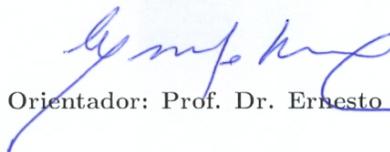


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN

# Estudo de Anisotropias de UHECR's em dados do Observatório Pierre Auger

Rogério Menezes de Almeida

*Este exemplar corresponde à redação final da Tese de doutorado defendida pelo aluno Rogério Menezes de Almeida e aprovada pela comissão julgadora.*



Orientador: Prof. Dr. Ernesto Kemp

Campinas - SP

2009

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

AL64e Almeida, Rogerio Menezes de  
Estudo de anisotropias de UHECR's em dados do  
Observatório Pierre Auger / Rogério Menezes de Almeida. --  
Campinas, SP : [s.n.], 2009.

Orientador: Ernesto Kemp.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1 1. Observatório Pierre Auger. 2. Raios cósmicos.  
2 3. Anisotropia. I. Kemp, Ernesto. II. Universidade Estadual  
3 de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.  
4 (vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Study of anisotropies of cosmic rays in data from the Pierre Auger Observatory
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
  1. Pierre Auger Observatory
  2. Cosmic rays
  3. Anisotropy
- **Área de Concentração:** Física de Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca examinadora:**

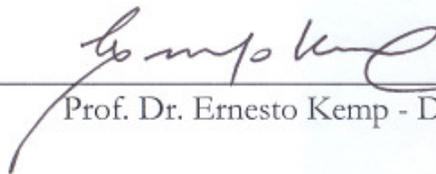
Prof. Ernesto Kemp  
Prof. Carlos Ourívio Escobar  
Prof. Orlando Luis Goulart Peres  
Prof. Edivaldo Moura Santos  
Prof. Ronald Cintra Shellard
- **Data da Defesa:** 27/08/2009
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



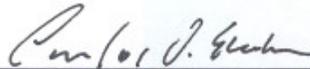
Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE  
**ROGÉRIO MENEZES DE ALMEIDA – RA 041220**, APRESENTADA E  
APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN” DA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 27/08/2009.

**COMISSÃO JULGADORA:**



Prof. Dr. Ernesto Kemp - DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar – DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres – DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Edivaldo Moura Santos – IF/UFRJ



Prof. Dr. Ronald Cintra Shellard – CBPF/RJ

# Dedicatória

Um pouco sobre algumas pessoas:

*Da. Djanira, minha avó.*

Principal responsável por eu chegar até aqui. Pessoa simples, sem muito estudo. Seus valores, transmitidos a mim, constituem o maior tesouro que carrego na vida. Dedicou-se com extremo carinho à minha criação, incentivando sempre minha trajetória estudantil.

*Seu Tuneca, meu avô.*

Ao lado de minha vó, foi a pessoa que me criou. Uma disposição para o trabalho inigualável. Mesmo em dificuldade financeira, nunca deixou que me faltasse um único livro que eu precisasse. As lembranças que dele tenho me trazem infinita felicidade. Inesquecível.

*Da. Cacilda, minha mãe.*

Uma mulher batalhadora e guerreira. Sacrifica-se ao extremo por seus três filhos ao ponto de esquecer de si própria. Um apoio constante, incondicional, manifestado por carinho e incentivo. Seu amor é uma fortaleza para mim.

*Patrícia, meu amor.*

Minha esposa. Bondosa, carinhosa, humilde, sincera... Todos os melhores adjetivos tornam-se eufemismos quando referem-se a ela. Faz com que eu acredite que sonhos possam ser realizados. É meu descanso, minha paz e minha inspiração. O amor da minha vida!

São para estas pessoas maravilhosas que dedico este trabalho.

# Agradecimentos

Aqui tenho a oportunidade de revelar minha extrema gratidão a todos que foram essenciais para a realização desta tese de doutorado.

Agradeço, primeiramente, ao Prof. Ernesto Kemp, por compartilhar comigo seu conhecimento em uma orientação dedicada e impecável. Agradeço seu apoio, compreensão e amizade construída ao longo destes anos. Seu modo extremamente humano de agir e conduzir nossa pesquisa, tornaram este trabalho extremamente prazeroso. Agradeço por sua motivação e sua inestimável contribuição para meu amadurecimento profissional.

A minha esposa, Patrícia, por seu companheirismo, por seu amor e por me fazer feliz. Obrigado por me esperar voltar ao Rio de Janeiro nos fins de semana. Seu amor foi fundamental e decisivo para a realização deste trabalho.

A minha família. A meus avós e pais, por minha criação e por meus valores.

A meus irmãos, Reinaldo e Sídney, pelos quais sou apaixonado e fazem com que minha vida seja muito mais feliz.

A todos os pesquisadores que fazem parte da Colaboração Pierre Auger, principalmente ao grupo ligado ao Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia (DRCC) do Instituto de Física Gleb Wataghin (IFGW). Aqui segue um agradecimento especial a meu grande amigo Walter Mello Jr, com quem tive o incomensurável prazer de dividir sala na UNICAMP. Seu enorme conhecimento de física somado a seu caráter foram essenciais nesta jornada de 4 anos.

Aos estudantes de iniciação científica, Rafael A. Batista e Bruno Daniel, que tive o prazer de co-orientar. A amizade construída e a dedicação ao trabalho foram determinantes para a construção desta tese, que sem dúvida, não existiria sem a ajuda de vocês.

Aos estudantes de graduação da UNICAMP que foram meus alunos nos cursos de Física Experimental I, Física Teórica III, Física Teórica IV e Mecânica Clássica. As aulas ao lado das co-orientações de iniciação científica foram determinantes para que eu me apaixonasse pela minha profissão. Aqui vale um agradecimento especial à Maria Paula, Arielle, Fernanda, André, Camila, Alishan, Mayra e Betinho, pelo imenso carinho com que sempre fui tratado.

Aos amigos do IFGW, com quem partilhei momentos agradáveis durante minha vida em Campinas. Em especial, gostaria de agradecer à Alexandre Magnus, Alex, Alessandro, Domingos, Felipe Arretche, George, Júlio Guedes, Manuela, Pepe, Rafael Fernandes, Rickson, Vinícius e Wagnão, com menção honrosa para Júlio Tedesco e Reginaldo Farias: vocês são amigos sensacionais!

Aos meus amigos do Rio de Janeiro: Paulo Sérgio, Renata, Paulo Roberto, Fernando, Camila, Gustavo, Cadu, Leandro, Fábio, Reginaldo, Marcos e Alexandre, com os quais sempre divido momentos de profunda felicidade.

Aos membros da secretaria da Pós-Graduação, Maria Ignez e Armando, além de outros que por lá passaram, pela atenção e apoio dispensados durante o curso.

Às secretárias da Graduação, Júlia Dini, Clotilde Diogo e Rose Campos, pela atenção e enorme carinho com que sempre me tratam.

A Deus, que me cerca de todas estas pessoas maravilhosas, me ampara e me fortalece.

À UNICAMP, por toda a infra-estrutura.

Ao apoio financeiro da CAPES da UNICAMP.

# Abstract

Almost a century after the discovery of cosmic radiation, their origin, composition, acceleration and propagation mechanisms in the universe is still unknown for the ultra-high energy component ( $\gtrsim 10^{18}$  eV). The mystery grows due to the suppression (GZK cutoff) in the flux of cosmic rays with energies  $E \gtrsim 6 \times 10^{19}$  eV, caused by the interaction of these particles and the cosmic microwave background, predicted  $\sim 40$  years ago. Thus, it is expected that cosmic rays with energy above this threshold are produced in sources within  $\sim 200$  Mpc. Since our local universe is very inhomogeneous and the magnetic rigidity of these particles is very high, it is expected that the distribution of the arrival directions of ultra-high energy cosmic rays can be correlated with the directions of their sources, reflecting the anisotropy of our local universe. In this way, anisotropy studies play crucial role in the research of cosmic radiation and understanding of the universe. In this work, small-scale anisotropy, related to the study of point sources, are studied searching for UHECR's correlated with the giant flare from SGR 1806-20 in December 2004. We have also analyzed directions with an excess of gamma rays with statistical significance  $S > 4\sigma$ , not associated with any known sources, reported by the JANZOS Collaboration. Also, in this thesis wavelets are applied in the detection of point sources. In the context of anisotropy related to large distributions of matter, called large scale anisotropy, we propose a new anisotropy identification method independent of catalogs, so-called MIIE. We test its efficiency through hypothesis tests and apply it to events set obtained from the Pierre Auger data.

# Resumo

Quase um século após o descobrimento da radiação cósmica, sua origem, composição, mecanismos de aceleração e propagação pelo universo são ainda desconhecidos para a faixa de energia ultra-alta ( $E \gtrsim 10^{18}$  eV). O mistério torna-se ainda maior devido à supressão (corte GZK) no fluxo dos raios cósmicos com energias  $E \gtrsim 6 \times 10^{19}$  eV, devido à interação destas partículas com a radiação cósmica de fundo, previsto há cerca de 40 anos. Assim, espera-se que os raios cósmicos com energia acima deste limiar sejam provenientes de fontes distantes em até  $\sim 200$  Mpc. Uma vez que nosso universo local é bastante heterogêneo e a rigidez magnética destas partículas é bastante elevada, espera-se que a distribuição das direções de chegada dos raios cósmicos de energia ultra-alta possa ser correlacionada com as direções de suas fontes, refletindo a anisotropia do universo local. Neste sentido, estudos de anisotropias nas direções de chegadas de tais partículas desempenham papel crucial na investigação da radiação cósmica e compreensão do universo. Este trabalho dedica-se ao estudo de anisotropias de pequena e larga escalas. No primeiro caso, procuramos UHECR's correlacionados com o surto gigante de radiação gama emitido pelo SGR 1806-20 em dezembro de 2004. Outro caso estudado é a análise de direções da esfera celeste com excessos de raios gama com significâncias estatísticas maiores que  $4\sigma$ , não associadas a fontes conhecidas, reportadas pela Colaboração JANZOS. Ainda com relação a anisotropias de pequena escala, são estudadas aplicações de filtros de *wavelets* para detecção de fontes pontuais. No contexto de anisotropias de larga escala, relacionadas a grandes distribuições de matéria, desenvolvemos um método de identificação de anisotropias independente de catálogos de objetos celestes, chamado MIIE. Testamos sua eficiência através de testes de hipóteses e o aplicamos a conjunto de eventos com energia extrema obtidos de dados do Observatório Pierre Auger.

# Conteúdo

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Aspectos Astrofísicos dos Raios Cósmicos</b>	<b>5</b>
1.1 Espectro . . . . .	6
1.2 Anisotropia . . . . .	8
1.3 Composição . . . . .	11
1.4 Mecanismos de Aceleração . . . . .	13
1.4.1 Mecanismo de Fermi de segunda ordem . . . . .	14
1.4.2 Mecanismo de Fermi de primeira ordem . . . . .	15
1.4.3 Diagrama de Hillas . . . . .	17
1.4.4 Modelos além do Modelo Padrão . . . . .	18
1.5 Propagação . . . . .	20
1.5.1 Trajetória dos Raios Cósmicos . . . . .	20
1.5.2 Perdas de Energia . . . . .	21
<b>2 Detecção de Raios Cósmicos e o Observatório Pierre Auger</b>	<b>27</b>
2.1 O Observatório Pierre Auger . . . . .	28
2.1.1 Detectores de Superfície . . . . .	29
2.1.2 Detectores de Fluorescência . . . . .	30
<b>3 Mapas Celestes</b>	<b>33</b>
3.1 Mapas de Eventos . . . . .	33

3.2	Mapas de Cobertura . . . . .	33
3.2.1	Método de Embaralhamento . . . . .	35
3.2.2	Método Semi-Analítico . . . . .	36
3.2.3	Influência de anisotropias em mapas de cobertura . . . . .	37
3.3	Filtragem de Mapas . . . . .	39
3.3.1	Comparação entre os filtros Gaussiano e Binário . . . . .	40
3.4	Mapas de Probabilidades e de Significâncias . . . . .	41
3.4.1	Estatística de Li e Ma . . . . .	42
3.4.2	Influência da filtragem em Mapas de Probabilidades e de Significâncias . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Anisotropias de pequena escala</b>	<b>47</b>
4.1	Procura de UHECR's vindos do SGR 1806-20 em dados do Observatório Pierre Auger . . . . .	47
4.1.1	O surto gigante vindo do SGR 1806-20 e a possibilidade de detecção de UHECR's deste evento . . . . .	48
4.1.2	Análise em uma janela temporal estendida em torno do surto gigante . . . . .	51
4.1.3	Variações temporais da significância estatística do sinal do SGR 1806-20 . . . . .	56
4.1.4	Busca de nêutrons de energia ultra-alta coincidentes com o surto gigante . . . . .	57
4.1.5	Limites estabelecidos para variáveis astrofísicas . . . . .	61
4.1.6	Estudo de pontos quentes na vizinhança do SGR 1806-20 . . . . .	67
4.2	Procura de UHECRs em direções com excesso de raios gama reportadas pela colaboração Janzos . . . . .	68
4.3	Aplicação de <i>Wavelets</i> em detecções de fontes pontuais . . . . .	71
4.3.1	<i>Wavelets</i> . . . . .	71
4.3.2	A família de <i>wavelets</i> de chapéu mexicano (MHWF) . . . . .	73
4.3.3	Aplicação de MHWF para análise do SGR 1806-20 . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Anisotropias de larga escala</b>	<b>84</b>
5.1	Método do Momento de Inércia . . . . .	85
5.2	Método MIIE . . . . .	87

5.2.1	Sensibilidade do método para diferentes anisotropias . . . . .	90
5.2.2	A razão sinal/ruído e a eficiência do teste de hipótese . . . . .	93
5.2.3	Aplicação do método em dados do Observatório Pierre Auger . . . . .	94
<b>Conclusões</b>		<b>97</b>
<b>A</b>	<b>Estudo de viéses em mapas de cobertura introduzidos por anisotropias presentes no conjunto de dados</b>	<b>101</b>
<b>B</b>	<b>Amplificação da razão sinal-ruído para os filtros gaussiano e binário</b>	<b>111</b>
<b>C</b>	<b>Limite superior do fluxo de uma fonte pontual</b>	<b>114</b>
<b>D</b>	<b>Estudos da influência do Campo Magnético Galáctico na propagação de partículas carregadas provenientes do SGR 1806-20</b>	<b>125</b>
<b>E</b>	<b>Aproximação para a integral do fluxo em um intervalo logarítmico</b>	<b>130</b>
<b>F</b>	<b>Encarte com mapas celestes ampliados</b>	<b>133</b>
<b>G</b>	<b>Sistemas de Coordenadas</b>	<b>140</b>
G.1	Coordenadas Horizontais . . . . .	140
G.2	Coordenadas Equatoriais . . . . .	141
G.3	Coordenadas Galácticas . . . . .	142
<b>Referências</b>		<b>144</b>

# Introdução

O estudo da radiação cósmica desempenha um papel central na pesquisa em astropartículas tanto do ponto de vista experimental quanto teórico. Desde a descoberta, em 1912, de uma radiação ionizante e penetrante vinda do cosmos por Victor Hess, mais tarde batizada de “raios cósmicos” por Robert Millikan, este esforço conjunto entre físicos de partículas e astrofísicos vem permitindo ao ser humano sondar de forma mais profunda a estrutura da matéria. Antes mesmo da construção dos grandes colisores, o estudo das interações entre os raios cósmicos e a atmosfera constituía o canal para as investigações acerca das estruturas subatômicas. Com o auxílio de instrumentos concebidos para este estudo, foram descobertos o pósitron em 1932, partícula cuja existência havia sido prevista dois anos antes por Paul Dirac, o múon em 1936 e o pión em 1947, cuja descoberta teve destacado papel o trabalho realizado pelo brasileiro César Lattes. Estas descobertas contribuíram de maneira significativa para os avanços teóricos do século passado, culminando no estabelecimento do modelo padrão da física de partículas elementares.

Após quase um século do descobrimento da radiação cósmica, questões relacionadas à componente de energia ultra-alta<sup>1</sup>, tais como sua composição, mecanismos de aceleração e propagação estão ainda sem resposta. A tentativa de identificação de fontes e mecanismos capazes de acelerar prótons ou núcleos do meio interestelar a energias extremas leva em conta a possível supressão do fluxo de partículas da ordem de  $\sim 10^{20}$  eV devido a sua interação com a radiação cósmica de fundo durante sua propagação. Esta característica do espectro em energia é conhecida como corte GZK<sup>2</sup> e faria com que os raios cósmicos primários de energia  $\sim 10^{20}$  eV sejam provenientes de fontes distantes a menos de  $\sim 200$  Mpc. Uma vez que a distribuição de matéria em nosso universo local é heterogênea, esperar-se-ia encontrar desvios

---

<sup>1</sup>Energia de algumas dezenas de Joules.

<sup>2</sup>O corte GZK será explicado com maiores detalhes na seção 1.5.2.

significativos em relação à isotropia para a distribuição das direções de chegadas destas partículas de energias extremas. Além disso, a grande rigidez magnética destas partículas nesta faixa de energia somada à fraca intensidade dos campos magnéticos extragalácticos indica a possibilidade de correlação entre as fontes destas partículas e suas direções de chegada. Neste sentido, este trabalho dedica-se ao estudo de anisotropias nas direções de chegada dos eventos coletados pelo detector de superfície do Observatório de Raios Cósmicos Pierre Auger, maior observatório do mundo, projetado para a detecção com grande estatística de raios cósmicos de energia ultra-alta, contemplando anisotropias de larga e pequena escalas. O texto é organizado como segue:

O capítulo 1 apresenta uma descrição acerca dos estudos da radiação cósmica, colocando foco sobre o que se pretende obter na análise da detecção de chuviros atmosféricos extensos, levando em conta a propagação do raio cósmico primário pelo universo e discutindo alguns mecanismos de aceleração que fazem com que a energia destas partículas ultrapassem  $10^{20}$  eV.

O capítulo 2 é dedicado a uma breve abordagem dos métodos de detecção da radiação cósmica e do Observatório Pierre Auger, descrevendo o funcionamento de seus detectores de superfície e de fluorescência.

Tratamos, no capítulo 3, da representação da esfera celeste segmentada em pixels. Descrevemos o que são mapas de eventos, mapas de cobertura, mapas de probabilidades e mapas de significâncias. Neste cenário, determinamos os vieses causados por possíveis anisotropias contidas em dados reais na produção do mapa de cobertura, tanto pelo método de embaralhamento como pelo método Semi-Analítico. Descrevemos também a importância de processos de filtragem dos mapas celestes, mostrando que a razão sinal-ruído é amplificada quando se leva em conta a resolução angular do detector, além do método estatístico clássico de Li e Ma, consagrado no estudo de astronomia da radiação gama e aplicado em análise de fontes pontuais neste trabalho.

O capítulo 4 aborda o estudo de anisotropias de pequena escala. Realizamos um estudo de caso importante procurando raios cósmicos de energia ultra-alta que poderiam ser produzidos durante o surto gigante do SGR 1806-20 em dezembro de 2004. A ausência de raios cósmicos em janelas temporais compatíveis com incertezas astrofísicas e com o tempo de atraso de partículas carregadas até a Terra juntamente com a ausência de nêutrons coincidentes com o surto, impõem limites para variáveis astrofísicas relacionadas ao surto. Estes limites são de grande importância para a discriminação de modelos astrofísicos, desempe-

nhando papel crucial no entendimento de magnetares e mecanismos de surto.

Outro caso de estudo realizado, trata da procura de excessos de raios cósmicos de energia ultra-alta em direções da esfera celeste com excessos significativos de raios gama observados pela Colaboração JANZOS sem associações com fontes astrofísicas conhecidas. Por fim, investigamos a aplicação de *wavelets* como filtros, em maneira similar à utilizada no campo de radiação cósmica de fundo. Estudamos a amplificação da razão sinal-ruído para diferentes famílias da *wavelet* de chapéu mexicano e aplicamos estes filtros ao caso do SGR 1806-20.

Anisotropias de larga escala são estudadas no capítulo 5, com a criação de um método de identificação de anisotropias independente de catálogos de objetos celestes. Este método, chamado MIIE<sup>3</sup>, consiste na construção de um estimador de isotropia baseado no clássico método do Momento de Inércia, criado por N.I. Fischer para o estudo de dados direcionais. Com a finalidade de se analisar a potência do método, testes de hipóteses são realizados com diferentes conjuntos de eventos simulados e disponibilizados pelo grupo de Anisotropia de Larga Escala da Colaboração Pierre Auger. O método apresenta-se com boa eficiência na identificação de anisotropias, principalmente se consideramos sua simplicidade. Por fim, o método é aplicado a conjunto de dados reais compostos de raios cósmicos primários de energias acima do corte GZK.

Encerrando a tese, apresentamos as conclusões deste trabalho.

Anexados ao final, encontram-se ainda sete apêndices que objetivam complementar o texto. No apêndice A descrevemos os conjuntos de eventos simulados para o estudo de vieses introduzidos por anisotropias em mapas de cobertura e apresentamos os gráficos obtidos, referentes a estes resultados. O apêndice B apresenta cálculos detalhados de amplificações da razão sinal-ruído obtidas para filtros Gaussiano e Binário. No apêndice C descrevemos o cálculo do limite superior do fluxo de uma fonte pontual, utilizado no capítulo 4. O apêndice D apresenta estudos sobre a influência do campo magnético galáctico na propagação de partículas carregadas provenientes do SGR 1806-20. O apêndice E é destinado ao cálculo aproximado da integral de fluxo em intervalo logarítmico, também utilizado no capítulo 4. Com o objetivo de facilitar a análise dos resultados obtidos, o apêndice E contém a ampliação de algumas figuras apresentadas no capítulo 4. Por fim, o apêndice F descreve os principais sistemas de coordenadas utilizados para representar a esfera

---

<sup>3</sup>Acronimo do inglês *Moment of Inertia Isotropy Estimator*.

celeste na presente tese.

# Capítulo 1

## Aspectos Astrofísicos dos Raios Cósmitos

A Terra é constantemente atingida por uma grande quantidade de partículas provenientes do cosmo. Todo o espectro eletromagnético, prótons, elétrons, núcleos atômicos, neutrinos e outras partículas incidem na atmosfera em um intervalo extenso de energia. A investigação das informações trazidas pela radiação cósmica permite a sondagem da estrutura dos astros e fenômenos a eles associados, desempenhando papel relevante no conhecimento sobre as condições em que a matéria se apresenta no espaço, à procura da compreensão do universo.

A finalidade do estudo dos raios cósmicos de energia ultra-alta (UHECR's<sup>1</sup>) é o entendimento de sua natureza e origem. Isto é feito mediante busca incessante da caracterização das fontes dos raios cósmicos, da compreensão dos mecanismos de produção e da identificação de sua composição química. Com este objetivo, os experimentos detectam: a direção de incidência dos raios cósmicos, procurando correlação com fontes pontuais ou possíveis anisotropias em larga escala; a energia, com a finalidade de determinar o espectro; e parâmetros que se relacionam com sua composição.

Trataremos destes temas neste capítulo e discutiremos alguns modelos de aceleração. Finalmente, modelos que vão além do Modelo Padrão das partículas elementares para tentar explicar raios cósmicos de energias mais elevadas são comentados.

---

<sup>1</sup> Acrônimo do inglês *Ultra-High Energy Cosmic Rays*.

## 1.1 Espectro

Uma vez conhecida a exposição de um detector, é possível calcular o espectro dos raios cósmicos, ou seja, a variação do fluxo de raios cósmicos (número de partículas por unidade de área, por ângulo sólido, por unidade de tempo) com a energia. A figura 1.1 apresenta uma compilação do espectro medido, com a reunião de dados de vários experimentos, ilustrando o amplo intervalo de energia e fluxo já investigado ao longo de décadas com o envolvimento de diversas técnicas de detecção, diretas e indiretas, apropriadas à cada faixa de energia, conforme será abordado no capítulo 2.

Com a análise da figura 1.1, nota-se que o espectro é, em boa aproximação, uma reta ao longo de quase todo o intervalo de energia acima de 10 GeV. Isto significa que ao longo deste intervalo, o espectro, como um todo, pode ser aproximado por uma lei de potência

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\lambda}. \quad (1.1)$$

Entretanto, há mudanças visíveis no índice espectral  $\lambda$ . Duas estruturas se destacam. A primeira é caracterizada pela mudança do índice em torno de  $E_k \approx 3 \times 10^{15}$  eV. Nesta região do espectro o índice espectral  $\lambda$  passa de 2,7 para 3,0. Esse ponto é conhecido como o “joelho” do espectro. Outra mudança ocorre em torno da energia  $E_a \approx 5 \times 10^{18}$  eV, para a qual o valor de  $\lambda$  retorna ao valor 2,7. Esta transição é conhecida como o “tornozelo” do espectro.

Para energias mais altas, as incertezas no espectro são grandes em virtude do fluxo bastante reduzido. Os raios cósmicos têm sido detectados tanto direta como indiretamente, de acordo com o fluxo. Para energias de até  $10^{15}$  eV, o fluxo torna possível a detecção direta, mediante instrumentos alojados em balões ou satélites. Contudo, para energias superiores, a exigência de detectores com uma área muito grande torna impraticável este método de detecção.

Felizmente, a partir dessa energia, a atmosfera passa a desempenhar um papel essencial, convertendo os raios incidentes em cascatas de partículas secundárias - os chuviros atmosféricos extensos - possibilitando, por meio de medidas indiretas, a investigação da faixa de energias mais altas.

Até o momento, os dois experimentos que possuíram as maiores exposições para as mais altas energias ( $> 10^{19}$  eV), apresentam resultados contraditórios. De acordo com AGASA [3, 4], o espectro se estende

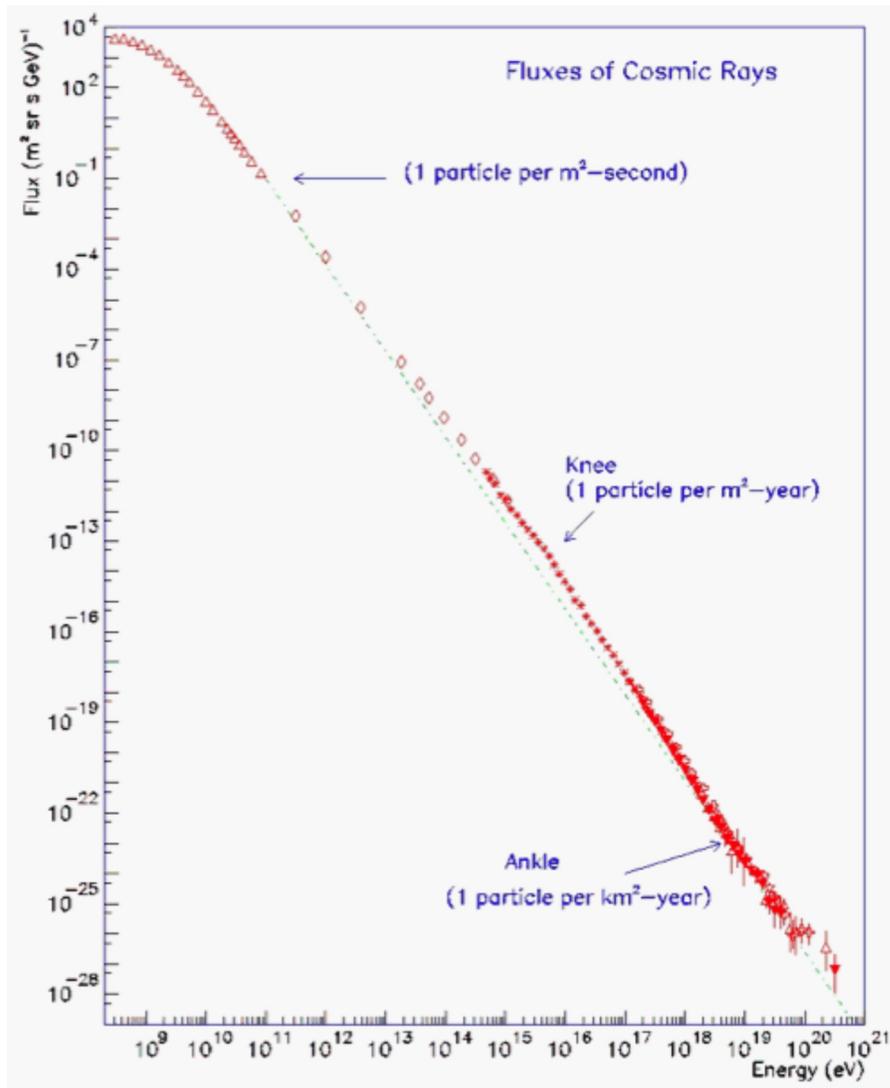


Figura 1.1: Espectro de energia dos raios cósmicos, a partir de uma compilação, feita por J.W.Cronin, T.K. Gaisser e S.P.Swordy [1]. Figura Extraída da referência [2].

até energias pouco acima de  $10^{20}$  eV, sem evidência do corte GZK [5] (veja seção 1.5.2), enquanto que o experimento HiRes [6] indica uma queda no espectro [7–9].

## 1.2 Anisotropia

A identificação de possíveis fontes astrofísicas ou, ainda, a investigação dos campos magnéticos que permeiam o universo, podem ser feitas pela análise da distribuição das direções de incidência dos raios cósmicos.

Os raios cósmicos de energias muito baixas, da ordem de GeV, estão associados às emissões solares, enquanto que os de energias mais elevadas, até  $10^{18}$  eV, são aparentemente isotrópicos.

A maior rigidez magnética dos raios cósmicos, no caso de partículas carregadas, na faixa de altas energias, pode aumentar a correlação das direções de chegada com as fontes. Esta correlação pode caracterizar uma anisotropia em *grande escala*, associando as direções de chegadas dos eventos com concentrações de matéria, como o centro galáctico ou os planos galáctico e supergaláctico. Uma anisotropia em *pequena escala* é caracterizada pela correlação das direções de incidência dos eventos com fontes pontuais, no caso de altíssimas energias. Este trabalho dedica-se ao estudo de anisotropias tanto em pequena escala quanto em larga escala. No contexto de anisotropias de pequena escala, o estudo é feito mediante a procura de correlação entre a emissão de raios gama de baixas energias em *Soft Gamma Repeaters* (ver seção 4.1) e a possível produção de UHECR's neste objeto, além da procura de excessos de UHECR's em regiões candidatas a fontes reportadas pela Colaboração Janzos com excessos com mais de  $4\sigma$  de raios  $\gamma$  em direções do céu não associadas a fontes conhecidas (ver seção 4.2). Como técnica de análise, é feito um estudo de aplicação de *wavelets* em detecção de fontes pontuais em mapas de radiação cósmica de energia ultra-alta. Por outro lado, o estudo de anisotropia de larga escala é realizado com a aplicação do Método do Momento de Inércia (ver capítulo 5).

Um indício de correlação com o plano galáctico [10] foi apresentada pelo experimento Fly's Eye para a faixa de energia em torno de  $10^{18}$  eV. Na mesma faixa de energia, evidências de favorecimento de uma região próxima do centro galáctico e da direção de Cygnus foram observadas por AGASA [11] e SUGAR [12]. A figura 1.2 apresenta o mapa de significâncias<sup>2</sup> observado por AGASA.

Utilizando dados de 2,3 anos, a Colaboração Auger, com estatística muito maior do que qualquer experimento anterior, procurou por anisotropias localizadas próximas à direção do centro galáctico [13].

---

<sup>2</sup>Mapas de significâncias serão estudados, neste trabalho, na seção 3.4.

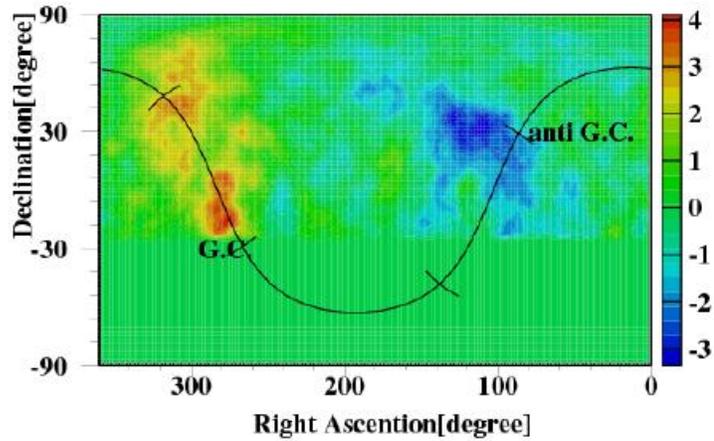


Figura 1.2: Mapa de Significâncias dos eventos detectados por AGASA. Somente os eventos com energia entre  $10^{18}$  eV e  $10^{18.4}$  eV são considerados. O plano e o centro galácticos estão representados. Figura extraída de [11]

Não se encontrou excessos significativos de eventos que dessem suporte aos grandes excessos publicados por AGASA e SUGAR. A figura 1.3 apresenta o mapa de significâncias obtido pela Colaboração Auger.

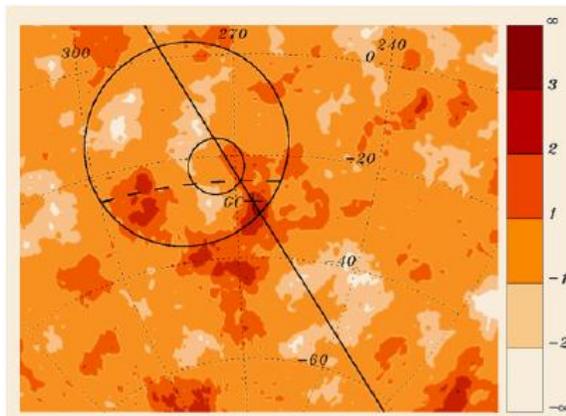


Figura 1.3: Mapa de Significâncias dos eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger. Somente os eventos com energia entre  $10^{17.9}$  eV e  $10^{18.5}$  eV são considerados. A significância estatística é calculada dentro de uma janela circular de  $5^\circ$  de raio. O plano e o centro galácticos estão representados. Figura extraída de [13]

A extrema redução no fluxo dificulta o estudo de anisotropia no intervalo de altíssimas energias. No entanto, a colaboração AGASA noticiou evidência de anisotropia em pequena escala para energias acima

de  $4 \times 10^{19}$  eV, com a observação de agrupamentos (*clusters*), ou seja, eventos com direções de chegada muito próximas entre si.

Em 1996, a colaboração AGASA publicou seu primeiro trabalho a respeito desta anisotropia. Foram observados 3 pares com separação angular ( $\Theta$ ) inferior a  $2,5^\circ$  [14] em um total de 36 eventos. A probabilidade de ocorrência desta distribuição é muito pequena, considerando-se uma distribuição isotrópica e o número de eventos.

Até o final de 2000, AGASA acumulou 59 eventos nesta faixa de energia, observando 5 dubletos e 1 tripleto, o que corresponde a uma probabilidade de ocorrência a partir de flutuações de uma distribuição isotrópica inferior a  $10^{-4}$  [15].

Uma reavaliação das análises de AGASA por C. B. Finley e S. Westerhoff [16], os levou a concluir que a significância estatística da identificação dos agrupamentos é menor do que os resultados apontados. A razão para isso é que os testes da hipótese de agrupamento deveriam excluir o conjunto de dados original (1996) ou deveria ser aplicada uma penalidade estatística no caso de sua reutilização, devido ao fato do conjunto original ter levado à definição dos parâmetros de corte  $E > 4 \times 10^{19}$  eV e  $\Theta < 2,5^\circ$ .

Uma posterior análise, com os 27 eventos subsequentes ao conjunto de dados utilizados em 1996, com os parâmetros de corte iniciais, revelou a existência de apenas um par, com uma probabilidade de ocorrência casual de 28%. Considerando-se os agrupamentos formados entre estes eventos e os pertencentes ao conjunto original, o número de pares aumenta para três, resultando em uma probabilidade de 8%.

Além disso, uma completa varredura no total de eventos (59) em busca dos valores da energia mínima e da separação angular máxima que maximizariam o sinal de agrupamentos, encontrou 6 pares separados por menos que  $2,5^\circ$  em um grupo composto por 36 eventos com energia acima de  $4,89 \times 10^{19}$  eV, com probabilidade de acaso igual a 0,3 %. É importante ressaltar que a colaboração HiRes não observou este padrão de agrupamentos, tanto no caso monocular [17] quanto no estéreo [18].

O estudo da anisotropia de raios cósmicos de energia ultra-alta é ainda um problema em aberto. O baixíssimo fluxo nesta região do espectro torna a estatística atual ainda insuficiente. O Observatório Pierre Auger, maior observatório do mundo, projetado para estudar com grande estatística os raios cósmicos de energia ultra-alta, está coletando dados de maneira estável desde o início de 2004, e, em breve, possuirá estatística suficiente para tentar solucionar estas questões relevantes.

Ainda assim, com dados coletados durante 3,7 anos, a colaboração Pierre Auger publicou recentemente [19] resultados que indicam a correlação entre as direções de chegadas de raios cósmicos com energias acima de 60 EeV ( $1 \text{ EeV} = 10^{18} \text{ eV}$ ) e as posições de núcleos galácticos ativos, distantes até 75 Mpc da Terra. A figura 1.4 ilustra esta correlação, apresentando uma projeção Aitoff<sup>3</sup> do céu em coordenadas galácticas com as posições de AGNs distantes até 75 Mpc (estrelas) e círculos de  $3,1^\circ$  centrados nas direções dos 27 eventos com  $E > 57 \text{ EeV}$  detectados pelo Observatório Pierre Auger. Neste trabalho, a hipótese de uma distribuição isotrópica é rejeitada com pelo menos 99 % de nível de confiança. A correlação observada é compatível com a hipótese de que as partículas de energia ultra-alta são originadas em fontes extragalácticas próximas, cujo fluxo não foi substancialmente reduzido pela interação com a radiação cósmica de fundo. Núcleos galácticos ativos ou objetos que possuam uma distribuição espacial similar são possíveis fontes.

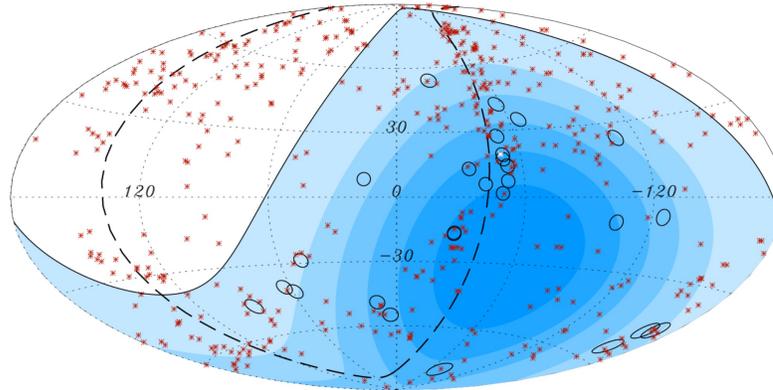


Figura 1.4: Projeção Aitoff do céu em coordenadas galácticas com as posições de AGNs distantes até 75 Mpc (estrelas) e círculos de  $3,1^\circ$  centrados nas direções dos 27 eventos com  $E > 57 \text{ EeV}$  detectados pelo Observatório Pierre Auger. Figura extraída de [19]

### 1.3 Composição

A descoberta dos raios cósmicos remonta aos primeiros estudos da radiotividade no início do século passado. Na época havia sido descoberto o poder ionizante das emissões radioativas. Ao notar o registro de

<sup>3</sup>A projeção Aitoff, assim com a Mollweide, é uma projeção do tipo equivalente, isto é, conserva a proporção ou equivalência das áreas representadas em detrimento da forma. Nela, os paralelos são horizontais e estão de tal modo espaçados que cada área limitada por dois deles conserva a mesma proporção da área real, embora possa variar muito no tocante à forma. Esta projeção tem formato elíptico e é muito utilizada na confecção de mapas-múndi.

ionização do ar com a utilização de eletroscópios, mesmo na ausência de material radioativo, acreditou-se que a ionização poderia ser explicada pela radiação residual emitida por elementos radioativos contidos no interior da Terra e na atmosfera.

Em 1912, o físico austríaco Victor F. Hess obteve medidas dos níveis de radiação em altitudes diferentes, com instrumentos a bordo de um balão. Deste modo, deduziu que a ionização era causada por um fluxo de radiação altamente penetrante originária do espaço sideral, batizado por Millikan, em 1925, de “raios cósmicos”.

Na época, ainda não estava descartada a possibilidade de que o comportamento da ionização no ar estivesse associado a emissões radioativas das camadas superiores da atmosfera, ao invés da ação de uma radiação cósmica desconhecida. Em 1917 conseguiu-se provar que os raios causadores da ionização na atmosfera experimentavam uma absorção muito menor do que os raios gama emitidos pelos elementos radioativos, o que excluía a possibilidade de serem fruto da radioatividade na atmosfera.

A natureza dos raios cósmicos, no entanto, ainda estava por ser determinada. Apesar da dúvida da existência dos raios cósmicos, havia um certo consenso de que os raios gama eram os candidatos mais fortes, visto que era a radiação mais penetrante entre as conhecidas. Ademais, a lei de absorção deste tipo de radiação se ajustava razoavelmente bem aos dados experimentais.

Observações posteriores indicando componentes em frequências diferentes deram origem a hipóteses que procuravam explicar não apenas a natureza mas também a origem dos raios cósmicos. Neste sentido, Millikan e Cameron apresentam trabalho [21], segundo o qual a radiação seria resultante da formação de núcleos atômicos a partir de prótons e elétrons no espaço interestelar, sendo a energia de ligação liberada na forma de raios gama.

A descoberta do efeito geomagnético, em 1927, mudou este panorama. Dados mostrando que a intensidade era maior nas latitudes mais altas do que nas proximidades do Equador vieram a reforçar o que seria confirmado em 1936: raios cósmicos são também partículas carregadas. Em 1948, descobriu-se a participação de núcleos de vários elementos. Determinou-se também, através de observações, que a contribuição de elétrons na composição de raios cósmicos não excedia a 1%.

Para energias menores que  $10^{15}$  eV, a investigação da composição dos raios cósmicos é uma tarefa relativamente simples, visto que seu fluxo é alto, e conseqüentemente, pode ser observado por meio de

medidas diretas, permitindo identificar se o evento é um raio  $\gamma$ ,  $e^\pm$ , próton ou mesmo núcleo atômico pesado.

No caso de energias mais altas, o fluxo extremamente baixo da radiação cósmica torna necessário o uso de métodos indiretos de detecção, através da análise de cascatas de partículas que se desenvolvem na atmosfera. Isto faz com que a identificação da composição do raio cósmico primário seja dependente de modelos de interação das partículas com a atmosfera, tornando a investigação sobre a composição ainda mais complicada.

A maior quantidade de múons em chuviros iniciados por núcleos pesados e a profundidade em que o número de partículas do chuviro é máxima ( $X_{max}$ ), parâmetro do chuviro influenciado pela massa do elemento químico, são informações importantes que podem possibilitar o desvendamento do mistério acerca da composição dos raios cósmicos. Contudo, flutuações inerentes evento a evento fazem com que o estudo da composição dos raios cósmicos seja dependente dos modelos de interação adotados.

Desse modo, tendo em vista os experimentos realizados até hoje, é bastante complicado, através da observação de chuviros, estabelecer a fração de raios cósmicos de mais altas energias referente a cada elemento, mesmo que se tenha um modelo que descreva muito bem o desenvolvimento dos chuviros. Entretanto, recentemente a Colaboração Auger, baseando-se na análise de variáveis sensíveis tanto ao desenvolvimento longitudinal do chuviro quanto ao tempo de subida (*risetime*) e à curvatura da frente do chuviro, estabeleceu limites para a fração de fótons com 95% de confiança em 2%, 5,1% e 31% para energias acima de  $10^{19}$  eV,  $2 \times 10^{19}$  eV e  $4 \times 10^{19}$  eV, respectivamente [22].

## 1.4 Mecanismos de Aceleração

Um bom modelo de produção e aceleração de raios cósmicos deve explicar os mecanismos que levam estas partículas a atingir a faixa de energia em questão, juntamente com os modelos de propagação.

Apesar de campos magnéticos estáticos não serem capazes de aumentar a energia de uma partícula carregada, campos magnéticos variáveis são capazes de gerar campos elétricos induzidos, os quais podem alterar a energia das partículas carregadas.

### 1.4.1 Mecanismo de Fermi de segunda ordem

Em 1949, o grande físico, Enrico Fermi, propôs um modelo que explica relativamente bem o espectro dos raios cósmicos no regime de baixas energias [23], pressupondo a existência de campos magnéticos em movimento em regiões suficientemente grandes para aumentar a energia da partícula, além de defletí-la.

A figura 1.5 apresenta um esquema do modelo de aceleração de Fermi, no qual um raio cósmico de energia  $E_i$ , em um sistema de referência  $S$ , incide em uma região de campo magnético, de velocidade  $\vec{\beta}c$ , saindo com energia  $E_f$ . No referencial do campo magnético, a partícula entra e sai com a mesma energia. Entretanto, devido ao movimento do campo, a partícula ganha energia na interação.

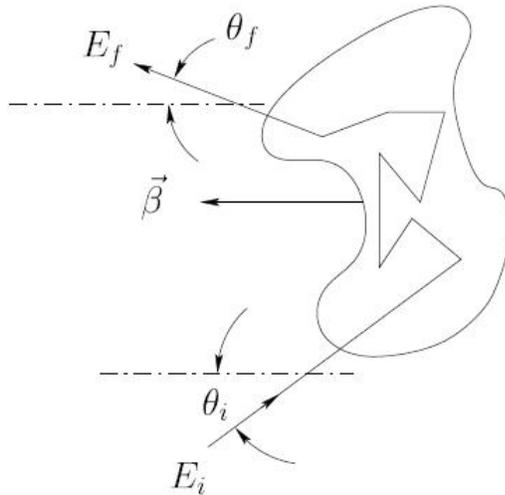


Figura 1.5: Esquema do modelo de aceleração de Fermi.

A energia do raio cósmico no referencial do campo magnético ( $S'$ ), é dada por

$$E'_i = \gamma(E_i - \vec{\beta} \cdot \vec{P}_i) \approx \gamma E_i (1 + \beta \cos \theta_i), \quad (1.2)$$

onde  $\vec{P}_i$  é o momento inicial do raio cósmico no referencial  $S$  e  $\theta_i$  seu ângulo de incidência.

Como no referencial  $S'$ ,  $E'_i = E'_f$ , a energia  $E_f$  no sistema de referência  $S$  pode ser escrita como

$$E_f = \gamma(E'_f + \vec{\beta} \cdot \vec{P}'_f) \approx \gamma E'_i (1 + \beta \cos \theta'_f). \quad (1.3)$$

Utilizando a equação 1.2, obtêm-se

$$E_f = E'_i \frac{(1 + \beta \cos \theta_i)(1 + \beta \cos \theta'_f)}{1 - \beta^2}. \quad (1.4)$$

Supondo que a distribuição angular das partículas ao saírem da região de campo magnético seja isotrópica, a média de  $\cos \theta'_f$  é nula, podendo se escrever

$$E_f = E'_i \frac{(1 + \beta \cos \theta_i)}{(1 - \beta^2)}. \quad (1.5)$$

Em contrapartida, a distribuição de  $\theta_i$  não é isotrópica, em virtude do movimento do sistema  $S'$  em relação ao sistema  $S$ , sendo dada por

$$\frac{dN}{d \cos \theta_i} \propto 1 + \beta \cos \theta_i. \quad (1.6)$$

Deste modo, a média de  $\cos \theta_i$  é igual a  $\beta/3$  e a energia do raios cósmico após a interação com o campo magnético em movimento é dada por

$$E_f \approx E_i(1 + \beta^2/3 + O(\beta^4)). \quad (1.7)$$

Assim, a cada interação com o campo magnético a partícula tem sua energia acrescida em média de  $\beta^2/3$  vezes sua energia inicial, sendo este tratamento, por este motivo conhecido como mecanismo de aceleração de Fermi de segunda ordem. A eficiência desse processo é baixa, devido ao valor pequeno de  $\beta$ , característico dos movimentos de plasmas, demandando um tempo muito longo para obter um ganho considerável de energia, necessário para se explicar o espectro.

### 1.4.2 Mecanismo de Fermi de primeira ordem

O mecanismo de Fermi de primeira ordem [24, 25] surge ao se considerar que os campos magnéticos se propagam formando uma frente, de modo que os raios cósmicos sempre a atinjam com  $\cos \theta_i \geq 0$  e saiam com  $\cos \theta_f \geq 0$ . Assim, as distribuições de  $\cos \theta'_f$  e  $\cos \theta_i$  são da forma

$$\frac{dN}{d \cos \theta'_f} \propto \cos \theta'_f \quad (1.8)$$

e

$$\frac{dN}{d \cos \theta_i} \propto \cos \theta_i (1 - \beta \cos \theta_i). \quad (1.9)$$

Com as médias de  $\cos \theta'_f$  e  $\cos \theta_i$  substituídas na equação 1.4, obtêm-se

$$E_f = E_i \left[ 1 + \frac{4}{3} \beta + O(\beta^2) \right]. \quad (1.10)$$

O ganho de energia do processo é de primeira ordem em  $\beta$ , que o torna mais eficiente que o mecanismo de aceleração de Fermi de segunda ordem.

O espectro de potência é obtido, naturalmente, a partir dos mecanismos de Fermi ( $E_n = E_{n-1}(1 + \xi)$ ). Após  $n$  interações, a energia da partículas é dada por

$$E_n = E_0(1 + \xi)^n. \quad (1.11)$$

Portanto, o número de interações para atingir a energia  $E_n$  é

$$n = \frac{\ln \left( \frac{E_n}{E_0} \right)}{\ln(1 + \xi)}. \quad (1.12)$$

Supondo que  $p$  é a probabilidade da partícula fugir da fonte aceleradora, a probabilidade da partícula sofrer  $n$  encontros é dada por

$$P = (1 - p)^n \quad (1.13)$$

e, assim, o número de raios cósmicos  $N$  com energia superior a  $E$  é

$$N(> E) \propto (1 - p)^n. \quad (1.14)$$

Substituindo o valor de  $n$  encontrado na equação 1.12 na última expressão, obtêm-se

$$N(> E) \propto (1 - p)^{\frac{\ln \left( \frac{E_n}{E_0} \right)}{\ln(1 + \xi)}}. \quad (1.15)$$

Com um pouco de manipulação algébrica encontra-se que

$$N(> E) \propto \left( \frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma} \quad (1.16)$$

na qual

$$\gamma = \frac{-\ln\left(\frac{1}{1-p}\right)}{\ln(1+\xi)}. \quad (1.17)$$

### 1.4.3 Diagrama de Hillas

É necessário que os sítios de aceleração sejam vastos e que seus campos magnéticos sejam fortes o bastante para transmitir uma energia de  $10^{20}$  eV para os raios cósmicos. No entanto, a rigidez magnética de uma partícula carregada aumenta com a energia de modo que se torna cada vez mais difícil para os campos magnéticos a tarefa de evitar o escape das partículas da região de aceleração. A energia fornecida por aceleração de um sítio de dimensão  $L$  a uma partícula de carga  $q = Ze$  e velocidade  $c$  é maximizada quando o raio de Larmor  $r_L = E/qBc$  é igual a  $L$ , isto é,  $E_{max} = qBcL$ . No caso de aceleração por onda de choque de velocidade  $V_c$ , a energia máxima transmitida à partícula é:  $E_{max} = qBV_cL$ . O campo elétrico induzido  $\vec{B} \times \vec{V}_c$  é exprimido dentro do referencial do choque. De acordo com as leis de transformação de Lorentz, é esperado que neste referencial sejam observados campos magnéticos induzidos  $\gamma V_c B \cong \gamma c B$  e que a energia máxima das partículas seja dada por  $E_{max} = \gamma q B c L$ . Conhecendo as características de diferentes fontes astrofísicas, ou seja, suas dimensões e intensidades dos campos magnéticos gerados, M. Hillas pôde comparar seus desempenhos com o necessário para acelerar núcleos de Fe a 100 EeV por um lado e prótons de 100 EeV e 1000 EeV por outro. O diagrama de Hillas é apresentado na figura 1.6. No entanto, deve-se notar que a fuga de partículas da região aceleradora não é o único fator limitante para sua aceleração. Também é necessário considerar as possíveis perdas de energia nas regiões aceleradoras pelas interações com a matéria e com a radiação antes do escape, e pela emissão de radiação pela partícula. Em objetos compactos, como os *magnetares* (ver seção 4.1), um dos objetos de estudo deste trabalho, a partícula deve perder energia por emissão síncrotron, enquanto que nos objetos extensos, o longo tempo de aceleração permite mais interações da partícula com a matéria e a radiação, tornando significativo este tipo de perda de energia.

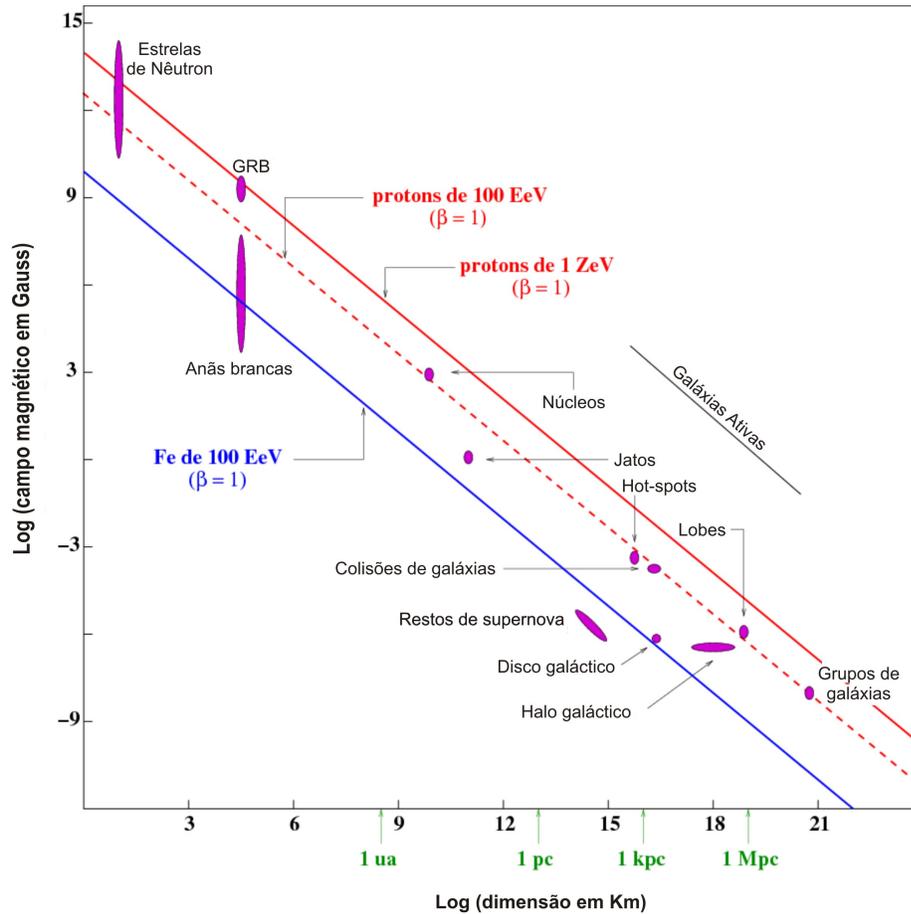


Figura 1.6: Diagrama de Hillas: sítios astrofísicos capazes de confinar raios cósmicos carregados a energias extremas. Não são levadas em conta as perdas de energia.

#### 1.4.4 Modelos além do Modelo Padrão

Várias propostas além do Modelo Padrão da Física de Altas Energias têm surgido diante das dificuldades em se explicar os mecanismos de aceleração dos raios cósmicos de mais altas energias. Modelos *Top-Down*, assim conhecidos pelo fato das partículas já serem criadas com energias super elevadas, passíveis de serem reduzidas por meio da interação com a radiação cósmica de fundo, surgem em oposição aos processos convencionais de aceleração, conhecidos como modelos *Bottom-Up*. O maior problema dos modelos *Top-Down* é a grande quantidade de fótons prevista a partir dos decaimentos dessas partículas, que dariam

origem a cascatas eletromagnéticas, gerando um um fluxo de raios  $\gamma$  em torno de GeV superior ao observado pelo detector EGRET [26]. Além disso, os limites superiores para frações de fótons [22] em energias acima de  $10^{19}$  eV,  $2 \times 10^{19}$  eV e  $4 \times 10^{19}$  eV, determinados pela Colaboração Pierre Auger, desfavorecem completamente estes tipos de modelos. A figura 1.7 apresenta estes limites estimados pela Colaboração Auger juntamente com limites obtidos anteriormente por outros experimentos e previsões de Modelo Top-Down e fração de fótons GZK.

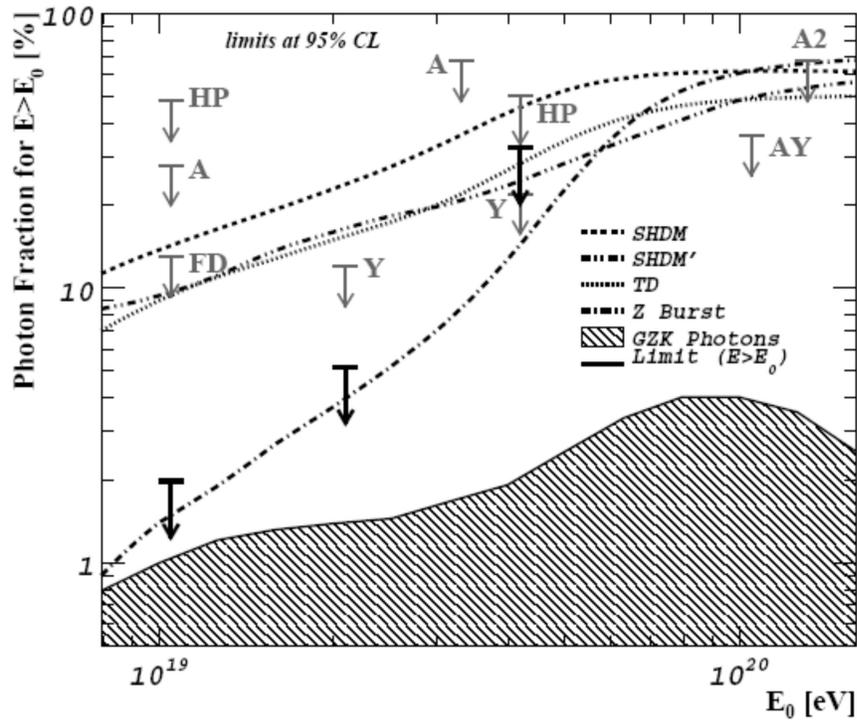


Figura 1.7: Limites superiores para frações de fótons obtidos no fluxo integral de raios cósmicos pela Colaboração Pierre Auger (seta preta) e limites experimentais obtidos anteriormente (HP: Haverah Park; A, A2: AGASA; AY: AGASA-Yakutsk; FD: Limite Híbrido medido por Auger [27]). Também estão mostradas as previsões de Modelos Top-Down (SHDM, TD, ZB e SHDM') e fração de fótons GZK. Figura extraída de [22]

## 1.5 Propagação

Uma das questões mais intrigantes da física trata da origem da radiação cósmica de energia ultra-alta. É fundamental entender como os raios cósmicos se propagam no universo, considerando suas trajetórias e possíveis perdas de energia, para poder, enfim, investigar sua origem.

### 1.5.1 Trajetória dos Raios Cósmicos

Com base nos conhecimentos adquiridos em observações com os diversos experimentos de raios cósmicos até os dias atuais, os raios cósmicos são constituídos, em maior parte, por prótons e núcleos atômicos. Assim, a maior parcela da radiação cósmica é constituída por partículas carregadas, e estas são defletidas pelos campos magnéticos que permeiam o universo.

De acordo com a força de Lorentz, uma partícula com carga elétrica  $q$  e energia  $E$ , ao atravessar uma região de campo magnético  $\vec{B}$ , é defletida com um raio de curvatura  $R$

$$R \approx \frac{E}{cqB_{\perp}}, \quad (1.18)$$

onde  $B_{\perp}$  é a intensidade do campo magnético na direção perpendicular ao movimento da partícula e  $c$  é a velocidade da luz. Em unidades mais convenientes,

$$R_{pc} \approx 10^{-21} \frac{E_{eV}}{q_e B_G}, \quad (1.19)$$

onde  $E_{eV}$  é a energia da partícula em eV,  $q_e$  é a carga elétrica em unidades da carga elétrica do elétron,  $B_G$  é o campo magnético em Gauss e  $R_{pc}$  é o raio de curvatura em parsecs.

### Campos magnéticos galácticos

Os campos magnéticos galácticos são da ordem de  $2\mu G$  [28]. Assim, para prótons com energia de  $10^{15}$  eV, o raio de curvatura é aproximadamente 0,5 pc, ou seja, um valor pequeno se comparado ao tamanho da Via-Láctea. Entretanto a não homogeneidade do campo faz com que as trajetórias dos raios cósmicos sejam tratadas a partir de um processo difusivo, produzindo uma distribuição angular aproximadamente uniforme.

Reside nas deflexões causadas pelo campo magnético galáctico umas das possíveis explicações para a mudança de índice espectral na faixa de energia conhecida como "joelho". Os núcleos, de número atômico mais baixo, sofrem desvios menores por conta do campo magnético, em relação aos de número atômico maior, e por isso, tenderiam a escapar da Via Láctea, tendo como consequência uma diminuição acentuada no fluxo de raios cósmicos.

Para energias mais elevadas ( $E \gtrsim 10^{19}$  eV), o raio de curvatura do próton é da ordem da espessura da Via Láctea ( $\approx 300$  pc), diminuindo a deflexão da partícula e indicando a possibilidade de correlação da direção de chegada observada com as fontes.

## **Campos magnéticos extragalácticos**

Os campos magnéticos extragalácticos são da ordem de nG [29]. A estrutura do campo magnético extragaláctico não é conhecida e, dependendo do comprimento de correlação e da intensidade do campo, a propagação das partículas poderá se tornar difusiva ou sujeita apenas a pequenos desvios. Com desvios suficientemente pequenos, pode-se fazer astronomia com os raios cósmicos de energia ultra-alta, dada a possibilidade de localização de suas fontes, exatamente conforme foi feito na correlação entre as direções de chegadas de raios cósmicos ultra energéticos e posições de núcleos galácticos ativos, publicada pela colaboração Pierre Auger, já comentada na seção 1.2.

Os estudos de anisotropia dos raios cósmicos e de sua composição são importantes ferramentas para se compreender sua origem além de um valioso instrumento de investigação dos campos magnéticos galácticos e extragalácticos.

### **1.5.2 Perdas de Energia**

Os raios cósmicos podem perder energia através das interações com a matéria ou com as radiações que permeiam o universo, nas mais diversas diversas frequências, transferindo parte de sua energia ou criando partículas nesses processos.

A densidade média  $\rho$  estimada da Via Láctea é

$$\rho \approx 2,7 \times 10^{-24} \text{g/cm}^3. \quad (1.20)$$

Deste modo, a quantidade de matéria que uma partícula deve atravessar, ao percorrer uma distância de 1 pc, é da ordem de  $10^{-5} \text{g/cm}^2$ , em média. Considerando-se o comprimento de interação de uma reação nuclear, que é aproximadamente  $70 \text{g/cm}^2$ , é possível notar que, no meio galáctico, este valor corresponde à distância de 7 Mpc. Para se ter um parâmetro de comparação, o diâmetro da Via Láctea é da ordem de  $\approx 30 \text{kpc}$ ! Como no meio intergaláctico tal distância é ainda maior, entre  $10^3$  e  $10^4$  vezes, torna-se evidente que as perdas de energia pelas interações com a matéria são praticamente desprezíveis.

No caso de perdas de energia pela interação dos raios cósmicos com a radiação, as radiações mais relevantes correspondem às ondas de rádio, microondas e infravermelho.

As radiações na região de rádio e infravermelho são proveniente das galáxias e estrelas, enquanto a mais intensa, conforme mostrado na figura 1.8, está na região de microondas. Acredita-se que esta radiação, apresentando um espectro característico de um corpo negro, com temperatura atual de aproximadamente 2,7 K, seja relíquia do *Big-Bang*. Observações recentes dão suporte a esta hipótese.

A intensidade das radiações X e  $\gamma$  é pequena, e portanto, estas radiações são incapazes de provocar efeitos significativos no espectro. As baixas energias dos fótons na região do infravermelho, microondas e rádio não os impede de produzir uma mudança significativa no espectro de raios cósmicos. O elevado número de fótons nestas regiões do espectro associado ao efeito Doppler e às elevadas energias atingidas pelos raios cósmicos fazem que, apesar da energia dos fótons serem baixas no referencial de uma galáxia, do ponto de vista de um raio cósmico, esta energia pode ser grande o suficiente para gerar outra partícula a partir da interação, fazendo com que o raio cósmico perca parte de sua energia.

Para exemplificar, reações como a fotoprodução de píons

$$p + \gamma \rightarrow p + \pi^0 \quad (1.21)$$

são cinematicamente permitidas desde que

$$s = (P_p^\mu + p_\gamma^\mu)^2 > (M_p + m_{\pi^0})^2 \quad (1.22)$$

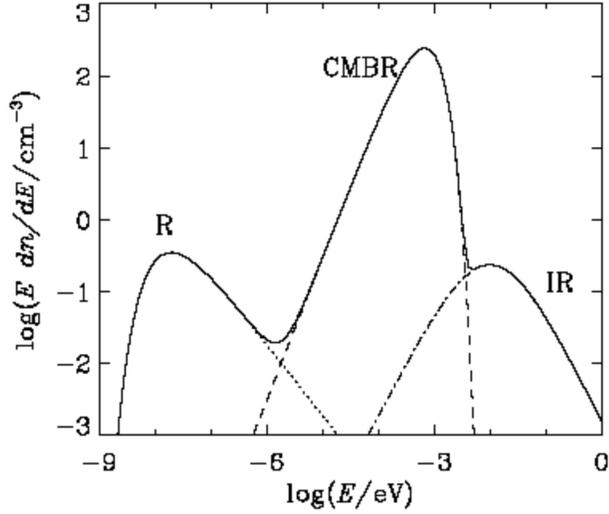


Figura 1.8: Espectro da radiação de fundo nas regiões de ondas de rádio (R), microondas provenientes do *Big Bang* (CMBR, de *Cosmic Microwave Background Radiation*) e infravermelho (IR, de infrared). Compilação feita por R. J. Protheroe e P. A. Johnson [30].

onde  $P_p^\mu$  e  $p_\gamma^\mu$  são, respectivamente, os quadrimomentos do próton e do fóton incidente e  $M_p$  e  $m_{\pi^0}$  são as massas do próton e do  $\pi^0$  resultante. A perda de energia do próton incidente pode ser da ordem de 15%, quando a energia no sistema de centro de massa (CM) é suficiente apenas para formar um pión, ou de quase 50% para energias mais altas.

Além da fotoprodução de píons, é possível a formação de pares elétron-pósitron. A seção de choque para a produção de pares a partir de um próton de altíssima energia é quase 20 vezes maior do que a observada no caso da fotoprodução dos píons, contudo, no caso da produção de pares, o próton perde apenas um milésimo de sua energia. Como a seção de choque depende do número atômico, as perdas podem ser significativas para núcleos pesados, apesar de ainda serem bem menores do que no caso da fotoprodução de píons. Além disso, para núcleos atômicos, deve-se considerar perdas de energia por fotodesintegração (fragmentação), que ocorrem quando a energia do fóton se encontra entre 15 e 25 MeV [31,32] no referencial do núcleo atômico.

A figura 1.9 mostra as estimativas do comprimento de atenuação dos raios cósmicos na interação com

a radiação de fundo. É também apresentado nesta figura o limite pelo *redshift*, resultante da perda de energia de qualquer partícula provocada pela expansão do universo.

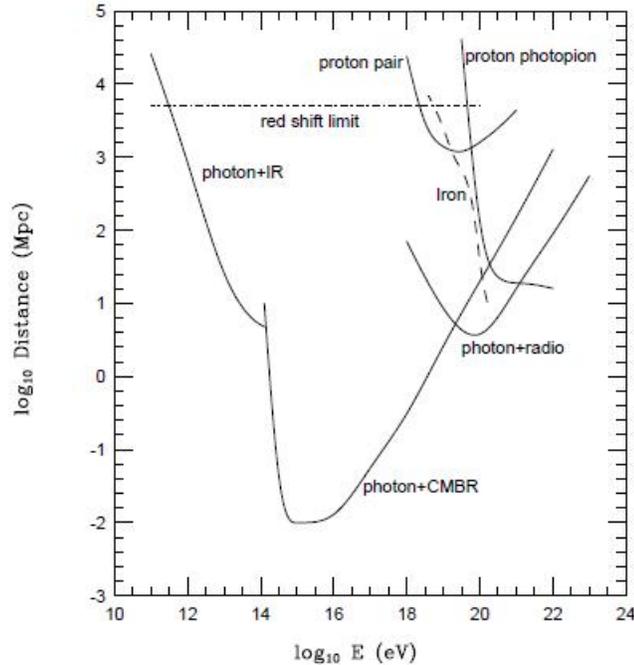


Figura 1.9: Comprimento de atenuação dos raios cósmicos com os fótons que permeiam o universo. Avaliação realizada por R. J. Protheroe e P. A. Johnson [30] (linhas contínuas), incluindo as interações de núcleos pesados com a radiação de fundo [31,35,36] (linha tracejada). Figura extraída da referência [2]

Léptons produzidos em reações de processo Compton ou criação de pares podem vir a interagir pelo processo Compton inverso, cedendo energia ao interagir com um fóton de baixa energia, criando, assim raios  $\gamma$  que podem novamente, produzir pares. Deste modo, as energias de raios  $\gamma$  ou  $e^\pm$  de altíssimas energias são rapidamente atenuadas, formando uma espécie de cascata eletromagnética.

Em 1966, logo após a descoberta da radiação cósmica de fundo, Greisen [33] e, independentemente, Zatsepin e K'uzmin [34], sugeriram a ocorrência da fotoprodução de píons em meio à radiação de microondas. Este processo deve provocar uma diminuição no fluxo dos raios cósmicos para energias acima de  $E_{GZK} \approx 5 \times 10^{19}$  eV se a distância percorrida por eles, ao se propagarem até a Terra for superior a

$\approx 50$  Mpc, conforme mostrado na figura 1.10<sup>4</sup>. Estes píons produzidos sofrem decaimento, dando origem a  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ , fótons e  $e^\pm$ . Conforme mencionado anteriormente, os fótons e  $e^\pm$  têm suas energias atenuadas rapidamente, produzindo cascatas eletromagnéticas, enquanto que os neutrinos, devido a sua baixa seção de choque, praticamente não perdem energia, a não ser pelo efeito da expansão do universo.

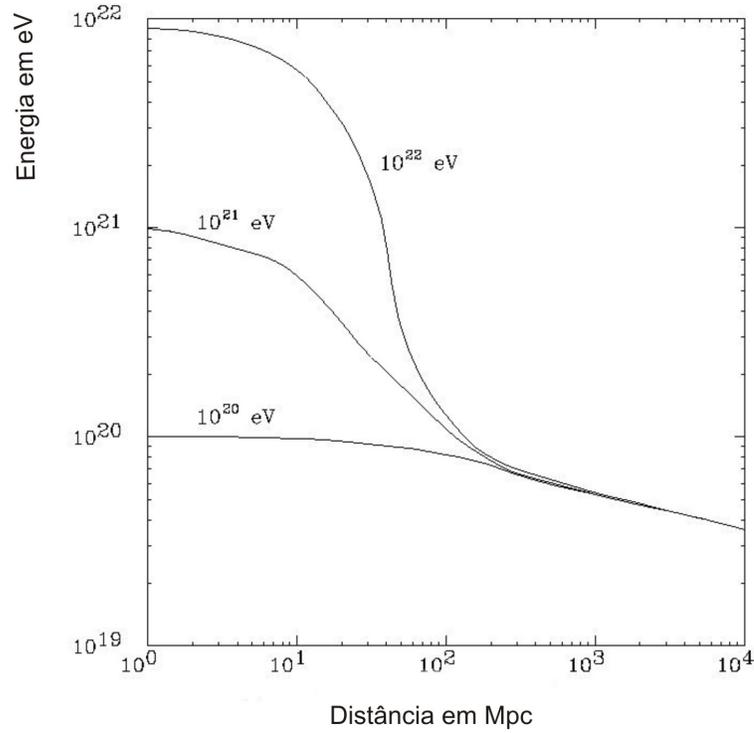


Figura 1.10: Cálculo do comportamento da energia de um próton em função da distância percorrida [1,37], para energias iniciais de  $10^{20}$ eV,  $10^{21}$ eV e  $10^{22}$ eV. Figura extraída da referência [2].

Os processos de atenuação de energia para raios cósmicos mais massivos, como prótons e núcleos atômicos, ocorrem, com maior relevância, para energias acima de  $E_{GZK}$ . A atenuação de energia para estes elementos, com energias superiores a  $E_{GZK}$  deve-se basicamente ao processo de criação de pares e ao efeito da expansão do universo. Em consequência, é esperado um acúmulo de raios cósmicos com energias em torno de  $E_{GZK}$ , além da diminuição do fluxo para energias superiores a este valor.

<sup>4</sup>É importante ressaltar que este gráfico supõe que a fotoprodução de píons é um processo de perda de energia contínua, que não é uma hipótese muito boa. O caráter estocástico deste processo conduz a um horizonte GZK maior.

Recentemente, a Colaboração Auger publicou trabalho relatando evidência de supressão do fluxo de raios cósmicos com energia acima de  $10^{19}$  eV [38], confirmando o corte GZK, previsto há mais de 40 anos. A figura 1.11 apresenta o fluxo diferencial medido pela Colaboração Auger para a faixa de energia do corte GZK e uma comparação com o fluxo medido por Hires I.

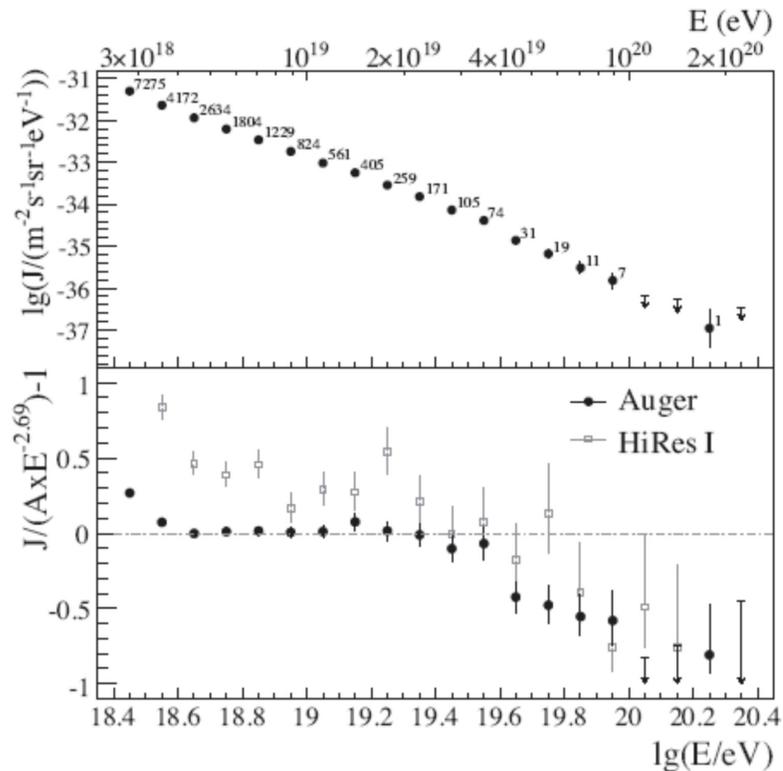


Figura 1.11: Fluxo diferencial em função da energia, com incertezas experimentais. Abaixo: Comparação entre os fluxos medidos por Auger e Hires I com um espectro de índice espectral igual a 2,69. Figura extraída de [38].

Terminamos, deste modo, uma breve descrição das características da radiação cósmica, contemplando suas questões ainda em aberto e seus modelos de aceleração e propagação. Trataremos, no próximo capítulo, da detecção destas partículas, focalizando nos métodos empregados pelo Observatório Pierre Auger.

## Capítulo 2

# Detecção de Raios Cósmicos e o Observatório Pierre Auger

Os raios cósmicos podem ser detectados direta ou indiretamente. As detecções diretas, possibilitadas por meio de instrumentos transportados em balões, aviões, ou em órbita em torno da Terra, são entendidas como aquelas nas quais as primeiras reações da radiação incidente ocorrem no interior do detector ou muito próximas deste.

A exigência de uma quantidade suficiente de matéria para a deposição de energia da partícula incidente, é fundamental para a estimativa de sua energia, o que aliada à dificuldade de colocação, permanência e operação de detectores a elevadas altitudes, ou mesmo fora da Terra, restringe o intervalo de energias possíveis de determinação. Com isso, a energia máxima para detecção direta dos raios cósmicos é limitada a  $\sim$  GeV. Contudo, a qualidade da identificação da composição da radiação incidente é sua grande vantagem.

Logo após a descoberta da radiação cósmica, iniciou-se a desconfiança sobre se, de fato, a radiação observada era primária. Posteriormente, com os estudos de Pierre Auger, percebeu-se, que a radiação observada era, na verdade, proveniente da interação da partícula primária com a atmosfera, produzindo uma cascata de partículas conhecida como chuva atmosférica extensa (*Extensive Air Shower, EAS*).

Em um modelo simplificado de um chuva atmosférica [39], um fóton de energia  $E_0$  atravessa uma quantidade de matéria  $\lambda$ , interagindo com esta e gerando um par  $e^+e^-$  com energia dividida em partes iguais. Ambas as partículas produzidas percorrem, igualmente, uma distância equivalente a uma quantidade de matéria  $\lambda$ , e então, interagem, produzindo, cada uma, um fóton por emissão Bremsstrahlung, totalizando

4 partículas com energia  $E_0/4$ . Após percorrerem novamente a distância  $\lambda$ , cada fóton e cada lépton produzem, por criação de pares e emissão Bremsstrahlung, outras destas partículas, agora com energia  $E_0/8$ . O processo é repetido sucessivamente até que suas energias não sejam mais suficientes para a produção de novas partículas. Deste modo, o número de partículas de um chuvaire cresce inicialmente, atinge um valor máximo e finalmente decresce.

Hádrons geram vários outros hádrons nas colisões, e através do decaimento dos píons produzidos dão origem à  $\mu^\pm$  e  $\gamma$ . Enquanto os raios  $\gamma$  produzem a cascata eletromagnética já mencionada, múons, por não sofrerem interação forte e não produzirem emissão Bremsstrahlung significativa, devido a sua massa relativamente grande em comparação com elétron, percorrem toda a atmosfera com baixa probabilidade de sofrerem decaimentos.

Assim, distinguem-se três componentes nos chuvaires atmosféricos extensos: componentes muônica e eletromagnética, observadas a grandes distâncias do eixo do chuvaire, e a componente hadrônica, concentrada principalmente em torno da direção do primário.

Para chuvaires iniciados por raios cósmicos de energias superiores a  $10^{15}$  eV, o elevado número de partículas que atingem o solo torna possível o estudo de raios cósmicos de modo indireto, a partir da detecção destas partículas.

## 2.1 O Observatório Pierre Auger

O Observatório de raios cósmicos Pierre Auger [?,2,40], cujo sítio sul, figura 2.1, situa-se em Malargüe, província de Mendoza, Argentina, foi concebido com o objetivo de investigar as questões relacionadas à origem dos raios cósmicos de energia ultra-alta, sua composição e sua propagação até nosso planeta. Estas questões constituem um problema que permanece em aberto desde a observação dos primeiros raios cósmicos com energia de  $10^{20}$  eV, em 1960.

O sítio sul do observatório toma dados de maneira estável desde janeiro de 2004 e encontra-se completo desde julho de 2008. Sua rede de detectores cobre uma área de  $\sim 3000$  km<sup>2</sup> e foi projetada com o propósito de proporcionar uma mudança na escala de estatística, em comparação com experimentos anteriores, fator limitante no estudo de raios cósmicos nesta região de energia. Constituem-se em objetivos adicionais: a



Figura 2.1: Região na Argentina coberta pelo array dos detectores do Observatório Pierre Auger. Os pontos azuis representam as posições ocupadas pelos tanques Cherenkov. As linhas violeta indicam os ângulos de observação da cada telescópio de fluorescência

melhoria da qualidade dos dados, devido à configuração híbrida do detector, com o ineditismo do uso de detectores de superfície e fluorescência juntos além da construção de dois sítios, um em cada hemisfério, permitindo a cobertura total do céu. O sítio norte, será localizado no Colorado, Estados Unidos e se encontra em fase de projeto.

### 2.1.1 Detectores de Superfície

O sítio sul do Observatório Pierre Auger apresenta 1600 detectores, distantes 1,5 km entre si, distribuídos segundo uma grade triangular. Estes detectores são tanques cilíndricos, com 10 m<sup>2</sup> de área e 1,2 m de altura, contendo ~ 12000 litros de água demineralizada com alto grau de pureza, além de três fotomultiplicadoras dispostas em sua parte superior. A figura 2.2 apresenta um esquema de um tanque de detecção de superfície com seus constituintes.

Quando uma partícula carregada se propaga em um meio com velocidade acima da velocidade da luz no meio em questão, emite radiação na faixa do visível. Esta luz é, então, detectada pelas fotomultiplicadoras. Cada tanque possui uma unidade eletrônica para processamento local dos sinais gerados pelas fotomultiplicadoras, que posteriormente, em caso de um evento de interesse, manda os dados para uma central via rádio. Cada tanque é uma unidade autônoma, que produz sua própria energia com painéis solares. Quando

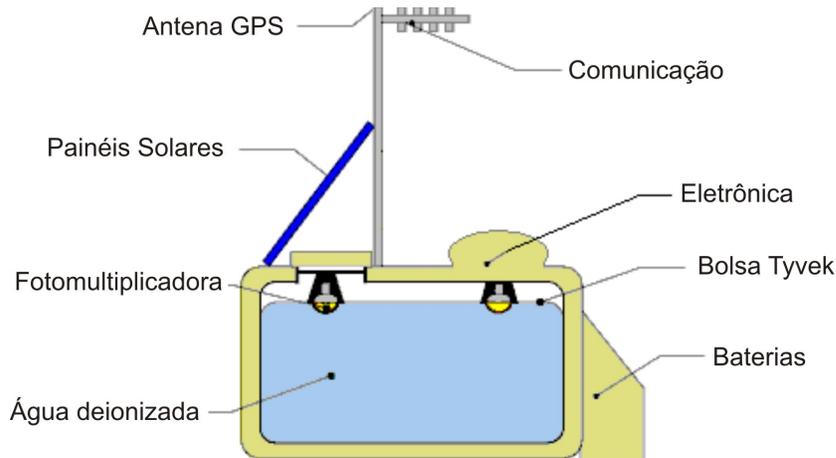


Figura 2.2: Tanque de detecção de superfície e seus constituintes.

vários tanques disparam simultaneamente, indicando a passagem de um chuveiro atmosférico extenso, a central do laboratório recebe um sinal para armazenamento dos dados de cada tanque. Posteriormente, em análise *off-line*, as medidas da diferença de tempo de disparo dos tanques fornece a geometria do chuveiro, indicando de qual direção do céu veio o evento, enquanto a intensidade dos sinais, analisada no conjunto de tanques disparados, fornece a energia da partícula primária.

### 2.1.2 Detectores de Fluorescência

Os telescópios de fluorescência [40] são constituídos por espelhos esféricos, contando com um conjunto de fotomultiplicadoras sobre a superfície focal. Estes detectores foram construídos para detectar a luz que é gerada na atmosfera no rastro do chuveiro atmosférico extenso, pela de-excitação das moléculas de nitrogênio<sup>1</sup>, após colidirem com as partículas do chuveiro. Os telescópios, dessa forma, podem medir o desenvolvimento do chuveiro atmosférico ao longo da atmosfera, e podem fornecer a energia da partícula primária através da conversão em energia correspondente ao total de fótons coletados. O uso de vários telescópios operando em coincidência, também permite uma reconstrução estereoscópica da geometria do chuveiro, indicando a direção de origem do primário. O Observatório conta com 24 telescópios distribuídos em 4 estações com 6 telescópios cada, que cobrem 30° em elevação e 30° em azimute. Assim cada estação

<sup>1</sup>As moléculas sofrem de-excitação tanto por colisões com outras moléculas como por emissão de fótons (que compõem a luz de fluorescência)

“observa” uma região de  $180^\circ$  em azimute e  $30^\circ$  em elevação, apontados para a região completa coberta pelos detectores de superfície. A figura 2.3 mostra a representação de uma estação com seus 6 telescópios, enquanto que a figura 2.4 representa um telescópio de fluorescência com seus constituintes.

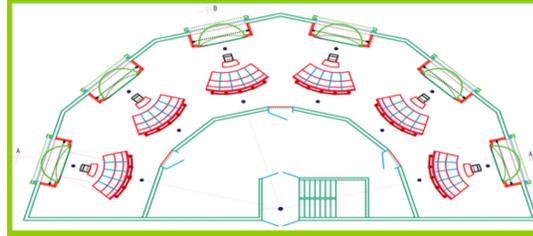


Figura 2.3: Representação de uma estação com seus 6 telescópios de fluorescência.

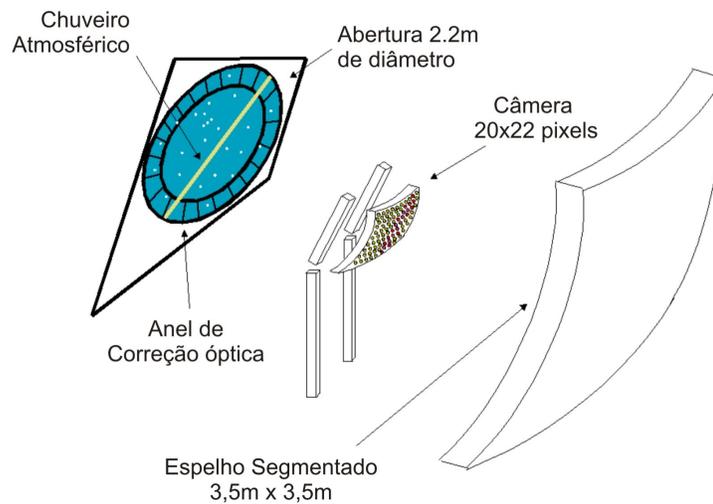


Figura 2.4: Representação de um telescópio de fluorescência com seus constituintes.

Esse modo de operação conjunta é denominado método de detecção híbrido e é um fator diferencial do Observatório Pierre Auger em relação a outros experimentos, uma vez que é possível combinar as vantagens das duas técnicas e reduzir os erros sistemáticos inerentes aos modos de operação quanto utilizado em separado.



## Capítulo 3

# Mapas Celestes

A representação da esfera celeste segmentada em pixels<sup>1</sup> é importante ferramenta no estudo de anisotropias de larga e pequena escala. A filtragem de um mapa<sup>2</sup>, com a finalidade de amplificar a razão sinal/ruído, e sua análise estatística, através da construção de mapas de probabilidade e mapas de significância, desempenham papel crucial para o estudo de anisotropias.

### 3.1 Mapas de Eventos

O mapa de eventos é também conhecido como mapa de densidade e possui em cada um de seus pixels o número de raios cósmicos detectados para cada direção do céu. A figura 3.1 apresenta mapas de eventos obtidos através de simulação com 100.000 eventos, considerando um detector perfeito, que observa eventos uniformemente, com eficiência total, em todas as direções da esfera celeste (exposição total) e um com exposição parcial<sup>3</sup> similar ao Observatório Pierre Auger.

### 3.2 Mapas de Cobertura

O mapa de cobertura é um elemento indispensável ao estudo de anisotropias da radiação cósmica, uma vez que cada um de seus pixels possui o número médio esperado de raios cósmicos, segundo uma distribuição isotrópica de eventos, convoluída com a aceitação do detector. Assim, o mapa de cobertura depende da

---

<sup>1</sup>Neste trabalho, esta representação das direções na esfera celeste segmentada em pixels será chamada de mapa celeste.

<sup>2</sup>No contexto de tratamento de imagens, a expressão “filtragem” refere-se à convolução entre a imagem e uma função que leve em conta a resolução da imagem. Este processo de filtragem também é chamado de suavização.

<sup>3</sup>Doravante, quando nos referirmos à exposição parcial, estamos nos referindo à exposição do Observatório Pierre Auger.

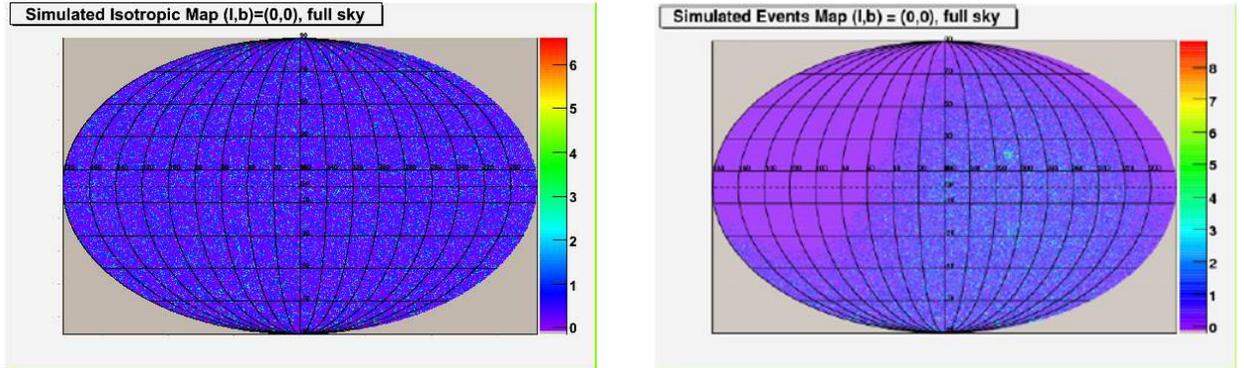


Figura 3.1: Mapas de eventos em coordenadas galácticas, obtidos com simulações isotrópicas de 100.000 eventos detectados para o caso ideal de um detector esférico perfeito (à esquerda) e um detector similar ao Observatório Pierre Auger (à direita).

localização geográfica do sítio do detector e das características deste. As características do chuva gerado por um raio cósmico primário dependem das condições meteorológicas do sítio de observação, da sua natureza, energia e ângulo de incidência. Assim, mesmo que as condições geométricas do detector sejam simuladas perfeitamente, as condições meteorológicas tornam necessário a obtenção do mapa de cobertura a partir dos eventos registrados pelo detector, sendo muito importante que uma eventual anisotropia presente no conjunto de dados seja diluída completamente no mapa de cobertura. Os métodos de obtenção de mapas de cobertura empregados dentro da Colaboração Pierre Auger são baseados na distribuição em ângulo zenital dos eventos detectados. Isto se deve ao fato de que a distribuição em  $\theta$  dos eventos é muito pouco afetada por uma possível anisotropia presente no conjunto de dados. A figura 3.2 mostra as distribuições em ângulo zenital para situações de distribuições isotrópica e dipolar (na direção  $\alpha = 0$ ,  $\delta = -45^\circ$ ) com a aceitação do sítio sul do Observatório Pierre Auger.

Contrariamente a isto, a distribuição em ângulo azimutal é extremamente afetada por uma anisotropia. A figura 3.3 ilustra as diferenças entre as distribuições em ângulos azimutal para situações de distribuições isotrópica e dipolar (na direção  $\alpha = 0$ ,  $\delta = -45^\circ$ ) com exposição parcial.

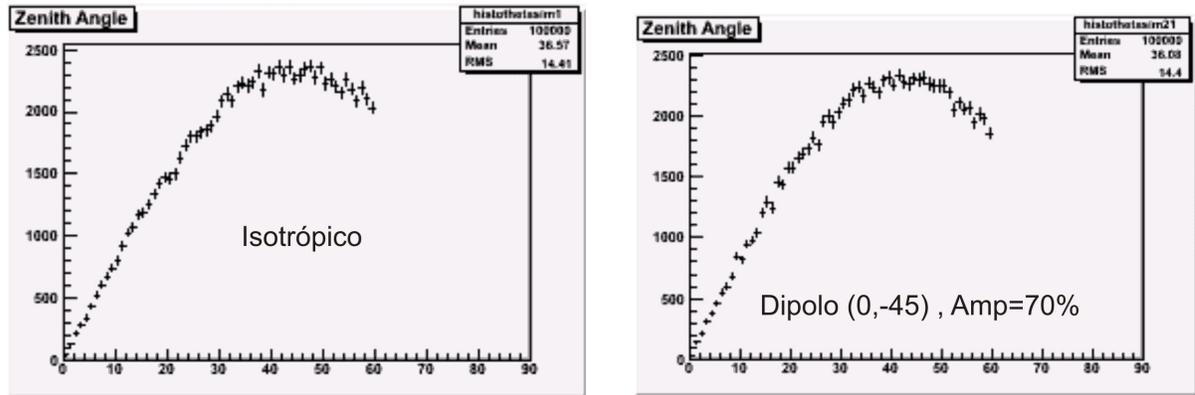


Figura 3.2: Distribuições em ângulo zenital para eventos simulados isotropicamente (esquerda) e com 70% de dipolo em ( $\alpha = 0$ ,  $\delta = -45^\circ$ ) (direita) segundo a aceitação do Observatório Pierre Auger.

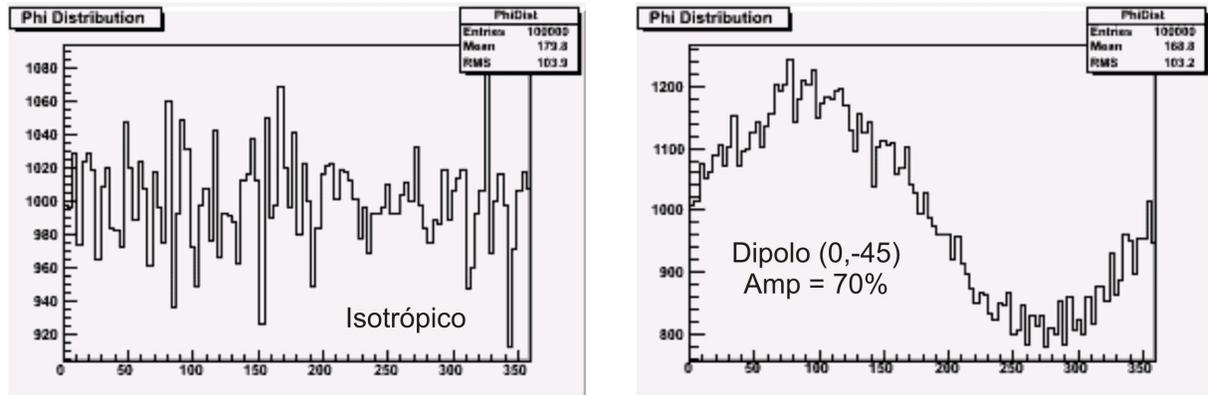


Figura 3.3: Distribuições em ângulo azimutal para eventos simulados isotropicamente (esquerda) e com 70% de dipolo em ( $\alpha = 0$ ,  $\delta = -45^\circ$ ) (direita) segundo a aceitação do Observatório Pierre Auger.

### 3.2.1 Método de Embaralhamento

O método de embaralhamento<sup>4</sup> tem como objetivo produzir falsos conjuntos de dados isotrópicos convoluídos com a aceitação do detector. Para isso, baseia-se no embaralhamento dos tempos de chegada dos eventos observados pelo detector de superfície dentro de intervalos de ângulo zenital  $\theta$ , para uma faixa de energia desejada. A preservação da distribuição em ângulo zenital e o embaralhamento de suas coordenadas temporais leva a uma isotropização do conjunto de dados obtido. Com isso, produz-se uma

<sup>4</sup>O método de embaralhamento também é conhecido por suas denominações na língua inglesa “*shuffling*” e “*scrambling*”.

grande quantidade de falsos conjuntos isotrópicos de dados, que carregam consigo informações do detector, tais como exposição, temperatura, pressão, etc. Toma-se a média destes e obtém-se, portanto, o número médio esperado de eventos segundo distribuição isotrópica convoluída com a aceitação do detector. Além disso, é preferível gerar a distribuição em ângulo azimutal uniformemente a embaralhar esta variável, visto que sua distribuição é sensível a anisotropias presentes nos dados. As variáveis de tempo embaralhadas em geral são o Dia Juliano (JD<sup>5</sup>), e o Tempo Universal Coordenado (UTC<sup>6</sup>), relacionadas a variações sazonais e diurnas, respectivamente.

### 3.2.2 Método Semi-Analítico

Este método, proposto por [41], é obtido a partir do ajuste da distribuição em ângulo zenital dos eventos detectados e da aplicação de integrais numéricas para incluir considerações acerca de variações da aceitação com tempo, temperatura, pressão, etc. A aceitação é a probabilidade de se detectar no instante  $t$  um raio cósmico proveniente de um ângulo sólido  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  centrado na direção  $(\theta, \phi)$ . O mapa de cobertura é obtido somando-se a aceitação sobre todos os períodos de tempo, ou seja,

$$C(\alpha, \delta) = \int_{tmin}^{tmax} a[\theta(\alpha, \delta, t), \phi(\alpha, \delta, t), t] dt. \quad (3.1)$$

O detector de superfície do Observatório Pierre Auger foi construído de tal maneira a obter uma aceitação independente do azimute, levando em conta a simetria de revolução devido à rotação da Terra. Utilizando-se o critério de seleção T5<sup>7</sup>, isto é verdade mesmo para o caso de análise de dados detectados com o sítio do observatório ainda incompleto. Além disso, o sítio encontra-se completo desde julho de 2008 e, desta forma, para os dados detectados desde então a energias mais elevadas, onde os efeitos instrumentais e atmosféricos são desprezíveis, a aceitação depende somente do ângulo zenital  $\theta$  e a cobertura depende somente da declinação  $\delta$ , podendo ser escrita como

$$C(\delta) = \int_0^{24h} a[\theta(\alpha, \delta, t)] dt, \quad (3.2)$$

---

<sup>5</sup>Dia juliano, JD (acrônimo de *Julian Day*), é um método de contar dias e frações de dia sequencialmente, começando em uma data de referência, correspondente ao meio-dia de 1º de janeiro de 4713 antes de Cristo, pelo calendário Gregoriano.

<sup>6</sup>UTC (acrônimo de *Universal Time Coordinated*) é o fuso horário de referência a partir do qual se calculam todas as outras zonas horárias do mundo.

<sup>7</sup>O critério de seleção T5 é definido e explicado na seção 4.1.2.

na qual a soma é feita para um dia solar, que corresponde a uma volta da Terra sobre si própria.

### 3.2.3 Influência de anisotropias em mapas de cobertura

Conforme foi dito anteriormente, o mapa de cobertura não deve conter anisotropias presentes no conjunto de dados. Um mapa de cobertura que contenha anisotropias reduz a eficiência de detecção de anisotropias. Neste trabalho de doutorado, realizamos um estudo dos vieses introduzidos por anisotropias em mapas de cobertura para os métodos de embaralhamento e semi-analítico. Este estudo é baseado no trabalho apresentado em [41] com a introdução de filtragens nos mapas e considerações sobre o intervalo de energia do conjunto de dados. Para tal, simulou-se conjuntos de 100.000 eventos, segundo 2 tipos de distribuições: (a) isotrópica e (b) dipolares<sup>8 9</sup>. Com o objetivo de levar em conta a dependência da aceitação com a energia, simulou-se distribuições de eventos com aceitações referentes a 2 faixas de energia:  $E < 2$  EeV e  $E > 5$  EeV. As figuras 3.4 e 3.5 mostram a diferença entre as aceitações em ângulo zenital e declinação para  $E < 2$  EeV e  $E > 5$  EeV.

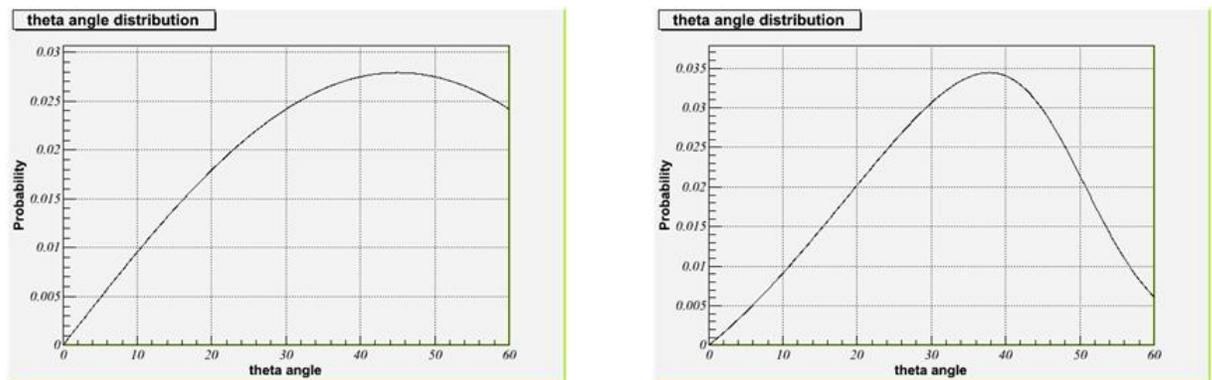


Figura 3.4: Distribuições em ângulo zenital para eventos detectados com  $E > 5$  EeV (esquerda) e  $E < 2$  EeV (direita).

A principal diferença na aceitação para as diferentes faixas de energia ocorre para eventos inclinados, com ângulos próximos de  $60^\circ$ . Estes eventos têm uma quantidade considerável de atmosfera a atravessar e, por isso, somente aqueles com energias mais elevadas conseguem ser detectados. É interessante observar

<sup>8</sup>Uma distribuição dipolar de amplitude  $\alpha$  é tal que intensidade da anisotropia varia de um fator  $(1+\alpha)$  em uma direção a um fator  $(1-\alpha)$  na direção oposta do céu.

<sup>9</sup>Foram simuladas anisotropias dipolares com amplitudes Amp = 5% e Amp = 20% nas seguintes direções:  $(\alpha = 0^\circ, \delta = 0^\circ)$ ,  $(\alpha = 0^\circ, \delta = -45^\circ)$  e  $(\alpha = 0^\circ, \delta = -90^\circ)$ .

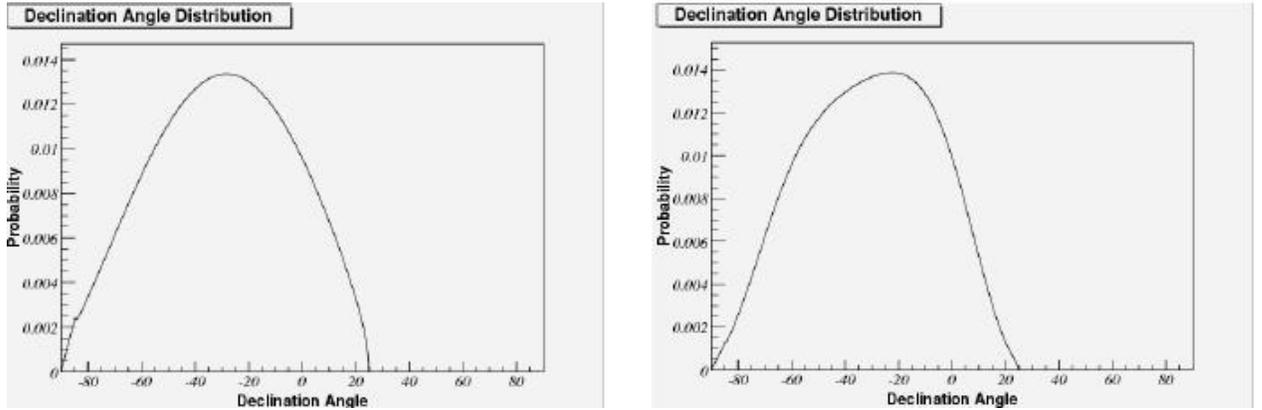


Figura 3.5: Distribuições em declinação para eventos detectados com  $E > 5$  EeV (esquerda) e  $E < 2$  EeV (direita).

que a seleção de eventos com  $\theta < 60^\circ$ <sup>10</sup> faz com que a cobertura seja limitada para  $\delta \leq 25^\circ$  e que, devido à localização geográfica do sítio, o pólo sul fica constantemente acima do seu horizonte, explicando o excesso de eventos nesta direção e o acentuado crescimento da aceitação na faixa de declinação entre  $-90^\circ$  e  $-85^\circ$ . Os mapas de coberturas correspondentes para eventos selecionados com  $E > 5$  EeV e  $E < 2$  EeV são mostrados na figura 3.6.

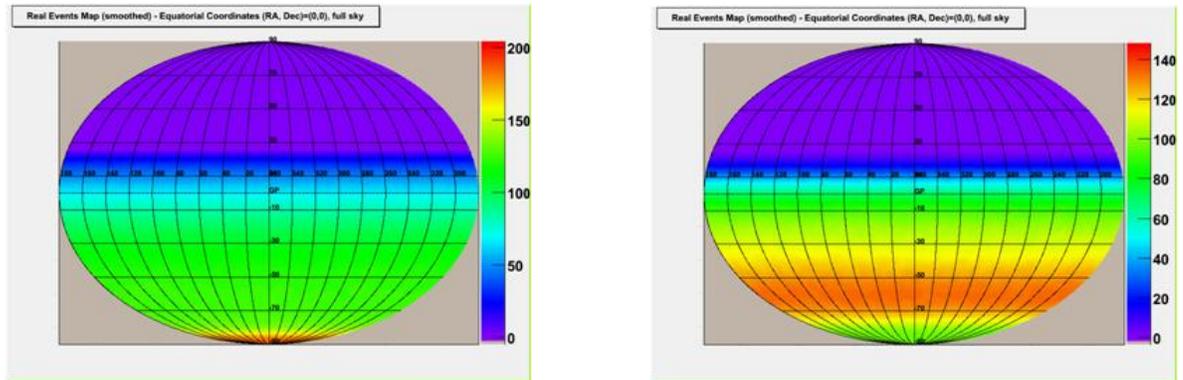


Figura 3.6: Mapas de cobertura, em coordenadas equatoriais, correspondentes a eventos selecionados com  $E > 5$  EeV (esquerda) e  $E < 2$  EeV (direita).

O mapa do viés  $M_{vies}$  é calculado segundo a expressão

<sup>10</sup>A rejeição de eventos com  $\theta > 60^\circ$  deve-se ao fato de que a incerteza na reconstrução da direção do raio cósmico primário é pior nesta faixa de ângulo zenital.

$$M_{vies} = \frac{M_{verd} - M_{cob}}{M_{verd}}, \quad (3.3)$$

na qual  $M_{verd}$  é a média de 1000 simulações de eventos isotrópicos convoluídos com a aceitação correspondente a cada faixa de energia e  $M_{cob}$  é o mapa de cobertura produzido, seja por embaralhamento ou pelo método Semi-Analítico.

Para levar em conta a resolução angular finita do observatório,  $\sigma \approx 1,5^\circ$  para eventos com  $E \gtrsim 10^{18}$  eV coletados pelo detector de superfície, utilizou-se mapas com pixels de resolução  $\sigma_{pix} = 0,49^{o11}$  convoluídos com filtro Gaussiano de parâmetro  $\sigma_{Gauss} = 1,5^\circ$ . Os filtros Gaussianos e demais filtros serão estudados na seção 3.3.

O resultado encontrado para esta análise é que ambos os métodos de produção de mapas de cobertura introduzem pequenos vieses  $\lesssim 2\%$ , com o método Semi-Analítico apresentando vieses um pouco menores do que o método de embaralhamento. Além disso, conclui-se que os vieses são maiores para declinações positivas, devido ao menor número de eventos vindos desta região, o que aumenta as flutuações estatísticas. Mais informações acerca deste estudo comparativo entre os métodos de produção de mapa de cobertura encontram-se no apêndice A. Por esta razão, as análises ao longo desta tese serão realizadas utilizando mapas de cobertura produzidos pelo método semi-analítico.

### 3.3 Filtragem de Mapas

A resolução angular finita do detector faz com que seja útil a aplicação de processos de filtragem em mapas de eventos e mapas de cobertura em virtude da nossa incapacidade de determinar com exatidão a direção de chegada de um raio cósmico detectado. Além disso, a filtragem do mapa otimiza a razão sinal-ruído, sendo esta maximizada quando o filtro leva em conta a função de resposta do detector.

O processo de filtragem consiste na convolução do filtro com o mapa a ser filtrado, sendo esta convolução dada por

$$M_s(\vec{n}_0) = K \int_{esfera} M(\vec{n})w(\vec{n}_0, \vec{n})d\Omega \quad (3.4)$$

---

<sup>11</sup>Esta resolução foi utilizada porque atende simultaneamente ao algoritmo de segmentação em pixels utilizado e ao critério de Nyquist, segundo o qual o tamanho do pixel deve ser menor do que metade da escala que se quer observar ( $\sigma = 1,5^\circ$ ).

com

$$K^{-1} = \int_{esfera} w(\vec{n}_0, \vec{n}) d\Omega, \quad (3.5)$$

na qual  $M(\vec{n})$  é o número de raios cósmicos na direção  $\vec{n}$  e  $w$  é uma função filtro que atribui um peso relativo a cada direção  $\vec{n}$  situada a uma distância angular  $\alpha$  da direção  $\vec{n}_0$  onde é feita a filtragem, de tal modo que seu valor seja grande para pequenas distâncias angulares  $\alpha$  e pequeno para grandes distâncias angulares. Os filtros mais utilizados em astronomia e astrofísica são o filtro Gaussiano  $\exp(-\alpha^2/(2\sigma^2))$  e o filtro Binário<sup>12</sup>,  $H(\sigma - |\alpha|)$ , onde  $H$  é a função degrau.

Na forma discreta, devido a segmentação em pixels, a densidade dos raios cósmicos sobre o pixel de índice  $k$ , correspondente à direção  $\vec{n}_k$ , é dada por

$$M_s(k) = \frac{\sum_i M(i)w(\vec{n}_k, \vec{n}_i)}{\sum_i w(\vec{n}_k, \vec{n}_i)} = \frac{\sum_i M(i)w(\alpha_i)}{\sum_i w(\alpha_i)}, \quad (3.6)$$

onde  $M(i)$  é a densidade de raios cósmicos associada ao pixel de índice  $i$  correspondente à direção  $\vec{n}_i$ .

### 3.3.1 Comparação entre os filtros Gaussiano e Binário

Um estudo comparativo entre os filtros gaussiano e binário [42], baseado em cálculos analíticos, mostra que o primeiro filtro é mais eficiente na amplificação da razão sinal-ruído que o último<sup>13</sup>. Além disso, a amplificação é maximizada quando a resolução do filtro gaussiano é igual à resolução da fonte. Para um filtro gaussiano com parâmetro  $\sigma$  diferente do parâmetro de resolução da fonte  $\sigma_f$  e chamando a razão entre estes parâmetros de  $\alpha = \sigma_f/\sigma$ , obtém-se

$$R_{Gauss}^\alpha = \left( \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1} \right) R_{Gauss}^1 \quad (3.7)$$

na qual  $R_{Gauss}^\alpha$  é a amplificação da razão sinal-ruído para um parâmetro de resolução  $\sigma = \sigma_f/\alpha$ , o que mostra que  $R_{Gauss}^\alpha \leq R_{Gauss}^1$ . Além disso, para filtros binário,  $W_\alpha(\Omega) = H(\theta - \beta\sigma)$ , onde  $\beta$  é a distância em unidades de  $\sigma$  até a qual é estendida a região de integração, tem-se que

<sup>12</sup>O filtro binário também é conhecido por sua denominação na língua inglesa “*Top-Hat*” (chapéu reto) devido a sua forma.

<sup>13</sup>Mais detalhes sobre os filtros gaussiano e binário encontram-se no apêndice B

$$R_{Gauss}^\beta = 2 \left( \frac{1 - e^{-\beta^2/2}}{\beta} \right) R_{Gauss}^1, \quad (3.8)$$

sendo  $\beta = 1,585$  o valor que maximiza  $R_\beta$ , ou seja,  $R_\beta = 0,9 \times R_{Gauss}$ . Isto mostra que o filtro binário é sempre menos eficiente do que o filtro gaussiano na amplificação da razão sinal-ruído.

### 3.4 Mapas de Probabilidades e de Significâncias

Uma vez produzidos os mapas de eventos  $M_{evt}$  e de cobertura  $M_{cob}$ , determina-se o excesso/déficit de raios cósmicos de uma determinada direção, construindo o mapa da diferença  $M_{dif}$ , isto é,  $M_{dif} = M_{evt} - M_{cob}$ . A figura 3.7 é uma representação esquemática deste processo.

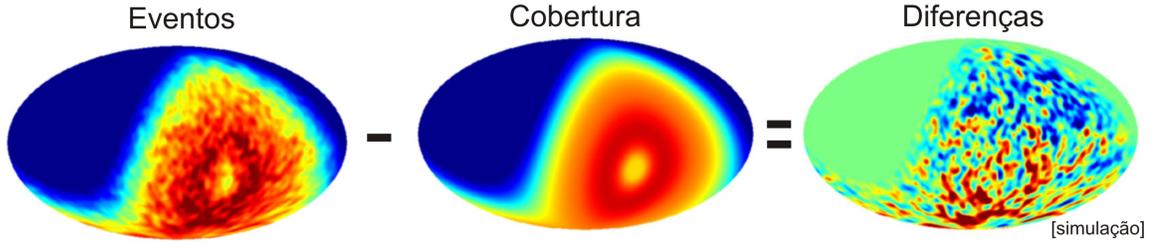


Figura 3.7: Representação esquemática da construção do mapa da diferença.

Entretanto é preciso determinar a probabilidade de que tal excesso/déficit seja obtido a partir de flutuações estatísticas de uma distribuição isotrópica, conforme será estudado agora.

Sabe-se que se um evento é produzido de maneira aleatória a uma dada taxa, e se a probabilidade de ocorrência de outro evento é independente deste, a probabilidade de encontrar  $r$  eventos quando são esperados  $\mu$  é dada pela lei de Poisson:

$$P(r; \mu) = e^{-\mu} \frac{\mu^r}{r!} \equiv P(\mu), \quad (3.9)$$

onde  $\mu$  é o número médio de eventos esperados e  $r$  é número de eventos detectados, sendo importante lembrar que a variância da distribuição de Poisson é igual a sua média  $\mu$ .

O número de raios cósmicos em cada pixel segue uma lei de Poisson de variável  $r = M_k$  e parâmetro  $\mu = M_{f,k}$ , onde  $M_k$  e  $M_{f,k}$  são, respectivamente, a densidade de raios cósmicos detectados e esperados,

extraídos do pixel de índice  $k$  dos mapas de evento e de cobertura, respectivamente. Deste modo, o mapa de probabilidades possuem em cada pixel a probabilidade de que um céu isotrópico forneça, para o pixel de índice  $k$ , um número de raios cósmicos superior ao observado, sendo esta probabilidade dada por

$$P_k[n > r; \mu] = \sum_{n>r} P(n; \mu). \quad (3.10)$$

Outra alternativa para a análise estatística dos mapas é utilizar a significância da variável aleatória  $r$  para determinar a que ponto um determinado resultado se afasta do esperado devido a flutuações estatísticas. Um bom estimador para a significância é dado por

$$S(k) = \frac{r - \langle r \rangle}{\sigma(r)}, \quad (3.11)$$

com a distribuição de  $S$  possuindo média  $\langle S \rangle$  igual a 0 e variância  $\sigma^2(S)$  igual a 1.

Com o propósito de usar um estimador para a significância que não introduza viés, optou-se, neste trabalho, pela utilização da estatística de Li e Ma [43], utilizada com muito sucesso em astronomia de raios  $\gamma$ .

### 3.4.1 Estatística de Li e Ma

No contexto da astronomia  $\gamma$ , um detector de fótons aponta para a direção de um objeto candidato à fonte, durante um certo intervalo de tempo  $t_{on}$  e conta  $N_{on}$  fótons. Em seguida, o telescópio efetua uma medida de fótons, em uma região supostamente desprovida de fonte, durante um intervalo de tempo  $t_{off}$  e conta  $N_{off}$  fótons. O número de fótons do fundo que participaram da medida  $N_{on}$  pode ser estimado por

$$\hat{N}_B = \alpha N_{off}, \quad (3.12)$$

com  $\alpha = t_{on}/t_{off}$ . O sinal observado, isto é, o número de fótons provenientes da fonte, é

$$N_S = N_{on} - \hat{N}_B = N_{on} - \alpha N_{off}. \quad (3.13)$$

Supondo que todos os fótons observados sejam provenientes do fundo,  $N_{on}$  e  $N_{off}$  seguem uma lei de Poisson de parâmetros  $\langle N_B \rangle$  e  $\frac{\langle N_B \rangle}{\alpha}$ , e a variância de  $N_S$  é escrita como

$$\sigma^2(N_S) = \sigma^2(N_{on}) + \alpha^2 \sigma^2(N_{off}) = (1 + \alpha) \langle N_b \rangle. \quad (3.14)$$

Sob estas hipóteses, o estimador de  $\hat{N}_B$ , dado pela equação 3.12, é

$$\langle \hat{N}_B \rangle = \frac{N_{on} + N_{off}}{t_{on} + t_{off}} t_{on} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} (N_{on} + N_{off}). \quad (3.15)$$

A significância de  $N_S$  é então

$$S = \frac{N_{on} - \alpha N_{off}}{\sqrt{(1 + \alpha) \langle N_B \rangle}} = \frac{N_{on} - \alpha N_{off}}{\sqrt{\alpha (N_{on} + N_{off})}}. \quad (3.16)$$

No caso em que o número de fótons não é tão pequeno ( $N_{on} \gtrsim 10$  e  $N_{off} \gtrsim 10$ ),  $N_S$  segue aproximadamente uma lei normal.

Outro método proposto pelos autores para estimar a significância do sinal consiste em testar a hipótese “nula”: todos os fótons são provenientes do fundo, isto é,  $\langle N_S \rangle = 0$ . Se esta hipótese é correta e  $N_{on}$  e  $N_{off}$  não são tão pequenos, então  $\sqrt{-2 \ln \lambda}$  pode ser tomado como a significância estatística do sinal, com

$$\lambda = \frac{Pr(N_{on}, N_{off} | \langle N_S \rangle = 0, \langle \hat{N}_B \rangle_c)}{Pr(N_{on}, N_{off} | \langle \hat{N}_S \rangle, \langle \hat{N}_B \rangle)} \quad (3.17)$$

onde  $Pr(X|\Theta)$  é a probabilidade de observar  $X$  dado  $\Theta$ . No caso geral,  $\langle \hat{N}_S \rangle$  e  $\langle \hat{N}_B \rangle$  podem ser calculados utilizando as equações 3.12 e 3.13. Se a hipótese nula é verdadeira, o estimador condicional de máxima verossimilhança é calculado usando a equação 3.15. Deste modo obtêm-se

$$S = \sqrt{2} \left\{ N_{on} \ln \left[ \frac{1 + \alpha}{\alpha} \left( \frac{N_{on}}{N_{on} + N_{off}} \right) \right] + N_{off} \ln \left[ (1 + \alpha) \left( \frac{N_{off}}{N_{on} + N_{off}} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.18)$$

As razões estatísticas e os cálculos são desenvolvidos no artigo original [43]. A distribuição de significâncias calculadas desta maneira seguem bem uma lei normal e conclui-se, utilizando métodos de Monte Carlo, que esta técnica de análise produz os resultados mais satisfatórios.

A equação 3.18 deve ser adaptada para o estudo de raios cósmicos de altas energias. Diferentemente de um telescópio de raios  $\gamma$ , o detector de superfície do Observatório Pierre Auger opera continuamente e todo dia cobre a mesma região do céu. Por consequência, todos os eventos  $N_{tot}$  que são utilizados para

construir o mapa de eventos são considerados como provenientes do fundo dos raios cósmicos:  $N_{off} = N_{tot}$ .  $N_{on}$  é o número de raios cósmicos  $M_k$  localizados dentro do pixel de índice  $k$  do qual se deseja calcular a significância estatística. A variável  $\alpha$  é, então, a razão entre o número de eventos esperados  $M_{f,k}$  no mesmo pixel de índice  $k$  do mapa de cobertura e  $N_{off}$ , ou seja,

$$\alpha = \frac{M_{f,k}}{N_{off}}. \quad (3.19)$$

Além disso, o processo de filtragem dos mapas, com a finalidade de amplificar a razão sinal/ruído, torna necessária a introdução de um fator de correção para o cálculo da significância, conforme será abordado na próxima seção.

### 3.4.2 Influência da filtragem em Mapas de Probabilidades e de Significâncias

No mapa filtrado, a contagem em cada pixel não mais segue uma lei de Poisson, visto que o valor para cada pixel é uma média ponderada sobre as variáveis  $M(k)$  do mapa de eventos. Com isso, tanto o mapa de probabilidades quanto o mapa de significâncias são afetados, pois  $P[r > M_s(k); M_f(k)] \neq P[r > M(k); M_f(k)]$  e a significância  $S$  não segue mais uma lei Normal  $N(0, 1)$ , exceto para o filtro binário, cuja contagem limita-se a pesar os eventos com 0 ou 1, caso o evento esteja dentro da resolução angular do filtro ou não. Isto torna necessário a aplicação de um fator de correção para a significância estatística de cada pixel. A figura 3.8 ilustra a importância deste fator de correção, apresentando distribuições da significância  $S$  calculadas sobre um mapa convoluído com filtro gaussiano, com e sem o fator de correção.

O fator de correção leva em conta que a contagem em cada pixel<sup>14</sup>  $X$  é a soma dos pesos individuais de cada evento. Para  $N$  eventos tem-se que  $X = \sum_{i=1}^N w_i$ , com média, peso quadrático médio e variância dados por

$$X = \sum_{i=1}^N \langle w_i \rangle = N \langle w \rangle \quad (3.20)$$

$$\langle X^2 \rangle = \sum_{i=1}^N \langle w_i^2 \rangle + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \langle w_i \rangle \langle w_j \rangle = N \langle w^2 \rangle + N^2 \langle w \rangle^2 \quad (3.21)$$

---

<sup>14</sup>Mais detalhes acerca da contagem em cada pixel no mapa filtrado estão contidos no apêndice C

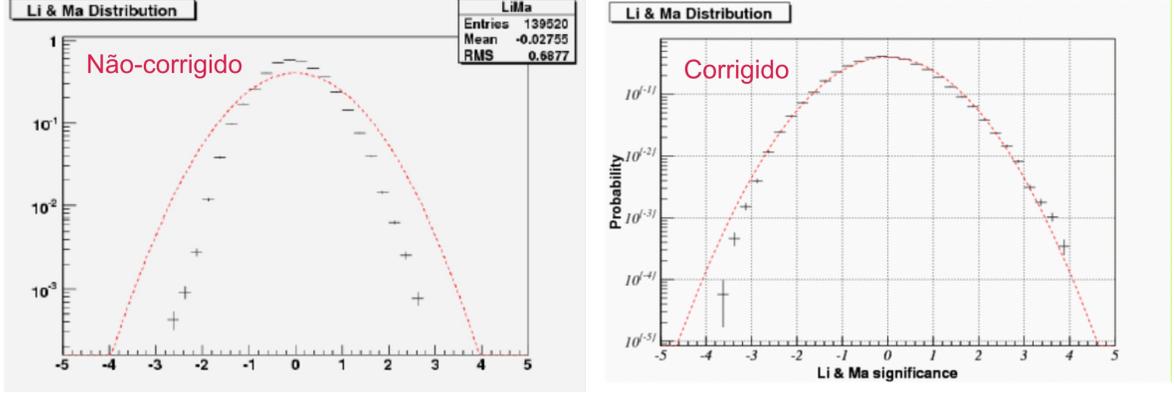


Figura 3.8: Distribuição de significâncias para um mapa gerado segundo uma distribuição isotrópica convoluído com filtro gaussiano de parâmetro  $\sigma = 2^\circ$ . A ausência de correção devido ao filtro faz com que a distribuição à esquerda não siga uma lei normal, diferentemente da figura à direita, na qual o fator de correção é aplicado.

e

$$\sigma^2(X) = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 = N \langle w^2 \rangle. \quad (3.22)$$

Os momentos estatísticos apresentados tornam evidente a necessidade do fator de correção, pois  $\langle X \rangle \neq \sigma^2(X)$ , diferentemente do que seria esperado se a distribuição de  $X$  seguisse uma lei clássica poissoniana. Utilizando o estimador da significância  $S$  dado por 3.11, a média e a variância da significância  $S$  são dadas por

$$\langle S \rangle = \left\langle \frac{X - \langle X \rangle}{\sqrt{\langle X \rangle}} \right\rangle = 0 \quad (3.23)$$

e

$$\sigma^2(S) = \langle S^2 \rangle = \frac{\langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle}{\langle X \rangle} = \frac{\sigma^2(X)}{\langle X \rangle} = \frac{\langle w^2 \rangle}{\langle w \rangle}. \quad (3.24)$$

Deste modo, a distribuição da significância  $S$  pode ser modelada por uma lei normal  $N(0, \frac{\langle w^2 \rangle}{\langle w \rangle})$ , sendo, portanto, necessário multiplicar o valor da significância obtida para cada pixel por  $\sqrt{\frac{\langle w \rangle}{\langle w^2 \rangle}}$  para que a distribuição da significância  $S$  siga uma lei Normal  $N(0, 1)$ .

Agora que as técnicas de análise foram apresentadas e estudadas de mapas celestes, estamos áptos para aplicá-las ao estudo de anisotropias de pequena e larga escalas, temas dos próximos capítulos.

## Capítulo 4

# Anisotropias de pequena escala

Anisotropias de pequena escala são aquelas relacionadas à detecção de fontes pontuais. Neste capítulo analisaremos a possibilidade de emissão de raios cósmicos de energia ultra-alta correlacionados com detecções de radiação gama em intervalos de energias mais baixas em dois casos: o surto gigante, detectado em dezembro de 2004, associado ao SGR 1806-20 e excessos significativos reportados pela colaboração JANZOS em direções da esfera celeste sem correlação com fontes conhecidas. Ambas análises são realizadas utilizando a significância estatística de Li e Ma. Por fim, investigamos a utilização de filtros de *wavelets* como ferramentas para detecção de fontes pontuais, comparando-os com filtros padrões utilizados em análise de imagens da radiação cósmica e aplicamos esta ferramenta ao caso do surto gigante do SGR 1806-20.

### 4.1 Procura de UHECR's vindos do SGR 1806-20 em dados do Observatório Pierre Auger

SGR's<sup>1</sup> são um tipo extremo de pulsares de raios-X que esporadicamente emitem pequenas erupções de raios  $\gamma$  de baixa energia com picos durando cerca de 0,1 s [44]. São distinguidos de GRB's<sup>2</sup> e AXP's<sup>3</sup> [45] apesar de apresentarem algumas similaridades. Em suas erupções, a emissão dos picos ocorre repetidamente com períodos da ordem de 5-10 s e com luminosidade  $\sim 10^{36}$  erg/s. Estes objetos são associados a magnetares, estrelas de nêutrons muito densas com campos magnéticos  $\sim 10^{15}$  G.

---

<sup>1</sup>Acrônimo do inglês *Soft Gamma-Ray Repeaters*.

<sup>2</sup>Acrônimo do inglês *Gamma-Ray Burst*.

<sup>3</sup>Acrônimo do inglês *Anomalous X-ray Pulsars*.

Somente 5 SGR's foram identificados desde sua primeira observação, em janeiro de 1979, quando uma erupção de raios gama de baixa energia, proveniente do SGR 1806-20, durando cerca de 0,25 s, foi detectada pelo programa espacial Venera. Erupções de SGR's são menos frequentes que emissões em GRB's. Além disso, GRB's apresentam um transiente único. Entretanto, não é excluída a possibilidade de que alguns pequenos GRB's sejam SGR's extragalácticos e, de modo inverso, que intensas explosões de SGR's sejam GRB's galácticos.

Em anos recentes, surtos gigantes, conhecidos como *giant flares*, foram observados em 3 SGR's: SGR 0526-66 em maio de 1979, SGR 1900+14 em agosto de 1998 e SGR 1806-20 em 27 de dezembro de 2004. Estes surtos são distinguidos das erupções comuns de SGR's devido a suas energias extremas ( $\sim 10^{44}$  erg/s) emitidas durante o primeiro segundo, seguidas de emissões que duram vários minutos e mostram pulsações associadas com a estrela de nêutrons. Suas coordenadas equatoriais e distâncias até a Terra são dadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Distâncias até a Terra e coordenadas equatoriais dos 3 surtos gigantes associados a SGR's conhecidos até o momento.

Fonte	Ascensão Reta	Declinação	Distância (kpc)
SGR 0526-66	$05^h 26^m 0,89^s$	$-66^\circ 04' 36,3''$	50,0
SGR 1900+14	$19^h 07^m 14,24^s$	$+09^\circ 19' 20,1''$	14,5
SGR 1806-20	$18^h 08^m 39,32^s$	$-20^\circ 24' 39,5''$	15,1

#### 4.1.1 O surto gigante vindo do SGR 1806-20 e a possibilidade de detecção de UHECR's deste evento

Em 27 de dezembro de 2004, um surto gigante associado ao SGR 1806-20 foi observado por vários detectores [46–49]. Este foi o evento cósmico transiente de maior brilho já detectado, com energia isotrópica equivalente  $E_\gamma \sim 10^{46-47} d_{15}^2$  erg e luminosidade nos primeiros 125 ms  $L_\gamma \sim 10^{47} d_{15}^2$  erg s $^{-1}$ , onde  $d_{15} = d/15$  kpc e  $d$  é a distância do SGR 1806-20 em relação à Terra [54].

No modelo de magnetar, o surto gigante surge da expansão de um plasma com presença de poucos bárions no estágio inicial [50]. A evolução deste plasma, conhecido como *fireball*, pode ser entendida por uma simples analogia com o universo inicial. Considere primeiro um plasma de pura radiação. Se a temperatura inicial é alta o suficiente, pares de elétrons e pósitrons irão se formar. A radiação não consegue

escapar por causa da opacidade devida aos pares. Como consequência, este plasma de radiação de pares expande relativisticamente. O fator de Lorentz  $\gamma$  aumenta em proporção ao raio  $R$  e a temperatura no referencial co-móvel decresce com  $T \propto R^{-1}$  [51]. Os fótons desacoplam do plasma quando a temperatura decresce abaixo de  $\sim 20$  keV [52]. Neste estágio o fator de Lorentz se torna  $\sim 10$  e o raio  $\sim 10R_0$ , onde  $R_0 \sim 10$  km é a dimensão típica de um magnetar. O espectro predito deste modelo de pura radiação de pares é similar ao espectro de corpo negro com temperatura  $T \sim 200$  keV [46].

Até o momento, dados experimentais não são robustos o suficiente para confirmar este modelo ou qualquer outro específico, uma vez que diferentes grupos de pesquisa apresentaram discrepâncias nas formas e índices espectrais resultantes de suas análises. Assim, as principais questões controversas acerca do mecanismo astrofísico do surto de um SGR estão relacionadas à presença de material bariônico no estágio inicial, possivelmente relativístico, e à existência de estrutura jato-colimada.

Adotando o modelo de jato Y05 [53], choques podem acelerar prótons não térmicos. A energia máxima das partículas aceleradas  $E_{max}$  é restringida por duas condições: (a) o raio de Larmor  $r_L = E/eBc$  deve ser menor que a dimensão da região de emissão  $\sim R/\gamma$ ; (b) o tempo de resfriamento por emissão síncrotron dos prótons deve ser maior que a escala de tempo dinâmica  $T_{dyn} = R/c\gamma$ , uma vez que prótons de alta energia resfriados antes de escapar da região de confinamento são incapazes de se tornarem raios cósmicos. Da condição (a) obtêm-se a energia máxima a partir do raio de Larmor  $E_{L,max}$  e da condição (b) obtêm-se a energia máxima a partir da perda de energia por emissão síncrotron  $E_{syn,max}$ . A energia máxima dos raios cósmicos é determinada pelo mínimo entre estas duas quantidades, isto é,  $\min\{E_{L,max}, E_{syn,max}\}$ .

Enquanto Asano e demais autores [54] focam a análise na possibilidade de detecção de UHECR's, Ioka e demais [55] trabalham em cima da possibilidade de detecção de neutrinos na Terra, levando em conta o processo de fotoprodução de píons. A condição para criar píons é  $E_{CR} \times \epsilon_\gamma \geq 0.2 \text{ GeV}^2$ , onde  $E_{CR}$  e  $\epsilon_\gamma$  são as energias do núcleon e do fóton interagentes, respectivamente [54, 56, 57]. Entretanto, o espectro em baixa energia dos fótons no surto, necessário para estimar a taxa de perda de energia para a reação de fotoprodução de píons é desconhecido.

Em virtude do que foi discutido, existe a possibilidade de que UHECR's de energia acima de  $10^{19}$  eV tenham sido produzidos no surto gigante do SGR 1806-20. A detecção de UHECR's e neutrinos seria um indicador da presença de matéria bariônica relativística no estágio inicial do surto gigante. Por outro lado,

a detecção única de neutrinos indicaria a presença de bárions não relativísticos no estágio inicial, enquanto que a não detecção de UHECR's e neutrinos favoreceria o modelo de pura radiação de pares, com material bariônico desprezível.

Entretanto, enquanto neutrinos herdam a direcionalidade da fonte, prótons e núcleos podem ser fortemente defletidos pelo campo magnético galáctico. A localização do SGR 1806-20 é cerca de  $10^\circ$  do centro galáctico e nesta região o campo magnético possui grandes incertezas. Se os campos magnéticos galácticos são bem representados por campos regulares ao longo dos braços da galáxia, o tempo de atraso pode ser da ordem  $\sim 10$  anos, mesmo para prótons de  $10^{20}$  eV [58]. Campos magnéticos turbulentos, cujas escalas são  $\sim 10 - 100$  pc [28] podem diminuir esta estimativa. No caso mais pessimista, o tempo de atraso pode ser da ordem de milhares de anos [59]. Segundo Asano e demais autores, se a energia dos raios cósmicos acima de  $10^{19}$  eV é  $P_{19}$  % da energia total dos fótons  $E_\gamma \sim 10^{46}$  erg, é esperada a detecção de  $2P_{19}d_{15}^{-2}\Delta t_3^{-1}$  partículas por ano por um detector de  $\sim 1000$  km<sup>2</sup>, onde  $\Delta t_3$  é a dispersão no tempo de atraso e  $d_{15}$  é a distância do SGR 1806-20, em unidades de 1000 anos e 15 pc respectivamente.

Em outra possibilidade interessante, Fargion e Grossi [60] sugerem a precessão de jatos colimados de raios  $\gamma$  vindos do magnetar. Desta maneira, a produção de raios  $\gamma$  é explicada por espalhamento Compton inverso de pares originados pela componente hadrônica do jato, contendo nêutrons e prótons na região de EeV. Outra possibilidade discutida neste modelo relaciona a produção de raios  $\gamma$  com a radiação síncrotron resultante da interação entre prótons acelerados e o forte campo magnético local.

Em outro modelo, Ioka e demais autores [55] discutem cenários com muito e pouco conteúdo bariônico no estágio inicial do surto gigante. Dessa maneira, nêutrons secundários podem ser produzidos na interação de prótons e núcleos relativísticos com fótons. Interessantemente, aqueles produzidos com energia  $E \gtrsim 10^{18}$  eV têm um impulso  $c\tau_n$  suficientemente longo para servir como mensageiros galácticos. O livre caminho médio de decaimento do nêutron é  $c\Gamma_n\bar{\tau}_n = 9,15 (E/10^{18})$  kpc, a meia-vida sofrendo um aumento do seu referencial,  $\bar{\tau}_n = 886$  s, para o referencial de laboratório por  $\Gamma_n = E/m_n$ . Devido à depleção exponencial, cerca de 20% de nêutrons sobrevivem à viagem com  $E = 10^{18}$  eV e cerca de 58% com  $E = 10^{18.5}$  eV, podendo ser detectados pelo Observatório de Raios Cósmicos Pierre Auger. Os autores da referência [55] citam explicitamente, neste trabalho, que o Observatório Pierre Auger pode ser capaz de detectar nêutrons coincidentes com o surto gigante. Trataremos deste assunto na seção 4.1.5.

A excepcional energia do surto gigante vindo do SRG 1806-20, assim como todas as questões controversas acerca de seus modelos, o tornam um candidato atrativo à fonte de UHECR's. Isto faz com que seja muito importante procurar por UHECR's vindos do SGR 1806-20, uma vez que sua observação, com ou sem contrapartida em partículas de energias mais baixas, é um ponto central para revelar questões ainda obscuras sobre este evento.

A localização da fonte (ascensão reta  $\alpha_{SGR} = 18\text{h } 06\text{m } 39,343\text{s} \pm 0.002\text{s}$  ( $272,16^\circ$ ) e declinação  $\delta_{SGR} = -20^\circ 24' 39,80'' \pm 0,04''$  [61]) está dentro do campo visual do Observatório Pierre Auger, permanecendo aproximadamente 9 horas por dia com ângulo zenital  $\theta < 60^\circ$ . No momento da emissão do surto gigante, 21:30:26,5 UTC, seu ângulo zenital era  $\theta_{SGR} = 70,3^\circ$ , permanecendo sobre o horizonte durante um intervalo de tempo de 50 minutos. Infelizmente, este valor de ângulo zenital está fora da região de melhor detecção do observatório Pierre Auger,  $\theta_{max} \leq 60^\circ$ . Extendendo a região de procura para ângulos zenitais maiores, verifica-se que nenhum evento foi detectado em uma janela de  $5^\circ$  em torno da direção do SGR 1806-20 durante o período de 5 min em torno do momento do surto gigante. Esta ausência de sinal é explorada na seção 4.1.4, na qual estimamos um limite superior para o fluxo de nêutrons primários da fonte.

#### 4.1.2 Análise em uma janela temporal estendida em torno do surto gigante

Utilizamos nesta análise eventos coletados de 17 de novembro de 2004 até 27 de junho de 2005. Esta seleção temporal é feita levando em conta incertezas nos modelos astrofísicos de magnetares, obtendo-se um intervalo de tempo razoável para que diferentes tipos de partículas cheguem à Terra. Um corte adicional em energia foi fixado, selecionando somente eventos com energia  $E > 1,1 \text{ EeV}$ , necessária para possibilitar a chegada de nêutrons vindos do SGR 1806-20 à Terra, devido ao impulso relativístico. Deste modo, o conjunto de dados utilizado para esta análise é composto de 11864 eventos de chuviscos atmosféricos induzidos selecionados segundo o critério de seleção T5. Esta seleção de qualidade consiste de duas condições: 1) A estação SD com o maior sinal detectado do chuvisco deve estar circundada por pelo menos 5 tanques ativos entre os 6 tanques vizinhos mais próximos, e 2) O centro reconstruído do chuvisco deve estar localizado dentro de um triângulo de estações ativas no instante do evento [62]. A figura 4.1 ilustra a seleção de qualidade T5. Esta seleção garante que nenhuma informação crucial esteja faltando para a reconstrução do chuvisco, rejeitando os eventos localizados próximos à borda do arranjo de tanques ou próximos de um

tanque temporariamente desligado.

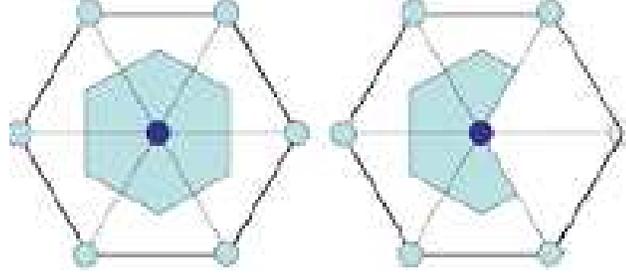


Figura 4.1: Visão esquemática da região onde o centro do chuveiro deve estar localizado dentro de uma célula elementar hexagonal de forma a passar no critério de seleção T5. Esquerda: Hexágono completo. Direita: Hexágono faltando um vértice de estação. A área sombreada delimita simplesmente a área elementar para cálculo da abertura.

O mapa de cobertura foi produzido utilizando o método semi-analítico, apresentado no capítulo 3. Foram utilizadas três resoluções angulares neste trabalho:  $1,5^\circ$ ,  $1,9^\circ$  e  $7,0^\circ$ . Enquanto as duas primeiras são utilizadas com o objetivo levar em conta a resolução angular do observatório, a terceira é adotada por duas razões: (1) é o limite angular em torno do ponto analisado em que a calota terrestre pode ser aproximada por um plano [68]; (2) permite que levemos em conta possíveis deflexões angulares causadas nas trajetórias das partículas devido à interação com o campo magnético galáctico. A figura 4.2 apresenta a resolução angular do detector de superfície do Observatório Pierre Auger, em função do ângulo zenital, para diferentes multiplicidades de estações participantes da detecção [67]. A resolução angular resultante obtida da utilização das médias dos ângulos zenitais dos eventos  $\theta_{med} \sim 40^\circ$  e das multiplicidades de estações participantes da detecção  $N_{med} \sim 4$  é  $\sigma = 1,5^\circ$ . Se ao invés de utilizarmos os valores médios da multiplicidade, ponderarmos as resoluções angulares do ângulo zenital médio pelas multiplicidades, obtemos  $\sigma = 1,9^\circ$ . Por completeza, ambas resoluções são utilizadas neste trabalho. Para todas as resoluções, utilizamos o critério de Nyquist (a dimensão do pixel deve ser menor que metade da estrutura observada [69]) e o filtro gaussiano.

Os mapas filtrados de eventos e de cobertura, com resolução angular  $\sigma = 1,5^\circ$ , são mostrados nas figuras 4.3 e 4.4.

O mapa da diferença, conforme descrito no capítulo 3, é mostrado na figura 4.5. Figuras semelhantes

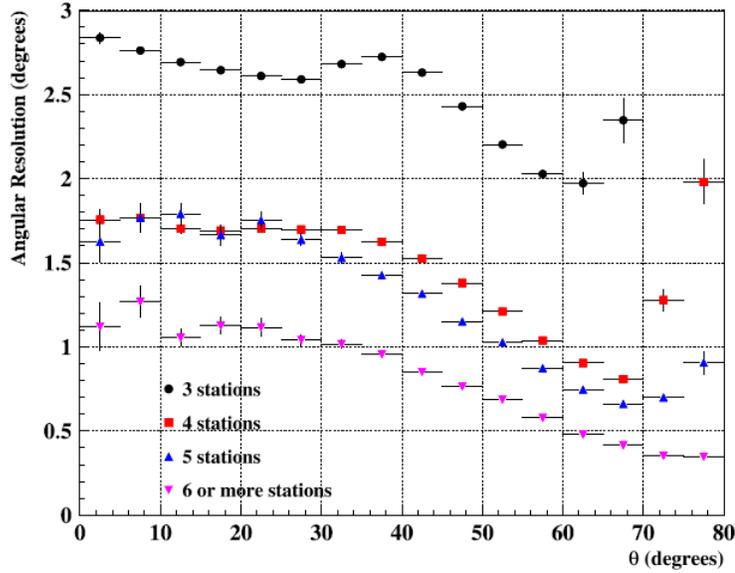


Figura 4.2: Resolução angular do detector de superfície do Observatório Pierre Auger em função do ângulo zenital  $\theta$  para diferentes multiplicidades de estações participantes da detecção. Figura extraída de [67].

foram produzidas para resoluções  $\sigma = 1,9^\circ$  e  $\sigma = 7,0^\circ$ .

### Cálculo da Significância

Utilizando a expressão da significância de Li e Ma (3.18), com correções devidas ao peso de cada evento introduzido na filtragem do mapa, obtém-se a significância estatística de um possível excesso de UHECR's vindos da direção do SGR 1806-20. O valor obtido é

$$S = -0,72 \sigma. \quad (4.1)$$

O mapa da significância para o céu completo é apresentado na figura 4.6, enquanto que a figura 4.7 mostra uma ampliação desta figura sobre a região do SGR 1806-20. Com o objetivo de facilitar a análise, ampliações das figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 são apresentadas no apêndice F.

A distribuição da significância de Li e Ma para esta análise é apresentada na figura 4.8, indicando que não há desvios consideráveis em relação ao esperado para uma distribuição isotrópica.

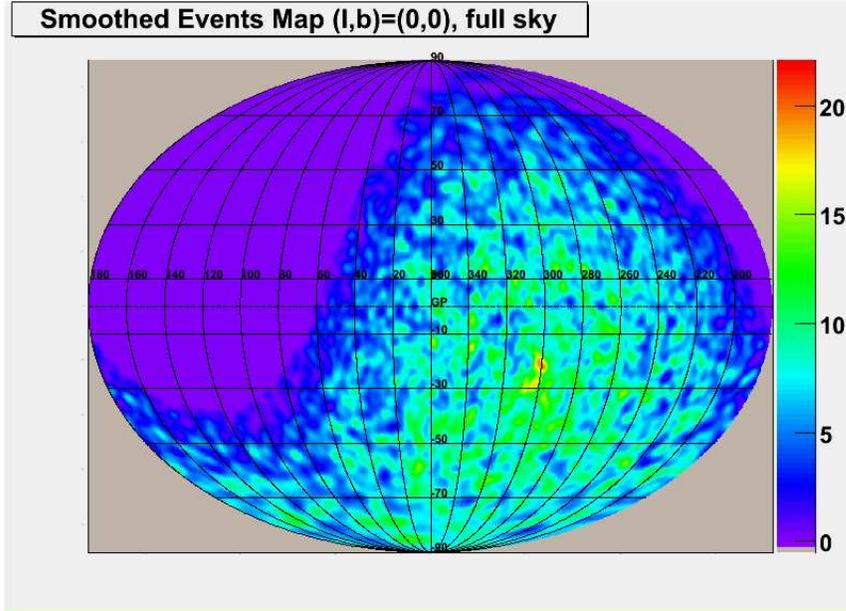


Figura 4.3: Mapa de eventos filtrado, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

Utilizando o procedimento descrito no apêndice C, podemos estimar o limite superior de fluxo de UHECR's vindos do SGR 1806-20. Foram obtidos  $n_{obs} = 5,25$  eventos do mapa de eventos e  $n_{bg} = 6,51$  do mapa de cobertura. Com estes valores substituídos na equação (C.17) obtém-se que a contagem<sup>4</sup> máxima de UHECR's vindos do SGR 1806-20 com 95% de confiança é  $\mu_s^{95\%} = 2,34$  eventos.

Considerando que o fluxo da fonte tem a mesma forma que o fluxo geral de raios cósmicos na região  $\Delta E$  onde é desejado estabelecer o limite superior de fluxo, isto é, se  $\Phi_s(E) \propto \Phi_{CR}(E)$  nesta faixa de energia, a abertura do Observatório Pierre Auger contribui igualmente para o fundo e para o sinal. Esta suposição é válida para estimativa de limites superiores e sua utilização é bastante consistente em nossa análise, uma vez que os modelos de aceleração de partículas a energias ultra-altas em magnetares baseiam-se em colisões de frentes de partículas, o que conduz naturalmente a espectros com leis de potência. Assim, utilizando o fluxo de UHECR's medido pela Colaboração Auger,  $\Phi_{CR} = 22,26$  partículas/km<sup>2</sup> sr ano [71], é possível

<sup>4</sup>Neste trabalho, quando utilizamos a palavra “contagem”, nos referimos à média ponderada pelo filtro dos valores dos pixels vizinhos que compõem o mapa. A “contagem” é, portanto, diferente do número real de eventos em uma direção da esfera celeste.

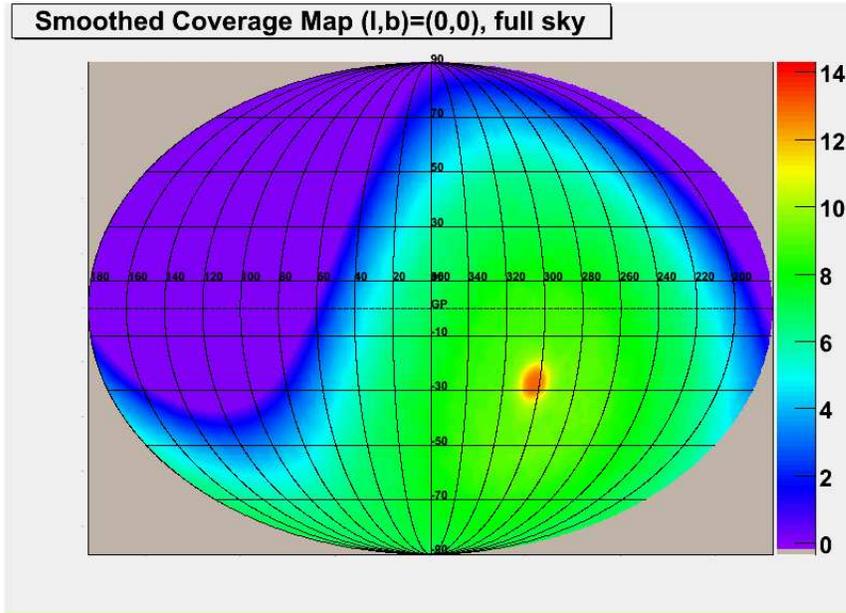


Figura 4.4: Mapa de cobertura filtrado, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

estimar o limite superior de fluxo de UHECR's provenientes do SGR 1806-20, relacionando-o com a razão entre  $\mu_s^{95\%}$  e o fundo esperado, conforme equação (C.18). O resultado obtido é:

$$\Phi_{SGR}^{95\%} = 0,07 \text{ partículas/ km}^2 \text{ sr ano.}$$

O mesmo procedimento foi adotado para a análise com filtros gaussianos de resoluções angulares  $\sigma = 1,9^\circ$  e  $\sigma = 7,0^\circ$ . A tabela 4.2 resume os resultados encontrados.

Tabela 4.2: Limite superior de fluxo de UHECR's provenientes do SGR 1806-20 com 95% de nível de confiança para diferentes resoluções angulares do filtro gaussiano.

#	$\sigma = 1,5^\circ$	$\sigma = 1,9^\circ$	$\sigma = 7,0^\circ$
$n_{bg}$ (eventos)	6,51	10,29	140,04
$n_{evt}$ (eventos)	5,25	8,76	134,14
$\Phi_{sgr}^{95\%}$ ( $\text{km}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )	0,07	0,08	0,25

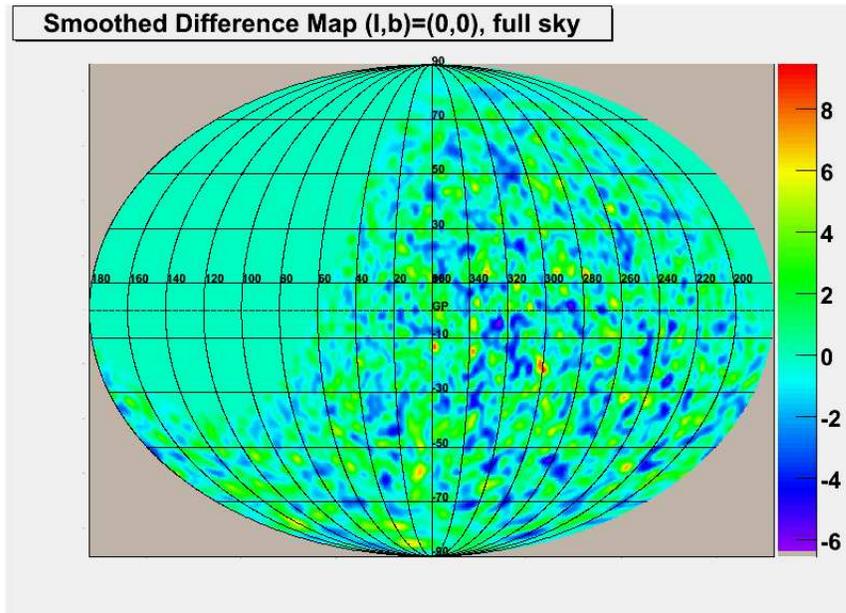


Figura 4.5: Mapa da diferença em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

### 4.1.3 Variações temporais da significância estatística do sinal do SGR 1806-20

Com a finalidade de levar em conta possíveis deflexões causadas pelo campo magnético galáctico, calculamos as significâncias estatísticas da região do SGR 1806-20 para diferentes resoluções do filtro gaussiano. O resultado é mostrado na figura 4.9, na qual pode ser observado que não foram encontrados excessos de UHECR's significativos para nenhuma resolução angular utilizada nesta análise. Deve-se, entretanto, observar que para resoluções angulares acima de  $7,0^\circ$ , a aproximação da calota terrestre por um plano conduz a resultados sem exatidão.

Com o objetivo de procurar por algum período de tempo que contenha excessos significativos de raios cósmicos de energia ultra-alta na direção do SGR 1806-20, analisamos a variação da significância estatística de Li e Ma da região do SGR 1806-20 em função do tempo de outubro de 2004 até janeiro de 2008. A figura 4.10 apresenta o resultado da análise da significância integrada no tempo, a partir de outubro de 2004, enquanto que a figura 4.11 apresenta uma análise diferencial desta significância estatística, em intervalos centrados de 3 meses. Ambas análises foram realizadas com filtros gaussianos com resoluções

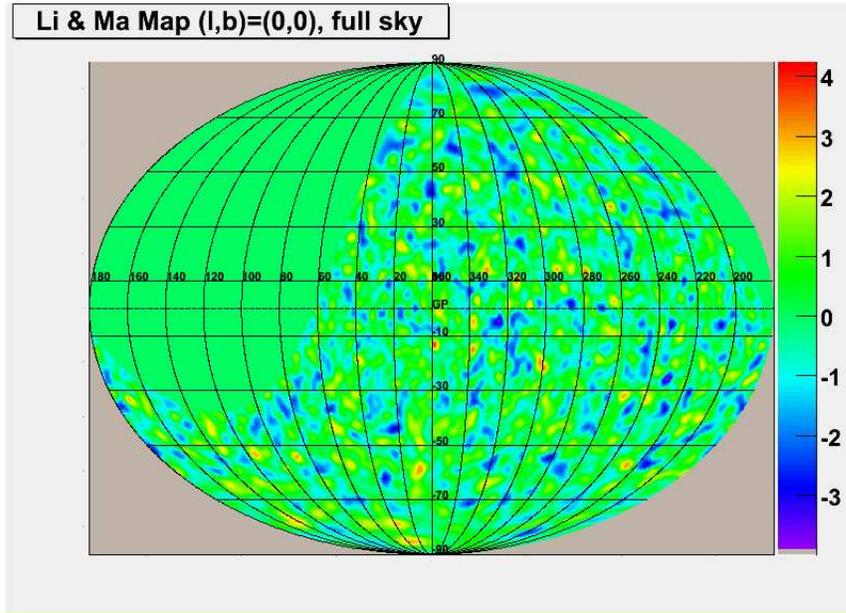


Figura 4.6: Mapa da Significância estatística de Li e Ma, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica significâncias estatísticas.

iguais a  $1,5^\circ$ ,  $1,9^\circ$  e  $7,0^\circ$ . Não foram encontrados excessos de UHECR's significativos para nenhum período de tempo analisado.

#### 4.1.4 Busca de nêutrons de energia ultra-alta coincidentes com o surto gigante

Conforme mencionado anteriormente, nêutrons podem ser produzidos no grande surto do SGR 1806-20 [55, 60] e aqueles com energia  $E \gtrsim 10^{18}$  eV podem chegar até a Terra, guardando informação da sua direção, praticamente coincidentes em tempo com a chegada dos raios gama. Com a finalidade de procurar por tais partículas em dados obtidos pela Colaboração Auger, utilizamos a mesma análise utilizada na procura de UHECR's na janela temporal de 7 meses, descrita anteriormente. Entretanto, com o objetivo de limitar nossa análise para busca de nêutrons estritamente coincidentes com o surto, limitamos nossa procura para uma janela temporal de 5 minutos centrados no momento da detecção dos raios gama. Uma vez que a posição do magnetar no momento do surto era  $\theta = 70^\circ$ , estendemos a região de procura para ângulos zenitais maiores que  $60^\circ$  e utilizamos um filtro gaussiano de resolução igual a  $5^\circ$ . Esta seleção

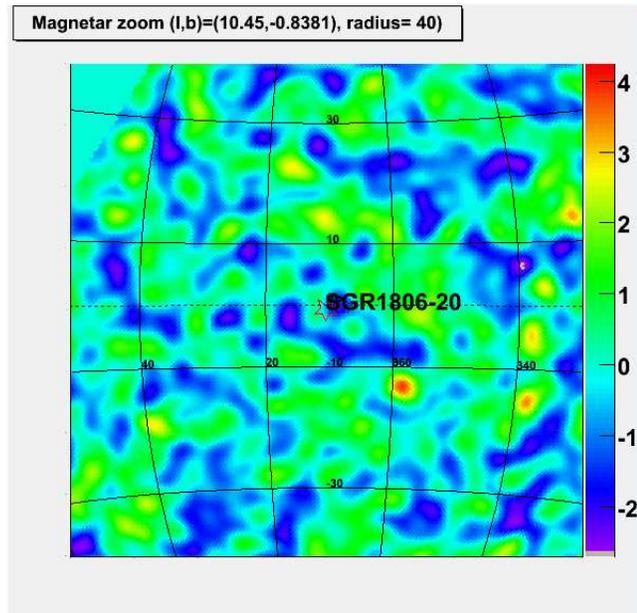


Figura 4.7: Mapa da Significância estatística de Li e Ma, em coordenadas galácticas, com ampliação sobre a região do SGR 1806-20. A escala de cor indica significâncias estatísticas.

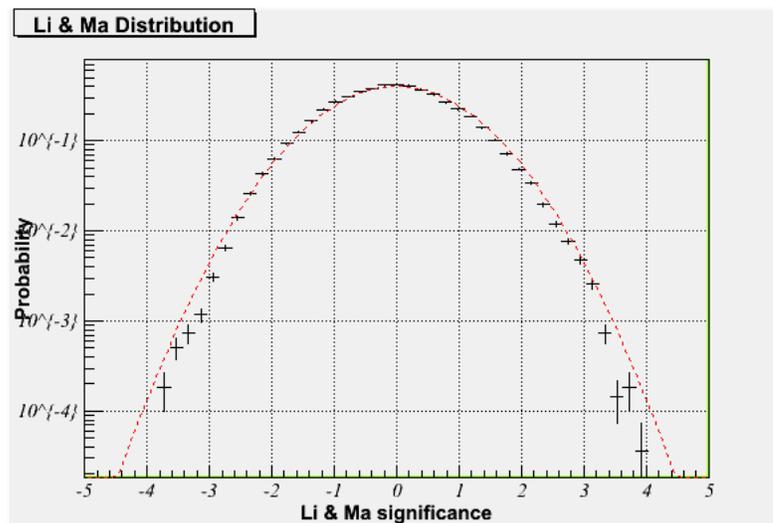


Figura 4.8: Distribuição da Significância estatística de Li e Ma.

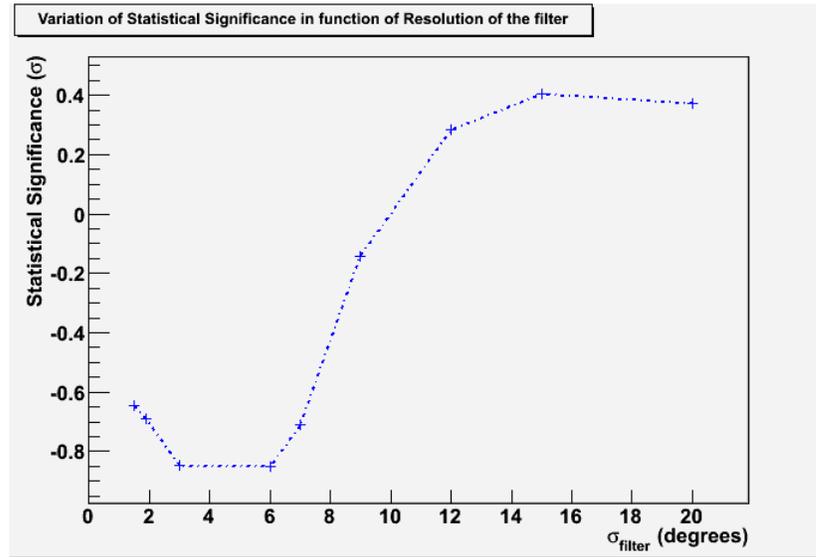


Figura 4.9: Significância estatística de Li e Ma em função da resolução angular do filtro gaussiano.

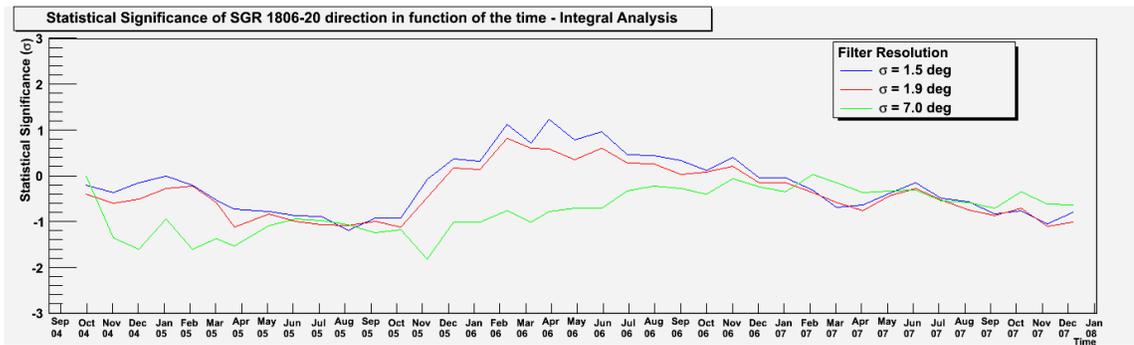


Figura 4.10: Análise integral da significância estatística de Li e Ma da direção do SGR 1806-20 em função do tempo, para filtros gaussianos com resoluções de 1,5°, 1,9° e 7°.

em resolução angular deve-se ao fato de que a resolução angular do Observatório Pierre Auger é pior para ângulos maiores que 60°, conforme pode ser visto a partir da figura 4.2.

Deste modo, utilizando o método semi-analítico, a contagem do fundo foi estimada em  $2,6 \times 10^{-3}$  eventos. A ausência de partículas observadas, impõe um limite para a contagem de nêutrons proveniente do SGR 1806-20 dado por  $\mu_n^{95\%} = 1,79$  eventos. Utilizando a expressão (C.18) encontramos que o limite superior de nêutrons coincidentes com o surto é

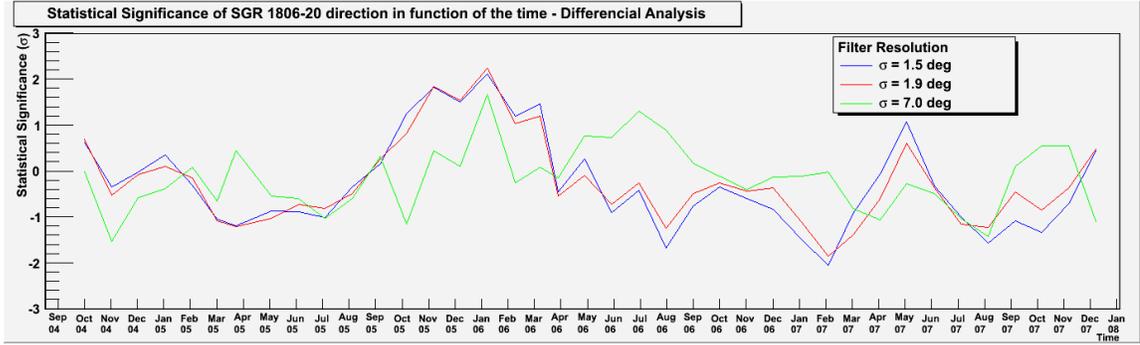


Figura 4.11: Análise diferencial da significância estatística de Li e Ma para a direção do SGR 1806-20, centrada em intervalos de 3 meses, para filtros gaussianos com resoluções de  $1,5^\circ$ ,  $1,9^\circ$  e  $7^\circ$ .

$$\Phi_n^{95\%} = 1222,8 \text{ partículas} / \text{km}^2 \text{ sr ano.}$$

Com este limite superior para o fluxo de nêutrons, podemos determinar qual o limite superior do número de nêutrons provenientes do SGR 1806-20, uma vez que

$$\Phi_n^{95\%} = \frac{N_n^{95\%}}{A_{efe}T}, \quad (4.2)$$

na qual  $N_n^{95\%}$  é o limite superior de nêutrons coincidentes com o surto gigante e  $A_{efe}$  é a área efetiva de detecção do Observatório Pierre Auger durante o intervalo de tempo  $T$ . Para a determinação da área efetiva de detecção foi utilizada a contagem de células hexagonais elementares [62], obtendo um total de 364 hexágonos elementares completamente ativos durante a emissão do surto gigante. Como cada célula hexagonal elementar possui uma área de  $1,95 \text{ km}^2$ , sua projeção na direção perpendicular ao feixe de nêutrons ( $\theta = 70^\circ$ ) resulta em uma área efetiva de detecção total  $A_{efe} = 238 \text{ km}^2$ . Com um intervalo de tempo de 5 min centrado no momento da chegada dos raios gama à Terra, encontra-se que o limite superior de nêutrons coincidentes com o surto emitido pelo SGR 1806-20 é

$$N_n^{95\%} = 2,22. \quad (4.3)$$

Este número pode ser explorado para determinar o limite superior de fluxo pesado pela energia  $E d\Phi/dE$  para cada faixa de energia. Isto é feito observando que

$$\int_{\Delta} dE \frac{d\Phi}{dE} \epsilon(E) < \frac{N_n^{95\%}}{A_{efe} T}, \quad (4.4)$$

onde  $\epsilon(E)$  é a eficiência de disparo do detector em função da energia do primário, e que esta esta integral, quando calculada em um intervalo logarítmico  $\Delta$ , pode ser aproximada por

$$E_0 \frac{d\Phi}{dE} \Big|_{E_0} < \frac{N_n^{95\%}}{T \times A_{efe} \times \epsilon(E_0)}, \quad (4.5)$$

na qual  $E_0$  é o valor da energia do centro do intervalo logarítmico.

Esta aproximação também é utilizada em [63] e sua demonstração é apresentada no apêndice E. Assim, o limite superior do fluxo diferencial de nêutrons pesado pela energia com 95% de nível de confiança é apresentado na tabela 4.3 e na figura 4.12. Resultados semelhantes que corroboram os resultados desta análise foram obtidos em [64] com a utilização de uma técnica de análise diferente.

Tabela 4.3: Limite superior do fluxo diferencial de nêutrons pesado pela energia com 95% de nível de confiança.

$\text{Log}_{10}(E/\text{eV})$	$E d\Phi/dE \text{ (km}^{-2} \text{s}^{-1}\text{)}$
18	$3,80 \times 10^{-4}$
18,5	$4,85 \times 10^{-5}$
19	$4,31 \times 10^{-5}$

#### 4.1.5 Limites estabelecidos para variáveis astrofísicas

O limite superior obtido para nêutrons pode ser utilizado para impor limites sobre variáveis astrofísicas relacionadas com o surto gigante. Segundo [55], adotando o modelo de jatos e considerando um cenário no qual o estágio inicial do surto é rico em bárions, choques internos podem acelerar prótons a energias da ordem de  $\sim \text{EeV}$ . O mecanismo de colisão entre as frentes de onda daria origem a um fluxo isotrópico de prótons. Uma fração do número de prótons seria convertida em nêutrons na interação com fótons do surto por fotoprodução de píons, dependendo da opacidade da interação  $p\text{-}\gamma$ . Estes nêutrons de energias  $\sim \text{EeV}$  viajariam em linha reta sem sofrer decaimento e seriam detectados na Terra. Além disso, neutrinos de altas energias da ordem de  $\sim \text{TeV}$  e  $\sim \text{PeV}$  resultantes do processo de fotoprodução de píons, produziriam

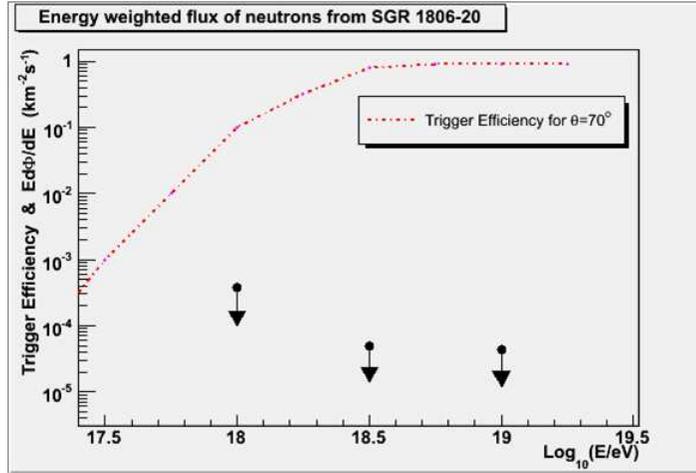


Figura 4.12: Limite superior do fluxo de nêutrons pesado pela energia com 95% de nível de confiança. A linha vermelha indica a eficiência de detecção dos detectores de superfície para  $\theta = 70^\circ$ .

múons que poderiam ser observados por detectores na Terra. O detector AMANDA<sup>5</sup> não observou neutrinos provenientes do SGR 1806-20 [65]. Este resultado somado à ausência de nêutrons em nossa análise favorecem modelos com pouco conteúdo bariônico presente no estágio inicial do surto. Antes, porém, de analisarmos os vínculos em variáveis astrofísicas obtidos desta análise, discutiremos um pouco modelos de conversão de energia e a estrutura temporal de surtos no contexto de choques internos.

### Modelos para conversão de energia durante o surto

Em modelos com presença de material bariônico no estágio inicial, o transporte de energia se dá a partir da energia cinética contida em frentes de partículas relativísticas de espessura  $\Delta$ . A energia cinética é convertida em energia térmica das partículas relativísticas via choques. Este processo de conversão, quando relacionados a choques internos, que surgem devido a colisões de partículas velozes com outras mais lentas no interior do fluido, é chamado de conversão em energia interna. Assim,  $\xi_i$  é fração de energia cinética do bojo de partículas que se transforma em energia interna.

<sup>5</sup>AMANDA - *Antarctic Muon And Neutrino Detector Array*.

## Estrutura temporal e variabilidade

Considerações cinemáticas gerais impõem vínculos na estrutura temporal observada quando a energia das ondas de choque é convertida em radiação. As escalas de tempo apresentadas são determinadas por efeitos causados pela relatividade especial, pelo fluido de partículas relativísticas e pelo tempo de resfriamento do material de choque.

- Estruturas temporais devido a efeitos da relatividade especial

(a) Escala de tempo radial -  $T_{rad}$ : Considere um raio  $R_E$  (no referencial do observador) típico de caracterização da região de emissão, de tal forma que a emissão é realizada entre  $R_E$  e  $2R_E$ . A escala de tempo radial é determinada pela duração observada entre a chegada do primeiro fóton, emitido em  $R_E$  e do último fóton, emitido em  $2R_E$ :

$$T_{radial} \cong R_E/2\gamma_E^2 c. \quad (4.6)$$

(b) Escala de tempo angular -  $T_{ang}$ : Esta escala de tempo se deve a efeitos relativísticos medidos no referencial do observador. Este observa fótons em regiões até um ângulo sólido máximo  $\gamma_E^{-1}$  em relação à linha de visada. Dois fótons emitidos simultaneamente no mesmo raio  $R_E$ , um na linha de visada e outro a um ângulo  $\gamma_E^{-1}$  com esta linha, viajam diferentes distâncias até chegar ao observador. A diferença no tempo de atraso é dada por

$$T_{ang} = R_E/2\gamma_E^2 c. \quad (4.7)$$

É importante observar que este tempo de atraso somente é relevante se a largura angular da região de emissão é maior que  $\gamma_E^{-1}$ .

- Estruturas temporais determinadas pelo fluido de partículas relativísticas

(a) Duração intrínseca -  $\Delta T_{int}$ : A duração do fluido. É simplesmente o tempo no qual a fonte que produz o fluido relativístico está ativa,  $\Delta T_{int} = \Delta/c$ , onde  $\Delta$  é a espessura do fluido relativístico (medido no referencial do observador). A duração do surto deve ser maior ou igual a  $\Delta/c$ .

(b) Variabilidade intrínseca -  $\Delta T$ : É a escala de tempo na qual o dínamo interior da fonte varia e produz uma subseqüente variabilidade no fluido.

- Estruturas temporais relacionadas ao resfriamento do fluido relativístico

(a) Escala de tempo de resfriamento -  $T_{cool}$ : Deve-se a diferença no tempo de chegada de fótons enquanto que o material do choque esfria, medido no referencial do observador. É relacionado ao tempo de resfriamento local,  $e/P$ , onde  $e$  é a densidade de energia interna e  $P$  é a potência radiada por unidade de volume. É dada por

$$T_{cool} = e/P\gamma E. \quad (4.8)$$

Nos modelos de choques internos, a duração do surto é determinada pela espessura do fluido relativístico  $\Delta$ , isto é, pela duração de tempo na qual a fonte está ativa e produz o fluido relativístico. O tempo da escala angular é menor, e portanto, irrelevante. A duração do surto reflete o tempo no qual o mecanismo no interior da fonte opera, enquanto que a variabilidade reflete a não homogeneidade radial do fluido que foi produzido pela fonte. A variabilidade temporal observada fornece um limite superior na não homogeneidade radial do fluido e para a escala na qual o mecanismo interior da fonte varia.

Segundo [55], o número de nêutrons que seriam observados pelo Observatório Pierre Auger, coincidentes com o surto, é dado por

$$N_n \sim \epsilon_p \Phi_p \tau_{p,\gamma} A_{det} t_0 \sim 10 \epsilon_{p,18}^{-3} \xi_{i,-1} L_{kin,48.5}^2 d_1^{-2} \Delta t_{-1}^{-1}, \quad (4.9)$$

na qual  $\epsilon_p$  e  $\Phi_p$  são a energia e o fluxo do próton primário que dá origem ao nêutron,  $\tau_{p,\gamma}$  a profundidade óptica para a interação p- $\gamma$ ,  $A_{det}$  é a área efetiva de detecção,  $t_0$  é a duração do surto,  $\xi_i$  é conversão de energia cinética em energia interna,  $L_{kin}$  a luminosidade cinética,  $d$  a distância do SGR 1806-20 até a Terra e  $\Delta t$  a variabilidade da escala de tempo do surto. A notação utilizada para os sobrescritos é tal que  $X_n = X/10^n$ . Assim, por exemplo,  $L_{kin,48.5}$  é a luminosidade cinética em unidade de  $10^{48.5}$  eV, isto é,  $L_{kin,48.5} = L_{kin}/10^{48.5}$ .

A expressão 4.9 é construída para o caso de área efetiva de detecção  $A_{det} = 10^3 \text{ km}^2$  e de distância do SGR até a Terra  $d = 10 \text{ kpc}$ . Com as devidas correções ( $A_{det} = 238 \text{ km}^2$  e  $d = 15 \text{ kpc}$ ) e usando o fato que o limite de nêutrons encontrados em nossa análise é dado pela equação 4.3, obtém-se que

$$N_n \sim 1,06 \epsilon_{p,18}^{-3} \xi_{i,-1} L_{kin,48.5}^2 \Delta t_{-1}^{-1} \leq 2,22. \quad (4.10)$$

Apresentamos na figura 4.13 os vínculos no espaço de parâmetros para a fração de energia cinética que se transforma em energia interna  $\xi_i$  e variabilidade da escala de tempo  $\Delta T$ . O espaço permitido é a área acima das curvas limites. As linhas sólidas, pontilhadas e traço-pontilhadas referem-se, respectivamente, ao casos de energias do próton primário produzidos iguais a  $\epsilon_{p,18} = 1$ ,  $\epsilon_{p,18} = 10$  e  $\epsilon_{p,18} = 100$ . As linhas pretas, vermelhas e azuis são, respectivamente, para  $L_{kin,48.5} = 0,1$ ,  $L_{kin,48.5} = 1$  e  $L_{kin,48.5} = 10$ . É importante observar que as combinações ( $L_{kin,49.5} = 0,1; \epsilon_{p,18} = 10$ ), ( $L_{kin,49.5} = 0,1; \epsilon_{p,18} = 100$ ) e ( $L_{kin,49.5} = 1; \epsilon_{p,18} = 100$ ) não aparecem na figura. Para estes casos, todas as combinações possíveis entre  $\xi_i$  e  $\Delta t$ , apresentadas na figura, são possíveis.

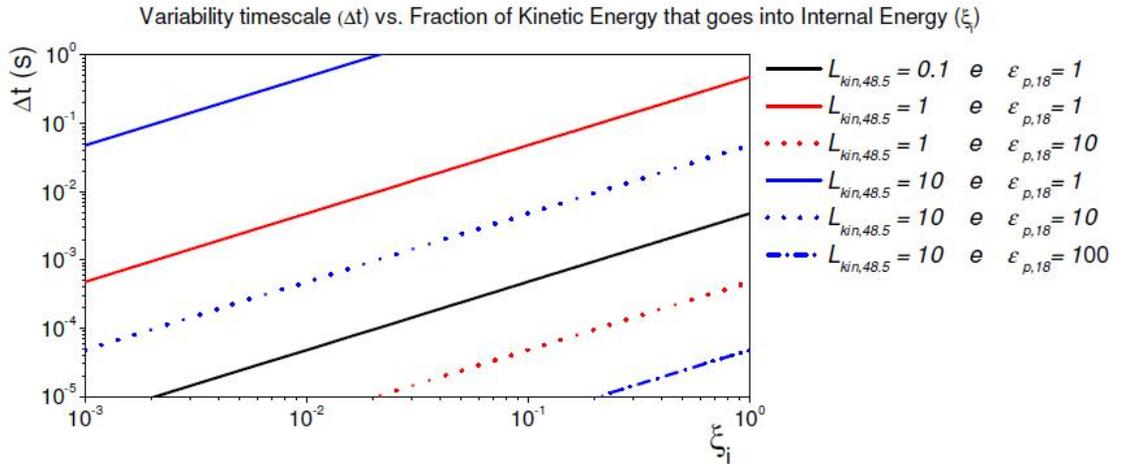


Figura 4.13: Vínculos no espaço de parâmetros para a a variabilidade da escala de tempo  $\Delta t$  e fração da energia cinética que se transforma em energia interna  $\xi_i$ .

A variabilidade da escala de tempo deve ser menor que a duração do surto observada  $\Delta t_{surto} = 0,1 \text{ s}$ . Este valor pode ser utilizado para impor um limite superior para a luminosidade de energia cinética em

função da energia do próton, para diferentes frações de conversão de energia cinética em energia interna

$$L_{kin,48.5}^2 \leq \frac{N_{n(max)} \Delta t_{-1(max)}}{1,06 \xi_i} \times \epsilon_{p,18}^3 \implies L_{kin,48.5}^2 \leq \frac{2,094}{\xi_i} \times \epsilon_{p,18}^3. \quad (4.11)$$

A figura 4.14 apresenta o limite superior obtido para a luminosidade de energia cinética  $L_{kin,48.5}$  em função da energia do próton primário  $\epsilon_{p,18}$ , para diferentes frações de conversão de energia cinética em energia interna.

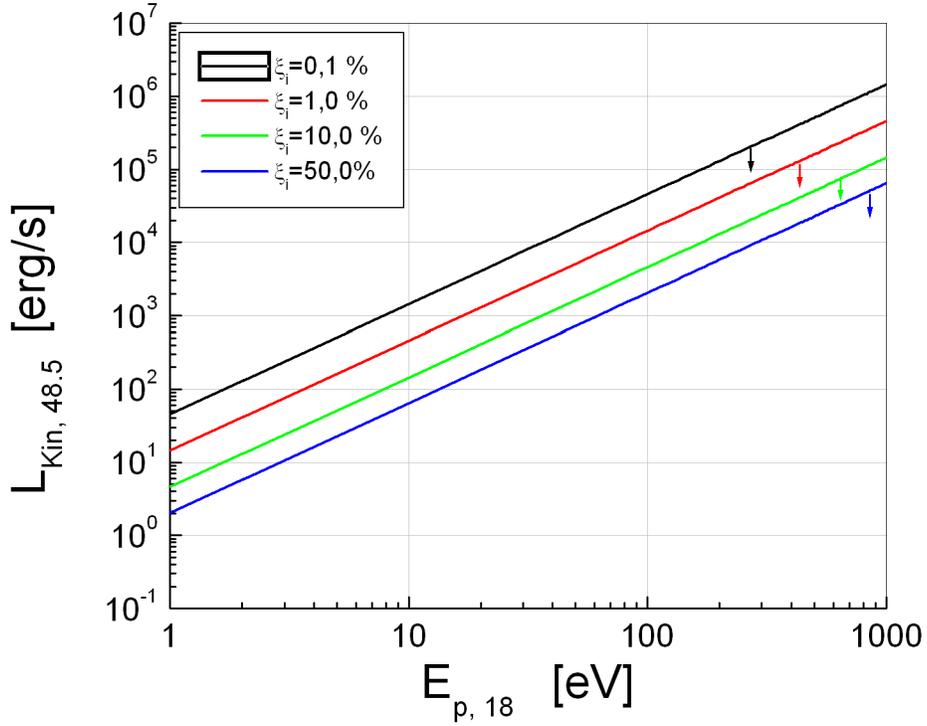


Figura 4.14: Limite superior obtido a 95% de nível de confiança para a luminosidade em energia cinética  $L_{kin,48.5}$  em função da energia do próton primário  $\epsilon_{p,18}$ , para diferentes frações de conversão da energia cinética em energia interna.

Conclui-se que a ausência de nêutrons coincidentes com o flare em nossa análise somada à ausência de neutrinos de altíssima energia proveniente do SGR 1806-20 em dados do experimento AMANDA [65], favorecem modelos nos quais o surto gigante do SGR 1806-20 é originado a partir de um estágio inicial com

pouco material bariônico. Caso o estágio inicial seja rico em bárions, as variáveis astrofísicas relacionadas com o mecanismo de produção do surto são sujeitas ao limites impostos pela equação 4.9.

#### 4.1.6 Estudo de pontos quentes na vizinhança do SGR 1806-20

Com uma inspeção cuidadosa da figura 4.7, observa-se pontos quentes na vizinhança do SGR 1806-20. Esta seção é dedicada à investigação destes excessos de eventos. Estudos sobre a influência do campo magnético galáctico na propagação de partículas carregadas emitidas durante o surto do SGR 1806-20 em direção à Terra foram realizados recentemente por Daniel Pakk [72]. Um fragmento da tese de Daniel Pakk, em fase de redação, e detalhes pertinentes a este estudo encontram-se no apêndice D. Um resultado importante deste trabalho pode ser notado na análise da figura 4.15, na qual são mostradas as direções de aglomerados de raios cósmicos de energia ultra-alta, provenientes do SGR 1806-20, que seriam detectados pela Terra, com diferentes razões  $E/Z$ .

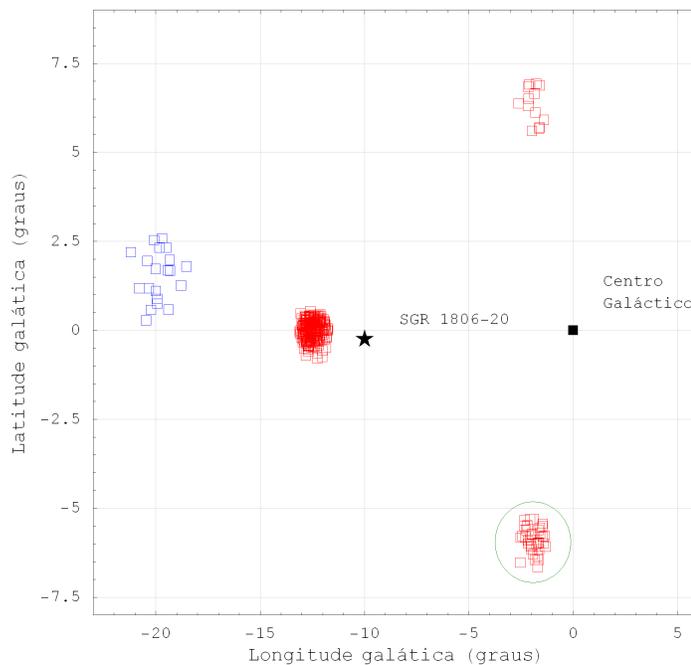


Figura 4.15: Coordenadas galácticas dos eventos que podem ser detectados na Terra. A cor Azul equivale a partículas com  $E/Z = 100$  EeV e vermelho equivale a  $E/Z = 1000$  EeV.

Uma comparação entre as figuras 4.15 e 4.7 parece indicar uma correlação entre o ponto quente encontrado a partir da simulação, destacado com um círculo na figura 4.15 e o obtido a partir dos dados colhidos no Observatório Pierre Auger. Por outro lado, a distribuição de significâncias estatísticas de Li e Ma, apresentada na figura 4.8, não indica excesso de raios cósmicos de energia ultra-alta para nenhuma região da esfera celeste. Com o objetivo de estudar esta suspeita, analisamos a variação da significância estatística deste ponto quente em função do tempo e a comparamos com as obtidas de outros pontos quentes escolhidos de maneira aleatória. Os resultados para diferentes resoluções do filtro, são apresentados na figura 4.16 e 4.17, para análise integrada e diferencial no tempo, sendo esta última realizada com média móvel em um período de 3 meses. Os resultados mostram que a variação temporal da significância estatística do ponto quente vizinho ao magnetar é similar a de outros pontos quentes, escolhidos aleatoriamente. Com isso, conclui-se que o ponto quente supostamente proveniente da influência do campo magnético sobre partículas carregadas provenientes do SGR 1806-20 é completamente compatível com flutuações estatísticas do fundo.

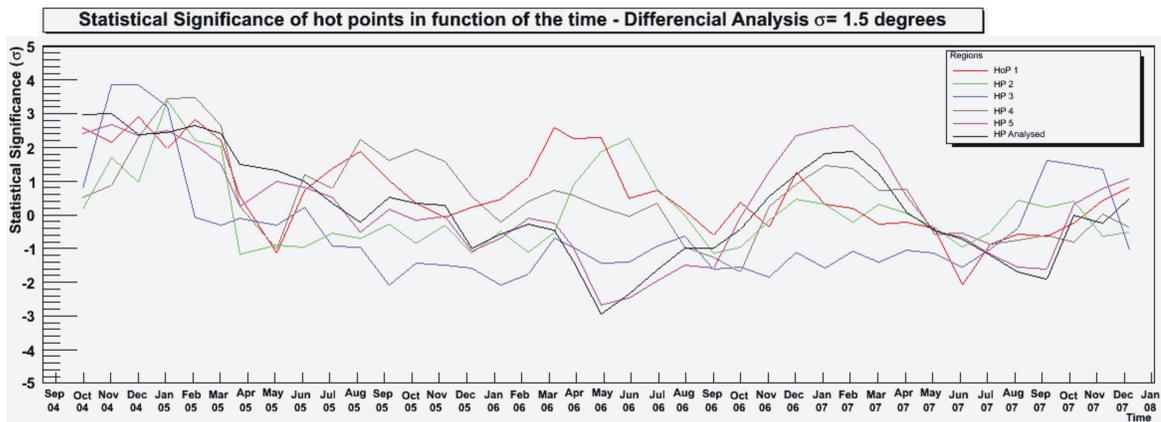


Figura 4.16: Análise diferencial, em intervalos centrados de 3 meses, da significância estatística de pontos quentes escolhidos aleatoriamente.

## 4.2 Procura de UHECRs em direções com excesso de raios gama reportadas pela colaboração Janzos

Nesta seção utilizaremos a mesma análise descrita anteriormente, baseada na significância estatística de Li e Ma, para procura de UHECR's em direções da esfera celeste com excessos significativos de raios

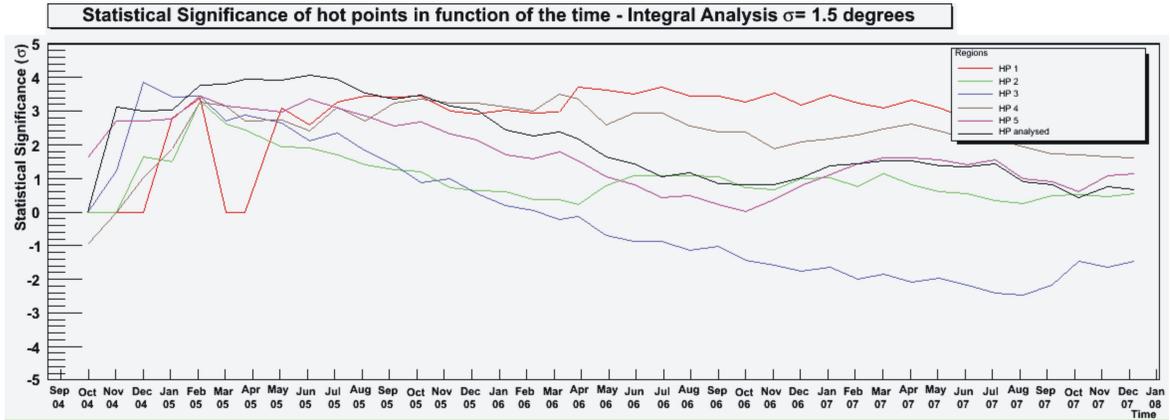


Figura 4.17: Análise integral da significância estatística de pontos quentes escolhidos aleatoriamente.

gama, reportadas pelo experimento JANZOS, sem correlação com fontes conhecidas.

O experimento JANZOS<sup>6</sup> foi construído em Blach Bird, na Nova Zelândia, para a observação de raios  $\gamma$  de alta energia (1 TeV) e altíssima energia (100 TeV). A motivação para este experimento é a seguinte: se estrelas de nêutrons são remanescentes de supernovas e são aceleradores eficientes de partículas de alta energia, então raios gama de energia alta e ultra-alta podem ser produzidos na interação de partículas de alta energia com material ejetado da supernova em estágios anteriores do seu desenvolvimento.

Em 1993, a colaboração JANZOS reportou a existência de 7 regiões com excesso de raios  $\gamma$ , sem associações com fontes conhecidas [73]. A tabela 4.4 apresenta as significâncias estatísticas e as localizações destas direções, em coordenadas equatoriais. O mapa do céu com direções com excesso de raios gama e a distribuição da significância de Li e Ma obtidos pela Colaboração JANZOS são apresentados na figura 4.18. Desvios significativos em relação à distribuição normal, destacados por um círculo na figura 4.18, podem ser observados a partir da distribuição de significâncias estatísticas de Li e Ma. Esta é a motivação para busca de excessos de UHECR's nestas regiões. Neste sentido, analisamos os dados da Colaboração Pierre Auger entre 1º de janeiro de 2004 e 15 de fevereiro de 2008, obtendo um total de 149.144 eventos com energia  $E > 1$  EeV. Foram também utilizados nesta análise o critério de qualidade T5 e a seleção em ângulo zenitais:  $\theta < 60^\circ$ .

O mapa de significância estatística de Li e Ma e a distribuição de significância correspondente são

<sup>6</sup>JANZOS - Japan Australia New Zealand Observation of Supernova 1987A.

Tabela 4.4: Lista com das 7 direções com excessos de raios  $\gamma$  com significância estatística  $> 4\sigma$  observados pela Colaboração JANZOS.

#	Ascensão Reta	Declinação	Significância( $\sigma$ )
1	01h01'30"	-61,00°	4,72
2	13h46'30"	-17,25°	4,19
3	16h23'00"	-20,25°	4,19
4	00h52'30"	-17,50°	4,12
5	21h09'00"	-22,75°	4,10
6	16h11'00"	-56,75°	4,05
7	08h10'00"	+39,25°	4,05

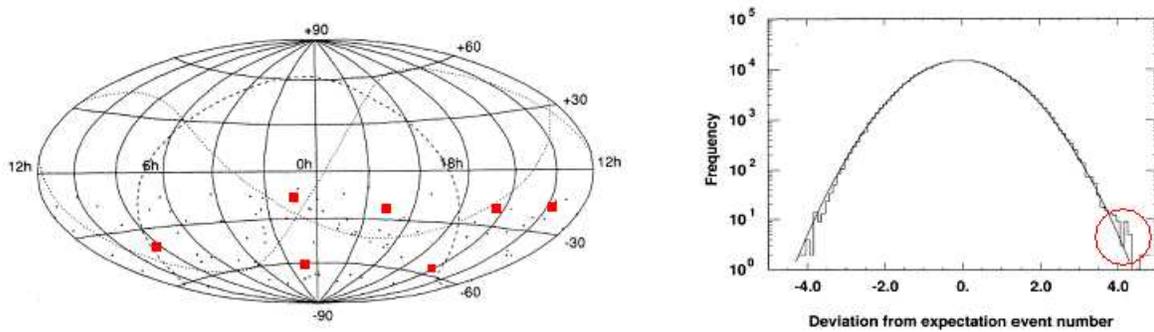


Figura 4.18: Esquerda: mapa do céu com direções com excessos acima de  $3\sigma$  (pontos) e  $4\sigma$  (quadrado vermelho). Direita: distribuição da significância estatística de Li e Ma para os dados obtidos pela Colaboração JANZOS.

apresentadas na figura 4.19. O mapa de significância estatística ampliado é mostrado no apêndice F.

A tabela 4.5 mostra as significâncias estatísticas encontradas em nossa análise para estas mesmas direções, juntamente com suas coordenadas. Não encontrou-se excessos de UHECR's em nenhuma das direções reportadas pelo experimento JANZOS. É importante ressaltar que não existem observações atuais do hemisfério sul para radiações nesta faixa de energia, o que traz dificuldades para uma análise mais detalhada devido a descontinuidade na observação destas regiões candidatas à fonte. Se estas fontes ainda estão emitindo radiação gama, a ausência de raios cósmicos na faixa de energia observada pelo Pierre Auger restringe a modelagem astrofísica de objetos correlacionados a este tipo de emissão.

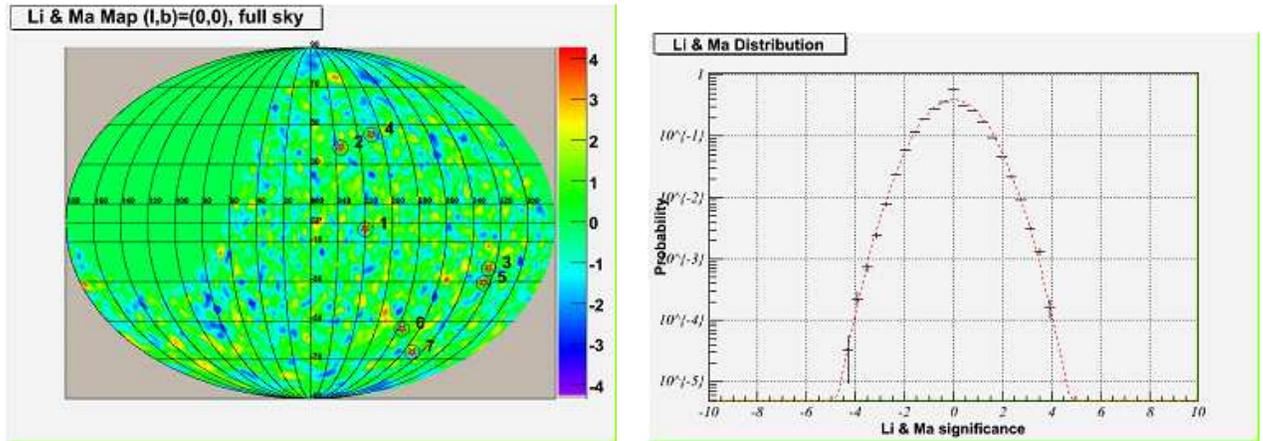


Figura 4.19: Mapa de significância (esquerda) e distribuição da significância (direita) de Li e Ma obtidos de dados do Observatório Pierre Auger. Os números no mapa de significância de Li e Ma referem-se às localizações dos excessos encontrados por JANZOS.

### 4.3 Aplicação de *Wavelets* em detecções de fontes pontuais

Nas seções anteriores deste capítulo, utilizamos técnicas padrões, baseadas no método estatístico de Li e Ma e em mapas convoluídos com o filtro gaussiano. Nesta seção, analisaremos como filtros de *wavelets* podem ser ferramentas úteis no estudo de anisotropias de pequena escala. Neste sentido, é realizada uma comparação entre as amplificações da razão sinal-ruído obtidas por diferentes filtros. Por fim, aplicamos esta técnica de análise ao caso do grande surto associado ao SGR 1806-20.

#### 4.3.1 *Wavelets*

Na última década testemunhou-se uma explosão de atividades relacionadas à análise com *wavelets*, tendo sido publicados muitos artigos científicos acerca de seus fundamentos teóricos e suas aplicações. As *wavelets* fornecem um poderoso e flexível conjunto de ferramentas para o tratamento de problemas fundamentais em ciência e engenharia. Dentre os diversos problemas nas quais as *wavelets* têm sido aplicadas com sucesso estão a remoção de ruídos em registros de sons e imagens, compressão de sinais, detecção de objetos, melhoramento de imagens, dinâmica molecular, astrofísica, cosmologia, geofísica sísmica, óptica, turbulência, mecânica quântica, etc.

Tabela 4.5: Lista com as direções dos 7 excessos de raios  $\gamma$  com significância  $> 4\sigma$  observados pela Colaboração JANZOS e as significâncias observadas em dados da Colaboração Auger.

#	Ascensão Reta	Declinação	Significância( $\sigma$ )
1	01h01'30"	-61,00°	0,34
2	13h46'30"	-17,25°	-0,10
3	16h23'00"	-20,25°	0,63
4	00h52'30"	-17,50°	0,06
5	21h09'00"	-22,75°	1,12
6	16h11'00"	-56,75°	-0,05
7	08h10'00"	+39,25°	-0,13

Uma abordagem relevante considerando a transformada contínua de *wavelets* (CWT<sup>7</sup>) é apresentada em [74]. A idéia fundamental da aplicação de *wavelets* em  $R^N$  é a decomposição de uma função  $f(\vec{x})$  em uma base que incorpore seu comportamento local em diversos fatores de escala.

A transformada contínua de *wavelets* envolve translações e dilatações, sendo dada por

$$\omega(\vec{b}, s) = \int d\vec{x} f(\vec{x}) \Psi(\vec{x}; \vec{b}, s) \quad (4.12)$$

com

$$\Psi(\vec{x}; \vec{b}, s) = \frac{1}{s^N} \psi\left(\frac{|\vec{x} - \vec{b}|}{s}\right), \quad (4.13)$$

onde  $\Psi$  e  $\omega$  são a *wavelet* mãe e o coeficiente de *wavelet*, respectivamente,  $b$  é o parâmetro de dilatação e  $s$  é o parâmetro de escala.

Em astrofísica, em particular, técnicas de *wavelets* têm mostrado bom desempenho no problema da separação de componentes pela subtração de proeminências desinteressantes no campo de pesquisa de radiação cósmica de fundo (CMB<sup>8</sup>). Neste estudo, um caso particular de *wavelet*, chamado *wavelet* de chapéu mexicano (MHW<sup>9</sup>), definido por

$$\psi(r) \propto (1 - r^2/2) e^{-r^2/2}, \quad r = |\vec{r}| \quad (4.14)$$

e sua extensão para a esfera têm sido extensivamente utilizados na literatura visando a detecção de fontes pontuais [75–77], através da amplificação da razão sinal-ruído quando se transita do espaço real para o

<sup>7</sup> Acrônimo do inglês “*Continous Wavelet Transform*”.

<sup>8</sup> Acrônimo do inglês “*Cosmic Microwave Background*”.

<sup>9</sup> Acrônimo do inglês “*Mexican Hat Wavelet*”.

espaço de *wavelets*.

### 4.3.2 A família de *wavelets* de chapéu mexicano (MHWF)

Uma generalização da MHW é a família de *wavelets* de chapéu mexicano (MHWF<sup>10</sup>), introduzida em [78]. Esta generalização satisfaz às propriedades de detecção das MHW e permite uma melhora na detecção de fontes pontuais em mapas de CMB, controlando a fração de falsas detecções. O MHW é obtido pela aplicação do operador laplaciano à gaussiana bidimensional. Caso o operador laplaciano seja aplicado novamente, obtém-se uma nova *wavelet*, e se o processo for iterado, obtém-se uma família de *wavelets*. Esta família de *wavelets* é denominada MHWF, sendo um de seus membros genéricos dado por:

$$\psi_n(r) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \Delta^n \phi(r) \quad (4.15)$$

onde  $\phi$  é a gaussiana bidimensional  $\phi(r) = \frac{e^{-r^2/2}}{2\pi}$  e o operador laplaciano  $\Delta$  é aplicado  $n$  vezes.

No caso de uma fonte pontual imersa em um ruído branco<sup>5</sup> obtém-se analiticamente que a amplificação da razão sinal-ruído, definida por  $\lambda_n = \frac{\omega_n/\sigma_{\omega_n}}{A_0/\sigma}$ , é alcançada para  $n = 0$ , com  $\sigma_{\omega_n}$  e  $\sigma$  os desvios médios quadráticos do fundo dos mapas filtrado e não filtrado,  $A_0$  o valor do sinal no mapa não filtrado e  $\omega_n$  a transformada de wavelet deste sinal. Isto é, o filtro que otimiza a razão sinal-ruído para o caso de um ruído branco é o filtro gaussiano.

Entretanto, a situação complica-se caso a fonte não esteja imersa em ruído branco e obtém-se que a amplificação máxima pode ser obtida para MHWF de ordens superiores, em uma escala ótima. A figura 4.20 apresenta o perfil radial das MHWF e a amplificação  $\lambda$  de uma fonte pontual em um mapa simulado de CMB. Nesta figura pode-se observar que para o fundo característico da radiação cósmica de fundo, obtém-se uma amplificação da razão sinal-ruído maior para a MHWF de ordem 3. A figura 4.21 apresenta a análise de um mapa simulado típico do estudo de radiação cósmica de fundo, no qual deseja-se detectar fontes pontuais para sua posterior subtração. Observa-se a detecção destas fontes é facilitada para MHWF de ordens 3 e 4.

O sucesso da aplicação de MHWF na subtração de fontes pontuais em mapas de CMB é a motivação

<sup>10</sup> Acrônimo do inglês “*Mexican Hat Wavelet Family*.”

<sup>5</sup> Entende-se por ruído branco um fundo homogêneo e isotrópico, com espectro de potência constante.

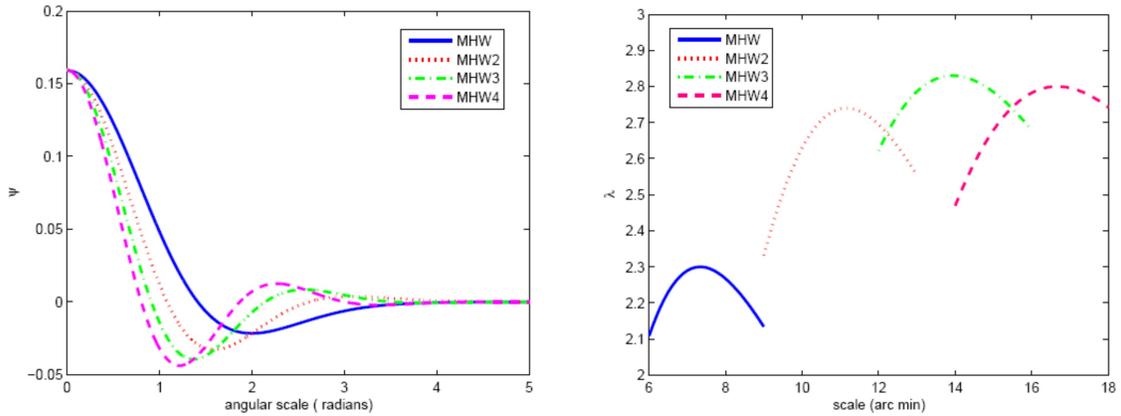


Figura 4.20: Esquerda: Perfil radial de algumas componentes da MHWF. Direita: Amplificação  $\lambda$  de uma fonte pontual em mapas de radiação cósmica de fundo, de frequência em 44 GHz, para diversas componentes da MHWF. Figuras extraídas de [78].

para estudar o problema na direção inversa: encontrar fontes pontuais diluídas no fundo da radiação cósmica de energia ultra-alta. Assim, primeiramente, foi realizado um estudo comparativo entre os filtros Gaussiano, Binário e MHWF aplicados a mapas celestes simulados de UHECR's com fontes gaussianas, em meio a um fundo homogêneo e isotrópico. As figura 4.22 e 4.23 mostram gráficos das amplificações obtidas com os filtros Gaussiano, Binário e MHWF de ordens 1 até 3, em função da escala, para fontes de resolução  $\sigma_{fonte} = 0,5^\circ$ ,  $\sigma_{fonte} = 0,8^\circ$ ,  $\sigma_{fonte} = 1,0^\circ$  e  $\sigma_{fonte} = 1,5^\circ$ . Para todas as resoluções, foram simulados 500 eventos para a fonte e 600.000 eventos para o fundo, distribuídos em toda a esfera com a aceitação do Observatório Pierre Auger. A análise destas figuras mostra que a amplificação é máxima para filtro gaussiano com resolução igual à resolução da fonte<sup>11</sup>  $\sigma$ . Também pode ser observado que a amplificação obtida pelo filtro binário é máxima para resolução angular aproximadamente igual a  $1,585 \times \sigma$ .

O desconhecimento acerca das reais características do fundo da radiação cósmica<sup>12</sup> somado às deflexões magnéticas em suas trajetórias, alterando a resolução angular da fonte, faz com que a aplicação da MHWF a conjuntos de dados reais seja justificada, com o objetivo de procurar por estruturas em diferentes escalas de resolução. O método empregado nesta análise consiste na filtragem dos mapas celestes de eventos em

<sup>11</sup>Maiores detalhes acerca destes resultados encontram-se no anexo B.

<sup>12</sup>Por exemplo, o fundo da radiação cósmica pode ser constituído pela superposição entre distribuição homogênea e isotrópica e maiores concentrações segundo a distribuição de matéria (plano galáctico, por exemplo), dipólos (causados pelo movimento da Terra), quadripólos, etc.

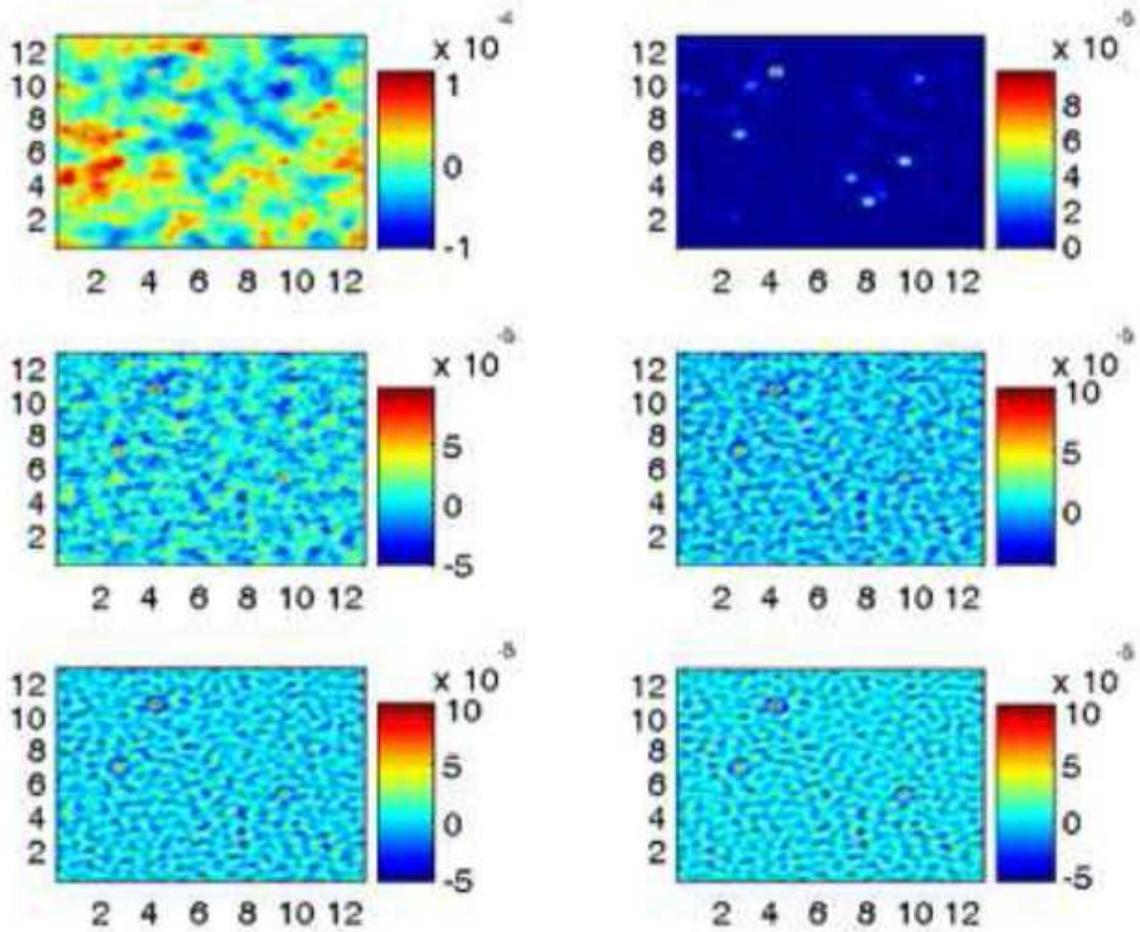


Figura 4.21: Análise de um mapa típico do estudo de radiação cósmica de fundo. (a) Mapa Total = CMB + fontes + proeminência desinteressantes (*foregrounds*) + ruído; (b) Mapa correspondente somente com as fontes extragalácticas simuladas. De (c) a (f) são mostrados a filragem do mapa total com MHWF (c), MHWF2 (d), MHWF3 (e) e MHWF4 (f), em suas respectivas escalas ótimas. A escala de cor está em unidades de  $\delta T/T$  e a escala angular está em graus. Figura retirada de [78].

diferentes escalas e ordens de MHWF. A análise estatística é realizada através da construção de mapas de probabilidades. Estes são obtidos através de técnicas de Monte Carlo, simulando 10.000 conjuntos isotrópicos com a mesma aceitação do detector e mesmo número de eventos do conjunto de dados analisado. Assim, cada pixel  $k$  do mapa de probabilidade  $M_{prob}^{iso}(k)$  carrega a probabilidade de se obter o valor  $M_{evt}(k)$  encontrado no mapa de eventos a partir de flutuações estatística de uma distribuição isotrópica. Esta

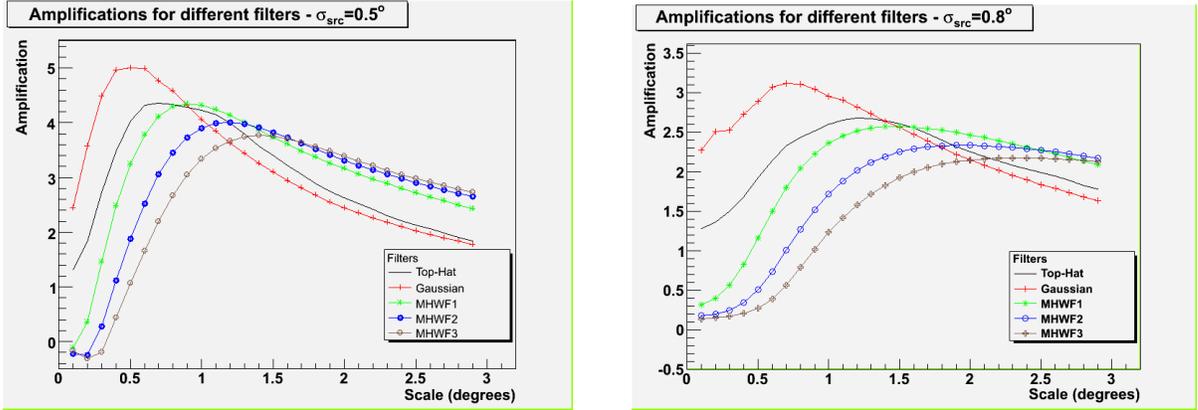


Figura 4.22: Amplificações da razão sinal-ruído em função da escala angular obtidas com filtros Gaussiano, Binário e MHWF de ordem 1 até 3, através da análise de uma fonte de resolução angular  $\sigma_{fonte} = 0,5^\circ$  (esquerda) e  $\sigma_{fonte} = 0,8^\circ$  (direita).

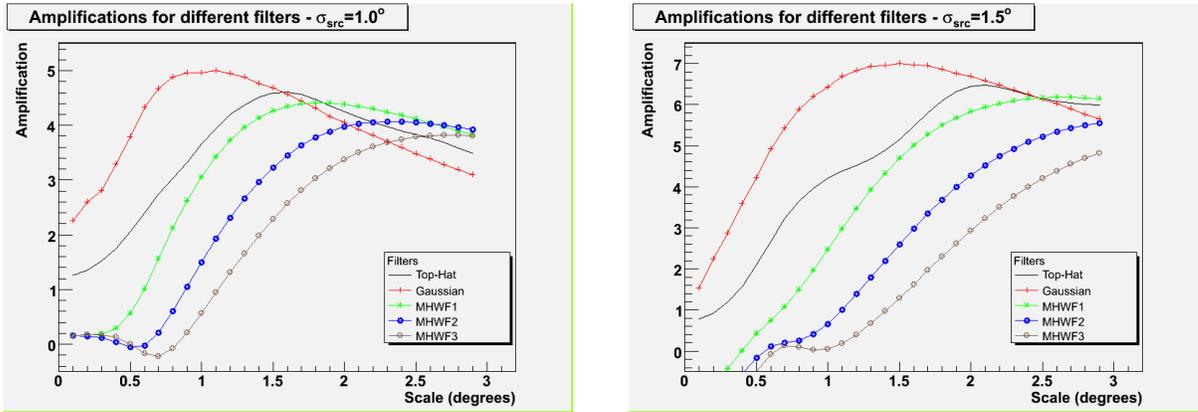


Figura 4.23: Amplificações da razão sinal-ruído em função da escala angular obtidas com filtros Gaussiano, Binário e MHWF de ordem 1 até 3, através da análise de uma fonte de resolução angular  $\sigma_{fonte} = 1,0^\circ$  (esquerda) e  $\sigma_{fonte} = 1,5^\circ$  (direita).

probabilidade é dada pela fração dos conjuntos isotrópicos simulados que possuem  $M_{iso}^{mc}(k) \geq M_{evt}(k)$ , isto é:

$$M_{prob}^{iso}(k) = \frac{N(M_{iso}^{mc}(k) \geq M_{evt}(k))}{N_{tot}} \quad (4.16)$$

onde  $N_{tot}$  é o número total de conjuntos simulados isotropicamente e  $M_{iso}^{mc}(k)$  é o valor do pixel de índice  $k$

de um dos  $N_{tot}$  conjuntos de eventos isotrópicos simulados. Na verdade, trabalhamos com a probabilidade  $M_{prob}(k)$  de que o resultado obtido não seja flutuação estatística de uma distribuição isotrópica, isto é,  $M_{prob}(k) = 1 - M_{prob}^{iso}(k)$ . Deste modo, selecionamos pixels com  $M_{prob}(k) \geq 0,999$ , como possíveis direções candidatas a fontes. Aplicamos este critério para uma fonte simulada no centro galáctico com amplitude 5 vezes maior que o fundo, homogêneo e isotrópico. O resultado para MHWF de ordem 1 é apresentado na figura 4.24, com uma amplificação na região da fonte simulada. Nota-se que vários pixels vizinhos à fonte passaram no critério de seleção.

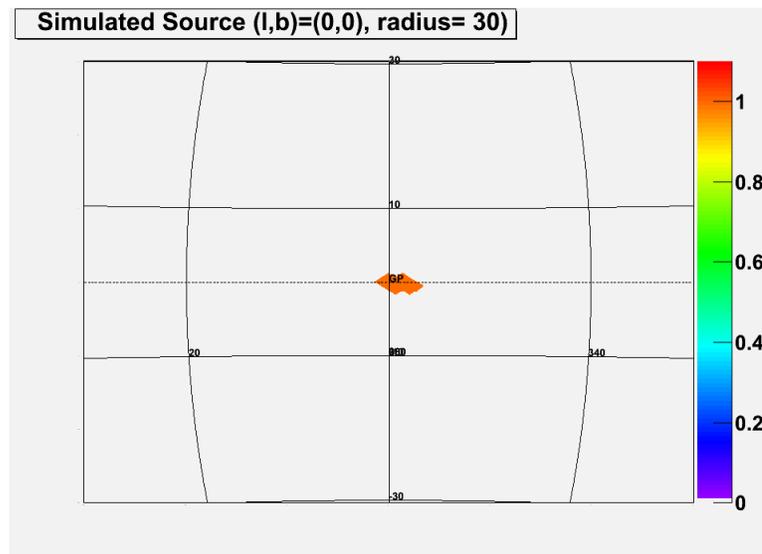


Figura 4.24: Mapa de probabilidade para uma fonte simulada no centro galáctico, para pixels com  $Prob > 0,999$ , com amplificação na região da fonte.

### 4.3.3 Aplicação de MHWF para análise do SGR 1806-20

Utilizamos para esta análise o mesmo conjunto de eventos utilizados na análise do SGR 1806-20 em uma janela temporal de 7 meses, descritos na seção 4.1.2. Utilizamos o filtro gaussiano e a família de chapéus mexicanos MHWF até a terceira ordem, cada uma com 4 escalas diferentes:  $1,7^\circ$ ,  $2,0^\circ$ ,  $2,3^\circ$  e  $2,6^\circ$ . O mapa de probabilidades foi produzido através de simulação Monte Carlo, utilizando a equação (4.16). Foram simulados 10000 conjuntos de eventos isotrópicos com o mesmo número de eventos e mesmas condições do conjunto de dados analisado.

Os mapas de probabilidade, com um zoom na região do magnetar, são apresentados nas figuras 4.25, 4.26, 4.27 e 4.28. Para cada ordem de MHWF e escala, o valor do pixel no mapa de probabilidades, correspondente direção do magnetar foi registrado. As probabilidades de que as contagens de eventos provenientes da direção do SGR 1806-20 não sejam flutuações estatísticas de uma distribuição isotrópica são mostradas na tabela 4.6, para diferentes filtros e escalas angulares. A figura 4.29 apresenta um gráfico da probabilidade de que o valor da contagem de eventos provenientes da direção do SGR 1806-20 não seja flutuação estatística de uma distribuição isotrópica em função da escala angular, para diferentes ordens da MHWF. Não encontrou-se nesta análise, nenhum indício de correlação entre o surto gigante de raios gama deste objeto e os dados de UHECR's colhidos pelo Observatório Pierre Auger, para nenhum filtro nas escalas analisadas. Uma análise da figura 4.29 sugere indicar que, para a MHWF de ordem 1, a probabilidade de que o valor da contagem de eventos não seja flutuação estatística de uma distribuição isotrópica aumenta para escalas angulares maiores. Entretanto, isto não é confirmado quando realizamos a análise para MHWF1 com escala angular igual a  $5^\circ$ , resultando em probabilidade igual a  $Prob = 0,178$ . O fato de não encontrarmos probabilidades elevadas, que indicariam excessos de eventos vindos do magnetar, não significa que a família de wavelet de chapéu mexicano não seja uma ferramenta útil para estudarmos mapas de UHECR's. Isto simplesmente significa que não observamos excessos de UHECR's provenientes do SGR 1806-20 para nenhuma ordem e nenhuma escala angular utilizadas nesta análise. O enorme tempo computacional despendido ao longo deste trabalho, devido à utilização de método Monte Carlo, favorece a análise com filtros usuais, como binário e gaussiano, cujas análises estatísticas com o mapa de cobertura é bem conhecida. Entretanto, tão logo se consiga encontrar uma abordagem estatística para os mapas filtrados com *wavelets* que não necessite de métodos Monte Carlo, este problema estará solucionado. O enorme potencial da aplicação de ferramentas de *wavelets* como filtros em mapas de radiação cósmica de energia ultra-alta deve continuar a ser estudado. A extensão de *wavelets* para esfera é um possível caminho a ser investigado.

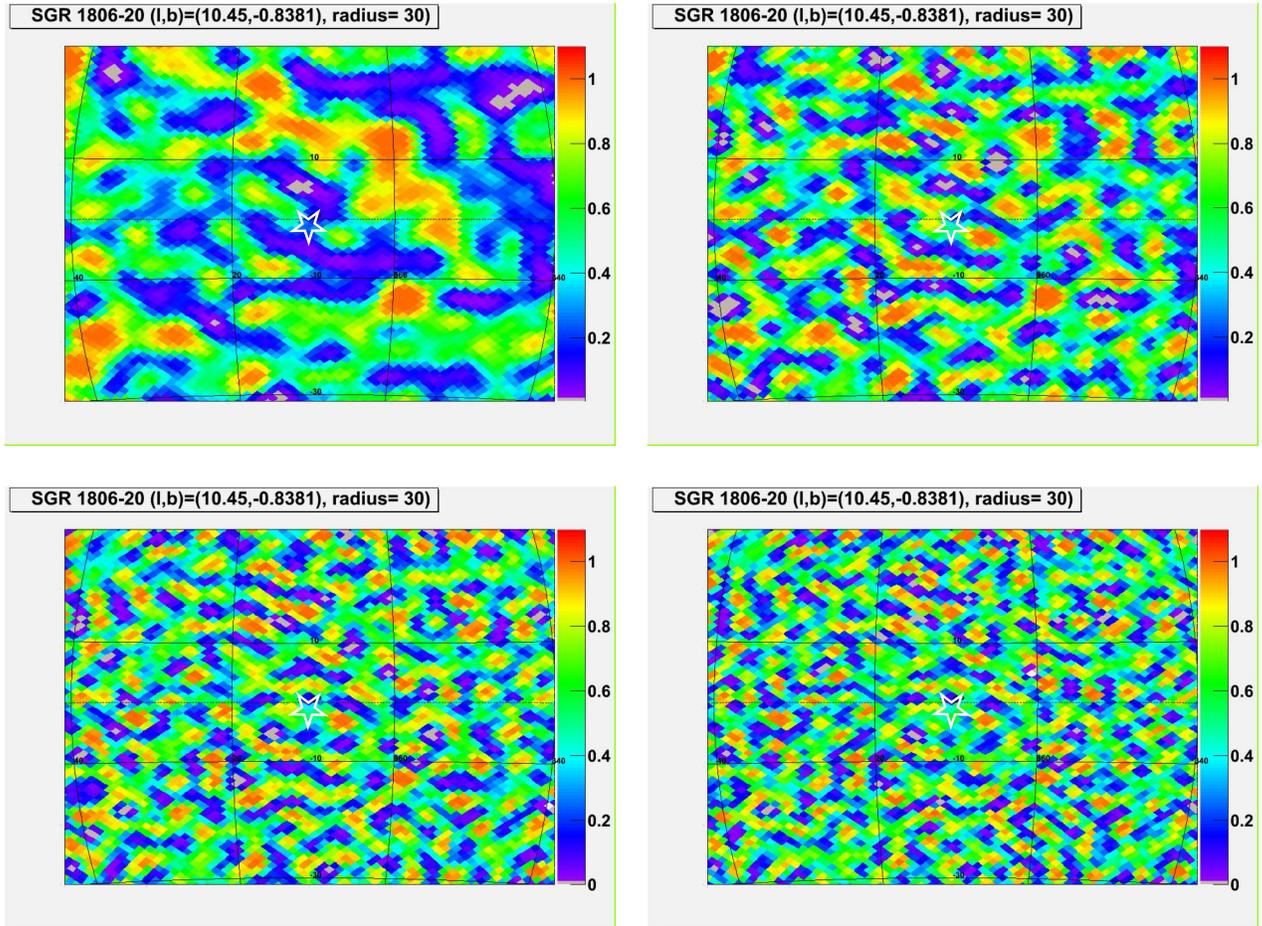


Figura 4.25: Mapas de probabilidade de uma região de  $30^\circ$  ao redor do SGR 1806-20 para a escala  $\sigma = 1,7^\circ$ ; os mapas foram filtrados com a gaussiana (acima, esquerda), MHWF1 (acima, direita), MHWF2 (abaixo, esquerda) e MHWF3 (abaixo, direita). A estrela representa a posição do SGR 1806-20.

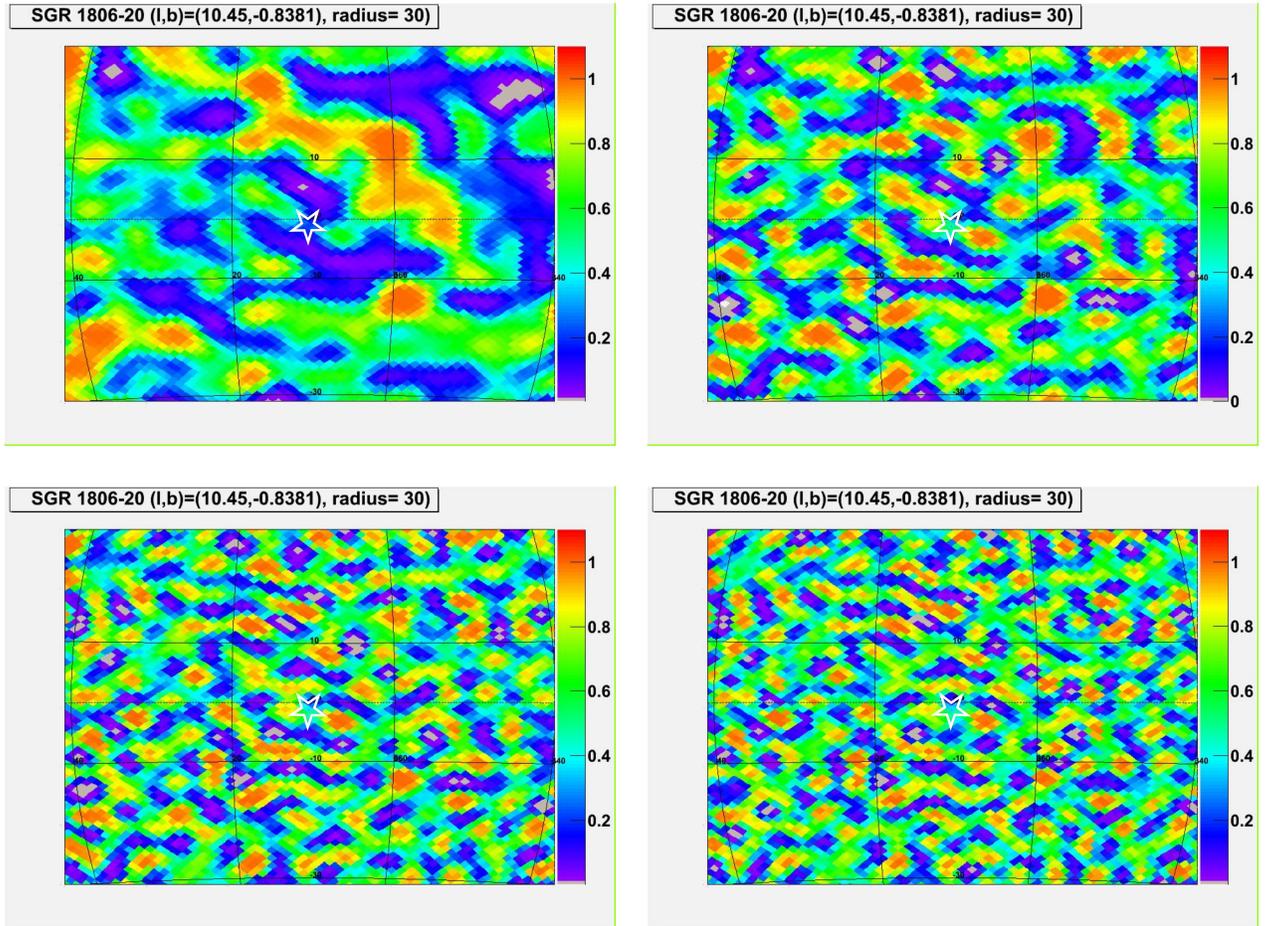


Figura 4.26: Mapas de probabilidade de uma região de  $30^\circ$  ao redor do SGR 1806-20 para a escala  $\sigma = 2,0^\circ$ ; os mapas foram filtrados com a gaussiana (acima, esquerda), MHWF1 (acima, direita), MHWF2 (abaixo, esquerda) e MHWF3 (abaixo, direita). A estrela representa a posição do SGR 1806-20.

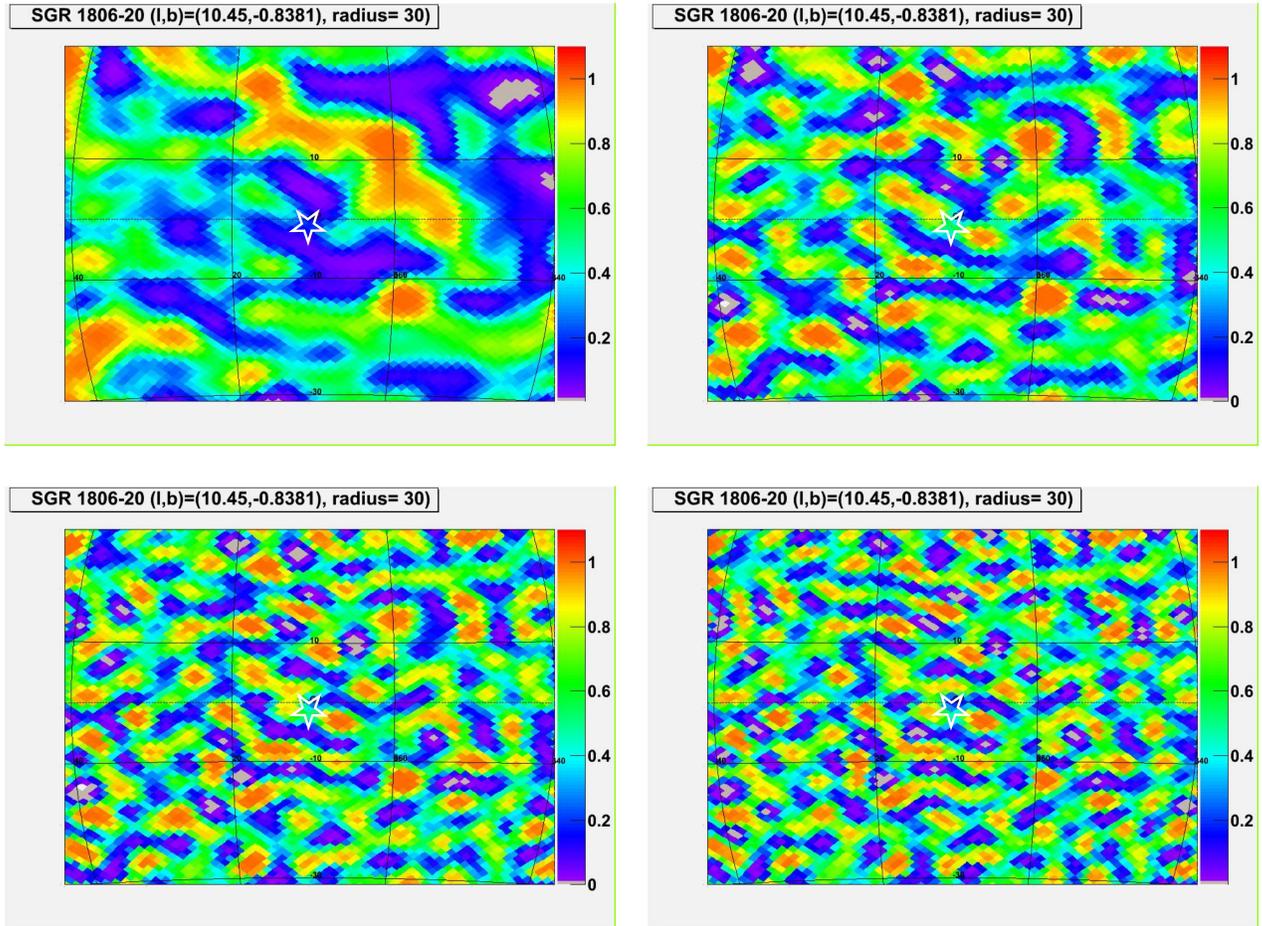


Figura 4.27: Mapas de probabilidade de uma região de  $30^\circ$  ao redor do SGR 1806-20 para a escala  $\sigma = 2, 3^\circ$ ; os mapas foram filtrados com a gaussiana (acima, esquerda), MHWF1 (acima, direita), MHWF2 (abaixo, esquerda) e MHWF3 (abaixo, direita). A estrela representa a posição do SGR 1806-20.

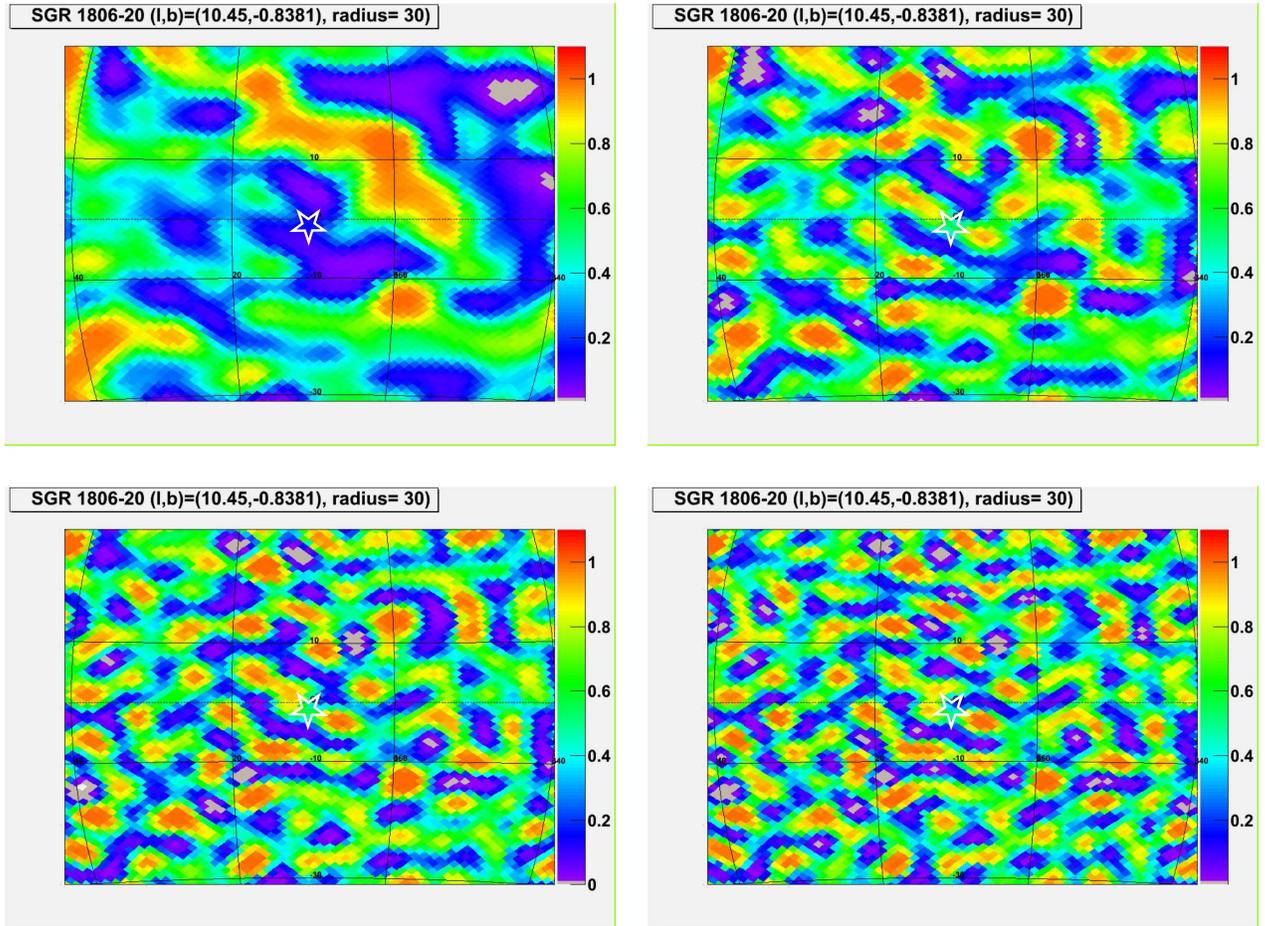


Figura 4.28: Mapas de probabilidade de uma região de  $30^\circ$  ao redor do SGR 1806-20 para a escala  $\sigma = 2, 6^\circ$ ; os mapas foram filtrados com a gaussiana (acima, esquerda), MHWF1 (acima, direita), MHWF2 (abaixo, esquerda) e MHWF3 (abaixo, direita). A estrela representa a posição do SGR 1806-20.

Tabela 4.6: Probabilidades de que o valor da contagem de eventos provenientes da direção do SGR 1806-20, obtido com diferentes filtros e escalas angulares, não seja flutuação estatística de uma distribuição isotrópica.

Escala	MHWF1	MHWF2	MHWF3	Gauss
1,7°	0,428	0,381	0,423	0,245
2,0°	0,472	0,367	0,352	0,214
2,3°	0,519	0,424	0,230	0,185
2,6°	0,537	0,535	0,354	0,151

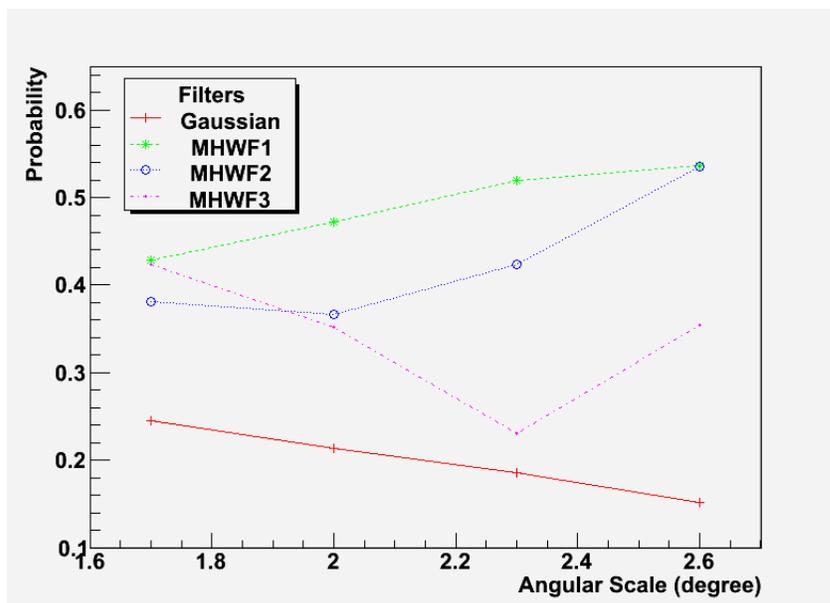


Figura 4.29: Probabilidade de que o valor da contagem de eventos provenientes da região do SGR 1806-20 não seja flutuação estatística de uma distribuição isotrópica em função da escala angular para diferentes ordens de MHWF.

## Capítulo 5

# Anisotropias de larga escala

As fontes de UHECR's e a física responsável por sua aceleração são ainda desconhecidas. O limite superior para a fração de fótons na radiação cósmica de energia ultra-alta [22,27] e a observação da supressão do fluxo para energias  $\gtrsim 10^{19}$  eV [8,38] são consistentes com o efeito GZK [33,34], desfavorecendo modelos Top-Down, vistos na seção 1.4.4. Neste caso, a direção de chegada dos raios cósmicos de energia ultra-alta deve estar correlacionada com a distribuição de matéria, fazendo com que desvios em relação à distribuição isotrópica sejam um grande passo para identificação de suas fontes, uma vez que expectativas de anisotropia nas direções de chegada aumentam nesta faixa de energia devido ao fato de que nosso universo local ( $\lesssim 100$  Mpc) é muito anisotrópico [79,80].

A evidência observacional mais consistente com as expectativas astrofísicas de anisotropia é a correlação entre os 27 eventos com energia maior que 57 EeV e núcleos galácticos ativos próximos, recentemente publicado pela colaboração Auger [19,20], conforme já comentado na seção 1.2.

O fluxo de raios cósmicos para energias mais elevadas,  $E \gtrsim 10^{19}$  eV, é muito pequeno. Para o Observatório Pierre Auger, a taxa de eventos com energia superior a  $\sim 56$  EeV é da ordem de 1 evento por mês. Isto torna muito importante o desenvolvimento de técnicas mais sensíveis para procurar desvios da isotropia. Neste capítulo, apresentamos um método denominado MIIE<sup>1</sup>, que identifica anisotropias sem necessidade de correlacionar com catálogos de objetos celestes, em contraste com métodos dependentes de

---

<sup>1</sup>Acrônimo de *Moment of Inertia Isotropy Estimator*

catálogos usados em [19,20]. Métodos independentes de catálogo são cruciais em procura de anisotropias porque evitam fatores de penalidade estatística, por conta de procura sobre diferentes catálogos além da necessidade de restringir a análise devido à fração do céu preenchida por cada um deles.

## 5.1 Método do Momento de Inércia

O método do Momento de Inércia de uma distribuição de pontos [82,83] é uma importante ferramenta no estudo de dados direcionais. Seja  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , coordenadas de  $n$  pontos de massa unitária e suponha que  $\vec{u} = (u, v, w)$  seja uma direção fixa. O momento de inércia destes  $n$  pontos sobre a direção  $\vec{u}$  é a soma dos quadrados das distâncias perpendiculares entre os pontos  $(x_i, y_i, z_i)$  e a direção  $\vec{u}$ , dado por

$$\Sigma(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) - \Sigma(x_i u + y_i v + z_i w)^2. \quad (5.1)$$

Tratando-se de uma distribuição esférica, com cossenos diretores  $l_i$ ,  $m_i$  e  $n_i$ , a direção média  $(l_0, m_0$  e  $n_0)$  é dada por

$$l_0 = \Sigma l_i / R; \quad m_0 = \Sigma m_i / R; \quad n_0 = \Sigma n_i / R, \quad (5.2)$$

na qual o comprimento resultante  $R$  é

$$R = [(\Sigma l_i)^2 + (\Sigma m_i)^2 + (\Sigma n_i)^2]^{1/2}. \quad (5.3)$$

O momento de inércia das direções  $(l_i, m_i, n_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  é

$$M = \vec{u}' B \vec{u} \quad (5.4)$$

onde

$$B = n\mathbf{I} - \mathbf{T} \quad (5.5)$$

e  $\mathbf{T} = (t_{ij})$  é uma matriz  $3 \times 3$  dada por

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \Sigma l_i^2 & \Sigma l_i m_i & \Sigma l_i n_i \\ \Sigma l_i m_i & \Sigma m_i^2 & \Sigma m_i n_i \\ \Sigma l_i n_i & \Sigma m_i n_i & \Sigma n_i^2 \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Seja  $\beta_1, \beta_2$  e  $\beta_3$  os auto-valores de  $\mathbf{B}$  na ordem decrescente e  $\vec{b}_1, \vec{b}_2$  e  $\vec{b}_3$  os correspondentes auto-vetores. Assim,

$$\beta_i = \vec{b}_i' B \vec{b}_i \quad (5.7)$$

de forma que  $\beta_i$  é o momento de inércia dos pontos sobre  $\vec{b}_i$ . Isto é,  $\beta_i$  é a soma dos quadrados das distâncias perpendiculares entre os pontos  $(l_i, m_i$  e  $n_i)$  e  $\vec{b}_i$ . É mais conveniente trabalhar com  $\mathbf{T}$  ao invés de  $\mathbf{B}$ . Seja  $\tau_1, \tau_2$  e  $\tau_3$  os auto-valores de  $\mathbf{T}$  em ordem crescente e  $\vec{t}_1, \vec{t}_2$  e  $\vec{t}_3$  os correspondentes auto-vetores, tem-se que

$$\tau_1 = n - \beta_1; \quad \tau_2 = n - \beta_2; \quad \tau_3 = n - \beta_3, \quad (5.8)$$

com  $\tau_3 \geq \tau_2 \geq \tau_1$  e  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = n$ .

Uma vez encontrado os auto-valores e auto-vetores, calcula-se o comprimento resultante  $R$ , com a finalidade de ganhar intuição sobre os resultados da técnica, sendo a interpretação do problema obtida através da análise da tabela 5.1.

Entretanto, esta análise é estritamente verdadeira somente para o caso de exposição completa e uniforme do céu. A figura 5.1 exemplifica este fato, apresentando uma comparação entre as distribuições dos valores

Tabela 5.1: Análise dos Autovalores obtidos do Método do Momento de Inércia

Autovalores Característicos	Tipo de Distribuição	Características
$\tau_1 \approx \tau_2 \approx \tau_3$	Uniforme	Eixos sem orientação privilegiada
$\tau_3$ grande, $\tau_1$ e $\tau_2$ pequenos		
(1) $\tau_1 \neq \tau_2$	Unimodal de $R$ é grande Bimodal de $R$ é pequeno	Concentração em um extremo de $\vec{t}_3$ Concentração nos extremos de $\vec{t}_3$
(2) $\tau_1 = \tau_2$	Unimodal de $R$ é grande Bimodal de $R$ é pequeno	Simetria Rotacional em torno de $\vec{t}_3$
$\tau_1$ pequeno, $\tau_2$ e $\tau_3$ grandes		
(1) $\tau_2 \neq \tau_3$	Forma de guirlanda	Plano da guirlanda gerado por $\vec{t}_1$ e $\vec{t}_2$
(2) $\tau_2 = \tau_3$	Forma de guirlanda simétrica	Simetria Rotacional em torno de $\vec{t}_1$

de  $R$  para 100000 conjuntos compostos por 60 eventos isotrópicos simulados com exposição completa do céu (azul sólido), e a mesma quantidade modulada pela exposição do Observatório Pierre Auger <sup>2</sup> (vermelho pontilhado).

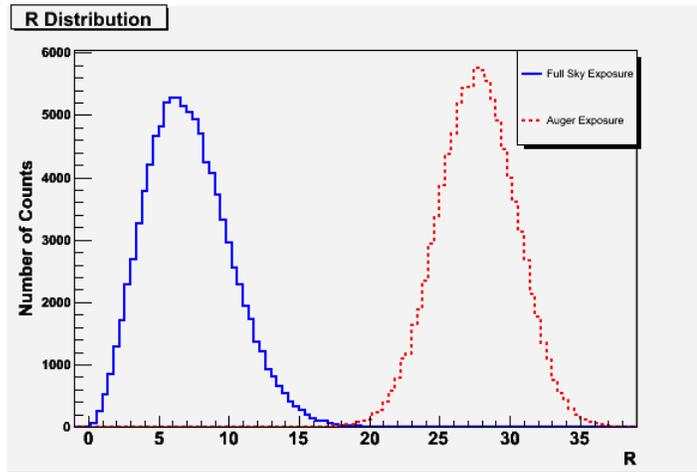


Figura 5.1: Comparação entre as distribuições de  $R$  obtidas de 100.000 conjuntos de 60 eventos isotrópicos com exposição total e parcial do céu.

## 5.2 Método MIIE

O método MIIE consiste na construção de um estimador de isotropia baseado no método do Momento de Inércia, tendo como objetivo determinar a probabilidade  $P_{iso}$  de aceitar a hipótese de isotropia em um

<sup>2</sup>Doravante usaremos a expressão “exposição parcial para nos referirmos à situação específica de exposição do Observatório Pierre Auger.

determinado conjunto de eventos. Considerando cada direção de chegada de UHECRs como um ponto de massa unitária, podemos utilizar o Método do Momento de Inércia para obter os autovalores referentes ao céu isotrópico que seria visto pelo Observatório Pierre Auger e usar este resultado para estudar qualquer outro conjunto de eventos, mediante um estimador de isotropia. Seja  $\xi_{iso}$  um estimador, função da direção de chegada de  $N$  raios cósmicos,  $\xi = f(r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_i, \dots, r_N)$ , e  $dn/d\xi_{iso}$  sua distribuição normalizada para o caso em que  $r_i$  é obtido a partir de uma distribuição isotrópica. A probabilidade  $P_{iso}$  para este estimador é dada por

$$P_{iso}(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} dn/d\xi'_{iso} d\xi'_{iso} \quad (5.9)$$

que é uma função monotônica no intervalo de  $P_{iso} = [0, 1]$ .

O estimador  $\xi$  de isotropia adotado nesta análise é dado por:

$$\xi = \frac{\tau_3 - \tau_1}{\tau_2}. \quad (5.10)$$

Esta escolha para o estimador deve-se ao fato de que na situação de exposição total e eventos isotrópicos, os 3 autovalores são degenerados e, similarmente, espera-se que à medida em que se aumenta a anisotropia nos eventos obtidos, mesmo na situação de exposição parcial, haja uma separação cada vez maior entre os autovalores extremos,  $\tau_3$  e  $\tau_1$ . A razão com  $\tau_2$  se deve ao fato de que este autovalor é o que mais se aproxima do autovalor referente ao caso isotrópico. Assim,  $\xi$  é uma medida da quebra de degenerescência em relação ao autovalor isotrópico. A figura 5.2 mostra a distribuição normalizada  $dn/d\xi_{iso}$  para 1 milhão de conjuntos com 60 eventos isotrópicos e exposição parcial.

Neste trabalho, a probabilidade  $P_{iso}$  é calculada a partir desta distribuição, utilizando método de Monte Carlo. Assim,  $P_{iso}$  de um determinado conjunto de eventos é dada por:

$$P_{iso}(\xi) = \frac{N_{\xi_{iso} \geq \xi}}{N_{iso}}, \quad \text{se } \xi > \mu_{1/2}^{iso} \quad (5.11)$$

ou

$$P_{iso}(\xi) = \frac{N_{\xi_{iso} \leq \xi}}{N_{iso}}, \quad \text{se } \xi < \mu_{1/2}^{iso}, \quad (5.12)$$

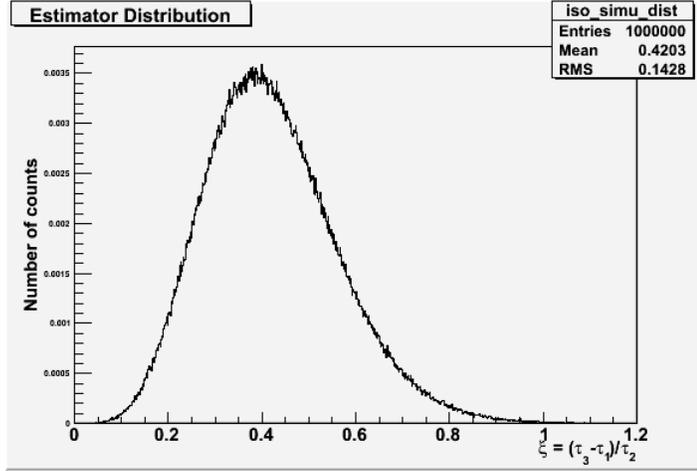


Figura 5.2: Distribuição de  $\xi_{iso}$  para 1 milhão de conjuntos com 60 eventos isotrópicos e exposição parcial.

na qual  $N_{\xi_{iso} \geq \xi}$  ( $N_{\xi_{iso} \leq \xi}$ ) é o número de conjuntos isotrópicos cujo estimador  $\xi_{iso}$  é maior (menor) do que o obtido  $\xi$  a partir do conjunto de eventos do qual deseja-se calcular  $P_{iso}$ ,  $N_{iso}$  é o número total de conjuntos isotrópicos simulados e  $\mu_{1/2}^{iso}$  é a mediana da distribuição de  $\xi_{iso}$ .

### Teste de Uniformidade para a distribuição Isotrópica

A seguir, mostraremos que a distribuição da probabilidade de isotropia  $P_{iso}$  para conjuntos isotrópicos deve ser uniforme. Tomando a derivada da probabilidade  $P_{iso}$  com respeito ao estimador  $\xi$ ,

$$\frac{dP_{iso}}{d\xi} = \frac{dn}{d\xi}, \quad (5.13)$$

e notando que

$$\frac{dn}{dP_{iso}} = \frac{dn}{d\xi} \times \frac{d\xi}{dP_{iso}}, \quad (5.14)$$

obtém-se através da substituição de 5.13 em 5.14 que

$$\frac{dn}{dP_{iso}} = \frac{dn}{d\xi} \times \frac{1}{\frac{dn}{d\xi}} = 1. \quad (5.15)$$

Desta forma, é mostrado que a distribuição de  $P_{iso}$  para o caso isotrópico deve ser uniforme. A figura 5.3 mostra a distribuição de  $P_{iso}$  obtida a partir de 10000 conjuntos isotrópicos, utilizando o estimador  $\xi$ . Uma vez que verificamos que o estimador  $\xi$  possui distribuição uniforme, testaremos a sensibilidade do método MIIE para diferentes tipos de anisotropias.

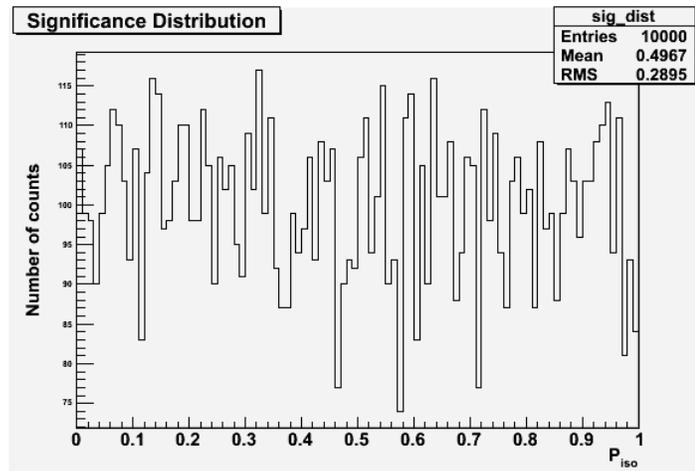


Figura 5.3: Distribuição uniforme de  $P_{iso}$ , claramente uniforme, obtida a partir de 10000 conjuntos isotrópicos utilizando o estimador  $\xi$ .

### 5.2.1 Sensibilidade do método para diferentes anisotropias

Com o objetivo de testar o desempenho do método, estudamos sua aplicação a diferentes conjuntos de eventos simulados segundo diferentes anisotropias, disponibilizados pelo grupo de Anisotropia de Larga Escala da Colaboração Pierre Auger [81]. Estes conjuntos, dados em coordenadas equatoriais, e modulados segundo a aceitação do observatório, estão descritos na tabela 5.2.

#### Teste de Hipóteses

Para estudar a eficiência do nosso método, é preciso levar em conta os dois tipos de erros em teste de hipóteses [84]:

**Erro do Tipo I** - O erro classificado como Tipo I consiste em rejeitar a hipótese nula quando ela é, de fato, verdadeira. Em nosso caso a hipótese nula significa distribuição isotrópica de eventos. A probabilidade relacionada a erros do tipo I, chamada de significância do teste, é definida como sendo a probabilidade  $\alpha$

Tabela 5.2: Quadro sinótico contendo a descrição de cada conjunto simulado

Tipo de Distribuição	Descrição
<b>Isotrópico</b>	Conjuntos de eventos gerados segundo distribuição isotrópica.
<b>Dipolo</b>	Conjuntos gerados segundo dipolos orientados na direção $+\vec{z}$ e $-\vec{z}$ .
<b>Quadrupolo</b>	Conjuntos gerados segundo quadrupolo com simetria no eixo $\vec{x}$ .
<b>IRASS0020-ISO</b>	Conjunto gerado com 30 eventos isotrópicos mais 30 eventos gerados segundo o catálogo IRAS, delocalizados aleatoriamente segundo uma gaussiana bi-dimensional de parâmetro $\sigma = 3^\circ$ e pesados de acordo $1/z^2$ , onde $z$ é o <i>redshift</i> do objeto.
<b>VCV0020</b>	Conjunto de 60 eventos gerados segundo o catálogo VCV com $z_{max} \leq 0.020$ . A probabilidade de detecção é pesada por $1/z^2$ , com posição angular delocalizada aleatoriamente segundo uma gaussiana bi-dimensional de parâmetro $\sigma = 3^\circ$ .
<b>VCVflat0020</b>	Conjunto gerado com 60 eventos segundo o catálogo VCV cuja diferença em relação ao caso anterior é que a probabilidade de detecção dos eventos <b>não</b> é pesada pelo <i>redshift</i> .

de rejeitar  $H_{iso}$ , uma vez que  $H_{iso}$  é verdade. Na prática este valor deve ser escolhido *a priori*, e assim, para esta análise escolhemos  $\alpha_{90} = 0,1$  e  $\alpha_{99} = 0,01$ , correspondendo a níveis de confiança<sup>3</sup>, dados por  $CL = 1 - \alpha$ , de 90% e 99%, respectivamente. Cada escolha de  $\alpha$  corresponde a um único intervalo para o estimador  $\xi_{iso}$  ( $\xi_1^\alpha \leq \xi_{iso} \leq \xi_2^\alpha$ ) tal que a fração do número de conjuntos isotrópicos cujo valor do estimador  $\xi_{iso}$  esteja fora deste intervalo é  $\alpha$ .

**Erro do Tipo II** - Este erro consiste em falhar na rejeição da hipótese nula, isto é, aceitar a hipótese nula quando, na verdade, esta é falsa. Em nosso caso, este erro consiste em aceitar a hipótese de que os eventos sejam isotrópicos quando, de fato, não são. Com base no erro do tipo II é definida a probabilidade  $\beta$  de aceitar a hipótese de isotropia quando o conjunto de eventos é realmente anisotrópico. Esta probabilidade é a fração do número de conjuntos de eventos anisotrópicos cujo valor do estimador  $\xi$  se encontra dentro do intervalo definido por  $\alpha$ , sendo dependente das escolhas de  $\alpha$  e  $H_{iso}$ . O poder do teste,  $1 - \beta$ , é a probabilidade de alegar com êxito uma anisotropia quando ela realmente existe.

Utilizando método Monte Carlo, simulamos 10000 conjuntos de 60 eventos, gerados isotropicamente e calculamos ao poder do teste  $1 - \beta$  ( $1 - \beta_{CL=90\%}$  e  $1 - \beta_{CL=99\%}$ ) do Método do Momento de Inércia para cada tipo de anisotropia descrita anteriormente na tabela 5.2, em ordem decrescente de poder do teste.

Um método com grande poder de discriminação deve produzir grandes valores para  $1 - \beta$  correspondentes a pequenos valores fixados para  $\alpha$ . O compromisso entre estas duas variáveis faz com que a situação ideal

<sup>3</sup>Utilizaremos para nível de confiança o acrônimo  $CL$  da expressão inglesa “*Confidence Level*”.

Tabela 5.3: Poder do teste  $(1 - \beta)$  para 10000 conjunto de 60 eventos.

Tipo de Distribuição	$1 - \beta$ ( $\alpha=10\%$ )	$1 - \beta$ ( $\alpha = 1\%$ )
VCV0020	1,0000	1,0000
Quadrupolo em $\vec{x}$	1,0000	1,0000
VCVflat0020	0,9813	0,8996
Dipolo em $\vec{z}$	0,9451	0,5091
Dipolo em $-\vec{z}$	0,2611	0,0649
Iras0020-ISO	0,1573	0,0235
Isotrópica	0,1016	0,0107

seja aquela na qual o intervalo determinado pela escolha de  $\alpha$  seja o menor possível, afim de maximizar  $1 - \beta$ .

A análise da tabela 5.3 nos mostra que:

**Isotrópico** - O valor de  $(1 - \beta)$  obtido é completamente compatível com o valor fixado para  $\alpha$ .

**Dipolos** - Para o dipolo em  $+\vec{z}$ , o valor de  $(1-\beta)$  é maior que para o dipolo em  $-\vec{z}$ . Isto é justificado pela localização do observatório no hemisfério sul, fazendo com que o céu isotrópico que possui maior concentração de eventos no polo sul celeste (ver mapa do céu referente a eventos isotrópicos com  $E > 5$  EeV na figura 3.6), se assemelhe à distribuição esperada para o dipolo em  $-\vec{z}$ . Por outro lado, o dipolo em  $+\vec{z}$  produz menos eventos concentrados em torno no polo sul celeste, em contraste com a distribuição esperada para o céu isotrópico. O céu observado pelo Auger para 60000 eventos segundo estas anisotropias é mostrado na figura 5.4.

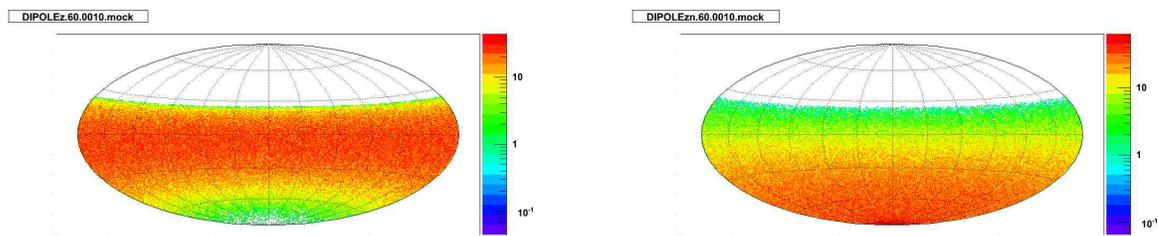


Figura 5.4: Mapas celestes, em coordenadas galácticas, visto pelo Observatório Pierre Auger para 60000 eventos simulados segundo dipolo em  $\vec{z}$  (à esquerda) e dipolo  $-\vec{z}$  (à direita).

**Quadrupolo** - Todos os mapas simulados segundo quadrupolo com eixo de simetria  $\vec{x}$  foram identificados corretamente como anisotrópicos. A grande eficiência do método em identificar este tipo de anisotropia

é justificada pela análise referente a anisotropias segundo dipolo em  $\vec{z}$ .

**IRASS0020-ISO** - O poder de discriminação do método para este tipo de anisotropia é pequeno por dois motivos: a diluição do sinal devido aos eventos isotrópicos e o grande número de fontes deste catálogo.

**VCV0020** - O método possui grande poder de discriminação para este tipo de anisotropia, identificando-a corretamente em 100% dos mapas simulados.

**VCVflat0020** - A eficiência da discriminação do método para este tipo de anisotropia é menor do que a do caso anterior porque a ausência de peso por *redshift* não seleciona objetos por sua distância, gerando distribuições mais similares à isotrópica, visto que objetos mais distantes têm distribuição mais uniforme.

### 5.2.2 A razão sinal/ruído e a eficiência do teste de hipótese

Espera-se que um conjunto realista de raios cósmicos contenha uma mistura de eventos anisotrópicos e isotrópicos, isto é, sinal e ruído. Adicionalmente, o número de eventos de cada conjunto é igualmente importante para análise de anisotropias, devido ao baixo fluxo de raios cósmicos na faixa de energias extremas. Com o objetivo de estudar este efeito combinado de diluição do sinal e número de eventos sobre o poder do teste  $(1 - \beta)$ , simulamos diferentes conjuntos de eventos segundo as mesmas anisotropias descritas na tabela 5.2. Estes conjuntos contêm diferentes números de eventos (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 e 90) e frações de sinal<sup>4</sup> (20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% e 100%). As figuras 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 mostram, nos gráficos à esquerda, o poder do teste  $(1 - \beta)$  em função do número de eventos do conjunto simulado. As diferentes curvas correspondem a diferentes frações de sinal. A mesma informação, de maneira resumida, é mostrada nos gráficos à direita, pela eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ . Esta escolha se deve a maior amplitude de variação desta grandeza em escala logarítmica, facilitando a interpretação dos resultados. As regiões mais escuras dos gráficos à direita, correspondentes a conjuntos com mais eventos e com maiores frações de sinal, são aquelas que apresentam maior sensibilidade para identificar anisotropias. Portanto, conclui-se que, tanto a quantidade de eventos do conjunto observado quanto a porcentagem de eventos anisotrópicos afetam significativamente a eficiência do MIEE em identificar anisotropias na esfera celeste.

---

<sup>4</sup>A fração de sinal é dada pela razão  $n_{sin}/n_{tot}$  entre o número de eventos anisotrópicos  $n_{sin}$  e o número total de eventos do conjunto  $n_{tot}$ .

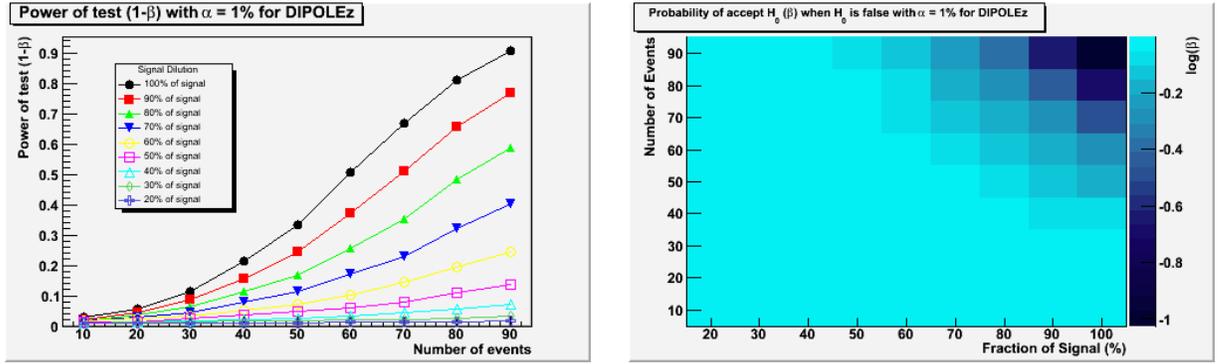


Figura 5.5: Poder do teste  $(1 - \beta)$ , à esquerda, e eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ , à direita, para conjuntos de eventos com anisotropias segundo dipolo em  $+\hat{z}$ , em função do número de eventos e frações de sinal.

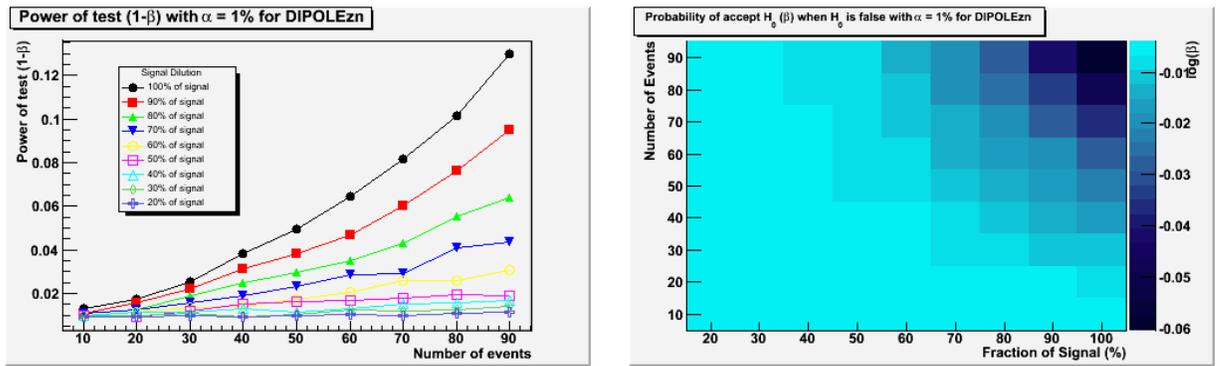


Figura 5.6: Poder do teste  $(1 - \beta)$ , à esquerda, e eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ , à direita, para conjuntos com anisotropias segundo dipolo em  $-\hat{z}$ , em função do número de eventos e frações de sinal.

### 5.2.3 Aplicação do método em dados do Observatório Pierre Auger

Aplicamos o MIIE ao conjunto de 27 eventos com  $E > 57$  EeV, para o qual a Colaboração Auger estimou a probabilidade de anisotropia em mais de 99%. O resultado obtido estima que a probabilidade de distribuição anisotrópica para este conjunto de eventos é 94,4%. Este resultado é independente da escolha de catálogo, mostrando-se menos sensível do que o método aplicado em [19], porém, bastante consistente. Uma extensão desta análise, considerando 81 eventos, com  $E > 40$  EeV resulta em uma probabilidade de isotropia de 0,28%. Além disso, a análise destes 81 eventos separados em 3 conjuntos com 27 eventos selecionados em energia, resulta nas probabilidades apresentadas na tabela 5.4.

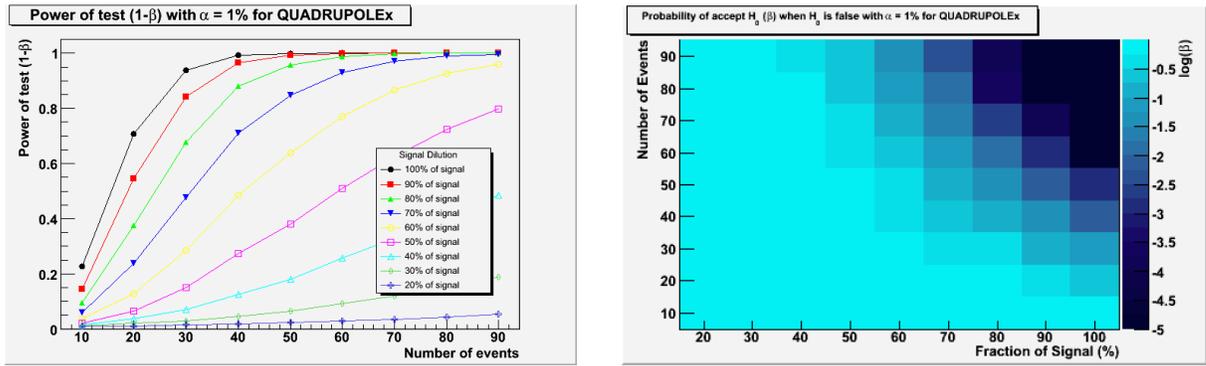


Figura 5.7: Poder do teste  $(1 - \beta)$ , à esquerda, e eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ , à direita, para conjuntos de eventos com anisotropias segundo quadrupolo, em função do número de eventos e frações de sinal.

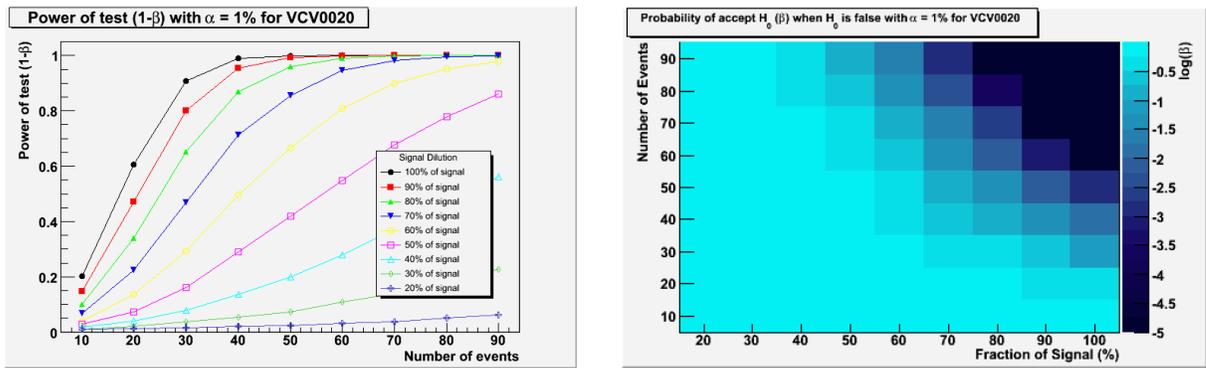


Figura 5.8: Poder do teste  $(1 - \beta)$ , à esquerda, e eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ , à direita, para conjuntos de eventos com anisotropias segundo o catálogo Verón-Cetty-Verón, pesado pelo *redshift* ( $1/z^2$ ), em função do número de eventos e frações de sinal.

A figura 5.10 mostra a diminuição da probabilidade de anisotropia em função da diminuição em energia dos eventos.

Este resultado é muito interessante, sugerindo indicar um limiar em energia para a transição entre eventos isotrópicos e anisotrópicos, possivelmente por conta de deflexões nas trajetórias das partículas devidas aos campos magnéticos galácticos e extragalácticos.

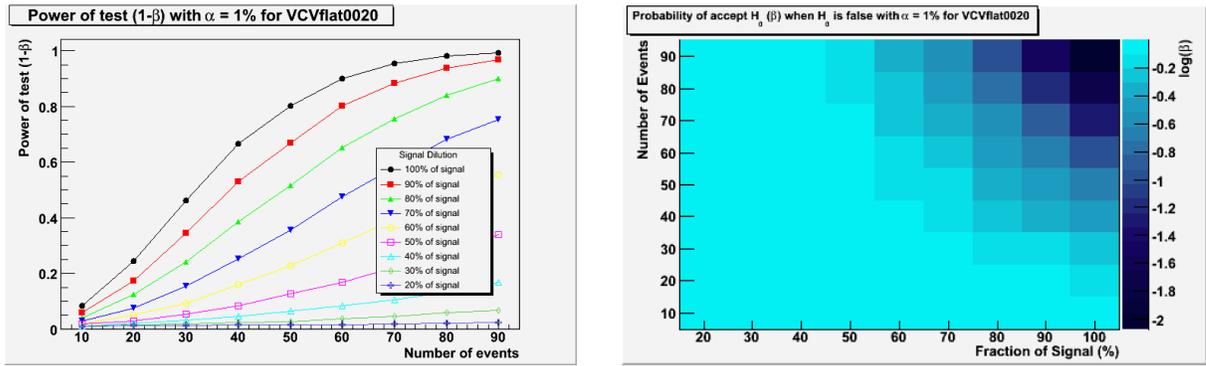


Figura 5.9: Poder do teste  $(1 - \beta)$ , à esquerda, e eficiência de Rejeição do sinal  $\beta$ , à direita, para conjuntos de eventos com anisotropias segundo o catálogo Verón-Cetty-Verón, sem peso por *redshift*, em função do número de eventos e frações de sinal.

Tabela 5.4: Probabilidades de isotropia em faixas de Energia

E(EeV)	E>57	48<E<57	40<E<48
Prob	0,056	0,263	0,356

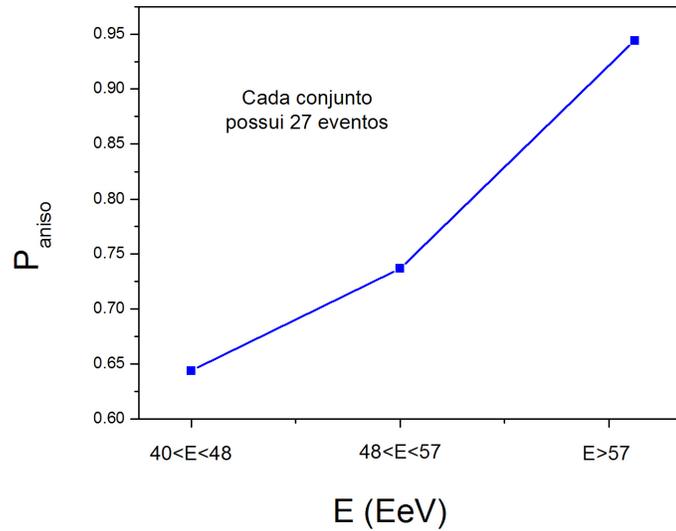


Figura 5.10: Probabilidade de isotropia, calculada com o MIIIE, em função da energia dos eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger.

# Conclusões

A composição, origem, mecanismos de aceleração e propagação da radiação cósmica pelo universo são ainda desconhecidos. O trabalho aqui apresentado teve como objetivo o estudo de anisotropias nas direções de chegada dos raios cósmicos primários. O estudo de anisotropias depende da determinação do método de cobertura, isto é, o número médio de eventos segundo distribuição isotrópica que seriam observados em cada direção da esfera celeste, segundo a aceitação do detector. Uma vez que os métodos empregados para a determinação da cobertura utilizam conjuntos de dados reais, é importante estudar a influência de possíveis anisotropias presentes nos dados na construção do mapa de cobertura. Assim, foi realizada uma análise dos vieses introduzidos pelos métodos de embaralhamento e semi-analítico, com mapas filtrados com a função gaussiana bi-dimensional e aceitações para  $E < 2$  eV e  $E > 5$  eV. Foram simuladas anisotropias dipolares com amplitudes 5% e 20% para três direções diferentes ( $\alpha = 0^\circ, \delta = 0^\circ$ ), ( $\alpha = 0^\circ, \delta = -45^\circ$ ) e ( $\alpha = 0^\circ, \delta = -90^\circ$ ). Ambos os métodos apresentam vieses abaixo de  $\sim 2\%$  para anisotropias dipolares com amplitude de 5%, e abaixo de  $\sim 6\%$  para anisotropias dipolares com amplitude de 20%, com o método semi-analítico apresentando resultados um pouco melhor para todas as simulações analisadas. Este resultado é considerado aceitável para a análise presente nesta tese, sendo o método semi-analítico utilizado neste trabalho porque apresenta vieses menores que o método de embaralhamento. Além disso, este método necessita de um tempo de processamento menor, uma vez que se baseia em integrações numéricas, ao contrário do embaralhamento, que se baseia em métodos Monte Carlo. Entretanto, deve ser feito um estudo adicional para avaliar a influência de ambos os métodos em reconstruções de amplitudes dipolares.

Anisotropias de larga e pequena escalas foram analisadas ao longo desta tese. As conclusões obtidas a partir deste trabalho são discutidas a seguir:

## Anisotropias de pequena escala

1. SGR 1806-20: Procurou-se por excesso de UHECR's correlacionados com o surto gigante do SGR 1806-20, emitido em dezembro de 2004. É realizada uma análise em uma janela temporal de 7 meses. São realizadas análises integrais e diferenciais da significância em função do tempo de outubro de 2004 a dezembro de 2008. Para todos os períodos de tempo analisados, a significância estatística é compatível com flutuações estatísticas do fundo. A partir de análises com filtros de diferentes resoluções angulares, são estimados limites superiores para o fluxo de UHECR's provenientes do SGR 1806-20. Além disso, a ausência de nêutrons coincidentes com o surto em dados do Observatório Pierre Auger permite que sejam colocados vínculos astrofísicos sobre variáveis relacionadas com a emissão de radiação deste transiente, a saber, variabilidade da escala de tempo  $\Delta t$ , fração de conversão de energia cinética em energia interna  $\xi_i$ , luminosidade em energia cinética  $L_{kin}$  e energia do próton primário  $\epsilon_p$  que daria origem ao nêutron. Esta ausência de nêutrons coincidentes com o surto somada a não observação de neutrinos provenientes do SGR 1806-20 no experimento AMANDA, favorecem modelos nos quais o estágio inicial do surto é pobre em bárions.
2. Fontes reportadas pela colaboração JANZOS com  $S > 4\sigma$  em direções sem correlação com fontes conhecidas: Em 1993 a colaboração JANZOS reportou a existência de 7 regiões com excessos de raios  $\gamma$ , sem associações com direções de fontes conhecidas. Com o objetivo de estudarmos estas direções, analisamos 149.144 eventos com  $E > 1$  EeV colhidos pelo Observatório Pierre Auger entre janeiro de 2004 a fevereiro de 2008. As significâncias estatísticas do número de raios cósmicos provenientes destas direções são compatíveis com flutuação do fundo. A falta de observações atuais da radiação  $\gamma$  no hemisfério sul para esta faixa de energia traz dificuldades para uma análise mais detalhada destas regiões candidatas à fonte. Se as fontes relacionadas a estas direções ainda emitem radiação, a ausência de raios cósmicos em dados do Observatório Pierre Auger restringe a modelagem astrofísica de objetos correlacionados com este tipo e emissão.
3. Aplicação de filtros de *wavelets* para detecção de fontes pontuais: *Wavelets* têm sido utilizadas com sucesso em vários campos científicos. Em especial, filtros de *wavelets* têm sido aplicados com enorme sucesso para remoção de estruturas no campo de estudo da radiação cósmica de fundo, com relevante

destaque para a família de *wavelets* de chapéu mexicano MHWF. Neste sentido, estudamos neste trabalho a aplicação de filtros de MHWF para detecção de fontes pontuais diluídas no fundo da radiação cósmica de energia ultra-alta. Calculamos as amplificações da razão sinal-ruído obtidas por filtros de diferentes ordens da MHWF, gaussiano e binário. O resultado obtido concorda com a previsão teórica de que, na situação de fundo homogêneo e isotrópico a amplificação máxima da razão sinal-ruído é obtida para o filtro gaussiano com resolução angular igual à resolução da fonte. Uma vez que as reais características do fundo da radiação cósmica de energia ultra-alta são desconhecidas, justifica-se a utilização de *wavelets* para detecção de fontes pontuais, em diferentes fatores de escala. Como estudo de caso, procuramos por excessos de UHECR's provenientes do surto gigante do SGR 1806-20 utilizando filtros de MHWF. Utilizamos o mesmo conjunto de eventos, selecionados segundo  $E > 1,1$  EeV e janela temporal de 7 meses em torno do surto, utilizado na análise anterior. A análise baseia-se em mapas de probabilidades. Estes são construídos a partir de simulação de 10.000 conjuntos de eventos isotrópicos, utilizando método Monte Carlo. Não foram observados excessos de UHECR's para todas as ordens e escalas de MHWF analisadas. Quantitativamente o resultado obtido com a família de *wavelets* de chapéu mexicano é similar ao encontrado utilizando filtro gaussiano. Isto não significa que a técnica não seja eficiente. Significa somente que, para o caso do SGR 1806-20, não foram encontrados excessos significativos nas escalas angulares utilizadas. O enorme potencial da aplicação de ferramentas de *wavelets* como filtros em mapas de radiação cósmica de energia ultra-alta deve continuar a ser investigado, sendo a extensão de *wavelets* para esfera um possível caminho a ser seguido.

### **Anisotropias de larga escala**

Para a análise global de anisotropias, criamos um método de identificação de anisotropias independentes de catálogos de objetos celestes, chamado MIEE. Este método consiste na construção de um estimador de isotropia que tem como base o clássico método estatístico do Momento de Inércia, criado por Fischer para análise de dados direcionais na esfera. Utilizamos testes de hipóteses com a finalidade de obter a eficiência do método sugerido. Para tal, foram utilizados conjuntos de eventos simulados segundo diferentes anisotropias, disponibilizados pelo grupo de Anisotropia de Larga Escala da Colaboração Pierre Auger. O

método apresenta boa eficiência de detecção, principalmente se levarmos em conta sua simplicidade. Por fim, utilizamos o método proposto em conjunto de dados reais coletados pelo Observatório Pierre Auger. Para o conjunto de dados com energia  $E \geq 57$  EeV, publicados na revista Science com probabilidade de anisotropia  $P_{anis} > 99\%$ , o resultado encontrado por nosso método indica probabilidade de anisotropia  $P_{anis} = 94,4\%$ . O resultado obtido pelo método MIEE torna-se mais relevante se lembrarmos que nosso método independe de catálogos de objetos celestes, ao contrário do resultado anterior, que utilizou como referência o catálogo Verón-Cetty-Verón. Uma análise para conjuntos selecionados segundo faixas de energia menores, observa-se uma diminuição na probabilidade de anisotropia à medida em que a energia decresce. Este resultado é muito interessante e sugere indicar um limiar em energia para transição entre eventos isotrópicos e anisotrópicos, possivelmente por conta de deflexões nas trajetórias das partículas devidas aos campos magnéticos galácticos e extra-galácticos.

## Apêndice A

# Estudo de viéses em mapas de cobertura introduzidos por anisotropias presentes no conjunto de dados

A detecção de anisotropias tanto de pequena quanto de larga escala depende da construção de mapas de cobertura, como foi visto no capítulo 3. O objetivo deste apêndice é apresentar o modo como anisotropias no conjunto de dados reais podem afetar a construção do mapa de cobertura e mostrar os resultados obtidos desta análise.

### Conjunto de dados simulados

Cada evento é associado a um tempo de chegada, sendo o tempo universal coordenado UTC e o dia juliano JD gerados uniformemente. As coordenadas locais de cada evento (ângulos zenital e azimutal) são calculadas a partir de suas coordenadas celestes, utilizando para isso o UTC, o JD e as coordenadas geográficas do Observatório Pierre Auger. A distribuição em ângulo zenital dos eventos eventos é dada por

$$\frac{dN}{d\theta} = P(\theta) = P_{iso}(\theta) [1 + \delta(\theta)] = \text{sen}(\theta) \times [1 + \delta(\theta)], \quad (\text{A.1})$$

na qual  $P_{iso}$  é a distribuição dos eventos uniformemente distribuídos na esfera celeste e  $\delta(\theta)$  é uma

anisotropia superposta. Esta distribuição é somente vista com um detector perfeito, sendo então, necessário selecionar os eventos simulados de acordo com a aceitação do Observatório Pierre Auger. Para isso, utilizou-se um ajuste da distribuição do ângulo zenital  $\theta$  de eventos reais e o método de aceitação-rejeição [84] com a finalidade da construção de uma lei de aceitação-rejeição:

$$AR(\theta) = \frac{a(\theta)}{P_{iso}(\theta)} = \frac{a(\theta)}{sen(\theta)}. \quad (\text{A.2})$$

Uma vez que método de aceitação-rejeição tenha sido empregado, a distribuição angular dos eventos é dada por

$$\frac{dN}{d\theta} = AR(\theta) \times P(\theta) = a(\theta) \times [1 + \delta(\theta)], \quad (\text{A.3})$$

obtendo-se, portanto, um conjunto de eventos com distribuições de coordenadas celestes e temporais segundo o modo de detecção do Observatório Pierre Auger.

## Resultados

Foram simulados eventos, conforme descrito anteriormente, segundo distribuições de ângulos zenitais correspondentes a  $E < 2 \text{ EeV}$  e  $E > 5 \text{ EeV}$ . Após a simulação dos eventos, filtramos o mapa obtido com a resolução angular  $\sigma = 1,5^\circ$ , com a finalidade de levar em conta a resolução do detector e diminuir as flutuações estatísticas entre os valores dos pixels. Primeiramente estudamos os vieses obtidos para simulações na ausência de anisotropias. Neste caso, as flutuações estatísticas devem ser somente aquelas inerentes ao conjunto de dados e a cada um dos métodos de cobertura. Em seguida, fazemos a superposição de uma anisotropia dipolar ao fundo isotrópico e calculamos os vieses obtidos com cada um dos métodos. A anisotropia dipolar é simulada com amplitudes iguais a 5% e 20%, para diferentes direções da esfera celeste: (a):  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , (b):  $(\alpha, \beta) = (0, -45^\circ)$  e (c):  $(\alpha, \beta) = (0, -90^\circ)$ .

## Conclusões e Análises

Observa-se que, na ausência de anisotropias no conjunto de dados reais, as únicas flutuações presentes no mapa de cobertura são aquelas intrínsecas ao conjunto de dados e ao método de cobertura. Nota-se, ainda, que para a faixa de declinações positivas, as flutuações do viés são maiores. Isto deve-se ao fato de

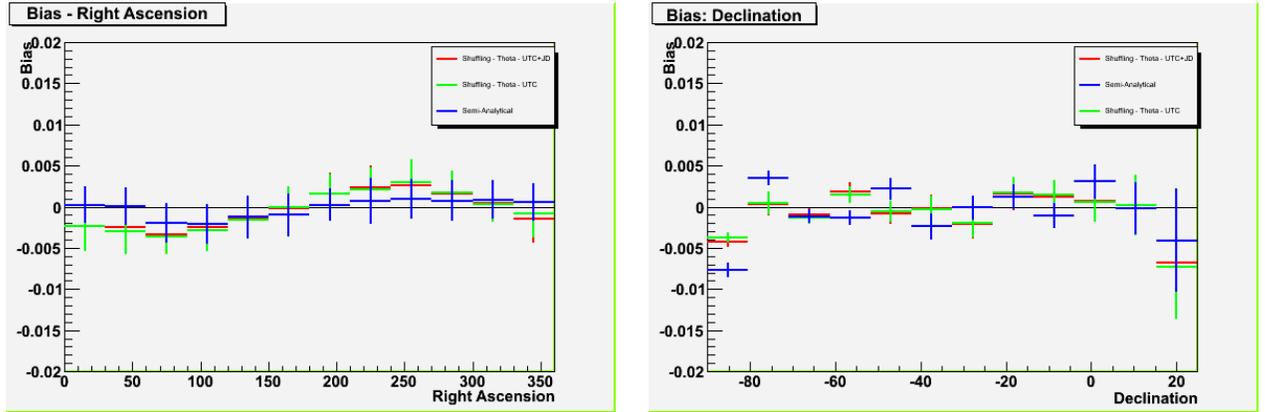


Figura A.1: Viés calculados a partir de distribuição isotrópica de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

que o número de eventos nesta faixa de declinação é menor, por conta da localização do detector, fazendo com que as flutuações estatísticas sejam maiores.

Na presença de anisotropia no conjunto de dados, aparecem modulações para o viés em diferentes faixas de ângulos zenitais e azimutais, causadas pela concentração de eventos em uma região e ausência de eventos em outras. Estas modulações apresentam amplitudes  $\lesssim 6\%$  para dipólos com amplitudes iguais a  $20\%$ . Entretanto este valor para a amplitude dipolar é muito grande se comparado com os limites impostos pelas observações atuais. Mesmo para amplitude dipolar ainda grande,  $5\%$ , o viés causado por estas anisotropias é pequeno, da ordem de  $\lesssim 2\%$ . Em todos os casos, o método semi-analítico comporta-se melhor do que o método de embaralhamento.

É importante ressaltar que a análise com o método de embaralhamento não foi realizada em um intervalo de tempo exato de um ano, o que diminuiria os vieses relacionados a este método de cobertura. Além disso, possíveis anisotropias no conjunto de dados reais não são as únicas fontes de vieses na produção de mapas de cobertura. Variações da aceitação em função do tempo, temperatura e pressão devem ser estudadas, afim de que o mapa de cobertura seja o mais próximo do ideal.

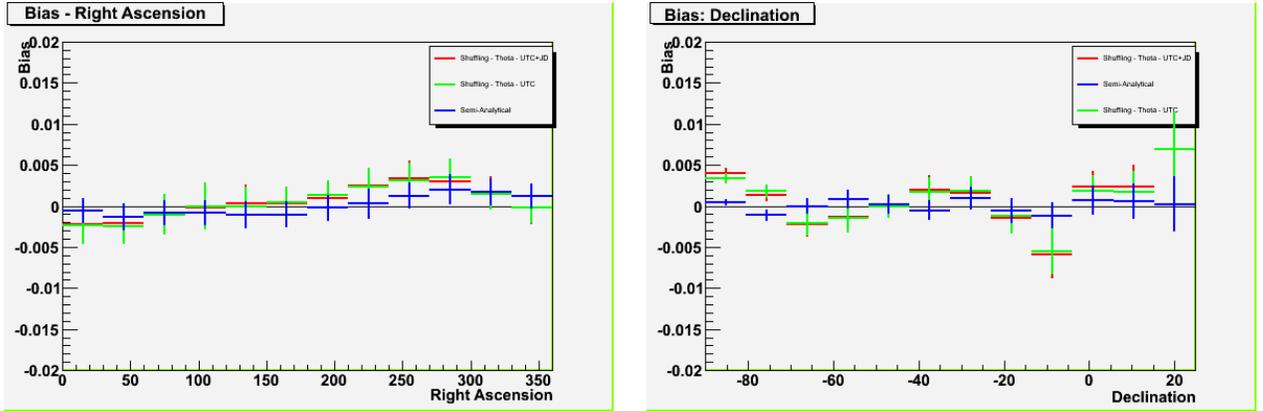


Figura A.2: Viéses calculados a partir de distribuição isotrópica de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

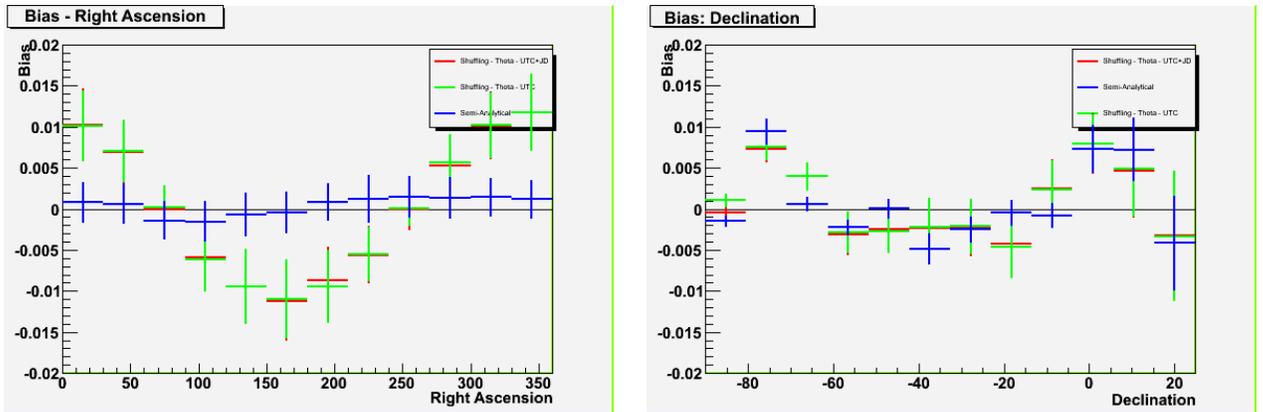


Figura A.3: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

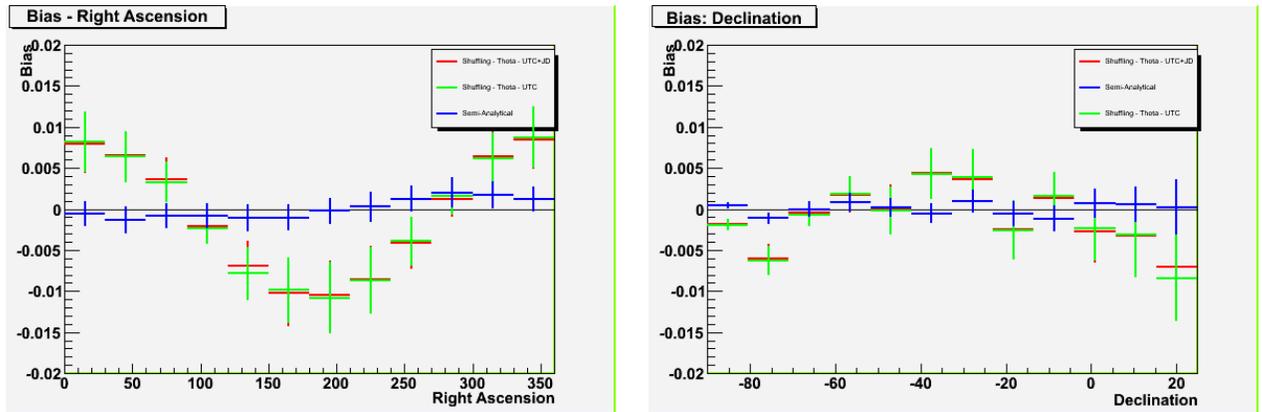


Figura A.4: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

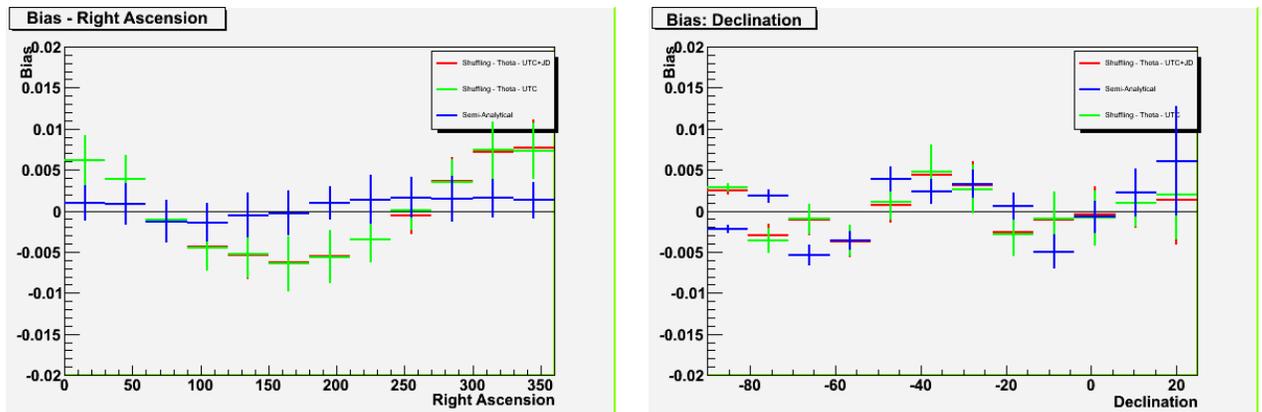


Figura A.5: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -45^\circ)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

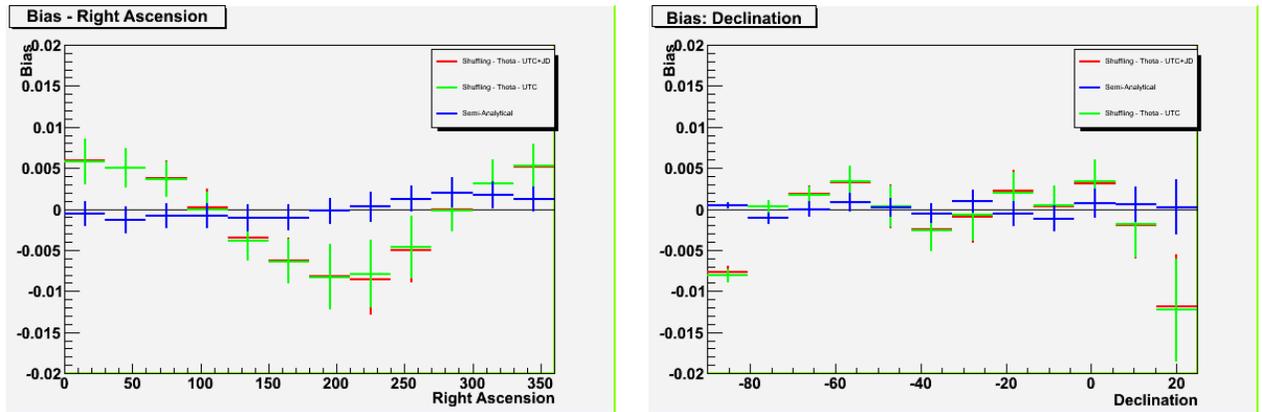


Figura A.6: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -45^\circ)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

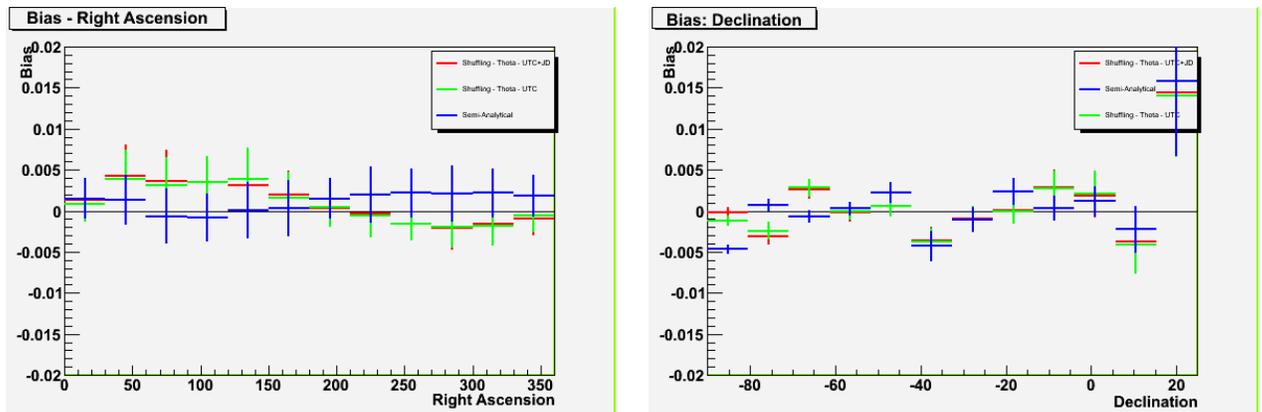


Figura A.7: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -90^\circ)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

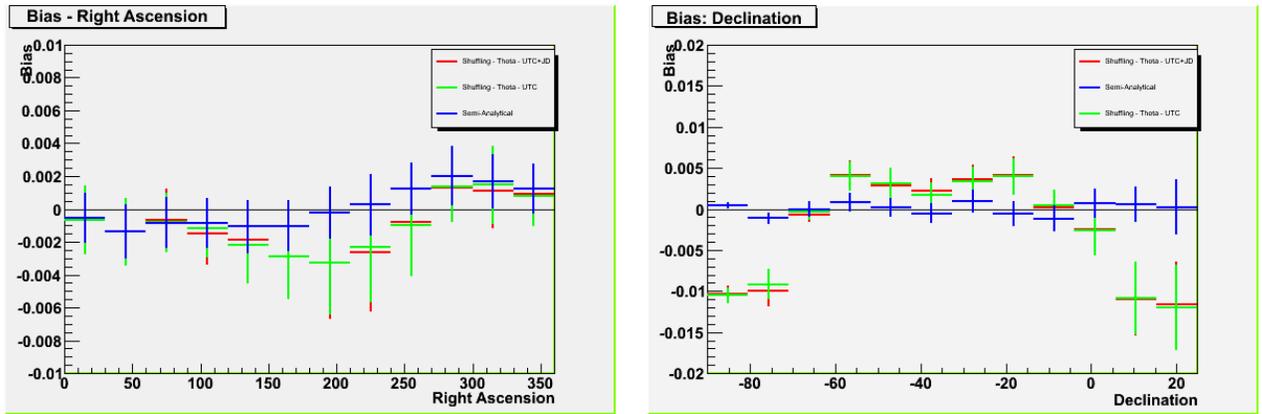


Figura A.8: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 5% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -90^\circ)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

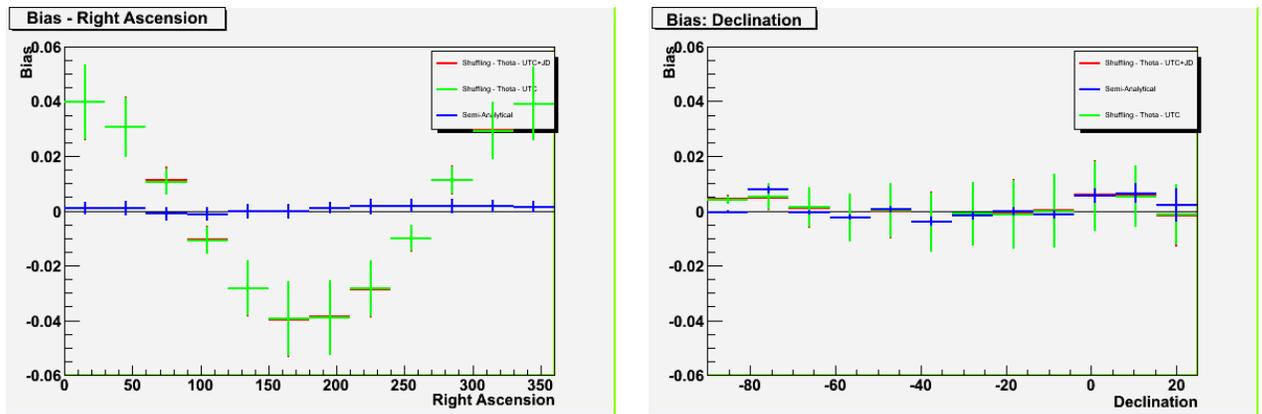


Figura A.9: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

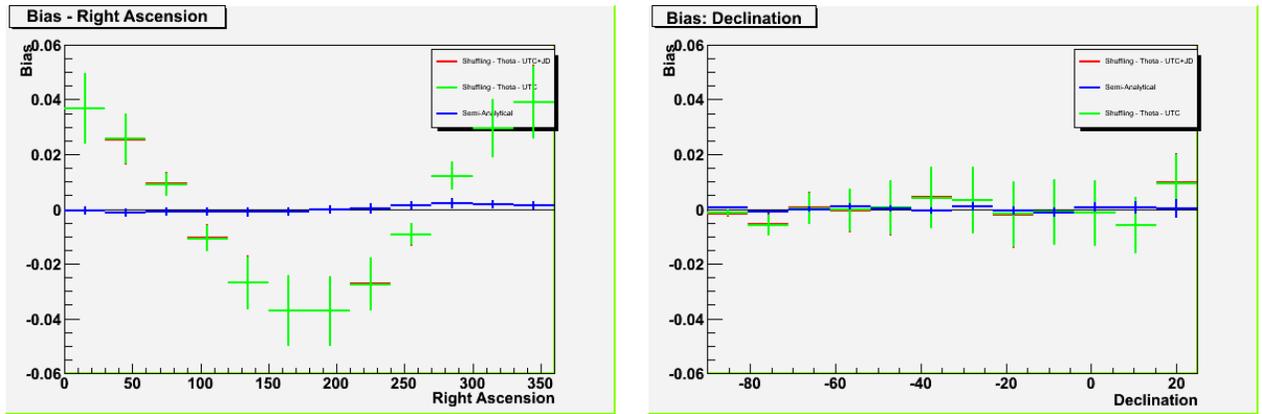


Figura A.10: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

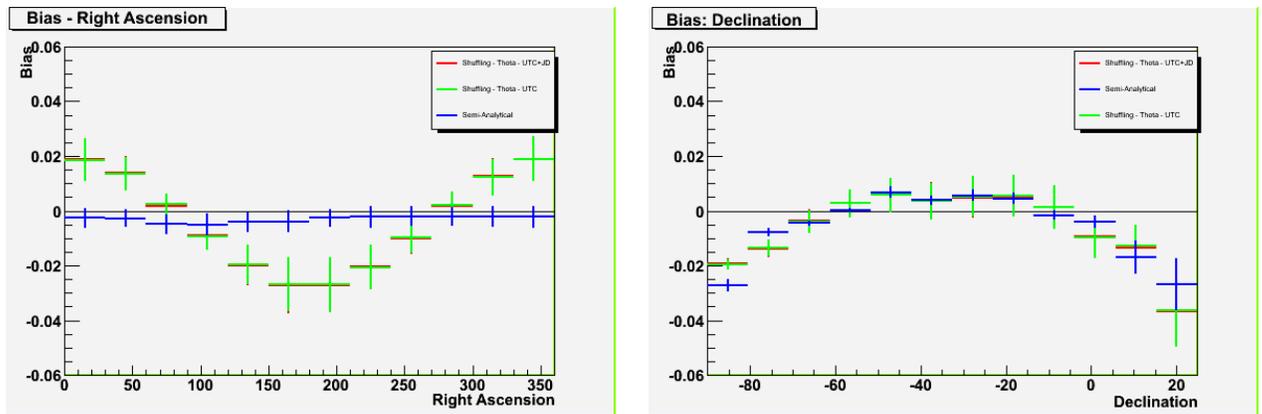


Figura A.11: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -45^\circ)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

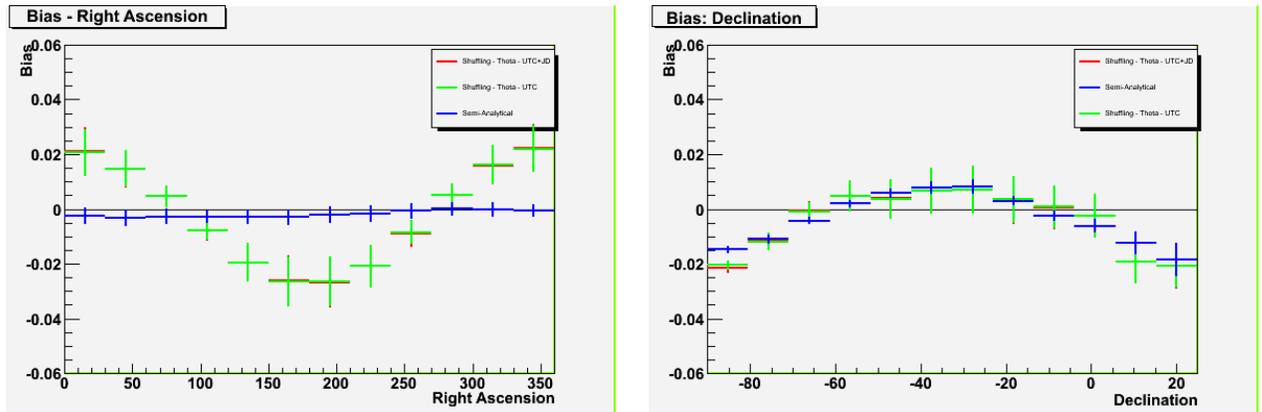


Figura A.12: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -45^\circ)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

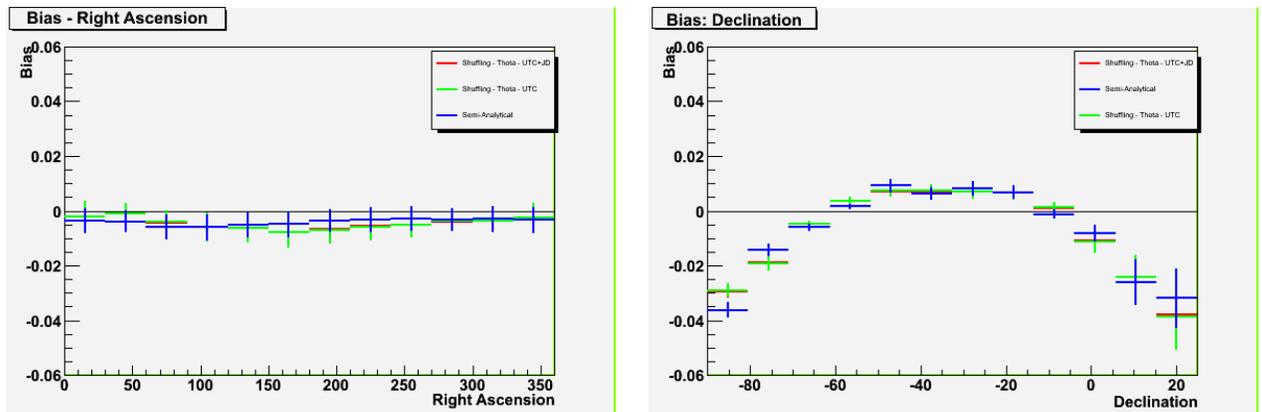


Figura A.13: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -90^\circ)$ , de eventos com  $E < 2$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

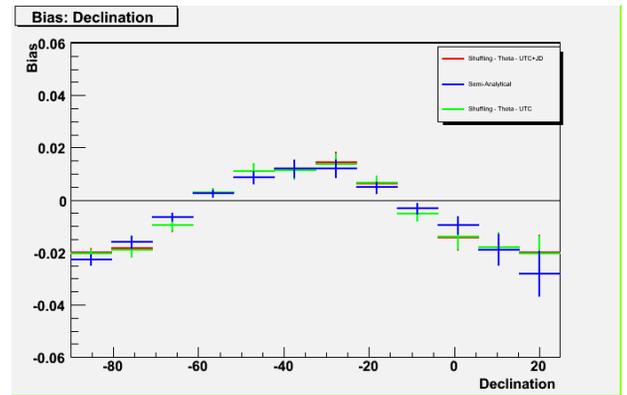
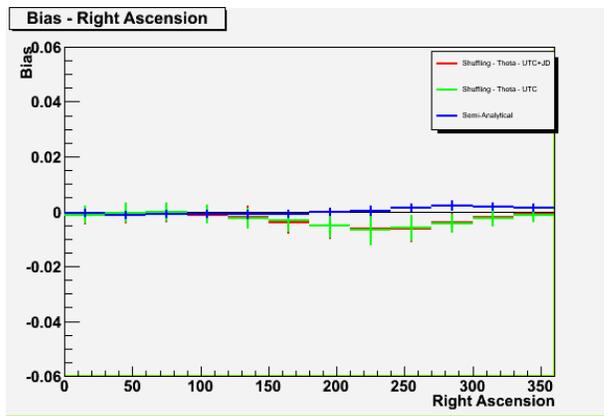


Figura A.14: Viéses calculados a partir de distribuição dipolar com amplitude 20% na direção  $(\alpha, \beta) = (0, -90^\circ)$ , de eventos com  $E > 5$  EeV para mapas de cobertura produzidos segundo Método Semi-analítico (azul) e embaralhamento, com trocas das variáveis temporais UTC (verde) e UTC + JD (vermelho). Média e desvio quadrático médio para diferentes faixas de ascensão reta (esquerda) e declinação (Direita).

## Apêndice B

# Amplificação da razão sinal-ruído para os filtros gaussiano e binário

A análise da amplificação da razão sinal/ruído para filtros gaussiano e binário, que será descrita agora, segue a referência [42]. Considerando que a abertura do observatório não varie significativamente na escala de resolução angular do detector ( $\sigma$ ), o fundo pode ser considerado uniforme na região observada.

O número médio de eventos esperados de uma distribuição de raios cósmicos uniforme para uma determinada direção  $\Omega_0$  é

$$\mu_{bg} = \int_{\Delta E} A(E)\Phi_{CR}(E) \int_{\Delta\Omega} W(\Omega)d\Omega dE, \quad (\text{B.1})$$

na qual  $\Phi_{CR}(E)$  é o fluxo de raios cósmicos uniforme por unidade de ângulo sólido, tempo, superfície e energia,  $A(E)$  é a abertura, por unidade de tempo, superfície e energia, assumida independente de  $\Omega$ , e  $W(\Omega)$  é a função peso que se deseja otimizar para a detecção de fontes pontuais.

De uma hipotética fonte  $s$  na mesma direção  $\Omega_0$ , o número médio de eventos é dado por

$$\mu_s = \int_{\Delta E} A(E)\Phi_s(E) \int_{\Delta\Omega} W(\Omega)\eta(\Omega)d\Omega dE, \quad (\text{B.2})$$

onde  $\Phi_s(E)$  é o fluxo da fonte por unidade de tempo, superfície e energia, e  $\eta(\Omega)$  é função resposta do detector (PSF)<sup>1</sup>, assumida, por simplicidade, independente da energia.

---

<sup>1</sup>Sigla originada de "Point Spread Function", em inglês.

A significância  $S$  do sinal é dada pela razão entre o sinal da fonte  $n_s$  e a flutuação do fundo ( $\sqrt{[n_{bg}]}$ ). Para maximizar  $S$  é necessário maximizar esta razão em cada faixa de energia, ou seja, maximizar

$$R(W) = \frac{\int_{\Delta\Omega} W(\Omega)\eta(\Omega)d\Omega}{\sqrt{V[\int_{\Delta\Omega} W(\Omega)d\Omega]}}. \quad (\text{B.3})$$

Para um filtro gaussiano, tomando a PSF como escolha ótima para a função peso, ( $W(\Omega) = \eta(\Omega) = e^{-\theta^2/(2\sigma^2)}$ ), a razão se torna

$$R_{Gauss} = \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} 2\pi\theta d\theta}{\sqrt{[\int_0^\infty W(\Omega)^2 d\Omega]}}, \quad (\text{B.4})$$

onde é usado o fato que  $V[W] = \langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2 \approx \langle W^2 \rangle$  para  $\sigma$  muito pequeno.

Com isso, obtêm-se que

$$R_{Gauss} = \frac{2\pi \int_0^\infty e^{-\frac{\theta^2}{\sigma^2}} \theta d\theta}{\sqrt{\int_0^\infty e^{-\frac{\theta^2}{\sigma^2}} \theta d\theta}} = \frac{\pi\sigma^2}{\sqrt{\pi\sigma^2}} = \sigma\sqrt{\pi}. \quad (\text{B.5})$$

Levando-se em conta os termos relacionados aos fluxos,  $\Phi_{CR}(E)$  e  $\Phi_s(E)$ , têm-se que

$$R_{Gauss} = \sigma\Phi_s(E)\sqrt{\frac{\pi}{\Phi_{CR}(E)}}. \quad (\text{B.6})$$

Para um filtro com parâmetro  $\sigma_f$  diferente do parâmetro verdadeiro  $\sigma$  da PSF e chamando de  $\alpha$  a razão entre estes parâmetros ( $\alpha = \sigma_f/\sigma$ ) chega-se a

$$R_{Gauss}^\alpha = \frac{2\pi \int_0^\infty \theta e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma_f^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} d\theta}{\sqrt{2\pi \int_0^\infty \theta e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma_f^2}}}} = 2\sqrt{\pi}\sigma \left( \frac{\alpha}{\alpha^2 + 1} \right). \quad (\text{B.7})$$

Deste modo

$$R_{Gauss}^\alpha = \left( \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1} \right) R_{Gauss}^1 \quad (\text{B.8})$$

e, assim,  $R_{Gauss}^\alpha \leq R_{Gauss}^1$ .

Para a análise com filtro binário,  $W_\alpha(\Omega) = H(\theta - \beta\sigma)$ , onde  $\beta$  é a distância em unidades de  $\sigma$  até a qual é estendida a região de integração, tem-se que

$$R_\beta = \frac{2\pi \int_0^{\beta\sigma} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \theta d\theta}{\sqrt{2\pi} \int_0^{\beta\sigma} \theta d\theta} = 2\sqrt{\pi}\sigma \left( \frac{1 - e^{-\frac{\beta^2}{2}}}{\beta} \right). \quad (\text{B.9})$$

e

$$R_\beta = 2 \left( \frac{1 - e^{-\frac{\beta^2}{2}}}{\beta} \right) R_{Gauss}^1. \quad (\text{B.10})$$

Deste modo, o valor de  $\beta$  que maximiza  $R_\beta$  é  $\beta = 1,585\sigma$ , ou seja,  $R_\beta = 0,9 \times R_{Gauss}$ , o que mostra que a função peso binária é sempre menos eficiente do que o filtro gaussiano, sendo a significância maximizada para filtro gaussiano com parâmetro  $\sigma_f = \sigma_{PSF}$ .

## Apêndice C

# Limite superior do fluxo de uma fonte pontual

O procedimento para a estimativa do limite superior de fluxo para fontes pontuais que será descrito neste capítulo, segue a referência [42]. Pode-se modelar uma distribuição para o fundo (BG) de raios cósmicos esperado, considerando uma densidade uniforme para este em um disco de raio  $\Theta$ , ignorando os pontos fora deste disco e as variações da cobertura nesta região. Para  $n$  eventos, a densidade média uniforme do fundo é  $\mu = n/(\pi\Theta^2)$ . O peso médio de um único evento é dado por

$$\langle w \rangle = \frac{1}{\pi\Theta^2} 2\pi \int_0^\Theta \theta e^{-\frac{\theta^2}{2\theta_0^2}} d\theta = 2 \left( \frac{\theta_0}{\Theta} \right)^2 = 2\varepsilon_0, \quad (\text{C.1})$$

sendo importante lembrar que, para este cálculo, a variável é o peso e a função densidade de probabilidade do peso é uniforme.

Para o peso quadrático médio, quadra-se a função gaussiana

$$\langle w^2 \rangle = \int_0^\Theta e^{-\frac{\theta^2}{\theta_0^2}} \frac{2\pi\theta d\theta}{\pi\Theta^2}, \quad (\text{C.2})$$

na qual a distribuição uniforme está normalizada na área do disco. Deste modo

$$\langle w^2 \rangle = \frac{\theta_0^2}{\Theta^2} \left[ 1 - e^{-\Theta^2/\theta_0^2} \right] \approx \frac{\theta_0^2}{\Theta^2} = \varepsilon_0 \quad (\text{C.3})$$

onde foi usado o fato que  $\Theta/\theta_0 \gg 1$ , e assim, o termo exponencial pode ser desprezado.

A variância, então, é dada por

$$V[w] = \langle w^2 \rangle - \langle w \rangle^2 = \varepsilon_0(1 - 4\varepsilon_0) \simeq \varepsilon_0, \quad (\text{C.4})$$

pois  $\varepsilon_0 \ll 1$ .

Assim, para  $n$  eventos, a variável aleatória  $X = \sum_i^n w_i$  tem média  $\langle X \rangle = 2n\varepsilon_0$  (a média da soma é a soma das médias) e variância  $V[X] = n\varepsilon_0$  (a variância da soma é a soma das variâncias). Com isso, a variável  $X$  tem uma função densidade de probabilidade que segue uma lei normal de média  $2n\varepsilon_0$  e variância  $n\varepsilon_0$ . Com  $n_{bg} = 2n\varepsilon_0$ , pode-se modelar o fundo segundo uma lei normal  $\mathcal{N}(n_{bg}, n_{bg}/2)$ .

Para a modelagem do sinal, supõe-se que este siga uma distribuição gaussiana, conforme a função resposta do detector. Utilizando resolução angular do filtro igual a resolução angular do detector obtém-se que

$$\langle w \rangle = \int_0^\infty e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \frac{e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} 2\pi\theta d\theta = \frac{1}{2}, \quad (\text{C.5})$$

onde o primeiro termo exponencial é o peso e o segundo é o sinal gaussiano normalizado em 2 dimensões, e

$$\langle w^2 \rangle = \int_0^\infty \left( e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \right)^2 \frac{e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} 2\pi\theta d\theta = \frac{1}{3}, \quad (\text{C.6})$$

onde o termo entre parênteses é peso ao quadrado.

Para uma fonte de intensidade  $\nu_s$ , a contagem de eventos é a soma dos pesos,  $n_s = \sum_i^n w_i$ , com  $n$  distribuído segundo uma lei de Poisson  $\mathcal{P}$  de média  $\nu_s$ . Assim, a contagem média dos eventos é dada por

$$\mu_s = \langle n_s \rangle = \sum_n \mathcal{P}(n, \nu_s) \sum_{i=1}^n \langle w_i \rangle. \quad (\text{C.7})$$

ou,

$$\mu_s = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\nu_s} \nu_s^n}{n!} \frac{n}{2}. \quad (\text{C.8})$$

Com um pouco de manipulação algébrica obtém-se

$$\mu_s = \frac{e^{-\nu_s}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_s \nu_s^{n-1}}{(n-1)!} = \frac{e^{-\nu_s}}{2} \nu_s \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\nu_s^m}{m!} = \frac{\nu_s}{2} \quad (\text{C.9})$$

pois  $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\nu_s^m}{m!} e^{-\nu_s} = \sum_m \mathcal{P}(m, \nu_s) = 1$ .

A variância do sinal é dada por

$$V[n_s] = \sum_n \mathcal{P}(n, \nu_s) \left\langle \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^n w_j \right\rangle - (\nu_s \langle w \rangle)^2 \quad (\text{C.10})$$

ou

$$V[n_s] = \sum_n \frac{e^{-\nu_s} \nu_s}{n!} (w_1 + w_2 + \dots + w_n) (w_1 + w_2 + \dots + w_n) - \left( \frac{\nu_s^2}{4} \right), \quad (\text{C.11})$$

na qual foi usado o resultado que  $\langle w \rangle = \nu_s/2$ .

Ao multiplicar essas somas tem-se  $n$  termos quadráticos ( $n \langle w^2 \rangle = n/3$ ) e a combinação de  $n$  termos cruzados dois a dois ( $\mathcal{C}_2^n$ ) nos produtos duplos. Como

$$\mathcal{C}_2^n = \frac{n!}{(n-2)! 2!} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (\text{C.12})$$

a variância do sinal é

$$V[n_s] = \sum_n \frac{e^{-\nu_s} \nu_s}{n!} \left( \frac{n}{3} + 2 \frac{n(n-1)}{2} \frac{1}{4} \right) - \frac{\nu_s^2}{4}, \quad (\text{C.13})$$

ou seja,

$$V[n_s] = \frac{e^{-\nu_s}}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_s^n}{(n-1)!} + \frac{e^{-\nu_s}}{4} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\nu_s^n}{(n-2)!} - \frac{\nu_s^2}{4}. \quad (\text{C.14})$$

Utilizando o mesmo artifício usado para o cálculo de  $\mu_s$ ,

$$V[n_s] = \frac{e^{-\nu_s}}{3} \nu_s \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\nu_s^m}{(m)!} + \frac{e^{-\nu_s}}{4} \nu_s^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\nu_s^m}{m!} - \frac{\nu_s^2}{4}, \quad (\text{C.15})$$

resultando em

$$V[n_s] = \frac{\nu_s}{3} + \frac{\nu_s^2}{4} - \frac{\nu_s^2}{4} = \frac{\nu_s}{3}. \quad (\text{C.16})$$

A contagem total de eventos é a soma da contagem do sinal e do fundo, podendo ser modelada por uma aproximação gaussiana  $\mathcal{N}(n_{bg} + \mu_s, n_{bg}/2 + 2\mu_s/3)$  e com isso, pode-se usar o intervalo de confiança

desta distribuição para estimar o número máximo da contagem de eventos  $\mu_s^\alpha$ , com nível de confiança  $\alpha$ , provenientes da fonte por

$$n_{obs} - (n_{bg} + \mu_s^\alpha) = C_\alpha \sqrt{\frac{n_{bg}}{3} + \frac{2\mu_s^\alpha}{3}}, \quad (\text{C.17})$$

na qual  $n_{obs}$  é a contagem de eventos observados, extraído do mapa de eventos,  $n_{bg}$  é a contagem de eventos esperados do fundo, extraído do mapa de cobertura e  $C_\alpha$  é tal que  $\int_{-\infty}^{C_\alpha} \mathcal{N}(x; 0, 1) dx = \alpha$ .  $C_\alpha = 1,64$  para  $\alpha = 95\%$ .

### Limite Superior de Fluxo

Se a dependência do fluxo de eventos da fonte com a energia for a mesma que a dos raios cósmicos do fundo na região de energia  $\Delta E$  onde se deseja estimar o limite de fluxo, isto é, se  $\Phi_s(E) \propto \Phi_{CR}(E)$ , a parte relativa à abertura nas equações B.1 e B.2 contribui da mesma forma tanto para o sinal quanto para o fundo e pode-se relacionar o limite superior de fluxo  $\mu_s^\alpha$  da fonte através da sua razão em relação ao número esperados de eventos do fundo, sendo importante notar que nestas equações o fluxo de raios cósmicos ( $\Phi_{CR}(E)$ ) é por unidade de ângulo sólido, enquanto que o fluxo de eventos da fonte ( $\Phi_s(E)$ ) não é. Deste modo, o limite superior do fluxo de eventos de uma fonte pontual, para um filtro gaussiano de parâmetro  $\sigma$ , é dado por

$$\Phi_s^\alpha = \frac{4\mu_s^\alpha \Phi_{CR} \pi \sigma^2}{n_{bg}}. \quad (\text{C.18})$$

### Testes da Modelagem obtidos através de simulação

Com o objetivo de testar os cálculos teóricos obtidos, simulamos fontes com diferentes números de eventos, para diferentes números de eventos para o fundo. A resolução angular da fonte é a resolução do filtro gaussiano, empregado na análise e os valores dos números de eventos simulados para o fundo são 30000, 50000, 75000, 100000, 150000 e 200000. Uma vez que sabemos que o peso médio de cada evento é  $\langle w \rangle = 1/2$ , o valor médio da contagem do sinal dada por

$$\mu_s = \sum_{i=1}^n \langle w_i \rangle = \frac{n}{2}. \quad (\text{C.19})$$

O objetivo do teste é verificar esta equação. Para cada fundo e cada número de eventos da fonte, foram realizadas 100 simulações. As figuras C.1, C.2, C.3, C.4, C.5 e C.6 apresentam os resultados para fundos com número de eventos igual a 30000, 50000, 75000, 100000, 150000 e 200000, respectivamente. A linha vermelha indica o verdadeiro número de eventos simulados para cada caso, enquanto que o histograma mostra a distribuição da contagem para cada uma das 100 simulações. Observa-se que a contagem média obtida do sinal  $\mu_s$  é aproximadamente igual a  $n/2$ , como previsto pela equação C.19.

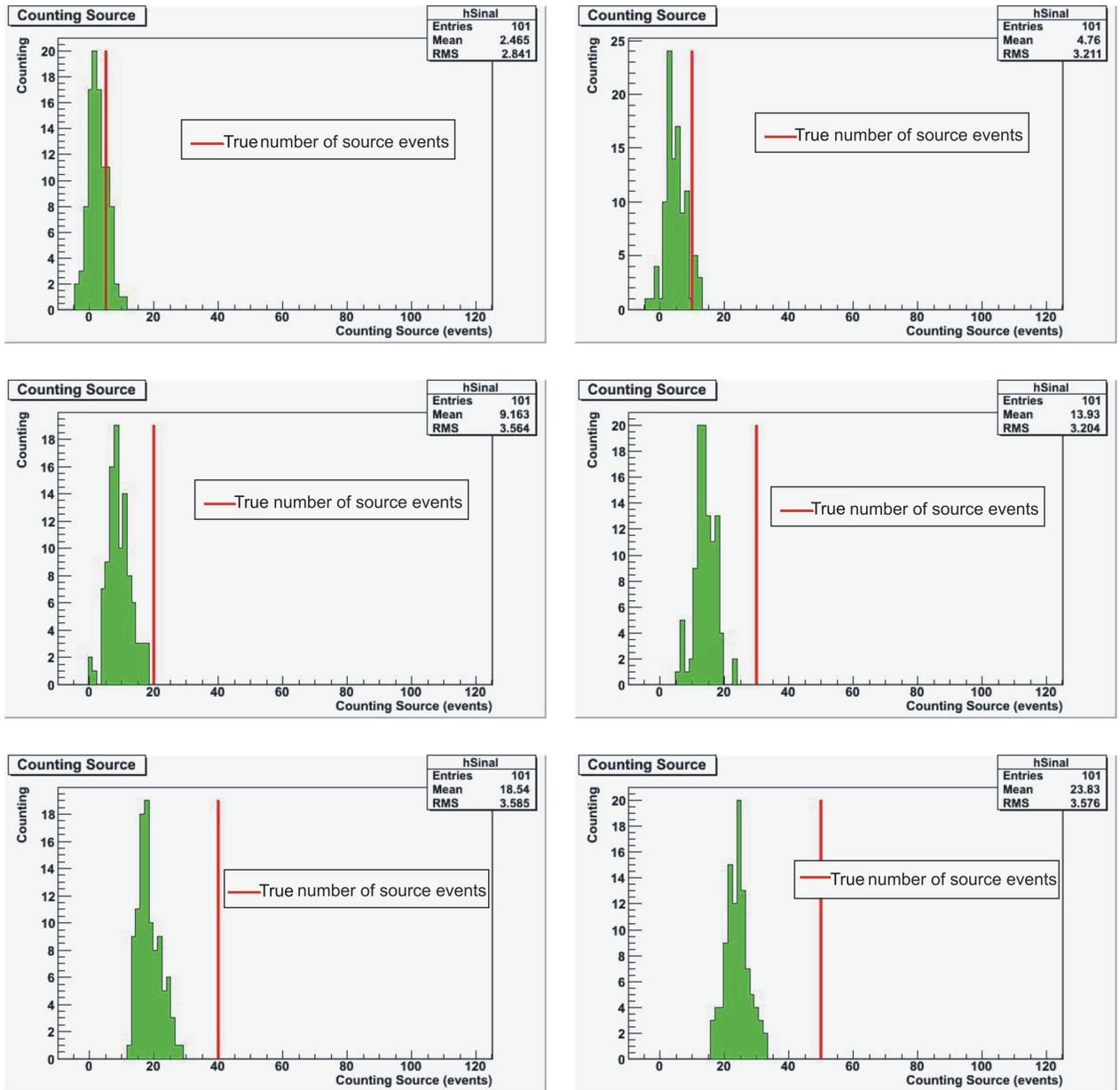


Figura C.1: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 30000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

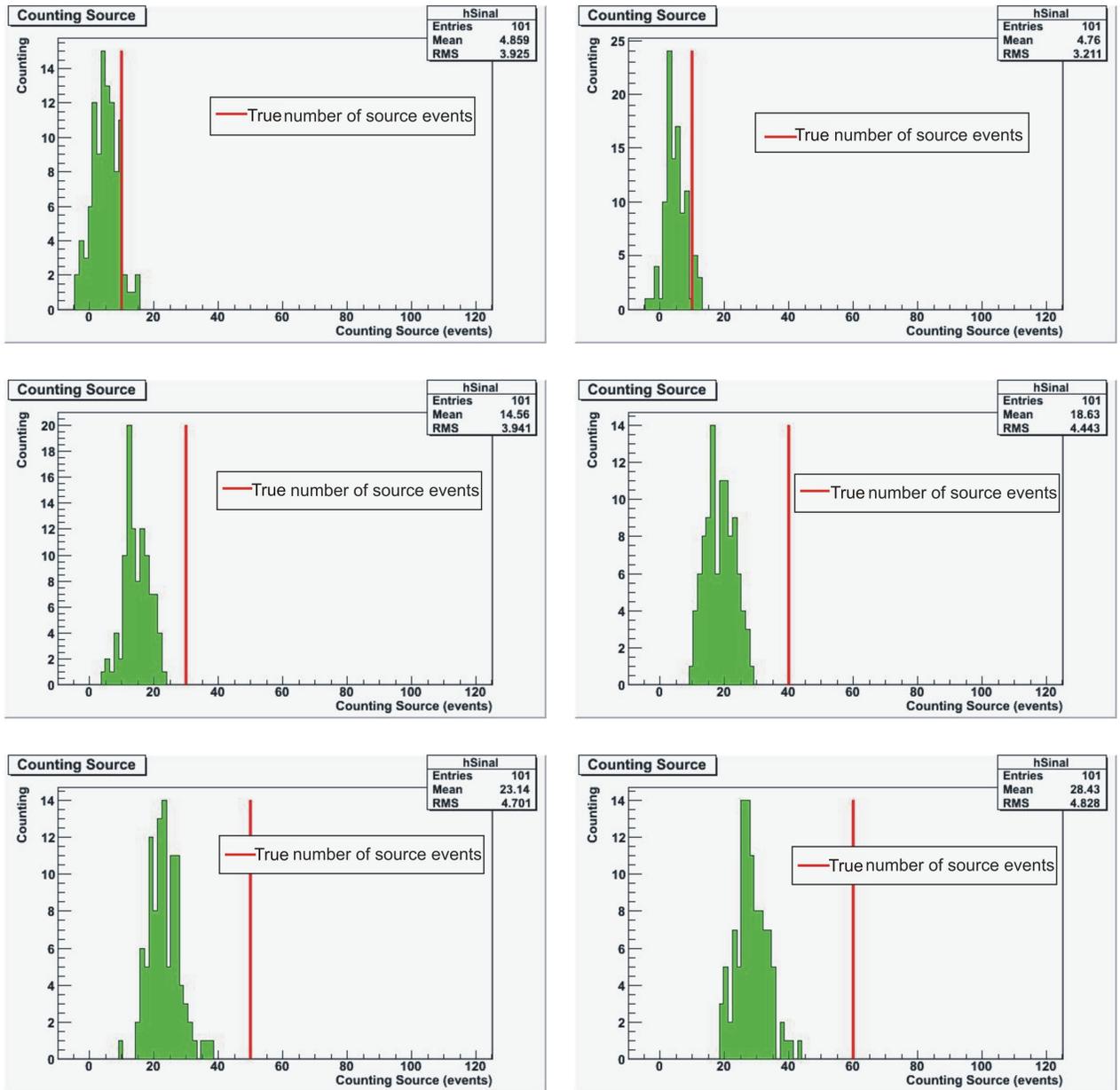


Figura C.2: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 50000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

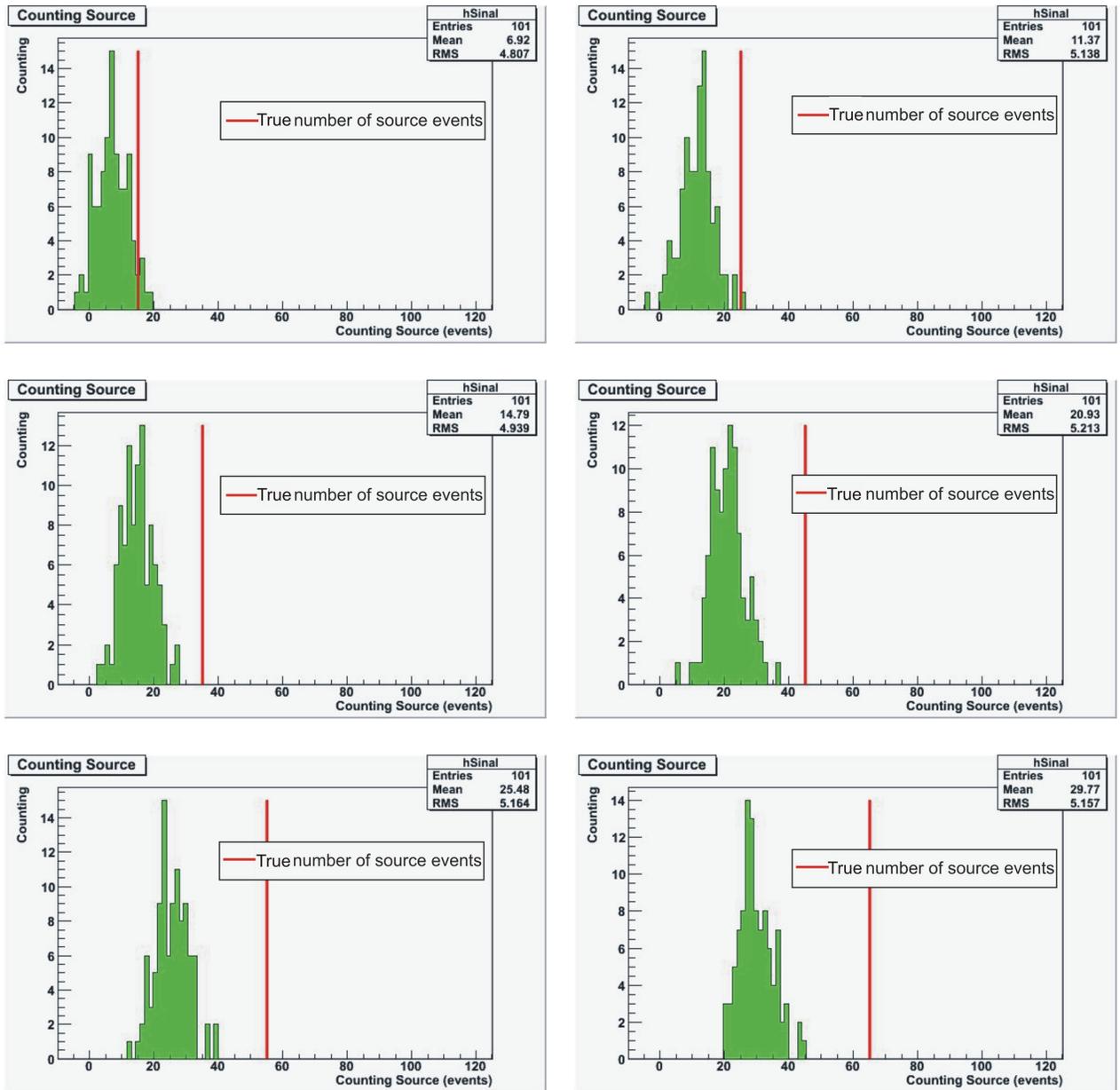


Figura C.3: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 75000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

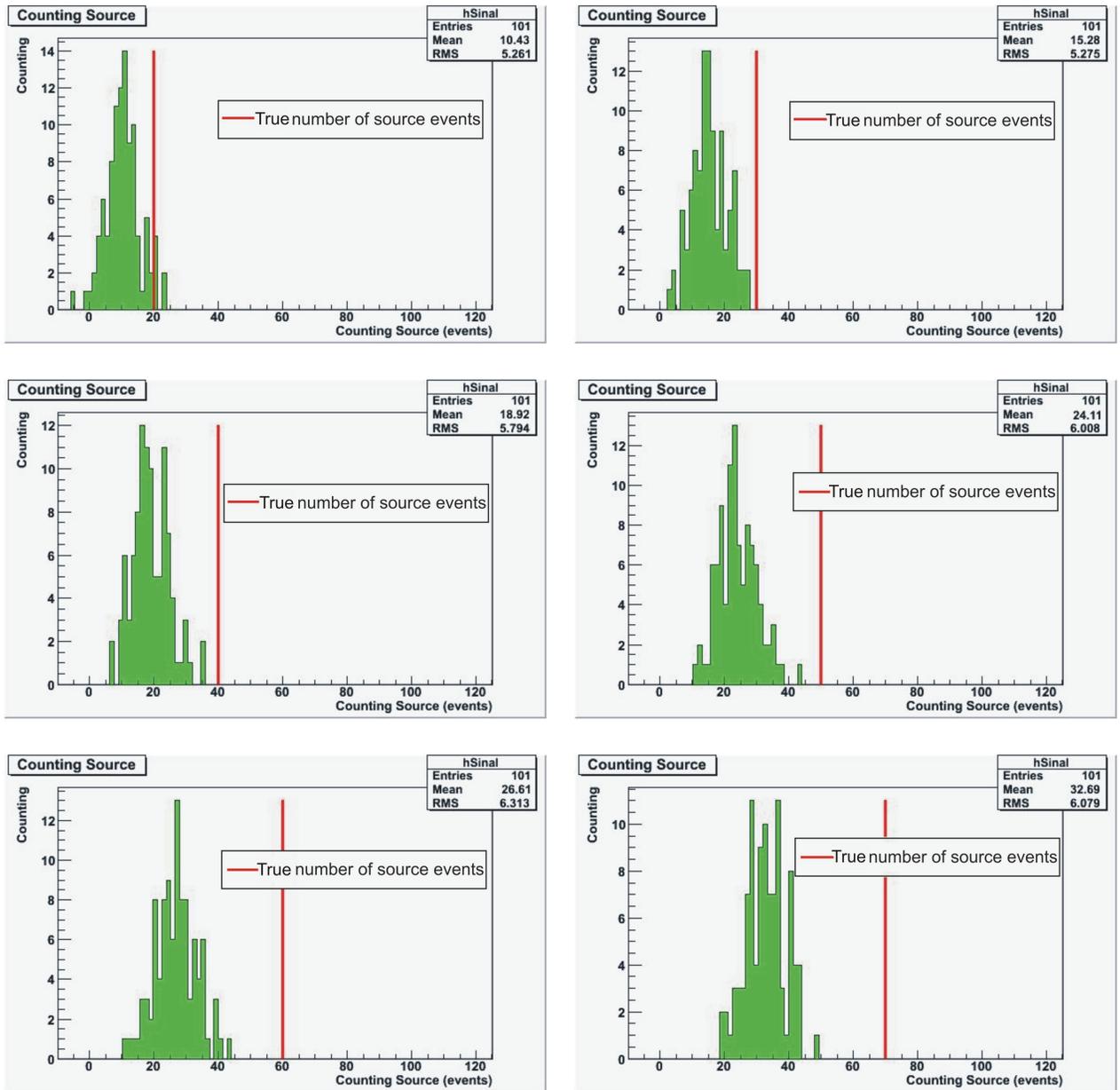


Figura C.4: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 100000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

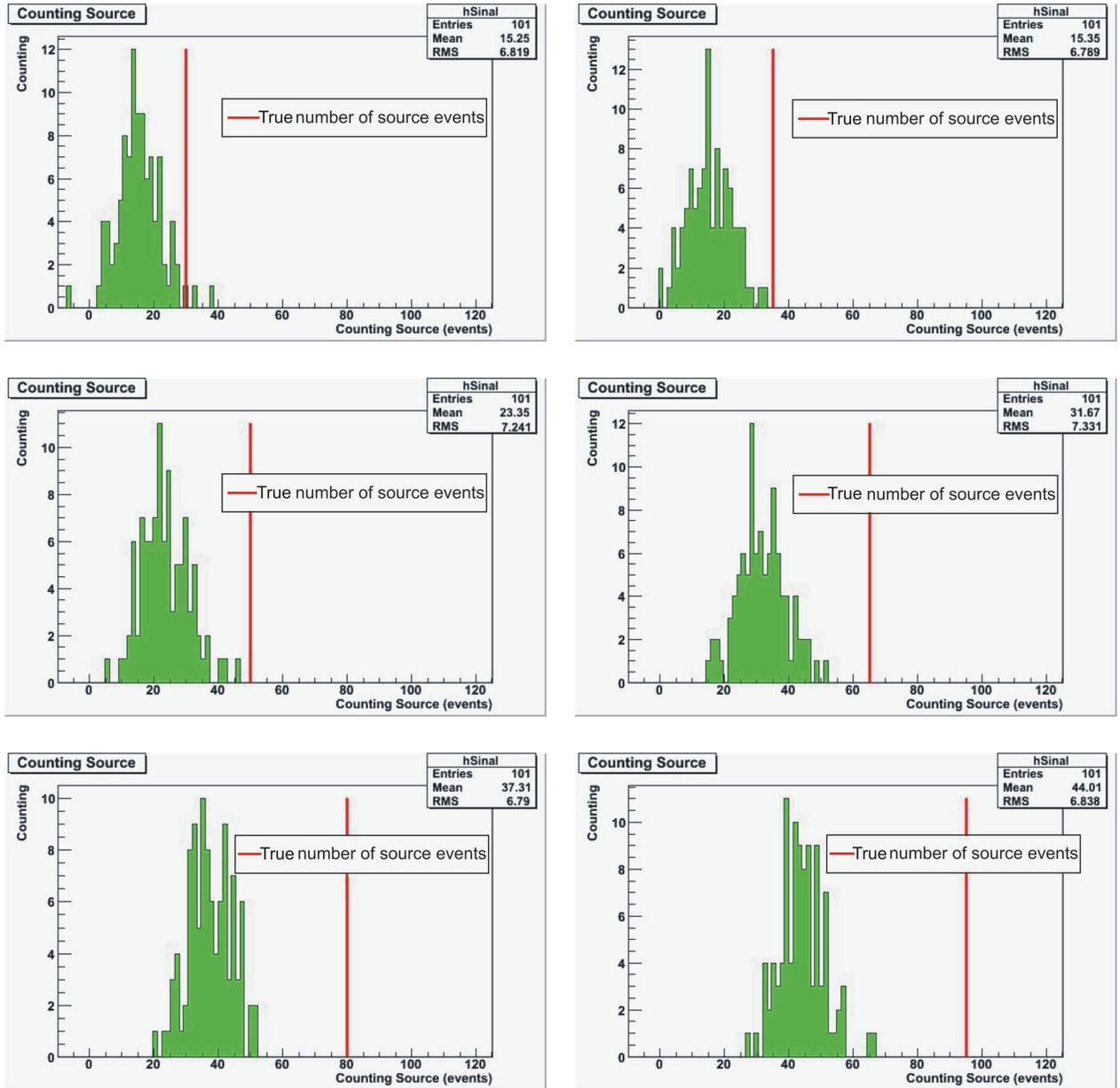


Figura C.5: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 150000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

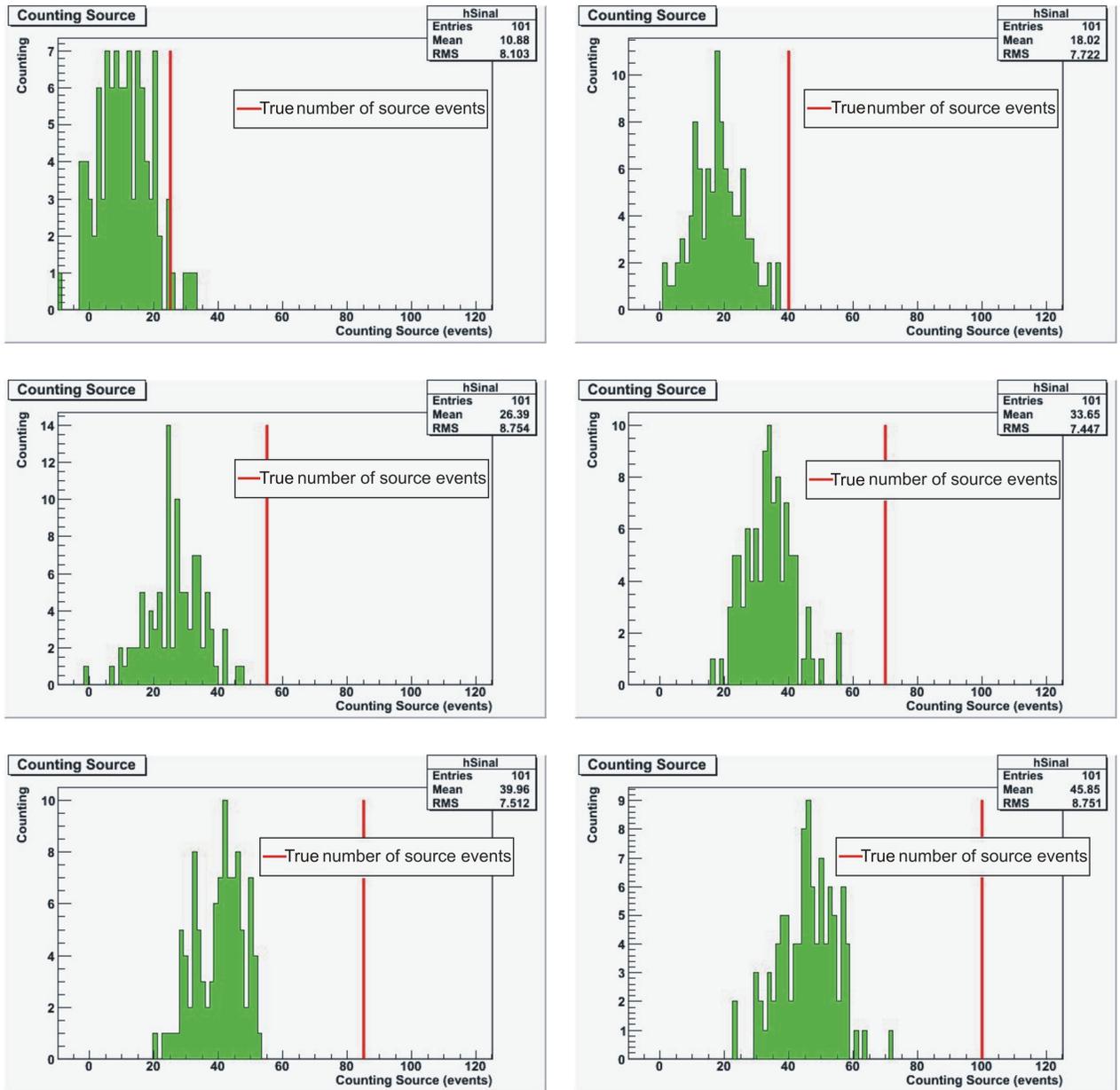


Figura C.6: Distribuições da contagem do sinal, obtido a partir da análise do mapa de eventos convoluído com filtro gaussiano, para diferentes números de eventos da fonte imersos em um fundo homogêneo e isotrópico com 200000 eventos. A linha vermelha indica o número verdadeiro de eventos simulado para a fonte.

## Apêndice D

# Estudos da influência do Campo Magnético Galáctico na propagação de partículas carregadas provenientes do SGR 1806-20

Este apêndice é um fragmento da Tese de Daniel Pakk, ainda em fase de redação. Trata-se do estudo da influência do campo magnético galáctico na propagação de partículas carregadas provenientes do SGR 1806-20.

A análise deste trabalho é dividida em duas partes. A primeira parte leva em conta somente o campo regular da galáxia enquanto que a segunda também leva em consideração o campo aleatório da galáxia.

### Parametrizações para o campo magnético da galáxia

A parametrização do campo magnético de grande escala da Via Láctea é separada em duas partes: a componente do bojo, para o qual o modelo de Prouza-Šmída [85]  $\rho \leq 4$  kpc e a componente do disco, válida para  $4 \text{ kpc} < \rho \leq 20 \text{ kpc}$  e adotada no modelo de Stanev [86]. A última parametrização inclui uma dependência em  $z$  que representa o campo do halo galáctico. Essa combinação bojo-disco-halo define o que é conhecido como campo magnético regular da Via Láctea,  $B_{reg}$ .

No bojo, o modelo considerado descreve um campo A0, ou seja, com paridade ímpar (eixo-simétrico) e modo de excitação  $m = 0$ . Em outras palavras, o modelo considerado para o bojo descreve um campo

dipolar. Para o disco, a configuração escolhida é espiral bissimétrica (BSS) com paridade par e modo de excitação  $m = 1$ , ou simplesmente S1, baseado em longas observações revisadas por Han [87].

Medidas de rotação (da polarização da luz) de pulsares evidenciam uma componente aleatória isotrópica para o campo do disco galáctico, com uma intensidade que varia no intervalo  $(0,5 - 2) \times B_{reg}$  em escalas de comprimento de  $10 - 100$  pc [28]. Como movimentos turbulentos do meio interestelar estão diretamente ligados às atividades estelares, é assumido que este mesmo comportamento aleatório ocorre no halo e bojo da galáxia.

### Simulações

Foram simuladas emissões de partículas com  $E/Z = 1$  EeV isotropicamente a partir da posição do magnetar com a finalidade de descobrir que direções angulares são preferenciais para que a radiação emitida atinja a Terra. Inicialmente, a propagação foi realizada apenas através do campo magnético regular, para  $E/Z = 10, 100$  e  $1000$  EeV. Para cada trajetória reconstruída da partícula, é determinada sua distância de máxima aproximação à Terra,  $d_p$ . A tabela D.1 lista as coordenadas angulares do magnetar para as quais  $d_p$  é mínima. As figuras D.1 apresenta as distâncias de máximas de aproximação da Terra, obtidas de lançamentos de partículas com  $E/Z = 10$  EeV em cada direção do céu, em coordenadas locais ( $l', b'$ ) do SGR 1806-20. O mesmo é apresentado nas figuras D.2 e D.3 para  $E/Z = 100$  EeV e  $E/Z = 1000$  EeV, respectivamente.

Tabela D.1: Distâncias de máxima aproximação das partículas em relação à Terra.

$E/Z$ EeV	$l'$ (graus)	$b'$ (graus)	$d_p$ (kpc)
10	-1	-2	1,53
100	-2	-1	0,08
1000	-7	0	0,06
1000	20	-7	0,17
1000	20	8	0,48

Na segunda parte desta análise, a componente aleatória do campo magnético da Via Láctea é incorporada ao código de reconstrução. Foi simulada a emissão de 500 partículas em cada uma das direções preferenciais ( $l', b'$ ) listadas na tabela D.2, e apenas partículas cujas trajetórias passaram a uma distância  $\geq 0,1$  kpc da Terra foram consideradas passíveis de serem detectadas. Esta seleção é justificada pelas

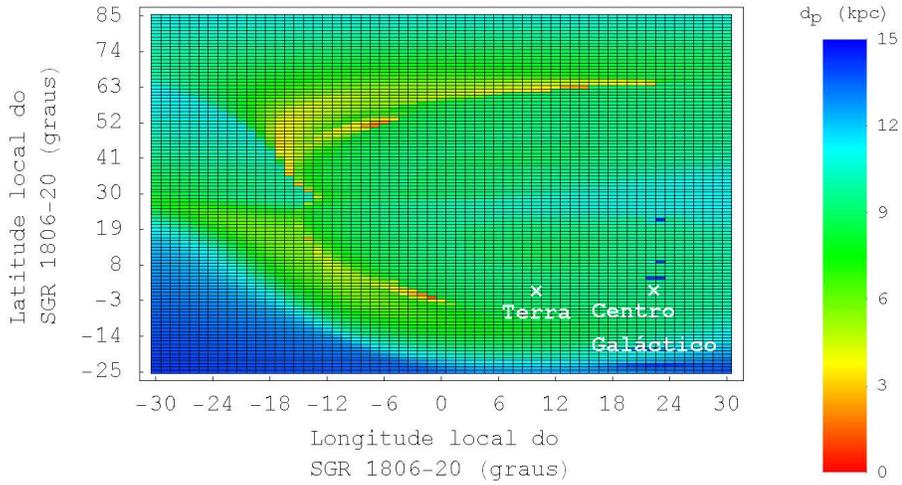


Figura D.1: Distâncias de máxima aproximação em relação à Terra, obtidas para lançamentos de partículas com  $E/Z = 10$  EeV, em cada direção da esfera celeste, em coordenadas locais do SGR 1806-20.

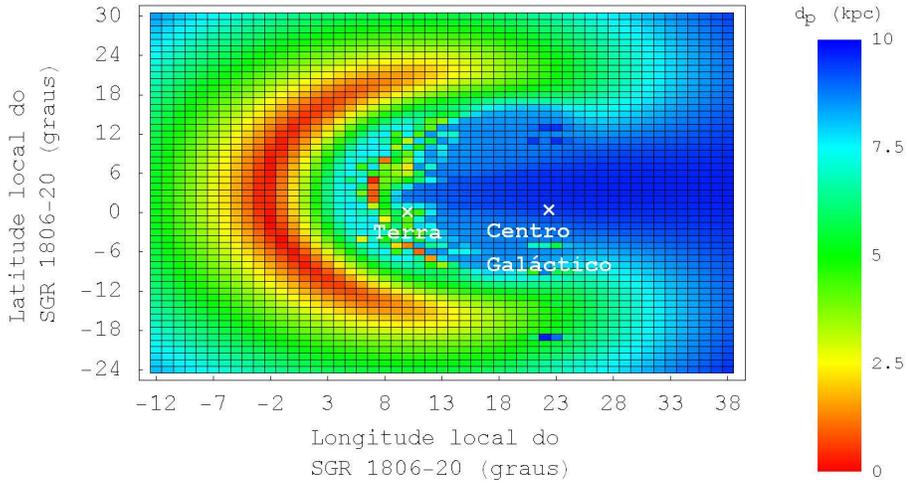


Figura D.2: Distâncias de máxima aproximação em relação à Terra, obtidas para lançamentos de partículas com  $E/Z = 100$  EeV, em cada direção da esfera celeste, em coordenadas locais do SGR 1806-20.

incertezas envolvidas nas parametrizações do campo magnético e da posição do Sistema Solar na galáxia. Quando uma partícula é considerada passível de ser detectada, seu vetor velocidade é registrado na posição de máxima aproximação. Esse vetor define, por fim, a direção de chegada da partícula à Terra. A tabela

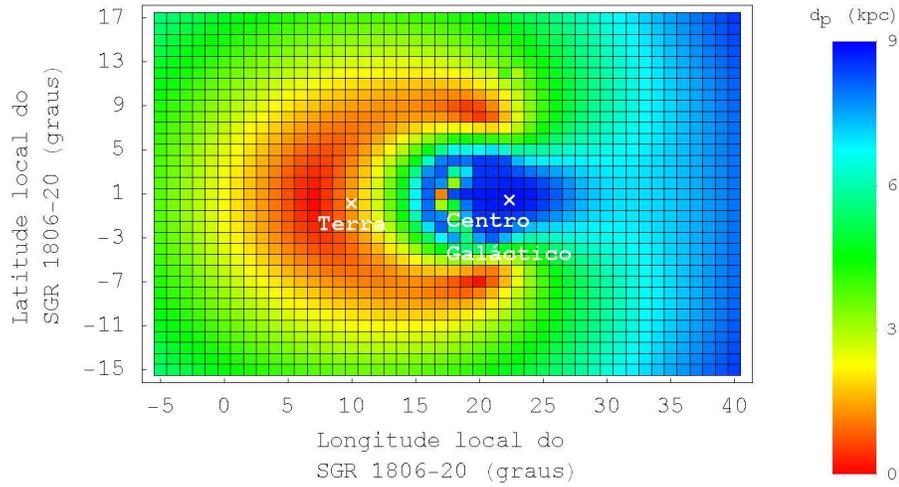


Figura D.3: Distâncias de máxima aproximação em relação à Terra, obtidas para lançamentos de partículas com  $E = Z = 1000$  EeV, em cada direção da esfera celeste, em coordenadas locais do SGR 1806-20.

D.2 resume os resultados obtidos através dessa análise.

Tabela D.2: Número de partículas que atingem o volume definido como a posição do Sistema Solar a partir de 500 simulações para cada direção preferencial  $(l', b')$ .

$E/Z$ EeV	$l'$ (graus)	$b'$ (graus)	Número de partículas
10	-1	-2	0
100	-2	-1	20
1000	-7	0	253
1000	20	-7	37
1000	20	8	13

A figura D.4 apresenta as localizações dos eventos que podem ser detectados na Terra, em coordenadas galácticas, para  $E/Z = 100$  EeV e  $E/Z = 1000$  EeV.

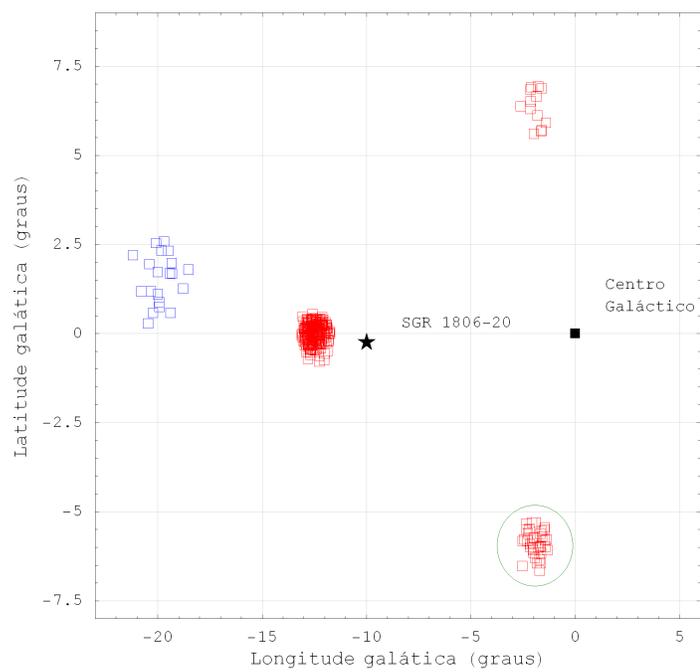


Figura D.4: Coordenadas galácticas dos eventos que podem ser detectados na Terra. A cor Azul equivale a partículas com energia  $E/Z = 100$  EeV e vermelho equivale  $E/Z = 1000$  EeV.

## Apêndice E

# Aproximação para a integral do fluxo em um intervalo logarítmico

O objetivo deste apêndice é tornar o mais compreensível possível a aproximação (4.5), explicitando o seu cálculo. Esta aproximação é apresentada em [63] e o cálculo aqui demonstrado segue esta referência.

Deseja-se encontrar a solução para a seguinte integral do fluxo:

$$\int_{\Delta} \frac{d\Phi}{dE} \epsilon(E) dE, \quad (\text{E.1})$$

na qual  $\Delta$  é o intervalo de integração,  $d\Phi/dE$  é o fluxo diferencial e  $\epsilon(E)$  é a eficiência de detecção em função da energia. Uma solução aproximada para esta integral consiste em resolvê-la em um intervalo logarítmico  $\Delta$ , onde é válida a seguinte aproximação

$$\frac{d\Phi}{dE} \epsilon(E) \sim E^{\alpha}. \quad (\text{E.2})$$

Assim, a solução da integral E.1 é encontrada resolvendo-se a integral

$$I = \int_{\langle E \rangle e^{-\frac{\Delta}{2}}}^{\langle E \rangle e^{\frac{\Delta}{2}}} E^{\alpha} dE \quad (\text{E.3})$$

na qual  $\langle E \rangle$  é o valor médio de  $E$  no intervalo logarítmico  $\Delta$ . Como  $dE = E d(\ln E)$ ,

$$I = \int_{\langle E \rangle e^{-\frac{\Delta}{2}}}^{\langle E \rangle e^{\frac{\Delta}{2}}} E^{\alpha+1} d(\ln E). \quad (\text{E.4})$$

Fazendo a substituição simples de variável

$$x = \ln E \longrightarrow E = e^x \quad (\text{E.5})$$

a integral torna-se

$$I = \int_{\ln\langle E \rangle - \frac{\Delta}{2}}^{\ln\langle E \rangle + \frac{\Delta}{2}} e^{x(\alpha+1)} dx = \frac{1}{(\alpha+1)} e^{(\alpha+1)x} \Bigg|_{\ln\langle E \rangle - \frac{\Delta}{2}}^{\ln\langle E \rangle + \frac{\Delta}{2}}, \quad (\text{E.6})$$

e assim,

$$\frac{e^{\ln\langle E \rangle(\alpha+1)}}{\alpha+1} \left( e^{(\alpha+1)\frac{\Delta}{2}} - e^{-(\alpha+1)\frac{\Delta}{2}} \right) = \frac{2\langle E \rangle^{\alpha+1}}{\alpha+1} \sinh \left[ (\alpha+1)\frac{\Delta}{2} \right]. \quad (\text{E.7})$$

Fazendo a seguinte substituição:

$$\delta = (\alpha+1)\frac{\Delta}{2}, \quad (\text{E.8})$$

obtêm-se:

$$I = \langle E \rangle^{\alpha+1} \left( \frac{\sinh \delta}{\delta} \right) \cdot \Delta. \quad (\text{E.9})$$

Para  $\Delta = 1$ ,  $\delta = (\alpha+1)/2$ . Deste modo:

$$I = \langle E \rangle^\alpha \cdot \langle E \rangle \left( \frac{\sinh \delta}{\delta} \right) \quad (\text{E.10})$$

e então:

$$I = \left\langle \frac{d\Phi}{dE} \cdot \epsilon(E) \right\rangle \cdot \langle E \rangle \left( \frac{\sinh \delta}{\delta} \right) = E_0 \frac{d\Phi}{dE} \Bigg|_{E_0} \epsilon(E_0) \left( \frac{\sinh \delta}{\delta} \right), \quad (\text{E.11})$$

na qual  $E_0$  é o valor médio da energia no intervalo logaritmico  $\Delta$ .

Uma vez que  $(\sinh\delta)/\delta > 1$ , conforme mostrado na figura E.1, um limite conservativo pode ser obtido a partir da equação E.11, resultando na expressão (4.5) que queríamos demonstrar:

$$E_0 \frac{d\Phi}{dE} \Big|_{E_0} < \frac{N_n^{95\%}}{T \times A_{efe} \times \epsilon(E_0)}. \quad (\text{E.12})$$

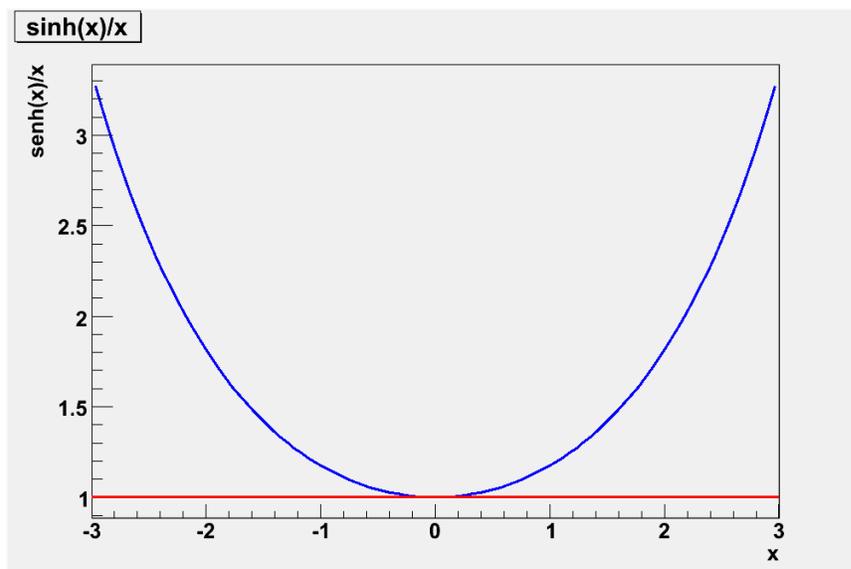


Figura E.1: Gráfico da função  $f(x) = \sinh(x)/x$  (azul), mostrando que  $f(x) \geq 1$ . A linha vermelha é a reta  $y = 1$ .

## Apêndice F

# Encarte com mapas celestes ampliados

Com o objetivo de facilitar a análise de alguns mapas celestes apresentados no capítulo 4, este anexo contém a ampliação destas figuras.

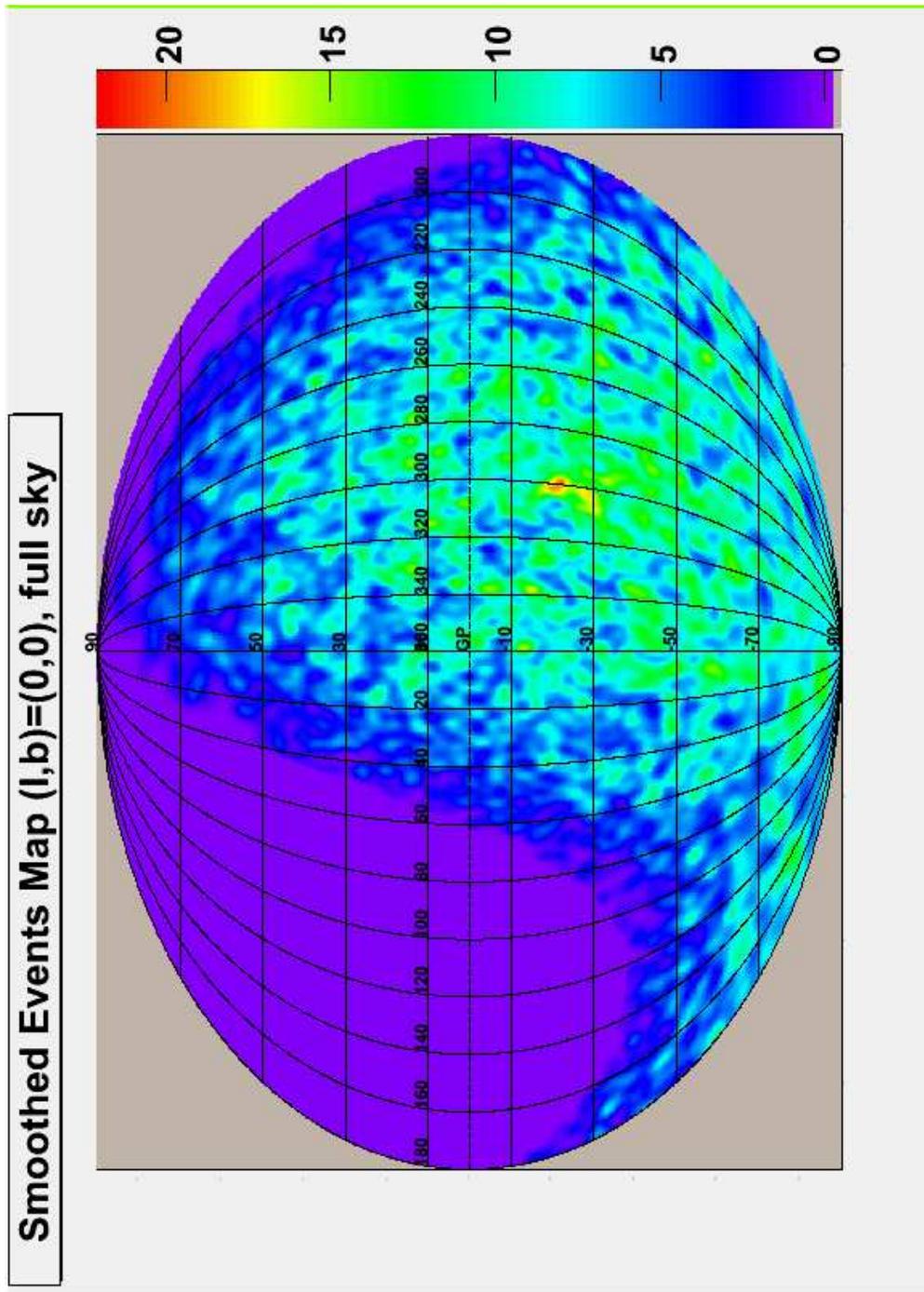


Figura F.1: Ampliação da figura 4.3: mapa de eventos filtrado, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

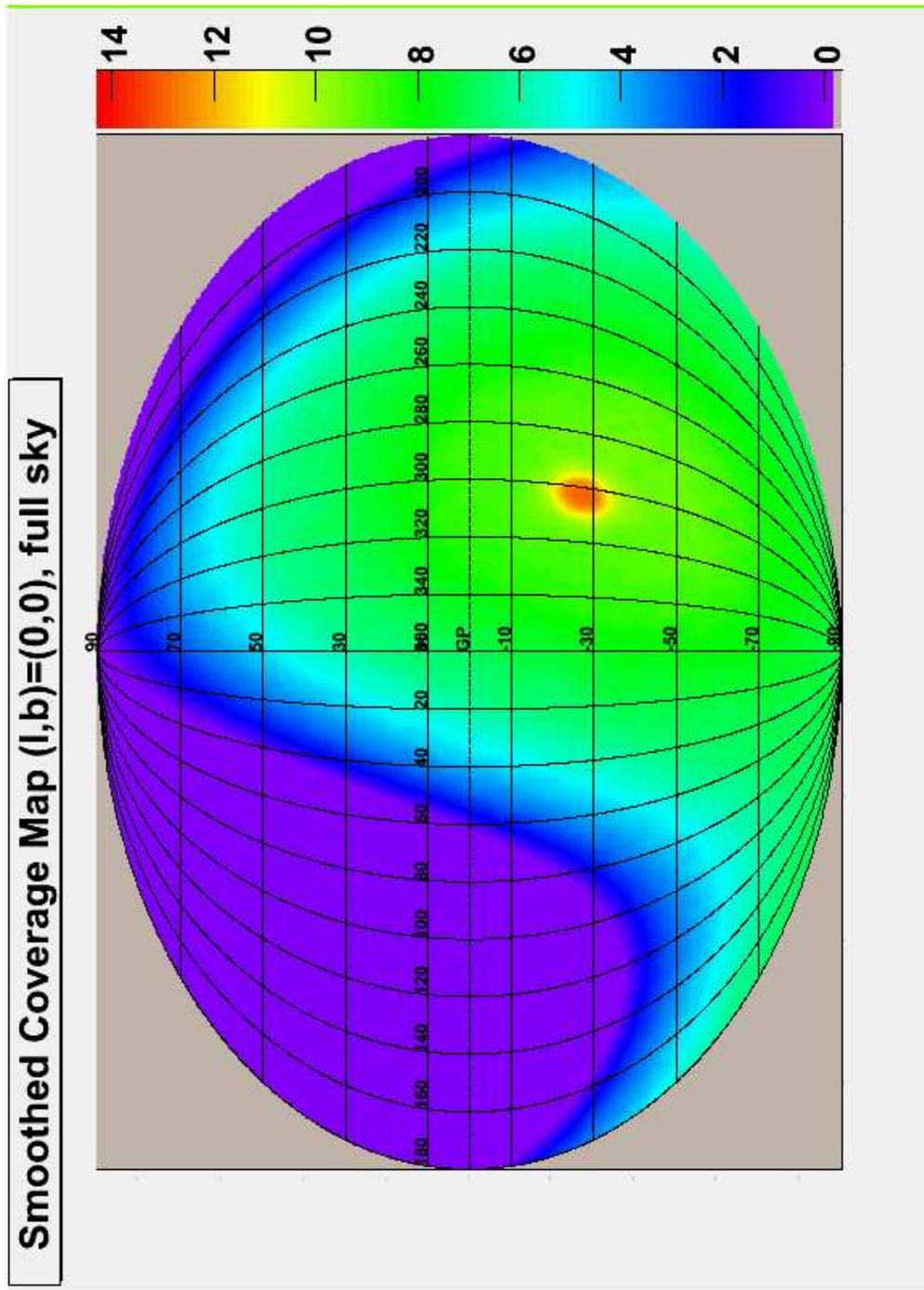


Figura F.2: Ampliação da figura 4.4: mapa de cobertura filtrado, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

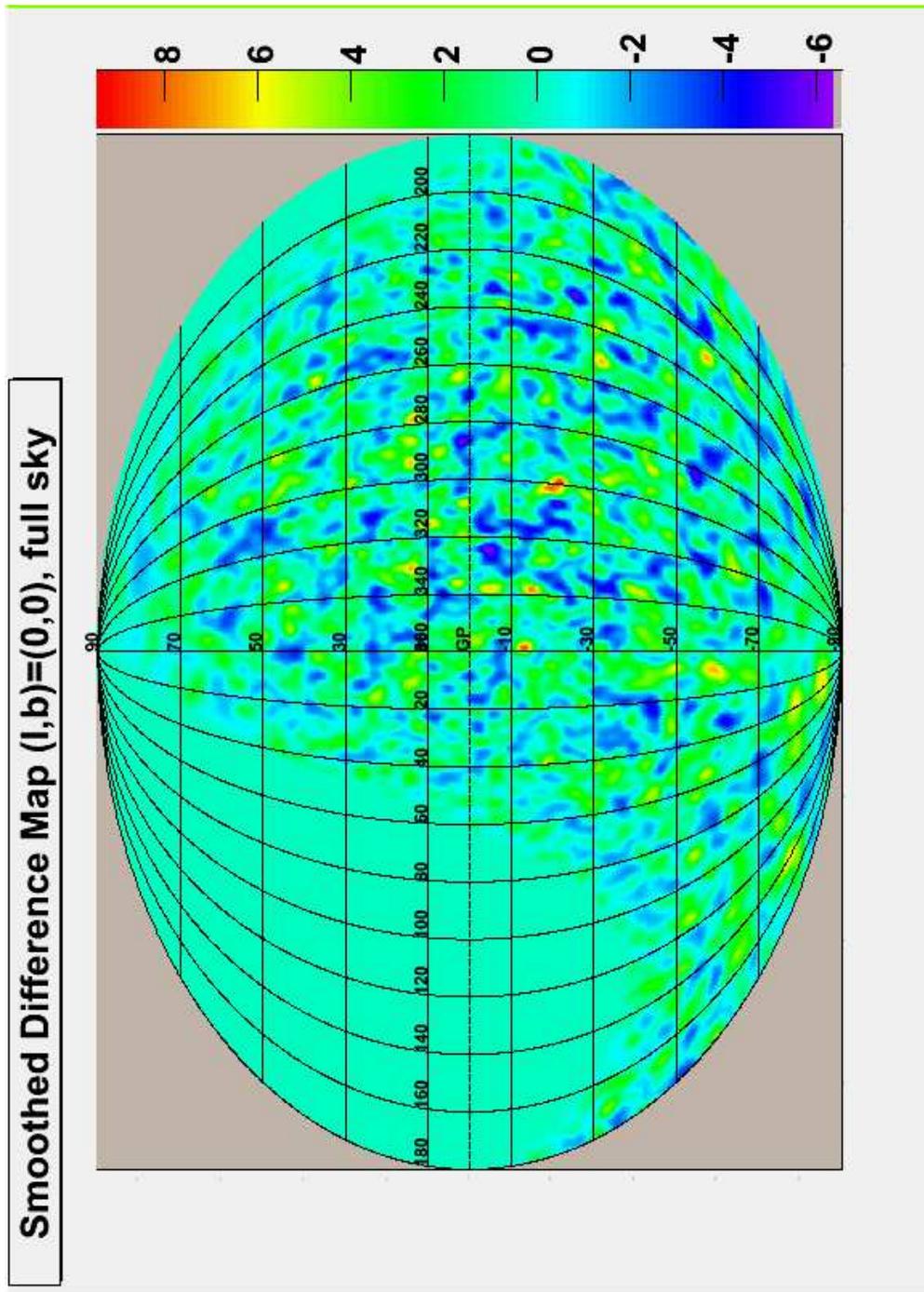


Figura F.3: Ampliação da figura 4.5: mapa de eventos filtrado, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica a contagem de eventos.

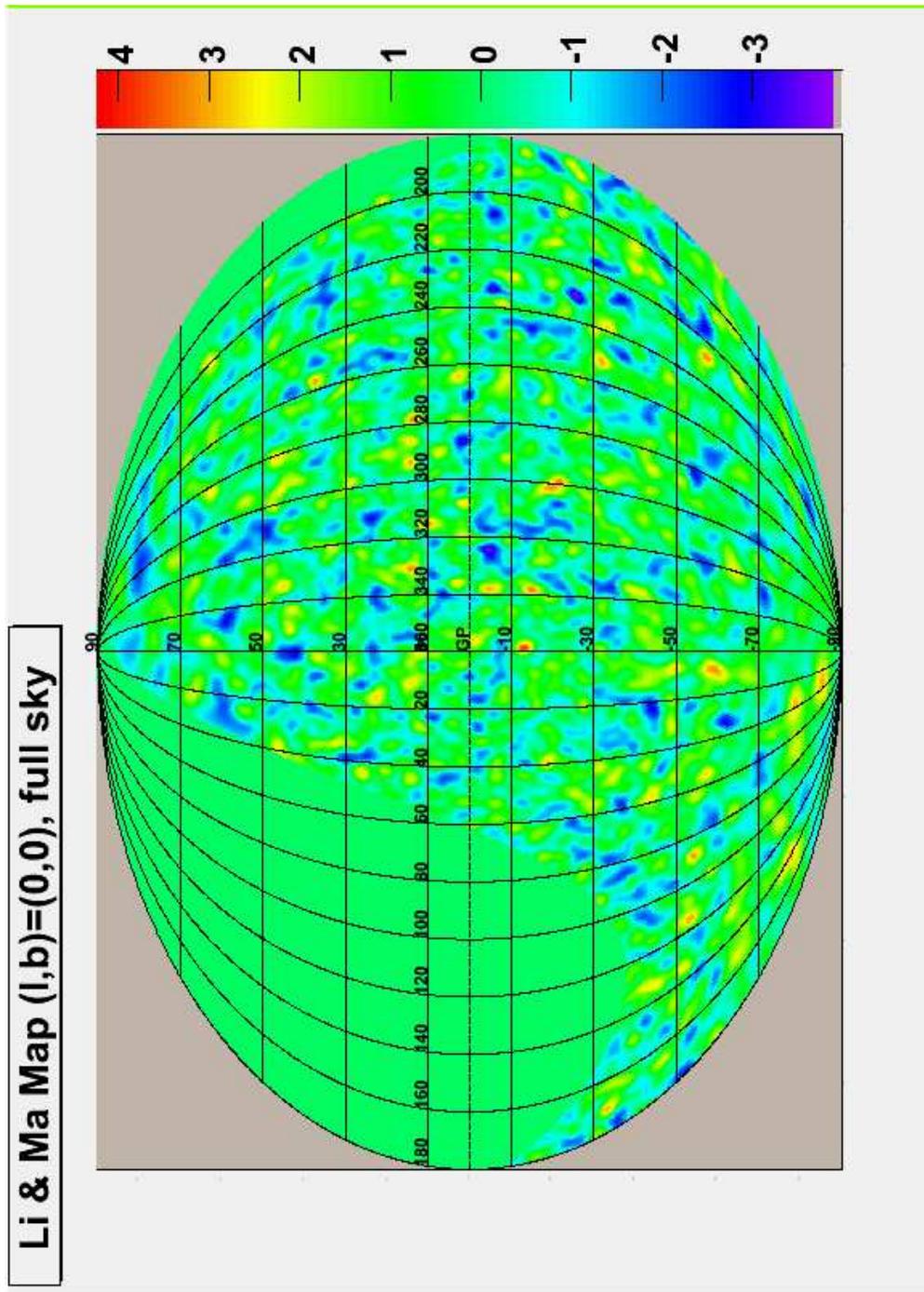


Figura F.4: Ampliação da figura 4.6: mapa da Significância estatística de Li e Ma, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica significâncias estatísticas.

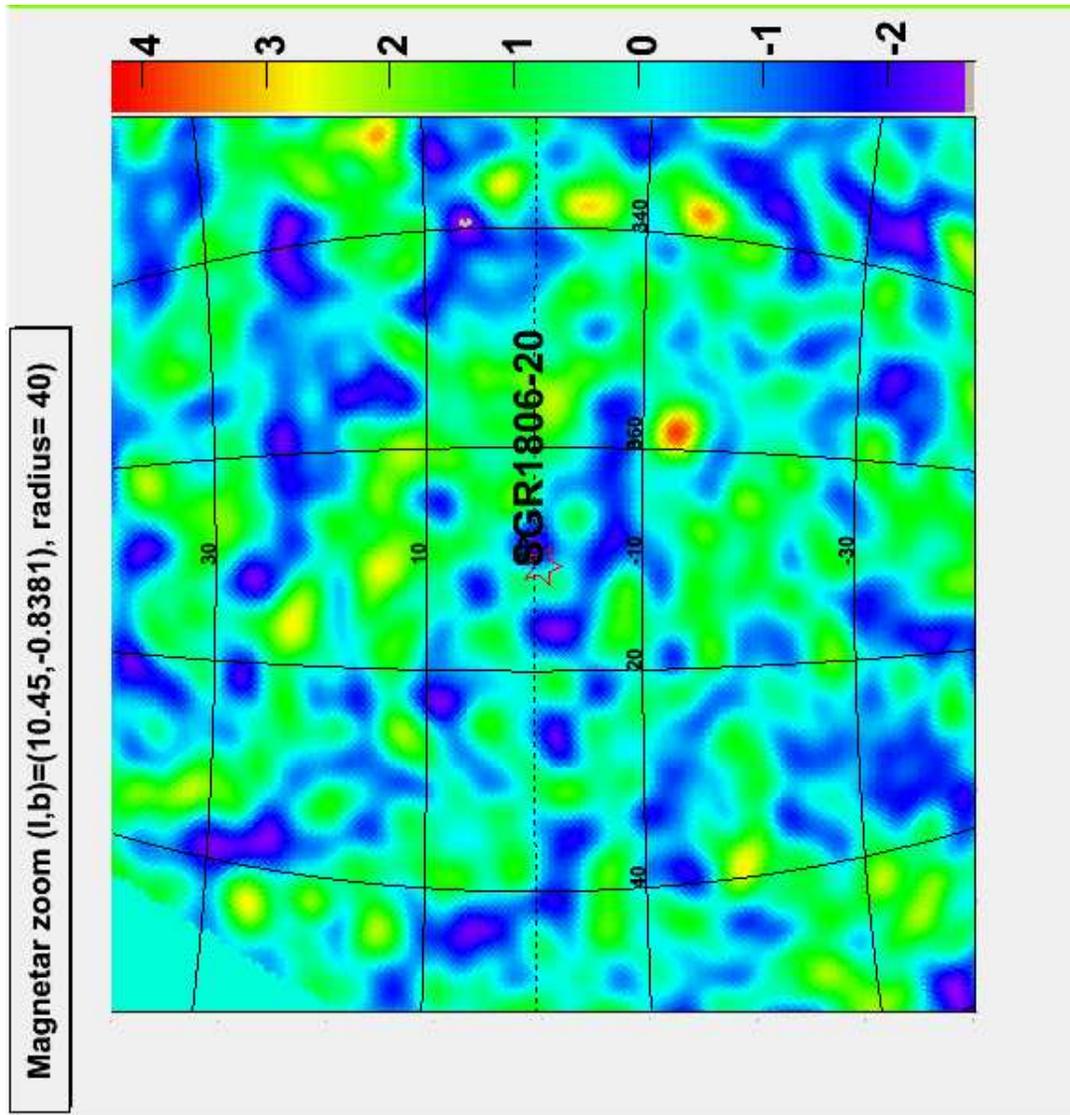


Figura F.5: Ampliação da figura 4.7: mapa da Significância estatística de Li e Ma, em coordenadas galácticas, com ampliação sobre a região do SGR 1806-20. A escala de cor indica significâncias estatísticas.

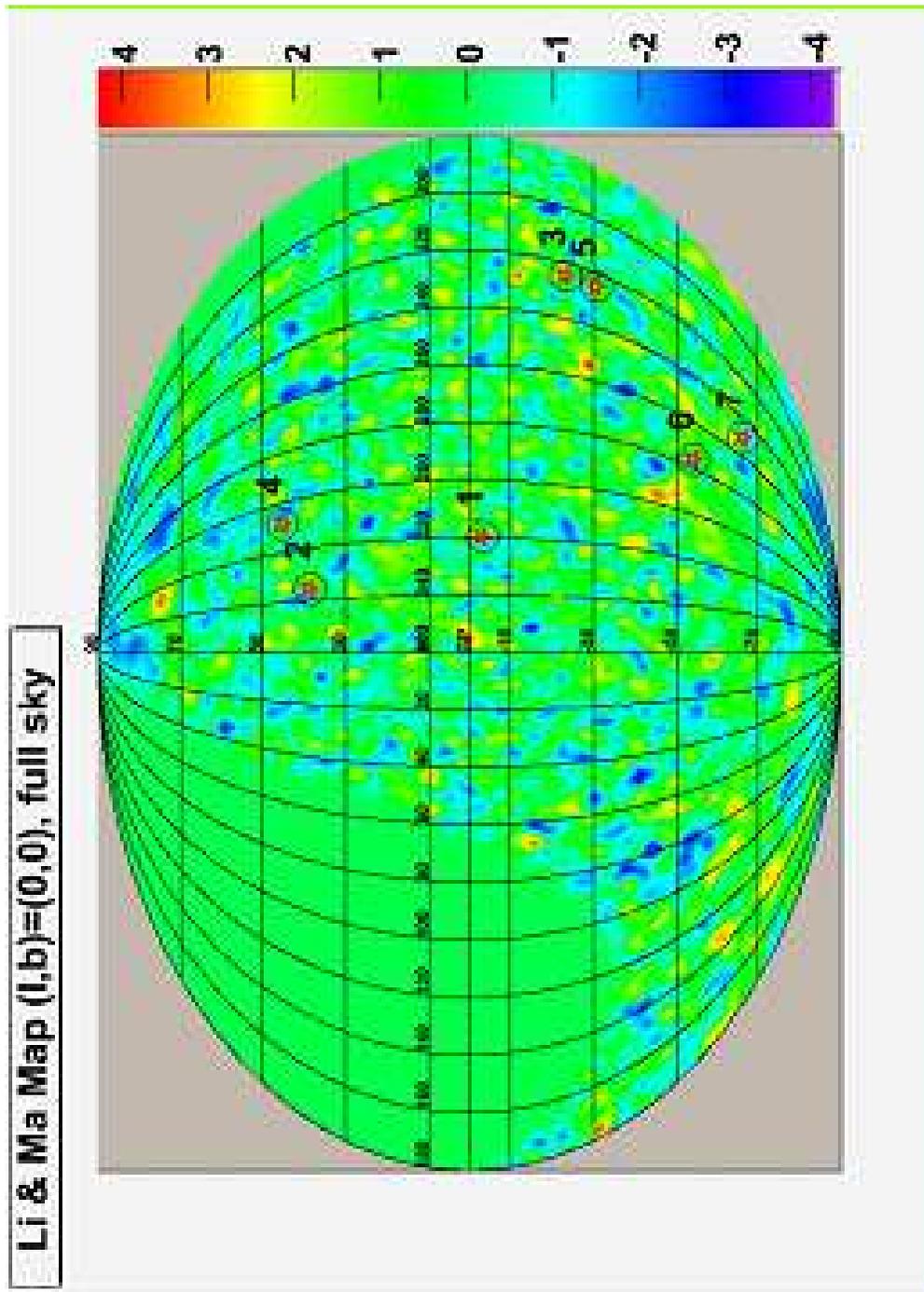


Figura F.6: Ampliação do mapa de significância estatística da 4.19: mapa da Significância estatística de Li e Ma, em coordenadas galácticas. A escala de cor indica significâncias estatísticas.

## Apêndice G

# Sistemas de Coordenadas

As posições de objetos celestes podem ser descritas em diferentes sistemas de coordenadas. A escolha de um sistema de coordenadas e sua projeção na esfera celeste podem facilitar a observação das características da distribuição de objetos no céu que não seriam percebidas na utilização de outro sistema de coordenadas.

Descreveremos, neste apêndice, os principais sistemas de coordenadas utilizados ao longo deste tese. A discussão apresentada é baseada nas referências [88–90].

### G.1 Coordenadas Horizontais

O sistema horizontal de coordenadas é fixo na Terra. Este sistema de coordenadas é dito local, ou seja, suas coordenadas, os ângulos azimutal  $\phi$  e zenital  $\theta$ , não são características do astro e dependem da posição na Terra e do instante de medida.

Chamemos de “horizonte” o plano tangencial à Terra e perpendicular à direção vertical na posição do observador. O “zênite” é o ponto no qual a vertical da posição do observador intercepta a esfera celeste enquanto que o ponto diametralmente oposto a ele é chamado de “nadir”. A figura G.1 apresenta uma ilustração desses pontos na esfera celeste. Qualquer semi-círculo máximo da esfera celeste, definido entre o zênite e o nadir, é chamado de “círculo vertical”.

O ângulo zenital  $\theta$  de um objeto sobre a esfera celeste é definido como o ângulo entre sua posição e o zênite, medido sobre o círculo vertical que contém o objeto. O ângulo zenital varia entre  $-90^\circ$  e  $90^\circ$ .

O “pólo norte celeste” é definido como o ponto no hemisfério norte no qual o prolongamento do eixo de

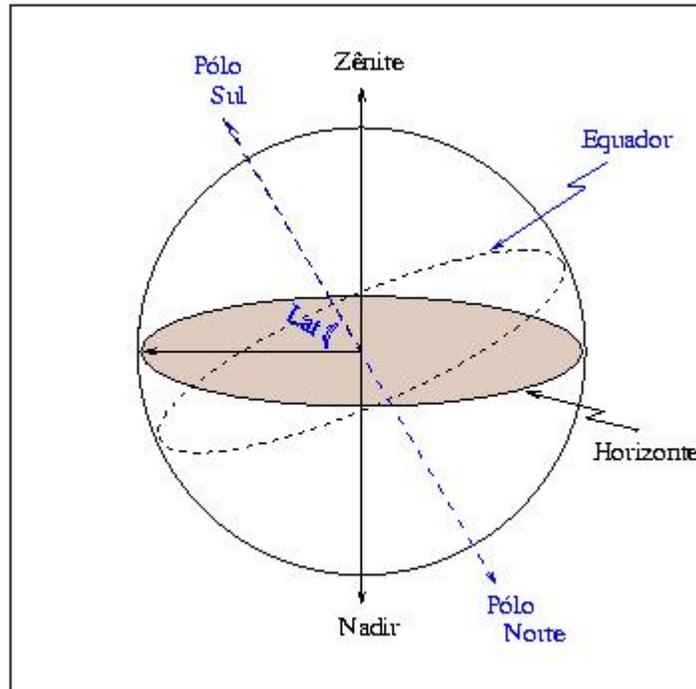


Figura G.1: Representação do zênite, nadir e pólos celestes em relação ao horizonte local e ao equador. A latitude (Lat) é o ângulo formado entre o horizonte e o pólo. Figura retirada de [88].

rotação da Terra intercepta a esfera celeste. O ponto no qual o círculo vertical que passa pelo pólo norte celeste intercepta o horizonte é conhecido como “ponto geográfico norte”.

O ângulo azimutal  $\phi$  de um objeto sobre a esfera celeste é o ângulo medido sobre o horizonte, no sentido horário, desde o ponto geográfico norte até o círculo vertical que contém a posição do objeto. O ângulo azimutal varia entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ .

## G.2 Coordenadas Equatoriais

O sistema equatorial de coordenadas baseia-se na posição do equador celeste<sup>1</sup>. O sistema equatorial não depende da posição do observador e nem do instante de observação.

As coordenadas do sistema equatorial são chamadas de declinação  $\delta$  e ascensão reta  $\alpha$ . A declinação  $\delta$

<sup>1</sup>O equador celeste é a projeção do equador da Terra na esfera celeste.

de um objeto celeste é a distância angular entre o objeto e o equador celeste, medida sobre o meridiano do objeto<sup>2</sup>. Objetos no hemisfério norte possuem declinação positiva,  $0^\circ < \delta < 90^\circ$ , enquanto que objetos no hemisfério sul possuem declinação negativa,  $-90^\circ < \delta < 0^\circ$ .

A ascensão reta  $\alpha$  de um objeto é o ângulo medido sobre o equador celeste, no sentido anti-horário, entre o ponto vernal<sup>3</sup> e o meridiano celeste do objeto.

A figura G.2 ilustra o sistema de equatorial de coordenadas.

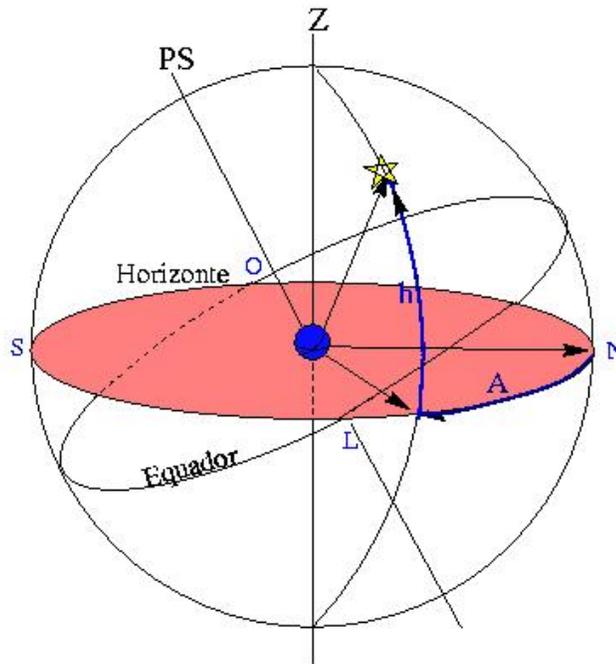


Figura G.2: Ascensão reta ( $\alpha$ ) e declinação (Dec) de um objeto representado sobre a esfera celeste. Figura retirada de [88].

### G.3 Coordenadas Galácticas

A projeção na esfera celeste do plano da Via Láctea forma o chamado “equador galáctico”, que é o plano de referência do sistema galáctico de coordenadas. O ângulo entre o equador galáctico e o equador

<sup>2</sup>Meridiano é um círculo máximo passando pelos pólos norte e sul celeste.

<sup>3</sup>O ponto vernal é um dos dois pontos nos quais o equador celeste cruza com a eclíptica, isto é, o círculo máximo descrito pela trajetória do Sol, como consequência do movimento da Terra durante um ano.

celeste é  $\sim 63,5^\circ$ .

Os pólos norte e sul galácticos são definidos como os pontos, no hemisfério norte e sul, respectivamente, nos quais uma linha perpendicular ao equador galáctico intercepta a esfera celeste.

A latitude galáctica  $b$  de um objeto é a distância angular entre o objeto e o equador galáctico, variando entre  $-90^\circ < b < 90^\circ$ .

A longitude galáctica  $l$  de um objeto é o ângulo medido sobre o equador galáctico, no sentido anti-horário, desde a direção do centro galáctico até o círculo máximo que passa pelo objeto e pelos pólos galácticos. A longitude galáctica varia entre  $-180^\circ < l < 180^\circ$ .

O centro galáctico possui  $(l, b) = (0^\circ, 0^\circ)$  no sistema de coordenadas galácticas e  $(\alpha, \delta) = (266, 3^\circ, -29, 0^\circ)$  no sistema de coordenadas equatoriais.

# Bibliografia

- [1] J.W. Cronin, T.K. Gaisser e S.P. Swordy, *Scientific American*, 276 (1997) 32
- [2] The Auger Collaboration, "The Pierre Auger Observatory Design Report", 2<sup>a</sup> ed., 14 de março de 1997. <http://www.auger.org/>
- [3] N. Chiba *et al.*, *Nucl. Instrum. Meth. A* 311 (1992) 338
- [4] H. Ohoka, S. Yoshida and M. Takeda [AGASA Collaboration], *Nucl. Instrum. Meth. A* 385 (1997) 268
- [5] M. Takeda *et al.*, *Astropart. Phys.* 19 (2003) 447 [arXiv:astro-ph/0209422]
- [6] J. M. Matthews [Hires collaboration], *Proceedings of the 27<sup>th</sup> International Cosmic Ray Conference (ICRC), Hamburg, 1 (2001) 350.* [<http://www.copernicus.org/ircr/index.html>]
- [7] T. Abu-Zayyad *et al.* [Hires Collaboration] [arXiv:astro-ph/0208301]
- [8] R. U. Abbasi *et al.* [Hires Collaboration] *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004) 151101 [arXiv:astro-ph/0208243]
- [9] R. Abbasi et al. Observation of the GZK cutoff by the HiRes experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 100:101101, 2008. arXiv:astro-ph/0703099v2 [astro-ph].
- [10] D. J. Bird *et al.*, *Astrophys. J.* 511 (1999) 739
- [11] N. Hayashida *et al.*, *Astropart. Phys.* 10 (1999) 303 [arXiv:astro-ph/9807045]
- [12] J. A. Bellido *et al.*, *Astropart. Phys.* 15 (2001) 167

- [13] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Astropart. Phys.* 27 (2007) 244
- [14] N. Hayashida *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 77 (1996) 1000
- [15] M. Teshima *et al.*, Proceedings of the 28<sup>th</sup> International Cosmic Ray Conference (ICRC), Tsukuba (2003) 437
- [16] C. B. Finley and S. Westerhoff, *Astropart. Phys.*, 21 (2004) 359
- [17] R. U. Abbasi *et al.* [Hires Collaboration], *Astropart. Phys.* 22 (2004) 139
- [18] C. B. Finley and S. Weterhoff [Hires Collaboration], *Proc. 28<sup>th</sup> ICRC*, Tsukuba, 1 (2003) 433
- [19] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Science* 318 (2007) 939
- [20] J. Abraham *et al.*, *Astropart. Phys.*, 29 (2008) 188 arXiv:0712.2843v2 [astro-ph].
- [21] R. A. Millikan e G. H. Cameron, *Phys. Rev.* 32 (1928) 533
- [22] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Astropart. Phys.* 29 (2008) 243 (arXiv:0712.1147 [astro-ph]).
- [23] E. Fermi, *Phys. Rev.* 75 (1949) 1169
- [24] A. R. Bell, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 182 (1978) 147
- [25] R. D. Blandford and J. P. Ostriker, *Astrophys. J.* 221 (1978) L29  
[arXiv:hep-ph/9808446]
- [26] P. Sreekumar *et al.*, *Astrophys. J.*, 494 (1998) 523
- [27] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Astroparticle Physics* 27 (2007) 155. (astro-ph/0606619)
- [28] Beck, R., *Space Sci. Rev.* 99 (2001) 243.
- [29] P. P. Kronberg, *Rep. Prog. Phys.* 57 (1994) 325

- [30] R. J. Protheroe and P. A. Johnson, *Astropart. Phys.* 4 (1996) 253 [arXiv:astro-ph/9506119]
- [31] J. L. Puget, F. W. Steker and J. H. Bradekamp, *Ap. J.* 205 (1976) 638
- [32] L. N. Epele e E. Roulet, *JHEP*, 9810 (1998) 009 [arXiv:astro-ph/9808104]
- [33] K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.* 16 (1966) 748
- [34] G. T. Zatsepin and V. A. K'uzmin, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 4 (1966) 114 [*JETP Lett.* 4, 78 (1966)]
- [35] J. W. Elbert e P. Sommers, *Astrophys. J.* 441 (1995) 151
- [36] W. Tkaczyk *et al.*, *J. Phys. A*8 (1975) 1518
- [37] F. A. Aharonian e J. W. Cronin, *Phys. Rev. D* 50 (1994) 1892
- [38] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Phys. Rev. Letters* 101 (2008) 061101 (arXiv:0806.4302 [astro-ph]).
- [39] T. K. Gaisser, "Cosmic Rays and Particle Physics, Cambridge University Press (1990)
- [40] J. Abraham *et al.*, [Pierre Auger Collaboration], *Nuclear. Instr. and Meth. in Phys. Res. A* 523 (2004) 50
- [41] B. Rouillé d'Orfeuil *et al.*, nota técnica do Observatório Pierre Auger, Gap note 2005-083, <http://www.auger.org/>
- [42] P. Billoir e A. Letessier-Selvon, nota técnica do Observatório Pierre Auger, GAP 2005-055, <http://www.auger.org/>
- [43] T.Li and Y.Ma, *Astrophysical Journal*, 272 (1983) 317.
- [44] P.M.Woods and C.Thompson, [astro-ph/0406133]
- [45] V.M.Kaspi *et al.*, *Ap.J.*510 (1999) L115.
- [46] K. Hurley *et al.*, *Nature* 434, 1098 (2005).

- [47] T. Terasawa *et al.*, Nature 434, 1110 (2005).
- [48] D.M. Palmer *et al.*, Nature 434, 1107 (2005).
- [49] E. Mazets *et al.*, astro-ph/0502541 (2005).
- [50] Thompson, C. and Duncan, R. C., ApJ 561 (2001) 980.
- [51] Piran, T., Shemi, A., and Narayan, R., MNRAS 263 (1993) 861.
- [52] Nakar, E., Piran, T., and Sari, R. , astro-ph/0502052, 2005.
- [53] R.Yamazaki et al., to appear in PASJ (2005) (astro-ph/0502320).
- [54] K.Asano, astrophys. J. 623 (2005) 967.
- [55] Ioka, K., Kobayashi, S. and Mészáros, ApJ 613 (2004) L17.
- [56] E.Waxman, e J.Bahcall, Phys.Rev.Lett. 78 (1997) 2292.
- [57] K.Asano, e F.Takahara, Pub. Astron. Soc. Japan 55 (2003) 433.
- [58] Alvarez-Muniz, J., Engel, R., e Stanev, T., ApJ 572 (2001) 185.
- [59] Eichler, D., 2005, astro-ph/0504452.
- [60] D. Fargion e M. Grossi, Nuovo Cim. 28C (2005) 809.
- [61] B.M.Gaensler et al., Nature 434 (2005) 1104.
- [62] D. Allard *et al.*, for the Pierre Auger Collaboration, ICRC 2005, Proc. 29th ICRC, Pune 7 (2005) 71.
- [63] L. A. Anchordoqui, J. L. Feng, H. Goldberg and A. D. Shapere, Phys. Rev. D 66 (2002) 103002.
- [64] L. Anchordoqui, for the Pierre Auger Collaboration, ICRC 2007, arXiv 2007, arXiv:0706.0989v1  
[astro-ph]
- [65] A. Achterberg *et al.*, 2006, astro-ph/0607233.

- [66] D.Allard *et al.*, for the Pierre Auger Collaboration, ICRC 2005, arXiv 2005, arXiv:astro-ph/0511104v1
- [67] C. Bonifazi and A. Letessier-Selvon, nota técnica do Observatório Pierre Auger, Gap note 2006-016, <http://www.auger.org/>
- [68] Aline M. P. de Marques, “Anisotropia de larga escala em raios cósmicos de altíssima energia no Observatório Pierre Auger”, Dissertação de Mestrado, 2008, <http://webbif.ifi.unicamp.br/tesesOnline/teses/IF97.pdf>
- [69] E. Armengaud *et al.*, nota técnica do Observatório Pierre Auger, Gap note 2003-105, <http://www.auger.org/>
- [70] E.M.Santos, for the Pierre Auger Collaboration, ICRC 2007, arXiv 2007, arXiv:0707.2669v2 [astro-ph].
- [71] T.Yamamoto,for the Pierre Auger Collaboration, ICRC 2007, arXiv:0707.2638v1 [astro-ph].
- [72] D.Pakk *et al.*, nota técnica do Observatório Pierre Auger em preparação.
- [73] W. H. Allen *et al.*,[JANZOS Collaboration] Phys. Rev. D. 466 (1993) 48.
- [74] D. Marr e E. C. Hildreth, Proc. Royal Society London, Ser. B, 207 (1980) 187
- [75] A. Cayón *et al.* MNRAS 313 (2000) 757.
- [76] P. Vielva *et al.* MNRAS 326 (2001) 181.
- [77] P. Vielva *et al.* MNRAS 344 (2003) 89.
- [78] J. González-Nuevo *et al.*, Mon.Not.Roy.Astron.Soc.369:1603-1610 (2006) [astro-ph/0604376v2].
- [79] Will Saunders et al. The PSCz Catalogue. Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 317 (2000) 55 [astro-ph/0001117].
- [80] M.-P. Veron-Cetty and P. Veron, Astron. Astrophys. 455 (2006)773.

- [81] <https://www.auger.unam.mx/AugerWiki/LargeScaleAnisotropy>
- [82] K. V. Mardia, “Statistics of directional data”(1972), Academic Press
- [83] Fischer, N.I., “Statistical Analysis of Spherical Data”(1987), Cambridge University Press
- [84] S. Eidelman et al., Physics Letters B592 (2004) 1. [URL: <http://pdg.lbl.gov/>]
- [85] M. Prouza and R. Šmida, Astronomy and Astrophysics V.410 (2003) 1 [astro-ph/0307165]
- [86] T. Stanev, ApJ 479, 290 (1997).
- [87] J. L. Han, (2001) [astro-ph/0110319v1]
- [88] K. de Souza Oliveira Filho e M. F. Oliveira Saraiva, “Astronomia e Astrofísica”(2004), Editora Livraria da Física.
- [89] V.J. Martinez e E. Saar, “Statistics of the Galaxy Distribution”(2002), CRC Press.
- [90] Beatriz Blanco Siffert, “Anisotropia de raios cósmicos de altíssimas energias no Observatório Pierre Auger”, Tese de doutorado, 2008.