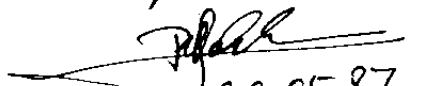


SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM THETA-PINCH:

MODELO HÍBRIDO BIDIMENSIONAL

Este exemplar corresponde a redação final da Tese de
Mestrado defendida pelo aluno Conrado Siqueira
Simão Zenun e aprovada pela Comissão Julgadora


20.05.87

Por: CONRADO SIQUEIRA SIMÃO ZENUN

Orientador: Prof. Dr. PAULO HIROSHI SAKANAKA

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb
Wataghin" da Universidade Estadual do Campi-
nas, como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em Ciências.

Campinas, abril de 1987.

Aos meus avós, in memoriam.

Aos meus pais.

Aos meus irmãos.

AGRADECIMENTOS:

Ao Professor Paulo Hiroshi Sakanaka, pela sua eficaz orientação que tornou possível a execução deste trabalho.

Aos demais professores do grupo de Plasma pelo apoio prestado.

Aos colegas, Héctor, Hisataki, Kayama e Yoshiyuki, pelas proveitosas discussões.

Aos demais colegas do grupo de plasma, pela agradável convivência "plasmática".

As colegas Emilia, Marília e Vicene, pela dedicada amizade.

Ao Professor Helion Vargas, pelo incentivo à continuidade deste trabalho.

Ao pessoal da secretaria do grupo de Plasma e da secretaria de Pós Graduação pelo indispensável apoio.

Ao pessoal do Centro de Computação "John Rogers" e do Centro de Computação da Unicamp, pela colaboração prestada durante a execução deste trabalho.

Aos amigos, Anderson, Francisco, José Manuel, Munir, Paulão, Sardella e Tomaselli pela amizade.

A Professora Rosália Melchioris, pelo incentivo inicial à ciência.

Aos Professores e Colegas da Universidade Federal de São Carlos, pelo apoio recebido.

A CNEN, CAPES, FAPESP, CNPQ e FINEP, pelo apoio financeiro.

ÍNDICE

RESUMO	iv
CAPÍTULO I - Introdução.....	1
I.1- Apresentação da Tese.....	1
I.2- Theta-pinch e Theta-pinch de Campo Reverso..	2
I.3- Modelos de Estudo	3
I.4- Modelo deste Trabalho.....	8
CAPÍTULO II - Modelo Híbrido em Duas Dimensões.....	10
II.1- Introdução.....	10
II.2- Modelo Físico.....	10
II.3- Modelo para os Eléctrons: Fluido	12
II.4- Equação da Energia.....	16
II.5- Resistividade.....	18
II.6- Condições do Contorno.....	19
II.7- Modelo para os íons: Cinético.....	21
CAPÍTULO III - Métodos Numéricos.....	24
III.1- Introdução.....	24
III.2- Equação da Difusão.....	26
III.3- Equação da Energia.....	31
III.4- Equação do Movimento dos íons.....	32
III.5- Interpolação Bilinear.....	33
III.6- Técnica da Partícula na Célula.....	35
CAPÍTULO IV - Resultados	38

IV.1 - Introdução38

IV.2 - Simulações para o Theta-pinch Tupã.....39

CAPÍTULO V - Conclusões.....47

REFERÊNCIAS49

FIGURAS51

RESUMO

Foi elaborado um código numérico segundo um modelo Híbrido-2D, em que os elétrons são tratados como um fluido de massa zero, e os íons como partículas discretas. O campo magnético que acelera os íons é obtido a partir da equação do movimento dos elétrons e das equações de Maxwell. Os íons são distribuídos aleatoriamente num espaço de fase de cinco dimensões $(V_r, V_\theta, V_z, r, z)$, inicialmente segundo uma Maxwelliana. A equação do movimento é resolvida para cada íon, e a função de distribuição do íon é obtida pela técnica partícula na caixa.

A resistividade foi considerada como clássica e fenomenológica.

O modelo foi aplicado ao theta-pinch para se estudar o comportamento físico das grandezas do plasma durante toda a fase de implosão e o efeito dos íons refletidos pelo pistão magnético e o efeito da reconexão das linhas de campo magnético.

Aplicou-se ao Theta-pinch Tupã o modelo de Chodura para a resistividade e foi observado que com os coeficientes c e f iguais a 1,0 e 3,0 respectivamente ele representa melhor o funcionamento do Tupã.

Verificou-se também que com o aumento do campo de polarização o plasma fica estável por mais tempo e que a velocidade de compressão diminui, enquanto que com um campo de polarização nulo há maior difusão do campo magnético no plasma.

São apresentados gráficos 3D do campo magnético, campo elétrico, densidade de corrente, densidade de partículas, da pressão, temperatura dos elétrons e temperatura dos íons. Mostra-se também gráficos do espaço de fase da velocidade dos íons em função da posição.

Os resultados obtidos permitem a caracterização dos fenômenos físicos que ocorrem durante a fase de implosão.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - Apresentação da Tese

O objetivo deste trabalho é o estudo da dinâmica de implosão no theta-pinch, usando a resolução numérica das equações de um modelo híbrido em duas dimensões.

A aplicação deste modelo ao theta-pinch permite que se simule o funcionamento da máquina, reproduzindo com as devidas proporções o que se obtém no experimento.

O modelo híbrido considerado aqui é o cinético para os íons e fluido para os elétrons e é desenvolvido em duas dimensões, r e z em coordenadas cilíndricas.

Nesta tese, apresenta-se, no primeiro capítulo, o theta-pinch e o theta-pinch de campo reverso, os modelos de estudo utilizados e o modelo deste trabalho. No segundo capítulo é descrito o modelo híbrido bidimensional, e no terceiro são descritos os métodos numéricos empregados e o desenvolvimento do código. Finalmente, no quarto capítulo, são mostrados os resultados físicos para diversas simulações e é feita uma conclusão do trabalho.

1.2 - Theta-pinch e Theta-pinch de Campo Reverso

O theta-pinch tem sido estudado, tanto teoricamente como experimentalmente, em função das vantagens que apresenta para se conseguir plasmas quentes de alto beta e alta densidade, além do que apresenta uma geometria simples, /1-4/.

Constitui-se o theta-pinch basicamente de um cilindro envolto por uma bobina. Por esta bobina passa uma corrente azimutal (J_θ), produzida por uma descarga de um banco de capacitores. Esta corrente cria um campo magnético axial (B_z), que induz uma corrente imagem (j_θ) na superfície do plasma, que acarreta numa força $F_r = -j_\theta \cdot B_z$, que irá comprimir o plasma no sentido radial, /5/.

Entretanto dispositivos deste tipo em que as linhas de campo são lineares, apresentam fluxo de partículas saindo pelas extremidades, o que acarreta em perda de partículas e de energia, limitando assim o tempo de confinamento do plasma. Para se tentar evitar o fluxo de partículas pelas extremidades, aplica-se antes da descarga principal um campo de polarização de sentido contrário ao campo principal, fazendo com que as linhas de campo se reconectem e formem uma estrutura de linha de campo fechada, segurando o plasma por mais tempo. Este tipo de campo magnético - a configuração de campo reverso - é atualmente o mais estudado, /6-9/ pois apresenta um alto beta e um tempo de confinamento razoável /10/.

Há instabilidades neste tipo de dispositivos (TPCR), tais como rotacionais que podem destruir o plasma--

atualmente controláveis-- o microinstabilidades que aquecem o plasma.

Atualmente, há grande interesse no estudo destas instabilidades, na formação da configuração do campo reverso, no equilíbrio, nos processos de transporte e no aquecimento do plasma, /11-18/.

1.3 - Modelos de Estudo

Para se estudar o plasma, em primeiro lugar especifica-se uma função de distribuição $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$, que o caracteriza, sendo que $\vec{r}$ e $\vec{v}$, são respectivamente as coordenadas de posição e velocidade. A função $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$, é definida de modo que $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{r} d\vec{v}$ dá o número de partículas no elemento de volume $d\vec{r} d\vec{v}$ do espaço de fase no tempo t . O índice α representa as diferentes espécies de partículas constituintes do plasma em estudo.

A evolução de $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ no tempo é dada pela equação de Boltzmann, /5/.

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{v}_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\vec{E} + \frac{\vec{v}_{\alpha} \times \vec{B}}{c}) \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{v}} = C_{\alpha} \quad (1)$$

sendo que na equação acima, q_{α} e m_{α} representam a carga e a massa da partícula, $\vec{v}_{\alpha}$ sua velocidade, c a velocidade da luz, e $\vec{E}$ e $\vec{B}$, os campos elétrico e magnético tal que:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{ext}} + \langle \vec{E}_{\text{int}} \rangle, \quad (2.a)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{ext}} + \langle \vec{B}_{\text{int}} \rangle, \quad (2.b)$$

onde o índice ext representa os campos externos e o índice int representa os campos médios produzidos pelo plasma. O termo que aparece no lado direito da equação (1) é chamado de termo de colisão e representa a mudança na função de distribuição devido as interações binárias de curto alcance entre partículas de espécies diferentes.

A equação de Boltzmann juntamente com as equações de Maxwell (3) constituem um sistema completo de equações, /19/.

As equações de Maxwell para frequências baixas são escritas como:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.a)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \quad (3.b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.d)$$

onde $\vec{J}$ é obtida dos momentos de ordem um da função de distribuição $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$, /5/.

O termo C_{α} que aparece na equação (1) deve ser especificado para cada caso. Na forma mais simples, toma-se $C_{\alpha} = 0$, o que significa que os efeitos das colisões binárias de

curto alcance são desprezados.

Este sistema de equações fornece informações microscópicas sobre a órbita de cada partícula e macroscópicas de certas grandezas do plasma como a densidade ou velocidade que são obtidas integrando $f_{\alpha}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ no espaço de velocidades.

O modelo descrito acima é o modelo cinético. Resolver este sistema de equações aplicado ao theta-pinch, mesmo numericamente, é muito difícil, senão impossível, dada a necessidade de muita memória e tempo de computação.

Desenvolveu-se então alguns modelos mais simplificados que permitem estudar o plasma dentro de certos limites.

Estas simplificações levam ao modelamento do plasma como um fluido.

O modelo de fluido é obtido a partir dos momentos da equação de Boltzmann, que fornecem um conjunto de equações que descrevem o plasma em função somente de grandezas macroscópicas.

As equações do modelo de fluido são descritas como:

$$\frac{dm_e}{dt} + m_e \nabla \cdot \vec{u}_e = 0 \quad , \quad (1.a)$$

$$\frac{dm_i}{dt} + m_i \nabla \cdot \vec{u}_i = 0 \quad , \quad (1.b)$$

$$m_e m_e \frac{d\vec{u}_e}{dt} + \nabla P_e + \nabla \cdot \vec{\Pi}_e + e m_e (\vec{E} + \frac{\vec{u}_e \times \vec{B}}{c}) = \vec{R} \quad , \quad (1.c)$$

$$m_i m_i \frac{d\vec{u}_i}{dt} + \nabla P_i + \nabla \cdot \vec{\Pi}_i + e m_i (\vec{E} + \frac{\vec{u}_i \times \vec{B}}{c}) = -\vec{R} \quad , \quad (1.d)$$

$$\frac{3}{2} m_e \frac{dT_e}{dt} + p_e \nabla \cdot \vec{u}_e + \vec{n}_e \cdot \nabla \vec{u}_e + \nabla \cdot \vec{q}_e = Q \quad (4.e)$$

$$\frac{3}{2} m_i \frac{dT_i}{dt} + p_i \nabla \cdot \vec{u}_i + \vec{n}_i \cdot \nabla \vec{u}_i + \nabla \cdot \vec{q}_i = -Q + (\vec{u}_i - \vec{u}_e) \cdot \vec{R} \quad (4.f)$$

As pressões p_e e p_i são dadas pelas equações de estado e os coeficientes de transportes R e Q são dados por Braginskii, /20/, e as quantidades $\vec{n}_\alpha$ e $\vec{q}_\alpha$ são desprezadas oportunamente.

A primeira restrição que se faz é quanto à frequência. Consideram-se que todas frequências (ω) do interesse do estudo no sistema sejam baixas, ou que, ω seja menor que ω_{pe} , a frequência do plasma do elétrons. Esta restrição é feita desprezando o termo de corrente de deslocamento $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ e adotando a neutralidade das cargas nas equações de Maxwell. As equações de Maxwell como escritas anteriormente já estão simplificadas. Da equação (3.c), tem-se

$$\rho \cong 0 \quad (5)$$

que implica em

$$m_e \cong m_i \quad (6)$$

que é a condição de quase-neutralidade do plasma.

Como segunda aproximação, toma-se $m_e=0$ na equação da conservação do momento (4.c). Isto significa que a inércia dos elétrons foi desprezada e que os elétrons terão uma resposta instantânea dentro de uma escala de tempo do interesse.

Este modelo do "fluido", entretanto, é válido para um plasma colisional. Ou seja, desde que haja muitas colisões, uma partícula permanecerá próxima da outra durante um intervalo de tempo de interesse. Esta condição, para aceitação do plasma como um fluido, é válida então, desde que o caminho livre médio (λ_{lm}), seja menor que o raio de Larmor (R_L).

O sistema de equações (1), porém, não pode ser resolvido, pois tem um número maior de incógnitas do que equações. Para resolvê-lo considera-se que a viscosidade e a condutividade térmica sejam desprezíveis, eliminando-se assim os termos $\vec{\tau}$ e $\vec{q}$ que aparecem nas equações (1), e o sistema então pode ser resolvido.

A aplicação do modelo de fluido ao theta-pinch desenvolveu-se com o aumento da velocidade de cálculo e com o aumento da capacidade de armazenamento de dados dos computadores.

Dada a complexidade do modelo mais simplificações são feitas, ao aplicar o modelo, para que se possa observar melhor os fenômenos físicos de interesse.

O modelo fluido unidimensional, fluido-1D, é o mais simples, pois despreza as variações das grandezas do plasma no sentido axial, considerando uma geometria cilíndrica. Entretanto, pode-se estudar com estes modelos fenômenos físicos que ocorrem durante a implosão. Por exemplo, os processos de transporte, /21/.

Com o modelo fluido bidimensional, fluido-2D, pode-se avaliar o efeito da fuga de partículas pelas extremida-

des do theta-pinch, mas tanto no modelo fluido-1D, como no fluido-2D, as grandezas do plasma, são médias no espaço de velocidades, e por isso não é possível obter os detalhes da função de distribuição.

Desenvolveu-se então um modelo híbrido que considera os elétrons como um fluido e os íons como partículas.

Desta forma tenta-se entender melhor o comportamento da função de distribuição.

O modelo híbrido unidimensional, híbrido-1D, elaborado por Sgro e Nielson, /22/, toma os íons distribuídos num espaço de fase de quatro dimensões (V_r, V_θ, V_z, r). O campo magnético que acelera os íons é obtido a partir da equação do momento dos elétrons, (4.c) e das equações de Maxwell, (3), e é escrito como:

$$\vec{B} = B_\theta(r) \hat{\theta} + B_z(r) \hat{z}$$

Como no modelo fluido-1D, este modelo não leva em conta as variações axiais. Este fato e o surgimento de computadores mais velozes levou ao desenvolvimento de um modelo híbrido bidimensional, Híbrido-2D.

O modelo de Hewett, /23/, é um código híbrido-2D, sendo que a temperatura dos elétrons é mantida constante durante a implosão.

Harned, /24/ também elaborou um código híbrido 2D, mais com a finalidade de estudar instabilidades rotacionais.

1.4- Modelo Deste Trabalho

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo Híbrido-2D, sendo que os íons estão distribuídos num espaço de fase de cinco dimensões (V_r, V_z, V_θ, r, z).

O campo magnético que acelera os íons é suposto como:

$$\vec{B} = B_n(n, z) \hat{n} + B_z(n, z) \hat{z}$$

e como no trabalho de Sgro ele é obtido a partir da equação de movimento dos elétrons e das equações de Maxwell.

A resistividade supõe-se clássica ou fenomenológica, conforme o modelo de Chodura, /25/.

CAPÍTULO II

Modelo Híbrido em Duas Dimensões

II.1 - Introdução

No primeiro capítulo foram descritos os dois modelos teóricos: fluido e híbrido, que podem ser aplicados para simulações de dispositivos como o theta-pinch.

Neste capítulo é descrito o modelo Híbrido-2D, que é o objetivo desta tese.

II.2 - Modelo Físico

Inicialmente supõe-se que todas as variáveis são funções de r e z , com simetria na direção teta, em uma geometria cilíndrica. Supõe-se também que o plasma esteja totalmente ionizado e constituído por elétrons e íons somente.

Considera-se o modelo fluido para os elétrons que supõe-se ter massa zero. Então a partir da equação do movimento destes (4.c), e das equações de Maxwell (3), obtém-se a equação para a difusão do campo magnético que está implodindo:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{N}_e \times \nabla \times \vec{A} - \frac{\nabla P_e}{2m_e} = e m_e \frac{c^2}{4\pi} \vec{\eta} (\nabla \times \nabla \times \vec{A}) \quad (7)$$

e que acelerará os íons.

Na equação acima, $\vec{\eta}$ é o tensor resistividade e $\vec{A}$ o potencial vetorial dado pela relação $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$.

Quanto aos íons considera-se que são partículas discretas distribuídas aleatoriamente no espaço de fase de cinco dimensões: (V_r, V_e, V_z, r, z) , inicialmente segundo uma maxwelliana. A função de distribuição dos íons $f_i(\vec{r}, \vec{v}, t)$ é obtida pela técnica partícula na célula, /26/

O movimento dos íons é seguido resolvendo a equação do movimento para cada íon,

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = q_i (\vec{E} + \frac{\vec{v}_i \times \vec{B}}{c}) \quad (8)$$

de forma que teremos uma nova função de distribuição, e por conseguinte obtém-se a velocidade e a densidade média das partículas:

$$\langle n_i \rangle = \int f_i(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad \text{e} \quad \langle \vec{u}_i \rangle = \frac{1}{n_i} \int \vec{v}_i f_i(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad (9)$$

Da equação da densidade de corrente e da condição da quase-neutralidade, equação (6), obtém-se uma relação entre a velocidade dos elétrons e a dos íons

$$\vec{j} = en(\vec{u}_i - \vec{u}_e) \quad (10)$$

Dessa forma, a partir da velocidade dos íons recalcula-se o campo magnético e uma nova função de distribuição dos íons.

11.3 - Modelo Para os Elétron: Fluido

A equação para o movimento dos elétrons (4.c) é obtida a partir da equação de dois fluidos

$$m_e m_e \frac{d\vec{u}_e}{dt} + \nabla p_e + e m_e (\vec{E} + \frac{\vec{u}_e \times \vec{B}}{c}) = -e m_e \vec{\eta} \vec{J} \quad (11)$$

onde $\vec{\eta}$ é o tensor resistividade.

Como os elétrons são tratados como um fluido de massa zero a equação acima é reescrita como

$$e m_e (\vec{E} + \frac{\vec{u}_e \times \vec{B}}{c}) + \nabla p_e = -e m_e \vec{\eta} \vec{J} \quad (12)$$

Escreve-se então a equação em termos do potencial vetorial $\vec{A}$, conforme a relação

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (13)$$

mas antes, obtém-se uma expressão para $\vec{E}$ em termos de $\vec{A}$.

Então, da equação de Maxwell (3.a) e relação (13), têm-se que:

$$-c(\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (14)$$

ou

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (15)$$

que é equivalente a

$$\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \nabla \phi \quad (16)$$

Supondo que ϕ é igual a zero obtém-se

$$\vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (17)$$

Voltando-se a equação (11) e substituindo as relações obtidas em (3.b) e (17) obtém-se a equação

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - (\vec{u}_e \times \nabla \times \vec{A}) - \frac{1}{e m_e} \nabla P_e = - e m_e \frac{c^2}{4\pi} \vec{\eta} (\nabla \times \nabla \times \vec{A}) \quad (18)$$

A expressão $\nabla \times \nabla \times \vec{A}$ é resolvida como

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (19)$$

ou,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = - \nabla^2 \vec{A} \quad (20)$$

tomando $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, o calibre de Coulomb.

Assim sendo a equação (18) é dada agora por

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - (\vec{u}_e \times \nabla \times \vec{A}) - \frac{1}{e m_e} \nabla P_e = - e m_e \frac{c^2}{4\pi} \vec{\eta} \nabla^2 \vec{A} \quad (21)$$

que é finalmente a equação para a difusão do campo magnético em termos do potencial vetorial.

Como todas as grandezas são funções das coordenadas espaciais r e z , com simetria na direção teta, o campo magnético será escrito como

$$\vec{B} = B_r(r, z) \hat{r} + B_z(r, z) \hat{z} \quad (22)$$

o que implica pela relação (13) que o potencial vetorial terá somente a componente teta, ou seja

$$\vec{A} = A_\theta(r, z) \hat{\theta} \quad (23)$$

E quanto a $\vec{\eta}$, o tensor resistividade, considera-se que existam somente as componentes paralela e perpendicular ao campo. Assim $\vec{\eta}$ é escrito como :

$$\vec{\eta} = \vec{\sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix}^{-1} \quad (24)$$

onde $\sigma_{\parallel}$ é a condutividade do plasma.

A equação (21) escrita em termos de suas componentes fica assim:

$$\nabla_{\perp} \left(-\frac{\mu_0}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) - \frac{c}{e m_e} \frac{\partial P_e}{\partial n} \right) = 0 \quad (25.a)$$

$$\frac{4\pi}{c^2} \nabla_{\perp} \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + \mu_z \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\mu_n}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) \right) = \frac{\partial^2 A_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_0}{\partial n^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) - \frac{A_0}{n^2} \quad (25.b)$$

$$\nabla_{\parallel} \left(-\mu_0 \frac{\partial A_0}{\partial z} - \frac{c}{e m_e} \frac{\partial P_e}{\partial z} \right) = 0 \quad (25.c)$$

ou, chamando K_0 de

$$K_0 = \frac{4\pi}{c^2} \nabla_{\perp} \quad (26)$$

tem-se

$$K_0 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + \mu_z \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\mu_n}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) \right) = \frac{\partial^2 A_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_0}{\partial n^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) - \frac{A_0}{n^2} \quad (27)$$

Para obter o campo magnético somente usamos a equação da componente teta que pode ser resolvida sozinha, visto que os valores de μ_n e μ_z já são conhecidos — eles são obtidos do movimento dos íons.

Esta equação é resolvida numericamente. O método empregado na solução é descrito no item III.2.

Obtido A_0 , obtém-se da relação (13) os valores de B_r e B_z

$$B_n = - \frac{\partial A_0}{\partial z} \quad (28.a)$$

$$B_z = \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_\theta) \quad (28.b)$$

O campo elétrico é calculado segundo a relação
(17)

$$E_\theta = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_\theta}{\partial t} \quad (29)$$

11.4 - Equação da Energia

O aquecimento dos elétrons é devido principalmente ao efeito Joule e também devido a colisões com íons.

A equação da transferência de calor é então usada para calcular a temperatura dos elétrons.

Da equação (4.a) tem-se que:

$$\frac{3}{2} \frac{dT_e}{dt} + P_e \nabla \cdot \vec{u}_e + \vec{\pi}_e : \nabla \vec{u}_e + \nabla \cdot \vec{q}_e = Q_e \quad (30)$$

Os termos $\vec{\pi}_e : \nabla \vec{u}_e$ e $\nabla \cdot \vec{q}_e$ são nulos pois consideram-se que a viscosidade e a condutividade térmica são desprezíveis.

A equação acima então se expressa como:

$$\frac{3}{2} \frac{dT_e}{dt} + P_e \nabla \cdot \vec{u}_e = Q_e \quad (31.a)$$

ou

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{2}{3} (Q_e - P_e \nabla \cdot \vec{u}_e) - \vec{u}_e \nabla T_e$$

(31.b)

A pressão dos elétrons é dada pela relação

$$P_e = n_e k T_e$$

(32)

sendo k a constante de Boltzmann.

Neste ponto pode-se obter uma expressão para a velocidade dos elétrons.

Da expressão para a densidade de corrente (3.b) e da relação (13) obtém-se que:

$$\nabla^2 \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

(33)

ou que

$$j_r = 0$$

$$j_\theta = \frac{c}{4\pi} \nabla^2 A_\theta$$

$$j_z = 0$$

Escrevendo a equação da densidade de corrente

$$\vec{j} = q_e n_e \vec{u}_e + q_i n_i \vec{u}_i$$

(34)

em termos de suas componentes e considerando a condição de quase-neutralidade de cargas tem-se que

$$j_r = q n (\mu_{ir} - \mu_{er})$$

(35.a)

$$J_{\theta} = 2m(\mu_{1\theta} - \mu_{e\theta}) \quad (35.b)$$

$$e \quad J_z = 2m(\mu_{1z} - \mu_{ez}) \quad (35.c)$$

Como $J_{\eta} = J_z = 0$, conclui-se que

$$\mu_{e\eta} = \mu_{1\eta} \quad (36.a)$$

$$\mu_{e\theta} = \frac{J_{\theta}}{2m} - \mu_{1\theta} \quad (36.b)$$

$$\mu_{1z} = \mu_{ez} \quad (36.c)$$

* Destas últimas equações vê-se que o movimento dos elétrons é essencialmente definido em termos do movimento dos íons.

11.5 - Resistividade.

O tensor resistividade foi incorporado ao modelo como sendo clássico, /21/,

$$\vec{\eta} = \frac{me}{m_e^2} \nabla \quad (37)$$

onde ∇ é a frequência de colisão que é dada por

$$\nabla = \frac{1}{\tau_e} \quad (38)$$

e $\tau_e = \frac{3.5 \cdot 10^4 T_e^{3/2}}{m_e}$ o tempo de colisão de transferência de momento de elétrons para íons.

Além do que, avaliou-se também o modelo proposto por Chodura, /25/:

$$V_{||} = c_{||} W p_1 (1 - \exp(-|V_{d||}| / f_{||} V_A)) \quad (39.a)$$

$$e \quad V_{\perp} = c_{\perp} W p_1 (1 - \exp(-|V_{d\perp}| / f_{\perp} V_A)) \quad (39.b)$$

sendo V_d a velocidade de deriva e V_s a velocidade do som, dadas por /27/,

$$V_d = \frac{\vec{B} \times \vec{u}_e \times \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \quad (40)$$

$$e \quad V_A = \left(\frac{k T_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (41)$$

Os coeficientes c e f são coeficientes ajustáveis para cada tipo de theta-pinch simulado. Para o theta-pinch Tupã, por exemplo, tomou-se $c=1,0$ e $f=3,0$.

II.6 - Condições de Contorno

Quanto às condições de contorno para A_θ supõe-se que a densidade de corrente j_θ seja nula nas extremidades do theta-pinch. Isto implica pela relação (3.b) que:

$$(\nabla^2 \vec{A})_{\theta} = 0 \quad (42)$$

ou que:

$$\frac{\partial^2 A_{\theta}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_{\theta}}{\partial n^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial n} - \frac{A_{\theta}}{n^2} = 0 \quad (43)$$

Nessa região considera-se também que B_z não varie na direção radial, logo

$$\frac{\partial B_z}{\partial n} = \frac{\partial^2 A_{\theta}}{\partial n^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n A_{\theta}) - \frac{A_{\theta}}{n^2} = 0 \quad (44.a)$$

portanto obtém-se de (43) que

$$\frac{\partial^2 A_{\theta}}{\partial z^2} = 0 \quad (44.b)$$

Considera-se ainda que B_z na parede obdeça uma relação senoidal do tipo

$$B_z = B_{pol} + B_{max} \cdot \sin(\omega t) \quad (45)$$

onde , B_{pol} é o campo de polarização e ω é a frequência do campo magnético externo tal que

$$\omega = \frac{\pi}{2 \tau_s} \quad (46)$$

sendo τ_s o tempo de subida deste campo.

A condição inicial para A_0 é obtida integrando-se a expressão dada por (28.b) como

$$B_z \int n dn = \int \frac{\partial}{\partial n} (n A_0) dn \quad (47.a)$$

obtendo-se assim que

$$A_0(n, z) = \frac{B_z(n, z) \cdot n}{2} \quad (47.b)$$

II.7 - Modelo para os íons: Cinético

Os íons são considerados caracterizados por uma coleção de cerca de 20.000 partículas que representam o número total de íons.

Inicialmente atribuímos aos íons uma dada temperatura inicial T_i e os distribuímos aleatoriamente no espaço de fase de cinco dimensões $(V_r, V_\theta, V_z, r, z)$. Esta distribuição inicial é feita considerando que a temperatura média dos íons é representada por

$$kT_i = \frac{2m_i}{3m_i} \int v^2 f_i(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (48)$$

Encontra-se uma expressão para a distribuição de velocidades, considerando que fi em (48) seja uma distribuição maxwelliana dada por

$$f_i dV = 4\pi m_i \left(\frac{m_i}{2\pi kT_i} \right)^{3/2} V^2 e^{-\frac{m_i V^2}{2kT_i}} dV \quad (49)$$

A equação (48) pode então ser reescrita como:

$$1 = \int_0^{\infty} \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_i}{2kT_i} \right)^{5/2} V^4 e^{-\frac{m_i V^2}{2kT_i}} dV \quad (50)$$

Fazendo uma mudança de variável na equação anterior encontra-se que

$$1 = \beta \int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx \quad (51)$$

onde

$$x = \sqrt{\frac{m_i}{2kT_i}} V \quad \text{e} \quad \beta = \frac{16}{3\sqrt{\pi}}$$

Pode-se definir a função

$$I(x) = \int_0^x F(x) dx \quad (52)$$

onde

$$F(x) = \beta x^4 e^{-x^2}$$

e $I(x)$ é proporcional ao número de partículas com velocidade no intervalo de 0 até V .

Então a partir de (52) obtém-se que a variação da função $I(x)$ representa o número de partículas no intervalo correspondente

$$I(x_1) - I(x_0) = F(x) (x_1 - x_0) \quad (53)$$

sendo que $\Delta x = x_1 - x_0$, representa o incremento de velocidade.

A distribuição de partículas no espaço de velocidades, v , é dada pela expressão (53). Estas partículas se distribuem aleatoriamente nas direções ϕ (0 a 2π) e θ (0 a π). Usando também a função geradora de números aleatórios estabelecem-se as posições entre $0 \leq R \leq R_{\max}$ e $0 \leq Z \leq Z_{\max}$ para cada partícula com velocidade V_k , sendo que $R_{\max}$ e $Z_{\max}$ são as dimensões do nosso sistema.

Dada então uma função distribuição inicial em $t=t_0$, resta obter f_1 em um tempo $t > t_0$.

Para obter f_1 em um tempo $t > t_0$ integra-se a equação de movimento dos íons para cada partícula, obtendo-se assim sua velocidade e integrando V_k obtém-se a posição das partículas, /28/.

A equação do movimento dos íons dada em (3.d) é

$$m_i \frac{d\vec{V}_k}{dt} = q_i \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}_k \times \vec{B}}{c} \right), \quad (54)$$

onde k é a k -ésima partícula.

CAPÍTULO III

Métodos Numéricos

III.1 - Introdução

Neste capítulo, descrevem-se as técnicas numéricas aplicadas para a resolução de cada uma das equações.

Abaixo, tem-se o conjunto completo de equações, em suas componentes.

Como condições iniciais são dados:

- T_i = temperatura inicial dos íons,
- T_e = temperatura inicial dos elétrons,
- n_0 = densidade dos elétrons,
- $f_i(r, v, t)$ = distribuição inicial dos íons,
- B_{pol} = campo de polarização,
- $B_{máx}$ = campo externo máximo,
- t_s = tempo de subida do campo.

Conjunto de equações:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = q_i \left(\frac{v_e B_z}{c} \right) \quad (55.a)$$

$$m_e \frac{dv_e}{dt} = q_e \left(E_0 + \left(\frac{v_z B_r - v_r B_z}{c} \right) \right) \quad (55.b)$$

$$m_i \frac{dV_z}{dt} = q_i \left(-\frac{V_\theta B_n}{c} \right), \quad (55.c)$$

$$\mu_n = \frac{1}{n_i} \int V_{in} f_i(\vec{n}, \vec{v}, t) d\vec{v}, \quad (55.d)$$

$$\mu_\theta = \frac{1}{n_i} \int V_{i\theta} f_i(\vec{n}, \vec{v}, t) d\vec{v}, \quad (55.e)$$

$$\mu_z = \frac{1}{n_i} \int V_{iz} f_i(\vec{n}, \vec{v}, t) d\vec{v}, \quad (55.f)$$

$$K_\theta \left(\frac{\partial A_\theta}{\partial t} + \mu_z \frac{\partial A_\theta}{\partial z} + \frac{\mu_n}{n} \frac{\partial (n A_\theta)}{\partial n} \right) = \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial n^2} + \frac{1}{n} \frac{\partial A_\theta}{\partial n} - \frac{A_\theta}{n^2}, \quad (55.g)$$

$$B_n = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z}, \quad (55.h)$$

$$B_z = \frac{1}{n} \frac{\partial (n A_\theta)}{\partial n}, \quad (55.i)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{2}{3} \left(Q_e - P_e \left(\frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (n \mu_n) + \frac{\partial \mu_{ez}}{\partial z} \right) \right) - \quad (55.j)$$

$$\vec{\mu}_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial n} - \frac{\partial T_e}{\partial z} \right).$$

$$Q_e = \frac{2}{3} m_e (T_e - T_i) \quad (55.k)$$

Como condições de contorno tem-se:

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} = 0 \quad (55.l)$$

$$B_z(t_{\text{avde}}) = B_{\text{pol}} + B_{\text{max}} \cdot \sin(\omega t)$$

(55.m)

sendo $\omega = \frac{\pi}{t_n}$

(55.n)

III.2 - Equação da Difusão

Nesta secção é descrito o método numérico utilizado para a resolução da equação de difusão do campo magnético, (2/)

Para resolvê-la primeiramente considera-se que as grandezas do fluido, como temperatura, densidade, velocidade etc., estão fixas em determinados pontos, os pontos da grade, durante um certo intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Nestes pontos, através do método de diferenças finitas, calculam-se os valores do campo magnético no final deste intervalo de tempo ($t = t_2$), tendo como valores iniciais conhecidos no início do intervalo ($t = t_1$). Tendo o campo magnético no instante $t = t_2$ supondo agora fixo, calculam-se as órbitas das partículas através da equação do movimento (8). Obtém-se, então, as posições e as velocidades das partículas no instante $t = t_{1/2} + \Delta t$ supondo conhecidos os valores no instante $t = t_{1/2}$.

Tendo agora a distribuição de partículas, calculam-se as grandezas do fluido e retorna-se a calcular o campo magnético no próximo intervalo. Este procedimento é repetido a cada passo do tempo.

A figura abaixo mostra um esquema de como foi dividida a região de trabalho. Os índices I, J , representam as variações espaciais, no sentido radial e axial respectivamente. Nestes pontos o potencial vetorial A_z e demais grandezas do fluido são calculados.

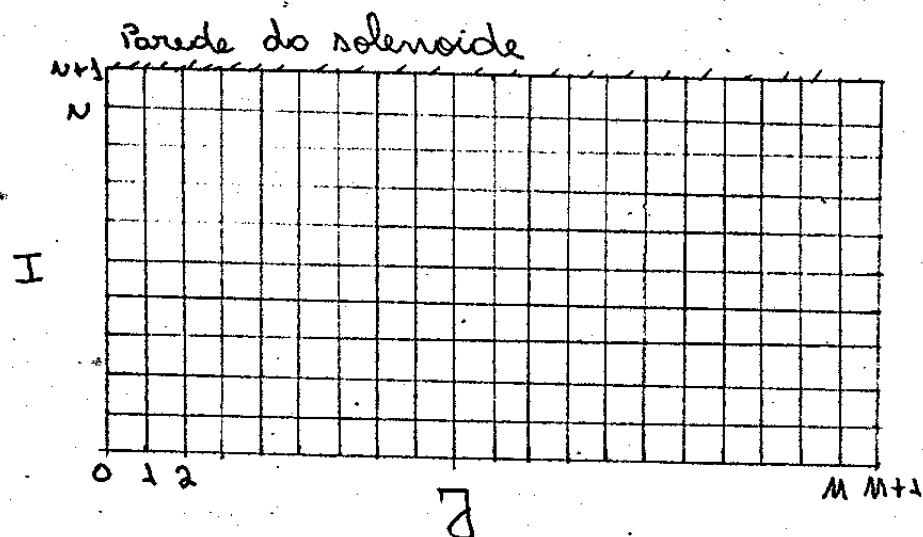


Fig.1- Esquema da grade utilizada para a resolução das equações diferenciais.

No sentido axial, o cálculo é feito de 1 até M , ou seja, ao longo de todo solenoide, exceto os pontos de contorno. No sentido radial calcula-se de 1 até N , ou do centro do solenoide até a parede, exceto os pontos de contorno.

As condições de contorno são estabelecidas em:

$(0, J)$ e $(N+1, J), J=0, \dots, M+1$, e em $(I, 0)$ e $(I, M+1), I=0, \dots, N+1$

O conjunto de pontos (I, J) forma uma matriz $(N \times M)$.

O esquema de diferenças finitas usado é o proposto por Cranck e Nicholson /30 /, que calcula as diferenciais co-

mo:

$$\frac{\partial X_{i,j}}{\partial t} = \frac{X_{i,j}^{m+1} - X_{i,j}^m}{\Delta t} \quad (56.a)$$

$$\frac{\partial X_{i,j}}{\partial n} = \alpha \left(\frac{X_{i+1,j}^{m+1} - X_{i-1,j}^{m+1}}{2 \cdot \Delta n} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{X_{i+1,j}^m - X_{i-1,j}^m}{2 \cdot \Delta n} \right) \quad (56.b)$$

$$\frac{\partial X_{i,j}}{\partial z} = \alpha \left(\frac{X_{i,j+1}^{m+1} - X_{i,j-1}^{m+1}}{2 \cdot \Delta z} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{X_{i,j+1}^m - X_{i,j-1}^m}{2 \cdot \Delta z} \right) \quad (56.c)$$

$$\frac{\partial^2 X_{i,j}}{\partial n^2} = \alpha \left(\frac{X_{i+1,j}^{m+1} - 2X_{i,j}^{m+1} + X_{i-1,j}^{m+1}}{\Delta n^2} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{X_{i+1,j}^m - 2X_{i,j}^m + X_{i-1,j}^m}{\Delta n^2} \right) \quad (56.d)$$

$$\frac{\partial^2 X_{i,j}}{\partial z^2} = \alpha \left(\frac{X_{i,j+1}^{m+1} - 2X_{i,j}^{m+1} + X_{i,j-1}^{m+1}}{\Delta z^2} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{X_{i,j+1}^m - 2X_{i,j}^m + X_{i,j-1}^m}{\Delta z^2} \right) \quad (56.e)$$

sendo que α é um coeficiente que pode variar de zero a um e serve para tornar o algoritmo implícito.

O índice n representa os intervalos de tempo, e $\Delta n, \Delta z$ e Δt são os incrementos espaciais e temporal, respectivamente.

Pode-se agora discretizar a equação (25.b). Escrevendo-a então conforme o método acima obtém-se, para o caso particular de α igual a um, totalmente implícito:

$$\begin{aligned} K_0 \left[\frac{(A_{i,j}^{m+1} - A_{i,j}^m)}{\Delta t} + \mu n_{i,j} \cdot \frac{(A_{i+1,j}^{m+1} - A_{i-1,j}^{m+1})}{2 \Delta n} + \frac{\mu n_{i,j}}{n_i} A_{i,j}^{m+1} + \right. \\ \left. \mu z_{i,j} \frac{(A_{i,j+1}^{m+1} - A_{i,j-1}^{m+1})}{2 \cdot \Delta z} \right] = \left[\frac{(A_{i+1,j}^{m+1} - 2A_{i,j}^{m+1} + A_{i-1,j}^{m+1})}{\Delta n^2} + \right. \\ \left. \frac{(A_{i,j+1}^{m+1} - 2A_{i,j}^{m+1} + A_{i,j-1}^{m+1})}{\Delta z^2} \right] \quad (57) \end{aligned}$$

Na equação acima para maior clareza omitiu-se o símbolo teta(θ), do potencial vetorial A_θ .

Agrupando os termos semelhantes de (57), tem-se

$$\alpha_{1,j} \cdot A_{1,j}^{n+1} + \delta_{1,j} \cdot A_{1,j}^{n+1} + \beta_{1,j} \cdot A_{1,j}^{n+1} + m_{1,j} \cdot A_{1,j}^{n+1} + \varepsilon_{1,j} \cdot A_{1,j}^{n+1} = \delta_{1,j} \cdot A_{1,j}^m \quad (58)$$

onde:

$$\alpha_{1,j} = k_\theta \frac{\mu_{n1,j}}{2 \Delta n} - \frac{1}{\Delta n^2} - \frac{1}{2 \pi_i \Delta n} \quad (59.a)$$

$$\beta_{1,j} = -k_\theta \frac{\mu_{n1,j}}{2 \Delta n} - \frac{1}{n^2} + \frac{2}{\pi_i \Delta n} \quad (59.b)$$

$$\delta_{1,j} = k_\theta \frac{\mu_{n1,j}}{\pi_i} + \frac{2}{\Delta n^2} + \frac{1}{\pi_i^2} + \frac{2}{\Delta z^2} + \frac{k_\theta}{\Delta t} \quad (59.c)$$

$$m_{1,j} = \frac{k_\theta \mu_{z1,j}}{2 \cdot \Delta z} - \frac{1}{\Delta z^2} \quad (59.d)$$

$$\varepsilon_{1,j} = -\frac{k_\theta \mu_{z1,j}}{2 \cdot \Delta z} - \frac{1}{\Delta z^2} \quad (59.e)$$

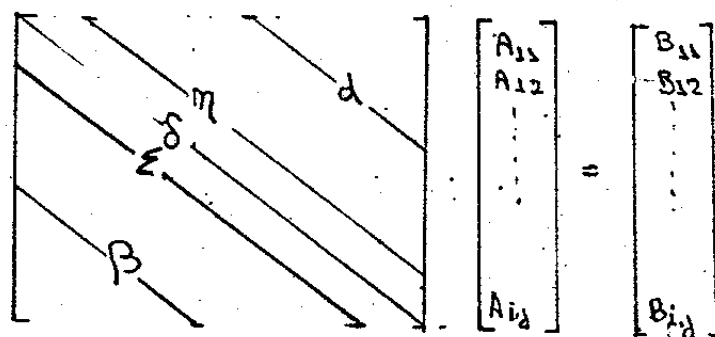
$$e \quad \delta_{1,j} = \frac{k_\theta}{\Delta t} \quad (59.f)$$

A equação (57) pode ser escrita como uma equação matricial na forma:

$$G \cdot \bar{A} = \bar{B} \quad (60)$$

sendo que os elementos da matriz G são formados pelos coeficientes: $\delta_{i,j}$, $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$, $M_{i,j}$ e $\epsilon_{i,j}$. $\bar{A}$ é o vetor incógnita $A_{i,j}$ e $\bar{B}$ o vetor dos coeficientes do termo do lado direito da equação (61).

Representa-se a equação acima esquematicamente como.



G é uma matriz do tipo esparsa, /33/. Esta matriz contém coeficientes diferentes de zero somente em 5 diagonais, sendo que os outros são nulos.

Para uma grade de (30 X 30), por exemplo, tem-se uma matriz G de (900 X 900). Entretanto, dos 810000 elementos de G somente 4145 são diferentes de zero. Operações numéricas com matrizes desta ordem acarretam erros, além do que exigem muita memória. Por isto, utilizamos um pacote da NAG, /31/, que trabalha somente com os elementos diferentes de zero e resolve

a equação $G.\bar{A} = \bar{B}$, utilizando pouca memória.

O cálculo nos pontos de contorno são feitos a partir de (44.b) que dará os valores de $A_e(I,0)$ e $A_e(I,M+1)$, $I=1, \dots, N$. E a partir da relação (29.b) obtém-se $A_e(N+1,J)$, $J=0, \dots, m+1$.

Em $r=0$, ou em $A_e(0,J)$, $J=0, \dots, M+1$, há uma divergência devido ao termo $1/r$ que aparece nas equações escritas em coordenadas cilíndricas. $A_e(0,J)$ é calculado fazendo-se duas expansões em série de Taylor, a saber:

$$A_e(1,z) = A_e(0,z) + A'_e(0,z) \cdot \Delta r + \frac{A''_e(0,z)}{2!} \cdot \Delta r^2 \quad (61.a)$$

$$A_e(2,z) = A_e(0,z) + A'_e(0,z) \cdot \Delta r + \frac{A''_e(0,z)}{2!} \cdot \Delta r^2 \quad (61.b)$$

considerando que a função $A_e(r,z,t)$ é par, e relacionando as equações acima encontra-se que:

$$A_e(0,z) = \frac{4}{3} A_e(1,z) - \frac{1}{2} A_e(2,z), \quad z=0, \dots, m+1 \quad (61.c)$$

Esta condição fecha o sistema de equações para o cálculo de A_e .

III.3 - Equação da Energia

Para resolver esta equação considera-se que os termos que aparecem do lado direito são valores conhecidos, ou calculados no tempo anterior. Isto simplifica a sua solução, e o valor da temperatura dos elétrons será dada por

$$T_e^{m+1} = \left[T_e + \frac{2}{3} (Q_e - P_e \nabla \cdot \vec{u}_e) - \vec{u}_e \cdot \Delta T_e \right]^m \Delta t \quad (62)$$

que é um esquema totalmente explícito.

III.4 - Equação do Movimento dos íons

A equação (8) é resolvida usando o algoritmo de Lax-Wendroff /31/, que aplicado à equação (54) resulta em:

$$\vec{V}_k^{m+1/2} = \vec{V}_k^m + \frac{\Delta t \cdot q_i}{2m_i} \left[\vec{E}(\pi_k, z_k)^m + \frac{(\vec{V}_k^m \times \vec{B}(\pi_k, z_k)^m)}{c} \right] \quad (63.a)$$

$$\vec{\pi}_k^{m+1/2} = \vec{\pi}_k^m + \vec{V}_k^m \cdot \Delta t / 2 \quad (63.b)$$

$$\vec{V}_k^{m+1} = \vec{V}_k^m + \frac{\Delta t \cdot q_i}{m_i} \left[\vec{E}(\pi_k, z_k)^{m+1/2} + \frac{(\vec{V}_k^{m+1/2} \times \vec{B}(\pi_k, z_k)^{m+1/2})}{c} \right] \quad (63.c)$$

$$\vec{\pi}_k^{m+1} = \vec{\pi}_k^m + \vec{V}_k^{m+1/2} \cdot \Delta t \quad (63.d)$$

sendo que, nas equações acima, q_i representa a carga dos íons e $\vec{V}_i, \vec{E}_i$ e $\vec{B}_i$, representam respectivamente a velocidade das partículas e os campos elétrico e magnético, na posição em que se encontram as partículas.

Como já vimos no item (III.2) $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são obtidos nos pontos da grade. Isto obriga que se faça uma interpolação dos valores de E e B para a posição em que se encontra a partícula e assim a equação (54) pode ser resolvida.

III.5 - Interpolação Bilinear

A interpolação para a posição da partícula é feita da seguinte forma:

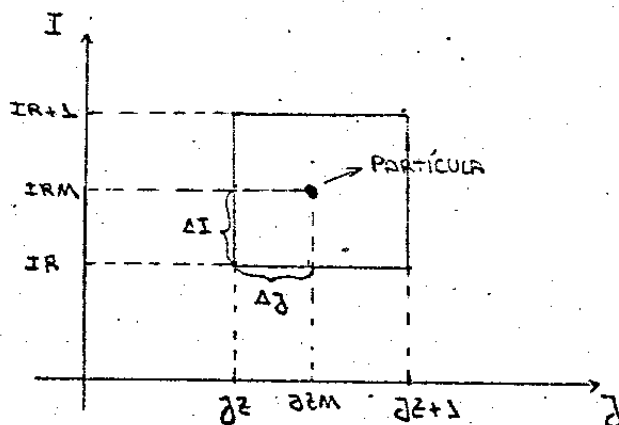


Fig.2- Esquema utilizado para a interpolação.

Nas posições (IR, IZ) , $(IR+1, IZ)$, $(IR+1, IZ+1)$, $(IR, IZ+1)$, os valores da função $f(R, Z)$ são conhecidos.

Então faz-se duas expansões em série de Taylor no sentido axial tal que se obtenha os valores da função em

$$(IR, JZM) \text{ e } (IR+1, JZM)$$

Assim obtém-se

$$f(IR, JZM) = f(IR, JZ) + f'(IR, JZM) \cdot \Delta J \quad (64.a)$$

$$\text{e, } f(IR+1, JZM) = f(IR+1, JZ) + f'(IR+1, JZM) \cdot \Delta J \quad (64.b)$$

as equações (64.a) e (64.b), podem ser reescritas como

$$f(IR, JZM) = f(IR, JZ) \cdot \Delta J^0 + f'(IR, JZ+1) \cdot \Delta J \quad (64.c)$$

$$\text{ou, } f(IR+1, JZM) = f(IR+1, JZ) \cdot \Delta J^0 + f'(IR+1, JZ+1) \cdot \Delta J \quad (64.d)$$

$$\text{onde } \Delta J^0 = 1 - \Delta J$$

Por último, faz-se uma expansão em série de Taylor no sentido radial, tal que, obtém-se o valor da função na posição em que se encontra a partícula, ou seja: $f(I_{RM}, I_{ZM})$. Esta expansão fornece

$$f(I_{RM}, I_{ZM}) = f(I_R, I_{ZM}) + f'(I_{RM}, I_{ZM}) \cdot \Delta I \quad (64.2)$$

ou,

$$f(I_{RM}, I_{ZM}) = f(I_R, I_{ZM}) \cdot (1 - \Delta I) + f(I_{R+1}, I_{ZM}) \cdot \Delta I \quad (64.3)$$

onde $\Delta I_P = 1 - \Delta I$

assim, finalmente obtém-se $f(I_{RM}, I_{ZM})$, como sendo

$$f(I_{RM}, I_{ZM}) = f(I_R, I_{ZM}) \cdot \Delta I_P + f(I_{R+1}, I_{ZM}) \cdot \Delta I \quad (64.4)$$

III.6 - Técnica da Partícula na Caixa

$\vec{E}$ e $\vec{B}$ foram obtidos na posição em que se encontram as partículas, através da interpolação, então volta-se a (54) e obtém-se o novo valor de V_k , em um instante $t = t_0 + \Delta t$.

Entretanto, $f(\vec{R}, \vec{v}, t)$ só pode ser obtida se o valor de V_k e R_k nas posições da grade, ou nos "cantos" de cada célula for conhecido. Cada célula contém um certo número de partículas, e por conseguinte velocidades e posições diferentes, dentro desta célula. Utiliza-se então uma técnica que

atribui a cada canto da célula uma velocidade em função das velocidades e posições das partículas que a ocupam. Esta técnica, partícula-na caixa, (particle-in-cell), é representada graficamente na figura abaixo.

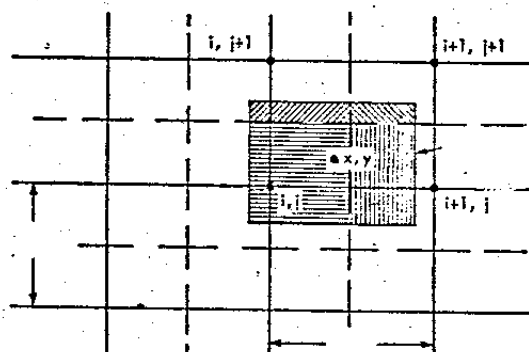


Fig.3- Esquema utilizado para o cálculo de V_i .

Obtém-se V_i , seguindo as relações

$$V_{i,j} = \frac{A_4 \cdot V_p}{A} \quad (65.a)$$

$$V_{i+1,j} = \frac{A_3 \cdot V_p}{A} \quad (65.b)$$

$$V_{i,j+1} = \frac{A_2 \cdot V_p}{A} \quad (65.c)$$

$$\text{e } V_{i+1,j+1} = \frac{A_1 \cdot V_p}{A} \quad (65.d)$$

onde $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \quad (66)$

e A_1, A_2, A_3, A_4 são as áreas de influência para cada partícula. Este procedimento é repetido para cada partícula e no fi-

nal do ciclo tem-se $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$.

Conhecida a velocidade das partículas calcula-se a temperatura, a densidade e a pressão, simplesmente resolvendo as integrais das equações (9), como se fossem somas discretas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

IV.1 - Introdução

Os resultados analisados são da simulação para o theta-pinch Tupã que possui as seguintes características:

Campo externo máximo	= $5,6 \cdot 10^3$ Gauss
Campo de polarização	= 390,0 Gauss
Raio da bobina	= 7,3 cm
Comprimento	= 100,0 cm
Tempo de subida	= $1 \cdot 10^6$ seg.
Tensão de carga	= $30 \cdot 10^3$ Volts
Corrente de pico	= $447 \cdot 10^3$ Ampères

São analisados resultados considerando a resistividade como clássica e fenomenológica. Estudou-se também resultados considerando o campo de polarização nulo e paralelo ao campo principal.

Os parâmetros numéricos utilizados foram:

Número de partículas	= 20 000
Δr	= 0.243 cm
Δz	= 3.333 cm
Δt	= $1,0 \cdot 10^{-8}$ segundo

Para cada simulação de 1,0 micro segundo gasta-se 210 minutos de CPU e 5 Mbytes de memória.

Este código foi rodado no computador VAX/780 do IFGW e no Cluster de VAX/785 do CCUEC.

IV.2 - Simulações para o Theta-pinch Tupã

As figuras (4.1 a 4.32) mostram gráficos tridimensionais /32/, e a figura 4.33 mostra gráficos do espaço de fase da velocidade dos íons em função da posição, para os instantes 0,5, 0,6, 0,7 e 1,0 micro segundos da implosão. Estes resultados são de uma simulação em que se tomou como parâmetros iniciais, $T_e = T_i = 2\text{ev}$, $n_e = 1 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ext} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ Gauss}$ e $B_{pol} = -300 \text{ Gauss}$.

A resistividade foi considerada como fenomenológica, sendo que os coeficientes c e f que aparecem na equação (39), foram tomados nesta simulação com o valor de 0,1.

Pode-se observar a partir das figuras para B_z (4.1 a 4.4) e de n_e figuras (4.5 a 4.8), que o campo magnético externo está difundindo lentamente no plasma, e empurrando-o como um todo, como se fosse um pistão magnético. Este efeito é também observado nas figuras para a densidade de corrente (4.9 a 4.12), que apresenta os picos de corrente somente na região de acúmulos de partículas.

As figuras (4.13 a 4.16) são do campo magnético radial e de (4.17 a 4.20) para o campo elétrico azimutal.

As figuras (4.21 a 4.24) mostram os gráficos para temperatura dos íons, que no instante de compressão máxima atinge 185 eV.

Quanto à temperatura dos elétrons, figuras (4.25 a 4.28), verifica-se que o modelo utilizado para a resolução da equação da energia não está adequado ao sistema em estudo, visto que o valor obtido está abaixo do estimado, que é da ordem de 70 eV, /33/.

Nas figuras (4.29 a 4.32) são mostrados os gráficos para a pressão dos elétrons.

Os gráficos do espaço de fase, figura 4.33, mostram o comportamento das partículas sob ação do campo B_z . Nos gráficos de $(V_i \times R)$, observa-se que as partículas estão sendo varridas pelo campo e ao mesmo tempo refletidas com uma velocidade maior. Os gráficos de $(V_i \times Z)$ indicam que ao longo de todo cilindro o comportamento é o mesmo.

Os resultados apresentados nas figuras (5.1 a 5.24) são de uma simulação em que se tomou como parâmetros iniciais os mesmos da simulação anterior, mas com os coeficientes c e f iguais a 1,0 e 3,0 respectivamente.

Há, neste caso, maior velocidade na compressão magnética, sendo que no instante 0,6 micro segundo o plasma quase atinge o centro do cilindro, $r = 3,5$ cm, figura 5.2, enquanto que no caso anterior, neste mesmo instante, o plasma está em

$r = 6,4$ cm, figura 4.2. Observa-se também que no instante 0,7 micro segundo o plasma é destruído, figura 5.3, ou seja, ele atinge o centro do cilindro.

Comparando-se os gráficos da densidade de partículas (figuras 5.5 a 5.8) com os das figuras (4.5 a 4.8) observa-se que B_z difunde menos no plasma, formando picos de densidade-- um acúmulo maior de partículas na frente do pistão-- Os gráficos das figuras 5.2 e 4.2 para B_z , evidenciam bem este fato.

Nas figuras (5.9 a 5.12) são mostrados os gráficos para a densidade de corrente que apresentam uma largura de pico maior, por exemplo, compare as figuras 4.9 e 5.9.

Os gráficos para o campo magnético radial B_r , figuras (5.13 a 5.16), são tomados em posições diferentes. As ondulações que apresentam podem indicar a presença de ilhas magnéticas, que são regiões onde ocorreu a reconexão das linhas de campo.

Nas figuras (5.17 a 5.20) são mostrados os gráficos para a temperatura dos elétrons desta simulação. Verifica-se que há um aquecimento maior dos elétrons, figura 5.19, o que indica que o modelo apresentado da "energia" não está bem ajustado.

A figura 5.21, para o espaço de fase, mostra também um gráfico da posição das partículas em cada tempo, observando-se que em 1,0 micro segundo o plasma é destruído, perdendo toda a configuração inicial.

Nas figuras seguintes (6.1 a 6.25) os resultados são de uma simulação em que se tomou o campo de polarização igual a $-600,0$ Gauss e os outros parâmetros são os mesmos do caso anterior.

Com o aumento do campo de polarização a velocidade de compressão magnética diminui, o que pode ser observado comparando-se as figuras (6.1 a 6.4) com as figuras (5.1 a 5.4), por isso o plasma se mantém estável por mais tempo, se comparado ao caso anterior.

Nas figuras (6.5 a 6.8) tem-se os gráficos para a densidade de partículas e nas figuras (6.9 a 6.12) para a densidade de corrente.

O campo B_r , figuras (6.13 a 6.16), apresenta apenas duas ondulações mais aparentes, indicando uma mudança no número de ilhas formadas em relação ao caso anterior, figuras (5.13 a 5.16).

Quanto à temperatura dos elétrons, figuras (6.17 a 6.20) não se observa nenhum efeito novo, o mesmo acontecendo para a pressão, figuras (6.21 a 6.24).

Nos gráficos para o espaço de fase, figura 6.25, observa-se que em $0,7$ micro segundo desaparece a instabilidade que se observava em $(V_e \times Z)$, figura 5.25.

Nos resultados apresentados nas figuras (7.1 a 7.17) tomou-se o campo de polarização nulo, e novamente mantiveram-se os mesmos parâmetros.

Há, neste caso, menor velocidade de compressão se compararmos as figuras (7.1 a 7.4) para B_z com as figuras (6.1 a 6.4) ou (5.1 a 5.4). Verifica-se, entretanto, maior difusão do campo magnético, ou seja, não há um acúmulo de partículas na frente do pistão magnético, o que pode ser observado comparando-se, por exemplo, as figuras 7.3 e 6.3. Nos gráficos para densidade de partículas (7.5 a 7.8) pode-se verificar o efeito da difusão do campo magnético, observando que neste caso não há o pico acentuado que se observa no anterior, figuras (6.5 a 6.8).

Os gráficos para a densidade de corrente figuras (7.9 a 7.12) mostram, entretanto, um estreitamento do pico da corrente, o que pode ser observado comparando-os com as figuras (6.9 a 6.12) e (5.9 a 5.12).

O campo B_r figuras (7.13 a 7.16), tem seu valor em módulo aumentado em relação aos casos anteriores, e apresenta ondulações menos acentuadas durante a implosão, o que pode significar que não houve a reconexão das linhas de campo.

A figura 7.17 mostra os gráficos para o espaço de fase.

As figuras (8.1 a 8.17) mostram os resultados de uma simulação em que tomou-se o campo de polarização paralelo ao campo principal, e com o valor de 300,0 Gauss. Estes resultados são para os instantes 0,3, 0,5, 0,6 e 0,7 micro segundos.

Há neste caso boa difusão do campo magnético, figuras (8.1 a 8.4), e há porém, menor velocidade de compressão, sendo que após o instante 0,7 micro segundo o plasma é destruído.

Nas figuras (8.5 a 8.8) tem-se os gráficos para a densidade de partículas, e pode-se observar comparando-os com as figuras (5.5 a 5.8) que na frente do pistão magnético há grande quantidade de partículas. Nos gráficos das figuras (8.9 a 8.12) são mostrados os resultados para a densidade de corrente e nas figuras (8.13 a 8.16) para o campo radial.

Observa-se pela figura 8.17 do espaço de fase que a reflexão dos íons pelo pistão magnético é menor neste caso. Pelos gráficos de $(V_r \times R)$ e $(V_e \times R)$ pode-se observar que a parte que nos outros é refletida aqui desaparece. Compare-se por exemplo com a figura 5.25. No gráfico de $(V_o \times R)$ este efeito é mais claro.

Nos resultados das figuras (9.1 a 9.25) considerou-se a resistividade como clássica, e com campo de polarização igual a -300,0 Gauss.

Nos gráficos para B_z e B_r figuras (9.1 a 9.4) e figuras (9.13 a 9.16) respectivamente observa-se o surgimento de duas acentuadas posições, verificando-se ainda pequena velocidade de compressão e pequeno acúmulo de partículas na região do pistão. Este fato pode ser observado nos gráficos para a densidade de partículas, figuras (9.5 a 9.8). Os gráficos para a densidade de corrente (9.9 a 9.12) refletem também este fa-

to mostrando picos finos.

Quanto à temperatura dos elétrons, figuras (9.17 a 9.20), verifica-se melhor performance, notando-se um aquecimento maior em 0,6 micro segundo e um posterior resfriamento nos instantes seguintes. Os gráficos para a pressão dos elétrons são mostrados de (9.21 a 9.24).

Na figura 9.25, para o espaço de fase, observa-se com maior nitidez o aparecimento de uma instabilidade no gráfico de $(V_o \times Z)$.

Os resultados das figuras (10.1 a 10.25) são para o caso de resistividade clássica e campo de polarização nulo.

Neste caso o efeito notado no caso anterior é menos acentuado, observando-se este fato pelos gráficos de B_z , figuras (10.1 a 10.4) e de B_r , figuras (10.16 a 10.19).

Nos gráficos para a densidade de partículas, figuras (10.5 a 10.8), podem-se observar, que as partículas são comprimidas mais rapidamente e a formação de um pico de densidade mais largo.

Nas figuras (10.9 a 10.12) são apresentados os gráficos para a densidade de corrente. Na temperatura dos elétrons, figuras (10.17 a 10.20), não se observa qualquer mudança, igualmente para a pressão, figuras (10.21 a 10.24). Na figura 10.25 pode-se observar que a instabilidade que surgiu no caso anterior, ficou menos acentuada.

A partir dos resultados destas simulações pode-se de uma maneira geral concluir-se que:

- a) o modelo de Chodura aplicado ao Theta-pinch Tupã adapta-se melhor com os coeficientes c e f iguais a 1,0 e 3,0 respectivamente.
- b) com o aumento do campo de polarização a velocidade de compressão diminui, os picos de B_r diminuem e o plasma fica estável por mais tempo, enquanto que, com um campo de polarização nulo há maior difusão do campo magnético no plasma, uma velocidade de compressão menor e B_r apresenta-se com as oscilações (picos) menos acentuados, podendo indicar que não houve reconexão. Com um campo de polarização paralelo ao campo principal verifica-se boa difusão do campo no plasma, e se compararmos com os resultados de uma simulação em que se toma o campo de polarização antiparalelo, verifica-se pequena velocidade de compressão e que a reflexão de partículas pelo pistão magnético desaparece.
- c) quando se considera o modelo clássico para a resistividade e o campo de polarização nulo surgem várias instabilidades e em consequência o plasma é destruído rapidamente. Com um campo de polarização igual a -300,0 Gauss estes efeitos ficam menores.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

Desenvolveu-se um modelo híbrido bidimensional (r,z) em uma geometria cilíndrica, com simetria azimutal, com campo de polarização e com um modelo auto-consistente para a resistividade para se estudar a dinâmica de implosão num theta-pinch.

Foi possível ajustar o algoritmo empírico proposto por Chodura para a resistividade.

Verificou-se também que sem o campo de polarização provavelmente não há reconexão, e com o aumento deste o plasma fica estável por mais tempo.

Os resultados de uma simulação em que tomou-se o campo de polarização paralelo ao campo principal mostram que há boa difusão do campo no plasma mas que não há a reflexão de partículas pelo pistão magnético.

Usando-se o modelo clássico para a resistividade e com o campo de polarização nulo, verifica-se com maior nitidez o aparecimento de instabilidades, porém quando inclui-se o campo de polarização estes efeitos diminuem.

Há porém, necessidade de melhorar as condições de contorno para o campo magnético, permitindo que ele fique livre nas extremidades.

Quanto à baixa temperatura dos elétrons, é necessário que se reformule o modelo para a resolução da equação da energia.

Como trabalho futuro, há ainda possibilidade de estudar, utilizando este código, a fuga de partículas pelas extremidades do theta-pinch, instabilidades, reconexão das linhas de campo e rotação do plasma.

REFERÊNCIAS

- /1/ - Stover, E.K., Klevans, E.H. and York, M.T. - Physics Fluids, 2090, 21, 11, 1978
- /2/ - Oliphant, T.A. - Nuclear Fusion, 377, 14, 1974
- /3/ - Hamasaki, S. e Krall, N.A. - Physics of Fluids, 229, 20, 1977
- /4/ - Duchs, D. e Grien, H.R. - Physics of Fluids, 1099, 9, 6, 1966
- /5/ - Krall, N.A. e Trivelpiece, A.W. - Principles of Plasma Physics - McGraw-Hill, 1973
- /6/ - Weitzner, H. - Physics of Fluids, 384, 20, 3, 1977
- /7/ - Jones, W.B. et al. - Physics of Fluids, 800, 13, 3, 1970
- /8/ - Green, T.S. et al. - Physics of Fluids, 1663, 10, 8, 1967
- /9/ - McKenna, K.F. et al. - Physics of Fluids, 1443, 23, 7, 1980
- /10/ - Clemente, R.A. and Fretre, E.M. - Plasma Physics and Controlled Fusion, 951, 28, 1986
- /11/ - Eberhagen, A. e Grossmann, W. - Z. Physik, 130, 248, 1971
- /12/ - Davison, R.C. e Freidberg, J.P. - Plasma Physics, 18, 1976
- /13/ - Harned, D.S. et al. - Seventh International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion, paper m.2.2-1982
- /14/ - Hamada, S. Nuclear Fusion, 729, 26, 6, 1986
- /15/ - Harned, D.S. e Hewett, D.W. - Nuclear Fusion, 201, 24, 1984
- /16/ - Barnes, D.C. et al. - Eleventh International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion - paper d.v.9, pág. 130, 1986 - Japão
- /17/ - Okada, S. et al. - Idem 15 - paper d.iv.2.2, pág. 117
- /18/ - Freidberg, J.P., Physics of Fluids, 1207, 21, 7, 1978

- /19/ - Sakanaka, P.H. - Reprint from Modern Plasma Physics, IAEA; Vienna, 1981
- /20/ - Braginskii, S.I. - Reviews of Plasma Physics, Vol. 1 - pág. 205, 1977
- /21/ - Leite Neto, J.P. - Tese de Mestrado - Unicamp, 1984
- /22/ - Sgro, R.C. e Nielson, C.W. - Physics of Fluids, 126, 19, 1, 1976
- /23/ - Hewett, D.W. - Journal of Computational Physics, 378, 38, 1980
- /24/ - Harned, S.D. - Journal of Computational Physics, 452, 47, 1982
- /25/ - Chodura, r. - Nuclear Fusion, 15, 55, 1975
- /26/ - Harlow, H.F. - Methods in Computational Physics, Vol. 3, 1970 Academic Press
- /27/ - Myamamoto, K. - Plasma Physics for Nuclear Fusion, -The MIT Press, 1980
- /28/ - Potter, D. - Computational Physics, John Wiley & Sons
- /29/ - Sptizer, L.Jr. - Physics of Fully Ionized Gases, Interscience, N.Y., 1962
- /30/ - Richtmyer, R.D. e Norton, K.W. - Difference Methods for Initial Value Problems - N.Y. - 1973
- /31/ - NAG - Numerical Algorithm Group - (f01axf)
- /32/ - Sakanaka, P.H. - Rotina para Gráficos Tridimensionais
- /33/ - Newton, A.A. - Physics of Fluids, 779, 2, 6, 1986.

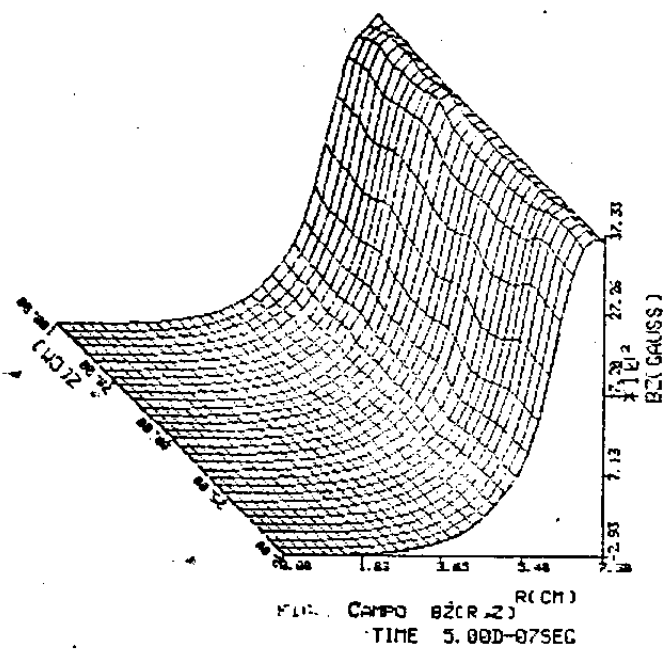


Fig. 4.1

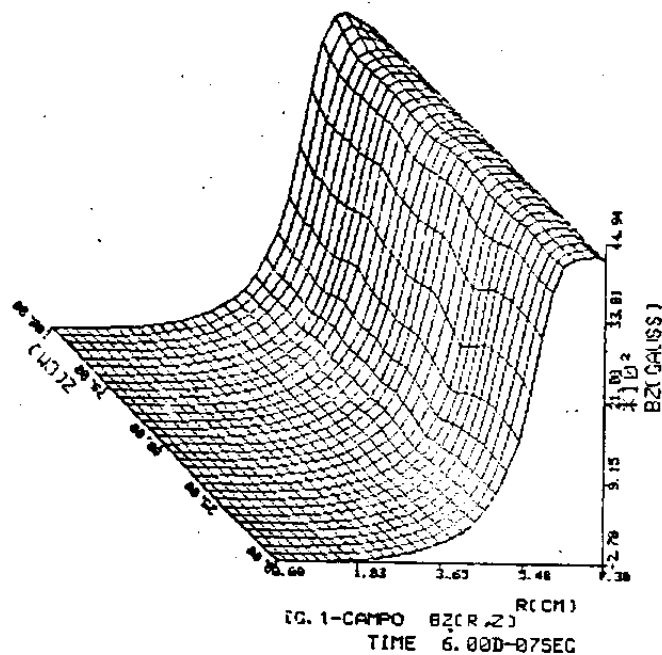


Fig. 4.2

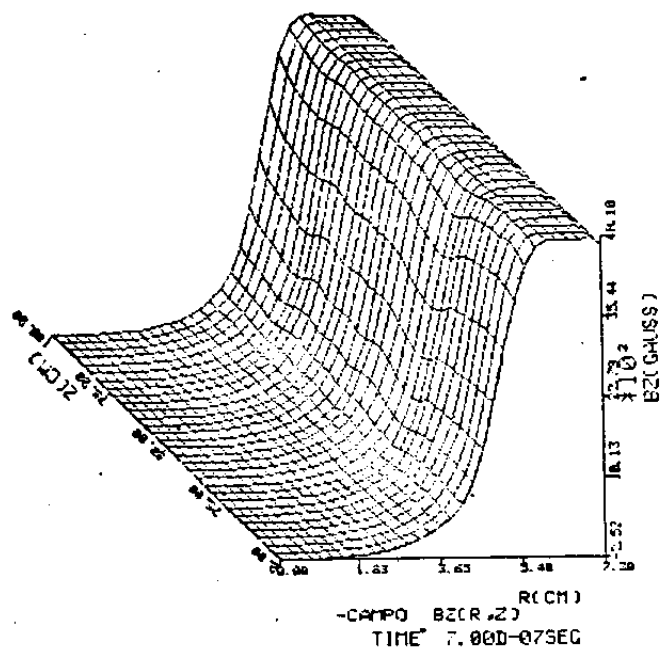


Fig. 4.3

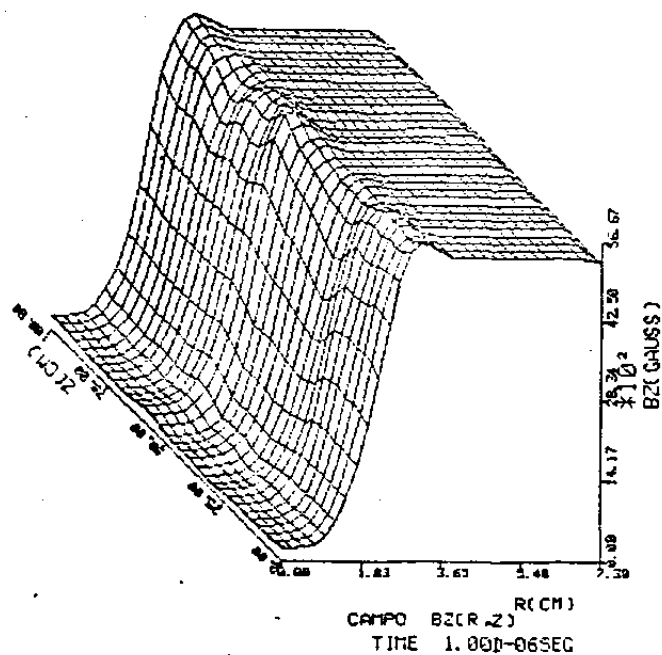


Fig. 4.4

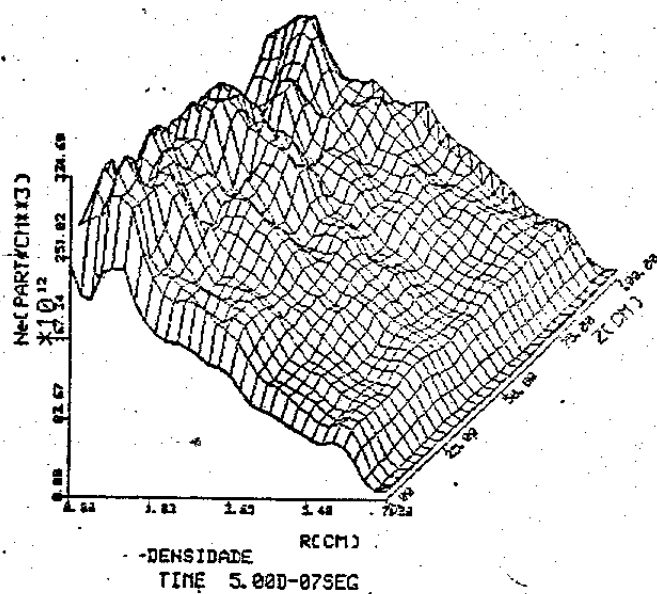


Fig. 4.5

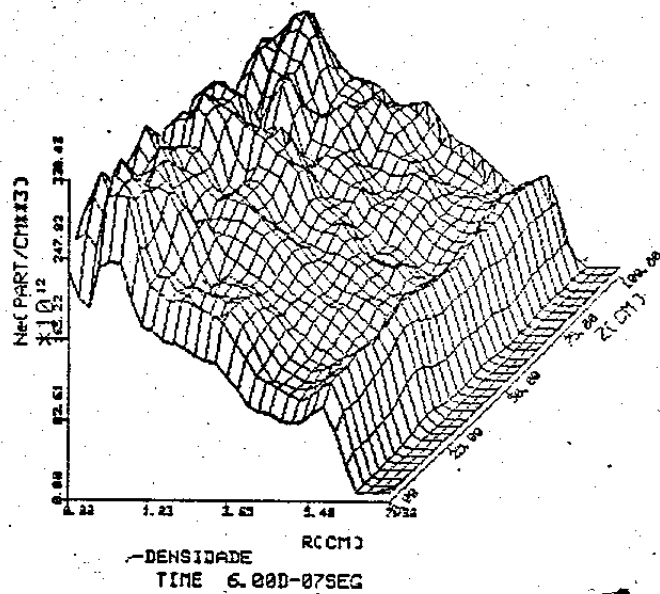


Fig. 4.6

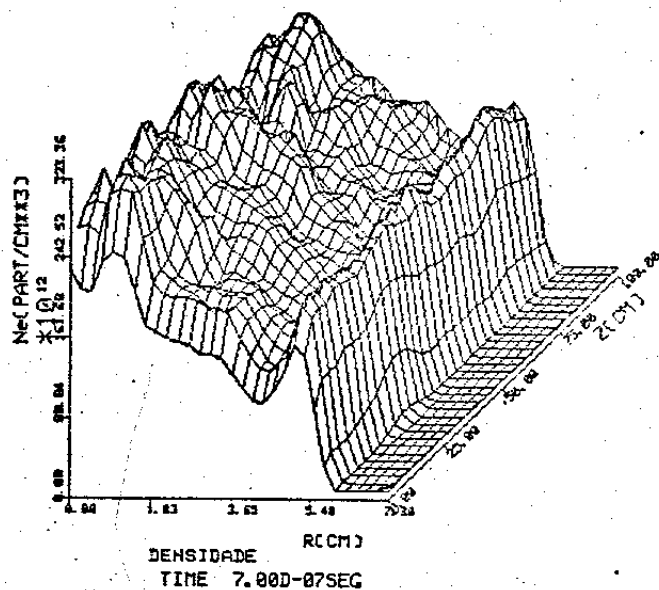


Fig. 4.7

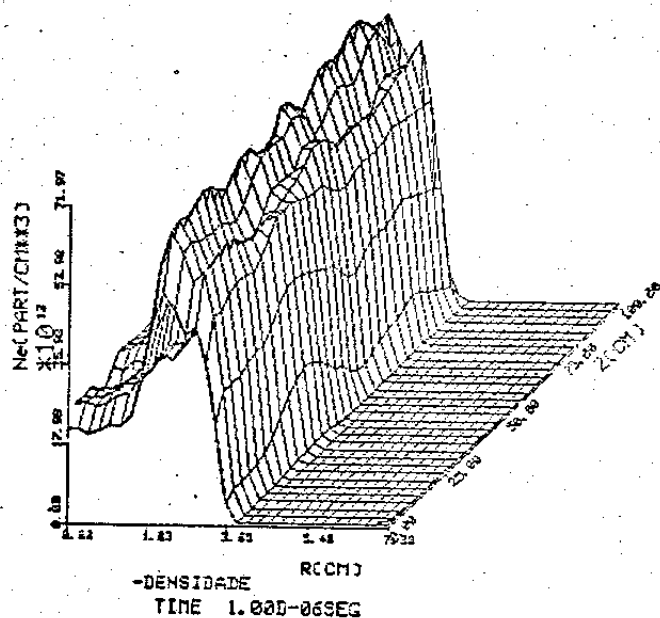


Fig. 4.8

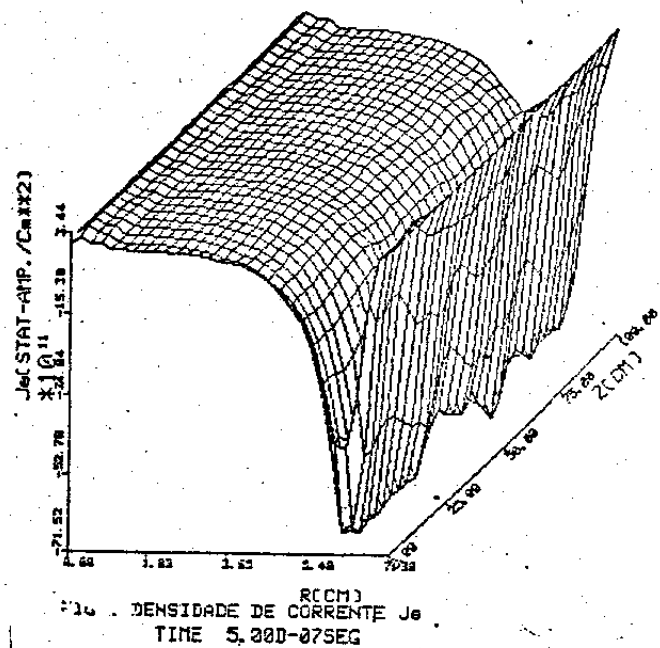


Fig. 4.9

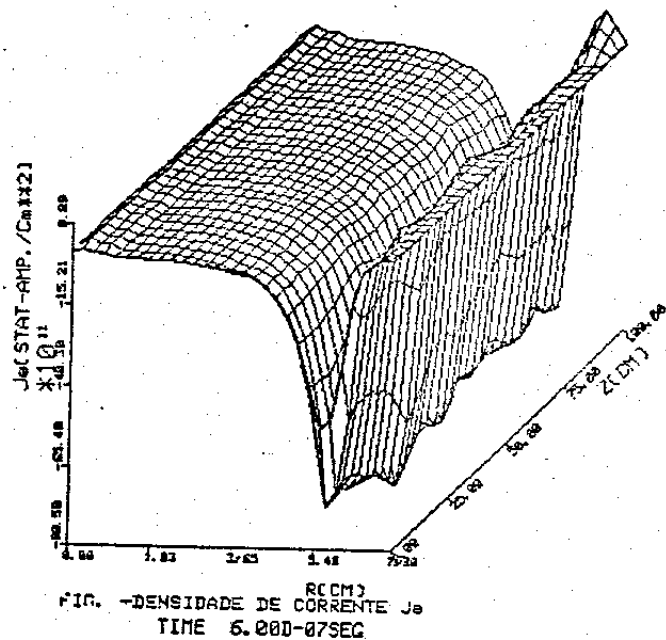


Fig. 4.10

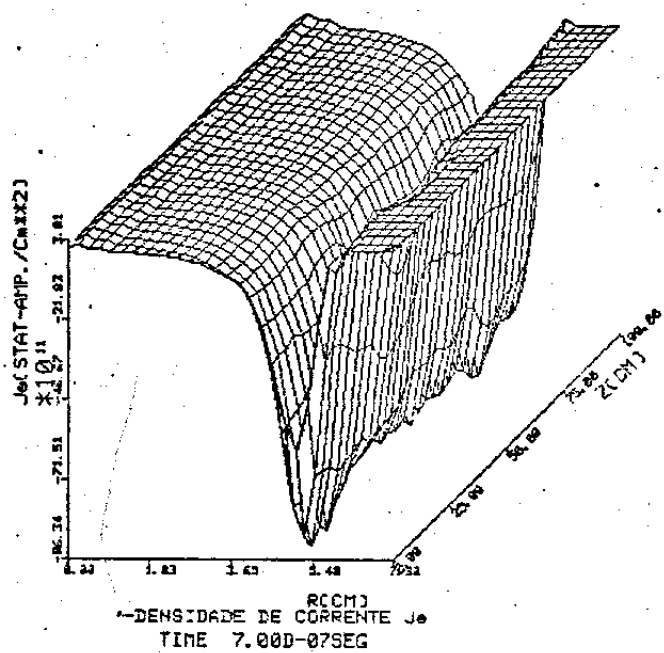


Fig. 4.11

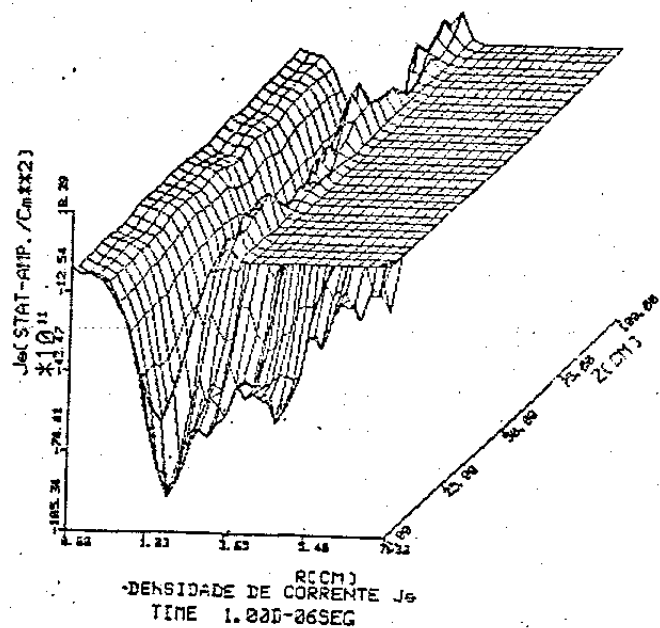


Fig. 4.12

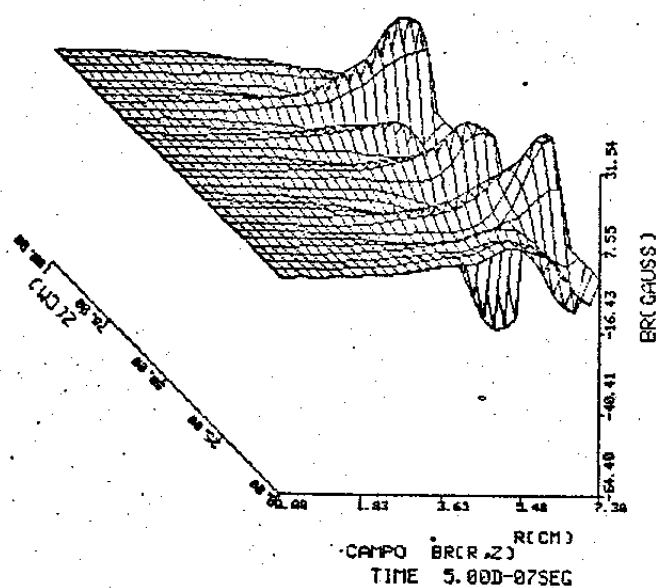


Fig. 4.13

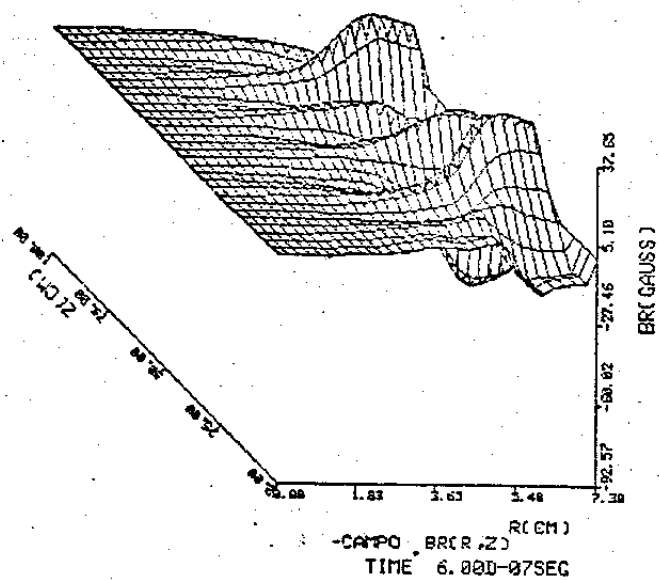


Fig. 4.14

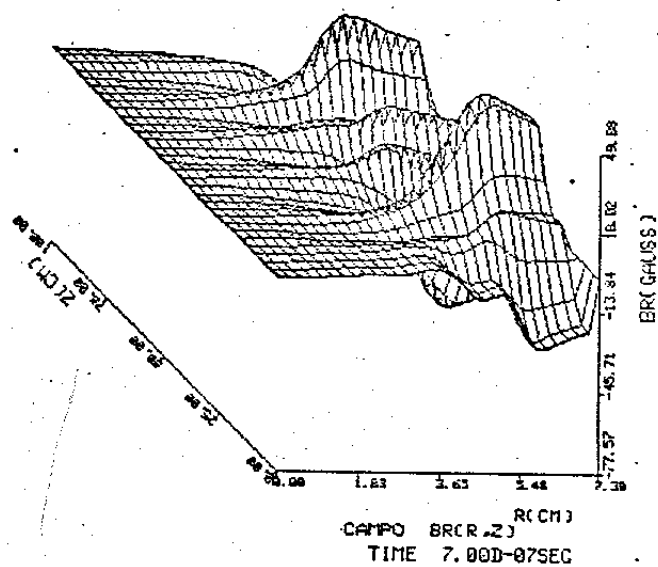


Fig. 4.15

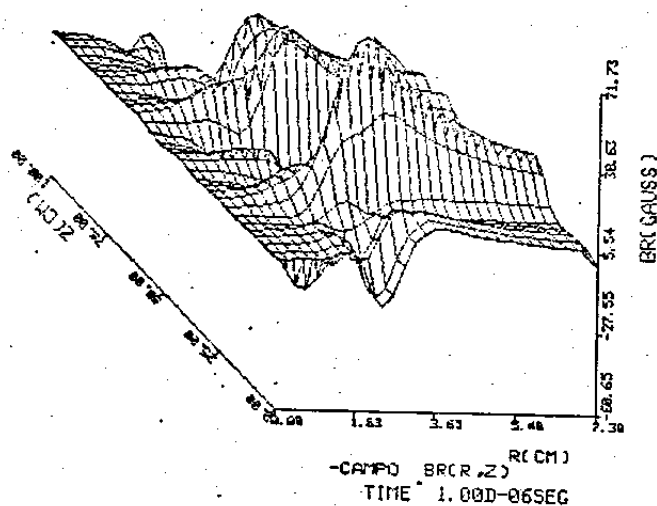


Fig. 4.16

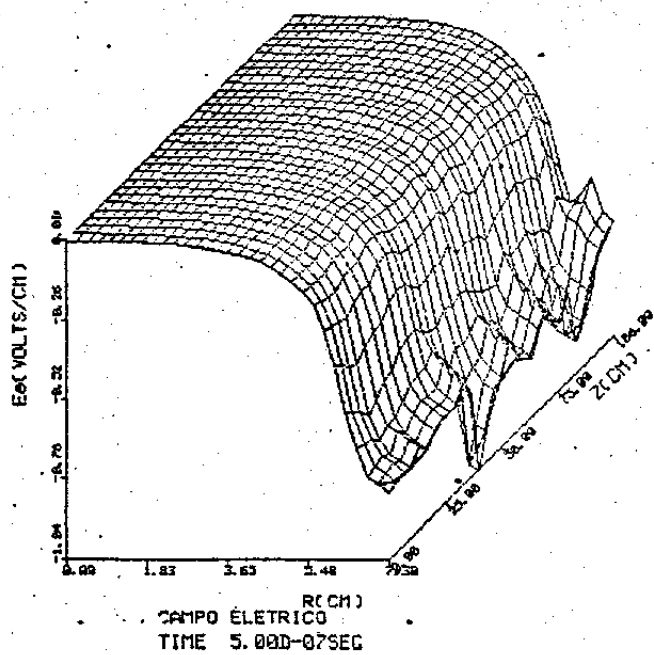


Fig. 4.17

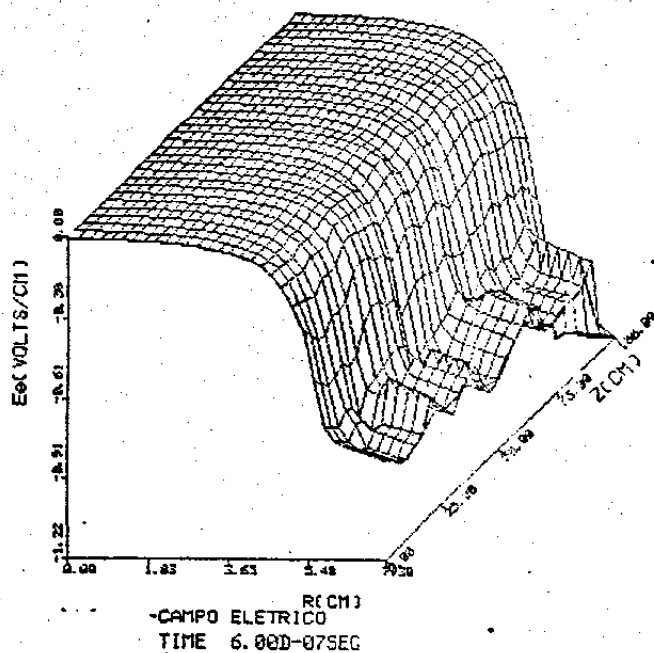


Fig. 4.18

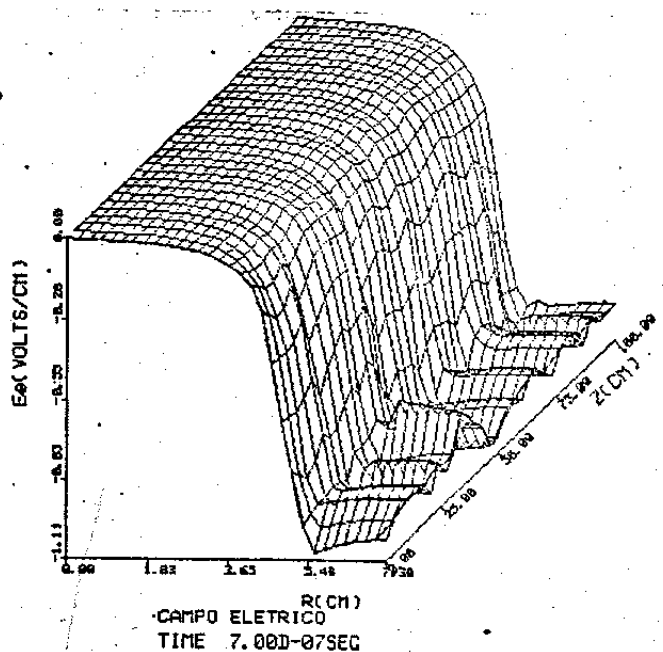


Fig. 4.19

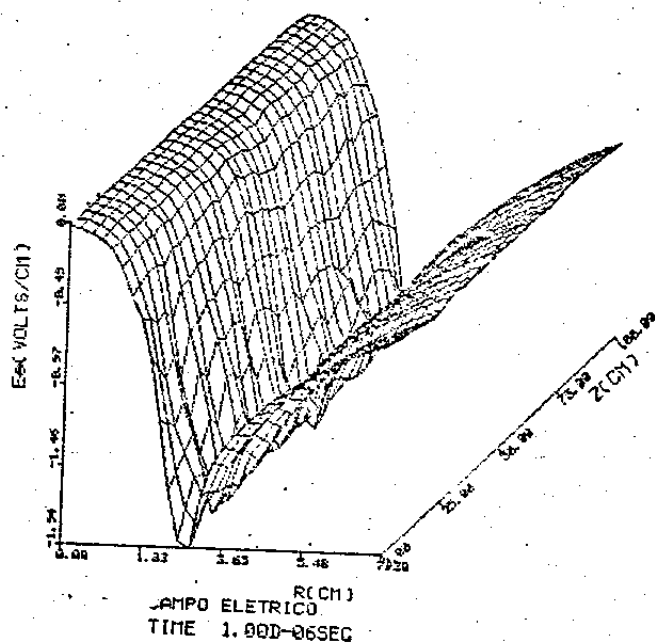


Fig. 4.20

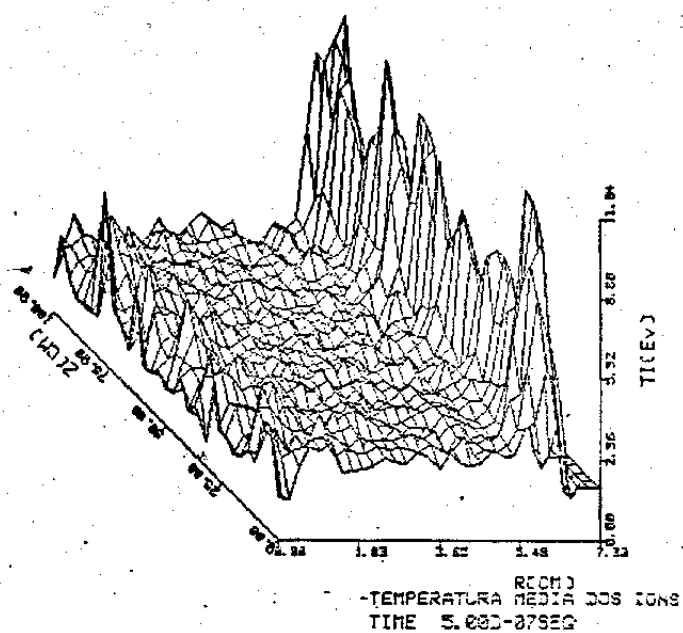


Fig. 4.21

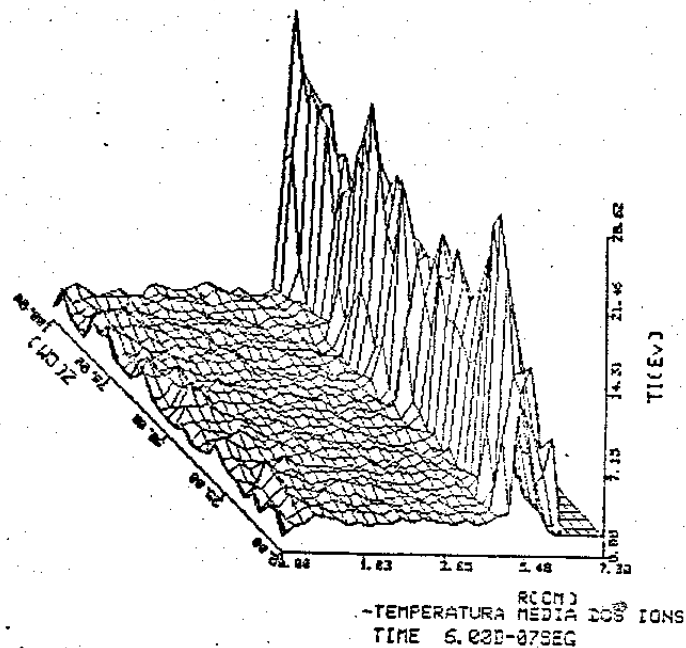


Fig. 4.22

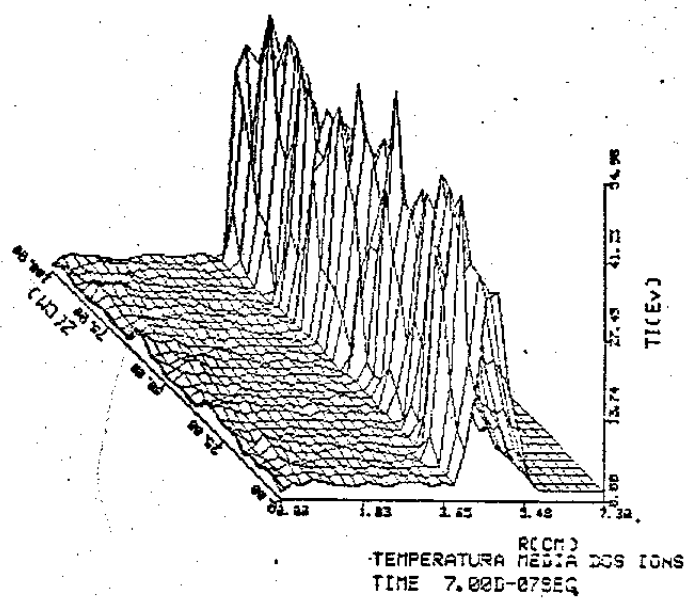


fig. 4.23

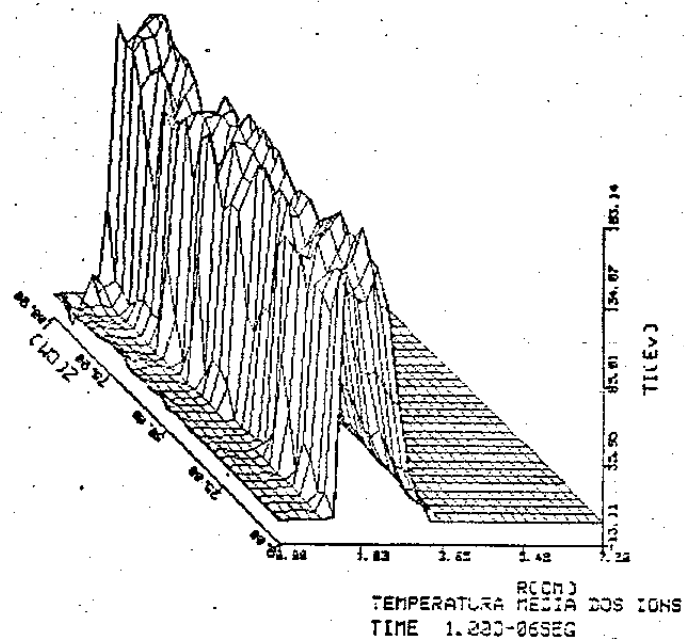


Fig. 4.24

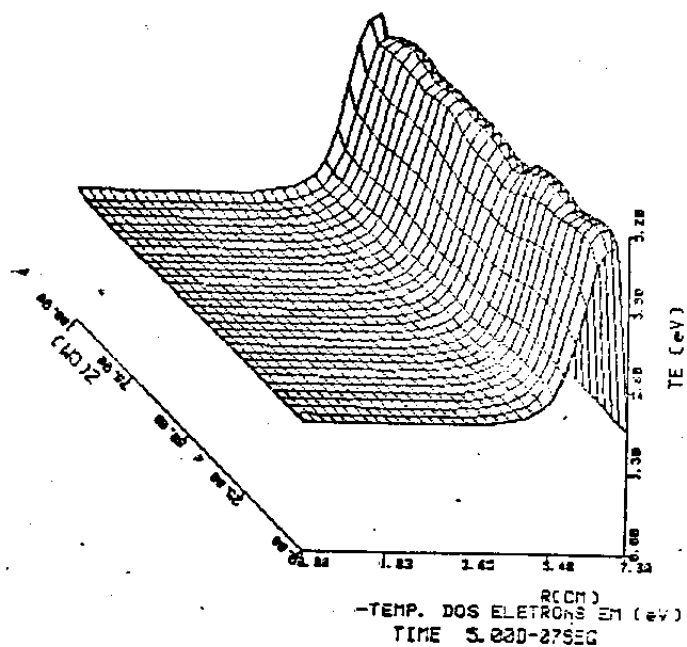


Fig. 4.25

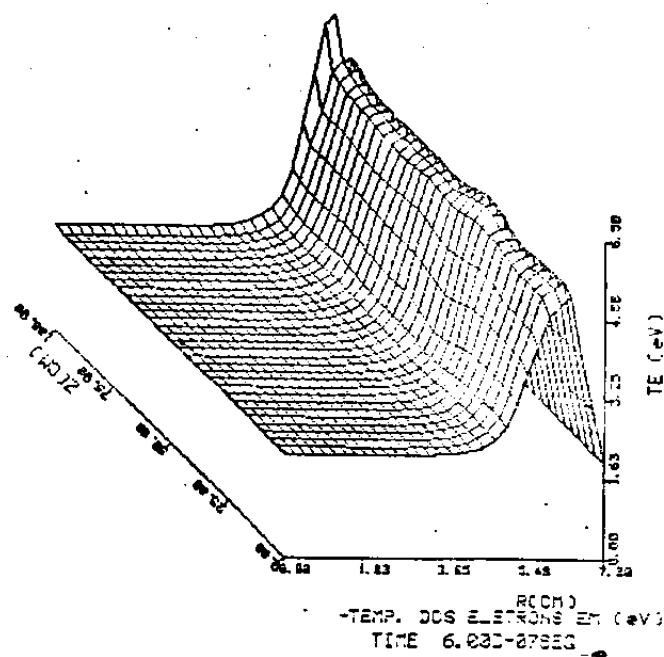


Fig. 4.26

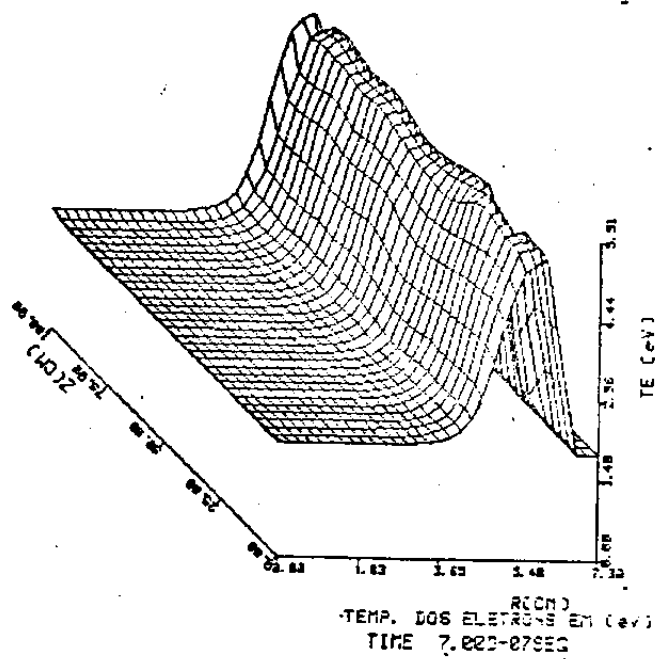


Fig. 4.27

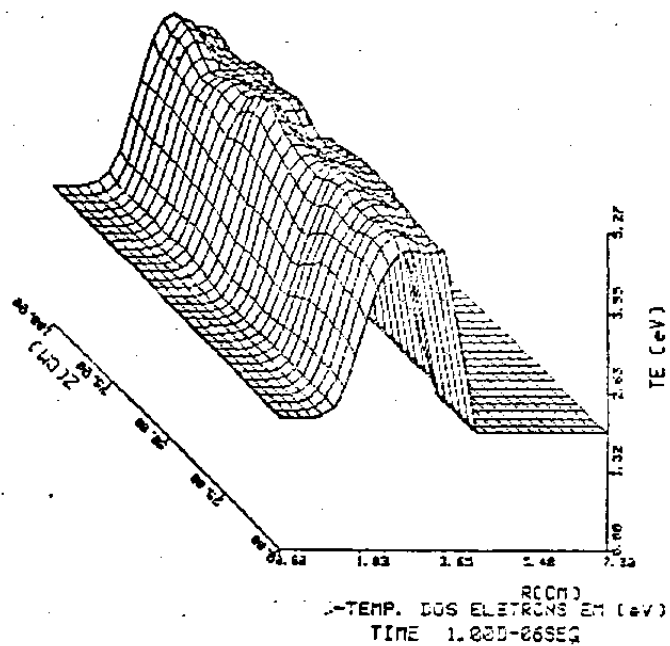


Fig. 4.28

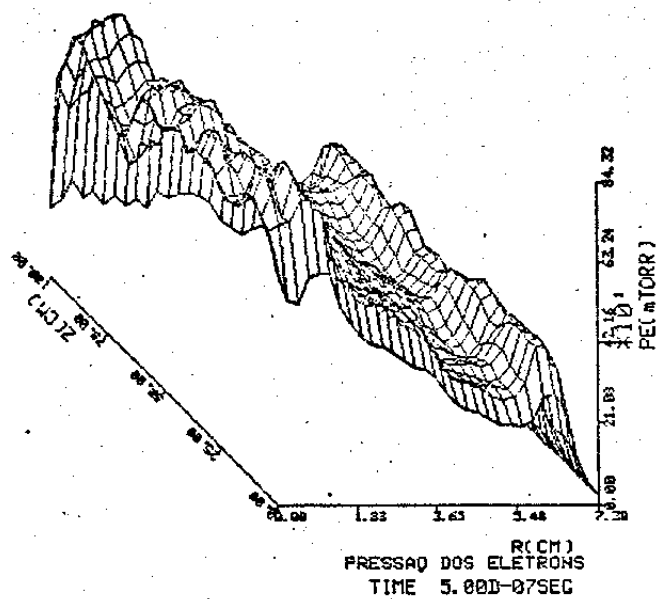


Fig. 4.29

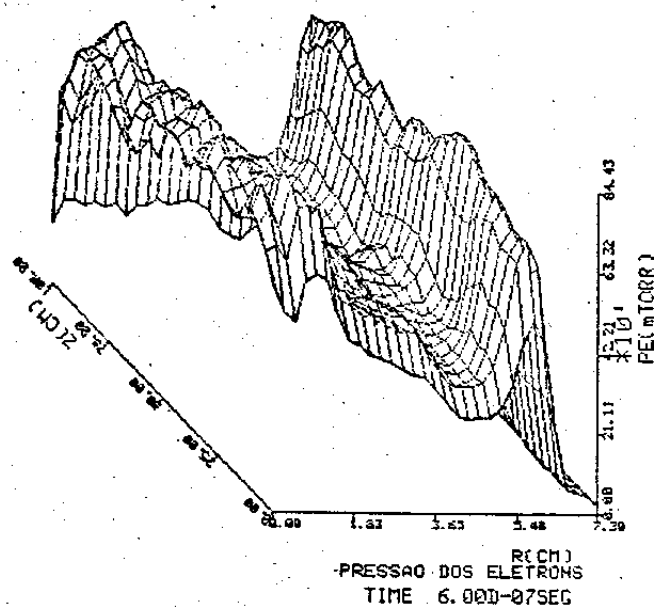


Fig. 4.30

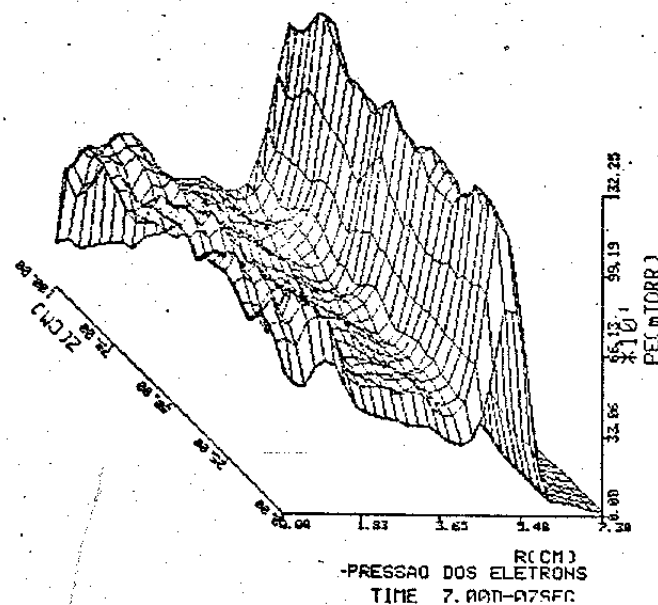


Fig. 4.31

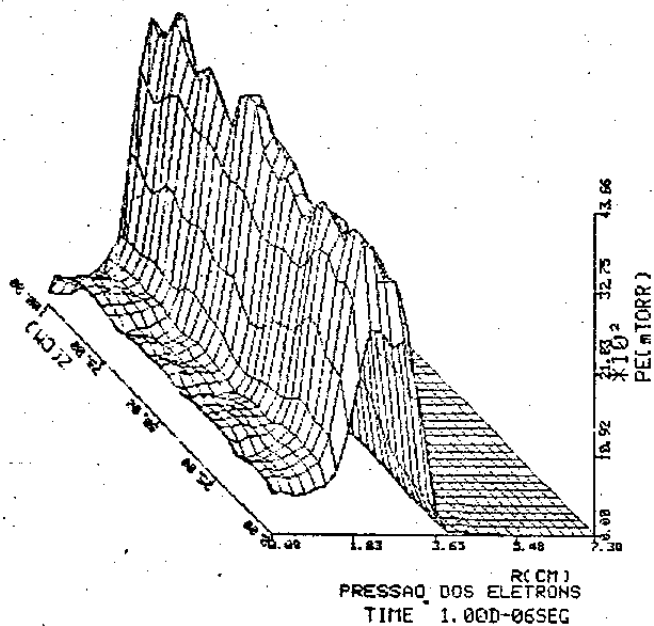


Fig. 4.32

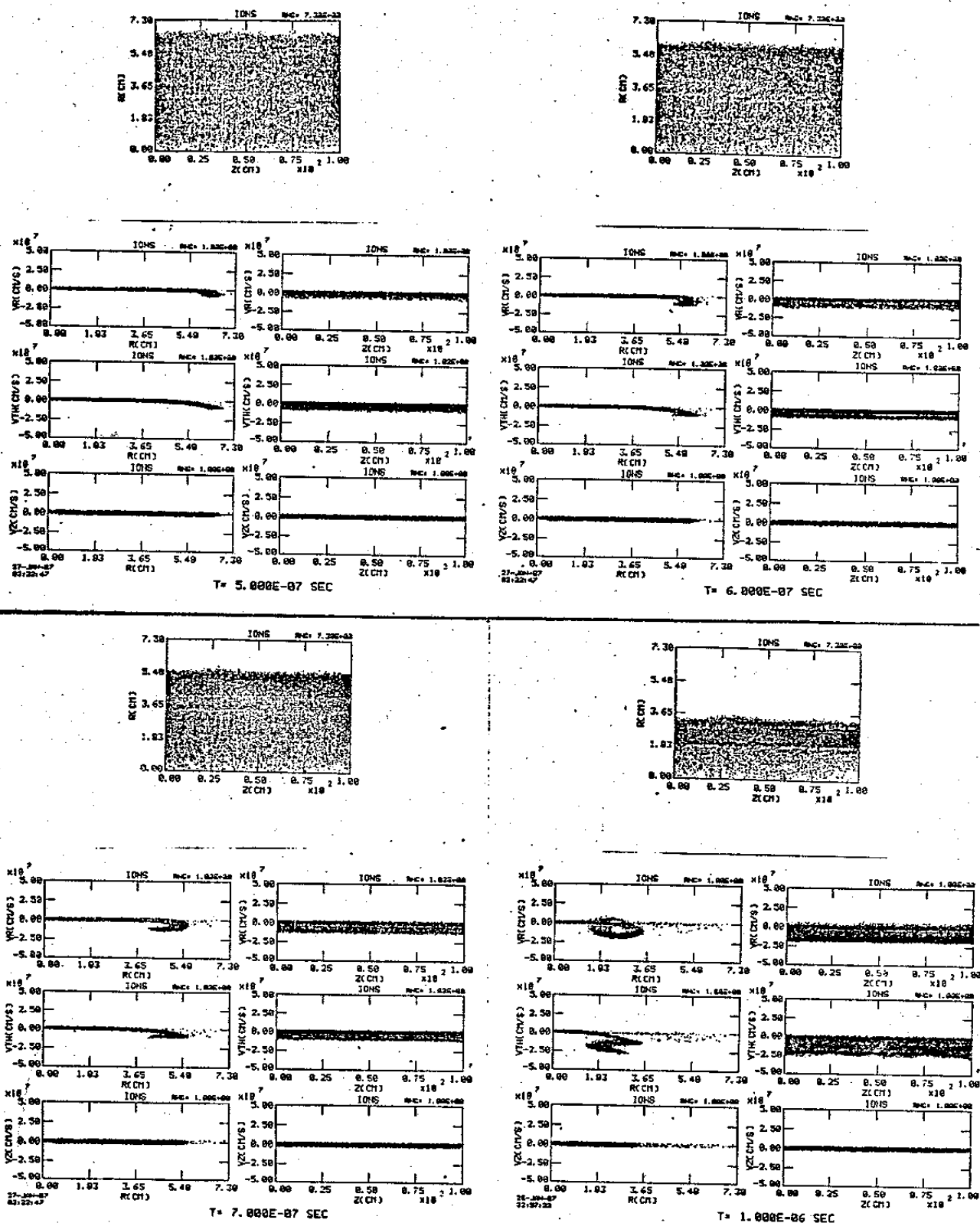


Fig. 4.33

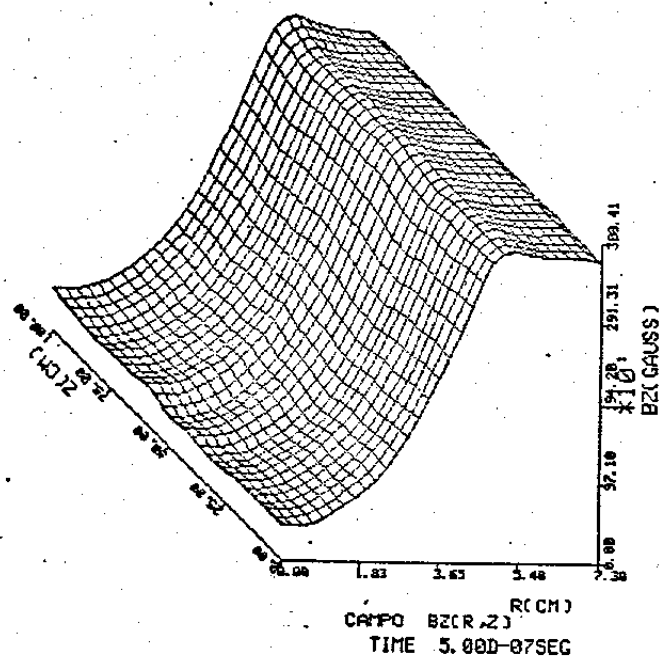


Fig. 5.1

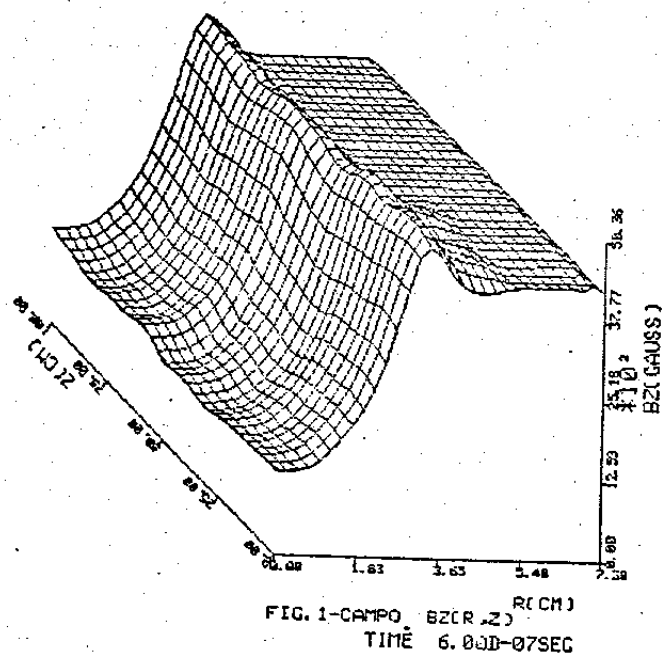


Fig. 5.2

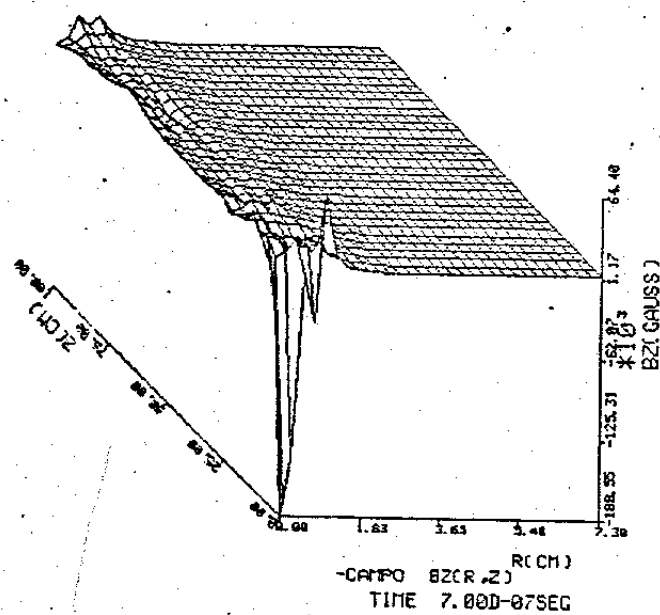


Fig. 5.3

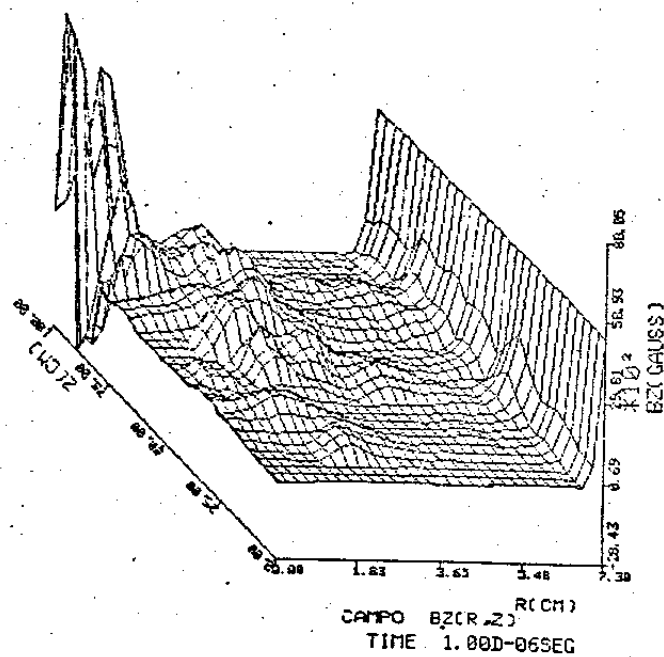


Fig. 5.4

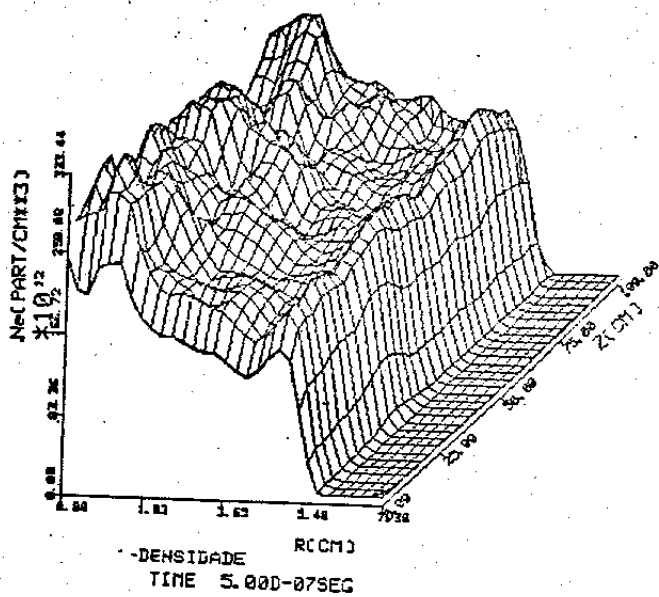


Fig. 5.5

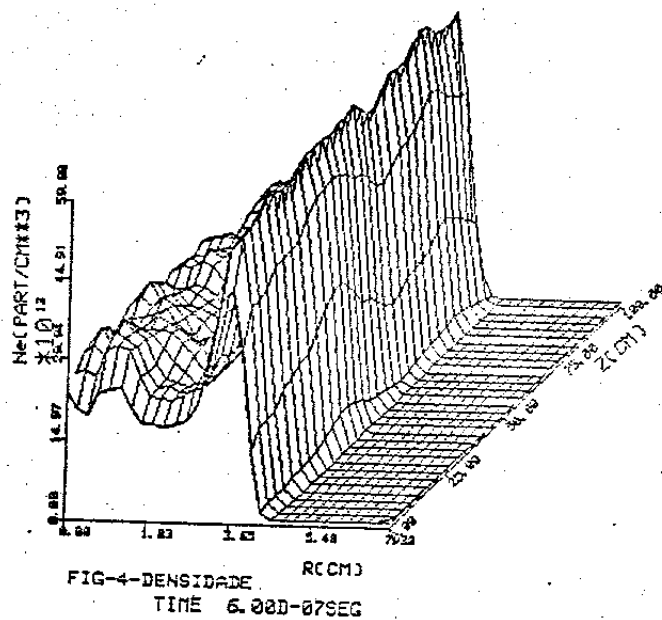


Fig. 5.6

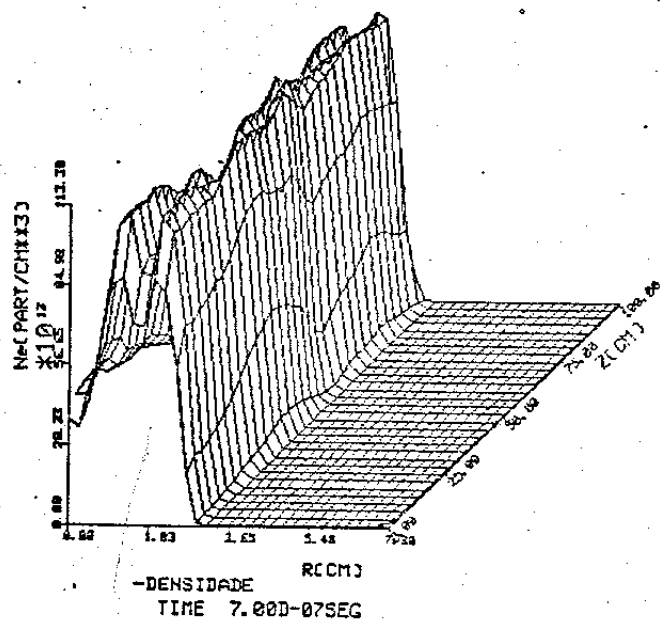


Fig. 5.7

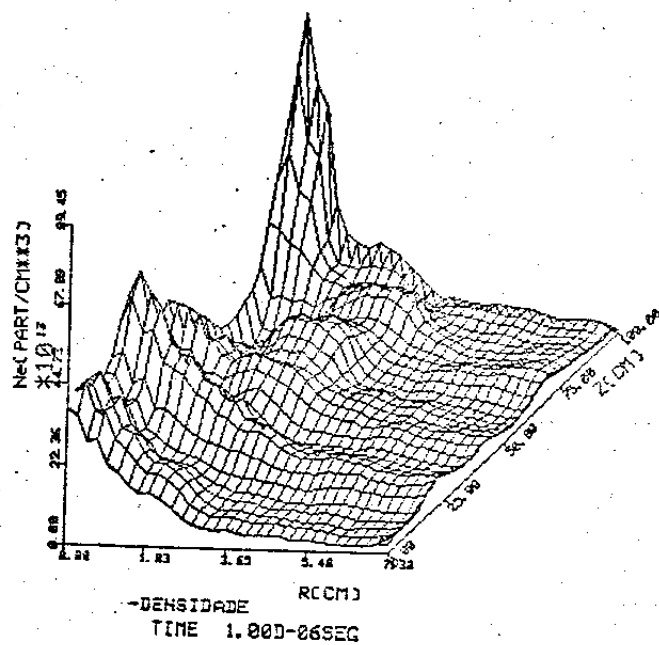


Fig. 5.8

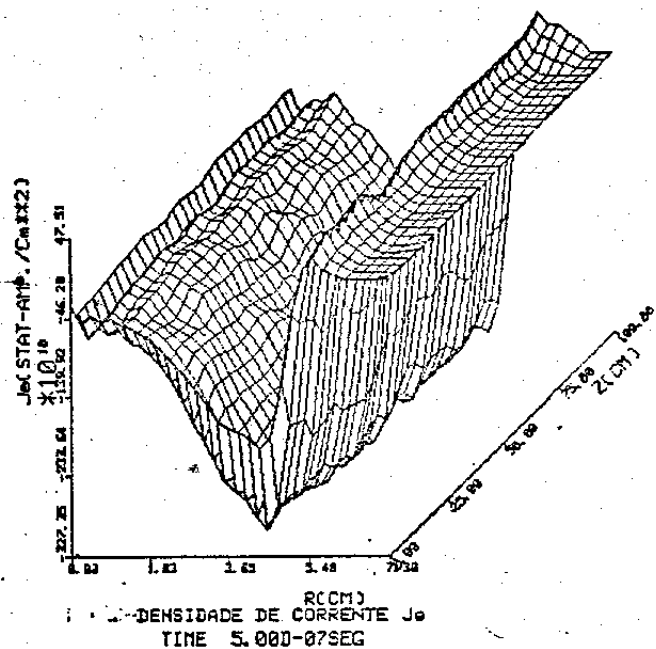


Fig. 5.9

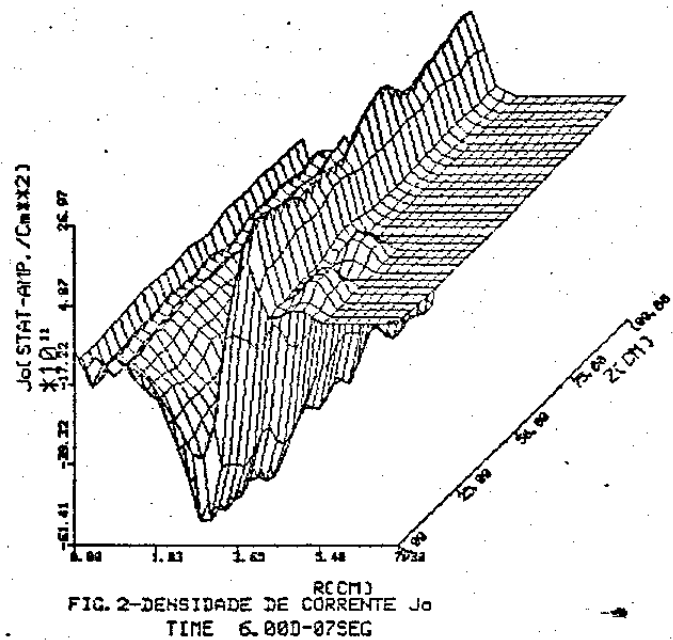


Fig. 5.10

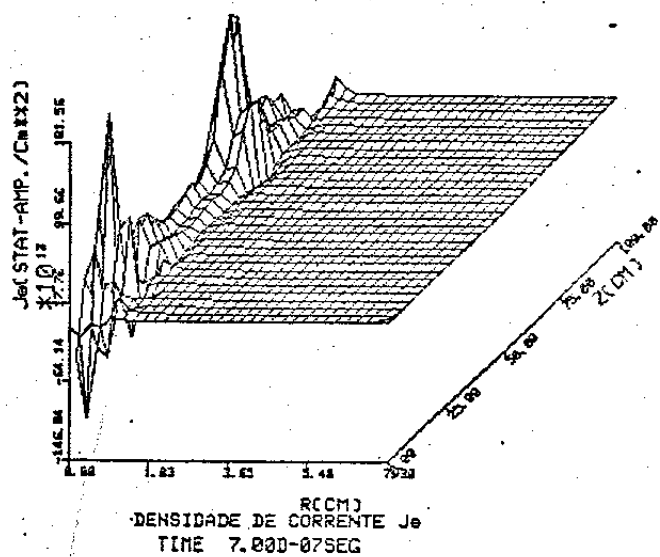


Fig. 5.11

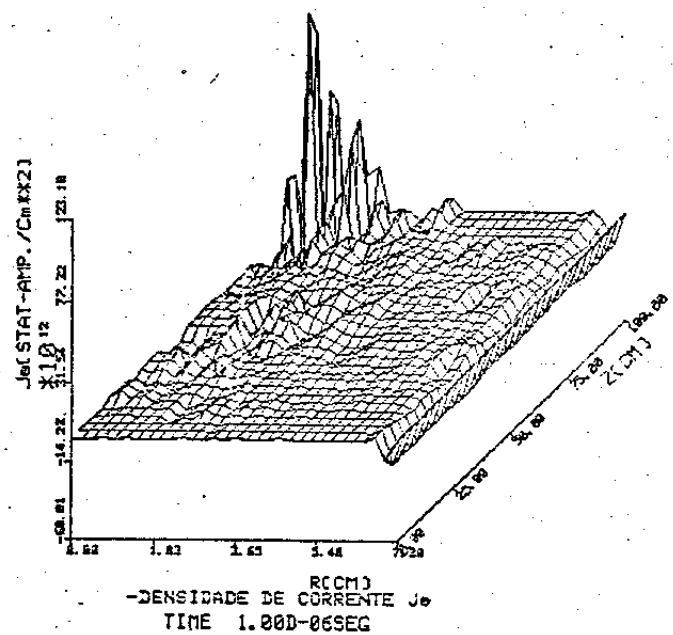


Fig. 5.12

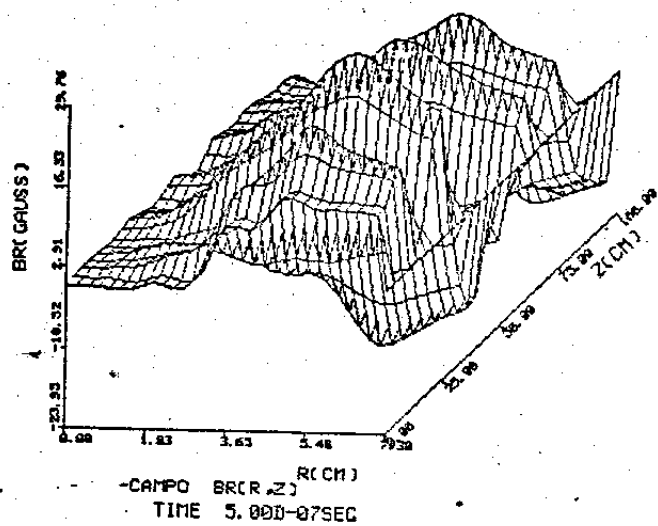


Fig. 5.13

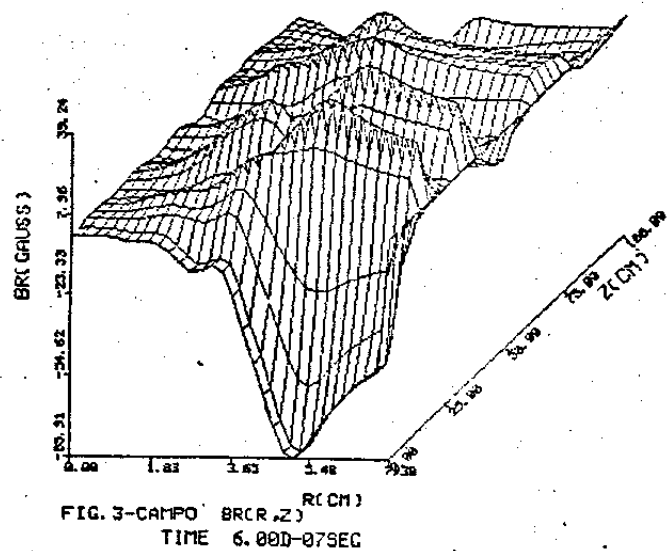


Fig. 5.14

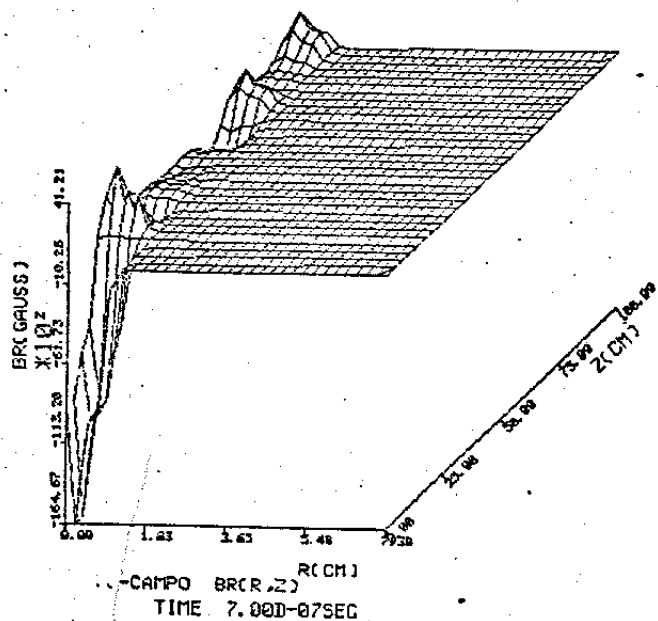


Fig. 5.15

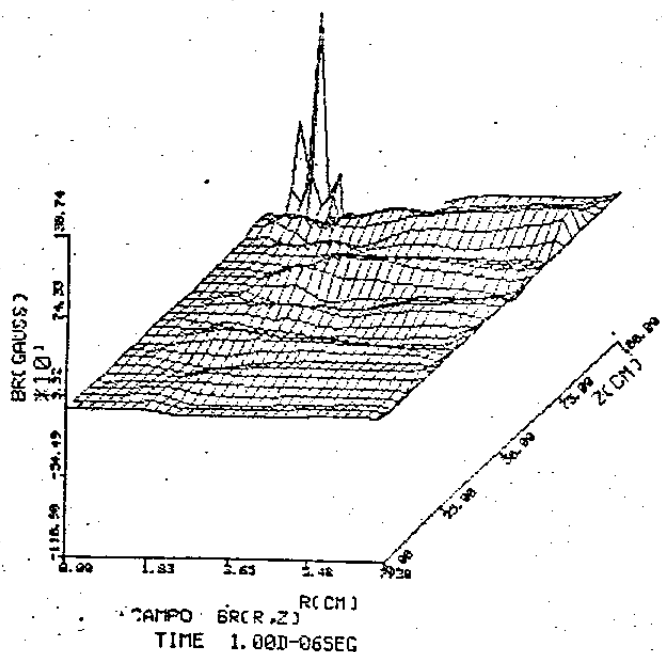


Fig. 5.16

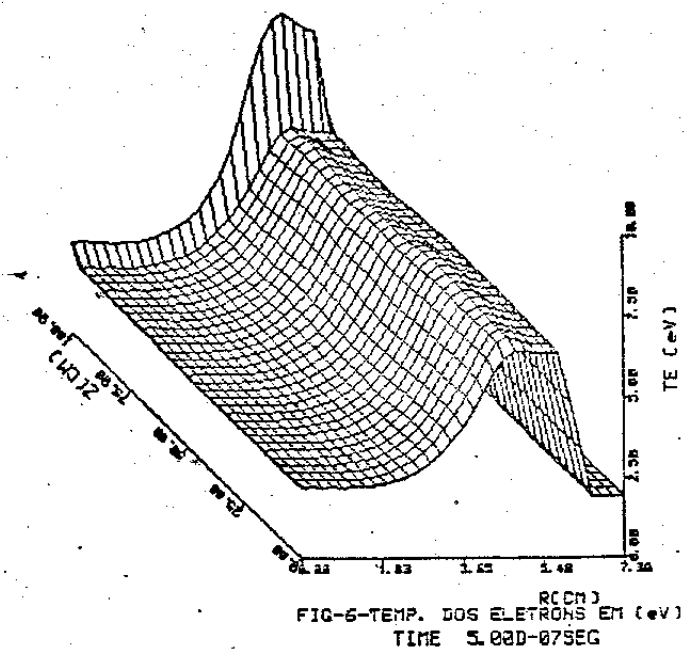


Fig. 5.17

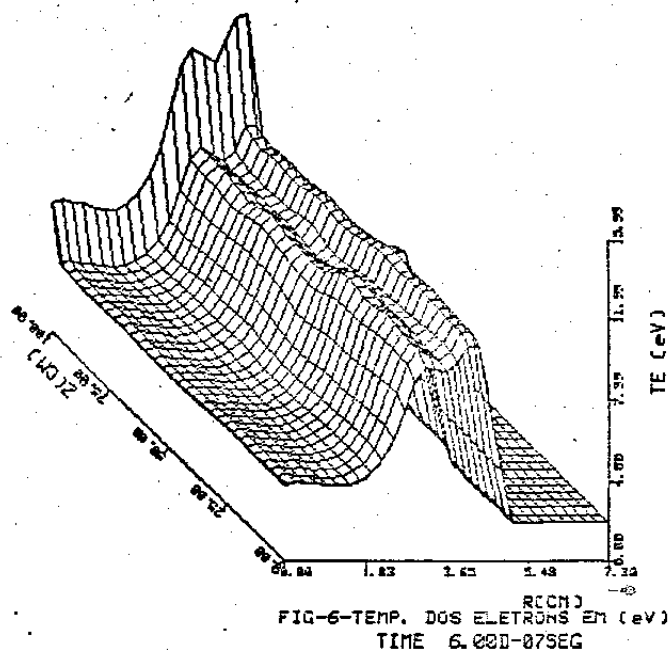


Fig. 5.18

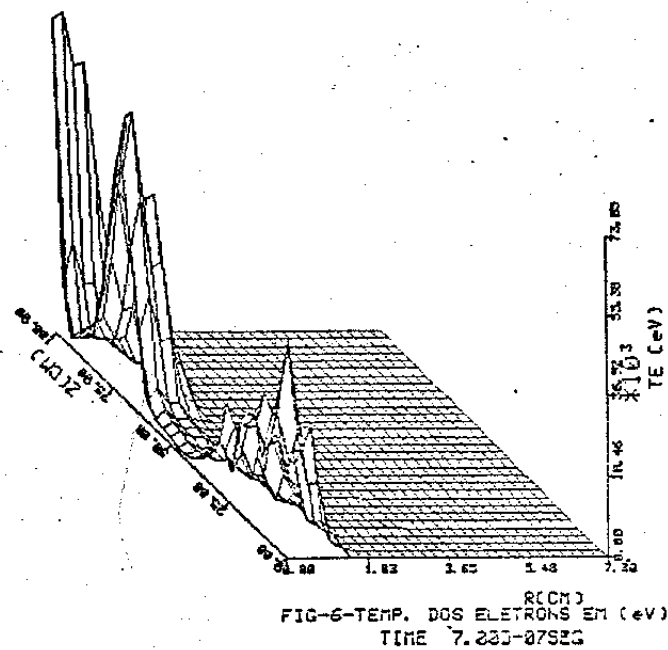


Fig. 5.19

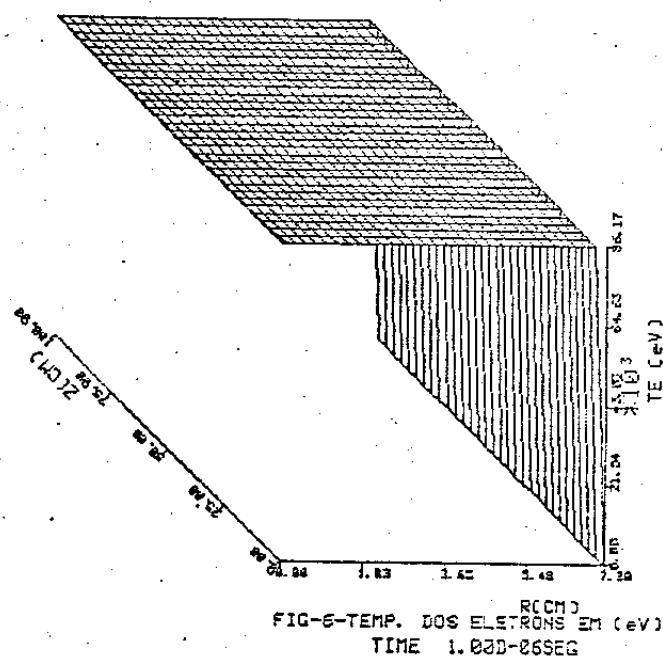


Fig. 5.20

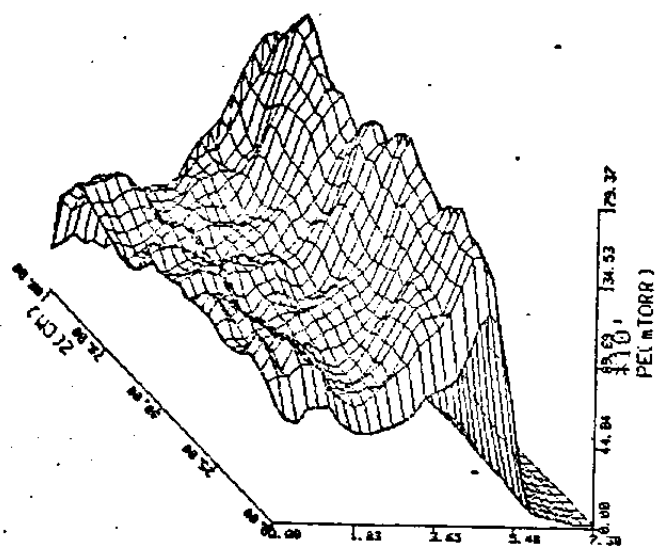


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 5.00D-07SEC

Fig. 5.21

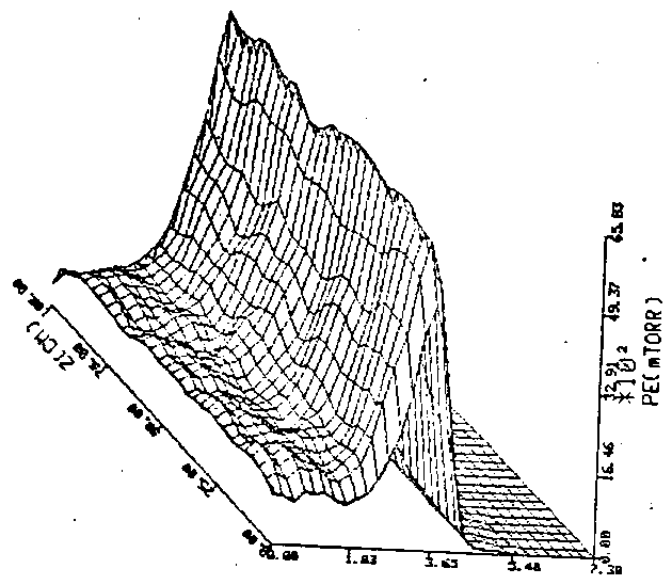


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 6.00D-07SEC

Fig. 5.22

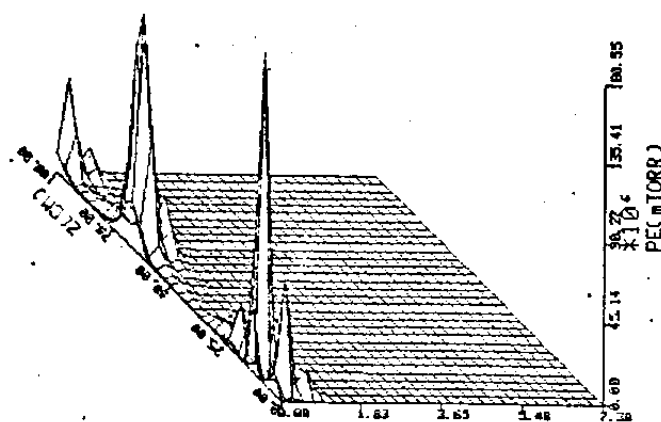


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 7.00D-07SEC

Fig. 5.23

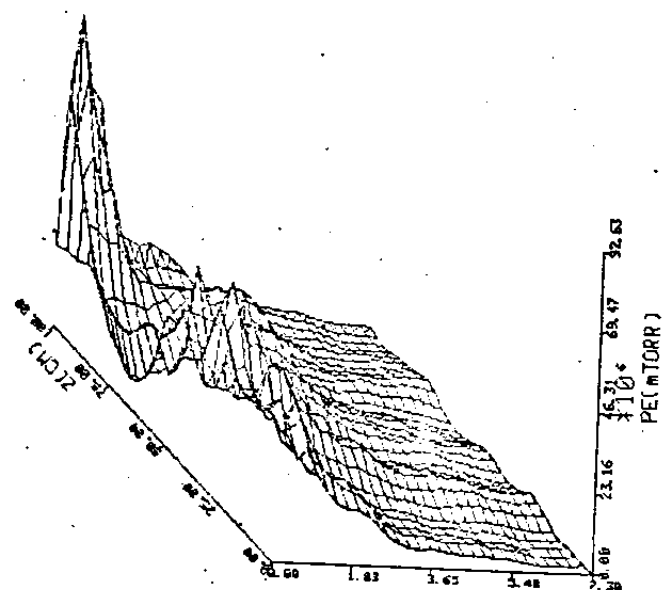


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 1.00D-06SEC

Fig. 5.24

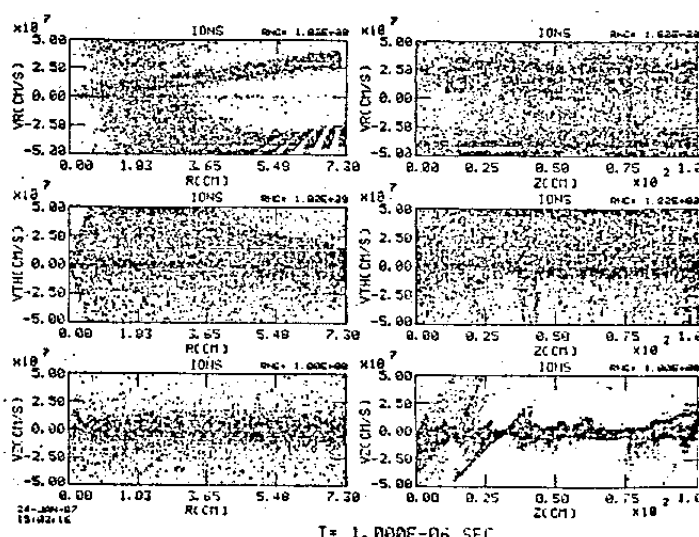
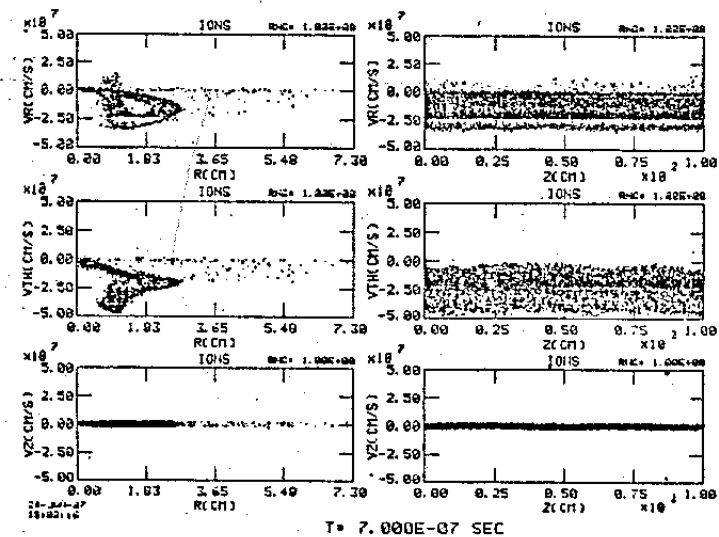
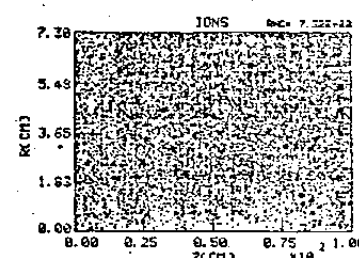
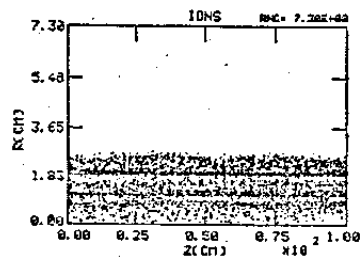
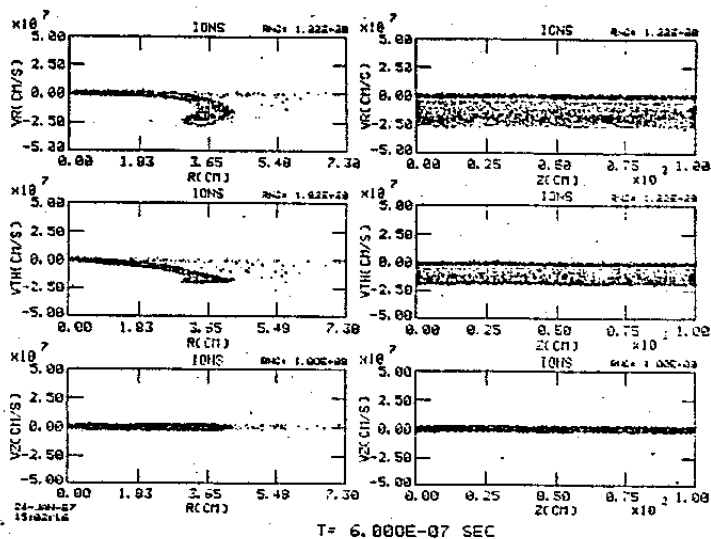
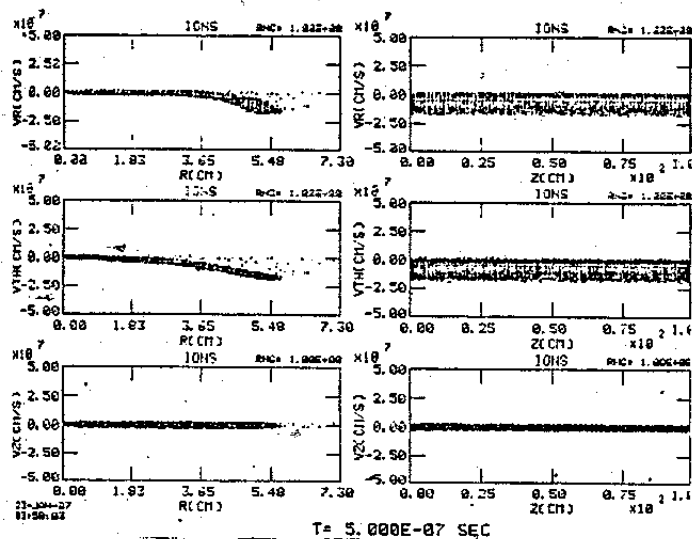
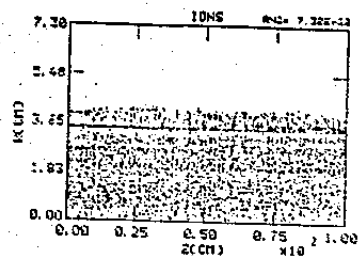
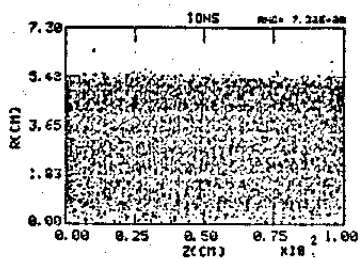


Fig. 5.25

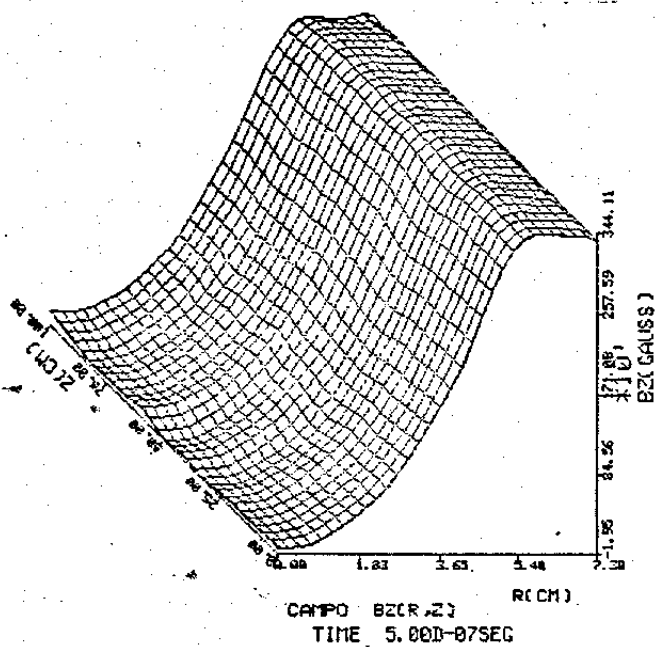


Fig. 6.1

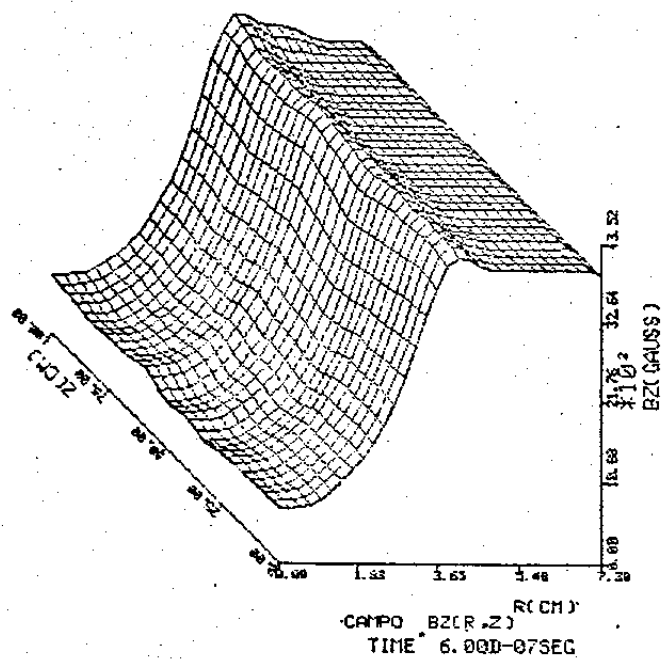


Fig. 6.2

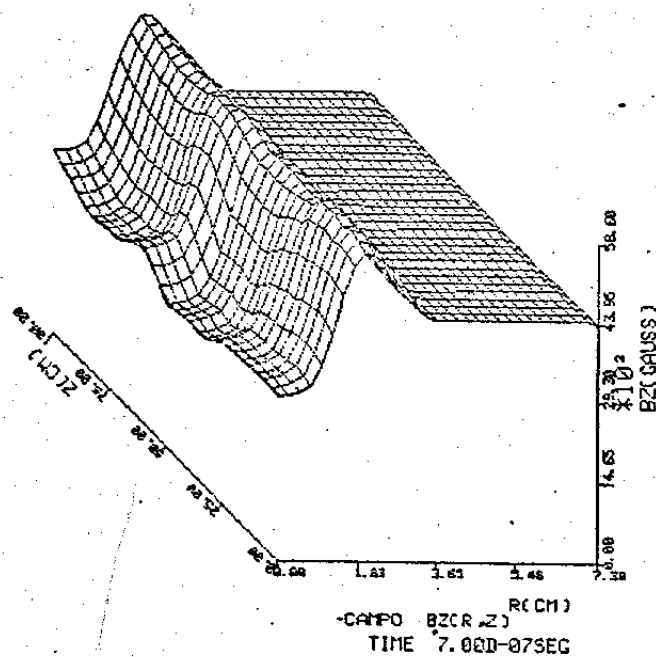


Fig. 6.3

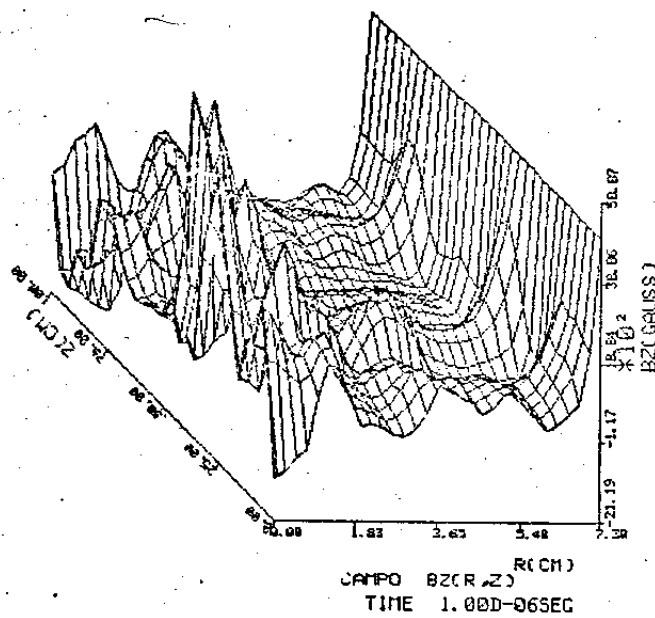


Fig. 6.4

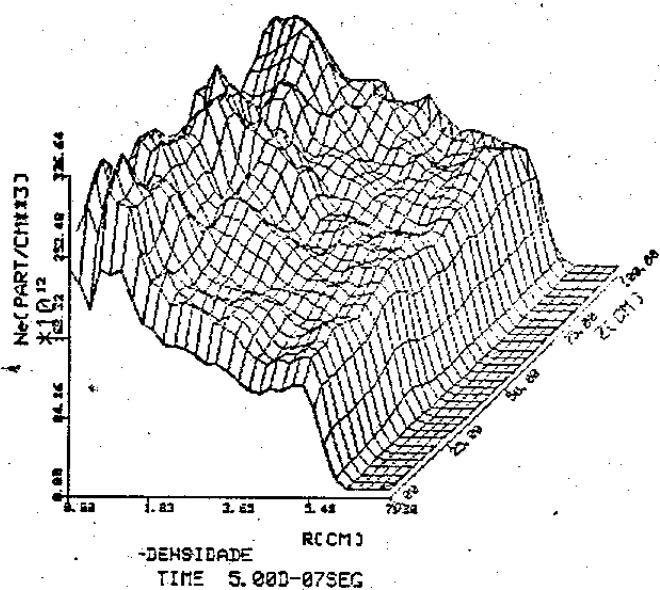


Fig. 6.5

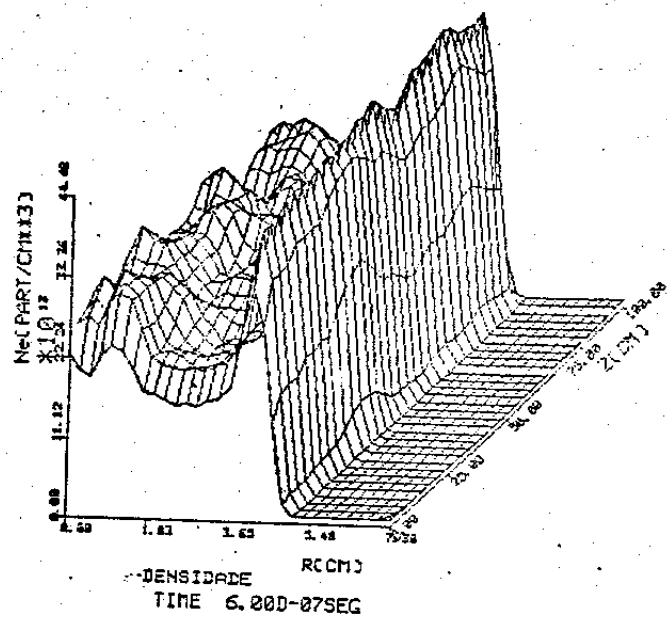


Fig. 6.6

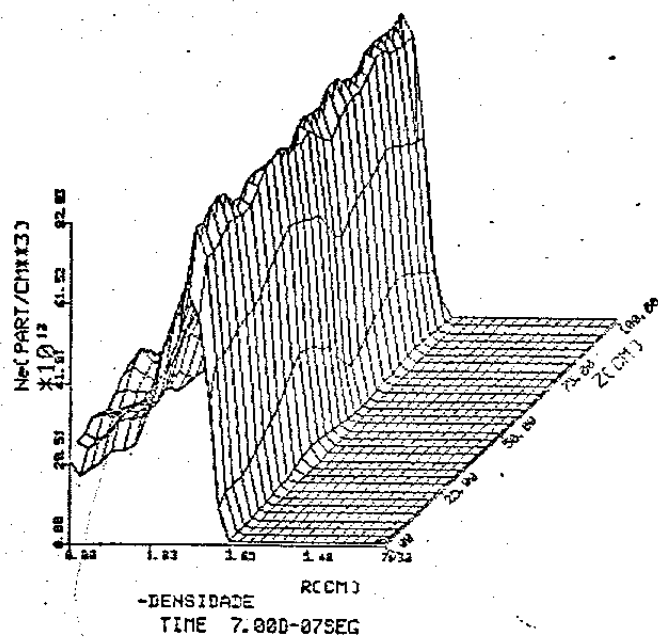


Fig. 6.7

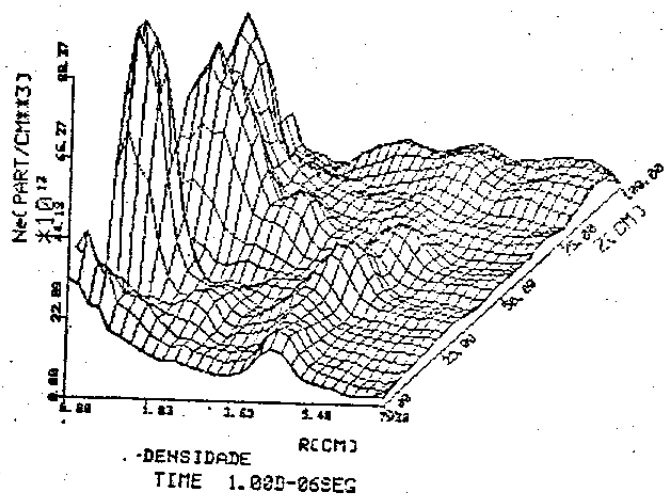


Fig. 6.8

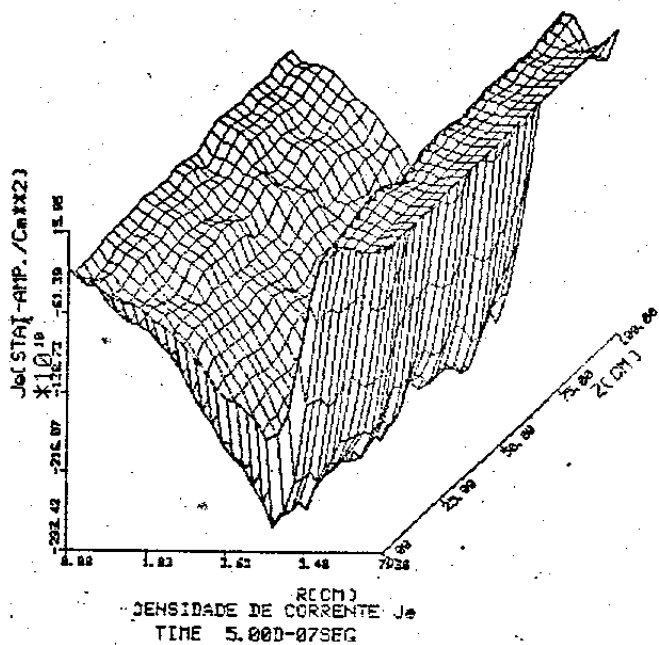


Fig. 6.9

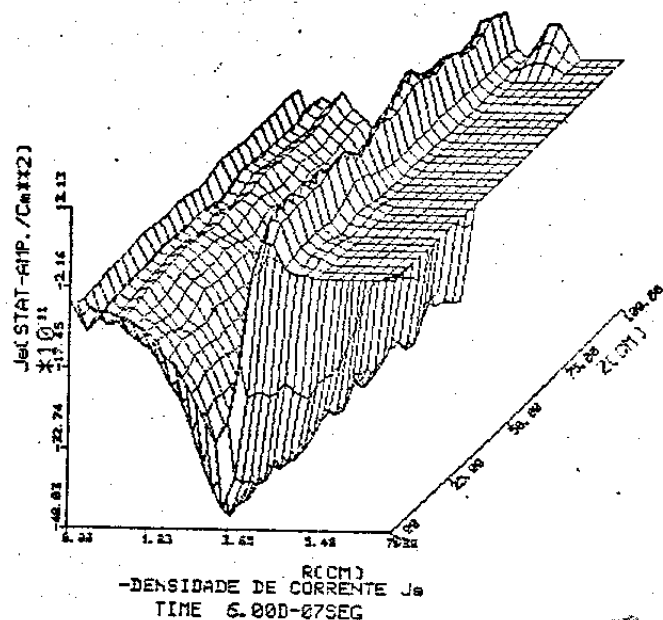


Fig. 6.10

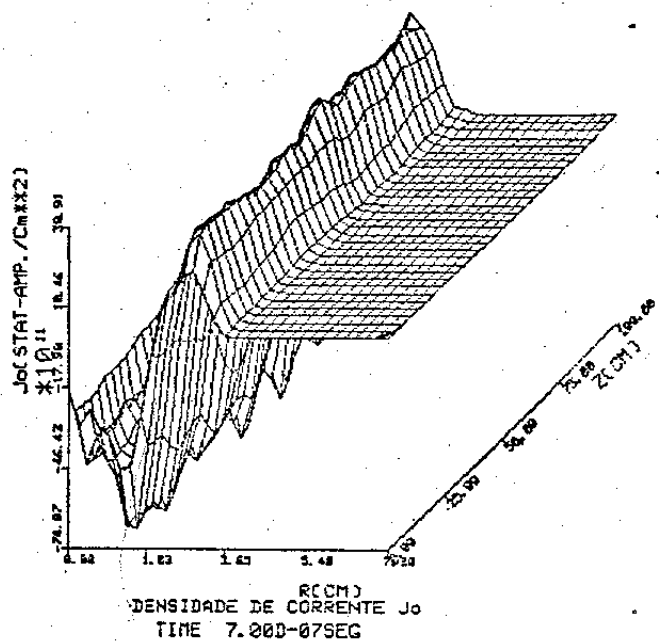


Fig. 6.11

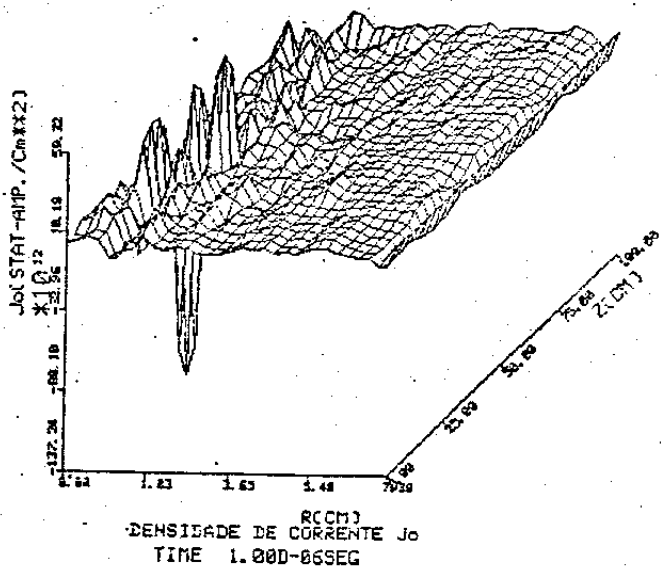


Fig. 6.12

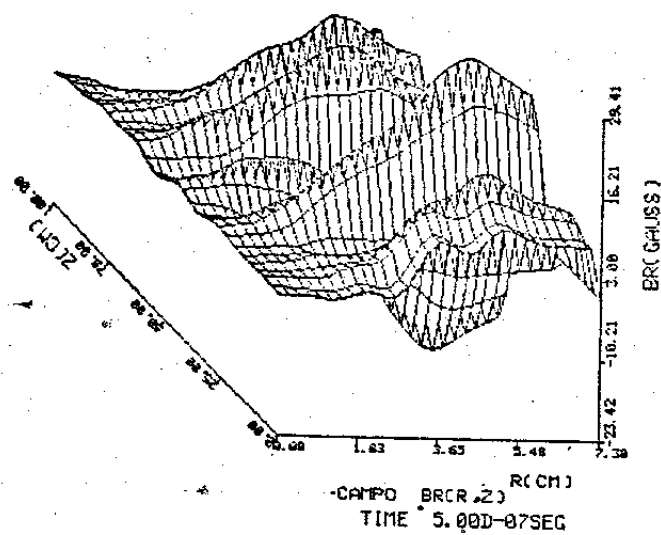


Fig. 6.13

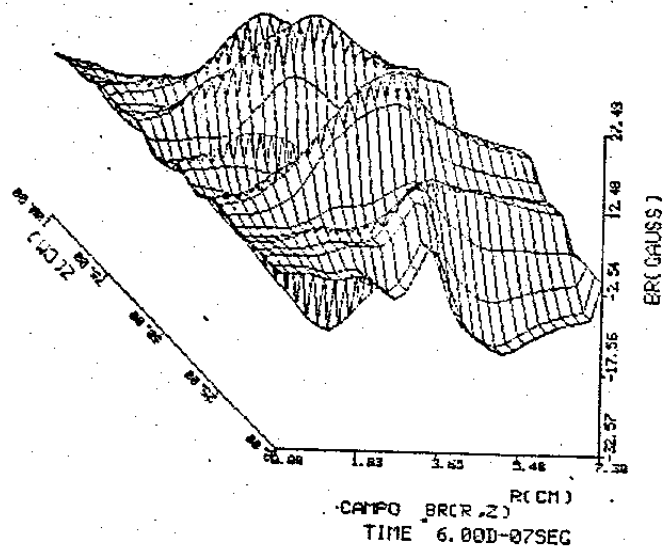


Fig 6.14

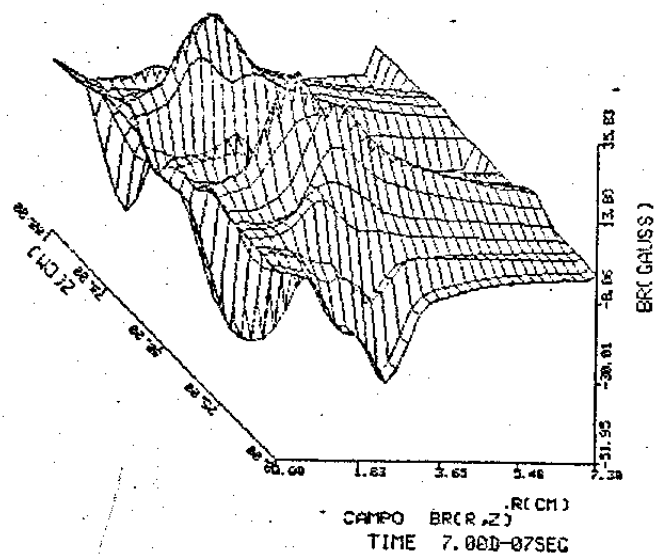


Fig. 6.15

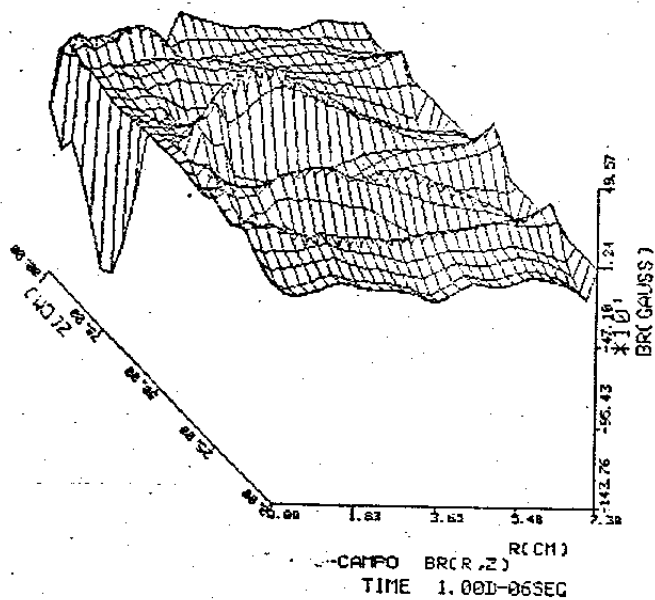


Fig. 6.16

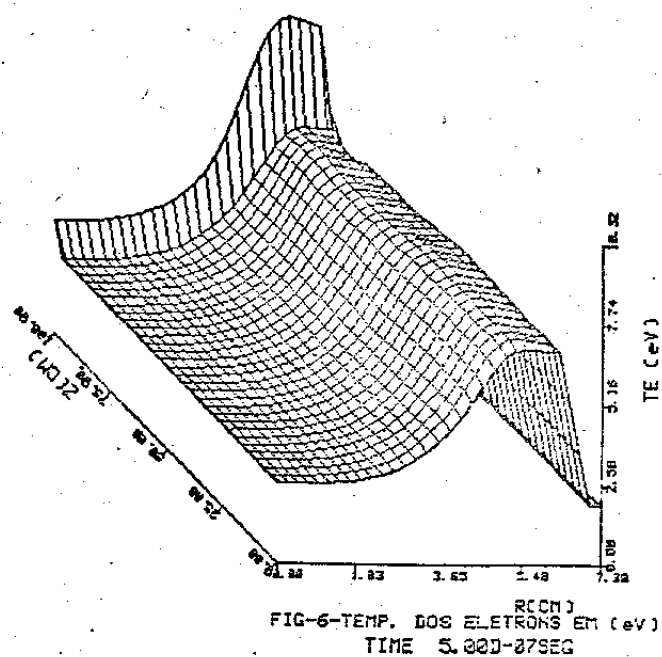


Fig. 6.17

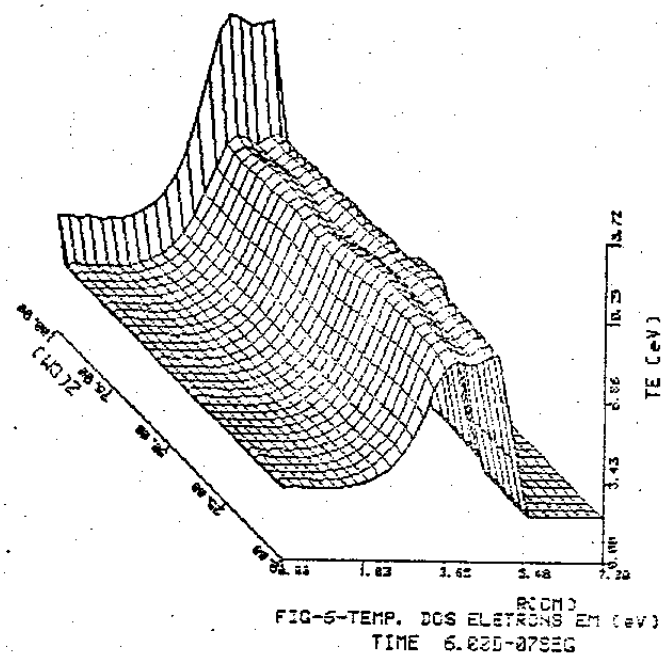


Fig. 6.18

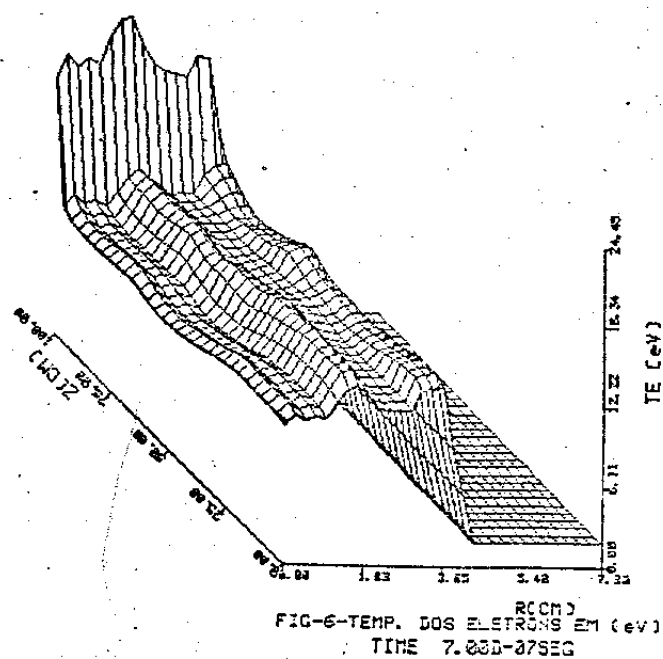


Fig. 6.19

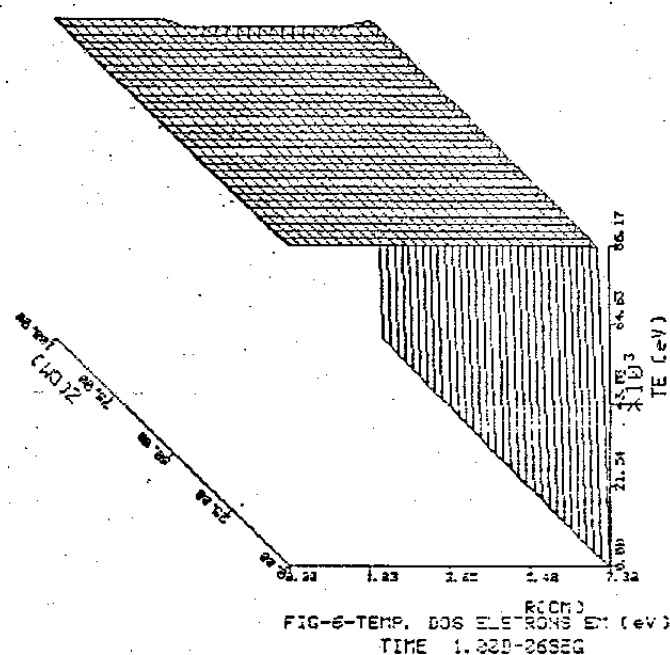


Fig. 6.20

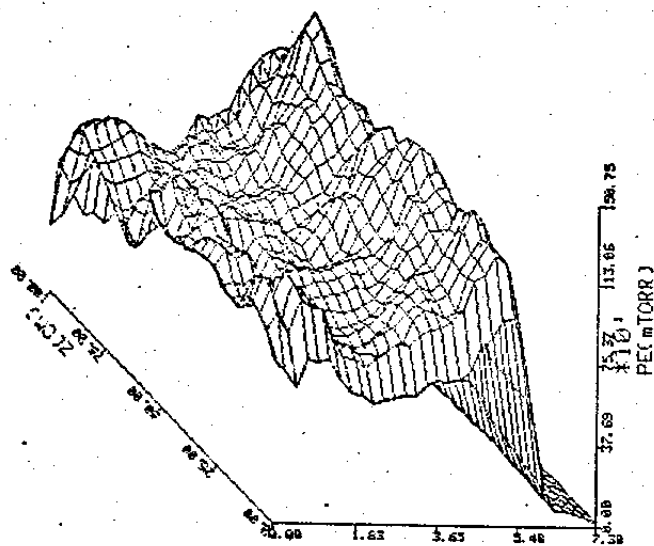


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 5.00D-07SEC

Fig. 6.21

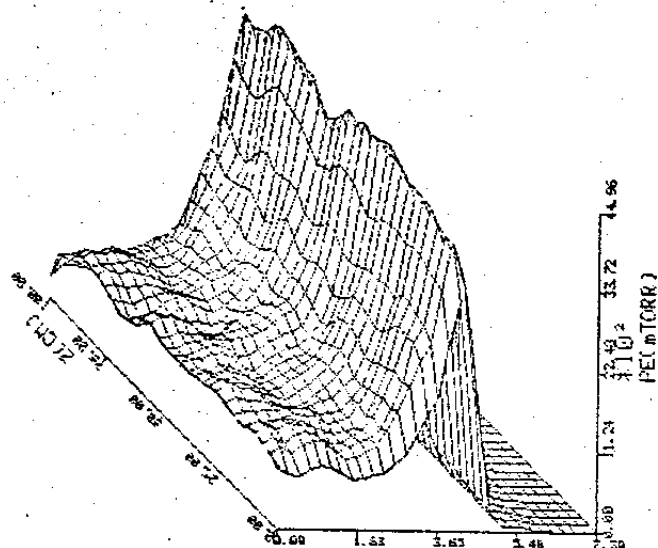


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 6.00D-07SEC

fig. 6.22

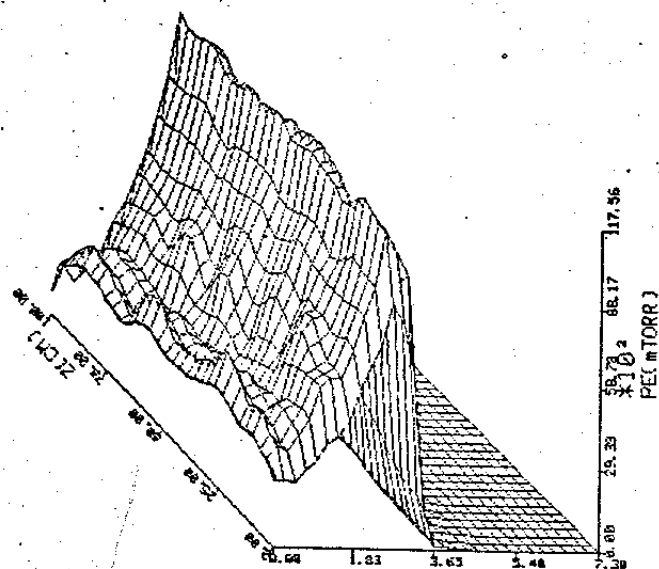


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 7.00D-07SEC

Fig. 6.23

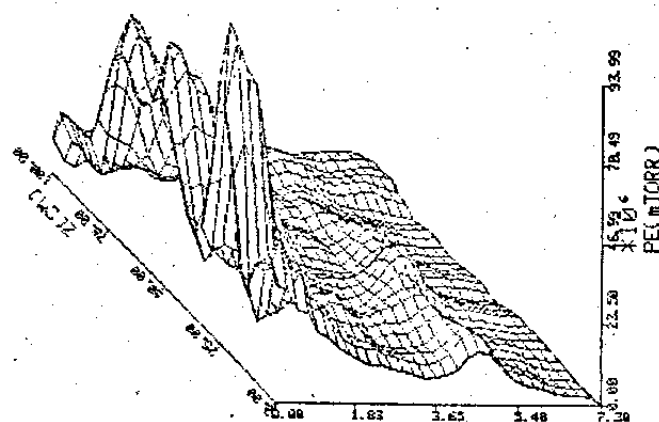
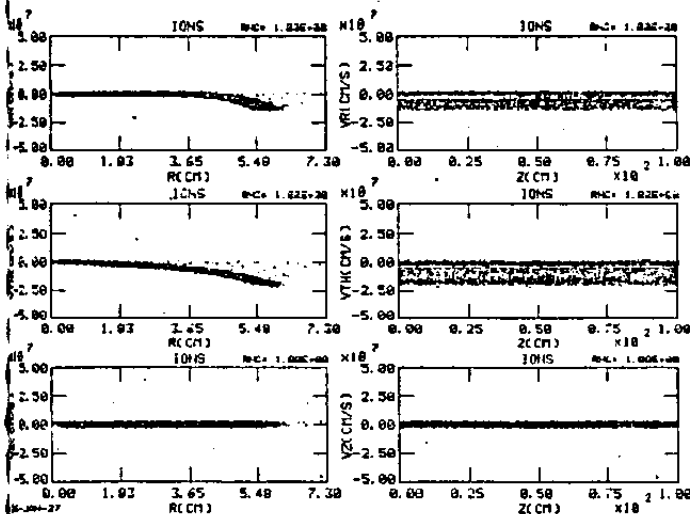
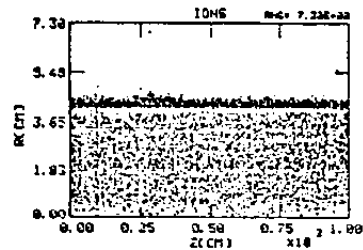
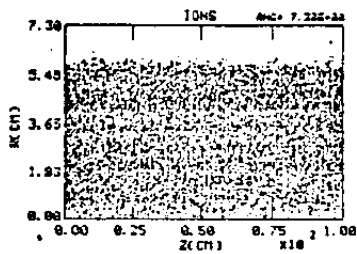
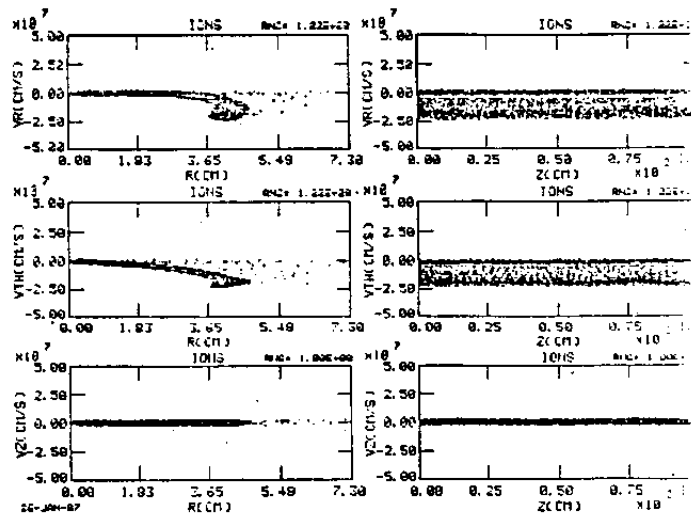


FIG-5-PRESSAO DOS ELETRONS
TIME 1.00D-06SEC

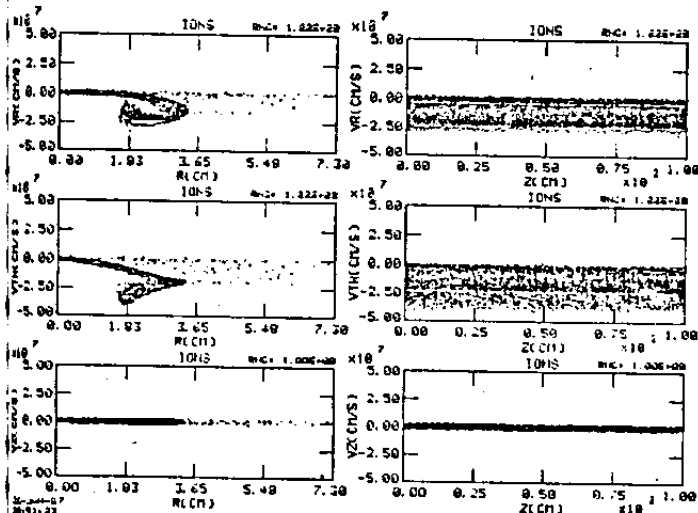
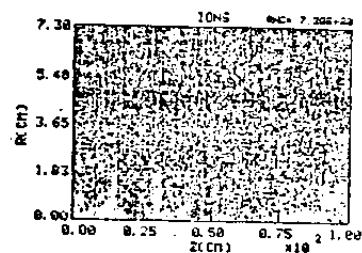
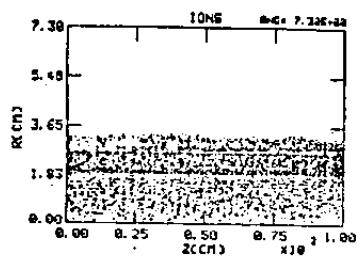
Fig. 6.24



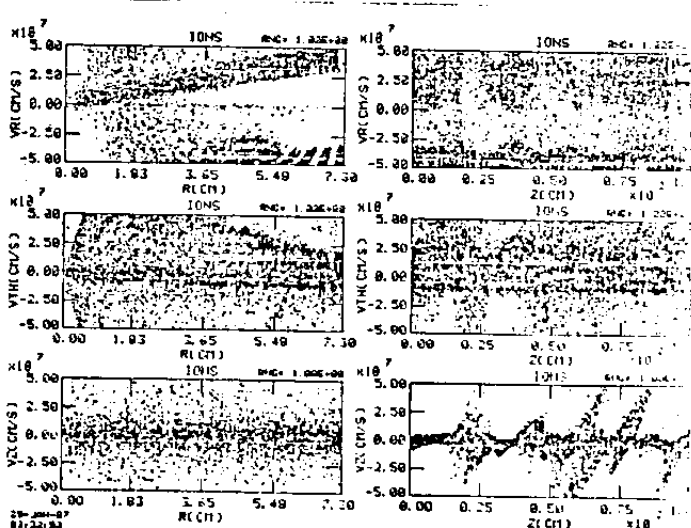
T = 5.00E-07 SEC



T = 6.00E-07 SEC



T = 7.00E-07 SEC



T = 1.00E-06 SEC

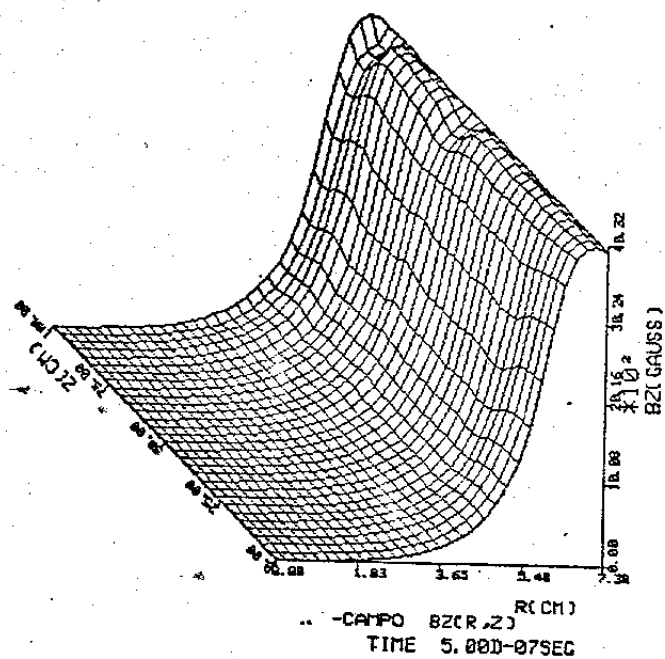


Fig. 7.1

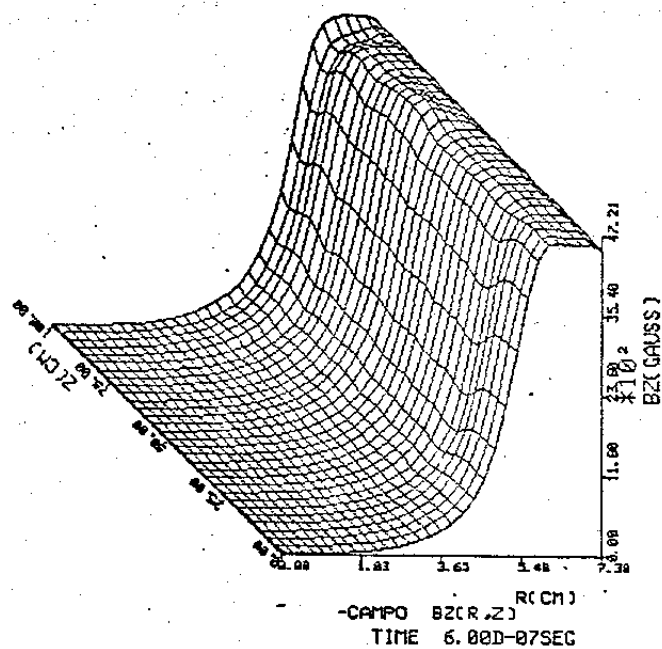


Fig. 7.2

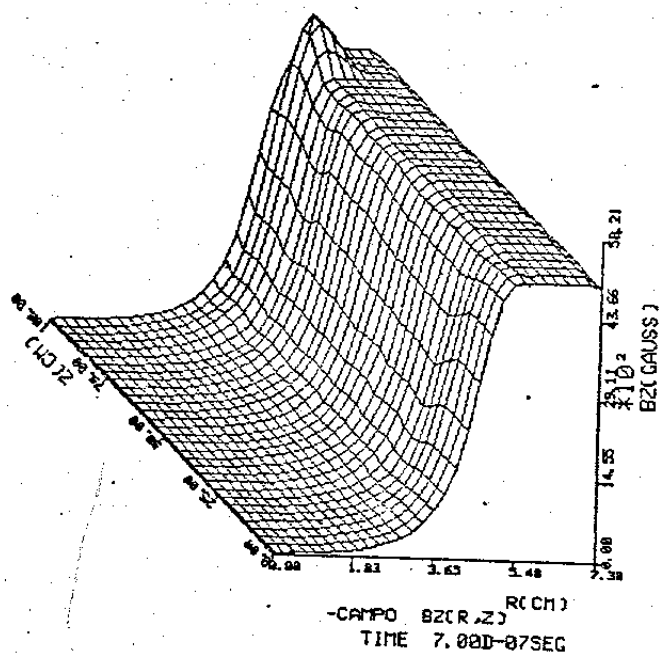


Fig. 7.3

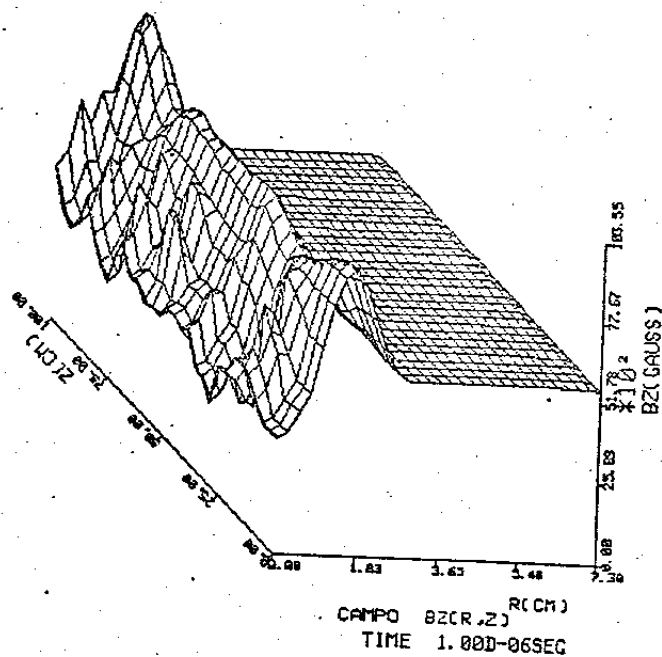


Fig. 7.4

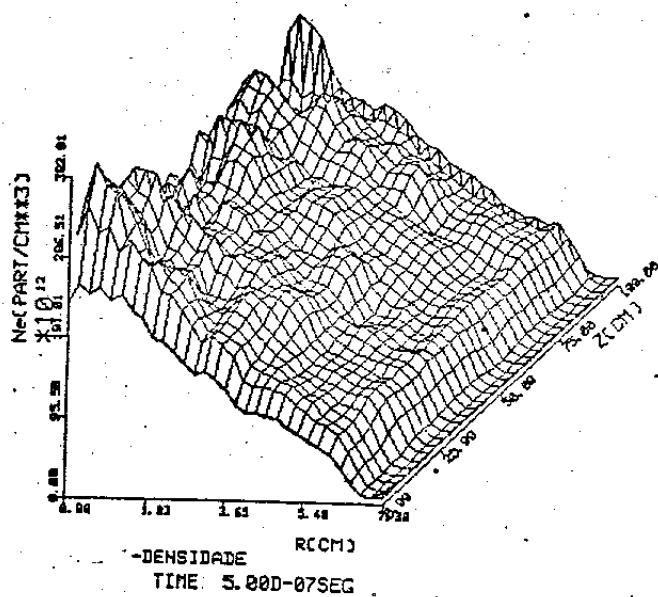


Fig. 7.5

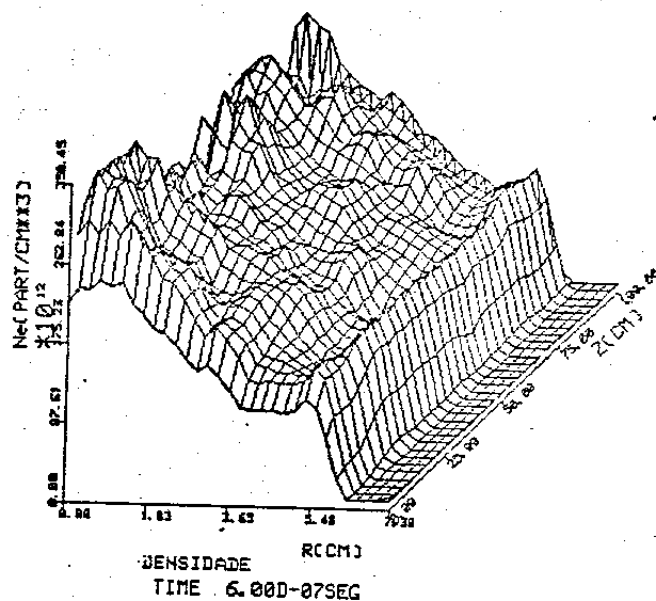


Fig. 7.6

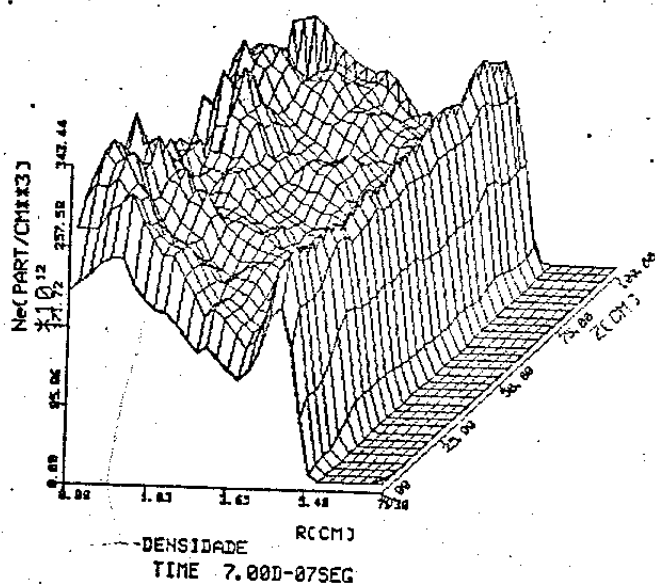


Fig. 7.7

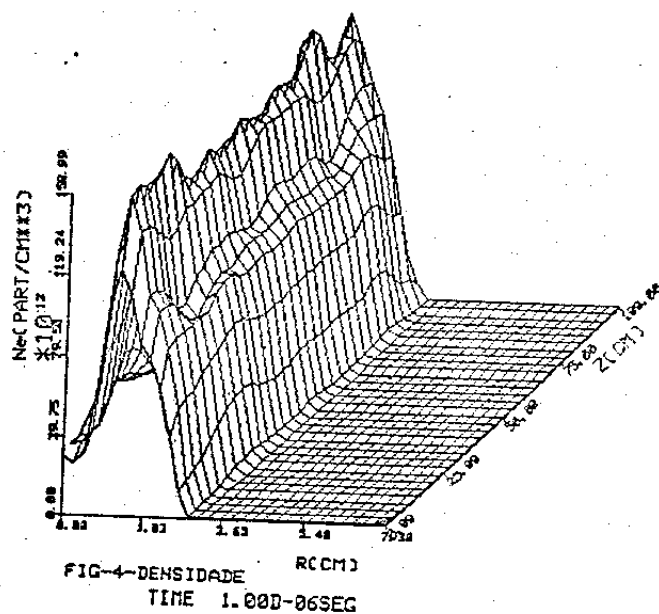


Fig. 7.8

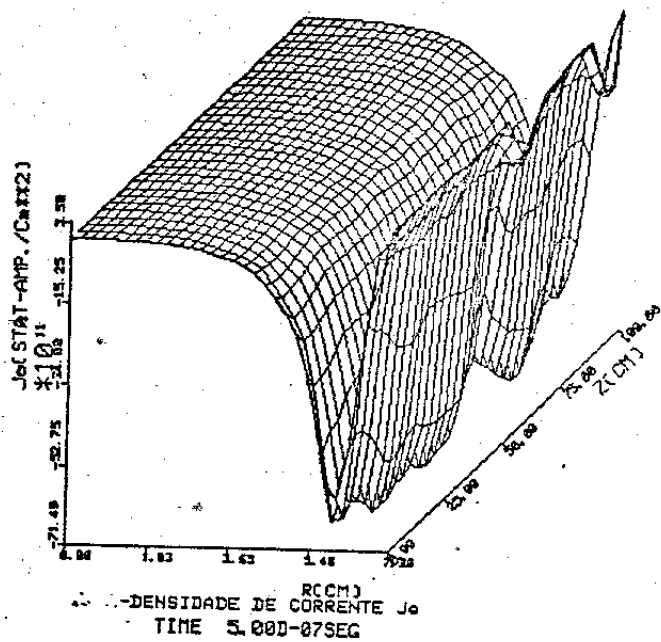


Fig. 7.9

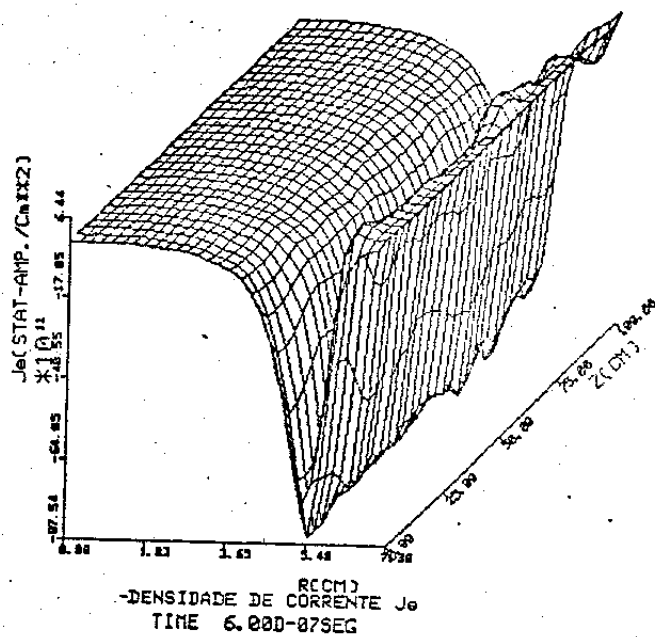


Fig. 7.10

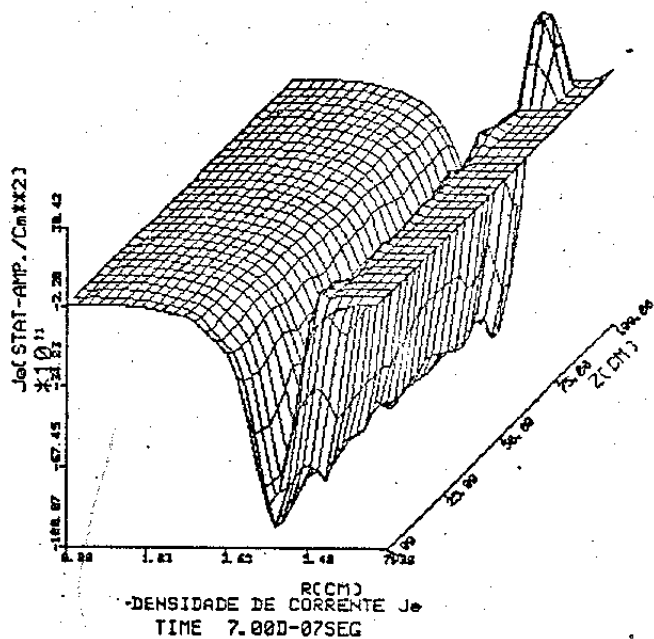


Fig. 7.11

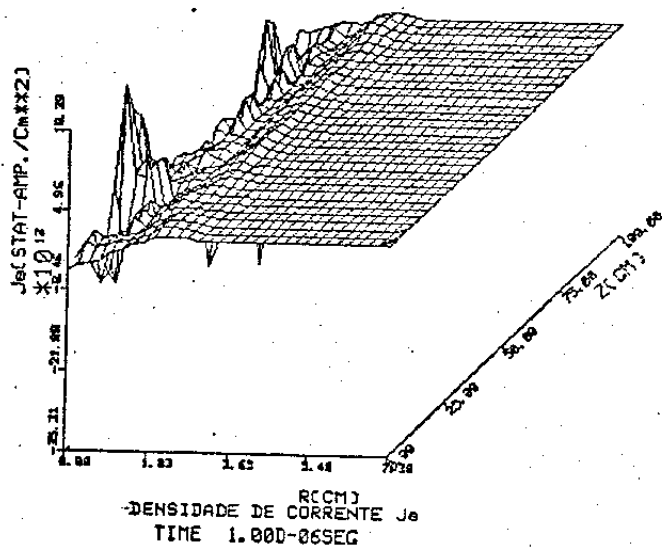


Fig. 7.12

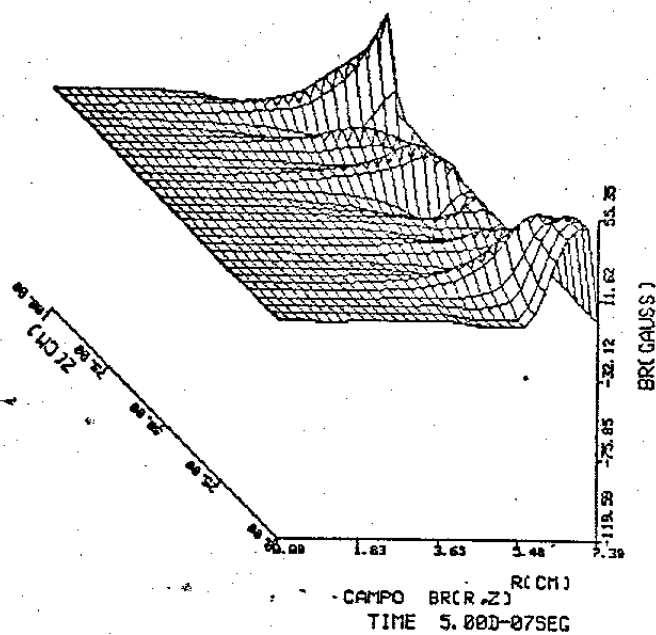


Fig. 7.13

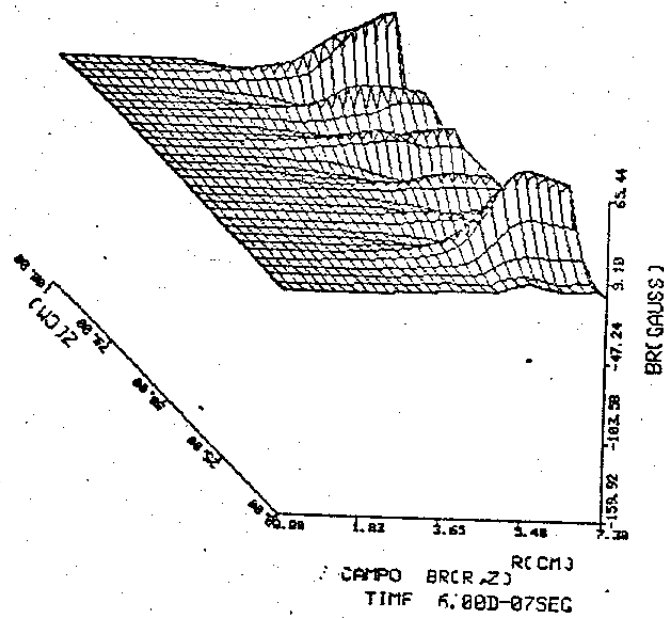


Fig. 7.14

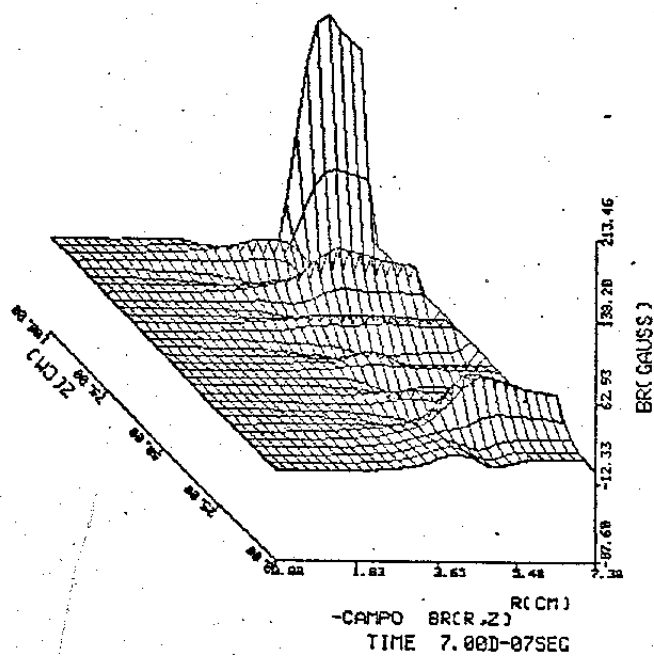


Fig. 7.15

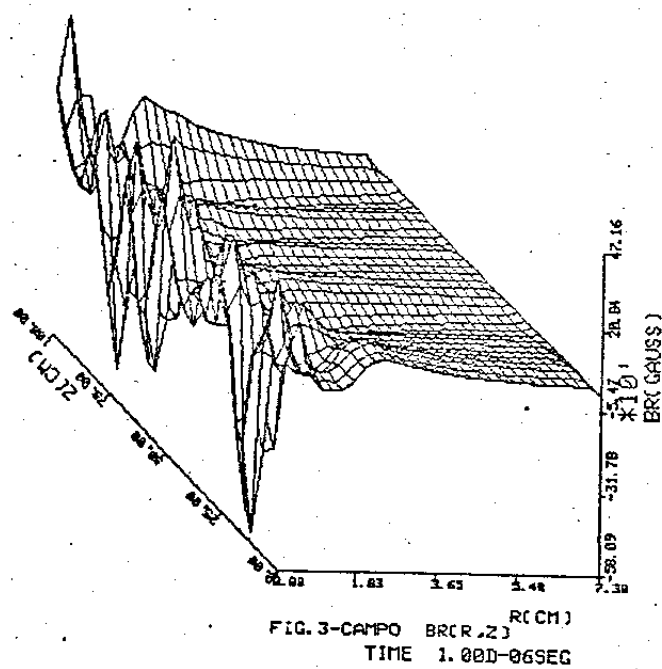


Fig. 7.16

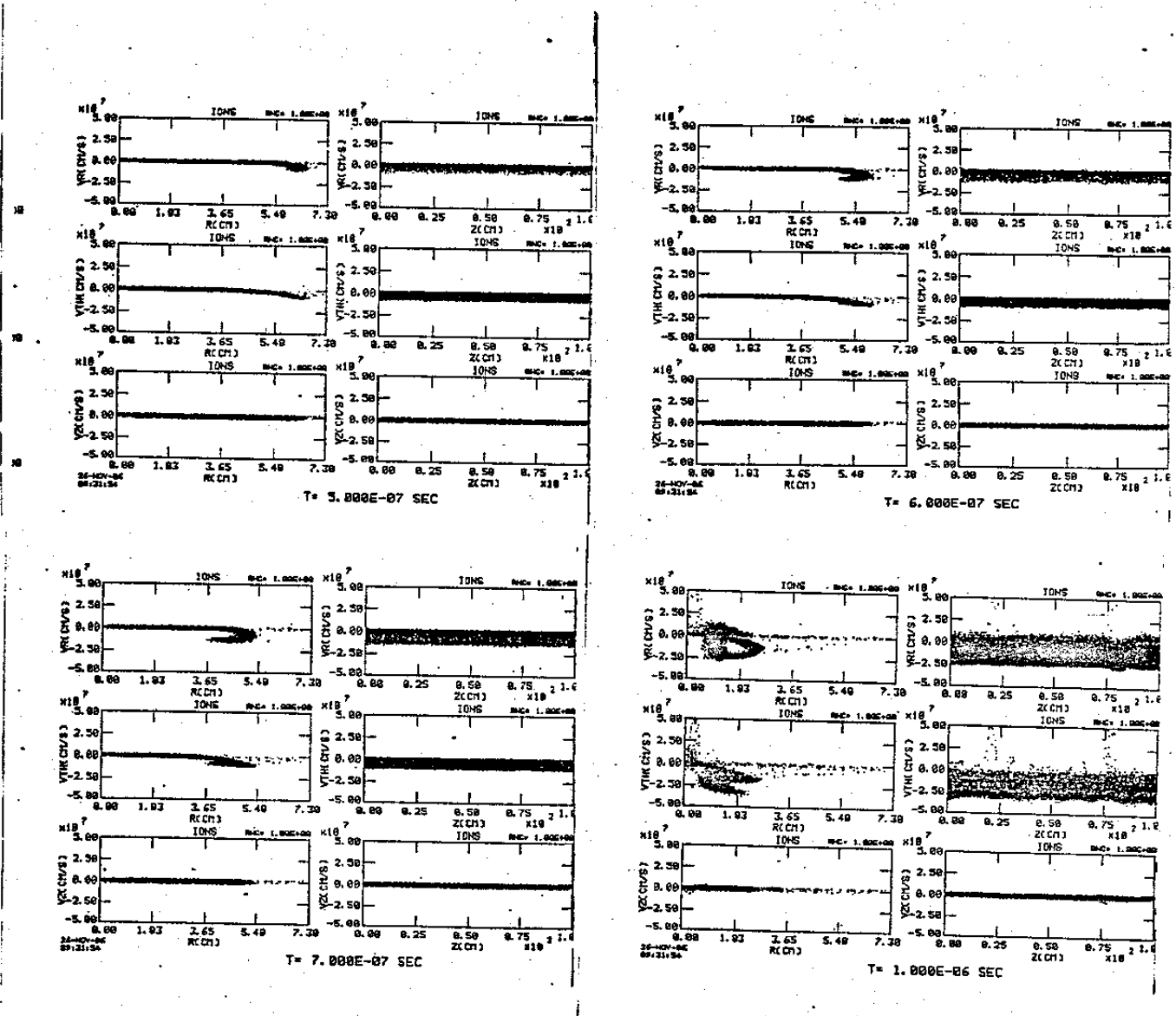


Fig. 7.17

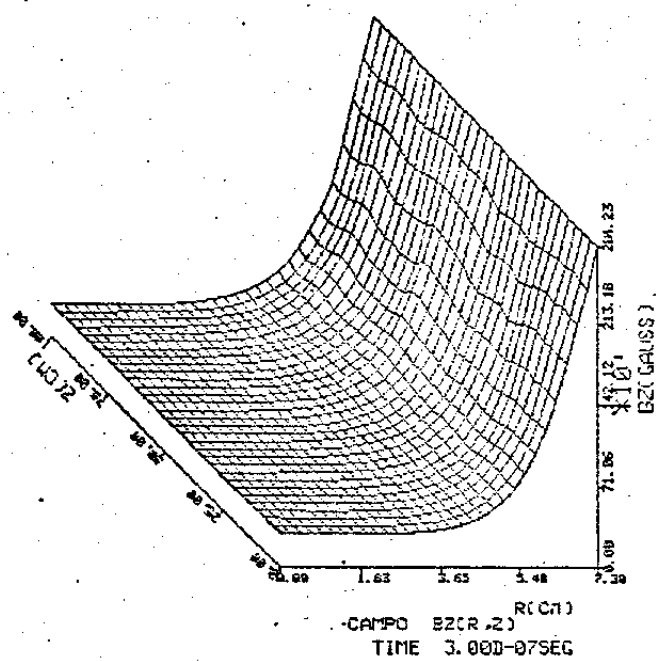


Fig. 8.1

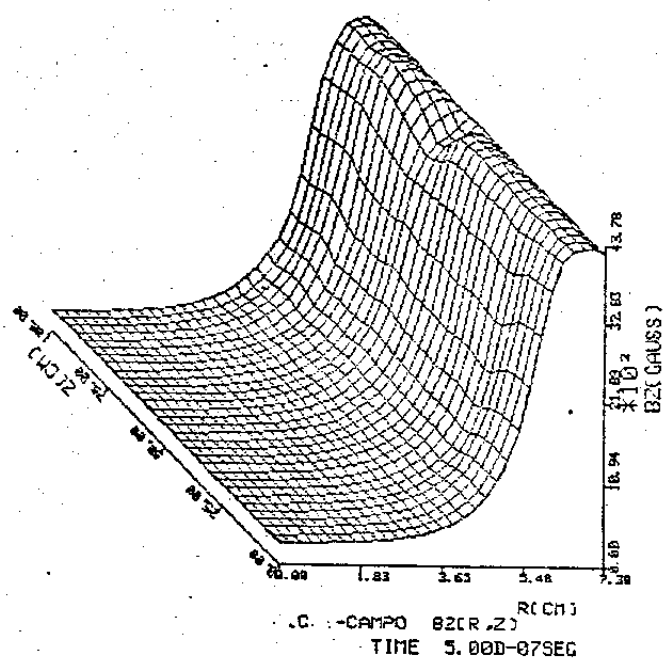


Fig. 8.2

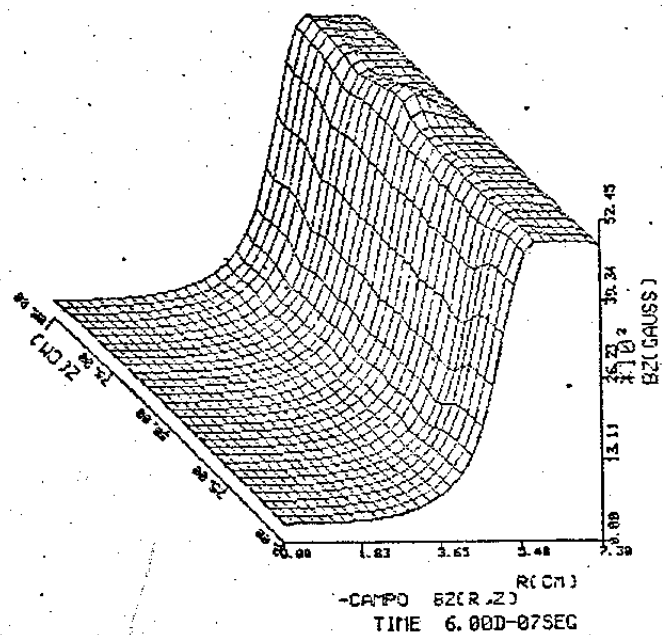


Fig. 8.3

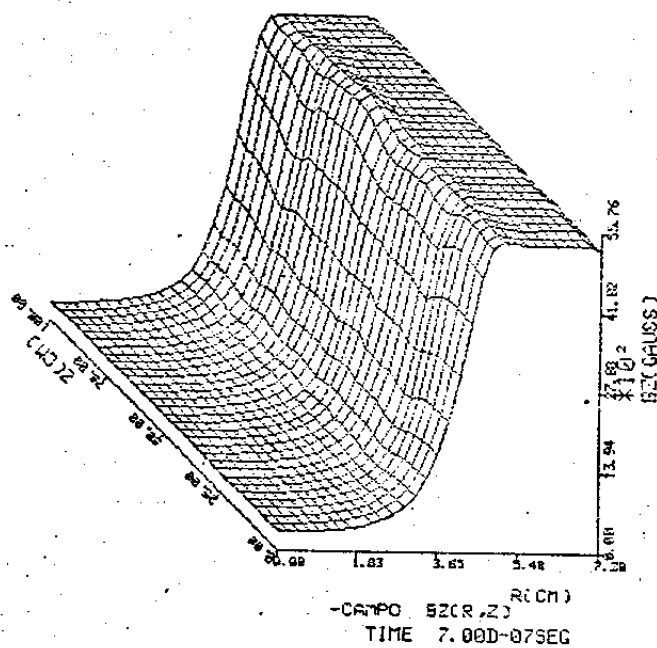


Fig. 8.4

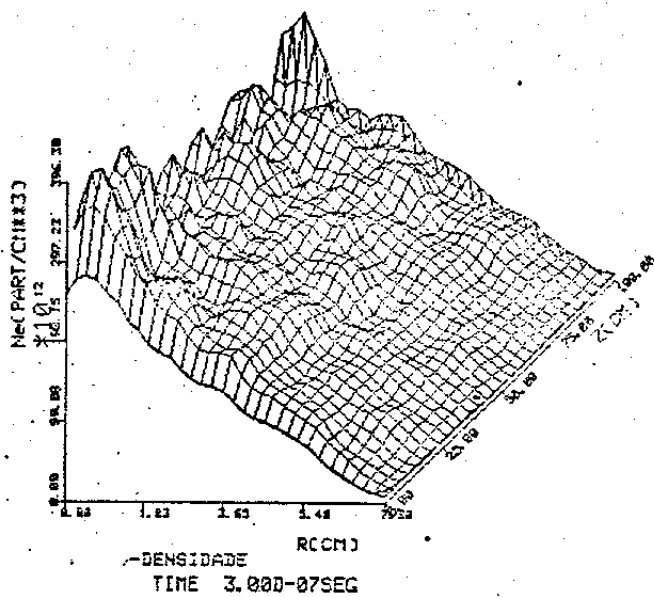


Fig. 8.5

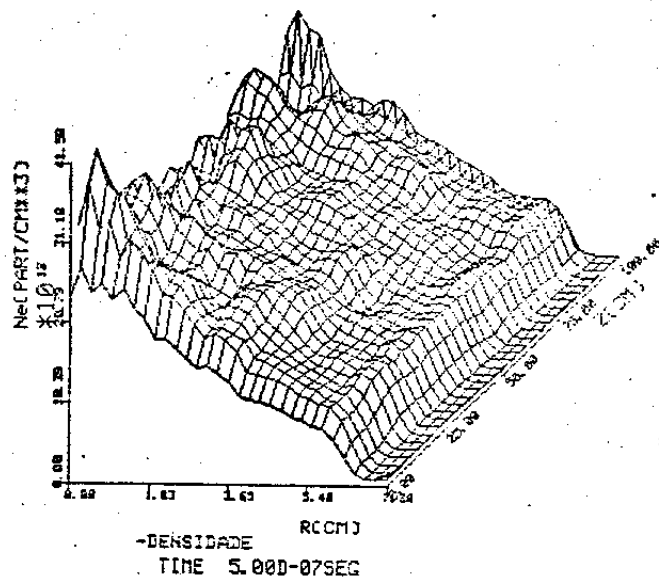


Fig. 8.6

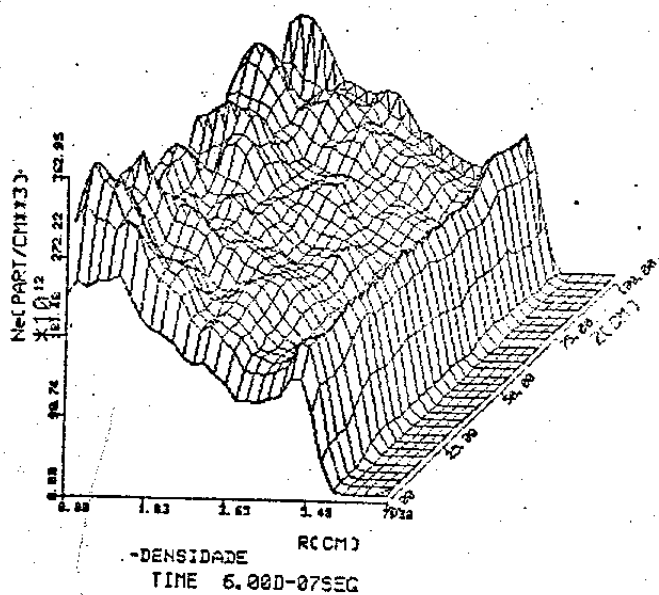


Fig. 8.7

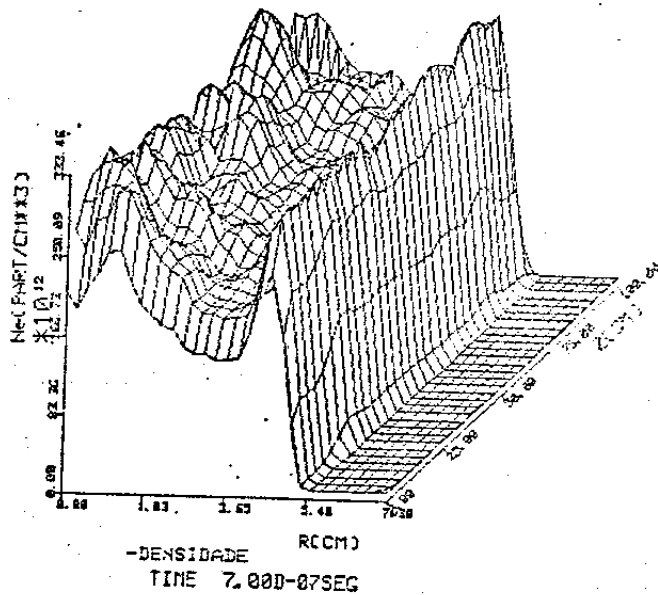


Fig. 8.8

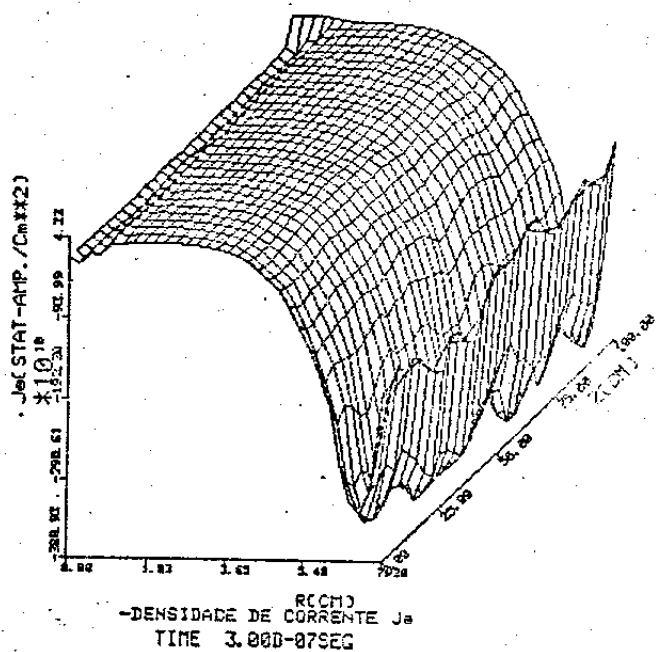


Fig. 8.9

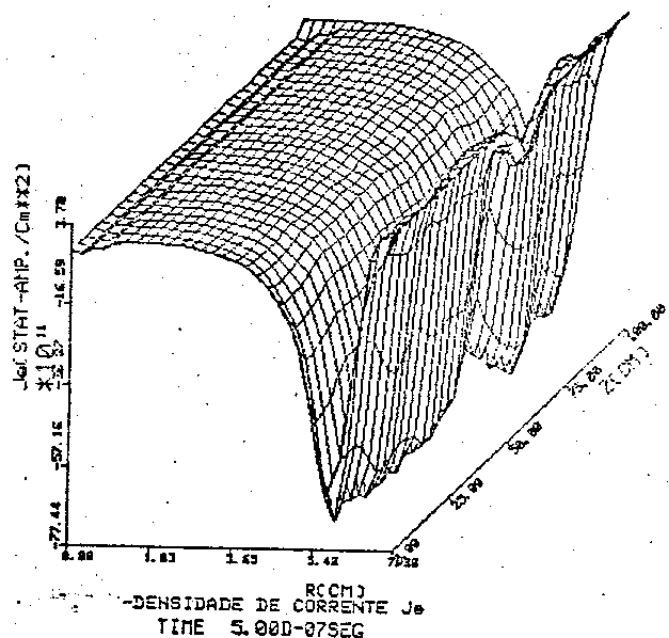


Fig. 8.10

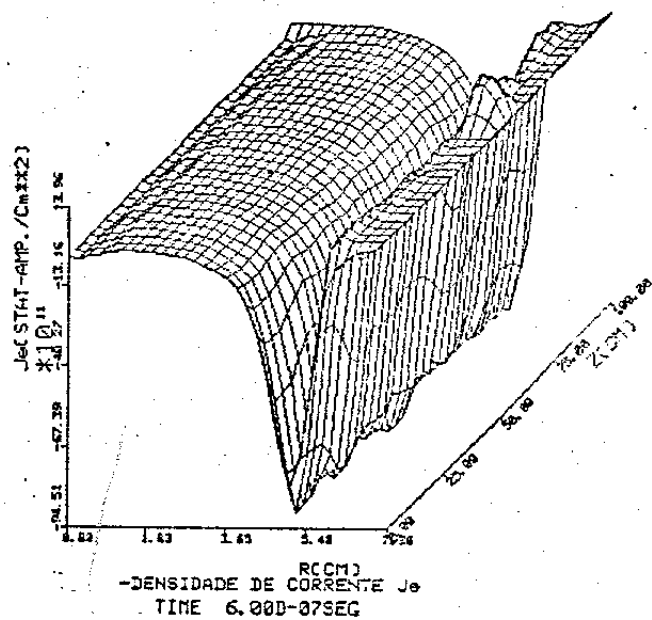


fig. 8.11

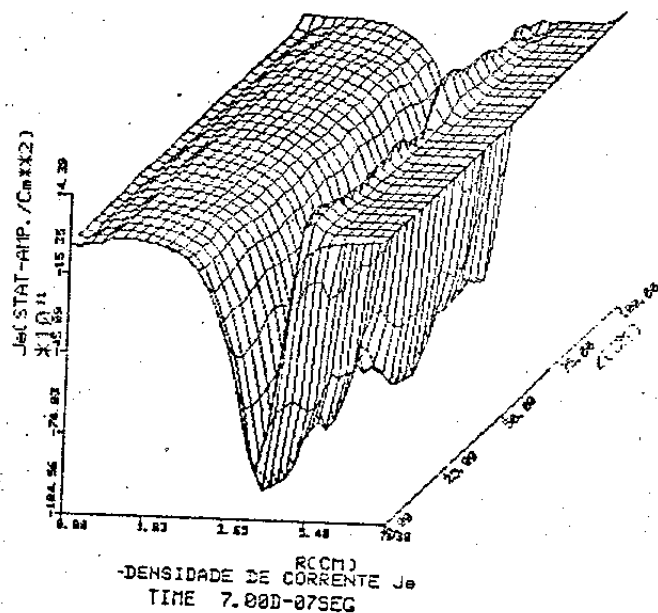


Fig. 8.12

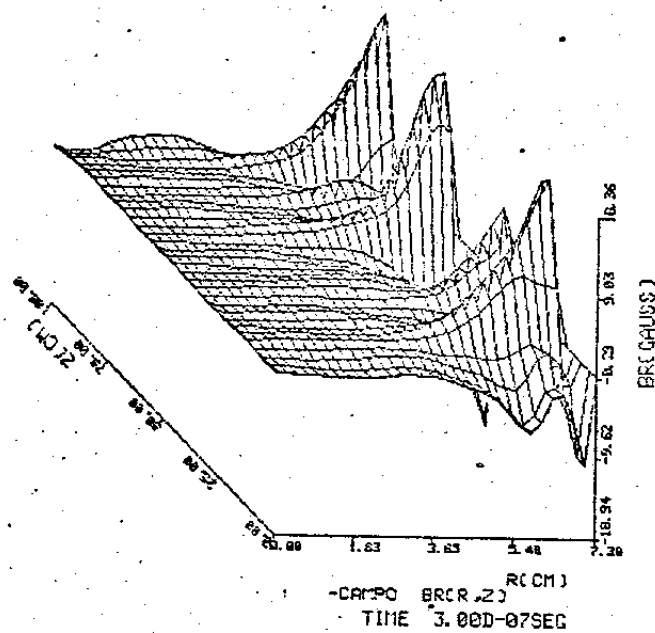


Fig. 8.13

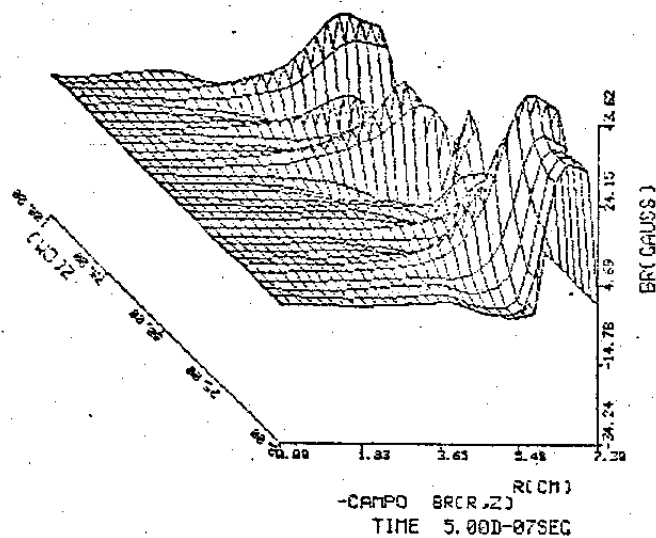


Fig. 8.14

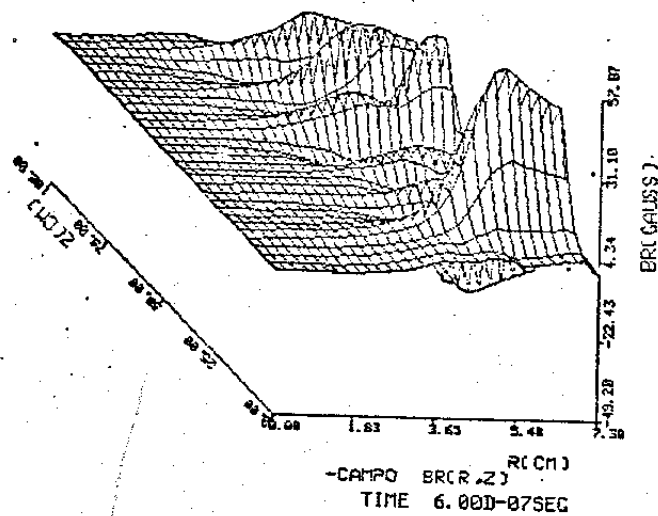


Fig. 8.15

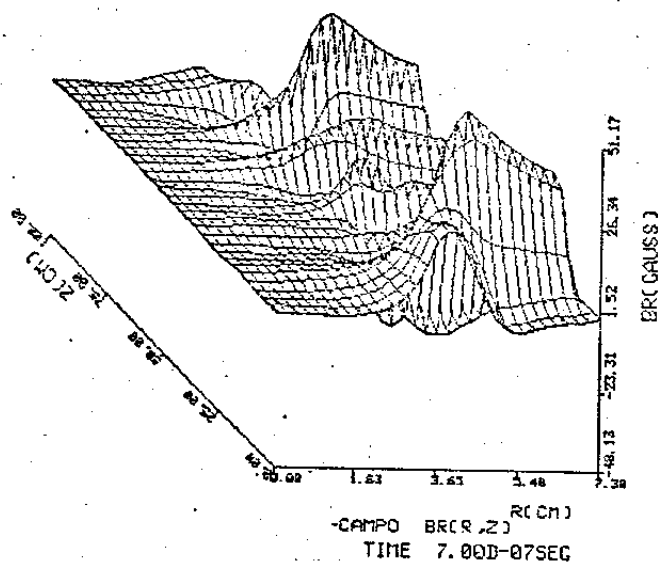
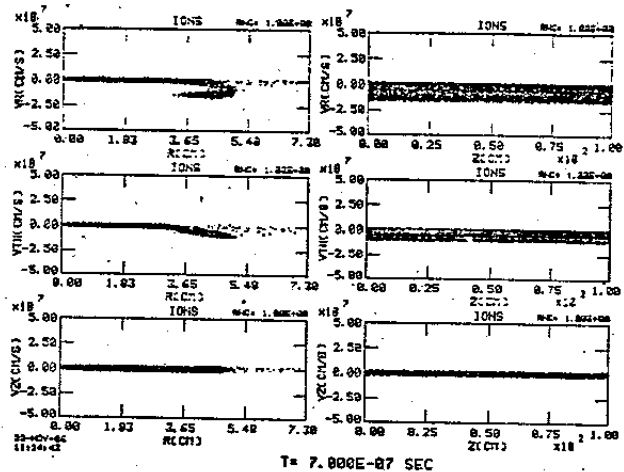
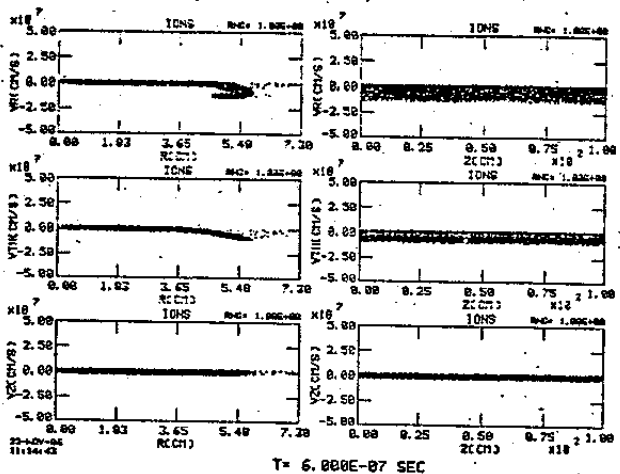
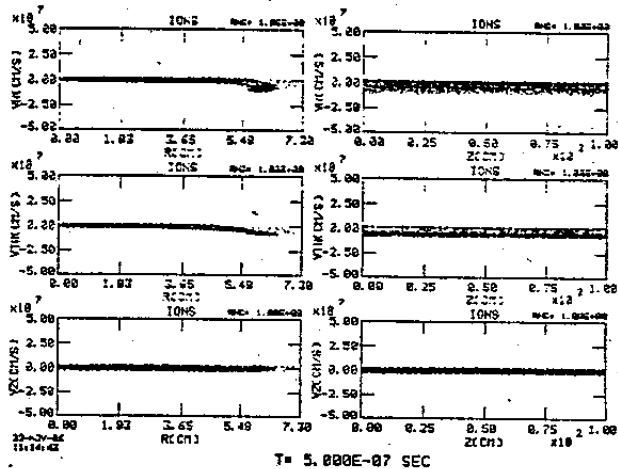
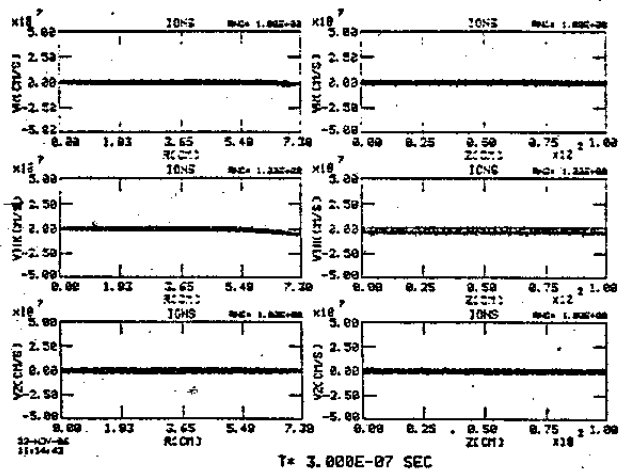


Fig. 8.16



F g. 8.17

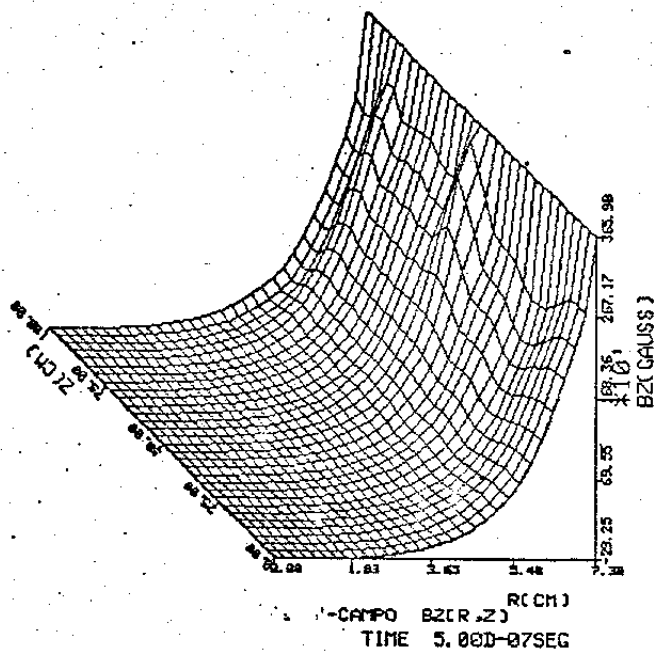


Fig. 9.1

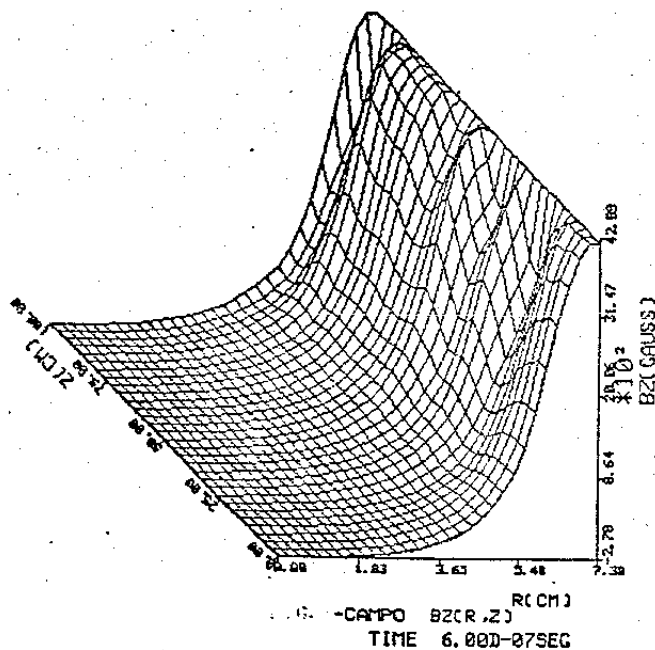


Fig. 9.2

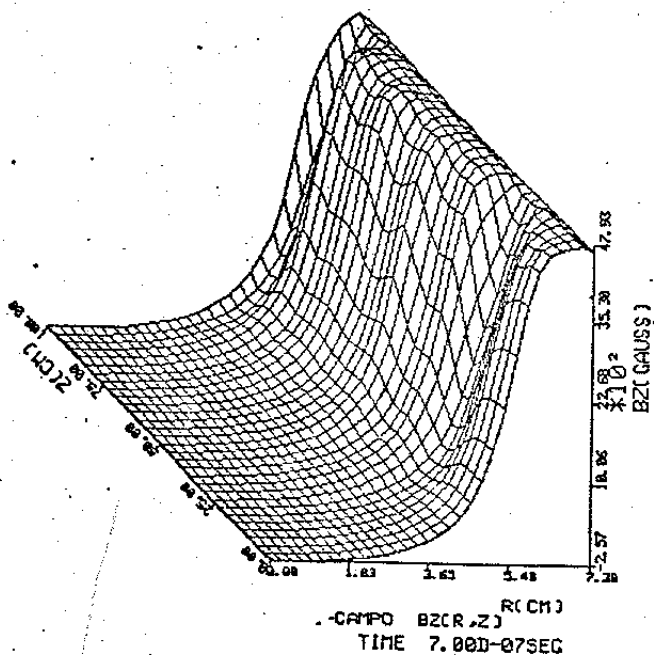


Fig. 9.3

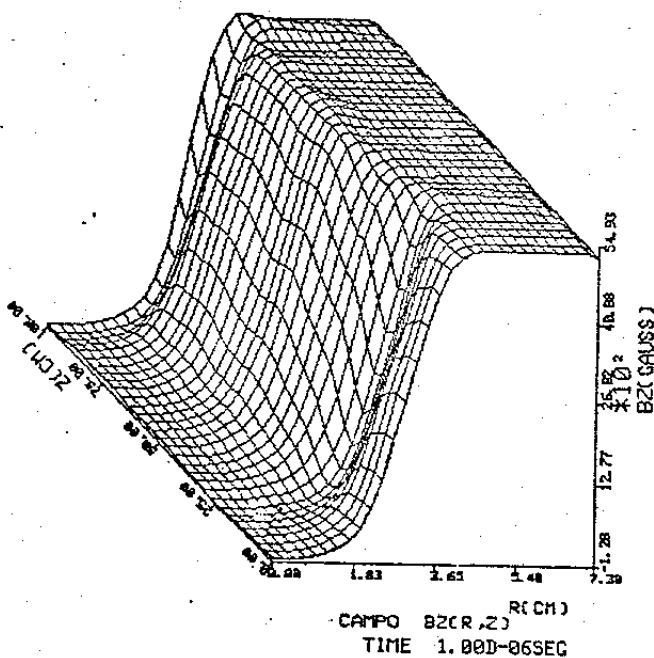


Fig. 9.4

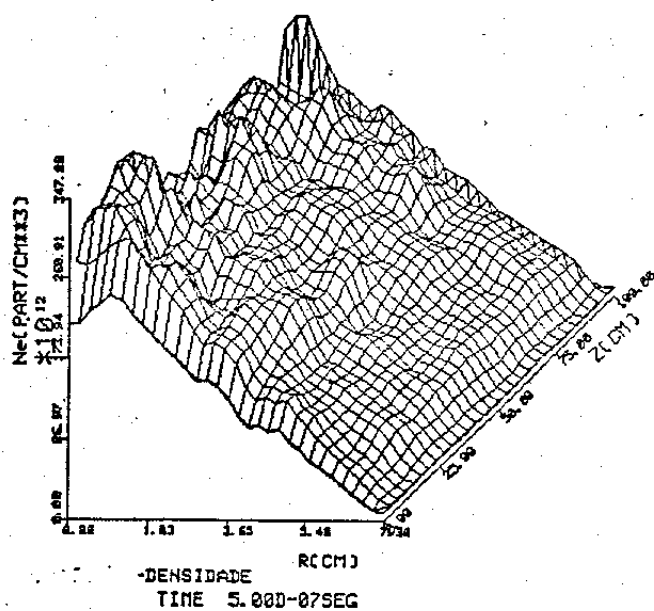


Fig. 9.5

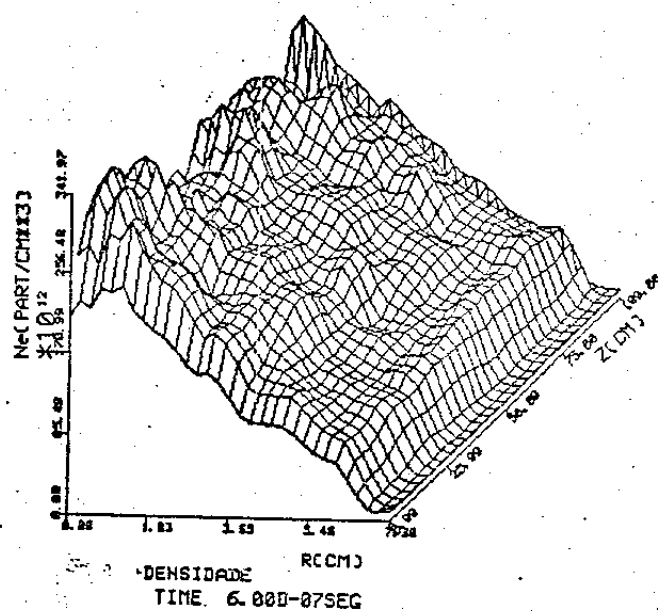


Fig. 9.6

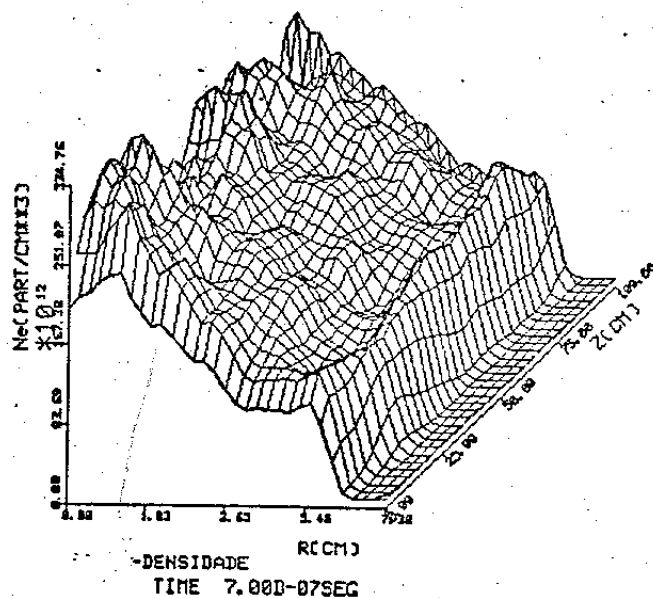


Fig. 9.7

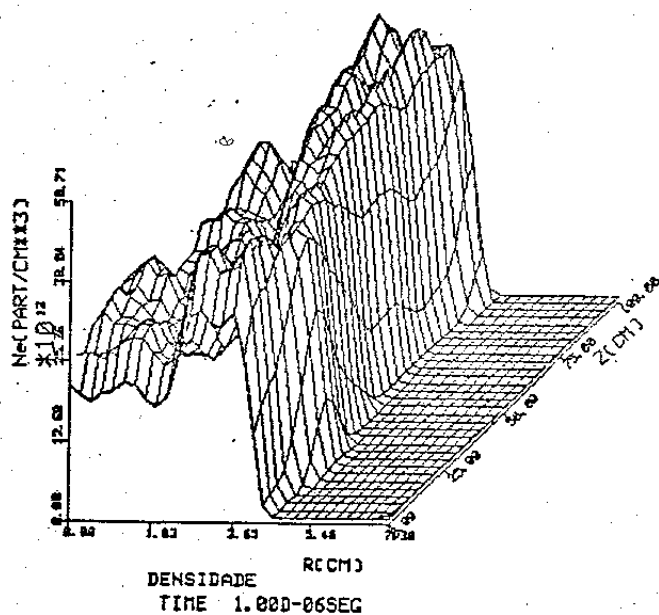


Fig. 9.8

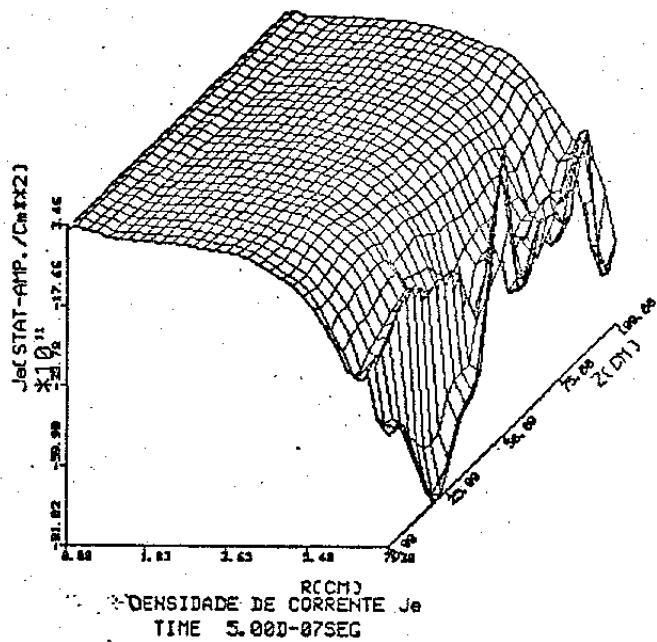


Fig. 9.9

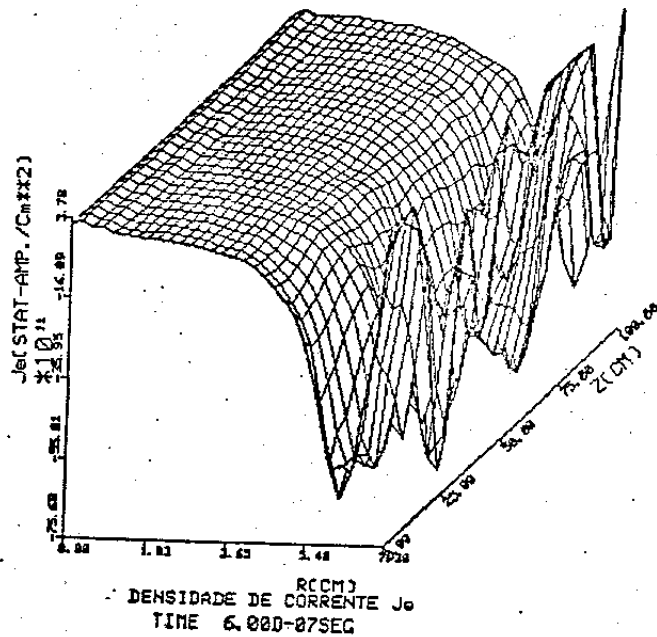


Fig. 9.10

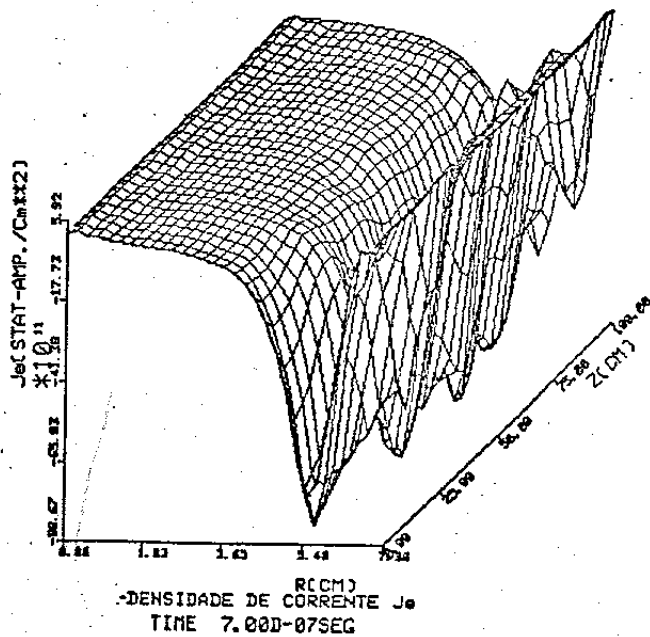


Fig. 9.11

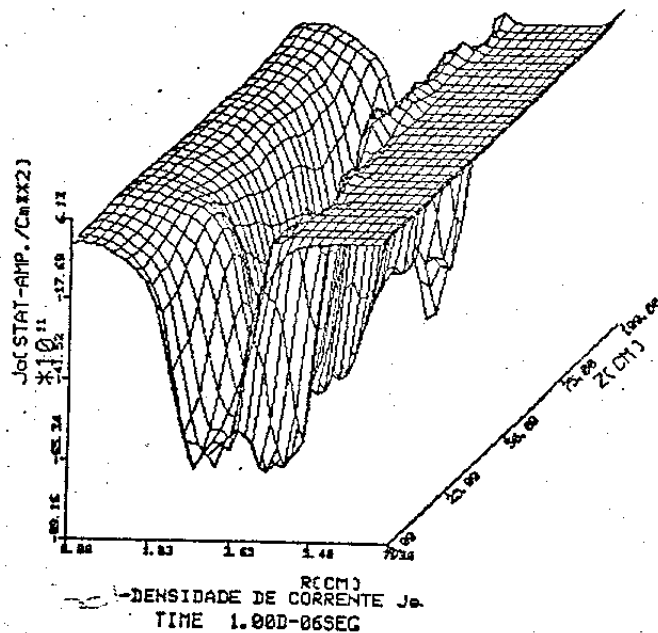


Fig. 9.12

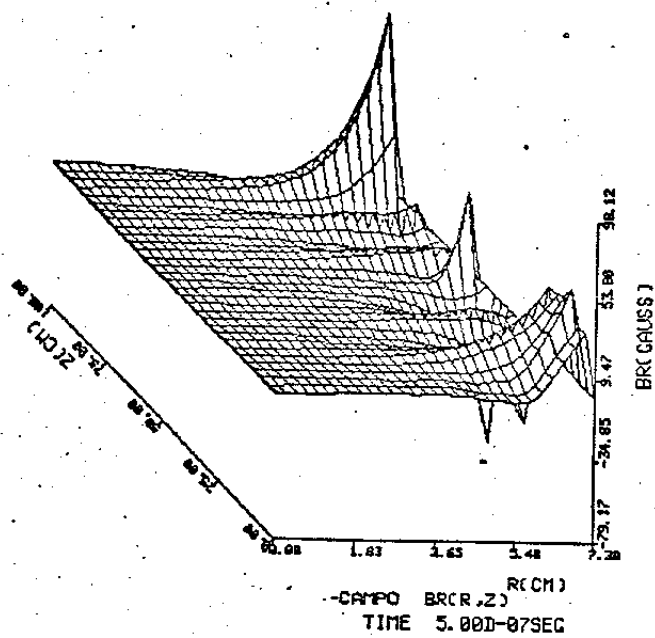


Fig. 9.13

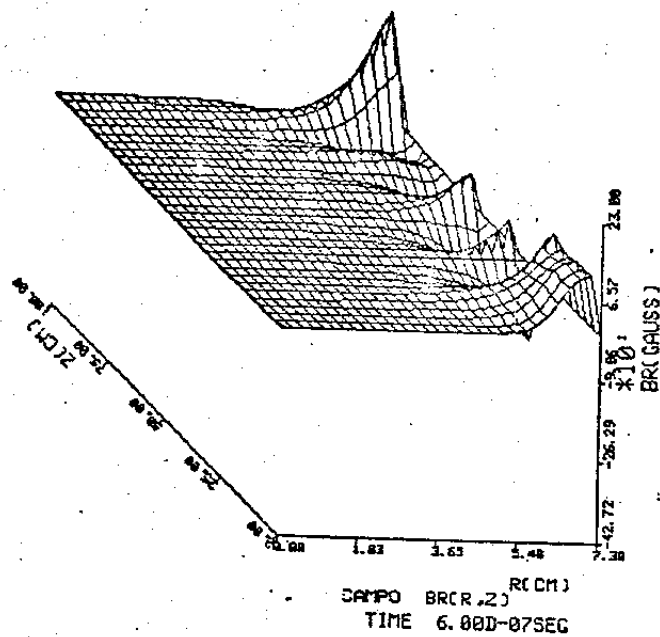


Fig. 9.14

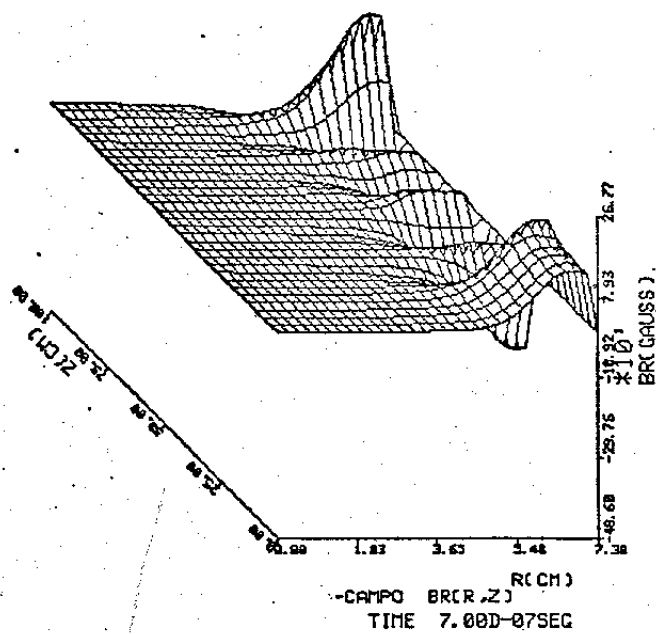


Fig. 9.15

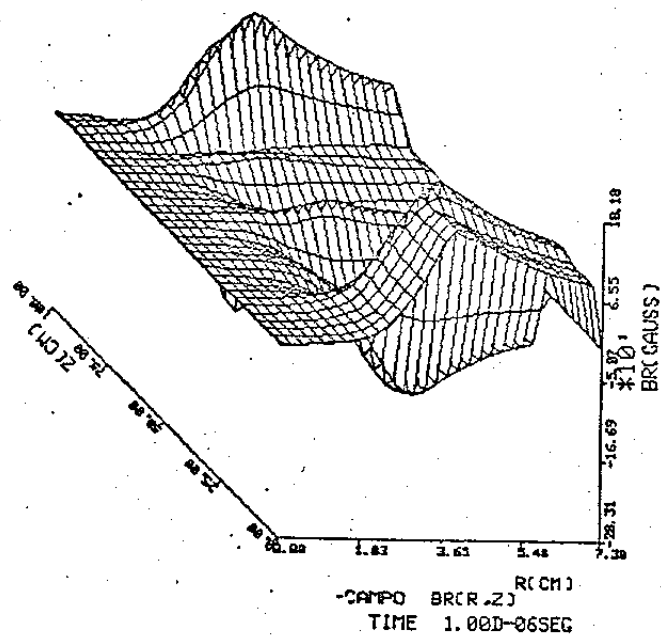


Fig. 9.16

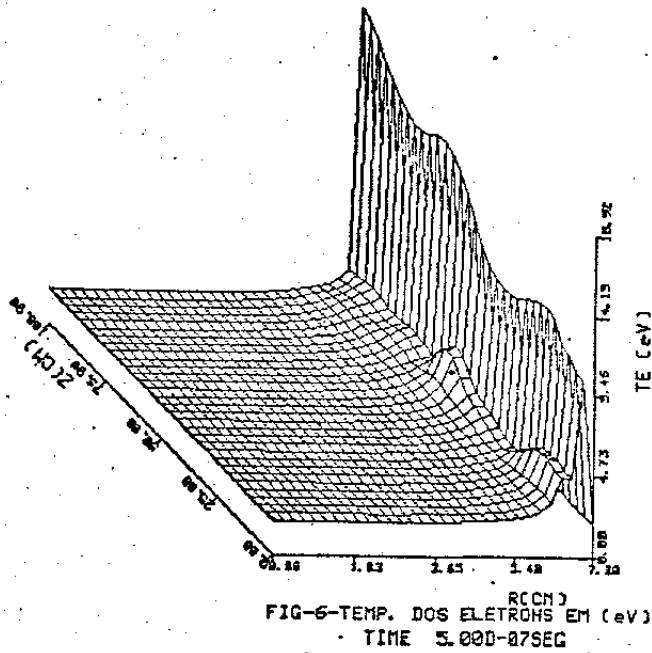


Fig. 9.17

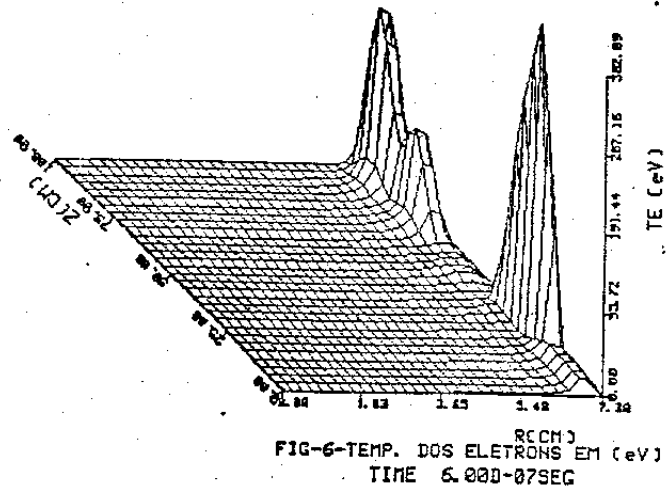


Fig. 9.18

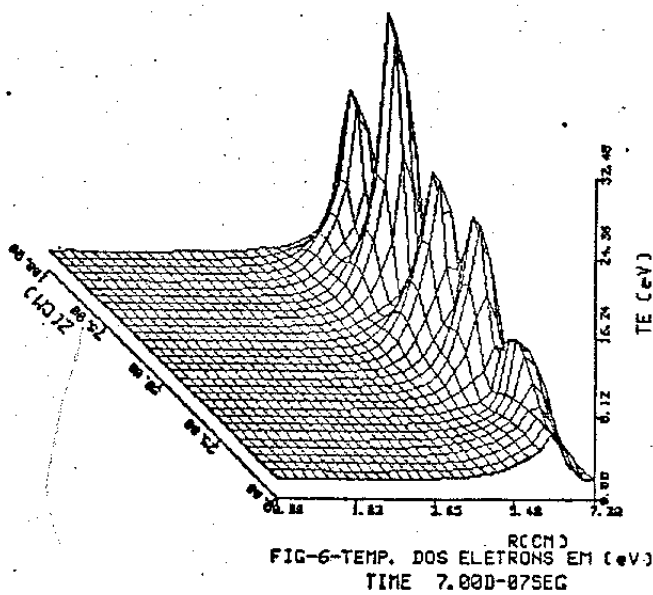


Fig. 9.19

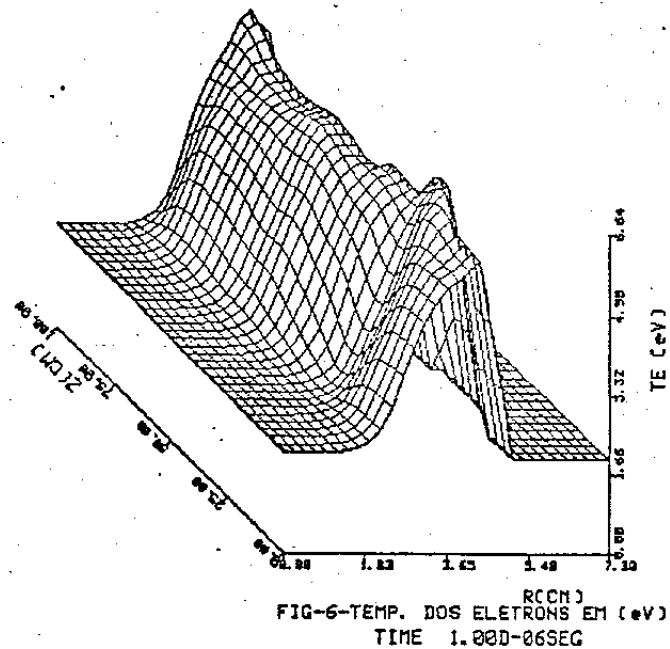


Fig. 9.20

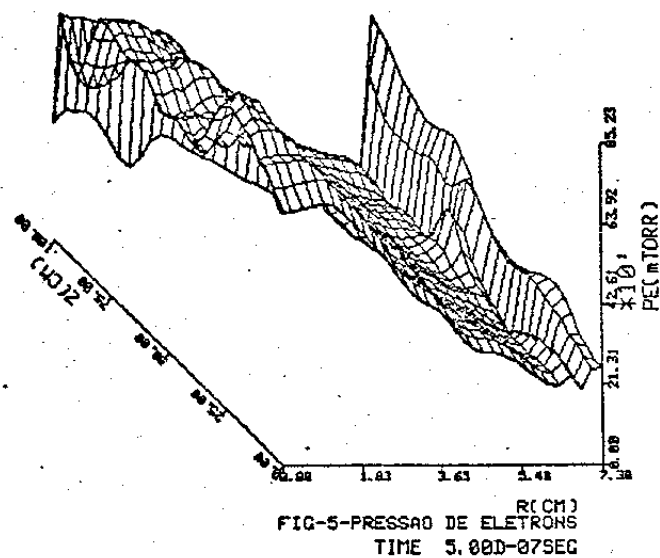


Fig. 9.21

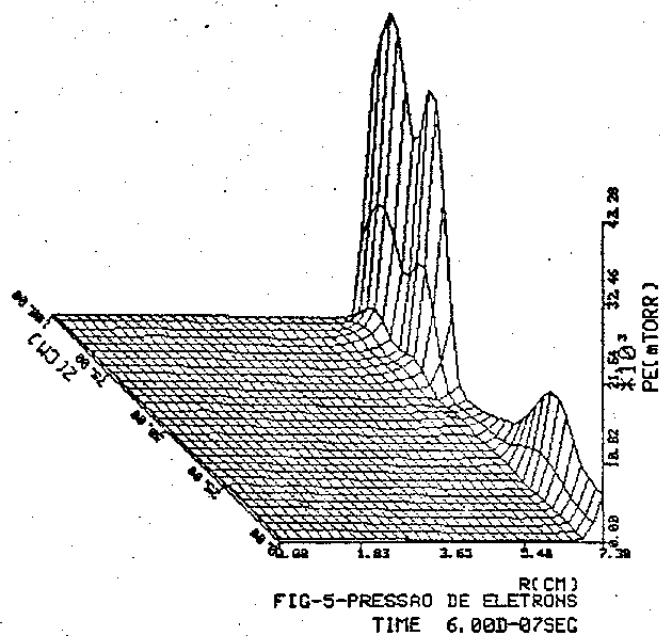


Fig. 9.22

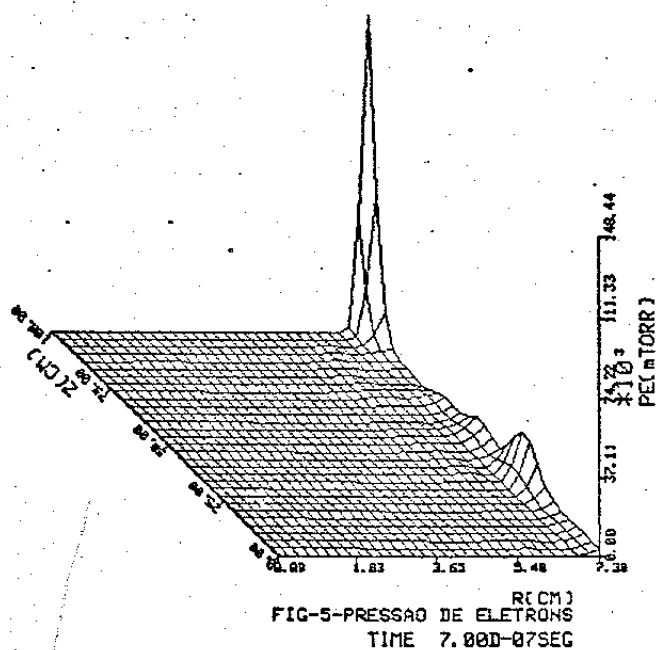


Fig. 9.23

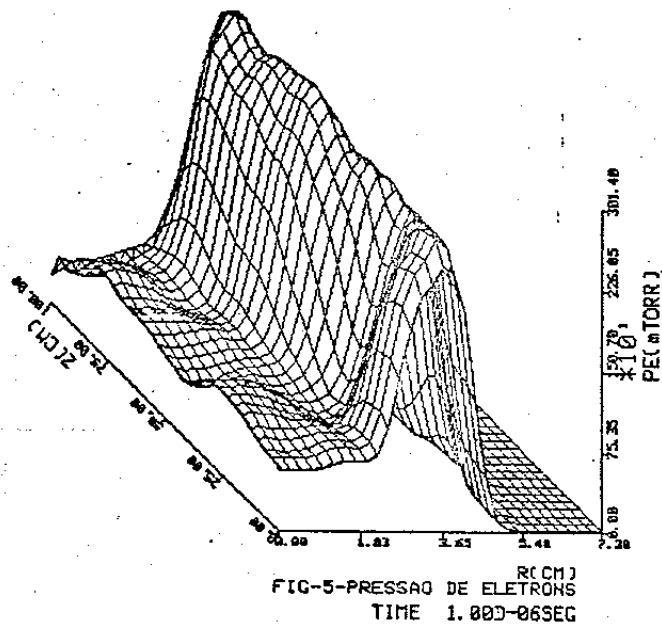


Fig. 9.24

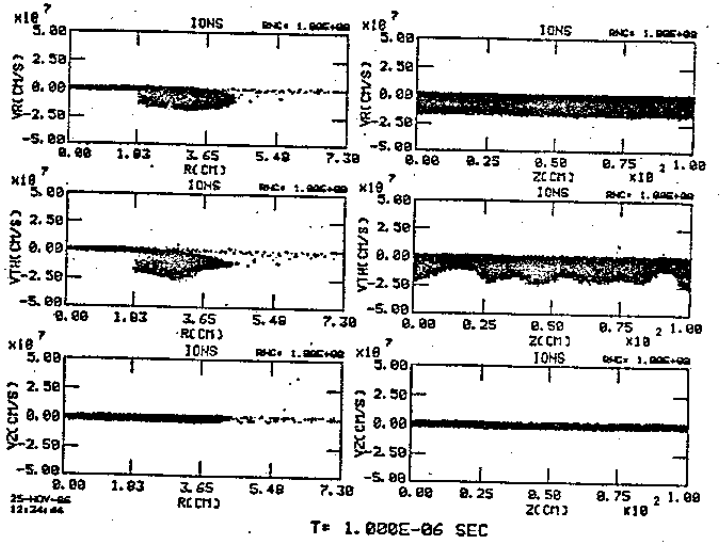
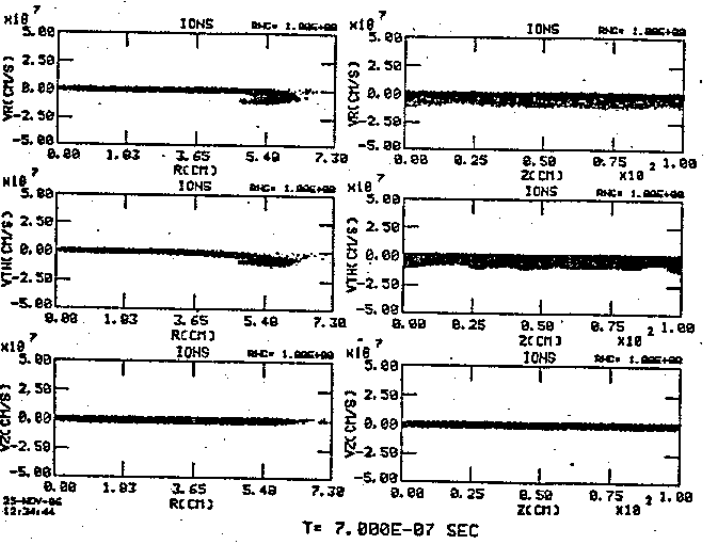
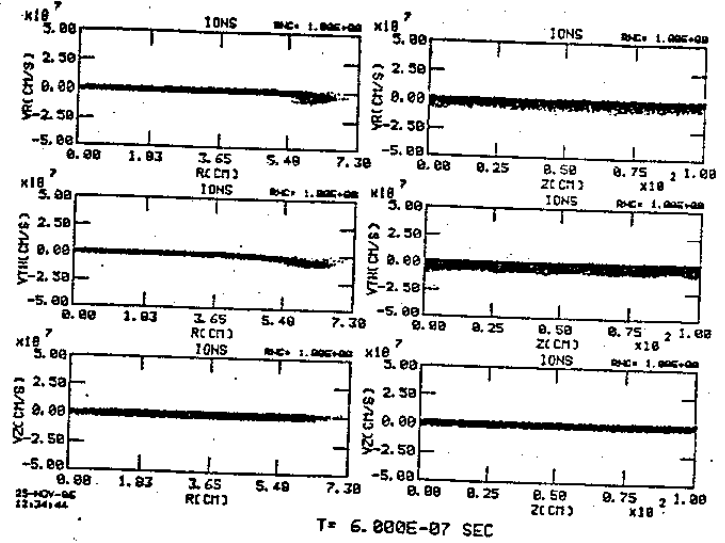
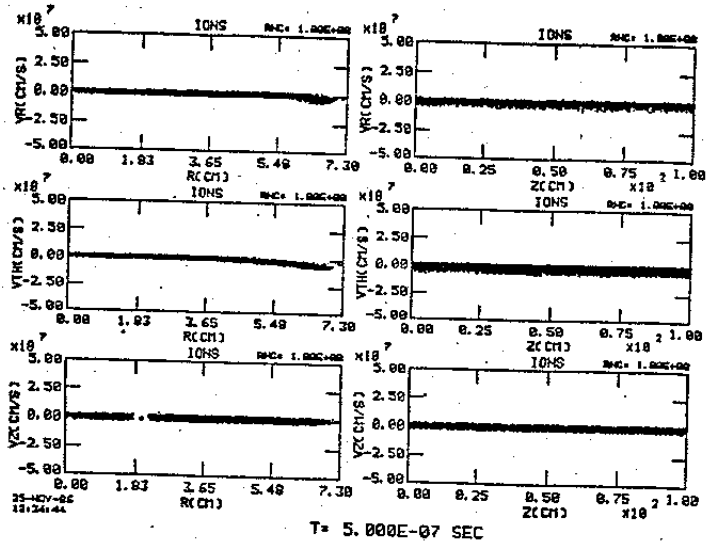


Fig. 9.25

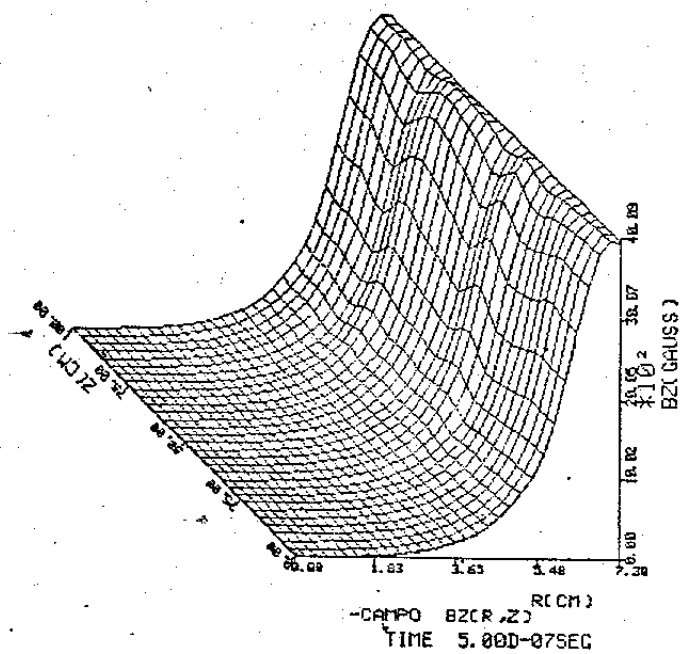


Fig. 10.1

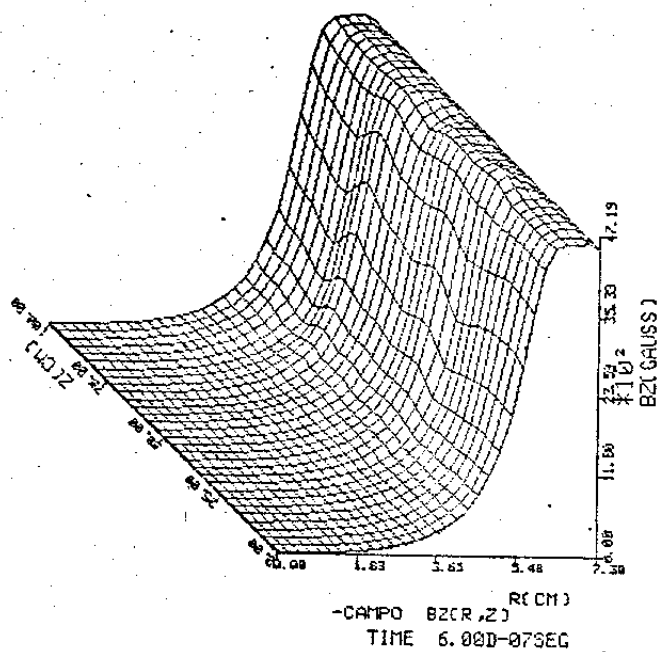


Fig. 10.2

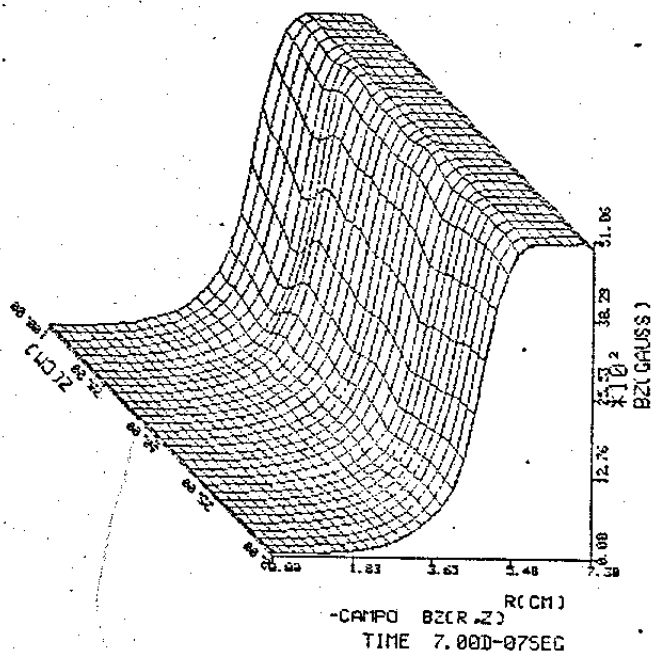


Fig. 10.3

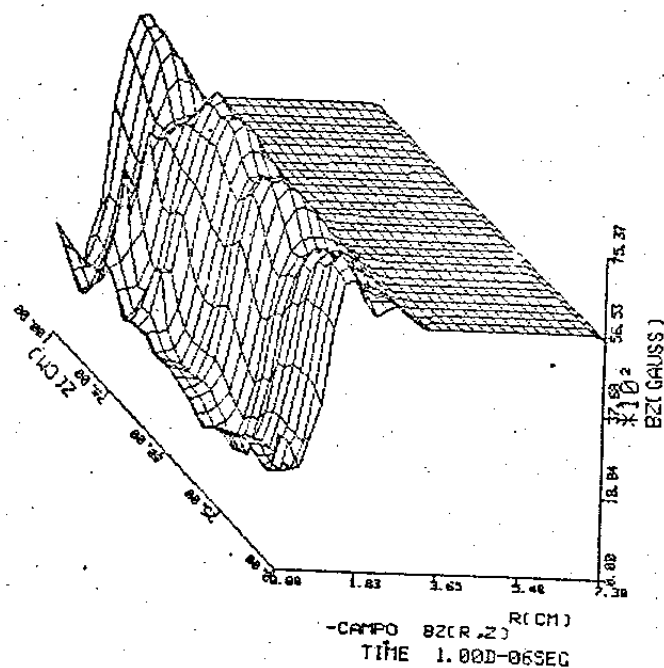


Fig. 10.4

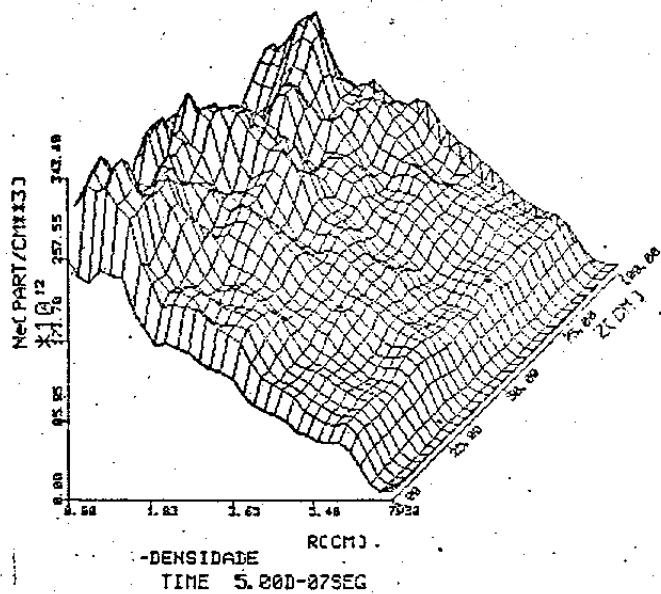


Fig. 10.5

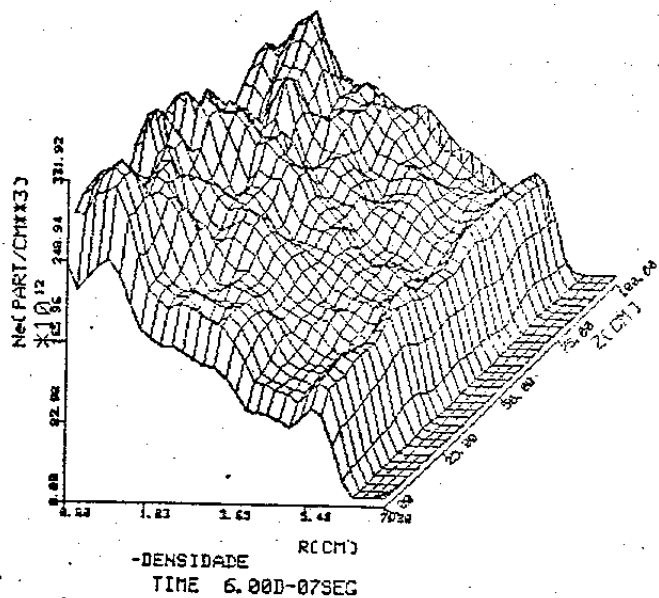


Fig. 10.6

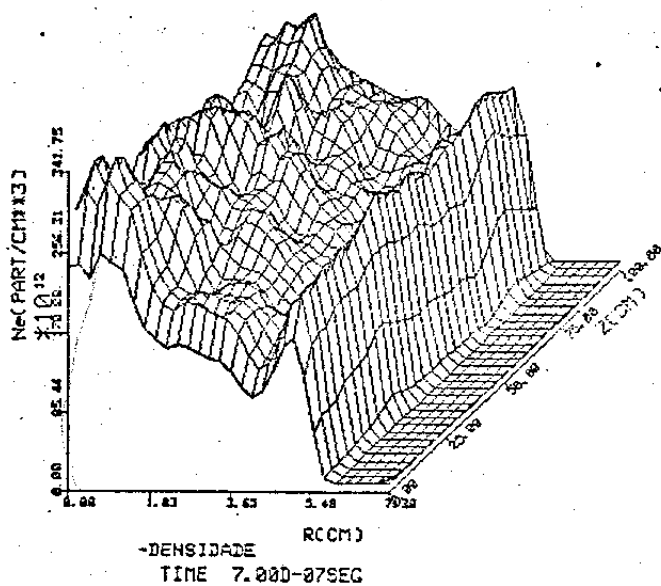


Fig. 10.7

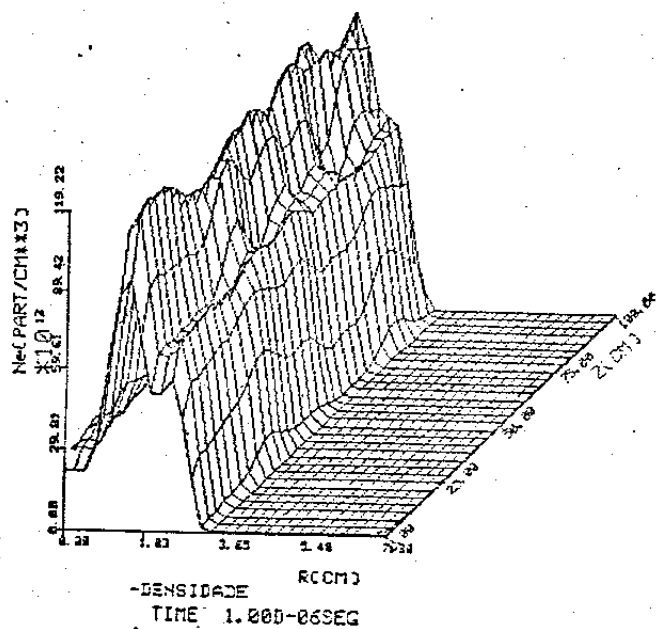


Fig. 10.8

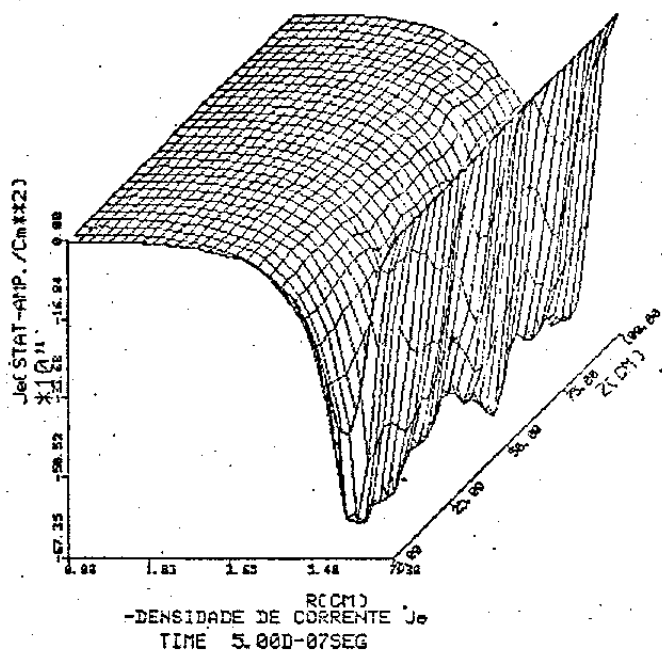


Fig. 10.9

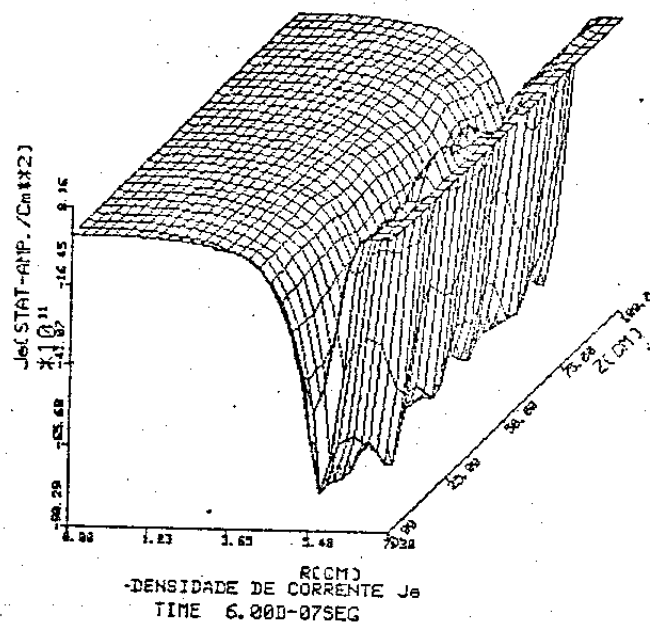


Fig. 10.10

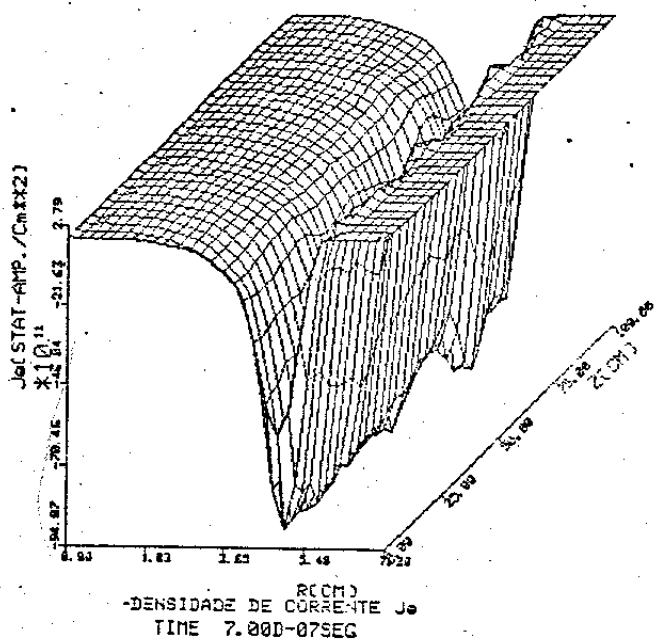


Fig. 10.11

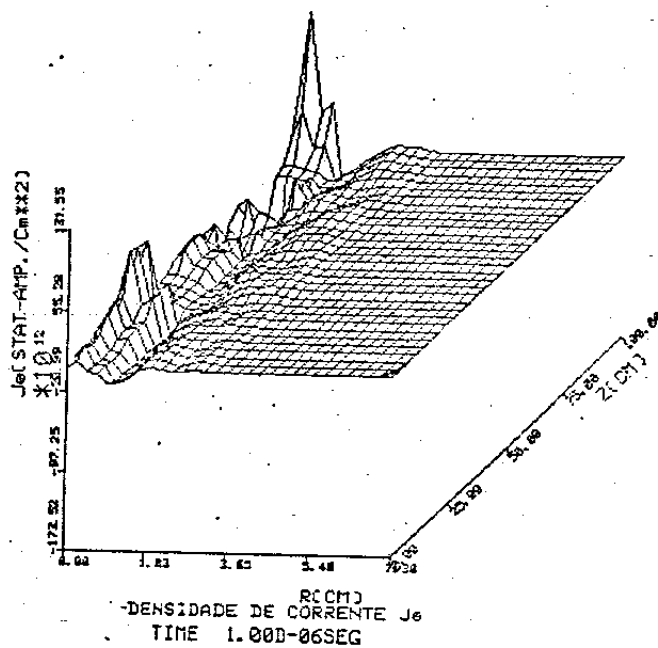


Fig. 10.12

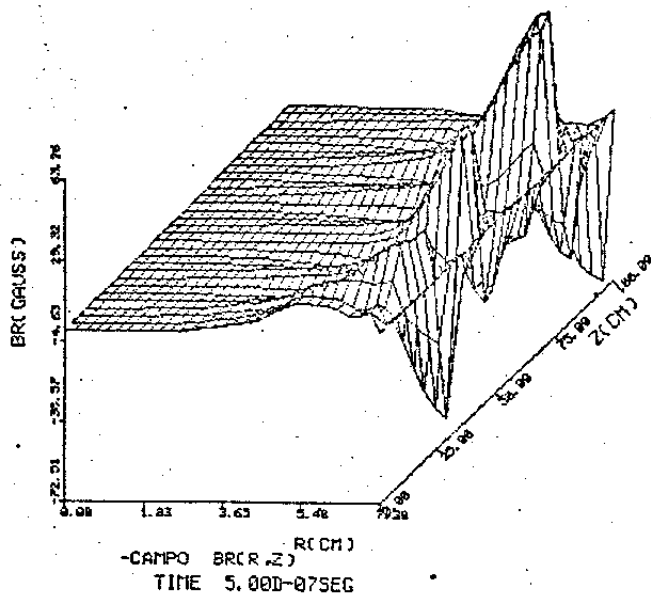


Fig. 10.13

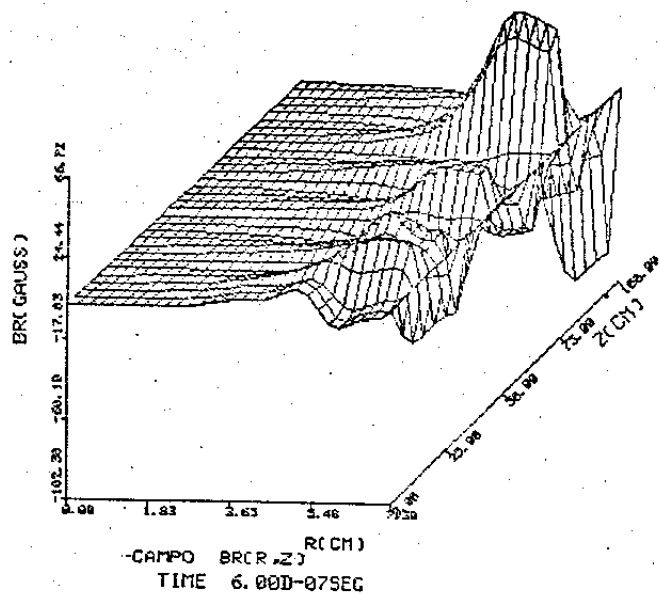


Fig. 10.14

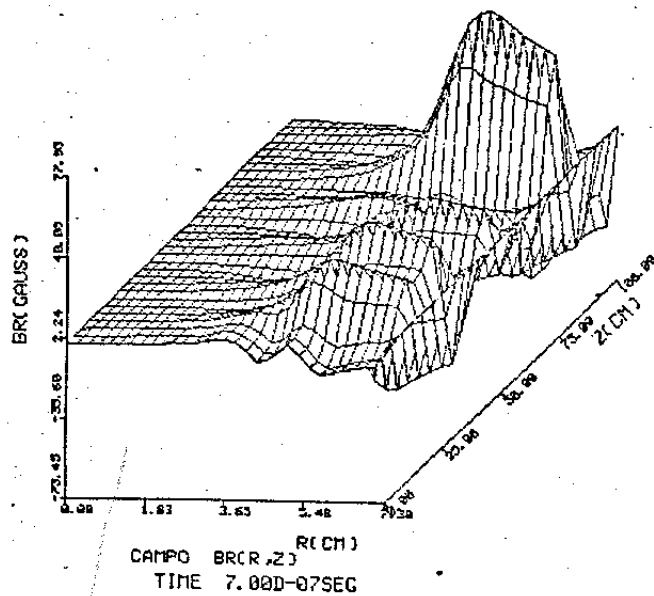


Fig. 10.15

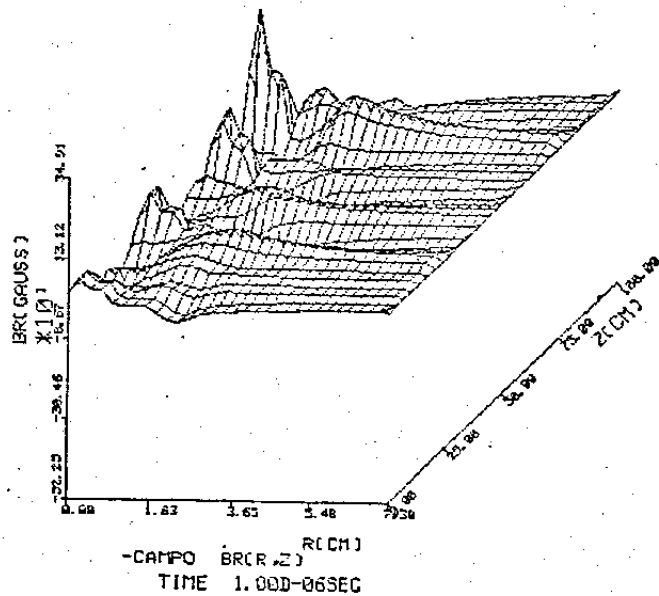


Fig. 10.16

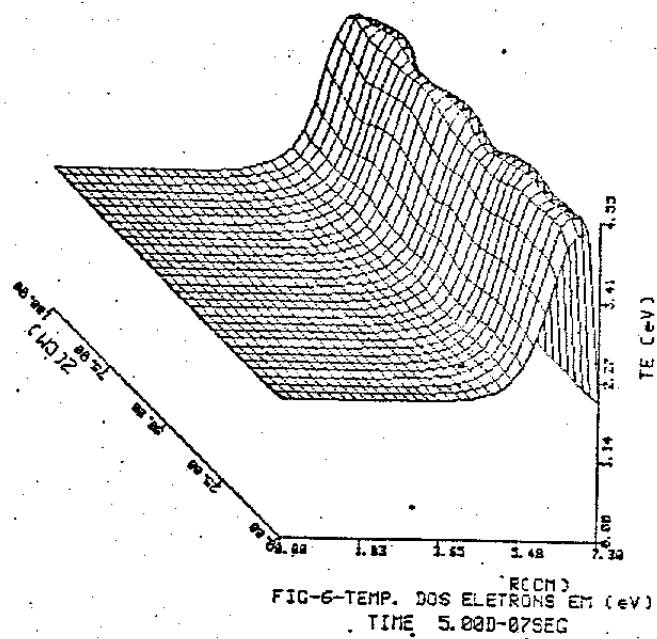


Fig. 10.17

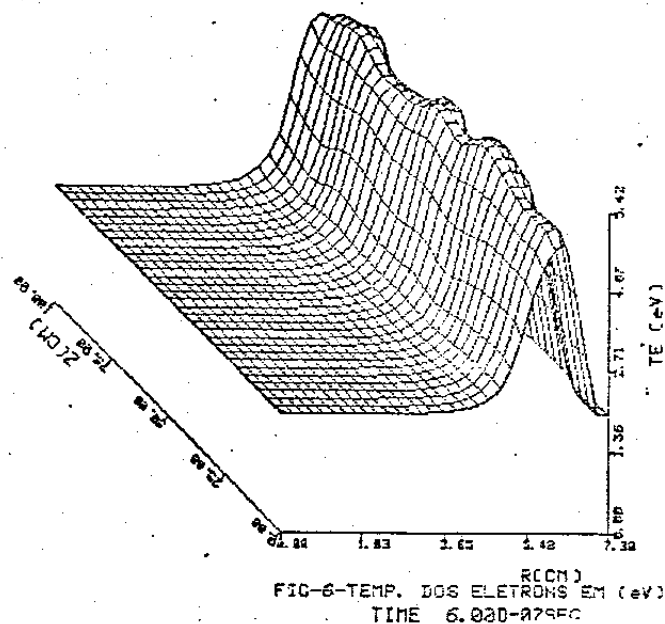


Fig. 10.18

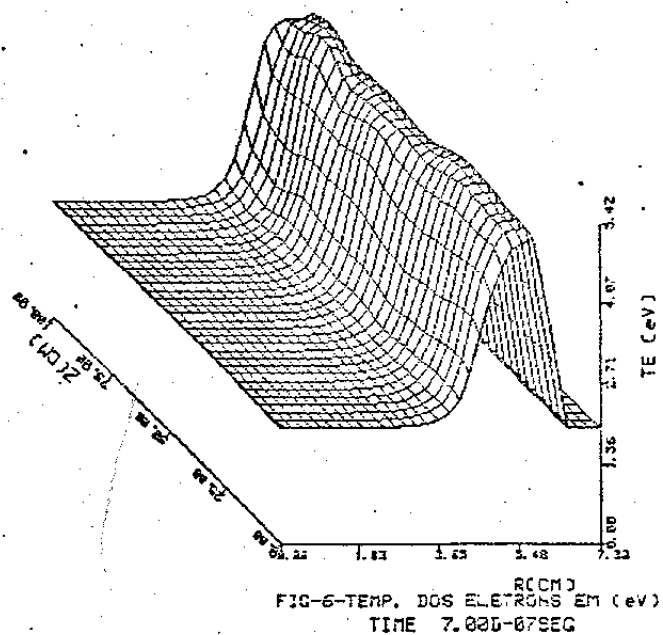


Fig. 10.19

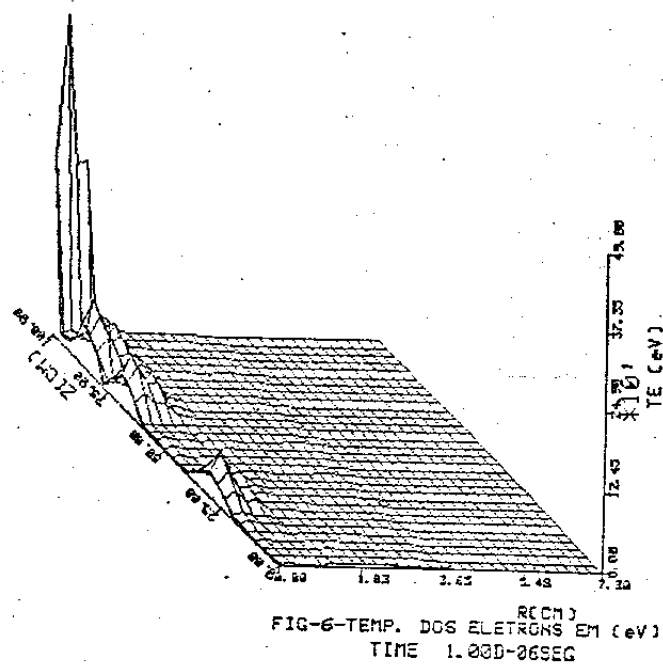


Fig. 10.20

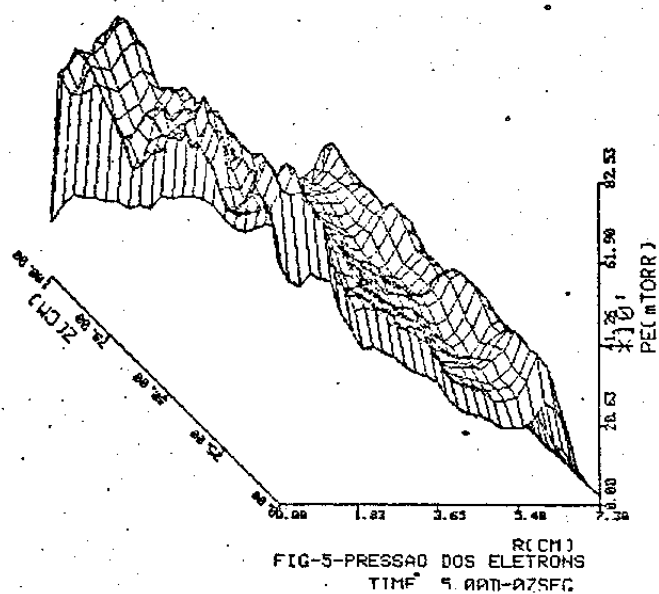


Fig. 10.21

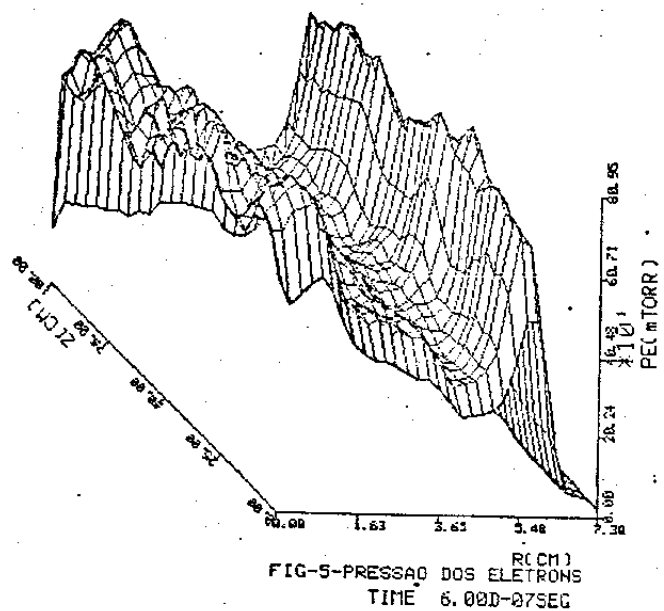


Fig. 10.22

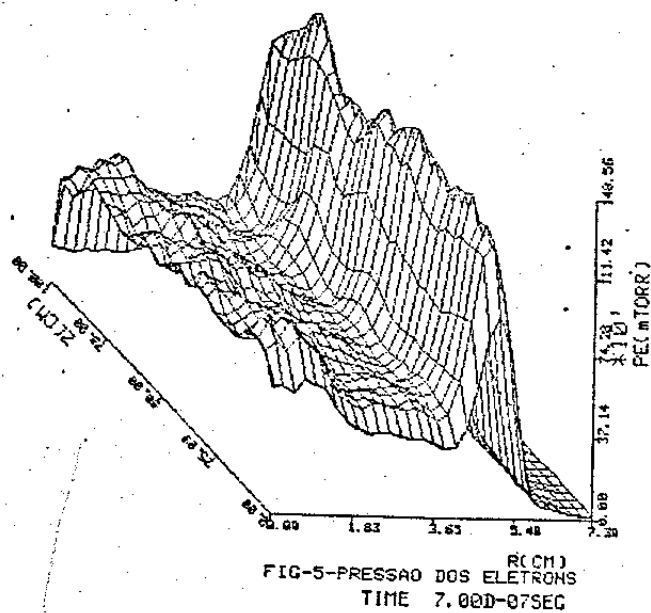


Fig. 10.23

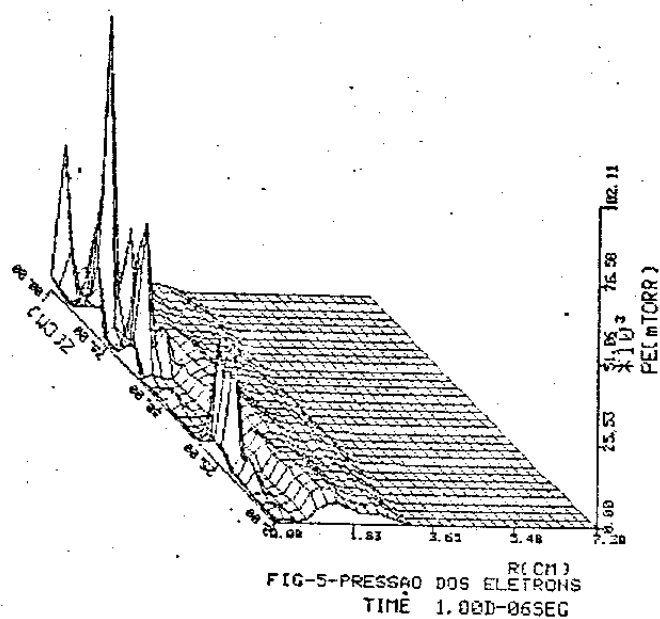


Fig. 10.24

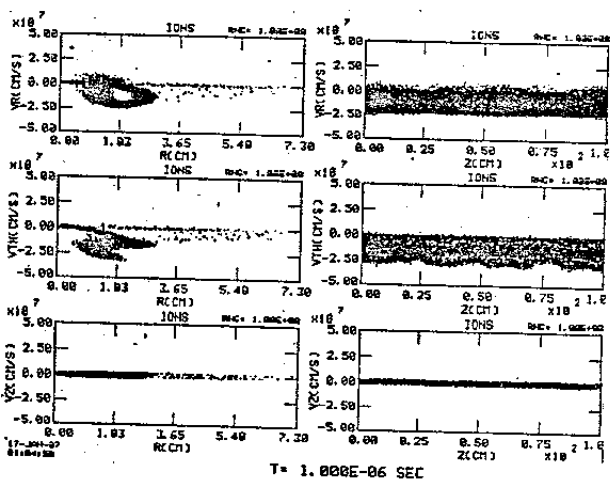
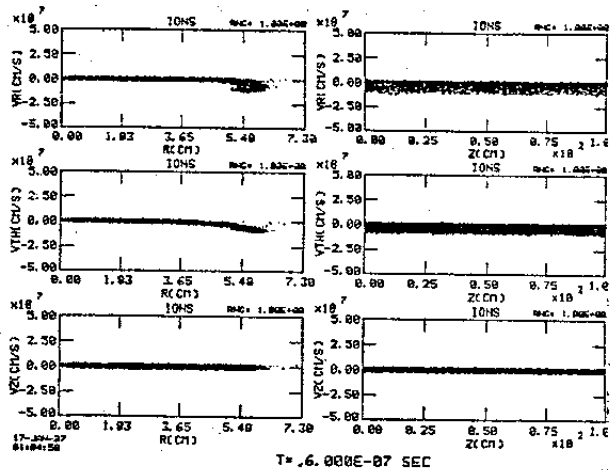
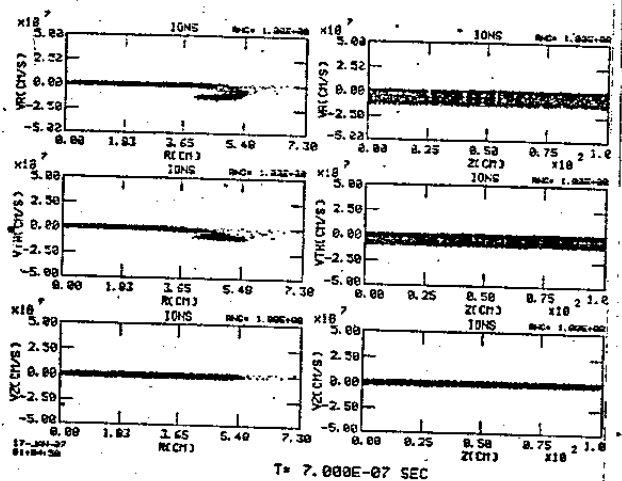
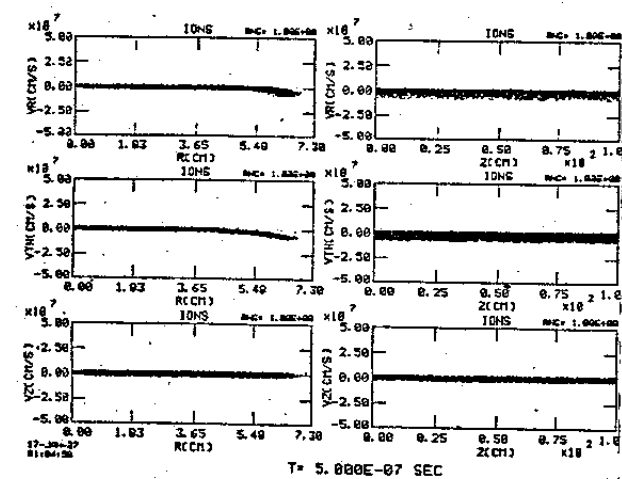


Fig. 10.25