



Instituto de Física ‘Gleb Wataghin’

Universidade Estadual de Campinas

**Imagens por Dupla Difração com Luz Branca
Usando Redes de Difração e Uma Fenda**

Dissertação de Mestrado

Aluna: Noemí Inés Rodríguez Rivera

Dissertação submetida ao Instituto de Física ‘Gleb Wataghin’ da Universidade estadual de Campinas como parte dos Requisitos para Obtenção do grau de Mestre em Física.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Joaquín Lunazzi - UNICAMP (Orientador)

Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto - USP - São Carlos

Prof. Dr. Carlos Manuel Giles Antunez de Mayolo - UNICAMP

20 de fevereiro de 2003

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

R618i

Rodríguez Rivera, Noemí Inés

Imagens por dupla difração com luz branca usando redes de difração e uma fenda / Noemí Inés Rodríguez Rivera. -- Campinas, SP : [s.n.], 2003.

Orientador: José Joaquim Lunazzi.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Ótica - Difração. 2. Imagem tridimensional.
3. Holografia. I. Lunazzi, José J. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

*Aos meus pais, Pedro e Robertina,
por todo o carinho e apoio que
sempre me deram para fazer
aquilo que gosto e prezo
tanto, a ciência.*

Agradecimentos

Ao Professor José Joaquín Lunazzi pela orientação, apoio e incentivo, que foram essenciais para a realização deste trabalho; e a senhora Cristina, esposa do Prof. Lunazzi, pelo seu apoio e carinho.

Aos Professores do Laboratório de Óptica da Unicamp. Profa. Lucila Cescato e ao Prof. Jaime Frejlich, por seus conhecimentos e suas amizades.

Aos companheiros do Laboratório de Óptica, Marcelo Rigon, Daniel, Marcelo B, Cristiano, Edson, Ivan, Elso pela acolhida que tiveram comigo.

À secretaria do Laboratório de Óptica. Maria del Carmem Zulueta e aos Técnicos do Laboratório, Maria Aparecida Do Carmo e Alcides da Silva pelo continuo apoio, que levaram em frente este trabalho.

A meus amigos do IFGW, Luis Enrique, Carmen Eyzaguirre e Luis Mosquera, que continuamente me apoiaram e ajudaram em tudo.

A Maria Ignez Roquette Mokarzel, por seu continuo apoio em tudo e ao pessoal da Pós-Graduação, Armando e Alessandra por sua colaboração.

A todas as pessoas que estiveram direta ou indiretamente envolvidas com este trabalho, cujos nomes não cito explicitamente, mas não por isso foram menos importantes.

E finalmente a CAPES (Coordenação para o Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

Resumo

Neste trabalho analisamos a formação de imagens por elementos difrativos com luz branca fazendo o traçado de raios pelas direções principais, dentro de uma aproximação que desconsidera a extensão do ponto imagem. Inicialmente explicamos resumidamente a história e conceitos básicos que servem para o estudo de elementos ópticos difrativos. Logo na segunda parte mostramos um amplo estudo da formação de imagem com relevo invertido (“pseudoscópica”) por duas redes de difração, uma fenda e luz branca, que constitui uma nova maneira e a mais simples de se fazer essas imagens. Apresentamos também a existência de imagem ortoscópica por elementos difrativos com luz branca no mesmo dispositivo. No Apêndice 1 analisamos a formação da imagem de objeto pontual por um elemento difrativo com luz monocromática. Apresentamos problemas resolvidos neste trabalho, assim como resultados, comparando os resultados calculados teoricamente com dados experimentais feitos no laboratório. Este trabalho foi importante para melhor preparação de ferramentas na tese. No Apêndice 2 mostramos as diversas aplicações onde nosso estudo pode ajudar a quantificar resultados, como é o caso de gerar imagens holoprojetadas sobre tela difrativa (tela holográfica), ampliação de hologramas, televisão holográfica e a realização de telescópios espaciais.

Abstract

We perform ray tracing analysis on the imaging of white light objects by diffractive elements. Only the main direction of rays is considered within an approximation that do not consider the extension of the image point. We first make a brief report on the history and basic concepts of diffractive optical elements, then we make a complete study of inverted depth (“pseudoscopic”) imaging by two diffraction gratings and one slit under white light, a new and simpler way to generate that kind of images directly from an object.

We also show the existence of an ortoscopic image by diffractive elements under white light in the same system. In Append 1 we analyze imaging of a point object in monochromatic light, comparing calculated values with experiments we performed. This previous work was important in preparing our analytical and experimental techniques.

In Append 2 we indicate many applications where our study could help to obtain quantitative results, as in the generation of images holoprojected on diffracting screens (holographic screens), the enlarging of holograms, holographic television and spatial telescopes.

Resumo

En tiu tezo ni analizis la funkciadon de bildoj per difraktaj elementoj kaj blanka lumo. Ni strekas radiojn laŭ efaj direktoj, kreante proksimigan metodon kiun malkonsideras la grandon de iu bilda punkto. Unue ni klarigas rezume la historion kaj bazaj principoj utilaj al la studado de optikaj difraktaj elementoj. En la dua parto ni analizis la faradon de kontraŭreliefaj bildoj per du difraktaj kradoj, unu fendo kaj blanka lumo, senpere de registrado, nova maniero kiun ni disvolvis bazita sur antaŭa artikolo. Ni ankaŭ montras la ekziston de ordinara reliefa bildo en la sama sistemo. En Aneksa 1 ni pritraktas la bildon faradon de punkta objekto per difrakta elemento kaj unufrekvenca lumo. Ni prezentas komparon inter eksperimentaj kaj kalkulitaj valoroj. Tiu tasko estis utila kiel preparo por la laboro de la tezo. En Aneksa 2 ni montras teknikojn kie nia laboro povos helpi por havi kvantajn rezultojn, kiel ekzemple la holoprojektado de bildoj al difrakta ekrano (holografia ekrano), la grandigado de hologramoj, holografia televido kaj la konstruado de kosmaj teleskopioj.

Sumário

1. Introdução	1
1.1 Holografia	2
1.2 Rede Holográfica	3
1.3 Placas Zonais de Fresnel e Lente Difractiva por Holografia	4
1.4 Difração por uma Lente Refrativa	9
1.5 Difração por uma lente difractiva	12
1.6 Definição de Termos Técnicos	13
2. Imagem Pseudoscópica em um Processo de Dupla Difração com uma Fenda	15
2.1 Traçado de raios no processo de imagens de dupla difração	16
2.2 O caso da imagem pseudoscópica	18
2.3 Propagação no caso em que está fora do plano	19
2.4 Campos de pontos de vista para o observador	19
2.5 Visão do campo objeto vertical e horizontal	21
2.6 Presença de astigmatismo e aberrações	23
2.7 Distribuição espectral e efeitos de paralaxe na imagem	23
2.8 Relevo e Magnificação	24
2.9 Resultados experimentais com comprimento de ondas múltiplos	25
2.10 Cálculos e resultados experimentais com um único λ	32
2.11 Aproximação Paraxial para o caso Pseudoscópico	35
3. Imagem Ortoscópica em um Processo de Dupla Difração com uma Fenda	39
3.1 O caso da Imagem Ortoscópica	39
3.2 Imagens Ortoscópicas de uma lâmpada halogênea	40
3.3 Aproximação paraxial para o caso Ortoscópico	41
4. Conclusões	43

Apêndice 1

A1. Análise da Imagem de um Ponto Objeto Formada por um Elemento Difrativo de Frequência única e Variável 44

A1.1	Variação da frequência espacial se um elemento difrativo	44
A1.2	Caso da construção de um elemento difrativo por interferência	45
A1.3	Caso de observação perpendicular ao elemento difrator	46
A1.4	Obtenção da imagem difratada por um feixe que ilumina desde qualquer posição	49
A1.5	Obtenção de toda imagem difratada usando a visão binocular	52
A1.6	Parte Experimental: formação da imagem de um ponto objeto	55

Apêndice 2

A2. Aplicações 57

A2.1	Tela Holográfica	57
A2.2	Ampliação de hologramas	60
A2.3	Holoprojeções por lente horizontal	62
A2.4	Televisão holográfica	63
A2.5	Telescópio espacial	67

Apêndice 3

A3.1	Artigo ENFMC 1.991	68
A3.2	Artigo Optics Express 2.002	71

Referências Bibliográficas 72

Listas de Figuras

1.1	Construção e reconstrução de um holograma (Revista “Ciência Hoje,”jan/fev.1985, p.39)	2
1.2	Rede holográfica: estrutura simples gerada por interferência e seu uso por difração (Revista “Ciência Hoje, jan/fev. 1985 p.39)”	3
1.3	Placa Zonal de Fresnel. Esquerda: Perfil de transmissão. Direita: focalização de imagem	4
1.4	Placas zonais geométricas	5
1.5	Geometria da placa Zonal	5
1.6	Foco da Placa Zonal	6
1.7	Construção de uma placa zonal de Gabor (por interferência de duas fontes alinhadas)	7
1.8	Construção de uma placa zonal de Gabor (por interferência de duas fontes fora de eixo)	8
1.9	Tomada de uma placa zonal de Gabor, pelo holograma de uma fonte pontual convergente. O feixe de referência faz um ângulo grande com o do objeto	8
1.10	Uso da Placa Zonal de Gabor, lente difrativa gerada por interferência	
1.11	Difração por uma abertura circular: o círculo central é o disco de Airy (autor: J.J. Lunazzi)	10
1.12	Focalização por uma lente e efeito da difração	11
1.13	Interferência de duas fontes pontuais (J.J.Lunazzi- Revista “Ciência Hoje” Jan-Fev. 1985)	13
2.1	Traçado de raios para a imagem simétrica de um ponto do objeto de luz Branca	16
2.2	Esquema de traçado de raios para a imagem de profundidade invertida	18
2.3	Esquema de traçado de raios para calcular o campo de visão dos pontos de observação	20
2.4	Esquema de traçado de raios mostrando o campo de visão do objeto. Vê-se do objeto a parte marcada em preto	22
2.5	Esquema de traçado de raios mostrando o campo de visão do objeto quando a segunda rede é deslocada fora da simetria	22
2.6	Esquema de traçado de raios para raios. Dois pontos objetos A, B são representados	24
2.7	Sistema para o registro fotográfico	26
2.8	Duas vistas de um filamento reto que corresponde a um deslocamento horizontal da câmera	27
2.9	a) Superior: vista do filamento em cor vermelho. b) mesma vista depois de filtrar a 634-640nm. c) mesma vista como a), mas filtrado a 643-657nm	27

2.10	Paralaxe e cor mudam para três objetos pontuais. a) visão esquerda b) visão central d) visão direita	28
2.11	Imagem de uma lâmpada halogênea com refletor. Esquerda: Imagem direta. Direita: Imagem por dupla difração	29
2.12	Campo de visão do objeto horizontalmente ampliado. Esquerda: Redes localizadas simetricamente. Direita: Segunda rede a uma distância da fenda igual ao dobro	29
2.13	Esquema das posições do objeto (grampo)	30
2.14	Seqüência das posições do objeto nas distâncias crescentes que mostram a inversão da imagem. Esquerda: na distância mais próxima. Centro: mais distante, na posição crítica. Direita: mais distante da posição crítica, mostrando a inversão lateral	31
2.15	Imagens correspondentes a uma segunda ordem de difração por incidência na primeira rede. Esquerda: caso simétrico. Direita: segunda rede em uma dobre distância	31
2.16	Esquema de traçados de raios para determinar dois pontos de visão para cada de dois objetos pequenos em um só comprimento de onda	32
2.17	Esquema de traçados de raios para determinar a aproximação paraxial para o caso pseudoscópico	35
3.1	Traçado de raios para a imagem ortoscópica de um ponto do objeto de luz Branca	39
3.2	Posições das imagens da lâmpada halogênea respeito a um ponto iluminador (laser)	40
3.3	Esquema de traçados de raios para determinar a aproximação paraxial para o caso ortocópico	41
A1.1	Extensão da frequência espacial do objeto difrator	44
A1.2	Variação da Frequência espacial de um elemento difrativo pela variação do ângulo de incidência ao longo do eixo no arranjo x de obtenção	45
A1.3	Frequência espacial para o caso de figura de interferência construída com duas fontes pontuais localizadas nas posições (150, 140) e (40, 160) (mm)	46
A1.4	Visualização de imagem por um elemento difrativo (observação perpendicular ao elemento difrator)	47
A1.5	Arranjo para obtenção de uma imagem difratada monocromática	47
A1.6	Visualização de imagem por um elemento difrativo	49
A1.7	Traçado de raios para uma imagem difratada	50
A1.8	Arranjo para obtenção de uma imagem difratada usando visão Binocular	53
A1.9	Sistema óptico para obter a posição de uma imagem difratada de um ponto objeto, usando a visão binocular pela mudança lateral do ponto de vista	55
A2.1	Esquema fundamental da operação da tela holográfica	57
A2.2	A presença de um ponto no espaço tridimensional se pode estabelecer tendo um elemento representativo para cada comprimento de onda	58
A2.3	Um ponto objeto de múltiplos comprimentos ilumina a lente holográfica	58

A2.4 Holoprojeção de objetos	59
A2.5 Holoprojeção de um objeto usando uma tela holográfica	59
A2.6 Holoprojeção de hologramas	60
A2.7 Imagens de pequenos hologramas projetadas a um tamanho maior por meio de luz branca sobre uma tela difrativa	60
A2.8 Imagem de um holograma ampliado	61
A2.9 Holoprojetor: Aparelho que utiliza as propriedades da tela holográfica, para a reprodução das imagens tridimensionais ou holimagens	62
A2.10 Imagens dos objetos projetados na tela são ampliadas sete vezes, apresentando todas as características de uma imagem holográfica, oferecendo alta qualidade, nitidez, cor e movimento	62
A2.11 Sistema de televisão holográfica	63
A2.12 Animação computadorizada: Homem andando, maio de 1998. De cima para baixo, quatro quadros da animação fotografados da projeção na tela, cenas esquerda e direita	64
A2.13 HoloTV plano paralelo único	64
A2.14 HoloTV plano único oblíquo	65
A2.15 Sistema de HoloTV	66
A2.16 Processo de dupla difração usando duas lentes de difração e duas lentes refractivas. LD: Lente Difrativa. ; LR1: Lente Refrativa 1; CF: Placa corretora de Fresnel (lente difrativa) ; LR2: Lente Refrativa 2	67
A2.17 Processo de dupla difração usando duas redes de difração e uma lente	67

Listas de Tabelas

Tabela 2.1. Valores medidos e calculados dos pontos de observação do objeto para um único comprimento de onda	34
Tabela A1.1. Representação dos valores calculados e experimentais da posição da imagem do ponto objeto	56

Capítulo 1.

Introdução

A interferência e a difração são fenômenos clássicos da física há mais de três séculos, que têm sido estudado intensamente no século XX com o intuito de fazer imagens bidimensionais com grande nitidez. Na segunda metade desse século surgiu a holografia ^[1] (Dennis Gabor 1948), que revelou um incrível universo de imagens tridimensionais perfeitas. Gabor mereceu o Prêmio Nobel de Física de 1971, e seu trabalho foi citado pela revista Nature ^[2] como um dos mais marcantes do século 20.

Mas a holografia foi concebida e desenvolvida se baseando na idéia de luz monocromática, idéia da qual vai se afastando quando são descobertas técnicas para observação com luz branca.

A óptica por meio de lentes difrativas vai tendo um desenvolvimento paralelo, mas somente em anos recentes cogita-se seu emprego com luz branca.

O Prof. Lunazzi inventou técnicas de imagens holoprojetadas sobre tela difrativa do tipo chamado “tela holográfica”, as únicas que permitem projetar com luz branca. Com elas foi possível realizar a projeção de objetos, a ampliação de hologramas (etapa fundamental para o cinema holográfico), de imagens vetoriais geradas por computador (figura de linha), e imagens eletrônicas geradas por varredura. Estas últimas geraram protótipos muito interessantes de televisão holográfica.

Um sistema composto por elementos difrativos vem levantando renovado interesse pelo seu potencial de aplicação na realização de telescópios espaciais ^[3], que levou a lembrar um trabalho do prof. Lunazzi publicado em 1991 sobre um novo tipo de imagem onde o primeiro elemento era uma rede de difração, o segundo uma lente e o ultimo outra rede de difração, funcionando pela luz branca. É por isso também que resolvemos analisar a formação de imagens por um sistema semelhante, porém sem lente (segunda parte da tese) que resultou em um sistema de imagens totalmente simples e novo. Dele resultam imagens que parecem ser holográficas, mas que são geradas de maneira não convencional.

Na análise desses trabalhos é importante desenvolver o traçados de raios preciso, para gerar novos sistemas para a formação de imagens. É por isso que na primeira parte do apêndice estuda-se o traçado de raio para analisar a imagem de um ponto objeto por um elemento difrativo de frequência única e variável.

1.1 Holografia

A holografia permite a reconstrução perfeita de uma onda por meio da interferência desta com uma onda de referência. O feixe de referência deve ser um feixe simples do mesmo comprimento de onda e em relação constante de fase (coerente), gerado por uma fonte pontual. A onda ou feixe de referência é então uma onda esférica ou, eventualmente, uma onda plana.

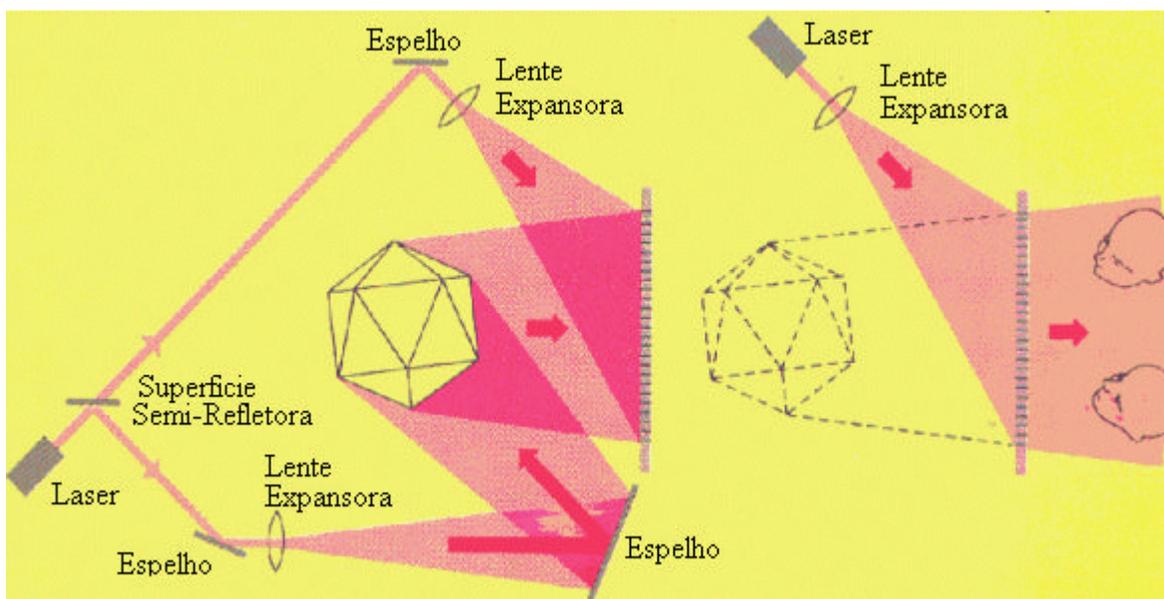


Fig. 1.1. Construção e reconstrução de um holograma (Revista “Ciência Hoje”, jan/fev.1985, p.39)

A onda complexa registrada é chamada de “**onda objeto**”. A reconstrução é feita por uma onda semelhante à de referência. Se ela estiver exatamente no lugar daquela, a reconstrução acontece sem aberração alguma e nada falta ou se diferencia nela que permita a um observador distingui-la da que gerou o objeto.

Trata-se de um fenômeno de interferência que materializa o campo luminoso ao expor um filme fotográfico de altíssima resolução (mais de 3.000 linhas/mm) que, depois do revelado chama-se “**holograma**”. Ao reconstruir temos uma difração que forma a **imagem holográfica**.

É possível ter hologramas construídos por computador, onde o cálculo da intensidade dos feixes é colocado no computador junto com a interferência de um objeto idealizado permite gravar ponto a ponto o holograma “virtual”. São chamados em inglês: Computer Generated Holograms (CGHs).

1.2 Rede Holográfica

Se a onda objeto for uma onda também simples, plana que também pode ser esférica, a figura de interferência registrada possui uma estrutura e perfil simples, podendo ser utilizada de maneira semelhante ao das redes de difração convencionais, gravadas mecanicamente, com a vantagem de ter mais precisão. Estas redes têm substituído praticamente todas as anteriores nos dispositivos atuais para espectroscopia.

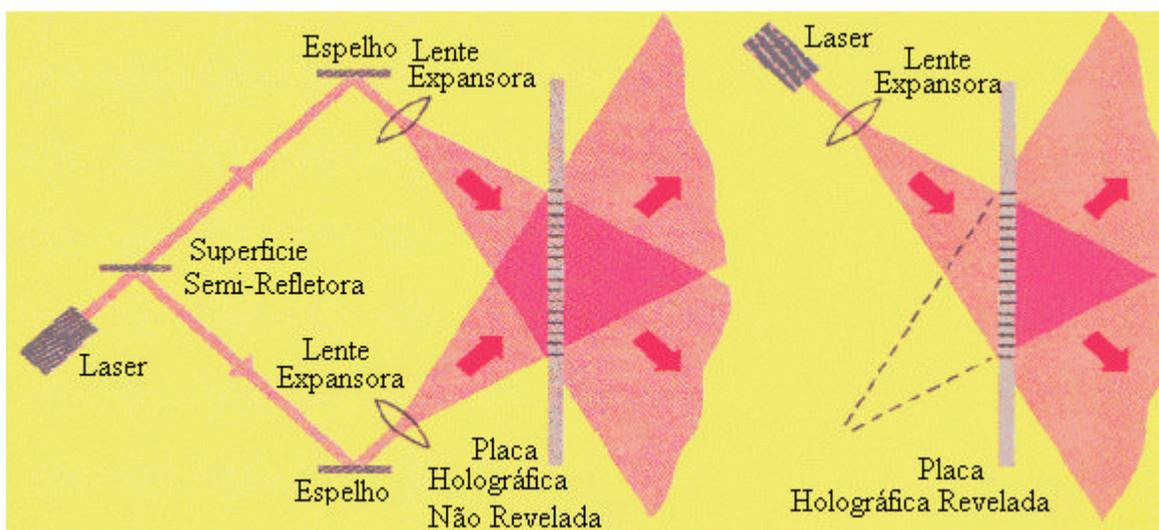


Fig. 1.2 Rede holográfica: estrutura simples gerada por interferência e seu uso por difração (Revista “Ciência Hoje”, jan/fev.1985, p.39).

Em filme fotográfico elas têm um perfil de absorção, porém ele é convertido a um perfil de variação de fase por índice de refração pela conversão da prata a um sal de prata, processo de branqueamento que aumenta a eficiência de difração, de um valor de 7 % a 33%. O perfil senoidal da estrutura resulta das franjas de interferência, e faz com que não se tenha difração além da primeira ordem, resultando na onda transmitida em duas direções. Alterando-se o perfil por ataque químico pode-se conseguir eficiências maiores e orientar a difração para um único lado. Depositando camada refletiva, podem funcionar por reflexão.

1.3 Placas Zonais de Fresnel e lente Difractiva por Holografia

Placas Zonais de Fresnel :

Uma tela que altera a luz em amplitude ou em fase, e que sai das zonas de meio período alternadas, se chama uma ‘placa zonal’^[4]. A placa zonal é constituída de uma alternância de anéis de transmissão total ou nula com larguras tais que a diferença de caminho dos feixes transmitidos a um ponto no eixo óptico seja sempre um número inteiro de comprimentos de onda.

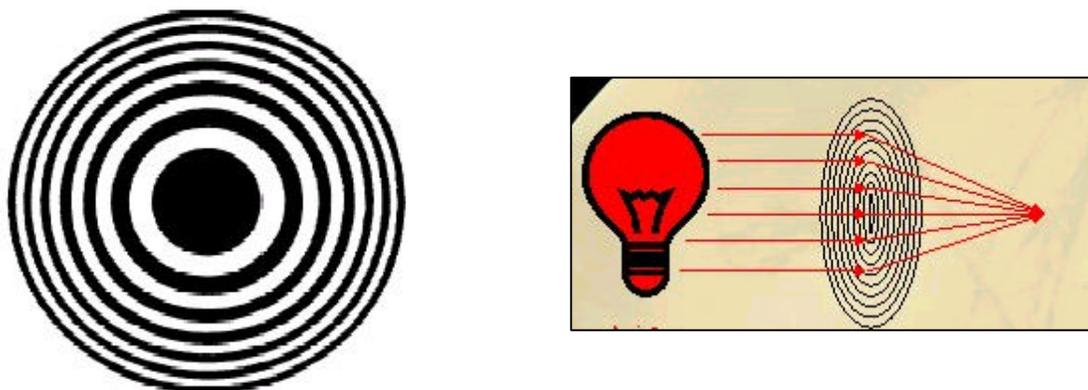


Fig. 1.3. Placa zonal de Fresnel. Esquerda: Perfil de transmissão. Direita: focalização de imagem.

Suponhamos que construímos uma placa zonal que deixa passar somente as primeiras vinte zonas ímpares. Então a soma de cada um destes termos é aproximadamente igual a:

$$E = E_1 + E_3 + E_5 + \dots + E_{39} \quad (1.1)$$

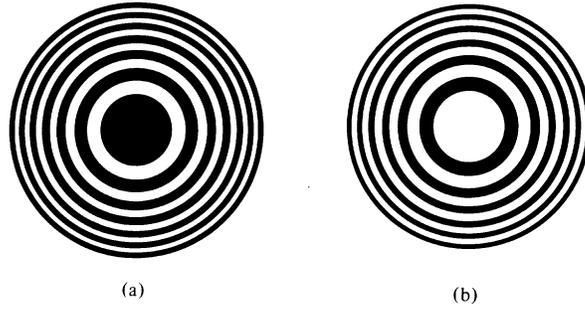


Fig. 1.4. Placas zonais geométricas.

Para calcular os raios das zonas que se mostram na (fig.1.4), nos referimos à (fig.1.5). A borda exterior da zona m se marca com o ponto A_m . Uma onda que viaja a trajetória $S-A_m-P$ deve chegar fora da fase por $m\lambda/2$ com uma onda que viaja a trajetória $S-O-P$, é dizer:

$$(\rho_m + r_m) - (\rho_o + r_o) = m\lambda/2 \quad (1.2)$$

é obvio que da (fig.1.5) temos:

$$\rho_m = (R_m^2 + \rho_o^2)^{1/2} \quad \text{e} \quad r_m = (R_m^2 + r_o^2)^{1/2} \quad (1.3)$$

$$\rho_m = \rho_o \left(\frac{R_m^2}{\rho_o^2} + 1 \right)^{1/2} \quad \text{e} \quad r_m = r_o \left(\frac{R_m^2}{r_o^2} + 1 \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

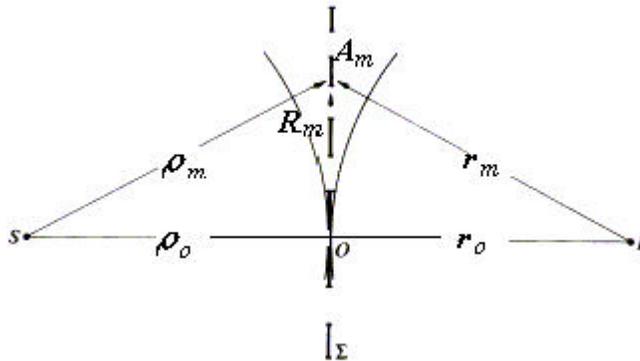


Fig. 1.5. Geometria da placa Zonal.

Já que R_m é comparativamente pequena, por aproximação paraxial obtemos:

$$\rho_m = \rho_o \left(\frac{R_m^2}{2\rho_o^2} + 1 \right) \quad \text{e} \quad r_m = r_o \left(\frac{R_m^2}{2r_o^2} + 1 \right) \quad (1.5)$$

$$\rho_m = \rho_o + \frac{R_m^2}{2\rho_o} \quad \text{e} \quad r_m = r_o + \frac{R_m^2}{2r_o} \quad (1.6)$$

Finalmente, substituindo na *equação* (1.2), ela fica:

$$\left(\frac{1}{\rho_o} + \frac{1}{r_o} \right) = \frac{m\lambda}{R_m^2} \quad (1.7)$$

Iluminando-se de ondas planas ($\rho_o \rightarrow \infty$) e a *equação* (1.7) se reduz a:

$$R_m^2 = mr_o\lambda \quad (1.8)$$

A *equação* (1.7) tem forma idêntica à equação para lentes delgadas, um fato que não é uma coincidência já que S em realidade tem sua imagem em P com luz difratada convergente. Por tanto, diz-se que a distância focal primária é:

$$f_1 = \frac{R_m^2}{m\lambda} \quad (1.9)$$

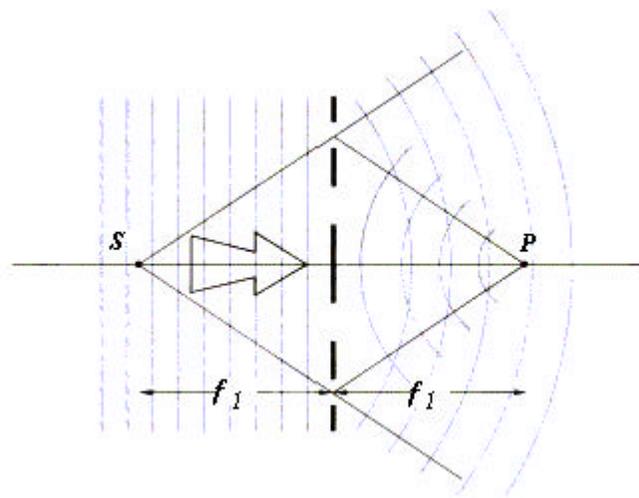


Fig.1.6. Focos da placa zonal.

Observe-se que a placa zonal mostra uma extensa aberração cromática. Os pontos S e P são os focos conjugados. Com um feixe incidente de luz colimada (fig.1.6) a distância da imagem é a distância focal primária ou de primeira ordem, a qual por sua vez corresponde a um máximo principal na distribuição da irradiação. Além desta imagem real há também uma imagem virtual formada por luz divergente a uma distância f_1 em frente de Σ . A uma distância f_1 de Σ cada anel na placa está coberto exatamente por uma zona de meio período no frente de onda. Se movemos um sensor ao longo do eixo $S-P$ até Σ , este registra uma série de máximos e mínimos de irradiação muito pequenos até que chegue a um ponto $f_1/3$ de Σ . Neste ponto focal de terceira ordem há um máximo pronunciado de irradiação. Existirão pontos focais adicionais em $f_1/5, f_1/7, \text{etc.}$, o que não sucede com uma lente e ainda menos com um simples disco opaco.

Na microscopia de raios X ^[5] usam a óptica difrativa para ter uma alta resolução focal. E para isto utilizam as placas zonais de fresnel que tem uma resolução espacial limitada à largura das zonas exteriores mais finas.

Lente Difrativa por Holografia:

Temos um ponto imagem bem definido somente no caso de luz monocromática. A imagem é focalizada também em pontos mais próximos, como ordens de uma rede de difração. Essa lente pode ser gerada por interferência de duas fontes, tendo perfil senoidal, e passa a ser chamada de “placa zonal de Gabor”.

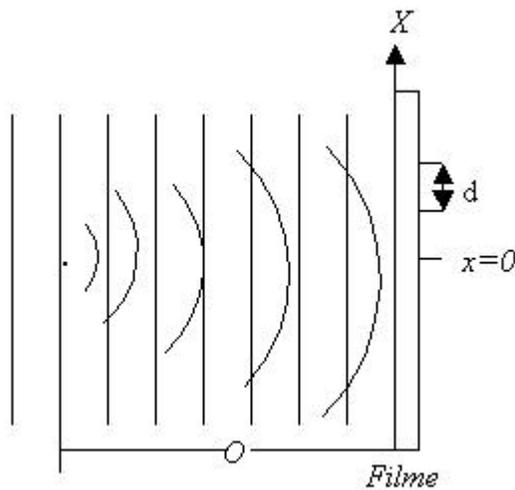


Fig.1.7. Construção de uma placa zonal de Gabor (por interferência de duas fontes alinhadas)

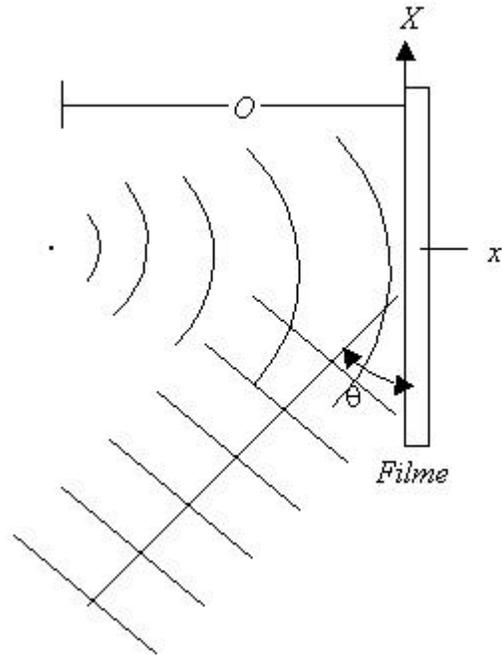


Fig.1.8. Construção de uma placa zonal de Gabor (por interferência de duas fontes fora de eixo)

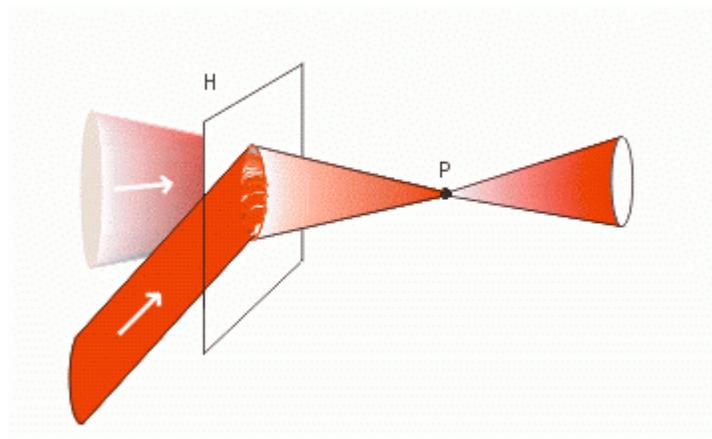


Fig.1.9. Tomada de uma placa zonal de Gabor, pelo holograma de uma fonte pontual convergente. O feixe de referência faz um ângulo grande com o do objeto (autor: J.J. Lunazzi).

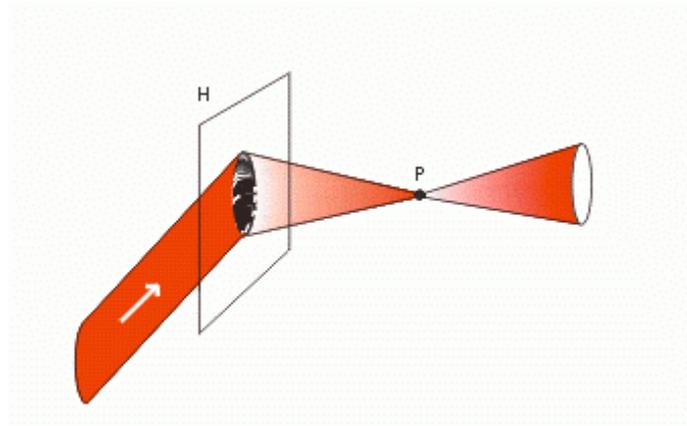


Fig. 1.10. Uso da placa zonal de Gabor, lente difrativa gerada por interferência (autor: J.J. Lunazzi).

Outro termo que podemos usar para a placa zonal feita por interferência, é o de lente holográfica. Por tradição, o que é feito por interferência para ser usado por difração, leva comumente o nome de “holográfico”, pela semelhança com o processo de reconstrução de ondas.

1.4 Difração por uma Lente Refrativa

Na óptica geométrica desprezamos o efeito de difração por simplicidade, e essa aproximação vale se não trabalhamos com a maior nitidez possível. Não é o caso, porém da fotografia de qualidade para ampliação o grande tamanho, que resulta limitada por difração, e muito menos o da microscopia, que tem seu limite de nitidez dado pela difração. A imagem de um objeto perfeitamente pontual resulta ser um disco de diâmetro “d” equação (1.8), o chamado “Disco de Airy”, que pode ser calculado pela teoria de difração, onde a convergência do feixe precisamente na tela permite simplificar o cálculo e resulta que o campo elétrico é a transformada de Fourier da função de transmissão da abertura da lente (fig.1.12), geralmente, um círculo de diâmetro A.

$$d = 2,44 \lambda i/A \quad (1.10)$$

onde:

d é o diâmetro do “Disco de Airy”

A é a abertura da lente

λ é o comprimento de onda

i é a distancia do centro da lente á posição da imagem do objeto

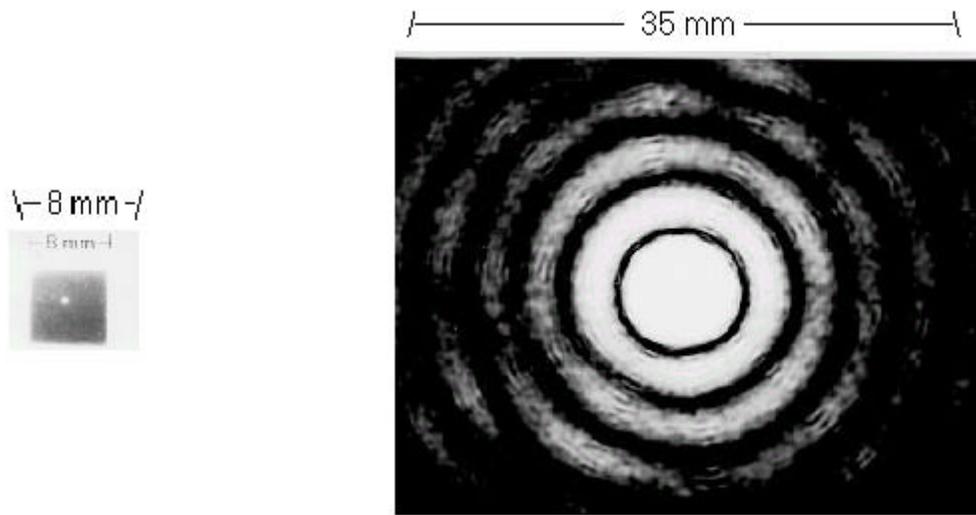


Fig. 1.11. Difração por uma abertura circular: o círculo central é o disco de Airy (autor: J.J. Lunazzi).

Abertura Circular:

$$\begin{cases} \varepsilon = \rho \cos \phi \\ \eta = \rho \sin \phi \end{cases} \quad (1.11)$$

$$\psi(r, \theta) = \int_0^a \int_0^{2\pi} A e^{(ik/f)r \cos \theta \rho \cos \phi} e^{(ik/f)r \sin \theta \rho \sin \phi} \rho d\rho d\phi \quad (1.12)$$

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \gamma} d\gamma \quad (1.13)$$

Portanto:

$$\psi(r, \theta) = 2\pi A \int_0^a J_0\left(\frac{kr\rho}{f}\right) \rho d\rho \quad (1.14)$$

$$\int_0^x x' J_0(x') dx' = x J_1(x) \quad (1.15)$$

$$\psi(r,\theta) = A\pi a^2 2 \frac{J_1 \frac{kra}{f}}{\frac{kra}{f}} = A\pi a^2 \text{besinc} \frac{kra}{f} \quad (1.16)$$

$$I(r,\theta) = A^2 \pi^2 a^4 \text{besinc}^2 \frac{kra}{f} \quad (1.17)$$

Função de Airy, cujo primeiro mínimo determina o raio do disco central.

$$J_1(4) = 0 \rightarrow \frac{kra}{f} = 4 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ra}{f} \quad (1.18)$$

$$r = \frac{4}{2\pi} \frac{\lambda f}{a} = 0,6 \frac{\lambda f}{a} \rightarrow d = 1,22 \frac{\lambda f}{a} \quad (1.19)$$

onde: $A=2a$. (a radio da abertura circular).

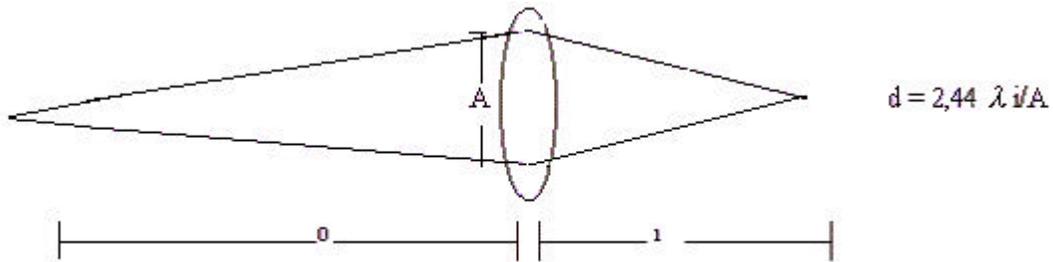


Fig.1.12. Focalização por uma lente e efeito da difração.

A aproximação que despreza a difração é do mesmo tipo que a que usaremos nesta tese ao considerar somente a direção principal dos raios e não a integral de todas as ondas difratadas. Estaremos tendo uma incerteza da mesma ordem que o disco de Airy. A equação de difração, que tem solução por uma integral de Kirchoff ^[6], leva a uma integral de Fresnel no caso de campo próximo, que pode ser aproximada pela condição de difração de Fraunhofer em nosso caso porque observamos a distâncias relativamente grandes.

1.5 Difração por uma Lente Difractiva.

Difração por uma função periódica

O caso de uma rede comum oferece a função transmissão periódica mais simples: Variação harmônica:

$$t(\zeta) = 1 + a \cos 2\pi v \zeta \quad (1.20)$$

A rede de perfil senoidal de período $p = \frac{2\pi}{v\zeta}$ (só pode ser $a < 1$ pois $0 < t < 1$).

A difração a distância pode ser aproximada a uma transformada de Fourier. No plano de Fourier obtemos:

$$\begin{aligned} F(x) &= \mathfrak{F}\{t(\zeta)\} = \mathfrak{F}\{1 + a \cos 2\pi v \zeta\} = \mathfrak{F}\{1\} + a \mathfrak{F}\{\cos 2\pi v \zeta\} = \\ &= \delta(x) + \frac{a}{2} \mathfrak{F}\{e^{i2\pi v \zeta} + e^{-i2\pi v \zeta}\} = \delta(x) + \frac{a}{2} \delta(x + v\lambda z) + \frac{a}{2} \delta(x - v\lambda z) \end{aligned} \quad (1.21)$$

como campo, dando na intensidade:

$$I(x) \propto \delta(x) + \frac{a^2}{4} \delta(x + v\lambda z) + \frac{a^2}{4} \delta(x - v\lambda z) \quad (1.22)$$

Obtemos no plano espectral um ponto central brilhante e dois pontos laterais deslocados de $x = \frac{\lambda z}{p}$, de menor intensidade. Estes pontos laterais caracterizam a presença de uma rede com frequência espacial v , pois a $\delta(x)$ é o resultado para uma transparência simplesmente uniforme. Vemos que no plano de Fourier obtemos a presença de frequências espaciais positivas e negativas.

Observamos também como a posição destes pontos depende de λ , sendo mais afastados aqueles correspondentes a λ maior.

Lente Difractiva

Uma lente difractiva construída por interferência (Placa Zonal de Gabor), com duas fontes pontuais alinhadas ao filme de registro (fig.1.13) possui um perfil que, para ângulo pequeno, pode ser aproximado pela função:

$$1+\cos kx^2 \quad (1.23)$$

A luz focalizada por ela, considerando o objeto como uma fonte no infinito, pode ser obtido fazendo a transformada de Fourier, resultando a focalização da luz numa região igual ao disco de Airy.

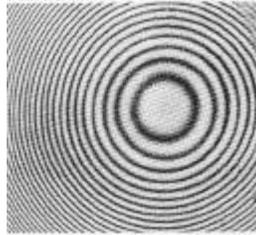


Fig.1.13. Interferência de duas fontes pontuais (J.J.Lunazzi- Revista “Ciência Hoje” Jan-Fev. 1985)

Lentes difractivas também podem ser construídas por computador ligado a sistema de iluminação ponto a ponto, que vai atingindo a superfície toda de uma placa fotossensível. O cálculo teórico delas gera o valor de intensidade do feixe que expõe o material.

1.6 Definição de Termos Técnicos

ELEMENTO DIFRATIVO: Todo objeto que apresenta variações ópticas de tamanho comparável ao comprimento de onda, difrata a luz de maneira considerável. Chamamos **elemento difractivo** aquele que é fabricado com a finalidade de aproveitar a luz que vai difratar.

TELA DIFRATIVA: É um elemento difractivo sobre o qual se faz uma projecção. Por causa da difração, ele vai oferecer características direcionais diferentes da quase isotropia angular de uma tela difusora comum.

TELA HOLOGRÁFICA: Tela difractiva construída por interferência.

VISÃO BINOCULAR: Visão normal, onde o observador utiliza seus dois olhos, e estes recebem luz da cena correspondente. Sendo uma cena plana, a vista de um olho resulta equivalente à do outro, mas em uma cena tridimensional há um deslocamento de pontos de imagem na retina em função da profundidade.

PARALAXE: Variação da perspectiva com que uma cena tridimensional é vista ou recebida por uma câmera ao mudar a posição de observação.

APROXIMAÇÃO PARAXIAL: Aproximação válida para ângulo pequeno. Em cada caso específico teremos um valor diferente para o que seria “pequeno”, mas, se não for especificado, é costume pensar que até 5° um ângulo é pequeno.

IMAGEM ORTOSCÓPICA: Imagem normal, onde o relevo é natural.

IMAGEM PSEUDOSCÓPICA: Imagem com relevo invertido, como seria o molde de um objeto.

GRANULADO ÓPTICO: Distribuição da luz espalhada por uma superfície rugosa quando a iluminação possui coerência. Embora seja possível observá-lo com luz branca em alguns casos, ele aparece com bom contraste quando a luz é filtrada como no caso de filtros interferências, e muito mais no caso de luz laser. Consiste de uma distribuição estatística de “grãos”, regiões quase circulares, de tamanho inversamente proporcional ao diâmetro do feixe luminoso, de valor próximo ao de um disco de Airy se a luz fosse convergente no plano de observação.

Capítulo 2.

Imagem Pseudoscópica em um Processo de Dupla Difração com uma Fenda

Nem a óptica refrativa nem a óptica refletiva podem levar a um campo de paralaxe muito maior que 45° sem distorcer e aberrar significativamente a imagem. Depois do desenvolvimento das imagens holográficas, foi possível apreciar o benefício de ter imagens com paralaxe continua que possam alcançar um amplo campo de visão. O observador pode olhar ao redor da cena obtendo o máximo de informação visual.

Demonstramos neste parágrafo que a difração pode ser combinada com um simples processo de imagem, a fim de obter imagem para visão binocular com paralaxe horizontal continua devido exclusivamente aos elementos de difração.

O Prof. Lunazzi demonstrou em duas publicações prévias ^[7,8] que por difração em uma rede, a variação de paralaxe pode ser armazenada em um plano por meio da extensão do ponto imagem na forma de uma linha em forma e comprimentos de onda do espectro da luz branca.

Depois se pode fazer a decodificação por um processo de segunda difração ^[9,10] intermediado por uma lente ou uma fenda.

Utilizou-se ^[9] uma lente no centro de simetria com o intuito de adquirir mais luminosidade e brilho, o que gera um problema mais complicado de traçado de raios. Demonstramos agora como a segunda rede de difração simetricamente localizada agora a respeito de uma fenda simples, é a maneira natural de se decodificar a distribuição de luz codificada em um processo de primeira difração.

A propriedade de simetria é o bastante para demonstrar a geração de uma imagem pseudoscópica, um tipo de imagem que existia somente pelo processo estéreo fotográfico ou pelo processo holográfico, mas não era conhecido na óptica difrativa.

2.1 Traçado de Raios no Processo de Imagens de Dupla Difração

Nosso sistema consiste de duas redes de difração RD1, RD2, ambas estão simetricamente localizadas com respeito a uma fenda de abertura a como se mostra (fig.2.1).

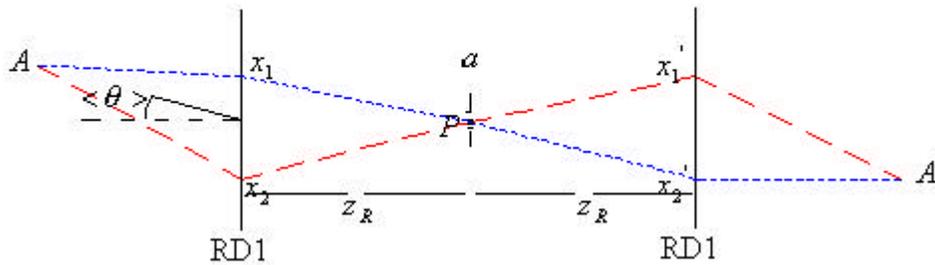


Fig.2.1. Traçado de raios para a imagem simétrica de um ponto do objeto de luz branca.

O plano da figura corresponde a um plano horizontal que contém o ponto P centro da abertura da fenda, em quanto as linhas da rede estão em uma direção vertical.

Um objeto de diferentes tonalidades branco ou cinza é iluminado por uma luz branca comum que se difunde em um ângulo muito grande, por exemplo, do ponto A com coordenadas (x, z) . Considera-se que parte do raio alcança a rede, o qual, depois da difração, viaja através da abertura. Por exemplo, se a luz alcança a rede em o ponto onde se intercepta a normal à abertura, isto significa que a direção média $\langle \theta \rangle$ do objeto da luz deve satisfazer:

$$\sin \langle \theta \rangle = \langle \lambda \rangle \nu \quad (2.1)$$

ν , é a frequência espacial que corresponde à inversa do período da rede, $\langle \lambda \rangle$ é o valor médio do comprimento de onda do espectro visível, perto de $0,55 \mu m$.

Uma situação diferente poderia ser escolhida onde a luz alcança à rede normalmente, o qual poderia ser analisado de maneira semelhante.

A abertura é uma simples fenda vertical e consideramos que a difração pela a abertura pode ser desprezada, porque seus efeitos afetam menos a resolução do que os efeitos da extensão da fenda que advém da geometria dos raios.

Podemos chamar o processo, brevemente, de dupla difração, ou, mais apropriadamente, um processo de difração-absorção-difração por utilizar neste sistema uma rede de difração RD1, uma fenda e uma rede de difração RD2.

Os raios de luz de um ponto objeto A , do qual a luz é difusa em todas as direções podem alcançar, por exemplo, dois pontos diferentes x_1, x_2 na primeira rede. Só um valor do comprimento de onda permite à luz viajar de uma rede ao centro da abertura, ponto P , satisfazendo a equação da rede. Tendo para cada ponto da rede:

$$\sin\theta_i - \sin\theta_d = \lambda \nu \quad (2.2)$$

Onde θ_i representa o ângulo de incidência da luz viajando de um ponto A , a os pontos sobre a rede, θ_d representa o ângulo de difração para a luz que viaja de pontos sobre a rede ao ponto P . λ , representa o valor do comprimento de onda correspondente a cada raio.

Deve ser notado que nesta situação o centro da abertura recebe só um único raio, que provém de um ponto x único da rede de difração (RD1) isso corresponde a um específico valor de comprimento de onda.

Devido à simetria dos elementos ópticos todos os raios alcançam a segunda rede em pontos tais como x_1' e x_2' que são simétricos aos pontos de onde saíram da primeira rede.

Quando os raios alcançam a segunda rede, só um das primeiras ordens de difração é considerado, o que permite manter a simetria central através do ponto P . Isto cria uma situação de simetria perfeita que alcança a uma imagem no ponto A' .

Podemos ver isto através da mesma *equação* (2.2), usando os novos ângulos correspondentes apropriados. O caso não é simétrico para a outra ordem, o qual pode no entanto levar a uma imagem ortoscópica, um caso que será descrito mais adiante.

2.2 Caso da Imagem Pseudoscópica

A simetria que nos descrevemos demonstra que uma imagem real pseudoscópica pode-se obter simétrica ao objeto, o ponto da simetria é o centro da abertura. Mostramos isto na (fig.2.2) para dois pontos objetos A e B localizados em diferentes posições de profundidade.

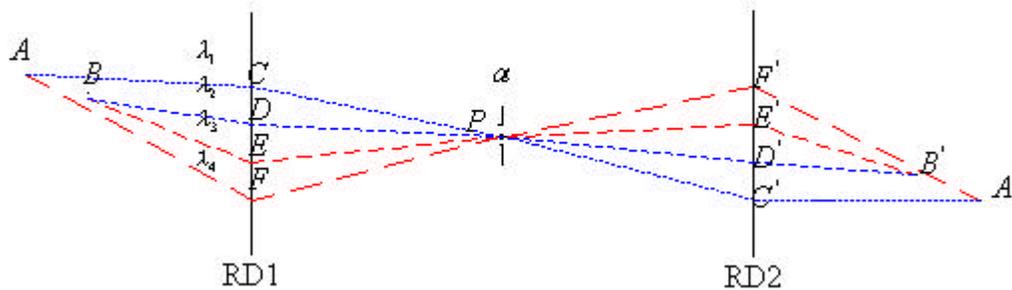


Fig. 2.2. Esquema de traçado de raios para a imagem de profundidade invertida.

Quatro raios atingem sobre a primeira rede nos pontos C, D, E, F , cujos comprimentos de onda λ_i tem subscrito números escolhidos de tal maneira que, se um é maior que outro, isto significa que os comprimentos de onda indicados são correspondentemente maiores de um a outro.

Os pontos C', D', E', F' , onde a luz alcança a segunda rede, são claramente simétricos ao correspondente ponto onde a luz alcança a primeira rede.

Todos os comprimentos de onda são recombinados em pontos de imagem de acordo à seqüência espectral, ao espalhar-se de ali em uma seqüência invertida.

O observador verá o ponto imagem em A' estando mais perto a ele que o ponto imagem B' , recebendo uma visão de profundidade invertida do objeto (fig.2.2).

2.3 Propagação no Caso em que está Fora do Plano

Todos os raios divergem livremente na direção vertical da rede de difração, quando eles incidem na primeira rede que é originada dos pontos de acima ou abaixo do plano da (fig.2.2).

Eles não satisfazem a equação de difração sempre com o mesmo comprimento de onda, independente da posição vertical.

Um novo plano de simetria pode ser esquematizado para cada raio que entra a qualquer ângulo azimutal. A situação de simetria a respeito da fenda permanece igual.

As condições de difração podem afetar o caso da obliquidade e um diferente comprimento de onda corresponderá à seleção de raios no que é conhecido como uma difração cônica ^[11], uma situação que não pudemos detectar.

Conclui-se que a distribuição de raios gerados depois de uma segunda difração pode-se considerar como uma decodificação do efeito da primeira rede e que a distribuição original dos raios do objeto foi mantida através deste processo, tendo havido uma seleção de distribuição de comprimentos de onda.

2.4 Campos de Pontos de Vista para o Observador

Gera-se um campo simétrico o qual converge na imagem, e logo diverge angularmente para logo alcançar o campo do observador.

A paralaxe horizontal angular depende da capacidade dispersiva das redes de difração e seu valor pode ser calculado considerando dois pontos extremos laterais do objeto e a trajetória da luz que é permitida aos valores de comprimento de onda estão sobre os extremos do espectro (fig.2.3).

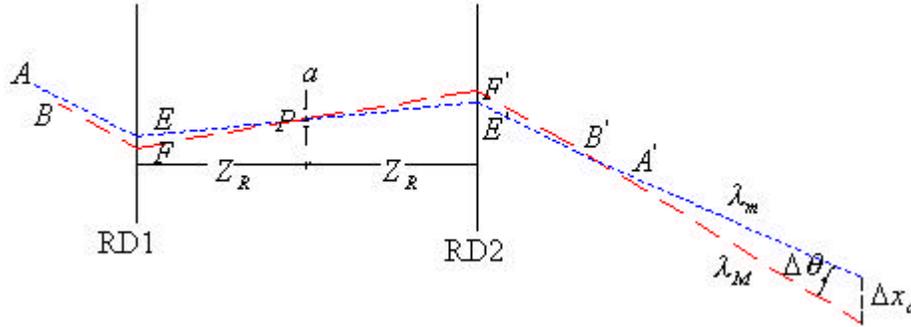


Fig. 2.3. Esquema de traçado de raios para calcular o campo de visão dos pontos de observação.

O calculo da trajetória é similar à calculo que fizemos ^[12], mas nosso sistema de coordenadas é agora localizada no ponto P . Vemos na (fig.2.3) e na *equação* (2.2) que o ângulo θ_i de incidência na primeira rede (com o qual o comprimento de onda será permitido entrar à fenda) pode-se obter da equação:

$$\frac{x - F}{\sqrt{(x - F)^2 + z^2}} - \frac{F}{\sqrt{F^2 + z_R^2}} = \lambda v \quad (2.3)$$

O qual permite conhecer o valor de F e logo conhecer qual é o ângulo de incidência θ_i da relação:

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{x - F}{\sqrt{(x - F)^2 + z^2}}\right) \quad (2.4)$$

Podemos logo obter o campo angular $\Delta\theta$ para calcular dois valores λ dos comprimentos de onda nos extremos e subtraindo-os.

Isto é possível para prever um valor máximo limitado para $\Delta\theta$, por aproximação consideramos que a fenda está muito longe das redes, esses raios difratados são quase paralelos ao eixo óptico. Considerando a (fig.2.3), vemos que a *equação* (2.3). Pode ser substituída por:

$$\theta_i = \arcsin \lambda v \quad (2.5)$$

A simetria do problema permite usar alguns valores do campo $\Delta\theta$ na segunda etapa para analisar a situação visual. De modo que utilizamos:

$$\Delta\theta = \arcsin \lambda_M v - \arcsin \lambda_m v \quad (2.6)$$

Como o valor limite da paralaxe angular horizontal, λ_M , λ_m os comprimentos de ondas extremos do espectro visível, correspondente a um maior e pequeno ângulo de difração, respectivamente. Para 700 nm e 500 nm nos obtemos o limite como $6,5^\circ$.

Se o poder dispersivo é alto (usualmente $v \geq 1.000$ linhas/mm), a observação binocular é possível em uma visão normal distante da imagem, ver uma clara imagem 3D, o qual a profundidade é invertida se comparamos com o objeto.

A paralaxe vertical e o campo de visão são permitidos para uma altura da fenda.

2.5 Visão do Campo Objeto Vertical e Horizontal:

CAMPO OBJETO VERTICAL

O campo objeto vertical não necessita de muita análise porque na direção vertical a fenda não afeta a passagem dos raios.

Ele acaba quando acabar a presença de uma das redes.

CAMPO OBJETO HORIZONTAL

Considerando-se só a paralaxe horizontal, ele corresponde a uma região comum à superposição de raios permitidos de passar pela fenda.

Depende da posição lateral do observador. Sua extensão lateral depende não só da dispersão da rede, mais também da distância do objeto, em uma maneira semelhante à de um objeto visto por meio de uma lente convergente (lupa).

Ela pode mudar dramaticamente perto de certa distância crítica que alcança a ampliação infinita. A (fig.2.4) explica a situação por meio de uma nova simetria, o ponto crítico é simplesmente o simétrico da posição do observador.

O objeto O está a uma distância próxima de um ponto simétrico à posição do observador, e a trajetória de raios que corresponde às posições lateralmente extremas explicam a inversão lateral na imagem.

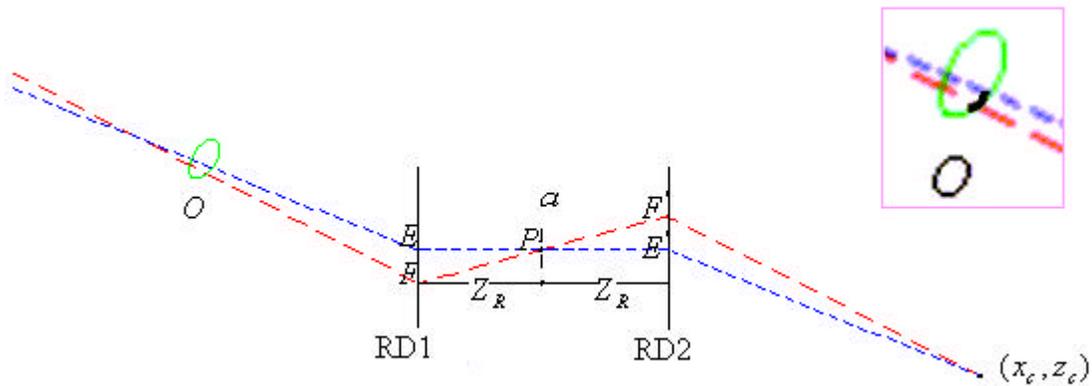


Fig. 2.4. Esquema de traçado de raios mostrando o campo de visão do objeto. Vê-se do objeto a parte marcada em preto.

É claro na (fig.2.4) que a ampliação pode variar com a posição longitudinal do objeto. O campo visual inteiro entre E' e F' pode ser preenchido por uma certa extensão do objeto ou no caso crítico por um só ponto do objeto.

Notemos que esta distância crítica pode ser variada por deslocamento da segunda rede, por exemplo. O esquema da (fig.2.5) demonstra como, dobrando essa distância, o ponto crítico vem mais perto ao sistema.

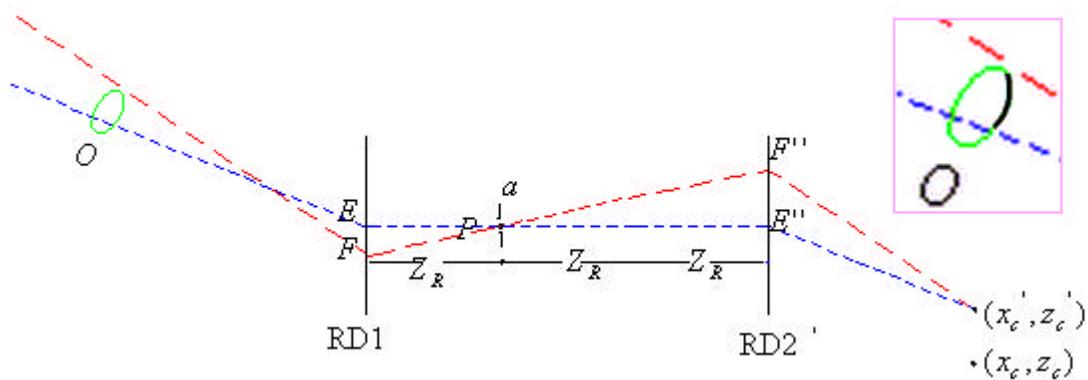


Fig. 2.5. Esquema de traçado de raios mostrando o campo de visão do objeto quando a segunda rede é deslocada fora da simetria.

O ponto de vista para observação foi deslocado lateralmente, e o campo objeto é maior agora. Outra maneira de ter um ponto crítico mais perto é utilizar a segunda ordem da difração na primeira rede.

2.6 Presença de Astigmatismo e Aberrações

A fenda vertical não interfere verticalmente no processo de observação de visão direta, sua função é selecionar comprimentos de onda ligados a valores de ângulo no sentido horizontal. Ela gera uma perda de nitidez da mesma extensão que sua abertura, de maneira semelhante ao caso de uma câmera a furo.

Cada olho do observador vai se focalizar na distância que corresponde à distância viajada pela luz no plano vertical (ortogonal a superfície da folha de papel), e no mesmo momento, nos pontos onde a fenda e a segunda rede de difração realiza a imagem pseudoscópica, no plano horizontal.

Esta combinação das duas propriedades focais cria astigmatismo alongado no plano horizontal.

A percepção de profundidade por visão binocular é determinada pela imagem difratada, pois é uma operação de triangulação que atua no plano horizontal.

Podemos destacar as propriedades particulares de nosso sistema de não ter outras aberrações: aberrações cromáticas são reduzidas fortemente por causa da distribuição que separa o comprimento de onda.

Defeitos de planicidade destes elementos difrativos são também menos importantes devido à tolerância da rede de transmissão, que faz a deflexão ser dependente principalmente do período da rede.

A magnificação resulta diferente na escala vertical e na escala horizontal onde é uma consequência simples da perspectiva por afastamento, do que na horizontal, onde acontece difração. Ambas escalas podem eventualmente ser combinadas corretamente escolhendo o valor do período para ambas redes.

2.7 Distribuição Espectral e Efeitos de Paralaxe na Imagem

Quando um observador é incluído para analisar o traçado de raios da imagem que vê, a localização de seu ponto de vista quebra a simetria do esquema de raios, e a primeira consequência é a falsa coloração da cena. Ele recebe somente alguns dos comprimentos de

onda que formam a imagem. O esquema da (fig.2.6) mostra que o observador vê na cena uma seqüência horizontal de cores quando olha em volta da imagem.

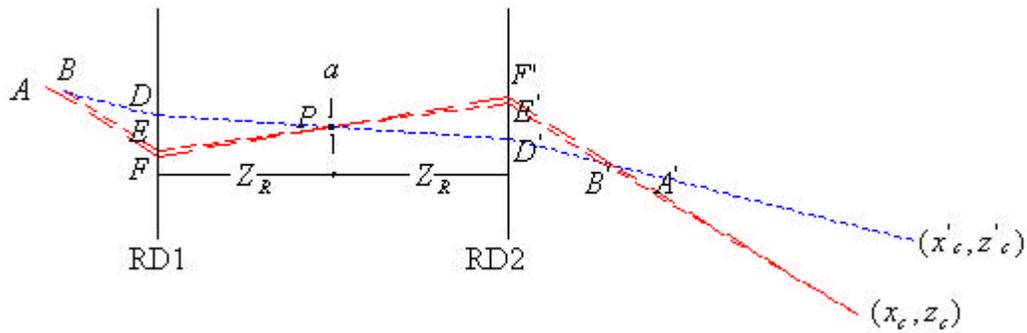


Fig.2.6. Esquema de traçado de raios para raios. Dois pontos objetos A, B são representados.

Quando seu ponto de observação passar da posição (x_c, z_c) à (x'_c, z'_c) , por exemplo, ele recebeu um diferente comprimento de onda. A condição restritiva da equação (2.3) faz a distribuição de luz do centro da fenda P , seguir a seqüência espectral. Como expressamos anteriormente, os valores extremos do comprimento de onda determinam o ângulo de visão na horizontal.

ESPECTRO DE COR DA IMAGEM: o campo reduzido da pupila faz com que a luz no olho tenha uma largura de banda muito limitada. Todos os comprimentos de onda se recombinam no ponto da imagem onde uma reprodução da distribuição espectral original acontece. Mas, porque a observação é feita de uma certa distância, o observador pode só ver uma cor espectral pura em cada posição. A visão de dois pontos do objeto corresponde também a dois comprimentos de onda principais, como nós vemos na (fig.2.6) para o observador em (x_c, z_c) .

SELETIVIDADE NA IMAGEM SEGUNDO O COMPRIMENTO DE ONDA: se um filtro de comprimento de onda restrito (interferencial) for colocado em algum ponto no sistema, haverá uma seleção de pontos na imagem.

2.8 Relevo e Magnificação

RELEVO:

A visão da imagem é equivalente à visão da imagem pseudoscópica em um holograma. Quando o observador move sua cabeça em uma direção horizontal, o cambio da paralaxe

corresponde ao mover sua cabeça em uma direção oposta no caso de olhar diretamente no objeto.

Quando o campo de visão permite ambos olhos observar simultaneamente, a imagem é pseudoscópica. Esta situação é uma experiência muito interessante e original,

mais ainda que o que seria com um holograma, porque pode o objeto estar em movimento de longa duração e amplitude. Também, nenhum efeito de granulado óptico é visível porque a luz é menos coerente que a de um laser. É também possível esconder o objeto, fazendo a cena mais impressionante para o observador, muito semelhante a um holograma, mas com a possibilidade de termos a imagem em movimento contínuo e de longa duração, porque acompanha o movimento do objeto.

MAGNIFICAÇÃO:

Resulta extremamente interessante poder conseguir um efeito de aumento infinito, como se o sistema tivesse uma distância focal, caso comparável ao de uma lupa refrativa. Nosso sistema acaba se parecendo a um microscópio.

Ao deslocar a segunda rede de difração de uma maior (ou menor) distância da fenda, uma visão horizontalmente ampliada (ou reduzida) da cena resulta, porque os relacionamentos angulares permanecem os mesmos. Isto é claro na (fig.2.6). Substituindo a segunda rede por uma de diferente período, a magnificação (ampliação ou redução) horizontal pode ser modificada na imagem. O que nos lembra o caso de um sistema com duas lentes, que tem o valor focal variado pela separação entre elas.

2.9 Resultados Experimentais com Comprimento de Ondas Múltiplos

Empregamos duas redes holográficas de plástico gravado por transmissão do mesmo tipo, comercialmente disponível para a arquitetura ou para finalidades educacionais; com 533 ± 5 linhas/mm e afixada entre duas placas de vidro de 2 mm de espessura.

Sua área efetiva foi de 60mm (H) x 40mm (V). As ondulações eram evidentes nelas, impedindo que usáramos sua segunda ordem de difração, porque a imagem aparecia distorcida. As redes estavam localizadas a 600 ± 2 mm de distância em posição paralela, e uma fenda vertical de papel preto de $0,7 \pm 0,15$ mm de largura estava entre as redes.

O paralelismo dos planos de ambas redes foi verificado com precisão melhor do que ± 1 mm fazendo reflexões coincidentes de um feixe de diodo laser que o atravessa a fenda, atingir as redes e voltar ao laser.

REGISTRO FOTOGRÁFICO:

As fotografias foram feitas por meio de uma câmera de vídeo analógica SONY 8 Handycam, conectada a uma câmera INTEL CS430 tipo web, cuja única finalidade era agir

como um conversor digital da captação para a SONY. Isto foi conectado a um computador Pentium I para conseguir 240x320-pixel de resolução.



Fig. 2.7. Sistema para o registro fotográfico.

PRIMEIRO OBJETO (LÂMPADA HALOGÊNEA VERTICAL)

Usamos como um objeto uma lâmpada halogênea de filamento fino luminoso e quase reto de uns 300 W, e de 85 ± 1 mm de comprimento, inclinado com seu extremo mais elevado e mais perto (230 mm) à rede do que seu outro extremo (280 mm).

A ponta de um objeto foi colocada próxima da posição da imagem, na parte superior dela. Quando o observador move sua cabeça transversalmente, acertou-se a posição da ponta de maneira que não houvesse deslocamento da imagem com ela. O mesmo foi feito para um ponto baixo, verificando a inversão da profundidade da imagem relativa ao filamento, e o mesmo comprimento para objeto e imagem.

A câmera foi colocada a 1.015 mm encontrando o ponto de visão que mostra o filamento em uma visão frontal. Isto corresponde a um filamento visto como imagem vertical em comprimento de onda azul (fig.2.8-esquerda) fotografando de maneira sobreposta à visão correspondente ao vermelho (fig.2.8-direita). A presença de paralaxe é evidente pela mudança de inclinação, e a fotografia pode ser usada como um par estereoscópico.

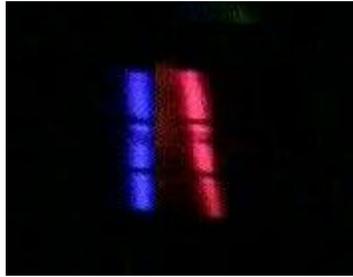


Fig. 2.8. Duas vistas de um filamento reto que corresponde a um deslocamento horizontal da câmera.

Da imagem em vermelho filtramos a luz por interposição de filtros interferenciais, obtendo para cada um partes da imagem, como se mostra na (fig.2.9).



Fig. 2.9. a) Superior: vista do filamento em cor vermelho.
b) mesma vista depois de filtrar a 634-640nm.
c) mesma vista como a), mas filtrado a 643-657nm.

Cada parte vertical da imagem corresponde a uma largura de banda bem definida do comprimento de onda.

SEGUNDO OBJETO (LÂMPADINHAS) :

Utilizamos um sistema de três pequenas lâmpadas de filamentos, do tipo que se emprega nos carros para a iluminação de painéis. Os filamentos foram de 2 mm de comprimento. Elas foram arranjadas de tal maneira que dois deles tiveram somente coordenadas verticais diferentes, e a terceira teve uma distância menor à rede do que a outra. A (fig.2.10) mostra a situação para os três pontos de visão quando a câmera se move a iguais distâncias de esquerda à direita. A luz da imagem passa de maior a menor ângulo de difração, e conseqüentemente de maior a menor comprimento de onda.



Fig. 2.10. Paralaxe e cor mudam para três objetos pontuais. a) visão esquerda b) visão central d) visão direita.

Um suporte é incluído na cena em contacto com a segunda rede que serve como uma referencia para as posições. Em (a) as duas lampadinhas verticalmente alinhadas aparecem em verde, e a outra lampadinha em vermelho. Em (b) a cor da imagem de essas duas lampadinhas é azul, e a cor da imagem da outra é vermelha. Em (c) as imagens anteriormente azuis claras tornam-se azul profundo, e a outra imagem agora aparece em verde.

As imagens resultaram deslocadas ligeiramente de direita à esquerda, quando a distância horizontal entre os pontos aumentou 8%. Este resultado mostra a inversão da profundidade entre a imagem e o objeto em bom acordo com a teoria.

TERCEIRO OBJETO (LÂMPADA HALOGÊNEA REFLETORA) :

Utilizamos uma lâmpada halogênea de 50 W com espelho parabólico de 46 mm de diâmetro atrás dela, constituindo um objeto estendido. Mostramos na (fig.2.11) sua imagem comparada à imagem do objeto mesmo, visto pela mesma distância que a que a luz do objeto atravessou para dar formação à imagem.

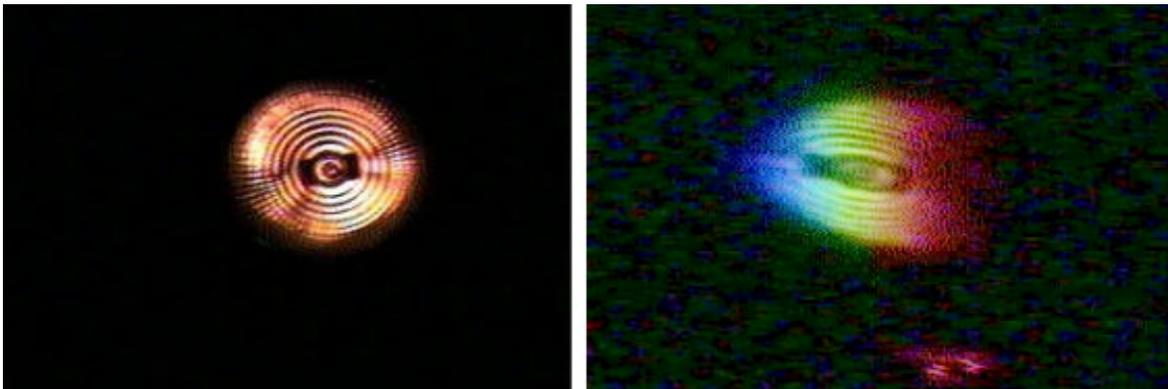


Fig.2.11. Imagem de uma lâmpada halogênea com refletor.
 Esquerda: Imagem direta.
 Direita: Imagem por dupla difração.

O campo horizontal da imagem foi algo menor que a extensão do objeto. O ponto vermelho que aparece abaixo da imagem vem de um laser de diodo que serve para alinhar os elementos ópticos; este ponto que é observado na segunda rede indica o valor zero para a coordenada x .

Deslocamos a segunda rede a uma distância duas vezes maior respeito da fenda (600 mm), e observamos quase à mesma distância da fenda, com 80 mm de deslocamento lateral. Obtivemos um campo de visão horizontal ampliado, que mostramos na (fig.2.12).

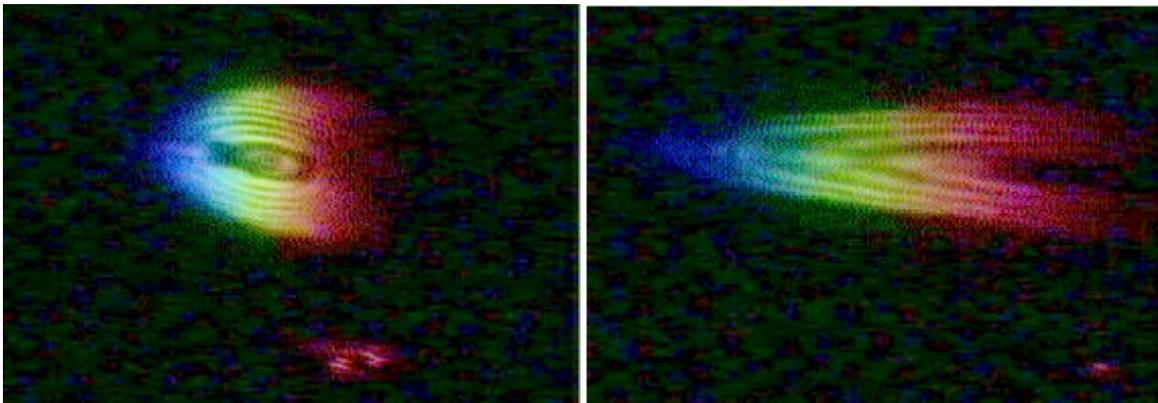


Fig. 2.12. Campo de visão do objeto horizontalmente ampliado.
 Esquerda: Redes localizadas simetricamente.
 Direita: Segunda rede a uma distância da fenda igual ao dobro.

Podemos observar, comparando figuras (2.11-esquerda) e (2.11-direita), que a deformação elíptica da imagem indica uma ampliação horizontal.

Comparando as figuras (2.11-esquerda) e (2.12-direita), a ampliação horizontal pode ser avaliada como maior do que quatro vezes.

QUARTO OBJETO (GRAMPO):

Emprega-se a sombra de um grampo localizado de encontro a um fundo difundindo. O grampo foi feito de arame de 1mm de espessura e utilizamos sua forma assimétrica para identificar as propriedades de inversão correspondente à direção de difração.

O fundo permaneceu fixo em 1.680 mm de distância da primeira rede, em quanto o grampo foi localizado a 960 mm dela. Depois colocamos o grampo no ponto crítico (a 1.270 mm da rede), e finalmente mais distante do ponto crítico (a 1.540 mm da rede) (fig.2.13).

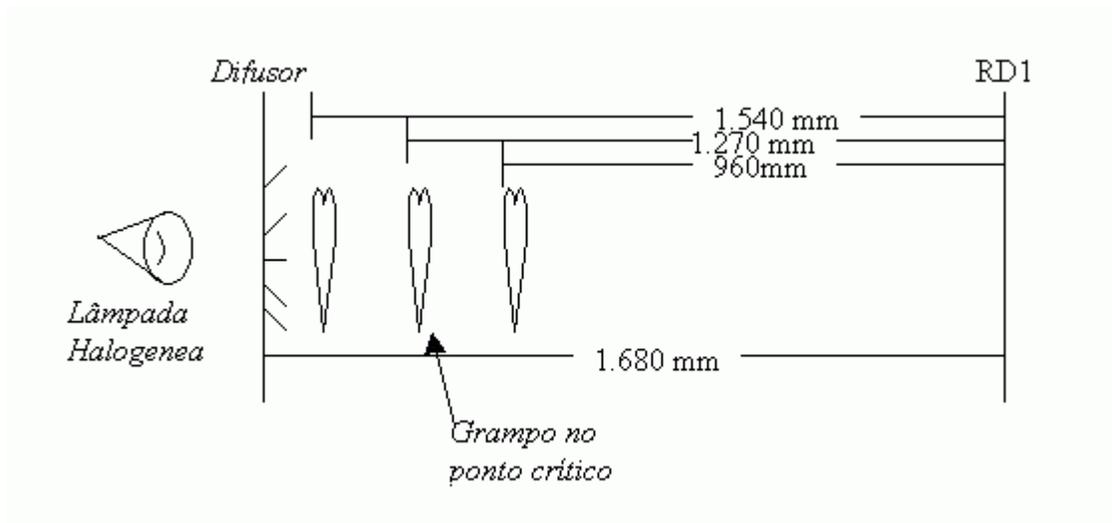


Fig.2.13. Esquema das posições do objeto (grampo).

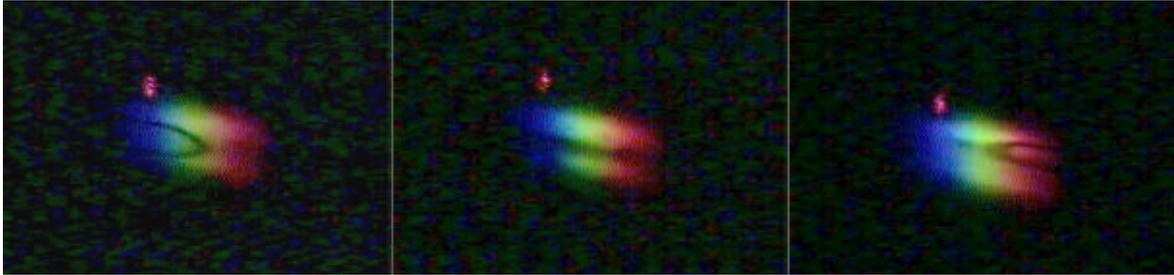


Fig.2.14. Seqüência das posições do objeto nas distâncias crescentes que mostram a inversão da imagem. Esquerda: na distância mais próxima. Centro: mais distante, na posição crítica. Direita: mais distante da posição crítica, mostrando a inversão lateral.

EXPERIÊNCIA ADICIONAL:

Usamos de novo a lâmpada halogênea, mudamos a orientação da luz na primeira rede mudando a posição angular de nossa lâmpada halogênea, para entrar como segunda ordem, mantendo todos os outros parâmetros iguais ao caso das figuras (2.11) e (2.12) (fig.2.15 - esquerda).

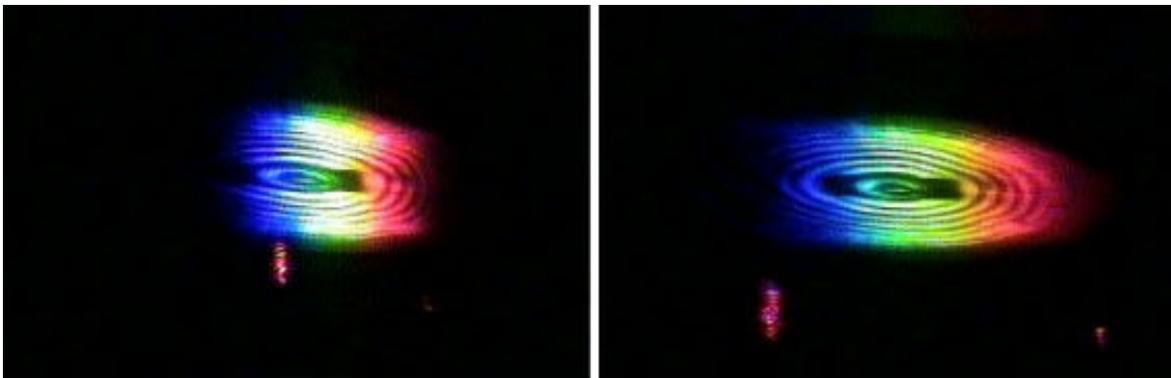


Fig.2.15. Imagens correspondentes a uma segunda ordem de difração por incidência na primeira rede. Esquerda: caso simétrico. Direita: segunda rede em uma dobre distância.

O resultado da aproximação do ponto critico à primeira rede era de 700 mm, logo foi aproximadamente 200 mm, quando a distância da segunda rede à fenda foi dobrada. Observando-se assim o aumento simultâneo da visão do campo do objeto.

2.10 Cálculos e Resultados Experimentais com Um único Comprimento de Onda

Para fazer umas medidas e uns cálculos mais precisos executamos duas medições de posição de observação no sistema usando somente um comprimento de onda.

O alinhamento do feixe do laser foi empregado como uma referência para medir às coordenadas do objeto.

O paralelismo entre as linhas da rede em uma rede comparada na outra rede foi verificado, alinhando as ordens de difração do feixe de laser transmitido por ambas redes.

Um microscópio montado em uma mesa de medição de translação foi posicionado perpendicular às coordenadas da medida x . As coordenadas z foram medidos com uma régua.

Medindo a distância x_A-x_B

Medições feitas com o comparador alinhado paralelamente às redes (base de translação com parafuso de leitura micrométrico).

Leitura do comparador quando a mira estava sobre a lampadinha $A = L_A = 50,4 \pm 0,5$ mm

Leitura do comparador quando a mira estava sobre a lampadinha $B = L_B = 36,7 \pm 0,5$ mm

Portanto: $L_A - L_B = 13,7 \pm 1$ mm.

As posições das duas lâmpadas pequenas são as coordenadas (x, z) $(28 \pm 2, 209 \pm 1)$ e $(17 \pm 2, 179 \pm 1)$ em milímetros. A (fig.2.16) mostra a distância Δx_c entre as posições das quais em uma distância fixa z_c é possível ver uma lâmpada, ou a outra.

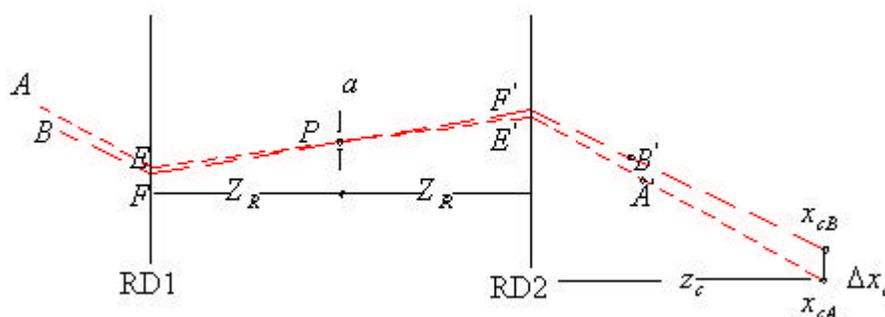


Fig. 2.16. Esquema de traçados de raios para determinar dois pontos de visão para cada um de dois objetos pequenos em um só comprimento de onda.

Usando um filtro interferencial para ter um valor do comprimento de onda de 637 ± 6 nm, e em uma distância $z_c = 1.333 \pm 3$ mm, calculamos e medimos Δx_c .

Isto implica calcular resolver as *equações* (2.3) e (2.4) para conhecer a coordenada x dos pontos E' e F' e logo resolver o caso de triângulos para os dois pontos de observação.

Medimos com régua $x_A = 28 \pm 2$ mm, porém como vamos usar a diferença $x_A - x_B$, podemos considerar x_A exato: $x_A = 28$ mm, de onde resulta $x_{cA} = 320,5$ mm

A maneira a reduzir o erro para os valores das coordenadas x_A e x_B quando é aplicado ao cálculo da Δx_c , é medir a diferença $x_A - x_B$, diretamente por observação, de um ponto de visão fixo, a oclusão do filamento da lâmpada quando o arame de 2,5mm, foi deslocado na frente deles.

O ponto de visão foi definido por uma fenda menor que 0,5mm de largura em uma distância de 1,3 m, e obtivemos, por meio de um micrometro de precisão, $x_A - x_B = 13,7 \pm 1$ mm.

Podemos assumir que a distância entre os pontos de observação das imagens a 637 nm não varia se os objetos fossem deslocados 1 mm para a esquerda o para a direita. Assim, podemos assumir uma coordenada, por exemplo, x_A como certa e a outra, x_B , com ± 1 mm de erro. Entrando com esses valores em nosso programa teremos uma distância calculada com metade do erro que tínhamos quando medíamos as coordenadas x_A e x_B a respeito de uma origem com incerteza de 1 mm.

Tomamos $x_A = 28,0$ mm como verdadeiro para obter valores possíveis de x_B usando o valor da diferença que temos medido:

$$x_{BM} = 15,3 \text{ mm} \Rightarrow x_{cBM} = 303,2 \text{ mm}$$

e

$$x_{Bm} = 13,3 \text{ mm} \Rightarrow x_{cBm} = 296,1 \text{ mm}$$

$$x_{cA} - x_{cBM} = 17,4 \text{ mm}$$

$$x_{cA} - x_{cBm} = 24,4 \text{ mm}$$

Na experiência de medição direta das posições de observação tínhamos o resultado: $\Delta x_c = 21,5 \pm 2$ mm, ou seja, dentro do intervalo entre 23,5 mm e 19,5 mm, que resulta compatível com nosso cálculo.

(mm)	x_A	x_B		x_{cA}	x_{cB}		Δx_c	
Medidos	28,0	13,3	15,3				19,5	23,5
Calculados				320,5	296,1	303,1	17,4	24,4

Tabela 2.1. Valores medidos e calculados dos pontos de observação do objeto para um único comprimento de onda

Medimos olhando a traves das imagens de uma fenda de 0,5 mm ao ser deslocados com um aparelho de translação.

Como um teste adicional de nosso modelo teórico, empregamos as medidas calculadas das posições dos pontos de observações para esta situação o ângulo do observador em luz branca. Resulta da *equação* (2.6), o ângulo calculado foi $2,5^\circ$ e o ângulo medido 2° .

Nós também calculamos $\Delta\lambda$ no olho do observador para um objeto pontual em 620 nm, resultando 8 nm para um diâmetro de pupila de 3 mm.

2.11 Aproximação Paraxial para o Caso Pseudoscópico

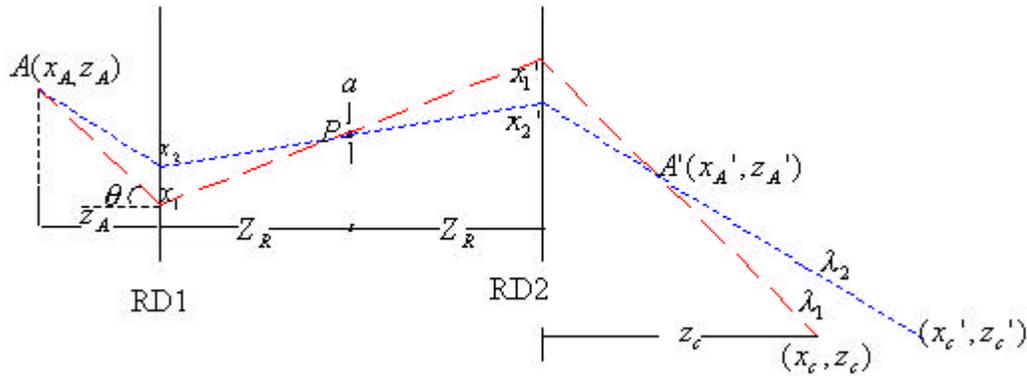


Fig. 2.17. Esquema de traçados de raios para determinar a aproximação paraxial para o caso pseudoscópico.

* O fator de inclinação do feixe de luz para o comprimento de onda λ_1 que vai do ponto objeto A ao ponto de incidência na rede x_1 , é:

$$e^{ik\left(\frac{x_A - x_1}{z_A}\right)x} \quad (2.7)$$

O fator quadrático do feixe de luz que incide na primeira rede de difração é:

$$e^{ik\frac{(x - x_A)^2}{z_A}} \quad (2.8)$$

A função de transmitância do feixe de luz difratado na primeira rede é:

$$T(x) = \frac{1}{2}(1 + \text{Sin}2\pi\nu x) = \frac{1}{2} + \frac{e^{ik\lambda_1\nu x}}{2} + \frac{e^{-ik\lambda_1\nu x}}{2} \quad (2.9)$$

O fator de inclinação do feixe de luz que sai difratado da rede x_1 e vai ao centro da fenda (ponto P , origem de coordenadas)

$$e^{ik\left(\frac{x_1}{z_R}\right)x} \quad (2.10)$$

Logo a onda difratada que chega à fenda tem a expressão que resulta da multiplicação dos termos das *equações* (2.7), (2.8), (2.9) e (2.10). Da *equação* (2.9) somente o terceiro termo corresponde à direção que nos interessa, multiplicado pela direção da onda incidente, o resultado deve ser igual à direção da onda difratada. Ou seja, multiplicar a *equação* (2.7) pela (2.9) e igualar seu termo de fase ao da (2.10).

$$e^{ik\left(\frac{x_A - x_1}{z_A}\right)x} \cdot e^{-ik\lambda_1 v x} = e^{ik\left(\frac{x_1}{z_R}\right)x} \quad (2.11)$$

Igualando expoentes, obtemos a seguinte expressão:

$$ik\left(\frac{x_A - x_1}{z_A}\right)x - ik\lambda_1 v x = ik\left(\frac{x_1}{z_R}\right)x \quad (2.12)$$

logo, obtemos a formula com a aproximação paraxial pseudoscópica:

$$\frac{x_A - x_1}{z_A} - \frac{x_1}{z_R} = \lambda_1 v \quad (2.13)$$

que é a formula sem aproximação paraxial, *equação* (2.14):

$$\frac{x_A - x_1}{z_A + \frac{(x_A - x_1)^2}{2z_A}} - \frac{x_1}{z_R + \frac{x_1^2}{2z_R}} = \lambda_1 v \quad (2.14)$$

desde que desprezemos os termos:

$$\frac{(x_A - x_1)^2}{2z_A} \quad \text{e} \quad \frac{x_1^2}{2z_R} \quad (2.15)$$

da equação (2.13), pode-se calcular o comprimento de onda λ_1 :

$$\lambda_1 = \frac{1}{v} \left(\frac{x_A - x_1}{z_A} - \frac{x_1}{z_R} \right) \quad (2.16)$$

e a coordenada x_1 :

$$x_1 = \frac{z_R x_A - \lambda_1 v z_A z_R}{z_R + z_A} \quad (2.17)$$

O fator de inclinação do feixe de luz que vai do centro da fenda (ponto P) ao ponto de incidência da rede x_1' é:

$$e^{ik \left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x} \quad (2.18)$$

O fator quadrático do feixe que passou pela fenda e incide na segunda rede de difração é:

$$e^{i\kappa \frac{(x-x_1')^2}{z_A+z_R}} \quad (2.19)$$

O fator de inclinação do feixe de luz que sai difratado da rede x_1' ao ponto da imagem do objeto (x_A', z_A') é:

$$e^{ik \left(\frac{x_1'-x_A'}{z_A'}\right)x} \quad (2.20)$$

e é o mesmo fator de inclinação do feixe de luz que sai difratado da rede x_1' ao ponto do observador é:

$$e^{ik \left(\frac{x_1'-x_c}{z_c}\right)x} \quad (2.21)$$

Multiplicando o fator de inclinação pela transmitância da segunda rede igual à equação (2.9), o resultado deve ser igual à direção da onda difratada. Ou seja, multiplicar a equação (2.18) pela (2.9) e igualar seu termo de fase ao da (2.21).

$$e^{ik \left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x} \cdot e^{-i\kappa\lambda_1\nu x} = e^{ik \left(\frac{x_1'-x_c}{z_c}\right)x} \quad (2.22)$$

Obtemos a seguinte expressão:

$$ik \left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x - i\kappa\lambda_1\nu x = ik \left(\frac{x_1'-x_c}{z_c}\right)x \quad (2.23)$$

$$\frac{x_1'}{z_R} - \left(\frac{x_1'-x_c}{z_c}\right) = \lambda_1\nu \quad (2.24)$$

λ_1 Comprimento de onda que o observador recebe é:

$$\lambda_1 = \frac{1}{v} \left(\frac{x_c - x_1'}{z_c} + \frac{x_1'}{z_R} \right) \quad (2.25)$$

Usando a *equação* (2.13) para um segundo raio de comprimento de onda λ_2 obtemos:

$$\frac{x_A - x_2}{z_A} - \frac{x_2}{Z_R} = \lambda_2 v \quad (2.26)$$

e usando a *equação* (2.24) para um λ_2 obtemos:

$$\frac{x_2'}{z_R} - \left(\frac{x_2' - x_c'}{z_c'} \right) = \lambda_2 v \quad (2.27)$$

Capítulo 3.

Imagem Ortoscópica em um Processo de Dupla Difração com uma Fenda

3.1 O Caso da Imagem Ortoscópica

Este sistema consiste de duas redes de difração RD1, RD2, simetricamente localizadas em ambas fendas de uma abertura a como se mostra (fig.3.1). Para dois pontos objetos A e B (sendo o ponto A mais afastado à primeira rede de difração RD1 que o ponto B), neste caso o observador verá o ponto imagem em A' estando mais longe à rede que o ponto imagem B' , recebendo uma visão de profundidade normal do objeto.

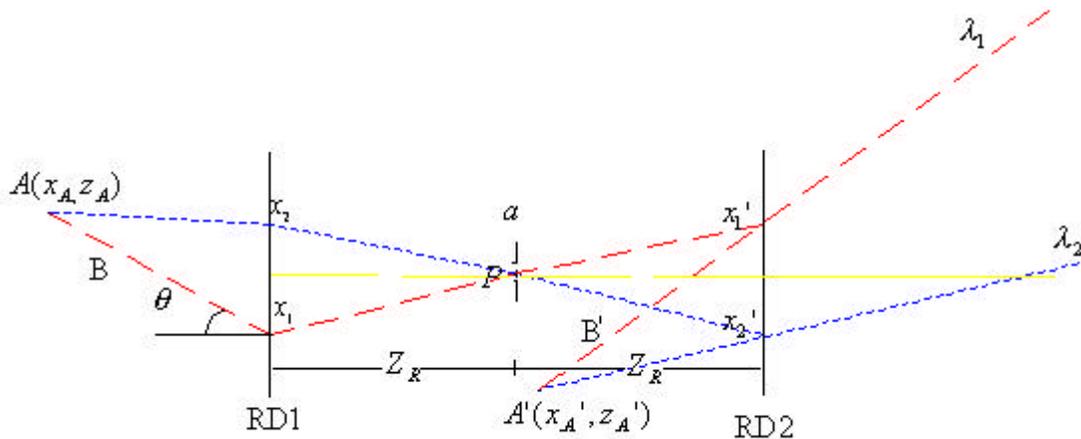


Fig.3.1. Traçado de raios para a imagem ortoscópica de um ponto do objeto de luz branca.

Da equação de difração se tem para os feixes vermelho e azul a seguinte relação:

$$\sin\theta_i - \sin\theta_d = \lambda_{v,A} \nu \quad (3.1)$$

$$\frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + z^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + z_R^2}} = \lambda_V \cdot \nu \quad (3.2)$$

$$\frac{x - x_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + z^2}} - \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + z_R^2}} = \lambda_A \cdot \nu \quad (3.3)$$

$$\sin\theta_{dv} - \sin\phi_{dv} = -\lambda_V \cdot \nu \quad (3.4)$$

$$\sin\theta_{dA} - \sin\phi_{dA} = -\lambda_A \cdot \nu \quad (3.5)$$

$$\frac{x_1'}{\sqrt{x_1'^2 + z_R^2}} - \frac{x_1' - x_i}{\sqrt{(x_1' - x_i)^2 + z_i^2}} = -\lambda_V \cdot \nu \quad (3.6)$$

$$\frac{x_2'}{\sqrt{x_2'^2 + z_R^2}} - \frac{x_2' - x_i}{\sqrt{(x_2' - x_i)^2 + z_i^2}} = -\lambda_A \cdot \nu \quad (3.7)$$

3.2 Imagem Ortoscópica de uma Lâmpada Halogênea:

Utilizamos como um objeto uma lâmpada halogênea, para obter a imagem de este objeto, neste caso usamos o mesmo sistema óptico (duas redes de difração e uma fenda), já que este sistema nós mostra a duas imagens à vez, a imagem pseudo e a imagem orto. Esta imagem do objeto foi capturada registrada para cada comprimento de onda.

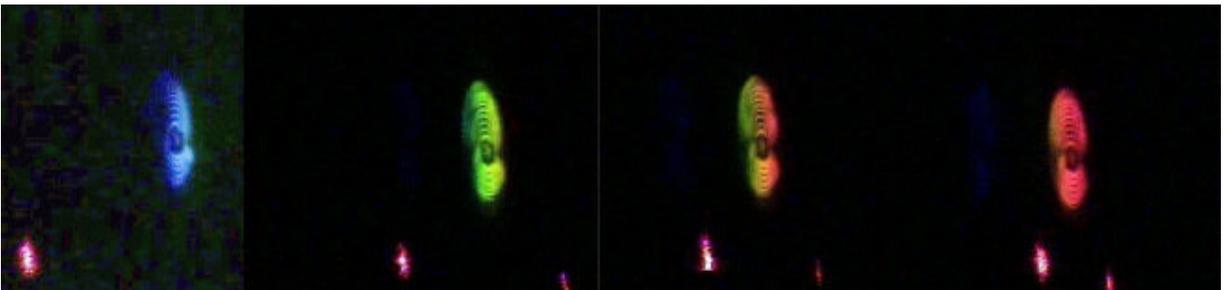


Fig.3.2. Posições das imagens ortoscópica da lâmpada halogênea respeito a um ponto iluminador (laser).

3.3 Aproximação Paraxial para o Caso Ortoscópico

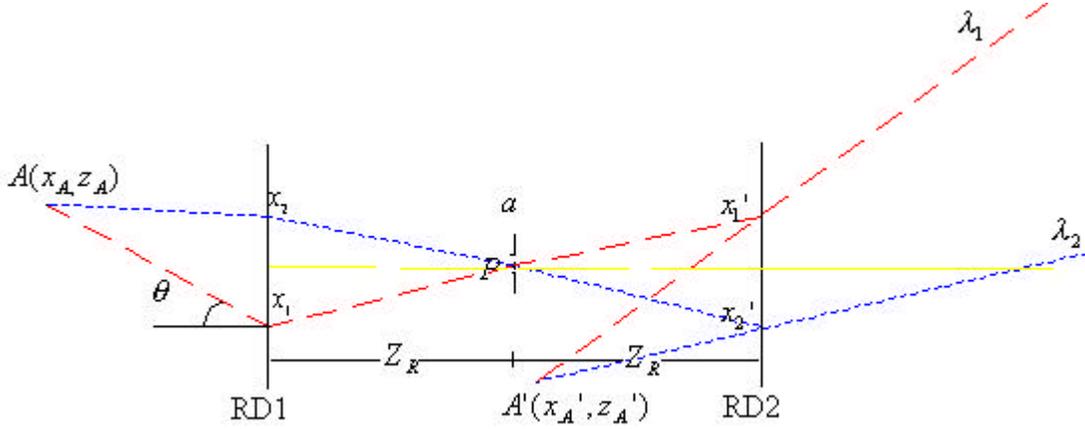


Fig. 3.3. Esquema de traçados de raios para determinar a aproximação paraxial para o caso ortoscópico.

Todos os passos que foram feitos na parte 2.11 Aproximação Paraxial para o caso Pseudoscópico, para um comprimento de onda λ_1 de um feixe que vai do ponto objeto A ao ponto de incidência na rede x_1 , e logo ao centro da fenda (ponto P) são os mesmos que para a aproximação paraxial ortoscópica. Obtendo-se a equação (2.13).

Se agora multiplicamos o fator de inclinação do feixe de luz que vai do centro da fenda ao ponto de incidência x_1' equação (2.18) pela transmitância da segunda rede igual à equação (2.9), desta última equação somente o segundo termo corresponde a direção que nos interessa para o caso ortoscópico, o resultado deve ser igual à direção da onda difratada. Ou seja, multiplicar a equação (2.18) pela equação (2.9) e igualar seu termo de fase ao da equação (2.20).

$$e^{ik \left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x} \cdot e^{ik\lambda_1\nu x} = e^{ik\left(\frac{x_1' - x_{A'}}{z_{A'}}\right)x} \quad (3.8)$$

igualando os expoentes, temos:

$$ik\left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x + ik\lambda_1\nu x = ik\left(\frac{x_1' - x_{A'}}{z_{A'}}\right)x \quad (3.9)$$

onde obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{x_1'}{z_R} - \left(\frac{x_1' - x_A'}{z_A'} \right) = -\lambda_1 \nu \quad (3.10)$$

usando a *equação* (2.10) para um segundo raio de comprimento de onda λ_2 obtemos:

$$\frac{x_2'}{z_R} - \left(\frac{x_2' - x_A'}{z_A'} \right) = -\lambda_2 \nu \quad (3.11)$$

4. Conclusões

- Demonstramos uma nova maneira de gerar uma imagem pseudoscópica diretamente de um objeto, o qual não necessita elementos refrativos. Além disso, o aumento da imagem é possível em uma direção por meio de um elemento puramente difrativo e utilizando todo o espectro da luz branca. Uma abertura que dá um campo grande para pontos de visão que vem de um elemento difrativo cuja construção e manipulação seja muito mais fácil do que aquela de elementos ópticos convencionais.
- O campo de luz reproduzido é muito similar ao campo do objeto original, não tem nenhuma distorção de ampliação presente, sendo uniforme em cada direção longitudinal.
- Mostramos que a imagem 3D pela luz branca através de um sistema óptico difrativo traz imagens curiosamente semelhantes às imagens holográficas.
- Temos também uma interessante possibilidade para incrementar a abertura de um sistema óptico, porque redes de difração podem ser feitas que desviem a luz em um ângulo maior que o gerado por sistemas difrativos ou refletivos de grande abertura angular.
- Para melhorar a qualidade das imagens em nosso sistema óptico de dupla difração seria necessário ter redes mais planas, porque nossas redes tem ondulações que não nos permitem trabalhar em segunda ordem.

Apêndice 1

Análise da Imagem de um Ponto Objeto Formada por um Elemento Difrativo de Frequência Única e Variável

Nosso modelo para calcular a posição de imagem difratada supõe válida uma extensão local do valor do período variável do objeto difrator, a um valor constante igual ao valor em um ponto dele (fig.A1.1). Ele faz o traçado de raios para o caso de iluminar por uma fonte pontual, que serve para conferir o resultado com o da experiência usando a visão binocular, como descrevemos na parte experimental. Foi calculado com o programa Mathematica 4.1

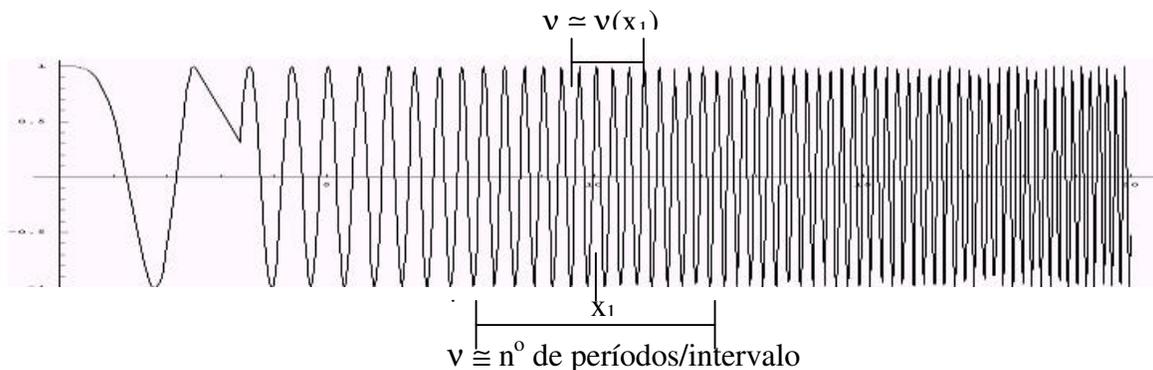


Fig. A1.1. Extensão da frequência espacial do objeto difrator.

A1.1 Variação da Frequência Espacial de um Elemento Difrativo

Ao contrário do caso de uma rede de difração comum, a frequência espacial $\nu(x)$ do elemento que consideramos não é constante ao longo dele. Esta variação faz com que os raios incidentes sejam difratados em ângulos diferentes, segundo a equação da difração:

$$\sin\theta_i - \sin\theta_d = M.\lambda\nu(x) \quad (\text{A1.1})$$

onde:

θ_i é o ângulo de incidência,

θ_d é o ângulo difratado,

λ é o comprimento de onda do feixe incidente e

M é a ordem de difração.

A2.2 Caso da Construção de um Elemento Difractivo por Interferência

Um elemento difrativo pode ser caracterizado pela função $v(x)$ que descreve sua frequência espacial. Quando ele é construído por interferência de dois feixes coerentes A e B, caso que abordamos; a frequência é dada pela seguinte equação:

$$v(x) = \frac{\sin\theta_r(x) + \sin\theta_o(x)}{\lambda} \quad (\text{A1.2})$$

onde:

x é a posição no elemento,

$\theta_r(x)$ e $\theta_o(x)$ são os ângulos de incidência dos feixes referência e objeto em relação à normal do elemento em x e

λ é o comprimento de onda utilizado.

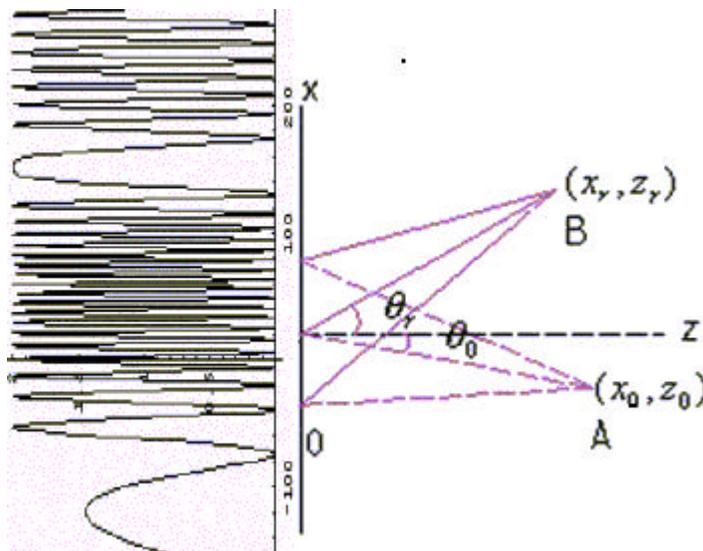


Fig. A1.2 Variação da frequência espacial de um elemento difrativo pela variação do ângulo de incidência ao longo do eixo x no arranjo de obtenção.

Partindo-se da *equação*. (A1.2) e dos parâmetros geométricos do arranjo, obtemos da (fig.A1.2), a frequência espacial $v(x)$ do elemento difrativo que é dada pela equação:

$$v(x) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{x_r - x}{\sqrt{(x_r - x)^2 + z_r^2}} + \frac{x - x_o}{\sqrt{(x - x_o)^2 + z_o^2}} \right) \quad (\text{A1.3})$$

onde:

x_r e z_r são as coordenadas do ponto de referência,
 x_o e z_o são as coordenadas do ponto do objeto e
 λ é o comprimento de onda utilizado.

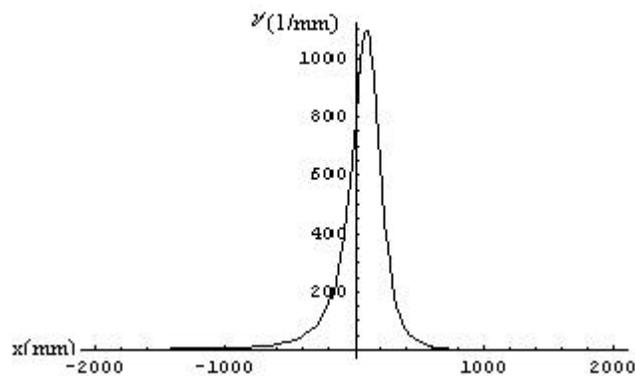


Fig. A1.3. Frequência espacial para o caso de figura de interferência construída com duas fontes pontuais localizadas nas posições (150, 140) e (40, 160) (mm).

A1.3 Caso de Observação Perpendicular ao Elemento Difrador.

Considera-se um observador colocado de tal modo que sua visual à imagem do ponto objeto seja perpendicular ao elemento difrador. Temos a posição do feixe referência (x_r, z_r) e a posição do feixe objeto (x_o, z_o) emitindo luz monocromática, θ é o ângulo de incidência do feixe referência em relação à normal do elemento em x , e a coordenada x indica o ponto de incidência do elemento difrativo a ser construído (fig.A1.4).

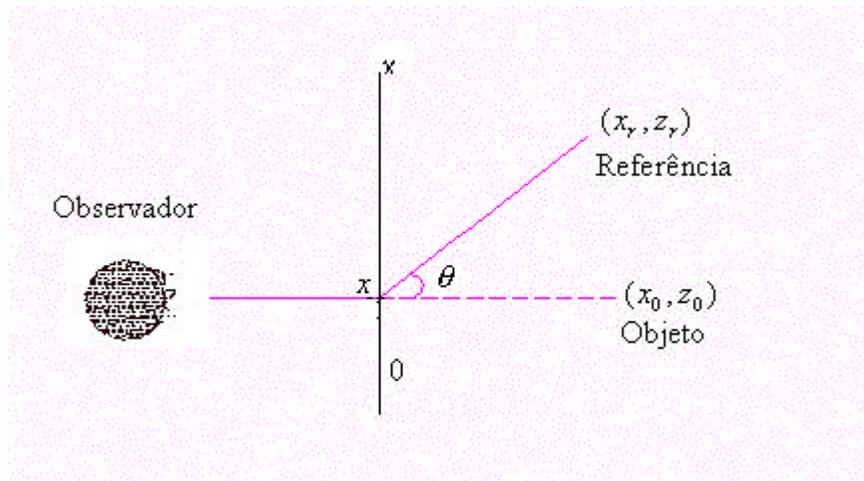


Fig. A1.4. Visualização de imagem por um elemento difrativo (observação perpendicular ao elemento difrator)

A imagem difratada monocromática da fonte pontual é obtida iluminando-se o elemento difrativo por meio de um feixe monocromático (x_r', z_r') , sendo esta imagem da fonte pontual as mesmas características do objeto pontual. (fig. A1.5).

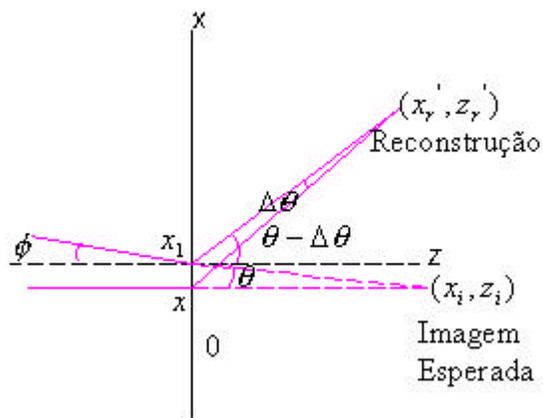


Fig. A1.5. Arranjo para obtenção de uma imagem difratada monocromática

Usando a equação de interferência, temos:

$$v(x) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{x_r - x}{\sqrt{(x_r - x)^2 + z_r^2}} \right) \quad (\text{A1.4})$$

Consideramos a posição inicial do feixe de reconstrução (x_r', z_r') emitindo luz monocromática ($\lambda=650\text{nm}$) ao elemento difrativo, sendo a posição inicial do feixe de reconstrução a mesma à do feixe de referência. Se deseja saber onde se forma a posição da imagem do objeto (x_i, z_i) considerando um segundo raio que faz um pequeno ângulo $\Delta\theta$ com o anterior. Da (fig. A1.5), é claro que:

$$\sin\theta = \left(\frac{x_r' - x_i}{\sqrt{(x_r' - x_i)^2 + z_r'^2}} \right) \quad (\text{A1.5})$$

A coordenada x_1 indica o ponto de incidência do elemento difrativo, onde o feixe iluminador faz com a normal do elemento um ângulo $\theta - \Delta\theta$, sendo $\Delta\theta$ aproximado a 1° , valor próximo do usual em nossas experiências.

$$\sin(\theta - \Delta\theta) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{x_r' - x_1}{\sqrt{(x_r' - x_1)^2 + z_r'^2}} \right) \quad (\text{A1.6})$$

Como x_1 , x_o e z_o são conhecidos, calculamos na reconstrução a frequência v_1 no ponto x_1 :

$$v_1 \cdot \lambda = \left(\frac{x_r - x_1}{\sqrt{(x_r - x_1)^2 + z_r^2}} + \frac{x_1 - x_o}{\sqrt{(x_1 - x_o)^2 + z_o^2}} \right) \quad (\text{A1.7})$$

Conhecido v_1 , calculamos o ângulo difratado ϕ , que difrata-se ao incidir com um ângulo $\theta - \Delta\theta$ o feixe de reconstrução (x_r', z_r') , ao elemento difrator no ponto x_1 .

$$\sin(\theta - \Delta\theta) + \sin\phi = \lambda v_1 \quad (\text{A1.8})$$

Conhecido o ângulo de difração ϕ , calculamos z_i da seguinte equação:

$$\sin\phi = \left(\frac{x_1 - x_i}{\sqrt{(x_1 - x_i)^2 + z_i^2}} \right) \quad (\text{A1.9})$$

Desta forma pode-se obter a posição de uma imagem difratada.

A1.4 Obtenção da Imagem Difratada por um Feixe que Ilumina desde qualquer Posição.

Em uma forma geral vamos agora obter a posição da imagem de um objeto pontual por um elemento difrativo. Tendo em conta como foi visto a imagem de um objeto por um elemento difrativo (fig. A1.6).

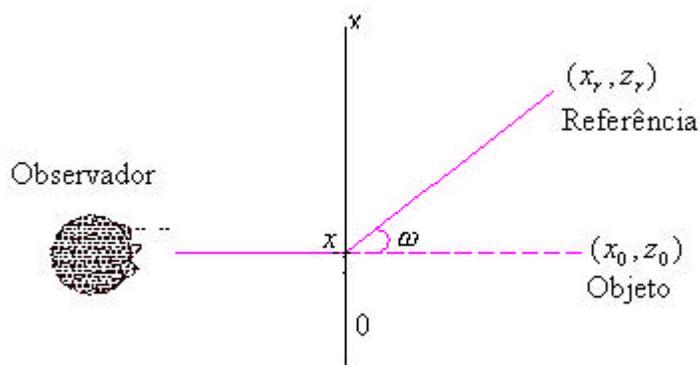


Fig. A1.6. Visualização de imagem por um elemento difrativo

da (fig.A1.6) é claro que:

$$\omega = \arcsin\left(\frac{x_r - x_o}{\sqrt{(x_r - x_o)^2 + z_r^2}}\right) \quad (\text{A1.10})$$

Neste caso a posição da imagem é calculada mediante o traçado de raios (fig.A1.7):

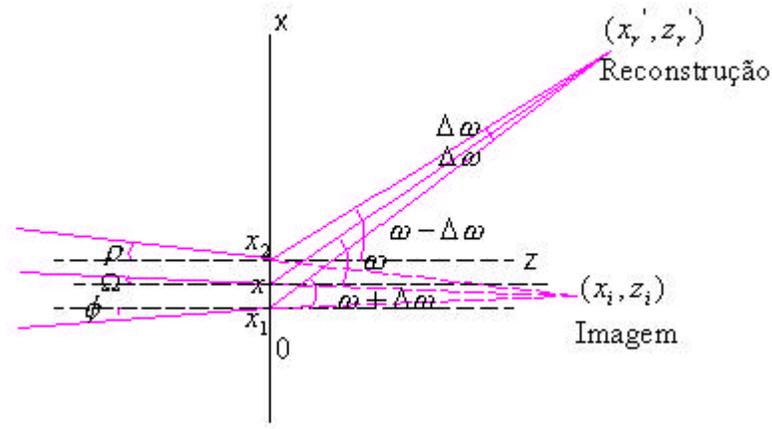


Fig. A1.7. Traçado de raios para uma imagem difratada.

Consideremos a posição inicial do feixe de reconstrução (x_r', z_r') emitindo luz monocromática ($\lambda = 650\text{nm}$) ao elemento difrativo, desejamos saber onde se forma a imagem do ponto objeto (x_o, z_o) .

da (fig. A1.7) se tem a seguintes equações:

$$\sin(\omega + \Delta\omega) = \left(\frac{x_r' - x_1}{\sqrt{(x_r' - x_1)^2 + z_r'^2}}\right) \quad (\text{A1.11})$$

$$\sin(\omega - \Delta\omega) = \left(\frac{x_r' - x_2}{\sqrt{(x_r' - x_2)^2 + z_r'^2}}\right) \quad (\text{A1.12})$$

Agora calculamos v_1 e v_2 , usando a equação(A1.2):

$$v_1 \cdot \lambda = \left(\frac{x_r - x_1}{\sqrt{(x_r - x_1)^2 + z_r^2}} + \frac{x_1 - x_o}{\sqrt{(x_1 - x_o)^2 + z_o^2}} \right) \quad (\text{A1.13})$$

$$v_2 \cdot \lambda = \left(\frac{x_r - x_2}{\sqrt{(x_r - x_2)^2 + z_r^2}} + \frac{x_2 - x_o}{\sqrt{(x_2 - x_o)^2 + z_o^2}} \right) \quad (\text{A1.14})$$

Conhecido v_1 e v_2 , calculamos ϕ e ρ usando a equação de difração, temos:

$$\sin(\omega - \Delta\omega) + \sin\phi = \lambda v_1 \quad (\text{A1.15})$$

$$\sin(\omega + \Delta\omega) + \sin\rho = \lambda v_2 \quad (\text{A1.16})$$

da (fig.A1.7), também temos:

$$x_2 = x_r' - z_r' \cdot \tan(\omega - \Delta\omega) \quad \text{e} \quad x_1 = x_r' - z_r' \cdot \tan(\omega + \Delta\omega) \quad (\text{A1.17})$$

$$x_2 = z_i \cdot \tan(\rho) + x_i \quad \text{e} \quad x_1 = x_i - z_i \cdot \tan(\phi) \quad (\text{A1.18})$$

Substituindo as equações de (A1.18) em (A1.17) e pondo em evidência z_i , o qual é o ponto de intersecção dos raios, encontramos a posição de x_i .

$$x_i = x_r' - z_r' \cdot \left(\frac{\tan(\omega - \Delta\omega) \cdot \tan\phi + \tan(\omega + \Delta\omega) \cdot \tan\rho}{\tan\phi + \tan\rho} \right) \quad (\text{A1.19})$$

Conhecido x_i , pode-se obter z_i com a seguinte equação:

$$\sin(\rho) = \left(\frac{x_2 - x_i}{\sqrt{(x_2 - x_i)^2 + z_i^2}} \right) \quad (\text{A1.20})$$

Desta forma pode-se obter a posição da imagem difratada por um feixe que ilumina desde qualquer posição.

A1.5 Obtenção da Imagem Difratada por Visão Binocular

Em geral vamos obter a imagem de um objeto pontual por um elemento difrativo, usando a visão binocular. Tendo em conta como foi a visualização da imagem por um elemento difrativo, e da equação (A1.3), podemos ter as seguintes equações:

$$\left(\frac{x_r - x_{01}}{\sqrt{(x_r - x_{01})^2 + z_r^2}} + \frac{x_{01} - x_0}{\sqrt{(x_{01} - x_0)^2 + z_0^2}} \right) = \lambda.v_1 \quad (\text{A1.21})$$

$$\left(\frac{x_r - x_{02}}{\sqrt{(x_r - x_{02})^2 + z_r^2}} + \frac{x_{02} - x_0}{\sqrt{(x_{02} - x_0)^2 + z_0^2}} \right) = \lambda.v_2 \quad (\text{A1.22})$$

Conhece-se que a distância média entre os olhos é 65mm. Consideramos dois pontos de observação, em um ponto encontra-se um olho esquerdo (x_1, z_1) , e um outro encontra-se o olho direito (x_2, z_2) .

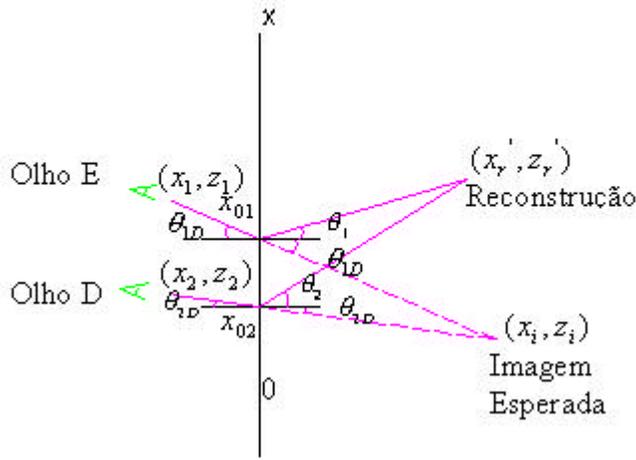


Fig. A1.8. Arranjo para obtenção de uma imagem difratada usando visão binocular

Temos que a equação de difração para dois pontos é a seguinte:

$$\sin\theta_r^{1,2} - \sin\theta_D^{1,2} = \lambda\nu^{1,2} \quad (\text{A1.23})$$

Usando a (fig. A1.8), temos:

$$\sin\theta_1 - \sin\theta_{1D} = \lambda\nu_1 \quad (\text{A1.24})$$

$$\left(\frac{x_r' - x_1}{\sqrt{(x_r' - x_1)^2 + z_r'^2}} + \frac{x_1 - x_{01}}{\sqrt{(x_1 - x_{01})^2 + z_1^2}} \right) = \lambda\nu_1 \quad (\text{A1.25})$$

$$\sin\theta_2 - \sin\theta_{2D} = \lambda\nu_2 \quad (\text{A1.26})$$

$$\left(\frac{x_r' - x_2}{\sqrt{(x_r' - x_2)^2 + z_r'^2}} - \frac{x_{02} - x_2}{\sqrt{(x_{02} - x_2)^2 + z_2^2}} \right) = \lambda\nu_2 \quad (\text{A1.27})$$

das equações (A1.21 e A1.25) se conhece x_{01} e das equações (A1.22 e A1.27) se conhece x_{02} .

Agora calculamos os ângulos difratados θ_{1D} e θ_{2D} nas seguintes expressões:

$$\sin(\theta_{1D}) = \left(\frac{x_1 - x_{01}}{\sqrt{(x_1 - x_{01})^2 + z_1^2}} \right) \quad (\text{A1.28})$$

$$\sin(\theta_{2D}) = \left(\frac{x_2 - x_{02}}{\sqrt{(x_2 - x_{02})^2 + z_2^2}} \right) \quad (\text{A1.29})$$

Conhecidos os ângulos difratados gerados pelo o feixe de reconstrução (x_r', z_r') , para os pontos de incidência no elemento difrativo x_{01} e x_{02} , calculamos pela intersecção dos dois raios gerados pelos pontos (x_1, z_1) e (x_2, z_2) as coordenadas x_i e z_i :

$$\frac{x_{01} - x_i}{\tan(\theta_{1D})} = \frac{x_i - x_{02}}{\tan(\theta_{2D})} \quad (\text{A1.30})$$

$$z_i = \frac{x_{01} - x_i}{\tan(\theta_{1D})} \quad (\text{A1.31})$$

Desta forma são conhecidas as coordenadas x_i e z_i , que representam a posição da imagem difratada que se obtém usando a visão binocular.

A1.6 Parte Experimental: Formação da Imagem de um Ponto Objeto

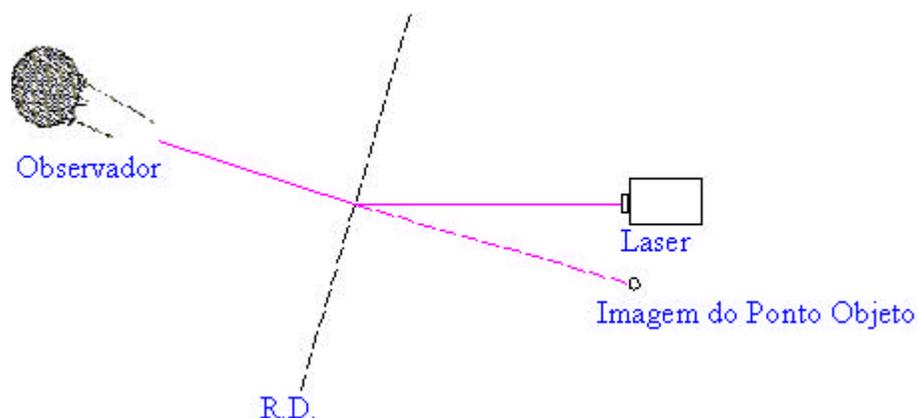


Fig. A1.9. Sistema óptico para obter a posição de uma imagem difratada de um ponto objeto, usando a visão binocular pela mudança lateral do ponto de vista.

Para corroborar as equações, utilizamos uma rede de difração de 533 ± 5 linhas/mm, a qual foi atingida por uma fonte laser 650nm, com a qual se gerou nosso ponto objeto. O observador permaneceu perpendicular à rede de difração, mantendo-se fixo sobre o eixo z . O valor da abertura dado por $\Delta\theta$, foi determinado pela abertura do olho, e é da ordem de um grau.

Para obter a posição da imagem nas coordenadas (x, z) nós colocamos folhas milimetradas debaixo do sistema óptico (fig.A1.9), traçamos nessas folhas os eixos x e z , para a identificação das coordenadas.

A medição foi feita com a ajuda da ponta de uma caneta até que a ponta coincida com a imagem difratada do ponto objeto (laser) por visão binocular, depois para calcular a incerteza de medição deslocamos a ponta da caneta um pouco para frente e para trás do eixo z ; dando assim uma medida mais precisa da posição da imagem do objeto.

A seguinte Tabela AI. Representa os valores experimentais e teóricos, da posição do ponto imagem difratado (x_i, z_i) . Os valores teóricos estão calculados pelo programa Mathematica.

$x_0 \pm \Delta x_0$	$z_0 \pm \Delta z_0$	$x_{i\text{Cal}}$	$z_{i\text{Cal}}$	$(x_i \pm \Delta x_i)_{\text{Exp}}$	$(z_i \pm \Delta z_i)_{\text{Exp}}$
91±3	242±3	1,6	275	0±3	269±4
83±3	261±3	-13,4	296,6	-8±3	309±5
61±3	152,5±3	4,7	173,3	10±3	190±4*
38±3	157±3	-20	178,4	-20±3	172,0±3,5

Tabela AI. Representação dos valores calculados e experimentais da posição da imagem do ponto objeto.

* os valores acima deste se encaixam bem ou com pouca discordância, este valor discorda mais que todos os outros. Foi verificado novamente e não foi possível chegar a uma concordância.

Apêndice 2:

Aplicações

A2.1 Tela Holográfica

A tela difrativa chamado ‘Tela Holográfica’ pode ser comparada com uma lente difrativa ou um holograma de fonte pontual.

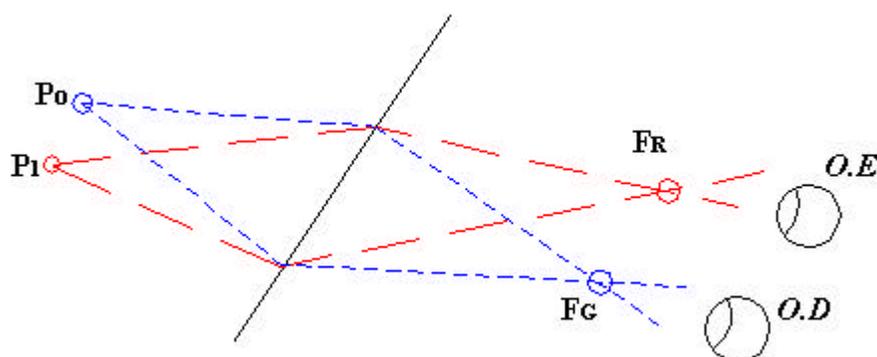


Fig. A1.1. Esquema fundamental da operação da tela holográfica.

A fonte de luz branca P_0 e P_1 que contem a P_0 e a P_1 poderia ser um único ponto ou ter uma certa extensão. A extensão lateral dela gera uma extensão lateral proporcional nos pontos de focalização FR e FG que tem de ser limitada pois ocasiona perda de nitidez ^[13].

P_0 e P_1 são pontos que são projetados sobre lente, e podem coincidir em uma imagem pura vermelha, por exemplo, visto por olho direito; em quanto à imagem pura em verde se pode ver pelo olho esquerdo, depois destes exemplos, podemos ver da figura abaixo de como é a presença de um ponto no espaço tridimensional, se pode estabelecer tendo um elemento representativo para cada comprimento de onda.

Um ponto verde e vermelho pode ser refletido em certa distância horizontal na tela que dá uma imagem virtual atrás da tela, ou pode coincidir na mesma posição para dar a imagem respeito à tela, ou em consequência invertida em certa distância para converger luz diante da tela. Para um espectro contínuo, a paralaxe horizontal está presente, como em um holograma de Benton, mas com as cores que cambiam horizontalmente.

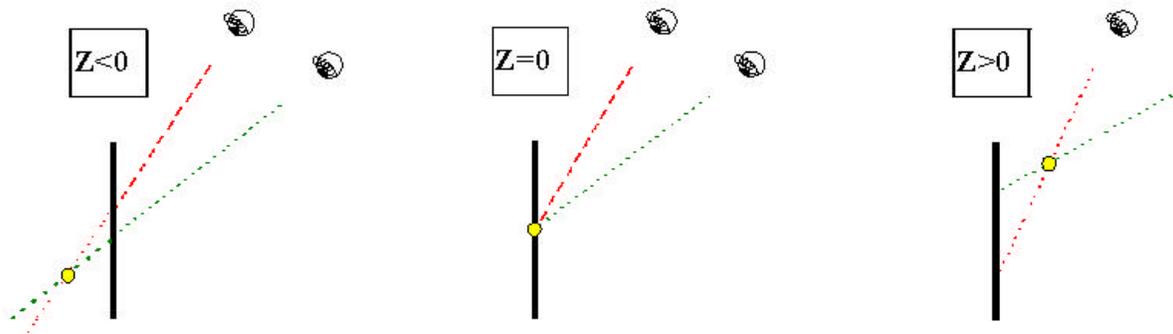


Fig. A1.2. A presença de um ponto no espaço tridimensional se pode estabelecer tendo um elemento representativo para cada comprimento de onda.

Quando um ponto objeto de múltiplos comprimentos ilumina a lente holográfica, o resultado é que cada componente do comprimento de onda converge para uma região diferente.

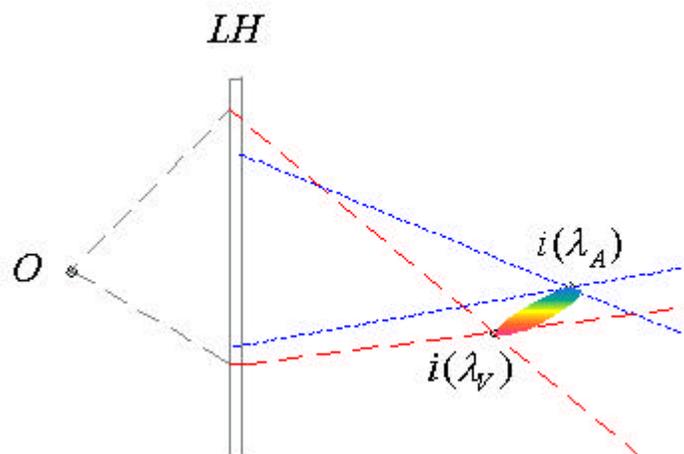


Fig. A2.3. Um ponto objeto de múltiplos comprimentos ilumina a lente holográfica.

Holoprojeção de Objetos:

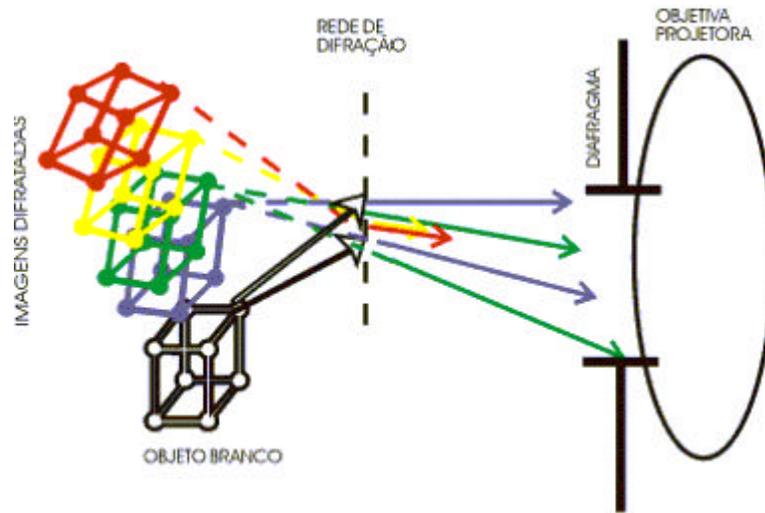


Fig. A2.4. Holoprojeção de objetos

Para o caso de codificação cromática por difração, como se apresenta na (fig. A2.5) O é um objeto branco iluminado sobre luz branca e a RD uma rede de difração holográfica. O observador pode então ver cada vista do objeto em uma representação que combine ver o original dele, uma situação que denominado como “holoimagem”, tendo realmente uma imagem holográfica.

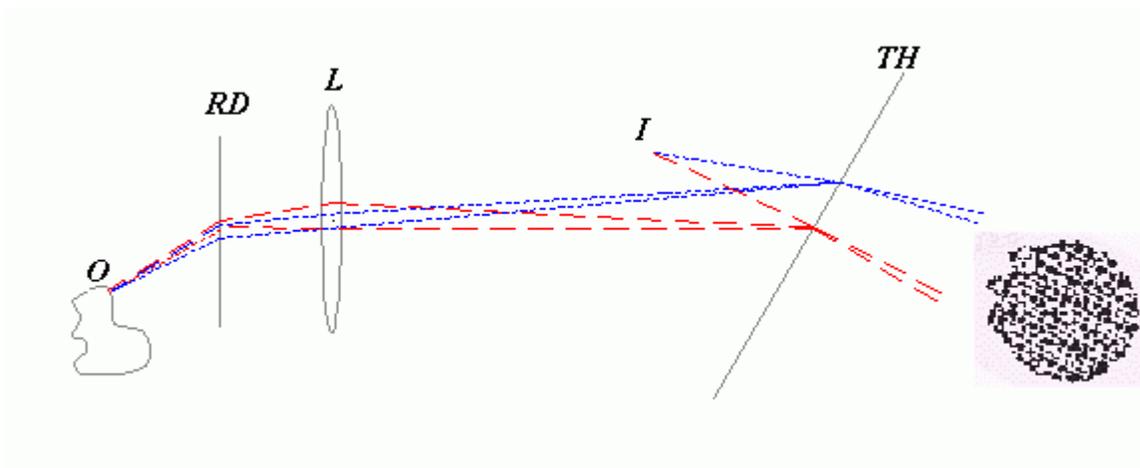


Fig. A2.5. Holoprojeção de um objeto usando uma tela holográfica

A2.2 Ampliação de Hologramas

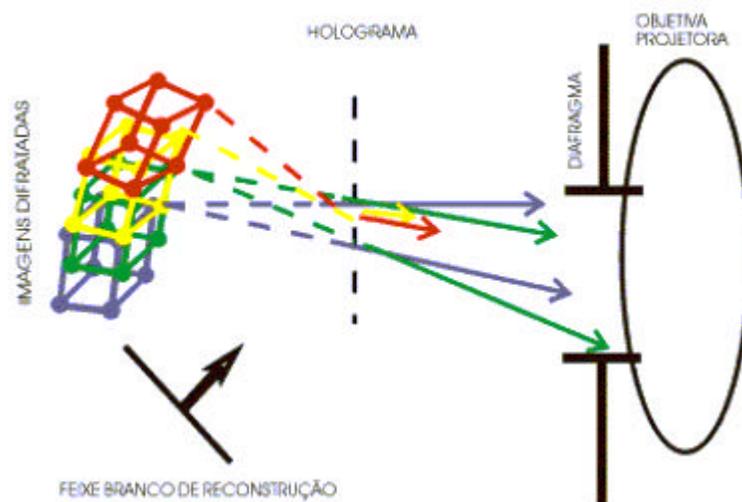


Fig. A2.6.Holoprojeção de Hologramas.

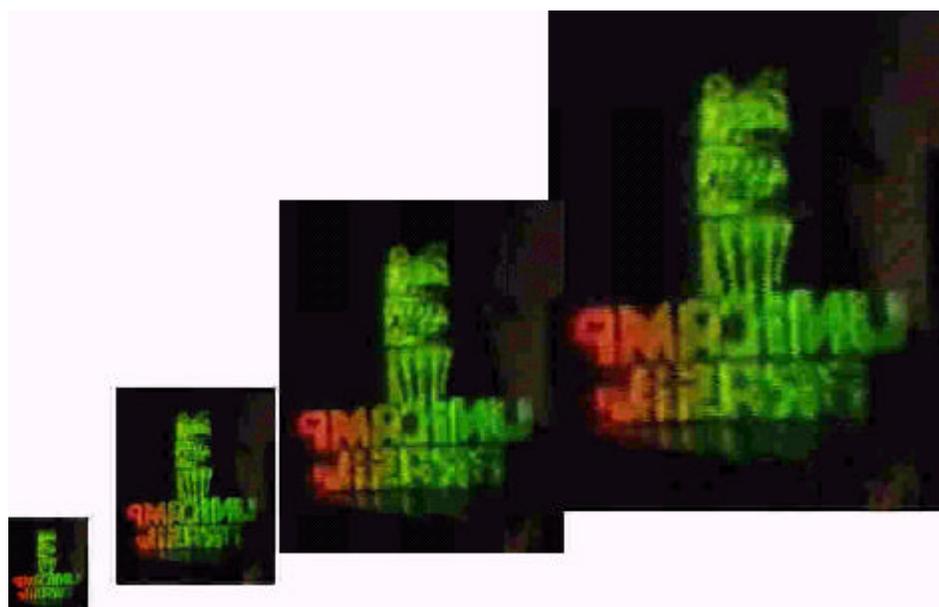


Fig. A2.7.Imagens de pequenos hologramas projetadas a um tamanho maior por meio de luz branca sobre uma tela difrativa.



Fig. A2.8.Imagem de um holograma ampliado.

“Há situações de aplicação de imagens pseudoscópica, como no caso de ampliação de hologramas onde projetar a imagem pseudoscópica dá um aproveitamento luminoso muito maior. A tela holográfica então é colocada de maneira a oferecer também imagem pseudoscópica com o que as duas pseudoscopias geram imagem ortoscópica”.

A2.3 Holoprojeção por Lente Horizontal



Fig. A2.9 Holoprojetor: Aparelho que utiliza as propriedades da tela holográfica, para a reprodução das imagens tridimensionais ou holoimagens.

O holoprojetor é semelhante a um projetor de diapositivos (slides), mas, devido à nova técnica desenvolvida, ele funciona na realidade como um projetor perfeitamente tridimensional projetando não fotografias senão objetos.



Fig. A2.10 Imagens dos objetos projetados na tela são ampliadas sete vezes, apresentando todas as características de uma imagem holográfica, oferecendo alta qualidade, nitidez, cor e movimento.

A2.4 Televisão Holográfica:

Neste caso da TV Holográfica forma-se uma primeira imagem na rede de difração RD , que é projetada sobre uma tela difrativa (também chamada de “lente holográfica LH ”).

A televisão holográfica é um sistema óptico que consiste na captura de um objeto a traves de uma câmara de vídeo que é ligada a um projetor de onde os feixes de luz que contem as características do objeto saem e incidem a uma rede de difração logo estes feixes passam por uma objetiva O , logo estes feixes incidem em um espelho e finalmente se refletem e vão para a tela holográfica; a imagem formada do objeto é observada com um bom brilho, nitidez e com profundidade.

Também foi possível com o mesmo sistema formar a imagem de uma pessoa viva, ou modelo vivo, este é capturado com uma câmara de vídeo que é ligada a um projetor e iluminando ao modelo com um diodo de luz branca para logo ser lançada a uma tela holográfica, onde observaremos a imagem da pessoa.

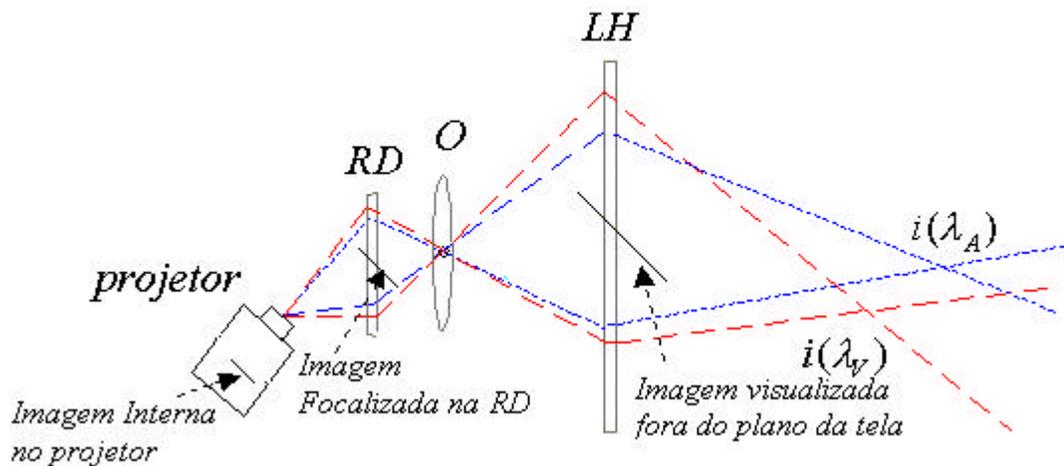


Fig. A2.11. Sistema de televisão holográfica.

Imagens geradas por computador

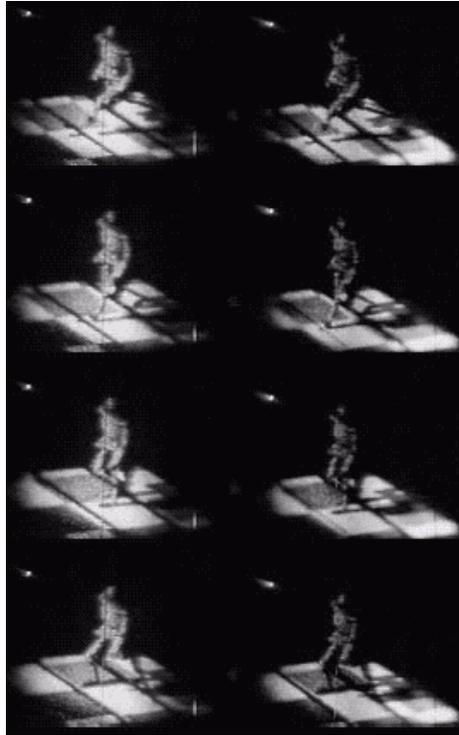


Fig. A2.12. Animação computadorizada: Homem andando, maio de 1998. De cima para baixo, quatro quadros da animação fotografados da projeção na tela, cenas esquerda e direita.

HoloTV plano paralelo único



Fig. A2.13. HoloTV plano paralelo único.

HoloTV plano único oblíquo



(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. A2.14. HoloTV plano único oblíquo.

- (a) Projetor - câmera - diodo de luz branca - tela holográfica- mão.
- (b) Câmera - diodo de luz branca - tela holográfica- sujeito.
- (c) Câmera - diodo de luz branca - mão.
- (d) Imagem do dedo na tela holográfica.

Sistema de HoloTV

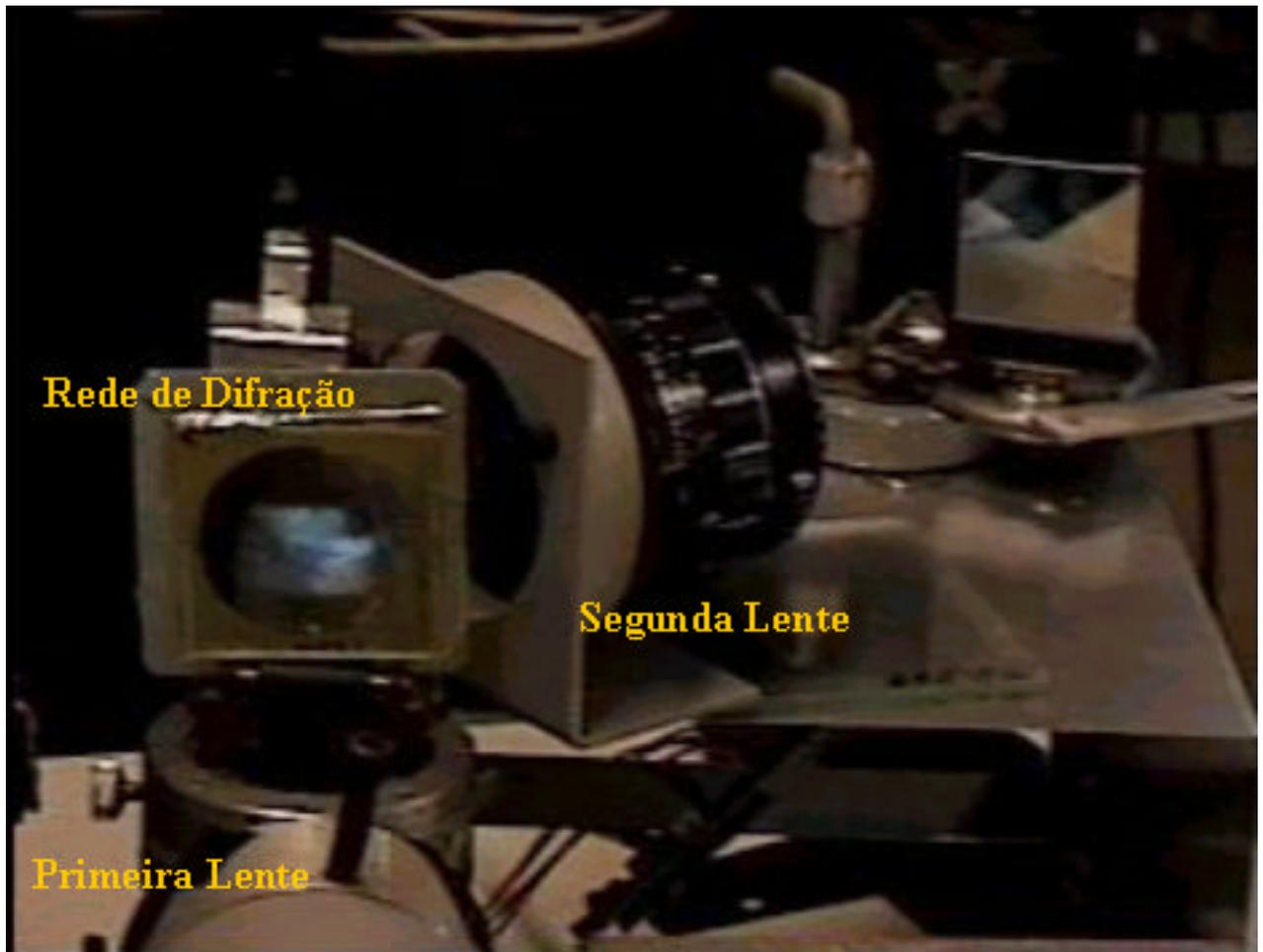


Fig. A2.15. Sistema de HoloTV.

A2.5 Telescópio Espacial

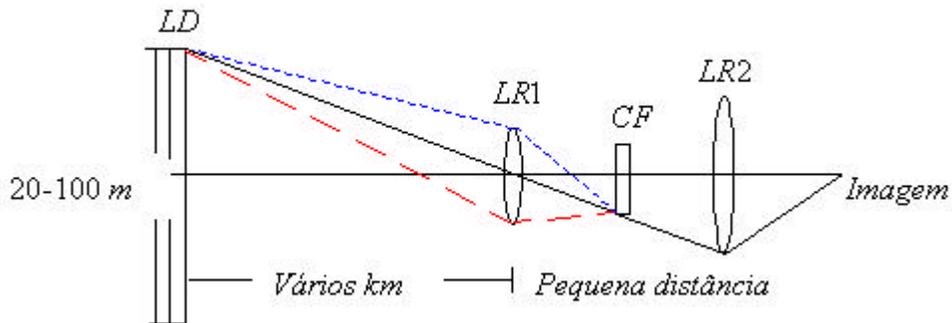


Fig. A2.16. Processo de dupla difração usando duas lentes de difração e duas lentes refractivas. LD: Lente Difractiva. ; LR1: Lente Refractiva 1 ; CF: Placa corretora de Fresnel (lente difractiva) ; LR2: Lente Refractiva 2.

Hyde ^[3] diz eliminar aberrações porque a dispersão cromática da LD seria eliminada ao formar imagem do ponto onde ela na placa corretora difractiva CF (fig. A2.16). O sistema tem semelhanças com o do Prof. Lunazzi ^[9] (1991) (fig. 2.17), e nosso trabalho poderá evoluir para termos uma compreensão precisa do trabalho de Hyde.

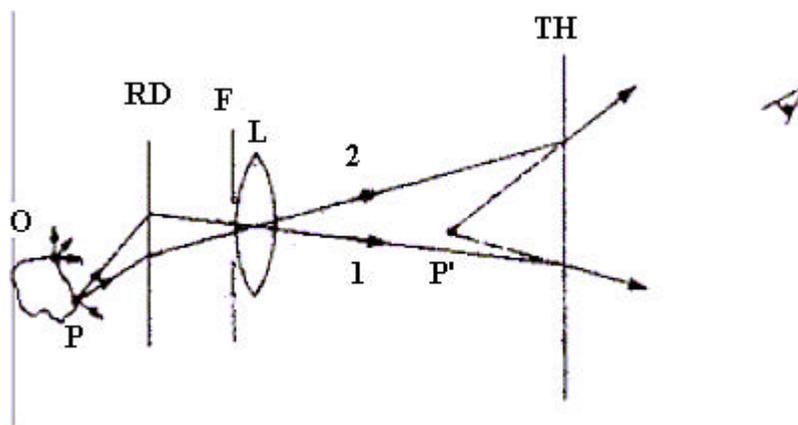


Fig. A2.17. Processo de dupla difração usando duas redes de difração e uma lente.

Apêndice 3

A3.1. Artigo [9] "Holoprojection of images by a double diffraction process", J.J. Lunazzi, in "Opt. e Fis.Atômica", Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V.S. Bagnato, C.H.de Brito Cruz eds., 7-11.5.91, p.OTI 5a.12:00 .

XIV ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DA MATÉRIA CONDENSADA

CAXAMBU, M.G., 7 A 11 DE MAIO 1991

HOLOPROJECTION OF IMAGES BY A DOUBLE DIFFRACTION PROCESS

J.J. Lunazzi

UNICAMP - Institut of Physics
C.P. 6165 - 13081 - Campinas-SP

Introduction

An image is said to be holographic when, after registering, it can be seen in three dimensions without using any special glasses or filters and continuous parallax may be seen when looking around it.

Holographic images are always registered by means of laser light, but may be seen under white light by applying conversion techniques.

In the case of the technique developed by S. Benton, only horizontal parallax is preserved, just the necessary for the horizontal position of the observer's eyes.

We demonstrate in this paper that the concept of a "holoimage" may be independent of the "graphic" ability corresponding to a registering material. This is due to new possibilities on the projection of images by means of diffractive elements.

The three-dimensional distribution of white light may now be projected through a very small optical element, allowing for the direct creation of images that look like a Benton hologram but are phantasmagoric projections of the object itself.

Since the three-dimensional distribution of light from an object may be reproduced by a hologram, the system we named "holoprojector" also allows for the enlarging of a white-light hologram, reducing its weight and cost by orders of magnitude.

A third and very natural possibility is that of a common laser-light hologram, made by the off-axis technique of Leith and Upatnieks, being simultaneously enlarged and converted to white-light observation by a simple projection on a holographic screen.

Description

The chromatic encoding of views from an object was demonstrated as a natural property of holograms (1) and diffraction gratings (2) tracing calculations.

As a natural sequence of reasoning, we can show the decoding of images by projecting them onto a diffraction grating.

Figure 1 represents an object illuminated under white light represented by the light-spreading points 1-5. A diffraction grating R.D. is placed between the object and a lens L.

The aperture of this lens is very small, and we shall consider it acting like a pinhole camera, for simplicity.

The center O of the lens represents the viewpoint of the camera.

We determined the viewpoint P. V. which is at the same distance from the optical axis as the center O, but at an angle θ which corresponds to the diffraction angle of a typical wavelength λ of light impinging perpendicularly to the grating. The location of P. V. is not arbitrary, since it allows for the determination of all the wavelengths λ that, leaving the object points, will reach the point P. V. We may collect this rays at distance R from P. V. as the wave components of a spherical wave converging towards point P. V.

The amplitude of this wave being described by $A(x)$, its phase is constituted of a randomic term $\phi(t)$ which is different at each point of the wave due to the total incoherence of the light.

By using the paraxial approximation, the wave impinging on the grating may be expressed as:

$$\psi_0(x) = A(x) \exp(ikx^2/2z) \exp(ikx \sin \theta) \exp i\phi(t) \\ \text{with } k = 2\pi/\lambda$$

We assume that the diffraction grating has a transmission amplitude with simple periodicity:

$$t(x) = a + b \cos(2\pi x/d)$$

a, b being constants and d being the grating period.

After traversing the grating, the wave amplitude expression (1) must be multiplied by expression (2), giving two terms from which we separate the one that corresponds to propagation toward the lens L:

$$t(x) \psi_0(x) \propto A(x) \exp(i\phi(t)) \exp(ikx^2/2z) \exp(i2\pi x \frac{\sin\theta - 1}{\lambda d}) \quad (3)$$

We can then see that, for the particular value $\lambda = d \sin\theta$ the result is a spherical wave that converges toward the point O. We neglected the fact that the amplitude variation A(x) may give its Fourier transform spectrum at this location.

By extending this procedure to any wavelength within the white light spectrum, we obtain a continuous sequence of viewpoints like P. V. being unified at the single point O.

This wavelength-encoded information may be easily decoded by just replicating the situation with a second diffraction grating of period d, located symmetrically after the lens.

The propagation of the waves after the lens is obtained directly from eq. 3.

$$\psi(x) = A(x) \exp(i\phi(t)) \exp(ikx^2/2z) \quad (4)$$

After traversing a second diffracting grating we obtain:

$$\psi(x) = A(x) \exp(i\phi(t)) \exp(ikx^2/2z) \exp(i2\pi x \sin\theta/\lambda) \quad (5)$$

Two waves as showed in figure 1, E_1 representing a virtual orthoscopic image and E_2 a real pseudoscopic image, which we indicated as a "conjugate" of expression (3) because z is now a negative value.

This is a kind of conjugated wave, giving a pseudoscopic (depth reverted) image of the scene, in three dimensions with continuous parallax. This image was not referred previously on any imaging system and may now be considered as characteristic of diffracting elements. Perhaps, it could be applied in some cases of phase conjugation techniques.

Another application of this kind of images is that of projecting a

complete 3D image from a very small optical element, without need optics, a result that was not previously achieved by any-technique

A further step is to calculate the position and aberrations images. This step will be discussed elsewhere, but we show in the corresponding ray path that allows for obtaining a "holoimage" object.

Rays 1 and 2 are of two different wavelengths but, combined, give virtual image of the object point P at location P'. This image enlarged or reduced by the lens action, because the holographic, that replaced the second diffraction grating allows for that.

This also allows for the enlargement of a common white-light holo. According to reference (1) and (2), the illumination of a common hologram under white light is a situation very similar to the projection of an object, also illuminated under white light, behind a diffraction grating. So that the enlargement and conversion to white illumination of a common laser hologram are simultaneously obtained on a holographic screen.

Conclusions

We demonstrate that it is possible by using only diffraction processes, to emulate visual results of a holographic image requiring a registering previous step. This result is very useful application in visual arts, publicity and for holographic cinema.

Acknowledgments

The author would like to acknowledge financial help of the Foundation of Assistance to Research of the Sao Paulo State - FAPESP.

References

- 1) Lunazzi, J.J., Opt. Eng. 29, 1 (1990) pp. 9-14
- 2) Lunazzi, J.J., Opt. Eng. 29, 1 (1990) pp. 15-18

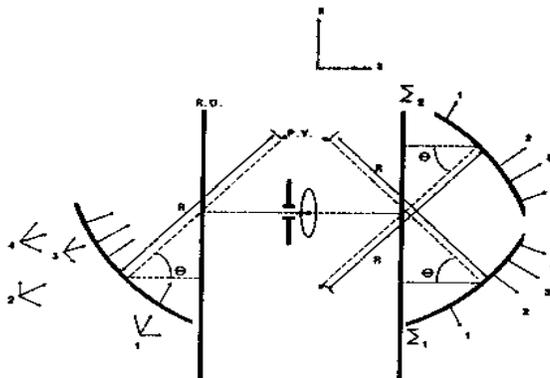


FIGURA 1

Errata ao artigo do 1991. Figura 1.

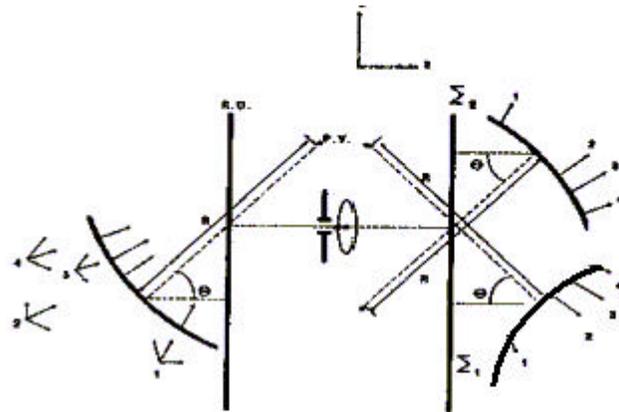


FIGURA 1

A3.2. Artigo [14] "Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit," J. J. Lunazzi and N. I. Rivera, *Opt. Express* **10**, 1368-1373 (2002),
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-23-1368>
http://www.opticsexpress.org/issue.cfm?issue_id=168



**OPTICS
EXPRESS**



the international electronic journal of optics



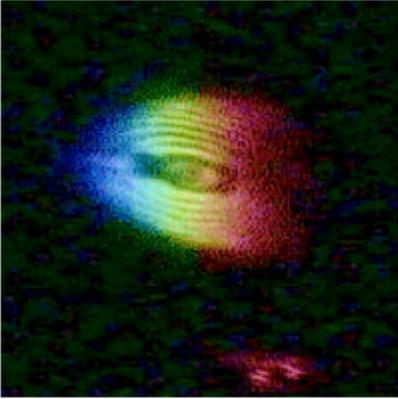
OSA
PUBLISHED BY

CURRENT
ARCHIVES
SEARCH
AUTHORS
SUBSCRIBE
ABOUT

Editor-in-Chief: Michael Duncan

Vol. 10, No. 23 - November 18, 2002

ISSN: 1094-4087



Double diffracted image of a halogeneous lamp with reflector. Pseudoscopic images that keep a continuous parallax are shown to be possible due to a double diffraction process intermediated by a slit. [See article by J. J. Lunazzi and N. I. Rivera Fig. 5 for details.]

[Editors and Staff](#)

Table of Contents

Leakage properties of photonic crystal fibers D. Ferrarini, Luca Vincetti, M. Zoboli, A. Cucinotta, and S. Selleri	1314
Analysis of spectral characteristics of photonic bandgap waveguides Akheesh Kumar Abeeluck, N. M. Litchinitser, C. Headley, and B. J. Eggleton	1320
Hybrid integration of conventional waveguide and photonic crystal structures Gregory P. Nordin, Seunghyun Kim, Jingbo Cai, and Jianhua Jiang	1334
Elimination of polarization degeneracy in round waveguides Ian M. Bassett and Alexander Argyros	1342
Myocardial tissue characterization based on the time-resolved Stokes-Mueller formalism Chia-Wei Sun, Long-Sheng Lu, C. C. Yang, Yean-Woei Kiang, and Ming-Jai Su	1347

Referências Bibliográficas

- [1] “*A New Microscopic Principle*,” Dennis Gabor, Nature, Vol 161, pp.777-778, 1948
- [2] “*A New Microscopic Principle*,” Dennis Gabor, Nature, A celebration of Physics, pp.24-25, 1998.
- [3] “*Very large aperture diffractive telescopes*,” Roderick A. Hyde, Applied.Optics/vol.38, No.19/1 july 1999
- [4] “*Optics*,” Eugene Hecht, Third edition, chapter 10, p.487-488 (1998).
- [5] “*Journal of Vacuum Science and Technology*,” S. Spector, C. Jacobsen, and D. Tennant. Process optimization for production of sub-20 nm soft x-ray zone plates. B 15(6):2872-2876, 1997.
- [6] “*Introduction to Modern Optics*,” Grant R. Fowles, chapter 5, (1975)
- [7] “*Holophotography with a diffraction grating*”, J.J. Lunazzi, Opt.Eng. 29 15-18 (1990).
- [8] “*Binocular disparity and stereopsis obtained under white light by means of a diffraction grating*”, J.J. Lunazzi, J.M.J. Ocampo, Journal of Modern Optics, 1995, V42, N1, p.3-6 .
- [9] “*Holoprojection of images by a double diffraction process*”, J.J. Lunazzi, in "Opt. e Fis.Atômica", Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V.S. Bagnato, C.H.de Brito Cruz eds., 7-11.5.91, p.OTI 5a.12:00 .
- [10] “*New possibilities in the utilisation of holographic screens*”, J.J. Lunazzi, SPIE V1667 (1992) 289.
- [11] “*Alignment and/or tilting measurement by means of conical diffractin phenomena*”, E.N. Hogert, M.A. Rebollo, N.G. Gaggioli, Optics and Laser Tech. Vol. 23 No 6 1991 p. 341
- [12] ref.1, eq.6.
- [13] “*Pseudoscopic Imaging by means of a holographic screen*”, J.J.Lunazzi, Proc. of the ICO-16 meeting "Optics as a key to high Technology", SPIE ed., Budapest, Hungary, 9-13.08.93, p. 583. SPIE 1983.
- [14] “*Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit*,” J. J. Lunazzi and N. I. Rivera, Opt. Express **10**, 1368-1373 (2002).
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-23-1368>
http://www.opticsexpress.org/issue.cfm?issue_id=168

Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit

José J. Lunazzi and Noemí I. Rivera

*Universidade Estadual de Campinas, Institute of Physics, C.P.6165/13084-100 Campinas-SP Brazil
lunazzi@ifi.unicamp.br*

<http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi>

Abstract: Pseudoscopic images that keep the continuous parallax are shown to be possible due to a double diffraction process intermediated by a slit. One diffraction grating acts as a wavelength encoder of views while a second diffraction grating decodes the projected image. The process results in enlarging under common white light illumination.

©2002 Optical Society of America

OCIS codes: (050.1970) Diffractive Optics; (090.1970) Diffractive Optics; (090.2870) Holographic display; (110.0110) Image systems; (110.2990) Image formation theory; (110.6880) Three-dimensional image acquisition

References and links

1. J. J. Lunazzi, "Holophotography with a diffraction grating," *Opt.Eng.* **29**, 15-18 (1990) .
2. J. J. Lunazzi, J. M. J. Ocampo, "Binocular disparity and stereopsis obtained under white light by means of a diffraction grating," *Journal of Modern Optics*, **42**, N1, .3-6 (1995).
3. Lunazzi, J. J., "Holoprojection of images by a double diffraction process," in "Opt. e Fis.Atômica," Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V. S. Bagnato, C. H. de Brito Cruz eds., 07-11.05.91, p.OTI 5a.12:00 (1991).
3. J. J. Lunazzi, "New possibilities in the utilisation of holographic screens," *SPIE* **1667**, 289-292 (1992).
5. J. J. Lunazzi, "Pseudoscopic Imaging by means of a holographic screen," Proc. of the ICO-16 meeting "Optics as a key to high Technology," *SPIE* **1983**, 583 (1993).

1. Introduction

Refractive or reflective optics cannot bring a large parallax field due to their limited aperture. After the development of holographic images it was possible to appreciate the benefits of having images that may render a wide field of view while keeping the continuous parallax, allowing the observer to "look around" the scene to obtain the maximum of its visual information. Holography and diffractive imaging may render continuous parallax exclusively under monochromatic light or through some process that renders the final image monochromatic at least over the horizontal field of view. We demonstrate in this paper that diffraction can be combined with a simple imaging process to obtain images for binocular viewing whose continuous horizontal parallax is due exclusively to diffractive elements. We demonstrated in two previous papers [1,2] that the ability of wavelength-encoding a continuous sequence of views may easily be obtained by simple diffraction at a grating and stated that it may also be decoded at a double diffraction process [3,4] intermediated by a lens and a slit. We employed a lens at the symmetry center in [3] in order to get more luminosity

and sharpness, at the expense of a more complicated ray-tracing problem. We demonstrate now how a second diffraction grating symmetrically located in respect to a simple slit is the natural way of decoding the light distribution coded in a first diffraction process. Symmetry properties are enough to demonstrate the generation of a pseudoscopic image, a kind of image that was only known from stereo photographic or holographic processes but not known in diffractive optics.

2. Ray-tracing in a double diffraction imaging process

Our system consists of two identical diffraction gratings DG1, DG2, symmetrically located at both sides of an aperture a (see Fig.1).

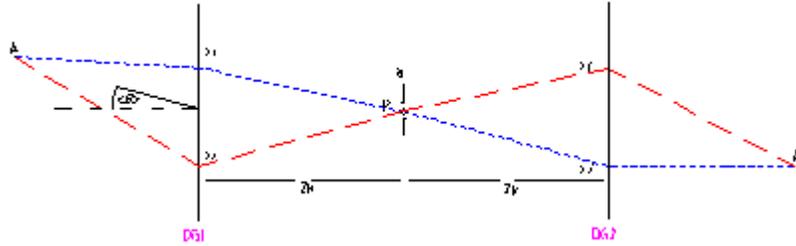


Fig. 1. ray-tracing for the symmetrical image of a point white-light object.

The plane of the figure corresponds to a horizontal plane containing the center \mathbf{P} of the aperture, while the lines of the grating are in a vertical direction. An object of white or gray tonality is illuminated by common white light diffusing at a very wide angle, such as, for example, from point \mathbf{A} . We consider the part of the beam reaching the grating, which, after diffraction, travels toward the aperture. If, for example, light reaches the grating at the point where it intersects the perpendicular to the aperture, it means that the mean direction $\langle \theta \rangle$ of the object light must satisfy:

$$\sin \langle \theta \rangle = \langle \lambda \rangle \cdot \nu \quad (1)$$

ν being the spatial frequency corresponding to the grating period and $\langle \lambda \rangle$ the mean value of the wavelength of the visible spectrum, about $0,55 \mu\text{m}$.

A rather different situation could have been chosen, where light impinges the grating normally, which could be analyzed with minor changes. The aperture is a simple vertical slit and we consider that diffraction by the aperture can be neglected because its effects affect resolution less than the effect of the extension of the slit. So we can call the process a double diffraction process or, more properly, a diffraction-absorption-diffraction process. Light rays from an object point \mathbf{A} from which light is diffused in all directions may reach, for example, two different points \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 at the first grating. Only one wavelength value allows the light to travel from the grating to the point \mathbf{P} at the center of the aperture, satisfying the grating equation. We have then for each point at the grating:

$$\sin \theta_i - \sin \theta_d = \lambda \cdot \nu \quad (2)$$

where θ_i represents the angle of incidence of light traveling from point \mathbf{A} to points on the grating, θ_d represents the angle of diffraction for light that travels from points on the grating to point \mathbf{P} . λ represents the wavelength value corresponding to each ray. It must be noticed

that in this situation the center of the aperture receives only a single ray that corresponds to a specific wavelength value. Due to the symmetry of the optical elements all rays reach the second grating at points such as x_1', x_2' that are symmetric to the points from where they left the first grating. When the rays reach the second grating, only one of the two first diffraction orders is considered, the one that allows to keep the central symmetry through point **P**. It creates a situation of perfect symmetry that renders an image point **A'**. We can see this through the same Eq.(2) by using the appropriate new corresponding angles. The case is not symmetric for the other order, which can nevertheless bring an orthoscopic image, a case that will be described elsewhere. Geometrically describing the diffraction direction of a given wavelength we obtain the relationship which describes the light path:

$$\left(\frac{(x - x_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + z^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + z_R^2}} \right) = \lambda V \quad (3)$$

3. The pseudoscopic imaging case

The symmetry that we described demonstrates that a pseudoscopic real image may be obtained which is symmetric to the object, the point of symmetry being the center of the aperture. We show this for two object points **A** and **B** located at different depth positions. See Fig.2.

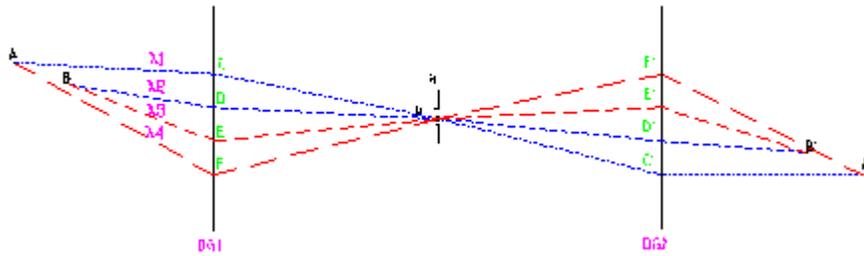


Fig. 2. ray-tracing scheme for the depth inverted image.

Four rays impinge on the first grating at points **C, D, E, F**, whose wavelengths λ_i have subscript numbers chosen in such a way that, if one is greater than another, it means that the indicated wavelengths are correspondingly greater than one another. Points **C', D', E', F'**, where light reaches the second grating, are clearly symmetric to the corresponding points where light reached the first grating. All wavelengths are recombined at image points according to the spectral sequence, spreading from there in an inverted sequence. The observer will see the image point **A'** as being closer to him than image point **B'**, so receiving a depth-inverted view of the object. The image resembles the previous cases of pseudoscopic images obtained with holographic screens [6] [3].

4. Spectral distribution and parallax effects on the image

When an observer is included on the ray tracing, his viewpoint breaks the symmetry of the ray scheme and the first consequence is the false coloring of the scene. The scheme of Fig.3 explains that the observer sees the scene in a horizontal sequence of colors when looking around the image.

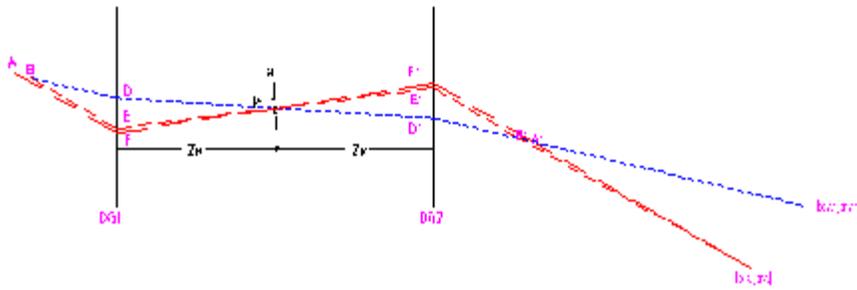


Fig. 3. Ray-tracing scheme for rays reaching an observer. Two object points A,B are represented.

When his observing point passes from position (x_C, z_C) to (x_C', z_C') , for example, he receives a different wavelength. The restrictive condition of eq.3 makes the light distribution coming from the center of the slit to follow the spectral sequence. As expressed before, the extreme wavelength values determine the angle of viewing, and any ray that converges to an imaging point and is directed to the eye must obey the spectral sequence relationship. The reduced extension of the pupil makes light at the eye to have very limited bandwidth. All wavelengths recombine at the image points and the original spectral distribution of the object is reconstructed there, but, since the observation is made from a certain distance, the observer can only see one pure spectral color at a time. The viewing of two object points also corresponds to two wavelengths (see Fig.3) for the observer at (x_C, z_C) . If a wavelength filter is located at any point on the system there will be a selection of points at the image.

Viewing the image is equivalent to viewing the pseudoscopic image in a hologram. When the observer moves his head in one horizontal direction, the parallax change corresponds to moving its head in an opposite direction in the case of looking directly at the object. When the field of view allows both eyes to observe simultaneously, pseudoscopy by this real-time situation is a very interesting and unique experience. It looks like the pseudoscopic image from a hologram but, since the object may be in movement, an animated scene is possible. Also, no speckle effects are noticeable. It is also possible to hide the object making the viewing more impressive to the observer. Another interesting property is the existence of a critical point with infinite magnification. Besides, the image of an object at a shorter distance from the system is inverted, while the image of an object at a longer distance is not. This point can be easily identified as the one symmetric to the observer's position (Fig.3).

5. Experimental results with multiple wavelengths

We employed two plastic embossed holographic transmission gratings of the same type, commercially available for architectural or educational purposes, with 533 ± 5 lines/mm sandwiched between two glass plates 2 mm thick. Their effective area employed was less than 60 mm (H) x 40 mm (V). Undulations were evident on both, which prevented us from using their second diffraction order, where light beams appeared distorted. They were located 600 ± 2 mm apart in parallel position and a vertical black paper slit $0,7 \pm 0,15$ mm wide was in between both gratings. Parallelism of the gratings planes was verified to better than ± 1 mm by making coincident reflections of a diode laser beam which traversed the slit, impinged on both gratings and returned to the laser exit. Photographs were made by a analog camera SONY video 8 Handy cam camera connected to a INTEL CS430 web camera whose only purpose was to act as a capture digital converter. It was connected to a Pentium I computer to get 240 x 320-pixel resolution.

As a first object we used a set of three small filament lamps, of the kind employed for illuminating car panels. The filaments were 2 mm long, facing towards the grating. They were arranged in such a way that two of them had only different vertical coordinates, while the third one had a smaller distance to the grating than the others. Fig.4 shows the situation for three viewpoints when the camera moved equal distances from left to right.



Fig. 4. [\(3 Mb\)](#) Parallax and color change for three point objects (see video).
a) left view b) center view c) right view

A rod included in the scene serves as a reference for positions. In a) the two vertically aligned points appear in green, and the other point in red. In b), the two points are in light blue, and the other in light red. In c) the formerly light blue points became in deep blue, and the other point appears now in green. The two points were displaced a little from right to left, while the displacement of the third point was larger.

As a second object, we used a halogeneous 50 W lamp with a parabolic 46 mm diameter faceted reflector behind it, constituting an extended object. The image (see Fig.5) is compared to the image of the object itself, as viewed from the same distance which the light from the object traversed to form the image.

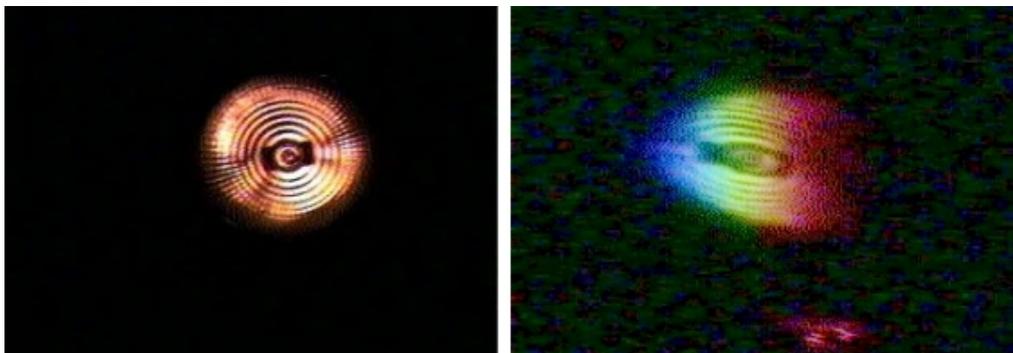


Fig. 5. Image of a halogeneous lamp with reflector. Left: direct image; Right: double diffracted image

The horizontal angular extension of the image was close to that of the object, but not allowing to see the whole object. The red dot which appears below the image comes from the aligning laser indicating the point at the second grating with zero value for the x coordinate.

We can see, by comparing figures 5 (left) and 5 (right), that the elliptical horizontal extension of the image indicates horizontal magnification of about $\times 1.9$.

As a third object we employed the shadow of a paper clip located against a diffusing background. The clip was made of wire 1 mm thick and we employed its asymmetric shape to identify the inversion properties corresponding to the dispersion direction. The background remained fixed at 1,680 mm distance, while the clip was located between the system and the critical point at 960 mm, at the critical point at 1,270 mm, and farther from the critical point at 1,540 mm, respectively (Fig.6).

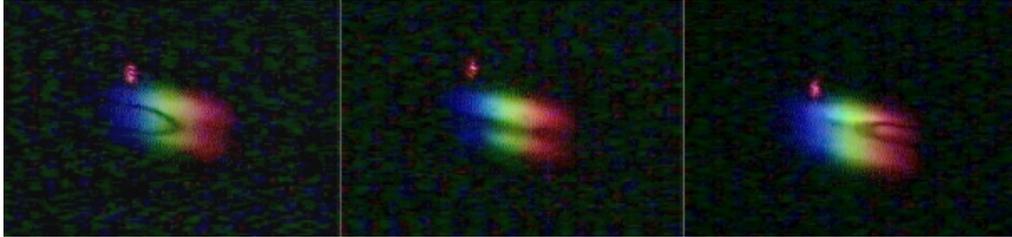


Fig. 6. (2.5 Mb) Sequence of object positions at increasing distances showing the inversion of the image. Left: at nearer distance. Center: farther, at the critical position. Right: even farther, showing lateral inversion.

The lateral inversion and the case of infinite magnification were both demonstrated.

6. Conclusions

We demonstrated a new way of generating a pseudoscopic image directly from an object, which does not need refracting elements. Also, that image enlarging is possible in one direction by means of purely diffractive element and using the whole spectrum of white light. An aperture which gives a large field for viewpoints comes from a diffractive element whose construction and manipulation is much easier than that of conventional optical elements. The reproduced light field is very similar to the original object field in that no magnification distortions are present, even in a longitudinal direction. We showed that white light 3D imaging through diffractive optics brings images with an interesting resemblance to holographic images. It is an interesting possibility for increasing the aperture of an optical system because diffraction gratings can be made to deflect light at very large angles generating large angular aperture values.

7. Acknowledgements

The “Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior”- CAPES of the Brazilian Ministry of Education is acknowledged for a fellowship for Mrs. Rivera. Marcelo F. Rigon is acknowledged for helping in the video registering and digital photographing performed. Diane Marie Petty is acknowledged for reviewing the English version.