



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”

Sinais de raios cósmicos em detectores de ondas gravitacionais

Denis Borgarelli Tavares

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto
de Física Gleb Wataghin para obtenção do título de
Mestre em Física

Orientador: Prof. Dr. Anderson Campos Fauth
DRCC/IFGW/UNICAMP

Campinas, Fevereiro de 2010

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado defendida
pelo aluno Denis Borgarelli Tavares e aprovada pela comissão julgadora.
Campinas, 19 de Março de 2010

A handwritten signature in black ink, reading "Anderson Campos Fauth".

Prof. Dr. Anderson Campos Fauth

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

T197s Tavares, Denis Borgarelli
 Sinais de raios cósmicos em detectores de ondas
 gravitacionais / Denis Borgarelli Tavares. -- Campinas, SP : [s.n.],
 2010.

Orientador: Anderson Campos Fauth.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Raios cósmicos. 2. Ondas gravitacionais. 3. Detectores.
I. Fauth, Anderson Campos. II. Universidade Estadual de
Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Signs of cosmic rays in gravitational wave detectors
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Cosmic rays
 2. Gravitational waves
 3. Detectors
- **Área de Concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Mestre em Física
- **Banca Examinadora:**

Prof. Anderson Campos Fauth
Prof. Odylio Denys de Aguiar
Prof. José Augusto Chinellato
- **Data da Defesa:** 26-02-2010



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE DENIS BORGARELLI TAVARES – RA 032186 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 26 / 02 / 2010.

COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Anderson Campos Fauth - Orientador do Candidato
DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Odylio Denys de Aguiar – INPE



Prof. Dr. José Augusto Chinellato - DRCC/IFGW/UNICAMP

Ao meus pais e minha namorada
que foram os maiores incentivadores
desta conquista”

Agradecimentos

Ao Anderson por todos os ensinamentos, tantas horas compartilhadas e toda a paciência ao longo destes 3 anos de trabalho junto desde a iniciação científica.

Ao Odylio e ao Rubens por toda ajuda, auxílio e disponibilidade em tornarem esta tese um trabalho mais fácil.

Agradeço também aos companheiros de sala com os quais compartilhei minhas alegrias e frustrações ao longo destes 2 anos de mestrado: Victória, Márcio Müller e Daniel (fumaça).

Aos colegas de faculdade e departamento, que não irei citar nomes para não esquecer de alguém que tenha sido muito importante. Portanto, agradeço a todos sem exceção alguma.

Aos meus companheiros de república que também acompanharam este trabalho desde o início, dando sugestões e ajudando sempre que possível. Em principal ao Alexandre, Ricardo (pingüim), Bruno e Ricardinho.

Ao Daniel Almeida pela amizade de todos estes anos de graduação e mestrado, o qual esteve sempre presente em momentos bons e ruins, uma amizade verdadeira construída em tão pouco tempo.

Aos meus pais Carlos Eduardo e Maria Teresa que foram o chão durante toda essa trajetória, que tanto me incentivaram, que riram e choraram comigo nestes anos, sem os quais não teria ido tão longe. Pais que souberam as atitudes que deveriam ser tomadas em cada momento visando apenas o meu bem, pais que são tudo na minha vida.

À minha namorada Tatiane que me aturou, suportou e entendeu ao longo destes anos todos. Abriu meus olhos para a realidade e incentivou a fazer coisas que eu jamais teria tido coragem de fazer. Amo muito você.

Agradeço a Deus por toda sabedoria, força de vontade, paciência e coragem para seguir em frente nesta trajetória tão árdua, mas que finalmente consegui concluir.

Agradeço ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo financiamento no período de Março de 2008 a Agosto de 2008 – Processo 131793/2008-0.

Meus agradecimentos também a Fapesp (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo financiamento no período de Setembro de 2008 a Fevereiro de 2010 – Processo 2007/57993-0 .

Resumo

Um dos fenômenos previstos por Einstein na dedução da relatividade geral foi a existência de pequenas perturbações da métrica que ele nomeou de ondas gravitacionais. Essas ondas ao atravessarem a matéria fazem com que a mesma oscile de acordo com a polarização da onda gravitacional. Esta é a única previsão importante da Relatividade Geral que ainda não foi comprovada completamente. O pequeno sinal gerado pela passagem de uma onda gravitacional em comparação com os ruídos existentes no sistema de detecção torna a sua detecção direta um dos principais desafios da ciência moderna. Neste trabalho estudamos o ruído gerado por raios cósmicos na antena gravitacional Mario Schenberg, localizada na cidade de São Paulo. Medidas do fluxo de múons e hádrons isolados realizadas no hemisfério norte foram utilizadas para calcular o fluxo esperado dessas partículas na cidade de São Paulo. O cálculo da energia depositada no detector de ondas gravitacionais pelos raios cósmicos foi realizado através de simulações de Monte Carlo utilizando o Geant4. A passagem de múons e prótons, com diversas energias e alguns ângulos de incidência, pelo prédio e pela esfera ressonante da antena gravitacional, foi simulada. Desenvolvemos um modelo termo-acústico, denominado de multiponto, adequado para calcular as energias depositadas nos modos normais de vibração da esfera a partir da energia depositada na esfera por partículas elementares. Com esses resultados calculamos a taxa esperada de sinal de raios cósmicos no principal modo de detecção de ondas gravitacionais, $nl=12$, do detector Mario Schenberg para temperaturas de operação T_{noise} entre 10^{-5} e 10^{-7} K. Os resultados obtidos mostraram que para a sensibilidade projetada para 4,2K do detector Mário Schenberg a taxa de sinais devido aos raios cósmicos é muito pequena, sendo da ordem de 5 eventos por dia. Porém, quando for atingido o limite quântico, será preciso uma análise mais detalhada do sinal de saída da antena, já que o número de partículas esperado aumenta consideravelmente, alcançando cerca de 250 sinais por dia.

Abstract

One of the phenomena predicted by Einstein in the derivation of general relativity is the existence of small perturbations of the metric that he named gravitational waves. As they travel through space oscillates the space-time according to its polarization. This is the only major prediction of general relativity not yet proven completely. The small signal generated by the passage of a gravitational wave compared to the noise in the system of detection makes their direct detection one challenge of modern science. In this paper we study the noise generated by cosmic rays in the gravitational antenna Mario Schenberg, located in the city of Sao Paulo. Single muons and hadrons flux measurements held in the northern hemisphere were used to calculate the expected flux of these particles in the city of Sao Paulo. The calculation of the energy deposited in the detector of gravitational waves from cosmic rays was performed by Monte Carlo simulations using Geant4. The transport of muons and protons, with several energy and some different angles of incidence, across the building and the resonant sphere was simulated. We developed a thermo-acoustic model, called multi-point, suitable for calculating the energy deposited in the normal modes from the energy deposited on the sphere by elementary particles. With these results we calculate the expected rate of cosmic ray signals in the main detection mode of gravitational waves, $nl = 12$, of the Mario Schenberg detector, for temperatures T_{noise} between 10^{-5} and 10^{-7} K. The results showed for the designed for 4.2 K sensitivity of the Mario Schenberg detector that the rate of signals due to cosmic rays is very small, being around 5 events per day. However, when it will reach the quantum limit will be needed a more detailed analysis of the antenna signal output, since the expected number of cosmic ray noise increases considerably, reaching about 250 signals per day.

Índice

Agradecimentos.....	v
Resumo.....	vi
Abstract.....	vii
Lista de Figuras.....	x
Lista de Tabelas.....	xiii
1 Introdução.....	1
2 Relatividade Geral.....	4
3 Fontes de ondas gravitacionais.....	10
3.1 Fontes Impulsivas (Bursts).....	11
3.1.1 Supernovas	11
3.1.2 Espiralção e Coalescência de Objetos	12
3.1.3 Queda de estrelas e pequenos buracos negros no interior de buracos negros super massivos.....	14
3.2 Fontes Periódicas.....	14
3.2.1 Pulsares de milissegundos	14
3.2.2 Estrelas binárias longe da coalescência	15
3.3 Fontes Estocásticas.....	17
4 Detectores de ondas gravitacionais.....	19
4.1 Pioneirismo de Weber.....	19
4.2 Tipos de detectores.....	20
4.3 Detectores de massa ressonante tipo barra.....	21
4.4 Detectores de massa ressonante tipo esfera.....	23
4.4.1 Ruídos em massas ressonantes.....	24
4.4.2 Detectores atuais.....	26
4.5 Interferômetros a laser.....	29
4.5.1 Ruídos em Interferômetros:.....	32
4.5.2 Detectores atuais.....	33
4.6 Correlação entre as fontes de ondas gravitacionais e a sensibilidade dos detectores atuais ..	40
4.7 Projeto LISA	44
5 Raios Cósmicos e Chuviros Atmosféricos Extensos	46
5.1 Definição.....	46
5.2 Espectro Primário de Energia.....	47
5.3 Composição Primária.....	50
5.4 Componentes de um chuveiro atmosférico extenso (CAE).....	51
6 Raios cósmicos na atmosfera.....	54
6.1 Detecção de raios cósmicos.....	55
6.2 Fluxo de Raios Cósmicos.....	56
6.3 Hádrons isolados em São Paulo.....	56
6.4 Fluxo de Múons em São Paulo.....	61
6.5 Rigidez Geomagnética (Cutoff Geomagnético).....	65
7 Simulação do depósito de energia na esfera.....	68
7.1 Metodologia adotada.....	68
7.2 Criação da geometria no Geant4.....	68
7.3 Física envolvida nos processos de interação das partículas com a matéria.....	72
7.4 Resultados obtidos com a simulação.....	77

8 Modelo Termo-Acústico.....	87
8.1 Introdução.....	87
8.2 O modelo na barra.....	87
8.3 O modelo na esfera.....	91
8.3.1 Interação em um ponto.....	96
8.3.2 Interação ao longo de uma linha reta.....	97
8.3.3 Simplificação das Equações.....	98
8.3.4 Modelo Multiponto.....	99
8.3.5 Validação do novo modelo.....	99
8.3.6 Comportamento da esfera de acordo com a posição de interação.....	100
9 Resultados.....	103
9.1 Procedimento adotado.....	103
9.2 Ruído gerado pelos múons.....	104
9.2.1 Ruído gerado pelos prótons.....	107
9.3 Taxa de eventos esperada na antena gravitacional.....	110
10 Conclusões.....	118
Apêndice.....	119

Lista de Figuras

Figura 2.1: (a) A menor ordem de deformação não esférica de um anel: as massas diagonais não se movem. (b) A deformação de um anel de partículas de testes em um ciclo de onda gravitacional [14]..	8
Figura 3.1: Previsão da amplitude de onda na espiralação de um sistema binário de buracos negros com 10 MS [14].....	13
Figura 3.2: Confronto dos dados da observação da PSR1913+16 com a teoria de Einstein sobre a emissão de ondas gravitacionais por sistema binários [19].....	16
Figura 4.1: Weber trabalhando em um dos detectores de barra [21].....	20
Figura 4.2: Esboço do Nautilus [23].....	27
Figura 4.3: EXPLORER [24].....	27
Figura 4.4: Visão lateral da antena NIOBE. O criostato tem 5m de comprimento e 3m de altura [14].	28
Figura 4.5: Detector Mário Schenberg [25].....	29
Figura 4.6: Esquema da disposição do detector dentro da câmara.....	29
Figura 4.7: Interferômetro de Michelson simples.....	30
Figura 4.8: Interferômetro a laser [14].....	31
Figura 4.9: Interferômetro VIRGO [1].....	34
Figura 4.10: Interferômetro LIGO em Hanford [2].....	35
Figura 4.11: O túnel da linha de vácuo [14].....	35
Figura 4.12: Estação principal em Hanford [14].....	36
Figura 4.13: Visão de um dos braços de Hanford da LIGO [2].....	36
Figura 4.14: Visão aérea do LIGO em Livingstone [2].....	37
Figura 4.15: Visão de um dos braços do LIGO em Livingstone [2].....	37
Figura 4.16: Visão aérea do GEO600 [4].....	38
Figura 4.17: Visão aérea do Tama em Tóquio [3].....	39
Figura 4.18: Detectores de ondas gravitacionais espalhados pelo mundo [26].....	40
Figura 4.19: Espectro de fontes de ondas gravitacionais. As abreviações são: BH, colapso de buracos negros; NS/NS, estrelas de nêutron coalescentes; NS evol, evolução secular de uma estrela de nêutrons sem simetria de eixo. [14].....	41
Figura 4.20: Fontes impulsivas de ondas gravitacionais, mostrando a faixa dos possíveis sinais e a região de sensibilidade de alguns detectores. [14].....	42
Figura 4.21: Sensibilidade dos interferômetros para diversas fontes de ondas gravitacionais. VIRGO foi excluído do gráfico para facilitar a visualização [27].....	43
Figura 4.22: Comparação de várias tecnologias de detecção e as fontes de ondas gravitacionais. [14].	44
Figura 4.23: As posições das espaçonaves na órbita heliocêntrica do projeto LISA.[14].....	45
Figura 5.1: Espectro primário de energia obtido por diversos grupos [32].....	49
Figura 5.2: Diagrama da propagação de um CAE exibindo as partículas formadas [33].....	53
Figura 6.1: Variação do fluxo vertical de raios cósmicos isolados com a altitude [32].....	55
Figura 6.2: Espectros de hádrons isolados obtidos pelos grupos KASCADE e EAS-TOP.....	59
Figura 6.3: Fluxo estimado de hádrons na cidade de São Paulo (940g/cm ²).....	60
Figura 6.4: Distribuição angular zenital para os prótons [40].....	61
Figura 6.5: Espectro diferencial do fluxo de múons ao nível do mar e na cidade de São Paulo.....	64
Figura 6.6: Dependência de n com a energia da partícula [42].....	65
Figura 6.7: Cutoff geomagnético em função da latitude e longitude [43].....	66
Figura 7.1: Câmara do detector Schenberg.....	69
Figura 7.2: Visão frontal da câmara.....	69

Figura 7.3: Prédio da USP em São Paulo.....	70
Figura 7.4: Visão do simulador rotacionada.....	70
Figura 7.5: Visão ampliada do simulador.....	70
Figura 7.6: Referência, numeração, das regiões descritas na tabela 7.1.....	71
Figura 7.7: dE/dX do múon no cobre [45].....	73
Figura 7.8: Modelos para interações hadrônicas [46].....	74
Figura 7.9: Validação do modelo Bertini [47].....	75
Figura 7.10: Validação do Quark-Gluon String Model (QGS) [47].....	76
Figura 7.11: Validação do processo elástico (G4LElastic) [47].....	77
Figura 7.12: Próton de 1 GeV.....	78
Figura 7.13: Próton de 10 GeV.....	79
Figura 7.14: Próton de 100 GeV.....	79
Figura 7.15: Próton de 200 GeV.....	80
Figura 7.16: Próton de 300 GeV.....	80
Figura 7.17: Próton de 400 GeV.....	81
Figura 7.18: Próton de 500 GeV.....	81
Figura 7.19: Múon de 1 GeV com o prédio.....	83
Figura 7.20: Múon de 1 GeV direto na esfera.....	83
Figura 7.21: Múon de 10 GeV com o prédio.....	83
Figura 7.22: Múon de 10 GeV direto na esfera.....	83
Figura 7.23: Múon de 50 GeV com o prédio.....	84
Figura 7.24: Múon de 50 GeV direto na esfera.....	84
Figura 7.25: Múon de 100 GeV com o prédio.....	84
Figura 7.26: Múon de 100 GeV direto na esfera.....	84
Figura 7.27: Múon de 200 GeV com o prédio.....	85
Figura 7.28: Múon de 200 GeV direto na esfera.....	85
Figura 7.29: Múon de 250 GeV com o prédio.....	85
Figura 7.30: Múon de 250 GeV direto na esfera.....	85
Figura 7.31: Múon de 300 GeV com o prédio.....	86
Figura 7.32: Múon de 300 GeV direto na esfera.....	86
Figura 7.33: Múon de 350 GeV com o prédio.....	86
Figura 7.34: Múon de 350 GeV direto na esfera.....	86
Figura 8.1: Visão lateral da barra.....	88
Figura 8.2: Definições dos parâmetros geométricos.....	91
Figura 8.3: Vibração no modo $nl=10$	102
Figura 8.4: Vibração no modo $nl=11$	102
Figura 8.5: Vibração no modo $nl=12$	102
Figura 8.6: Vibração no modo $nl=22$	102
Figura 9.1: Ruído gerado no modo $nl=10$ por múons.....	104
Figura 9.2: Ruído gerado no modo $nl=11$ por múons.....	105
Figura 9.3: Ruído gerado no modo $nl=12$ por múons.....	105
Figura 9.4: Ruído gerado no modo $nl=22$ por múons.....	106
Figura 9.5: Ruído gerado no modo $nl=10$ por prótons.....	108
Figura 9.6: Ruído gerado no modo $nl=11$ por prótons.....	108
Figura 9.7: Ruído gerado no modo $nl=12$ por prótons.....	109
Figura 9.8: Ruído gerado no modo $nl=22$ por prótons.....	109
Figura 9.9: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^{-5} (K).....	113

Figura 9.10: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^{-6} (K).....	113
Figura 9.11: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^{-7} (K).....	114
Figura 9.12: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-5} (K).....	115
Figura 9.13: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-6} (K).....	115
Figura 9.14: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-7} (K).....	116

Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Algumas fontes binárias de ondas gravitacionais de baixa frequência [19].....	17
Tabela 4.1: Comparação entre as grandezas físicas de alguns materiais* [19].....	22
Tabela 4.2: Diferenças entre as gerações de antenas gravitacionais.....	23
Tabela 4.3: Interferômetros na Terra [15].....	39
Tabela 6.1: Dados do protótipo do calorímetro do grupo KADCADE [36].....	57
Tabela 6.2: Dados do calorímetro do grupo KASCADE [37].....	57
Tabela 6.3: Dados do fluxo de hádrons isolados por EAS-TOP [38].....	58
Tabela 6.4: Fluxo estimado de hádrons em São Paulo.....	59
Tabela 6.5: Dados do fluxo de múons [(cm.s.sr.(GeV/c))-1] ao nível do mar (Tsukuba) e em São Paulo	62
Tabela 6.6: Valores dos parâmetros do ajuste do fluxo de múons, equação 6.8.....	64
Tabela 7.1: Dimensões e materiais utilizados na simulação.....	71
Tabela 7.2: Processos de interação eletromagnéticos.....	72
Tabela 8.1: Resultados obtidos com o modelo de traço retilíneo [51].....	100
Tabela 8.2: Resultados obtidos com o modelo multiponto.....	100
Tabela 8.3: Diferença entre os modelos em porcentagem.....	100
Tabela 9.1: Taxa de eventos esperados na esfera.....	116
Tabela 9.2: Taxa de prótons, múons e EAS esperada ao dia.....	117
Tabela I: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo diretamente na esfera.....	119
Tabela II: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo perpendicularmente no prédio	119
Tabela III: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo com uma inclinação de 25° sobre o prédio.....	119
Tabela IV: Valores dos parâmetros para as curvas com prótons incidindo perpendicularmente no prédio	120
Tabela V: Valores dos parâmetros para as curvas com prótons incidindo com uma inclinação de 25° sobre o prédio.....	120

1 Introdução

Durante o encontro de Königlich-Preussische Akademie der Wissenschaften sediado em Berlim em 1916, originou-se uma das teorias que anos depois se tornaria um dos maiores desafios dentro do meio científico.

Neste encontro, Einstein apresentou a solução linearizada das equações de campo gravitacional da relatividade geral sob a condição da existência de pequenas perturbações $h_{\mu\nu}$ na métrica de Minkowski, $\eta_{\mu\nu}$. Esta solução tinha o formato de uma equação de onda, o que sugeria a existência de um novo fenómeno, que passou a ser conhecido como onda gravitacional (OG).

Dois anos depois, Einstein escreveu um segundo artigo contendo o desenvolvimento completo dessa teoria. Nesta publicação, ele analisou a questão da absorção, por sistemas mecânicos, destas ondas incidentes, e obteve a expressão para a energia radiada por unidade de tempo na forma de ondas gravitacionais (luminosidade gravitacional L_G) devido ao movimento de sistemas mecânicos.

Na década de 60, deu-se início às tentativas de detecção destas pequenas perturbações da métrica. Weber descobriu que ao interagir com a matéria, as ondas gravitacionais excitam os modos quadrupolares do corpo, fazendo com que o mesmo vibre. Foi então que Weber percebeu que seria possível converter estas vibrações em sinais elétricos e assim medir a passagem da onda se materiais de alto fator de qualidade mecânica (Q_m) fossem utilizados. Em 1969, Weber publicou um artigo no qual afirmava ter detectado um sinal devido à passagem de uma onda gravitacional. Foi então que vários cientistas da época decidiram reproduzir o experimento, mas acabaram por não obter sucesso algum. Desta maneira, durante alguns anos a busca pela detecção de ondas gravitacionais ficou abandonada.

Com o passar dos anos, o avanço nas pesquisas e o desenvolvimento de novas tecnologias estimularam novas tentativas de detecção, fazendo com que surgissem novas gerações de detectores de ondas gravitacionais.

Em 1993, os cientistas Hulse e Taylor receberam o prémio Nobel de Física por terem descoberto evidências que foram consideradas uma detecção indireta de onda gravitacional através do estudo do sistema binário PSR1913+16, o que acabou por aguçar ainda mais o desejo de cientistas do mundo todo de realizar uma detecção direta.

Inúmeros detectores foram projetados, construídos e aprimorados ao longo dos anos, tanto do tipo interferométrico quanto do tipo de massas ressonantes (barras e esferas), como por exemplo: VIRGO [1], LIGO [2], TAMA300 [3], GEO600 [4], EXPLORER [5], NAUTILUS [6], AURIGA [7],

ALLEGRO [8], NIOBE [9], MINI-GRAIL [10] e MÁRIO SCHENBERG [11]. Sendo que alguns outros ainda estão sendo desenvolvidos, tanto para operar instalados na superfície da Terra quanto no espaço.

Inúmeras pesquisas sobre a sensibilidade dos detectores mostraram a necessidade do aprimoramento da tecnologia existente a fim de que fossem alcançados níveis de sensibilidade muito maiores do qual os detectores se encontravam. Isto fez com que pesquisadores do mundo todo desenvolvessem sistemas de isolamento térmico, acústico, vibracional e elétrico com o intuito de reduzir ao máximo possível o ruído existente nos detectores.

Infelizmente, a detecção de uma destas ondas até o momento é muito difícil de ser realizada. Como veremos mais adiante, a amplitude de oscilação destas ondas é muito baixa, fazendo com que o ruído presente no sinal de saída seja na maior parte dos casos superior ao esperado devido à passagem de uma onda gravitacional. Um segundo problema que ocorre na detecção de uma OG é a frequência com que tais ondas atingem o planeta Terra, sendo que aquelas que possuem características cujos detectores atuais conseguem detectar ocorrem em eventos muito raros, a uma taxa de aproximadamente uma a cada 30 anos. Por outro lado, aquelas que ocorrem com maior frequência, possuem uma amplitude abaixo do que os atuais detectores são capazes de medir.

Alguém poderia se perguntar o porquê de tantos esforços aplicados no desenvolvimento de tecnologias jamais vistas para detectar ondas gravitacionais. Existem ao menos cinco motivos pelos quais é importante se detectar uma onda gravitacional:

1º - As ondas gravitacionais, como dito anteriormente, interagem de maneira muito fraca com a matéria, o que faz delas uma ferramenta muito importante dentro da astronomia. Esta fraqueza na interação faz com que tais ondas cheguem até nós sem praticamente serem afetadas por qualquer tipo de matéria que tenha encontrado na sua trajetória desde a sua criação. O espalhamento e a absorção sofridos pelas ondas podem ser considerados insignificantes, embora estas possam ser gravitacionalmente ampliadas.

As informações carregadas por elas são incorruptíveis mesmo se tiverem sido geradas nas regiões mais obscuras e desconhecidas do universo, como por exemplo, o interior de uma supernova.

2º - Diferentemente das ondas eletromagnéticas que podem ser geradas pelo movimento de um único elétron, as ondas gravitacionais são emitidas devido ao movimento de suas fontes como um todo, ou seja, é preciso que haja uma mudança na distribuição “quadrupolar” de massas. Isto faz com que tais ondas carreguem informações particulares de suas fontes.

3° - Como veremos mais adiante, existem várias fontes possíveis para a emissão de ondas gravitacionais, sendo uma delas os tão misteriosos buracos negros. Devido à atração gravitacional muito alta existente nas proximidades deste objeto, a única maneira de se fazer observações é através da radiação emitida pela aceleração de corpos sugados para o interior destes objetos. Porém, as ondas gravitacionais fornecem uma chance de realizar um estudo direto destes corpos super massivos, uma vez que estas possam ser detectadas. Devido às informações que estas ondas carregam, caso tenham sido geradas no interior de um buraco negro, será possível estudar toda sua estrutura e funcionamento. Isto vale para qualquer tipo de fonte.

4° - As ondas gravitacionais são geradas também em eventos catastróficos, o que faz com que cientistas acreditem veementemente que estas também tenham sido geradas durante o Big Bang. O estudo da radiação eletromagnética gerada durante este evento descreve o universo quando este tinha aproximadamente 10^5 anos de idade. O estudo da nucleossíntese cosmológica nos dá informações de como o universo se parecia há apenas 3 minutos após a explosão. Já uma onda gravitacional, caso venha a ser detectada, , podera' nos trazer informacoes de como o universo era desde o momento do Big Bang, quando o universo tinha apenas 10^{-43} segundos de idade, até os dias de hoje .

5° - Radiação gravitacional é a ultima previsão fundamental da relatividade geral de Einstein que ainda não foi verificada diretamente. Em princípio, deve haver uma teoria da gravidade melhor, uma vez que a relatividade geral não é uma teoria quântica, deficiência esta que os físicos teóricos de hoje estão trabalhando para tentar remediar. A maioria hoje acredita que deve haver uma teoria que unifique todas as forças, em que a gravitação está relacionada às outras forças. Evidências da natureza desta relação podem aparecer em observações de ondas gravitacionais, particularmente aquelas provenientes do Big Bang.

Além das técnicas mencionadas acima para reduzir o ruído presente no sinal de saída, existem outras como veremos mais adiante, sendo uma delas o foco deste trabalho, o estudo do efeito dos raios cósmicos ao interagirem com a antena gravitacional.

Os raios cósmicos ao atravessarem a esfera depositam energia no meio, fazendo com que os modos normais da esfera vibrem, camuflando assim um possível sinal gerado por uma onda gravitacional. A fim de estudarmos este efeito sobre a sensibilidade, desenvolvemos um programa de simulação utilizando o GEANT4 [12] que simula a passagem e a perda de energia destas partículas na esfera, e com estes dados e o modelo termo-acústico, obtivemos o ruído gerado nos principais modos normais da esfera.

2 Relatividade Geral

As equações de Einstein para o campo gravitacional são a base da teoria da Relatividade Geral. Dessas equações surge naturalmente a existência de ondas gravitacionais que se propagam com a velocidade da luz no vácuo.

A relação entre a densidade de energia e a curvatura do espaço-tempo tem a seguinte relação [13]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

onde:

$R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci,

$g_{\mu\nu}$ é a métrica do espaço-tempo,

R é o escalar do tensor de Ricci,

$T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento,

c é a velocidade da luz no vácuo,

G é a constante gravitacional.

Para um espaço plenamente curvo, a solução da equação de campo é muito difícil devido à sua não linearidade e às derivadas parciais de segunda ordem do tensor de Ricci.

A solução analítica possível é a obtida com a aproximação de campo fraco. Neste caso o tensor $g_{\mu\nu}$ pode ser expresso como a soma de dois termos:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

onde $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ e $h_{\mu\nu}$ é tal que $h_{\mu\nu} \ll 1$.

Utilizaremos a aproximação de campo fraco para calcular os símbolos de Christoffel. Estes símbolos são a base para obtemos tanto $R_{\mu\nu}$ quanto R . A definição destes símbolos é dada pela equação abaixo [13].

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}g^{\lambda\rho}(\partial_{\mu}g_{\rho\nu} + \partial_{\nu}g_{\rho\mu} - \partial_{\rho}g_{\mu\nu}) \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \\ g^{\mu\nu} &= \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} \end{aligned}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\rho} - h^{\lambda\rho})[\partial_{\mu}(\eta_{\rho\nu} + h_{\rho\nu}) + \partial_{\nu}(\eta_{\rho\mu} + h_{\rho\mu}) - \partial_{\rho}(\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})] \quad (2.3)$$

onde $\partial_{\kappa} = \frac{\partial}{\partial x^{\kappa}}$

Pelo fato de a métrica $\eta_{\mu\nu}$ ser constante, a equação acima se reduz a:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\rho} - h^{\lambda\rho})[\partial_{\mu}(h_{\rho\nu}) + \partial_{\nu}(h_{\rho\mu}) - \partial_{\rho}(h_{\mu\nu})] \quad (2.4)$$

Pelo fato de considerarmos $h_{\mu\nu}$ pequeno, termos quadráticos podem ser desprezados. Desta forma reescrevemos a equação acima como:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(\eta^{\lambda\rho})[\partial_{\mu}(h_{\rho\nu}) + \partial_{\nu}(h_{\rho\mu}) - \partial_{\rho}(h_{\mu\nu})] \quad (2.5)$$

Por definição, temos que o tensor de Riemman pode ser escrito como sendo:

$$R_{\mu\beta\nu}^{\gamma} = \partial_{\beta}\Gamma_{\mu\nu}^{\gamma} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\beta}^{\gamma} + \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\beta}^{\gamma} - \Gamma_{\mu\beta}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\nu}^{\gamma} \quad (2.6)$$

Os dois últimos termos da equação de Riemman podem ser aproximados por zero pois eles possuem contribuições quadráticas da perturbação da métrica. Desta forma o tensor se reduz a:

$$R_{\mu\beta\nu}^{\gamma} = \partial_{\beta}\Gamma_{\mu\nu}^{\gamma} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\beta}^{\gamma} \quad (2.7)$$

Escrevendo explicitamente os parâmetros afins segue que temos:

$$R_{\mu\beta\nu}^{\gamma} = \frac{1}{2}\eta^{\gamma\lambda}(h_{\lambda\nu,\mu\beta} + h_{\lambda\mu,\nu\beta} - h_{\mu\nu,\lambda\beta} - h_{\lambda\beta,\mu\nu} - h_{\lambda\mu,\beta\nu} + h_{\mu\beta,\lambda\nu}) \quad (2.8)$$

Acima usamos uma notação um pouco diferente para simplificar as equações, onde fizemos que: $h_{\mu\nu,\kappa} = \partial_{\kappa}h_{\mu\nu}$.

Podemos obter o Tensor de Ricci fazendo uma contração dos índices γ e β (por propriedades de simetria), ou seja:

$$R_{\mu\gamma\nu}^{\gamma} = R_{\mu\nu} \quad (2.9)$$

Logo segue que:

$$R_{\mu\gamma\nu}^{\gamma} = \frac{1}{2}\eta^{\gamma\lambda}(h_{\lambda\nu,\mu\gamma} + h_{\lambda\mu,\nu\gamma} - h_{\mu\nu,\lambda\gamma} - h_{\lambda\gamma,\mu\nu} - h_{\lambda\mu,\gamma\nu} + h_{\mu\gamma,\lambda\nu}) \quad (2.10)$$

Usando a propriedade de que $\partial_{\nu}\partial_{\gamma} = \partial_{\gamma}\partial_{\nu}$, o segundo e quinto termo se cancelam, logo:

$$R_{\mu\gamma\nu}^{\gamma} = \frac{1}{2}\eta^{\gamma\lambda}(h_{\lambda\nu,\mu\gamma} - h_{\mu\nu,\lambda\gamma} - h_{\lambda\gamma,\mu\nu} + h_{\mu\gamma,\lambda\nu}) \quad (2.11)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (h_{\mu,\nu\lambda}^{\lambda} + h_{\nu,\mu\gamma}^{\gamma} - h_{,\mu\nu} - \eta^{\lambda\gamma} h_{\mu\nu,\lambda\gamma}) \quad (2.12)$$

Reescrevendo $h_{,\mu\nu}$ da forma abaixo, poderemos simplificar os cálculos.

$$h_{,\mu\nu} = \frac{1}{2} h_{,\mu\nu} + \frac{1}{2} h_{,\nu\mu} = \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\lambda} h_{,\lambda\nu} + \frac{1}{2} \delta_{\nu}^{\gamma} h_{,\gamma\mu} \quad (2.13)$$

Isso faz com que:

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(h_{\mu,\nu\lambda}^{\lambda} + h_{\nu,\mu\gamma}^{\gamma} - \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\lambda} h_{,\lambda\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\nu}^{\gamma} h_{,\gamma\mu} - \eta^{\lambda\gamma} h_{\mu\nu,\lambda\gamma} \right) \quad (2.14)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(\left[h_{\mu}^{\lambda} - \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\lambda} h \right]_{,\nu\lambda} + \left[h_{\nu}^{\gamma} - \frac{1}{2} \delta_{\nu}^{\gamma} h \right]_{,\mu\gamma} - \eta^{\lambda\gamma} h_{\mu\nu,\lambda\gamma} \right) \quad (2.15)$$

Para simplificar as equações acima, utilizaremos uma mudança de coordenadas, ou seja, um gauge. As equações são invariantes mediante um gauge, o que faz com que nossas equações acima não sejam alteradas no resultado final. O gauge utilizado será o Gauge de Lorentz [13]:

$$\left[h_{\mu}^{\lambda} - \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\lambda} h \right]_{,\lambda} = 0 \quad (2.16)$$

Ou mais precisamente

$$\partial_{\mu} h_{\nu}^{\mu} = \frac{1}{2} \partial_{\nu} h \quad (2.17)$$

Isto reduz o tensor de Ricci à seguinte forma:

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (-\eta^{\lambda\gamma} h_{\mu\nu,\lambda\gamma}) \quad (2.18)$$

Precisamos ainda obter o escalar de Ricci que é definido como sendo:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \simeq \eta^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (2.19)$$

Desta forma segue então que:

$$R = -\frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (\eta^{\lambda\gamma} h_{\mu\nu,\lambda\gamma}) = -\frac{1}{2} \eta^{\lambda\gamma} (\eta^{\mu\nu} h_{\mu\nu,\lambda\gamma}) = -\frac{1}{2} \eta^{\lambda\gamma} h_{,\lambda\gamma} \quad (2.20)$$

Vamos obter uma expressão bastante importante para utilizar nos resultados: $\square = \eta^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} \partial_{\beta} = \partial^{\alpha} \partial_{\alpha}$

$$\partial^{\alpha} \partial_{\alpha} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

Fazendo uso disto, podemos reescrever o tensor e o escalar de Ricci como sendo:

$$R_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \square h_{\mu\nu} \quad e \quad R = -\frac{1}{2} \square h \quad (2.21)$$

Tendo estes resultados em mãos, vamos substituí-los na equação de campo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.22)$$

$$\square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\square \eta_{\mu\nu}h = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.23)$$

Podemos definir que:

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$$

Por fim temos que:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.24)$$

Simplificando mais ainda, temos que na consideração de campo fraco no vácuo o tensor massa-energia se reduz a zero, portanto:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.25)$$

Sendo este resultado a equação de propagação de uma onda gravitacional no vácuo. A equação anterior é a equação de onda cuja solução têm a seguinte forma [13]:

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t) = A_{\mu\nu} e^{ik(z-ct)}$$

Essas ondas são denominadas ondas gravitacionais propagando-se na direção z com uma velocidade c e frequência angular $\omega = kc$. São perturbações na curvatura do espaço-tempo.

Adotando um calibre onde somente as componentes do tensor de perturbação não são nulas, e considerando que sejam transversais à direção de propagação é possível melhor entender como essas ondas interagem com a matéria. Neste caso não existe divergência, $h_{kj,j}$, e possuem traço nulo, $h^k_k=0$, assim $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}^{TT}$.

Neste caso o tensor de Riemann fica reduzido a:

$$R_{j0k0} = -\frac{1}{2}h_{jk,00}^{TT} \quad (2.26)$$

e nos casos particulares:

$$R_{x0x0} = -R_{y0y0} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_+ \left(t - \frac{z}{c} \right) \quad (2.27)$$

$$R_{x0y0} = -R_{y0x0} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_\times \left(t - \frac{z}{c} \right) \quad (2.28)$$

com

$$h_+ = \text{Real} \left\{ A_+ e^{-i \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_+ \right]} \right\} \quad (2.29)$$

$$h_x = \text{Real} \left\{ A_x e^{-i \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \phi_x \right]} \right\} \quad (2.30)$$

Na figura abaixo temos o desenho que mostra esses dois estados de polarização das ondas gravitacionais.

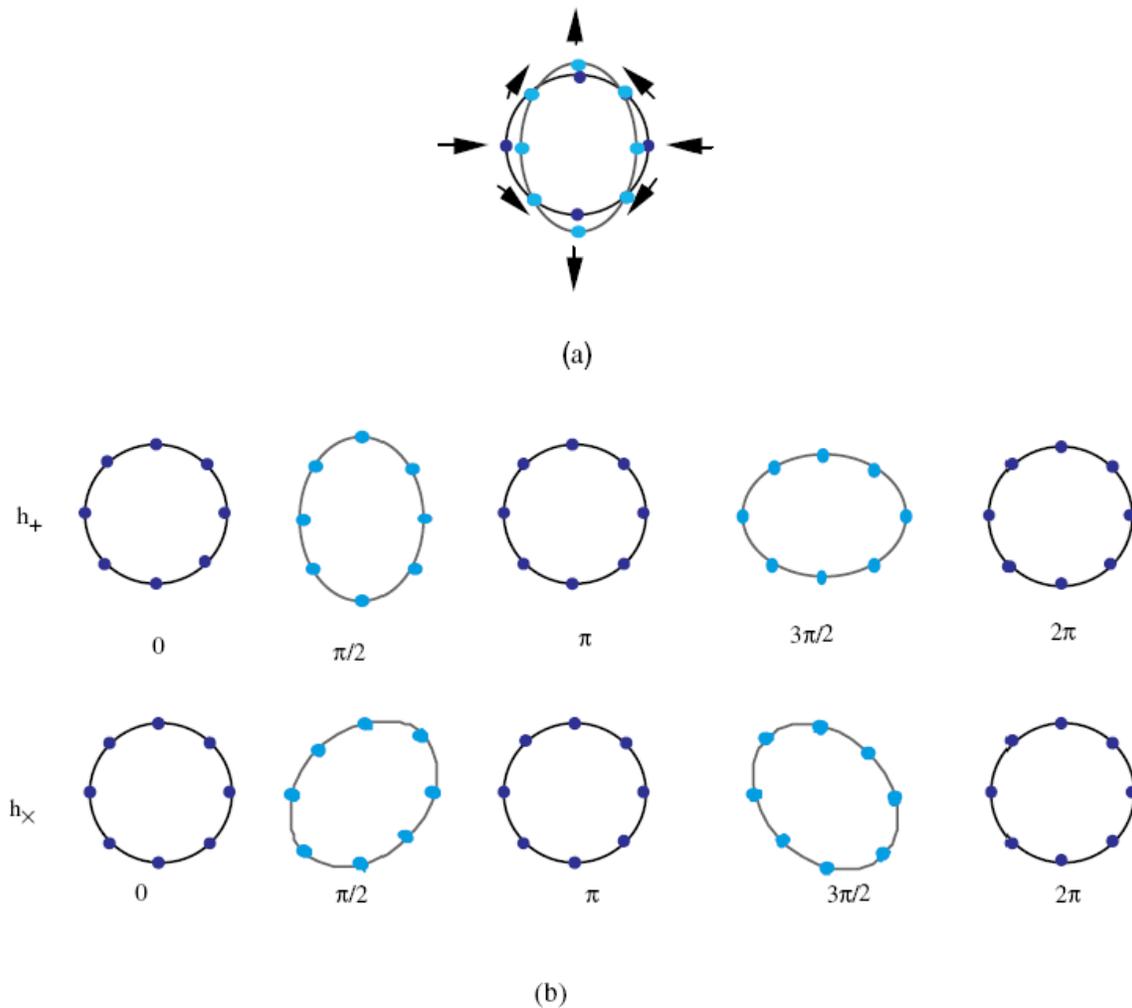


Figura 2.1: (a) A menor ordem de deformação não esférica de um anel: as massas diagonais não se movem. (b) A deformação de um anel de partículas de testes em um ciclo de onda gravitacional [14]

O processo de emissão de uma onda é caracterizado em termos da luminosidade L_G da onda gravitacional, derivada da fórmula de quadrupolo da massa:

$$L_{gw} = \frac{G}{5c^5} \left(\sum_{j,k} \ddot{Q}_{jk} \ddot{Q}_{jk} - \frac{1}{3} \ddot{Q}^2 \right) \quad (2.31)$$

onde $G=6,667 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ é a constante gravitacional, e c é a velocidade da luz no vácuo. Como mostrado na fórmula, L_G é uma função linear da derivada terceira do momento de quadrupolo D_{hk} , Q é o traço da matriz Q_{jk} cujo quadrado de sua terceira derivada deve ser subtraído a fim de garantir que movimentos esféricos não irradiem. O coeficiente de luminosidade $G/5c^5 = 5,5 \times 10^{-54} \text{ m}^2 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^3$ é tão pequeno que objetos astrofísicos são as únicas fontes atualmente passíveis de detecção.

Do ponto de vista experimental, é interessante relacionar a luminosidade da fonte com o fluxo detectado na Terra e a amplitude da perturbação h do tensor da métrica (h representa a mudança relativa da distância entre duas massas de testes pontuais). Geralmente, isso é feito assumindo uma emissão isotrópica, e, sendo assim

$$F = \frac{L_G}{4\pi r^2} \quad (2.32)$$

onde r é a distancia do detector à fonte.

Quando nós consideramos o caso simples de uma onda com uma única componente dominante de Fourier com frequência angular ω , a relação entre F e h deduzida usando as fórmulas anteriores é:

$$h = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{16\pi G}{c^3} F} \quad (2.33)$$

A fim de ilustrar tal dificuldade, tomemos uma onda gravitacional se propagando no espaço-tempo. Seja uma distância x entre dois eventos. Sabemos que a passagem da onda deforma cada ponto do espaço-tempo na direção perpendicular à sua propagação. Assim, a dimensão x original será modificada. Definamos, então, uma amplitude adimensional $h = \Delta x/x$ (onde x é a dimensão original e Δx é a variação devido à passagem da onda gravitacional).

Por exemplo, um colapso de uma supernova no centro de nossa galaxia (10kpc) com 0,01 % de massa solar sendo convertida em ondas gravitacionais deveria produzir uma deformação h da ordem de 10^{-18} . Se a dimensão original do detector for de alguns metros, a deformação seria da ordem da milésima parte do diâmetro de um próton! Por isso, por um longo período as ondas gravitacionais eram de interesse somente de físicos teóricos.

3 Fontes de ondas gravitacionais

Como vimos anteriormente, as ondas gravitacionais são produzidas pelo movimento acelerado de corpos massivos e assimétricos. Porém, dependendo do movimento e das características da fonte, são produzidos diferentes tipos de ondas gravitacionais. Estas podem ser divididas em três classes dependendo do seu comportamento temporal e da frequência com que são emitidas.

Segundo o critério referente ao comportamento temporal do sinal [15] tem-se que:

$$\Delta f = \frac{f_c}{q} \quad (3.1)$$

onde q é o número de ciclos coerentes apresentados pelo sinal, Δf é a largura de banda e f_c é a frequência característica de emissão da fonte.

Baseado nisto, as fontes podem ser divididas em fontes impulsivas (bursts), fontes periódicas (narrow band) e fontes estocásticas (background), cujas características são apresentadas a seguir.

As fontes impulsivas, ou do tipo burst, são aquelas que possuem poucos ciclos coerentes, o que resulta em uma largura de banda Δf grande. Neste caso, as ondas geradas apesar de poderem cobrir uma grande extensão da banda de frequência, são como pulsos gaussianos, com sinais bem estreitos. Para facilitar o entendimento, podemos fazer uma analogia, onde a fonte impulsiva seria uma bomba atômica e a onda gravitacional seria a onda de choque. Como fontes deste tipo temos as Supernovas, Espiração e Coalescência de Estrelas de Nêutrons, queda de estrelas e pequenos buracos negros dentro de buracos negros super massivos, ou seja, apenas eventos catastróficos.

As fontes periódicas por sua vez emitem sinais continuamente e mantêm a coerência durante um longo tempo, o que acaba por estreitar a largura da banda Δf , por isso que também são chamadas de *narrow band*. Como fontes periódicas temos pulsares de milissegundos e sistemas binários longe da coalescência.

Por fim, temos as fontes do tipo estocásticas, ou *background*, que são caracterizadas pela somatória de todos os sinais existentes que se propagam pelo espaço-tempo, oriundos de inúmeras fontes espalhadas por todo o universo. Devido a isto, pode-se dizer que esta é uma fonte não coerente ($q \rightarrow 0$), caracterizada por todos os tipos de frequências.

De acordo com Thorne [16], as OG mais intensas são esperadas em frequências abaixo de 10 kHz. Thorne estimou a amplitude característica de uma OG como:

$$h_c = 2,7 \times 10^{-20} \left[\frac{\Delta E_{OG}}{M_s c^2} \right]^{1/2} \left[\frac{1 \text{kHz}}{f_c} \right]^{1/2} \left[\frac{10 \text{Mpc}}{r_0} \right] \quad (3.2)$$

onde ΔE_{OG} é a energia total emitida na forma de OG em massas solares, M_s é a massa do sol, r_0 é a distância da fonte e 10 Mpc é a distância estimada do centro do aglomerado de Virgo. Como exemplo, o colapso de uma estrela para uma estrela de nêutrons a uma distância de 10 Kpc produziria uma amplitude da ordem de 10^{-20} a 10^{-18} .

3.1 Fontes Impulsivas (Bursts)

3.1.1 Supernovas

Dentre os eventos astronômicos conhecidos, as supernovas são responsáveis pela liberação de grandes quantidades de energia, sendo que parte dela é convertida em ondas gravitacionais. Este fenômeno é dividido em duas classes: Supernova do Tipo I e Supernova do Tipo II.

As supernovas do Tipo I são ocasionadas devido às explosões nucleares ocorridas na superfície de uma anã branca, cuja companheira do sistema binário está depositando matéria nela. Alguns modelos preveem que uma pequena fração das anãs brancas acretoras poderá colapsar para uma estrela de nêutrons. Já a formação de buracos negros é impossível, uma vez que a quantidade de massa da progenitora é insuficiente.

Por sua vez, as supernovas do Tipo II são provenientes do colapso gravitacional de estrelas massivas, cujo resultado é a origem de estrelas de nêutrons e até mesmo buracos negros. O exemplo mais famoso de uma supernova é do Tipo II, sendo a SN 1054 registrada pelos astrônomos chineses em 1054. Observações recentes mostraram que o pulsar Crab é uma estrela de nêutrons originária deste tipo de evento.

As ondas gravitacionais produzidas por eventos de supernovas são as únicas que possuem uma amplitude cuja sensibilidade dos detectores atuais é capaz de detectar. Infelizmente, a taxa de eventos é de aproximadamente de 1 a cada 30-40 anos. O que torna a detecção de um sinal deste tipo muito difícil de ser realizado, pois não tem como se prever quando um novo evento ocorrerá. Durante o milênio passado, menos que 10 supernovas foram observadas opticamente em nossa galáxia.

Em uma supernova do Tipo II, cujo resultado foi a formação de um buraco negro, é possível estimar a amplitude da onda gravitacional e a frequência característica da fonte. No momento da explosão, caso uma onda gravitacional seja irradiada com uma eficiência de $\varepsilon = \Delta E / mc^2$, espera-se que [15]:

$$h_c = 1,0 \times 10^{-20} \left[\frac{\varepsilon}{0,01} \right]^{1/2} \left[\frac{1 \text{kHz}}{f_c} \right]^{1/2} \left[\frac{10 \text{Mpc}}{r_0} \right] \quad (3.3)$$

onde f_c é a frequência característica da fonte, r_0 é a distância do evento até a Terra.

A frequência característica da fonte f_c é dada por:

$$f_c = \frac{c^3}{8\pi GM_1} = (1,3 \times 10^4 \text{ Hz}) \left[\frac{M_s}{M_1} \right] \quad (3.4)$$

onde temos que M_s é a massa do sol e M_1 é a massa do buraco negro produzido.

Como um exemplo simples, consideremos a frequência característica como sendo de 1 kHz, o que equivale a produção de um buraco negro de 13 M_s . Substituindo este valor na equação da amplitude, considerando uma eficiência, otimista, de $\varepsilon = 10^{-4}$ e tendo este evento ocorrido no centro de nossa galáxia a uma distância de 10 kpc, teremos um valor de $h \approx 1,0 \times 10^{-18}$. Infelizmente tais eventos são raros, e atualmente é necessário realizar melhorias de mais de três ordens de magnitude para ter alguma chance de detectar alguns eventos por ano no aglomerado de Virgo.

3.1.2 Espiração e Coalescência de Objetos

Dois objetos compactos como estrelas de nêutrons e buracos negros podem orbitar em torno de um ponto (centro de massa) formando um sistema conhecido como sistema binário. Este por sua vez perde energia através da emissão de ondas gravitacionais e, através da conservação de momento angular, faz com que a distância entre eles diminua e a velocidade da órbita aumente. Esta distância quando chega próximo a aproximadamente 1000 km dá-se início ao processo de coalescência.

Conforme eles se tornam mais próximos, a frequência com que as ondas gravitacionais são emitidas aumenta, podendo chegar a um máximo de aproximadamente $f_{max} \approx 1 \text{ kHz}$ para estrelas de nêutrons, e para buracos negros [15]

$$f_{Max} \approx \frac{10 \text{ kHz}}{M_1 / M_s} \quad (3.5)$$

onde M_1 é a massa do objeto mais massivo e M_s é a massa do sol, resultando em uma amplitude que pode ser calculada como sendo:

$$h_c = 4,1 \times 10^{-22} \left(\frac{M}{M_s} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{M_s} \right)^{1/2} \left(\frac{100 \text{Mpc}}{r} \right) \left(\frac{100 \text{Hz}}{f_c} \right)^{1/6} \quad (3.6)$$

onde M é a massa total, μ é a massa reduzida do sistema, r é a distância da fonte e f_c é a frequência

característica da fonte.

Pode-se também estimar a luminosidade das ondas gravitacionais emitidas por este tipo de sistema como sendo:

$$L_G = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) r^4 \omega^6 \quad (3.7)$$

sendo G é a constante gravitacional, c a velocidade da luz, m_1 e m_2 as massas dos dois corpos, r o raio de órbita entre eles e ω a frequência angular da órbita.

Na imagem a seguir, vemos como se comporta a amplitude da onda nos momentos finais da coalescência de dois buracos negros.

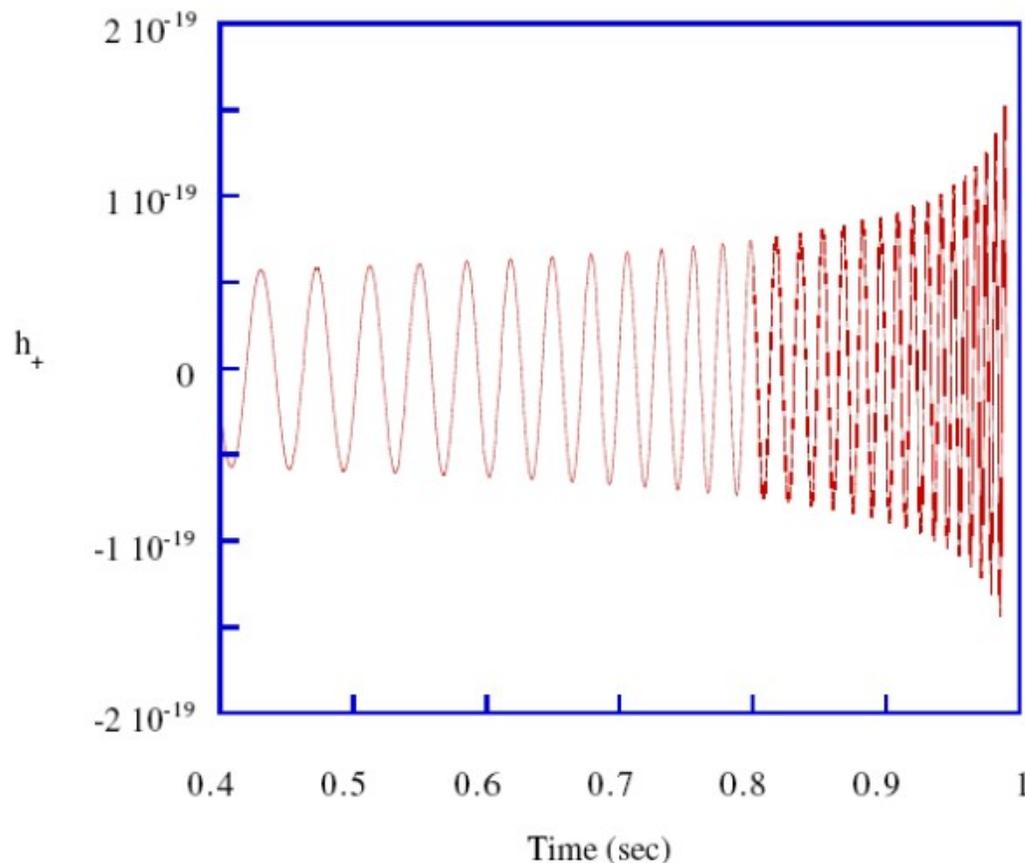


Figura 3.1: Previsão da amplitude de onda na espiralação de um sistema binário de buracos negros com $10 M_S$ [14]

Assim como para as supernovas, a taxa esperada destes eventos para a nossa galáxia é de $(3 \pm 1.6) \times 10^{-4} \text{ y}^{-1}$ [17]. Assumindo que 10^5 galáxias estão dentro de uma distância de 100 Mpc e que as

detecções são feitas além desta distância, uma taxa de ocorrência de 10 eventos por ano parece ser realista.

3.1.3 Queda de estrelas e pequenos buracos negros no interior de buracos negros super massivos

Estudos revelaram a existência de buracos negros super massivos no centro de muitas galáxias, inclusive da nossa. Estima-se que a massa destes objetos seja da ordem de 10^6 a 10^9 massas solares. Por possuírem uma atração gravitacional muito grande, estes objetos costumam acretar matérias de corpos próximos a eles ou até mesmo sugar para dentro de si, causando eventos muito intensos e emitindo ondas gravitacionais.

A frequência máxima emitida durante este evento é estimada como sendo [15]:

$$f_c \simeq \frac{1}{20} M_1 = 10^{-4} \left(\frac{10^8 M_s}{M_1} \right) \quad (3.8)$$

Enquanto a amplitude é dada por:

$$h_c \simeq \frac{M_2}{2r_0} = 2 \times 10^{-21} \left(\frac{M_2}{M_s} \right) \left(\frac{10 \text{Mpc}}{r_0} \right) \quad (3.9)$$

Sendo M_1 a massa do buraco negro e M_2 a massa do corpo em queda.

3.2 Fontes Periódicas

3.2.1 Pulsares de milissegundos

Estrelas de nêutrons em rotação são conhecidas como pulsares, pois sua rotação ocorre de forma tão precisa que sua detecção é feita através de pulsos emitidos pela mesma.

Conforme estas estrelas giram, vai havendo uma deformação de seu formato em torno do eixo de rotação, causando uma assimetria, fator chave para que haja a emissão de ondas gravitacionais. Conforme mais rápido estes corpos giram, maior será a deformação em torno do eixo de rotação e mais forte será a emissão de ondas gravitacionais, por este fato que pulsares de milissegundos são vistos como fontes periódicas.

Pulsares de milissegundos emitem portanto ondas gravitacionais com amplitudes proporcionais à assimetria em torno do eixo de rotação e com frequências iguais ao dobro da frequência de rotação.

A amplitude esperada das ondas emitidas ao atingir a terra é dada pela seguinte equação [15]:

$$h = 8,1 \times 10^{-28} \left(\frac{I (gmc^2)}{3 \times 10^{44}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{rad}}{10^{-6}} \right) \left(\frac{100}{R(pc)} \right) \left(\frac{f(Hz)}{10} \right)^2 \quad (3.10)$$

onde I é o momento de quadrupolo da estrela, ε é a assimetria da estrela, R é a distância em parsec e f é a frequência em Hz.

3.2.2 Estrelas binárias longe da coalescência

Outra fonte de ondas periódicas são os sistemas binários, geralmente formados por estrelas de nêutrons ou buracos negros que orbitam em torno do seu centro de massa.

Foi através do estudo de um sistema binário, conhecido como PSR 1913+16, que foi realizada a primeira detecção indireta de ondas gravitacionais. Tais sistemas orbitam com certa velocidade e certa distância. Previsto pela teoria de Einstein, tais sistemas perderiam energia através da emissão de ondas gravitacionais, fazendo com que através da conservação de momento angular, a órbita deste sistema se tornasse menor e a velocidade de translacao maior.

Hulse e Taylor [18] estudaram durante anos a evolução do período de órbita deste sistema binário (PSR1913+16) e compararam os dados obtidos de sua variação com a teoria prevista por Einstein. O resultado foi surpreendente, sendo que os erros entre a teoria e os dados estavam dentro da casa de 1%, dando a primeira evidência experimental da “existência” destas ondas. O resultado desta análise pode ser visto na figura abaixo.

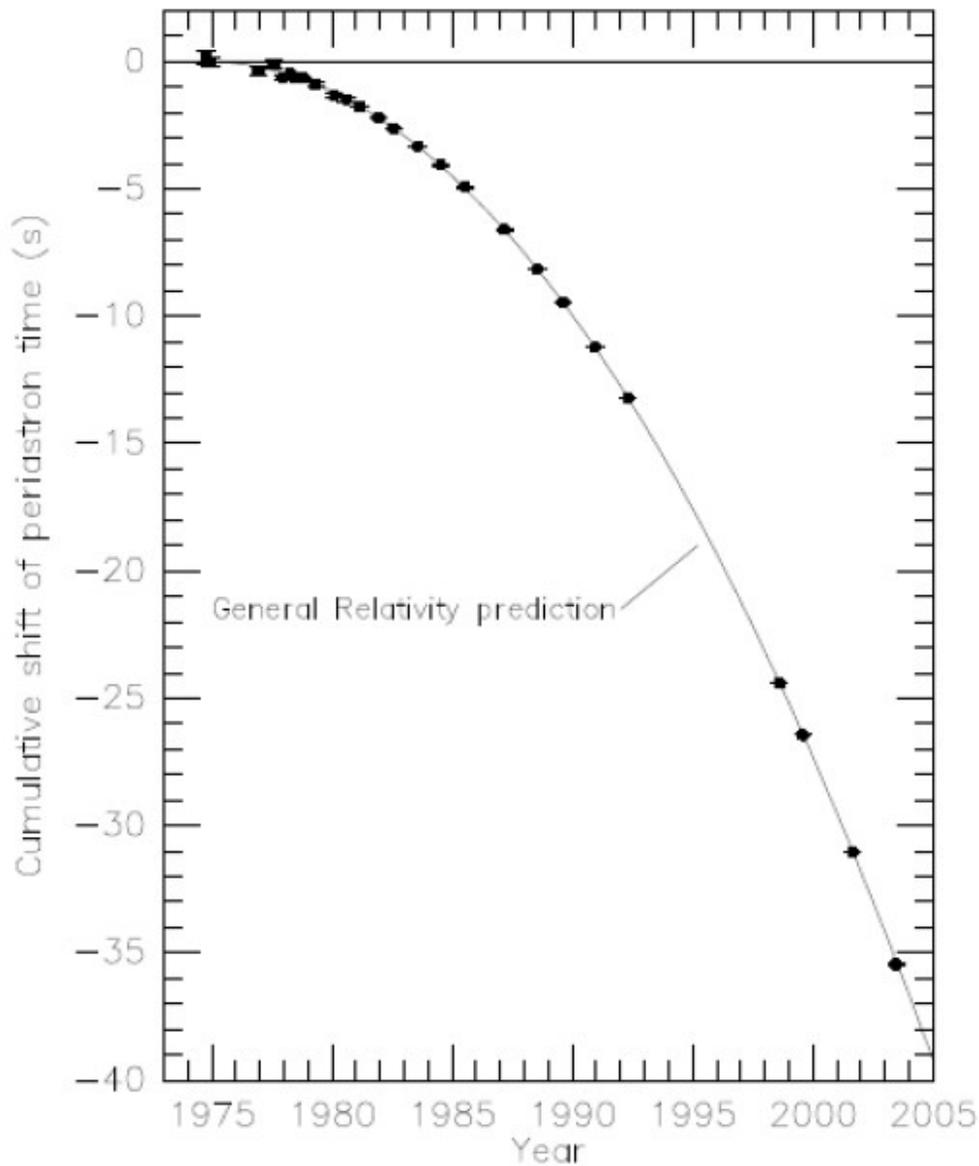


Figura 3.2: Confronto dos dados da observação da PSR1913+16 com a teoria de Einstein sobre a emissão de ondas gravitacionais por sistema binários [19].

A amplitude esperada para as ondas emitidas por tais sistemas é dada pela equação abaixo:

$$h_c = 8,7 \times 10^{-21} \left(\frac{\mu}{M_s} \right) \left(\frac{M}{M_s} \right)^{2/3} \left(\frac{100 \text{ pc}}{r} \right) \left(\frac{f}{10^{-3} \text{ Hz}} \right)^{2/3} \quad (3.11)$$

onde μ é a massa reduzida do sistema, M_s é a massa do sol, r é a distância da fonte, M é a massa do corpo mais massivo e f é a frequência de emissão.

Existem também outros tipos de sistemas binários que poderão ser observadas por detectores

espaciais, dado a baixa frequência com que estes emitem.

Tabela 3.1: Algumas fontes binárias de ondas gravitacionais de baixa frequência [19].

Tipo	Densidade	d(pc)	M/M _S	m/M _S	f (Hz)	h
WUMa(0,3-0,6M _S)	2x10 ⁻⁴ pc ⁻³	15	0,6	0,3	10 ^{-4,0}	10 ^{-20,4}
WUMa(0,1-0,3M _S)	2x10 ⁻⁴ pc ⁻³	15	0,3	0,1	10 ^{-3,7}	10 ^{-20,7}
Variáveis cataclísmicas	10 ⁻⁵ pc ⁻³	45	0,3	0,6	10 ^{-3,7}	10 ^{-20,7}
DD		100	0,04	0,6	10 ^{-2,7}	10 ^{-21,2}
LMXB	30	1000	0,4	1,4	10 ^{-3,8}	10 ^{-21,7}
Pulsares LMB		1300	0,03	1,4	10 ^{-3,8}	10 ^{-21,7}
HMXB	1	10000	4,0	1,4	10 ^{-3,9}	10 ^{-20,8}
EN-EN	<10 ⁻⁵	500	1,4	1,4	10 ^{-3,7}	10 ^{-20,8}
BAG		8100	0,06	1,4	10 ^{-2,5}	10 ^{-22,3}

WUMa – Binárias de Ursa Maior *W*

DD – Duplas degeneradas (*AM CVn*)

LMXB – Binárias de baixa massa que emitem raios-*X* ($P_b < 2 \times 10^4 s$)

LMB – Binárias de baixa massa (*PSR2051-08*)

HMXB – Binárias de alta massa que emitem raios-*X* (*Cyg X-3*)

EN-EN – Pulsares binários de estrelas de nêutrons (*PSR1913+16*)

BAG – Binárias em aglomerados globulares (*4U1820-30*)

Os sistemas binários são aqueles que oferecem a maior chance de detectabilidade de uma onda gravitacional, já que suas emissões são constantes e a análise de dados pode ser feita por longos períodos de tempo, porém a amplitude com que estas são emitidas ainda são inferiores aos sinais de ruídos presentes nos detectores.

3.3 Fontes Estocásticas

Diferentemente dos tipos de fontes citadas acima, não existe um tipo de fonte que emite ondas estocásticas, ou como também pode ser chamada, radiação de fundo (*background*). As fontes estocásticas nada mais são que o conjunto somado de todas as fontes existentes em todo o universo.

A radiação emitida por sistemas binários que coalesceram em locais muito distantes, supernovas, ou seja, todos os tipos de eventos, resulta em uma sobreposição de ondas onde as características de cada uma delas se perdem formando apenas um tipo de onda com uma amplitude muito baixa, as ondas estocásticas.

De todos os tipos de ondas produzidos, as do tipo *background* são aquelas que trarão as informações mais preciosas para os pesquisadores. Isto se dá pelo motivo que dentre todas as fontes deste tipo de onda temos o Big-Bang. Acredita-se que durante a explosão mais intensa já ocorrida, uma

parte da energia liberada tenha sido convertida em ondas gravitacionais. Outro evento também não menos importante que se acredita ter produzido ondas gravitacionais foi durante o período inflacionário, época em que o universo sofria uma expansão acelerada.

Devido ao fato destes eventos terem ocorrido no primeiro segundo de vida do universo, tais ondas sofreram uma diminuição em sua frequência, devido à expansão do universo, efeito conhecido como *redshift*, além de uma diminuição considerável de sua amplitude, em razão da enorme distância percorrida.

Pelo fato desta radiação possuir uma amplitude muito baixa, a sensibilidade dos detectores atuais ainda não é capaz de separar o sinal gerado por estas ondas dos sinais de ruído existentes nos detectores. Também pela frequência destas ondas serem abaixo de 1 Hz, se torna ainda mais difícil realizar uma detecção na Terra. A única esperança de detecção destes tipos de ondas é através de detectores espaciais (LISA), uma vez que lá é possível reduzir enormemente as fontes de ruído.

Uma vez detectada tal radiação, será possível obter informações de como era o universo durante o período inflacionário, sobre eventos ocorridos em locais que satélites atuais não conseguem observar e sobre o Big Bang, um dos maiores segredos que o homem luta para desvendar.

4 Detectores de ondas gravitacionais

4.1 Pioneirismo de Weber

Na física, uma teoria não é confirmada enquanto não houver evidências experimentais claras que sejam compatíveis com a teoria e que comprovem a existência de um fenômeno. Sendo assim, foi na década de 60 que se deu o início à busca pela detecção direta destas tais ondas gravitacionais.

Mesmo tendo sido proposto por outros cientistas, foi Weber [20] quem não mediu esforços para trazer a física de ondas gravitacionais para o campo experimental. Ele descobriu que apesar das interações destas ondas com a matéria serem extremamente fracas, quando uma OG atravessava um material, depositava energia no meio, fazendo com que os modos quadrupolares da mesma fossem excitados, resultando na vibração de todo material.

Weber, apesar de ter seis detectores em operação a sua disposição, trabalhou apenas com dois em coincidência, sendo que cada um deles possuía um comprimento de 153 cm e 66 cm de diâmetro, pesando 1,5 toneladas cada um. A frequência longitudinal de ressonância das barras era próxima de 1,6 kHz, cuja conversão do sinal seria realizada por transdutores piezoelétricos colados na superfície da barra.

As barras, uma situada no Argonne National Laboratory e outra na University of Maryland, estavam separadas por uma distância de 1000 km e trabalhando em coincidência, já que este tipo de análise de dados reduziria bastante os possíveis sinais devido a abalos sísmicos e efeitos eletromagnéticos.

Em 1969, Weber [20] divulgou ter detectado sinais coincidentes e que poderiam ser apenas devido às ondas gravitacionais. Esta publicação estimulou grupos de pesquisas na USSR, Europa e nos Estados Unidos, que prepararam instrumentos para reproduzir o experimento de Weber, porém sem sucesso algum. Estes fracassos nas tentativas de reprodução dos seus resultados levaram à uma revisão dos métodos utilizados por Weber, confirmando que os critérios utilizados por ele foram mal definidos e eram, em parte, subjetivos.

O fator crucial pelo qual Weber falhou foi a sensibilidade das antenas que ele havia construído, cujo valor máximo de detecção era de $h \sim 10^{-16}$. Apesar de ele ter publicado em seu artigo [20] que os efeitos sísmicos e eletromagnéticos podiam ser excluídos com alto nível de confiança, foi mantida a principal fonte de ruído, o ruído térmico, já que mesmo estando em vácuo, a barra foi mantida em uma

sala a uma temperatura ambiente, resultando num valor de sensibilidade baixo.

Apesar do fracasso de Weber na tentativa de detecção, sua iniciativa foi de extrema importância para incentivar pesquisadores do mundo todo na busca por uma detecção direta de ondas gravitacionais.

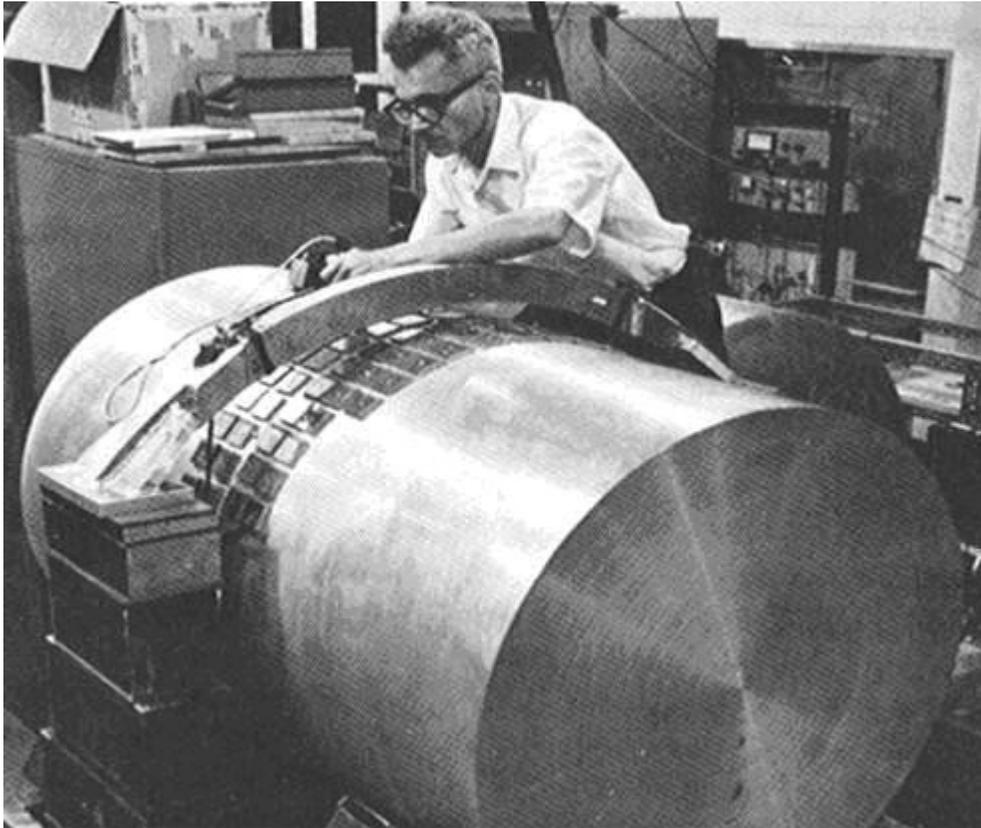


Figura 4.1: Weber trabalhando em um dos detectores de barra [21]

4.2 Tipos de detectores

Na corrida pela detecção de ondas gravitacionais foram desenvolvidos, além dos detectores de barra, os interferômetros a laser e os detectores esféricos. Os detectores de barra e esféricos se enquadram na mesma categoria, os de massa ressonante. Os métodos utilizados por estes dois tipos de detectores são diferentes, sendo que os de massa ressonante se baseiam no estudo da interação da onda com a matéria e os interferômetros na variação da figura de interferência formada pelos feixes de lasers.

4.3 Detectores de massa ressonante tipo barra

Os detectores de massa ressonante tipo barra são feitos de material maciço e possuem um formato de cilindro. A passagem de uma onda gravitacional pela barra faz com que uma pequena fração de sua energia seja depositada na mesma, excitando assim os modos quadrupolares da barra. Porém, essa oscilação é muito baixa e é impossível de ser observada naturalmente, sendo preciso o acoplamento de transdutores elétricos em sua superfície, de maneira a converter as oscilações em sinais elétricos e amplificá-los para que sejam medidos.

Um ponto fundamental na detecção de ondas gravitacionais por massas ressonantes está na maneira como a barra se comporta durante a passagem de uma onda. Como já vimos, estas ondas causam oscilações do espaço-tempo e devem viajar à velocidade da luz. Ao passar por uma antena, esta faria com que o sistema todo de detecção vibrasse junto, tornando impossível de se detectar uma onda, já que os transdutores e a barra se tornam um único sistema. Porém, as barras se mantêm vibrando durante certo tempo após a passagem da onda, como se fossem um sino após a primeira badalada. Esta característica da barra é representada pelo fator de qualidade mecânico Q , onde temos que $Q_m = \omega_m \tau_m$, sendo ω_m a frequência de ressonância do modo normal m e τ_m o tempo de relaxação da barra no mesmo modo normal.

Este fator mecânico diz respeito à eficiência da barra em converter a energia depositada nela em sinais acústicos. O que implica que quanto mais energia for depositada na barra, melhor será a amplitude do sinal. A quantidade de energia absorvida pela barra é $\sim \rho v_s^3$, onde ρ é a densidade do material de que a barra é feita e v_s é a velocidade do som na barra. Por sua vez, esta quantidade absorvida será maior quanto maior for a interação da onda gravitacional com o meio material, que está diretamente ligado à seção de choque do mesmo [14], que é definido como sendo:

$$\int \sigma df = \frac{8GM}{\pi c} \left(\frac{v_s}{c} \right)^2 m^2 \text{ Hz} \quad (4.1)$$

Analisando a equação da energia absorvida e a seção de choque do material, vemos que as condições ideais seria construir uma barra com um material cuja densidade seja a maior possível. Além disso, são fundamentais que a velocidade do som na barra e a massa do material sejam os maiores possíveis também.

Na tabela abaixo, apresentamos alguns valores das densidades, Q e v_s de vários materiais dos quais seria possível a construção de barras ressonantes.

Tabela 4.1: Comparação entre as grandezas físicas de alguns materiais* [19]

Material	ρ (10^3kg/m^3)	Q	v_s (10^3m/s)
Alumínio 6061	2,7	5×10^6	5,1
Alumínio 5056	2,7	7×10^7	5,1
Nióbio	8,6	$2,3 \times 10^8$	3,4
Silício	2,3	2×10^9	8,5
Safira	4,0	3×10^9	9,4
Chumbo	11,4		1,1
Tungstênio	18,8		4,3
Cobre (94%)/Alumínio (6%)	8,0	2×10^7	4,6

*Valores estimados a temperatura ambiente.

Da tabela 4.1, observamos que os materiais que possuem as melhores características para a construção de uma antena são o Silício, a Safira e o Nióbio. Infelizmente, é muito difícil de encontrar peças destes materiais com as dimensões necessárias para construir uma antena. Por este motivo, a maioria dos detectores de massa ressonante existentes hoje é feita de alumínio, com exceção da antena australiana e das duas esferas existentes hoje.

Mesmo que a antena possua um fator mecânico muito alto, ainda haverá um fator limitante na capacidade de se detectar uma onda gravitacional. Este limitador é o mínimo de energia detectável ΔE , isto é, o valor médio de ruído existente na antena. O ruído existente na antena é a soma de processos gaussianos não relacionados (ruído térmico e ruído do amplificador) e o mínimo de energia detectável é assumido como sendo [14]:

$$\Delta E = k_B T \frac{\omega_a \Delta t}{Q} + k_B T_n \left(\frac{2}{\beta \omega_a \Delta t} (\lambda + \lambda^{-1}) + \frac{\beta \omega_a \Delta t}{2} \right) \quad (4.2)$$

A amplitude gerada pelo ruído térmico é dominante sob todos os outros ruídos. Isto pode ser observado pela sensibilidade baixa que Weber alcançou com a sua antena mantida à temperatura ambiente. Este ficou então conhecido como a primeira geração de antenas gravitacionais. Vendo a necessidade de se reduzir o ruído térmico existente na barra, foi que surgiu na década de 70 a segunda geração de ondas gravitacionais, onde as barras foram resfriadas até aproximadamente 4K.

Após terem sido alcançadas temperaturas tão baixas, o ruído térmico ainda era bastante evidente no sinal de saída. Graças aos avanços obtidos na criogenia, na década de 80 surgiu então a terceira geração de antenas gravitacionais, sendo resfriadas a temperaturas abaixo de 0,1 K.

Mesmo após alcançar tais valores para a temperatura, um único detector seria incapaz de captar um sinal de onda gravitacional devido à sua geometria e aos ruídos restantes. A fim de excluir todos os sinais espúrios, seria necessário o cruzamento dos dados de no mínimo dois detectores separados.

Porém nem sempre é possível colocar em contínuo funcionamento diferentes detectores monitorados por grupos diferentes. A quarta geração de antenas gravitacionais são os detectores de massa ressonante do tipo esférico.

Tabela 4.2: Diferenças entre as gerações de antenas gravitacionais

Geração	Massa Ressonante / Vácuo	Temperatura
1 ^a	Cilíndrica sob vácuo	Ambiente
2 ^a	Cilíndrica sob vácuo	4 K
3 ^a	Cilíndrica sob vácuo	0,1 K
4 ^a	Esférica sob vácuo	Menor que 0,1 K

4.4 Detectores de massa ressonante tipo esfera

Dando origem à quarta geração de antenas gravitacionais, temos os detectores esféricos. Estes trabalham em temperaturas iguais aos detectores de terceira geração e apesar de enfrentarem os mesmos tipos de ruídos que os de barra enfrentam, este tipo possui algumas vantagens cruciais sobre os de barra.

- Um esferóide tem uma massa muito maior que uma barra equivalente (barra com a mesma frequência de ressonância). E uma massa maior implica em uma maior seção de choque, com o que se obtém uma melhoria na sensibilidade da antena. Estudos realizados com este tipo de antena mostram que é obtido um aumento de sensibilidade em energia em torno de 56 vezes em relação à uma barra ressonante de mesma frequência;
- Um detector esférico é uma antena omnidirecional, ele é igualmente sensível às ondas incidentes de qualquer direção. Uma esfera possui cinco modos vibracionais quadrupolares degenerados que correspondem exatamente ao tensor de quadrupolo. Assim, um detector esférico pode ser visto como cinco detectores orientados diferentemente que ocupam o mesmo espaço. Além disso, uma esfera pode detectar todos os 5 componentes de quadrupolo do tensor, comparado à apenas um da barra;
- A sensibilidade do detector esférico é independente da polarização da onda incidente, ele é igualmente sensível às ondas com polarizações arbitrárias;
- Um único detector esférico pode ser usado para testar se a relatividade geral prediz corretamente o caráter do tensor de ondas gravitacionais. Por exemplo, algumas teorias recentes tem postulado a existência de um escalar ou componente gravitacional de spin-0. Um detector esférico é sensível para e pode distinguir a postulada onda gravitacional escalar.

4.4.1 Ruídos em massas ressonantes

A antena gravitacional recebe sinais vindos de muitas fontes diferentes, sendo que todos estes estimulam a antena, gerando um sinal de saída que é ampliado e armazenado para análise. Assim como no rádio do carro, a antena gravitacional sofre muita interferência, fazendo com que os sinais de uma possível onda gravitacional sejam encobertos por outros.

Estes sinais de interferência recebem o nome de ruído e podem ser provenientes de diferentes fontes, causando vários efeitos na antena, prejudicando sua sensibilidade e tornando por fim impossível a detecção de uma onda gravitacional. A seguir descreveremos os tipos de ruídos que são mais relevantes.

O primeiro ruído a ser reduzido o máximo possível é o térmico. A temperatura faz com que haja um movimento natural das moléculas de qualquer meio material, conhecido como movimento browniano. Este movimento cria um sinal cuja amplitude é muito superior aos das ondas. Um dos meios para se reduzir tal efeito é imergindo a barra em câmaras criogênicas, blindando-as o máximo possível da temperatura externa, e reduzindo ao máximo a sua temperatura e/ou utilizando materiais com alto Q mecânico. Por esse motivo que tivemos as evoluções das gerações das antenas.

Conseguimos resolver o problema do ruído térmico, porém ao resfriarmos a barra introduzimos um novo ruído. Estes ruídos são originados na câmara de mistura (Mixer Chamber) durante o processo de resfriamento por diluição (mistura de He^3 e He^4 líquidos para obter temperaturas na ordem de mK). O borbulhamento do He introduz um ruído de baixa frequência, que, através de fenômenos não lineares, pode ser convertido em ruídos na faixa de detecção. Este ruído pode ser evitado fazendo-se um contato térmico entre o refrigerador e a antena através de um módulo antivibratório, permitindo ao mesmo tempo o resfriamento e o isolamento do ruído.

Não menos causador de problemas que o ruído térmico estão os ruídos sísmicos e vibracionais. O ruído sísmico é causado pelo movimento da crosta terrestre que resultam em terremotos. Já os ruídos vibracionais são aqueles gerados pelo tráfego tanto de pessoas como automóveis próximos à antena, além de movimentos de dilatação das estruturas e da construção civil. Os ruídos são gaussianos e não estacionários. Caso não sejam eliminados eles podem produzir sinais de baixa frequência que excitam os modos de alta frequência da antena. Como todos os ruídos, este também deve ser reduzido o máximo possível. Isto se dá através de sistemas de isolamento, onde as barras são içadas e mantidas em vácuo, além de sistemas de amortecimento para amenizar as vibrações geradas.

Outro tipo de ruído que pode causar vibração da barra, e que exige um sistema bom de isolamento vibracional e um alto vácuo ao redor da antena, é o ruído acústico. Este ruído é provocado por ondas sonoras emitidas por várias fontes como buzinas, trovões, conversas e música com elevada intensidade sonora.

Além de ondas sonoras, as ondas eletromagnéticas também são causadoras de ruídos. Ondas geradas por emisoras de televisão, rádio, telefonia celular, quedas de raios, indução eletromagnética devido ao ato de ligar e desligar equipamentos eletrônicos do próprio laboratório e qualquer outro tipo de emissão eletromagnética causa ruídos indesejáveis na antena. Muitas técnicas são utilizadas para vetar estas ondas: filtros RF instalados nas fiações de conexão, placas de metal isolando a antena e gaiolas de Faraday.

Após termos reduzido o máximo possível do ruído térmico, o que passa a ser dominante é o ruído eletrônico. Este ruído é proveniente de amplificadores e transdutores. Estes aparelhos trabalham acoplados, atuando como se fosse um único sistema. Qualquer variação de corrente na entrada do circuito é transformada em um ruído atuando de volta na antena. Essa nova vibração causada pelo ruído será novamente lida pelo transdutor e ampliada, porém parte do sinal ampliado é somente devido a ruído. Por isso que é de suma importância o desenvolvimento de instrumentos que consigam fazer a leitura das vibrações e as transforme em sinais limpos.

Entre as fontes externas de ruído de um detector ressonante, nós temos de incluir o efeito de raios cósmicos altamente energéticos incidindo sobre a antena. Este problema foi estudado [22] vários anos atrás experimentalmente por Strini et al, e em 1986 Amaldi & Pizzella mostraram que esta fonte de ruído pode ser relevante para detectores da nova geração à temperatura ultra baixas ($h \leq 1.10^{-19}$). A energia perdida pelos raios cósmicos é convertida em uma expansão local da barra devido ao aumento de temperatura. A energia depositada no modo fundamental da barra pela partícula com uma perda de energia dE/dx cruzando a barra pode ser descrita como sendo:

$$E_n = \frac{4k_B}{9\pi} \frac{\gamma^2}{\rho L v^2} \left(\frac{dE}{dx} \right)^2 \left(\sin \frac{\pi n z_0}{L} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi l_0 \cos \theta_0 / 2L)}{n \pi R \cos \theta_0 / L} \right)^2 \quad (4.3)$$

Aqui, R é o raio da barra, v é a velocidade do som no material da barra e γ é o coeficiente de Gruneisen ($\gamma = 1,6$ no alumínio). l_0 é o comprimento do traço da partícula dentro da barra, z_0 é a distância do ponto médio do traço a partir de um dos finais da barra, θ_0 o ângulo entre o traço da partícula e o eixo da barra. Os eventos de raios cósmicos podem ser devido a diversas contribuições, como as interações de múons, hádrons, chuviscos atmosféricos extensos (CAE), e interações multi-

hadrônicas. Simulações de Monte Carlo tem sido realizadas para obter uma taxa de eventos para as várias contribuições. As principais contribuições são devido às interações hadrônicas e muônicas, e, para dar uma ordem de magnitude do efeito para uma barra como EXPLORER ao nível do mar, a taxa esperada é de 2,2 eventos/dia com $T_{\text{eff}} = 1\text{mK}$. No limite quântico, ($T_{\text{eff}} \approx 10^{-1} \mu\text{K}$), a taxa aumenta para 5000 eventos por dia.

4.4.2 Detectores atuais

A seguir faremos um resumo dos principais experimentos que visam uma detecção direta de ondas gravitacionais utilizando a técnica de massa ressonante, sendo eles: NAUTILUS, EXPLORER, AURIGA, ALLEGRO, NIOBE, MINIGRAIL, Mario Schenberg.

Em dezembro de 1995 entrou em operação no Laboratório Nacional de Frascati, Instituto Nacional de Física Nuclear (INFN), Itália, o detector ultracriogênico de massa ressonante NAUTILUS. De formato cilíndrico, este detector é feito de alumínio (AL5056) e possui uma massa de 2260 kg, cujas dimensões são 3 m de comprimento e 0,60 m de diâmetro. Necessitando reduzir o ruído térmico presente, o detector opera a uma temperatura de 4 K, podendo ser resfriado até aproximadamente 0,1 K. O intervalo de frequência em que a sensibilidade do detector é maior ocorre entre 918 e 955 Hz. O detector se encontra a uma longitude de $12^{\circ}40'21''\text{L}$, a uma latitude de $41^{\circ}49'26''\text{N}$ e com um ângulo azimutal de 44°L .

Com o intuito de identificar sinais no transdutor gerados por raios cósmicos foi instalado um veto de raios cósmicos. No caso do NAUTILUS, foram instaladas sete camadas de tubos streamer limitados, sendo três ($6 \times 6 \text{ m}^2$) acima do criostato e quatro ($6 \times 2.75 \text{ m}^2$) abaixo. A sensibilidade alcançada neste experimento é de $h \cong 4.10^{-19}$.

A partir de 1984 começou a operar no CERN em Geneva, Suíça, o detector de massa ressonante EXPLORER. Este detector é uma das duas antenas gravitacionais operadas pelo grupo de Roma, Itália, o mesmo grupo opera o detector NAUTILUS. Visando um melhor desempenho, além de operar a uma temperatura de 2,6 K, o detector foi equipado com um novo transdutor e um dc-SQUID com um grande acoplamento. A sensibilidade deste detector é de $h \cong 4.10^{-19}$. Possuindo um formato cilíndrico, a antena EXPLORER é feita de alumínio (AL5056), cuja massa é de 2270 Kg, possuindo dimensões de 3 m de comprimento e 0,60 m de diâmetro. A antena possui frequências de ressonância entre 885 e 930 Hz. O mesmo possui como coordenadas longitudinal $6^{\circ}12'\text{L}$, latitudinal $46^{\circ}27'\text{N}$ e ângulo azimutal de 39°L . Em 2003 foi instalado no EXPLORER um veto de raios cósmicos que utiliza cintiladores plásticos.

Foram instalados dois planos desses detectores, um acima e outro abaixo do criostato.

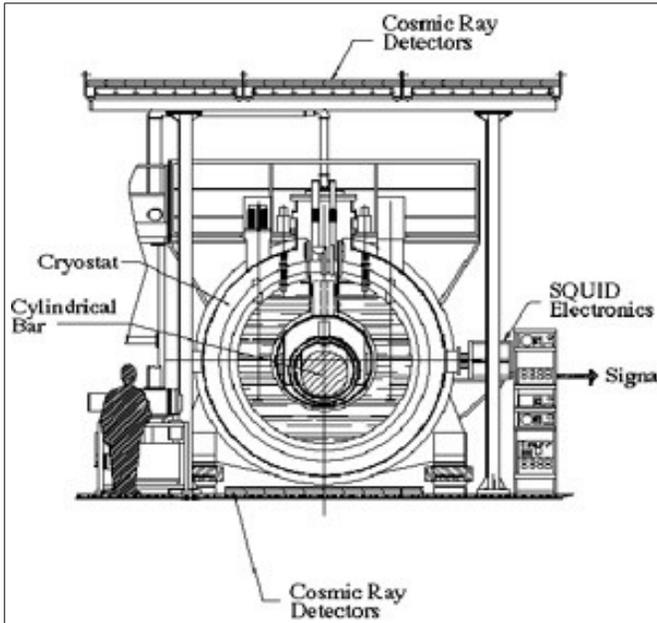


Figura 4.2: Esboço do Nautilus [23]

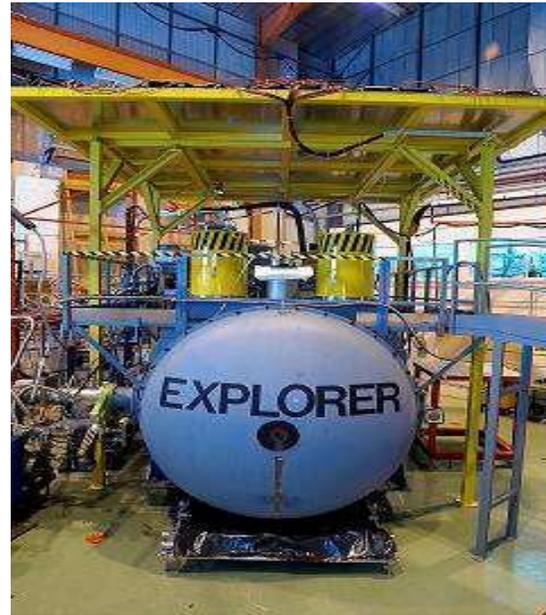


Figura 4.3: EXPLORER [24]

Em operação no Laboratório Nacional de Legnaro, Instituto Nacional de Física Nuclear (INFN), Itália, encontra-se o detector ultracriogênico de massa ressonante AURIGA. Possuindo uma massa de 2230 Kg, feito de alumínio (AL5056) e sendo capaz de operar a uma temperatura de 0,1 K, este detector possui sensibilidade semelhante àquela apresentada pelo NAUTILUS. Possui coordenadas longitudinais, latitudinais e angulo azimutal de $11^{\circ}56'54''L$, $45^{\circ}21'12''N$ e $44^{\circ}L$, respectivamente. As frequências de ressonância da barra estão entre 850 e 960 Hz.

Em 1991 o detector ALLEGRO passou a monitorar o campo gravitacional para possíveis explosões de ondas gravitacionais. Localizado no departamento da Universidade Estadual da Louisiana (LSU) em Baton Rouge na Louisiana, EUA, o detector possui como característica o uso de componentes eletrônicos e design presentes em outras antenas, os quais eles julgam darem melhores resultados e serem mais práticos.

Essa antena possui formato cilíndrico, e feita de alumínio (AL5056), possui uma massa de 2296 kg, tem dimensões de 0,60 m de diâmetro e 3 m de comprimento e opera a 4,2 K. Localizado a uma longitude de $268^{\circ}50'L$, uma latitude de $30^{\circ}27'N$ e com angulo azimutal de $-40^{\circ}L$ possui frequências de ressonância entre 907 e 925 Hz.

Localizado em Perth, Oeste da Austrália, temos o detector NIOBE que difere um pouco em relação aos modelos citados acima. Este detector é feito de Níóbio, material este com a menor perda

acústica conhecida até a atualidade. O NIOBE iniciou a sua operação em 1993, possui uma massa de 1500 kg e é resfriado a 5 K. Pelo fato do material da barra ser nióbio, a mesma possui um fator de qualidade Q bastante elevado, trabalhando no nível de $h \approx (4 - 5) \cdot 10^{-19}$.

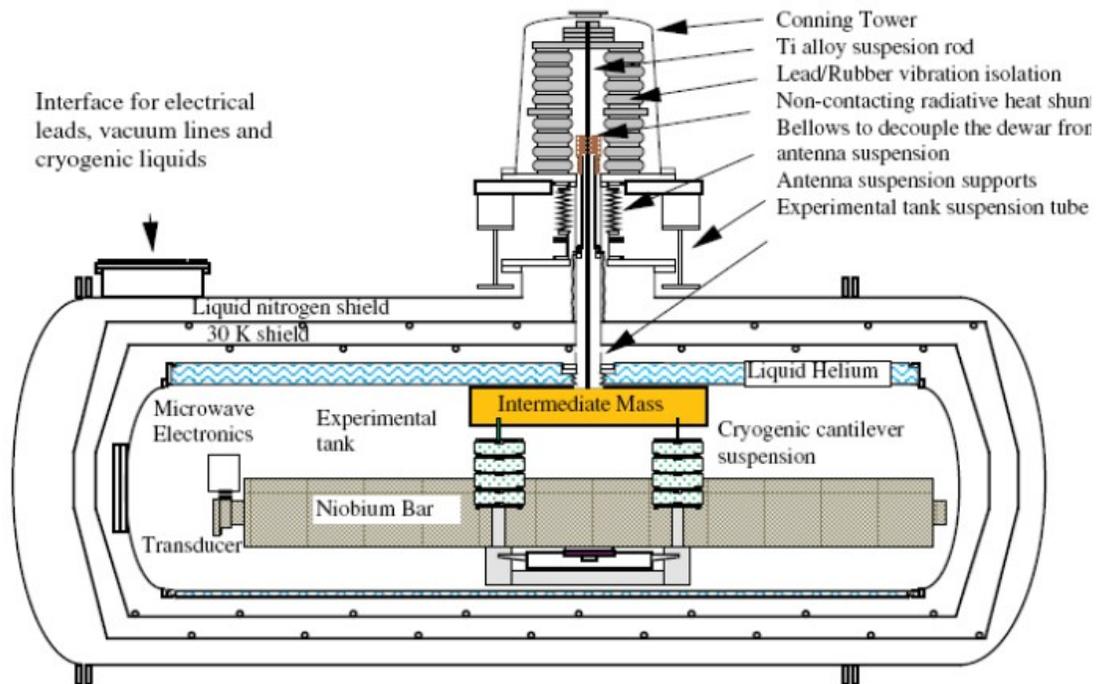


Figura 4.4: Visão lateral da antena NIOBE. O criostato tem 5m de comprimento e 3m de altura [14]

É possível observarmos que os detectores citados acima estão dispostos praticamente da mesma maneira. Esta orientação é feita para que as antenas possam operar em coincidência e os sinais obtidos por cada detector possam ser confrontados. Essas antenas gravitacionais em forma de barra não conseguem medir a direção de propagação da onda, tornando impossível o estudo de possíveis fontes de ondas gravitacionais.

A fim de conseguir definir a direção de propagação destas ondas, foram criados os detectores de massa ressonante esféricos. Atualmente, temos em construção dois detectores esféricos, o detector Schenberg localizado na Universidade Estadual de São Paulo, São Paulo, Brasil, e o MiniGrail na Universidade de Leiden, Holanda. As duas esferas foram construídas no Brasil, sendo feitas de uma liga de cobre e alumínio, CuAl (6%). Possuindo um diâmetro de 68 cm e uma massa de 1400 kg, a antena MiniGrail possui uma frequência de ressonância de 2,9 kHz com um comprimento da banda de 230 Hz. Para reduzir o ruído térmico, a antena MiniGrail é resfriada até uma temperatura de 20 mK. Já a antena Mario Schenberg possui 65 cm de diâmetro e uma massa de 1150 kg, sendo sensível às ondas

gravitacionais na frequência central de 3.200 Hz, com banda de frequências de aproximadamente 400 Hz. Dado ao seu formato esférico, estas antenas permitem a determinação da direção de propagação da onda.



Figura 4.5: Detector Mário Schenberg [25]

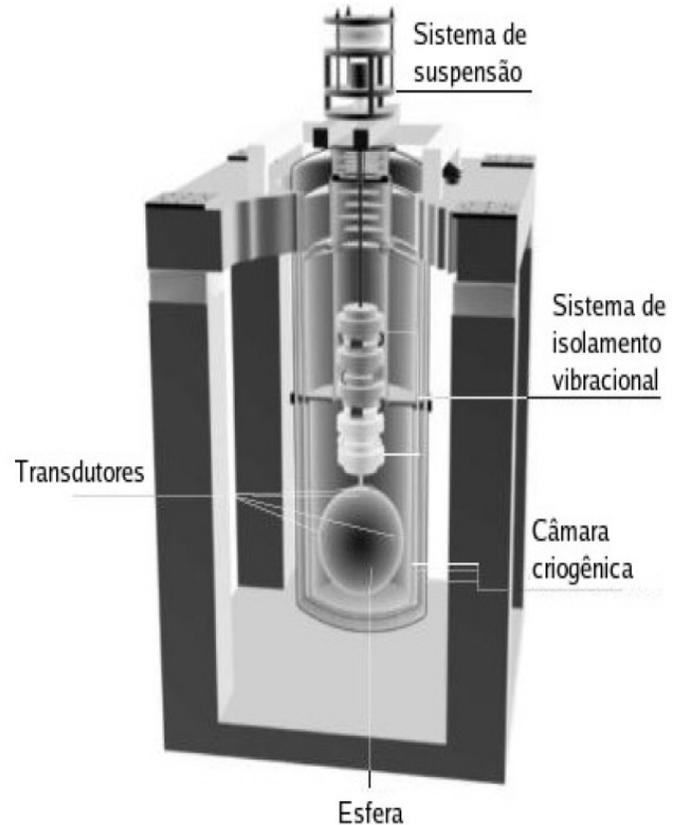


Figura 4.6: Esquema da disposição do detector dentro da câmara

4.5 Interferômetros a laser

Os interferômetros a laser são os únicos detectores atualmente capazes de cobrir uma faixa ampla de frequência com que as ondas gravitacionais são emitidas, indo de alguns hertz até kHz. O formato básico de um interferômetro é o mesmo que o utilizado por Michelson em sua experiência, porém com dimensões bem maiores.

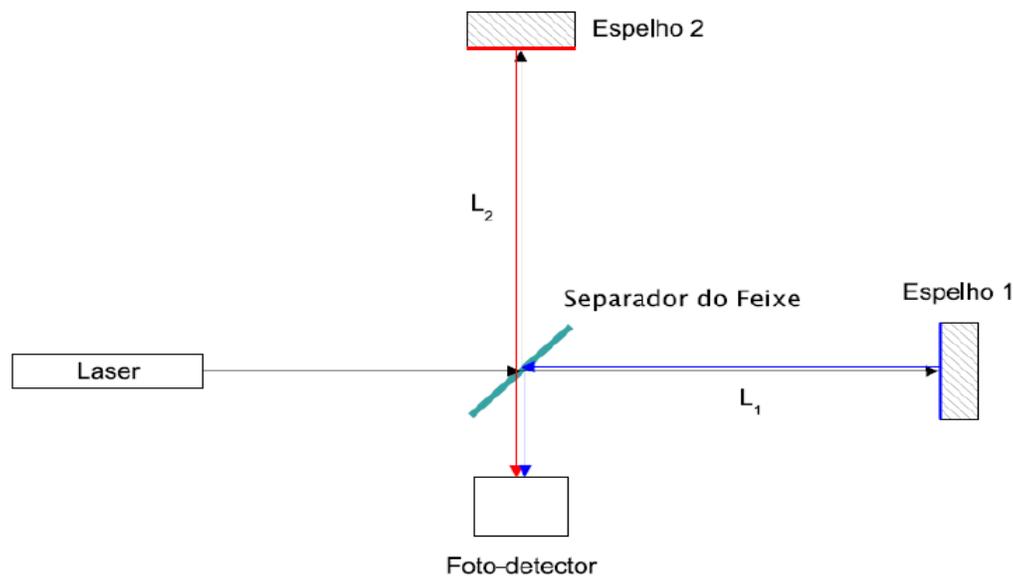


Figura 4.7: Interferômetro de Michelson simples

Este modelo de Michelson serviu apenas como base para a construção dos detectores existentes hoje em dia, uma vez que muitas alterações foram feitas para que a sensibilidade do mesmo fosse melhorada.

Os interferômetros funcionam da seguinte maneira: um feixe de laser é emitido por uma central de monitoramento, o qual chega a um separador do feixe, *beamsplitter*, onde o feixe se divide em dois e estes vão em diferentes direções, sendo que estas formam um ângulo de 90° entre si. Os caminhos percorridos pelos dois novos feixes são chamados de braços do detector. No final de cada braço existe um espelho com índice de refletividade muito alto, a fim de evitar perdas na intensidade do feixe. Ao atingir os espelhos, os feixes retornam ao *beamsplitter*, onde são recombinados e direcionados para um foto-detector no qual é feita a medida da interferência dos feixes.

A detecção de uma onda ocorre da seguinte maneira: ao se dar a passagem de uma onda gravitacional pelo interferômetro, há uma variação no comprimento dos braços do mesmo, fazendo com que a diferença da distância percorrida pelos dois feixes de luz varie. Ao saírem do *beamsplitter*, os feixes saem com a mesma fase, e após percorrerem os braços afetados pela passagem da onda gravitacional, serem recombinados e direcionados ao foto-detector, haverá uma diferença da figura padrão de interferência, acusando a passagem da onda gravitacional.

Devido ao fato da alteração dos braços ser muito pequena, é preciso que tais caminhos possuam um comprimento relativamente grande para que a interferência possa ser registrada. Por isso existe um comprimento ótimo [14] para o tamanho dos braços, sendo eles igual a $L_{ot} = c/2f_{og}$, onde c é a velocidade

da luz e f_{og} é a frequência da onda a ser detectada.

Os interferômetros existentes hoje possuem braços que variam de 300 até 4000 metros, mas infelizmente, este comprimento é apenas capaz de medir ondas com frequências entre 37,5 kHz e 50 kHz, que são valores altíssimos, sendo muito improvável de que ocorram eventos que produzam estes tipos de onda. Como dito anteriormente, as ondas gravitacionais mais intensas são esperadas com frequências abaixo de 10 kHz. Caso algum experimento seja planejado para detectar ondas gravitacionais com frequência de 1 kHz, seguindo a equação de comprimento ótimo dos braços, estes deveriam ter um valor de 150 km, o que dificulta enormemente a sua construção devido à curvatura da Terra.

A fim de sanar este problema, foram inseridos novos espelhos entre o *beamsplitter* e os espelhos finais. Este aprimoramento faz com que a luz fique sendo refletida várias vezes dentro do braço, aumentando seu caminho óptico de alguns quilômetros para centenas deles. A figura abaixo exemplifica esta montagem.

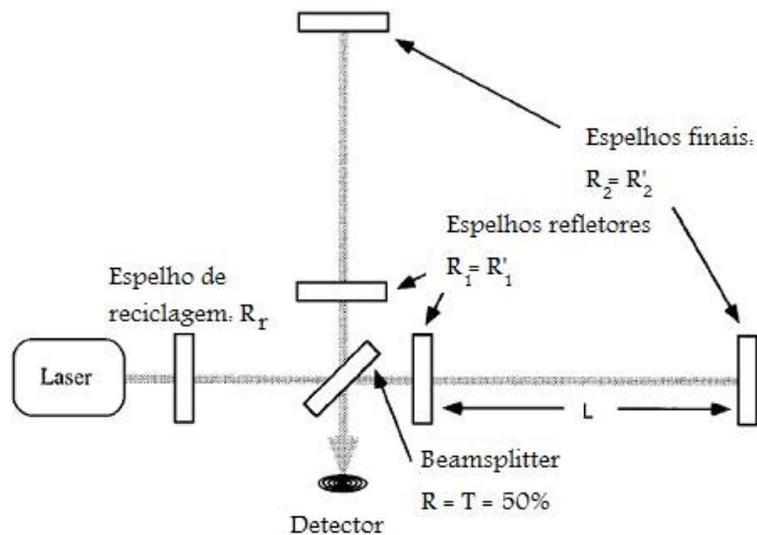


Figura 4.8: Interferômetro a laser [14]

Os detectores interferométricos apresentam algumas vantagens sobre os de massa ressonante: detectores interferométricos são de banda larga, podendo varrer uma grande faixa de frequências. Por outro lado estes apresentam algumas desvantagens sobre os de massa ressonante: são muito mais caros; não podem responder sobre a quantização das ondas gravitacionais, enquanto os de massa ressonante podem; os detectores interferométricos, assim como os de massa ressonante tipo barra, são cegos para certas direções e polarizações das ondas gravitacionais.

4.5.1 Ruídos em Interferômetros:

Da mesma forma que nos detectores de massa ressonante, os interferômetros a laser também sofrem com os ruídos produzidos por várias fontes. A maioria dos ruídos são iguais aos presentes nas massas ressonantes, só que alguns atuam de forma diferente. A seguir descreveremos os ruídos mais relevantes que interferem na detecção de uma onda gravitacional.

Um dos maiores problemas enfrentados é o ruído térmico. O laser ao entrar em contato com a superfície do espelho transfere uma pequena quantidade de energia para o mesmo, dando origem a movimentos indesejáveis dos espelhos. O sistema de suspensão dos espelhos também sofre movimentos indesejáveis devido à temperatura.

Diferentemente das barras, interferômetros medem apenas em frequências longe da frequência de ressonância, onde a amplitude de vibração é menor. Assim, a suspensão de pêndulos tem um ruído térmico de alguns Hz, no entanto, as medidas são feitas 20 ou 30 Hz acima deste valor. Vibrações internas dos espelhos têm frequências naturais de vários kHz. Assegurando que ambos os tipos de oscilações tenham Q 's muito altos, pode-se confinar a maioria da energia de vibração em pequenos comprimentos de banda em torno da frequência de ressonância, para que as amplitudes de vibração das frequências medidas sejam pequenas. Isto permite que interferômetros operem em temperaturas ambientes. Mas fatores mecânicos (Q) da ordem de 10^7 serão necessários, e isto é tecnicamente difícil. Apesar disso, a fim de diminuir o movimento browniano na superfície dos espelhos, é fundamental mantê-los sob alto vácuo.

Também presente nas massas ressonantes, mas muito mais impactante nos interferômetros são os ruídos vibracionais. Todas as vibrações mecânicas externas devem ser eliminadas. Ao ocorrerem vibrações sísmicas ou vibrações produzidas pelo homem, os espelhos refletores passam a vibrar. A luz ao viajar dentro dos braços do interferômetro sofre inúmeras reflexões até percorrer o comprimento óptico ideal. Caso o espelho esteja vibrando, a cada reflexão sofrida pelo laser será introduzida uma diferença de fase, fazendo com que ao fim das reflexões sejam apenas medidos no foto-detector ruídos vibracionais, mascarando completamente os sinais gravitacionais. Por isso é de suma importância a montagem de um sistema vibracional muito eficiente. Os interferômetros atuais têm este sistema baseado em pêndulos, que são bons filtros mecânicos para frequências acima de sua frequência natural.

O trajeto percorrido pelos feixes de lasers dentro dos braços dos interferômetros é mantido em alto vácuo, o que algumas vezes não é suficiente para evitar um tipo de interação. Como é impossível

realizar um vácuo próximo ao ideal em dimensões tão grandes, sempre haverá algum gás residual dentro dos braços. O índice de refração destes gases por serem diferentes do ambiente como um todo pode causar flutuações na trajetória do laser, o que resultará em ruído quando o laser for detectado pelo foto-detector.

Novamente temos a presença dos ruídos eletrônicos. Várias fontes de ruído eletrônico e eletromagnético irão também contaminar a detecção dos sinais ou contribuir para movimentos indesejáveis dos espelhos. Um design cuidadoso não é suficiente devido ao fato de que a maioria destes efeitos é imprevisível e sua eliminação terá de ser feita durante a operação dos detectores.

Um tipo de ruído que ocorre apenas nos interferômetros é o ruído *shot*. Os fótons que são utilizados para fazer interferometria são quantizados, e assim eles chegam de forma randômica e geram flutuações na intensidade da luz, o que pode parecer como um sinal de onda gravitacional. Quanto mais fótons forem utilizados, mais suave será o sinal de interferência. Como um processo randômico, os erros melhoram com a raiz quadrada do número de fótons. É por este motivo que foi inserido na configuração de um interferômetro um espelho de reciclagem (figura 4.8), onde este espelho tem a função de refletir os fótons que retornam em direção à fonte do laser, aumentando a quantidade de fótons e consequentemente a potência do feixe.

4.5.2 Detectores atuais

Atualmente, os interferômetros existentes são VIRGO, LIGO, GEO600 e TAMA 300.

O detector de ondas gravitacionais VIRGO consiste principalmente de um interferômetro a laser do tipo Michelson feito de dois braços ortogonais cada de 3 km de comprimento. Munido de espelhos refletores, ocorrem múltiplas reflexões entre os espelhos localizados nas extremidades de cada braço fazendo com que o comprimento óptico efetivo de cada braço aumente em até 120 km. VIRGO faz parte do OGE, Observatório Gravitacional Europeu, situado em Cascina, próximo a Pisa, Itália, na planície do rio Arno.

O intervalo da banda de frequência do VIRGO se entende de 10 até 6000 Hz. Este intervalo assim como a alta sensibilidade devem permitir a detecção de radiação gravitacional produzida por supernovas e coalescência de sistemas binários na Via Láctea e em outras galáxias, por exemplo, do aglomerado de Virgo.

Com o intuito de atingir a máxima sensibilidade, a construção de interferômetros procura atingir perfeições ópticas, sendo extremamente bem isolado do resto do mundo para que seja sensível

apenas às ondas gravitacionais. Para alcançar isso, cientistas italianos e franceses envolvidos no projeto têm desenvolvido as mais avançadas técnicas no campo de lasers altamente potentes e ultra-estáveis, espelhos altamente refletivos, isolações sísmicas e posição e controle de alinhamento.

No campo da óptica, VIRGO usa uma nova geração de lasers ultra-estáveis, e o oscilador mais estável já construído. Um revestimento óptico específico foi construído para produzir uma qualidade extremamente alta dos espelhos combinada com a mais alta refletividade (cerca de 99,99%), com um controle de superfície de nanômetros.

Abaixo temos uma imagem do detector VIRGO.



Figura 4.9: Interferômetro VIRGO [1]

Três interferômetros dedicados a observação de ondas gravitacionais foram construídos pelo LIGO – dois próximos a Richland, Washington, EUA, e outro próximo a Baton Rouge, Louisiana. LIGO utiliza dois detectores bastante separados, operando em coincidência, para excluir falsos sinais e confirmar que uma onda gravitacional passou pela Terra.



Figura 4.10: Interferômetro LIGO em Hanford [2]



Figura 4.11: O túnel da linha de vácuo [14]

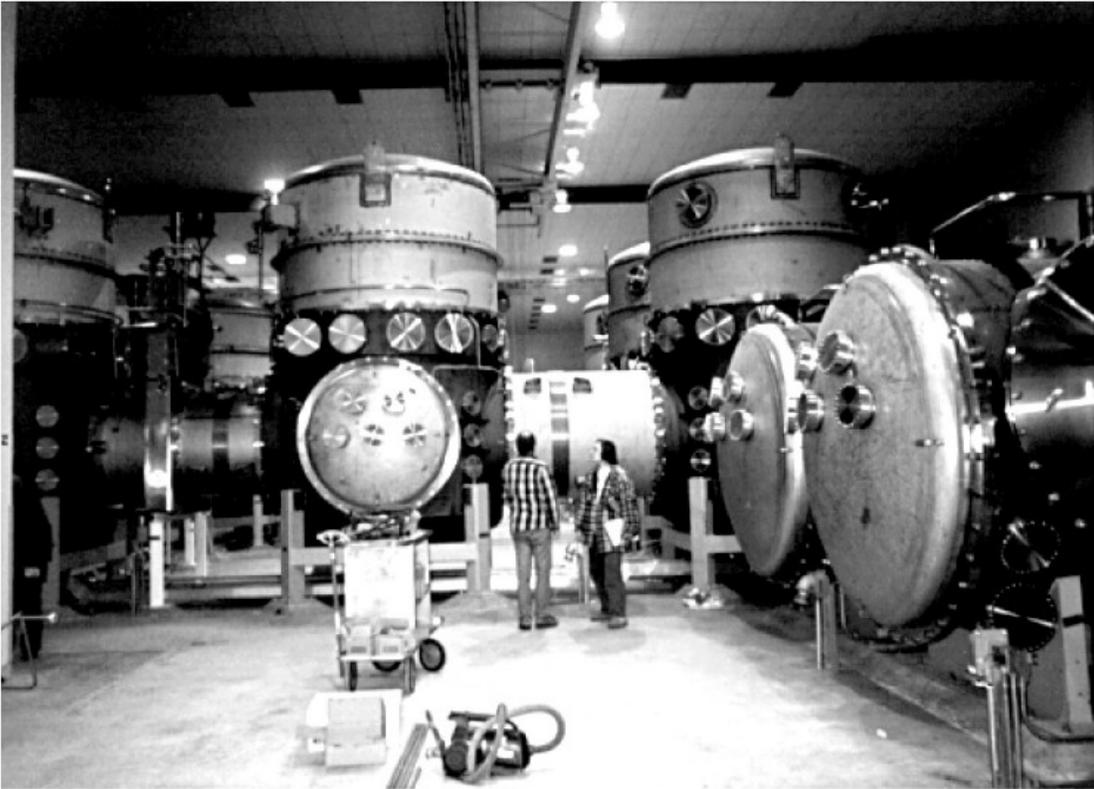


Figura 4.12: Estação principal em Hanford [14]



Figura 4.13: Visão de um dos braços de Hanford da LIGO [2]



Figura 4.14: Visão aérea do LIGO em Livingston [2]



Figura 4.15: Visão de um dos braços do LIGO em Livingston [2]

Na década de 70, dois grupos europeus iniciaram suas pesquisas na detecção de ondas gravitacionais através de interferômetros a laser. Em 1975 o Instituto de Astrofísica Max Planck em Munich, Alemanha, começou um protótipo com 3 m de comprimento de braço, que mais tarde (1983), no Instituto de Óptica Quântica Max Planck (QMP) em Garching, levou a um protótipo com 30 m de

comprimento. Em 1977 o Departamento de Física e Astronomia da Universidade de Glasgow começaram investigações similares, e em 1980 iniciaram a operação de um protótipo de 10 m. Em 1985 o grupo de Garching propôs a construção de um detector maior, com 3 km de comprimento, o grupo inglês propôs um projeto equivalente em 1986. Os dois grupos juntaram suas forças em 1989, o projeto GEO havia nascido, com as montanhas Harz (norte da Alemanha) sendo escolhidas como local ideal para montar o interferômetro. O projeto inicial, no entanto, não obteve financiamento. Assim em 1994 um detector menor foi proposto: GEO600, para ser construído nas planícies próximo a Hannover, com braços de 600 m de comprimento. A construção do detector de ondas gravitacionais *British-German* começou em setembro de 1995.



Figura 4.16: Visão aérea do GEO600 [4]

Após terem desenvolvido independentemente protótipos de 10, 20 e 100 metros, vários grupos de física de Tóquio e Kyoto propuseram a construção no Observatório Nacional de Tóquio de um interferômetro de 300m (Tama), para ser considerado um primeiro passo em direção a construção de um maior, da ordem de quilômetros. Sua construção foi iniciada em 1995.



Figura 4.17: Visão aérea do Tama em Tóquio [3]

Tabela 4.3: Interferômetros na Terra [15]

Detector e Localização	Tamanho dos braços (m)	Banda (Hz)	Previsão para início de Operação	$h/(\text{Hz})^{-1/2}$
LIGO I (Hanford, USA)	4000	10^1-10^4	Em operação	$\sim 6 \times 10^{-22}$
LIGO II (Livingstone)	4000	10^1-10^4	Em operação	$\sim 5 \times 10^{-23}$
VIRGO (Piza, Itália)	3000	10^0-10^4	Em operação	$\sim 6 \times 10^{-23}$
TAMA (Japão)	300	10^1-10^4	Em operação	$\sim 8 \times 10^{-22}$
GEO 600 (Hannover, Alemanha)	600	10^0-10^4	Em operação	$\sim 10^{-22}$

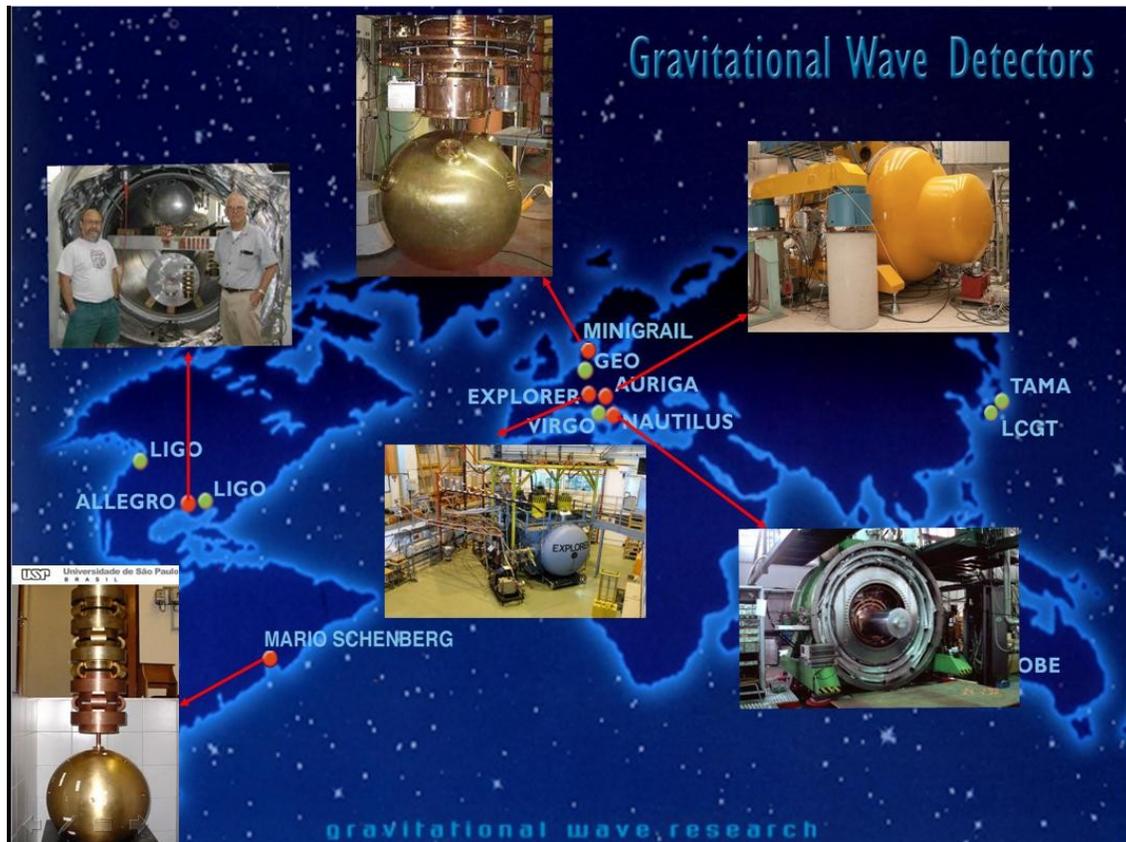


Figura 4.18: Detectores de ondas gravitacionais espalhados pelo mundo [26]

4.6 Correlação entre as fontes de ondas gravitacionais e a sensibilidade dos detectores atuais

Nesta seção são apresentadas possíveis fontes de ondas gravitacionais com estimativas das amplitudes esperadas para cada frequência. Em algumas delas é feita uma relação da sensibilidade dos detectores atuais e das ondas gravitacionais geradas.

Na figura 4.19, é possível observar a banda de frequência coberta pelos diversos tipos de fontes gravitacionais (impulsivas, contínuas e estocásticas) e o intervalo de amplitude esperada para cada uma delas.

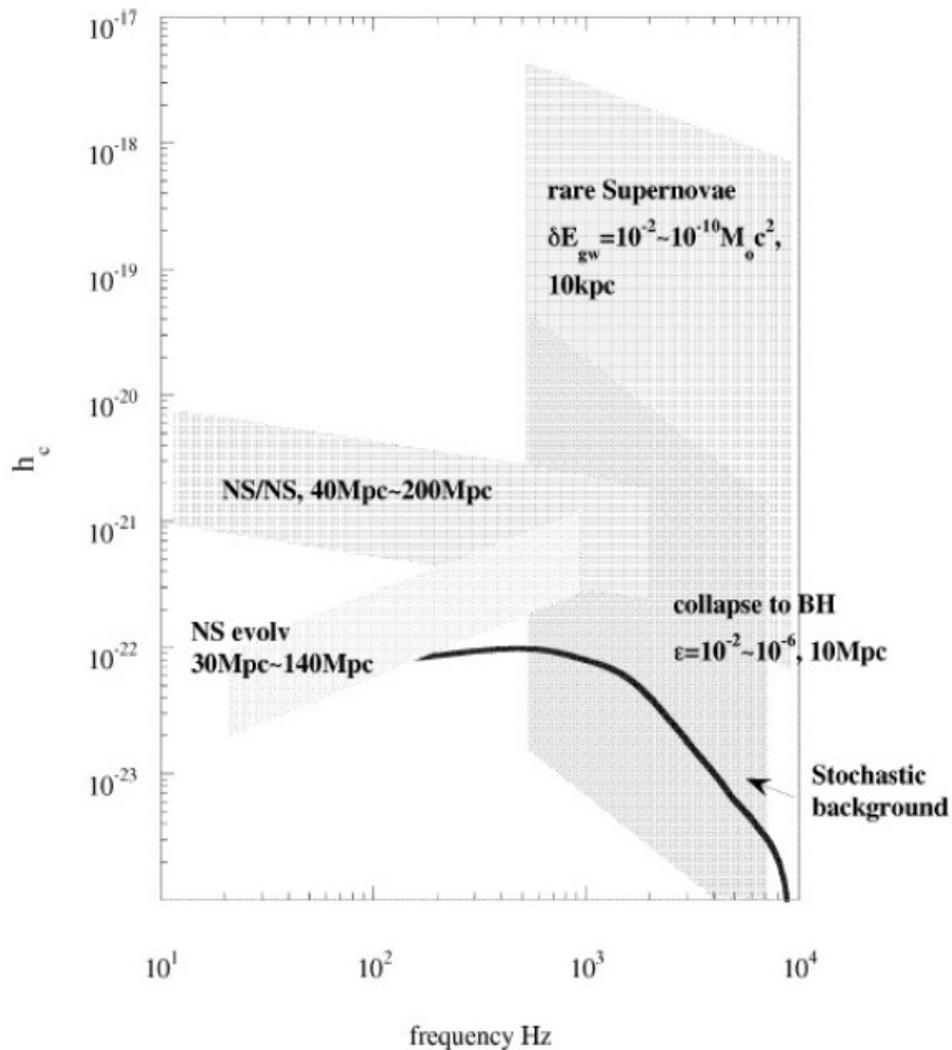


Figura 4.19: Espectro de fontes de ondas gravitacionais. As abreviações são: BH, colapso de buracos negros; NS/NS, estrelas de nêutron coalescentes; NS evol, evolução secular de uma estrela de nêutrons sem simetria de eixo. [14]

A seguir, na figura 4.20 a amplitude esperada por frequência, porém são apresentadas apenas fontes impulsivas existentes desde a nossa galáxia até distâncias de Gpc. Nesta mesma figura é mostrado o intervalo de maior sensibilidade dos detectores Schenberg, LIGO (1ª geração) e LIGO (avançado).

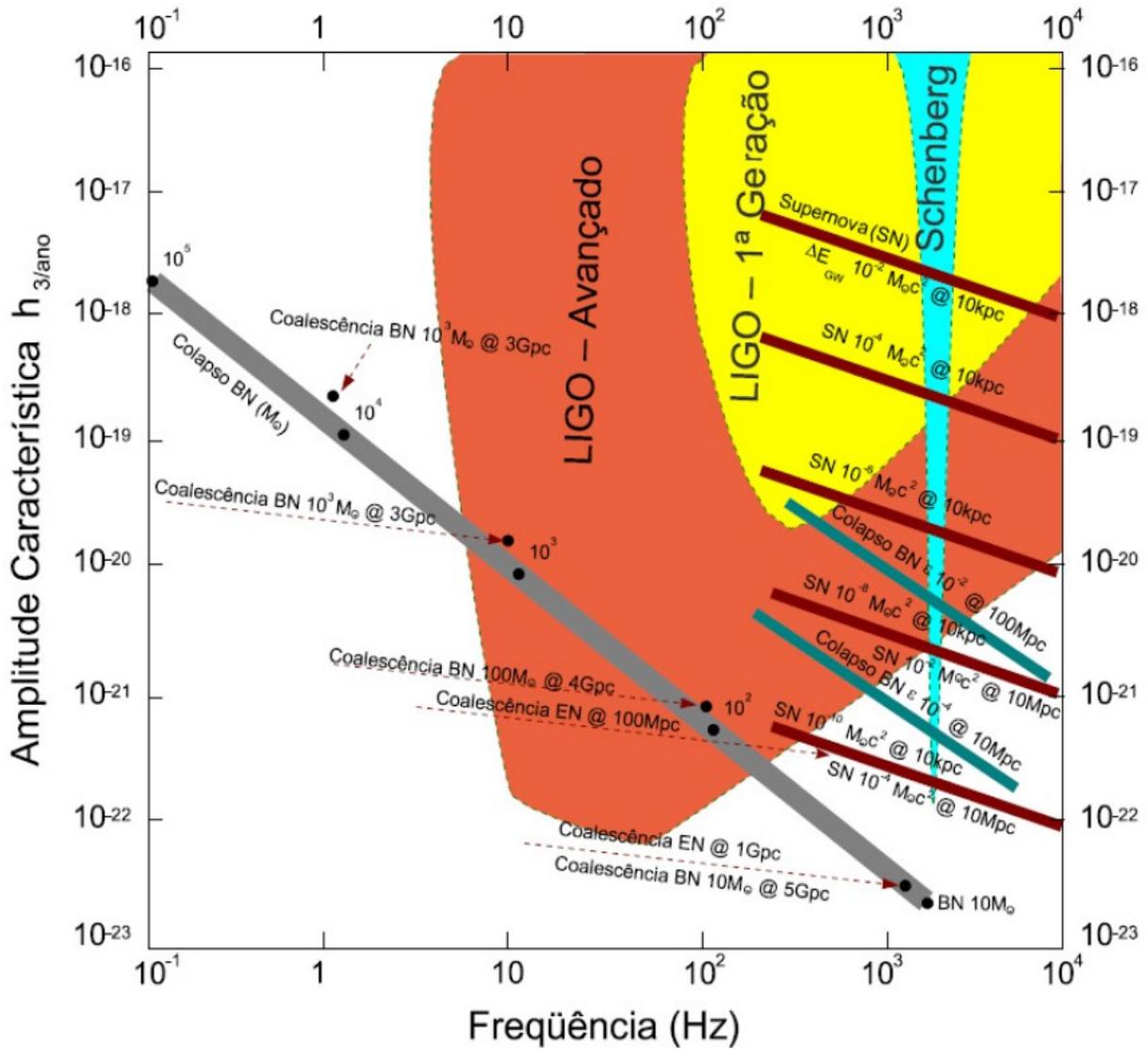


Figura 4.20: Fontes impulsivas de ondas gravitacionais, mostrando a faixa dos possíveis sinais e a região de sensibilidade de alguns detectores. [14]

Na figura 4.21 apresenta a mesma informação que a figura anterior, mas incluindo fontes contínuas e estocásticas e mostrando apenas as sensibilidades de detectores interferométricos.

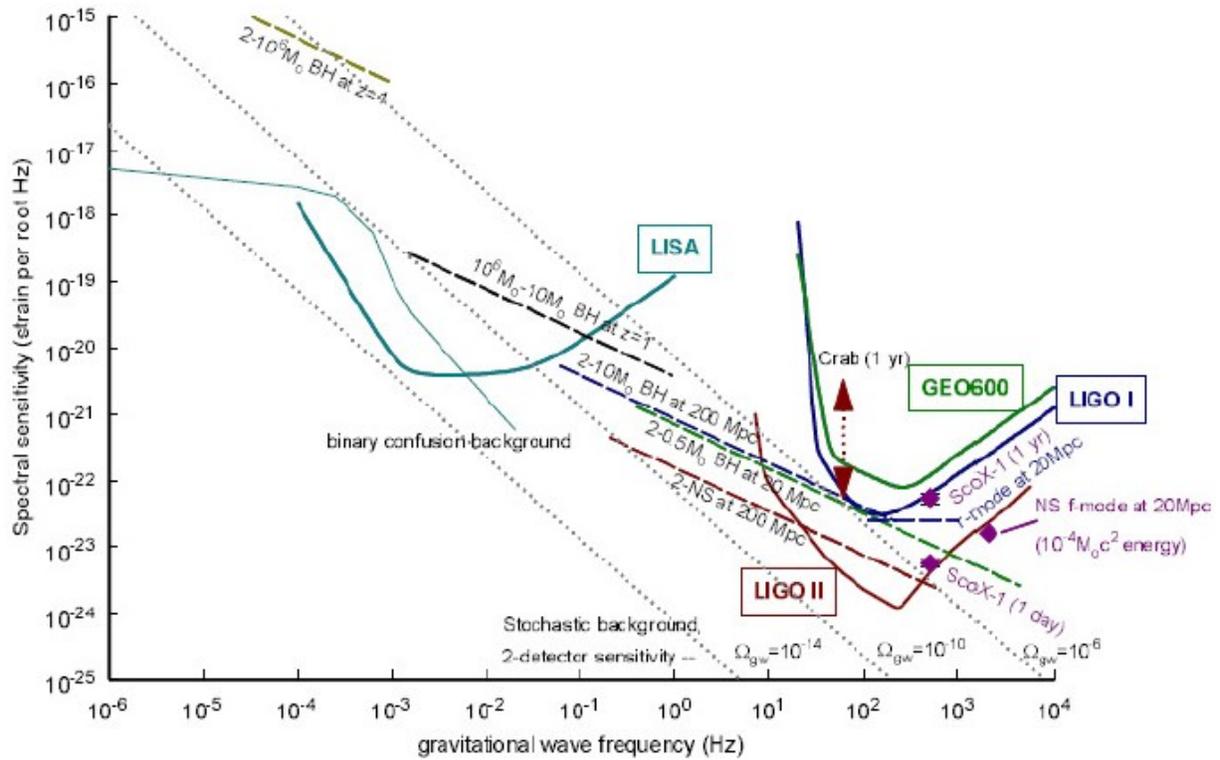


Figura 4.21: Sensibilidade dos interferômetros para diversas fontes de ondas gravitacionais. VIRGO foi excluído do gráfico para facilitar a visualização [27]

Por último, mediante as mesmas características das figuras anteriores, são adicionados os tipos de detectores atuais e projeções futuras de detectores, onde são apresentadas as sensibilidades esperadas.

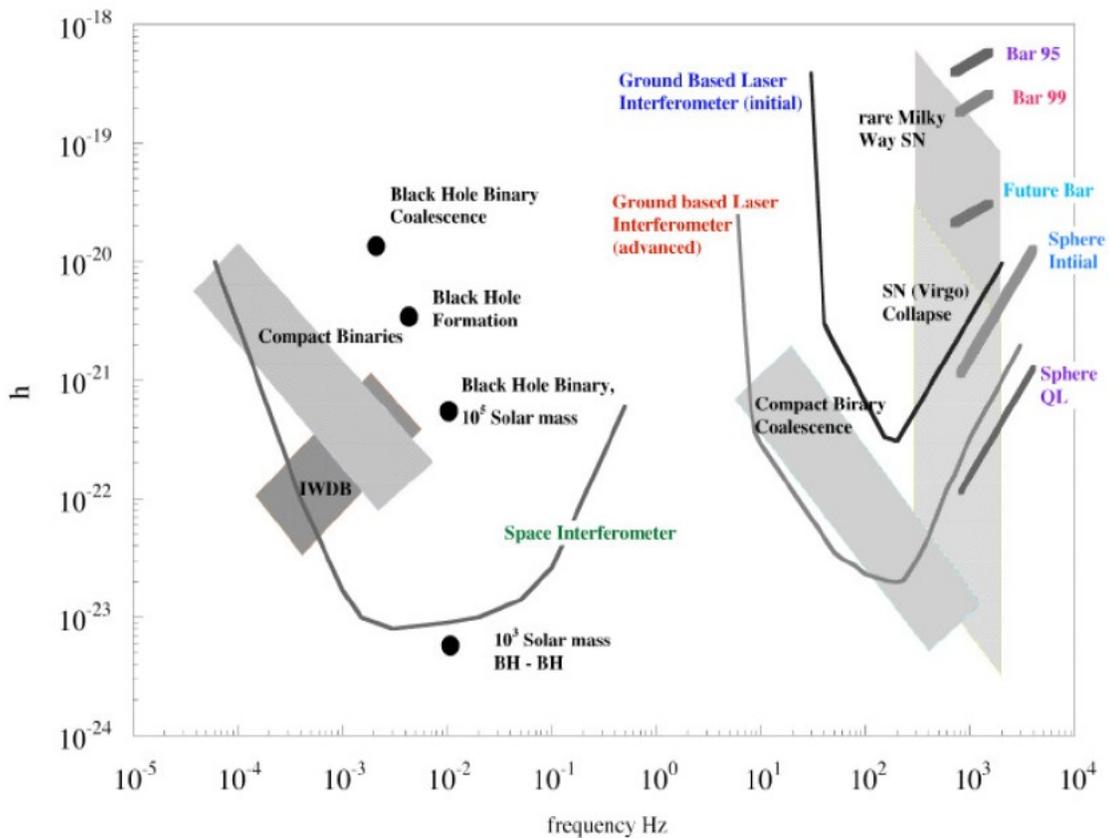


Figura 4.22: Comparação de várias tecnologias de detecção e as fontes de ondas gravitacionais. [14]

4.7 Projeto LISA

O projeto LISA (Laser Interferometer Space Antenna) [28], atualmente vem sendo estudado pelas agências espaciais europeia, ESA, e a norte-americana, NASA, com vista para uma missão em colaboração em torno de 2018, que poderá abrir uma janela para o estudo de frequências entre 0,1 mHz e 0,1 Hz pela primeira vez. LISA poderá ver tais eventos com uma sensibilidade extraordinária, registrando razões de sinais-ruído de 1000 ou mais para eventos em um *redshift* igual a 1. Uma base espacial interferométrica pode ter um comprimento de braço muito maior que um comprimento de onda. LISA, por exemplo, deverá ter braços de 5×10^6 km de comprimento, e que seria mais que a metade do comprimento de onda de qualquer onda gravitacional acima de 30 mHz.

O projeto LISA consiste atualmente de três espaçonaves livres, posicionadas num arranjo de triângulo equilátero, orbitando o sol a 1 AU, aproximadamente 20 graus para trás da terra em sua órbita.

Ao passar a luz ao longo de seus braços, pode-se construir dois interferômetros diferentes, assim um poderá medir a polarização da onda gravitacional diretamente. As espaçonaves estarão muito distantes uma das outras para se usar espelhos simples para refletir a luz de volta: a luz refletida seria pouco intensa. Em vez disso LISA terá *transponders* ópticos.

As principais perturbações para LISA são as forças do Sol: flutuações na pressão de radiação solar e a pressão dos ventos solares. A interferometria é referenciada por uma massa interna de prova em queda livre, não ligada à espaçonave. O trabalho da espaçonave é proteger essa massa de prova de perturbações externas. Isto é feito pelo sensoriamento da posição da massa e acionando seus próprios jatos para mantê-la (espaçonave) estacionária com relação da massa de prova.

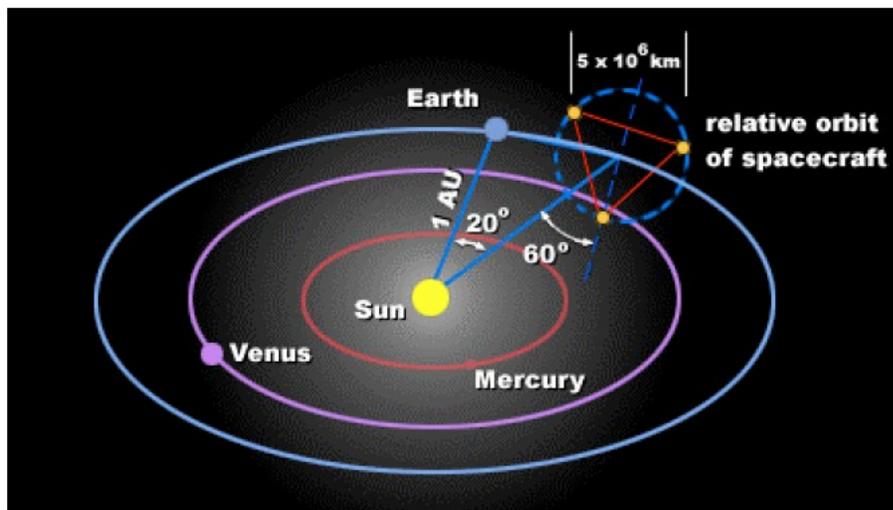


Figura 4.23: As posições das espaçonaves na órbita heliocêntrica do projeto LISA.[14]

5 Raios C3smicos e Chuveiros Atmosf3ricos Extensos

O foco deste trabalho está em estudarmos o efeito que os raios c3smicos, e conseqentemente suas partículas secundárias, causam sobre a antena gravitacional Mário Schenberg. Para isso, será preciso realizarmos um estudo de como estas partículas se comportam, como ocorre o desenvolvimento de um chuveiro atmosf3rico extenso (CAE), quais os tipos de intera33es que cada tipo de partícula pode sofrer e o fluxo esperado ao nível de São Paulo. Este capítulo e o pr3ximo dedicam-se exclusivamente a estes estudos e  obten33o dos fluxos.

5.1 Defini33o

A atmosfera terrestre é composta por uma grande variedade de gases, sendo composta principalmente por nitrog3nio (78,08%), oxig3nio (20,95%), arg3nio (0,93%) e outros gases em quantias menores. Quando uma partícula, chamada de raio c3smico, altamente energ3tica entra em nossa atmosfera, acaba se chocando com um átomo de gás a uma dada altitude e desencadeia um processo conhecido como Chuveiro Atmosf3rico Extenso – CAE, (*Extensive Air Showers* – EAS).

Os raios c3smicos, que podem ser pr3tons, n3utrons, alphas, núcleos de ferro dentre outras partículas, adentram na atmosfera terrestre com uma energia inicial, E_0 . Logo ap3s isto, tal partícula se choca com um núcleo de gás atmosf3rico resultando em uma perda de energia KE_0 . A partícula incidente continua sua trajet3ria atrav3s na atmosfera terrestre em dire33o ao solo, mas agora com uma energia $(1-K)E_0$. A energia perdida pela partícula incidente é transferida para o núcleo que foi atingido e para outras partículas que se formaram ap3s a colisão.

Ap3s a primeira colisão, geralmente são produzidas novas partículas, sendo estas pions, káons e barion-antibarion, onde os pions são em maior número. Estas novas partículas recebem o nome de partículas secundárias. Estas secundárias, junto da partícula primária, do sequencia em sua trajet3ria em dire33o ao solo e atrav3s de sucessivas colis3es do origens a novas partículas. Este processo de crescimento do chuveiro se estende até o ponto conhecido como ponto de tamanho máximo do chuveiro, X_m , a partir do qual o número de partículas come3a a diminuir devido ao fato de que a energia das mesmas já não é mais suficiente para a cria33o de outras. Todo este processo desencadeado por um raio c3smico penetrante na atmosfera é conhecido como chuveiro atmosf3rico extenso (CAE).

O desenvolvimento de um CAE se d em torno de um eixo principal conhecido como centro do

chuveiro, local este onde são encontradas a maioria partículas mais energéticas e mais pesadas. Um efeito bastante relevante para o estudo de um chuveiro atmosférico é a distribuição lateral do mesmo. Os efeitos responsáveis pela distribuição lateral de um CAE é o espalhamento Coulombiano ocorrido através da interação entre as partículas do CAE e as da atmosfera e a distribuição angular das partículas produzidas na interação hadrônica. A distribuição lateral também é proporcional à energia da partícula primária, uma vez que quanto maior a energia maior é o tamanho do chuveiro e maior o espalhamento lateral do mesmo.

5.2 Espectro Primário de Energia

Dentre todas as características de um chuveiro atmosférico extenso, a que tem sido amplamente pesquisada e estudada por cientistas do mundo inteiro é o espectro primário de energia, ou seja, a quantidade de partículas com determinado valor de energia que atinge a atmosfera terrestre.

O estudo do espectro primário se estende dentro de uma faixa de 10^{11} até 10^{21} eV. Conforme a energia da partícula vai aumentando, a frequência com que elas são encontradas varia de uma partícula/m²-seg na faixa de energia de centenas de GeVs até uma partícula/Km²-século na região de 10^{20} eV, donde concluímos que quanto maior for a energia da partícula primária, menor é a frequência com que estas chegam na Terra.

Para que seja possível medir a energia da partícula primária, é preciso que seja realizado um estudo bastante detalhado de todo o CAE. O espectro primário de energia é derivado de medidas como a do tamanho do chuveiro, da luz Cerenkov, de múons, da densidade de partículas carregadas distantes do centro, das curvas do desenvolvimento longitudinal do chuveiro obtidas de medidas de luz de fluorescência, sempre com auxílio das simulações de Monte Carlo para reconstrução do evento CAE.

O estudo analítico do espectro de energia primário é de difícil realização, sendo então preciso o uso de ferramentas computacionais que simulem as interações e passagem das partículas pela matéria. Uma ferramenta que tem sido amplamente utilizada são as simulações de Monte Carlo em conjunto com os dados obtidos experimentalmente por experimentos de raios cósmicos e física de partículas.

A principal técnica para detectar um CAE é a instalação de diversos detectores de partículas pelo solo, onde estes operam em coincidência temporal, excluindo assim grande parte dos ruídos presente nos sinais dos detectores isolados.

Dois grupos de grande importância nos estudos de chuviros atmosféricos de altas energias, em busca dos espectros primários de energia, são os grupos Akeno [29] e KGF [30].

De posse de uma área de cobertura de aproximadamente 1Km² e com 150 cintiladores, o grupo Akeno obteve dados experimentais que em conjunto com as simulações de Monte Carlo e com a equação de NKG [31], obtiveram uma equação para a energia primária em função do tamanho do chuveiro (N_e), sendo esta a seguinte:

$$E_0 = 3.9 \times 10^{15} \left(\frac{N_e}{10^6} \right)^{0.9} \text{ eV} \quad (5.1)$$

E o espectro diferencial como sendo:

$$J(E_0) dE_0 = (4.0 - 5.0) \times 10^{-23} \left(\frac{E_0}{10^{15.67}} \right)^{-\gamma} dE_0 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (5.2)$$

Com E_0 em eV e $\gamma = 2,62 \pm 0,12$ no intervalo de energia de $10^{14,5} - 10^{15,67}$ e $3,02 \pm 0,05$ no intervalo de $10^{15,67} - 10^{18}$ eV.

Já o grupo KGF com uma área de cobertura de aproximadamente 0,1Km² e 24 cintiladores plásticos espalhados dentro desta área, obteve uma relação entre a energia primária e o tamanho do chuveiro como sendo:

$$E_0 = 3.3 \times 10^{15} \left(\frac{N_e}{10^6} \right)^{0.87} \text{ eV} \quad (5.3)$$

Resultado este, muito próximo do obtido pelo grupo Akeno. No entanto, algumas vezes os resultados obtidos pelos grupos divergem muito de um para outro. Tais divergências ocorrem por diversas razões, sendo principalmente devido aos diferentes esquemas de disposição dos detectores em diferentes regiões e às aproximações feitas por cada grupo para a realização dos cálculos das energias. Apesar disso, em um dos Reviews apresentados pelo Particle Data Group (PDG) em novembro de 2007 [32], foi apresentado como um valor aproximado para a energia primária o mesmo que a equação (5.1) acima.

Logo abaixo é apresentado uma figura onde se encontram os mais recentes dados do espectro primário de energia obtidos por diversos grupos de pesquisa

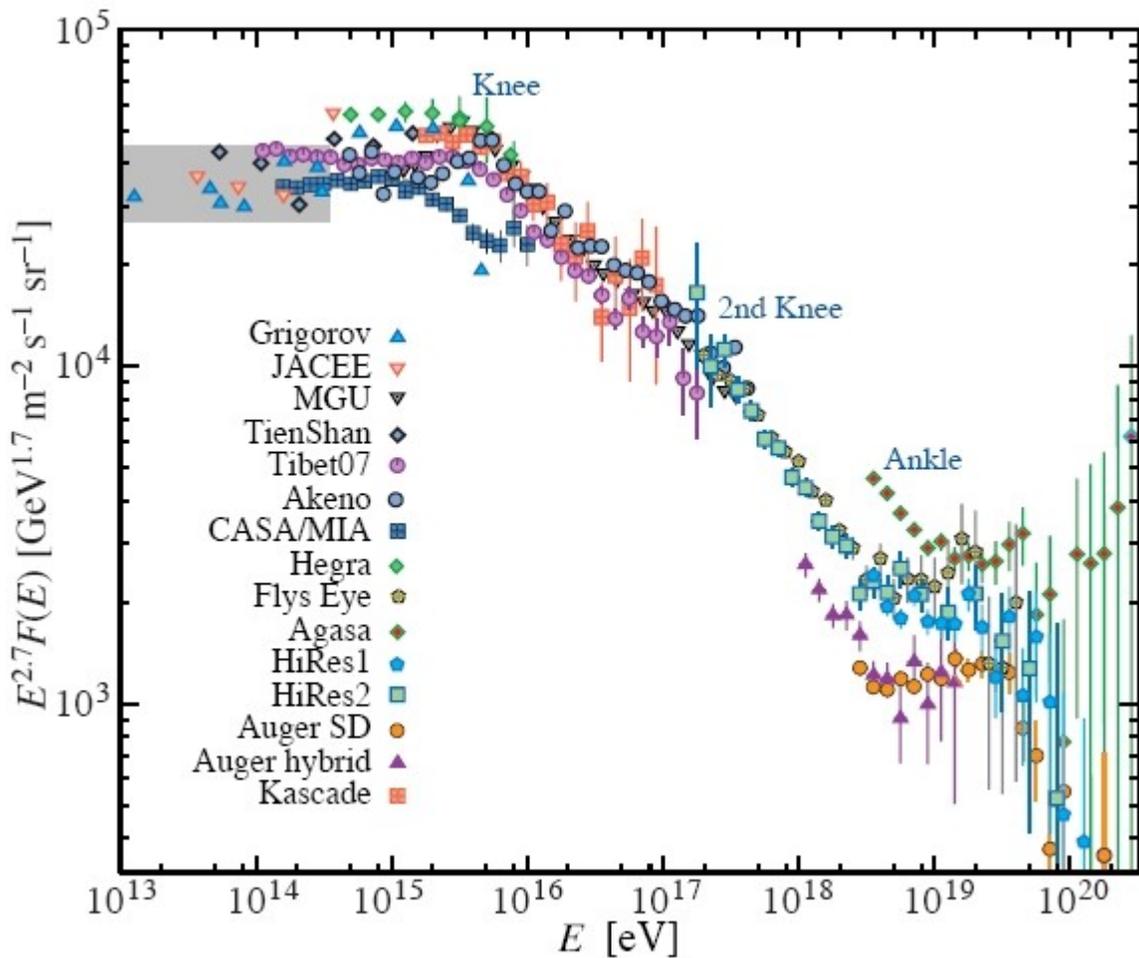


Figura 5.1: Espectro primário de energia obtido por diversos grupos [32]

Analisando a figura acima, vemos que em torno da região de energia de 10^{15} eV, há uma variação na inclinação do espectro de energia. Este ponto é conhecido como joelho, ou do inglês, *knee*. Muitos pesquisadores acreditam que partículas com energia abaixo do ponto do joelho são partículas provenientes da nossa galáxia, enquanto as partículas mais energéticas, além do ponto do joelho, seriam partículas extragalácticas.

Mais adiante no espectro pode-se ver uma região chamada de *ankle*, ou tornozelo. Uma possibilidade para explicar essa região é o resultado de uma população de partículas altamente energéticas se sobrepondo sobre uma população menos energética. Já o vale na região do ankle é devido à $\gamma p \rightarrow e^+ + e^-$, perda de energia dos prótons extragalácticos na radiação cósmica de micro-ondas a 2,7K.

5.3 Composição Primária

Uma vez conhecido o espectro de energia primário das partículas responsáveis pelo início do chuveiro, é de suma importância a identificação destas partículas.

Através de medidas diretas, Simon Swordy [31] fez uma estimativa da composição da radiação primária na faixa de energia de 10^{14} eV/partícula. Nos resultados obtidos por ele, temos que as partículas com maior abundância são prótons e átomos de hélio, havendo também a possibilidade de um CAE ser iniciado por outros átomos como o de ferro, porém este com menos frequência.

Para se estimar a composição primária para energias superiores a 10^{14} eV, é necessário a realização da medição de alguns parâmetros do chuveiro atmosférico e das famílias de hádrons e múons de forma indireta. Os parâmetros de um chuveiro atmosférico, utilizados para a derivação da composição primária são: a altitude em que o chuveiro alcança seu máximo desenvolvimento (X_M), a variação desta altitude com a energia primária, a dispersão $\Delta(X_M)$ de X_M , a variação do número de múons com o tamanho do chuveiro e a quantidade de hádrons de baixa energia atrasados.

A altitude em que o chuveiro alcança o seu máximo desenvolvimento, X_M com uma dada energia primária, depende tanto do comportamento da interação em altas energias quanto do número de massa primário. Desta forma temos que X_M é uma função da energia primária E_0 e do número de massa A e pode ser expresso como:

$$X_M = a \ln \left(\frac{E_0}{A} \right) + b \quad (5.4)$$

onde as constantes a e b dependem das características da interação em altas energias. Sendo assim, sabendo os valores de a , b , X_M (obtido experimentalmente) e da energia da partícula primária, é possível obter um valor aproximado para a massa da partícula primária.

Dentre os parâmetros utilizados para a determinação da composição primária está o número total de múons (N_μ). Para um chuveiro iniciado por prótons, o número total de múons varia com o tamanho do chuveiro (N_e) segundo a relação abaixo:

$$N_\mu = KN_e^\alpha \quad (5.5)$$

Já para um chuveiro iniciado por um núcleo de massa A , o número de múons no chuveiro obedece a relação abaixo:

$$N_\mu(A) = KA \left(\frac{N_e}{A} \right)^\alpha = KN_e^\alpha A^{1-\alpha} \quad (5.6)$$

Para múons de baixa energia (acima de algumas dezenas de GeV) temos $\alpha \geq 0,8$, enquanto para múons de alta energia ($>100\text{GeV}$) ele é $\sim 0,7$. Desta forma, temos que múons de alta energia são mais sensíveis à composição primária que os múons de baixa energia. Além do mais, múons de baixa energia se espalham ao longo de grandes distâncias (distância característica, $r_0 \sim 300m$), o que acaba tornando difícil a medição do seu número total dentro de um largo intervalo de energia primária sem ter que extrapolar a distribuição lateral tanto para pequenas quanto grandes distâncias. Múons de alta energia, entretanto, se mantêm dentro de uma distância de 100m a partir do centro e, portanto seu numero total pode ser estimado melhor.

5.4 Componentes de um chuvaire atmosférico extenso (CAE)

Ao longo de toda a trajetória de um CAE, são formados inúmeros tipos de partículas, podendo estas serem divididas em três grupos: componente eletrônica, componente hadrônica e componente muônica.

Das três componentes de um CAE, a componente eletromagnética é a principal delas. Esta componente é formada principalmente por três elementos: fótons (γ), elétrons (e^-) e pósitrons (e^+). Os fótons podem interagir com outros átomos principalmente através de três maneiras: efeito foto-elétrico, efeito Compton e produção de pares. Já o elétron através de duas: ionização e *bremsstrahlung*.

Um fóton ao se chocar com um elétron de um átomo, pode desprendê-lo completamente do núcleo de acordo com a sua energia e a energia de ligação do elétron. Caso o fóton possua energia igual ou superior à energia de ligação do elétron, ele acaba transferindo toda sua energia para o elétron, desprendendo-o do núcleo e fornecendo uma energia cinética igual ao restante da energia do fóton. Este processo é conhecido como efeito foto-elétrico.

Quando um fóton se choca com um elétron livre, através das leis de conservação de momento e de energia, há uma transferência de energia do fóton para o elétron, havendo uma deflexão na direção das partículas com relação à direção pré-colisão, caso o choque não seja frontal. Tal processo recebe o nome de efeito Compton.

Em um CAE, os fótons possuem energias bem superiores a 1MeV, o que permite a produção de pares e faz deste processo o principal processo de interação de fótons. Neste processo a interação do fóton com o campo eletromagnético do núcleo da origem a um elétron e a um pósitron.

Os elétrons presentes em um CAE podem dar origem a fótons através de um processo

conhecido como *bremsstrahlung*. Ao interagir com o campo eletromagnético de um átomo, o elétron sofre uma desaceleração e conseqüentemente uma queda em sua energia cinética, sendo esta energia é convertida em um fóton.

O processo de ionização ocorre quando o elétron incidente colide com o átomo arrancando um elétron da camada eletrônica. O resultado da interação é o aparecimento de um par elétron-ion.

Baseado nos processos de interações citados acima, têm-se o desenvolvimento e crescimento da parte eletromagnética do CAE. Tal componente é a principal responsável pelo espalhamento lateral do chuvaeiro que pode ser descrito a partir da equação de Nishimura-Kamata-Greisen (NKG).

$$\Delta(N_e, r) = \frac{N_e}{(2\pi r_0^2)} \frac{[\Gamma(4.5-s)]}{[\Gamma(s)\Gamma(4.5-2s)]} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{s-4.5} \quad (5.7)$$

onde obtemos a densidade de partículas por m² a uma distância r em um plano perpendicular ao eixo do chuvaeiro com número total de partículas Ne.

A segunda componente de um chuvaeiro atmosférico, e não menos importante que a eletromagnética, é a componente hadrônica, constituindo aproximadamente 1% de todas as partículas do chuvaeiro. Esta componente é formada logo após a interação da partícula incidente (por exemplo, um próton) com os átomos da atmosfera ocorrer. A componente hadrônica é constituída por basicamente três tipos de partículas: píons (π^\pm e π^0), cáons (K^\pm) e barions (p, n, etc), sendo os píons sempre em maior quantidade.

Grande parte dos hádrons possui um tempo médio de vida muito curto, sendo da ordem de $\tau \approx 10^{-17} s$. Os processos de interações dos hádrons durante a sua trajetória estão diretamente ligados à sua energia. Caso a energia seja alta, a probabilidade de colisão e de interação forte com outras partículas é alta. Caso contrário, os processos de decaimentos destas partículas será dominante sobre os processos de interações.

Tanto através das colisões como do decaimento, dar-se-ão origem a novas partículas. Os processos de decaimento dos hádrons podem ser resumidos através dos esquemas abaixo:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu \quad \text{onde } \nu \text{ representa um neutrino e } \mu^\pm \text{ um múon.}$$

$$K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu$$

$$\rightarrow \pi^\pm + \pi^0$$

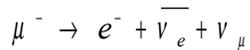
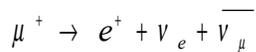
Como conseqüência do decaimento do pion neutro temos a origem de um dos principais

elementos da componente eletromagnética, o fóton, alimentando assim a componente eletromagnética.

Após o decaimento de alguns hádrons carregados, temos a formação de uma partícula conhecida como múon (μ^\pm). Esta nova partícula é a responsável pela terceira componente de um chuvaire atmosférico, a componente muônica.

Um múon, após ser criado, possui uma energia cinética muito alta. Por ser uma partícula que não sofre interações fortes, a principal forma pela qual perde energia é através de ionizações durante sua trajetória. Devido a este fato e também por possuir uma massa muito grande em relação ao elétron, o espalhamento lateral sofrido por um múon é praticamente zero, o que resulta em uma trajetória praticamente retilínea.

Assim como os píons, alguns múons também podem sofrer decaimento durante a sua trajetória, dando origem a novas partículas e dessa forma contribuindo para a ampliação do CAE. Tais decaimentos podem ser os seguintes:



Conhecendo as componentes de um CAE e a forma com que as partículas interagem, apresentamos na figura 5.2 um desenho esquemático do desenvolvimento de um chuvaire atmosférico extenso.

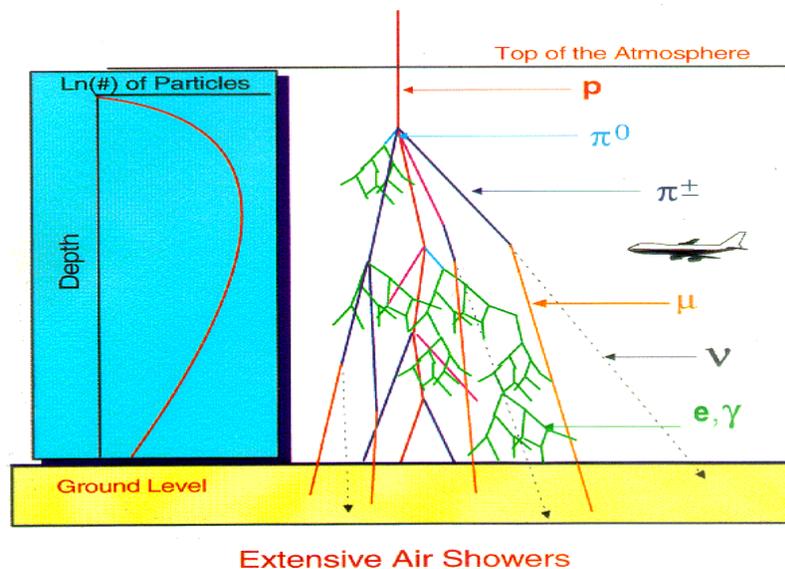


Figura 5.2: Diagrama da propagação de um CAE exibindo as partículas formadas [33]

6 Raios cósmicos na atmosfera

Um ponto de bastante interesse para o estudos de raios cósmicos, é a obtenção da intensidade [34] de partículas que atinge determinada região a uma certa altitude (g.cm^{-2}). No caso dos raios cósmicos, entende-se por intensidade o número de partículas que atravessam uma unidade de área por unidade de tempo.

Uma determinada partícula pode incidir sobre uma área sendo esta proveniente da região definida pelo hemisfério superior. Ao fixarmos uma dada direção de chegada, dizemos que a intensidade é unidirecional. Geralmente a intensidade unidirecional é caracterizada pelo ângulo zenital θ e pelo ângulo azimutal ϕ , ou seja, $j(\theta, \phi)$.

A intensidade omnidirecional é obtida quando integramos a intensidade unidirecional com relação à todas as direções sobre o hemisfério superior:

$$J = \int j(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (6.1)$$

A intensidade comumente calculada é a intensidade vertical [$j_v = J_{(\theta=0)}$], a partir da qual é possível obter a intensidade sobre qualquer ângulo θ , desconsiderando a fraca dependência azimutal, a partir da relação abaixo:

$$j(\theta, \phi) = j_v \cos^n \theta \quad (6.2)$$

Na equação acima, o expoente n está diretamente relacionada com o tipo de partícula que estamos analisando e varia de acordo com a energia da mesma.

O cálculo das intensidades das partículas são feitos para a obtenção do espectro diferencial de energia, por exemplo, de cada componente do chuva. A partir do mesmo, é possível obter a intensidade vertical de partículas para um determinado valor de energia ($\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{MeV}^{-1}$). Um novo tipo de espectro pode ser obtido ao integrarmos o espectro diferencial de energia a partir de uma dada energia em diante. Tal espectro recebe o nome de espectro integral de energia. A intensidade integral é dada por:

$$j(>E) = \int_E^{\infty} f(E') dE' \quad (6.3)$$

onde $f(E')$ é o espectro diferencial de energia.

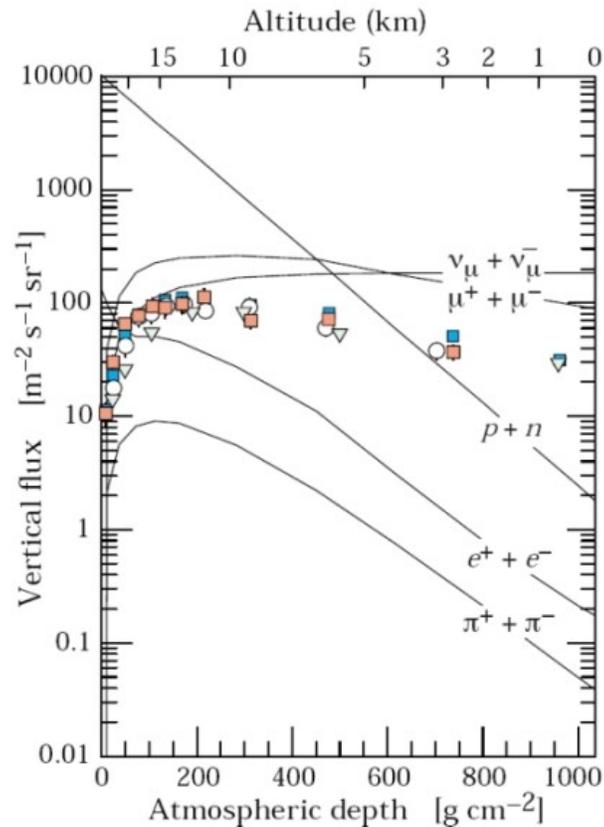


Figura 6.1: Variação do fluxo vertical de raios cósmicos isolados com a altitude [32]

6.1 Detecção de raios cósmicos

Para se obter o fluxo de raios cósmicos, é preciso realizarmos a detecção destas partículas. Esta detecção pode ser feita de duas maneiras: diretamente ou indiretamente.

As detecções diretas são feitas na alta atmosfera com detectores colocados em balões e em alguns casos em satélites espaciais. Estes balões são capazes de detectar as regiões em que os chuveiros alcançam o tamanho máximo (X_M), uma vez que este método é utilizado na faixa de energia entre 10^{11} e 10^{14} eV. Este tipo de detecção é possível quando a partícula primária possui energia neste intervalo, resultando em um pequeno chuveiro atmosférico que não alcança o solo terrestre.

Por sua vez, as detecções indiretas são realizadas em regiões de montanhas, ao nível do mar e até mesmo (para neutrinos e múons isolados) no subterrâneo. As medidas indiretas possuem dificuldades estatísticas para obter informações sobre o raio cósmico primário, pois o que é detectado é apenas uma amostragem de parte do chuveiro atmosférico extenso, sendo preciso a realização de

simulações de Monte Carlo para a reconstrução de todo o desenvolvimento do chuveiro e assim obter informações sobre a partícula primária.

Diferentes tipos de detectores são utilizados em experimentos de raios cósmicos. Dentre eles temos os detectores de luz Cerenkov, detectores de fluorescência atmosférica, detectores streamer limitado, câmaras de gás, detectores Geiger e cintiladores [35]

6.2 Fluxo de Raios Cósmicos

Com o intuito de estimar o fluxo de raios cósmicos presentes na cidade de São Paulo, estudamos experimentos realizados em diferentes regiões do planeta, nos quais foram medidos o fluxo de hádrons isolados (**single hadrons**), multi hádrons, múons e chuveiros atmosféricos extensos, em função da energia cinética e do momento de cada um deles.

Uma das dificuldades encontrada foi a de obtermos dados referentes à experiências realizadas na região de São Paulo ou em locais com aproximadamente a mesma altitude de São Paulo. Desta forma, utilizamos dados de experimentos realizados em outras altitudes e transportamos esses resultados experimentais para a altitude da cidade de São Paulo.

Um fato fundamental a ser destacado aqui é que na faixa de energia em que estamos trabalhando, $10^{11} - 10^{15}$ eV, a distribuição das partículas primárias incidentes sobre o globo terrestre se dá de maneira isotrópica, ou seja, distribui-se uniformemente sobre a superfície. Sendo assim, desprezando os pequenos efeitos do campo magnético terrestre para estas energias, podemos adotar os dados de experimentos realizados em qualquer latitude e longitude como sendo aproximadamente igual ao esperado em São Paulo, mediante alguns cuidados que devem ser tomados como será explicado mais adiante.

6.3 Hádrons isolados em São Paulo

Tendo em mente estes fatos, podemos fazer uma aproximação do fluxo de hádrons isolados (*single hadrons*) ao nível do mar em São Paulo como sendo semelhante fluxo determinado por diversos grupos de pesquisadores, onde no final faremos uma comparação dos resultados obtidos por eles.

Estudamos os dados mais recentes publicados pelos grupos KASCADE e EAS-TOP. O grupo Karlsruhe Shower Core and Array Detector-KASCADE esta situado na Alemanha, em

Forschungszentrum Karlsruhe, sendo uma das maiores instituições de pesquisa em ciência e engenharia da Europa, localizada na cidade de Karlsruhe.

Este grupo utilizou um protótipo de calorímetro [36] e posteriormente um calorímetro hadrônico [37] através dos quais foram registradas as quantidades de partículas que passaram pelo detector e mediante a energia depositada pelo hádron no mesmo, foi calculado o fluxo destas partículas. Os dados obtidos pelo grupo são apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 6.1: Dados do protótipo do calorímetro do grupo KADCADE [36]

Mean Energy (GeV)	Energy range (GeV)	Hadron number	Hadron flux ($\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{GeV}^{-1}$)
4.1	3.2-5.6	902	$(6.1 \pm 0.20) \times 10^{-2}$
7.2	5.6-10	5170	$(1.7 \pm 0.03) \times 10^{-2}$
13	10-18	7335	$(4.8 \pm 0.06) \times 10^{-3}$
23	18-32	8365	$(9.8 \pm 0.10) \times 10^{-4}$
41	32-56	9420	$(2.0 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
72	56-100	7840	$(3.9 \pm 0.05) \times 10^{-5}$
129	100-178	4595	$(7.7 \pm 0.11) \times 10^{-6}$
229	178-316	1980	$(1.4 \pm 0.03) \times 10^{-6}$
407	316-562	853	$(3.2 \pm 0.11) \times 10^{-7}$
724	562-1000	361	$(7.4 \pm 0.40) \times 10^{-8}$
1290	1000-1780	122	$(1.4 \pm 0.13) \times 10^{-8}$
2290	1780-3160	48	$(2.9 \pm 0.41) \times 10^{-9}$
4070	3160-5620	13	$(4.2 \pm 1.20) \times 10^{-10}$
7240	5620-10000	2	$(3.3 \pm 2.30) \times 10^{-11}$
12900	10000-17800	1	$(0.9 \pm 0.90) \times 10^{-11}$

Tabela 6.2: Dados do calorímetro do grupo KASCADE [37]

$\log(E_{\text{Had}}/\text{GeV})$	Number of Hadrons	Hadron Flux ($\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{GeV}^{-1}$)
2.1	834920	$(0.20 \pm 0.03) \times 10^{-5}$
2.3	693430	$(0.71 \pm 0.11) \times 10^{-6}$
2.5	481890	$(0.26 \pm 0.04) \times 10^{-6}$
2.7	252110	$(0.79 \pm 0.12) \times 10^{-7}$
2.9	113930	$(0.21 \pm 0.04) \times 10^{-7}$
3.1	39510	$(0.44 \pm 0.10) \times 10^{-8}$
3.3	13220	$(0.89 \pm 0.22) \times 10^{-9}$
3.5	4400	$(0.18 \pm 0.04) \times 10^{-9}$
3.7	1515	$(0.37 \pm 0.10) \times 10^{-10}$
3.9	450	$(0.70 \pm 0.17) \times 10^{-11}$
4.1	145	$(0.14 \pm 0.04) \times 10^{-11}$
4.3	23	$(0.12 \pm 0.04) \times 10^{-12}$
4.5	4	$(0.11 \pm 0.07) \times 10^{-13}$
4.7	2	$(0.24 \pm 0.32) \times 10^{-14}$

Os dados apresentados nas tabelas acima se referem aos hádrons como um todo, onde foram englobados, nêutrons (maior porcentagem dos hádrons), prótons, píons, núcleos e outros tipos de partículas hadrônicas.

Outro grupo de pesquisa que também obteve dados a respeito de hádrons isolados foi o grupo EAS-TOP, cujas medidas foram tomadas a uma altitude de 820g/cm². O grupo EAS-TOP se localizava na Itália, na região do Gran Sasso, onde esteve em atividade por vários anos.

Depois de tomadas e analisadas todas as medidas, o grupo EAS-TOP obteve os seguintes resultados que são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 6.3: Dados do fluxo de hádrons isolados por EAS-TOP [38]

Mean Energy (GeV)	E ₀ (GeV)	E ₁ (GeV)	Hadron numbers	S _{had} (m ² .s.sr.GeV) ⁻¹	Δ(S _{had}) (m ² .s.sr.GeV) ⁻¹
41	32	56	10222	0.12x10 ⁻²	0.12 x10 ⁻⁴
73	56	100	12875	0.27 x10 ⁻³	0.24 x10 ⁻⁵
129	100	178	9506	0.60 x10 ⁻⁴	0.63 x10 ⁻⁶
229	178	316	4930	0.14 x10 ⁻⁴	0.21 x10 ⁻⁶
408	316	562	2174	0.29 x10 ⁻⁵	0.66 x10 ⁻⁷
726	562	1000	802	0.47 x10 ⁻⁶	0.18 x10 ⁻⁷
1290	1000	1778	299	0.92 x10 ⁻⁷	0.56 x10 ⁻⁸
2295	1778	3162	119	0.17 x10 ⁻⁷	0.16 x10 ⁻⁸
4081	3162	5623	44	0.26 x10 ⁻⁸	0.46 x10 ⁻⁹
7257	5623	10000	23	0.84 x10 ⁻⁹	0.18 x10 ⁻⁹
12904	10000	17783	12	0.14 x10 ⁻⁹	0.49 x10 ⁻¹⁰
22945	17783	31623	3	0.55 x10 ⁻¹⁰	0.39 x10 ⁻¹⁰

Com os dados das tabelas acima, construímos um gráfico do fluxo pela energia (flux vs. Energy), veja figura 6.2. Como somente o grupo EAS-TOP realizou medidas acima do nível do mar, fizemos uma conversão do fluxo a 820g/cm² para 1030g/cm², ou seja, para o nível do mar. Esta conversão se dá através da equação abaixo:

$$I(x) = I_0 e^{\frac{-(\Delta x)}{\lambda}} \quad (6.4)$$

onde Δx é a diferença entre profundidade da região de interesse e a região onde foram realizadas as medidas, λ é o coeficiente do comprimento de atenuação. Consideramos λ que para os hádrons igual a 110g/cm².

Assim obtivemos a seguinte figura.

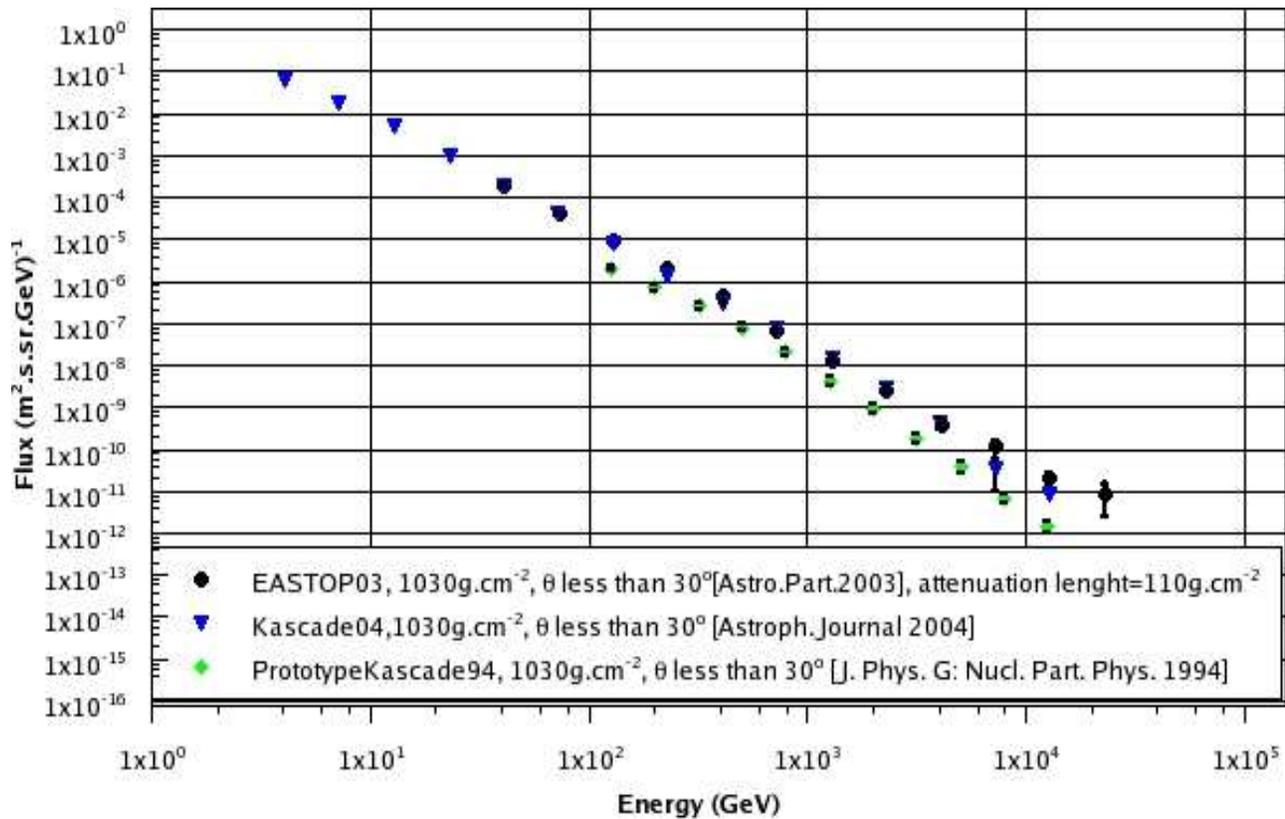


Figura 6.2: Espectros de hádrons isolados obtidos pelos grupos KASCADE e EAS-TOP

Pelos dados do gráfico da figura 6.2, os resultados obtidos pelo grupo EAS-TOP estão bastante de acordo com aqueles obtidos pelo calorímetro do grupo KASCADE, portanto adotamos estes dados como sendo o fluxo de hádrons ao nível do mar no estado de São Paulo. O grupo EAS-TOP ajustou aos dados experimentais uma função de potência e obteve o seguinte resultado:

$$S_h(E_h) = (2,25 \pm 0,21) \times 10^{-7} \times \left(\frac{E_h}{1000} \right)^{-(2,79 \pm 0,05)} m^{-2} s^{-1} sr^{-1} GeV^{-1} \quad (6.5)$$

Ao fazermos o mesmo tipo de conversão dos dados do EAS-TOP para a altitude de São Paulo, 760m (940g/cm²), obtivemos os dados da tabela abaixo e o gráfico seguinte.

Tabela 6.4: Fluxo estimado de hádrons em São Paulo

Mean Energy (GeV)	S_{had} (m ² .s.sr.GeV) ⁻¹	$\Delta(S_{had})$ (m ² .s.sr.GeV) ⁻¹
41	4.03x10 ⁻⁴	4.03x10 ⁻⁶
73	9.07x10 ⁻⁵	8.06x10 ⁻⁷
129	2.02x10 ⁻⁵	2.12x10 ⁻⁷
229	4.70x10 ⁻⁶	7.05x10 ⁻⁸

Mean Energy (GeV)	S_{had} ($m^2 \cdot s \cdot sr \cdot GeV$) ⁻¹	$\Delta(S_{had})$ ($m^2 \cdot s \cdot sr \cdot GeV$) ⁻¹
408	9.74×10^{-7}	2.22×10^{-8}
726	1.58×10^{-7}	6.05×10^{-9}
1290	3.09×10^{-8}	1.88×10^{-9}
2295	5.71×10^{-9}	5.37×10^{-10}
4081	8.73×10^{-10}	1.55×10^{-10}
7257	2.82×10^{-10}	6.05×10^{-11}
12904	4.70×10^{-11}	1.65×10^{-11}
22945	1.85×10^{-11}	1.31×10^{-11}

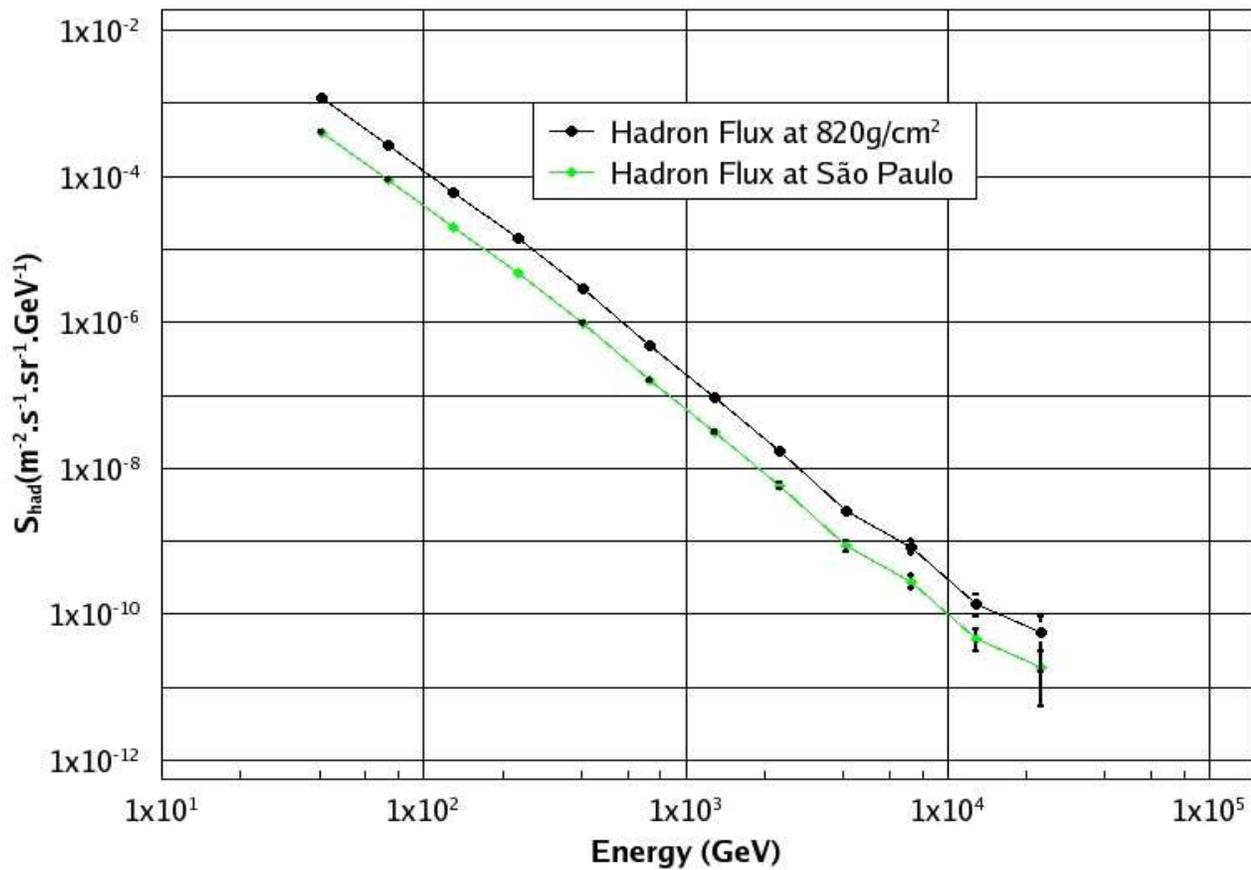


Figura 6.3: Fluxo estimado de hádrons na cidade de São Paulo (940g/cm²)

Utilizando pacote de análise de dados ROOT [39], fizemos um ajuste aos pontos da figura 6.4, o que resultou como melhor ajuste a equação abaixo.

$$S_h(E_h) = (7,91 \pm 0,11) \times 10^{-8} \times \left(\frac{E_h}{1000} \right)^{(-2,68 \pm 0,01)} \quad m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1} \cdot GeV^{-1} \quad (6.6)$$

Para realizarmos a integração da função acima em relação a direção de incidência da partícula precisamos conhecer a sua dependência angular. Experimentalmente, constata-se uma dependência do fluxo de partículas em relação ao ângulo zenital (θ) de incidência das mesmas. Quando uma partícula incide sobre a Terra com ângulo θ com relação à vertical, o caminho a percorrer pela partícula é maior do que se a partícula estivesse incidindo perpendicularmente ($\theta = 0^\circ$), deixando claro que há uma dependência do fluxo de partículas com relação ao ângulo de incidência. Esta dependência angular no fluxo de partículas é dada por:

$$I(\theta) = I(0^\circ) \cos^n \theta \quad (6.7)$$

Na equação acima, temos que $I(0^\circ)$ é o fluxo de partículas que incidem verticalmente sobre a Terra e o índice n varia de acordo com a energia da partícula incidente. Para os prótons, temos que o valor de $n=5,7$ e esta dependência é mostrada na figura 6.4.

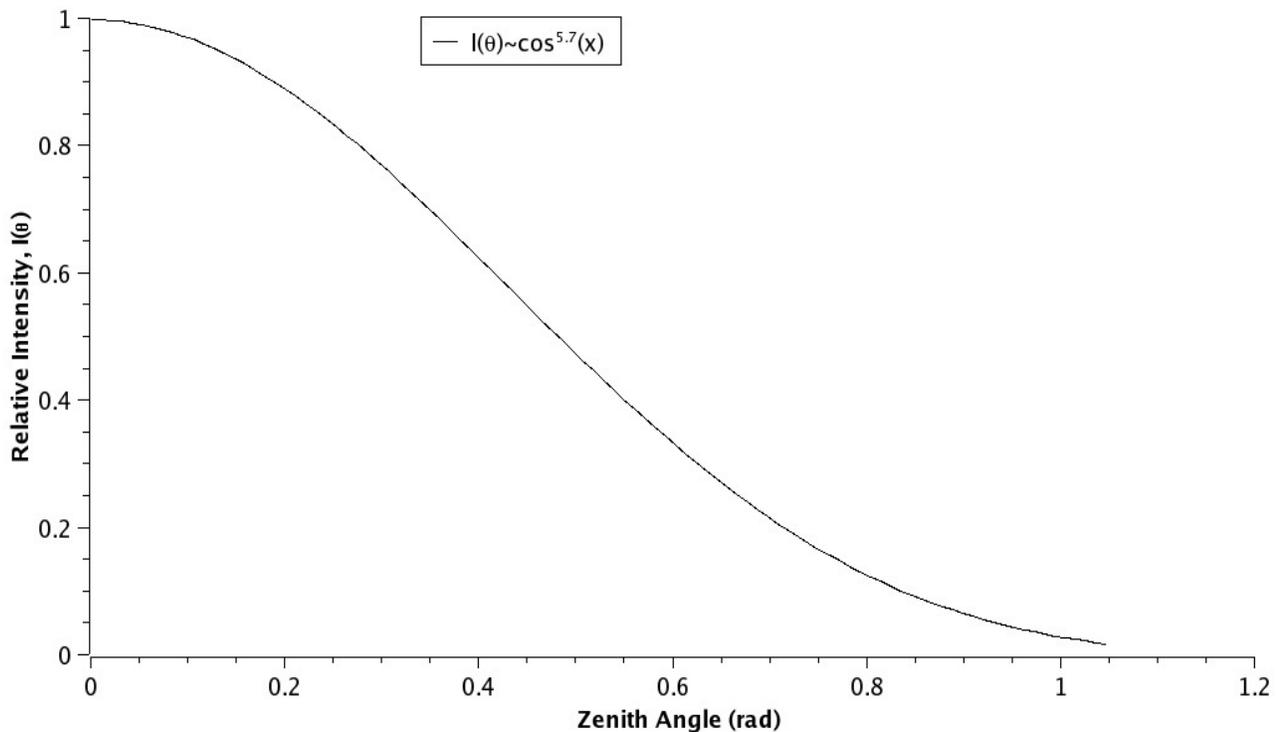


Figura 6.4: Distribuição angular zenital para os prótons [40]

6.4 Fluxo de Múons em São Paulo

Quando se trata de múons, os experimentos realizados são muitos devido à facilidade de detecção de tal partícula, o que facilita a comparação dos resultados obtidos e aumenta a fidelidade dos mesmos.

Como descrito inicialmente, os múons são partículas que não sofrem interação forte e devido a isto, a deflexão sofrida por eles é muito baixa. Múons de baixa energia possivelmente sofrerão uma deflexão que acarretaria em erros consideráveis no final do experimento, porém na faixa de energia por nos considerada, as deflexões não são tão catastróficas.

Levando em conta este fato, novamente iremos aproximar o fluxo vertical de múons obtidos em experimentos do mundo todo como sendo aproximadamente o esperado na cidade de São Paulo.

Utilizamos dados do experimento realizado pelo espectrômetro Bess-TeV [41] em Tsukuba, Japão. Abaixo apresentamos os dados referentes ao fluxo de múons ao nível do mar em Tsukuba e ao nível de São Paulo.

Tabela 6.5: Dados do fluxo de múons $[(\text{cm.s.sr.}(\text{GeV}/c))^{-1}]$ ao nível do mar (Tsukuba) e em São Paulo

Mean Momentum (GeV/c)	Flux at sea level (Tsukuba)	Flux at São Paulo	Mean Momentum (GeV/c)	Flux at sea level (Tsukuba)	Flux at São Paulo
0.599	$(2.59 \pm 0.03) \times 10^{-3}$	$(3.66 \pm 0.04) \times 10^{-3}$	6.98	$(2.17 \pm 0.02) \times 10^{-4}$	$(3.06 \pm 0.03) \times 10^{-4}$
0.645	$(2.55 \pm 0.03) \times 10^{-3}$	$(3.60 \pm 0.04) \times 10^{-3}$	7.52	$(1.89 \pm 0.01) \times 10^{-4}$	$(2.67 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
0.694	$(2.51 \pm 0.03) \times 10^{-3}$	$(3.54 \pm 0.04) \times 10^{-3}$	8.10	$(1.60 \pm 0.02) \times 10^{-4}$	$(2.26 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
0.748	$(2.42 \pm 0.03) \times 10^{-3}$	$(3.42 \pm 0.04) \times 10^{-3}$	8.72	$(1.41 \pm 0.01) \times 10^{-4}$	$(2.00 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
0.806	$(2.39 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	$(3.37 \pm 0.03) \times 10^{-3}$	9.40	$(1.22 \pm 0.01) \times 10^{-4}$	$(1.72 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
0.869	$(2.31 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(3.26 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	10.1	$(1.02 \pm 0.01) \times 10^{-4}$	$(1.44 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
0.934	$(2.27 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(3.20 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	10.9	$(8.75 \pm 0.1) \times 10^{-5}$	$(1.24 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
1.01	$(2.16 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(3.05 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	11.8	$(7.62 \pm 0.09) \times 10^{-5}$	$(1.08 \pm 0.01) \times 10^{-4}$
1.08	$(2.06 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.91 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	12.7	$(6.32 \pm 0.08) \times 10^{-5}$	$(8.92 \pm 0.12) \times 10^{-5}$
1.17	$(1.98 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.80 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	13.6	$(5.38 \pm 0.08) \times 10^{-5}$	$(7.60 \pm 0.11) \times 10^{-5}$
1.26	$(1.90 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.68 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	14.7	$(4.46 \pm 0.06) \times 10^{-5}$	$(6.30 \pm 0.09) \times 10^{-5}$
1.36	$(1.83 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.58 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	15.8	$(3.81 \pm 0.06) \times 10^{-5}$	$(5.38 \pm 0.08) \times 10^{-5}$
1.46	$(1.74 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.46 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	17.1	$(3.16 \pm 0.05) \times 10^{-5}$	$(4.46 \pm 0.06) \times 10^{-5}$
1.57	$(1.63 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.29 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	18.4	$(2.64 \pm 0.04) \times 10^{-5}$	$(3.73 \pm 0.06) \times 10^{-5}$
1.70	$(1.58 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.23 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	19.8	$(2.18 \pm 0.04) \times 10^{-5}$	$(3.08 \pm 0.02) \times 10^{-5}$
1.83	$(1.46 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(2.06 \pm 0.02) \times 10^{-3}$	22.1	$(1.69 \pm 0.01) \times 10^{-5}$	$(2.39 \pm 0.02) \times 10^{-5}$
1.97	$(1.37 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(1.93 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	25.6	$(1.17 \pm 0.01) \times 10^{-5}$	$(1.66 \pm 0.01) \times 10^{-5}$
2.12	$(1.27 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(1.80 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	29.7	$(8.00 \pm 0.08) \times 10^{-6}$	$(1.13 \pm 0.01) \times 10^{-5}$

Mean Momentum (GeV/c)	Flux at sea level (Tsukuba)	Flux at São Paulo	Mean Momentum (GeV/c)	Flux at sea level (Tsukuba)	Flux at São Paulo
2.28	$(1.17 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(1.66 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	34.5	$(5.19 \pm 0.06) \times 10^{-6}$	$(7.33 \pm 0.08) \times 10^{-6}$
2.46	$(1.09 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(1.54 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	40.1	$(3.56 \pm 0.04) \times 10^{-6}$	$(5.03 \pm 0.06) \times 10^{-6}$
2.65	$(1.01 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	$(1.42 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	46.5	$(2.35 \pm 0.03) \times 10^{-6}$	$(3.32 \pm 0.04) \times 10^{-6}$
2.86	$(9.11 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	$(1.29 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	54.0	$(1.57 \pm 0.02) \times 10^{-6}$	$(2.21 \pm 0.03) \times 10^{-6}$
3.08	$(8.31 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	$(1.17 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	62.7	$(1.03 \pm 0.02) \times 10^{-6}$	$(1.45 \pm 0.03) \times 10^{-6}$
3.32	$(7.48 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	$(1.06 \pm 0.01) \times 10^{-3}$	72.8	$(6.89 \pm 0.14) \times 10^{-7}$	$(9.73 \pm 0.20) \times 10^{-7}$
3.57	$(6.85 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	$(9.67 \pm 0.08) \times 10^{-4}$	84.4	$(4.48 \pm 0.10) \times 10^{-7}$	$(6.32 \pm 0.15) \times 10^{-7}$
3.85	$(6.07 \pm 0.05) \times 10^{-4}$	$(8.57 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	98.8	$(2.72 \pm 0.08) \times 10^{-7}$	$(3.84 \pm 0.11) \times 10^{-7}$
4.14	$(5.39 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	$(7.61 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	118.0	$(1.64 \pm 0.06) \times 10^{-7}$	$(2.31 \pm 0.08) \times 10^{-7}$
4.47	$(4.85 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	$(6.85 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	147.0	$(7.91 \pm 0.35) \times 10^{-8}$	$(1.12 \pm 0.05) \times 10^{-7}$
4.81	$(4.28 \pm 0.03) \times 10^{-4}$	$(6.04 \pm 0.05) \times 10^{-4}$	184.0	$(3.98 \pm 0.23) \times 10^{-8}$	$(5.62 \pm 0.32) \times 10^{-8}$
5.18	$(3.77 \pm 0.03) \times 10^{-4}$	$(5.32 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	229.0	$(1.93 \pm 0.14) \times 10^{-8}$	$(2.72 \pm 0.20) \times 10^{-8}$
5.58	$(3.33 \pm 0.03) \times 10^{-4}$	$(4.70 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	286.0	$(9.71 \pm 0.89) \times 10^{-9}$	$(1.37 \pm 0.13) \times 10^{-8}$
6.01	$(2.87 \pm 0.03) \times 10^{-4}$	$(4.05 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	359.0	$(5.01 \pm 0.57) \times 10^{-9}$	$(7.07 \pm 0.81) \times 10^{-9}$
6.48	$(2.57 \pm 0.03) \times 10^{-4}$	$(3.63 \pm 0.04) \times 10^{-4}$			

Com os dados da Tabela 6.5, fizemos um gráfico do fluxo em Tsukuba e o estimado na cidade de São Paulo.

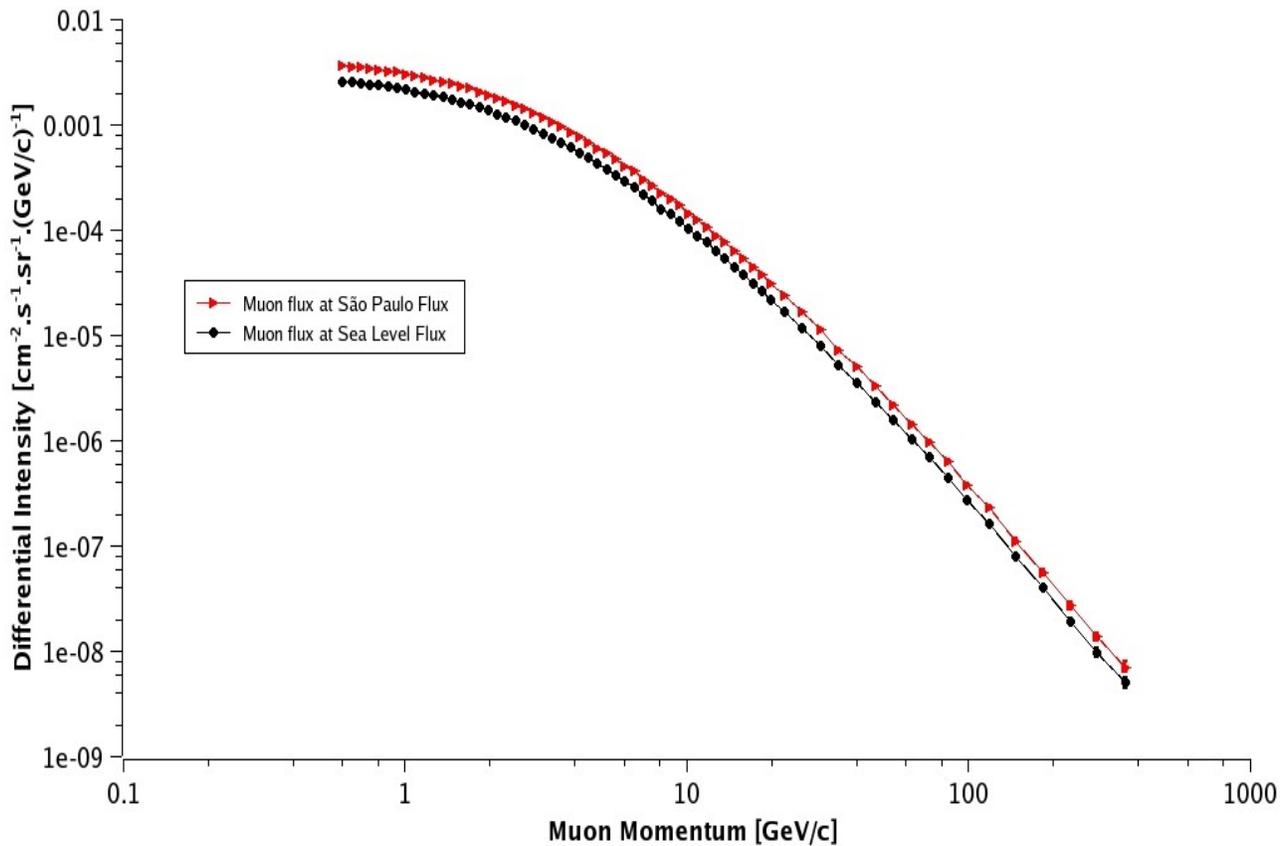


Figura 6.5: Espectro diferencial do fluxo de múons ao nível do mar e na cidade de São Paulo

Novamente, utilizando o ROOT, fizemos um ajuste aos dados calculados para São Paulo e a equação obtida que melhor se ajustou aos dados é a apresentada a seguir.

$$\frac{d\phi_0(E)}{dE} = \sum_{j=1}^3 10^{\wedge} (a_j (\ln(E))^2 + b_j \ln(E) + c_j) \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot (\text{GeV}/c)^{-1} \quad (6.8)$$

Tabela 6.6: Valores dos parâmetros do ajuste do fluxo de múons, equação 6.8.

j	a_j	b_j	c_j
1	$(-6.55 \pm 0.43) \cdot E^{-2}$	$(-5.01 \pm 0.21) \cdot E^{-1}$	-3.02 ± 0.03
2	-0.15 ± 0.01	-0.15 ± 0.02	-2.92 ± 0.01
3	-0.30 ± 0.01	0.05 ± 0.02	-3.05 ± 0.03

Tendo esta curva como ajuste ao espectro diferencial de múons, podemos fazer estimativas do fluxo de partículas que atravessam uma determinada região com uma dada energia.

Da mesma maneira que para os hádrons isolados, a dependência angular zenital do fluxo de múons é dado pela equação 6.7.

A dependência de n com a energia é mostrada na figura abaixo.

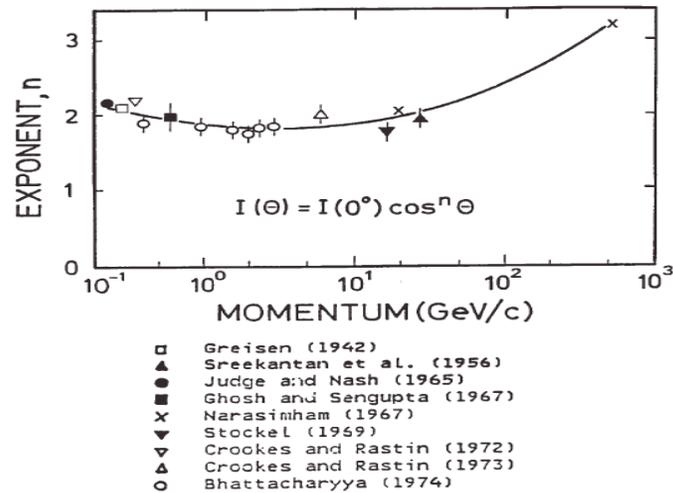


Figura 6.6: Dependência de n com a energia da partícula [42].

Para múons de alguns GeV, o valor do índice n é de $n=1,85 \pm 0,10$ enquanto para energias menores, n é um pouco mais alto. Para energias mais altas, o fluxo passa a ser proporcional a $\sec(\theta)$.

6.5 Rigidez Geomagnética (Cutoff Geomagnético)

Ao efetuarmos os cálculos para o fluxo de partículas na cidade de São Paulo, é preciso levar em consideração um fator relevante que causará um certo desvio entre os valores calculados e o que é esperado experimentalmente, a rigidez geomagnética.

As partículas carregadas ao entrarem na magnetosfera da terra, interagem com o seu campo magnético. A trajetória das mesmas é afetada por este campo e caso as partículas possuam uma baixa rigidez magnética, ou seja, baixo momento por unidade de carga, elas serão arremessadas de volta por este campo, sendo incapazes de adentrar em nossa atmosfera.

Devido ao fato de que o campo magnético terrestre não é uniforme, há em cada ponto de incidência das partículas, valores limites da rigidez magnética chamados de *cutoff* geomagnético. Isso significa que para diferentes valores de latitude e longitude em que a partícula incide sobre a terra, haverá diferentes valores de *cutoff* (ver figura 6.7).

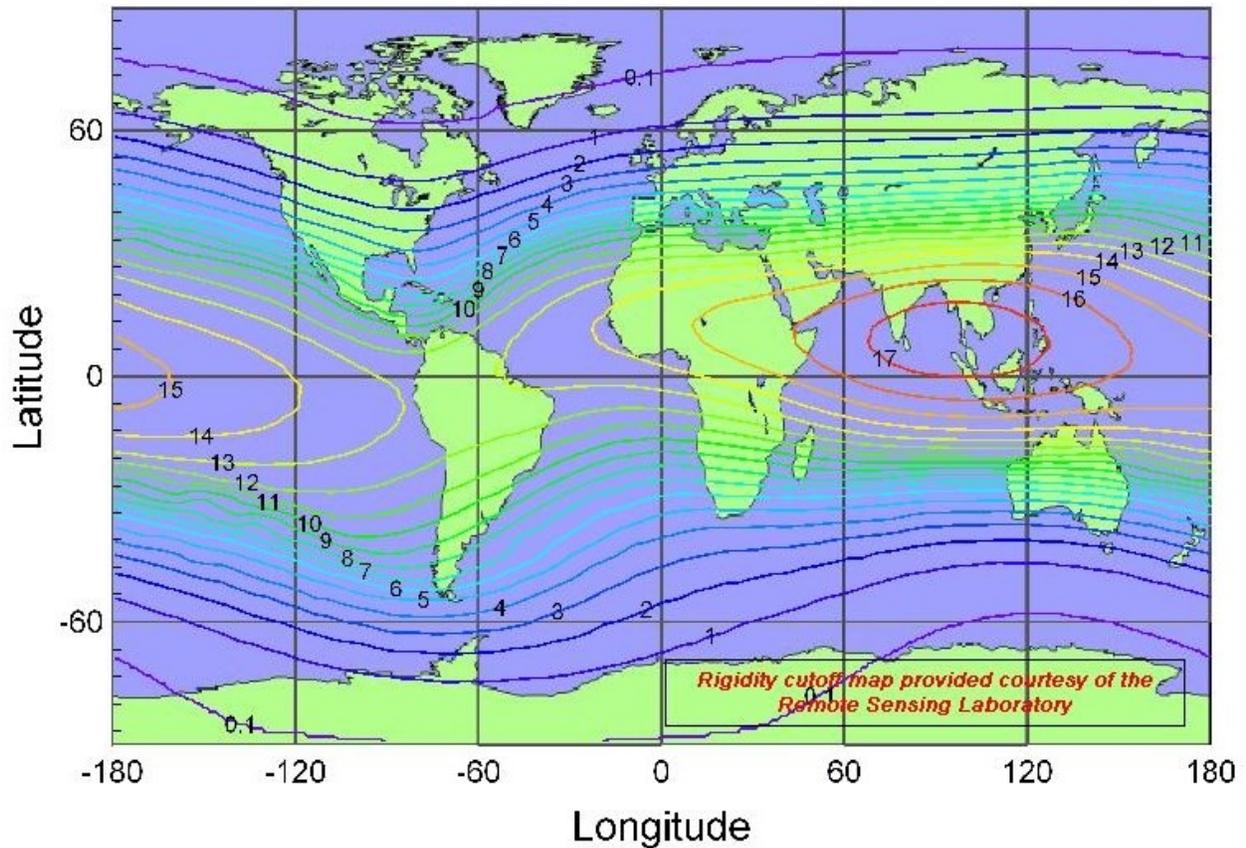


Figura 6.7: Cutoff geomagnético em função da latitude e longitude [43]

Por definição, a rigidez geomagnética é a energia mínima necessária que a partícula incidente sobre a magnetosfera deve ter para que consiga vencer a barreira magnética da Terra e atingir o nível do mar neste local. A rigidez geomagnética é dada em unidades de GV (Giga Volts).

Os cálculos do fluxo de partículas para a altitude de São Paulo foram feitos com os dados experimentais de grupos situados em diferentes regiões do mundo, implicando valores de *cutoff* geomagnéticos diferentes daquele que há em São Paulo.

O erro que surge quando realizado os cálculos é devido ao fato de que em uma região X onde o valor do *cutoff* é menor que de uma região Y, haverá uma quantidade maior de partículas capazes de vencer a barreira magnética terrestre e assim haverá um fluxo maior de partículas ao nível do mar da região X que da região Y, ou em qualquer outra altitude.

As medidas experimentais para o fluxo de hádrons isolados foram feitas na região do Gran Sasso, Itália, onde o *cutoff* geomagnético é da ordem de 6GV. Já os dados do fluxo de múons foram coletados em Tsukuba, Japão, sendo o *cutoff* de aproximadamente 11,4GV

A cidade de São Paulo encontra-se em uma região onde o *cutoff* está entre 10GV e 11GV, valor este que difere das regiões onde foram tomadas as medidas, resultando em um desvio dos valores reais de fluxo. Porém este desvio irá depender do tipo da partícula que estamos interessados e da faixa de energia em que elas se encontram.

Para o fluxo de múons devemos levar em consideração algumas características da partícula e a finalidade pela qual estamos interessados no fluxo. Devido ao fato de que estas partículas não sofrem interação forte, são bastante pesadas e possuem uma energia cinética alta, elas acabam interagindo pouco com a matéria. Para gerar algum ruído significativo na antena, seria preciso um número alto de múons bem localizados, o que é algo bastante difícil de ocorrer. Levando em conta isto e o fato de que o valor do *cutoff* entre São Paulo e Tsukuba são bastante próximo, temos um desvio de aproximadamente 3%.

Por fim, temos o fluxo de hádrons isolados calculado com os dados do grupo EAS-TOP (região de Gran Sasso, Itália) que há uma certa diferença no valor do *cutoff* e por isso temos um desvio que gira em torno de 15%. Apesar de termos apresentado acima dados do grupo KASCADE, não optamos pela adoção destes dados pois o erro estaria em torno de 34% devido a uma diferença de rigidez maior que com relação a Gran Sasso.

Estes erros são apenas com relação à diferença de localidades, não estando inclusos os erros estatísticos e sistemáticos das medidas. É importante enfatizar a necessidade da realização de todo esse procedimento devido à falta de medidas em São Paulo.

7 Simulação do depósito de energia na esfera

7.1 Metodologia adotada

O detector de ondas gravitacionais Mário Schenberg está localizado em um dos prédios do IF-USP (Instituto de Física da Universidade de São Paulo, na cidade de São Paulo), pesando 1,15 toneladas e com 65 cm de diâmetro. Tal detector, a fim de atingir sua sensibilidade máxima possui vários tipos de mecanismos e sistemas a serem instalados com o intuito de reduzir os ruídos provenientes de diversas fontes.

Um dos sistemas a ser instalado é conhecido como veto de Raios Cósmicos, como o existente na antena gravitacional NAUTILUS, na Itália. O veto para o detector Schenberg será constituído por quatro detectores de partículas utilizando cintiladore plástico e uma foto-multiplicadora cada. O intuito do veto é fazer uma medição do número de partículas que atravessam a antena gravitacional, geradas por raios cósmicos, e a partir daí calcular o sinal-ruído gerado ns transdutores acoplados à antena.

Um dos objetivos deste trabalho é realizar a passagem de tais partículas por todo o prédio em que se encontra a antena gravitacional, calcular a energia depositada por estas na antena e estimar a taxa esperada de partículas incidentes sobre a esfera que geram um sinal acima do limiar de detecção da antena.

Como não é possível estudar o processo de passagem das partículas pela matéria analiticamente, a grande quantidade de diferentes partículas envolvidas e os vários processos de interações possíveis fazem com que a utilização do método de Monte Carlo [44] seja o método mais adequado para a realização deste estudo.

Desta maneira, utilizamos o pacote de simulação de Monte Carlo Geant4 [12] desenvolvido pelo CERN, cuja finalidade é realizar a passagem de partículas por meio materiais e obter diversas informações como as interações ocorridas, seções de choques, livres caminhos médio, dE/dX , entre outras informações.

7.2 Criação da geometria no Geant4

O Geant4 é uma plataforma que faz uso de programação orientada a objeto em C++. Baseado nisto, partimos de um exemplo pronto e realizamos inúmeras alterações no código. Sendo que estas

alterações foram realizadas com o intuito de construirmos de forma simplificada a geometria do prédio da USP em que se localiza a antena gravitacional Mário Schenberg. Dentre as alterações realizadas estão também a criação do aparato de amortecimento da esfera, a física de interações que ocorrem através da interação partícula-matéria e obtenção da energia perdida (dE/dX) na esfera por evento.

A construção de toda a geometria utilizada na simulação foi baseada em fotos do prédio e em figuras que possuíam as dimensões exatas da estrutura onde se localiza a esfera. As imagens tomadas por base na obtenção das dimensões das estruturas são apresentadas nas figuras 7.1, 7.2 e 7.3:

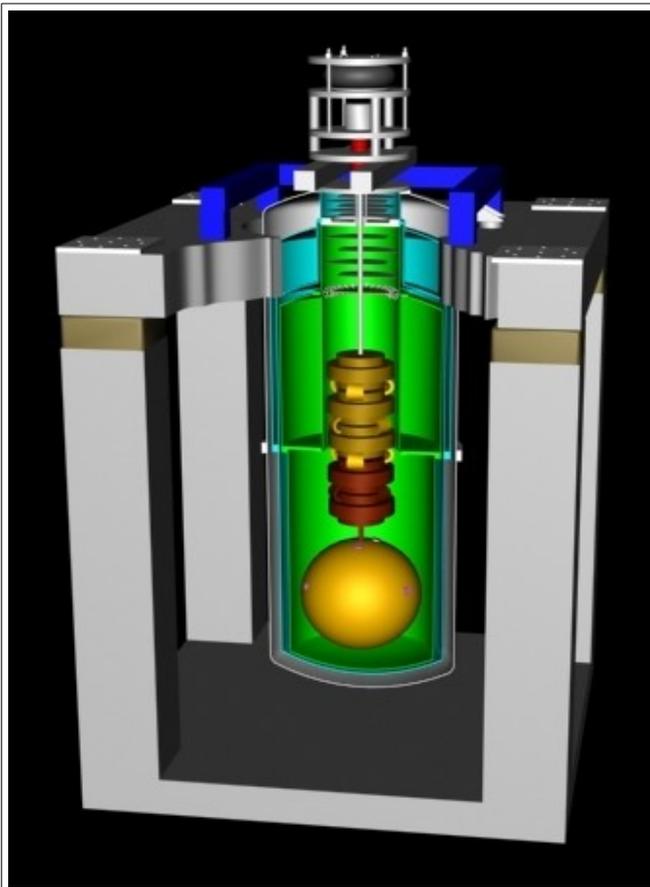


Figura 7.1: Câmara do detector Schenberg

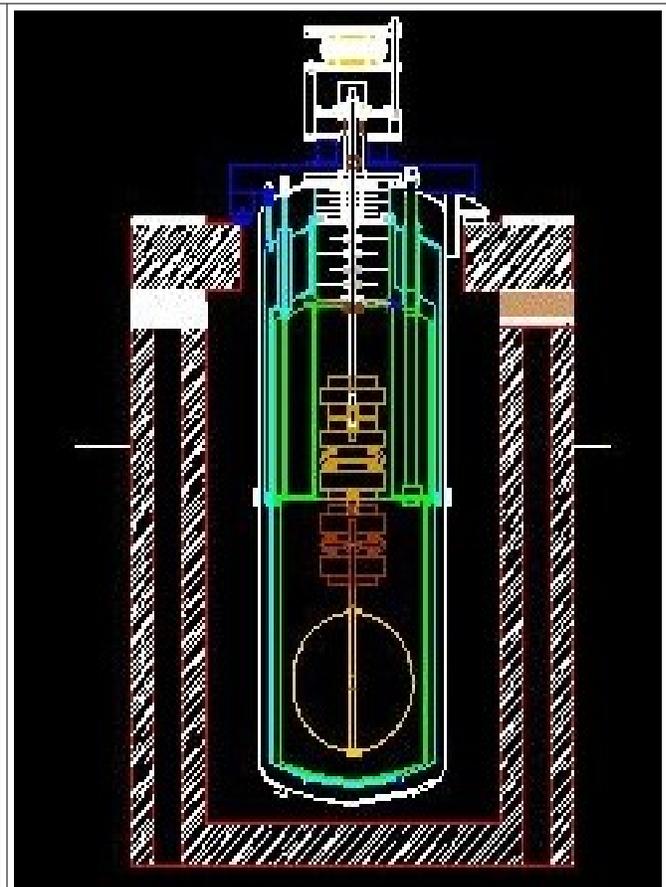


Figura 7.2: Visão frontal da câmara



Figura 7.3: Prédio Mario Schenberg na USP de Sao Paulo, onde se encontra o detector.

Para cada uma das estruturas construídas foram usados diferentes materiais e dimensões. O resultado da construção pode ser observado nas figuras 7.4 e 7.5.

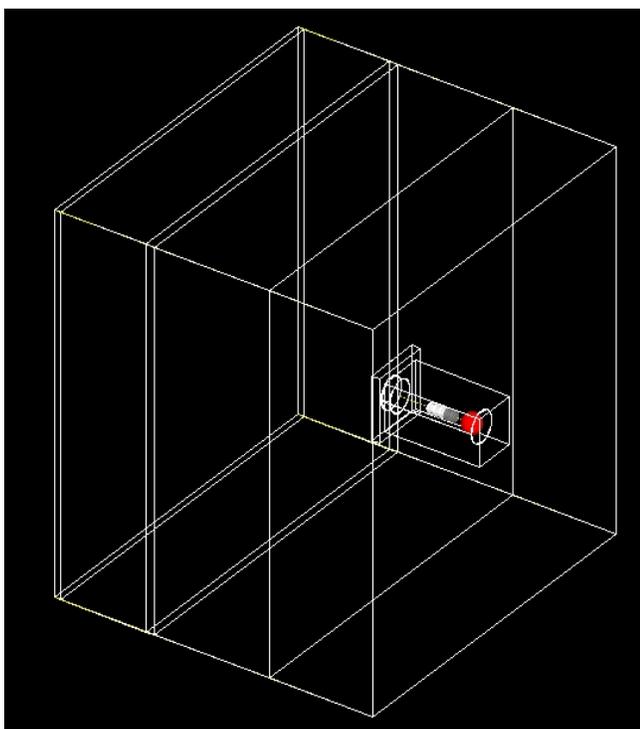


Figura 7.4: Visão do simulador rotacionada

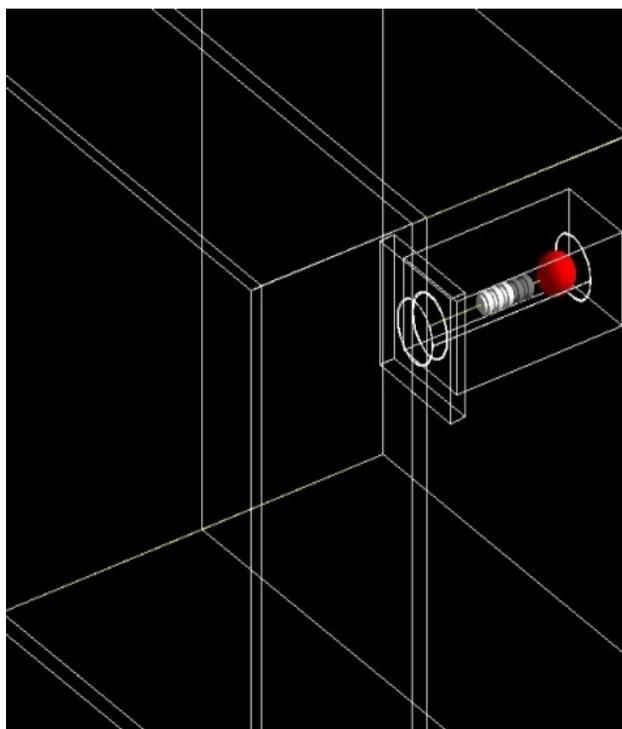


Figura 7.5: Visão ampliada do simulador

Abaixo apresentamos a Tabela 7.1 com os dimensões das estruturas utilizadas e o material de cada uma delas. Na primeira coluna desta tabela consta a numeração das regiões que estão mostradas na figura 7.6.

Tabela 7.1: Dimensões e materiais utilizados na simulação.

<i>Número</i>	<i>Estrutura</i>	<i>Altura</i>	<i>Comprimento x Largura</i>	<i>Raio</i>	<i>Material</i>
1	Lage	20cm	12x12m	-	concreto
2	1° Andar	3m	12x12m	-	ar
3	Lage	30cm	12x12m	-	concreto
4	Térreo	4m	12x12m	-	ar
5	Base do prédio	3.6m	12x12m	-	concreto
6	Tampa da câmara	30cm	2x2m	-	concreto
7	Haste de suporte	1m	-	1 cm	Aço Inoxidável 304
8	Amortecedores	5/8/5cm	-	13/18cm	Cobre puro(3)/Liga(2)
9	Haste de suporte	20cm	-	1 cm	Cobre puro
10	Esfera	65cm	-	32.5cm	Liga(94%Cu e 6%Al)
11	Câmara criogênica	2.85m	-	48cm	Alumínio
12	Câmara	3.3m	0.75x0.75m	-	ar

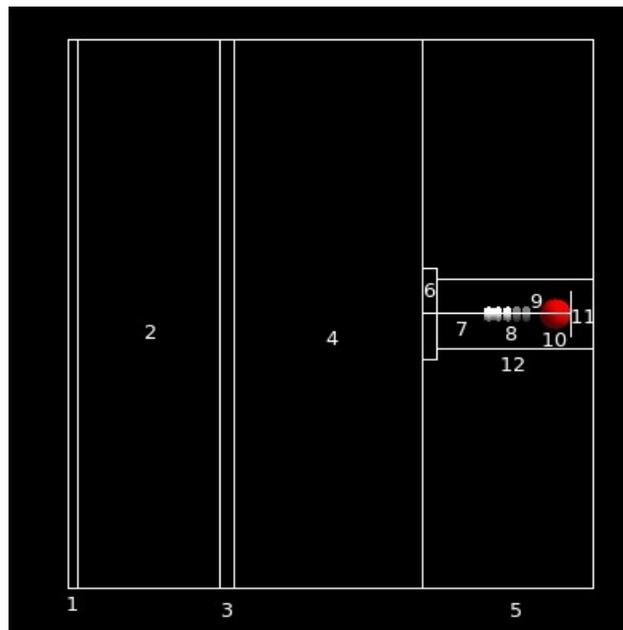


Figura 7.6: Referência, numeração, das regiões descritas na tabela 7.1.

Após terminada a definição das características do prédio, demos início à simulação através do lançamento de partículas sobre o prédio. Esta baseou-se no lançamento de prótons ou múons verticais sobre o centro da estrutura superior do prédio (região 1) com energias diferentes. Com o intuito de podermos analisar a blindagem exercida pelo prédio sobre a esfera, simulamos também o lançamento destas mesmas partículas incidindo desta vez diretamente sobre a esfera. Tais resultados serão apresentados mais adiante.

7.3 Física envolvida nos processos de interação das partículas com a matéria

De todas as especificações que o Geant4 nos permite fazer, a mais importante de todas elas são os processos físicos utilizados nas interações das partículas com a matéria a ser atravessada. Temos total liberdade de escolher a física de interação, por isso devemos procurar aqueles que irão atender melhor os nossos interesses.

O primeiro dos processos inserido em nossa simulação é a interação eletromagnética. Para declararmos tal processo, primeiro chamamos as partículas e depois declaramos as interações específicas de cada uma delas. Dentro desta categoria inserimos os elétrons, pósitrons, múons positivos e negativos, taus positivos e negativos e também os gamas. Na tabela 7.2 listamos os processos de interação de cada partícula.

Tabela 7.2: Processos de interação eletromagnéticos

<i>Processos</i>	<i>Elétron/Pósitron</i>	<i>Múon+/Múon-</i>	<i>Tau+/Tau-</i>	<i>Gamma</i>	<i>Próton/Anti-Próton</i>
Multiple Scattering	X	X	X		X
Ionização	X	X	X		X
Bremsstrahlung	X	X			
Aniquilação	X				
Produção de pares		X	X	X	
Espalhamento Compton				X	
Efeito Fotoelétrico				X	

A energia perdida pela partícula no meio material através de interações eletromagnéticas é definida através da equação de Bethe-Bloch. A figura 7.7 mostra a energia perdida (Stopping power – dE/dX) em função do momento do múon incidente ao atravessar o cobre. No nosso caso, como a esfera

é feita de 94% de cobre, a curva que descreve a perda de energia sobre a esfera difere muito pouco desta, dando uma idéia de como ocorre a perda de energia dos múons.

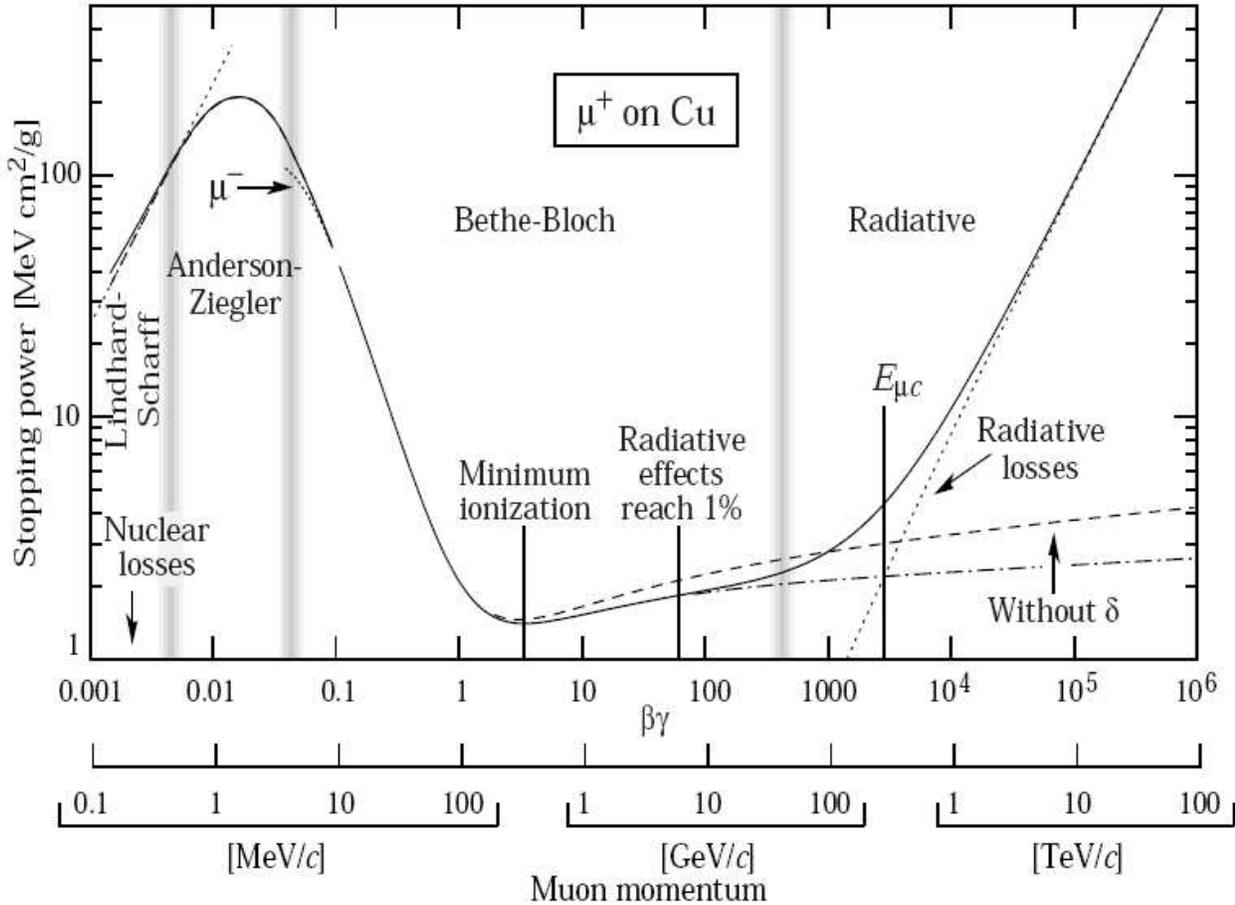


Figura 7.7: dE/dX do múon no cobre [45]

O pacote de interações eletromagnética é padrão dentro dos exemplos do Geant4, uma vez que toda sua física é conhecida e validada. O mesmo já não ocorre para as interações hadrônicas. A principal diferença entre as interações eletromagnéticas e as hadrônicas é o fato de que para cada processo eletromagnético existe apenas um modelo e uma seção de choque, enquanto que para cada processo hadrônico existem inúmeros modelos com diferentes seções de choque cada um. Outra dificuldade encontrada para inserirmos as interações hadrônicas na simulação é o fato de não existir um único modelo que descreva todo intervalo de energia, o que acaba por implicar na necessidade de fazer uma compilação dos modelos existentes. Os diferentes modelos para diferentes intervalos de energia são apresentados na figura abaixo.

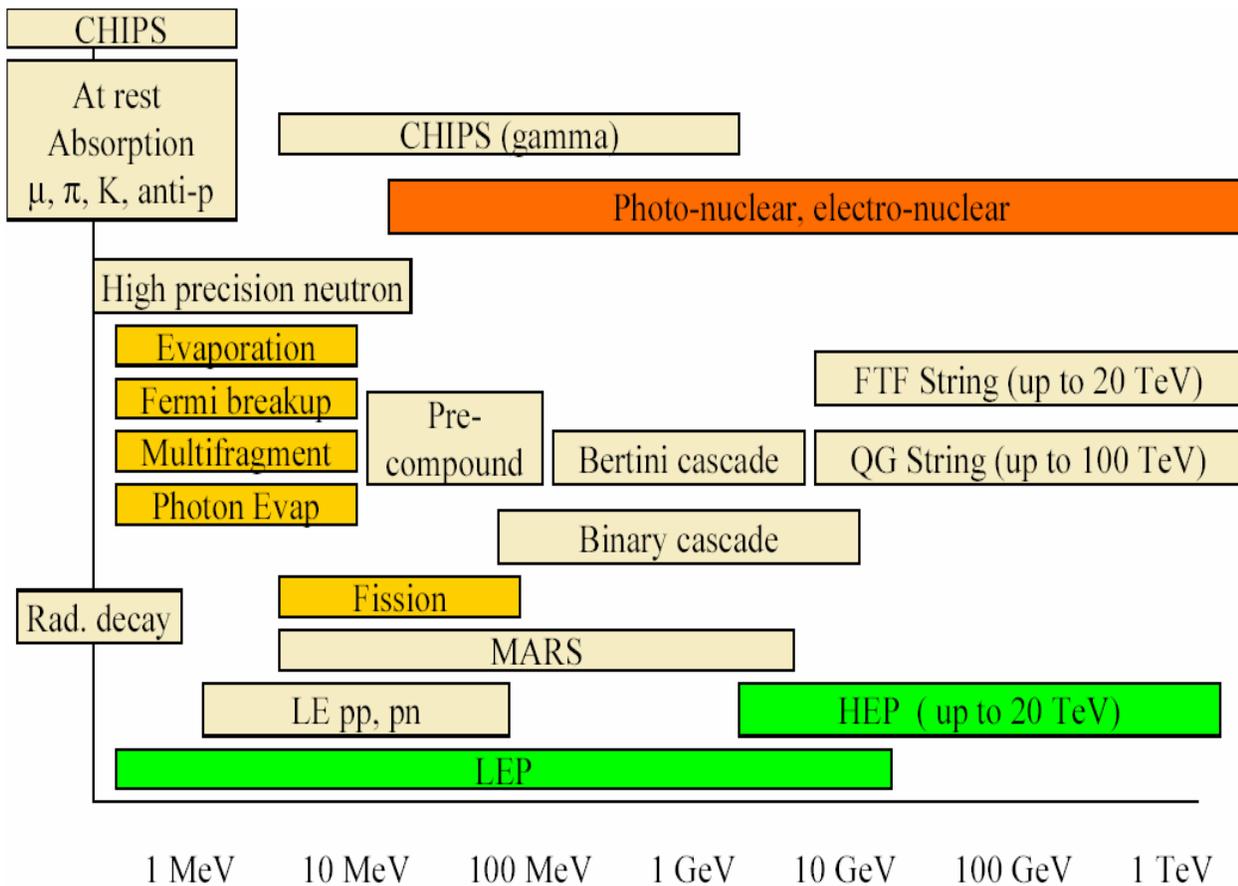


Figura 7.8: Modelos para interações hadrônicas [46]

Desta maneira, fizemos uma compilação de três modelos onde buscamos descrever o maior intervalo de energia e da melhor maneira possível. Entre “0” e 9,9GeV utilizamos a Bertini Cascade, entre 9,9 e 25 GeV utilizamos a Low Energy Parameterized Model (LEP) onde fizemos um limiar de energia para a partir do qual este pudesse atuar, já que este modelo cobre a partir de 1 MeV, e por último, no intervalo de 25GeV até 100 TeV utilizamos o Quark-Gluon String Model (QGSP), completando o intervalo de energia que estamos simulando. Todos estes modelos acima são utilizados para descrever os processos inelásticos. A simulação dos processos elásticos foi baseada numa biblioteca do Geant4 chamada *G4LElastic*.

Como destacamos acima, existem inúmeros modelos para vários intervalos de energia diferentes. Sendo assim, como saber se os modelos que estamos utilizando na simulação descrevem bem a realidade dos fatos? Para isso buscamos informações sobre a validação das interações hadrônicas que foram implementadas no programa de simulação.

A validação é feita através da comparação dos dados experimentais de alguma reação com os obtidos através de uma simulação utilizando o modelo a ser verificado. Para baixas energias, utilizamos o modelo Bertini e através das reações $p+Cu \rightarrow p+X$ $p+Pb \rightarrow p+X$ foram comparados 5 modelos diferentes com os dados experimentais, cujos resultados são apresentados na figura 7.9.

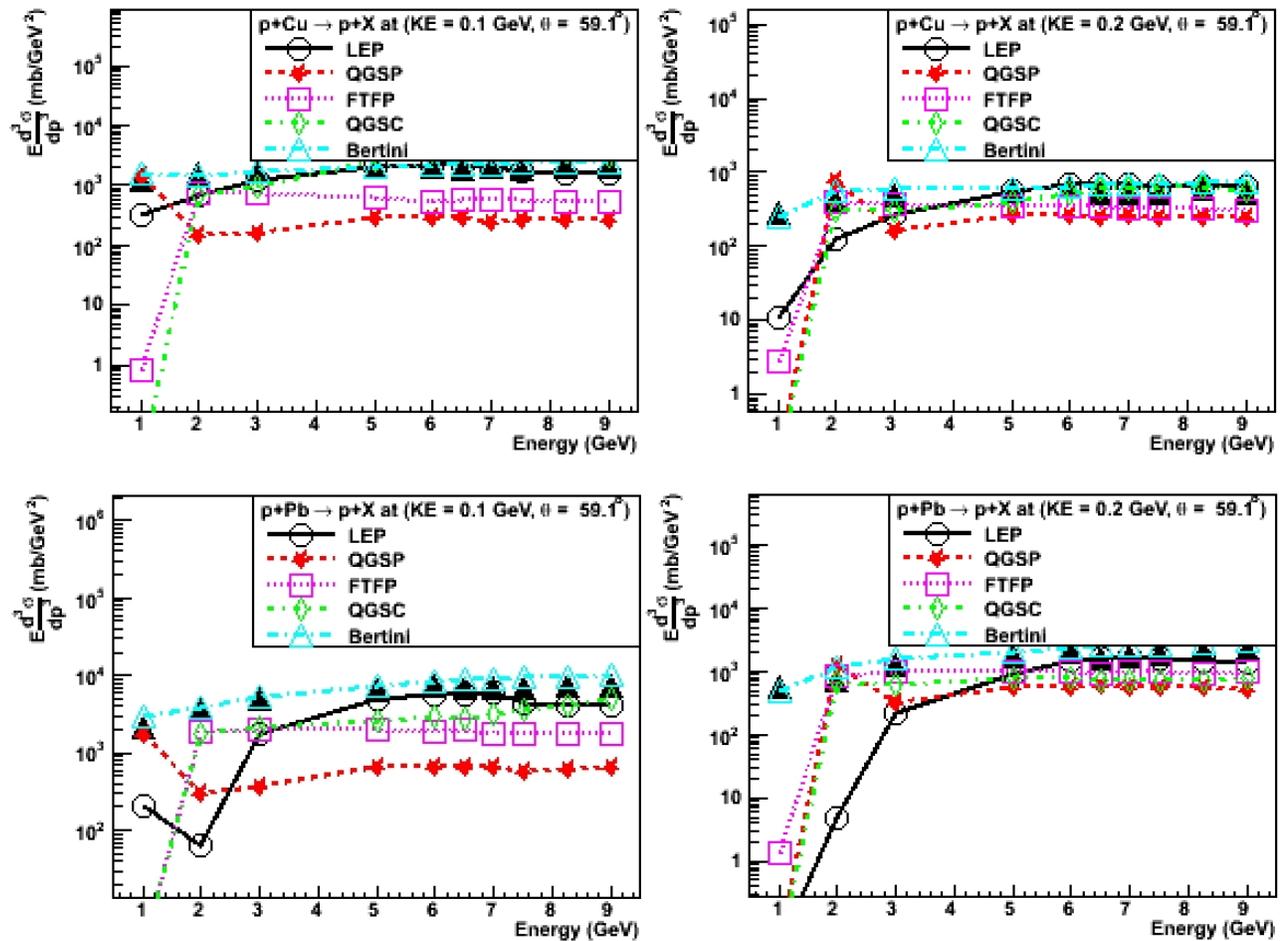


Figura 7.9: Validação do modelo Bertini [47]

Ao compararmos os pontos obtidos pela simulação aos experimentais, observamos que para prótons incidentes com energia cinética entre 1 e 9 GeV, o modelo Bertini é o que se mostrou mais eficiente.

Para energias mais altas, foram comparados os modelos QGS e HEP onde foram lançados prótons com energia cinética de 400 GeV sobre um alvo de Ta e medida a seção de choque invariante do π^+ em mb/GeV^2 vs. a sua energia cinética de saída. A comparação entre estes dois modelos resultou em uma melhor descrição feita pelo Quark-Gluon String model. Ambos os modelos possuem discrepâncias com relação aos dados experimentais, porém o QGS atinge um máximo de 30% enquanto

o modelo HEP em certas regiões alcança valores acima dos 100%, o que resultaria em uma simulação imprecisa, uma vez que estamos abrangendo uma longa faixa de energia. A comparação é apresentada na figura 7.10.

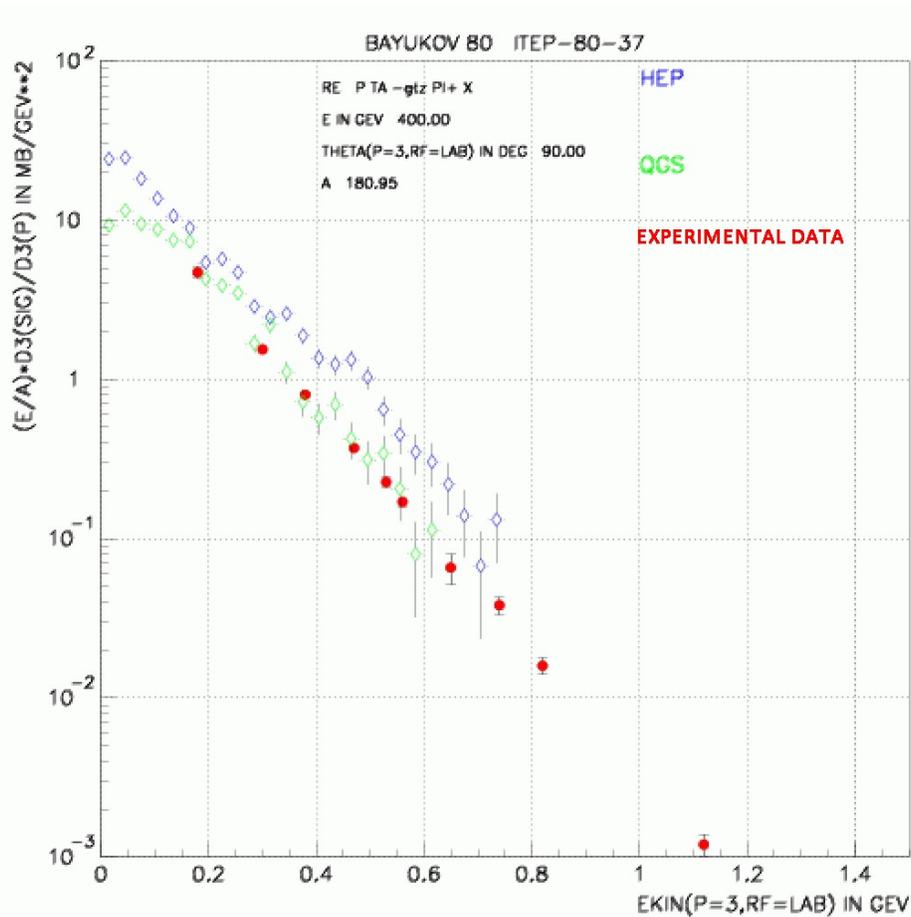


Figura 7.10: Validação do Quark-Gluon String Model (QGS) [47]

Por fim, temos a validação da função G4Elastic que como apresentada na figura 7.11 apresenta a melhor concordância para espalhamento com baixo ângulo e passa a ter uma superestimativa conforme o ângulo aumenta. Esta é a única informação que temos a respeito deste tipo de interação.

Pelas informações acima vemos que os modelos utilizados descrevem bem os dados experimentais, o que nos leva a confiar nos resultados obtidos pela simulação a serem apresentados na próxima seção.

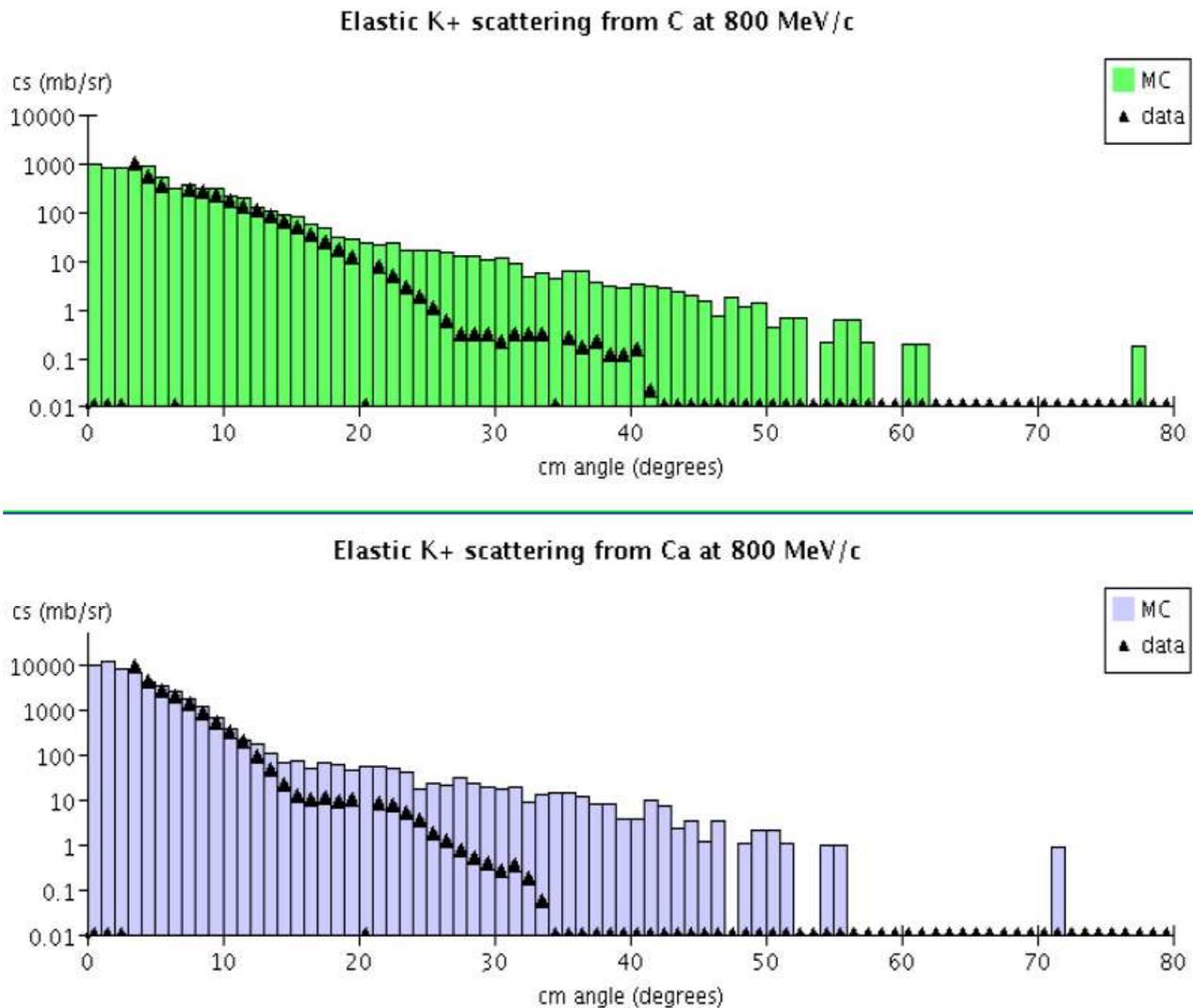


Figura 7.11: Validação do processo elástico (G4LElastic) [47]

7.4 Resultados obtidos com a simulação.

Após terminada a construção da geometria do prédio, a parte física envolvida nas interações das partículas com o prédio e a validação dos modelos utilizados, demos início à simulação. A simulação baseou-se primeiramente em lançarmos prótons com diferentes energias perpendicularmente sobre teto do prédio e armazenar a informação da quantidade de energia que era depositada na esfera. As energias utilizadas foram 1Gev, 10GeV, 100GeV, 200GeV, 300GeV, 400GeV e 500GeV. Para cada energia inicial, lançamos uma determinada quantidade de partículas e para cada evento foi tomado o valor da energia depositada na esfera.

Sabendo das possíveis interações que as partículas incidentes e “secundários” podem ter com o prédio, realizamos uma outra simulação lançando as partículas diretamente sobre a esfera a fim de obtermos o efeito da blindagem que o prédio exerce sobre a esfera. As energias das partículas incidentes foram as mesmas que a das lançadas sobre o prédio.

Com os resultados obtidos, montamos histogramas do número de ocorrências do evento por energia depositada na esfera. Os gráficos são apresentados nas figuras a seguir, sendo em verde as partículas lançadas diretamente na esfera (desconsiderando o efeito do prédio) e em vermelho as partículas lançadas perpendicularmente no topo do prédio.

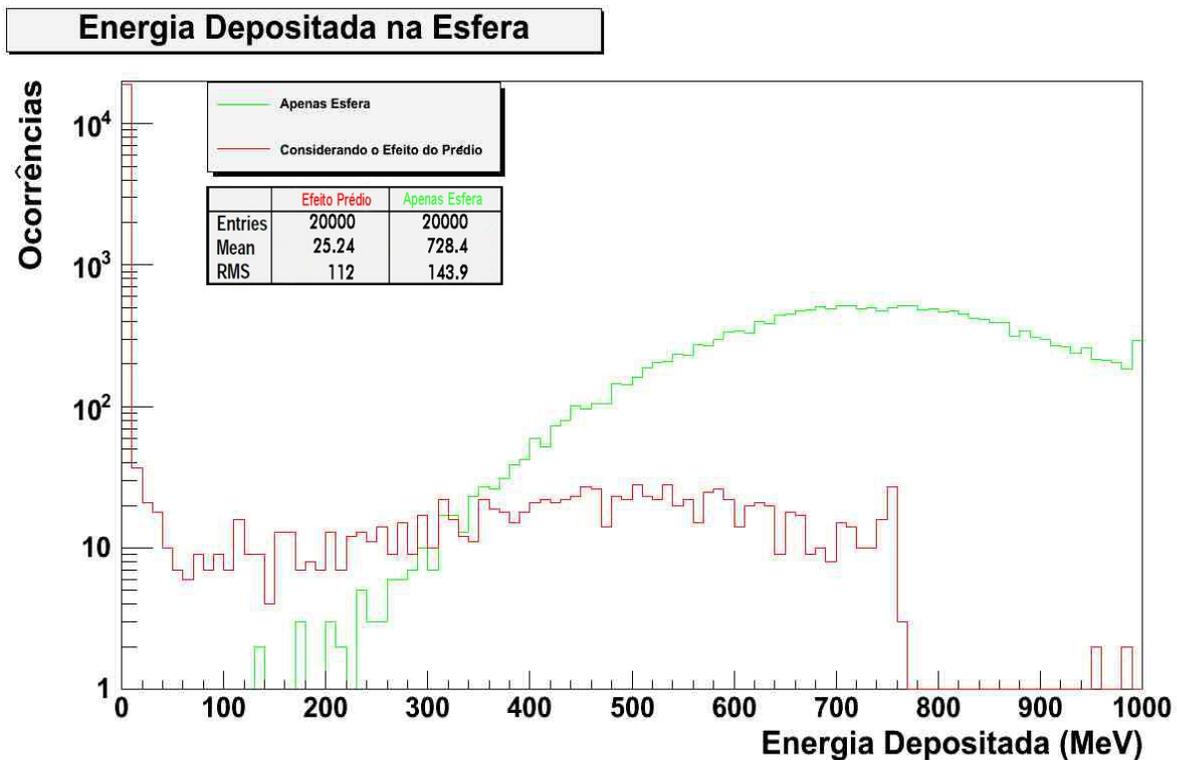


Figura 7.12: Próton de 1 GeV

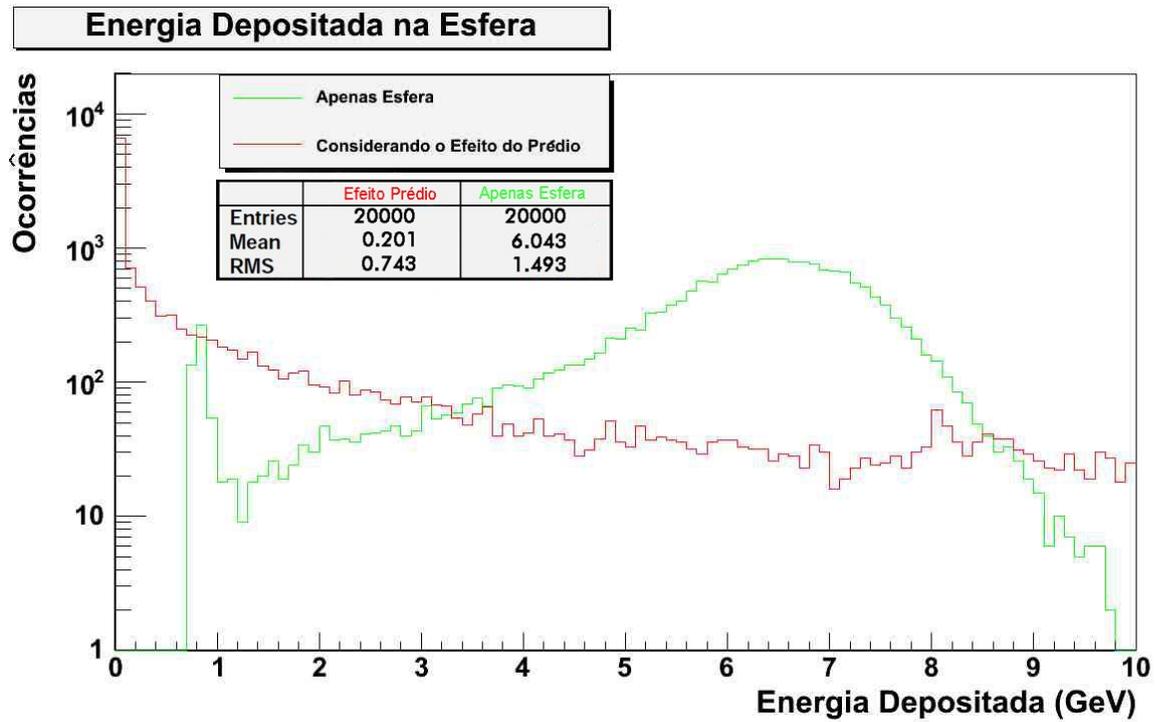


Figura 7.13: Próton de 10 GeV

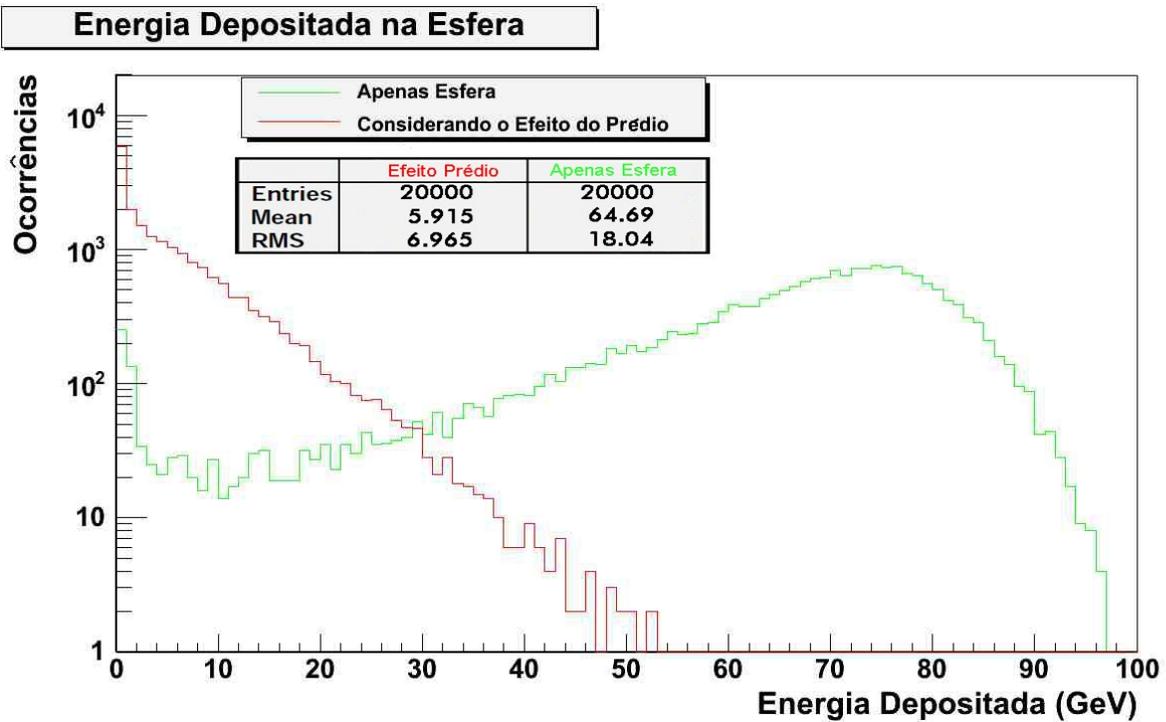


Figura 7.14: Próton de 100 GeV

Energia Depositada na Esfera

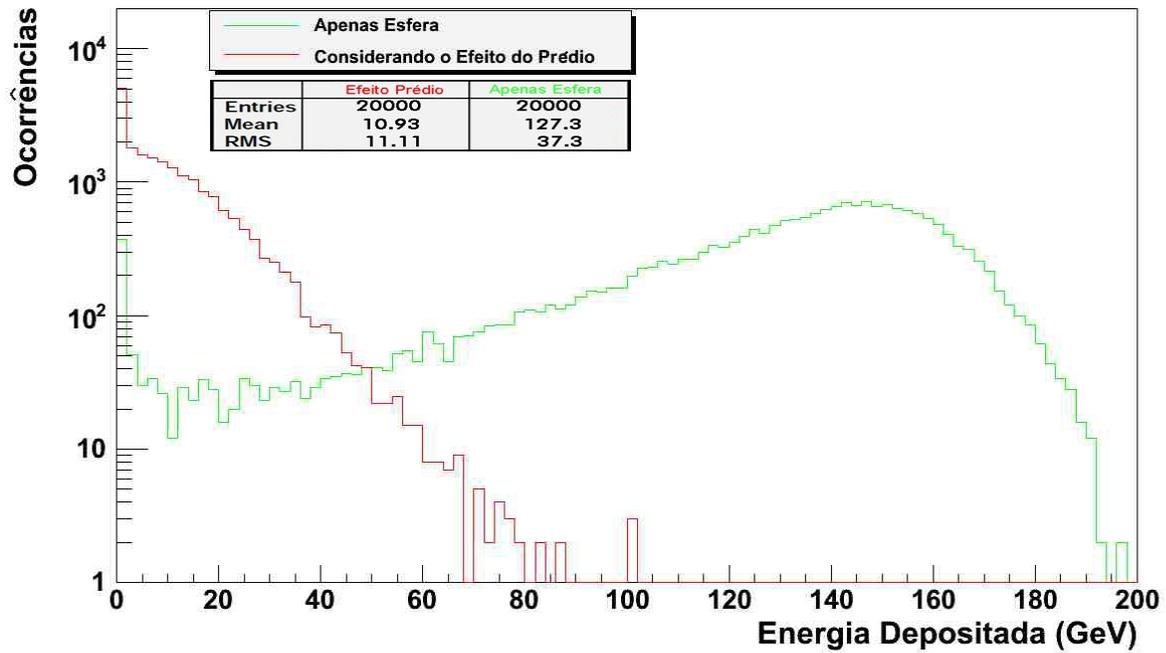


Figura 7.15: Próton de 200 GeV

Energia Depositada na Esfera

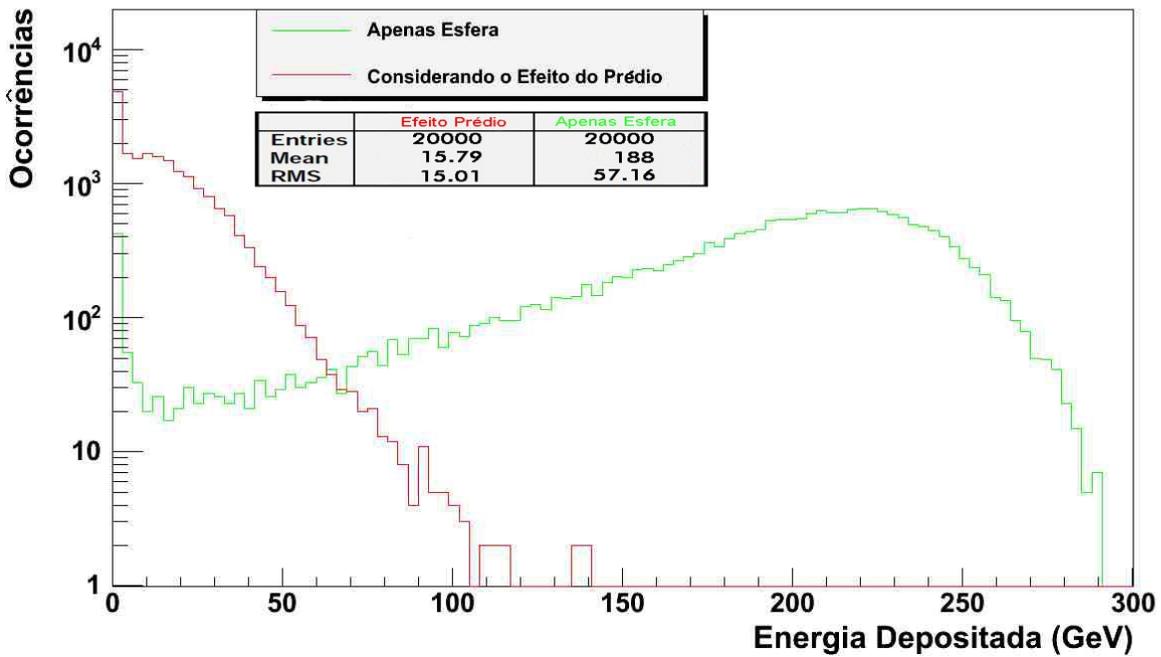


Figura 7.16: Próton de 300 GeV

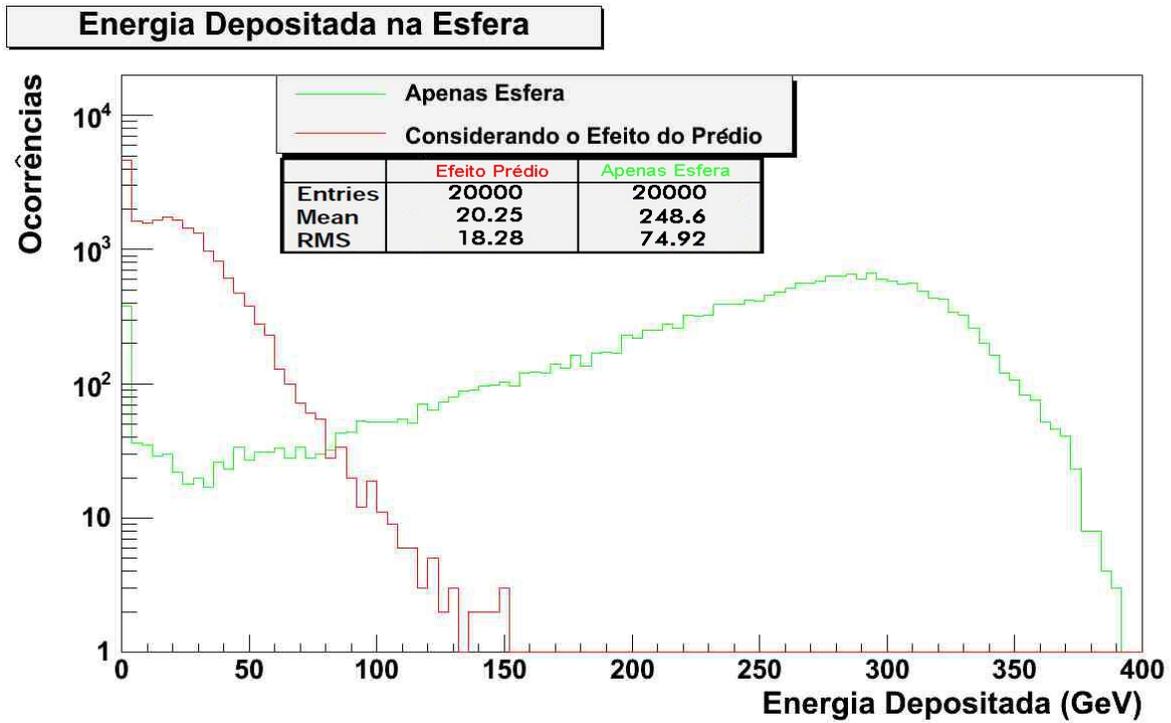


Figura 7.17: Próton de 400 GeV

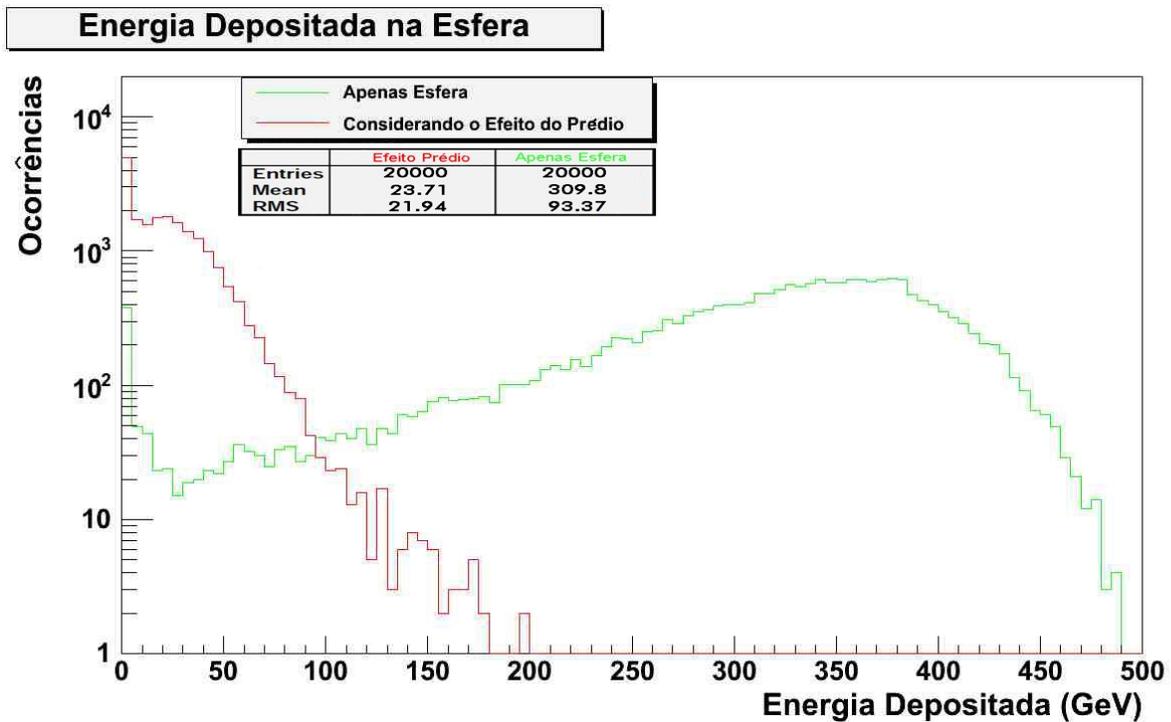


Figura 7.18: Próton de 500 GeV

Podemos observar facilmente ao compararmos as figuras acima, que o efeito de blindagem que o prédio exerce é realmente bastante relevante. O próton ao incidir no prédio, terá bastante material

para percorrer antes de atingir a esfera, fazendo com que muitas vezes sua trajetória seja desviada e os secundários produzidos através das interações escapem do prédio. Todo esse material faz com que uma quantidade muito menor de energia seja dissipada dentro da esfera, o que acaba por gerar menos vibração e dessa forma menos ruído nos transdutores da esfera.

Um dos pontos principais destes gráficos é a energia média depositada na esfera, o que nos dá uma ideia do efeito de um chuveiro gerado por um próton ao interagir com o prédio. Nota-se das figuras também que conforme a energia da partícula vai aumentando há o crescimento e o deslocamento para a direita de um pico em torno do valor médio. Tal efeito ocorre porque conforme a energia da partícula incidente aumenta, mais retilíneo é o traço de sua trajetória, tornando mais provável a chegada desta na esfera e com mais energia.

Em praticamente todas as figuras acima nota-se um pico bastante agudo no começo dos histogramas. Como quase todas as escaladas de energia depositadas estão em GeV, os picos são devidos aos eventos que depositaram energia abaixo de 1GeV, então todos os eventos abaixo desta energia se localizam em um mesmo *bin* do histograma, fazendo com que surja tal pico. O formato do histograma depende fortemente do intervalo de energia que está sendo mostrado, uma vez que mantivemos fixo o número de *bin* na construção de todos os gráficos, o que pode gerar um pouco de dúvida com relação aos dados de baixa energia.

Após concluída a simulação com os prótons, demos início à simulação com múons, sendo que do total lançado, metade é μ^+ e metade μ^- . O lançamento foi idêntico ao dos prótons, porém desta vez, as energias foram de 1GeV, 10GeV, 50GeV, 100GeV, 200GeV, 250GeV, 300GeV e 350GeV. Os histogramas foram construídos da mesma forma que para os prótons, sendo estes apresentados nas figuras a seguir.

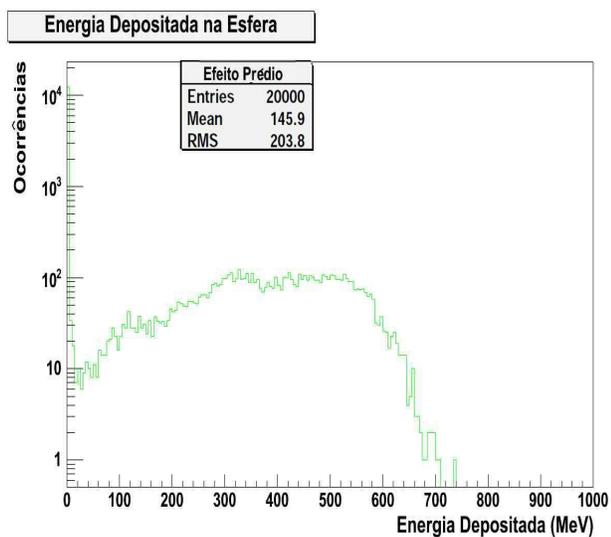


Figura 7.19: Múon de 1 GeV com o prédio

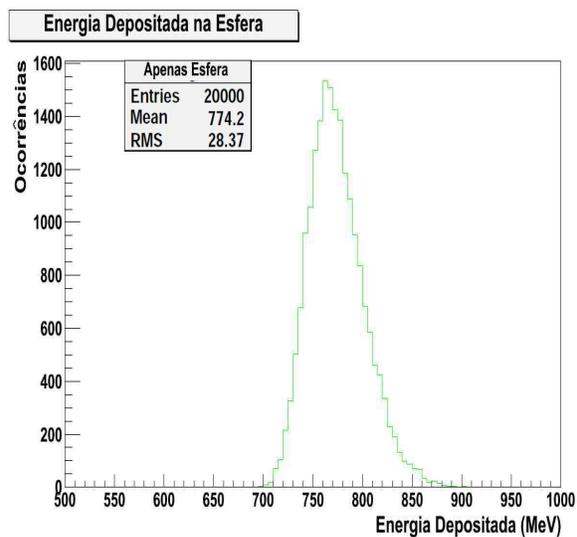


Figura 7.20: Múon de 1 GeV direto na esfera

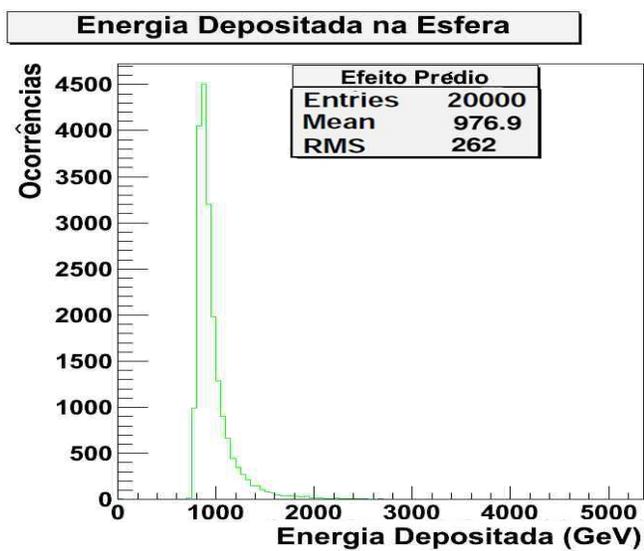


Figura 7.21: Múon de 10 GeV com o prédio

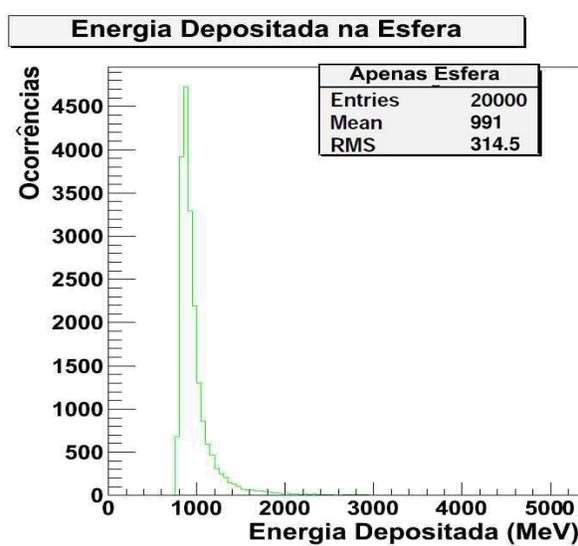


Figura 7.22: Múon de 10 GeV direto na esfera

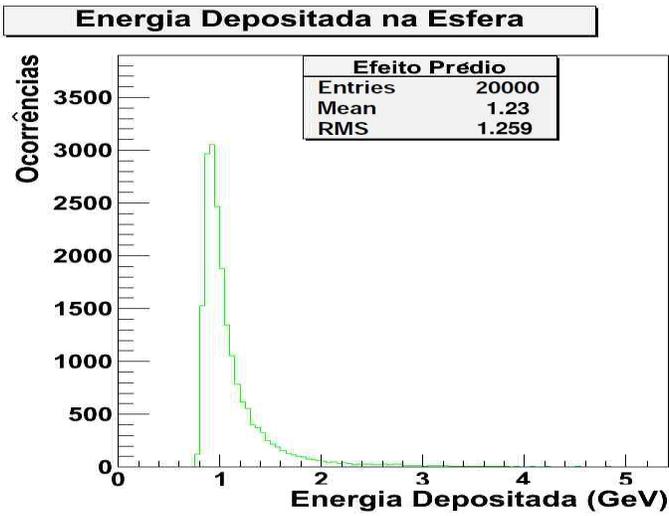


Figura 7.23: *Múon de 50 GeV com o prédio*

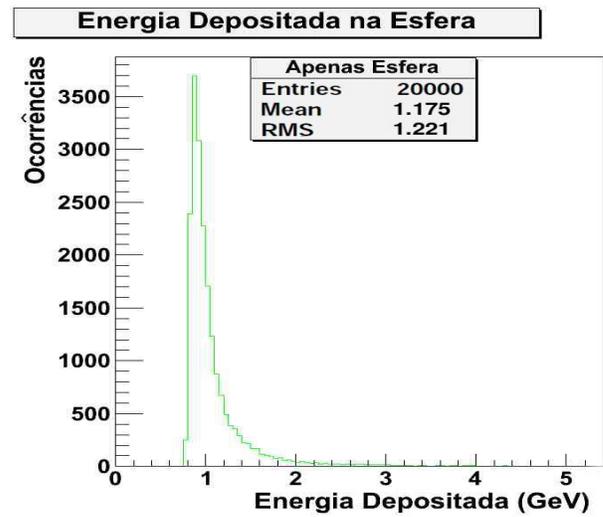


Figura 7.24: *Múon de 50 GeV direto na esfera*

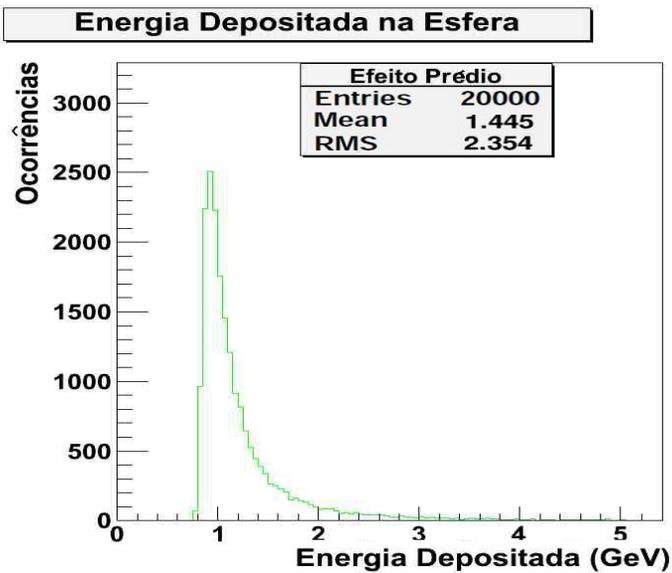


Figura 7.25: *Múon de 100 GeV com o prédio*

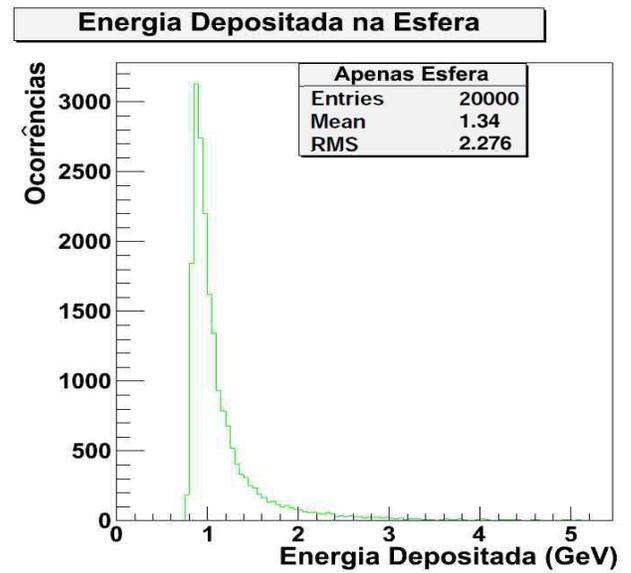


Figura 7.26: *Múon de 100 GeV direto na esfera*



Figura 7.27: Múon de 200 GeV com o prégio

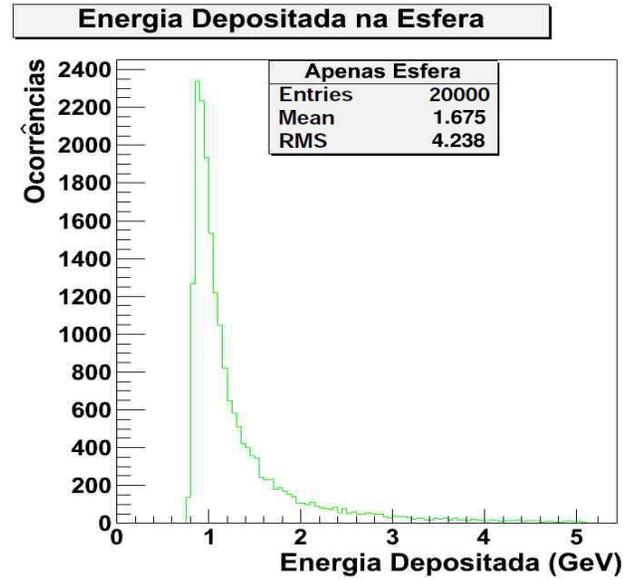


Figura 7.28: Múon de 200 GeV direto na esfera

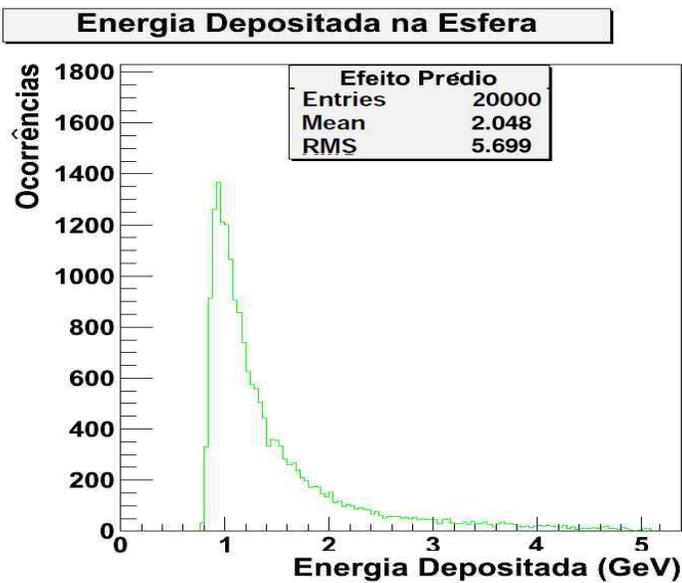


Figura 7.29: Múon de 250 GeV com o prégio

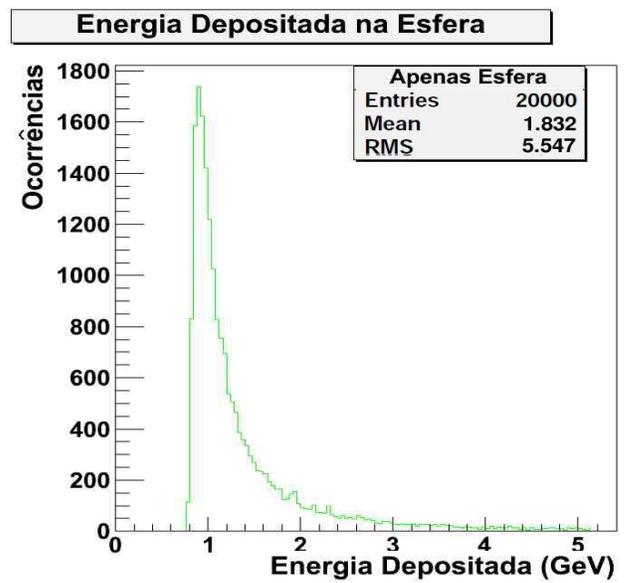


Figura 7.30: Múon de 250 GeV direto na esfera

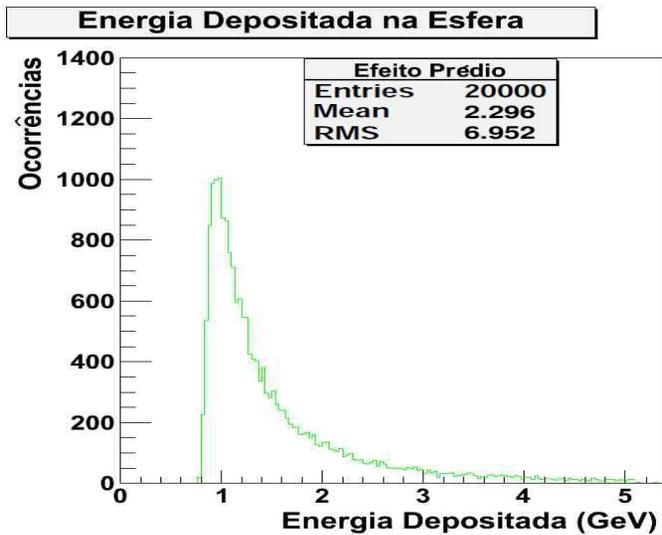


Figura 7.31: Múon de 300 GeV com o prédio

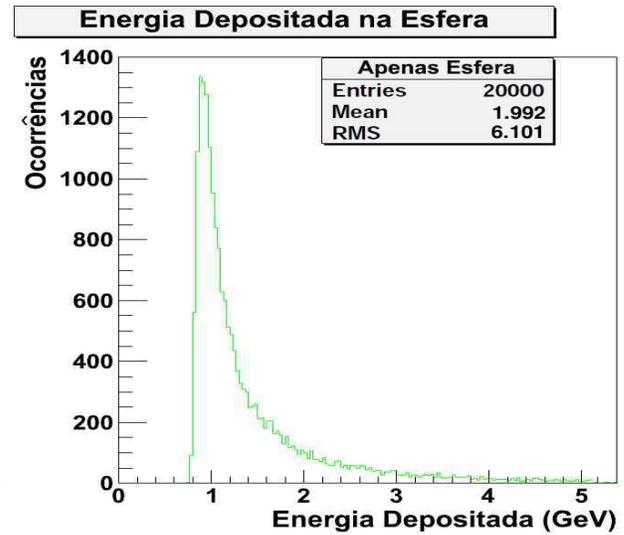


Figura 7.32: Múon de 300 GeV direto na esfera

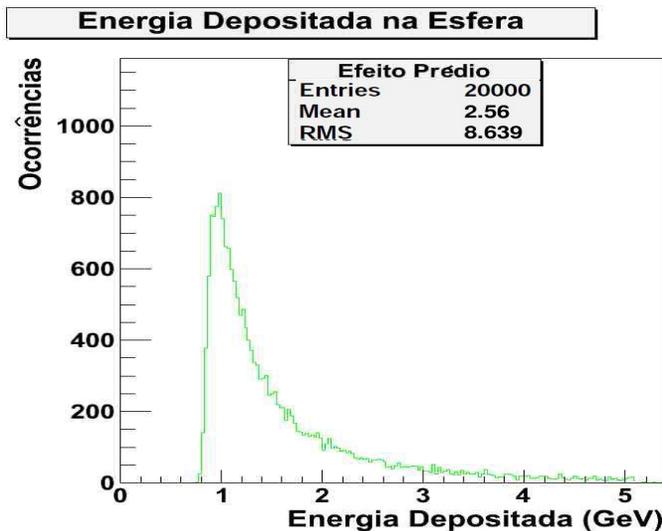


Figura 7.33: Múon de 350 GeV com o prédio

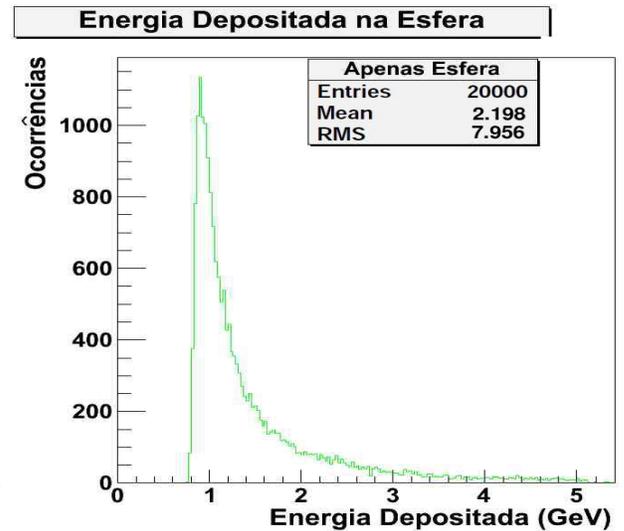


Figura 7.34: Múon de 350 GeV direto na esfera

Para múons, observamos que o prédio acaba por prejudicar a esfera. O múon, por ser uma partícula que não sofre interação forte, dificilmente será defletida ao longo de sua trajetória. Ao incidir na esfera, o único material atravessado é a liga Cu/Al(6%), enquanto que ao incidir no prédio, atravessará uma quantidade muito maior de material, aumentando consideravelmente o número de interações que o múon sofrerá, o que implicará numa geração maior de partículas secundárias que irão atingir a esfera e depositar uma quantidade maior de energia na mesma. Este aumento será visível mais adiante quando estudaremos a conversão dessa energia em energia vibracional dos modos normais da esfera.

8 Modelo Termo-Acústico

8.1 Introdução

Como vimos anteriormente, para que seja possível extrair um sinal devido à passagem de uma onda gravitacional pela antena, é preciso que este seja maior que o ruído que afeta a mesma. Além da redução da temperatura, do sistema de isolamento vibracional e da diminuição do ruído do transdutor, alguns grupos têm feito uso de um novo método, o veto de raios cósmicos.

Quando temos uma partícula, proveniente de um raio cósmico, atravessando o detector de ondas gravitacionais, ocorrerá um depósito de energia no mesmo através das suas interações com o material da antena ao longo da trajetória. Esta energia perdida pela partícula causa uma expansão da barra devido ao aquecimento da antena, gerando desta forma um sinal espúrio nos transdutores de detecção da onda gravitacional.

A fim de podermos identificar este ruído no sinal de saída, utilizamos um modelo que nos fornece uma relação entre a energia perdida pela partícula ao longo da antena e a variação da energia vibracional da mesma. Este modelo será descrito logo a seguir, tanto para as antenas gravitacionais do tipo barra como do tipo esférico, sendo este conhecido como modelo termo-acústico.

8.2 O modelo na barra

A vibração mecânica induzida na barra causada pela passagem de uma partícula pode ser estimada se assumirmos uma expansão térmica localizada causada pela energia perdida pela partícula ao atravessá-la. Partindo disto, buscaremos chegar na equação que descreve o modelo termo-acústico para as barras.

Desta forma temos que a equação que descreve a oscilação da barra é a seguinte equação de onda [48,49,50] :

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial x^2} \quad (8.1)$$

onde v é a velocidade do som na barra.

Se nos basearmos na figura 8.1, que representa a barra, vemos que existem duas condições de contorno fundamentais a serem aplicadas na equação de onda.

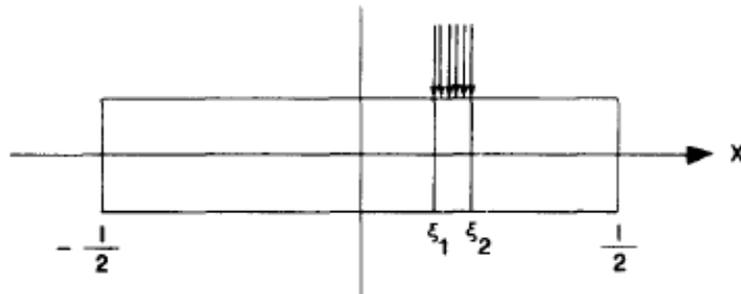


Figura 8.1: Visão lateral da barra

A primeira condição vem do fato de a barra ser livre em suas extremidades, ou seja:

$$S(x = \pm \frac{1}{2}l, t) = 0,$$

onde

$$S(x, t) \equiv \frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial x}$$

A segunda condição surge do fato de que em $t=0$ a barra esteja supostamente em repouso, sendo assim temos que:

$$\left. \frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0.$$

Ao resolvermos a equação de onda e aplicarmos as duas condições de contorno citadas acima, temos como solução geral a seguinte expressão:

$$\Phi(x, t) = \sum_n A_n \cos(\alpha_n x) \cos(\alpha_n v t) + \sum_n B_n \sin(\beta_n x) \sin(\beta_n v t) \quad (8.2)$$

onde

$$\alpha_n = n(2\pi/l) \quad (n = 1, 2, \dots),$$

$$\beta_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)(2\pi/l) \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Uma condição adicional é que um feixe localizado no intervalo (ξ_1, ξ_2) do eixo x aumenta a temperatura da barra. Então, se ΔT é a quantidade de temperatura que aumenta no intervalo (ξ_1, ξ_2) , teremos que

$$\alpha \Delta T \equiv S_0 \equiv \frac{\alpha W}{C_v \rho A (\xi_2 - \xi_1)} \quad (8.3)$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica; W é a energia total do pulso do feixe; C_v é o calor específico (em um volume constante) da barra; e ρ e A são a densidade e a área da seção transversal da

barra, respectivamente.

Sendo assim, podemos assumir na solução geral da equação de onda que:

$$\begin{aligned} S(x, t=0^+) &\equiv 0 & -\frac{1}{2} < x < \xi_1 \\ S(x, t=0^+) &\equiv S_0 & \xi_1 < x < \xi_2 \\ S(x, t=0^+) &\equiv 0 & \xi_2 < x < \frac{1}{2}l \end{aligned}$$

consequentemente, denotando como M a massa total da barra, e colocando

$$\begin{aligned} A &= \alpha Wl / (C_v M), \\ \xi &= \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2), \quad (8.4) \\ \eta &= \xi_2 - \xi_1, \end{aligned}$$

obtemos para os coeficientes A_n e B_n :

$$A_n = \left(\frac{A}{n\pi} \right) \left(\sin(n\pi \cdot 2\xi/l) \frac{\sin(n\pi \eta/l)}{n\pi \eta/l} \right) \quad (8.5)$$

$$B_n = \frac{A}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi} \times \left(\cos \left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \cdot 2\xi/l \right] \frac{\sin \left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \eta/l \right]}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \eta/l} \right) \quad (8.6)$$

No limite (muito próximo da situação real) em que

$$\begin{aligned} \eta &\rightarrow 0 \\ \xi &\rightarrow z_0 \end{aligned}$$

resulta em

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{A}{n\pi} \cdot \sin \left(\frac{n\pi 2z_0}{L} \right) \\ B_n &= \frac{A}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi} \cdot \cos \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi 2z_0}{L} \right] \quad (8.7) \end{aligned}$$

Considerando somente a contribuição do primeiro harmônico, a amplitude máxima da oscilação

é:

$$\xi_0 \equiv B_0 \sin \left(\frac{\pi}{L} z \right) = \frac{2}{\pi} \alpha \frac{LW}{C_v M} \cdot \cos \frac{\pi z_0}{L} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{L} z \right) \quad (8.8)$$

Sendo a barra um conjunto de osciladores infinitesimais elementares, a energia adquirida na colisão é

$$E = 2 \left\langle \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \rho_l dz \frac{1}{2} \xi^2 \right\rangle_{\text{valor médio notempo}} = \quad (8.9)$$

$$B_0^2 \rho_l \left\langle \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz \sin^2\left(\frac{\pi}{L} z\right) \right\rangle = \frac{\alpha^2 v^2 W^2}{2 C_v^2 M} \cdot \cos^2 \frac{\pi z_0}{L}$$

introduzindo a densidade da barra por unidade de comprimento ρ_l e definindo $\omega_0 = \pi v/L$

Se um chuva atmosférico incide sobre a barra, pode ser uma boa aproximação fazermos o seguinte:

$$\begin{aligned} \eta &\rightarrow L \\ \phi &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

e então temos que:

$$A_n = 0$$

$$B_n = \frac{A}{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2} \cdot \sin \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi \right] \quad (8.10)$$

Recentemente foi realizado uma análise mais aprofundada levando em conta da geometria efetiva da barra e a variação a baixíssimas temperaturas dos parâmetros em jogo; para a primeira harmônica resulta em:

$$E = \frac{4}{9 \pi} \frac{\gamma^2}{\rho L v^2 C_v} \left(\frac{dE}{dx} \right)^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi z_0}{L} \cdot \left[\frac{\sin \frac{\pi l_0 \cos(\theta)}{2L}}{\frac{\pi R \cos(\theta)}{L}} \right]^2 \quad (8.11)$$

onde:

$\gamma = 1,6$ é o coeficiente (adimensional) de Gruneisen para o alumínio em baixíssimas temperaturas

ρ é a densidade do alumínio

dE/dx [GeV/m] é a energia perdida pela partícula por unidade de comprimento, l_0 é a distância percorrida pela partícula dentro da barra e z_0 é a distância média do extremo da barra até a trajetória da partícula (veja figura 8.2).

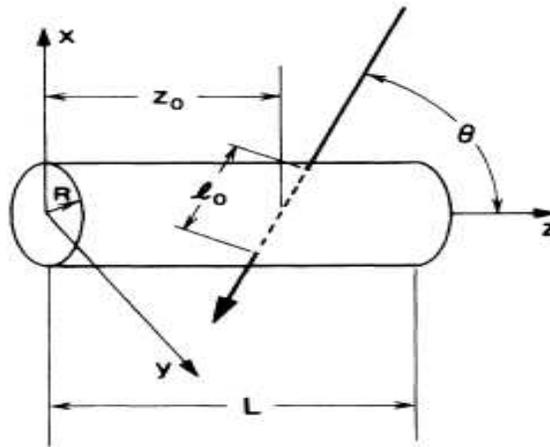


Figura 8.2: Definições dos parâmetros geométricos

Uma vez que o modelo termo-acústico é ajustado aos parâmetros da antena, os grupos passam então a colher dados referentes à passagem dos raios cósmicos através da mesma. Dada a atual sensibilidade dos detectores de ondas gravitacionais, estes não têm a capacidade de detectar o efeito causado pela passagem de uma única partícula pelo detector, sendo necessário algumas centenas de partículas para que seja detectado algum tipo de sinal devido à essa passagem.

Em auxílio a detecção, são utilizados espectros do fluxo de partículas de regiões que possuam características semelhantes a qual se localiza o detector de ondas gravitacionais. Estes espectros servem como referência para a frequência e energia esperadas para as partículas.

Os detectores utilizados como veto de raios cósmicos não são instalados de maneira a proporcionar uma resposta completa a respeito do fluxo e da energia das partículas. Assim, são utilizados os espectros de energia, obtidos experimentalmente, como parâmetros para a realização de uma simulação de reconstrução dos raios cósmicos e que sirva para medir o efeito devido a passagem destes raios cósmicos pela antena, através do modelo termo-acústico.

8.3 O modelo na esfera

Como dito na introdução, é esperado uma perda de energia dos raios cósmicos ao atravessarem um detector de massa ressonante. A energia perdida por essas partículas acaba por gerar uma fonte de calor $s(\mathbf{x},t)$, dentro do material. Conforme o calor vai se difundindo ao longo do material, os modos normais de vibração da antena vão se excitando, fazendo com que o material como um todo vibre e por consequência gere um sinal nos transdutores da antena gravitacional. Com o intuito de obter essa

separação, mostraremos abaixo como é obtida a equação do modelo termo-acústico para detectores esféricos, o qual utilizaremos mais adiante para o estudo dos efeitos causados pelas partículas resultantes de nossa simulação. Toda dedução pode ser encontrada em [51].

Primeiro é preciso assumir que o calor gerado por uma partícula incidente se dissipa em uma esfera de raio R , volume V e massa M , com um material de densidade ρ , calor específico c_v , e condutividade térmica κ .

Nós estamos interessados no resultado do aumento da temperatura $T(\mathbf{x},t)$ no ponto \mathbf{x} e no instante de tempo t . Esta quantidade pode ser obtida resolvendo a equação seguinte:

$$\rho c_v \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \kappa \nabla^2 T(\mathbf{x}, t) = s(\mathbf{x}, t). \quad (8.12)$$

A antena está em permanente contato térmico com um reservatório frio, que constantemente remove o calor depositado muito mais rápido que os raios cósmicos são capazes de produzir na interação. Isto justifica impor as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{x}, \tau) &= T_0, \\ T(\mathbf{R}, t) &= T_0. \end{aligned}$$

A solução geral da equação anterior é dada por:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_0 + \int_V d^3\xi \int_0^t d\tau G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau) s(\xi, \tau), \quad (8.13)$$

Onde $G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau)$ é a função de Green da equação 8.12 e que satisfaz a seguinte equação:

$$\rho c_v \frac{\partial G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau)}{\partial t} - \kappa \nabla^2 G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau) = \delta(\mathbf{x} - \xi) \delta(t - \tau) \quad (8.14)$$

Como assumimos T_0 sendo constante, nós podemos impor as seguintes condições de contorno iniciais para a função de Green.

$$\begin{aligned} G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau) &= 0, \\ G(\mathbf{R}, \xi; t, \tau) &= 0, \end{aligned}$$

A equação 8.14 tem a solução da seguinte forma (N é um conjunto de índices)

$$G(\mathbf{x}, \xi; t, \tau) = \sum_N v_N(\mathbf{x}) Y_N(\xi; t, \tau). \quad (8.15)$$

Usando esta expansão na equação 8.14 com a condição de normalização:

$$\int_V u_N^*(\mathbf{x}) u_M(\mathbf{x}) d^3x = \delta_{NM}, \quad (8.16)$$

nós obtemos:

$$u_{nml}(\mathbf{x}) = A_{nl} j_l(\lambda_{nl} r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (8.17)$$

como soluções de:

$$\nabla^2 u_N(\mathbf{x}) = -\lambda_N^2 u_N(\mathbf{x}). \quad (8.18)$$

Onde o índice N foi substituído pelo conjunto nlm , com $n \in \mathbb{N}^*$, $l \in \mathbb{N}$ e $m = [-l, +l]$, como de costume. As variáveis (r, θ, ϕ) são as coordenadas esféricas do ponto \mathbf{x} . A função $j_l(z)$ é a função de Bessel esférica de ordem l , e $Y_{lm}(\theta, \phi)$ são os harmônicos esféricos. Os autovalores λ_{nl} são obtidos da seguinte condição de contorno:

$$j_l(\lambda_{nl} R) = 0.$$

As constantes de normalização A_{nl} são dadas por:

$$A_{nl} = \frac{\sqrt{2}}{R^{3/2} |j_{l+1}(\lambda_{nl} R)|}.$$

Com o intuito de obter a função $Y_{nlm}(\boldsymbol{\xi}; t, \tau)$, nós primeiros substituímos a equação 8.15 na equação 8.14. Então usamos as equações 8.18 e 8.17 na equação resultante. Nós obtemos então:

$$\rho c_v \frac{dY_{nlm}(\boldsymbol{\xi}; t, \tau)}{dt} + \kappa \lambda_{nl}^2 Y_{nlm}(\boldsymbol{\xi}; t, \tau) = u_{nlm}^*(\boldsymbol{\xi}) \delta(t - \tau). \quad (8.19)$$

A solução desta equação é

$$Y_{nlm}(\boldsymbol{\xi}; t, \tau) = \frac{u_{nlm}^*(\boldsymbol{\xi})}{\rho c_v} \exp\left(-\frac{\kappa \lambda_{nl}^2}{\rho c_v} (t - \tau)\right), \quad (8.20)$$

assim a forma final da função de Green fica sendo:

$$G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}; t, \tau) = \sum_{nlm} \frac{u_{nlm}(\mathbf{x}) u_{nlm}^*(\boldsymbol{\xi})}{\rho c_v} \exp\left(-\frac{\kappa \lambda_{nl}^2}{\rho c_v} (t - \tau)\right). \quad (8.21)$$

Uma vez que foi obtida a função de Green explícita, a equação 8.13 pode ser reescrita da

seguinte maneira:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_0 + \frac{1}{\rho c_v} \sum_{nlm} v_{nlm}(\mathbf{x}) \exp\left(-\frac{\kappa \lambda_{nl}^2}{\rho c_v} t\right) \Theta_{nlm}, \quad (8.22)$$

onde nós definimos Θ_{nlm} como sendo:

$$\Theta_{nlm} = \int_V d^3\xi \int_0^t d\tau v_{nlm}^*(\xi) \exp\left(\frac{\kappa \lambda_{nl}^2}{\rho c_v} \tau\right) s(\xi, \tau).$$

A influência dos raios cósmicos na distribuição de temperatura dentro da antena está totalmente contida na constante Θ_{nlm} . A expressão 8.22 é genérica e se aplica para qualquer tipo de raios cósmico atravessando uma antena esférica em uma trajetória arbitrária.

Através da distribuição de temperatura, nós podemos encontrar como o ruído devido aos raios cósmicos surge em termos das vibrações mecânicas da antena. Estas vibrações são aquelas que podem ser monitoradas experimentalmente por transdutores que detectam o deslocamento da superfície da antena.

A equação de movimento para o vetor deslocamento do campo $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ de uma antena submetida à uma densidade de força $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ é dado por:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \mu \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - (\lambda + \mu) \nabla [\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (8.23)$$

onde μ e λ são os coeficientes de Lamé relacionados ao módulo de Yang Y e a razão de Poisson σ pelas fórmulas:

$$\mu = \frac{Y}{2(1 + \sigma)},$$

$$\lambda = \frac{Y\sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}.$$

Nós assumimos que a antena está inicialmente em repouso: $\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = 0$ e $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0) = 0$, o ponto denota $\partial/\partial t$.

Com o intuito de determinar a expressão para o vetor deslocamento do campo, equação 8.23 é solucionada usando procedimentos padrões. O vetor deslocamento do campo pode ser expandido em

uma serie de auto-funções:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_N \mathbf{u}_N(\mathbf{x}) u_{tN}(t), \quad (8.24)$$

Onde $\mathbf{u}_N(\mathbf{x})$ são as auto-funções da equação:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u}_N + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_N) = -w_N^2 \rho \mathbf{u}_N, \quad (8.25)$$

Com a condição de que a esfera está livre de tensões na superfícies. Combinando as equações 8.23-8.25 acima e usando a condição de ortogonalidade

$$\int \rho \mathbf{u}_N^*(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{N'}(\mathbf{x}) d^3 x = M \delta_{N'N} \quad (8.26)$$

Na tentativa de eliminar a soma, e, usando a definição

$$f_N(t) \equiv \int_V \mathbf{u}_N^*(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) d^3 x \quad (8.27)$$

Nós obtemos

$$\frac{d^2 u_{tN}}{dt^2} + w_N^2 u_{tN} = \frac{1}{M} f_N(t). \quad (8.28)$$

As funções $f_N(t)$ resumem a influência da densidade de força externa em cada modo. Estas funções são necessárias para determinação da energia E_N depositada pela partícula de raio cósmico em cada modo da antena, dado por

$$E_N = \frac{1}{2M} |F_N(\omega_N)|^2 \quad (8.29)$$

Onde $F_N(\omega)$ é a transformada de Fourier de $f_N(t)$.

A difusão do calor produz um gradiente de temperatura sobre a antena que induz uma força interna dada pela expressão

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\alpha Y}{3(1-2\sigma)} \nabla T(\mathbf{x}, t), \quad (8.30)$$

Onde α é o coeficiente de expansão volumétrico.

Para a distribuição de temperatura de interesse, equação 8.22, a força produzida tem a seguinte expressão

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\gamma \sum_{\nu\sigma\mu} \Theta_{\nu\sigma\mu} \exp\left(-\frac{\kappa \lambda_{\nu\sigma}^2}{\rho c_\nu} t\right) \nabla u_{\nu\sigma\mu}(\mathbf{x}), \quad (8.31)$$

Onde γ é a constante adimensional de Gruneisen, definida por

$$\gamma \equiv \frac{\alpha Y}{3(1-2\sigma)} \frac{1}{\rho c_v}.$$

Após muitas manipulações matemáticas a função correspondente $f_{nlm}(t)$ foi encontrada como sendo

$$f_{nlm}(t) = -\gamma \sum_{v=0}^{\infty} \Theta_{vlm} W_{nlv} \exp\left\{-\frac{\kappa \lambda_{vl}^2}{\rho c_v} t\right\}, \quad (8.32)$$

Onde W_{nlv} é dado por

$$W_{nlv} = C_{nl} \beta_3(k_{nl} R) q_{nl} A_{vl} \int_0^R j_l(\lambda_{vl} r) j_l(q_{nl} r) r^2 dr. \quad (8.33)$$

Aqui nós usamos a mesma notação que em [52], com C_{nl} , k_{nl} , q_{nl} , e $\beta_3(k_{nl} r)$ definido explicitamente neste trabalho.

Com a determinação da expressão 8.32 nós completamos o cálculo do vetor deslocamento do campo da antena esférica submetida a uma densidade de força externa. Desta expressão nós podemos obter um resultado adicional: as energias depositadas pelos raios cósmicos em cada modo da antena. Uma vez que a transformada de Fourier de $\exp\{-[\kappa \lambda_{vl}^2 t / (\rho c_v)]\}$ é $1/[\kappa \lambda_{vl}^2 / (\rho c_v) + i \omega_{nl}]$, as energias depositadas em cada modo, Eq. 8.29, são encontradas como sendo:

$$E_{nlm} = \frac{1}{2M} \frac{\gamma^2}{W_{nl}^2} \left| \sum_{v=0}^{\infty} W_{nlv} \Theta_{vlm} \frac{1}{1 - i \frac{\kappa \lambda_{vl}^2}{\rho c_v W_{nl}}} \right|. \quad (8.34)$$

Nós completamos a determinação das expressões para o vetor deslocamento do campo e a energia depositada pelos raios cósmicos em cada modo da antena. É instrutivo agora ilustrar estes resultados com fontes particulares de calor.

8.3.1 Interação em um ponto

Nós iremos localizar nosso sistema referencial (sistema do laboratório) no centro geométrico da antena com o eixo z apontando para cima. Neste simples caso a partícula interage com a antena apenas no ponto $(\xi_{01}, \xi_{02}, \xi_{03})$ no instante $\tau=0$.

A fonte de calor é descrita pela função

$$s(\xi, \tau) = E_{lost} \delta(\xi_1 - \xi_{01}) \delta(\xi_2 - \xi_{02}) \delta(\xi_3 - \xi_{03}) \delta(\tau), \quad (8.35)$$

E então a constante $\Theta_{\nu\lambda\mu}$ se torna

$$\Theta_{\nu\lambda\mu} = E_{lost} u_{\nu\lambda\mu}^*(\xi_{01}, \xi_{02}, \xi_{03}). \quad (8.36)$$

Isto implica na seguinte energia depositada por modo:

$$E_{nlm} = \frac{1}{2M} \frac{y^2 E_{lost}^2}{w_{nl}^2 R^2} \left| \sum_{\nu=0}^{\infty} u_{\nu lm}^*(\xi_{01}, \xi_{02}, \xi_{03}) W'_{nl\nu} \right|^2. \quad (8.37)$$

As constantes adimensionais $W'_{nl\nu}$ e u'_{nlm} que são introduzidos acima não dependem de R. Elas são obtidas após uma adequada mudança de variáveis na integração. Elas são definidas por

$$\begin{aligned} W'_{nl\nu} &= \frac{W_{nl\nu}}{\sqrt{R}}, \\ u'_{\nu lm} &= u_{\nu lm} \sqrt{R^3}. \end{aligned} \quad (8.38)$$

Como $w_{nl}^2 R^2$ não depende de R, nós concluímos que a energia transmitida pela partículas na esfera varia (através da massa) com $1/R^3$.

8.3.2 Interação ao longo de uma linha reta

A trajetória da partícula pode ser descrita pelos ângulos de Euler Θ_0 e ϕ_0 somados das coordenadas do ponto mais próximo da origem do referencial do laboratório, $p = (\xi_{01}, \xi_{02}, \xi_{03})$.

Conforme as partículas de raios cósmicos viajam essencialmente na velocidade da luz, liberando energia ao longo de um cilindro de insignificante tamanho transversal em relação às dimensões da antena, a seguinte expressão para a fonte de calor é usada:

$$s(\xi, \tau) = \frac{dE}{dl} \delta(P_1) \delta(P_2) \delta(\tau). \quad (8.39)$$

A energia perdida pela partícula por unidade de comprimento, dE/dl , é considerada constante. A trajetória da partícula é definida por quaisquer duas equações de plano $P_1=0$, $P_2=0$.

Neste caso o $\Theta_{\nu\lambda\mu}$ é obtido a partir da seguinte integração ao longo do comprimento todo l da trajetória:

$$\Theta_{\nu\lambda\mu} = \frac{dE}{dl} \int_{-l/2}^{l/2} u_{\nu\lambda\mu}^*(\xi_{01} + \xi_3 \sin \theta_0 \cos \phi_0, \xi_{02} + \xi_3 \sin \theta_0 \sin \phi_0, \xi_{03} + \xi_3 \cos \theta_0) d\xi_3. \quad (8.40)$$

As energias por modo são dadas por

$$E_{nlm} = \frac{1}{2M} \frac{R^2}{(w_{nl} R)^2} \left(\frac{dE}{dl} \right)^2 \left| \sum_{\nu=0}^{\infty} \Theta'_{\nu lm} W'_{nl\nu} \right|^2, \quad (8.41)$$

Onde

$$\Theta'_{\nu lm} \equiv \Theta_{\nu lm} \sqrt{R} \left(\frac{dE}{dl} \right)^{-1}. \quad (8.42)$$

Os $\Theta'_{\nu lm}$ são definidos de maneira a fazer com que seja adimensional e independente de R.

8.3.3 Simplificação das Equações

É possível fazer uma simplificação nas equações acima ao considerarmos uma esfera de tamanho infinito, já que a partícula é muito pequena comparada à esfera. Ao fazermos esta suposição, a solução da equação de calor em uma região infinita com uma fonte de calor é dada pela seguinte equação:

$$T(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{e^{-(\vec{x}-\vec{\xi})^2/(4a^2(t-\tau))}}{8(\pi a^2(t-\tau))^{3/2}} s(\vec{\xi}, \tau) d^3\xi d\tau \quad (\text{Eq.8.43})$$

Onde $a^2 = \kappa/\rho c_v$.

Considerando a fonte de calor como sendo pontual, ou seja:

$$s(\vec{\xi}, \tau) = E_{lost} \delta(\vec{\xi}) \delta(\tau) \quad (\text{Eq.8.44})$$

Ao substituir em T, temos que:

$$T(\vec{x}, t) = \frac{E_{lost} e^{-x^2/4a^2t}}{8(\pi a^2 t)^{3/2}} \quad (\text{Eq.8.45})$$

A força é proporcional ao gradiente desta função e é dada pela equação 8.30, logo:

$$f(\vec{x}, t) = E_{lost} \alpha Y \rho c_v \mathbf{x} \frac{e^{-x^2/4a^2t}}{16 t a^2 (\pi a^2 t)^{3/2}} \quad (\text{Eq.8.46})$$

Tendo obtido esta nova expressão para a força, utilizamos ela na equação 8.27 e a transformada de Fourier, obtemos o seguinte resultado:

$$f_{nlm} = \beta_3 (k_{nl} R) C_{nl} q_{nl} j_l(q_{nl} r) Y_{nlm}(l, m, \theta, \phi) \quad (\text{Eq.8.47})$$

Com o auxílio da equação 8.29, obtemos a energia depositada em cada modo normal da esfera como sendo:

$$E_{nlm} = \frac{1}{2M} \gamma^2 \left(\frac{E_{lost} |f_{nlm}|}{w_{nl}} \right)^2 \frac{1}{k_b 10^6} (\mu K) \quad (\text{Eq.8.48})$$

8.3.4 Modelo Multiponto

Interessados em aplicar os resultados obtidos com a simulação realizada com o Geant4 no modelo descrito acima, realizamos uma modificação no modelo pontual. Como estamos considerando várias partículas pontuais ao mesmo tempo, passamos a considerar nossa fonte de calor como tendo a seguinte forma:

$$s(\vec{\xi}, \tau) = \sum_{i=1}^N E_{lost}^i \delta(\vec{\xi}_i) \delta(\tau) \quad (\text{Eq.8.49})$$

onde o índice i representa a i -ésima partícula criada na interação e N o total de partículas criadas.

Realizando as mesmas passagens descritas anteriormente, obtivemos a equação seguinte:

$$T(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \frac{E_{lost}^i e^{-x_i^2/4a^2t}}{8(\pi a^2 t)^{3/2}} \quad (\text{Eq.8.50})$$

Novamente, obtemos a força a partir do gradiente da temperatura, logo:

$$f(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N E_{lost}^i \alpha Y \rho c_v \mathbf{x}_i \frac{e^{-x_i^2/4a^2t}}{16t a^2 (\pi a^2 t)^{3/2}} \quad (\text{Eq.8.51})$$

Com o auxílio da equação 8.27, segue que:

$$f_{nlm}^i = \beta_3 (k_{nl} R) C_{nl} q_{nl} j_l(q_{nl} r_i) Y_{nlm}(l, m, \theta, \phi) \quad (\text{Eq.8.52})$$

Por fim, aplicando na equação 8.29, temos que a energia depositada em cada modo normal através deste novo modelo é dada por:

$$E_{nlm} = \frac{1}{2M} \gamma^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^N E_{lost}^i |f_{nlm}^i|}{w_{nl}} \right)^2 \frac{1}{k_b 10^6} (\mu K) \quad (\text{Eq.8.53})$$

8.3.5 Validação do novo modelo

Este modelo foi desenvolvido com o intuito de ser adequado na utilização dos resultados obtidos com a simulação realizada com o Geant4. Uma vez que as informações das interações obtidas

na simulação são pontuais, nosso intuito foi através de um modelo pontual, obter os mesmos resultados que os fornecidos pelo modelo de traço. Daí então a utilidade do modelo multiponto.

Considerando um múon com energia de 4 GeV atravessando a esfera e perdendo um valor constante de 14 MeV/cm, através do modelo de traço retilíneo, obtivemos os resultados mostrados na tabela abaixo para os principais modos normais:

Tabela 8.1: Resultados obtidos com o modelo de traço retilíneo [51]

L	nl=10 (μK)	nl=11 (μK)	nl=12 (μK)	nl=22 (μK)
60 cm	2,108E-01	0,000E+00	1,560E-03	2,165E-02
40 cm	2,085E-02	1,823E-02	1,516E-03	1,961E-02
20 cm	1,406E-03	6,333E-03	1,099E-03	1,211E-02
10 cm	2,277E-04	1,671E-03	3,348E-04	3,547E-03

Com o modelo multiponto que desenvolvemos, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 8.2: Resultados obtidos com o modelo multiponto

L	nl=10 (μK)	nl=11 (μK)	nl=12 (μK)	nl=22 (μK)
60 cm	2,112E-01	1,698E-11	1,560E-03	2,163E-02
40 cm	2,089E-02	1,822E-02	1,516E-03	1,959E-02
20 cm	1,409E-03	6,332E-03	1,099E-03	1,210E-02
10 cm	2,281E-04	1,671E-03	3,348E-04	3,545E-03

Tendo em mão ambos os resultados, fizemos um cálculo da diferença percentual entre os resultados do modelo de traço retilíneo e o multiponto, sendo os resultados apresentados na tabela 8.3:

Tabela 8.3: Diferença entre os modelos em porcentagem

L	nl=10 (μK)	nl=11 (μK)	nl=12 (μK)	nl=22 (μK)
60 cm	0,16	-	0,02	-0,06
40 cm	0,16	-0,03	0,02	-0,06
20 cm	0,17	-0,03	0,02	-0,06
10 cm	0,17	-0,03	0,02	-0,06

Tais resultados nos mostram que o modelo multiponto é equivalente ao modelo de traço, com a diferença que no novo modelo, as interações são pontuais (discretas)

8.3.6 Comportamento da esfera de acordo com a posição de interação

Vimos que a quantidade de vibração gerada em cada modo normal da esfera depende do ponto

em que ocorreu a interação e da energia depositada no mesmo.

Com o intuito de entendermos melhor o motivo pelo qual foi mais vibração ou menos em cada modo, fizemos um estudo do comportamento da esfera de acordo com a região de interação da partícula.

Vimos que as ondas gravitacionais interagem com os modos quadrupolares da esfera, ou seja, $l=2$. Porém, analisaremos os modos $nl=10$, $nl=11$, $nl=12$ e $nl=22$, pois estes são aqueles que geram uma quantidade maior de vibração na esfera. Os outros modos podem ser descartados já que tomaremos os modos citados anteriormente como sendo os modos de “corte”.

Para realizarmos este estudo, faremos uso do modelo multiponto apresentado anteriormente.

Considerando uma partícula que perde uma energia constante por unidade de comprimento ao longo de uma trajetória, dividiremos esta trajetória em trechos de 1cm. Sendo assim, a partícula ao entrar na esfera, perderá uma quantia definida de energia ao longo de cada 1 centímetro e então veremos qual foi o resultado gerado em termos de vibração nos modos normais.

A esfera por ser simétrica faz com que a energia criada em cada modo normal seja independente da orientação do traço, ou seja, uma partícula que percorre 30cm dentro da esfera irá gerar sempre a mesma quantidade de vibração em cada modo independentemente de como este traço está orientado dentro da esfera, desde que sejam percorridos exatamente 30cm dentro da esfera.

Tendo em mãos as informações acima, consideraremos traços com comprimentos de 65cm, 40cm, 20cm e 10cm. Cada um destes traços será dividido em intervalos de 1cm e cada intervalo será novamente dividido em 100 partes de comprimento igual. Aplicaremos então o modelo multiponto em cada uma destas 100 partes, somaremos os resultados e então teremos a vibração gerada em cada modo normal correspondente aquele intervalo de 1cm. Com estes resultados teremos conhecimento de como os modos normais são excitados de acordo com a região de interação da partícula dentro da esfera.

As figuras abaixo mostram o comportamento dos modos da esfera. Os resultados foram normalizados em relação ao maior ruído gerado no modo, assim teremos a informação desejada independente da quantia de energia que a partícula perde em 1cm.

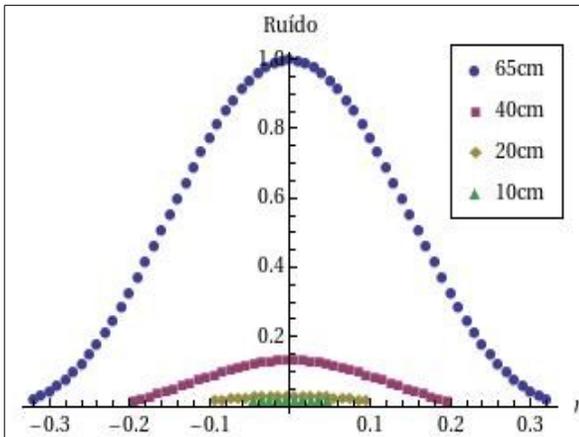


Figura 8.3: Vibração no modo $nl=10$

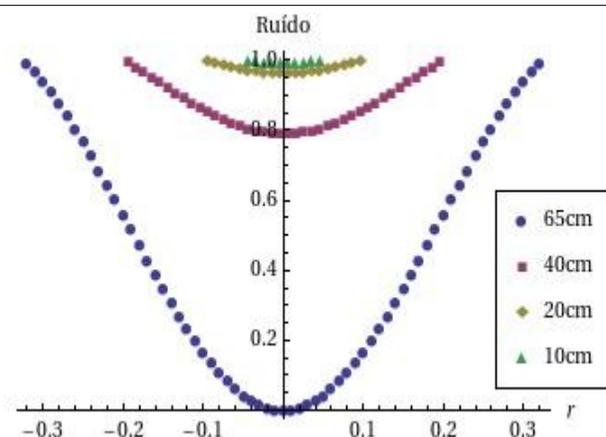


Figura 8.4: Vibração no modo $nl=11$

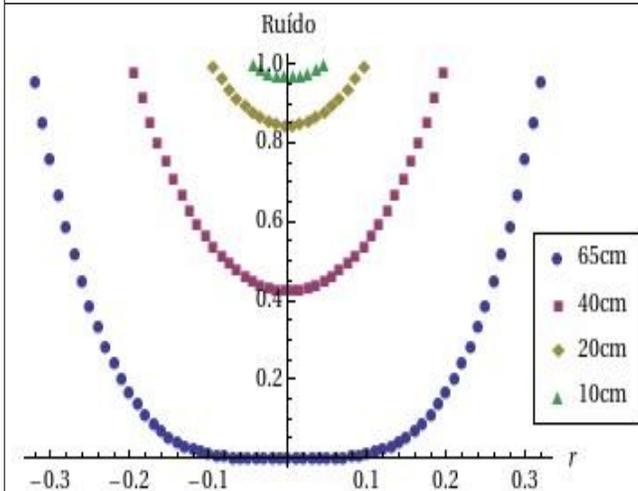


Figura 8.5: Vibração no modo $nl=12$

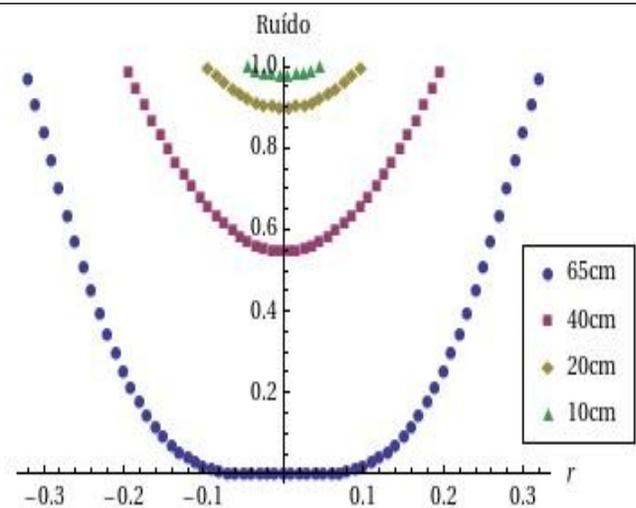


Figura 8.6: Vibração no modo $nl=22$

Ao analisarmos a figura 8.3, vemos que o modo $nl=10$ é mais excitado pelas partículas que passam mais próximas ao centro da esfera. Nas extremidades da mesma, as vibrações geradas são pequenas, aumentando conforme nos aproximamos do centro.

O efeito contrário pode ser observado nas figuras 8.4, 8.5 e 8.6. Observamos claramente que conforme nos aproximamos do centro da esfera, a vibração gerada nos respectivos modos diminui, aumentando conforme nos afastamos desta região.

Estes resultados serão de grande importância mais adiante quando analisarmos o efeito dos modos normais da esfera causados pela saída da nossa simulação com o Geant4.

9 Resultados

9.1 Procedimento adotado

O objetivo deste trabalho é estudar a sensibilidade da esfera devido à passagem de raios cósmicos pela mesma e estimar o fluxo de raios cósmicos esperado em um dia. Para isso, fizemos uso da simulação realizada com o Geant4 junto do modelo multiponto desenvolvido e validado anteriormente.

Um dos problemas que tivemos de contornar foi o fato de o nosso programa não realizar uma simulação a partir de uma equação de fluxo como outros pacotes de simulação. A solução encontrada foi lançar uma grande quantidade de partículas, separadamente, sobre o prédio com a mesma energia. Então coletamos todas as informações referentes às interações da partícula lançada e dos secundários produzidas por ela, bem como a posição de cada interação e a energia perdida neste ponto. Em seguida realizamos o cálculo do ruído gerado por esta partícula e seus secundários. Ao final do lançamento de N partículas, obtivemos o ruído gerado por cada uma delas e a partir daí calculamos uma média do ruído gerado na esfera para esta energia fixa.

Para os múons fizemos 3 tipos de lançamentos: incidindo perpendicularmente sobre o prédio e atingindo a esfera exatamente no centro, incidindo sobre o prédio com uma inclinação de 25° e por fim atravessando a esfera sem levarmos em consideração o prédio. As energias de lançamento foram 1 GeV, 10 GeV, 50 GeV, 100 GeV, 200 GeV, 250 GeV, 300 GeV e 350 GeV. A quantidade de partículas lançadas atravessando o prédio perpendicularmente para cada energia foi de 20 mil, atravessando o prédio com uma inclinação de 25° lançamos 50 mil e atravessando somente a esfera um total de 20 mil. Os valores são bastante elevados e diferem entre si pois buscamos uma quantidade que reduzisse as flutuações estatísticas.

Para prótons fizemos apenas dois tipos de lançamentos: atravessando o prédio perpendicularmente e atravessando o mesmo com uma inclinação de 25° . Perpendicularmente lançamos um total de 10 mil partículas e com uma inclinação de 25° lançamos apenas 5 mil. Para prótons o número foi bastante reduzido devido ao fato que por este sofrer interações hadrônicas, a quantidade de secundários produzidos era muito grande, o que favoreceu bastante a estatística.

9.2 Ruído gerado pelos múons

Os cálculos dos ruídos gerados por múons foram realizados para os modos $nl=10$, $nl=11$, $nl=12$ e $nl=22$, apesar de o detector Mário Schenberg apenas monitor o modo $nl=12$. Colocamos em um mesmo gráfico, veja figuras 9.1 a 9.4, os dados referentes ao lançamento perpendicular sobre o prédio, com inclinação de 25° sobre o prédio e diretamente na esfera.

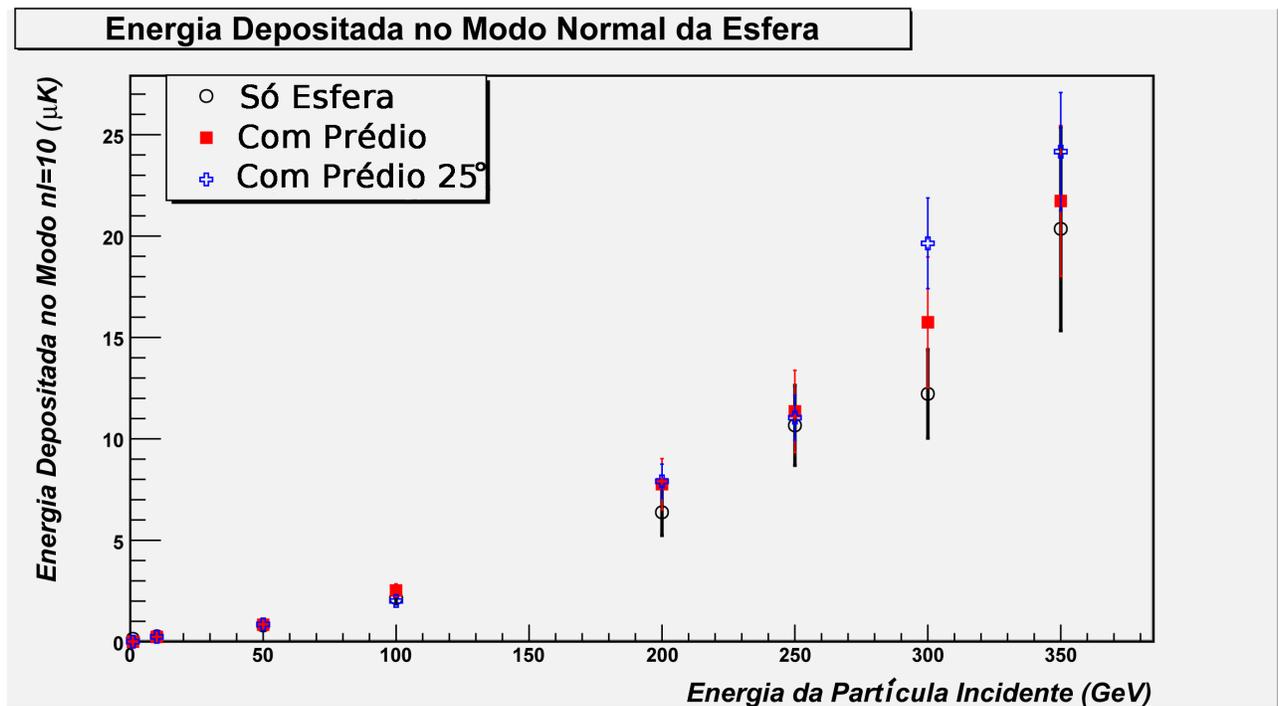


Figura 9.1: Ruído gerado no modo $nl=10$ por múons.

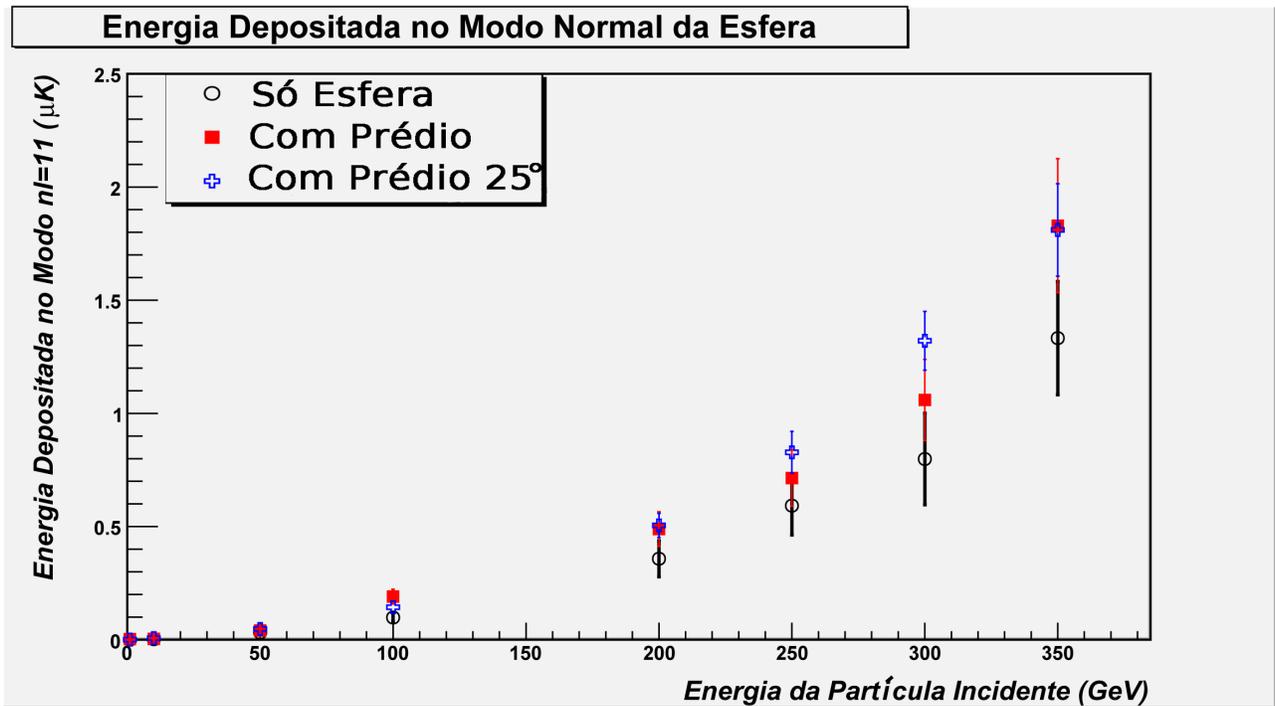


Figura 9.2: Ruído gerado no modo $nl=11$ por múons.

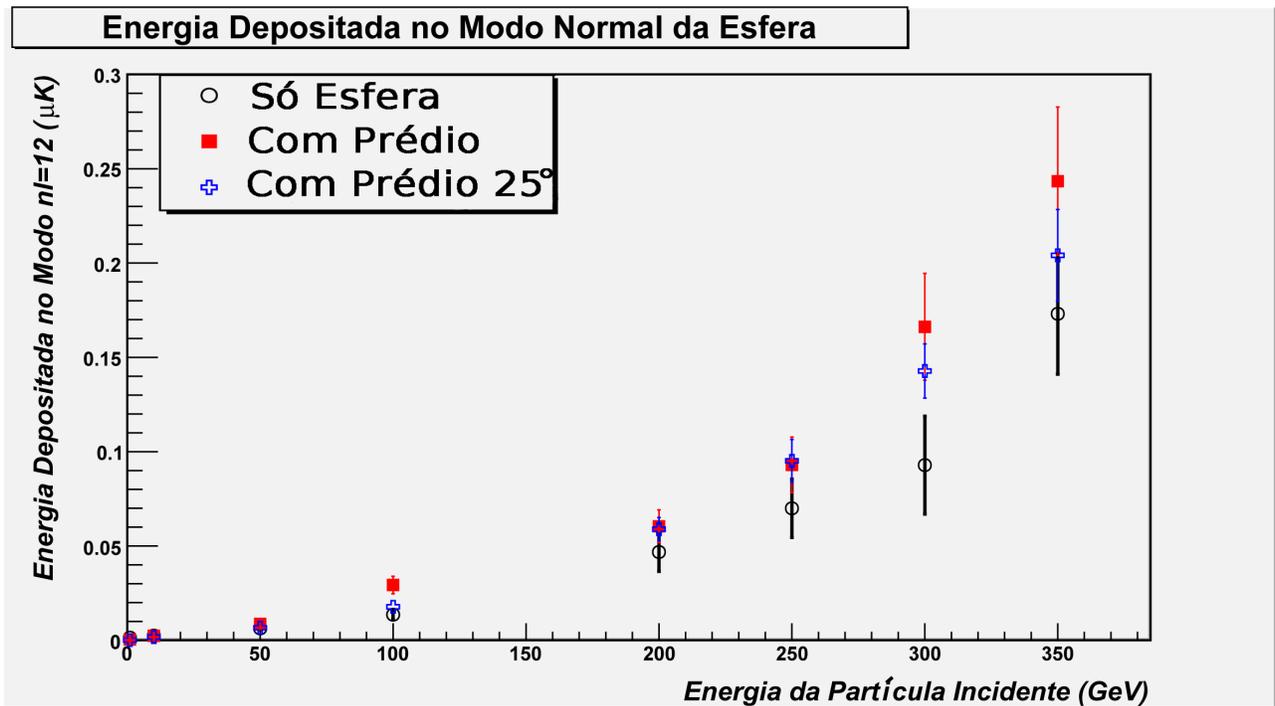


Figura 9.3: Ruído gerado no modo $nl=12$ por múons.

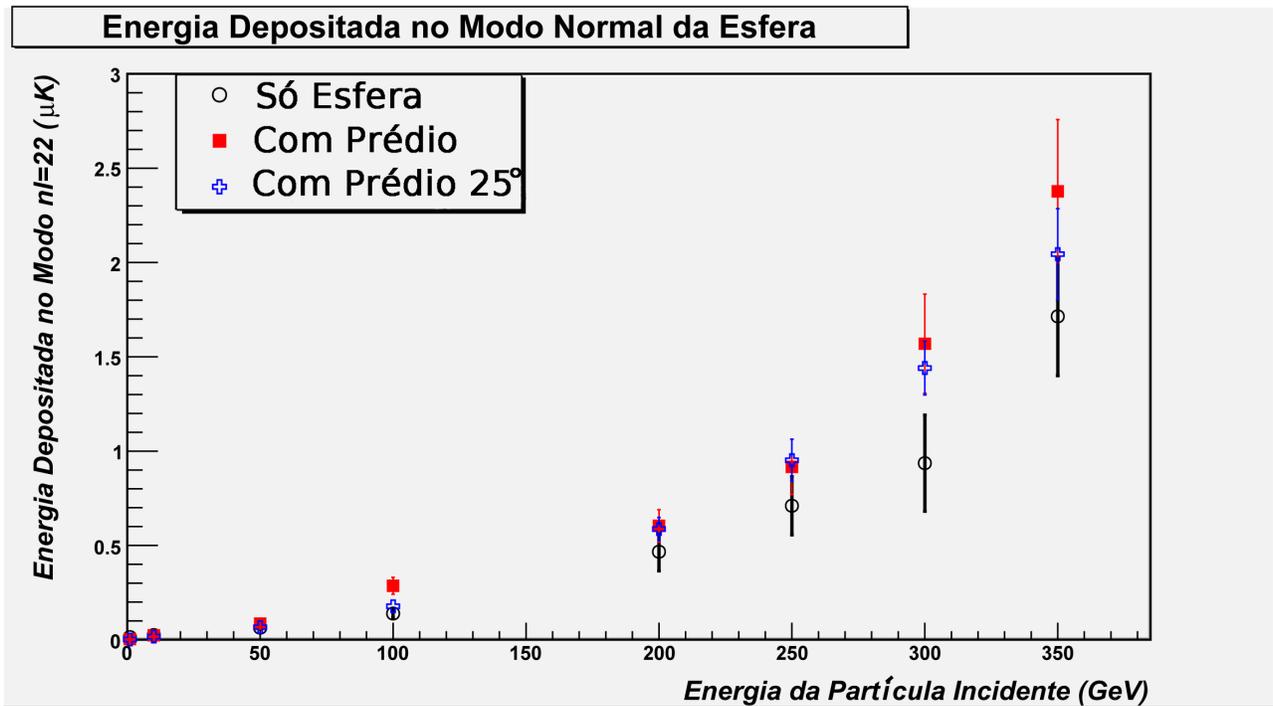


Figura 9.4: Ruído gerado no modo $nl=22$ por múons.

As figuras acima podem ser interpretadas com o auxílio das figuras 8.3, 8.4, 8.5 e 8.6. Apesar de ainda estarmos enfrentando problema com a estatística do lançamento de 25° , podemos ver claramente que o espalhamento sofrido pelos múons é muito baixo, gerando partículas secundárias na direção de sua propagação com baixa deflexão e maior energia. O lançamento vertical é o qual o múon irá atravessar mais matéria, produzindo uma quantidade maior de secundários e fazendo com que a deflexão que eles sofram seja maior, porém com uma energia menor. Devido a isto e ao comportamento do esfera, no dois primeiros modos o lançamento de 25° é dominante e nos dois seguintes o vertical é quem domina.

Os resultados acima são de suma importância para que possamos estimar a taxa de eventos esperado no detector Mário Schenberg. Como citado anteriormente, apenas o modo $nl=12$ é monitorado. Sendo assim, ajustamos uma função polinomial à cada um dos conjuntos de dados da figura 9.3 a fim de obtermos o comportamento do ruído ao longo do espectro de energia. Os ajustes foram os seguintes, com F_{nl} em μK e E em GeV:

$$F_{nl=12}(E) = (1.647 \times 10^{-13}) \times E^5 - (1.132 \times 10^{-10}) \times E^4 + (2.777 \times 10^{-8}) \times E^3 - (1.941 \times 10^{-6}) \times E^2 + 0.0001407 \times E + 0.001266 \quad (9.1)$$

$$F_{nl=12}(E) = (3.6 \times 10^{-13}) \times E^5 - (2.351 \times 10^{-10}) \times E^4 + (5.215 \times 10^{-8}) \times E^3 - (3.477 \times 10^{-6}) \times E^2 + 0.0002474 \times E + 0.0001915 \quad (9.2)$$

$$F_{nl=12}(E) = (1.812 \times 10^{-13}) \times E^5 - (1.377 \times 10^{-10}) \times E^4 + (3.758 \times 10^{-8}) \times E^3 - (2.934 \times 10^{-6}) \times E^2 + 0.0002055 \times E - 0.0001001 \quad (9.3)$$

A equação 9.1 refere aos múons lançados diretamente na esfera, a equação 9.2 é o ajuste dos múons lançados verticalmente enquanto a equação 9.3 diz respeito ao ajuste dos múons lançados com 25° de inclinação.

9.2.1 Ruído gerado pelos prótons

Da mesma forma que fizemos para os múons, lançamos prótons com diferentes energias fixas em 2 direções. A primeira delas foi incidindo perpendicularmente ao topo do prédio atravessando toda a sua estrutura e a segunda atravessando todo o prédio, porém com uma inclinação de 25°. As energias escolhidas foram de 1 GeV, 10 GeV, 100 GeV, 200 GeV, 300 GeV, 400 GeV e 500 GeV. Optamos por não lançarmos acima de 1 TeV devido ao fato de que alguns processos das interações físicas ainda não serem bem conhecidos em tais energias, o que é comprovado pela existência de um grande número de modelos de interações hadrônicas como apresentado anteriormente na seção 7.3.

Nas figuras 9.5 a 9.8 apresentamos os gráficos referentes aos ruídos gerados nos modos $nl=10$, $nl=11$, $nl=12$ e $nl=22$ devido à passagem dos prótons pelo prédio e atingindo a esfera.

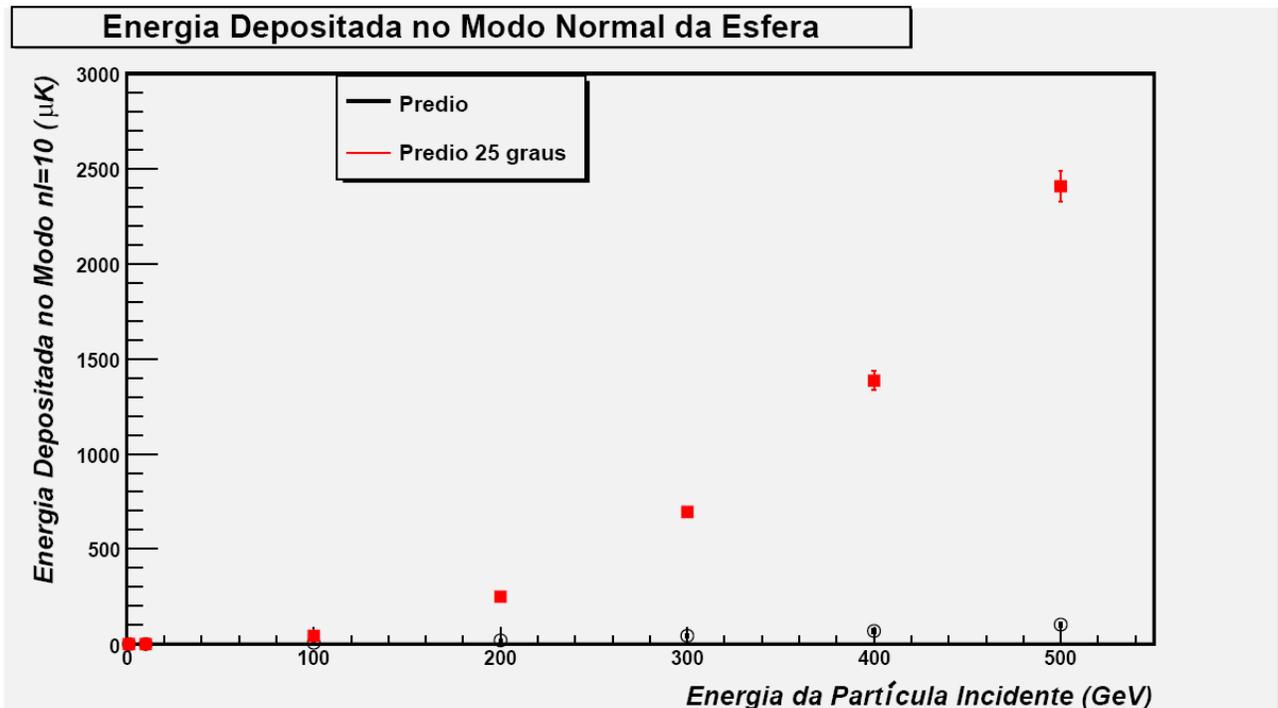


Figura 9.5: Ruído gerado no modo $nl=10$ por prótons.

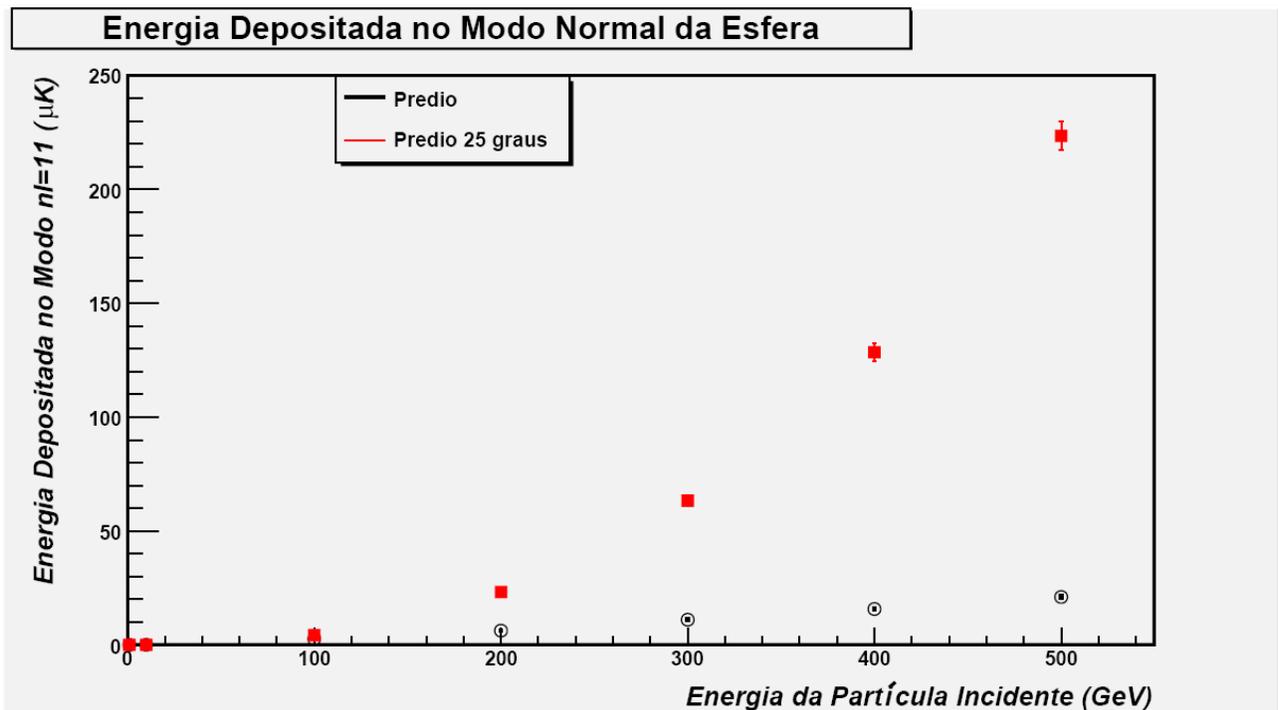


Figura 9.6: Ruído gerado no modo $nl=11$ por prótons.

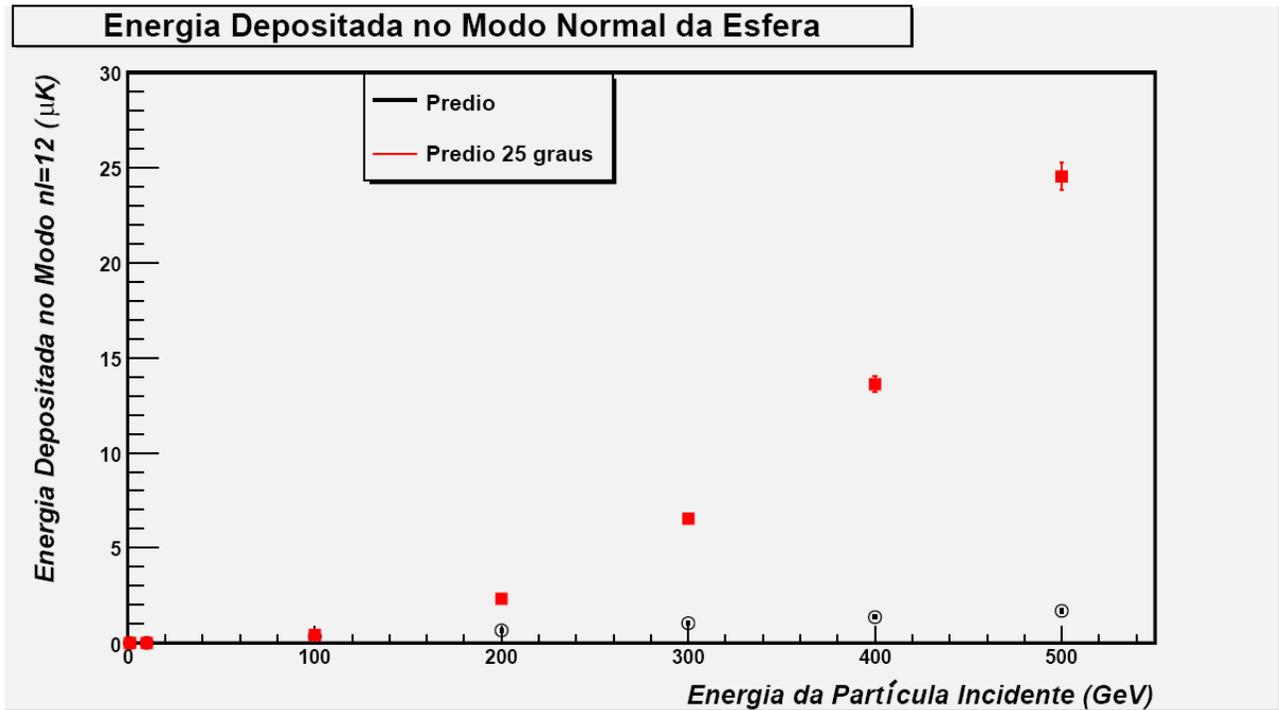


Figura 9.7: Ruído gerado no modo $nl=12$ por prótons.

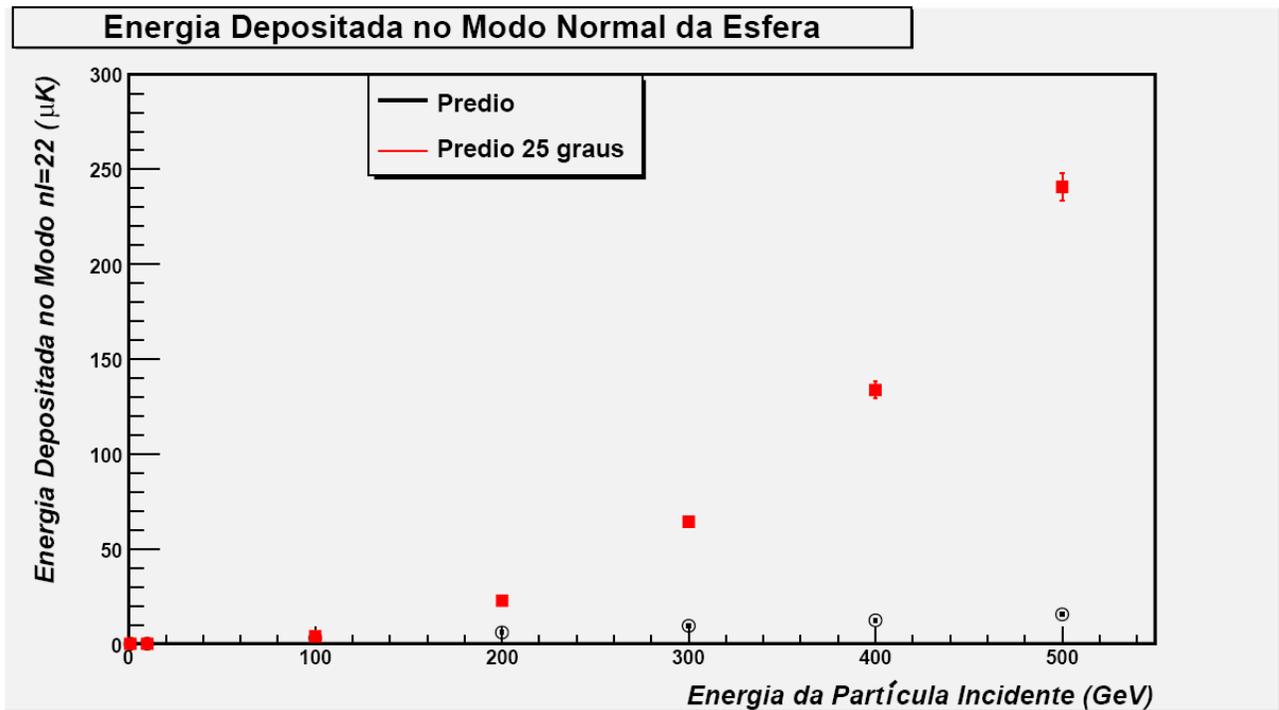


Figura 9.8: Ruído gerado no modo $nl=22$ por prótons.

Ao observarmos a figura referente à geometria do prédio utilizada na simulação (figura 7.6), vemos que um próton ao incidir verticalmente sobre o prédio acaba atravessando uma quantidade muito

maior de matéria que aquele que incide com uma inclinação de 25°. Através dos histogramas apresentados na seção 7.4, vemos que a energia média depositada na esfera quando a partícula incide diretamente na mesma é muito maior que quando atravessa o prédio. Sendo assim, teremos um ruído muito maior gerado na esfera quanto menor for a quantidade de matéria que os prótons atravessarem, explicando os resultados obtidos nas figuras 9.5, 9.6, 9.7 e 9.8.

Baseado ainda no fato de apenas o modo $nl=12$ ser monitorado, ajustamos curvas para o conjunto de dados apresentados na figura 9.7. Apesar de não apresentarmos nos gráficos acima, obtivemos um ajuste correspondente à uma média esperada para as partículas que incidem diretamente na esfera. Como dados, utilizamos os valores médios obtidos nos histogramas da seção 7.4. Os ajustes realizados foram:

$$F_{nl=12}(E) = (1.35 \times 10^{-4}) \times E^2 - (2.22 \times 10^{-2}) \times E + 1.29 \quad (9.4)$$

$$F_{nl=12}(E) = (-4.43 \times 10^{-7}) \times E^2 + (3.66 \times 10^{-3}) \times E - (3.27 \times 10^{-2}) \quad (9.5)$$

$$F_{nl=12}(E) = (8.86 \times 10^{-4}) \times E^2 + (1.85 \times 10^{-2}) \times E - 0.52 \quad (9.6)$$

A equação 9.4 corresponde às partículas incidindo com uma inclinação de 25°, a equação 9.5 são as partículas incidindo verticalmente e a equação 9.6 corresponde às partículas incidindo diretamente na esfera.

Os ajustes realizados para os outros modos são apresentados no Apêndice.

9.3 Taxa de eventos esperada na antena gravitacional

A obtenção das taxas de eventos, devido aos raios cósmicos, esperadas na antena dependerá diretamente da temperatura de ruído que a antena opera. A temperatura de projeto a 4.2 K é de aproximadamente $2,2 \times 10^{-5}$ K e uma amplitude de sensibilidade em torno de $10^{-21} \text{Hz}^{-1/2}$ [19]. O procedimento adotado para a obtenção desta taxa será semelhante ao adotado pelo grupo de Stanford [53].

Segundo estudos de C.A.Costa [19], a função que descreve a quantidade de eventos devido à uma certa temperatura de ruído na esfera é a seguinte:

$$N = N_0 \times \exp(-t/t_{noise}) \quad (9.7)$$

A esfera possui um ruído próprio devido a todos os fatores citados em seções anteriores. Este ruído define qual a amplitude de sensibilidade que a esfera consegue operar. Por sua vez, esta sensibilidade pode ser convertida em temperatura de ruído, que é exatamente o t_{noise} da equação apresentada acima. Esta equação nos informa qual a contagem total de eventos na antena que conseguem gerar um ruído maior ou igual a t , sendo N_0 a quantidade total de amostragens possíveis de se realizar em um determinado tempo, ou seja, o número de amostragens do detector vezes um intervalo de tempo. Utilizaremos como número de amostragens o mesmo utilizado por C.A.Costa, 16384 Hz, e o intervalo de tempo de um dia, 86400 s.

Para que o ruído de uma partícula seja detectado, é preciso que este seja superior ao já presente na esfera, ou seja, térmico, vibracional, eletrônico, entre outros. A equação 9.7 descreve esse comportamento da esfera, sendo esta equação que nos auxiliará a obter a taxa de partículas esperada.

Precisaremos obter um gráfico da contagem de partículas esperada de acordo com o ruído produzido por elas. Para isso, faremos uma relação entre a equação 6.6 e 6.8 que representam o espectro de prótons e múons na cidade de São Paulo com as funções dos ajustes para o ruído gerado nos modos $nl=12$ pelas mesmas partículas.

Dada uma energia fixa da partícula incidente, teremos a quantidade média de ruído gerada pela mesma. Precisamos também da quantidade de partículas incidentes na esfera durante um dia com a energia que venha a gerar no mínimo este ruído. Para isso, pegaremos os ajustes do espectro e o integraremos em ângulo sólido, em tempo e em energia. Feito isso, teremos um gráfico de contagem ao dia por ruído gerado na esfera para o fluxo de prótons e múons. Sendo assim, plotaremos em um mesmo gráfico tanto a equação 9.7 quanto a curva do fluxo citado anteriormente.

Consideremos 3 regimes de operação da antena, ou seja, três valores diferentes para t_{noise} . Os valores a serem utilizados serão $t_{noise}=10^{-5}K$, $t_{noise}=10^{-6}K$ e $t_{noise}=10^{-7}K$. Tais valores refletem a sensibilidade em que a esfera se encontra, sendo $t_{noise}=10^{-5}K$ a sua sensibilidade projetada e $t_{noise}=10^{-7}K$ a sensibilidade no limite quântico. Quanto menor for o valor de t_{noise} , melhor é a sensibilidade da esfera, resultando numa quantidade maior de ruídos devido aos raios cósmicos que antes não eram relevantes.

Para múons e prótons fizemos uma pequena aproximação na hora de realizarmos a integral do fluxo. No intervalo de 0 até 8° consideramos a equação de ruído das partículas incidentes perpendicularmente sobre o prédio. De 8° até 25° consideramos, aproximadamente, a equação de ruído das partículas incidentes diretamente sobre a esfera já que a quantidade de matéria travessada era

pequena. De 25° até 60° consideramos a equação de ruído das partículas que incidiram sobre o prédio com uma angulação de 25°. Acima de 60° desconsideramos o fluxo já que a quantidade de partículas seria muito pequena devido à quantidade de matéria que seria atravessada. Além da integral em ângulo sólido, realizamos a integral em área onde consideramos apenas a área efetiva da esfera, e também uma integral em tempo onde consideramos a quantidade em segundos existentes em um dia.

A integral do fluxo foi dividida nos três intervalos citados acima. Ao considerarmos a quantidade de partículas capazes de gerar um ruído maior que t , a energia da partícula incidente capaz desse feito será diferente para cada uma das três equações de ruído. Para as partículas incidentes perpendicularmente, a energia da partícula será um valor X , para as incidentes direto na esfera será Y e para as incidentes com 25° será um valor Z . Sendo assim, ao realizarmos a integral do fluxo, de 0 até 8° integraremos a energia de X até o limite superior de energia. De 8° até 25° integraremos a energia de Y até o valor máximo e de 25° até 60° integraremos a energia de Z até o valor máximo. Feito estas integrais, multiplicadas pela integral do tempo e da área, obteremos o número total de partículas capazes de gerar um ruído maior ou igual a t .

Apresentamos nas figuras 9.9 a 9.11 os espectros integrados e a função de ruído da esfera para múons.

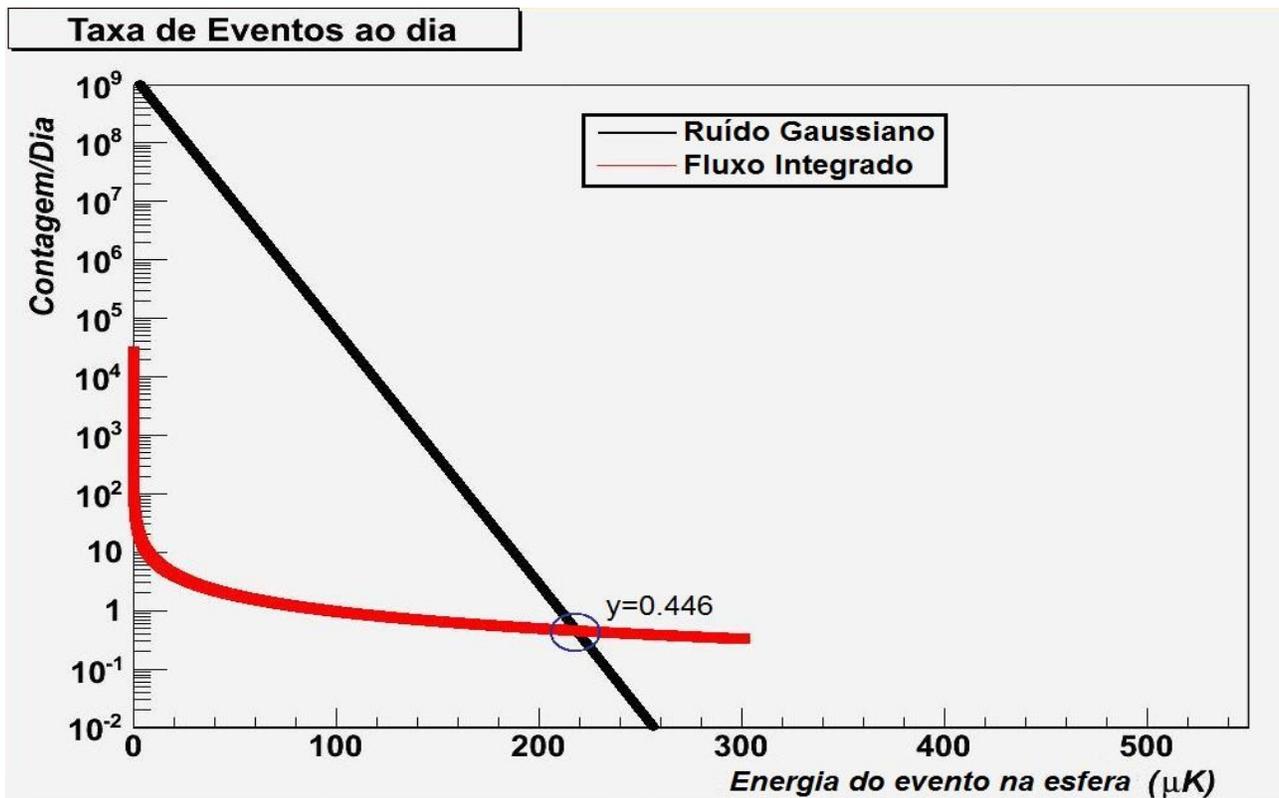


Figura 9.9: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^{-5} (K)

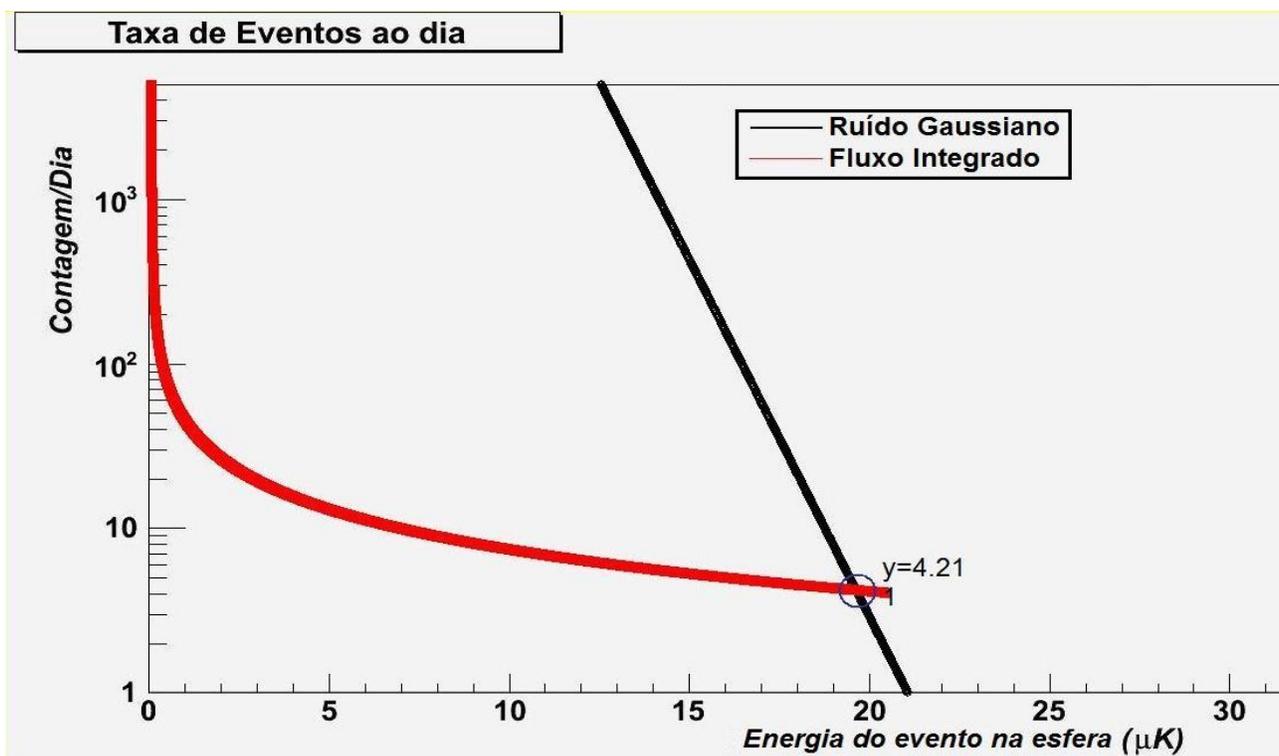


Figura 9.10: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^{-6} (K)

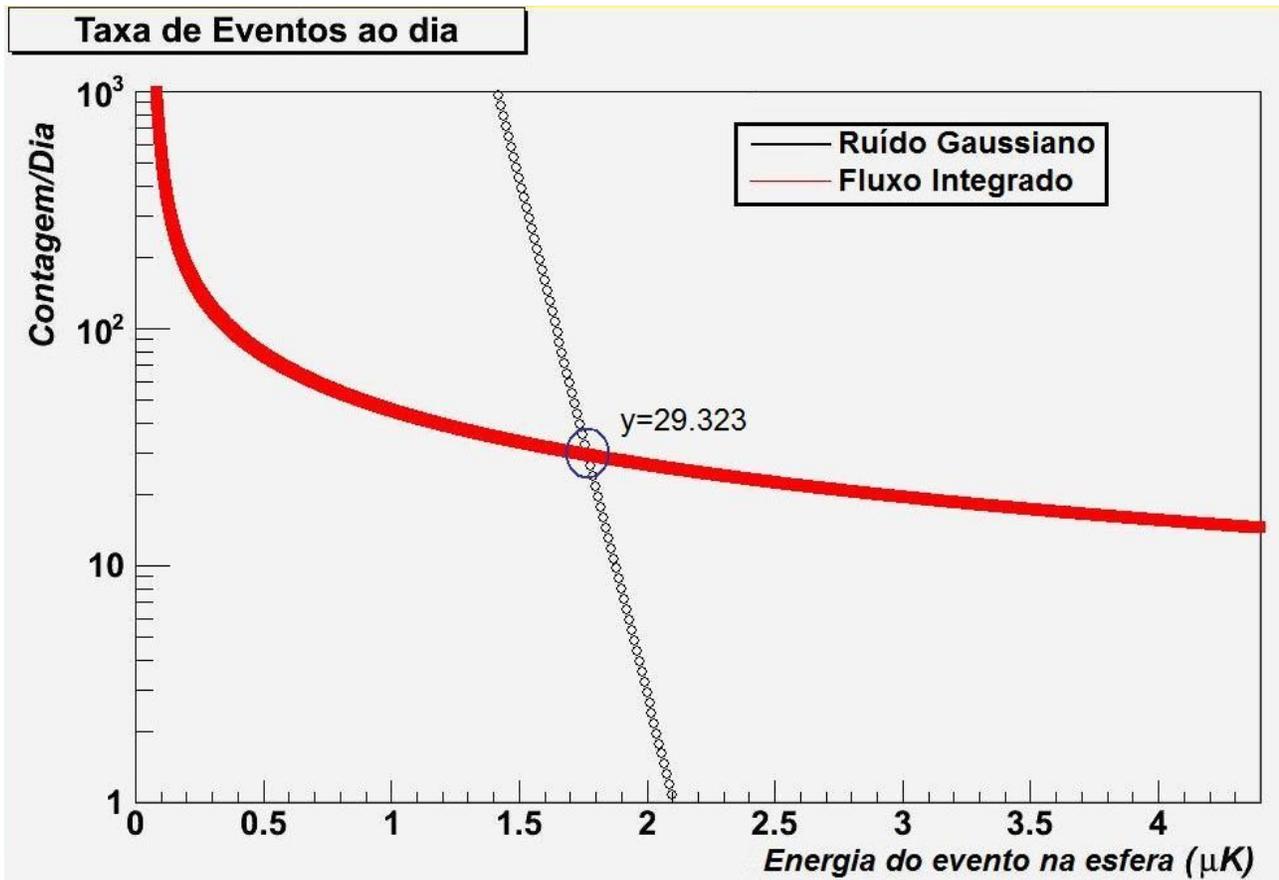


Figura 9.11: Taxa de múons na esfera com sensibilidade 10^7 (K)

Nas figuras 9.9 a 9.11, o valor explícito de y informa o ponto no eixo de contagem em que as duas curvas se cruzam. A partir deste ponto, o ruído gerado pelos múons passa a ser relevante na análise dos dados, já que a maioria dos eventos que estão gerando este ruído são partículas. Como o espectro de múons está integrado, temos que este valor de y é a quantidade de partículas esperada que gera um ruído que venha a interferir num possível sinal de ondas gravitacionais.

As figuras 9.12 a 9.14 mostram os resultados para os prótons.

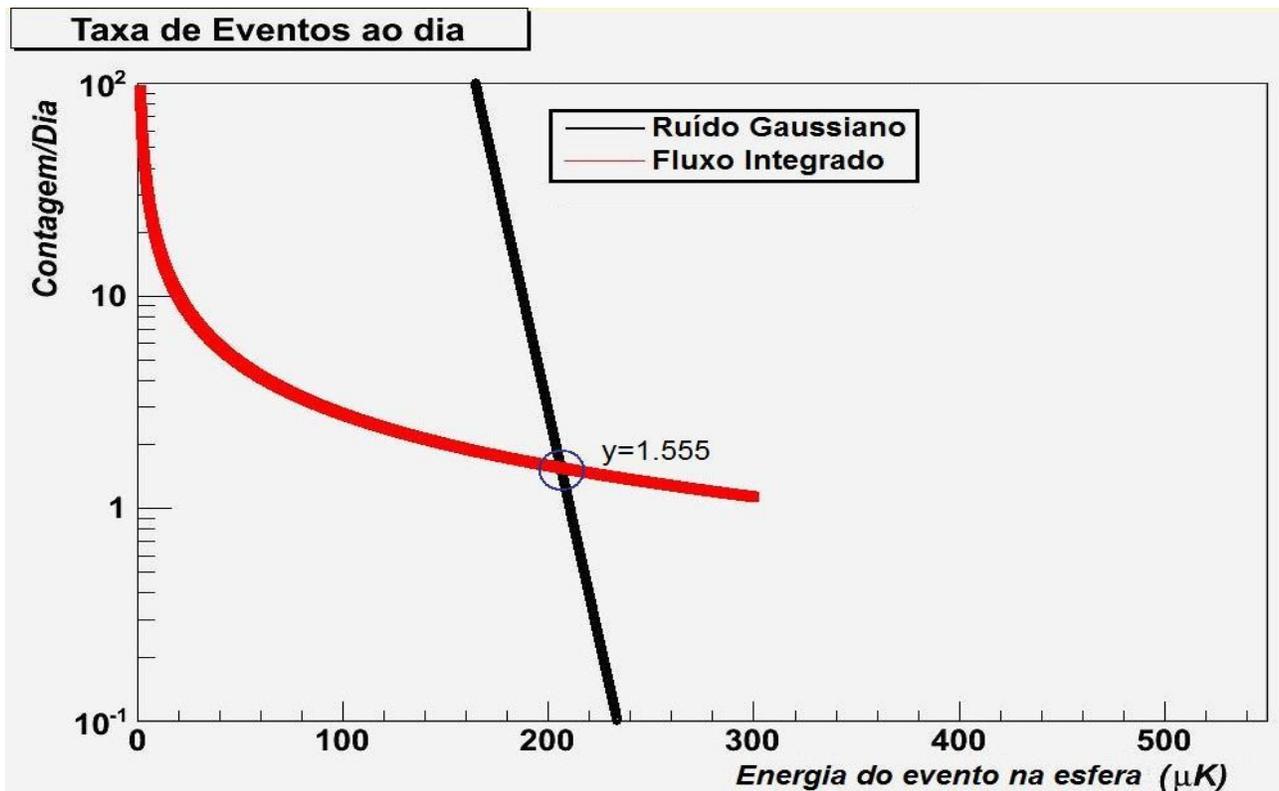


Figura 9.12: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-5} (K)

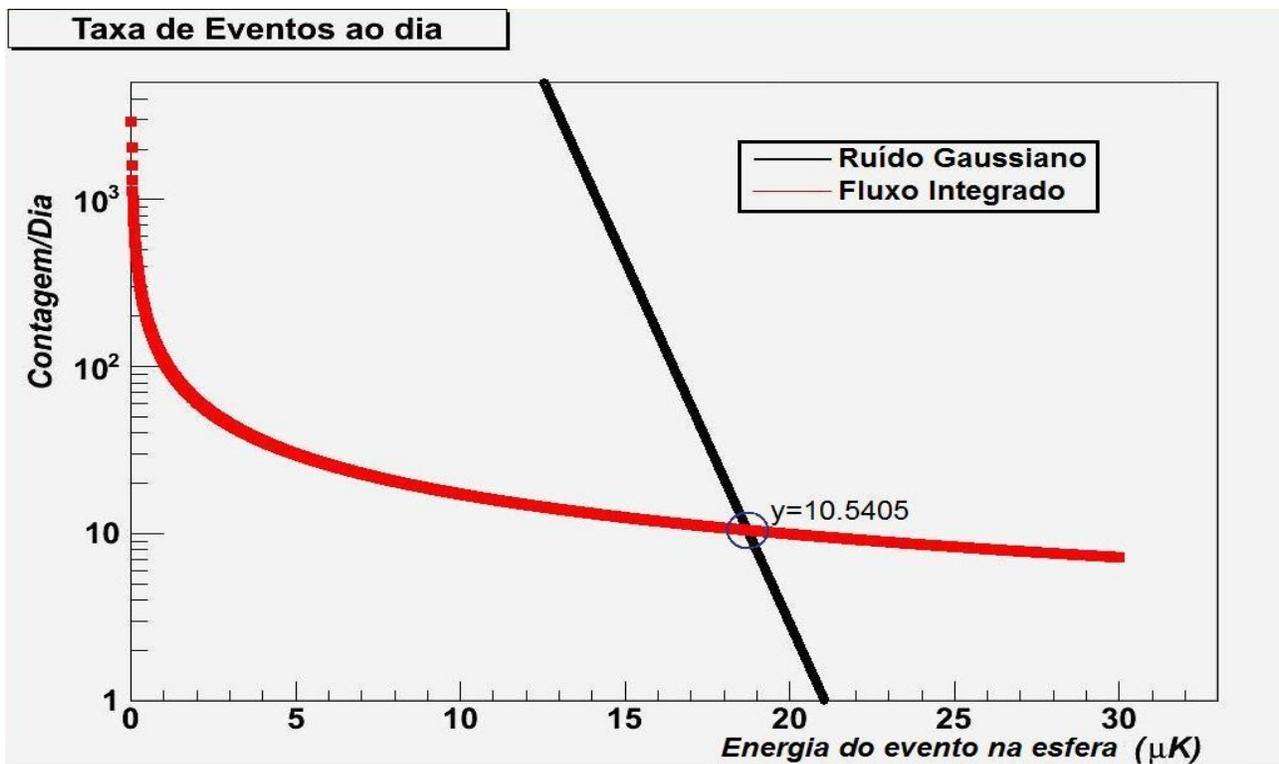


Figura 9.13: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-6} (K)

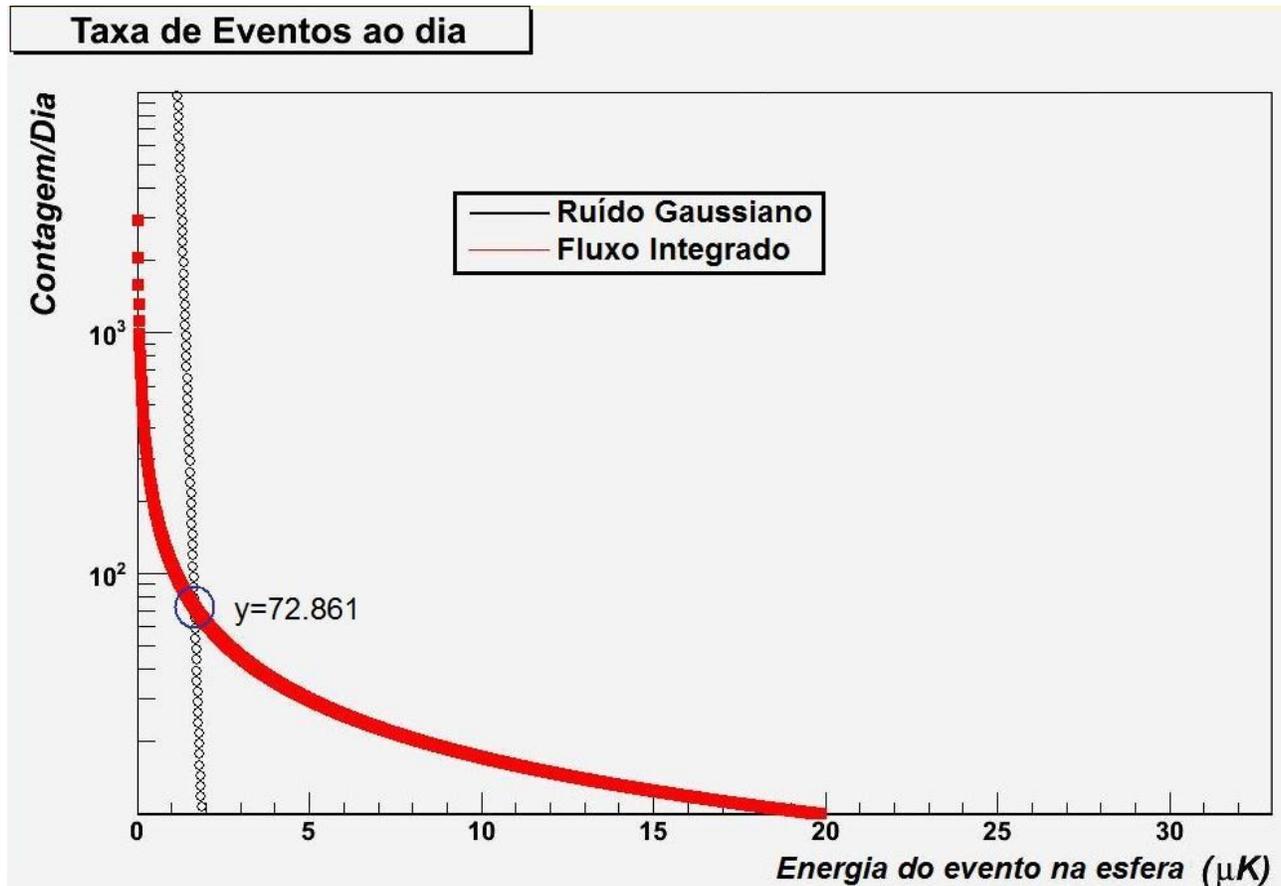


Figura 9.14: Taxa de prótons na esfera com sensibilidade 10^{-7} (K)

Abaixo apresentamos a Tabela 9.1 com as taxas obtidas nas figuras anteriores.

Tabela 9.1: Taxa de eventos esperados na esfera por dia.

T_{noise} (K)	Devido aos Múons	Devido aos Prótons
10^{-7}	29,32	72,86
10^{-6}	4,21	10,54
10^{-5}	0,45	1,56

Apresentamos na Tabela 9.1 a quantidade de prótons e múons que são esperados na antena gravitacional durante um dia para as sensibilidades $10^{-5}K$, $10^{-6}K$ e $10^{-7}K$. No entanto, o fenômeno que causa uma quantia maior de ruído são os chuveiros atmosféricos extensos (EAS – Extensive Air Showers).

A simulação que realizamos não é capaz de realizar um cálculo eficiente e preciso do número de eventos provenientes de EAS. A maneira mais precisa de se fazer isso seria realizarmos uma simulação através do Geant4 junto do pacote CORSIKA, sendo que este último serviria como *input* do fluxo de

partículas para o cálculo do Geant4.

Com o intuito de obtermos uma estimativa de eventos provenientes de EAS, utilizaremos um resultado obtido pelo grupo NAUTILUS [54] através do experimento realizado por eles. Através de simulações, os pesquisadores deste grupo obtiveram as taxas esperadas para hádrons isolados, múons e EAS no detector NAUTILUS. Os resultados obtidos foram confrontados com dados experimentais medidos no veto de raios cósmicos instalados acima e abaixo do detector. O modelo teórico concorda com os dados experimentais.

Observamos que existe uma relação praticamente constante entre a razão da taxa de hádrons isolados e a taxa de EAS. Este valor está em torno de 0,5, ou seja, o total de EAS é aproximadamente o dobro do valor de single hádrons.

A fim de obtermos uma taxa aproximada de EAS, utilizaremos a razão entre a nossa taxa de hádrons isolados e a taxa de EAS como sendo 0,5, porém com algumas ressalvas. O prédio em que se encontra a antena NAUTILUS é coberto por apenas uma telha fina, o que diminui muito a blindagem da parte eletromagnética. Senso assim, o valor real esperado para o detector “Mário Schenberg” deverá ser menor que 0,5, já que ele se encontra dentro de um prédio com blindagem de concretos e o sistema de isolamento vibracional exatamente acima da esfera. Outro fator pelo qual esperamos uma valor abaixo de meio é o fato de a esfera ser menos sensível aos raios cósmicos que os detectores de barra. Sendo assim, assumindo este valor para a razão das taxas, estamos estimando um valor superior para o número de EAS esperados na esfera.

Com isso, obtemos as seguintes taxas esperadas mostradas na Tabela 9.2.

Tabela 9.2: Taxa de eventos esperados na esfera por dia.

T_{noise} (K)	Devido aos Múons	Devido aos Prótons	Devido aos EAS	Total/dia
10^{-7}	29,32	72,86	145,72	247,91
10^{-6}	4,21	10,54	21,08	35,83
10^{-5}	0,45	1,56	3,11	5,13

Assim temos o total da taxa de eventos esperada na esfera devido à prótons, múons e chuviros atmosféricos que gerem um ruído relevante no sinal de saída da antena gravitacional por dia.

10 Conclusões

Através do modelo multiponto desenvolvido por nós, em conjunto com a simulação do Geant4, fomos capazes de obter o efeito ruidoso gerado na antena gravitacional pelas partículas provenientes de raios cósmicos.

Através da tabela 9.2 observamos que conforme a sensibilidade da esfera aumenta, mais sensível ela se torna ao efeito das partículas. No regime atual em que a esfera opera (4 K), a taxa esperada de partículas é muito baixa, o que nos leva a concluir que o ruído gaussiano já presente na antena é muito superior ao que possa ser gerado por partículas. Quando a esfera passar a operar no limite quântico, ou seja, com temperaturas em torno de 0,1K, o efeito destas partículas passará a ser muito relevante. Ao aumentarmos a sensibilidade da esfera, diminuimos a quantidade de eventos provenientes do ruído gaussiano da esfera, fazendo com que a partir de uma certa temperatura de ruído, a quantidade de amostragens preenchidas pelo ruído das partículas seja maior que as preenchidas pelo ruído gaussiano, contaminando o sinal de saída do detector.

Observamos que os principais causadores de ruídos são os prótons, apesar de os múons também contribuírem. Uma solução para minimizar os efeitos destas partículas seria a criação de uma blindagem de concreto que viesse a ser instalada acima do detector. Não é possível acabar com esse tipo de ruído por completo, porém com uma blindagem dessa seria possível fazer com que estas partículas interagissem mais antes de chegar na esfera, sendo absorvidas e espalhadas o máximo possível. Para trabalhos futuros, a simulação utilizada neste trabalho poderá auxiliar na obtenção de uma espessura e posicionamento ideal para esta blindagem.

Está em processo de construção os detectores de partículas a serem instalados junto da antena Mário Schenberg. Estes detectores auxiliarão na análise do sinal de saída da antena. Será realizada uma correlação entre o sinal detectado pelos cintiladores e o sinal de saída da antena, assim será possível excluir alguns sinais que venham a ser criados pelos raios cósmicos. Este estudo experimental será fundamental para a validação dos resultados obtidos neste trabalho com relação à taxa esperada de partículas incidindo sobre a esfera.

Apêndice

A seguir apresentamos as funções que foram ajustadas para as figuras referentes às curvas do ruído produzido pelas partículas na esfera em função da energia da partícula incidente.

Para múons incidindo sobre a esfera, ajustamos a seguinte função:

$$F_{nl}(E) = p1 \times E^5 + p2 \times E^4 + p3 \times E^3 + p4 \times E^2 + p5 \times E + p6 \quad (A1)$$

Na equação acima, os parâmetros ajustados foram p1, p2, p3, p4, p5 e p6, enquanto E representa a energia da partícula incidente. Abaixo encontram-se os valores dos parâmetros ajustados para os 3 tipos de lançamentos feitos para múons

Tabela I: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo diretamente na esfera

nl	10	11	12	22
p1 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^5$)	$(2.32 \pm 2.10) \times E^{-11}$	$(-0.15 \pm 1.42) \times E^{-12}$	$(1.65 \pm 1.77) \times E^{-13}$	$(1.64 \pm 1.76) \times E^{-12}$
p2 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^4$)	$(-1.62 \pm 1.31) \times E^{-8}$	$(1.91 \pm 9.03) \times E^{-10}$	$(-1.13 \pm 1.13) \times E^{-10}$	$(-1.13 \pm 1.12) \times E^{-9}$
p3 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^3$)	$(3.69 \pm 2.47) \times E^{-6}$	$(-0.56 \pm 1.72) \times E^{-7}$	$(2.77 \pm 2.17) \times E^{-8}$	$(2.78 \pm 2.15) \times E^{-7}$
p4 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^2$)	$(-1.87 \pm 1.40) \times E^{-4}$	$(1.31 \pm 0.97) \times E^{-5}$	$(-1.94 \pm 1.24) \times E^{-6}$	$(-1.92 \pm 1.23) \times E^{-5}$
p5 ($\mu\text{K}/\text{GeV}$)	$(1.56 \pm 1.38) \times E^{-2}$	$(8.39 \pm 9.16) \times E^{-5}$	$(1.41 \pm 0.12) \times E^{-4}$	$(1.42 \pm 0.01) \times E^{-3}$
p6 (μK)	0.1253 ± 0.001	$(2.22 \pm 0.82) \times E^{-4}$	$(1.27 \pm 0.01) \times E^{-5}$	$(12.7 \pm 0.1) \times E^{-3}$
χ^2/n	0.33	0.12	0.11	0.09

Tabela II: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo perpendicularmente no prédio

<i>nl</i>	10	11	12	22
p1 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^5$)	$(4.71 \pm 2.20) \times E^{-11}$	$(2.07 \pm 1.64) \times E^{-12}$	$(3.60 \pm 2.24) \times E^{-13}$	$(3.90 \pm 2.15) \times E^{-12}$
p2 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^4$)	$(-3.49 \pm 1.39) \times E^{-8}$	$(-1.12 \pm 1.03) \times E^{-9}$	$(-2.35 \pm 1.41) \times E^{-10}$	$(-2.58 \pm 1.36) \times E^{-9}$
p3 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^3$)	$(8.48 \pm 22.63) \times E^{-6}$	$(1.49 \pm 1.92) \times E^{-7}$	$(5.22 \pm 2.63) \times E^{-8}$	$(5.72 \pm 2.52) \times E^{-7}$
p4 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^2$)	$(-6.25 \pm 1.44) \times E^{-4}$	$(1.17 \pm 1.02) \times E^{-5}$	$(-3.48 \pm 1.42) \times E^{-6}$	$(-3.86 \pm 1.36) \times E^{-5}$
p5 ($\mu\text{K}/\text{GeV}$)	$(3.17 \pm 0.13) \times E^{-2}$	$(-5.82 \pm 9.59) \times E^{-5}$	$(2.47 \pm 0.13) \times E^{-4}$	$(2.53 \pm 0.13) \times E^{-3}$
p6 (μK)	$(-2.77 \pm 0.12) \times E^{-2}$	$(3.02 \pm 0.09) \times E^{-3}$	$(1.92 \pm 0.13) \times E^{-4}$	$(1.38 \pm 0.12) \times E^{-3}$
χ^2/n	0.42	0.33	1,99	1,78

Tabela III: Valores dos parâmetros para as curvas com múons incidindo com uma inclinação de 25° sobre o prédio

<i>nl</i>	10	11	12	22
p1 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^5$)	$(2.42 \pm 1.35) \times E^{-11}$	$(6.26 \pm 1.01) \times E^{-12}$	$(1.81 \pm 1.21) \times E^{-13}$	$(1.76 \pm 1.96) \times E^{-12}$

p2 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^4$)	$(-1.97 \pm 0.86) \times E^{-8}$	$(-0.43 \pm 6.36) \times E^{-10}$	$(-1.38 \pm 7.57) \times E^{-10}$	$(-1.34 \pm 0.75) \times E^{-9}$
p3 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^3$)	$(5.75 \pm 1.66) \times E^{-6}$	$(0.33 \pm 1.19) \times E^{-7}$	$(3.76 \pm 1.42) \times E^{-8}$	$(3.68 \pm 1.41) \times E^{-7}$
p4 ($\mu\text{K}/\text{GeV}^2$)	$(-5.18 \pm 0.96) \times E^{-4}$	$(4.22 \pm 6.56) \times E^{-6}$	$(-2.93 \pm 0.79) \times E^{-6}$	$(-2.88 \pm 0.78) \times E^{-5}$
p5 ($\mu\text{K}/\text{GeV}$)	$(3.16 \pm 0.09) \times E^{-2}$	$(6.79 \pm 0.63) \times E^{-4}$	$(2.06 \pm 0.07) \times E^{-4}$	$(2.04 \pm 0.08) \times E^{-3}$
p6 (μK)	$(2.99 \pm 0.08) \times E^{-2}$	$(-7.26 \pm 5.69) \times E^{-5}$	$(1.00 \pm 0.07) \times E^{-4}$	$(1.08 \pm 0.07) \times E^{-3}$
χ^2/n	1,56	0.18	0.40	0.46

A função ajustada para as curvas quando as partículas incidentes foram prótons é a seguinte:

$$F_{ni}(E) = p1 \times E^2 + p2 \times E + p3$$

A seguir apresentamos os valores dos ajustes

Tabela IV: Valores dos parâmetros para as curvas com prótons incidindo perpendicularmente no prédio

nl	10	11	12	22
p1($\mu\text{K}/\text{GeV}^2$)	$(3.61 \pm 0.21) \times E^{-4}$	$(2.86 \pm 0.45) \times E^{-5}$	$(-4.43 \pm 2.66) \times E^{-7}$	$(-2.71 \pm 2.47) \times E^{-6}$
p2($\mu\text{K}/\text{GeV}$)	$(2.92 \pm 0.51) \times E^{-2}$	$(2.92 \pm 0.23) \times E^{-2}$	$(3.66 \pm 0.09) \times E^{-3}$	$(3.29 \pm 0.09) \times E^{-2}$
p3(μK)	$(-2.69 \pm 0.49) \times E^{-3}$	(-0.57 ± 0.22)	$(-3.27 \pm 0.09) \times E^{-2}$	$(-2.94 \pm 0.09) \times E^{-1}$
χ^2/n	0,92	1,07	1,16	1,17

Tabela V: Valores dos parâmetros para as curvas com prótons incidindo com uma inclinação de 25° sobre o prédio

nl	10	11	12	22
p1($\mu\text{K}/\text{GeV}^2$)	$(-1.27 \pm 0.05) \times E^{-2}$	$(1.19 \pm 0.04) \times E^{-3}$	$(1.35 \pm 0.05) \times E^{-4}$	$(1,33 \pm 0.05) \times E^{-3}$
p2($\mu\text{K}/\text{GeV}$)	-1.79 ± 0.26	$(-1.72 \pm 0.19) \times E^{-1}$	$(-2.22 \pm 0.21) \times E^{-2}$	$(-2.19 \pm 0.21) \times E^{-1}$
p3(μK)	95.27 ± 20.88	9.55 ± 1.53	1.29 ± 0.17	12.65 ± 1.68
χ^2/n	0,25	0,59	1,36	1,24

Referências

- [1] <http://www.virgo.infn.it/>
- [2] <http://www.ligo.caltech.edu/>
- [3] <http://tamago.mtk.nao.ac.jp/>
- [4] <http://geo600.aei.mpg.de/>
- [5] <http://www.roma1.infn.it/rog/explorer/>
- [6] <http://www.roma1.infn.it/rog/nautilus/>
- [7] <http://www.auriga.lnl.infn.it/auriga/new/>
- [8] ALLEGRO
- [9] NIOBE
- [10] <http://www.minigrail.nl/>
- [11] <http://www.das.inpe.br/graviton/index.html>
- [12] <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>
- [13] Introducing Einstein's Relativity, Ray d'Inverno
- [14] L. Ju, D.G.Blair and C.Zhao, Rep. Prog. Phys. **63** (2000) 1317–1427.
- [15] F.S.Bortoli, Tese de Mestrado, USP
- [16] Thorne, K. S. Gravitational Radiation. In: Hawking, S.; Israel, W. (ed.). 300 Years of Gravitation. Cambridge: University Press, 1997. p. 330–458.
- [17] Clarke JPA, Van den Heuval EPJ, Sutantyo W. Astro. Astrophys. 721:120 (1979)
- [18] Taylor, J. H. Binary pulsars and relativistic gravity. Review of Modern Physics, v. 66, n. 3, p. 711–719, 1994
- [19] C.A.Costa, Tese de Doutorado, INPE
- [20] J. Weber, Physical Review Letters, 1969, vol. 22, number 24
- [21] <http://einstein.stanford.edu>
- [22] F.Ricci, A. Brilliet, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 1997. 47:111–56.
- [23] <http://www.roma1.infn.it/rog/foto>
- [24] <http://www.infn.it/indexen.php>
- [25] <http://www.das.inpe.br/graviton/index.html>
- [26] 6th Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves, Bankoku Shinryoukan, Kise Nago, Okinawa, Japan , June 20-24, 2005
- [27] B.F.Schutz, “Gravitational Wave Astronomy”, University of Wales College of Cardiff, Cardiff, U.K.

- [28] <http://lisa.nasa.gov/>
- [29] <http://www-akeno.icrr.u-tokyo.ac.jp/AGASA/>
- [30] B.K. Chatterjee et al., Proc. 9th International Cosmic Ray Conference, London 2(1965) 627.
- [31] Extensive Air Showers, M.V.S.Rao and B.V. Sreekantan, World Scientific, New York (1998)
- [32] <http://pdg.lbl.gov/2007/reviews/cosmicrayrpp.pdf>
- [33] <http://www.physics.adelaide.edu.au/astrophysics/hires/uhecr.html>
- [34] Hayakawa S. Cosmic Rays Physics, vol. 22. Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy
- [35] Techniques for nuclear and particle physics experiments, William R. Leo, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Alemanha (1987)
- [36] H H Mielke et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 20 (1994) 637-649
- [37] T. Antoni et al., The Astrophysical Journal, 612:914-920. 2004 September 10
- [38] A. Castellina et al., Astroparticle Physics 19 (2003) 329-338
- [39] <http://root.cern.ch/>
- [40] Grieder, P.K.F., Cosmic rays at Earth: researcher's reference manual and data book; New York: Elsevier, 2001
- [41] S. Haino et al., Phys. Letters B, 594 (2000) 35-46
- [42] Silvia Paganini, Tese de Doutorado, Unicamp, IFGW
- [43] <http://www.seutest.com>
- [44] Monte Carlo : concepts, algorithms, and applications / George S. Fishman.- Imprenta New York : Springer, c1996.
- [45] <http://pdg.lbl.gov/2008/reviews/passagerpp.pdf>
- [46] Dennis Wright, Aatos Helkkinen IEEE 2003 and IEEE 2004 Geant4 lecture notes and Tatsumi Koi from SLAC 2006 Course These slides are based
- [47] http://geant4.fnal.gov/hadronic_validation/validation_plots.htm
- [48] G. Liu and B. Barish, Phys. Rev. Letter 61, 271 (1988)
- [49] A.M. Grassi Strini, G. Strini, G. Tagliaferri, J.Appl.Phys.51,2(1980)948
- [50] L. Sperandio, "Ricerca di onde gravitazionali e studio dei segnali dovuti ai raggi cosmici con le antenne NAUTILUS ed EXPLORER" , Tesi di Laurea in Fisica 2002-2003
- [51] R.M.Marinho. N.S.Magalhães, O.D.Aguiar and C.Frajuca, Phys. Rev. D 64, 0650177 (2001)
- [52] J.A. Lobo, Phys. Rev. D 52, 591 (1995).

- [53] J. Chiang and P. Michelson, Nucl. Inst. And Meth. in Phys. Research A311 (1992) 603-612
- [54] P. Astone et al., Astroparticle Physics 30 (2008) 200-208