

# Processos Multifotônicos em Plasma Produzido por Campos de Laser Superintensos

por  
Hector Ramon Torres Silva

Orientador: Paulo Hiroshi Sakanaka

Tese apresentada ao  
Instituto de Física "Gleb Wataghin",  
da Universidade Estadual de Campinas,  
como parte dos requisitos  
necessários para obtenção do  
título de Doutor em Ciências

Campinas, SP  
20 de dezembro de 1990

*Este exemplar corresponde a Redação  
final da Tese de Doutorado, defendida pelo  
aluno Hector Ramon Torres Silva e aprovada  
pela Banca Examinadora*



*[Handwritten signature]*  
28.12.90

# Conteúdo

<b>I</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
I.1	A Interação da Matéria com Campos de Radiação Superintensos . . . . .	1
I.2	Processos de Absorção e Conversão de Modos em Plasmas . . . . .	3
I.2.1	Absorção colisional; bremsstrahlung inversa, B.I., não relativístico . . . . .	3
I.2.2	Absorção ressonante multifotônica e processos associados . . . . .	5
I.3	Objetivo Geral da Tese e Descrição de Capítulos . . . . .	7
<b>II</b>	<b>Dinâmica dos Elétrons: Formulação Quântica Não Relativística</b>	<b>12</b>
II.1	Introdução . . . . .	12
II.2	Partícula Simples num Campo de Laser: Aproximação de Dipolo . . . . .	13
II.3	Potencial de Espalhamento e Amplitude de Transição . . . . .	16
II.4	Probabilidade de Transição e Seção de Choque . . . . .	17
II.5	Método de Translação Espacial: Aproximação Dipolo . . . . .	21
<b>III</b>	<b>Formulação do Movimento do Centro de Massa (C.M.)</b>	<b>25</b>
III.1	Hamiltoniana . . . . .	25
III.2	Equações de Taxa de Momentum e Energia . . . . .	29
III.2.1	Balço de energia e potência efetiva de absorção (B.I.) . . . . .	35
<b>IV</b>	<b>Dinâmica dos Elétrons: Formulação Quântica Relativística</b>	<b>43</b>
IV.1	Potencial de espalhamento relativístico . . . . .	43

IV.2	Hamiltoniana para Sistema de Muitos Elétrons com Centro de Massa	45
IV.3	Força de Aceleração B.I. . . . . .	49
IV.4	Taxa de Absorção B.I. de um Gás de Elétrons . . . . .	50
<b>V</b>	<b>Resultados Numéricos de Processos Ressonantes Multifotônicos em Plasma e Feixes de Partículas</b>	<b>55</b>
V.1	Introdução . . . . .	55
V.2	Seção de Choque e Coeficiente de Absorção do Sistema Feixe - Íon - Laser . . . . .	56
V.3	Taxas de Perda e Absorção de Energia . . . . .	65
V.4	Bremsstrahlung Inverso não Colisional . . . . .	71
V.4.1	B.I. não colisional na presença de um campo de laser e modos íon-acústicos . . . . .	71
V.4.2	B.I. não colisional em plasma com potencial Coulombiano: um laser . . . . .	75
V.4.3	B.I. não colisional na presença de dois lasers . . . . .	82
<b>VI</b>	<b>Força B.I. em Feixes de Elétrons Relativísticos e Taxa de Absorção na Presença de Spins</b>	<b>95</b>
VI.1	Introdução . . . . .	95
VI.2	Força B.I. em Feixes de Elétrons Relativísticos . . . . .	96
VI.3	Taxa de Absorção B.I. na Presença do Spin do Elétron . . . . .	99
<b>VII</b>	<b>Conclusões, Observações e Sugestões</b>	<b>106</b>
A.I	Apêndice A . . . . .	112
A.II	Apêndice B . . . . .	114
A.III	Apêndice C . . . . .	117

# Lista de Figuras

V.1	F em função de $v_0/v_i$ com parâmetro $\Lambda$ . . . . .	58
V.2	$x_{max}$ versus $v_0/v_i$ . . . . .	59
V.3	$x_{max}$ e $1/J_n^2(x)$ versus $v_0/v_i$ . . . . .	60
V.4	$\bar{\alpha}/\alpha_1$ em função de $v_0/v_i$ com parâmetros $\Lambda$ . . . . .	62
V.5	$S = \sum_{n=1}^{n_{max}} J_n^2(nv_0/v_i)$ versus $v_0/v_i$ com parâmetro $n_{max}$ . . . . .	64
V.6	S.P. versus $v_0/v_i$ com $a = 1$ . . . . .	67
V.7	E.L. versus $v_0/v_i$ com $a = 1$ . . . . .	68
V.8	S.P. versus $v_0/v_i$ com $a = 3$ . . . . .	69
V.9	E.L. versus $v_0/v_i$ com $a = 3$ . . . . .	70
V.10	$\dot{W}$ versus $x$ para laser simples e duplo . . . . .	74
V.11	$\dot{W}$ versus $v_0/v_i$ com parâmetros $\omega_p/\omega_0$ . . . . .	77
V.12	$\nu_{col}$ versus $v_0/v_i$ com parâmetros $\omega_p/\omega_0$ . . . . .	78
V.13	$\alpha$ versus $v_0/v_i$ com parâmetros $\omega_p/\omega_0$ . . . . .	79
V.14	$\dot{W}$ versus $\omega_p/\omega_0$ com parâmetros $v_0/v_i$ . . . . .	80
V.15	$\nu_{col}$ versus $\omega_p/\omega_0$ com parâmetros $v_0/v_i$ . . . . .	81
V.16	$\dot{W}$ versus $x$ com parâmetro $b$ . . . . .	84
V.17	$W_{max}$ versus $b$ . . . . .	86
V.18	$\dot{W}$ versus $v_0/v_i$ . . . . .	87
V.19	$\nu_{col}$ versus $v_0/v_i$ . . . . .	88
V.20	$\alpha$ versus $v_0/v_i$ . . . . .	90

# Lista de Tabelas

I.1	Parâmetros típicos de um laser de Nd-vidro . . . . .	1
V.1	Seção de choque $\sigma_p$ versus $E_i$ . . . . .	57
V.2	$\bar{\alpha}/\alpha_1$ versus $n_{maz}$ . . . . .	63
V.3	Parâmetros típicos . . . . .	89
VI.1	$I = 10^{14} W/cm^2$ . . . . .	95
VI.2	$I = 10^{14} W/cm^2$ . . . . .	95

*À minha esposa*  
*A meus filhos*  
*A meus pais*

## RESUMO

Este trabalho foi inteiramente dedicado ao estudo das interações e processos multifotônicos em plasmas produzidos por campos de laser superintensos. As deficiências e limitações encontradas nos modelos de partícula simples (Seely e Harris) e de seção de choque (Torres e Sakanaka) foram contornadas e superadas com o formalismo do Centro de Massa (C.M.) desenvolvido nesta tese. As equações quânticas de transporte obtidas, no limite não relativístico, consideram em forma autoconsistente as interações elétron-elétron através da função de perda de energia  $Im\{-1/\epsilon(\vec{q}, \omega_0)\}$ . Os efeitos devidos às flutuações de densidade e à velocidade de arrasto dos elétrons também podem ser estudados com esta teoria.

Em particular, as equações obtidas para o processo bremsstrahlung inverso (B.I.) ressonante ou não colisional permitem fazer algumas importantes correções nas teorias já existentes conseguindo assim um maior entendimento deste processo. No caso de plasmas excitados por um ou dois lasers (potencial de Coulomb ou modos íon-acústicos), contrariamente ao estabelecido teoricamente por alguns autores, as taxas de absorção obtidas neste trabalho são pequenas comparadas com as taxas colisionais. Isto concorda com inúmeros experimentos com aceleradores de plasma. A revisão do problema de um feixe de elétrons espalhados por um potencial iônico estático conduz a uma reinterpretação do coeficiente de absorção

na região ressonante, o qual sempre é positivo. Os picos secundários detetados numericamente confirmam, em parte, a natureza quântica do processo.

Também a parte ressonante ou coletiva de outros processos multifotônicos, tais como, a potência de freamento e a taxa de perda de energia, foi calculada numericamente e os resultados obtidos servem de complementação aos obtidos recentemente por outros autores na aproximação de partícula simples.

Os efeitos relativísticos são levados em conta no modelo C.M., considerando como ponto de partida a equação de Dirac e a transformação unitária espacial generalizada de Kramers-Henneberger, onde os estados quase livres do elétron são vestidos ("dressed") pelo laser. O referido modelo permite pôr em evidência a transferência multifotônica de momentum do laser para o plasma, tal como se observa das equações de força B.I. Nas equações de taxa de absorção B.I., o spin do elétron surge como um fator essencial na transferência de energia. Porém, as estimativas numéricas dessas equações diferem notavelmente daquelas indicadas na recente literatura. Isto reflete um fato concreto: as pesquisas nesta área, no limite plenamente relativístico, estão apenas na sua fase inicial e os resultados obtidos até agora não são definitivos ou conclusivos.

# ABSTRACT

This thesis is fully dedicated to the study of multiphoton interactions and processes in a plasma produced by an intense laser field. The deficiencies and limitations found on the single particle model (Seely and Harris) and the cross-section model (Torres and Sakanaka) were overcome with the Center of Mass approach developed in this work. The quantum transport equations obtained by us consider the electron-electron interaction through the energy loss function  $Im\{-1/\epsilon(\vec{q}, n\omega_0)\}$  in a consistent way. The effects due to the density fluctuations and drift electron velocity can be studied directly from this theory.

Particularly, for the collisionless inverse Bremsstrahlung process, the respective equations allow us to make some important corrections on the existing theories; thus, we can obtain an additional insight of this process. In the case of plasma (with Coulomb potential or ion-acoustic modes) excited by one or two lasers, contrary to the claim of some authors, the absorption rates obtained in this work are small if compared with the collisional rates. It agrees with several plasma accelerator experiments.

A revision of electron beam experiments, scattered by a static ion potential, leads to a reinterpretation of the absorption coefficient in resonant region which

is always positive. Here the secondary peaks numerically detected confirm the quantum nature of the process.

Also, resonant or collective contribution of other multiphoton process, such as stopping power and energy loss rate, were numerically calculated and are complementary to the recent results obtained by other authors, for the case of single particle contribution.

Relativistic effects are taken into account on the C.M approach, on the basis of Dirac equation and a generalization of Kramers-Henneberger spatial unitary transformation, where quasi-free electron states are dressed by the laser field. The I.B. force equation shows clearly multiphoton transfer of momentum and the spin of electrons emerges as an essential factor for the transfer of energy. However numerical evaluation of these equations does not agree with recent theoretical results found in existing literature. This indicates that the study on relativistic multiphoton process is still in its early stage of development.

# Capítulo I

## Introdução

### I.1 A Interação da Matéria com Campos de Radiação Superintensos

A densidade de energia eletromagnética, no ponto focal de um laser de alta potência, pode atingir magnitudes tais que modifica e transforma a matéria quase instantaneamente. A tabela I mostra os parâmetros típicos de um laser de Neodímio-Vidro de  $10\text{ kJ}$ , com uma duração do pulso de  $100\text{ ps}$  e  $10^{-3}\text{ cm}^2$  de área focal.

Intensidade focalizada	$10^{18}\text{ W}$
Densidade de energia	$3\ 10^7\ \text{J}/\text{cm}^3$
Densidade de fótons	$3\ 10^{25}\ \text{fótons}/\text{cm}^3$
Campo elétrico efetivo $E$	$10^{10}\ \text{V}/\text{cm}$
Campo magnético $B_{rms}$	$50\ \text{MGauss}$
Energia cinética média dos elétrons	$5 - 10\ \text{keV}$

Tabela I.1: Parâmetros típicos de um laser de Nd-vidro

Quando o pulso incide no alvo sólido não somente a superfície sólida é vaporizada, como também a multiionização produz um plasma de alta densidade que continua absorvendo fótons da luz incidente. O rápido aumento da temperatura produz uma expansão do plasma contra o laser. Isto gera uma intensa onda de choque hidrodinâmica que comprime a parte sólida do alvo. De acordo com a

intensidade do laser, distintos regimes podem ser observados:

- a) Para intensidades relativamente fracas ( $I_0 \leq 10^7 W/cm^2$ ), a luz incidente apenas aquece a superfície do alvo sem vaporização. A onda é absorvida (e parcialmente refletida) até a profundidade “skin” de superfície. A energia é logo transferida ao interior do alvo por condução térmica.
- b) Para intensidades da ordem de  $10^6 - 10^9 W/cm^2$ , a energia incidente pode vaporizar a superfície sólida. Para pulsos longos ( $\sim 1 ms$ ) e  $I_0 \sim 10^7 W/cm^2$ , o laser produz buracos estreitos e profundos na superfície. Tipicamente, um pulso de  $1 mseg$  e  $10 J$  produz uma cratera de  $1 mm$  de profundidade. Para  $I_0 > 10^8 W/cm^2$  e pulsos mais curtos, somente uma pequena quantidade de matéria é vaporizada, a qual interage com o laser blindando o alvo sólido.
- c) Para intensidade da ordem de  $10^{10} W/cm^2$  se produz a ionização induzida e a ruptura do gás. O segundo processo é considerado como um mecanismo de avalanche. Os elétrons livres no gás são rapidamente acelerados pelo laser e, num tempo muito curto, adquirem energia suficiente para ionizar outros átomos. Desta forma tem-se o efeito cascata na ionização. A ionização inicial é muito difícil de estimar quantitativamente, já que a energia  $\hbar\omega$  dos fótons presentes no feixe do laser é muito menor que o potencial de ionização dos átomos. Provavelmente o intenso campo elétrico do laser modifica substancialmente os níveis de energia dos elétrons ligados. Consequentemente, pode-se ter um potencial efetivo de ionização muito menor. Os cálculos para determinar o limiar da ionização são extremamente complicados e de difícil verificação experimental.
- d) Para  $I_0 \geq 10^{12} W/cm^2$ , a ionização do alvo pode ser considerada quase

instantânea. Depois de alguns ciclos ópticos, tem-se uma separação natural entre os mecanismos de ionização e os subsequentes processos de absorção do plasma. Alguns desses processos, principalmente a absorção bremsstrahlung inversa e a absorção coletiva ressonante, serão abordados em profundidade nesta tese.

## I.2 Processos de Absorção e Conversão de Modos em Plasmas

### I.2.1 Absorção colisional; bremsstrahlung inversa, B.I., não relativístico

A luz laser pode interagir de diversas formas com o plasma. O plasma pode refratar, refletir e/ou absorver a onda incidente. O mecanismo mais simples é a absorção colisional, chamada bremsstrahlung inversa (B.I.), que se manifesta quando um fóton incidente é absorvido por um elétron no campo eletrostático dos íons. Quando os elétrons oscilam no campo elétrico do laser, tendo ao mesmo tempo colisões com os íons, converte-se a energia dirigida de oscilação em energia aleatória de movimento térmico. Em outros termos, a corrente induzida no plasma pelo feixe do laser produz aquecimento resistivo do plasma, devido às colisões das partículas carregadas. Classicamente, a frequência de colisão elétron-íon depende da temperatura na forma  $T_e^{-3/2}$ .

Conseqüentemente, este mecanismo torna-se ineficiente para plasmas de alta temperatura ( $T_e > 1 \text{ keV}$ ). Não obstante, sob uma análise semiclássica e na presença de campo de alta intensidade, a frequência efetiva de colisão pode ser modificada substancialmente. No regime de moderada intensidade  $I_0 \lambda_0^2 < 10^{13} \text{ W}(\mu\text{m})^2/\text{cm}^2$ , a dimensão característica do plasma produzido é muito maior que o comprimento de onda do laser ( $L/\lambda_0 \gg 1$ ). Neste caso a absorção predominante é de tipo colisional ou B.I. linear com transferência de um fóton por ciclo óptico.

O tratamento analítico da frequência de colisão e do coeficiente de absorção tem sido feito por numerosos autores a nível clássico: Silin (1965) [1], Catto e Speziali (1979) [2], Balescu (1982) [3], Klimontovich (1981) [4], e a nível semiclássico: Shima (1975) [5], Schlessinger (1979) [6], Jones (1982) [7], Kim (1982) [8]. Neste último formalismo, os elétrons são considerados quanticamente e o campo do laser na aproximação dipolo ( $\lambda_0 \rightarrow \infty$ ) é tratado classicamente (as propriedades do laser não são modificadas pela dinâmica das partículas). Ambas formulações apresentam uma correlação razoavelmente boa com os dados experimentais para comprimentos de onda  $\lambda_0 < 1\mu m$  (Silin (1985) [9]), e  $I_0 < 10^{13} W/cm^2$ . O fato de este regime de intensidade,  $v_0/v_t \ll 1$ , ter sido suficientemente bem estudado, nos libera de entrar em maiores detalhes no B.I. linear. Não obstante, quando a absorção é multifotônica,  $I_0\lambda_0^2 > 10^{13}$ , a simples análise do B.I. linear precisa ser corrigida e revisada (Torres e Sakanaka (1985) [10]). Nossos cálculos (Torres e Sakanaka (1990) [11]), mostram que a frequência efetiva de colisão pode ser escalada da forma  $\nu_{eff} \sim I_0^\alpha$  ( $-3/2 < \alpha < 1/2$ ). Quando  $v_0/v_t \geq 1$ , o B.I. deve ser considerado como um processo não linear, definido assim quando  $\nu_{eff}$  depende da amplitude da velocidade de oscilação dos elétrons no campo elétrico do laser ( $v_0 = eE_0/m\omega_0$ ). Nestes trabalhos nós identificamos dois casos limites ou assintóticos de campos intensos onde a conhecida relação  $\nu_{eff} \sim v_0^{-3} \sim I_0^{-3/2}$  obtida da teoria cinética (Silin, Balescu, Klimontovich) corresponde a um dos valores assintóticos de nosso formalismo semiclássico onde, mesmo que  $v_0/v_t \gg 1$ , tem-se que a absorção efetiva é de um fóton por ciclo óptico. Neste contexto, também os resultados de absorção multifotônica de Brysk (1975) [12] correspondem a uma fraca transferência de momentum entre as partículas. O outro limite de  $v_0/v_t > 1$  corresponde ao pouco esclarecido processo de absorção simultânea de  $n$  fótons por ciclo óptico. Esta absorção é produzida eficientemente quando a transferência de momentum  $\vec{k}$  é segundo a direção do campo elétrico do laser. A revisão deste limite (Torres e Sakanaka (1990) [13]), nos permite obter regras de

soma para a absorção multifotônica. Por sua vez, estas regras possibilitam obter uma lei de escala para a frequência de colisão  $\nu_{eff} \sim I_0^\alpha$  ( $-3/2 < \alpha < 1/2$ ). O fato de ter dois limites de alta intensidade abre a possibilidade de poder identificar dois tipos de elétrons: quentes ( $T_e > 10 \text{ keV}$ ) e frios ( $T_e \leq 1 \text{ keV}$ ), que foram verificados experimentalmente em plasmas criados por lasers.

### I.2.2 Absorção ressonante multifotônica e processos associados

Outros mecanismos de absorção de tipo coletivo que existem dentro do plasma envolvem o acoplamento da luz incidente com ondas longitudinais. Estes modos são excitados por flutuações de densidade de carga. Se a frequência  $\omega_0$  da onda incidente é comparável com a frequência do plasma,  $\omega_p$  (mais geralmente  $n\omega_0 = \omega_p$ ), então o acoplamento pode ser ressonante.

As flutuações de densidade também podem excitar ondas íon-acústicas que induzem parametricamente instabilidades. Desta forma podemos ter absorção B.I. ressonante e absorção paramétrica simultaneamente. Entretanto, a interação da luz laser com o plasma que rodeia o alvo sólido é bem mais complexa.

O acoplamento do laser com os modos longitudinais pode produzir elétrons de alta energia (supratérmicos). Em consequência, tem-se uma população de elétrons quentes e outra parcela de elétrons frios, que interagem de forma não trivial. Um de nossos objetivos é abordar de forma consistente as interações de elétrons frios e quentes. Basicamente, esta corrente pode acrescentar o nível de absorção de energia e modificar a potência de freamento (“stopping power”). Este mecanismo foi verificado recentemente por Jones e Kindel (1982) [7], a partir dos dados do sistema hélios de Los Alamos. No caso de campos superintensos ( $I_0 > 10^{16} \text{ W/cm}^2$ ), o quadro se complica ainda mais de modo que, em geral, temos que considerar os seguintes fatores:

— Velocidade de arrasto dos elétrons

- Efeitos relativísticos
- Campos magnéticos autogerados ( $1 - 10 \text{ MGauss}$ )
- Força ponderomotriz e perfil abrupto da densidade
- Ondulações (“rippling”) de densidade

Estes efeitos concatenados devem influir notavelmente nas equações de transporte, tais como: potência de freamento (“stopping power”) de partículas rápidas, taxas de momentum e de energia de algumas espécies de partículas e taxas de absorção global e B.I., em particular, quando o campo do laser é muito intenso. Porém, incluir todos esses efeitos simultaneamente num modelo relativamente simples é uma tarefa formidável ainda não resolvida.

No caso específico da absorção, até os anos 80 era adequado considerar que em experimentos com pulsos longos ( $1 \mu s - 100 \mu s$ ) de luz visível ou ultravioleta de moderada intensidade ( $I_0 \lambda_0^2 < 10^{14} \text{ W}(\mu m)^2 / \text{cm}^2$ ), o mecanismo de absorção dominante era o processo B.I. colisional. Também como regra geral se considerava a absorção ressonante linear clássica como a principal parcela da absorção total em experimentos de pulsos curtos ( $1 \text{ ns} - 100 \text{ ps}$ ) da radiação infravermelha de alta intensidade ( $I_0 \lambda_0^2 \sim 10^{16} \text{ W}(\mu m)^2 / \text{cm}^2$ ). Porém, as primeiras evidências de um rápido aumento de absorção com  $I_0 \geq 10^{16} \text{ W} / \text{cm}^2$  surgiu em Osaka (Hama, (1982) [14]), e em Los Alamos, (Bach (1983) [15]), indicando um nível de absorção muito maior que o dado pela teoria B.I. colisional ou pela teoria clássica da absorção ressonante linear (i.e., aquela derivada das equações de Maxwell, (Ginzburg (1970) [16])).

Desde então, muitos mecanismos foram propostos, entre eles a absorção paramétrica; porém, a saturação deste mecanismo e outros semelhantes a níveis baixos de absorção ( $< 10\%$ ) é evidente quando se considera que a temperatura dos elétrons quentes é escalada como  $T_e \sim I_0^{0,5}$  e o comprimento da corona como  $L \sim I_0^{-0,5}$ . De data recente é a teoria clássica de Brunel (1987, 1988) [17,18], onde

a absorção não depende de  $L$ . Mas nesta teoria é requisito que a onda incida obliquamente no plasma contrastando com o fato experimental de que a absorção não depende da polarização da luz (Perry [19]). Com a recente incorporação de lasers intensos com tempos de pulso na região dos sub-picosegundos a femtossegundos (Fedosejevs (1990) [20]), os perfis de densidade do plasma atingem valores tais que  $L/\lambda_0 < 1$  e ainda assim os níveis de absorção obtidos mantêm um patamar extremamente alto. Neste regime não há tempo para o plasma se expandir, ou as instabilidades crescerem ou a absorção ressonante clássica linear ser dominante. As causas da crescente absorção quando  $I_0$  aumenta não são plenamente entendidas. Não obstante, duas observações gerais são pertinentes: primeiro, a absorção aumenta quando o elétron se torna relativístico. O código "WAVE" [21] confirma esta predição. . Em segundo lugar, quando a dinâmica do elétron é relativística, a superfície crítica torna-se altamente estruturada numa escala espacial muito fina. Este tipo de "ripple" produz uma superfície de absorção ainda maior (acredita-se que isto começa a acontecer quando  $I_0\lambda_0^2 \gtrsim 10^{18} W(\mu m)^2/cm^2$ ).

Esta conversão de modos ondulantes ("ripple") nas camadas externas do plasma na presença de campos superintensos nos leva a concluir que o mecanismo de absorção neste regime seja do tipo ressonante multifotônico, levando em conta efeitos relativísticos de natureza clássica (i.e. massa efetiva) e de natureza quântica (spin dos elétrons).

Certamente uma análise semelhante pode ser feita com respeito à potência de freamento e perda de energia de partículas rápidas na presença de intensos campos de laser.

### **I.3 Objetivo Geral da Tese e Descrição de Capítulos**

O objetivo geral deste trabalho é o de fazer um estudo bem amplo dos processos multifotônicos descritos acima. A complexidade do problema exposto aqui

exige para sua solução certas hipóteses (que serão descritas no transcurso do trabalho) que permitam desenvolver um modelo capaz de levar em conta os aspectos já enunciados na seção anterior. Neste trabalho não serão considerados os efeitos devidos aos campos magnéticos autogerados (com tempos característicos muito maiores que os tempos de pulso). O fator força ponderomotriz e o perfil abrupto de densidade associada serão incluídos implicitamente sempre que a situação experimental seja  $v_0/v_t \gg 1$  e  $L/\lambda_0 < 1$ . Explicitamente serão considerados na dinâmica do plasma (ou sistema de muitos corpos) a velocidade de arrasto dos elétrons, as flutuações de densidade do plasma e os efeitos relativísticos.

Devido à extensão do problema das interações multifotônicas, nesta tese não serão abordados o B.I. colisional não relativístico e a teoria da absorção ressonante linear clássica por já terem sido extensamente estudados tanto teórica como experimentalmente. Apenas serão referenciados quando seja necessário.

A dinâmica do elétron num contexto quântico não relativístico é estudada analiticamente no capítulo II. Discute-se aqui, devido à sua importância para os capítulos posteriores, a transformação unitária espacial de Kramers-Henneberger. Aqui também se analisa brevemente os problemas que surgem na seção de choque quando a fase da onda, sem aproximação de dipolo, se inclui na equação não relativística de Schrödinger.

O capítulo III contém a descrição não relativística do modelo do centro de massa (C.M.). Pela primeira vez, este modelo é aplicado em física de plasma na presença de campos de laser intensos (Torres e Sakanaka [22,23,24]). A velocidade de arrasto dos elétrons neste modelo é posta em evidência de maneira natural. Nas diferentes equações de taxa, a função de perda  $Im(1/\epsilon)$  surge em forma auto-consistente. Isto esclarece alguns pontos obscuros de algumas teorias sobre o B.I. não colisional (ondas íon-acústicas).

Nosso modelo também permite separar, através da equação de balanço de energia, a parcela irreversível de absorção do fluxo cinético das partículas.

A dinâmica dos elétrons numa formulação quântica relativística é descrita no capítulo IV e é a generalização do capítulo anterior quando as velocidades características ( $v_t, v_0$ ) são da ordem da velocidade da luz. A equação de Dirac transformada pelo calibre de Kramers, obtida por nós, fornece o efeito do spin do elétron independentemente dos outros efeitos relativísticos. Este modelo põe também em evidência a transferência multifotônica de momentum ( $n\hbar\vec{k}_0$ ) do laser para o plasma. Este capítulo é praticamente original e certamente será explorado extensamente em trabalhos futuros. Aqui nós derivamos as equações de força de aceleração B.I. e a taxa de absorção de energia B.I. considerando o efeito de spin, as quais são comparadas com as dadas recentemente por outros autores.

O capítulo V contém diversos resultados numéricos sobre alguns processos ressonantes que são aplicações diretas das teorias expostas nos capítulos III e IV e que não foram até agora abordadas de maneira satisfatória. Destaca-se aqui o aquecimento de plasma com dois lasers e a teoria do B.I. não colisional de Kim (1982) [8]. Outros processos estudados aqui (potência de freamento e o problema de feixes) servem como uma complementação dos resultados recentes de outros autores.

No capítulo VI são feitas apenas algumas estimativas sobre a força B.I. nos aceleradores do plasma e sobre o efeito do spin na absorção B.I. colisional. Nossos resultados são modestos em termos de ordem de grandeza se comparados com os dados na literatura que, por ser muito escassa e recente (só a partir de 1988), não é conclusiva com respeito a estes tópicos.

Finalmente, no capítulo VII são apresentadas as conclusões e observações deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

# Bibliografia

- [1] V. Silin. *Sov. Phys. JETP*, 20:1510, (1965).
- [2] J. Catto and J. Speziale. *Phys. Fluids*, 20:167, (1977).
- [3] R. J. Balescu. *Plasma Phys.*, 27:553, (1982).
- [4] Y. Klimontovich. *Kinetic Theory of Non Ideal Gases and Non Ideal Plasmas*. Pergamon Pub., (1982).
- [5] Y. Shima and H. Yaton. *Phys. Rev. A*, 12:2106, (1975).
- [6] L. Schlessinger and J. Wright. *Phys. Rev. A*, 20:1934, (1979).
- [7] R. Jones and K. Lee. *Phys. Fluids*, 25:2307, (1982).
- [8] S. Kim and H. Wilhelm. *Phys. Fluids*, 25:668, (1982).
- [9] V.P. Silin. *Sov. Phys. Usp*, 28:136, (1985).
- [10] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. In *Proc. of Spring College on Plasma Physics*, Trieste, 1985.
- [11] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).

- [12] H. Brysk. *J. Phys. A*, 8:1260, (1975).
- [13] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Some sum rules of Bessel's function in multiphotonic processes. *Status: Submitted to Il Nuovo Cimento*, 1990.
- [14] H. Hama et al. *I.E.E.E. Trans. Ion Plasma Science*, PS-10:55, (1982).
- [15] D. Bach et al. *Phys. Rev. Lett.*, 50:2082, (1983).
- [16] V.L. Ginzburg. *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, 2<sup>nd</sup> Ed. Pergamon Press, (1970).
- [17] F. Brunel. *Phys. Rev. Lett.*, 59:52, (1987).
- [18] F. Brunel. *Phys. Fluids*, 31:2714, (1988).
- [19] A. Perry, B. Luther Davies, and R. Dragila. *Phys. Rev. A*, 39:2565, (1989).
- [20] R. Fedosejevs et al. *Phys. Rev. Lett.*, 64:1250, (1990).
- [21] J. F. Kephart. In *Anomalous Absorption Conference Proceedings, New Mexico, USA*, (1982).
- [22] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: energy loss, stopping power, and inverse bremsstrahlung process. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [23] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: cross section treatment, energy loss and stopping power. In *Festschrift in honor of Rogério Cerqueira Leite's 60th Birthday: July 14th, 1991*, World Scientific, 1990.
- [24] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: energy loss and stopping power. In A. B. Rodrigo, editor, *Proc. of*

***IV Latin-American Workshop on Plasma Physics, page 207, CNEA, Buenos Aires, July 1990.***

# Capítulo II

## Dinâmica dos Elétrons: Formulação Quântica Não Relativística

### II.1 Introdução

A discussão qualitativa feita na Introdução, mostra claramente a complexidade do processo da absorção.

O limite  $v_0/v_t > 1$ , ( $n > 1$ ), onde  $v_0$  é a velocidade oscilatória dos elétrons sob a ação de laser intenso e  $v_t$  é a velocidade térmica dos elétrons, merece maior atenção, pelo fato de que pode-se fazer uma análise consistente do processo de absorção ou emissão de  $n$  fótons, apenas se o campo externo é quantizado, ou seja, o campo elétrico  $\vec{E}$ , ou o potencial magnético  $\vec{A}$ , são considerados como operadores que interagem com as correntes clássicas do plasma. O laser pode ser definido como uma coleção de fótons de polarização arbitrária que liberam  $n\hbar\omega_0$  quantas de energia e  $n\hbar\vec{k}_0$  quantas de momento linear. A hipótese nossa sobre a estatística dos fótons é que eles devem manter a coerência ao interagir com a corrente do plasma. Ou seja, os fótons devem ter uma distribuição Poissoniana. Este enfoque se afasta do tradicional formalismo semiclássico, onde apenas os elétrons são considerados quanticamente na presença do campo clássico. Porém, quando o

número de fótons é muito grande, o valor esperado do operador de campo elétrico corresponde ao campo clássico. Neste caso, ambos os métodos permitem obter resultados semelhantes no problema da absorção. Não obstante, quando existe uma transferência efetiva de momentum,  $n\hbar\vec{k}_0$  do laser para o plasma, é preferível a interpretação do processo através do conceito do fóton. Daqui, resulta-se que é necessário empregar a Hamiltoniana independente do tempo, que permite analisar a dinâmica das partículas sob a presença do laser, ou analisar a dinâmica do campo sob a influência do movimento das partículas do plasma. Este esquema plenamente quântico possibilita identificar e obter alguns efeitos ressonantes nos elementos de matriz do potencial do plasma. Também permite distinguir os possíveis efeitos espúrios da função de onda, da seção de choque e da frequência de colisão etc., quando o campo é tomado como uma onda clássica. Este problema tem sido pouco discutido na literatura. Ele aparece quando aspectos relativísticos são incorporados na equação de Schrödinger. Nós discutimos detalhadamente este ponto nas seções (II.4) e (II.5) deste capítulo. As seções (II.2) e (II.3) referem-se à dinâmica da partícula simples na aproximação de dipolo para o laser, não sendo considerada a influência de campos magnéticos estacionários externos ou autogerados.

## II.2 Partícula Simples num Campo de Laser: Aproximação de Dipolo

Nos processos de espalhamento, conversão de modos e absorção em plasmas de alvos sólidos, é importante determinar os estados quânticos acessíveis dos elétrons sob a ação de campos eletromagnéticos intensos. O laser introduz parâmetros adicionais nesses processos: a saber, frequência, intensidade, polarização e estrutura de modos. Muito trabalho teórico tem sido desenvolvido para o estudo deste problema, Ehlötzky (1985) [1].

O interesse no B.I. se renova com os experimentos de Weingartshofer e outros (1977) [2]. Nesses trabalhos a fonte laser é tratada como um campo clássico externo

na aproximação de dipolo. Isto significa que a estrutura de modos e a transferência de momento linear não são consideradas. Não obstante, como o campo do laser pode ser descrito por um estado quântico coerente e fase estocástica, nós adaptamos o formalismo que quantiza o campo e as partículas (elétrons). Na Hamiltoniana, apenas o potencial de Coulomb é mantido como variável clássica. Isto dá uma maior flexibilidade na interpretação das interações laser-plasma, quando existe transferência simultânea de momentum e energia no sistema. Consideramos a equação de Schrödinger para uma partícula sem spin, num campo de radiação quantizado no calibre de radiação.

$$H = H_p + H_I + H_F , \quad (\text{II.1})$$

onde  $H_p = \hat{p}^2/2m$  é a Hamiltoniana do elétron livre,  $H_F = \hbar\omega(a^\dagger a + 1/2)$ , a Hamiltoniana do modo do campo livre e o termo de interação no acoplamento mínimo é

$$H_I = -\frac{e}{mc}(\vec{A} \cdot \hat{p}) + \frac{e^2}{2mc^2}A^2 + V(r) \quad (\text{II.2})$$

O vetor potencial do campo na aproximação dipolo, com polarização linear é dado por:

$$\vec{A} = \alpha \hat{\epsilon}(a^\dagger + a) \quad (\text{II.3})$$

$$\alpha = c \left( \frac{2\pi\hbar}{\omega V} \right)^{1/2}$$

onde  $\omega$  é a frequência da onda,  $\hat{\epsilon}$  é o vetor de polarização,  $a^\dagger$  e  $a$  são os operadores de criação e aniquilamento e  $V$  é o volume de quantização.

O termo  $(e^2/2mc^2)A^2(\vec{r}, t)$  tem gerado muitas controvérsias. Osborn (1972) [3] e Bergou (1981), [4] desprezam as contribuições deste termo porque consideram o limite de campo fraco. Galvão e Miranda (1983) [5] têm mostrado que, ainda para campos fortes na aproximação dipolo, este termo contribui apenas com um fator

de fase temporal na função de onda. Este fator é irrelevante quando se determina o elemento de matriz de transição de algum operador. Não obstante, quando o campo está na forma de operador, este problema merece uma maior análise. A simetria espacial da onda circularmente polarizada permite eliminar o termo  $A^2$  através de uma simples transformação dos operadores  $a^\dagger$  e  $a$  (Bergou e Varrou (1981) [4]). No caso de onda linearmente polarizada, os resultados fornecidos por estes autores não são totalmente corretos. A estatística dos fótons fica excessivamente complicada. Pode-se ter uma evolução do campo para estados finais espremidos ("squeezed"). Mas se adotamos a hipótese de preservação da coerência do campo no plasma, anula-se a possibilidade de que o operador  $A^2(\vec{r}, t)$  gere uma distribuição subpoissoniana para os fótons. Neste caso a Hamiltoniana dada pela equação (II.1) tem estado estacionário da forma  $H_I = 0$ :

$$\Psi = \Phi \exp\left(i\frac{Et}{\hbar}\right) \quad (\text{II.4})$$

onde as soluções para  $\Phi$  são dadas por

$$|\Phi\rangle = |p\rangle D |n\rangle \quad (\text{II.5})$$

onde  $|p\rangle$  é o autoestado do momentum do elétron,  $|n\rangle$  é o vetor de estado do campo com  $n$  fótons,  $D$  denota o operador de deslocamento unitário dado por

$$D = \exp\left[K(a^\dagger - a)\right] \quad (\text{II.6})$$

$$K = \left(\frac{e\alpha}{mc\hbar\omega_0}\right) (\hat{p} \cdot \hat{\epsilon}) = (\vec{k} \cdot \hat{\epsilon}) \left[\frac{e}{m\omega_0^2} \left(\frac{2\pi\hbar\omega_0}{V}\right)^{1/2}\right]$$

Os autovalores de energia dos estados  $|p\rangle|n\rangle$  são

$$E = \frac{p^2}{2m} + \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} - K^2\right) \quad (\text{II.7})$$

Então a função de onda que satisfaz a equação (II.1) com  $V = 0$  é

$$\Psi = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left[i\vec{k} \cdot \vec{r} - \frac{|K|^2}{2}\right] D |n\rangle \quad (\text{II.8})$$

Com a equação (II.8) é possível abordar o problema do espalhamento dos elétrons.

## II.3 Potencial de Espalhamento e Amplitude de Transição

O potencial de espalhamento dos elétrons num campo quantizado foi estudado anteriormente numa série de trabalhos por Kelsey e Rosenberg (1979, 1980, 1982) [6]. Nessas referências, as funções de onda têm fatores exponenciais que podem ser considerados de natureza espúria. Isto se deve ao fato de que nessas referências considera-se o operador  $A^2$  podendo gerar estados esprimidos. Sob a hipótese da coerência do campo, o problema se simplifica. O espalhamento, na aproximação de Born, refere-se à amplitude de transição do estado inicial  $|n > p >_i$  ao estado final  $|n > p >_f$ , que pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \langle \Psi_f | V | \Psi \rangle \\ &= \langle n_f | \langle p_f | D^\dagger V D | n_i \rangle | p_i \rangle \frac{1}{i\hbar} \int dt \exp\left[\frac{i}{\hbar}(E_f - E_i)t\right] \quad (\text{II.9}) \end{aligned}$$

Depois de algumas transformações algébricas, tais como a comutação de  $V$  e  $D$ , e a identidade  $D^\dagger(x)D(y) = D(y+x)$ , o elemento de matriz é descrito por:

$$S_{fi} = -2\pi i V(k) \langle n_f | D(K_f - K_i)(a^\dagger - a) | n_i \rangle \delta(E_f - E_i) \quad (\text{II.10})$$

onde  $V(k)$  é a transformada de Fourier do potencial (do plasma),  $n_i$  e  $(n_f)$  são o número de fótons no estado inicial (final) do campo. Os autovalores de energia são dados pela equação (II.7). Utilizando as conhecidas propriedades do operador de deslocamento, o elemento de matriz de  $D$  pode ser expresso em termos de polinômios de Lagerre (Feymann (1950) [7]).

$$\langle n_f | D | n_i \rangle = \left( \frac{n_i!}{(n_i + n)!} \right)^{1/2} e^{\left( \frac{K_f - K_i}{2} \right)^2} (K_f - K_i)^n L_{n_i}^n(K_f - K_i)^2 \quad (\text{II.11})$$

Quando o número de fótons no estado inicial e final é muito grande ( $n_i, n_f \rightarrow \infty$ ), mas  $n_i/V$  é constante, então a expressão assintótica da equação (II.11) é dada

em termos de funções de Bessel de ordem  $n$ :

$$\langle n_f | D | n_i \rangle \doteq J_n \left[ 2(K_f - K_i)n_i^{1/2} \right] \quad (\text{II.12})$$

Da equação (II.6) podemos identificar o termo  $\hbar\omega n_i/V$  como a densidade de energia da onda clássica  $\omega_0^2 A_0^2/8\pi c^2$ , de modo que o argumento da função de Bessel é

$$x = 2(K_f - K_i)n_i^{1/2} = \frac{\vec{k} \cdot \hat{\epsilon}}{\omega_0} \left( \frac{eA_0}{m\omega_0 c} \right) = \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_0}{\omega_0}. \quad (\text{II.13})$$

Este fator corresponde exatamente ao argumento obtido semiclassicamente por Seely e Harris (1973) [8]. Assim a amplitude de transição é da forma

$$S_{fi} = 2\pi i V(\vec{k}) J_n \left( \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_0}{\omega_0} \right) \delta \left( \frac{p_f^2}{2m} - \frac{p_i^2}{2m} - n\hbar\omega_0 \right) \quad (\text{II.14})$$

onde  $\vec{v}_0$  é a velocidade de oscilação do elétron e  $\vec{k} = (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)/\hbar = \vec{k}_f - \vec{k}_i$  é o número de onda do modo longitudinal induzido no plasma.

## II.4 Probabilidade de Transição e Seção de Choque

A probabilidade de transição por unidade de tempo, para uma mudança específica de momentum numa colisão elétron-íon, pode ser calculada a partir da equação (II.14). Ela é dada por:

$$T_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |V(k)|^2 \sum_n J_n^2(x) \delta(E_f - E_i - n\hbar\omega_0). \quad (\text{II.15})$$

Com esta expressão pode-se construir heurísticamente uma equação cinética para os elétrons no estado  $|\vec{p}_f\rangle$  com momentum  $\vec{p}_f$ . A taxa de variação do número de ocupação,  $f(p_f)$ , dos elétrons é expressa na forma

$$\frac{\partial f(p_f)}{\partial t} = \sum_n \sum_{p_i} T_{if} [f(\vec{p}_i) - f(\vec{p}_f)] \quad (\text{II.16})$$

que deverá corresponder classicamente ao operador de colisões obtido pela teoria cinética.

A partir desta equação, vários autores, Shima (1975) [9], Schlessinger (1979) [10] têm tratado a absorção B.I. O potencial do plasma é basicamente a interação Coulombiana estática, que não é modificada pela ação do laser. Entretanto, o formalismo descrito até aqui não permite analisar o potencial oscilante induzido no plasma. Os efeitos da modificação da blindagem do potencial foram estudados pela primeira vez por Lima, Lima e Miranda (1979) [11], mas também na aproximação dipolo.

Nesta aproximação ( $\vec{k}_0 = 0$ ), as colisões elétron-íon são elásticas e não alteram o momentum total dos elétrons e íons. Os efeitos inelásticos das colisões, além da influência dos íons, foram considerados por Torres e Sakanaka (1985) [12]. Neste caso, a probabilidade de transição é:

$$T_{if} = \sum \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{4\pi Z e^2}{k^2} \right)^2 \left| \frac{F(k, I_0)}{\epsilon^*} \right|^2 J_n^2(x) \delta(E_f - E_i - n\hbar\omega_0), \quad (\text{II.17})$$

onde  $F(\vec{k}, I_0)$  é o fator de forma, que pode englobar os efeitos coletivos do plasma e incorporar as características espaciais do laser.  $\epsilon^*$  é a contraparte quântica da constante dielétrica do plasma. Com esta expressão é possível determinar a seção de choque diferencial na forma

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_k = \frac{2\pi}{\hbar v_i} \left( \frac{4\pi Z e^2}{k^2} \right)^2 \left| \frac{F(k, I)}{\epsilon^*} \right|^2 \sum J_n^2(x) \delta(E_f - E_i - n\hbar\omega_0), \quad (\text{II.18})$$

sendo  $v_i$  a velocidade inicial do elétron. No capítulo V nós exploramos o processo B.I. através do método da seção de choque para problemas de feixe de partículas. Uma simples integração no espaço das velocidades e usando a relação  $E_f - E_i = \hbar\vec{k} \cdot \vec{v}$  na equação (II.18), pode-se obter a seção de choque diferencial na forma

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_n = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Born}} \left| \frac{F(k, I)}{\epsilon^*} \right|^2 J_n^2(x). \quad (\text{II.19})$$

Se  $F(k) = 1$  e  $\varepsilon = 1$  tem-se a conhecida relação de Kroll e Watson (1973) [13]. Quando o potencial é blindado, o fator de forma é:

$$F(k) = \left(1 + \frac{k_D}{k^2}\right)^{-2}, \quad (\text{II.20})$$

onde  $k_D = 2\pi/\lambda_0 = \omega_p/v_T$  é o recíproco do comprimento de Debye. Na maior parte dos experimentos atuais (Bach (1983) e Hama(1982) [14,15]), a temperatura dos elétrons quentes é escalada na forma  $T_e \sim I^{0,4-0,5}$ . Isto significa que  $k_D$  decresce, ou seja, tem-se um decrescimento da blindagem. A consequência desta ruptura é que a aproximação dipolo para o campo da laser ( $\lambda \gg \lambda_D$ ) torna-se discutível, especialmente quando  $\omega_0 > \omega_p$ . Este problema é parcialmente resolvido se  $F(k)$  é interpretado como o fator que toma conta dos efeitos relativísticos produzidos pelo laser no plasma (Torres e Sakanaka (1985) [12]).

Uma justificativa deste fator é dada na referência Torres e Sakanaka (1990) [16]. Neste sentido, as modificações da seção de choque sugeridas por Ehlötzky (1981) [17] (ver equação 15), são discutíveis. A razão é que a teoria semiclássica adotada por esse autor incorpora indevidamente, na Hamiltoniana, o campo elétrico com argumento  $(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega_0 t)$ . Esta fase é um invariante de Lorentz, que aparece na equação de Schrödinger que, por sua vez, é invariante de Galileu. Depois de fazer algumas manipulações algébricas nas equações de Ehlötzky (1978, 1981) [18,17], a seção de choque pode ser escrita como

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_n = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Born} \left[ \sum_r J_{n+2r} \left( \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_0}{\omega_0} \right) J_n \left( \frac{kv_0 \sin(\theta) v_0}{\omega_0 8c} \right) \right]^2. \quad (\text{II.21})$$

No caso particular de modos com  $\vec{k} \perp \vec{v}_0$ , haverá seção de choque quando  $J_{n+2r}(0) = 1$ , isto é, quando  $n = -2r$ . Então temos contribuição do termo  $J_{-n/2}(kv_0^2/8\omega_0 c) \sin \theta$  com sub-índice  $r = -n/2$ . Isto significa que  $r$  pode ser não inteiro se  $n = \pm 1, \pm 3, \dots$ . Mas a transferência de fótons é através de números inteiros, então a expressão (II.21) dá termos que são espúrios. Ela também prediz

o aparecimento de lóbulos na seção de choque, cuja separação angular é

$$\Delta\theta = \frac{\hbar\omega_0}{(2mc^2E_p)^{1/2}}. \quad (\text{II.22})$$

Mas, num experimento típico de alta intensidade com laser de neodímio ( $\hbar\omega_0 = 1 \text{ eV}$ ) e  $E_p > 1 \text{ keV}$  a separação  $\Delta\theta < 10^6$ . Isto indica a impossibilidade de detectar experimentalmente tais lóbulos. Por outro lado, quando  $\vec{k} \parallel \vec{v}_0$ ,  $r = 0$ . Logo, da equação (II.21) tem-se:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_n = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Born}} \left[\sum_r J_n(x)\right]^2 \quad (\text{II.23})$$

O termo  $[\sum_r J_n(x)]^2$  é diferente do termo  $\sum_r J_n^2(x)$ . Logo, não se recupera o resultado de Kroll e Watson.

Neste sentido o modo  $\vec{k}$  associado ao momentum  $\Delta\vec{p}$  do elétron tem maior probabilidade de estar na direção do campo elétrico do laser. Sob esta análise, os cálculos de frequência de colisão, baseados no método da seção de choque, podem conduzir a resultados errôneos ou pelo menos discutíveis, se expressões como a equação (II.21) são empregadas. Por outra parte, recentemente, Torres e Sakanaka (1990) [19] mostraram a limitação do método da seção de choque nos cálculos de taxas de absorção de energia em feixes de elétrons espalhados por íons fixos. Isto leva-nos à necessidade de construir operadores de colisão  $\partial f/\partial t$  consistentes com a teoria cinética clássica, cujo rigor é bem conhecido. Não obstante, no regime de campo intenso, os métodos perturbativos usualmente aplicados na teoria cinética são insuficientes no tratamento das interações radiação-matéria. O método que considera o campo em forma não perturbativa e que, além disso, permite eliminar os efeitos espúrios, discutidos brevemente nesta seção, é o método de translação espacial (T.U.E.).

## II.5 Método de Translação Espacial: Aproximação Dipolo

Este método, proposto originalmente por Henneberger (1968) [20], consiste essencialmente na aplicação de uma transformação unitária  $U$ , que transfere a dependência no campo eletromagnético do termo cinético da Hamiltoniana para o termo de energia potencial. A Hamiltoniana dependente do tempo é obtida facilmente se na equação (II.1) aplicamos a transformação

$$e^{-iH_F t/\hbar} H e^{iH_F t/\hbar} \quad (II.24)$$

No caso de campos magnéticos superintensos onde a média do número de fótons  $\langle n \rangle$  é muito grande ( $\langle n \rangle \sim 10^{20}$  para laser Nd-vidro pulsado de 10 ps e potência da ordem de  $10^{12} W$ ), o laser pode ser idealizado como um estado coerente. Porém, também pode ser aproximado assintoticamente a um estado puro de Fock:  $|n\rangle = |\langle n \rangle\rangle$ .

Assim, tem-se que o valor esperado do operador  $A(t)$  dado por

$$e^{-i\hbar\omega_0(a^\dagger a + 1/2)t} \bar{A} e^{i\hbar\omega_0(a^\dagger a + 1/2)t}$$

é simplesmente o vetor potencial clássico  $A_c(t) = A_0 \sin \omega_0 t$ . Então a equação (II.11), com o campo tratado classicamente, é da forma

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{2m} \left[ \hat{p} - \frac{e}{c} A(t) \right]^2 + V(r) \right\} \Psi. \quad (II.25)$$

Seguindo o procedimento de Galvão e Miranda (1983, 1986) [5,21], tem-se que a transformação unitária é:

$$T.U. = \exp \left( \frac{i}{\hbar} \bar{a}(t) \cdot \hat{p} \right) \exp \left( \frac{i}{\hbar} \delta(t) \right) \quad (II.26)$$

onde  $a(t)$  é o deslocamento do elétron no campo elétrico do laser e  $\delta(t)$  é um fator de fase temporal. Na nova representação a equação de Schrödinger é dada por:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left\{ \frac{\hat{p}^2}{2m} + V[\vec{r} - \bar{a}(t)] \right\} \Phi. \quad (II.27)$$

Desde sua proposta original, este método tem sido usado extensamente em problemas de ionização e estruturas de níveis de estados ligados. Aplicaremos este método ao caso específico de plasmas não degenerados, mas devido a sua importância voltaremos a discutir este método no capítulo III.

A partir da equação (II.27) é possível então determinar heurísticamente expressões para  $\partial f/\partial t$  na representação de Schrödinger, na base do modelo de partícula simples. Os resultados obtidos são semelhantes aos obtidos por Seely e Harris, Shima e Yaton e Wright e Schlessinger, para o caso de B.I. colisional. Portanto, este tipo de processo não será discutido em profundidade, apenas será mencionado quando for necessário.

No entanto, quando é necessário considerar aspectos coletivos no plasma, ou seja, as interações elétron-elétron, o modelo de partícula simples na representação de Schrödinger requer cuidadosa inspeção em problemas de muitos corpos. Do contrário, pode-se chegar a resultados errôneos para a taxa de absorção ( $\dot{W}$ ), que seria dada por  $\dot{W} = \int d^3v \frac{1}{2}mv^2 \frac{\partial f}{\partial t}$ . Isto também é analisado no capítulo III, onde a dinâmica de muitos corpos é baseada no modelo de Centro de Massa dentro da representação de Heisenberg.

# Bibliografia

- [1] F. Ehlötzky. *Can. J. Phys.*, 63:907, (1985).
- [2] A. Weingartshofer et al. *Phys. Rev. Lett.*, 39:269, (1977).
- [3] B. K. Osborn. *Phys. Rev. A*, 7:1660, (1972).
- [4] J. Bergou and S. Varrou. *J. Phys. A*, 14:2281, (1981).
- [5] R. M. O. Galvao and L. C. M. Miranda. *Am. J. Phys*, 51:729, (1983).
- [6] E.J. Kelsey and L. Rosenberg. *Phys. Rev. A*, 19:756, (1979).
- [7] R. P. Feymann. *Phys. Rev.*, 80:440, (1950).
- [8] J. Seely and E. Harris. *Phys. Rev. A*, 7:1064, (1973).
- [9] Y. Shima and H. Yaton. *Phys. Rev. A*, 12:2106, (1975).
- [10] L. Schlessinger and J. Wright. *Phys. Rev. A*, 20:1934, (1979).
- [11] M.B.S. Lima, C.A.S. Lima, and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 19:1796, (1979).
- [12] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. In *Proc. of Spring College on Plasma Physics*, Trieste, 1985.
- [13] N. Kroll and K. Watson. *Phys. Rev. A*, 8:804, (1973).

- [14] D. Bach et al. *Phys. Rev. Lett.*, 50:2082, (1983).
- [15] H. Hama et al. *I.E.E.E. Trans. Ion Plasma Science*, PS-10:55, (1982).
- [16] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [17] F. Ehlotzky. *Can. J. Phys.*, 59:1200, (1981).
- [18] F. Ehlotzky. *Opt. Commun.*, 25:221, (1978).
- [19] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. *Status: Submitted to Phys. Rev. A*, (1990).
- [20] W.C. Henneberger. *Phys. Rev. Lett.*, 21:838, (1968).
- [21] R.M.O. Galvao and L.C.M. Miranda. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 19:171, (1986).

## Capítulo III

# Formulação do Movimento do Centro de Massa (C.M.)

### III.1 Hamiltoniana

Por conveniência e simplicidade na descrição teórica do sistema de muitos corpos, nos restringimos a análises a um sistema de elétrons em três dimensões. Consideramos  $N$  elétrons que estão sendo espalhados por  $n_i$  íons por  $cm^3$  distribuídos aleatoriamente e se aplica ao sistema um campo elétrico espacialmente uniforme (aproximação dipolo) cujo potencial vetorial é

$$\vec{A}(t) = A_o \cos \omega_0 t = \frac{eE_o}{m} \cos \omega_0 t \quad (\text{III.1})$$

A Hamiltoniana dependente do tempo no calibre de velocidade pode ser escrita como [1]

$$\begin{aligned} H &= H_p + H_{ee} + H_{ei} \\ H &= \sum_i \frac{[\vec{p}_i - \frac{e}{c} \vec{A}]^2}{2m} + \sum_{ij, i < j} \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \sum_{i\alpha} u(\vec{r}_i - \vec{R}_\alpha) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

onde  $\vec{r}_i$  e  $\vec{p}_i = -i\hbar\nabla_i$  são a coordenada espacial e o momento linear do elétron  $i$  com massa  $m$  e carga  $e$ . O segundo termo é o potencial Coulombiano entre elétrons e  $u(\vec{r} - \vec{R}_\alpha)$  denota o potencial criado pelo íon na posição  $\vec{R}_\alpha$ . A equação

de Schrödinger para o elétron  $i$  é:

$$\left[ (\vec{p}_i - \frac{e\vec{A}(t)}{c})^2/2m + \sum_j \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \sum_\alpha u(\vec{r}_i - \vec{R}_\alpha) \right] \psi(\vec{r}_i, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}_i, t)}{\partial t} \quad (\text{III.3})$$

Quando a interação entre elétrons é desprezível, Silin (1981) [2], Krieger e Iafrate (1987) [3], resolveram a equação de Liouville para a matriz densidade  $\hat{\rho}$  do sistema

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [H, \hat{\rho}] \quad (\text{III.4})$$

Desta última equação pode-se derivar equações quânticas de transporte para os elétrons. Os elementos diagonais de  $\hat{\rho}$  permitem obter expressões equivalentes aos conhecidos operadores de colisão  $\partial f(\vec{v})/\partial t$  obtidos primeiramente por Seely e Harris [4]. No entanto, este método sofre de duas limitações: a primeira é que os efeitos coletivos, que são importantes no regime não colisional [5], não são levados em conta nos cálculos de coeficientes de transporte. A segunda se refere a que  $(H_{ei})$  pode ser modificado substancialmente na presença do laser [6]. Este aspecto não aparece na solução para  $\hat{\rho}$  da equação (III.4). Estes problemas são considerados em forma autoconsistente se a equação (III.3) é transformada de tal maneira que  $u(\vec{r}_i - \vec{R}_\alpha)$  dependa parametricamente da intensidade do campo ( $I_o$ ), da polarização e da interação multifotônica, sem considerar o laser em forma perturbativa mas na sua totalidade. Introduzindo a transformação unitária espacial (T.U.E.) do capítulo II na equação (III.3) tem-se [1]

$$\psi(\vec{r}_i, t) = U_1 U_2 \psi'(\vec{r}_i, t)$$

onde

$$U_1 U_2 = \exp\left(\frac{i\vec{p}_i \cdot \vec{a}(t)}{\hbar}\right) \exp(i\delta(t))$$

A função  $a(t) = (eE_o/m\omega_0^2) \text{sen}\omega_0 t$  produz uma translação no espaço. O fator  $\delta(t)$  produz uma mudança de fase que desaparece quando se calculam probabilidades de transição ( $\sim |\psi'_i V_e \psi'_f|^2$ ), seção de choque etc. Portanto, este fator de fase

será ignorado. Por outro lado, na generalização de T.U.E. no regime relativístico que nós desenvolvemos mais adiante, este fator não aparece porque a equação de Dirac é linear com  $\vec{A}(\vec{r}, t)$ . Portanto, no calibre de Kramers [7] a Hamiltoniana transformada é:

$$\hat{H}_i = p_i^2/2m + \sum_j \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \sum_\alpha u(\vec{r}_i - \vec{r}_\alpha - \vec{a}(t)) \quad (\text{III.5})$$

e a Hamiltoniana total é

$$\hat{H} = \sum_i \hat{H}_i \quad (\text{III.6})$$

Observa-se que  $\hat{H}_{ee}$  não é modificado pelo laser. Isto é devido à aproximação dipolo ( $\lambda_0 \rightarrow \infty$ ) adotada neste capítulo. No entanto  $\hat{H}_{ei}$  contém o efeito do laser em forma total. O método da T.U.E. tem sido amplamente usado por outros autores em diversas aplicações. Em problemas de estados ligados e de ionização, recentemente Gavrilá e colaboradores [8] empregaram com sucesso a aproximação de “alta frequência” onde somente a média temporal do potencial é considerada. Também este método foi aplicado por Miranda e colaboradores [9], sem colocar restrições ao valor da frequência do laser comparada com as energias de transição. Este formalismo foi criticado por outros autores [10], mas as críticas perdem fundamento quando se usa o método de Silin na aproximação clássica instantânea. Não obstante, as transições livre-livre não apresentam controvérsias. Isto é devido a que os quadrados de elementos de matriz são invariantes de Galileu no formalismo de Schrödinger. Classicamente, este formalismo com a T.U.E. incorporada corresponde ao procedimento de Dawson e Oberman [11], recentemente generalizado por Arista e outros [12]. Sem embargo, nós estamos interessados no chamado formalismo ou quadro de Heisenberg que trata as variáveis dinâmicas dependentes do tempo. Neste quadro, o conceito de centro de massa emerge naturalmente. O método do C.M. foi introduzido por Lei e Ting [13], Ting e Nee [14], e Hu e O’Connell [15], para o estudo de coeficientes de transporte em semicondutores

excitados por campos elétricos constantes no tempo. A base do método consiste na separação do movimento do C.M. do movimento relativo dos elétrons, onde [1]:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \quad , \quad \vec{R} = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i / N \\ \vec{p}_i' &= \vec{p}_i - \vec{p} / N \quad , \quad \vec{r}_i' = \vec{r}_i - \vec{R} \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

onde  $\vec{P}$  e  $\vec{R}$  são os operadores de momentum e coordenada espacial do C.M., respectivamente,  $\vec{p}_i', \vec{r}_i'$  correspondem ao  $i^{\text{ésimo}}$  elétron no sistema relativo, que obedecem as relações de comutação canônica até um erro de ordem  $1/N$ . Em termos dessas variáveis a Hamiltoniana (III.6) tem a forma

$$\hat{H} = \hat{H}_{CM} + \hat{H}_e + \hat{H}_{ee} + \hat{H}_{ei} \quad (\text{III.8})$$

com

$$\hat{H}_{CM} = \frac{\hat{P}^2}{2M} \quad (\text{III.9})$$

$$\hat{H}_e = \sum_i \frac{\vec{p}_i'^2}{2m} = \sum_k E_k c_k^\dagger c_k \quad (\text{III.10})$$

$$\hat{H}_{ee} = \sum_{ij} \frac{e^2}{|\vec{r}_i' - \vec{r}_j'|} = \frac{1}{2} \sum_q V(\vec{q}) (\rho_q^\dagger \rho_q - N) \quad (\text{III.11})$$

onde  $\hat{H}_{CM}$  é a Hamiltoniana do C.M.,  $N$  é o número total de elétrons,  $M = Nm$  é a massa total dos elétrons,  $\hat{H}_e$  é expresso em coordenadas relativas,  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$  com  $\hbar \vec{k}$  sendo o momentum do elétron no estado  $\vec{k}$ ,  $c_k^\dagger$  e  $c_k$  são os operadores de criação e aniquilação em coordenadas relativas. A interação  $e - i$  é dada por

$$\hat{H}_{ei} = \sum_{\vec{q}\alpha} U(q) \exp(i\vec{q} \cdot (\vec{R} - \vec{R}_\alpha - \vec{a}(t))) \hat{\rho}_q + cc \quad (\text{III.12})$$

onde  $\hat{\rho}_q = \sum_k c_{k+q}^\dagger c_k$  é o operador densidade dos elétrons e  $U(q) = 4\pi Z e^2 / q^2$ . O termo complexo conjugado deve ser considerado porque  $\hat{H}$  deve ser hermitiana. Nesta tese nós generalizamos o termo  $\hat{H}_{ei}$ , de maneira que se pode ter um pacote finito de ondas longitudinais que são de primeira importância no processo B.I. não

colisional (i.e. ondas íon-acústicas). As diferenças entre nossa formulação e aquela de outros autores [13,14,15] é que neste trabalho usa-se o calibre de velocidade e a T.U.E. de Kramers. Assim o laser atua apenas sobre  $\hat{H}_{ei}$ . Nessas referências o campo elétrico é independente do tempo e ligado ao C.M. através da interação dipolo elétrico,  $-Ne\vec{E} \cdot \vec{R}$  (calibre de comprimento). Mesmo que seja  $E = E(t)$ , é muito complicado pôr em evidência as interações multifotônicas, e pode induzir a erros e produzir resultados espúrios nos coeficientes de transporte. Um caso típico desta natureza é dado nos trabalhos de Kim [16,17] onde tenta-se mostrar que os resultados de Manheimer [18] sobre B.I. não colisional são incorretos, porque esses estão baseados nos trabalhos de Dawson e Oberman. Pelo contrário, a conjectura de Kim carece de fundamento porque a equação (1) das referências acima citadas deriva-se da equação de Liouville no calibre de comprimento ( $-e\vec{r} \cdot \vec{E}_{em}$ ), enquanto que a equação (3) está escrita no calibre de velocidade. Isto provoca erros no operador de colisões obtido nessas referências. Por outro lado, as equações (1) e (3) são tratadas como independentes, quando na realidade, a equação (1) deriva-se da equação (3) no quadro de Schrödinger para a matriz densidade. Este problema será discutido com maior profundidade no capítulo correspondente à avaliação numérica de taxas de absorção de energia.

Por outro lado, pode-se mostrar facilmente que o caráter multifotônico em  $\hat{H}_{ei}$  (III.12) aparece naturalmente através de uma simples transformação de Jacobi [19] e todas as equações de movimento dos operadores  $\vec{P}$ ,  $\hat{H}_{CM}$ ,  $\hat{H}_e$  etc. são auto-consistentes sem a mistura de calibres.

## III.2 Equações de Taxa de Momentum e Energia

A partir da equação quântica de Liouville pode-se derivar as equações cinéticas para um conjunto de observáveis macroscópicos,  $O_i(t)$ . Nossa escolha aqui é  $\{O_i(t)\} = \{v(t), f_k(t), W(t), W_e(t)\}$ . Os operadores correspondentes são  $\hat{O}_i = \frac{P}{M}$ ,

$c_k^\dagger c_k, \hat{H}_{CM}, \hat{H}_e$  que por sua vez são ligados aos observáveis através de:

$$O_i(t) = Tr(O_i(t)) \quad (III.13)$$

onde  $\hat{\rho}$  é a matriz densidade estatística e  $Tr$  é o traço do sistema. Resolvendo a equação de Liouville até a ordem mais baixa de  $\hat{V} = \hat{H}_{ee} + \hat{H}_{ei}$ , tem-se que a taxa de câmbio de qualquer função  $S(O(t))$  é dada por: [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t}(O(t)) &= \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}_0(t), S(O(t))] \rangle + \\ &\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{V}(t), S(O(t))] \rangle - \\ &\left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^t dt' \exp(\epsilon(t-t')) \langle [\dot{S}(\hat{O}(t)), \hat{V}(t')] \rangle \end{aligned} \quad (III.14)$$

onde  $\dot{S}(\hat{O}(t)) = -\frac{i}{\hbar} [S(\hat{O}(t)), \hat{V}(t)]$ , com  $[\hat{A}, \hat{B}]$  sendo o comutator dos operadores  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  e

$$\hat{V}(t') = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \hat{H}_0(s) ds\right) \hat{V}(t) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \hat{H}_0(s) ds\right) \quad (III.15)$$

com  $\hat{H}_0 = \hat{H}_{CM} + \hat{H}_e$  e  $\langle \dots \rangle \equiv Tr[\hat{\rho}_0(\dots)]$ ,  $\hat{\rho}_0$  é a matriz densidade não perturbada. Assim o operador de força de atrito é

$$\begin{aligned} \hat{F} &= \dot{\hat{P}} = -\frac{i}{\hbar} [P, \hat{V}] = \\ &= \dot{\hat{P}} = -i \sum_{q,\alpha} \vec{q} U(\vec{q}) \exp(i[\vec{q} \cdot (\hat{R} - \vec{R}_\alpha - \vec{a}(t))]) \hat{\rho}_q \\ &+ cc \end{aligned} \quad (III.16)$$

A taxa de troca do operador de energia do C.M. é

$$\begin{aligned} \dot{H}_{CM} &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{CM}, \hat{V}] = -i \sum_{q,\alpha} \vec{q} \cdot \vec{R} U(\vec{q}) \exp\{i[\vec{q} \cdot (\hat{R} - \vec{R}_\alpha - \vec{a}(t))]\} \hat{\rho}_q \\ &+ cc \end{aligned} \quad (III.17)$$

Para os elétrons no sistema relativo:

$$\begin{aligned} \dot{H}_e &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_e, \hat{V}] = -i \sum_{q,\alpha} \vec{q} \cdot \vec{v} U(\vec{q}) \exp\{i[\vec{q} \cdot (\hat{R} - \hat{R}_\alpha - \hat{a}(t))]\} \hat{\rho}_q \\ &+ cc \end{aligned} \quad (III.18)$$

Os operadores na equação (III.14) estão na representação de interação. Nesta representação  $\hat{R}$  muda com o tempo como uma partícula livre que tem uma massa  $M$  muito grande. O fator que considera o movimento do C.M. na equação (III.14) é:

$$\langle \exp(i\vec{q} \cdot \hat{R}(t)) \exp(-i\vec{q} \cdot \hat{R}(t')) \rangle = \exp\left(i\vec{q} \cdot \int_{t'}^t \vec{V}_{CM}(s) ds\right) \quad (\text{III.19})$$

com  $\vec{V}_{CM}(s) = \vec{P}_s/M$  definida como a velocidade de arrasto (“drift”) do sistema de elétrons. O fator relativo ao movimento dos íons na equação (III.14), considerando a presença do laser, é dada por [1]

$$\begin{aligned} & \sum_{q\alpha, \alpha'} e^{-i\vec{q} \cdot (\vec{R}_\alpha + \vec{a}(t'))} e^{+i\vec{q} \cdot (\vec{R}_{\alpha'} - \vec{a}(t))} U(\vec{q}) U(-\vec{q}) \\ & = n_i \text{vol} \sum_n J_n^2(\vec{q} \cdot \vec{a}_0) |U(q)|^2 e^{in\omega_0(t-t')} \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Aqui, nós tomamos o valor esperado de um ensemble fora do equilíbrio ( $n_i$  é a densidade volumétrica dos íons e  $\text{vol}$  denota o volume total do sistema). Nós enfatizamos aqui que este tratamento implica uma mudança do operador  $\hat{R}$  da representação de interação à representação de Heisenberg e, portanto, o formalismo é correto além da teoria de perturbação. Se  $V_{CM}(s) \rightarrow V_{CM}(t)$ , temos a usual teoria de transporte de Boltzmann. Os parâmetros que descrevem a distribuição dos elétrons nas coordenadas relativas são ainda tratados como na teoria de perturbação na sua ordem mais baixa. Esses parâmetros são obtidos usando a seguinte conjectura para  $\hat{\rho}_0$  [20]

$$\hat{\rho}_0(t) = \frac{1}{E} \exp\left(-\sum_i B_i[\nu(t)] \hat{\nu}_i\right) \quad (\text{III.21})$$

onde  $E$  é uma constante de normalização e as funções  $B_i$  são determinadas pelo requisito

$$\nu_i(t) = \text{Tr}[\hat{\nu}_i \hat{\rho}_0(t)] \quad (\text{III.22})$$

Substituindo as equações (III.16) - (III.22) na equação geral (III.14) nós obtemos as seguintes equações de evolução: Para a velocidade do C.M. tem-se

$$\begin{aligned} \frac{Nm}{vol} \frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} &= -i \sum_{q,n} \vec{q} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\epsilon(t-t')} \\ &\quad \exp(i\vec{q} \cdot \int_{t'}^t \vec{V}(s) ds) n_i |U(q)|^2 J_n^2(\vec{q} \cdot \vec{a}) e^{in\omega_n(t-t')} \cdot \\ &\quad \hat{\pi}(\vec{q}, t - t') + cc \end{aligned} \quad (III.23)$$

A taxa de energia do C.M. é

$$\begin{aligned} \dot{W}_{CM} &= \left\langle \frac{\dot{H}_{CM}}{vol} \right\rangle = \\ &\quad -i \sum_{q,n} \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\epsilon(t-t')} \\ &\quad \exp\left(i\vec{q} \cdot \int_{t'}^t \vec{V}(s) ds\right) n_i |U(q)|^2 J_n^2(\vec{q} \cdot \vec{a}) e^{in\omega_n(t-t')} \hat{\pi}(\vec{q}, t - t') \\ &\quad + cc \end{aligned} \quad (III.24)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{\pi}(\vec{q}, (t - t')) &\equiv \left\langle -\frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}_q(t) \hat{\rho}_{-q}(t')] \right\rangle \\ &= -\frac{i}{\hbar} \sum_k \left( \frac{f_{k+q} - f_k}{\epsilon(\vec{q}, t - t')} \right) \exp\left(\frac{i}{\hbar} (E_{k+q} - E_k)(t - t')\right), \end{aligned} \quad (III.25)$$

$\hat{\pi}(\vec{q}, \omega)$  é a transformada de Fourier da função retardada de Green  $\hat{\pi}(\vec{q}, t)$  [14].

$$\hat{\pi}(\vec{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \hat{\pi}(\vec{q}, t) dt \quad (III.26)$$

Nas equações (III.23) e (III.24) os termos complexos conjugados são levados em conta porque as equações (III.16) e (III.17) devem ser hermitianos e seus valores médios devem ser reais. Na aproximação de fase aleatória (R.P.A.) temos a conhecida expressão:

$$\hat{\pi}(q, \omega) = \frac{\pi_0(\vec{q}\omega)}{1 - v(q)\pi_0(\vec{q}, \omega)} \quad (III.27)$$

onde  $v(q) = 4\pi e^2/q^2$  e  $\pi_o$  é dado por:

$$\pi_o(\vec{q}, \omega) = 2 \sum_k \frac{f(\vec{k} + \vec{q}) - f(\vec{k})}{\epsilon_{k+q} - \epsilon_k - i\delta} \quad (\text{III.28})$$

também a função dielétrica é descrita como

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{RPA} = 1 - v(q)\pi_o(q, \omega) \quad (\text{III.29})$$

As equações (III.23) e (III.24) podem ser simplificadas se desprezamos os efeitos intra colisionais de tal forma que:

$$\exp\left(i\vec{q} \cdot \int_{t'}^t \vec{V}(s) ds\right) = \exp\left(i\vec{q} \cdot \vec{V}_{CM}(t - t')\right) \quad (\text{III.30})$$

Finalmente, substituindo as equações (III.25, III.26, III.27, III.28, III.29, III.30) nas equações (III.23) e (III.24), tem-se:

$$\vec{f} = \frac{Nm}{vol} \frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} = \sum_{q,n} \vec{q} n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} J_n^2(x) \text{Im}\left(\frac{1}{\bar{\epsilon}(\vec{q}, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})}\right) \quad (\text{III.31})$$

$$\dot{W}_{CM} = \frac{\langle \dot{H}_{CM} \rangle}{vol} = \sum_{q,n} \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM} n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} J_n^2(x) \text{Im}\left(\frac{1}{\bar{\epsilon}(\vec{q}, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})}\right) \quad (\text{III.32})$$

de forma similar obtém-se a taxa de energia para os elétrons relativos

$$\dot{W}_e = \frac{\langle \dot{H}_e \rangle}{vol} = \sum_{q,n} (n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM}) n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} J_n^2(x) \text{Im}\left(\frac{1}{\bar{\epsilon}(\vec{q}, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})}\right) \quad (\text{III.33})$$

As equações (III.31, III.32 e III.33), na prática são os resultados principais deste capítulo. Dada sua importância, no apêndice A, mostra-se um "método cinético" para obter essas equações, que tem validade quer para um plasma não degenerado, quer para o de tipo degenerado. No capítulo V estas equações são avaliadas numericamente. Algumas interessantes interpretações surgem das equações, para  $\vec{f}$  e  $\dot{W}_{CM}$ .

i) Quando um campo elétrico ( $\vec{E}_{dc}$ ) é aplicado no sistema, a força resistiva  $\vec{f}$  impede a aceleração do C.M. Por causa da presença do campo de radiação, a equação para  $\vec{f}$  é uma generalização da equação de transporte derivada primeiramente por Lei e Ting para sistemas com resistividade isotérmica [13].

ii) No caso de semicondutores, quando os portadores têm uma velocidade de arrasto  $\vec{V}_{CM}$ , o problema de algumas instabilidades pode ser analisado, considerando um campo elétrico induzido  $E_{ind} = f/e$  que pode ser escrito como

$$eE_{ind} = \sum_q \frac{z^2 e^2}{\pi v_{CM}} n_i \int \frac{dq}{q} \int_{-(qV+n\omega)}^{qV+n\omega} (n\omega_0 + \omega) d\omega \operatorname{Im} \left( -\frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right) J_n^2 \left( \frac{v_0}{v_{CM}} \left( \frac{\omega + n\omega_0}{\omega_0} \right) \right) \quad (\text{III.34})$$

Aqui,  $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_{CM}$ , e  $\vec{E}_{ind}$  depende de  $\vec{V}_{CM}$ ,  $\omega_0$ ,  $I_0$ ; se  $v_0 \rightarrow 0$ ,  $J_n^2(x) \rightarrow \delta n_0$  tem-se o resultado de Gerlach [21].

iii) No caso de problemas de taxa de perda de energia de partículas rápidas ("stopping power"), se nós revertemos o sistema de referência e o teste-íon tem agora a velocidade  $\vec{v}_i = -\vec{V}_{CM}$ , e se na equação para  $\dot{W}_{CM}$  nós fazemos a mudança  $(\vec{q}, n) \rightarrow (-\vec{q}, -n)$  então tem-se

$$\frac{\dot{W}}{n_i} = \frac{(Ze)^2}{2\pi^2} \int d^3 q \vec{q} \cdot \vec{V}_i \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\vec{q} \cdot \vec{a}_o) \cdot \operatorname{Im} \left\{ -\frac{1}{\epsilon(\vec{q} \cdot \vec{V}_i - n\omega_0)} \right\} \quad (\text{III.35})$$

que é exatamente a expressão clássica obtida por Arista e outros [12]. Fazemos notar que esta equação também foi obtida por estes autores [21] na representação de Schrödinger. Em nossa formulação aparecem termos flutuantes que não serão discutidos nesta tese porque o objetivo aqui é obter taxas de momentum e energia em estado estacionário.

iv) No caso de pequena transferência de momentum, (colisões distantes), da equação anterior pode-se determinar a taxa de perda de energia com a excitação simultânea de plasmons e de absorção multifotônica. Se  $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$ , e fazemos a substi-

tuição  $qv_i \cos \theta - n\omega_0 = w$ , então temos

$$\frac{\dot{W}}{n_i} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{Z^2 e^2}{v_i} \omega_p^2 \int \frac{dq}{q} \left( \frac{n\omega_0 + w_p}{w_p} \right) J_n^2 \left[ \left( \frac{n\omega_0 + \omega_p}{\omega_0} \right) \frac{v_0}{v_i} \right] \quad (\text{III.36})$$

onde a aproximação plasmon-polo foi usada

$$\frac{\text{Im}\epsilon}{|\epsilon|^2} = \frac{\pi}{2} \frac{|w|^2}{w} [\delta(\omega - \omega_p) - \delta(\omega + \omega_p)]$$

No limite de campo fraco com  $n = 0, 1$  encontram-se as expressões dadas por Bivona e outros [22]. No capítulo IV nós mostramos resultados numéricos da taxa de perda de energia de partículas rápidas num plasma não degenerado. Também explora-se o caso não previsto por esses autores, quando se tem  $n\omega_0 \gg \omega_p$

$$\frac{\dot{W}}{n_i} = - \frac{Z^2 e^2}{v_i} \omega_p^2 \sum_n \int \frac{dq}{q} J_n^2 \left( n \frac{v_0}{v_i} \right) \quad (\text{III.37})$$

onde  $\int \frac{dq}{q} = \ln(q_D v_i / n\omega_0)$  e a máxima transferência de momento é da ordem de  $q_D$  (Debye). Aqui tem-se um efeito ressonante quando  $v_0 \rightarrow v_i$ . Este resultado pode ser importante na física de feixes de partículas (e, i) espalhados por outras partículas fixas (i) na presença de um laser de alta potência [23].

### III.2.1 Balanço de energia e potência efetiva de absorção (B.I.)

Da seção anterior pode-se inferir que quando  $n\omega_0 \rightarrow 0$  e na presença adicional de um campo elétrico  $\vec{E}_{dc}$  constante no tempo, todas as equações apresentadas nessa seção seriam equivalentes àquelas deduzidas do conhecido método de "perda de energia" [24]. Este método tem sido proposto para calcular a resistividade  $\rho$  de corrente contínua num sistema de muitos corpos [25,26] e é definida como

$$\rho = \lim_{J \rightarrow 0} \frac{\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle}{J^2} \quad (\text{III.38})$$

onde  $\vec{J} = Me\vec{V}_{CM}$ . Mas na presença de radiação externa com emissão/absorção de  $n$  fótons, a equação anterior poderá dar valores negativos para  $\rho$ . Por outro

lado, críticas recentes foram feitas ao método de perda de energia ou método do centro de massa quando o campo elétrico aplicado é independente do tempo [27,28] no sentido de que o  $\rho$  da equação (III.38) não é exatamente a expressão derivada da teoria de Kubo ou da integral de Boltzmann. Além disso, antigas referências [29,30] mostram que existe o efeito maser ou laser num plasma quando os elétrons têm uma velocidade de arrasto. Tal efeito foi atribuído a colisões entre íons e elétrons, sem a existência de alguma instabilidade. Todos estes problemas apontam para um ponto sensível da teoria e que se refere ao balanço (conservação de energia) e absorção global da energia. Retomando novamente as equações de movimento para  $\dot{H}_{CM}$  e  $\dot{H}_e$  e fazendo a média estatística sobre os íons, o traço com respeito ao C.M. e coordenadas relativas dos elétrons e finalmente fazendo a média temporal, tem-se

$$\langle \dot{H}_e \rangle + \langle \dot{H}_{CM} \rangle = \langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle \quad (\text{III.39})$$

onde  $\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle$  é dado por

$$\frac{\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle}{vol} = \sum_{q,n} n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} n\omega_0 \text{Im} \left( \frac{1}{\epsilon(q, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} \right) \quad (\text{III.40})$$

$J$  é a densidade de corrente total do sistema (plasma) e  $\vec{E}$  é o campo elétrico do laser. Como a frequência do laser é muito maior que qualquer frequência de colisão entre partículas, pode-se mostrar, fazendo uma expansão em termos de  $\nu/\omega_0$  na teoria do C.M. e na teoria de Kubo, que os resultados para a condutividade do plasma são exatamente iguais. Quando  $\nu/\omega_0 > 1$  com  $\omega_0 \rightarrow 0$  as críticas de Fishman ao método do C.M. aparentemente têm validade. É claro da equação (III.39) que devido à presença de  $\vec{V}_{CM}$ , o termo  $\vec{J} \cdot \vec{E}$  não corresponde com exatidão ao processo de dissipação irreversível sendo necessário distinguir dentro do termo  $\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle$  uma parcela dissipativa  $\langle P_a \rangle$  e outra correspondente ao fluxo cinético que, por essência, é reversível. Quando esta divisão não é feita, a condutividade elétrica dada por  $\sigma_{ac} = 2 \langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle / E^2$  pode ser negativa se  $v_{CM} > v_{te}$ . Em

física de tokamak, o problema do fluxo cinético reversível também foi recentemente reconsiderado por Smithe [31] e Brambilla e Krücken [32], no sentido de que esta parcela não deve aparecer nos cálculos da deposição de potência absorvida. Como nosso formalismo é similar à teoria quase-linear, nós fazemos a separação de  $\langle Pa \rangle$  a partir de  $\langle J \cdot E \rangle$  da seguinte maneira: primeiro nós definimos a quantidade diferencial dada por

$$\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle_{q,n} = \frac{d}{d^3q} \langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle_n$$

Logo nós fazemos que a razão entre  $\langle j \cdot E \rangle_{q,n}$  e  $\langle Pa \rangle_{q,n}$  seja diretamente proporcional à razão entre  $n_0\omega_0$  e  $n\omega_0 + q \cdot \vec{V}_{CM}$ . Assim temos que a potência absorvida (B.I.) é

$$\begin{aligned} (\langle Pa \rangle)_{BI} &= \sum_{qn} n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} \frac{(n\omega_0)^2}{(n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} J_n^2(x) \\ &Im \left\{ \frac{1}{\epsilon(q, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} \right\} \end{aligned} \quad (III.41)$$

Esta expressão corresponde a um sistema que só absorve energia (B.I.) onde as probabilidades de espalhamento são sempre positivas. Se  $\vec{V}_{CM} \rightarrow 0$  tem-se a taxa de aquecimento obtida classicamente por Jones e Lee [33] e Klimontovich [34]. As principais equações deste capítulo  $\dot{W}_{CM}$ ,  $\dot{W}_e$ , e  $P_a$  contêm como fator comum o produto:

$$J_n^2(x) Im \left( -\frac{1}{\epsilon(q, n\omega_0 + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} \right)$$

A extensão natural da teoria, quando dois ou mais laser estão presentes, produz um fator da forma:

$$J_{n_1}^2 J_{n_2}^2 \dots Im \left\{ -\frac{1}{\epsilon(q, n_1\omega_1 + n_2\omega_2 + \dots + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} \right\}$$

que no caso específico de colisões binárias ( $q \gg q_D$ ) e  $\vec{V}_{CM} \rightarrow 0$ , a função perda de energia definida como  $Im \{-1/\epsilon\}$  transforma-se em  $Im \{\epsilon\}$  porque  $|\epsilon|^2 \rightarrow 1$ . O B.I.

colisional no caso de um e dois lasers foi suficientemente bem estudado, de maneira que não será discutido numericamente. Pelo contrário, existem pouquíssimas referências relativas ao B.I. não colisional ( $q \leq q_D$ ). Na referência [35] a dispersão espacial do fator  $Im\{-1/\epsilon\}$  não foi incluída. Nas referências [16,17] a contribuição coletiva ao B.I. foi incluída incorretamente. Recentemente este problema foi corrigido classicamente por Rae e Burnett [36]. Nossa teoria semiclássica também fornece dita correção. Resultados numéricos deste tipo de absorção são dados no capítulo correspondente. Finalmente, como encerramento deste capítulo, nós discutimos brevemente um tipo de B.I. não colisional muito lembrado na hora de justificar a grande absorção observada em numerosos experimentos, embora tenha uma base teórica reduzida. Este efeito coletivo é causado por uma turbulência ion-acústica gerada por uma corrente de retorno [18]. Esta turbulência iônica é um dos mecanismos propostos que explicam o comportamento anômalo de plasmas produzidos por lasers, i.e., a inibição do fluxo de energia ao plasma denso e o aumento da absorção da radiação laser. Paradoxalmente, nas teorias de Manheimer [18], e Faehl e Kruer [37], a corrente de retorno não aparece explicitamente na expressão para  $(P_a)_{BI}$ . Por outro lado, nos trabalhos de Kim a velocidade de arrasto aparece no início de sua teoria, mas ela não é completamente ignorada nos resultados finais. Além disso, a teoria de Kim não é autoconsistente pelos motivos já discutidos na seção 2. Se o operador  $\hat{H}_{ei}$  é substituído pelo potencial do plasma que pode ser expandido numa dupla série de Fourier

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_q \sum_{\Omega} \Phi(q, \Omega) \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \Omega t)] + cc \quad (\text{III.42})$$

então seguindo o mesmo procedimento que permite obter as equações de taxa de momento e energia, nós temos que o B.I. coletivo é dado por

$$\langle P_a \rangle_{BI} = \frac{1}{4\pi} \sum_{q, n, \Omega} q^2 |e\Phi(q, \Omega)|^2 J_n^2(x) \frac{(n\omega_0)^2}{(n\omega_0 + \Omega + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} Im \left\{ \frac{1}{\epsilon(q, n\omega_0 + \Omega + \vec{q} \cdot \vec{V}_{CM})} \right\} \quad (\text{III.43})$$

Fazendo-se as aproximações usuais para um plasma Lorentziano,  $n = 1$  e  $\omega_0 \gg \Omega$  tem-se o conhecido resultado de Manheimer. Considerando o nível de flutuações da densidade iônica como  $\Delta n/n \sim e\phi/T_e$ , a expressão de Faehl e Kruer é reobtida. Também se  $\vec{V}_{CM} = -\vec{V}_i$ ,  $n = 1$ ,  $\omega_0 \gg \Omega$  e  $|\phi|^2 = n_e/(\Gamma)^2 q^4$  nós temos o importante resultado derivado por Rozmus e outros [38] a partir da teoria BBGKY.  $\Gamma$  é a relação de dispersão do plasma não magnetizado e na presença de um campo laser. Nos trabalhos de Kim, por outro lado, não aparece o fator  $Im\{1/\epsilon\}$ , portanto sua teoria deve ser observada com cuidado. No capítulo IV apresentamos alguns resultados numéricos relativos a este tipo de processo.

# Bibliografia

- [1] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: energy loss, stopping power, and inverse bremsstrahlung process. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [2] V.P. Silin and S. Uryupin. *Sov. Phys. JETP*, 54:485–486, (1981).
- [3] J.B. Krieger and G.J. Fafrate. *Phys. Rev. B*, 35:9644, (1987).
- [4] J. Seely and E. Harris. *Phys. Rev. A*, 7:1064, (1973).
- [5] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: cross section treatment, energy loss and stopping power. In *Festschrift in honor of Rogério Cerqueira Leite's 60th Birthday: July 14th, 1991*, World Scientific, 1990.
- [6] R.M.O. Galvao and L.C.M. Miranda. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 19:171, (1986).
- [7] H.A. Kramers. Rapport et discussions, solvay congress, stosop. (1948).
- [8] M. Pont and M. Gavrilu. *Phys. Lett. A*, 123:469, (1987).
- [9] C.A.S. Lima and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 23:3335, (1981).
- [10] Ferrante and C. Leone. *Phys. Letters A*, 92:276, (1982).
- [11] J. Dawson and C. Oberman. *Phys. Fluids*, 5:517, (1962).

- [12] N.Arista, R.M.O. Galvao, and L.C.M. Miranda. *J. of the Phys. Soc. of Japan*, 59:544, (1990).
- [13] X. L. Lei and C. S. Ting. *Phys. Rev. B*, 32:1112, (1985).
- [14] C.S. Ting and T. W. Nee. *Phys. Rev. B*, 33:7056, (1986).
- [15] G. Y. Hu and R. F. O'Connell. *Phys. Rev. B*, 36:5798, (1987).
- [16] S. Kim and H. Wilhelm. *Phys. Fluids*, 25:668, (1982).
- [17] S.H. Kim. *Il Nuovo Cimento*, 71B:227, (1982).
- [18] W. Manheimer. *Phys. Fluids*, 20:265, (1977).
- [19] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. In A. B. Rodrigo, editor, *Proc. of IV Latin-American Workshop on Plasma Physics*, page 219, CNEA, Buenos Aires, July 1990.
- [20] D.N. Zubanev. *Nonequilibrium Statistical Thermodynamics*. (Consultants Bureau), (1974).
- [21] N. Arista, R.M.O. Galvao, and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 40:3808, (1989).
- [22] S. Bivona, G. Ferrante, S. Nuzzo, and M. Zarccone. *J. Phys, C*, 15:169, (1982).
- [23] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. *Status: Submitted to Phys. Rev. A*, (1990).
- [24] E. Gerlach. *J. Phys. C*, 19:4585, (1986).
- [25] J. L. Fanvacque. *Phys. Rev. B*, 39:1682, (1989).

- [26] S. Ichimaru. *Basic Principles of Plasma Physics*. Benjamin, (1973).
- [27] R.S. Fishman. *Phys. Rev. B*, 39:2994, (1989).
- [28] R.S. Fishman and G.D. Mahan. *Phys. Rev. B*, 39:2990, (1989).
- [29] T. Musha and F. Yoshida. *Phys. Rev. A*, 133:1303, (1964).
- [30] R. Karapetyan. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 21:152, (1976).
- [31] D.N. Smithe. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 31:1105, (1989).
- [32] M. Brambilla and T. Krücken. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 30:1083, (1988).
- [33] R. Jones and K. Lee. *Phys. Fluids*, 25:2307, (1982).
- [34] Y. Klimontovich. *Kinetic Theory of Non Ideal Gases and Non Ideal Plasmas*. Pergamon Pub., (1982).
- [35] M.B.S. Lima, C.A.S. Lima, and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 19:1796, (1979).
- [36] S. Rae and K. Burnett. *Phys. Fluids B*, 2:1015, (1990).
- [37] R.J. Faehl and W.L. Kruer. *Phys. Fluids*, 20:55, (1977).
- [38] W. Rozmus, Y. Al-Shiraida, and A.A. Ofenberger. *Phys. Fluids*, 27:589, (1983).

# Capítulo IV

## Dinâmica dos Elétrons: Formulação Quântica Relativística

### IV.1 Potencial de espalhamento relativístico

No capítulo II foram dadas as bases teóricas da dinâmica de elétrons na representação de Schrödinger para o modelo de partícula simples no limite não relativístico. Este tratamento permite apenas a descrição de colisões de grande ângulo ( $q \gg q_D$ ). No capítulo III as interações entre partículas da mesma espécie (e - e) foram incorporadas num modelo de Centro de Massa na representação de Heisenberg. Aqui as colisões de pequeno e grande ângulo de espalhamento são tratadas de maneira autoconsistente ainda no limite não relativístico. Este modelo sem dúvida mais completo permite-nos esclarecer idéias e também corrigir alguns erros observados na literatura sobre tópicos tais como condutividade elétrica negativa, B.I. não colisional ou anômala etc. e que têm provocado sérias controvérsias. Contudo esta teoria de partículas pontuais (massa finita e volume desprezível) é insuficiente no regime de campos externos superintensos ( $I \geq 10^{16} W/cm^2$  ( $CO_2$ ),  $I \geq 10^{18} W/cm^2$  (Nd-vidro) ) e interações colisionais de curto alcance, onde o íon “vê” a estrutura quântica do elétron. Tem-se três classes de efeitos relativísticos

que devem ser considerados simultaneamente. O primeiro é aquele causado pelo movimento médio do elétron espalhado, o segundo é devido às rápidas oscilações do elétron no campo do laser e o terceiro é o efeito do spin do elétron que se torna importante quando a temperatura do plasma aumenta a níveis superiores a 1 keV.

Até o presente não existe nenhuma teoria que considere estes três fatores simultaneamente. Os progressos de teoria cinética clássica (sem spin) no formalismo Lagrangiano são muito fracos. Na prática, os avanços nesta linha se reduzem a leves alterações da antiga teoria de Trubnilkov (1968) [1]. Na teoria quântica de transporte, contribuições recentes têm sido dadas na teoria do potencial de espalhamento que permite calcular a seção de choque diferencial [2,3,4,5]. Porém, o papel do spin nessa teoria ainda não é definido. Em essência, os resultados da seção de choque diferencial sem spin [2,5] são os mesmos se o spin é incluído [3,4]. Isto mostra novamente as limitações intrínsecas do método da seção de choque para calcular coeficientes de transporte [6]. Além disso, a influência da polarização da onda externa não é conclusiva. Todos os cálculos nessas referências são dados na representação "relativística" de Schrödinger. A hipótese que nós avançamos aqui é que quando se opera com a equação quadrática de Dirac, os resultados obtidos são semelhantes aos encontrados a partir da equação de Klein-Gordon e, portanto, os efeitos relativísticos clássicos se confundem com o efeito relativístico quântico do spin. Os três efeitos têm a mesma ordem de grandeza ( $\sim (v_0/c)^2$ ). A equação quadrática de Dirac que fornece os estados de Volkov numa onda externa também foi empregada recentemente em problemas de fotoionização de átomos [7,8]. Portanto, a teoria relativística de ionização multifotônica sofre desta limitação. Neste capítulo nós abordamos somente as transições livre-livre no processo B.I., deixando as outras para trabalhos futuros.

## IV.2 Hamiltoniana para Sistema de Muitos Elétons com Centro de Massa

A idéia básica consiste em generalizar os resultados do capítulo III, ao incluir os três efeitos relativísticos já descritos. Na representação de Heisenberg é possível isolar o efeito do spin dos outros mecanismos. O ponto de partida é a equação linear de Dirac e a generalização do calibre ou T.U.E. de Kramers-Henneberger. Em geral, a evolução temporal de um sistema de muitos elétrons seria corretamente descrita quando a equação de Dirac correspondente fosse resolvida. A melhor aproximação atualmente é a equação de Hartree-Fock, mas a sua solução ainda não foi conseguida na prática. O caminho portanto é aproximar a Hamiltoniana por sua soma de Hamiltonianas de partícula simples e adiabática, que permita a descrição autoconsistente do sistema de muitos elétrons para qualquer distância internuclear. Na configuração espacial, a Hamiltoniana de Dirac para um sistema de muitos elétrons é

$$H = \sum_{i=1}^N H_i + \sum_{i,j=1, j>i} \hat{V}_{ij} \quad (\text{IV.1})$$

onde  $H_i$  é a Hamiltoniana de partícula simples com acoplamento mínimo com o campo externo

$$H_i = c\vec{\alpha}_i \cdot \left[ \vec{p}_i - \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}_i; t) \right] + \beta_i mc^2 + \hat{V}_{e-i} \quad (\text{IV.2})$$

onde  $\vec{\alpha}$ ,  $\beta$  são as conhecidas matrizes de Dirac e  $\hat{V}_{ij}$  engloba todas as interações entre os elétrons. Reduzir as equações de movimento a partir de (IV.1) e (IV.2) é uma tarefa formidável. Isto se simplifica se  $H_i$  é transformada de acordo a uma T.U.E. relativística obtida por nós e que se mostra no apêndice B. Os requisitos impostos nessa T.U.E. é que a nova Hamiltoniana  $\hat{H}_i$  tenha a massa  $m$  e o momentum  $\vec{p}_i$  vestido pelo laser, ou seja

$$\hat{H}_i = c\vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}^* + \beta_i m^* c^2 + \hat{V}_{ei}(\vec{r}_i - \vec{a}) \quad (\text{IV.3})$$

onde

$$p^{*2} = p^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2 \right]$$

$$m^* = m \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{IV.4})$$

onde  $\vec{a}$  é o operador deslocamento no limite relativístico. Supondo também que o elétron sempre permanece na região focal do laser durante o tempo de espalhamento nós evitamos tocar o velho problema, ainda não resolvido, do desacoplamento do elétron (num estado de Volkov) da influência do campo de radiação [9]. Recentemente Rashid (1989) [10] (1990), [11] tem desenvolvido o conceito de quadrimomentum  $p^{*\mu}$ , na representação relativística de Schrödinger, que também permite obter a equação (IV.4). No entanto, nossa formulação é a representação de Heisenberg mantendo o operador  $\vec{\alpha}_i$  na sua forma original. O modelo de Rashid permite construir o operador de colisão  $\partial f^*/\partial t$ . Nosso modelo, no entanto, permite determinar, em forma direta, forças e taxas de energia.

Um fato experimentalmente comprovado [12] em aceleradores de partículas, nos permite simplificar a equação (IV.1), pois as interações Coulombianas entre elétrons com velocidades muito altas ( $v/c \rightarrow 1$ ) são desprezíveis; então a Hamiltoniana total é

$$\hat{H} = \sum_{i=1,s}^N \hat{H}_i$$

$$\sum_{i=1,s}^N \left[ c\vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}^* + \beta_i m^* c^2 \right] + \sum_{i,\alpha,s}^N \hat{V}_{ei}(\vec{r}_i - \vec{a}) \quad (\text{IV.5})$$

o operador  $\vec{a}(\vec{r}_i, t)$  é função de  $v_0/c$  e  $\beta$ , aparece apenas no potencial de Coulomb devido aos íons que formam um background estacionário. A semelhança com o  $\hat{H}$  não relativístico do capítulo III é evidente. A construção da T.U.E. relativística transforma o  $V_{ei}$  local num operador não local. Em compensação, toda a rigurosidade do método de cálculo empregada no capítulo III pode ser usada neste capítulo.

Seguindo o mesmo procedimento desenvolvido no capítulo III, nós fazemos a separação entre centro de massa que é não relativístico, e os elétrons relativos que são relativísticos, definindo  $\vec{r}$ ,  $\vec{p}$  e  $\vec{\alpha}$  como:

$$\begin{aligned}\vec{r}_i &= \vec{r}_i' + \vec{R} \\ \vec{p}_i &= \vec{p}_i' + \frac{\vec{P}}{2N} \\ \vec{\alpha}_i &= \vec{\alpha}_i' + \frac{\vec{P}}{Mc}\end{aligned}\quad (\text{IV.6})$$

o fator  $\frac{1}{2}$  na segunda equação é porque na expressão (IV.5) tem-se uma soma sobre os estados do spin do elétron. Também os elétrons no sistema relativo satisfazem

$$\sum_{i,s} \vec{p}_i' = \sum_{i,s} \vec{r}_i' = 0. \quad (\text{IV.7})$$

Assim a equação (IV.5) transforma-se em

$$\hat{H} = \hat{H}_{CM} + \hat{H}_e + \hat{H}_{ei} \quad (\text{IV.8})$$

onde

$$\begin{aligned}\hat{H}_{CM} &= \frac{\hat{P}^2}{2M} \\ \hat{H}_e &= \sum_{i,s} c\vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}_i' + \beta_i mc^2 \\ \hat{H}_{ei} &= \sum_{i,j,s} \hat{V}_{ei} \left[ \vec{r}_i, \vec{R}_j, \vec{a}\left(\frac{v_0}{c}, \beta, \vec{r}_i, t\right) \right].\end{aligned}\quad (\text{IV.9})$$

Até aqui as equações não têm aproximação alguma, e o termo de energia potencial contém toda a influência do laser. Comparado com o termo cinético dos elétrons relativos,  $|H_{ei}| \ll |H_e|$ , de maneira que é lícito fazer aproximações no operador  $\hat{H}_{ei}$ , sem comprometer a rigorosidade do formalismo. Na aproximação de potencial local para  $\hat{V}_{ei}$ , tem-se (apêndice B) que o operador  $\vec{a}$  é dado por

$$\vec{a} = \beta \frac{\vec{v}_0^*}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r}_i) - \frac{\vec{k}_0 v_0^*}{8 \omega_0} \text{sen} \left[ 2(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r}_i) \right] \quad (\text{IV.10})$$

A segunda aproximação consegue desacoplar o laser do operador  $\vec{r}_i'$  se aceitamos o fato de que a anisotropia induzida pela onda externa é dominante na direção da polarização. Assim temos  $\vec{r}_i' = \vec{r}_1$  e  $\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_i' = 0$ . Logo o deslocamento  $\vec{a}$  expressa-se como

$$\vec{a} = \beta \frac{\vec{v}_0^*}{\omega_0} \text{sen} \left\{ (\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R}) - \frac{1}{8} \frac{v_0^* v_0}{\omega_0 c} \text{sen}[2(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R})] \right\} \quad (\text{IV.11})$$

Se  $\vec{k}_0 \cdot \vec{R} \ll 1$ ,  $v_0^*/c \ll 1$ , e o operador  $\beta$  é a unidade, recupera-se o resultado não relativístico.

Em seguida procede-se a transformar  $\hat{H}$  (equação IV.8) ao formalismo da segunda quantização com as conhecidas regras de comutação para os fermions no sistema relativo, lembrando apenas que para essas partículas, os operadores, autofunções e autovalores aparecem vestidos pelo laser ( $p^*$ ,  $m^*$ ,  $E_k^*$ ,  $\vec{k}^*$ ,  $\vec{q}^*$ ,  $\hat{p}_q^*$ , etc). Seguindo a metodologia de Harris [13], que aqui não é reproduzida, acrescentado apenas o efeito de vestidura do laser (denotado por \*), temos que  $\hat{H}$ , na segunda quantização, é dada por:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2M} + \sum_{k^*,s} E^* c_k^\dagger c_k + \sum_{q^*,j,s} U(q^*) u(s) \exp \left\{ i\vec{q}^* \cdot [\vec{R} - \vec{R}_j - \vec{a}(t)] \right\} \hat{p}_q \quad (\text{IV.12})$$

+ cc

onde

$$\hat{p}_q^* = \sum_k c_{k+q}^\dagger c_k \quad (\text{IV.13})$$

é definido nos estados positivos de energia. Os autovalores de energia são dados por

$$E_{k^*,s} = \sqrt{\hbar^2 c^2 k^{*2} + m^{*2} c^4} \quad (\text{IV.14})$$

e  $u(s)$  denota o espinor de Dirac. Da equação (IV.12) é possível então derivar equações de movimento para os diferentes operadores, na forma como foi feita no capítulo III. Observa-se que o método do C.M., combinado com uma T.U.E.

relativística têm separado os três efeitos relativísticos comentados na seção anterior. A transformação unitária tradicional empregada por Rashid não permite esta separação. Comparando com as respectivas expressões dadas no capítulo III, observa-se uma grande semelhança com a dinâmica não relativística exceto que agora ao fazer as médias sobre quaisquer operadores, será necessário calcular o traço sobre a variável spin do elétron. Na seção seguinte nós abordamos dois casos particulares de interação multifotônica de recente e crescente interesse (a literatura sobre estes tópicos inicia-se apenas a partir de 1988). O primeiro tema é sobre a força de aceleração de feixes de elétrons devido ao B.I. na presença de ondas de plasma e, o segundo, refere-se à taxa de absorção B.I. em campos superintensos considerando o efeito do spin do elétron.

### IV.3 Força de Aceleração B.I.

A força B.I. que atua sobre um feixe de elétrons muito energéticos  $> 10 \text{ MeV}$  devido a uma onda laser interagindo com ondas de plasma, foi recentemente calculada por Kim (1988, 1989) [14,15]. Nesses trabalhos um método quântico-cinético diferente ao nosso tem sido usado. O valor das forças obtidas são extremamente otimistas. A força é escalada como  $\gamma^3$  ( $\gamma$  é o fator de Lorentz), de onde se deduz que a força B.I. é maior que a própria força de Lorentz. A importância desse resultado, não somente em aceleradores mas também na física do laser de elétron livre, seria enorme se fosse essencialmente correto. Da expressão de força obtida por nós, mostra-se no capítulo VI que  $F_z \sim \gamma e$ , portanto, as magnitudes das forças envolvidas no processo são bem mais modestas. Analiticamente o operador força é dado por

$$\hat{F} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{P}, \hat{H}_{ei}]. \quad (\text{IV.15})$$

Com o objetivo de colocar em evidência a transferência de momento linear  $n\hbar\vec{k}_0$  do laser para o plasma, nós tomamos em primeira aproximação da equação (IV.11)

$$\vec{a} = \beta \frac{\vec{v}_0^*}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R}) \quad (\text{IV.16})$$

Então  $\hat{H}_{ei}$  pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ei} &= \sum_{q^*, j, s} U(\vec{q}^*) u(s) e^{i\vec{q}^* \cdot (\vec{R} - \vec{R}_j - \vec{a})} \hat{\rho}_q + cc \\ \hat{H}_{ei} &= \sum_{q^*, j, s} U(\vec{q}^*) u(s) J_n \left( \beta \frac{\vec{v}_0^*}{\omega_0} \cdot \vec{q}^* \right) e^{i\vec{q}^* \cdot (\vec{R} - \vec{R}_j) - n\vec{k}_0 \cdot \vec{R}} e^{in\omega_0 t} \hat{\rho}_q + cc \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Logo introduzindo a equação (IV.17) em (IV.15), tem-se

$$\hat{F} = \sum_{q^*, j, s, n} (\vec{q}^* + n\vec{k}_0) u(s) \beta U(q^*) J_n(x^*) e^{i\vec{q}^* \cdot (\vec{R} - \vec{R}_j) - n\vec{k}_0 \cdot \vec{R}} e^{in\omega_0 t} \hat{\rho}_q + cc. \quad (\text{IV.18})$$

O operador  $\hat{\rho}_q^*$  é resolvido da maneira feita no apêndice A ou no capítulo III. Para o caso particular de um pacote de ondas longitudinais, independentes do spin, a expressão para a força é:

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= \frac{1}{4\pi} \sum_{q^*, n, \Omega} q^{*2} |e\Phi|^2 (\vec{q}^* + n\vec{k}_0) J_n^2(x) \\ &\quad \text{Im} \left[ \frac{1}{\epsilon^*(\vec{q}^*, n\omega_0 + \Omega + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM})} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

aqui o traço sobre o spin dos elétrons é a unidade, ou seja

$$\frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |u(s_i)u(s_f)|^2 = 1.$$

No caso de feixes pouco densos,  $\omega_p \ll \omega_0$  e  $|\epsilon|^2 = 1$ , portanto  $\text{Im}(1/\epsilon) = \text{Im}(\epsilon)$ . Logo a força de aceleração devido ao B.I. é

$$\langle F \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{q^*, n, \Omega} q^{*2} |e\Phi|^2 (q^* + n\vec{k}_0) J_n^2(x) \text{Im}\{\epsilon\}. \quad (\text{IV.20})$$

No capítulo VI esta equação final será avaliada numericamente e comparada com os recentes resultados de Kim (1988, 1989).

## IV.4 Taxa de Absorção B.I. de um Gás de Elétron

Recentemente, numa série de trabalhos publicados por Rashid (1988, 1989, 1990) [16,3,10,11], os efeitos de um laser intenso e do spin do elétron sobre o espalhamento elétron-íon foram pesquisados. A análise desses estudos mostra claramente que a taxa de aquecimento de um gás de elétrons num plasma neutro cresce substancialmente quando a temperatura dos elétrons é maior que 1 keV. Esta descoberta é de grande interesse na área da fusão inercial e também na área de diagnósticos com laser em plasmas de alta temperatura.

Dada sua importância, esses resultados exigem ser verificados e checados por um método diferente ao empregado por Rashid. Nessas referências, aparece explícito o método da seção de choque na representação de Schrödinger, que permite construir uma equação de Boltzman modificada ( $\partial f^*/\partial t$ ) para os elétrons. Uma vez obtida a expressão para  $\partial f^*/\partial t$ , pode-se calcular a faixa de absorção de energia. Uma forma alternativa de cálculo é, naturalmente, com o modelo do C.M. desenvolvido por nós e mostrado no capítulo III. Da equação (IV.12) obtém-se as equações de movimento  $\dot{H}_{CM}$  e  $\dot{H}_e$ . A inclusão do spin generaliza as equações (III.13), (III.14), (III.17) e (III.18). A seguir, da equação de balanço de energia semelhante à equação (III.39) obtém-se  $\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle / Vol$ . A potência absorvida  $P_a$  devido ao B.I. é então

$$\langle P_a \rangle_{BI} = \lim_{V_{CM} \rightarrow 0} \frac{\langle \vec{J} \cdot \vec{E} \rangle}{Vol} \quad (IV.21)$$

Na equação (IV.21) aparecem fatores da forma

$$\langle e^{i\vec{q}^* \cdot \vec{a}(t)} e^{-i\vec{q}^* \cdot \vec{a}(t')} \rangle \quad (IV.22)$$

com  $\vec{a}$  dado pela equação (IV.11). Usando a relação de Jacobi aparecem nesta expressão produto de funções de Bessel  $J_n(\vec{q}^* \beta \cdot \vec{v}_0^* / \omega_0) J_r(\frac{n}{8} v^*^2 / c^2)$ . No caso de

plasma com  $T \geq 1 \text{ keV}$  e  $q^* \gg q_D$ , quando  $n$  aumenta  $J_r \rightarrow 0$ . Então considerando apenas  $r = 0, 1$  com  $n \gg 1$ , a equação (IV.22) é dada por

$$\langle \dots \rangle = \sum_n J_n^2 \left( \vec{q} \cdot \beta \frac{\vec{v}_0}{\omega_0} \right) \left[ 1 + \frac{1}{32} \left( \frac{v_0^*}{c} \right)^4 n^2 \right] e^{in\omega_0(t-t')} \quad (\text{IV.23})$$

Também na equação (IV.21) o efeito do spin de elétrons nos estados finais e iniciais aparece como

$$\sum_{s,s'} = \frac{1}{2} \sum_{s'=1}^2 \sum_{s=1}^2 (u_{k^*+q^*,s'} \beta u_{k^*,s}) (u_{k^*,s}^\dagger \beta u_{k^*+q^*,s'}) \quad (\text{IV.24})$$

O cálculo explícito de (IV.24) é dado no apêndice C. Com estes ingredientes a taxa de absorção é finalmente:

$$\langle P_a \rangle = \dot{W}_{BI} = \sum_{q^*,n} n_i \frac{|U(q^*)|^2}{v(q^*)} n \omega_0 J_n^2(x) \text{Im}[\varepsilon(q^*, n \omega_0)] \left[ 1 + \frac{1}{2} (\lambda_c q^*)^2 \right] \left[ 1 + \frac{1}{32} \left( \frac{v_0^*}{c} \right)^4 n^2 \right] \quad (\text{IV.25})$$

aqui  $\lambda_c = \hbar/mc$  é o comprimento de onda de Compton. O fator  $(\lambda_c q^*)^2$  mostra com clareza a natureza quântica do spin.

A equação (IV.25) é um dos resultados mais importantes desta tese, não existindo na literatura recente nenhuma expressão semelhante. A idéia fundamental da inclusão do spin em altas temperaturas foi baseada no fato de que os elétrons perto dos núcleos se comportam como ondas de de Broglie que se difractam (Marshak, Bethe) [17]. No capítulo VI comparamos numericamente a equação (IV.25) com os resultados de Rashid e outros.

# Bibliografia

- [1] B.A. Trubnilkov. *Nucl. Fusion*, 8:51, (1968).
- [2] F. Ehlotzky. *Optics Communications*, 66:265, (1988).
- [3] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 39:4069, (1989).
- [4] P. Krstic and D. Milošević. *Phys. Rev. A*, 39:1783, (1989).
- [5] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [6] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. In A. B. Rodrigo, editor, *Proc. of IV Latin-American Workshop on Plasma Physics*, page 219, CNEA, Buenos Aires, July 1990.
- [7] H.R. Reiss. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7:574, (1990).
- [8] O.S. Guo and T. A'berg. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 21:4577, (1989).
- [9] J. Kupensztich. *Phys. Rev. Lett.*, 42:498, (1979).
- [10] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 39:4884, (1989).
- [11] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 42:964, (1990).

- [12] A.M. Sessler. *Phys. Today*, 26, January (1988).
- [13] E. Harris. *A Pedestrian Approach to Quantum Field Theory*. Wiley, (1972).
- [14] S.H. Kim. *Phys. Letters A*, 131:103, (1988).
- [15] S.H. Kim. *Phys. Letters A*, 135:48, (1989).
- [16] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 38:2525, (1988).
- [17] R.E. Marshak. *Ann. New York Acad. Sci.*, 41:49, (1941).

# Capítulo V

## Resultados Numéricos de Processos Ressonantes Multifotônicos em Plasma e Feixes de Partículas

### V.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se diversos resultados numéricos de alguns processos definidos como ressonantes. Em particular, discute-se a contribuição coletiva das partículas nesses processos. Quando estes são colisionais  $q \gg q_D$ , a parcela coletiva das taxas de energia, frequência de colisão, coeficiente de absorção etc. é muito menor que a parte colisional e geralmente desprezada. Isto tem-se refletido constantemente na literatura especializada desde o trabalho pioneiro de Dawson (1962) e Silin (1965), [1,2]. Por exemplo, no caso do B.I., enquanto o B.I. colisional tem sido tratado teoricamente por inúmeros autores (cerca de 100) em mais de 150 trabalhos, o processo não colisional dispõe de um número limitado de artigos (cerca de 15), onde alguns deles apresentam resultados não muito confiáveis. Por esse motivo, neste capítulo são apresentados alguns resultados numéricos que ajudam a corrigir as estimativas sobre B.I. não colisional. Por outro lado, a perda de energia sofrida por partículas de prova (“stopping power”) em plasmas sob a pre-

sença da radiação laser, tem recebido um renovado interesse recentemente (Arista (1989, 1990), [3,4], Torres (1990), [5,6]), por causa dos novos efeitos que aparecem durante a transferência multifotônica. Os resultados numéricos sobre este tópico de certa forma são complementares aos resultados dados por Arista (1989, 1990), [3,4]. Também neste capítulo se discute a interação de feixes de elétrons espalhados por um potencial iônico estático, esclarecendo um velho problema sobre o coeficiente de absorção negativo. A última seção deste capítulo contém importantes resultados numéricos sobre B.I. não -colisional com um e dois lasers, os quais são comparados com os de outros autores.

## V.2 Seção de Choque e Coeficiente de Absorção do Sistema Feixe - Íon - Laser

O primeiro efeito ressonante que aqui se discute é sobre o processo multifotônico de um feixe mono-energético de elétrons espalhados por um potencial estático na presença de um campo elétrico. Este problema, embora tenha sido tratado por outros autores quer em forma clássica [7], [8], quer em forma semiclassical [9,10], [11,12], ainda apresenta algumas dificuldades tais como a possível divergência na seção de choque e a possibilidade de ter um coeficiente de absorção negativo para o sistema feixe de elétron - íons fixos - laser. Esses autores têm encontrado que a seção de choque em geometria paralela ( $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$ ), considerando o laser na aproximação do dipolo é

$$\sigma_T = \sigma_0 \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2 \left( n \frac{v_0}{v_i} \right) \right] \quad (\text{V.1})$$

onde  $\vec{v}_i$  é a velocidade do elétron, o potencial iônico é  $V(r) = Ze^2/r \exp(-r/r_0)$  com  $r_0 \gg a_0$ ,  $a_0$  sendo o raio de Bohr e  $\sigma_0$  é a seção de choque sem campo. Claramente, a equação (V.1) diverge se  $v_0 = v_i$ . Portanto,  $\sigma_T$ ,  $\nu = n_i v_i \sigma_T$ ,  $\alpha = \omega_p^2 / \omega_0^2 \nu / c$  cresceriam indefinidamente [13]. Isto nos motivou a calcular  $\sigma_T$  no formalismo da

teoria cinética, dando como resultado (ver capítulo II e [14]).

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \sigma_0(1 + F) \\ F &= \sum_{n=1}^{n_{max}} \left(1 - \frac{\ln n}{\ln n_{max}}\right) J_n^2 \left(n \frac{v_0}{v_i}\right)\end{aligned}\quad (V.2)$$

onde  $\ln \Lambda = \int k^{-1} dk$ ,  $k_{max}$  e  $k_{min}$  são ligados a  $n_{max}$  e  $n_{min}$  respectivamente. Quando  $n_{min} = 1$ , então  $n_{max} = \Lambda$ . Também quando  $v_0 \rightarrow v_i$ , a transferência máxima de momentum  $k_{max} \rightarrow mv_0/\hbar$  e  $n_{max} = mv_0^2/\hbar\omega_0$ . A figura V.1 mostra o fator  $F$  em função de  $v_0/v_i$  para  $n_{max} = \Lambda = 3, 5, 10, 100, 1000$  e  $10000$ . Quando  $v_0 \approx v_i$  tem-se um efeito ressonante e a conhecida regra de soma de Kroll e Watson não é satisfeita [15].  $F$  tem sido calculada até  $n_{max} = 10^4$  fótons.

Quando o número de fótons envolvidos no processo é relativamente baixo  $n < 10$ , o pico de  $F$  acontece para  $v_0 > v_i$ . Na medida em que  $n_{max}$  cresce, o pico se desloca até  $v_0/v_i = 1$  (quando a intensidade do laser cresce ou a frequência diminui). Como  $F$  é normalizada, ela permite calcular  $\sigma_T$  para qualquer tipo de laser monocromático restrito ao limite não relativístico. Também a curva  $F(\Lambda, v_0/v_i)$  provê a seção de choque parcial para valores reduzidos de  $n$ .

Nas referências [11,12], aparentemente o cálculo numérico foi até  $n = 10$ . Consequentemente, pode-se calcular  $\sigma_p/\sigma_0$ . A tabela V-1 mostra a seção de choque parcial  $\sigma_p$  normalizada em função da energia incidente do feixe com os mesmos parâmetros dados nas referências anteriores.

$E_i$ [eV]	$\Lambda$	$v_0/v_i$	$F_{max}(\Lambda v_0/v_i)$	$I_0$ [ $10^{14} W/cm^2$ ]	$\sigma_p/\sigma_0$ (V.2)	$\sigma_p/\sigma_0$ (V.1)
100	10	1,40	0,7	4,50	1,70	1,6
250	25	1,10	0,97	9,42	1,97	2,0
500	50	1,00	1,19	16,10	2,19	2,3

Tabela V.1:

Observa-se que os resultados de Daniele (1986, 1987) concordam com os nossos valores. Porém, quando  $E_i$  aumenta e  $\hbar\omega_0$  diminui, a expressão (V.1) diverge rapidamente. O rápido aumento de  $\sigma_T$  dado por (V.1) também pode ser mostrado

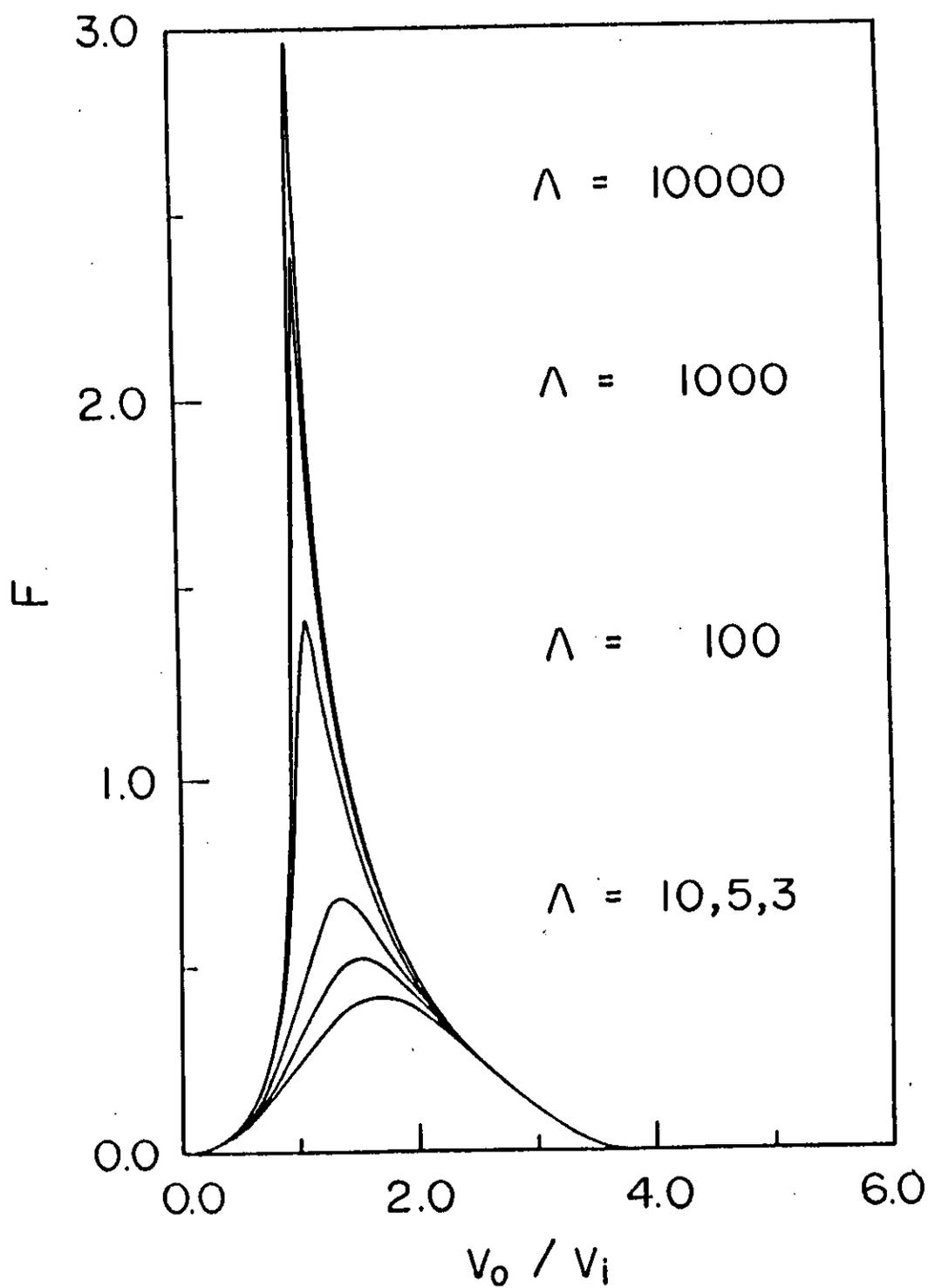


Figura V.1:  $F$  em função de  $v_0/v_i$  com parâmetro  $\Lambda$

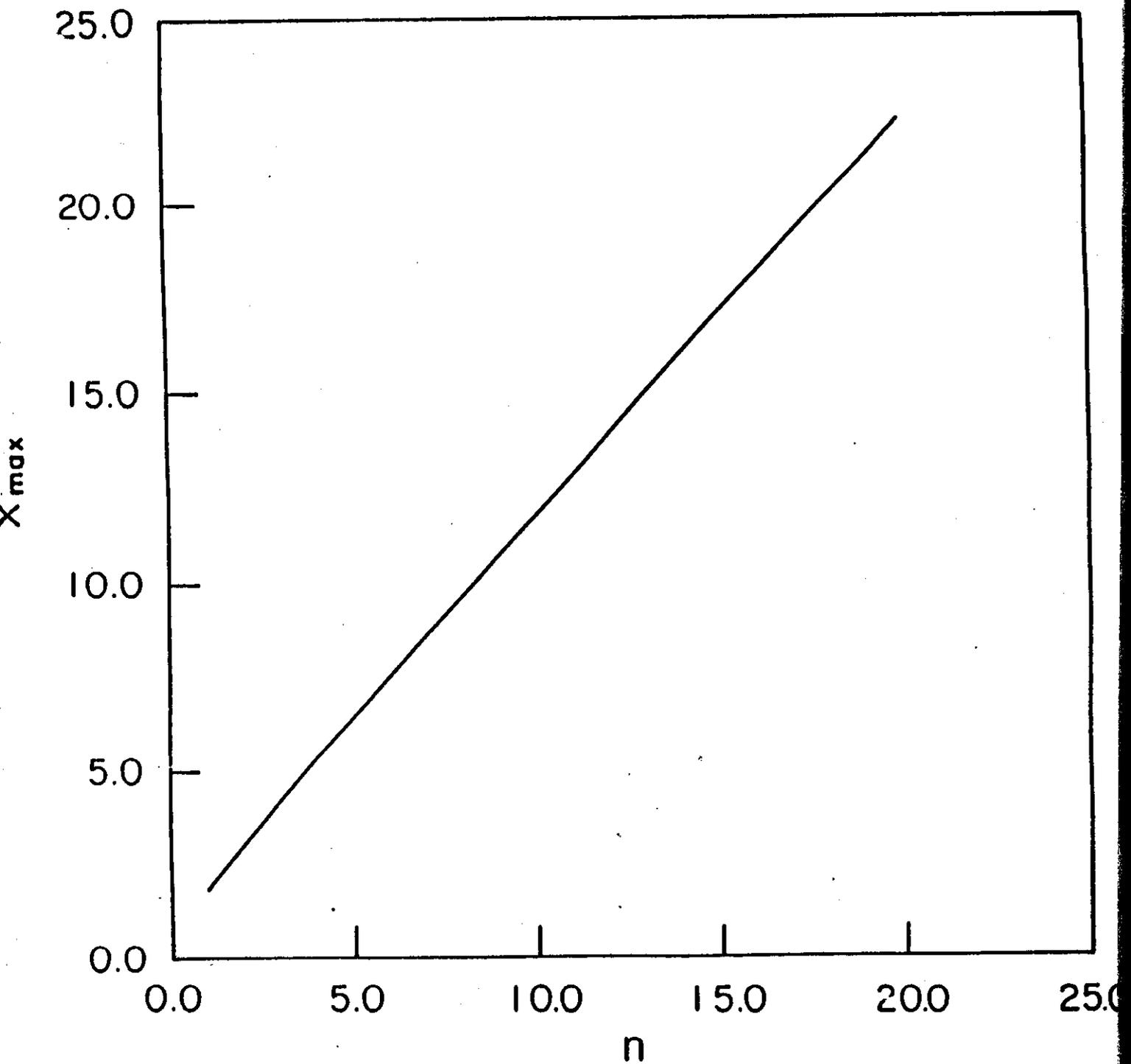


Figura V.2:  $x_{maz}$  versus  $v_0/v_i$

$x_{max}$

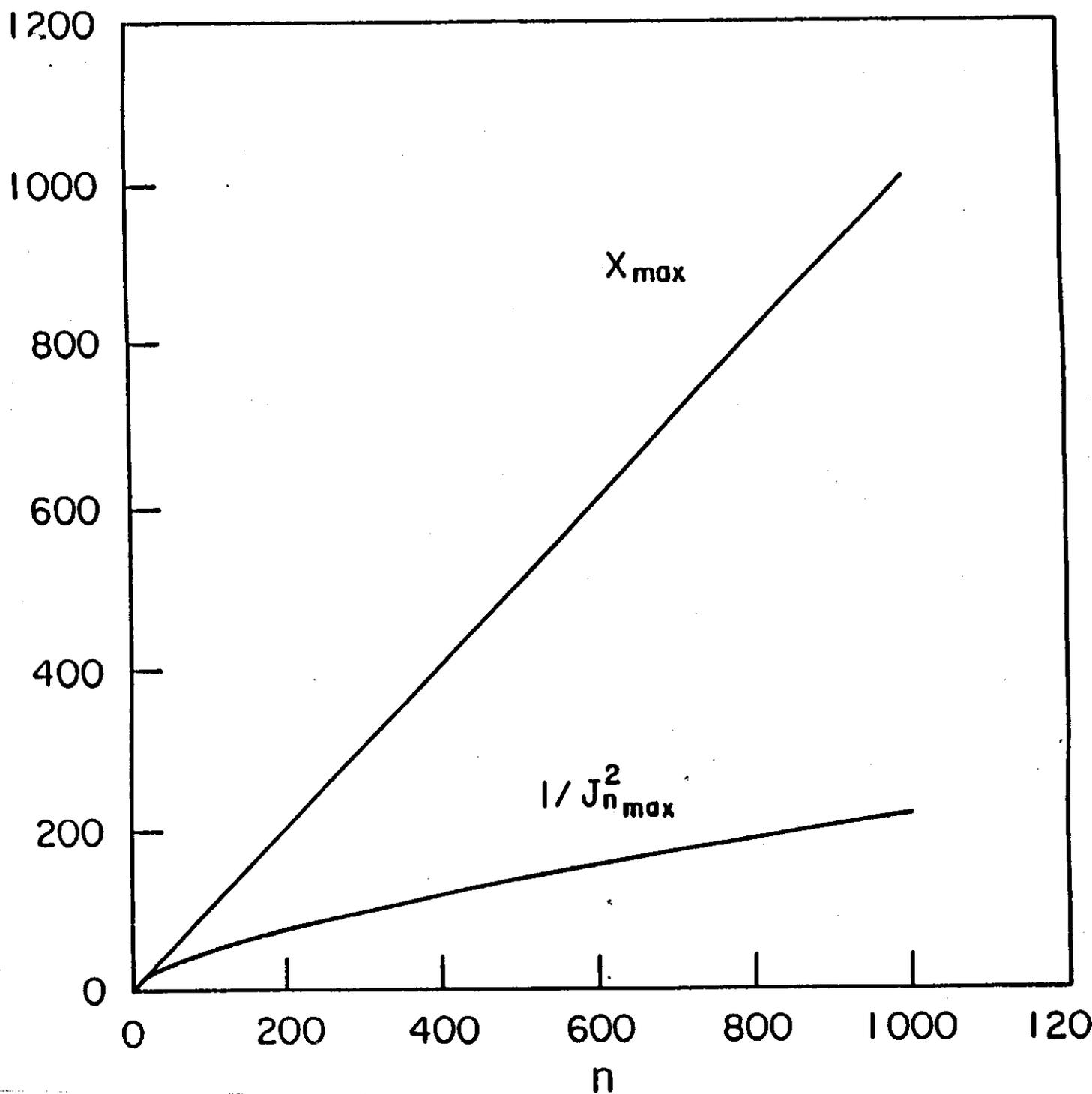


Figura V.3:  $x_{max}$  e  $1/J_n^2(x)$  versus  $v_0/v_i$

numericamente numa outra forma. A função  $J_n^2(x)$  tem o seu primeiro máximo em  $x \doteq n$  (isto não é uma boa aproximação quando  $n$  decresce). A figura V.2 mostra o valor de  $x$  versus  $n$  para o primeiro máximo de  $J_n^2(x)$  e para  $n_{max} < 10$  a inclinação inicial da curva não é igual a um. Isto não permite transformar a soma infinita numa integral com  $n$  como variável contínua. Mas quando  $n > 100$  a curva da figura V.3 é representada por  $x_{max} = n^q$  onde  $q = 1$ . Logo, se nós fizermos  $J_n^2 \approx 1/\pi n$  então  $\sigma_T$  é proporcional a  $\int n^{-q} dn$ , tendo-se aqui uma divergência logarítmica lenta. No entanto, em  $x \doteq n$  da curva  $1/J_n^2(x)$  figura V.3, podemos obter  $J_n^2(n) \sim a^2/n^{2/3}$ . Neste caso temos que  $\sigma_T \sim \int_1^\infty n^{-2/3} dn \sim C_1 n^{1/3}$ . Consequentemente,  $\sigma_T$  aumenta rapidamente quando  $v_0 \rightarrow v_i$  e  $n \rightarrow \infty$ . Em condições experimentais tais como  $E_i < 1 \text{ keV}$ ,  $\hbar\omega_0 > 1 \text{ eV}$ ,  $I_0 < 10^{15} \text{ W/cm}^2$ ,  $\Lambda$  é moderadamente grande ( $n > 1$ ), de modo que o problema da divergência não é grave. Porém, se os parâmetros fossem:  $E_i > 1 \text{ keV}$ ,  $\hbar\omega_0 < 1 \text{ eV}$ ,  $I_0 > 10^{16} \text{ W/cm}^2$ , então  $\Lambda \geq 10^6$ , portanto, neste caso, este problema deveria ser tratado com mais cuidado. Considerações semelhantes podem ser feitas com respeito ao coeficiente de absorção [14]. Nessa referência  $\alpha$  é obtido a partir da seção de choque (cap.II) onde

$$\alpha I_0 = \dot{W}$$

e

$$\bar{\alpha}_c = \sum_{n=1}^{n_{max}} \frac{16\pi z^2 e^4 N_i N_e}{I_0 m v_i} \int \frac{dk}{k} |R(k)|^2 J_n^2(nv_0/v_i) \quad (\text{V.3})$$

Nesta expressão o logaritmo de Coulomb é retido. Normalizando  $\alpha$  com respeito ao coeficiente de campo fraco ( $n = 1$ ) tem-se

$$\frac{\bar{\alpha}_c}{\alpha_1} = \frac{4}{(v_0/v_i)^2} J_n^2(nv_0/v_i). \quad (\text{V.4})$$

Na figura V.4 mostra-se  $\bar{\alpha}/\alpha_1$  em função de  $v_0/v_i$ , tendo como parâmetro o fator  $\Lambda = n_{max} = mv_0^2/\hbar\omega_0$ . Na região  $v_0/v_i \gg 1$ , os resultados de Bivona (1985,

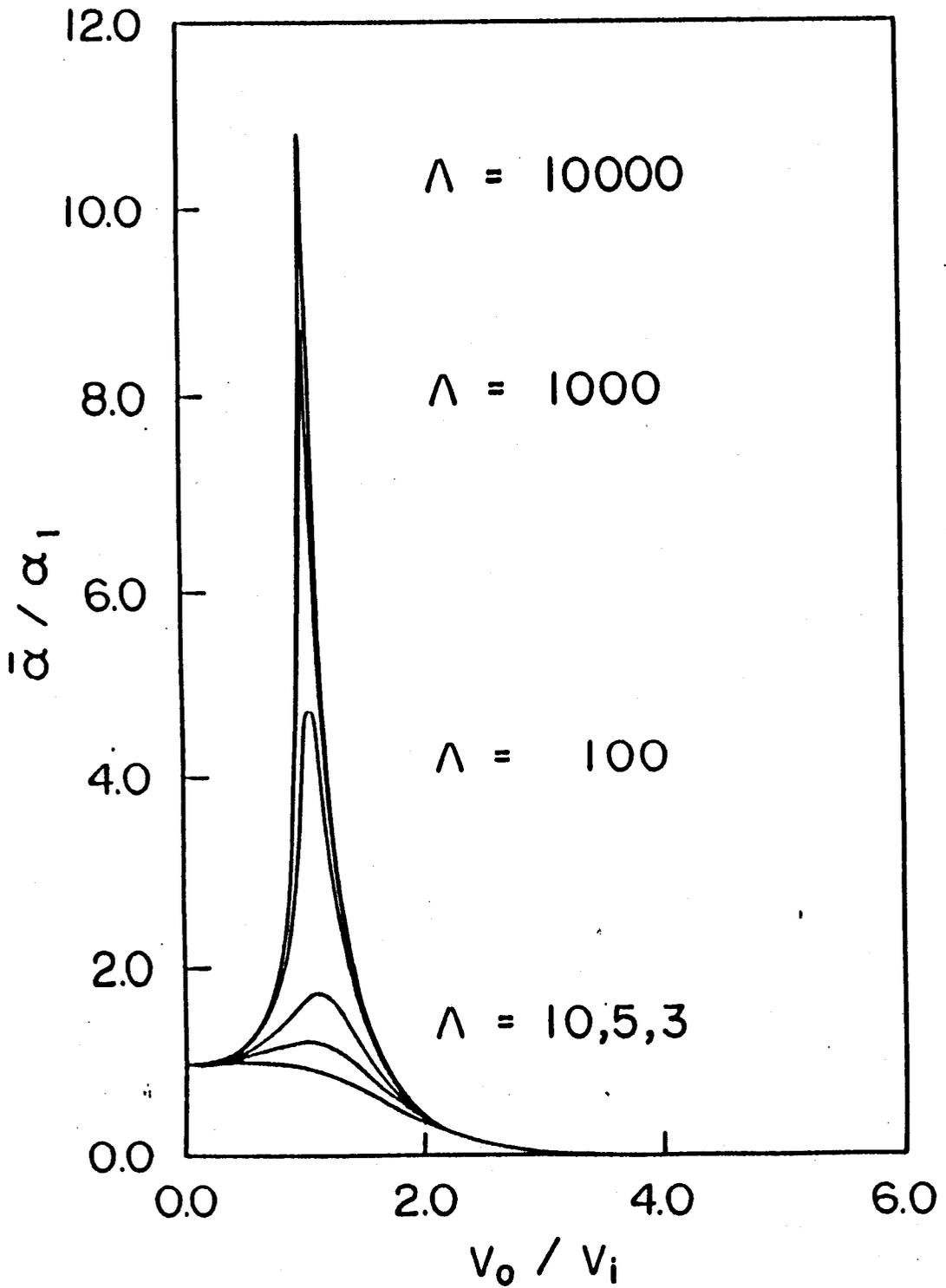


Figura V.4:  $\bar{\alpha} / \alpha_1$  em função de  $v_0 / v_i$  com parâmetros  $\Lambda$

$n_{max}$	$\bar{\alpha}/\alpha_1$ [eq..4]	$ \alpha_d/\alpha_1 $ [Bivona]
5	1,2	1,9
10	1,7	2,8
100	4,7	6,0
1000	8,4	11,0
10000	10,8	24,9

Tabela V.2:  $\bar{\alpha}/\alpha_1$  versus  $n_{max}$

1986) são confirmados ( $\bar{\alpha} \sim I_0^{-3/2}$ ). Para  $v_0/v_i \ll 1$   $\bar{\alpha}/\alpha_1 \rightarrow 1$ ; para  $\Lambda \gg 1$ , e  $v_0/v_i \sim 1$   $\bar{\alpha}$  atinge o máximo.

A expressão (V.4) sempre é positiva, pois tem-se definido  $\bar{\alpha}$  no contexto da teoria cinética. (V.4) também pode ser confirmada se nós usamos a teoria do C.M. para calcular  $\langle \dot{H}_e \rangle$ , expressão (III.33). Para  $v_0/v_i < 1$ ,  $\bar{\alpha}/\alpha_1$  obtido por Bivona (1985, 1986) é negativo. Isto reflete uma grave limitação do tratamento por seção de choque. Neste caso, portanto, somente o módulo de  $\bar{\alpha}$  pode ser comparado. Na tabela V.2 mostram-se os valores de  $\bar{\alpha}_c/\alpha_1$  e os obtidos por Bivona [9,10].

Para  $n > 1000$ ,  $|\alpha_d/\alpha_1|$  cresce rapidamente, e algum mecanismo de saturação deve ser introduzido para limitar o crescimento de  $\bar{\alpha}$ . O tratamento clássico deste problema também tem essa rápida taxa de crescimento porque quando  $v_0/v_i \rightarrow 1$  a hipótese de colisão instantânea é violada [8]. Também o resultado clássico para  $|\alpha_d/\alpha_1|$  [7] não mostra o deslocamento do pico de  $\bar{\alpha}_c/\alpha_1$  quando  $v_0 \rightarrow v_i$ , pois  $\alpha_{cl} = \alpha_d(n = \infty)$ .

O deslocamento dos picos de  $(\alpha_d/\alpha_1)$  observados na figura V.4 mostra com clareza a natureza quântica do fenômeno da absorção. Outro fato observado do cálculo numérico foram os picos secundários de  $\sigma_T$  e  $\bar{\alpha}$  para  $v_0/v_i \sim 4,65$  e  $v_0/v_i \sim 7,80$  figura V.5. Quando  $n_{max}$  aumenta  $\sigma_T$  e  $\bar{\alpha}$  têm oscilações tipo dente de serra. Estes picos secundários naturalmente são perdidos na aproximação clássica. Por enquanto, especulamos que estes picos de absorção poderiam ser importantes quando as condições experimentais não permitem ter o efeito ressonante primário ( $v_0/v_i \rightarrow 1$ ) ou, vice-versa, um teste experimental com  $v_0/v_i \sim 4,65$  ou  $v_0/v_i \sim$

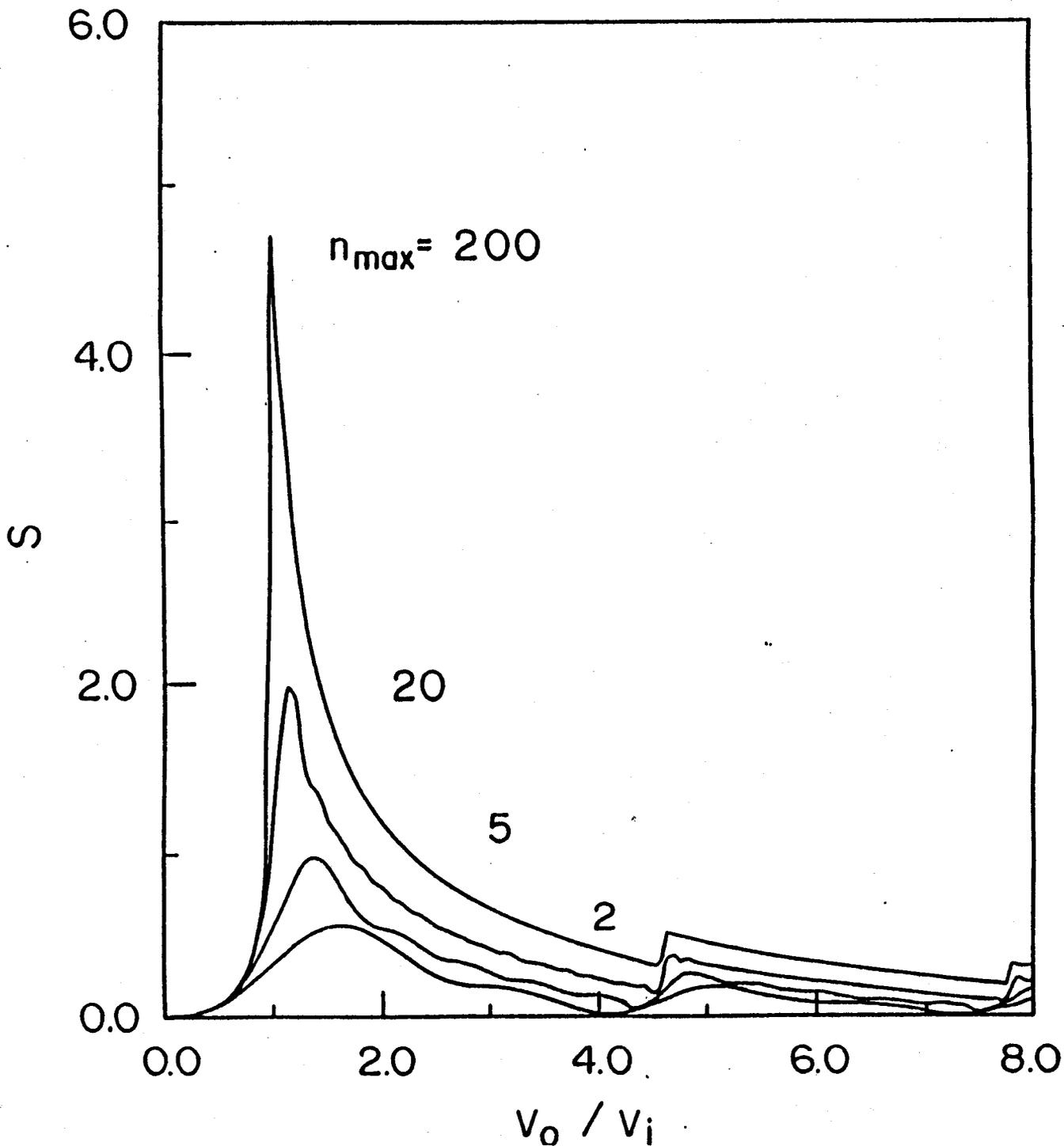


Figura V.5:  $S = \sum_{n=1}^{n_{max}} J_n^2(nv_0/v_i)$  versus  $v_0/v_i$ ; com parâmetro  $n_{max}$

7,80 poderia confirmar a teoria multifotônica.

### V.3 Taxas de Perda e Absorção de Energia

Um dos mais relevantes processos num plasma é a perda de energia (potência de freamento) de partículas rápidas para partículas termalizadas do plasma. As equações (III.32) e (III.33) do capítulo III correspondem respectivamente à perda de energia do C.M. e à absorção de energia (E.L.) por parte dos elétrons vistos num sistema  $S'$  ao C.M.. Fazendo  $\vec{v}_i = -\vec{V}_{CM}$  na equação (III.32), a expressão resultante corresponde à perda de energia de uma partícula teste ("stopping power", S.P.). Nesta seção, nossa atenção é dirigida ao cálculo de taxas de energia em plasmas não colisionais ( $q < q_D$ ), na tentativa de obter alguns efeitos que a onda externa possa produzir na parcela coletiva (ou ressonante) das referidas taxas. No caso de geometria paralela ( $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$ ), onde a absorção ou a emissão multifotônica é mais forte, as taxas normalizadas denotadas por S.P. e E.L. são respectivamente:

$$S.P. = \frac{\dot{W}_i}{m_i Z^2 e^2 \omega_p^2 \ln \Lambda / v_i} = S.P. \left( a, \frac{v_0}{v_i}, N_1, N_2 \right) \quad (V.5)$$

$$E.L. = \frac{\dot{W}_e}{m_i Z^2 e^2 \omega_p^2 \ln \Lambda / v_i} = E.L. \left( a, \frac{v_0}{v_i}, N_1, N_2 \right) \quad (V.6)$$

onde temos definido:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\omega_0}{\omega_p} \\ N_1 &= \frac{1}{a} \left( \frac{v_i}{v_t} - 1 \right) \\ N_2 &= \frac{1}{a} \left( \frac{v_i}{v_t} + 1 \right) \end{aligned}$$

e  $[N_j] \equiv$  parte inteira de  $N_j$ ,  $j = 1, 2$ . Ambas expressões são válidas para velocidades da partícula teste maiores que a velocidade térmica do elétron,  $v_i/v_t > 1$ .

Recentemente a perda total de energia (S.P.) foi avaliada numericamente com  $v_i/v_t \ll 1$  e  $v_0/v_i < 1$  [4], onde a parcela ressonante desaparece. Também S.P. foi

avaliada na região  $v_i/v_t > 1$  e  $v_0/v_i < 1$ , onde S.P. total é levemente maior que no caso sem campo, mas o efeito do laser torna-se desprezível quando  $v_i/v_t \gg 1$ . Geralmente, nas regiões descritas aqui a contribuição de partícula simples ao S.P. é maior que a parte ressonante. Contudo, nosso objetivo é mostrar a forte influência do campo do laser nesta última parcela.

A figura V.6 mostra a função S.P. (perda de energia normalizada) versus  $v_0/v_i$  para  $v_i/v_t = 2, 5, 11, 19$ ,  $\omega_0/\omega_p = 1$  e  $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$ . Observa-se que, quando  $v_i/v_t < 5$  a perda de energia S.P. decresce monotonicamente para todos os valores de  $v_0/v_i$ . Se  $v_0/v_i < 1$ , e  $v_i/v_t \gg 1$ , a função S.P. é maior que a unidade (caso sem campo externo). Isto concorda com as estimativas de Bivona [16]. Porém, para  $v_0/v_i > 1$  tem-se que  $S.P. < 1$ . A região  $v_0 \sim v_i$  é altamente ressonante, a estrutura oscilatória das curvas revela a complexa relação entre a absorção de fótons, a emissão ou absorção de plasmons, a perda de energia da partícula teste e a taxa de absorção dos elétrons no sistema relativo  $S'$  relativo ao C.M..

A figura V.7 mostra a referida taxa E.L.. No caso particular sem campo externo,  $S.P. + E.L. = 0$ , a absorção e a emissão de plasmons é simultânea e isotrópica. Quando o número de fótons absorvidos é reduzido e ainda  $E.L. < 1$ ,  $S.P. < 1$ , os plasmons são gerados ou emitidos. Na região onde  $v_i/v_t \gg 1$  mas  $v_0/v_i < 1$  o número de fótons absorvidos é maior e os plasmons são absorvidos pelas partículas. Se  $v_i/v_t \gg 1$  e  $v_0/v_i > 1$ , os plasmons são emitidos pelas partículas. Nas figuras V.7 e V.9 com  $\omega_0/\omega_p = 3$ , observa-se que a estrutura oscilatória de S.P. é mais suave e desaparece em E.L. para  $v_0/v_i \gg 1$ , independentemente de  $v_i/v_t$ , E.L. e S.P. caem rapidamente a zero. O valor pico de S.P. cresce quando  $v_i/v_t$  aumenta, tendo um pequeno deslocamento desde  $v_0 < v_i$  até  $v_0 = v_i$  quando o parâmetro  $\omega_0/\omega_p$  aumenta. Porém, o valor pico de E.L. tem um deslocamento mais pronunciado da região  $v_0 > v_i$  até  $v_0 = v_i$  quando  $\omega_0/\omega_p$  aumenta. O limite  $\omega_0/\omega_p \gg 1$  com  $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$  pode ser observado na figura V.4. Daqui podemos obter  $\alpha I_0 = \dot{W}$  o qual quando é normalizada corresponde a  $\bar{\alpha}/\alpha_1 = E.L.$ . Claramente

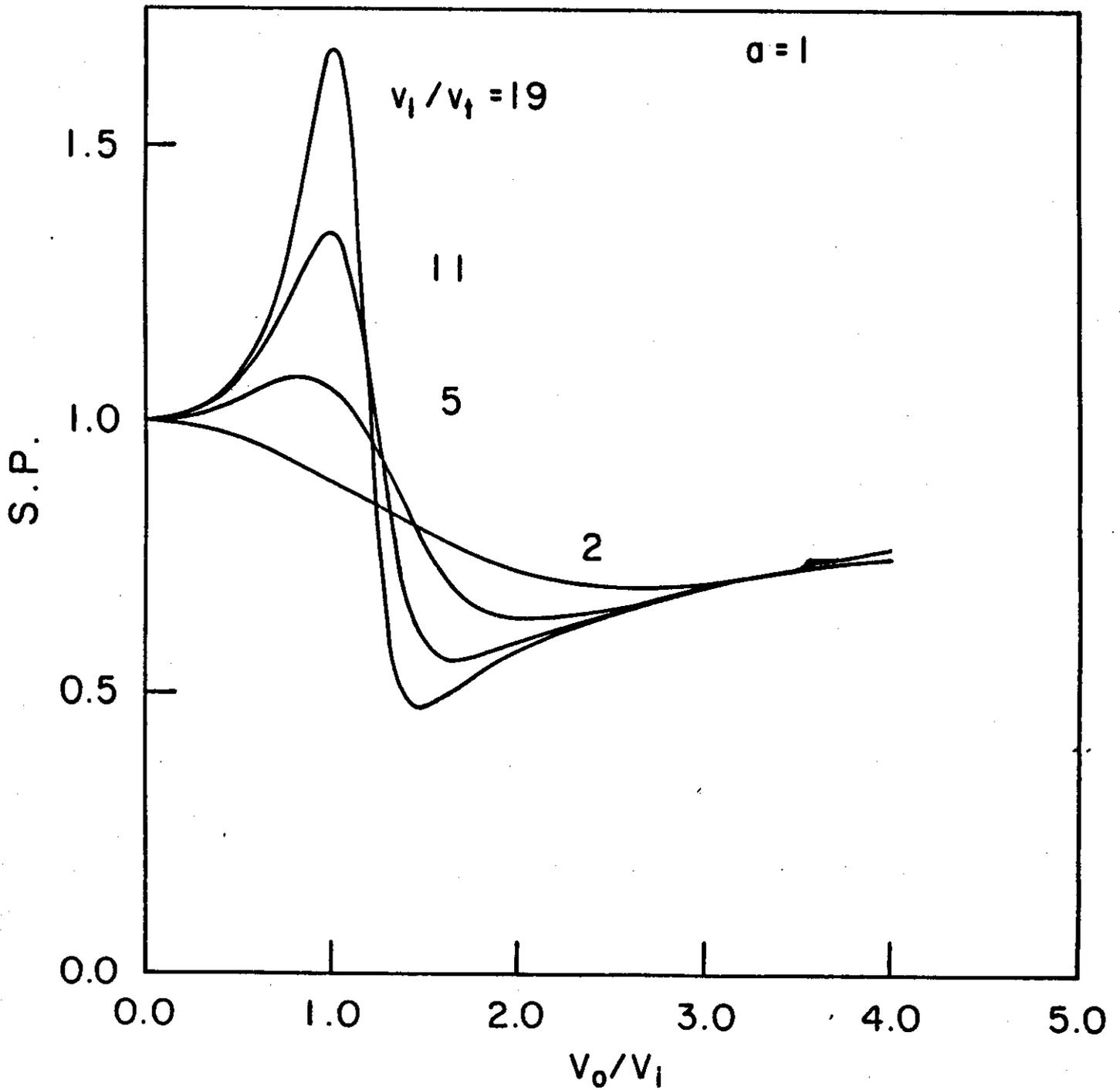


Figura V.6: S.P. versus  $v_0/v_i$  com  $a = 1$

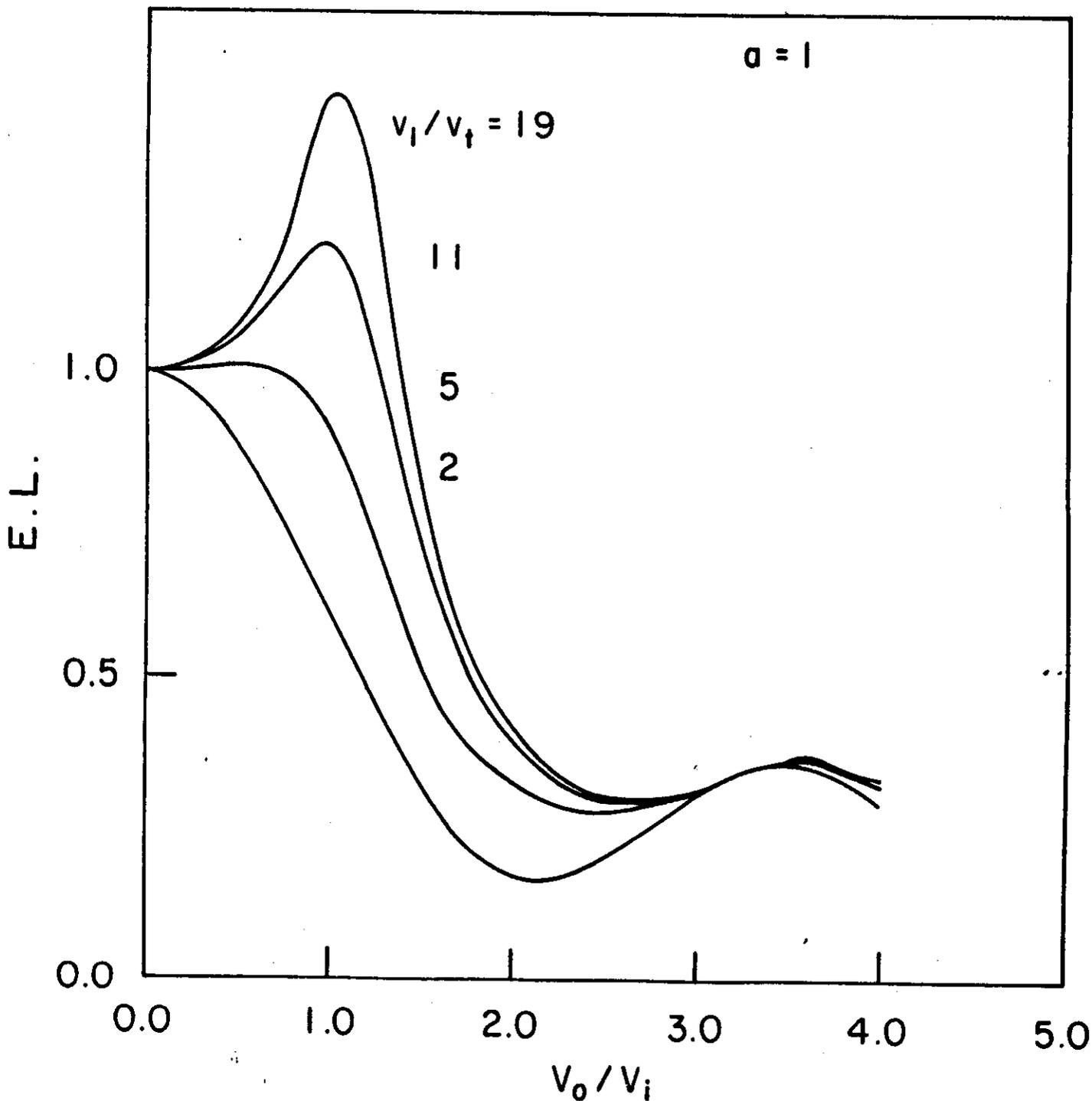


Figura V.7: E.L. versus  $v_0/v_i$  com  $a = 1$

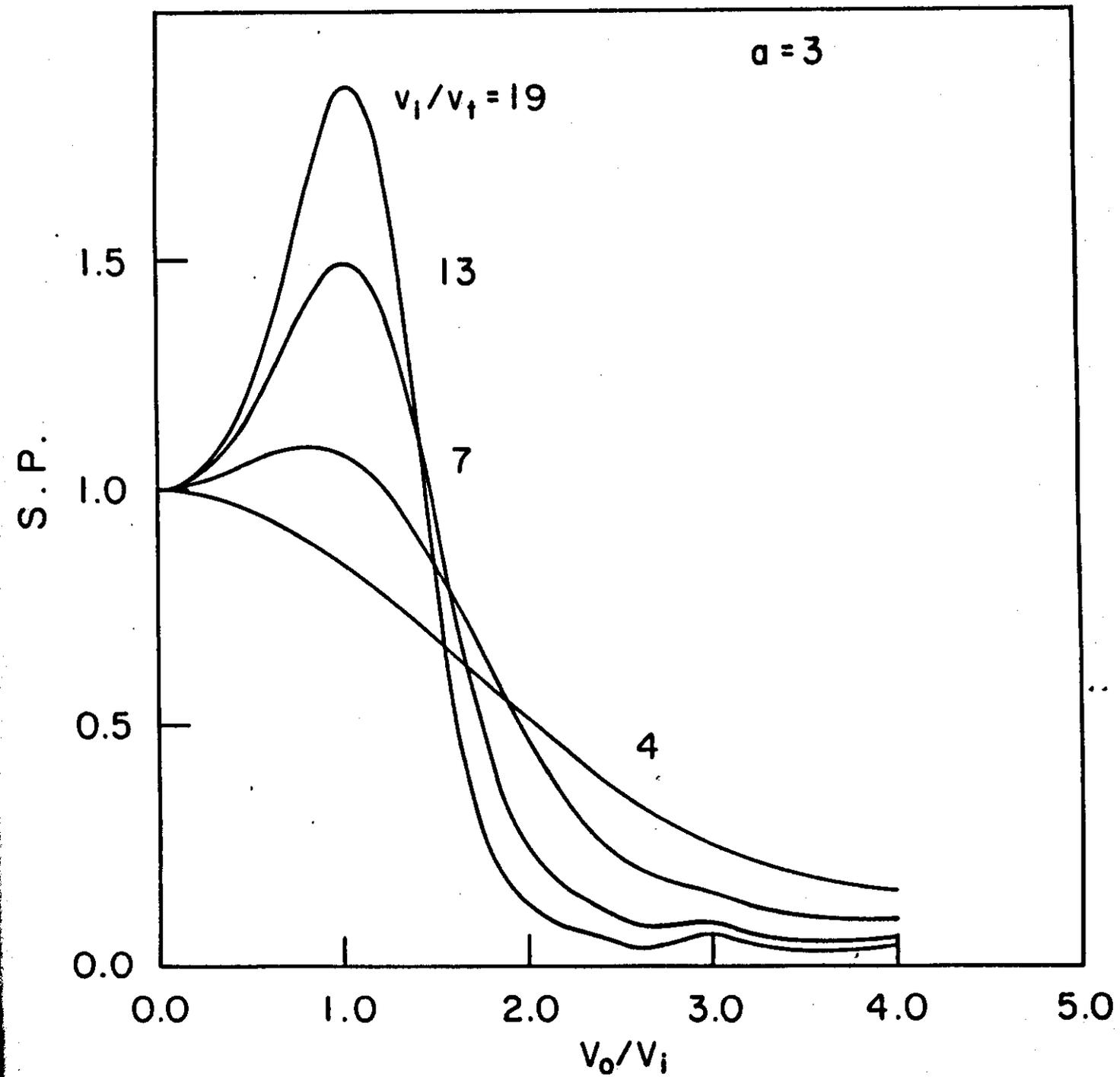


Figura V.8: S.P. versus  $v_0/v_i$  com  $a = 3$

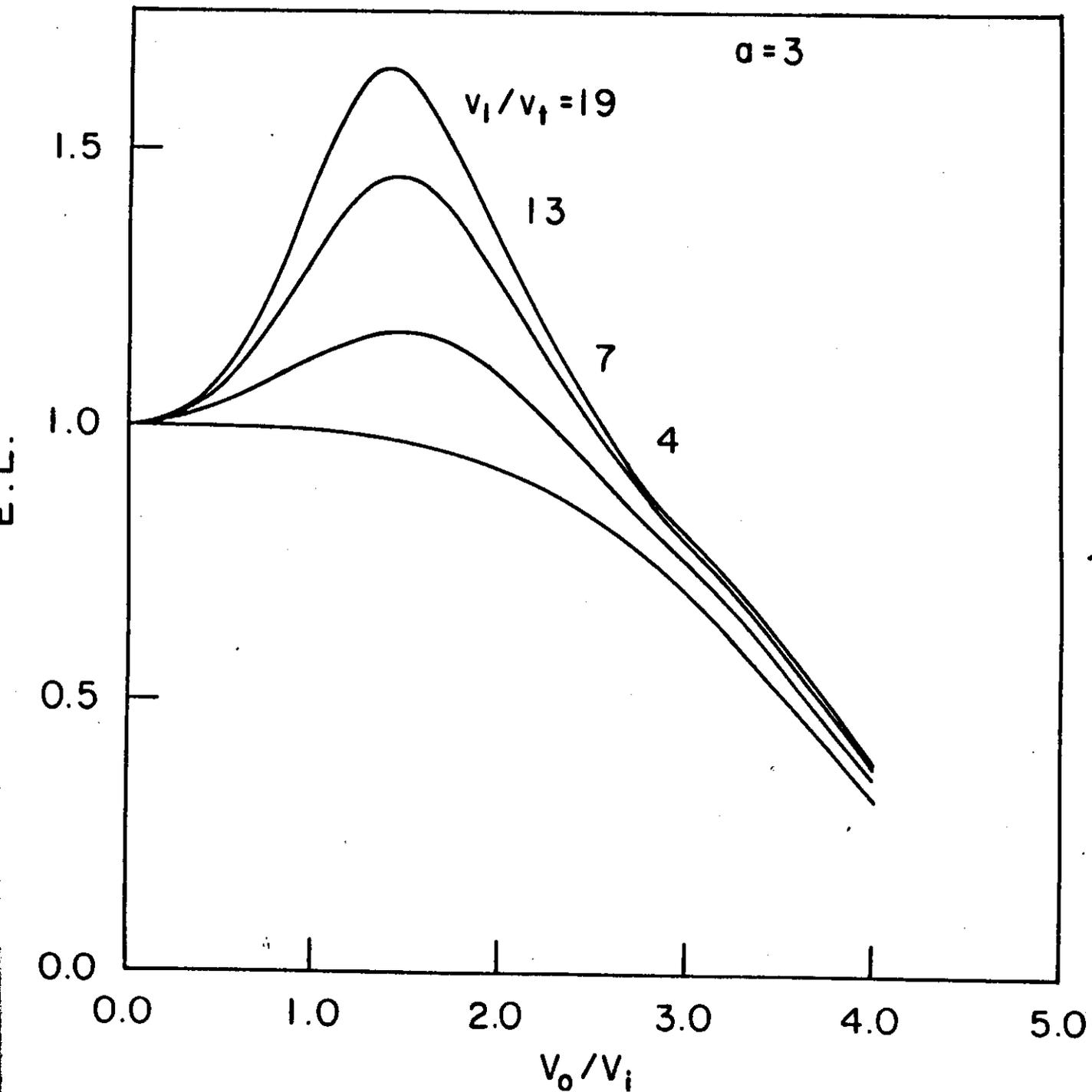


Figura V.9: E.L. versus  $v_0/v_i$  com  $a = 3$

a função  $E.L. > 0$ ; conseqüentemente, temos que  $\bar{\alpha} > 0$ . Nesta forma confirma-se o resultado obtido por nós sobre o coeficiente da absorção através de seção de choque [14].

Devido a que as curvas são normalizadas,  $S.P.$  também apresenta o número de freamento (“stopping number”), expressão (III.10), no regime não colisional (não ressonante). Em valores absolutos, a magnitude dos termos não ressonantes (não discutidos nesta seção) são muito maiores que os respectivos termos ressonantes. Porém, os efeitos ressonantes em torno de  $v_0/v_i \sim 1$  nas taxas  $S.P.$  e  $E.L.$ , aparecem quando as partes colisionais de  $S.P.$  e  $E.L.$  já não são afetadas pelo campo laser [4].

A ilustração destes efeitos em situações de interesse prático tem sido dada por nós [6]. No caso de plasmas criados por laser [17], a potência de freamento de um íon de prova pode ser 50% maior que no caso sem campo para  $\lambda = 1 \mu m$ ,  $I_0 \sim 10^{17} W/cm^2$ ;  $T_e \sim 1 keV$ ;  $v_0/v_i \sim 1$  e  $v_i/v_t \sim 10$ . No caso de uma partícula  $\alpha$  ( $E_\alpha = 3 MeV$ );  $v_\alpha/v_t = 2,2$ ;  $v_0/v_t \sim 2,1$ ;  $I_0 \sim 10^{16} W/cm^2$ , o decrescimento é pequeno ( $< 10\%$ ). Se a temperatura da corona é  $10 keV$ , este efeito desaparece pois  $v_\alpha/v_t \sim 0,2$ .

## V.4 Bremsstrahlung Inverso não Colisional

### V.4.1 B.I. não colisional na presença de um campo de laser e modos íon-acústicos

O B.I. não colisional, também chamado de B.I. ressonante ou de tipo coletivo, tem recebido uma reduzida atenção desde os primeiros estudos de Dawson [1] e Ron [18]. Nessas referências, o campo externo era muito fraco de modo que a contribuição coletiva ao B.I. total era praticamente desprezível para plasmas não degenerados ( $< 1\%$ ) ou bem reduzida para plasmas degenerados ( $< 10\%$ ), respectivamente. Posteriormente, Lima e outros [19], depois de determinar e calcular corretamente as drásticas modificações que sofre a constante dielétrica de

um plasma, devido à presença de um campo de laser, determinam uma equação da taxa de aquecimento do plasma, onde põem em evidência essas modificações. Contudo, nessa expressão a dispersão espacial de  $\epsilon(q, \omega)$  não foi considerada. Não obstante, dita equação, mesmo sendo aproximada, prediz o aquecimento superficial da corona de um plasma em forma mais ou menos satisfatória.

O surgimento de uma teoria semiclássica sobre B.I. coletivo devido a ondas ion-acústicas [20,21,22], onde se misturam aspectos da teoria clássica e quântica de forma não convencional, não tem sido de grande ajuda no esclarecimento da física envolvida nesse mecanismo de absorção. Apesar das contradições que essa teoria tem, paradoxalmente ela ainda não foi contestada ou rebatida. No capítulo III alguns aspectos básicos desta teoria já foram discutidos de modo que aqui nos limitamos a analisar outros aspectos que emergem da nossa teoria e que não aparecem na teoria de Kim. O principal refere-se ao papel que a função de perdas  $Im(-1/\epsilon)$  tem nas equações de transporte.

Para simplificar a análise, tomamos o limite  $\Omega \ll \omega_0$ ,  $V_{CM} \rightarrow 0$  de modo que a taxa de energia devido ao B.I. ressonante é:

$$\dot{W}_{BI} = \frac{1}{4\pi} \sum_{q,n} q^2 |e\Phi|^2 J_n^2(x) Im\left(\frac{1}{\epsilon(\vec{q}, n\omega_0)}\right) \quad (V.7)$$

Se a ressonância de interesse é com  $n = 1$ , e considerando  $\epsilon(\vec{q}, \omega_0)$  com dispersão espacial, a parte real é

$$\epsilon_R = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left(1 + 3\frac{q^2}{q_D^2}\right) \quad (V.8)$$

Então, quando  $q \ll q_D$  tem-se que

$$\begin{aligned} Im\left(\frac{1}{\epsilon}\right) &= \pi\delta(\epsilon_R) \\ Im\left(\frac{1}{\epsilon}\right) &= -\frac{\omega_0^2}{3\omega_p^2} \pi q_D^* \frac{S(q - yq_D)}{2y} \end{aligned} \quad (V.9)$$

onde

$$y = \left[\frac{1 - \omega_p^2/\omega_0^2}{3\omega_p^2/\omega_0^2}\right]^{1/2}$$

considerando agora um espectro isotrópico para o potencial e  $\Phi$  [6].

$$|e\Phi|^2 = 4\pi^2 q_D \frac{|e\Phi_0|^2}{q^4} \quad (\text{V.10})$$

Levando (V.10) e (V.9) em (V.7) e depois de algumas manipulações algébricas, tem-se

$$\dot{W}_{BI} = \frac{\pi}{3} q_D \left( \frac{e\Phi_0}{T} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m v_i^2 \right) \frac{F(x)}{y} \quad (\text{V.11})$$

onde

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x J_1^2(t) dt$$

e

$$\begin{aligned} x &= \frac{v_0 \omega_p}{v_i \omega_0} y \\ y &= \left( \frac{1 - \omega_p^2/\omega^2}{3\omega_p^2/\omega^2} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

fazendo

$$y \dot{W}_{BI} = \nu_0 \left( \frac{1}{2} m v_i^2 \right) F(x)$$

então a taxa normalizada é

$$\dot{W} = \frac{y \dot{W}_{BI}}{\nu_0 \left( \frac{1}{2} m v_i^2 \right)} = F(x) \quad (\text{V.12})$$

Outros autores também têm encontrado que  $\nu \sim \omega_p (e\Phi/T)^2$  Kim (1984). Porém, nessa teoria não aparece a saturação requerida no processo, pois qualquer instabilidade cresce, satura-se e decai. Na curva superior da figura V.10, mostra-se a saturação e o decaimento da função  $F(x)$ . Neste caso,  $F(x)$  escapa da crítica de Silin [23] sobre as limitações das teorias de turbulências sem saturação. O máximo de  $F(x)$  é 0,22 para  $(x) = 2,5$ . Claramente se observa que  $\dot{W}$  decai na forma  $(v_0/v_i)^{-1}$  para  $x \gg 1$ .

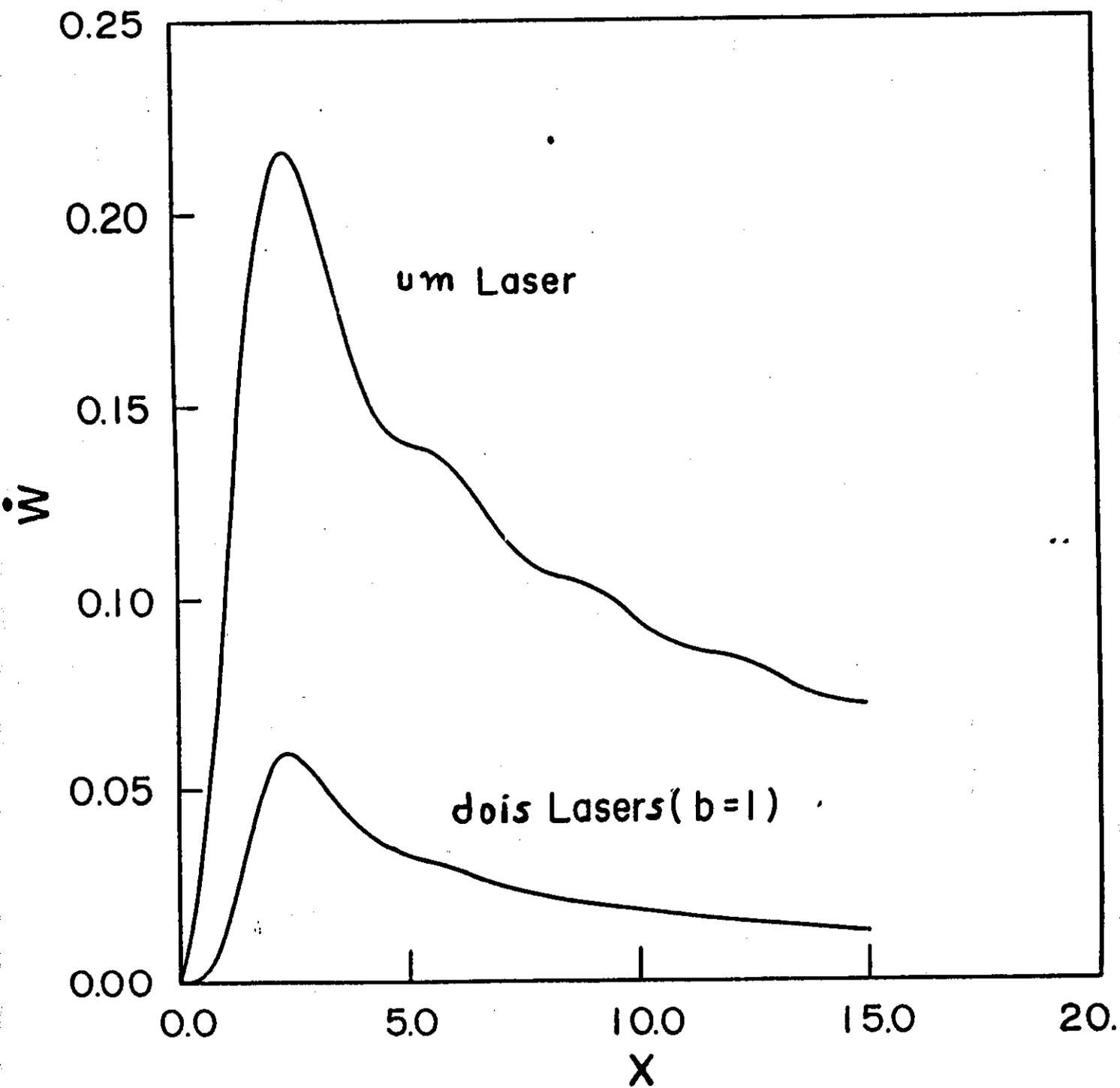


Figura V.10:  $\dot{W}$  versus  $x$  para laser simples e duplo

Para uma flutuação típica  $(e\Phi/T) \sim 0,1$ ,  $T_e \sim 1 \text{ keV}$ ,  $\omega_p/\omega_0 \sim 0,9$ , pode-se encontrar a razão  $R$  entre  $\dot{W}$  ressonante do texto e  $\dot{W}$  clássico de Silin. Esta razão é da ordem de 20. Kim obtém  $R \gg 100$  Kim (1982) considerando-se neste caso como um resultado extremamente otimista para este tipo de absorção. Por outro lado, os resultados de Manheimer (1977) [24] e Faehl (1977) [25] concordam com os nossos resultados, no limite  $x < 1$ .

#### V.4.2 B.I. não colisional em plasma com potencial Coulombiano: um laser

Na seção anterior mostrou-se que mesmo sendo a interação de tipo monofotônica quer  $\dot{W}$ , quer  $\nu_{col}$  dependem não linearmente do campo de laser. Naturalmente se nós considerarmos um potencial Coulombiano  $U(q) = 4\pi Z e/q^2$  então de (III.41) tem-se:

$$\dot{W}_{BI} = \frac{1}{6} \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{v_t} \frac{1}{y (\omega_p/\omega_0)^3} F(x). \quad (\text{V.13})$$

O caso de campo fraco é

$$\dot{W}_1 = \frac{2\pi}{9} \frac{Z^2 e^4}{m v_t} (q_D a_0)^2 \left( \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{3\omega_p^2} \right)^{1/2} \quad (\text{V.14})$$

que corresponde exatamente ao resultado obtido por Dawson e Oberman (1962), reobtido recentemente por Brouwer e Schram (1988)[26]. Como a função de perdas, no caso ressonante, contém pólos, o importante no cálculo é resolver analiticamente esses pólos e obter suas contribuições na absorção total. Neste contexto, embora o campo de laser modifique fortemente a blindagem das cargas, para cálculo do B.I. não colisional interessa, principalmente, a descrição dos potenciais oscilantes induzidos pelo laser.

Como ainda não existe avaliação numérica de V.13, fizemos este cálculo para o caso de um plasma relativamente frio ( $T_e = 10 \text{ eV}$ ) na presença de um campo de laser ( $\hbar\omega_0 \sim 1 \text{ eV}$ ),  $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ (rad/s)}$ . O limite relativístico corresponde a  $v_0/v_t = 379$  onde  $I_0 = 3,68 \cdot 10^{18} \text{ W/cm}^2$  A taxa colisional normalizada

pelo fator  $Z^2 e^2 \omega_p^2 / v_t$  tem o valor máximo de 1,125 quando  $v_0 / v_t = 3,2$  [27] e  $I_0 \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ W/cm}^2$ . A escolha de uma temperatura de 10 eV foi com o objetivo de isolar os efeitos ressonantes dos colisionais. A figura V.11 mostra  $\dot{W}$  normalizada pelo fator  $1/3z^2 e^2 \omega_p^2 / v_t$  em função de  $v_0 / v_t$ , tendo como parâmetro  $\omega_p / \omega_0 = 0,999, 0,9995$  e  $0,9999$ , (curvas 1, 2 e 3), respectivamente. Com respeito ao valor clássico  $\dot{W}_{cl}$ , temos  $1,18 < \dot{W} / \dot{W}_{cl} < 2,37$ . Nosso interesse na zona extremamente ressonante é na possibilidade de conhecer o valor limite da frequência de colisão e do coeficiente de absorção quando  $q \rightarrow 0$ .

As figuras V.12 e V.13 mostram  $\nu_{col} = \nu / \nu_0 \cdot 10^{-4}$  e  $\alpha = \alpha_r / (\nu_0 / 12c)$  respectivamente, com os mesmos valores de  $\omega_p / \omega_0$  da figura V.11,  $\nu_0 \equiv 4\pi Z^2 e^4 n_e / (m^2 v_t^3)$ . Na ressonância exata  $\alpha$  é uma reta horizontal independente de  $v_0 / v_t$ . Aparentemente, da observação da figura V.11 poderíamos inferir que para a ressonância exata  $\omega_p \equiv \omega_0$ ,  $\dot{W}$  teria o pico maior. Na realidade, isto não acontece pois  $\vec{q} \equiv 0$ , logo  $J_n^2(\vec{q} \cdot \vec{a}_i(0)) = J_n^2(0) = 0$  com  $n \neq 0$  ou seja,  $\dot{W} = 0$ . As figuras V.14 e V.15 confirmam isto. Elas ilustram  $\dot{W}$  e  $\nu_{col}$  normalizadas em função de  $\omega_p / \omega_0$  para  $v_0 / v_t = 20, 30, 40, 50$ , (curvas 1, 2, 3 e 4), respectivamente. O pico de  $\dot{W}$  cresce quando  $\omega_p \rightarrow \omega_0$ , porém, a camada de plasma aquecido  $\Delta L \sim \Delta \omega_p$  decresce. Os picos observados na frequência de colisão naturalmente decrescem quando  $v_0 / v_t$  aumenta. A figura V.15 serve também para ilustrar o fato de que o resultado de Kim (equação 34 de Kim 1982 não é correto na zona ressonante, pois  $\dot{W}$  dessa referência é:

$$\dot{W}_{kim} \simeq \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{Z^2 e^6 E_0^2 N^2}{m^3 v_t^3 \omega_0^3} \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^4 \frac{1}{|1 - (\omega_p / \omega_0)^2|^2} V \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)$$

aqui o pólo não foi calculado corretamente, e a função  $V(\omega_p / \omega_0)$  (figura 2 dessa referência) é diferente de zero quando  $\omega_p \equiv \omega_0$ . Devemos, entretanto, esclarecer que, apesar de ter obtido uma correção importante ao B.I. não colisional (V.13), considerando a função de perda em forma autoconsistente, a verificação experimental da teoria corrigida encontra sérias dificuldades: no caso de um plasma homogêneo, a condição  $\omega_p = \omega_0$ , é precisamente a condição de limiar na propagação da onda

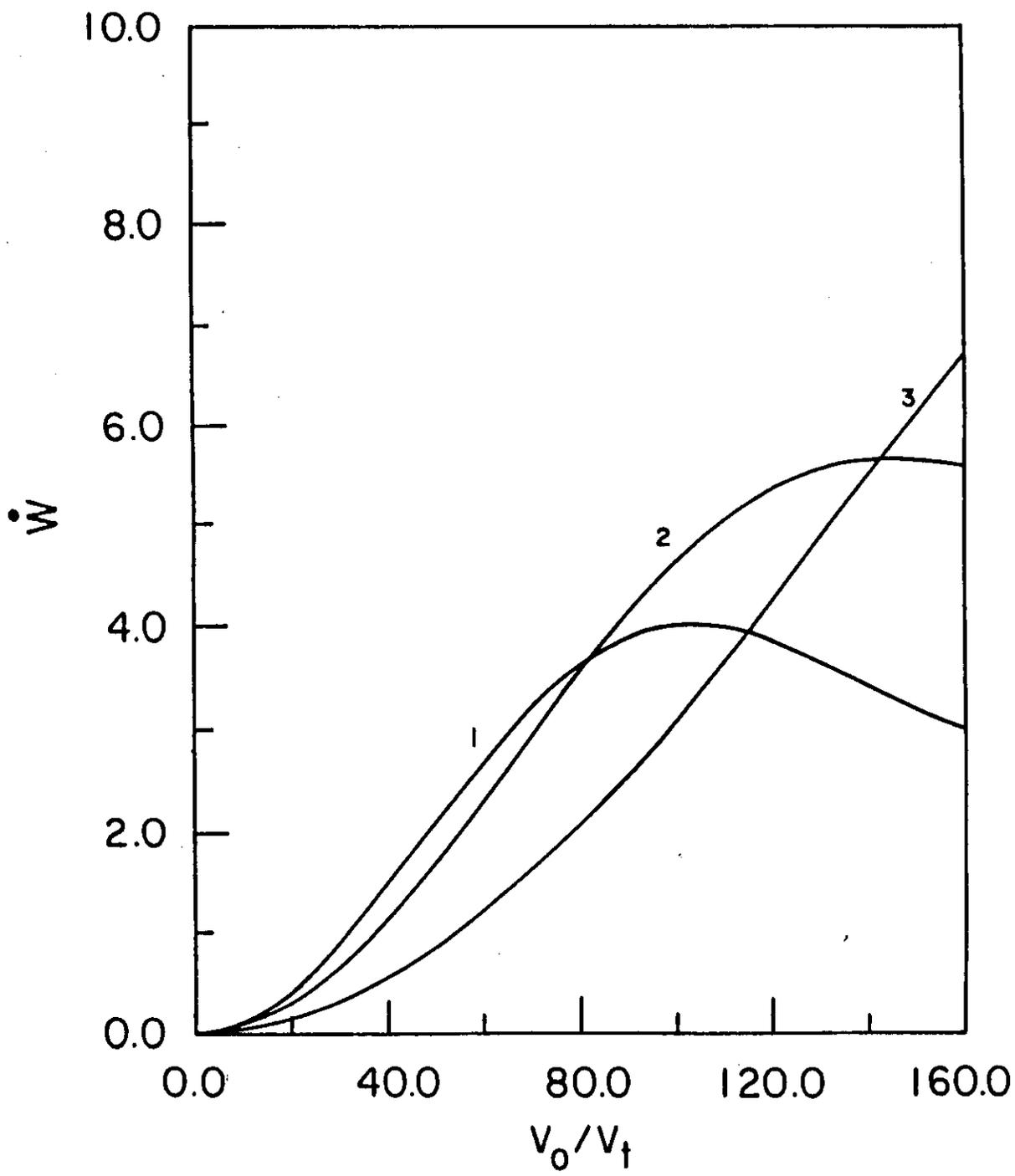


Figura V.11:  $\dot{W}$  versus  $v_0/v_t$  com parâmetros  $\omega_p/\omega_0$

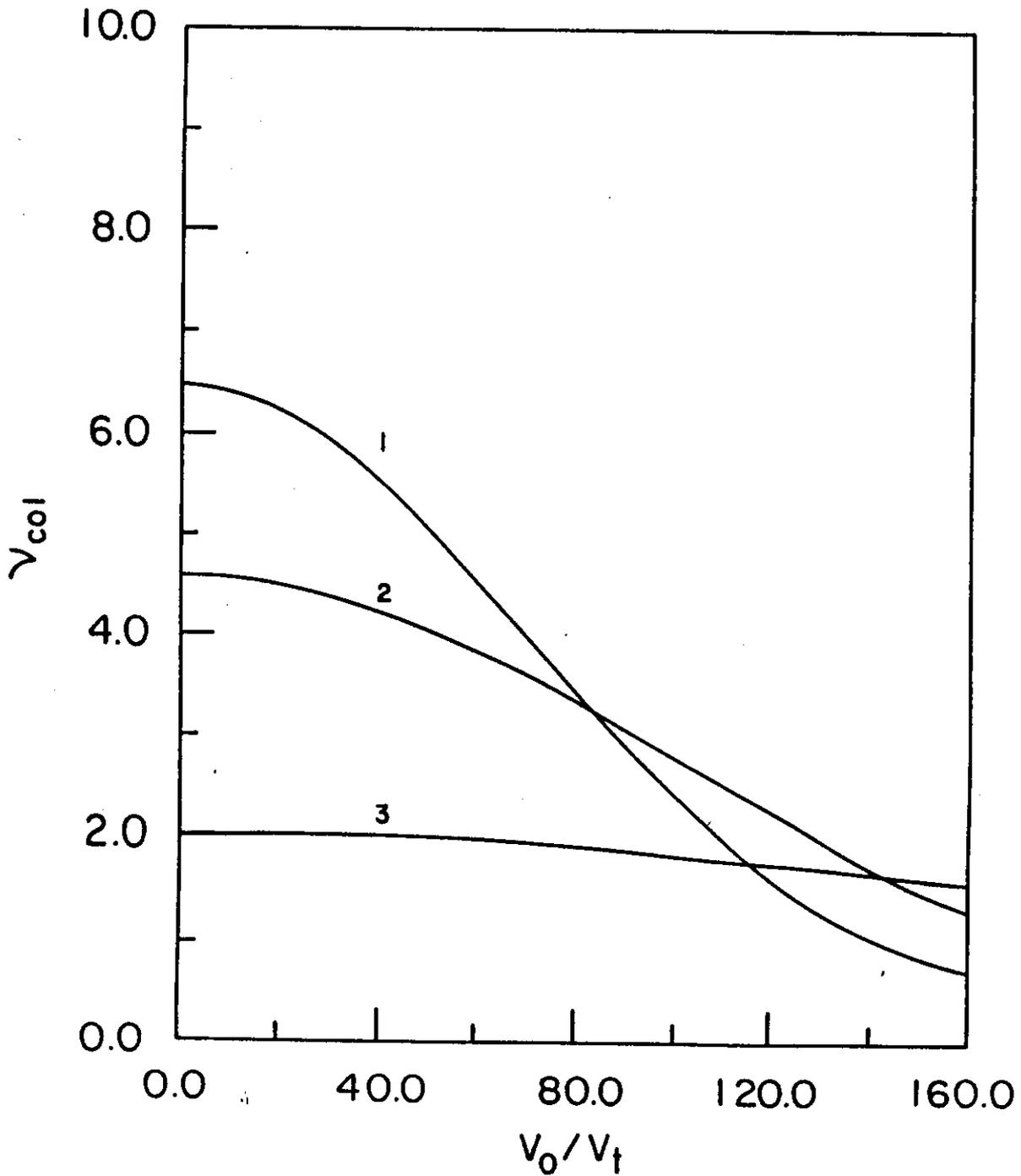


Figura V.12:  $\nu_{col}$  versus  $v_0/v_t$  com parâmetros  $\omega_p/\omega_0$

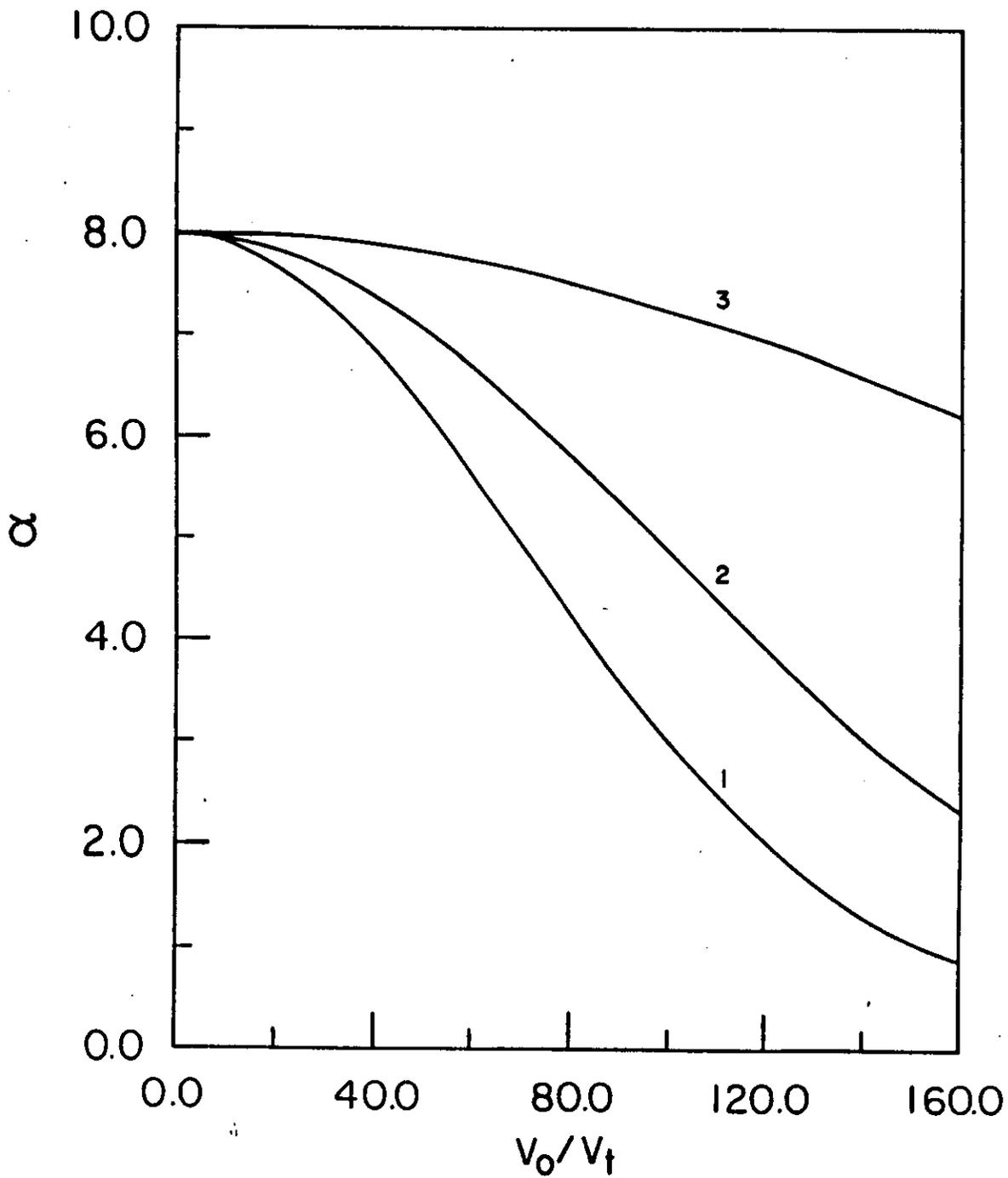


Figura V.13:  $\alpha$  versus  $v_0/v_t$  com parâmetros  $\omega_p/\omega_0$

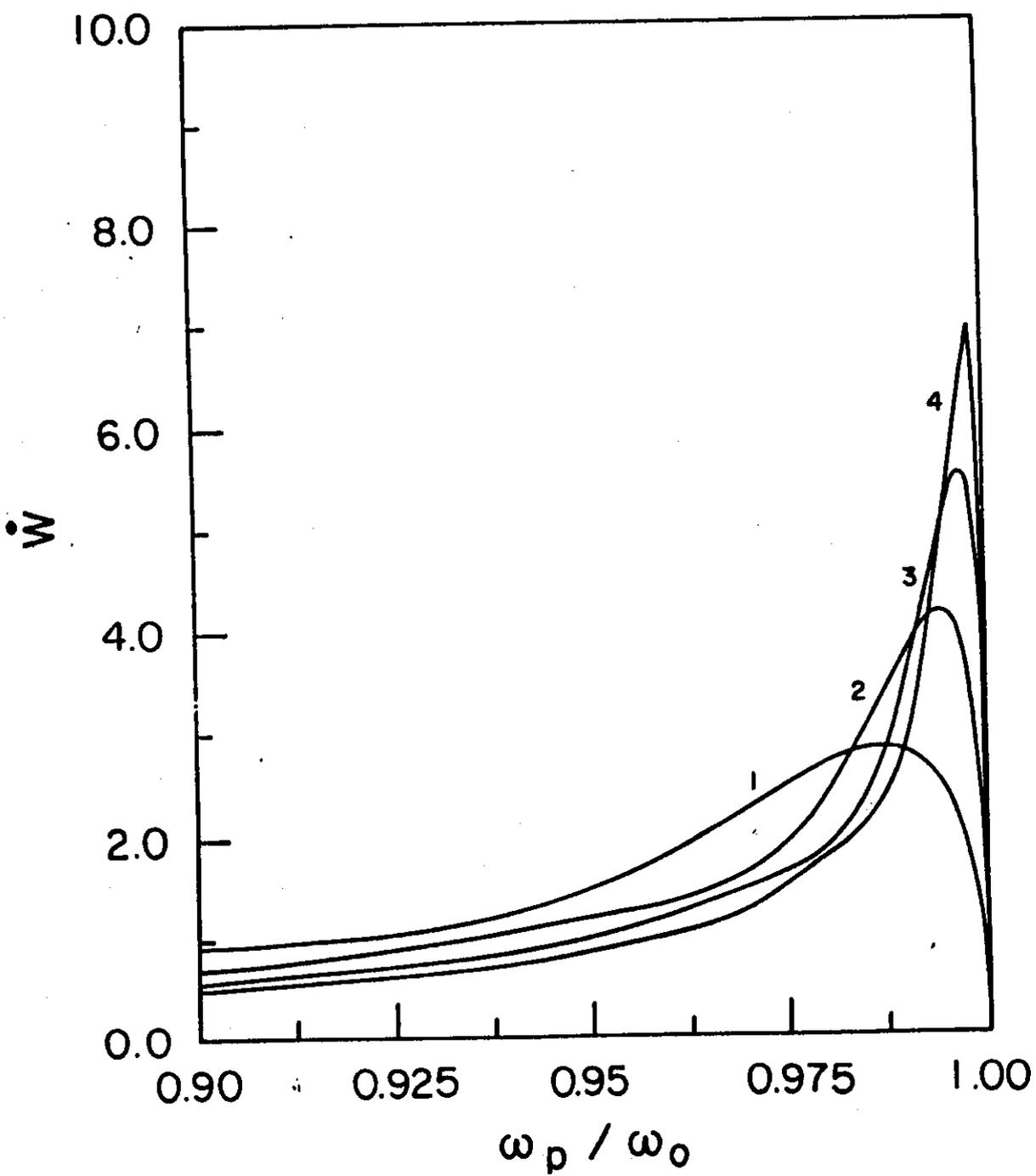


Figura V.14:  $\dot{W}$  versus  $\omega_p/\omega_0$  com parâmetros  $v_0/v_t$

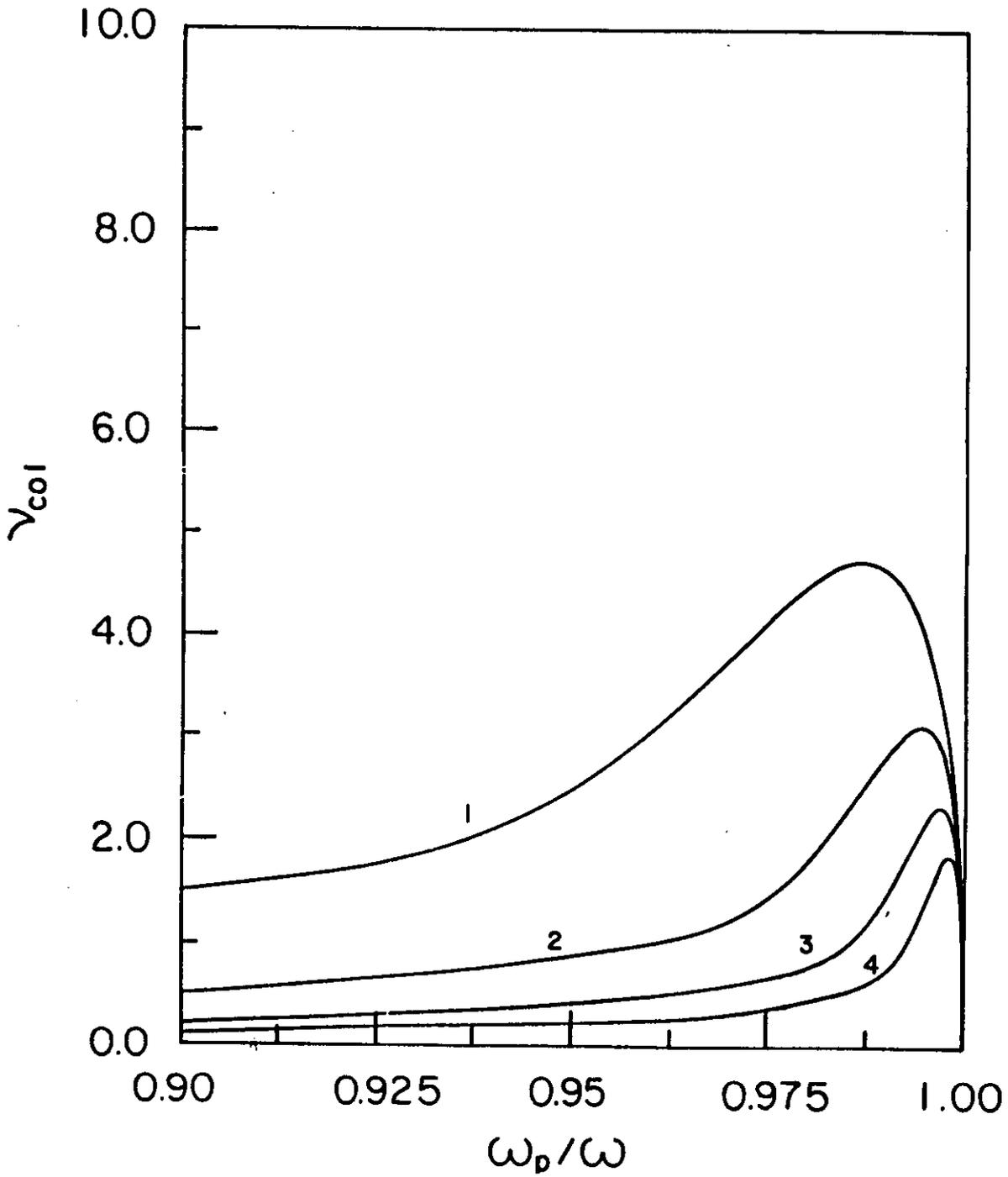


Figura V.15:  $\nu_{col}$  versus  $\omega_p/\omega_0$  com parâmetros  $v_0/v_t$

eletromagnética, pois a onda não penetra o plasma se  $\omega_0 < \omega_p$ . No caso de um plasma não homogêneo (i.e., com um perfil linear de densidade ( $k_0 L \gg 1$ )), surge como mecanismo de absorção dominante a conhecida absorção ressonante clássica que se deriva das equações de Maxwell, dando como resultado a função de Ginzburg [28]. Logo, a correção do B.I. feita nesta seção perde em importância desde o ponto de vista prático. Porém, na presença simultânea de dois lasers de frequência  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , ambas acima do limiar de penetração no plasma, com a condição  $\omega_2 - \omega_1 \sim \omega_p$ , a verificação experimental é possível, no presente.

Na seção seguinte exploramos o problema do aquecimento com dois lasers, onde as correções serão importantes, não somente no processo B.I. ressonante, mas também no problema de aceleradores de partículas [29].

### V.4.3 B.I. não colisional na presença de dois lasers

Primeiramente nós consideramos um plasma Coulombiano como na seção anterior. Então, no limite de  $\vec{V}_{CM} \rightarrow 0$ , e dois campos de laser ( $I_0, v_0, \omega_0$  e  $I_1, v_1, \omega_1$ ) a equação (III.40) fornece a taxa de absorção de energia  $\dot{W}_{BI}$

$$\dot{W}_{BI} = \sum_{q,n,l} n_i \frac{|U(q)|^2}{v(q)} (n\omega + l\omega_1) J_n^2(x_0) J_l^2(x_1) \text{Im} \left[ \frac{1}{\epsilon(\vec{q}, (n\omega_0 + l\omega_1))} \right] \quad (\text{V.15})$$

Na condição de ressonância  $n = -1$ ;  $l = +1$ , tal que  $\omega = \omega_1 - \omega_0 \approx \omega_p$  e  $\text{Im}(1/\epsilon) = \pi\delta(\epsilon_r)$  a taxa  $\dot{W}$  normalizada pode ser obtida sem dificuldades quando os dois campos têm a mesma polarização.

$$\frac{\dot{W}_{BI}}{Z^2 \epsilon^2 \omega_p^2 / 6v_t} = \frac{1}{(\omega_p/\omega)^3} \frac{1}{xy} \int_0^x J_1^2(bt) J_1^2(t) dt \quad (\text{V.16})$$

onde temos definido

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \Delta\omega_0, \quad E_1 = K E_0, \quad b = \frac{K}{\Delta^2} \\ x &= \frac{v_0 \omega_p}{v_t \omega_0} y, \quad v_1 = \frac{K}{\Delta} v_0 \end{aligned} \quad (\text{V.17})$$

Também sem dificuldades pode-se obter o limite do campo fraco com  $\vec{E}_0 \parallel \vec{E}_1$ , fazendo  $a_0 = v_0/\omega_0$ ,  $a_1 = v_1/\omega_1$ ,  $v_t = \omega_p/k_D$

$$\dot{W}_1 = \frac{\pi}{60} \frac{Z^2 e^4 n_0}{m v_t} (k_D a_0)^2 (k_D a_1)^2 \left[ \frac{(\omega_1 - \omega_0)^2 - \omega_p^2}{3\omega_p^2} \right]^{3/2} \quad (\text{V.18})$$

que pode ser comparada com as duas únicas expressões encontradas na literatura: a equação (27) de Mohan e Acharya que, depois de corrigida, se torna [30]

$$\frac{d \langle \epsilon \rangle}{dt} = \frac{Z^2 e^4 n_0 (k_D a_1)^2 (k_D a_2)^2}{48\sqrt{2}\pi m v_t} \frac{1}{\epsilon(\omega_1 - \omega_2)} \quad (\text{V.19})$$

e a recente expressão encontrada por Nunes e Fonseca [31]

$$\frac{d \langle \epsilon \rangle}{dt} = \eta \frac{\pi}{18} \frac{Z^2 e^4 n_0 (k_D a_1)^4 (k_D a_2)^4}{m v_t (1 - \omega_p^2/\omega^2)^2} \quad (\text{V.20})$$

Pela simples inspeção das duas últimas expressões poder-se-ia concluir que na ressonância  $\omega = \omega_p = \omega_1 - \omega_0$  o aquecimento devido ao processo B.I. com dois feixes de laser seria um dos mais eficientes mecanismos de absorção num plasma. Nossa expressão geral (V.16) também aparentemente sugeriria isso por causa do fator ressonante no denominador. Porém, todas as evidências experimentais [32,33,34] indicam o contrário, a injeção de dois lasers num plasma produz ondas de plasma de grande magnitude e gradientes de campo  $\sim 1 \text{ GeV}/m$  que aceleram as partículas, mas o B.I. é muito reduzido. Os valores típicos nesses experimentos são:

$$T_e \sim 10 - 50 \text{ eV (Hidrogenio)}$$

$$n_e \sim 10^{16} - 10^{17} \text{ cm}^3$$

$$I_0 = I_1 \sim 5 \cdot 10^{13} - 5 \cdot 10^{15} \text{ W/cm}^2$$

$$\lambda_0 \sim 10,6 \mu m, \lambda_1 \sim 9,6 \mu m (\text{CO}_2)$$

$$\omega_0 \sim 1,788 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}, \omega_1 \sim 1,795 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$$

Nossa equação (V.18) de campo fraco na ressonância tem um mínimo e não apresenta problemas ao ser testada com os dados experimentais. As expressões (V.19)

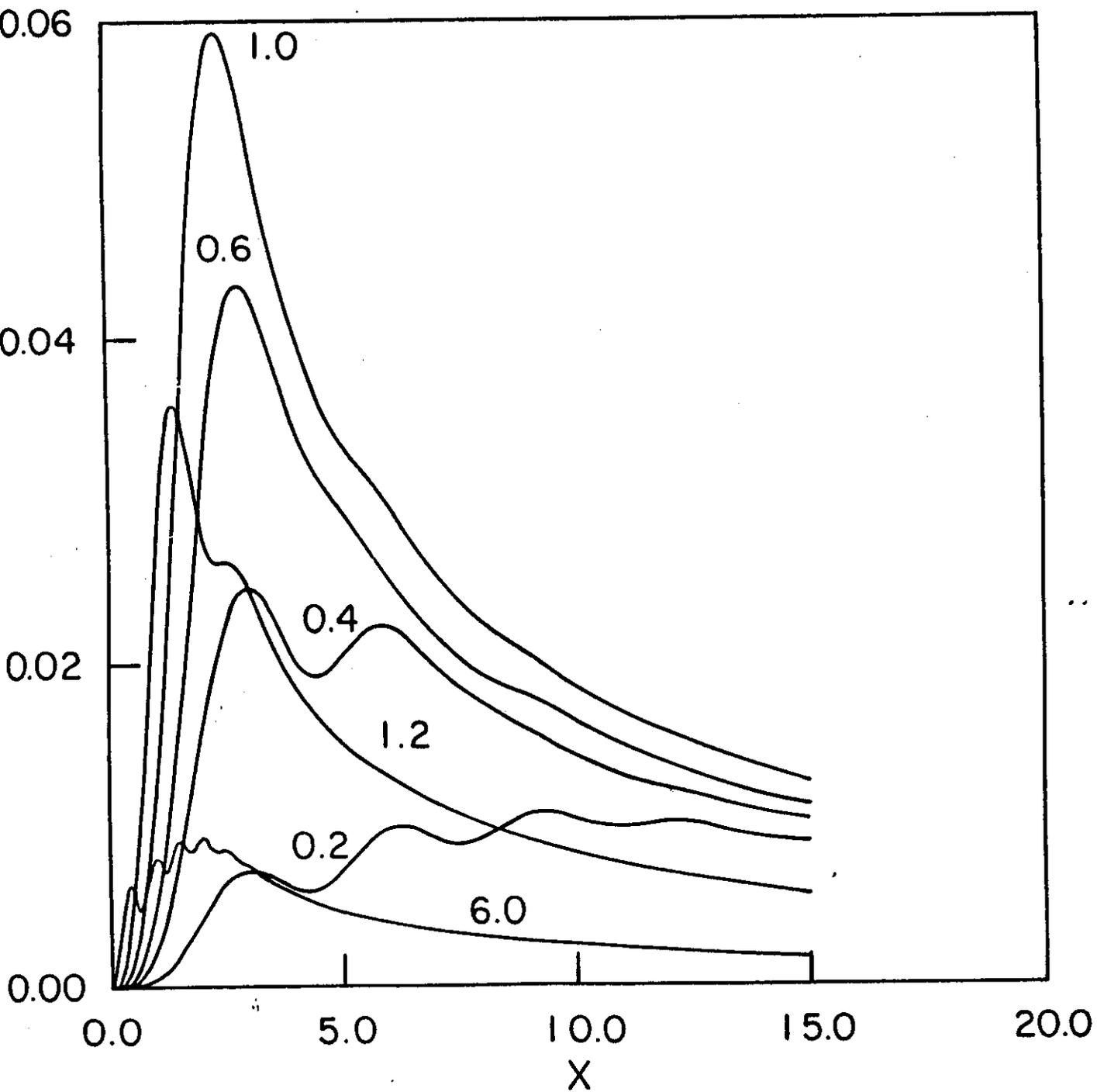


Figura V.16:  $\dot{W}$  versus  $x$  com parâmetro  $b$

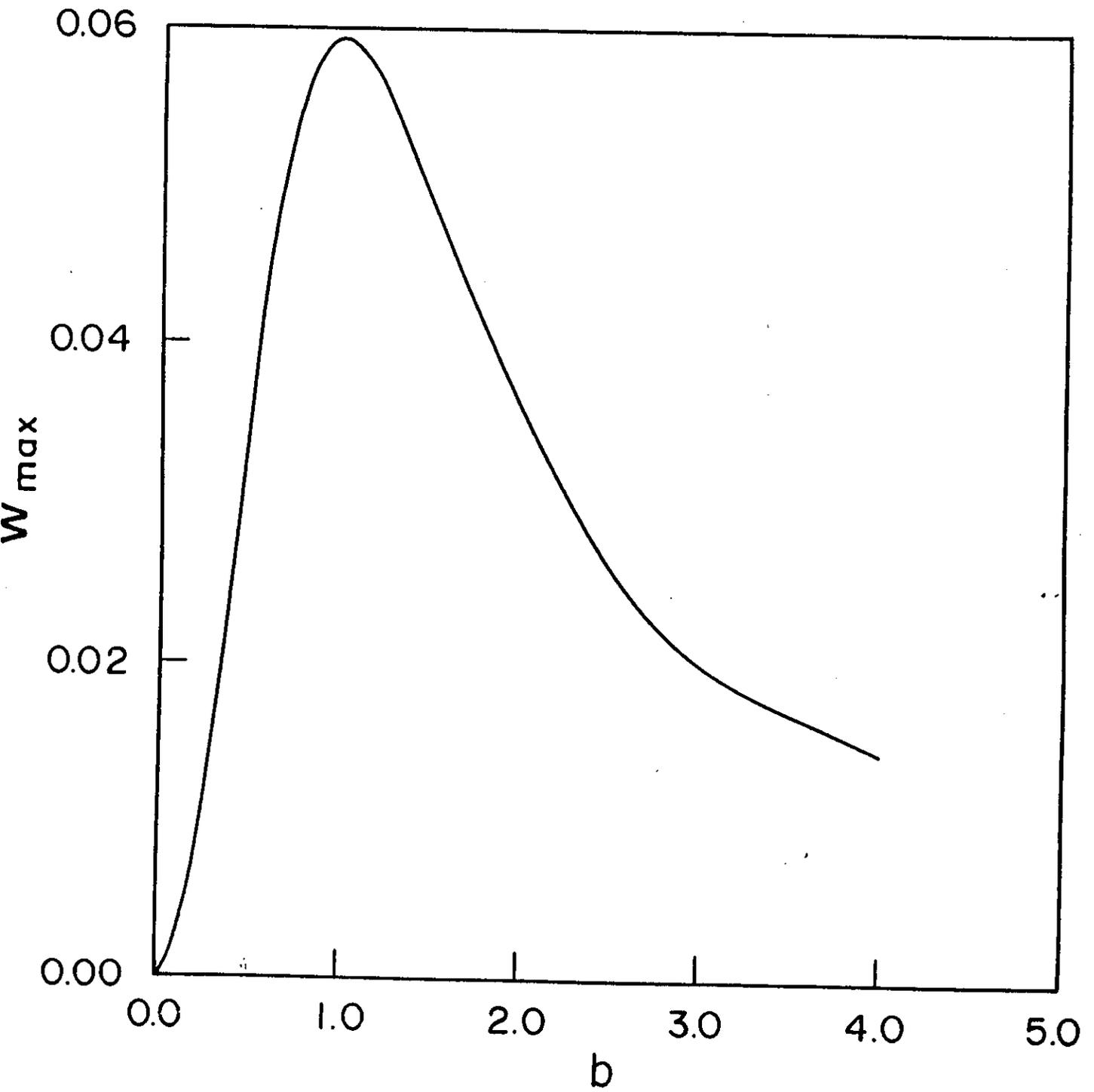


Figura V.17:  $W_{max}$  versus  $b$

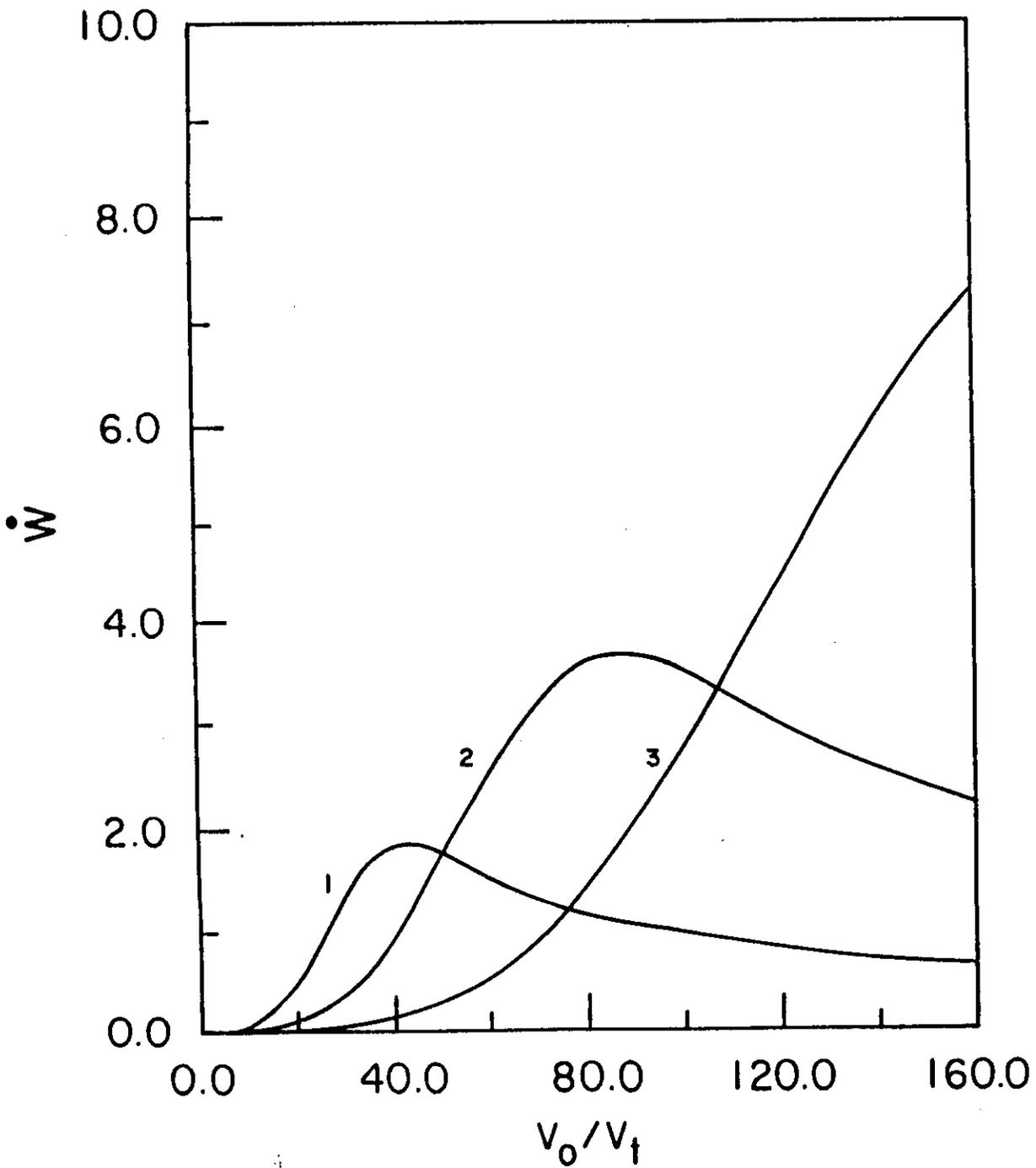


Figura V.18:  $\dot{W}$  versus  $v_0/v_t$

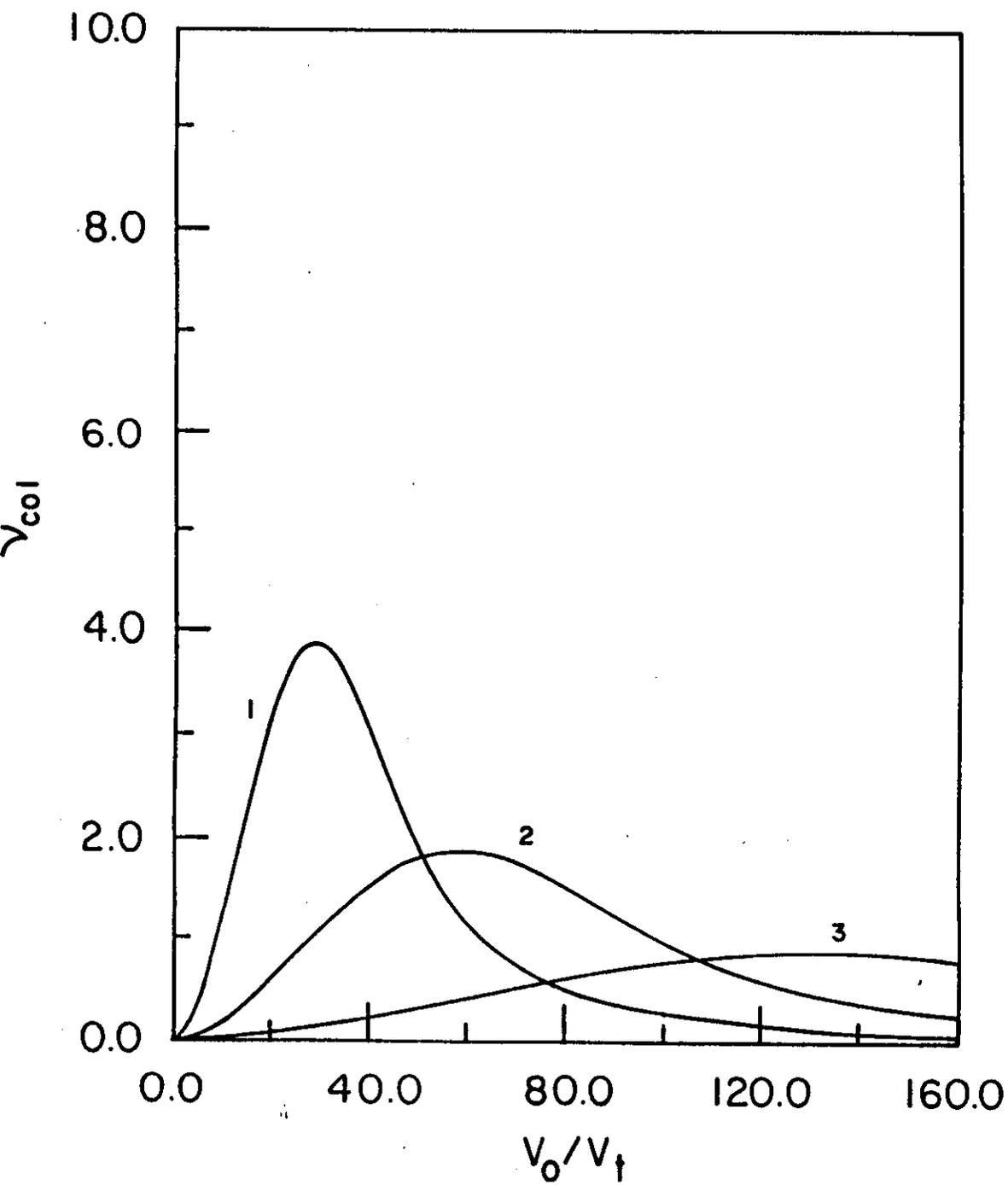


Figura V.19:  $\nu_{col}$  versus  $v_0/v_t$

e (V.20) além de não poderem ser usadas no regime de campo forte  $v_0/v_t > 1$ , sofrem da limitação de que nelas a dispersão espacial de  $\epsilon(q, \omega)$  não foi considerada.

Portanto, resta-nos explorar numericamente (V.16). O parâmetro  $b = K/\Delta^2$  influi notavelmente na taxa de absorção, tal como se observa na figura V.16 onde a taxa tem sido normalizada de modo que

$$\dot{W}_n = \frac{1}{x} \int_0^t J_1^2(bt) J_1^2(t) dt \quad (\text{V.21})$$

$\dot{W}_n$  apresenta um máximo em  $x = 2.5$  para  $b = 1$  e mostra uma estrutura oscilatória para  $b > 1$  ou  $b < 1$ . Para maior clareza, a figura V.16 ilustra o comportamento dos picos de  $\dot{W}_n$  em função do parâmetro  $b$ . Temos assim uma confirmação teórica dos dados experimentais em aceleradores com dois lasers que, ao considerar  $b_{exp} \sim 1$  se produz uma maior interação laser-partícula. Agora estamos em condições de comparar as duas curvas da figura V.10. Na ressonância um simples laser produz uma taxa de absorção quatro vezes maior que a provocada por dois lasers ( $b = 1$ ). Mas a aceleração produzida por um laser (transferência de momentum de um fóton) é certamente menor que no caso de dois lasers que excitam uma onda de plasma. [35,36].

Neste sentido, as equações (V.19) e (V.20) mencionadas nesta subseção, com respeito a um maior aquecimento com dois lasers, não são estritamente válidas.

Para completar a nossa análise, mostramos os resultados numéricos de  $\dot{W}_n$ ,  $\nu_{col}$ , e  $\alpha$  considerando os valores típicos de parâmetros dados anteriormente. A figura V.17 mostra a taxa de absorção normalizada com respeito a  $Z^2 e^2 \omega_p / (24 v_t)$ , em função de  $v_0/v_t$  tendo como parâmetro  $\omega_p / (\omega_1 - \omega_0) = 0,980, 0,995$  e  $0,999$  (curvas 1, 2 e 3) respectivamente,  $T_e = 10 eV$  e  $\omega_1 - \omega_0 = 0,1 \cdot 10^{16} rd/s$ . Os picos de  $\dot{W}_n$  crescem com  $v_0/v_t$ . Porém, os picos de  $\nu_{col}$  decrescem, figura V.19.

Um fato interessante acontece com o coeficiente de absorção: a magnitude de  $\alpha_{maz}$  é a mesma para diferentes valores de  $v_0/v_t$  e  $\omega_p / (\omega_1 - \omega_0)$ . Das figuras V.13 e V.20 observa-se que  $\alpha_{2L} = 1/4 \alpha_{1L}$ . Os valores dos parâmetros dos lasers e do plasma nas figuras V.18, V.19 e V.20 foram escolhidos de modo que podemos

compará-los com a lista de parâmetros do experimentais da tabela (V.3) [32].

Laser Neodímio	
comprimento de onda	$\lambda_0 = 1,06 \mu m$
frequência	$\omega_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
potência	$P = 8,5 \cdot 10^{13} \text{ W}$
duração do pulso	$\tau = 100 \text{ ps}$
intensidade	$I = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ W/cm}^2$
Plasma - Hidrogênio	
densidade	$n_0 = 1,6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
frequência	$\omega_p = 7,2 \cdot 10^{12}$
temperatura plasma	$T_e \pm 10 \text{ eV}$
frequência colisão	$\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$
amortecimento do laser	$\nu_L = 5,9 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$
tempo escala B.I.	$\tau_{BI} = 16 \text{ ns}$
comprimento de absorção	$L = 5 \text{ m}$
velocidade oscilação	$v_0 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ c}$
campo de aceleração	$E = 1,8 \text{ GeV/m}$

Tabela V.3: Parâmetros típicos

Dos dados:  $v_0$ ,  $T_e$  da tabela, tem-se que  $v_0/v_t = 20$ . Portanto, das curvas escolhemos aquelas que têm  $\omega_p/\omega_0 = 0,98$  e  $v_0/v_t = 20$ . Então,  $\nu_{col} = 3$ ,  $\alpha = 1,5$ . Com estes valores temos que  $\nu/\nu_0 = 7,5 \cdot 10^{-5}$ .

Dos dados experimentais, temos que  $\nu_{BI} \sim 1/\tau_{BI} \sim 6,25 \cdot 10^7$  e  $\nu_{BI}/\nu_{ei} = 4,2 \cdot 10^{-3}$  ou seja, o nosso cálculo teórico, mesmo sendo uma a duas ordens de grandeza menor que os dados experimentais, confirma o fato de que o aquecimento devido ao B.I. ressonante é reduzido.

Em resumo, com respeito à taxa de absorção de energia devida ao B.I. ressonante num plasma Coulombiano, nossos resultados são conclusivos: dois feixes de radiação laser se propagando na mesma direção num plasma homogêneo e sem colisões não produzem um acréscimo substancial no aquecimento no sentido de que  $\nu_{BI}/\nu_{ei} \gg 1$ . Pelo contrário,  $\nu_{BI}/\nu_{ei} \ll 1$  e, na realidade, esses feixes excitam intensas ondas de plasma que dão como resultado forças de aceleração da ordem

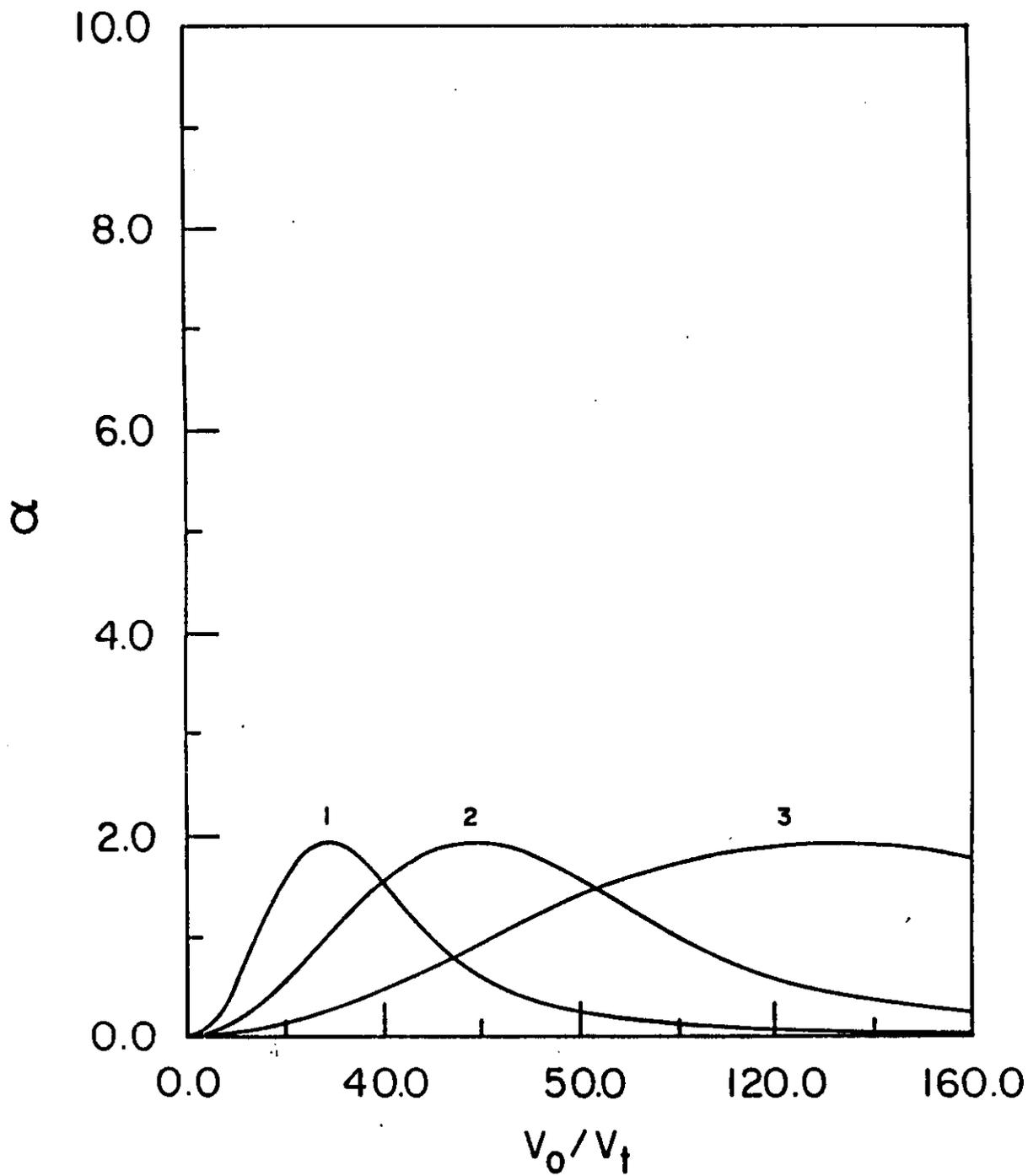


Figura V.20:  $\alpha$  versus  $v_0/v_t$

de  $GeV/m$  (ver capítulo VI). Se consideramos um pacote isotrópico dessas ondas temos (ver seção V.4.1)

$$\dot{W}_{BI} = \nu \left( \frac{1}{2} m v_D^2 \right) = \frac{\pi}{3} \omega_p \left( \frac{e\Phi_0}{T} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m v_t^2 \right) \frac{F_2(x)}{y} \quad (V.22)$$

e

$$\nu = \frac{\pi}{3} \omega_p \left| \frac{e\Phi}{T} \right|^2 \left( \frac{v_t}{v_0} \right)^2 \frac{F_2(x)}{y} \quad (V.23)$$

onde

$$F_2(x) = \frac{1}{x} \int_0^x J_1^4(t) dt$$

Dos dados experimentais tem-se que  $\delta n/n = e\Phi_0/T = 0,1$ ,  $\omega_p = 7,2 \cdot 10^{12} s^{-1}$  e  $v_0/c = 4 \cdot 10^{-2}$ , então  $v_0/v_t \doteq 10$ . Da figura V.10, temos que  $F_{2max} = 0,055$  para  $x = 2,5$ . Com esse valor podemos calcular a frequência de colisão efetiva dando como resultado  $\nu = 6,1 \cdot 10^7 s^{-1}$ , que concorda muito bem com  $\nu_{BI}$  do experimento. Naturalmente, ao crescer  $\nu_{BI}$ , o efeito de aceleração pode ser prejudicado, confirmando nossas expectativas sobre a saturação da força de aceleração B.I. que se discute no capítulo VI.

# Bibliografia

- [1] J. Dawson and C. Oberman. *Phys. Fluids*, 5:517, (1962).
- [2] V. Silin. *Sov. Phys. JETP*, 20:1510, (1965).
- [3] N. Arista, R.M.O. Galvao, and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 40:3808, (1989).
- [4] N. Arista, R.M.O. Galvao, and L.C.M. Miranda. *J. of the Phys. Soc. of Japan*, 59:544, (1990).
- [5] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: energy loss and stopping power. In A. B. Rodrigo, editor, *Proc. of IV Latin-American Workshop on Plasma Physics*, page 207, CNEA, Buenos Aires, July 1990.
- [6] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Laser field effects on the transport phenomena: energy loss, stopping power, and inverse bremsstrahlung process. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [7] F.B. Bunkin, A.E. Kazakov, and M.V. Federov. *Sov. Phys. Usp.*, 15:1416, (1973).
- [8] F. Ehlotzky. *Can. J. Phys.*, 63:907, (1985).
- [9] S. Bivona, R. Zangara, and G. Ferrante. *Il Nuovo Cimento*, 7D:113, (1986).

- [10] S. Bivona, R. Zangara, and G. Ferrante. *Phys. Letter A*, 110:375, (1985).
- [11] R. Daniele, G. Ferrante, F. Morales, and F. Trombetta. *J. Phys. B*, 19:L133, (1986).
- [12] R. Daniele, F. Trombetta, G. Ferrante, C. Cavaliere, and F. Morales. *Phys. Rev. A*, 1156, (1987).
- [13] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. In A. B. Rodrigo, editor, *Proc. of IV Latin-American Workshop on Plasma Physics*, page 219, CNEA, Buenos Aires, July 1990.
- [14] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Multiphoton effects in electron-ion scattering: a limitation of the cross-section treatment. *Status: Submitted to Phys. Rev. A*, (1990).
- [15] N. Kroll and K. Watson. *Phys. Rev. A*, 8:804, (1973).
- [16] S. Bivona, G. Ferrante, S. Nuzzo, and M. Zarcone. *J. Phys. C*, 15:169, (1982).
- [17] T.H. Tan, G.H. McCall, and A.H. Williams. *Phys. Fluids*, 27:296, (1984).
- [18] A. Ron and N. Tzoan. *Phys. Rev.*, 131:1943, (1963).
- [19] M.B.S. Lima, C.A.S. Lima, and L.C.M. Miranda. *Phys. Rev. A*, 19:1796, (1979).
- [20] S. Kim and H. Wilhelm. *Phys. Fluids*, 25:668, (1982).
- [21] S.H. Kim. *Il Nuovo Cimento*, 71B:227, (1982).
- [22] S. Kim. *Phys. Fluids*, 27:675, (1984).
- [23] V. Y. Bychenkov and V.P. Silin. *Sov. Phys. JETP*, 55:1086, (1982).

- [24] W. Manheimer. *Phys. Fluids*, 20:265, (1977).
- [25] R.J. Faehl and W.L. Kruer. *Phys. Fluids*, 20:55, (1977).
- [26] H. H. Brouwer and P.P. Schram. *Physica*, 147A:567, (1988).
- [27] Y. Shima and H. Yaton. *Phys. Rev. A*, 12:2106, (1975).
- [28] V.L. Ginzburg. *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, 2<sup>nd</sup> Ed. Pergamon Press, (1970).
- [29] T. Tajima and J.M. Dawson. *Phys. Rev. Lett.*, 43:267, (1979).
- [30] M. Mohan and R. Acharya. *J. Plasma Phys.*, 19:177, (1978).
- [31] O.A.C. Nunes and A.L.A. Fonseca. *Phys. Rev. A*, 40:311, (1989).
- [32] J. D. Lawson. *Report RL 83058*. Technical Report, RAL, 1983.
- [33] R. Ruth and A. Chao. Laser acceleration of particles. In *AIP Conference Proceedings*, (1982).
- [34] F. Martin et al. In *Proc. of SPIE*, no. 664, page 20, (1986).
- [35] M. Salimullah and Y. G. Liu. *Phys. Fluids*, 28:1209, (1985).
- [36] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Force due to inverse bremsstrahlung. *Phys. Lett. A*, (1991). Status: in preparation.

## Capítulo VI

# Força B.I. em Feixes de Elétrons Relativísticos e Taxa de Absorção na Presença de Spins

### VI.1 Introdução

As forças produzidas num meio excitado por campos de radiação muito intensos são de distinta natureza; entre elas temos aquelas de caráter clássico que se observam em plasmas tênues por causa de efeitos de gradientes do campo elétrico num meio modificado pela radiação (Torres (1981) [1]), ou forças colisionais que se derivam de um plasma de dois fluidos (Hora (1981) [2] e Torres e Sakanaka [3]). Este tipo de forças não serão discutidas aqui, pois elas se desenvolvem em tempos longos ( $\nu_{ei}\tau > 1$ ). Em experimentos com tempos de pulso muito curtos a força microscópica derivada no capítulo IV se torna apreciável. Portanto neste capítulo discute-se alguns resultados numéricos de  $\langle F \rangle$  obtida no capítulo IV. As possíveis aplicações de  $\langle F \rangle$  para laser de elétron livre na presença de campo “wiggler” longitudinal não serão discutidas neste tese.

Com respeito à taxa de absorção de energia, as drásticas modificações na taxa  $\dot{W}$ , por causa da intensidade do laser [4,5] num plasma semi-clássico, também não serão analisadas aqui. Neste capítulo nós nos restringimos a alguns resultados

numéricos de  $\dot{W}_s$ , obtidos no capítulo IV para laser de baixa frequência ( $\hbar\omega_0 \sim 0,1 a 1 eV$ ). A possível aplicação de  $\dot{W}_s$ , para modelar plasmas criados por laser de raios X ( $\hbar\omega_0 \sim 1 keV$ ) não será explorada neste trabalho.

## VI.2 Força B.I. em Feixes de Elétrons Relativísticos

Na equação (IV.20), o fator de perda  $Im(\varepsilon)$  pode ser calculado para uma distribuição Gaussiana de momentum do feixe de elétrons no sistema  $S'$  (elétrons relativos com respeito ao C.M.)

$$f(p^*) = [2\pi(\Delta p)^2]^{-3/2} \exp(-p^{*2}/(\Delta p)^2) \quad (VI.1)$$

onde  $\Delta p$  é a largura da distribuição no sistema  $S'$ . A expressão para  $Im(\varepsilon q^*, n\omega + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM})$  é direta [6],

$$Im(\varepsilon) = \frac{\sqrt{2\pi}\omega_p^2}{\left(\frac{\Delta p}{m}\right)^3 q^{*3}} (n\omega_0 + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM}) \exp\left[-\frac{(n\omega_0 + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM})^2}{2q^{*2}(\Delta p/m)^2}\right] \quad (VI.2)$$

Introduzindo a equação (VI.2) na equação (IV.20) para o caso de uma onda de plasma com  $\Omega \ll n\omega$ :

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= \frac{1}{4\pi} \sum_n q^{*2} |e\Phi|^2 (\vec{q}^* + n\vec{k}_0) J_n^2(x^*) \\ &\quad \frac{\sqrt{2\pi}\omega_p^2}{\left(\frac{\Delta p}{m}\right)^3 q^{*3}} (n\omega_0 + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM}) \\ &\quad \exp\left[-\frac{(n\omega_0 + \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM})^2}{2q^{*2}(\Delta p/m)^2}\right] \end{aligned} \quad (VI.3)$$

É claro que, no caso  $\vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM} \gg n\omega$  embora  $x^* \gg 1$ , sobrevive apenas o termo correspondente à transferência de momentum do laser na direção de propagação  $z$

$$\langle F_z \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_n q^{*2} |e\Phi|^2 \frac{1}{c} (n\omega_0)^2 J_n^2 \frac{\sqrt{2\pi}\omega_p^2}{\left(\frac{\Delta p}{m}\right)^3 q^{*3}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(V_{CM})^2}{(\Delta p/m)^2}} \quad (\text{VI.4})$$

fazendo uso da regra de soma  $\sum n^2 J_n^2(x^*) = x^{*2}/4$  com  $\beta^2 = 1$ , a força de aceleração é

$$\langle F_z \rangle = \frac{1}{4\pi} \frac{\sqrt{2\pi}\omega_p^2}{c} \frac{|\Phi|^2}{(\Delta p/m)^3} \frac{q_{\perp}^{*2}}{q^*} \frac{e^2 E_0^2}{m^2 \omega_0^2} e^{-\frac{1}{2} \frac{(V_{CM})^2}{(\Delta p/m)^2}} \quad (\text{VI.5})$$

devido a que  $V_{CM}$  no laboratório é relativístico ( $V_{CM} \sim c$ ), e para  $I_0 \sim 10^{14} \text{ W/cm}^2$ ,  $v_0/c < 1$  o número de onda  $q$  não é vestido pelo laser. Temos então que  $\langle F \rangle$  no sistema  $S'$  é

$$\langle F_z \rangle = 2\sqrt{2\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2 \frac{|e\Phi|^2}{(\Delta p/m)^3} \frac{q_{\perp}^2}{q} \frac{1}{c} \frac{I_0}{c} e^{-\frac{1}{2} \frac{(V_{CM})^2}{(\Delta p/m)^2}} \quad (\text{VI.6})$$

passando agora ao sistema fixo no laboratório L através das transformações de Lorentz, temos [7]

$$\Phi = \nu \Phi_L, \quad q \sim q_z \sim \nu q_L, \quad q_{\perp} \ll q_z \quad (\text{VI.7})$$

$$\gamma = \left[ 1 - \left( \frac{V_{CM}}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

A força  $\langle F_z \rangle_L$  é expressa como

$$\langle F_z \rangle = \frac{2\sqrt{2\pi}}{(\Delta p/m)^3} \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2 \nu |e\Phi_L|^2 \left(\frac{q_{\perp}}{q}\right)^2 q \frac{1}{c} \frac{I_0}{c} e^{-\frac{1}{2} \frac{(V_{CM})^2}{(\Delta p/m)^2}} \quad (\text{VI.8})$$

O máximo desta força é para  $\Delta p/m V_{CM} = 1/\sqrt{3} = 0,58$  coincidindo com os resultados do Kim. Porém (VI.8) é escalada como  $F \sim \gamma$ . Kim mostra que  $F \sim \gamma^3$  e independe de  $I_0$ . Da equação (VI.8) observa-se que  $F \sim I_0$ . Da teoria de Kim não se pode obter a saturação de força. De nossa teoria a saturação acontece no limite de campo muito forte onde  $n\omega_0 \gg \vec{q}^* \cdot \vec{V}_{CM}$  e  $F \sim \gamma I_0 e^{-\eta I_0}$  [8]. Para o caso

típico de aceleradores [9,10] laser-plasma,  $I(CO_2) \sim 10^{14} W/cm^2$ ,  $\Delta p/mc \sim 0,58$ ,  $|e\Phi| = 6 keV$ ,  $N \sim 1,6 \cdot 10^{16} cm^{-3}$ ,  $q_0 \sim 1,87 \cdot 10^3 cm^{-1}$ , temos que a força expressa em  $(eV/m)$  é

$$\langle F_z \rangle_L = 0,3 \cdot 10^7 \gamma \left( \frac{eV}{m} \right) \quad (VI.9)$$

Na tabela (VI.1) pode-se comparar nossos resultados com os da referência [7], também se inclui o valor numérico de força de Lorentz e a força clássica deduzida por Tajima e Dawson [11,12].

$\gamma$	$\langle F \rangle$ eq.VI.9	$\langle F_{Kim} \rangle$	F Lorentz	$F_{T-D}$
2	0,006	0,11	27	0,96
10	0,030	13,6	27	0,96
100	0,300	$13,6 \cdot 10^3$	27	0,96

Tabela VI.1:  $I = 10^{14} W/cm^2$

As forças são dadas em  $GeV/m$ . A força de Lorentz devida ao laser é instantânea sendo a média temporal igual a zero. A força de Tajima e Dawson dá o valor máximo do efeito de agrupamento ("bunching"). Os valores de força obtidos por nós são modestos comparados com os da referência [7]. Experimentalmente, as máximas gradientes atingidas são da ordem de  $0,5 GeV/cm$  sendo a expressão de Tajima e Dawson o limite teórico máximo. Logo, os valores da referência [7] com  $\gamma \gg 1$  são extremamente otimistas e não verificados experimentalmente [13]. A tabela (VI.2) mostra os valores da força para laser de  $CO_2$  com  $I_0 \sim 10^{16} W/cm^2$ .

$\gamma$	$\langle F \rangle$ eq.VI.9	$\langle F_{Kim} \rangle$	F Lorentz	$F_{T-D}$
2	0,06	0,11	270	0,96
10	0,30	13,6	270	0,96
100	3,0	$13,6 \cdot 10^3$	270	0,96

Tabela VI.2:  $I = 10^{16} W/cm^2$

Ainda neste nível de potência, os resultados de Kim para  $\gamma \gg 1$  continuam sendo muito otimistas. O fato de ter valores de  $\langle F \rangle$  muito maiores que a força

instantânea de Lorentz, reflete uma inconsistência de sua teoria na aproximação quântica de Born ( $e\phi/T \ll 1$ ). A inclusão de um campo magnético uniforme não muda o escalamento obtido por nós  $F \sim \gamma I$  pela seguinte razão: no sistema  $S'$ ,  $Im(\epsilon) \sim 1/q_z q_\perp^2$ , conseqüentemente no sistema  $L$ ,  $Im(\epsilon) \sim 1/\gamma q_z q_\perp^2$ . Se  $q^2$  na frente da equação (VI.4), no  $S'$  fosse paralelo ao eixo  $z$  ( $z \parallel \vec{B}_{dc}$ ) então no sistema  $L$  com  $\gamma \gg 1$ ,  $q_\perp^2 \rightarrow 0$  onde  $J_n^2(x_L) \rightarrow 0$ , isso significa que no sistema  $L$  não se teria transferência do fóton ( $n \rightarrow 0$ ). Logo, para que exista uma forte transferência de fótons quer em  $S'$  quer em  $L$  deve-se restringir as ondas de plasma no sistema  $S'$  a ter  $q_\perp > q_z$  tal que no sistema  $L$   $q_\perp \sim q_z$ .

Com esta restrição os valores de  $\langle F \rangle$  obtidos por nós são muito menores [8] que os mostrados nas referências [14,15].

### VI.3 Taxa de Absorção B.I. na Presença do Spin do Elétron

No capítulo IV foi obtida uma importante expressão (IV.25) para a taxa de absorção B.I. de um gás de elétrons interagindo com um background estacionário de íons e na presença de um campo de radiação de laser superintenso. Nessa expressão, os efeitos relativísticos da onda sobre os elétrons aparecem separados do efeito quântico do spin. A T.U. empregada por Rashid (1989) [16] no formalismo covariante da equação de Dirac  $T \sim (\vec{\gamma} \cdot \vec{k}_0)(\vec{\gamma} \cdot \vec{A})$  não permite esta separação, pois quando o potencial vetor da onda externa é zero, o termo do spin não sobrevive. Na (IV-25), o elétron aparece vestido ("dressed") pelo laser, tem quase momentum  $p^*$  e massa efetiva  $m^*$ , com transferência de momentum  $q^*$ . A função de perdas  $Im(\epsilon(q^*, n\omega_0))$  depende da função de distribuição  $f^*$  dos elétrons. Portanto, para avaliar (IV.25) é necessário conhecer  $f^*$ . Recentemente Rashid (1990) [17] encontrou uma solução da equação de Boltzman, porém, essa solução é confiável apenas no regime de plasma frio ( $\hbar\omega_0 \gg \frac{1}{2}(p^{*2}/m^*)$  e  $n\hbar\omega_0 \gg k_B T$ ). Nosso interesse aqui é no regime de plasma quente, onde o elétron tem grande probabilidade de passar

perto dos núcleos, e estimar a ordem de grandeza do efeito do spin na taxa global de absorção de energia. A hipótese que nós fazemos, para simplificar o problema de cálculo, é que a função  $f^*$  seja uma distribuição de Juttner modificada [18].

$$f(E^*) = C^* \exp(-E^*/k_B T) \quad (\text{VI.10})$$

onde  $E^*$  é dado por (IV.14). Na aproximação não relativística, tem-se a função distribuição Maxwelliana modificada  $f(v^*)$ . Esta hipótese será correta e os resultados mostrados mais adiante serão confiáveis se nós modelamos experimentos com tempo de duração muito curto (o tempo do pulso do laser deve estar na região de pico a femtossegundos). Assim, o plasma criado instantâneamente pelo laser não tem tempo de desenvolver um comprimento da corona  $L \gg \lambda_0$ , onde outros mecanismos de absorção são dominantes [19,20]. Escrevendo novamente a equação (IV.25) numa forma mais conveniente para um plasma Coulombiano:

$$\langle P_a \rangle = \dot{W}_{BI} = \sum_n \int \frac{d^3 q^*}{2(\pi)^2} \frac{n_i Z^2 e^2}{q^2} n \omega_0 J_n^2(x^*) \text{Im}(\varepsilon) F_s F_R \quad (\text{VI.11})$$

onde

$$\begin{aligned} U(q^*) &= \frac{4\pi Z e^2}{q^{*2}}, \\ v(q^*) &= \frac{4\pi e^2}{q^{*2}}, \\ F_s &= 1 + \frac{1}{2} (\lambda_c q^*)^2 \\ F_R &= 1 + \frac{1}{32} \left( \frac{v_0^*}{c} \right)^4 n^2 \end{aligned}$$

O fator  $F_s$  considera o spin e o fator  $F_R$  leva em conta efeitos de intensidade do laser com a restrição de que o segundo termo de  $F_R$  é muito menor que um. A função de perdas para os estados vestidos é:

$$\begin{aligned} \text{Im}\{\varepsilon^*(q^*, n\omega)\} &= 2\pi v(q^*) \sum_{p^*} [f(\vec{p} + \hbar \vec{q}^*) - f(p^*)] \\ &\quad \delta(E_{p^* + \hbar q^*} - E_{p^*} - n\omega_0) \end{aligned} \quad (\text{VI.12})$$

Levando (V.10), (V.12) em (V.11), e fazendo uma longa série de passos algébricos com o objetivo de pôr em evidência o caráter multifotônico do processo como também o efeito do spin, temos que

$$\dot{W} = C(2\pi y)^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \sinh(ny) \int_0^{\infty} \frac{dz}{z^3} e^{-ny(x^2+1/x^2)/2} D_n \left[ s \left( \frac{n}{y} \right)^{1/2} z \right] F_s F_R \quad (\text{VI.13})$$

onde  $C$  é uma constante, e foram feitas as seguintes mudanças de variáveis

$$y = \frac{\hbar\omega_0}{2k_B T}, \quad s = \frac{v_0^*}{v_t}, \quad \frac{\lambda c^2}{(v_t/c)^2} q^{*2} = z^2 ny$$

a variável  $z$  contém o efeito relativístico do laser descrito por \*. O fator devido ao spin é

$$F_s = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 z^2 ny \quad (\text{VI.14})$$

e a integral angular da função de Bessel para uma onda linearmente polarizada é

$$D_n \left( s, \left( \frac{n}{y} \right)^{1/2} z \right) = \frac{2}{\pi s z} \left( \frac{y}{n} \right)^{1/2} \ln \left[ \frac{s z}{(ny)^{1/2}} + \left( \frac{s^2 z^2}{ny} - 1 \right)^{1/2} \right] \Theta \left( \frac{s z}{(ny)^{1/2}} - 1 \right) \quad (\text{VI.15})$$

A equação (VI.13) só pode ser calculada numericamente, ela é completamente geral, mas muito mais simples que a equação (3.7) de Rashid [21]. Exhaustivo cálculo numérico desta equação está em fase de andamento. Aqui fazemos somente uma estimativa viável de  $\dot{W}$  causado pelo spin. Se  $x = (ny)^{1/2}/z$ , então de (V.13) com  $F_r = 1$

$$\dot{W}_s = C \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2} \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 \frac{\sqrt{y}}{s} \left[ \int_0^s e^{-\frac{x^2}{2}} \psi \left( \frac{s}{x} \right) \left( \int_y^{\infty} \sinh r e^{-\frac{r^2}{2s^2}} dr \right) dx \right] \quad (\text{VI.16})$$

onde

$$\psi\left(\frac{s}{x}\right) = \ln \left[ \frac{s}{x} + \left( \left( \frac{s}{x} \right)^2 - 1 \right)^{1/2} \right]$$

$$C = 4Z^2 n_i n_e e^4 \left( \frac{2}{n \hbar \omega_0} \right)^{1/2} \quad (\text{VI.17})$$

Comparando com  $\dot{W}$  sem spin, temos que assintoticamente na aproximação logarítmica a razão  $\dot{W}_s/\dot{W}$  é dada por

$$\frac{\dot{W}_s}{\dot{W}} = \frac{1}{2} \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln(1/y)}} \quad (\text{VI.18})$$

Aqui foi feita a aproximação  $\sinh(r) \sim r$  para laser de “baixa frequência” e plasma de alta temperatura e  $\dot{W}$  é calculado no regime de campo forte. Rashid (1988) obtém a expressão

$$\frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_1} = \frac{3k_B T}{2mc^2 \ln \left( \frac{2k_B T}{\hbar \omega_0} \right)} \quad (\text{VI.19})$$

mas aqui esse autor normaliza com respeito a um fóton ( $n = 1$ ). Portanto, a contribuição do spin foi calculado no regime de campo fraco  $v_0/v_t \leq 1$ . Um fato notável da equação (V.13) é que no caso de um fóton ( $n = 1$ ) e  $F_r = 1$ ;  $(v_0^*/c) \ll 1$ , também tem-se

$$\frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln(1/y)}} \quad (\text{VI.20})$$

Logo, pode-se comparar (VI.20) e (VI.19), tal que

$$\frac{\dot{W}_s(\text{VI.19})}{\dot{W}_s(\text{VI.20})} = 0,45 \sim 0,5$$

Porém, no regime de campo forte tem-se facilmente que

$$\dot{W}_{SNL} = \frac{1}{\left( \frac{v_0^*}{v_t} \right)} \dot{W}_{SL} \quad (\text{VI.21})$$

Portanto, os valores de  $\dot{W}_{SL}$  obtidos por Rashid devem ser corrigidos pelo fator  $(v_0^*/v_t)$ . Para um plasma relativamente frio  $T = 1 \text{ keV}$ . Se  $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$ ,  $v_0/c = 0.45$ ,  $v_0/v_t = 10$ , o valor numérico de (V.18) é da ordem de  $10^{-4}$ ,  $\dot{W}/\dot{W}_1 \sim 0.1$ ; portanto  $\dot{W}_S/\dot{W}_1 \sim 10^{-5}$ . Isto dá um efeito  $10^3$  vezes menor que o calculado por Rashid. Para um plasma relativamente quente  $T \sim 10 \text{ keV}$ . Se  $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$  e  $v_0/c = 0.45$ ,  $v_0/v_t = 3.0$ . De (VI.18) temos que  $\dot{W}_S/\dot{W}_1 \sim 10^{-3}$ , também  $\dot{W}/\dot{W}_1 \sim 0,5 \cdot 10^{-1}$ . Logo temos que  $\dot{W}/\dot{W}_1 \sim 0,5 \cdot 10^{-4}$ . Aqui temos um valor 30 vezes menor. Pelas estimativas feitas aqui nós concluímos que o efeito do spin em plasmas criados por lasers intensos, mas de baixa frequência ( $\sim 1 \text{ eV}$ ), seria muito reduzido. Consequentemente, seria difícil também observar dito efeito experimentalmente. Porém, o fator  $F_R$  não foi considerado nestas estimativas.  $F_R$  faz crescer a taxa, mas não atinge os níveis de absorção tremendamente otimistas de Rashid. Não obstante, com laser de alta frequência, os nossos primeiros cálculos não discutidos aqui mostram que a situação é dramaticamente diferente. Neste sentido, nós especulamos que os grandes níveis de absorção observados experimentalmente em Los Alamos, Livermore e Osaka são devidos em grande parte ao efeito do spin interagindo com a radiação de raios-x produzida pelos lasers superintensos de baixa frequência.

Os resultados assintóticos no regime de campo forte (equação VI.18) e no regime de campo fraco (equação VI.19) deduzidas da nossa teoria, apontam para um fato físico muito importante. A influência do spin do elétron na taxa de absorção de energia torna-se relevante quando a energia do fóton cresce, independentemente do valor da intensidade,  $I_0$ , ou seja, para o plasma uma vez criado, a parcela da taxa de energia devida ao spin é maior com laser de alta frequência e baixa intensidade e não no caso oposto.

# Bibliografia

- [1] H. Torres-Silva. In *Proc. of Spring College on Plasma Physics, vol. II*, page 397, Trieste, 1981.
- [2] H. Hora. *Physics of Laser Driven Plasma*. Wiley, (1981).
- [3] H. Torres and P.H. Sakanaka. In Academia de Ciências do Estado de São Paulo, editor, *Proc. of IV Japan-Brazil Symposium on Science and Technology, vol. III*, page 196, (1984).
- [4] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. In *Proc. of Spring College on Plasma Physics*, Trieste, 1985.
- [5] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Charged plasma particle collision in the presence of a strong laser field. *Status: Submitted to J. Phys. Soc. Japn.*, (1990).
- [6] S. Ichimaru. *Basic Principles of Plasma Physics*. Benjamin, (1973).
- [7] S. Kim. *Lett. Nuovo Cimento*, 44:647, (1985).
- [8] H. Torres-Silva and P.H. Sakanaka. Force due to inverse bremsstrahlung. *Phys. Lett. A*, (1991). Status: in preparation.
- [9] F. Martin et al. *Bull. Am. Phys. Soc.*, 30:1613, (1985).

- [10] F. Martin et al. In *Proc. of SPIE*, no. 664, page 20, (1986).
- [11] T. Tajima and J.M. Dawson. *Phys. Rev. Lett.*, 43:267, (1979).
- [12] S. C. Wilks et al. *Phys. Rev. Lett.*, 62:2600, (1989).
- [13] C. E. Clayton et al. *Phys. Rev. Lett.*, 54:2343, (1985).
- [14] S.H. Kim. *Phys. Letters A*, 135:48, (1989).
- [15] S.H. Kim. *Phys. Letters A*, 131:103, (1988).
- [16] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 40:4242, (1989).
- [17] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 42:964, (1990).
- [18] S. Juttner. *Ann. Phys.*, 36:861, (1911).
- [19] D. Bach et al. *Phys. Rev. Lett.*, 50:2082, (1983).
- [20] H. Hama et al. *I.E.E.E. Trans. Ion Plasma Science*, PS-10:55, (1982).
- [21] S. Rashid. *Phys. Rev. A*, 38:2525, (1988).

# Capítulo VII

## Conclusões, Observações e Sugestões

A física requerida em Fusão de Confinamento Inercial (FCI) inclui não somente a física de plasma mas também a hidrodinâmica, a física de radiação e a termodinâmica de sistemas muito densos. Devido a sua extensão e complexidade, é conveniente, para o estudo da FCI, que o fluxo de processos energéticos seja dividido em tópicos tais como:

- absorção e conversão de modos (interações laser-plasma);
- transporte, especialmente transporte de energia dos elétrons;
- hidrodinâmica e estabilidade de implosão e ignição de combustível e queima.

Este trabalho foi inteiramente dedicado ao estudo do primeiro tópico, fazendo extensos estudos de interações multifotônicas laser-feixe de elétrons. Porém, apesar de se ter atingido uma elevada compreensão de alguns processos multifotônicos com campos de radiação muito intensos, este estudo ficou restrito a situações onde  $\tau_p \nu_{eff} < 1$  (plasmas) e  $\omega_p / \omega_0 \ll 1$  (feixes). Estas aparentes limitações são necessárias quando se trata de avançar no estudo de um dos objetivos básicos

desta tese: identificação dos mecanismos microscópicos da absorção e/ou aceleração devido às interações laser-matéria.

Uma rigorosa inspeção da literatura nos leva a concluir que no caso de plasmas criados por lasers superintensos o mecanismo de absorção dominante é fruto da ação simultânea do B.I. colisional com efeitos relativísticos e do B.I. não colisional ressonante na presença de correntes e flutuações de densidade induzidas no plasma pela transferência multifotônica de energia ( $n\hbar\omega_0$ ). No caso da aceleração de feixes, ele é devido à transferência multifotônica de momentum  $n\hbar\vec{k}_0$  do laser para os elétrons.

Sérias discrepâncias têm sido observadas entre os níveis de absorção calculados teoricamente e os dados experimentais de plasmas criados por laser. Estes últimos são sempre maiores que os valores teóricos e, também, os dados experimentais seguem uma lei de escala  $\alpha \sim I^{0,5}$  que difere consideravelmente de  $\alpha \sim I^{-x}$  das atuais teorias ( $x = 1/2$  na absorção ressonante linear clássica,  $x = 3/2$  no B.I. colisional não relativístico).

Neste sentido o B.I. não colisional ou ressonante tem sido proposto por alguns autores como o mecanismo dominante no aquecimento de plasma. Porém, a falta de rigor observada nessas teorias semi clássicas contrasta com o rígido tratamento das teorias de Focker-Planck e BBGKY. No caso de feixes de elétrons acelerados pela força B.I. associada, também foram observados aspectos semelhantes quanto a falta de rigor do formalismo semi clássico.

Todos estes antecedentes nos motivaram a desenvolver um modelo físico capaz de: incorporar de modo consistente a velocidade de arrasto (“drift”), a ondulação (“rippling”) de densidade e, por último, os efeitos relativísticos, mantendo, dentro do possível, o tratamento rigoroso da teoria cinética quando os efeitos coletivos elétron-elétron são incorporados. O formalismo em questão é o modelo do Centro de Massa na representação de Heisenberg. Aplicações deste modelo é inédita em física de plasma. Na sua forma

mais básica ele descreve a dinâmica não relativística dos elétrons na presença de um laser, cujos efeitos são retidos completamente no termo “potencial” da formulação Hamiltoniana, com a T.U.E. de Kramers já incluída.

A equação quântica de transporte (III.14) obtida por nós é completamente geral. A partir desta se derivam as equações específicas de transporte do C.M., (III.31) e (III.32) para um potencial Coulombiano, na aproximação (R.P.A.). Nela aparece em forma explícita a velocidade de arrasto dos elétrons e quando nós fazemos a mudança de referencial  $\vec{V}_{CM} = -\vec{v}_i$ , obtemos a potência de freamento de partículas rápidas com velocidade  $\vec{v}_i$ , (III.35). Em particular, o cálculo numérico foi restrito à parcela ressonante dessa equação por dois motivos: i) não existe ainda na literatura estimativas numéricas de potência de freamento e da taxa de absorção de energia devido à interação multifotônica ressonante; ii) pôr em evidência as drásticas modificações incluídas pelo laser na região ressonante  $q < q_D$  de um plasma quando  $v_i/v_i \gg 1$ . O efeito ressonante em  $v_0/v_i = 1$  observado nas figuras respectivas é bem pronunciado. A possibilidade de desenvolver uma técnica de diagnóstico com este efeito em plasmas não colisionais se torna evidente.

Um caso interessante, também explorado numericamente nesta tese, foi o problema de feixes de elétrons em geometria paralela ( $\vec{v}_0 \parallel \vec{v}_i$ ) interagindo com cargas iônicas estáticas (III.37). Das figuras respectivas se observa o fenômeno ressonante da seção de choque e do coeficiente de absorção quando  $v_0/v_i = 1$  para um número muito grande de fótons absorvidos ( $n \leq 10^4$ ). A convergência da ressonância encontrada aqui não foi prevista em trabalhos anteriores de outros autores. Também encontramos efeitos ressonantes secundários nos coeficientes ( $\sigma, \alpha$ ) para  $v_0/v_i = 4, 65, 7, 80$ , etc. Isto mostra a natureza quântica do processo. A observação experimental desses picos secundários poderá ser um teste apropriado da credibilidade da teoria multifotônica ressonante com respeito ao B.I. não colisional.

A falta de rigor observada em algumas teorias semi clássicas baseadas no método de Seely e Harris, levou-nos a rever este problema à luz do nosso mo-

delo de C.M., no limite  $\vec{q} \cdot \vec{V}_{CM} \rightarrow 0$ ,  $q \ll q_D$  e  $\omega_0 \sim \omega_p$ . Especialmente no caso do B.I. devido a ondas íon-acústicas muitos esclarecimentos precisam ser feitos: A equação de Kim, proposta por esse autor numa série de trabalhos a partir de 1982, com a finalidade de preencher os vazios da equação de Vlasov com respeito ao B.I., não satisfaz o conhecido teorema de flutuação dissipação . Consequentemente a respectiva equação de transporte não inclui a função de perda  $Im(-1/\varepsilon)$ . Pelo contrário, a equação geral (III.43) e a particular (IV.7), obtidas neste trabalho, preencheram este requisito.

A equação de taxa de absorção de energia,  $\dot{W}$ , obtida por Kim, não mostra a esperada saturação para campo de radiação laser muito intenso. Nosso modelo entretanto prevê este aspecto que pode ser observado na equação (IV.11) e na curva normalizada respectiva,  $\dot{W}$ . Nossa conclusão com respeito a este tipo de absorção é que, dado o ponto de vista da teoria cinética BBGKY, a teoria quase linear de Vlasov tem a desejada consistência que a teoria de Kim não tem.

O B.I. ressonante produzido pela interação de dois lasers num plasma Coulombiano também merece algumas observações. Contrariamente ao sugerido recentemente por alguns autores, o B.I. é muito reduzido comprovado por diversas evidências experimentais. O cálculo numérico das equações (V.17) e (V.23) confirma esses resultados experimentais. Nós concluimos, então , que dois feixes de radiação laser se propagarem no mesmo sentido sob a condição  $\omega_1 - \omega_0 = \omega_p$ , não aquecem substancialmente o plasma mas excitam intensas ondas de plasma que dão como resultado grandes forças de aceleração sobre os elétrons.

Os efeitos relativísticos são incorporados no modelo C.M. considerando como ponto de partida a equação de Dirac, a T.U.E. de Kramers generalizada e uma adequada definição do operador  $\vec{\alpha}$  de Dirac e do "potencial"  $\beta V_{ei}$  do plasma. Nesta descrição relativística, os estados quase-livres ( $p^*$ ) do elétron são vestidos ("dressed") pelo laser. A T.U.E. obtida por nós permite pôr em evidência a transferência  $n\hbar\vec{k}_0$  de momentum do laser para o plasma, dando como resultado uma

expressão simples para a força B.I.,  $\langle F \rangle$ , equação (IV.20), que assintoticamente é proporcional ao fator de Lorentz. Isto difere de recentes resultados obtidos pela teoria de Kim que prevê  $\langle F \rangle \sim \nu^3$ . Os dados experimentais sobre acelerações típicas de plasma confirmam nossos resultados. Aqui concluímos que o escalonamento  $F \sim \nu^3$  para  $\nu > 10$  é inconsistente com a aproximação de Born inerente a essa teoria.

Finalmente, o efeito de spin no B.I. se observa nitidamente nas expressões (VI.13) e (V.16). Os resultados assintóticos de  $\dot{W}$ , obtidos por nós, no regime de campo forte (VI.17) e de campo fraco (VI.18), apontam para um fato físico novo. A influência do spin na taxa de absorção é maior com laser de alta frequência e baixa intensidade e não vice-versa, sempre que o produto  $I_0\omega_0$  é igual a uma constante.

A formulação do C.M. descrita amplamente nesta tese nos permite fazer, sem maiores comentários, as seguintes sugestões gerais para trabalhos futuros:

- 1 estudar os possíveis efeitos estabilizantes de ondas externas, na teoria de Dreicer sobre o fluxo de elétrons evasores;
- 2 geração de corrente considerando as forças flutuantes que surgem da teoria geral desenvolvida neste tese (equação quântica de Langevin);
- 3 aplicação do modelo em plasmas frios ou em semicondutores na faixa de tempo dos femto-segundos onde o termo  $H_{ee}$  não comuta com  $\vec{p}$  e assim obter expressões analíticas para o tempo de relaxação  $e - e$  para funções de distribuição fora do equilíbrio;
- 4 inclusão de campo magnético externo ou autogerado nas equações gerais de transferência de momentum e energia em plasmas quentes.

Seguem-se também as seguintes sugestões específicas:

- i explorar numericamente a força de aceleração sobre feixes relativísticos, equação (VI.3), para distribuições anisotrópicas de pacotes de ondas longitudinais, com o objetivo de encontrar mecanismos de saturação análogos aos dados classicamente por Rosenbluth e Liu;
- ii explorar numericamente a equação geral (VI.13) de taxa B.I. com spin na presença de raio X ou luz síncrotron na expectativa de identificar algum aspecto novo que no futuro possa ser usado como técnica de diagnóstico;
- iii determinar as leis de escala para  $\alpha(I_0)$ ,  $T_e(I_0)$  e  $L(I_0)$  em experimentos onde  $L/\lambda_0 \leq 1$ ,  $v_0/v_t \gg 1$  com o modelo relativístico descrito nesta tese;
- iv explorar o B.I. multifotônico em plasmas homogêneos na presença de um pacote de modos elétron-acústicos, considerando um feixe de elétrons quentes e outro de elétrons frios.

## APÊNDICE A

### A.I Método Cinético para Obter $\vec{f}$ e $\dot{W}_{CM}$

A equação (III.31) pode ser obtida numa forma cinética se levarmos em conta (III.9), (III.10), (III.11) e (III.12) nas equações de movimento para os operadores  $\hat{P}$ ,  $\hat{R}$ ,  $\hat{\rho}_{\vec{k}\vec{q}} = \hat{\rho}(\vec{k}, \vec{q})$

$$\hat{R} = \frac{\hat{P}}{M} \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{P} = - \sum_{q, \alpha} i\vec{q}U(q)e^{i\vec{q}\cdot(\vec{R}-\vec{R}_\alpha-\vec{a}(t))}\hat{\rho}(\vec{q}) + cc \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(\vec{k}, \vec{q}) = & i\omega_{kq}\rho(\vec{k}, \vec{q}) + i \sum_{q, \alpha} \left\{ \hat{\rho}\left(\vec{k} + \frac{\vec{q}'}{2}, \vec{q} - \vec{q}'\right) - \hat{\rho}\left(\vec{k} - \frac{\vec{q}'}{2}, \vec{q} - \vec{q}'\right) \right\} \\ & \left\{ U^*(\vec{q}')e^{-i\vec{q}'\cdot(\vec{R}-\vec{R}_\alpha-\vec{a}(t))} + V^*(\vec{q}')\hat{\rho}(\vec{q}') \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

onde  $U^*(\vec{q}') = U(-\vec{q})$  e (A.1), (A.2) e (A.3) são equações acopladas derivadas sem aproximação. A aproximação que fazemos em seguida é típica de um sistema de muitos corpos. No espírito da aproximação de fase aleatória, nós desprezamos termos com  $\vec{q}' \neq \vec{q}$  na equação (A.3). Também fizemos a aproximação

$$e^{-i\vec{q}\cdot\vec{R}(t)}e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}(t')} \doteq e^{i\vec{q}\cdot\vec{V}(t-t')}$$

onde  $V = V_{CM} = \dot{R}$ , usando o método de transformação de Fourier

$$\rho(\vec{k}, \vec{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{k}, \vec{q}, t)e^{-\omega t} dt \quad (\text{A.4})$$

virá

$$\rho(\vec{k}, \vec{q}, \omega) = \frac{n(\vec{k} + \vec{q}/2) - n(\vec{k} - \vec{q}/2)}{\omega - \omega_{kq}} [V(-\vec{q}) - U^i(-\vec{q})H(\omega)] \quad (\text{A.5})$$

onde

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{R}(t)} e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.6})$$

e

$$U^i(-\vec{q}) = \sum_{\alpha} U(-\vec{q}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{R}_{\alpha}} \quad (\text{A.7})$$

Aqui a inclusão do campo do laser é implícita em  $\vec{R}(t)$  Logo,

$$\rho(\vec{q}, \omega) = \sigma(\vec{q}, \omega) [U^i(-\vec{q}) H(\vec{q}, \omega)] \quad (\text{A.8})$$

onde

$$\sigma(\vec{q}, \omega)^{-1} = Y[\vec{q}, \omega]^{-1} - V(-\vec{q}) \quad (\text{A.9})$$

$$Y(\vec{q}, \omega) = \sum_k \frac{n(\vec{k} + \vec{q}/2) - n(\vec{k} - \vec{q}/2)}{\omega - \omega_{kq}} \quad (\text{A.10})$$

com a ajuda da fórmula de inversão

$$\rho(\vec{q}, t) = U^i(-\vec{q}) \int_{-\infty}^t \sigma(\vec{q}, t - t') e^{-i\vec{q} \cdot \vec{R}(t')} dt' \quad (\text{A.11})$$

e substituindo na equação de Langevin do C.M., tem-se

$$\dot{P} = - \sum_{q, \alpha} i\vec{q} |U^i(\vec{q})|^2 \int_{-\infty}^t e^{i\vec{q} \cdot \vec{R}(t)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{R}(t')} \sigma(\vec{q}, t - t') dt' + cc. \quad (\text{A.12})$$

Naturalmente na aproximação R.P.A.

$$\sigma(\vec{q}, \omega) \doteq \sigma_0(\vec{q}, \omega) = \frac{Y(\vec{q}, \omega)}{1 - V(\vec{q})Y(\vec{q}, \omega)} \quad (\text{A.13})$$

onde

$$\varepsilon \equiv 1 - V(\vec{q})Y(\vec{q}, \omega) \quad (\text{A.14})$$

De (A.12) obtém-se a equação (III.31) sem maiores problemas de cálculo depois de fazer aparecer o campo em forma explícita. As expressões de  $\dot{W}_{CM}$  e  $\dot{W}_e$  podem ser obtidas de maneira semelhante.

## APÊNDICE B

### B.I Generalização da Transformação Unitária Espacial de Kramers

A transformação de Kramers é gerada por um operador unitário que na ausência de outras interações desacopla o elétron do campo de laser. Seja  $\hbar = c = 1$  e

$$\bar{H} = \vec{\alpha} \cdot \left( \vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c} \right) + \beta m = H_0 + H' \quad (\text{B.1})$$

onde  $H'$  é o acoplamento laser-elétron e  $H_0$  é a Hamiltoniana do elétron livre. Deseja-se resolver o problema descrito por:

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} - \bar{H} - V_{ei} \right) \psi = 0 \quad (\text{B.2})$$

com o operador unitário

$$\psi = U \phi \quad (\text{B.3})$$

tal que:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \phi = (H_0^* + V_{ei}^*) \phi \quad (\text{B.4})$$

$$V_{ei}^* = U^{-1} V_{ei} U \quad (\text{B.5})$$

Então a evolução de  $U$  é

$$i \frac{\partial}{\partial t} U = \bar{H} U - U H_0^* \quad (\text{B.6})$$

a expressão de  $H_0^*$  aparece mais adiante. Se os estados "livres" satisfazem

$$i \frac{\partial}{\partial t} \chi_q = H_0^* \chi_q \quad (\text{B.7})$$

e os estados de Volkov são definidos por

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_q = \bar{H}\psi_q \quad (\text{B.8})$$

então o operador  $U$  pode ser escrito como

$$U(\vec{r}, \vec{r}', t) = \sum_q \psi_q(\vec{r}, t) \chi_q^*(\vec{r}', t) \quad (\text{B.9})$$

O laser é descrito por

$$\begin{aligned} \vec{A} &= A_0(t) \cos(\varphi) \\ \varphi &= \omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

então, seguindo o procedimento de Krstic (1989), a solução de  $\psi_q$  na nossa notação é

$$\psi_q = C_q (A_q + B_q \cos(\varphi)) e^{i\Gamma_q} u_i \quad (\text{B.11})$$

onde a fase é

$$\Gamma_q = \vec{q} \cdot \vec{r} - \beta \int dt' E_q(t') - R\nu_q \quad (\text{B.12})$$

com

$$R = \frac{\vec{q} \cdot \vec{v}_0}{\omega} \text{sen}(\varphi) - \frac{m}{8\omega_0} v_0^2 \text{sen}(2\varphi). \quad (\text{B.13})$$

Finalmente,  $C_q$  é um fator de normalização e  $u_i$  é o spinor unitário.

Nós definimos os estados quase livres introduzindo  $p^*$  e  $m^*$  tal que

$$\left[ i\frac{\partial}{\partial t} - (\alpha p^* + \beta m^*) \right] \chi_q = 0 \quad (\text{B.14})$$

onde

$$\chi_q = 2E_q (E_q + m^*)^{-1/2} [\beta(E_q + m^*) + \vec{\alpha} \cdot \vec{q}] e^{i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \beta \int E_q dt')} u_i \quad (\text{B.15})$$

O operador  $U$  agora pode ser construído e o potencial  $V_{ei}$  é transformado como

$$V_{ei}^* = U^{-1}V_{ei}U = \int U^{-1}(\vec{r}, \vec{r}', t)V(\vec{r}'')U(\vec{r}'', \vec{r}', t)d^3r'' \quad (\text{B.16})$$

depois de integrar e considerando o potencial como local em primeira aproximação, tem-se

$$V_{ei}^*(\vec{r}, t) = V_{ei}\left(\vec{r} - \beta\frac{v_0^*}{\omega_0}\text{sen}(z'(z)) + \frac{\hat{k}}{8}\frac{v_0^*}{\omega_0}\frac{v_0^*}{c}\text{sen}[2\phi(z'(z))]\right) \quad (\text{B.17})$$

onde

$$z = z' - \frac{1}{8}\frac{v_0^*}{\omega_0}\frac{v_0^*}{c}\text{sen}[2\phi(z')]$$

fazendo a inversão respectiva, pode-se obter as equações (IV.10) e (IV.11) do texto tal que

$$V_{ei}^*(\vec{r}, t) = V_{ei}(\vec{r} - \vec{a}(t)) \quad (\text{B.18})$$

## APÊNDICE C

### C.I Traço

A equação (IV.24) considera a soma sobre os estados finais do spin do elétron ( $S = 1, 2$ ) além da média sobre os estados iniciais do spin ( $S' = 1, 2$ ). A inclusão do operador  $\beta$  na soma permite obter uma contribuição positiva de aquecimento devido ao spin.

$$\sum_{ss'} = \frac{1}{2} \sum_{s'=1}^2 \sum_{s=1}^2 (u_{\vec{p}+\hbar\vec{q},s'} \beta u_{\vec{p},s}) (u_{\vec{p},s}^\dagger \beta u_{\vec{p}+\hbar\vec{q},s'}) \quad (C.1)$$

No procedimento de Harris (1972) aparece o operador unitário ao invés de  $\beta$  e  $\vec{p}$  e  $\hbar\vec{q}$  não são vestidos pelo laser. Usando a equação de Dirac para estados positivos temos que:

$$\sum_{ss'} = \frac{1}{2} \sum_{s'=1}^2 \sum_{s=1}^2 \frac{(u_{\vec{p}+\hbar\vec{q},s'} \beta (H_p + |E_p|) u_{\vec{p},s}) (u_{\vec{p},s}^\dagger \beta (|E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}| + H_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}) u_{\vec{p}+\hbar\vec{q},s'})}{4 |E_p| |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}|} \quad (C.2)$$

em termos dos traços tem-se

$$\sum_{ss'} = \frac{1}{8 |E_{\vec{p}}| |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}|} \text{Tr} \{ \beta (H_p + |E_p|) \beta (H_{\vec{p}+\hbar\vec{q}} + |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}|) \} \quad (C.3)$$

usando as identidades

$$\text{Tr}(\alpha_i) = \text{Tr}(\beta) = 0; \text{Tr}(\vec{\alpha} \cdot \vec{a}) \beta \text{Tr}(\vec{\alpha} \cdot \vec{b}) \beta = -4 \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (C.4)$$

e depois de alguns passos algébricos tem-se

$$\sum_{ss'} = \frac{1}{8 |E_{\vec{p}}| |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}|} \left[ 4 |E_p| |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}| + \text{Tr} \{ \beta (c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2) \beta (c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \hbar\vec{q} + \beta mc^2) \} \right] \quad (C.5)$$

(C.4) pode ser reduzida a

$$\sum_{ss'} = \frac{1}{8} \left\{ 4 + \frac{4 |E_p|}{|E_p + \hbar\vec{q}|} - \frac{4c^2 \vec{p} \cdot \hbar\vec{q}}{|E_p| |E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}|} \right\} \quad (C.6)$$

considerando agora a conservação de energia do processo i.e.

$$|E_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}| - |E_p| = n\hbar\omega \quad (\text{C.7})$$

de onde

$$\frac{4c^2\vec{p} \cdot \vec{q}}{|E_p|^2} = \frac{4n\hbar\omega}{|E_p|} - \frac{2c^2\hbar^2q^2}{E_p^2} \quad (\text{C.8})$$

introduzindo (C.7), (C.6) em (C.5) e retendo os termos de ordem par tem-se finalmente

$$\sum_{ss'} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\hbar q}{mc} \right)^2 = 1 + \frac{1}{2} (\lambda_c q)^2 \quad (\text{C.9})$$

Reitera-se aqui que os momentum  $\vec{p}$  e  $\hbar\vec{q}$  são vestidos pelo laser.