**ESTUDO DE IMAGENS GERADAS
SOB LUZ BRANCA POR UMA REDE
DIFRAÇÃO**

CANDIDATO : JUAN MANUEL JARAMILLO OCAMPO ✓

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ JOAQUIM LUNAZZI

Tese defendida no Instituto de Física
"Gleb Wataghin", como requisito para
a obtenção do Título de "Mestre em Física".

abril de 1994

Este exemplar corresponde a redação final da tese
de mestrado defendida por Juan Manuel Jaramillo
Ocampo e aprovada pela Comissão Julgadora.

PROF. JOSÉ J. LUNAZZI
31.05.95

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

J28e

Jaramillo Ocampo, Juan Manuel

Estudo de imagens geradas sob luz branca por uma rede difração / Juan Manuel Jaramillo Ocampo. -- Campinas, SP : [s.n.], 1994.

Orientador: José Joaquim Lunazzi.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Holografia. 2. Difração. 3. Interferência (Luz). 4. Processamento de imagens. 5. Imagens fotográficas. I. Lunazzi, José J. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor José J. Lunazzi pela orientação, apoio e incentivo, que foram essenciais para a realização deste trabalho.

À Cristina, esposa do prof. Lunazzi, pelo seu apoio e incentivo.

Aos professores do Laboratório de Óptica da Unicamp, Prof. Jaime Frejlich e à Prof. Lucila Cescato, por suas amizades e paciência.

Aos meus companheiros do Laboratório, em especial Marcelo Diamand por sua tenacidade ao ensinar-me o português, e pelas frutíferas discussões que tivemos.

Aos Irmãos Maristas por sua educação na fé e a acolhida que tiveram comigo.

Ao meu amigo Luis Prado e Everson, que continuamente me apoiaram e ajudaram em tudo.

Aos técnicos do laboratório, Maria do Carmo, Alcides da Silva, João Petrucio e finalmente ao Eng. Antônio C. Costa pelo contínuo apoio técnico necessário para levar em frente este trabalho.

À Maria Ignez S.R. Mokarzel, por sua amizade e contínuo apoio em tudo.

Ao pessoal da Pós-Graduação, Armando e Cidinha, por sua coloboração e paciência.

E finalmente à CAPES (Coordenadoria para o Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior) pelo apoio financeiro.

DEDICATÓRIA

A meus pais, Gonzalo e Teresa, pela educação e possibilidade de realização que me propiciaram.

A minha namorada, Aura Lígia, por seu amor.

RESUMO

Tendo em vista os trabalhos desenvolvidos pelo Prof. Lunazzi nestes últimos anos, viu-se a necessidade de aprofundar mais em seu artigo, "**Holophotography with a Diffraction Grating**". Por isso neste trabalho desenvolve-se mais explicitamente as equações para imagens pontuais monocromáticas difratadas por uma rede de difração e generalizou-se ao objetos iluminados com luz policromática.

A partir deste trabalho estende-se a abrangência da análise do artigo à comparação entre o caso policromático e a situação estereofotográfica. Isto permite estudar dinamicamente a "aniseikonia"¹ evitando-se assim processos holográficos.

---

¹ Aniseikonia, é a condição a qual duas imagens retiniais, que são diferentes em tamanho, são percebidas como uma imagem só.

ABSTRACT

This work presents refinements on the article "**Holophotography with a Diffraction Grating**", written by Prof. Lunazzi about his recent search. Equations for monochromatic punctual images diffracted by a diffraction grating are more explicitly developed, and generalized to the case of white light illumination over objects formed by many points.

The present work enables Lunazzi's article to embrace the comparison between the white light case and its corresponding stereophotographic situation. It allows to study aniseikonia dynamically, thus avoiding the holographic process.

ÍNDICE

(1)	INTRODUÇÃO	
	1.1. Introdução	1
	1.2. Conceitos sobre Difração	1
(2)	CONCEITOS BÁSICOS	
	2.1. A rede de difração	5
	2.1.1. Campo de uma ordem difratada	10
	2.1.2. Descrição da rede em termos da transformada de Fourier	10
(3)	ANÁLISE DA IMAGEM DE UM PONTO OBJETO FORMADO POR UMA REDE DE DIFRAÇÃO	
	3.1. Imagem de um ponto objeto observado através de uma rede de difração	13
	3.2. Detalhes experimentais	17
	3.2.1. Formação de uma imagem pontual monocromática a partir de objeto negativo	19
	3.3. Generalização a objetos iluminados com luz policromática	22
(4)	UTILIZAÇÃO DAS IMAGENS DE UM OBJETO	
	4.1. Equações da estereofotografia	26
	4.2. Estereoscopia com uma rede de difração	31
	4.2.1. Descrição da característica da imagem	31
	4.2.2. Detalhes experimentais	33
(5)	CONCLUSÕES	
	Conclusões	35
(6)	APÊNDICE	
	Apêndice A: Programas de computação utilizados	36
	Apêndice B: Sistema Holocad	48
(7)	REFERÊNCIAS	
	Referências	49
(8)	ANEXO	
	Artigos do Prof. Lunazzi	51

INTRODUÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

Estuda-se o processo da formação de imagens a partir de uma rede de difração utilizando todo o espectro visível. O estudo é baseado num artigo do Prof. Lunazzi [1] e começa pela análise da difração de uma fonte pontual monocromática.

A partir deste trabalho estende-se a abrangência da análise do artigo à comparação do caso policromático com uma situação estereofotográfica mais geral e aproximada do caso de imagem difratada. Além de conseguir ter uma visão detalhada do problema foram criados novos programas de computador, mais versáteis, e conseguiu-se estabelecer com mais precisão a comparação com uma situação estereofotográfica.

Participou-se da construção de um sistema gerador de figuras tridimensionais que, por meio de tela holográfica, permite a observação sem necessidade de óculos especiais para conservar a paralaxe horizontal contínua, como no caso de figuras holográficas convencionais. Esse trabalho foi realizado para acompanhar os desenvolvimentos de imagens por dupla difração que o Prof. Lunazzi vem realizando, servindo-se do estudo apresentado nesta tese para analisar a primeira parte do processo gerador.

1.2. Conceitos sobre difração:

O trabalho de Francisco Grimaldi (século XVII), foi o primeiro estudo detalhado e publicado sobre o que acontecia ao colocar-se um corpo opaco a meio caminho entre uma tela e uma fonte pontual, formando uma sombra intrincada feita de regiões claras e escuras, um desvio real da luz da sua propagação retilínea, algo que ele chamou "diffractio" [2-3].

O efeito é uma característica geral dos fenômenos ondulatórios, onde uma porção de uma frente de onda, seja som, onda material ou luz, é obstruída de alguma maneira.

Como entender o fenômeno? Já havia o princípio de Huygens[4], mas ele não conseguia explicar o fenômeno da difração porque o princípio em sua forma inicial, cujo campo de aplicação era o da óptica geométrica, ou seja, falava sobre a perspectiva ondulatória, se relacionava com os casos em que a longitude de onda podia ser considerada relativamente pequena em comparação com as dimensões da frente de onda.

Por isso ele só permitia resolver problemas sobre a direção de propagação da frente luminosa e, em essência, não resolvia o problema da intensidade das ondas que seguiam em diferentes direções. Esta insuficiência foi eliminada por Fresnel[5], o qual introduz um sentido físico no princípio de Huygens, ao complementá-lo com a idéia de interferência de ondas. O princípio de Huygens passa a chamar-se o princípio de Huygens-Fresnel e estabelece que: "Cada ponto sem obstrução de uma frente de onda, (em qualquer instante, as superfícies que unem todos os pontos de igual fase são conhecidas como frentes de onda ou superfícies de onda) em um instante de tempo dado, serve como uma fonte de pequenas ondas secundárias esféricas (da mesma freqüência da onda primária). A amplitude do campo óptico em qualquer ponto na frente, é a superposição de todas essas pequenas ondas (considerando suas amplitudes e fases relativas)".

FIG.1.1. Derivação da fórmula de difração de Fresnel-Kirchhoff

Em 1876 Kirchhoff[6-7] estabeleceu uma teoria completamente matemática da difração. Ele provou que o princípio de Huygens-Fresnel podia ser visto como uma aproximação desta teoria.

A teoria de Kirchhoff começa com o chamado teorema de Helmholtz-Kirchhoff. Ele considera uma superfície qualquer fechada e um ponto de observação P interno à superfície. A idéia é avaliar o campo no ponto interno P, a partir do campo na superfície fechada (ver fig.1.1.). Uma fonte pontual de luz é fixada fora da superfície fechada a uma distância r maior que λ (comprimento de onda). Kirchhoff mostrou que a amplitude $U(p)$ neste ponto é dado por

$$U(\mathbf{p}) = \frac{iA}{2\lambda} \iint_S \frac{e^{ik(r+s)}}{rs} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{s}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r})] dS \quad (1.1)$$

FIG.1.2. Ilustração da fórmula de difração

Esta expressão pode ser aplicada a problemas de difração ao considerar a superfície S formada por: i) abertura através da qual a luz passa, ii) a porção B do lado não iluminado da tela e iii) a porção $\mathcal{C}$ de uma grande esfera de raio R centrada em P a qual, junto com $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, forma a superfície fechada S .

Em particular, podemos eleger em vez de $\mathcal{A}$, uma porção W de uma frente de onda incidente a qual preenche aproximadamente a abertura, junto com uma porção $\mathcal{C}$ de um cone com vértice no ponto P_0 . Se o raio de curvatura da onda for suficientemente extenso, a contribuição de $\mathcal{C}$ pode ser desprezada. Sobre a frente de onda incidente, W (ver fig.1.2.), $\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) = 1$. Se além disso fizermos $\mathbf{X} = \mathbf{p} - (\mathbf{r}, \mathbf{s})$, obtem-se

$$\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{s}) = 1 + \cos X \quad (1.2)$$

com X sendo o ângulo entre o raio incidente e difratado.

O fator de inclinação da teoria de Fresnel é dado por

$$K(X) = -\frac{i}{2\lambda}(1 + \cos(X)) \quad (1.3)$$

Para a zona central $X = 0$, e $K_1 = K(0) = -i / \lambda$. Porém $K(\pi/2) \neq 0$, ao contrario do que supunha Fresnel. De acordo com a equação (1.1), uma fonte pontual em P_0 produzirá em P o mesmo efeito que uma fonte pontual de igual intensidade fixada em P produziria em P_0 . Este teorema é algumas vezes chamado Teorema de Reciprocidade.

Do fato de que a fórmula de Kirchhoff-Fresnel expressa o campo como uma integral sobre toda a abertura, pode-se dividir esta como se fosse composta de dois, Σ_1 e Σ_2 , sempre que $\Sigma_1 + \Sigma_2 = \Sigma_0$. O campo no ponto P_0 será a soma das integrais sobre Σ_1 e Σ_2 , só que a integral sobre Σ_1 representa o campo em P se Σ_1 é uma única abertura, e é o mesmo para Σ_2 . Logo é verdade que $U(p)$ é igual à soma $U_1 + U_2$, e este é o princípio de Babinet. Dás aberturas Σ_1 e Σ_2 se diz serem complementares. O princípio de Babinet é muito útil quando se tem aberturas bastante complicadas, ou quando o campo em $P(r)$ tende ou é zero.

Porém a teoria de Kirchhoff é incompleta, não só pelas aproximações feitas, mas, principalmente, porque a natureza vetorial transversa das ondas de luz (efeitos de polarização) é ignorada.

Uma outra teoria interessante é a existência das ondas de difração em bordas de Young[8]. Suponhamos que a onda incidente põe em vibração os elétrons na parte posterior da tela difratora. Estes elétrons, ao estarem em vibração, irradiam. Posto a que os elétrons irradiam, adiantamos um duplo efeito: i) todos os osciladores que estejam longe das bordas da abertura, irradiam para trás rumo à fonte, anulando a onda incidente em todos os pontos, menos dentro da projeção da abertura mesma, ou seja, se este for o único mecanismo contribuinte, aparecerá no plano de observação uma imagem geométrica perfeita da abertura. ii) Porém, uma contribuição adicional é feita pelos osciladores localizados nas vizinhanças da borda da abertura, uma porção da energia irradiada por estas fontes secundárias se propagam adiante. A superposição desta onda espalhada (conhecida como a onda de difração de borda) e a porção não obstruída da onda primária (conhecida como a onda geométrica) gera o padrão de difração. O problema foi amplamente estudado por Rubinowicz[9], confirmando a existência das ondas de difração de borda de Young para difração de frentes de onda planas ou esféricas.

Uma aproximação apropriada, do problema "quantum" corpuscular da difração em redes, foi estudado por Duane[10].

CONCEITOS BÁSICOS

2.1. A rede de difração

A rede de difração[11-12-13] é um conjunto repetitivo de elementos difratores de uma onda emergente, sejam aberturas ou obstáculos, os quais têm o efeito de produzir alterações periódicas na fase, na amplitude ou em ambas. O princípio da rede de difração foi descoberto por Rittenhouse[14] e mais tarde redescoberto por Framhoufer[15].

Redes as quais alteram a intensidade da luz, dependendo da amplitude da onda eletromagnética, são chamadas de redes de amplitude. Outro modo de se obter difração é fazer uma modulação na fase da onda, usando linhas ou sulcos, que de alguma forma alteram o caminho óptico da luz, causando um atraso na onda (fase). Isto pode ser feito ao variar o índice de refração nas linhas da rede, ou ao fazer sulcos com uma superfície refletora, com o que a luz percorre distâncias diferentes ao ser refletida. Este tipo de rede é chamada de rede de fase e, comparando-a com a rede de amplitude, possui a vantagem de que nenhuma luz é desperdiçada. Além desta distinção, podemos separar as redes em dois grupos: i) nas redes por transmissão, a luz incidente atravessa a superfície, e a difração se dá no lado oposto ao de incidência, ii) nas redes por reflexão, a difração ocorre no mesmo lado em que a luz incide.

A luz difratada pela rede é a soma (interferência) da luz difratada por cada uma das linhas, introduzindo-se a fase gerada ao percorrer os diferentes caminhos até chegar ao ponto de observação.

As linhas da rede podem ser assumidas enquanto fontes idênticas (considerando-se o princípio de Huygens) quando a rede é iluminada por uma frente de onda plana; porém, no caso de uma frente de onda esférica, só podemos tomar esta aproximação quando a rede não cobre um ângulo grande da frente de onda.

Podemos estudar a rede de difração aplicando diretamente a integral de Kirchhoff, contudo utilizamos princípios mais elementares, para entender melhor a física.

FIG.2.1. Ilustração da teoria da rede de difração

A figura 2.1.(a) ilustra uma onda plana que incide numa rede de difração. O espalhamento da luz ocorre em todas direções, porém somente em alguma delas as ondas poderão avançar de maneira ordenada produzindo uma frente de onda análoga à incidente. Da figura é claro que uma parte da luz incidente resulta ser efetivamente transmitida pela rede. Para luz desviada, o ângulo θ define a direção para a qual os raios espalhados se encontram em perfeito sincronismo de fase, ou seja, onde as diferenças de caminho óptico são iguais a um múltiplo inteiro de λ . Observe-se que a frente de onda Σ_1 pode acontecer porque o raio 1 apresenta uma diferença de caminho óptico igual a λ , em relação ao raio 2; 2λ em relação ao raio 3; etc.. Deste fato se tem que

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{\lambda}{d} \quad (2.1)$$

Além de isso tem-se a possibilidade simétrica, já que esta não é a única direção possível, indicada por

$$\text{sen}\theta_{-1} = -\frac{\lambda}{d} \quad (2.2)$$

Existem outras possibilidades onde o raio 1 encontra o raio 2 com diferença de 2λ , o raio 3 com diferença de 4λ , e assim por diante. Neste caso a expressão anterior toma a forma mais geral,

$$\text{sen}\theta_m = m \frac{\lambda}{d} \quad \text{com } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.3)$$

De acordo com a fig.2.1.(b), onde não se tem incidência normal, o máximo de irradiância ocorre a ângulos tais que a interferência entre as diferentes ranhuras é construtiva. A ocorrência da interferência é assumida no infinito, pois se considera difração de Fraunhofer.

Este máximo de intensidade, em concordância com a figura 2.1.(b), é tal que a diferença de caminhos ópticos entre duas fendas consecutivas é dado por

$$OPD = CA - BD = m\lambda \quad (2.4)$$

O inteiro m representa a diferença (em comprimentos de onda) de caminhos, da luz difratada na direção do máximo, proveniente dos pontos das ranhuras vizinhas. Comumente chama-se de ordem de interferência.

Se d é a separação entre os centros das fendas, e θ_1 e θ_m são os ângulos de incidência e refração respectivamente, vemos que

$$d (\sin \theta_1 - \sin \theta_m) = m \lambda \quad (2.5)$$

Os ângulos θ_1 e θ_m são medidos em relação à normal da rede: θ_1 é ângulo de incidência definido positivo quando se encontra à esquerda da normal e θ_m é o ângulo de ordem m , definido positivo quando se encontra à direita. A equação (2.4) é conhecida como equação da rede.

A distribuição angular total da luz pode ser obtida ao adicionar as contribuições de amplitudes de cada uma das fendas a um dado ângulo θ_m . Assumindo que temos N fendas e que δ é a diferença de fase entre duas fendas consecutivas, a amplitude total de um ângulo θ_m é determinado pela expressão

$$E = A \left[1 + e^{i\delta} + e^{2i\delta} + \dots + e^{(N-1)i\delta} \right] \quad (2.6)$$

A qual pode ser transformada em,

$$E = A \left[\frac{1 - e^{Ni\delta}}{1 - e^{i\delta}} \right] \quad (2.7)$$

A irradiância é dada, de acordo com a expressão anterior por

$$I = A^2 \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{N\delta}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)} \right] \quad (2.8)$$

Os altos picos de irradiância ocorrem a valores δ tais que $\delta/2 = m\pi$, sendo que m é inteiro. Ao tomar o limite nestes pontos, encontra-se que, os picos tem máximo de irradiância igual a $A^2 N^2$. A diferença de fase δ é dada por

$$\delta = k \text{ OPD} = \frac{2\pi d (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)}{\lambda} \quad (2.9)$$

A condição para a formação de uma ordem difratada depende dos comprimentos de onda. Quando consideramos a formação de um espectro, necessitamos saber como o ângulo de difração varia com o comprimento de onda, o qual se encontra diferenciando a equação da rede com relação a θ

$$d \cos(\theta_1) \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_m} \right) + d \cos \theta_m = m \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta_m} \right) \quad (2.10)$$

Se consideramos o caso de um espectrógrafo onde o ângulo de incidência é fixo, então

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_m} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \theta_m}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cos \theta_m} \quad (2.11)$$

O último termo é conhecido como a dispersão angular da rede. Na prática o que se quer saber não é tanto a dispersão angular e sim a dispersão linear no plano do espectro focalizado. A dispersão linear é simplesmente o produto da dispersão angular, pela distância focal da lente da câmara. O poder de dispersão cromática é expressado como

$$\frac{\Delta \theta_m}{\Delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \theta_m} \quad (2.12)$$

Ele se incrementa linearmente com a ordem de interferência.

A capacidade de resolução cromática de uma rede pode ser computada por meio do critério de Rayleigh, o qual estabelece que duas linhas espectrais com comprimentos de onda levemente diferentes são resolvidos quando o máximo de uma das linhas coincide com o primeiro mínimo da outra. A diferença de fase entre o pico da linha e o primeiro mínimo é,

$$\Delta\left(N\frac{\delta}{2}\right) = \left(\frac{N}{2}\right)\Delta\delta = \pi \quad (2.13)$$

sendo que esta corresponde a uma diferença angular, o ângulo $\Delta\theta_m$.

A diferença angular entre o máximo e o primeiro mínimo é

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (2.14)$$

A expressão anterior permite determinar a resolução de uma rede. N é o número total de ranhuras.

Os termos "resolução" e "poder de resolução" são usados para descrever a capacidade de distinguir entre duas componentes adjacentes ao espectro. A resolução de um instrumento é a menor mudança de comprimento de onda que este é capaz de detectar. O poder de resolução de uma rede é a relação entre a menor mudança do comprimento de onda que a rede pode resolver, e o comprimento de onda na qual a rede está operando.

O poder de resolução é uma propriedade da rede, enquanto que a resolução é uma função tanto da rede, quanto do instrumento no qual esta é fixada, e pode ser limitada por outros fatores, tais como a resolução do filme fotográfico, tamanho da fenda de entrada e/ou saída.

2.1.1. Campo de uma ordem difratada

FIG.2.2. Extensão Espectral Livre

Considerando a região do visível, isto é, comprimentos de onda entre $\lambda_1 = 0.4 \mu\text{m}$ e $\lambda_2 = 0.75 \mu\text{m}$, pode-se observar que a primeira ordem não atinge o espectro da segunda ordem de acordo com a figura acima. A extensão do espectro de primeira ordem vai desde $p = \lambda_1/d$ a $p = \lambda_2/d = 0.75\lambda_1/0.4d$, enquanto o de segunda ordem começa em $p = 2\lambda_1/d$. De outro lado o espectro de segunda ordem se prolonga através de uma parte do espectro de terceira ordem principalmente desde $p = 2\lambda_1/d$ a $p = \lambda_2/d$, sendo que a terceira ordem começa em $2 \times 1.8 \lambda_1/d$. À medida que se incrementam as ordens, o espectro se incrementa mais e mais. Se as linhas de comprimento de onda λ e $\lambda + \delta\lambda$ coincidem em duas ordens sucessivas $(m+1)\text{th}$ e $m\text{th}$, tem-se

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{m} \quad (2.15)$$

Assim a extensão espectral livre de uma rede, que não é mais que a maior largura da banda em uma determinada ordem a qual não se sobrepõe à mesma largura numa ordem adjacente, é proporcional à ordem.

2.1.2. Descrição da rede em termos da Transformada de Fourier

A expressão para a soma, no plano imagem, das componentes da amplitude, obtida das contribuições de cada ponto da abertura pode ser escrita como

¹ $p = \sin\theta - \sin\theta_0$

$$G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) \times \exp(2\pi i s x) dx \quad (2.15)$$

onde $G(s)$ é a amplitude resultante em um ponto s focalizado no plano do padrão de difração definido por $(\sin\theta/\lambda) = s$ e $\rho(x)$ é a função que descreve a amplitude da frente de onda em uma posição x no plano da abertura. A operação de multiplicar uma função $\rho(x)$ por um fator de fase apropriado e integrá-los, existe na matemática e se conhece como a Transformada de Fourier. A função $G(s)$ é conhecida como a Transformada de Fourier de $\rho(x)$. Em termos ópticos, $G(s)$ é o padrão de difração de Fraunhofer do objeto representado por $\rho(x)$.

FIG.2.3. Função de abertura para uma rede e sua Transformada de Fourier

A função de abertura, $\rho(x)$, pode ser uma função periódica como o mostra a fig.2.3., e está representada por uma série de Fourier da forma

$$\rho(x) = \rho_0 + \rho_1 \cos(s_0 x) + \rho_2 \cos(2s_0 x) + \dots \quad (2.16)$$

A frequência espacial s_0 é dada pela periodicidade da rede,

$$s_0 = \frac{2\pi}{h} \quad (2.17)$$

sendo h o período espacial da rede. Esta frequência espacial dominante aparece no padrão de difração como um máximo de primeira ordem, e cuja amplitude é proporcional a ρ . Os máximos de alta ordem correspondem às altas ordens das componentes de Fourier da função da abertura, $\rho(x)$.

**ANÁLISE DA IMAGEM DE UM PONTO OBJETO FORMADO POR
UMA REDE DE DIFRAÇÃO**

3.1. Imagem de um ponto objeto observado através de uma rede de difração

Em trabalhos anteriores[16] mostrou-se que num holograma reconstruído sob luz branca, cada ponto de vista dentro de uma zona angular restrita pode ser codificado por meio de um comprimento de onda característico, que é defletado pelo holograma atingindo um único ponto de observação. Já que o principal mecanismo para este fenômeno é a difração, é possível obter uma imagem semelhante por meio de uma rede de difração[17]. Uma rede de difração se comporta assim como um codificador por comprimento de onda das perspectivas de uma cena. O registro em filme fotográfico foi chamado de "holofotografia" pelo prof. Lunazzi e abre o caminho para uma técnica de registro semelhante à holografia de imagens mas sem necessitar de laser. Vamos estudar a formação de imagens pontuais por uma rede de difração simples neste capítulo[18].

FIG.3.1. Obtenção de uma imagem difratada monocromática

Consideremos um ponto objeto A , emitindo luz monocromática a uma rede de transmissão através da qual se está observando. As coordenadas de A são X_A, Z_A e as coordenadas do ponto de observação são X_F, Z_F . A coordenada X indica o ponto de incidência na rede, figura acima.

Desejamos saber onde se forma a imagem do ponto objeto A , o qual representamos na figura 3.1 por A_λ . Este ponto imagem é determinado pela interseção dos raios $A_\lambda X_1, A_\lambda X, A_\lambda X_2$. Da fig.3.1. é claro que

$$X = X_A + Z_A \times \tan \theta$$

e

$$Z' = \frac{X - X'}{\tan \theta'}$$
(3.1)

combinando estas duas equações obtemos a expressão

$$Z' = \frac{X_A + Z_A \times \tan \theta - X'}{\tan \theta'}$$
(3.2)

Por meio da equação básica da rede, obtem-se o valor de θ' para um raio de luz difratado, gerado a partir de um ponto A e atingindo a rede em um ângulo θ . De acordo com a expressão (3.3)

$$\text{sen} \theta - \text{sen} \theta' = \frac{m \lambda}{d}$$
(3.3)

onde d é o período da rede, m é o número da ordem de difração, e λ é o comprimento de onda. Esta equação permite relacionar θ e θ' . Fazendo $\upsilon = 1/d$, determinamos a função que chamaremos $T(\theta)$. A equação da linha que tem a mesma direção que o raio de luz difratado e coincide com este pode ser expressada como

$$Z' = \frac{Z_A \times \tan(\theta + \Delta\theta) - X' + X_A}{T(\theta)}$$
(3.4)

com $T(\theta) = \tan \arcsen(\text{sen} \theta - m \lambda \upsilon)$

Cada raio pode interceptar um segundo raio difratado ao fazer uma extensão dos raios, dando um ponto de interseção que, sendo comum a ambos os raios, gera uma imagem virtual A_λ do ponto objeto.

Podemos obter a posição de toda imagem difratada como uma função das coordenadas do ponto de observação, (X', Z') . Por considerar os raios AX_1 e AX_2 na fig. 3.1., obtemos a forma de X' ,

$$\begin{aligned} X_1 &= X_A + Z_A \times \text{tang}(\theta + \Delta\theta) \\ e \\ X_2 &= X_A + Z_A \times \text{tang}(\theta - \Delta\theta) \end{aligned} \tag{3.5}$$

e os raios X_1A_λ e X_2A_λ têm a forma seguinte,

$$\begin{aligned} X_1 &= Z' \times \text{tang}\theta'_1 + X' \\ e \\ X_2 &= Z' \times \text{tang}\theta'_2 + X' \end{aligned} \tag{3.6}$$

substituindo nesta equação as expressões (3.5) e pondo em evidência Z' , o qual é o ponto de interseção dos dois raios, encontramos a forma de X'

$$X' = X_A + Z_A \times \frac{[\text{tang}(\theta + \Delta\theta) \times \text{tang}\theta'_2 - \text{tang}(\theta - \Delta\theta) \times \text{tang}\theta'_1]}{\text{tang}\theta'_2 - \text{tang}\theta'_1} \tag{3.7}$$

para determinar os valores de θ'_1 e θ'_2 retomamos a expressão (3.3) onde agora os ângulos são,

$$\begin{aligned} \text{sen}(\theta - \Delta\theta) - \text{sen}\theta'_1 &= m\lambda\nu \\ e \\ \text{sen}(\theta + \Delta\theta) - \text{sen}\theta'_2 &= m\lambda\nu \end{aligned} \tag{3.8}$$

deixando em evidência os ângulos θ'_1 e θ'_2 desta expressão e tomando as respectivas tangentes encontramos as funções chamadas $T(\theta - \Delta\theta)$ e $T(\theta + \Delta\theta)$,

$$\begin{aligned} T(\theta - \Delta\theta) &= \tan\{\text{arcsen}[\text{sen}(\theta - \Delta\theta) - m\lambda\nu]\} \\ e \\ T(\theta + \Delta\theta) &= \tan\{\text{arcsen}[\text{sen}(\theta + \Delta\theta) - m\lambda\nu]\} \end{aligned} \tag{3.9}$$

transportando a equação (3.9) para (3.7), se obtém a equação (3.10)

$$X' = X_A + Z_A \times \frac{[T(\theta - \Delta\theta) \times \text{tang}(\theta + \Delta\theta) - T(\theta + \Delta\theta) \times \text{tang}(\theta - \Delta\theta)]}{[T(\theta - \Delta\theta) - T(\theta + \Delta\theta)]} \tag{3.10}$$

3.2. Detalhes experimentais

FIG.3.2. Montagem esquemática para a comprovação das expressões que determinam o ponto imagem difratado.

Para corroborar as expressões (3.4) e (3.10), utilizamos uma rede de difração de 595 linhas/mm, a qual foi atingida por uma fonte de luz laser, $0,63\mu\text{m}$. Na saída do laser se fixou uma objetiva de distância focal de 0.25mm, com a qual se gerou nosso ponto objeto. O observador permaneceu perpendicular à rede, mantendo-se fixo sobre o eixo Z_F e a uma distância de 255mm. O valor da abertura dado por $\Delta\theta$, foi determinado pela abertura do olho, e é da ordem de um grau. A fig.3.2. é um esquema desta montagem.

A tabela 3.1. mostra valores típicos experimentais e teóricos do ponto imagem difratado X' e Z' , com um erro da ordem de 17%.

X_A	Z_A	X'_T	Z'_T	X'_E	Z'_E
125	410	-28	470	-17	392
62	390	-76,9	388,4	-65	375
40	135	76	98,1	-89	110
0	140	-52,1	168,9	-50	151
-40	147	14,3	160,6	15	161,6

TABELA 3.1. Cálculo dos valores das coordenadas X' , Z' (em mm), da imagem difratada. Os valores são $mv = -0,595$, $\lambda = 0,693$. Os subíndices T e E representam os pontos imagem teórico e experimental, respectivamente.

A maior dificuldade em nossa montagem experimental tem a ver com a intensidade do laser, já que a forma de obter-se as coordenadas do ponto imagem foi por comparação. Para levar avante a comparação, tomou-se uma agulha como objeto de referência, a qual foi iluminada com uma lâmpada de lanterna comum. Este objeto-referência fazia-se coincidir com a imagem pontual, porém a intensidade do laser não permitia uma boa observação desta. A forma de se evitar a situação era simplesmente atenuar a luz do laser. Ao atenuar-se a luz do laser, a intensidade da luz na agulha não permitia ver com clareza a posição da imagem, formando-se assim um compromisso entre intensidade e observação. Lembre-se que a imagem pontual nesta experiência é virtual.

Nesta experiência identifica-se o objeto pontual como positivo, já que ele produz na rede uma ordem zero divergente, enquanto que objeto negativo produz uma ordem zero convergente.

A diferença de valores para as coordenadas objeto, $x = 125$, e $Z = 410$, está relacionada com a aberração astigmática apresentada pelo sistema, como será explicado mais adiante.

3.2.1. Formação de uma imagem pontual monocromática a partir de objeto negativo

FIG.3.3. Montagem esquemática para objeto negativo.

Com o fim de superar esta dificuldade e melhorar a medição se pensou numa montagem, descrita na fig.3.3., com objeto negativo, ou seja, a imagem se forma depois que um feixe convergente atravessa a rede, empregando um arranjo formador de imagem composto de um laser de He-Ne (2mW, 633nm), um sistema expensor-colimador (E.C) e uma rede de difração de 595 linhas/mm. A principal vantagem deste sistema é que se tem uma imagem real, o que facilita as medidas.

FIG.3.4. Sistema óptico

O sistema expensor-colimador utilizado na fig.3.3., está formado por uma objetiva (12.8mm), um furo micrométrico ($\phi = 6,8\mu\text{m}$) e um colimador com uma

distância focal de 200 mm (Ver fig.3.4.). O tamanho da imagem d , que alcançou o furo micrométrico está determinado pelo disco de Airy,

$$d = 1,22 \frac{\lambda f_1}{2a} = 9,9 \text{ } \mu\text{m} \quad (3.14)$$

sendo que $a = 0,5 \text{ mm}$ é o raio da objetiva. Esta imagem fica limitada pelo diâmetro do furo micrométrico. A distância da imagem formada no furo micrométrico é finalmente determinada pela fórmula gaussiana para as lentes, e se encontra a uma distância de $s_0 \cong 222 \text{ mm}$, sendo que o sistema óptico forma sua imagem a uma distância $s_1 = 2\text{m}$. O aumento lateral ou transversal M é 9 (nove). A partir destes valores podemos obter o tamanho da imagem formada pelo sistema óptico, $y_1 = M \times \phi \cong 6,12 \text{ } \mu\text{m}$.

FIG.3.5. Determinação do foco tangencial e sagital.

A desvantagem do arranjo é ser aberrante, pois ele apresenta astigmatismo. O primeiro foco, conhecido da óptica geométrica como foco sagital F_s é o que nos interessa. Já que o cone de luz monocromático que sai do objeto, emerge da rede em forma circular, gradualmente torna-se elíptico com o eixo horizontal diminuindo mais rapidamente que o eixo vertical. No foco sagital a elipse degenera em uma linha vertical. Todos os raios provenientes do ponto objeto cruzam esta linha, o que se conhece como imagem primária. A partir desse ponto, a seção horizontal do feixe começa a abrir, enquanto que a seção vertical prossegue diminuindo. Forma-se, por assim falar, uma elipse de confusão. Conforme o objeto se distancia da rede, a elipse de mínima confusão aumenta, obtendo-se um aumento da aberração.

A elipse de confusão deforma-se numa linha horizontal, que corresponde ao foco tangencial, F_T (Ver fig.3.5.). Do parágrafo anterior é claro que o foco sagital acontece no plano ortogonal ou tangencial às linhas da rede e coincide com o plano do objeto, como é exigido pelas equações (3.4) e (3.10).

O foco tangencial que se encontra no plano meridional está a uma distância da rede que coincide com a altura do cone formado pelo objeto e a rede.

A tabela 3.2 mostra os valores típicos experimentais e teóricos do ponto imagem difratado X', Z' (em mm) para o arranjo formador do objeto negativo.

(X_A, Z_A) :Coordenadas objeto negativo em mm.

(X'_{SE}, Z'_{SE}) :Coordenadas experimentais para a imagem, correspondentes ao foco sagital em mm.

(X'_{ST}, Z'_{ST}) :Coordenadas teóricas para a imagem, correspondentes ao foco sagital em mm.

X_A	Z_A	X'_{SE}	Z'_{SE}	X'_{ST}	Z'_{ST}
185	286	90	222	90,8	233,2
204	386	75	312	75,9	317,1
216	286	120	226	119,4	239,5
220	586	25	496	25,1	482,8
227	286	125	245	130,1	240,6

TABELA 3.2. Cálculo dos valores de X', Z' para um objeto negativo, mantendo-se as mesmas condições da TABELA 3.1.

O erro obtido neste novo processo é da ordem de 3,5%. Podemos afirmar que a imagem pontual, formada através de uma rede de difração obedece às equações (3.4) e (3.10), as quais podem ser generalizadas para entender a formação da imagem de um objeto por meio de uma rede, o que estudaremos na próxima seção.

Mediante a equação (3.3), mediu-se o valor de v para ambas as experiências, sendo que se utilizou o laser mencionado anteriormente, de forma tal que o raio que saiu dele atingiu a rede a um ângulo de 0 graus. O erro desta medida é da ordem de 10%.

3.3. Generalização a objetos iluminados com luz policromática.

Tendo como base a seção anterior, vamos estudar o processo de formação de imagens por uma rede de difração utilizando todo o espectro visível. O que nos permite passar a utilizar as equações (3.4) e (3.10) neste caso, é o fato de que podemos considerar os objetos como sendo formados por objetos pontuais.

Os objetos ao serem observados através da rede de difração, apresentam uma imagem não difratada, ou seja, sem sofrer alteração nenhuma e se identifica como imagem ordem zero. Porém, as imagens correspondentes às outras ordens se apresentam como um borrão espectral. Ao tomar como objeto um lápis na vertical posicionado obliquamente ao plano da rede de difração, a imagem resultante ao observador será uma faixa multicolorida que se alarga para os pontos que estão mais distantes da rede.

A imagem formada pela rede é tridimensional, e assume uma posição para cada ponto de vista, gerando uma posição aparente na visão binocular que é diferente das posições assumidas para cada olho.

(a)

(FIG.3.6.)

(b)

FIG.3.6. Dispersão cromática da imagem de um objeto ao ser observado por uma rede de difração. O observador encontra-se na posição $X_F = 0$, $Z_F = -255\text{mm}$.

As figuras anteriores mostram imagens virtuais formadas por uma rede de difração de 595 linhas/mm fixa sobre o eixo X. O observador encontra-se a uma distância $Z = -255\text{mm}$ da rede.

A fig.3.6 mostra com clareza como a codificação cromática aparece quando os objetos são observados através da rede. Este processo torna-se uma relação um a um entre cada ponto de vista codificado desde o objeto e um valor do comprimento de onda. A imagem que tem a ver com o comprimento de onda vermelho difrata mais que aquela que corresponde ao azul, segundo a sequência natural do espectro.

A fig.3.6. mostra, ainda que se tem uma correspondência linear entre a imagem e o objeto, no sentido de que as proporções se mantêm, para aqueles lados do objeto que se encontram paralelos à rede; porém, aqueles lados do objeto que se encontram perpendicularmente à rede sofrem uma contração, como uma manifestação das aberrações geradas pela rede.

FIG.3.7. Imagem difratada para o comprimento de onda vermelho obtida a partir das equações 3.4 e 3.10.

A fig.3.7. mostra como se manifesta a aberração na imagem. Ao olhar o lado esquerdo da fig. 3.7 se pode observar que esta se reduz. À primeira vista ela não aparece ao observador, pelo fato de que a pupila de entrada, a pupila do olho, é muito pequena. Isto pode ser entendido da geometria da figura seguinte,

FIG.3.8. Geometria para determinar a aberração cromática dada pela rede para objeto negativo.

De acordo com a figura anterior, tem-se que o foco sagital corresponde àquele onde se forma a imagem dada pelas equações (3.4) e (3.10), o foco tangencial corresponde ao foco da rede, e a pupila do olho do observador tem um diâmetro que pode variar entre 2 e 4mm, dependendo da intensidade de luz que o atinge.

Da geometria da figura anterior, e para objeto negativo, encontra-se que a aberração na horizontal pode ser expressa por d,

$$d = \frac{Z_T - Z'}{Z_F - Z'} O \quad (3.15)$$

sendo que Z_F indica a profundidade em que se encontra o observador, Z' corresponde à profundidade em que se encontra a imagem, obtida pela equação (3.4) e Z_T é a profundidade na qual acontece o foco tangencial. A grandeza O tem a ver com o diâmetro da pupila, que, em geral, pode ser da ordem de 3mm. Na vertical, a expressão que permite obter o valor de d é,

$$d = \frac{Z_T - Z'}{Z_F - Z_T} O \quad (3.16)$$

Para objeto positivo o caso é semelhante, só que na horizontal o observador vê a imagen difratada, e corresponde àquele que vem determinada pelas equações (3.4) e (3.10). Na vertical o objeto parece estar atrás da imagem difratada, a uma distância DZ . O valor de DZ é: $(X + Z) - Z'$. A expressão que permite obter o valor da aberração é, de acordo com a figura anterior,

$$d = \frac{\Delta Z}{Z_F + (X_A^2 + Z_A^2)^{1/2}} O \quad (3.16)$$

Para formar-se uma idéia do tamanho de d , tomemos um caso típico onde $Z_A \cong Z_T = 53$ mm, $Z' = 41.94$ mm e $Z = 255$ mm. Neste caso se encontra que para objeto positivo $d \cong 0.6$ mm e para objeto negativo $d \cong 0.15$ mm.

A dependência do comprimento de onda com a posição da imagem, é o que permite que as imagens do objeto sejam vistas de diferentes pontos de vista. Isto permite comparar o caso policromático com uma situação estereo-fotográfica mais geral e próxima do caso de imagem difratada.

UTILIZAÇÃO DAS IMAGENS DE UM OBJETO

4.1. Equações da estérefotografia

FIG.4.1. Holofotografia

A fig.4.1. corresponde ao caso de holofotografia[19]. A pupila de entrada da câmera fotográfica se encontra na posição \$(0, Z_F)\$. A imagem projetada sobre o filme fotográfico a uma distância \$i\$ registra as imagens \$A'_r\$ e \$A'_b\$ separadas pela distância

$$\overline{A'_r B'_b} \cong \frac{i(X_r - X_b)}{Z_r - Z_b} \quad (4.1)$$

A expressão (4.1) é aproximada, pois, na realidade, se deve levar em conta um fator de inclinação angular, o qual é pequeno. As coordenadas \$(X_r, Z_r)\$ correspondem à imagem vermelha, e \$(X_b, Z_b)\$ tem a ver com o comprimento de onda azul. Não necessariamente devem ser vermelho e azul, o importante é que sejam dois comprimentos de onda diferentes.

FIG.4.2. Rotação da câmara fotográfica com relação à origem.

Ao rodar a câmara com relação à origem, mantendo-a porém focada com relação ao ponto de referência O, encontra-se a nova posição desta,

$$Z_1(\lambda') = \frac{X_A - Z_A \times \tan \theta(\lambda')}{\tan \theta_F(\lambda') - \tan \theta(\lambda')} \quad \text{e} \quad X_1 = \frac{X_A - Z_A \times \tan \theta(\lambda')}{\tan \theta_F(\lambda') - \tan \theta(\lambda')} \tan \theta_F(\lambda') \quad (4.2)$$

De acordo com a geometria da fig.4.1 correspondente à difração tem-se que,

$$X(\lambda') = X_A - Z_A \times \tan \theta(\lambda') = -Z_F \times \tan \theta'(\lambda') \quad (4.3)$$

O caminho percorrido pela luz ao ir de A, posição do objeto, à nova posição da câmara (fig.4.2.(a)), é o mesmo que o raio de luz percorre ao viajar de A à posição X(λ') - posição onde o raio atinge a rede - e finalmente à câmara, ou seja, em Z_F. Logo as distâncias $d(\lambda') = \overline{X(\lambda')C'}$ e $d_F(\lambda') = \overline{X(\lambda')C'}$ são as mesmas, e isto nos permite encontrar o valor angular $\theta_r(\lambda')$, o qual indica quanto se deve rodar a câmara. Deste fato, sai a equação de segunda ordem,

$$\tan^2 \theta_F - 2 \times \tan \theta \times \tan \theta_F + \frac{\tan^2 \theta - \tan^2 \theta'}{1 + \tan^2 \theta'} = 0 \quad (4.4)$$

Sejam:

$$\begin{aligned} y &= \tan \theta_F(\lambda') \\ B &= -2 \times \tan \theta(\lambda') \\ C &= \frac{\tan^2 \theta(\lambda') - \tan^2 \theta'(\lambda')}{1 + \tan^2 \theta'(\lambda')} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Resolvendo a expressão anterior encontra-se,

$$y_{\pm} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (4.6)$$

de onde,

$$\theta_F = \arctan(y_{\pm}) \quad (4.7)$$

A forma de escolher a raiz necessária (eq. (4.6)), vem determinada pela geometria da situação que se quer.

Seguindo-se o mesmo raciocínio anterior na fig. 4.2.(b), encontra-se que para o comprimento de onda, que difrata mais, o ângulo vem determinado por,

$$\theta_F(\lambda'') = \arctan(y_{\pm}) \quad (4.8)$$

com,

$$\begin{aligned} y &= \tan \theta_F(\lambda'') \\ B &= -2 \times \tan \theta(\lambda'') \\ C &= \frac{\tan^2 \theta(\lambda'') - \tan^2 \theta'(\lambda'')}{1 + \tan^2 \theta'(\lambda'')} \end{aligned} \quad (4.9)$$

FIG.4.3 Relação estereoscópica

De acordo com a fig.4.3.(a) e (b), e tendo em conta as expressões (4.6) e (4.7), pode-se escrever as equações estereoscópicas, sendo que os ângulos denominados nas figuras anteriores como $\sigma(\lambda') = \gamma - \theta_F(\lambda')$ e $\alpha(\lambda'') = \gamma - \theta_F(\lambda'')$, levam a informação do deslocamento da câmera em relação ao objeto

$$\frac{d_A \times \sin(\sigma(\lambda'))}{d_A \times \cos(\sigma(\lambda')) + D(\lambda')} = \frac{\overline{OA''}_b}{-i} \quad (4.10)$$

onde $D(\lambda') = \sqrt{X_1^2(\lambda') + Z_1^2(\lambda')}$, é a distância entre a origem e a lente da câmera, para o comprimento de onda que difrata menos, e além disso temos a distância $d_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2}$, que tem a ver com a posição do objeto e a origem.

Para o comprimento de onda que difrata mais, as equações tomam a forma seguinte,

$$\frac{d_A \times \sin(\sigma(\lambda''))}{d_A \times \cos(\alpha(\lambda'')) + D(\lambda'')} = \frac{\overline{OA''}_r}{-i} \quad (4.11)$$

com $D(\lambda'') = \sqrt{X_1^2(\lambda'') + Z_1^2(\lambda'')}$

Ao fazer uma fotografia com a geometria descrita acima, o filme vai registrar as imagens de A' e A'' , separadas por um segmento de reta dado por,

$$\overline{A'A''} = \frac{d_A \times \sin \sigma(\lambda')}{d_A \times \cos \sigma(\lambda') + D(\lambda')} - \frac{d_A \times \sin \alpha(\lambda'')}{d_A \times \cos \alpha(\lambda'') + D(\lambda'')} \quad (4.12)$$

As equações (4.1) e (4.12) podem ser comparadas, para casos típicos, a um fator M_s , denominado magnificação estereoscópica [20-21].

$$M_s = \frac{\overline{A'_r A'_b}}{A'A''} \quad (4.13)$$

A tabela a seguir mostra os valores das imagens para os respectivos comprimentos de onda, e o valor de M_s . Tome-se as mesmas distâncias para objeto e observador dadas na ref.1., pg.17.

(X_A, Z_A) Coordenadas da posição do objeto em mm.

(X'_r, Z'_r) Coordenadas da posição da imagem para o comprimento de onda que difrata mais em mm.

(X'_b, Z'_b) Coordenadas da posição da imagem para o comprimento de onda que difrata menos em mm.

		$\lambda''=653 \text{ nm}$		$\lambda''=466 \text{ nm}$		
X_A	Z_A	X'_r	Z'_r	X'_b	Z'_b	M_s
3	10	-1,2	12	0,1	11	1,07
8,5	30,5	-4,4	38,5	-0,3	34	1,05
14	51	-7,5	64	-0,7	57	1,02

TABELA 4.1. Obtenção da amplificação estereoscópica

Da tabela anterior se observa que $1,02 < M_s < 1,07$, ao invés do que mostra a referência já citada, onde $1,15 < M_s < 1,16$. A razão de ser assim, tem a ver com a correção angular feita, porém não é completa, já que foi mantida a mesma relação estereoscópica para o caso difratado.

Pode-se seguir pensando que em ambas situações: i) a situação estereoscópica obtida ao fotografar duas imagens, de pontos de vista ligeiramente diferentes (70mm), e ii) a situação estereoscópica obtida por uma rede de difração, são semelhantes. $M_s = 1$ representa uma situação ótima na qual a fotografia da imagem de um objeto difratado por uma rede, é a mesma que um "anáglifo par estéreo", já que se considerou só dois comprimentos de onda.

4.2. Estéereoscopia com uma rede de difração.

Elementos difrativos, como hologramas[22-23] e redes de difração[24-25], foram empregados como componentes ópticos para estéereoscopia e para medir distâncias.

O primeiro trabalho sobre as dimensões de imagens difratadas com luz branca, ref.[1]., compara a imagem difratada de um objeto iluminado pela luz branca, com uma sequência contínua de pontos de vista em relação ao objeto, o que já foi desenvolvido mais explicitamente nos capítulos anteriores.

As equações permitem calcular a melhor posição de um ponto de vista fixo para a imagem difratada. O resultado permite propor que o uso de imagens com dois comprimentos de onda diferentes controla o grau de disparidade binocular na estéereoscopia.

4.2.1. Descrição da característica da imagem.

A primeira ordem de uma imagem difratada do objeto em questão, aparece na forma de uma mancha espectral, ou seja, aberrada cromaticamente, a qual pode ser mais comprida que o próprio objeto, como foi observado no capítulo 3.

Ao observar com um filtro a imagem aberrada, ela mostra-se igual aquela que é vista pela rede, quando se ilumina o objeto com uma fonte estritamente monocromática. Esta imagem é equivalente a um certo ponto de vista do objeto cuja posição depende fortemente do comprimento de onda.

Incrementando os valores do comprimento de onda em forma contínua, consegue-se representar o objeto como se estivesse girando e avançando lentamente.

A profundidade na qual a imagem é apresentada ao observador é muito diferente da profundidade na qual esta aparece, quando observamos de um único ponto de vista, correspondente a qualquer posição dos olhos (o que seria verificado pela condição de focalização do olho).

Isto acontece devido à divergência local dos raios que atingem cada pupila, o qual não tem como origem virtual o mesmo ponto onde a triangulação desenvolvida pelo cérebro, indica a posição aparente do objeto.

FIG.4.4. Esquema da montagem experimental para obter uma imagem estereoscópica difrativa.

A fig.4.4. representa um objeto pontual, O, situado a uma distância Z_0 da rede de difração (R.D), que se encontra a um valor Z_F distante dos olhos do observador.

Os pontos de incidência na rede, correspondentes aos valores dos comprimentos de onda permitidos para alcançar cada um dos olhos do observador, são indicados pelos números 1, 2, 3 e 4. 1 e 3 correspondem ao comprimento de onda menor (sendo neste caso o azul), 2 e 4 ao valor do comprimento de onda maior.

Pontos A'_{23} , A'_{24} tem a ver com a profundidade aparente da imagem estereoscópica, quando são escolhidos os raios 2 e 3 ou 2 e 4, respectivamente.

Para o ponto de vista da câmera ou de um observador posicionado na direção dos raios que passam por 2, e 3, as imagens correspondentes são indicadas por a'_2 e a'_3 respectivamente.

Comparar o novo sistema com aqueles que funcionam por triangulação ou combinação de rede e holografia[26-27], pode ser útil para a compreensão da

visão "aniseikônica", com a vantagem sobre o sistema existente[28-29] de não ter que fazer hologramas.

X_1	X_2	X_3	X_4
-15	0	16	30

TABELA 4.2. Coordenadas na rede em mm.

A'_{13}	A'_{14}	A'_{23}	A'_{24}	a'_2	a'_3
-287	-200	-118	-320	-277,8	-257,6

TABELA 4.3. Profundidade estéreo das imagens difratadas em mm.

A origem das coordenadas foi escolhida no ponto da rede que intercepta a normal a esta, com a posição do olho esquerdo.

4.2.2. Detalhes experimentais

Utilizou-se uma rede de difração plástica por transmissão de 580 linhas/mm fixada entre dois vidros de 2mm de espessura. Dois objetos, uma caneta plástica de 135mm de altura e 10mm de espessura, cujo centro foi localizado a 305mm da rede, e uma porca cujo centro se encontrava a 270mm da rede e a 35mm do centro da caneta, foram pintados em cor alumínio e iluminados lateralmente por meio de uma lâmpada de halogêneo de 300W, e pela reflexão de um espelho cilíndrico do outro lado.

As imagens correspondentes à primeira ordem difratada foram observadas a uma distância z de 558mm, em frente à rede onde uma câmera PENTAX com uma objetiva SMC PENTAX MACRO $f=50\text{mm}$, $f:4$ foi sequencialmente localizada na posição correspondente a cada um dos olhos do observador.

As dimensões úteis da rede para mostrar toda a cena foram 80mm de largura e 90mm de altura.

FIG.4.5 Par estéreo fotográfico obtido por meio de dois filtros de diferentes comprimentos de onda

Duas fotografias, mostradas na fig.4.5. foram obtidas usando-se um filtro vermelho de 637nm no olho esquerdo e um filtro azul de 500nm no olho direito. A largura de banda dos filtros é de 10nm e 8nm, respectivamente.

As duas fotos geram um par estéreo, com o qual a representação obtida pelo observador pode ser reconstruída por estereoscopia. A abertura da câmera foi de $f:16$, com tempos de exposição de 3s e 5s respectivamente.

Foi empregado um filme KodaK ISO 100, e revelado em KodaK T MAX durante 5 minutos.

A TABELA 4.3 mostra as medidas correspondentes, feitas ao se sobrepor a imagem difratada, vista pelo olho esquerdo, com a linha visual que passa pelo ponto de referência 2, e cuja posição foi lida com uma régua milimétrica.

As posições calculadas, A'_{23} e A'_{24} foram confirmadas dentro de uma precisão de 6%, fazendo coincidir, para um observador, a posição da imagem com a de um objeto colocada por trás da rede.

Uma das características desta classe de imagens é que a posição longitudinal do observador determina a posição longitudinal da imagem formada, tal que a distância entre o observador e a imagem parece aproximadamente constante. Quando o observador trata de alcançar a imagem esta se afasta dele, e quando o observador se afasta dela, a imagem se aproxima dele.

Balançando a cabeça é possível apreciar a profundidade na qual se encontra a imagem, tendo nos olhos dois filtros de transmissão, com comprimentos de onda diferentes.

CONCLUSÕES

A rede de difração se comporta como um codificador por comprimento de onda das perspectivas de uma cena.

É a dependência do comprimento de onda com a posição da imagem o que permite que as imagens dos objetos sejam percebidas de diferentes pontos de vista.

A dispersão cromática que aparece, ao olhar um objeto através da rede é o que permite registrar a tridimensionalidade.

A largura do espectro codifica a profundidade do objeto à rede, e esta pode ser registrada ao tomar-se uma foto colorida da imagem formada pela rede de difração.

A imagem observada através da rede obedece às equações (3.4) e (3.10), e depende tanto do comprimento de onda, como das posições do objeto e do observador.

Além disso mostra-se também, que a rede de difração pode ser uma ferramenta útil para registrar um par estéreo de um objeto 3D, em uma única exposição sob iluminação bicromática.

Por meio da rede é possível ajustar o grau de paralaxe permitido pela observação imediata de um objeto, logo ela é um instrumento prático para estudar a "aniseikonia", já que não é necessário registrar a imagem como um sistema holográfico.

A descrição apresentada da visão binocular através de uma rede de difração é a primeira e seu equacionamento é exato.

O trabalho revela que a difração permite mapear os objetos no sentido de que pode-se levantar uma sequência de silhuetas ou seu relevo, o que sugere sua utilização em visão automática ou computacional.

APÊNDICE

Apêndice A:

Neste apêndice mostra-se os programas utilizados para encontrar as posições das imagens difratadas por uma rede de difração.

A maior dificuldade que se tem, é poder determinar o intervalo onde é possível encontrar uma raiz, a qual me determina o valor de teta (ângulo de incidência na rede) na equação 3.13.

i) program imagdif1;

```
uses crt;
```

```
const
```

```
delta_teta=1*3.1416/180;
```

```
vermelho=650e-6;
```

```
verde=550e-6;
```

```
azul=450e-6;
```

```
var
```

```
xa,za,xf,zf,lambda,ni,lixo,teta_il,
```

```
x_linha,z_linha,
```

```
x_vermelho,z_vermelho,raio_vermelho,
```

```
x_azul,z_azul,raio_azul,
```

```
x_verde,z_verde,raio_verde,
```

```
teta_vermelho,teta_azul,teta_verde,
```

```
media,desvio_porcento: real;
```

```
j : integer;
```

```
monitoramento : boolean;
```

```
letra : char;
```

```
resposta : string;
```

```
code : integer;
```

```
*** FUNCAO TAN ***}
```

```
function tan(alfa:real):real;
```

```
begin
```

```
if abs(alfa)=pi/2 then
```

```
tan:=maxlongint*(alfa/abs(alfa))
```

```
else
```

```
tan:=sin(alfa)/cos(alfa);
end;
```

{*** FUNCAO ARCSIN ***}

```
function arcsin(sin_teta:real):real;
```

```
const
  seguranca=0.01;
```

```
begin
  if (abs(1-abs(sin_teta))<=seguranca) or (abs(sin_teta)>1) then
    arcsin:=pi/2*(sin_teta/abs(sin_teta))
  else
    begin
      arcsin:=arctan(sin_teta/sqrt(1-sqr(sin_teta)));
    end;
  end;
```

{*** FUNCAO ERRO ***}

```
function erro (teta,xa,za,xf,zf,lambda,ni:real ; j:integer) : real;
```

```
var
  x_rede,teta_geom,teta_dif : real;
```

```
begin
  x_rede:=xa+za*tan(teta);
  teta_geom:=arctan((xf-x_rede)/-(zf));
  {teta_dif:=arcsin((j*lambda*ni)+sin(teta));}
  teta_dif:=arcsin((-j*lambda*ni)+sin(teta));
  erro:=teta_geom-teta_dif;
  if monitoramento then
    begin
      {*****}

      writeln('Erro      ->',(teta_geom-teta_dif)*180/pi:5:2);
      writeln('Teta Geometrico ->',(teta_geom*180/pi):5:2);
      writeln('Teta Difratoado  ->',(teta_dif*180/pi):5:2);
      readln;

      {*****}
```

```
end;
end;
```

```
{*** FUNCAO TETA_VIT ***}
```

```
function teta_vit(xa,za,xf,zf,lambda,ni : real; j:integer ):real;
```

```
const
```

```
  grau=3.1416/180;
  teta_inicial=-45*grau;
  teta_final=45*grau;
  passo_inicial=1*grau;
  epsilon=0.01*grau;
  refinamento=5;
```

```
var
```

```
  passo_teta,teta_anterior,teta_erro_atual,erro_anterior : real;
  fim, fim_varredura : boolean;
```

```
begin
```

```
  passo_teta:=passo_inicial;
  teta:=teta_inicial;
  fim:=false;
```

```
  while not(fim) do
```

```
    begin
```

```
      erro_anterior:=0;
```

```
      fim_varredura:=false;
```

```
      while not(fim_varredura) do
```

```
        begin
```

```
          if monitoramento then
```

```
            {*****}
```

```
            writeln('Teta -> ',(teta*180/pi):7:4);
```

```
            {*****}
```

```
          erro_atual:=erro(teta,xa,za,xf,zf,lambda,ni,j);
```

```
          if abs(erro_atual)<=epsilon then
```

```
            begin
```

```
              fim:=true;
```

```
              fim_varredura:=true;
```

```
            end
```

```
          else
```

```
            if (erro_atual*erro_anterior)<0 then
```

```
begin
  {O erro mudou de sinal, passou pela raiz}
  if monitoramento then
    begin
      {*****}
      writeln('Mudou de sinal!');
      writeln('Novo passo :',(passo_teta/refinamento)*180/pi:5:3);
      writeln;
      readln;

      {*****}

    end;
    passo_teta:=passo_teta/refinamento;
    teta:=teta_anterior;
    fim_varredura:=true;
  end
else
  {O erro nao mudou de sinal}
  begin
    if teta>=teta_final then
      begin
        {Chegou no limite maximo sem achar a raiz}
        fim_varredura:=true;
        teta:=teta_inicial;
        passo_teta:=passo_teta/refinamento;
        writeln('>');
        if monitoramento then

          {*****}

          writeln('Cheguei no final sem achar. Novo passo:',
            passo_teta);

          {*****}

        end
      end
    else
      begin
        teta_anterior:=teta;
        erro_anterior:=erro_atual;

        teta:=teta+passo_teta;
```

```

end;
    end;
end;
teta_vit:=teta;
end;

function x_imagem (xa,za,teta,lambda,ni : real; ordem : integer) : real;

var
    numerador, denominador : real;

function T(teta : real) : real;
begin
    T:=tan(arcsin(sin(teta)-ordem*lambda*ni));
end;

begin
    numerador:=(T(teta+delta_teta)*tan(teta-delta_teta))-
                (T(teta-delta_teta)*tan(teta+delta_teta));
    denominador:=T(teta+delta_teta)-T(teta-delta_teta);
    x_imagem:=xa+za*(numerador/denominador);
end;

function z_imagem (xa,za,teta,lambda,ni,x_linha:real;
                  ordem : integer): real;

function T(teta : real) : real;
begin
    T:=tan(arcsin(sin(teta)-ordem*lambda*ni));
end;

begin
    z_imagem:=((za*tan(teta)-x_linha+xa)/(T(teta)));
end;

function dist(x1,z1,x2,z2 : real) : real;

var
    radicando : real;

begin
    radicando:=abs((sqr(x1)+sqr(z1))-(sqr(x2)+sqr(z2)));

```

```
if radicando=0 then
```

```
    dist:=0
```

```
else
```

```
    dist:=sqrt(radicando);
```

```
end;
```

```
function raio(teta,x_linha,z_linha,xa,za : real) : real;
```

```
var
```

```
    x_rede : real;
```

```
begin
```

```
    x_rede:=xa+za*tan(teta);
```

```
    raio:=abs(dist(0,x_rede,x_linha,z_linha));
```

```
end;
```

```
function desvio(raio1,raio2,raio3 : real): real;
```

```
var
```

```
    erro1,erro2,erro3,media : real;
```

```
begin
```

```
    media:=(raio1+raio2+raio3)/3;
```

```
    erro1:=abs(raio1-media);
```

```
    erro2:=abs(raio2-media);
```

```
    erro3:=abs(raio3-media);
```

```
    if abs(media)<0.001 then
```

```
        desvio:=0
```

```
    else
```

```
        desvio:=(erro1+erro2+erro3)/3;
```

```
end;
```

```
{*** PROGRAMA PRINCIPAL ***}
```

```
begin
```

```
{ ENTRADA DOS DADOS }
```

```
lambda:=630e-6;
```

```
xa:=-105;
```

```
za:=53;
```

```
xf:=0;
```

```

zf:=-255;
ni:=595;
j:=-1;
monitoramento:=false;

while true do
  begin
    clrscr;
    writeln('Entre com os seguintes valores:');
    write('Xa (,xa:5:0,'mm) :');
    {readln(xa);}
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,xa,code);
    write('Za (,za:5:0,'mm) :');
    {readln(za);}
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,za,code);

    write('Xf (,xf:5:0,'mm) :');
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,xf,code);
    write('Zf (,zf:5:0,'mm) :');
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,zf,code);
    {
    write('Lambda (,(lambda*1e6):5:0,'nm) :');
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,lambda,code);
    write('Ni (,ni:5:0,'ln/mm) :');
    readln(resposta);
    if resposta<>" then
      val (resposta,ni,code);
    write('Ordem (,j:2,') :');
    readln(resposta);
    if resposta<>" then

      val (resposta,j,code);
    monitoramento:=false;
  
```

```

writeln;
write('Deseja acompanhar o calculo ? (s/n) ');
readln(letra);
if (letra='s') or (letra='S') then
  monitoramento:=true;
}

clrscr;
writeln('Calculando...');
writeln;

{*** Calculo para lambda do vermelho ***}
teta_vermelho:=teta_vit(xa,za,xf,zf,vermelho,ni,j);
x_vermelho:=x_imagem(xa,za,teta_vermelho,vermelho,ni,j);
z_vermelho:=z_imagem(xa,za,teta_vermelho,vermelho,ni,x_vermelho,j);
raio_vermelho:=raio(teta_vermelho,x_vermelho,z_vermelho,xa,za);

{*** Calculo para lambda do verde ***}
teta_verde:=teta_vit(xa,za,xf,zf,verde,ni,j);
x_verde:=x_imagem(xa,za,teta_verde,verde,ni,j);
z_verde:=z_imagem(xa,za,teta_verde,verde,ni,x_verde,j);
raio_verde:=raio(teta_verde,x_verde,z_verde,xa,za);

{*** Calculo para lambda do azul ***}
teta_azul:=teta_vit(xa,za,xf,zf,azul,ni,j);
x_azul:=x_imagem(xa,za,teta_azul,azul,ni,j);
z_azul:=z_imagem(xa,za,teta_azul,azul,ni,x_azul,j);
raio_azul:=raio(teta_azul,x_azul,z_azul,xa,za);

```

{APRESENTACAO DOS DADOS}

```

clrscr;
writeln;
writeln('Distancia branca -> ',raio(teta_vermelho,xa,za,xa,za):5:2);
writeln;
writeln('VERMELHO ',vermelho*(1e6):5:0,'nm :');
writeln('Angulo incidente -> ',teta_vermelho*180/pi:7:4);
writeln('X_linha -> ',x_vermelho:5:2);
writeln('Z_linha -> ',z_vermelho:5:2);
writeln('Distancia -> ',raio_vermelho:5:2);
writeln;
writeln('VERDE ',verde*(1e6):5:0,'nm :');

```

```
writeln('Angulo incidente -> ',teta_verde*180/pi:7:4);
  writeln('X linha -> ',x_verde:5:2);
  writeln('Z linha -> ',z_verde:5:2);
  writeln('Distancia -> ',raio_verde:5:2);

writeln;
writeln('AZUL ',azul*(1e6):5:0,'nm ');
writeln('Angulo incidente -> ',teta_azul*180/pi:7:4);
writeln('X linha -> ',x_azul:5:2);
writeln('Z linha -> ',z_azul:5:2);
writeln('Distancia -> ',raio_azul:5:2);

{
writeln;
writeln('DISPERSAO ->',dist(x_vermelho,z_vermelho,x_azul,z_azul):5:2);
}
writeln;
media:=(raio_vermelho+raio_azul+raio_verde)/3;
desvio :=desvio(raio_vermelho,raio_azul,raio_verde);
porcento:=desvio_*100/media;
writeln('Desvio medio das distancias ->',
  desvio_:5:2,
  '(',porcento:3:1,'%');
writeln;
writeln('Tecla <Return>');

readln;
end;
end.
```

ii) program imagdif2;

ENTRE OS VALORES DE XA E ZA

```
REAL FUNCTION O(I)
```

```
REAL XA
```

```
  READ (*,*) XA
```

```
  I=-XA
```

```
  O=I
```

```
  END
```

```
REAL FUNCTION q(m)
```

```
REAL ZA
```

```
READ (*,*) ZA
```

```
  m=ZA
```

```
  q=m
```

```
  END
```

PROGRAMA PRINCIPAL

```
REAL LIXO
```

```
REAL XA, ZA, XX, Z, R, P, S
```

```
  DO 100 LIXO=1,100,1
```

```
  XA=O(I)
```

```
  ZA=q(m)
```

```
  S=TETAN(TETA, XA, ZA)
```

```
  R=T3(TE, XA, ZA)
```

```
  P=T4(X, XA, ZA)
```

```
  XX=XA+ZA*R
```

```
  Z=(ZA*TAN(S)-XX+XA)/P
```

```
  WRITE (*,*) 'XA=', XA, 'ZA=', ZA, 'X=', XX, 'Z=', Z
```

```
  100 CONTINUE
```

```
  END
```

CALCULO DO PRODUTO DAS FUNCOES QUE DEPENDEM DE TETA

```
REAL FUNCTION T3(TE, XA, ZA)
```

```
INTEGER J
```

```
REAL DELTA, LAMBDA, NU, T1, T2, Y, TETAN, TETA
```

```
REAL U, V, W, D, TETA2
```

```
  D(TETA2)=TAN(ASIN(SIN(TETA2)-(J*LAMBDA*NU)))
```

```
  J=-1
```

```
  DELTA=3.1415192654/180
```

```
  LAMBDA=0.653
```

```

NU=0.595
V=TETAN(TETA,XA,ZA)
U=V+DELTA
W=V-DELTA
T1=D(U)
T2=D(W)
Y=(T1*TAN(W)-T2*TAN(U))/(T1-T2)
TE=Y
T3=TE
RETURN
END

```

FUNÇÃO DE TETA

```

REAL FUNCTION T4(H,XA,ZA)
INTEGER J
REAL LAMBDA,NU
REAL H, S, F, Q
F(Q)=TAN(ASIN(SIN(Q)-(J*LAMBDA*NU)))
J=-1
LAMBDA=0.653
NU=0.595
S=TETAN(TETA,XA,ZA)
H=F(S)
T4=H
RETURN
END

```

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO TRASCENDENTAL 3.13

```

REAL FUNCTION TETAN(TETA,XA,ZA)
INTEGER XF,ZF,J,K
REAL LAMBDA,NU,TETA1,E
REAL C,TETAA,D,TETAB,Y,TETA
Y(TETA)=-ZF*TAN(ASIN(SIN(TETA)-(J*LAMBDA*NU)))
XF+XA+ZA*TAN(TETA)
XF=0
ZF=530
J=-1
LAMBDA=0.657
NU=0.595
TETAA=-1.4
TETAB=1.4

```

```
E=1E-07
IF ((TETAB-TETAA).LT.E)
$ THEN
TETA=TETAA
TETAN=TETA
ELSE
  K=1
  C=Y(TETAA)
5  TETA1=(TETAA+TETAB)/2
  D=Y(TETA1)
  IF ((C*D).GT.0)
  $ THEN
    TETAA=TETA1
    GO TO 10
  ELSE
    TETAB=TETA1
10  IF ((TETAB-TETAA).LT.E)
    $ THEN
      TETA=TETA1
      TETAN=TETA
    ELSE
      K=K+1
      GO TO 5
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
RETURN
END
```

Apêndice B

FIG.A.I. SISTEMA GERADOR DO PONTO OBJETO PARA O SISTEMA HOLOCAD

De forma a aplicar o trabalho desenvolvido para uma rede de difração, colaborou-se na construção de uma primeira versão do sistema HOLOCAD. Este consiste em um sistema gerador de figuras holográficas, obtendo-se como resultado a imagem de um "círculo de luz" com paralaxe contínua e a uma certa distância fixa da tela holográfica (arbitrariamente a frente ou atrás). Se construiu um emissor de luz branca, ilustrado na fig.I. a partir de uma lâmpada de halogênio de forte brilho, uma abertura circular colocada a sua "frente" um doublete e um tubo de PVC envolvente. O critério de escolha da lâmpada tem a ver com o tamanho do filamento, já que ele representa o ponto objeto, por isso se escolhe o menor.

O doublete foi determinado de modo a ser cromático e a possuir uma distância focal de 50cm (da ordem do comprimento do tubo).

Para defletir o feixe de luz branca e gerar uma imagem bidimensional fixou-se um pequeno espelho plano circular no eixo de um motor decorrente contínua, com a normal do espelho fazendo um ângulo de três graus com o eixo do motor. Este arranjo permitiu formar um círculo, o qual foi projetado numa rede de difração, responsável pela DISPERSÃO CROMÁTICA e portanto pela profundidade do ponto imagem.

REFÊRENCIAS

1. J.J.Lunazzi, "Holophotography with a diffracting grating", *Op.Engineering*. 29(1),Pp 15,18 (1990).
2. Born, M. and Wolf, E. "Principles of Optics", Pergamon Press, Oxford,1965.
3. E.Hecht, Zajac. "Óptica", Fondo Educativo Interoamericano, S.A., 1977.
4. C.Huygens, "Traité de la Lumière", Leyden, 1960.
5. Ibidem [2]. Pg.370-75.
6. G.Kirchhoff, Sitz.Akad.Wiss.Berlin,641(1882).Reprinted in: "Wied. Ann. Phys". 18,663.1883.
7. G.Kirchhoff. "Lectures on Mathematical Optics, Part.2", Boltzmann,ed,Teubner, Leipzig, 1891.
8. Ibidem [2]. Pg.417,415.
9. A. Rubinowicz,Ann.Phys.473, 339(1924).
- 10 W.Duane, Prog.Nat.Acad.Sci. 9,158 (1923).
11. F.A.Jenkis and H.E.White, "Fundamentals of Optics",Academic Press, ew York. 1982.
12. M.C.Huthley, "Diffraction Gratings," Academic. Press,New York, 1982.
13. J.J.Lunazzi, "Síntese Descritiva das Propiedades das Redes de Difração",Instituto da Física. Universidad Estadual de Campinas.
14. D.Ritthenhouse, Trans.Ame.Phil.Soc. 2,201 (1786).
15. J.Fraunhofer, Ann.d.Physik 74, 337 (1823).
16. J.J.Lunazzi, "Three-Dimensional Photography by holography",*Op. Engineering*. 29(1),pp 9,14 (1990).
17. Ibidem [15]. Pg. 11,12.

18. Ibidem [1]
19. Ibidem [15]. Pg.9.
20. Ibidem [15]. Pg.9-14
21. Ibidem [17]. Pg.15,17
22. G. Molesini, *Optica Acta*, 1983, Vol.30, N6, 705-706.
23. F. Carreño, J.L. Ruiz, J.M. Vásquez, R. Bernárdez, J.L. Hernández and E. Bernabew, *Proc. of the SPIE*, VOL. 1983, 1993. Pg. 899-9004
24. T. Witt, *Proc. of the SPIE* VOL. 754, 1987. Pg. 55-63
25. Ibidem [18]. Pg.1007-1009
26. H.J. Rabal et al, *Appl.Opt.* 15 April 1986, VOL.25, N8, 1259,1260
27. D.Courjon and C. Bainier, "Holographic optical elements used as stereoscopic screens", *Applied Optics*. 21(21),Pg.3804-3805 (1982).
28. Ibidem [24].
29. J.J.Lunazzi, J.M.J Ocampo "Binocular disparity and stereopsis obtained under white light with a diffraction grating", *Journal of Modern Optics*. Vol.42, No.1, 3-6 (1995).

ANEXO

Anexo:

Neste anexo apresentam-se os artigos do Prof. Jose J. Lunazzi, aos quais fase-se referênciã durante o trabalho, já que eles foram parte esencial deste.

Three-dimensional photography by holography

José J. Lunazzi

Universidade Estadual de Campinas
Institute of Physics
C.P. 6165
13081 Campinas-SP, Brazil

Abstract. Color encoding of depth is shown to occur naturally in holograms that are reconstructed under white light illumination. It can be registered in a common color photograph, allowing a simple method of visual decoding by means of ordinary colored 3-D spectacles. The fundamental holographic equations and the photographic procedure required for maximum fidelity in three-dimensional reproduction are described. The result is a new kind of photograph that shows all of the views of the object in a continuous sequence. It permits an animated photographic representation and also makes it possible to adjust the degree of depth visualization when observed as a stereoscopic representation.

Subject terms: holography; photography; stereoscopy; color encoding; three-dimensional imaging.

Optical Engineering 29(1), 9-14 (January 1990).

CONTENTS

1. Introduction
2. Spectral encoding of depth
3. Holophotography: storage of multiple views in a single photograph
4. Influence of the wavelength resolution
5. Experimental details
6. Conclusions
7. Acknowledgments
8. References

1. INTRODUCTION

Color encoding of various properties of objects by holograms has been demonstrated previously.¹⁻³ In this paper we describe how a hologram naturally encodes a three-dimensional image that, after being photographed, constitutes a perfect anaglyph to be observed through colored spectacles.*

The technique employs the well-known effect of blurring by chromatic aberration⁴ that appears whenever a hologram is made by following the classical procedures of Leith and Upatnieks⁵ or Denisjuk.⁶ When illuminated in white light, this hologram shows an interesting property, visible in the form of a spectral multicolor profiling of shapes in the scene, that we demonstrate to constitute the spectral encoding of depth. This effect is more apparent for those regions of the object that are more distant from the plane of the hologram. The angular displacement of an image point, corresponding

to the change in reconstructing wavelength, permits a color photograph of the scene to register the depth of that point as a spectrum whose extension is proportional to the depth value. This horizontal widening of the spectral distribution of colors brings an effect equivalent to the superposition of parallax changes between many different (hypothetical) points of view in horizontal continuous distribution around the photographic camera position.

For one specific color we obtain the scene that corresponds to one point of view. A photograph of this effect then constitutes the superposition of a continuous sequence of views. So, by photographing the holographic scene in a single exposure, we obtain an anaglyphic photograph that can re-create the three-dimensional image of the original object when proper color filters are used for each eye. Selection of the two stereoscopic points of view is then accomplished by choosing the wavelength of transmission for the filters. What is performed in that way is the substitution of the color ability of the film for a depth-encoding property, giving images that can be reconstructed as a continuous sequence of many points of view, a property that was unique for holograms. Each view is encoded by a specific wavelength value, but even with the limitations of color reproduction by the three-chromatic procedure, we can observe this property of the photograph by illuminating it with a source whose wavelength can be tuned over the visible spectral range. The photograph in this case appears as a living image with changing perspective, giving the appearance of the cinematographic representation of an object that rotates around a vertical axis in the plane of the photograph. This new photographic property permits us to consider a kind of stereo photography that offers a continuous variation of points of view within the observation angle, for which we propose the term "holophotography."

*J. J. Lunazzi, "Anaglyphic effects in the photography from white light holograms," available upon request to the author.