Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida pelo aluno Ruy Guerra e aprovada pela Comissão Julgadora

Campinas, 3 de outubro de 1984

José Inácio C. Vasconcellos

PROCESSOS DE EMISSÃO DE RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA E UM MODELO PARA NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS

RUY GUERRA

Orientador: Prof.Dr. José Inácio Cotrim Vasconcellos

Tese apresentada no Instituto de Física "Gleb Wataghin" da UNICAMP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

AGOSTO/84

UNICAMP

A meu pai,

LUIZ GUERRA

Agradecimentos

Ao Prof.Dr.José Inácio Cotrim Vasconcellos pela orientação e amizade que sempre me dispensou.

Ao grupo de astrofísica da UNICAMP pelas discussões que muito ajudaram no desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvido um modelo para quasares e núcleos ativos de galáxias em geral. O modelo descrito é constituído basicamente de um gás de buracos negros, os quais são emissores da radiação de Hawking. Um apanhado geral sobre os buracos negros bem como suas possíveis origens servem de base para a compreensão do modelo. Os principais dados conhecidos sobre o quasar 3C 273 são expostos e servem de diretriz no desenvolvimento do modelo. Também para uma melhor compreensão dos núcleos ativos de galáxias, noções sobre os modelos clássicos são fornecidas.

ÍNDICE

PÁGINA

RESUMO iv

ÍNDICE v

CAPÍTULO 1
INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 2
BURACOS NEGROS 2
2.1 EVOLUÇÃO ESTELAR E BURACOS NEGROS 3
2.2 BURACOS NEGROS PRIMORDIAIS 10
2.3 GEOMETRIA E PROPRIEDADES DOS BURACOS NEGROS. 13
2.4 TERMODINÂMICA DE BURACOS NEGROS 20
2.5 A RADIAÇÃO DE HAWKING 27

CAPÍTULO 3
QUASARES E NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS 34
3.1 HISTÓRICO E DADOS GERAIS 35
3.2 O QUASAR 3C 273 43
3.3 O ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO CONTÍNUO DO 3C 273 47

CAPÍTULO 4
MODELOS TEÓRICOS PARA NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS 49
4.1 INTRODUÇÃO 50
4.2 O MODELO DE LYNDEN-BELL 53
4.3 O MODELO DE HILLS 57

CAPÍTULO 5
O MODELO DE UM GÁS DE BURACOS NEGROS PARA NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS 64
5.1 INTRODUÇÃO 65
5.2 O ESPECTRO DE UM BURACO NEGRO 65
5.3 O ESPECTRO DE UM GÁS DE BURACOS NEGROS DE SCHWARZSCHILD 70
5.4 COMPARAÇÃO DO ESPECTRO DO 3C 273 COM A PREVISÃO DO MGBN..... 83

PÁGINA

CAPÍTULO 6
CONCLUSÃO 89

APÊNDICE - A
CONSTANTES ÚTEIS 90

APÊNDICE - B
UNIDADES DE PLANCK 93

APÊNDICE - C
SISTEMAS DE COORDENADAS 96

APÊNDICE - D
MAGNITUDE E LUMINOSIDADE 99

APÊNDICE - E
LIMITE DE EDDINGTON 102

REFERÊNCIAS 107

LISTA DE FIGURAS 111

LISTA DE TABELAS 118

CAPÍTULO - 1

INTRODUÇÃO

Um dos problemas mais importantes na astrofísica atual está relacionada com os possíveis processos físicos de produção das enormes energias de radiação eletromagnética emitidas por certos objetos astronômicos. Esses objetos são associados a núcleos ativos de galáxias como quasares, galáxias Seyfert e objetos BL Lac. O nosso objetivo neste trabalho é construir um modelo para explicar o mecanismo de produção dessa grande quantidade de energia. Nosso modelo denominado de Modelo de um Gás de Buracos Negros (MGBN), terá como principal mecanismo de emissão a radiação de Hawking. A radiação de Hawking é o resultado de considerarmos os efeitos quânticos na superfície de um buraco negro. Esta radiação possui um espectro característico e será explicada em mais detalhes na seção 2.5 do próximo capítulo.

No capítulo 2, apresentamos uma idéia geral de como pode surgir um buraco negro, tanto os de origem estelar como também os buracos negros primordiais. A seguir falamos sobre algumas propriedades e a termodinâmica dos buracos negros. Finalizamos o capítulo com uma noção sobre a radiação de Hawking.

O capítulo 3 mostra um histórico sobre os quasares e núcleos ativos de galáxias. Como exemplo damos algumas características do quasar mais bem conhecido, o 3C 273. O espectro aletromagnético contínuo do 3C 273 é mostrado, pois servirá de teste para o MGBN.

Os modelos teóricos são resumidos no capítulo 4, através da apresentação dos modelos de Lynden-Bell [1] e Hills [2].

O modelo do gás de buracos negros é desenvolvido no capítulo 5. Neste capítulo descrevemos o espectro de um buraco negro e após algumas hipóteses simplificadoras, calculamos o espectro do gás de buracos negros. A seguir a comparamos com o espectro do 3C 273.

Nossas conclusões, bem como os limites de validade do nosso modelo estão no capítulo 6.

CAPÍTULO - 2

BURACOS NEGROS

2.1 - Evolução estelar e buracos negros

2.2 - Buracos negros primordiais

2.3 - Geometria e propriedades dos buracos negros

2.4 - Termodinâmica de buracos negros

2.5 - A radiação de Hawking

2.1- EVOLUÇÃO ESTELAR E BURACOS NEGROS

Os buracos negros, esses pitorescos e fascinantes objetos, são uma previsão teórica da teoria geral da relatividade de Einstein. Entretanto poucos sabem que sua existência já havia sido idealizada por Laplace em 1795 [3]. Nesse trabalho, Laplace usa os argumentos conhecidos na época, fornecidos pela mecânica newtoniana. Ele descreve um corpo que teria características, até certo ponto, semelhantes ao objeto atualmente denominado de buraco negro: "Uma luminosa estrela, de mesma densidade que a Terra, e cujo diâmetro fosse duzentas e cinquenta vezes maior que o sol, não permitiria, em consequência de sua atração, que qualquer de seus raios chegasse até nós; é portanto possível que o mais luminoso corpo do universo possa, por esta causa, ser invisível".

A velocidade de escape na superfície de um corpo de massa M e raio R_0 é classicamente dada por $V_{esc} = \sqrt{2GM/R_0}$ onde G é a constante da gravitação. O buraco negro de Laplace deve ter a razão M/R_0 suficientemente grande para que a velocidade de escape seja maior que a velocidade da luz c, ou seja $V_{esc} > c$. Assim, para um objeto de massa M ter as características descritas por Laplace deve ter seu raio obedecendo a condição $R_0 < 2GM/c^2$. Apesar deste resultado ter sido obtido, utilizando-se apenas a mecânica clássica ele permanece válido no contexto da teoria da relatividade geral.

Seria, contudo, possível existir na realidade objetos com tal densidade? Apesar de não comprovado, hoje há fortes indícios de que esses objetos possam se formar como o estágio final da evolução de estrelas massivas, com algumas vezes a massa do sol. Para compreendermos isto, vamos examinar simplificadamente os processos que ocorrem durante a vida de uma estrela.

Constantemente em nossa galáxia, há estrelas nascendo e outras morrendo. O nascimento de uma estrela ocorre pela contração, devido a ação gravitacional, de densas nuvens de gás interestelar. Após um período de aproximadamente

5×10^7 anos para $M \sim M_\odot$* ou menor que 10^5 anos para $M > 10\,M_\odot$, há a ignição do hidrogênio. Isto significa que no interior da nuvem, devido as altas temperaturas ali estabelecidas, núcleos de hidrogênio fundem-se em núcleos de hélio, com a liberação de uma grande quantidade de energia. No caso do sol, ele converte continuamente $6{,}000 \times 10^{14}$ g de hidrogênio em $5{,}958 \times 10^{14}$ g de hélio a cada segundo. A diferença de massa ($4{,}2 \times 10^{12}$ g) é convertida em radiação que é emitida em todas as direções. Durante esta fase da vida estelar, a pressão da radiação exercida pelos fótons produzidos pela fusão nuclear, contrabalança a autogravidade da estrela, que tende a fazer esta se contrair. Dessa forma um equilíbrio estável é estabelecido. Qualquer decréscimo na pressão da radiação, provoca uma contração da estrela que por sua vez aumenta a temperatura do seu interior com um consequente aumento na taxa de fusão e portanto um aumento da pressão de radiação. O sol vem consumindo hidrogênio em sua "fornalha" nuclear há cerca de 5 bilhões de anos e as previsões mostram que isto continuará pelo menos por mais 5 a 8 bilhões de anos. O que acontecerá quando o hidrogênio acabar?

A medida que a estrela consumir hidrogênio e acumular hélio no centro, o seu núcleo se contrairá mais. O centro da estrela se tornará mais quente e mais denso. Por fim, a emissão desse núcleo aumentará bruscamente, fazendo com que as regiões mais exteriores da estrela se expandam enormemente. Muito embora a energia total irradiada seja maior que antes da expansão, a temperatura em cada ponto da superfície será menor. Durante esta fase a estrela é classificada como gigante vermelha, pois devido a sua baixa temperatura superficial, o seu brilho é avermelhado.

Quando a estrela atingir sua expansão máxima como gigante vermelha, sua reserva de hidrogênio estará no final. Todavia o centro dessa estrela terá atingido uma temperatura suficiente para possibilitar a núcleos de hélio se

---

* $M_\odot \equiv$ massa do sol

fundirem em núcleos mais pesados, e estes em outros ainda maiores, até serem formados núcleos de ferro. A energia proporcionada pela fusão de núcleos mais pesados é cerca de 6% da proporcionada anteriormente pela fusão do hidrogênio em hélio. O motivo do término da cadeia de fusão no elemento ferro é que a fusão de núcleos de ferros ou elementos mais pesados não liberam energia (veja figura 2.1). O período de fusão nuclear deve ser maior que 10^{10} anos se $M < M_{\odot}$ e menor que 2×10^{7} anos se $M > 10\,M_{\odot}$ [4, 5].

Quando as reações nucleares diminuirem, a pressão da radiação não será suficiente para equilibrar a autogravidade, fazendo com que a estrela comece a encolher. A estrela ganhará densidade, sendo que os seus átomos serão "esmagados", perdendo a constituição como ocorre no interior dos corpos planetários. A interrupção do processo de contração, se houver, poderá ser feito pelas partículas subatômicas. Como os comprimentos de onda associados aos elétrons são bem maiores que os associados aos prótons e neutrons, a força eletromagnética da repulsão eletrônica será responsável pelo equilíbrio da estrela. Neste caso é dito que a estrela encontra-se no estágio de anã branca.

Uma anã branca é consideravelmente mais densa que uma estrela normal. Uma estrela neste estágio pode ter uma densidade central da ordem 10^{8} g/cm³ e uma temperatura superficial superior a 10^{5} °C contra a densidade central de 100 g/cm³ e temperatura superficial de 6000 °C do sol.

Existe uma pressão máxima que a repulsão entre os elétrons pode suportar, mantendo as partículas subatômicas intactas. A partir disto foi estimado um limite superior para a massa de estrelas dessa categoria. Esse limite é de aproximadamente $1{,}4\,M_{\odot}$ se possuir baixa rotação [6] e de aproximadamente $3\,M_{\odot}$ se girar rapidamente [7].

O que acontecerá se a massa da estrela em contração for tal que o fluído eletrônico não consiga impedir a contração? Neste caso os elétrons serão impelidos para dentro, atingindo densidades em que na verdade não podem existir. Dentro do fluído eletrônico, os prótons e neutrons vinham

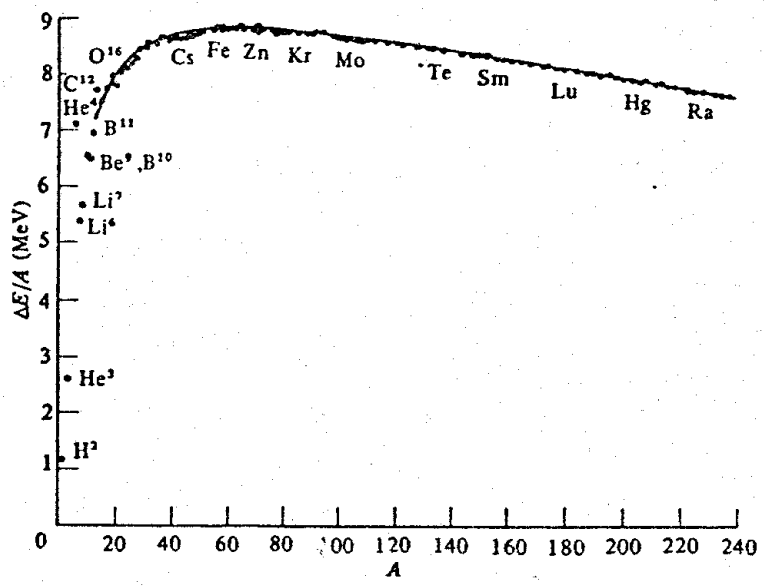


FIGURA - 2.1 As energias de ligação médias para os núcleos estáveis. A curva cheia é obtida a partir de uma fórmula de massa semi-empírica [8].

se movimentando livremente agora os elétrons se combinarão com os prótons para formar neutrons adicionais. Assim teremos uma estrela composta basicamente de neutrons.

Nesta situação, os neutrons são aproximados pela contração gravitacional, sendo a força nuclear forte a responsável pela sua interrupção. Uma estrela assim constituida é denominada de "estrela de neutrons". Para termos uma idéia, se o sol se transformasse em uma estrela de neutrons, ele teria um diâmetro de 14 km com uma densidade média de $1,4 \times 10^{15}\,g/cm^3$, contra os 14×10^5km de diâmetro e 1,4 g/cm^3 de densidade média que possui atualmente.

As propriedades de uma estrela de neutrons são moderadamente dependentes da equação de estado utilizada. Contudo, todas as versões levam a limites superiores e inferiores para a massa M e densidade central ρ_c. Esses limites estão provavelmente nas faixas [9]:

$$13,4 \lesssim \log_{10} \rho_{c\ min} \lesssim 14,0 \ ,$$

$$0,05\ M_\odot \lesssim M_{min} \lesssim 0,2\ M_\odot \ ,$$

$$15,0 \lesssim \log_{10} \rho_{c\ max} \lesssim 16,0 \ ,$$

$$0,5\ M_\odot \lesssim M_{max} \lesssim 3\ M_\odot \ ,$$

onde o índice max (min) significa que estamos nos referindo ao limite superior (inferior), e ρ_c é expresso em g/cm^3.

Mesmo a força nuclear forte é limitada no ato de conter a contração gravitacional. Se a massa ultrapassar os limites para o corpo existir como uma estrela de neutrons, nenhuma força conhecida, será capaz de manter a estrela em equilíbrio. A contração é inevitável e rápida. Dentro de uma fração de segundo, no tempo da estrela, a superfície aparentemente desaparecerá em um único ponto, tornando a densidade da estrela infinita. Estas últimas afirmações não podem ser levadas muito a sério, porque neste caso, a curvatura do espaço-tempo aumentaria sem limite aparente. Dessa forma o

espaço-tempo seria esmagado, invalidando todas as nossas teorias da física. De um modo ainda não compreendido, a singularidade representa um tipo de contorno ou fronteira do espaço-tempo como é atualmente concebido (veja figura 2.2).

A intensidade do campo gravitacional na superfície de uma estrela, aumenta a medida que a contração se processa. De acordo com a teoria da relatividade geral, o campo gravitacional afeta as propriedades da luz. Isto é manifestado no comportamento de um raio de luz que deixa radialmente a superfície da estrela. Devido a luz ter que realizar trabalho para vencer o campo e escapar da estrela, sua energia, e portanto sua frequência, será diminuida. Este é o famoso "red shift" (desvio para o vermelho) gravitacional. Este efeito já foi medido na luz emitida por corpos de relativamente baixa gravidade superficial, como o sol. No caso da contração de uma estrela esférica (sem rotação), sem carga e de massa M, a luz que emerge de sua superfície sofrerá um desvio para o vermelho "infinito" para um observador distante, quando seu raio atingir $2\,GM/c^2$, onde c é a velocidade da luz e G a constante da gravitação. Este desvio para o vermelho infinito, significa que o corpo será absolutamente negro, daí seu nome de buraco negro.

Em 1939, Oppenheimer e Snyder calcularam o colapso de uma esfera homogênea constituida de um fluído sem pressão. Eles utilizaram a relatividade geral e descobriram que a esfera em questão corta toda a comunicação com o resto do Universo [10]. Este foi o primeiro cálculo de como um buraco negro poderia se formar.

O tempo nas proximidades da estrela em contração, apresenta-se dilatado. Assim a redução da frequência da luz emitida pela superfície da mesma, pode ser vista como um tipo de redução na velocidade de ocorrência dos eventos. Quando o raio da estrela atinge o valor crítico $2\,GM/c^2$, nada sobre os eventos abaixo de sua superfície, pode ser conhecido para observadores externos. Portanto, a superfície esférica definida por $r = 2\,GM/c^2$ atua como um horizonte de eventos. Separando os eventos que podem ser observados de fora daqueles que não podem.

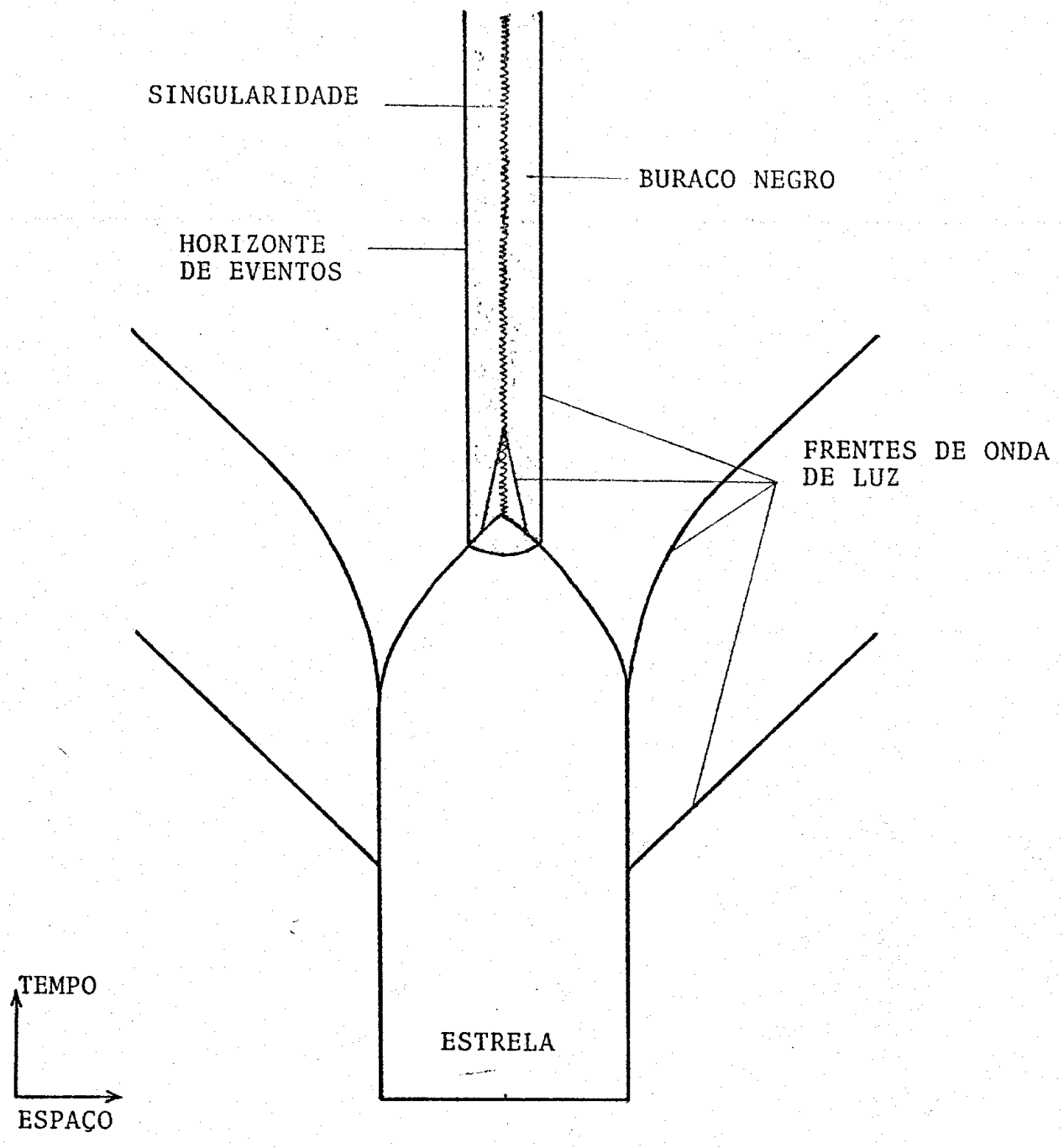


FIGURA - 2.2 O colapso gravitacional de uma estrela é descrito neste diagrama, onde foram suprimidas duas das três dimensões espaciais. A dimensão vertical representa o tempo. Quando o raio da estrela atinge um valor crítico, conhecido como raio de Schwarzschild, a luz emitida pela estrela, não pode mais escapar, mas permanece pairando sobre esse raio, formando o horizonte de eventos do buraco negro. Dentro do buraco negro a estrela continua a colapsar para a singularidade.

Além da possibilidade de formação de buracos negros a partir da evolução estelar normal, eles podem ser formados na seguinte situação: Imaginem um denso aglomerado estelar, como um núcleo galáctico. Devido a troca de energia, algumas estrelas ganham energia e formam um disco em torno de outras que perderam energia e formaram um aglomerado mais compacto. A parte central pode tornar-se tão densa que muitas colisões ocorrerão liberando gás, que se deslocará para o centro do aglomerado. Eventualmente as colisões entre as estrelas podem se tornar suficientemente energéticas e inelásticas que os centros das estrelas em colisão, unem-se. Desta maneira corpos supermassivos podem ser formados e evoluir a partir daí. Nesta situação, pequenas estrelas podem colapsar para formar pequenos buracos negros ($M \sim M_{\odot}$); uma ou mais estrelas supermassivas podem colapsar formando grandes buracos negros; e finalmente todo o aglomerado de estrelas e gás, pode tornar-se tão denso que colapsará em um único e gigante buraco negro [1,11,12,13,14].

Existe uma classe distinta de buracos negros, denominados de buracos negros primordiais. Esses buracos negros teriam se formado pelo colapso de inomogeneidades nos quentes estágios iniciais de formação do universo, e serão o assunto tratado na próxima seção.

2.2- BURACOS NEGROS PRIMORDIAIS

A existência de muitas galáxias atualmente, indica que o universo , em seu desenvolvimento inicial, deve ter sido consideravelmente inomogênio. A presença de perturbações randômicas e inomogeneidades sugerem que naquela época haviam regiões nas quais a matéria era muito fortemente comprimida. Possibilitando que as forças gravitacionais sobrepujacem a pressão e a energia cinética da matéria em expansão. Durante a evolução do universo, a matéria nessas regiões teriam colapsado e buracos negros se formados (veja figura 2.3). Os buracos negros formados dessa forma são chamados de buracos negros primordiais [15]. A massa de um buraco negro primordial pode ser, teoricamente, qualquer valor desde 10^{-5} g até massas maiores

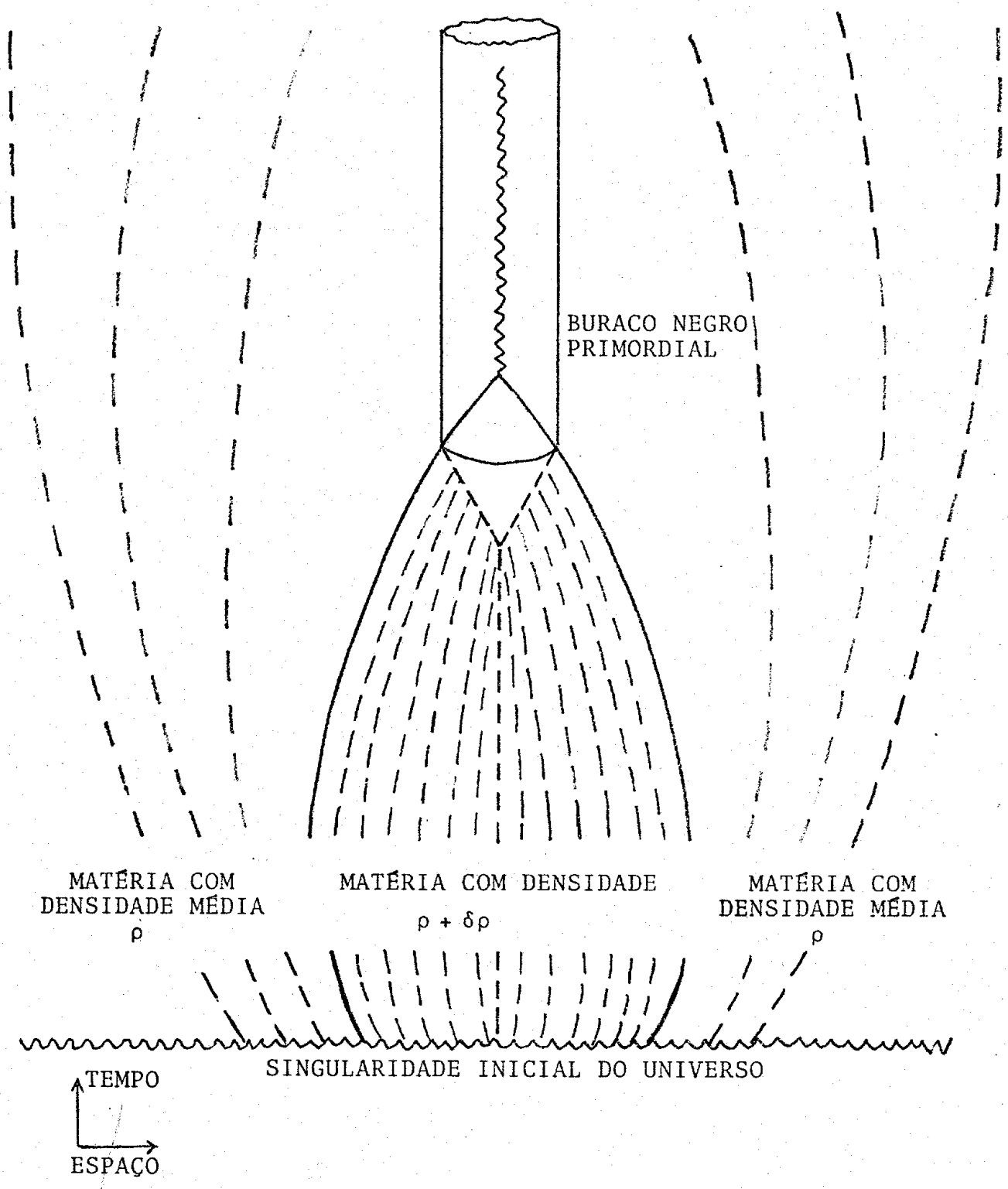


FIGURA - 2.3 Formação de um buraco negro primordial. Se houve inomogeneidades na densidade da matéria $\delta\rho/\rho \sim 1$ durante o início da evolução do universo (próximo da singulariadade inicial), a densa matéria (com densidade $\rho + \delta\rho$) poderia ter colapsado. O resultado é o buraco negro primordial mostrado na figura.

que a do sol. Isso depende da época na qual eles se formaram. Como veremos a seguir, buracos negros primordiais com menor massa, se formaram mais cedo.

A densidade da matéria no instante em que o buraco negro é formado é obtida dividindo-se a massa M que colapsará, pelo volume da esfera com o raio gravitacional R_G ($R_G = 2GM/c^2$),

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_G^3} \tag{2.1}$$

$$= \frac{3c^6}{8\pi G^3 M^2} \tag{2.2}$$

Estima-se que para a massa M colapsar a sua densidade ρ deve ser da ordem de duas vezes a densidade $\bar{\rho}$ da região vizinha. Assim a massa do buraco negro formado, está relacionada com a densidade do universo [16],

$$M \sim \left(\frac{c^6}{\bar{\rho} G^3}\right)^{1/2} \tag{2.3}$$

ou

$$M \sim 10 \left(\frac{\bar{\rho}}{10^{15}\ g/cm^3}\right)^{-1/2} M_\odot \tag{2.4}$$

Se utilizarmos a relação cosmológica entre a densidade $\bar{\rho}$ e a idade t do universo,

$$\bar{\rho} \sim \frac{1}{Gt^2} \tag{2.5}$$

podemos escrever

$$M \sim 10 \left(\frac{t}{10^{-4}\ seg}\right) M_\odot \tag{2.6}$$

Para $t \lesssim 10^{-4}$ seg. a temperatura T excedia $\sim 10^{12}$ K e as idéias cosmológicas tornam-se altamente especulativas, principalmente devido ao nosso desconhecimento sobre a correta equação de estado a ser utilizada. Mesmo se soubéssemos a equação de estado, a nossa ignorância sobre o espectro das flutuações, impede estimativas plausíveis sobre o espectro de massa dos buracos negros primordiais. Entretanto pode ser mostrado que, se buracos negros primordiais formam-se sobre uma ampla faixa de massas, então seu espectro sempre varia com uma potência da massa [17].

Uma vez produzido o buraco negro, ele absorverá matéria das proximidades e gradualmente aumentará sua massa. Contudo, esse aumento de massa, não pode ser, com certeza, maior que uma ordem de grandeza [18]. Como veremos na seção 2.5, os buracos negros "evaporam". Isto é eles emitem partículas massivas, fótons, neutrinos e grávitons, com uma taxa proporcional ao inverso do quadrado da sua massa. Assim buracos negros com massa menor que 10^{15} g, seu decaimento quântico será mais importante que a absorção de massa.

2.3- GEOMETRIA E PROPRIEDADES DOS BURACOS NEGROS

Quando um corpo colapsa, formando um buraco negro, toda a informação sobre a matéria que o constituía é perdida, com excessão da sua massa total M, momento angular $\vec{L}$ e carga elétrica Q. Isto significa que os campos eletromagnético e gravitacional externos a um buraco negro estacionário (um buraco negro que já atingiu seu estado final) são determinados unicamente pela sua massa, momento angular e carga.

Conforme os valores de M, L e Q classificamos os buracos negros em quatro categorias (veja tabela 2.1). No caso mais simples, (buraco negro de Schwarzschild) a geometria do espaço-tempo é*

---

* A partir desta seção, usaremos unidades de Planck ($G = c = \hbar = k = 1$), a menos que seja especificado o contrário. Para maiores detalhes veja o apêndice B.

TABELA 2.1

Tipos de buracos negros

DENOMINAÇÃO	GEOMETRIA
SCHWARZSCHILD $\vec{L}=\vec{0}$, $Q=0$	$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-2M/r} + r^2(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta\, d\phi^2)$ $R_g=2M$ $\quad$ Área $= 4\pi R_g^2 = 16\pi M^2$
REISSNER-NORDSTRÖM $\vec{L}=\vec{0}$	$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{2M}{r}+\frac{Q^2}{r^2}} + r^2(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta\, d\phi^2)$ $r_\pm = M \pm \sqrt{M^2 - Q^2}$ $\quad$ Área $= 4\pi r_+^2 = 4\pi(M+\sqrt{M^2-Q^2})^2$
KERR $Q=0$	$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2}(dt - a\operatorname{sen}^2\theta d\phi)^2 + \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\rho^2}[(r^2+a^2)d\phi - a\,dt]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 + \rho^2 d\theta^2$ onde $a \equiv L/M$ $\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2$ $\rho^2 \equiv r^2 + a^2\cos^2\theta$ $r_\pm = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}$ Área $= 4\pi(r_+^2 + a^2)$ $= 4\pi[(M+\sqrt{M^2-a^2})^2 + a^2]$
KERR-NEWMAN	$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2}(dt - a\operatorname{sen}^2\theta d\phi)^2 + \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\rho^2}[(r^2+a^2)d\phi - a\,dt]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 + \rho^2 d\theta^2$ onde $a \equiv L/M$ $\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2$ $\rho^2 \equiv r^2 + a^2\cos^2\theta$ $r_\pm = M \pm \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2}$ Área $= 4\pi(r_+^2 + a^2)$ $= 4\pi[(M+\sqrt{M^2-Q^2-a^2})^2 + a^2]$

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1-2M/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \qquad (2.7)$$

Podemos observar que o elemento g_{rr} do tensor curvatura tornar se infinito enquanto que o elemento g_{tt} anula-se para $r = 2M$. Nesta geometria a superfície do espaço-tempo descrita pela relação $r = 2M$ é chamada de "superfície de Schwarzschild" ou "raio gravitacional". A superfície de Schwarzschild é, para um buraco negro sem rotação e carga, o seu horizonte de eventos. Isto significa que somente eventos localizados na região $r \geq 2M$ são relevantes para observadores externos. Em outras palavras um evento interno ao buraco negro não pode influenciar o exterior.

A solução mais geral, conhecida, das equações de campo da relatividade geral, são as chamadas família de soluções de Kerr-Newman. Elas descrevem um espaço-tempo sem matéria, axialmente simétrico, representando um buraco negro que gira e está eletricamente carregado. Essas soluções possuem os três parâmetros já mencionados M, L e Q. Expressando em função das coordenadas t, r, θ, φ de Boyer e Lindquist (veja apêndice C), a geometria de Kerr-Newman tem a forma

$$ds^2 = -(\Delta/\rho^2)\,[dt - a\,\mathrm{sen}^2\theta d\phi]^2 + (\mathrm{sen}^2\theta/\rho^2) \times$$

$$\times\,[(r^2 + a^2)\,d\phi - a\,dt]^2 + (\rho^2/\Delta)\,dr^2 + \rho^2 d\theta^2 \qquad (2.8)$$

onde

$$a \equiv L/M \qquad (2.9)$$

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2 \qquad (2.10)$$

$$\rho^2 \equiv r^2 + a^2\cos^2\theta \qquad (2.11)$$

É importante notar que a geometria de Kerr-Newman descreve um buraco negro, se e somente se a sua massa M, carga Q e momento angular por unidade de massa $a \equiv |\vec{a}|$, obedecerem a condição

$$M^2 \geq Q^2 + a^2 \qquad (2.12)$$

Qualquer corpo em colapso, que não esteja dentro desta condi-

ção, terá o seu processo interrompido pelas forças centrífugas e/ou eletrostáticas, antes que as dimensões $\sim M$ sejam atingidas.

A seguir descreveremos algumas superfícies e regiões da geometria de Kerr-Newman, que ajudarão a compreenção das propriedades dos buracos negros.

1- Limite estático — A superfície descrita pela relação

$$r = r_o(\theta) \equiv M + \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2\cos^2\theta} \tag{2.13}$$

é denominada de limite estático. Sobre esta superfície, nenhum observador pode permanecer em repouso em relação a estrelas distantes. Sobre e abaixo desta superfície, todos os observadores com r e θ fixos devem orbitar o buraco negro na mesma direção em que ele gira, ou seja

$$\frac{d\phi}{dt} > \frac{a\,\mathrm{sen}\theta - \sqrt{\Delta}}{(r^2+a^2)\mathrm{sen}\theta - \sqrt{\Delta}\,a\,\mathrm{sen}^2\theta} \tag{2.14}$$

sendo que

$$\frac{d\phi}{dt} \geq 0 \quad \text{para} \begin{cases} a = L/M > 0 \\ e \\ r \leq r_o \end{cases} \tag{2.15}$$

Uma outra maneira de explicar isto, seria dizer que as linhas de universo da forma $(r, \theta, \phi) = \text{constante}$, deixam de ser do tipo-tempo para serem do tipo-espaço, dentro e sobre a superfície do limite estático. Dessa forma nenhum observador pode permanecer em repouso nesta região.

2- Horizonte — O horizonte de eventos, ou simplesmente horizonte, é a superfície que delimita a região que denominamos de buraco negro. Podemos imaginar o horizonte como sendo a superfície formada pela frente de onda da luz emitida no instante em que o corpo em colapso atinge uma densidade tal que a velocidade de escape é a da luz. O horizonte delimita a região do espa-

ço-tempo cujos eventos não podem influenciar a região externa a ele. Sua localização é dada pela relação

$$r = r_+ \equiv M + \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2} \qquad (2.16)$$

Podemos notar que para um buraco negro sem rotação ($a = 0$), o horizonte coincide com o limite estático. A área do horizonte pode ser calculada utilizando-se a (2.7), e é dada por

$$A = 4\pi \left[r_+^2 + a^2\right] \qquad (2.17)$$

Se substituirmos em (2.17) as relações (2.16) (2.9) obteremos

$$A = 4\pi[2M^2 - Q^2 + 2(M^4 - L^2 - M^2Q^2)^{1/2}] \qquad (2.18)$$

3- Ergosfera — A ergosfera é a região compreendida entre o horizonte e o limite estático (veja figura 2.4). Seu papel é importante na física dos buracos negros. Uma partícula percorrendo uma órbita conveniente através dessa região, pode extrair energia do buraco negro. Este procedimento é conhecido como o "processo de Penrose" [19]. No experimento sugerido por Penrose, lança-se, em um buraco negro em rotação um corpo, de tal forma que ele seja levado a sua ergosfera. Nessa região o corpo deve explodir em dois pedaços de forma tal que uma das partes adquira momento angular na direção oposta a rotação do buraco negro de forma que sua energia total seja negativa. A outra parte deverá ser ejetada para fora da ergosfera. Com uma simples aplicação da lei da conservação da energia, obtemos que a energia total da parte ejetada é maior que a energia do corpo original. É importante notar que este processo só é possível com um buraco negro com rotação, pois a retirada do momento angular do buraco negro. Em vista disso a máxima energia que pode ser extraída de um buraco negro de massa M e momento angular L é

$$E_{rot} = M\left[1 - \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 - L^2/M^4}\right)}\right] \qquad (2.19)$$

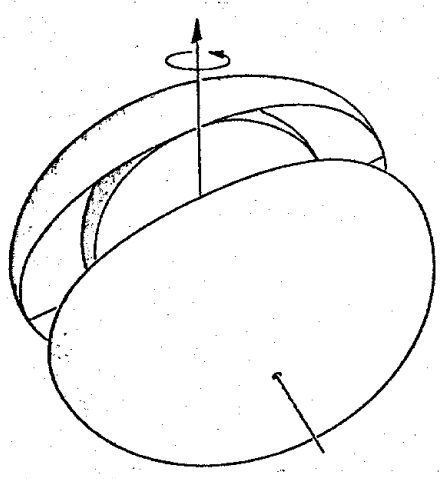


FIGURA - 2.4 Representação quaiitativa do horizonte, ergosfera e limite estático.

Examinaremos a seguir outro aspecto dos buracos negros que será de importância para entender muitos modelos para quasares e núcleos de galáxias. Isto é a atração gravitacional e seus efeitos sobre a matéria em suas proximidades.

A uma distância r >> M, a atração de um buraco negro tem a forma da atração exercida por uma estrela de massa M. Se existir gás próximo ao buraco negro, ele será atraído e aquecido por compressão adiabática, ondas de choque, turbulência, viscosidade, etc. Antes que esse gás chegue ao horizonte, ele pode tornar-se tão aquecido que emitirá um grande fluxo de raios-X e talvez até mesmo raios-γ. Dessa forma a matéria que está sendo absorvida pelo buraco negro pode ser responsável pela grande luminosidade que é observada em muitos objetos existentes no universo.

Uma partícula em uma órbita estável em torno de um buraco negro, decairá para órbitas mais internas, devido a perda de energia por emissão de radiação. A energia total irradiada durante a lenta órbita espiral até a última órbita circular estável é

$$E_{\text{emitida}} = m - E_{\text{última órbita estável}} \tag{2.20}$$

onde m é a massa de repouso da partícula. Em termos numéricos temos

$$E_{\text{emitida}} = \begin{cases} 0{,}0572m \text{ para um buraco negro de Schwarzschild} \\ 0{,}4235m \text{ para um buraco negro de Kerr com } \begin{cases} L = M^2 \\ Q = 0 \end{cases} \end{cases} \tag{2.21}$$

A partir da última órbita circular estável, até ser absorvido, a partícula de massa m emitirá energia da ordem de

$$E \sim 0{,}01m\,(m/M) \tag{2.22}$$

para m << M.

Uma estrela absorvida pelo buraco negro terá sua estrututa rompida pelas forças de maré. Se esse rompimento ocorrer perto do horizonte de eventos, ela pode ejetar um feixe de matéria estelar a velcidades relativísticas. Esse fenômeno é conhecido como "tube-of-toothpaste effect" (efeito tubo de pasta de dente).

2.4- TERMODINÂMICA DE BURACOS NEGROS

A partir da leis da física, podemos derivar certas "regras" que os processos envolvendo buracos negros, devem satisfazer. Estas regras tem o poder, elegância e simplicidade que encontramos nas leis da termodinâmica, além de possuirem uma grande semelhança formal com as mesmas. Por isso essas regras são conhecidas hoje como "as leis da termidinâmica de buracos negros" [20 , 21 , 22].

A incapacidade da luz emergir de dentro do horizonte de um buraco negro, exclui a possibilidade de que qualquer material o faça. Dessa forma o horizonte atua como um tipo de superfície assimétrica com passagem em apenas um sentido, impedindo o buraco negro de diminuir de tamanho. Utilizando argumentos clássicos, Hawking provou que em qualquer processo físico envolvendo um buraco negro, sua área nunca diminui (veja figura 2.5) [23]. No caso da colisão, resultando na fusão dos dois buracos negros, Hawking demonstrou que a área final deve ser maior ou igual a soma das áreas dos buracos negros iniciais. Sendo A_1 e A_2 as áreas dos buracos negros antes da colisão e A_3 a área do buraco negro resultante, temos então a condição (veja figura 2.6)

$$A_1 + A_2 \leq A_3 \qquad (2.23)$$

Esta regra possui uma semelhança com a segunda lei da termodinâmica, na qual há uma exigência do aumento ou conservação da entropia. Foi procurada uma função crescente e monótona da área

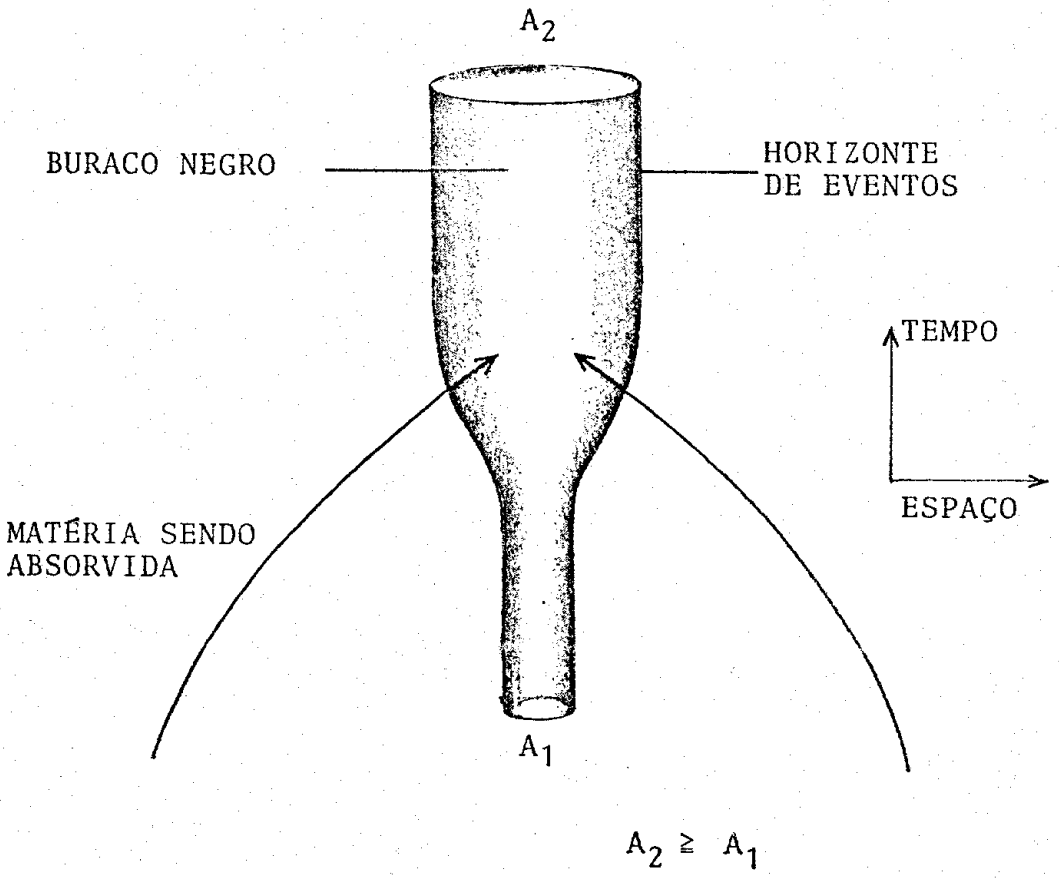
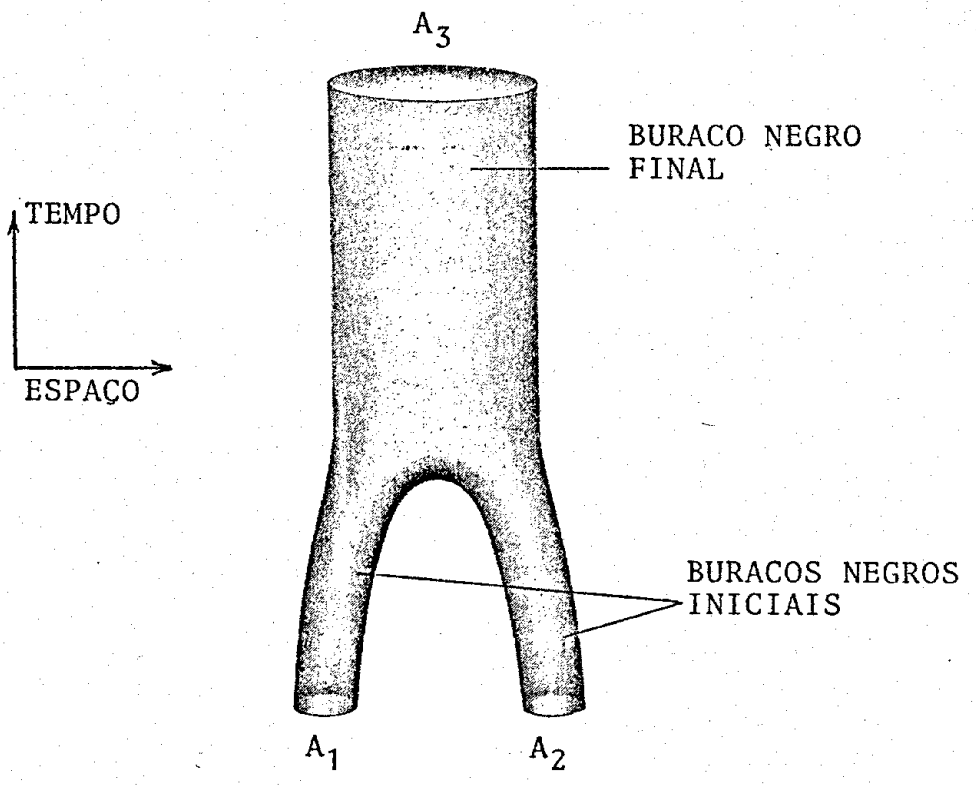


FIGURA - 2.5 Certas propriedades dos buracos negros sugerem que há uma semelhança entre a área do horizonte de eventos de um buraco negro e o conceito de entropia da termodinâmica. A matéria e radiação caindo no buranco negro, fazem com que a área do horizonte de eventos aumente monotonicamente.



$$A_3 > A_1 + A_2$$

FIGURA - 2.6 Se dois buracos negros colidirem resultando na fusão deles, a área do horizonte de eventos do buraco negro resultante é maior que a soma das áreas dos buracos negros iniciais.

A, que pudesse ser associada a entropia de um buraco negro. Alternativas atraentes como $\sqrt{A}$ foram eliminadas, pois considerando a (2.23), a soma das raízes quadradas de A_1 e A_2 pode exceder a raiz quadrada de A_3. A função escolhida foi a própria área do buraco negro.

A analogia que acabamos de discutir, levou ao uso do nome de segunda lei da termodinâmica de buracos negros para a seguinte relação

$$dA \geq 0 \tag{2.24}$$

onde A representa a área do horizonte de eventos do buraco negro.

A análoga da primeira lei da termodinâmica pode ser obtida, diferenciando-se a expressão (2.18), que após alguns arranjos pode ser escrita como

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega dL + \Phi dQ \tag{2.25}$$

onde

$$\kappa \equiv \frac{4\pi (r_+ - M)}{A} \tag{2.26}$$

$$\Omega \equiv \frac{4\pi L}{MA} \tag{2.27}$$

$$\Phi \equiv \frac{4\pi Q r_+}{A} \tag{2.28}$$

Sendo que κ é a gravidade superficial, Ω a frequência angular de rotação e Φ o potencial elétrico no horizonte de eventos. Comparando a (2.25) com a primeira lei da termodinâmica

$$dU = TdS - PdV \tag{2.29}$$

onde U é a energia interna, T a temperatura, P a pressão, S a entropia e V o volume. Podemos observar que se A fizer o papel da entropia, então κ deve representar a temperatura. Os termos restantes da (2.25) descrevem o trabalho feito (energia extraí-

da) das mudanças no momento angular (ΩdL) e carga elétrica (ΦdQ).

Pode-se mostrar que a gravidade superficial κ é constante no horizonte de eventos. Esta propriedade é análoga a lei zero da termodinâmica. Desde que façamos a associação da gravidade superficial com a temperatura do buraco negro.

Examinaremos agora a terceira lei.

Como vimos um buraco negro de Kerr-Newman está sujeito a condição (2.12) que no caso particular

$$M^2 = Q^2 + a^2 \tag{2.30}$$

é conhecida como condição extrema do buraco negro de Kerr-Newman. Esta situação corresponde a um buraco negro, cujo horizonte de eventos possui área $A = 4\pi[M^2 + a^2]$. Entretanto se tivermos $Q^2 + a^2 > M^2$, mesmo que infinitesimalmente, o horizonte desapareceria e teríamos o que é chamado de uma "singularidade nua". Essa singularidade não seria mais invisível,sendo portanto possível eventos internos serem observados externamente ao buraco negro. Devido a essa indesejável situação, a maioria dos físicos acreditam na chamada hipótese da "censura cósmica", devida a Penrose [19]. Esta hipótese afirma que as "singularidades nuas" não podem se formar do colapso gravitacional. A censura cósmica implica na inatingibilidade do "zero absoluto", ou seja $\kappa = 0$. Temos assim a lei que equivalente a terceira lei da termodinâmica dos buracos negros. Deve-se ressaltar que, embora muitos físicos aceitem a terceira lei como descrevemos, alguns físicos fazem restrições a ela [24].

Na tabela 2.2 mostramos um quadro comparativo entre a termodinâmica usual e a termodinâmica dos buracos negros.

Devido ao interior do buraco negro ser inascessível para o universo exterior, não podemos distinguir entre dois buracos negros com mesmo M, L e Q. Se a estrela antes de colapsar era constituída de antimatéria, neutrinos, pions ou queijo provolone, o estado final dos buracos negros será o mesmo. Somente esses três parâmetros globais podem ser me-

TABELA 2.2

Comparação entre a termodinâmica usual e a termodinâmica dos buracos negros

TERMODINÂMICA	TERMODINÂMICA DOS BURACOS NEGROS
lei zero: Se dois sistemas ou duas partes do mesmo sistema estão em equilíbrio termodinâmico, então eles estão a mesma temperatura.	lei zero: Para qulquer buraco negro em equilíbrio, a gravidade superficial κ é constante sobre toda a superfície.
1ª lei: Em um sistema isolado, a energia total desse sistema é conservada $dU = T\,dS - P\,dV$	1ª lei: Em um sistema isolado, incluindo buracos negros, a energia total do sistema é conservada $dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega\, dL + \Phi\, dQ$
2ª lei: Durante qualquer processo a entropia de um sistema isolado aumenta ou permanece a mesma $dS \geq 0$	2ª lei: A área da superfície de um buraco negro, sempre permanece a mesma ou aumenta, durante qualquer processo $dA \geq 0$
3ª lei: É impossível reduzir a temperatura de um sistema a zero, por um número finito de processos.	3ª lei: É impossível reduzir a gravidade superficial κ de um buraco negro a zero por um número finito de processos.

didos através de experimentos realizados de fora do buraco negro. Assim, dado um macroestado (M, L, Q), ele pode ser compatível com um número enorme de microestados internos. Se os efeitos quânticos forem desprezados, o número de diferentes configurações internas seria infinito, devido a podermos formar o buraco negro por um número indefinidamente grande de partículas com massas indefinidamente pequenas. Contudo Bekenstein [25] mostrou que o comprimento de onda Compton dessas partículas deveria estar restrito a menos que o raio do buraco negro. Portanto o número de possíveis configurações internas deverá ser finito, embora muito grande.

A expressão para a entropia de um buraco negro, representada por S_b, expressa em um sistema de unidades comuns, terá a forma

$$S_b = \xi\, k\, \frac{A}{L_p^2} \tag{2.31}$$

onde k é a constante de Botzmann (que como sabemos, tem dimensão de entropia), L_p o comprimento de Planck e ξ uma constante adimensional da ordem da unidade. A escolha de L_p na constante é devido a esse comprimento representar a menor escala na qual o espaço-tempo pode ser tratado como contínuo. Isto significa que em escalas menores o espaço-tempo terá estrutura granular.

Substituindo a expressão para comprimento de Planck, a entropia do buraco negro pode ser escrita como

$$S_b = \xi\, \frac{kc^3}{\hbar G}\, A \tag{2.32}$$

ou em unidades de Planck

$$S_b = \xi A \tag{2.33}$$

Com estas expressões para a entropia, a temperatura associada ao buraco negro, representada por T_b, pode ser obtida com a ajuda da (2.25). Em unidades comuns temos

$$T_b = \frac{1}{8\pi\xi} \cdot \frac{\hbar}{ck} \kappa \qquad (2.34)$$

e em unidades de Planck,

$$T_b = \frac{\kappa}{8\pi\xi} \qquad (2.35)$$

A constante ξ será determinada mais adiante quando forem introduzidos os efeitos quânticos sobre os buracos negros.

Examinemos agora o caso de um corpo, contendo alguma entropia comum, que é atirado em um buraco negro. A entropia do universo visível irá decrescer neste processo. Como um observador externo não pode verificar por medida direta que a entropia total de todo o universo não diminui, a segunda lei da termodinâmica torna-se-ia abstrata neste caso. Devido a este problema sugerido por Wheeler, Bekenstein [25] foi levado a enunciar a segunda lei generalizada: "A entropia comum exterior ao buraco negro mais a entropia do buraco negro nunca diminui". A segunda lei generalizada pode ser representada da seguinte forma

$$\Delta S_g \equiv \Delta S_b + \Delta S_b \geq 0 \qquad (2.36)$$

onde S_g representa a entropia generalizada, S_b a entropia do buraco negro e S_c a entropia comum.

Mais adiante veremos que a segunda lei generalizada assume grande importância após a previsão de Hawking sobre a emissão térmica dos buracos negros.

2.5- A RADIAÇÃO DE HAWKING

Através da analogia descrita na seção anterior, chegou-se a expressão

$$T_b = \frac{\kappa}{8\pi\xi} \qquad (2.37)$$

para a temperatura de um buraco negro. Entretanto uma grande dificuldade surgia quando se imaginava um buraco negro imerso em uma caixa onde havia radiação de corpo negro a uma temperatura T_c. Como sabemos, pela lei zero da termodinâmica, a radiação e o buraco negro deveriam entrar em equilíbrio a uma temperatura T_e, sendo que T_e deve estar no intervalo entre T_c e T_b. Entretanto como o horizonte de eventos funciona como uma passagem em um só sentido, toda a radiação incidente sobre o buraco negro seria absorvida, enquanto que nenhuma seria emitida. Com isso o equilíbrio só seria atingido quando o buraco negro absorvesse toda a radiação. Uma situação desse tipo indicaria que o buraco negro possuía uma temperatura de zero absoluto.

Este paradoxo foi resolvido quando foi aplicado por Hawking, efeitos quânticos aos buracos negros [26]. Embora uma teoria quântica da gravitação, onde o espaço-tempo seja quantizado, não seja ainda conhecida, Hawking elaborou um esquema onde o espaço-tempo é tratado classicamente e é acoplado com os campos de matéria que são tratados quanticamente. O resultado encontrado foi que os buracos negros emitiam partículas a uma taxa constante. Após alguma relutância, Hawking acabou aceitando o resultado encontrado e se convencendo de que esse era realmente um processo físico real. Um dos fatos mais convincentes era que o cálculo indicava que um buraco negro criaria e emitiria partículas exatamente como se ele fosse um corpo com uma temperatura proporcional a gravidade superficial e inversamente proporcional a sua massa. Isto tornou a termodinâmica dos buracos negros mais consistente, pois agora um buraco negro pode estar em equilíbrio térmico a uma temperatura finita e diferente de zero.

Antes de passarmos ao estudo quantitativo desta radiação, vamos fazer uma análise do que está acontecendo com o buraco negro e responder perguntas como: De onde vem as partículas emitidas? Uma das maneiras de respondermos essa pergunta é a seguinte. Em torno de um corpo estático massivo, o campo gravitacional induz uma tensão estática no vácuo. Essa indução é semelhante a polarização do vácuo produzido pelo campo Coulombiano de um núcleo. Esse efeito tem sido confirmado por um pequeno deslocamento produzido no espectro da luz de

átomos excitados de hidrogênio ("Lamb shift"). Essa tensão no vácuo, faz com que haja produção de pares de partículas e anti partículas "virtuais". Esses pares estão constantemente se materializando, e após percorrer um certo espaço, juntam-se e aniquilam-se (veja figura 2.7 a).

Nas proximidades de um buraco negro, um dos membros do par de partículas virtuais pode "cair" abaixo do horizonte de eventos. A partícula restante pode também ser absorvida pelo buraco negro ou escapar para o infinito e aparecer como radiação emitida por um buraco negro (veja figura 2.7 b).

Outra maneira de ver este processo é considerar o membro do par de partículas (partícula e antipartícula) que cai no buraco negro, como a partícula oposta viajando ao contrário no tempo. Por exemplo, um pósitron que cai no buraco negro pode ser visto como um elétron saindo do buraco negro e viajando para traz no tempo. Quando o elétron chega ao ponto no qual o par elétron-pósitron se materializou, ele é espalhado pelo campo gravitacional. A partir daí ele passa a viajar para frente no tempo (veja figura 2.8).

De acordo com o cálculo de Hawking o número esperado de partículas da j-ésima espécie com carga ε emitida em um modo de onda determinado pela frequência ω, harmônico esférico ℓ, momento angular m, e polarização p é

$$\langle N_{j\omega\ell mp} \rangle = \Gamma_{j\omega\ell mp} \{\exp[2\pi\kappa^{-1} (\omega - m\Omega - \varepsilon\Phi) \mp 1]^{-1} \qquad (2.38)$$

sendo

$\kappa \rightarrow$ gravidade superficial

$\Omega \rightarrow$ frequência angular

$\Phi \rightarrow$ potencial eletrostático na superfície do horizonte

O sinal negativo (positivo) se refere a emissão de bósons (férmions) e $\Gamma_{j\omega\ell mp}$ é a probabilidade de absorção para a onda incidente do respectivo modo.

Como podemos observar, o espectro definido pela (2.38) tem a mesma forma que o espectro térmico de um corpo com coeficiente de absorção Γ e a uma temperatura $T=\kappa/2\pi$. Com esse resultado, até certo ponto surpreendente, podemos ob-

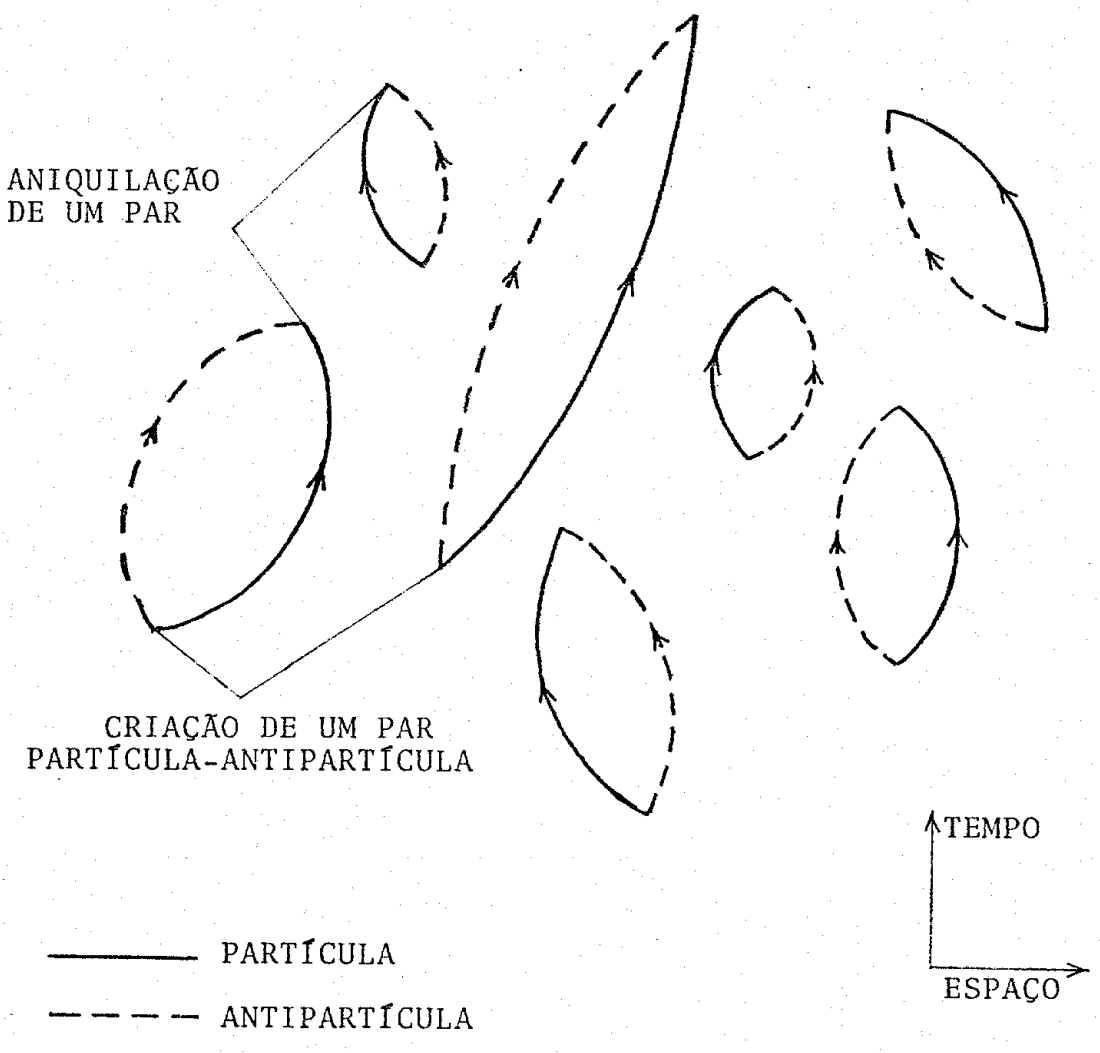


FIGURA - 2.7a O espaço tempo "vazio" é cheio de pares "virtuais" de partículas e antipartículas. Os membros de um par vem a existência simultaneamente em um ponto do espaço-tempo, afastam-se e juntam-se novamente com a mútua aniquilação. Esses pares são chamados de virtuais porque ao contrário das partículas "reais", eles não podem ser diretamente detectados. Seus efeitos indiretos podem contudo serem medidos.

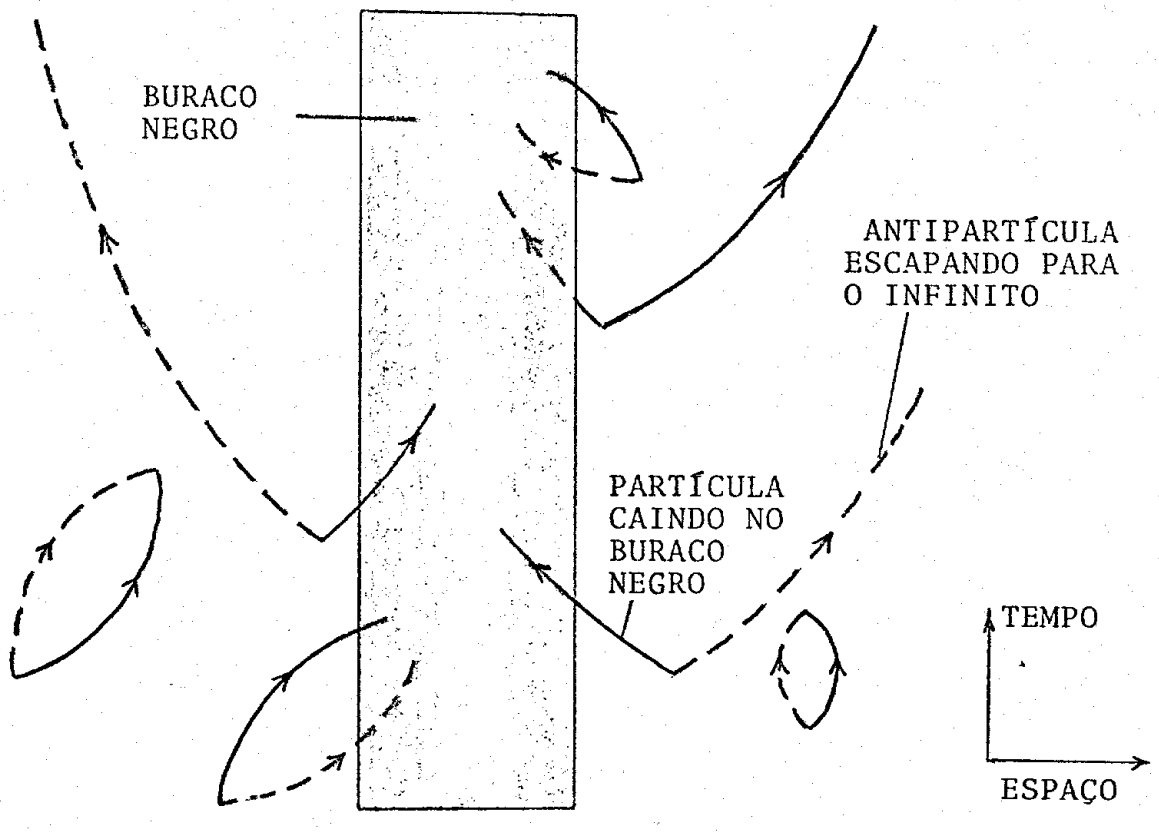


FIGURA - 2.7b Na vizinhança de um buraco negro um membro de um par partícula-antipartícula pode cair no buraco negro, deixando o outro membro do par sem parceiro com o qual, se aniquilar. Se o membro sobrevivente do par não seguir seu parceiro dentro do buraco negro, ele pode escapar para o infinito. Assim os buracos negros podem emitir partículas e antipartículas.

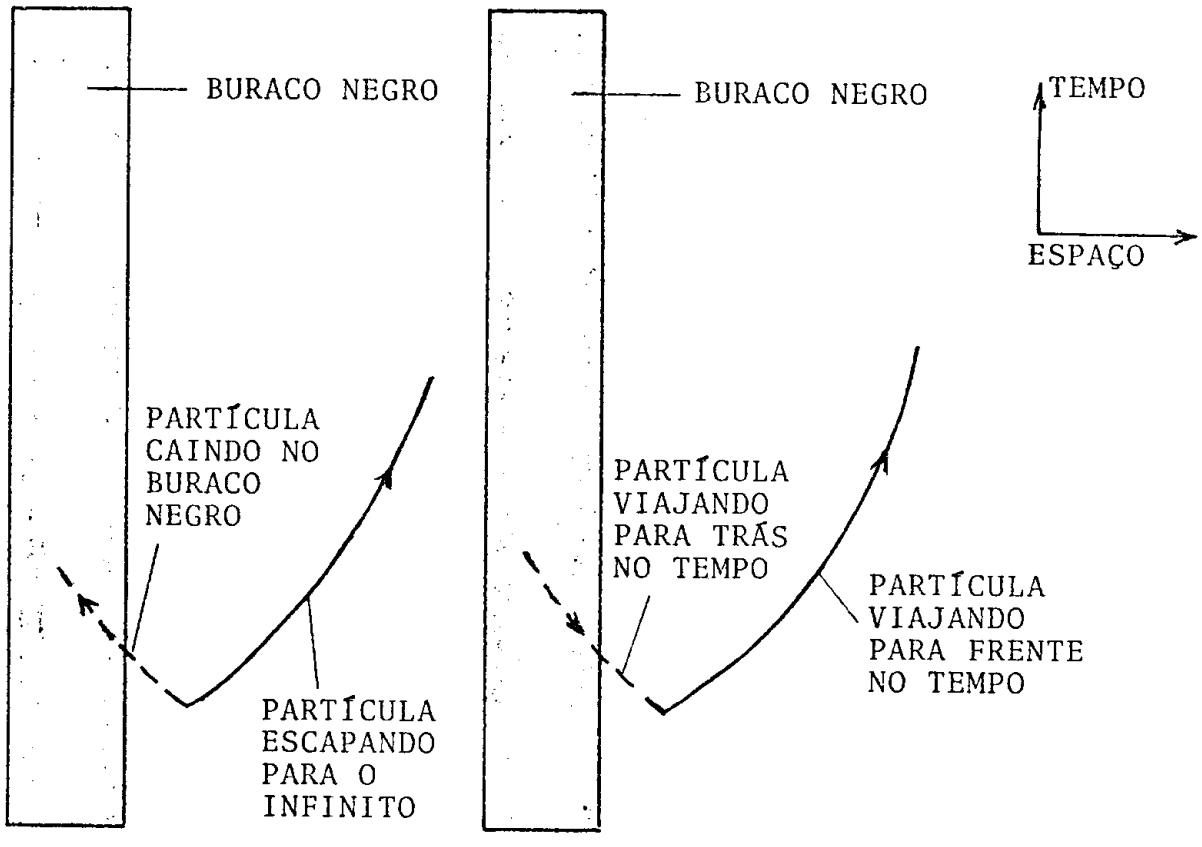


FIGURA - 2.8. Explicações alternativas podem explicar a emissão de partículas por um buraco negro. Uma explicação envolve a formação de um par virtual partícula-antipartícula, onde um membro é capturado pelo buraco negro enquanto que o outro escapa. Em outra explicação podemos considerar uma antipartícula caindo no buraco negro como sendo uma partícula normal que está viajando para trás no tempo, para fora do buraco negro. Uma vez fora, ela é espalhada pelo campo gravitacional e convertida em uma partícula viajando para frente no tempo e escapando para o infinito.

ter através da comparação com a (2.37) o valor da constante ξ. Isto é

$$\xi = 1/4 \tag{2.39}$$

e temos agora as expressões completas para a entropia e temperatura de um buraco negro, que são

$$S_b = A/4 \tag{2.40}$$

e

$$T_b = \frac{\kappa}{2\pi} \tag{2.41}$$

A determinação exata do espectro de um buraco negro depende de sua carga massa e momento angular. A maior dificuldade para se obter o espectro de emissão está no cálculo da constante de absorção Γ, a qual será um dos assuntos do capítulo 5.

CAPÍTULO - 3

QUASARES E NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS

3.1 - Histórico e dados gerais

3.2 - O quasar 3C 273

3.3 - O espectro eletromagnético contínuo do 3C 273

3.1- HISTÓRICO E DADOS GERAIS

A partir de 1960, os rádios astrônomos começaram a dedicar suas atenções para radiofontes um tanto incomuns. A primeira dessas fontes a ser descoberta foi o 3C 48 (assim chamada por ser o 48º objeto listado no Terceiro Catálogo Cambridge de radiofontes). Esta radiofonte possuía características estelares. Entretanto estrelas comuns não poderiam produzir energia suficiente na região de radiofrequências, para serem detectadas pelos radiotelescópios da época. Além desse fato, ninguém havia conseguido identificar as linhas do seu espectro.

Dois anos depois, outra fonte de características também estelares foi detectada. Este objeto, denominado de 3C 273, além de possuir um espectro não identificado, possuía um curioso "jato" luminoso (veja figura 3.1).

Por acreditar-se que estes objetos tratavam-se de alguma espécie de estrela localizada em nossa galáxia, não conseguia-se a identificação de suas linhas espectrais. Entretanto, em 1963, Maarten Schmidt anunciou a identificação de linhas do espectro do 3C 273, como sendo linhas do espectro do hidrogênio [27]. Estas linhas apresentavam uma característica surpreendente. Elas estavam deslocadas na direção do vermelho, de 16% (Z = 0,158)*. Admitindo-se que a causa deste deslocamento tenha sido o efeito Doppler, este objeto está afastando-se da nossa galáxia a incrível velocidade de 15% da velocidade da luz. A partir disto, foram também facilmente identificadas as linhas espectrais do 3C 48. Seu deslocamento para o vermelho era nada menos do que 37%, significando que sua velocidade de afastamento era da ordem de 1/3 da velocidade da luz.

Com esses enormes desvios das linhas espectrais, certamente esses objetos não estavam em nossa galáxia e muito menos eram estrelas, apesar de apresentarem algumas características das mesmas. Sendo, por esta razão, denominados de

---

* O desvio para o vermelho de um quasar é normalmente denotado por Z, e é definido como o desvio no comprimento de onda de uma linha espectral ($\Delta\lambda$) dividido pelo comprimento de onda dessa linha quando deixa o quasar (λ_0). Assim temos $Z = \Delta\lambda/\lambda_0$.

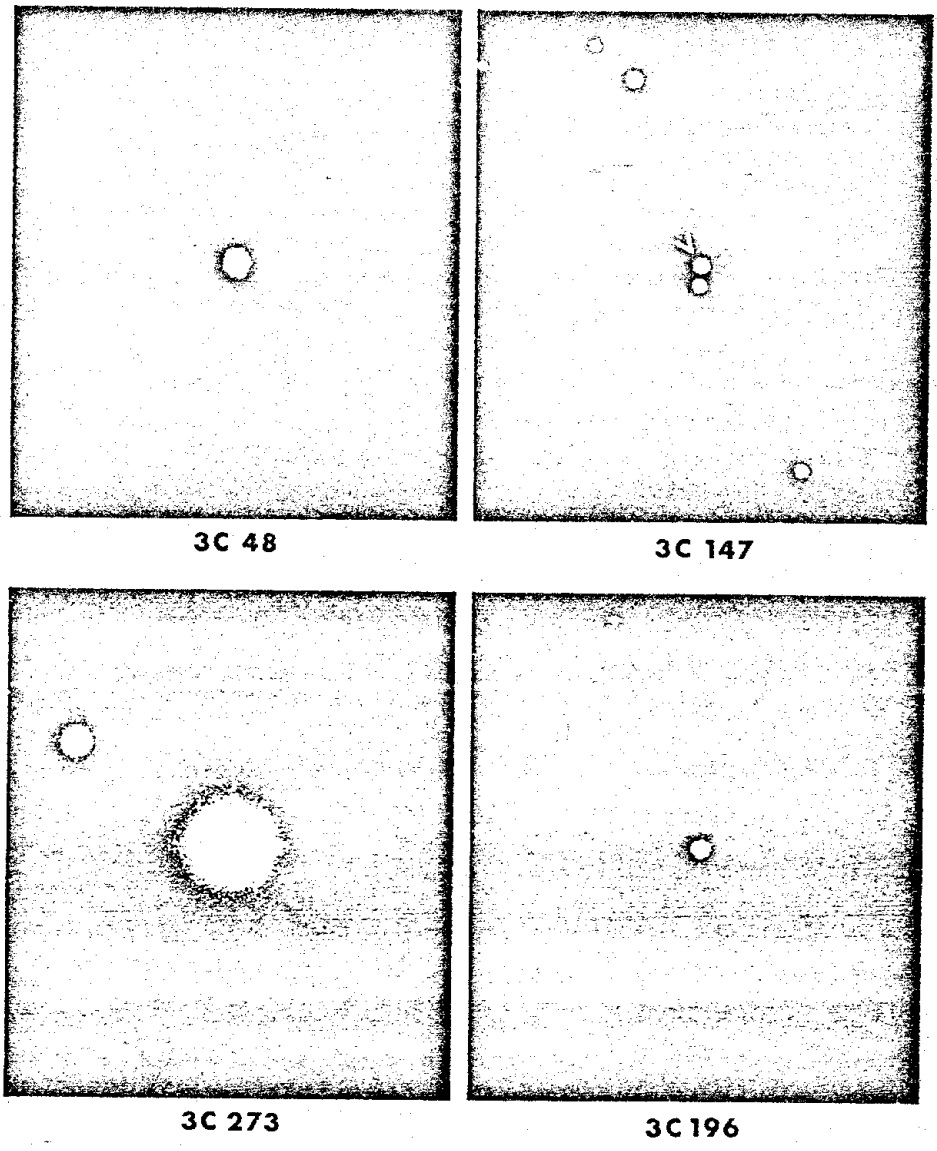


FIGURA - 3.1 Aqui são mostrados quatro quasares. Podemos observar no caso do 3C 273, um jato luminoso que se prolonga a partir da sua estrutura principal.

"quasi-stellar objets", e mais tarde abreviado para "quasars" (quasares em português).

Se admitirmos que os quasares obedecem a lei de Hubble podemos prever a distância a que estes objetos se encontram. De acordo com essa lei, a velocidade de afastamento de nós, v é proporcional a sua distância d, ou seja

$$v = H \times d \qquad (3.1)$$

onde $H = 50$ km $seg^{-1} \times Mpc^{-1}$* é o valor mais aceito para a constante de Hubble [28]. Na figura 3.2 podemos ver gráficos da velocidade em função da distância e do desvios das linhas espectrais em função da velocidade.

Assim, os quasares 3C 273 e 3C 48 estariam respectivamente a 3 bilhões e 5 bilhões de anos-luz de distância. Até 1974, o espectro de mais de 200 quasares foram analisados, e todos possuíam desvios para o vermelho muito grande. Um quasar que apresenta um dos maiores desvios para o vermelho é o OQ 172 ($Z = 3{,}53$). Sua velocidade de afastamento é de aproximadamente 90% da velocidade da luz. Pela lei de Hubble isto implica em uma distância de $\sim 18 \times 10^9$ anos-luz.

Se o desvio para o vermelho observado no espectro dos quasares é causado pela expansão do universo, eles são os objetos mais luminosos conhecidos. O mais poderoso conhecido, o quasar 3C 273, é, na região do visível, da ordem de 10^{12} vezes a luminosidade do sol. Comparado com galáxias normais ele é no mínimo 100 vezes mais brilhante.

O espectro eletromagnético, contínuo dos quasares extende-se desde o infravermelho até comprimentos de onda muito curtos como raios gama. A radiação contínua recebida dos quasares apresentam variações com o tempo. A maioria das observações sobre essas variações foram feitas na

---

* para definição de pc (parsec) veja apêndice A.

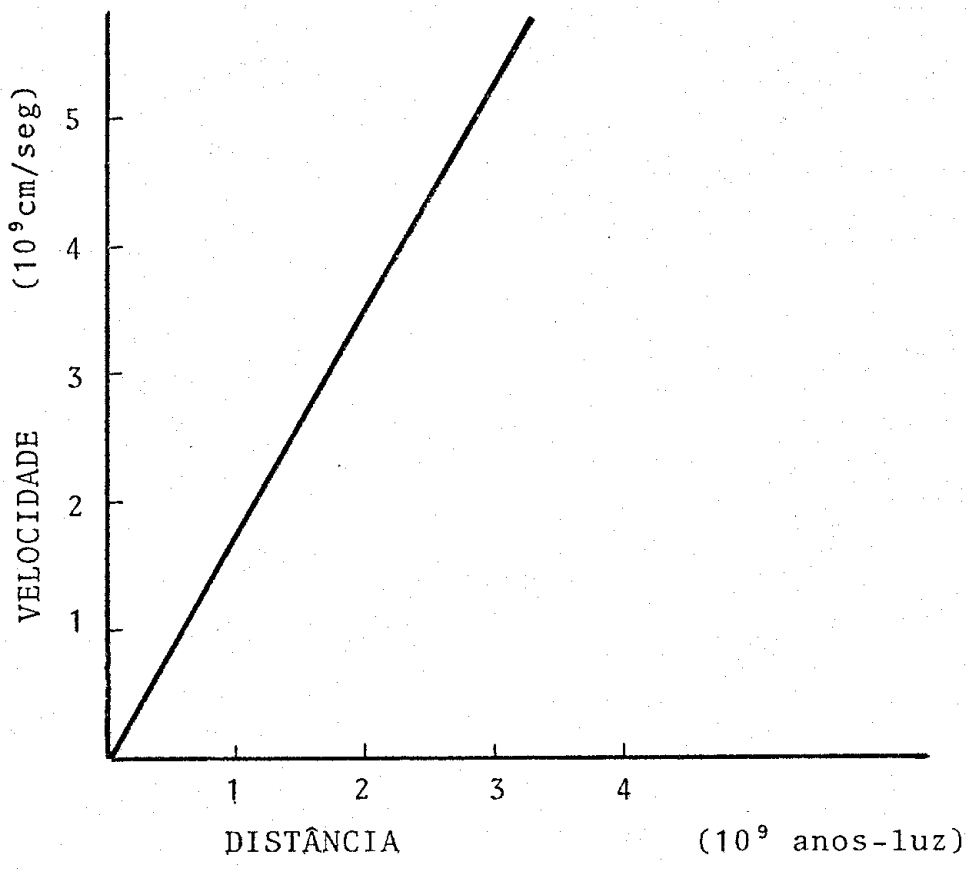


FIGURA - 3.2a A lei de Hubble é a direta proporcionalidade entre as velocidades e as distâncias das galáxias. Galáxias próximas estão se afastando de nós vagarosamente. Galáxias mais distantes estão se distanciando de nós a velocidades correspondentemente mais altas.

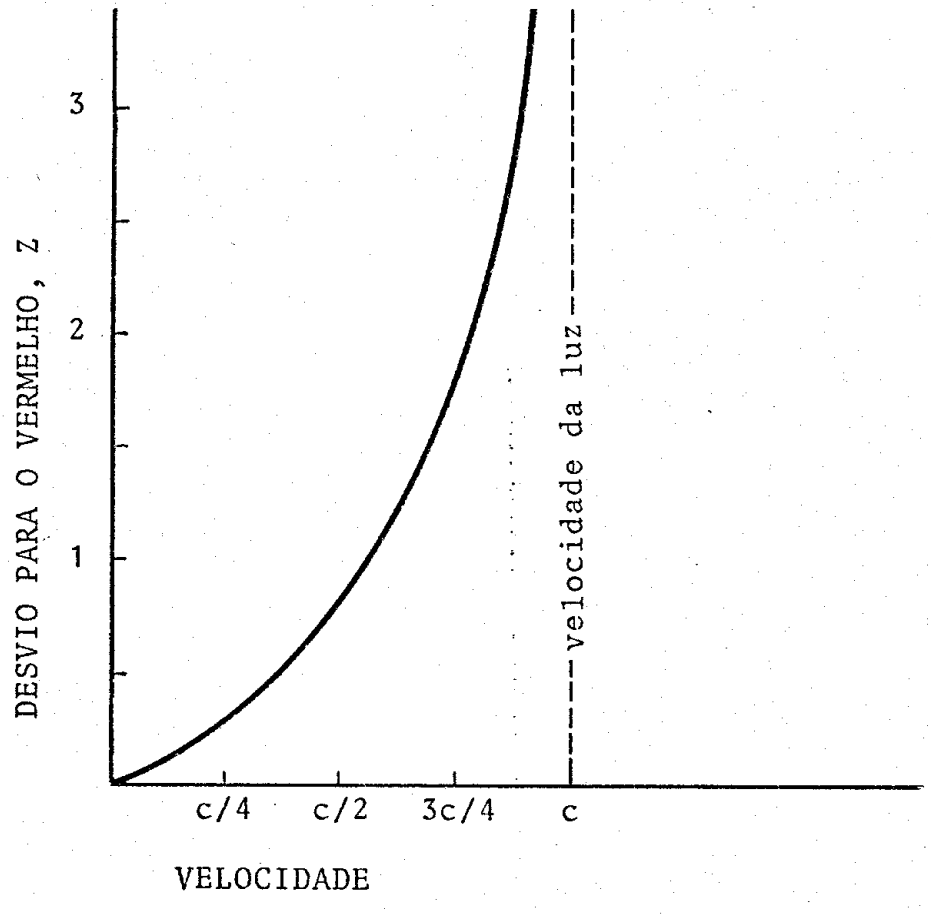


FIGURA - 3.2b O desvio para o vermelho Z é o desvio relativo em comprimento de onda, medido em uma chapa espectroscópica. Por exemplo, se todos os comprimentos de onda das linhas espectrais de uma galáxia estão deslocados de 25%, então Z = 0,25. Este gráfico mostra a relação entre Z e a velocidade. A mais alta velocidade é c, a velocidade da luz.

região visível. Na maioria dos casos essas variações possuem um período de um ano ou mais, embora em alguns objetos foram detectadas variações em que dobravam seu brilho em um período de dias. Essas variações da potência emitida colocam um limite superior no tamanho da região emissora. O volume do espaço responsável pela variação deve receber o sinal para variar em menos que um ano (no caso mais comum), e como nenhum sinal pode viajar mais rápido que a luz, o objeto deve ter no máximo 2 anos-luz de diâmetro. Assim temos um objeto 100 vezes mais brilhante que uma galáxia e com dimensões da ordem do sistema solar! Diante da dificuldade de se imaginar uma fonte de energia tão poderosa e restrita a um volume tão reduzido, a hipótese sobre um deslocamento para o vermelho de origem não cosmológica foram seriamente consideradas.

Se os quasares não obedecerem a lei de Hubble, então eles podem estar bem mais perto de nós, do que o deslocamento de suas linhas espectrais nos fazem acreditar. Neste caso a potência total emitida por tais objetos poderia ser bem menor do que a calculada. Um dos maiores defensores da hipótese não-cosmológica é Halton C. Arp dos observatórios Hale, que encontrou vários casos nos quais a lei de Hubble, aparentemente, não é obedecida [29 , 30 , 31]. Arp mostrou fotografias que parecem mostrar conexões entre quasares e galáxias com desvios para o vermelho bem menores. Duas dessas fotos podem ser vistas nas figuras 3.3 e 3.4. Essas conexões, se reais, implicam que o quasar e a galáxia, em cada caso, estão a mesma distância da Terra. Logo o desvio para o vermelho medido no quasar em questão não tem sua causa fundamentalmente baseada na expansão do universo. Constituindo assim uma flagrante violação da lei de Hubble.

Entretanto, astrônomos tradicionais argumentam que esses casos relatados são casos de alinhamentos casuais. Isto é, cada objeto está a distância indicada pelo seu desvio para o vermelho. Apenas eles parecem conectados por estarem praticamente na mesma direção no céu.

Uma poderosa evidência a favor do desvio cosmológico, apareceu em 1978 quando Alan Stockton da Universidade do Hawaii publicou suas observações de regiões próximas a

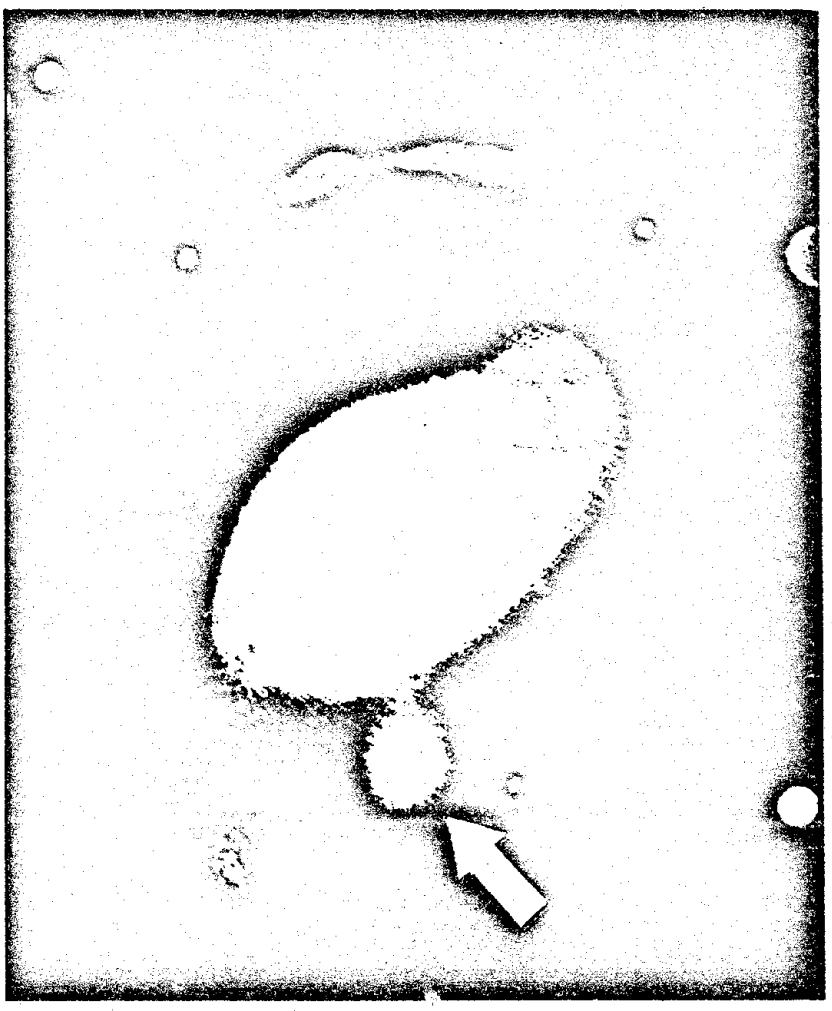


FIGURA 3.3 A galáxia NGC 4319 apresenta um desvio para o vermelho que corresponde a distância relativamente pequena de apenas 100 milhões de anos-luz. O quasar (indicado pela seta) tem um desvio para o vermelho onze vezes maior que o da galáxia. Entretanto ele parece estar ligado a galáxia. Se estes dois objetos estão realmente conectados, este seria um caso de violação da lei de Hubble.

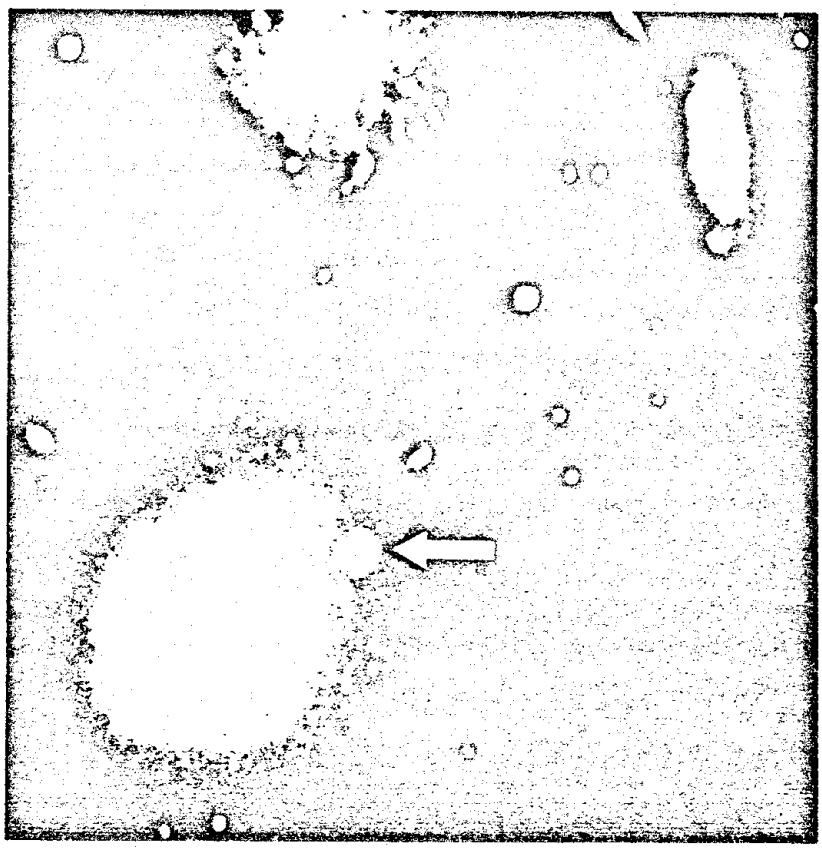


FIGURA 3.4 Um compacto objeto semelhante a um quasar aparece na silueta da galáxia elíptica NGC 1199. Esse compacto objeto tem um grande desvio para o vermelho (Z = 0,044), enquanto que a galáxia apresenta um baixo desvio (Z = 0,009). Se esse objeto estiver realmente tão perto de nós como essa galáxia, esta será uma grande violação da lei de Hubble.

27 quasares com baixos desvios para o vermelho [32]. Ele selecionou esses quasares porque eles eram os mais próximos e mais luminosos objetos podendo assim identificar se houvesse galáxias normais associadas com eles. Stockton encontrou 29 galáxias que aparentemente estavam associadas com 17 dos quasares. Para 8 desses quasares, o desvio para o vermelho de uma ou mais galáxias próximas, concordava com o do quasar, considerando a taxa com que as galáxias estão aleatoriamente distribuídas no espaço. Alguns destes casos são mostrados na figura 3.5.

Embora a questão sobre a origem do desvio para o vermelho apresentado pelos quasares ainda não esteja fechada, admitiremos como válida a origem cosmológica. Hipótese que é fortemente apoiada pelas observações de Stockton.

Uma curiosa e intrigante característica apresentada por alguns objetos é a chamada velocidade superluminal. Isto é, esses objetos são compostos por duas ou mais fontes que estão, aparentemente, se separando a velocidades várias vezes superiores a da luz.

Entretanto há um certo tipo de ilusão que poderia servir de explicação para tal fenômeno. Essa ilusão produzida por nuvens de elétrons em rápido movimento em direção da Terra. Dois radiomapas das nuvens, feitos em um intervalo de um ano do ponto de vista do radiotelescópio, pode na realidade representar as posições das nuvens em um intervalo de tempo consideravelmente maior do que um ano do ponto de vista das nuvens. Um exemplo numérico bastante elucidativo pode ser encontrado na figura 3.6.

A questão da velocidade superluminal ainda não está fechada, pois o modelo acima deve supor que as nuvens movem-se preferencialmente em nossa direção, hipótese não muito convidativa. Talvez estejamos precisando de novas leis da Física. Resposta a essa indagação só obteremos após mais observação e novos modelos.

3.2 - O QUASAR 3C 273

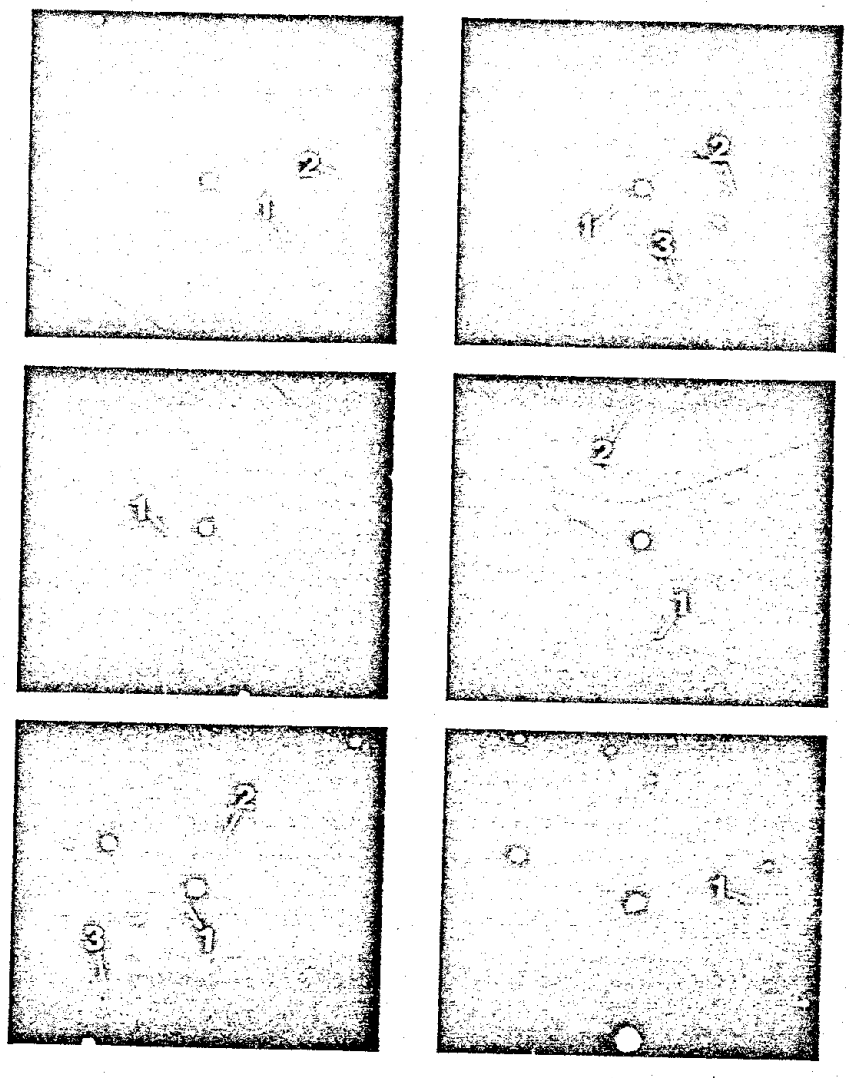


FIGURA 3.5 Quasares em remotos aglomerados de galáxias. Um quasar está localizado no centro de cada uma das fotografias acima. Galáxias muito distantes podem ser vistas com dificuldade (identificadas por números) próximas a cada um dos quasares. Em cada caso o desvio para o vermelho do quasar é virtualmente o mesmo que o das galáxias que o cercam.

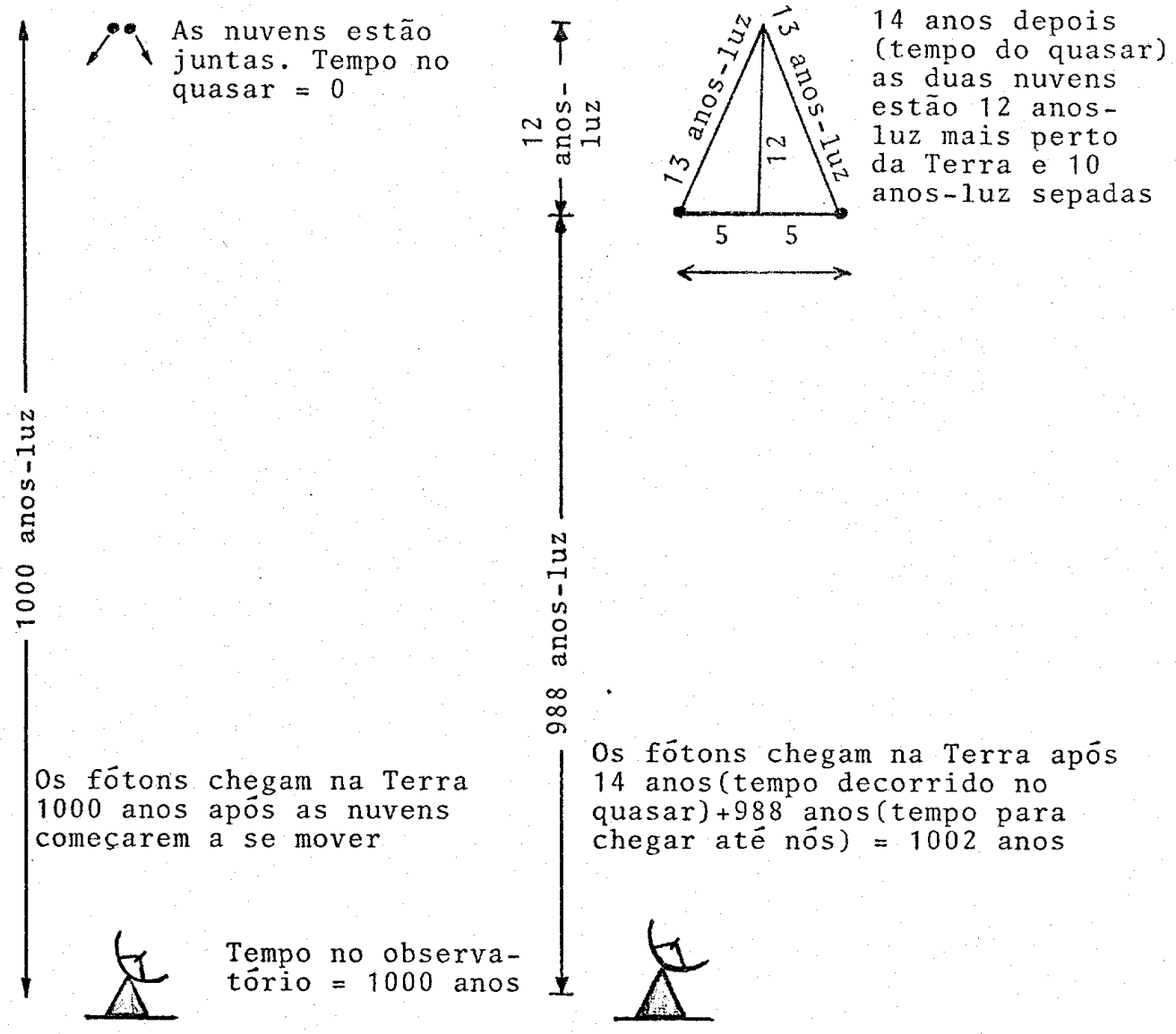


FIGURA 3.6 Esta ilusão pode fazer com que duas nuvens radioemissoras pareçam estar se expandindo a velocidades superiores a da luz.

O quasar 3C 273 é o mais luminoso que conhecemos. Sua magnitude visual é 12,8 (veja apêndice D) e o desvio para o vermelho de suas linhas de emissão é Z = 0,158. Sua detecção ocorreu inicialmente em radiofrequências. Observações mais detalhadas como as por ocultação lunar, monstram que este objeto possui uma dupla estrutura em radiofrequências. Sendo que somente uma delas emite na região visível. Um interessante detalhe observado é uma estrutura alongada que une as duas radiofontes. Esse "jet" emite também na região visível e possui tamanho angular de cerca de 19 segundos de arco (veja figura 3.1)

Assumindo a causa do desvio para o vermelho, de suas linhas de emissão, como sendo cosmológica, e a constante de Hubble como tendo o valor $H = 50$ km seg^{-1} Mpc^{-1}, o 3C 273 estará a uma distância de 900 Mpc. Apesar dessa enorme distância, a energia recebida desse objeto é relativamente muito elevada. Sua magnitude absoluta é $M_V = -27$, enquanto que galáxias gigantes possuem uma magnitude $M_V = -22$ (veja apêndice D). Na região do espectro visível, recebemos dele uma potência de 2×10^{46} erg/seg.

No espectro eletromagnético do 3C 273 foram detectadas variações de intensidades em todas as frequências, exceto na região dos raios gama, onde temos poucas medidas. O período dessas variações fornece-nos não só uma estimativa das dimensões da região emissora do fluxo variável, mas também a simultaneidade ou não das variações, nas diversas regiões do espectro, coloca vínculos nos modelos para os mecanismos de emissão.

Um dos intrigantes fenômenos observados no 3C 273 é a velocidade superluminal. Por exemplo, entre 1971 e 1977 a distância entre as duas fontes mais luminosas variou de 1,2 para 3,1 milisegundos de arco. Sendo a distância do 3C 273 de 900 Mpc, isto equivale a uma separação de 8,3 pc (27 anos-luz) em 6 anos, o que implica em uma velocidade aparente de 4,5 vezes a velocidade da luz.

3.3 - O ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO CONTÍNUO DO 3C 273

A potência total emitida pelo 3C 273 é de aproximadamente $2,5 \times 10^{47}$ erg/seg para H = 50 km/seg Mpc. Na figura 3.7, podemos observar um conjunto de dados conhecidos sobre o espectro eletromagnético do 3C 273 desde radiofrequências até os raios gama. Duas leis de potências da forma $f_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ podem representar de maneira aproximada o espectro do 3C 273. Sendo f_ν o fluxo de energia (erg $seg^{-1} cm^{-2} Hz^{-1}$) emitido no intervalo de frequências $[\nu, \nu + d\nu]$. Na região de radiofrequências, ou seja entre 10^{11} e 10^{13} Hz, o melhor valor para a potência é $\alpha = 0,5$. Enquanto que o resto do espectro pode ser reproduzido de uma maneira rudimentar pela potência $\alpha = 1$.

Deve-se notar, entretanto, um "excesso" de radiação acima da lei de potência, na região visível e ultravioleta (6000 Å a 1000 Å).

Dentre um certo número de modelos que foram propostos para tentar explicar o espectro eletromagnético dos quasares nas regiões de radiofrequências, infravermelho, raios-X e raios gama, há uma categoria que tem sido aceita. Neles as regiões com comprimentos de onda de rádio e infravermelho são emitidas pelo mecânismo de sincrotron. A radiação de raios-X produzida por espalhamento Compton inverso de partículas relativísticas em fótons de infravermelho. E finalmente a radiação gama produzida por espalhamento Compton inverso de partículas relativísticas em fótons de raios-X [33 , 34].

No próximo capítulo apresentaremos as idéias básicas dos modelos de Lynden-Bell [1] e Hills [2].

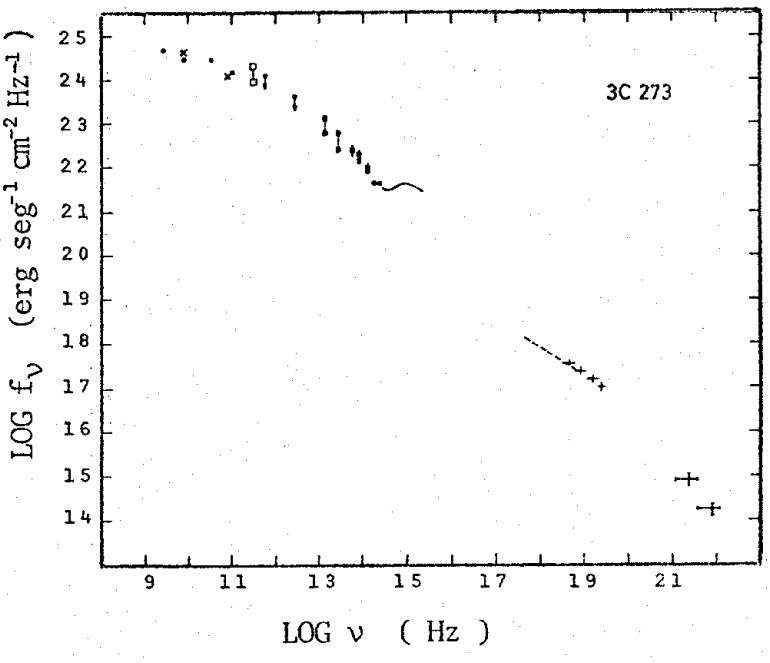


FIGURA 3.7 O espectro eletromagnético do 3C 273, [35].

CAPÍTULO - 4

MODELOS TEÓRICOS PARA NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS

4.1 - Introdução

4.2 - O modelo de Lynden-Bell

4.3 - O modelo de Hills

4.1- INTRODUÇÃO

Há uma grande variedade de níveis de atividade em diferentes núcleos galáticos, mas os casos mais extremos que descreveremos adiante, são encontrados em somente uma pequena fração de todas as galáxias. Contudo as evidências sugerem que, mesmo em galáxias normais como a Via Láctea e a Andrômeda, existem versões em pequena escala dos objetos encontrados na maioria das galáxias de núcleo ativo e quasares.

O modelo básico para os núcleos ativos de galáxias está ilustrado na figura 4.1. As duas características essenciais são (i) uma fonte central muito compacta ($r<<1pc$) a qual pode liberar grandes quantidades de energia na forma de radiação contínua e partículas de alta energia; (ii) um envelope circundante de nuvens de gás ionizado com raio de 10^{18} - 10^{21} cm (0,3 - 300pc), sendo que apenas 10^{-3} - 10^{-5} desse volume é ocupado pelas nuvens. O compacto objeto central é sem dúvida a parte mais fundamental para ser entendida, pois é responsável por todas as formas de atividades violentas observadas nos nucleos.

As mais importantes evidências diretas do compacto objeto central são as seguintes:

(i) A intensa radiação contínua que é observada em comprimentos de onda no visível, rádio e raios-X varia em uma escala de anos, meses ou até semanas. A causalidade exige que as dimensões do volume emissor seja $r \leq ct$, onde t é a escala de tempo da radiação. Assim a emissão contínua deve originar-se dentro de uma compacta região, menor que 1 ano-luz ou semana-luz. A energia emitida dentro desse volume, em comprimentos de onda do visível, deve ser da ordem de 10^{46} - 10^{47} erg/seg para alguns quasares.

(ii) O espectro da radiação em comprimentos de onda no visível e rádio não é estelar nem de corpo negro, mas é frequentemente ajustado por uma lei de potência. A temperatura da luz da rádio emissão é da ordem de 10^{11} - 10^{12} K, o que fornece uma evidência para a presença de elétrons ultrarelativísticos no núcleo galáctico. É portanto natural supor que as várias formas da emissão contínua variável estão associadas com a radiação de elétrons ultrarelativísticos, mais provavelmente ra-

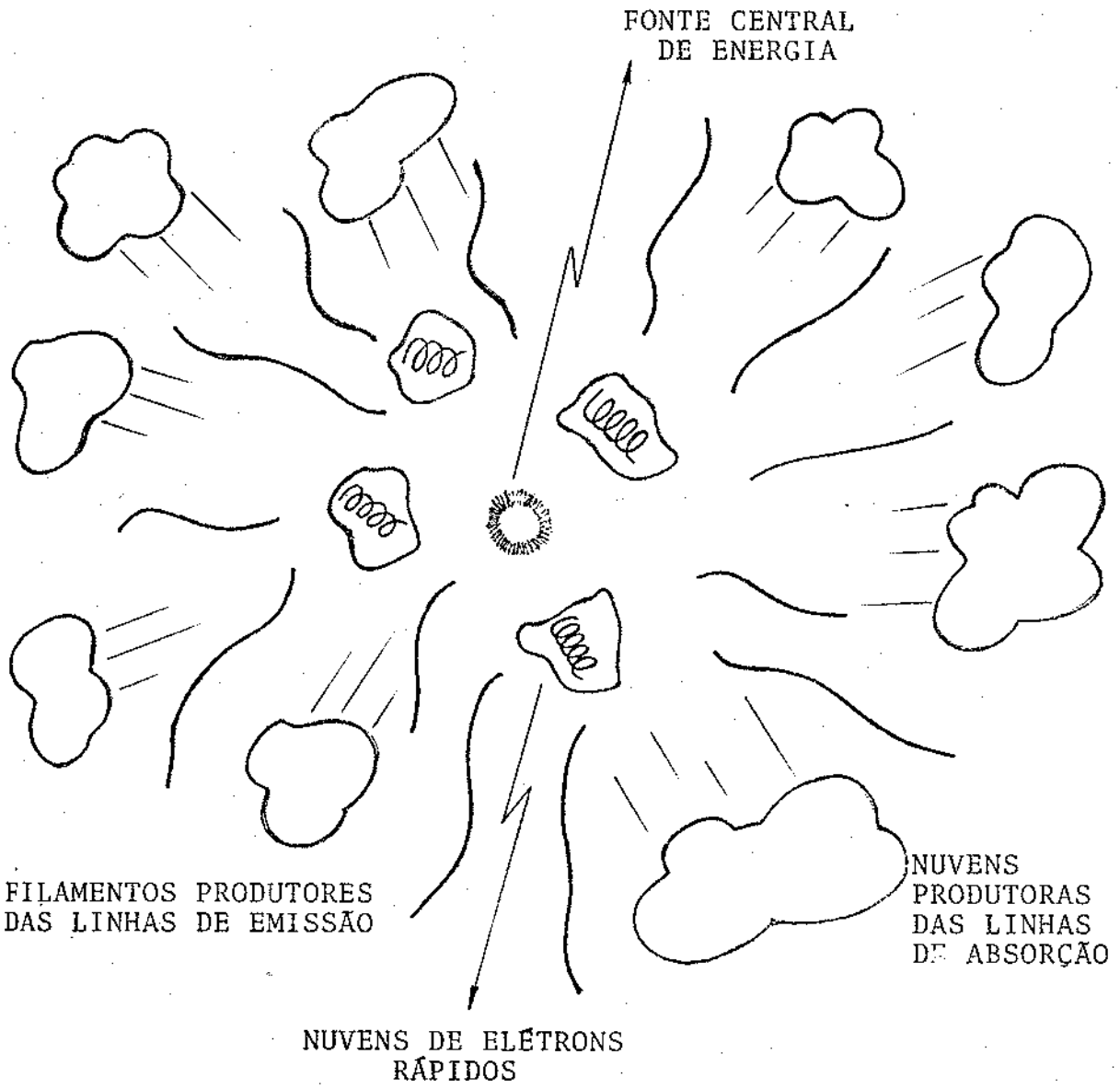


FIGURA - 4.1 Modelo generalizado de um quasar. No centro está uma desconhecida fonte de energia — uma fonte de elétrons de alta velocidade. Há um número de pequenas nuvens de elétrons de alta velocidade, que produzem a radiação contínua nas regiões do rádio e visível e possivelmente em outras partes do espectro também. Filamentos de gás, ionizado pela radiação contínua de alta energia, converte essa radiação em linhas de emissão. Exteriormente podem estar nuvens que se movem rapidamente e produzem linhas de absorção quando elas capturam fótons do feixe que as atravessam em direção a nós.

diação de sincrotron.

A intensa fonte de emissão contínua e partículas de alta energia supõe-se ser a responsável por todos os outros fenômenos de alta energia observado no núcleo. As nuvens de gás nas proximidades do núcleo, são aquecidas, ionizadas e excitadas pela intensa radiação ultravioleta e, possivelmente em alguns casos por partículas relativísticas. Estas nuvens emitem intensas linhas de radiação. Se o gás emissor das linhas fosse confinado a uma nuvem uniforme de gás, a espessura óptica para o espalhamento de elétrons seria tão grande que a variação no visível da fonte central contínua seria apagada. Além disso as linhas de emissão seriam excessivamente alargadas. Essas dificuldades são contornadas assumindo que as regiões de emissão ocupam somente uma pequena fração do volume do núcleo e estão localizadas a relativamente grandes distâncias da fonte central de energia. Os tamanhos típicos para as regiões de emissão de linhas são 1 - 100pc com fatores que ocupação de 10^{-3} - 10^{-5}.

Há evidência de movimentos de gás a altas velocidades no núcleo, a partir do alargamento das linhas de emissão e suas estruturas finas.

Em alguns casos, é observada intensa emissão de infravermelho da região nuclear. Isto pode ser devido a absorção da radiação contínua pela poeira nas proximidades do núcleo. A poeira aquecida irá reemitir essa energia em comprimentos de onda no infravermelho. ×

Os modelos discutidos a seguir constituem se de um buraco negro central supermassivo, localizado no centro de um disco de gás e poeira. A fonte principal de energia desses modelos é a energia gravitacional perdida por esse gás que decai de órbita em relação ao buraco negro. Existem três possibilidades para a origem desse gás: 1- liberado pelas estrelas durante sua vida normal; 2- formado de pedaços ou mesmo estrelas inteiras que se "desmacham" ao passarem muito próximas do buraco negro central; 3- originado da captura de gás interestelar pelo buraco negro central. A primeira possível origem foi indicada por Lynden-Bell [1] como sendo a principal. Já para Hills [2], a maior parte do gás provêm da segunda causa. E

finalmente a terceira causa é defendida por Gunn [36].

Neste capítulo nos deteremos aos aspectos básicos dos modelos de Lynden-Bell e Hills, para termos uma compreensão geral e elementar dos modelos atuais.

4.2- O MODELO DE LYNDEN-BELL

Lynden-Bell em seu artigo mostra o seguinte raciocínio, que levou ao seu modelo. Um quasar produzirá uma energia da ordem de 10^{61} erg por rádio emissão a uma potência de 10^{46} erg/seg. Ora, 10^{61} erg representam em massa 10^7 $M_\odot$. Se supormos que a ordem dessa energia é a fusão nuclear de átomos de hidrogênio, temos uma frequência típica que é igual a energia de ligação dos nucleons, ou seja 0,75% da massa envolvida de hidrogênio.

Denominando de α a eficiência da conversão de energia, temos que a energia inicial em forma de massa Ei necessária para liberar uma energia da ordem de 10^7 $M_\odot$ terá que ser $E_i = \alpha^{-1}\, 10^7 M_\odot$. No caso da fusão nuclear temos $\alpha < 1\%$, logo $E_i > 10^9$ $M_\odot$.

Supondo que esta massa esteja concentrada em um objeto de raio R, a energia de ligação gravitacional desse objeto será

$$E_L > \frac{3}{5}\,\frac{GM^2}{R} \qquad (4.1)$$

A um raio $R \sim 1$ U.A. $\sim 10^{13}$ cm, corresponde uma energia de ligação $E_L \sim 10^{64}$ erg. Assim considerando a fusão nuclear como a fonte de energia para este objeto, estamos desprezando a energia gravitacional que em nossos cálculos mostrou ser três ordens de grandeza maior.

Assim o modelo de Lynden-Bell, tem sua fonte de energia baseada na energia de ligação gravitacional. Como vimos no capítulo 2, uma estrela com massa superior a algumas massas solares e que não consegue mais produzir energia por fusão nuclear, poderá contrair-se até transformar-se em um bura

co negro. Logo parece lógico admitir que o objeto central do modelo, o qual é a fonte gravitacional principal, seja um buraco negro supermassivo.

Este buraco negro supermassivo possui uma massa da ordem de, digamos, 10^7 a 10^8 $M_\odot$ e constituí o centro de uma galáxia. Orbitando o buraco negro central está um disco de gás e poeira liberado pelas estrelas constituintes da galáxia e capturado pelo campo gravitacional do mesmo. As partes internas do disco perdem momento angular para as partes externas. Dessa forma a maior parte do disco contrai, enquanto que uma massa sempre decrescente é deixada com a maior parte do momento angular.

Nas proximidades do buraco negro a mecânica newtoniana não é mais válida, sendo necessário utilizarmos a teoria da relatividade geral de Einstein. Uma partícula em órbita circular em torno de um buraco negro de Schwarzschild de massa M terá uma velocidade escalar [1]

$$V_c(r) = \left(\frac{GM}{r-2r^*}\right)^{1/2} \qquad \text{para } r > 3r^* \tag{4.2}$$

onde $r^* \equiv GM/c^2$

e velocidade angular

$$\omega_c(r) = \left(\frac{GM}{r^3}\right)^{1/2} \tag{4.3}$$

Na métrica de Schwarzschild a energia e momento angular específicos são, para o movimento circular, dados respectivamente por

$$\varepsilon(r) = c^2(r - 2r^*)[r(r - 3r^*)]^{-1/2} \tag{4.4}$$

e

$$h(r) = \left(\frac{r^*}{r-3r^*}\right)^{1/2} cr \tag{4.5}$$

A última órbita estável ocorre onde h(r) tem um ponto de mínimo, ou seja em $r = 6r^*$. A partir dessa órbita a partícula que orbita o buraco negro irá espiralar numa escala de tempo de queda livre até o buraco negro. A energia total perdida será prati

camente a energia de ligação da última órbita estável, considerando que a energia liberada para $r < 6r^*$ seja desprezível. A energia de ligação específica da partícula dada por

$$\varepsilon_L = c^2 - \varepsilon \tag{4.6}$$

$$= c^2 \{ 1-(r - 2r^*)[r(r - 3r^*)]^{-1/2} \} \tag{4.7}$$

e para $r = 6r^*$ temos

$$\varepsilon_L^* = c^2 \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \cong 0{,}0572\ c^2 \tag{4.8}$$

Isto significa que um elemento de massa δm vindo do infinito, irá liberar uma energia $0{,}0572\ \delta m c^2$ até ser "engolido" pelo buraco negro. Portanto temos uma eficiência da ordem de 5,7%. Deve-se lembrar contudo, que estes resultados são válidos para buracos negros sem carga e momento angular. No caso conhecido como geometria extrema de Kerr-Newman ou seja quando $M^2 = Q^2 + a^2$ (veja fórmula 2.21), a eficiência aumenta para 42,4%. O momento angular específico para uma partícula na última órbita estável é

$$h^* = \sqrt{12}\ r^* c \tag{4.9}$$

Assim quando o buraco negro absorve um elemento de massa δm, ele tem sua energia aumentada de $\frac{2}{3}\sqrt{2}\,\delta m$ e seu momento angular também acrescido de $\sqrt{12}\ r^* c \delta m$.

O modelo de Lynden-Bell, bem como os modelos mais simples, consideram que o material que constitui o disco, decai de órbita até a última órbita circular estável com liberação de energia. A partir dessa órbita, $r = 6r^*$, haverá a formação de um grande redemoinho de um fluído condutor. Este fluído condutor em movimento, provavelmente gerará fortes campos magnéticos por ação de dínamo. Estes fortes campos magnéticos possibilitam, por sua vez, a emissão de raios cósmicos e radiação de sincrotron.

É fato entretanto, que ainda não somos capazes de calcular esses processos com qualquer confiança. Mesmo

sem considerarmos os fenômenos eletromagnéticos, não é um assunto fácil decidir se o disco se tornará turbulento e então ter uma viscosidade de redemoinho ou uma viscosidade molecular muito baixa.

Considere C(r) como sendo a energia do acoplamento viscoso que o material para dentro de r atua sobre o material para fora de r, e seja também F o fluxo de massa de repouso em direção ao buraco negro. Então a potência dissipada no anel entre r e r + dr será

$$2(2\pi r dr)\, p(r) = -\frac{d}{dr}(F\varepsilon + \Omega C)dr \qquad (4.10)$$

onde p(r) é a potência emitida por unidade de área, e o fator 2 do lado esquerdo da equação se deve ao disco emitir pelas duas faces. Em um disco com fluxo estacinário a variação da energia de acoplamento deve corresponder a variação do momento angular ou seja

$$dC = Fdh \qquad (4.11)$$

Se integrarmos até o ponto em que o acoplamento se anula, ou seja $h = h^*$, teremos

$$C = F(h - h^*) \qquad (4.12)$$

Substituindo a (4.12) na (4.10) e rearranjando obtemos

$$p(r) = -\frac{F}{4\pi r}\,\frac{d}{dr}\left[\varepsilon + (h - h^*)\Omega\right] \qquad (4.13)$$

Nas regiões em que o disco possa ser considerado opticamente espesso e seja capaz de suportar sua própria pressão luminosa, podemos definir uma temperatura de corpo negro

$$T = \left[\frac{p(r)}{\sigma}\right]^{1/4} \qquad (4.14)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

Como podemos observar da equação (4.13),

a potência emitida é proporcional ao fluxo de massa em direção ao buraco negro. A primeira vista poderia parecer que poderíamos conseguir a potência que desejássemos, apenas aumentando o fluxo da massa. Entretanto isto não é verdade pois quando a potência emitida torna-se muito elevada a pressão da luz torna-se importante e chegará até a limitar a energia irradiada. Esse limite é conhecido como limite de Eddington e vale

$$L_E \cong 3{,}3 \times 10^4 \left(\frac{M}{M_\odot}\right) L_\odot \qquad (4.15)$$

onde $L_\odot$ representa a potência luminosa irradiada pelo sol (veja apêndice A). Para detalhes de como chega-se ao valor dado pela (4.15) veja a dedução no apêndice E. Se tivermos uma situação em que a potência irradiada é maior do que o limite de Eddington, a pressão da radiação pode gerar um fluxo de material na direção para fora do buraco negro.

4.3- O MODELO DE HILLS

Hills em seu modelo também segue a linha do buraco negro supermassivo localizado no centro do disco galáctico. A diferença principal entre seu modelo e o de Lynden-Bell está, como já dissemos, na forma da produção do gás que será absorvido pelo buraco negro. Com um buraco negro no núcleo galáctico, devido a grande densidade estelar nessa região, muitas estrelas serão absorvidas por ele. Já outras estrelas durante suas órbitas passarão próximas do buraco negro, podendo ter partes de si arrancadas ou mesmo serem totalmente fragmentadas devido as forças de maré.

Para uma estrela de dendidade média ρ, a menor distância que ela pode se aproximar do buraco negro sem ser fragmentada é aproximadamente [2]

$$R_r \cong \left(\frac{6M}{\pi\rho}\right)^{1/3} \qquad (4.16)$$

Esta distância é conhecida como limite de Roche. Uma estrela

que se aproxima do limite de Roche tem sua forma gradativamente deformada e se esse limite é ultrapassado a estrela não existe mais como um corpo unido e é "desmanchado" em nuvens de gás. Já se a estrela atinge o raio de Schwarzschild ela é engolida por inteiro.

Para uma estrela com densidade igual a do sol, o limite de Roche em relação a um buraco negro de massa M é

$$R_r = 1{,}39 \times 10^{11} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \text{ cm} \qquad (4.17)$$

enquanto que seu raio de Schwarzschild pode ser expresso como

$$R_G = 2{,}95 \times 10^{5} \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ cm} \qquad (4.18)$$

Como podemos observar na tabela 4.1, para buracos negros com massas $M < 3{,}2 \times 10^{8}\ M_\odot$ o raio de Roche é maior do que o raio de Schwarzschild. Entretanto para $M = 3{,}2 \times 10^{8}\ M_\odot$, os dois raios coincidem.

Na fase inicial de um buraco negro, com algumas massas solares, fragmentará muito mais do que absorverá estrelas. Contudo, conforme a sua massa vai aumentando, a probabilidade de absorção torna-se cada vez maior. Até o buraco negro atingir a massa crítica $M_C = 3{,}2 \times 10^{8}\ M_\odot$, onde a probabilidade de fragmentação é pequena*.

Sendo a energia necessária para fragmentarmos uma estrela de massa m e raio R dada por

$$E_\ell = \frac{3}{4} \left(\frac{Gm^2}{R}\right) \qquad (4.19)$$

---

* Conforme vimos no modelo de Lynden-Bell a emissão de energia dá-se devido a ação de forças de viscosidades entre as partículas do disco. Logo se a estrela é absorvida inteira não haverá praticamente emissão de energia. Já no caso de fragmentação, o gás produzido atuará como modelo de Lynden-Bell.

TABELA 4.1

Absorção e fragmentação de estrelas por um buraco negro

$M/M_\odot$	$R_T/R_\odot$	R_T/R_G	$L_E/L_\odot$ (limite de Eddington)	t_E(anos)
10^1	4,31	$1,02 \times 10^5$	$3,2 \times 10^5$	$1,6 \times 10^9$
10^2	9,28	$2,19 \times 10^4$	$3,2 \times 10^6$	$1,4 \times 10^9$
10^3	20,0	$4,72 \times 10^3$	$3,2 \times 10^7$	$1,2 \times 10^9$
10^4	43,1	$1,02 \times 10^3$	$3,2 \times 10^8$	$9,4 \times 10^8$
10^5	92,8	$2,19 \times 10^2$	$3,2 \times 10^9$	$7,3 \times 10^8$
10^6	200,0	$4,72 \times 10^1$	$3,2 \times 10^{10}$	$5,2 \times 10^8$
10^7	431,0	$1,02 \times 10^1$	$3,2 \times 10^{11}$	$3,2 \times 10^8$
10^8	928,0	2,19	$3,2 \times 10^{12}$	$1,1 \times 10^8$
$3,2 \times 10^8$	1374,0	1,00	$1,0 \times 10^{13}$	0

a energia total E_t do gás que forma a estrela antes de ser fragmentada será

$$E_t = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{3}{4} \frac{Gm^2}{R} \qquad (4.20)$$

onde v é a velocidade da estrela a uma distância do buraco negro, tal que a energia potencial gravitacional seja desprezível. Para obtermos uma órbita ligada, devemos ter $E_t < 0$. Logo para o gás satisfazer esta condição, a estrela deve ter velocidade

$$V < \left(\frac{3}{2} \frac{Gm}{R}\right)^{1/2} \qquad (4.21)$$

ou para uma estrela típica como o sol

$$V < \left(\frac{3}{2} G \frac{M_\odot}{R_\odot}\right)^{1/2} \cong 5{,}35 \times 10^7 \text{ cm/seg} \qquad (4.22)$$

Assim se uma estrela como o sol possuir uma velocidade menor do que $5{,}35 \times 10^7$ cm/seg, em um ponto distante do buraco negro, ultrapassar o limite de Roche, a grande parte do gás produzido será capturado em uma órbita ligada. Podemos então afirmar que nesta situação a maior parte do gás será absorvido pelo buraco negro, após o decaimento de sua órbita.

O gás produzido pela fragmentação de uma estrela que obedecia a relação (4.21), terá uma órbita elíptica com semi-eixo maior dado por

$$a = \frac{GM\,m}{2|E_t|} \qquad (4.23)$$

Substituindo E_t dada pela (4.20), obtemos

$$a = \frac{2}{3} \frac{RM}{m} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{R}{Gm} v^2\right)^{-1} \qquad (4.24)$$

Admitiremos que a uma grande distância do buraco negro, haja um gás de estrelas com uma distribuição

maxwelliana de velocidades. Assim podemos substituir v^2 pela velocidade quadrática média $\langle v^2 \rangle$ na equação (4.24) e obtermos o raio aproximado do disco de gás

$$R_d = \frac{2}{3} R \frac{M}{m} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{R}{Gm} \langle v^2 \rangle\right)^{-1} \tag{4.25}$$

ou para estrelas como o sol

$$R_d = 1{,}5 \text{ pc} \left(\frac{M}{10^8 M_\odot}\right) \left(1 - \frac{\langle v^2 \rangle}{(5{,}35 \times 10^7 \text{cm/seg})}\right)^{-1} \tag{4.26}$$

Assim se o buraco negro possuir uma massa $M = 10^6 M_\odot$, ele será circundado por um disco com raio da ordem de 10^{-2} pc.

Para um buraco negro com $M < M_C$, a maior parte da massa adquirida por ele deve-se na sua maioria a absorção de gás e menos devido a absorção de estrelas inteiras. A energia liberada, que será igual a energia potencial gravitacional perdida pela matéria do disco, será

$$E = \alpha mc^2 \tag{4.27}$$

onde m é a massa adicionada e α a eficiência de conversão de energia. Como vimos no modelo de Lynden-Bell α tem o valor 0,0572 para um buraco negro sem rotação e o valor máximo 0,4235 para a geometria extrema de Kerr. Assumindo para efeito de cálculo o valor $\alpha = 0{,}2$, temos

$$E = 0{,}2\ mc^2 \tag{4.28}$$

A energia total liberada até o buraco negro atingir a massa crítica é encontrada substituindo-se M_C na equação (4.28)

$$E = 1{,}1 \times 10^{62} \text{ erg} \tag{4.29}$$

ou

$$E = 9 \times 10^{20} L_\odot \times \text{ano} \tag{4.30}$$

Como já vimos anteriormente a luminosidade de Eddington é

$$L_E = 3,3 \times 10^4 \left(\frac{M}{M_\odot}\right) L_\odot \qquad (4.31)$$

Se supormos que o sistema se irradia a luminosidade de Eddington, podemos concluir que a máxima luminosidade ocorre para $M = M_C$, e é da ordem de

$$L = 10^{13}\ L_\odot \qquad (4.32)$$

Essa luminosidade é muito próxima da observada nos quasares mais luminosos. Da (4.30) podemos observar que a energia total liberada poderia alimentar um quasar por aproximadamente 9×10^7 anos.

Estando o sistema emitindo no limite de Eddington, podemos escrever

$$L_E = \frac{dE}{dt} \qquad (4.33)$$

e com a ajuda da (4.28), temos

$$\frac{dM}{dt} = 1,1 \times 10^{-8} \left(\frac{M}{M_\odot}\right) M_\odot/\text{ano} \qquad (4.34)$$

O tempo necessário para o buraco negro crescer, com o sistema emitindo no limite de Eddington, de uma massa inicial M até a massa crítica M_C é obtido pela integração da (4.34),

$$t_E = 9,1 \times 10^7\ \ell n \left(\frac{M_C}{M}\right) \text{ anos} \qquad (4.35)$$

Na tabela 4.1 estão alguns valores de $L_E/L_\odot$ e t_E para o sistema no limite de Eddington.

A luminosidade de um quasar deve diminuir de ordens de grandeza quando o buraco negro atinge a massa crítica M_C

Se a densidade de estrelas nas proximidades do buraco negro não for suficiente para atingir o limite

de Eddington, o crescimento do mesmo será governado pela densidade estelar.

CAPÍTULO - 5

O MODELO DE UM GÁS DE BURACOS NEGROS PARA NÚCLEOS ATIVOS DE GALÁXIAS

5.1 - Introdução

5.2 - O espectro de um buraco negro

5.3 - O espectro de um gás de buracos negros de Schwarzschild

5.4 - Comparação do espectro do 3C 273 com a previsão do MGBN

5.1 - INTRODUÇÃO

No capítulo 2 vimos que, de acordo com os cálculos de Hawking [26], um buraco negro é responsável por um fluxo de partículas emitidas. Vimos também que o espectro dessa emissão tem a forma do espectro térmico de um corpo a uma temperatura T_b. Sendo T_b proporcional a gravidade superficial do buraco negro.

Neste capítulo descreveremos em detalhe o espectro de emissão para um buraco negro. A fração da energia emitida devida a neutrinos, fótons, gravitons e partículas massivas será especificada para algumas faixas de massa de nosso interesse. Algumas aproximações para a constante de absorção, válidas em situações limites, serão também mostradas.

A seguir será obtido o espectro de emissão para um gás de buracos negros, para um observador em repouso em relação ao gás. Algumas possibilidades serão analisadas como o caso de um gás formado por buracos negros com determinado espectro de massa; consideraremos também a possibilidade dos buracos negros se moverem a velocidades clássicas, relativísticas ou ultrarelativísticas.

Os resultados aqui obtidos servirão de base para a explicação do espectro, ou pelo menos de uma componente dele, de quasares e núcleos ativos em geral.

5.2 - O ESPECTRO DE UM BURACO NEGRO

Como já vimos a radiação de Hawking possui um espectro determinado pelo número esperado de partículas emitidas por modo, que é dado por

$$\langle N_{j\omega\ell mp} \rangle = \Gamma_{j\omega\ell mp} \{\exp[2\pi\kappa^{-1} (\omega - m\Omega - \epsilon\Phi)] \mp 1\}^{-1} \qquad (5.1)$$

onde os parâmetros que se referem ao buraco negro são

κ → gravidade superficial

Ω → frequência angular de rotação

Φ → potencial elétrico no horizonte
Γ → constante de absorção
enquanto que os parâmetros determinantes da partícula emitida são

j → espécie
ω → frequência angular ($\omega = 2\pi\nu$)
ℓ → harmônico esférico
m → momento angular
p → polarização
ε → carga elétrica
sinal positivo → férmions
sinal negativo → bósons

Entretanto a grandeza que é de maior interesse no nosso caso é a potência emitida entre as frequências ν e $\nu + d\nu$. Para isto é necessário inicialmente obter-se a taxa média de emissão por intervalo de frequência, a qual é dada por

$$\frac{dN}{dtd\nu} = \langle N \rangle \tag{5.2}$$

para cada j, ℓ, m, p e intervalo $(\nu, \nu + d\nu)$. Em termos da frequência angular ω, podemos escrever a (5.2) como

$$\frac{dN}{dtd\omega} = \frac{\langle N \rangle}{2\pi} \tag{5.3}$$

A potência total emitida será expressa como

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{(\omega)} = \sum_{j,\,\ell,\,m,\,p} \frac{dN}{dt}\,\omega \tag{5.4}$$

onde devemos lembrar que estamos utilizando unidades onde $G = c = \hbar = k = 1$. Substituindo a (5.3) em (5.4) temos

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j,\ell,m,p} \int \langle N \rangle\, \omega d\omega \tag{5.5}$$

e com a ajuda da (5.1) podemos escrever

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j,\ell,m,p} \int \Gamma_{j\omega\ell mp} \{\exp[2\pi\kappa^{-1}(\omega - m\Omega - \varepsilon\Phi)] \mp 1\}^{-1} \omega d\omega \qquad (5.6)$$

A única dificuldade para a obtenção da potência emitida, é o cálculo da constante de absorção Γ. Uma aproximação para Γ válida para $M\omega << 1$ foi obtida por Starobinsky e Churilov [37] para bósons e por Page [38] para férmions. Para campos sem massa e com spin s, espalhados em um buraco negro sem carga, a constante de absorção (para $M\omega << 1$) é dada por

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 \prod_{n=1}^{\ell} \left(1 + \left(\frac{\omega - m\Omega}{n\kappa}\right)^2\right) 2\left(\frac{\omega - m\Omega}{\kappa}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{A\kappa}{2\pi}\ \omega\right)^{2\ell+1} \quad \text{para 2s par} \qquad (5.7)$$

e por

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 \prod_{n=1}^{\ell+1/2} \left(1 + \left(\frac{\omega - m\Omega}{n\kappa - \frac{1}{2}\kappa}\right)^2\right) \left(\frac{A\kappa}{2\pi}\ \omega\right)^{2\ell+1}$$

para 2s ímpar (5.8)

onde A representa a área do buraco negro e é dada pela expressão (2.18).

Para um buraco negro com rotação desprezível ($\Omega \sim 0$) as expressões (5.7) e (5.8) se reduzem às formas mais simples

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 \prod_{n=1}^{\ell}\left[1+\left(\frac{\omega}{n\kappa}\right)^2\right] 2\,\frac{\omega}{\kappa}\left[\frac{A\kappa}{2\pi}\,\omega\right]^{2\ell+1}$$

para 2s par (5.9)

e

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 \prod_{n=1}^{\ell+1/2}\left[1+\left(\frac{\omega}{\left(n-\frac{1}{2}\right)\kappa}\right)^2\right] \left[\frac{A\kappa}{2\pi}\,\omega\right]^{2\ell+1}$$

para 2s ímpar (5.10)

No caso de baixas frequências ($\omega << 1$), as relações (5.9) e (5.10) se reduzem respectivamente a

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 2\,\frac{\omega}{\kappa}\,(2M\omega)^{2\ell+1}\ ,\ 2s \text{ par} \qquad (5.11)$$

e

$$\Gamma_{s\omega\ell mp} = \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 (2M\omega)^{2\ell+1}\ ,\ 2s \text{ ímpar} \qquad (5.12)$$

onde foi utilizada a expressão (2.26) para a gravidade superficial que no caso particular de um buraco negro de Schwarzschild, é

$$\kappa = \frac{4\pi M}{A} \qquad (5.13)$$

Com a ajuda da (5.11), (5.12) e das aproximações, para o fator térmico de um buraco negro de Schwarzschild, dadas por

$$\frac{1}{\exp(2\pi\omega/\kappa) - 1} \sim \frac{1}{[1 + (2\pi\omega/\kappa)] - 1} = \frac{\kappa}{2\pi\omega} \qquad (5.14)$$

para bósons (2s par) e por

$$\frac{1}{\exp(2\pi\omega/\kappa) + 1} \sim \frac{1}{[1] + 1} = \frac{1}{2} \qquad (5.15)$$

para férmions (2s ímpar), podemos escrever sob uma única forma, a aproximação, para baixas frequências, do número esperado de partículas emitidas, por modo. Sendo portanto dada por

$$< N_{s\omega\ell mp} > = \frac{\beta}{2\pi} \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2\ell)!(2\ell+1)!!}\right]^2 (2M\omega)^{2\ell+1} \qquad (5.16)$$

onde $\begin{cases} \beta = 2 \text{ para bósons (2s par) e} \\ \beta = \pi \text{ para férmions (2s ímpar)} \end{cases}$

Substituindo a (5.16) em (5.5) obtemos a aproximação para a potência emitida, válida para baixas frequências,

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{\beta}{4\pi^2} \sum_{j,\ell,m,p} \left[\frac{(\ell-s)!(\ell+s)!}{(2s)!(2\ell+1)!!}\right]^2 \int (2M\omega)^{2\ell+1}\, \omega d\omega \qquad (5.17)$$

Contudo a expressão (5.17), válida para baixas frequências, perde sua validade antes que o espectro atinja o seu máximo. O método indicado para o problema, é o cálculo numérico. Utilizando-se deste método, Don N. Page calculou a probabilidade de emissão para três situações: 1- partículas sem massa emitidas por um buraco negro sem rotação [38]; 2- partículas sem massa emitidas por um buraco negro com rotação [39]; 3- léptons carregados emitidos por um buraco negro sem rotação [40]. Detalhes de como Don N. Page obteve o cálculo da constante de

absorção Γ pode ser obtido na referência [38] bem como nos trabalhos em que este se baseiam [37,41,42].

As partículas sem massa, principalmente os fótons, obterão o nosso maior interesse. O espectro para cada uma dessas partículas é mostrado na figura 5.1. A potência total integrada sobre as frequências para os principais modos estão na tabela 5.1.

Tanto o espectro da figura 5.1 como os dados da tabela 5.1 se referem a um buraco negro cuja emissão seja predominantemente de partículas sem massa. Esta condição é satisfeita para aqueles que possuem massa $M >> 10^{17}$ g. Nesta situação a composição dos tipos de partículas emitidas é

81,4% → ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$ (neutrinos e antineutrinos)
16,7% → fótons
1,9% → grávitons

A medida que consideramos buracos negros com massa menor do que 10^{17} g, as partículas mais pesadas passam a ter uma probabilidade maior de emissão. Para buracos negros com massa na região $5 \times 10^{14} << M << 10^{17}$ g a composição espectral será

45% → elétrons e pósitrons
45% → ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$ (neutrinos e antineutrinos)
9% → fótons
1% → grávitons

Para buracos negros com massas menores ainda, partículas mais massivas se tornarão cada vez mais importantes na emissão.

5.3 - O ESPECTRO DE UM GÁS DE BURACOS NEGROS DE SCHWARZSCHILD

Considere a seguinte situação. Um número grande de miniburacos negros constituindo um gás de baixa dendidade. Dessa forma as colisões entre os buracos negros não serão frequentes. Admitiremos inicialmente, que todos os buracos negros possuem a mesma massa. Os seguintes parâmetros determinarão o estado do gás

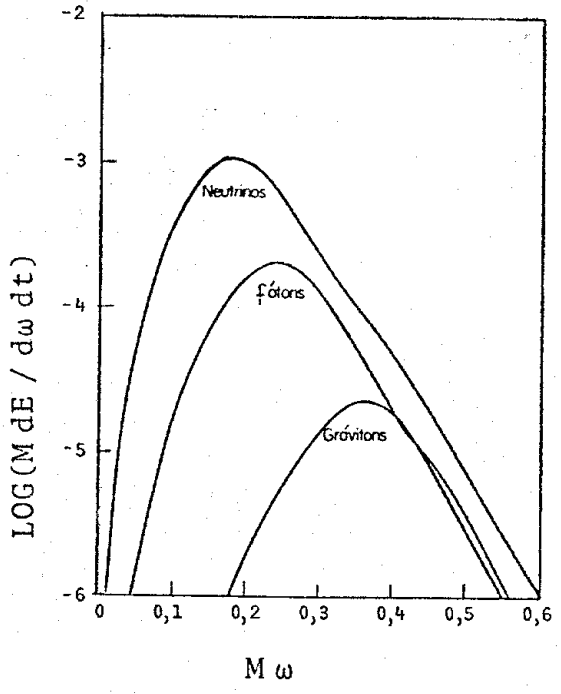


FIGURA - 5.1 Espectro de um buraco negro, obtido pela adição de todos modos angulares para os quatro tipos de neutrinos e para os dois estados de polarização dos fótons e grávitons. O modo angular mais baixo, $\ell=s$, dominam, mas os modos $\ell=s+1$ podem ser percebidos através de uma pequena "protuberância", no espectro para neutrinos em $M\omega \sim 0,4$ e no espectro de fótons em $M\omega \sim 0,5$.

TABELA 5.1

Taxas e potências emitidas nos modos angulares dominantes

	2s	2ℓ	ERRO ABSOLUTO	POTÊNCIA*
NEUTRINOS	1	1	10^{-8}	$1,575 \times 10^{-4}$
	1	3	10^{-8}	$0,060 \times 10^{-4}$
	1	5	10^{-9}	0.001×10^{-4}
FÓTONS	2	2	10^{-8}	$0,330 \times 10^{-4}$
	2	4	10^{-8}	$0,007 \times 10^{-4}$
	2	6	$10^{-9,4}$	$0,0001 \times 10^{-4}$
GRÁVITONS	4	4	10^{-8}	$0,038 \times 10^{-4}$
	4	6	$10^{-9,4}$	$0,0004 \times 10^{-4}$
Potência total para todos os modos = $2,011 \times 10^{-4}$				

* A potência é dada em unidades de $\hbar c^6 G^{-2} M^{-2} = 1,719 \times 10^{50} (M/g)^{-1} s^{-1}$ onde M é a massa do buraco negro.

V = volume
N_o = densidade numérica (partículas/volume)
m = massa da partícula
T_G = temperatura do gás

Neste modelo a massa m dos miniburacos negros será pequena o suficiente para que a emissão de Hawking não seja desprezível. Entretsnto ela deve ser grande o suficiente para que a emissão de partículas massivas não predomine demasiadamente sobre a emissão de partículas sem massa. A seguir calcularemos o espectro eletromagnético que um sistema assim constituído poderá produzir.

Colocaremos nosso referencial no centro do volume ocupado pelo gás. Devido a simetria do problema, adotaremos coordenadas esféricas (veja figura 5.2). O espectro calculado será o visto por um observador localizado sob o eixo Z e a uma distância do gás bem maior que as dimensões do mesmo.

Se os buracos negros estivessem parados ou se movendo com velocidade perpendicular ao eixo Z, o espectro emitido pelo gás seria equivalente ao de um único buraco negro, só que multiplicado pelo número de buracos negros. Entretanto sabemos que as partículas em um gás possuem uma distribuição de velocidades. Portanto devemos considerar o efeito Doppler produzido pelas diferenças de velocidades entre o observador em questão e os buracos negros. A modificação introduzida no espectro devido ao efeito Doppler depende da distribuição de velocidades do gás. No caso de baixas temperaturas*, a distribuição será a de Maxwell-Boltzmann. Para altas temperaturas, os buracos negros mover-se-ão a velocidades relativísti-

* Baixas temperaturas neste caso, significam temperaturas nas quais as partículas se movem com velocidades não-relativísticas. Por exemplo para um gás de partículas com massa de 10^{15} gramas, uma temperatura de 10^{50} K pode ser considerada, uma temperatura baixa

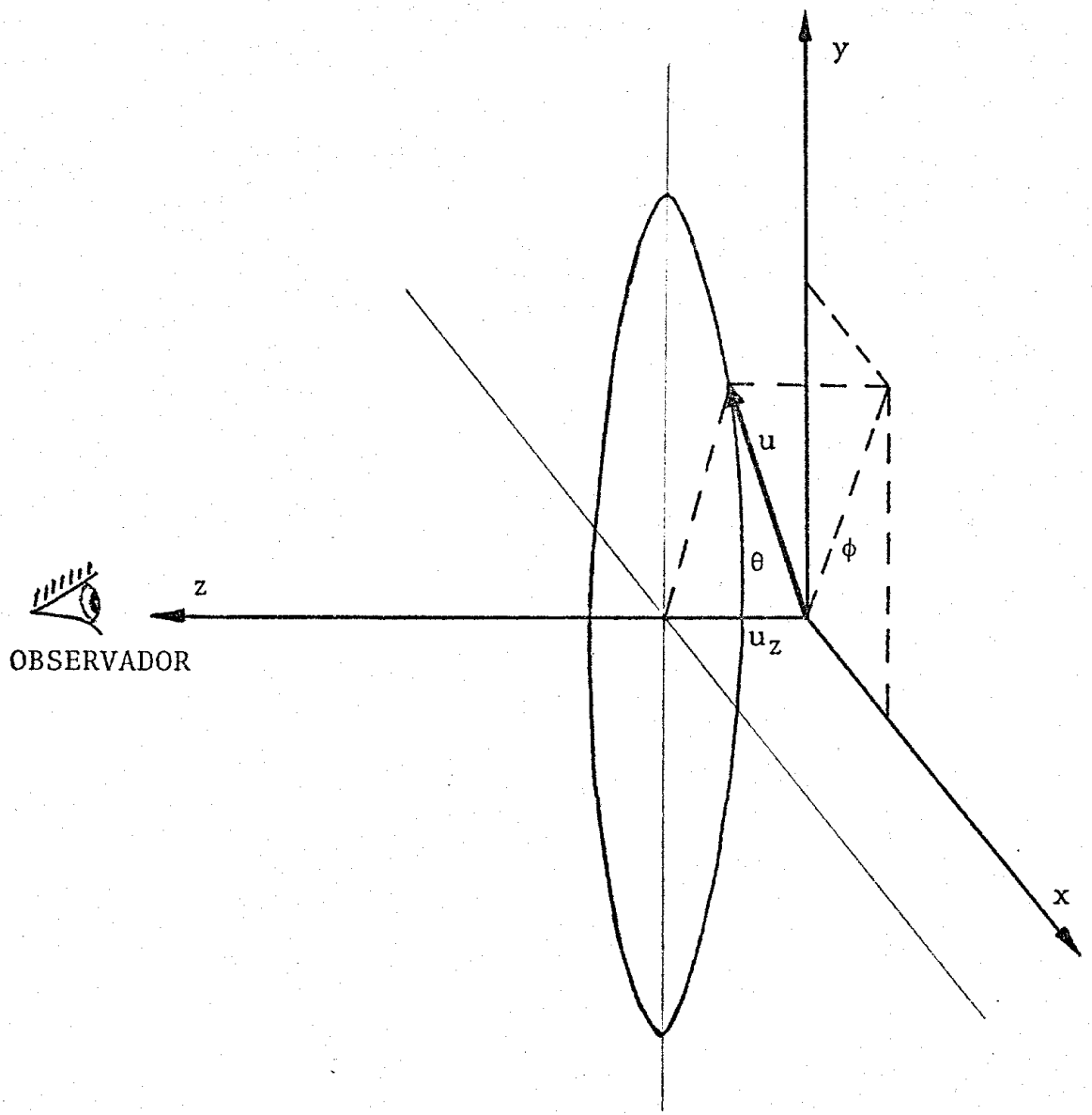


FIGURA - 5.2 Sistema de coordenadas localizado no centro do gás de buracos negros. Somente a componente u_z da velocidade de cada buraco negro será responsável pelo desvio de Doppler sofrido pela radiação emitida por ele.

cas e será necessário uma outra função de distribuição de velocidades. Synge, em seu livro "The Relativistic Gas" [43], fornece uma função distribuição de velocidades, válida em ambos os casos. Nesta função distribuição, o número de partículas com vetores velocidade com módulo entre [u, u + du] e posições angulares entre [ϕ, ϕ + dϕ] e [θ, θ + dθ) é

$$\eta du d\theta d\phi = \frac{N_0 V}{4\pi} \frac{m\xi}{K_2(m\xi)} \gamma^5 \exp(-m\xi\gamma) u^2 \operatorname{sen}\theta du d\theta d\phi \qquad (5.18)$$

onde

N_0 = densidade numérica do gás

V = volume ocupado pelo gás

m = massa da partícula

$\xi \equiv c^2/kT_G$ pode ser denominado de recíproco da temperatura, pois em unidades de Planck temos $\xi \equiv 1/T_G$, sendo T_G a temperatura do gás. Deve-se notar que $1/\xi$ tem dimensões de massa.

$\gamma \equiv (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ ou em unidades de Planck $\gamma \equiv (1 - u^2)^{-1/2}$

$K_2(x)$ = função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem 2, do argumento x.

A distribuição (5.18), para θ e ϕ fixos, é proporcional a $\gamma^5 u^2 \exp(-m\xi\gamma)$. Na figura 5.3 podemos ver as curvas que representam a variação desse fator em função da velocidade u, para alguns valores de $m\xi$. Como podemos observar do gráfico mostrado na figura 5.3, conforme aumentamos o produto $m\xi$, as partículas do gás movem-se a velocidades cada vez maiores. Para $m\xi$ = 100, a distribuição torna-se maxwelliana. Para $m\xi$ = 10 obtemos um distribuição que só a relatividade pode reproduzir. Enquanto que se tomarmos $m\xi$ = 1, obtemos uma situação ultrarelativística, onde grande parte das partículas possuem velocidades muito próximas da luz. A velocidade mais provável, ou seja, o máximo de cada curva pode ser obtido, impondo a condição

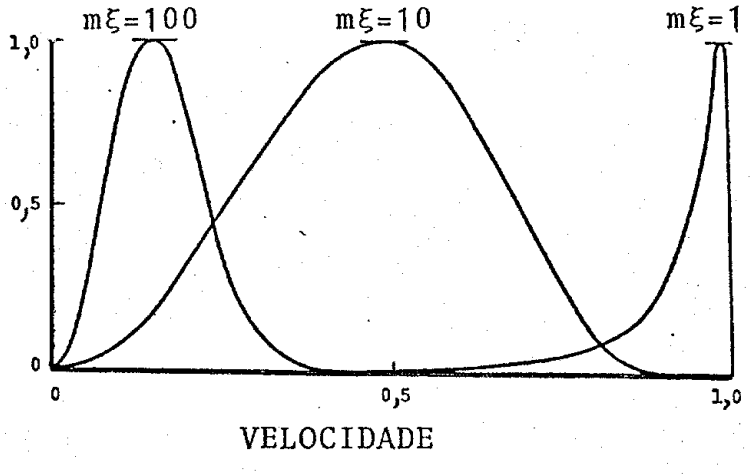


FIGURA - 5.3 Distribuição de velocidades para um gás simples, composto de partículas materiais. Na abscissa está representada a velocidade (c = 1) e a ordenada é proporcional a $\gamma^5 u^2 \exp(-m\gamma\xi)$, e portanto é proporcional ao número de partículas com velocidades no intervalo [u, u + du] para du fixo. Os gráficos estão desenhados para $m\xi$ = 100, 10 e 1, e estão normalizados fazendo-se o máximo igual a unidade em cada caso.

$$\frac{d}{du}\left[\gamma^5 u^2 \exp(-m\xi\gamma)\right] = 0 \qquad (5.19)$$

Se deixarmos a expressão (5.19) somente em função de γ, obtemos

$$\frac{d}{d\gamma}\left[(\gamma^5 - \gamma^3)\exp(-m\xi\gamma)\right] = 0 \qquad (5.20)$$

e efetuando a derivada, chegamos na equação cúbica em γ,

$$m\xi = \frac{5\gamma^2 - 3}{\gamma(\gamma^2 - 1)} \qquad (5.21)$$

Nos casos comentados acima, temos os seguintes valores para a velocidade mais provável u_p

$m\xi = 100$, $u_p = 0{,}143$
$m\xi = 10$, $u_p = 0{,}487$
$m\xi = 1$, $u_p = 0{,}980$

Para considerarmos o efeito Doppler sobre o espectro de cada buraco negro, devemos proceder da seguinte forma. Fazer uma contagem das partículas, na distribuição de velocidades, que possuem a mesma projeção da velocidade, sobre o eixo Z. Esse valor encontrado representa o número de buracos negros cujos espectros sofrerão o mesmo desvio Doppler.

Buracos negros que cuja velocidade possuem as mesmas coordenadas u e θ do espaço de velocidades, terão a mesma projeção u_Z sobre o eixo Z. Assim podemos integrar a (5.18) em ϕ,

$$\eta' du d\theta = \eta du d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \qquad (5.22)$$

$$= 2\pi\eta du d\theta$$

logo

$$\eta' du d\theta = \frac{N_o V}{2} \frac{m\xi}{K_2(m\xi)} \frac{u^2 \operatorname{sen}\theta}{(1-u^2)^{5/2}} \exp\left(-\frac{m\xi}{(1-u^2)^{1/2}}\right) du d\theta \qquad (5.23)$$

que fornece o número de partículas com velocidades nos intervalos $[\theta, \theta + d\theta]$ e $[u, u + du]$.

Um fóton com frequência ω_e, emitido por um buraco negro em movimento, terá uma frequência ω_o em relação ao observador no eixo Z, dada por

$$\omega_o = \left(\frac{1 + u_Z}{1 - u_Z}\right)^{1/2} \omega_e \qquad (5.24)$$

Fazendo a substituição $u_Z = u\cos\theta$, temos

$$\omega_o = \left(\frac{1 + u\cos\theta}{1 - u\cos\theta}\right)^{1/2} \omega_e \qquad (5.25)$$

que representa o deslocamento Doppler visto pelo observador sobre o eixo Z.

Seja $P_e(M, \omega)d\omega$ a função que fornece a potência da radiação eletromagnética emitida por um buraco negro de massa M e com frequências no intervalo $[\omega, \omega + d\omega]$. A função $P_o\omega\omega$ que fornecerá a potência recebida pelo observador no eixo-Z, é

$$P_o(M, u, \theta, \omega)\, d\omega = P_e(M, \omega_o) \qquad (5.26)$$

onde

$$\omega_o = [(1 + u\cos\theta)/(1 - u\cos\theta)]^{1/2}\omega$$

Portanto a distribuição da potência total será a soma das distribuições de cada buraco negro, ou seja

$$Pd\omega = \sum_{\substack{\text{todos os} \\ \text{buracos negros}}} P_e(M, \omega_o)d\omega \qquad (5.27)$$

sendo ω_o dado pela (5.25). Com o auxílio da (5.23) podemos substituir a somatória da (5.27) por integrais em u e θ. Assim temos

$$Pd\omega = \int_0^{\pi} \int_0^{1} \eta' P_e(M, \omega_o) du d\theta d\omega \qquad (5.28)$$

O produto $M P_e(M,\omega)$ representa a curva para fótons dada na figura 5.1. Como não temos uma função analítica para essa curva, aproximaremos a função por um polinômio. Para este fim foi feito um programa para o computador VAX-11, utilizando subprogramas da biblioteca NAG.

Como resultado mais conveniente, encontraremos um polinômio de grau 7, que pode ser representado por

$$F(M\omega) = \sum_{j=0}^{7} a_j (M\omega)^j \qquad (5.29)$$

onde os coeficientes são

$a_0 = -8{,}043380$

$a_1 = +67{,}00417$

$a_2 = -616{,}2407$

$a_3 = +4004{,}753$

$a_4 = -15778{,}10$

$a_5 = +34088{,}17$

$a_6 = -37294{,}38$

$a_7 = +16152{,}54$

As figuras 5.4 mostram o polinômio em escalas normais e logarítmicas além dos pontos retirados da curva original.

O polinômio $F(M\omega)$ representa a curva em escala logarítmica, logo podemos escrever

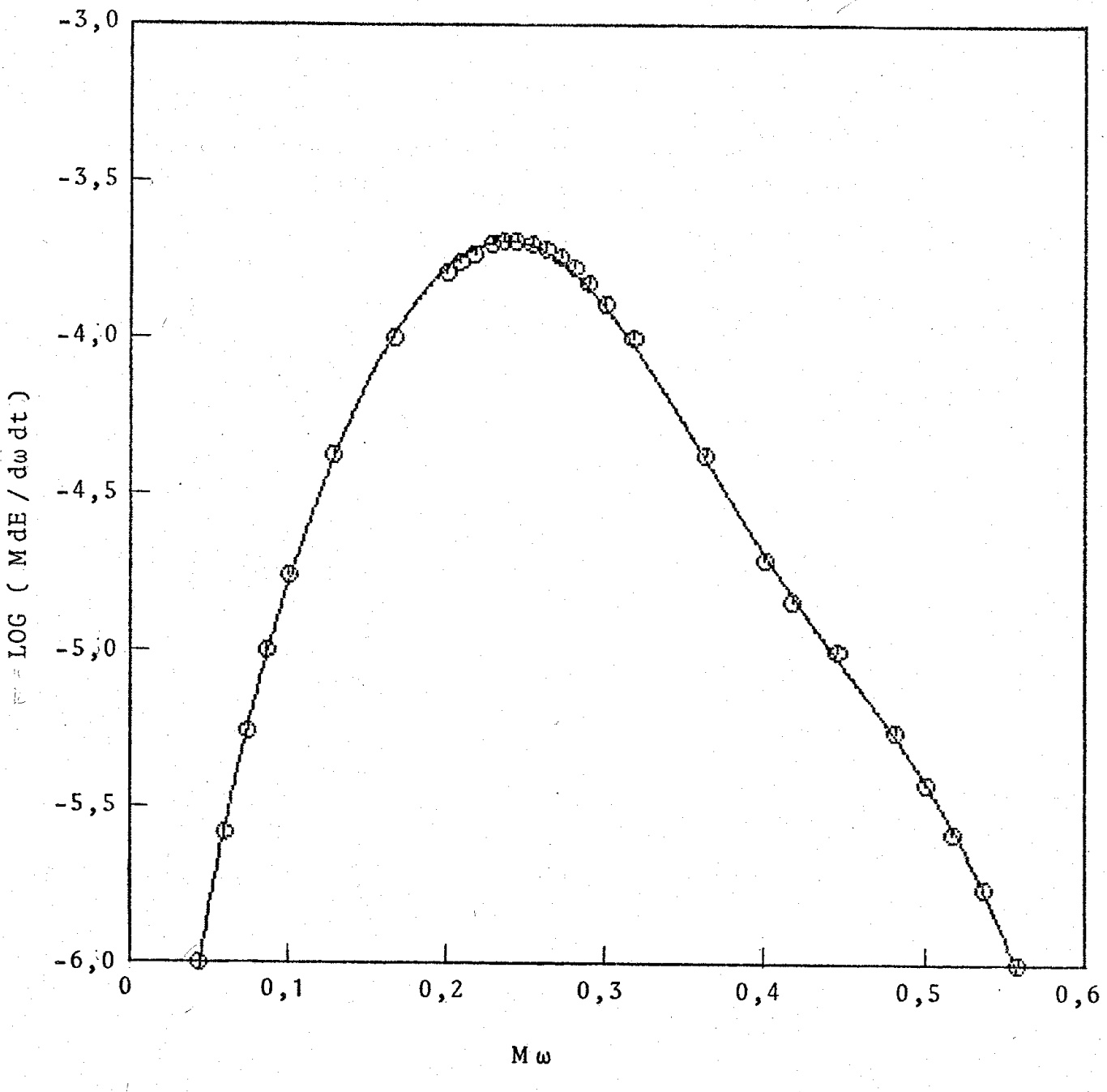


FIGURA - 5.4a Polinômio de grau 7 utilizado para interpolar o espectro eletromagnético de um buraco negro. Os pontos assinalados com círculos representam os valores retirados da curva original para fótons que está representada na figura 5.1.

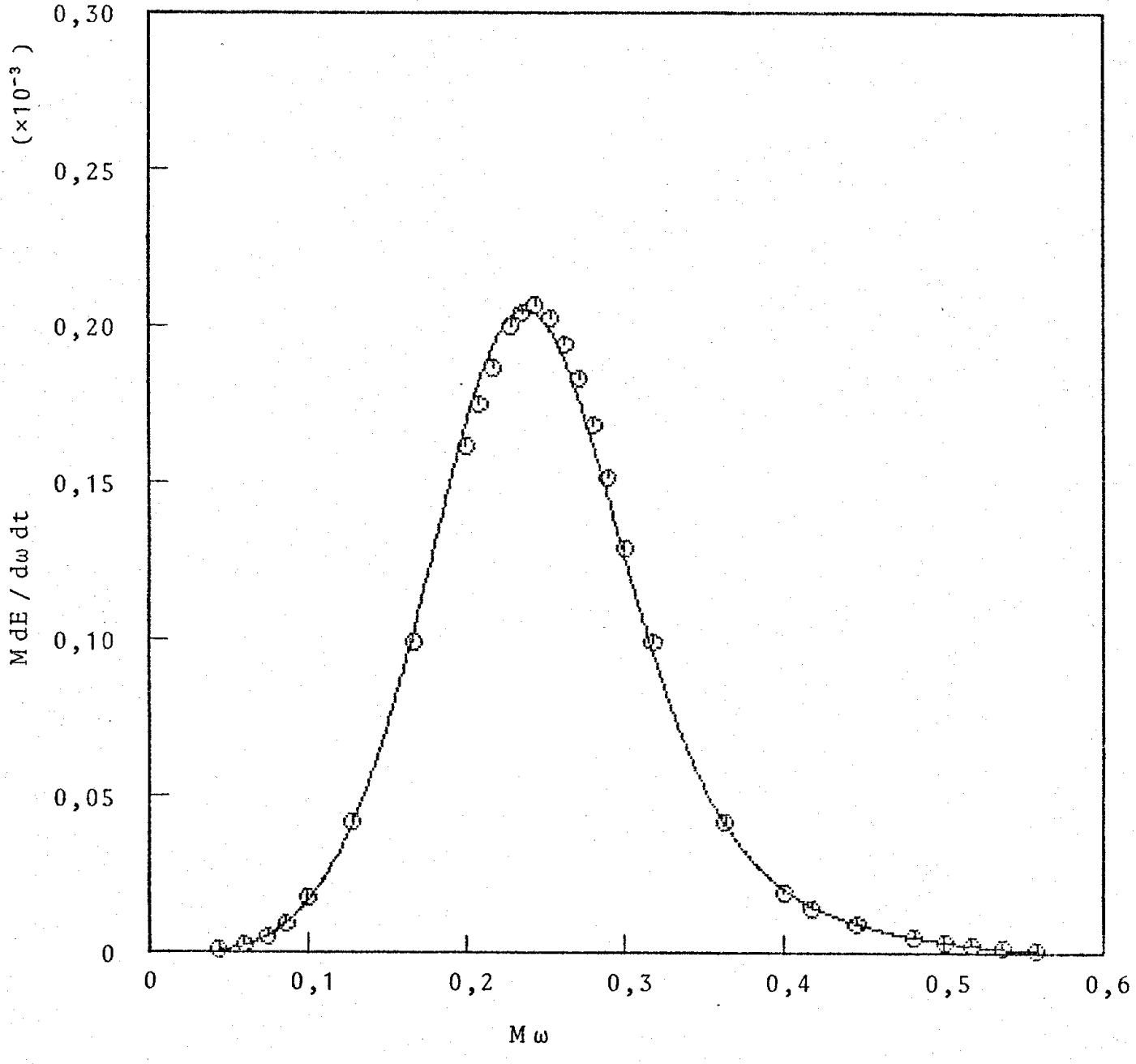


FIGURA - 5.4b Representação do polinômio mostrado na figura 5.4a com a diferença de que a ordenada está em escala normal em vez de escala logarítmica.

$$\log_{10}(MP_e) = F(M\omega) \tag{5.30}$$

ou

$$P_e(M, \omega) = \frac{10^{F(M\omega)}}{M} \tag{5.31}$$

Conhecemos agora todos os termos da expressão (5.28) que fornece o espectro contínuo de emissão de um gás relativístico de buracos negros. Substituindo a (5.31) e (5.23) na (5.28), temos

$$Pd\omega = \frac{N_0 V}{2} \frac{\xi}{K_2(M\xi)} \int_0^{\pi} \int_0^{1} \frac{u^2 \operatorname{sen}\theta}{(1-u^2)^{5/2}} \exp\left(- \frac{M\xi}{(1-u^2)^{1/2}} \right) \times$$

$$\times 10^{F(M\omega_0)} \, du d\theta d\omega \tag{5.32}$$

O produto N_0V representa o número total de buracos negros do gás. Assim podemos expressar a (5.32) na forma de potência por partícula, ou seja

$$P_p d\omega = \frac{P}{N_0 V} d\omega$$

$$= \frac{\xi}{2K_2(M\xi)} \int_0^{\pi} \int_0^{1} \frac{u^2 \operatorname{sen}\theta}{(1-u^2)^{5/2}} \exp\left(- \frac{M\xi}{(1-u^2)^{1/2}} \right) 10^{F(M\omega_0)} \, du d\theta d\omega$$

(5.33)

Em nossa hipótese inicial havíamos admitido que os buracos negros que compunham o gás possuíam todos a mesma massa. Contudo essa hipótese pode criar uma situação um tanto artificial. Desse modo, consideraremos a possibilidade do gás ser composto por buracos negros que possuem um espectro de massas dado pela

função g(M). Assim se N_p for o número total de buracos negros, o número deles que possuem massas no intervalo [M, M + dM] será dado por $N_p\, g(M)\, dM$. A relação (5.33) pode então ser generalizada para

$$P_p d\omega = \frac{\xi}{2} \int_0^{\infty} \frac{g(M)}{K_2(M\xi)} \int_0^{\pi} \int_0^{1} \frac{u^2 \operatorname{sen}\theta}{(1-u^2)^{5/2}} \exp\left(-\frac{M\xi}{(1-u^2)^{1/2}}\right) \times$$

$$\times\ 10^{F(M\omega_0)}\, du\, d\theta\, dM\, d\omega \qquad (5.34)$$

Conhecendo-se a distribuição de massa que possuem os buracos negros que compõem o gás, a expressão (5.34) fornecerá a distribuição espectral da radiação de Hawking emitida pelo sistema.

Na seção seguinte mostraremos a integração numérica das expressões (5.33) e (5.34) e uma tentativa de explicar o espectro contínuo do quasar 3C 273, através deste modelo.

5.4 - COMPARAÇÃO DO ESPECTRO DO 3C 273 COM A PREVISÃO DO MGBN

A equação (5.33), encontrada na seção anterior, fornece-nos o espectro de emissão de Hawking de um gás de buracos negros de mesma massa. Devido a dificuldade natural de resolvermos essas integrais, utilizaremos integração numérica.

Na figura 5.5 podemos ver três curvas que representam o produto $M \times P_p$ em função do produto $M\omega$ para os casos: não relativístico, relativístico e ultra-relativístico. Como já era esperado, o efeito Doppler causa um alargamento do espectro, principalmente se as velocidades dos buracos negros se aproximam da velocidade da luz.

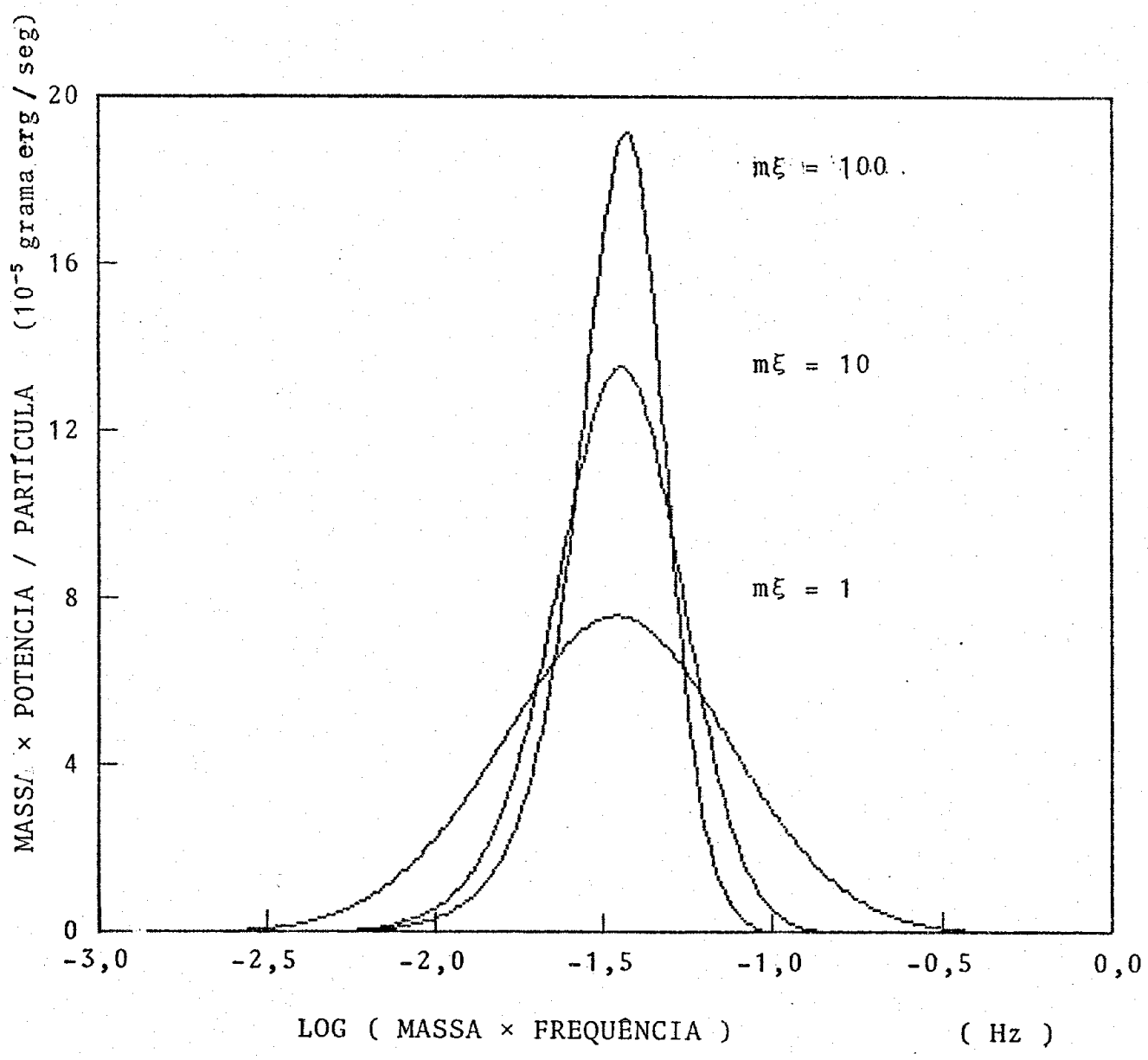


FIGURA - 5.5 O espectro de um gás de buracos negros de massa m e temperatura $1/\xi$, emitindo radiação de Hawking. São mostrados três casos: 1- não relativístico ($m\xi = 100$); 2- relativístico ($m\xi = 10$); 3- ultra-relativístico ($m\xi = 1$).

Um modelo baseado em um gás de buracos negros de uma só massa não seria capaz de explicar o espectro conhecido do quasar 3C 273. Este fato pode ser observado se compararmos a figura 3.7 com a figura 5.5. No modelo do gás de buracos negros com uma só massa, temos um espectro com uma largura de menos de três ordens de grandeza na frequência. Além de incapaz de reproduzir o espectro do 3C 273, admitir buracos negros com uma só massa seria difícil de se admitir como uma hipótese real.

Para tentarmos reproduzir o espectro 3C 273, necessitaremos da equação (5.34). Precisaremos também encontrar uma função g(M) conveniente.

Como vimos no capítulo 3, o espectro do 3C 273 pode ser aproximado por uma lei de potência do tipo ν^{-1} onde ν representa a frequência de emissão. Isto significa que quando diminuímos de uma ordem de grandeza a frequência, a potência de emissão deve aumentar de uma ordem de grandeza. Também podemos observar na figura 5.5 que quando a massa aumenta de uma ordem de grandeza, a potência e a frequência diminuem de uma ordem de grandeza. Assim para termos um espectro proporcional a ν^{-1} devemos ter um espectro de massa do tipo

$$g(M) \alpha M^2 \qquad (5.35)$$

Obviamente devemos impor limites para esse espectro. Carr em seu artigo [17], refere-se a massa de 10^{15} g como uma das possibilidades para a massa inicial de uma distribuição de massa de buracos negros primordiais. Como uma massa dessa ordem daria uma emissão de Hawking na região dos raios gama, ela nos parece conveniente como limite inferior. Para o limite superior será colocada inicialmente a massa de 10^{29} g, que nos forneceria uma emissão na região do rádio. Assim os buracos negros no nosso gás terão uma distribuição de massa dada por

$$g(M) \alpha M^2 \quad \text{para } 10^{15}\,g \leq M \leq 10^{29}\,g$$

Estamos aogra aptos a resolver numericamente a equação (5.34).

Como resultado obtivemos a curva da figura 5.6. Nela podemos ver o espectro proporcional a ν^{-1} que se ajusta aproximadamente ao espectro do 3C 273. A curva da figura 5.6 mostra a potência por partícula. Logo o número de partículas será encontrada de forma a ajustar-se com a potência do 3C 273. Da comparação das figuras 3.7 e 5.6 e levando em conta que a distância do 3C 273 é de 900 Mpc, chegamos a conclusão que o número de partículas é da ordem de 10^{56}.

Será conveniente fazermos uma análise do resultado que acabamos de obter. Como o espectro de massa dos buracos negros varia com M^2 e o volume de um buraco negro varia com M^3, o volume total ocupado pelos buracos negros será

$$\text{Volume} = 10^{56} \times \frac{4}{3} \pi R_G^3$$

que para $M = 10^{29}$ g será da ordem de $10^{60}\,cm^3$. Isto representa um volume $\sim 10^5$ vezes maior que o volume calculado pelas variações do espectro dos quasares. Obviamente mesmo que o quasar tivesse o volume de $10^{60}\,cm^3$, o sistema nunca se comportaria como um gás, pois as partículas estariam em contato entre si. Teremos portanto que diminuir o nosso limite superior para o espectro de massa dos buracos negros. Adotaremos 10^{25} g para esse limite, que dará uma emissão de Hawking na região de infravermelho longínquo. A curva originada por esse novo limite, está na figura 5.7. No ajuste da potência total, necessitaremos de aproximadamente 10^{51} partículas (buracos negros). Neste caso o volume total ocupado pelos buracos negros será

$$\text{Volume} = 10^{51} \times \frac{4}{3} \pi R_G^3 \sim 10^{43}\ cm^3$$

Como o volume estimado para os quasares como o 3C 273 é da ordem de $1\,pc^3 \sim 10^{55}\,cm^3$, os buracos negros ocupam apenas 10^{-12} do volume estimado para o quasar. Portanto o sistema pode ser considerado como um gás rarefeito, como admitimos no início.

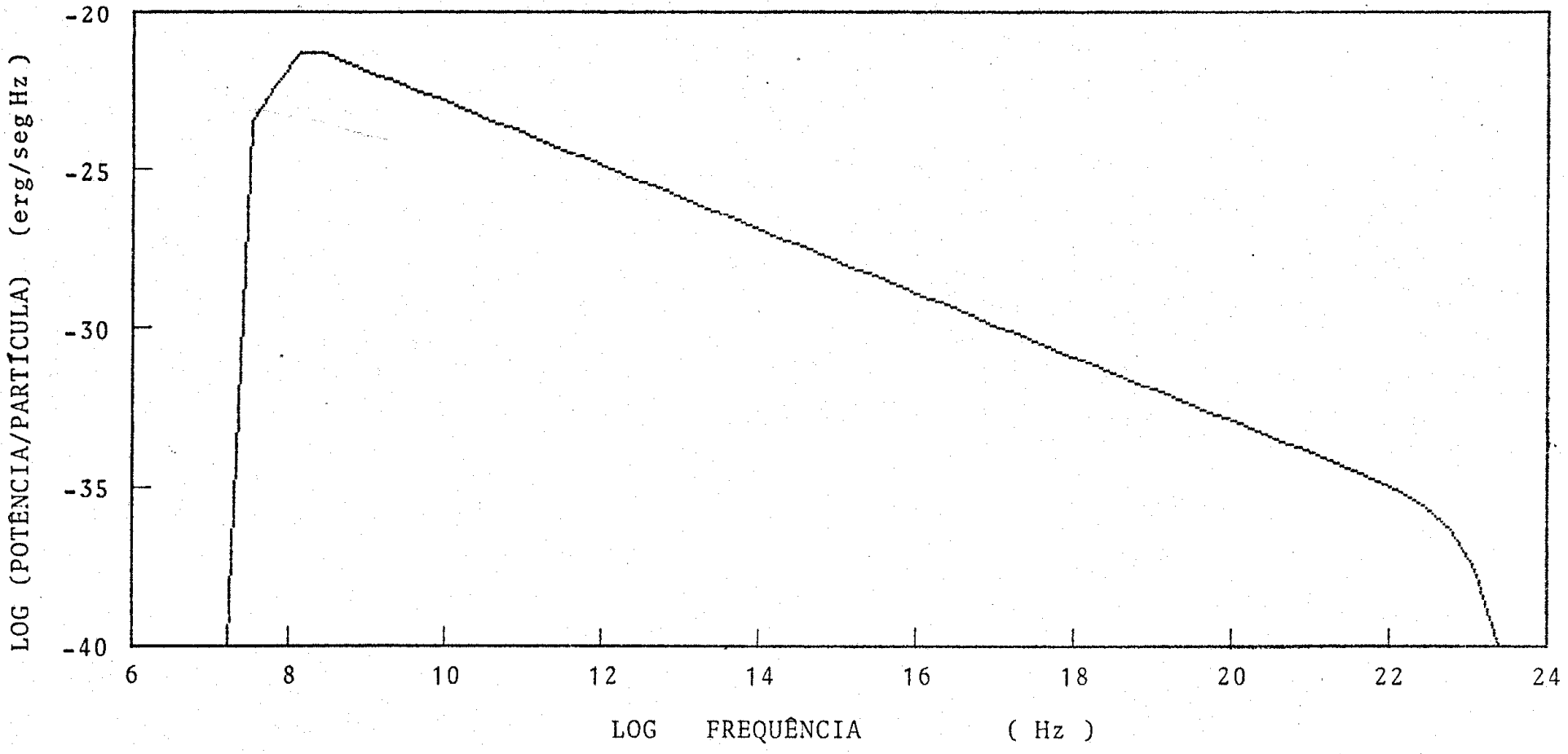


FIGURA - 5.6 O espectro de um gás de buracos negros emitindo radiação de Hawking. Os buracos negros que formam o gás possuem uma distribuição de massa proporcional ao quadrado de sua massa, possuindo o limite inferior de 10^{15} gramas e limite superior de 10^{29} gramas.

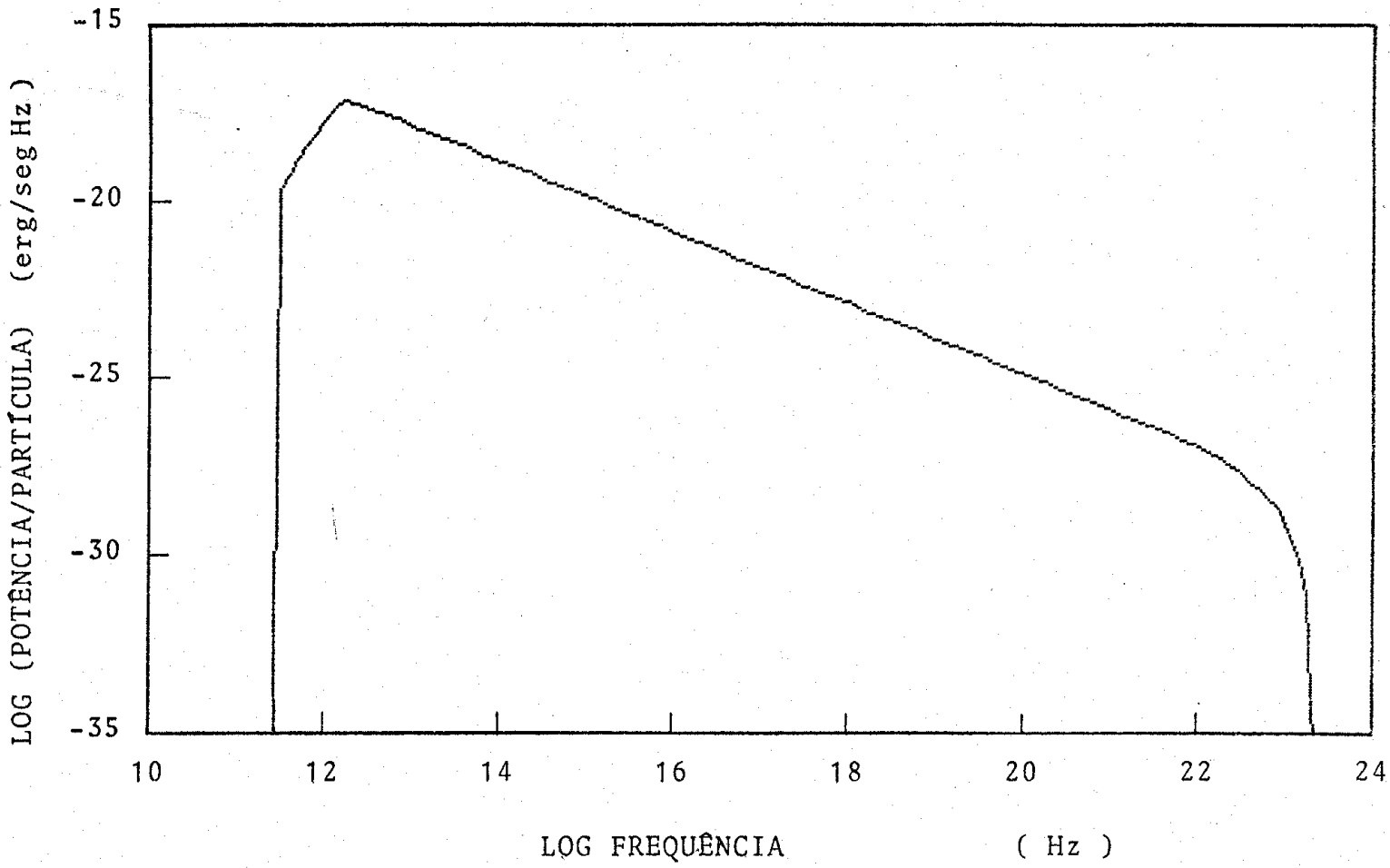


FIGURA - 5.7 O espectro de um gás de buracos negros emitindo radiação de Hawking. Os buracos possuem uma distribuição de massa proporcional ao quadrado de sua massa, possuindo o limite inferior de 10^{15} gramas e limite superior de 10^{25} gramas.

CAPÍTULO - 6

CONCLUSÃO

O modelo desenvolvido aqui, explica a energia total observada nos quasares. Também conseguimos reproduzir a forma geral do espectro eletromagnético contínuo no caso do quasar 3C 273. Na forma simplificada que utilizamos o modelo, não explicamos o excesso de radiação acima da lei de potência. Além disso para reproduzirmos a potência emitida em radiofrequências, o modelo do gás de buracos negros torna-se fisicamente impossível devido ao tamanho muito grande das partículas (buracos negros). Contudo o modelo pode ser ampliado e utilizar o mecanismo tradicional para a radioemissão, ou seja, a radiação de sincrotron. Esta hipótese tem apoio no fato de que da região de radiofrequências para o infravermelho, o espectro do 3C 273 tem uma mudança da lei de potência. Isto é o espectro deixa de variar com $\nu^{-0,5}$ e passa a variar com ν^{-1}.

Obviamente os quasares não podem ser compostos unicamente de gás de buracos negros, pois não teríamos como explicar as linhas de emissão e absorção. Portanto o modelo completo deve ser um gás de buracos negros no centro de um disco galáctico. Este disco seria o responsável pelas linhas e possivelmente até produzir uma componente térmica no espectro contínuo, como tradicionalmente é previsto pelos modelos clássicos.

APÊNDICE - A

CONSTANTES ÚTEIS

TABELA A.1

Constantes fundamentais

CONSTANTE	SÍMBOLO	VALOR NUMÉRICO (CGS)
constante gravitacional	G	$6{,}673 \times 10^{-8}\ cm^3/g\ seg^2$
velocidade da luz	c	$2{,}99792 \times 10^{10}\ cm/seg$
constante de Planck reduzida	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}05459 \times 10^{-27} gcm^2/seg$
carga fundamental	e	$4{,}80325 \times 10^{-10} (gcm^3/seg^2)^{1/2}$
massa de repouso do elétron	m_e	$9{,}10956 \times 10^{-28} g$
massa de repouso do próton	m_p	$1{,}67261 \times 10^{-24} g$
raio clássico do elétron	$r_o = e^2/m_e c^2$	$2{,}81794 \times 10^{-13} cm$
constante de Boltzmann	k	$1{,}38066 \times 10^{-16} erg/^0K$
constante de Stefan-Boltazmann	σ	$5{,}67032 \times 10^{-5}\ g/seg^3\ ^0K^4$

TABELA A.2

Constantes de interesse astrofísico

CONSTANTES	SÍMBOLO	VALOR NUMÉRICO
massa do sol	$M_\odot$	$1,99 \times 10^{33}$ g
raio do sol	$R_\odot$	$6,96 \times 10^{10}$ cm
luminosidade do sol	$L_\odot$	$3,90 \times 10^{33}$ erg/seg
massa da Via-Láctea	M_G	$3,58 \times 10^{44}$ g = $1,8 \times 10^{11}$ $M_\odot$
diâmetro da Via-Láctea	D_G	30 a 50 Kpc
constante de Hubble	H	$\sim$ 55 Km/seg Mpc
densidade do sol	$\rho_\odot$	1,41 g/cm^3

TABELA A.3

Fatores de Conversão

1 eV	1,6022	$\times 10^{-12}$ ergs
1 ano-luz	0,94605	$\times 10^{18}$ cm
1 parsec	3,0856	$\times 10^{18}$ cm
1 parsec	3,2616	anos-luz
1 ano	3,1557	$\times 10^{7}$ seg
1 Jy	10^{23} erg cm^{-2} seg^{-1} Hz^{-1}	

APÊNDICE - B

UNIDADES DE PLANCK

O sistema de unidades de Planck, é obtido fazendo as constantes

$$G = c = \hbar = k = 1 \qquad (B-1)$$

onde

- $G \equiv$ constante da gravitação universal
- $c \equiv$ velocidade da luz no vácuo
- $\hbar \equiv$ constante de Planck reduzida ($\hbar = h/2\pi$)
- $k \equiv$ constante de Boltzmann

Todas as grandezas podem ser expressas em termos da massa, comprimento, tempo e temperatura de Planck. A tabela B-1 mostra as unidades fundamentais e derivadas, bem como suas conversões para o sistema CGS.

Suponha uma relação expressa de forma literal em unidades de Planck e desejamos converte-la recolocando as constantes nos seus devidos lugares. Para isso devemos multiplicar e/ou dividir pelas expressões literais das grandezas fundamentais que formam a relação. Através desse procedimento a relação torna-se dimensionalmente acertada. Um exemplo poderá esclarecer melhor está questão: Admita que desejamos obter a expressão original para o raio de Schwarschild, a partir de sua expressão em unidades de Planck. Neste sistema o raio de Schwarzschild é

$$r = 2M \qquad (B-2)$$

O termo da direita tem dimensões de massa. Assim o primeiro passo será dividir esse termo pela massa de Planck para torná-lo a dimensional, resultando em

$$r = \frac{2\,M}{(\hbar c/G)^{1/2}} \qquad (B-3)$$

TABELA B-1

Conversão: Unidades de Planck - CGS

GRANDEZA	EXPRESSÃO LITERAL	VALOR NO CGS
massa de Planck	$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2}$	$2{,}18 \times 10^{-5}$ g
comprimento de Planck	$\left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2}$	$1{,}62 \times 10^{33}$ cm
tempo de Planck	$\left(\frac{\hbar G}{c^5}\right)^{1/2}$	$5{,}39 \times 10^{-44}$ seg
temperatura de Planck	$\left(\frac{\hbar c^5}{G}\right)^{1/2} \times \frac{1}{k}$	$1{,}42 \times 10^{32}$ °K
energia de Planck	$\left(\frac{\hbar c^5}{G}\right)^{1/2}$	$1{,}96 \times 10^{16}$ erg
potência de Planck	$\frac{c^5}{G}$	$3{,}63 \times 10^{59}$ $\frac{\text{erg}}{\text{seg}}$
carga de Planck	$[\hbar c]^{1/2}$	$5{,}62 \times 10^{-9}$ esu
área de Planck	$\frac{\hbar G}{c^3}$	$2{,}62 \times 10^{66}$ cm²
aceleração de Planck	$\left(\frac{c^7}{G\hbar}\right)^{1/2}$	$5{,}56 \times 10^{53}$ cm/seg²

A seguir multiplicaremos o segundo termo pelo comprimento de Planck, pois r é um comprimento, obtendo

$$r = \frac{2M}{(\hbar c/G)^{1/2}} (\hbar G/c^3)^{1/2} \qquad \text{(B-4)}$$

$$= 2\frac{MG}{c^2} \qquad \text{(B-5)}$$

A expressão acima está pronta para ser utilizada em sistemas comuns como o CGS por exemplo.

APÊNDICE - C

SISTEMAS DE COORDENADAS

1- Coordenadas de Schwarzschild

No sistema de Schwarzschild, o elemento de linha para um sistema esférico, tem a forma

$$ds^2 = - e^{2\Phi} dt^2 + e^{2\Lambda} dr^2 + r^2(d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2) \qquad (C-1)$$

com as funções $\Phi(t, r)$ e $\Lambda(t, r)$ a serem determinadas pelo sistema em questão. No caso estático temos

$$\Phi = \Phi(r) \qquad (C-2)$$

$$\Lambda = \Lambda(r) \qquad (C-3)$$

Os nomes t, r, θ, ϕ para as coordenadas de Schwarzschild fornecem um dispositivo mnemônico mostrando o conteúdo geométrico das coordenadas. Assim r foi escolhido para representar a coordenada radial, t a coordenada temporal e os nomes θ, ϕ são justificados pelo fato de que em cada superfície bidimensional de r e t constantes, a distância entre dois eventos próximos é dada por

$$ds^2 = r^2 d\Omega^2 \qquad (C-4)$$

para

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2 \qquad (C-5)$$

Como as coordenadas padrão θ, ϕ em uma esfera de raio r.

No caso da região exterior a uma estrela esférica, ou de um buraco negro sem carga e momento angular, a geometria do espaço-tempo pode ser representada por

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{(1-2M/r)} + r^2(d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2) \qquad (C-6)$$

onde foi feito

$$\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln(1-2M/r) \tag{C-7}$$

e

$$\Lambda(r) = -\frac{1}{2} \ln(1-2M/r) \tag{C-8}$$

2- Coordenadas de Boyer-Lindquist

Este sistema de coordenadas é uma generalização das de Schwarzschild, tendo t, r, θ, ϕ os mesmos significados. Contudo este sistema permite a descrição de sistemas sem simetria esférica. Como exemplo a métrica para um buraco negro de massa M, carga Q, momento angular $\vec{L}$ e que gira na direção ϕ, é

$$ds^2 = -(\Delta/\rho^2)[dt - a\,\mathrm{sen}^2\theta d\phi]^2 + (\mathrm{sen}^2\theta/\rho^2) \times$$
$$[(r^2 + a^2)\,d\phi - a dt]^2 + (\rho^2/\Delta)dr^2 + \rho^2 d\theta^2 \tag{C-9}$$

onde

$$a \equiv \frac{L}{M} \tag{C-10}$$

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2 \tag{C-11}$$

$$\rho^2 \equiv r^2 + a^2\cos^2\theta \tag{C-12}$$

Como podemos observar os coeficinetes métricos neste sistema são independentes de t e ϕ.

Para um buraco negro sem momento angular, as coordenadas de Schwarzschild apresentam singularidades no horizonte ($r_G \equiv 2M$). Por exemplo, uma partícula necessita de um tempo infinito ($t \to \infty$) para cair através do horizonte ($r \to 2M$). No caso de um buraco negro com rotação, as coordenadas de Boyer Lindquist também são singulares no horizonte ($r_+ \equiv M + \sqrt{M^2 - Q^2 - a^2}$). Assim quando uma partícula cai em direção ao horizonte $r \to r_+$ temos $t \to \infty$ além de $\phi \to \infty$. Essas

singularidades podem ser eliminadas nos sistemas de coordenadas descritos a seguir.

3- Coordenadas de Kerr

Para removermos as singularidades apresentadas pelos sistemas anteriores, vamos trocar t pela coordenada $\bar{V}$ e ϕ pela coordenada angular $\tilde{\phi}$, definidas de forma que

$$d\bar{V} = dt + (r^2+a^2)\,(dr/\Delta) \qquad \text{(C-13)}$$

$$d\tilde{\phi} = d\phi + a(dr/\Delta) \qquad \text{(C-14)}$$

Com as coordenadas de Kerr, $\bar{V}$, r, θ, $\tilde{\phi}$, a geometria do espaço-tempo nas proximidades de um buraco negro com massa M, carga Q e momento angular $\vec{L}$ é

$$ds^2 = -\,[1-\rho^{-2}\,(2Mr-Q^2)]\,d\bar{V}^2 + 2drd\bar{V} + \rho^2 d\theta^2 +$$

$$+\,\rho^{-2}\,[(r^2+a^2)^2 - \Delta a^2 \operatorname{sen}^2\theta]\,\operatorname{sen}^2\theta d\tilde{\phi}^2 - 2a\operatorname{sen}^2\theta d\tilde{\phi}dr \qquad \text{(C-15)}$$

$$-\,2a\rho^{-2}\,(2Mr-Q^2)\,\operatorname{sen}^2\theta d\tilde{\phi}d\bar{V}$$

sendo a, ρ, Δ definidos pelas relações (C-10), (C-11) e (C-12).

Como podemos observar em coordenadas de Kerr, os coeficientes métricos são independentes de $\bar{V}$ e $\tilde{\phi}$, sendo então a geometria do espaço-tempo, estacionária e axialmente simétrica.

APÊNDICE - D

MAGNITUDE E LUMINOSIDADE

A magnitude aparente m_1 de um corpo está relacionada com a magnitude m_2 de outro corpo, pela equação

$$m_1 - m_2 = -2{,}50 \log_{10}\left(\frac{f_1}{f_2}\right) \qquad (D\text{-}1)$$

onde f é o fluxo de energia recebido no ponto de observação devido ao respectivo corpo.

A magnitude absoluta M é definida pela equação

$$m - M = 5 \log_{10} D - 5 \qquad (D\text{-}2)$$

onde D é a distância do objeto em parsecs. Note que a magnitude absoluta coincide com a aparente a uma distância de 10 parsecs.

Na prática, a energia recebida de um objeto é medida sobre uma banda de comprimentos de onda finita. Assim as magnitudes são designadas por um sub-índice que indica o comprimento de onda central do filtro utilizado. Assim temos os seguintes exemplos:

m_R	..... (red)	6800 A°
m_V	..... (visual)	5550 A°
m_{pg}	..... (photografic)	4300 A°
m_B	..... (blue)	4350 A°
m_U	..... (ultraviolet)	3500 A°

Para expressarmos magnitudes de objetos, geralmente utilizamos o sol como referência. Assim foram adotados os seguintes valores

$$m_{V\odot} = -26,77$$

$$m_{V\odot} = 4,79 \qquad \text{(D-3)}$$

Vamos agora calcular a relação entre a luminosidade e magnitude absoluta. Da equação (D-1) tiramos que

$$\frac{f_1}{f_2} = 10^{0,4(m_2-m_1)} \qquad \text{(D-4)}$$

Substituindo as magnitudes aparentes pelas absolutas com auxílio da equação (D-2), temos

$$\frac{f_1}{f_2} = 10^{0,4(M_2+ 5\log_{10} D_2 - 5 - M_1 - 5\log_{10} D_1 + 5)}$$

$$= 10^{0,4(M_2-M_1)} \frac{D_2^2}{D_1^2} \qquad \text{(D-5)}$$

O fluxo de energia e a luminosidade estão relacionados por

$$f = \frac{L}{4\pi D^2} \qquad \text{(D-6)}$$

onde D novamente é a distância entre o objeto emissor e o ponto de observação. Com a relação (D-6) vamos expressar (D-5) em termos de luminosidade

$$\frac{L_1}{L_2} \frac{4\pi D_2^2}{4\pi D_1^2} = 10^{0,4(M_2-M_1)} \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = 10^{0,4(M_2-M_1)} \qquad \text{(D-7)}$$

Se o corpo 2 de referência for o sol, podemos usar as relações (D-3), logo

$$L = L_{\odot}\ 10^{0,4\,(M_{V\odot} - M_V)}$$

(D-8)

$$= 10^{0,4\,(4,79 - M_V)} L_{\odot}$$

Deve-se observar que essa luminosidade é devido a uma faixa de comprimentos de onda centrado no amarelo (5550 A^0).

APÊNDICE - E

LIMITE DE EDDINGTON

Em um processo de acréscimo de massa por uma estrela ou qualquer outro objeto massivo, uma partícula ganha energia cinética ao perder potencial quando "cai" em relação a esse objeto. Através da ação de alguma força viscosa essa energia, ou parte dela, é transformada em energia radiante. Assim partículas caindo em direção ao objeto central sofrem espalhamento pela radiação gerada dessa forma.

A força média que as ondas eletromagnéticas exercem sobre um elétron é

$$\bar{F}_{rad} = \sigma_T \bar{U}$$

onde

$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m_e^2 c^4}$ (seção de choque clássica para espalhamento de Thomson)

$\bar{U}$ = densidade média de energia.

Tanto a força de radiação quanto a gravitacional são diferentes para elétrons e prótons. Assim as cargas tenderão a se separarem, o que fará com que apareça um campo elétrico induzido se opondo a separação (veja figura E.1).

A força total que age sobre o próton (F_p) e sobre o elétron (F_e) são

$$F_e = \frac{GMm_e}{r^2} - \sigma_T \bar{U} - eE$$

$$F_p = \frac{GMm_p}{r^2} - \sigma_p \bar{U} + eE$$

onde os termos a direita representam respectivamente a força gravitacional, a força de radiação e a força elétrica induzida.

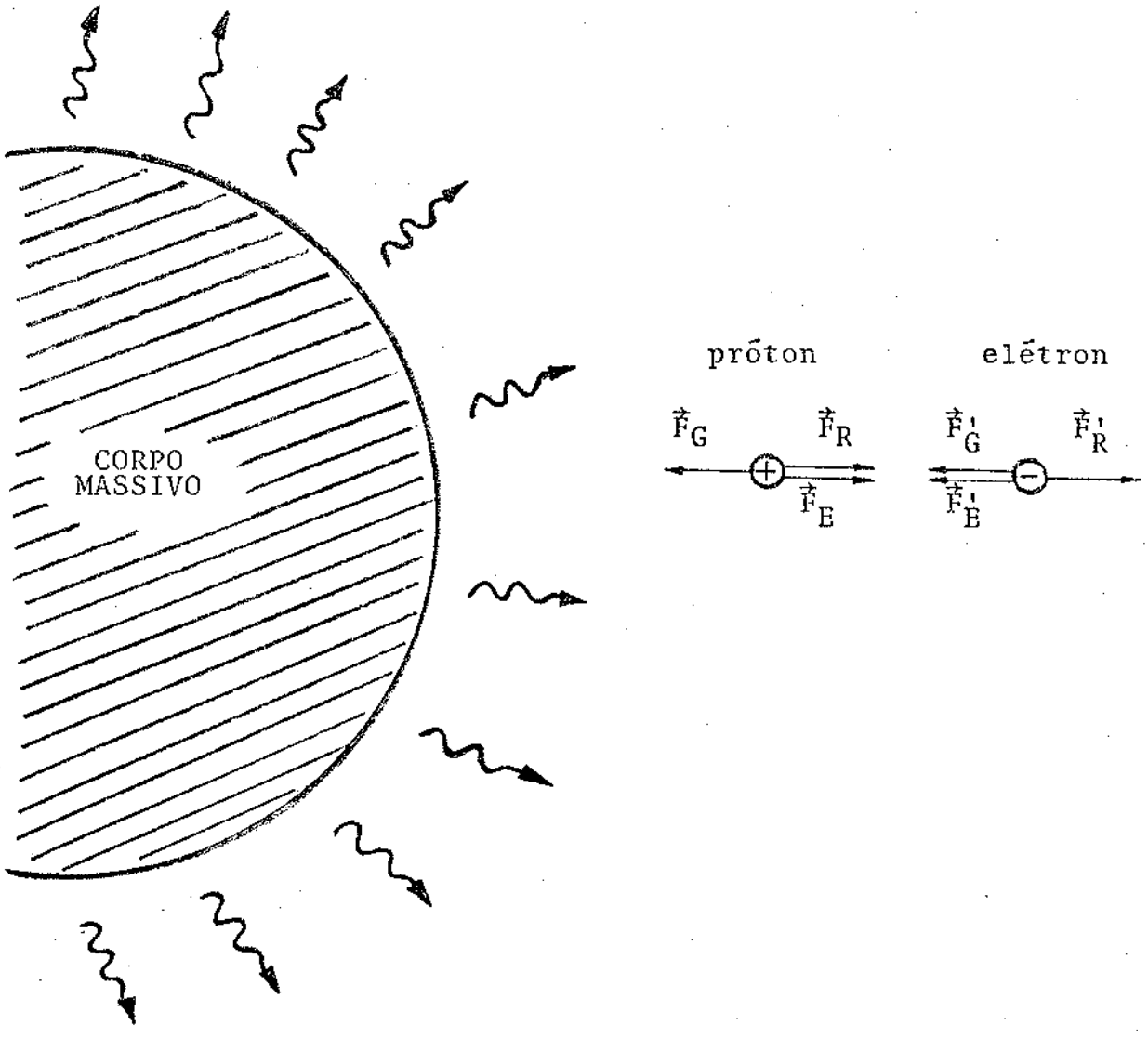


FIGURA - E.1 Estão representadas as forças que atuam no sistema próton-elétron, nas proximidades de um objeto massivo que está emitindo radiação eletromagnética. F_G representa a força gravitacional, F_R a força da radiação e F_E a força elétrica induzida.

A seção de choque clássica para o próton é

$$\sigma_p = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m_p^2 c^4} = \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^2 \sigma_T$$

O sistema elétron-próton chegará rapidamente a uma situação de equilíbrio de forma que a força total que atua sobre o próton é igual a que atua sobre o elétron. Impondo a condição de equilíbrio $F_e = F_p$ podemos calcular o campo elétrico induzido

$$\frac{GMm_e}{r^2} = \sigma_T \bar{U} - eE = \frac{GMm_p}{r^2} - \sigma_T \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \bar{U} + Ee$$

$$eE_i = - \frac{GMm_p}{r^2} \left(1 - \frac{m_e}{m_p}\right) - \sigma_T \bar{U} \left(1 - \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2\right)$$

Mas $\frac{m_e}{m_p} << 1$, logo

$$eE = - \frac{1}{2} \left(\frac{GMm_p}{r^2} + \sigma_T \bar{U}\right)$$

Substituindo esse resultado na expressão da força total sobre o próton

$$F_p = \frac{GMm_p}{r^2} - \sigma_T \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \bar{U} - \frac{1}{2} \left(\frac{GMm_p}{r^2} + \sigma_T \bar{U}\right)$$

$$F_p = \frac{1}{2} \frac{GMm_p}{r^2} - \frac{\sigma_T \bar{U}}{2} \left(2 \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 + 1\right)$$

$$F_e = F_p = \frac{1}{2} \left(\frac{GMm_p}{r^2} - \sigma_T \bar{U}\right)$$

O sistema atingirá a luminosidade máxima quando $F_e = F_p = 0$, logo

$$\frac{1}{2}\left|\frac{GMm_p}{r^2} - \sigma_T \bar{U}_{máx}\right| = 0$$

ou

$$\bar{U}_{máx} = \frac{GMm_p}{\sigma_T r^2}$$

A densidade de energia e a luminosidade estão relacionadas da seguinte forma

$$L = 4\pi r^2 c\bar{U}$$

A luminosidade máxima será então

$$L_{máx} = 4\pi r^2 c\,\frac{GMm_p}{\sigma_T r^2} = \left(\frac{4\pi cGMm_p}{\sigma_T}\right) M$$

ou

$$L_{máx} = \left(\frac{4\pi cGm_p M_\odot}{\sigma_T}\right)\left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ erg/seg}$$

Substituindo os valores das constantes

$$L_{máx} = 1{,}3 \times 10^{38}\left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ erg/seg}$$

em termos de luminosidade solar

$$L_{máx} = 3,3 \times 10^4 L_\odot \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \text{ erg/seg}$$

Essa luminosidade máxima também é conhecida como limite de Eddington.

REFERÊNCIAS

[1] Lynden-Bell, D., 1969, "Galactic Nuclei as Collapsed Old Quasars", Nature 223, 690.

[2] Hills, J.G., 1975, "Possible Power Source of Seyfert Galaxies and QSOs", Nature 254, 295.

[3] Laplace, P.S. (1795) Le Système du Monde, vol.II, Paris. Publicado em inglês como The System of the World, W. Flint London, 1809.

[4] Clayton, D.D. (1969) Principles of Stellar Evolution and Nucleosunthesis. McGraw-Hill — New York.

[5] Iben, I., Jr. (1974) Annu.Rev.Astron.Astrophys., 12, 215.

[6] Chandrasekhar, S. (1931) Astrophys.J., 74, 81.

[7] Durisen, R.H. (1975) Astrophys.J., 199, 179.

[8] Eisberg, R. e Resnick, R. 1979, Física Quântica, Rio de Janeiro — Editôra Campus Ltda.

[9] Misner, C.W., Wheeler, J.A. & Thorne, K.S., 1973. Gravitation. San Francisco — Freeman.

[10] Oppenheimer, J.R. e Snyder, H. 1939, "On Continued Gravitational Contraction", Phys.Rev. 56, 455.

[11] Sanders, R. 1970, "The Effects of Stellar Collisions in Dense Stellar Systems", Astrophys.J. 169, 791.

[12] Spitzer, L.,Jr. 1971, "Dynamical Evolution of Dense Spherical Star Systems", em Semaine d'étude sur les Noyeaux dex Galaxies 1970, (Pontificae Academiae Scientarum Scripta Varia nº 35).

[13] Lynden-Bell, D. 1967, "Statistical Mechanics of Violent Relaxation in Stellar Systems", Mon.Not.R.Astron. Soc. 136, 101.

[14] Colgate, S.A. 1967, "Stellar Coalescence and the Multiple-Supernova Interpretation of Quasi-Stellar Sources", Astrophys.J. 150, 163.

[15] Hawking, S.W. 1971, "Gravitationally Collapsed Objects of very Low Mass", Mon.Not.R.Astron.Soc. 152, 75.

[16] Frolov, V.P. 1976, "Black Holes and Quantum Processes in them". Sov.Phys.Usp. 19, 244.

[17] Carr, B.J. (1975) Astrophys.J. 201, 1.

[18] Carr, B.J. e Hawking, S.W. (1974) Mon.Not. RAS 168, 399.

[19] Penrose, R. 1969, "Gravitational Collapse: The Role of General Relativity", Nuovo Cimento 1, special number, 252.

[20] Bardeen, J.M., Carte, B. e Hawking, S.W. 1973, "The Four Laws of Black-Hole Mechanics", Commun.Math.Phys. 31, 161.

[21] Parker, B.R. e McLeod, R.J. 1980, "Black Hole Thermodynamics in an Undergraduate Thermodynamics Course", Am.J.Phys. 48, 1066.

[22] Carter, B. 1973, "Black Holes" ed. DeWitt e DeWitt (London — Gordon e Breach).

[23] Hawking, S.W. 1971, "Gravitational Radiation from Colliding Black Holes", Phys.Rev.Lett. 26, 1344.

[24] Sullivan, B.T. e Israel, W., "The Third Law of Black Hole Mechanics: What is it?", (1980) Phys.Lett. 79A, 371.

[25] Bekenstein, J.D. 1973, "Black Holes and Entropy", Phys. Rev.D. 7, 2333.

[26] Hawking, S.W. 1975, "Particle Creation by Black Holes", Commun.Math.Phys. 43, 199.

[27] Schmidt, M. 1963, Nature 197, 1040.

[28] Sandage, A.R. 1971, "The Age of the Galaxies and Globular Clusters, Problems of Finding the Hubble Constante and Deceleration Parameter". Em Nuclei of Galaxies, Pontífica Academia Scientiavm (ed. O'Connell, D.K.) Amsterdam Holland – North Holland 1971.

[29] Arp, H.C., "Observacional Paradoxes in Extragalactic Astronomy", Science 174, 1189.

[30] Arp, H.C., "Anomalous Redshift in Galaxies and Quasars." Decalages vers le Rouge et Expansion de I'Univers: L'Evolution des Galaxies et ses Implications Cosmologiques. Balkowski, C. e Westerlund, B.E., eds. Centre Nationale de la Recherche Scientifique, 1977.

[31] Field, G.B., Arp, H. e Bahcall, J.N., "The Redshift Controversy". Benjamin, Reading, M.A., 1973.

[32] Stokton, A., 1978, Astrophys.J. 223, 747.

[33] Rees, M.J. 1967, Monthly Notices Roy. Astron.Soc. 136, 279.

[34] Demoulin, M.H. e Burbidge, G.R. 1968, Astrophys.J. 154, 3.

[35] Ulrich, M.H. 1981, Space Science Reviews 28, 89.

[36] Gunn, J.E. 1979, em Hazard, C. e Mitton, S. (eds),"Active Galactic Nuclei", Cambridge University Press, p. 213.

[37] Starobinsky, A.A. e Churilov, S.M., Zh.Eksp.Teor.Fiz. 65, 3 (1973); Sov.Phys. – JETP 38, 1 (1974).

[38] Page, D.N. (1976), Phys.Rev.D. 13, 198.

[39] Page, D.N. (1976), Phys.Rev.D. 14, 3260.

[40] Page, D.N. (1977), Phys.Rev.D. 16, 2402.

[41] Teukolsky, S.A. e Prees, W.H. (1974), Astroohys.J. 193, 443.

[42] Teukolsky, S.A. (1972), Phys.Rev.Lett. 29, 1114.

[43] Synge, J.L. (1957), "The Relativistic Gas", Interscience Publishers Inc. – New York.

LISTA DE FIGURAS

PÁGINA

FIGURA - 2.1 As energias de ligação médias para os núcleos estáveis. A curva cheia é obtida a partir de uma fórmula de massa semi-empírica [8]..... 6

FIGURA - 2.2 O colapso gravitacional de uma estrela é descrito neste diagrama, onde foram suprimidas duas das três dimensões espaciais. A dimensão vertical representa o tempo. Quando o raio da estrela atinge um valor crítico, conhecido como raio de Schwarzschild, a luz emitida pela estrela, não pode mais escapar, mas permanece pairando sobre esse raio, formando o horizonte de eventos do buraco negro. Dentro do buraco negro a estrela continua a colapsar para a singularidade..... 9

FIGURA - 2.3 Formação de um buraco negro primordial. Se houve inomogeneidades na densidade da matéria $\delta\rho/\rho \sim 1$ durante o início da evolução do universo (próximo da singularidade inicial), a densa matéria (com densidade $\rho + \delta\rho$) poderia ter colapsado. O resultado é o buraco negro primordial mostrado na figura..... 11

FIGURA - 2.4 Representação qualitativa do horizonte, ergosfera e limite estático..... 18

PÁGINA

FIGURA - 2.5 Certas propriedades dos buracos negros sugerem que há uma semelhança entre a área do horizonte de eventos de um buraco negro e o conceito de entropia da termodinâmica. A matéria e radiação caindo no buraco negro, fazem com que a área do horizonte de eventos aumente monotonicamente..... 21

FIGURA - 2.6 Se dois buracos negros colidirem resultando na fusão deles, a área do horizonte de eventos do buraco negro resultante é maior que a soma das áreas dos buracos negros iniciais..... 22

FIGURA - 2.7a O espaço tempo "vazio" é cheio de pares "virtuais" de partículas e antipartículas. Os membros de um par vem a existência simultaneamente em um ponto do espaço-tempo, afastam-se e juntam-se novamente com a mútua aniquiliação. Esses pares são chamados de virtuais porque ao contrário das partículas "reais", eles não podem ser diretamente detectados. Seus efeitos indiretos podem contudo serem medidos..... 30

FIGURA - 2.7b Na vizinhança de um buraco negro um membro de um par partícula-antipartícula pode cair no buraco negro, deixando o outro membro do par sem parceiro com o qual, se aniquilar. Se o membro sobrevivente do par não seguir seu parceiro dentro do buraco negro, ele pode escapar para o infinito. Assim os buracos negros podem emitir partículas e antipartículas..... 31

PÁGINA

FIGURA - 2.8 Explicações alternativas podem explicar a emissão de partículas por um buraco negro. Uma explicação envolve a formação de um par virtual partícula-antipartícula, onde um membro é capturado pelo buraco negro enquanto que o outro escapa. Em outra explicação podemos considerar uma antipartícula caindo no buraco negro como sendo uma partícula normal que está viajando para trás no tempo, para fora do buraco negro. Uma vez fora, ela é espalhada pelo campo gravitacional e convertida em uma partícula viajando para frente no tempo e escapando para o infinito..... 32

FIGURA - 3.1 Aqui são mostrados quatro quasares. Podemos observar no caso do 3C 273, um jato luminoso que se prolonga a partir da sua estrutura principal..... 36

FIGURA - 3.2a A lei de Hubble é a direta proporcionalidade entre as velocidades e as distâncias das galáxias. Galáxias próximas estão se afastando de nós vagarosamente. Galáxias mais distantes estão se distanciando de nós a velocidades correspondentemente mais altas..... 38

FIGURA - 3.2b O desvio para o vermelho Z é o desvio relativo em comprimento de onda, medido em uma chapa espectroscópica. Por exemplo, se todos os comprimentos de onda das linhas espectrais de uma galáxia estão deslocados de 25%, então Z = 0,25. Este gráfico mostra a relação entre Z e a velocidade. A mais alta velocidade é c, a velocidade da luz..... 39

PÁGINA

FIGURA - 3.3 A galáxia NGC 4319 apresenta um desvio para o vermalho que corresponde a distância relativamente pequena de apenas 100 milhões de anos-luz. O quasar (indicado pela seta) tem um desvio para o vermelho onze vezes maior que o da galáxia. Entretanto ele parece estar ligado a galáxia. Se estes dois objetos estão realmente conectados, este seria um caso de violação da lei de Hubble... 41

FIGURA - 3.4 Um compacto objeto semelhante a um quasar aparece na silueta da galáxia elíptica NGC 1199. Esse compacto objeto tem um grande desvio para o vermelho (Z = 0,044), enquanto que a galáxia apresenta um baixo desvio (Z = 0,009). Se esse objeto estiver realmente tão perto de nós como essa galáxia, esta será uma grande violação da lei de Hubble..... 42

FIGURA - 3.5 Quasares em remotos aglomerados de galáxias. Um quasar está localizado no centro de cada uma das fotografias acima. Galáxias muito distantes podem ser vistas com dificuldade (identificadas por números) próximas a cada um dos quasares. Em cada caso o desvio para o vermelho do quasar é virtualmente o mesmo que o das galáxias que o cercam..... 44

FIGURA - 3.6 Esta ilusão pode fazer com que duas nuvens radioemissoras pareçam estar se expandindo a velocidades superiores a da luz..... 45

FIGURA - 3.7 O espectro eletromagnético do 3C 273, [35] 48

PÁGINA

FIGURA - 4.1 Modelo generalizado de um quasar. No centro está uma desconhecida fonte de energia — uma fonte de elétrons de alta velocidade. Há um número de pequenas nuvens de elétrons de alta velocidade, que produzem a radiação contínua nas regiões do rádio e visível e possivelmente em outras partes do espectro também. Filamentos de gás, ionizado pela radiação contínua de alta energia, converte essa radiação em linhas de emissão. Exteriormente podem estar nuvens que se movem rapidamente e produzem linhas de absorção quando elas capturam fótons do feixe que as atravessam em direção a nós..... 51

FIGURA - 5.1 Espectro de um buraco negro, obtido pela adição de todos modos angulares para os quatro tipos de neutrinos e para os dois estados de polarização dos fótons e grávitons. O modo angular mais baixo, $\ell=s$, dominam, mas os modos $\ell=s+1$ podem ser percebidos através de uma pequena "protuberância", no espectro para neutrinos em $M\omega \sim 0,4$ e no espectro de fótons em $M\omega \sim 0,5$..... 71

FIGURA - 5.2 Sistema de coordenadas localizado no centro do gás de buracos negros. Somente a componente u_z da velocidade de cada buraco negro será responsável pelo desvio de Doppler sofrido pela radiação emitida por ele. 74

FIGURA - 5.3 Distribuição de velocidades para um gás simples, composto de partículas materiais. Na abscissa está representada a velocidade (c=1) e a ordenada é proporcional a $\gamma^5 u^2 \exp(-m\gamma\xi)$, e portanto é proporcional ao número de partículas com velocidades no intervalo $[u, u + du]$ para du fixo. Os gráficos estão desenhados para $m\xi = 100$, 10 e 1, e estão normalizados fazendo-se o máximo igual a unidade em cada caso..... 76

PÁGINA

FIGURA - 5.4a Polinômio de grau 7 utilizado para interpolar o espectro eletromagnético de um buraco negro. Os pontos assinalados com círculos representam os valores retirados da curva original para fótons que está representada na figura 5.1..... 80

FIGURA - 5.4b Representação do polinômio mostrado na figura 5.4a com a diferença de que a ordenada está na escala normal em vez de escala logarítmica..... 81

FIGURA - 5.5 O espectro de um gás de buracos negros de massa m e temperatura $1/\xi$, emitindo radiação de Hawking. São mostrados três casos: 1- não relativístico ($m\xi = 100$); 2- relativístico ($m\xi = 10$); 3- ultra-relativístico ($m\xi = 1$)..... 84

FIGURA - 5.6 O espectro de um gás de buracos negros emitindo radiação de Hawking. Os buracos negros que formam o gás possuem uma distribuição de massa proporcional ao quadrado de sua massa, possuindo o limite inferior de 10^{15} gramas e limite superior de 10^{29} gramas..... 87

FIGURA - 5.7 O espectro de um gás de buracos negros emitindo radiação de Hawking. Os buracos possuem uma distribuição de massa proporcional ao quadrado de sua massa, possuindo o limite inferior de 10^{15} gramas e limite superior de 10^{25} gramas..... 88

PÁGINA

FIGURA - E.1 Estão representadas as forças que atuam no sistema próton-elétron, nas proximidades de um objeto massivo que está emitindo radiação eletromagnética. F_G representa a força gravitacional, F_R a força da radiação e F_E a força elétrica induzida..... 103

LISTA DE TABELAS

PÁGINA

TABELA 2.1 Tipos de buracos negros..... 14

TABELA 2.2 Comparação entre a termodinâmica usual e a termodinâmica dos buracos negros..... 25

TABELA 4.1 Absorção e fragmentação de estrelas por um buraco negro..... 59

TABELA 5.1 Taxas e potências emitidas nos modos angulares dominantes..... 72

TABELA A.1 Constantes fundamentais..... 90

TABELA A.2 Constantes de interesse astrofísico..... 91

TABELA A.3 Fatores de conversão..... 92

TABELA B.1 Conversão: Unidades de Planck — CGS..... 94