

Tese de Doutorado - Neutrinos de Supernova

Fernando Rossi Torres

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo
Co-Orientador: Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda

*Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas
Campinas, São Paulo, Brasil*

14 de julho de 2010

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À REDAÇÃO FINAL
DA TESE DE DOUTORADO DEFENDIDA PELO ALUNO
FERNANDO ROSSI TORRES E APROVADA PELA COMIS-
SÃO JULGADORA.

CAMPINAS, 9 DE SETEMBRO DE 2010.



**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

T636n Torres, Fernando Rossi
Neutrinos de supernova / Fernando Rossi Torres. --
Campinas, SP : [s.n.], 2010.

Orientador: Marcelo Moraes Guzzo.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Física “Gleb Wataghin”.

1 1. Neutrinos. 2. Supernova (Estrela). 3. Massa (Física).
2 4. Oscilações. 5. Verossimilhança (Estatística). I. Guzzo,
3 Marcelo Moraes. II. Universidade Estadual de Campinas.
4 Instituto de Física “Gleb Wataghin”. III. Título.

5 (vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Supernova neutrinos
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 - 1. Neutrinos
 - 2. Supernovae
 - 3. Mass (Physics)
 - 4. Oscillations
 - 5. Likelihood (Statistics)
- **Área de Concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca Examinadora:**
 - Prof. Marcelo Moraes Guzzo
 - Prof. Vicente Pleitez
 - Prof. Ernesto Kemp
 - Prof. Orlando Luis Goulart Peres
 - Prof. Daniel Augusto Turolla Vanzella
- **Data da Defesa:** 14-07-2010
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE FERNANDO ROSSI TORRES - RA 001719, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 14/07/2010.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo – DRCC/IFGW/UNICAMP
(Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Ernesto Kemp – DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres – DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Daniel Augusto Turolla Vanzella – IFSC/USP

Prof. Dr. Vitor Hugo Pleitez – IFT/UNESP

Resumo

Neutrinos de supernova são ferramentas fundamentais, tanto para se entender o mecanismo de explosão de supernovas e formação de núcleos pesados além do ferro, assim como para determinar propriedades ainda desconhecidas e especulativas na física de oscilação de neutrinos, como a existência de neutrinos estéreis e neutrinos com massa variável, modelo este usado como uma das possíveis explicações para o fenômeno de expansão do universo. Outra informação valiosa, que podemos extrair dos neutrinos de supernova, é o limite imposto na massa absoluta dos neutrinos. Para atingir tais objetivos é fundamental termos uma eficiente detecção e também fazermos uma análise estatística mais completa através de uma verossimilhança correta dos próximos eventos de neutrinos de uma futura explosão galáctica de supernova para que possamos testar modelos de emissão de neutrinos associados ao mecanismo de explosão.

Abstract

Supernova neutrinos are fundamental tools both to understand the mechanism of supernova explosion and formation of heavy nuclei beyond iron, as well as to determine yet unknown and speculative properties in the physics of neutrino oscillation, as the existence of sterile neutrinos and neutrinos with variable mass, which is used as a possible explanation for the phenomena of expansion of the universe. Another valuable information that we can draw from the supernova neutrinos is the limit imposed on the absolute mass of neutrinos. To achieve these goals is essential to have an efficient detection of upcoming neutrino events from a future galactic supernova explosion and also do a more complete statistical analysis through a correct likelihood, testing, for example, models of neutrino emission associated with the explosion mechanism.

“We lose - because we win -
Gamblers - recollecting which
Toss their dice again!”

E. Dickinson

Dedicatória

Dedico esta tese, com grande carinho, ao meu avô Arnaldo, que ainda me dá força como sempre fez quando esteve entre nós.

Agradecimentos

Foram diversas as agências que me financiaram em diferentes estágios desta tese: CNPq, CAPES (PDEE-Sanduíche e doutorado) e bolsa PED-A. A todas meu agradecimento pelo apoio financeiro dado.

Ao meu orientador, prof. Marcelo Guzzo, por todo apoio e, especialmente, por acreditar em mim e dar praticamente total liberdade de criação para os trabalhos realizados nesta tese. Também ao meu co-orientador, prof. Pedro C. de Holanda, pelos auxílios em programação e também pelas discussões realizadas. Não posso esquecer o prof. Orlando Peres que também contribuiu para o engrandecimento deste trabalho.

Ao prof. Carlos Escobar, por ser um incentivador e também uma grande referência para mim como físico.

Ao, agora professor da UFABC e grande amigo e colaborador, Célio Moura, pelo constante apoio, pelo intercâmbio de idéias, pela amizade e sempre pela receptividade que teve comigo nas três vezes que fui visitá-lo em Nápoles.

À minha mãe Vera, meu irmão Fábio e minha vó Lyra, que são minha família, por nunca me deixarem desistir e por me aguentarem nos momentos mais complicados. O apoio da minha família foi sempre fundamental. No último ano desta tese, a minha namorada Flávia, pela paz que me trouxe, pelo carinho, por me manter firme e forte no desenvolvimento dos trabalhos desta tese.

Aos amigos, Paulão, Thiago e Mia, pelas divertidas horas juntos.

Ao grande amigo Beto, parceiro de graduação e de pós-graduação: sempre juntos navegando no mesmo barco.

Aos colegas da sala 206: Diego, Mariele e João Paulo.

A Maria Ignez, da CPG, por todo apoio e paciência que teve comigo ao longo de todos estes anos de pós-graduação. Também a Gilvani e ao Armando.

Aos meus alunos de iniciação científica, César e Ricardo, pelas discussões, pela nova oportunidade e experiência e ainda pelos tempos divertidos que passamos juntos.

A Meire, Arconcher, Possani, Gualter, Tadeu e a todos os colegas que sempre me deram muito apoio.

Agradeço também à minha professora de italiano, D. Anita, por ter me ajudado a passar na prova de proficiência em italiano e pela força dada para eu acreditar em mim mesmo, possibilitando assim que eu viajasse para fazer parte do meu doutorado na Itália.

Por fim, não poderia deixar de agradecer, e muito, ao prof. Francesco Vissani, do Laboratório Nacional de Gran Sasso, pela colaboração, pelos ensinamentos, pela inspiração e pela amizade. A minha amiga e também colaboradora, Giulia Pagliaroli, com quem passei momentos divertidíssimos e também de muito aprendizado. E a minha família italiana: Felícia Vissani, la mamma italiana, e Claudia Vissani, la mia sorella italiana, por toda receptividade, carinho e por tornar minha estadia na Itália ainda mais especial.

Sumário

Introdução	19
1 Supernovas	23
1.1 Evolução Estelar	23
1.2 A Taxa de Formação de SNs	25
1.3 Dinâmica de Explosão	28
1.4 Observação de Neutrinos de SN1987A	37
1.5 Processo-r	43
1.5.1 Seção de Choque da Captura de Nêutrons	45
1.5.2 Mecanismo Básico de Formação de Núcleos Pesados	47
1.5.3 O processo-r em si	48
1.6 Nova parametrização do fluxo de antineutrinos	51
2 Oscilação de Neutrinos	55
2.1 Neutrinos Estéreis	55
2.1.1 Status Experimental	56
2.2 Oscilação de Neutrinos no Vácuo	57
2.2.1 A oscilação de neutrino no vácuo	58
2.3 Oscilação de Neutrinos na Matéria	61
2.3.1 A oscilação na matéria uniforme	61
2.3.2 Neutrinos na Matéria não-uniforme	62
2.4 Oscilação Ativo-Estéril	66
3 Neutrinos de Massa Variável	69
3.1 Motivação e Visão Geral	71
3.2 Modelo de MaVaN por Cirelli <i>et al.</i>	73
3.3 Modelo Fenomenológico de MaVaNs	76
3.4 Resultados e Discussões	79
3.4.1 Oscilações de Neutrinos e as Probabilidades de Sobrevivência	80
3.4.2 Implicações para o processo-r de nucleossíntese	84
3.5 Conclusões	88
4 Construção da Verossimilhança	89
4.1 Dedução da verossimilhança	89
4.1.1 Forma geral da verossimilhança	90
4.1.2 Distinguindo entre sinal e eventos de fundo	90
4.1.3 Simplificações	91

4.2	Aplicação a Kamiokande-II	92
4.2.1	Generalidades	93
4.2.2	Função Borrão (“Smearing”)	93
4.2.3	Comentários sobre a distribuição angular	94
4.2.4	Da verossimilhança idealizada a atual	96
4.3	Comparação com a literatura	97
4.3.1	Jegerlehner, Neubig e Raffelt [125]	97
4.3.2	Lamb e Loredo [126]	97
4.3.3	Loredo [134] e Bernstein et al. [135]	99
4.3.4	Pagliarioli et al. [45]	99
4.4	Efeito do Agrupamento	99
4.5	Resumo	100
5	Massa do Neutrino	101
5.1	Experimentos Terrestres	101
5.1.1	Decaimentos Beta	102
5.1.2	Duplo Decaimento Beta sem neutrinos	104
5.1.3	Decaimentos do Pion e do Tau	105
5.2	Cosmologia	107
5.3	Supernovas	108
5.4	Novo limite para a massa dos neutrinos	109
5.4.1	O limite obtido através de SN1987A	109
5.4.2	Resultados e Considerações	110
5.4.3	A sensibilidade do método	112
5.4.4	Resultados e Discussões	113
5.4.5	Resumo	117
	Conclusões	119
	A Interação neutrino-neutrino	121
A.1	Fórmula de Stodolsky	122
A.2	Matriz Densidade	123
	Referências	127

Lista de Figuras

1.1	Esquema de classificação das supernovas. Figura extraída do livro [1].	26
1.2	Figura esquemática do colapso do núcleo para uma estrela com $M \geq 8M_{\odot}$, da formação da remanescente proto-estrela de nêutrons, e do início da explosão da SN. Existem quatro principais fases destacadas na figura: (1) colapso; (2) a explosão de ν_e , acompanhado pela saída e propagação da onda de choque; (3) A acreção de matéria e o resfriamento do manto; e, por fim, (4) o resfriamento da proto-estrela de nêutrons. As curvas se associam as mais diversas evoluções de alguns raios característicos: o núcleo de ferro (R_{Fe}); o raio da neutrinosfera (R_{ν}), com transporte difusivo dentro e livre caminho fora. O núcleo interior (R_{in}), que determina a região do colapso subsônico para $t < 0.1$ s, e mais tarde se tornará a região da nascente estrela de nêutrons. O raio da onda de choque (R_{shock}) é formada no “bounce” do núcleo, estagna por alguns 100 ms, e é reavivada pelos neutrinos-propagando depois e ejetando o material do manto. A área escura é a região onde a maioria dos neutrinos se originam; entre esta área e a neutrinosfera (R_{ν}) os neutrinos ainda difundem, mas não são mais eficientemente produzidos. Figura extraída de [5].	29
1.3	Estrutura de “cebola” para uma estrela de $25 M_{\odot}$ um pouco antes do começo do colapso. Figura extraída do livro [1].	30
1.4	Energia de ligação dos núcleos em função do número de massa [1].	31
1.5	Evolução temporal da luminosidade do neutrino e a energia média obtido com simulações numéricas do modelo de SN da referência [14]. O tempo se inicia no começo do colapso. O painel da esquerda mostra a fase inicial com uma coordenada temporal linear. Enquanto que o painel da esquerda trata da evolução temporal 10 s após o começo do colapso usando uma coordenada logarítmica para o tempo. As linhas tracejadas são para ν_e , as linhas sólidas para $\bar{\nu}_e$ e linha tracejada-ponto para os outros tipos de neutrinos. A explosão de neutronização é visível como um pico na luminosidade e na energia dos neutrinos eletrônicos, algo que acontece entre 40 – 50 ms depois do início do colapso.	34
1.6	No gráfico à esquerda mostramos a luminosidade do espectro de ν_e para uma supernova de $11 M_{\odot}$ [18]. O gráfico na direita apresenta a luminosidade para o espectro de $\bar{\nu}_e$ 15 s após o rebote [14].	36
1.7	Eficiências para os detectores KII, IMB e Baksan na detecção de pósitrons (elétrons) para os neutrinos de SN1987A. Figura extraída do livro [51].	38
1.8	Seção de choque na colisão de neutrinos com outros alvos num detector de água do tipo Cherenkov. Mostramos a seção de choque total por molécula de água, sendo que a seção de choque já está multiplicada por um fator 2 devido ao número de prótons e também por um fator 10 devido ao número de elétrons. Figura extraída do livro [51].	39

1.9	Na figura de esquerda mostramos o espectro de neutrinos normalizado para uma distribuição de Maxwell-Boltzmann (tracejada) e para uma Fermi-Dirac com um parâmetro $\eta = 2$ (sólida). Na figura à direita o número de eventos $\bar{\nu}_e$ esperados por intervalo de energia para KII e IMB, sendo que a curva sólida é para uma distribuição de neutrinos sem o fator η , enquanto que a tracejada considera tal fator. Figura extraída do livro [51].	40
1.10	Neutrino de SN1987A pelos detectores de KII, IMB e Baksan. As figuras apresentam as energias dos pósitrons detectados e não dos neutrinos. Na área escura a eficiência do gatilho é menor que 30%. Os círculos não pintados são aqueles usualmente considerados como eventos de fundo. Figura extraída do livro [51].	42
1.11	Neutrinos de SN1987A detectados por KII e IMB, mostrando a direcionalidade dos eventos. Figura extraída do livro [51].	43
1.12	Na figura da esquerda mostramos a abundância cósmica dos elementos pesados em função do número atômico. A linha é somente usada para guiar os olhos. Notamos os picos correspondentes às camadas cheias de nêutrons ($N = 50, 82, 126$). Na figura da direita somente mostramos as abundâncias dadas pelo processo-r que são calculadas pelas diferenças entre as abundâncias solares, N_{\odot} , e as abundâncias calculadas pelo processo-s. Os isótopos do <i>Zr</i> são provavelmente associados com o processo-s. Os três picos vistos, em $A = 80, 130, 195$, são características que evidenciam o processo-r. Figuras extraídas do livro [46].	44
1.13	Na figura da esquerda mostramos a distribuição de energia Maxwell-Boltzmann e a dependência de energia esperada da seção de choque de captura de nêutrons. A energia mais provável de captura de nêutrons é $E_n = kT$. Na figura da direita mostramos a seção de choque média de captura de nêutrons $\langle\sigma\rangle$ em 30 keV como função do número de nêutrons dos núcleos. Notamos os fortes declives na seção de choque para núcleos que possuem a camada de nêutrons fechada ($N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$). Figuras extraídas do livro [46].	47
1.14	Mostramos duas cartas de núclídeos e os diversos caminhos, seja por processo-s ou por processo-r, para a formação de núcleos pesados. A figura à direita apresenta um intervalo maior de número de nêutrons que a figura da esquerda. Notamos que muitas vezes núcleos podem ser formados por ambos processos de formação. Figuras extraídas do livro [46].	52
2.1	Limites experimentais e observacionais sobre neutrinos estéreis que têm uma mistura diferente de zero com o neutrino do elétron apenas (primeira figura à esquerda acima). Os limites de raios-X e Lyman- α mostrados aqui são baseados na abundância de neutrinos relíquias produzidos por oscilações de neutrinos para zero de assimetria leptônica. Acima, à direita, neutrinos estéreis misturados com o neutrino muônico e, abaixo, misturados com neutrinos tauônicos. Figura extraída de [64]. . .	58
2.2	Mostramos aqui “kicks” atrasados de 1s a 5s de pulsares pelas linhas sólidas pretas. Figura extraída de [64].	59

3.1	Os contornos de w e Ω_m (densidade de energia de matéria em relação à densidade crítica do universo) com 68,3%, 95,4% e 99,7% níveis de confiança são mostrados, supondo um universo plano. As regiões permitidas individuais vindas de estrutura de larga escala (usando as oscilações acústicas bariônicas), da radiação cósmica de fundo, e dos dados de supernova são apresentados, assim como as regiões permitidas combinadas por estas três informações. A figura foi extraída da referência [94].	70
3.2	Esta figura mostra a evolução da densidade de neutrinos como função do raio de supernova acima da neutrinofera.	75
3.3	Massa do neutrino como função da distância a partir do centro da supernova, para $\Delta m^2 = 10 \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.001$, $\sin^2 2\theta = 0.01$, $\sin^2 2\theta = 0.1$, respectivamente, as curvas da esquerda para a direita.	75
3.4	Na figura da esquerda mostramos a evolução dos dois autoestados de massa na região de interesse onde ocorre o processo-r de nucleossíntese. A curva vermelha ocorre para o autoestado de massa 4, considerado mais pesado, e a curva preta para o autoestado de massa 1. A figura à direita mostra a evolução do Δm_{mavan}^2 para as mesmas distâncias do gráfico à esquerda. Notamos os pequenos valores de Δm_{mavan}^2	76
3.5	Na figura esquerda mostramos as regiões de exclusão de probabilidade baseado no fato que regiões com $P_{ee} < 0.5$ devem ser excluídas baseado no sinal detectado em SN1987A. A figura à direita mostra a região de exclusão baseado no processo-r, em que $Y_e < 0.5$ salva o processo-r, logo regiões com valores maiores que 0.5 podem ser excluídas.	77
3.6	Figura mostra a evolução de Δm_{mavan}^2 com $\delta = 0, \pm 2$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 1\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 10\text{eV}^2$, à direita.	78
3.7	Figura mostra a evolução de Δm_{mavan}^2 com $\delta = 0, \pm 2$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 100\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 1000\text{eV}^2$, à direita.	78
3.8	Figura mostra a evolução de Δm_{mavan}^2 com $\delta = 0, \pm 20$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 1\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 10\text{eV}^2$, à direita.	79
3.9	Figura mostra a evolução de Δm_{mavan}^2 com $\delta = 0, \pm 20$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 100\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 1000\text{eV}^2$, à direita.	79
3.10	Figura mostra a evolução de Δm_{mavan}^2 com $\beta = 0, \pm 2$ (esquerda) e $\beta = 0, \pm 20$ (direita) para quatro valores de n_ν^0 e η com $\Delta m_0^2 = 10000\text{eV}^2$	80
3.11	Curvas de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas as figuras correspondem à “a” para a evolução de Δm_{mavan}^2 . Destacamos que a linha pontilhada apresentada é para o caso sem MaVaN. Omitimos na figura da direita para evitar confusão.	82
3.12	Curvas de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas as figuras correspondem à “b” para a evolução de Δm_{mavan}^2 . Novamente linha pontilhada é para o caso sem MaVaN e omitimos tais linhas na direita para evitar confusão.	82
3.13	Regiões de ressonância para diferentes valores de $\cos 2\theta$. As curvas azuis representam o processo sem MaVaN. As curvas vermelhas são para o caso com MaVaN. Na esquerda para $\delta = 2$ e $\Delta m_0^2 = 10 \text{ eV}^2$; na direita para $\delta = 20$ e $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$. A linha preta sólida é o potencial da supernova. Ambas são para a evolução “a” de Δm_{mavan}^2	83

3.14	O gráfico da esquerda representa as regiões de ressonâncias para $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ (curva azul) e $\Delta m_0^2 \approx 1.397 \text{ eV}^2$ (curva vermelha) para $\sin^2 2\theta \approx 10^{-4}$. Curvas sólidas são para o processo com MaVaN e $\delta = 20$ e tracejadas sem MaVaN. A curva à direita representa a evolução da probabilidade para estes mesmos Δm_0^2 . Curva vermelha para $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ e curva preta $\Delta m_0^2 \approx 1.397 \text{ eV}^2$	83
3.15	Curvas de nível de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = -2$ e no direito $\delta = -20$. Ambas as figuras correspondem à “a” para a evolução de Δm_{mavan}^2	84
3.16	Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência $P_{\nu_e \nu_e}$ para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Aqui sem MaVaN, i.e, $\delta = 0$	85
3.17	Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas figuras correspondem a “a” para a evolução do Δm_{mavan}^2	85
3.18	Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas figuras correspondem a “b” para a evolução do Δm_{mavan}^2	86
3.19	Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = -2$ e na direita $\delta = -20$. Ambas figuras correspondem a “a” para a evolução do Δm_{mavan}^2	86
3.20	Do artigo [117]. Taxas de reação de neutrinos em função do raio. Curva sólida ($\nu_e n \rightarrow p e^-$); ponto-tracejada ($\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$); tracejada ($e^- p \rightarrow n \nu_e$) e curva com pontos ($e^+ n \rightarrow p \bar{\nu}_e$).	87
4.1	Distribuição angular (primeiro gráfico) e a respectiva distribuição cumulativa (segundo gráfico) em função do ângulo θ . As curvas contínuas mostram a Eq. (4.28) e as curvas tracejadas mostram a Eq. (4.32). Nós aqui admitimos $\delta\theta = 83^\circ \sqrt{\text{MeV}/E}$, como sendo apropriado para Super-Kamiokande [131] e admitimos uma energia típica de um evento de espalhamento elástico, $E = 15 \text{ MeV}$, então $\delta\theta = 0.374$	96
4.2	A comparação dos 68% C.L. regiões para o resfriamento raio R_c e os temperatura inicial T_c obtidos a partir de duas análises de dados SN1987A baseado no modelo de resfriamento exponencial. Os resultados do Lamb e Loredó (linha pontilhada, [126]) e aqueles obtidos através Eq. (4.43 - ou seja, incluindo o agrupamento - (linha tracejada, [45]) estão em bom acordo, o pequeno discrepâncias podem ser atribuídas aos diferentes procedimentos estatísticos (Bayesiana em [126] e freqüentista em [45]) e para um tratamento diferente numérica dos dados. O efeito do uso de Eq. (4.42) - ou seja, de remoção do agrupamento - (linha contínua, [45]) é muito mais significativa; outras melhorias, como a inclusão um tratamento correto do fundo e de contabilidade para o angular distribuição têm uma importância menor [45].	99
5.1	Curvas de Kurie para o decaimento beta do trítio. A figura pontilhada é para $m_{\nu_e} = 0$ dado pela Eq.(5.13). A curva tracejada é a função de Kurie para a Eq.(5.12) para $m_{\nu_e} = 5 \text{ eV}$. A curva sólida representa o caso de dois neutrinos misturados com $m_1 = 5 \text{ eV}$, $m_2 = 15 \text{ eV}$ e $\theta = \pi/4$. Figura extraída da página 489 do livro [1].	104
5.2	Diagrama de Feynman $\beta\beta_{0\nu}$ induzido por uma massa de neutrino de Majorana.	106

5.3	As curvas mostram vários $\Delta\chi^2(m_\nu)$ obtida pela análise dos dados de neutrinos de supernova como função da massa dos neutrinos. As duas curvas contínuas são obtidos a partir de SN1987A: a linha mais espessa inclui as incertezas astrofísicas, a linha mais fina assume uma vez que os parâmetros astrofísicos de emissão de neutrinos são conhecidos. Para efeito de comparação, podemos incluir o resultado da análise do conjunto de dados simulados, recolhidos em um detector tipo Super-Kamiokande (SK), para uma futura explosão de supernova, a 10 kpc de nós (mais à esquerda-curva tracejada). Esta curva, discutida em detalhe mais tarde, ilustra a sensibilidade final do método.	111
5.4	A energia do pósitron em relação ao tempo de emissão para duas amostras de eventos simulados para um detector tipo Super-Kamiokande. A massa do neutrino é definido como zero no gráfico da esquerda e no gráfico à direita para um limite extraído do decaimento do trítio, $m_\nu = 2$ eV. A linha verde é o limiar do detector e as curvas em vermelho correspondem ao retardo esperado devido à massa do neutrino, Eq.(5.40).	113
5.5	Os pontos representam os limites com 95 % CL sobre a massa dos neutrinos a partir da análise de dados simulados, para cada um dos três valores do número médio de eventos esperados que extraímos e analisamos 10 conjuntos de dados simulados. Círculos (pontos na direita), quadrados (centro) e diamantes (à esquerda) correspondem aos resultados em detectores com massas $M_d = M_{SK}, M_{SK}/16$ e $M_{SK}/256$, respectivamente. As curvas contínuas e tracejadas descrevem os limites dados pela Eq. (5.48) e discutidos no texto.	114
A.1	Gráficos extraídos de [182]. Figura da esquerda para neutrinos e figura da direita para antineutrinos. Curvas vermelhas sabor eletrônico; curva azul para sabor tauônico e curva preta sabor muônico. Foram considerados os valores atuais de mistura e diferença de massa ao quadrado '12' e '23', além de $\sin^2 \theta_{13} = 0.01$ e fase de Dirac igual a zero.	125

Lista de Tabelas

1.1	Dados detectados por Kamiokande-II, IMB e Baksan para a SN1987A.	41
5.1	Número de eventos em Super-Kamiokande, tempo de deslocamento, limite estatístico da massa do neutrino e limite da massa do neutrino da Eq. (5.46) em 10 simulações.	116

Introdução

A explosão de estrelas mais pesadas que o sol tem sido fonte de muitas pesquisas, descobertas e envolvimento cada vez maior dos físicos. Este fenômeno fascinante geralmente dá origem a um objeto compacto, como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro, e também está relacionado com o importante processo de nucleossíntese, que, após a explosão, espalha os elementos pesados por todo o Universo. Supernovas despertam um grande interesse nos físicos, porque em seu ambiente todas as forças físicas conhecidas estão envolvidas. Mecânica quântica, gravidade, física das partículas, física nuclear, etc, são necessárias para estudar os diferentes aspectos deste evento. Além disso, no núcleo, a estrela em colapso estabelece um regime extremo, com densidades e temperaturas muito altas, que não podem ser atingidos em um laboratório. Além do mais é um ambiente propício para a descoberta do que podemos chamar de “nova” física, de novos fenômenos ainda não investigados por completo.

Apesar de várias tentativas de se compreender os mecanismos físicos que conduzem ao colapso do núcleo e, por conseguinte, a explosão, o cenário ainda não está completo. A detecção de ondas eletromagnéticas, de neutrinos e de ondas gravitacionais emitidas durante a explosão de supernovas é a principal fonte de informações sobre este complexo fenômeno. Portanto, o estudo destes três distintos sinais é a maneira de se testar as teorias sobre como uma supernova funciona.

Emissões eletromagnéticas, relacionadas à explosão de supernovas, têm sido amplamente investigadas em diferentes regiões do espectro eletromagnético, como o visível e os intervalos de raios-X e raios γ . No entanto, as ondas eletromagnéticas são caracterizadas por interagirem com uma elevada seção de choque e num meio extremamente denso e, como consequência, podemos observar apenas os fótons produzidos nas regiões mais externas da estrela. Portanto, o estudo desta emissão não pode explicar o que acontece nos primeiros segundos do colapso, que se caracteriza por rápidas mudanças na dinâmica do núcleo interno. Na verdade, as ondas eletromagnéticas atingem a Terra apenas algumas horas após o início do colapso estelar.

Por outro lado, os neutrinos e as ondas gravitacionais, graças as suas baixas seções de choque, deixam a estrela durante os primeiros segundos do colapso, carregando informações valiosas sobre as regiões mais internas da estrela. Por outro lado, os neutrinos produzidos e os sinais gerados por ondas gravitacionais são mais difíceis de serem detectados. Ondas gravitacionais ainda não foram detectadas, apesar dos grandes avanços experimentais. Neutrinos de supernovas foram observados em 23 de fevereiro de 1987 pela primeira vez, quando uma explosão de neutrinos foi observada conjuntamente com as observações ópticas da explosão de uma supernova na Grande Nuvem de Magalhães. Este evento, chamado de SN1987A, nos ofereceu uma oportunidade memorável para fazer o que hoje em dia se chama de astronomia com neutrinos.

Os experimentos e nosso conhecimento sobre física de neutrinos sofreram avanços significativos nos últimos anos. Em 1998, a colaboração de SuperKamiokande observou uma forte evidência na oscilação de neutrinos atmosféricos, produtos da colisão de raios cósmicos na atmosfera. No entanto, esta observação, apesar de impactante, já era esperada, uma vez que há duas décadas já se

havia obtido um forte indício do fenômeno de oscilações de neutrinos. Também no sol, percebia-se um déficit de eventos de neutrinos eletrônicos em relação ao que se esperava por modelos teóricos - chamado problema do neutrino solar - assim como no caso atmosférico, com o déficit de neutrinos muônicos - chamado problema do neutrino atmosférico. Com a combinação dos resultados experimentais de SNO (neutrinos eletrônicos solares) e KamLand (antineutrinos eletrônicos de reatores), tivemos uma forte confirmação que os neutrinos sofrem oscilação, misturando-se e possuindo efetivamente massa. No caso atmosférico, os esforços de SuperKamiokande e K2K (neutrinos de aceleradores), confirmaram ainda mais o mecanismo de oscilações. MINOS, atualmente, confirma cada vez mais este resultado e melhora ainda mais os parâmetros de oscilação e busca também responder uma das grandes questões ainda em aberto na física de neutrinos, o ângulo de mistura θ_{13} .

No entanto, apesar de sabermos da existência da massa do neutrinos, não sabemos o valor absoluto dela. Esforços vindos de experimentos cosmológicos, auxiliados por “surveys” experimentais de estruturas de larga escala e também por experimentos que medem a anisotropia na radiação cósmica de fundo em microondas, conseguem colocar limites severos na massa dos neutrinos. Experimentos terrestres, como o futuro e promissor Katrin, prometem atingir regiões da ordem de sub-eV. Também, através da ideia original de Zatsepin, que leva em conta o atraso no sinal somente pelo fato dos neutrinos serem massivos, neutrinos de supernova podem nos auxiliar a colocar limites na massa dos neutrinos. Outra questão em aberto na física de neutrinos é quanto a natureza dos neutrinos, isto é, se são partículas do tipo Dirac ou Majorana. Se um dia tivermos um sinal positivo do fenômeno de duplo decaimento beta sem neutrinos, teremos a informação de que neutrinos são partículas de Majorana. Outra questão fundamental passa pela hierarquia das massas dos neutrinos, isto é, se a hierarquia é normal ($m_1 < m_2 < m_3$) ou se a hierarquia é invertida ($m_3 < m_1 < m_2$). Apontamos questões também do porquê a massa dos neutrinos é muito menor que a massa dos outros léptons e como adaptar ou modificar o modelo padrão para explicar o mecanismo de geração de massa.

Questões em aberto passam também pelo número de neutrinos, isto é, ainda há espaço para colocarmos neutrinos estéreis na física de neutrinos. Dados experimentais de LSND podem ser interpretados através de neutrinos estéreis. No entanto, o experimento de MiniBooNE obteve resultados de difícil conciliação com os antigos resultados de LSND¹. Descartar neutrinos estéreis parece uma atitude prematura, além do mais o sítio do experimento WMAP-7 e também [65] aponta: “new WMAP data together with other data show that the effective number of neutrino-like species is 4.34 ± 0.87 . The standard model of particle physics has 3.04 effective species of neutrinos”. Claro que, a partir desta afirmação, não podemos dizer que a quarta espécie relativística é um neutrino estéril, porém existe tal possibilidade e esta merece ser explorada e considerada.

No tocante a junção da física de partículas e cosmologia, para explicar fenômenos cosmológicos, destacamos a possibilidade de neutrinos ajudarem na explicação da energia escura ($\approx 70\%$ do conteúdo do universo), que está associada ao fenômeno da expansão acelerada de nosso universo atual. Problemas são inúmeros com a energia escura e com a compreensão da expansão do universo: a coincidência cosmológica; o fato de, se supormos uma constante cosmológica, que precisa ter uma densidade de energia com um ajuste fino, possuir uma energia 120 ordens de grandeza superior que a energia de vácuo prevista na teoria quântica de campos; e, por fim, qual é sua real natureza, se é uma constante cosmológica, um escalar etc. Neutrinos acoplados com um escalar quintessencial de energia escura, chamado aceleron, formando um mecanismo chamado de neutrinos de massa variável (MaVaN), poderiam explicar o fenômeno de expansão do universo. Além do mais, tal

¹Resultados atuais contradizem esta afirmação, isto é, LSND está sendo revivido pelo experimento de MiniBoone.

fenômeno apresentaria consequências na oscilação de neutrinos, originando desta maneira uma física que consideramos não-padrão.

Esta tese apresenta a seguinte organização:

- No capítulo 1, *Supernovas*, fazemos basicamente uma revisão da dinâmica de explosão, isto é, o que acontece com uma estrela muito massiva para que ela atinja o estágio de supernova e exploda. Descrevemos e revemos também nesse capítulo o processo de formação de núcleos pesados, acima do ferro, como o processo-r e o processo-s. Também, neste capítulo, destacamos uma nova parametrização proposta pelo grupo de Gran Sasso do processo de emissão de neutrinos em duas etapas, a acreção e o resfriamento.
- O capítulo 2, *Oscilação de Neutrinos*, fazemos uma revisão sobre os neutrinos estéreis, sua origem teórica e seu status experimental. Depois fazemos uma revisão de oscilação de neutrinos em duas famílias, no vácuo e na matéria, apresentando as principais expressões matemáticas para o caso de oscilação de neutrinos eletrônicos em neutrinos estéreis no caso de supernovas.
- O capítulo 3, *Neutrinos de Massa Variável*, apresenta uma discussão geral sobre o modelo de neutrinos de massa variável e a proposta de uma nova parametrização fenomenológica para a evolução das massas realizada por nós do GFAN de Campinas, que foi aplicada para o caso de supernovas, uma vez que consideramos que não tivemos trabalhos fenomenológicos neste ambiente. Apresentamos os resultados e a discussão destes, em que focamos para o caso de oscilação de (anti)neutrinos eletrônicos em (anti)neutrinos estéreis, nos limites impostos por SN1987A e também pelo processo-r de nucleossíntese. Este trabalho apresenta uma física que consideramos não-padrão, buscando novos efeitos de oscilação de neutrinos em supernovas, assunto ainda muito a ser explorado pela comunidade de física de neutrinos.
- No capítulo 4, *Construção de verossimilhança*, apresentamos uma nova “verossimilhança” para a detecção e análise de eventos de neutrinos de supernovas, que pode ser muito útil para uma futura supernova galáctica. Comparamo-la com outras e mais antigas “verossimilhanças” já propostas na literatura, destacando nossas melhorias e o problema das outras. Trabalho este realizado com o grupo de Gran Sasso, Itália.
- O capítulo 5, *Massa do Neutrino*, apresenta uma breve revisão das diversas maneiras de como se determina a massa dos neutrinos: experimentos terrestres, como duplo decaimento beta sem neutrinos e decaimento beta do trítio; informações extraídas da cosmologia; e, finalmente, o limite na massa dos neutrinos determinado por supernovas. Fazemos uma análise unindo o modelo de emissão em duas etapas e a nova “verossimilhança” proposta, usando tanto os dados de SN1987A e simulando uma supernova a 10 kpc com muito mais eventos detectados. Este trabalho também foi realizado com o grupo de Gran Sasso, Itália.

Também, como apêndice, colocamos um pouco dos estudos iniciais realizados em interação neutrino-neutrino, importante para ambientes densos como supernovas.

Capítulo 1

Supernovas

Supernovas (SNs) são explosões extremamente intensas que representam o fim da vida de uma estrela. Tipicamente, algumas massas solares são jogadas ao meio interestelar com uma energia cinética da ordem de 10^{51} erg. Este material contém elementos pesados que são de fundamental importância para a evolução de galáxias, estrelas, planetas, e também a vida em geral. Algumas SNs produzem o que costumamos chamar de um remanescente compacto, como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro.

A ocorrência destes intensos e violentos colapsos foi registrada várias vezes ao longo da história. Em 1054 d.C, pelos chineses, que observaram a explosão da estrela que acabou por produzir a nebulosa de Caranguejo e o pulsar de Caranguejo (chamada de SN1054). Os chineses, apesar do registro, não sabiam de fato que o evento observado estava relacionado a um colapso estelar. Algumas supernovas ocorridas em nossa galáxia foram observada a olho nu nos últimos 2000 anos: a SN1006 foi a mais intensa e as duas últimas foram vistas por Tycho Brahe em 1572 e por Joannes Kepler em 1604.

Muitas supernovas foram observadas por telescópio no último século, uma vez que o brilho da explosão pode ser comparado a um brilho de uma galáxia inteira. Em 23 de fevereiro de 1987 na Grande Nuvem de Magalhães, tivemos um evento de supernova, a SN1987A, que foi a supernova mais bem estudada. Ela foi muito relevante uma vez que conseguimos também detectar neutrinos, embora poucos. Tal explosão de neutrinos foi responsável por vários estudos e por várias especulações sobre a dinâmica de explosão de supernovas e também propriedades particulares do neutrino, como sua massa. Mais sobre isto veremos ao longo desta tese.

Este capítulo está dividido nas seguintes partes. Faremos uma breve descrição sobre evolução estelar na seção 1.1. Na seção 1.2 descreveremos brevemente os tipos de supernova e a taxa de formação de tais objetos no universo. Na seção 1.3 falaremos da dinâmica de explosão das supernovas e a importância dos neutrinos neste processo. Os eventos de SN1987A observados serão comentados na seção 1.4 e o processo de formação de núcleos pesados, acima do ferro, será descrito na última seção deste capítulo, 1.5. Na última seção, 1.6, descrevemos um modelo parametrizado de duas fases de emissão de antineutrinos eletrônicos

1.1 Evolução Estelar

Antes de nos aprofundarmos no mecanismo de explosão estelar, façamos uma breve revisão de maneira bem simplificada da evolução das estrelas. Após a queima de todo o combustível nuclear, o destino final de uma estrela depende basicamente de dois fatores: o primeiro é se a

estrela faz ou não parte de um sistema binário ou múltiplo (cerca de 60% faz parte deste tipo de sistema); o segundo fator é sua massa. Se o sistema é binário ou múltiplo, além da dependência fundamental da massa, há a dependência da separação entre as estrelas do sistema, isto é, um ponto da evolução em que as estrelas irão interagir e poderão “trocar” massas e, de certa maneira, alterar o comportamento deste sistema. Se a estrela é isolada, sua evolução só depende da massa inicial. Por exemplo, se uma estrela possuir uma massa menor que $0.8 M_{\odot}$, a idade do universo não é suficiente para que esta estrela tenha evoluído além da sequência principal¹. Se a estrela possuir uma massa entre $0.8 M_{\odot}$ e $10 M_{\odot}$, após consumir o hidrogênio (combustível inicial da estrela), a estrela passará pela fase de gigante vermelha e depois de supergigante. Ela ejetará o que chamamos de nebulosa planetária, visível aproximadamente por 10000 anos, e terminará sua vida como uma anã branca, com massa da ordem de $0.6 M_{\odot}$ e raio cerca de 10000 km. Se a estrela iniciar sua vida com massa entre $10 M_{\odot}$ e $25 M_{\odot}$, após a fase de supergigante ela ejetará a maior parte de seu material em uma explosão de supernova e terminará sua vida como uma estrela de nêutrons, com uma temperatura superficial acima de 10^6 K, massa de cerca de $1.4 M_{\odot}$, e raio da ordem de dezenas de km. Se esta estrela possuir um campo magnético forte, ela emitirá luz direcionada em um cone em volta dos pólos magnéticos e será chamada de pulsar. Existem também estrelas que possuem massas entre $25 M_{\odot}$ e $100 M_{\odot}$ e após a fase de explosão o remanescente pode vir a ser um buraco negro, com uma massa da ordem de $6 M_{\odot}$, e raio do horizonte menor que da ordem de 10 km. O raio do horizonte, ou raio de Schwarzschild, é a distância ao buraco negro dentro da qual nem a luz escapa ($R_{Sch} = 2GM/c^2$). Se a estrela iniciar sua vida com massas maiores que $100 M_{\odot}$, como a estrela de Pistola, descoberta em 1997 com o telescópio espacial Hubble, ela perderá a maior parte da sua massa ainda na sequência principal somente pela pressão de radiação e depois evoluirá exatamente como uma estrela com massa menor que $100 M_{\odot}$.

Falemos um pouco de nosso sol para termos uma noção mais específica dos assuntos que acabamos de tratar. A vida do Sol na sequência principal está estimada em 11 bilhões de anos. Uma estrela de $0.1 M_{\odot}$, como dissemos anteriormente, demorará 3 trilhões de anos para sair da sequência principal. Anteriormente usamos termos como gigante vermelha, supergigante, anã branca, estrela de nêutrons. Vamos detalhar um pouco mais estes termos e como as estrelas evoluem a esses estágios. Após sair da sequência principal, ou seja, depois de “queimar” o hidrogênio no núcleo da estrela, a geração de energia passa a ocorrer numa camada mais externa a este núcleo, com cerca de 2000 km de espessura, onde a temperatura e a densidade são suficientes para manter as reações nucleares. Nenhuma energia, neste estágio, é gerada no núcleo, então a estrela se contrai rapidamente, e a luminosidade da estrela aumenta um pouco. As camadas mais externas se reajustam ao aumento de luminosidade expandindo-se e, como a área superficial aumenta, sua temperatura diminui. Dessa maneira a luminosidade aumenta e a estrela torna-se mais vermelha, aproximando-se do ramo das gigantes no diagrama HR². O nosso Sol atingirá esta fase daqui a 6.5 bilhões de anos e a temperatura no centro do Sol será de cerca de 100 milhões K, e a reação triplo α iniciará combinando três partículas α (núcleos de hélio) em um núcleo de carbono. O Sol será, portanto, uma gigante vermelha, com um núcleo formado de hélio se transformando em carbono e hidrogênio em hélio em uma fina camada mais externa. A massa do Sol não é suficiente

¹Sequência Principal é uma relação entre a luminosidade de uma estrela e a temperatura em seu interior. Em outros termos: quando as estrelas consomem hidrogênio no núcleo, que corresponde a aproximadamente 10% da sua massa total, correspondente a cerca de 50000 km de raio, as estrelas saem da sequência principal (hidrogênio sendo transformado em hélio no núcleo).

²O diagrama HR é um diagrama da temperatura efetiva da estrela pela luminosidade e mostra como a estrela evolui. Ele pode possuir vários ramos: como a sequência principal, o ramo das gigantes, das supergigantes, da anãs brancas etc.

para “queimar” o carbono, ou seja, alcançar cerca de 1 bilhão K. Dessa maneira, a estrutura final do Sol será um núcleo de carbono pequeno, com uma camada externa de hélio, e outra mais externa de hidrogênio. No diagrama HR o Sol descenderá para a região das anãs brancas. Como a massa do Sol é 340 mil vezes a massa da Terra, sendo o raio da anã branca próximo ao raio terrestre, a densidade da anã branca será de várias toneladas por cm^3 . O princípio de exclusão de Pauli e o princípio de Incerteza de Heisenberg serão responsáveis pela existência de uma força repulsiva que equilibrará a gravidade, impedindo assim que a anã branca colapse.

Estrelas com massa acima de $10 M_{\odot}$ evoluem muito rapidamente³. Depois da fase de gigantes, passam para supergigantes, com temperaturas nucleares de alguns bilhões de Kelvin, permitindo assim a “queima” de outros combustíveis: O^{16} , Mg^{24} , Si^{28} , S^{32} , Cl^{35} , Ca^{40} , Sc^{45} , Ti^{48} ... Fe^{56} , em algumas centenas de milhões de anos. Este processo de fusão nuclear se encerra no Fe^{56} , uma vez que sua energia de ligação é muito alta para fazer fusão. Mais detalhes sobre o que acontecerá com a estrela após a produção do ferro veja a seção 1.5.

1.2 A Taxa de Formação de SNs

Por razões históricas, supernovas são classificadas de acordo com suas características espectroscópicas ao redor do máximo de luminosidade e pelas propriedades da curva de luz, que depende da composição do envelope da estrela progenitora da SN. As duas grandes categorias são chamadas de tipo I e tipo II. As SN I não possuem linhas de hidrogênio, enquanto que as SN II as possuem. No entanto a característica mais marcante na diferenciação está associada à geração da supernova e as diferenças ficam notáveis no espectro de luz alguns meses depois do máximo de luminosidade. O material ejetado ficará opticamente “fino” e as regiões mais internas ficarão visíveis: o espectro de SNs Ia é dominado por linhas de emissão de ferro, enquanto que SNs Ib, Ic e II mostram linhas de emissão de O e C.

Tipicamente a emissão óptica de SNs do tipo I e II começam com um crescimento na luminosidade durante a primeira ou duas semanas devido à expansão da superfície de luminosidade. SNs I possuem tipicamente um pico de luminosidade mais estreito, enquanto que do tipo II possuem picos mais amplos, da ordem de 100 dias. Depois do pico, a luminosidade decresce por aproximadamente um ano.

As SNs do tipo Ia podem ser geradas por anãs brancas de carbono-oxigênio que possuem um estrela companheira, da qual a anã branca pode “roubar” massa. Na Fig. (1.1) vemos um excelente esquema de divisão dos tipos de supernova.

Uma pergunta básica para respondermos é qual a frequência com que as supernovas ocorrem. Na página 517 do livro *Fundamental of Neutrino Physics*, C. Giunti [1] há uma tabela que mostra a taxa de formação de supernovas na base 10^{-2}ano^{-1} com inúmeros valores de vários artigos. Tais taxas de formação variam de $(8.4 - 1) \times 10^{-2} \text{ano}^{-1}$, com incertezas da ordem de unidade. Responder a esta pergunta é muito importante, porque estimar a taxa de supernovas em nossa galáxia permitiria a preparação de telescópios para detectar neutrinos com alto número de eventos, aumentando assim a estatística e nosso poder de análise. As estimativas destas taxas possuem altíssimas incertezas. Outra observação é que taxas de SN são fortemente dependentes do tipo de galáxia onde os eventos ocorrem. Nenhuma SN do tipo Ib/c e II foi ainda observada em galáxias do tipo elípticas, que são galáxias muito velhas e que possuem uma taxa de formação estelar pequena,

³Uma estrela de $30 M_{\odot}$ sai da sequência principal em 5 milhões de anos; uma estrela de $5 M_{\odot}$ sai da mesma sequência em 70 milhões de anos.

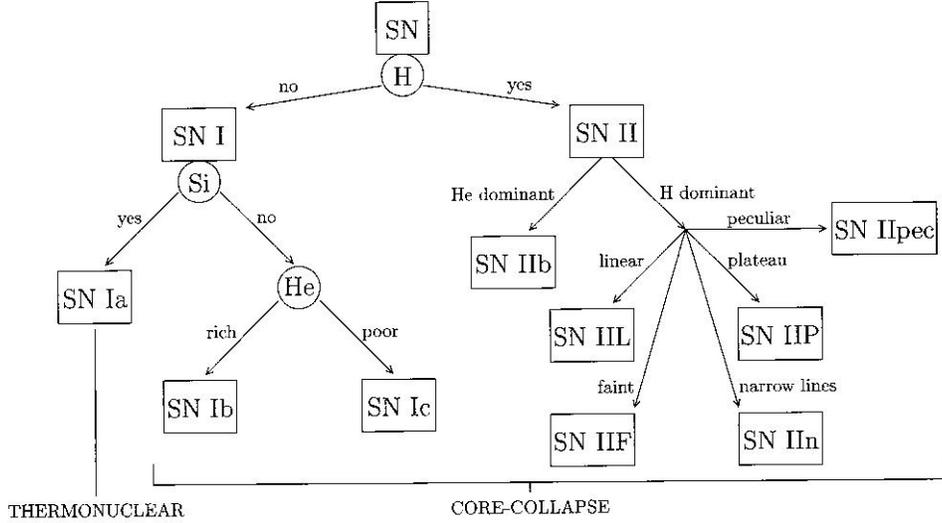


Figura 1.1: Esquema de classificação das supernovas. Figura extraída do livro [1].

isto é, hipoteticamente poderiam produzir estrelas massivas com tempo de vida pequeno e que portanto terminariam suas vidas com uma explosão de supernova tipo colapso do núcleo.

Uma vez que não foi observada mais nenhuma explosão galáctica ou próxima, depois de SN1987A, podemos deduzir que o limite superior com nível de confiança de 90% é de 13 SNs por século [2].

Comentemos agora um importante limite, chamado de limite de Chandrasekhar, para explicar a explosão de uma estrela.

Considere uma anã branca com N elétrons e com raio R . De acordo com o princípio de exclusão de Pauli, o volume por elétron é $v \approx R^3/N$, que tem um tamanho característico de $r \approx v^{1/3} \approx R/N^{1/3}$. Aplicando o princípio de Incerteza de Heisenberg, o momento de um elétron é dado por $p \approx r^{-1} \approx N^{1/3}/R$. A pressão que equilibra a gravidade é devido aos elétrons degenerados. Para massas estelares pequenas estes elétrons são não-relativísticos e na estrela pode ser encontrado um equilíbrio entre a gravidade e esta pressão de degenerescência. Para estrelas de maior massa, durante a contração do núcleo central a densidade aumenta muito e o estado relativístico dos elétrons é atingido. Neste caso, a massa do elétron pode ser desprezada e a energia associada à pressão é dada por $E_P \approx p \approx N^{1/3}/R$. Cada elétron é associado a uma massa $m \approx m_N/Y_e$, em que m_N é a massa do núcleon e Y_e é a fração eletrônica ($Y_e = N_p/(N_p + N_n)$), em que N_p e N_n são, respectivamente, o número de prótons e o número de nêutrons. Logo, a energia gravitacional por elétron é $E_G \approx -G_N M m/R \approx -G_N m_N^2 N Y_e^{-2}/R$, em que $M \approx m N \approx m_N N/Y_e$ é a massa total. O equilíbrio da estrela é atingido no ponto de mínimo da energia total:

$$E = E_P + E_G \approx \frac{N^{1/3}}{R} - \frac{G_N M_N^2 N Y_e^2}{R}. \quad (1.1)$$

Os dois termos acima “caem” com $1/R$. Se o sinal de E é negativo, então a energia total pode decrescer, sem limite, se diminuirmos o valor de R , o que culminará com o colapso da estrela. Para uma configuração estável, a energia total deve ser não negativa, daí obtemos um limite superior

$$N < N_C \approx (G_N m_N^2 Y_e^{-2})^{-3/2} = \left(\frac{M_p Y_e}{m_N} \right)^3 \approx 2 \times 10^{57} Y_e^3. \quad (1.2)$$

A massa correspondente é o que chamamos de massa de Chandrasekhar:

$$M_C \approx N_C m_N Y_e^{-1} \approx 2 \times 10^{57} Y_e^2 \text{ GeV} \approx 2 Y_e^2 M_\odot. \quad (1.3)$$

Um cálculo mais preciso [3] nos dá:

$$M_C \approx 5.83Y_e^2 M_\odot. \quad (1.4)$$

Para um valor típico de $Y_e \approx 0.5$, nós temos $M_C \approx 1.46M_\odot$. Quando a massa de anãs brancas atinge o limite de Chandrasekhar, a estrela se torna instável, uma vez que a pressão de degenerescência dos elétrons não pode mais equilibrar a gravidade. A anã branca começa a colapsar, iniciando a fusão do carbono e oxigênio em núcleos mais pesados, liberando assim uma grande quantidade de energia e causando a explosão termonuclear da estrela, que veremos mais detalhadamente na seção 1.3.

A linha de emissão de supernovas do tipo Ia é devido principalmente ao decaimento do Ni^{56} , que é produzido em grandes quantidades durante o colapso das camadas mais externas do núcleo da anã branca. Contém também absorções de Si, que é produzido pela fusão do carbono e do oxigênio. O Ni^{56} decai em Co^{56} , que por sua vez decai em Fe^{56} , cujas linhas de emissão dominam o espectro após alguns meses. Supernovas do tipo Ia possuem um padrão de comportamento muito semelhante umas às outras, identificado por algumas explosões de supernova em galáxias vizinhas. As curvas de luz (luz visível cai praticamente sempre à mesma taxa) e o total de energia emitido na explosão são aproximadamente iguais. Em 1993, Phillips [4] conseguiu empiricamente fazer uma relação entre a fase de pico de luminosidade da curva de luz e a luminosidade a partir do catálogo de supernovas do tipo IA próximas com distâncias conhecidas. Esta relação (pico mais estreito significa mais brilhante) nos permite usar supernovas do tipo IA como “velas” padrões para a medida de distâncias de galáxias tão longes quanto 100 Mpc [4]⁴.

Do ponto de vista da física de neutrinos, supernovas de outros tipos são muito mais interessantes, uma vez que emitem um elevado fluxo de neutrinos de todos os sabores. Durante poucos segundos seguidos do colapso - o remanescente que é muito compacto e muito quente - neutrinos de todos os tipos são copiosamente produzidos. Uma vez que o remanescente e o envelope ao redor são opticamente “esessos”, aproximadamente 99% da energia gravitacional de ligação liberada pelo colapso (3×10^{53} ergs) é carregada pelos neutrinos. A energia média dos neutrinos emitidos é da ordem de 10 MeV, e a quantidade desta partícula gira em torno de 10^{58} , uma ordem de magnitude maior que o número leptônico do núcleo colapsado.

As supernovas do tipo II estão associadas especialmente a colapsos gravitacionais de estrelas gigantes vermelhas com massas entre $8 - 9M_\odot$ e $40 - 60M_\odot$. Uma vez que o tamanho e a massa do envelope de hidrogênio podem ser muito diferentes de estrelas pra estrelas, mesmo tendo a mesma massa inicial, os efeitos visíveis da explosão da supernova possuem uma grande variabilidade, permitindo que façamos uma classificação em subtipos das supernovas do tipo II. Temos as IIL em que a luminosidade é aproximadamente linear com o tempo. IIP se a evolução da luminosidade mostra um platô; IIF se a SN é fraca em luminosidade; IIb se o hélio domina sobre o hidrogênio; IIc apresenta um espectro de linhas de emissão estreito; IIpec se a supernova possui características peculiares que não foram relacionadas nas classificações anteriores.

Acredita-se também que se a supernova é do tipo IIP, o envelope possui uma massa $5 - 10M_\odot$ e raio da ordem de 10^{15} cm. A onda de choque produzida pelo colapso do núcleo rapidamente ioniza o hidrogênio no envelope e, como consequência, ocorre uma rápida ejeção deste envelope. A energia da recombinação do hidrogênio mantém a fotosfera, da qual recebemos a luz, com

⁴A observação de SNs tipo IA pelo telescópio espacial Hubble em galáxias distantes foi usada para determinar a constante de Hubble e o parâmetro de desaceleração. Contrário do que se esperava, verificou-se que o universo está em expansão acelerada. Este comportamento surpreendente pode ser explicado pela cosmologia padrão através da presença de uma energia de vácuo relativamente alta, denominada atualmente de energia escura. Comentamos mais sobre isto no capítulo 3.

raios e temperaturas aproximadamente constantes e, como consequência, haverá um platô na luminosidade. A duração deste platô depende da massa do envelope: se a massa do envelope for $\leq 1 - 2M_{\odot}$, não haverá formação deste platô, o decréscimo da luminosidade será praticamente linear no tempo e a supernova será classificada como IIL. A maioria das supernovas do tipo IIL são mais brilhantes que as supernovas do tipo IIP.

SN1987A, que discutiremos mais tarde neste capítulo, foi um caso extremo de supernova do tipo IIP, uma vez que a luminosidade aumentou por cerca de 3 meses após o colapso e também a supernova foi bastante fraca. Então muitas vezes SN1987A é classificada como SNIIP ou SNIIF e as vezes como SNIIPec. Sua fraqueza está associada provavelmente com o fato da progenitora ser compacta ($\approx 10^{12}$ cm de raio). Nestes casos, muito da energia disponível é usada na expansão e a luminosidade aumenta por algum tempo por causa dos decaimentos radioativos de elementos mais pesados nas camadas mais internas, que se tornam ainda mais visíveis quando o envelope se expande.

Vamos agora nos concentrar na descrição da dinâmica do colapso.

1.3 Dinâmica de Explosão

Apesar da total compreensão do mecanismo de explosão de uma supernova ainda não existir, o mecanismo de explosão mais estudado é o que chamamos de mecanismo impulsionado por neutrinos, também conhecido por cenário de Bethe e Wilson ou mecanismo de explosão atrasada. Neste cenário o papel dos neutrinos é importantíssimo, não só pelo transporte de energia realizado, mas também porque a explosão da estrela recebe uma assistência crucial da energia depositada pelos neutrinos numa fase inicial e intensamente luminosa, chamada de acreção. Apesar da importância destes neutrinos não poder ser completamente demonstrada, resultados teóricos atuais encorajam cada vez mais a opinião de que tal mecanismo funciona para certos tipos de colapsos. Vamos descrever em mais detalhes agora o mecanismo de explosão e associar com os processos físicos que levam à emissão de neutrinos. Ou seja, nos focamos aqui nas supernovas do tipo colapso gravitacional do núcleo (tipo II).

De maneira bem simples, podemos dizer que a explosão ocorrerá quando a onda de choque é criada na formação da proto-estrela de nêutrons (Veja Fig. (1.2) para a evolução do raio da proto-estrela de nêutrons em função do tempo).

Estrelas com massa superior a 10 massas solares passam por todo estágio de queima de combustíveis possível, através de reações de fusão: hidrogênio, hélio, carbono, oxigênio, neônio, silício. O estágio de queima ocorre até se atingir o ferro, sendo que a estrela atinge uma estrutura chamada de “estrutura do tipo cebola” (veja Fig. (1.3)), com um “núcleo” de ferro (massa de aproximadamente $1 M_{\odot}$, um raio de cerca de 1000 km e uma densidade de $\approx 10^{10}$ g/cm³) rodeado por camadas de elementos cada vez mais leves a medida que nos distanciamos do centro. A temperatura deste centro é cerca de 1MeV e é sustentado pela pressão de degenerescência dos elétrons relativísticos. Não há energia suficiente para ocorrer a fusão do ferro, uma vez que ele é o elemento com maior energia de ligação nuclear por nucleon - 8.5 MeV/nucleon ($f = \frac{E_B}{A} = \frac{[(A-Z)m_n + Zm_p - M_{nuc}]c^2}{A}$) (veja Fig. (1.4)).

Falemos um pouco da situação dos elétrons neste instante. Para tais temperaturas e densidades, os elétrons são relativísticos e também num regime degenerado. Podemos introduzir um parâmetro de degenerescência Ψ que está relacionado ao potencial químico χ_e , através de $\Psi = \chi_e/T$. Usando

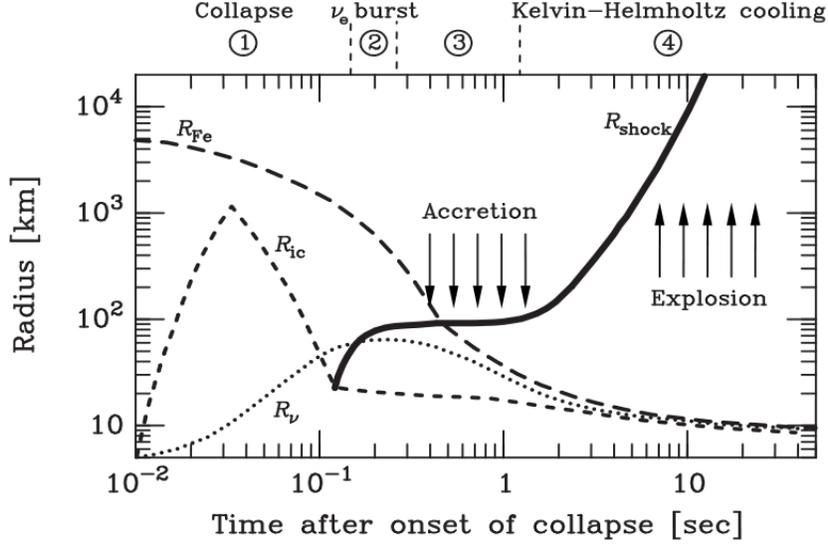


Figura 1.2: Figura esquemática do colapso do núcleo para uma estrela com $M \geq 8M_{\odot}$, da formação da remanescente proto-estrela de nêutrons, e do início da explosão da SN. Existem quatro principais fases destacadas na figura: (1) colapso; (2) a explosão de ν_e , acompanhado pela saída e propagação da onda de choque; (3) A acreção de matéria e o resfriamento do manto; e, por fim, (4) o resfriamento da proto-estrela de nêutrons. As curvas se associam as mais diversas evoluções de alguns raios característicos: o núcleo de ferro (R_{Fe}); o raio da neutrinosfera (R_{ν}), com transporte difusivo dentro e livre caminho fora. O núcleo interior (R_{in}), que determina a região do colapso subsônico para $t < 0.1$ s, e mais tarde se tornará a região da nascente estrela de nêutrons. O raio da onda de choque (R_{shock}) é formada no “bounce” do núcleo, estagna por alguns 100 ms, e é reavivada pelos neutrinos-propagando depois e ejetando o material do manto. A área escura é a região onde a maioria dos neutrinos se originam; entre esta área e a neutrinosfera (R_{ν}) os neutrinos ainda difundem, mas não são mais eficientemente produzidos. Figura extraída de [5].

este parâmetro, a função de distribuição Fermi-Dirac dos elétrons é descrita por:

$$f(p)dpdV = \frac{8\pi p^2 dpdV}{1 + e^{E/T-\Psi}}, \quad (1.5)$$

em que p é o momento do elétron e V é o volume. O numerador da Eq.(1.5) é o número de ocupação máximo permitido no espaço de fase. O denominador é o “fator de preenchimento”, que dá a fração de “células” ocupadas. O caso de completa degenerescência é quando todo o espaço de fase até o momento de Fermi ($p_F = \left(\frac{3n_e}{8\pi}\right)^{1/3}$) está ocupados. Isto acontece quando a temperatura $T \rightarrow 0$. No entanto, para entender o colapso, é necessário entender o caso de degenerescência parcial, uma vez que o núcleo de ferro pode ser descrito por este estado. Consideremos o caso de elétrons extremamente relativísticos, quando o momento é $p \approx E$ e os elétrons possuem velocidade próximo da velocidade da luz. A densidade de elétrons será escrita como:

$$n_e = 8\pi \int_0^{\infty} p^2 \frac{dp}{1 + e^{E/T-\Psi}} \approx 8\pi T^3 F_2(\Psi), \quad (1.6)$$

em que $F_2(\Psi)$ é a integral de Fermi-Dirac⁵. A mesma aproximação nos dá a pressão do gás de

⁵A integral de Fermi-Dirac é definida como $F_i(\psi) \equiv \int_0^{\infty} du \frac{u^i}{1+e^{u+\psi}}$.

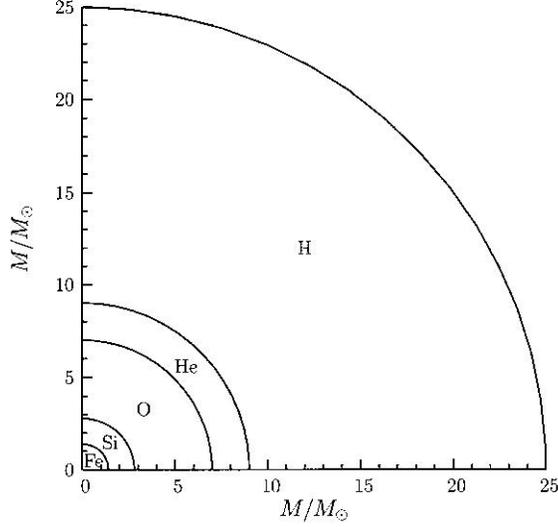


Figura 1.3: Estrutura de “cebola” para uma estrela de $25 M_{\odot}$ um pouco antes do começo do colapso. Figura extraída do livro [1].

elétrons

$$P_e = \frac{8\pi}{3} \int_0^{\infty} p^3 v(p) \frac{dp}{1 + e^{E/T - \Psi}} \approx \frac{8\pi}{3} T^4 F_3(\Psi), \quad (1.7)$$

que é equivalente a

$$P_e = \frac{1}{3(8\pi)^{1/3}} \frac{F_3(\Psi)}{F_2(\Psi)^{4/3}} n_e^{4/3}. \quad (1.8)$$

Podemos introduzir a fração eletrônica por núcleo $Y_e = N_e/(N_n + N_e) = \rho_e m_u / \rho m_e$, em que ρ é densidade de matéria, m_u é a unidade de massa atômica, m_e é a massa do elétron e ρ_e é a densidade de elétrons. Então a pressão dos elétrons será

$$P_e = \frac{1}{3(8\pi)^{1/3}} \frac{F_3(\Psi)}{F_2(\Psi)^{4/3}} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u} \right)^{4/3}. \quad (1.9)$$

Neste caso, o potencial químico dos elétrons será dado por

$$\chi_e = E_F = \frac{3}{8\pi}^{1/3} n_e^{1/3} \approx 11 \text{MeV} \left(\frac{\rho_e Y_e}{10^{10} \text{g/cm}^3} \right)^{1/3}. \quad (1.10)$$

Então $P_e/\rho = \frac{F_3(\Psi)}{F_2(\Psi)^{4/3}} \frac{\chi_e Y_e}{3^{4/3} m_u}$. Para o regime de completa degenerescência, temos $T \rightarrow 0$ e $\Psi \rightarrow \infty$, o valor da pressão se torna

$$P_e = \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \frac{1}{8} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u} \right)^{4/3}. \quad (1.11)$$

Nós sabemos que neste caso o equilíbrio hidrostático se mantém somente para uma massa igual a massa de Chandrasekhar, dada pela Eq. (1.4). Quando o núcleo de ferro da estrela cresce porque a camada de silício começa a “queimar” e a massa supera este limite, temos uma instabilidade que inicia o “colapso” da estrela.

Para descrever tal mecanismo que inicia o colapso estudaremos a Eq.(1.9) no limite de alta degenerescência, isto é, $\Psi \gg 1$. Neste caso a aproximação de expansão das integrais de Fermi em

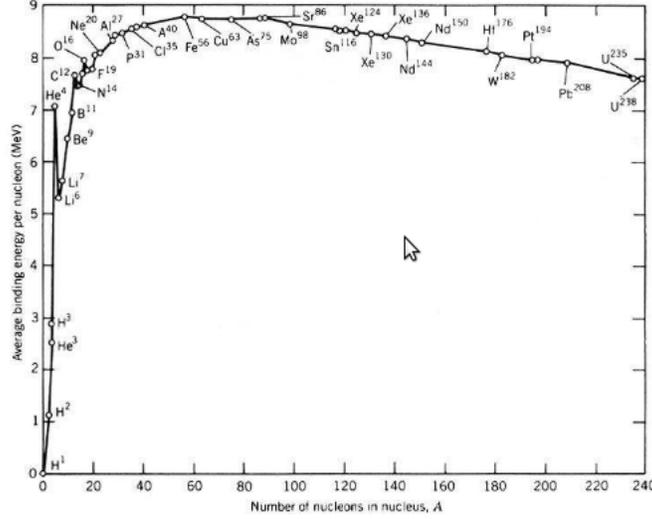


Figura 1.4: Energia de ligação dos núcleos em função do número de massa [1].

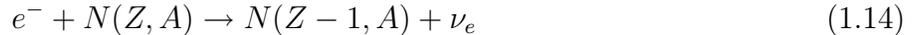
primeira ordem [6], encontramos a expressão usualmente escrita [7, 8]

$$P_e = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{1}{8} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u}\right)^{4/3} \left\{1 + \frac{2}{3} \left[\frac{s_c}{\pi Y_e}\right]^2\right\}, \quad (1.12)$$

em que $s_c = \frac{Y_e \pi^2 T}{E_F}$ é a entropia dos elétrons por nucleão. Para a grande maioria dos casos uma grande causa de instabilidade é a fotodissociação do ferro, que ocorre durante a contração e aquecimento do núcleo:



Esta reação absorve aproximadamente 124 MeV de energia e reduz a entropia dos elétrons com consequente perda de pressão dos eletrônica (a entropia dos elétrons é transferida aos núcleons, e a entropia total é conservada durante a contração). Estes podem ser capturados por núcleos e também por prótons livres, como mostram as equações abaixo:



e



Tais reações são favorecidas pela alta pressão de degenerescência dos elétrons. Ambas as reações reduzem a quantidade de elétrons do meio e por consequência a pressão de degenerescência. Na eminência do colapso, quando a densidade de ferro ainda não é tão alta, os neutrinos eletrônicos produzidos carregam quase toda a energia cinética dos elétrons capturados e podem escapar livremente da estrela, devido à baixa densidade local. Os efeitos das equações apresentadas diminuem a massa de Chandrasekhar, que se torna menor que a massa do núcleo. Neste momento a pressão de degenerescência dos elétrons não consegue equilibrar a gravidade local do núcleo e o colapso começa. Quando a temperatura e a densidade aumentam, as reações se tornam mais efetivas, diminuindo ainda mais a pressão dos elétrons e, portanto, favorecendo o colapso, que se torna cada vez mais efetivo.

De acordo com a teoria, estrelas com massa entre aproximadamente $9M_\odot$ e $10M_\odot$ queimam hidrogênio, hélio, carbono, mas o núcleo não fica quente o suficiente para queimar o oxigênio. No

entanto, o núcleo contém neônio e magnésio a altas densidades, e pode ocorrer captura eletrônica, reduzindo a pressão eletrônica que mantém o núcleo contra a gravidade. Como resultado, o núcleo colapsa e, durante o colapso, o oxigênio, neônio e magnésio são convertidos em ferro. Então, também neste caso, a energia da explosão da supernova é produzida pelo colapso de um núcleo de ferro.

O tempo de escala do colapso é da ordem do tempo de escala de queda-livre da matéria, que pode ser estimado, usando unidades naturais, como

$$\tau_{ql} = \left(\frac{3\pi}{32\rho_c} \right)^{1/2}, \quad (1.16)$$

em que $\rho_c \approx 10^{10}$ g/cm³ quando o colapso se inicia. Com este valor e usando a Eq. (1.16) teremos um tempo de colapso $\tau_{ql} \approx 0.01$ s, mas cálculos hidrodinâmicos mais precisos encontram um valor de $\tau_{ql} \approx 0.1$ s.

Os neutrinos eletrônicos produzidos inicialmente pelos processos de captura eletrônica saem do núcleo livremente, carregando energia e número leptônico, uma vez que seu livre caminho médio é maior que o tamanho do núcleo. Nesta fase chamada de *captura*, neutrinos eletrônicos possuem um espectro não-térmico e uma energia média que cresce de 12 MeV até 16 MeV [9]. A luminosidade atinge cerca de 10^{53} erg/s, mas apenas, no total, aproximadamente 10^{51} erg é liberado antes do rebote do núcleo, porque a fase de captura é muito curta e dura cerca de 10 ms.

Quando a densidade da parte interior do núcleo atinge cerca de $0.8M_\odot$ (cerca de $3 \times 10^{11-12}$ g/cm³), os neutrinos ficam presos e o colapso passa a ser adiabático com número leptônico constante. Durante este estágio a parte interna do núcleo colapsa homologamente, isto é, com velocidade subsônica proporcional ao raio. Em princípio se a captura de elétrons continuar indefinidamente o núcleo homólogo se tornará extremamente pequeno inibindo a explosão da estrutura. Isto não ocorrerá devido a presença dos neutrinos que ficarão presos. A fonte predominante neste momento da opacidade de neutrinos é o espalhamento nos núcleos através de corrente neutra (CN):

$$\nu_e + (Z, A) \rightarrow \nu_e + (Z, A). \quad (1.17)$$

O livre caminho médio dos neutrinos ν_e é dado por $\lambda_{\nu_e} \approx (\sigma_A^{coh} n_A)^{-1}$, em que σ_A^{coh} é a seção de choque total da reação (1.17) no referencial de repouso dos núcleos e $n_A = \rho \frac{Y_A}{m_u}$ é a densidade de núcleos com número de massa A presentes no núcleo da supernova. Esta situação em que os neutrinos não podem escapar influencia o processo de neutronização porque os neutrinos se tornam altamente degenerados com uma elevada energia de Fermi e os novos neutrinos produzidos por captura eletrônica têm que ser elevados ao topo do mar de Fermi, fazendo do processo menos provável. Então o centro da supernova se separa em duas partes: a parte interior do núcleo ($M \approx 0.5 - 0.8 M_\odot$) colapsa homologamente e subsonicamente. A parte externa do núcleo colapsa com velocidade de queda livre supersônica ($v_r \approx -\alpha \sqrt{\frac{2M_r}{r}}$, em que $\alpha \approx 1/2$ e M_r é a massa a uma distância r do centro).

Depois de aproximadamente um segundo do começo da instabilidade, a densidade interior do núcleo de matéria nuclear atinge 10^{14} g/cm³ e a pressão de degenerescência dos núcleons não-relativísticos abruptamente interrompe o colapso. O interior do núcleo entra em um equilíbrio hidrostático, formando uma proto-estrela de nêutrons com um raio de cerca de 10 km, enquanto que uma onda de choque supersônica causada pela matéria em queda e que rebate no núcleo interior é formada em sua superfície. A onda de choque se propaga para fora através do núcleo exterior de ferro, que ainda está colapsando, e possui uma velocidade inicial de cerca de 100 km/ms. O gás que está caindo a uma velocidade aproximada de queda livre é abruptamente desacelerado

pela onda de choque que sai da borda da proto-estrela de nêutrons. Abaixo do choque o gás cai muito mais lentamente na superfície da estrela de nêutrons, sendo acretado por ela. Logo, a proto-estrela de nêutrons desenvolve um núcleo que não sente efeito do choque e um manto que sofre o efeito do choque. Como dissemos anteriormente, o núcleo possui um raio da ordem de 10 km com uma densidade da ordem de 10^{14} g/cm³. O manto possui um raio de cerca de 100 km, com uma densidade que vai da densidade nuclear até 10^9 g/cm³ na superfície da estrela de nêutrons. A onda de choque não é formada no centro do núcleo, mas sim no ponto sônico, que é o ponto que define a fronteira da parte interna e externa do núcleo e também o ponto em que a velocidade de som no meio coincide com a velocidade de queda da matéria.

Enquanto o choque se propaga na matéria densa que vai caindo do núcleo externo, sua energia é dissipada por fotodissociação do núcleo em prótons e nêutrons. Então, o material atrás do choque é principalmente composto por núcleons livres. Prótons livres possuem uma taxa de captura elevada por elétrons, ocorrendo a transformação da maioria dos prótons em nêutrons, com uma grande produção de neutrinos do elétron. Estes neutrinos se aglomeram atrás da onda de choque, que é densa e opaca a eles, até que o choque atinge uma região com densidades em torno de 10^{11} g/cm³ em poucos milissegundos. Esta emissão de neutrinos é chamada de explosão imediata de neutrinos eletrônicos ou explosão de neutronização (*prompt electron neutrino burst ou neutronization burst ou breakout pulse*). Os neutrinos neste estágio apresentam uma luminosidade da ordem de 6×10^{51} erg/s e carregam para fora da estrela uma energia de 10^{51} erg em poucos milissegundos. Apesar do nome, a explosão de neutronização é muito curto para carregar uma parte significativa do número leptônico do núcleo. Exatamente por ser curto torna-se muito difícil sua detecção. Apenas a periferia de baixa densidade da proto-estrela de nêutrons é neutronizada.

A perda de energia devido à fotodissociação dos núcleos e a emissão de neutrinos enfraquece o choque (por volta de 1.5×10^{51} erg são dissipados para cada $0.1M_{\odot}$ de material fotodissociado). No chamado mecanismo de explosão imediata, o choque, apesar de enfraquecido, é capaz de expelir o envelope da estrela gerando a explosão de supernova num tempo de escala da ordem de 100 ms. Se a estrela pesa mais de $10M_{\odot}$, o choque é enfraquecido e interrompido em 100 ms depois do rebote, num raio de aproximadamente 200 – 300 km, com energia insuficiente para atingir as camadas mais distantes da supernova. A matéria continua a “cair” através do choque parado e a fotodissociar. Se muita matéria continua a cair na proto-estrela de nêutrons, a pressão de degenerescência dos núcleos é insuficiente para manter a estabilidade e o núcleo pode colapsar num buraco negro, presumivelmente sem uma explosão de supernova. As condições para a explosão, sem que o choque cesse, são controversas e dependem muito da massa da estrela progenitora e da equação de estado da matéria nuclear que determina a energia transferida para a onda de choque pelo rebote.

Se o choque é interrompido, uma maneira de se explodir a supernova é recuperando tal onda de choque, através de algum mecanismo que irá repor a sua energia. O mecanismo que é atualmente aceito pela comunidade é que a energia depositada será dada por um fluxo intenso de neutrinos produzidos termicamente na proto-estrela de nêutrons [10, 11]. Recentemente foi percebido que o choque pode ser reavivado pela convecção atrás dele, o que leva a uma explosão assimétrica [12]. Também oscilações acústicas geradas pela acreção de material na proto-estrela de nêutrons pode ajudar a reavivar o choque [13]. Se o choque é reavivado, temos o cenário de explosão atrasada, que possui um tempo de escala da ordem de 0.5 s depois do rebote.

Neutrinos de todos os sabores são produzidos pelo núcleo quente da PSN ([3]), que possui uma temperatura de cerca de 40 MeV, através da aniquilação elétron-pósitron,

$$e^{-} + e^{+} \rightarrow \nu + \bar{\nu}, \quad (1.18)$$

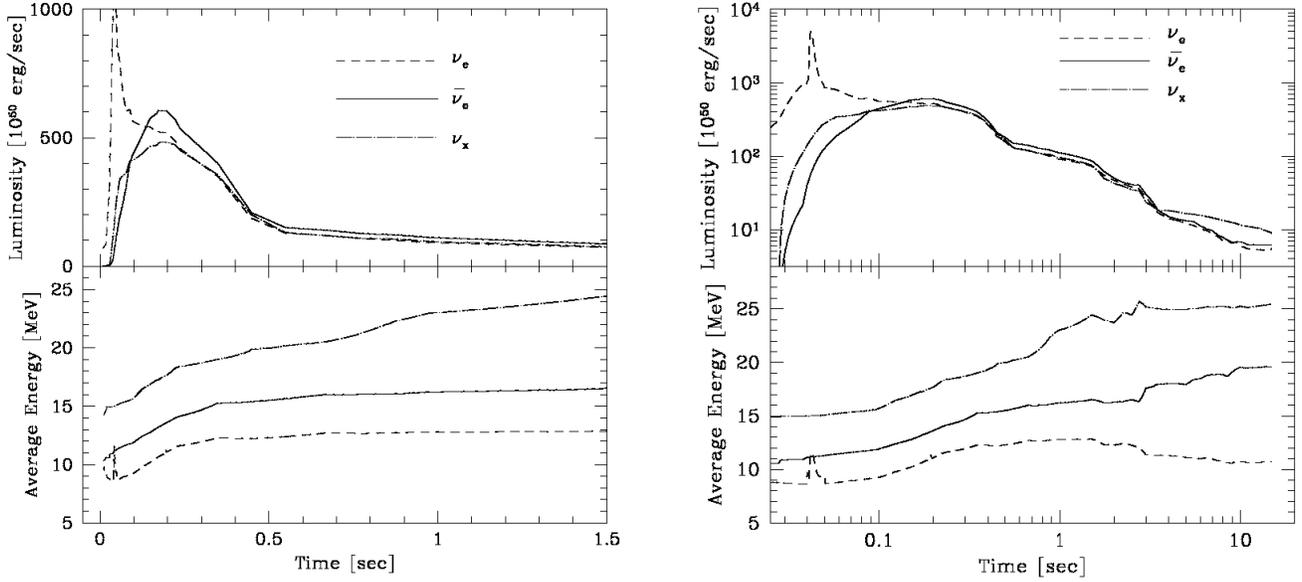


Figura 1.5: Evolução temporal da luminosidade do neutrino e a energia média obtido com simulações numéricas do modelo de SN da referência [14]. O tempo se inicia no começo do colapso. O painel da esquerda mostra a fase inicial com uma coordenada temporal linear. Enquanto que o painel da esquerda trata da evolução temporal 10 s após o começo do colapso usando uma coordenada logarítmica para o tempo. As linhas tracejadas são para ν_e , as linhas sólidas para $\bar{\nu}_e$ e linha tracejada-ponto para os outros tipos de neutrinos. A explosão de neutronização é visível como um pico na luminosidade e na energia dos neutrinos eletrônicos, algo que acontece entre 40 – 50 ms depois do início do colapso.

por “bremsstrahlung” elétron-núcleon

$$e^\pm + N \rightarrow e^\pm + N + \nu + \bar{\nu}, \quad (1.19)$$

por “bremsstrahlung” núcleon-núcleon

$$N + N \rightarrow N + N + \nu + \bar{\nu}, \quad (1.20)$$

por decaimento de plasmon

$$\gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}, \quad (1.21)$$

e fotoaniquilação

$$\gamma + e^\pm \rightarrow e^\pm + \nu + \bar{\nu}. \quad (1.22)$$

Neutrinos eletrônicos são também produzidos pelo processo de captura de elétrons (Eq. (1.15)) e antineutrinos eletrônicos são produzidos pela reação análoga ($e^+ + n \rightarrow p + \bar{\nu}_e$). Estes neutrinos são presos no núcleo da supernova, devido à alta densidade de matéria. Neutrinos podem se propagar “livremente” para fora do manto da PSN somente em regiões onde a densidade de matéria é suficientemente pequena (da ordem de 10^{11} g/cm³), de outra maneira, se o livre caminho médio do neutrino é maior que o tamanho do raio do núcleo, o neutrino escapará “livremente”. A região a partir de onde os neutrinos podem escapar livremente é chamada de *neutrinosfera*. Uma vez que a interação de neutrinos depende do sabor e da energia, existem diferentes tamanhos de neutrinosferas, que dependem da energia, para diferentes sabores de neutrinos. Mais precisamente,

uma vez que o meio é composto por prótons, nêutrons, elétrons, pósitrons e as energias dos neutrinos não permitem a criação de múons e taus, ν_e e $\bar{\nu}_e$ podem interagir com o meio por interação fraca via corrente carregada (CC) e corrente neutra (CN), enquanto que os (anti)neutrinos de outros sabores (ν_x e $\bar{\nu}_x$, em que $x = \mu, \tau$) somente interagem por CNs, que é independente de sabor. Então existem três neutrinosferas independentes: uma para ν_e , uma para $\bar{\nu}_e$ e uma para ν_x . Cada neutrinosfera (dependente de energia) emite um fluxo térmico de neutrinos. O raio estimado da neutrinosfera fica entre 50 – 100 km e muda de acordo com a evolução temporal da supernova - veja curva pontilhada do gráfico 1.2. Como vimos anteriormente, o choque passa pela neutrinosfera de ν_e poucos milissegundos depois do rebote, um alto fluxo de neutrinos eletrônicos é liberado em poucos milissegundos na explosão de neutronização. Depois da quebra causada pelo choque, cada neutrinosfera produz um fluxo térmico de cada sabor correspondente.

As opacidades de ν_e e $\bar{\nu}_e$ são dominadas, respectivamente, por processos de interação fraca do tipo CC:

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-, \quad (1.23)$$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (1.24)$$

Estas reações permitem, por exemplo, uma troca de energia e número leptônico entre os neutrinos e o meio. Por exemplo, no processo descrito pela Eq.(1.23), a energia do neutrino é principalmente transferida para o elétron que aumenta em uma unidade o número leptônico do meio.

Uma vez que o manto da PSN é rico em nêutrons, a opacidade a uma dada energia dos ν_e é maior que a opacidade dos $\bar{\nu}_e$ com a mesma energia, e a neutrinosfera correspondente aos ν_e possui um raio maior que a neutrinosfera de $\bar{\nu}_e$. Logo, para uma energia fixa de $\bar{\nu}_e$, estes são emitidos de uma região mais profunda e quente do que os ν_e . Portanto a energia média dos ν_e será menor que a energia média dos $\bar{\nu}_e$. Ainda mais o espectro de emissão não é um espectro perfeito de corpo negro (do tipo Fermi-Dirac), mas é modificado, isto é, ambas as caudas de alta e baixa energia são suprimidas com respeito às caudas do espectro de corpo negro com a mesma energia média. As figuras 1.5 mostram a evolução temporal da luminosidade do neutrino e da energia média obtidas, respectivamente, por simulações numéricas das referências [14], confirmadas também por [15]. Outras estimativas similares da luminosidade de neutrinos e da energia média foram obtidas com simulações numéricas nas referências [16, 17]. Estimativas das energias médias integradas no tempo são

$$\langle E_{\nu_e} \rangle \approx 10\text{MeV}, \quad \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle \approx 15\text{MeV}, \quad \langle E_{\nu_x} \rangle \approx 20\text{MeV}. \quad (1.25)$$

As figuras 1.6 mostram, respectivamente, o espectro de energia dos ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s em simulações numéricas das referências [18] e [14]. Notamos, no entanto, que o modelo da referência [18] não consegue explodir corretamente a SN, que é uma dificuldade constantemente apresentada nas simulações numéricas. As curvas pontilhadas nas figuras 1.6 correspondem a aproximações Fermi-Dirac, escritas a seguir,

$$\frac{dN}{dE} = \frac{120L}{7\pi^4 T^4} \frac{E^2}{e^{E/T} + 1}, \quad (1.26)$$

em que $T = 180\zeta(3)\langle E \rangle / 7\pi^4 \approx \langle E \rangle / 3.1514$ é a temperatura efetiva, $\zeta(3) \approx 1.20206$ é a função zeta de Riemann de 3 e $L = \int_0^\infty dE E dN/dE$ é a luminosidade total. Em quase todas as simulações numéricas a luminosidade integrada no tempo dos diferentes sabores de neutrinos é aproximadamente igual. Um melhor ajuste do espectro obtido em simulações de SN pode ser encontrado

adicionando-se um parâmetro η que age como um potencial químico efetivo:

$$\frac{dN}{dE} = \frac{L}{F(\eta)T^4} \frac{E^2}{e^{E/T-\eta} + 1}, \quad (1.27)$$

em que $F(\eta) = \int_0^\infty dx x^3 / (e^{x-\eta} + 1)$. Neste caso, $\langle E \rangle / T \approx 3.1514 + 0.1250\eta + 0.0429\eta^2 + O(\eta^3)$. Típicos valores de η são $\eta_{\nu_e} \approx 2$, $\eta_{\bar{\nu}_e} \approx 3$ e $\eta_{\nu_x} \approx 1$ [19]. Outra parametrização largamente usada

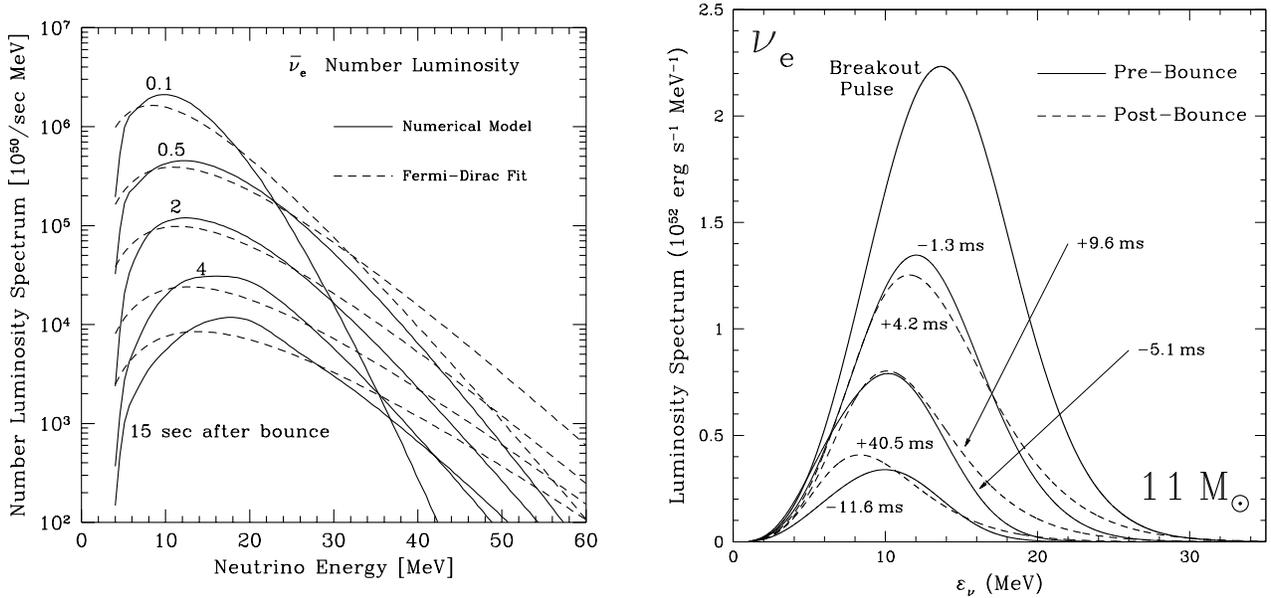


Figura 1.6: No gráfico à esquerda mostramos a luminosidade do espectro de $\bar{\nu}_e$ para uma supernova de $11 M_\odot$ [18]. O gráfico na direita apresenta a luminosidade para o espectro de $\bar{\nu}_e$ 15 s após o rebote [14].

do espectro de neutrino é [19, 20]

$$\frac{dN}{dE} = \frac{(1 + \beta)^{1+\beta} L}{\Gamma(1 + \beta) \bar{E}^2} \left(\frac{E}{\bar{E}} \right)^\beta e^{-(1+\beta)E/\bar{E}}, \quad (1.28)$$

em que L é a energia total liberada em forma de neutrinos, \bar{E} é a energia média do neutrino e β é um parâmetro.

No cenário de explosão atrasada, o choque interrompido fica a um raio de aproximadamente de 100 – 300 km, bem longe e fora da neutrinosfera. A temperatura do após o choque é aproximadamente de 1.5 MeV e a densidade da ordem de 10^8 g/cm³. A captura de uma pequena fração [21] (5 – 10%) do fluxo térmico de neutrinos emitidos da neutrinosfera pode reviver o choque, levando à explosão da SN. A maior quantidade de energia depositada é devido aos neutrinos e antineutrinos eletrônicos.

Se energia suficiente for depositada atrás da onda de choque, aproximadamente meio segundo depois do rebote o choque é revivido e começa a empurrar as camadas externas, gerando assim a explosão. Entretanto, a maioria das simulações unidimensionais (esfericamente simétricas) [21, 16, 22, 23, 18] não são capazes de gerar uma explosão bem sucedida, que foi recentemente obtida pelo grupo de Livermore [14]. Recentemente também vários grupos fizeram simulações multidimensionais que resultaram em explosões bem sucedidas [24, 26, 27, 25] e parcialmente bem sucedidas [28, 29] e em completos fracassos [15, 30]. Tais simulações multidimensionais são

muito importantes porque levam em consideração efeitos de convecção que aumentam a eficiência da deposição de energia na onda de choque pelos neutrinos. Esforços computacionais para fazer simulações cada vez mais precisas estão sendo feitos [31, 32, 33, 34].

Enquanto o choque está parado, a matéria continua a ser acretada na PSN passando através do choque. Esta é a fase que chamamos de acreção. Durante esta fase, o material quente atrás da onda de choque, composto basicamente por núcleons livres, elétrons e fótons, é aquecido pelo acréscimo e produz neutrinos e antineutrinos através dos processos descritos nas equações Eqs.(1.18)-(1.22). Uma vez que o choque interrompido está fora da neutrinosfera, estes neutrinos podem escapar “livremente” para fora da estrela e causar o que chamamos de “corcova” na curva de luminosidade de neutrinos. A energia média dos neutrinos nesta fase é pequena porque a densidade de matéria no choque é opaca aos neutrinos de alta energia. Como mostra a figura, o choque gradualmente revivendo 0.5 s depois do rebote, a densidade de matéria diminui e a energia média aumenta.

Resumindo, o processo de explosão imediata possui duas fases de emissão de fluxos de neutrinos: primeiro uma fase intensa e rápida de emissão imediata de neutrinos eletrônicos na saída do choque (“shock breakout”), com um espectro degenerado de alta energia, que é, no entanto, muito breve, logo pouca energia e número leptônico são levados embora. Então há uma fase termicamente menos intensa de neutrinos de todos os sabores, que dura poucos segundos e carrega uma grande quantidade de energia de ligação da estrela de nêutrons. O número total de neutrinos emitidos excede em uma ordem de magnitude o número original de léptons do núcleo colapsado. No cenário de explosão atrasada, adicionalmente à fase de explosão imediata de neutrinos eletrônicos e da emissão térmica de todos os outros sabores de neutrinos, que usualmente chamamos de fase de resfriamento, temos uma fase chamada de “acreção” que prolonga o pico de luminosidade térmica por um tempo, da ordem de meio segundo.

1.4 Observação de Neutrinos de SN1987A

A supernova 1987A ocorreu na Grande Nuvem de Magalhães (GNM), uma pequena galáxia satélite muito próxima a Via Láctea, a uma distância de aproximadamente 50 kpc (165,000 anos-luz). A observação óptica desta supernova marcou a descoberta da mais próxima SN ocorrida desde a observação de Kepler em 1604. Foi suficientemente perto que vários detectores subterrâneos, que estavam em uso na época, conseguiram detectar o fluxo de neutrinos emitidos pelo colapso do núcleo da estrela progenitora, a supergigante azul Sanduleak - 69202. Os neutrinos observados foram registrados em alguns segundos do horário de 7:35:40 UT no dia 23 de fevereiro de 1987, enquanto que a primeira evidência de sinal óptico foi encontrada as 10:38 UT por MacNaught [35].

As duas principais observações de neutrinos de supernova vêm principalmente dos detectores tipo Cherenkov Kamiokande-II (KII) e Irvine-Michigan-Brookhaven (IMB)⁶. Um outro detector, Baksan Scintillator Telescope (BST), também detectou neutrinos, mas em uma quantidade menor. O detector Mont Blanc conseguiu também detectar neutrinos, mas apresenta informações relativamente contraditórias. Suas observações ocorreram 5 horas antes dos outros detectores e não houve nenhum evento contemporâneo observado pelos outros detectores. O detector Mont Blanc foi construído para observar neutrinos de supernova, oriundos do colapso do núcleo, mas foi projetado para observar tais neutrinos produzidos numa fonte a 10 kpc de distância. O que Mont Blanc pode ter observado foi uma flutuação dos eventos de fundo e não um sinal de SN1987A.

Os detectores IMB e KII são do tipo Cherenkov, isto é, neutrinos são medidos por luz Cherenkov que é emitida por partículas secundárias carregadas produzidas, e^\pm no caso das baixas energias

⁶Somente para recordação, tais detectores foram construídos para observar decaimentos de prótons.

dos (anti)neutrinos emitidos no colapso estelar. O detector IMB não está mais em funcionamento, mas KII ainda sim, já transformado em Super-Kamiokande (SK). Baksan mede através de luz cintilante produzida por partículas carregadas secundárias. A figura 1.7 apresenta a eficiência dos três detectores.

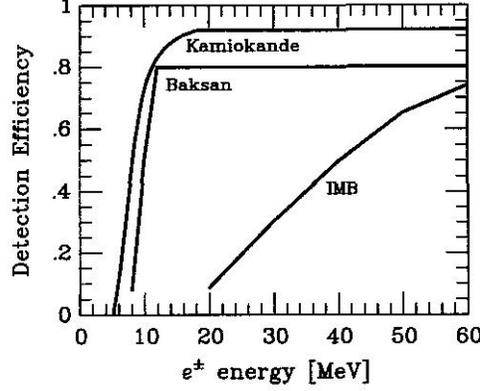


Figura 1.7: Eficiências para os detectores KII, IMB e Baksan na detecção de pósitrons (elétrons) para os neutrinos de SN1987A. Figura extraída do livro [51].

Os processos relevantes de interação de neutrinos em água são: (i) espalhamento elástico em elétrons ($\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$); (ii) decaimento beta inverso $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ (corrente-carregada) e (iii) também por corrente carregada, $\nu_e + O^{16} \rightarrow e^- + F^{16}$. A seção de choque para a reação de decaimento beta inverso é dada por⁷:

$$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \cos^2 \theta_C (C_V^2 + 3C_A^2) p_e E_e (1 + \delta) = 9.4 \times 10^{-44} \text{cm}^2 (1 + \delta) p_e E_e / \text{MeV}^2, \quad (1.29)$$

em que G_F é a constante de Fermi e $\cos^2 \theta_C \approx 0.95$ se refere ao ângulo de Cabibbo. As constantes de acoplamento fraca vetorial (corrente carregada) e axial, são respectivamente, $C_V = 1$ e $C_A = 1.26$, e δ é uma constante que incorpora pequenas correções do tipo: recuo do nucleon, coulombiana, radioativa e magnética [37]. Ainda mais, lembramos que p_e e E_e são, respectivamente, o momento e a energia do pósitron. Ignorando efeitos de recuo sabemos que $E_e = E_\nu - m_n + m_p \approx E_\nu - 1.3 \text{MeV}$; o limiar da reação é aproximadamente 1.8 MeV porque a energia mínima de E_e é m_e .

A expressão geral para $\nu_e + O^{16}$ é muito mais complicada. Uma aproximação simples, tomando somente o 2^- como estado do núcleo de F^{16} , é [38]

$$\sigma \approx 1.1 \times 10^{-44} \text{cm}^2 (E_\nu / \text{MeV} - 13)^2. \quad (1.30)$$

Todas as seções de choque relevantes por molécula de água são mostradas no gráfico 1.8 como funções da energia do neutrino (E_ν). As curvas possuem um fator 2 por alvo de próton (dois por molécula de H_2O) e um fator 10 para elétrons (dez por molécula de H_2O). Acima de seu limiar, a seção de choque $\nu_e O^{16}$ cresce rapidamente; é então o processo dominante para neutrinos eletrônicos. Ainda, $\bar{\nu}_e p$ é o processo absolutamente dominante para observar neutrinos de supernova, sendo que a energia das espécies de neutrinos é muito similar.

⁷É bom lembrar que a referência [36] apresenta melhoramentos e uma discussão completa no cálculo da seção de choque. Em nossas simulações, Capítulos 5 e 4 usaremos a expressão (50) de tal artigo

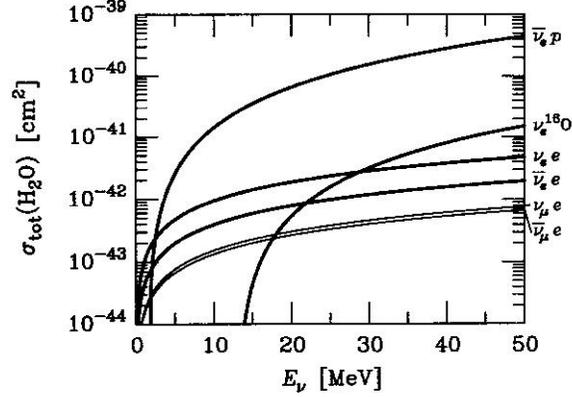


Figura 1.8: Seção de choque na colisão de neutrinos com outros alvos num detector de água do tipo Cherenkov. Mostramos a seção de choque total por molécula de água, sendo que a seção de choque já está multiplicada por um fator 2 devido ao número de prótons e também por um fator 10 devido ao número de elétrons. Figura extraída do livro [51].

O detector Baksan é preenchido por um cintilador orgânico formado basicamente por moléculas de alcanos, hidrocarbonetos de fórmula geral $C_n H_{2n+2}$, com $n \approx 9$. A reação dominante também é o decaimento beta inverso. Ainda mais, o espalhamento elástico em elétrons também é possível, e o processo $\nu_e C^{12} \rightarrow N^{12} e^-$ ocorre para $E_{\nu_e} > 30$ MeV.

Fórmulas analíticas das eficiências para IMB e KII foram dadas por Burrows em 1988 [39]. IMB descreve um “tempo morto” do detector de 13% durante a explosão de SN [40]. A curva de IMB inclui um fator de 0.87 para contar com esse efeito. O volume de KII relevante para SN1987A foi de 2.14 kton, para IMB 6.8 kton e Baksan 200 ton. Isto corresponde a 1.43×10^{32} prótons para KII, 4.6×10^{32} para IMB, e 1.88×10^{31} para Baksan.

Sabendo a seção de choque dada pela Eq. (1.29) e as curvas de eficiência dos detectores, podemos calcular o número de eventos esperados por intervalo de energia através da reação dominante $\bar{\nu}_e p$ nos detectores. O gráfico 1.9 usa o fluxo de $\bar{\nu}_e$ calculado por Burrows 1988 [39] para uma supernova a 50 kpc, exatamente a distância da SN1987A, e calcula o número de eventos por intervalo de energia em KII. A curva tracejada é construída considerando uma emissão do tipo Maxwell-Boltzmann, isto é, uma emissão completamente térmica. A curva sólida representa uma curva com um fator de degenerescência igual $\eta_\nu = 2$, uma vez que o espectro de neutrinos é bem descrito por uma forma espectral do tipo Fermi-Dirac [41]:

$$\frac{dL_\nu}{dE_\nu} \propto \frac{E_\nu^3}{1 + \exp(E_\nu/T_\nu - \eta_\nu)}. \quad (1.31)$$

Lembramos que o número de eventos pode ser calculado por $N_{ev} = N_p \times F_{\bar{\nu}_e} \times \sigma$, em que N_p é o número de alvos, $F_{\bar{\nu}_e}$ é o fluxo de neutrinos, que depende do modelo de emissão de neutrinos e σ é a seção de choque dada pela equação (1.29). Obtemos, para este caso, 11 eventos para KII e 3.9 para IMB.

Detectores do tipo Cherenkov, contrário aos detectores do tipo cintilação, conseguem dar a direção do evento, isto é, a direção do pósitron emitido na reação IBD, uma vez que existe direcionalidade na luz Cherenkov emitida. A principal limitação neste caso é que existem múltiplos espalhamentos do tipo coulombiano, com baixas energias, no meio onde ocorre a detecção dos neutrinos. Hirata [42], 1991, calcula o desvio angular rms devido a múltiplos espalhamentos: 34° para

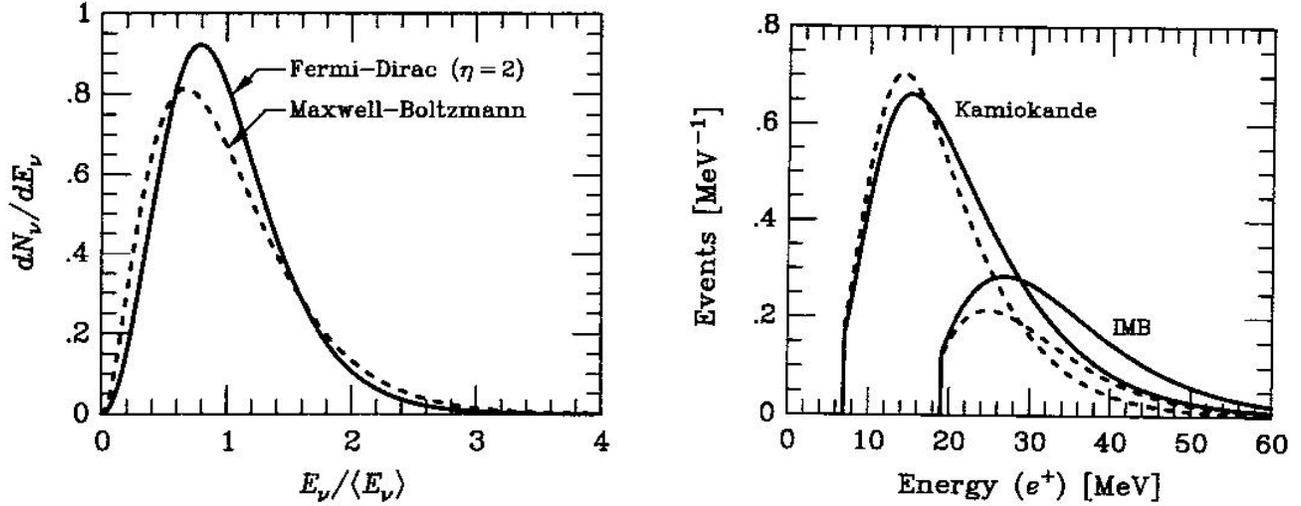


Figura 1.9: Na figura de esquerda mostramos o espectro de neutrinos normalizado para uma distribuição de Maxwell-Boltzmann (tracejada) e para uma Fermi-Dirac com um parâmetro $\eta = 2$ (sólida). Na figura à direita o número de eventos $\bar{\nu}_e$ esperados por intervalo de energia para KII e IMB, sendo que a curva sólida é para uma distribuição de neutrinos sem o fator η , enquanto que a tracejada considera tal fator. Figura extraída do livro [51].

uma energia de pósitron de $E_e = 5$ MeV até 22° para uma energia de pósitron de $E_e = 20$ MeV.

A direção de movimento de léptons carregados, relativa ao neutrino incidente, é preservada em colisões elásticas νe , então a principal limitação para uma reconstrução de direção do neutrino é o múltiplo espalhamento coulombiano. Para a reação $\bar{\nu}_e p$, a distribuição angular é isotrópica, apesar de uma pequena assimetria angular de 10% [43]. A reação $\nu_e O^{16}$ nos dá uma distribuição praticamente isotrópica, proporcional a $1 - \frac{1}{3} \cos \Theta$, que também possui um agrupamento para trás [44]. Como é esperado que uma supernova produza todos os sabores de (anti)neutrinos em números iguais, o sinal será dominado pela reação isotrópica $\bar{\nu}_e p$.

Na tabela 1.1 mostramos as informações sobre os três experimentos citados: número do evento (Evento), tempo em segundos ($t_i(s)$), ângulo no caso de detectores do tipo Cherenkov (θ_i) com seu erro associado, energia do evento detectado ($E_i(MeV)$), ou seja, do pósitron, e o seu erro associado ($\sigma_i(MeV)$). Mostramos também, na figura 1.10, os (anti)neutrinos (a energia corresponde aos pósitrons produzidos na reação IBD) detectados na distribuição temporal. Os círculos cheios são considerados eventos e os círculos vazios são usualmente relacionados a eventos de fundo. A energia do elétron ou pósitron pode ser reconstruída pela quantidade total de luz Cherenkov ou cintilante emitida. Para pequenas energias, a energia é aproximadamente proporcional ao número de fotomultiplicadoras atingidas em um evento. Devido ao limiar da reação e a efeitos de recuo, a energia do neutrino na reação IBD é aproximadamente 2 MeV maior que a energia do pósitron detectado. Para as colisões raras de νe , o estado final da distribuição de energia do elétron é amplo, logo só podemos dar um limite inferior à energia do neutrino.

O tempo absoluto em IMB é preciso dentro de ± 50 ms, enquanto que KII possui um tempo absoluto preciso dentro de ± 1 min. Em Baksan, o relógio exibe um comportamento estranho, com uma incerteza de $+2/-54$ s. Logo, não temos os relógios dos detectores sincronizados. No entanto, apesar de tais incertezas temporais, consideraremos que os eventos serão relacionados a uma única explosão de SN1987A. Mostramos também o gráfico do ângulo Θ na Fig. 1.11, relativo

Evento	t_i (s)	E_i (MeV)	σ_i (MeV)	θ_i (deg)
Kamiokande II				
1	$\equiv 0.0$	20.0	2.9	18 ± 18
2	0.107	13.5	3.2	40 ± 27
3	0.303	7.5	2.0	108 ± 32
4	0.324	9.2	2.7	70 ± 30
5	0.507	12.8	2.9	135 ± 23
6	0.686	6.3	1.7	68 ± 77
7	1.541	35.4	8.0	32 ± 16
8	1.728	21.0	4.2	30 ± 18
9	1.915	19.8	3.2	38 ± 22
10	9.219	8.6	2.7	122 ± 30
11	10.433	13.0	2.6	49 ± 26
12	12.439	8.9	1.9	91 ± 39
13	17.641	6.5	1.6	-
14	20.257	5.4	1.4	-
15	21.355	4.6	1.3	-
16	23.814	6.5	1.6	-
IMB				
1	$\equiv 0.0$	38	7	48 ± 10
2	0.412	37	7	44 ± 15
3	0.650	28	6	56 ± 20
4	1.141	39	7	65 ± 20
5	1.562	36	9	33 ± 15
6	2.684	36	6	52 ± 10
7	5.010	19	5	42 ± 20
8	5.582	22	5	104 ± 20
Baksan				
1	$\equiv 0.0$	12.0	2.4	-
2	0.435	17.9	3.6	-
3	1.710	23.5	4.7	-
4	7.687	17.6	3.5	-
5	9.099	20.3	4.1	-

Tabela 1.1: Dados detectados por Kamiokande-II, IMB e Baksan para a SN1987A.

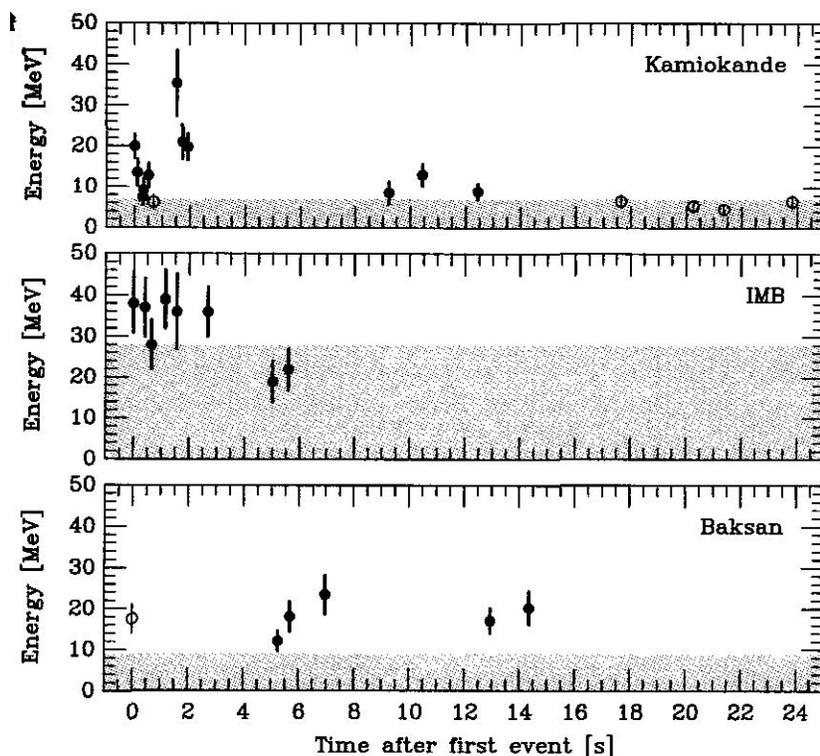


Figura 1.10: Neutrino de SN1987A pelos detectores de KII, IMB e Baksan. As figuras apresentam as energias dos pósitrons detectados e não dos neutrinos. Na área escura a eficiência do gatilho é menor que 30%. Os círculos não pintados são aqueles usualmente considerados como eventos de fundo. Figura extraída do livro [51].

à direção oposta da SN, isto é, relativo a direção do fluxo de neutrinos.

Em princípio, tais eventos observados poderiam ser associados a flutuações raras de eventos de fundo ao invés da explosão em neutrinos da supernova SN1987A. O grupo de Kamiokande fez diversas análises para compreender o fenômeno, num intervalo de 10 s, e encontrou uma probabilidade de aproximadamente 0.6×10^{-7} que o efeito observado seria associado a flutuações aleatórias de um fundo constante.

Entretanto, existem eventos de fundo temporalmente relacionados, como “**spallation**” do oxigênio induzido por múons primários, que podem causar um agrupamento de eventos com alta multiplicidade; o grupo de Kamiokande encontrou um agrupamento de 53 eventos. Então, qualquer agrupamento associado a um múon de alta energia é suspeito. Fazendo um corte nos dados para este fundo não encontramos nenhum fundo com multiplicidade 3 ou maior em vários grupos de dados de 100 dias cada [42]. Então, é extremamente improvável que o agrupamento de eventos 10 – 12 nos dados de KII seja causado por eventos de fundo.

Baksan possui uma taxa de fundo maior. Agrupamentos de eventos de multiplicidade 5 ou mais, dentro de 9 s, ocorrem na frequência de 1 por dia. Então a probabilidade para tal fundo agrupar em um minuto em IMB e KII como eventos é 5×10^{-4} .

Aqui apresentamos uma descrição “tradicional”, por assim dizer, da SN1987A, especialmente no que se refere à emissão de antineutrinos eletrônicos e no cálculo do fluxo. No entanto, na seção 1.6 deste capítulo faremos uma descrição baseada em um artigo mais atual [45], que leva em conta momentos diferentes de emissão dos neutrinos na supernova.

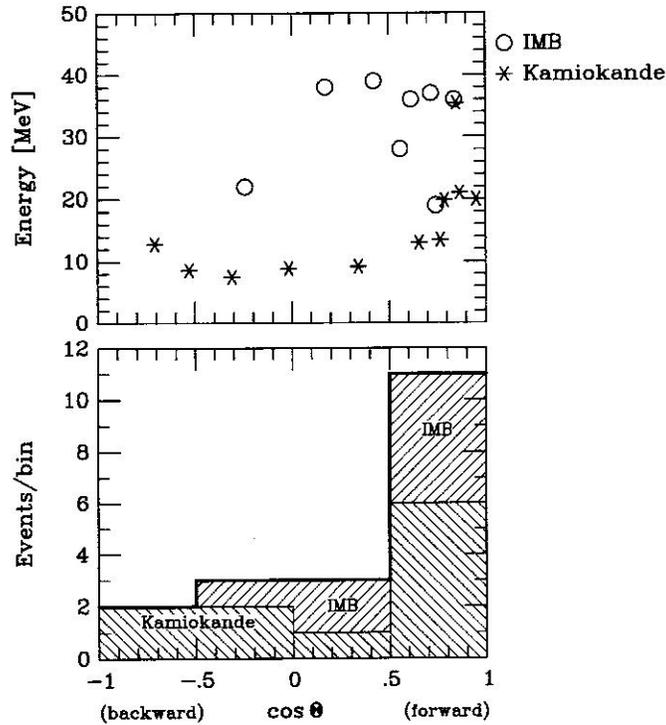


Figura 1.11: Neutrinos de SN1987A detectados por KII e IMB, mostrando a direcionalidade dos eventos. Figura extraída do livro [51].

1.5 Processo-r

Devemos mencionar que esta seção é baseada no capítulo 9, página 449, do livro *Cauldrons in the Cosmos: Nuclear Astrophysics* [46]. Esta capítulo apresenta uma excelente introdução do processo de formação de núcleos pesados além do ferro e recomendamos fortemente sua leitura para o leitor interessado nos processos nucleares para a formação de tais núcleos. Nele você poderá encontrar mais referências e informações bem mais detalhadas e precisas. O processo-r será aplicado a limites na oscilação de neutrinos em supernovas como será visto no capítulo 3.

Restos do Big-Bang, como o hidrogênio e o hélio, foram fundamentais para a formação de estrelas. Tais elementos leves foram usados como combustíveis principais para a fusão nuclear que ocorre em estrelas, como vimos anteriormente. As altas densidades e temperaturas tornam-se elementos fundamentais para o sucesso da formação de novos elementos, através de reações nucleares induzidas por carga, até o pico do ferro, no gráfico de energia de ligação por número de massa, como vemos na figura 1.4.

A queda na abundância de núcleos de $A = 1$ até $A = 50$ reflete o fato que ocorre um aumento da barreira coulombiana, isto é, ocorre um aumento de carga nuclear o que torna mais difícil as reações de fusão para formar elementos mais pesados. Uma exceção ao que dissemos agora é o pico de ferro ($A \approx 56$), porque diferentemente dos outros núcleos, ele possui a maior estabilidade dentre os núcleos durante o processo de queima do silício.

Se elementos mais pesados acima do pico de ferro ($A \approx 70$) tivessem sido sintetizados pela queima do silício ou outros tipos de reação de fusão nuclear, suas abundâncias cairiam muito rapidamente com o aumento da massa. No entanto, a observada queda de abundância dos elementos

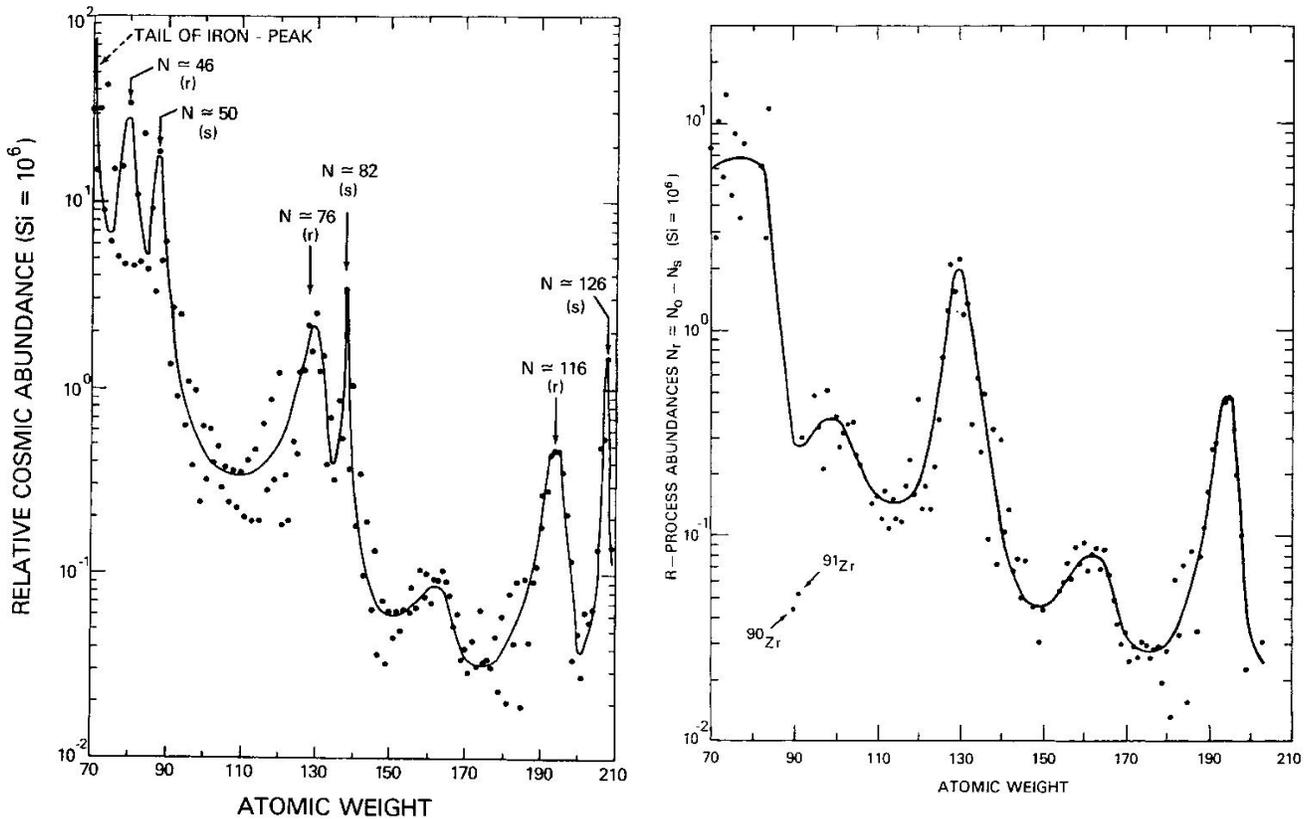


Figura 1.12: Na figura da esquerda mostramos a abundância cósmica dos elementos pesados em função do número atômico. A linha é somente usada para guiar os olhos. Notamos os picos correspondentes às camadas cheias de nêutrons ($N = 50, 82, 126$). Na figura da direita somente mostramos as abundâncias dadas pelo processo-r que são calculadas pelas diferenças entre as abundâncias solares, N_{\odot} , e as abundâncias calculadas pelo processo-s. Os isótopos do Zr são provavelmente associados com o processo-s. Os três picos vistos, em $A = 80, 130, 195$, são características que evidenciam o processo-r. Figuras extraídas do livro [46].

pesados não é muito rápida e suas abundâncias são muito maiores do que as esperadas por reações nucleares por indução de carga. Como falamos anteriormente, a produção destes núcleos pesados fica cada vez mais difícil quando a carga nuclear aumenta (aumento da barreira coulombiana). A pergunta que fica é: como tais núcleos pesados, acima do ferro, conseguiram se formar?

A resposta aceita atualmente foi originalmente sugerida por Suess e Urey [47]. Um gráfico destes dados, mostrado na figura abaixo, apresenta dois picos designados por s e r . Obviamente estes picos estão associados com camadas de nêutrons completas nos números mágicos $N = 50, 82, 126$. Suess e Urey sugeriram que a nucleossíntese acima do ferro poderia ser feita em estrelas por captura de nêutrons, que não sentem a barreira coulombiana obviamente. Tal captura levaria até a formação do U^{238} .

Os detalhes da nucleossíntese por nêutrons numa estrela foram apresentados depois por Burbidge, Burbidge, Fowler e Hoyle em 1957 (B^2HF) e independentemente por Cameron. A hipótese fundamental é que ferro e núcleos pesados, num processo similar ao sugerido por Gamow, capturam nêutrons e sofrem sucessivamente um decaimento β (nucleossíntese primordial), e criam assim os novos núcleos pesados. A síntese ocorre num processo de aumento de 1 unidade de massa e

ocorre ora a uma taxa lenta (processo-s) e ora a uma taxa rápida (processo-r)⁸.

Esta hipótese é apoiada nas seguintes características:

- Apenas 3% dos elementos do pico de ferro são suficientes para produzir núcleos pesados. Em outras palavras podemos dizer que existe material suficiente para que ocorra a nucleossíntese.
- Em certos instantes da vida de uma estrela, um alto fluxo de nêutrons é produzido, isto é, sua quantidade é suficiente para que ocorram as futuras capturas.
- A seção de choque de captura de nêutrons de núcleos pesados é bem maior (ver próxima sub-seção) do que a de núcleos mais leves.
- Como apontado anteriormente, a curva de abundância possui uma estrutura que só pode ser explicada pelas reações de captura de nêutrons.
- Finalmente, a descoberta das linhas de tecnécio na atmosfera de estrelas do tipo-S (gigantes vermelhas) por Merrill em 1952 demonstraram conclusivamente que a formação de núcleos pesados em estrelas por capturas de nêutrons ocorre e é um processo contínuo. Tecnécio, que não mais existe em níveis detectáveis na Terra, é um elemento instável com uma meia-vida com menos de um milhão de anos.

Para estabelecer os detalhes quantitativos destes processos, faz-se necessário estabelecer precisamente a seção de choque de captura de nêutrons, estes com energias médias próximas a 30 keV. Tais estudos e dados gerados nos dão informações sobre os mecanismos dos processos de captura e tempos de escala, assim como as temperaturas envolvidas no processo. Os dados também devem ajudar a descobrir fontes de nêutrons, fluxos de nêutrons necessários e possíveis locais, que também são fontes de desconhecimento.

1.5.1 Seção de Choque da Captura de Nêutrons

Os nêutrons produzidos no interior das estrelas são rapidamente termalizados através de espalhamentos elásticos, em aproximadamente 10^{-11} s, e então suas velocidades podem ser representadas por uma distribuição do tipo Maxwell-Boltzmann. A seção de choque possui a seguinte dependência com a energia:

$$\sigma_{n\gamma} \propto 1/v \propto 1/E^{1/2}, \quad (1.32)$$

A energia mais provável para que o processo ocorra é próximo a $E_0 = kT$, ou melhor, a velocidade térmica mais provável é $v_T = (2kT/m)^{1/2}$, com m sendo a massa reduzida. Os nêutrons envolvidos no processo-s são provavelmente oriundos da queima do hélio em gigantes vermelhas através de reações (α, n) , nas quais as temperaturas estão no intervalo de $T_9 = 0.1 - 0.6$ (na unidade de 10^9 K). Então $E_0 \approx 30$ keV. Para a dependência de energia mostrada na equação (1.32), temos que

$$\sigma v = cte = \sigma_T v_T. \quad (1.33)$$

Então podemos dizer que a taxa de reação por par de partícula é constante:

$$\langle \sigma v \rangle = cte = \langle \sigma_T v_T \rangle. \quad (1.34)$$

⁸Lembramos aqui que s é de “slow” e r é de “rapid”.

Na equação acima uma seção de choque média $\langle\sigma\rangle$ pode ser definida tal que o produto de $\langle\sigma\rangle$ com v_T define $\langle\sigma v\rangle$. Frequentemente $\langle\sigma\rangle$ é aproximadamente igual a σ_T , isto é, a seção de choque medida em $v = v_T$. Considerando a equação (1.32), este argumento possui uma certa precisão. Para dependências diferentes da seção de choque com a velocidade apresentada na Eq. (1.32) ($\sigma \propto ct$ ou $\sigma \propto 1/v^2$), podemos estabelecer uma relação muito semelhante: $\langle\sigma\rangle = 2\sigma_T/\sqrt{\pi} = 1.13\sigma_T$. Claramente, todas as questões colocadas aqui dependem de um forte pressuposto: saber bem as informações da temperatura estelar, o que é muito difícil, uma vez que várias incertezas estão associadas a este parâmetro. No entanto, seções de choque médias-Maxwellianas $\langle\sigma\rangle$ são relativamente independentes da temperatura para a maioria dos núclídeos entre 10 e 100 keV. Do ponto de vista de compilação dos dados, é suficiente então escolher a energia mais conveniente e mais comum, que é 30 keV. Dados obtidos em energias aproximadas são aproximados e extrapolados a 30 keV usando as relações que escrevemos anteriormente, introduzindo com este método, portanto, uma pequena incerteza.

Nos casos raros em que a seção de choque de captura é deduzida de algumas poucas ressonâncias ou onde uma faixa de temperatura elevada está envolvida no processo de captura (processo-r, por exemplo), a seção de choque deve ser medida sobre um intervalo ainda maior de energias e numericamente calculado através de uma distribuição de energia do tipo Maxwell:

$$\langle\sigma\rangle = \frac{\langle\sigma v\rangle}{v_T} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^2} \int_0^\infty \sigma(E)E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE. \quad (1.35)$$

No intervalo de energia de interesse do processo-s ($E_n \approx 1 - 300$ keV), a seção de choque de captura pode ser medida usando diversas técnicas diferentes e uma grande variedade de fontes de nêutrons. Nêutrons são mais eficientemente produzidos em aceleradores. Aceleradores lineares de elétrons e de Van de Graaff são mais frequentemente usados para este tipo de trabalho, cada um apresentando suas respectivas vantagens. Veja figura abaixo 1.13 que mostra a seção de choque média $\langle\sigma\rangle$ a 30 keV como função do número de nêutrons nos núcleos, realizada por diversos grupos. Notamos quando $N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$ temos declives nas curvas. Notamos também que núcleos leves possuem uma seção de choque mais baixa se comparada com núcleos mais pesados ($N > 28$, $A \geq 60$). Isto ocorre devido a pequena quantidade de ressonâncias para ajudar a captura de nêutrons. Os declives são justificados pela quantidade reduzida de densidade de núcleos com camadas fechadas e cheias de nêutrons quando comparadas com os núcleos vizinhos. Os dados mostram que núcleos com uma quantidade maior de nêutrons têm uma probabilidade maior de absorver os nêutrons. Os dados também sugerem que os núcleos, além do ferro, também estão em maior quantidade. Obviamente as exceções são os núcleos com $N = 50, 82, 126$, que possuem maior abundância - picos apontados com a letra s no gráfico 1.12. Os outros picos, com a letra r, na figura 1.12, e com 4-10 unidades de massa abaixo dos picos identificados com a letra s, são também relacionados a estes números mágicos que escrevemos. Explicações mais precisas serão dadas a seguir. Notamos que a existência de um pico de ferro não pode ser analogamente explicada, uma vez que o pico no núcleo de ferro não possui uma seção de choque baixa. Recordemos que tal pico não é sintetizado por captura de nêutrons, mas por queima de silício. É importante apontar que as seções de choque e as taxas de reação $\langle\sigma v\rangle$ estelar para reações induzidas por nêutrons podem ser medidas em laboratório, uma vez que este pode atingir as energias estelares dos processos, enquanto que energias induzidas por partículas carregadas precisam ser necessariamente extrapoladas.

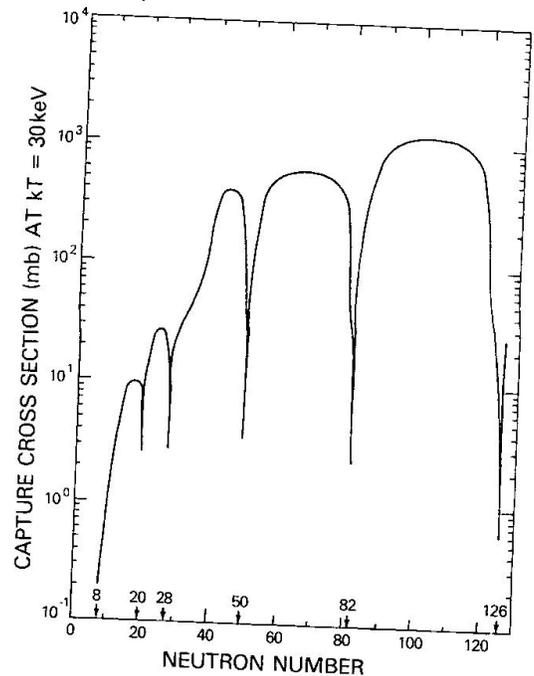
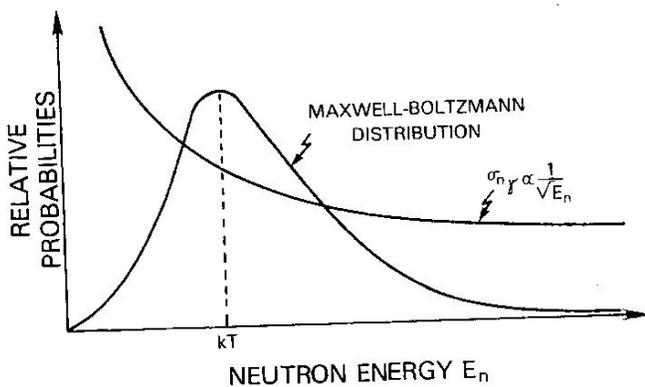


Figura 1.13: Na figura da esquerda mostramos a distribuição de energia Maxwell-Boltzmann e a dependência de energia esperada da seção de choque de captura de nêutrons. A energia mais provável de captura de nêutrons é $E_n = kT$. Na figura da direita mostramos a seção de choque média de captura de nêutrons $\langle\sigma\rangle$ em 30 keV como função do número de nêutrons dos núcleos. Notamos os fortes declives na seção de choque para núcleos que possuem a camada de nêutrons fechada ($N = 8, 20, 28, 50, 82, 126$). Figuras extraídas do livro [46].

1.5.2 Mecanismo Básico de Formação de Núcleos Pesados

Como resultado de cada reação de captura (n,γ), um núcleo (Z,A) é transformado em um isótopo mais pesado ($Z,A+1$). Se este isótopo é estável, um outro nêutron pode ser capturado transformando em um isótopo ($Z,A+2$) e assim por diante. Então, reações (n,γ) aumentam o número de massa em uma unidade a cada vez que ocorrem. Temos portanto um meio para formar elementos acima do ferro. Se, nesta cadeia de reação de captura, o isótopo final produzido é instável, os processos subsequentes dependem da intensidade do fluxo de nêutrons a que o núcleo está submetido, assim como, do tempo de vida deste núcleo instável relacionado ao decaimento β .

Para um núcleo instável, quando o tempo entre sucessivas capturas de nêutrons $\tau_{n\gamma}$ é muito maior que o tempo de decaimento β $\tau_{n\gamma} \gg \tau_\beta$, teremos o *processo-s*. Quando observamos a tabela de nuclídeos vemos que o processo-s segue bem próximo da região que chamamos de vale de estabilidade- β (veja a figura 1.14). Peguemos, por exemplo, o I^{127} . A captura de um nêutron leva ao isótopo instável I^{128} , que decai ($t_{1/2} = 25$ minutos) para o isótopo estável, via decaimento β , Xe^{128} . Este isótopo capturará outros nêutrons até chegar ao isótopo Xe^{133} ($t_{1/2} = 5.3$ dias). Depois ele sofre um decaimento β , transformando-se num isótopo de Cs^{133} , que captura um nêutron se transformando em Cs^{134} ($t_{1/2} = 2.3$ anos), que decai para Ba^{134} . Os isótopos estáveis do bário são sintetizados por sucessivas capturas de nêutrons. Típicos valores de meia-vida de τ_β variam de segundos a anos, então a condição para o processo-s é que o valor de $\tau_{n\gamma}$ seja maior que estes tempos de vida. Façamos aqui uma estimativa de qual seria a densidade de nêutrons adequada para que ocorra o processo-s. Tomemos um valor típico da seção de choque: $\sigma \approx 0.1$ b

a 30 keV ($v_T \approx 3 \times 10^8$ cm/s), a taxa de reação por par de partícula é $\langle \sigma v \rangle \approx 3 \times 10^{-17}$ cm³/s. O produto do tempo de vida da captura de um nêutron $\tau_{n\gamma}$ e a densidade de nêutrons N_n é $\tau_{n\gamma} N_n = 1/\langle \sigma v \rangle = 3 \times 10^{16}$ (s neutrons)/cm³. Para uma captura de nêutrons da ordem de $\tau_{n\gamma} \approx 10$ anos, a densidade de nêutrons necessária para o processo-s é $N_n \approx 10^8$ neutrons/cm³.

Se a captura de nêutrons ocorre numa escala de tempo rápida se comparada com o tempo de escala do decaimento β ($\tau_{n\gamma} \ll \tau_\beta$), a rede de reações envolvidas neste processo é chamada de *processo-r*. Assim como no processo-s, no processo-r ocorre a adição de nêutron por núcleos filhos (primariamente o Fe^{56} , com pequenas contribuições de outros picos de ferro). Neste processo, nêutrons são adicionados ao Fe^{56} , que tem um tempo de captura em torno de 10^3 s, isto é, muito menor que o tempo de decaimento β do ferro para núcleos perto do vale de estabilidade- β . Somente quando o núcleo com uma grande quantidade de nêutrons é atingida e a energia de ligação dos nêutrons é próximo de zero, o decaimento- β pode competir com a captura de nêutrons e, por consequência, aumentar a carga nuclear em uma unidade.

Capturas subsequentes de nêutrons e outros decaimentos β produzem núcleos mais e mais pesados com a carga sempre crescendo. O processo-r segue um caminho na carta de nuclídeos próximo ao lado extremamente rico em nêutrons até que o núcleo atinja uma energia de ligação para os nêutrons da ordem de 1.2–2.0 MeV. Uma vez que núcleos distantes do vale de estabilidade apresentam um tempo de vida de decaimento β muito pequeno ($\tau_\beta \ll 1$), o tempo de captura de nêutrons é ainda menor $\tau_{n\gamma} \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ s. Para $\tau_{n\gamma} \approx 10^{-4}$ s, uma densidade de nêutrons da ordem de $N_n \approx 3 \times 10^{20}$ cm⁻³, que é 12 ordens de magnitude maior que a densidade encontrada no processo-s, é necessária para que ocorra o processo. Uma vez que o fluxo de nêutrons se encerra, a matéria rica em nêutrons evolui rapidamente por vários decaimentos β (mantendo aqui o número de massa constante) para a região de estabilidade. Logo, o processo-r consegue formar isótopos não atingidos na carta de nuclídeos pelo processo-s. É claro que o processo-r também produz núcleos que são produzidos pelo processo-s - que na figura 1.14 identificamos pela letra *s, r*.

Existe também um outro processo chamado de *processo-p*, que está associado aos núcleos recém-formados do processo-r e do processo-s. Existem também isótopos que são ricos em prótons. Tal processo-p está associado com a produção e captura de pósitrons, a captura de prótons, e reações (γ, n) ou (p, n) . O processo-p não é bem entendido como os outros dois processos e sai de nossa proposta aqui, logo nos concentraremos agora mais detalhadamente no processo-r.

Só como ilustração poderíamos nos perguntar qual seria o lugar onde cada um dos processos ocorreria. Os elementos depois do ferro são produzidos por três processos diferentes: processo-s, processo-r, processo-p. Do tempo de escala, concluímos que os elementos do processo-r são produzidos em ambientes explosivos, como supernovas, enquanto que o processo-s possui uma probabilidade maior de ocorrer dentro de estrelas.

1.5.3 O processo-r em si

Para uma revisão veja a referência [48]. Existem duas condições centrais para ocorrer o processo-r: (1) o número de nêutrons por núcleos filhos deve ser elevado (≈ 100); (2) o local onde pode ocorrer o processo. Baseado na evolução química na galáxia [49], supernovas do tipo colapso do “núcleo” e o subsequente “ventos de neutrinos dirigidos” parecem ser cenários muito promissores. “O vento de neutrinos dirigidos” é um fluxo de bárions da proto-estrela de nêutrons formada em explosões de supernova do tipo colapso. Este fluxo é supersônico e se expande através da matéria que se move lentamente, ejetada no início da explosão, ocasionando um choque ou um choque reverso. As condições para o processo-r neste cenário [50] são relativamente bem conhecidas: entropia elevada, rápida expansão e fração eletrônica reduzida.

Dentro dos mais variados núcleos além do ferro ($A \geq 70$), apenas 27 são núcleos produzidos pelo processo-r. Entretanto a maioria de todos os isótopos, como já dissemos anteriormente, podem ser formados tanto pelo processo-s quanto pelo processo-r. Como sabemos os núcleos que são produzidos pelo processo-r? A contribuição do processo-s para tais elementos N_s é dada pelo produto σN_s ; $f(A)$ é uma curva calculada que ajusta os dados experimentais. Logo a abundância de núcleos dados pelo processo-r é:

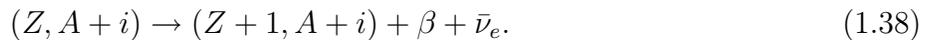
$$N_r \approx N_{solar} - N_s = N_{solar} - f(A)/\sigma(A). \quad (1.36)$$

Ao fazer tal subtração, é necessário saber os valores da seção de choque $\sigma(A)$ de captura de nêutrons. Os resultados de N_r são mostrados na figura 1.12. Por exemplo, uma mudança de 25% na seção de choque de captura de nêutrons é suficiente para resolver a discrepância de isótopos Zr e a curva de distribuição fica nitidamente mais suave. No entanto, a curva de abundância de N_r apresenta claramente um máximo ao redor de $A = 80, A = 130, A = 195$. A existência destes máximos, assim como a existência de isótopos radioativos naturais como o $Th^{232}, U^{235}, U^{238}$, não produzidos no processo-s, uma vez que este termina no Bi^{209} , é que leva ao reconhecimento da necessidade de um diferente mecanismo de nucleossíntese, conhecido como processo-r. Acredita-se que muitos dos elementos acima do ferro, incluindo aqueles mais pesados que o Bi^{209} , foram sintetizado pelo processo-r de nucleossíntese.

O mecanismo clássico do processo-r é similar ao do processo-s, porém altas densidades de nêutrons são necessárias. Logo as taxas de capturas de nêutrons são muito mais rápidas que as do decaimento β . Um núcleo (Z, A) em tal ambiente transmuta rapidamente ao seus isótopos vizinhos $(Z, A+i)$ por uma cadeia de captura de (n, γ) , cujas taxas são rápidas se comparadas com as taxas de decaimento β do isótopo que é instável $(Z, A+i)$. Uma vez que os decaimentos β são rápidos em isótopos ricos em nêutrons ($\tau_\beta \approx ms$), a densidade de nêutrons necessária para que $\tau_{n\gamma} \leq 1ms$ é $N_n \geq 10^{19}$ nêutrons/cm³. Quando o número de nêutrons aumenta, a energia de ligação Q_n destes nêutrons diminui e a rápida adição de nêutrons é interrompida quando Q_n atinge o valor próximo a zero (chamamos de linha de “gotejamento” de nêutrons). Isto irá ocorrer para alguma densidade característica e uma temperatura estelar T , quando a taxa de fotodesintegração (γ, n) for igual a taxa do processo de captura (n, γ) :

$$\lambda_{\gamma n} \propto \frac{T^{3/2}}{N_n} \exp\left(-\frac{Q_n}{kT}\right) \lambda_{n\gamma}. \quad (1.37)$$

Por exemplo, para $N_n = 10^{24}$ nêutrons/cm³ e $T_9 = 1$, as duas taxas passam a ser iguais, com uma energia de ligação de $Q_n \approx 2$ MeV. No ponto em que a reação (γ, n) e a reação (n, γ) atingem um equilíbrio, o processo-r pára e os núcleos “esperam” até que ocorra o decaimento β , isto é, um nêutron se transforme em um próton:



O vizinho isobárico $(Z+1, A+i)$ então rapidamente absorve nêutrons até que o equilíbrio entre a desintegração por fótons e a captura de nêutrons é atingido, só que agora para seu isótopo vizinho $(Z+1, A+i+k)$. Esta sequência recorrente leva a um ponto de espera para cada carga nuclear Z , na qual o decaimento β deve ocorrer antes que qualquer nêutron seja absorvido. Para tais condições, as abundâncias não são caracterizadas pela massa atômica (N_a) como no processo-s, mas pela carga nuclear (N_Z). As abundâncias que dependem do tempo são determinadas por um conjunto de equações diferenciais:

$$\frac{dN_Z(t)}{dt} = \lambda_{Z-1}(t)N_{Z-1}(t) - \lambda_Z(t)N_Z(t), \quad (1.39)$$

com condições de contorno $N_Z(0) = N_{26}(0)$ para o Fe^{56} como núcleo inicial para o processo, como escrevemos anteriormente, e $N_Z(0) = 0$ para $Z > 26$. O primeiro e o segundo termo descrevem a produção através do ponto $Z - 1$ e a destruição via o ponto de espera Z . Notamos que este conjunto de equações possui a tendência de alcançar o estado de equilíbrio ($dN_z(t)/dt = 0$), com $N_z \propto 1/\lambda_z = \tau_\beta(Z)$. Como consequência, a abundância N_z no processo-r correlaciona-se com os tempos de vida do decaimento- β nos pontos de espera de carga Z , enquanto que no processo-s as abundâncias são correlacionadas inversamente com a seção de choque de captura ($N_a \propto 1/\lambda_a \propto 1/\sigma_a$).

Se a captura de nêutrons levar o núcleo a uma quantidade de nêutrons igual ao dos números mágicos ($N_m = 50, 82, 126$), o próximo isótopo com $N_m + 1$ nêutrons possuirá uma energia de ligação Q_n pequena e um tempo de meia-vida relativamente longo, e portanto estes núcleos com camadas de nêutrons completamente fechadas representam um conjunto especial de pontos de espera do processo-r. Depois da captura de nêutron e do decaimento β , o núcleo (Z, N_m) é transformado em $(Z + 1, N_m)$, que é de novo um núcleo com número mágico e uma camada de nêutrons completa. Portanto, esperamos uma sequência completa de pontos de espera com o mesmo número mágico N_m , aumentando a carga nuclear Z lentamente, por uma unidade a cada vez. Finalmente, depois de várias capturas e mais decaimentos β , os núcleos resultantes estão suficientemente pertos da linha de estabilidade e a energia de ligação dos nêutrons Q_n se torna grande o suficiente para que a sequência de capturas associado ao número mágico N_m se encerre e novamente a sequência normal de eventos de captura de nêutrons se inicie para outro valor de N e Z . O efeito desta sequência de pontos de espera dos núcleos com números mágicos é visto na figura 1.12.

Quando o processo-r se encerra, o núcleo rico em nêutrons decai por β em seus isóbaros estáveis. Em aproximação de primeira ordem [$dN_a/dt = 0$], a abundância de um núcleo pelo processo-r dividido pelo seu tempo de vida por decaimento β é aproximadamente constante. Uma vez que o ponto de espera nos números mágicos possuem um tempo de vida significativamente maior que o tempo de vida médio de decaimento β , a abundância de núcleos com números mágicos é maior. Vemos na Fig. 1.12 que existem picos relativamente estreitos que ocorrem perto de massas atômicas iguais a $A = 80, 130, 195$, em que cada uma é menor em 8 – 12 unidades de massa abaixo do correspondente pico associado ao processo-s. Dentro da hipótese do processo-r não existe uma correlação óbvia entre as propriedades nucleares do núcleo progenitor e aqueles núcleos estáveis atingidos via a cadeia de decaimentos- β . Por exemplo, o produto das abundâncias de núcleos estáveis do processo-r e a seção de choque de captura, σN , não deveria exibir uma curva suave em função de A (como é o caso do processo-s) e de fato não exibe segundo o modelo de B^2HF .

O processo-r naturalmente passa por núcleos que possuem radioatividade α (que param o processo-s) e terminará somente por fissão induzida por nêutrons ou, mais importante, por fissão β atrasada aproximadamente ou acima de $A = 270$. Existe uma incerteza considerável em qual é a maior massa que pode ser atingida pelo processo-r. Para maiores discussões veja [46].

Da Eq. (1.37) fica claro que a posição exata dos pontos de espera no plano (N, Z) depende muito da energia de ligação Q_n , da densidade de nêutrons (N_n) e também da temperatura estelar T . Um valor maior de N_n , por exemplo, muda os valores dos pontos de espera para núcleos com um número ainda maior de nêutrons, enquanto que maiores valores de temperatura, por exemplo, os deslocam para pontos de espera com um número menor de nêutrons. Como o valor da energia de ligação aparece no expoente da equação, a equação será muito sensível ao seu valor e às suas incertezas. Um tratamento bem detalhado do processo-r de nucleossíntese exige um conhecimento bem grande das propriedades nucleares dos núcleos produzidos, no entanto, como tais núcleos produzidos estão muito distantes do vale de estabilidade, sua produção em laboratório fica muito complicada (além de terem um tempo de vida muito curto) e, por consequência, todas as

conclusões sobre o processo-r se tornam complicadas e com a análise dificultada. É bom salientar que as extrapolações de propriedades realizadas para estes núcleos são sempre muito complicadas e de validade questionável.

Os cálculos de processo-r baseados no método do ponto de espera foram feitos geralmente à temperatura e densidade constantes. No entanto, hoje em dia, é reconhecido que para atingir às altas densidades de nêutrons exigidas e também às altas temperaturas, supernovas se apresentam como bons candidatos ao processo. Sabe-se também que tal aproximação do ponto de espera deve ser substituída por um processo mais dinâmico que leva em conta reações (n, γ) , (γ, n) , taxas de decaimento β , assim como temperaturas e densidade de nêutrons que variam com o tempo. Efeitos de não-equilíbrio são importantes durante o esfriamento ocorrido no final do processo-r quando a temperatura cai e o fluxo de nêutrons também se reduz a zero. Estes cálculos de não-equilíbrio devem incluir reações dinâmicas em toda a rede do ambiente e são relativamente sensíveis ao tamanho da seção de choque de captura para núcleos longe da linha de estabilidade.

Apesar de vários trabalhos terem um sucesso relativamente grande em reproduzir as abundâncias do processo-r, o problema está ainda longe de ser completamente compreendido. Se todos os parâmetros nucleares fossem conhecidos com alta precisão, a distribuição das abundâncias do processo-r observada refletiria, assim como no processo-s, a história de toda nucleossíntese através do processo-r. Muitas sugestões do local onde o processo-r ocorre já foram feitas, desde supernovas até eventos catastróficos e muito intensos de curta duração que possuem um elevado fluxo de nêutrons. Em resumo, o local de sua ocorrência continua sendo um mistério. Outro mistério é que alguns picos do processo-r e do processo-s possuem a mesma magnitude, embora os processos sejam descritos de maneira bem diferente. Isto estaria talvez relacionado com o lugar distinto em que cada um dos processos de produção de núcleos ocorre.

1.6 Nova parametrização do fluxo de antineutrinos

Nesta seção descreveremos a nova parametrização do fluxo de antineutrinos eletrônicos emitidos no cenário de explosão atrasada e com duas fases características: a acreção e o resfriamento. O modelo estudado está descrito no trabalho [45] e será usado nos trabalhos descritos nos capítulos 4 e 5. Por que parametrizar o fluxo de antineutrinos? Como vimos anteriormente, a detecção de antineutrinos eletrônicos é mais fácil, por possuir uma seção de choque mais alta, através do decaimento beta inverso. Outra motivação é que os eventos de SN1987A mostram em alta probabilidade de serem relacionados a $\bar{\nu}_e$. Começemos a parametrização com a fase de resfriamento e usaremos o índice “c” de “cooling”. Como descrito anteriormente, nesta fase, a proto-estrela de nêutrons evolui para uma estrela de nêutrons quente, com um raio R_{ns} , e este processo é caracterizado por um fluxo de neutrinos e antineutrinos emitidos de todos os tipos. No entanto a região emissora, diferentemente do caso de acreção, é uma região de alta densidade, onde os neutrinos estão presos e podem fazer diversas interações antes de alcançar a neutrinosfera. Isto leva a uma termalização dos neutrinos e usamos uma parametrização bastante convencional, uma emissão de corpo negro a partir de uma esfera com raio igual ao raio da neutrinosfera. Então, o fluxo de $\bar{\nu}_e$ desta fase de resfriamento será, diferencial na energia,:

$$\Phi_c^0(t^{em}, E_\nu) = \frac{1}{4\pi D^2} \frac{\pi c}{(hc)^3} \left[4\pi R_c^2 g_{\bar{\nu}_e}(E_\nu, T_c(t^{em})) \right], \quad (1.40)$$

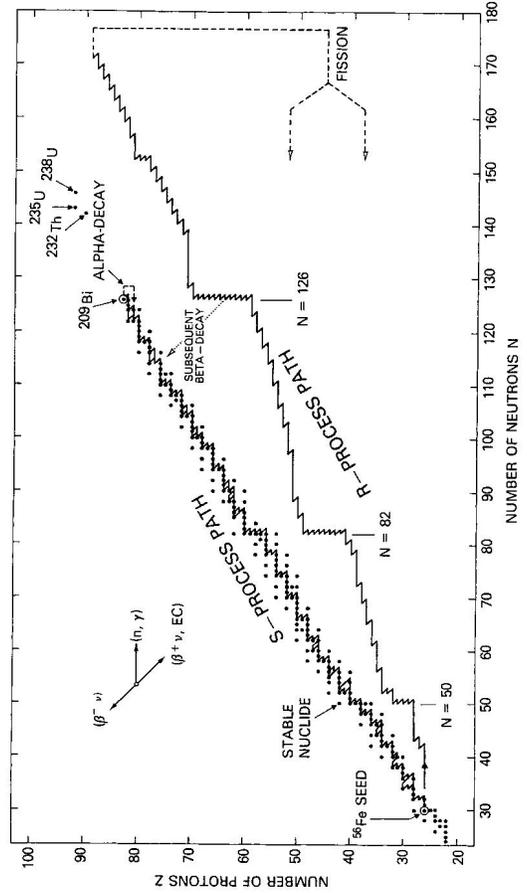
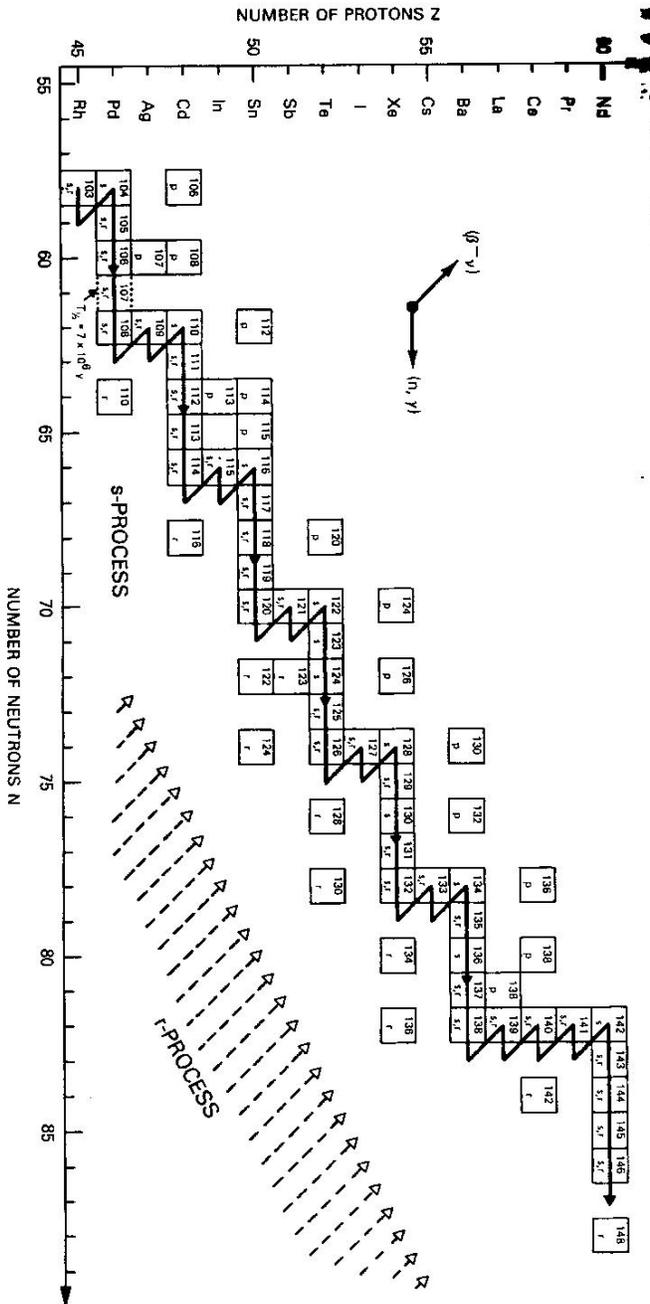


Figura 1.14: Mostramos duas cartas de núclídeos e os diversos caminhos, seja por processo-s ou por processo-r, para a formação de núcleos pesados. A figura à direita apresenta um intervalo maior de número de nêutrons que a figura da esquerda. Notamos que muitas vezes núcleos podem ser formados por ambos processos de formação. Figuras extraídas do livro [46].

em que T_c é a temperatura de resfriamento, R_c é o raio de resfriamento, D é a distância da supernova e o espectro dos antineutrinos aqui é do tipo Fermi-Dirac:

$$g_{\bar{\nu}_e}(E_\nu, T_c(t^{em})) = \frac{E_\nu^2}{1 + \exp[E_\nu/T_c(t^{em})]}. \quad (1.41)$$

O tempo de escala desta fase é dada pela função abaixo:

$$T_c(t^{em}) = T_c \exp[-t^{em}/(4\tau_c)]. \quad (1.42)$$

Usamos aqui o símbolo Φ^0 para dizer que é o fluxo que ainda não sofreu oscilação. Os parâmetros astrofísicos livres são R_c , T_c , e τ_c : o raio da região de emissão (neutrinosfera), a temperatura inicial e a constante de tempo do processo, respectivamente. Relembramos que as expectativas dos valores destes parâmetros são: $R_c \approx R_{ns} = 10 - 20$ km, $T_c = 3 - 6$ MeV e τ_c =alguns segundos.

Agora vamos descrever a parametrização da primeira fase de emissão de antineutrinos eletrônicos, ou seja, a fase de acreção. Usamos o índice “a” para caracterizar os parâmetros desta fase de emissão. Esta fase de emissão dura uma fração de segundo. Lembramos que as duas reações que caracterizam esta fase de emissão foram representadas pelas Eq. (1.15) e o inverso da Eq. (1.24). No caso da produção de $\bar{\nu}_e$, um alvo de nêutrons está exposto a um fluxo térmico de pósitrons. Os nêutrons são tratados como um alvo transparente, uma vez que apenas uma pequena fração de antineutrinos deverá interagir dentro da parte mais externa do núcleo da estrela. Logo, a parametrização deste fluxo de antineutrinos será

$$\Phi_a^0(t^{em}, E_\nu) = \frac{1}{4\pi D^2} \frac{8\pi c}{(hc)^3} \times \left[N_n(t^{em}) \sigma_{e+n}(E_\nu) g_{e+}(\bar{E}_{e+}(E_\nu), T_a(t^{em})) \right], \quad (1.43)$$

em que t^{em} é o tempo de emissão, N_n é o número de nêutrons (parâmetro independente), T_a é a temperatura da fase (parâmetro independente) e σ_{e+n} é a seção de choque. O fluxo de pósitrons térmicos é dado por:

$$g_{e+}(E_{e+}, T_a(t^{em})) = \frac{E_{e+}^2}{1 + \exp[E_{e+}/T_a(t^{em})]}, \quad (1.44)$$

que é calculado a uma energia média do pósitron $\bar{E}_{e+}(E_\nu) = \frac{E_\nu - 1.293 \text{ MeV}}{1 - E_\nu/m_n}$. No intervalo de interesse, $E_\nu = 5 - 40$ MeV, podemos usar a seguinte seção de choque:

$$\sigma_{e+n}(E_\nu) \approx \frac{4.8 \times 10^{-44} E_\nu^2}{1 + E_\nu/(260 \text{ MeV})}. \quad (1.45)$$

Destacamos que o espectro de antineutrinos é ligeiramente não-térmico, pois a presença da seção de choque σ_{e+n} inclui uma dependência E_ν^2 adicional. Outra manifestação que a distribuição é não-térmica é a escala da luminosidade com a temperatura, cerca de T_a^6 - diferente da escala térmica T_a^4 .

É relativamente fácil introduzir uma temperatura que interpola a partir de um valor inicial para um valor final:

$$T_a(t^{em}) = T_i + (T_f - T_i) \left(\frac{t^{em}}{\tau_a} \right)^m \text{ com } \begin{cases} T_i = T_a \\ T_f = 0.6 T_c \end{cases} \quad (1.46)$$

em que τ_a é a escala de tempo da acreção e T_a denota a temperatura pósitron no início da fase de acreção. Com esta parametrização, a temperatura do pósitron atinge $0.6T_c$ em $t = \tau_a$, que é necessário para igualar as energias médias dos antineutrinos, ou seja, para garantir um comportamento contínuo da energia média do antineutrino (em particular no final da fase de acreção e no início da fase de resfriamento). O fator m na Eq. (1.46) pode ser 1 ou 2, e ambos conseguem reproduzir bem as simulações numéricas na supernova.

Discutimos agora a evolução da quantidade de nêutrons como alvo. Esta quantidade será dada por:

$$N_n(t^{em}) = \frac{Y_n}{m_n} \times M_a \times \left(\frac{T_a}{T_a(t^{em})} \right)^6 \times \frac{j_k(t^{em})}{1 + t^{em}/0.5 \text{ s}}, \quad (1.47)$$

a fração de neutrons sendo dada por $Y_n = 0.6$. M_a é massa inicial de acreção exposta ao fluxo térmico de nêutrons.

O fator dependente do tempo,

$$j_k(t^{em}) = \exp[-(t^{em}/\tau_a)^k], \quad (1.48)$$

está incluído para terminar a fase de acreção em $t^{em} \approx \tau_a$. Em nossos cálculos, nos próximos capítulos, vamos definir $k = 2$, uma escolha que oferece a vantagem de levar a uma suave (razoavelmente contínua) curva de luminosidade, mais próximo do tipo de curva encontrada em simulações numéricas. Para uma descrição mais detalhada, veja [45].

Capítulo 2

Oscilação de Neutrinos

A oscilação de neutrinos foi proposta por Bruno Pontecorvo no final dos anos 50 [52, 53]. Sabemos que o fenômeno de oscilação ocorre devido à interferência de diferentes neutrinos massivos, com uma diferença de massa muito pequena entre eles, e são produzidos e detectados de forma coerente. Nos últimos anos experimentos parecem confirmar que o fenômeno de oscilação é a melhor explicação para o chamado problema do neutrino solar [54], percebido pelo experimento de Homestake em 1968, e também para o problema do neutrino atmosférico [55].

Em 1962, Maki, Nakagawa e Sakata [56] consideraram um primeiro modelo de mistura para diferentes sabores de neutrinos. Em 1967, Pontecorvo propôs a possibilidade de que os neutrinos solares oscilassem [57]. Em 1969, Pontecorvo e Gribov buscaram na oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ a possível explicação para o problema do neutrino solar [58].

Na metade dos anos 70, Eliezer e Swift [59], Fritzsche e Minkowski [60], Bilenky e Pontecorvo [61] e uma ótima revisão por Bilenky e Pontecorvo [62] trataram da teoria de oscilação de neutrinos usando a aproximação por ondas planas.

Para uma excelente revisão sobre a fenomenologia de oscilação de neutrinos recomendamos [63].

Particularmente iremos considerar as oscilações em neutrinos estéreis, buscando no próximo capítulo, novos fenômenos em supernovas. Neutrinos estéreis já foram usados para explicar fenômenos de oscilação não compreendidos, como os resultados de LSND. Além do mais, neutrinos estéreis já foram usados para se tentar explicar matéria escura na cosmologia e também em modelos para a explicação das massas dos neutrinos.

2.1 Neutrinos Estéreis

O nome “neutrinos estéreis”¹ foi dado por Bruno Pontecorvo que hipotetizou a existência de neutrinos de mão-direita [66]. Neutrinos estéreis são férmions neutros que não possuem interações mediadas por bósons de gauge do modelo padrão. A maioria dos modelos de massas de neutrinos introduzem um neutrino estéril (ou de mão-direita) para gerar as massas dos neutrinos “ordinários” via mecanismo “seesaw” [67]. Este mecanismo é muito importante, uma vez que consegue dar uma explicação plausível para o fato das massas dos neutrinos serem pequenas em relação às massas de outros férmions no modelo padrão, como os quarks e os léptons. Existem vários tipos de “seesaw”, mas não os exploraremos aqui nesta tese, pois não pertence ao escopo deste trabalho. Para a realização deste mecanismo de geração de massa, devemos adicionar um componente de mão-direita para os neutrinos, algo que não está incluso no modelo padrão, que possui tal componentes

¹Um excelente artigo de revisão sobre neutrinos estéreis é dado em [64].

somente para férmions carregados. De maneira simples a matriz de massa será simétrica e terá dois parâmetros. Após diagonalização e considerando que para os parâmetros $B \gg M$ e que, $m_1 \approx M^2/B$ e $m_2 \approx B$. Logo, sendo M associado ao férmion carregado, notamos que m_1 é muito menor que M , explicando o porquê das massas dos neutrinos serem menores no modelo padrão. No entanto a outra massa m_2 é muito maior. Este método em que a massa de um dos neutrinos é pequena a custas do outro, é o princípio básico do mecanismo “seesaw”.

A lagrangiana deste mecanismo pode ser escrita como

$$L = L_{SM} + \bar{N}_a(i\gamma^\mu\partial_\mu)N_a - y_{\alpha a}H\bar{L}_\alpha N_a - \frac{M_a}{2}\bar{N}_a^C N_a + h.c., \quad (2.1)$$

em que L_{SM} é a lagrangiana do Modelo Padrão. Esta lagrangiana (2.1) inclui um certo número de singletos de neutrinos N_a ($a = 1, 2, 3, \dots, n$) com acoplamentos do tipo Yukawa $y_{\alpha a}$. H é o dubleto de Higgs e L_α , com $\alpha = e, \mu, \tau$ são os dubletos leptônicos. Considerações teóricas não conseguem limitar o número n de neutrinos estéreis no modelo padrão. Não existe nenhuma limitação baseada, por exemplo, no cancelamento de anomalias uma vez que férmions estéreis não acoplam com os campos de gauge. E quanto ao número destes neutrinos estéreis? Como dissemos anteriormente, não existe nenhuma limitação teórica para o número destes neutrinos, no entanto, WMAP indica [65], com seus dados atuais, que o número de espécies relativísticas do tipo neutrino é de aproximadamente 4.3. Para explicar a massa dos neutrinos inferidas de certos experimentos e certos ambientes temos [64]: (i) em casos de experimentos atmosféricos e solares são necessários dois singletos na Lagrangiana 2.1; (ii) no entanto, um número maior de singletos parece ser necessário para explicar LSND, o processo-r de nucleossíntese, o fenômeno de “pulsar kiks”, matéria escura e a formação de buracos negros supermassivos.

A escala das massas de mão-direita de Majorana, M_a , é desconhecida. Pode ser muito maior que a escala eletrofraca ou pode ser tão pequeno quanto alguns poucos eVs [64]. Mesmo que as massas destes neutrinos sejam maiores que, por exemplo 100 GeV, e outros neutrinos estéreis com massas menores que este valor, pode ainda haver uma interferência não desprezível às massas dos neutrinos ativos. Destacamos de novo que uma classe de neutrinos estéreis são de neutrinos de mão-direita parceiros dos conhecidos neutrinos ativos que ocorrem em teorias simétricas esquerda-direita e participam do mecanismo see-saw para as massas dos neutrinos. Estes neutrinos de mão-direita são supostamente superpesados. No entanto, para explicar LSND foram introduzidos neutrinos mais leves que os conhecidos neutrinos. Justificamos assim que a escala dos neutrinos estéreis ainda é desconhecida e discutiremos brevemente isto logo a seguir.

2.1.1 Status Experimental

Experimentos de laboratório são capazes de estabelecer limites ou descobrir neutrinos estéreis com ângulos de mistura relativamente elevados. Dependendo da massa, eles podem ser pesquisados em diferentes experimentos.

Os neutrinos estéreis mais leves, com massas abaixo de 10^2 eV, podem ser descobertos por experimentos de oscilação de neutrinos [68]. De fato, LSND reportou um resultado [69] em combinação com outros experimentos implica a existência de pelo menos um neutrino estéril, mais provavelmente, dois neutrinos estéreis [70, 71]. É também possível que haja decaimento do neutrino estéril e esta pode ser uma possível explicação do resultado de LSND [72].

Na faixa de massa entre eV e MeV, modificações no espectro dos elétrons resultantes do decaimento beta podem ser usados para colocar limites nos neutrinos estéreis misturados com os neutrinos eletrônicos [73]. Duplo decaimento beta sem neutrinos pode ser uma amostra da massa

de Majorana dos neutrinos [74]. Uma proposta interessante é procurar neutrinos estéreis em decaimentos beta usando uma completa reconstrução cinemática do estado final [75].

Para massas entre MeV-GeV neutrinos podem ser produzidos em decaimentos de mésons, i.e., $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_i$, com probabilidades que dependem da mistura na corrente carregada. O espectro de energia de múons em tais decaimentos deveria conter linhas monocromáticas [73] em $T_i = (m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi m_\mu - m_{\nu_i}^2)/2m_\pi$. Também, para massas entre MeV-GeV, podem-se colocar limites baseado em decaimentos de neutrinos pesados em partículas “visíveis”, que poderiam ser observadas em vários detectores. Estes limites são discutidos na referência [76].

Em geral, os experimentos em laboratório têm um alcance limitado para pequenos ângulos de mistura. Os ângulos de mistura de neutrinos estéreis com os outros sabores ativos de neutrinos que podem ser responsáveis pelos “pulsar kiks” e matéria escura são $\theta < 10^{-5}$. A seção de choque de interação desses neutrinos é suprimida por um fator $\theta^2 < 10^{-10}$. O mesmo fator elimina a probabilidade de oscilação. Qualquer experiência destinada a investigar a existência de neutrinos estéreis com um pequeno ângulo de mistura teria de superar este enorme fator de supressão.

O resultado de LSND, mais tarde refutado por MiniBooNE, afetou grande parte da discussão sobre os neutrinos estéreis na literatura. No entanto, a pequena massa, a região de elevado ângulo de mistura sondado por tais experimentos não pode ser generalizada para toda a física de partículas, astrofísica e cosmologia. Para as massas e os ângulos de mistura tão pequenos como são necessário para explicar os “pulsar kiks” e matéria escura, as pesquisas de raios-X provavelmente podem fornecer uma ótima oportunidade de se fazer uma descoberta.

As figuras 2.1 mostram uma atualização dos limites de exclusão no espaço de parâmetros de massa e também para o ângulo de mistura. Para todos os limites cosmológicos supomos uma abundância mínima possível de neutrinos estéreis que seria consistente com a cosmologia padrão, em que o universo foi aquecido a temperaturas acima de 1 GeV. Alguns limites na massa e na mistura na literatura supõem que os neutrinos estéreis constituem 100% da matéria escura cosmológica, embora a sua abundância seria muito menor se nenhum mecanismo de produção adicional for introduzido além de oscilações de neutrinos. Devemos colocar uma abundância de neutrinos estéreis em halos no valor mais baixo que esteja de acordo com o mecanismo de oscilações de neutrinos. Estas podem produzir uma quantidade calculável de neutrinos estéreis na cosmologia padrão, enquanto que alguns mecanismos adicionais podem produzir um montante, de maneira *ad hoc*, com propriedades de “free-streaming” dependentes de modelo.

Os limites de raios-X são baseados na não-observação de uma linha de raios-X a partir do decaimento radiativo de neutrinos estéreis e, muitas vezes, também são feitos com base nas taxas reais de produção e não no pressuposto de que toda a matéria escura é explicada por neutrinos estéreis.

Nas figuras 2.1 os limites são extraídos por informações da radiação cósmica de fundo em micro-ondas, nucleossíntese primordial, supernovas, no caso SN1987A, e limites extraídos de laboratórios: aceleradores, decaimento beta e oscilações de neutrinos.

2.2 Oscilação de Neutrinos no Vácuo

Aqui vamos descrever a oscilação de neutrinos no vácuo, num sistema de dois níveis, que é primordial para se compreender o fenômeno de oscilações na matéria. Logo, vamos aqui dar os elementos básicos da situação no vácuo e usá-los depois para a propagação na matéria.

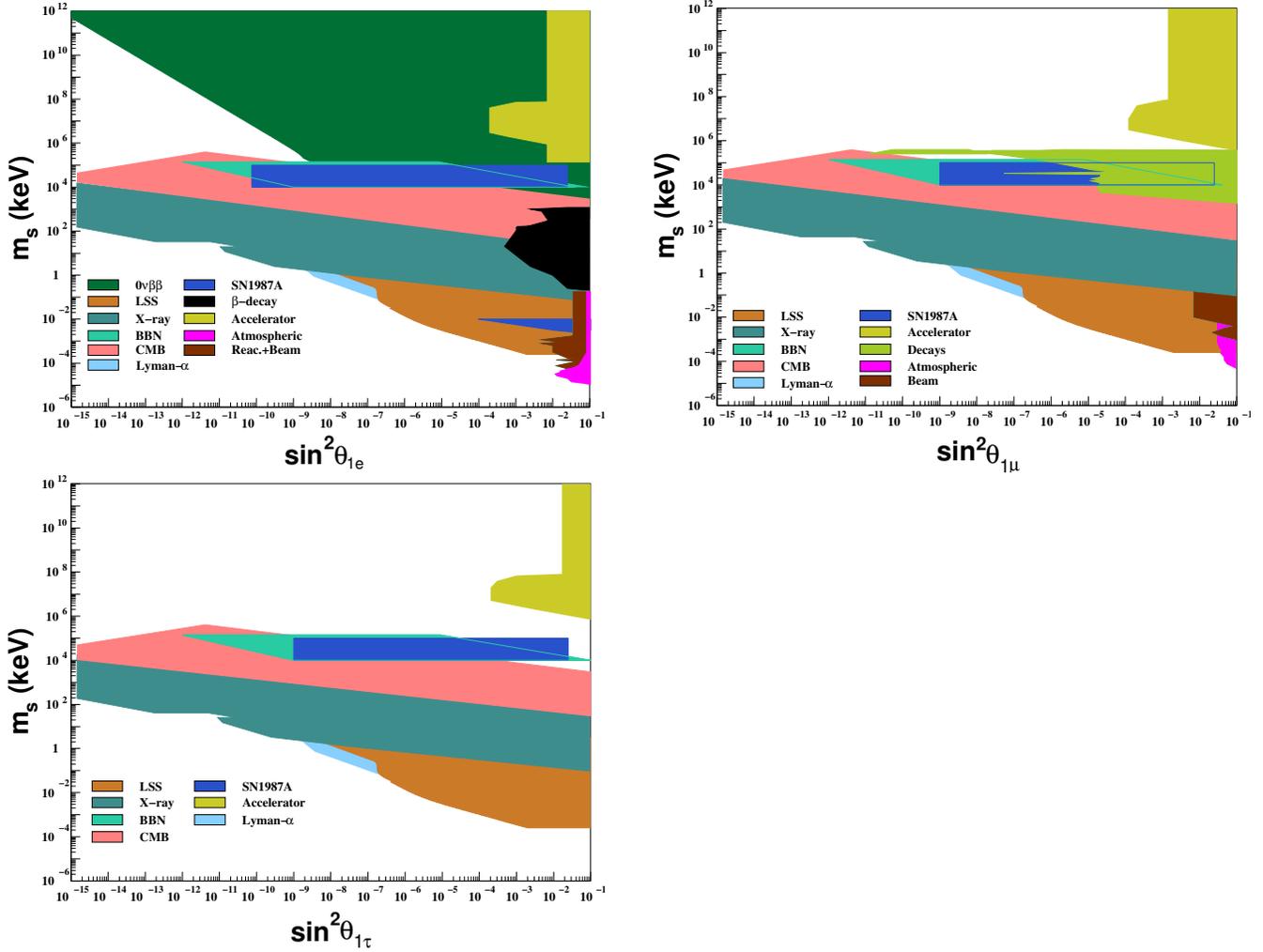


Figura 2.1: Limites experimentais e observacionais sobre neutrinos estéreis que têm uma mistura diferente de zero com o neutrino do elétron apenas (primeira figura à esquerda acima). Os limites de raios-X e Lyman- α mostrados aqui são baseados na abundância de neutrinos relíquias produzidos por oscilações de neutrinos para zero de assimetria leptônica. Acima, à direita, neutrinos estéreis misturados com o neutrino muônico e, abaixo, misturados com neutrinos tauônicos. Figura extraída de [64].

2.2.1 A oscilação de neutrino no vácuo

O neutrino do elétron, ν_e , é o estado produzido em um decaimento beta, sendo que um pósitron também é produzido. O neutrino muônico, ν_μ , é o estado produzido em um decaimento de um pión π^+ , acompanhado por um μ^+ . Chamamos os neutrinos eletrônicos (ν_e), os neutrinos muônicos (ν_μ), assim como os neutrinos tauônicos (ν_τ), de “estados de sabores” de neutrinos. Mas será que estes estados de sabores são partículas físicas ou podem ser formados por uma superposição de diferentes partículas físicas, por exemplo ν_1 e ν_2 ? Vamos então, partindo da hipótese, por exemplo, que ν_e e ν_μ são formados pela superposição das partículas físicas ν_1 e ν_2 , analisar as consequências físicas deste fato. Introduzimos a seguinte notação

$$\nu^{(f)} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

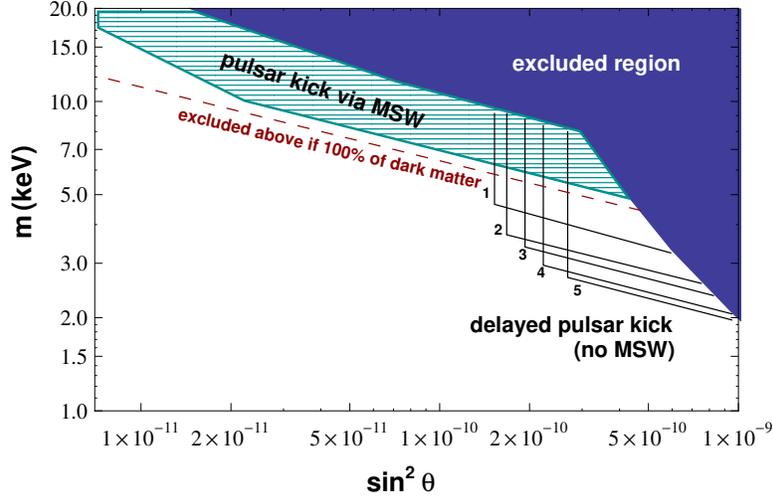


Figura 2.2: Mostramos aqui “kicks” atrasados de 1s a 5s de pulsares pelas linhas sólidas pretas. Figura extraída de [64].

$$\nu^p = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

e vamos considerar que o estado de sabor $\nu^{(f)}$ é diferente do estado ν^p , relacionando-os da seguinte maneira:

$$\nu^{(f)} = U\nu^p, \quad (2.4)$$

U é chamado de matriz de mistura. Por convenção, os estados em $\nu^{(f)}$ e ν^p são ortonormais e, portanto, U deve ser unitária. Nossa matriz de mistura é 2x2, pois estamos usando somente duas famílias de neutrinos. Se incluíssemos o neutrino tauônico (ν_τ) em $\nu^{(f)}$, deveríamos adicionar ν_3 em ν^p , sendo que U seria uma matriz agora 3x3. Vamos nos restringir aqui a apenas duas famílias por questão de simplicidade e por acharmos suficiente para a compreensão do fenômeno por enquanto.

A equação de evolução temporal escrita na base ν^p é:

$$i \frac{d}{dt} \nu^p(t) = H \nu^p(t), \quad (2.5)$$

em que H é o Hamiltoniano, diagonal na base escolhida:

$$\nu^p = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

com E_1 e E_2 sendo a energia dos respectivos autoestados de massa. Sabemos que $m_\alpha \ll E_\alpha$, para $\alpha = 1, 2$, sendo m_α a massa. Para tal aproximação escrevemos, sendo \vec{p} o tri-momento,

$$E_\alpha = \sqrt{\vec{p}^2 + m_\alpha^2} \approx |\vec{p}| + \frac{m_\alpha^2}{2|\vec{p}|}. \quad (2.7)$$

O Hamiltoniano, usando a Eq.(2.7) e considerando que podemos usar a distância x ao invés do tempo t , pode ser escrito agora da seguinte maneira:

$$H = |\vec{p}| + \frac{1}{2|\vec{p}|} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} = \left(|\vec{p}| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|\vec{p}|} \right) - \frac{\Delta}{4|\vec{p}|} \sigma_3 \quad (2.8)$$

sendo que σ_3 é a matriz diagonal de Pauli e que $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$. Vamos agora escrever a equação de evolução na base de sabores. Lembrando que

$$\nu^p = U^\dagger \nu^{(f)}, \quad (2.9)$$

teremos, na base dos sabores,

$$i \frac{d}{dx} (U^\dagger \nu^{(f)}) = H U^\dagger \nu^{(f)}, \quad (2.10)$$

que, com algumas manipulações, pode ser reescrita como

$$i \frac{d}{dx} \nu^{(f)} = U H U^\dagger \nu^{(f)}. \quad (2.11)$$

Para dois neutrinos de Dirac

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

O Hamiltoniano na base dos sabores será dado por

$$H' = U H U^\dagger = |\vec{p}| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|\vec{p}|} + \frac{\Delta}{4|\vec{p}|} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

A partir disto, deduzimos a relação entre o ângulo diagonalizado θ e os elementos da matriz H' :

$$\tan 2\theta = \frac{2H'_{12}}{H'_{22} - H'_{11}}. \quad (2.14)$$

A solução da equação de movimento na base de sabores será

$$\nu^{(f)}(x) = \exp(-iHx) \nu^{(f)}(0). \quad (2.15)$$

Fazendo a aproximação de que $|\vec{p}| = E$ e notando que no Hamiltoniano H' temos um termo proporcional à matriz de mistura unitária, o que dá uma fase global à solução e que também não muda o ângulo de mistura, escrevemos o Hamiltoniano como:

$$H' = \frac{\Delta}{4E} (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta). \quad (2.16)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \nu^{(f)}(x) &= \exp \left[-i \frac{\Delta}{4E} x (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) \right] \nu^{(f)}(0) \\ &= \left[\cos \frac{\Delta}{4E} x - i (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) \sin \frac{\Delta}{4E} x \right] \nu^{(f)}(0). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Considerando um feixe inicial de ν_e , as probabilidades de transição e sobrevivência serão dadas, respectivamente, por:

$$P_{\nu_e \nu_\mu} = |\langle \nu_\mu | \nu_e(x) \rangle|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta}{4E} x \right) \quad (2.18)$$

e

$$P_{\nu_e \nu_e} = 1 - P_{\nu_e \nu_\mu}. \quad (2.19)$$

2.3 Oscilação de Neutrinos na Matéria

O fenômeno de oscilação em um meio material, como no sol ou em uma supernova, pode ser bem diferente da oscilação que ocorre no vácuo. Isto acontece porque as interações no meio modificam as relações de dispersão das partículas que viajam através dele [77]. Relações de dispersão fornecem a energia de uma partícula em termos de seu momento. Logo, uma relação de dispersão na matéria diferente da tradicional relação de dispersão do vácuo significa um Hamiltoniano modificado e, portanto, uma evolução temporal da função de onda associada diferente. Em suma, um feixe de neutrinos viajando através da matéria evolui de maneira diferente que o mesmo feixe viajando no vácuo. Podemos considerar que tanto o meio solar quanto o meio de uma supernova é constituído de um plasma de primeira geração – os neutrinos eletrônicos interagem via corrente carregada e corrente neutra, enquanto que os outros autoestados de sabor interagem somente por corrente neutra. Do ponto de vista macroscópico, as modificações da relação de dispersão do neutrino podem ser representadas em termos de um índice de refração ou de um potencial efetivo. No nível microscópico, usando a abordagem de teoria de campos a temperaturas e densidades finitas, as modificações surgem das correções dependentes de temperatura e densidade dos diagramas de Feynmann auto-energia do neutrino [78, 79, 80]. Aqui exploraremos somente a visão macroscópica, em que os neutrinos a baixas energias sofrem espalhamento coerente (refração) descritos pelo potencial

$$V_e = \sqrt{2}G_F n_e, \quad (2.20)$$

em que G_F é a constante de Fermi e n_e é a densidade eletrônica do meio.

2.3.1 A oscilação na matéria uniforme

A equação de evolução na matéria é dada por

$$i \frac{d}{dx} \nu^{(f)} = \tilde{H} \nu^{(f)}, \quad (2.21)$$

onde $\nu^{(f)}$ é o autoestado de sabor e \tilde{H} é o Hamiltoniano efetivo, que pode ser escrito para duas famílias de uma forma conveniente [81] apresentada abaixo.

$$\tilde{H} = H_0 + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F \left(n_e - \frac{1}{2}n_n \right) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Na matriz (2.22) H_0 é o Hamiltoniano do vácuo e podemos escrevê-la como

$$\tilde{H} = E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \frac{1}{2E} \tilde{M}^2, \quad (2.23)$$

em que

$$\tilde{M}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta + 2A & \Delta \sin 2\theta \\ \Delta \sin 2\theta & \Delta \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

e por conveniência definimos

$$A = 2\sqrt{2}G_F n_e E. \quad (2.25)$$

E é a energia do neutrino e n_n é a densidade de nêutrons. $\Delta = \Delta m^2$ e θ são, respectivamente, a diferença de massa ao quadrado e o ângulo de mistura no vácuo. Estes dois últimos parâmetros

serão alterados na matéria e irão depender da configuração eletrônica do meio onde os neutrinos estão se propagando.

O ângulo de mistura efetivo pode ser dado por

$$\tan 2\tilde{\theta} = \frac{2\tilde{H}_{12}}{\tilde{H}_{22} - \tilde{H}_{11}} = \frac{\Delta \sin 2\theta}{\Delta \cos 2\theta - A} \quad (2.26)$$

e os autoestados estacionários são

$$\tilde{\nu}_1 = \nu_e \cos \tilde{\theta} - \nu_\mu \sin \tilde{\theta}, \quad (2.27)$$

$$\tilde{\nu}_2 = \nu_e \sin \tilde{\theta} + \nu_\mu \cos \tilde{\theta}, \quad (2.28)$$

com autovalores iguais a

$$\tilde{E}_\alpha = E - \sqrt{1}\sqrt{2}G_F n_n + \frac{m_\alpha^2}{2E}, \quad (2.29)$$

em que

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(m_1^2 + m_2^2 + A) \mp \sqrt{(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta} \right]. \quad (2.30)$$

Podemos destacar alguns fatos interessantes. Consideremos o ângulo de mistura do vácuo θ pequeno. Então, para $n_e \rightarrow 0$, $\tilde{\theta} \rightarrow \theta$, então $\tilde{\nu}_1 \approx \nu_e$. Em outras palavras, o menor autoestado de massa é praticamente ν_e se a densidade de matéria é quase zero. Já para $n_e \rightarrow \infty$, $\tilde{\theta} \rightarrow \frac{\pi}{2}$, então $\tilde{\nu}_1 \approx \nu_\mu$. Isto é o que ocorre para a densidade de matéria tendendo ao infinito, tornando o autoestado puramente ν_μ .

Notamos por (2.26) ou pela expressão abaixo deduzida a partir de (2.26),

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta}, \quad (2.31)$$

que quando $A = \Delta \cos 2\theta$ o ângulo de mistura efetivo é $\pi/4$ e os termos da diagonal principal em (2.24) são idênticos, portanto os estados ν_e e ν_μ apresentam misturas máximas. Este é o efeito MSW [82], que nos possibilita achar pontos de densidade eletrônica onde ocorre ressonância (n_R),

$$n_R = \frac{\Delta \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F E}. \quad (2.32)$$

2.3.2 Neutrinos na Matéria não-uniforme

Sabemos que, no sol e em outras fontes astrofísicas como supernovas, os neutrinos passam por regiões de densidade ressonante, mas se propagando numa região não-uniforme. Analogamente à equação (2.21), mas desprezando os termos da matriz unitária que não influenciam nos cálculos da probabilidade, podemos escrever a equação de estados de sabor

$$i \frac{d}{dx} \nu^{(f)} = \frac{1}{2E} \tilde{M}^2 \nu^{(f)}. \quad (2.33)$$

Neste caso, nossa base pode ser escrita como

$$\nu^{(f)} = \tilde{U} \tilde{\nu}^{(f)}, \quad (2.34)$$

\tilde{U} é a matriz unitária de mistura na matéria, construída pela substituição de θ por $\tilde{\theta}$ na matriz unitária de mistura do vácuo.

A equação de evolução pode ser reescrita como:

$$i \frac{d}{dx} (\tilde{U} \tilde{\nu}^{(p)}) = \frac{1}{2E} \tilde{M}^2 \tilde{U} \tilde{\nu}^{(p)}. \quad (2.35)$$

Temos que tomar cuidado ao aplicar a derivada porque nossa matriz de mistura muda para diferentes pontos. Então,

$$i \tilde{U} \frac{d}{dx} \tilde{\nu}^{(p)} + i \left(\frac{d}{dx} \tilde{U} \right) \tilde{\nu}^{(p)} = \frac{1}{2E} \tilde{M}^2 \tilde{U} \tilde{\nu}^{(p)}. \quad (2.36)$$

Multiplicando a expressão acima por U^\dagger achamos a expressão

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\nu}^{(p)} = \left(\frac{1}{2E} \tilde{U}^\dagger \tilde{M}^2 \tilde{U} - i U^\dagger \frac{d}{dx} \tilde{U} \right) \tilde{\nu}^{(p)}, \quad (2.37)$$

que é a equação de evolução na base $\tilde{\nu}^{(p)}$. A solução da equação acima resulta em

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2}{2E} & i \frac{d\tilde{\theta}}{dx} \\ -i \frac{d\tilde{\theta}}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1 \\ \tilde{\nu}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

Se $\frac{d\tilde{\theta}}{dx} = 0$, $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$ são autoestados estacionários, exatamente como em um meio uniforme. Para um meio não-uniforme teremos de resolver a equação acima e faremos dois casos: *adiabático* e *não-adiabático*.

O caso adiabático

Quando $\frac{d\tilde{\theta}}{dx}$ é pequeno, podemos resolver a equação (2.38) usando a aproximação adiabática. Mas, antes de introduzirmos qualquer tipo de cálculo, devemos nos perguntar quando realmente ocorrerá uma propagação adiabática. Falar de condição adiabática é dizer que os termos fora da diagonal principal são muito menores que os termos da diagonal principal. Logo podemos escrever que a condição de adiabaticidade

$$\left| \frac{d\tilde{\theta}}{dx} \right| \ll \frac{|\tilde{m}_1^2 - \tilde{m}_2^2|}{2E}. \quad (2.39)$$

Usando a expressão (2.26) e derivando-a em relação à variável x obtemos

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dx} = \sqrt{2} G_F E \times \frac{\Delta \sin 2\theta}{(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta} \times \frac{dn_e}{dx}. \quad (2.40)$$

Relacionando as duas fórmulas acima escritas, (2.39) e (2.40), e usando os autovalores apresentados em (2.30), escrevemos a condição de adiabaticidade na forma

$$\left| \frac{dn_e}{dx} \right| \ll \frac{[(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta]^{3/2}}{2\sqrt{2} E^2 G_F \Delta \sin 2\theta}. \quad (2.41)$$

Pela expressão (2.31) escrevemos a definição do “parâmetro de adiabaticidade” usando a equação (2.41) acima,

$$\gamma(x) = \frac{(\Delta/E)^2}{2\sqrt{2} G_F} \times \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^3 2\tilde{\theta}} \times \frac{1}{\left| \frac{dn_e}{dx} \right|}. \quad (2.42)$$

Notamos, portanto, que a propagação será adiabática se $\gamma(x) \gg 1$.

Façamos algumas considerações: se a densidade é alta em algum ponto, então $\theta \rightarrow \pi/2$, e o parâmetro de adiabaticidade é alto. Agora, se a densidade é muito baixa para algum outro ponto de propagação, $\tilde{\theta} \rightarrow \theta$, e novamente o parâmetro de adiabaticidade pode ser alto, a não ser que o ângulo esteja próximo de $\pi/4$. A equação acima mostra que a condição de adiabaticidade é difícil de ser satisfeita no ponto de ressonância, uma vez que $\sin 2\tilde{\theta}$ é máximo nesse ponto. Longe do ponto de ressonância a propagação sempre pode ser tratada adiabaticamente. Mesmo assim, podemos ter adiabaticidade também no ponto de ressonância. Por (2.32) sabemos os pontos onde pode ocorrer ressonância e tomando para tal situação $\sin 2\tilde{\theta} = 1$ na equação (2.42), encontramos o valor do parâmetro de adiabaticidade na ressonância γ_R :

$$\gamma_R = \frac{\Delta}{E} \times \frac{\sin^2 2\theta}{\cos 2\theta} \times \frac{1}{\left| \frac{d}{dx} \ln n_e \right|_R} \quad (2.43)$$

Se $\gamma_R \gg 1$, a propagação será adiabática em qualquer lugar! Caso contrário, se γ_R for próximo ou menor que um, devemos fazer uma análise de não-adiabaticidade.

As probabilidades no caso adiabático

Vamos fazer as considerações para duas famílias, sendo que usaremos de exemplo os neutrinos eletrônicos e os neutrinos muônicos.

Quando a propagação é adiabática, $\tilde{\nu}_1$ se mantém como $\tilde{\nu}_1$ durante toda a propagação, o mesmo ocorrendo para $\tilde{\nu}_2$. Desta maneira teremos para cada ponto uma diferente superposição de $\tilde{\nu}_e$ e $\tilde{\nu}_\mu$.

Usando (2.27) e (2.28) podemos escrever o neutrino eletrônico como uma superposição dos autoestados de massa $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$:

$$\nu_e = \tilde{\nu}_1 \cos \tilde{\theta}_0 + \tilde{\nu}_2 \sin \tilde{\theta}_0. \quad (2.44)$$

Na fórmula acima, o índice “0” indica que estamos tratando do ângulo de mistura no ponto de criação do neutrino. Se ocorre criação de neutrinos eletrônicos, existe uma probabilidade $\cos^2 \theta_0$ do neutrino ser produzido como $\tilde{\nu}_1$ e uma probabilidade de $\cos^2 \theta$ de ser detectado como ν_e . Isto contribui com um termo $\cos^2 \theta_0 \cos^2 \theta$ para a probabilidade de sobrevivência numa propagação adiabática. Por outro lado, o neutrino pode ser produzido como $\tilde{\nu}_2$ com probabilidade $\sin^2 \theta_0$, propagar-se e ser detectado como ν_e com probabilidade $\sin^2 \theta$. Isto contribui com um termo $\sin^2 \theta_0 \sin^2 \theta$ para a probabilidade de sobrevivência numa propagação adiabática. Logo a probabilidade de sobrevivência clássica total para propagação adiabática é:

$$P_{\nu_e \nu_e}^{(ad)} = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\tilde{\theta}_0 \cos 2\theta]. \quad (2.45)$$

As probabilidades apresentadas acima ainda estão incompletas. Vamos escrevê-las de uma maneira mais completa. A probabilidade de detectar ν_e numa distância x a partir do ponto de produção pode ser escrita como abaixo.

$$P_{\nu_e \nu_e}^{(ad)} = |\langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle|^2 = \left| \sum_{\alpha} \langle \nu_e(x) | \nu_{\alpha}(x) \rangle \langle \nu_{\alpha}(x) | \nu_{\alpha}(0) \rangle \langle \nu_{\alpha}(0) | \nu_e(0) \rangle \right|^2 \quad (2.46)$$

Note que introduzimos o conjunto completo dos estados ν_{α} . Os produtos escalares na extrema esquerda e na extrema direita fornecem os elementos da matriz de mistura nos pontos de produção e detecção. Os elementos de matriz do produto escalar central originam uma fase que corresponde à propagação adiabática dos estados ν_{α} . Esta fase é

$$\exp \left[i \int_0^x dx' \tilde{E}_{\alpha}(x') \right]. \quad (2.47)$$

Então escrevemos (2.46)

$$P_{\nu_e \nu_e}^{(ad)}(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos 2\tilde{\theta}_0 \cos 2\theta + \sin 2\tilde{\theta}_0 \sin 2\theta \cos \left[\int_0^x dx' \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 \right] \right\}, \quad (2.48)$$

que é a expressão para probabilidade de sobrevivência para um autoestado de sabor no caso adiabático. Vamos passar agora para o caso de não-adiabaticidade.

O caso não-adiabático

Efeitos não-adiabáticos induzem transições entre os estados $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$. Já falamos que os efeitos não-adiabáticos são importantes nas regiões onde há ressonância. Para outras regiões, a aproximação adiabática pode ser usada. Na região de ressonância, tentamos resolver a equação de propagação de maneira exata, supondo algumas formas simplificadas de variação da densidade que podem ser aproximadamente válidas para aquela região específica. A partir disto, encontramos a probabilidade X nesta região de ter ocorrido transição de um autoestado para o outro.

Vamos supor um neutrino eletrônico produzido em um determinado ponto e que irá sobreviver durante sua propagação se as condições são adiabáticas, ou seja, não temos transição entre os estados $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$. Isto também pode ocorrer no caso não-adiabático, em que não há transição entre os estados $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$ com probabilidade $1 - X$. Por outro lado, podemos ter, no caso adiabático, uma situação em que o neutrino eletrônico se converteu em neutrino muônico. No entanto, pode existir conservação do sabor eletrônico no caso não-adiabático se tivermos transição entre os autoestados $\tilde{\nu}_1$ e $\tilde{\nu}_2$.

Levando em conta todos os efeitos não-adiabáticos, podemos escrever a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico [83]:

$$P_{\nu_e \nu_e} = (1 - X)P_{\nu_e \nu_e}^{(ad)} + XP_{\nu_e \nu_\mu}^{(ad)}. \quad (2.49)$$

Temos de saber calcular X , que é a probabilidade de transição não-adiabática para dois estados. Este trabalho, feito no contexto de física atômica, foi feito independentemente por Landau [84], Zener [85] e Stückelberg [86]. Este cálculo foi aplicado para o contexto dos neutrinos por [83] e Haxton [87]. Vamos fazer isto usando uma aproximação semi-clássica pelo método da trajetória complexa de Landau [88]. Este método nos fornece

$$\ln X = -2Im[S_1(t_1, t^*) + S_2(t^*, t_2)], \quad (2.50)$$

sendo $S_1(t_1, t^*)$ a ação para o movimento do feixe de neutrino no estado $\tilde{\nu}_1$ de um tempo inicial t_1 para o tempo de transição t^* . Passado o tempo de transição t^* , usamos a ação no estado $\tilde{\nu}_2$ até o tempo t_2 quando o neutrino sai da região não-adiabática. As partes imaginárias da ação permanecem inalteradas se tomarmos $t_1 = t_2 = t_R$, sendo o tempo em que o neutrino atravessa a região de ressonância. Logo,

$$\ln X = -2Im \int_{t_R}^{t^*} dt (\tilde{E}_2 - \tilde{E}_1). \quad (2.51)$$

Mudando a variável de integração de t para A , teremos

$$\ln X = -\frac{1}{E} Im \int_{A_R}^{A_*} \frac{dA}{dA/dx} \sqrt{(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta}. \quad (2.52)$$

O limite inferior da integral é $A_R = \Delta \cos 2\theta$. O limite superior A_* é o valor de A no ponto de transição. No método de Landau, este é o valor de A para o qual os dois autovalores coincidem ($\tilde{E}_1 = \tilde{E}_2$), resultando em

$$A_* = \Delta \exp[\pm 2i\theta], \quad (2.53)$$

que é um número complexo. Portanto, a integração da equação (2.52) deve ser feita para números complexos de A , justificando o porquê do método ser chamado de método das trajetórias complexas.

Para resolvermos a integral devemos primeiro saber como A se comporta na região de ressonância. Se a variação é linear, dA/dx é constante e podemos deixá-lo fora da integral. Se seu valor é positivo, usamos o valor positivo do expoente de A_* , sendo, portanto $\ln X$ negativo. Se dA/dx é negativo, usamos o expoente negativo de A_* . Para as duas situações, vamos mudar a variável de integração de A para $a = (A - \Delta \cos 2\theta)/\Delta \sin 2\theta$. Agora escrevemos

$$\ln X = -\frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{E |dA/dx|_R} \text{Im} \int_0^i da \sqrt{1+a^2} = -\frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{E |dA/dx|_R} \times \frac{\pi}{4}. \quad (2.54)$$

Relembrando que $A_R = \Delta \cos 2\theta$, podemos reescrever a expressão acima como:

$$\ln X = -\frac{\Delta}{E} \times \frac{\sin^2 2\theta}{\cos 2\theta} \times \frac{1}{|\frac{d}{dx} \ln A|_R} \frac{\pi}{4}. \quad (2.55)$$

Logo

$$X = \exp\left(-\frac{\pi}{4} \gamma_R\right). \quad (2.56)$$

Vale à pena lembrar que o cálculo foi feito para uma variação linear de A . Se tivéssemos uma variação exponencial próximo à região de ressonância, deveríamos usar [88]

$$X = \exp\left(-\frac{\pi}{4}(1 - \tan^2 \theta) \gamma_R\right). \quad (2.57)$$

No entanto, a aproximação linear e exponencial, na maioria dos casos, são muito semelhantes, ocasionando diferenças insignificantes.

2.4 Oscilação Ativo-Estéril

Oscilação de neutrinos no ambiente de supernovas deve ser tratada condiderando ambos neutrinos e antineutrinos, sendo que ambos podem sofrer conversão MSW [82]. Uma vez que há uma presença significativa de neutrinos, estes podem contribuir significativamente para o potencial (Veja apêndice desta tese). Vamos nos concentrar na conversão de neutrinos ativos-neutrinos estéreis. Se desconsiderarmos, por simplicidade, as contribuições por interações $\nu - \nu$ para os potenciais e seguindo a notação das referências [120], a equação que governa a evolução dos autoestados de sabor dos neutrinos enquanto passam pelo material do meio pode ser escrita como:

$$i \frac{\partial}{\partial r} \begin{bmatrix} \Psi_e(r) \\ \Psi_s(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_e(r) & \sqrt{\Lambda} \\ \sqrt{\Lambda} & -\phi_e(r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_e(r) \\ \Psi_s(r) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

, para

$$\phi_e(r) = \frac{1}{4E} \left(\pm 2\sqrt{2}G_F \left[N_{e^-}(r) - N_{e^+}(r) - \frac{N_n(r)}{2} \right] \times E - \Delta m_0^2 \cos 2\theta \right). \quad (2.59)$$

O sinal $+$ é para neutrino; enquanto que o sinal $-$ é para antineutrinos. Na Eq.(2.59) nós temos

$$\sqrt{\Lambda} = \frac{\Delta m_0^2}{4E} \sin 2\theta, \quad (2.60)$$

em que Δm_0^2 é a diferença de massa ao quadrado entre dois autoestados de massa; G_F é a constante de acoplamento de Fermi; θ é o ângulo de mistura do vácuo; $N_{e^-}(r)$, $N_{e^+}(r)$ e $N_n(r)$ são, respectivamente, a densidade de elétrons, pósitrons and nêutrons. Representamos o potencial a seguir:

$$V(r) = 2\sqrt{2}G_F \left[N_{e^-}(r) - N_{e^+}(r) - \frac{N_n(r)}{2} \right]. \quad (2.61)$$

Então os termos diagonais serão:

$$\phi_e(r) = \frac{1}{4E} (\pm V(r)E - \Delta m_0^2 \cos 2\theta). \quad (2.62)$$

Neutrinos passam por uma ressonância quando

$$V(r) = \frac{\Delta m_0^2}{2E} \cos 2\theta. \quad (2.63)$$

O potencial, em termos da fração eletrônica,

$$Y_e(r) = \frac{N_{e^-}(r) - N_{e^+}(r)}{N_p(r) + N_n(r)}, \quad (2.64)$$

é dado por

$$V(r) = \frac{3G_F \rho(r)}{2\sqrt{2}m_N} \left(Y_e - \frac{1}{3} \right). \quad (2.65)$$

O potencial acima, Eq. (2.65), será de suma importância para nós. Uma vez que temos um perfil de densidade eletrônica e de matéria, podemos extrair o potencial a que o neutrino será submetido.

Capítulo 3

Neutrinos de Massa Variável

Um dos grandes problemas enfrentados pela física atual é o problema da expansão acelerada do universo. A explicação de comportamento tão exótico certamente está além da física de partículas e da relatividade geral que conhecemos atualmente, sendo necessário esforços para o desenvolvimento de novos fundamentos para a explicação de tal fenômeno. Supernovas do tipo IA, chamadas de velas do universo, indicaram que o universo está em expansão acelerada [90, 91], algo que foi fortemente reforçado no ano 2000 com a descoberta de que vivemos em um universo "flat" através dos estudos da radiação cósmica de fundo (CMB) [92]. Uma combinação de observações, baseadas em "galaxy surveys", florestas do tipo α -Lyman, oscilações acústicas bariônicas, mas principalmente a CMB, oferece restrições para os parâmetros cosmológicos com grande precisão, algo que seria inimaginável há décadas atrás. A prova de aceleração cósmica existe em um nível de confiança de $50\text{-}\sigma$ [93].

A solução mais simples encontrada ao problema foi a adição de uma constante cosmológica, colocada originalmente nas equações de Einstein para deixar o universo estático. Mas o valor necessário para explicar a aceleração cósmica é, em unidades naturais, da ordem de 10^{-120} . Este não é um problema no mundo clássico, mas a expectativa da teoria quântica de campos é que a constante cosmológica deveria ser da ordem de uma unidade, ou possivelmente zero, se alguma simetria ou mecanismo dinâmico operar. A renormalização nos permite escolher o ponto zero da densidade de energia das partículas virtuais, mas isso implica no cancelamento dos termos na Lagrangiana fundamental em uma parte em 10^{120} .

Outras teorias de energia escura se esquivam desta questão sobre o vácuo apresentada no parágrafo anterior. Os efeitos de uma constante cosmológica nas equações de Einstein também podem ser imitados com precisão por um fluido homogêneo com densidade de energia $\rho_\Lambda = \Lambda c^4/8\pi G$ e pressão $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$. Teorias de energia escura postulam que o vácuo em si não gravita, talvez em virtude de alguma simetria ou mecanismo dinâmico, mas que o Universo está cheio desta energia escura, um fluido exótico de pressão negativa que fornece o impulso para a aceleração cósmica. Algumas teorias da gravidade alternativas dizem que a solução ao problema da expansão cósmica é encontrar uma solução única de vácuo para a teoria.

Como dissemos a energia escura e outras teorias alternativas da gravidade acabam com a necessidade de uma constante cosmológica, no entanto tais teorias até o momento exigem (como veremos a seguir) a introdução de parâmetros (não usuais) excepcionalmente pequenos e/ou condições iniciais bem ajustadas. Além do mais há a introdução de uma nova questão, o problema da coincidência cosmológica, ou seja, por que ocorreu uma transição de um universo desacelerado para um universo acelerado? Nenhum dos modelos atuais consegue responder a esta pergunta de maneira completa. Teóricos podem debater os mais diversos méritos relativos a cada teoria que busca explicar a aceleração cósmica: constante cosmológica, energia escura, gravidade modificada,

argumentos antrópicos, etc. Mas, em última instância, quem decidirá que teoria estará mais correta serão os experimentos.

A quantidade que possui um elevado poder de revelar qual teoria é melhor é a equação de estado $w \equiv p/\rho$, em que p e ρ são, respectivamente, a pressão e a densidade de energia de uma dada espécie associada à energia escura. O parâmetro w pode ser determinado a partir da história da expansão do universo, ou seja, pelas mudanças da aceleração cósmica com o tempo. Se a aceleração cósmica é devido a uma constante cosmológica, então $w = -1$, e a expansão futura é do tipo de de Sitter (ou seja, expansão exponencial). Por outro lado, teorias de energia escura e gravidade modificada prevêem $w \neq -1$. Restrições atuais dão valores de $w = -0.969_{-0.063}^{+0.059}(stat)_{-0.066}^{+0.063}(sys)$ [94] (Veja também figura 3.1 retirada da referência [94]). O valor preciso de w (e sua evolução com o tempo) depende especificamente da teoria que explica a aceleração cósmica.

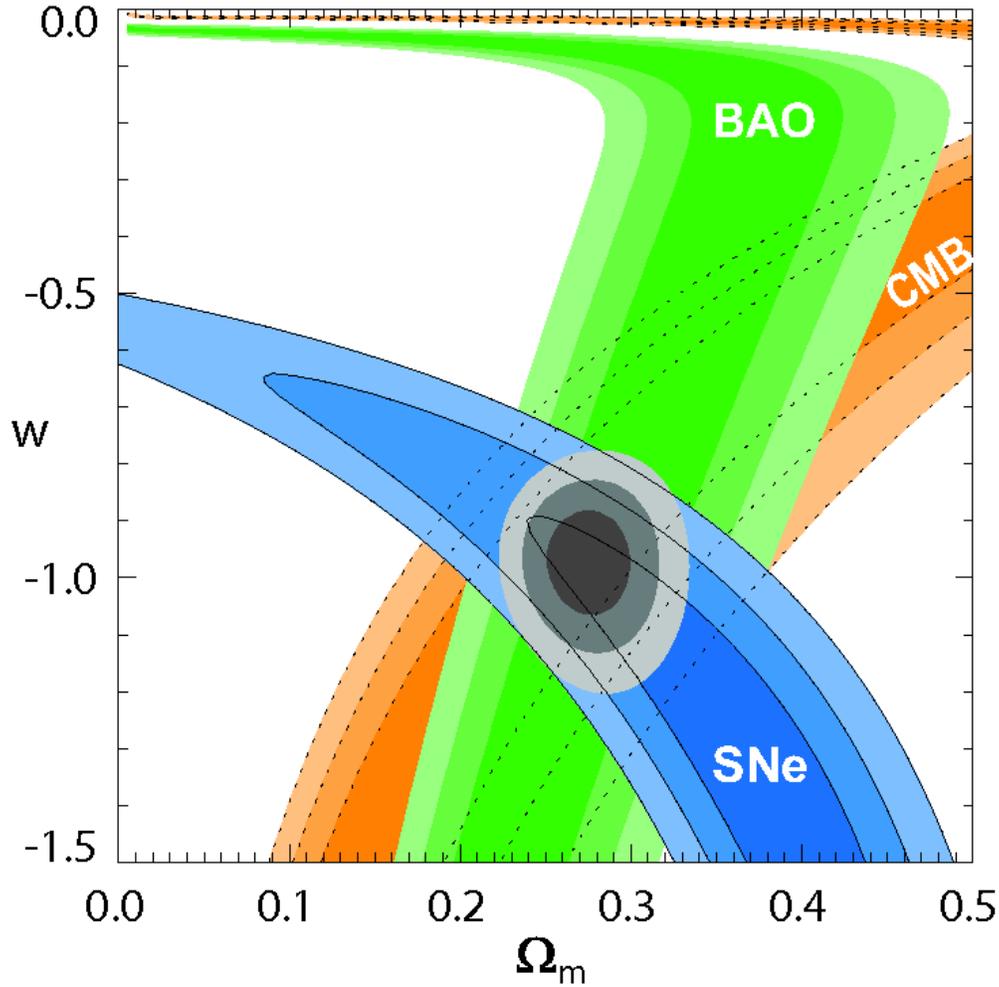


Figura 3.1: Os contornos de w e Ω_m (densidade de energia de matéria em relação à densidade crítica do universo) com 68,3%, 95,4% e 99,7% níveis de confiança são mostrados, supondo um universo plano. As regiões permitidas individuais vindas de estrutura de larga escala (usando as oscilações acústicas bariônicas), da radiação cósmica de fundo, e dos dados de supernova são apresentados, assim como as regiões permitidas combinadas por estas três informações. A figura foi extraída da referência [94].

Excelentes artigos de revisão sobre o problema da energia escura apresentam uma visão ge-

ral sobre o assuntos, assim como as mais diversos tipos de solução ao problema da aceleração cósmica. Aqui não faremos isso, pois não é o foco principal de nosso trabalho. Sugerimos, no entanto, para o leitor interessado os artigos de Copeland [95], de Caldwell [96], de Peebles [97] e Frieman [98]. Nestes artigos são sempre apresentados o problemas da coincidência cosmológica, as evidências atuais de nosso universo acelerado, revisões de modelos de cosmologia e principalmente candidatos a explicar o problema: constante cosmológica, campos dinâmicos, como quintessência e *phantom*, gravidade modificada etc. Trazem inclusive o alvo de nossa discussão agora, como possível candidato a explicar o fenômeno de expansão do universo, *neutrinos de massa variável* (MaVaN)

3.1 Motivação e Visão Geral

Uma origem natural para novas interações seria o setor responsável pela energia escura. Neutrinos e a oscilação de neutrinos são historicamente candidatos usados com certa frequência para explicar o setor escuro do universo, por possuírem massas pequenas e por interagirem fracamente com a matéria. A escala de energia da energia escura é da ordem de $(2 \times 10^{-3} \text{ eV})^4$, que é comparável com a escala de diferença de massa ao quadrado, $\Delta m_\nu^2 \approx 10^{-4} \text{ eV}^2$. Esta ideia foi inicialmente bem elaborada pelos artigos [99, 100, 101, 102].

Como a quintessência, a teoria de MaVaN introduz um campo escalar que varia lentamente com o tempo, apelidado de *aceleron*, cujo valor determina a massa m_ν do neutrino. O aumento da densidade de energia associada com maior valor de m_ν afeta a dinâmica do aceleron, de tal forma que uma lenta variação da densidade de energia escura pode ser alcançada sem um potencial extremamente “flat” do campo escalar. De maneira mais quantitativa, dizemos que a densidade de energia deste setor escuro possui duas componentes: os neutrinos e a energia escura. Logo podemos escrever:

$$\rho_{dark} = \rho_\nu + \rho_{DE}(m_\nu). \quad (3.1)$$

Em [101] foram considerados as consequências da Eq.(3.1) fazendo-se a hipótese de que ρ_{dark} é estacionário com respeito a variação da massa do neutrino. Efetivamente, isto torna a massa do neutrino um parâmetro variável à medida que o universo evolui no tempo. Logo, do ponto de vista de [101], a massa do neutrino passa a ser determinada pela constante competição entre ρ_ν e ρ_{DE} . A altas temperaturas, ρ_ν evolui com T^4 , ou seja, o neutrino é extremamente relativístico e sua densidade de energia muito maior que sua massa. Já ρ_{DE} , a altas temperaturas, não é tão relevante e só passa a ser comparável a ρ_ν quando o neutrino se torna não-relativístico. Sendo ρ_{dark} estacionário, por hipótese, sob mudança de m_ν podemos escrever:

$$\frac{\partial \rho_{dark}}{\partial m_\nu} = n_\nu + \frac{\partial \rho_{DE}(m_\nu)}{\partial m_\nu} = 0. \quad (3.2)$$

Para um certo caso de modelo de energia escura (mais tarde veremos um modelo aplicado a meios como o sol e supernova), podemos usar a equação acima para determinar a evolução da massa do neutrino como o parâmetro de escala, ou o tempo ou mesmo a temperatura. Na referência [101] a Eq.(3.2) é usada junto com a equação de conservação de energia para uma métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW)[$\dot{\rho} = -3H(\rho + p)$] para deduzir a equação de estado deste setor escuro. Se definirmos w , como equação de estado do setor escuro,

$$w = \frac{p_{dark}}{\rho_{dark}}. \quad (3.3)$$

Logo a equação de estado (3.3) pode ser escrita facilmente por

$$w + 1 = \frac{m_\nu n_\nu}{\rho_{dark}} = \frac{m_\nu n_\nu}{m_\nu n_\nu + \rho_{DE}}. \quad (3.4)$$

Vejam os um pouco a equação acima. Se $w \approx -1$, então a contribuição dos neutrinos para a parte escura é muito pequena, ou seja, $m_\nu n_\nu$ é uma fração muito pequena de ρ_{dark} . Se w não se modifica de maneira significativa com o fator de escala (com a evolução do universo), então ρ_ν e ρ_{dark} possuirão a mesma dependência com o fator de escala. Da equação de conservação de energia sabemos que $\rho_{dark} \approx a^{-3(1+w)}$. Uma vez que, na época de interesse, a quantidade de neutrinos evolui $n_\nu \propto a^{-3}$, então a massa do neutrino é aproximadamente inversamente proporcional a densidade de neutrinos:

$$m_\nu \approx n_\nu^w \approx 1/n_\nu. \quad (3.5)$$

O modelo de neutrino de MaVaN é análogo ao modelo de matéria escura com massa variável [103]. Estes modelos consistem de um escalar ϕ e uma espécie de partícula Ψ , cuja massa se origina do valor esperado do vácuo de ϕ :

$$m_\Psi = \lambda \langle \phi \rangle. \quad (3.6)$$

É claro ser possível outro tipo de interação mais complexa. A dinâmica do campo escalar ϕ é determinada pelo termo cinético e pela energia potencial. A escolha do potencial é fundamental (veremos a seguir no modelo usado por Cirelli *et al.* [104]) e em geral se escolhe um potencial com função bem comportada e que segue as seguintes condições: o potencial "explode" em $\phi = 0$ e "roll monotonically" para zero quando $\phi \rightarrow \infty$.

Partículas de massa variável tem sido consideradas em vários contextos, principalmente envolvendo assuntos de cosmologia, utilizando-se e se beneficiando cada vez mais dos atuais dados cosmológicos. Juntamente com [103], no contexto de gravidade escalar-tensorial, as referências [106, 107] tratam de matéria escura com massa variável. Tais modelos tentavam explicar o problema da idade do universo e também a questão das curvas de rotações de galáxias. Também se usou o modelo para explicar a coincidência das densidades de energia escura e matéria escura [108]. No contexto de neutrinos, Kawasaki *et al.* [109] consideraram um acoplamento do tipo Yukawa com um escalar extremamente leve e notaram que a massa do neutrino dependia da densidade local, no entanto a evolução das massas era decrescente à medida que o universo evoluía, ao contrário do modelo de Fardon [101]. No artigo [110] é proposto que a energia escura ($\rho_\nu \approx (10^{-3} \text{ eV})^4$) se torna natural com transições de fase ligadas aos neutrinos com massas nas faixas da solução solar associada ao efeito MSW. Stephenson *et al.* [111, 112] consideraram uma interação do tipo Yukawa dos neutrinos como fontes de "nuvens de neutrinos" que poderiam formar estrelas e mudar a massa dos neutrinos nas vizinhanças, além da possibilidade de explicar o problema do neutrino solar e das oscilações de neutrinos usando somente o acoplamento do neutrino com um escalar. Gu [113] considerou um acoplamento entre um neutrino e um campo escalar quintessencial, em que a massa do neutrino obviamente varia, e buscou os impactos nos limites das massas dos neutrinos por bariogênese primordial. Sawyer [114] considerou que a mistura quântica e a massa dos neutrinos somente surgem dentro da matéria devido a interação entre neutrino e um escalar. Hung [99] considerou um acoplamento entre um neutrino estéril com um campo escalar que "rola lentamente" no potencial com massa de Hubble que é responsável pela energia escura, mas não considerou o impacto dos neutrinos cósmicos de fundo no potencial.

Nas próximas duas seções, 3.2 e 3.3, propomos a análise de dois modelos de MaVaN. O primeiro baseado no artigo de Cirelli *et al.* [104], que discute a propagação de neutrinos de massa variável no sol e suas implicações para a oscilação destes neutrinos solares. No outro modelo, construído por

nós, discutimos e apresentamos, apoiado no modelo anterior, e motivado e inspirado pelo trabalho de França *et al.* [105], que propõe uma parametrização com grande liberdade e variabilidade, sem apelar para nenhum modelo específico de campo escalar, nossa nova parametrização para o modelo de MaVaN usado num ambiente densamente povoado de neutrinos, como uma supernova.

3.2 Modelo de MaVaN por Cirelli *et al.*

Primeiramente vamos revisar o modelo de Cirelli *et al.*, que é usado no caso de neutrinos solares. Nossa dedução da massa efetiva dos neutrinos na presença dos neutrinos de fundo do sol (ou supernova), em que a massa do neutrino é um campo dinâmico m_ν e é não explicitamente dependente da massa do campo aceleron A .

A lagrangiana efetiva usada para a massa do neutrino é dada por:

$$L = m_\nu \bar{\nu}^C \nu + V_{tot}(m_\nu). \quad (3.7)$$

Na Eq.(3.7), $V_{tot} = V_\nu(m_\nu) + V_0(m_\nu)$ representa o potencial com contribuição dos neutrinos do meio ($V_\nu(m_\nu)$) e do potencial advindo do escalar ($V_0(m_\nu)$), respectivamente. A contribuição dos neutrinos de fundo à densidade de energia é

$$V_\nu(m_\nu) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sqrt{(k^2 + m_\nu^2)} f(k), \quad (3.8)$$

em que $f(k)$ é a soma dos números de ocupação para neutrinos e antineutrinos com momentum k , sendo tais espécies relativísticas. Há também uma contribuição dos neutrinos do Big Bang, sendo que seu respectivo potencial é dado abaixo:

$$V_{C\nu B} = m_\nu n^{C\nu B}. \quad (3.9)$$

Na Eq.(3.9), $n^{C\nu B}$ é a densidade cósmica de neutrinos de fundo, que é aproximadamente $113cm^{-3}$ para cada sabor de (anti)neutrino. Cirelli *et al.* ignora a contribuição do acoplamento entre matéria ordinária e neutrinos, mediado pelo aceleron. Tal acoplamento pode ser visto no artigo [115].

Nós iremos minimizar o potencial para encontrar a dependência da massa do neutrinos com a densidade de neutrinos:

$$\frac{\partial V_{tot}(m_\nu)}{\partial m_\nu} = 0, \quad (3.10)$$

e obtemos, para neutrinos relativísticos:

$$n_\nu^{C\nu B} + \frac{m_\nu}{E_\nu} n_{\nu,meio} + V_0'(m_\nu) = 0. \quad (3.11)$$

É importante notar que a Eq.(3.11) depende do tipo de potencial (V_0) do campo escalar e nós escolhemos¹

$$V_0(m_\nu) = \Lambda^4 f\left(\frac{m_\nu}{\mu}\right), \quad (3.12)$$

em que Λ^4 é a escala da constante cosmológica e f depende da taxa adimensional m_ν/μ , em que μ é uma escala de massa sem importância particular para nossa discussão.

¹No artigo [104] existem outros tipos de potencial proposto. Se houver maior interesse sugerimos verificação, apesar de semelhantes resultados e comportamentos serem obtidos com outros potenciais.

A equação de estado da energia escura será

$$w + 1 = -\frac{m_\nu^0 V_0'(m_\nu)}{V_{tot}(m_\nu^0)}. \quad (3.13)$$

Como vimos anteriormente, segundo dados atuais, $w \approx -1$. Este valor da equação de estado implica que o potencial precisa ser "flat" ($\frac{dV_0(m_\nu)}{dm_\nu} \ll 1$) e seguindo a equação de minimização, escrita em (3.10), temos que $\frac{dV_0(m_\nu)}{dm_\nu} < 0$. Então o potencial precisa ser uma função monotonicamente decrescente em relação à massa do neutrinos. Nossa escolha, para a função f será:

$$f\left(\frac{m_\nu}{\mu}\right) = \log\left(\frac{\mu}{m_\nu}\right). \quad (3.14)$$

Vamos definir $A \equiv (n^{medium}/n^{C\nu B})(1/\langle E_\nu \rangle)$ e resolver a Eq.(3.11) utilizando-se as Eqs.(3.12) e (3.14). Desta maneira obtemos:

$$m_\nu - m_\nu^0 = -Am_\nu^2, \quad (3.15)$$

em que m_ν^0 é a massa do neutrino no vácuo. Esta solução, para pequenos valores de A , é dada por:

$$m_\nu = m_\nu^0 - A(m_\nu^0)^2 + \dots \quad (3.16)$$

Ambas as equações acima podem ser usadas para cada autoestado de massa de neutrinos e o acoplamento no setor escuro leva a uma mudança da massa do neutrino, mas não alteram a estrutura sabor leptônica que é determinado ou por outras contribuições de setores não-escuro para a massa do neutrino ou do setor lépton carregado da teoria [104].

Continuando a seguir tal referência teremos:

$$n_1(x) = \cos^2 \theta_V n_{\nu_e}(x); A_1(x) = \cos^2 \theta_V A(x); \quad (3.17)$$

$$n_2(x) = \sin^2 \theta_V n_{\nu_e}(x); A_2(x) = \sin^2 \theta_V A(x). \quad (3.18)$$

É claro que é fundamental que para tais cálculo temos que calcular o perfil de densidade de neutrinos no meio, seja na supernova ou no sol. Vamos discutir um pouco agora como chegar a essa densidade de neutrinos.

O número de neutrino n_ν é calculado por $dn_\nu = R(t)P(r)dAdt$, em que $R(t)$ é a taxa de emissão de neutrinos da neutrinosfera, que possui um raio R_ν , $P(r)$ é a distribuição radial de neutrinos ($\int P dA = 1$), e estes neutrinos estão distribuídos numa região de volume $2\pi(\vec{R}_\nu - \vec{x})^2 c dt$. Então a densidade de neutrinos é dependente da distância do centro da neutrinosfera, r :

$$n_\nu(r) = \frac{L_\nu}{\langle E_\nu \rangle} \frac{1}{8\pi c R_\nu r} \ln\left(\frac{r + R_\nu}{r - R_\nu}\right), \quad (3.19)$$

em que L_ν e $\langle E_\nu \rangle$ são, respectivamente, a luminosidade e a energia média dos neutrinos. Tipicamente, para um tempo $t_{pb} > 1s$, $\langle E_{\nu_e} \rangle \approx 11$ MeV, $\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle \approx 16$ MeV, $\langle E_{\nu_x} \rangle \approx 25$ MeV ($x = \mu, \tau$) e $L_\nu \approx 10^{51}$ erg/s, para todos os sabores de neutrinos. O tamanho da neutrinosfera depende de cada sabor de neutrinos, mas colocamos $R_\nu \approx 9$ km, que é um valor típico e aproximadamente o valor do núcleo da supernova no instante que estamos considerando. Na figura abaixo mostramos a curva obtida pela Eq.(3.19).

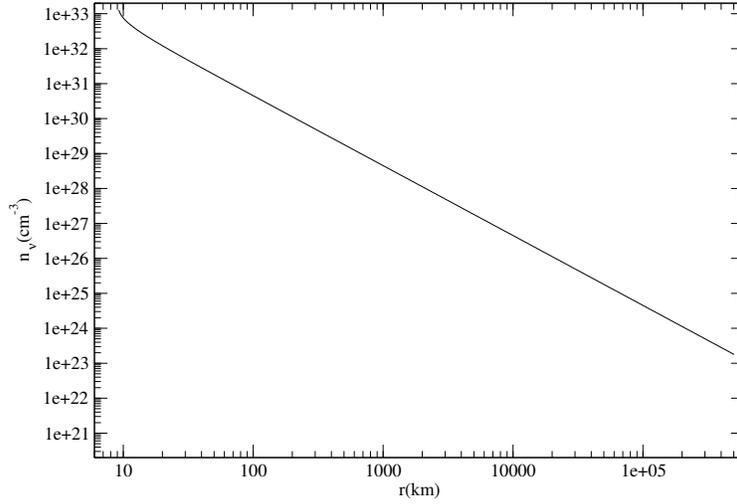


Figura 3.2: Esta figura mostra a evolução da densidade de neutrinos como função do raio de supernova acima da neutrinosfera.

Para $r \gg R_\nu$ a expressão acima, Eq.(3.19), ficará escrita como:

$$n_\nu = \frac{F}{4\pi cr^2} \quad , \quad (3.20)$$

como é exatamente esperado.

Mostramos abaixo a massa do neutrino, usando as equações (3.15) e (3.18), a massa do neutrino em função da distância r a partir do centro da supernova para $\Delta m^2 = 10 \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.001$, $\sin^2 2\theta = 0.01$, $\sin^2 2\theta = 0.1$. Vemos claramente que, para atingir os parâmetros do vácuo, são

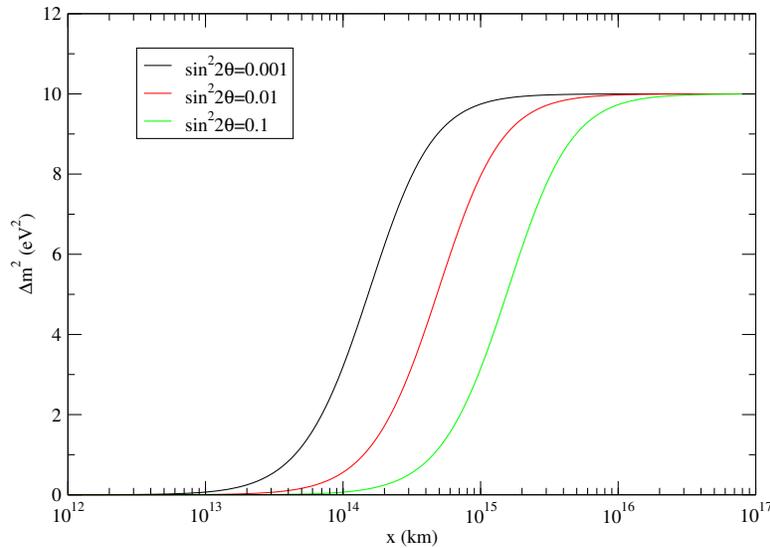


Figura 3.3: Massa do neutrino como função da distância a partir do centro da supernova, para $\Delta m^2 = 10 \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.001$, $\sin^2 2\theta = 0.01$, $\sin^2 2\theta = 0.1$, respectivamente, as curvas da esquerda para a direita.

necessárias distâncias da ordem de parsecs, e quanto menor o valor de ângulo de mistura, mais próxima à supernova as transições estarão localizadas. O fato das massas evoluírem lentamente e serem extremamente pequenas dentro da supernova ($\Delta m_{\text{mavan}}^2$ atingir valores elevado em longas distâncias) ocorre devido ao fator A, que depende da densidade de neutrinos, ser elevado dentro da supernova. Como visto em [116], o fato de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ ser muito pequeno na supernova “matará” as oscilações de neutrinos, não permitindo a limitação dos seus respectivos parâmetros de oscilação e também preservando o processo-r de nucleossíntese. Mostramos abaixo duas figuras: uma que mostra a evolução dos autoestados de massa 1/2 e também o $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ para a região do processo-r, que termina aproximadamente em 50 km. Usamos nestes gráficos $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta \approx 0.5$.

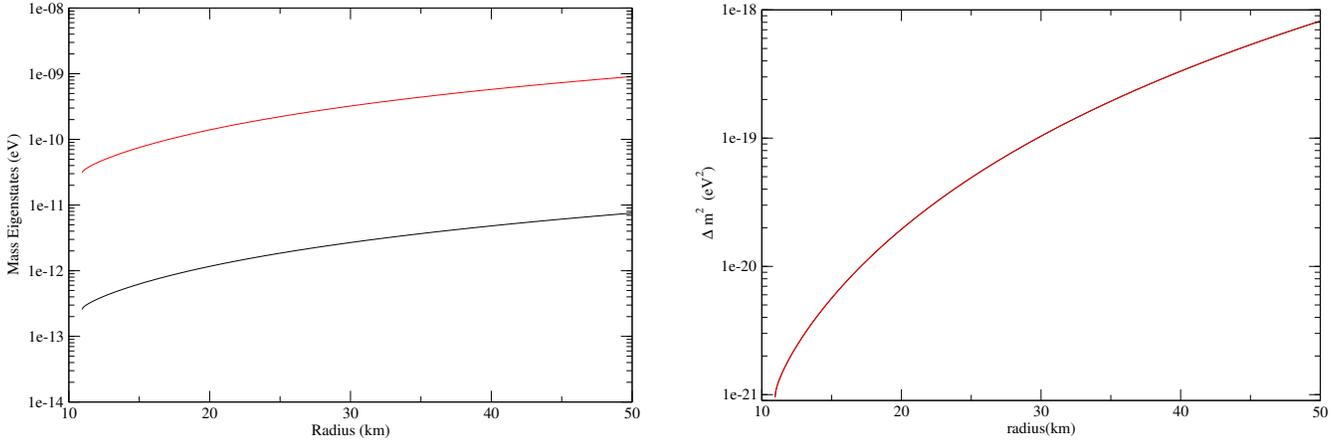


Figura 3.4: Na figura da esquerda mostramos a evolução dos dois autoestados de massa na região de interesse onde ocorre o processo-r de nucleossíntese. A curva vermelha ocorre para o autoestado de massa 4, considerado mais pesado, e a curva preta para o autoestado de massa 1. A figura à direita mostra a evolução do $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ para as mesmas distâncias do gráfico à esquerda. Notamos os pequenos valores de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$.

Usando a Eq. (2.65) do capítulo 2 e usando o perfil de densidade ($\rho(r)$) e fração eletrônica (Y_e) fornecido pelo professor Janka, do *Max Planck Institute*, Alemanha, calculamos o potencial na supernova e também a probabilidade de sobrevivência para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ sem considerar a inserção de MaVaN. Mostramos nossos resultados na figura 3.5. Notamos que nossos resultados são muito semelhantes aos apresentados no artigo [117], com pequenas modificações que surgem devido a pequenas diferenças no perfil de densidade e também ao método de solução para as probabilidades na propagação do neutrino: em [117] é feita uma aproximação analítica para regiões de ressonância não-adiabáticas, enquanto nós, quando encontramos uma região não-adiabática, resolvemos a equação numericamente para a mesma.

3.3 Modelo Fenomenológico de MaVaNs

Nós vamos construir um modelo MaVaN completamente fenomenológico. Nossa construção é feita através Δm^2 porque estamos interessados na oscilação de neutrinos e suas implicações na probabilidade de oscilação e no processo-r na supernova. Apresentaremos um modelo em que $\Delta m^2 \equiv \Delta m_{\text{mavan}}^2$ pode aumentar ou diminuir à medida que o neutrino se propaga no meio. Nele haverá a possibilidade de controlarmos o quanto o valor do $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ poderá variar até chegar

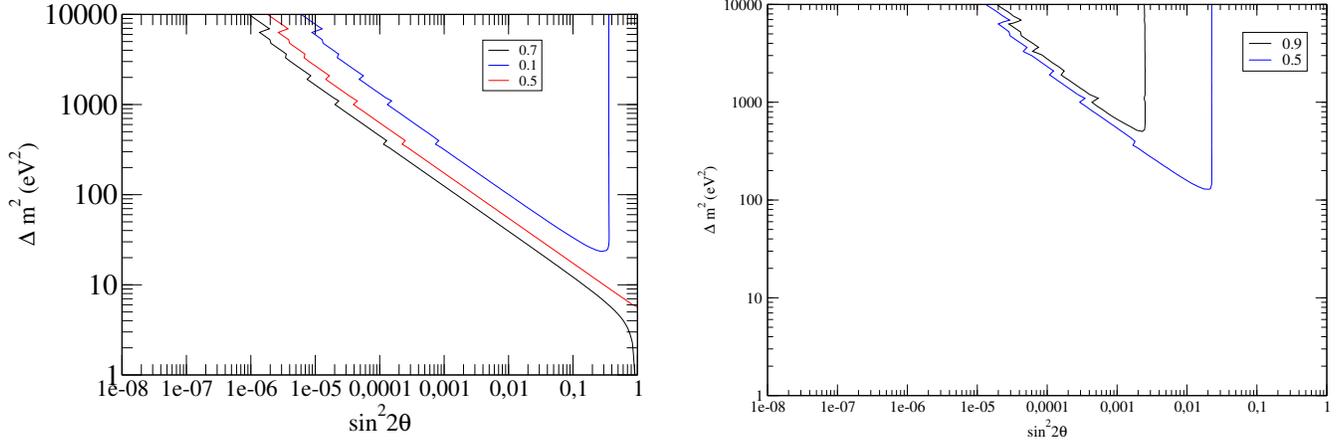


Figura 3.5: Na figura esquerda mostramos as regiões de exclusão de probabilidade baseado no fato que regiões com $P_{ee} < 0.5$ devem ser excluídas baseado no sinal detectado em SN1987A. A figura à direita mostra a região de exclusão baseado no process-r, em que $Y_e < 0.5$ salva o processo-r, logo regiões com valores maiores que 0.5 podem ser excluídas.

a seu valor de vácuo (Δm_0^2). Chamaremos isto de amplitude e será representado pela letra δ . δ pode ser positivo ou negativo. Se for positivo, ocorrerá aumento do valor de Δm_{mavan}^2 durante a propagação. No entanto, se for negativo, ocorrerá a diminuição do valor de Δm_{mavan}^2 à medida que o neutrino se propaga. Outros dois parâmetros importantes para construção de nosso modelo serão η e n_ν^0 . Eles controlam a velocidade e o ponto que Δm_{mavan}^2 atingirá o valor de vácuo, isto é, o quão rápido ou lento será a evolução de Δm_{mavan}^2 e em que ponto começará a modificação do valor de Δm_{mavan}^2 . Aqui apresentamos a equação de evolução de Δm_{mavan}^2 :

$$\Delta m_{mavan}^2 = \Delta m_0^2 - \frac{\delta}{1 + (n_\nu/n_\nu^0)^{-\eta}}. \quad (3.21)$$

Acima, em Eq. (3.21), n_ν é a densidade de neutrinos, e os parâmetros n_ν^0 e η controlam o perfil da dependência da massa do neutrino. A variação de massa ocorre próxima de n_ν^0 , e para $n_\nu \ll n_\nu^0$ ($n_\nu \gg n_\nu^0$) o valor de Δm_{mavan}^2 tende ao valor assintótico de Δm_0^2 ($\Delta m_0^2 + \delta$). O parâmetro η controla o quão rápido se pode atingir os valores assintóticos.

Nossa parametrização é bem versátil em reproduzir o comportamento de outros modelos específicos. Por exemplo, o modelo apresentado por [104] is bem reproduzido escolhendo $\delta = 10 \text{ eV}^2$, $\eta = 1$ and $n_\nu^0 = 34500 \text{ cm}^{-3}$.

Os gráficos abaixo, de 3.6 até 3.10, apresentam duas partes, divididas pelo valor de $\Delta m_{mavan}^2 \equiv \Delta m_0^2$, isto é, quando $\delta = 0$. Na parte superior temos valores de δ negativo, ou seja, o valor de Δm_{mavan}^2 diminui com a propagação do neutrino. Também vemos quatro curvas que, da esquerda para direita, representam a velocidade de evolução das massas até atingir o valor do vácuo. Da direita para esquerda, nomearemos com as letras “a” a “d”. Para a parte inferior de nossa “divisão” podemos dizer o mesmo, no entanto δ é positivo e as massas crescem com a propagação. Nestas, cada letra corresponde a um conjunto (η, n_ν^0) . A curva “a” corresponde a $(\eta, n_\nu^0) = (0.5, 1 \times 10^{28} \text{ cm}^{-3})$; a curva “b” $(\eta, n_\nu^0) = (0.8, 1.5 \times 10^{30} \text{ cm}^{-3})$; a curva “c” à $(\eta, n_\nu^0) = (3.0, 1 \times 10^{32} \text{ cm}^{-3})$ e a curva “d” à $(\eta, n_\nu^0) = (10, 5 \times 10^{32} \text{ cm}^{-3})$. Enfatizamos que “a” é a curva que possui evolução mais lenta até chegar ao valor Δm_0^2 e que “d” é a curva que atinge mais rapidamente o valor de Δm_0^2 no gráfico. Os valores de δ usados são sempre 2, -2, 20 e -20. Junto com os valores dos outros parâmetros garantimos que a evolução sempre acontecerá dentro da

supernova até o valor de vácuo Δm_0^2 ser atingido. Com $\delta = \pm 2$ temos uma variação de amplitude mais suave e com $\delta = \pm 20$ teremos uma variação grande de amplitude.

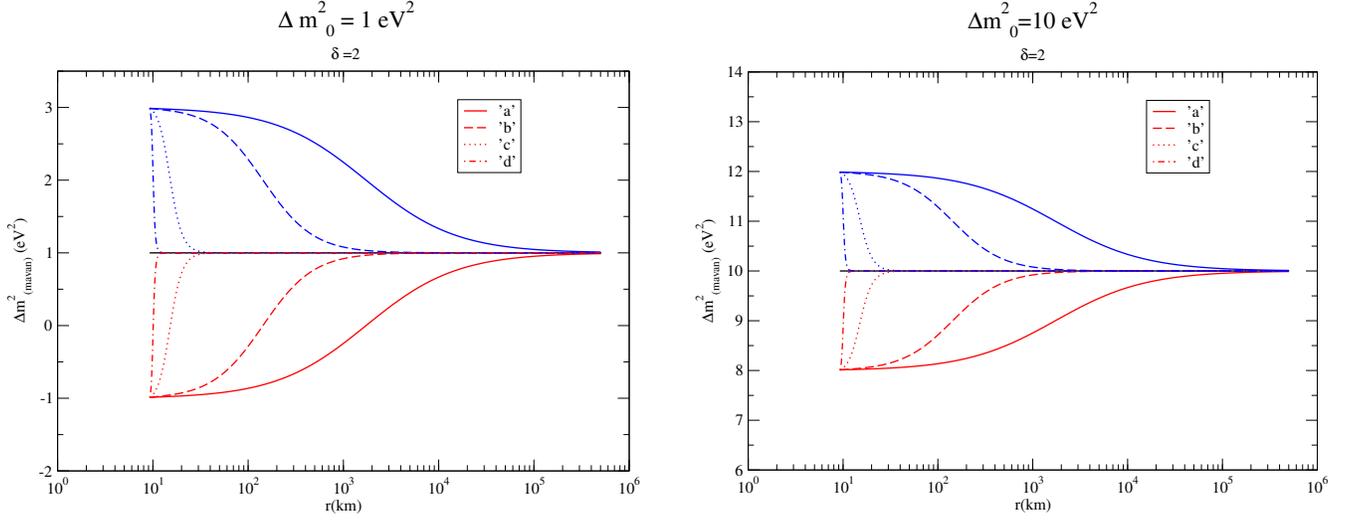


Figura 3.6: Figura mostra a evolução de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ com $\delta = 0, \pm 2$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 1\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 10\text{eV}^2$, à direita.

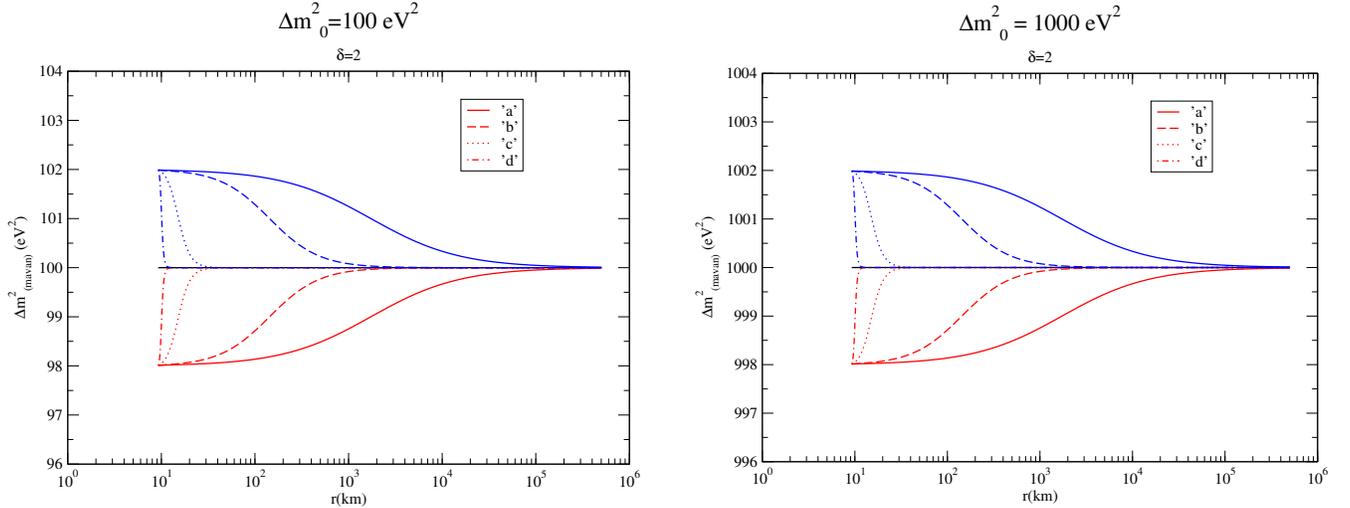


Figura 3.7: Figura mostra a evolução de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ com $\delta = 0, \pm 2$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 100\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 1000\text{eV}^2$, à direita.

Usamos uma abordagem de oscilação de neutrinos em duas famílias, sendo que consideramos o ângulo θ_{13} muito pequeno, portanto podemos negligenciar seus efeitos. Também consideramos apenas uma massa de neutrino estéril. Fazemos uma análise bem simplificada, em que $\Delta m_{\text{eS}}^2 \gg \Delta m_{\text{atm,sol}}^2$. Enfatizamos que fazemos uma mistura entre ν_e e ν_s , assim como $\bar{\nu}_e$ e $\bar{\nu}_s$.

Para uma análise de oscilação dos neutrinos estéreis envolvendo meios cosmológicos, astrofísicos e terrestres com diversas misturas e um intervalo maior de Δm_{eS}^2 veja [118].

Fazemos esta análise mais simplificada e com aproximações porque queremos verificar os efeitos básicos da física de MaVaN na oscilação de neutrinos em supernovas. Precisamos enfatizar também que nós desconsideramos as interações neutrino-neutrino. Nós focamos em conversões ressonantes

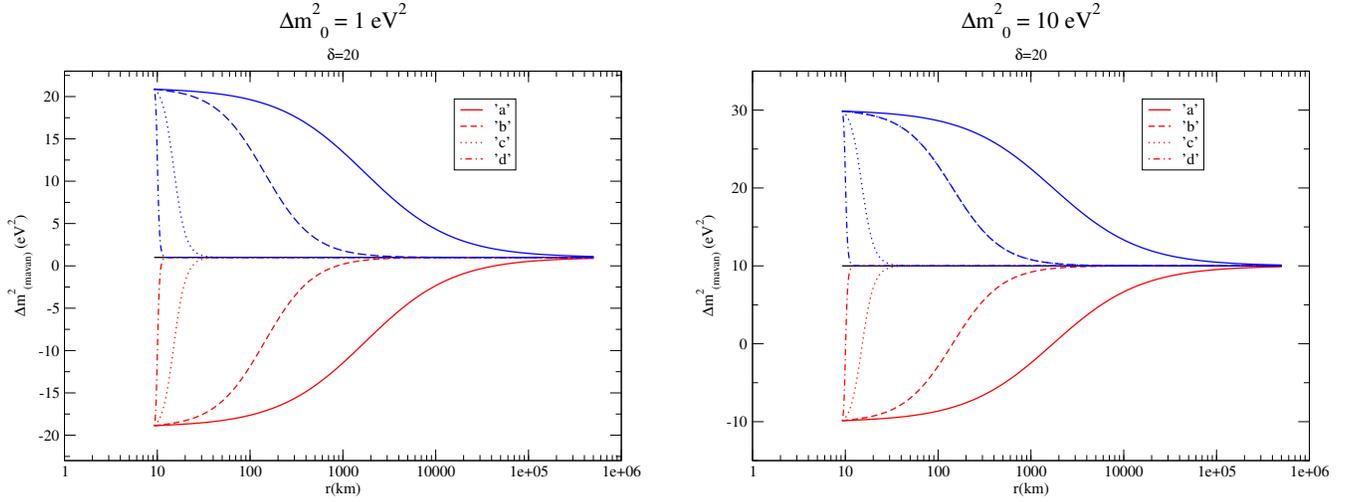


Figura 3.8: Figura mostra a evolução de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ com $\delta = 0, \pm 20$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 1\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 10\text{eV}^2$, à direita.

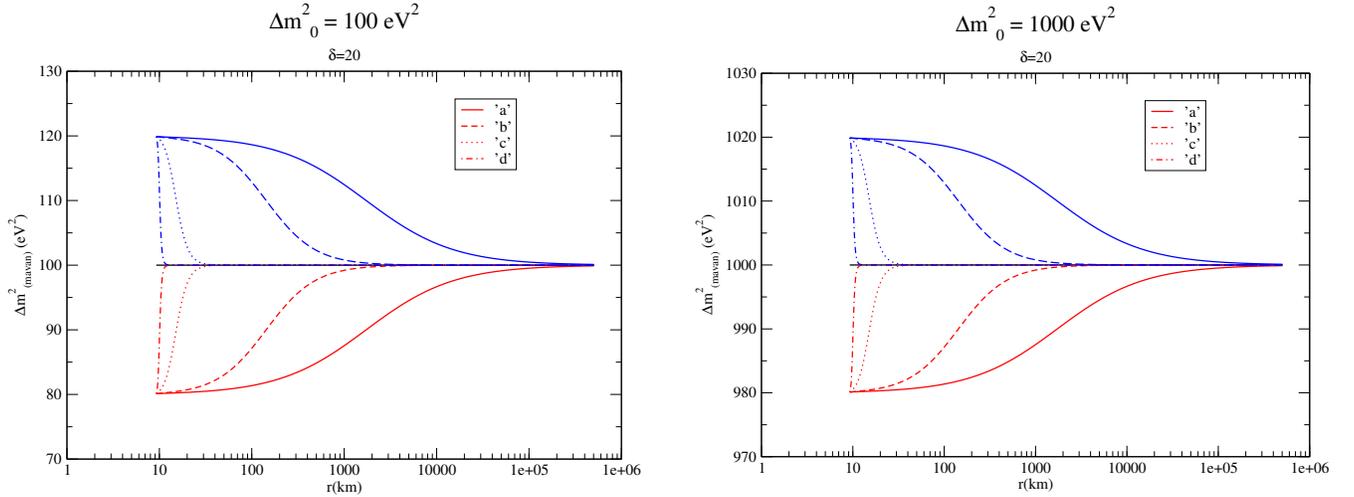


Figura 3.9: Figura mostra a evolução de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ com $\delta = 0, \pm 20$ para quatro valores distintos de n_ν^0 e η . $\Delta m_0^2 = 100\text{eV}^2$, à esquerda, e $\Delta m_0^2 = 1000\text{eV}^2$, à direita.

de (antineutrinos) neutrinos eletrônicos em neutrinos estéreis fora da região da neutrinosfera. Consideramos que para a região de Δm_0^2 considerada podemos desprezar a conversão de neutrinos eletrônicos em neutrinos estéreis no núcleo da supernova e dentro da neutrinosfera, para todos os valores de ângulo de mistura [119]. Uma vez que a variação da massa em nosso modelo depende da densidade de neutrinos, do meio e de fundo cosmológico, no início tal variação é garantida pelos neutrinos estéreis relíquias de fundo.

3.4 Resultados e Discussões

Nesta seção apresentaremos nossos resultados e faremos as discussões associadas a eles. Dividiremos esta seção em duas partes: **(i)** resultados de oscilação de (anti)neutrinos $\nu_e \rightarrow \nu_s$ ($\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$) e **(ii)** suas relações com o processo-r de nucleossíntese. Obviamente estamos buscando sempre mudanças quando acrescentamos nossa análise com o modelo de MaVaN proposto na seção 3.3.

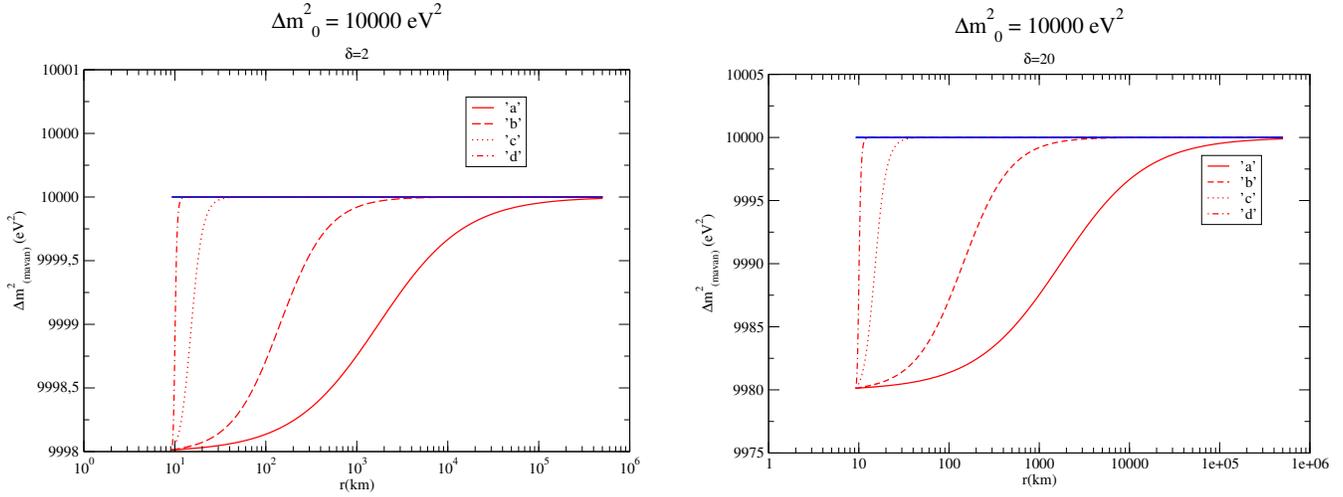


Figura 3.10: Figura mostra a evolução de $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ com $\beta = 0, \pm 2$ (esquerda) e $\beta = 0, \pm 20$ (direita) para quatro valores de n_ν^0 e η com $\Delta m_0^2 = 10000 \text{eV}^2$.

3.4.1 Oscilações de Neutrinos e as Probabilidades de Sobrevivência

Baseado nos dados de SN1987A, a probabilidade de sobrevivência, como já dissemos anteriormente, não pode ser menor que 0.5 [117] ($P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e} < 0.5$)². Desta maneira podemos descobrir novas regiões definidas por curvas de probabilidade para os parâmetros de oscilação ($\Delta m_0^2, \sin^2 2\theta$). Mostraremos nesta seção curvas de contorno que representam a probabilidade de sobrevivência para o processo $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$, considerando $\delta = 0$ (sem efeito de MaVaN) e também com efeito de MaVaN (veja fórmula 3.21) $\delta = \pm 2$ and $\delta = \pm 20$, mudando o valor dos parâmetros n_ν^0 e η , que controlam a evolução de $\Delta m_{\text{MaVaN}}^2$, isto é, o ponto exato onde $\Delta m_{\text{MaVaN}}^2$ apresenta a modificação mais acentuada. Lembramos que tal modificação foi nomeada de “a” a “d” nas Figs. (3.6)-(3.10).

O cálculo da probabilidade de sobrevivência é feito analiticamente para regiões adiabáticas na propagação do neutrino e quando há uma região não-adiabática calcula-se a probabilidade através da Eq. (2.58) do capítulo 2. Lembramos que neste capítulo fizemos uma descrição detalhada dos cálculos de probabilidade de oscilação e também a discussão de pontos na propagação que podem ou não ser adiabáticos. Enfatizamos que o modelo de MaVaN altera as regiões onde ressonâncias ocorrem, como verificaremos nas discussões a seguir.

Vamos colocar lado a lado gráficos que correspondem a mesma evolução $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ mas com δ 's diferentes. Vamos começar com a análise para a evolução “a” e $\delta = 2$ e $\delta = 20$, Figs. (3.11). Notamos a presença de uma nova região (região sem MaVaN mostrada pela parte pontilhada na Fig. (3.11)) na região $\Delta m_0^2 \approx 1 \text{eV}^2$ e $\sin^2 2\theta \approx 10^{-5} - 0.5 \times 10^{-3}$, na figura da esquerda, e $\Delta m_0^2 \approx 1 - 10 \text{eV}^2$ e $\sin^2 2\theta \approx 10^{-6} - 1$ à direita da Fig.(3.11). Acima desta região o resultado se aproxima da situação sem MaVaN. No gráfico à direita omitimos as curvas para $\delta = 0$ para evitar confusão. Como explicar este comportamento completamente diferente? Notamos, pelas Figs.(3.6) e (3.8), que $\Delta m_{\text{mavan}}^2$ atinge valores negativos, ou seja, $m_4 < m_1$, e isto cria novas regiões de ressonância, que podem ser vistas na Fig.(3.13). Nesta figura enfatizamos que a primeira região do potencial, até $r \approx 13.3 \text{ km}$, para o caso sem MaVaN é uma região significativa para antineutrinos, onde pode ocorrer ressonância para tais espécies. No entanto, para raios maiores que $r \approx 13.3 \text{ km}$, o potencial pode ser mais significativo para os neutrinos, uma vez que estes podem sofrer ressonâncias.

²Este limite é um conservador e leva em conta a oscilação em duas famílias e que os eventos detectados não podem ultrapassar a metade de antineutrinos eletrônicos.

No gráfico da esquerda da figura 3.13 (para $\delta = 2$), mostramos o módulo do potencial e os possíveis pontos em que podem acontecer as ressonâncias, no caso sem MaVaN representado pela curva azul e o caso com MaVaN representado pela curva vermelha, quando há o cruzamento das curvas, para diferentes valores de $\cos 2\theta$, uma vez que o ponto de ressonância é dado por

$$V_e^r = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2E_\nu}. \quad (3.22)$$

Notamos claramente que para alguns valores de $10^{-4} < \cos 2\theta < 0.1$, para neutrino, podem ocorrer até três ressonâncias. Mas se o Δm_{mavan}^2 é negativo isto também pode ocorrer para antineutrinos. Pela expressão acima vimos que existe realmente uma dependência com a energia, mas aqui, por simplicidade estamos considerando somente o valor médio da energia dos neutrinos. É exatamente a criação destes novos pontos ressonantes que resultará nestas novas regiões de exclusão, uma vez também que há a região da onda de choque que cria também novas ressonâncias. Na figura da direita de (3.13), vemos que o efeito de $\delta = 20$ é mais pronunciado e a inversão de hierarquia é mais duradoura, podendo ainda mais encontrar novas ressonâncias e por isso o efeito é mais pronunciado como notamos no gráfico à direita da figura 3.11.

Notamos que para valores próximos de Δm_0^2 e um único valor de $\sin^2 2\theta$, podem ocorrer valores muito distintos de probabilidade, mas que estarão próximos na mesma região. Veja que as figuras 3.14 mostram tal comportamento. Nestas figuras mostramos dois valores de $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ e $\Delta m_0^2 \approx 1.379 \text{ eV}^2$, para um valor de $\sin^2 2\theta \approx 10^{-4}$. Na primeira, à esquerda, notamos a modificação ocorrida, para $\delta = 2$, com a inclusão de MaVaN com evolução “a”. Percebemos a criação de novas regiões de ressonância para ambos valores de Δm_0^2 . No entanto, para $\Delta m_0^2 \approx 1.397 \text{ eV}^2$ vemos que ocorrem duas ressonâncias sucessivas, mantendo a probabilidade de sobrevivência praticamente constante. Para $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ esta probabilidade cai na primeira ressonância, como esperado, mas a outra, quando irá ocorrer depois de uma certa distância de propagação, é interrompida no exato instante quando ocorre a transição de hierarquia negativa para positiva, como podemos ver na figura da direita de (3.14). As curvas pontilhadas representam a situação sem MaVaN e verificamos que não há a possibilidade de ressonâncias para este caso. Então percebemos para tais casos o porquê ocorre a presença de novas regiões. Na Fig. (3.12), que representa à situação ‘b’, percebemos a diminuição do efeito, uma vez que a mudança de hierarquia é trazida ainda mais para trás e algumas regiões de ressonância novas são “perdidas”. Ressaltamos que o sumiço da região para $\beta = 1$ está associado ao fato de que esta já não era muito pronunciada no caso “a” mostrado pela Fig. (3.11).

Para os casos de evolução de Δm_{mavan}^2 “c” e “d”, em que rapidamente se atinge o valor Δm_0^2 , notamos praticamente a coincidência das curvas de probabilidade de sobrevivência com o caso $\delta = 0$, uma vez que a velocidade alta de mudança de Δm_{mavan}^2 para o valor do vácuo elimina a possibilidade de novas ressonâncias como nos casos anteriores. Por haver tal coincidência, não mostramos estes gráficos aqui.

Agora mostraremos resultados para $\delta = -2, -20$ (Figs.(3.15)) também para antineutrinos para a situação “a”. Não mostramos para “b”, ‘c’ e “d” porque existe uma semelhança entre os resultados.

Para $\delta = -2$ não vemos grandes modificações em relação à situação sem MaVaN. Para $\delta = -20$, o efeito é mais significativo, principalmente para valores de Δm_0^2 pequeno, porque o efeito de um δ maior é mais importante nestas regiões, modificando assim a probabilidade, já que a posição de ressonância pode ser modificada ou simplesmente retirada, uma vez que Δm_{mavan}^2 é maior que Δm_0^2 . Aqui não acontece o caso de mudança de hierarquia, logo não esperamos muitas ressonâncias novas e, portanto, regiões novas como vimos anteriormente, uma vez que as regiões de ressonância dos antineutrinos continuam sendo somente para $r < 13.3 \text{ km}$ para quando δ é negativo. Novamente

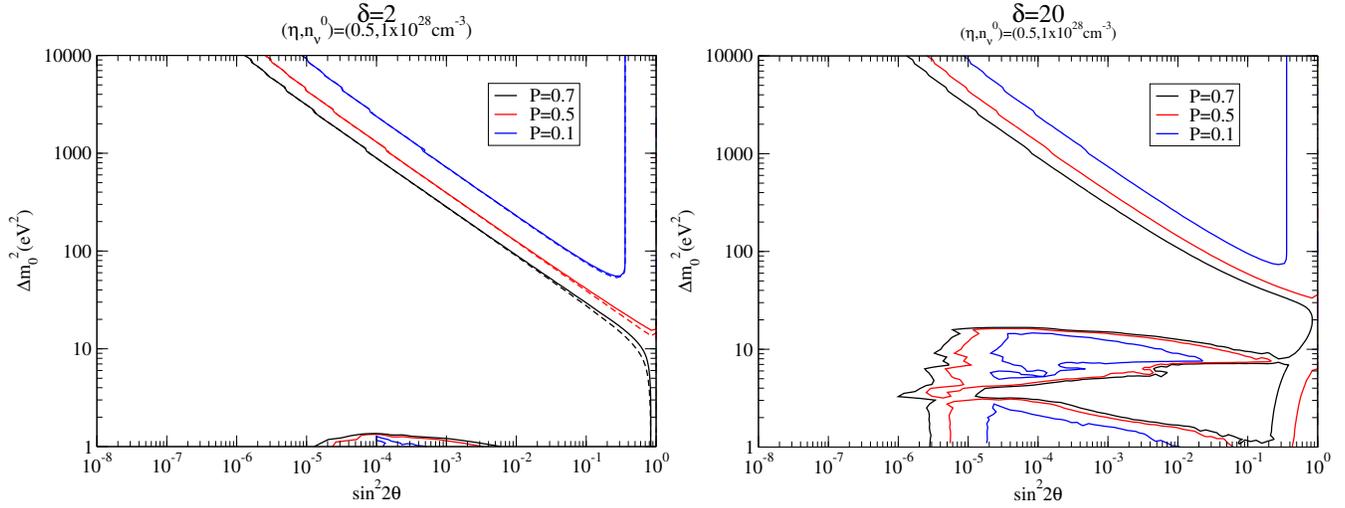


Figura 3.11: Curvas de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas as figuras correspondem à “a” para a evolução de Δm_{mavan}^2 . Destacamos que a linha pontilhada apresentada é para o caso sem MaVaN. Omitimos na figura da direita para evitar confusão.

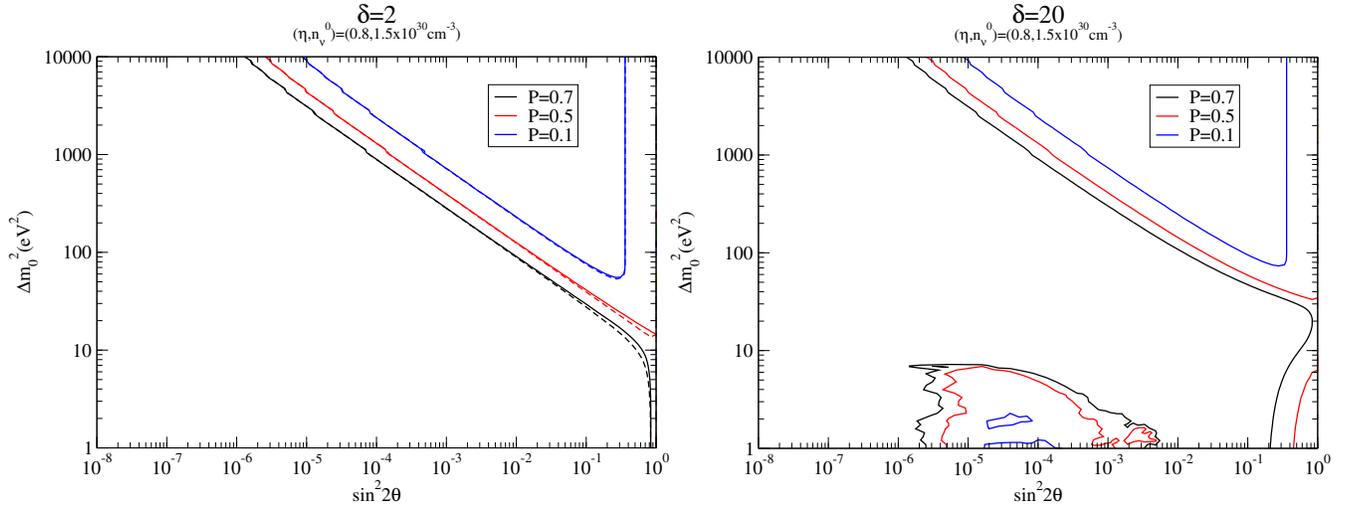


Figura 3.12: Curvas de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas as figuras correspondem à “b” para a evolução de Δm_{mavan}^2 . Novamente linha pontilhada é para o caso sem MaVaN e omitimos tais linhas na direita para evitar confusão.

verificamos que à medida que Δm_{mavan}^2 atinge o valor de Δm_0^2 , as curvas de probabilidade passam a se coincidir com o caso sem MaVaN.

Agora para neutrinos apresentamos os seguintes resultados. Primeiramente apresentamos o resultado para $\delta = 0$ (Fig.(3.16)), isto é, sem MaVaN.

Agora os resultados de neutrinos para $\delta = 2, 20$ (Figs.(3.17,3.18)):

Grande parte das explicações que fizemos para antineutrinos valem aqui para a situação de neutrinos ($\nu_e \rightarrow \nu_s$), então não as repetiremos. Apresentamos regiões de probabilidade para

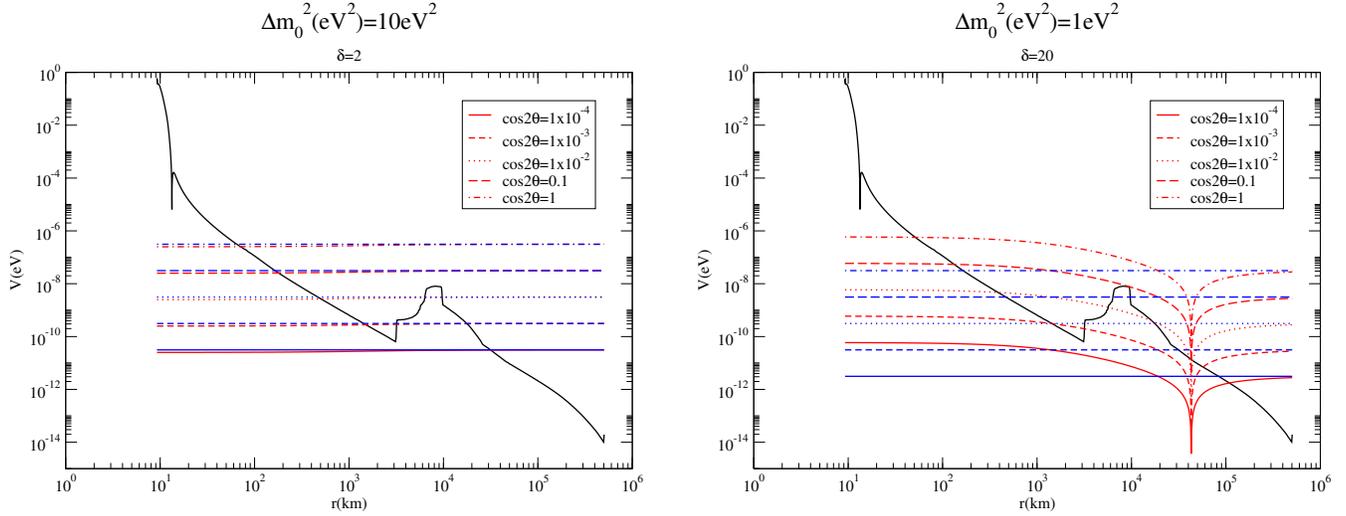


Figura 3.13: Regiões de ressonância para diferentes valores de $\cos 2\theta$. As curvas azuis representam o processo sem MaVaN. As curvas vermelhas são para o caso com MaVaN. Na esquerda para $\delta = 2$ e $\Delta m_0^2 = 10 \text{ eV}^2$; na direita para $\delta = 20$ e $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$. A linha preta sólida é o potencial da supernova. Ambas são para a evolução “a” de Δm_{mavan}^2 .

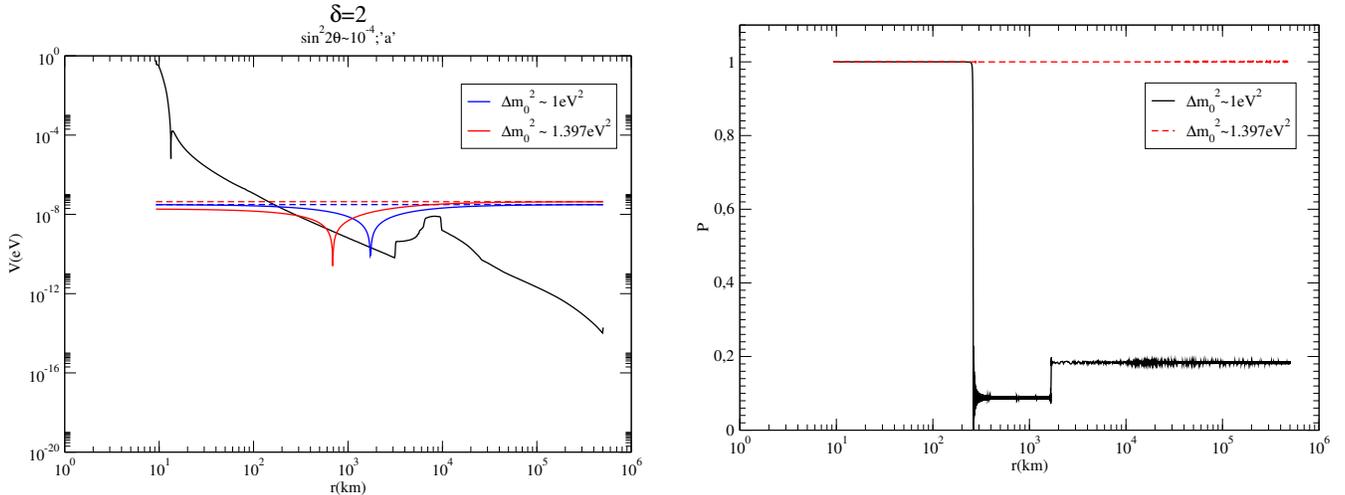


Figura 3.14: O gráfico da esquerda representa as regiões de ressonâncias para $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ (curva azul) e $\Delta m_0^2 \approx 1.397 \text{ eV}^2$ (curva vermelha) para $\sin^2 2\theta \approx 10^{-4}$. Curvas sólidas são para o processo com MaVaN e $\delta = 20$ e tracejadas sem MaVaN. A curva à direita representa a evolução da probabilidade para estes mesmos Δm_0^2 . Curva vermelha para $\Delta m_0^2 = 1 \text{ eV}^2$ e curva preta $\Delta m_0^2 \approx 1.397 \text{ eV}^2$.

neutrinos, considerando o fato que temos bem menos informações para tais oscilações, uma vez que experimentos são preparados mais para ver eventos relacionados aos antineutrinos eletrônicos. Vemos também uma região de grande confusão em torno de $10^{-7} < \sin^2 2\theta < 10^{-5}$ e $500 \text{ eV}^2 < \Delta m_0^2 < 10^4 \text{ eV}^2$. Isto se deve ao fato de existirem múltiplas ressonâncias próximo a posição da onda de choque.

Vemos também quando a situação de Δm_{mavan}^2 vai de “a” para “d” a tendência das curvas é se coincidir com o caso sem MaVaN. Exatamente por isso, não mostramos os gráficos associados às situações “c” e “d”. Também vemos que para $\delta = 20$ e $\delta = -20$ as diferenças são bem maiores nos

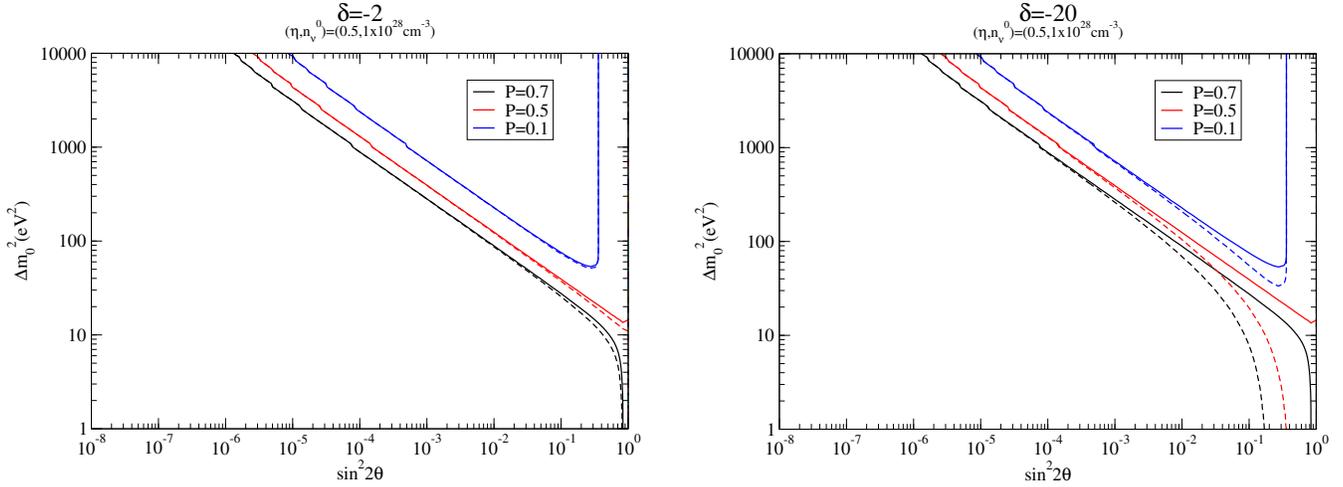


Figura 3.15: Curvas de nível de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para o caso $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. A região à direita pode ser excluída pela observação do sinal de $\bar{\nu}_e$ de SN1987A. Na figura da esquerda consideramos $\delta = -2$ e no direito $\delta = -20$. Ambas as figuras correspondem à “a” para a evolução de Δm_{mavan}^2 .

casos “a” e “b”. Mais uma vez, quando temos $\delta = 2$ e $\delta = 20$ teremos figuras mais exóticas, uma vez que o fato de termos $\Delta m_{mavan}^2 < 0$ criará novas regiões de ressonância, especialmente agora para raios pequenos - veja Fig.(3.13).

E finalmente o resultado de neutrinos para $\delta = -2, -20$ (Figs.(3.19)) para a situação “a”. Os outros são omitidos por coincidência entre as curvas para o caso $\delta = 0$.

3.4.2 Implicações para o processo-r de nucleossíntese

No capítulo 1, seção 1.5, vimos que um dos importantes processos de formação de núcleos pesados é o processo-r de nucleossíntese. Tal processo, através de um tempo de vida menor de captura de nêutrons do que o tempo de vida de decaimento beta. Na região fora da neutrinosfera, devido à intensa presença de neutrinos que escapam, a fração eletrônica pode ser determinada pela captura de neutrinos por núcleons e pelos processos reversos:

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^- \quad \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (3.23)$$

Em particular a fração eletrônica Y_e é determinada por [121]:

$$Y_e \approx \frac{\lambda_{e+n} + \lambda_{\nu_e n}}{\lambda_{e-p} + \lambda_{e+n} + \lambda_{\bar{\nu}_e p} + \lambda_{\nu_e n}}. \quad (3.24)$$

As taxas de capturas de neutrinos dependem essencialmente da luminosidade L_ν e da energia E_ν ,

$$\lambda_{\nu N} \approx \int_0^\infty \phi^0(E_\nu) \sigma_{\nu N}(E_\nu) dE_\nu \propto \frac{L_\nu}{\langle E_\nu \rangle} \langle E_\nu^2 \rangle \propto L_\nu \langle E_\nu \rangle, \quad (3.25)$$

em que $(\nu, N) = (\nu_e, n)$ ou $(\bar{\nu}_e, p)$. Já vimos no capítulo 1, seção XX, como tratar os fluxos dos neutrinos, sejam estes de maneira simplificada ou da forma descrita pelo modelo de duas fases de emissão [45].

$$\delta=0$$

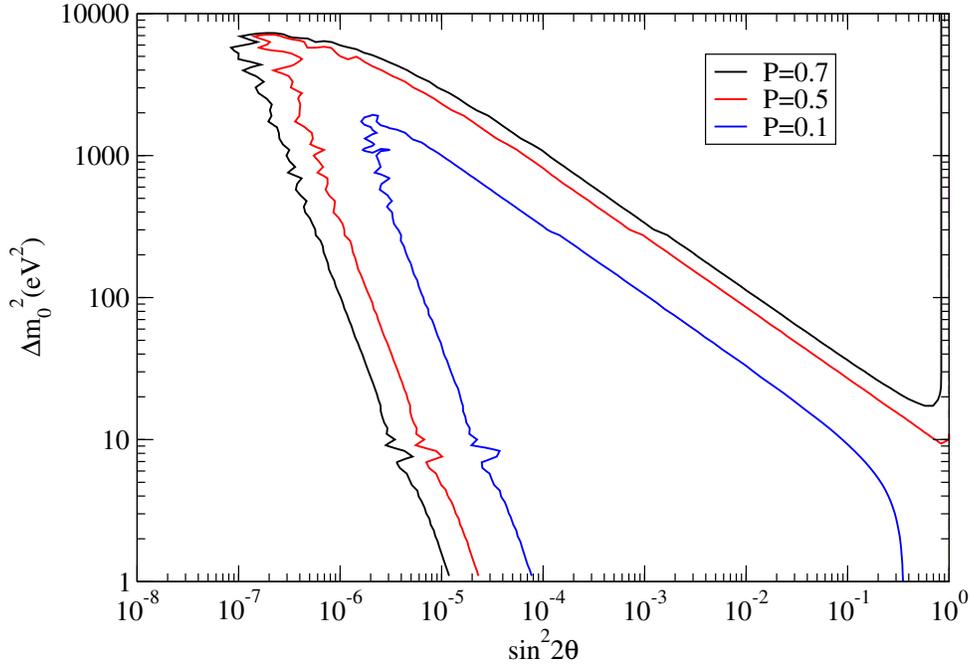


Figura 3.16: Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência $P_{\nu_e \nu_e}$ para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Aqui sem MaVaN, i.e, $\delta = 0$.

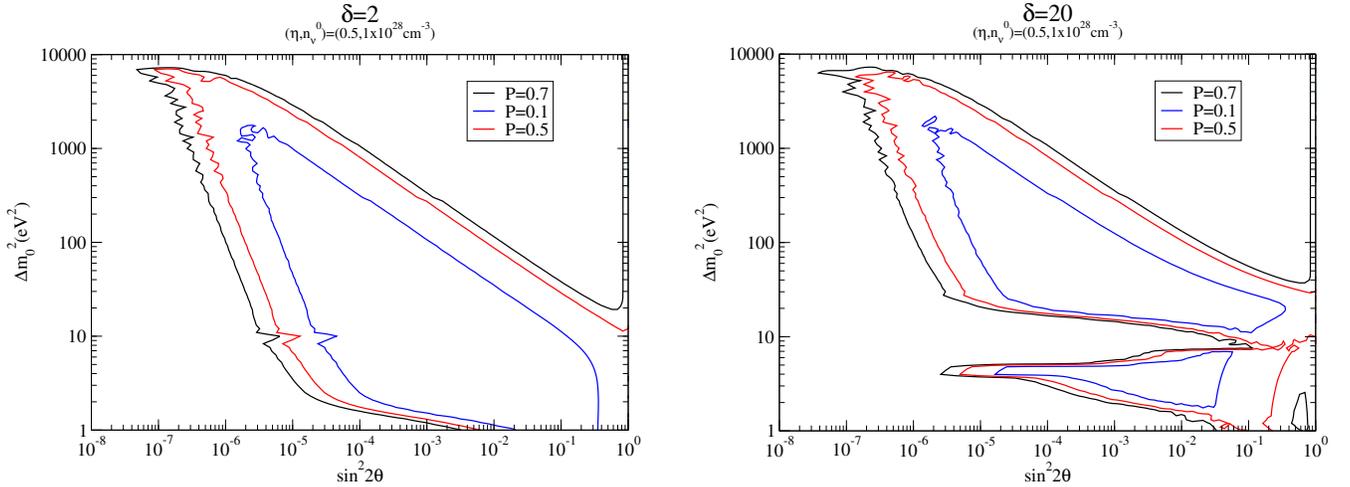


Figura 3.17: Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas figuras correspondem a “a” para a evolução do Δm_{mavan}^2 .

Por outro lado, as taxas de captura de elétrons (ou pósitrons) são extremamente dependentes da temperatura do meio:

$$\lambda_{eN} \approx \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\sigma_{eN}(E_e) E_e^2}{\exp[(E_e \mp \mu_e)/T] + 1} dE_e \approx T^5, \quad (3.26)$$

em que σ_{eN} é a seção de choque de captura de pósitrons ou elétrons com $(e, N) = (e^-, p)$ ou (e^+, n) . O sinal negativo a frente de μ_e (potencial químico) está relacionado com os elétrons, enquanto que

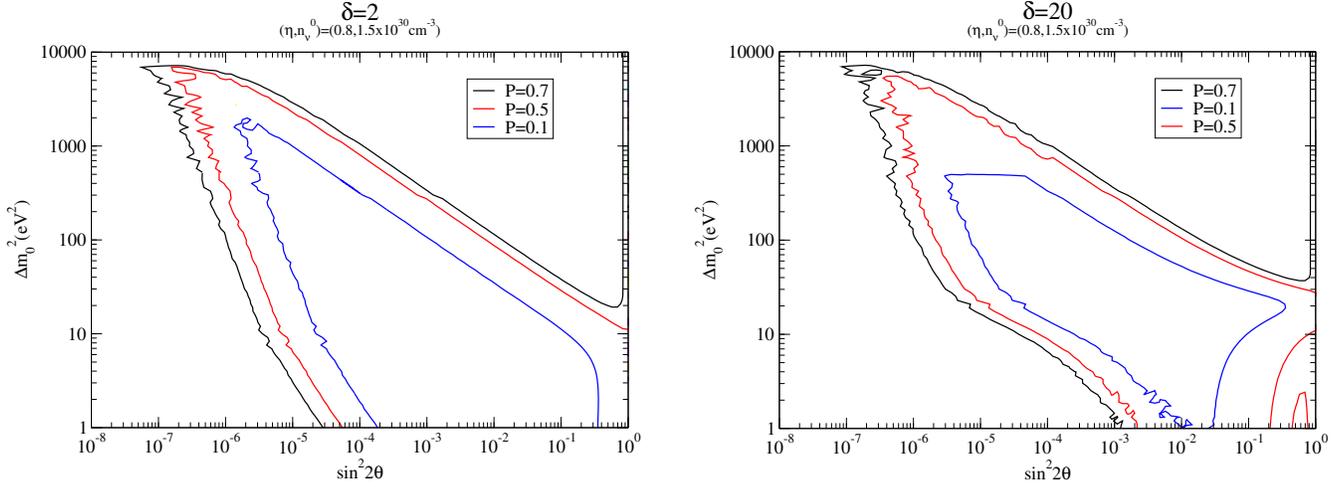


Figura 3.18: Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = 2$ e na direita $\delta = 20$. Ambas figuras correspondem a “b” para a evolução do Δm_{mavan}^2 .

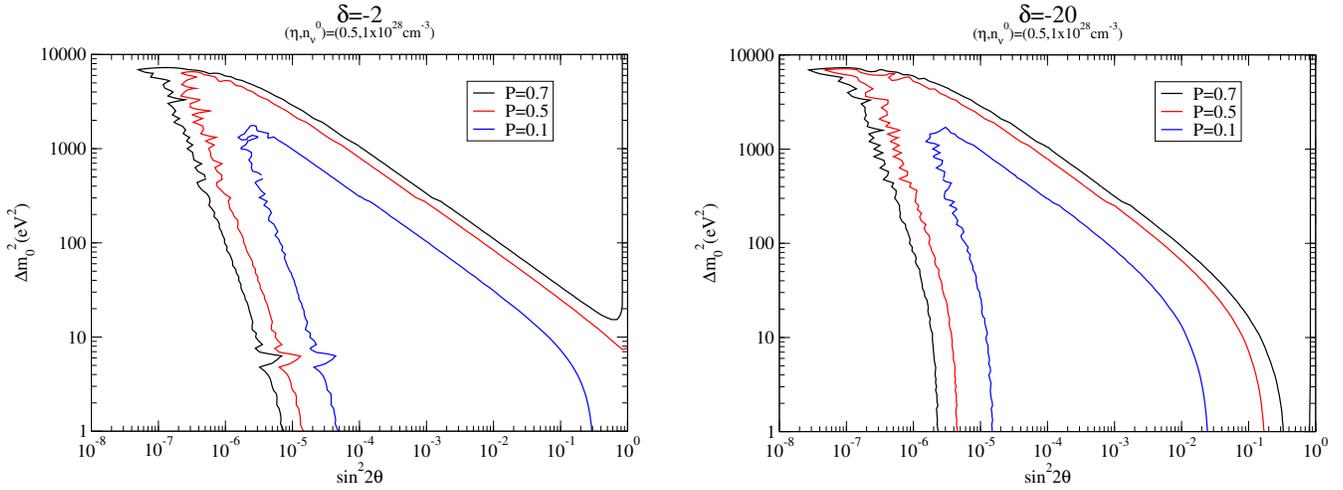


Figura 3.19: Curvas de contorno de probabilidade de sobrevivência P_{ee} para a conversão $\nu_e \rightarrow \nu_s$ em $t > 1$ s depois do rebote. Na figura da esquerda consideramos $\delta = -2$ e na direita $\delta = -20$. Ambas figuras correspondem a “a” para a evolução do Δm_{mavan}^2 .

o sinal positivo está relacionado com os pósitrons.

Do artigo [117], podemos verificar como se comportam tais taxas de reação. Daí podemos extrair o comportamento da fração eletrônica sem inicialmente considerar o fenômeno de oscilação de neutrinos. Percebemos que λ_{e-p} é a maior de todas no início, logo, pela expressão (3.24), teremos $Y_e < 1/3$. Quando o r cresce, λ_{e-p} decresce mais rapidamente que as outras taxas, e Y_e aumentará, sendo que para um certo valor $r^* = r$, em que $\lambda_{e-p} \approx \lambda_{\nu N}$, $Y_e = 1/3$. Na região $r > r^*$ onde a reação de absorção de neutrinos é suficientemente grande para dominar sobre a reação próton/nêutron, a fração eletrônica é dada por:

$$Y_e \approx \frac{\lambda_{\nu e n}}{\lambda_{\bar{\nu} e p} + \lambda_{\nu e n}} \approx \frac{1}{1 + \langle E_{\bar{\nu} e} \rangle / \langle E_{\nu e} \rangle}. \quad (3.27)$$

Se tivermos uma energia média de $\langle E_{\nu e} \rangle \approx 11$ MeV e $\langle E_{\bar{\nu} e} \rangle \approx 16$ MeV, então $Y_e = 0.41$, de bom acordo com a referência [121].

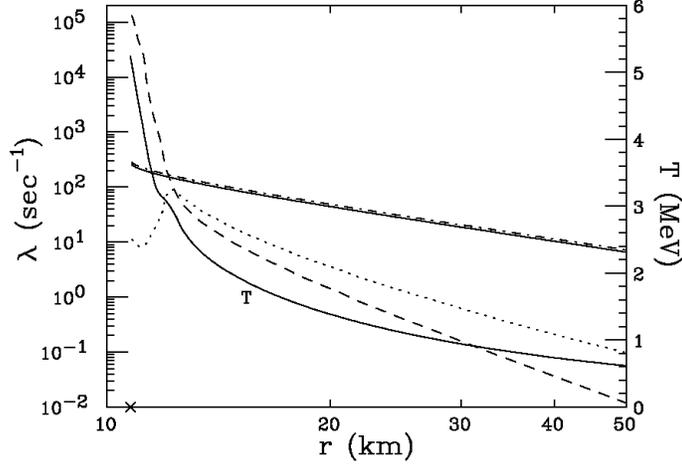


Figura 3.20: Do artigo [117]. Taxas de reação de neutrinos em função do raio. Curva sólida ($\nu_e n \rightarrow p e^-$); ponto-tracejada ($\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$); tracejada ($e^- p \rightarrow n \nu_e$) e curva com pontos ($e^+ n \rightarrow p \bar{\nu}_e$).

Alguns artigos investigaram a influência das oscilações de neutrinos ativos-estéreis na nucleossíntese em supernovas. Lembramos que o processo-r é responsável pela produção de mais da metade de elementos pesados com $A > 70$ na natureza. Foi proposto que o processo-r ocorre numa região acima da neutrinosfera enquanto um alto fluxo de neutrinos está saindo da estrela de nêutrons. Uma condição necessária para que o processo-r aconteça é que $Y_e < 0.5$. As taxas de reações, já comentadas, são fundamentais para o cálculo de Y_e . No entanto, temos que levar em conta o fenômeno de oscilação de neutrinos, então:

$$Y_e \approx \frac{1}{1 + P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e} \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle / P_{\nu_e \nu_e} \langle E_{\nu_e} \rangle}. \quad (3.28)$$

Mostramos anteriormente o que acontece com as regiões determinadas pelo processo-r de nucleossíntese quando consideramos o modelo Cirelli *et al.*. Vimos que não existem oscilações, uma vez que Δm_{mavan}^2 dentro da supernova atinge valores muito pequenos, muito próximos a zero. Logo, todo espaço de parâmetros de probabilidade de neutrinos é permitido e o sucesso do processo-r é garantido, isto é, $Y_e < 0.5$ é obtido para qualquer valor de Δm_0^2 e $\sin^2 2\theta$.

Para o nosso modelo de MaVaN, verificamos que ele salva o processo-r de nucleossíntese, mantendo para todo valor de Δm_0^2 , θ , δ , assim como η e n_ν^0 , e Δm_{mavan}^2 o valor de $Y_e < 0.5$ para os casos “a” e “b”. Também concluímos que não há limitações para o espaço de fase de parâmetros de oscilação de neutrinos, uma vez que não há nenhuma região que consegue definir uma região de exclusão com $Y_e < 0.5$. Limitamos a propagação do neutrino a um $r < 50$ km, isto é, a uma região que não possui a onda de choque e possui uma grande “influência” para os antineutrinos.

Mesmo para situações mais extremas, como de $\delta = 2$ e $\delta = 20$ (assim como os valores negativos), para “a” e “b”, as novas ressonâncias desaparecem com Δm_{mavan}^2 , porque a região é menor para nossa consideração no processo-r. Também ocorre o desaparecimento de algumas ressonâncias e o valor de Δm_{mavan}^2 é maior em módulo, modificando as probabilidade em relação ao caso sem MaVaN apresentado e discutido em [116, 120, 117].

Mesmo para os casos “c” e “d” em que Δm_{mavan}^2 - para qualquer valor de δ - evolui rapidamente para o valor de vácuo, obteremos o mesmo resultado mostrado em [117], reproduzindo a figura 7

deste artigo, como mostrado aqui na figura 3.5.

3.5 Conclusões

Enfatizamos os seguintes resultados obtidos e divididos nos itens abaixo.

- Notamos que, usando o modelo Cirelli *et al.*, ocorre a supressão total da conversão dos neutrinos eletrônicos em neutrinos estéreis. Isto ocorre devido a Δm_{mavan}^2 ser muito pequeno na região da supernova. Logo, podemos dizer que o processo-r não consegue impor limites no espaço de parâmetros de oscilação de neutrinos. Por outro lado, podemos dizer também que o processo-r é salvo com esse tipo de modelo, mantendo a condição $Y_e < 0.5$.
- Também envolvendo o processo-r, nosso modelo mantém $Y_e < 0.5$ e também não conseguimos colocar nenhum limite através de tal processo ao espaço de parâmetros de oscilação considerado para qualquer valor de δ nas situações “a” e “b” na evolução de Δm_{mavan}^2 . No entanto, para as evoluções “c” e “d” obtemos regiões de exclusão representada por $Y_e < 0.5$ e mostradas na figura 3.5.
- O caso de probabilidade de oscilação de antineutrinos, baseado no limite $P_{ee} < 0.5$ extraído dos dados de SN1987A, possui modificações interessantes em relação ao caso sem MaVaN ($\delta = 0$). Verificamos que modificações significativas ocorrem para $\delta = 20$ e $\delta = 2$, especialmente para os casos “a” e “b” de evolução de Δm_{mavan}^2 . Notamos a existência de uma nova região de probabilidade, causado pela existência de um $\Delta m_{mavan}^2 < 0$, introdução de novas ressonâncias em regiões como a onda de choque e modificações de hierarquia de massas durante a propagação dos neutrinos no meio. Concluímos que à medida que Δm_{mavan}^2 atinge rapidamente o valor do vácuo, como nos casos “c” e “d”, reproduzimos a situação de $\delta = 0$, como esperado, uma vez que as novas regiões de ressonância criadas já não existem mais, permanecendo praticamente as mesmas do caso sem MaVaN. Novas regiões de curvas de probabilidade podem ser definidas como pudemos perceber. Para casos com $\delta = -2$ e $\delta = -20$ não apresentam regiões diferenciadas, porque nenhuma ressonância é adicionada, apenas há um pequeno deslocamento de posição e influenciadas por um Δm_{mavan}^2 com maior valor em determinados pontos iniciais, modificando, porém não tão significativamente, a probabilidade de sobrevivência.
- O caso da oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_s$ dos neutrinos apresenta situações também com regiões diferentes para o caso MaVaN em relação ao caso sem MaVaN. Isto se deve a possibilidade de existência de inúmeras ressonâncias, tanto na região de onda de choque, como para os casos de $\delta = 20$ e $\delta = 2$ que conseguem criar novas ressonâncias em regiões distintas. Este caso é particularmente importante uma vez que a detecção de neutrinos eletrônicos em eventos elásticos podem se tornar importantes para futuros detectores de megaton, que aumentarão a quantidade de eventos detectados desta natureza. Já para valores negativos de δ , pequena modificações são introduzidas, especialmente para o caso de evolução “a”.

Torna-se relevante, em um trabalho futuro, considerar as interações neutrino-neutrino presentes no núcleo da supernova e também uma maior quantidade de famílias de neutrinos e novas combinações de misturas, assim como feito e realizado em [118].

Capítulo 4

Construção da Verossimilhança

Os eventos de neutrinos de SN1987A [122] sofreram muitas análises em diversos trabalhos e por diversos autores. Mesmo o número de neutrinos detectados sendo limitado, prever limites a partir dessas análises podem dar pistas interessantes sobre as propriedades do neutrino e sobre o mecanismo de colapso do núcleo da supernova. A questão de qual verossimilhança deve ser adotada para a análise dos dados de neutrinos de supernovas se tornará crucial após a próxima explosão de uma supernova galáctica, quando um número maior de eventos de neutrinos será certamente coletado. Estes eventos vão trazer informações sobre as propriedades dos neutrinos, assim como informações sobre as propriedades das supernovas, de modo que teremos de estudar conjuntamente suas energias, tempos e distribuições de direção para tentar extrair todas as informações relevantes para a compreensão dos fenômenos envolvidos com a explosão. Por isso, se tornará pouco prático agrupar os eventos, e uma verossimilhança de evento-a-evento será a melhor ferramenta para análise dos dados.

Nós apresentamos aqui a verossimilhança que idealmente deveria ser adotada para a análise de dados de neutrinos de supernova. Nossa verossimilhança é mais geral do que aquelas já presentes na literatura [123, 124, 125, 126]. Além disso, resolve algumas discrepâncias numéricas que eram relevantes e que ocorriam para o caso de SN1987A nas verossimilhanças apresentadas na literatura. Argumenta-se que a análise dos dados de neutrinos de SN1987A por Lamb e Loredó (LL), citado desde 2004 na tabela de resumo do “Particle Data Group” [170], usa uma verossimilhança incorreta que agrupa (“bias”) a análise em favor dos eventos de baixa energia. Nós apresentamos aqui a verossimilhança que pensamos ser a correta, generalizando a forma tradicional, defendida, por exemplo, por Jegerlehner, Neubig e Raffelt [125].

A estrutura deste capítulo é a seguinte: na seção 4.1 obtemos a forma geral da verossimilhança. A aplicação a um caso específico de nosso interesse é discutida na seção 4.2. Finalmente, na seção 4.3 comparamos a nossa verossimilhança com outras várias formas de verossimilhanças adotadas para a análise de SN1987A neutrinos.

4.1 Dedução da verossimilhança

Aqui vamos descrever como devemos construir a verossimilhança para a detecção de neutrinos de supernova, isto é, quais hipóteses, aproximações e idéias usamos para construir nossa verossimilhança. Lembramos que uma dedução muito mais detalhada e também diferente pode ser encontrada no apêndice do artigo Pagliaroli *et al.* [45].

O estudo da função de verossimilhança é um poderoso método estatístico para inferir parâme-

tros importantes de modelos teóricos a partir de dados experimentais. Como vimos no capítulo 1 é possível construir o fluxo esperado de antineutrinos eletrônicos a partir do colapso nuclear de uma supernova em função de vários parâmetros desconhecidos, como por exemplo, o raio da estrela de nêutrons, a temperatura central, etc. Explorando a função de probabilidade, podemos encontrar os melhores valores para estes parâmetros de forma que maximizem a probabilidade dos eventos detectados.

A função de verossimilhança é a função dos parâmetros de um dado modelo estatístico. Matematicamente, se X é escrito para o conjunto de dados observados e θ para o conjunto de valores de um dado parâmetro, a expressão $P(X; \theta)$ (probabilidade *a posteriori*), a probabilidade de X dado θ , pode ser escrita pelo teorema de Bayes como:

$$P(X; \theta) = \frac{P(\theta; X)P(X)}{P(\theta)}. \quad (4.1)$$

Na equação acima (4.1), $P(X)$ é a probabilidade *a priori* de X , no sentido que não toma nenhuma informação anterior ao conjunto de parâmetros θ do modelo. $P(\theta)$ é a probabilidade *a priori* de θ . $P(\theta; X)$ é a verossimilhança ($P(\theta; X) \equiv \mathcal{L}(\theta, X)$), interpretada como a probabilidade de θ dado X . A interpretação de $\mathcal{L}(\theta, X)$ em função de θ é evidente quando X é fixo e θ é permitido variar. Para estimarmos o melhor valor dos parâmetros θ dado o conjunto de dados X de nossa amostra, fazemos o procedimento da verossimilhança máxima, que será usado no capítulo 5. Apresentaremos agora a forma geral da verossimilhança escolhida para tratar os dados de neutrinos de supernova.

4.1.1 Forma geral da verossimilhança

Nós escrevemos o número de eventos esperados no i -th bin como:

$$n_i = dt_i d\mathbf{x}_i \frac{dN}{dt d\mathbf{x}}(t_i, \mathbf{x}_i), \quad (4.2)$$

em que t_i representa a coordenada temporal, enquanto \mathbf{x}_i indica o conjunto de todas as outras observáveis (energia, posição, direção, etc.) e que define as propriedades do i -bin. Supomos que os tamanhos dos bins, $dt_i d\mathbf{x}_i$, são infinitamente pequenos, logo a condição $n_i \ll 1$ será válida: portanto, a probabilidade de que eventos múltiplos sejam coletados em um bin é insignificante e, portanto, N_{ev} eventos observados corresponde a N_{ev} bins cada um com 1 evento, e todos os outros bins com 0 eventos.

Segundo a estatística poissoniana (ver, por exemplo, Apêndice A do artigo [128]) a verossimilhança será dada por:

$$\mathcal{L} = \exp \left[- \sum_{j=1}^{N_{\text{bin}}} n_j \right] \times \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} n_i, \quad (4.3)$$

em que a soma do expoente é executado em todos os N_{bin} bins e fornece o número total de eventos esperados, enquanto o produto é executado sobre todos N_{ev} eventos observados. Como de costume, pode-se converter isto em uma distribuição χ^2 como $\mathcal{L} = e^{-\chi^2/2}$.

4.1.2 Distinguindo entre sinal e eventos de fundo

Vamos considerar o caso em que os eventos detectados são devidos a um sinal S , reprocessado no detector através de uma função resposta \mathcal{R} , e a um ruído de fundo B . Temos:

$$\frac{dN}{dt d\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}) = B(t, \mathbf{x}) + \int dt' d\mathbf{x}' S(t', \mathbf{x}') \mathcal{R}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}) \quad (4.4)$$

O segundo termo no lado direito da equação acima leva em conta que um sinal produzido no momento t' e com coordenadas \mathbf{x}' , devido a resposta do detector, poderia ser observado com uma probabilidade $\mathcal{R}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x})$ em um tempo diferente t e coordenada \mathbf{x} .

Integrando em todos os tempos de detecção possíveis e também nas coordenadas, apresentamos a forma geral da eficiência de detecção:

$$\eta(t', \mathbf{x}') \equiv \int dt d\mathbf{x} \mathcal{R}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}). \quad (4.5)$$

A eficiência obedece à condição $0 \leq \eta \leq 1$, se descrevemos uma situação em que os eventos podem ser perdidos. Fatorando η definimos a função borrão (“smearing”) \mathcal{G}

$$\mathcal{G}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}) \equiv \mathcal{R}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}) / \eta(t', \mathbf{x}'), \quad (4.6)$$

que normalizada à unidade nos fornece:

$$\int dt d\mathbf{x} \mathcal{G}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}) = 1. \quad (4.7)$$

Os eventos de fundo B , a eficiência η e a função erro \mathcal{G} descrevem o aparato experimental. Supondo que eles são conhecidos, podemos usar um resultado experimental para aprender sobre o sinal S , pelo estudo da função de verossimilhança da Eq. (4.3), juntamente com (4.4).

4.1.3 Simplificações

No caso de interesse, é possível ainda simplificar o problema, baseando-se nas seguintes hipóteses:

(i) Assumimos que a função resposta pode ser fatorada no tempo e nas coordenadas como escrito a seguir:

$$\mathcal{R}(t', \mathbf{x}', t, \mathbf{x}) = r(t', t) \mathcal{R}(\mathbf{x}', \mathbf{x}). \quad (4.8)$$

Nós introduzimos uma eficiência independente do tempo nas observáveis $\eta(\mathbf{x}')$, definido em analogia com a Eq. (4.5):

$$\eta(\mathbf{x}') \equiv \int d\mathbf{x} \mathcal{R}(\mathbf{x}', \mathbf{x}), \quad (4.9)$$

e a função borrão (“smearing”) definida em analogia com a Eq. (4.6):

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \equiv \mathcal{R}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) / \eta(\mathbf{x}'). \quad (4.10)$$

Novamente normalizando a unidade:

$$\int d\mathbf{x} \mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = 1. \quad (4.11)$$

Vamos discutir mais tarde a forma específica destas expressões para SN1987A.

(ii) Se o tempo t é medido com um erro desprezível, temos

$$r(t', t) = \delta(t - t'), \quad (4.12)$$

possivelmente multiplicada por uma função janela $w(t)$ que leva em conta o “tempo morto” τ após um evento registrado, devido a supernova ou a um evento de fundo (por exemplo, um muon). No que diz respeito aos dados de SN1987A, apenas o tempo *relativo* entre os eventos dos detectores foi medido precisamente, então é preciso levar em conta a incerteza no tempo absoluto dos eventos de Kamiokande-II e Baksan.

(iii) Finalmente podemos supor que o sinal de fundo não depende do tempo, isto é,

$$B(t, \mathbf{x}) = B(\mathbf{x}) \quad (4.13)$$

possivelmente, multiplicado por $w(t)$ para levar em conta a ausência de eventos, incluindo aqueles devido aos eventos de fundo, durante o “tempo morto”. Eq.(4.13) implica que o fundo pode ser *medido* no período em que o sinal está ausente (como para SN1987A).

Com estas hipóteses determinadas, a Eq. (4.4) será simplificada para:

$$\frac{dN}{dt d\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}) = B(\mathbf{x}) + \int d\mathbf{x}' \mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \eta(\mathbf{x}') S(t, \mathbf{x}'). \quad (4.14)$$

Então, se supormos que o número de eventos N_{ev} tenha sido medido num tempo t_i , a verossimilhança na Eq. (4.3) se tornará:

$$\mathcal{L} = e^{-\int dt d\mathbf{x} B(\mathbf{x}) - \int dt d\mathbf{x}' \eta(\mathbf{x}') S(t, \mathbf{x}')} \times \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} [B(\mathbf{x}_i) + \int d\mathbf{x}' \mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}_i) \eta(\mathbf{x}') S(t_i, \mathbf{x}')] dt_i d\mathbf{x}_i, \quad (4.15)$$

em que, no expoente, nós substituímos a soma de todos os bins infinitesimais por uma integral e usamos (4.11). Derrubando os fatores constantes, que são irrelevantes para a estimativa dos parâmetros que controlam a expressão teórica da taxa do sinal S , e substituindo \mathbf{x}' com \mathbf{x} , podemos obter

$$\mathcal{L} = e^{-\int dt d\mathbf{x} \eta(\mathbf{x}) S(t, \mathbf{x})} \times \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} [B(\mathbf{x}_i) + \int d\mathbf{x} \mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \eta(\mathbf{x}) S(t_i, \mathbf{x})]. \quad (4.16)$$

Esta forma de verossimilhança é suficientemente geral com a finalidade de analisar os neutrinos de SN1987A. Além disso, esta é uma generalização da verossimilhança defendida em [129] para o estudo de decaimentos radioativos, quando o tempo de ocorrência de cada evento é medido.

Como já discutido, o “tempo morto” pode ser tomado em consideração, extendendo a integral temporal no expoente somente para os instantes de tempo em que o detector está ligado, eliminando assim os intervalos de tempo em que a extração de dados foi interrompida após cada candidato à sinal de evento. Enquanto τ é pequeno o suficiente, podemos de maneira equivalente a levar em conta o “tempo morto” devido a eventos de fundo pela multiplicação do integrando no expoente de (4.16) pela fração média de tempo de vida, $1 - \tau b_\mu$, onde b_μ é o tempo médio de taxa de eventos de fundo. Podemos comparar isto com a discussão ocorrida em [130] e aprofundados em [126].

4.2 Aplicação a Kamiokande-II

A fim de especificar fórmulas gerais, nós escolhemos um exemplo concreto e importante: nós discutimos a verossimilhança para um detector do tipo água Cherenkov como Kamiokande-II.

4.2.1 Generalidades

Nesta subsecção, nós coletamos algumas definições que são muito úteis.

As variáveis que caracterizam um evento são:

$$\mathbf{x}_i = \{E_i \text{ (energy) , } \hat{n}_i \text{ (direction) , } \vec{r}_i \text{ (position) }\}. \quad (4.17)$$

Para concretude, consideramos os eventos resultantes da reação $\bar{\nu}_e p \rightarrow ne^+$ quando um pósitron é detectado através de sua luz Čerenkov produzida; considerações similares aplicam-se à reação de espalhamento elástico ou às reações de corrente carregada com núcleos.

Na construção da verossimilhança, 3 direções diferentes são relevantes: a direção da SN1987A \hat{n}_* ; a direção *reconstruída* \hat{n}_i de cada evento; a *verdadeira* direção \hat{n} dos pósitrons produzidos pelo processo de detecção. Para cada evento, as 2 primeiras direções são fixas, enquanto que nós temos que integrar na direção verdadeira do pósitron, tomando em consideração a resposta do detector e a direção reconstruída do evento, conforme descrito na Eq. (4.16). Para fazer isso, é conveniente usar um sistema de “evento-centrado” na qual:

- 1) A direção do pósitron reconstruída está ao longo do eixo- z :

$$\hat{n}_i = (0, 0, 1). \quad (4.18)$$

- 2) A verdadeira direção do pósitron está numa direção genérica:

$$\hat{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (4.19)$$

então teremos

$$\cos \theta = \hat{n}_i \hat{n}. \quad (4.20)$$

Assim, θ é o ângulo de abertura em torno da direção reconstruída e φ é o ângulo azimutal. As colaborações experimentais normalmente tomam o erro no ângulo $\delta\theta_i$ entre a direção verdadeira e a direção reconstruída para cada bin (em vez do erro no próprio versor direção $\delta\hat{n}_i$).

- 3) Finalmente, temos o versor \hat{n}_* apontando na direção de uma supernova. Esta, sem perda de generalidade, pode ser escolhida no plano $x - z$:

$$\hat{n}_* = (\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i), \quad (4.21)$$

então

$$\cos \theta_i = \hat{n}_* \hat{n}_i. \quad (4.22)$$

4.2.2 Função Borrão (“Smearing”)

Na aproximação mais simples, podemos descrever a função erro, supondo que podemos fatorá-la de acordo com:

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = G_1(E - E_i, \sigma_1) G_2(\hat{n} - \hat{n}_i, \sigma_2) G_3(\vec{r} - \vec{r}_i, \sigma_3) \quad (4.23)$$

em que podemos denotar

$$G_n(\vec{x}, \sigma) = \frac{\exp(-\vec{x}^2/2\sigma^2)}{N_n(\sqrt{2\pi}\sigma)^n}, \quad (4.24)$$

uma gaussiana padrão em n dimensões. Nós incluímos um fator de normalização N_n para descrever a presença de limites físicos, como por exemplo, o fato de que $\theta \in [0, \pi]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$ quando integramos sobre as possíveis direções de \hat{n} .

As quantidades $\sigma_{1,2,3}$ são funções das variáveis da Eq. (4.17). Nós identificamos $\sigma_{1,2,3}$ no ponto $E = E_i, \hat{n} = \hat{n}_i, \vec{r} = \vec{r}_i$ com o erro para o i -ésimo evento cotado pelas colaborações experimentais, como por exemplo,

$$\begin{aligned}\sigma_1(E_i, \hat{n}_i, \vec{r}_i) &= \delta E_i \\ \sigma_2(E_i, \hat{n}_i, \vec{r}_i) &= \delta n_i \\ \sigma_3(E_i, \hat{n}_i, \vec{r}_i) &= \delta r_i\end{aligned}\tag{4.25}$$

então, agora aproximamos a função erro para:

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \approx G_1(E - E_i, \delta E_i) G_2(\hat{n} - \hat{n}_i, \delta n_i) G_3(\vec{r} - \vec{r}_i, \delta r_i)\tag{4.26}$$

nas proximidades de cada ponto em que a verossimilhança deve ser calculada — ver Eq. (4.16).¹

4.2.3 Comentários sobre a distribuição angular

As expressões para a energia e a posição na função erro são essencialmente padrão e não precisam de nenhuma atenção especial. A distribuição angular exige, pelo contrário, uma discussão mais detalhada.

Primeiro, vamos discutir a relação entre o erro δn_i que será inserido na Eq. (4.25) e o erro de 1-sigma no ângulo ($\delta\theta_i$) indicado pelas colaborações experimentais. Na hipótese gaussiana, a função G_2 pode ser escrita como:

$$G_2(\hat{n} - \hat{n}_i, \delta n_i) d\hat{n} = \frac{d\varphi}{2\pi} \times dc \frac{d\rho}{dc}(c, \delta n_i)\tag{4.27}$$

em que a função $d\rho/dc$, dada por:

$$\frac{d\rho}{dc} = \frac{1}{N_2 \delta n_i^2} \exp\left[-\frac{1-c}{\delta n_i^2}\right],\tag{4.28}$$

descreve a distribuição do ângulo $c = \cos\theta = \hat{n}_i \hat{n}$ entre a direção verdadeira e reconstruída; o ângulo azimutal φ é uniformemente distribuído, apropriado para um detector que não faz nenhum tipo de agrupamento dos eventos. O fator de normalização N_2 pode ser calculado explicitamente

$$N_2 = 1 - \exp(-2/\delta n_i^2),\tag{4.29}$$

e é muito perto de 1 para o caso típico de $\delta n_i \ll 1$. Calculamos o δn_i exigindo que:

$$\int_0^{\delta\theta_i} d\theta \frac{d\rho}{d\theta}(\theta, \delta n_i) = 0.683,\tag{4.30}$$

para 1-sigma de erro $\delta\theta_i$ que corresponde a ≈ 0.683 de nível de confiança. Para um pequeno δn_i , nós facilmente obtemos:

¹Uma (discutível) aproximação mais refinada que leva em conta a natureza de Poisson da detecção de fotoelétrons pode ser obtida multiplicando-se os erros constantes δE_i , δn_i e δr_i , por $\sqrt{E_i/E}$. Observamos, neste contexto, que a condição de normalização na Eq. (4.11) é obedecida mesmo no caso geral, quando as funções $\sigma_{1,2,3}$ variam com as verdadeiras coordenadas dos pósitrons, uma vez que integramos sobre as coordenadas *reconstruídas*.

$$\delta n_i \simeq 0.660 \delta \theta_i \times (1 - \delta \theta_i^2/24). \quad (4.31)$$

Normalmente, o primeiro termo fornece uma aproximação adequada para a quantidade que buscamos, δn_i .

Agora, vamos discutir uma possível melhoria na suposição gaussiana para a distribuição G_2 . Investigações experimentais da colaboração de Super-Kamiokande [131] têm mostrado que as caudas da distribuição angular caem mais lentamente que $\exp(-\text{cte} \cdot \theta^2)$ e assemelham-se mais perto de $\exp(-\text{cte} \cdot \theta)$; comparar também com Apêndice C de [132]. Isto sugere que liberemos a aproximação gaussiana para a distribuição nas direções e substituir $G_2 \rightarrow \exp(-|\hat{n} - \hat{n}_i|/\delta n_i)$. Assim, a distribuição sobre o cosseno torna-se:

$$\frac{d\rho}{dc} = \frac{1}{N_2 \delta n_i^2} \exp\left[-\frac{\sqrt{2(1-c)}}{\delta n_i}\right], \quad (4.32)$$

em que a constante de proporcionalidade

$$N_2 = 1 - (1 + 2/\delta n_i) \exp(-2/\delta n_i), \quad (4.33)$$

está novamente perto de 1 para um pequeno δn_i . Ao impor a condição (4.30) e considerando-se novamente o limite de δn_i pequeno calculamos a nova expressão para δn_i , obtendo:

$$\delta n_i \simeq 0.424 \delta \theta_i \times (1 - \delta \theta_i^2/24). \quad (4.34)$$

em que, como na Eq. (4.31), o primeiro termo é tipicamente suficiente.

As duas distribuições estão representadas na figura Fig. 4.1 para um valor específico de $\delta \theta_i$. Vale a pena notar as mais diversas características das Eqs. (4.28) e (4.32):

1. Quando consideradas como funções da direção vemos que ambas dependem apenas $|\hat{n} - \hat{n}_i|$ e possuem um máximo para $\hat{n} = \hat{n}_i$, como deveria ser.
2. É fácil de tratá-las analiticamente, que é uma propriedade muito boa ao usá-las em uma verossimilhança.
3. É simples estudar o seu limite para δn_i pequena, substituindo $\sin \theta \rightarrow \theta$ e $\cos \theta \rightarrow 1 - \theta^2/2$, que torna o seu tratamento analítico ainda mais simples.²
4. Para um $\delta \theta_i$ fixo, vemos que δn_i é menor no segundo caso. Assim, o valor máximo em $\cos \theta = 0$ é maior no segundo caso.
5. O ângulo mais provável é $\theta \simeq \delta n_i$ em ambos os casos; portanto, é menor no segundo caso.

A escolha entre as Eq. (4.28) e Eq. (4.32) (ou outras aproximações razoáveis) não é crítica para a análise de SN1987A tendo em vista que a amostra do número de eventos é limitada. No entanto, o uso de uma distribuição adequada é potencialmente importante para a análise de eventos de espalhamento elástico de uma supernova futura em um detector de água tipo Čerenkov.

²Quando apenas a segunda substituição é feita, Eq. (4.28) coincide com a forma comumente usada na literatura [133] e a Eq. (4.32) praticamente coincide com a forma dada em [132]. Na verdade, o termo exponencial na Eq. C1 de [132] pode ser negligenciado em comparação com o termo linear x para todas as relevantes energias em questão.

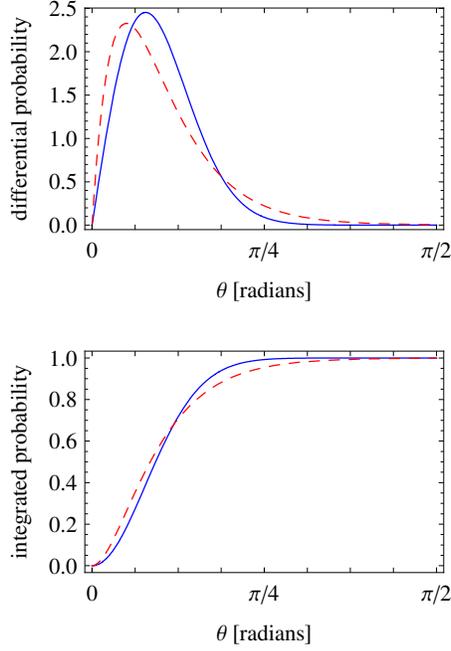


Figura 4.1: Distribuição angular (primeiro gráfico) e a respectiva distribuição cumulativa (segundo gráfico) em função do ângulo θ . As curvas contínuas mostram a Eq. (4.28) e as curvas tracejadas mostram a Eq. (4.32). Nós aqui admitimos $\delta\theta = 83^\circ \sqrt{\text{MeV}/E}$, como sendo apropriado para Super-Kamiokande [131] e admitimos uma energia típica de um evento de espalhamento elástico, $E = 15$ MeV, então $\delta\theta = 0.374$.

4.2.4 Da verossimilhança idealizada a atual

Estamos agora em posição de fornecer uma concreta e útil expressão para a verossimilhança que leva em conta as informações relatadas nos dados e na resposta do detector.

Devemos lembrar que:

1) O sinal deverá ser uniformemente distribuído no interior do detector. A dependência angular do sinal surge da distribuição angular dos pósitrons produzidos pela reação $\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$. Isso pode ser expresso como uma função do ângulo de $\hat{n}\hat{n}_*$ entre a direção \hat{n} do pósitron produzido e a direção \hat{n}_* de SN1987A. Podemos, assim, substituir em Eq. (4.16):

$$S(t, \mathbf{x}) \rightarrow \frac{S(t, E, \hat{n}\hat{n}_*)}{2\pi V} \quad (4.35)$$

em que V é o volume do detector, o produto $\hat{n}\hat{n}_*$ pode ser expresso através das Eqs. (4.19) and (4.21) como:

$$\hat{n} \cdot \hat{n}_* = \cos \theta_i \cos \theta + \sin \theta_i \sin \theta \cos \varphi, \quad (4.36)$$

e o fator 2π conta para o fato de que as direções dos pósitrons estão uniformemente distribuídas em relação à rotação em torno de \hat{n}_* .

2) Supomos que o fundo não depende do tempo, da direção e da posição. Indicamos que a taxa total de contagem dos eventos de fundo total é uma função da energia, com $\bar{B}(E)$ e nós substituímos na Eq. (4.16):

$$B(\mathbf{x}_i) \rightarrow \frac{\bar{B}(E)}{4\pi V}; \quad (4.37)$$

3) A eficiência média do detector em função da a energia $\bar{\eta}(E)$ é conhecida. Presumimos que a eficiência não depende do tempo, posição e direção. Então podemos substituir em Eq. (4.16):

$$\eta(E, \hat{n}, \vec{r}) \rightarrow \bar{\eta}(E); \quad (4.38)$$

4) Os erros da energia δE_i e na direção $\delta \theta_i$ na vizinhança de certo dado são conhecidos. Nós adicionalmente indicamos por δr_i o valor do erro da posição, sobre o qual temos apenas uma informação limitada, $\delta r_i \sim 1$ m em 10 MeV.

Neste ponto, temos todos os elementos para escrever a forma mais concreta da verossimilhança. Integrando a gaussiana das posições G_3 e omitindo o fator constante $1/(2\pi V)^{N_{\text{ev}}}$ obtemos da Eq. (4.16):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & e^{-\int_T dt dE dc \bar{\eta}(E) S(t, E, c)} \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} \left[\frac{\bar{B}(E_i)}{2} + \right. \\ & \left. \int \bar{\eta}(E) dE G_1(E - E_i, \delta E_i) \int \frac{d\varphi}{2\pi} \int dc \frac{d\rho}{dc}(c, \delta n_i) \times \right. \\ & \left. S(t_i, E, c_i c + s_i s c_\varphi) \right], \end{aligned} \quad (4.39)$$

em que Eq. (4.36) foi escrita usando a notação intuitiva e condensada $\cos \theta \rightarrow c$, $\sin \theta_i \rightarrow s_i$, etc.

4.3 Comparação com a literatura

Aqui, nós comparamos a nossa verossimilhança, Eq. (4.39), com determinadas verossimilhanças de outros que estão presentes na literatura atual e foram recentemente utilizadas para análise de eventos de SN1987A.

4.3.1 Jegerlehner, Neubig e Raffelt [125]

A primeira verossimilhança é a Eq. (15) de [125]:

$$\mathcal{L}^{JNR} = C e^{-\int_0^\infty n(E) dE} \prod_{i=1}^{N_{\text{obs}}} n(E_i). \quad (4.40)$$

Esta é uma aproximação da nossa verossimilhança, em que o fundo foi desconsiderado e é integrada sobre a distribuição temporal e angular, em outras palavras, apenas a distribuição de energia é considerada. No entanto, essa expressão está em correspondência direta com Eq. (4.39), quando $B \rightarrow 0$ e $\delta \theta_i \rightarrow 0$, e também se tomamos como definição de $n(E_i)$ as equações (18,19,21) dadas em [125]. Além disso, a expressão de [125] concorda com Eq. (4.3).

4.3.2 Lamb e Loredo [126]

A outra verossimilhança que consideramos é a defendida por Lamb e Loredo [126]. Esta é dada pela sua Eq. (3.18) que, reescrita com as nossas notações, lê-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{LL} = & e^{-\int_T dt dE \bar{\eta}(E) S(E, t)} \times \\ & \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} \left[\int dE \mathcal{L}_i(E) S(E, t_i) + \bar{B}(E_i) \right], \end{aligned} \quad (4.41)$$

em que negligenciamos o “tempo morto”, sendo isto apropriado para Kamiokande-II, e retiramos a informação sobre a distribuição angular. Citando [126]: *Nossa dedução da função de verossimilhança revela erros nas tentativas anteriores de levar em conta a dependência energética na eficiência dos detectores de neutrinos; nós mostramos que estes erros significativamente prejudicam as inferências anteriores de outras referências.* Na verdade, a verossimilhança defendida por LL demonstrou ter um impacto importante para a análise de dados também por meio de análises semelhantes e independentes nas observações de SN1987A [45].

Gostaríamos, no entanto, de apresentar uma discussão sobre se a da verossimilhança de LL é ou não correta. Vemos que a expressão de LL, Eq. (4.41), coincide com a nossa Eq. (4.39) *somente se identificarmos* a função \mathcal{L}_i com a função resposta da energia do detector

$$\mathcal{L}_i(E) \stackrel{(?)}{=} G_1(E - E_i, \sigma_i) \bar{\eta}(E), \quad (4.42)$$

em que G_1 é o borrão gaussiano da Eq. (4.24).

Este não é o caso para LL que, ao invés disso, escrevem (veja a Eq. (3.21) deles [126])

$$\mathcal{L}_i(E) \stackrel{(!)}{=} G_1(E - E_i, \sigma_i) \Theta(E - E_0), \quad (4.43)$$

em que E_0 é assumido ser a energia máxima onde a eficiência desaparece (i.e a energia mínima detectável) e Θ é a função degrau.

O único caso especial em que a verossimilhança LL coincide com o nosso resultado é quando supomos que a eficiência média é uma função degrau $\bar{\eta}(E) = \Theta(E - E_0)$. Em geral, não é esse o caso e a eficiência é uma função contínua e crescente com a energia. A verossimilhança de LL, portanto, incorretamente agrupa a análise em favor de eventos de baixa energia. O efeito quantitativo deste agrupamento na análise de dados será discutido na Seção 4.4.

As observações acima apontam para o fato que a verossimilhança de Lamb e Loredó não segue a construção formal descrita nas seções 4.1 e 4.2. No entanto, é instrutivo apontar mais diretamente o principal problema da verossimilhança LL.

Nós começamos a notar que a Eq. (4.41) foi deduzida omitindo termos contantes de

$$\mathcal{P}^{LL} = e^{-\int_T dt dE [\bar{\eta}(E) S(E, t) + \bar{B}(E)]} \times \prod_{i=1}^{N_{\text{ev}}} \left[\int dE \mathcal{L}_i(E) S(E, t_i) + \bar{B}(E_i) \right] dt_i dE_i, \quad (4.44)$$

que deveria representar a *verossimilhança* de que um dado resultado experimental é obtido. Esta expressão supostamente possui uma validade geral. Então considere um simples caso limite: apenas um grupo, com dimensão $\Delta t \times \Delta E$ e com energia acima de E_0 ; sem a presença de eventos de fundo, $B(E) \equiv 0$; um sinal constante, $S(E, t) \equiv S$; uma eficiência constante, $\bar{\eta}(E) \equiv \eta$; uma resolução perfeita de energia, $\delta E_i \rightarrow 0$; um pequeno número esperado de eventos, $n \equiv \eta S \Delta t \Delta E \ll 1$. Nestas hipóteses, o resultado mais provável é o caso $N_{\text{ev}} = 0$, seguido do caso $N_{\text{ev}} = 1$; a probabilidade de outros resultados possíveis é desprezível.

Da Eq. (4.44), podemos calcular as probabilidades de casos em que nenhum evento acontece e um evento é observado: $\mathcal{P}_0^{LL} = 1 - n$ e $\mathcal{P}_1^{LL} = n/\eta$, respectivamente. Sua soma viola o princípio básico segundo o qual a soma das probabilidades para todos os possíveis resultados deve ser igual a um.

4.3.3 Loredo [134] e Bernstein et al. [135]

Comentamos aqui uma verossimilhança que não foi proposta para a análise de neutrinos de supernova, mas que está estritamente ligada com a anterior.

O mesmo, como na Eq. (4.43), foi feito em [134], em que Loredo define a quantidade $\ell_i(m) = p(d_i|m)$. Esta quantidade, que, evidentemente, corresponde à quantidade \mathcal{L}_i discutida acima, é reivindicada a ser independente da eficiência de detecção. Esta situação provocou a crítica de Loredo [134] à verossimilhança defendida por Bernstein *et al.* [135] para a análise de objetos transnetunianos (veja a Eq. (A8) de [135]). Mais uma vez, encontramos a posição de [134] como sendo injustificada, enquanto estamos de acordo com [135]. Em particular, eq. (A4) de [135] exprime a afirmação de que a função resposta contém a eficiência de detecção; isto corresponde estritamente a nossa Eq. (4.5).

4.3.4 Pagliaroli et al. [45]

Finalmente, nas análises realizadas por Pagliaroli *et al.* em [45], Eq. (4.39) foi usada, simplificada para o caso $\delta n_i \rightarrow 0$ para levar em conta a pequena dependência angular da reação $\bar{\nu}_e p \rightarrow ne^+$. Esta simplificação não afeta significativamente a análise de eventos SN1987A.

4.4 Efeito do Agrupamento

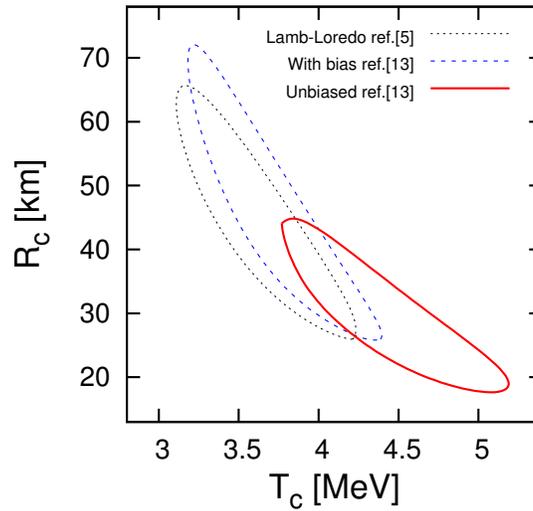


Figura 4.2: A comparação dos 68% C.L. regiões para o resfriamento raio R_c e os temperatura inicial T_c obtidos a partir de duas análises de dados SN1987A baseado no modelo de resfriamento exponencial. Os resultados do Lamb e Loredo (linha pontilhada, [126]) e aqueles obtidos através Eq. (4.43 - ou seja, incluindo o agrupamento - (linha tracejada, [45]) estão em bom acordo, o pequeno discrepâncias podem ser atribuídas aos diferentes procedimentos estatísticos (Bayesiana em [126] e freqüentista em [45]) e para um tratamento diferente numérica dos dados. O efeito do uso de Eq. (4.42) - ou seja, de remoção do agrupamento - (linha contínua, [45]) é muito mais significativa; outras melhorias, como a inclusão um tratamento correto do fundo e de contabilidade para o angular distribuição têm uma importância menor [45].

O agrupamento ocasionado pela verossimilhança da referência [126] é numericamente importante para a análise de eventos de SN1987A, como encontrado em [126] e confirmado por [45].

Para ilustrar melhor este ponto, lembramos alguns resultados obtidos em análises anteriores. Começamos por considerar o modelo convencional exponencial convencional de resfriamento da supernova, em que a temperatura de $\bar{\nu}_e$ diminui exponencialmente com o tempo e o raio da neutrosfera R_c é constante. Como se vê da Fig. 4.2, o uso da Eq. (4.43) em vez da Eq. (4.42) conduz a importantes diferenças nos valores inferidos dos parâmetros acima do modelo exponencial de resfriamento. Notamos em particular, que a (conhecida) diferença entre R_c e o tamanho esperado do raio da estrela de nêutrons, $R_{\text{ns}} \sim 15$ km, é amplificada quando adotamos Eq. (4.43) (isto é, quando fazemos um agrupamento na análise). Este resultado pode ser facilmente compreendido: o agrupamento favorece os eventos de baixa energia e isto implica que T_c (que é proporcional à energia média do antineutrinos eletrônicos) irá diminuir, assim, R_c tem que aumentar para manter o número de eventos constante.

O agrupamento será ainda mais importante para a análise dos futuros eventos de uma supernova galáctica, já que o número de eventos coletados será muito maior e os erros nos parâmetros são esperados escalar como a raiz quadrada do número de eventos.

Com efeito, a análise dos 29 eventos coletados por Kamiokande-II, IMB e Baksan em uma extensão do modelo exponencial de resfriamento leva a $R_c = 16_{-5}^{+9}$ km (raio de resfriamento) e $T_c = 4.6_{-0.6}^{+0.7}$ (temperatura de resfriamento) MeV [45]. Uma análise recente de eventos simulados de uma futura supernova, com a mesma suposição de modelo de emissão de antineutrinos, (o que inclui uma fase inicial de intensa emissão, a fase de acreção), os mesmos valores centrais como encontrado SN1987A (em particular, $R_c = 16$ km e $T_c = 4.6$ MeV), Um detector de $\bar{\nu}_e$ com uma massa de 22.5 kt de água (similar ao Super-Kamiokande) e uma supernova localizada a uma distância de 20 kpc (ou seja, um conjunto de dados 30 vezes maior), nos faz concluir que os parâmetros são corretamente reconstruído quando usamos a Eq. (4.42). Além disso, quando combinamos os resultados das simulações, podemos estimar o valores médios dos parâmetros e dos seus erros esperados: $R_c = 15.4 \pm 0.8$ km e $T_c = 4.6 \pm 0.1$ MeV [136].

A comparação com os valores de SN1987A revela que os erros possam diminuir em aproximadamente seis vezes, o que pode estar associado ao aumento do número de dados. Concluimos que, depois de uma futura supernova galáctica, as regiões permitidas na Fig. 4.2 devem encolher por um fator semelhante em escala linear, tornando o efeito do agrupamento muito mais importante.

4.5 Resumo

Nós construímos a verossimilhança geral para análise dos dados de supernova, Eq. (4.16), e especificado para a análise de SN1987A, Eq. (4.39). Tomamos esta verossimilhança em comparação com outras formas já introduzidas na literatura científica. Enquanto que a nossa verossimilhança é uma generalização das outras verossimilhanças que são tradicionalmente adotadas para a análise de eventos de SN1987A (ou também para o estudo de processos raros), ela também está em desacordo com estas outras. Razões e consequências dessas divergências foram discutidas.

Capítulo 5

Massa do Neutrino

Como vimos anteriormente, temos evidências fortes de que neutrinos possuem massa. Tais evidências advêm principalmente dos experimentos de oscilação de neutrinos (ver capítulo 2). No entanto, a informação que podemos extrair dos experimentos que verificam a oscilação de neutrinos somente nos revela a diferença de massa ao quadrado e não nos dão nenhuma informação sobre a escala absoluta de massa. Experimentos terrestres já buscaram ver a escala de massa absoluta e mostraremos neste capítulo alguns dos esforços para tentar atingir tal objetivo. No entanto, de maneira imediata, podemos inferir da diferença de massa ao quadrado que temos pelo menos dois neutrinos com massa. Um com massa possivelmente maior que $\sqrt{\Delta m_{21}^2} \approx 9 \times 10^{-3}$ eV e outro com massa igual ou maior que $\sqrt{\Delta m_{31}^2} \approx 5 \times 10^{-2}$ eV. Fica claro que devemos encontrar outras estratégias, além da informação extraída da diferença de massa ao quadrado para a massa dos neutrinos. Consideramos três esforços principais para encontrar a escala absoluta da massa dos neutrinos: **(i)** experimentos terrestres(5.1), como *decaimento beta* (5.1.1), *duplo decaimento beta sem neutrinos* (5.1.2) e o *decaimento do pion e do tau* (5.1.3); **(ii)** informações extraídas da cosmologia (5.2) e **(iii)** supernovas (5.3), que descorreremos aprofundadamente sobre. Mas antes, façamos uma breve revisão dos outros métodos.

Destacamos que o problema da determinação da massa do neutrino é um dos grandes problemas em aberto na física de neutrinos atual. Neutrinos são partículas muito leves se compararmos com a massa de outros léptons e os quarks. Por exemplo, sabemos que sua massa pode ser 6 ordens de magnitude menor que a massa do férmion mais leve, o elétron. Explicações para o fato da massa do neutrino ser tão pequena com respeito às outras partículas elementares podem ser dadas por dois mecanismos distintos: o mecanismo *see-saw* e o mecanismo efetivo de geração do termo de massa de Majorana por uma física além do Modelo Padrão. Ambos usam partem do princípio que o neutrino é uma partícula de Majorana e o duplo decaimento beta sem neutrinos, citado no parágrafo anterior e comentado na seção 5.1.2 é uma excelente forma de investigar a natureza de Majorana dos neutrinos¹

5.1 Experimentos Terrestres

Nesta seção trataremos dos esforços e dos experimentos terrestres que buscam determinar a massa do neutrino. Nesta seção não fazemos uma descrição detalhada, para não fugirmos do foco principal que é estudar a determinação da massa do neutrino via supernovas, apenas apresentamos

¹Um excelente texto de revisão sobre o duplo decaimento beta pode ser encontrado na referência [137].

as ideias principais e a física básica associada a cada um dos métodos realizados com experimentos terrestres. A subseção 5.1.1 trata do decaimento beta e a subseção 5.1.2 trata do duplo decaimento beta sem neutrinos.

5.1.1 Decaimentos Beta

A idéia de extrair um limite para a massa do neutrino de um decaimento beta é simples: olhar o espectro de emissão de elétrons². A reação é dada por:

$$N(A, Z) \rightarrow N(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (5.1)$$

em que Z e A são, respectivamente, o número atômico e de massa do núcleo pai. A energia do neutrino, considerando que o núcleo filho ($N(A, Z + 1)$) é extremamente pesado se o compararmos com a energia e a massa dos léptons emitidos na reação, pode ser escrita como:

$$E_\nu = Q_\beta - T, \quad (5.2)$$

considerando que a energia cinética do núcleo filho é desprezível e que a energia total dos léptons é dada pela diferença de massa dos núcleos final (M_f) e inicial (M_i). Na equação acima T é a energia cinética do elétron e Q_β é o chamado valor- Q do processo, que é a energia total dos léptons menos a massa do elétron (m_e). Tal valor é dado por

$$Q_\beta = M_i - M_f - m_e. \quad (5.3)$$

O valor- Q é a máxima energia da reação se o neutrino é uma partícula sem massa. No entanto, se o neutrino apresenta massa, que chamaremos de m_{ν_e} , a máxima energia cinética do elétron será:

$$T_{max} = Q_\beta - m_{\nu_e}. \quad (5.4)$$

É importante lembrar que o método aprimorado de medida da massa do neutrino deve levar em conta os estados de energia excitados dos elétrons no átomo (ou molécula) final através da taxa de decaimento diferencial. Também deve-se levar em consideração a energia dissipada com a emissão do elétron na fonte (núcleo inicial) e no aparato de medida, além de efeitos de correção devido à resolução finita de energia no aparato. Notamos que o efeito da massa do neutrino é relacionado simplesmente à cinemática do processo que deve ser satisfeita independentemente da natureza do neutrino, ou seja, se ele é neutrino de Dirac ou neutrino de Majorana. Portanto a medida direta da massa do neutrino através de experimento de decaimento- β ou por qualquer outro método cinemático não nos dá a informação sobre a origem da massa do neutrino.

Se a massa do neutrino eletrônico (m_{ν_e}) é pequena, seu efeito no espectro de elétron será máximo na extremidade superior do espectro, onde T é muito perto de T_{max} e $Q_\beta - T \approx m_{\nu_e}$. Este é o chamado *ponto final* do espectro. Um dos problemas associados à medida do espectro do elétron no ponto final é a pequena quantidade de eventos que ocorrem nesta região. Nós podemos estimar o número relativo de eventos que ocorre no intervalo ΔT abaixo do ponto final como verificaremos a seguir. Temos, abaixo do ponto final,

$$T \approx Q_\beta, \quad (5.5)$$

logo,

$$E_e \approx Q_\beta + m_e \quad p_e = \sqrt{E_e^2 - m_e^2} \approx \sqrt{Q_\beta(Q_\beta + 2m_e)}. \quad (5.6)$$

²Para uma excelente revisão sobre esta determinação de massa, para vários experimentos de decaimento beta do trítio, veja a referência [138]

Se ignorarmos a massa do neutrino e a função de Fermi, temos a taxa de decaimento diferencial escrita como:

$$\frac{d\Gamma}{dT} \Big|_{(T \approx Q_\beta, m_{\nu_e}=0)} \propto (Q_\beta + m_e) \sqrt{Q_\beta(Q_\beta + 2m_e)} (Q_\beta - T)^2 \quad \text{and} \quad (5.7)$$

$$\int_{Q_\beta}^{Q_\beta} \frac{d\Gamma}{dT} dT \propto (Q_\beta + m_e) \sqrt{Q_\beta(Q_\beta + 2m_e)} (\Delta T)^3. \quad (5.8)$$

O número total de eventos é proporcional a

$$\int_0^{Q_\beta} \frac{d\Gamma}{dT} dT \propto \int_0^{Q_\beta} (T + m_e) \sqrt{T(T + 2m_e)} (Q_\beta - T)^2 dT, \quad (5.9)$$

em que novamente ignoramos a massa do neutrino e a função de Fermi. Uma vez que estamos interessados na ordem de magnitude, condiremos $Q_\beta \gg m_e$, que nos dá a seguinte aproximação

$$\int_0^{Q_\beta} \frac{d\Gamma}{dT} dT \propto Q_\beta^5. \quad (5.10)$$

Então, o número relativo de eventos que ocorre no intervalo de energia ΔT abaixo do ponto final é dado por

$$\frac{n(\Delta T)}{n} \propto \left(\frac{\Delta T}{Q_\beta} \right)^3. \quad (5.11)$$

Podemos obter o mesmo resultado se considerarmos $Q_\beta \ll m_e$. Da Eq.(5.11) fica claro que para maximizar o número relativo de eventos no ponto final do espectro é desejável um valor Q mais baixo possível e, por exemplo, o decaimento beta do trítio (H^3), que possui $Q_\beta = 18.574 \text{ keV}^3$, é um dos decaimentos que coloca o limite mais severo para a massa do neutrino eletrônico. Outras duas vantagens do decaimento beta do trítio: **(i)** possui um tempo de vida relativamente curto e apresenta um número de eventos relativamente alto e **(ii)** apresenta uma estrutura nuclear relativamente simples se comparado com átomos mais pesados, dando uma precisão maior para os cálculos de efeitos atômicos, já comentados anteriormente.

Para a medida da massa do neutrino é conveniente definir a função de *Kurie*

$$K(T) \equiv \sqrt{\frac{d\Gamma/dT}{\frac{G_F^2 m_e^5}{2\pi^3} \cos^2 \theta_C |M|^2 F(Z, E_e) E_e p_e}}, \quad (5.12)$$

em que $|M|$ é o elemento de matriz nuclear, G_F é a constante de Fermi, m_e a massa do elétron, θ_C o ângulo de Cabibbo, E_e e p_e , respectivamente, são a energia e o momento do elétron e, finalmente, $F(Z, E_e)$ é a função de Fermi que descreve a interação eletromagnética do elétron produzido com o estado final do núcleo e leva em conta correções atômicas devido aos elétrons ao redor do núcleo.

Se a massa do neutrino é zero, a função de Kurie é uma função linear da energia cinética T do elétron:

$$K(T) \Big|_{m_{\nu_e}=0} = Q_\beta - T. \quad (5.13)$$

Então, se a massa do neutrino é diferente de zero, ocorrerá um desvio da função linear de Kurie mostrada pela Eq.(5.13). Na prática, informações no valor da massa do neutrino são obtidas através das distorções no gráfico de Kurie com respeito à função linear próximo ao ponto final. Mostramos isto na figura logo abaixo. Na Fig.(5.1) a curva pontilhada representa a Eq.(5.13) e a curva tracejada representa a função de Kurie para $m_{\nu_e} = 5 \text{ eV}$, enquanto que a curva sólida indica

³Um melhor valor de Q foi obtido em [139]-18.589 keV.

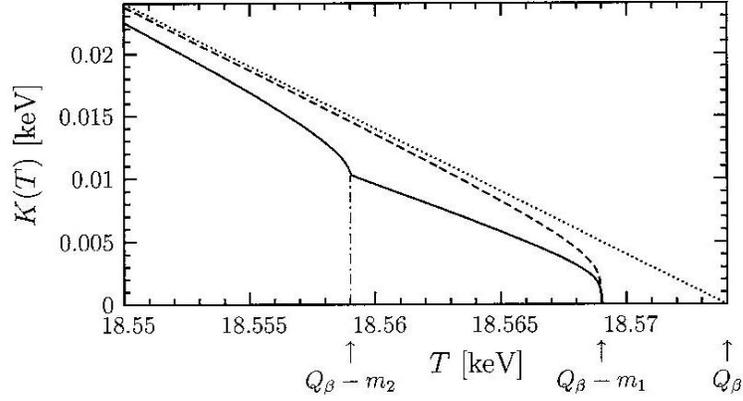


Figura 5.1: Curvas de Kurie para o decaimento beta do trítio. A figura pontilhada é para $m_{\nu_e} = 0$ dado pela Eq.(5.13). A curva tracejada é a função de Kurie para a Eq.(5.12) para $m_{\nu_e} = 5$ eV. A curva sólida representa o caso de dois neutrinos misturados com $m_1 = 5$ eV, $m_2 = 15$ eV e $\theta = \pi/4$. Figura extraída da página 489 do livro [1].

o caso para quando há oscilação de neutrinos, que não discutiremos neste texto. Podemos ver que se o neutrino possui massa existe uma queda precoce do espectro de elétrons perto do ponto final, que é deslocado de $T_{max} = Q_{\beta}$ para $T_{max} = Q_{\beta} - m_{\nu_e}$. Em princípio pode-se medir a massa do neutrino através deste deslocamento do ponto final do espectro do elétron emitido, no entanto, na prática, é muito difícil fazer isto, uma vez que a frequência de eventos no ponto final é muito pequena e próximo de zero, como já dissemos anteriormente. Então o que se faz, na prática, é obter a massa do neutrino através de alguma distorção do gráfico de Kurie com respeito a função linear próximo ao ponto final, como vemos na figura acima.

Usando esta técnica descrita, os experimentos de decaimento beta do trítio Mainz [140] e Troitzki [141] obtiveram os limites mais severos na massa do neutrino eletrônico:

$$m_{\nu_k} < 2.3 \text{ eV (k=1,2,3) [140]} \quad \text{e} \quad (5.14)$$

$$m_{\nu_e} < 2.5 \text{ eV [141]}. \quad (5.15)$$

Nestes experimentos são usados espectrômetros com a uma configuração apropriada para medir os campos elétricos e magnéticos o que permite uma maior resolução para medir a energia do elétron. Os experimentos Troitzki e Mainz se juntaram recentemente para uma colaboração maior e fazerem o experimento KATRIN [142], que atingirá uma sensibilidade de medida da ordem de 0.2 eV.

5.1.2 Duplo Decaimento Beta sem neutrinos

É possível, em segunda ordem, que o seguinte processo, chamado de duplo decaimento beta ($\beta\beta 2\nu$), aconteça:

$$n + n \rightarrow p + p + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e \quad (5.16)$$

Tal processo possui uma amplitude da ordem de G_F^2 , logo o processo ocorre raramente. Para que ocorra é necessário também que o decaimento beta simples seja energeticamente proibido para alguns núcleos. Somente 100 anos após a primeira observação de Becquerel do decaimento beta é que foi observado por Elliot, Hahn e Moe[2] para o núcleo de selênio o duplo decaimento beta:

$$Se^{82} \rightarrow Kr^{82} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e. \quad (5.17)$$

com uma meia-vida de 1.1×10^{20} anos. O $\beta\beta 2\nu$ ocorre com outros núcleos, com diversos tempos de vida, com por exemplo o Ca^{48} (tempo de vida de 4.2×10^{19} anos), Ge^{76} (tempo de vida de 1.55×10^{21} anos) e o Mo^{100} (tempo de vida de 6.82×10^{18} anos). O processo de $\beta\beta 2\nu$ conserva número leptônico, logo é uma comprovação do modelo padrão das partículas elementares. No entanto, existe um processo, chamado de duplo decaimento beta sem neutrinos, que viola o número leptônico em duas unidades e pode apresentar uma física além do modelo padrão. Três processos podem ser considerados no caso:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-, \quad (5.18)$$

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + J \quad \text{and} \quad (5.19)$$

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2J, \quad (5.20)$$

em que J é um bóson de Nambu-Goldstone sem massa chamado de Majoron [143], que resulta de um modelo com quebra espontânea de simetria global B-L. A diferença entre tais processos estará no espectro dos elétrons emitidos, que será diferente para cada processo. Vários experimentos foram realizados para verificar a existência do duplo decaimento beta [144]. Nenhuma evidência concreta foi encontrada, no entanto experimentos de para $\beta\beta_{0\nu}$. O melhor limite de tempo de vida a partir de experimentos de Ge^{76} é dado por [145].

$$\tau_{0\nu}(\text{Ge}^{76}) \geq 1.57 \times 10^{25} \text{anos}. \quad (5.21)$$

Só para termos noção o universo possui uma idade da ordem de 10^{10} anos. Para uma boa revisão sobre duplo decaimento beta sem neutrinos sugerimos o artigo atual de Bilenky [146].

A maneira mais simples de obter um decaimento $\beta\beta_{0\nu}$ é ter um neutrino de Majorana, isto é, um termo de massa $m_\nu \nu_L^T C^{-1} \nu_L$, que viola o número leptônico em duas unidades. A pergunta que devemos fazer é como o $\beta\beta_{0\nu}$ apresenta uma dependência com a massa do neutrino? O diagrama de Feynman mostrado na Fig.(5.2) indica que no processo $\beta\beta_{0\nu}$ um dos neutrinos de Majorana emitido seria reabsorvido como um antineutrino proporcional a massa $m_{\nu_e, \text{Majorana}}$ e logo a amplitude é proporcional a $m_{\nu_e, \text{Majorana}}^2$. Numa medida do espectro combinado dos dois elétrons emitidos, o espectro mostra um ponto final com um pico, de onde retiramos o limite para a massa. O melhor limite experimental obtido é um limite superior do experimento Heidelberg-Moscow de Ge^{76} é $m_{\nu_e, \text{Majorana}} < 0.65$ eV. A expectativa é que este limite seja abaixado para 0.2 eV. Este fator deve ser "relaxado" por um fator 2-3 devido às incertezas encontradas nos elementos de matriz nuclear que são necessários para conectar o limite experimental na taxa de decaimento de $\beta\beta_{0\nu}$ com o limite para a massa do neutrino.

Se considerarmos a mistura entre os neutrinos escrevemos:

$$\langle m_\nu \rangle = \sum_j \lambda_j |U_{ej}|^2 m_j, \quad (5.22)$$

em que $\lambda_j = \pm 1$ é violação de fase CP e a soma é estendida sobre todos as duas componentes do neutrino de Majorana.

5.1.3 Decaimentos do Pion e do Tau

Medidas precisas da cinemática de decaimento de píons carregados pode nos dar informação sobre a massa dos neutrinos. Vamos considerar o seguinte decaimento:

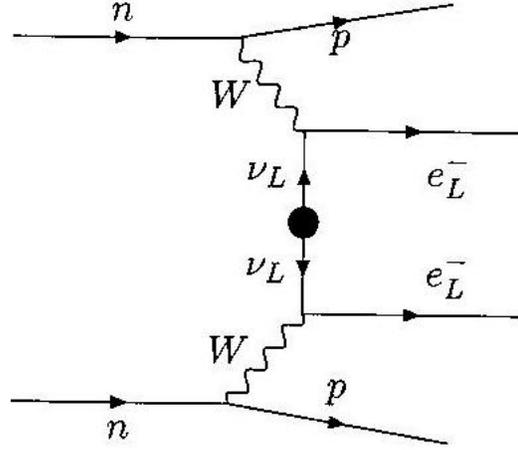


Figura 5.2: Diagrama de Feynman $\beta\beta_{0\nu}$ induzido por uma massa de neutrino de Majorana.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (5.23)$$

reação que foi usada no experimento mais sensível feito em PSI [147]. Uma vez que tal decaimento possui dois estados finais, a massa do neutrino pode ser determinada pela conservação de energia-momento se o momento do pión e do múon são medidos de maneira precisa. O neutrino do múon é uma superposição de autoestados de massa e uma medida da massa do neutrino força a superposição a colapsar no neutrino massivo cuja massa foi medida. Então, a taxa de decaimento deve apresentar picos que correspondem a valores das respectivas massas destes neutrinos, que são dados por

$$m_k^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi \sqrt{m_\mu^2 + |\vec{p}|}, \quad (5.24)$$

para pions decaindo no repouso.

O valor medido do momento do múon no experimento PSI [147] é

$$|\vec{p}| = 29.79200 \pm 0.00011 \text{ MeV}, \quad (5.25)$$

resultando em

$$m_k < 0.17 \text{ MeV} \quad (90\% \text{ CL}), \quad (5.26)$$

para $k = 1, 2, 3$.

Também, decaimentos do τ foram usados para medir as massas dos neutrinos. Os decaimentos

$$\tau^- \rightarrow 2\pi^- + \pi^+ + \nu_\tau, \quad \tau^- \rightarrow 3\pi^- + 2\pi^+ + \nu_\tau (+\pi^0) \quad (5.27)$$

foram estudados no experimento ALEPH [148], com o resultado

$$m_k < 18.2 \text{ MeV} \quad (95\% \text{ CL}), \quad (5.28)$$

para $k = 1, 2, 3$.

Os limites superiores para as massas dos neutrinos obtidos nos experimentos de decaimentos do pión e do tau são muito menos rigorosos que aqueles obtidos nos experimentos de decaimentos do trítio. Uma vez que parece muito improvável que tais experimentos consigam melhorar suas

medidas e seus limites superiores para atingirem uma precisão da ordem de $\approx eV$, comparáveis com os limites obtidos em experimentos do tipo decaimento β , o interesse de tais experimentos está relacionado na determinação e na limitação da mistura de neutrinos muônicos e tauônicos com neutrinos mais pesados além da mistura de 3 sabores [149].

5.2 Cosmologia

A cosmologia apresenta um importante limite às massas dos neutrinos. No cenário do “Big-Bang” do universo primordial esperamos uma quantidade de neutrinos relíquias (com um espectro de corpo negro e chamaremos de neutrinos cosmológicos de fundo) comparável com a quantidade de fótons relíquias (radiação cosmológica de fundo). A densidade de energia destes neutrinos é dado por:

$$\rho_\nu = \frac{3}{11} n_\gamma \sum_{i=1}^3 m_i, \quad (5.29)$$

sendo que n_γ é a densidade atual da radiação cósmica de fundo e m_i é a massa do neutrino. Em unidades da densidade crítica (ρ_{cr}), densidade necessária para deixar a curvatura do universo plana, podemos escrever a fração de neutrinos no universo (Ω_ν) como:

$$\Omega_\nu h^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{m_i}{93 \text{ eV}}. \quad (5.30)$$

A equação acima é muito importante do ponto de vista histórico, porque podemos obter, de uma maneira direta, um limite forte na soma da massa dos neutrinos pelo fato que o universo não é fechado somente por matéria, isto é, ele precisa de outros componentes (matéria escura e energia escura). Das medidas de WMAP o conteúdo de matéria do universo é dado por

$$\Omega_\nu^0 h^2 < \Omega_M^0 h^2 \approx 0.14 \quad \sum_j m_j < 13 \text{ eV}. \quad (5.31)$$

Este tipo de limite na massa de neutrinos, dependente da fração de densidade de neutrinos, é costumeiramente chamado de *limite Gershtein-Zeldovich* [150] ou *limite Cowsik-MacClelland* [151]. Este limite é bem menos rigoroso que o limite obtido pelos experimentos terrestres do tipo decaimento β , como vimos anteriormente. No entanto, sabemos hoje em dia que os neutrinos possuem uma grande importância na formação de estruturas no universo. Usando este efeito, “surveys” experimentais que buscam observar estruturas de larga escala a altos desvios para o vermelho levam a limites na soma das massas dos neutrinos, que são mais poderosos que a Eq.(5.30) e também competitivos que o decaimento β do trítio. Também informações retiradas da anisotropia da radiação cosmológica de fundo também são fundamentais para a imposição de limites na massa dos neutrinos.

Todos os limites superiores na soma da massa dos neutrinos, que dependem do tipo de análises e nos dados considerados, podem ser resumidos no intervalo abaixo:

$$\sum_j m_j < 0.5 - 1 \text{ eV} \quad (5.32)$$

Não vamos aqui ficar descrevendo a fundo o método e todas as medidas extraídas pela cosmologia na massa do neutrino. Para o leitor interessado, recomendamos o artigo de revisão de Pastor e Lesgourgues [152] e o artigo também de revisão de Dolgov [153].

5.3 Supernovas

A idéia básica para determinar a massa do neutrino a partir de observações de neutrinos de supernova foi discutida por Zatsépin [154] em 1968 e, pouco depois, por Cabibbo [155] e Piran [156] no começo dos anos 1980. A idéia é simples. Neutrinos de supernova são relativísticos, isto é, sua energia é muito maior que sua massa ($E \gg m$). A velocidade de grupo de propagação do neutrino é

$$v = \frac{p}{E} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{E^2}} \approx 1 - \frac{m^2}{2E^2}. \quad (5.33)$$

Se um neutrino é emitido por uma fonte a uma distância D de um detector, o tempo de vôo de um neutrino massivo, se comparado com uma partícula sem massa, como um fóton ou um gráviton, emitido pela mesma fonte, será

$$\Delta t = \frac{D}{v} - D = \frac{m^2}{2E^2} D \approx 2.57 \left(\frac{m}{eV} \right)^2 \left(\frac{E}{MeV} \right)^{-2} \frac{D}{50kpc} \text{ s}. \quad (5.34)$$

Se neutrinos são emitidos em uma explosão com duração de ΔT_0 , a observação de eventos separados por um intervalo de tempo maior que ΔT_0 nos daria um indício da massa do neutrino. Aqui consideramos obviamente que E e D são conhecidos. Se o espectro de energia dos neutrinos possui uma energia média E , com uma dispersão de energia ΔE , os neutrinos produzidos no mesmo instante com energias diferentes chegarão ao detector a uma distância D no intervalo de tempo

$$\Delta T \approx \frac{m^2}{E^2} D \frac{\Delta E}{E} \quad (5.35)$$

A sensibilidade (modelo-independente) à massa do neutrino é encontrada requerendo que este intervalo seja menor que a duração da explosão de neutrinos:

$$\Delta T < \Delta T_0 < \Delta T_{obs} \quad (5.36)$$

Da Eq.(5.36) acima tiramos que

$$m < E \sqrt{\frac{E}{\Delta E} \frac{\Delta T_{obs}}{D}} \approx 14 \text{ eV} \left(\frac{E}{10MeV} \right) \sqrt{\frac{E}{\Delta E} \left(\frac{\Delta T_{obs}}{10s} \right)^{1/2} \left(\frac{50kpc}{D} \right)^{1/2}} \quad (5.37)$$

Fica claro pela expressão acima que a distâncias elevadas, com explosão de pequena duração, baixas energias e dispersão elevada teremos vantagens para medir um efeito causado pela massa do neutrino. Infelizmente, aumentando a distância, diminuímos o fluxo de neutrinos no detector (D^{-2}) e diminuindo a energia, diminuímos a taxa de detecção dos eventos. Na prática sabemos que a energia média dos neutrinos vindos de supernovas é da ordem de 10 MeV e temos detectores capazes de detectar tais neutrinos, como por exemplo, aqueles vindos de SN1987A, que ocorreu na Grande Nuvem de Magalhães, a 50 kpc de distância do sistema solar. O fluxo de neutrinos medidos teve uma energia média de 15 MeV, e um $\Delta E \approx 15$ MeV e uma duração de $\Delta T_{obs} \approx 12$ s. Se supormos que os eventos são associados aos antineutrinos eletrônicos e negligenciando a oscilação, obteremos de maneira independente o limite para a massa do neutrino [157]:

$$m_{\nu_k} < 30 \text{ eV}. \quad (5.38)$$

Muitos autores calcularam limites superiores para os antineutrinos eletrônicos, com especificações e diferenças no modelo de emissão destes antineutrinos, obtendo limites entre 5 – 30 eV [158, 159, 160, 161, 162, 163, 164].

5.4 Novo limite para a massa dos neutrinos

Baseado em recentes melhorias no modelo de emissão de antineutrinos eletrônicos de supernovas, atualizamos o limite para a massa dos neutrinos a partir dos dados coletados por Kamiokande-II, IMB e Baksan dos eventos de SN1987A. Nós calculamos um limite de 5.8 eV a 95% CL. Este limite mostra ser notavelmente insensível às incertezas nos parâmetros astrofísicos de emissão. Também nós avaliamos a sensibilidade deste método para o cálculo do limite da massa em um detector como Super-Kamiokande. Descobrimos que o limite encontrado se encontra na região de sub-região eV, com um limite superior de 0.8 eV a 95% CL sendo um resultado típico e competitivo com os valores que estão sendo atualmente explorados em laboratório, como vimos na seção 5.1. No entanto, esse limite está sujeito a fortes flutuações estatísticas, correlacionado também com as características dos primeiros eventos detectados. Nesta seção faremos um breve comentário sobre as perspectivas que podem ser oferecidas pelos detectores futuros.

O interesse em medir a, atualmente desconhecida, escala de massa absoluta dos neutrinos foi intensificado pelas evidências experimentais atuais do fenômeno de oscilação de neutrinos [165, 166].

Sabe-se, com a introdução de idéia de Zatsepin [154], que os neutrinos de supernova podem contribuir valiosamente para a determinação da massa dos neutrinos. Na verdade, o rigoroso limite de $m_\nu < 5.7$ eV com 95 % de CL foi obtido por Loredo e Lamb [126] usando neutrinos de SN1987A [122]; Outro resultado importante neste contexto é o obtido por Nardi e Zuluaga, que nos diz que supernovas futuras nos permitirão sondar a região de sub-eV [167, 168, 169].

5.4.1 O limite obtido através de SN1987A

O limite a partir de SN1987A obtido por Lamb e Loredo [126] é citado no “Particle Data Group”. mas este considera o resultado não mais comparável com os limites obtido pelo decaimento beta do trítio [170]. Na verdade, no contexto de três neutrinos a análise a partir de SN1987A pode ser comparada com o limite obtido em laboratório [140, 141]; o valor deste último limite é de 2 eV, cerca de três vezes mais rigoroso que o anterior.

A análise sobre a massa dos neutrinos de Lamb e Loredo [126] mantém um grande mérito metodológico, sendo o único que possui uma base em um modelo (atual) teoricamente correto para emissão de neutrinos. Seu modelo é capaz de reproduzir as características principais de emissão de neutrinos, em especial, aquela que inclui uma primeira fase de intensa luminosidade. Esta fase, chamada de acreção, é crucial para as teorias que tentam explicar a explosão da estrela, com base no cenário de explosão “atrasada” [171, 11] - veja [172] para uma revisão. Como mostraremos a seguir, essa fase é um ingrediente teórico que permite obter um limite de massa comparável ao que dissemos anteriormente e mais rigoroso.

Há duas considerações específicas que fazem uma reanálise necessária: 1) verificou-se que a função de verossimilhança usada por Lamb e Loredo possui um agrupamento estatístico [173]; 2) Além disso, um modelo melhorado para a emissão de neutrinos (que supera algumas deficiências e envolve mudanças significativas nos parâmetros astrofísicos resultante da análise de dados de SN1987A) foi recentemente introduzido na literatura científica [45, 136].

O método utilizado neste trabalho para investigar a massa dos neutrinos é feito com base na comparação pontual entre as características dos dados coletados [122] e as expectativas decorrentes de um modelo teórico específico [45, 136]. Este modelo descreve o fluxo esperado de antineutrinos eletrônicos, tendo em conta que a reação principal de eventos observáveis é $\bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n$, tanto em água Cherenkov como em detectores do tipo cintilador.

Nós assumimos que a forma do fluxo é conhecida com nove parâmetros livres que são obtidos

através do ajuste dos dados, com o método de minimização da verossimilhança. Vamos explicar seu significado: Os seis primeiros parâmetros pertencem a duas fases de emissão (acrecção e resfriamento) e são usados para levar em conta as grandes incertezas astrofísicas. Cada fase de emissão é caracterizado pela sua intensidade, sua duração e pela média da energia dos neutrinos emitidos. Os três parâmetros da fase de acreção são: a massa inicial (M_a), a escala de tempo (τ_a) e a temperatura inicial (T_a); as da fase de resfriamento são o raio (R_c), a escala de tempo (τ_c) e a temperatura inicial (T_c). Para mais detalhes e expressões analíticas veja [45, 136]. Os outros três parâmetros são chamados de tempos de deslocamento e cada um deles é o atraso absoluto do primeiro evento observado em cada detector. Precisamos incluir três diferentes tempos de deslocamento, porque os relógios de Kamiokande-II, IMB e Baksan não foram sincronizados [122]. Lembramos que as equações do fluxo e os parâmetros que foram escritos aqui são detalhados na seção 1.6 desta tese.

Agora vamos incluir os efeitos da massa dos neutrinos. O fluxo de antineutrinos eletrônicos, $\Phi_{\bar{\nu}_e}(t, E_\nu)$, é uma função paramétrica que depende do tempo de emissão (t) e da energia do antineutrino (E_ν) - ver em particular as Eqs. (10, 13, 19 e 20) em referência [45]. É claro que esta função deve desaparecer para $t \leq 0$.

Usando a mesma notação da referência [45] (ver em particular a Eq. (8) deste artigo) podemos escrever o tempo de emissão para o i -ésimo evento como segue:

$$t_i = \delta t_i + t^{\text{off}} - \Delta t_i. \quad (5.39)$$

O primeiro termo no lado direito, δt_i , é o tempo relativo entre o i -ésimo evento e o primeiro evento observado no detector considerado, que é conhecido diretamente a partir dos dados sem significativos erros. O segundo termo, t^{off} , é o tempo de deslocamento que é a soma do tempo de emissão do neutrino primeiro detectado, t_1 , e de seu atraso devido à velocidade de propagação, Δt_1 , ou seja, $t^{\text{off}} = t_1 + \Delta t_1$. Finalmente, o último termo,

$$\Delta t_i = \frac{D}{2c} \left(\frac{m_\nu}{E_{\nu,i}} \right)^2, \quad (5.40)$$

é o atraso do neutrino, devido a uma massa diferente de zero [154], onde D é a distância de propagação. A energia do neutrino $E_{\nu,i}$ do i -ésimo evento pode ser reconstruída a partir da energia medida do positron, E_i , que é conhecido com seu erro associado, δE_i . O valor numérico do atraso quando $D = 50$ kpc (como, por exemplo, em SN1987A), $E_\nu = 10$ MeV (um valor típico) e $m_\nu = 10$ eV é $\Delta t = 2.6$ s, que é cinco vezes superior à duração da fase de acreção.

O objetivo da análise estatística é extrair o ajuste para t^{off} e m_ν ao mesmo tempo. É bastante evidente que estes dois parâmetros dificultam a análise pois trabalham em sentido oposto: veja a Eq. (5.39) e recorde o estado $t_i \geq 0$. Isso torna a extração destes dois parâmetros muito mais difícil, especialmente no caso de SN1987A, quando o número de eventos observados é pequeno.

Nós adotamos a mesma função de verossimilhança \mathcal{L} construída em [45] incluindo nela a expressão para t_i dada na Eq. (5.39). Esta será, portanto, uma função de 10 parâmetros, isto é, os nove parâmetros previamente discutidos mais a massa do neutrino.

5.4.2 Resultados e Considerações

Usando a definição $\mathcal{L} = \exp(-\chi^2/2)$ obtemos a função que nos permite estimar a massa dos neutrinos

$$\Delta\chi^2(m_\nu) = \chi^2(m_\nu) - \chi_{\text{best fit}}^2, \quad (5.41)$$

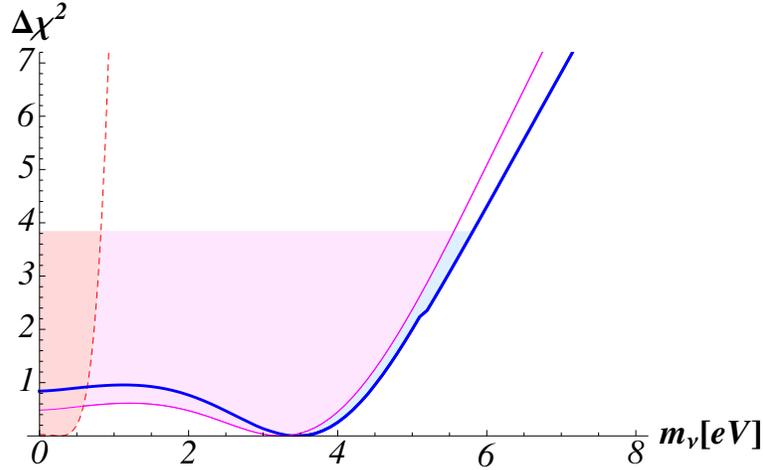


Figura 5.3: As curvas mostram vários $\Delta\chi^2(m_\nu)$ obtida pela análise dos dados de neutrinos de supernova como função da massa dos neutrinos. As duas curvas contínuas são obtidas a partir de SN1987A: a linha mais espessa inclui as incertezas astrofísicas, a linha mais fina assume uma vez que os parâmetros astrofísicos de emissão de neutrinos são conhecidos. Para efeito de comparação, podemos incluir o resultado da análise do conjunto de dados simulados, recolhidos em um detector tipo Super-Kamiokande (SK), para uma futura explosão de supernova, a 10 kpc de nós (mais à esquerda-curva tracejada). Esta curva, discutida em detalhe mais tarde, ilustra a sensibilidade final do método.

Esta função é representada na Fig. (5.3). As duas curvas contínuas mostram os resultados da SN1987A análise de dados. A linha mais cheia é obtida, para qualquer valor fixo da massa dos neutrinos, maximizando a probabilidade em relação aos outros 9 parâmetros livres. A curva é um pouco instável, refletindo a presença de múltiplos pontos de máximo que competem na verossimilhança com peso similar. A existência destes valores de máximo na verossimilhança já foi observado em [45] e provoca dificuldades numéricas. Para evitar esses problemas nós limitamos a massa de acreção M_a , que regula a intensidade de emissão de neutrinos na fase de acreção, a ser inferior a $0.6 M_\odot$ [126, 45]. A linha mais fina, por outro lado, é traçada quando os 6 parâmetros astrofísicos estão definidos pelo melhor ajuste, valores estes obtidos em [45]. Neste caso, apenas 3 tempos de deslocamento podem flutuar livremente para maximizar a verossimilhança. A comparação entre as duas curvas revela algumas características interessantes:

- Apesar de usarmos pressupostos realmente diferentes, ou seja, ou o conhecimento completo do fluxo $\bar{\nu}_e$ da supernova emitido ou somente sua forma (até 6 parâmetros), as duas curvas são bastante semelhantes. Isso mostra que as grandes incertezas na astrofísica de emissão *não são* a principal limitação neste tipo de análise.
- Em ambas as curvas, o mínimo é localizado em $m_\nu \neq 0$, no entanto, este não é estatisticamente significativo.⁴ Isto está associado ao agrupamento de eventos #1,2,4,6 de Kamiokande-II para $m_\nu \sim 3.5$ eV, algo já observado por vários autores, por exemplo, [174].

Da nossa análise estatística, obtém-se como limite para a massa dos neutrinos a partir de dados de SN1987A o valor

$$m_\nu < 5.8 \text{ eV at } 95\% \text{ CL.} \quad (5.42)$$

⁴Notamos que a apresentação usando m_ν ao invés de m_ν^2 - que é a quantidade que é apresentada na Eq. (5.40) - enfatiza um tanto quanto artificialmente a região próxima a $m_\nu \sim 0$.

Como já observado, isso não muda muito se supormos que a astrofísica da emissão é perfeitamente conhecida, neste caso o limite torna-se de $m_\nu < 5.6\text{eV}$ a 95% CL: ver Fig. 5.3.

Da Eq. (5.39) e da discussão anterior é evidente que as informações sobre a presença da massa do neutrino está contida principalmente nos primeiros eventos e, em particular, naqueles com baixa energia. Estas considerações selecionam, como os dados mais relevantes, os seis primeiros eventos detectados por Kamiokande-II no primeiro segundo [122], que aliás, são também os mais relevantes para determinar a presença de uma fase de acreção [126, 45].

5.4.3 A sensibilidade do método

Tais descobertas levaram-nos à questão da avaliação da sensibilidade deste método para eventos gerados por uma futura supernova galáctica. Para este objetivo, iremos analisar nesta seção dados simulados, extraídos de um gerador de eventos descrito em [136] atualizado para descrever a propagação de neutrinos massivos, focando principalmente sobre as possibilidades de detecção através dos detectores existentes. Apresentaremos e examinaremos criticamente os pressupostos utilizados para calcular o limite, comentando sobre o seu significado estatístico, e dando uma visão geral das perspectivas oferecidas pelos detectores futuros.

A taxa esperada de contagem do sinal é uma função do tempo de emissão t , da energia do neutrino E_ν , da massa do detector M_d , da distância da supernova D e dos parâmetros astrofísicos que descrevem a emissão dos antineutrinos eletrônicos:

$$R(t, E_\nu) = 6.7 \times 10^{31} \frac{M_d}{1 \text{ kton}} \sigma_{\bar{\nu}_e p}(E_\nu) \tilde{\Phi}_{\bar{\nu}_e}(t, E_\nu) \epsilon(E_{e+}), \quad (5.43)$$

Esta, como dito anteriormente, depende da distância da supernova através do fluxo de antineutrinos eletrônicos, isto é, $\Phi_{\bar{\nu}_e} \propto 1/D^2$. Iremos considerar uma explosão a uma distância de $D = 10 \text{ kpc}$, típico de uma evento galáctico [175, 176]. Aqui, $\sigma_{\bar{\nu}_e p}(E_\nu)$ é a seção de choque do processo de interação [36]; a função $\epsilon(E_{e+})$ é a eficiência do detector que será de 98% acima do limiar de 6.5 MeV; aproximamos $E_e = E_\nu - \Delta$ com $\Delta = 1.293 \text{ MeV}$.

Finalmente, $\tilde{\Phi}_{\bar{\nu}_e}(t, E_\nu)$ na Eq. (5.43) é o mesmo fluxo de antineutrinos eletrônicos utilizados anteriormente, $\Phi_{\bar{\nu}_e}(t, E_\nu)$, mas melhorado, porque leva em conta o tempo de subida do sinal - lembramos que os fluxos estão descritos na seção 1.6. Este é descrito por uma função exponencial caracterizada por uma nova escala de tempo, $\tau_r > 30 \text{ ms}$, que é tratado como um novo parâmetro de análise [136]. Na figura 1.5 notamos claramente a região da função de subida. É a região inicial do gráfico - bem antes de 0.5 s - que indica o aumento da luminosidade de todas as espécies de neutrinos e antineutrinos. Este parâmetro novo dá uma cumplicidade maior com as simulações numéricas e com o processo de emissão de neutrinos da supernova. Com uma grande quantidade de dados para fazer estatística no futuro, seremos capazes de sondar esta pequena margem de tempo, como argumentado em [136]. Assim, em nossa análise a função verossimilhança depende de 7 parâmetros astrofísicos.

Cada evento extraído desta função é caracterizada pelo seu tempo de detecção δt_i , a energia dos pósitrons, E_i , e o erro sobre esta energia dada pela função $\delta E_i/E_i = 0.023 + 0.41\sqrt{\text{MeV}/E_i}$ [177]. Geramos os dados usando o método de Monte Carlo, descrito em [136] e tomamos em conta o efeito da massa dos neutrinos através da atribuição de um tempo de retardo a cada evento gerado, conforme previsto pela Eq. (5.40). Fig. 5.4 mostra duas extrações, ampliado na região dos primeiros 200 ms de dados gerados. Por comparação sabemos claramente a região onde o efeito da massa dos neutrinos é mais relevante, ou seja, para eventos com menor energia e detectados nos primeiros instantes de tempo.

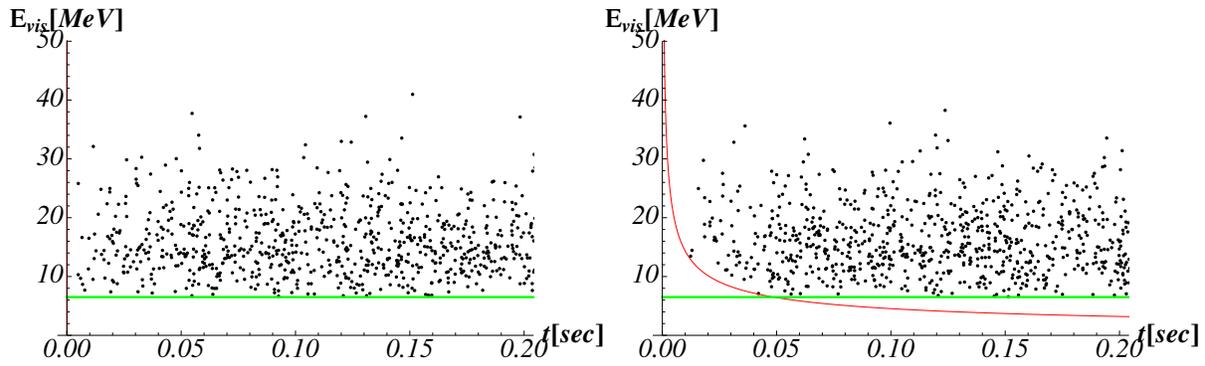


Figura 5.4: A energia do pósitron em relação ao tempo de emissão para duas amostras de eventos simulados para um detector tipo Super-Kamiokande. A massa do neutrino é definido como zero no gráfico da esquerda e no gráfico à direita para um limite extraído do decaimento do trítio, $m_\nu = 2$ eV. A linha verde é o limiar do detector e as curvas em vermelho correspondem ao retardo esperado devido à massa do neutrino, Eq.(5.40).

Foram estudados dez conjuntos de dados simulados para um detector com uma massa de $M_{SK} = 22.5$ kton como o detector de Super-Kamiokande, o que corresponde a cerca de 4482 eventos. Consideramos também dois outros detectores de massas diferentes: $M_d = M_{SK}/16$, com um número médio dos eventos de 280, semelhantes às esperadas num detector do tipo LVD, e também $m_d = M_{SK}/256$, correspondendo a um número médio de 18 eventos esperados, que lembra os dados coletados para SN1987A.

Nós calculamos o limite da massa, fazendo as seguintes hipóteses:

- Os parâmetros astrofísicos são precisamente conhecidos e usamos aqueles da referência [45], que concordam com as expectativas de um colapso padrão e colocamos $\tau_r = 50$ ms.
- O tempo de deslocamento é conhecido sem erro significativo (mais discussões depois).

Estes são pressupostos muito otimistas, assim como apropriados para avaliar a sensibilidade final do método. Nós discutimos o peso destes pressupostos a seguir e suas implicações sobre a compreensão dos resultados SN1987A.

Notamos de passagem que a massa do neutrino entra na verossimilhança através da Eq. (5.40), sob a forma $m_\nu^2 D$; Além disso, a taxa de interação na Eq. (5.43) depende da combinação M_d/D^2 : assim, a verossimilhança obedece a seguinte lei de escala exata

$$\mathcal{L}(M_d, D, m_\nu) = \mathcal{L}(\alpha^2 M_d, \alpha D, m_\nu/\sqrt{\alpha}). \quad (5.44)$$

Isto significa, por exemplo, que uma vez que sabemos o valor do limite da massa do neutrino para $M_d = M_{SK}/16$, obtemos o limite para $M_d = M_{SK}$ e $D = 40$ kpc apenas dividindo-o pela metade. A partir daqui, podemos também concluir que o limite da massa pode ser escrito como $m_\nu < f(M_d/D^2)/\sqrt[4]{M_d}$, onde a função f depende do nível estatístico selecionado sobre o teste adotado e sobre o conjunto específico de dados.

5.4.4 Resultados e Discussões

O limite na massa dos neutrino com 95% CL, obtida com parâmetros astrofísicos fixos, são relatados na Fig. 5.5 para cada conjunto de dados analisados.

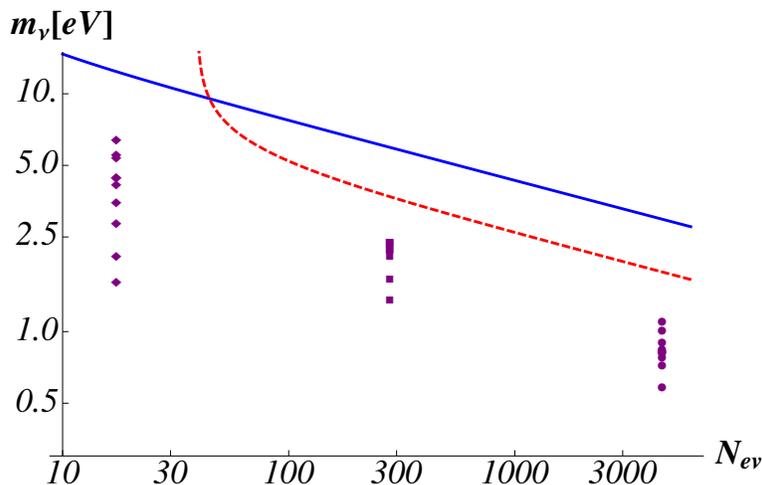


Figura 5.5: Os pontos representam os limites com 95 % CL sobre a massa dos neutrinos a partir da análise de dados simulados, para cada um dos três valores do número médio de eventos esperados que extraímos e analisamos 10 conjuntos de dados simulados. Círculos (pontos na direita), quadrados (centro) e diamantes (à esquerda) correspondem aos resultados em detectores com massas $M_d = M_{SK}$, $M_{SK}/16$ e $M_{SK}/256$, respectivamente. As curvas contínuas e tracejadas descrevem os limites dados pela Eq. (5.48) e discutidos no texto.

Comecemos a discutir o caso da baixa estatísticas de SN1987A Como primeiro passo, discutimos os pontos em forma de diamante correspondentes a um detector de massa $M_d = M_{SK}/256$. A média do número de eventos neste caso é muito semelhante ao observado para SN1987A, assim podemos explorar as flutuações devido às características destes dados quando pertencem a um pequeno volume de dados. Os valores dos limites da massa dos neutrinos caem no intervalo de $1.6\text{eV} < m_\nu < 6.4\text{eV}$ mostrando que cada conjunto de dados em particular contém informações muito diferentes sobre a presença de massa nos neutrinos.

Nós usamos essas simulações para investigar o peso dos diferentes pressupostos da análise sobre o resultado vinculado. Para um típico conjunto de dados simulados, foram analisados os dados utilizando três diferentes procedimentos:

1. Nós supomos saber todos os parâmetros astrofísicos sem erros e também o tempo de deslocamento. Em outras palavras, o único parâmetro livre na verossimilhança é a massa do neutrino. O resultado com 95% CL sobre a massa do neutrino neste caso é: $m_\nu < 4.4$ eV.
2. Supomos que o tempo de deslocamento é desconhecido, enquanto que os 7 parâmetros astrofísicos são conhecidos a partir da teoria. Ou seja, a verossimilhança é uma função da massa do neutrino e do tempo de deslocamento. O resultado com 95% CL sobre a massa do neutrino neste caso é: $m_\nu < 7.2$ eV.
3. Finalmente, vamos supor que nós não conhecemos nenhum dos nove parâmetros. Ou seja, apenas a forma do sinal é conhecida a partir da teoria e todos os parâmetros têm de ser estimados a partir da análise da verossimilhança. O resultado com 95% CL sobre a massa do neutrino neste caso é: $m_\nu < 7.4$ eV.

Este estudo mostra que o conhecimento do tempo de deslocamento afeta significativamente o valor do limite da massa. Em contraposição, a comparação dos dois últimos resultados confirma

que o conhecimento dos parâmetros astrofísicos é menos crítico para a análise, em acordo com o que nós encontramos para a análise dos dados de SN1987A.

Estamos prontos para a comparação com os resultados SN1987A. Isto é possível, utilizando a relação de escala da Eq. (5.44). Usando $\alpha = 5$, nós mudamos o intervalo $1.6 - 6.4$ eV para o intervalo $0.7 \text{ eV} < m_\nu < 2.9 \text{ eV}$ quando $D = 50 \text{ kpc}$ e para um detector de massa $M_d \simeq M_{KII}$. Para uma comparação justa, temos ainda de levar em conta que os tempos de deslocamento e os parâmetros astrofísicos são desconhecidos na análise SN1987A. Então, comparando $m_\nu < 4.4 \text{ eV}$ e $m_\nu < 7.4 \text{ eV}$, nós multiplicamos este intervalo por um fator $7.4/4.4$ obtendo $1.2 \text{ eV} < m_\nu < 4.9 \text{ eV}$. O limite de SN1987A, $m_\nu < 5.8 \text{ eV}$, não é distante deste intervalo. A diferença residual pode ser atribuída ao melhor desempenho do detector simulado. Na verdade, uma maior eficiência implica que mais eventos serão recolhidos a baixas energias, além disso, qualquer não-identificação de eventos é proibido por construção, devido ao postulado de ausência de eventos de fundo acima do limiar de detecção.

O caso de estatística elevada e o último limite superior Agora discutimos os resultados de estatística elevada, ou seja, o caso quando $M_d = M_{SK}$, escolhido para representar a observação de uma futura supernova galáctica. Um conjunto de dados simulados típico é o mostrados no gráfico esquerdo da Fig. (5.4), o resultado $\Delta\chi^2$ é o dado pela linha tracejada da Fig. (5.1), o que implica:

$$m_\nu < 0.8 \text{ eV com } 95\% \text{ CL} \quad (5.45)$$

Este resultado confirma a possibilidade de sondar a região sub-eV para a massa do neutrino com neutrinos de SNe, de acordo com a constatação de Nardi e Zuluaga [167, 168, 169]. Também seria mais próximo da sensibilidade de cerca de 0.2 eV que serão testados pelo experimento Katrin [142].

Uma inspeção da Fig. 5.5 também mostra claramente que os limites variam fortemente com a simulação individual, mesmo para estatísticas elevadas. Isso pode ser explicado da seguinte maneira. O tempo de emissão de cada sinal de evento está sujeito à condição $t_i > 0$ (veja Eq. (5.39)), que implica a condição na massa do neutrino:

$$m_\nu < m_\nu^* = \text{Min}_i \left\{ E_{\nu,i} \sqrt{\frac{t^{\text{off}} + \delta t_i}{D/(2c)}} \right\}. \quad (5.46)$$

Quando nós trocamos $E_{\nu,i} = E_i + \Delta$, negligenciando o erro na medição da energia de pósitrons, obtemos o limite m_ν^* na massa do neutrino diretamente dos dados. Tipicamente, o mínimo na Eq. (5.46) corresponde ao primeiro (ou primeiros poucos) evento(s) do conjunto de dados; compare, por exemplo, com a Fig. (5.4). Isso significa que o papel das flutuações é muito importante, também para um grande número de eventos detectados. Em outras palavras, o limite m_ν^* depende fortemente do conjunto de dados específico. Nós comparamos este limite com o obtido pela análise completa da função de verossimilhança em Tab. 5.1. Isso apóia a idéia de que, neste tipo de análise, onde t^{off} é conhecido, as informações sobre a massa do neutrino estão mais contidas nos primeiros poucos eventos, ao invés de distribuídos no conjunto de dados.

Um estimador alternativo Para efeito de comparação, apresentamos também outros estimadores de massas de neutrinos que dependem de um número relativamente grande de eventos. Nós

N_{ev}	$t^{\text{off}}(\text{ms})$	$m_\nu(\text{eV})$	$m_\nu^*(\text{eV})$
4328	4.9	0.78	0.94
4479	2.9	0.82	0.68
4497	2.9	0.72	0.76
4473	2.9	1.10	1.10
4492	4.6	0.84	0.77
4464	2.9	0.82	0.73
4488	3.5	0.90	0.72
4412	2.6	0.82	0.65
4412	1.2	0.59	0.52
4399	3.0	1.01	0.77

Tabela 5.1: Número de eventos em Super-Kamiokande, tempo de deslocamento, limite estatístico da massa do neutrino e limite da massa do neutrino da Eq. (5.46) em 10 simulações.

os construímos impondo que o erro em um escala de tempo típico de emissão de neutrinos, τ , é maior do que o atraso médio dos eventos $\langle \Delta t \rangle$:

$$\langle \Delta t \rangle < n_\sigma \cdot \frac{\tau}{\sqrt{N-1}}, \quad (5.47)$$

em que n_σ é a sensibilidade que queremos (o número de sigmas); N é o número de eventos detectados no tempo de escala determinado τ ($N \gg 1$ uma vez que queremos determinar experimentalmente a fase de emissão); $\langle \Delta t \rangle$ será deduzido da Eq. (5.40) trocando a energia do neutrino pelo seu valor médio $\langle E_\nu \rangle$. Para uma proposta semelhante, veja [178]. Colocando $n_\sigma = 2$, conseguimos o seguinte limite para a massa do neutrino:

$$m_\nu < \frac{2\langle E_\nu \rangle}{\sqrt[4]{N-1}} \sqrt{\frac{\tau}{D/c}} \quad (5.48)$$

Nós usamos o valor $\langle E_\nu \rangle = 13$ MeV e $D = 10$ kpc para fins numéricos e consideramos duas escalas concretas de escalas de tempo de emissão: o da fase de acreção, $\tau = \tau_a = 0.55$ s, que corresponde a $N = 0.4N_{ev}$; o da função de subida $\tau = \tau_r = 50$ ms, o que corresponde a $N = N_{ev}/40$. Ambos resultam na curva contínua e tracejada da Fig. (5.5), respectivamente. Uma vez que o número esperado de eventos é grande o suficiente ($N \gg 1$), conseguimos um valor mais estável no limite da massa do neutrino.⁵ No entanto, a Fig. (5.5) mostra claramente que estes são limites superiores muito conservadores, quando comparados com os limites verdadeiros a partir da análise de verossimilhança.

Gatilho de ondas gravitacionais e suas limitações Foram avaliados a sensibilidade final do método com os detectores de neutrinos existentes, supondo que o tempo de deslocamento era conhecido sem erros significativos. Como podemos conseguir isso? Em princípio, poderíamos nos aproveitar da detecção de ondas gravitacionais. No entanto, duas condições adicionais devem ser cumpridas: a localização precisa de uma supernova no céu é necessária, o intervalo de tempo entre

⁵Note que, neste limite, e considerando que o número de eventos escala como $1/D^2$, o limite na Eq. (5.48) é independente da distância. O mesmo ocorre com o limite na equação Eq. (5.46) se $t^{\text{off}} + \delta t_i \propto D/\sqrt{M_d}$, que é satisfeita por um aumento inicial linear da taxa de interação, $R(t) \simeq \xi t M_d / D^2$.

o início das emissões gravitacionais e de neutrinos deve ser conhecido. A primeira condição é necessária se os detectores de ondas gravitacionais e neutrinos não estão no mesmo local. Eventos de espalhamento elástico de neutrinos podem fornecer essa informação, mas com uma incerteza da ordem de vários ms [136], enquanto que uma identificação astronômica faria este erro se tornar desprezível. A segunda condição tem atualmente associado um erro teórico de 1σ de cerca de 1 ms [136], que já está limitando a sensibilidade dos detectores de neutrinos existentes: veja Tab. 5.1, ou considere que IceCUBE usa 2 ms de tempo de janela. Em suma, a condição fundamental para se fazer uma busca bem sucedida para a massa do neutrino por este método é a possibilidade de implementar medidas muito precisas do tempo; no entanto, a discussão anterior mostrou as dificuldades para superar realisticamente uma escala de tempo em milisegundos. Será importante levar em conta estas considerações para uma análise futura de dados reais, por exemplo, tendo em conta os erros na medição do tempo. Outra forma de ultrapassar estas limitações seria confiar em amostras ainda maiores de dados: isso só será possível para futuros detectores, o que nos leva ao último ponto da discussão.

Perspectivas Futuras Finalmente, comentamos sobre as perspectivas para melhorar o alcance deste método para investigar a massa dos neutrinos. Um simples possibilidade seria a utilização de um maior detector, digamos, de massa da ordem de megaton; nota-se que este método já foi mencionado no artigo de Zapsepin [154]. Por exemplo, com um aumento da número de eventos esperados no Super-Kamiokande (22.5 kton fiducial volume) por um fator de ~ 20 pode-se esperar um melhoria em m_ν^2 como o inverso da raiz quadrada da número, portanto, atingindo $m_\nu \leq 0.4$ eV no caso mais otimista. Se em vez disso, usarmos a expressão dada pela Eq. (5.48), nós encontraremos novamente um valor próximo ao da Eq. (5.45).

Uma possibilidade alternativa seria a de identificar a curta explosão de neutronização; veja [179] para uma discussão anterior. Sua detecção pode nos permitir investigar massas de neutrinos de ordem similar ao que apresentamos nesta seção. No cenário padrão de emissão de neutrinos, no entanto, esta explosão corresponde a uma pequena fração do número total de eventos, o que implica a necessidade de considerarmos um novo detector megaton de água Cherenkov. Na verdade, os eventos de espalhamento elástico são $1/35$ do total da amostra, e a explosão compreende cerca de $1/20$ da energia total liberada em neutrinos eletrônicos, que, quando convertidos em neutrinos muônicos e tauônicos via oscilação, possuem uma seção de choque 6.5 vezes menor. Assim, uma estimativa conservadora da fração de eventos da explosão de neutronização é $1/4500$, o que significa cerca $N = 20$ ($= 1$) eventos em 450 (22,5) kton de volume do detector, a partir de uma supernova à distância de 10 kpc. Se nós usarmos a Eq. (5.48) com $\tau = 3$ ms, isto provoca um $m_\nu \leq 0.7$ eV, que é novamente semelhante ao limite obtido pela Eq. (5.48), mas possivelmente mais estável e sem recorrer ao gatilho associado a onda gravitacional.⁶

5.4.5 Resumo

Neste trabalho, baseado em uma série de artigos sobre neutrinos de supernova [173, 45, 136, 175, 36], discutimos o limite sobre a massa do neutrino através de antineutrinos eletrônicos de supernova. Nosso limite, Eq. (5.42), concorda bem com o obtido por Lamb e Loredó [126], apesar do grande número de diferenças no procedimento de análise.

⁶Para uma maior precisão no limite devemos levar em conta que a reação de espalhamento elástico $\nu e \rightarrow \nu e$ não permite reconstruir a energia do neutrino com precisão.

Argumentamos que o resultado de SN1987A é relativamente insensível aos detalhes do modelo de emissão, assim como a emissão assemelha-se às expectativas do cenário padrão, que inclui uma fase inicial de antineutrinos com intensa luminosidade. Mostramos que o conhecimento do tempo em que começa a emissão de neutrinos (tempo de *deslocamento*) tem, ao contrário, um impacto significativo sobre o limite que os detectores existentes podem obter.

Nós deduzimos a última sensibilidade que pode ser fornecida pelos detectores existentes com neutrinos de supernova . Nós mostramos que, em média, a massa se situa na região interessante de sub-eV. No entanto, os primeiros eventos detectados, que são fundamentais para tal determinação de massa, implicam numa grande flutuação na determinação dos limites das massas dos neutrinos. Um requisito fundamental para uma maior precisão na determinação da massa é o conhecimento do tempo de *deslocamento*; discutimos que a detecção da explosão de ondas gravitacionais pode permitir alcançarmos a sensibilidade da região de sub-eV com detectores de neutrinos já existentes. Comentamos brevemente sobre a perspectiva de melhorar o limite com um futuro detector de água Cherenkov, de massa da ordem de megaton

Conclusões

Aqui apresentamos nossas conclusões baseado nos trabalhos apresentados nos capítulos 3,4 e 5.

No capítulo 3, que apresenta vários elementos de física não-padrão, apresentamos as seguintes conclusões, que reescrevemos aqui:

- Notamos que, usando o modelo Cirelli *et al.*, ocorre a supressão total da conversão dos neutrinos eletrônicos em neutrinos estéreis. Isto ocorre devido a Δm_{mavan}^2 ser muito pequeno na região da supernova. Logo, podemos dizer que o processo-r não consegue impor limites no espaço de parâmetros de oscilação de neutrinos. Por outro lado, podemos dizer também que o processo-r é salvo com esse tipo de modelo, mantendo a condição $Y_e < 0.5$.
- Também envolvendo o processo-r, nosso modelo mantém $Y_e < 0.5$ e também não conseguimos colocar nenhum limite através de tal processo ao espaço de parâmetros de oscilação considerado para qualquer valor de δ nas situações “a” e “b” na evolução de Δm_{mavan}^2 . No entanto, para as evoluções “c” e “d” obtemos regiões de exclusão representada por $Y_e < 0.5$ e mostradas na figura 3.5.
- O caso de probabilidade de oscilação de antineutrinos, baseado no limite $P_{ee} < 0.5$ extraído dos dados de SN1987A, possui modificações interessantes em relação ao caso sem MaVaN ($\delta = 0$). Verificamos que modificações significativas ocorrem para $\delta = 20$ e $\delta = 2$, especialmente para os casos “a” e “b” de evolução de Δm_{mavan}^2 . Notamos a existência de uma nova região de probabilidade, causado pela existência de um $\Delta m_{mavan}^2 < 0$, introdução de novas ressonâncias em regiões como a onda de choque e modificações de hierarquia de massas durante a propagação dos neutrinos no meio. Concluímos que à medida que Δm_{mavan}^2 atinge rapidamente o valor do vácuo, como nos casos “c” e “d”, reproduzimos a situação de $\delta = 0$, como esperado, uma vez que as novas regiões de ressonância criadas já não existem mais, permanecendo praticamente as mesmas do caso sem MaVaN. Novas regiões de curvas de probabilidade podem ser definidas como pudemos perceber. Para casos com $\delta = -2$ e $\delta = -20$ não apresentam regiões diferenciadas, porque nenhuma ressonância é adicionada, apenas há um pequeno deslocamento de posição e influenciadas por um Δm_{mavan}^2 com maior valor em determinados pontos iniciais, modificando, porém não tão significativamente, a probabilidade de sobrevivência.
- O caso da oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_s$ dos neutrinos apresenta situações também com regiões diferentes para o caso MaVaN em relação ao caso sem MaVaN. Isto se deve a possibilidade de existência de inúmeras ressonâncias, tanto na região de onda de choque, como para os casos de $\delta = 20$ e $\delta = 2$ que conseguem criar novas ressonâncias em regiões distintas. Este caso é particularmente importante uma vez que a detecção de neutrinos eletrônicos em eventos elásticos podem se tornar importantes para futuros detectores de megaton, que aumentarão

a quantidade de eventos detectados desta natureza. Já para valores negativos de δ , pequenas modificações são introduzidas, especialmente para o caso de evolução “a”.

Torna-se relevante, em um trabalho futuro, considerar as interações neutrino-neutrino presentes no núcleo da supernova e também uma maior quantidade de famílias de neutrinos e novas combinações de misturas, assim como feito e realizado em [118].

Para o capítulo 4, importante para a futura detecção de neutrinos de supernova, apresentamos as seguintes conclusões, que enfatizamos aqui:

- Nós construímos a verossimilhança geral para análise dos dados de supernova, Eq. (4.16), e especificando para a análise de SN1987A, Eq. (4.39). Tomamos esta verossimilhança em comparação com outras formas já introduzidas na literatura científica. Enquanto que a nossa verossimilhança é uma generalização das outras verossimilhanças que são tradicionalmente adotadas para a análise de eventos de SN1987A (ou também para o estudo de processos raros), ela também está em desacordo com estas outras. Notamos que nossa verossimilhança não faz um agrupamento na análise, mas é construída de forma a analisarmos evento por evento e, como resultado principal, vimos que ela atinge valores de parâmetros astrofísicos, como a T_c (temperatura de resfriamento) e o R_c (raio de resfriamento) na análise de SN1987A, que se aproximam dos valores teóricos previsto.

Para o capítulo 5, em que buscamos colocar um limite superior à massa dos neutrinos emitidos pela SN1987A e também para uma futura explosão de supernova em nossa galáxia, apresentamos as seguintes conclusões:

- Conseguimos um limite superior para a massa do neutrino com os dados de SN1987A, com 95% de CL, $m_\nu < 5.8\text{eV}$, baseado nos eventos de Kamiokande-II, IMB e Baksan, deixando todos os parâmetros astrofísicos livres no método da maximização da verossimilhança. Notamos que ter informação sobre o tempo de deslocamento é importante para a determinação de massa e isso pode ser feito com o conhecimento dos possíveis sinais a serem detectado das ondas gravitacionais.
- Para um detector do tipo SuperKamiokande, nosso limite é, com 95% de CL, $m_\nu < 0.8\text{eV}$, considerando que a supernova é galáctica, a 10 kpc, e que os parâmetros astrofísicos estão livres. Com um número elevado de eventos provamos que os neutrinos de supernova podem nos dar uma informação valiosa sobre as massas dos neutrinos, sondando a região de sub-eV, próximo ao que o experimento terrestre Kamrin permite atingir.
- No entanto, este último limite apresentado está sujeito a fortes flutuações estatísticas, correlacionada com as características dos primeiros eventos detectados. Fizemos um conjunto de dez simulações para três tipos de detectores diferentes: tipo SuperKamiokande, LVD e Kamiokande-II. Notamos uma grande dispersão no limite da massa do neutrino. No entanto, vimos que todos estão abaixo dos limites teóricos e não rigorosos estabelecidos pela Eq. (5.48). Nestes consideramos e comparamos o método com o limite obtido pelos dados de SN1987A, obtendo a confirmação da eficiência do método.

Apêndice A

Interação neutrino-neutrino

Sabe-se que os neutrinos se propagam na supernova e sentem a existência de um potencial criado pela interação do tipo fraca por corrente neutra e carregada com os elétrons, pósitrons, prótons e nêutrons do meio (poderíamos citar também que os neutrinos também interagem com os núcleos do meios). Tais interações criam o conhecido efeito MSW. No entanto, quando tratamos ambientes com densidades elevadas, como supernovas, nossa noção do efeito MSW deve ser alterada, uma vez que podemos considerar vários pontos de ressonância e também considerar a interação neutrinos-neutrinos no meio, uma vez que a densidade da espécie considerada é elevada. Smirnov [180] aponta que, para uma análise completa da propagação dos neutrinos, devemos considerar três ingredientes básicos:

1. Devemos considerar as condições físicas do meio: sua densidade, sua composição química, sua polarização e também seu movimento;
2. propriedades de densidades: chamaremos de distribuição efetiva de densidade “vista” pelos neutrinos ao longo do seu caminho;
3. padrão das massas e das misturas dos neutrinos - efeitos de hierarquia de massa, do ângulo de mistura θ_{13} , por exemplo.

Pantaleone, considerando as interações entre os neutrinos, mostrou que há um termo não-diagonal no acoplamento [181]. Atualmente sabemos que a interação neutrino-neutrino provoca uma separação do espectro (“mudança de espectro”), porque os neutrinos evoluem coletivamente de maneira sincronizada e bipolar [182] (Ver Fig. (A.1)). As implicações fenomenológicas são relevantes para a hierarquia invertida, uma vez que $\bar{\nu}_e$ ganham um espectro “quente”, independente de quão pequeno é o ângulo θ_{13} . Trabalhos recentes também indicam que a dinâmica de explosão pode alterar o ponto de ressonância, sendo que os neutrinos podem encontrar na sua propagação múltiplas ressonâncias. Além do mais, oscilações rápidas de (anti)neutrinos podem acontecer devido às diferenças entre as duas ou mais ressonâncias.

Quando neutrinos se propagam pelo meio eles sentem uma mudança em sua energia, muito similar à refração de um fóton, devido às interações coerentes com o meio. Na grande maioria das situações as energias consideradas são mais baixas que a massa de repouso dos bósons de interação fraca, $W^\pm \approx 80.2$ GeV e $Z^0 \approx 91.2$ GeV. Consideremos que a seguinte Hamiltoniana:

$$H_{\text{int}}^{\text{NC}} = \frac{G_{\text{F}}}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_f \gamma_\mu (C_{\text{V}} - C_{\text{A}} \gamma_5) \Psi_f \bar{\Psi}_{\nu_l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_{\nu_l}. \quad (\text{A.1})$$

Na expressão acima temos que Ψ_{ν_l} representa um campo de neutrino ($l = e, \mu, \tau$), enquanto que Ψ_f é um campo fermiônico do meio em consideração ($f = e, p, n, \nu_l$). As constantes de interação fraca, C_V e C_A , são tabeladas e assumem valores que dependem do meio e da interação que estamos considerando.

Dada a Hamiltoniana extraímos as amplitudes dos espalhamentos frontais. A parte do vetor axial representa o spin do fermion f e, se fizermos uma média, será igual a zero se o meio não for polarizado.

No caso de supernovas e do universo primordial, as frequentes colisões dos neutrinos afetam a evolução das fases. Façamos um exemplo meramente ilustrativo. Suponhamos que ν_e se espalha com uma taxa Γ enquanto que o outro neutrino, ν_μ , não sofre espalhamento. O neutrino ν_e começará a oscilar para ν_μ . No entanto, a cada colisão ocorrida, o momento de ν_e é modificado, enquanto que a componente ν_μ é mantida constante. Então, após a colisão, o momento destes dois estados é distinto, então a interferência acaba e eles evoluem separadamente. Isto permite que o restante do estado ν_e interfira, estabelecendo uma nova coerência com ν_μ , mas que se encerra depois de outra colisão e isto acontece sucessivamente. Este processo irá atingir somente o equilíbrio quando a quantidade de ν_e se igualar com a quantidade de ν_μ .

Este efeito de descoerência é ainda mais evidente quando incluímos a possibilidade de absorção e produção de ν_e por reações do tipo corrente carregada, como $\nu_e n \rightarrow pe$. Incluindo a taxa de reação Γ e a oscilação de neutrinos, teríamos a seguinte conversão: $\frac{1}{2} \sin^2 2\theta$. Outra diminuição da quantidade de ν_e estaria associada aos diferentes modos de oscilação em diferentes frequências, encerrando o padrão oscilatório.

A.1 Fórmula de Stodolsky

A perda de coerência por colisões não pode ser apropriadamente entendida através de uma queda da amplitude, tornando-a zero. Não é ela que vai a zero, mas sim a coerência relativa, que é amortecida e pode desaparecer. Para uma quantidade significativa de partículas colidindo, temos que construir uma matriz densidade para dar conta deste fenômeno. Então $\rho = \frac{1}{2}(1 + \vec{P} \cdot \vec{\sigma})$, em que \vec{P} é o vetor de polarização e σ representa as matrizes de Pauli. Na base das interações fracas seus elementos diagonais representam a probabilidade de medirmos ν como um estado ν_e ou ν_μ , enquanto que os termos não-diagonais contêm a informação das fases relativas.

Num sistema de dois níveis, o comprimento do vetor de polarização mede o grau de coerência: comprimento 1 corresponde a um estado puro e comprimentos com tamanhos menores que 1 indicam algum grau de não-coerência, e comprimento zero é um estado completamente misturado ou incoerente. O estado de “equilíbrio” de sabor não possui, em qualquer base, elementos fora da diagonal principal.

Mesmo matrizes densidade coerentes ou parcialmente coerentes podem ser diagonalizadas em alguma base. As interações com o meio também podem ser diagonalizadas em alguma base; para neutrinos, esta base é a base de interação fraca. Se a matriz densidade e a matriz de interação são ambas diagonais na mesma base não haverá efeito de descoerência. Por exemplo, uma matriz densidade diagonal na base de interação fraca implica que não há fase relativa entre ν_e e ν_μ e então colisões que afetam ν_e 's e ν_μ 's separadamente não possuem impacto na matriz densidade. Entretanto, a matriz densidade que é diagonal na base de massas, diferente na base de interação fraca, sofrerá perda de coerência no mesmo meio.

Como dissemos anteriormente, a perda de coerência é dada pelo encolhimento do comprimento \mathbf{P} . Mais precisamente, a componente P_T , que representa a parte transversal a base de interação,

é amortecida, isto é, nesta mesma base interação, ela representa os elementos não-diagonais de ρ . Então, em presença de colisões a evolução \mathbf{P} é dada por:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V} \times \mathbf{P} - DP_T \quad (\text{A.2})$$

A primeira parte é a parte da fórmula de precessão, que também descreve as oscilações de neutrinos. A evolução temporal é apropriada uma vez que temos em mente a evolução de um conjunto espacialmente homogêneo ao invés do padrão espacial do feixe estacionário. O “campo magnético” \mathbf{V} é

$$\mathbf{V} = \frac{2\pi}{t_{osc}} \begin{pmatrix} \sin 2\theta \\ 0 \\ \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

em que θ é o ângulo de mistura no meio e t_{osc} é o período da oscilação. Eles são dados em termo das massas dos neutrinos e do momentum, do ângulo de mistura do vácuo e da densidade do meio. O parâmetro de amortecimento D é determinado pelas amplitudes de espalhamento do fundo. A evolução descrita pela Eq. (A.2) é uma precessão ao longo de \mathbf{V} , combinado com o encurtamento do comprimento \mathbf{P} pra zero. O estado final corresponde a $\rho = 1/2$ em que ambos os sabores são igualmente populados e com o encerramento da coerência entre ambos.

A.2 Matriz Densidade

A pergunta que devemos fazer é qual quantidade pode ser sugerida para substituir a matriz densidade de uma partícula para descrever um possível “ensemble” de neutrinos degenerados? Para neutrinos não misturados as observáveis relevantes são os números de ocupação, dependentes do tempo, $f_{\mathbf{p}}$ para um dado modo \mathbf{p} do campo de neutrino. Eles são dados pelos valores esperados dos operadores $n_{\mathbf{p}} = a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}}$, em que $a_{\mathbf{p}}$ é o operador de destruição e $a_{\mathbf{p}}^\dagger$ é um operador de criação de momento \mathbf{p} . Para vários sabores é natural generalizar as matrizes $f_{\mathbf{p}}$ para matrizes $\rho_{\mathbf{p}} = \rho(\mathbf{p})$ da forma:

$$\rho_{ij}(\mathbf{p}) = \langle a_j^\dagger(\mathbf{p}) a_i(\mathbf{p}) \rangle \quad \text{and} \quad \bar{\rho}_{ij}(\mathbf{p}) = \langle b_i^\dagger(\mathbf{p}) b_j(\mathbf{p}) \rangle \quad (\text{A.4})$$

Os operadores a estão associados aos neutrinos enquanto que os operadores b estão associados ao antineutrinos. Os elementos diagonais das matrizes acima são os números de ocupação, enquanto que os não diagonais representam a fase relativa entre os estados. No limite não-degenerado, $\rho_{\mathbf{p}}$ faz o papel da matriz densidade que comentamos anteriormente para uma única partícula. Podemos dizer que este formalismo de matrizes densidade é capaz de descrever completamente um conjunto homogêneo de neutrinos. O que é necessário é deduzir uma equação de movimento que nos limites apropriados é capaz de se reduzir a uma equação de precessão, a uma equação de colisão de Boltzmann e também a equação de amortecimento de Stodolsky.

A equação que descreverá completamente o sistema será

$$\dot{\rho}_{\mathbf{p}}(t) = -i[\Omega_{\mathbf{p}}^0, \rho_{\mathbf{p}}(t)] + i\langle [H_{int}^0(t), \hat{\rho}_{\mathbf{p}}^0] \rangle - \int_0^t dt' \langle [H_{int}^0(t-t'), [H_{int}^0(t), \hat{\rho}_{\mathbf{p}}^0]] \rangle, \quad (\text{A.5})$$

sendo que temos uma equação similar para $\bar{\rho}_{\mathbf{p}}$ que representa os antineutrinos. O primeiro termo do lado direito da equação está relacionado com a equação livre de Heisenberg $i\partial_t \hat{\rho}_{\mathbf{p}} = [\Omega_{\mathbf{p}}^0, \hat{\rho}_{\mathbf{p}}]$. Lembrando que

$$\Omega_{\mathbf{p}}^0 \equiv (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}, \quad \hat{\rho}_{ij}(\mathbf{p}, t) \equiv a_j^\dagger(\mathbf{p}, t)a_i(\mathbf{p}, t) \quad \text{and} \quad \hat{\rho}_{ij}^\dagger(\mathbf{p}, t) \equiv b_i^\dagger(\mathbf{p}, t)b_j(\mathbf{p}, t) \quad (\text{A.6})$$

Quando tomamos o valor esperado da equação de Heisenberg em ambos os lados e usando a representação $\Omega^0 = \omega^0 + \frac{1}{2}\mathbf{V}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ e $\rho_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2}f_{\mathbf{p}}(1 + \mathbf{P}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\sigma})$ obtemos a equação de Stodolsky (A.2) sem o termo de amortecimento para dois sabores.

O segundo termo da Eq. (A.5) é o termo de primeira ordem associado ao espalhamento frontal. O terceiro termo contém, além da parte de espalhamento frontal, mas também os outros efeitos de espalhamento. Obviamente, H_{int} é a Hamiltoniana que contém todos os componentes de interação do meio, desde as interações por corrente carregada, escrita logo abaixo, assim como as interações por corrente neutra com todas as espécies, descritas pela Eq. (A.1).

$$H_{cc} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int d^3x \bar{\Gamma}(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x}) + \text{h.c.}, \quad (\text{A.7})$$

em que os campos de neutrinos são representados por Ψ e $\bar{\Gamma}$ é um conjunto de operadores de Dirac que representam o meio (na base de interação carregam o número leptônico l correspondente ao sabor l). Por exemplo, num meio de núcleons e elétrons o campo Γ_e pode ser escrito para os acoplamentos típicos do Modelo Padrão da seguinte maneira:

$$\Gamma_e = \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_e \bar{\Psi}_n \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \Psi_p, \quad (\text{A.8})$$

em que Ψ_n , Ψ_p e Ψ_e são, respectivamente, os campos de Dirac para o nêutron, o próton e o elétron. $C_V = 1$ e $C_A = 1.26$ são os valores adimensionais das constantes de acoplamento vetorial e axial, respectivamente.

Um caso especial das interações por corrente neutra ocorrem quando os neutrinos interagem entre si. No espaço dos momentos esta interação é escrita da seguinte maneira:

$$H_S = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int d\mathbf{p} d\mathbf{p}' d\mathbf{q} d\mathbf{q}' (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{p}' - \mathbf{q}') \times \bar{\Psi}_{\mathbf{q}} G_S \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_{\mathbf{q}'} \bar{\Psi}_{\mathbf{p}} G_S \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \Psi_{\mathbf{p}'}, \quad (\text{A.9})$$

em que G_S , num modelo com três famílias sequenciais de neutrinos, é uma matriz unitária 3×3 . Para a evolução de um sabor “normal” e um estéril pode-se escrever $G_S = \text{diag}(1, 0)$. A interação neutrino-neutrino adiciona uma contribuição para a refração, alterando o valor da energia ¹

$$\Omega_{\mathbf{p}}^S = \sqrt{2} G_F \int d\mathbf{q} G_S (\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) G_S + G_S \text{Tr}[(\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) G_S] \quad (\text{A.10})$$

$\bar{\Omega}_{\mathbf{p}}^S$ é dado pela mesma fórmula com $\rho_{\mathbf{q}}$ e $\bar{\rho}_{\mathbf{q}}$ trocado. A expressão do traço está relacionado com o conhecido resultado de que a mudança na energia do neutrino em um banho de seu próprio sabor é duas vezes maior que num banho com um neutrino de sabor diferente.

Abaixo mostramos o que acontece quando consideramos as interações neutrino-neutrino em supernovas para três famílias.

Recomendamos para leitura os seguintes artigos, nos quais nos baseamos para a escrita deste artigo: Cap.9 do livro [51], do qual grande parte deste apêndice foi baseado; Sigl e Raffelt [183]; Sawyer [184] e Duan, Fuller e Qian [185].

¹Se o conjunto de neutrinos é não isotrópico é necessário incluir um fator $(1 - \cos \theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}})$ na integral, em que $\theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}$ é o ângulo entre \mathbf{p} e \mathbf{q} .

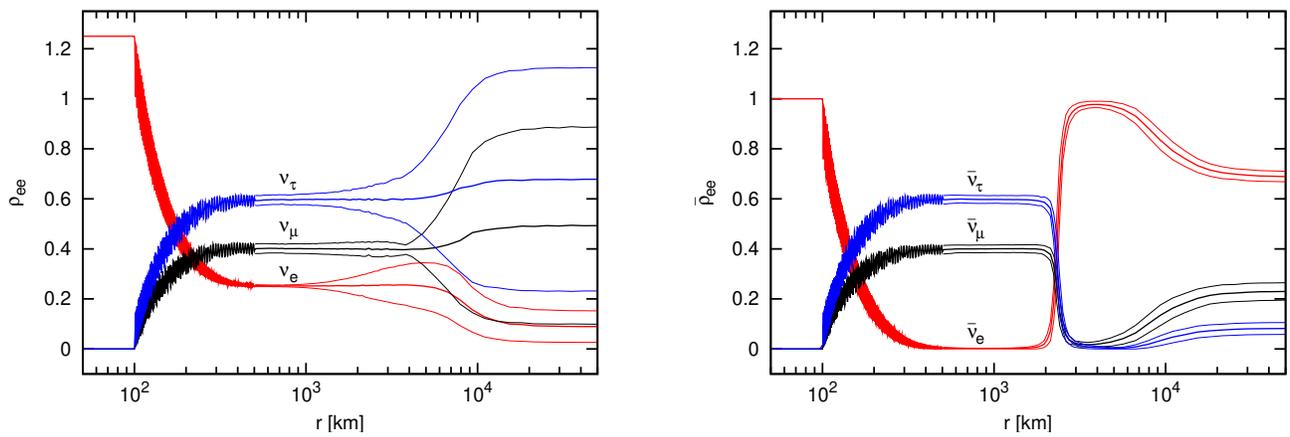


Figura A.1: Gráficos extraídos de [182]. Figura da esquerda para neutrinos e figura da direita para antineutrinos. Curvas vermelhas sabor eletrônico; curva azul para sabor tauônico e curva preta sabor muônico. Foram considerados os valores atuais de mistura e diferença de massa ao quadrado '12' e '23', além de $\sin^2 \theta_{13} = 0.01$ e fase de Dirac igual a zero.

Referências Bibliográficas

- [1] C. Giunti e C. W. Kim, “Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics,” *Oxford, UK: Univ. Pr. (2007) 710 p*
- [2] E. N. Alekseev e L. N. Alekseeva, *J. Exp. Theor. Phys.* **95**, 5 (2002) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **95**, 10 (2002)] [arXiv:astro-ph/0212499].
- [3] S. L. Shapiro e S. A. Teukolsky, “Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects,” *New York, USA: Wiley (1983) 645 p*
- [4] M. M. Phillips, *Astrophys. J.* **413**, L105 (1993).
- [5] H. T. Janka, *Italian Phys. Soc. Proc.* **40**, 345 (1993).
- [6] R. Kippenhahn e A. Weigert, “Stellar structure and Evolution”, Springer- Verlag.
- [7] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 801 (1990).
- [8] E. Baron e J. Cooperstein, “Initial models and the prompt mechanism of SN II,” *In *Santa Cruz 1989, Supernovae* 342-351*
- [9] A. Burrows, D. Klein e R. Gandhi, *Phys. Rev. D* **45**, 3361 (1992).
- [10] S. A. Colgate e R. H. White, *Astrophys. J.* **143**, 626 (1966).
- [11] H. A. Bethe e J. R. Wilson, *Astrophys. J.* **295**, 14 (1985).
- [12] S. Woosley e T. Janka, arXiv:astro-ph/0601261.
- [13] A. Burrows, E. Livne, L. Dessart, C. Ott e J. Murphy, *Astrophys. J.* **640**, 878 (2006) [arXiv:astro-ph/0510687].
- [14] T. Totani, K. Sato, H. E. Dalhed e J. R. Wilson, *Astrophys. J.* **496**, 216 (1998) [arXiv:astro-ph/9710203].
- [15] R. Buras, M. Rampp, H. T. Janka e K. Kifonidis, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 241101 (2003) [arXiv:astro-ph/0303171].
- [16] M. Liebendoerfer, A. Mezzacappa, F. K. Thielemann, O. E. B. Messer, W. R. Hix e S. W. Bruenn, *Phys. Rev. D* **63**, 103004 (2001) [arXiv:astro-ph/0006418].
- [17] R. Buras, H. T. Janka, M. T. Keil, G. G. Raffelt e M. Rampp, *Astrophys. J.* **587**, 320 (2003) [arXiv:astro-ph/0205006].

- [18] T. A. Thompson, A. Burrows e P. A. Pinto, *Astrophys. J.* **592**, 434 (2003) [arXiv:astro-ph/0211194].
- [19] M. T. Keil, G. G. Raffelt e H. T. Janka, *Astrophys. J.* **590**, 971 (2003) [arXiv:astro-ph/0208035].
- [20] M. T. Keil, arXiv:astro-ph/0308228.
- [21] A. Burrows e T. A. Thompson, arXiv:astro-ph/0210212.
- [22] M. Liebendoerfer, M. Rampp, H. T. Janka e A. Mezzacappa, *Astrophys. J.* **620**, 840 (2005) [arXiv:astro-ph/0310662].
- [23] A. Burrows, T. Young, P. Pinto, R. Eastman e T. A. Thompson, *Astrophys. J.* **539**, 865 (2000).
- [24] A. Burrows, J. Hayes e B. A. Fryxell, *Astrophys. J.* **450**, 830 (1995) [arXiv:astro-ph/9506061].
- [25] A. Burrows, E. Livne, L. Dessart, C. Ott e J. Murphy, *Astrophys. J.* **640**, 878 (2006) [arXiv:astro-ph/0510687].
- [26] C. L. Fryer e M. S. Warren, arXiv:astro-ph/0206017.
- [27] C. L. Fryer e M. S. Warren, *Astrophys. J.* **601**, 391 (2004) [arXiv:astro-ph/0309539].
- [28] R. Buras, M. Rampp, H. T. Janka e K. Kifonidis, *Astron. Astrophys.* **447**, 1049 (2006) [arXiv:astro-ph/0507135].
- [29] R. Buras, H. T. Janka, M. Rampp e K. Kifonidis, arXiv:astro-ph/0512189.
- [30] A. Mezzacappa, A. C. Calder, S. W. Bruenn, J. M. Blondin, M. W. Guidry, M. R. Strayer e A. S. Umar, arXiv:astro-ph/9612107.
- [31] C. Y. Cardall, arXiv:astro-ph/0212438.
- [32] C. Y. Cardall, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **145**, 295 (2005) [arXiv:astro-ph/0502232].
- [33] C. Y. Cardall, A. O. Razoumov, E. Endeve, E. J. Lentz e A. Mezzacappa, *J. Phys. Conf. Ser.* **16**, 390 (2005) [arXiv:astro-ph/0510706].
- [34] C. Y. Cardall, A. O. Razoumov, E. Endeve e A. Mezzacappa, arXiv:astro-ph/0510704.
- [35] W. Kunkel *et al.*, *IAU Circ.* **4316**, 1 (1987).
- [36] A. Strumia e F. Vissani, *Phys. Lett. B* **564**, 42 (2003) [arXiv:astro-ph/0302055].
- [37] P. Vogel, *Phys. Rev. D* **29**, 1918 (1984).
- [38] J. Arafune e M. Fukugita, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 367 (1987).
- [39] A. Burrows, *Astrophys. J.* **334**, 891 (1988).
- [40] C. B. Bratton *et al.* [IMB Collaboration], *Phys. Rev. D* **37**, 3361 (1988).

- [41] H.-T. Janka e W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys. Suppl.* **78**, 375 (1989); H.-T. Janka e W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys.* **224**, 49 (1989);
- [42] K. S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev. D* **44**, 2241 (1991); K. S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev. Lett. B* **66**, 9 (1991).
- [43] F. Boehm e P. Vogel, “PHYSICS OF MASSIVE NEUTRINOS,” *CAMBRIDGE, UK: UNIV. PR. (1987) 211p*
- [44] W. C. Haxton, *Phys. Rev. D* **36**, 2283 (1987).
- [45] G. Pagliaroli, F. Vissani, M.L. Costantini e A. Ianni, *Astropart. Phys.* **31** (2009) 163.
- [46] C. E. Rolfs e W. S. Rodney, “Cauldrons in the Cosmos: Nuclear Astrophysics,” *University Of Chicago Press; 1 edition (1988); 580p*
- [47] H. E. Suess e H. C. Urey, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 53 (1956).
- [48] M. Arnould, S. Goriely e K. Takahashi, *Phys. Rept.* **450**, 97 (2007) [arXiv:0705.4512 [astro-ph]].
- [49] Y. Ishimaru e S. Wanajo, arXiv:astro-ph/9812067.
- [50] K. Otsuki, H. Tagoshi, T. Kajino e S. y. Wanajo, arXiv:astro-ph/9911164.
- [51] G. G. Raffelt, “Stars As Laboratories For Fundamental Physics: The Astrophysics Of Neutrinos, Axions, And Other Weakly Interacting Particles,” *Chicago, USA: Univ. Pr. (1996) 664 p*
- [52] B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP* **6**, 429 (1957) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 549 (1957)].
- [53] B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP* **7**, 172 (1958) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **34**, 247 (1957)].
- [54] R. J. Davis, D. S. Harmer e K. C. Hoffman, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1205 (1968).
- [55] S. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3999 (2000) [arXiv:hep-ex/0009001].
- [56] Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* **28**, 870 (1962).
- [57] B. Pontecorvo *Sov. Phys. JETP.* **26**, 984 (1968).
- [58] V. N. Gribov e B. Pontecorvo, *Phys. Lett. B* **28**, 493 (1969).
- [59] S. Eliezer e A. R. Swift, *Nucl. Phys. B* **105**, 45 (1976).
- [60] H. Fritzsch e P. Minkowski, *Phys. Lett. B* **62**, 72 (1976).
- [61] S. M. Bilenky e B. Pontecorvo, *Lett. Nuovo Cim.* **17**, 569 (1976).
- [62] S. M. Bilenky e B. Pontecorvo, *Phys. Rept.* **41**, 225 (1978).
- [63] M. C. Gonzalez-Garcia e M. Maltoni, *Phys. Rept.* **460**, 1 (2008) [arXiv:0704.1800 [hep-ph]].

- [64] A. Kusenko, Phys. Rept. **481**, 1 (2009) [arXiv:0906.2968 [hep-ph]].
- [65] E. Komatsu *et al.*, arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]. Also for more information see website <http://map.gsfc.nasa.gov/news/index.html>
- [66] B. Pontecorvo, JTEP, **53**, 1717 (1967).
- [67] P. Minkowski, Phys. Lett. B **67**, 421 (1977); R. N. Mohapatra e P. B. Pal, “Massive neutrinos in physics and astrophysics. Second edition,” World Sci. Lect. Notes Phys. **60**, 1 (1998) [World Sci. Lect. Notes Phys. **72**, 1 (2004)].
- [68] A. Y. Smirnov e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **74**, 013001 (2006) [arXiv:hep-ph/0603009].
- [69] C. Athanassopoulos *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996) [arXiv:nucl-ex/9605003]; C. Athanassopoulos *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. C **58**, 2489 (1998) [arXiv:nucl-ex/9706006]; C. Athanassopoulos *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1774 (1998) [arXiv:nucl-ex/9709006].
- [70] A. de Gouvea, Phys. Rev. D **72**, 033005 (2005) [arXiv:hep-ph/0501039].
- [71] M. Sorel, J. M. Conrad e M. Shaevitz, Phys. Rev. D **70**, 073004 (2004) [arXiv:hep-ph/0305255].
- [72] S. Palomares-Ruiz, S. Pascoli e T. Schwetz, JHEP **0509**, 048 (2005) [arXiv:hep-ph/0505216].
- [73] R. E. Shrock, Phys. Rev. D **24**, 1232 (1981).
- [74] S. R. Elliott e P. Vogel, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **52**, 115 (2002) [arXiv:hep-ph/0202264].
- [75] G. Finocchiaro e R. E. Shrock, Phys. Rev. D **46**, 888 (1992); F. L. Bezrukov e M. Shaposhnikov, Phys. Rev. D **75**, 053005 (2007) [arXiv:hep-ph/0611352].
- [76] A. Kusenko, S. Pascoli e D. Semikoz, JHEP **0511**, 028 (2005) [arXiv:hep-ph/0405198].
- [77] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).
- [78] P. B. Pal e T. N. Pham, Phys. Rev. D **40**, 259 (1989).
- [79] D. Notzold e G. Raffelt, Nucl. Phys. B **307**, 924 (1988).
- [80] J. F. Nieves, Phys. Rev. D **40**, 866 (1989).
- [81] J. N. Bahcall, “NEUTRINO ASTROPHYSICS,” *CAMBRIDGE, UK: UNIV. PR. (1989) 567p*
- [82] S. P. Mikheev e A. Y. Smirnov, Nuovo Cim. C **9**, 17 (1986).
- [83] S. J. Parke, Phys. Rev. Lett. **57**, 1275 (1986).
- [84] L. Landau, Phys. Z. Sowjetunion **2**, 46 (1932).
- [85] C. Zener Proc. Roy. Soc. **137**, 696 (1932).
- [86] E. C. G. Stueckelberg, Helv. Phys. Acta **5**, 369 (1932).

- [87] W. C. Haxton, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1271 (1986).
- [88] L. D. Landau e L. M. Lifshitz, “Quantum Mechanics”, *Pergamon Press* (1977).
- [89] J. Fetter, G. C. McLaughlin, A. B. Balantekin e G. M. Fuller, *Astropart. Phys.* **18**, 433 (2003) [arXiv:hep-ph/0205029]. G. C. McLaughlin, J. M. Fetter, A. B. Balantekin e G. M. Fuller, *Phys. Rev. C* **59**, 2873 (1999) [arXiv:astro-ph/9902106].
- [90] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team Collaboration], *Astron. J.* **116**, 1009 (1998) [arXiv:astro-ph/9805201].
- [91] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999) [arXiv:astro-ph/9812133].
- [92] P. de Bernardis *et al.* [Boomerang Collaboration], *Nature* **404**, 955 (2000) [arXiv:astro-ph/0004404].
- [93] J. Dunkley *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **180**, 306 (2009) [arXiv:0803.0586 [astro-ph]].
- [94] M. Kowalski *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **686**, 749 (2008) [arXiv:0804.4142 [astro-ph]].
- [95] E. J. Copeland, M. Sami e S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 1753 (2006) [arXiv:hep-th/0603057].
- [96] R. R. Caldwell e M. Kamionkowski, arXiv:0903.0866 [astro-ph.CO].
- [97] P. J. E. Peebles e B. Ratra, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 559 (2003) [arXiv:astro-ph/0207347].
- [98] J. Frieman, M. Turner e D. Huterer, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **46**, 385 (2008) [arXiv:0803.0982 [astro-ph]].
- [99] P. Q. Hung, arXiv:hep-ph/0010126.
- [100] M. z. Li, X. l. Wang, B. Feng e X. m. Zhang, *Phys. Rev. D* **65**, 103511 (2002) [arXiv:hep-ph/0112069].
- [101] R. Fardon, A. E. Nelson e N. Weiner, *JCAP* **0410**, 005 (2004) [arXiv:astro-ph/0309800].
- [102] R. D. Peccei, *Phys. Rev. D* **71**, 023527 (2005) [arXiv:hep-ph/0411137].
- [103] G. W. Anderson e S. M. Carroll, arXiv:astro-ph/9711288.
- [104] M. Cirelli, M. C. Gonzalez-Garcia e C. Pena-Garay, *Nucl. Phys. B* **719**, 219 (2005) [arXiv:hep-ph/0503028].
- [105] U. Franca, M. Lattanzi, J. Lesgourgues e S. Pastor, *Phys. Rev. D* **80**, 083506 (2009) [arXiv:0908.0534 [astro-ph.CO]].
- [106] J. A. Casas, J. Garcia-Bellido e M. Quiros, *Class. Quant. Grav.* **9**, 1371 (1992) [arXiv:hep-ph/9204213].

- [107] J. Garcia-Bellido, *Int. J. Mod. Phys. D* **2**, 85 (1993) [arXiv:hep-ph/9205216].
- [108] D. Comelli, M. Pietroni e A. Riotto, *Phys. Lett. B* **571**, 115 (2003) [arXiv:hep-ph/0302080].
- [109] M. Kawasaki, H. Murayama e T. Yanagida, *Mod. Phys. Lett. A* **7**, 563 (1992).
- [110] S. Singh e C. P. Ma, *Phys. Rev. D* **67**, 023506 (2003) [arXiv:astro-ph/0208419].
- [111] G. J. . Stephenson, J. T. Goldman e B. H. J. McKellar, *Mod. Phys. Lett. A* **12**, 2391 (1997) [arXiv:hep-ph/9610317].
- [112] G. J. . Stephenson, J. T. Goldman e B. H. J. McKellar, *Int. J. Mod. Phys. A* **13**, 2765 (1998) [arXiv:hep-ph/9603392].
- [113] P. Gu, X. Wang e X. Zhang, *Phys. Rev. D* **68**, 087301 (2003) [arXiv:hep-ph/0307148].
- [114] R. F. Sawyer, *Phys. Lett. B* **448**, 174 (1999) [arXiv:hep-ph/9809348].
- [115] D. B. Kaplan, A. E. Nelson e N. Weiner, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 091801 (2004) [arXiv:hep-ph/0401099].
- [116] F. Rossi-Torres, M. M. Guzzo e P. C. de Holanda, *J. Phys. Conf. Ser.* **203**, 012141 (2010).
- [117] H. Nunokawa, J. T. Peltoniemi, A. Rossi e J. W. F. Valle, *Phys. Rev. D* **56**, 1704 (1997) [arXiv:hep-ph/9702372].
- [118] M. Cirelli, G. Marandella, A. Strumia e F. Vissani, *Nucl. Phys. B* **708**, 215 (2005) [arXiv:hep-ph/0403158].
- [119] K. Kainulainen, J. Maalampi e J. T. Peltoniemi, *Nucl. Phys. B* **358** (1991) 435.
- [120] J. Fetter, G. C. McLaughlin, A. B. Balantekin e G. M. Fuller, *Astropart. Phys.* **18**, 433 (2003) [arXiv:hep-ph/0205029]. G. C. McLaughlin, J. M. Fetter, A. B. Balantekin e G. M. Fuller, *Phys. Rev. C* **59**, 2873 (1999) [arXiv:astro-ph/9902106].
- [121] Y. Z. Qian, G. M. Fuller, G. J. Mathews, R. Mayle, J. R. Wilson e S. E. Woosley, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1965 (1993); G. Sigl, *Phys. Rev. D* **51**, 4035 (1995) [arXiv:astro-ph/9410094].
- [122] R. M. Bionta *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1494 (1987); C. B. Bratton *et al.* [IMB Collaboration], *Phys. Rev. D* **37**, 3361 (1988); K. Hirata *et al.* [KAMIOKANDE-II Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1490 (1987); K. S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev. D* **38**, 448 (1988); E. N. Alekseev, L. N. Alekseeva, I. V. Krivosheina e V. I. Volchenko, *Phys. Lett. B* **205**, 209 (1988).
- [123] D. N. Spergel, T. Piran, A. Loeb, J. Goodman e J. N. Bahcall, *Science* **237**, 1471 (1987).
- [124] T. J. Loredo e D. Q. Lamb, *Annals N. Y. Acad. Sci.* **571**, 601 (1989).
- [125] B. Jegerlehner, F. Neubig e G. Raffelt, *Phys. Rev. D* **54**, 1194 (1996) [arXiv:astro-ph/9601111].
- [126] T. J. Loredo e D. Q. Lamb, *Phys. Rev. D* **65**, 063002 (2002) [arXiv:astro-ph/0107260].
- [127] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Lett. B* **592**, 1 (2004); C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Lett. B* **667**, 1 (2008).

- [128] A. Strumia e F. Vissani, JHEP **0111**, 048 (2001) [arXiv:hep-ph/0109172].
- [129] B. T. Cleveland, Nucl. Instrum. Meth. **214**, 451 (1983).
- [130] P. J. Kernan e L. M. Krauss, Nucl. Phys. B **437**, 243 (1995) [arXiv:astro-ph/9410010].
- [131] M. Nakahata *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **421**, 113 (1999) [arXiv:hep-ex/9807027].
- [132] R. Tomas, D. Semikoz, G. G. Raffelt, M. Kachelriess e A. S. Dighe, Phys. Rev. D **68**, 093013 (2003) [arXiv:hep-ph/0307050].
- [133] D. Kielczewska, Phys. Rev. D **41**, 2967 (1990).
- [134] T. J. Loredo, AIP Conf. Proc. **735**, 195 (2005) [arXiv:astro-ph/0409387].
- [135] G.M. Bernstein *et al.*, Astronomical J. 128 (2004) 1364.
- [136] G. Pagliaroli, F. Vissani, E. Coccia e W. Fulgione, Phys. Rev. Lett. **103**, 031102 (2009) [arXiv:0903.1191 [hep-ph]].
- [137] J. D. Vergados, Phys. Rept. **361**, 1 (2002) [arXiv:hep-ph/0209347].
- [138] E. W. Otten e C. Weinheimer, Rept. Prog. Phys. **71**, 086201 (2008).
- [139] R. Schuch, I. Bergström, K. Blaum, T. Fritioff, Sz. Nagy, A. Solders e M. Suhonen, Hyperfine Interactions **173**, 73 (2006).
- [140] C. Kraus *et al.*, Eur. Phys. J. C **40**, 447 (2005) [arXiv:hep-ex/0412056].
- [141] V. M. Lobashev *et al.*, Phys. Lett. B **460**, 227 (1999).
- [142] L. Bornschein [KATRIN Collaboration], *In the Proceedings of 23rd International Conference on Physics in Collision (PIC 2003), Zeuthen, Germany, 26-28 Jun 2003, pp FRAP14* [arXiv:hep-ex/0309007].
- [143] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra e R. D. Peccei, Phys. Lett. B **98**, 265 (1981). Y. Chikashige, R. N. Mohapatra e R. D. Peccei, Phys. Rev. Lett. **45**, 1926 (1980).
- [144] A. Balysh *et al.*, Phys. Lett. B **356**, 450 (1995); D. O. Caldwell *et al.*, Phys. Rev. D **33**, 2737 (1986); D. O. Caldwell, R. M. Eisberg, D. M. Grumm, M. S. Witherell, F. S. Goulding e A. R. Smith, Phys. Rev. Lett. **59**, 419 (1987); V. Vasilev *et al.* [NEMO Collaboration], Part. Nucl. Lett. **108**, 68 (2001); E. Bellotti, O. Cremonesi, E. Fiorini, C. Liguori, A. Pullia, P. P. Sverzellati e L. Zanotti, Nuovo Cim. A **95**, 1 (1986).
- [145] C. E. Aalseth *et al.* [IGEX Collaboration], Phys. Rev. D **65**, 092007 (2002) [arXiv:hep-ex/0202026].
- [146] S. M. Bilenky, arXiv:1001.1946 [hep-ph].
- [147] K. Assamagan *et al.*, Phys. Rev. D **53**, 6065 (1996).
- [148] R. Barate *et al.* [ALEPH Collaboration], Eur. Phys. J. C **2**, 395 (1998).

- [149] K. Assamagan, C. Bronnimann, M. Daum, R. Frosch, P. R. Kettle e C. Wigger, Phys. Lett. B **434**, 158 (1998).
- [150] S. S. Gershtein e Y. B. Zeldovich, JETP Lett. **4**, 120 (1966) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **4**, 174 (1966)].
- [151] R. Cowsik e J. McClelland, Phys. Rev. Lett. **29**, 669 (1972).
- [152] J. Lesgourgues e S. Pastor, Phys. Rept. **429**, 307 (2006) [arXiv:astro-ph/0603494].
- [153] A. D. Dolgov, Phys. Rept. **370**, 333 (2002) [arXiv:hep-ph/0202122].
- [154] G. T. Zatsepin, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **8**, 333 (1968).
- [155] N. Cabibbo, In **Rome 1980, Proceedings, Astrophysics and Elementary Particles**, 299-307
- [156] T. Piran, Phys. Lett. B **102**, 299 (1981).
- [157] D. N. Schramm, Comments Nucl. Part. Phys. **17**, 239 (1987).
- [158] J. N. Bahcall e S. L. Glashow, Nature **326**, 476 (1987).
- [159] M. Takahara e K. Sato, Mod. Phys. Lett. A **2**, 293 (1987) [Erratum-ibid. A **2**, 449 (1987)].
- [160] W. D. Arnett e J. L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **58**, 1906 (1987).
- [161] K. Sato e H. Suzuki, Phys. Rev. Lett. **58**, 2722 (1987).
- [162] D. N. Spergel e J. N. Bahcall, Phys. Lett. B **200**, 366 (1988).
- [163] L. M. Krauss, Nature **329**, 689 (1987).
- [164] L. F. Abbott, A. De Rujula e T. P. Walker, Nucl. Phys. B **299**, 734 (1988).
- [165] Proceedings of the CLXX Enrico Fermi Course “*Measurements of Neutrino Masses*”, eds. C. Brofferio, F. Ferroni, F. Vissani, SIF-IOS, 2009.
- [166] A. Strumia e F. Vissani, “Neutrino masses and mixings and...,” arXiv:hep-ph/0606054 and subsequent updates; G.L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e A. Palazzo, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 742; M.C. Gonzalez-Garcia e M. Maltoni, Phys. Rept. **460** (2008) 1.
- [167] E. Nardi e J.I. Zuluaga, Phys. Rev. D **69** (2004) 103002.
- [168] E. Nardi e J.I. Zuluaga, Nucl. Phys. B **731** (2005) 140.
- [169] J.I. Zuluaga, PhD thesis defended on 2005 at the Univ. de Antioquia, Medellin, astro-ph/0511771v2.
- [170] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667** (2008) 1.
- [171] D.K. Nadyozhin, Astrophys. Space Sci. **53** (1978) 131.
- [172] H.T. Janka, Astronomy and Astrophysics, **368** (2001) 527; H.T. Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martinez-Pinedo e B. Mueller, Phys. Rept. **442** (2007) 38.

- [173] A. Ianni, G. Pagliaroli, A. Strumia, F.R. Torres, F.L. Villante e F. Vissani, Phys. Rev. D **80** (2009) 043007.
Astropart. Phys. **31** (2009) 163.
- [174] H. Huzita, Mod. Phys. Lett. A **2** (1987) 905.
- [175] M.L. Costantini, A. Ianni e F. Vissani, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 27.
- [176] A. Mirizzi, G.G. Raffelt e P.D. Serpico, JCAP **0605** (2006) 012.
- [177] M. Nakahata *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **421** (1999) 113.
- [178] J.F. Beacom e P. Vogel, Phys. Rev. D **58** (1998) 093012.
- [179] N. Arnaud, M. Barsuglia, M.A. Bizouard, F. Cavalier, M. Davier, P. Hello e T. Pradier, Phys. Rev. D **65** (2002) 033010.
- [180] H. Nunokawa, V. B. Semikoz, A. Y. Smirnov e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **501**, 17 (1997) [arXiv:hep-ph/9701420].
- [181] J. T. Pantaleone, Phys. Lett. B **287**, 128 (1992).
- [182] G. Sigl, R. Tomas, A. Esteban-Pretel, S. Pastor, A. Mirizzi, G. G. Raffelt e P. D. Serpico, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **188**, 101 (2009) [arXiv:0901.0725 [hep-ph]].
- [183] G. Sigl e G. Raffelt, Nucl. Phys. B **406**, 423 (1993).
- [184] R. F. Sawyer, Phys. Rev. D **72**, 045003 (2005) [arXiv:hep-ph/0503013].
- [185] H. Duan, G. M. Fuller e Y. Z. Qian, Phys. Rev. D **74**, 123004 (2006) [arXiv:astro-ph/0511275].