Tese de Doutorado

Novos Limites para a Violação do Princípio da Equivalência em Neutrinos Solares

Gustavo do Amaral Valdiviesso

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP Instituto de Física Gleb Wataghin - IFGW

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo - DRCC/IFGW/UNICAMP Co-orientador: Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda - DRCC/IFGW/UNICAMP

Este exemplar corresponde à redação final da tese de doutorado defendida pelo aluno Gustavo do Amaral Valdiviesso e aprovada pela comissão julgadora.

21/01/2009

marcelo marcelo

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

21 de Maio de 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

233n	Valdiviesso, Gustavo do Amaral Novos limites para violação do princípio da equivalência em neutrinos solares / Gustavo do Amaral Valdiviesso. – Campinas, SP : [s.n.], 2008.			
	Orientadores: Marcelo Moraes Guzzo e Pedro Cunha de Holanda.			
	Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".			
	 Neutrinos solares. Neutrinos de reatores. Violação do princípio da equivalência. Guzzo, Marcelo Moraes. Holanda, Pedro Cunha de. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". IV. Título. (vsv/ifgw) 			
Título em inglês: New limits for the violation of the equivalence principle on solar neutrinos				
Palavras-chave em inglês (Keywords):				
1. Sol	ar neutrinos			
2. Rea	actor neutrinos			
3. VIO	lation of the equivalence principle			
Area de concentração: Física das Partículas Elementares e Campos				

- Alea de concentração. Física das Farticulas i
- Titulação: Doutor em Ciências

- Banca examinadora:

- Prof. Marcelo Moraes Guzzo Prof. Adolfo Maia Júnior Prof. Daniel Augusto Turolla Vanzella Prof. Ernesto Kemp
- Prof. Orlando Luis Goulart Peres
- Data da defesa: 21.05.2008
- Programa de Pós-Graduação em: Física

V



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **GUSTAVO DO AMARAL** VALDIVIESSO - RA 970783, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 21/05/2008.

COMISSÃO JULGADORA:

1ALAN ron

Prof. Dr. Marcelo Moraes & Guzzo – DRCC/IFGW/UNICAMP (Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Adolfo Maia Junio DMA/IMECC/UNICAMP

Prof. Dr. Danje/ Augusto Turolla Vanzella DFI/IF/USP/SÃO CARLOS

1

Prof. Dr. Ernesto Kemp DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Ør. Orlando Luis Goulart Peres DRCC/IFGW/UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Física Gleb Wataghin – Secretaria da Pós-Graduação CP 6165 – CEP 13083-970 - Campinas - SP – Fone: +55 19 3521-5305 / 3521-5279 / 3521-5280 e-mail: secpos@ff.unicamp.br

Agradecimentos

Muitas pessoas estão envolvidas neste trabalho, tanto diretamente quanto de maneira sutil e indireta. Gostaria de agradecer a todas elas, sem pesar suas influências nem me preocupar com a ordem de importância de suas contribuições. Antecipadamente peço desculpas àqueles que possam se sentir minorizados ou injustiçados de alguma forma. Saibam que todos ocupam grandes partes do meu coração.

Agradeço em primeiro lugar ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Guzzo, que me aceitou e acreditou em minhas promessas de trabalho. A base construída nestes quatro anos de trabalho é o que definirá minha carreira e o sucesso de meu trabalho. Sou muito grato por tudo e quero que saiba que este período da minha vida sempre trará boas lembranças.

Agradeço acima de tudo a minha família. Meu pai José Carlos e minha mãe Walkiria, que durante esses vinte e nove anos vêm feito nada menos do que viver para meu futuro e de minha irmã. Se vocês em algum momento olharem para mim e pensarem que estão orgulhosos, saibam que é o contrário. Sou eu quem tem muito orgulho de ser seu filho. Obrigado por todo o investimento e dedicação, não só para com minha vida pessoal, mas especialmente agora, para com minha vida profissional.

Aos meus amigos, que me aliviaram das tensões e me apoiaram com sua amizade imponderável. Para minha felicidade, eles são muitos! Mas faço questão de citar aqueles que tiveram função mais ativa e próxima ao meu trabalho, e registrar aqui meus agradecimentos: Ao Diego Gratieri que "não é meu amigo legal" mas que sempre soube a hora certa de me distrair do trabalho momentos antes de eu decidir jogar os computadores pela janela. Aos "vizinhos"Edgar e Edson Gadben, e seu agregado "Brunão", e aos companheiros de luta Bruno e Hiro, que tornaram as noites de folga muito mais divertidas do que eram antes de conhecê-los. Às minhas amigas Heloisa, Lucimara e Luciana que, cada uma da sua maneira, me traziam de volta à realidade sempre que eu me afastava dela. Por fim, um agradecimento especial à minha querida Lívia, que apareceu nesta etapa final e moveu dia após dia a minha vontade de concluir logo este trabalho e voltar para casa. Muito, muito obrigado. A todos os amigo e amigas que eu não citei aqui, muito obrigado! E desculpem a falta de espaço no papel.

Por fim, agradeço a Universidade Estadual de Campinas e ás pessoas que a formam. Agradeço também a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo financiamento de meus estudos e de minha pesquisa ao longo deste período de quatro anos. vi

Resumo

Neste trabalho, estudamos o modelo para violação do princípio da equivalência (VEP) em neutrinos solares e de reatores. Este modelo já foi considerado como uma solução promissora ao problema do neutrino solar (PNS), mas foi descartado por não ser capaz de explicar os dados referentes a neutrinos solares e anti-neutrinos de reatores, com um mesmo conjunto de parâmetros físicos. O modelo de mistura massa-sabor em conjunto com o efeito MSW tem se mostrado como único capaz de explicar todos os dados disponíveis na área. Novos limites para a violação do princípio da equivalência podem ser obtidos para neutrinos solares e de reatores, considerando agora um modelo combinado entre a hipótese de mistura massa-sabor e o modelo de VEP. Nossa análise mostra uma tendência favorável a duas soluções conjuntas onde os efeitos de VEP praticamente não alteram neutrinos solares: uma em que a escala de massa dos neutrinos de reatores permanece inalterada e outra onde tal escala cai levemente, se aproximando do resultado para o ajuste somente dos dados solares. A solução conjunta aponta para o seguinte conjunto de parâmetros: $|\phi \Delta \gamma| = 9, 12^{+0.97}_{-0.78} \times 10^{-21}, \tan^2 \theta = 0, 478^{+0.040}_{-0.038}$ e $\Delta m^2 = 6,63 \pm 0,31 \times 10^{-5} eV^2 \ (77,7\% \text{ C.L.}) \ \mathrm{e} \ |\phi \Delta \gamma| = 1,91^{+0.84}_{-0.61} \times 10^{-21}, \ \mathrm{tan}^2 \theta = 0,478^{+0.040}_{-0.038} \ \mathrm{eV}^2 = 0,000 \ \mathrm{eV}^2$ $\Delta m^2 = 7,73^{+0.17}_{-0.20} \times 10^{-5} eV^2$ (77,7% C.L.). Ambas soluções melhoram o nível de confiança com relação à solução MSW (tan² $\theta = 0,462^{+0,043}_{-0,036}$ e $\Delta m^2 = 7,75^{+0,16}_{-0,12} \times 10^{-5} eV^2$, 73,1% C.L.) Um limite superior para VEP foi obtido como sendo $|\phi \Delta \gamma| \leq 1, 3 \times 10^{-20} (3\sigma)$ sobre a solução MSW.

Abstract

In this work, we studied the model for the violation of the equivalence principle (VEP) on solar and reactor neutrinos. This model was already considered as a promising solution to the solar neutrino problem (SNP), but was abandoned because it wasn't able to explain all the data with a single set of physical parameters. The mass-flavor mixing model, together with the MSW effect has been shown to as the only model able do explain all the available data. New limits for the VEP are obtained for solar and reactor neutrinos, considering a combined model, with the mass-flavor mixing hypothesis and the VEP model. Our analysis shows two solutions were the VEP effects practically don't change the solar sector: one where the mass scale of the reactor sector remains the same and another one where this scale falls slightly, becoming closer to the solar solution. The combined solution points to the following set of parameters: a "higher vep" $|\phi\Delta\gamma| = 9.12^{+0.97}_{-0.78} \times 10^{-21}$, $\tan^2\theta = 0.478^{+0.400}_{-0.038}$ and $\Delta m^2 = 6.63 \pm 0.31 \times 10^{-5} eV^2$ (77.7% C.L.) and a "lower vep" $|\phi\Delta\gamma| = 1.91^{+0.84}_{-0.61} \times 10^{-21}$, $\tan^2\theta = 0.478^{+0.040}_{-0.036}$ e $\Delta m^2 = 7.73^{+0.17}_{-0.12} \times 10^{-5} eV^2$ (77.7% C.L.). Both solutions increases the confidence level when compared with the MSW solution ($\tan^2 \theta = 0.462^{+0.043}_{-0.036}$ and $\Delta m^2 = 7.75^{+0.16}_{-0.12} \times 10^{-5} eV^2$, 73.1% C.L.) A superior limit has also been obtained for VEP: $|\phi\Delta\gamma| \leq 1.3 \times 10^{-20}(3\sigma)$ over the MSW solution.

Sumário

1	Intr	roduçã	0	1
	1.1	Objeti	ivos e Motivação	1
	1.2	Estrut	tura do Texto	2
2	Neu	ıtrinos	Solares e de Reatores	3
	2.1	Mistu	ra Massa-Sabor e o Efeito MSW	3
		2.1.1	Introdução	3
		2.1.2	Mistura Massa-Sabor	4
		2.1.3	Oscilação em Duas Famílias	13
		2.1.4	Interação com a Matéria	19
		2.1.5	Equação de Evolução	22
		2.1.6	Efeitos da Variação do Meio	27
		2.1.7	Coeficiente de Adiabaticidade	29
		2.1.8	Probabilidade de Sobrevivência Adiabática	32
	2.2	Model	o Solar Padrão	35
	2.3	Tomog	grafia da Terra	43
	2.4	Conju	nto de Dados	50
		2.4.1	Classificação	50
		2.4.2	Cloro - Homestake	51
		2.4.3	Gálio - Gallex/GNO e SAGE	52
		2.4.4	Água - SuperKamiokande	53
		2.4.5	Água Pesada e Sal - SNO	54
		2.4.6	Anti-Neutrinos de Reatores - KamLAND	58

SUMÁRIO

	2.5	Análise dos Dados)
3	Vio	lação do Princípio da Equivalência 79)
	3.1	O Princípio da Equivalência)
		3.1.1 Introdução)
		3.1.2 Massa Inercial e Massa Gravitacional)
	3.2	Violações no Princípio da Equivalência 82)
	3.3	Buscas por VEP)
	3.4	Neutrinos como Sondas para VEP	F
	3.5	O Modelo Combinado MSW±VEP 85	,)
		3.5.1 Derivação Segundo Gasperini	ì
		3.5.2 Derivação Segundo Halprin e Leung	3
		3.5.3 Misturas)
		3.5.4 Quantos Parâmetros São Necessários?	F
		3.5.5 Modelo VEP Mínimo	7
	3.6	Hierarquia no Setor VEP)
	3.7	Soluções $VAC \pm VEP$ e $MSW \pm VEP$)
		3.7.1 Solução no Vácuo:	
		Previsões para Neutrinos de Reatores)
		3.7.2 Solução na Matéria:	
		Previsões para Neutrinos Solares	Ļ
4	Aná	ilise dos Resultados de MSW \pm VEP 115	j
	4.1	Abordagem	,)
	4.2	Neutrinos Solares	,)
	4.3	Análise Global: MSW+VEP	3
	4.4	Análise Global: MSW–VEP)
_	C		
5	Cor	clusoes e Perspectivas 131	-

capítulo1

Introdução

1.1 Objetivos e Motivação

O objetivo deste trabalho é o estudo de uma possível violação do princípio da equivalência (VEP) em neutrinos solares e de reatores. A primeira proposta de modelo para este fenômeno, relacionado aos neutrinos, data 1988. Nesta época, tentava-se explicar o problema do neutrino solar, isto é, o déficit no fluxo de neutrinos eletrônicos de origem solar. Vários modelos foram propostos para explicar tal resultado, dos quais apenas um perdura até o momento, sendo capaz de explicar não só o problema do neutrino solar, como também todas as subseqüentes observações de conversão e oscilação de sabor. O modelo de mistura massa-sabor, em conjunto com o efeito MSW¹, parece estar em boa concordância com a natureza, explicando de maneira simples os dados referentes a todas as áreas de estudo de neutrinos: solares, de reatores, atmosféricos e de aceleradores. Entretanto, mesmo que os outros modelos propostos não tenham sido capazes de explicar os dados disponíveis, não significa que os (possíveis) fenômenos físicos nos quais se baseiam não ocorram de fato na natureza. Cada modelo invoca um mecanismo físico diferente e, em geral, único. Por único entenda-se um princípio de simplicidade: na busca pela compreensão da natureza dos neutrinos, tais modelos faziam uso de um número mínimo de hipóteses já que a maioria delas implicaria em nova física.

¹O efeito MSW[29, 39] descreve os fenômenos de conversão entre sabores de neutrinos quando sua propagação ocorre em um meio material, bem como tal conversão pode ser acentuada ou atenuada em função das propriedades deste meio.

Atualmente, temos um número maior de informações disponíveis. Novos dados de novos experimentos acumulam-se confirmando as previsões do modelo de mistura massa-sabor, que leva ao fenômeno da oscilação de neutrinos induzida por massa, ou simplesmente, oscilação de neutrinos. Com o aumento na estatística (número de dados experimentais) os resultados obtidos para os parâmetros fundamentais deste modelo são cada vez mais precisos. É neste cenário que surge uma nova área de estudos dentro da física de neutrinos: a busca de nova física utilizando neutrinos como "sondas". Assumindo que o modelo de mistura massa-sabor é realmente um fenômeno que está ocorrendo na natureza, pode-se buscar por novos modelos para novos fenômenos que colaborem para a conversão de neutrinos conjuntamente com a já conhecida oscilação induzida por massa. Em particular, alguns modelos não tão novos podem servir de ponto de partida para este tipo de estudo.

O modelo de violação do princípio da equivalência não é capaz de explicar o conjunto de dados atual. Pelo menos não se mantivermos a premissa de que este é o único efeito responsável pela conversão dos neutrinos. Ao abandonarmos esta hipótese pode-se combinar este modelo com o de mistura massa-sabor e buscar algum tipo de concordância com os dados. Em suma, procuramos por mecanismos de conversão ocorrendo paralelamente.

Este trabalho é precisamente a realização de tal análise: a exploração da possibilidade de que neutrinos estejam sujeitos à violação do princípio da equivalência, assumindo como base a hipótese de que neutrinos têm massa e que estas são descritas pelo modelo de mistura massa-sabor.

1.2 Estrutura do Texto

O texto inicia-se com a descrição do modelo de mistura massa-sabor e do efeito MSW, feita no capítulo 2. A previsões deste modelo também são revistas e a análise estatística para a determinação de seus parâmetros é feita em detalhes. O capítulo 3 estabelece o modelo combinado entre VEP e MSW, onde as previsões teóricas deste são discutidas. Finalmente, o capítulo 4 aplica a mesma análise apresentada no capítulo 2 para o modelo de VEP. Os resultados obtidos, bem como interpretações e conclusões são discutidos no capítulo 5. O leitor que já estiver familiarizado com o formalismo do modelo atual e do efeito MSW pode se concentrar nos capítulos 3, 4 e 5 e, sempre que necessário, consultar o capítulo de revisão para referência.

CAPÍTULO2

Neutrinos Solares e de Reatores

2.1 Mistura Massa-Sabor e o Efeito MSW

2.1.1 Introdução

Existem hoje fortes evidências da oscilação de neutrinos de reatores, atmosféricos e de aceleradores. Existem também fortes evidências de que o mesmo mecanismo responsável por esta oscilação, quando realçado pela presença da matéria solar, é também responsável pela conversão dos neutrinos provenientes do Sol. Das quatro áreas de estudo de neutrinos, citadas no início do parágrafo, nosso foco será sempre os neutrinos solares (aqueles provenientes do Sol) e de reatores (aqueles provenientes do decaimento radioativo de combustível nuclear), pois ambos envolvem a produção de neutrinos ou anti-neutrinos eletrônicos, somente. Com isto, como veremos, ambos os fenômenos podem ser explicados pelo mesmo conjunto de parâmetros (assumindo como válida a simetria CPT entre neutrinos e anti-neutrinos). Entretanto, nada impede que o mesmo estudo realizado aqui (acerca do fenômeno VEP, como veremos no capítulo 3) seja realizado também em neutrinos atmosféricos e de reatores.

Para que seja viável utilizar os neutrinos como "sondas" para nova física, é importante conhecer o comportamento dos mesmos de acordo com o modelo vigente, *modelo de mistura massa-sabor*. Objetivando o reconhecimento de novos fenômenos, que possam emergir do atual conjunto de dados, este capítulo visa fazer uma revisão, tão profunda quanto for necessário, do modelo de mistura massasabor e do efeito MSW. Quando for necessário, utilizaremos o modelo para fazer previsões acerca do que se espera observar em detecção de neutrinos solares e de reatores. Vale lembrar que este próprio modelo era considerado, até pouco tempo, como sendo "nova física" (no setor de neutrinos). Para uma revisão histórica dos neutrinos, aconselhamos as referências [37] e [35].

2.1.2 Mistura Massa-Sabor

Para que se possa detectar um neutrino, devemos colocar um alvo em seu caminho, que interaja com ele durante seu vôo. Por ser desprovido de carga elétrica e de *carga de cor* (a "carga" da interação nuclear forte) as únicas formas de interação de um neutrino são: via *interação nuclear fraca* ou *interação gravitacional*. Nesta seção, apresentaremos o modelo relacionado às interações fracas, enquanto um modelo relacionado à interação gravitacional dos neutrinos será apresentado na seção 3.2. Por outro lado, não é intenção deste texto expor extensivamente a física das interações fracas. O modelo apresentado a seguir é o mínimo necessário para que se compreenda o conjunto de dados disponível.

A interação fraca possui três mensageiros, os bósons W^+ , W^- e Z^0 , que são massivos e por isso limitam muito o alcance da interação. O que chamamos de "sabor" de um neutrino é seu tipo, associado à interação fraca. O sabor pode ser definido de maneira simples[18, 23], baseado no decaimento do bóson vetorial negativo W^- , de forma que

$$W^- \longrightarrow l^- + \bar{\nu}_l$$
 (2.1)

onde l^- é um dos três *léptons carregados*: elétron, múon e táuon (cujos símbolos são e^- , μ^- e τ^- , respectivamente) e ν_l é o neutrino associado a este lépton: neutrino eletrônico, neutrino muônico e neutrino tauônico (ν_e , ν_{μ} e ν_{τ} , respectivamente).

O modelo de mistura massa-sabor propõe que os neutrinos possam ser representados de duas maneiras distintas. A primeira é a representação como *estados de sabor*, definidos com base na interação descrita acima e por isso também chamados de *estados de interação*. A segunda representação é a de *estados de massa*, os quais são descritos pelas leis da dinâmica (quântica) e por isso também chamados de *neutrinos físicos*. Estes serão denominados como $\nu_i = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$, enquanto os estados de sabor serão $\nu_s = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$. Desta forma, cada um destes dois grupos está relacionado a um observável: estados físicos são auto-estados de massa (com massas $m_1, m_2 e m_3$, respectivamente, onde o operador de massa pode ser definido como o operador Hamiltoniano do sistema, quando observado a partir do referencial de repouso do neutrino) e estados de são auto-estados de interação. Em resumo, todo o processo de criação e detecção de neutrinos se restringe aos estados de sabor e a propagação destas partículas é governada pelas leis da dinâmica quântica, as quais dependem da sua massa. Assim, os auto-estados físicos, ou de massa, também podem ser chamados de *auto-estados de propagação*.

No Sol, são criados apenas neutrinos eletrônicos, enquanto no interior dos reatores nucleares são criados anti-neutrinos eletrônicos. Assumindo que ambos respeitam as mesmas hipóteses deste modelo (ou seja, assumindo que a simetria CPT seja válida), usaremos a partir daqui apenas o termo "neutrino eletrônico" para ambos os casos, sem perda de generalidade.

Quando um neutrino eletrônico é criado, uma superposição de estados físicos é criada, de forma que

$$|\nu_e\rangle = U_{e1} |\nu_1\rangle + U_{e2} |\nu_2\rangle + U_{e3} |\nu_3\rangle , \qquad (2.2)$$

onde U_{e1} , U_{e2} e U_{e3} são coeficientes de mistura, ou seja, determinam a composição de um estado de sabor (ν_e , neste caso), em função dos estados físicos. O mesmo deve ocorrer para os outros dois sabores $\nu_{\mu} \in \nu_{\tau}$. Assim, de uma forma mais completa podemos definir os estados de sabor em função dos neutrinos físicos como

$$\begin{bmatrix} | \nu_{e} \rangle \\ | \nu_{\mu} \rangle \\ | \nu_{\tau} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | \nu_{1} \rangle \\ | \nu_{2} \rangle \\ | \nu_{3} \rangle \end{bmatrix} , \qquad (2.3)$$

que também pode ser representada de forma simplificada

$$\nu^{(s)} = U \ \nu^{(m)} \tag{2.4}$$

onde $\nu^{(s)}$ e $\nu^{(m)}$ são vetores cujas componentes são os estados de sabor ν_l (representados pelo índice s) e de massa ν_i (representados pelo índice m), respectivamente. Finalmente, também poderá ser útil escrever a expressão (2.3) na forma de componentes

$$|\nu_l\rangle = U_{li} |\nu_i\rangle \tag{2.5}$$

com $i = \{1, 2, 3\}$ indicando os auto-estados de massa
e $l = \{e, \mu, \tau\}$ indicando os de sabor. A relação inversa é dada por

$$\nu_i \rangle = U_{il}^{\dagger} \mid \nu_l \rangle \quad . \tag{2.6}$$

Nas expressões anteriores utilizamos a notação de Einstein para soma¹.

A matriz U é chamada matriz de mistura e deve ser unitária por definição:

$$U^{\dagger} U = 1 . (2.7)$$

A unitariedade da matriz de mistura assegura a ortogonalidade dos auto-estados e a conservação da normalização da probabilidade. A forma mais simples (embora não a única) de se representar uma matriz unitária é através de uma matriz de rotação. Num espaço de três dimensões (neste caso, as dimensões se referem aos graus de liberdade do estado e não às dimensões espaciais), uma rotação geral pode ser escrita como o produto de três rotações em torno de eixos ortoganais, cada qual em função de um ângulo real θ_{ij} (que indica uma rotação no plano ij). Além disso, como nossos estados são definidos sobre o conjunto dos números complexos, também podemos ter uma fase δ . As matrizes de rotação em questão podem ser definidas como:

$$R_{12} = \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_{13} = \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} e \quad R_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

com $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ e $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, de forma que a matriz de rotação completa é dada por

$$U = R_{23}R_{13}R_{12} , (2.9)$$

ou seja,

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} .$$
 (2.10)

¹Na notação de Einstein, índices repetidos são índices mudos, ou seja, devem ser somados. A expressão (2.5) é equivalente a $|\nu_l\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{li} |\nu_i\rangle$.

2.1. MISTURA MASSA-SABOR E O EFEITO MSW

O parâmetro δ representa uma possível violação de CP no setor de neutrinos (em analogia àquela que ocorre no setor de quarks). Embora ainda não se saiba se tal violação ocorre na natureza, a presença da fase δ na matriz de mistura nos permite estudar esta possibilidade. Porém, como veremos, no caso dos neutrinos solares a conversão de neutrinos não irá depender de δ .

Um estado escrito na base de massa deve satisfazer a equação de Schrödinger como descrita abaixo:

$$i\frac{d}{dt} \mid \nu_i(t) \rangle = H \mid \nu_i(t) \rangle , \qquad (2.11)$$

onde estamos utilizando o sistema natural de unidades².

A hamiltoniana H do sistema, e é representada matricialmente por

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0\\ 0 & E_2 & 0\\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix} , \qquad (2.12)$$

onde as energias E_1 , E_2 e E_3 são, respectivamente, as energias dos neutrinos físicos ν_1 , ν_2 e ν_3 .

A equação (2.11) possui uma solução simples com a forma:

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iHt} |\nu_i(0)\rangle \tag{2.13}$$

e, como H é diagonal nesta base, a mesma solução pode ser escrita em função dos auto-valores E_i , de forma que

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle . \qquad (2.14)$$

Substituindo a expressão (2.6) no lado esquerdo de (2.14), temos

$$U_{il}^{\dagger} \mid \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_i t} \mid \nu_i(0) \rangle \quad . \tag{2.15}$$

²Sistema dimensional onde c = 1 e $\hbar = 1$. Neste sistema, as grandezas físicas podem apenas ter dimensão de energia (e suas potências) ou serem adimensionais. Algumas conversões entre SI e o sistema natural podem ser feitas através dos fatores $\hbar c = 1,97 \times 10^{-13} MeV m$, $c^2 = 6,24 \times 10^7 MeV/kg$ e $\hbar = 6,58 \times 10^{-22}$

Aplicando U_{li} de ambos os lados da expressão acima e usando a unitariedade de U ($U^{\dagger}U = 1 \longrightarrow U_{il}^{\dagger}U_{li} = \delta_{li}$), obtemos a evolução de um estado de sabor, a partir de um estado de massa:

$$U_{li}U_{il}^{\dagger} | \nu_l(t) \rangle = U_{li}e^{-iE_it} | \nu_i(0) \rangle$$

$$| \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_it}U_{li} | \nu_i(0) \rangle . \qquad (2.16)$$

A probabilidade de encontrar o estado original $|\nu_l\rangle$ em uma configuração $|\nu_{l'}\rangle$ é dada por

$$P_{ll'} = |\langle \nu_{l'} | \nu_{l}(t) \rangle|^{2} .$$
(2.17)

O produto interno é dado por

$$\langle \nu_{l'} \mid \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_i t} U_{li} \langle \nu_{l'} \mid \nu_i \rangle , \qquad (2.18)$$

onde usamos a expressão equivalente a (2.5), porém relacionando os estados "bra", ou seja

$$\langle \nu_{l'} \mid \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_i t} U_{li} U_{l'j}^{\star} \langle \nu_j \mid \nu_i \rangle$$

$$= e^{-iE_i t} U_{li} U_{l'j}^{\star} \delta_{ji}$$

$$= e^{-iE_j t} U_{lj} U_{l'j}^{\star} ,$$

$$(2.19)$$

onde * indica complexo-conjugado. Assim, a probabilidade é dada por

$$P_{ll'}(t) = |\langle \nu_{l'} | \nu_{l}(t) \rangle|^{2}$$

$$= \left(e^{-iE_{j}t}U_{lj}U_{l'j}^{\star}\right) \left(e^{-iE_{k}t}U_{lk}U_{l'k}^{\star}\right)^{\star}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t} U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t} |U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}| e^{arg(U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k})}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t} |U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}| e^{\varphi_{ll'jk}}$$

$$= |U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}| e^{-i[(E_{j}-E_{k})t-\varphi_{ll'jk}]}$$
(2.20)

onde $\varphi_{ll'jk} = argumento(U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}).$

Utilizando se da simetria da matriz de mistura, podemos trabalhar algebricamente a expressão (2.20) obtendo assim a *probabilidade de conversão* em função do tempo, ou seja, a probabilidade de

que um neutrino seja produzido com um sabor l e detectado com um sabor l' após um dado tempo t:

$$P_{ll'}(t) = \left| U_{lj} U_{l'j}^{\star} U_{lk}^{\dagger} U_{l'k} \right| \cos\left(\Delta E_{jk} t - \varphi_{ll'jk}\right) , \qquad (2.21)$$

onde

$$\Delta E_{jk} = E_j - E_k \ . \tag{2.22}$$

Estamos interessados na probabilidade de sobrevivência (quando l = l'). Nessa condição, o fator $U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{\star}U_{l'k}$ passa a ser um número real:

$$U_{lj}U_{l'j}^{\star}U_{lk}^{t}U_{l'k} \xrightarrow{l=l'} |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 . \qquad (2.23)$$

Assim, a fase $\varphi_{ll'jk}$, que mede exatamente a fase complexa deste fator, se anula:

$$\varphi_{lljk} = 0 , \qquad (2.24)$$

e a probabilidade de sobrevivência é dada simplesmente por:

$$P_{ll}(t) = |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \cos(\Delta E_{jk}t) . \qquad (2.25)$$

Para que esta solução seja prática e aplicável, deve-se ainda analisar as energias E_i envolvidas, ou seja, os auto-valores da hamiltoniana na base de massa. A expressão (2.25) depende de ΔE_{jk} , que é a diferença entre as energias dos estados $\nu_i \in \nu_j$. Tais energias são *relativísticas*, pois em geral a física das partículas elementares lida com velocidades muito próximas à da luz. Por isso, qualquer energia envolvida nestes processos (aqueles que concernem a física de partículas, por exemplo) deve ser expressa pela fórmula

$$E_i^2 = p_i^2 + m_i^2 , (2.26)$$

onde $p_i \equiv |\vec{p}_i|$ é o módulo do momento linear do estado ν_i , com i = 1, 2 (ou 3).

O módulo quadrado do momento linear está relacionado com a parte cinética da energia, enquanto m_i está relacionado com a energia na forma de massa (lembre-se de que estamos no sistema natural de unidades: m é na verdade mc^2). Assim os auto-valores da hamiltoniana contêm informações sobre a parte cinética dos neutrinos, que depende da energia disponível para a reação, e sobre a massa dos estados físicos, que depende exclusivamente das características dos neutrinos. A questão relevante aqui é "o quanto" cada tipo de energia (cinética ou de massa) participa da energia total.

Na expressão (2.26), o índice *i* indica o estado de massa, como foi dito acima. Quando um neutrino é produzido, a reação de criação determina precisamente seu momento linear através das leis de conservação. Desta forma, a primeira observação a fazer é que:

$$p_i \equiv p \quad , \tag{2.27}$$

ou seja, devido a superposição não temos acesso a qual estado de massa foi criado, mas sabemos que o estado de interação tem momento p e, assim sendo, também devem ter momento p os estados de massa.

O Modelo Solar Padrão prevê que a energia dos neutrinos solares está na escala de MeV (milhões de elétron-volt). As tentativas de se medir a massa do neutrino mais leve fornecem valores da ordem de eV. Ou seja, podemos com certeza dizer que a energia total, auto-valor da hamiltoniana, é praticamente a energia cinética do neutrino. Isso esclarece o que foi dito anteriormente acerca da massa do neutrino e sobre ela ser "muito pequena". Na física este tipo de comparação sempre deve ser feita com cautela. Aqui a expressão "muito pequena" se refere à comparação entre a energia cinética (proporcional a p^2) e a energia de massa (m^2). Matematicamente é o mesmo que

$$\frac{m_i}{p} \ll 1 . \tag{2.28}$$

Desta forma, a expressão (2.26) pode ser simplificada para o regime onde (2.28) vale:

$$E_{i} = p\sqrt{1 + \frac{m_{i}^{2}}{p^{2}}}$$

$$\approx p\left(1 + \frac{m_{i}^{2}}{2p^{2}}\right)$$

$$= p + \frac{m_{i}^{2}}{2p}$$
(2.29)

onde usamos uma expansão binomial para fazer a aproximação anterior.

Substituindo E_j e E_k , obtidos da aproximação (2.29) definição de ΔE obtemos

$$\Delta E_{jk} = E_j - E_k = \frac{m_j^2 - m_k^2}{2p} . \qquad (2.30)$$

Definimos a quantidade Δm^2 como sendo a diferença do quadrado das massa, ou seja

$$\Delta m_{jk}^2 \equiv m_j^2 - m_k^2 , \qquad (2.31)$$

sendo estas grandezas fundamentais do modelo, em conjunto ao ângulo de mistura θ_{ij} . Ao escrever-se todas as possibilidades para as massas m_1 , m_2 e m_3 , pode-se ver que

$$\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{13}^2 + \Delta m_{32}^2 = 0 \tag{2.32}$$

ou seja, o modelo depende de três ângulos de mistura θ_{12} , $\theta_{13} \in \theta_{23}$ (e talvez uma fase δ) mas somente duas diferenças de massa, já que a terceira pode ser obtida em função das duas primeira. Por motivos históricos, como veremos, costuma-se trabalhar com $\Delta m_{21}^2 \in \Delta m_{23}^2$.

Por fim, faz-se duas mudanças de variáveis. Tais mudanças são meramente na escrita das expressões e são usadas na grande maioria dos textos. Vamos passar a denotar p por E e t por x. Quando o símbolo E aparecer sem subíndices, estará se referindo ao momento. Quando este aparecer com algum subíndice como E_i , E_1 ou E_2 , estará se referindo à aproximação (2.29) para os auto-valores da energia.

Com relação a primeira substituição, repare que sendo a massa muito menor que o momento, já havíamos concluído que a energia total é praticamente proveniente da energia cinética e com isso, após tantas aproximações, não há motivos para não considerar a aproximação:

$$E \approx p$$
 . (2.33)

Veja que não estamos com isso assumindo que os auto-valores da hamiltoniana são iguais. A não igualdade entre os auto-valores E_i é nossa hipótese fundamental e não a estamos descartando de forma alguma. Apenas transferimos a "função" que a diferença existente entre os auto-valores exerce sobre o modelo, para a nova grandeza Δm_{ik}^2 .

A dependência temporal está na função cosseno que tem período 2π e portanto a probabilidade de sobrevivência é composta por três padrões oscilatórios de períodos

$$\Delta E_{jk}T = 2\pi \implies T = \frac{2\pi}{\Delta E_{jk}} . \tag{2.34}$$

Porém, temos que observar que não faz sentido definirmos um período para as oscilações, não no sentido temporal. Sabe-se que os neutrinos viajam do Sol à Terra em um dado tempo, mas a solução que obtivemos é derivada de um formalismo de ondas planas que está implícito na resolução da equação (2.11). Neste tipo de formalismo, o estado $\nu^{(s)}$ sempre existiu e sempre existirá, sendo que a variável t é apenas um parâmetro de evolução. Para este e outros efeitos o tempo, no sentido exato da palavra, somente poderia ser representado por t se fosse feito uso de um formalismo de pacotes-de-onda, por exemplo. Neste caso, o parâmetro t representaria a propagação do pacote-de-onda do Sol até a Terra, representando exatamente a propagação espacial de um neutrino entre sua origem e sua detecção. Com efeito, os neutrinos são partículas extremamente relativísticas, como já foi explicitado na relação (2.28). Portanto não é uma aproximação grosseira dizer que sua velocidade é aproximadamente aquela da luz, ou seja

$$v_{neutrino} \approx c$$
, (2.35)

e além disso tal velocidade é constante, pois estamos tratando de partículas no vácuo, ou seja, na ausência de interações. Sendo assim podemos relacionar t com um parâmetro x sendo que

$$x = v_{neutrino} \ t \approx c \ t \ , \tag{2.36}$$

onde x pode ser interpretado como a distância entre a fonte e o detector. Mas no sistema de unidades adotado, c = 1 e portanto $x \approx t$. Isto significa que o que fizemos foi simplesmente uma reinterpretação do parâmetro t, agora chamado de x para lembrar que a probabilidade (2.25) depende de um valor característico entre a fonte e o detector. No sistema natural de unidades, os parâmetros temporais ou espaciais têm dimensão de [Energia]⁻¹. Como x e t estão relacionados de maneira simples e a constante que faz tal relação vale 1, a reinterpretação dos parâmetros foi simplesmente conceitual deixando a conversão das distâncias de metros (ou centímetros) para as unidades convenientes (geralmente MeV^{-1}) quando se for tratar das comparações com os experimentos. Assim, deste ponto em diante, escreveremos as equações e as respectivas soluções apenas em função de x e E sem perda de generalidade. A probabilidade de sobrevivência fica então escrita como

$$P_{ll}(x) = |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{jk}^2}{2} \frac{x}{E}\right) .$$
 (2.37)

onde o comprimento de oscilação é dado por

$$\lambda_{jk} = \frac{4\pi \ E}{\Delta m_{jk}^2} \ . \tag{2.38}$$

Neste ponto, é importante ressaltar algumas características da solução acima. Como a probabilidade de sobrevivência não depende de φ , então podemos afirmar que ela também não depende do fator δ e, portanto, a solução (2.37) não pode ser afetada por efeitos de violação de *CP*. Esta constatação justifica a afirmação feita no início do capítulo, quando foi dito que a fase δ seria irrelevante para o caso dos neutrinos solares.

Outro ponto importante é a dependência linear do comprimento de oscilação com a energia. A partir da expressão (2.38), vê-se que existem três comprimentos de oscilação distintos em (2.37): λ_{21} , λ_{32} e λ_{13} . Entretanto, como mostra a expressão (2.32), o parâmetro Δm_{13}^2 pode ser expresso como função dos outros dois, de forma que $\Delta m_{13}^2 = -(\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2)$. Assim, espera-se que todos os fenômenos relacionados à oscilação de neutrinos estejam restritos a apenas duas escalas de energia, as quais são definidas através da relevância que cada um dos dois comprimentos de oscilação, λ_{21} e λ_{32} . Esta é uma característica fundamental deste modelo e, como já foi dito, ressaltar estas características é importante quando se tenta distinguir entre efeitos e modelos diferentes. Como veremos na seção 3.2, outros modelos destacam-se por terem seus comprimentos de oscilação com outras dependências energéticas, conseqüentemente, outras escalas de energia associadas.

2.1.3 Oscilação em Duas Famílias

Por fim, usaremos um dado experimental para simplificar o modelo. Atualmente, o melhor limite para o elemento $|U_{e3}|$ da matriz de mistura nos diz que[19]:

$$|U_{e3}|^2 \le 0,032 \text{ em } 2\sigma$$
, (2.39)

que é muito menor que $|U_{e1}|^2$ e $|U_{e1}|^2$, sendo estes dois da ordem de 1.



Figura 2.1: Representação gráfica da mistura de sabor-massa. Na horizontal, estão representados os estados de sabor e suas respectivas composições em função de cada auto-estado de massa. Chama-se aqui de "composição" a quantidade $|U_{li}|^2$, referente à matriz de mistura U. Os valores são obtidos de diversos experimentos em todas as áreas de estudos em neutrinos[19].

Partindo da probabilidade (2.37), vamos tomar o caso particular onde queremos observar a probabilidade de um neutrino eletrônico ser detectado ainda neste mesmo sabor após percorrer uma distância característica x. Desta forma, tomando l = e e tornando explícita a somatória em $j \in k$, temos que

$$P_{ee}(x) = |U_{ej}|^2 |U_{ek}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{jk}^2}{2} \frac{x}{E}\right)$$

$$= |U_{e1}|^2 |U_{e1}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{11}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{12}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e1}|^2 |U_{e3}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{13}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e2}|^2 |U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{22}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e2}|^2 |U_{e3}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{23}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e3}|^2 |U_{e3}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{23}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + |U_{e3}|^2 |U_{e3}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{33}^2}{2} \frac{x}{E}\right)$$

$$= |U_{e1}|^{4} + |U_{e2}|^{4} + |U_{e3}|^{4} + 2|U_{e1}|^{2} |U_{e2}|^{2} \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right) + 2|U_{e2}|^{2} \left|U_{e3}\right|^{2} \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right) + 2|U_{e1}|^{2} |U_{e3}|^{2} \cos\left(\frac{\Delta m_{13}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right)$$

$$= |U_{e1}|^{4} + |U_{e2}|^{4} + 2|U_{e1}|^{2}|U_{e2}|^{2}\cos\left(\frac{\Delta m_{21}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right) + |U_{e3}|^{2}\left[|U_{e3}|^{2} + 2|U_{e2}|^{2}\cos\left(\frac{\Delta m_{32}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right) + 2|U_{e1}|^{2}\cos\left(\frac{\Delta m_{13}^{2}}{2}\frac{x}{E}\right)\right], \qquad (2.40)$$

onde se usou que $\Delta m_{jk}^2 = -\Delta m_{kj}^2$ e $\Delta m_{jj}^2 = 0$. Aqui se pode ver que se $|U_{e3}|^2 \ll |U_{e1}|^2$ e $|U_{e2}|^2$, então o primeiro dos fatores oscilantes será dominante sobre os outros dois. Além disso, os fatores que determinam a amplitude desta oscilação estão relacionados apenas aos auto-estados de massa 1 e 2 ($U_{e1} \in U_{e2}$). Este fenômeno pode ser chamado como *oscilação quasi-dois neutrinos*. Fisicamente, significa que neutrinos eletrônicos produzidos em uma fonte pura (onde somente neutrinos eletrônicos são criados) oscilam quase que totalmente apenas para neutrinos muônicos. Sendo assim, pode-se desprezar o termo proporcional à $|U_{e3}|^2$ e escrever apenas

$$P_{ee}(x) = |U_{e1}|^4 + |U_{e2}|^4 + 2|U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{2}\frac{x}{E}\right) .$$
 (2.41)

Partindo da definição (2.10) para os elementos da matriz de mistura (2.3), temos

$$U_{e1} = \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \ e \ U_{e2} = \sin \theta_{12} \cos \theta_{13} \ .$$
 (2.42)

Sabendo que $|U_{e3}^2| \leq 0,032$ (valor experimental [19]) e $|U_{e3}|^2 = \sin^2 \theta_{23}$, então $\sin^2 \theta_{13} \leq 0,032$ e também $\cos^2 \theta_{13} \geq 0,968$. Portanto, utilizando as definições acima temos:

$$U_{e1} \cong \cos \theta_{12} \in U_{e2} \cong \sin \theta_{12}$$
 (2.43)

que se substituídos em (2.41) resultam em

$$P_{ee}(x) = \cos^4 \theta_{12} + \sin^4 \theta_{12} + 2\cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{12} \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{2}\frac{x}{E}\right) .$$
 (2.44)

Usando propriedades trigonométricas simples:

$$\cos a = 1 - 2\sin^2\left(\frac{a}{2}\right) e \tag{2.45}$$

$$4\cos^2 a \,\sin^2 a = \,\sin^2 2a \,\,, \tag{2.46}$$

obtemos

$$P_{ee}(x) = \cos^{4} \theta_{12} + \sin^{4} \theta_{12} + 2\cos^{2} \theta_{12} \sin^{2} \theta_{12} \left[1 - 2\sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{21}^{2} x}{4 E} \right) \right]$$

$$= \cos^{4} \theta_{12} + 2\cos^{2} \theta_{12} \sin^{2} \theta_{12} + \sin^{4} \theta_{12} - 4\cos^{2} \theta_{12} \sin^{2} \theta_{12} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{21}^{2} x}{4 E} \right)$$

$$= \left(\cos^{2} \theta_{12} + \sin^{2} \theta_{12} \right)^{2} - \sin^{2} 2\theta_{12} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{21}^{2} x}{4 E} \right)$$

$$= 1 - \sin^{2} 2\theta_{12} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{21}^{2} x}{4 E} \right)$$
(2.47)

Esta expressão é usualmente vista com x representado por L, em km, Δm_{21}^2 em eV^2 e E dado em GeV ou MeV. Na escala de energia observada nos neutrinos solares, é natural adotarmos MeVcomo escala de energia padrão. Assim, para que x possa ser dado em km (o qual passaremos a chamar de L, reservando x para distâncias em unidades naturais, como MeV^{-1}), usamos o fator de conversão $\hbar c$:

$$\hbar c = 1,97 \times 10^{-16} MeV \ km \tag{2.48}$$

que leva finalmente à expressão

$$P_{ee}(L) = 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left[1270\Delta m_{21}^2 (eV^2) \frac{L(km)}{E(MeV)} \right] , \qquad (2.49)$$

que é a expressão mais conhecida para probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos.

Mas qual é o erro que se comete ao considerar esta aproximação para dois neutrinos? Utilizando os valores atuais para os coeficientes da matriz de mistura, pode-se visualizar na figura (2.2) a comparação entre a probabilidade de sobrevivência do neutrino solar para dois e três neutrinos.

A curva cinza (mais clara) mostra a oscilação completa, de acordo com a expressão (2.40). Vê-se claramente que ela possui mais de um comprimento de oscilação. O maior deles, dominante sobre os outros, está relacionado à menor escala de massa, Δm_{21}^2 . As oscilações que ocorrem rapidamente são



Figura 2.2: Comparação entre as Probabilidades de Sobrevivência com Dois ou Três Neutrinos. Probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos, considerando três neutrinos (curva mais clara) e a aproximação quasi-dois neutrinos (curva escura). Para se ter uma visão clara do conceito de oscilação, as probabilidade foram graficadas em função da razão L/E. Os parâmetros utilizados para produzir estas curvas estão dispostos na base da figura. O valor de sin² 2 θ_{13} mostrado na figura é referente ao limite superior de U_{e3} apresentado em 2.39.

devido à segunda escala, Δm_{32}^2 . No mínimo de cada oscilação dominante, a amplitude das oscilações rápidas diminui devido a um efeito de batimento, já que há um terceiro comprimento de oscilação devido à $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2$. Mesmo que Δm_{21}^2 seja quase 3 ordens de grandeza menor que Δm_{32}^2 (ver dados no gráfico), a pequena diferença entre eles é suficiente para criar este efeito (amortecer as oscilações rápidas perto dos mínimos da oscilação dominante).

Desta forma, o maior erro que se comete ao considerar-se a aproximação em duas famílias (dois neutrinos) é da ordem da diferença entre a solução para três neutrinos $P_{ee}(3\nu)$ e para dois $P_{ee}(3\nu)$,

ou seja, a amplitude da oscilação rápida (escala de Δm_{32}^2). De acordo com a expressão (2.40) e com os dados utilizados na figura (2.2), este erro é da ordem de

$$\begin{aligned} \Delta P_{ee}(2\nu) &\approx |U_{e3}|^2 2 \left(|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 \right) \\ &= 2 |U_{e3}|^2 \left(\cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} + \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \right) \\ &= 2 |U_{e3}|^2 \cos^2 \theta_{13} \left(\cos^2 \theta_{12} + \sin^2 \theta_{12} \right) \\ &= 2 |U_{e3}|^2 \left(1 - |U_{e3}|^2 \right) \\ &\approx 2 |U_{e3}|^2 \qquad (2.50) \\ &\leq 0,062 \end{aligned}$$



Figura 2.3: Gráfico de $P_{ee}(3\nu) - P_{ee}(2\nu)$ em função de L/E, normalizado pelo comprimento de onda λ_{23} , mostrando a oscilação o erro que se comete ao considerar-se a aproximação de quasi-dois neutrinos para a sobrevivência dos neutrinos eletrônicos. O valor máximo desta função está de acordo com a estimativa do erro, como mostra a expressão (2.51).

Se incluirmos este erro como *erro teórico* (ou seja, um erro inerente ao modelo), podemos adotar a partir deste ponto um modelo simplificado onde será considerado apenas a oscilação entre dois neutrinos. Esta simplificação pode ser feita sem perda de generalidade, como vimos anteriormente, devido à relação entre U_{e3} e os outros dois coeficientes de mistura envolvidos, U_{e1} e U_{e2} (relação esta determinada experimentalmente).

Prosseguindo na construção do modelo, deve-se agora compreender quais os efeitos que a presença de um meio material pode ter sobre a conversão de sabores.

2.1.4 Interação com a Matéria

A interação dos neutrinos é mediada pela *interação fraca* e por isso é muito tênue. Na média, podese dizer que um neutrino atravessaria mil anos-luz de chumbo sem interagir com nada. Entretanto, a presença de um meio material gera um *potencial fraco* que afeta as fases de cada estado. Com isto, mesmo não havendo interações diretas, o meio afeta a propagação e a conversão de neutrinos. O objetivo desta seção é revisar o conceito de *potencial efetivo* a partir do qual se pode descrever o comportamento dos neutrinos na presença de um meio material.

A aproximação que faremos é simplesmente assumir a existência de um grande número de interações ocorrendo no feixe de neutrinos (entre o feixe e a matéria do meio) e que a energia do feixe é muito menor que a massa dos mediadores da interação fraca $W \in Z^o$.

O intuito destas hipóteses é permitir que certas aproximações seja feitas para que as interações possam ser interpretadas como uma energia potencial adicionada à energia total do feixe.

No problema do neutrino solar, lidamos com um meio (a matéria solar) dominado por elétrons, prótons e nêutrons. Os prótons e os nêutrons são por sua vez compostos de quarks, que também participam da interação. A energia média, devido a temperatura, não é suficiente para que haja múons ou táuons livres. Desta forma, os neutrinos do elétron se deparam com mais agentes interagentes livres do que os outros dois sabores, provenientes dos mecanismos de conversão.

A interação fraca pode ser resumida em dois processos: a *corrente carregada*, onde um mediador carregado é trocado entre as partículas interagentes, e a *corrente neutra*, onde um mediador neutro é trocado. A corrente neutra é universal: todas as partículas conhecidas possuem este mecanismo de interação. Já a corrente carregada exige um requisito restritivo: apenas partículas da mesma "família" podem interagir. Desta forma, os neutrinos do elétron interagem via corrente carregada apenas com elétrons, e o mesmo vale para os outros sabores.

Os diagramas de Feynman a seguir mostram as interações sofridas pelos neutrinos do elétron na

matéria solar.



Simbolizamos por q os quarks presentes no meio (q = u, d, quarks "up" e "down"). Estes são os constituintes dos prótons e nêutrons.

O diagrama abaixo mostra as interações sofridas pelo neutrino do múon (já que de acordo com (2.39) podemos desprezar presença do neutrino tauônico no problema do neutrino solar).

Interações do Neutrino do Múon



Começando pela corrente carregada, a lagrangiana efetiva de interação entre neutrinos eletrônicos e elétrons é dada por[31]:

$$L_{ef} = -\sqrt{2}G_F n_e \,\overline{\nu}_{eL}\gamma_0\nu_{eL} \,. \tag{2.52}$$

onde γ_0 é definida sobre as matrizes de Dirac, $\nu_{eL} \in \overline{\nu}_{eL}$ representam o campo do neutrino (definidos com segunda quantização), n_e é o número de elétrons por unidade de volume no meio e G_F é a constante de Fermi, cujo valor numérico é

$$G_F = 1,66 \times 10^{-11} MeV^{-2} \quad . \tag{2.53}$$

Considerando que a matéria solar é eletricamente neutra (o número de prótons por unidade de volume n_p é igual à n_e), a lagrangiana efetiva de interação entre qualquer sabor de neutrino com o meio é dada por[31]

$$L_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_n \overline{\nu}_L \gamma_0 \nu_L \quad . \tag{2.54}$$

onde n_n representa o número de nêutrons por unidade de volume do meio.

De posse das lagrangianas (2.52) e (2.54), podemos escrever a energia de interação do sistema, conhecendo a dependência de uma lagrangiana geral com a energia potencial: $L_{int} = -V$. A partir da expressão (2.52) podemos obter o potencial devido à corrente carregada V_{CC} :

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F \ n_e \tag{2.55}$$

e, da expressão (2.54), obtemos o potencial devido à corrente neutra V_{NC} (onde NC vem do inglês neutral current):

$$V_{NC} = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F \ n_n \quad . \tag{2.56}$$

Como já foi extensivamente discutido, os neutrinos eletrônicos sentem tanto o potencial V_{CC} quanto V_{NC} , enquanto os neutrinos muônicos sentem somente a influência de V_{NC} . Com isto, podemos escrever uma forma matricial para o potencial efetivo total para cada sabor:

$$V_e = V_{CC} + V_{NC} = \sqrt{2}G_F \left(n_e - \frac{n_n}{2}\right)$$
(2.57)

е

$$V_{\mu} = V_{NC} = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F \ n_n \tag{2.58}$$

2.1.5 Equação de Evolução

A partir deste ponto, vamos adotar um formalismo no qual representamos o feixe de neutrinos por vetores de duas componentes:

$$\Psi^{(s)} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}_s, \text{ onde } |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = 1, \qquad (2.59)$$

е

$$\Psi^{(m)} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}_m , \text{ onde } |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1 .$$
(2.60)

onde os super-índices (s) e (m) indicam que estes vetores estão sendo representados na base de sabor e de massa, respectivamente. As bases da representação em duas componentes estão relacionadas com as bases do espaço de estados $|\tilde{\nu}\rangle$ da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} 1\\ 0 \end{pmatrix}_{s} \equiv |\nu_{e}\rangle$$
(2.61)

$$\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}_{s} \equiv |\nu_{\mu}\rangle$$
 (2.62)

е

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{m} \equiv |\nu_{1}\rangle$$
 (2.63)

$$\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}_m \equiv |\nu_2\rangle .$$
 (2.64)

Os estados $\Psi^{(s)}$ e $\Psi^{(m)}$ se relacionam através de uma matriz de mistura análoga à (2.10), a qual se reduz a uma rotação simples, de forma que:

$$\Psi^{(s)} = U \ \Psi^{(m)} \tag{2.65}$$

onde

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} .$$
 (2.66)

Restringindo a Hamiltoniana (2.12) a apenas dois estados, temos

$$H^{(m)} = \begin{pmatrix} E_1 & 0\\ 0 & E_2 \end{pmatrix} , (2.67)$$

a qual está definida sobre a base de massa. As energias E_1 e E_2 são, respectivamente, as energias dos neutrinos físicos ν_1 e ν_2 , e são dadas pela expressão (2.29).

Na base de massa, por definição a base de estados físicos do sistema, a equação de Schrödinger é escrita como

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(m)} = H^{(m)} \Psi^{(m)}$$
 (2.68)

Como sabemos, as interações se dão na base de sabor enquanto a Hamiltoniana de partícula livre (sem interações) só é diagonal na base de massa. Portanto, para introduzirmos os potenciais efetivos (2.57) e (2.58), devemos escrever a equação (2.68) na base de sabor, com o auxílio da matriz de mistura U. Na notação de duas componentes, pode-se escrever os potenciais expressos em (2.57) e (2.58) como

$$V_{W}^{(s)} = \begin{pmatrix} V_{CC} + V_{NC} & 0 \\ 0 & V_{NC} \end{pmatrix}$$

= $V_{NC} 1 + \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (2.69)

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n 1 + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F n_e & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.70)

onde W indica que este potencial representa a interação fraca (do inglês *weak interactios*). Na equação (2.68), substituímos $\Psi^{(m)}$ de ambos os lados, utilizando (2.65) para obter

$$i\frac{d}{dx}U\Psi^{(s)} = H^{(m)} \ U\Psi^{(s)} \ . \tag{2.71}$$

Multiplicando-se, pela esquerda, a expressão toda por U^{\dagger} e usando o fato que θ é uma grandeza fundamental e não depende da posição x, temos que

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = U^{\dagger}H^{(m)} U\Psi^{(s)} = H^{(s)} \Psi^{(s)} , \qquad (2.72)$$

onde

$$H^{(s)} = U^{\dagger} H^{(m)} U \tag{2.73}$$

é a Hamiltoniana do sistema, escrita na base de sabor. Sua forma explícita, como função dos E_i e do ângulo de mistura θ é obtida a partir das definições (2.66), (2.67) e da aproximação (2.29)

$$H^{(s)} = E + \frac{\bar{m^2}}{2E} \mathbb{1} + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}, \qquad (2.74)$$

onde $\bar{m^2} = (m_2^2 + m_1^2)/2$ e $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. Uma vez que a Hamiltoniana está expressa na base de interação, levando em conta o potencial efetivo $V_W^{(s)}$ podemos definir a Hamiltoniana total na base de sabor como:

$$\widetilde{H}^{(s)} = H^{(s)} + V_W^{(s)} \tag{2.75}$$

Termos proporcionais à identidade geram uma fase global no estado $\Psi^{(s)}$ e portanto não alteram a probabilidade. Portanto, podemos descartar tais termos tanto em (2.74) quanto (2.69), obtendo uma expressão explícita para (2.75):

$$\widetilde{H}^{(s)} = \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.76)

$$= \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + 4\sqrt{2}G_F n_e E & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix}$$
(2.77)

onde definiremos a quantidade $A \equiv A(x, E)$ como sendo

$$A \equiv 2\sqrt{2}G_F n_e(x)E , \qquad (2.78)$$

obtendo assim a Hamiltoniana na presença de matéria

$$\widetilde{H}^{(s)} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + 2A & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix}.$$
(2.79)

A Hamiltoniana definida acima representa a propagação do feixe de neutrinos em um meio material descrito pela densidade $n_e(x)$.

Diagonalizando (2.79), obtemos os auto-valores \widetilde{E}_i da hamiltoniana. O processo de diagonalização pode ser resumido na busca por uma rotação do tipo

$$\widetilde{U}^{\dagger}\widetilde{H}^{(s)}\widetilde{U} = \begin{pmatrix} \widetilde{E}_1 & 0\\ 0 & \widetilde{E}_2 \end{pmatrix} .$$
(2.80)

onde

$$\widetilde{U} = \begin{pmatrix} \cos \widetilde{\theta} & \sin \widetilde{\theta} \\ -\sin \widetilde{\theta} & \cos \widetilde{\theta} \end{pmatrix} .$$
(2.81)

Como resultado da diagonalização, temos que

$$\widetilde{E}_i = \frac{\widetilde{m}_i^2}{2E}$$
, onde (2.82)

$$\widetilde{m}_{\pm}^{2} = \frac{\overline{m^{2} + A \pm \sqrt{(\Delta m^{2} \cos 2\theta - A)^{2} + (\Delta m^{2} \sin 2\theta)^{2}}}{2} .$$
(2.83)

As quantidades \widetilde{m}_i serão chamadas de massa efetiva. A partir de 2.83, podemos obter a diferença do quadrado das massas efetivas $\widetilde{\Delta m^2}$ como sendo

$$\widetilde{\Delta m^2} \equiv \widetilde{m}_2^2 - \widetilde{m}_1^2 \tag{2.84}$$

$$= \sqrt{\left(\Delta m^2 \cos 2\theta - A\right)^2 + \left(\Delta m^2 \sin 2\theta\right)^2} . \qquad (2.85)$$

O ângulo utilizado na diagonalização, $\tilde{\theta}$ é chamado de *mistura efetiva*, que é representada por:

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{(\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2} , \qquad (2.86)$$

ou, de outra forma,

$$\cos^2 2\tilde{\theta} = \frac{\left(\Delta m^2 \cos 2\theta - A\right)^2}{\left(\Delta^2 \cos 2\theta - A\right)^2 + \left(\Delta m^2 \sin 2\theta\right)^2} . \tag{2.87}$$

Combinando as expressões (2.84) e (2.86), podemos escrever uma expressão simples que relaciona as grandezas originais e as efetivas:

$$\Delta m^2 \sin 2\theta = \widetilde{\Delta m^2} \sin 2\widetilde{\theta} \tag{2.88}$$
2.1.6 Efeitos da Variação do Meio

Para que se possa entender melhor a influência que a variação da densidade acarreta, é conveniente mudar a equação (2.72) de volta para a base de auto-estados de massa, porém agora com $\widetilde{H}^{(s)}$ no lugar de $H^{(s)}$. Utilizando para a matriz de mistura na matéria \widetilde{U} dada em (2.81) e definindo que $\Psi^{(s)} = \widetilde{U}\widetilde{\Psi}^{(m)}$, obtém-se de 2.72

$$i \ \widetilde{U}^{\dagger} \frac{d}{dx} \widetilde{U} \ \widetilde{\Psi}^{(m)} = \widetilde{U}^{\dagger} \widetilde{H}^{(s)} \ \widetilde{U} \ \widetilde{\Psi}^{(m)} , \qquad (2.89)$$

onde o termo $\tilde{U}^{\dagger} \frac{d}{dx} \tilde{U}$ passa a ser relevante pois $\tilde{\theta}$ depende da distribuição de matéria $n_e(x)$. Calculando a derivada em $\frac{d}{dx}$ temos que

$$\tilde{U}^{\dagger} \frac{d}{dx} \tilde{U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{d\tilde{\theta}}{dx} .$$
(2.90)

Assim, substituindo (2.80), (2.82) e (2.90) em (2.89) obtemos

$$i\frac{d}{dx}\widetilde{\Psi}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{\widetilde{m}_1^2}{2E} & i\frac{d\widetilde{\theta}}{dx} \\ & & \\ -i\frac{d\widetilde{\theta}}{dx} & \frac{\widetilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix} \widetilde{\Psi}^{(m)} , \qquad (2.91)$$

que é a equação de movimento escrita na base dos auto-estados de massa efetiva.

Observe que apesar da equação (2.91) estar expressa na base dos auto-estados de massa efetiva, ela não é diagonal nesta base, a menos que $\frac{d\tilde{\theta}}{dx} = 0$. Isto significa que os auto-estados de massa efetiva não são auto-estados de propagação se o meio não for uniforme. Os termos não diagonais são exatamente a variação do ângulo de mistura durante o trajeto do neutrino.

Os termos não-diagonais levam a um novo efeito, a saber: existe uma probabilidade não nula de transição entre os auto-estados de massa, ou de forma técnica, $\langle \tilde{\nu}_1 | \tilde{\nu}_2 \rangle \neq 0$

Na presença de um meio material não-uniforme, um estado originalmente $|\tilde{\nu}_1\rangle$ pode encontrar condições específicas durante seu trajeto, levando à uma *transição não-adiabática*, ou seja, levando o estado físico original de $|\tilde{\nu}_1\rangle$ para $|\tilde{\nu}_2\rangle$ e, consequentemente, causando alterações na probabilidade de detecção de sabores. A condição para que este tipo de transição ocorra será discutida na seção 2.1.7. Mesmo que transições não-adiabáticas não estejam ocorrendo, a variação do meio leva à outros efeitos. A expressão (2.86) para a mistura efetiva pode ser vista como uma função do parâmetro A, que por sua vez é a única quantidade variável desta expressão, sendo A função de x e E, como definido em (2.78). Se analisarmos sin² 2 θ como função de A, vemos que este apresenta a forma de uma curva de ressonância

$$F(A) = \frac{\Lambda^2}{(A_R - A)^2 + \Lambda^2},$$
(2.92)

que é conhecida como ressonância de Breit-Wigner com largura Λ , altura 1 e valor ressonante A_R .



Figura 2.4: A figura acima mostra a forma da função F(A). O máximo da função se encontra em $A = A_R$ e sua largura a meia altura é dada por Λ . No caso específico da expressão (2.86), o ponto onde a curva intercepta o eixo vertical corresponde ao valor do sin² 2 θ .

Comparando com a expressão (2.86) vemos que

$$A_R = \Delta m^2 \cos 2\theta ,$$

$$\Lambda = \Delta m^2 \sin 2\theta ,$$

de onde obtemos que

$$n_e = \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F} \frac{\Delta m^2}{E} . \tag{2.93}$$

Esta é a condição para que haja ressonância, ou seja, para que a mistura efetiva seja máxima, mesmo que a mistura no vácuo não seja. Por outro lado, se $|A - A_R| \gg |A - \Lambda|$, então a mistura efetiva cai inevitavelmente a zero, suprimindo qualquer outro efeito. Estes efeitos ressonantes são os chamados *efeito MSW* (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein[29, 39]).

2.1.7 Coeficiente de Adiabaticidade

A partir da equação (2.91), temos a hamiltoniana que descreve a propagação na matéria, escrita na base dos estados de massa efetiva, é dada por

$$\widetilde{H}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{\widetilde{m}_1^2}{2E} & i\frac{d\widetilde{\theta}}{dx} \\ & & \\ -i\frac{d\widetilde{\theta}}{dx} & \frac{\widetilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix} .$$
(2.94)

A obtenção de uma solução analítica para a equação (2.91) depende da integrabilidade da função $n_e(x)$. Para o caso onde os termos não-diagonais de (2.94) são desprezíveis frente aos termos diagonais, transições não-adiabáticas passam a ser extremamente raras e a equação (2.91) passa a ter uma solução simples. Como consequência, a equação de evolução dos sabores (2.72) (que é aquela que nos interessa de fato) passa a ter uma solução analítica aproximada. Portanto, avaliar as condições em que o sistema é adiabático ou não, implica em determinar a região de parâmetros em que esta solução aproximada é válida. Na verdade, a solução aproximada é suficiente para descrever os neutrinos solares, como veremos.

Os auto-valores de (2.94) são dados por

$$\widetilde{h}_{\pm} = \frac{\widetilde{m}_2^2 + \widetilde{m}_1^2}{4E} \pm \sqrt{\left(\frac{\widetilde{m}_2^2 - \widetilde{m}_1^2}{4E}\right)^2 + \left(\frac{d\widetilde{\theta}}{dx}\right)^2} \,. \tag{2.95}$$

Para que \overline{H} seja diagonal, seus auto-valores devem ser iguais aos seus elementos da diagonal principal,

$$\frac{\widetilde{m}_1^2}{2E} \quad e \quad \frac{\widetilde{m}_2^2}{2E} \quad , \tag{2.96}$$

respectivamente. Vemos da expressão (2.95) que os auto-valores h_{\pm} se aproximam dos valores acima quando

$$\left(\frac{d\tilde{\theta}}{dx}\right)^2 \ll \left(\frac{\widetilde{m}_2^2 - \widetilde{m}_1^2}{4E}\right)^2 \,, \tag{2.97}$$

ou, de outra maneira,

$$\left|\frac{d\widetilde{\theta}}{dx}\right| \ll \left|\frac{\widetilde{\Delta m}^2}{4E}\right| \,. \tag{2.98}$$

Da expressão (2.86), o lado esquerdo da relação (2.98) fica³

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dx} = \frac{\sqrt{2}G_F E}{2\Delta m^2} \frac{\sin^2 2\tilde{\theta}}{\sin 2\theta} \frac{dn_e}{dx} .$$
(2.99)

Utilizando as expressões (2.85), (2.98) e (2.99), temos que:

$$\left(\frac{E}{\Delta m^2}\right)^2 \frac{\sin^3 2\tilde{\theta}}{\sin^2 2\theta} 2\sqrt{2}G_F \left|\frac{dn_e}{dx}\right| \ll 1 .$$
(2.100)

Esta é a condição que buscávamos para que a hamiltoniana (2.94) fosse aproximadamente diagonal. Lembramos a principal consequência da existência dos termos não diagonais: a probabilidade não nula de ocorrer transições do tipo $\tilde{\nu}_1 \rightleftharpoons \tilde{\nu}_2$. Portanto, quando assumimos que a condição (2.100) é satisfeita, eliminamos a probabilidade de que tais transições ocorram entre os estados físicos.

Do ponto de vista termodinâmico, o feixe de neutrino pode ser visto como um sistema. No vácuo, ele está completamente isolado de um meio. Na matéria, há a possibilidade de troca de "calor" entre o sistema e o meio, que se comporta como um reservatório térmico⁴. Quando o feixe sofre uma transição entre os estados físicos, a massa efetiva do estado está sendo alterada de \widetilde{m}_1 para \widetilde{m}_2 , ou vice-versa. De certa forma, podemos dizer que o sistema está doando ou recebendo "calor" do

³Usando: $\frac{d}{dx} \tan 2\tilde{\theta} = \frac{2}{\cos^2 2\tilde{\theta}} \frac{d\tilde{\theta}}{dx}$. ⁴Ou seja, pode doar ou receber uma quantidade arbitrária de calor sem alterar sua temperatura, neste caso, a energia média do meio.

meio. Por calor, entenda-se *energia*, de forma que a evolução do sistema passa de um estado de menor massa efetiva (menor energia) para um estado de maior massa efetiva (de maior energia), ou vice-versa.

Esta analogia termodinâmica serve para definirmos a noção de *adiabaticidade* do sistema. Dizemos que o feixe está sofrendo efeitos adiabáticos se as condições são tais que transições $\tilde{\nu}_1 \rightleftharpoons \tilde{\nu}_2$ não ocorrem (entenda-se como "extremamente raras"). Assim, da expressão (2.100) definimos o *coeficiente de adiabaticidade* Γ como sendo:

$$\Gamma(x,E) = \left(\frac{E}{\Delta m^2}\right)^2 \frac{\sin^3 2\tilde{\theta}}{\sin^2 2\theta} 2\sqrt{2}G_F \left|\frac{dn_e}{dx}\right| .$$
(2.101)

Portanto o sistema pode ser considerado adiabático se

$$\Gamma(x, E) \ll 1 , \qquad (2.102)$$

ou seja, o sistema é adiabático para baixas energias ou gradientes suaves de densidade. No caso limite onde o meio é uniforme, Γ tende a infinito. Utilizando-se da expressão para a diferença de massa efetiva (2.84), obtemos uma outra forma de expressar Γ :

$$\Gamma(x,E) = \left(\frac{E}{\Delta m^2}\right)^2 \frac{|\sin 2\theta|}{\left[(\cos 2\theta - 2\sqrt{2}G_F \ n_e(x)\frac{E}{\Delta m^2})^2 + \sin^2 2\theta\right]^{\frac{3}{2}}} 2\sqrt{2}G_F \left|\frac{dn_e}{dx}\right| \ . \tag{2.103}$$

Observando o denominador da expressão (2.103) vemos que, dados o conjunto de parâmetros e a distribuição de matéria, o valor máximo de Γ ocorre sobre a mesma condição que a ressonância, dada em (2.93), ou seja, quando cos $2\theta = A(x, E)$. Esta afirmação leva em conta distribuições de matérias suaves, caso contrário, o fator $\frac{dn_e}{dx}$ pode ser dominante e fazer com que Γ tenha picos mesmo quando cos $2\theta \neq A(x, E)$.

Supondo então que a função $n_e(x)$ é suave, pode-se saber o valor máximo de $\Gamma_R(E) \equiv \Gamma(x = x_R, E)$, que é função apenas da energia:

$$\Gamma_R(E) = \left(\frac{E}{\Delta m^2}\right)^2 \frac{2\sqrt{2}G_F}{\sin^2 2\theta} \left|\frac{dn_e}{dx}\right|_R \,. \tag{2.104}$$

Desta forma, temos uma correlação entre a ressonância e os efeitos não-adiabáticos. Em uma distribuição suave de matéria, o valor de máxima violação de adiabaticidade ocorre na ressonância.

Entretanto, o fato de haver ou não ressonância não implica diretamente em efeitos não adiabáticos, pois mesmo este valor máximo de Γ_R pode ainda ser muito menor que 1. Na seção 2.2, a figura 2.8 mostrará o comportamento de Γ_R , para os dados conhecidos acerca do Sol e do modelo de mistura.

2.1.8 Probabilidade de Sobrevivência Adiabática

No caso adiabático, a hamiltoniana (2.79) é aproximadamente diagonal, de forma que a equação correspondente à (2.91) será

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(m)} \approx \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 & 0\\ 0 & \tilde{E}_2 \end{pmatrix} \Psi^{(m)} ,$$
 (2.105)

onde

$$\widetilde{E}_i = \frac{\widetilde{m}_i^2}{2E} . (2.106)$$

Como a matriz é diagonal, as equações são *desacopladas*, o que possibilita retornar ao formalismo de estados. Assim, a equação (2.105) pode ser reescrita como

$$i\frac{d}{dx} \mid \tilde{\nu}_j(x) \rangle = \tilde{E}_j(x) \mid \tilde{\nu}_j(x) \rangle \quad , \tag{2.107}$$

onde j = 1, 2 e cuja solução é dada por

$$| \widetilde{\nu}_{j}(t) \rangle = | \widetilde{\nu}_{j}(0) \rangle e^{-i \int_{0}^{x} \widetilde{E}_{j}(x') dx'} .$$
(2.108)

Para obter a probabilidade de sobrevivência adiabática, $P_{ee}^{ad}(x)$, precisamos calcular o produto interno $\langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle$. De fato, dispomos apenas da solução (2.108) escrita na base dos estados físicos. Assim, devemos expressar o produto interno em termos da solução conhecida.

$$\langle \nu_e(x) \mid \nu_e(0) \rangle = \langle \nu_e(x) \mid \left(\sum_j |\tilde{\nu}_j(x)\rangle \langle \tilde{\nu}_j(x) | \right) \left(\sum_k |\tilde{\nu}_k(0)\rangle \langle \tilde{\nu}_k(0) | \right) \mid \nu_e(0) \rangle$$

$$= \sum_{jk} \langle \nu_e(x) \mid \tilde{\nu}_j(x)\rangle \langle \tilde{\nu}_j(x) \mid \tilde{\nu}_k(0)\rangle \langle \tilde{\nu}_k(0) \mid \nu_e(0) \rangle ,$$
 (2.109)

onde utilizamos as relações de fechamento da base $\{\tilde{\nu}_j\}$, no ponto de detecção x e no ponto de criação x = 0.

O primeiro e o terceiro fator na expressão (2.109) são os coeficientes da matriz de mistura nos pontos $x \in 0$, respectivamente, isto é

$$\langle \nu_e(x) | \tilde{\nu}_1(x) \rangle = \langle \nu_e(x) | \left(\cos \tilde{\theta} | \nu_e(x) \rangle - \sin \tilde{\theta} | \nu_\alpha(x) \rangle \right)$$

= $\cos \tilde{\theta} \langle \nu_e(x) | \nu_e(x) \rangle - \sin \tilde{\theta} \langle \nu_e(x) | \nu_\alpha(x) \rangle$
= $\cos \tilde{\theta}$ (2.110)

e, analogamente,

$$\langle \nu_e(x) | \tilde{\nu}_2(x) \rangle = \sin \tilde{\theta}$$
 (2.111)

$$\langle \tilde{\nu}_1(0) | \nu_e(0) \rangle = \cos \tilde{\theta}_0$$
 (2.112)

$$\langle \tilde{\nu}_2(0) | \nu_e(0) \rangle = -\sin \tilde{\theta}_0 . \qquad (2.113)$$

O termo central da expressão (2.109) é dado pela solução (2.108), de forma que

$$\langle \tilde{\nu}_j(x) | \tilde{\nu}_k(0) \rangle = \langle \tilde{\nu}_j(0) | e^{-i \int_0^x \tilde{E}_j(x') dx'} | \tilde{\nu}_k(0) \rangle$$

= $e^{-i \int_0^x \tilde{E}_j(x') dx'} \delta_{jk} .$ (2.114)

Substituindo as expressões (2.110) a (2.114) no produto interno (2.109), obtemos

$$\langle \nu_e(x) \mid \nu_e(0) \rangle = \cos \tilde{\theta} \ e^{i \int_0^x \widetilde{E}_1(x') dx'} \cos \tilde{\theta}_0 - \sin \tilde{\theta} \ e^{i \int_0^x \widetilde{E}_2(x') dx'} \sin \tilde{\theta}_0 \ . \tag{2.115}$$

Portanto a probabilidade é dada por

$$P_{ee}^{ad}(x) = |\langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle|^2$$
(2.116)

$$= |\cos\tilde{\theta}_0\cos\tilde{\theta} \ e^{i\int_0^x \widetilde{E}_1(x')dx'} - \sin\tilde{\theta}_0\sin\tilde{\theta} \ e^{i\int_0^x \widetilde{E}_2(x')dx'}|^2$$
(2.117)

Obtendo o módulo quadrado da expressão acima e organizando os termos adequadamente, temos

$$P_{ee}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos 2\tilde{\theta}_o \cos 2\tilde{\theta}(x) + \sin 2\tilde{\theta}_o \sin 2\tilde{\theta}(x) \cos \alpha(x) \right]$$
(2.118)

onde explicitamos a dependência em x e definimos $\alpha(x)$ como

$$\alpha(x) \equiv \int_0^x dx' \left[\tilde{E}_2(x') - \tilde{E}_1(x') \right]$$

=
$$\int_0^x \Delta \tilde{E}(x') dx' , \qquad (2.119)$$

onde, usando a definição para \tilde{E}_i (2.82), tem-se que

$$\Delta \widetilde{E}(x) = \frac{1}{2E} \sqrt{\left[\Delta m^2 \cos 2\theta - A(x)\right]^2 + \left(\Delta m^2 \sin 2\theta\right)^2} .$$
(2.120)

A fase $\alpha(x)$ é justamente o termo oscilante da solução (2.118). No caso de tomarmos $A \to 0$ (que resulta de $n_e \to 0$), $\alpha(x) \to \frac{\Delta m^2}{2E}$ e, com alguma trigonometria, obtém-se de (2.118) a expressão (2.47) para oscilação no vácuo, em duas famílias. Por outro lado, o termo $\cos \alpha(x)$ pode oscilar muito rápido, quando comparado às dimensões solares ($\lambda_{12} \ll R_{Sol}$). Como a probabilidade final é obtida tomando-se uma média sobre todos os pontos de produção no interior do Sol, um comprimento de oscilação pequeno faria com que o termo oscilante fosse anulado pela média. Sob estas condições, pode-se estimar um limite superior a partir do qual, qualquer valor de Δm^2 obtido, justifica o abandono do termo contendo $\cos \alpha(x)$ na expressão (2.118). De acordo com a referência [31], no caso específico do espectro de neutrinos do Sol, o fator $\cos \alpha$ se anula com a condição de que:

$$\Delta m^2 \gg 10^{-10} eV^2 . (2.121)$$

Vamos por hora assumir que a condição acima é válida e posteriormente confirmar sua validade. Assim, temos

$$P_{ee}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos 2\tilde{\theta}_o \, \cos 2\tilde{\theta}(x) \right] \,. \tag{2.122}$$

Repare que a única dependência em x está no ângulo de mistura efetiva. Se o ponto de detecção estiver no vácuo, onde $\tilde{\theta}(x) = \theta$, então a probabilidade de sobrevivência passa a ser independente de x, de forma que

$$P_{ee}^{ad} = \frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\tilde{\theta}_o \, \cos 2\theta \right) \,. \tag{2.123}$$

Vale lembrar que P_{ee}^{ad} ainda guarda uma dependência com a energia do neutrino E. Tal dependência está implícita no fator $\cos 2\tilde{\theta}_o$ que depende do termo de interação $A(x_o, E)$, onde x_o é o ponto de criação do neutrino no interior do Sol.

A partir da hamiltoniana $\widetilde{H}^{(s)}$ em (2.77), já poderíamos ter notado que o modelo como um todo depende da razão $\Delta m^2/E$ e não de cada um destes fatores separados. Esta é uma característica deste modelo, como pode ser confirmado em todas as expressões derivadas no restante desta seção. No que segue, será conveniente graficar as funções relativas ao modelo, como a probabilidade de sobrevivência e o coeficiente de adiabaticidade, por exemplo, em função de $\Delta m^2/E$. Historicamente, este tipo de abordagem torna a análise mais geral pois há alguns anos atrás não se tinha um valor preciso para Δm^2 , como temos hoje. Nas seções seguintes, algumas previsões serão feitas e nelas consideraremos como conhecidos os valores para Δm^2 e tan² θ , uma vez que esta seção é uma revisão do modelo de mistura e não uma reconstrução do processo histórico que levou aos valores conhecidos para os parâmetros do modelo. Adiantando o resultado final de nossa análise, os valores que melhor ajustam os dados para neutrinos solares, de reatores e o conjunto total, são respectivamente:

$$\Delta m^2 = 5,8 \times 10^{-5} eV^2, \quad tan^2 \theta = 0,45 \text{ (Solares)}, \tag{2.124}$$

$$\Delta m^2 = 7,80 \times 10^{-5} eV^2, \quad tan^2\theta = 0,51 \text{ (KamLAND) e}$$
 (2.125)

$$\Delta m^2 = 7,75 \times 10^{-5} eV^2, \quad tan^2\theta = 0,46 \text{ (Global)}. \tag{2.126}$$

Os erros não são apresentados aqui, pois estes valores serão utilizados apenas de forma ilustrativa (auxiliando a compreender as "previsões"). Na seção 2.5 a discussão de como tais valores foram obtidos será concluída.

Estes resultados sintetizam o efeito MSW no caso dos neutrinos solares. Para que se possa fazer previsões, a partir do modelo, é necessário conhecer um pouco sobre o Sol e a Terra. Por isso faremos agora uma pequena revisão sobre o modelo solar padrão e sobre a estrutura geológica do planeta.

2.2 Modelo Solar Padrão

O Sol obtém sua energia atrás de reações de fusão nuclear. Tais reações ocorrem em cadeias onde os produtos de uma etapa alimentam a próxima. A principal cadeia de produção de energia no Sol é aquela que funde núcleos de Hidrogênio em Hélio. Como núcleos de Hidrogênio são simplesmente

Reação	Nome	Energia do Neutrino (MeV)
$p + p \rightarrow {}^{2}H + e^{+} + \nu_{e}$	pp	$\leq 0,42$
$p + e^- + p \rightarrow {}^2H + \nu_e$	pep	1,44
$^{3}He + p \rightarrow ~^{4}He + e^{+} + \nu_{e}$	Hep	$\leq 18,77$
$^{7}Be + e^{-} \rightarrow {}^{4}Li + \nu_{e}$	^{7}Be	0,384 e 0,861
$^{8}B \rightarrow ~^{7}Be + e^{+} + \nu_{e}$	^{8}B	$\leq 14,06$
$^{13}N \rightarrow^{13}C + e^+ + \nu_e$	^{13}N	$\leq 1,199$
${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^+ + \nu_e$	^{15}O	$\leq 1,732$
${}^{17}F \rightarrow {}^{17}O + e^+ + \nu_e$	^{17}F	$\leq 1,740$

Tabela 2.1: Dentre as reações nucleares que ocorrem no interior do Sol, estas são as responsáveis pela produção de neutrinos. Estas reações fazem parte de dois processos através dos quais o Sol produz energia. Na parte superior da tabela, as reações que fazem parte da cadeia pp e, na parte inferior, aquelas que pertencem ao ciclo CNO. As reações pep e ⁷Be possuem espectros mono-energéticos.

prótons, esta é a chamada *cadeia pp* (próton-próton). Dentre as reações desta cadeia, cinco são conhecidas por produzirem neutrinos. Estas reações são denominadas com base nos elementos que as alimentam: *pp*, *pep*, *hep*, *Be* e *B*. A tabela 2.1 mostra cada reação e o limites superior para a energia do neutrino produzido. Além da cadeia *pp*, o *ciclo CNO* é uma cadeia fechada que depende da existência de carbono no meio estelar. O ciclo utiliza ${}^{12}C$ como catalisador, mas não o produz: todo carbono consumido é devolvido em igual quantidade, numa sequência que envolve a produção e o consumo de elementos intermediários. As três ultimas linhas da tabela 2.1 mostram as etapas do ciclo que produzem neutrinos.

O fluxo total de neutrinos que se espera chegar à Terra, proveniente de cada uma das reações, é dado na tabela 2.2. Estes valores são obtidos a partir de simulações feitas com base em dados de helio - sismologia[5]. Os valores listados referem-se ao modelo BS05(OP)[6], embora existam outros modelos com pequenas variações. O fluxo de neutrinos previsto por cada modelo é compatível, sendo a maior diferença no fluxo de neutrinos do Boro, a qual não ultrapassa 1%. Ainda sobre o fluxo de

Reação	Fluxo (cm^2s^{-1})
pp	$5,99\times10^{10}$
pep	$1,42\times 10^8$
hep	$7,93 \times 10^3$
^{7}Be	$4,84 \times 10^9$
^{8}B	$5,69 \times 10^6$
^{13}N	$3,07 \times 10^8$
^{15}O	$2,33\times 10^8$
^{17}F	$5,84 \times 10^6$

Tabela 2.2: Fluxo total de neutrinos que se espera observar na Terra, produzidos por cada reação[6]. Dados referentes ao modelo BS05(OP).

neutrinos do Boro vale citar que, independentemente do modelo, tal fluxo carrega uma incerteza que pode chegar a até 15%. Devido a estas incertezas, muitas análises de dados permitem que um fator multiplicativo sobre o fluxo do Boro varie livremente. Tais ajustes têm mostrado que, apesar das incertezas decorrentes do modelo solar padrão e dos dados de helio - sismologia, o valor previsto para o fluxo de neutrinos do Boro é consistente com o observado nos experimentos de neutrinos solares. No que segue, estaremos sempre utilizando dados do modelo BS05(OP) e considerando o fluxo de neutrinos do Boro como fixo, e dado pela tabela 2.2.

Cada reação nuclear possui características diferentes, sendo que duas destas têm importância no estudo dos neutrinos solares: a região do Sol em que ocorrem, e o fluxo de neutrinos produzidos como função da energia, ou espectro de produção. A figura 2.5 mostra o espectro de produção de cada reação enquanto as figuras 2.6 (a) e (b) mostram em que região do Sol cada reação ocorre e a qual fração do fluxo total corresponde a uma dada região.

Por fim, temos a densidade eletrônica. Esta grandeza é diretamente responsável pelos valores de V_{CC} . Para facilitar a associação entre a densidade n_e e o potencial V_{CC} , os valores mostrados na



Figura 2.5: ESPECTRO DOS NEUTRINOS SOLARES. Cada curva representa uma das reações nucleares que dão origem a neutrinos no interior do Sol. Na parte superior do gráfico, temos uma indicação do limiar inferior de cada tipo de meio detector.

figura 2.7 já estão multiplicados pela constante de Fermi G_F e dispostos em unidade conveniente (MeV).

Uma vez que sabemos a ordem de grandeza de $G_F n_e$, e a faixa de energia que o espectro de neutrinos solares abrange, podemos dizer se a solução adiabática é uma boa aproximação, como foi previamente afirmado. Da expressão (2.93) temos

$$G_F n_e(x = x_R) = \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}} \frac{\Delta m^2}{E}$$

Sabemos, dos resultados já conhecidos sobre MSW, que os valores esperados para cos θ e Δm^2 , no caso



Figura 2.6: FRAÇÃO DO FLUXO TOTAL COMO FUNÇÃO DO RAIO SOLAR. As curvas mostram qual a fração do fluxo total é produzida em cada ponto do raio solar para cada reação. Para maior clareza, a cadeia *pp* é exibida na figura (a) enquanto o ciclo *CNO* na figura (b).

dos neutrinos solares, estão em torno de 0,38 e $6 \times 10^{-5} eV^2$ [19]. Assim, para que haja ressonância, $G_F n_e(x) \approx 8 \times 10^{-18} \times \frac{1}{E}$. Considerando as faixas de energia visíveis aos experimentos (entre 0, 2 e 20MeV, aproximadamente - ver figura 2.5), então a condição de que os neutrinos que chegam à Terra estejam sofrendo ressonância se resume a

$$G_F n_e(x) \approx 4 \times 10^{-17} \text{ para } 20 MeV \text{ e}$$
 (2.127)

 $G_F n_e(x) \approx 2 \times 10^{-18} \text{ para } 4MeV$ (2.128)



Figura 2.7: DENSIDADE ELETRÔNICA SOLAR. Densidade de elétrons por unidade de volume, como função do raio solar. Os valores se referem à densidade (MeV^3) já multiplicada pela constante de Fermi G_F (MeV^{-2}) .

onde 2×10^{-18} é uma aproximação para o valor máximo do gráfico na figura 2.7.

Neutrinos com energias menores que 4MeV não sentem efeitos de ressonância, enquanto aqueles com energia superior sentem a ressonância em algum ponto do Sol entre seu centro e 24% do raio. Nas figuras 2.6(a) e (b) vemos que a maior parte dos neutrinos são produzidos nesta região. Apenas o *hep* tem uma taxa de produção apreciável com raios maiores: pouco menos de 7%. Os demais, ou são produzidos em regiões mais centrais (como os do ⁸B) ou estão limitados a energias menores e com isto sofrem ressonância em regiões ainda mais internas. Mesmo assim, os neutrinos do *hep* são os que menos contribuem para o fluxo total (em torno de 10^{-7} do total). Esta informação nos permite afirmar que praticamente todos os neutrinos solares sofrem efeitos de ressonância em algum momento. Sabendo que a ressonância ocorre, podemos checar o coeficiente de adiabaticidade esperado. Como a distribuição de matéria é suave (não possui descontinuidades), basta checar o coeficiente de adiabaticidade na ressonância $\Gamma_R(E)$, uma vez que este representa o máximo valor de $\Gamma(x, E)$, neste caso. A figura 2.8 mostra os valores de $\Gamma_R(E)$ para os dados e condições já citadas. Como podemos ver, dentro da região abrangida pelo espectro solar, o coeficiente de adiabaticidade não ultrapassa 10^{-3} . Isto justifica a aproximação adiabática feita e o uso da expressão (2.123) para a probabilidade de sobrevivência.



Figura 2.8: COEFICIENTE DE ADIABATICIDADE. Gráfico do coeficiente de adiabaticidade na condição de ressonância, Γ_R , em função da razão $\Delta m^2/E$. As linhas pontilhadas verticais demarcam a região de $\Delta m^2/E$ que representa o espectro solar com o valor de Δm^2 que oferece o melhor ajuste aos dados solares (±1 σ) (2.124). A linha horizontal tracejada indica quando $\Gamma_R = 0, 1$. Vemos que na região que representa o espectro solar, Γ_R assume valores muito abaixo deste limite.

A figura 2.9 mostra o gráfico aproximação adiabática para a probabilidade de sobrevivência, dada na expressão (2.123), comparando-a com a solução numérica sem aproximações (ambas as soluções da equação (2.72) com a hamiltoniana total na matéria (2.77)). Vemos que para valores de Δm^2 muito pequenos (ou energias muito elevadas) teríamos efeitos não adiabáticos. Entretanto, nas condições conhecidas sobre o espectro solar e na faixa de valores para Δm^2 aceita (2.124), tais efeitos são totalmente desprezíveis. A região onde $\Gamma_R \leq 0, 1$ está demarcada para facilitar a comparação com a figura 2.8.



Figura 2.9: PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA NÃO-ADIABÁTICA. Gráfico comparativo entre a aproximação adiabática e a solução numérica em aproximações. A curva pontilhada mostra a probabilidade de sobrevivência aproximada (2.123), enquanto a curva contínua representa a solução numérica, sem aproximações, para a mesma probabilidade. As linhas verticais pontilhadas indicam a região do espectro solar, considerando o valor de Δm^2 dado em (2.124). A linha tracejada vertical indica a região onde o coeficiente de adiabaticidade Γ_R excede 0,1. Nesta região, a solução numérica começa a se afastar da aproximação adiabática.

Este é o conhecimento básico sobre o Sol, necessário para realizar a análise de dados que se seguirá. Entretanto, a matéria solar não é a única fonte de efeitos não-adiabáticos, já que não é a única porção de matéria entre a criação e a detecção dos neutrinos. Vamos revisar alguns conceitos geológicos com influência sobre os neutrinos solares e de reatores, visando compreender como a Terra pode modificar as previsões acerca da probabilidade de sobrevivência, como foi apresentadas na figura (2.9).

2.3 Tomografia da Terra

Uma vez que o Sol é uma fonte contínua de neutrinos e nossos detectores não possuem uma direção preferencial de detecção, devemos levar em conta os eventos de detecção noturnos. Dependendo da latitude em que se localiza o experimento, aproximadamente metade dos neutrinos detectados atravessaram a Terra. Como veremos, a densidade da Terra pode atingir valores que levem à ocorrência de efeitos não adiabáticos.

A figura (2.10) mostra a distribuição de matéria média, em função do raio da Terra. As bruscas variações de densidade deixam evidente a estrutura de camadas que forma o interior do planeta. A *crosta*, parte sólida onde se apóiam os continentes, tem uma espessura média de apenas 26km e por isso mal pode ser notada na extremidade direita da curva.

Dada a posição do detector em algum ponto sobre a crosta, utiliza-se o sistema de ângulo zenital, θ_z , como referência para a chegada dos neutrinos. Na astronomia geral, considera-se $\theta_z = 0^{\circ}$ (ou zênite) o ponto no céu exatamente sobre a cabeça do observador (considerando a linha paralela ao diâmetro da Terra). Por conveniência, a física de neutrinos costuma utilizar o ponto imediatamente abaixo dos pés do observador (ou *nadir*, em direção ao centro do planeta) como o zero da escala, já que a utilização do sistema zenital só nos é pertinente para a orientação com relação às camadas da Terra, e não ao céu noturno. É ainda mais conveniente considerarmos o cosseno do ângulo zenital, $\cos \theta_z$, de forma que:

$$\cos \theta_z = -1$$
 (zênite), ápice da espera celeste (2.129)

$$\cos \theta_z = 0$$
, horizonte e (2.130)

$$\cos \theta_z = 1$$
 (nadir), em direção ao centro da Terra. (2.131)

A figura (2.11) mostra a proporção entre as camadas bem como os valores de $\cos \theta_z$ referente às interfaces das mesmas. Esta figura serve como orientação no caso do experimento de SuperKamiokande, o único que atualmente fornecem medidas divididas em faixas de ângulos zenitais. Os demais fornece ou uma taxa total (dia e noite) ou duas taxas parciais (dia e noite separados).



Figura 2.10: PERFIL DE DENSIDADE DA TERRA. A curva representa o perfil de densidade de matéria da Terra. O volume planetário divide-se em camadas denominadas (do centro para o exterior) núcleo, núcleo externo, manto, manto externo e crosta. Esta última camada, com uma espessura média em torno de 26km, mal pode ser notada na extremidade direita da curva, devido à escala do gráfico.

De fato a densidade da Terra favorece efeitos não adiabáticos. Na figura 2.9, vemos que para os valores de $\tan^2 \theta \in \Delta m^2$ que melhor ajustam o modelo aos dados solares (2.124), valores de $\Delta m^2/E$ da ordem de $10^{-8} eV^2/MeV$ já apresentam transições não-adiabáticas. A densidade da Terra é muito menor e por isso tais efeitos devem ocorrem também em uma escala menor de $\Delta m^2/E$. De fato, as densidades mínimas e máximas da Terra então em torno de 1,02 e 13,09 g/cm^3 respectivamente. Estes valores equivalem a densidades eletrônicas de:

$$1,02 \ g/cm^3 \rightarrow \sqrt{2}G_F n_e \approx \times 10^{-20} MeV$$
e (2.132)

 $13,09 \ g/cm^3 \to \sqrt{2}G_F n_e \approx \times 10^{-18} MeV$. (2.133)



Figura 2.11: ESTRUTURA DA TERRA. A figura acima representa as camadas da Terra em escala, utilizando as informações do perfil de densidade exibidos na figura (2.10). A escala lateral indica a densidade de cada camada.

Para se obter a densidade eletrônica, além de fatores de conversão, utilizou-se uma razão entre número de prótons e nêutrons de $n_p/n_n = 0,497$ para o manto e $n_p/n_n = 0,468$ para o núcleo (externo e interno). A menor proporção entre prótons e nêutrons no núcleo se deve à existência de elementos mais pesados nesta região.

A figura (2.12) mostra o coeficiente de adiabaticidade no ponto de ressonância Γ_R , tomado a partir do perfil de densidade da Terra. Vemos que efeitos não-adiabáticos devem surgir no extremo mais energético do espetro. A figura (2.13) mostra a solução numérica para a probabilidade de sobrevivência, considerando todos os efeitos de matéria, terrestre e solar. Como previsto, temos um aumento na taxa de sobrevivência para energias menores do que aquela onde ocorriam os efeitos não-adiabáticos quando se considerava somente a matéria solar. Tais efeitos terrestres são chamados de *regeneração*, já que causam um aumento na taxa de chegada de neutrinos durante a noite.



Figura 2.12: COEFICIENTE DE ADIABATICIDADE NA TERRA. A curva contínua mostra o coeficiente de adiabaticidade Γ_R obtido para o perfil de densidade da Terra, considerando um trajeto sobre o seu diâmetro. Os valores de Δm^2 e tan² θ dados em (2.124). As linhas pontilhadas verticais delimitam a região compreendida pelo espectro solar, considerando o conjunto de parâmetros citado. A curva pontilhada representa o coeficiente de adiabaticidade no Sol, já mostrado na figura 2.8, mostrada aqui a título de comparação. Para as maiores energias do espectro, deve haver efeitos não adiabáticos, já que Γ_R assume valores maiores que 0, 1, podendo chegar inclusive a 1.

A curva de regeneração mostrada na figura (2.13) é uma média, tomada com $1, 0 \leq \cos \theta_z \leq 0, 0$. Neste caso, todos os ângulos zenitais foram considerados como equiprováveis. Na verdade isso não acontece num experimento real, devido à *obliquidade do eixo terrestre*. O eixo de rotação da Terra tem uma inclinação atual de 23, 45°, com relação ao plano da sua órbita em torno do Sol. O mesmo efeito que regula o ângulo de incidência dos raios solares na atmosfera, em diferentes épocas do ano (criando as estações), faz com que alguns ângulos zenitais sejam preferenciais. Um experimento construído sobre um dos trópicos, por exemplo, receberia durante a noite neutrinos que cruzaram o núcleo e, portanto, sofreram ressonância em uma faixa de energia diferente daqueles que cruzaram apenas o manto. Por motivos políticos e econômicos, os experimentos de neutrinos estão localizados a grandes latitudes no hemisfério norte. Com isto, os eventos noturnos detectados não têm influência

2.3. TOMOGRAFIA DA TERRA



Figura 2.13: PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA MÉDIA DURANTE A NOITE. A curva contínua mostra a probabilidade de sobrevivência noturna, considerando uma média sobre todos os ângulos zenitais $(0, 0 \le \cos \theta_z \le 1, 0)$. A curva tracejada indica a probabilidade diurna correspondente. As linhas pontilhadas verticais indicam a região do espectro solar, com parâmetros dados por (2.124). A média sobre os ângulos zenitais foi feita sem levar em consideração a obliquidade de 23, 45° do eixo da Terra.

alguma do núcleo, ao contrário do exemplo dado há pouco. As figuras 2.14 e 2.15 mostram o tempo de exposição ao Sol, durante um ano. Tais figuras são na verdade histogramas, onde se conta quanto tempo o Sol parece ficar em certa faixa de $\cos \theta_z$. Os histogramas da figura 2.14 referem-se aos experimentos de Homestake, Gallex/GNO, Sage e SuperKamiokande e foi obtida teoricamente, com base no movimento orbital da Terra em torno do Sol durante o período de 1 ano. O histograma da figura 2.15 é fornecido diretamente pelo experimento SNO.

Utilizando-se os histogramas das figuras 2.14 e 2.15 como peso para as médias em $\cos \theta_z$, podemos obter as probabilidades de sobrevivência média para cada experimento em específico. A figura 2.16 mostra o efeito de regeneração médio observado em todos os experimentos de neutrinos solares analisados. Aparentemente, as diferentes latitudes de cada laboratório não devem provocar diferenças substanciais nas observações.



Figura 2.14: MÉDIA ANUAL DE EXPOSIÇÃO AO SOL. Histogramas construídos com base em simulação do movimento orbital da Terra em torno do Sol. Os valores indicam quanto tempo o Sol permanece em cada faixa de $\Delta \cos \theta_z = 0,005$. A curva contínua refere-se a latitude na qual se localiza o experimento de SuperKamiokande, enquanto a curva tracejada é referente à uma média entre as localizações de Homestake, Gallex/GNO e SAGE. A soma dos histogramas está normalizada em 1 (ano). As linhas pontilhadas na vertical demarcam as faixas de $\cos \theta_z$ em que SuperKamiokande divide seus dados.

Como já foi mencionado antes, SuperKamiokande é capaz de separar seus eventos em faixas igualmente espaçadas de $\cos \theta_z$. São seis faixas no total, e espera-se que cada uma observe diferentes efeitos de regeneração. A figura 2.17 mostra a probabilidade de sobrevivência noturna, média, para cada faixa de ângulo zenital na qual SK oferece seus dados. Na realidade, vemos que os efeitos sofridos pelos neutrinos solares mais energéticos (aqueles que deverão sentir alguma regeneração) ainda não apresentam diferenças entre as faixas de ângulos zenitais. Com isto, não se espera que SK observe taxas de detecção diferentes em cada uma destas faixas (o que realmente ocorre, como pode ser visto na tabela 2.5).

Entretanto, a figura 2.17 abre as portas para uma nova "utilidade" para os neutrinos. Com um possível avanço na precisão dos experimentos, observatórios de neutrinos poderiam captar eventos



Figura 2.15: EXPOSIÇÃO AO SOL EM SNO. Histograma fornecido pela colaboração SNO (tabela XXXI da referência [3]. Os valores são dados em segundos e referem-se ao tempo em que a posição aparente do Sol se encontra em uma das regiões de $\Delta \cos \theta_z = 0,033$, durante 391 dias de coleta de dados.

de altas energias, provenientes de raios cósmicos (supernovas ou galáxias de núcleo ativo), que atravessem a Terra, sentindo os efeitos de regeneração. Como a radiação cósmica é isotrópica, poder-se-ia observar efeitos em todos os ângulos, obtendo assim um mapa do interior da Terra. Neste tipo de cenário de pesquisa, já proposto por colaborações como AMANDA e ICECUBE, os neutrinos estariam sendo usados para realizar estudos geológicos, ou seja, exatamente o oposto do que foi apresentado até aqui. Este tipo de "geologia de neutrinos" que está sendo chamado de *tomografia* da Terra, parece ser um ramo de pesquisa promissor para os próximos anos. Em conjunto com os estudos que já estão sendo realizados, sobre fontes naturais de neutrinos terrestres (os geo-neutrinos observados em KamLAND), a física de neutrinos pode se tornar ferramenta de exploração, para as próximas gerações de geólogos e geofísicos.



Figura 2.16: REGENERAÇÃO MÉDIA. Média da probabilidade de sobrevivência noturna, levando em consideração a exposição anual ao Sol em cada ângulo (figuras 2.14 e 2.15). A curva contínua representa a média na latitude de SuperKamiokande, enquanto a curva tracejada refere-se às latitudes de Homestake, Gallex/GNO, SAGE e SNO. A curva pontilhada indica a probabilidade diurna, para comparação. A diferença entre as latitudes nos dois conjuntos não é significativa. As linhas pontilhadas verticais indicam a região do espectro solar, com parâmetros dados por (2.124).

2.4 Conjunto de Dados

2.4.1 Classificação

Os dados aos quais se aplicam esta análise são divididos em dois conjuntos: *neutrinos solares* e *anti-neutrinos de reatores*. O primeiro conjunto compreende os experimentos de Homestake[9], Sage[1], Gallex/GNO[4], SuperKamikande(SK)[26] e SNO (I[32] e II[3]). O segundo conjunto de dados é formado exclusivamente pelos resultados do experimento de KamLAND[2]. A tabela 2.3 relaciona cada experimento com o tipo e a quantidade de pontos experimentais fornecidos.

2.4. CONJUNTO DE DADOS

Experimento	Tipo e Informação	Número de Dados
Homestake	Taxa Média	1
Sage	Taxa Média	1
Gallex/GNO	Taxa Média	1
SK	Dependência Energética e Angular	44
SNO I	Dependência Energética para Dia e Noite	34
SNO II	Dependência Energética para Dia e Noite	38
KamLAND	Dependência Energética	24
Global	Solar + Reatores	119 + 24 = 143

Tabela 2.3: Relação de dados utilizados na análise. A tabela lista os experimentos e o tipo de informação que ele fornece.

2.4.2 Cloro - Homestake

O experimento de Homestake localizado na mina de ouro abandonada, de mesmo nome, tem como base a reação

$${}^{37}Cl(\nu_e, e^-){}^{71}Ar$$
 . (2.134)

O limiar de energia para que tal reação de detecção ocorra é de 814keV, o que elimina a possibilidade de se detectar neutrinos pp, mas ainda capta ⁷Be e pep, como neutrinos de baixa energia. O detector é composto de um tanque-alvo contendo 615 toneladas de percloroetileno (C_2Cl_4), onde átomos de Cloro são convertidos em Argônio ao interagirem com um neutrino. O Argônio-37 é radioativo e tem meia-vida de 35 dias. Extraído do tanque, os decaimentos dos átomos de Argônio são contados e o fluxo de neutrinos é medido. O resultado final da análise de 108 tomadas de dados, entre 1970 e 1994, é uma taxa de captura de:

$$2,56 \pm 0,23 \ SNU(1\sigma) \ [9] \tag{2.135}$$

onde 1 SNU equivale à uma detecção por $10^{36} átomos-alvo$, por segundo. A taxa prevista para Homestake, pelo modelo BS05(OP) é de:

o que leva a uma taxa de redução média de:

$$R^{Homestake} = 0.316 \pm 0.055 , \qquad (2.137)$$

onde $R^{Homestake}$ é a razão entre a taxa de detecção experimental (2.135) e a taxa prevista teoricamente (2.136). O experimento de Homestake foi projetado e conduzido por Raymond Davis Jr., que dividiu em 2002 o prêmio Nobel por seu trabalho.

2.4.3 Gálio - Gallex/GNO e SAGE

Localizado no *Laboratori Nazionali del Gran Sasso* (LNGS), o experimento GALLEX, sucedido pelo *Gallium Neutrino Observatory* - GNO, teve três gerações (GNO I, II e III), encerrando suas atividades Abril de 2003, com um total de 3281 dias de tomada de dados (aproximadamente 9 anos). O mecanismo de detecção é a reação:

$$^{71}Ga(\nu_e, e^-)^{71}Ge$$
 . (2.138)

Neutrinos com energias maiores que 233keV convertem Gálio em Germânio num tanque-alvo contendo 100 toneladas de cloreto de gálio (GaCl), o que resulta em aproximadamente 30, 3ton de Gálio. Devido a este baixo limiar de energia, praticamente 50% dos neutrinos detectados são pp ou pep. Sendo o pp o maior fluxo de neutrinos solares, e pep um dos maiores, pode-se dizer que GNO é sensível à 93% dos neutrinos solares. Como resultado de uma análise combinada de 123 tomadas de dados, entre GALLEX e GNO I, II e III, obteve-se a seguinte taxa de captura:

$$69,3 \pm 5,5 \ SNU \ (1\sigma). \ [4] \tag{2.139}$$

A taxa de detecção prevista pelo modelo solar para este experimento é de:

$$126^{+9}_{-6} SNU$$
, [6] (2.140)

2.4. CONJUNTO DE DADOS

o leva a uma taxa de redução no fluxo de

$$R^{GNO} = 0,550^{+0.059}_{-0.051} . (2.141)$$

Outro experimento baseado na mesma reação é o *Soviet-American Gallium Experiment*- SAGE. Neste caso, o alvo são vários tanques contendo Gálio na forma de metal líquido. O resultado de 92 seções de tomada de dados entre 1990 e 2001 é uma taxa de captura de:

$$70, 8^{+6,5}_{-6,1} SNU (1\sigma), [1]$$
(2.142)

onde a taxa prevista é a mesma do que a de GNO dada em (2.140), que implica em uma taxa de redução de

$$R^{SAGE} = 0,562^{+0,065}_{-0,055} . (2.143)$$

2.4.4 Água - SuperKamiokande

SuperKamiokande (SK) detecta neutrinos indiretamente através da detecção direta de espalhados na interação. O detector consiste de um cilindro de aço-inox com 39,3m de diâmetro e 41,4m de altura, preenchido com 22,5 mil toneladas de água pura. Quando um neutrino interage com a água, um elétron é espalhado com velocidade maior do que a da luz no meio. Com isto, um cone de luz conhecido como radiação Cherenkov é gerado pelo elétron, denunciando seu movimento. A luz é detectada por 11146 foto-multiplicadoras que recobrem as paredes internas do cilindro. SK foi o primeiro a possuir a capacidade de inferir a direção de chegada do neutrino (atualmente, SNO também tem esta capacidade). A correlação entre a direção do elétron espalhado e a do neutrino incidente é tanto maior quanto for maior a energia do neutrino. O sistema eletrônico de "gatilho" (trigger) que dispara o sistema de reconstrução de trajetória, possui baixa eficiência para baixas energias. Com isto, limiar inferior na energia do elétron espalhado era inicialmente de 6, 5MeV, em 1996. Desde então, devido à adição de novos hardwares, o limite caiu para 5,0MeV em 1997 e novamente para 4, 5MeV em 2000. Apesar da melhora na eficiência do sistema, este limite não pode abaixar mais devido ao sinal de fundo. Como consequência, estes limites impedem que o sistema detecte outras fontes de neutrinos senão os ⁸B e hep.

Energia	Dia	Noite	Esperado
(MeV)	$\cos\theta_z: \ -1, 0\cdot \cdot 0, 0$	$0, 0 \cdot \cdot 1, 0$	^{8}B hep
5, 0 - 5, 5	$72, 1^{+9,5}_{-9,4}$	$77, 1^{+9,2}_{-9,0}$	182,9 0,312
16, 0 - 20, 0	$0,240^{+0,148}_{-0,093}$	$0,423_{-0,109}^{+0,156}$	$0,611\ 0,068$

Tabela 2.4: Dados fornecidos por SK. A eventos são medidos em *eventos/kton/ano*. Estes dados são parte da tabela IX da referência [26].

Os dados são divididos de duas formas: A primeira é em 21 faixas de energia indo de 5,0 à 20,0MeV. Nesta forma, os dados são sumarizados apenas em dia $(-1 \le \cos \theta_z \le 0)$, noite $(0 < \cos \theta_z \le 1)$, e total $(-1 \le \cos \theta_z \le 1)$. A segunda forma é em seis faixas de energia, indo de 5,5 à 16,0, divididas em seis faixas de ângulo zenital. Nesta forma, as faixas de energia entre 5,0 e 5,5MeV e entre 16,0 e 20,0MeV não são consideradas pois na primeira a correlação entre a energia do elétron espalhado e a do neutrino é baixa, enquanto na ultima faixa tem-se pouca estatística.

Escolheu-se ajustar os dados apresentados como função do ângulo zenital, com a adição da primeira e da ultima faixa de energia apresentada na primeira forma. As tabelas 2.4 e 2.5 sumarizam os dados de SK utilizados nesta análise.

Outro fato que deve ser levado em conta é a presença de eventos gerados por neutrinos do múon. Estes neutrinos também espalham elétron numa taxa menor (aproximadamente 1/7 da taxa referente a neutrinos eletrônicos). Assim, os dados de SK relatam o numero de eventos detectados (elétrons espalhados) sem ser capaz de diferenciar entre aqueles gerados por um tipo de neutrino ou outro. Como estamos justamente testando modelos de conversão de sabor, este fato deve ser levado em conta. Neutrinos do múon, gerados pelo efeito MSW, também gerarão um pequeno sinal nos dados. Com isto, não apenas a probabilidade de sobrevivência P_{ee} deve ser levada em consideração, mas também a probabilidade de conversão $P_{e\mu} = 1 - P_{ee}$, considerando-se neste caso a seção de choque de espalhamento elástico entre neutrino muônico e elétron.

2.4.5 Água Pesada e Sal - SNO

O Sudbury Neutrino Observatory (SNO) é o único detector de neutrinos na atualidade com a capacidade de medir não somente a fração do fluxo correspondente aos neutrinos eletrônicos, como

2.4. CONJUNTO DE DADOS

Energia	Dia	Manto 1	Manto 2	Manto 3	Manto 4	Manto 5	Núcleo	Esperado
(MeV)	$\cos\theta_z: \ -1, \cdot \cdot 0,$	$0, \cdot \cdot 0, 16$	$0, 16\cdot \cdot 0, 33$	$0, 33 \cdot \cdot 0, 50$	$0,50\cdot \cdot 0,67$	$0,67\cdot \cdot 0,84$	$0, 84 \cdot \cdot 1,$	^{8}B hep
5, 5 - 6, 5	$127,^{+6,}_{-6,}$	$124,^{+15,}_{-15,}$	$106, ^{+14}_{-14},$	$132,^{+13,}_{-12,}$	$146,^{+13,}_{-12,}$	$140,^{+14,}_{-13,}$	$119,^{+15,}_{-14,}$	320, 0,603
6, 5 - 8, 0	$149, \overset{+4,}{-4,}$	$166, ^{+11}_{-10},$	$158,^{+10,}_{-9,}$	$137,^{+8,}_{-8,}$	$150, ^{+8,}_{-8,}$	$141,^{+9,}_{-9,}$	$137,^{+10,}_{-9,}$	358, 0, 799
8, 0 - 9, 5	$87, 8^{+2,6}_{-2,6}$	$90,7^{+7,2}_{-6,8}$	$92, 1^{+6,7}_{-6,4}$	$90,5^{+5,8}_{-5,5}$	$99,8^{+5,9}_{-5,6}$	$90,3^{+6,4}_{-6,0}$	$88,5_{-6,6}^{+7,0}$	$223, 8 \ 0, 653$
9, 5 - 11, 5	$57, 1^{+1,9}_{-1,8}$	$56, 5^{+5,2}_{-4,8}$	$63, 3^{+5,0}_{-4,6}$	$56, 8^{+4,1}_{-3,9}$	$59,6^{+4,2}_{-3,9}$	$60, 1^{+4,6}_{-4,3}$	$60,9^{+5,2}_{-4,8}$	$143, 4 \ 0, 631$
11, 5 - 13, 5	$18,7^{+1,0}_{-0,9}$	$20,0^{+2,8}_{-2,4}$	$13,8^{+2,3}_{-2,0}$	$15, 3^{+2,0}_{-1,8}$	$19,5^{+2,2}_{-2,0}$	$17,0^{+2,3}_{-2,0}$	$20, 4^{+2,7}_{-2,3}$	$44, 4 \ 0, 379$
13, 5 - 16, 0	$4,28_{-0,43}^{+0,48}$	$4,78^{+1,45}_{-1,08}$	$6,97^{+1,56}_{-1,24}$	$5,82^{+1,22}_{-0,98}$	$5,58^{+1,19}_{-0,95}$	$3,70^{+1,14}_{-0,85}$	$3,93^{+1,27}_{-0,93}$	$9,33\ 0,211$

Tabela 2.5: Dados fornecidos por SK. A eventos são medidos em *eventos/kton/ano*. Estes dados são parte da tabela IX da referência [26].

também medir o fluxo total, independente do sabor do neutrino. O alvo é um tanque esférico de 12m metros de diâmetro contendo aproximadamente $900m^3$ de *água pesada*, D_2O (99, 92%). A detecção ocorre através de três interações básicas:

$$\nu_e + D \rightarrow p + p + e^- (CC)$$
 (2.144)

$$\nu_x + D \rightarrow p + n + \nu_x \text{ (NC)}$$
 (2.145)

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^- \quad (ES) \tag{2.146}$$

A corrente carregada CC (do inglês charged current) é a interação onde o nêutron presente no dêuteron D ($D = p^+ + n^o$) é convertido em próton através da interação com um neutrino eletrônico. Assim, o sinal medido via CC deve medir um déficit de fluxo, quando comparado à previsão do modelo solar padrão. A corrente neutra NC (do inglês neutral current) é a interação onde um neutrino qualquer interage com um dêuteron, ocasionando a sua quebra em próton e nêutron. O nêutron é recapturado num processo que, em aproximadamente 30% dos casos, emite um raio gama de 6,25 MeV. Apenas 50% dos raios gamas observados corresponde a neutrinos acima do limiar de detecção de 5MeV. Com isto, a eficiência total de detecção de corrente neutra é de apenas 15%. Mesmo assim, o sinal medido via NC não é suscetível à oscilação de neutrinos, pois ele é igualmente eficiente para os três tipos de neutrinos. Por fim, o espalhamento elástico (do inglês elastic scattering) também é sensível a todos os sabores de neutrinos, porém com probabilidades diferentes de ocorrência. A seção de choque de espalhamento elástico para neutrinos não-eletrônicos é aproximadamente 1/7 daquela para neutrinos eletrônicos. Assim, o sinal proveniente de ES deve sofrer efeitos da conversão

Energia (MeV)	Dia	Noite
5, 0 - 5, 5	$1,49\pm0,11$	$1,692\pm0,098$
5, 5 - 6, 0	$1,40\pm0,10$	$1,327\pm0,086$
6, 0-6, 5	$1,27\pm0,10$	$1,152\pm0,080$
6, 5 - 7, 0	$0,942\pm0,086$	$1,057\pm0,077$
7, 0 - 7, 5	$0,810\pm0,079$	$0,995\pm0,075$
7, 5-8, 0	$0,630\pm0,070$	$0,748\pm0,065$
8, 0 - 8, 5	$0,545\pm0,065$	$0,517\pm0,054$
8, 5 - 9, 0	$0,591\pm0,068$	$0,568\pm0,056$
9, 0 - 9, 5	$0,381\pm0,054$	$0,405\pm0,048$
9, 5 - 10, 0	$0,350\pm0,052$	$0,365\pm0,045$
10, 0 - 10, 5	$0,280\pm0,047$	$0,264\pm0,039$
10, 5 - 11, 0	$0,210\pm0,040$	$0,253\pm0,038$
11, 0 - 11, 5	$0,132\pm0,032$	$0,174\pm0,031$
11, 5 - 12, 0	$0,078\pm0,025$	$0,090\pm0,022$
12, 0 - 12, 5	$0,039\pm0,017$	$0,079\pm0,021$
12, 5 - 13, 0	$0,047\pm0,019$	$0,067\pm0,019$
13, 0 - 20, 0	$0,039\pm0,017$	$0,039\pm0,015$

Tabela 2.6: Medidas realizadas por SNO fase I. Cada medida é dada em Contagens/dia/0, 5MeV. Estes dados são referentes ao gráfico da figura 2.a da referência [34].

de neutrinos, mas numa intensidade levemente menor do que o sinal de CC.

Esta etapa, onde o alvo era composto de 99,92% de água pesada, ficou conhecida como SNO~I. Uma segunda etapa, onde duas toneladas de NaCl foram adicionados ao detector, melhorou a sensibilidade ao sinal de corrente neutra. A captura dos nêutrons por átomos de Cloro geram uma cascata de raios gama com energia total de 8,6MeV. A eficiência para a detecção de neutrinos acima do corte de 5MeV subiu para aproximadamente 40%. Esta fase ficou conhecida com SNO~II (ou salt phase). Nesta fase, o experimento passou a ser capaz de separar os sinais, obtendo medidas diretas dos eventos de neutrinos via CC e as contagens totais de eventos via ES e NC.

Os resultados de SNO são divididos em 17 faixas de energia (distribuição espectral) e em detecções diurnas e noturnas. A tabela 2.6 mostra as taxas de detecção em número de eventos (contagens) por dia (24h) por faixa de 0, 5MeV (a última faixa é maior devido a baixa estatística nesta região). Estes dados são referentes a 128,5 dias de aquisição de dados no período diurno e 177,9 dias no período noturno, obtendo um total de 2928 eventos.

Os resultados para ES e NC, referentes a 391 dias de aquisição de dados, estão dispostos na tabela

2.4. CONJUNTO DE DADOS

Sinal	Fluxo Diurno	Fluxo Noturno	Assimetria Dia/Noite
NC	$4,81\pm 0,31\pm 0,39$	$5,02\pm 0,29\pm 0,41$	$0,042\pm 0,086\pm 0,072$
ES	$2,17\pm 0,34\pm 0,14$	$2,52\pm 0,32\pm 0,16$	$0,146 \pm 0,198 \pm 0,033$

Tabela 2.7: Resultados de SNO fase 2. Os valores do fluxo são dados em 10^6 neutrinos por cm^2 por s ($10^6 cm^{-2} s^{-1}$). As incertezas indicadas são estatísticas e sistemáticas, nesta ordem. Estes dados se referem a tabela XXIV da referência [3].

Energia (MeV)	Dia	Noite
5, 0 - 5, 5	$0,205 \pm 0,032$	$0,145 \pm 0,027$
5, 5 - 6, 0	$0,182 \pm 0,030$	$0,164\pm0,027$
6, 0 - 6, 5	$0,153 \pm 0,028$	$0,190\pm0,026$
6, 5 - 7, 0	$0,226\pm0,028$	$0,180\pm0,024$
7, 0 - 7, 5	$0,198\pm0,025$	$0,178\pm0,022$
7, 5 - 8, 0	$0,184\pm0,023$	$0,164\pm0,019$
8, 0 - 8, 5	$0,124\pm0,018$	$0,114\pm0,015$
8, 5 - 9, 0	$0,099\pm0,015$	$0,126\pm0,015$
9, 0 - 9, 5	$0,110\pm0,015$	$0,124\pm0,014$
9, 5 - 10, 0	$0,058\pm0,011$	$0,067\pm0,010$
10, 0 - 10, 5	$0,070\pm0,012$	$0,073\pm0,011$
10, 5 - 11, 0	$0,048\pm0,010$	$0,039\pm0,007$
11, 0 - 11, 5	$0,042\pm0,008$	$0,029\pm0,007$
11, 5 - 12, 0	$0,0088 \pm 0,0038$	$0,018\pm0,005$
12, 0 - 12, 5	$0,0082 \pm 0,0040$	$0,015\pm0,005$
12, 5 - 13, 0	$0,0025 \pm 0,0028$	$0,0042 \pm 0,0025$
13, 0 - 20, 0	$0,014\pm0,005$	$0,012\pm0,004$

Tabela 2.8: Medidas de CC realizadas por SNO fase II. Cada medida é dada em unidades de fluxo, $10^6 cm^{-2} s^{-1}$. Estes dados são referentes à tabela XXX da referência [3].

2.7. A medidas de CC para o mesmo período estão dispostos na tabela 2.8.

Vê-se nos dados da tabela 2.7 que os fluxos noturnos são maiores do que os diurnos. Poderia esta ser uma indicativa de que efeitos de regeneração estão ocorrendo de fato? A última coluna desta tabela mostra o valor da *assimetria Dia/Noite*, definida como:

$$A = 2\frac{\phi_N - \phi_D}{\phi_N + \phi_D} \tag{2.147}$$

onde $\phi_N \in \phi_D$ são as medidas dos fluxos diurnos e noturnos respectivamente. Os valores mostram fluxos maiores à noite, o que comprovaria os efeitos de regeneração. Entretanto os erros estatísticos e sistemáticos associados a estas medidas ainda são grandes, tornando as medidas de assimetria compatíveis com zero nos dois casos (NS e ES). A medida de assimetria para os dados da tabela 2.8 é $A = -0,056 \pm 0,074 \pm 0,053$. Espera-se que a contínua tomada de dados em SNO reduza ainda mais as incertezas estatísticas para que seja possível restringir ainda mais, ou confirmar, os efeitos de regeneração. Este tipo de observação tem consequências diretas sobre os valores possíveis de Δm^2 , já que valores da ordem de $10^{-5} eV^2$ para este parâmetro implicam em pequenos efeitos de regeneração para os neutrinos solares com energias mais altas, como vimos nas figuras 2.16 e 2.17.

2.4.6 Anti-Neutrinos de Reatores - KamLAND

O Kamioka Liquid-scintillator Anti-Neutrino Detector - KamLAND, detecta anti-neutrinos produzidos por 55 reatores nucleares japoneses (divididos em 17 diferentes localizações). O alvo é um balão de náilon contendo 1kton de cintilador líquido, suspenso em óleo mineral. Os anti-neutrinos são detectados via decaimento beta inverso:

$$\bar{\nu}_e + p \to n + e^+ \tag{2.148}$$

cujo limiar inferior na energia do neutrino é 1, 8MeV. O nêutron produzido é capturado por um próton em um tempo médio de $200\mu s$ após a detecção do pósitron. Aproximadamente 99% dos nêutrons capturados (resultando em deutério) emitem um raio gama de 2, 2MeV. A correlação temporal entre a detecção do pósitron e da absorção do nêutron ajuda eliminar sinais falsos de detecção.

A função de KamLAND é verificar se o fenômeno de oscilação no vácuo ocorre na natureza. Com base no modelo de mistura, podemos obter a probabilidade de sobrevivência dos anti-neutrinos eletrônicos somando as contribuições de cada reator (na verdade, de cada uma das 17 instalações nucleares, algumas com vários reatores). Sendo L_i a distância e c_i a contribuição de cada instalação nuclear, temos:

$$P_{ee}^{KL}(E) = \sum_{i=1}^{17} c_i \ P_{ee}^{vac}(E, L_i)$$
(2.149)

onde $P_{ee}^{vac}(E,L)$ é dado pela expressão (2.49) e

$$c_i = N \frac{Pot_i}{L_i^2} \tag{2.150}$$

2.4. CONJUNTO DE DADOS

$L_0/E(\mathrm{km/MeV})$	Dados - Fundo - Geo ν
$19,1\pm1,2$	$0,00\pm0,02$
$21,6\pm1,2$	$0,58\pm0,25$
$24,1\pm1,2$	$0,52\pm0,12$
$26,7\pm1,2$	$0,66\pm0,10$
$29,2\pm1,1$	$0,66\pm0,07$
$31,8\pm1,2$	$0,91\pm0,08$
$34,3\pm1,2$	$0,75\pm0,07$
$36,9\pm1,2$	$0,64\pm0,06$
$39,4\pm1,2$	$0,61\pm0,06$
$41,9\pm1,2$	$0,64\pm0,06$
$44,3\pm1,2$	$0,49\pm0,06$
$46,7\pm1,2$	$0,49\pm0,06$
$49,2\pm1,2$	$0,27\pm0,05$
$51,8\pm1,2$	$0,37\pm0,07$
$54, 5 \pm 1, 4$	$0,45\pm0,07$
$57,4\pm1,5$	$0,42\pm0,08$
$60,8\pm1,7$	$0,50\pm0,09$
$64,8\pm2,0$	$0,48\pm0,10$
$68,6\pm2,1$	$0,65\pm0,12$
$73,9\pm2,6$	$0,59\pm0,14$
$79,4\pm3,0$	$1,00\pm0,21$
$85,8\pm3,6$	$0,61\pm0,29$
$93, 2 \pm 4, 4$	$0,63\pm0,51$
$102, 3\pm5, 2$	$0,00\pm1,25$

Tabela 2.9: Medidas da razão N^{exp}/N^{teo} para a taxa de contagens de eventos em KamLAND[2]. L_o é a distância média entre dos reatores ao experimento, $L_o = 180 km$.

onde Pot_i é a potência total dos reatores em cada localização e N_i é um fator de normalização: $N = \sum \frac{Pot_i}{L_i^2}$, tal que $\sum c_i = 1$. O fator L_i^2 no denominador de (2.150) traz a informação de que reatores mais distantes contribuem menos com o fluxo no detector, devido ao ângulo sólido de difusão a partir da fonte. O fluxo de neutrinos emitido por um dado reator é mostrado na figura 2.18.

KamLAND também é capaz de detectar *geo-neutrinos* produzidos por elementos radioativos no solo. Modelos teóricos e simulações ajudam a estimar o quanto do sinal medido é devido a geoneutrinos e assim podemos subtrai-los. Também há um sinal de fundo que deve ser subtraído dos dados. A tabela 2.9 mostra os dados de KamLAND após a eliminação dos sinais que não tenham vindo dos neutrinos de reatores.

Por fim, deve-se chamar a atenção para a possibilidade de pequenos efeitos de regeneração em

KamLAND. Os reatores se encontram numa distância média de $L_o = 180 km$ do detector. Considerando a curvatura da Terra, os neutrinos que chegam a KamLAND atravessaram camadas de rocha com uma profundidade média de 640m (correspondente aos 180km). Portanto, a expressão (2.149) é apenas uma aproximação. Como veremos na análise de dados, esta é na verdade uma boa aproximação. Mesmo assim, tais efeitos devem ser levados em consideração para se obter as medida correta de tan² θ .

Desta forma, concluímos a revisão dos experimentos e dos dados que serão utilizados em nossa análise. As taxas de detecção dadas em (2.137), (2.141) e (2.143), em conjunto com os dados dispostos nas tabelas 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8 e 2.9 formam nosso conjunto de 143 pontos experimentais. A figura 2.19 mostra um panorama geral dos experimentos para neutrinos solares (figura disponível publicamente no *website* de John Bahcall: www.sns.ias.edu/~jnb).

2.5 Análise dos Dados

O método estatístico de análise utilizado se baseia num ajuste de χ^2 , com dois parâmetros livres: Δm^2 e tan² θ . O teste de χ^2 é definido, no sub-conjunto de dados referentes à neutrinos solares, como sendo:

$$\chi_{sol}^2 = \sum_{i,j=1}^{119} \left[R_i^{teo} - R_i^{exp} \right] \left[S^2 \right]_{ij}^{-1} \left[R_j^{teo} - R_j^{exp} \right] , \qquad (2.151)$$

onde R_i^{teo} e R_i^{exp} são as taxas de contagens de eventos teórica e experimental respectivamente. A taxa teórica é definida como:

$$R_i^{teo} = \sum_{j=1}^8 \sigma_{i,j} \varphi_j \quad , \tag{2.152}$$

onde φ_j é o fluxo devido a cada uma das oito fontes de neutrinos no Sol, e:

$$\sigma_{i,j} = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \sigma_i(E_\nu) \times \varphi_j(E_\nu) dE_\nu}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \varphi_j(E_\nu) dE_\nu}$$
(2.153)

é a seção de choque efetiva para cada experimento i e fonte de neutrinos j.

Alguns experimentos apresentam seus resultados como estimativas do fluxo de neutrinos, outros como razões entre contagens medidas e previstas. Os índices $i \in j$ varrem todos os dados de neutrinos

solares descritos na tabela 2.3. O fator $[S^2]$ é a matriz de correlação de erros[15, 3] (estatísticos e sistemáticos) entre as medidas. Nesta formulação, a correlação entre os erros teóricos dos experimentos está relacionada com os erros teóricos nos fluxos preditos pelo modelo solar padrão e com o erro nas seções de choque parciais de cada experimento, relativo a cada fonte de neutrinos.

O teste de χ^2 para os dados de KamLAND é definido com base na estatística de Poison[24] como:

$$\chi_{KL}^{2} = \sum_{i=1}^{24} 2 \left[N_{i}^{teo} - N_{i}^{exp} + N_{i}^{exp} \ln \left(\frac{N_{i}^{exp}}{N_{i}^{teo}} \right) \right]$$
(2.154)

onde N_i^{teo} e N_i^{exp} são as contagens de eventos teórica e experimental respectivamente. Caso N_i^{exp} seja zero para alguma medida, o termo logarítmico em (2.154) é desprezado.

Assim, defini-se o χ^2 total como sendo:

$$\chi^2 = \chi^2_{sol} + \chi^2_{KL}$$
 (Ajuste Global). (2.155)

Variando as expressões (2.151) e (2.154) numa ampla região do espaço de parâmetros $\tan^2 \theta \times \Delta m^2$, podemos localizar pontos de mínimo (ou pontos de melhor ajuste). A figura 2.20 mostra as curvas de χ^2 constante para cada um dos casos. A superposição das regiões de 1 σ das duas distribuições de χ^2 é um forte indício da existência de uma solução única para os dois fenômenos.

O ponto de melhor ajuste obtido para o caso solar foi $\tan^2 \theta = 0,450$ e $\Delta m^2 = 5,82 \times 10^{-5} eV^2$. Para KL os valores de melhor ajuste foram $\tan^2 \theta = 0,507$ e $\Delta m^2 = 7,80 \times 10^{-5} eV^2$.

Para se obter o erro destas medidas, bem como o ajuste global, traça-se a distribuição de $\Delta \chi^2 = \chi^2 - \chi^2_{min}$ em função de apenas um dos parâmetros, minimizando sobre o(s) outro(s). A figura 2.21 mostra a distribuição de $\Delta \chi^2$ em função de Δm^2 , para χ^2_{sol} , χ^2_{KL} e χ^2 . Vê-se que KamLAND é praticamente o responsável pela medida de Δm^2 . A distância das distribuições com relação ao ponto de mínimo quando estas valem 1 (pois representam uma probabilidade de 1σ), indica o erro da medida.

A figura 2.22 mostra a distribuição de $\Delta \chi^2$ em função de $\tan^2 \theta$, da mesma forma como foi feito com Δm^2 . Vê-se que os dados solares são os responsáveis pela medida de $\tan^2 \theta$. A distribuição referente à KL seria "simétrica" em torno de 1 (na verdade a função log $\tan^2 \theta$ seria simétrica em torno de 1, já que a figura está em escala logarítmica), mas pequenos efeitos de matéria desfavorecem soluções com $\tan^2 \theta > 1$, elevando sensivelmente o mínimo local nesta região.

Dados	$\Delta m^2 (\times 10^{-5} eV^2)$	$\tan^2 \theta$	$\chi^2_{min}/g.l.$	C.L.
Solares	$5, 8^{+2,5}_{-1,5}$	$0,45^{+0,05}_{-0,04}$	109,35/117	68,8%
KamLAND	$7,80^{+0,22}_{-0,16}$	$0,51_{-0,07}^{+0,09}$	39,45/22	64,5%
Global	$7,75_{-0,12}^{+0,16}$	$0,46^{+0,04}_{-0,04}$	(110, 54 + 39, 46)/141	$73,\!1\%$
Global[2]	$7,59^{+0,21}_{-0,21}$	$0,47^{+0.06}_{-0.05}$	não fornecido	—

Tabela 2.10: Resultados obtidos da análise dos dados, com o modelo MSW. Os erros referem-se à 1σ de *confidence level*. Estes resultados servem como base para a obtenção dos limites de VEP na análise de três parâmetros livres.

A tabela 2.10 exibe os resultados da análise feita. A primeira e a segunda linha indicam os resultados de nossa análise para neutrinos solares e de reatores, respectivamente. A terceira linha exibe os resultados da análise global. A quarta linha mostra, a título de comparação, os resultados da análise global feita no artigo mais recente da colaboração KamLAND[2]. Vê-se que os valores do χ^2_{min} para as análises independentes quase não se alteram em relação à análise global. Isto significa que, mesmo que os valores de tan² θ e Δm^2 resultantes de cada ajuste seja diferente, os dados atuais não refletem esta diferença. Em outras palavra, apesar de 5, $8 \times 10^{-5} eV^2$ corresponder ao mínimo de χ^2_{sol} , o valor de 7,75 × $10^{-5} eV^2$ correspondente ao ajuste global deve gerar resultados semelhantes. Esta pode ser uma característica do modelo (variar pouco nesta região de valores para Δm^2) ou dos dados atuais (com erros da mesma ordem de grandeza que a variância, em torno das previsões ajustadas).

A tabela 2.11 mostra as taxas de redução de fluxo medidas por Homestake, Gallex/GNO e SAGE, bem como os valores teóricos previstos pelo modelo solar padrão, e aqueles obtidos com o ajuste realizado.

Para o experimento de SK, pode-se ver a comparação entre os dados das tabelas 2.4 e 2.5(primeira coluna) e as curvas obtidas do ajuste solar e global. Este subconjunto dos dados de SK são referentes à eventos de detecção diurnos.

Ainda sobre SK, as figuras 2.24 a 2.29 mostram as distribuições zenitais para cada faixa de energia (dados referentes às colunas *Manto 1* a *Núcleo* da tabela 2.5). Os dados atuais são compatíveis com a ausência de efeitos de regeneração.
Experimento	R^{exp}	R^{MSW} (Solar)	R^{MSW} (Global)
Homestake	$0,316 \pm 0,055$	$0,370 \pm 0,077$	$0,387 \pm 0,058$
Gallex/GNO	$0,550_{-0,051}^{+0,059}$	$0,525_{-0,025}^{+0,038}$	$0,536^{+0,039}_{-0,026}$
SAGE	$0,562^{+0,065}_{-0,055}$	$0,525_{-0,025}^{+0,038}$	$0,536^{+0,039}_{-0,026}$

Tabela 2.11: Resultados obtidos da análise dos dados, com o modelo MSW. Os erros referem-se aos valores mínimos e máximos obtidos ao se variar os parâmetros $\tan^2 \theta \in \Delta m^2$ dentro de 1σ .

As figuras 2.30 e 2.31 mostram os dados de SNO I, em comparação com as simulações de Monte-Carlo, utilizadas para separar as componentes das correntes, e com os resultados obtidos para o ajuste do modelo MSW.

SNO II é capaz de identificar os sinais e isolar eventos decorrentes de CC. As figuras 2.32 e 2.33 mostram os dados de SNO II para o fluxo, medido através de corrente carregada. A vantagem deste tipo de medida, com relação à SNO I, é a observação da redução do sinal como um todo, e não apenas uma redução parcial dos eventos.

Por fim, a figura 2.34 mostras os dados referentes à KamLAND, comparados com o resultado dos ajustes somente de neutrinos de reatores e global. Pode-se observar o padrão oscilatório, esperado para a solução no vácuo.

Assim, concluímos a revisão sobre neutrinos solares e de reatores. Tomando como base o modelo, os dados e as ferramentas de análise apresentadas neste capítulo, seguiremos com o desenvolvimento do modelo de violação do princípio da equivalência para neutrinos, bem como sua análise.



Figura 2.17: REGENERAÇÃO ESPERADA EM SUPERKAMIOKANDE. As curvas representam a probabilidade de sobrevivência noturna para as seis faixas de ângulo zenital nas quais SK divide seus dados. Para melhor visualização, as curvas foram dispostas três a três em dois gráficos. As linhas pontilhadas verticais indicam a região do espectro solar, com parâmetros dados por (2.124). Em todos os casos, observa-se um pequeno efeito de regeneração para os neutrinos de mais alta energia. Entretanto, o espectro solar não oferece neutrinos com energia o suficiente para se distinguir entre os efeitos produzidos por cada camada da Terra.



Figura 2.18: ESPECTRO DOS NEUTRINOS DE REATORES. A curva representa o a *atividade relativa* da emissão de neutrinos por um reator nuclear. A fluxo total correspondente à este gráfico é unitário e, para se computar o fluxo de um reator em particular, deve-se multiplicar pela atividade total do reator.



Total Rates: Standard Model vs. Experiment Bahcall-Serenelli 2005 [BS05(0P)]

Figura 2.19: Resumo dos dados acumulados sobre o problema do neutrino solar, comparados com o modelo BS05(OP). São quatro conjuntos de dados, sendo eles respectivamente provenientes de Homestake (Cl), (Super)Kamiokande (H_2O), Gallex(GNO)/Sage (Ga) e SNO ($D_20 \in D_20 + NaCl$). Cada conjunto detecta uma região do espectro de neutrinos solares, sendo que o primeiro e o terceiro são os únicos a detectar neutrinos do tipo pp e pep. Devido ao baixo limiar de energia nos detectores com Gálio, os neutrinos pp e pep cerca da metade do fluxo detectado. Os outros experimentos detectam basicamente neutrinos do Boro (${}^{8}B$) e do Berílio (${}^{7}Be$).



Figura 2.20: AJUSTES DO MODELO MSW. As curvas representam probabilidades constantes de 1, 2 e 3σ (68, 3%, 95, 5% e 99, 7% respectivamente) de que os valores reais de Δm^2 e $\tan^2 \theta$ estejam na regiões delimitadas. A figura maior, à esquerda, representa os dados de neutrinos solares, enquanto a figura horizontal delgada representa os dados de KamLAND para neutrinos de reatores. Os pontos de melhor ajuste são $\Delta m^2 = 5.8 \times 10^{-5} eV^2$ e $\tan^2 \theta = 0.45$ para solares e $\Delta m^2 = 7.8 \times 10^{-5} eV^2$ e $\tan^2 \theta = 0.51$ para KamLAND.



Figura 2.21: AJUSTES DO MODELO MSW. A figura mostras as distribuições de $\Delta \chi^2$ em função de Δm^2 . Cada ponto do gráfico representa uma minimização feita sobre o parâmetro $\tan^2 \theta$. As linhas tracejadas horizontais indicam os valores de $\Delta \chi^2$ referentes às probabilidades de 68,3%, 95,5% e 99,7% (1 σ , 2 σ e 3 σ respectivamente) de que o valor verdadeiro de Δm^2 esteja no interior desta região. A curva pontilhada representa os dados de neutrinos solares, enquanto a curva contínua representa o ajuste global. A curva tracejada, representando KamLAND não pode ser notada por estar praticamente superposta à distribuição global.



Figura 2.22: AJUSTES DO MODELO MSW. A figura mostras as distribuições de $\Delta\chi^2$ em função de tan² θ . Cada ponto do gráfico representa uma minimização feita sobre o parâmetro Δm^2 . As linhas tracejadas horizontais indicam os valores de $\Delta\chi^2$ referentes ao nível de confiança de 68,3%, 95,5% e 99,7% (1 σ , 2 σ e 3 σ respectivamente). A curva pontilhada representa os dados de neutrinos solares. A curva tracejada, representa KamLAND. A pequena elevação no segundo mínimo local (tan² $\theta > 1$) é resultado dos efeitos de matéria. A curva contínua representa o ajuste global.



Figura 2.23: EVENTOS DIURNOS EM SK. A linha tracejada representa o resultado do melhor ajuste ao dados solares (primeira linha da tabela 2.10), enquanto a linha contínua refere-se ao ponto de melhor ajuste global (terceira linha da tabela 2.10).



Figura 2.24: Distribuição Zenital de Eventos Noturnos em SK. Primeira faixa de energia.



Figura 2.25: Distribuição Zenital de Eventos Noturnos em SK. Segunda faixa de energia.



Figura 2.26: DISTRIBUIÇÃO ZENITAL DE EVENTOS NOTURNOS EM SK. Terceira faixa de energia.



Figura 2.27: Distribuição Zenital de Eventos Noturnos em SK. Quarta faixa de energia.



Figura 2.28: Distribuição Zenital de Eventos Noturnos em SK. Quinta faixa de energia.



Figura 2.29: Distribuição Zenital de Eventos Noturnos em SK. Sexta faixa de energia.



Figura 2.30: SNO I - CONTAGENS DIURNAS. O sinal observado em SNO é composto de corrente neutra (NC), corrente carregada (CC), espelhamento elástico (ES) e um sinal de fundo (BG). Como indicado na legenda, as diferentes linhas segmentadas representam resultados de simulações do tipo Monte-Carlo, utilizadas para que se possa prever o quanto do sinal total corresponde às diferentes componentes. Apenas CC sofre 100% dos efeitos da conversão. Aproximadamente 6/7 de ES sofre redução (correspondente à componente eletrônica da seção de choque total de espelhamento elástico). Os sinais de NC e BG não sofrem redução devido à conversão. O histograma de linha contínua representa a solução de ajuste global, enquanto o de linha finamente pontilhada refere-se ao ajuste somente dos dados solares.



Figura 2.31: SNO I - CONTAGENS NOTURNAS. Análoga à figura 2.30, correspondente aos eventos noturnos. Os dados são compatíveis com ausência de regeneração.



Figura 2.32: SNO II - FLUXO DIURNO. Devido a adição de NaCl à água-pesada, SNO fase 2 é capaz de diferenciar o sinal de CC dos demais. Esta componente sofre os efeitos de conversão em sua totalidade. A histograma tracejado é referente ao ajuste somente dos dados solares, enquanto o histograma contínuo se refere ao ajuste global.



Figura 2.33: SNO II - FLUXO NOTURNO. Análoga à figura 2.32, correspondente aos eventos noturnos. Os dados são compatíveis com ausência total de efeitos regenerativos devido a matéria Terrestre.



Figura 2.34: DADOS E AJUSTE DE KAMLAND. Os dados apresentados nesta figura correspondem àqueles apresentados na conferência TAUP2007, pelo representante da colaboração KamLAND. Os mesmos dados são apresentados na referência [2], onde a primeira e a última medida (ambas referentes a zero contagens) foram removidas da análise.

Violação do Princípio da Equivalência

3.1 O Princípio da Equivalência

3.1.1 Introdução

Galileu foi o primeiro a demonstrar que corpos com massas diferentes levariam o mesmo tempo para percorrer a mesma distância, quando sob ação exclusiva da gravidade. Em outras palavras, corpos com massa e constituição química diferentes caem com a mesma aceleração. Quando Newton propôs a sua lei da gravitação universal, as consequências da demonstração de Galileu tornaram-se claras, do ponto de vista dinâmico: o conceito de inércia estaria, de alguma forma, relacionado ao conceito de gravidade. Não havendo razões para o contrário, Newton propôs em sua lei da gravitação universal que a massa inercial é essencialmente a própria fonte da gravidade. Entretanto, baseado apenas nos conceitos de sua época, esta era de fato a solução mais simples e não a única (como veremos a seguir). Albert Einstein parece ter sido o primeiro a compreender com maior profundidade este conceito de equivalência entre inércia e gravidade[13, 14]. Em 1907, Einstein introduziu a hipótese de "equivalência física completa" entre um campo gravitacional e um sistema referencial acelerado. Esta hipótese serve como base para a associação entre a nossa noção cotidiana de gravidade com o conceito geométrico de curvatura (do espaço-tempo). Embora este seja um pilar fundamental da relatividade geral, a busca por sutis violações neste princípio da equivalência (EP, do inglês Equivalence Principle) não deteriora nossa visão atual do trabalho de Einstein, mas sim, ajuda a localizar limitações de sua validade sejam elas intrínsecas ou devido a outras forças de longo alcance [10].

Apesar da relevância histórica acerca de relatividade geral, o conceito de EP pode ser visto, e talvez até melhor ilustrado, utilizando-se simplesmente mecânica clássica. Sendo assim, a título de revisão, a seção seguinte apresenta uma breve discussão sobre este tema. O intuito é o de caracterizar o conceito de EP com profundidade meramente suficiente para a compreensão do restante do modelo aqui apresentado nas seções seguintes.

3.1.2 Massa Inercial e Massa Gravitacional

Com a mecânica dos corpos bem definida por Newton, bem como a proposição de sua gravitação universal, sabe-se que todo movimento acelerado se deve a ação de uma força. Além disso, sabe-se que o módulo da força de atração gravitacional entre dois corpos F_G é dada por:

$$F_G = G_N \frac{m \ M}{d^2} \ , \tag{3.1}$$

onde G_N é a constante da gravitação de Newton, cujo valor experimental atual é (em unidades naturais: $c = \hbar = 1$)

$$G_N = 6,708\ 81(67) \times 10^{-39}\ GeV^{-2}$$
, (3.2)

d é a distância entre os corpos e m e M são suas respectivas massas. No caso em que se compara experimentos realizados sempre na presença de um mesmo campo característico, esta expressão pode ser substituída por

$$F_G = m \ g \ , \tag{3.3}$$

onde g é o módulo do campo gravitacional no local do experimento (que depende diretamente da massa da fonte de campo, da distância entre os corpos e, no caso de um experimento na superfície Terrestre, pode depender de fatores dinâmicos como latitude - devido à rotação da Terra - e composição geológica local). Entretanto, o mero estabelecimento destas relações, como estão representadas acima, já remove desta discussão o seu ponto chave. O símbolo associado com massa, m, aparece naturalmente nas duas expressões que são conhecidas o suficiente para dispensar explicações detalhadas sobre seus símbolos. Como já foi dito, o ponto chave desta discussão foi removido pela intuição, ao se considerar que este símbolo m representa a mesma quantidade física que aparece na lei da dinâmica dos corpos:

$$R = m a$$
, onde R é o módulo da força resultante sobre o corpo. (3.4)

Sabe-se hoje, o que Newton já havia sabiamente intuído, que quanto maior a massa de um corpo, maior o seu campo gravitacional. Entretanto, não é direta a afirmação de que a quantidade que chamamos de "massa" e que aparece nas expressões (3.3) e (3.4) deva ser a mesma. Como foi dito na seção anterior, Newton pressupôs que a origem da gravidade era a inércia, por simplicidade. A princípio, pode-se chamar a primeira de massa gravitacional e a segunda de massa inercial e representá-las respectivamente por m_G e m_I . Assim, um corpo em queda-livre, ou seja sob ação exclusiva da gravidade, deve obedecer a relação de movimento em que $R = F_G$ e assim

$$m_I a = m_G g \implies a = \frac{m_G}{m_I} g .$$
 (3.5)

E importante ressaltar a observação feita acerca da **exclusividade** da ação gravitacional sobre este corpo (neste ponto esta observação parece um cuidado excessivo, mas ela será fundamental na justificativa deste trabalho). Voltando à relação acima, se todos os corpos caem com a mesma aceleração, a afirmação mais conservadora que podemos fazer sobre a relação entre $m_G \in m_I$ é que estas sejam proporcionais

$$m_G = \gamma \ m_I \tag{3.6}$$

sendo γ a constante de proporcionalidade. Assim sendo, a aceleração de tal corpo é dada por $a = \gamma g$. Se o fator γ for o mesmo para todos os corpos (ou seja, independente de sua composição) então ele seria facilmente absorvido por qualquer medida experimental de G_N , já que esta constante está implícita em g. Desta forma, uma constante "efetiva" da gravitação seria dada por

$$G_N ' = \gamma \ G_N \quad . \tag{3.7}$$

Com efeito, uma medida experimental de G_N seria insensível a esta constante de proporcionalidade entre massa inercial e massa gravitacional. Concluindo, pode-se a princípio afirmar que:

"Um universo hipotético, onde a massa gravitacional e a massa inercial são grandezas diferentes porém proporcionais, é indistinguível de um segundo universo onde os dois conceitos de massa são coincidentes mas a constante da gravitação é diferente daquela do primeiro."

Desta forma, a única maneira de buscar algum efeito físico que possa surgir de uma possível diferença entre os dois conceitos de massa é o caso onde o fator γ depende da composição de cada corpo, ou seja, a razão $(m_G/m_I) \equiv \gamma_i$ deve ser diferente para corpos diferentes (onde o sub-índice *i* será usado para indicar corpos diferentes quando for necessário).

Assim, uma forma de buscar violações neste princípio está relacionada a buscar corpos materiais, de diferentes constituições, que apresentem diferentes acelerações quando sujeitos exclusivamente à ação da gravidade.

3.2 Violações no Princípio da Equivalência

Buscar violações no princípio da equivalência (VEP, do inglês *Violation of the Equivalence Principle*) é uma das formas de validar (ou refutar) teorias e modelos que nele se baseiam. Como exemplo, podemos citar o número de forças de longo alcance conhecidas atualmente. Se considerarmos apenas corpos eletricamente neutros, anulando a ação de forças eletromagnéticas sobre ele, resta apenas gravidade como responsável por interações de longas distâncias (o alcance da gravidade é de fato infinito). Desta forma, uma possível fonte de VEP seria a existência de uma ainda desconhecida força de longa distância com intensidade da mesma ordem que a gravidade. Para se compreender melhor esta afirmação, basta lembrar que na seção 3.1.2 ressaltamos que tudo era baseado na hipótese de ação exclusiva da gravidade sobre os corpos. No caso de haver outras forças, uma violação aparente do princípio da equivalência pode ser manifesta. Assim sendo as hipóteses utilizadas por Einstein para construir a relatividade geral continuam válidas, pois todas se referem ao caso onde um sistema sob ação exclusiva da gravidade e este é comparado a um referencial acelerado.

Novas teorias reforçam a busca por VEP. A expansão acelerada do universo, atribuída a uma "energia escura", abre margem para a existência de outras forças de longo alcance. Neste campo de estudo, a teoria de supercordas indica pelo menos um novo campo (de interação fundamental), atualmente chamado de *Dilaton*, que seria candidato a explicar a energia escura. Como consequência

direta da existência do Dilaton, o princípio da equivalência deveria ser violado [11].

A busca por motivações para efeitos de VEP ainda exige modelos físicos considerados exóticos. Mesmo assim, muitos trabalhos são realizados nesta área, independente da discussão sobre a origem de tais efeitos. Alguns trabalhos apontam, por exemplo, que alguns *pulsares* com velocidades peculiarmente altas poderiam ser explicados se os neutrinos sofressem VEP[25, 7].

O objetivo deste trabalho não é justificar a busca por VEP e nem explicar suas possíveis origens. Seja qual for a motivação, experimental ou teórica, deve estar claro que todo modelo deve ter suas hipóteses testadas. Sendo assim, a busca por violações no princípio da equivalência deve ser vista como um teste de hipótese e isso por si só é motivação suficiente para todos os trabalhos na área.

3.3 Buscas por VEP

A universalidade da queda-livre (UFF, do inglês *universality of free fall*) é um dos testes clássicos de VEP. De maneira simplificada, tais experimentos medem a aceleração de dois corpos de composição diferente, a_A e a_B , em direção a uma fonte atratora como a Terra ou o Sol. O resultado é expresso na forma de um parâmetro de violação da queda-livre η , de forma que:

$$\eta(A,B) = 2\frac{a_A - a_B}{a_A + a_B} = 2\frac{(m_G/m_I)_A - (m_G/m_I)_B}{(m_G/m_I)_A + (m_G/m_I)_B} = 2\frac{\gamma_A - \gamma_B}{\gamma_A + \gamma_B} .$$
(3.8)

Este parâmetro está relacionado com $\gamma[36]$. Tais experimentos impõem um limite superior para o parâmetro $\eta \text{ em } \eta \approx 10^{-12}$, para diferentes composições de corpos-teste e diferentes fontes como a Terra, o Sol, o centro da galáxia e, mais recentemente, grandes massas de ²³⁸U[20]. Da definição (3.8), pode-se ver que uma medida direta de VEP, representada por $\Delta \gamma_{AB} = \gamma_A - \gamma_B$ teria a mesma ordem de grandeza de η (já que cada γ_i tem valores próximos à unidade e com isto $\gamma_A + \gamma_B \approx 2 = O(1)$). Decorre que os limites sobre η impõem limites diretos sobre $\Delta \gamma_{AB}$ e não se espera encontrar nenhum efeito de VEP com ordem de magnitude maior do que $10^{-12}[36]$ (devido a fontes siderais) ou $10^{-9}[20]$ (devido a fontes terrestres).

Além da busca de VEP na escala de massa-energia que temos acesso na Terra, observações diretas da velocidade orbital de pulsares impõe um limite mais modesto, na escala de massa estelar, de $|\gamma - 1| < 1, 1 \times 10^{-2} (90\% C.L.)[12]$.

Uma vez situado o panorama acerca do (possível) fenômeno VEP, podemos retornar aos neutrinos. Durante vários anos, uma das várias propostas para se solucionar o problema do neutrino solar tinha como hipótese a VEP. É de Gasperini em 1988[17] a primeira sugestão deste tipo de modelo, que envolve mistura de sabores de neutrinos e VEP, mas não exige que os neutrinos sejam massivos (assim como fótons, que são desprovidos de massa, também sentem efeitos gravitacionais). Vinte anos depois, o modelo de mistura massa-sabor em conjunto com o efeito MSW[39, 29] parece ter se solidificado como modelo físico para os neutrinos em geral (solares, atmosféricos e de reatores), principalmente após os resultados de SNO[32, 33, 34] em 2002 e os contínuos avanços em KamLAND[2]. Embora o modelo de VEP para neutrinos solares possa oferecer uma solução satisfatória, mesmo com os dados de SNO[16], este não é capaz de explicar, com o mesmo conjunto de parâmetros, os dados de KamLAND.

Hoje em dia temos um novo panorama a respeito dos neutrinos. Com muitos dados, de diversos experimentos, e de posse de um modelo convincente para todas as observações até então, pode-se inverter a questão: Seriam os neutrinos boas sondas para explorar o fenômeno de VEP?

3.4 Neutrinos como Sondas para VEP

Há duas décadas, a idéia de que neutrinos poderiam ter diferentes acoplamentos gravitacionais (ou seja, obedecer a diferentes constantes G_N) foi introduzida por Gasperini [17] e posteriormente independentemente por Halprin e Leung [21, 22]. Este tipo de fenômeno levaria a efeitos de oscilação e conversão do tipo MSW, que poderiam explicar o problema do neutrino solar. O modelo original assume neutrinos sem massa, pois a intenção era explicar o desaparecimento dos neutrinos eletrônicos fazendo suposições acerca da gravidade, sem alterar o modelo padrão (que estava bem definido para neutrinos sem massa). Entretanto, este tipo de solução não sobreviveu aos resultados do experimento KamLAND. Os dados para neutrinos solares exigiam uma medida de VEP que produzisse oscilações com um grande comprimento de oscilação (da ordem da distância Sol-Terra) enquanto os dados de KamLAND mostravam o desaparecimento de neutrinos a pouco menos de 200km da sua fonte, exigindo um comprimento de oscilação muitas ordens de grandeza menor. Colocando de forma simples, não foi possível explicar os dados para neutrinos solares e de reatores com o mesmo conjunto de parâmetros (um mesmo valor de VEP).

3.5. O MODELO COMBINADO MSW±VEP

Até o presente momento a mistura massa-sabor, em conjunto com o efeito MSW, parece ser o cenário ideal para se explicar todos os dados existentes. Por esta razão, todo modelo baseado em neutrinos sem massa foi abandonado. Entretanto, isto não significa que o fenômeno físico VEP não esteja presente na natureza e, ainda mais, não esteja presente nos neutrinos. Pelo contrário, se tal fenômeno realmente ocorrer e, se os neutrinos forem sensíveis a ele, então eles poderiam ser uma excelente sonda, devido à sua natureza de "massa mista" (mais precisamente *estados de superposição de massa*, como discutido no capítulo 2). Na prática, uma vez definida a mistura massa-sabor como efeito dominante, os neutrinos realizam papel semelhante ao de interferômetros, sensíveis às pequenas diferenças entre seus estados.

Vamos assumir como primeira hipótese que o cenário atual de mistura massa-sabor é válido. Sabemos que as oscilações são induzidas pela diferença entre as (o quadrado das) massas de cada auto-estado físico. Entretanto, esta massa se enquadra no conceito de *massa inercial* pois esta descreve a dinâmica (quântica) dos neutrinos. Ao considerarmos agora a interação destes neutrinos com um potencial gravitacional, o conceito de *massa gravitacional* seria inserido ao problema. Assim sendo, os neutrinos parecem ser sondas promissoras para o fenômeno VEP e o cenário natural para isto seria o modelo de Gasperini, Halprin e Leung.

3.5 O Modelo Combinado MSW±VEP

Desde a proposta inicial deste tipo de modelo, considerava-se a existência simultânea de massa e VEP, tanto na proposta de Gasperini como na de Halprin e Leung. Embora estas propostas sejam muito similares e tomem como base os mesmos conceitos, elas não são exatamente equivalentes. Uma análise do modelo de Gasperini revela que este é obtido através de uma hipótese de *acoplamento mínimo* em conjunto com a equivalência massa-energia de Einstein (embora estas hipóteses estejam implícitas em seu modelo). Neste cenário, neutrinos acoplariam com o potencial gravitacional de maneira similar às partículas clássicas. Por outro lado, Halprin desenvolveu seu modelo usando uma *linearização do tensor métrico* como uma aproximação de campo fraco. Portanto o modelo segundo Halprin tem como base a relatividade geral enquanto o de Gasperini se baseia na gravitação de Newton. Além disso, Halprin notou que no caso de se usar um sistema de três bases (como será mostrado adiante), um parâmetro adicional se faz necessário, além daqueles propostos por Gasperini. A seguir, por motivos de comparação, ambos os modelos serão derivados. Um ponto em comum entre eles é a utilização da notação conhecida como parametrização pós-Newtoniana (*Parametrized Post-Newtonian - PPN*) [30], onde os efeitos de VEP são estimados através da medida do fator γ , aos moldes da relação (3.7). Como também será mostrado, a existência de diferentes valores de γ não é a única forma através da qual neutrinos poderiam violar o princípio da equivalência.

3.5.1 Derivação Segundo Gasperini

O primeiro modelo buscava explicar o desaparecimento dos neutrinos eletrônicos provenientes do Sol. A premissa era, assim como no modelo de massas, de que os neutrinos são produzidos como misturas. Neste caso, os sabores de neutrinos (vamos considerar apenas dois sabores) são misturas de auto-estados de interação gravitacional:

$$\nu^{(s)} = U_q \ \nu^{(g)} \tag{3.9}$$

onde

$$\nu^{(s)} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} , \qquad (3.10)$$

$$\nu^{(g)} = \begin{pmatrix} \nu_{g1} \\ \nu_{g2} \end{pmatrix} e \tag{3.11}$$

$$U_g = \begin{pmatrix} \cos \theta_g & \sin \theta_g \\ -\sin \theta_g & \cos \theta_g \end{pmatrix} .$$
(3.12)

Quanto à interação gravitacional, adota-se um método semi-clássico. A energia potencial clássica de uma massa-teste m à uma distância r relativa à uma fonte gravitacional pontual M é dada por $U(r) = -m \gamma G_N M r^{-1}$, onde o sinal de menos representa o efeito de atração. Para uma fonte mais geral, pode-se denotar ϕ como sendo o potencial gravitacional local de forma que $U(r) = -m \gamma_m \phi(r)$, onde $\phi(r)$ é agora uma quantidade positiva e o índice m em γ indica sua dependência na massa. Assumindo a equivalência entre massa e energia como uma primeira aproximação relativística, podese substituir diretamente a massa da partícula teste m por sua energia total $E = \sqrt{p^2 + m^2}$, de forma

$$U(r) = -E \gamma_m \phi(r) . \tag{3.13}$$

No caso específico dos neutrinos, é usual adotar a aproximação $m \ll p$, de forma que $E \cong p + m^2/2p$. Assim, através da mesma aproximação, pode-se concluir que o acoplamento gravitacional do neutrino relevante para o modelo vem do seu momento p e não da sua massa (numa associação semelhante à $E = mc^2$, lembrando apenas que estamos considerando c = 1). Desta forma, (3.13) fica $U(r) \cong$ $-p \phi(r)$. Assumindo acoplamento mínimo, a evolução de uma partícula neste potencial pode ser descrita substituindo o momento p por p' de forma que

$$p \rightarrow p' = p - U(r)$$

$$p' = p + p \gamma_m \phi(r)$$

$$= p [1 + \gamma_m \phi(r)] .$$
(3.14)
(3.14)
(3.15)

Como veremos adiante, o potencial gravitacional que deveremos considerar é um número pequeno, de forma que podemos ignorar fatores de ordem $O(\phi^2)$. Assim obtemos

$$E = p + \frac{m^2}{2p}$$

$$= p (1 + \gamma_m \phi) + \frac{m^2}{2p} \left(\frac{1}{1 + \gamma_m \phi} \right)$$

$$= p (1 + \gamma_m \phi) + \frac{m^2}{2p} [1 - \gamma_m \phi + O(\phi^2)]$$

$$\cong p (1 + \gamma_m \phi) + \frac{m^2}{2p} (1 - \gamma_m \phi)$$
(3.16)
(3.16)
(3.17)

Esta é a energia total de uma partícula teste muito leve, sob ação de um campo gravitacional, segundo as hipóteses feitas por Gasperini, com apenas uma ressalva: Gasperini demonstra como obter a relação (3.16) sem considerar a massa do neutrino m, em primeira instância. Ainda assim, ele considera o caso onde os neutrinos são massivos e duas misturas são aplicadas. Colocando de outra forma, o modelo mais completo apresentado leva em conta três bases distintas nas quais os estados dos neutrinos podem ser expressos: uma base de massa $\nu^{(m)}$, uma base de sabor $\nu^{(s)}$ e uma base gravitacional $\nu^{(g)}$. As duas últimas se relacionam de acordo com as expressões (3.9) e (3.12), enquanto a base de sabor e de massa se relacionam da seguinte forma:

$$\nu^{(s)} = U_m \nu^{(m)} \tag{3.18}$$

onde

$$\nu^{(m)} = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} e \tag{3.19}$$

$$U_m = \begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix} .$$
(3.20)

Embora um modelo para VEP e neutrinos massivos tenha sido apresentado, ele não foi levado a diante. Como foi mencionado anteriormente, se um modelo podia dar conta do problema do neutrino solar com a descrição de apenas um fenômeno, então era mais simples prosseguir apenas com VEP do que com um modelo completo.

Com isto, podemos construir a hamiltoniana como em (2.12) e prosseguir com o processo de obtenção da probabilidade de sobrevivência, aos moldes de como foi feito no capítulo 2. A aplicação das misturas e a obtenção da equação de evolução na base de sabor serão discutidas a diante. Antes disso, vamos avançar para a derivação de Halprin e Leung e assim compreender as sutilizas que diferenciam os dois modelos.

3.5.2 Derivação Segundo Halprin e Leung

Alguns anos após Gasperini, Halprin e Leung chegaram a uma revisão do modelo em questão. Neste trabalho, um outro sistema de acoplamento neutrino-gravidade é considerado, baseado numa versão linearizada da relatividade geral. Além do acoplamento, fez-se uma discussão acerca de quantos ângulos de mistura são necessários para o modelo. A conclusão é de que, mesmo com apenas duas misturas (e os dois ângulos já propostos $\theta_m e \theta_g$) o modelo só tem todos os seus graus de liberdade explorados com a adição de um terceiro ângulo (uma fase α), elevando o total de parâmetros livres do modelo completo de quatro para cinco.

Em primeiro lugar, devemos compreender como o acoplamento via métrica linearizada modifica o modelo. Vamos assumir que toda interação spin-gravidade é irrelevante pois trataremos de um campo gravitacional fraco. Assim, parte-se da equação de Klein-Gordon:

$$\left(g_{\mu\nu}\partial^{\mu}\partial^{\nu} + m^{2}\right)\Psi = 0 \tag{3.21}$$

onde $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico e Ψ representa o campo do neutrino, numa aproximação escalar (ou seja, desprezando-se o seu spin). Por estarmos tratando de um campo fraco, pode-se escrever o tensor métrico como $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x)$ onde $\eta_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$ e[38]

$$h_{\mu\nu} = -2\gamma_m \phi(r)\delta_{\mu\nu}$$
 (onde ϕ é positivo definido). (3.22)

Então, a equação de Klein-Gordon (3.21) pode ser escrita como

$$\left[(\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) \partial^{\mu} \partial^{\nu} + m^2 \right] \Psi = 0$$

$$\left[(\eta_{\mu\nu} - 2\phi(r)\delta_{\mu\nu}) \partial^{\mu} \partial^{\nu} + m^2 \right] \Psi = 0$$
(3.23)

Tomando uma solução estilo onda-plana da forma

$$\Psi = \Psi_0 e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} \quad , \tag{3.24}$$

e substituindo em (3.23), chega-se na relação de dispersão para o campo Ψ

$$E^{2}(1 - 2\gamma_{m}\phi) = p^{2}(1 + 2\gamma_{m}\phi) + m^{2}$$
(3.25)

onde, usando que $m \ll p$ e ignorando termos de ordem $O(\phi^2)$, tem-se

$$E \cong p (1 + 2\gamma_m \phi) + \frac{m^2}{2p} (1 + 4\gamma_m \phi)$$
 (3.26)

Esta é a energia total de uma partícula leve, segundo a derivação de Halprin e Leung. Comparando (3.17) e (3.26) vê-se que onde quer que o potencial $\gamma_m \phi$ apareça, estas duas expressões diferem por algum fator. Mais precisamente, por um fator 2 no termo $p\phi$ e por um fator 4 no termo ϕ/p . Estes

fatores são provenientes da relatividade geral e parecem fazer da relação (3.26) mais apropriada para continuar derivando o modelo.

Podemos agora continuar com a discussão que foi deixada em aberto no final da seção 3.5.1, acerca da obtenção da hamiltoniana a partir da relação de dispersão (seja (3.17) ou (3.26)) e das misturas entre as bases. Neste ponto, seguiremos a notação de Halprin, embora o procedimento seja o mesmo adotado por Gasperini, a não ser nos pontos onde for dito o contrário.

3.5.3 Misturas

Outro ponto fundamental deste modelo é que há mais de uma forma de se impor efeitos do tipo VEP. Como já foi discutido, por razões históricas, os primeiros modelos de VEP para neutrinos consideravam o caso não massivo. Embora o caso para neutrinos massivos tenha sido mencionado, nunca foi considerado para uma análise mais profunda. Este será exatamente o caso aqui: partindo-se do princípio de que o efeito dominando sobre os neutrinos é a mistura massa-sabor, a presença de neutrinos massivos no modelo é crucial. Neste caso, a forma mais geral a ser considerada para o modelo é um sistema de três bases, dadas pelas definições (3.10), (3.11) e (3.19).

As três bases separam três fenômenos. Assim como no modelo de mistura massa-sabor, a evolução dos neutrinos acontece na base de massa (onde a hamiltoniana é diagonal). Como hipótese fundamental deste modelo, as interações fracas ocorrem em uma outra base, a de sabor. Por fim, ao acrescentarmos a interação gravitacional à descrição do neutrino, pode-se argumentar que, sendo esta um outro tipo de interação, ela não poderia ocorrer em nenhuma das outras bases, sendo assim necessária a definição de uma terceira base, a base gravitacional. O processo de construção da equação de evolução dos neutrinos neste cenário será descrito a seguir.

Na base de massa, por definição a base de estados físicos do sistema, a equação de Schrödinger é escrita como

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(m)} = H^{(m)} \Psi^{(m)}$$
(3.27)

onde x representa o parâmetro de evolução (tempo ou posição, pois estamos no sistema natural de unidades) e sub-índice m indica que Ψ está sendo representado na base de massa. A hamiltoniana $H^{(m)}$ é, pela própria definição desta base, uma matriz diagonal e pode ser escrita como

$$H^{(m)} = \begin{pmatrix} E_{m1} & 0\\ 0 & E_{m2} \end{pmatrix}$$
(3.28)

onde E_{mi} (com i = 1, 2) são os auto-valores de $H^{(m)}$. Partimos da hipótese de que nenhuma interação acontece na base de massa (ver capítulo 2), de forma que E_{m1} e E_{m2} representam as relações de dispersão para partículas livres que, neste caso, são dadas pela expressão (2.29)

$$E_{mi} = p + \frac{m_i^2}{2p}$$

Ao compararmos a relação acima com a relação de dispersão de Halprin (3.26), podemos isolar os termos provenientes da interação gravitacional, definindo assim E_{gi} como

$$E_{gi} = 2\gamma_i \phi \left(p + 2\frac{m_i^2}{p} \right) \tag{3.29}$$

onde a notação dos fatores γ_m será simplificada, de agora em diante, para γ_i com *i* indicando a massa m_i ao qual este fator se refere. A separação da relação de Halprin em duas partes, E_{mi} e E_{gi} , é necessária pois a equação (3.23) coloca a dinâmica do sistema na mesma base que a interação gravitacional. Para adequar o modelo ao sistema de três bases, separamos esta contribuição para que agora possa ser devolvida a hamiltoniana na base correta. Na base gravitacional $\nu^{(g)}$, a contribuição para a hamiltoniana é diagonal:

$$V_G^{(g)} = \begin{pmatrix} E_{g1} & 0\\ 0 & E_{g2} \end{pmatrix} . (3.30)$$

Por fim, a expressão (2.70) quantifica o potencial sentido pelos neutrinos devido à presença de matéria fracamente interagente (interação nuclear fraca):

$$V_W^{(s)} = -\sqrt{2}G_F \frac{n_n}{2}\mathbb{1} + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F n_e & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix} .$$
(3.31)

Termos proporcionais a identidade não contribuem para a probabilidade final. Assim sendo, podemos abandonar o primeiro termo da expressão para $V_W^{(s)}$. Além disso, temos a liberdade de

somar termos com esta forma a qualquer uma destas contribuições com fim de explicitar parâmetros de maior interesse. Na expressão (3.28) para $H^{(m)}$, vamos subtrair um termo proporcional à média dos auto-valores:

$$H^{(m)} \to H^{(m)} - \bar{E}_m \mathbb{1} ,$$
 (3.32)

onde $\bar{E}_m = \frac{E_{m2} + E_{m1}}{2}$, de forma que $H^{(m)}$ pode ser reescrita como

$$H^{(m)} = \frac{\Delta E_m}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$
 (3.33)

De forma análoga, a contribuição gravitacional $H^{(g)}$ pode ser reescrita como

$$V_G^{(g)} = \frac{\Delta E_g}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix} e \tag{3.34}$$

e, por fim, a contribuição fraca

$$V_W^{(s)} = \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} , \qquad (3.35)$$

obtida de (2.70) após a subtração de um termo $\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_e \mathbb{1}.$

Em cada termo, os super-índices (m), (s) e (g) servem para lembrar em qual base cada um deles está sendo representado. Cada contribuição é diagonal em sua base. Para construirmos a equação de evolução do sistema, partimos da equação (3.27) que é escrita na base de massa e consideramos a primeira contribuição para H como sendo a cinemática: $H \rightarrow H^{(m)}$.

A segunda contribuição será inserida na base gravitacional. Utilizando-se das definições (3.9) e (3.18), pode-se deduzir que a matriz de mudança da base de massa para a base gravitacional é dada por $U_g^{\dagger}U_m$. Assim, substituímos $\Psi^{(m)}$ por

$$\Psi^{(g)} = U_g^{\dagger} U_m \Psi^{(m)} \tag{3.36}$$

na equação (3.27), obtendo-se

$$i\frac{d}{dx}U_{g}^{\dagger}U_{m}\Psi^{(g)} = H^{(m)} \ U_{g}^{\dagger}U_{m}\Psi^{(g)} \ .$$
(3.37)

Assumindo que as misturas θ_m e θ_g não dependem da posição, pode-se aplicar na expressão acima uma transformação $U_m^{\dagger}U_g$ pela esquerda e, sabendo que as matrizes U são unitárias por definição $(U \ U^{\dagger} = 1)$, obtemos:

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(g)} = \left(U_m^{\dagger}U_g\right)H^{(m)} \left(U_g^{\dagger}U_m\right)\Psi^{(g)} .$$
(3.38)

Nesta base, podemos adicionar a contribuição $V_{G}^{\left(g\right)},$ de forma que:

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(g)} = \left[\left(U_m^{\dagger}U_g \right) H^{(m)} \left(U_g^{\dagger}U_m \right) + V_G^{(g)} \right] \Psi^{(g)} \quad . \tag{3.39}$$

A contribuição final é a da interação fraca. Para isto, temos que mudar a equação para a base de sabor, o que é feito de forma direta com a relação (3.9), realizando a transformação:

$$\Psi^{(s)} = U_q \Psi^{(g)} . ag{3.40}$$

substituindo a expressão acima em (3.39) e aplicando a matriz U_g^{\dagger} pela esquerda (em analogia ao que foi feito para se obter a expressão (3.38)), temos que

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = \left[\left(U_g^{\dagger}U_m^{\dagger}U_g \right) H^{(m)} \left(U_g^{\dagger}U_m U_g \right) + U_g^{\dagger}V_G^{(g)}U_g \right] \Psi^{(s)} \quad .$$
(3.41)

Como uma propriedade imediata do grupo ao qual as matrizes de mistura pertencem (SU(2)), temos que qualquer elemento U_1 que sofra uma transformação de similaridade do tipo $U_2^{\dagger}U_1U_2$ não se altera (transformação identidade). Então temos as seguintes identidades matriciais: $U_g^{\dagger}U_m^{\dagger}U_g = U_m^{\dagger}$ e $U_g^{\dagger}U_mU_g = U_m$. Com isto, a equação (3.41) fica

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = \left[U_m^{\dagger}H^{(m)} \ U_m + U_g^{\dagger}V_G^{(g)}U_g\right]\Psi^{(s)} \quad .$$
(3.42)

Nesta expressão, podemos finalmente inserir a contribuição da interação fraca, chegando finalmente na expressão para a equação de evolução na base de sabor:

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = \left[U_m^{\dagger}H^{(m)} \ U_m + U_g^{\dagger}V_G^{(g)}U_g + V_W^{(s)}\right]\Psi^{(s)} \quad . \tag{3.43}$$

Assim, obtivemos a hamiltoniana total do sistema, expressa na base de sabor:

$$H^{(s)} = U_m^{\dagger} H^{(m)} \ U_m + U_g^{\dagger} V_G^{(g)} U_g + V_W^{(s)} \ , \tag{3.44}$$

que explicitamente tem a forma:

$$H^{(s)} = \frac{\Delta E_m}{2} U_m^{\dagger} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} U_m + \frac{\Delta E_g}{2} U_g^{\dagger} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} U_g + \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} .$$
(3.45)

Até aqui, com exceção da relação de dispersão, o modelo é análogo ao original desenvolvido por Gasperini. O primeiro impulso na direção de prosseguir com a solução da equação (3.43) seria substituir ali as matrizes de mistura como definidas em (3.12) e (3.20). Entretanto, estas matrizes não são as mais gerais para este caso em específico, como será mostrado a seguir.

3.5.4 Quantos Parâmetros São Necessários?

Para prosseguir além deste ponto, temos que revisar a idéia por trás das matrizes de mistura U_m e U_g . As respectivas definições dadas em (3.12) e (3.20) não são as formas mais gerais para uma matriz unitária 2 × 2 complexa, a qual deveria ter *quatro* parâmetros, e não apenas um (denotado por θ neste caso). Uma maneira útil de se parametrizar este tipo de matriz é sob a forma:

$$U \equiv e^{i\chi} \begin{pmatrix} e^{-i\beta} & 0\\ 0 & e^{i\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0\\ 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} , \qquad (3.46)$$

onde χ , α , $\beta \in \theta$ são parâmetros reais. O que acontece é que, em geral, apenas θ tem efeito sobre as oscilações de neutrinos. O primeiro parâmetro a perder sua relevância é χ que, em qualquer aplicação do tipo $U^{\dagger}MU$, é cancelado diretamente. Se a matriz M em que a transformação é aplicada for diagonal, então o parâmetro β torna-se insignificante, pois

$$\begin{pmatrix} e^{-i\beta} & 0\\ 0 & e^{i\beta} \end{pmatrix}^{\dagger} \begin{pmatrix} M_1 & 0\\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\beta} & 0\\ 0 & e^{i\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 & 0\\ 0 & M_2 \end{pmatrix} .$$
(3.47)

Por fim, a parte de U parametrizada por α pode ser agrupada com os espinores da equação ao invés de estar sendo aplicada sobre a hamiltoniana. Assim, uma equação do tipo (3.27) teria seu espinor-incógnita Ψ modificado da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \Psi = \begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} e^{-i\alpha}\nu_e \\ e^{i\alpha}\nu_\mu \end{pmatrix}$$
$$= e^{i\alpha} \begin{pmatrix} e^{-i2\alpha}\nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}.$$
(3.48)

Com isto, uma simples redefinição da componente ν_e de forma que $\nu_e \rightarrow e^{-i2\alpha}\nu_e$ elimina a influência de α sobre as soluções, restando apenas o parâmetro θ (pois o fator $e^{i\alpha}$ em evidência na expressão (3.48) se cancela na probabilidade, assim como ocorre com χ). Esta é a justificativa por trás da escolha do tipo de matriz normalmente indicada para realizar este tipo de mistura de estados (como nas expressões (3.12) e (3.20), com apenas um parâmetro livre).

No caso específico da equação (3.43), α não pode ser eliminado[22], pois não é possível absorver os dois parâmetros extras, α_m vindo de U_m e α_g vindo de U_g , com uma redefinição dos espinores. De fato é possível fazer tal procedimento para eliminar apenas um dos dois graus de liberdade. Se fizermos a redefinição com o parâmetro α_m , por exemplo (da forma $\nu_e \rightarrow e^{-i2\alpha_m}\nu_e$), irá surgir um termo envolvendo V_w :

$$\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_e \begin{pmatrix} e^{-i\alpha_m} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\alpha_m} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_m} \end{pmatrix}^{\dagger} \\
= \frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$
(3.49)

que permanece inalterado, enquanto um outro envolvendo V_g sofre a ação tanto de α_m quanto α_g :

$$\begin{pmatrix} e^{-i\alpha_m} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\alpha_g} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_g} \end{pmatrix}^{\dagger} U_g^{\dagger} V_G^{(g)} U_g \begin{pmatrix} e^{-i\alpha_g} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_g} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\alpha_m} & 0\\ 0 & e^{i\alpha_m} \end{pmatrix}^{\dagger}$$
$$= \begin{pmatrix} e^{-i(\alpha_m - \alpha_g)} & 0\\ 0 & e^{i(\alpha_m - \alpha_g)} \end{pmatrix} U_g^{\dagger} V_G^{(g)} U_g \begin{pmatrix} e^{-i(\alpha_m - \alpha_g)} & 0\\ 0 & e^{i(\alpha_m - \alpha_g)} \end{pmatrix}^{\dagger}$$
$$= \begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0\\ 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix} U_g^{\dagger} V_G^{(g)} U_g \begin{pmatrix} e^{-i\alpha} & 0\\ 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix}^{\dagger}$$
(3.50)

onde $\alpha = \alpha_m - \alpha_g$ e U_g ainda é aquele definido pela expressão (3.12). Substituindo (3.50) na hamiltoniana (3.45), bem como as respectivas definições para as matrizes de mistura U_m e U_g , temos a forma mais geral possível para o modelo combinado entre VEP e mistura massa-sabor:

$$H^{(s)} = \frac{\Delta E_m}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_m & \sin 2\theta_m \\ \sin 2\theta_m & \cos 2\theta_m \end{pmatrix} \\ + \frac{\Delta E_g}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_g & e^{-i2\alpha} \sin 2\theta_g \\ e^{i2\alpha} \sin 2\theta_g & \cos 2\theta_g \end{pmatrix} \\ + \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$
(3.51)

Sabendo que ΔE_m e ΔE_g carregam dependências em Δm^2 e $\Delta \gamma$ respectivamente, em conjunto com θ_m , θ_g e α temos um total de *cinco parâmetros*: dois para descrever a mistura massa-sabor, e três para descrever VEP.

Embora tenhamos em mãos um modelo bastante geral, sabe-se que a adição de um número muito grande de parâmetros a um determinado modelo pode comprometê-lo do ponto de vista estatístico. No capítulo seguinte, faremos o ajuste deste modelo aos dados para neutrinos solares e de reatores. No total, contamos com um conjunto de 141 dados experimentais. Pode parecer um valor alto, mas não é. Entretanto, não somos nós quem dizemos como a natureza é de fato. Este modelo expressa todas as formas, conhecidas até o momento, em que a física de neutrinos pode violar o princípio da equivalência. Entretanto, visando maximizar a precisão estatística de nossa análise, faremos a opção de analisar uma versão simplificada deste modelo.

3.5.5 Modelo VEP Mínimo

Na forma apresentada até aqui, pode-se dizer que estamos violando o princípio da equivalência de mais de uma maneira. Neste cenário, a matriz de massa inercial, que governa a cinemática do sistema e está implícita em $H^{(m)}$, não é equivalente à matriz de massa gravitacional, implícita em $U_m^{\dagger}U_g H^{(m)}U_g U_m^{\dagger}$. Assim, além de cada auto-estado gravitacional sentir uma intensidade diferente desta interação, o que é parametrizado por $\Delta \gamma$, a hipótese de um sistema de três bases exige dois parâmetros extras, $\theta_g \in \alpha$, responsáveis por diferenciar a dinâmica do sistema quando este é visto da base de massa ou da base gravitacional. Pode-se afirmar então que estamos lidando com duas formas de provocar VEP neste sistema.

Historicamente, a mistura em θ_g era necessária pois a mistura em θ_m era frequentemente descartada por aqueles que estudavam este modelo. Sem massa, temos apenas duas bases e os parâmetros Δm^2 , θ_m e α desaparecem.

Ao avaliarmos a importância de cada um dos três parâmetros que descrevem VEP neste modelo, nota-se que aquele que carrega o maior peso é $\Delta \gamma$. Se este for nulo, a contribuição vinda da mistura gravitacional se perde e temos novamente apenas o modelo de mistura massa-sabor. Com isto, na tentativa de utilizar os neutrinos como sondas para se buscar por VEP, vamos supor por simplicidade que a mistura gravitacional não ocorre ou é desprezível. Desta forma, a única fonte de VEP é a diferença entre a massa inercial e gravitacional de cada estado.

Esta simplificação é equivalente a remover uma das bases, ou melhor, tornar duas delas coincidentes. Partindo da intuição geral de que massa (energia e momento) são fontes para a gravidade, faremos com que as bases de massas e gravitacional coincidam. Com isto, $\alpha_m = \alpha_g$ (e portanto $\alpha = 0$) e $\theta_m = \theta_g \equiv \theta$. Sendo assim, a hamiltoniana do sistema simplifica-se, ficando

$$H^{(s)} = \frac{\Delta E_m + \Delta E_g}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$= \frac{\Delta E}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad (3.52)$$

onde ΔE volta a ser a diferença entre os valores da relação de dispersão (3.26), ou seja: $\Delta E = E_2 - E_1$, de forma que:

$$\Delta E = \frac{\Delta m^2}{2p} + 2p \ \phi \Delta \gamma + \frac{\phi}{p} \left(\bar{\gamma} \Delta m^2 + \bar{m}^2 \Delta \gamma \right) , \qquad (3.53)$$

com $\Delta m^2 = m_2 - m_1$, $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$, $\bar{\gamma} = (\gamma_2 + \gamma_1)/2$ e $\bar{m}^2 = (m_2 + m_1)/2$. Entretanto nem todos os termos presentes nesta expressão são relevantes. Para que se possa avaliar a importância de cada termo, temos que ter algum conhecimento sobre o potencial gravitacional ϕ . A tabela 3.1 mostra as contribuições para o potencial gravitacional na região do sistema solar.

Posição	Fonte	$ \phi $
Terra	Terra	6×10^{-10}
Terra	Sol	1×10^{-8}
Sistema Solar	Galáxia	$6 imes 10^{-7}$
Sistema Solar	Aglomerado de Virgem	1×10^{-6}
Sol	Sol	7×10^{-6}
Sistema Solar	Grande Atrator	3×10^{-5}

Tabela 3.1: Valores para o valor máximo do módulo do potencial gravitacional $|\phi|$, para diferentes fontes em diferentes posições[30, 22]. A ultima linha mostra a estimativa atual para o potencial devido ao *Grande Atrator*[8, 28], cujo potencial sobre o sistema solar parece dominar sobre todas as outras fontes[27, 22], além de ser constante nesta região.

De acordo com as estimativas atuais, o potencial gravitacional dominante na região é aquele devido ao Grande Atrator, uma anomalia gravitacional com massa estimada da ordem de 10¹⁶ massas solares e a uma distância aproximada de 250 milhões de anos-luz[8, 28]. Estes valores, bem como o potencial estimado na última linha da tabela 3.1, possuem grandes incertezas associadas. Entre outros fatores, tais incertezas se devem ao fato do Grande Atrator estar atrás do *equador galáctico*, o que obscurece a aquisição de dados a seu respeito. Entretanto, como veremos adiante, isto não será um problema. Basta por hora notar que o maior valor estimado para $|\phi|$ em nossa região do espaço ainda é um número pequeno (da ordem de 10⁻⁵). Na expressão (3.53), o único fator dinâmico é *p*. Assim, para se avaliar a relevância de cada termo, eles foram agrupados de acordo com sua dependência em *p*. Se compararmos o primeiro termo da esquerda com os três entre parênteses (todos com dependência em 1/*p*), vemos que estes últimos são no máximo de ordem $O(\phi)$ menores que o primeiro. Então podemos abandoná-los, considerando como contribuições relevantes para ΔE apenas:
$$\Delta E \cong \frac{\Delta m^2}{2p} + 2p \ \phi \Delta \gamma \ . \tag{3.54}$$

Mesmo $|\phi|$ sendo muito menor que 1 (e esperando-se que $\Delta\gamma$ seja ainda menor), os dois termos presentes na expressão (3.54) possuem dependências diferentes em p. Assim, desde que $\Delta\gamma$ seja diferente de zero, para algum valor de p haverá uma contribuição extra para ΔE , além daquela já esperada, proveniente de Δm^2 . Portanto nesta aproximação, onde os termos entre parênteses na expressão (3.53) são desprezados, os efeitos de VEP, bem como a escala de energia (ou momento) em que ocorrem, são ditados pelo parâmetro conjunto $|\phi|\Delta\gamma$. Assim o valor real do potencial gravitacional serve apenas para justificar a adoção da expressão (3.54) em detrimento de (3.53). Por outro lado, vemos que a penúltima linha da tabela 3.1 (potencial no centro do Sol, produzido pelo próprio Sol) é apenas um fator 10 menor que o potencial devido ao Grande Atrator. A análise que se segue pode ser considerada como uma primeira aproximação, sabendo que no centro do Sol o erro cometido no cômpito do potencial pode ser da ordem de 10%. Uma segunda abordagem seria considerar esta variação ao longo do trajeto dos neutrinos e comparar com os resultados obtidos neste trabalho. Acredita-se que este pequeno acréscimo em $|\phi|$ no interior do Sol não deva provocar alterações significativas no modelo (ao menos não com a atual precisão estatística dos dados disponíveis). Este tipo de refino na análise fica fora do objetivo deste trabalho.

Se compararmos a definição para ΔE dada em (3.54) com aquela referente ao modelo massa-sabor, dada pela expressão (2.30), pode-se fazer a seguinte associação:

$$\Delta E = \frac{1}{2E} \left(\Delta m^2 + 4E^2 \phi \Delta \gamma \right)$$
$$\equiv \frac{\Delta_G}{2E} , \qquad (3.55)$$

onde foi usado a aproximação $p \cong E$ (ver 2.33). A partir daqui, o processo para a obtenção da probabilidade de sobrevivência tanto no vácuo quanto na matéria é direto: Como nenhum deles envolve derivadas ou integrais com relação à energia, é suficiente fazer a seguinte substituição

$$\Delta m^2 \to \Delta_G = \Delta m^2 + 4E^2 \ \phi \Delta \gamma \ . \tag{3.56}$$

O sub-índice G indica os efeitos gravitacionais no novo parâmetro. Em resumo, os efeitos de VEP serão descritos por uma "diferença de massa efetiva". A expressão (3.56) é a representação final do

modelo conjunto "mistura massa-sabor" + "violação do princípio da equivalência". Entretanto a mera definição de Δ_G como proposta acima não elimina todos os graus de liberdade possíveis.

3.6 Hierarquia no Setor VEP

O modelo de mistura massa-sabor é construído definindo-se $m_2 > m_1$. Entretanto, a priori nada pode ser dito sobre a hierarquia entre $\gamma_1 \in \gamma_2$. De forma geral, pode-se imaginar um cenário onde o fator γ é uma função da massa, $\gamma_i \equiv \gamma(m)$. Neste caso, cabe argumentar se tal função seria crescente com a massa ou decrescente. No primeiro caso, os γ_i seguiriam a mesma hierarquia que os m_i e então $\gamma_2 > \gamma_1$. Este caso será chamado de hierarquia direta. No segundo caso, onde $\gamma(m)$ é uma função decrescente com a massa, os γ_i seguiriam uma ordem hierárquica inversa à dos m_i , de forma que $\gamma_1 < \gamma_2$. Este caso será chamado de hierarquia inversa. Assim, o fator $\Delta \gamma$ pode ser tanto positivo quanto negativo. Como veremos adiante, cada caso levará a comportamentos distintos e por isso é conveniente separá-los. Deste ponto em diante, vamos definir a forma final do parâmetro de VEP como sendo:

Parâmetro de VEP =
$$|\phi \Delta \gamma|$$
 (3.57)

e a relação (3.56) pode ser reescrita como

$$\Delta_G = \Delta m^2 \pm 4E^2 \left| \phi \Delta \gamma \right| \quad , \tag{3.58}$$

onde os sinais de mais e menos se referem à hierarquia direta e inversa respectivamente. O potencial ϕ foi incluído no módulo por mera conveniência visual, já que esta era uma quantidade positiva desde sua definição. Embora alguns autores trabalhem com ϕ negativo, a diferença entre este tipo de tratamento e o feito aqui será apenas a inversão na hierarquia do setor de VEP. A forma como o parâmetro de VEP foi definido em (3.57) nos permite ignorar a origem do sinal, que pode ser de uma associação entre o sinal do potencial ϕ (que pode depender da notação) e do sinal de $\Delta\gamma$. Sem nos importarmos mais com a origem do sinal, define-se, de agora em diante, os casos +VEP (sinal de mais) e -VEP (sinal de menos). A figura 3.1 mostra como a contribuição da diferença de massa e de VEP se associam para formar ΔE , em cada caso.



Figura 3.1: COMPORTAMENTO DE ΔE (EXPRESSÃO 3.55) COMO FUNÇÃO DA ENERGIA DO NEUTRINO. As linhas pontilhada e tracejada mostram os comportamentos dos termos $\frac{\Delta m^2}{2E}$ e $2E|\phi\Delta\gamma|$ respectivamente. Na parte superior, temos o caso +VEP, onde cada contribuição se soma. Vemos que, neste caso, ΔE tem um mínimo, onde as duas contribuições de igualam. Já no caso -VEP (parte inferior), ΔE sofre uma mudança de sinal, indo à zero (linha contínua horizontal na figura inferior) no ponto onde as contribuições são iguais. Este é um ponto relevante para o modelo, em ambos os casos.

No caso -VEP, vemos claramente que ΔE se anula quando as contribuições de Δm^2 e de $\phi \Delta \gamma$ se igualam. Por outro lado, no caso +VEP, ΔE possui um mínimo que também ocorre no ponto onde as contribuições são iguais. Assim, em ambos os casos, o modelo apresenta um valor de energia crítica dada por:

$$E_* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Delta m^2}{|\phi \Delta \gamma|}} . \tag{3.59}$$

Como veremos a seguir, cada caso terá comportamento distinto sendo a propagação no vácuo quanto na matéria.

3.7 Soluções $VAC \pm VEP$ e $MSW \pm VEP$

A primeira estimativa de limite para VEP, tanto para o caso de neutrino solares quanto de reatores, vem do limite superior do espectro. Os neutrinos solares mais energéticos são aqueles provenientes da reação solar *hep*. Na figura 2.5 podemos ver que não se espera encontrar neutrinos solares com energias acima de 18,78*MeV*. No caso dos neutrinos de reatores, o limite superior do espectro pode ser considerado como sendo 10,00*MeV*, como mostra a figura 2.18. Por outro lado, o modelo tem uma energia característica E_* (dada pela expressão 3.59) onde a mistura massa-sabor e os efeitos de VEP apresentam a mesma intensidade. Para que VEP **não seja observado** nos dados provenientes de neutrinos solares e de reatores, podemos estimar que a energia característica seja, no mínimo, igual ao limiar superior do espectro. Como os neutrinos solares alcançam energias maiores, eles impõem um limite mais severo (pois $|\phi \Delta \gamma|$ é inversamente proporcional a E_*^2). Assim,

$$E_* \ge 18,78 MeV \longrightarrow \frac{\Delta m^2}{|\phi\Delta\gamma|} \ge 1411 MeV^2$$

$$(3.60)$$

e assumindo que a não observação de VEP nos dados leva à obtenção do valor conhecido para $\Delta m^2 \approx 8, 0 \times 10^{-5} eV^2$, então (3.60) nos diz que

$$|\phi \Delta \gamma| \le 5,7 \times 10^{-20}$$
 (3.61)

Este limite é grosseiro e serve apenas como base. Por razões práticas, nas figuras que seguem, usaremos o valor de 5 × 10⁻²⁰ para $|\phi \Delta \gamma|$ pois, assumindo $\Delta m^2 = 8, 0 \times 10^{-5} eV^2$, temos um valor

exato para a energia característica: $E_* = 20 MeV$. Já para o caso dos neutrinos de reatores, usaremos $|\phi\Delta\gamma| = 10^{-21}$ e 10^{-20} , usando como critério que o padrão de oscilação não pode apresentar uma diferença maior do que 10^{-3} com relação à oscilação padrão no vácuo (dentro da região do espectro de reatores). Além disso, sempre que julgar-se ilustrativo, as figuras mostrarão uma região de energia além do limite dos neutrinos solares, a qual chamaremos de *Região de Extrapolação*. Estes artifícios são de caráter exploratório e ajudarão a ilustrar melhor a previsão de novos efeitos, bem como impor limites sobre estes.

3.7.1 Solução no Vácuo:

Previsões para Neutrinos de Reatores

Para o caso onde não há um meio material presente $(n_e = 0)$, faz-se a substituição (3.56) na expressão (2.47), já considerando a notação definida em (3.58), para se obter a probabilidade sobrevivência de neutrinos eletrônicos no vácuo:

$$P_{ee}(x,E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta_G}{4E}x\right)$$
(3.62)

$$= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m^2}{4E} \pm 2E |\phi \Delta \gamma| \right) x \right]$$
(3.63)

com x, $E \in \Delta m^2$ dados em unidades naturais, e $\phi \Delta \gamma$ sendo adimensional. Em analogia à expressão (2.49), pode-se usar o fator de conversão (2.48) para dar unidades convencionais às variáveis $E \in x$ (que passamos a chamar de L quando está em km).

$$P_{ee}(L) =$$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \, \sin^2 \left[\left(\frac{1270\Delta m^2 (eV^2)}{E(MeV)} \pm 1,02 \times 10^{16} E(MeV) |\phi \Delta \gamma| \right) L(km) \right] \,. \tag{3.64}$$

A estas soluções daremos o nome de $VAC \pm VEP$. As figuras 3.2a e 3.2b mostram a comparação da solução (3.62) com $|\phi \Delta \gamma| = 0$, $|\phi \Delta \gamma| = 10^{-21}$ e $|\phi \Delta \gamma| = 10^{-20}$. Estes valores para o parâmetro de violação foram escolhidos como exemplos tomando como critério a preservação da solução na região observada pelo experimento de KamLAND (E < 10MeV). Além disso, os parâmetros utilizados para traçar as curvas são os conhecidos na literatura[19] ($\sin^2 2\theta = 0,86 \text{ e } \Delta m^2 = 8,0 \times 10^{-5} eV^2$). Com estes parâmetros, o valor da energia crítica do modelo (onde se espera observar novos efeitos) é $E_* = 44,7 MeV$.

Pode-se observar que, para o conjunto de parâmetros utilizado, um novo comportamento surge após algumas dezenas de MeV. Sem VEP, a probabilidade original deixa de oscilar para grandes energias já que o comprimento de oscilação é proporcional à energia. Com o crescimento do comprimento de oscilação, a probabilidade tende assintoticamente a 1. Entretanto, uma das características do modelo VAC \pm VEP é a alteração da dependência do comprimento de oscilação com a energia, dado pela expressão (2.38), onde se realiza a substituição (3.56) e a expressão (3.58) obtendo-se:

$$\lambda_G = \frac{4\pi E}{\Delta_G} \tag{3.65}$$

$$= 4\pi \frac{E}{\Delta m^2 \pm 4E^2 |\phi \Delta \gamma|} \tag{3.66}$$

cuja dependência com a energia deixa de ser linear. No caso VAC-VEP deve-se tomar o módulo de (3.65) pois este poderia assumir valores negativos (como neste caso a função oscilante é *par*, $\sin^2 2x$, o sinal de λ_G passa a ser insignificante). Como resultado da presença da VEP o comprimento de oscilação, que deveria crescer indefinidamente com a energia, passa a reduzir novamente, quando o termo E^2 no denominador se torna dominante. Assim, a probabilidade de sobrevivência $P_{ee}(E)$ volta a oscilar para altas energias, como pode ser visto nas figuras 3.2a e 3.2b. No caso VAC+VEP, a expressão (3.65) possui um ponto crítico em $E = E_*$ (ver expressão 3.59). Isso cria o efeito de uma única oscilação de menor amplitude (≤ 1) coincidente com o ponto de máximo de λ_G .

No caso VAC-VEP, λ_G não possui máximos ou mínimos locais, embora possua outra característica importante: $\Delta_G \to 0$ quando $E \to E_{\star}$ e com isto, $\lambda_G \to \infty$. Assim, no caso VAC-VEP, a probabilidade de sobrevivência deve ir a 1 quando $E \to E_{\star}$.

3.7.2 Solução na Matéria:

Previsões para Neutrinos Solares

Para neutrinos solares, deve-se levar em conta os efeitos do potencial efetivo da matéria. Tomando como base a solução obtida para o efeito MSW em (2.118), na qual realizamos a substituição (3.56), obtemos



(b) Hierarquia Inversa: VAC-VEP

Figura 3.2: PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA PARA NEUTRINOS ELETRÔNICOS NO VÁCUO, SEGUNDO O MODELO VAC±VEP. A curva pontilhada (mais clara) representa a probabilidade de sobrevivência usual no modelo de mistura massa-sabor (sem VEP). Os parâmetros utilizados para gerar a curva são $\sin^2 2\theta = 0,86$, $\Delta m^2 = 8,0 \times 10^{-5} eV^2$ e L = 180km (este último se refere à distância hipotética adotada por KamLAND, experimento ao qual estas soluções no vácuo serão aplicadas futuramente no texto). As curvas tracejada e contínua representam uma violação do princípio da equivalência de ordem $|\phi \ \Delta \gamma| = 10^{-21}$ e $|\phi \ \Delta \gamma| = 10^{-20}$, respectivamente. A figura (a) mostra o caso de hierarquia direta VAC+VEP enquanto a figura (b) exibe a hierarquia inversa VAC-VEP. Em ambas, a região hachurada indica uma extrapolação da probabilidade para regiões onde já não há neutrinos sendo emitidos pelos reatores nucleares, que são detectados por KamLAND. Esta extrapolação nos permite visualizar os novos tipos de efeito esperados para este modelo.

$$P_{ee}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos 2\tilde{\theta}_o \cos 2\tilde{\theta}(x) + \sin 2\tilde{\theta}_o \sin 2\tilde{\theta}(x) \cos \alpha(x) \right]$$
(3.67)

onde $\cos 2\tilde{\theta}(x) \in \alpha(x)$ são definidos de acordo com as expressões (2.87) e (2.119), respectivamente:

$$\cos 2\tilde{\theta}(x) = \frac{\Delta_G \cos 2\theta - A(x)}{\sqrt{[\Delta_G \cos 2\theta - A(x)]^2 + \Delta_G \sin^2 \theta}} ,$$
$$\alpha(x) \equiv \int_0^x \Delta \tilde{E}(x') \, dx'$$

e $A \equiv A(x, E) = 2\sqrt{2}G_F n_e(x) E$, com $G_F = 1.66 \times 10^{-11} MeV^{-2}$ sendo a constante de Fermi e $n_e \equiv n_e(x)$ a densidade de número de elétrons (partículas/volume). De acordo com (2.120),

$$\Delta \widetilde{E}(x) = \frac{1}{2E} \sqrt{\left[\Delta_G \cos 2\theta - A(x)\right]^2 + \Delta_G^2 \sin^2 2\theta}$$

Além disso, $\cos 2\tilde{\theta}_o \equiv \cos 2\tilde{\theta}(x_o) \mod x_o$ representando o ponto de produção do neutrino, no interior do Sol.

Se A(x) se anular na expressão (2.120), tem-se a probabilidade no vácuo (3.62) a partir de (3.67). Normalmente, o fator $\cos \alpha(x)$ é ignorado pois se $\Delta m^2 \gg 10^{-10} eV^2$, este termo oscila rápido o suficiente para ser cancelado pela média nos pontos de produção no interior do Sol. Em analogia, se Δ_G satisfizer a mesma condição, pode-se simplesmente usar a expressão simplificada para (3.67)

$$P_{ee}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos 2\tilde{\theta}_o \, \cos 2\tilde{\theta}(x) \right] \,. \tag{3.68}$$

A esta solução daremos o nome de $MSW \pm VEP$.

Apesar de termos obtido uma expressão não-oscilante (3.68) como solução, sob a hipótese de que $\Delta m^2 \gg 10^{-10} eV^2$, para o caso MSW - VEP esta expressão não é válida em toda região de E. Como já foi discutido, quando $E = E_*$ sabe-se que $\Delta_G \to 0$ (no caso MSW - VEP) e, portanto, Δ_G torna-se arbitrariamente menor que $10^{-10} eV^2$. Em primeira aproximação, isto significa que o fator $\cos \alpha(x)$ volta a ser relevante, ao menos em alguma região próxima a E_* , e teríamos que usar a expressão (3.67) ao invés de (3.68). De fato, a própria expressão (3.67) pode se tornar inadequada, se ocorrerem *efeitos não-adiabáticos*.

3.7. SOLUÇÕES VAC
$$\pm$$
 VEP E MSW \pm VEP 107

Relembrando as considerações feitas sobre a adiabaticidade do feixe de neutrinos, definimos na seção 2.1.7 o *coeficiente de adiabaticidade* na expressão (2.103), a saber:

$$\Gamma(x,E) = \left(\frac{E}{\Delta_G}\right)^2 \frac{|\sin 2\theta|}{\left[(\cos 2\theta - 2\sqrt{2}G_F \frac{E}{\Delta_G})^2 + \sin^2 2\theta\right]^{\frac{3}{2}}} 2\sqrt{2}G_F \left|\frac{dn_e}{dx}\right| , \qquad (3.69)$$

onde $\Gamma \ll 1$ garante que a propagação é adiabática no meio e, portanto, a expressão (3.68) é válida. As figuras 3.3 e 3.4 mostram o máximo coeficiente de adiabaticidade $\Gamma(x_*, E)$, onde x_* é o ponto no interior do Sol com maior Γ , para um dado conjunto de parâmetros Δm^2 , $\sin^2 2\theta \in |\phi \Delta \gamma|$. Desta forma, pode-se avaliar as condições de adiabaticidade para uma dada faixa de energia, de forma que $\Gamma_{max}(E) \equiv \Gamma(x_*, E)$ é função apenas de E. Ambas as figura usam, a título de referência, valores usuais da solução MSW: $\Delta m^2 = 8, 0 \times 10^{-5} eV^2$ e $\sin^2 2\theta = 0, 86$, e mostram as curvas de $\Gamma_{max}(E)$ para quatro valores distintos de $|\phi \Delta \gamma|$: 10^{-17} , 10^{-18} , 10^{-19} e 10^{-20} .

Para o caso MSW + VEP, a figura 3.3 mostra que o sistema é adiabático em toda a região do espectro solar. Observa-se que o coeficiente de adiabaticidade possui máximos, mas estes estão muito abaixo de 1. Quando comparados com a curva para o MSW (linha contínua) vemos que o coeficiente de adiabaticidade para VEP decresce para energias maiores que E_* . Isto se deve ao aumento de Δ_G , o que torna o sistema "cada vez mais adiabático".

Para o caso MSW - VEP, a figura 3.4 mostra que o sistema deixa de ser adiabático para energias próximas a E_* . Quando Δ_G vai a zero, os efeito não-adiabáticos tornam-se dominantes. Entretanto, tais efeito só se tornam evidentes numa região muito próxima a E_* . A figura 3.5 mostra "cortes" com $\Gamma_{max}(E)$ constantes. Como exemplo, tomou-se o caso onde $|\phi\Delta\gamma| = 5 \times 10^{-20}$ (limite superior com base no espectro). A curvas representam a que distância de E_* , em MeV, o coeficiente de adiabaticidade atinge os valores indicados. Vale lembrar que estes valores (10^{-1} , 10^{-2} e 10^{-3}) não representam de forma alguma a *porcentagem* de efeitos não adiabáticos ocorrendo no sistema. O coeficiente de adiabaticidade não tem este caráter.

Sabendo que o caso MSW + VEP é adiabático, podemos simplesmente fazer uso da expressão (3.68). A figura 3.6 mostra o comportamento da probabilidade de sobrevivência adiabática como função da energia do neutrino. Além dos valores usuais para os parâmetros MSW, o valor de VEP considerado foi $|\phi\Delta\gamma| = 5, 0 \times 10^{-20} \ (E_* = 20 MeV)$. Vemos que a probabilidade para MSW + VEP (curva contínua) não se estabiliza como a solução para MSW puro (curva pontilhada).



Figura 3.3: COEFICIENTE DE ADIABATICIDADE PARA O CASO MSW+VEP. Valores máximos que o coeficiente de adiabaticidade pode assumir no ambiente Solar. A linha contínua representa o modelo MSW usual, enquanto as outras (linhas segmentadas) mostram o coeficiente de adiabaticidade para diferentes valores de VEP. Em nenhum dos casos há evidências de efeitos não-adiabáticos já que $\Gamma_{max} \ll 1$, na região correspondente ao espectro dos neutrinos solares.

Como a análise sobre adiabaticidade revelou, o caso MSW-VEP apresenta efeitos não-adiabáticos nas regiões próximas a E_* . Portanto, preferiu-se fazer uso de métodos numéricos para resolvermos a equação de evolução ditada pela hamiltoniana (3.52). A figura 3.7 compara a probabilidade de sobrevivência obtida numericamente com aquela obtida através da expressão (3.68).

Vemos que, com exceção de uma estreita região em torno de E_* , a solução analítica (linha tracejada) corresponde com grande fidelidade à solução numérica. Isto significa que, em quase toda a região de energia estudada, não ocorrem efeitos não-adiabáticos. A limitação de tais efeitos em uma região tão estreita ao redor de E_* (poucos décimos de MeV) já havia sido prevista na figura 3.5. Este



Figura 3.4: COEFICIENTE DE ADIABATICIDADE PARA O CASO MSW-VEP. Valores máximos que o coeficiente de adiabaticidade pode assumir no ambiente Solar. A linha contínua representa o modelo MSW usual, enquanto as outras (linhas segmentadas) mostram o coeficiente de adiabaticidade para diferentes valores de VEP. Para o caso MSW - VEP, há evidências de efeitos não-adiabáticos quando $E \approx E_*$, onde $\Gamma_{max} > 1$.

tipo de sinal não pode ser observado com a resolução atual dos detectores de SNO e SK (os únicos que atualmente conseguem ver a dependência energética do fluxo). Com isto, podemos utilizar a fórmula analítica dada por (3.68) sem que se perca algum sinal detectável de novos fenômenos.

Contudo, efeitos de regeneração devido à matéria terrestre não podem ser ignorados. Devido à densidade da Terra (a qual varia de acordo com suas camadas), um Δ_G de apenas uma ordem de grandeza menor que Δm^2 já seria suficiente para realçar o efeito de regeneração. Isto não causa preocupações no caso MSW + VEP, já que neste caso $\Delta_G \geq \Delta m^2$. Por outro lado, a figura 3.8 mostra o resultado da integração numérica feita para neutrinos que cheguem durante a noite (linha contínua). A linha tracejada mostra a solução numérica obtida para o dia e a curva pontilhada exibe a solução MSW. Este resultado já leva em conta uma média sobre todos os ângulos de chegada e



Figura 3.5: "CURVAS DE INFLUÊNCIA" DOS EFEITOS NÃO-ADIABÁTICOS PARA O CASO MSW-VEP. Cada curva mostra o quão perto é necessário chegar de E_* para que Γ_{max} seja igual à 10^{-1} , 10^{-2} e 10^{-3} . O conjunto de parâmetros utilizado é $\Delta m^2 = 8, 0 \times 10^{-5} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 0,86$ e assumindo a hipótese de que $|\phi\Delta\gamma| = 5, 0 \times 10^{-20}$ (valor máximo estimado com base nos dados de KamLAND). No detalhe, temos a mesma figura, apresentada em escala logarítmica também na vertical.

as respectivas camadas de densidades.

Isto indica que na região ao redor de E_* , conforme Δ_G se aproxima de zero, os efeitos de regeneração tornam-se dominantes. A figura 3.9 mostra a diferença relativa entre o resultado para dia e noite, evidenciando o excesso noturno.

Este excesso noturno não é observado nos dados para neutrinos solares. Portanto, esta previsão impõem um limite ainda mais restritivo sobre E_* e consequentemente para $|\phi\Delta\gamma|$. No próximo capítulo, realizaremos a análise do modelo frente aos dados tanto para neutrinos de reatores quanto para solares. Só então obteremos de fato limites confiáveis para os efeitos VEP previstos pelo modelo.



Figura 3.6: PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA MSW + VEP. A curva contínua mostra o resultado para a probabilidade de sobrevivência para neutrinos solares, em função da energia. Esta curva é obtida através da aproximação adiabática (3.68) com o seguinte conjunto de parâmetros: $\Delta m^2 = 8,0 \times 10^{-5} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 0,86$ e $|\phi \Delta \gamma| = 5,0 \times 10^{-20}$. A curva pontilhada representa a solução MSW, para o mesmo conjunto de parâmetros.



Figura 3.7: PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA MSW - VEP A curva contínua mostra o resultado para a probabilidade de sobrevivência para neutrinos solares, em função da energia. Esta curva é obtida através da integração numérica da equação de Schrödinger com a hamiltoniana (3.52), utilizando o seguinte conjunto de parâmetros: $\Delta m^2 = 8, 0 \times 10^{-5} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 0, 86$ e $|\phi \Delta \gamma| = 5, 0 \times 10^{-20}$. A curva pontilhada representa a solução MSW, para o mesmo conjunto de parâmetros. No detalhe, vemos o comportamento das curvas nas proximidades do ponto de não-adiabaticidade E_* . A curva tracejada representa a solução analítica proveniente da aproximação adiabática (3.68), a qual só pode ser vista no gráfico ampliado. Isto mostra que a utilização desta aproximação exclui apenas efeitos cuja observação está descartada na atual resolução dos experimentos.



Figura 3.8: MÉDIA NOTURNA DA PROBABILIDADE DE SOBREVIVÊNCIA MSW - VEP. A curva contínua mostra a média noturna da probabilidade de sobrevivência para neutrinos solares, em função da energia. Esta média leva em conta a exposição anual do laboratório (neste caso, SK) às posições aparentes do Sol, mesmo no período noturno (dependência com a latitude do local). Esta curva é obtida através da integração numérica da equação de Schrödinger com a hamiltoniana (3.52), utilizando o seguinte conjunto de parâmetros: $\Delta m^2 = 8,0 \times 10^{-5} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 0,86$ e $|\phi \Delta \gamma| = 5,0 \times 10^{-20}$. A curva pontilhada representa a solução MSW, para o mesmo conjunto de parâmetros. A curva tracejada representa a solução numérica para o caso diurno (curva contínua da figura 3.7). Vemos um excesso noturno, tanto para energias menores quanto maiores que E_* . Isto se deve ao baixo valor de Δ_G nesta região.



Figura 3.9: ASSIMETRIA DIA-NOITE PARA MSW - VEP. A curva contínua mostra o excesso noturno relativo causado pelo efeito de VEP, nas proximidades de E_* , utilizando os mesmos dados referentes às figuras 3.7 e 3.8. A curva pontilhada indica a mesma medida para o caso MSW, onde nenhum excesso é observado.

c a p í t u l o 4

Análise dos Resultados de MSW±VEP

4.1 Abordagem

Em analogia ao que foi feito na seção 2.5, vamos agora fazer o ajuste do modelo $MSW \pm VEP$ sobre o conjunto de dados apresentado na seção 2.4.

A diferença crucial entre as duas análises é a adição de um terceiro parâmetro livre. Realizar uma análise global com três parâmetros livre é uma tarefa computacionalmente dispendiosa. É necessário restringir a região de parâmetros a ser estudada, sem perder a abrangência da análise. Para tanto, iniciaremos com uma análise somente dos dados solares, fixando-se a escala de massa em $\Delta m^2 \cong 8 \times 10^{-5} eV^2$, que é aproximadamente aquela obtida como melhor ajuste no dados de KamLAND, para o caso sem VEP. Este tipo de tática usa o fato já constatado anteriormente de que são os dados de KamLAND que selecionam tal escala de massa. Supondo que valores muito distantes deste "estragariam" o ajuste dos dados para neutrinos de reatores, vamos variar o parâmetro de VEP $|\phi\Delta\gamma|$ e quantificar o quanto a solução se afasta do MSW puro. A região estudada para tan² θ é a mesma que foi usada na análise do MSW.

4.2 Neutrinos Solares

A figura 4.1 mostra as curvas de χ^2 constante em diversos níveis de confiança, para o caso MSW+VEP. Cada curva é traçada tomando como referência a solução MSW ($\chi^2 = 109, 35$), sendo portanto uma medida de quanto cada região do espaço de parâmetros se afasta da solução sem VEP. Como resultado vemos que, se esta escala de massa realmente se manter, teremos um limite superior para VEP de aproximadamente $|\phi \Delta \gamma| < 2 \times 10^{-19}$ em 3 sigmas. O ponto de melhor ajuste ficou situado em $|\phi \Delta \gamma| = 1 \times 10^{-20}$ e teve um valor de χ^2 equivalente ao MSW puro. O fato de termos obtido o melhor ajuste sobre o fundo de escala do gráfico seria um forte indício da necessidade de se expandir a região observada de VEP para valores menores. Entretanto, o valor de χ^2 neste ponto já é igual ao obtido no ajuste do MSW. Como sabemos que o modelo VEP deve retornar ao MSW no limite quando $|\phi \Delta \gamma| \rightarrow 0$, é pouco provável encontrarmos mínimos locais, com valores de χ^2 ainda menores do que o melhor ajuste para MSW, para VEP menor do que 10^{-20} .



Figura 4.1: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM Δm^2 FIXO, PARA MSW+VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A escala vertical à esquerda indica os valores do parâmetro de VEP, enquanto a escala à direita indica o valor da energia característica E_{\star} correspondente. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com a escala de massa está fixa em $\Delta m^2 = 8 \times 10^{-5} eV^2$.

A figura 4.2 é análoga à anterior, mas para o caso MSW–VEP. Desta vez o limite para VEP em 3 sigmas é de aproximadamente $|\phi\Delta\gamma| < 1, 5 \times 10^{-19}$. Uma pequena diferença com relação ao caso MSW+VEP, porém ambos com a mesma ordem de grandeza. Entretanto, há uma diferença fundamental com relação ao primeiro caso. Vemos na figura 4.2 que existem dois mínimos locais: um dentro da região de 1 sigma sobre a solução MSW, e outro numa região bem mais elevada em $|\phi\Delta\gamma|$ e com tan² $\theta > 1$. As soluções ao neutrino solar com MSW puro não permitiam mínimos menores do que 3 sigmas nesta região. A resposta se esta região pode ser uma solução ou não virá da análise global com três parâmetros livres, pois para outros valores de Δm^2 este mínimo poderia diminuir ainda mais. Deixando esta região temporariamente de lado, a figura 4.3 concentra-se somente em valores de tan² $\theta < 1$, assim como fazia a figura 4.1. Desta forma, podemos ver mais claramente a relação entre os valores de VEP e as energias características E_{\star} relacionadas.

Podemos agora escolher alguns valores de $|\phi \Delta \gamma|$, dentro da região de 3 sigmas, e estudar o comportamento da solução no plano $\Delta m^2 \times \tan^2 \theta$. Assim continuamos com apenas dois parâmetros livres, e podemos estudar o quando a escala de massa e o ângulo de mistura são afetados pelo efeito de VEP. A figura 4.4mostra as curvas de nível de confiança para $|\phi \Delta \gamma| = 10^{-21}$. Escolhemos este valor inicial com base na figura 4.1, onde vimos que um valor de 10^{-20} já resultava num χ^2_{min} similar ao caso MSW puro, dentro de uma precisão de 10^{-5} . Usando um valor da ordem de 10^{-21} , a diferença entre os valores de χ^2_{min} tanto para o caso +VEP quando -VEP se reduzem a 10^{-7} com relação à solução MSW. Chamaremos este valor de nosso zero para VEP com relação aos dados solares. Como esperado, a figura reproduz a mesma região solar já mostrada na figura 2.20.

A figura 4.5 mostra agora a mesma região, no caso MSW+VEP, para um valor maior de VEP: $|\phi\Delta\gamma| = 1,95 \times 10^{-19}$. De acordo com a figura 4.1, este valor corresponde à um nível de confiança de 99%, para $\Delta m^2 = 8 \times 10^{-5} eV^2$. Vemos que o ponto de melhor ajuste "se move" para valores menores de Δm^2 . Este comportamento é exatamente o esperado para o caso +VEP, pois a relação entre Δm^2 e $|\phi\Delta\gamma|$ dada pela expressão (3.58) mostra que, caso o sinal seja positivo, valores maiores de VEP implicariam em valores menores da escala de massa, de forma que Δ_G mantivesse aproximadamente o mesmo valor.

Pela mesma razão, espera-se que no caso onde o sinal é negativo, valores maiores de VEP façam com que o ajuste busque valores maiores na escala de massa, para compensar a diferença. A figura 4.6 torna explícito este comportamento.



Figura 4.2: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM Δm^2 FIXO, PARA MSW-VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com a escala de massa está fixa em $\Delta m^2 = 8 \times 10^{-5} eV^2$.

4.3 Análise Global: MSW+VEP

Vemos nas figuras 4.5 e 4.6 que a região escolhida para a escala de massa (entre 2 e $18 \times 10^{-5} eV^2$) não foi suficiente para abrangir uma variação de parâmetros correspondentes a 3 sigmas. Com isto, vamos adotar com região estudo na escala valores entre 0, 2 e $25 \times 10^{-5} eV^2$. Para a região de estudo no ângulo de mistura será entre $\tan^2 \theta = 0, 1 e 6, 0$ (a mesma região adotada na análise de KamLAND, sem VEP). Finalmente, para a escala de VEP, vamos usar uma região entre $|\phi \Delta \gamma| = 10^{-24} e 10^{-17}$. Este último valor vem do limite atual para experimentos terrestres $\Delta \gamma \leq 10^{-12}$ em conjunto com a estimativa do potencial gravitacional local $\phi \approx 3 \times 10^{-5}$.

A figura 4.7 mostra o valor de $\Delta \chi^2_{sol}$, $\Delta \chi^2_{KL} e \Delta \chi^2$, como função de $|\phi \Delta \gamma|$. Nota-se que KamLAND domina o comportamento do ajuste com relação ao parâmetro de VEP. Este fato era esperado, já



Figura 4.3: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM Δm^2 FIXO, PARA MSW-VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com a escala de massa está fixa em $\Delta m^2 = 8 \times 10^{-5} eV^2$.

que os dados de KamLAND determinam a escala de massa do ajuste global. Neste caso, KamLAND determina a escala de massa efetiva Δ_G e portanto atuará diretamente sobre as escalas de VEP e massa.

Há dois mínimos proeminentes, sendo um deles global e ambos com valores de χ^2 menores do que aqueles obtidos para MSW somente. Como já havíamos notado, valor de χ^2_{sol} não é significativamente diferente do ajuste de MSW, para VEP menor que 10⁻²⁰. É justamente nesta região que os dados de KamLAND começam a "rejeitar" fortemente VEP. Portanto a redução no valor de $\chi^2_{min-Global}$ se deve exclusivamente a redução de χ^2_{min-KL} . A figura 4.8 mostra melhor a região dos mínimos.

Quando consideramos apenas o ajuste de KL, o primeiro mínimo é o global. Entretanto, quando a distribuição de χ^2_{sol} é levada em consideração, o segundo mínimo passa a ser o global (por uma



Figura 4.4: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM $|\phi\Delta\gamma|$ FIXO, PARA MSW±VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com VEP fixo em $|\phi\Delta\gamma| = 1 \times 10^{-21}$. As linhas horizontais indicam a escala de massa fixada na figura 4.2 (linha contínua) com variação de 3σ (linhas pontilhadas).

pequena diferença). Isto ocorre devido aos valores de Δm^2 correspondentes a cada mínimo. A tabela 4.1 apresenta os resultados do ajuste global para os dois pontos de mínimo.

Vê-se na tabela 4.1 a razão do segundo mínimo ter sido beneficiado no ajuste global: o valor de Δm^2 exigido neste ponto é mais próximo daquele referente ao ajuste de MSW somente para neutrinos solares. Mesmo assim, não a diferença estatística entre os mínimos: o valor do nível de confiança (*confidence level* - C. L.) para ambos os pontos é o mesmo (até 10⁻⁹). Os erros relativos ao ângulo de mistura e às escalas de massa devem ser obtidos minimizando-se χ^2 com relação aos outros dois

Ajuste Global	$ \phi \Delta \gamma (\times 10^{-21})$	$\Delta m^2 (\times 10^{-5} eV^2)$	$\tan^2 \theta$	$\chi^2_{min}/g.l.$	C.L.
Primeiro Mínimo	$1,91_{-0,61}^{+0,84}$	$7,73_{-0,20}^{+0,17}$	$0,478_{-0,038}^{+0,040}$	(111, 40 + 32, 58)/140	77,7%
Segundo Mínimo	$9,12_{-0,78}^{+0,97}$	$6,63\substack{+0.31\\-0.31}$	$0,478_{-0,038}^{+0,040}$	(110, 42 + 33, 35)/140	77,7%

Tabela 4.1: Resultados obtidos da análise dos dados, com o modelo MSW+VEP. Os erros referem-se à 1σ de nível de confiança (C.L.) Estes resultados são obtidos via estatística de χ^2 com os três parâmetros do modelo livres. Observando o valor do C.L. dos ajustes, vê-se que ambos são estatisticamente equivalentes. Não há preferência dos dados com relação a nenhum do dois.

parâmetros, em cada caso. A figura 4.9 mostra a distribuição $\Delta \chi^2$ como função do parâmetro Δm^2 . Vemos os dois valores de Δm^2 favoráveis, já apontados anteriormente na tabela 4.1.

A figura 4.10 é análoga à anterior e mostra a distribuição $\Delta \chi^2$ como função do parâmetro $\tan^2 \theta$. Pode-se observar o único mínimo existente para o ângulo de mistura e, assim como no caso MSW puro, seu valor é praticamente dominado pelos dados referentes a neutrinos solares.

Voltando a figura 4.7, o ajuste global se afasta 3 sigmas do ponto de melhor ajuste muito antes do que o ajusta somente solar o faria (mais de uma ordem de grandeza antes). Desta forma, a figura 4.7 fornece outro resultado importante de nossa análise. O ajuste global com três parâmetros livres impõe um limite sobre o parâmetro de VEP, no caso +VEP, de:

$$MSW + VEP : |\phi \Delta \gamma| \le 1, 2 \times 10^{-20} (3\sigma)$$

$$\tag{4.1}$$

sobre o ponto de melhor ajuste global, e

$$MSW + VEP : |\phi \Delta \gamma| \le 1, 3 \times 10^{-20} (3\sigma)$$

$$(4.2)$$

sobre o ponto de melhor ajuste para MSW puro. A aplicação de dois critérios diferentes para encontrar este limite é inerente à análise do modelo. No caso de não termos encontrado mínimos locais "melhores" do que o ajuste MSW, bastaria buscar o valor de VEP que implicaria um deslocamento de 3σ a partir desta solução (critério adotado em (4.2)). Mas este não foi o caso. A ocorrência de mínimos que proporcionem ajustes melhores do que o esperado, abre a possibilidade de limitar o novo parâmetro com relação a este novo mínimo critério adotado em (4.1)). Por fim, o verdadeiro limite será o máximo dentre os dois valores obtidos. Neste caso, aquele disposto na expressão (4.2). Como vimos, o conjunto de dados que impõe o limite mais severo sobre o modelo ainda é Kam-LAND. Se compararmos as soluções globais de MSW+VEP com aquelas obtidas no ajuste MSW, vemos que uma das escalas de massas se aproxima muito daquela obtida somente para os dados solares, enquanto a outra se aproxima muito daquela obtida para o ajuste global (solar + KamLAND). Assim, graficar os resultados de MSW+VEP contra os dados solares é redundante. Este resultado não é visivelmente distinguível daqueles já mostrados nas figuras de 2.23 a 2.33. Por outro lado, a solução para KamLAND sofre algumas modificações para cada um dos dois pontos de ajuste. A figura 4.11 mostra a solução MSW + VEP tanto para VEP valendo 1,91 quanto 9, 12×10^{-21} (e seus respectivos valores de Δm^2 e tan² θ , dados na tabela 4.1). Este gráfico deixa visualmente claro que ambas as soluções são estatisticamente equivalentes, devido principalmente à variância dos pontos experimentais que, apesar de mostrarem um comportamento oscilante, ainda dão margem a algumas variações deste padrão.

4.4 Análise Global: MSW–VEP

A fenomenologia associada ao caso MSW–VEP não é tão rica quanto para o caso +VEP. A figura 4.12 mostra a distribuição de $\Delta \chi^2$ para os ajustes com os dados solares, de KamLAND e global. Mais uma vez, os dados de KamLAND impõe fortes restrições em VEP, de forma que o modelo deixa de ajustar bem seus dados muito antes de começar a desviar da solução para neutrinos solares.

A mesma figura confirma o mínimo global para o ajuste solar, visto anteriormente em 4.2 e 4.3. Também é visível, ainda no ajuste solar, um mínimo local com $\Delta \chi^2_{sol} < 3\sigma$. Este pequeno "vale" refere-se à pequena ilha de 3 sigma observada na figura 4.2, com tangente maior do que 1. De qualquer forma, estes dois mínimos são suprimidos pelos dados de KamLAND, que por si próprio não possui mínimos locais, sendo o melhor ajuste ainda aquele referente a $|\phi\Delta\gamma| = 0$. Nesta situação, os dados revelam apenas um limite superior para VEP, dado por:

$$MSW-VEP: |\phi\Delta\gamma| \le 1, 4 \times 10^{-21} (3\sigma)$$
(4.3)

sobre o ponto de melhor ajuste global, o qual coincide com o melhor ajuste de MSW puro. Vemos que este limite é em torno de dez vezes menor, e portanto mais severo, do que aqueles obtidos para o caso +VEP.

Para concluir, podemos observar as distribuições de $\Delta \chi^2$ para os parâmetros MSW, obtidos do ajuste para –VEP. Fica evidente que a solução global favorecida ainda é o MSW, sem efeitos de VEP.



Figura 4.5: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM $|\phi\Delta\gamma|$ FIXO, PARA MSW+VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com VEP fixo em $|\phi\Delta\gamma| =$ $1,95 \times 10^{-19}$, o que equivale a um deslocamento de 99% de nível de confiança, com relação à solução MSW (com escala de massa em $8 \times 10^{-5} eV^2$). As linhas horizontais indicam a escala de massa fixada na figura 4.2 (linha contínua) com variação de 3σ (linhas pontilhadas). A seta indica o deslocamento do ponto de melhor ajuste no plano do espaço de parâmetros, considerando como ponto inicial a solução MSW.



Figura 4.6: CURVAS DE χ^2 CONSTANTE COM $|\phi\Delta\gamma|$ FIXO, PARA MSW-VEP. As curvas indicam os diferentes níveis de confiança. A distribuição de χ^2 obtida aqui possui apenas dois parâmetros livres, com VEP fixo em $|\phi\Delta\gamma| =$ $1,38 \times 10^{-19}$, o que equivale a um deslocamento de 99% de nível de confiança, com relação à solução MSW (com escala de massa em $8 \times 10^{-5} eV^2$). As linhas horizontais indicam a escala de massa fixada na figura 4.2 (linha contínua) com variação de 3σ (linhas pontilhadas). A seta indica o deslocamento do ponto de melhor ajuste no plano do espaço de parâmetros, considerando como ponto inicial a solução MSW.



Figura 4.7: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE $|\phi \Delta \gamma|$, PARA MSW+VEP. A curva pontilhada representa a distribuição de $\Delta \chi^2_{sol}$, enquanto a tracejada refere-se a $\Delta \chi^2_{KL}$. A curva contínua representa o ajuste global. Observa-se que os dados solares têm pouca ou nenhuma influência na região onde os dados de KamLAND impõem valores para VEP.



Figura 4.8: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE $|\phi \Delta \gamma|$, PARA MSW+VEP. A curva contínua representa o ajuste global, enquanto a tracejada refere-se a $\Delta \chi^2_{KL}$. Nesta região, a curva referente ao ajuste solar não é visível, pois $\Delta \chi^2_{sol} \approx 0$. Mesmo assim, a influência dos dados solares no ajuste reflete-se na redução do valor segundo mínimo, quando se compara o ajuste global com o de KamLAND.



Figura 4.9: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE Δm^2 , PARA MSW+VEP. Observa-se dois mínimos referentes ao parâmetro Δm^2 , cada um destes relacionado com um dos mínimos em $|\phi \Delta \gamma|$, vistos na figura 4.8. O primeiro deles, mínimo global, está em $6, 63 \times 10^{-5} eV^2$ e refere-se ao segundo mínimo em $|\phi \Delta \gamma|$, e vice-versa.



Figura 4.10: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE $\tan^2 \theta$, PARA MSW+VEP. Observa-se que a solução é única neste parâmetro.



Figura 4.11: COMPARAÇÃO ENTRE OS DADOS DE KAMLAND E MSW+VEP. A curva pontilhada representa a solução no vácuo usual, obtida com o ajuste global para MSW puro. A curva tracejada mostra a solução referente ao "primeiro mínimo", cujos parâmetros são dados na primeira linha da tabela 4.1. A curva contínua representa a solução global, cujos parâmetros estão na segunda linha da mesma tabela. Observa-se que nenhuma das duas oferece um ajuste efetivamente melhor do que a outra.



Figura 4.12: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE $|\phi \Delta \gamma|$, PARA MSW-VEP. Os dados de KamLAND, que não proporcionam pontos de mínimos ao seu ajuste, suprimem completamente os mínimos local e global vistos no ajuste para neutrinos solares. O resultado é apenas um limite superior, uma ordem de grandeza mais restritivo do que aquele obtido para MSW+VEP.



Figura 4.13: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE Δm^2 , PARA MSW-VEP. Apesar do mínimo local no ajuste solar, em torno de $\Delta m^2 = 2, 2 \times 10^{-5} eV^2$, a ajuste dos dados de KamLAND favorece a solução MSW, sem VEP.



Figura 4.14: DISTRIBUIÇÃO DE $\Delta \chi^2$ EM FUNÇÃO DE $\tan^2 \theta$, PARA MSW–VEP. O ajuste solar apresenta um mínimo local para tangente maior que 1. Este mínimo, com $\tan^2 \theta = 2,05$, corresponde ao que é visto nas figuras 4.12 e 4.13, com $|\phi \Delta \gamma| = 4, 4 \times 10^{-19}$ e $\Delta m^2 = 2, 2 \times 10^{-5} eV^2$ respectivamente.

CAPÍTULO5

Conclusões e Perspectivas

A análise do modelo combinado MSW±VEP levou a novos limites e a possíveis valores para a violação do princípio da equivalência, em neutrinos solares e de reatores. Assumindo como hipótese fundamental o fato de que os neutrinos são massivos e que os mesmos se manifestam na natureza como estados coerentes de mistura de massas, tais partículas podem ser utilizadas como "sondas" para o estudo de nova física, neste caso, a possibilidade de que cada estado de massa sinta a gravidade de maneira diferente.

Considerando um modelo simplificado onde apenas um parâmetro (chamado de "parâmetro de VEP") é responsável por dimensionar os efeitos de quebra do princípio da equivalência, obteve-se limites superiores para seus efeitos, bem como duas possíveis soluções ao problema do neutrino solar (e de reatores). A tabela 5.1 resume os limites obtidos, enquanto a tabela 5.2 exibe as duas possíveis soluções encontradas, em comparação com a solução MSW.

Vale ressaltar que a possível solução obtida com maior valor de VEP (identificada na tabela por "maior") faz com que o valor de Δm^2 resultante do ajuste de KamLAND (e global) seja mais próximo daquele obtido para o ajuste solar, com ou sem VEP. Este ajuste revela uma concordância natural

Caso	Limite Superior para $ \phi \Delta \gamma ~(3\sigma)$
MSW+VEP	$\leq 1,3\times 10^{-20}$
MSW-VEP	$\leq 1,4\times 10^{-21}$
Global	$\leq 1,3\times 10^{-20}$

Tabela 5.1: Novos limites para o efeito de VEP em neutrinos solares e de reatores.

Ajuste Global	$ \phi \Delta \gamma (\times 10^{-21})$	$\Delta m^2 (\times 10^{-5} eV^2)$	$\tan^2 \theta$	$\chi^2_{min}/g.l.$	C.L.
MSW	zero	$7,75_{-0,12}^{+0,16}$	$0,462^{+0,043}_{-0,036}$	(110, 5+39, 5)/141	73,1%
MSW+VEP "menor"	$1,91\substack{+0.84 \\ -0.61}$	$7,73_{-0,20}^{+0,17}$	$0,478^{+0,040}_{-0,038}$	(111, 4 + 32, 6)/140	77,7%
MSW+VEP "maior"	$9,12_{-0,78}^{+0,97}$	$6,63^{+0,31}_{-0,31}$	$0,478_{-0,038}^{+0,040}$	(110, 4 + 33, 4)/140	77,7%

Tabela 5.2: Possíveis soluções para a ocorrência do fenômeno VEP em neutrinos solares e de reatores. Em comparação, temos a solução para MSW puro, com nível de confiança sensivelmente menor.

entre os valores das escalas de massa para os neutrinos solares e de reatores, mesmo se analisados separadamente. Porém, este é apenas um indício ou tendência. Todos os diferentes valores de Δm^2 encontrados como melhor ajuste para cada caso distam um do outro, no máximo, o equivalente a 1σ . Apenas um ganho na estatística dos dados (e consequente redução nas incertezas) pode revelar se tal tendência é ou não realista.

Estes resultados referem-se ao conjunto de dados disponíveis atualmente. Para que se possa descartar, restringir, ou até confirmar os efeitos de VEP em neutrinos, novos dados devem ser incorporados à análise. Em especial, o aumento na estatística dos dados de KamLAND, com maior tempo de tomada de dados, poderá num futuro próximo modificar o cenário aqui apresentado.

Fica também como proposta para futuros trabalhos a análise de neutrinos atmosféricos e de aceleradores, bem como a análise do modelo MSW±VEP completo, com seus cinco parâmetros.

Para concluir, a figura 5.1 apresenta as duas possíveis soluções, representadas no plano do espaço de parâmetros MSW.



Figura 5.1: Possíveis soluções para MSW+VEP, REPRESENTADAS NO ESPAÇO DE PARÂMETROS MSW. À esquerda, temos o ajuste referente à primeira linha da tabela 5.2 (+VEP "menor"), enquanto à direita vemos o ajuste referente à segunda linha da mesma tabela (+VEP "maior"). As curvas contínuas demarcam a região de 1 σ de nível de confiança para os ajustes globais, em cada caso.
Referências Bibliográficas

- J. N. Abdurashitov. Solar neutrino flux measurements by the soviet-american gallium experiment (sage) for half the 22-year solar cycle. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 95(2):181–193, Aug 2002.
- [2] S. Abe. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. hep-ex/0801-4589, Feb 2008.
- [3] B. Aharmim. Electron energy spectra, fluxes, and day-night asymmetries of ⁸b solar neutrios from the 391-day salt phase sno data set. nucl-ex/0502021.
- [4] M. Altmann. Complete results for five years of gno solar neutrino observations. *Phys. Lett. B*, 616:174–190, Apr 2005.
- [5] J. N. Bahcall. Neutrino Astrophysics. Cambridge Univ. Press, 1989.
- [6] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli, and S. Basu. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *The Astrophysical Journal*, 621:L85–L88, Mar 2005.
- [7] M. Barkovich, H. Casini, J. C. D'Olivo, and R. Montemayor. Pulsar motions from neutrino oscillations induced by a violation of the equivalence principle. *Phys. Lett. B*, 506, May 2001.
- [8] D. Burstein. Large-scale motions in the universe: a review. Rep. Prog. Phys., 53:421–481, 1990.
- [9] B. T. Cleveland, T. Daily, and R. Davis. Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. *The Astrophysical Journal*, 496:505–526, Mar 1998.
- [10] T. Damour. Questioning the equivalence principle. C. R. Acad. Sci. Paris, t.2(Série IV):1258– 1256, Sep 2001.

- [11] T. Damour, F. Piazza, and G. Veneziano. Runaway dilaton and equivalence principle violations. *Phys. Rev. Lett.*, 89(8):081601, Aug 2002.
- T. Damour and Schäfer. New tests if the strong equivalence principle using binary-pulsar data.
 Phys. Rev. Lett., 66(20):2549–2552, Feb 1991.
- [13] A. Einstein. Jahrbuch Radioaktiv, 4:411, 1907.
- [14] A. Einstein. Ann. Phys. Lpz., 35:898, 1911.
- [15] G. L. Fogli and E. Lisi. Standard solar model uncertainties and their correlations in the analysis of the solar neutrino problem. *Astroparticle Physics*, 3:185–195, 1995.
- [16] A. M. Gago, H. Nunokawa, and R. Zukanovich Funchal. Solar neutrino problem and gravitationally induced long-wavelength neutrino oscillation. *Phys. Rev. Lett.*, 84(18):4035–4038, May 2000.
- [17] M. Gasperini. Testing the principle of equivalence with neutrino oscillations. *Phys. Rev. D*, 38(8):2635–2637, Oct 1988.
- [18] D. J. Griffiths. Introduction to elementary particles. John Wiley and Sons, New York, May 1987.
- [19] Particle Data Group. Review of particle physics. Journal of Physics G, 30, July 2006.
- [20] J. H. Gundlach, G. L. Smith, E. G. Adelberger, B. R. Heckel, and H. E. Swanson. Short-range test of the equivalence principle. *Phys. Rev. Lett.*, 78(13):2523–2526, Mar 1997.
- [21] A. Halprin and C. N. Leung. Can the sun shed light on neutrino gravitational interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 67(14):1833–1835, Sep 1991.
- [22] A. Halprin, C. N. Leung, and J. Pantaleone. Possible violation of the equivalence principle by neutrinos. *Phys. Rev. D*, 53(10):5365–5376, May 1996.
- [23] F. Halzen and Martin A. D. Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics.

- [24] P. C. de Holanda and A. Yu. Smirnov. Solar neutrinos: the sno salt phase results and physics of conversion. *hep-ph/0309299*, Nov 2003.
- [25] R. Horvat. Pulsar velocities due to a violation of the equivalence principle by neutrinos. hepph/9806380v2, Sep 1998.
- [26] J. Hosaka. Solar neutrino mesurements in super-kamiokande-i. Phys. Rev. D, 73:112001, Apr 2006.
- [27] I. R. Kenyon. A recalculation on the gravitational mass difference between the K^0 and \bar{K}^0 mesons. *Physics Letters B*, 237:274–277, March 1990.
- [28] R. C. Kraan-Korteweg. Galaxies behind the milky way and the great attractor. astroph/0006199v1, 2000.
- [29] S. P. Mikheyev and A. Y. Smirnov. Nuovo Cimento, C9, 17, 1986.
- [30] C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler. *Gravitation*. Freeman, San Francisco, 1973.
- [31] B. P. Palash. Particle physics confronts the solar neutrino problem. International Journal of Modern Physics A, 7(22):5387–5459, 1992.
- [32] A. W. P. Poon. Solar neutrino observations at the sudbury neutrino observatory. hepex/0211013.
- [33] et al Q. R. Ahmad. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89(1):11301–1–6, Jul 2002.
- [34] et al Q. R. Ahmad. Measurement of day and night neutrino energy spectra at sno and constraints on neutrino mixing parameters. *Phys. Rev. Lett.*, 89(1):11302–1–5, Jul 2002.
- [35] N. Solomey. The Elusive Neutrino. W. H. Freeman Company, May 1997.
- [36] Y. Su, B. R. Heckel, E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, M. Harris, G. L. Smith, and H. E. Swanson. New tests of the universality of free fall. *Phys. Rev. D*, 50(6):3614–3636, Sep 1994.
- [37] C. Sutton. Spaceship Neutrino. Cambridge University Press, May 1992.

- [38] C. M. Will. Theory and Experiment in Gravitational Physics. Cambridge University Press, revised edition, 1993.
- [39] L. Wolfenstein. Phys. Rev. D, 17:2369, 1978.