



Reconstrução de Chuveiros Atmosféricos Extensos detectados pelo Observatório Pierre Auger utilizando Métodos Robustos



Carlos José Todero Peixoto

Tese de Doutorado apresentada ao
Instituto de Física Gleb Wataghin
para obtenção do título de Doutor em Física

Orientador: Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar
D.R.C.C. - I.F.G.W. - Unicamp

Este exemplar

Corresponde à redação
final da tese de doutorado

defendida por

Carlos José Todero Peixoto

e aprovada pela comissão
julgaadora.

Campinas, 23 de outubro
de 2008

Carlos O. Escobar
Orientador

Campinas, Unicamp, 28 de Agosto de 2008

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

P359r

Peixoto, Carlos José Todero
Reconstrução de chuviros atmosféricos extensos detectados pelo Observatório Pierre Auger utilizando métodos robustos / Carlos José Todero Peixoto. -- Campinas, SP : [s.n.], 2008.

Orientador: Carlos Ourivio Escobar.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1 1. Raios cósmicos de altíssima energia. 2. Chuviros de
2 raios cósmicos. 3. Anisotropia de raios cósmicos. 4. Métodos
3 estatísticos robustos. I. Escobar, Carlos Ourivio.
4 II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb
5 Wataghin". III. Título.

6 (vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Reconstruction of extensive air showers seen by the Pierre Auger Observatory using robust methods
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Ultra high energy cosmic rays
 2. Extensive air showers
 3. Cosmic Ray anisotropy
 4. Robust statistical methods
- **Área de Concentração:** Teorias Específicas e Modelos de Interação ; Sistemática de Partículas ; Raios Cósmicos
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca examinadora:**

Prof. Carlos Ourivio Escobar
Prof. João Ramos Torres de Mello Neto
Prof. Ronald Cintra Shellard
Prof. José Augusto Chinellato
Prof. Pedro Cunha de Holanda
- **Data da Defesa:** 28/08/2008
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **CARLOS JOSÉ TODERO PEIXOTO - RA 001059**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 28/08/2008.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar (Orientador do Candidato)
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. João Ramos Torres de Mello Neto
IF/DFT/UFRJ

Prof. Dr. Ronald Cintra Shellard
CBPF

Prof. Dr. José Augusto Chinellato
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda
DRCC/IFGW/UNICAMP

“Dedico este trabalho
a minha querida filhinha Sofia
e minha querida esposa Luciana.”

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter-me dado o dom da vida, sem o qual nada me seria possível, depois a Santíssima Virgem Maria por ter-me ensinado paciência, persistência e me presceder em todo o tempo.

Agradeço a meus pais e a minha esposa pela paciência e compreensão para comigo; e em especial a minha filhinha Sofia, com tantos sorrisos que me impulsionaram a terminar este trabalho. Agradeço a todos os meus familiares que de algum modo me ajudaram.

Agradeço a segunda comunidade neocatecumenal da paróquia Imaculada Conceição - Mogi-Guaçu que contribuíram de algum modo para minha formação.

Agradeço a todos os meus professores deste tempo de doutorado e de outros tempos de formação. Obrigado pelo esforço que dedicaram a mim, mesmo não sabendo se este teria algum fruto. Espero ter esta mesma consciência e paciência quando chegar meu tempo de ensinar. Em especial agradeço ao meu professor e orientador Carlos Ourivio Escobar que se tornou para mim um exemplo de coerência pessoal e moral, e incrível competência profissional. Espero, um dia, estar a altura de ter sido seu orientado.

Agradeço a Ricardo Sato e Walter Medeiros pelas inúmeras horas de discussões sobre física e computação, que muito contribuíram para este trabalho; Vitor Souza e Sérgio Barroso pela disposição em sanar diversas dúvidas computacionais e referentes ao Projeto Auger; e aos Profs. Drs. Carola, José Augusto, Anderson e Philippe pelas sugestões sempre muito bem vindas. Enfim, em agradeço ao Grupo Auger pela constante ajuda e disposição durante a construção dos resultados deste trabalho.

Agradeço a todos do Departamento de Física de Raios Cósmicos e Cronologia que de alguma forma contribuíram para este trabalho.

Agradeço aos órgãos de fomento: CNPq pelo financiamento deste trabalho e FAPESP e FINEP pelo apoio ao Projeto Auger; sem os quais este não seria possível.

Agradeço às equipes de programadores dos Programas CORSIKA, e a FAPESP pelo fornecimento dos computadores, hoje de propriedade do departamento de raios cósmicos e cronologia - IFGW/UNICAMP, usados para as simulações e o tratamento dos dados.

Agradeço ao CENAPAD (Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho) onde foram tratados inúmeros dados e se tornou uma ferramenta imprescindível para a conclusão deste trabalho.

“A verdade é definida como a conformidade da coisa com a inteligência.”
(São Tomas de Aquino, sec. XIII)

Resumo

Desde os primeiros Raios Cósmicos de alta energia detectados por Pierre Auger na década de 30, toda a comunidade de Física de Radiação Cósmica procura técnicas matemáticas e métodos estatísticos mais adequados para analisar estes eventos. Estes processos de análise são imprescindíveis na estimativa da energia da partícula primária, bem como no cálculo do ângulo de chegada θ . A estimativa desta energia e do ângulo θ é o final de toda uma rede de trabalho e o começo de uma nova linha de pesquisa na busca pelas possíveis fontes que produziram tais eventos.

Ao longo deste trabalho refizemos o princípio de reconstrução dos “chuveiros de Auger”, os chamados “Chuueiros Atmosféricos Extensos” (C.A.E.), utilizando um conceito relativamente novo de estatística, hoje denominada Estatística Robusta.

O Método dos Mínimos Quadrados ou *Least Square - LS*, apresentado por Gauss e Legendre, possuía limitações que eles próprios já reconheciam e tentaram resolver, sem sucesso. Desde fins do século XVIII e começo do século XIX, os métodos estritamente paramétricos, em especial o Método dos Mínimos Quadrados e a média aritmética, foram questionados quando utilizados para descrever distribuições pouco comportadas ou com grandes flutuações. Algumas das principais questões estavam relacionadas a como tratar pontos muito distantes da distribuição principal (os chamados *outliers*) e como estes influenciavam a própria distribuição. A saída convencional mais utilizada foi a rejeição dos *outliers* e de pontos que apresentassem grandes desvios em relação a média. Porém, a perda de informações sobre a própria distribuição tornava-se inevitável. O modelo paramétrico mostrou-se apenas uma aproximação da realidade, uma vez que as flutuações, apesar de serem consideradas, não são “bem-vindas”; são vistas apenas como um erro inerente à observação. Então, no fim do século XIX apareceram as primeiras tentativas de extrair informação das flutuações, classificando-as e as considerando parte integral da descrição da distribuição.

Se um método estatístico for capaz de descrever os dados observados, incluindo e classificando as flutuações inerentes, este passa a ser conhecido como “Método Robusto” ou “Estatística Robusta”, onde a nomenclatura “Robusta” está relacionada à capacidade do método ou modelo de “resistir” às flutuações fornecendo uma descrição da realidade com razoável independência destas mesmas flutuações.

Com base em dois métodos robustos, Mínima Mediana Quadrada (*Least Median Square* - LMS) e Mínimos Quadrados “Aparados” (*Least Trimmed Square* - LTS), aplicamos estes nos ajustes da Função Distribuição Lateral de Chuveiros (*Lateral Distribution Function* - LDF) extraindo o valor de S_{1000} , parâmetro necessário para estimar a energia da partícula primária. Os valores para S_{1000} calculados a partir de estatística convencional (Mínimos Quadrados) e estatística robusta (LMS e LTS) são comparados.

O valor de S_{1000} , para chuveiros de mesma energia, depende do ângulo θ dos primários, já que o CAE sofre atenuação na atmosfera, atenuação esta tanto maior quanto maior, for θ . Para levar em conta a atenuação no cálculo do espectro de energia, em que todos os ângulos de chegada são considerados (até 60 graus), é introduzido o parâmetro S_{38} , onde 38 graus é a mediana dos dados do Auger. A atenuação é calculada usando-se o método do *Constant Intensity Cut* (CIC) o qual depende da validade de várias hipóteses. As três hipóteses supostas pela Colaboração Auger são apresentadas neste trabalho.

Correlacionamos, assim, todos os novos valores de S_{38} com os valores da chamada “Energia Híbrida”, obtida diretamente do programa de análise da Colaboração Auger. Esta correlação nos permite recorreger a energia com base em detecção híbrida, que é a grande vantagem do Observatório Pierre Auger.

Esta correlação nos permite estabelecer a escala de energia ou calibração do detector de superfície com base na determinação calorimétrica da energia feita pelo detector de fluorescência, que é o grande avanço trazido para o campo pelo Observatório Pierre Auger.

Com os novos resultados de energia, fizemos os cálculos de minimização para a correlação de radiação cósmica com fontes extra-galácticas obtendo correlações que não estão em correspondência biunívoca com aquelas obtidas pelo método convencional de análise.

Por fim fazemos uma análise das próprias estações *outliers* tentando extrair alguma informação relacionada à performance do detector de superfície.

Os apêndices incluídos após as conclusões foram colocados neste trabalho apenas por motivos didáticos como consulta rápida para o leitor leigo em métodos de detecção de radiação cósmica.

Abstract

Since the first ultra high-energy cosmic rays detected by Pierre Auger (the 30s) the entire community of Physics of Cosmic Rays search for mathematical techniques and more appropriate statistical methods to analyze these events. These analysis processes are essential for the estimate of the energy of the primary particle as well as in the calculation of the angle of arrival θ . The estimate of the energy and the angle θ is the end of a long chain of analysis and the beginning of a new line of research in the search for the possible sources that produced such events.

Throughout this work we re-analysed the reconstruction chain of the “Auger showers”, the so-called “Extensive Air Showers - EAS”, using a relatively new concept of statistics, known as Robust Statistics.

The Least Square Method - LS, presented by Gauss and Legendre had limitations already recognized by themselves who tried to overcome them without success. Since the end of the eighteenth century and beginning of the nineteenth century, strictly parametric methods, especially the Least Squares and the arithmetic average, were questioned when used to describe distributions with bad behavior or with large fluctuations. Some of the main issues were related to how to deal with points far way from the main distribution (the so-called outliers) and how it influenced the main distribution. The more conventional way out used was the rejection of the outliers and points that produced large deviations from average. But the loss of information about the distribution was inevitable. The parametric model proved to be only an approximation of reality, since fluctuations, despite being considered, are not “welcome”; are seen only as an error inherent in observation. Then, at the end of the nineteenth century there appeared the first attempts to extract information from fluctuations sorting them out and considering them as an integral part of the description of the distribution.

Whether a statistical method is able to describe observed data, including and sorting the fluctuations inherent, then becomes known as “Robust Method” or “Robust Statistic”, where the nomenclature “Robust” is related the ability of the method or model to “Resist” the fluctuations by providing a description of reality with reasonable independence these same fluctuations.

Based on two robust methods: Least Median Square - LMS and Least Trimmed Square - LTS;

we apply these to adjust the Lateral Distribution Function - LDF extracting the value of S_{1000} , parameter needed to estimate the energy of the primary particle. The values for S_{1000} calculated from conventional statistic (Least Square) and robust statistic (LMS and LTS) are compared.

The parameter S_{1000} is dependent on the angle of arrival of the shower, then we apply a correction factor called S_{38} . This correlates S_{1000} and and, currently, there are several ways to calculate this factor. The three hypotheses most used by Auger Collaboration are presented in this work.

We then correlate all new values of S_{38} with the values of the so-called “Hybrid Energy”, obtained directly from analysis software of the Auger Collaboration. This relationship allows us to correct the energy based on hybrid detection that is great advantage of the Pierre Auger Observatory.

This relationship allows us to establish the energy scale or calibration of the surface detector on the basis of the calorimetric determination of the energy done by the fluorescence detector which is the great advancement brought to the field by the Pierre Auger Observatory.

With the new results for the energy we reanalysed the the correlation with extra-galactic sources of cosmic ray getting new correlations, which are absent in the conventional methods of analysis.

Finally we make an analysis of the surface stations outliers by themselves trying to extract some information relevant for their performance.

Appendices included after the conclusions were placed in this work only for a rapid consultation by lay readers in methods of detection of cosmic rays.

Conteúdo

Dedicatória	v
Agradecimentos	vii
Resumo	xi
Abstract	xiii
1 Introdução	1
1.1 Reconstrução de Chuveiros Atmosféricos Extensos	1
1.1.1 Descrição de um CAE	3
1.1.2 Uma descrição um pouco mais realista de um CAE	4
1.1.3 Alguns experimentos - O Observatório Pierre Auger	11
1.1.4 O Detector do Observatório Auger - Tanques Cherenkov	11
1.1.5 Detector de Fluorescência	17
1.2 Métodos Robustos	20
1.2.1 Um pouco de história da Estatística	20
1.2.2 O método dos mínimos quadrados	21
1.2.3 Estatística Robusta	24
1.2.4 Método da Mínima Mediana Quadrada - LMS	26
1.2.5 Método dos Mínimos Quadrados “Aparados” - LTS	28
1.2.6 Exemplos de aplicação de LMS	28
2 Uma primeira estimativa de Energia - S_{1000}	31
2.1 Função Distribuição Lateral ou LDF	32
2.1.1 O fator S_{1000}	33
2.2 Exemplo de aplicação de LMS e LTS	34
2.3 Resultados e convenções adotadas	37

2.4	Histogramas de S_{1000} para L. Potência - LMS e LTS	40
2.5	Histogramas de S_{1000} para NKG-Modificada - LMS e LTS	43
3	Correção de $S_{1000} \rightarrow S_{38}$	46
3.1	<i>Constant Intensity Cut</i> - CIC	47
3.2	Resultados para S_{38} - ICRC-2005	50
3.3	Resultados para S_{38} - GAP-NOTE 2006-024	51
3.4	Resultados para S_{38} - Cronin e Yamamoto	52
4	Calibração da energia com eventos híbridos	53
4.1	Reconstrução Híbrida	53
4.2	Função Perfil Longitudinal	55
4.3	Critérios para seleção dos eventos híbridos	56
4.4	Resultados para os 21 possíveis valores de S_{38}	57
4.5	S_{38} calculado a partir dos ajustes ICRC, GAP e CY	61
4.6	Energia Relativa para os ajustes ICRC, GAP e CY	62
4.7	S_{38}^{ICRC} obtido por $S_{1000}(Lei\ de\ Potência - LS, LMS, LTS)$	63
4.8	Energia Relativa para os ajustes ICRC - L. Potência	64
4.9	S_{38}^{ICRC} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$	65
4.10	Energia Relativa para os ajustes ICRC - NKG	66
4.11	S_{38}^{GAP} obtido por $S_{1000}(Lei\ de\ Potência - LS, LMS, LTS)$	67
4.12	Energia Relativa para os ajustes GAP - L. Potência	68
4.13	S_{38}^{GAP} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$	69
4.14	Energia Relativa para os ajustes GAP - NKG	70
4.15	S_{38}^{CY} obtido por $S_{1000}(Lei\ de\ Potência - LS, LMS, LTS)$	71
4.16	Energia Relativa para os ajustes CY - POT	72
4.17	S_{38}^{CY} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$	73
4.18	Energia Relativa para os ajustes CY - NKG	74
4.19	Histogramas de Energia - ICRC-2005	75
5	Anisotropia	77
5.1	Breve resumo sobre modelos de aceleração e Propagação	78
5.1.1	Alguns Modelos de Aceleração	78
5.1.2	Propagação	79
5.1.3	A equação de transporte	80
5.2	Correlação Binomial	81

5.2.1	Exposição da rede de tanques	82
5.2.2	O método binomial	83
5.3	Varredura em Energia, γ e <i>redshift</i>	83
5.4	Teste do método	86
5.5	Resultados para os melhores ajustes de energia	88
5.6	Mapas galácticos	89
6	Análise dos <i>outliers</i>	93
6.1	Porcentagem relativa	93
6.2	Distribuição de <i>outliers</i>	99
7	Conclusões e discussões	102
A	Radiação Cherenkov	105
B	Produção de Fluorescência na alta atmosfera	110
	Bibliografia	112

Lista de Tabelas

2.1	Valores para S_{1000} e χ_{red}^2	35
2.2	Número de eventos por faixas de ângulo.	38
4.1	21 possíveis valores para S_{38}	57
4.2	Valores para os coeficientes A e B com ajustes LS.	58
4.3	Valores para os coeficientes A e B com ajustes LMS e LTS.	58
4.4	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	59
4.5	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	59
4.6	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	59
4.7	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	60
4.8	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	60
4.9	Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	60
5.1	Valores para Energia obtida diretamente do programa Offline.	85
5.2	Valores das minimizações para energia corrigida por CIC-ICRC.	88
6.1	ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LMS - 13 ABR 2007.	95
6.2	ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LMS - 30 ABR 2008.	97
6.3	ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LTS - 30 ABR 2008.	98

Lista de Figuras

1.1	Modelo de brinquedo	3
1.2	Definição de profundidade, X , na atmosfera	3
1.3	Ilustração do desenvolvimento e detecção de um CAE	8
1.4	Modelo simplificado das três componentes de um CAE	8
1.5	$-400\mu s$	9
1.6	$-300\mu s$	9
1.7	$-200\mu s$	9
1.8	$-100\mu s$	9
1.9	$0\mu s$	9
1.10	$100\mu s$	9
1.11	Todas as componentes de um chuveiro.	10
1.12	Hadrons (prótons+nêutrons).	10
1.13	Eletromagnética ($e^+ + e^-$).	10
1.14	Fótons (γ).	10
1.15	Muons ($\mu^+ + \mu^-$).	10
1.16	Tanque instalado e instrumentado pronto para receber e enviar sinais	12
1.17	Mapa do posicionamento dos tanques	13
1.18	Amostra de sinal em tanques ocorrida pela passagem de um CAE.	14
1.19	Amostra de sinal em tanques ocorrida pela passagem de um CAE.	15
1.20	Ilustração de uma detecção pelas estações.	16
1.21	Vista aérea dos telescópios em Los Leones. Figura extraída da ref. [36]	17
1.22	Estrutura do espelho e da câmera. Figura extraída da ref. [36]	18
1.23	Exemplo de traço deixado nos fototubos e da reconstrução do máximo.	19
1.24	Ilustração de um evento híbrido.	19
1.25	Distribuição tipo X.	23
1.26	Distribuição tipo Y.	23
1.27	Influência de <i>outlier</i> em X.	23

1.28	Influência de <i>outlier</i> em Y	23
1.29	Não-paramétrico.	25
1.30	Paramétrico.	25
1.31	Estat. Robusta.	25
1.32	Ilustração do algoritmo utilizado para calcular LMS.	27
1.33	Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1. Figura extraída da ref.[55].	29
1.34	Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1 aplicando LMS.	29
1.35	Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1 aplicando RLS_{LMS}	30
2.1	Distribuição lateral média das densidades de múons e elétrons de grupos de chuueiros de ferro e próton.	32
2.2	Exemplo de LDF para chuueiro detectado pelo Observatório Auger.	33
2.3	Exemplo de LDF para chuueiro detectado pelo Observatório Auger.	34
2.4	Evento 3077458, 25 JAN 2007, LS, LMS e LTS.	36
2.5	Evento 3077458, 25 JAN 2007, RLS_{LMS} e RLS_{LTS}	36
2.6	Histogramas para S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	40
2.7	Histogramas para S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	40
2.8	Histogramas para S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 15^\circ$	40
2.9	Histogramas para S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 15^\circ$	40
2.10	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $15^\circ - 30^\circ$	41
2.11	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $15^\circ - 30^\circ$	41
2.12	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $30^\circ - 45^\circ$	41
2.13	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $30^\circ - 45^\circ$	41
2.14	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $45^\circ - 60^\circ$	42
2.15	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $45^\circ - 60^\circ$	42
2.16	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $0^\circ - 60^\circ$	43
2.17	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $0^\circ - 60^\circ$	43
2.18	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $0^\circ - 15^\circ$	43
2.19	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $0^\circ - 15^\circ$	43
2.20	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $15^\circ - 30^\circ$	44
2.21	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $15^\circ - 30^\circ$	44
2.22	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $30^\circ - 45^\circ$	44
2.23	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $30^\circ - 45^\circ$	44
2.24	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $45^\circ - 60^\circ$	45

2.25	Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $45^\circ - 60^\circ$	45
3.1	S_{1000} em função de θ	46
3.2	S_{1000} em função de $\sec \theta$	49
3.3	Integral do número de eventos N para intervalos de S_{1000}	49
3.4	S_{1000} em função de $\sec \theta$	49
3.5	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	50
3.6	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	50
3.7	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	50
3.8	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	50
3.9	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	51
3.10	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	51
3.11	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	51
3.12	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	51
3.13	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	52
3.14	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$	52
3.15	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	52
3.16	Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$	52
4.1	Ilustração de detecção híbrida com os parâmetros para os ajuste do <i>timing</i>	54
4.2	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38} - ICRC-2005 - LS, LMS, LTS.	61
4.3	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38} - GAP-2006 - LS, LMS, LTS.	61
4.4	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38} - CY - LS, LMS, LTS.	61
4.5	Energia Relativa - ICRC-2005 - LS, LMS, LTS.	62
4.6	Energia Relativa - GAP-2006 - LS, LMS, LTS.	62
4.7	Energia Relativa - CY - LS, LMS, LTS.	62
4.8	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - L. Potência(LS).	63
4.9	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - L. Potência(RLS_{LMS}).	63
4.10	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - L. Potência(RLS_{LTS}).	63
4.11	Energia Relativa - ICRC - L. Potência $_{LS}$ - LS, LMS, LTS.	64
4.12	Energia Relativa - ICRC - L. Potência $_{LMS}$ - LS, LMS, LTS.	64
4.13	Energia Relativa - ICRC - L. Potência $_{LTS}$ - LS, LMS, LTS.	64
4.14	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - NKG(LS).	65
4.15	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - NKG(RLS_{LMS}).	65
4.16	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{ICRC} - NKG(RLS_{LTS}).	65
4.17	Energia Relativa - ICRC - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.	66

4.18	Energia Relativa - ICRC - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.	66
4.19	Energia Relativa - ICRC - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.	66
4.20	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - L. Potência(LS).	67
4.21	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - L. Potência(RLS_{LMS}).	67
4.22	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - L. Potência(RLS_{LTS}).	67
4.23	Energia Relativa - GAP - $L. Potência_{LS}$ - LS, LMS, LTS.	68
4.24	Energia Relativa - GAP - $L. Potência_{LMS}$ - LS, LMS, LTS.	68
4.25	Energia Relativa - GAP - $L. Potência_{LTS}$ - LS, LMS, LTS.	68
4.26	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - $NKG(LS)$	69
4.27	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - $NKG(RLS_{LMS})$	69
4.28	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{GAP} - $NKG(RLS_{LTS})$	69
4.29	Energia Relativa - GAP - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.	70
4.30	Energia Relativa - GAP - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.	70
4.31	Energia Relativa - GAP - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.	70
4.32	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - L. Potência(LS).	71
4.33	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - L. Potência(RLS_{LMS}).	71
4.34	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - L. Potência(RLS_{LTS}).	71
4.35	Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LS}$ - LS, LMS, LTS.	72
4.36	Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LMS}$ - LS, LMS, LTS.	72
4.37	Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LTS}$ - LS, LMS, LTS.	72
4.38	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - $NKG(LS)$	73
4.39	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - $NKG(RLS_{LMS})$	73
4.40	Energia híbrida <i>versus</i> S_{38}^{CY} - $NKG(RLS_{LTS})$	73
4.41	Energia Relativa - CY - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.	74
4.42	Energia Relativa - CY - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.	74
4.43	Energia Relativa - CY - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.	74
4.44	Histogramas de Energia para S_{1000} obtido direto do Offline, $0^\circ - 60^\circ$	75
4.45	Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LS, $0^\circ - 60^\circ$	75
4.46	Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LMS, $0^\circ - 60^\circ$	75
4.47	Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LTS, $0^\circ - 60^\circ$	75
4.48	Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LS, $0^\circ - 60^\circ$	76
4.49	Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LMS, $0^\circ - 60^\circ$	76
4.50	Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LTS, $0^\circ - 60^\circ$	76
5.1	Probabilidade p em função do <i>redshit</i> , z_{max} , para janelas com raios de 1° a 8°	84
5.2	Varredura em energia para Probabilidade P	85

5.3	Varredura em <i>redshift</i> , z , para Probabilidade P	85
5.4	Varredura em raio angular, γ , para Probabilidade P	85
5.5	<i>Shuffling</i> ou mistura para o parâmetro θ e com reflexo em energia.	86
5.6	Correlação entre Energia <i>versus</i> γ	87
5.7	Correlação entre γ <i>versus</i> <i>redshift</i> - z_{max}	87
5.8	Correlação entre Energia <i>versus</i> <i>redshift</i> - z_{max}	87
5.9	DIRETO-Offline-2.4 - 40 eventos acima de 54.31 EeV - 26 eventos correl..	89
5.10	ICRC-DIRETO LS, LMS, LTS - 38 eventos acima de Emin. - 22 eventos correl..	89
5.11	ICRC-L.Potência _{LS} LS, LMS, LTS - 23 eventos acima de Emin. - 14 eventos correl..	90
5.12	ICRC-L.Potência _{LMS} LS, LMS, LTS - 43 eventos acima de Emin. - 23 eventos correl..	90
5.13	ICRC-L.Potência _{LTS} LS, LMS, LTS - 46 eventos acima de Emin. - 25 eventos correl..	90
5.14	ICRC-NKG _{LS} LS, LMS, LTS - 24 eventos acima de Emin. - 12 eventos correl..	91
5.15	ICRC-NKG _{LMS} LS, LMS - 97 eventos acima de Emin. - 39 eventos correl..	91
5.16	ICRC-NKG _{LTS} LS, LMS, LTS - 46 eventos acima de Emin. - 23 eventos correl..	91
5.17	ICRC-NKG _{LMS} LTS - 63 eventos acima de Emin. - 29 eventos correl..	92
6.1	Porcentagem relativa de tanques <i>outlier</i>	94
6.2	Mapa da rede de tanques com tanques <i>outliers</i> identificados em amarelo - LMS - 13 ABR 2007.	95
6.3	Porcentagem relativa de tanques <i>outlier</i>	96
6.4	Mapa da rede de tanques com alguns tanques <i>outliers</i> identificados em rosa - LMS - 30 ABR 2008.	97
6.5	Mapa da rede de tanques com alguns tanques <i>outliers</i> identificados em rosa - LTS - 30 ABR 2008.	98
6.6	Ilustração da parte positiva e negativa de uma CAE.	99
6.7	<i>Outliers</i> obtidos por LMS e distância ao centro para θ de 0 a 60°	100
6.8	<i>Outliers</i> obtidos por LMS e distância ao centro para faixas de θ de 0 a 60°	100
6.9	<i>Outliers</i> obtidos por LTS e distância ao centro para θ de 0 a 60°	101
6.10	<i>Outliers</i> obtidos por LTS e distância ao centro para faixas de θ de 0 a 60°	101
A.1	Radiação Cherenkov	106

Capítulo 1

Introdução

A ciência contemporânea utiliza uma espécie de roteiro de pensamento para descrever a Natureza e suas propriedades. Nós o conhecemos como método científico que se caracteriza, em geral, por 4 fases: teoria, observação experimental, análise matemática/estatística e modelo. A ordem dessas fases varia com as circunstâncias de conhecimento do que será analisado. No caso da física de partículas, na grande maioria das vezes a observação experimental precede a teoria e assim esta é denominada empírica, ou seja, é construída para explicar o que foi antes observado. Portanto, a teoria também é razoavelmente dependente da análise matemática/estatística dos dados, e o trabalho de minimizar esta dependência, ou tratá-la da forma mais minuciosa possível, é de crucial importância, pois as conclusões finais sobre a compreensão da Natureza podem ser totalmente diferentes.

Desde a descoberta por Gauss (1795) [1] e Legendre (1805) [2] da função de distribuição normal e do método dos mínimos quadrados, o tratamento estatístico de dados reais é feito com base nestas teorias. Elas possuem extensa aplicabilidade, porém, em algumas situações, a aplicação torna-se questionável.

Nesta introdução faremos uma pequena revisão sobre como reconstruir chuviros atmosféricos extensos e dos métodos estatísticos convencionais (Gauss e Legendre) e robustos. Isto se faz necessário para identificar as limitações do método convencional e qualificar os pontos da reconstrução onde podemos aplicar a estatística robusta.

1.1 Reconstrução de Chuviros Atmosféricos Extensos

No fim do século 19 e começo do século 20 a academia europeia se debruçava sobre inúmeras questões científicas e em como respondê-las. Uma destas questões era sobre a condutividade elétrica do ar. Esperava-se uma diminuição da condutividade do ar ou, equivalentemente, da ionização

específica (número de íons por cm^3) pois ao nos afastarmos da superfície terrestre nos afastamos da sua crosta que possui isótopos radioativos que seriam os responsáveis pela ionização do ar. Ou seja, e de maneira correta, pensava-se que a ionização do ar próximo da superfície da Terra seria devido à radiação proveniente dos isótopos radioativos aí presentes. Como esta diminuição ocorria de fato a altitudes como a da Torre Eiffel, acharam que os resultados estavam de acordo com o modelo proposto. As medidas de Elster (1900), Geitel (1900), Wilson (1900 e 1901) e Cook (1903) [3], mostravam uma ionização residual nas câmaras blindadas de ionização. A conclusão foi unânime pela comunidade científica da época, alguma “coisa” conseguia atravessar a blindagem e para isso necessitava ter uma energia bastante alta. Victor Hess foi audacioso e propôs observar se a diminuição continuava para altitudes muito maiores. Assim, em 1912 [4], utilizando balões carregados com medidores chegou a altitudes de até 5.300 metros, onde para sua surpresa detecta um crescente aumento na ionização do ar. Para altitudes elevadas a ionização era maior!!! Veja que ele levou no balão um instrumento bastante simples: um eletroscópio de folhas. Ele, então, concluiu que essa “coisa” capaz de atravessar a blindagem das câmaras, na realidade, era radiação e teria origem de fora da Terra, no Cosmo. Ele foi o primeiro a propor tal explicação. No ano seguinte, 1913, Kohlhörster [5] também fez voos em balões com câmaras de ionização chegando a altitudes de até 9.000 metros, e sempre confirmando o aumento da condutividade do ar. Em 1927, Clay [6] verifica uma menor intensidade desta “radiação” na altura do Equador. Devido à componente horizontal do campo geomagnético ser mais forte nesta região, ele concluiu que, ao menos, uma parte desta “radiação” era composta de partículas carregadas. Em 1936, o físico austríaco, Victor Franz Hess recebe o Prêmio Nobel de Física pela descoberta do que ainda seria chamado, e até hoje nós conhecemos como, “Radiação Cósmica”.

No fim da década de 30, Pierre Auger [7] e colaboradores observam coincidência em dois detectores distantes um do outro e assim descobre os chamados Chuveiros Atmosféricos Extensos (C.A.E), ou *Extensive Air Showers* (E.A.S). Bruno Rossi (1947 - Estados Unidos) [8], e Georgi Zatsepin (1948 - Rússia) [9] constroem os primeiros experimentos especificamente projetados para detectar e analisar os “chuveiros de Auger”. Em fins da década de 40 e começo da década de 50, eles concluem que esta cascata ou chuva de partículas ionizadas é produzido pela colisão de um raio cósmico de alta energia (primário) com moléculas de ar, principalmente nitrogênio N_2 .

Desde então, diversos experimentos foram propostos e construídos para detectar radiação cósmica [10]. A construção do Observatório Pierre Auger [11] foi proposta em 1992 por James W. Cronin e Alan Watson. A apresentação às agências de fomento foi feita em 1995. O Observatório Auger foi concebido para ser o maior observatório de radiação cósmica já projetado até então. Sua construção começou em 1999 e em julho de 2008 o observatório estava com cerca de 95% da capacidade total de operação; sua inauguração está marcada para novembro de 2008.

1.1.1 Descrição de um CAE

Como um primeiro contato com esses “chuveiros de Auger”, talvez seja interessante apresentarmos um modelo simplificado ou um “modelo de brinquedo”. Este foi introduzido por Heitler (1944) [12] e considera a cascata de partículas constituída puramente por radiação eletromagnética. Na figura 1.1 cada segmento é considerado uma partícula, cada vértice produz apenas duas outras partículas e a ramificação ocorre depois de um comprimento de colisão λ fixo em g/cm^2 .

Após n divisões, o número de partículas “segmentos” é dado por: $N(X) = 2^{\frac{X}{\lambda}}$, onde X é a profundidade na atmosfera também em g/cm^2 , porém ao longo do eixo do chuveiro (figura 1.2).

A energia por “partícula” é dada por $E(X) = \frac{E_0}{N(X)}$.

O processo continua até a energia crítica $E(X) = E_c$, abaixo do qual não há mais energia por partícula suficiente para provocar as divisões. A profundidade atmosférica, X , onde ocorre E_c é denominada máximo do chuveiro, X_{max} , e o número de partículas nesta camada do desenvolvimento é dada por:

$$N_{max} = \frac{E_0}{E_c}, \text{ e } X_{max} = \lambda \frac{\ln(E_0/E_c)}{\ln(2)}. \quad (1.1)$$

Depois de ocorrer o máximo do chuveiro, as “partículas” apenas perdem energia por ionização e/ou são absorvidas pela atmosfera.

As cascatas hadrônica e muônica apresentam aproximadamente o mesmo desenvolvimento com N_{max} e X_{max} dados por:

$$N_{max} \propto E_0 \text{ e } X_{max} \propto \ln(E_0). \quad (1.2)$$

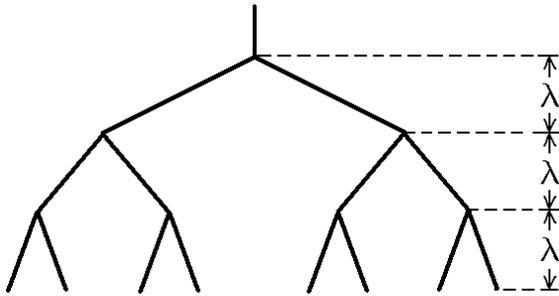


Figura 1.1: Modelo de brinquedo. Figura extraída da referência [13].

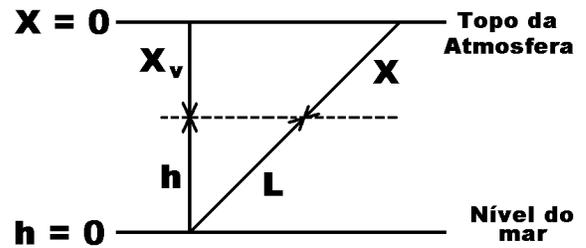


Figura 1.2: Definição de profundidade, X , na atmosfera. Figura modificada da referência [13].

1.1.2 Uma descrição um pouco mais realista de um CAE

De posse desse “modelo de brinquedo”, podemos passar para uma descrição mais próxima da realidade.

É claro que os processos de interação ao longo do desenvolvimento de um CAE são bem mais complexos do que podemos descrever neste trabalho, principalmente interações com energias de centro de massa ao redor de 1×10^{17} eV. Estas estão bem acima das energias dos aceleradores hoje em operação, portanto não temos um conhecimento empírico de tais interações. A solução temporariamente adotada foi extrapolar os resultados dos aceleradores [14, 15] supondo que não há novos processos de interação a estas energias e também que não há produção de novas partículas.

Levando-se em consideração nossas limitações na descrição de um CAE podemos, então, observar a figura 1.3, onde supomos que o processo se inicia com um chuveiro hadrônico (partículas mais pesadas onde predominam as interações fortes, em geral mésons - π , π^0 , e núcleons p , n etc.) que por sua vez alimenta cascatas eletromagnética (π^0) e muônica (píons carregados).

A atmosfera

A dependência do desenvolvimento do chuveiro com as características da atmosfera precisa ser levada em consideração.

Na figura 1.2, a profundidade atmosférica vertical, X_v , relaciona-se ao perfil de densidade da atmosfera ρ e a uma altitude h por: $\rho = -dX_v/dh$ ou:

$$X_v = \int_h^\infty \rho(h') dh' \quad (1.3)$$

Para uma atmosfera isotérmica, temos:

$$X_v = X_0 e^{-h/h_0}, \quad (1.4)$$

onde $X_0 \cong 1030g/cm^2$ no nível do mar e h_0 é denominada altura de escala .

A altura de escala e a temperatura, diminuem com o aumento da altitude até a troposfera (12 - 16 km). Ao nível do mar, $h_0 \cong 8.4km$, e para $X_v < 200g/cm^2$, $h_0 \cong 6.4km$.

Uma parametrização usual segundo Gaisser [13], é devida a M.Shibata:

$$h_v(km) = \begin{cases} 47.05 + 6.9 \ln X_v + 0.299 \ln^2(\frac{1}{10} X_v), & X_v \leq 25g/cm^2 \\ 45.5 - 6.34 \ln X_v, & 25g/cm^2 \leq X_v \leq 230g/cm^2 \\ 44.34 - 11.861(X_v)^{0.19} & X_v \geq 230g/cm^2 \end{cases} \quad (1.5)$$

Equações de cascata

A equação de cascata considera as propriedades das partículas, suas interações e a estrutura da atmosfera. Também supõe que os núcleons (prótons + nêutrons) são estáveis se considerada sua vida média em relação ao tempo de travessia da atmosfera, que varia ao redor de $500\mu s$.

A versão unidimensional é dada por:

$$\frac{dN(E, X)}{dX} = -\frac{N(E, X)}{\lambda_N(E)} + \int_E^\infty \frac{N(E', X)}{\lambda_N(E')} F_{NN}(E, E') \frac{dE'}{E}, \quad (1.6)$$

onde $N(E, X)dE$ é o fluxo de núcleons na profundidade X da atmosfera, $dX/\lambda_N(E)$ é a probabilidade de um núcleon interagir ao atravessar um elemento infinitesimal da atmosfera, sendo λ_N o comprimento de interação do núcleon no ar - com X e λ_N sendo medidos em g/cm^2 .

Para núcleons interagindo com o ar na faixa de 10^{12} eV, $\lambda_N \approx 80g/cm^2$.

Finalmente, a função $F_{NN}(E, E')$ representa a probabilidade de um núcleon incidente de energia E' colidir com um núcleo de ar e produzir um núcleon de energia E . Em geral, tal função é definida como:

$$F_{ac}(E_c, E_a) \equiv E_c \frac{dn_c(E_c, E_a)}{dE_c},$$

onde dn_c é o número médio de partículas do tipo c produzidas com energia no intervalo $[E_c, E_c + dE_c]$ por colisão de uma partícula do tipo a .

Componentes de um CAE

Como mencionado na seção anterior, um CAE pode ser dividido em três componentes: hadrônica, eletromagnética e muônica. Estas estão mostradas de forma simplificada na figura 1.4.

O fluxo de nêutrons + prótons [13] pode ser descrito por:

$$N(E, X) = g(0)e^{-X/\Lambda} E^{-(\gamma+1)} \quad (1.7)$$

onde Λ é o comprimento de atenuação e $\frac{1}{\Lambda} \propto [\frac{1}{\lambda_N} - \frac{1}{\lambda_N}Z]$, com Z proporcional à seção de choque do núcleon, e $g(0)$ dependente das condições de contorno.

A produção de pares e o *bremstrahlung* (ou radiação de freamento) são os processos mais frequentes no desenvolvimento da cascata eletromagnética. As fórmulas básicas relativas à descrição de tais processos são devidas a Bethe e Heitler (1934) [16], [17].

A probabilidade total de produção de pares por unidade de comprimento de radiação pode ser expressa aproximadamente por:

$$\frac{1}{\lambda_{par}} = \int_0^1 \psi(u) du = \frac{7}{9} - \frac{1}{3}b \approx \frac{7}{9}, \quad \psi(u) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}b + \left(\frac{4}{3} + 3b\right) \left(u - \frac{1}{2}\right)^2 \quad (1.8)$$

e para *bremstrahlung*¹,

$$\frac{1}{\lambda_{brem}} = \int_0^1 \phi(\nu) d\nu, \quad \phi(\nu) = \nu + \frac{1-\nu}{\nu} \left(\frac{4}{3} + 2b \right) \quad (1.9)$$

sendo $b \equiv (18 \cdot \ln[183/Z^{1/3}])^{-1} \approx 0.0122$.

Múons possuem uma pequena seção de choque e sendo bastante estáveis pouco decaindo ao longo do desenvolvimento do chuveiro possuem uma grande penetração na atmosfera. No decaimento de mésons relativísticos, o número de múons, em função de sua energia pode ser calculado por:

$$\frac{dn}{dE_\mu} = \frac{dn}{dE_\nu} = \frac{1}{1-r_M} \frac{1}{E_M}; \quad (1.10)$$

aqui M é a massa de um méson pai de energia total E_M e $r_M \equiv \mu^2/M^2$, onde μ é a massa do múon.

A maior parte das partículas recebidas pelos detectores no nível do solo provém da cascata eletromagnética e uma parte menor da cascata muônica. Greisen, na década de 60, modificou a teoria de cascatas eletromagnéticas segundo Nishimura e Kamata [19] para:

$$\rho_N(r, t) = \frac{N_e(t)}{r_1^2} f(x), \quad (1.11)$$

onde $N_e(t)$ é o número total de partículas num chuveiro a uma profundidade t (em comprimentos de radiação), e r_1 é a unidade de Molière, que caracteriza o comprimento de deslocamento lateral de uma partícula de baixa energia, por espalhamento múltiplo coulombiano num chuveiro eletromagnético: $r_1 = \frac{E_s}{E_c} X_0$, $E_s \approx 21$ MeV. No ar, $r_1 \approx 9.3$ g/cm² ou 78 m, no nível do mar [13].

A forma de $f(x)$ é dada por [20]:

$$f(x) = C_1(s) x^{s-2} (1+x)^{s-4.5} (1+C_2 x^d), \quad (1.12)$$

sendo $x = r/r_1$, e a constante de normalização $C_1(s)$ é representada por:

$$C_1(s) = \frac{N_e}{2\pi r_1^2} [B(s, 4.5-2s) + C_2 B(s+d, 4.5-d-2s)]^{-1}, \quad (1.13)$$

onde $B(m, n) = \Gamma(m)\Gamma(n)/\Gamma(m+n)$ é a função beta.

Para chuveiros com $N_e \approx 10^6$ no nível do mar, Greisen usou $s = 1.25$, $d = 1$, e $C_2 = 0.088$ [13].

¹Vemos que, quando $\nu \rightarrow 0$, a seção de choque para *bremstrahlung* diverge logaritmicamente; logo requer um cuidado especial quando os cálculos para simulação são baseados em Monte Carlo. Um procedimento de corte é introduzido a fim de tratar a divergência; isso consiste basicamente em escolher um corte ν_{min} , tal que $\nu_{min} E_0 \ll E_{th}$, onde E_{th} é a menor energia de interesse no problema. Cuidado especial deve ser tomado para se contabilizar corretamente a energia dissipada por partícula, abaixo do limiar (Butcher e Messel, 1960 [18]).

Se a partícula primária atravessasse toda a atmosfera, sem interagir com esta, e chegasse ao nível do detector, teríamos uma trajetória como representada na figura 1.3 por uma linha pontilhada, indicando o sentido de propagação da frente do chuva. Como isto é improvável, esta trajetória é virtual, mas pode ser calculada e recebe o nome de eixo do chuva. O ângulo entre este eixo e a normal em relação ao solo é denominado θ , ou ângulo de inclinação do chuva. Ao redor e ao longo deste eixo é que a cascata se desenvolve, e as partículas da frente do chuva estão distribuídas. A densidade de partículas e energia ao longo desta frente pode ser descrita por uma exponencial ou lei de potência decrescentes. A maior parte das partículas e da energia estão concentradas próximas ao eixo. Também próximo ao eixo está concentrada a maior parte da componente eletromagnética. Os múons, cuja trajetória é a menos afetada pelo desenvolvimento, estão espalhados ao longo da frente, mas ainda mantêm um perfil decrescente em relação ao eixo.

As figuras de 1.5 a 1.15, que podem ser encontradas na referência [21], são provenientes de simulação e mostram as trajetórias das partículas secundárias e primária ao longo da atmosfera. O primário deste chuva é um próton com energia de 1×10^{19} eV, ângulo de 60° . As figuras de 1.5 a 1.10 mostram um desenvolvimento temporal onde o tempo 0s é tomado quando a frente do chuva atinge o nível do solo.

Todas as componentes do chuva estão mostradas na fig. 1.11. As outras componentes são: a cascata hadrônica - fig. 1.12, a eletromagnética ($e^+ + e^-$) - fig. 1.13, a de radiação gama (γ) - fig. 1.14 e uma cascata muônica ($\mu^+ + \mu^-$) - fig 1.15..

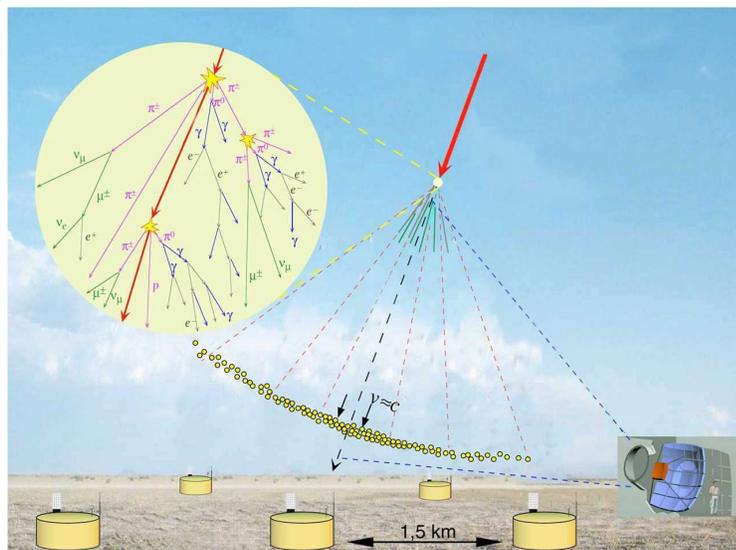


Figura 1.3: Ilustração do desenvolvimento e detecção de um CAE. Figura extraída da ref. [22].

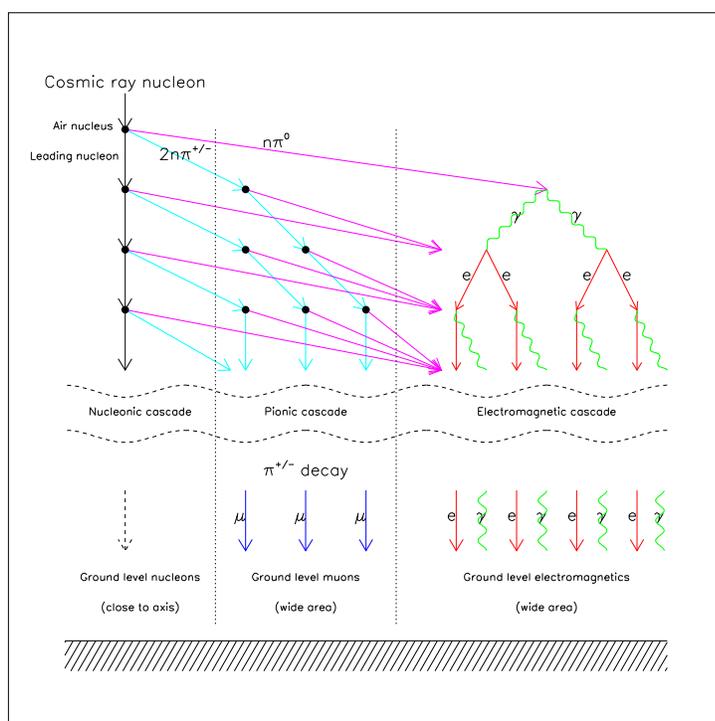


Figura 1.4: Modelo simplificado das três componentes de um CAE. Figura extraída da ref. [23].



Figura 1.5: $-400\mu s$



Figura 1.6: $-300\mu s$

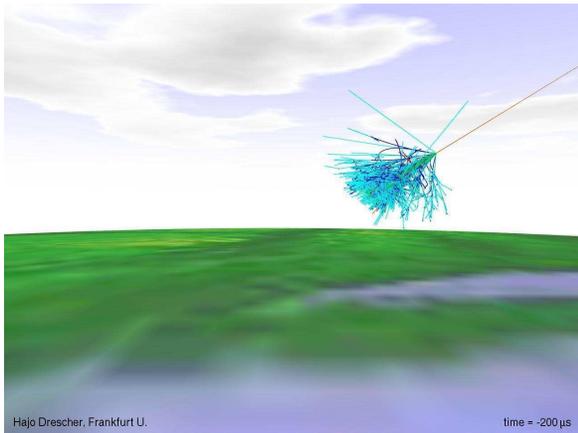


Figura 1.7: $-200\mu s$

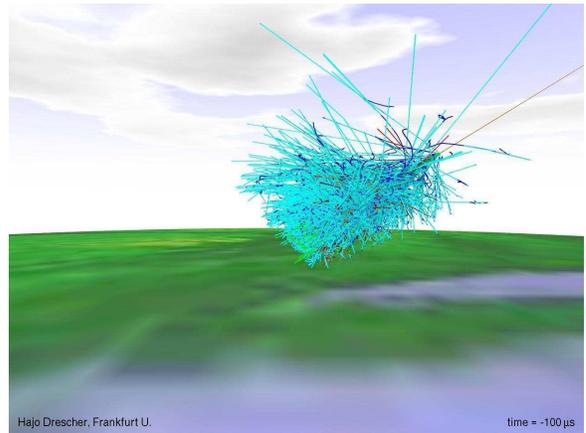


Figura 1.8: $-100\mu s$

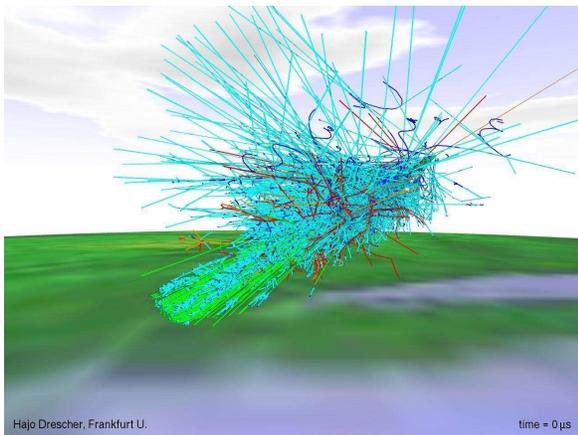


Figura 1.9: $0\mu s$

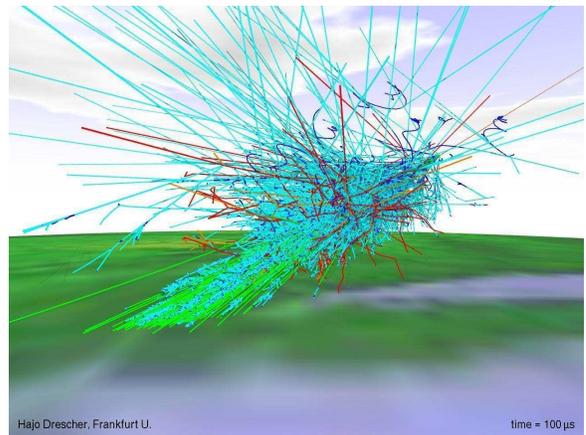


Figura 1.10: $100\mu s$

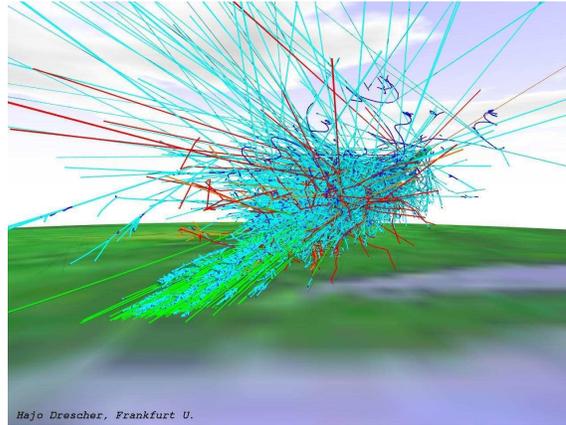


Figura 1.11: Todas as componentes de um chuvaire.

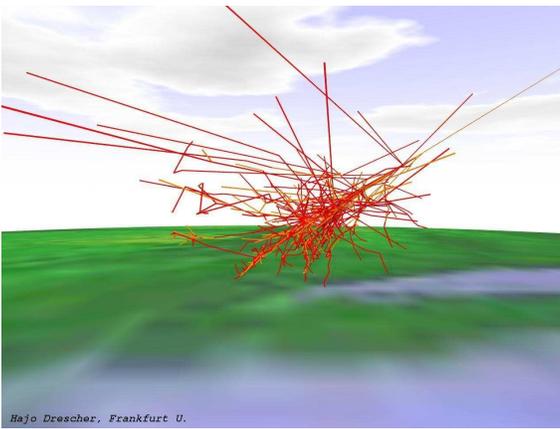


Figura 1.12: Hadrons (prótons+nêutrons).

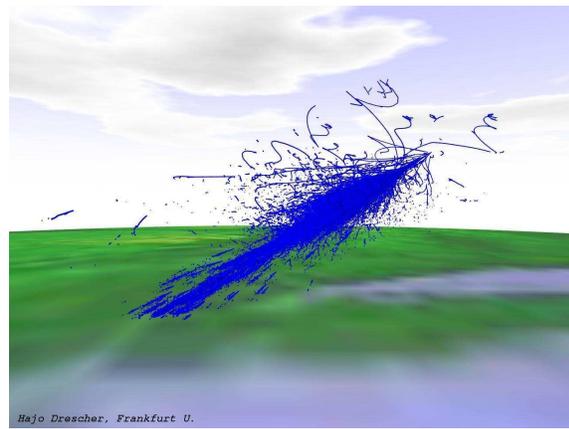


Figura 1.13: Eletromagnética ($e^+ + e^-$).

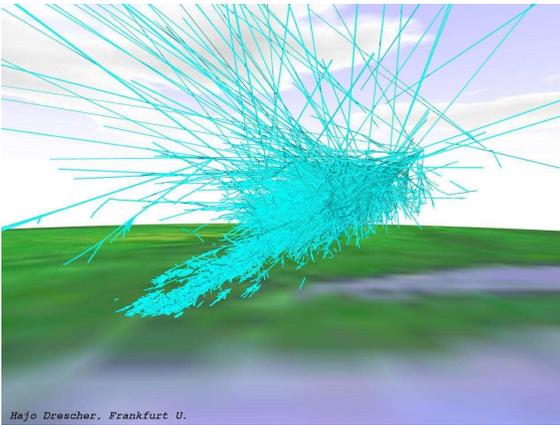


Figura 1.14: Fótons (γ).

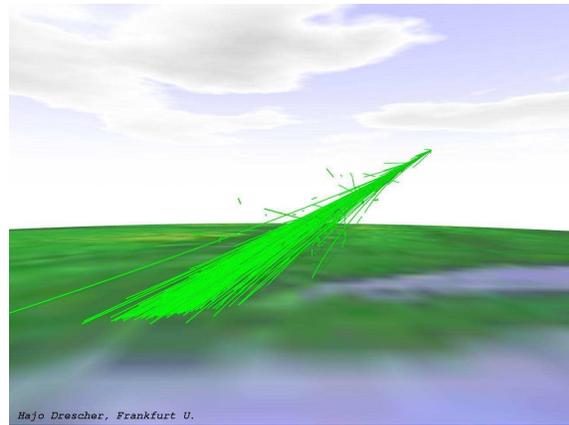


Figura 1.15: Muons ($\mu^+ + \mu^-$).

1.1.3 Alguns experimentos - O Observatório Pierre Auger

Neste ponto da introdução já temos uma melhor noção do que é um CAE e suas principais características, inclusive com uma visão do seu desenvolvimento dadas as últimas figuras apresentadas.

O próximo passo é compreender como observar/detectar experimentalmente este tipo de evento.

Nos últimos 70 anos inúmeros experimentos com diversos princípios de operação foram testados e utilizados para detectar CAE's com energias acima de 1×10^{19} eV. Alguns destes principais experimentos foram: Volcano Ranch (1962 - [24]), Haverah Park (1968 - [25]), SUGAR (1968 - [26]), Yakutsk (1974 - [27]), Akeno (1980 - [28]), AGASA (1986 - [29]), Fly's eye/Hires (1981/1999 - [30]), EAS-TOP (1989 - [31]), CASA-MIA (1990 - [32]), KASKADE (1995 - [33]).

Ao longo deste tempo algumas técnicas de detecção foram se consolidando pela eficácia na obtenção de bons resultados: cintiladores (detectores de múons e elétrons/pósitrons), detectores que utilizam o efeito Cherenkov, fluorescência (telescópios sensíveis à luz fluorescente proveniente do desenvolvimento longitudinal do chuvaire).

O Projeto Pierre Auger adotou duas técnicas simultaneamente: tanques Cherenkov e telescópios de fluorescência. Quando um mesmo CAE é "visto" pelos dois tipos de detectores, a detecção é denominada híbrida, e portanto, a utilização de ambos detectores conhecido como detector híbrido.

O Observatório Auger consiste em dois sítios: um no hemisfério Sul (localizado em Pampa Amarilla [34] ($35^\circ - 35,3^\circ$ Sul e $69^\circ - 69,3^\circ$ Oeste, entre 1300 e 1400 metros acima do nível do mar ou entre 871 e 882 g/cm^2 de profundidade), sul da Província de Mendoza, próximo à cidade de Malargüe e 180 km a oeste da cidade de San Rafael, na região sudoeste da Argentina); o outro no hemisfério Norte localizado no Estado do Colorado, Estados Unidos e ainda em fase de estudos para sua implementação.

1.1.4 O Detector do Observatório Auger - Tanques Cherenkov

As figuras desta seção foram extraídas da ref. [35].

Partículas carregadas provenientes do chuvaire, ao passarem pela água, produzem radiação por efeito Cherenkov. As fotomultiplicadoras captam os fótons, gerando um sinal dependente do tempo, o qual é digitalizado. Um sistema de *trigger* seleciona o sinal para ser gravado ou descartado.

A rede de tanques Cherenkov é denominada, no Projeto Auger, de Detector de Superfície ou *Surface Detector* - SD. O detector é composto de uma rede com pouco mais de 1600 tanques preenchidos com água purificada, dispendo de três fotomultiplicadoras no seu topo voltadas para o interior do tanque. As fotomultiplicadoras e a eletrônica são alimentadas por duas baterias em série, as quais são carregadas por dois painéis solares. As informações coletadas são registradas por um módulo de eletrônica e transmitidas por antenas de microondas a uma estação central. O conjunto

tanque, módulo de eletrônica, painel solar, bateria e antenas é denominado estação.

Cada tanque possui a forma de um cilindro, opaco, com 3,6 metros de diâmetro e 1,6 metros de altura (figura 1.16). Dentro do tanque há um revestimento de material refletor, um material feito de fibras de polietileno bastante fino de cor branca conhecido como *tyvek* (marca registrada da DuPont). A coluna de água atinge uma altura de 1,2 metros.

A rede cobre uma área de aproximadamente 3000 km^2 (figura 1.17). As estações estão espaçadas 1,5 km uma da outra, em uma disposição hexagonal e possuem um localizador G.P.S. (**G**lobal **P**osition **S**ystem), com erro de 5-8 metros em coordenada horizontal e 10-15 na direção vertical [35], que aliado às características geométricas da rede, proporciona uma resolução angular de $0,5^\circ \sim 1,5^\circ$ (dependendo da energia do primário) no ângulo de inclinação do chuveiro.

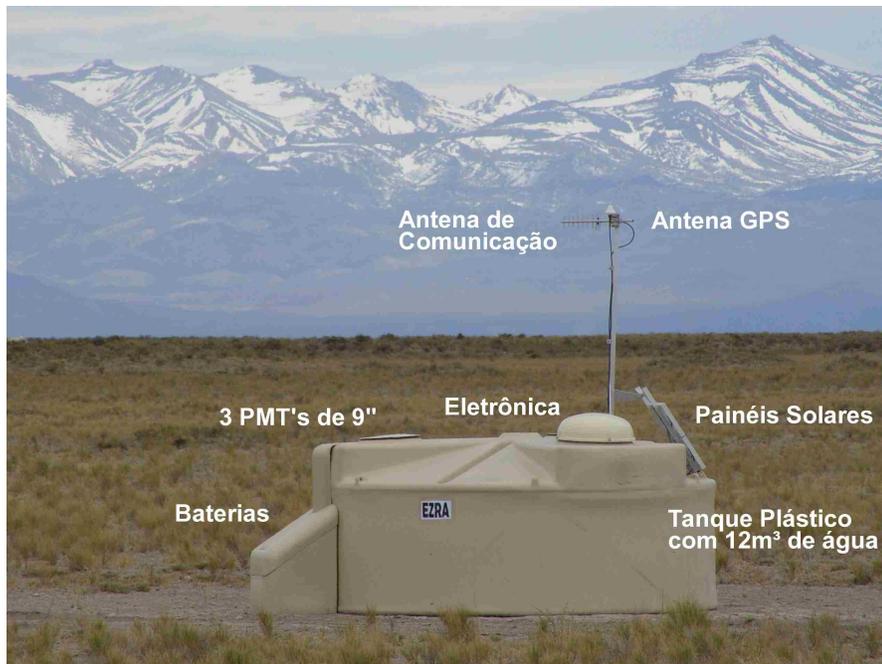


Figura 1.16: Tanque instalado e instrumentado pronto para receber e enviar sinais. Figura extraída da ref. [36]

As estações foram projetadas para suportar um clima semi-desértico com temperaturas que variam de -15°C a 50°C , ventos de até 160 km/h, granizo com diâmetro de até 2,5 cm . Sua estrutura é impermeável à poeira e neve, além de resistente à intensa radiação solar; suporta comportamento agressivo de animais como insetos, roedores e bovinos. Cada tanque deve durar, sem maiores reparos ou deterioração funcional, cerca de 20 anos. A cor (bege claro) foi selecionada para que ele não se destacasse no ambiente local.

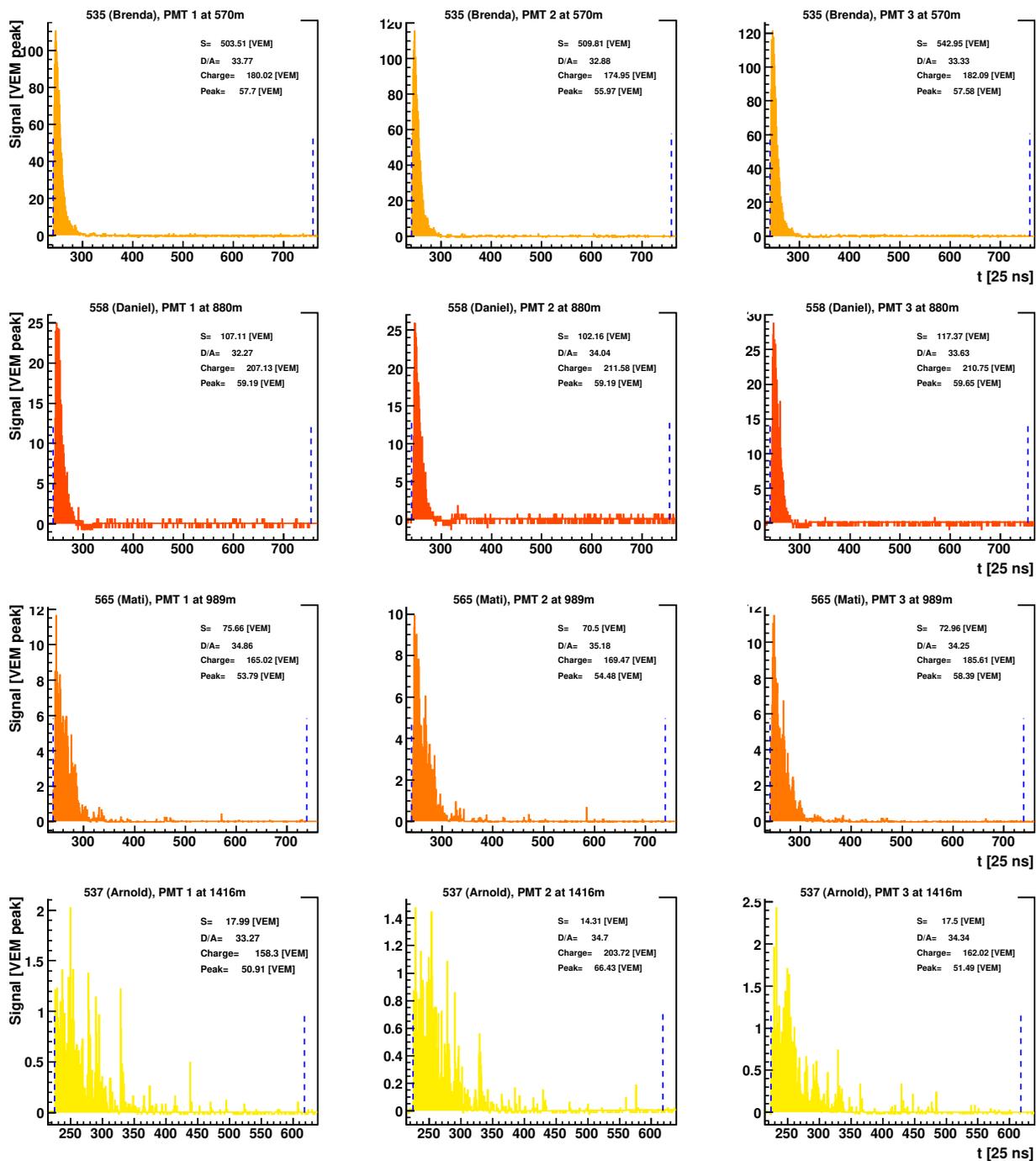


Figura 1.18: Amostra de sinal em função da distância do centro do chuva.

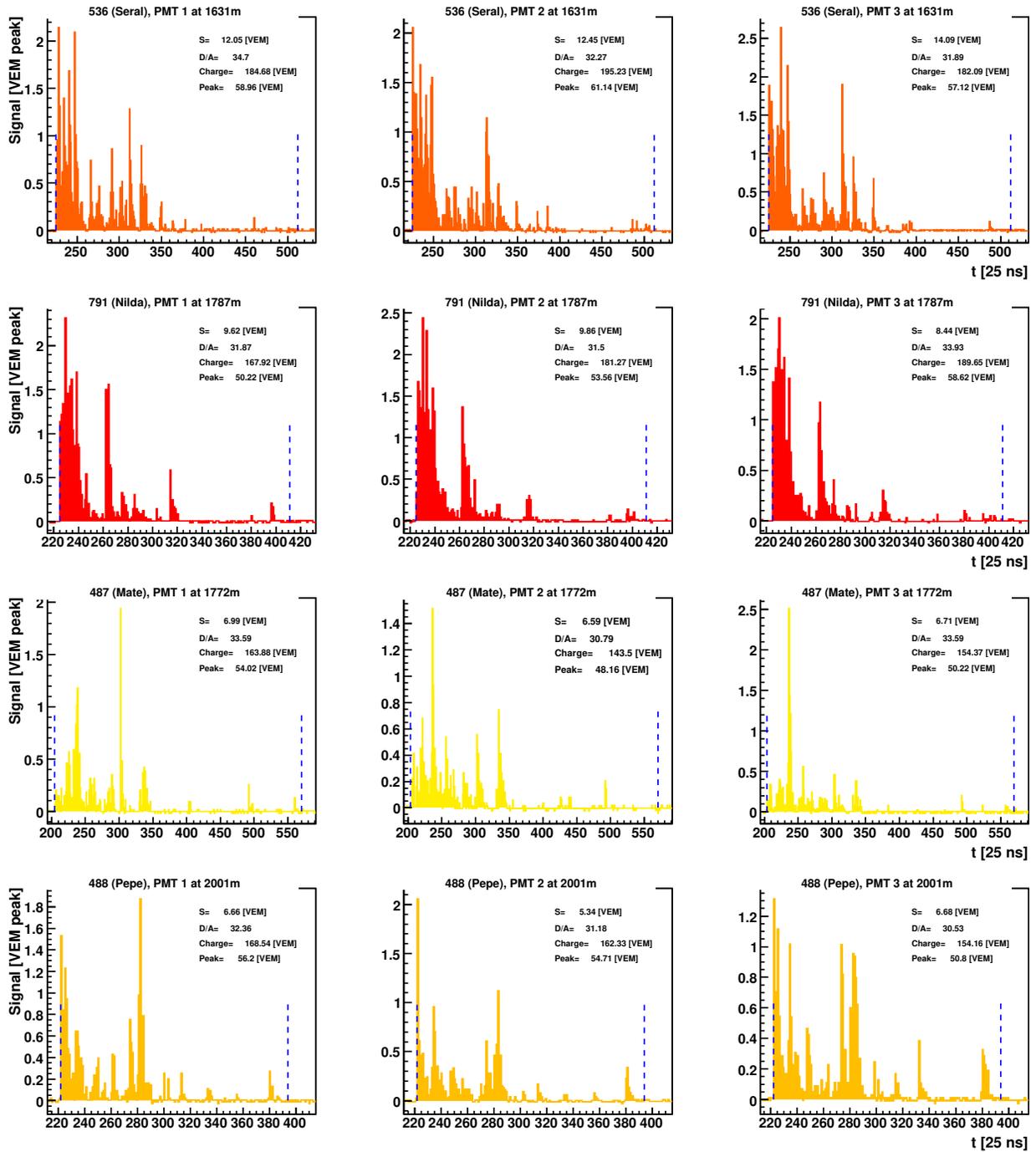


Figura 1.19: Amostra de sinal em função da distância do centro do chuva.

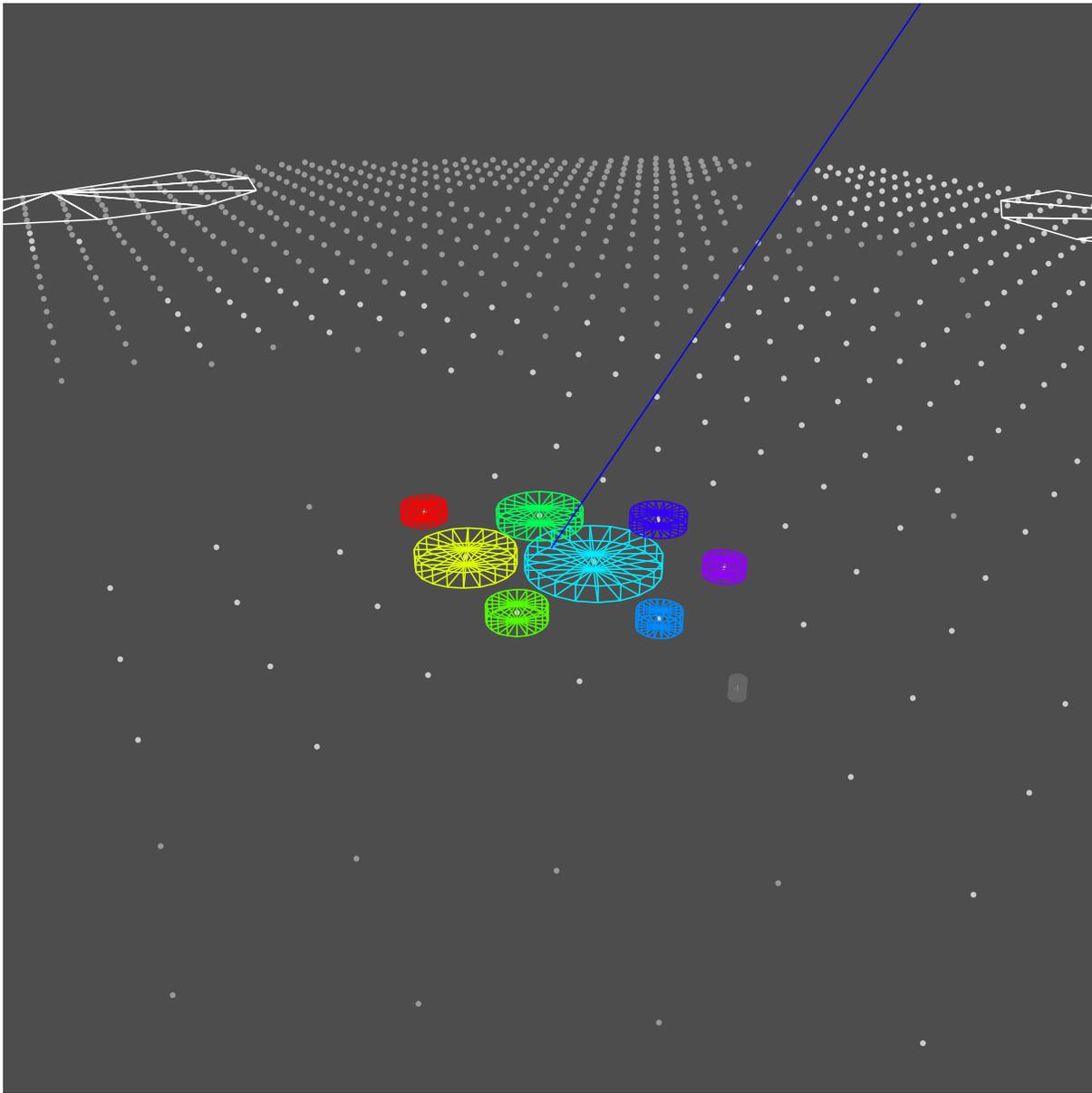


Figura 1.20: Ilustração da detecção pelas estações.

1.1.5 Detector de Fluorescência

Ao longo do desenvolvimento do chuvaeiro, muitas moléculas de ar (N_2) são excitadas e na desexcitação emitem radiação na faixa do ultra-violeta. Esta radiação é pouco intensa, por isso usam-se espelhos convergentes grandes para garantir uma boa área de coleta. Fototubos sensíveis dispostos na superfície focal do espelho fornecem sinais, dos quais se podem retirar informações sobre a direção de chegada, a posição do máximo do chuvaeiro. A integral do perfil longitudinal² é usada para se determinar a energia da partícula primária.

O detector de fluorescência opera em conjunto com os tanques Cherenkov em regime de coincidência. Os eventos detectados simultaneamente por ambos os detectores (eventos híbridos) são qualificados e separados em arquivos específicos.

O Observatório Pierre Auger possui 4 “olhos” dispostos ao redor da rede de tanques de forma a cobrir o céu sobre a rede. Estes “olhos” são prédios construídos em forma semi-circular e divididos em 6 compartimentos iguais com um telescópios de fluorescência cada. Um telescópio possui 30° de “visão” em ângulo azimutal e $28,6^\circ$ em ângulo zenital. As figuras 1.21 e 1.22 ilustram melhor as disposições dos olhos e telescópios.



Figura 1.21: Vista aérea dos telescópios em Los Leones. Figura extraída da ref. [36]

²O perfil longitudinal de um chuvaeiro é caracterizado pela número de partículas da cascata (secundário) versus a profundidade atmosférica do desenvolvimento da cascata. No caso de telescópios de fluorescência, o número de partículas está relacionado à amplitude de sinal nos fototubos da câmera.

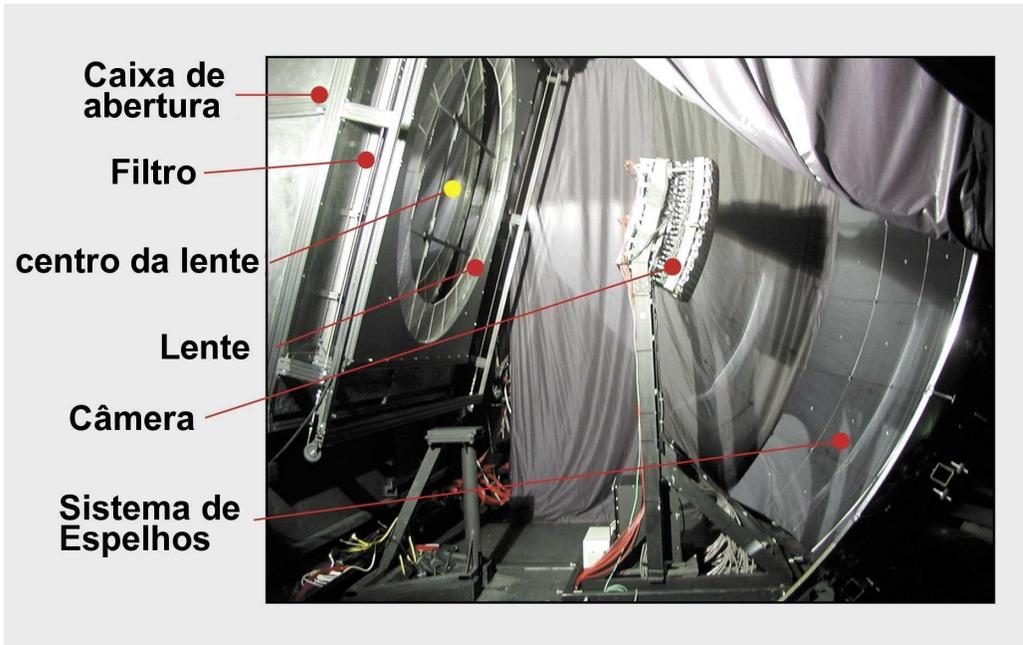


Figura 1.22: Estrutura do espelho e da câmera. Figura extraída da ref. [36]

Cada telescópio, mostrado na figura 1.22, é composto por um espelho (com aproximadamente 3,8 metros de altura, 3,8 metros de largura, 1,8 metros de profundidade e raio de curvatura 3,4 m), uma câmera (com 440 fototubos em forma hexagonal dispostos num arranjo matricial de 20x22 e raio de curvatura de 1,743 metros, totalizando uma superfície focal de $0,8m^2$), uma lente corretora (com 2,2 metros de diâmetro externo e 1,7 metros de diâmetro interno) e um filtro óptico com pico de transmissão de aproximadamente 86% a 355 nm.

O sinal característico dos fototubos pode ser visto na figura 1.23. Para este evento, dois telescópios foram acionados.

O traço produzido nos fototubos fornece informações para a determinação da direção de chegada do chuveiro. A intensidade dos sinais nos fototubos está associada à energia depositada na atmosfera pelas partículas do chuveiro.

A resolução para a profundidade do máximo é de $20g/cm^2$ [38] e estima-se, por simulações de Monte Carlo, que cerca de 10% da energia do chuveiro seja perdida, isto é, não gerando luz de fluorescência [38].

Uma ilustração de um evento híbrido está mostrada na figura 1.24. Os traços coloridos representam os fótons de fluorescência que chegam nos telescópios. As cores estão relacionadas ao tempo de chegada (violeta e azul para os primeiros fótons - laranja e vermelho para os últimos fótons.).

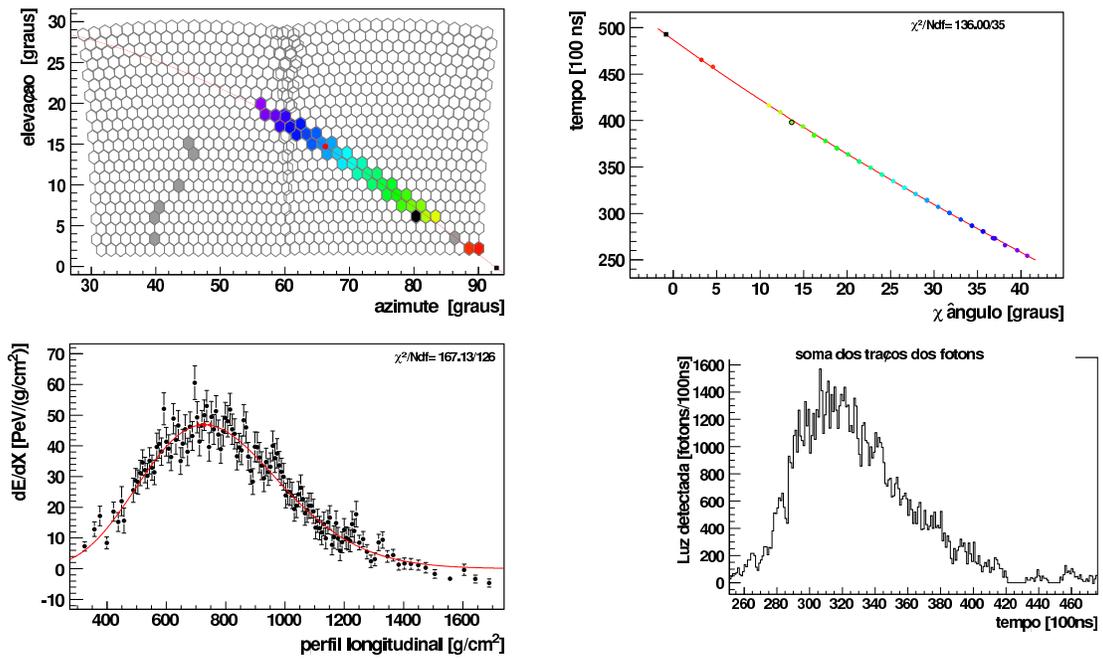


Figura 1.23: Exemplo de traço deixado nos fototubos e da reconstrução do máximo.

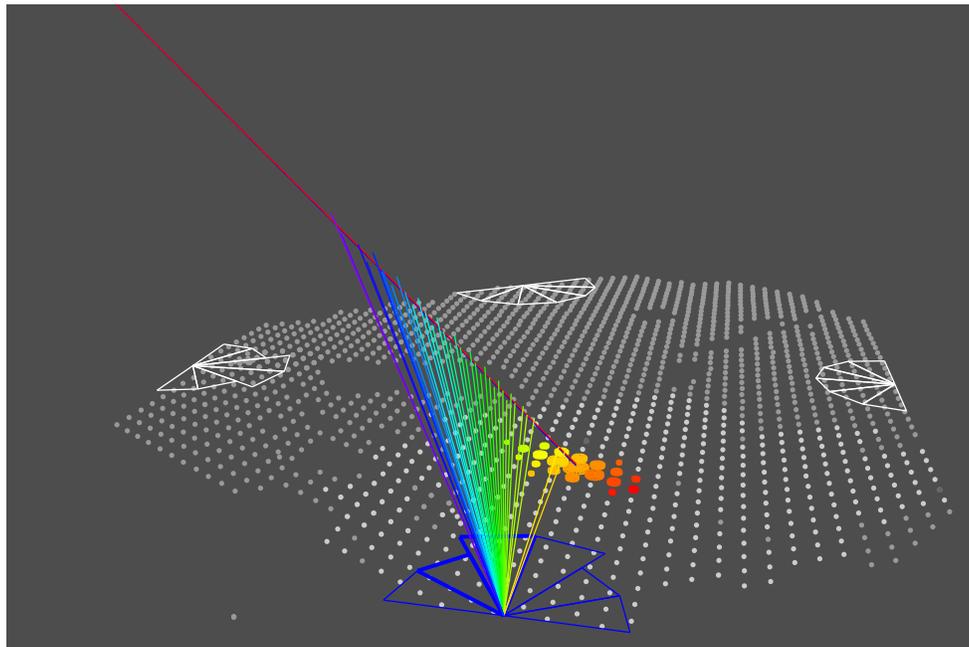


Figura 1.24: Ilustração de um evento híbrido.

1.2 Métodos Robustos

É reconhecido que os métodos estatísticos clássicos produzem resultados que dependem fortemente das hipóteses sobre a natureza da distribuição dos eventos e das propriedades de uns poucos eventos na amostra. Dito de outra maneira, pequenos desvios das hipóteses subjacentes produzem grandes diferenças nos resultados. Métodos ditos robustos não apresentam essa sensibilidade em relação a desvios nas hipóteses subjacentes, nem sensibilidade a um pequeno número de eventos que se encontram fora da distribuição principal (*outliers*).

Ao tentar desenvolver tais métodos ou ferramentas percebeu-se que o conceito de robusteza precisaria ser bastante mais sofisticado que o método convencional desenvolvido por Gauss e Legendre.

Desde o século XVIII até os dias de hoje, o método convencional é largamente utilizado em praticamente todas as áreas do conhecimento humano. Esta extensa utilização demonstra a notória viabilidade e funcionalidade do método. Porém, assim como toda conceituação, possui limitações e especificidades de aplicação. Nesta seção faremos uma pequena revisão do método convencional e apresentaremos suas limitações como fomento à utilização da estatística robusta.

1.2.1 Um pouco de história da Estatística

Os séculos XVII e XVIII foram incrivelmente densos em descobertas matemáticas. A família Bernoulli [39], com 8 matemáticos distribuídos em 3 gerações, produziu importantes contribuições ao longo destes dois séculos. Foram professores e colegas de Euler [40] e L'Hôpital [41], por exemplo, e começaram a explorar as distribuições de probabilidade dando, assim, os primeiros passos na compreensão do que viria a ser o método dos mínimos quadrados.

A técnica de combinar observações independentes numa única amostragem e calcular sua média aritmética apareceu no fim do século XVII [42]. Euler e Mayer [43], independentemente, inventaram³ um método que consistia em subdividir as observações em vários grupos e estimar um valor teórico para cada grupo. A subdivisão era arbitrária e a estimativa subjetiva. Roger Joseph Boscovich [44], [45] removeu a subjetividade e a arbitrariedade supondo que, para estimar⁴ α e β , as quantidades deveriam satisfazer as seguintes condições: a) a soma dos desvios é zero; e b) a soma dos valores absolutos dos desvios é um mínimo. A solução é dada por um método geométrico e ele utilizou este método para medir os comprimentos de 5 arcos meridianos. Euler e Lambert [46] propõem outro método em que as estimativas de α e β deveriam ser tais de forma a minimizarem o valor

³As observações consideradas por Euler e Mayer são provenientes de distribuições lineares, assim como todas as utilizadas ao longo do desenvolvimento do método.

⁴Partindo de observações do tipo y_i em $\alpha + \beta \cdot x_i$ ($i=1, \dots, n$), o i -ésimo desvio é calculado por $y_i - \alpha - \beta \cdot x_i$; e o i -ésimo resíduo calculado por $y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot x_i$, onde $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ são os estimadores de α e β .

absoluto do maior desvio. Laplace [47], em 1783, encontra um método onde a soma dos resíduos é minimizada; em 1789 ele próprio o simplifica.

No ano de 1805 Adrien-Marie Legendre [2] publica o método dos mínimos quadrados em “*Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*” [48], [49].

Em 1806 Johann Carl Friedrich Gauss [1] termina uma versão em alemão de seu livro em que explica o método, mas consegue um editor somente em 1808 e este lhe impõe a condição de traduzir a obra para o latim. O livro “*Theoria Motus Corporum Coelestium*” [50] foi, então publicado no começo de 1809. Gauss já tinha conhecimento da publicação de Legendre e, inclusive o cita em sua obra quando trata do método dos mínimos quadrados. Como não publicou antes, ele apresenta diversas cartas trocadas com físicos e matemáticos da época em que alega utilizar o método desde 1794 [51].

É claro que uma grande discussão, acerca de quem descobriu primeiro o método, foi instaurada e se estendeu até a morte de ambos (Legendre - 1833) e (Gauss - 1855)⁵.

O nome “Método dos mínimos quadrados” foi criado por Legendre, “*Méthode des moindres quarrés*” e adotado por Gauss em seu livro de 1809.

Vários autores defendem um e outro sobre a autoria do método, porém, talvez o aspecto mais interessante desta discussão não tenha sido a disputa em si (Gauss e Legendre não se mostraram tão acirrados assim em suas cartas [51]), mas o fato do método ter se propagado tão rapidamente e suas limitações terem sido estudadas já desde a sua descoberta.

1.2.2 O método dos mínimos quadrados

A idéia principal é minimizar a soma dos resíduos quadráticos de uma distribuição linear:

$$\text{Min} \sum_i r_i^2. \quad (1.14)$$

Os nossos dados consistem em pares do tipo (x_i, y_i) de uma variável independente x e uma variável dependente y . Portanto, numa distribuição do tipo $y_i = a + bx_i$, a diferença entre o valor real, $y_i(x_i)$, e o valor estimado, $y(x_i)$, é conhecido como resíduo e pode ser calculado por:

$$\Delta y_i = y_i - a - bx_i. \quad (1.15)$$

A equação 1.15 demonstra claramente que, quanto menor o valor do resíduo, mais próximos da descrição da realidade os estimadores a e b estarão.

⁵Alguns anos antes de sua morte, Sartorius - amigo e biógrafo de Gauss, relata a visão de Gauss sobre a disputa: “O método dos mínimos quadrados não foi a maior de minhas descobertas”.

Para encontramos a e b precisamos primeiro normalizar a equação 1.15 pelo desvio padrão σ_i obtendo o chamado χ^2 :

$$\chi^2 \equiv \sum \left[\frac{y_i - a - bx_i}{\sigma_i} \right]^2. \quad (1.16)$$

Derivando χ^2 em relação a a e b e igualando a zero temos:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = -2 \sum \left[\frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - a - bx_i) \right] = 0, \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = -2 \sum \left[\frac{x_i}{\sigma_i^2} (y_i - a - bx_i) \right] = 0.$$

Rearranjando as equações acima encontramos um conjunto de equações lineares com os parâmetros desconhecidos a e b :

$$\begin{aligned} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} &= a \sum \frac{1}{\sigma_i^2} + b \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2}, \\ \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} &= a \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} + b \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Resolvendo o conjunto de equações por determinante temos:

$$a = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \left(\sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \right) \quad (1.19)$$

$$b = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \left(\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \right) \quad (1.20)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} - \left(\sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \quad (1.21)$$

A incerteza nos coeficientes a e b pode ser expressa como:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{\Delta} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \quad e \quad \sigma_b^2 = \frac{1}{\Delta} \sum \frac{1}{\sigma_i^2}. \quad (1.22)$$

As equações de 1.19 a 1.22 foram um verdadeiro salto evolucionar no tratamento de dados para o começo do século XVIII. Porém, já havia uma certa preocupação com distribuições muito dispersas ou com contaminação de pontos muito distantes da distribuição principal.

Os gráficos abaixo foram propositalmente exagerados para melhor observar os efeitos de desvio.

Para funções bem comportadas, como nas figuras 1.25 e 1.26, o método ajusta muito bem, mas o desvio de apenas um ponto, como na figura 1.27, já provoca um desvio de ajuste. Um caso extremo, onde temos uma distribuição com predominância de variação ao longo do eixo y, figura 1.28, o desvio de apenas um ponto pode se tornar um desastre e quebrar completamente a descrição.

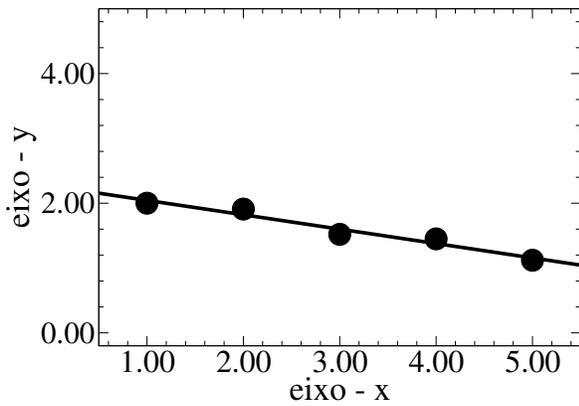


Figura 1.25: Distribuição tipo X.

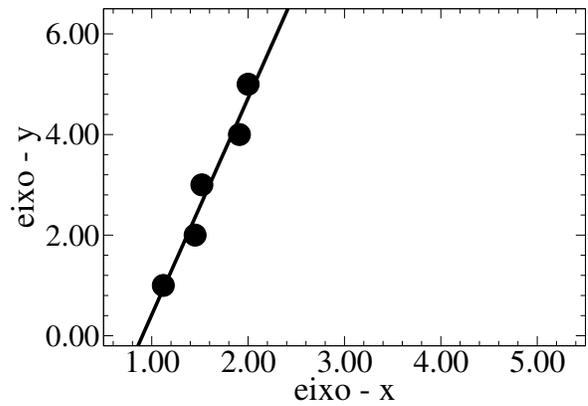


Figura 1.26: Distribuição tipo Y.

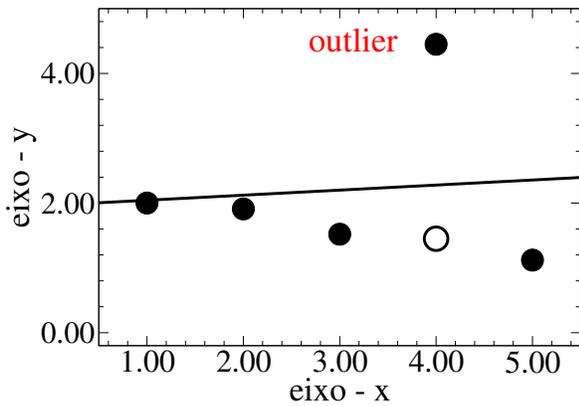


Figura 1.27: Influência de *outlier* em X.

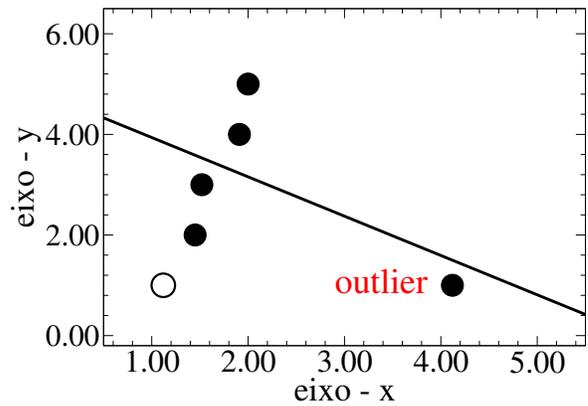


Figura 1.28: Influência de *outlier* em Y.

1.2.3 Estatística Robusta

Um primeiro passo concreto para a estatística robusta veio de Edgeworth [52] (1887) explorando e melhorando a proposta de Boscovich⁶. Ele argumentava que pontos muito distantes da distribuição principal, os chamados *outliers*, tinham grande influência no *Mínimos Quadrados* por causa do resíduo quadrático. Então, ele propôs o “least absolute value” - *Mínimo Valor Absoluto* que é determinado por:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n |r_i|. \quad (1.23)$$

Curiosamente, este era o mesmo critério utilizado por Laplace, porém, num contexto de observações unidimensionais, para obter a mediana da distribuição.

Antes disso, uma discussão sobre a rejeição apropriada de pontos de uma distribuição vem de Daniel Bernoulli [53] (1777) e Bessel e Baeyer (1838) [54] explorando a rejeição de *outliers* feita por Boscovich. Muitos nomes podem ser citados como precursores ou pesquisadores que travaram conhecimento das limitações do mínimos quadrados e tentaram encontrar alguma saída para tais limitações. Uma descrição histórica dos avanços em métodos robustos no fim do século XIX, ainda que incompleta - com dezenas de nomes relevantes, pode ser encontrada nas referências [54] e [55].

Em 1925 Ronald Aylmer Fisher publica seu primeiro livro, “Statistical Methods for Research Workers” [56], que foi um espécie de marco onde mostrou o triunfo do modelo paramétrico exato. Porém, E. S. Pearson [57], em 1931 - utilizando os testes para variância, mostrou a drástica falta de robustez dos modelos paramétricos exatos.

O termo “*Robust*” foi primeiro utilizado por George Edward Pelham Box [58] em 1953.

Nesta época os métodos não-paramétricos foram bastante popularizados, como os testes de Kolmogorov-Smirnov [59] e Neyman-Pearson [60], por exemplo. Estes são caracterizados por uma distribuição assimétrica e não há disposição dos dados em escala numérica, portanto o cálculo da média perde o sentido.

Em 1960, John Wilder Tukey⁷ [61] resume diversos resultados das décadas de 1940 e 1950 concluindo novamente a extrema falta de robustez sobre a média e investiga algumas alternativas de métodos robustos.

Em 1964 Peter J. Huber [62] e Frank R. Hampel (1968) [54] publicam, de forma concisa, compreensiva e aplicável em diversas situações, uma teoria que trata explicitamente a robustez.

No espaço da distribuição de probabilidades temos que métodos não-paramétricos são livres de pré-definições da distribuição considerada, mas permitem um conhecimento reduzido a apenas uma

⁶Boscovich, em 1755, utilizou-se da rejeição de *outliers* para tratar algumas distribuições.

⁷Tukey, trabalhando com John von Neumann em concepção de computadores, escreve um memorado para os laboratórios Bell em 9 de Janeiro de 1947 e introduz a palavra “bit” como uma contração de “binary digit”.

ou poucas dimensões, conforme visto na figura 1.29. Estatística paramétrica clássica permite um alto conhecimento da distribuição em questão, porém restrito a um pequeno subconjunto de dados do espaço de probabilidade, como na figura 1.30. Huber e Hampel, seguindo alguns princípios de métodos não-paramétricos e paramétricos, propõem uma estatística onde o conhecimento da vizinhança do modelo paramétrico clássico seja incluso nas considerações do método. Assim, eles criaram um modelo mais realista, como o não-paramétrico, mas providenciando as mesmas vantagens do modelo paramétrico clássico, figura 1.31. As figuras de 1.29 a 1.31 foram extraídas da ref. [54].

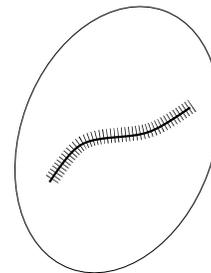
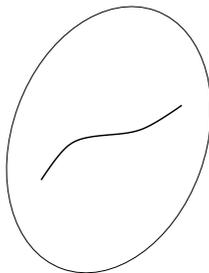
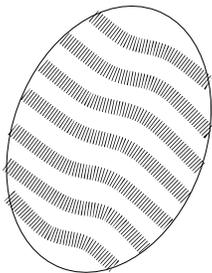


Figura 1.29: Não-paramétrico.

Figura 1.30: Paramétrico.

Figura 1.31: Estat. Robusta.

A medida de robusteza de um método é fundamentada no conceito de “ponto de quebra” ou “*breakdown point*” e foi introduzida por Donoho e Huber [55] (1983).

Tomando uma amostragem com n conjuntos de pontos,

$$Z = \{(x_{11}, \dots, x_{1p}, y_1), \dots, (x_{n1}, \dots, x_{np}, y_n)\} \quad (1.24)$$

sendo T um estimador da regressão e aplicando T a cada amostragem Z , isso produz um vetor de coeficientes de regressão:

$$T(Z) = \hat{\theta}, \text{ onde } \hat{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p) \quad (1.25)$$

Agora, definimos como Z' todas as possíveis amostragens corrompidas, que são obtidas substituindo quaisquer m pontos dos dados originais por valores arbitrários.

A diferença entre o valor esperado e o valor verdadeiro (conhecida como *bias*), pode ser expressa por: $bias(m; T, Z)$.

O máximo valor de *bias* provocado por alguma contaminação pode ser expresso como:

$$bias(m; T, Z) = \sup_{Z'} \|T(Z') - T(Z)\|, \quad (1.26)$$

onde o *supremo* é sobre todos os possíveis Z' . Se $bias(m; T, Z)$ é finito, os m *outliers* podem produzir um efeito arbitrário em T , de forma a podermos dizer que aconteça uma “quebra” - para uma dada quantidade deles.

Portanto o “ponto de quebra” do estimador T de uma amostragem Z é definido como:

$$\mathcal{E}_n^*(T, Z) = \min\left\{\frac{m}{n}; \text{bias}(m; T, Z) \text{ finito}\right\}. \quad (1.27)$$

Em poucas palavras, $\mathcal{E}_n^*(T, Z)$ representa a fração de contaminação, em uma dada distribuição, que possa provocar valores arbitrários em $T(Z)$.

O método dos mínimos quadrados possui um “ponto de quebra” de 0%, ou seja, apenas um ponto longe da distribuição principal já altera o estimador T , como já vimos nas figuras 1.27 e 1.28.

Peter J. Rousseeuw, utilizando todos estes conceitos, publica em 1984 - o “Least median of squares regression” [55], onde propõe um método paramétrico aproximado baseado na “melhor” mediana de distribuições lineares ou linearizáveis. O próprio Rousseeuw diz que se baseou nos trabalhos de Huber, Hampel e Tukey para desenvolvê-lo.

1.2.4 Método da Mínima Mediana Quadrada - LMS

Esta seção está baseada na referência [55].

O método denominado “Least Median of Squares” ou Mínima mediana quadrada foi nossa escolha para tratar a função distribuição lateral ou LDF.

O método possui um “ponto de quebra” de até 50%. Ou seja, se a distribuição tratada contiver até 50% de *outliers*, em princípio, o estimador T permanece inalterado, obedecendo a distribuição principal. Também é bastante robusto contra flutuações nos eixos x e y .

A idéia foi primeiro proposta por Hampel [54] (1975) e consiste em ajustar a “melhor” mediana, para uma dada distribuição, com o menor resíduo quadrático em relação a esta mediana:

- $\text{Min} \sum_i w_i r_i^2$, onde $r_i = y_i - \bar{y}$ e $\bar{y} = \text{mediana}$.

O termo w_i é o peso relacionado aos *outliers* e é dado por:

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{se } |r_i/s^\circ| \leq 2.5\sigma \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1.28)$$

onde $s^\circ = 1.4826 \left(1 + \frac{5}{n-p}\right) \sqrt{A}$, n = número de pontos, p = número of parâmetros e $A = \sum_i w_i r_i^2$.

O fator $1.4826 = 1/\Phi^{-1}(0.75)$ ⁸ foi introduzido porque $\text{med}_i |z_i|/\Phi^{-1}(0.75)$ é um estimador consistente de σ quando os z_i estão distribuídos como $N(0, \sigma^2)$. Segundo Rousseeuw, o fator multiplicativo $1+5/(n-p)$ vem de um estudo empírico dando uma solução satisfatória para uma grande quantidade de funções estudadas, e, além do mais, tende a 1 para n grande.

⁸ Φ é a função distribuição acumulada normal.

O erro associado a LMS não pode ser calculado facilmente porque o método de regressão não é analítico.

Para ilustrar a idéia básica do algoritmo usado, tomamos uma distribuição artificial ilustrada na figura 1.32.

Toda a distribuição é dividida em pares, aqui exemplificados apenas por três deles (f, g) , (f, h) e (g, h) . Começamos com os pontos f e g . A reta que passa por f e g pode ser encontrada resolvendo o sistema de equações:

$$y_f = \theta_1^o x_f + \theta_2^o \quad e \quad y_g = \theta_1^o x_g + \theta_2^o, \quad (1.29)$$

onde (x_f, y_f) e (x_g, y_g) são as coordenadas dos pontos f e g , e (θ_1^o, θ_2^o) os estimadores procurados.

Os resíduos $y_i - \theta_1^o x_i - \theta_2^o$ desta reta são determinados para todos os pontos i na amostragem. A mediana do resíduo quadrático é então calculada, e comparada com o menor valor encontrado previamente para outros pares de pontos. Como nós queremos que esta quantidade seja a menor possível, a estimativa para f e g será retomada somente se os outros pares não apresentarem o menor valor. Neste caso (f, g) mostrou-se melhor que (f, h) e (g, h) .

Este método possui confiabilidade de 95% a 98% de que a melhor mediana do resíduo quadrático será encontrada.

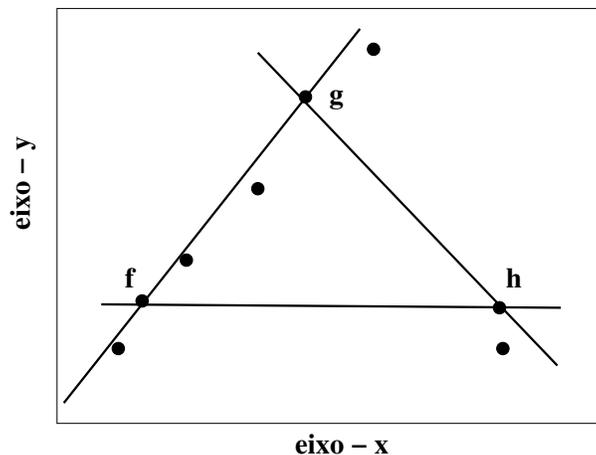


Figura 1.32: Ilustração do algoritmo utilizado para calcular LMS.

O programa utilizado para calcular LMS foi o PROGRESS (**P**rogram for **RO**bust **reG**RESSion) por Leroy e Rousseeuw - 1996.

As condições para utilizar o método são:

- A distribuição deve ser linear ou linearizável.

- n^2 de pontos da distribuição precisa ser no mínimo: $2p+1$, onde $p = n^2$ de parâmetros.
- e os erros precisam ser gaussianos.

1.2.5 Método dos Mínimos Quadrados “Aparados” - LTS

O método denominado por “Least Trimmed Squares” é muito semelhante ao Mínimos Quadrados.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^h (r^2)_{i:n}, \quad (1.30)$$

onde $(r^2)_{i:n} \leq \dots \leq (r^2)_{n:n}$ são os resíduos quadráticos ordenados (note que os resíduos são primeiro quadrados e então ordenados).

O processo de minimização é exatamente o mesmo como nos Mínimos Quadrados, porém os resíduos muito grandes são cortados ou aparados (“Trimmed”) da soma. O critério de exclusão é dependente do número de pontos da distribuição.

Há ainda os métodos RLS (“Reweighted Least Square”) onde os *outliers* são identificados por LMS ou LTS e extraídos. Então, um ajuste com Mínimos Quadrados é realizado nos pontos restantes da distribuição. Eis o porque do termo “Reweighted”, reponderado.

Ao longo deste trabalho, nós optamos por utilizar os RLS devido a possibilidade de cálculo de erro dos coeficientes.

1.2.6 Exemplos de aplicação de LMS

Há um bom exemplo de aplicação para melhor explicarmos o alcance da estatística robusta.

Neste exemplo, figura 1.33, o algoritmo foi aplicado no famoso diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG-OB1.

Este diagrama relaciona a temperatura *versus* a luminosidade e pode ser relacionado a uma espécie de medida da massa de estrelas. Ele é usado para classificar os diferentes tipos de estrelas nos estudos de evolução estelar.

Ao tentar ajustar uma simples reta com Mínimos Quadrados observa-se que esta não descreve os dados corretamente.

Porém, aplicando LMS - figura 1.34, o ajuste mostra-se bem mais realista conformando-se a distribuição principal e identificando alguns *outliers*.

Neste exemplo o valor 2.5σ é a distância da reta ajustada para que o “ponto de quebra” seja ao redor de 50%.

Todos os pontos fora desta região são considerados *outliers*.

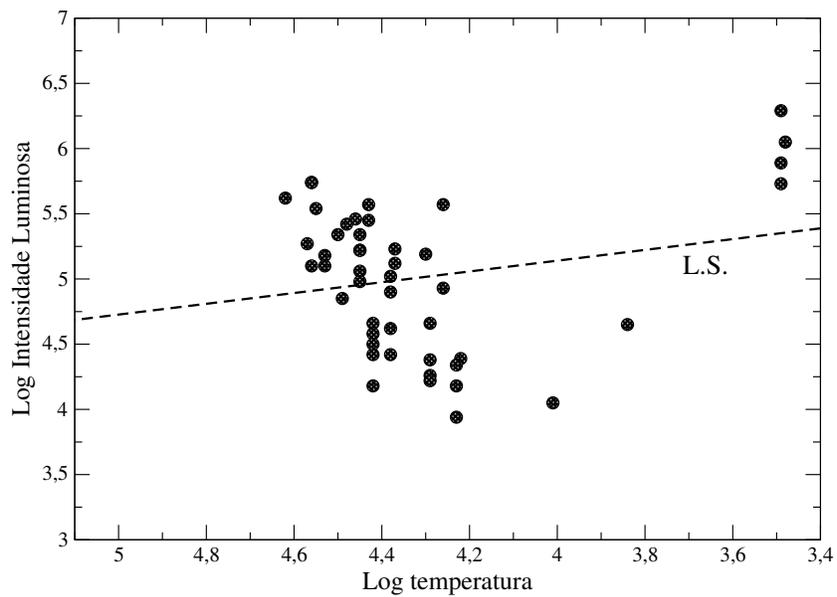


Figura 1.33: Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1. Figura extraída da ref.[55].

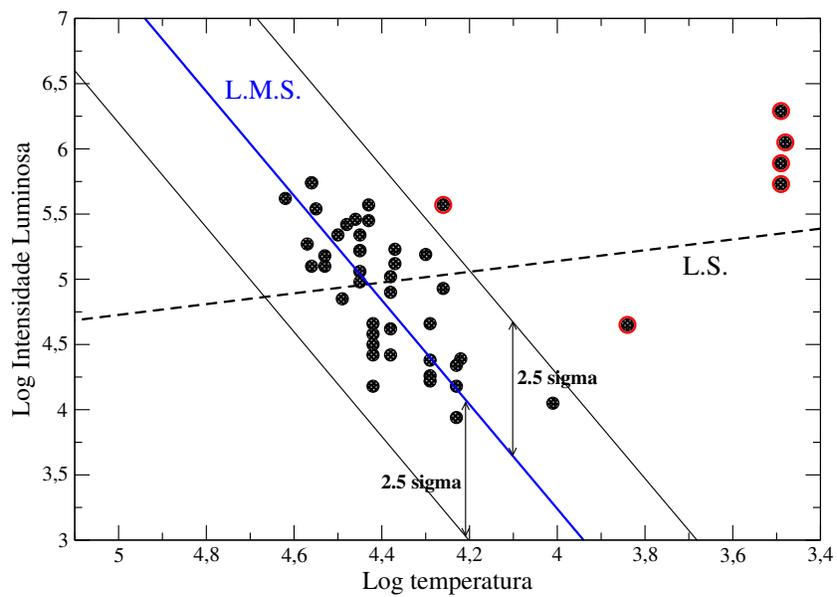


Figura 1.34: Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1 aplicando LMS.

Removendo os *outliers* identificados por LMS e aplicando novamente Mínimos Quadrados temos um RLS com respeito ao LMS, como se pode ver na figura 1.35.

Os quatro pontos dentro da elipse tracejada são chamados de gigantes vermelhas (estrelas muito grandes) e saíram da distribuição principal. É necessário encontrar outra forma de descrever estas estrelas.

Neste caso, o método LMS, ao classificar os *outliers*, acabou por identificar uma distribuição distinta da distribuição principal com possibilidade de novas informações.

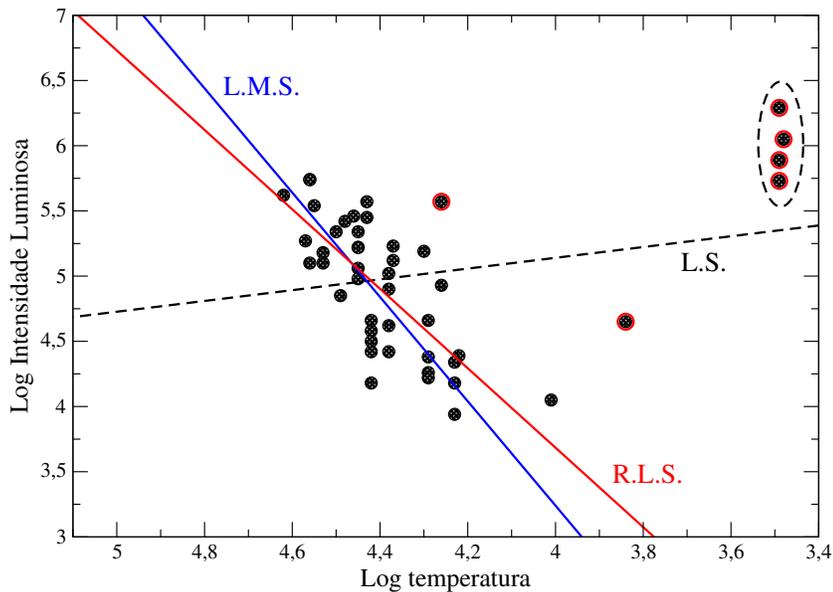


Figura 1.35: Diagrama de Hertzsprung-Russell para o aglomerado estelar CYG OB1 aplicando RLS_{LMS} .

Ao longo de várias reuniões da Colaboração Auger, nós identificamos que o ajuste da Função Distribuição Lateral - LDF era o ponto chave para a determinação da energia da partícula primária. Em geral, há poucos pontos a serem ajustados (de 3 a 20 pontos aprox. por evento) o que torna o ajuste fortemente sensível a flutuações. Como observamos nas figuras de 1.18 e 1.19, o sinal apresenta grande flutuação a grandes distâncias do centro do chuveiro.

No próximo capítulo aplicaremos os métodos LMS e LTS no ajuste da LDF, observando e comparando os resultados com ajustes feitos por Mínimos Quadrados.

Capítulo 2

Uma primeira estimativa de Energia - S_{1000}

Das seções anteriores podemos descrever um CAE de dois modos: 1) observando a distribuição de partículas em relação à profundidade atmosférica (esta é conhecida como perfil ou desenvolvimento longitudinal), e 2) observando a distribuição de partículas, no nível de altitude do detector de superfície, em relação ao centro do chuveiro (conhecida como função distribuição lateral).

Um tanque Cherenkov não consegue, em princípio¹, distinguir as componentes eletromagnética e muônica de um chuveiro² - a soma das contribuições destas duas componentes é que constitui o sinal total no tanque. A figura 2.1 é proveniente de simulação de chuveiros iniciados por próton e ferro, cujos primários possuem energia de 1×10^{19} EeV e $\theta = 30^\circ$. Um total de 200 chuveiros foram simulados, sendo 100 iniciados por ferro e 100 iniciados por próton; as curvas representam as médias das distribuições de elétrons e múons para os 100 chuveiros de ambas composições.

¹Atualmente a Colaboração Auger estuda uma possível relação entre a forma do sinal e o número de múons e elétrons. Observar as figuras 1.18 e 1.19 que mostram a forma do sinal dependente da distância ao centro do chuveiro.

²Simulações prevêm [13] que o número total de múons no nível do detector, para um chuveiro iniciado por próton, aumenta com a energia do primário como $E^{0.85}$. Portanto, se considerarmos um chuveiro iniciado por um núcleo de número atômico A como um conjunto de “A” chuveiros iniciados por núcleons individuais, cada um com energia E/A, tal chuveiro produziria um número total de múons que se relacionaria ao total observado em um chuveiro de próton, com a mesma energia total, por meio da expressão:

$$N_\mu^A = A^{0.15} N_\mu^p. \quad (2.1)$$

Desse modo, um chuveiro iniciado por um núcleo de ferro (A=56) produzirá, no nível de observação, um número de múons aproximadamente 80% maior que o observado em um chuveiro iniciado por próton de mesma energia.

Tendo em vista as considerações acima, o estudo da quantidade de múons pode ser útil para distinguir chuveiros produzidos por núcleo pesado (como ferro) daqueles iniciados por núcleo leve (como próton).

Densidade de múons e elétrons

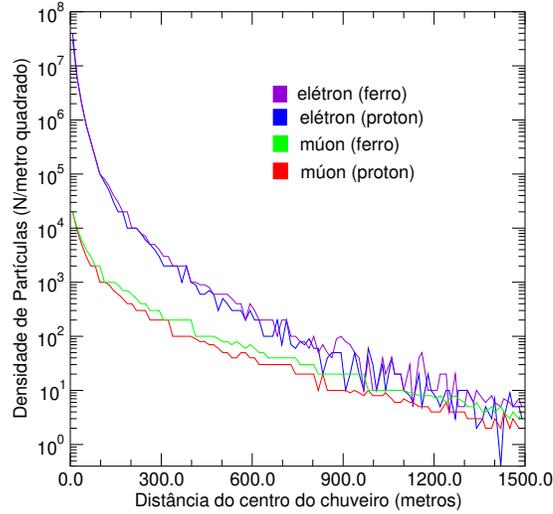


Figura 2.1: Distribuição lateral média das densidades de múons e elétrons de grupos de chuvereiros de ferro e próton.

Para simplificar a notação adotaremos a partir daqui a sigla LDF (*Lateral Distribution Function*), mais comumente usada na área de Física de Radiação Cósmica.

2.1 Função Distribuição Lateral ou LDF

Com base na teoria de cascatas eletromagnéticas, Nishimura e Kamata [19] encontraram uma função que descreve razoavelmente a distribuição lateral de partículas; Greisen [13] a modificou e a forma final até hoje é conhecida como NKG, uma alusão às iniciais dos três pesquisadores. A expressão geral desta fórmula está descrita nas equações 1.11, 1.12 e 1.13.

Um exemplo do uso da fórmula NKG pode ser dado pela LDF para o experimento AGASA conforme equação 2.2:

$$\rho(r) = C \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-1.2} \left(1 + \frac{r}{r_1} \right)^{(\eta-1.2)} \left(1.0 + \left(\frac{r}{1000m} \right)^2 \right)^{-\delta} \quad (2.2)$$

onde C é um fator de normalização, $\eta = 3.8$, $\delta = 0.6 \pm 0.1$, para chuvereiros próximos da vertical com $\sec \theta \leq 1.2$, $r > 1km$ e energias entre 6×10^{17} e 2×10^{18} eV [63].

Para o Observatório Auger foram propostas duas formas para a LDF, ambas baseadas na NKG, porém modificadas para se adequarem à nova geometria do detector de superfície. Uma das fórmulas, dada na equação 2.4, divide a LDF em duas partes: uma para distâncias de até 300 metros do centro do chuvereiro e outra para distâncias acima de 300 metros do centro do chuvereiro.

As duas expressões, ambas em uso atualmente, estão mostradas abaixo, nas equações 2.3 e 2.4:

$$S(r) = S_{1000} \times \left[\frac{r}{1000} \right]^\beta \times \left[\frac{700 + r}{700 + 1000} \right]^{(\beta+\gamma)} \quad (2.3)$$

$$S(r) = \begin{cases} \left[\frac{r}{1000} \right]^{(\beta+\gamma \cdot \log \frac{r}{1000})}, & r > 300 \text{ metros} \\ \left[\frac{r}{1000} \right]^{(\beta+2 \cdot \gamma \cdot \log(\frac{300}{1000}))} \times \left[\frac{300}{1000} \right]^{(-\gamma \cdot \log(\frac{300}{1000}))}, & r < 300 \text{ metros} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde r é a distância ao centro do chuveiro e β e γ constantes de ajuste que a colaboração ainda estuda se devem ser flutuantes ou fixas. O fator S_{1000} será abordado na subseção seguinte.

Um exemplo de sinal no tanque *versus* distância ao centro do chuveiro, no qual podemos aplicar os ajustes acima, está mostrado na figura 2.2. O sinal no tanque já está convertido em VEM.

É a partir desta distribuição que conseguimos extrair a estimativa da energia do primário.

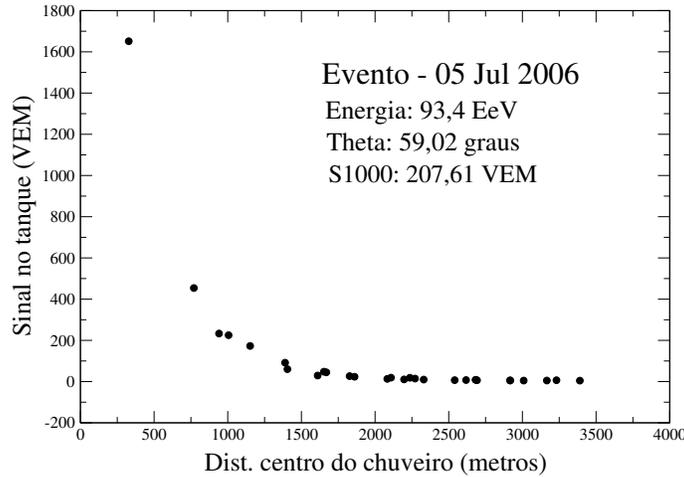


Figura 2.2: Exemplo de LDF para chuveiro detectado pelo Observatório Auger.

2.1.1 O fator S_{1000}

Em fins da década de 60 e começo da década de 70 Hillas [64], utilizando-se de simulações de Monte Carlo e modelos da época para as interações hadrônicas, descobre um fator relativamente estável para estimar a energia da partícula primária.

Em geral é possível, por meio de simulação, encontrar uma distância do centro do chuveiro, para uma particular configuração da rede de detectores de superfície, em que as flutuações de densidade de partículas (elétrons + múons) são mínimas. Essa distância deve ser diferente para diferentes redes de detectores dependendo do espaçamento da rede, altitude, etc [64]. Para Haverah Park [25] esta distância foi encontrada ao redor dos 600 metros, sendo então, denominada como fator $\rho(600)$.

Assim, a energia do primário era, para este experimento, estimada por $E = k[\rho(600)]^\alpha$, onde k e α são constantes de ajuste. O erro foi estimado em aproximadamente 10%.

No Observatório Auger a mesma estimativa de cálculo é utilizada, porém com um novo fator ρ . Para a rede de detectores de superfície do Observatório Auger a distância com menor flutuação ocorre ao redor dos 1000 metros do centro do chuveiro e é denominada por S_{1000} . Assim a estimativa da energia do primário é dada por: $E = k[S(1000)]^\alpha$.

Na figura 2.3 fazemos o ajuste da LDF utilizando a equação 2.3 e então calculamos a quantidade de sinal à distância de 1000 metros do centro do chuveiro. Neste gráfico nota-se que a NKG modificada se ajusta muito bem, porém podemos tentar outras funções decrescentes, como uma lei do potência simples - por exemplo, como estudo complementar.

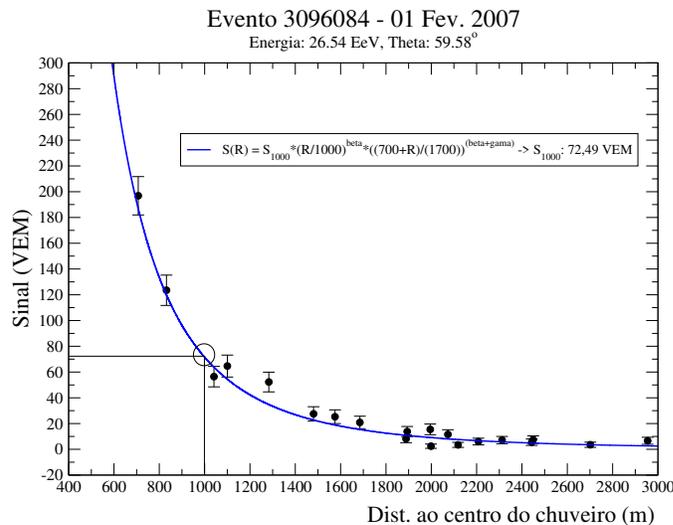


Figura 2.3: Exemplo de LDF para chuveiro detectado pelo Observatório Auger.

Observando as figuras 2.2 e 2.3 vemos que há poucos pontos e a maioria das estações acionadas está a grandes distâncias do centro do chuveiro. Novamente utilizando as figuras 1.18 e 1.19 nota-se que, a distâncias maiores do que 1000 metros do centro a intensidade de sinal nas fotomultiplicadoras chega a ser 10 vezes menor em relação ao sinal de estações a 800 metros, por exemplo. Ou seja, a variação no sinal é grande e, portanto, estações *outliers* podem influenciar significativamente o ajuste da LDF.

2.2 Exemplo de aplicação de LMS e LTS

Um evento real providencia um bom exemplo de como aplicar a estatística robusta nos dados do Observatório Auger.

Para aplicarmos os ajustes utilizamos antes o programa de reconstrução oficial da colaboração,

chamado “Offline”. O programa converte o sinal nos tanques em VEM e utiliza a posição e tempo GPS de cada tanque (em metros e nanosegundos, respectivamente) para reconstruir o centro do chuveiro e seu respectivo ângulo de inclinação. O programa providencia uma reconstrução completa, da conversão dos sinais à estimativa de energia, porém este foi modificado para obtermos estas informações separadamente e assim aplicarmos os métodos robustos para os ajustes da LDF.

Como mencionado na introdução, os métodos LMS e LTS são métodos lineares. Assim, apesar da LDF não ser linear, nós a supomos linearizável aplicando \log_e em ambos os eixos, e assim utilizamos uma lei de potência simples, $y = Ax^B$, para calcular o LMS e o LTS.

Aplicando as condições mínimas³ para o uso dos métodos propostos temos que $p = 2$. Assim, o $n^{\text{º}}$ mínimo de estações acionadas por evento deve ser igual a 5.

Nós escolhemos o evento 3077458 detectado em 25 de janeiro de 2007. A energia reconstruída pelo Offline fornece o valor de 26.94 EeV com $\theta = 49.48^\circ$ e $S_{1000} = 103.43$ VEM.

Primeiramente nós ajustamos LS, LMS e LTS para lei de potência simples e LS para a NKG modificada, como pode ser visto na figura 2.4.

O LMS e o LTS identificaram 3 tanques *outliers* identificados na figura 2.5 como círculos vermelhos. Ainda na figura 2.5 nós ajustamos RLS_{LMS} e RLS_{LTS} usando uma lei de potência simples e a NKG modificada, equação 2.3.

Na tabela 2.1, logo abaixo, nota-se que os valores de $S_{1000}(\text{RLS})$ são sistematicamente menores do que os valores de $S_{1000}(\text{LS})$. Porém, nas seções seguintes veremos que isso não ocorre sistematicamente para todos os eventos analisados.

Method	S_{1000}	$\chi^2/ndof$
LS - $S(r) = Ar^B$	$99,9 \pm 6,9$	0,7843
LS - NKG-Modif.	$103,2 \pm 4,4$	0,6089
\Rightarrow LMS - $S(r) = Ar^B$	90,3	0,0155
\Rightarrow RLS_{LMS} - $S(r) = Ar^B$	$93,5 \pm 8,0$	0,0554
\Rightarrow RLS_{LMS} - NKG-Modif.	$99,8 \pm 5,1$	0,0487
\Rightarrow LTS - $S(r) = Ar^B$	93,2	0,0163
\Rightarrow RLS_{LTS} - $S(r) = Ar^B$	$93,2 \pm 9,6$	0,0219
\Rightarrow RLS_{LTS} - NKG-Modif.	$99,8 \pm 5,6$	0,0426

Tabela 2.1: Valores para S_{1000} e χ_{red}^2

Na próxima seção aplicaremos os métodos propostos nos dados coletados pelo detector de superfície.

³Ver seção 1.2.4

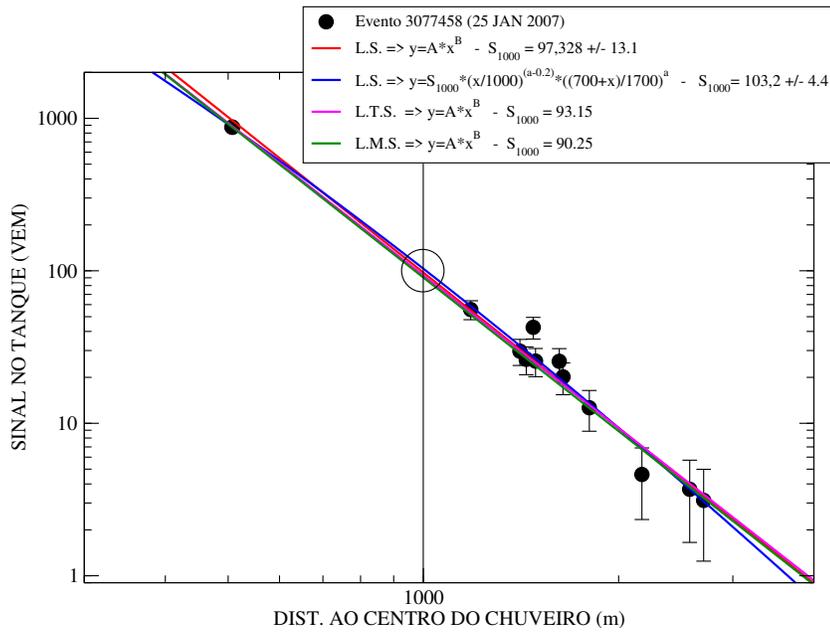


Figura 2.4: Evento 3077458, 25 JAN 2007, LS, LMS e LTS.

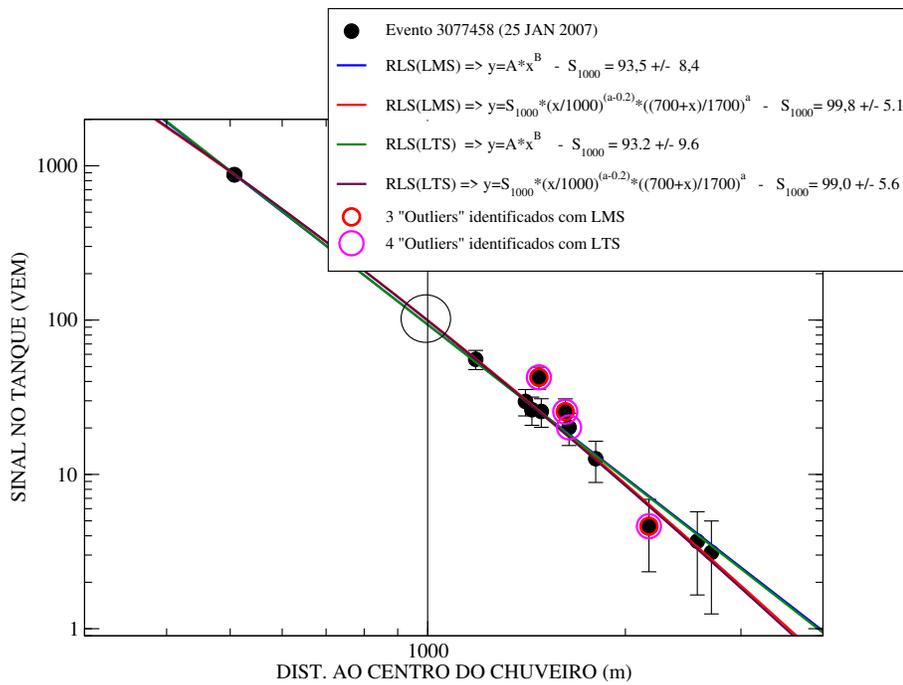


Figura 2.5: Evento 3077458, 25 JAN 2007, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

2.3 Resultados e convenções adotadas

Devido ao algoritmo empírico de cálculo, os métodos LMS e LTS não nos fornecem as propagações dos erros dos coeficientes ajustados, por isso serão usados somente na identificação de *outliers*. Assim, os resultados apresentados são para RLS proveniente de LMS, RLS_{LMS} , e RLS proveniente de LTS, RLS_{LTS} . Nós comparamos os resultados para LS, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} aplicados em lei de potência e NKG-modificada.

A versão do Offline utilizada para as reconstruções foi a v2r4p1.

A estação possui 5 níveis de trigger para a seleção de sinais [65]:

- **T1**, chamado de trigger de *hardware*, identifica a possibilidade do sinal ser útil numa reconstrução em geral,
- **T2**, identifica se o sinal pode ser parte de um chuveiro,
- **T3**, verifica a coincidência entre os tanques ao redor e confirma T2,
- **T4**, seleciona as coincidências principais e as correlaciona com um evento físico (este é o chamado trigger físico),
- **T5**, seleciona os eventos que apresentaram as melhores reconstruções.

Nós utilizamos somente os eventos selecionados pelo trigger T5. Uma das características principais deste trigger é o critério de no mínimo 5 estações estarem ativas ao redor da estação com maior sinal. Portanto, todos os eventos de borda⁴ são eliminados.

Todos os eventos em período ruim⁵ foram excluídos.

⁴Quando a posição do centro de um chuveiro é estimada próxima à última estação antes da borda da rede de tanques, este evento é classificado como “evento de borda”. O critério para reconstruí-lo é a garantia de que a posição do centro do chuveiro esteja dentro da rede. Caso haja dúvidas sobre a posição do centro do chuveiro, este não é reconstruído e, ainda, é eliminado dos arquivos principais, passando a constar apenas nos arquivos T3 que também são utilizados para se fazer monitoramento.

⁵As estações possuem alarmes que disparam quando alguma anomalia persiste por um determinado período. Estas anomalias podem ser, por exemplo: voltagens irregulares do painel solar ou da bateria ou da eletrônica, sensores das antenas GPS e de comunicação falhando, voltagens irregulares das fotomultiplicadoras, etc. Quando mais de 30% dos tanques está com algum tipo de alarme acionado, o *software* de monitoramento dispara um contador. Este conta o tempo de duração dos alarmes enquanto mais de 30% dos tanques estiverem com os alarmes acionados. Este período é classificado como “período ruim” e é recomendado fortemente que os dados coletados não sejam utilizados, apesar de serem reconstruídos pelo Offline. O programa de reconstrução atribui a todos os eventos um *flag* (1 - período ruim, 0 - período bom).

Apenas os eventos com ângulo de inclinação θ abaixo de 60° foram selecionados⁶.

Para os dados de saída do programa Offline utilizamos o módulo 'RecDataLISTER'⁷, e o próprio programa Offline foi modificado para fornecer arquivos com as informações necessárias para nossa análise.

O período de observação considerado foi de 1° de janeiro de 2004 até 30 de abril de 2008. Nós dividimos os resultados em faixas de ângulo com o intuito de identificar algum efeito provocado pela inclinação do chuveiro. Estes são: $0^\circ - 60^\circ$, $0^\circ - 15^\circ$, $15^\circ - 30^\circ$, $30^\circ - 45^\circ$ e $45^\circ - 60^\circ$.

A tabela 2.2 relaciona o número de eventos para as faixas de ângulo propostas aplicando o critério de seleção⁸ requerido por LMS e LTS e também o número de eventos sem a aplicação destes critérios. É interessante notar que o corte em número de tanques, de certa forma, representa um corte em energia e em ângulo simultaneamente.

Faixas de ângulo	No. Eventos (critério LMS/LTS)	No. Eventos Total
$0^\circ - 60^\circ$	63.338	734.517
$0^\circ - 15^\circ$	1.560	58.815
$15^\circ - 30^\circ$	6.483	198.386
$30^\circ - 45^\circ$	18.942	299.857
$45^\circ - 60^\circ$	36.353	177.459

Tabela 2.2: Número de eventos por faixas de ângulo.

Os resultados com os respectivos $S_{1000}^{relativo}$ e $erros^{relativo}$ estão mostrados nas figuras de:

- 2.6 a 2.14 da seção 2.4 para L. Potência e
- 2.17 a 2.25 da seção 2.5 para NKG-Modificada.

Os histogramas estão dispostos de forma a comparar LMS e LTS. Assim temos, para cada faixa de ângulo e função de ajuste, os mesmos histogramas porém tratados com LMS e LTS.

Observa-se que os ajustes dos histogramas $S_{1000}(RLS_{LMS})$ e $S_{1000}(RLS_{LTS})$ são sistematicamente menores do que o ajuste $S_{1000}(LS)$ para S_{1000} até 50 VEM, e isso para todas as faixas de

⁶Para chuveiros com ângulos de inclinação acima de 60° a interação das partículas carregadas com o campo geomagnético torna-se bastante relevante. O desvio provocado nas partículas carregadas do chuveiro precisa, então, ser considerado nas análises. Esta é uma tarefa bastante complexa, tanto que a Colaboração Auger criou um grupo de análise específico para tratar os chuveiros com ângulos acima de 60° , também denominados de “chuveiros horizontais”.

⁷Este módulo foi desenvolvido pelo Grupo “Auger Observer” [66]. Assim os dados de saída estão no mesmo formato do “Auger Observer”.

⁸O número mínimo de pontos para a análise deve ser $2n+1$, onde n é o número de parâmetros do ajuste, neste caso $n=2$. Portanto, apenas os eventos com 5 estações acionadas serão selecionados. Ver seção 1.2

ângulo zenital, θ . Para S_{1000} acima de 50 VEM observamos alguma tendência dos ajustes dos histogramas $S_{1000}(RLS_{LMS})$ e $S_{1000}(RLS_{LTS})$ serem maiores que o ajuste $S_{1000}(LS)$. Porém, devido a proximidade dos ajustes, não podemos qualificá-los melhor.

Comparando $S_{1000}(RLS_{LMS})$, $S_{1000}(RLS_{LTS})$ e $S_{1000}(LS)$ para ambas as funções (L. Potência e NKG-Modificada) com o S_{1000} extraído diretamente do programa Offline, vemos alguma similaridade com os $S_{1000}(LS)$ obtidos usando a NKG-Modificada.

Em termos gerais podemos ver uma tendência para superestimar eventos de baixa energia ($S_{1000} < 50$ VEM) e subestimar eventos de mais alta energia ($S_{1000} > 50$ VEM) quando os ajustes são feitos por estatística convencional. Mas, novamente, não temos relevância estatística suficiente para concluir isso de forma muito clara.

Portanto, no próximo capítulo, consideraremos a correção do fator S_{1000} , em função do ângulo de chegada, para analisarmos como este possível efeito se propaga.

2.4 Histogramas de S_{1000} para L. Potência - LMS e LTS

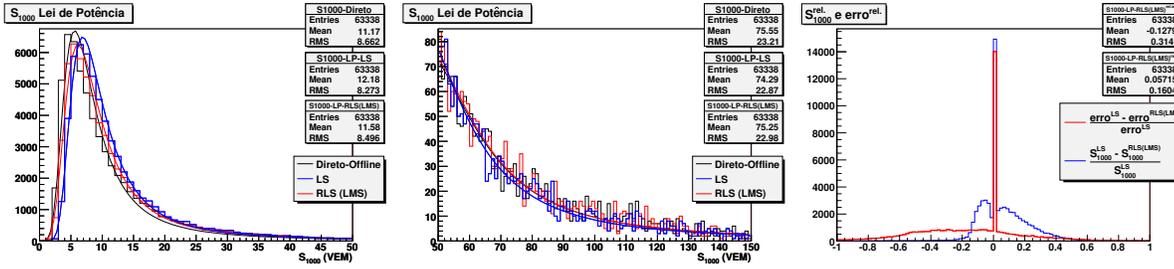


Figura 2.6: Histogramas para S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLMS} , L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

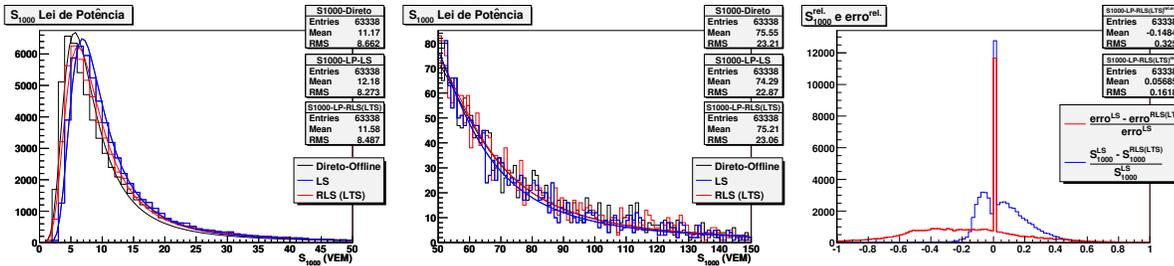


Figura 2.7: Histogramas para S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLTS} , L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

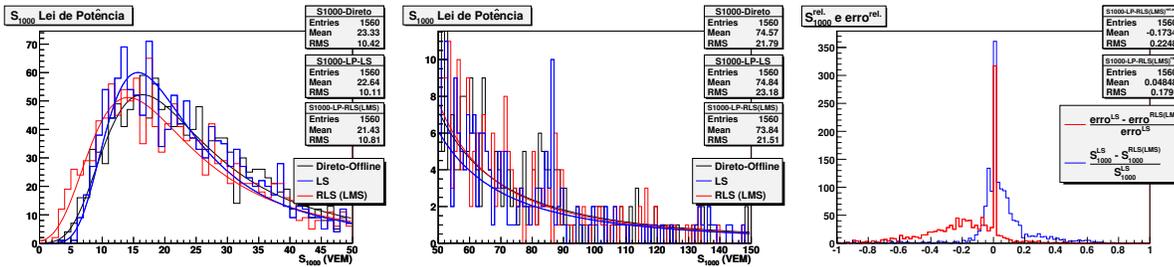


Figura 2.8: Histogramas para S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLMS} , L. Potência, $0^\circ - 15^\circ$.

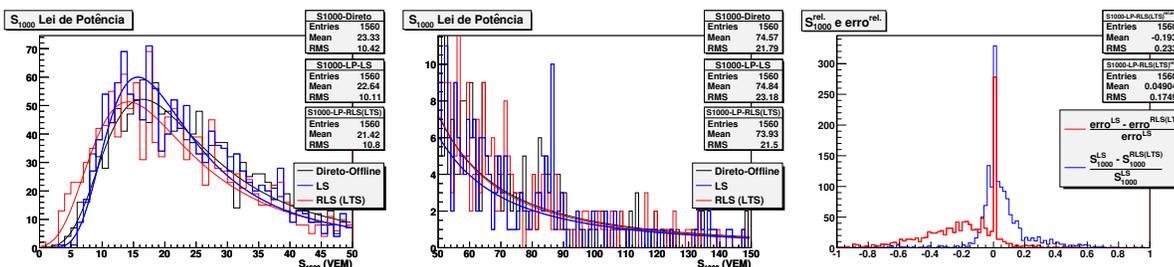


Figura 2.9: Histogramas para S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLTS} , L. Potência, $0^\circ - 15^\circ$.

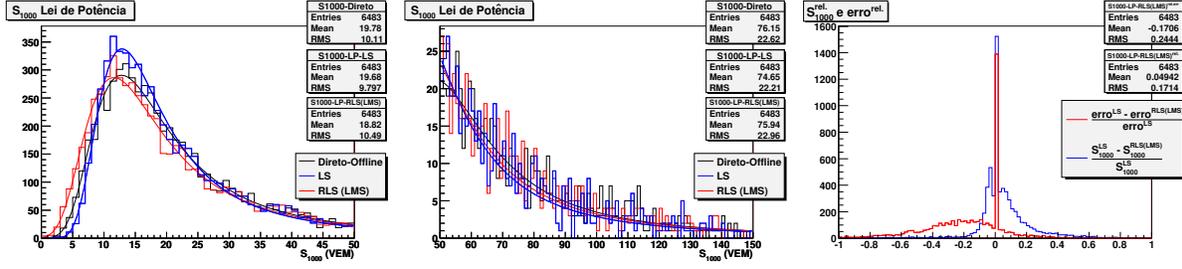


Figura 2.10: Histogramas de S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLMS} , L. Potência, $15^\circ - 30^\circ$.

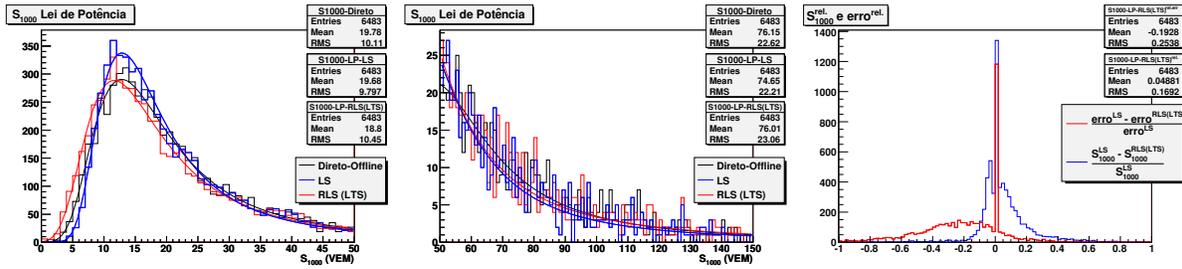


Figura 2.11: Histogramas de S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLTS} , L. Potência, $15^\circ - 30^\circ$.

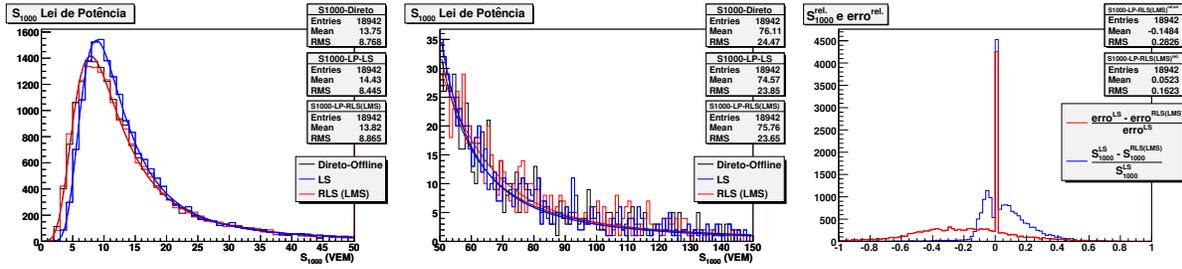


Figura 2.12: Histogramas de S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLMS} , L. Potência, $30^\circ - 45^\circ$.

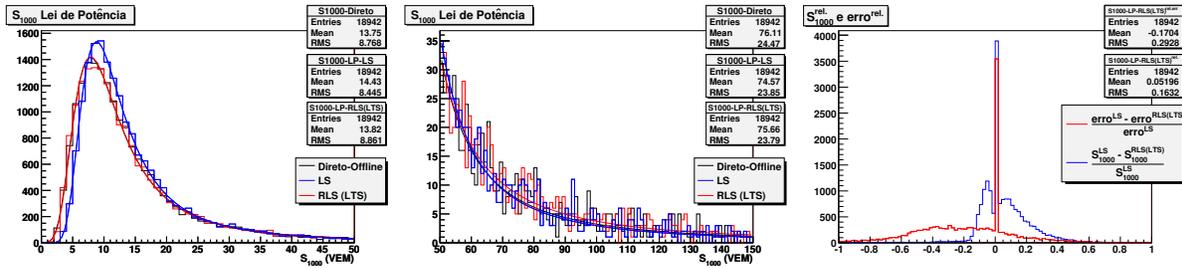


Figura 2.13: Histogramas de S_{1000}^{LS} e S_{1000}^{RLSLTS} , L. Potência, $30^\circ - 45^\circ$.

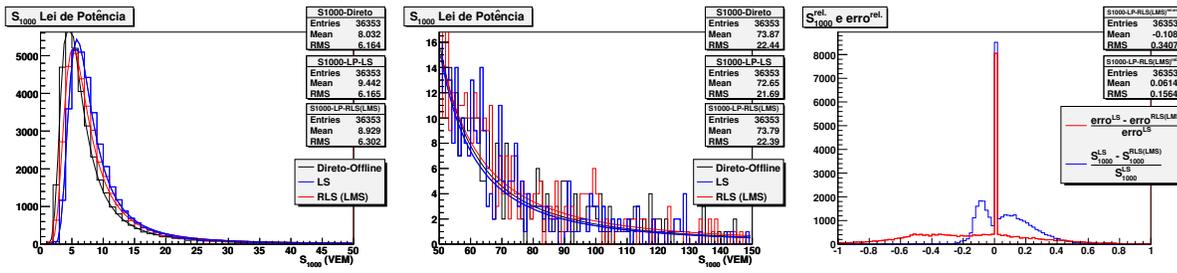


Figura 2.14: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $45^\circ - 60^\circ$.

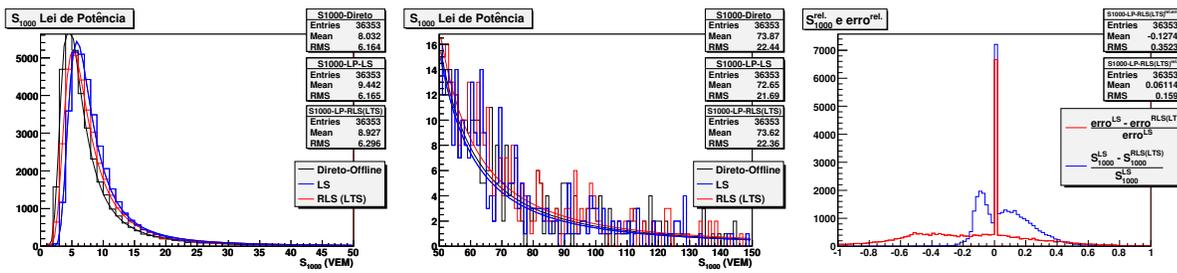


Figura 2.15: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $45^\circ - 60^\circ$.

2.5 Histogramas de S_{1000} para NKG-Modificada - LMS e LTS

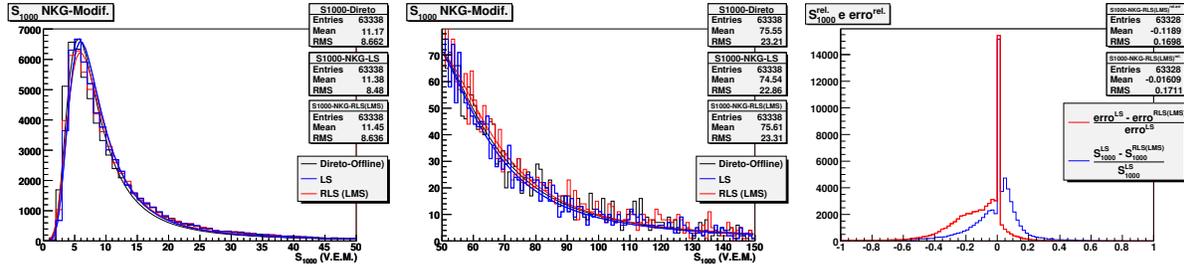


Figura 2.16: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS^LMS}$, NKG-Offline, $0^\circ - 60^\circ$.

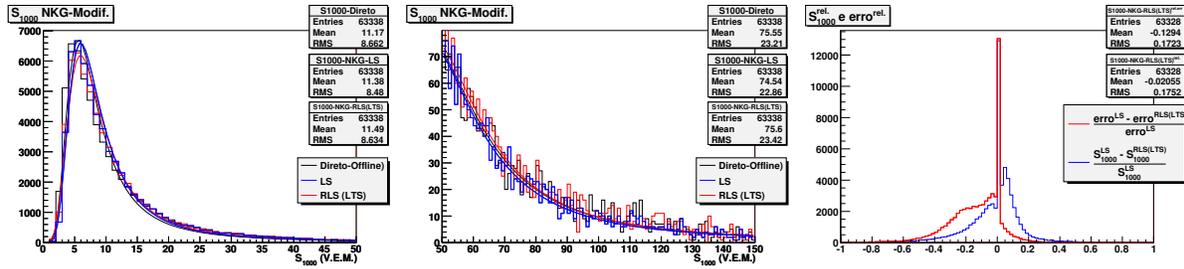


Figura 2.17: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS^LTS}$, NKG-Offline, $0^\circ - 60^\circ$.

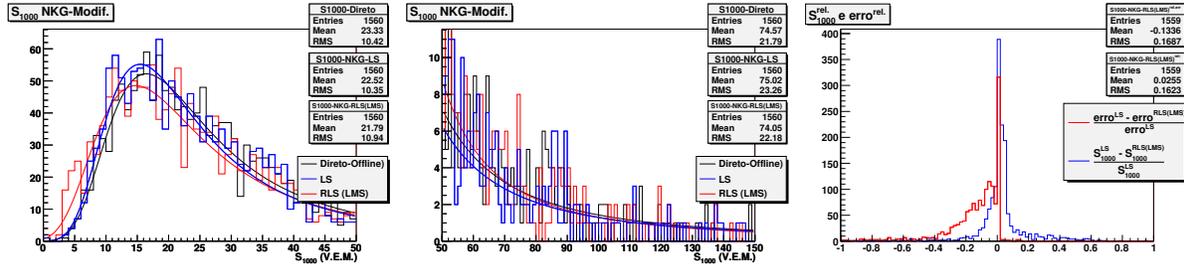


Figura 2.18: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS^LMS}$, NKG-Offline, $0^\circ - 15^\circ$.

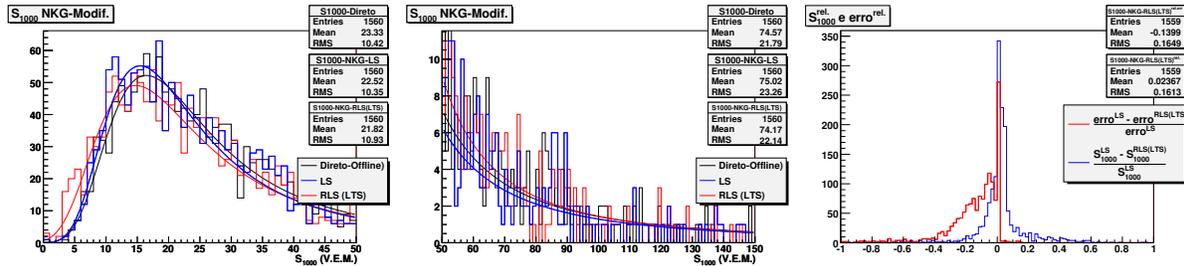


Figura 2.19: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS^LTS}$, NKG-Offline, $0^\circ - 15^\circ$.

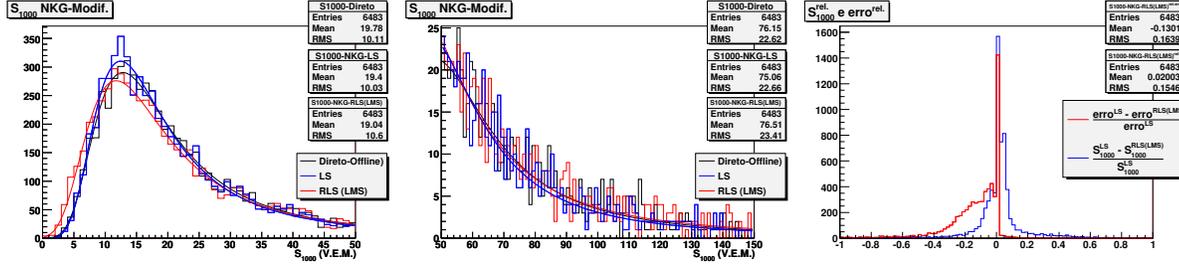


Figura 2.20: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, 15° – 30°.

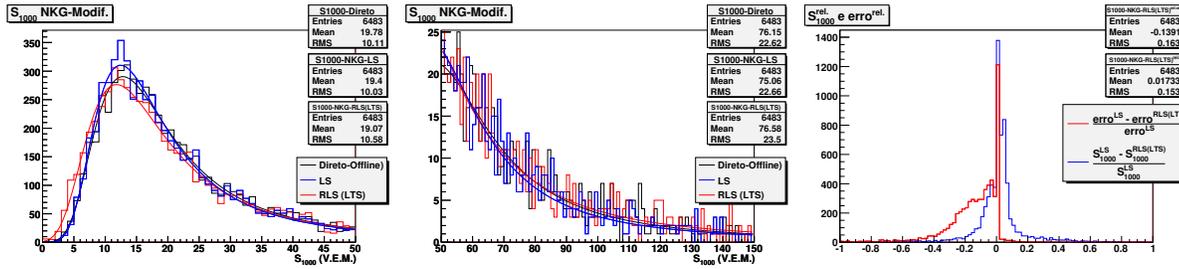


Figura 2.21: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, 15° – 30°.

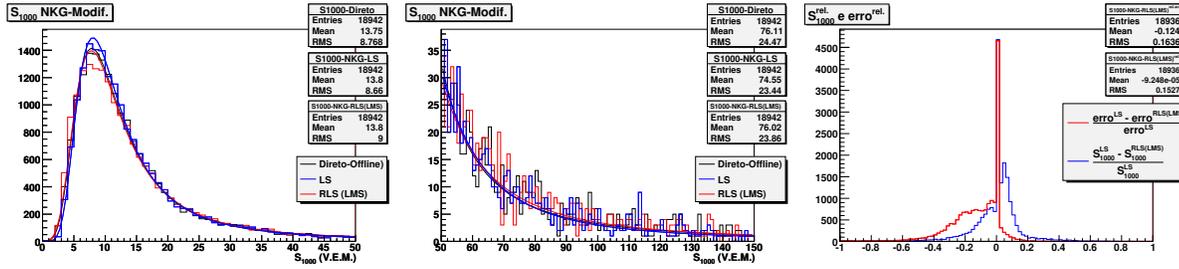


Figura 2.22: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, 30° – 45°.

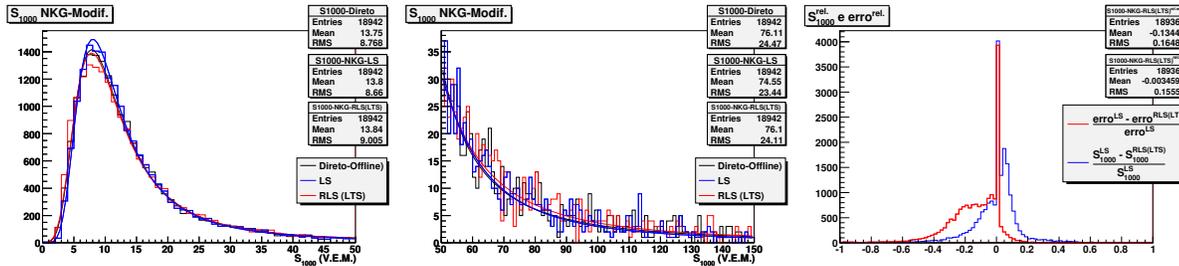


Figura 2.23: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, 30° – 45°.

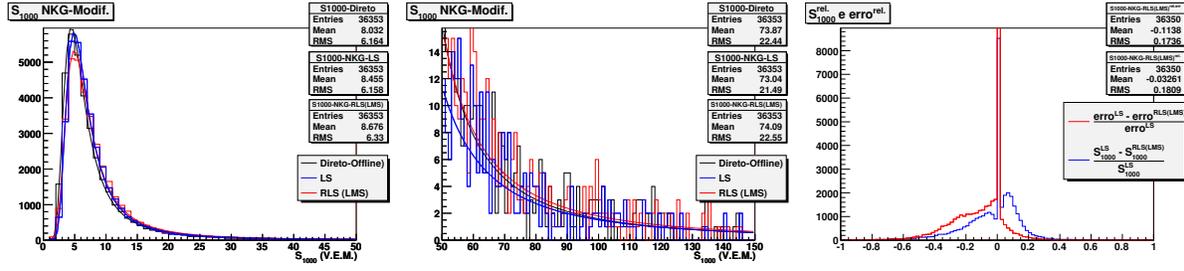


Figura 2.24: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Offline, $45^\circ - 60^\circ$.

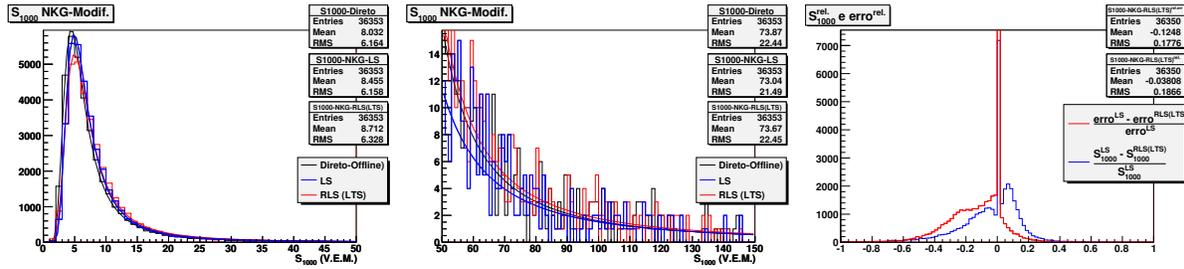


Figura 2.25: Histogramas de S_{1000}^{LS} e $S_{1000}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Offline, $45^\circ - 60^\circ$.

Capítulo 3

Correção de $S_{1000} \rightarrow S_{38}$

A descoberta de Hillas, sobre a região de mínimo da LDF, não leva em consideração a inclinação, θ , do chuveiro. A quantidade de atmosfera atravessada é dependente deste ângulo e, portanto, torna-se mais uma fonte de flutuação na distribuição lateral. Num gráfico de S_{1000} versus θ podemos tentar extrair a função de correção. Uma primeira tentativa seria: $S_{1000}(\theta) = A \cdot f(\theta)$. Porém, ao observarmos tal relação na figura 3.1, não é possível concluir diretamente que haja alguma correlação coerente. Para obtermos tal correlação precisamos do conceito de *Constant Intensity Cut* ou, simplesmente CIC.

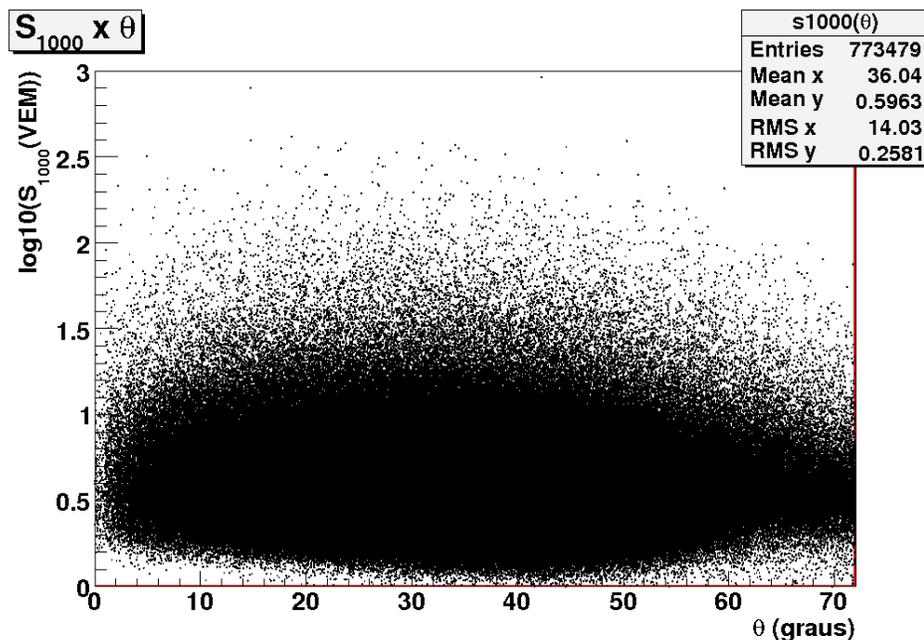


Figura 3.1: S_{1000} em função de θ .

3.1 Constant Intensity Cut - CIC

Esta seção foi fundamentada na referência [67].

O conceito de CIC foi introduzido na década de 60. O método assume que a direção de chegada da radiação cósmica é isotrópica e assim o fluxo integral a uma dada energia é independente do ângulo zenital.

A integral do fluxo diferencial para uma dada energia, E_{limiar} , pode ser escrita como:

$$E_{limiar} = \int_{E_{limiar}}^{\infty} \frac{1}{A_{ef}} \frac{\partial^2 n(\Omega, E)}{\partial \Omega \cdot \partial E} dE = \frac{1}{A_{ef}} \frac{dn(\Omega, E_{limiar})}{d\Omega} = cte., \quad (3.1)$$

onde $n = \frac{dN}{dt}$ é a taxa de eventos, A_{ef} é a área de detecção efetiva, E é a energia e $\partial \Omega$ é o elemento de ângulo sólido.

É claro que isto funciona apenas na faixa de ângulo onde a aceitação do detector de superfície não dependa do ângulo zenital. No caso do Observatório Pierre Auger, a eficiência do detector de superfície atinge os 100% acima de 3EeV e θ menor que 60° .

A área total do detector de superfície, A , está relacionada à área de detecção efetiva, A_{ef} , por: $A_{ef} = A \cdot \cos \theta$. Integrando o ângulo sólido em azimute (2π) temos:

$$\frac{1}{2\pi A} \frac{dn(\cos^2 \theta, E > E_{limiar})}{d \cos^2 \theta} = I(E_{limiar}) = cte. \quad (3.2)$$

Para um dado intervalo de tempo e intervalos equidistantes, em $\cos^2 \theta$, temos o mesmo número de eventos. Assim, integrando sobre todo o tempo de detecção, a taxa de eventos se transforma em número de eventos:

$$\frac{\Delta N(E > E_{limiar})}{\Delta \cos^2 \theta} = cte. \quad (3.3)$$

Primeiramente dividimos o céu em intervalos de 0.11 em $\sec \theta$ (ver figura 3.2). Para cada intervalo de $\sec \theta$ obtemos uma curva integrando o número de eventos em intervalos de S_{1000} , sendo que para cada intervalo de S_{1000} , os eventos com valor de S_{1000} inferiores são somados novamente. Esta correlação está mostrada na figura 3.3. Nesta última figura é que aplicamos, então, os cortes em número de eventos integrados. Estes são escolhidos de forma a que se conformem aos dados observados, no nosso caso escolhemos: 100, 316.2, 1000, 3162 e 10000. Os pontos de intersecção das retas com as curvas nos fornecem um gráfico de $\log_{10}(S_{1000})$ versus $\sec \theta$ (ver figura 3.4). O ajuste das curvas deste último gráfico é que nos fornece uma relação do tipo: $S_{1000}(\theta) = A \cdot f(\theta)$.

Neste ponto podemos propor diversas possibilidades de ajustes¹. A Colaboração Auger utiliza com mais frequência os três ajustes mostrados nas equações 3.4, 3.5 e 3.6.

$$S_{38}(S_{1000}, \theta) = \frac{S_{1000}}{CIC(\theta)} = \frac{S_{1000}}{1.049+0.00974\theta-0.00029\theta^2} \rightarrow Ref. [69] \quad (3.4)$$

$$S_{38}(S_{1000}, \cos(\theta), \lambda) = S_{1000} \times \exp\left(\frac{X_0}{\lambda} \times \left(\frac{1}{\cos(\theta)} - \frac{1}{\cos(\theta_0)}\right)\right), \rightarrow Ref. [70] \\ X_0 = 875.5g/cm^2, \lambda = 959g/cm^2. \quad (3.5)$$

$$S_{38}(S_{1000}, \cos^2(\theta)) = \frac{S_{1000}}{1.0+0.849(\cos^2(\theta)-0.6201)-1.057(\cos^2(\theta)-0.6201)^2}. \rightarrow Ref. [71] \quad (3.6)$$

Por simplicidade nós os nomearemos como icrc2005 ref.[69], gap2006 [70] e CY [71].

O valor de $\theta_0 = 38^\circ$ vem da mediana dos dados de S_{1000} versus $\sec\theta$. Ou seja, o número de eventos que chegam dentro do ângulo sólido de $0 - 38^\circ$ é aproximadamente o mesmo para o ângulo sólido de $38 - 60^\circ$.

Do capítulo 2 tomamos os valores de S_{1000} obtidos diretamente do programa Offline e os valores calculados por LS-L. Potência, RLS_{LMS} -L. Potência, RLS_{LTS} -L. Potência, LS-NKG-Modif., RLS_{LMS} -NKG-Modificada e RLS_{LTS} -NKG-Modificada. Associando para cada possível S_{1000} as três possíveis correções S_{38} , temos um total de 21 possíveis valores de S_{1000} corrigidos. Nesta seção apresentamos apenas os resultados na faixa de $0 - 60^\circ$, uma vez que os efeitos², relatados no capítulo 2, permanecem para S_{38} de forma sistemática.

Estes estão mostrados nas figuras de:

- 5.12 a 5.16 da seção 3.2 para ICRC-2005,
- 3.9 a 3.12 da seção 3.3 para GAP-NOTE 2006-024 e
- 3.13 a 3.16 da seção 3.4 para Cronin e Yamamoto (CY).

No próximo capítulo iremos abordar a correlação entre energia híbrida e S_{38} e verificar se esses efeitos afetam esta correlação.

¹Podemos também aplicar novamente o método utilizando outras definições de intervalos como por exemplo θ , $\cos\theta$, $\cos^2\theta$, $\csc\theta$, $\sin^2\theta$, etc.

²Sobre os ajustes dos histogramas LMS e LTS tenderem a ser sistematicamente menores para S_{1000} até 50 VEM e o inverso para S_{1000} acima de 50 VEM

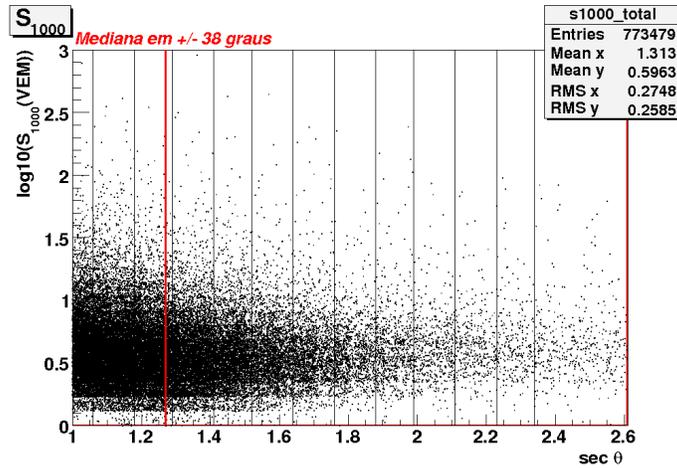


Figura 3.2: S_{1000} em função de $\sec \theta$.

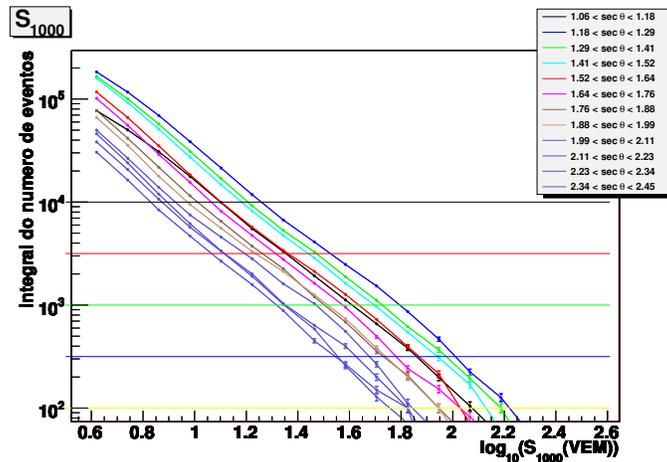


Figura 3.3: Integral do número de eventos N para intervalos de S_{1000} .

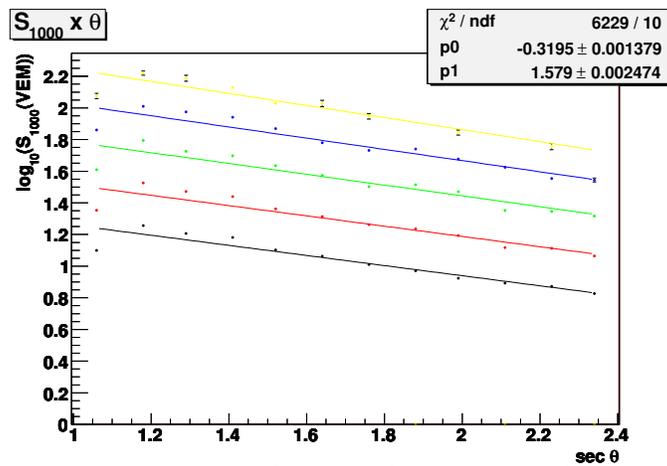


Figura 3.4: S_{1000} em função de $\sec \theta$.

3.2 Resultados para S_{38} - ICRC-2005

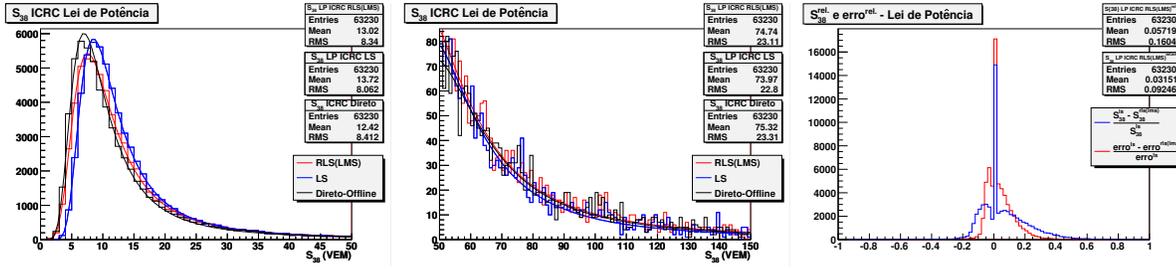


Figura 3.5: Histogramas de S_{38}^{LS} e S_{38}^{RLSLS} , L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

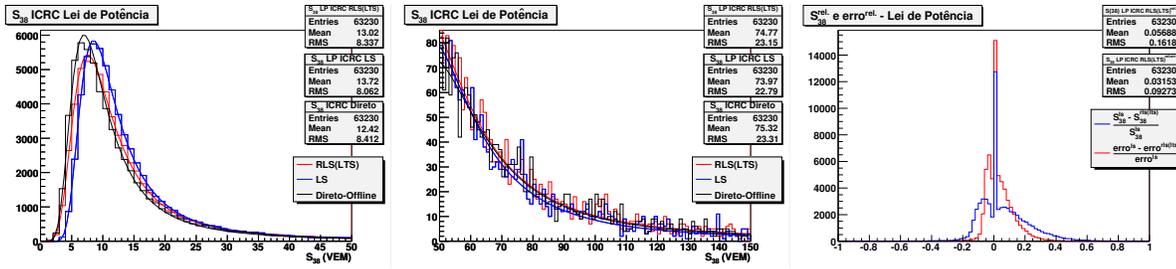


Figura 3.6: Histogramas de S_{38}^{LS} e S_{38}^{RLSLTS} , L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

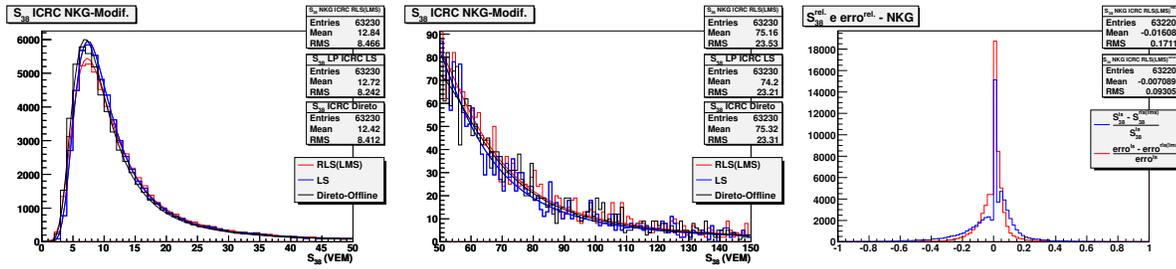


Figura 3.7: Histogramas de S_{38}^{LS} e S_{38}^{RLSLS} , NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

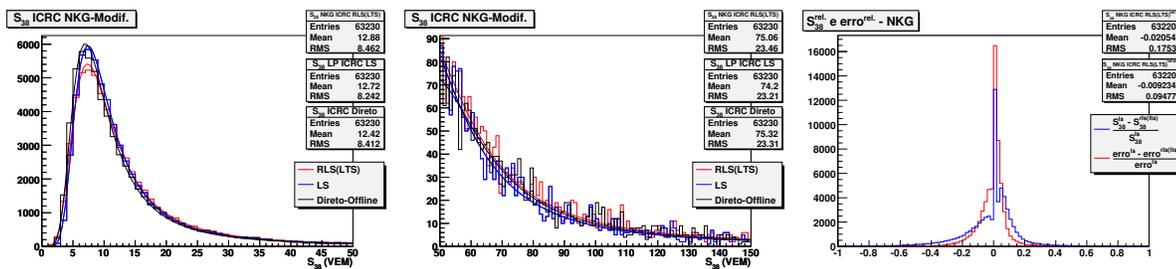


Figura 3.8: Histogramas de S_{38}^{LS} e S_{38}^{RLSLTS} , NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

3.3 Resultados para S_{38} - GAP-NOTE 2006-024

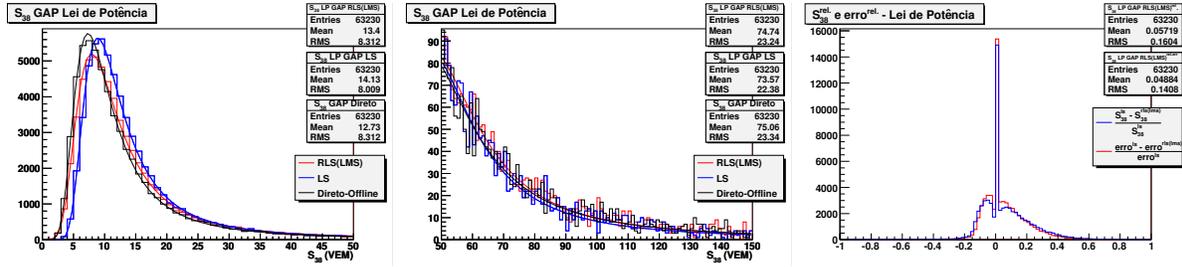


Figura 3.9: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS(LMS)}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

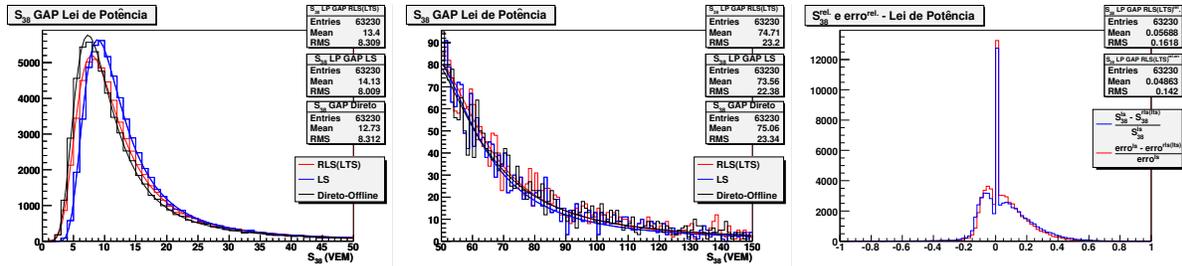


Figura 3.10: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS(LTS)}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

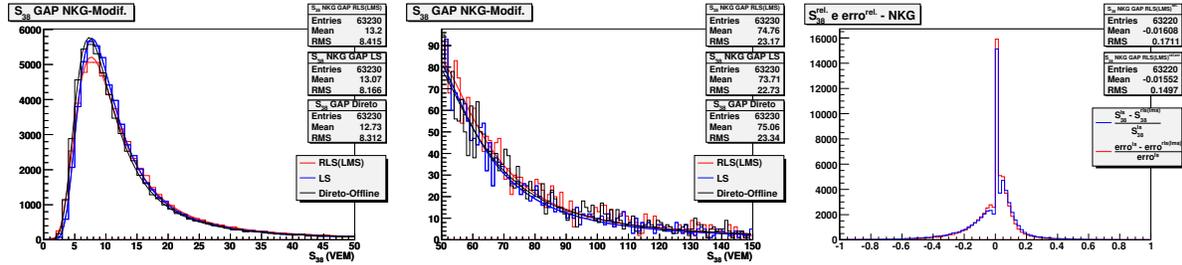


Figura 3.11: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS(LMS)}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

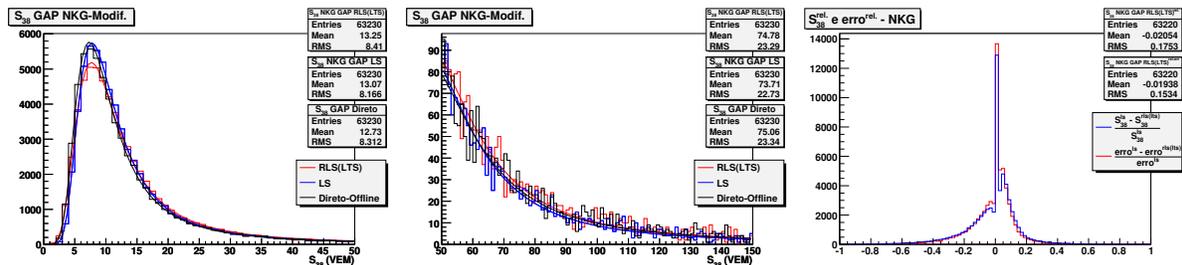


Figura 3.12: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS(LTS)}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

3.4 Resultados para S_{38} - Cronin e Yamamoto

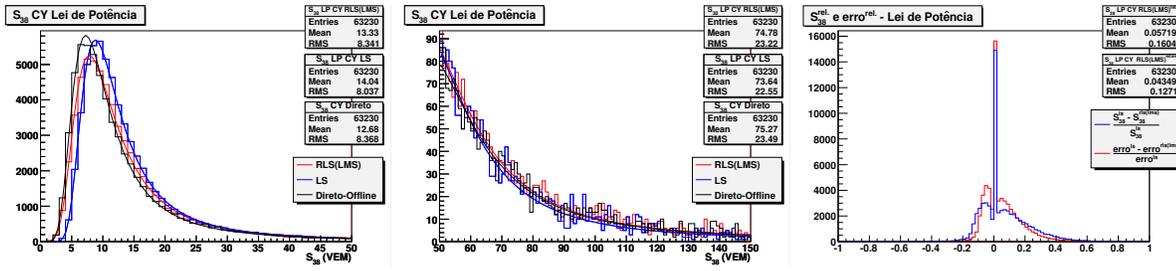


Figura 3.13: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

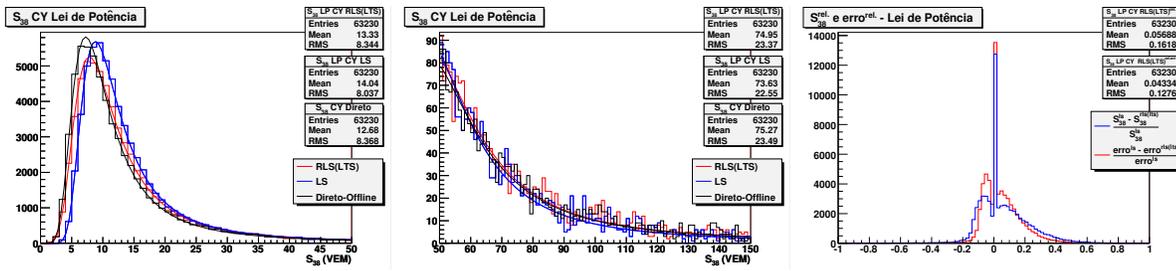


Figura 3.14: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, L. Potência, $0^\circ - 60^\circ$.

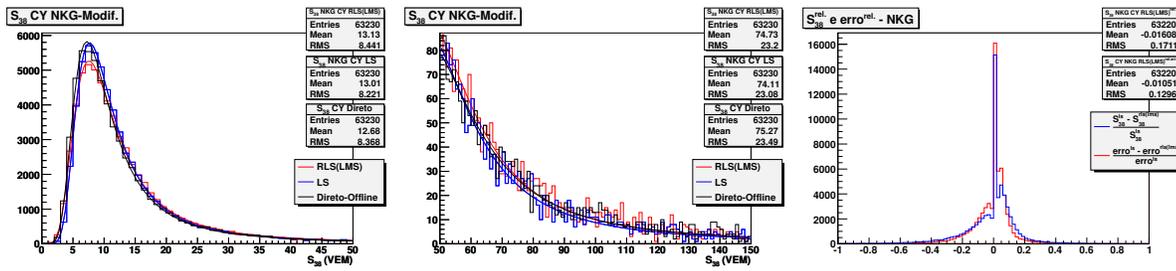


Figura 3.15: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LMS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

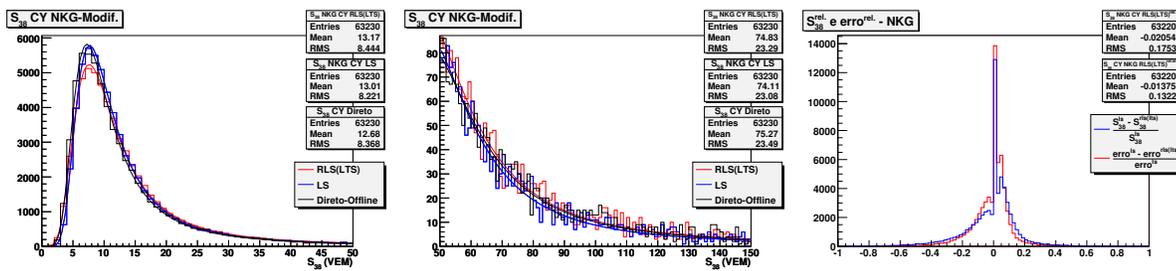


Figura 3.16: Histogramas de S_{38}^{LS} e $S_{38}^{RLS_{LTS}}$, NKG-Modif., $0^\circ - 60^\circ$.

Capítulo 4

Calibração da energia com eventos híbridos

A utilização de eventos híbridos é uma vantagem a mais para a calibração da energia. Os dois detectores podem enxergar simultaneamente o mesmo evento e, em princípio, a estimativa de energia deveria ser a mesma para ambos. É claro que os métodos de estimativa de um e de outro são bem diferentes; enquanto o detector de superfície mede densidade de partículas num nível específico do desenvolvimento, o detector de fluorescência mede a energia calorimétrica depositada na atmosfera. A Colaboração Auger utiliza a correlação energia híbrida *versus* S_{38} como ferramenta para calibrar a energia entre os detectores. As seções 4.1 e 4.2 foram baseadas na ref. [72].

4.1 Reconstrução Híbrida

O detector de fluorescência possui um ângulo de visão, em elevação reta, de aproximadamente 30° . Para uma dada geometria (ver figura 4.1) o tempo de chegada da radiação fluorescente nos fototubos pode ser expressa em função de um ângulo θ_i :

$$t(\theta_i) = \frac{R_p}{c} \tan\left(\frac{\theta_i}{2}\right) + t_0 \quad (4.1)$$

onde t_0 é o tempo que o chuveiro passa pelo ponto mais próximo do telescópio e R_p é um parâmetro de impacto.

Com esta informação é possível determinar o plano que contenha o eixo do chuveiro e a inclinação deste eixo. Porém, a faixa de θ_i percorrida não é grande o suficiente para se detectar uma curvatura significativa na função tangente da equação acima. Infelizmente, isso nos leva a ambigüidades

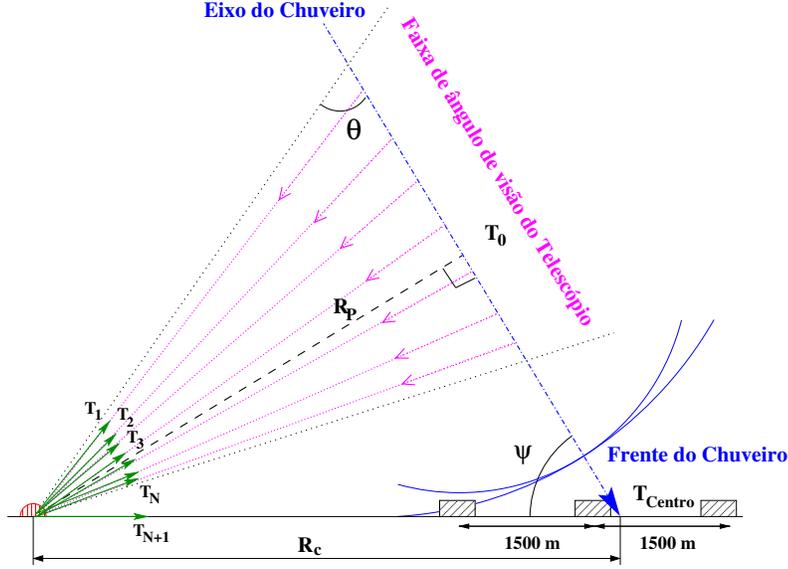


Figura 4.1: Ilustração de detecção híbrida com os parâmetros para os ajuste do *timing*.

no ajuste, devido a diversas possibilidades de combinações de R_p e ψ . Este problema pode ser resolvido usando informações de reconstrução geométrica de outro telescópio (detecção estereo) ou da geometria reconstruída pelo detector de superfície, figura 4.1.

Todos os “olhos” e o detector de superfície possuem um relógio em comum, e portanto, há um vínculo do ajuste de $t(\theta_i)$ ou *timing* e o plano de detecção do chuvaire. A ajuste para a função *timing* é feito minimizando um χ^2 que inclui os tempos dos dois detectores.

Para fluorescência:

$$\chi_1^2 = \frac{N_i}{\sum pe_i} \sum_i \frac{(t_i - t_{esperado})^2}{\sigma_i^2} pe_i \quad (4.2)$$

onde t_i é a estimativa de tempo do pulso no ponto médio e σ_i é a incerteza deste tempo para cada fototubo, $t_{esperado}$ é o tempo esperado para a frente do chuvaire atravessar o tanque. Os elementos da soma são normalizados pelo peso pe_i que é o sinal em cada fototubo. A soma é multiplicada por N_i que é o número de tubos disparados.

Para o detector de superfície:

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(t_i - t_{esperado})^2}{\sigma_i^2} \quad (4.3)$$

onde $\sigma_i = \frac{\sigma_i'}{\sqrt{n_i}}$ é a soma sobre todos os detectores com mais de 10 partículas contadas, t_i é o tempo médio de chegada da partícula em cada detector, σ_i' é a dispersão no tempo de chegada da partícula e n_i é o número de partículas detectadas. O χ^2 final é a soma linear de χ_1^2 e χ_2^2 . Esta é a denominada reconstrução geométrica híbrida ou simplesmente reconstrução híbrida.

4.2 Função Perfil Longitudinal

A equação 4.4 apresenta uma expressão analítica aproximada para a distribuição longitudinal de um chuva iniciado por próton ou núcleos atômicos, baseada em simulações de Monte Carlo e estabelecida por Gaisser e Hillas [73]. Essa expressão do perfil longitudinal foi utilizada no ajuste dos dados de chuvas detectados pelo experimento “Fly’s Eye”¹

$$N(X) = N_{max} \left(\frac{X - X_o}{X_{max} - X_o} \right)^{\frac{(X_{max} - X_o)}{\lambda}} \exp \left[\frac{(X_{max} - X)}{\lambda} \right] \quad (4.4)$$

onde X_o é uma constante de ajuste² e $\lambda = 70g/cm^2$.

No Observatório Auger a proposta de ajuste do perfil longitudinal é a mesma porém $\lambda = 61g/cm^2$.

O programa Offline determina o perfil longitudinal usando a reconstrução geométrica híbrida, o fluxo de luz fluorescente, informações de transparência atmosférica e o *fluorescence yield* de partículas do chuva.

O perfil longitudinal de partículas carregadas é, então, integrado para se obter a perda total de energia por ionização, equação 4.5:

$$E_{cal} = \alpha \int_0^\infty N_{ch}(X) dX, \quad (4.5)$$

onde $N_{ch}(X)$ é o número de partículas carregadas a uma profundidade atmosférica X e $\alpha = 2,19MeV/g/cm^2$ [76].

A energia precisa ser corrigida pela perda de energia por múons de alta energia, neutrinos e também por excitação nuclear. Simulações foram utilizadas para se quantificar estas perdas e nos forneceram a parametrização 4.6:

$$E_{cal}/E_o^{FD} = 0.959 - 0.082E_{cal}^{-0.150}, \quad (4.6)$$

onde E_o^{FD} é a energia do primário, conhecida como energia híbrida. Esta equação é válida para $3 \times 10^{16} < E_o^{FD} < 3 \times 10^{20}$ eV. As simulações mostram que diferentes correções precisam ser aplicadas para chuvas iniciados por próton, gama e ferro. Porém, não é possível determinar a composição química da partícula primária evento a evento. Assim, a Colaboração estimou um erro de 5% nesta determinação de energia.

¹No caso deste experimento, os dados também puderam ser ajustados a uma Gaussiana, dada a resolução limitada do detector. Recentemente, Song [74] apresentou como alternativa para o ajuste do perfil longitudinal uma versão da função gaussiana, definida em termos da idade do chuva.

²O parâmetro X_o era interpretado como a profundidade de primeira interação da partícula primária [75], porém não há evidências, em simulações, que comprovem tal interpretação.

4.3 Critérios para seleção dos eventos híbridos

Desde 2001 a Colaboração Auger estuda alguns aspectos da observação de eventos híbridos, na detecção e reconstrução, que caracterizem os eventos como “bem reconstruídos”. Estes critérios estão relacionados abaixo e são utilizados neste trabalho na seleção dos eventos híbridos.

Os seguinte critérios de seleção [77] foram aplicados:

- Os eventos em períodos ruins foram excluídos³.
- A profundidade do máximo do chuveiro, X_{max} , precisa estar dentro do campo de visão do telescópio.
- Resolução do $X_{max} < 40g/cm^2$
- Janela de observação $> 15^\circ$.
- $R_p > 0m$.
- Ângulo do chuveiro no Sistema do Plano do Chuveiro (SPC) $> 0^\circ$.
- Nível de Reconstrução = 4.
- $\chi^2/ndof$ do ajuste do SPC < 7 .
- $\chi^2/ndof$ do ajuste do *timing* < 8 .
- A distância do plano do chuveiro ao tanque utilizado para a reconstrução híbrida $< 750m$.
- $\chi^2/ndof$ do ajuste do perfil longitudinal por Gaisser-Hillas $< 2, 5$.
- Tempo de atraso entre o FD e SD $< 200ns$.
- A porcentagem de radiação Cherenkov $< 50\%$.

O período utilizado para os eventos híbridos foi de 1° de Janeiro de 2004 a 30 de Abril de 2008.

O número total de eventos híbridos reconstruídos, no período citado acima, é de 884.178 eventos. Aplicando os cortes indicados, temos o número reduzido para 28.989 eventos.

Estes 28.989 eventos precisam ainda ser correlacionados com os critérios de seleção T5 de reconstrução do detector de superfície para os 63.230 eventos, anteriormente utilizados para o cálculo de S_{38} , o que reduz o número para 11.171 eventos. Estes são utilizados para se fazer a correlação entre energia híbrida e o fator S_{38} .

³Ver nota de rodapé da seção 2.3. Critérios semelhantes são adotados para os telescópios de fluorescência.

Ambos os detectores possuem limitações para eventos a baixa energia. Portanto, não podemos utilizar eventos com energia muito baixa sob o risco de influenciarmos erroneamente a correlação. Porém, o critério de corte em energia, é pouco claro e suscita vastas discussões dentro Colaboração, que ainda não estabeleceu critérios definitivos. Assim, tomamos os nossos próprios critérios baseados nos cálculos de eficiência do detector de superfície.

Como mencionado anteriormente, o SD atinge 100% de eficiência a aproximadamente 3 EeV⁴. Para não penalizarmos demais o SD, aplicamos um corte de 2,5 EeV em energia híbrida e fizemos os ajustes por LS, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} . Os pontos de intersecção, entre uma reta paralela ao eixo x e que passe pelo valor 2,5 EeV e as retas ajustadas, são tomados como os cortes em S_{38} . Uma vez retirados os eventos abaixo dos cortes em S_{38} , fazemos novamente os ajustes por LS, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} . Os coeficientes provenientes destes últimos ajustes são os utilizados para se fazer a correção em energia.

4.4 Resultados para os 21 possíveis valores de S_{38}

Por motivo didático fizemos um pequeno sumário dos 21 possíveis valores de S_{38} . Este está mostrado na tabela 4.1:

Tipo de ajuste S_{38}	ICRC		GAP		CY	
Tipo de ajuste LDF	NKG	L.Potência	NKG	L.Potência	NKG	L.Potência
Método Estatístico utilizado no ajuste da LDF	LS	LS	LS	LS	LS	LS
	LMS	LMS	LMS	LMS	LMS	LMS
	LTS	LTS	LTS	LTS	LTS	LTS
S_{38} calculado com os valores de S_{1000} obtidos diretamente do programa Offline 2.4	S38-ICRC		S38-GAP		S38-CY	

Tabela 4.1: 21 possíveis valores para S_{38} .

Os ajustes lineares, utilizando mínimos quadrados - LS, nos fornecem uma estimativa final da energia expressa como função do parâmetro S_{38} , $E = A \times S_{38}^B$. Na tabela 4.2 estão os valores⁵ para A e B e seus respectivos erros.

Podemos, é claro, aplicar os métodos LMS e LTS para estes três gráficos. Os resultados para A e B e seus respectivos erros estão mostrados na tabela 4.3.

Nas tabelas de 4.4 a 4.9 estão todos os valores de A e B com seus respectivos erros propagados, para os outros 18 possíveis valores de S_{38} robusto ajustados por LS, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

As figuras 4.2, 4.3 e 4.4 são os gráficos de correlação entre a energia híbrida e os três possíveis

⁴Este cálculo é feito por meio de estatística convencional.

⁵Talvez aqui seja necessário lembrar que $A = 10^a$, onde a é o valor do coeficiente linear dos ajustes nos gráficos de 4.2 a 4.40.

Tipo de ajuste S_{38}	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
ICRC	0,109	0,005	1,161	0,013	0,973
GAP	0,105	0,008	1,177	0,021	0,412
CY	0,106	0,007	1,167	0,019	0,438

Tabela 4.2: Valores para os coeficientes A e B com ajustes LS.

Tipo de ajuste S_{38}	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
ICRC- RLS_{LMS}	0,119	0,005	1,139	0,013	0,665
GAP- RLS_{LMS}	0,119	0,008	1,143	0,020	0,274
CY- RLS_{LMS}	0,119	0,008	1,138	0,019	0,300
ICRC- RLS_{LTS}	0,118	0,005	1,139	0,013	0,665
GAP- RLS_{LTS}	0,119	0,008	1,143	0,020	0,276
CY- RLS_{LTS}	0,121	0,008	1,133	0,019	0,302

Tabela 4.3: Valores para os coeficientes A e B com ajustes LMS e LTS.

valores de S_{38} calculados na seção anterior a partir dos valores de S_{1000} extraídos diretamente do programa Offline.

As figuras de 4.8 a 4.40 são os gráficos de correlação utilizando estatística robusta na obtenção do S_{38} .

Na página seguinte a cada gráfico de correlação estão mostradas as diferenças entre energia híbrida e energia recorrigida para cada ajuste LS, RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

Observando as tabelas e os gráficos a seguir, vemos que os melhores valores de $\chi^2/ndof$ ⁶ dos ajustes são para os valores de S_{38} calculados pela correção do CIC-ICRC. Portanto, para as análises seguintes tomaremos apenas as correções em energia dos ajustes obtidos utilizando o CIC-ICRC.

É interessante notar que há uma razoável similaridade entre o número de *outliers* obtidos por LMS e LTS que representam entre 5% e 6% do total de eventos.

Os ajustes robustos tendem a produzir uma reta com inclinação ligeiramente menor em relação ao ajuste por LS.

Para a diferença de energia, o RMS varia entre 16% e 18%.

Os efeitos destas correções poderão ser melhor observados no capítulo seguinte, onde fazemos as varreduras em energia para os cálculos de anisotropia.

⁶A Colaboração Auger [78] estimou as incertezas relacionadas a S_{1000} em aproximadamente 10% e o *absolute fluorecence yield* em aproximadamente 14%. Estes são os dois parâmetros mais influentes na estimativa da energia pelo detector de superfície e pelos telescópios de fluorescência respectivamente. A incerteza na estimativa final da energia, apenas por E^{FD} , foi calculada em torno de 22% e a incerteza na estimativa de energia por $E = a \cdot S_{38}^b$ em torno de 18%.

ICRC - S_{38} - L. Potência						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,078	0,005	1,261	0,017	1,082
	LMS	0,099	0,006	1,190	0,017	0,681
	LTS	0,095	0,006	1,204	0,017	0,709
LMS	LS	0,117	0,006	1,133	0,013	1,463
	LMS	0,136	0,006	1,094	0,013	0,838
	LTS	0,136	0,006	1,093	0,013	0,835
LTS	LS	0,115	0,006	1,135	0,013	1,466
	LMS	0,133	0,006	1,100	0,013	0,880
	LTS	0,132	0,006	1,101	0,013	0,900

Tabela 4.4: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

ICRC - S_{38} - NKG-Modif.						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,089	0,005	1,228	0,016	1,164
	LMS	0,106	0,006	1,178	0,016	0,727
	LTS	0,106	0,006	1,177	0,016	0,726
LMS	LS	0,115	0,005	1,133	0,013	1,426
	LMS	0,134	0,006	1,095	0,013	0,822
	LTS	0,134	0,006	1,095	0,013	0,829
LTS	LS	0,114	0,005	1,136	0,013	1,451
	LMS	0,132	0,006	1,099	0,013	0,860
	LTS	0,130	0,006	1,104	0,013	0,890

Tabela 4.5: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

GAP - S_{38} - L. Potência						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,065	0,007	1,317	0,029	0,461
	LMS	0,085	0,008	1,236	0,027	0,281
	LTS	0,088	0,008	1,224	0,027	0,274
LMS	LS	0,108	0,008	1,160	0,022	0,536
	LMS	0,125	0,009	1,122	0,021	0,332
	LTS	0,133	0,010	1,102	0,021	0,331
LTS	LS	0,108	0,008	1,161	0,022	0,542
	LMS	0,125	0,009	1,123	0,021	0,345
	LTS	0,122	0,009	1,126	0,021	0,361

Tabela 4.6: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

GAP - S_{38} - NKG-Modif.						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,074	0,007	1,283	0,027	0,506
	LMS	0,096	0,009	1,207	0,026	0,273
	LTS	0,100	0,009	1,190	0,026	0,288
LMS	LS	0,106	0,008	1,162	0,022	0,526
	LMS	0,123	0,009	1,124	0,021	0,332
	LTS	0,128	0,010	1,110	0,021	0,334
LTS	LS	0,105	0,008	1,163	0,022	0,538
	LMS	0,120	0,009	1,129	0,021	0,346
	LTS	0,120	0,009	1,129	0,021	0,360

Tabela 4.7: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

CY - S_{38} - L. Potência						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,068	0,006	1,290	0,025	0,527
	LMS	0,090	0,008	1,214	0,024	0,327
	LTS	0,091	0,008	1,210	0,024	0,328
LMS	LS	0,103	0,007	1,165	0,020	0,605
	LMS	0,121	0,008	1,126	0,019	0,390
	LTS	0,121	0,008	1,123	0,019	0,396
LTS	LS	0,102	0,007	1,167	0,020	0,608
	LMS	0,120	0,008	1,127	0,019	0,402
	LTS	0,120	0,008	1,127	0,019	0,417

Tabela 4.8: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

CY - S_{38} - NKG-Modif.						
Método Est. para S_{38}	Tipo de ajuste	A	Erro de A	B	Erro de B	$\chi^2/ndof$
LS	LS	0,079	0,007	1,259	0,024	0,562
	LMS	0,106	0,008	1,174	0,023	0,338
	LTS	0,104	0,008	1,179	0,023	0,327
LMS	LS	0,105	0,008	1,158	0,020	0,591
	LMS	0,122	0,008	1,119	0,019	0,389
	LTS	0,123	0,008	1,117	0,019	0,393
LTS	LS	0,103	0,007	1,161	0,020	0,598
	LMS	0,118	0,008	1,129	0,019	0,408
	LTS	0,120	0,008	1,123	0,019	0,416

Tabela 4.9: Valores de A e B para S_{38} robusto ajustado com RLS_{LMS} e RLS_{LTS} .

4.5 S_{38} calculado a partir dos ajustes ICRC, GAP e CY

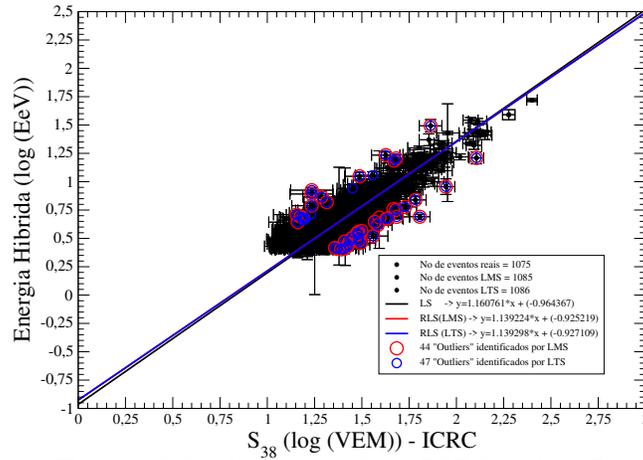


Figura 4.2: Energia híbrida *versus* S_{38} - ICRC-2005 - LS, LMS, LTS.

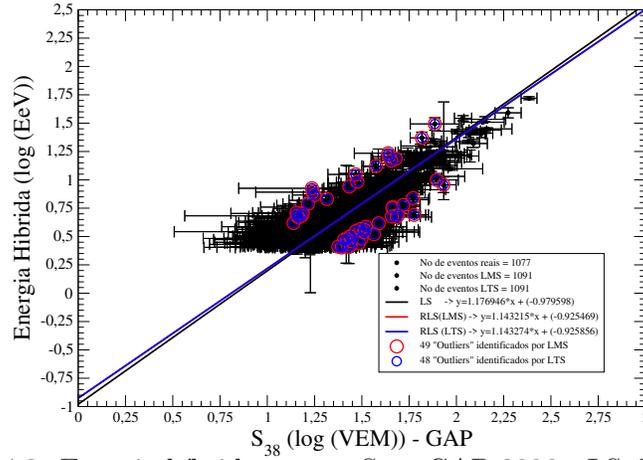


Figura 4.3: Energia híbrida *versus* S_{38} - GAP-2006 - LS, LMS, LTS.

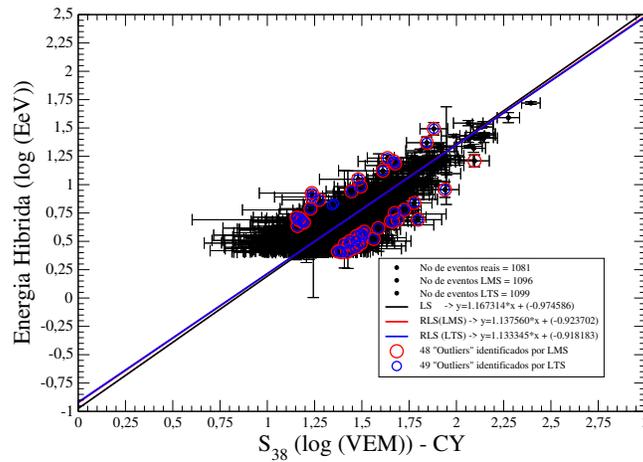


Figura 4.4: Energia híbrida *versus* S_{38} - CY - LS, LMS, LTS.

4.6 Energia Relativa para os ajustes ICRC, GAP e CY

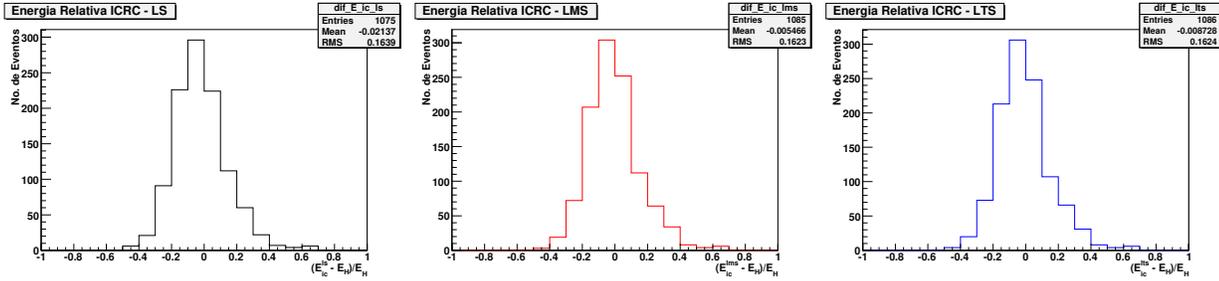


Figura 4.5: Energia Relativa - ICRC-2005 - LS, LMS, LTS.

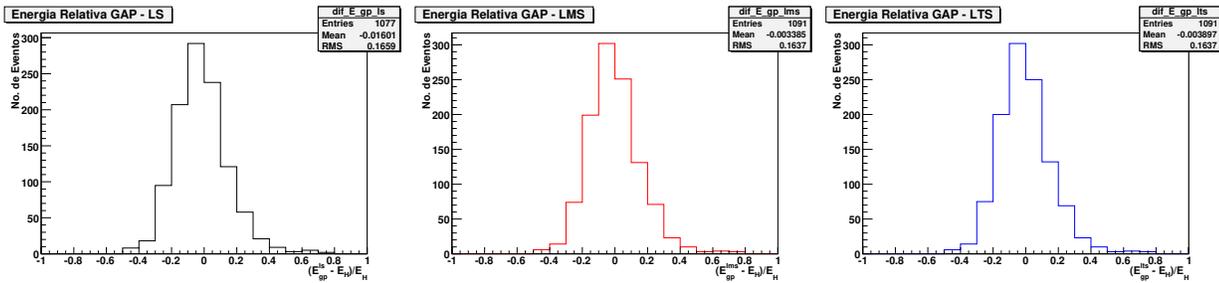


Figura 4.6: Energia Relativa - GAP-2006 - LS, LMS, LTS.

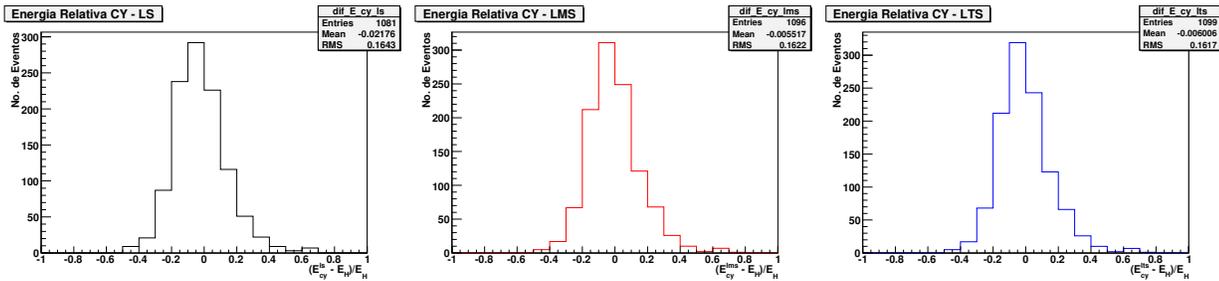


Figura 4.7: Energia Relativa - CY - LS, LMS, LTS.

4.7 S_{38}^{ICRC} obtido por S_{1000} (Lei de Potência – LS, LMS, LTS)

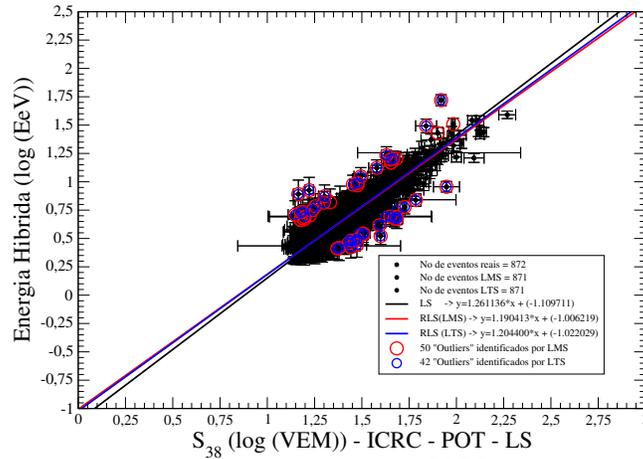


Figura 4.8: Energia híbrida *versus* S_{38}^{ICRC} - L. Potência(LS).

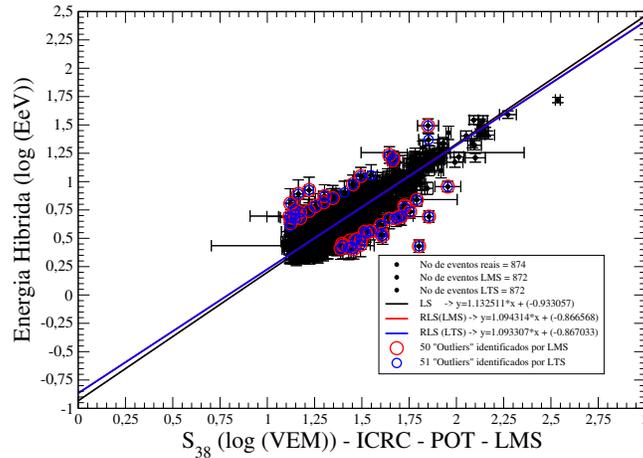


Figura 4.9: Energia híbrida *versus* S_{38}^{ICRC} - L. Potência(RLS_{LMS}).

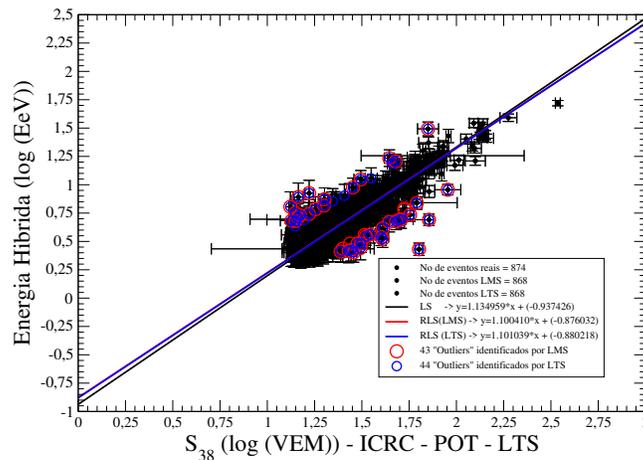


Figura 4.10: Energia híbrida *versus* S_{38}^{ICRC} - L. Potência(RLS_{LTS}).

4.8 Energia Relativa para os ajustes ICRC - L. Potência

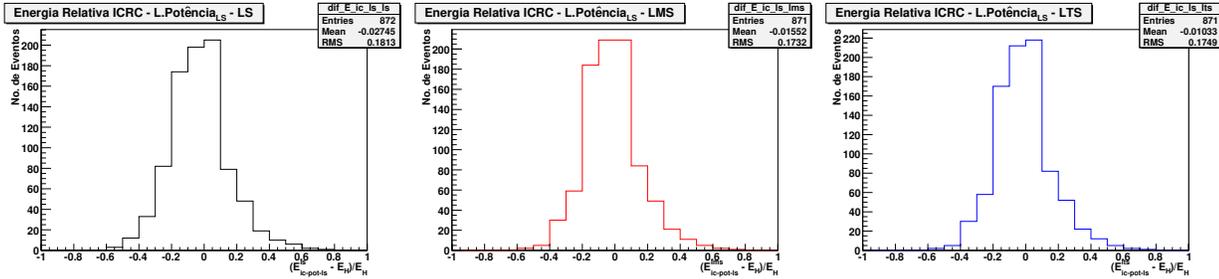


Figura 4.11: Energia Relativa - ICRC - L. Potência_{LS} - LS, LMS, LTS.

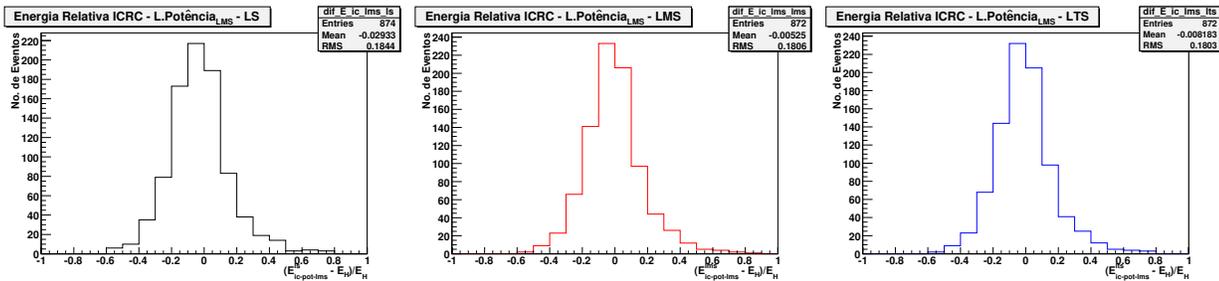


Figura 4.12: Energia Relativa - ICRC - L. Potência_{LMS} - LS, LMS, LTS.

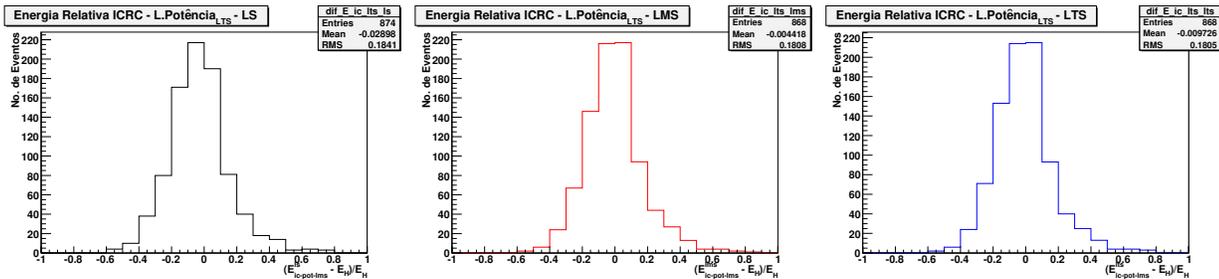


Figura 4.13: Energia Relativa - ICRC - L. Potência_{LTS} - LS, LMS, LTS.

4.9 S_{38}^{ICRC} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$

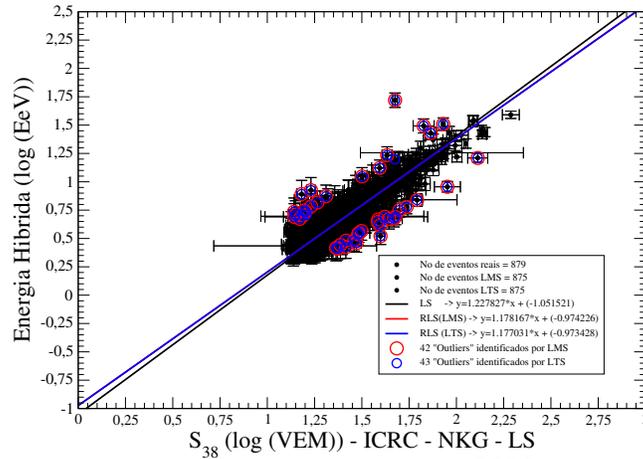


Figura 4.14: Energia híbrida versus S_{38}^{ICRC} - NKG(LS).

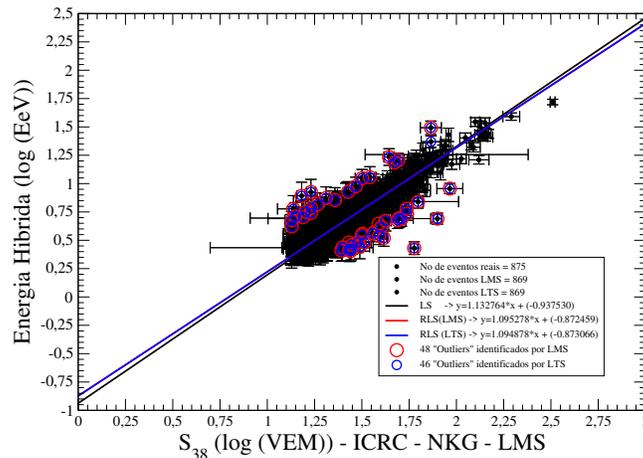


Figura 4.15: Energia híbrida versus S_{38}^{ICRC} - NKG(RLS_{LMS}).

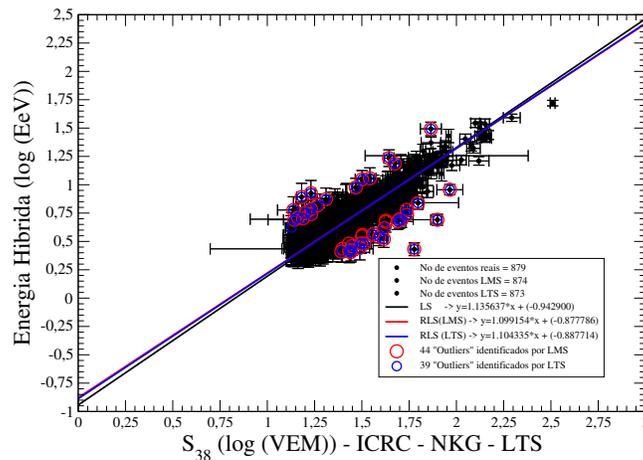


Figura 4.16: Energia híbrida versus S_{38}^{ICRC} - NKG(RLS_{LTS}).

4.10 Energia Relativa para os ajustes ICRC - NKG

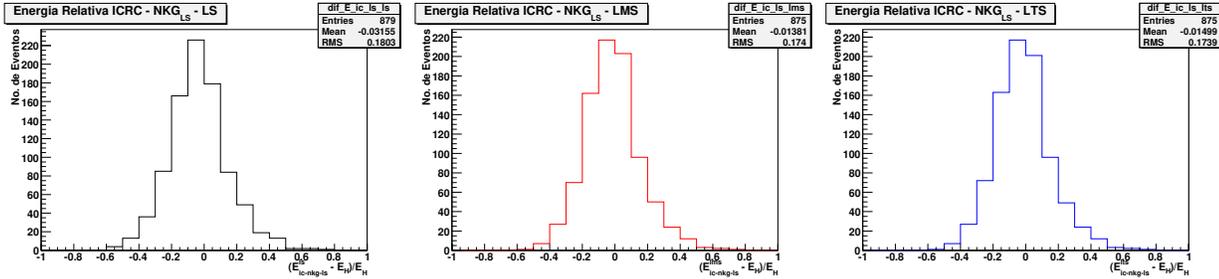


Figura 4.17: Energia Relativa - ICRC - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.

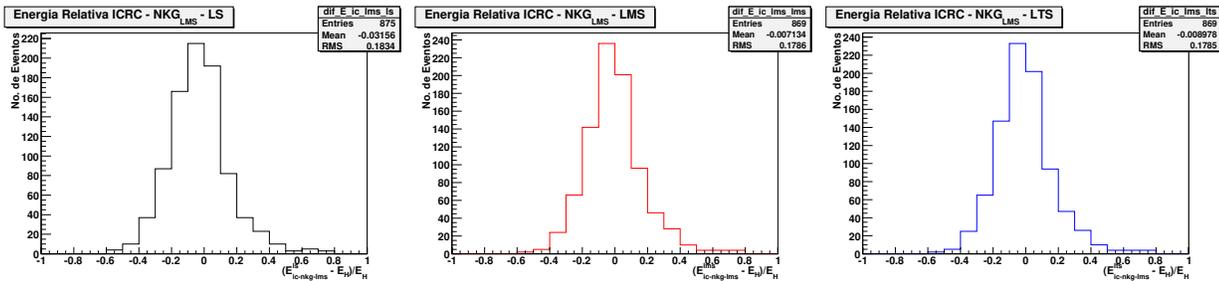


Figura 4.18: Energia Relativa - ICRC - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.

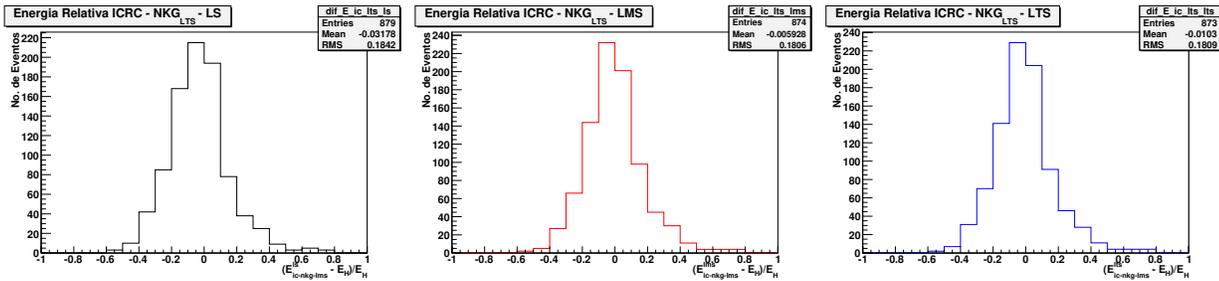


Figura 4.19: Energia Relativa - ICRC - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.

4.11 S_{38}^{GAP} obtido por S_{1000} (Lei de Potência – LS, LMS, LTS)

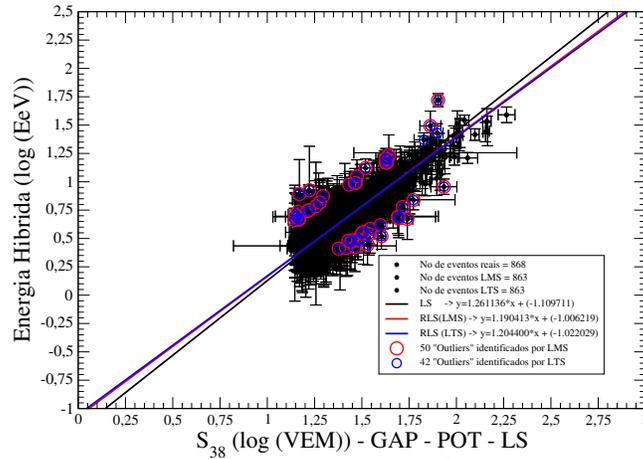


Figura 4.20: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - L. Potência(LS).

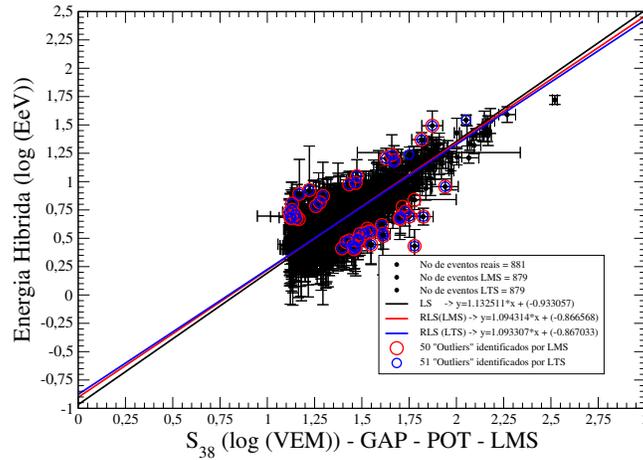


Figura 4.21: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - L. Potência(RLS_{LMS}).

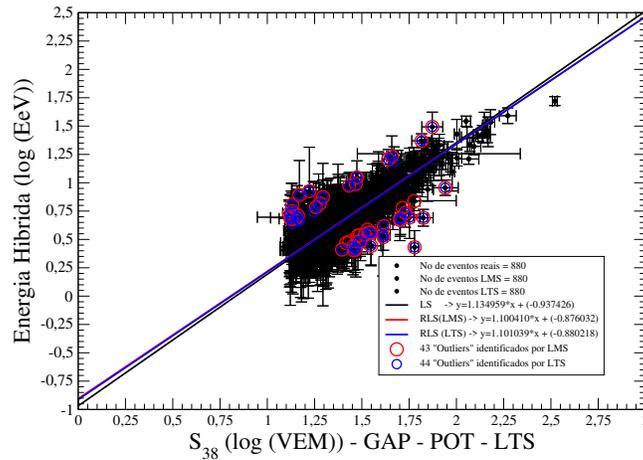


Figura 4.22: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - L. Potência(RLS_{LTS}).

4.12 Energia Relativa para os ajustes GAP - L. Potência

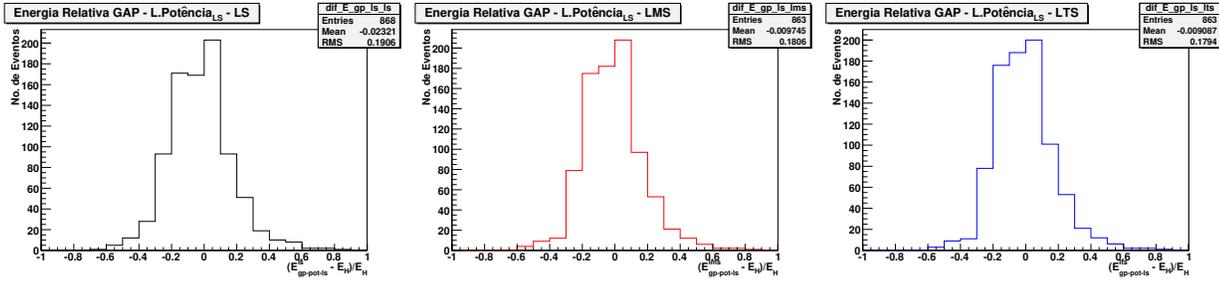


Figura 4.23: Energia Relativa - GAP - L. Potência_{LS} - LS, LMS, LTS.

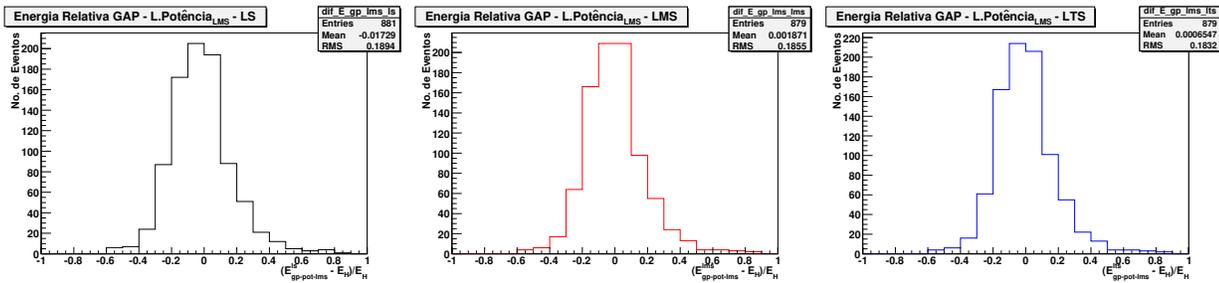


Figura 4.24: Energia Relativa - GAP - L. Potência_{LMS} - LS, LMS, LTS.

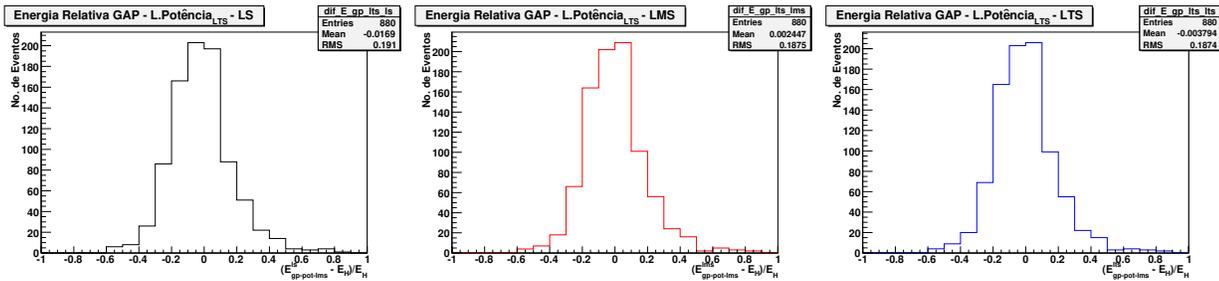


Figura 4.25: Energia Relativa - GAP - L. Potência_{LTS} - LS, LMS, LTS.

4.13 S_{38}^{GAP} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$

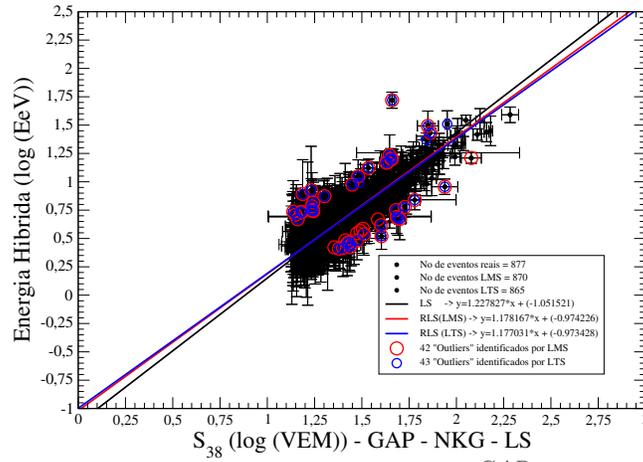


Figura 4.26: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - NKG(LS).

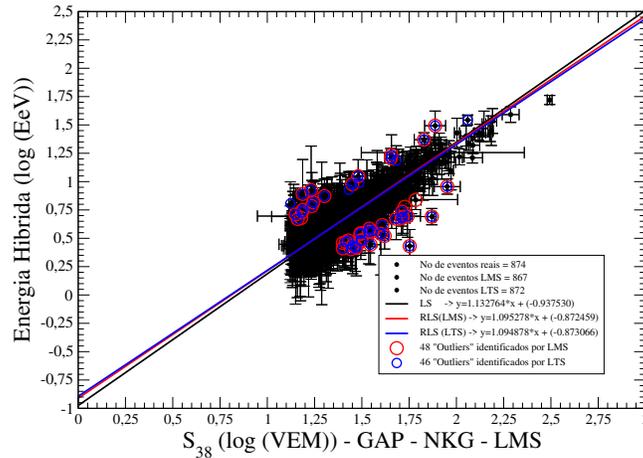


Figura 4.27: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - NKG(RLS_{LMS}).

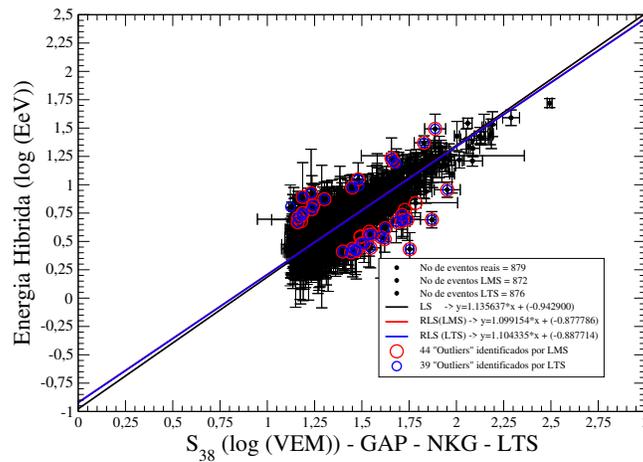


Figura 4.28: Energia híbrida versus S_{38}^{GAP} - NKG(RLS_{LTS}).

4.14 Energia Relativa para os ajustes GAP - NKG

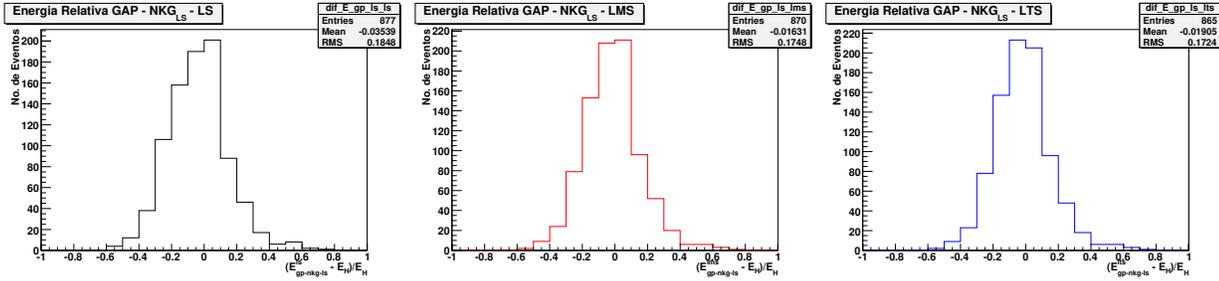


Figura 4.29: Energia Relativa - GAP - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.

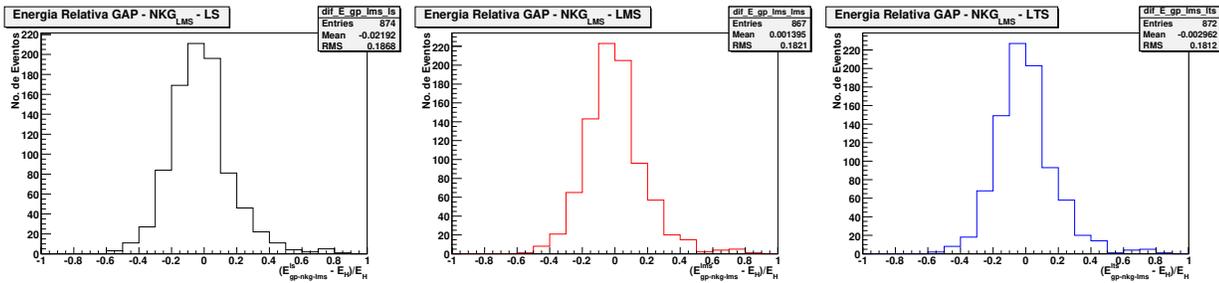


Figura 4.30: Energia Relativa - GAP - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.

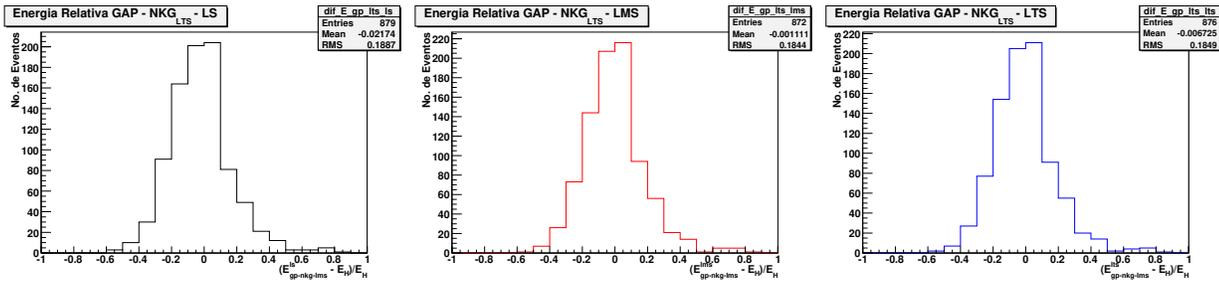


Figura 4.31: Energia Relativa - GAP - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.

4.15 S_{38}^{CY} obtido por S_{1000} (Lei de Potência – LS, LMS, LTS)

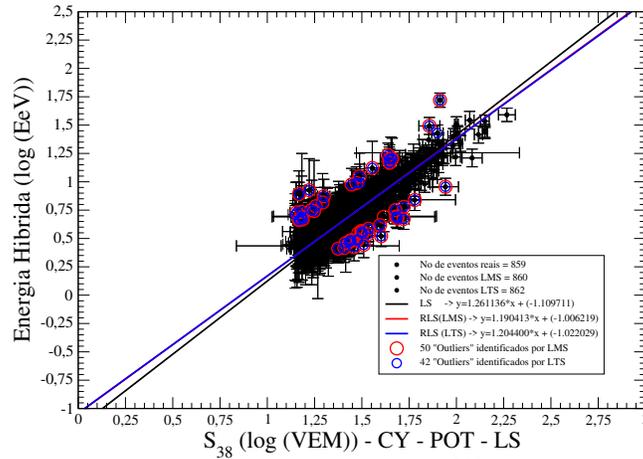


Figura 4.32: Energia híbrida versus S_{38}^{CY} - L. Potência(LS).

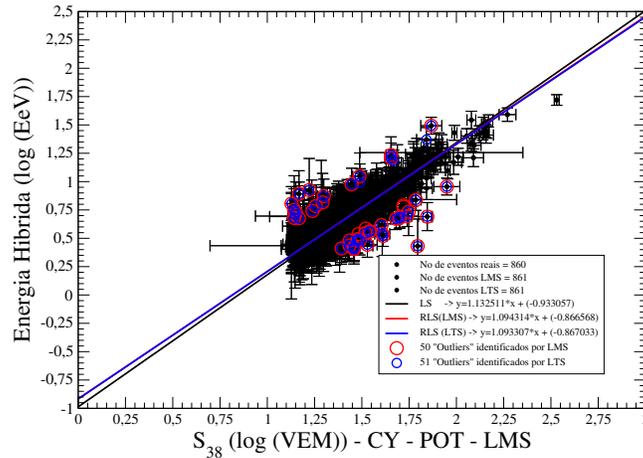


Figura 4.33: Energia híbrida versus S_{38}^{CY} - L. Potência(RLS_{LMS}).

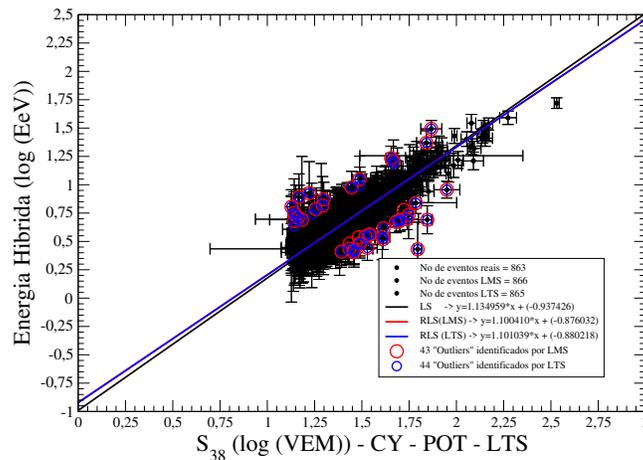


Figura 4.34: Energia híbrida versus S_{38}^{CY} - L. Potência(RLS_{LTS}).

4.16 Energia Relativa para os ajustes CY - POT

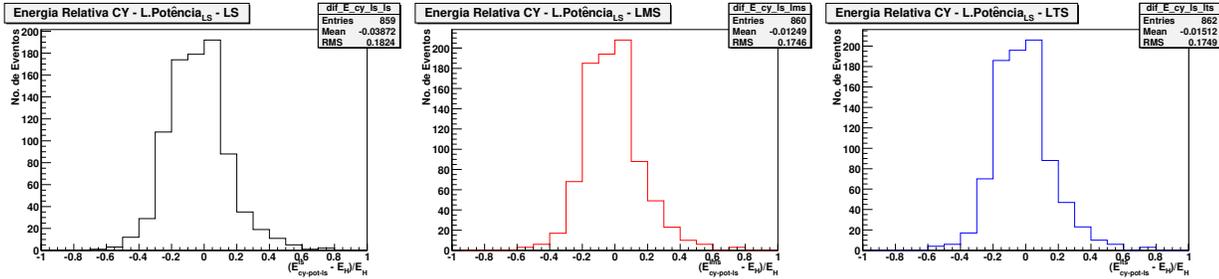


Figura 4.35: Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LS}$ - LS, LMS, LTS.

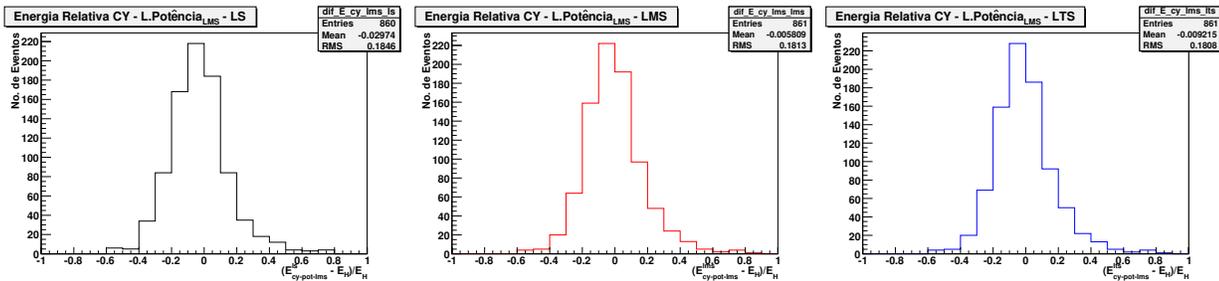


Figura 4.36: Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LMS}$ - LS, LMS, LTS.

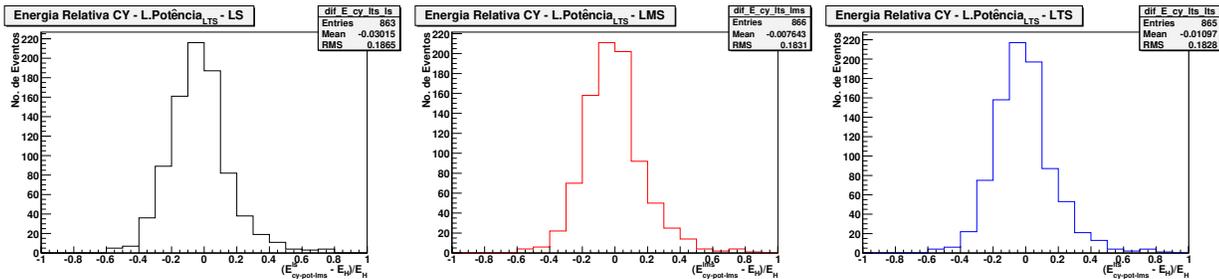


Figura 4.37: Energia Relativa - CY - $L. Potência_{LTS}$ - LS, LMS, LTS.

4.17 S_{38}^{CY} obtido por $S_{1000}(NKG - LS, LMS, LTS)$

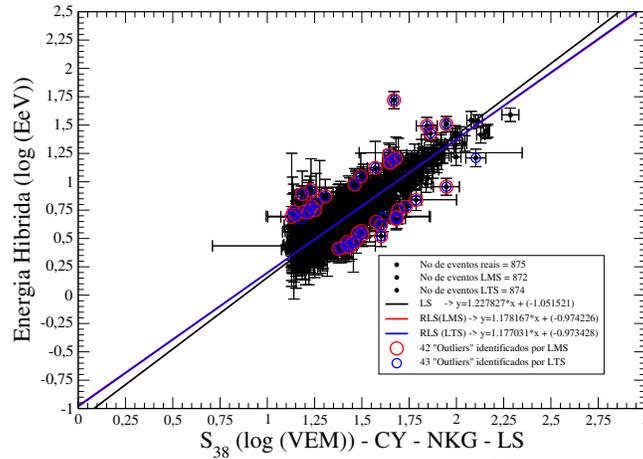


Figura 4.38: Energia híbrida *versus* S_{38}^{CY} - NKG(LS).

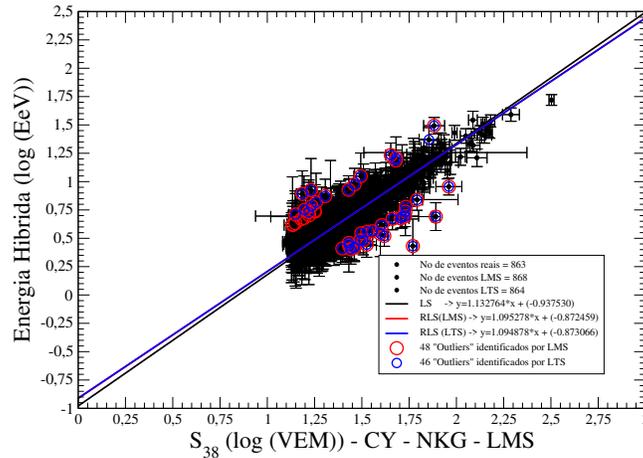


Figura 4.39: Energia híbrida *versus* S_{38}^{CY} - NKG(RLS_{LMS}).

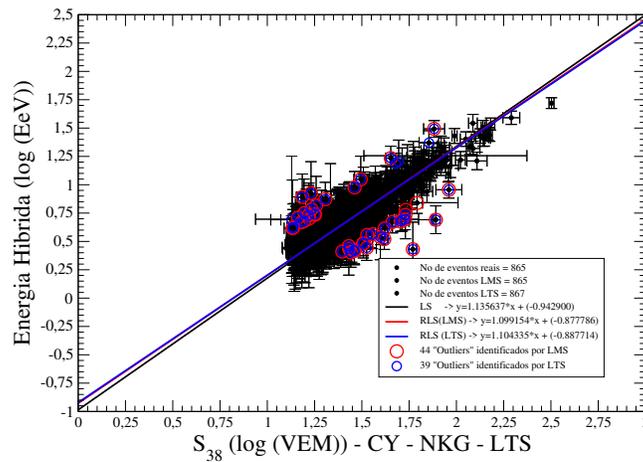


Figura 4.40: Energia híbrida *versus* S_{38}^{CY} - NKG(RLS_{LTS}).

4.18 Energia Relativa para os ajustes CY - NKG

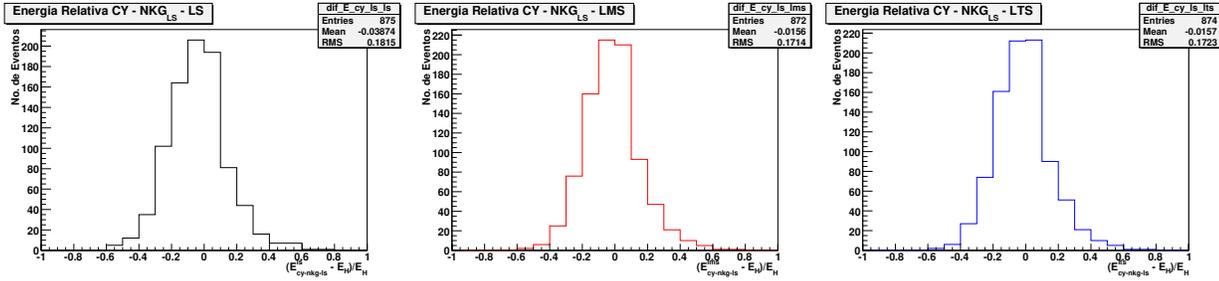


Figura 4.41: Energia Relativa - CY - NKG_{LS} - LS, LMS, LTS.

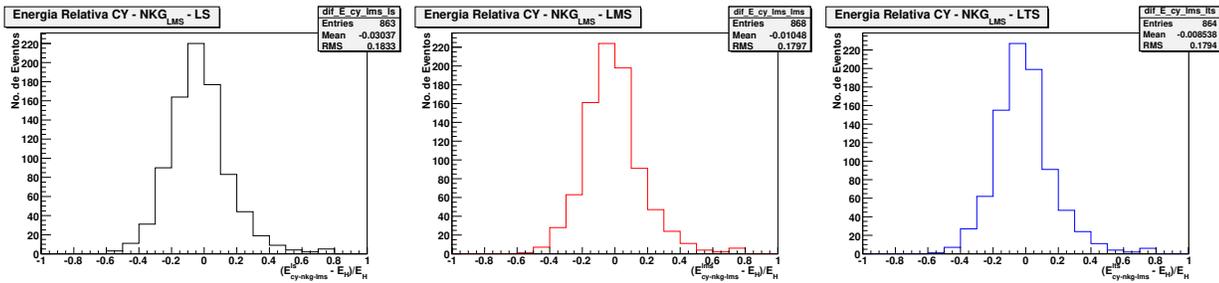


Figura 4.42: Energia Relativa - CY - NKG_{LMS} - LS, LMS, LTS.

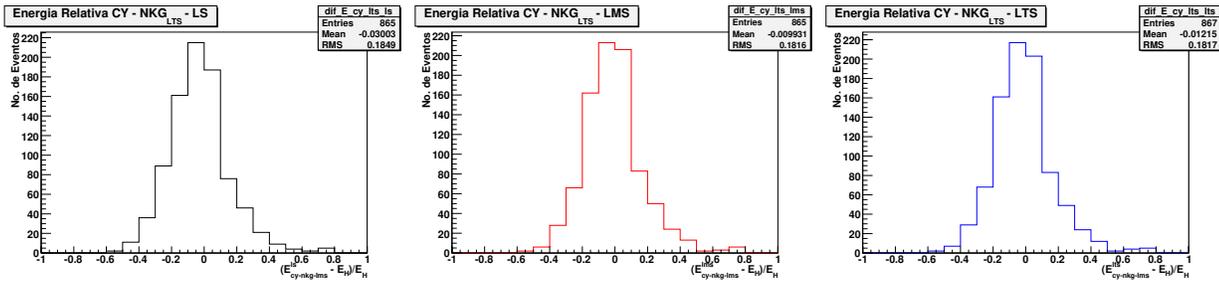


Figura 4.43: Energia Relativa - CY - NKG_{LTS} - LS, LMS, LTS.

4.19 Histogramas de Energia - ICRC-2005

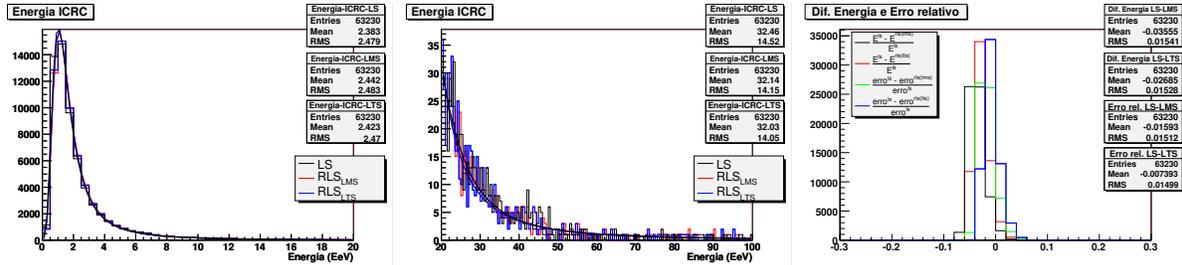


Figura 4.44: Histogramas de Energia para S_{1000} obtido direto do Offline, $0^\circ - 60^\circ$.

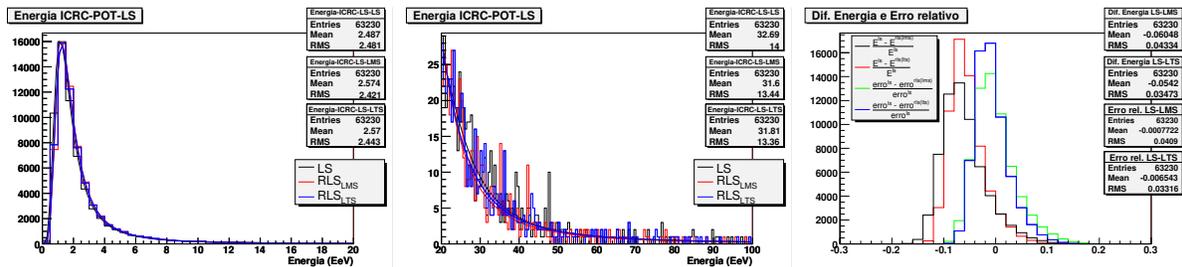


Figura 4.45: Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LS, $0^\circ - 60^\circ$.

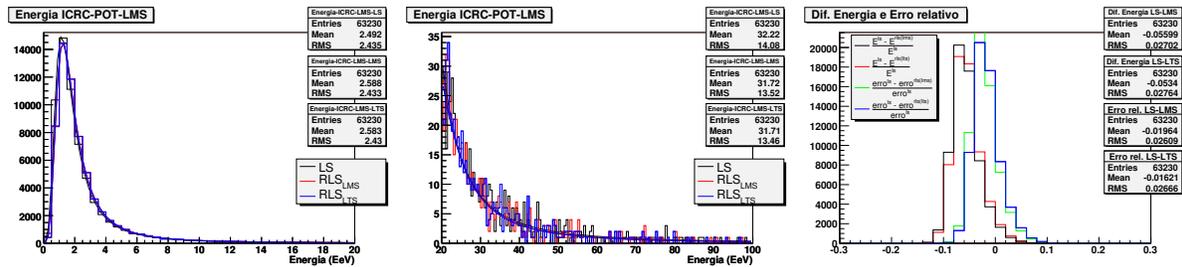


Figura 4.46: Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LMS, $0^\circ - 60^\circ$.

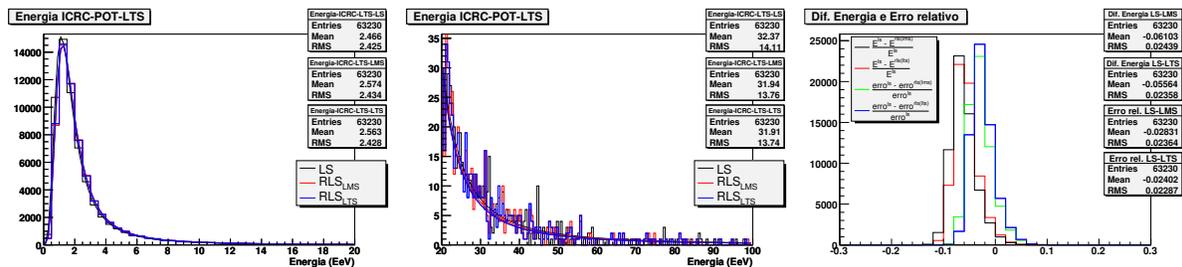


Figura 4.47: Histogramas de Energia para S_{1000} - L. Potência - LTS, $0^\circ - 60^\circ$.

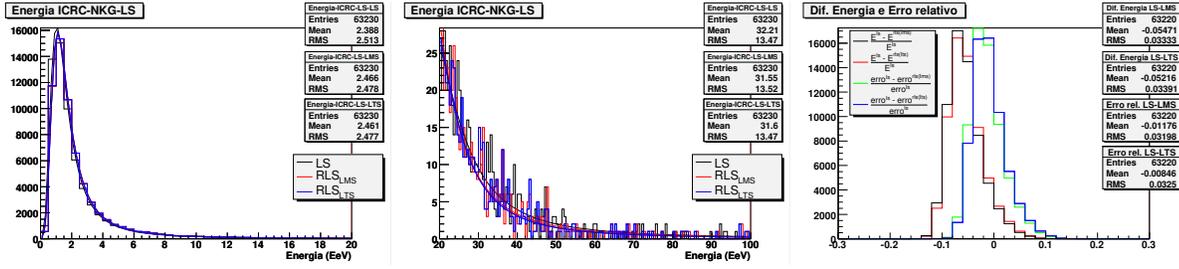


Figura 4.48: Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LS, $0^\circ - 60^\circ$.

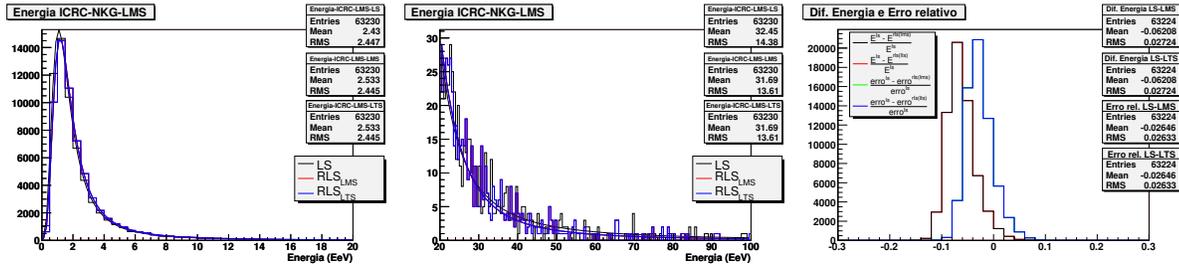


Figura 4.49: Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LMS, $0^\circ - 60^\circ$.

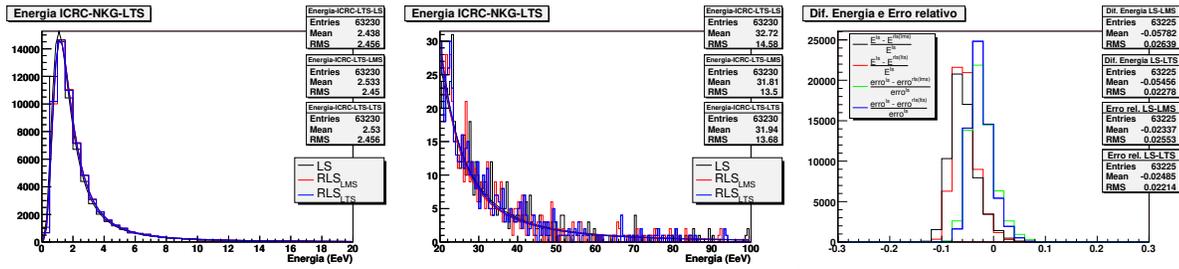


Figura 4.50: Histogramas de Energia para S_{1000} - NKG - LTS, $0^\circ - 60^\circ$.

Capítulo 5

Anisotropia

Um dos objetivos principais do Observatório Pierre Auger é o de encontrar possíveis fontes de radiação cósmica.

O ângulo de inclinação, a composição química e a energia do primário são as três importantes grandezas que podem nos fornecer informações sobre as fontes de produção e os mecanismos de aceleração e propagação da radiação cósmica.

A composição química não pode ser determinada evento a evento, o que limita razoavelmente as descrições, e por isso tornou-se objeto de intensos estudos dentro da Colaboração Auger.

O ângulo de inclinação é melhor estimado pelo detector de superfície com erro associado a medida de aproximadamente 0.5° .

O conhecimento da energia do primário nos permite caracterizar, devido à presença de campos magnéticos galácticos e extragalácticos, os possíveis desvios de trajetória entre a produção e a detecção da radiação cósmica. Para primários com energias acima de 10EeV , a probabilidade de desvio diminui substancialmente. Assim, ao associarmos um ângulo de inclinação, uma data de detecção¹ e uma energia a um dado raio cósmico podemos, em princípio, inferir sua origem, ou fonte de produção. Ou seja, a estimativa do ângulo e energia do primário são informações cruciais nos estudos das possíveis fontes desta radiação.

Portanto, neste capítulo, utilizaremos as correções em energia encontradas no capítulo anterior, os métodos do Grupo de Bariloche [79] e o catálogo Véron-Cetty [80], [81] para estudar possíveis fontes de radiação cósmica. Com estes estudos podemos observar os efeitos da estatística robusta desde a obtenção do fator S_{1000} até a correlação com estas possíveis fontes.

Os resultados de correlação de eventos do Observatório Auger e objetos cósmicos do catálogo foram publicados na revista Science na edição do dia 9 de Novembro de 2007 [82].

¹O ângulo de inclinação associado à data da detecção (em tempo GPS), corrigida pelo Dia Juliano, são convertidos em ascensão reta e declinação.

5.1 Breve resumo sobre modelos de aceleração e Propagação

Uma vez que estamos iniciando um estudo sobre as possíveis origens da radiação cósmica, é interessante lembrarmos alguns conceitos fundamentais propostos desde a década de 50 e que compõem nosso conhecimento teórico prévio sobre os mecanismos de aceleração e propagação.

Nas próximas duas subseções abordaremos esta rápida revisão.

5.1.1 Alguns Modelos de Aceleração

Os modelos de aceleração são muitos; alguns interessantes, outros apenas especulações. De qualquer forma descrevo abaixo apenas os mais conhecidos na literatura.

Modelo de Fermi

Enrico Fermi, em 1949, publicou um artigo [83] onde descrevia mecanismos estocásticos como possibilidade de produção e aceleração de partículas. Estes se tornaram conhecidos como aceleração estatística de Fermi.

A idéia é propor mecanismos de aceleração [13] que produzam um espectro de energia descrito por uma lei de potência ($\frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma}$). A energia cinética macroscópica é transferida pelo movimento de um plasma magnetizado (ondas da explosão de uma supernova, por exemplo). A cada colisão, a energia de uma partícula é acrescida de uma fração de sua própria energia. Após n colisões a energia final é $E_n = E_o(1 + \varepsilon)^n$. O processo continua até a partícula chegar à energia de escape $E_o(1 + \varepsilon)^{t/T_{ciclo}} \geq E$, onde T_{ciclo} é o tempo característico para um ciclo de aceleração. Uma informação interessante desta última relação é que partículas com alta energia levam mais tempo para acelerar do que partículas com baixa energia, e também o tempo de vida de um acelerador de Fermi limitado pode ser caracterizado pela energia máxima por partícula.

Aceleração Direta

Objetos ultramassivos rodando a velocidades altíssimas e que tenham campos magnéticos muito intensos produzem força eletromotriz suficiente para acelerar partículas a energias da ordem de 10^{18} EeV [84]. Discos de acreção ao redor de buracos negros ou estrelas de nêutrons são alguns exemplos deste tipo de aceleração.

Outros Modelos

Há diversas propostas de aceleração, todas caracterizadas por objetos cósmicos exóticos ultramassivos e instáveis. Monopolonium e corda cósmica supercondutora são alguns exemplos de modelos

de aceleração que supostamente podem acelerar partículas a energias da ordem de 10 - 100EeV.

5.1.2 Propagação

Assim como para aceleração, há inúmeros modelos de propagação de radiação cósmica no meio galáctico e inter-galáctico. Alguns dos mais conhecidos são:

Leaky box model

Como o próprio nome já diz, para um determinado volume, a probabilidade de escape de um raio cósmico é considerada constante e dada por: $\frac{1}{\tau_{esc}} \ll c/h$, onde τ_{esc} é o tempo médio que a radiação cósmica permanece no interior do volume, e h é a meia espessura do disco galáctico $\approx 150pc$.²

A quantidade média de matéria atravessada por uma partícula com velocidade βc pode ser expressa por $\lambda_{esc} \equiv \rho\beta c\tau_{esc}$. Se houver fragmentação durante o processo de interação, a relação entre a partícula primária com energia E_0 e a secundária com energia $E_1 = E_0 - \Delta$ é expressa como função de λ_{esc} . Um ajuste de 1989 [85] para esta função é dado pela equação 5.1:

$$\lambda_{esc} = \begin{cases} \beta c \rho \tau_R = 10.8 \frac{g}{cm^2} \beta \left(\frac{4}{R}\right)^\delta, & R > 4GV \\ 10.8\beta, & R < 4GV \end{cases} \quad (5.1)$$

onde $\delta \approx 0,6$ e $R \equiv pc/Ze - pc$, Z é o número atômico, e a carga do elétron e $GV=GeV/carga$.

Nested Leaky box model

Modelo semelhante ao anterior, porém os volumes são tomados próximos (aninhados-*Nested*) a fonte, e a densidade de partículas são relativamente altas e difundem por pouco tempo [86]. Assim, temos duas regiões: próxima à fonte caracterizada por $\lambda_1(E)$ e distante da fonte, caracterizada por λ_2 . A razão do primário para o secundário pode ser obtida como no *leaky box model* com diferenças, talvez, ocorrendo na energia.

Neste modelo, os aceleradores cósmicos precisariam produzir um espectro diferencial $\alpha = \gamma + 1 \approx 2,7$ [13]. Supernovas no interior de nuvens densas são bons exemplos deste cenário.

Closed galaxy model

Considerado uma variação do *Nested Leaky box model* e utilizado para propagação dentro da galáxia [87], o grande volume exterior é completamente fechado. Assim, os núcleos instáveis são destruídos e a radiação cósmica passa a consistir somente de partículas estáveis. O tempo de vida

²1 pc = 1 parsec = 3×10^{18} cm

é determinado pela perda de energia proporcional à razão total do gás interestelar na galáxia com o gás no braço da espiral. A Terra é considerada dentro de um dos braços a aproximadamente 8,5 kpc do centro da galáxia. O disco possui um raio de aproximadamente 15 kpc e espessura de $2h = 200 - 300$ pc com densidade média de um átomo de hidrogênio por cm^3 [88]. O campo magnético galáctico é suposto $\sim 3\mu$ Gauss e paralelo aos braços da espiral local, mas apresenta grandes flutuações. Há um halo provavelmente constituído de gás ionizado e radiação cósmica.

Modelos de difusão

Utilizado principalmente em propagação dentro da galáxia. Uma das principais características deste modelo é que há um gradiente de densidade. O tempo necessário para um primário atravessar a distância H (onde H é o halo galáctico e $H \gg h \sim 100$ pc - referência [89]) é dado por: $t_H = \frac{H^2}{D}$, onde D é o coeficiente de difusão, suposto aproximadamente constante através do volume do halo e do disco galáctico.

A densidade média de gás no volume total, incluindo o halo, é dada por: $\rho_H = \rho_g \frac{h}{H}$, onde ρ_g é a densidade no disco gasoso (~ 1 próton/ cm^3). Se essa matéria for distribuída homogeneamente através do halo e do disco, então a radiação cósmica viajando com velocidade βc por um tempo t_H passaria através de uma quantidade de matéria dada por $\lambda_{esc} = \rho_g \beta c \frac{hH}{D}$. A razão de secundários para primários de núcleos estáveis é estimada em $\lambda_{esc} \sim 10g/cm^2$, com $\frac{D}{H} \sim 1.5 \times 10^6$ cm/s [13], onde $\frac{D}{H}$ é a velocidade mínima para a radiação cósmica escapar da galáxia.

5.1.3 A equação de transporte

A equação de transporte escrita por Ginzburg e Syrovatskii [13] é suficientemente geral para tratar ambos, aceleração e propagação. Nela estão reunidos todos os termos necessários para tratar difusão das partículas, perdas por ionização, convecção, o espectro da fonte, decaimentos e perdas por colisão, o termo de cascata nucleônica e processos de fragmentação nuclear:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & \nabla \cdot (D_i N_i) - \frac{\partial}{\partial E} [b_i(E) N_i(E)] - \nabla \cdot U N_i(E) + \\ & Q_i(E, x, t) - p_i N_i + \frac{\nu \rho}{m} \sum_{k \geq i} \int \frac{d\sigma_{i,k}(E, E')}{dE} N_k(E') dE', \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde $N_i(E, x, t)$ é a densidade de partículas do tipo i na posição x com energia E e $E + dE$.

5.2 Correlação Binomial

Verificar a anisotropia na distribuição da direção de chegada dos raios cósmicos de mais altas energias é um dos maiores desafios na área. Isto porque uma distribuição anisotrópica indicaria pela primeira vez a existência de fontes relativamente próximas, numa escala cosmológica. A Colaboração Auger vem desenvolvendo vários métodos para estudar possíveis anisotropias, entre os quais o estudo de correlações com as posições de objetos astrofísicos catalogados, estudos independentes de catálogos e análise de multipletos (eventos aglomerados em uma certa região do espaço, obedecendo a critérios bem definidos).

A décima segunda edição do catálogo Véron-Cetty e Véron (V-C catalog) [81],[81], de quasares e núcleos ativos de galáxias (AGN) foi escolhida por conter um número reduzido de objetos cósmicos. Ao todo o catálogo contém 85.221 quasares, 1.122 objetos BL lac e 21.737 AGN's. Destes objetos, 694 tem *redshift* $z < 0.024$, correspondendo a distâncias³, D , menores que 100Mpc, ou seja, os objetos mais próximos de nossa galáxia.

Os eventos utilizados nesta análise foram coletados entre 01 de Janeiro de 2004 e 30 de Abril de 2008, e obedecem aos critérios de cortes mencionados anteriormente⁴, porém há mais um critério em energia. Todos os eventos com energia, estimada pela correção $E = A \cdot S_{38}^B$, abaixo de 40EeV foram eliminados. O valor 40EeV está relacionado com o corte GZK: para energias menores que 40EeV, o universo é transparente aos raios cósmicos, ou seja eles podem vir de fontes arbitrariamente distantes [90, 91]⁵.

É necessário relembrar, neste ponto, que obtivemos 54 possíveis ajustes de energia no capítulo anterior, portanto, teremos 54 possíveis seleções de eventos acima de 40EeV.

A probabilidade de um evento coletado pelo observatório correlacionar-se com algum objeto do catálogo possui dependência direta da exposição da rede de tanques e está melhor explicada na subseção 5.2.1.

Para fazer a correlação entre estes 694 objetos cósmicos e os eventos acima de 40EeV, para as diversas seleções, foi escolhido o método binomial que está melhor explicado na subseção 5.2.2.

Como os eventos selecionados possuem energia acima de 3 EeV há apenas uma dependência

³ $D = \frac{42Mpc \cdot z}{0.01}$ para a constante de Hubble $H_0 = 71 \frac{km}{s \cdot Mpc}$

⁴Ver seções 2.3 e 4.3.

⁵A radiação de corpo negro de 2.7°K associada ao universo possui uma densidade aproximada de 500 fótons/cm³. Prótons com energias da ordem de 50 EeV colidirão inelasticamente com esses fótons, sendo o resultado de tais interações a fotoprodução de píons, efeito ressaltado por Greisen, Zatsepin e Kuz'min [90, 91], independentemente.

Por causa das interações inelásticas ao redor de 50 EeV, espera-se uma mudança na curvatura ou um corte do fluxo de radiação cósmica nessa energia - fenômeno que passou a ser conhecido como corte GZK, em referência aos autores acima citados. Um corte a 30 EeV também é esperado se partículas atravessarem a radiação de corpo negro de fundo por um tempo maior ou igual a 10⁹ anos [84].

geométrica relacionada à declinação δ . A simetria azimutal é assumida, apesar da rede de tanques estar incompleta⁶.

5.2.1 Exposição da rede de tanques

A exposição⁷ [92] é uma função da esfera celeste e nos fornece o tempo integrado efetivo da área de coleta para o fluxo de cada posição do céu. Em geral é medida em $(km^2 \cdot ano)$ ou $(km^2 \cdot yr)$. Nós utilizaremos o conceito de exposição relativa, ω , que será uma função adimensional na esfera cujo valor máximo é 1. Assim, ω , em qualquer ponto do céu, é uma fração entre 0 e 1 dada pela exposição deste ponto dividida pela exposição de todo o céu.

Para calcular a exposição relativa, ω , o detector de superfície precisa estar em operação contínua. O tempo contínuo de operação significa que não há variação no tempo sideral de coleta de dados e, portanto, a exposição é constante em ascensão reta. O detector está em latitude geográfica a_0 e possui 100% de eficiência. Para primários chegando com um ângulo de inclinação θ menor que um ângulo máximo θ_{max} , a dependência em θ é devida somente à redução na área perpendicular dada por $\cos(\theta)$. Ou seja, há apenas uma dependência na declinação δ dada por:

$$\omega(\delta) \propto \cos(a_0) \cos(\delta) \sin(\alpha_m) + \alpha_m \sin(a_0) \sin(\delta) \quad (5.3)$$

onde α_m é dado por:

$$\alpha_m = \begin{cases} 0 & \text{se } \xi > 1 \\ \pi & \text{se } \xi < -1 \\ \cos^{-1}(\xi) & \text{qualquer outro caso} \end{cases} \quad (5.4)$$

e

$$\xi \equiv \frac{\cos(\theta_m) - \sin(a_0) \sin(\delta)}{\cos(a_0) \cos(\delta)}.$$

Somando sobre todos os α_m temos:

$$\omega(\delta) \propto \int_0^{2\pi} (\cos(a_0) \cos(\delta) \sin(\alpha_m) + \alpha_m \sin(a_0) \sin(\delta)) d\alpha \quad (5.5)$$

O Observatório Pierre Auger possui latitude $a_0 = -35.2^\circ$ e ângulo máximo $\theta_{max} = 60^\circ$. Portanto, o valor da integral em α_m é tomada como sendo zero para ângulos acima de 60° .

Ao observarmos a região próxima de cada objeto cósmico em questão podemos limitar estas regiões ao redor destes objetos por uma “janela” circular, com raio angular γ . Assim, se o fluxo de

⁶A aplicação do critério de seleção de trigger **T5**, que impõe a restrição de no mínimo 5 estações ativas ao redor do tanque com maior sinal, minimiza os efeitos de borda dentro da rede.

⁷O termo “exposição” também é utilizado para descrever a exposição total integrada sobre toda a esfera celeste. Em geral este termo é dependente da energia e é medida em $(km^2 \cdot ano \cdot estereo \text{ radiano})$ ou $(km^2 \cdot yr \cdot sr)$.

radiação cósmica for isotrópica, a probabilidade de um evento “cair” dentro desta região angular é dada por:

$$\omega(\delta) \propto \int_A \omega(\delta) \cos(\delta) d\delta d\alpha, \quad (5.6)$$

onde a integral é sobre a soma das áreas, A , das janelas circulares de raio angular γ ao redor dos 694 objetos cósmicos; a exposição é normalizada sobre todo o céu visível até o ângulo θ_{max} .

5.2.2 O método binomial

Em teoria de probabilidade e estatística, a distribuição binomial ([93],[94]) é uma distribuição de probabilidade discreta, $P_p(n|N)$, do número exato de n sucessos em uma seqüência de N experimentos independentes de sim/não, ou 1/0, ou correlaciona/não correlaciona. Estes N experimentos independentes (sim/não, 0/1,...etc) são chamados de experimentos de Bernoulli⁸.

A distribuição de probabilidade binomial é dada por:

$$P_p(n|N) = \binom{N}{n} p^n q^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} \quad (5.7)$$

A probabilidade de se obter mais sucessos que n observados numa distribuição binomial é chamada de distribuição binomial acumulativa e dada por:

$$P = \sum_{k=n+1}^N \binom{N}{k} p^k q^{N-k} = I_p(n+1, N-n) \quad (5.8)$$

onde $I_x(a, b) \equiv \frac{B(x; a, b)}{B(a, b)}$, $B(a, b)$ é a função beta⁹ e $B(x; a, b)$ é a função beta incompleta¹⁰. Para $x = 1$ temos que $B(x; a, b) = B(a, b)$. Para o nosso caso temos que a probabilidade de k ou mais direções de chegada isotrópica caírem fora das janelas colocadas ao redor de N objetos cósmicos é dada pela distribuição binomial acumulativa, equação 5.8.

5.3 Varredura em Energia, γ e *redshift*

A probabilidade $p = 1$ significa que um evento que caia dentro de alguma janela γ é apenas proveniente de uma distribuição isotrópica; da mesma forma para $P = 1$ significa que um evento que caia fora de alguma janela γ também é proveniente de uma distribuição isotrópica. Portanto, o interessante para nós é minimizar P e p , a níveis de confiança tal, que nos permita assegurar a anisotropia relacionada aos eventos catalogados. Assim, é preciso estudar estes níveis de confiança.

⁸Jakob Bernoulli, nascido na Suíça, foi o primeiro matemático da família Bernoulli (1654-1705) [95].

⁹ $B(x; a, b) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} = \frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q-1)!}$

¹⁰ $B(x; a, b) = \int_0^x u^{a-1}(1-u)^{b-1} du = x^a \left[\frac{1}{a} + \frac{1-b}{a+1}x + \dots + \frac{(1-b)\dots(n-b)}{n!(a+n)}x^n + \dots \right]$

O *redshift* é característico do objeto catalogado. Para janelas, γ , com raios de 1° a 8° fizemos uma análise numérica de p como função do *redshift*, z , de 0 a 0,024, figura 5.1. A probabilidade $p(\gamma, z_{max})$ é justamente a fração da exposição relativa que cobre o céu por janelas (ao redor dos objetos) com um dado raio angular. Se esta fração for muito próxima de 1, a tentativa de correlação seria sem sentido. Mas, a figura 5.1 mostra que p permanece suficientemente pequeno se o raio angular da janela não exceder alguns graus para *redshifts* com $z \leq 0,024$. Se as deflexões forem muito maiores que o esperado, ou as fontes predominantes forem distribuídas ao longo de grandes distâncias arbitrárias, a existência de correlações poderia ser muito mais difícil de se verificar estatisticamente. Nós adotamos os critérios da Colaboração e restringimos a varredura para janelas com menos de 8° de raio angular para que p permaneça abaixo de 0,8 com *redshift* $z \leq 0,024$. Utilizando os conceitos

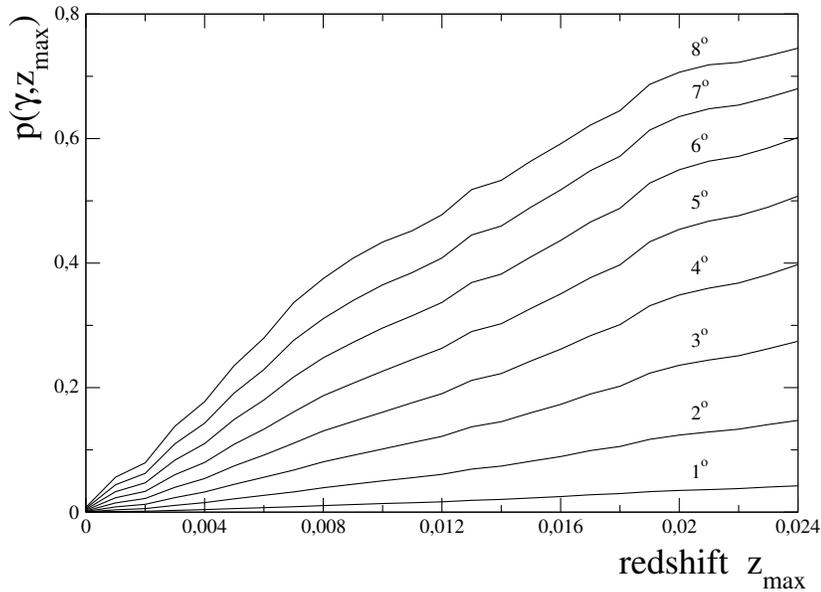


Figura 5.1: Probabilidade p em função do *redshift*, z_{max} , para janelas com raios de 1° a 8° .

das subseções anteriores, fizemos varreduras em energia, γ e *redshift* visando encontrar os menores P e p .

A idéia é fixar duas grandezas e variar a terceira. Nós utilizamos os *redshift's* de 0 a 0,024 em intervalos de 0,001, γ de 1° a 8° em intervalos de 0.1° e a energia, como é característica do evento, está limitada em 40EeV para o mínimo e o evento de maior energia detectado¹¹.

O programa utilizado para fazer as varreduras foi desenvolvido pelo grupo de Bariloche [79]. Um exemplo de minimização de P e p para um conjunto de 91 eventos detectados com energia acima

¹¹Estes valores são diferentes para cada uma das possibilidades de recorção em energia calculadas no capítulo anterior.

de 40 EeV¹² pode ser observado nas figuras 5.2 (energia), 5.3 (*redshift*) e 5.4 (γ). Os resultados são mostrados na tabela 5.1.

	No.eventos > 40 EeV	Emin. (EeV)	No.eventos > Emin.	No.eventos correl.	$\psi(^{\circ})$	<i>redshift</i>	P	p
Offline-v2r4p1	91	55.74	38	24	4.9	0,013	7.75×10^{-6}	0,282

Tabela 5.1: Valores para Energia obtida diretamente do programa Offline.

Ou seja, os eventos com energia acima de 55.74 EeV possuem uma probabilidade $P = 7.75 \times 10^{-6}$ e $p = 0,282$ de serem derivados apenas de uma distribuição isotrópica quando correlacionados aos objetos do catálogo com distâncias de até 54.6 Mpc ($z = 0,013$) e dentro de uma janela $\gamma = 4.9^{\circ}$.

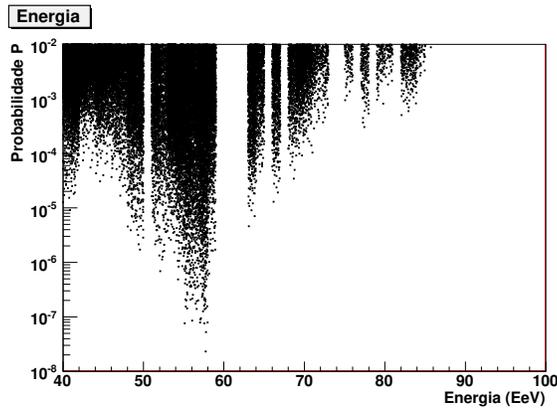


Figura 5.2: Varredura em energia para Probabilidade P .

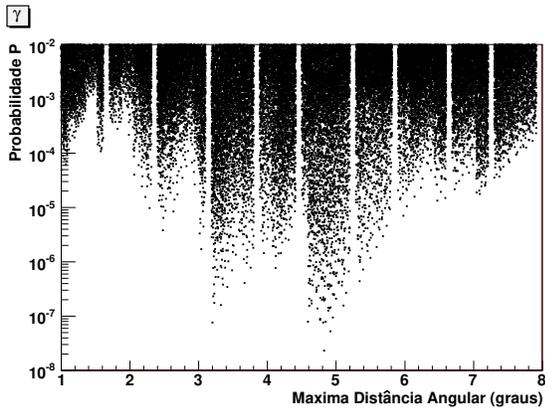


Figura 5.3: Varredura em *redshift*, z , para Probabilidade P .

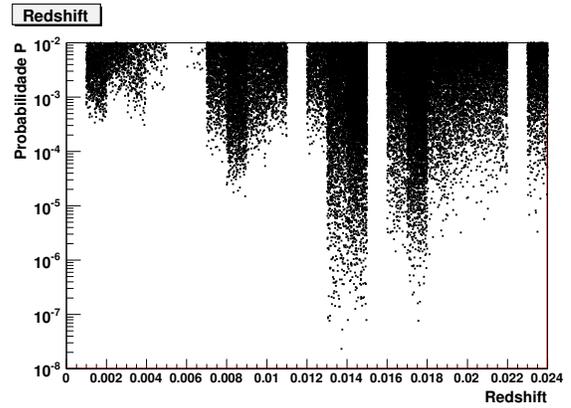


Figura 5.4: Varredura em raio angular, γ , para Probabilidade P .

¹²Valor da energia obtida diretamente do programa Offline.

5.4 Teste do método

Um teste simples para averiguar se o método apresenta algum vício (algo do tipo algum valor preferencial independentemente do conjunto de eventos) seria misturar os ângulos de chegada aleatoriamente e refazer as minimizações. O ângulo de chegada está diretamente vinculado à energia, portanto, caso o método esteja correto, os valores para energia serão totalmente alterados a cada mistura.

Nós geramos 1000 conjuntos de misturas diferentes tomando o devido cuidado para os elementos não serem repetidos dentro de cada mistura. Os resultados estão mostrados na figura 5.5. Também fizemos uma correlação entre os parâmetros, figuras de 5.6 a 5.8, e observamos que não há padrão nas varreduras de energia, ou θ ou γ ; o que indica um bom funcionamento do método. Há uma aglomeração para energias próximas de 40 EeV, porém, isso é devido à maior parte dos eventos estarem dentro desta faixa de energia.

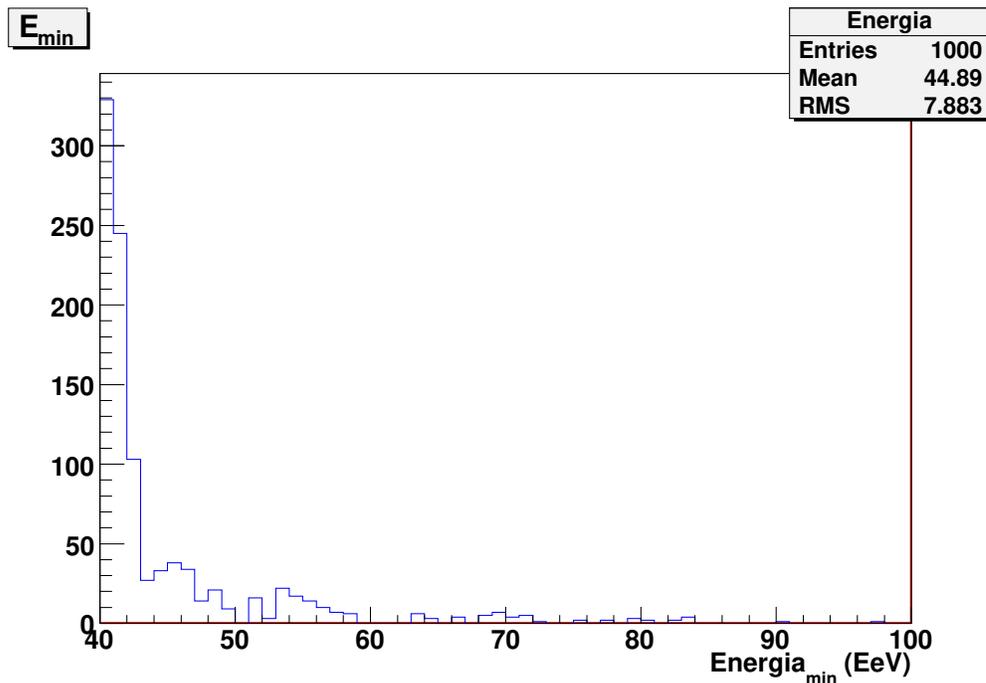


Figura 5.5: *Shuffling* ou mistura para o parâmetro θ e com reflexo em energia.

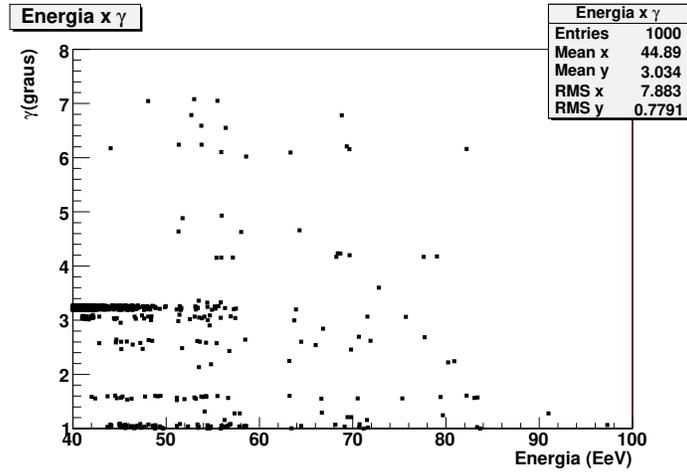


Figura 5.6: Correlação entre Energia *versus* γ .

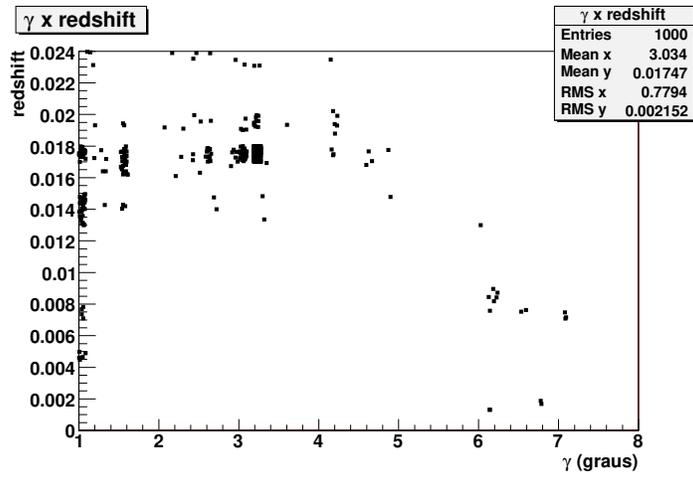


Figura 5.7: Correlação entre γ *versus* redshift - z_{max} .

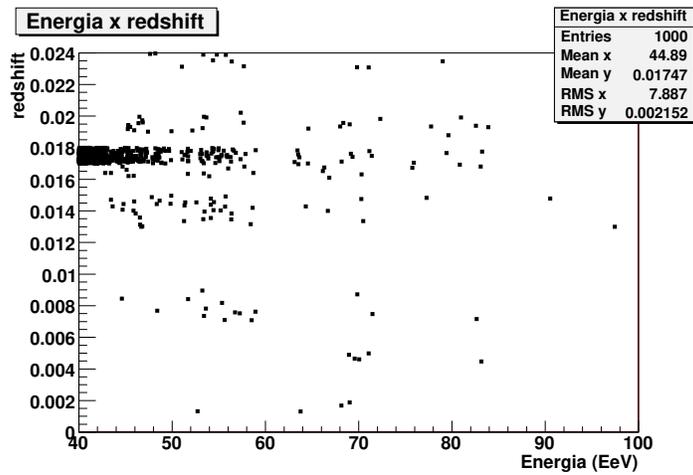


Figura 5.8: Correlação entre Energia *versus* redshift - z_{max} .

5.5 Resultados para os melhores ajustes de energia

Utilizamos apenas os melhores $\chi^2/ndof$ dos ajustes de energia do capítulo anterior para aplicar o método de correlação binomial e as decorrentes minimizações. Todos os $\chi^2/ndof$ utilizados aqui estão relacionados a correção ICRC.

Na tabela abaixo, 5.2, estão mostrados os resultados para as minimizações em *energia*, γ e *redshift*.

	No.eventos > 40 EeV	E _{min} (EeV)	No.evt.> E _{min}	No.evt. correl.	$\gamma(^{\circ})$	<i>redshift</i>	<i>P</i>	<i>p</i>
DIRETO-Offline-2.4	89	54,31	40	26	4,9	0,013	1.454e-06	0,282
ICRC-DIRETO-LS	127	62,80	38	22	3,2	0,017	6.634e-07	0,208
ICRC-DIRETO-LMS	119	61,07	38	22	3,2	0,017	6.634e-07	0,208
ICRC-DIRETO-LTS	117	60,83	38	22	3,2	0,017	6.634e-07	0,208
ICRC-POT _{LS} -LS	130	76,38	26	14	3,4	0,014	2.975e-05	0,175
ICRC-POT _{LS} -LMS	96	65,86	26	14	3,4	0,014	2.975e-05	0,175
ICRC-POT _{LS} -LTS	106	68,55	26	14	3,4	0,014	2.975e-05	0,175
ICRC-POT _{LMS} -LS	113	56,61	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208
ICRC-POT _{LMS} -LMS	98	53,55	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208
ICRC-POT _{LMS} -LTS	96	53,20	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208
ICRC-POT _{LTS} -LS	115	56,08	46	25	3,2	0,017	6.036e-07	0,208
ICRC-POT _{LTS} -LMS	103	53,51	46	25	3,2	0,017	6.036e-07	0,208
ICRC-POT _{LTS} -LTS	102	53,18	46	25	3,2	0,017	6.036e-07	0,208
ICRC-NKG _{LS} -LS	116	75,50	24	12	2,9	0,014	2.484e-05	0,138
ICRC-NKG _{LS} -LMS	94	68,67	24	12	2,9	0,014	2.484e-05	0,138
ICRC-NKG _{LS} -LTS	94	68,36	24	12	2,9	0,014	2.484e-05	0,138
ICRC-NKG _{LMS} -LS	111	41,91	97	39	3,1	0,017	3.633e-06	0,199
ICRC-NKG _{LMS} -LMS	100	40,05	97	39	3,1	0,017	3.633e-06	0,199
ICRC-NKG _{LMS} -LTS	96	47,48	63	29	3,2	0,017	6.667e-06	0,208
ICRC-NKG _{LTS} -LS	115	57,96	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208
ICRC-NKG _{LTS} -LMS	105	55,12	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208
ICRC-NKG _{LTS} -LTS	105	55,43	43	23	3,2	0,017	2.449e-06	0,208

Tabela 5.2: Valores das minimizações para energia corrigida por CIC-ICRC.

As minimizações de DIRETO-Offline-2.4 são para as energias extraídas diretamente do Offline. É interessante notar como a janela γ é maior e o *redshift* é menor quando comparadas às outras possibilidades de correção.

De forma geral, comparando os métodos robustos (em azul), usados para obter S_{1000} , e o método convencional (em vermelho), vemos que os primeiros produzem um maior número de correlações (coluna 5 - entre 23 e 39 eventos) para distâncias maiores (coluna 7 - *redshift* = 0,017 \rightarrow aprox. 71 Mpc.) associados aos menores P 's (ao redor de 10^{-6} e 10^{-7}). Já o método convencional gera uma energia mínima maior (entre 65 e 76 EeV), porém com um menor número de correlações (entre 12 e 14 eventos) para distâncias menores (*redshift* = 0,014 \rightarrow aprox. 58 Mpc.) e associados a maiores P 's (ao redor de 10^{-5}).

Extraindo o S_{1000} diretamente do Offline (em preto) vemos uma razoável boa correlação entre energia mínima, número de eventos correlacionados, γ e *redshift*. Quando comparados aos ajustes robustos não há diferenças significativas. Na realidade a estatística ainda é baixa para produzir uma comparação mais confiável.

5.6 Mapas galácticos

Os dados da seção anterior produziram 9 mapas galácticos distintos:

- Um mapa para os dados de energia obtidos diretamente do Offline - DIRETO-Offline-2.4, figura 5.9,
- 7 mapas, sendo que um para cada conjunto de LS, LMS e LTS, como mostram as subdivisões da tabela 5.2, figuras de 5.10 a 5.16,
- e 1 mapa proveniente de ICRC-NKG_{LMS-LTS}, figura 5.17.

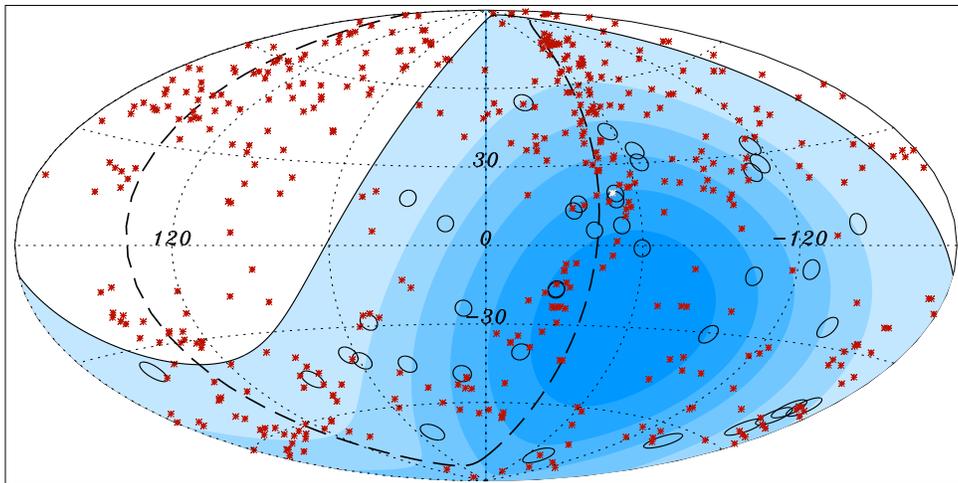


Figura 5.9: DIRETO-Offline-2.4 - 40 eventos acima de 54.31 EeV - 26 eventos correl..

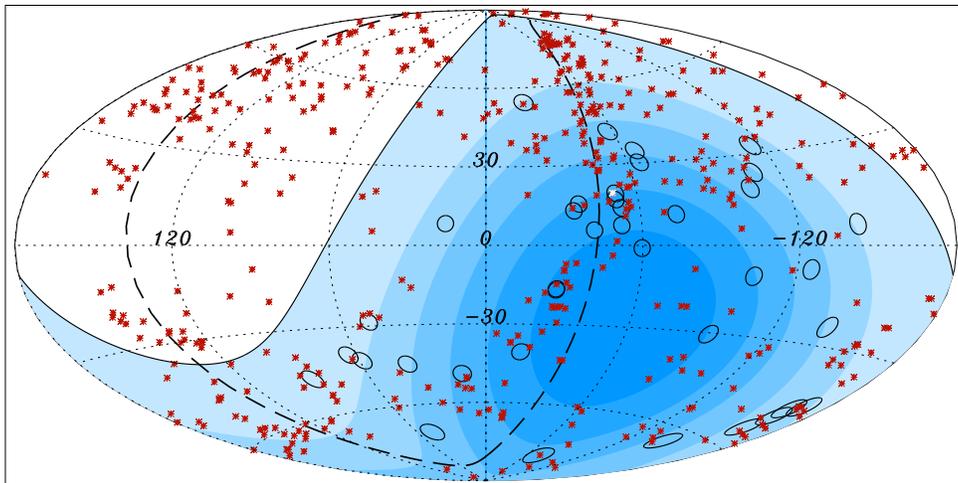


Figura 5.10: ICRC-DIRETO LS, LMS, LTS - 38 eventos acima de Emin. - 22 eventos correl..

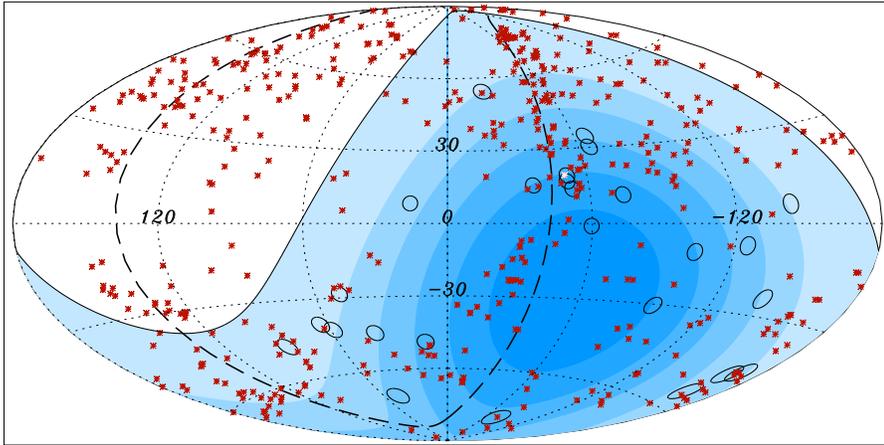


Figura 5.11: ICRC-L.Potência_{LS} LS, LMS, LTS - 23 eventos acima de Emin. - 14 eventos correl..

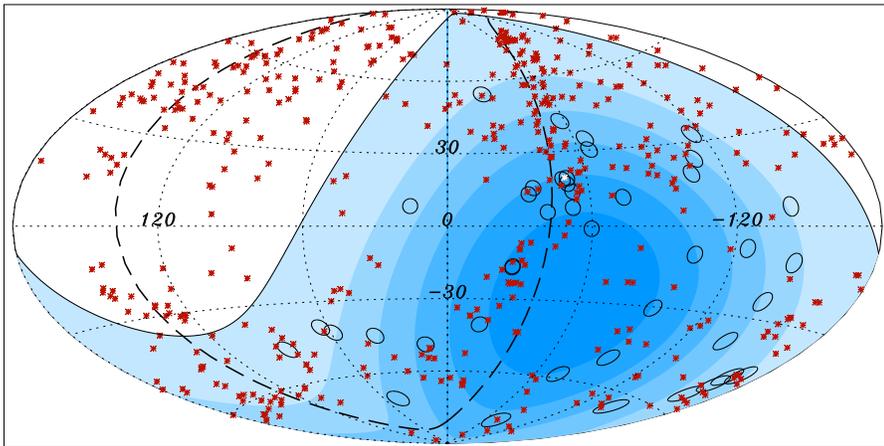


Figura 5.12: ICRC-L.Potência_{LMS} LS, LMS, LTS - 43 eventos acima de Emin. - 23 eventos correl..

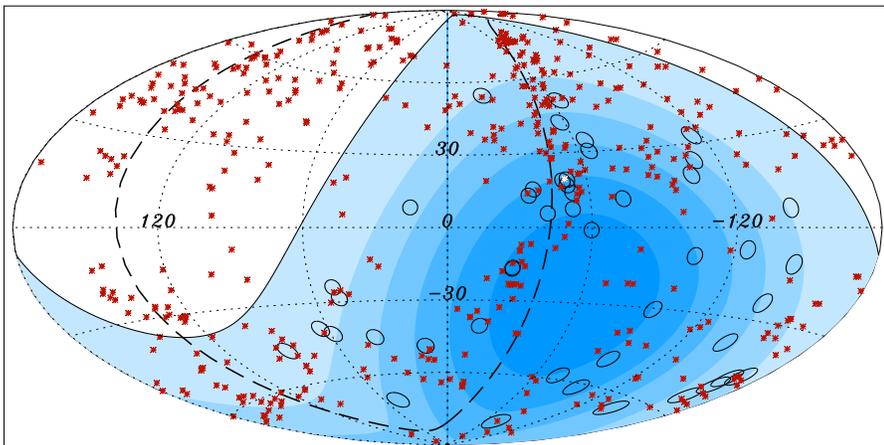


Figura 5.13: ICRC-L.Potência_{LTS} LS, LMS, LTS - 46 eventos acima de Emin. - 25 eventos correl..

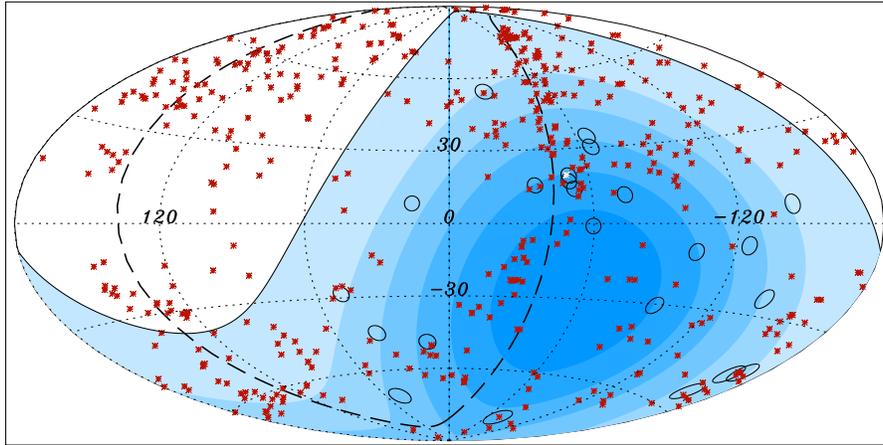


Figura 5.14: ICRC-NKG_{LS} LS, LMS, LTS - 24 eventos acima de Emin. - 12 eventos correl..

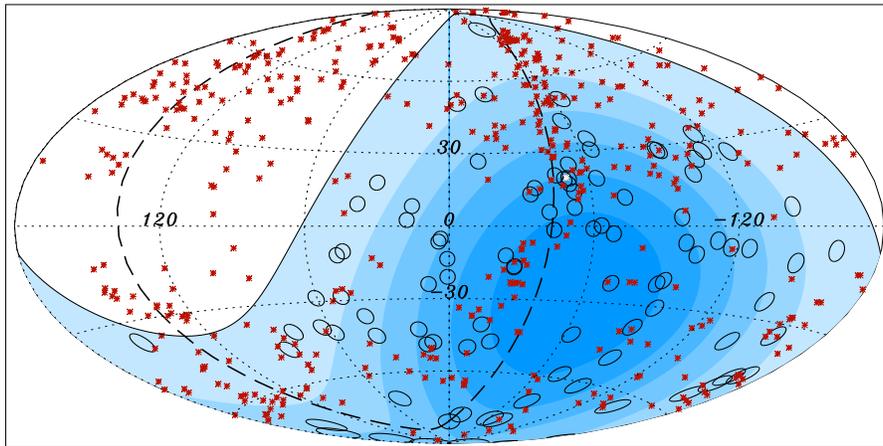


Figura 5.15: ICRC-NKG_{LMS} LS, LMS - 97 eventos acima de Emin. - 39 eventos correl..

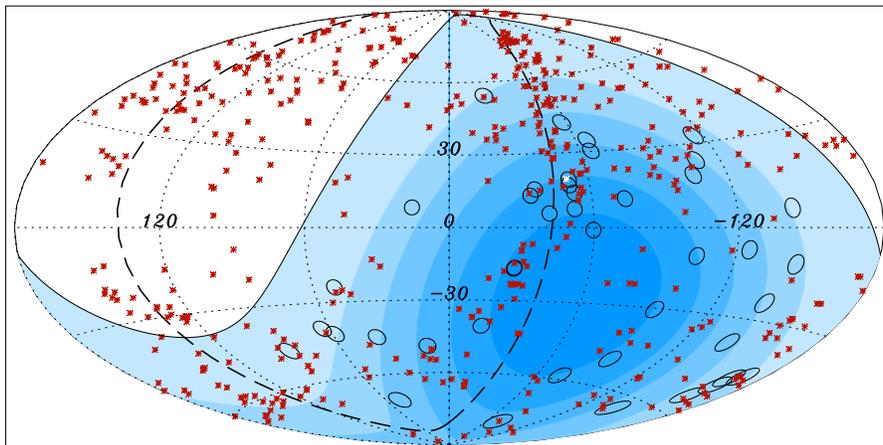


Figura 5.16: ICRC-NKG_{LTS} LS, LMS, LTS - 46 eventos acima de Emin. - 23 eventos correl..

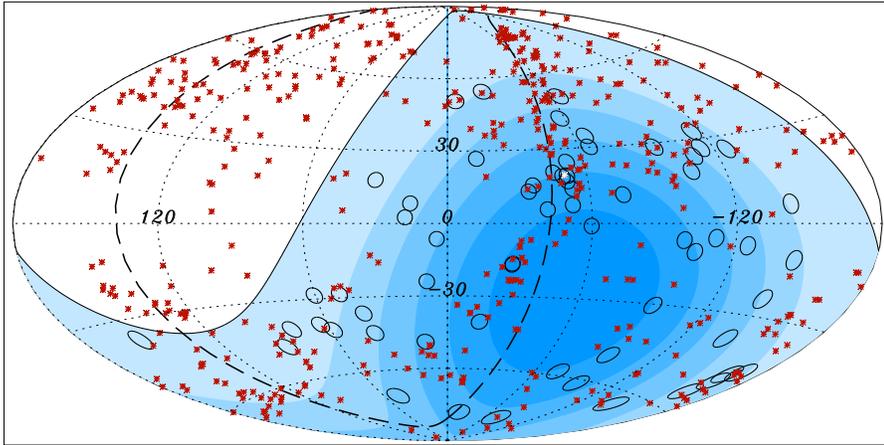


Figura 5.17: ICRC-NKG_{LMS} LTS - 63 eventos acima de Emin. - 29 eventos correl..

Capítulo 6

Análise dos *outliers*

O tratamento dos *outliers* como uma distribuição pode fornecer mais informações sobre o detector de superfície e, até mesmo, sobre o desenvolvimento do chuveiro. Neste capítulo faremos duas análises e correlações para o conjunto de *outliers* obtidos nos ajustes da LDF do capítulo 2.

6.1 Porcentagem relativa

A primeira análise a ser feita é em relação à quantidade de vezes que um tanque foi classificado como *outlier*.

Quando uma estação é classificada como *outlier*, seja por LMS ou LTS, isto não significa que haja algum problema relacionado àquela estação. Em princípio é apenas resultado do método. Porém, podemos calcular a fração, em relação ao número total de acionamentos. Isto é feito dividindo o número de vezes que uma estação foi classificada como *outlier* pelo número total de acionamentos num dado período. Nos gráficos 6.1 e 6.3 colocamos no eixo y a porcentagem relativa e no eixo x os identificadores, “ID’s”, dos tanques.

Tomamos dois períodos para a análise: 1° de janeiro de 2004 a 20 de março de 2007 (este apenas para *outliers* identificados por LMS) e 1° de janeiro de 2004 a 30 de abril de 2008 (para *outliers* identificados por LMS e LTS).

As estações com 100% de classificação como *outlier* foram acionados apenas uma vez, e as com 0% são tanques inativos no período. Ambas as classificações foram excluídas da análise.

Observando os ajustes vemos que as estações inativas influenciam fortemente o ajuste feito por LS, enquanto os ajustes feitos por LMS e LTS nos fornecem uma estimativa mais segura. Portanto, a estatística robusta nos diz que é razoavelmente comum um tanque ser classificado como *outlier* em $\pm 25\%$ do total de acionamentos para os dados do primeiro período.

Para limitar o número de estações analisadas nós estabelecemos um corte em 32% e consideramos apenas as estações que foram acionadas mais de 50 vezes no período. Estas estão listadas na tabela 6.1 para *outliers* identificados por LMS.

No mapa de posicionamento dos tanques, figura 6.2, os círculos amarelos equivalem ao posicionamento dos tanques da tabela 6.1.

No mapa de posicionamento dos tanques, figuras 6.4 e 6.5, os círculos rosas equivalem ao posicionamento dos tanques das tabelas 6.2 e 6.3 referentes ao segundo período.

A primeira impressão é que os tanques *outliers* estão nas bordas da rede ou próximos a buracos no interior da rede de tanques. Alguns apresentaram problemas com eletrônica, painel solar, reguladores, baterias entre outros. Infelizmente não há ainda uma biblioteca com o histórico dos tanques para podermos correlacioná-los com tais problemas.

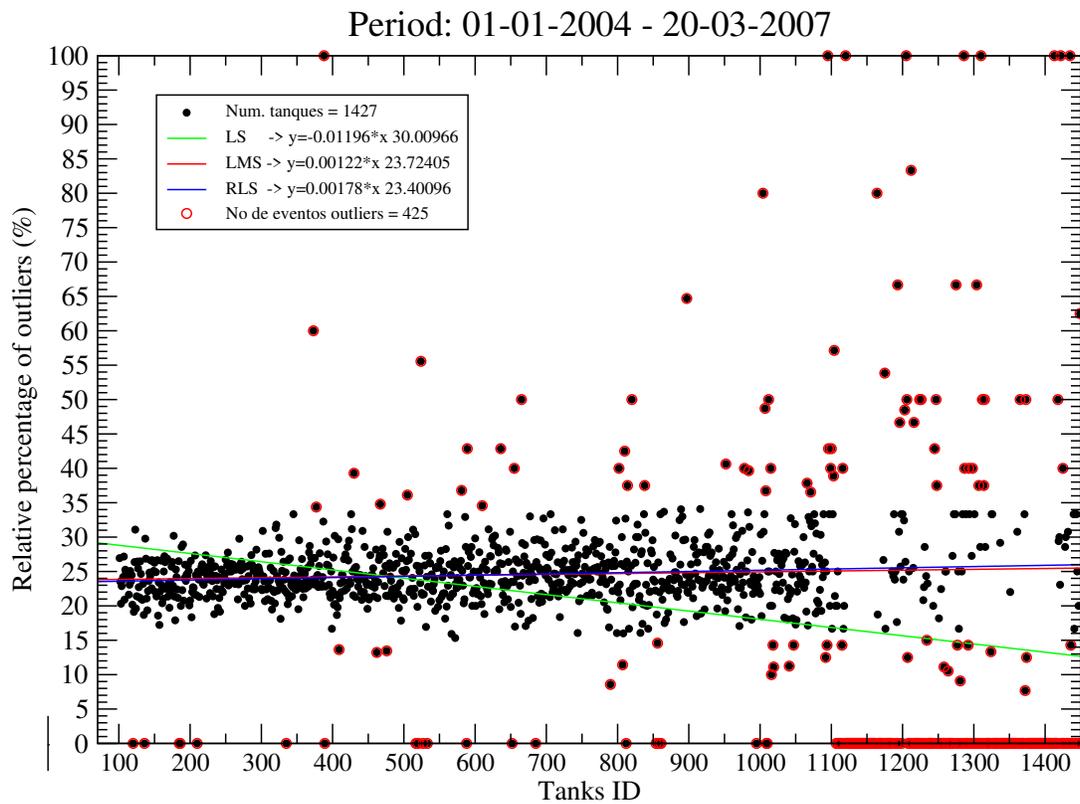


Figura 6.1: Porcentagem relativa de tanques *outlier*.

Tanque ID	Total No. trig.	%	Tanque ID	Total No. trig.	%
345	69	0,333	865	187	0,336
387	310	0,322	887	77	0,324
581	87	0,367	889	141	0,340
586	82	0,329	891	100	0,33
610	81	0,345	983	128	0,335
677	106	0,330	984	58	0,396
696	107	0,327	1043	171	0,327
706	93	0,333	1068	82	0,329
798	142	0,323	1070	130	0,323
811	104	0,326	1071	52	0,365
814	64	0,375	1325	93	0,333

Tabela 6.1: ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LMS - 13 ABR 2007.

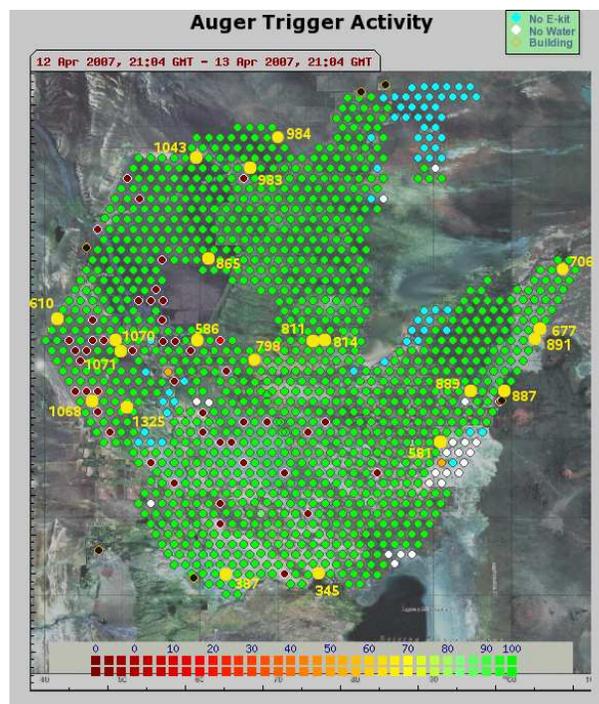


Figura 6.2: Mapa da rede de tanques com tanques *outliers* identificados em amarelo - LMS - 13 ABR 2007.

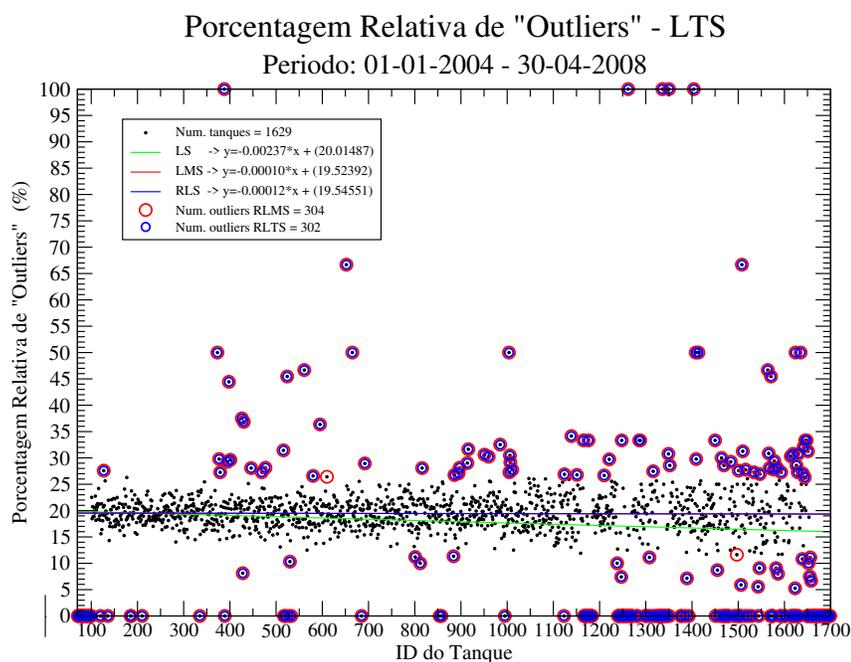
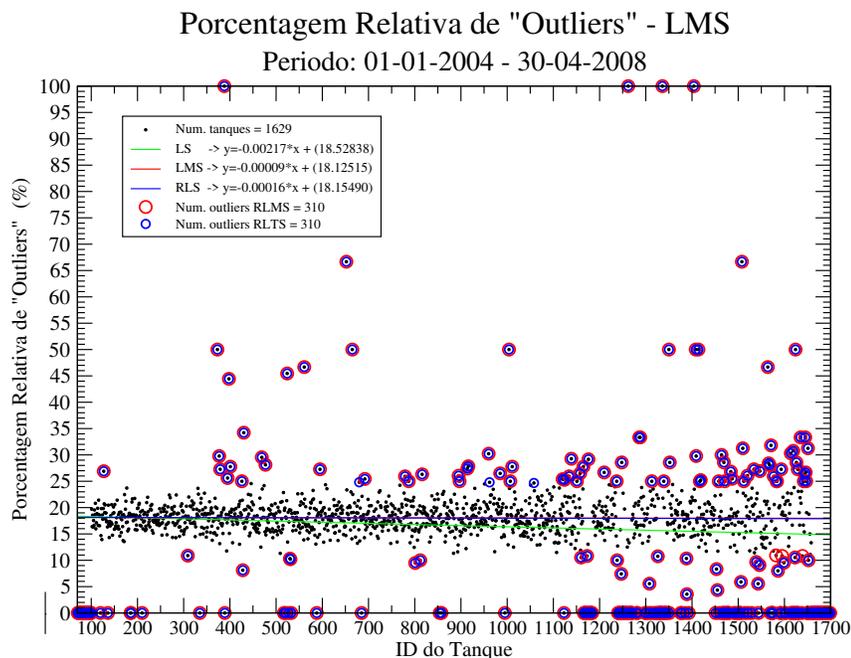


Figura 6.3: Porcentagem relativa de tanques *outlier*.

Usamos as mesmas considerações do gráfico anterior. Para este período podemos observar que é comum que um tanque seja classificado como *outlier* em 18% do total de acionamentos para LMS e 19,5% para LTS.

Os tanques com mais de 25% para LMS e 26% para LTS estão listados nas tabelas 6.2 e 6.3.

Tank ID	Total No trig.	%	Tank ID	Total No trig.	%
127	145	0,268	985	83	0,265
379	66	0,272	1120	63	0,253
395	82	0,256	1124	186	0,252
401	54	0,277	1158	83	0,265
692	114	0,254	1419	234	0,252
779	54	0,259	1487	106	0,254
816	57	0,263	1520	119	0,260
895	96	0,260	1566	81	0,283
914	186	0,274	1568	57	0,280
916	79	0,278	1577	54	0,259

Tabela 6.2: ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LMS - 30 ABR 2008.

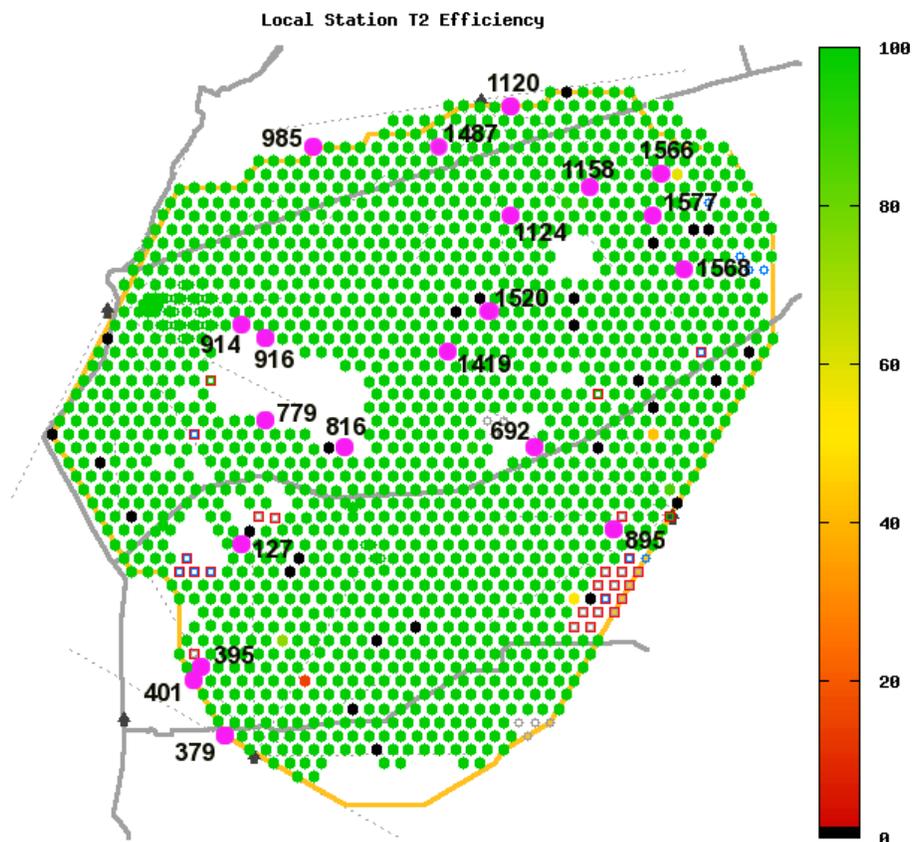


Figura 6.4: Mapa da rede de tanques com alguns tanques *outliers* identificados em rosa - LMS - 30 ABR 2008.

Tank ID	Total No trig.	%	Tank ID	Total No trig.	%
127	145	0,275	916	79	0,316
177	156	0,262	951	98	0,306
379	66	0,272	985	83	0,325
395	82	0,292	1005	55	0,272
401	54	0,296	1006	105	0,304
446	57	0,280	1083	173	0,260
580	331	0,265	1124	186	0,268
610	106	0,264	1151	168	0,267
692	114	0,289	1316	51	0,274
816	57	0,280	1520	119	0,260
886	71	0,267	1566	81	0,308
895	96	0,270	1568	57	0,280
914	186	0,290	1577	54	0,277

Tabela 6.3: ID do tanque, Número total de triggers e porcentagem relativa - LTS - 30 ABR 2008.

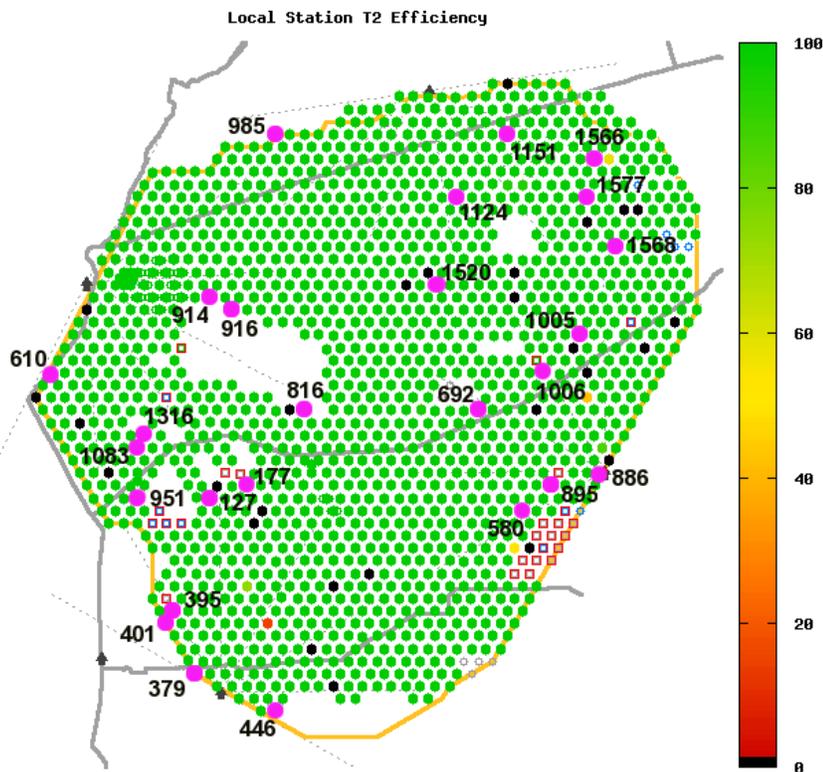


Figura 6.5: Mapa da rede de tanques com alguns tanques outliers identificados em rosa - LTS - 30 ABR 2008.

6.2 Distribuição de *outliers*

Uma outra possível correlação pode ser feita observando a distribuição dos *outliers* em relação à distância ao centro do chuveiro. Dentro desta mesma análise, podemos averiguar o efeito na distribuição da parte positiva e negativa do chuveiro.

A frente do chuveiro pode ser dividida em duas partes: negativa e positiva. Quando o centro do chuveiro atinge o nível do detector de superfície, o tempo é tomado como zero; a parte negativa são as partículas que chegam antes do eixo do chuveiro atingir o solo e, é claro, a parte positiva corresponde às partículas que chegam depois do centro. A figura 6.6 descreve a situação do ponto de vista do observador. A linha vermelha corresponde à parte negativa do chuveiro e a linha azul à parte positiva. Na figura é possível observar que as partículas que chegam depois atravessam maior quantidade de atmosfera sendo, portanto, mais “atenuadas” ao longo da trajetória. Este efeito provoca uma maior flutuação nos sinais dos tanques que participam da parte positiva do chuveiro. Há também uma evidente dependência com o ângulo de chegada, θ . Quanto maior o ângulo, mais pronunciado é o efeito.

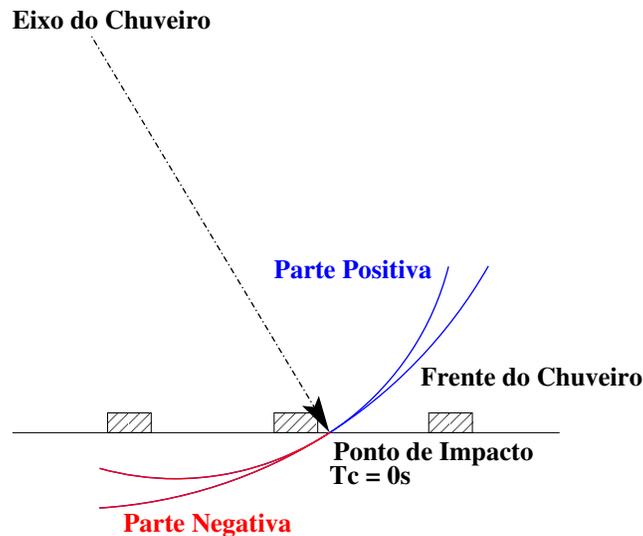


Figura 6.6: Ilustração da parte positiva e negativa de uma CAE.

As figuras 6.7 e 6.8 mostram a distribuição dos *outliers*, obtidos por LMS, em função da sua distância ao centro do chuveiro. As figuras 6.9 e 6.10 mostram a distribuição dos *outliers* obtidos por LTS. Foram tomados intervalos de 100m para todas as distribuições.

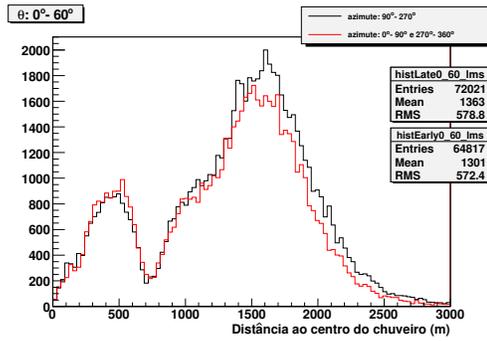


Figura 6.7: *Outliers* obtidos por LMS e distância ao centro para θ de 0 a 60°.

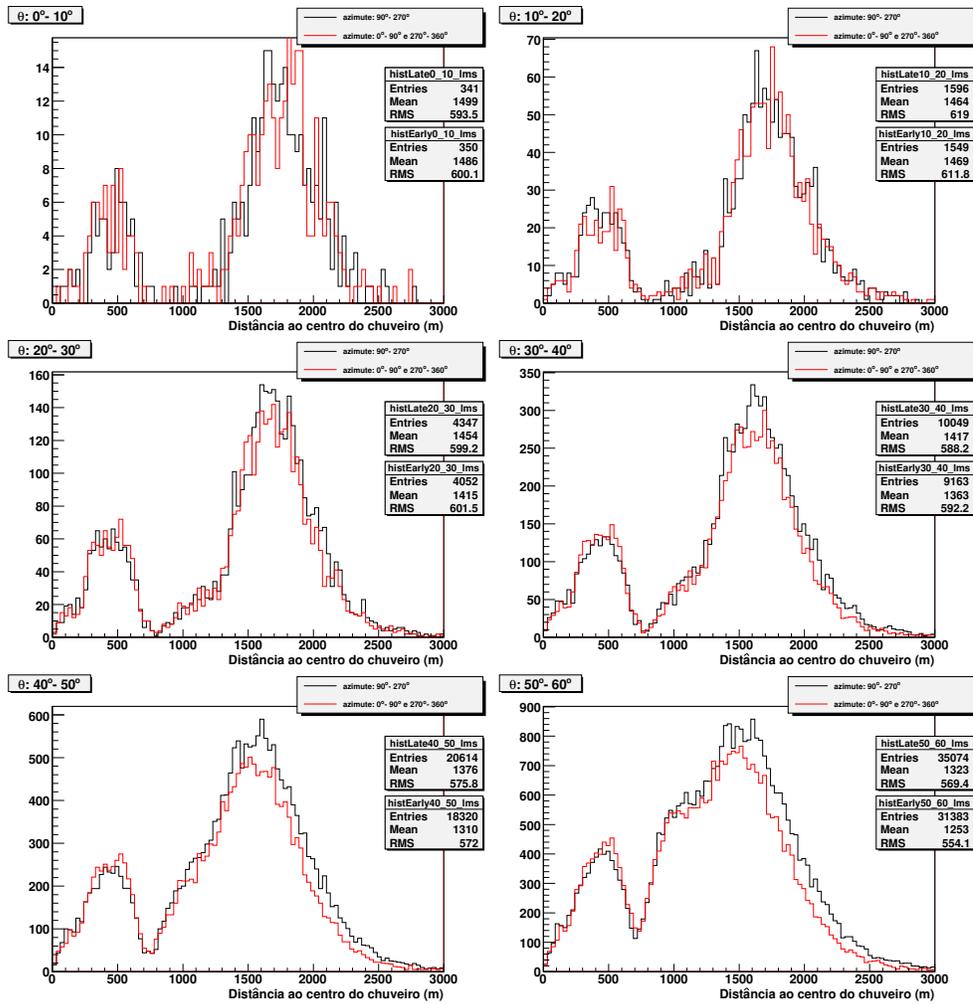


Figura 6.8: *Outliers* obtidos por LMS e distância ao centro para faixas de θ de 0 a 60°.

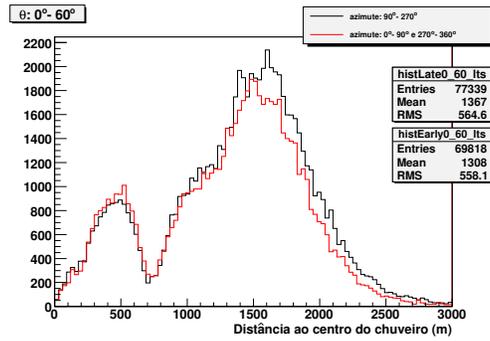


Figura 6.9: *Outliers* obtidos por LTS e distância ao centro para θ de 0 a 60°.

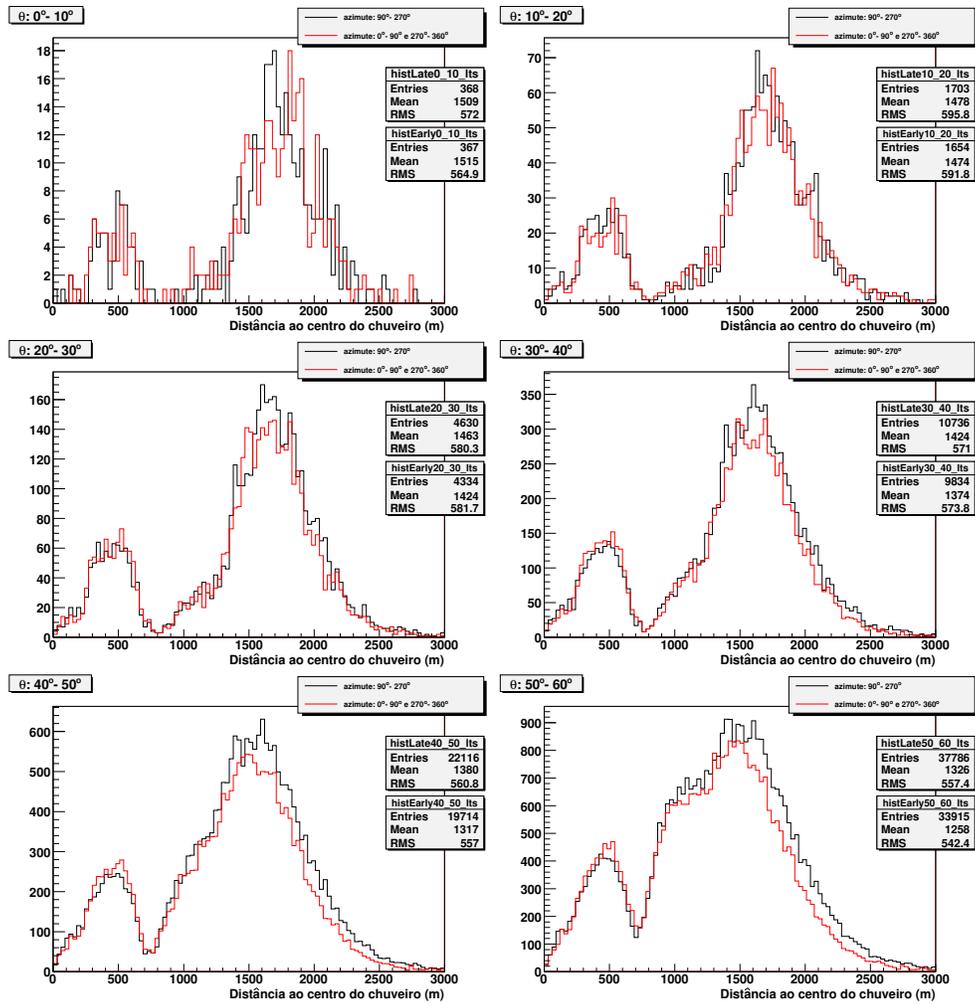


Figura 6.10: *Outliers* obtidos por LTS e distância ao centro para faixas de θ de 0 a 60°.

Capítulo 7

Conclusões e discussões

A aplicação de métodos robustos (LMS e LTS) para tratar a LDF apresenta resultados no mínimo relevantes. As figuras 6.8 e 6.10 mostram um maior número de tanques *outliers* a grandes distâncias do centro do chuveiro, mas há também uma concentração, ainda que em menor número, a distâncias ao redor de 500 metros do centro.

Estes tanques *outliers* afetam, ainda que ligeiramente, o cálculo do parâmetro S_{1000} , resultando em valores menores dos ajustes para eventos de mais baixa energia (até 50 VEM) e valores maiores para eventos de mais alta energia (acima de 50 VEM). Assim, a primeira impressão, não confirmada estatisticamente até este ponto do trabalho, sugere que a estatística convencional superestima a energia de eventos de mais baixa energia e subestima a energia de eventos de mais alta energia.

Para verificarmos esta primeira impressão precisamos percorrer todo o processo de reconstrução até o cálculo da energia final da partícula primária.

Portanto, o próximo passo foi atentarmos para o fato do parâmetro S_{1000} ser dependente da inclinação do chuveiro, uma vez que esta implica na quantidade de atmosfera atravessada até o nível do detector de superfície. O método denominado CIC foi utilizado como tentativa para corrigir tal dependência. O ângulo de 38° foi encontrado ser a mediana do ângulo sólido, de 0° a 60° em ângulo zenital, que o divide em igual número de eventos. A partir desta mediana, foram feitas suposições de constância de fluxo de raios cósmicos para se obter uma correlação entre o comprimento de interação do chuveiro ao longo da atmosfera e o parâmetro S_{1000} . Os valores destes, obtidos por meio de estatística convencional e estatística robusta, foram então corrigidos pelo fator denominado S_{38} . As suposições para as correções S_{38} são diversas e neste trabalho nos limitamos a apenas três: ICRC-2005, GAP-2006_024 e Cronin-Yamamoto (seção 3.1). Observamos que o efeito, relatado acima para S_{1000} , se propaga nesta correção.

Uma vez feita a correção em θ , utilizamos a vantagem da detecção híbrida para recalcularmos

a energia do primário. Os valores da chamada energia híbrida (energia estimada pela minimização do *timing* entre FD e SD) foram extraídos diretamente do programa Offline. Estes, por sua vez, foram comparados aos diversos S_{38} convencionais e robustos, obtidos no capítulo 3. A primeira observação a ser feita para os diversos gráficos de energia híbrida *versus* S_{38} está relacionada à propagação de erros. Os menores erros estão visivelmente relacionados ao ICRC-2005 e, é claro, os melhores $\chi^2/ndof$. Portanto, descartamos continuar o processo de reconstrução utilizando as suposições: GAP-2006_024 e Cronin-Yamamoto. Para os ajustes, aplicamos novamente os métodos convencional e robustos e obtivemos valores distintos para A e B , sendo estes os valores dos coeficientes relacionados à correção da energia, $E = A \cdot S_{38}^B$. Os histogramas da seção 4.19 mostram que o efeito da primeira impressão relatada para S_{1000} se confirma, ou seja, a estatística robusta sugere que o método convencional superestima a energia de primários de mais baixa energia (até 2 ou 3 EeV). Porém, para primários com energias acima de 20 EeV, aparentemente, os ajustes se mostram coincidentes. É necessário ressaltar que não houve significância estatística suficiente para fundamentarmos tal afirmação, principalmente para eventos de mais alta energia, onde a estatística é ainda mais baixa. Observamos também, apesar de não estar evidenciado neste trabalho, uma razoável sensibilidade dos ajustes relacionados aos cortes indicados. Precisamos lembrar que para eventos de mais baixa energia (ao redor de 3EeV), os detectores (SD e FD) funcionam no limite inferior de operação, sendo fortemente influenciados pelas flutuações intrínsecas de tais eventos. Em poucas palavras, o Observatório Auger não funciona muito bem na detecção de eventos com energia abaixo de 3EeV. A Colaboração desenvolve, nesta etapa da construção, dois projetos (AMIGA¹ e HEAT².) que visam sanar, pelo menos em parte, tais limitações.

A possibilidade de subestimar ou superestimar a energia do primário pode influenciar os dados de anisotropia, como mostramos no capítulo 5. Na seção 5.5 verificamos que diversos eventos, antes desprezados, passam a ter energia maior e até apresentam correlação com objetos cósmicos. Também observamos o inverso, a energia de eventos acima de 40EeV, quando recalculada por estatística robusta, apresentou valores abaixo de 40 EeV sendo tais eventos subtraídos do cálculo de minimização. Ou seja, o cálculo de energia é um ponto extremamente sensível na Física de Raios Cósmicos, podendo influenciar nossa compreensão do fenômeno, e portanto, precisamos ser sempre mais cuidadosos com tais estimativas.

A estatística robusta se mostrou bastante promissora como ferramenta para compreendermos melhor o funcionamento do detector de superfície. Os dados de *outliers* podem ser usados para

¹O AMIGA (*Auger Muons and Infill for the Ground Array*) é um projeto onde uma parte da rede principal de tanques será povoada com detectores de múons e mais tanques de forma a reduzir a distância entre os tanques de 1500m para 750m. Ver figura 1.17.

²O projeto HEAT (*High Elevation Auger Telescopes*) irá aumentar o campo de visão dos telescópios de fluorescência de 30° para 60° em elevação.

analisar a performance do detector, podendo até mesmo identificar características de flutuação intrínseca relacionadas à própria construção e geometria deste, conforme mencionado no capítulo 6.

Com base neste sumário de informações, podemos concluir que o uso de métodos robustos se torna cada vez mais necessário uma vez que o cálculo da energia do primário mostrou-se bastante sensível aos métodos de análise convencional.

Identificamos também a possibilidade de uso de métodos robustos em diversas partes da reconstrução, inclusive no cálculo do centro do chuveiro e na obtenção do ângulo de chegada θ . Há ainda a possibilidade de utilizarmos estes nos dados do detector de fluorescência e no cálculo de minimização do *timing* para obtenção da energia híbrida. De fato, seria interessante compararmos uma reconstrução 100% robusta com uma reconstrução 100% convencional. Deixamos aqui esta possibilidade como trabalho futuro.

Neste ponto voltamos a mencionar a concentração de *outliers* próxima ao centro do chuveiro. Para eventos com poucos tanques acionados, a retirada de *outliers* próximos ao centro do chuveiro e o recálculo do centro pode influenciar a LDF, o S_{1000} e o θ , conseqüentemente. Portanto, toda a cadeia de reconstrução e inclusive os cálculos de anisotropia podem ser influenciados. Neste trabalho não fizemos o cálculo do centro novamente por se tratar de um processo bastante complexo e demorado, uma vez que necessitaríamos, por coerência, aplicar estatística robusta nos passos de ajustes relacionados. Alguns eventos com energia acima de 40EeV possuem poucos tanques acionados e podem sugerir a necessidade de tal correção. Assim, propomos como trabalho futuro o cálculo de correção do centro do chuveiro por meio de estatística robusta como prioridade após o término desta tese.

Apêndice A

Radiação Cherenkov

Este apêndice já foi antes publicado em minha dissertação de mestrado “Determinação da Composição Química da Radiação Cósmica Primária com o Observatório Pierre Auger” [96]. Neste trabalho o reproduzi novamente pelo fato desta tese manter a mesma linha de conceitos da minha dissertação anterior tratando-se assim de informação relevante e de fácil acesso para o leitor leigo.

Uma partícula carregada em movimento uniforme numa linha reta no espaço livre não irradia. Mas uma partícula se movendo com velocidade constante através de um meio material pode irradiar se sua velocidade for maior do que a velocidade da luz naquele meio. Tal radiação foi primeiro observada por P. A. Cherenkov e S. I. Vavilov e teoricamente interpretada por I.E.Tamm e I.M.Frank (1937) [97] e [98].

A emissão de radiação Cherenkov é um fenômeno que envolve um grande número de átomos de um meio cujos elétrons são acelerados por campos de partículas passando por esse meio e emitindo radiação. Por causa deste aspecto coletivo do processo é mais conveniente usar conceitos macroscópicos de constante dielétrica e propriedades individuais dos átomos.

Uma explanação qualitativa do efeito pode ser obtida considerando o campo de partículas rápidas num meio dielétrico como função do tempo. Nós denotamos a velocidade da luz num meio por c e a velocidade da partícula por v .

O número e a frequência da onda eletromagnética propagando-se num meio transparente são relacionados por $k = n\omega/c$, onde $n = \sqrt{\epsilon}$ é o índice de refração, que é real. O meio é considerado isotrópico e não magnético. A frequência da componente de Fourier do campo da partícula se movendo uniformemente na direção x no meio está relacionada à componente x do vetor de onda por $\omega = k_x v$. Se essa componente é uma onda se propagando livremente, essas duas relações devem ser consistentes. Desde que $k > k_x$, devemos ter: $v > c/n(\omega)$.

Assim, a emissão dessa radiação de frequência ω ocorre se a velocidade da partícula excede a

velocidade de fase da onda no meio em questão.

A figura A.1 mostra a sucessão de campos esféricos de onda para $v < c$ e para $v > c$. Somente para $v > c$ há interferência construtiva de forma a deixar um “rastro” atrás da partícula.

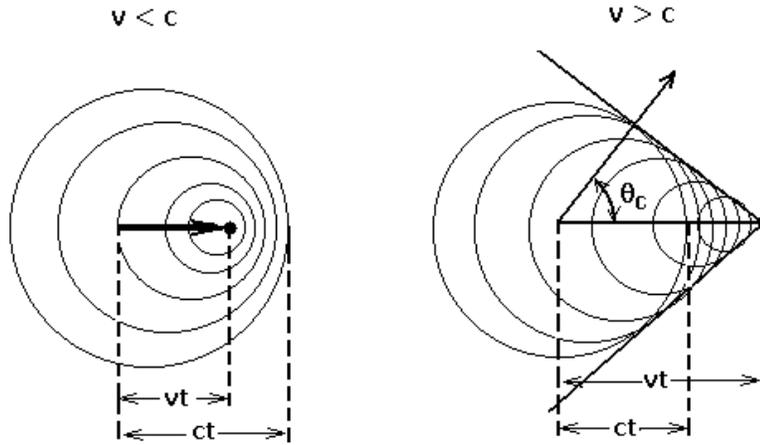


Figura A.1: Partícula se propagando num meio com velocidade $v < c$ e $v > c$.

Nomeamos θ como sendo o ângulo entre a direção do movimento da partícula e a direção da emissão.

Temos que $k_x = k \cos \theta = (n\omega/c) \cos \theta$ e, desde que $k_x = \omega/v$ encontramos

$$\cos \theta_C = c/nv. \quad (\text{A.1})$$

Essa é a direção de emissão da radiação Cherenkov. A radiação de cada frequência é emitida para frente, e distribuída por toda a superfície do cone com ângulo vertical 2θ .

A emissão de radiação, se ela ocorrer, envolve perda de energia pelo movimento da partícula. Nós iremos encontrar a parte correspondente da energia perdida, e assim determinar a intensidade da radiação Cherenkov.

Partimos das equações de Maxwell. Quando cargas externas (“livres da matéria”) estão presentes numa densidade de volume ρ_{ex} e uma corrente externa com densidade \mathbf{j}_{ex} , as equações são escritas assim:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \hat{\epsilon} \mathbf{E} &= 4\pi \rho_{ex} & \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \hat{\epsilon} \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{ex}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

No presente caso a carga externa e a distribuição de corrente são dadas por:

$$\rho_{ex} = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad \mathbf{j}_{ex} = e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t). \quad (\text{A.3})$$

Nós introduzimos os potenciais escalar e vetorial como:

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi. \quad (\text{A.4})$$

A condição adicional

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \hat{\varepsilon} \phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.5})$$

é imposta nos potenciais \mathbf{A} e ϕ ; essa é uma generalização da *condição de Lorentz* na teoria de radiação. Então, substituindo A.3 e A.4 em A.2, nós obtemos as seguintes equações para os potenciais:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e \mathbf{v}}{c} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad (\text{A.6})$$

$$\hat{\varepsilon} (\nabla^2 \phi - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}) = 4\pi e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t).$$

Nós expandimos \mathbf{A} e ϕ como integrais espaciais de Fourier. Tomando as componentes de Fourier das equações A.6, nós temos:

$$k^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}} - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\mathbf{k}}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e \mathbf{v}}{c} \exp(-it\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}), \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{\varepsilon} (k^2 \phi_{\mathbf{k}} - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \phi_{\mathbf{k}}}{\partial t^2}) = 4\pi e \exp(-it\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}).$$

Assim nós vemos que $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$ e $\phi_{\mathbf{k}}$ dependem no tempo através do fator $\exp(-it\mathbf{v} \cdot \mathbf{k})$. Nós de novo colocamos $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = k_x v$, e obtemos,

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{c} \frac{\mathbf{v}}{k^2 - \omega^2 \varepsilon(\omega)/c^2} e^{-i\omega t}, \quad (\text{A.8})$$

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{\varepsilon(\omega)} \frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon(\omega)/c^2} e^{-i\omega t}.$$

A componente Fourier do campo elétrico é

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}} = i\omega \mathbf{A}_{\mathbf{k}}/c - i\mathbf{k}\phi_{\mathbf{k}}. \quad (\text{A.9})$$

A força em função do campo elétrico $F = eE$ atuando na partícula é oposta à velocidade v ; tomemos esta como sendo na direção x . Colocando $k_x v = \omega$, $q = \sqrt{(k_y^2 + k_z^2)}$ e trocando $dk_y dk_z$ por $2\pi q dq$, nós podemos escrever a magnitude F como:

$$F = \frac{ie^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{q_0} \frac{(\frac{1}{v^2} - \frac{\varepsilon}{c^2})\omega q dq d\omega}{\varepsilon[q^2 + \omega^2(\frac{1}{v^2} - \frac{\varepsilon}{c^2})]} \quad (\text{A.10})$$

De acordo com a equação acima, a perda de energia no intervalo de frequência $d\omega$ é:

$$dF = -d\omega \frac{ie^2}{\pi} \sum \omega \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\varepsilon v^2} \right) \int \frac{q dq}{q^2 - \omega^2 \left(\frac{\varepsilon}{c^2} - \frac{1}{v^2} \right)}, \quad (\text{A.11})$$

onde a soma é sobre todos os termos com $\omega = \pm|\omega|$. Nós introduzimos as novas variáveis

$$\xi = q^2 - \omega^2 \left(\frac{\varepsilon}{c^2} - \frac{1}{v^2} \right). \quad (\text{A.12})$$

Então

$$dF = -d\omega \frac{ie^2}{2\pi} \sum \omega \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\varepsilon v^2} \right) \int \frac{d\xi}{\xi}. \quad (\text{A.13})$$

Integrando em ξ ao longo do eixo real nós encontramos uma singularidade em $\xi = 0$ (para a qual $q^2 + k_x^2 = k^2$) em algum comportamento, que é determinado pelo fato de que, pela nossa suposição de $\varepsilon(\omega)$ real (meio transparente), tem uma pequena parte imaginária, que é positiva para $\omega > 0$ e negativa para $\omega < 0$. Por conseguinte, ε tem uma pequena parte imaginária negativa ou positiva, e o caminho de integração deveria passar abaixo ou acima do eixo real, respectivamente. Quando o caminho de integração é deslocado do eixo real, nós devemos passar abaixo ou acima do ponto de singularidade, respectivamente. Isso dá uma contribuição a dF , e as partes reais cancelam-se na soma. Integrando por resíduo e, portanto, fazendo o caminho de integração com semicírculos infinitesimais, nós encontramos

$$\sum \omega \int \frac{d\xi}{\xi} = \omega \left\{ \int_{\sim} \frac{d\xi}{\xi} - \int_{\sim} \frac{d\xi}{\xi} \right\} = 2i\pi\omega. \quad (\text{A.14})$$

Assim a fórmula final é

$$dF = \frac{e^2}{c^2} \left(1 - \frac{c^2}{v^2 n^2}\right) \omega d\omega, \quad (\text{A.15})$$

que é intensidade da radiação no intervalo de frequência para $d\omega$. De acordo com A.1, essa radiação é emitida num intervalo de ângulo igual a

$$d\theta = \frac{c}{vn^2 \sin \theta} \frac{dn}{d\omega} d\omega. \quad (\text{A.16})$$

A intensidade total da radiação é obtida pela integração de A.15 sobre todas as frequências para as quais o meio é transparente.

Apêndice B

Produção de Fluorescência na alta atmosfera

Este apêndice já foi antes publicado em minha dissertação de mestrado “Determinação da Composição Química da Radiação Cósmica Primária com o Observatório Pierre Auger” [96]. Neste trabalho o reproduzi novamente aqui pelo fato desta tese manter a mesma linha de conceitos da minha dissertação anterior tratando-se assim de informação relevante e de fácil acesso para o leitor leigo.

O termo fluorescência refere-se aos processos em que átomos absorvem fótons de um comprimento de onda e emitem fótons num comprimento de onda maior. Uma aplicação comum desse efeito está presente na casa de cada família ao redor do mundo: luz fluorescente. Esta foi primeiro introduzida em 1939 no *World's Fair* na cidade de Nova York pela companhia *Interelectric* e oferecida ao público em 1940. Uma corrente elétrica passa através de um bulbo alongado, que então emite luz ultravioleta (UV). Essa emissão é atualmente conhecida como “luminescência” ou “cintilação”. Esses fótons UV são absorvidos pela camada de fósforo do bulbo, que re-emite no visível. Esse processo de re-emissão é propriamente chamado de “fluorescência”.

A passagem de partículas carregadas num chuveiro atmosférico extenso através da atmosfera resulta numa excitação ionizante das moléculas de gás (a maioria nitrogênio). Cada uma dessas energias de excitação é emitida na forma de radiação visível e invisível.

A fluorescência aérea, termo adotado pela comunidade de astrofísicos da época, foi primeiro estudada na década de 1960 pelos pesquisadores do *Los Alamos National Laboratory (LANL)*, então chamado *Los Alamos Scientific Laboratory*. A técnica foi introduzida como um método para detectar produção de explosões nucleares em testes atmosféricos.

Muitas partículas carregadas são expelidas em uma explosão nuclear, e essas partículas também

produzirão cintilação de luz quando passarem pelo ar. A quantidade de luz coletada pode, então, ser usada para estimar a quantidade total de energia liberada pelo dispositivo.

A primeira tentativa para observar chuviscos atmosféricos extensos pela emissão de fluorescência (mais corretamente: luminescência) foi feita pelo grupo de Kenneth Greisen em *Cornell University* em meados de 1960. Nesse grupo também estavam o Dr. Alan Bunner, trabalhando então como estudante de pós-graduação de Greisen. Greisen foi o primeiro estudante de pós-graduação de Bruno Rossi, um dos primeiros físicos de radiação cósmica do século 20. Rossi e Greisen trabalharam no projeto Manhattan em Los Alamos durante a Segunda Guerra Mundial. Greisen foi testemunha ocular do teste *Trinity* e escreveu um documento oficial dessas observações.

Em 1967, o grupo de Greisen construiu um experimento de fluorescência, o detector de imagens de Cornell. Este observou o céu à noite usando 500 fotomultiplicadoras, cada uma correspondendo a um *pixel* cobrindo um ângulo sólido de 0,01 estereoradiano (~ 6 graus por 6 graus); divididas em 10 módulos. Cada módulo foi equipado com uma lente de Fresnel com 0.1 m^2 .

O detector de Cornell era disparado quando houvesse coincidência de quaisquer 2 *pixels* adjacentes. Os sinais eram encaminhados para um banco de mostradores de tubo de raios catódicos de 3 polegadas, e registrado num filme de 70 mm. Esse detector operou por vários anos mas não era sensível o suficiente para detectar radiação cósmica de ultra alta energia (10^{19} eV). As lentes de 0.1 m^2 eram muito pequenas para coletar uma quantidade suficiente de luz, e a atmosfera próxima a Nova York é bastante contaminada com vapor d'água e aerossóis [30].

Bibliografia

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Legendre>
- [3] Elster, J., *Z. Phys.* **2**, 560 (1900)
Geitel, H.I., *Z. Phys.* **2**, 160 (1900)
Wilson, C.T.R., *Proc. Camb.Phil. Soc.* **11**, 52 (1900); *Proc. Phys. Soc.* **A68**, 151 e **A69**, 277 (1900)
Cook, H.L., *Phil. Mag* **6**, (1903)
- [4] Hess, V.F., *Z. Phys.* **12**, 998 (1911); *Z. Phys.* **13**, 1084 (1912)
- [5] Kohlhörster, W., *Z. Phys.* **14**, 1153 (1913)
- [6] Clay, J., *Proc. Amsterdam* **30**, 1115 (1927)
- [7] Auger, P., Raymond Maze, *Comptes Rendus, Académie des Sciences* **206**, 1721 (8/6/1938)
Auger, P., Roland Maze, *Comptes Rendus, Académie des Sciences* **207**, 228 (11/7/1938)
Auger, P., Maze, Robley, *Comptes Rendus(Paris)* **208**, 1641 (1939)
http://auger.cnrs.fr/pierre_auger.html
- [8] Rossi, B., *Rev. Mod. Phys.*, **20**, vol. 3 july (1948)
Clark, G., Bassi, P. and Rossi, B., *Phys. Rev.*, **92**:441-451 (1953)
Cosmic Rays (New York: McGraw-Hill Book Co. 1964)
Rossi, B., *Nature*, **180**, 353-56 (1957)
- [9] Skobel'tzy, D.V., Zatsepin, G.T., Miller, V.V., *Phys. Rev.* **71**, 315 (1947)
- [10] <http://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/CosmicRay/CosmicRaySites.html>

- [11] Mantsch, P. et al., “The Pierre Auger Observatory”, *astro-ph* 0604114v1 (2005)
<http://www.auger.org>
- [12] Heitler, W., *Quantum Theory of Radiation* (Oxford University Press) 2nd edition (1944)
- [13] Gaisser, T.K., “Cosmic Rays and Particle Physics”, Cambridge University press, primeira edição (1990)
- [14] Knapp, J. and Heck D., “Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User’s Guide (Version 6.005 from october,19 2001)”
- [15] Heck, D., Knapp, J., Capdevielle, J.N., Schatz, G. and Thouw, T., “CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers”
- [16] Bethe, H.A, and Heitler, W., *Proc. Roy. Soc.* **146**, 83 (1934)
- [17] Rossi, B. and Greisen, K., *Rev. of Mod. Phys.* **13**, 241-309 (1941)
- [18] Butcher, S.D. and Messel, H., *Nuclear Physics* **20**, 15 (1960)
- [19] Kamata, K. and Nishimura, J., *Prog. Theoretical Phys., Suppl.* **6**, 93-100 (1958)
- [20] Greisen, K., *Prog. Cosmic Ray Physics*, **3**, 1 (1956)
- [21] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/drescher/CASSIM/>
- [22] <http://apcauger.in2p3.fr/Public/Presentation/Images/principe.png>
- [23] Auger Design Report - www.auger.org/admin/DesignReport/index.html (1997)
- [24] Linsley, J. and Scarsi, L., *Phys. Rev.*, **128** 2384 (1962)
- [25] Lawrence, M. A. et al, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **17** 733-757 (1991)
- [26] Winn, M.M., Ulrichs, J., Peak, L.S., McCusker, C.B.A. and Horton L., “The cosmic-ray energy spectrum above $10E17$ eV”, *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **12** 653-674 (1986)
- [27] Khristiansen, G. B., “Measuring the Energy Spectrum of Primary Cosmic Rays with the Yakutsk EAS Array”, *Proceedings from the 19th ICRC* **9** 487 (1985)
- [28] Nagano, M. et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, **10**, 1295 (1984)
- [29] Chiba, N. et al., “Akeno Giant Air Shower Array (AGASA) covering 100 km² area”, *Nucl. Instr. Methods* **A311** 338-349 (1992)

- [30] Matthews, J.N. et al., “Description of the HiRes Detector”, *Proceedings from the 27th ICRC* p.350-353 (2002)
- [31] “Simultaneous observation of extensive air showers and deep underground muons at the Gran Sasso Laboratory”, *Physical Review Letter D*, **42**, 1396 (1990).
- [32] Glasmacher, M.A.K. et al., *Astrop. Phys.* **12** 1 (1999)
- [33] Antoni, T. et al., “The Cosmic-Ray Experiment KASCADE”, *Nucl.Instr. and Meth.* **A513** 490-510 (2003)
- [34] Etchegoyen, A., “Layout of Pierre Auger Observatory”, *Proc. of ICRC 2001*, **703**
- [35] Technical Design Report, Setembro 2001,
disponível em <http://tdpc01.fnal.gov/auger/org/tdr/index.html>
- [36] <http://www.auger.org/observatory/gallery2005.html>
- [37] <http://apcpaoux.in2p3.fr/AugerMonitoring/SD/T2/> (**Requer senha para acesso**)
- [38] “ Observation of the Suppression of the Flux of Cosmic Rays above 4×10^{19} eV” *Physical Review Letters* **101**, 061101 (2008).
- [39] http://en.wikipedia.org/wiki/Bernoulli_family
- [40] <http://en.wikipedia.org/wiki/Euler>
- [41] <http://en.wikipedia.org/wiki/L%27hopital>
- [42] Plackett, R. L., “The principle of the arithmetic mean.”, *Biometrika* **45**, 130-135 (1958)
- [43] http://en.wikipedia.org/wiki/Tobias_Mayer
- [44] <http://en.wikipedia.org/wiki/Boscovich>
- [45] Eisenhart, C., “Boscovich and the combination of observations.” In Roger Joseph Boscovich(L. L. Whyte, ed.) 200-12. Allen and Unwin, London. Reeditado em “studies in the History of Statistics and Probability” **2** (M. G. Kendall and R. L. Plackett, eds.). Griffin, London. (1961)
- [46] http://en.wikipedia.org/wiki/Johann_Heinrich_Lambert
- [47] Laplace, P. S., “Théorie Analytique des Probabilités”, 3rd edition, Paris:Courcier (1820)

- [48] Legendre, A. M., “Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes”, *DIDOT*, Paris (1805). Original digitalizado em:
<http://imgbase-scd-ulp.u-strasbg.fr/displayimage.php?album=417&pos=0>
- [49] Merriman, M., “A list of writings relating to the method of least squares, with historical and critical notes.”, *Trans. Connecticut Acad. Art. Sci.* **4**, 151-232 (1877)
- [50] Gauss, C. F., “Theoria Motus Corporum Coelestium”, *Perthes*, Hamburg (1809). Tradução reeditada como “Theory of the Motions of the Heavenly Moving about the Sun in Conic Sections”, *Dover*, New York (1963). Original digitalizado em:
<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3357v>
- [51] Plackett, R. L., “Studies in the history of probability and statistics. XXIX: The Discovery of the Method of Least Squares.”, *Biometrika* **59**, 239-251 (1958)
- [52] Edgeworth, F. Y., “On observations relating to several quantities.”, *Hermathena*, **6**, 279-285 (1887)
- [53] http://en.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli
- [54] Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J. and Stahel, W. A., “The Approach Based on Influence Functions”, John Wiley & Sons, (1986).
- [55] Rousseeuw, P. J., Leroy, A. M., “Robust Regression and Outlier Detection”, John Wiley & Sons, (1987).
- [56] Fisher, R. A., “Statistical Methods for Research Workers”, *Oliver and Boyd*, Edinburg, **14th ed.**, revised and enlarged. (1970)
- [57] Pearson, E. S., “The analysis of variance in cases of non-normal variation”, *Biometrika* **23**, 114-133 (1931)
- [58] Box, G.E.P., “Non-normality and tests on variances”, *Biometrika*, **40**, 318-335 (1953).
- [59] Eadie, W.T.; Drijard, F.E. James, M. Roos and B. Sadoulet, “Statistical Methods in Experimental Physics.” *North-Holland*, Amsterdam, 269-271 (1971)
- [60] <http://rkb.home.cern.ch/rkb/AN16pp/node185.html>
- [61] Tukey, J. W., “A survey of sampling from contaminated distributions, in Contributions to Probability and Statistics”, *Olkin, Stanford University Press* (1960)

- [62] Huber, P. J., “Robust Estimation of a location parameter”, *Ann. Math. Stat.*, **35**, 73-101 (1964)
- [63] Yoshida, S. et al, *J. Phys. G:Nucl. Part. Phys.* **20**, 651-664 (1994)
- [64] Hillas, A.M. et al *Proc. 12th ICRC*, Hobart, Tasmania, vol. **3**, 1001 e 1007 (1971)
- [65] Parizot, E., Lhenry, I., Allard, D., Ghia, P., Navarra, G., “First steps towards the definition of a “quality trigger” (T5) for the SD acceptance calculations”, Auger Internal Report, GAP-Note 2004-023, (2004).
- [66] <http://augerobserver.fzk.de/>
- [67] Schmidt, T., Maris, I.C., Roth, M., “LDF systematics in S_{38} from the constant intensity cut method”, Auger Internal Report, GAP-Note 2006-070, (2006).
- [68] Hersil, J., et al., *Phys. Rev. Lett.* **6**, 22 (1961)
- [69] The Pierre Auger Collaboration, “First Estimate of the Primary Cosmic Ray Energy Spectrum above 3 EeV from the Pierre Auger Observatory”, *29th International Cosmic Ray Conference 00*, 101-106, Pune (2005).
- [70] Allard, D. et al, “A guide-line to the Auger-Surface-Detector Analysis”, Auger Internal Report, GAP-Note 2006-024, (2006).
- [71] Cronin, J. W. and Yamamoto, T., “Simulation-independent determination of the cosmic ray spectrum for energies above 2×10^{18} eV”, Draft version, (2006).
- [72] DuVernois, M.A., Song, C. “Pierre Auger Observatory hybrid events: design, analysis, and preliminary results”, Auger Internal Report, GAP-Note 2002-035, (2002).
- [73] Gaisser, T.K. and Hillas, A.M., *Proc. 15th ICRC*, Plovdiv, Bulgaria, vol. **8**, 353 (1977)
- [74] Song, C., *Proc. 27th ICRC, Hamburg*, 490 (2001)
- disponível em <http://www.copernicus.org/icrc/index.html>
- [75] Baltrusaitis et al., *Nucl. Instrum. Methods A* **240**, 410 (1985)
- [76] Song, C. et al, *Astropart. Phys.*, **14**, 7 (2000).
- [77] Schüssler, F., Blümer, J., Engel, R., Ulrich, R., Unger, M., Veberic, D., “Investigation of AGN correlation and composition hypotheses with hybrid and stereo FD data”, Auger Internal Report, GAP-Note 2007-094, (2007).

- [78] Abraham, J., et al., “Observation of the Suppression of the Flux of Cosmic Rays above $4 \times 10_{19}$ eV”, *Phys. Rev. Lett.* **101** 061101 (2008)
- [79] <http://cabtep5.cnea.gov.ar/experiments/auger>
- [80] <http://cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?VII/248>
- [81] M.-P.Véron-Cetty, P.Véron, *Rev. Astron. Astrophys.*, **22**, 425 (2006)
- [82] The Pierre Auger Colaboration, “Correlation of the Highest-Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects”, *Science* **318**, 938-943, (2007).
- [83] Fermi, E. *Phys. Rev.* **75**, 1169 (1949)
- [84] Sokolsky, P., “Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics”, University of Utah, primeira edição (1989)
- [85] Gupta, M. and Webber, W.R., *Ap. J.* **340**, 1124 (1989).
- [86] Cowsik, R. and Wilson, L., *Proc. 13th Int. Cosmic Ray Conf.* (Denver) **1**, 500 (1973).
- [87] Peters, B. and Westergaard, N.J., *Astrophys. Sp. Sci.* **48**, 21 (1977).
- [88] Gordon, M.A. and Burton, W.B., *Ap. J.* **208**, 346 (1976).
- [89] Ginzburg, V.L., Khazan, Ya.M. and Ptuskin, V.S., *Astrophysics and Space Science* **68**, 295 (1980)
- [90] Greisen, K., *Phys. Rev. Lett.*, **16**, 748 (1966)
- [91] Zatsepin, G. T. and Kuzmin, V. A., *JETP Let.*, **4**, 78 (1966)
- [92] Sommers, P, “Cosmic Ray Anisotropy Analysis with a Full-Sky Observatory”, [arXiv:astro-ph/0004016 v1](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0004016), (2000).
- [93] <http://mathworld.wolfram.com/BinomialDistribution.html>
- [94] http://en.wikipedia.org/wiki/Binomial_distribution
- [95] http://en.wikipedia.org/wiki/Jakob_Bernoulli
- [96] Peixoto, C. J. T., “Determinação da Composição Química da Radiação Cósmica Primária com o Observatório Pierre Auger”, Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia, Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, outubro de 2003. Disponível em: <http://webbif.ifi.unicamp.br/teses/apresentacao.php?filename=IF409>

- [97] Jackson, J.D., “Classical Electrodynamics”, primeira edição, Cap. 14, seção 9, pg. 494 (1962)
- [98] Landau, L.D., Lifshitz, E.M., “Electrodynamics of Continuous Media”, segunda edição, Cap. 14, seção 115, pg. 406 (1984)
- [99] Rousseeuw, P. J., “Least Median of Squares Regression”, *Journal of the American Statistical Association*, **79**, No.388 (1984).
- [100] Huber, P. J., “Robust Statistics”, John Wiley & Sons, (1981).