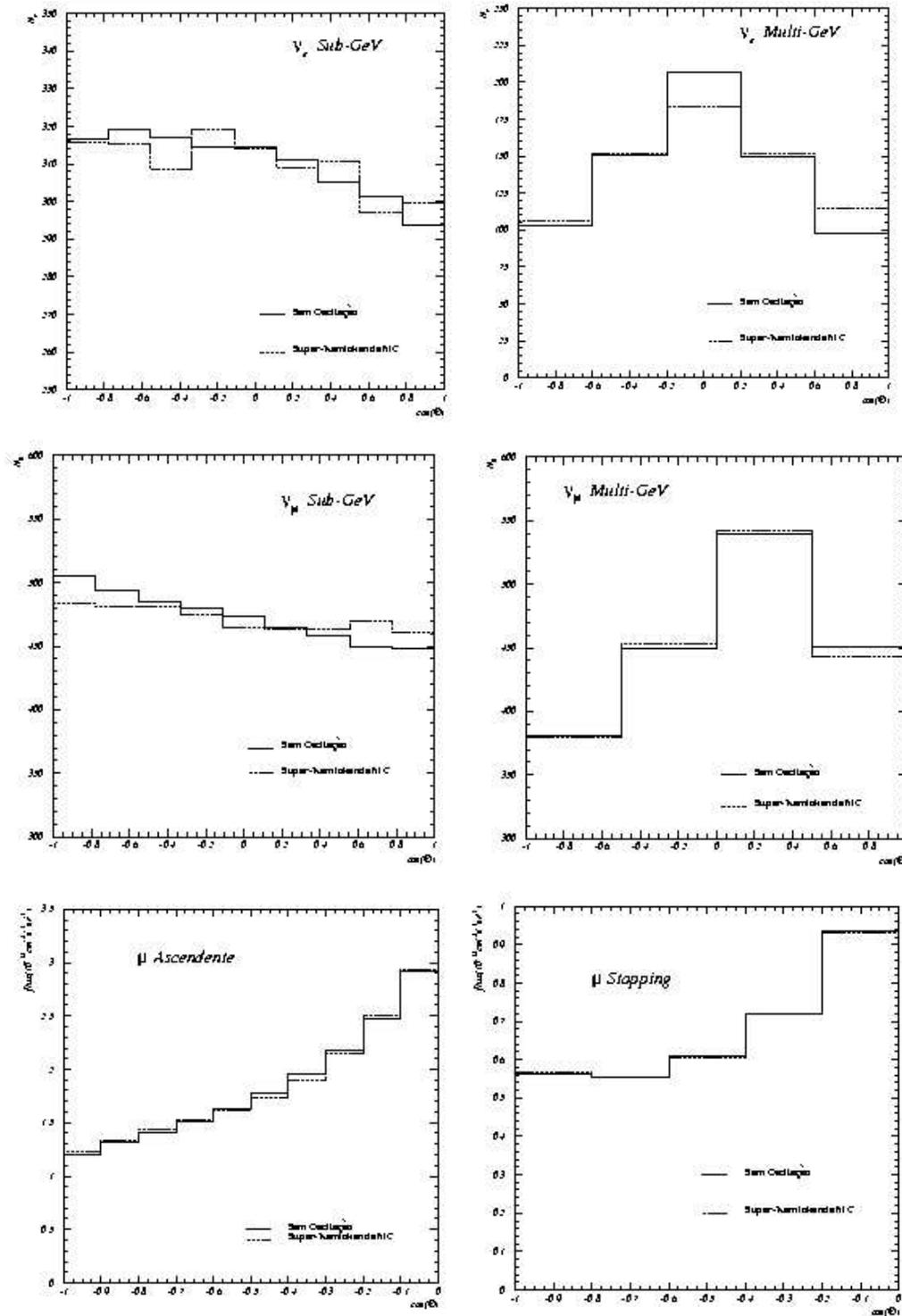


Figura 3.4: Comparação entre os valores esperados sem oscilação pelos nossos cálculos e pelos cálculos de Monte Carlo da colaboração do Super-Kamiokande. Os valores esperados estão mostrados por bin zenital e por bin de energia.

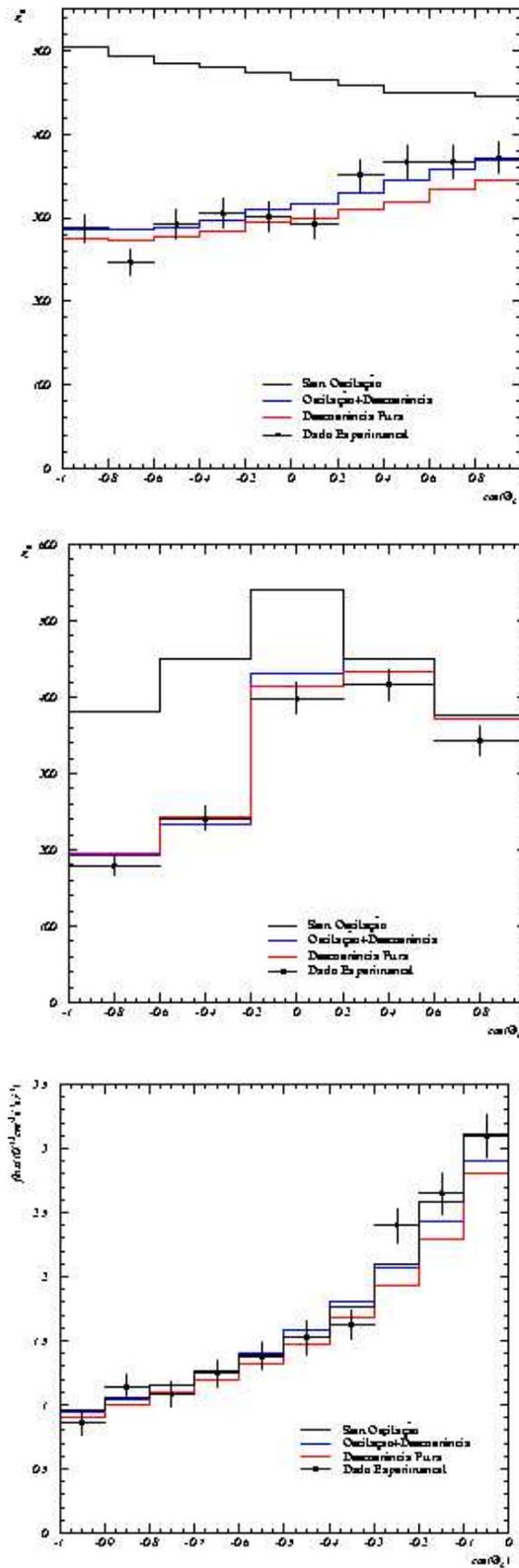


Figura 3.5: Ajustes aos dados experimentais de SK com 1489 dias de tomada de dados

# Capítulo 4

## Neutrinos de Reatores: KamLAND

### 4.1 Introdução

O experimento de KamLAND (“**K**amioka **L**iquid scintillator **A**nti-**N**eutrino **D**etector”)[1] usa o detector Kamiokande [25] para medir os Anti-Neutrinos eletrônicos produzidos em diversos reatores nucleares no Japão. São da ordem de 30 diferentes reatores em uma distância média de 180Km. A vantagem deste tipo de experimento é que o fluxo e a energia inicial dos Neutrinos são bem conhecidos, além disso, a distância para cada reator é constante.

Este experimento, apesar de lidar com Anti-Neutrinos de reatores, tem como objetivo estudar a região de parâmetros de oscilação de sabor dos Neutrinos Solares.

Na seção (4.2) mostramos como calculamos o número de Neutrinos esperados no detector por bin de energia. Feito isto, na seção (4.3) ajustamos os dados experimentais com os diferentes modelos de conversão de sabor induzida por descoerência sem massa, descoerência pura. Escolhemos trabalhar com as soluções sem massa pois até o presente momento o experimento de KamLAND só era condizente com a solução de grande ângulo de mistura (LMA - “Large Mixing Angle”), que pressupõem a existência de massa para os Neutrinos [26].

## 4.2 Número Esperado de Anti-Neutrinos

Os Anti-Neutrinos produzidos nos reatores são detectados por decaimento beta inverso no cintilador líquido (LS - “Liquid Scintillator”):

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n . \quad (4.1)$$

O limiar de energia para esta reação ser detectada é de 1.8MeV para o Anti-Neutrino. A coincidência retardada entre a detecção do positron e o  $\gamma$  produzido na captura do neutron é fundamental na redução dos erros experimentais.

Os pósitrons são aniquilados no LS e a energia medida inclui a energia cinética e duas massas de repouso do pósitron:

$$E_p = E_{e^+} + E_{e^-} = 2m_e + K . \quad (4.2)$$

A energia cinética  $K$  pode ser determinada aproximadamente da equação (4.1):

$$K \approx E_{\bar{\nu}_e} - (m_n - m_p) - \bar{E}_n . \quad (4.3)$$

Onde  $\bar{E}_n$  é a energia média de recuo do nêutron. Sendo assim a energia medida do lépton carregado, o pósitron nesse caso, pode ser determinada da seguinte maneira:

$$E_p = E_{\bar{\nu}_e} - \bar{E}_n - 0.8MeV . \quad (4.4)$$

O número de Anti-Neutrinos esperados no detector para um dado bin de energia  $a$  ( $a = 1, \dots, 13$ ) é determinado da seguinte forma:

$$N_a = A \sum_i \int_{E_a}^{E_a + \Delta E} dE_p \int dE'_p P_i F_i \sigma f(E_p, E'_p) ; \quad (4.5)$$

onde  $A$  é um fator que dá conta do volume fiducial, tempo de exposição e outros fatores, funciona como uma renormalização ao número experimental.  $F_i$  é o fluxo devido ao  $i$ -ésimo reator,  $\sigma$  a seção de choque da reação (4.1),  $E_p$  é a energia do pósitron medida,  $E'_p$  a verdadeira energia do pósitron e  $f$  é a função de resolução do detector em função da energia.  $P_i$  é a probabilidade de sobrevivência do Anti-Neutrino. Se quisermos calcular o valor sem conversão de sabor basta fazer  $P_i = 1$ . Somamos este valor para todos os reatores.

### 4.3 Resultados e Discussão

Analisamos os quatro diferentes casos com um parâmetro de descoerência mostrados fazendo  $\Delta m^2 \rightarrow 0$ . As probabilidades de conversão são as mostradas no que se segue.

- Caso 1:  $\alpha \rightarrow \gamma$  e  $\beta \rightarrow \gamma$

A equação para conversão de sabor fica:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta (1 - e^{-2\gamma t}) . \quad (4.6)$$

- Caso 2:  $\alpha \rightarrow \gamma$  e  $\beta \rightarrow 0$

Este é o caso que é uma boa solução para Neutrinos atmosféricos [17]. A probabilidade para KamLAND fica:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta (1 - e^{-\gamma t}) . \quad (4.7)$$

- Caso 3:  $\alpha \rightarrow 0$  e  $\beta \rightarrow 0$

Neste caso temos  $\sqrt{\Omega(\gamma)} = \gamma/2$ . Sendo assim a probabilidade fica a seguinte:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta . \quad (4.8)$$

A conversão é constante e diferente de 1. Isto, aparentemente, não faz sentido físico, uma vez que em  $t = 0$  com certeza temos  $\bar{\nu}_e$ . Entretanto esta probabilidade é obtida no caso limite onde  $\Delta m^2 \rightarrow 0$ . Se tomarmos o limite  $\Delta m^2 \rightarrow 0$  depois de fazermos  $t = 0$ , obtemos desta forma  $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1$ , como o esperado.

- Caso 4:  $\gamma \rightarrow 0$  e  $\beta \rightarrow 0$

Como no caso anterior temos  $\sqrt{\Omega(\alpha)} = \alpha/2$ . A probabilidade fica então:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta (1 - e^{-\alpha t}) . \quad (4.9)$$

A qual é igual a probabilidade do caso 2, eq.(4.7), quando trocamos  $\alpha \rightarrow \gamma$ .

Temos assim três diferentes casos para analisar. Novamente tomamos  $\gamma = \gamma_0/E_\nu$ .

Devido à baixa estatística de dados e experimentais e, conseqüentemente, as grandes incertezas, todos os casos de descoerência pura dão-nos boas soluções. Os pontos de melhor ajuste e os  $\chi^2$  mínimos são mostrados na tabela (4.1).

	$\sin^2 2\theta$	$\gamma_0(eV^2)$	$\chi^2$	$N_{GL}$
Caso 1	1.00	$2.0 \times 10^{-8}$	7.67	11
Caso 2/4	1.00	$7.6 \times 10^{-12}$	5.18	11
Caso 3	0.80	-	5.40	12
	$\sin^2 2\theta$	$\Delta m^2(eV^2)$	$\chi^2$	$N_{GL}$
Oscilação	0.86	$7.3 \times 10^{-5}$	2.92	11
Modelo Padrão	-	-	20.52	13

Tabela 4.1: Pontos ótimos de ajuste dos dados experimentais de KamLAND para os quatro casos de descoerência pura e seus respectivos  $\chi^2$ . Mostramos também o ajuste ótimo para oscilação pura e a análise de  $\chi^2$  para o caso do Modelo Padrão.  $N_{GL}$  é o número de graus de liberdade para cada caso.

Na figura (4.1) mostramos o espectro de energia para o experimento de KamLAND, o ajuste para os diversos casos de descoerência pura, oscilação pura e o valor esperado sem qualquer tipo de conversão de sabor. Também são mostrados os dados experimentais.

Os dados não apresentam um caráter oscilatório muito forte, mas sim um decréscimo, por isso, além das grandes incertezas, as soluções de descoerência pura são em geral boas. O caso 3 pode ser pensado como uma renormalização do valor esperado sem conversão de sabor, já que a probabilidade é constante; vemos que isso também nos dá uma boa solução, mas o fluxo inicial é bem conhecido e não cabe nenhuma renormalização. Como podemos ver pela tabela (4.1) e pela figura (4.1), a solução por oscilação pura ainda é melhor do que as soluções de descoerência pura.

Como não conseguimos eliminar nenhum dos casos com os dados experimentais de KamLAND, já que todos são soluções satisfatórias, temos que analisar todos os casos com os

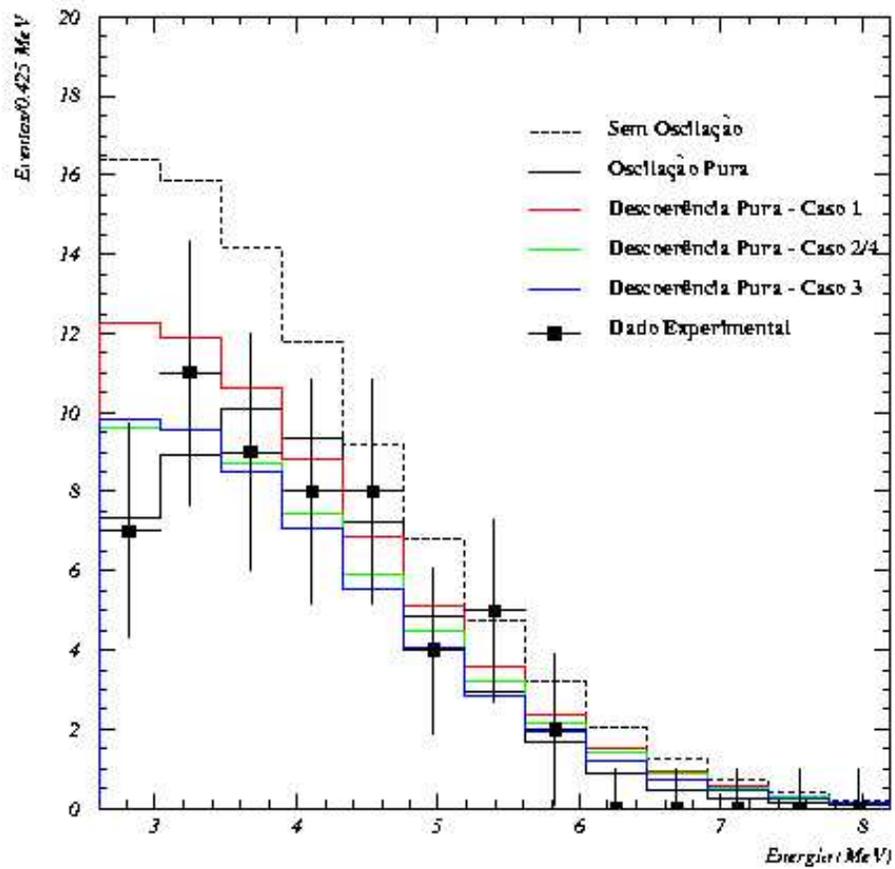


Figura 4.1: Diversos ajustes para os dados experimentais de KamLAND e o espectro esperado sem oscilação.

experimentos que medem os Neutrinos que provêm do Sol.

# Capítulo 5

## Neutrinos Solares

### 5.1 Introdução

O cálculo de com Neutrinos solares foi estimulado pelos resultados de KamLAND obtidos no cap.4. Como os dados experimentais de KamLAND não são conclusivos em confirmar ou excluir as soluções por descoerência pura, temos que testar os diferentes casos com os Neutrinos solares. Note que o experimento de KamLAND e os experimentos que medem Neutrinos solares estão intimamente relacionados por tratarem de Neutrinos eletrônicos. Até então somente a solução LMA é condizente com os dois tipos de experimentos [26].

Mostramos, nesse capítulo, o fluxo de Neutrinos solares (seção 5.2), como obter as probabilidades no caso de conversão com matéria e como calcular o número de eventos esperados no detector (seção 5.3).

### 5.2 Fluxo de Neutrinos Solares

Os Neutrinos são produzidos nas reações nucleares do Sol. As reações da cadeia *pp* e do ciclo *CNO* são mostradas nas tabelas (5.1,5.2). Como a produção de Neutrinos está dentro de cadeias, o fluxo previsto para cada uma das reações é bastante robusto e condizentes com as medidas helioseismológicas [27]. Note que são produzidos somente Neutrinos eletrônicos.

Reação	Nome da Reação	Energia do $\nu_e$ em MeV
$p + p \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$	pp	$\leq 0.42$
$p + e^- + p \rightarrow {}^2\text{H} + \nu_e$	pep	1.44
${}^2\text{H} + p \rightarrow {}^2\text{He}\gamma$	-	-
${}^3\text{He} + {}^3\text{he} \rightarrow {}^4\text{He} + p + p$	-	-
${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$	hep	$\leq 18.77$
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	-	-
${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$	${}^7\text{Be}$	0.861
${}^7\text{Li} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \text{He}$	-	-
${}^7\text{Be} + p \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$	-	-
${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{B}^* + e^+ + \nu_e$	${}^8\text{B}$	$\leq 14.06$
${}^8\text{B}^* \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$	-	-

Tabela 5.1: Reações da cadeia pp

Com modelos solares bastante sofisticados Bahcall e Pinsonneault [4] calcularam os fluxos para cada uma das reações apresentadas. A figura (5.1) mostra o espectro obtido. Também é mostrado a sensibilidade dos principais exeperimentos com a energia do Neutrino. Vemos que o experimento SNO [6] e o SK medem predominantemente o fluxo proveniente da reação  ${}^8\text{B}$ .

Um fator importante para a análise de oscilação é a distância percorrida pelo Neutrino no Sol e o ponto de produção. Com estas informações podemos saber se o Neutrino passou por alguma ressonância. A figura (5.2) mostra o ponto de produção dos Neutrinos para cada uma das reações.

### 5.3 Valor Esperado

No caso de Neutrinos solares trabalhamos somente com as taxas de detecção totais, não nos preocupamos por enquanto com a distribuição zenital do número de eventos.

Reação	Energia do $\nu_e$ em MeV
$^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	-
$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$	$\leq 1.2$
$^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$	-
$^{14}\text{N} + p \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	-
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$	$\leq 1.73$
$^{15}\text{N} + p \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$	-
$^{15}\text{N} + p \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$	-
$^{16}\text{O} + p \rightarrow ^{17}\text{F} + \gamma$	-
$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu_e$	$\leq 1.74$
$p + ^{17}\text{O} \rightarrow ^4\text{He} + ^{14}\text{N}$	-

Tabela 5.2: Ciclo CNO

Para calcularmos o número total de eventos previstos no detector  $i$  fazemos [28]:

$$R_i^{th} = \sum_{k=1}^8 \phi_k \int dE_\nu \lambda_k(E_\nu) \times [\sigma_{e,i}(E_\nu) \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(E_\nu, t) \rangle + \sigma_{x,i}(E_\nu) (1 - \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(E_\nu, t) \rangle)]; \quad (5.1)$$

onde  $E_\nu$  é a energia do Neutrino,  $\phi_k$  é o fluxo total de Neutrinos e  $\lambda_k$  é o espectro de energia (normalizado a 1) da reação nuclear do Sol  $k$ .  $\sigma_{\alpha,i}$  é a seção de choque do Neutrino tipo  $\alpha$  com o alvo do experimento  $i$  e  $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \rangle$  é a média temporal da probabilidade de sobrevivência do  $\nu_e$ ; nesta média entra o ponto de produção do Neutrino no Sol. Para acharmos o número esperado sem oscilações basta fazermos  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = 1$ .

Devido ao fato de até o presente momento não existir nenhuma solução sem massa para o caso do Neutrino solar condizente com KamLAND, escolhemos trabalhar sempre com  $\Delta m^2 \rightarrow 0$ . As equações de movimento para os coeficientes da matriz densidade de probabilidade ficam:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0; \\ \dot{\rho}_1(t) = -\alpha \cos^2 2\theta \rho_1 + (-\frac{1}{2E}A - \beta \cos 2\theta) \rho_2 - \frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta \rho_3 \\ \dot{\rho}_2(t) = (\frac{1}{2E}A - \beta \cos 2\theta) \rho_1 - \gamma \rho_2 - \beta \sin 2\theta \rho_3; \\ \dot{\rho}_3(t) = -\frac{1}{2}\alpha \sin 4\theta \rho_1 - \beta \sin 2\theta \rho_2 - \alpha \sin^2 2\theta \rho_3. \end{cases} \quad (5.2)$$

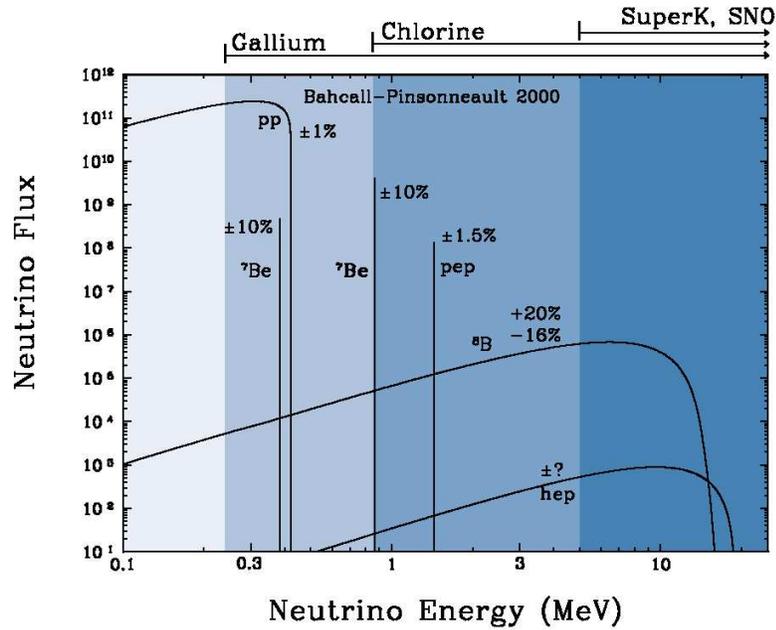


Figura 5.1: Espectro de Energia para cada uma das reações que produzem Neutrinos no Sol. Figura retirada da ref.[4]

A probabilidade é calculada da mesma forma que anteriormente:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = \frac{1}{2} + \rho_3(t) \quad (5.3)$$

uma vez que como condição inicial temos somente Neutrinos eletrônicos.

Desta forma, podemos obter o número de Neutrinos eletrônicos provenientes do Sol. Estes cálculos, por falta de tempo, não foram realizados e ficam como perspectivas futuras. Como KamLAND, ver capítulo 4, se mostrou condizente com as soluções sem massa ( $\Delta m^2 \rightarrow 0$ ) uma análise global, que envolva os resultados experimentais de Neutrinos solares, se torna importante e interessante, uma vez que esta análise é mais restritiva.

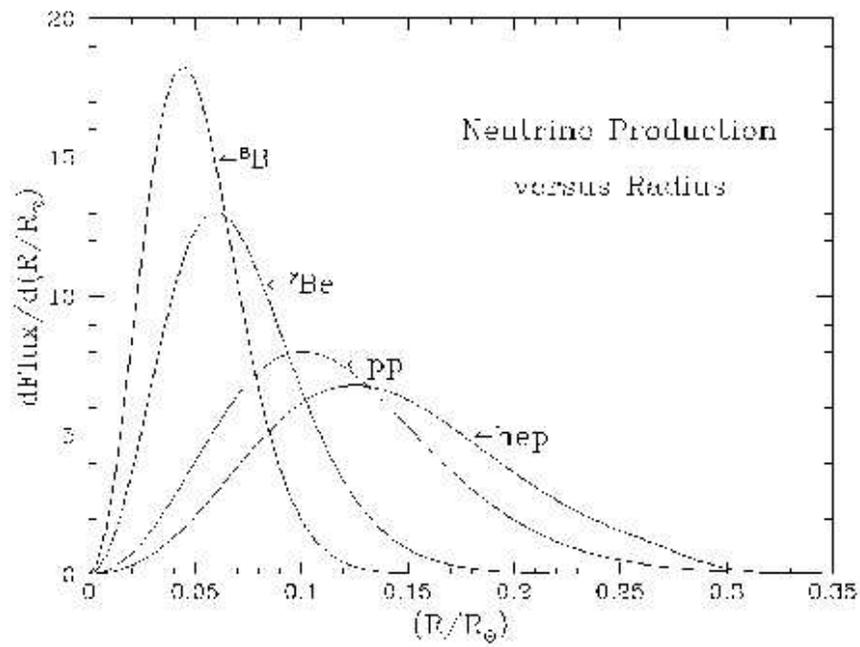


Figura 5.2: Ponto de Produção dos Neutrinos para cada Reação. Figura retirada da ref.[4]

# Conclusões

Nesta dissertação juntamos os fenômenos de oscilação de sabor de Neutrinos com a evolução temporal quântica com descoerência . Esta associação nos trouxe um grande número de possibilidades para analisar o “problema” do Neutrino, quer sejam atmosféricos, solares ou de reatores.

A inclusão da descoerência na evolução quântica se mostrou uma fonte de diferentes fenomenologias a serem exploradas. Mostramos que, mantendo somente um parâmetro de descoerência , temos quatro diferentes dinâmicas no sistema bidimensional. Somente uma destas tinha até então sido explorada juntamente com a fenomenologia dos Neutrinos, mais especificamente Neutrinos atmosféricos [17]. Temos também que esta violação da mecânica quântica nos devolve, ainda que somente assintoticamente, uma percepção mais usual da realidade, ou seja, depois de um tempo muito grande de evolução as probabilidades se tornam clássicas, o estado puro evolui para um misto, ou ainda, a entropia, o nível de desorganização do sistema, aumenta. Damos uma direção ao tempo.

A grande diversidade de evoluções devido à descoerência fenomenológica nos leva a um aparente fenômeno de violação CP em duas famílias [12, 20]. Este fenômeno em princípio poderia ser observado com os dados de Neutrinos atmosféricos, como é mostrado na ref.[20] em anexo.

Para o caso de Neutrinos atmosféricos, para o qual encontramos um único artigo onde os efeitos de oscilação e descoerência são utilizados de forma a explicar os resultados experimentais [17], estudamos o caso 2 de descoerência (explicado na seção (2.2)), o mesmo caso que havia sido estudado por Lisi *et al.*[17]. Mostramos que os atuais dados para o experimento

Super-Kamiokande [23] não estão mais de acordo com uma solução por descoerência pura. Uma solução híbrida, com descoerência e oscilação, explica melhor os dados atuais para Neutrinos atmosféricos, os resultados estão resumidos na tabela ???. Concluimos também que a descoerência, tal qual implementada por nós neste caso, representa um efeito de "segunda ordem" para a resolução do problema do Neutrino atmosférico.

Para Neutrinos de reatores, experimento de KamLAND [1], analisamos todas as possibilidades do fenômeno de descoerência associada à evolução do Neutrino com  $\Delta m^2 \rightarrow 0$ , ou seja, descoerência pura. Concluimos que para esse experimento, devido as grandes incertezas associadas a ele, todas as soluções por descoerência pura são boas, mesmo o caso onde a probabilidade é constante. Os parâmetros de ajuste bem como a análise de  $\chi^2$  estão resumidos na tabela (4.1). Este resultado original é importante pois pode representar uma solução sem massa aos Neutrinos solares, uma vez que o experimento KamLAND estuda a evolução da família dos Neutrinos eletrônicos, os mesmos que são produzidos no Sol. Se não houver violação CP a evolução de tanto os Anti-Neutrinos quanto os Neutrinos eletrônicos é a mesma. Mostramos ainda, no capítulo 5, como implementar a descoerência na presença de efeitos de matéria. Os ajustes experimentais se tornam um desdobramento natural dos resultados obtidos.

Esta dissertação de mestrado deu origem a alguns resultados originais e abre precedentes a outros. Podemos citar, por exemplo, o estudo dos demais casos de descoerência associados à evolução dos Neutrinos atmosféricos e, no caso de Neutrinos Solares, uma análise conjunta dos dados de KamLAND com os dados dos detectores de Neutrinos provenientes diretamente do Sol. Esta análise pode ser tanto feita com descoerência pura ou com uma solução híbrida, descoerência mais oscilação induzida por massa.

#### Apoio

Este trabalho foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo processo 01/00942-9. Contou ainda com a infra-estrutura, facilidades e qualidade do Instituto de Física "Gleb Wataghin" (IFGW) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

# Apêndice A

## Formalismo da Matriz de Densidade de Probabilidade

Suponhamos que se deseje medir o valor médio de um determinado observável  $A$  em relação à um estado  $|\alpha\rangle$  não necessariamente puro:

$$[A] \equiv \sum_i \omega_i \langle \alpha^i | A | \alpha^i \rangle, \quad (\text{A.1})$$

onde  $\omega_i$  representa o peso de cada estado  $|\alpha^i\rangle$ , de tal forma que  $\sum_i \omega_i = 1$  (normalizado).

De forma mais geral podemos escrever:

$$[A] = \sum_{b'} \sum_{b''} \left( \sum_i \omega_i \langle b'' | \alpha^i \rangle \langle \alpha^i | b' \rangle \right) \langle b' | A | b'' \rangle. \quad (\text{A.2})$$

Se definirmos  $\rho = \sum_i \omega_i |\alpha^i\rangle \langle \alpha^i|$ , que é o operador densidade de probabilidade devido claramente à forma como foi definido, temos:

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{b'} \sum_{b''} \langle b'' | \rho | b' \rangle \langle b' | A | b'' \rangle ; \\ [A] &= \sum_{b''} \langle b'' | \rho A | b'' \rangle ; \\ [A] &= \text{Tr}(\rho A) . \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Uma propriedade imediata de  $\rho$  é a seguinte:

$$\begin{aligned} Tr(\rho) &= \sum_i \sum_{b'} \omega_i \langle b' | \alpha^i \rangle \langle \alpha^i | b' \rangle ; \\ Tr(\rho) &= \sum_i \omega_i \langle \alpha^i | \alpha^i \rangle ; \\ Tr(\rho) &= 1 . \end{aligned} \tag{A.4}$$

Outro importante fato é que se temos um estado puro, ou seja:

$$\begin{aligned} \omega_i &= \begin{cases} 1 & ; i = n \\ 0 & ; i \neq n \end{cases} \\ \Rightarrow \rho &= |\alpha^n\rangle \langle \alpha^n| \end{aligned} \tag{A.5}$$

então, somente neste caso:

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \rho ; \\ Tr(\rho^2) &= Tr(\rho) = 1 . \end{aligned} \tag{A.6}$$

Talvez a mais importante definição para o nosso trabalho seja a de entropia. Por analogia a física estatística clássica, Von Neuman definiu a entropia quântica da seguinte forma:

$$S = -k Tr(\rho \ln \rho) ; \tag{A.7}$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann.

Para um estado puro temos  $S = 0$ . Já para estados mistos  $S > 0$ , ou seja, se um determinado estado passa de puro para misto, há um aumento na entropia. Note que o  $Tr(\rho^2)$  também pode ser usado como estimativa da entropia, uma vez que vale 1 para o estado puro e, pode ser demonstrado [29], tem seu valor diminuído quanto mais misto for o ensemble.

Já quanto a evolução da matriz densidade de estados, podemos facilmente demonstrar a partir de sua definição que  $\rho$  varia conforme o tempo da seguinte forma:

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = -[\rho, H] \tag{A.8}$$

Esta é conhecida como a equação de Liouville.

Como trataremos do sistema de Neutrinos em duas famílias, iremos especializar a evolução para um sistema de dois níveis geral.

Seja a Hamiltoniana não degenerada:

$$\begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Expandindo na base dos sigmas <sup>1</sup> temos:

$$H = H_\alpha \sigma_\alpha = \begin{pmatrix} H_0 + H_3 & H_1 - iH_2 \\ H_1 + iH_2 & H_0 - H_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

desta forma:

$$H_0 = \frac{E_1 + E_2}{2}; \quad H_1 = H_2 = 0 \quad \text{e} \quad H_3 = \frac{E_1 - E_2}{2} = -\frac{\Delta}{2}. \quad (\text{A.11})$$

Fazendo o mesmo com a matriz  $\rho$ , que ainda tem forma indefinida (depende do sistema):  $\rho = \rho_\alpha \sigma_\alpha$ . Substituindo na equação de Liouville chegamos as seguintes equações de movimento (unidades naturais  $c = \hbar = 1$ ):

$$\dot{\rho}_0(t) = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\rho}_k(t) = -2\epsilon_{ijk} H_i \rho_j \quad (\text{A.13})$$

Mais explicitamente, já usando a forma de H:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_0(t) = 0 \\ \dot{\rho}_1(t) = -\Delta \rho_2 \\ \dot{\rho}_2(t) = \Delta \rho_1 \\ \dot{\rho}_3(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

---

<sup>1</sup>Utilizamos a representação de Pauli com  $\sigma_0$  igual a identidade. As seguintes relações de grupo são respeitadas:

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$$

As soluções são então as seguintes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0(t) = \rho_0(0) ; \\ \rho_1(t) = \rho_1(0) \cos(\Delta t) - \rho_2(0) \sin(\Delta t) ; \\ \rho_2(t) = \rho_2(0) \cos(\Delta t) + \rho_1(0) \sin(\Delta t) ; \\ \rho_3(t) = \rho_3(0) . \end{array} \right. \quad (\text{A.15})$$

Determinada a evolução temporal, precisamos saber como calcular a probabilidade ( $P$ ) de medida de um observável  $O$  qualquer. Expandindo  $O$  na base dos sigmas :  $O = O_\alpha \sigma_\alpha$  ,

temos que  $P$  é calculado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} P &= Tr(O\rho) \\ P &= Tr[(O_0\sigma_0 + O_i\sigma_i)(\rho_0\sigma_0 + \rho_j\sigma_j)] \\ P &= Tr(O_0\rho_0\sigma_0 + O_0\rho_j\sigma_j + O_i\rho_0\sigma_0 + O_i\rho_i\sigma_0 + \sum_{i \neq j} O_i\rho_j\sigma_i\sigma_j) \\ P &= 2O_\alpha\rho_\alpha , \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

onde usamos as propriedades:  $\sigma_i^2 = \sigma_0$  e  $Tr(\sigma_i\sigma_j) = 0$  se  $i \neq j$ .

# Apêndice B

## $\chi^2$ e Matriz de Correlação

Para o cálculo do  $\chi^2$  e da matriz de correlação escolhemos seguir a referência [30]. Esta escolha se deve ao fato da implementação ser mais fácil e estarmos tratando somente dos dados de Neutrinos atmosféricos provenientes do Super-Kamiokande [23].

A definição do  $\chi^2$  por nós utilizada é a seguinte:

$$\chi^2 = \sum_{i,j}^{i,j=55} (N_i^{teor} - N_i^{exp})(s_{ij}^2 \delta_{ij} + \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j)^{-1} (N_j^{teor} - N_j^{exp}), \quad (\text{B.1})$$

onde somamos nos 55 diferentes bins de SK. Nesta fórmula  $s_{ij}$  representa o erro estatístico de cada valor,  $\rho$  a matriz de correlação dos erros entre os bins e  $\sigma_i = \sigma_j = \sigma = 30\%$  que representam o erro de cada bin.

Para o cálculo de  $\rho_{ij}$  seguimos a seguinte definição:

$$\rho_{ij} = 1 - \frac{\sigma_E^2}{2\sigma} - \frac{\sigma_f^2}{2\sigma} - \frac{\sigma_\theta^2}{2\sigma}. \quad (\text{B.2})$$

$\sigma_E$  nos fala da correlação entre os diferentes níveis de energia. Se  $ij$  representam bins da mesma faixa (SG, MG, UP), ou seja, (Sub-GeV, Multi-GeV, múons que vêm de baixo), tomamos  $\sigma_E = 0$ . Se são de níveis pouco distantes em energia ((SG, MG)e(MG, UP)) tomamos 5%. Se os bins são tais que (SG, UP), então tomamos 10%.

Já  $\sigma_f$  implica na correlação entre os sabores. Como estamos analisando somente duas famílias, se  $ij$  forem correspondentes ao mesmo sabor a correlação é maior, tomamos

$\sigma_f = 0$ . No caso de sabores diferentes adotamos  $\sigma_f = 10\%$ . Note que a correlação máxima ocorre quando  $\rho_{ij} = 1$ .

Por último temos  $\sigma_\theta$  que vai influenciar na correlação entre as dependências zenitais.

Definimos este erro da seguinte forma:

$$\sigma_\theta = 5\%( |\cos \theta_i| - |\cos \theta_j| ) \quad (\text{B.3})$$

Desta forma a correlação é máxima para bins com mesmo ângulo zenital e mínima para ângulos zenitais que correspondem a camadas iguais de atmosfera.

# Bibliografia

- [1] KamLAND Collaboration. First results from kamland: Evidence for reactor anti- neutrino disappearance. 2002.
- [2] T. Kajita and Y. Totsuka. Observation of atmospheric neutrinos. *Rev. Mod. Phys.*, 73:85–118, 2001.
- [3] M. C. Gonzalez-Garcia, H. Nunokawa, O. L. G. Peres, T. Stanev, and J. W. F. Valle. Update on atmospheric neutrinos. *Phys. Rev.*, D58:033004, 1998.
- [4] John N. Bahcall. Homepage: <http://www.sns.ias.edu/~jnb/>.
- [5] Christine Sutton. *Spaceship Neutrino*. Cambridge University Press, New York, 1992.
- [6] Q. R. Ahmad et al. Measurement of the charged current interactions produced by b-8 solar neutrinos at the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 87:071301, 2001.
- [7] Pedro C. de Holanda. O experimento sno e o problema do neutrino solar. *Physicae*, 2:19–22, 2001.
- [8] Roger Penrose. Quantum computation, entanglement and state reduction. *Phil. Trans R. Soc. Lond. A*, 356:1927–1939, 1998.
- [9] G. C. Ghirardi, A. Rimini, and T. Weber. A unified dynamics for micro and macro systems. *Phys. Rev.*, D34:470, 1986.
- [10] S. W. Hawking. The unpredictability of quantum gravity. *Commun. Math. Phys.*, 87:395, 1982.

- [11] R. Penrose. On gravity's role in quantum state reduction. In \*Callender, C. (ed.): Physics meets philosophy at the Planck scale\* 290-304.
- [12] F. Benatti and R. Floreanini. Open system approach to neutrino oscillations. *JHEP*, 02:032, 2000.
- [13] John R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, and M. Srednicki. Search for violations of quantum mechanics. *Nucl. Phys.*, B241:381, 1984.
- [14] Keith Burnett. Bose-einstein condensation: go forth and multiply. *Science*, 282:1657–1658, 1998.
- [15] Wojciech H. Zurek. Decoherence and the transition from quantum to classical. *Phys. Today*, 44:36–44, 1991.
- [16] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves, and R. Zukanovich Funchal. A study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos. 2002.
- [17] E. Lisi, A. Marrone, and D. Montanino. Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 85:1166–1169, 2000.
- [18] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev.*, D17:2369, 1978.
- [19] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Nuovo Cim.*, C9:17–26, 1986.
- [20] F. V. de Melo, O.L.G. Peres, and M.M. Guzzo. Apparente cp violation in neutrinos oscillations induced by decoherence. <http://www.sbf1.if.usp.br/eventos/enfpc/xxii/procs/>, 2001. Proceedings do XXII Encontro Nacional de Partículas e Campos.
- [21] Palash B. Pal. Particle physics confronts the solar neutrino problem. *Int. J. Mod. Phys.*, A7:5387–5460, 1992.
- [22] Vivek Agrawal, T. K. Gaisser, Paolo Lipari, and Todor Stanev. Atmospheric neutrino flux above 1 gev. *Phys. Rev.*, D53:1314–1323, 1996.

- [23] Atsuko Kibayashi. *Tese de Doutorado: ATMOSPHERIC NEUTRINO OSCILLATION ANALYSIS USING FLUKA 3D FLUX AND SUPER-KAMIOKANDE DATA*. Super-Kamiokande Collaboration, 2002.
- [24] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola, and J. W. F. Valle. Constraining neutrino oscillation parameters with current solar and atmospheric data. 2002.
- [25] Homepage: <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/index.html>.
- [26] P. C. de Holanda and A. Yu. Smirnov. Lma msw solution of the solar neutrino problem and first kamland results. 2002.
- [27] Sarbani Basu, M. H. Pinsonneault, and John N. Bahcall. How much do helioseismological inferences depend upon the assumed reference model? 1999.
- [28] M. C. Gonzalez-Garcia, P. C. de Holanda, Carlos Pena-Garay, and J. W. F. Valle. Status of the msw solutions of the solar neutrino problem. *Nucl. Phys.*, B573:3–26, 2000.
- [29] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1994.
- [30] Gian Luigi Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and G. Scioscia. Super-kamiokande atmospheric neutrino data, zenith distributions, and three-flavor oscillations. *Phys. Rev.*, D59:033001, 1999.