

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN
DEPARTAMENTO DE RAIOS CÓSMICOS E CRONOLOGIA

Neutrinos Astrofísicos: Mecanismo de Produção e Razão entre Sabores

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Física Gleb Wataghin
para a obtenção do título de Mestre em Física por

Renan Picoreti

Orientador: Prof. Dr. Orlando L. G. Peres

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado defendida pelo aluno Renan Picoreti e aprovada pela Comissão Julgadora.

CAMPINAS
2011



14/04/11

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW – UNICAMP**

P588n Picoreti, Renan
Neutrinos astrofísicos : mecanismo de produção e razão
entre sabores / Renan Picoreti. -- Campinas, SP : [s.n.], 2011.

Orientador: Orlando Luis Goulart Peres.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Neutrinos astrofísicos. 2. Razão entre sabores.
3. Decaimento de neutrinos. I. Peres, Orlando Luis Goulart.
II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb
Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Astrophysical neutrinos : production mechanism and flavor ratio
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Astrophysical neutrinos
 2. Flavor ratio
 3. Neutrino decay
- **Área de Concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Mestre em Física
- **Banca Examinadora:**

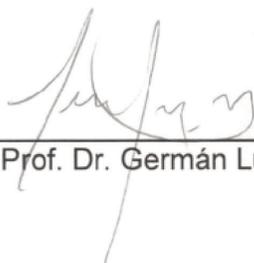
Prof. Orlando Luis Goulart Peres
Prof. Germán Lugones
Prof. Pedro Cunha de Holanda
- **Data da Defesa:** 03-03-2011
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **RENAN PICORETI 088979** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 03 / 03 / 2011.

COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres - Orientador do Candidato
DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Germán Lugones – UFABC – Santo André-SP



Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda – DRCC/IFGW/UNICAMP

Agradecimentos

Às mudanças rápidas e lentas, esperadas e inesperadas, boas e ruins.

Ao Professor **Orlando L. G. Peres**, pela orientação e paciência.

A **Thiago, Camila, Natasha** e demais amigos, pelo carinho e apoio.

Ao **CNPq**, pelo auxílio financeiro.

Ao **café** de cada dia (e algumas noites).

Resumo

Neutrinos Astrofísicos são produzidos quando prótons ou núcleos, acelerados numa fonte astrofísica, interagem com a matéria nas imediações gerando mésons que decaem fracamente produzindo neutrinos. Remanescentes de Supernovas, Núcleos Ativos de Galáxias (AGN) e Explosões de Raios Gama (GRB) são alguns dos candidatos a fontes, e a detecção desses neutrinos pode fornecer informações tanto sobre esses objetos astrofísicos quanto sobre a física de neutrinos. Neste trabalho, supomos, de forma simplificada, que nas fontes são produzidos mésons π^\pm num espectro de lei de potência da energia, $\propto E_\pi^{-\alpha}$. Calculando-se os espectros de produção dos neutrinos gerados na cadeia de decaimento, obtém-se, no limite em que as partículas são ultrarrelativísticas, uma razão entre sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos que é função do expoente do espectro inicial, α , dos píons. Calculamos uma correção a essa razão devido a termos proporcionais à massa do elétron, geralmente desprezada na literatura, e verificamos a validade da razão na aproximação ultrarrelativística. Entre produção e detecção, a razão entre sabores deve se modificar devido ao fenômeno da oscilação de neutrinos. Assim, discutimos a possibilidade de, através da detecção destes neutrinos e da medição da razão entre os sabores, inferir-se propriedades da produção dos neutrinos na fonte ou mesmo verificar-se a existência de novos fenômenos da física de neutrinos, em especial, o decaimento de neutrinos.

Abstract

Astrophysical Neutrinos are produced when protons or nuclei, accelerated in a astrophysical source, interact with the surrounding matter generating weakly decaying mesons that decay producing neutrinos. Supernova Remnants, Active Galactic Nuclei (AGN) and Gamma-ray Bursts (GRB) are some of the candidates to such sources, and the detection of those neutrinos may provide information about these astrophysical objects and about neutrino physics. In this work, we suppose, in a simplified manner, that the sources produce π^\pm mesons with a power law spectrum, $\propto E_\pi^{-\alpha}$. Upon calculation of the neutrino production spectra on the pion decay chain, it is obtained, on the ultra-relativistic limit, the flavor ratio between muon and electron neutrinos as a function of the slope of the initial pion spectrum. We calculated a correction to this flavor ratio due to non-vanishing electron mass, usually disregarded, and we verified if the ultra-relativistic limit is reasonable. Between neutrino production and detection, the flavor ratio is modified due to the neutrino flavor oscillation. Thus, we discuss the possibility of inferring the source properties or new neutrino physics phenomena, such as neutrino decay, through the detection of astrophysical neutrinos and the measurement of its flavor ratio.

Sumário

Introdução	1
1 Neutrinos Astrofísicos de Altas Energias	3
2 Produção de Neutrinos Astrofísicos	7
2.1 Espectro de Produção de Neutrinos	8
2.2 Distribuição de Energia	13
2.2.1 Decaimento do Píon	14
2.2.2 Decaimento do Múon	18
2.3 Os Fatores Z e a Razão entre Sabores	35
3 Razão entre Sabores na Produção e Detecção	43
3.1 Razões Idealizadas entre Sabores na Fonte	44
3.2 Oscilação de Neutrinos no Vácuo	45
3.2.1 Probabilidade de Oscilação entre Sabores	46
3.2.2 Razões Modificadas na Oscilação	49
3.3 Detecção de Neutrinos Astrofísicos	54
3.4 Decaimento de Neutrinos	61
Conclusão	65
A Limites de Integração para Cálculo dos Fatores Z	67
Referências Bibliográficas	70

Introdução

A história dos neutrinos tem início na descoberta do espectro contínuo de energia dos elétrons emitidos no decaimento β por Chadwick [1] em 1914. A explicação para aquele resultado experimental se dividira entre a possibilidade de violação do princípio da conservação da energia, defendida por Bohr, e a emissão de uma partícula neutra e extremamente penetrante em conjunto com o elétron, defendida por Pauli, que a propôs em uma carta [2] aos Físicos Nucleares, ou Senhoras e Senhores Radioativos como os chamou, reunidos em Tübingen, Alemanha. Nela expunha suas ideias sobre a existência e as possíveis propriedades desta partícula, que chamou de nêutron. A partícula que hoje é chamada de nêutron foi descoberta e nomeada por Chadwick [3] pouco tempo mais tarde, o que fez com que Fermi, grande entusiasta da partícula de Pauli, passasse a chamá-la de neutrino, o pequeno nêutron, como ficou conhecida.

Em 1933, Fermi, incorporando a existência do neutrino, desenvolveu sua teoria [4], em analogia à Eletrodinâmica Quântica, para a Interação Fraca, responsável pelo decaimento β . Apesar do sucesso da Teoria de Fermi e suas generalizações, o neutrino veio a ser detectado apenas em 1956 por Cowan e Reines [5].

A descoberta de decaimentos em que era violada a conservação de paridade, como o caso da partícula $\theta - \tau$, levou ao estabelecimento da estrutura $V - A$ da interação fraca por Feynman e Gellman [6]. E mais tarde, no Modelo Padrão de Glashow, Salam e Weinberg [7], previu-se a interação

fracamente via corrente neutra e a existência do bóson Z . Descobertas posteriores estabeleceram-no firmemente como a descrição adequada das interações Fraca e Eletromagnética. No Modelo Padrão, o neutrino é um lépton sem massa e neutro e portanto apenas fracamente interagente.

Entretanto, o mesmo neutrino que levou, ainda que indiretamente, ao estabelecimento do Modelo Padrão, também mostrou suas fraquezas com a descoberta do fenômeno da oscilação de neutrinos, através do estudo dos neutrinos solares, atmosféricos e outros, que implica que neutrinos são massivos e misturados de forma incompatível com o Modelo Padrão.

Ainda, o estudo dos neutrinos solares e a detecção dos neutrinos da supernova SN1987a despertaram o interesse pela investigação de fenômenos astrofísicos através da detecção dos neutrinos produzidos nessas e outras fontes mais energéticas. Neste trabalho, será tratada a produção desses neutrinos astrofísicos de altas energias, sua detecção, e a possível extração de informações da fonte a partir da razão entre os sabores de neutrinos produzidos nas fontes astrofísicas.

Estrutura da Dissertação

No **Capítulo 1**, é descrita a relevância da detecção de Neutrinos Astrofísicos assim como suas possíveis fontes. No **Capítulo 2**, é apresentado o mecanismo geral de produção de Neutrinos Astrofísicos e, com algumas simplificações, é calculada a razão entre sabores de neutrinos produzidos na fonte. No **Capítulo 3**, é considerada a propagação e detecção dos Neutrinos Astrofísicos e a modificação da razão produzida na fonte devido ao fenômeno da oscilação de neutrinos e também através de um dos “novos fenômenos” da física de neutrinos com seu decaimento.

Capítulo 1

Neutrinos Astrofísicos de Altas Energias

Neutrinos Astrofísicos são uma ferramenta essencial na busca pela compreensão mais completa possível dos processos fundamentais em ação em fontes astrofísicas por poderem servir de complemento aos outros mensageiros dos fenômenos astrofísicos: radiação eletromagnética (fótons) e raios cósmicos.

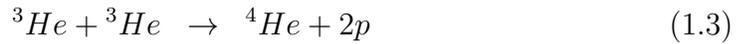
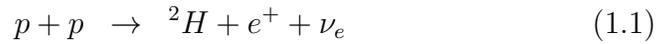
A radiação eletromagnética é produzida nas mais variadas circunstâncias e aponta diretamente para sua fonte. No entanto, as características da própria fonte e do meio em que se propaga até a detecção podem atenuar, ou anular, seu sinal em diversas frequências e a absorção dos fótons no meio e sua reemissão em diferentes frequências pode mascarar o mecanismo pelo qual foram produzidos. Ainda, a própria radiação cósmica de fundo se apresenta como obstáculo por interagir com de fótons de altas energias, da ordem de TeV .

Raios Cósmicos podem informar sobre os mecanismos de aceleração de partículas nos objetos astrofísicos, mas por serem espalhados pelos campos magnéticos galácticos e intergalácticos sua capacidade de oferecer informação direcional depende de sua energia.

Neutrinos, por sua vez, por interagirem apenas fracamente com a matéria

não são significativamente absorvidos em sua propagação. Ainda, sendo neutros, não são desviados por campos magnéticos e devem apontar diretamente para onde tiveram origem.

Por exemplo, Neutrinos Solares são produzidos nas reações de fusão que ocorrem no Núcleo do Sol. Na chamada cadeia pp , em que, entre outros, hélio é produzido a partir da fusão do hidrogênio, tem-se as reações:



Enquanto os fótons produzidos são logo absorvidos no interior solar, os neutrinos escapam rapidamente, e sua detecção é a única forma de se provar experimentalmente que são as reações de fusão nuclear que fornecem energia ao Sol.

Neutrinos solares, assim como neutrinos produzidos em Supernovas como a de 1987a, constituem exemplos de neutrinos de origem astrofísica de baixas energias, da ordem de MeV . A detecção de neutrinos mais energéticos, a exemplo da astronomia por meio da radiação eletromagnética em diversas faixas do espectro, pode abrir mais uma janela de investigação para fenômenos astrofísicos.

Supõe-se que Neutrinos Astrofísicos de Altas Energias sejam produzidos quando hádrons (prótons ou núcleos), acelerados numa fonte astrofísica, interagem com a matéria (outros hádrons ou mesmo fótons) nas imediações dessa fontes, gerando mésons que ao decaírem via interação fraca produzem neutrinos.

Pelo mesmo processo, é possível que sejam produzidos, por exemplo, mésons que decaíam eletromagneticamente produzindo fótons de altas energias. Esse fótons podem ainda ser produzidos pela radiação síncrotron emitida por elétrons coacelerados com os hádrons na fonte. Assim, a existência

de objetos astrofísicos que emitam fótons energéticos deve indicar que tais objetos sejam também fontes de neutrinos. Algumas dessas fontes são os Remanescentes de Supernovas, os Núcleos Ativos de Galáxias e as Explosões de Raios Gama.

Remanescentes de Supernovas têm origem no material ejetado durante estas explosões que dão fim à vida de estrelas massivas devido ao colapso de seu núcleo ao fim do processo de fusão nuclear. A rápida expansão do material ejetado sobre o meio interestelar provoca a formação de uma frente de choque. Supõe-se que as partículas aceleradas nessa frente de choque dêem origem ao espectro de raios cósmicos até energias do chamado *joelho* do espectro ($\approx 10^{15}eV$). Neutrinos devem ser produzidos na interação entre as partículas aceleradas na frente de choque [8, 9].

Galáxias com Núcleos Ativos (AGN - *Active Galactic Nuclei*) são galáxias com núcleos particularmente luminosos devido à radiação emitida pelo disco de acreção formado ao redor do buraco negro supermassivo que se acredita estar presente em seu centro. Perpendicular ao disco de acreção, jatos relativísticos são formados e transportam matéria, contida por fortes campos magnéticos, para longe do buraco negro a velocidades relativísticas. A formação de frentes de choque, tanto na região central quanto nos jatos relativísticos, com a aceleração de prótons e a interação com a matéria circundante pode levar à produção de neutrinos [10].

Explosões de Raios Gama são emissões intensas, mas de curta duração, de raios gama na faixa de energia de keV-MeV. São classificados em duas populações, a partir do tempo, t_{90} , que leva para que 90% da luminosidade total da explosão seja recebida. Acredita-se que as explosões curtas ($t_{90} < 2s$) sejam originadas na fusão entre duas estrelas de nêutrons, ou de uma estrela de nêutrons e um buraco negro, num sistema binário [11], enquanto as explosões longas ($t_{90} > 2s$) estão relacionadas às explosões de supernovas do tipo Ic [12]. O principal modelo que descreve as características observadas das explosões de raios gama é o modelo *Fireball* [13]. Nele, o objeto progeni-

tor da explosão ejeta plasma em camadas sucessivas. As camadas exteriores perdem velocidade e são alcançadas pelas interiores, ocasionando a formação de frentes de choque em que partículas são aceleradas. O posterior encontro deste material com o meio interestelar também produz frentes de choque. Em ambos, deve haver a produção de neutrinos [14, 15].

Capítulo 2

Produção de Neutrinos Astrofísicos

Para um tratamento completo da produção de neutrinos em fontes astrofísicas, é necessário que se descreva adequadamente, por exemplo, o mecanismo de aceleração na fonte que fornece a composição e o espectro de energia das partículas primárias. A descrição do material alvo e de sua interação com as primárias leva a informações sobre composição e espectro de energia das partículas produzidas que, ao decaírem, produzem neutrinos e outras partículas que também podem vir a decair em neutrinos. Ainda, a presença de mecanismos de dissipação de energia, como a emissão de radiação síncrotron na presença de campos magnéticos, deve ser levada em conta.

No entanto, neste capítulo, não será considerada nenhuma fonte astrofísica em especial e, dessa forma, serão realizadas diversas aproximações e simplificações para a obtenção de algumas características gerais da produção de neutrinos em meios astrofísicos.

2.1 Espectro de Produção de Neutrinos

Suponha-se que numa fonte astrofísica sejam acelerados hádrons p que interajam com partículas alvo p' produzindo partículas a , ou seja, $p+p' \rightarrow a+X$. A taxa de produção de partículas do tipo a na interação entre os hádrons pode ser calculada de forma geral através da convolução:

$$Q_a(E_a) = \int dE_p N_p(E_p) K_p(E_p) \frac{dn_{p \rightarrow a}}{dE_a}(E_p, E_a), \quad (2.1)$$

onde p representa núcleons ou núcleos i.e. as partículas primárias, $N_p(E_p)$ é o espectro inicial das partículas primárias, $K_p(E_p)$ é a probabilidade de interação das primárias com as partículas alvo, e $dn_{p \rightarrow a}/dE_a(E_p, E_a)$ é a distribuição de energia das partículas a produzidas, ou seja, o número de partículas a no estado final com energia entre E_a e $E_a + dE_a$.

A aceleração na fonte astrofísica gera o espectro inicial dos hádrons, de forma simplificada, como segue. Considere-se que as partículas primárias sejam aceleradas na fonte através do chamado Mecanismo de Fermi [16], ou seja, através de um mecanismo físico cíclico em que uma partícula, inicialmente com energia E_0 , aumenta sua energia em uma fração, η , dessa energia a cada ciclo. Portanto:

- Após um ciclo, $E_1 = E_0 + \eta E_0$,
- após dois ciclos, $E_2 = E_1 + \eta E_1 = E_0(1 + \eta)^2$,
- e assim, após n ciclos, $E_n = E_0(1 + \eta)^n$.

O número de ciclos necessários para que uma partícula alcance uma energia E é:

$$n = \ln \left(\frac{E}{E_0} \right) / \ln (1 + \eta). \quad (2.2)$$

Se P_{esc} , a probabilidade de a partícula escapar da região de aceleração a cada ciclo, é constante, a probabilidade de que a partícula ainda esteja na região

de aceleração após n ciclos é $(1 - P_{esc})^n$. Então, a fração de partículas com energia maior que E é:

$$f(> E) \propto \sum_{m=n}^{\infty} (1 - P_{esc})^m = (1 - P_{esc})^n \sum_{m=0}^{\infty} (1 - P_{esc})^m, \quad (2.3)$$

$$f(> E) \propto \frac{(1 - P_{esc})^n}{P_{esc}} = \frac{1}{P_{esc}} (1 - P_{esc})^{\ln(E/E_0)/\ln(1+\eta)}. \quad (2.4)$$

Como $x^{\ln y} = y^{\ln x}$, tem-se por fim:

$$f(> E) \propto \frac{1}{P_{esc}} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\alpha}, \quad (2.5)$$

com:

$$\alpha = -\frac{\ln(1 - P_{esc})}{\ln(1 + \eta)} \approx \frac{P_{esc}}{\eta}, \quad (2.6)$$

onde fez-se $P_{esc} \ll 1$ e $\eta \ll 1$.

Assim, da expressão (2.5), espera-se que o espectro inicial das partículas primárias aceleradas via mecanismo de fermi seja uma Lei de Potência da energia que pode ser escrita como:

$$N_p(E_p) \propto E_p^{-\alpha}, \quad (2.7)$$

mas que pode apresentar outras complexidades, a depender de especificidades do mecanismo de aceleração, como cortes exponenciais na energia, e.g. $\propto \exp(-E_p/E_0)$, ou espectro em uma lei de potência quebrada:

$$N_p \propto \begin{cases} E_p^{-\alpha} & E_p < E_0 \\ E_p^{-\beta} & E_p \geq E_0 \end{cases}, \quad (2.8)$$

onde E_0 é determinada energia de referência. Dessa forma, tanto as particularidades da aceleração das partículas p quanto da interação com as partículas p' deve implicar que o espectro de produção das partículas a tenha uma forma

complicada. Suponha-se então, de forma simplificada, que se possa escrever o espectro de produção das partículas a com uma Lei de Potência da energia, de expoente α , da forma:

$$Q_a(E_a) = K_a E_a^{-\alpha}, \quad (2.9)$$

onde se omitiu a influência de detalhes aceleração e interação das partículas primárias. Suponha-se que as partículas a sejam instáveis e decaiam como $a \rightarrow b + X$ com Razão de Ramificação $Br_{a \rightarrow b}$, e ainda, que não haja mecanismo de dissipação de energia em ação na fonte, ou seja, não há presença de campos magnéticos. Como feito em [17], o espectro de produção de partículas b será dada por:

$$Q_{a \rightarrow b}(E_b) = \sum_a \int_{E_a \min}^{E_a \max} dE_a Br_{a \rightarrow b} Q_a(E_a) \frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a), \quad (2.10)$$

onde $dn_{a \rightarrow b}/dE_b(E_b, E_a)$ é a distribuição de energia normalizada das partículas b produzidas no decaimento, ou seja:

$$\int_{E_a \min}^{E_a \max} dE_a \frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a) = 1, \quad (2.11)$$

e ainda é definida como:

$$\frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a) = \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dE_b}(E_b, E_a), \quad (2.12)$$

onde $\Gamma = \Gamma_{a \rightarrow b+X}$ é a taxa de decaimento total da partícula a em determinado referencial.

Se b também é instável, produzindo partículas c ao decair, tem-se de forma análoga:

$$Q_{b \rightarrow c}(E_c) = \int_{E_b \min}^{E_b \max} dE_b Br_{b \rightarrow c} Q_{a \rightarrow b}(E_b) \frac{dn_{b \rightarrow c}}{dE_c}(E_c, E_b). \quad (2.13)$$

Ao se substituir (2.10) em (2.13), obtém-se, por fim, o espectro de produção de partículas c na cadeia de decaimento $a \rightarrow b \rightarrow c$:

$$Q_{a \rightarrow b \rightarrow c}(E_c) = \sum_a \int_{E_b \min}^{E_b \max} dE_b \int_{E_a \min}^{E_a \max} dE_a Br_{a \rightarrow b} Br_{b \rightarrow c} Q_a(E_a) \times \\ \times \frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a) \frac{dn_{b \rightarrow c}}{dE_c}(E_c, E_b). \quad (2.14)$$

É possível escrever a distribuição, por considerações dimensionais, como:

$$\frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a) = \frac{1}{E_a} F_{a \rightarrow b} \left(\frac{E_b}{E_a}, \frac{m_a}{E_b}, \frac{m_b}{E_b}, etc \right), \quad (2.15)$$

que no referencial em que as partículas são ultrarrelativísticas, assume a forma:

$$\frac{dn_{a \rightarrow b}}{dE_b}(E_b, E_a) = \frac{1}{E_a} F_{a \rightarrow b} \left(\frac{E_b}{E_a} \right). \quad (2.16)$$

Substituindo-se (2.16) em (2.10), multiplicando e dividindo-se a equação por $Q_a(E_b)$ e supondo-se (2.9):

$$Q_{a \rightarrow b}(E_b) = Q_a(E_b) \int_{E_a \min}^{E_a \max} \frac{dE_a}{E_a} \left(\frac{E_a}{E_b} \right)^{-\alpha} F_{a \rightarrow b} \left(\frac{E_b}{E_a} \right), \quad (2.17)$$

onde se omitiu o somatório sobre as partículas a e a razão de ramificação do decaimento. Escrevendo-se $z = E_b/E_a$:

$$Q_{a \rightarrow b}(E_b) = Q_a(E_b) \int_{z \min}^{z \max} dz z^{\alpha-1} F_{a \rightarrow b}(z) = Q_a(E_b) Z_{a \rightarrow b}(\alpha), \quad (2.18)$$

onde definiu-se:

$$Z_{a \rightarrow b}(\alpha) = \int_{z \min}^{z \max} dz z^{\alpha-1} F_{a \rightarrow b}(z). \quad (2.19)$$

Da mesma forma, para (2.14):

$$Q_{a \rightarrow b \rightarrow c}(E_c) = Q_a(E_c) \int_{E_b \min}^{E_b \max} \frac{dE_b}{E_b} \int_{E_a \min}^{E_a \max} \frac{dE_a}{E_a} \left(\frac{E_a}{E_c} \right)^{-\alpha} \times \\ \times F_{a \rightarrow b} \left(\frac{E_b}{E_a} \right) F_{b \rightarrow c} \left(\frac{E_c}{E_b} \right). \quad (2.20)$$

Escrevendo-se $w = E_b/E_a$ e $y = E_c/E_b$:

$$Q_{a \rightarrow b \rightarrow c}(E_c) = Q_a(E_c) \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} dw w^{\alpha-1} y^{\alpha-1} F_{a \rightarrow b}(w) F_{b \rightarrow c}(y), \quad (2.21)$$

$$Q_{a \rightarrow b \rightarrow c}(E_c) = Q_a(E_c) Z_{a \rightarrow b \rightarrow c}(\alpha), \quad (2.22)$$

com:

$$Z_{a \rightarrow b \rightarrow c}(\alpha) = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} dw w^{\alpha-1} y^{\alpha-1} F_{a \rightarrow b}(w) F_{b \rightarrow c}(y). \quad (2.23)$$

Note-se que devido ao espectro inicial das partículas a , $Q_a(E_a)$, ser uma lei de potência da energia, o espectro de produção das partículas produzidas no decaimento, e.g. $Q_b(E_b)$, no regime ultrarrelativístico, segue o mesmo espectro das partículas a , a menos de um fator, Z , que depende apenas do expoente deste espectro. Ou seja:

$$Q_{a \rightarrow b}(E_b) = Q_a(E_b) Z_{a \rightarrow b}(\alpha), \quad (2.18)$$

e:

$$Q_{a \rightarrow b \rightarrow c}(E_c) = Q_a(E_c) Z_{a \rightarrow b \rightarrow c}(\alpha). \quad (2.22)$$

Note-se ainda que, devido à escolha do espectro de Lei de Potência, tem-se que:

$$Z_{a \rightarrow b}(1) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz F_{a \rightarrow b}(z), \quad (2.24)$$

é a multiplicidade de partículas b produzidas no decaimento de a e:

$$Z_{a \rightarrow b}(2) = \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz z F_{a \rightarrow b}(z), \quad (2.25)$$

é a fração média da energia de a com que cada partícula b é produzida. O mesmo é válido também para $Z_{a \rightarrow b \rightarrow c}(\alpha)$.

2.2 Distribuição de Energia

A distribuição de energia de cada partícula produzida em determinado decaimento é definida por (2.12), sendo obtida a partir Taxa de Decaimento do processo considerado. Então, seja a expressão geral para o cálculo da Taxa de Decaimento Γ para um decaimento de forma $a(p_a) \rightarrow b_1(p_1) + \dots + b_n(p_n)$, com $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$, dada por [18]:

$$d\Gamma = \frac{1}{2E_a} |\mathcal{M}|^2 \left[\prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \right] (2\pi)^4 \delta^4(p_a - \sum p_i), \quad (2.26)$$

onde \mathcal{M} é a amplitude de probabilidade do processo que é obtida através do(s) diagrama(s) de Feynman apropriado(s) para o decaimento. A distribuição de energia de uma partícula b_i é obtida primeiramente integrando-se sobre todo $d^3 p_j$ com $j \neq i$. Em seguida, escreve-se o diferencial de momentum da partícula b_i , como:

$$d^3 p_i = |\vec{p}_i|^2 d|\vec{p}_i| d\Omega = (E_i^2 - m_i^2)^{1/2} E_i dE_i d\Omega, \quad (2.27)$$

obtendo-se:

$$\frac{d\Gamma}{dE_i} = f(E_i, E_a) \quad (2.28)$$

que, escrita na forma (2.12), é a distribuição de energia da partícula b_i produzida no decaimento de a .

2.2.1 Decaimento do Píon

Píons são os mésons mais leves e devem ser produzidos abundantemente nas reações entre hádrons. Por exemplo, na reação entre prótons e fótons, um dos canais dominantes é a produção da ressonância Δ^+ que decai produzindo píons, nas frações [19]:

$$p + \gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \begin{cases} p + \pi^0, & 2/3 \\ n + \pi^+, & 1/3 \end{cases} . \quad (2.29)$$

Aos píons carregados, só são permitidos decaimentos via interação fraca. Sejam os modos de decaimento em dois corpos:

$$\pi^\pm \rightarrow l^\pm + \bar{\nu}_l^{(-)} . \quad (2.30)$$

Considere-se, de forma particular, o do píon positivo num referencial qualquer:

$$\pi^+(q) \rightarrow l^+(p) + \nu_l(k), \quad (2.31)$$

onde $q = (E_\pi, \vec{q})$, $p = (E_l, \vec{p})$ e $k = (E_\nu, \vec{k})$ são os quadrimomenta das partículas. A amplitude de probabilidade do processo é:

$$\mathcal{M} = \frac{g_W}{8} J_\pi^\mu J_l^\nu \left[\frac{(-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / M_W^2)}{(q^2 - M_W^2)} \right] \quad (2.32)$$

A corrente fraca leptônica é dada por $J_l^\nu = \bar{u}(k)\gamma^\nu(1 - \gamma^5)v(p)$. Análogo não pode ser feito para J_π^μ já que o méson π^+ é um estado ligado dos quarks $u(p')$ e $\bar{d}(k')$. No entanto, pode-se decompor em fatores de forma a corrente fraca hadrônica com um termo proporcional a $q^\mu = (p' + k')^\mu = (p + k)^\mu$ e outro proporcional a $\sigma^{\mu\nu}(p' - k')_\nu$. Como o píon é uma partícula sem spin, tem-se apenas o termo proporcional a q^μ para a construção desta corrente com q^2 como o único invariante de Lorentz disponível para a construção do fator de

forma, ou seja, $f_\pi(q^2) = f_\pi(m_\pi^2) = f_\pi$. Assim, escreve-se:

$$J_\pi^\mu = |V_{ud}| f_\pi q^\mu, \quad (2.33)$$

onde $|V_{ud}|$ é o elemento apropriado da matriz CKM de mistura entre quarks na interação fraca. f_π é também chamada de constante do decaimento do pión e caracteriza a interação forte envolvida no processo. Ainda, como $q^2 = m_\pi^2 \ll M_W^2$, pode-se aproximar o propagador:

$$\frac{i(-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / M_W^2)}{q^2 - M_W^2} \approx i \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}. \quad (2.34)$$

Então:

$$\mathcal{M} = \frac{g_W^2}{8M_W^2} J_\pi^\mu (J_l)_\mu = \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{ud}| f_\pi (p^\mu + k^\mu) \bar{u}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(p). \quad (2.35)$$

Da Equação de Dirac tem-se que $\bar{u}(k)\not{k} = 0$ e $(\not{p} + m_l)v(p) = 0$, então:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{ud}| f_\pi m_l \bar{u}(k) (1 + \gamma^5) v(p). \quad (2.36)$$

Toma-se o módulo quadrado da amplitude e soma-se sobre os estados de spin das partículas no estado final usando-se:

$$\sum_{s'} u^{(s')}(p') \bar{u}^{(s')}(p') = \not{p}' + m \quad \text{e} \quad \sum_{s'} v^{(s')}(p') \bar{v}^{(s')}(p') = \not{p}' - m. \quad (2.37)$$

Após a manipulação dos traços [18], obtém-se:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 4 G_F^2 |V_{ud}|^2 f_\pi^2 m_l^2 (p \cdot k). \quad (2.38)$$

Note-se que, da igualdade $q = p + k$, é possível escrever em qualquer referencial:

$$(p \cdot k) = \frac{q^2 - p^2}{2}. \quad (2.39)$$

Assim:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 4 G_F^2 |V_{ud}|^2 f_\pi^2 \frac{m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)}{2}, \quad (2.40)$$

e tem-se para a taxa de decaimento (2.26), num referencial qualquer, a expressão:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 f_\pi^2 m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)}{16\pi^2 E_\pi} \int \frac{d^3p}{E_l} \frac{d^3k}{E_\nu} \delta^4(q - p - k). \quad (2.41)$$

Procede-se a resolver a integral:

$$\mathcal{I} = \int \frac{d^3p}{E_l} \frac{d^3k}{E_\nu} \delta^4(q - p - k), \quad (2.42)$$

$$\mathcal{I} = \int \frac{d^3p}{E_l} \frac{d^3k}{E_\nu} \delta^0(q_0 - E_l - E_\nu) \delta^3(\vec{q} - \vec{p} - \vec{k}). \quad (2.43)$$

Primeiramente, pode-se integrar em d^3p e em seguida escolhendo-se $\hat{k} = \hat{z}$ e integrando-se na dependência angular, tem-se:

$$\mathcal{I} = \frac{2\pi}{|\vec{q}|} \int_{E_\nu^{min}}^{E_\nu^{max}} dE_\nu, \quad (2.44)$$

com:

$$E_\nu^{max} = \frac{q^2 - p^2}{2(q_0 - |\vec{q}|)} \quad \text{e} \quad E_\nu^{min} = \frac{q^2 - p^2}{2(q_0 + |\vec{q}|)}. \quad (2.45)$$

Por fim:

$$\mathcal{I} = \frac{2\pi}{q^2} (q^2 - p^2). \quad (2.46)$$

Alternativamente, pode-se começar a integração por d^3k obtendo-se uma integral análoga a (2.44) mas com limites de integração diferentes. A integração final leva a (2.46), como esperado.

Então, utilizando (2.46), a taxa de decaimento do Píon é:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 f_\pi^2 m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)^2}{8\pi E_\pi m_\pi}. \quad (2.47)$$

Assim, considere-se razão entre as taxas de decaimento (2.47), ou seja, desprezando correções radiativas:

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu)} = \frac{m_e^2(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} \approx 1,3 \cdot 10^{-4}, \quad (2.48)$$

isto é, píons carregados decaem preferencialmente em múons por um fator 10^4 .

Isso se dá devido à estrutura V-A da interação fraca, que acopla apenas partículas de quiralidade *left* (QL) e antipartículas de quiralidade *right* (QR). No limite em que a massa das partículas é pequena frente à energia, ou ainda para partículas sem massa, os autoestados de quiralidade são também estados de helicidade. Portanto, neutrinos (antineutrinos) são criados necessariamente com quiralidade *left* (*right*) e helicidade negativa (positiva).

No decaimento de um π^+ em repouso, por exemplo, para que haja conservação do momentum linear, as partículas são emitidas em sentidos contrários, e para que se conserve o momentum angular, ambas precisam ter helicidade negativa. Entretanto, o pósitron deve ser produzido com quiralidade *right*, e por sua pequena massa, tenderia a ser emitido com helicidade positiva. Para que o momentum angular se conserve isso não pode ocorrer e o decaimento em e^+ é suprimido. A supressão também ocorre para o μ^+ , e será importante adiante, mas é proporcional ao quadrado da massa das partículas [20], de forma que o decaimento do pión em múons é muito mais provável que em elétrons ou pósitrons.

De fato, o decaimento em múons é o principal modo de decaimento dos píons carregados com razão de ramificação de $\approx 99,98\%$ [21]. Assim, é razoável que se considere apenas o decaimento de píons em múons:

$$\pi^+(q) \rightarrow \mu^+(p) + \nu_\mu(k). \quad (2.49)$$

A partir de (2.41), utilizando desta vez (2.44), tem-se:

$$\frac{d\Gamma}{dE_\nu} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 f_\pi^2}{8\pi} \frac{m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)}{E_\pi (E_\pi^2 - m_\pi^2)^{1/2}}. \quad (2.50)$$

A partir de (2.12) e (2.47):

$$\frac{dn}{dE_\nu} = \frac{1}{(1-r)} \frac{1}{(E_\pi^2 - m_\pi^2)^{1/2}}, \quad (2.51)$$

onde se fez $r = m_\mu^2/m_\pi^2$.

A distribuição de energia dos múons produzidos no decaimento pode ser calculada de forma semelhante e resulta em:

$$\frac{dn}{dE_\mu} = \frac{1}{(1-r)} \frac{1}{(E_\pi^2 - m_\pi^2)^{1/2}}, \quad (2.52)$$

que é idêntica a (2.51). Ainda, as distribuições (2.51) e (2.52) são as mesmas para as partículas produzidas no decaimento do π^- já que as trocas necessárias $\bar{u}(k) \rightarrow v(k)$ e $v(p) \rightarrow \bar{u}(p)$ em (2.36) não alteram a expressão (2.38). Num referencial em que os píons são ultrarrelativísticos ($E_\pi \gg m_\pi$), tem-se:

$$\frac{dn}{dE_\mu} = \frac{dn}{dE_\nu} \approx \frac{1}{(1-r)} \frac{1}{E_\pi}. \quad (2.53)$$

Por fim, comparando-se a distribuição com (2.16) e escrevendo-se $w = E_\mu/E_\pi$ e $z = E_\nu/E_\pi$:

$$F_{\pi \rightarrow \mu}(w) = F_{\pi \rightarrow \nu}(z) = \frac{1}{(1-r)}, \quad (2.54)$$

para o decaimento de ambos os píons.

2.2.2 Decaimento do Múon

Múons, como os produzidos no decaimento de píons, são instáveis e também decaem fracamente produzindo neutrinos. Seu modo de decaimento domi-

nante, com razão de ramificação de $\approx 100\%$ [21], é:

$$\mu^-(\mu^+) \rightarrow e^-(e^+) + \bar{\nu}_e(\nu_e) + \nu_\mu(\bar{\nu}_e). \quad (2.55)$$

Considere-se, particularmente, o decaimento do μ^- :

$$\mu^-(p) \rightarrow e^-(p') + \bar{\nu}_e(k') + \nu_\mu(k), \quad (2.56)$$

onde $p = (E_\mu, \vec{p})$, $p' = (E_e, \vec{p}')$, $k = (\omega, \vec{k})$ e $k = (\omega', \vec{k}')$ são os quadrimomenta das partículas. A amplitude de probabilidade desse processo é dada por:

$$\mathcal{M} = \frac{g_W^2}{8} [\bar{u}(k)\gamma^\rho(1 - \gamma^5)u(p)] \left[\frac{(-g_{\rho\sigma} + q_\rho q_\sigma/M_W^2)}{(q^2 - M_W^2)} \right] \times \\ \times [\bar{u}(p')\gamma^\sigma(1 - \gamma^5)v(k')], \quad (2.57)$$

onde $q = p - k = p' + k'$. Da Equação de Dirac tem-se que $\bar{u}(k)\not{k} = 0$, $(\not{p} - m_\mu)u(p) = 0$, $\not{k}'v(k') = 0$ e $\bar{u}(p)(\not{p} - m_\mu) = 0$. Assim, nota-se que o segundo termo da amplitude é proporcional a $m_\mu m_e/M_W^2 \ll 1$ e é possível desprezá-lo. Ainda, como $q^2 \approx m_\mu^2 \ll M_W^2$, tem-se:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F^2}{\sqrt{2}} [\bar{u}(k)\gamma^\rho(1 - \gamma^5)u(p)] [\bar{u}(p')\gamma_\rho(1 - \gamma^5)v(k)], \quad (2.58)$$

Tomando-se o módulo quadrado da amplitude, fazendo-se a média sobre os estados de spin do múon e somando-se sobre os estados de spin finais de forma semelhante a (2.37), tem-se após a manipulação dos traços:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 64G_F^2(p \cdot k')(k \cdot p'). \quad (2.59)$$

De (2.26) tem-se a taxa de decaimento dada por:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^3k'}{\omega'} \frac{d^3p'}{E'} (p \cdot k')(k \cdot p') \delta^4(p - k - p' - k'). \quad (2.60)$$

Procede-se então a resolver (2.60), buscando encontrar a distribuição de energia de cada neutrino produzido no decaimento.

Distribuição de Energia do ν_μ

Reescreva-se $d\Gamma$ como:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} p^\alpha k^\beta \mathcal{I}_{\alpha\beta}, \quad (2.61)$$

com:

$$\mathcal{I}_{\alpha\beta} = \int \frac{d^3p'}{E'} \frac{d^3k'}{\omega'} k'_\alpha p'_\beta \delta^4(p - k - p' - k'), \quad (2.62)$$

onde $q = p - k = p' + k'$. Como $\mathcal{I}_{\alpha\beta}$ é um tensor, pode ser escrito na forma geral:

$$\mathcal{I}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} q^2 A(q^2) + q_\alpha q_\beta B(q^2). \quad (2.63)$$

Multiplicando-se $\mathcal{I}_{\alpha\beta}$ por $g^{\alpha\beta}$ e por $q^\alpha q^\beta$, obtém-se, com o uso de (2.39), um sistema de equações para $A(q^2)$ e $B(q^2)$ cuja solução é:

$$A(q^2) = \frac{(q^2 - m_e^2)^2}{12q^4} \mathcal{I} \quad \text{e} \quad B(q^2) = \frac{(q^2 - m_e^2)(q^2 + 2m_e^2)}{6q^4} \mathcal{I}, \quad (2.64)$$

com:

$$\mathcal{I} = \int \frac{d^3p'}{E'} \frac{d^3k'}{\omega'} \delta^4(q - p' - k'), \quad (2.65)$$

cujas soluções são dadas por (2.46). Assim:

$$\mathcal{I}_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{6q^6} (q^2 - m_e^2)^2 [q^2(q^2 - m_e^2)g_{\alpha\beta} + 2(q^2 + 2m_e^2)q_\alpha q_\beta]. \quad (2.66)$$

E portanto:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} \frac{\pi}{6} \frac{(q^2 - m_e^2)^2}{q^6} [q^2(q^2 - m_e^2)(p \cdot k) + 2(q^2 + 2m_e^2)(q \cdot p)(q \cdot k)]. \quad (2.67)$$

Fazendo-se $d^3k = |\vec{k}|^2 d|\vec{k}| \Omega = \omega^2 d\omega d\Omega$:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega d\Omega} = \frac{G_F^2}{3(2\pi)^4} \frac{\omega}{E} \frac{(q^2 - m_e^2)^2}{q^6} [q^2(q^2 - m_e^2)(p \cdot k) + 2(q^2 + 2m_e^2)(q \cdot p)(q \cdot k)]. \quad (2.68)$$

No referencial de repouso do múon, $p = (m_\mu, 0)$, $k = (\omega, \vec{k})$ e $q = p - k$. Nesse referencial, a energia máxima com que um neutrino é emitido se dá no caso em que o elétron é produzido com energia máxima e o segundo neutrino é produzido com energia nula de forma que:

$$E_{\nu \max} = \frac{m_\mu^2 - m_e^2}{2m_\mu}, \quad (2.69)$$

e quando se despreza a massa do elétron, a energia máxima com que um neutrino pode ser produzido é $E'_{\nu \max} = m_\mu/2$.

Defina-se então $x = \omega/E'_{\nu \max} = 2\omega/m_\mu$ e $\epsilon = m_e/m_\mu$. Assim:

$$\left. \frac{d\Gamma}{dx d\Omega} \right|_{\nu_\mu} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{24(2\pi)^4} x^2 \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)^2} \left[(3-2x) + \epsilon^2 \frac{(3-x)}{(1-x)} \right]. \quad (2.70)$$

A taxa de decaimento total do múon é obtida integrando-se a distribuição nos limites adequados para x , isto é, $x_{\min} = 0$ e $x_{\max} = 1 - \epsilon^2$, e para a dependência angular. Primeiramente, despreze-se os termos proporcionais a $\epsilon \approx 0,5 \cdot 10^{-2}$. Assim:

$$\Gamma_{\epsilon=0} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \int_0^1 dx 2x^2(3-2x) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \quad (2.71)$$

Já considerando-se os termos em ϵ :

$$\Gamma_{\epsilon \neq 0} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \int_0^{1-\epsilon^2} dx x^2 \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)^2} \left[(3-2x) + \epsilon^2 \frac{(3-x)}{(1-x)} \right], \quad (2.72)$$

$$\Gamma_{\epsilon \neq 0} = \Gamma_{\epsilon=0} \sigma(\epsilon), \quad (2.73)$$

com $\sigma(\epsilon) = (1 - 8\epsilon^2 + 8\epsilon^6 - \epsilon^8 - 24\epsilon^4 \ln \epsilon)$. Assim, a partir de (2.12) obtém-se a distribuição de energia normalizada do neutrino muônico produzido no decaimento do múon. Desprezando-se a massa do elétron:

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\nu_\mu} = \frac{1}{4\pi} 2x^2(3 - 2x). \quad (2.74)$$

Já mantendo-se termos proporcionais a ϵ :

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\nu_\mu} = \frac{1}{4\pi \sigma(\epsilon)} 2x^2 \frac{(1 - x - \epsilon^2)^2}{(1 - x)^2} \left[(3 - 2x) + \epsilon^2 \frac{(3 - x)}{(1 - x)} \right]. \quad (2.75)$$

Distribuição de Energia $\bar{\nu}_e$

Com o uso de (2.39), reescreva-se a taxa de decaimento (2.60) como:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k'}{\omega'} (p \cdot k') \frac{(q^2 - m_e^2)}{2} \mathcal{I}. \quad (2.76)$$

Usando-se (2.46) e fazendo-se $d^3k' = \omega'^2 d\omega' d\Omega$, obtém-se:

$$\frac{d\Gamma}{d\omega' d\Omega} = \frac{2G_F^2}{(2\pi)^4} \frac{1}{E} \frac{\omega'}{q^2} (p \cdot k') (q^2 - m_e^2)^2. \quad (2.77)$$

No referencial de repouso do múon, $p = (m_\mu, 0)$, $k' = (\omega', \vec{k}')$ e $q = p - k'$. Faz-se $x = 2\omega'/m_\mu$ e $\epsilon = m_e/m_\mu$. Desprezando-se a massa do elétron:

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{4\pi} 12x^2(1 - x). \quad (2.78)$$

Já mantendo-se termos proporcionais a ϵ :

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{4\pi \sigma(\epsilon)} 12x^2 \frac{(1 - x - \epsilon^2)^2}{(1 - x)}. \quad (2.79)$$

As distribuições de energia para as partículas produzidas no decaimento

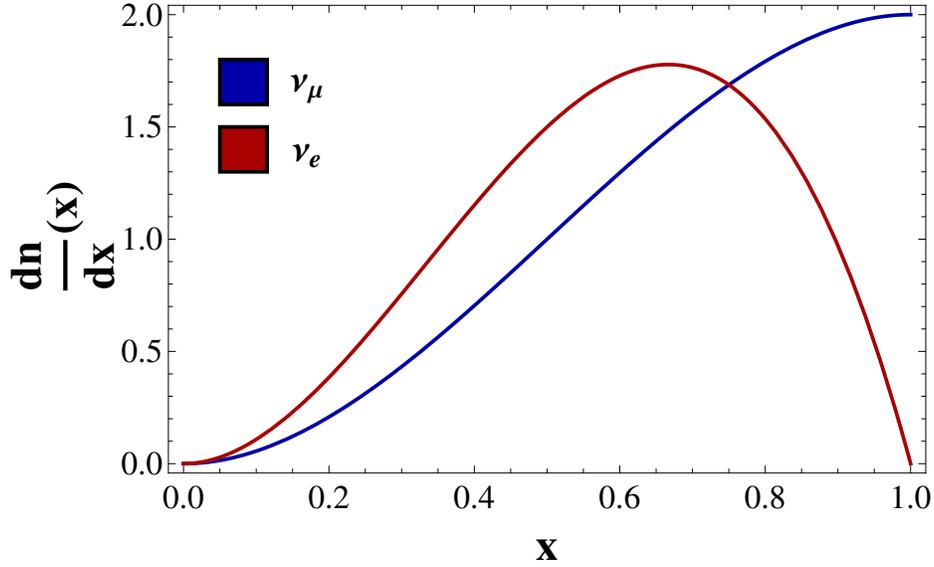


Figura 2.1: Gráfico das Distribuições de Energia dos Neutrinos Produzidos no Decaimento do Múon em seu referencial de repouso em função de $x = 2 E_\nu/m_\mu$ com $\epsilon = 0$.

do μ^+ são idênticas às expressões (2.74) , (2.75) , (2.78) e (2.79). Note-se que essas distribuições são diferentes para cada sabor de neutrino. Na Figura (2.1), vê-se que o máximo da emissão de neutrinos muônicos se dá quando estes possuem a máxima energia possível ($x = 1$) enquanto nenhum antineutrino eletrônico deve ser emitido com essa energia.

O Spin do Múon produzido no Decaimento de Píons

As expressões obtidas na seção anterior foram calculadas a partir da amplitude de probabilidade do decaimento do múon fazendo-se a média sobre os possíveis spins iniciais do múon como se ambos os estados de spin fossem igualmente prováveis para todas as energias. Entretanto, quando são considerados múons produzidos no decaimento de píons, isso não é necessariamente válido.

De forma semelhante à supressão do decaimento de píons em elétrons,

considere-se o decaimento de píons em múons de diferentes helicidades:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+(H+) + \nu_\mu, \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+(H-) + \nu_\mu, \quad (2.80)$$

onde $H+$ é a helicidade positiva, ou seja, que o spin se encontra paralelo ao momentum, e $H-$ é a helicidade negativa, ou seja, que o spin se encontra antiparalelo ao momentum.

Ainda, a Interação Fraca, devido a sua estrutura V-A, acontece apenas entre partículas de quiralidade *left* (mão esquerda), QL , ou antipartículas de quiralidade *right* (mão direita), QR . Assim, tem-se necessariamente no decaimento acima:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+(QR) + \nu_\mu(QL). \quad (2.81)$$

Entretanto, a altas energias ($E \gg m$) os autoestados de Quiralidade são também autoestados de Helicidade. Dessa forma, no decaimento do π^+ , o neutrino muônico, de quiralidade *left*, deve ser produzido também com helicidade negativa ($H-$), e por não possuir massa isso deve ocorrer em qualquer referencial.

Considere-se, primeiramente, o decaimento de um π^+ em repouso. A conservação do momentum linear obriga que μ^+ e ν_μ sejam emitidos na mesma direção, mas sentidos opostos. Como o ν_μ emitido deve possuir helicidade ne-

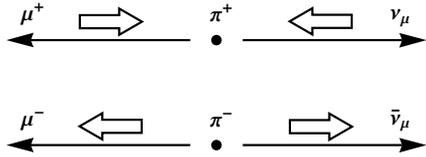


Figura 2.2: Permitido: decaimento de um $\pi^+(\pi^-)$ em repouso produzindo $\mu^+(\mu^-)$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ de mesmas helicidades. As setas estreitas representam o momentum e as setas largas o spin das partículas.

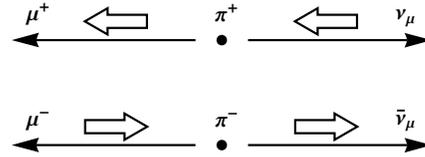


Figura 2.3: Suprimido: decaimento de um $\pi^+(\pi^-)$ em repouso produzindo $\mu^+(\mu^-)$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ de helicidades opostas.

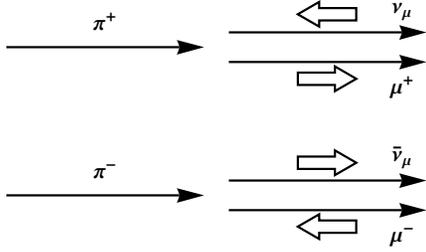


Figura 2.4: Permitido: decaimento de um $\pi^+(\pi^-)$ em movimento, a altas energias, produzindo $\mu^+(\mu^-)$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ de helicidades opostas.

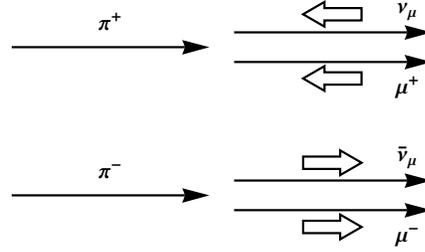


Figura 2.5: Suprimido: decaimento de um $\pi^+(\pi^-)$ em movimento, a altas energias, produzindo $\mu^+(\mu^-)$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ de mesmas helicidades.

gativa ($H-$), para que também o spin se conserve, é necessário que o μ^+ seja também emitido com helicidade negativa ($H-$). Análogo também acontece no decaimento do π^- . Assim:

$$\left. \begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow \mu^+(H+) + \nu_\mu(H-) \\ \pi^- \rightarrow \mu^-(H-) + \bar{\nu}_\mu(H+) \end{array} \right\} \text{ são suprimidos a baixas energias.}$$

Considere-se agora o decaimento de um π^+ em movimento a altas energias. O ν_μ ainda possui necessariamente helicidade e quiralidade *left* ($H-$ e QL). Por sua vez, o μ^+ , que deve possuir quiralidade *right* (QR), ao ser produzido deve também possuir helicidade positiva ($H+$). Dessa forma:

$$\left. \begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow \mu^+(H-, QR) + \nu_\mu(H-, QL) \\ \pi^- \rightarrow \mu^-(H+, QL) + \bar{\nu}_\mu(H+, QR) \end{array} \right\} \text{ são suprimidos a altas energias.}$$

Portanto, como a fração de múons de cada helicidade produzidos no decaimento de pions é dependente da energia destes, é necessário que se considere o decaimento de múons de helicidade bem definida no cálculo da distribuição de energia dos neutrinos.

Assim, ao se tomar o módulo quadrado da amplitude de probabilidade (2.58) soma-se sobre os spins finais como usual, mas, ao invés de fazer a

média sobre os spins do múon, usa-se:

$$u(p) \bar{u}(p) = \frac{1}{2}(\not{p} + m_\mu)(1 + \gamma^5 \not{s}), \quad (2.82)$$

onde s é o quadrivetor que representa o estado de spin do múon. Assim, após a manipulação dos traços, tem-se:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 64G_F^2 [(p - m_\mu s) \cdot k'] (k \cdot p') \quad (2.83)$$

que difere de (2.59) pela dependência com o estado de spin do múon. A taxa de decaimento é dada então por (2.26):

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^3k'}{\omega'} \frac{d^3p'}{E'} [(p - m_\mu s) \cdot k'] (k \cdot p') \delta^4(p - k - p' - k'). \quad (2.84)$$

Distribuição de Energia do ν_μ

Reescreva-se 2.84 como:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} (p - m_\mu s)^\alpha k^\beta \mathcal{I}_{\alpha\beta}, \quad (2.85)$$

com $\mathcal{I}_{\alpha\beta}$ dado por (2.66). Então:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{3(2\pi)^4} \frac{1}{E} \frac{d^3k}{\omega} \frac{(q^2 - m_e^2)^2}{q^6} \left\{ q^2 (q^2 - m_e^2) [(p - m_\mu s) \cdot k] + \right. \\ \left. + 2(q^2 + 2m_e^2) [q \cdot (p - m_\mu s)] (q \cdot k) \right\} \quad (2.86)$$

Faça-se $d^3k = \omega^2 d\omega d\Omega$. No referencial de repouso do múon, $p = (m_\mu, 0)$, $k = (\omega, \vec{k})$ e $q = p - k$. Faz-se $x = 2\omega/m_\mu$ e $\epsilon = m_e/m_\mu$. Desprezando-se a massa do elétron:

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\nu_\mu} = \frac{1}{4\pi} 2x^2 [(3 - 2x) + (1 - 2x) \cos \theta], \quad (2.87)$$

onde θ é o ângulo entre a orientação de spin do múon e o momentum do neutrino emitido no decaimento. Já mantendo-se termos proporcionais a ϵ :

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\nu_\mu} = \frac{1}{4\pi \sigma(\epsilon)} 2x^2 \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)^2} \left[\left((3-2x) + \epsilon^2 \frac{(3-x)}{(1-x)} \right) + \left((1-2x) - \epsilon^2 \frac{(1-3x)}{(1-x)} \right) \cos \theta \right]$$

Distribuição de Energia do $\bar{\nu}_e$

Reescreva-se 2.84 como:

$$d\Gamma = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{E} \frac{d^3k'}{\omega'} [(p - m_\mu s) \cdot k'] \mathcal{I}. \quad (2.88)$$

A partir de (2.39) e (2.46) e fazendo-se $d^3k' = \omega'^2 d\omega' d\Omega$, obtém-se::

$$\frac{d\Gamma}{d\omega' d\Omega} = \frac{2G_F^2}{(2\pi)^4} \frac{1}{E} \frac{\omega'}{q^2} [(p - m_\mu s) \cdot k'] (q^2 - m_e^2)^2 \quad (2.89)$$

No referencial de repouso do múon, $p = (m_\mu, 0)$, $k' = (\omega', \vec{k}')$ e $q = p - k'$. Faz-se $x = 2\omega'/m_\mu$ e $\epsilon = m_e/m_\mu$. Desprezando-se a massa do elétron:

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{4\pi} 12x^2 (1-x)(1 + \cos \theta). \quad (2.90)$$

Já mantendo-se termos proporcionais a ϵ :

$$\left. \frac{dn}{dx d\Omega} \right|_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{4\pi \sigma(\epsilon)} 12x^2 \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)} (1 + \cos \theta). \quad (2.91)$$

As distribuições para o decaimento do μ^+ são obtidas trocando-se $\cos \theta$ por $-\cos \theta$.

Assim, escreva-se de forma geral:

$$\frac{dn}{dx d\Omega} = \frac{1}{4\pi} [f_0(x) \mp f_1(x) \cos \theta], \quad (2.92)$$

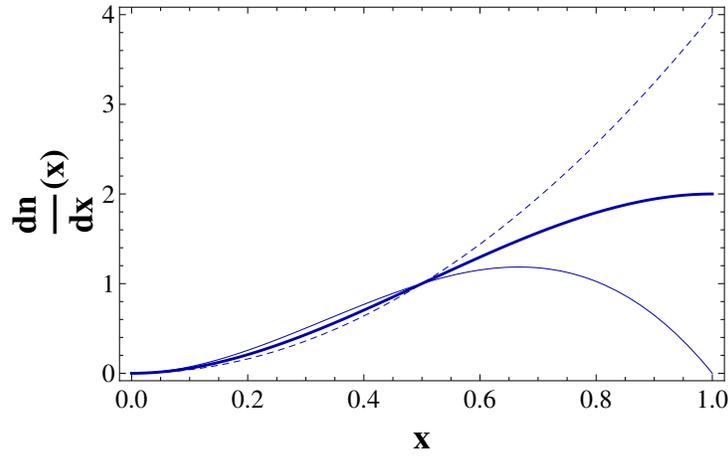


Figura 2.6: Gráfico da Distribuição de Energia do Neutrino (Antineutrino) Muônico produzido no Decaimento do μ^- (μ^+) em seu referencial de repouso em função de $x = 2 E_\nu/m_\mu$ com $\epsilon = 0$. A linha pontilhada representa $\cos\theta = 1$ ($\cos\theta = -1$) e a linha contínua fina representa $\cos\theta = -1$ ($\cos\theta = 1$). A linha contínua grossa representa a média sobre os spins.

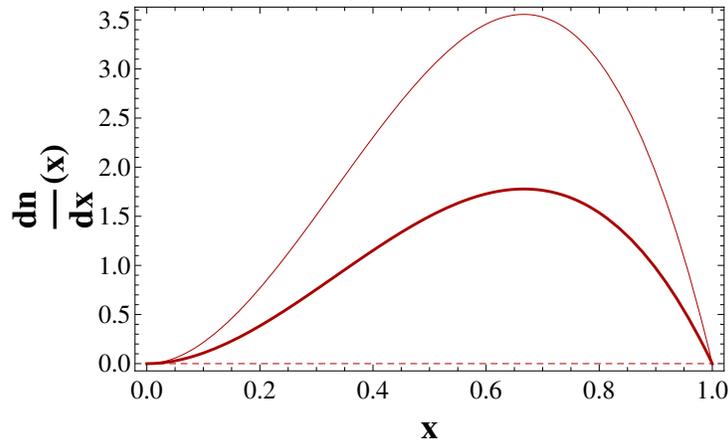


Figura 2.7: Gráfico da Distribuição de Energia do Antineutrino (Neutrino) Eletrônico produzido no Decaimento do μ^- (μ^+) em seu referencial de repouso em função de $x = 2 E_\nu/m_\mu$ com $\epsilon = 0$. A linha pontilhada representa $\cos\theta = 1$ ($\cos\theta = -1$) e a linha contínua fina representa $\cos\theta = -1$ ($\cos\theta = 1$). A linha contínua grossa representa a média sobre os spins.

onde o sinal positivo (negativo) corresponde ao múon negativo (positivo). E as funções $f_i(x)$, calculadas anteriormente, são, para $\epsilon = 0$:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} (-) \\ \nu_\mu \end{array} & & \begin{array}{c} (-) \\ \nu_e \end{array} \\ f_0(x) & 2x^2(3-2x) & 12x^2(1-x) \end{array} \quad (2.93)$$

$$f_1(x) \quad 2x^2(1-2x) \quad 12x^2(1-x)$$

Já para $\epsilon \neq 0$:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} (-) \\ \nu_\mu \end{array} & & \begin{array}{c} (-) \\ \nu_e \end{array} \\ f_0(x) & \frac{2x^2}{\sigma(\epsilon)} \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)^2} \left((3-2x) + \epsilon^2 \frac{(3-x)}{(1-x)} \right) & \frac{12x^2}{\sigma(\epsilon)} \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)} \end{array} \quad (2.94)$$

$$f_1(x) \quad \frac{2x^2}{\sigma(\epsilon)} \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)^2} \left((1-2x) - \epsilon^2 \frac{(1-3x)}{(1-x)} \right) \quad \frac{12x^2}{\sigma(\epsilon)} \frac{(1-x-\epsilon^2)^2}{(1-x)}$$

Note-se, das Figuras (2.6) e (2.7), que neutrinos (antineutrinos) muônicos emitidos com energia máxima são emitidos no mesmo sentido (sentido contrário) do spin do $\mu^- (\mu^+)$. Ainda, note-se que para qualquer valor da energia, não são emitidos antineutrinos (neutrinos) eletrônicos no mesmo sentido (sentido contrário) do spin do $\mu^- (\mu^+)$.

Distribuições de Energia no Referencial Laboratório

Como os múons são produzidos por píons, que se considera decaírem em movimento, é necessário que se obtenha a distribuição de energia dos neutrinos a partir do decaimento do múon no mesmo referencial que o pión, que será chamado de referencial laboratório. Assim, segue-se a passagem entre referenciais como feita em [16].

Considere-se as distribuições de energia no referencial de repouso do múon

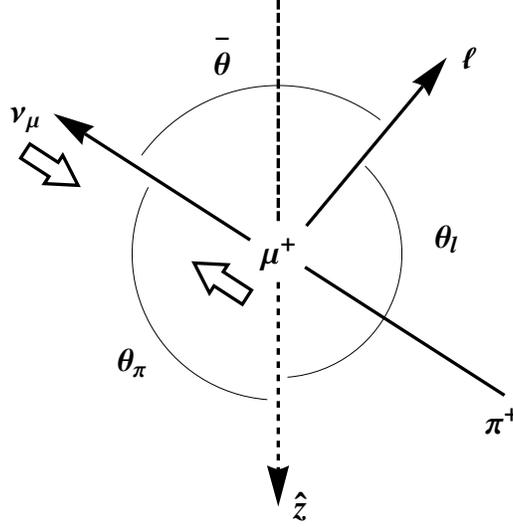


Figura 2.8: Cadeia de decaimento $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow l$ no referencial de repouso do múon. Setas estreitas representam os momentos das partículas e setas largas a orientação do spin. Redesenho a partir do original em [16].

(2.92). Seja o elemento de ângulo sólido $d\Omega = d \cos \theta_l d\phi_l$. Como apresentado na Figura (2.8), define-se θ_l como o ângulo entre o momentum do lépton l (neutrinos ou elétron) produzidos no decaimento e a direção \hat{z} definida como a direção do momentum do múon no Referencial Laboratório. Seja θ_π o ângulo entre \hat{z} e a direção do momentum do pión que decaira no múon em questão. No referencial de repouso do múon esta deve ser também a direção do momentum do neutrino muônico produzido em conjunto com o múon. Ainda, seja $\bar{\theta}$ o ângulo entre a direção de propagação deste neutrino e do lépton l .

Assim, é possível escrever:

$$\cos \bar{\theta} = \cos \theta_\pi \cos \theta_l + \sin \theta_\pi \sin \theta_l \cos \phi_l. \quad (2.95)$$

Como o neutrino (antineutrino) produzido no decaimento de um $\pi^+(\pi^-)$ deve ter helicidade negativa (positiva), ou seja, seu spin deve estar no sen-

tido oposto a (mesmo sentido de) seu momentum. Para que o spin total se conserve, o $\mu^+(\mu^-)$ deve ter o spin na direção contrária ao neutrino (anti-neutrino). Então, tem-se que $\cos \bar{\theta} = \pm \cos \theta$. Assim, para ambos os múons, tem-se que:

$$\frac{dn}{dx d \cos \theta_l d \phi_l} = \frac{1}{4\pi} [f_0(x) - f_1(x)(\cos \theta_\pi \cos \theta_l + \sin \theta_\pi \sin \theta_l \cos \phi_l)]. \quad (2.96)$$

Integrando-se em $d\phi_l$:

$$\frac{dn}{dx d \cos \theta_l} = \frac{1}{2} [f_0(x) - f_1(x)(\cos \theta_\pi \cos \theta_l)]. \quad (2.97)$$

Ainda:

$$\cos \theta_\pi = \frac{1}{\beta_\mu} \left[\frac{2r}{w(1-r)} - \frac{1+r}{1-r} \right] = h(w), \quad (2.98)$$

onde w é a razão entre as energias do múon e do pión no referencial laboratório. Ainda, $\pm h(w)$ é a projeção do spin do μ^\pm no referencial de centro de momenta na direção de seu momentum no referencial laboratório, ou seja, representa a helicidade do múon. Considere-se o decaimento do μ^+ , assim:

$$\frac{dn}{dx d \cos \theta_l} = \frac{1}{2} [f_0(x) - h(w)f_1(x) \cos \theta_l]. \quad (2.99)$$

Ao passar a energia do múon e neutrino para o referencial laboratório, obtém-se:

$$y = \frac{E_\nu^{lab}}{E_\mu^{lab}} = \frac{x}{2}(1 + \beta_\mu \cos \theta_l) \quad (2.100)$$

Então:

$$\frac{dn}{dy dx d \cos \theta_l} = \frac{1}{2} [f_0(x) - h(w) f_1(x) \cos \theta_l] \delta[y - \frac{x}{2}(1 + \beta_\mu \cos \theta_l)], \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dy} = \frac{1}{2} \int dx d \cos \theta_l [f_0(x) - h(w) f_1(x) \cos \theta_l] \times \\ \times \delta[y - \frac{x}{2}(1 + \beta_\mu \cos \theta_l)]. \end{aligned} \quad (2.102)$$

Reescreva-se a função delta como:

$$\delta[y - \frac{x}{2}(1 + \beta_\mu \cos \theta_l)] = \frac{2}{x\beta_\mu} \delta(\cos \theta_l - \cos \theta_l^0), \quad (2.103)$$

com $\cos \theta_l^0 = (2y - x)/x\beta_\mu$. Integrando-se em $d \cos \theta_l$:

$$\frac{dn}{dy} = \frac{1}{\beta_\mu} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx}{x} \left[f_0(x) - h(w) f_1(x) \left(\frac{2y - x}{x\beta_\mu} \right) \right], \quad (2.104)$$

com os limites de integração dados por $\cos \theta_l^0 = \pm 1$:

$$x_{min} = \frac{2y}{1 + \beta_\mu} \quad \text{e} \quad x_{max} = \frac{2y}{1 - \beta_\mu}. \quad (2.105)$$

Entretanto, também se tem:

$$x_{max} = \frac{\omega_{max}}{m_\mu/2} = \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)/2m_\mu}{m_\mu/2} = 1 - \epsilon^2. \quad (2.106)$$

Assim:

$$x_{min} = \frac{2y}{1 + \beta_\mu} \quad \text{e} \quad x_{max} = \min \left[1 - \epsilon^2; \frac{2y}{1 - \beta_\mu} \right]. \quad (2.107)$$

Reescreva-se:

$$\frac{dn}{dy} = \frac{1}{\beta_\mu} [g_0(y, \beta_\mu) - h(w) g_1(y, \beta_\mu)], \quad (2.108)$$

com:

$$g_0(y, \beta_\mu) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx}{x} f_0(x), \quad (2.109)$$

e:

$$g_1(y, \beta_\mu) = \frac{1}{\beta_\mu} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx}{x} f_1(x) \left(\frac{2y}{x} - 1 \right). \quad (2.110)$$

Calculando-se as funções $g_i(y, \beta_\mu)$, primeiramente com $\epsilon = 0$, obtém-se para os neutrinos e antineutrinos muônicos:

$$g_0(y, \beta_\mu) = \begin{cases} \frac{16y^2\beta_\mu}{3(1-\beta_\mu^2)^3}[9-12y+(9+4y)\beta_\mu^2], & y < \bar{y} \\ \frac{5}{3} - \frac{4y^2}{3(1+\beta_\mu)^3}(9-8y+9\beta_\mu), & y \geq \bar{y} \end{cases}, \quad (2.111)$$

$$g_1(y, \beta_\mu) = \begin{cases} \frac{16y^2\beta_\mu^2}{3(1-\beta_\mu^2)^3}(-3+16y+3\beta_\mu^2), & y < \bar{y} \\ \frac{1}{\beta_\mu} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{4y^2[3-4y+(9-12y)\beta_\mu+6\beta_\mu^2]}{3(1+\beta_\mu)^3} \right\}, & y \geq \bar{y} \end{cases}, \quad (2.112)$$

onde $\bar{y} = (1 - \beta_\mu)/2$. E para neutrinos e antineutrinos eletrônicos, primeiramente fazendo $\epsilon = 0$:

$$g_0(y, \beta_\mu) = \begin{cases} \frac{32y^2\beta_\mu}{(1-\beta_\mu^2)^3}[3-6y-(3+2y)\beta_\mu^2], & y < \bar{y} \\ \frac{2}{(1+\beta_\mu)^3}(1-2y+\beta_\mu)^2(1+4y+\beta_\mu), & y \geq \bar{y} \end{cases}, \quad (2.113)$$

$$g_1(y, \beta_\mu) = \begin{cases} \frac{32y^2\beta_\mu^2}{3(1-\beta_\mu^2)^3}(-3+8y+3\beta_\mu^2), & y < \bar{y} \\ \frac{2}{\beta_\mu(1+\beta_\mu)^3}(1-2y+\beta_\mu)^2[-1+2y-(1-6y)\beta_\mu], & y \geq \bar{y} \end{cases}. \quad (2.114)$$

No limite em que múons são ultrarrelativísticos ($\beta_\mu \rightarrow 1$), as funções $g_i(y)$ se reduzem a:

$$\begin{array}{cc} & g_0(y) & g_1(y) \\ \begin{array}{l} (-) \\ \nu_\mu \\ (-) \\ \nu_e \end{array} & \begin{array}{l} \frac{5}{3} - 3y^2 + \frac{4}{3}y^3 \\ 2 - 6y^2 + 4y^3 \end{array} & \begin{array}{l} \frac{1}{3} - 3y^2 + \frac{8}{3}y^3 \\ -2 + 12y - 18y^3 + 8y^3 \end{array} \end{array}, \quad (2.115)$$

que são as distribuições encontradas na literatura, por exemplo [17].

No entanto, não foram encontradas expressões para as distribuições que

considerassem os efeitos da massa não nula do elétron, ou seja, correções proporcionais a ϵ . Abaixo, tem-se as distribuições de energia para os neutrinos produzidos no decaimento do múon explicitando-se termos em segunda ordem em ϵ , que é a menor ordem da correção, no limite $\beta_\mu \rightarrow 1$. Para o neutrino/antineutrino muônico:

$$g_0(y) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[\frac{5}{3} - 3y^2 + \frac{4}{3}y^3 - \epsilon^2(9 - 3y^2) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right], \quad (2.116)$$

$$g_1(y) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[\frac{1}{3} - 3y^2 + \frac{8}{3}y^3 + \epsilon^2 h(y) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right], \quad (2.117)$$

com $h(y) = 21 - 48y + 21y^2 - (8 - 16y) \ln(1 - y) + (16 - 32y) \ln \epsilon$.

Já para o neutrino/antineutrino eletrônico:

$$g_0(y) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[2 - 6y^2 + 4y^3 - \epsilon^2(12 - 12y^2) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right], \quad (2.118)$$

$$g_1(y) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[-2 + 12y - 18y^3 + 8y^3 + \epsilon^2(12 - 48y + 36y^2) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right]. \quad (2.119)$$

Assim, no limite $\beta_\mu \rightarrow 1$, a distribuição de energia dos neutrinos produzidos no decaimento do μ^+ é:

$$\frac{dn}{dy} = g_0(y) - h(w)g_1(y), \quad (2.120)$$

e com (2.16), é possível escrever, por fim:

$$F_{\mu \rightarrow \nu}(y, w) = g_0(y) - h(w)g_1(y), \quad (2.121)$$

com $h(w)$ dado em (2.98) e aproximado como:

$$h(w) = \frac{2r}{w(1-r)} - \frac{1+r}{1-r}. \quad (2.122)$$

A princípio, a distribuição (2.121) é válida para o decaimento do μ^+ . Para o μ^- , a transformação de conjugação de carga faz $h(w) \rightarrow -h(w)$.

Entretanto, como discutido, cada estado de helicidade se comporta de maneira diferente no decaimento em diferentes energias, por exemplo, $\mu^+(H-)$ e $\mu^-(H+)$ são suprimidos a altas energias e $\mu^+(H+)$ e $\mu^-(H-)$ são suprimidos a baixas energias. Assim, supondo-se altas energias, uma transformação de carga em $\mu^+(H+)$, que não é suprimido, leva a $\mu^-(H+)$ que é suprimido. Ou seja, deve-se também realizar uma transformação de paridade P em (2.121), que também faz $h(w) \rightarrow -h(w)$, para se obter a distribuição de energia análoga para o decaimento do μ^- , que é, portanto, idêntica a (2.121).

2.3 Os Fatores Z e a Razão entre Sabores

Tendo sido obtidas as distribuições de energia dos neutrinos produzidos no decaimento de Píons e Múons, procede-se ao cálculo dos fatores Z dos espectros de produção de cada um deles.

Considere-se primeiramente o decaimento do π^+ . Para o neutrino produzido diretamente em seu decaimento, cujo espectro de produção é dado por $Q_{\pi \rightarrow \nu} = Q_{\pi}(E_{\nu})Z_{\pi \rightarrow \nu}(\alpha)$, o fator $Z_{\pi^+ \rightarrow \nu_{\mu}}(\alpha)$ obtido a partir de (2.19) e utilizando (2.54):

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \nu_{\mu}}(\alpha) = \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz z^{\alpha-1} F_{\pi \rightarrow \nu}(z) = \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz \frac{z^{\alpha-1}}{(1-r)}. \quad (2.123)$$

Os limites de integração z_{max} , z_{min} são encontrados no Apêndice A. Obtém-se então:

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \nu_{\mu}}(\alpha) = \frac{(1-r)^{\alpha-1}}{\alpha}. \quad (2.124)$$

Já para os neutrinos produzidos no decaimento do μ^+ , que por sua vez foi produzido no decaimento do π^+ , o fator $Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_{\mu}}(\alpha)$ é obtido a partir

de (2.23), utilizando (2.54) e (2.121):

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy \int_{w_{min}}^{w_{max}} dw w^{\alpha-1} y^{\alpha-1} F_{\pi \rightarrow \mu}(w) F_{\mu \rightarrow \nu}(y), \quad (2.125)$$

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy y^{\alpha-1} \int_{w_{min}}^{w_{max}} \frac{dw w^{\alpha-1}}{(1-r)} \times \\ \times (g_0(y) - h(w)g_1(y)). \quad (2.126)$$

Com w_{max} , w_{min} , y_{max} e y_{min} encontrados no Apêndice A.

Primeiramente, desprezando-se os termos proporcionais a $\epsilon = m_e/m_\mu$, obtém-se os fatores:

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha) = \frac{4(3 - 2r - (3 + \alpha)r^\alpha + (2 + \alpha))}{\alpha^2(1 + \alpha)(2 + \alpha)(3 + \alpha)(1 - r)^2}, \quad (2.127)$$

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(\alpha) = \frac{24(\alpha(1 - r) - r(1 - r^\alpha))}{\alpha^2(1 + \alpha)(2 + \alpha)(3 + \alpha)(1 - r)^2}. \quad (2.128)$$

com $r = m_\mu^2/m_\pi^2$.

Como, para o decaimento de píons e múons, a invariância de CP é válida, os fatores Z são idênticos para a cadeia de decaimento do π^- . Para a cadeia de decaimento do méson K^\pm , semelhante a do pión mas com razão de ramificação 0.64, os fatores Z, supondo-se um espectro inicial $Q(E_K) \propto E_k^{-\alpha}$, são obtidos simplesmente trocando-se m_π por m_K em r .

Como comparação, os fatores Z dos neutrinos produzidos no decaimento do múon considerando-os não-polarizados, ou seja, fazendo-se a média sobre os spins do múon, podem ser obtidos fazendo-se $h(w) = 0$ em (2.126). Obtém-se:

$$Z'_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha) = \frac{2(5 + \alpha)(1 - r^\alpha)}{\alpha^2(1 + \alpha)(2 + \alpha)(3 + \alpha)(1 - r)}, \quad (2.129)$$

$$Z'_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(\alpha) = \frac{12(1 - r^\alpha)}{\alpha^2(1 + \alpha)(2 + \alpha)(3 + \alpha)(1 - r)}, \quad (2.130)$$

Defina-se, agora, a Razão entre Sabores dos neutrinos produzidos na cadeia de decaimento do pión como [17]:

$$n(\alpha) \equiv \frac{Q_{\pi^+ \rightarrow \nu_\mu}(E_\nu, \alpha) + Q_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(E_\nu, \alpha)}{Q_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(E_\nu, \alpha)}, \quad (2.131)$$

ou seja:

$$n(\alpha) = \frac{Q_\pi(E_\nu) Z_{\pi^+ \rightarrow \nu_\mu}(\alpha) + Q_\pi(E_\nu) Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha)}{Q_\pi(E_\nu) Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(\alpha)}. \quad (2.132)$$

Assim:

$$n(\alpha) = \frac{Z_{\pi^+ \rightarrow \nu_\mu}(\alpha) + Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(\alpha)}{Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(\alpha)}. \quad (2.133)$$

Portanto, a razão entre sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos produzidos na cadeia de decaimento do pión é uma função do expoente do espectro inicial dos pions que os deram origem.

Note-se, das Figuras (2.9) e (2.10), que ao se considerar apropriadamente os decaimentos de pions, káons e múons, a razão entre sabores de neutrinos diverge consideravelmente do caso em que a razão é obtida da simples contagem de neutrinos no estado final. Ainda, outra correção se dá ao se levar em conta a polarização dos múons produzidos no decaimento dos pions e káons. Por exemplo, para $\alpha = 2$, tem-se $n(2) = 1,86$ para os neutrinos produzidos na cadeia de decaimento dos pions e $n(2) = 3,11$ para os neutrinos produzidos na cadeia de decaimento do káon, considerando-se apenas seu modo principal. Note-se também que, devido a (2.24), $n(1) = 2$, que é a razão esperada por contagem do número de neutrinos no estado final.

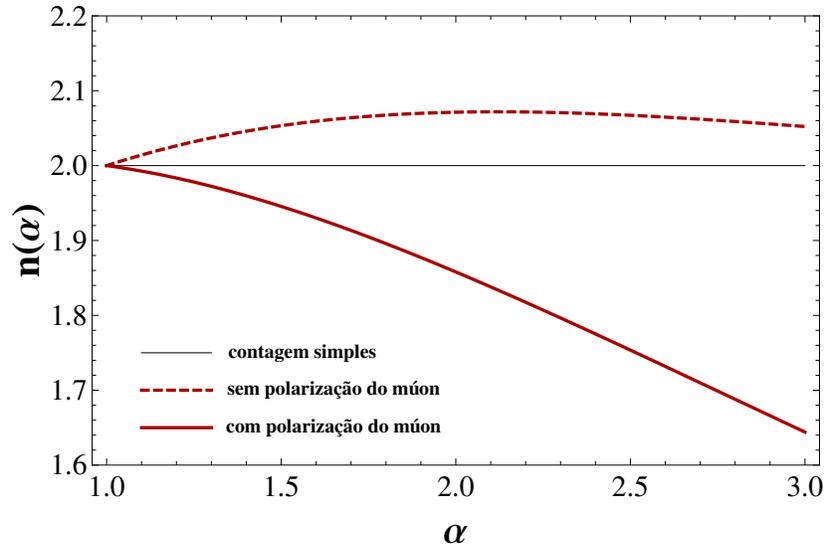


Figura 2.9: Razão entre Sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos no decaimento do pión.

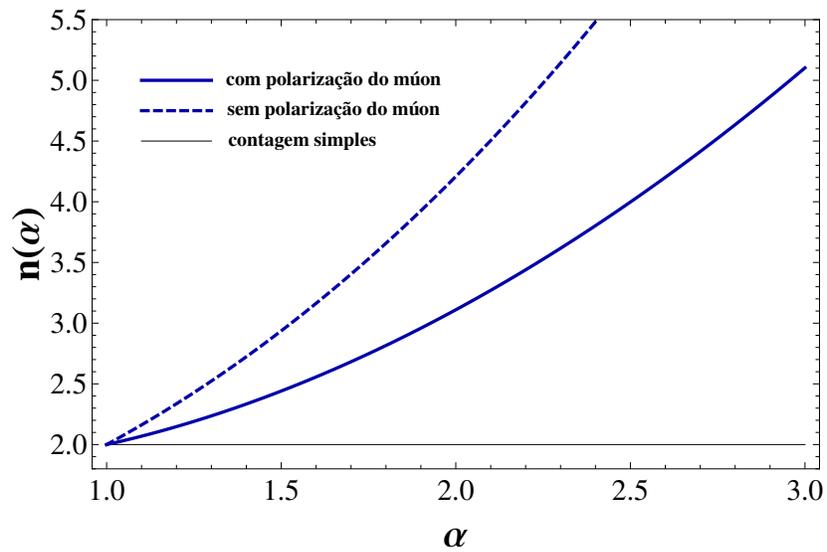


Figura 2.10: Razão entre Sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos no decaimento do káon.

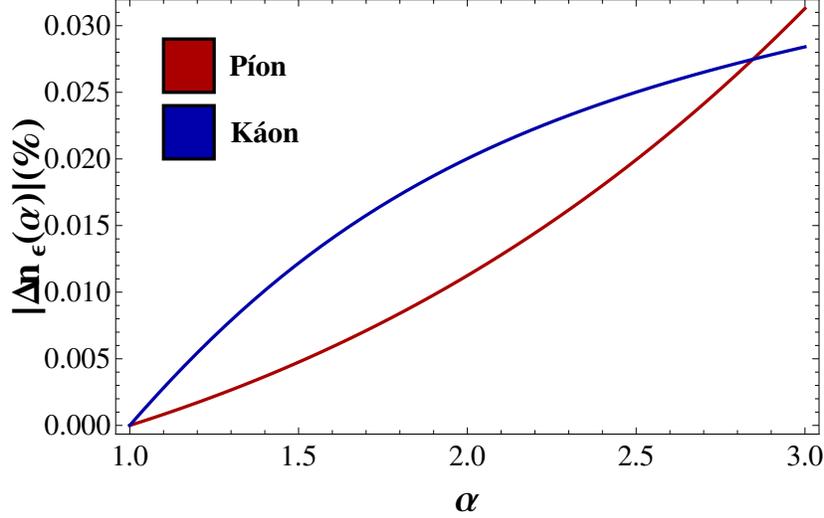


Figura 2.11: Diferença relativa entre as Razões entre Sabores de neutrinos com e sem dependência com a massa do elétron para o decaimento de píons e káons.

Efeito de Correções Proporcionais a ϵ

Quando são utilizadas as distribuições de energia com termos proporcionais a $\epsilon = m_e/m_\mu$, por exemplo (2.116), (2.117), (2.118) e (2.119) para o cálculo dos fatores Z dos neutrinos produzidos no decaimento do múon, os fatores adquirem formas analíticas complicadas para um valor qualquer de α , mas tem-se, por exemplo, para $\alpha = 2$:

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(2) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[\frac{(3+4r)}{20} + \frac{\epsilon^2}{36} (140 - 5r + 48(1-r) \ln \epsilon) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right], \quad (2.134)$$

$$Z_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e}(2) = \frac{1}{\sigma(\epsilon)} \left[\frac{(2+r)}{10} - \epsilon^2(2+r) + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right], \quad (2.135)$$

com $r = m_\mu^2/m_\pi^2$, explicitando-se as correções em segunda ordem em ϵ . Assim, com o cálculo da razão $n(\alpha)$ obtém-se uma pequena correção proporci-

onal à massa do elétron. Defina-se:

$$\Delta n_\epsilon = \frac{n_{\epsilon=0}(\alpha) - n_{\epsilon \neq 0}(\alpha)}{n_{\epsilon=0}(\alpha)}, \quad (2.136)$$

como a diferença relativa entre as Razões com e sem termo proporcionais a massa do elétron. Da Figura (2.11) nota-se que para o decaimento tanto de píons quanto de káons a diferença cresce com aumento de α mas não alcança sequer 0.05%. Dessa forma, é razoável que se despreze o efeito da massa do elétron nesse tipo de análise.

Validade da Aproximação Relativística

Nos casos anteriores, foi considerada repetidamente a aproximação em que as energias de píons e múons eram muito maiores que suas massas, assim como que as energias dos neutrinos eram muito maiores que as massas de píons e múons, de forma a se desprezar termos proporcionais a m_π/E_π , m_μ/E_μ , m_μ/E_ν e outros.

Cabe-se avaliar para quais energias dos neutrinos essas aproximações são válidas. Realizando o cálculo dos fatores Z sem as aproximações citadas, apenas desprezando-se a massa do elétron, obtém-se a razão entre sabores dependente não só de α como também da energia dos neutrinos.

Nota-se no entanto, a partir das Figuras (2.14) e (2.15), que a razão tende assintoticamente ao limite ultrarrelativístico. No decaimento de píons (káons), supondo-se $\alpha = 3$, a razão entre sabores de neutrinos com energia de aproximadamente 300 MeV (1 GeV), pouco mais que duas vezes a massa do pión (káon), já difere em apenas 1% do limite ultrarrelativístico.

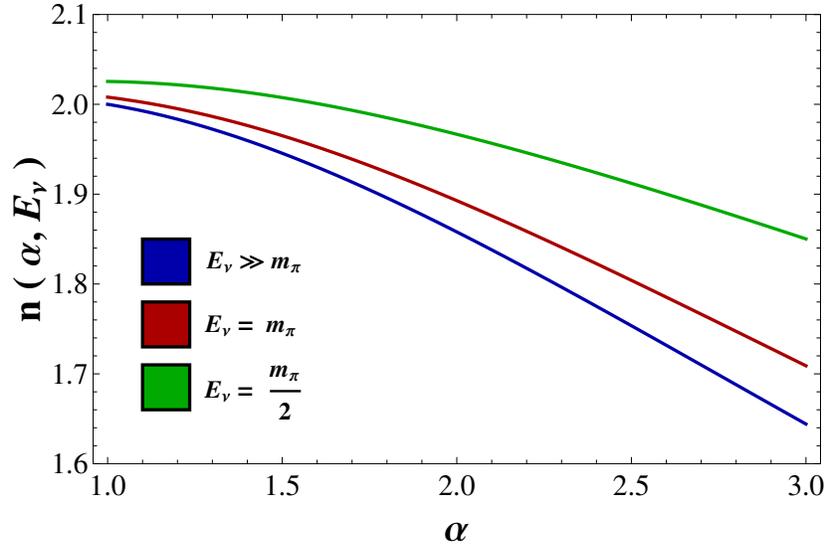


Figura 2.12: Razão entre Sabores de neutrinos do decaimento do pión dependente da energia dos neutrinos.

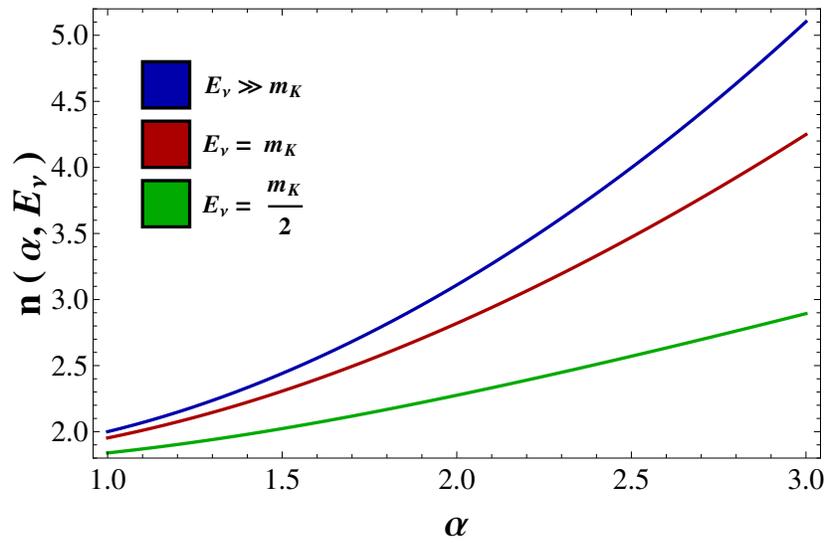


Figura 2.13: Razão entre Sabores de neutrinos do decaimento do káon dependente da energia dos neutrinos.

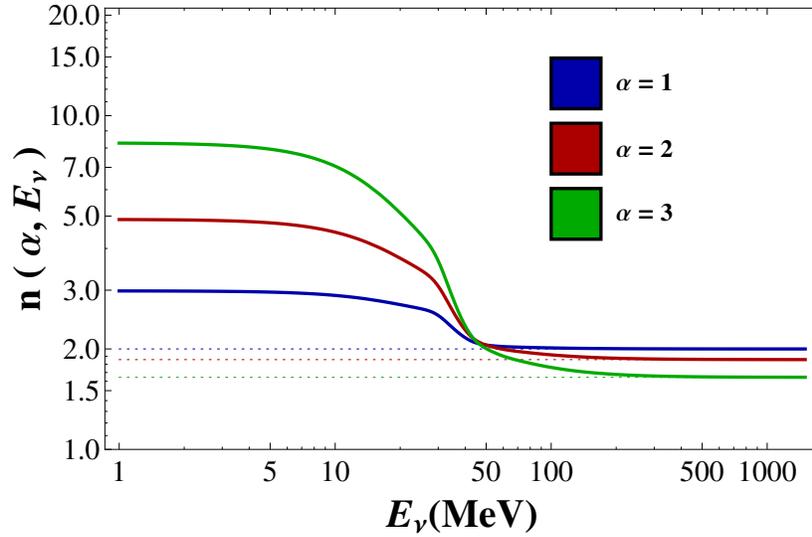


Figura 2.14: Razão entre Sabores de neutrinos do decaimento do pión dependente da energia dos neutrinos.

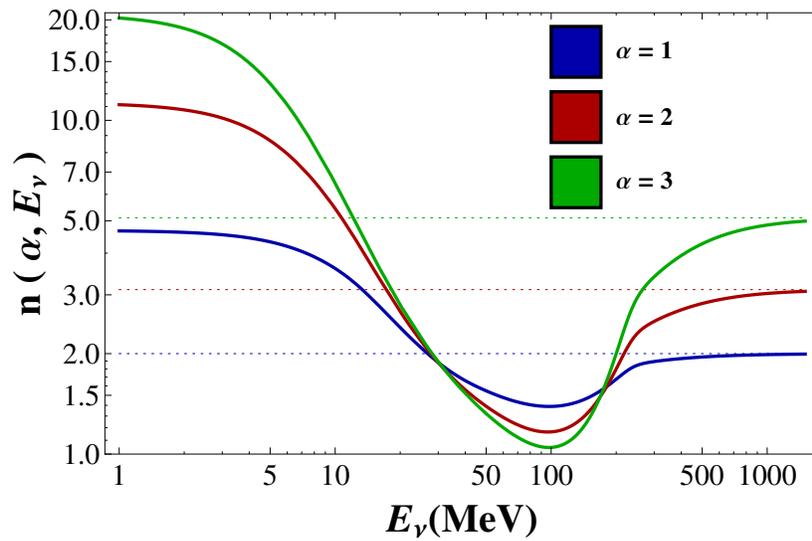


Figura 2.15: Razão entre Sabores de neutrinos do decaimento do káon dependente da energia dos neutrinos.

Capítulo 3

Razão entre Sabores na Produção e Detecção

No capítulo 2, calculou-se a razão entre sabores de neutrinos supondo-se sua produção na cadeia de decaimento de píons e káons, com espectro inicial na forma de lei de potência.

Diversas aproximações foram feitas. Por exemplo, omitiu-se especificidades da interação das partículas primárias aceleradas na fonte e das partículas alvo, desprezou-se perdas de energia de todas as partículas e desconsiderou-se modos de decaimento subdominantes.

Essas idealizações levaram à independência da razão entre sabores (2.133) com relação a energia. Considerações realistas podem fazer com que as razões sejam dependentes da energia dos neutrinos [22]. Por exemplo:

- um espectro inicial de píons da forma (2.8) levaria a duas razões diferentes entre sabores de neutrinos, uma para $E < E_0$ e outra para $E \geq E_0$;
- ou ainda, como káons são mais massivos, sua produção na interação das partículas primárias deve se dar em energias maiores que píons e sua contribuição para a razão entre sabores deve depender da energia

considerada.

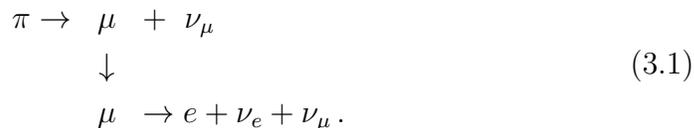
Neste capítulo as razões independentes da energia continuarão a ser consideradas, mas também se levará em conta variações da típica fonte de píons como origem desses neutrinos. As razões entre sabores produzidas em fontes astrofísicas, como as calculadas no Capítulo 2, não são as que poderão ser observadas numa eventual detecção, mas sim razões modificadas devido, primeiramente, à já bem estabelecida Oscilação de Neutrinos, e eventualmente por novos fenômenos da Física de Neutrinos.

3.1 Razões Idealizadas entre Sabores na Fonte

Na literatura, são consideradas usualmente três situações idealizadas para a razão entre sabores de neutrinos produzida numa fonte astrofísica:

Fonte de Píons

Fonte em que a produção, e posterior decaimento, de mésons π^\pm é o mecanismo principal pelo qual neutrinos são produzidos. Seja a cadeia de decaimento dos Píons:



Por simples contagem, seria de se esperar que o decaimento completo dos píons produzisse neutrinos eletrônicos e muônicos na razão:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : 2 : 0). \quad (3.2)$$

Fonte sem Múons

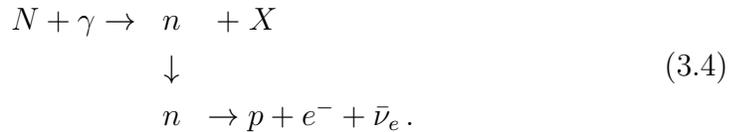
Fonte em que os múons, produzidos no decaimento de píons, devido a algum mecanismo de dissipação de energia, perdem parte substancial de sua energia

antes de decaírem fazendo com que a contribuição, para a razão entre sabores, dos neutrinos produzidos em seu decaimento fique restrita às baixas energias. Assim, para a razão de sabores na fonte, se considerará apenas o neutrino muônico produzido diretamente no decaimento dos píons:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (0 : 1 : 0). \quad (3.3)$$

Fonte de Nêutrons

Fonte em que, no lugar do decaimento de píons, os neutrinos astrofísicos tem sua origem no decaimento de nêutrons produzidos na fotodissociação de núcleos pesados [23]:



Assim, apenas antineutrinos eletrônicos são produzidos e tem-se a razão:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : 0 : 0). \quad (3.5)$$

3.2 Oscilação de Neutrinos no Vácuo

O fenômeno da Oscilação de Neutrinos foi primeiramente proposto por Pontecorvo [24], nos anos 1950, em analogia com a oscilação do sistema $K^0 \bar{K}^0$. Originalmente, tratava da oscilação entre o neutrino eletrônico, único conhecido à época, e um neutrino estéril, um lepton neutro que não participa da interação fraca. Em 1962, Maki, Nakagawa e Sakata [25] estenderam o modelo de oscilação para dois sabores ativos, tendo o neutrino muônico sido descoberto naquele ano.

A teoria padrão das oscilações de neutrinos foi desenvolvida ao longo dos anos seguintes [26] e será apresentada e utilizada no contexto de neutrinos

astrofísicos.

3.2.1 Probabilidade de Oscilação entre Sabores

Seja um neutrino de sabor ν_α , isto é, um neutrino produzido via interação de corrente carregada a partir de um lepton l_α ou juntamente de um lepton \bar{l}_α num autoestado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$. Suponha-se que existam 3 autoestados de sabor, i.e. $\alpha = e, \mu, \tau$. Se neutrinos são massivos, isto é, se existem autoestados de massa ν_1, ν_2, ν_3 , não degenerados, e se há mistura entre léptons é possível escrever $|\nu_\alpha\rangle$ como uma combinação linear dos autoestados de massa $|\nu_k\rangle$ [27]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle. \quad (3.6)$$

Os coeficientes $U_{\alpha k}^*$ são elementos da Matriz de Mistura U , também chamada matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) que, para três famílias de neutrinos, pode ser parametrizada da forma [21]:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

com $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ e $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, onde θ_{ij} são os ângulos de mistura e δ é a fase de violação de CP.

Os autoestados de massa são os que regem a propagação dos neutrinos por se tratarem dos autoestados da Hamiltoniana:

$$\mathcal{H}|\nu_k\rangle = E_k|\nu_k\rangle \quad \text{com} \quad E_k = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_k^2}. \quad (3.8)$$

Da equação de Schrödinger se obtém a evolução temporal destes autoestados como:

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (3.9)$$

Então:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle. \quad (3.10)$$

Da unitariedade de U , tem-se a transformação inversa de (3.6):

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle, \quad (3.11)$$

pode-se escrever:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_\alpha \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} |\nu_\beta\rangle, \quad (3.12)$$

ou seja, um neutrino produzido em um sabor α , por ser uma combinação linear dos autoestados de massa, após um tempo t de sua produção é descrito por uma sobreposição de sabores, desde que a matriz U não seja diagonal.

Assim:

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t}. \quad (3.13)$$

Portanto, a probabilidade de que um neutrino produzido com sabor α seja detectado, após um tempo t , com sabor β , é:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}|^2 = \sum_j \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}, \quad (3.14)$$

para oscilações no vácuo. Na maior parte dos sistemas estudados, se considera que o neutrino se propague no vácuo. Como os neutrinos são ultrarelativísticos, pode-se fazer a aproximação:

$$E_k = (|\vec{p}|^2 + m_k^2)^{1/2} \approx E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (3.15)$$

com $|\vec{p}| = E$. Assim:

$$E_k - E_j \approx \frac{1}{2E}(m_k^2 - m_j^2) = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} \quad (3.16)$$

Ainda, sendo L a distância percorrida pelo neutrino entre produção e detecção, faz-se $L \approx t$. Portanto:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L\right), \quad (3.17)$$

É a probabilidade de que um neutrino produzido com sabor α seja detectado com sabor β após percorrer uma distância L . De forma análoga, pode-se obter a probabilidade de transição para antineutrinos partindo-se de equação semelhante a (3.6) mas trocando os coeficientes $U_{\alpha k}^*$ por $U_{\alpha k}$, ou seja:

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle, \quad (3.18)$$

e portanto:

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}(t) = \sum_j \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L\right). \quad (3.19)$$

A equação (3.17) pode ser reescrita, fazendo-se $L_{kj}^{osc} = 4\pi E / \Delta m_{kj}^2$, como:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \\ &+ 2\Re \left[\sum_{k,k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{osc}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para o caso de neutrinos astrofísicos, as distâncias percorridas entre fonte e detector são muito maiores que as distâncias de oscilação L_{kj}^{osc} . Supondo uma energia máxima para os neutrinos de $E_{max} \approx 10^{20} eV$, a distância de

oscilação máxima será [28] :

$$L_{max}^{osc} = \frac{4\pi E_{max}}{(\Delta m^2)_{min}} \approx 120pc \left(\frac{E}{10^{20}eV} \right) \left(\frac{7 \cdot 10^{-5}eV^2}{\Delta m^2} \right). \quad (3.21)$$

E como já para fontes galácticas as distâncias percorridas são da ordem de kpc , $L_{kj}^{osc} \ll L$. Nesse limite, o termo oscilatório oscila muito rapidamente e sua média se anula. Assim, a probabilidade de transição, tanto de neutrinos quanto de antineutrinos astrofísicos, é determinada completamente pelos três ângulos de mistura e pela fase de CP, e é dada por:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2. \quad (3.22)$$

Então, se uma fonte astrofísica produz neutrinos, e/ou antineutrinos, de cada sabor α em quantidade Φ_α^0 , o número de neutrinos de sabor β detectados será:

$$\Phi_\beta = \sum_\alpha P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \Phi_\alpha^0 = \sum_\alpha P_{\beta\alpha} \Phi_\alpha^0. \quad (3.23)$$

Por fim, se $\Phi_0 = (\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0)$ é a razão de sabores produzida na fonte, tem-se na detecção a razão $\Phi = (\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau)$ dada por:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_e \\ \Phi_\mu \\ \Phi_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{ee} & P_{e\mu} & P_{e\tau} \\ P_{\mu e} & P_{\mu\mu} & P_{\mu\tau} \\ P_{\tau e} & P_{\tau\mu} & P_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_e^0 \\ \Phi_\mu^0 \\ \Phi_\tau^0 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

3.2.2 Razões Modificadas na Oscilação

Ângulos de Mistura na “Mistura Tribimaximal”

Um caso especial da matriz de mistura U , compatível com todos os experimentos de oscilação até o momento, é chamada Mistura Tribimaximal (TBM). Nesse esquema, ν_3 é uma mistura maximal apenas de ν_μ e ν_τ (bimaximal) e ν_2 é uma mistura maximal de todos os sabores (trimaximal),

daí, portanto, é derivado o nome Tribimaximal [29]. Explicitamente, nessa mistura os ângulos assumem os seguintes valores (compatíveis com todos os experimentos de oscilação até o momento):

$$\sin \theta_{12} = \frac{1}{\sqrt{3}} ; \sin \theta_{23} = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \theta_{13} = 0 ; \delta = 0 . \quad (3.25)$$

Aplicando-se tais valores na matriz U (3.7):

$$U_{TBM} = \sqrt{\frac{1}{6}} \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & \sqrt{2} & -\sqrt{3} \\ -1 & \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{pmatrix} . \quad (3.26)$$

E portanto, tem-se a matriz das probabilidades de transição:

$$P_{TBM} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 10 & 4 & 4 \\ 4 & 7 & 7 \\ 4 & 7 & 7 \end{pmatrix} . \quad (3.27)$$

Então, a razão entre sabores esperada na detecção será, para a fonte de píons (3.2):

$$\begin{pmatrix} \Phi_e \\ \Phi_\mu \\ \Phi_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 10 & 4 & 4 \\ 4 & 7 & 7 \\ 4 & 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} , \quad (3.28)$$

ou seja:

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (1 : 1 : 1) . \quad (3.29)$$

Já para a fonte sem múons (3.3):

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (4 : 7 : 7) , \quad (3.30)$$

e para a fonte de nêutrons (3.5):

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (5 : 2 : 2). \quad (3.31)$$

Note-se que um dos efeitos da oscilação é que, a despeito de sua suposta ausência na fonte, são esperados neutrinos tauônicos na detecção.

Especialmente, devido aos valores de θ_{23} e θ_{13} na Mistura Tribimaximal, há uma simetria entre neutrinos muônicos e tauônicos e ainda $\theta_{13} = 0$ faz com que, mesmo que considerássemos $\delta \neq 0$, não haveria efeito de violação de CP.

Desvio das Razões Idealizadas

É razoável considerar que as razões idealizadas (3.2), (3.3) e (3.5) possam se modificar devido a considerações mais realistas. De fato, como demonstrado no capítulo 2, se na fonte astrofísica são produzidos píons num espectro de lei de potência da energia, e se devidamente considerada a helicidade dos múons, tem-se que a razão entre sabores passa a ser dependente do expoente do espectro de produção dos píons:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : n(\alpha) : 0), \quad (3.32)$$

onde $n(\alpha)$ é dada por (2.133). Assim, para um espectro de produção dos píons com $\alpha = 2$, como é de consideração comum, tem-se:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : 1,86 : 0) \quad (3.33)$$

Ainda, píons não são os únicos responsáveis pela produção de neutrinos em fontes astrofísicas. As interações entre hádrons acelerados na fonte astrofísica também podem, a depender da energia disponível, produzir K^\pm , D^\pm e outros mésons que decaiam produzindo neutrinos, inclusive neutrinos do tau, e a proporção em que cada uma dessas partículas é produzida pode levar

a mudanças na razão entre sabores de neutrinos.

Especificamente, a produção de neutrinos tauônicos nas fontes astrofísicas deve ser pequena [30], com $\Phi_\tau^0 \approx 0,001$, e não será considerada.

Assim, para a fonte de píons, pode-se parametrizar [30] a correção devido as considerações anteriores e outras incertezas na razão entre sabores inicial na forma:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : 2(1 - \xi) : 0). \quad (3.34)$$

Já para fontes sem múons, apesar do mecanismo de perda de energia poder suprimir severamente o fluxo de neutrinos eletrônicos, em alguns modelos ele não cai abaixo de 4% [31]. Então é razoável supor que alguma quantidade de neutrinos eletrônicos possa ser produzido nesse tipo de fonte e faz-se:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (\xi : 1 : 0). \quad (3.35)$$

Por fim, nas fontes de nêutrons, estima-se [32] que uma poluição de píons da ordem 10% contribua para um pequeno fluxo de neutrinos muônicos. Assim:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : \xi : 0). \quad (3.36)$$

Nos três casos, permita-se que o parâmetro ξ varie de 0 a 0,1. Considerando-se o efeito dos desvios com ângulos na Mistura Tribimaximal, tem-se na detecção:

	Fonte de Píons	Fonte sem Múons	Fonte de Nêutrons
$\xi = 0$	1 : 1 : 1	4 : 7 : 7	5 : 2 : 2
$\xi = 0,05$	1 : 0,98 : 0,98	4 : 6,4 : 6,4	5 : 2,13 : 2,13
$\xi = 0,1$	1 : 0,97 : 0,97	4 : 5,92 : 5,92	5 : 2,26 : 2,26

Ângulos de Mistura Experimentais

Em lugar da idealização dos valores dos ângulos da Mistura Tribimaximal, considere-se agora os valores experimentais para o ângulos de mistura [33]

obtidos em Melhor Ajuste, 1σ , 2σ e 3σ :

	$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$
Melhor Ajuste (1σ)	$0,318^{+0,019}_{-0,016}$	$0,50^{+0,07}_{-0,06}$	$0,013^{+0,013}_{-0,009}$
2σ	$0,29 - 0,36$	$0,39 - 0,63$	$\leq 0,039$
3σ	$0,27 - 0,38$	$0,36 - 0,67$	$\leq 0,053$

A fase de violação de CP ainda não foi restrita por nenhum experimento, podendo assumir qualquer valor entre 0 e 2π .

Considere-se os valores experimentais no Melhor Ajuste, e permita-se que δ assuma diferentes valores no intervalo $[0, 2\pi]$. Como a dependência da probabilidade de oscilação (3.22) com a fase de violação CP é em $\cos \delta$ e como $\cos \theta = \cos(-\theta)$ não é possível discriminar o valor de δ entre o intervalo $[0, \pi]$ e $[\pi, 2\pi]$. Tem-se, então as razões na detecção:

δ	Fonte de Píons	Fonte sem Múons	Fonte de Nêutrons
0	1 : 0,96 : 0,93	4 : 6,16 : 6,29	5 : 2,20 : 1,86
$\pi/4$	1 : 0,97 : 0,96	4 : 6,35 : 6,48	5 : 2,15 : 1,91
$\pi/2$	1 : 1 : 1	4 : 6,92 : 6,92	5 : 2,03 : 2,03
$3\pi/4$	1 : 1,05 : 1,04	4 : 7,68 : 7,31	5 : 1,91 : 2,15
π	1 : 1,07 : 1,05	4 : 8,05 : 7,46	5 : 1,86 : 2,20

Ainda, considere-se agora o efeito sobre as razões modificadas (3.34), (3.35) e (3.36):

ξ	δ	Fonte de Píons	Fonte sem Múons	Fonte de Nêutrons
0	0	1 : 0,96 : 0,93	4 : 6,16 : 6,29	5 : 2,20 : 1,86
0	π	1 : 1,07 : 1,05	4 : 8,05 : 7,46	5 : 1,86 : 2,20
0,05	0	1 : 0,94 : 0,92	4 : 5,71 : 5,80	5 : 2,32 : 1,98
0,05	π	1 : 1,05 : 1,03	4 : 7,27 : 6,78	5 : 2,01 : 2,33
0,1	0	1 : 0,93 : 0,90	4 : 5,34 : 5,40	5 : 2,44 : 2,11
0,1	π	1 : 1,03 : 1,01	4 : 6,65 : 6,25	5 : 2,15 : 2,45

3.3 Detecção de Neutrinos Astrofísicos

Telescópios de Neutrinos, como IceCube [34] e KM3NeT [35], são projetados para a detecção de Neutrinos Astrofísicos através da radiação Cherenkov emitida quando partículas carregadas se movem em determinado meio acima da velocidade da luz neste meio e medida por fotomultiplicadoras espalhadas por todo o seu volume, que é preenchido pelo material, tipicamente gelo ou água, com a qual os neutrinos interagirão fracamente produzindo as citadas partículas carregadas.

O principal canal de interação dos neutrinos com a matéria é a corrente carregada (CC):

$$\nu_\alpha + N \rightarrow l_\alpha + X, \quad (3.37)$$

onde N é um núcleon, l é o lépton carregado associado ao neutrino ν_l e X denota estados hadrônicos. A interação subdominante é a de corrente neutra (NC):

$$\nu_\alpha + N \rightarrow \nu_\alpha + X. \quad (3.38)$$

Os estados hadrônicos criados em ambas as interações produzem o evento chamado de **chuveiro**, isto é, um padrão difuso, aproximadamente como uma fonte pontual [36], nas fotomultiplicadoras devido à emissão Cherenkov dessas partículas. Como apenas estados hadrônicos são criados na interação por corrente neutra, o evento do tipo chuveiro é o único produzido nessa interação, representado esquematicamente na Figura (3.2)

Já cada lépton carregado produzido via CC se comporta de maneira particular de acordo com a forma como perde energia no meio [37]. De forma geral, os eventos produzidos por léptons carregados são como se segue:

1. Elétrons interagem imediatamente com o meio produzindo um chuveiro eletromagnético em conjunto com o chuveiro hadrônico. Em princípio, é possível distinguir chuveiros eletromagnéticos de hadrônicos através do conteúdo de múons, ausente no primeiro. Entretanto, essa distinção

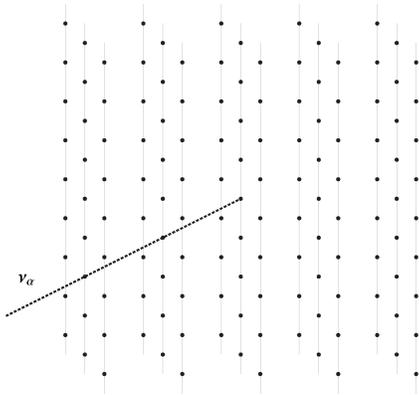


Figura 3.1: Esquema da travessia de um neutrino ν_α pela região de um detector preenchida por fotomultiplicadoras (pontos pretos).

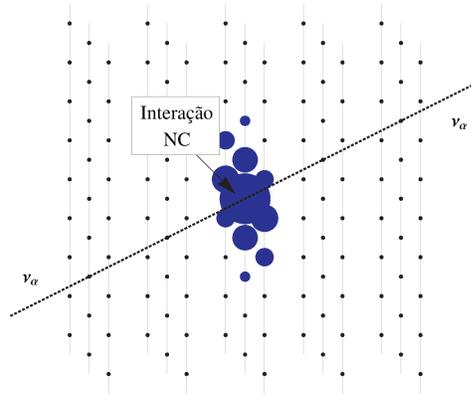


Figura 3.2: Interação de um neutrino ν_α no meio via corrente neutra. A radiação Cherenkov emitida pelas partículas carregadas sensibilizam as fotomultiplicadoras num padrão tipo chuva (círculos azuis).

não é factível nos telescópios de neutrinos. Representado esquematicamente na Figura (3.3).

2. Múons perdem relativamente pouca energia ao interagirem com o meio, percorrendo uma longa trajetória até decaírem ou perderem toda energia. A emissão de radiação Cherenkov pelo múon sensibiliza as fotomultiplicadoras no caminho percorrido produzindo um sinal direcional chamado de **traço** que se diferencia do chuva produzido pelos estados hadrônicos. Representado esquematicamente na Figura (3.4).

Já os eventos produzidos por taus, devido a seu pequeno tempo de vida, dependem de sua energia e da distribuição das fotomultiplicadoras na região de detecção. O caminho médio que um tau percorre antes de decair é $\gamma c\tau \approx 50m \left(\frac{E_\tau}{PeV} \right)$ [38], então:

3. Taus de baixa energia decaem produzindo um segundo chuva imediatamente, após percorrerem um caminho que não é suficiente para dis-

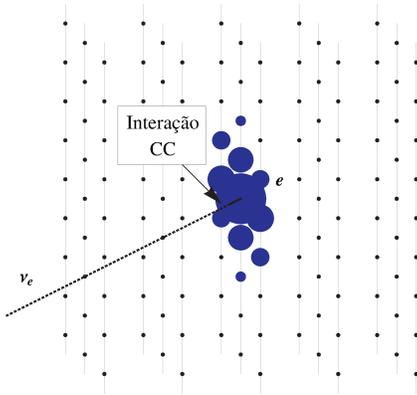


Figura 3.3: Interação de um neutrino ν_e no meio via corrente carregada. A radiação Cherenkov emitida pelas partículas carregadas sensibilizam as fotomultiplicadoras num padrão tipo chuva (círculos azuis).

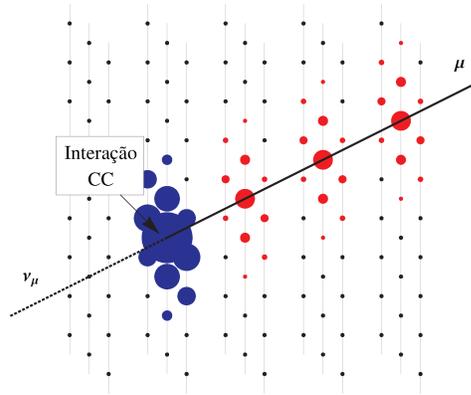


Figura 3.4: Interação de um neutrino ν_μ no meio via corrente carregada. A radiação Cherenkov emitida pelas partículas carregadas sensibilizam as fotomultiplicadoras num padrão tipo chuva (círculos azuis) e pelo múon num padrão tipo traço (círculos vermelhos).

tinguí-los do chuvaio hadrônico que também é produzido na interação do ν_τ via CC. Representado esquematicamente na Figura (3.5).

4. Taus de altas energias percorrem um caminho dentro do detector distinguindo-se do chuvaio hadrônico antes de decaírem, de forma que os três eventos, isto é, chuvaio hadrônico, traço do tau e chuvaio do decaimento são detectados. Esse tipo de evento é chamado de *Double-Bang* [39]. Representado esquematicamente na Figura (3.6).

Quando o tau interage fora do detector mas percorre determinado caminho dentro da região de detecção de forma que apenas o traço e o segundo chuvaio são observados, chama-se este evento de *Lollipop*.

Caso o tau interaja dentro mas decaia fora do detector fazendo com que o chuvaio hadrônico e traço do tau sejam detectados mas não o segundo chuvaio, o evento é chamado de *Inverted Lollipop*.

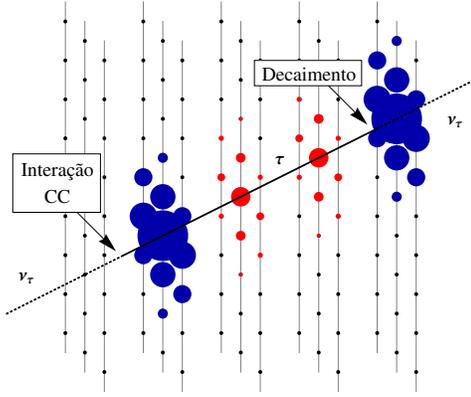


Figura 3.5: Interação de um neutrino ν_τ no meio via corrente carregada. A radiação Cherenkov emitida pelas partículas carregadas sensibilizam as fotomultiplicadoras num padrão tipo chuva (círculos azuis).

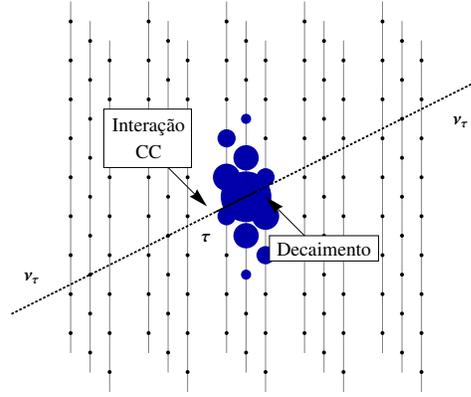


Figura 3.6: Interação de um neutrino ν_e no meio via corrente carregada. A radiação Cherenkov emitida pelas partículas carregadas sensibilizam as fotomultiplicadoras num padrão tipo chuva (círculos azuis) e pelo tau num padrão tipo traço (círculos vermelhos).

Então, efetivamente, são apenas dois os tipos de eventos observados nos telescópios de neutrinos: Traço e Chuveiro. O primeiro é produzidos por múons e por taus de altas energias, ambos produzidos em interação de corrente carregada. Já o segundo é produzidos por elétrons e por taus de baixa energia, produzidos em interação de corrente carregada, e pelos hádrons produzidos tanto nas interações de corrente carregada quanto neutra. Considere-se a razão entre o número de eventos de traço e o número de eventos totais:

$$T = \frac{N_{\text{traço}}}{N_{(\text{traço} + \text{chuveiro})}}. \quad (3.39)$$

Para uma análise idealizada da detecção e da identificação de propriedades dos neutrinos e das fontes astrofísicas, considere-se primeiramente que, apesar das dificuldades praticas envolvidas, seja possível associar a razão T ,

entre número de eventos tipo traço e eventos totais produzidos por leptons carregados, com as razões entre sabores de neutrinos que chegam ao detector. Por exemplo, se faça a aproximação para T :

$$T \approx \frac{\Phi_\mu}{\Phi_e + \Phi_\mu + \Phi_\tau} . \quad (3.40)$$

Deve-se ainda supor que as razões entre sabores de neutrinos são independentes de sua energia, assim, auxiliarmente, se são consideradas energias em que se possa distinguir elétrons de taus, ou seja, em que se detectem eventos do tipo 4, defina-se:

$$S = \frac{\Phi_e}{\Phi_\tau} . \quad (3.41)$$

Dessa forma, tem-se para as razões idealizadas com a Mistura Tribimaximal:

	Fonte de Píons	Fonte sem Múons	Fonte de Nêutrons
Razão na Fonte	(1 : 2 : 0)	(0 : 1 : 0)	(1 : 0 : 0)
Razão na Detecção	(1 : 1 : 1)	(4 : 7 : 7)	(5 : 2 : 2)
T	0,33	0,39	0,22
S	1	0,57	2,5

Assim, cada tipo de fonte, que produz neutrinos em determinada razão, gera diferentes valores para T e S na detecção. Na Figura (3.7), são apresentados os valores possíveis para T e S , permitindo-se que os ângulos de mistura variassem independentemente dentro dos valores experimentais, para os três tipo de fonte. Note-se que para cada fonte há uma região definida de valores possíveis de T e S com uma pequena degenerescência para as fontes de píons e sem múons.

Na Figura (3.8), fez-se de forma análoga para as razões com desvio (3.34), (3.35) e (3.36), permitindo-se que o parâmetro ξ varie entre 0 e 1 representando parte da incerteza na determinação da razão entre sabores de neutrinos na fonte.

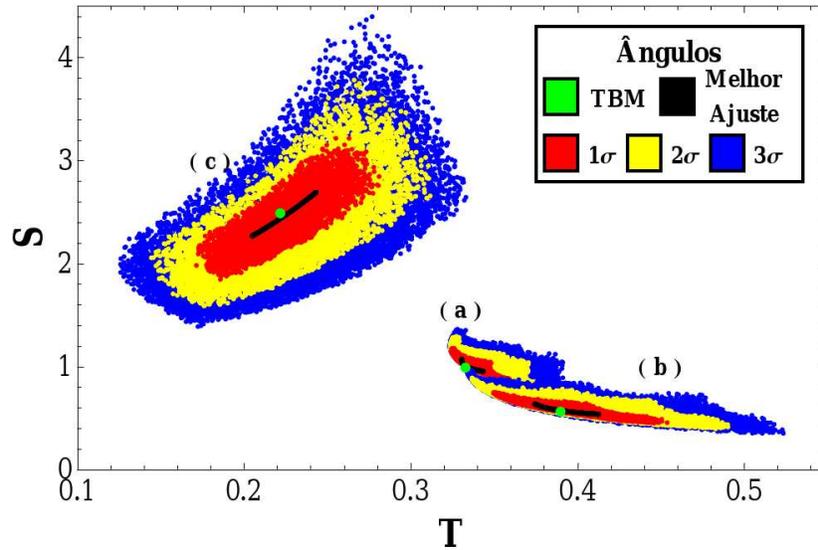


Figura 3.7: Regiões de valores possíveis para as grandezas T e S para as razões idealizadas. Com (a) Fonte de Píons, (b) Fonte sem Múons e (c) Fonte de Nêutrons.

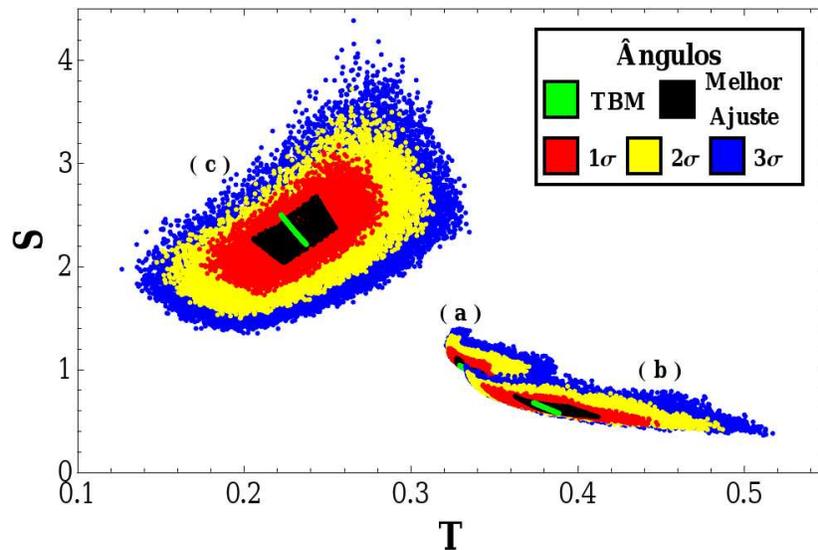


Figura 3.8: Regiões de valores possíveis para as grandezas T e S para as razões com desvio. Com (a) Fonte de Píons, (b) Fonte sem Múons e (c) Fonte de Nêutrons.

Para a investigação de fontes individuais de neutrinos astrofísicos é necessário que se saiba com precisão a direção de propagação dos neutrinos. Considere-se, no entanto que só seja possível obter a razão entre sabores através de um fluxo difuso, formado da contribuição de todas as possíveis fontes de neutrinos astrofísicos. Assim, para uma combinação arbitrária de fontes dos tipos idealizados, pode-se escrever a razão inicial como [40]:

$$(\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0) = (1 : n : 0). \quad (3.42)$$

Assim, $n \rightarrow 0$ equivaleria à predominância de fontes de nêutrons e $n \rightarrow \infty$ à de fontes sem múons. Na Figura (3.9), obteve-se a região de valores possíveis de T e S para a razão (3.42), permitindo-se que n varie entre 0 e ∞ .

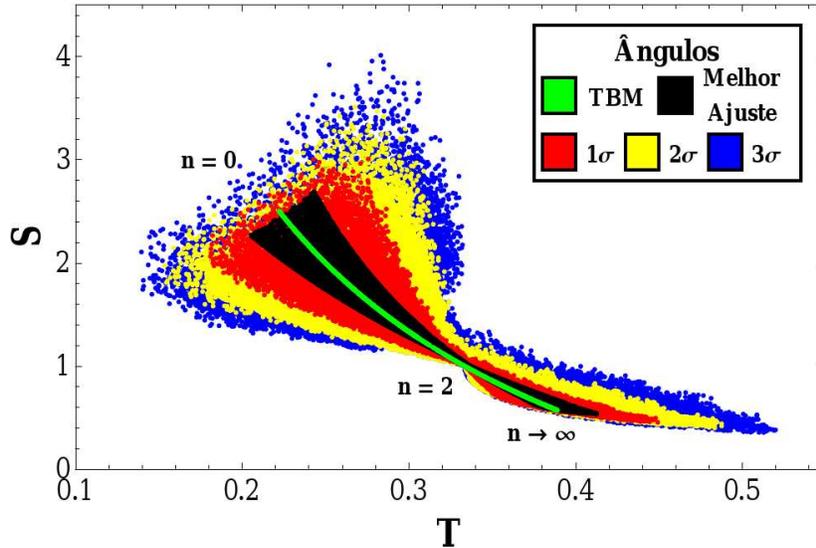


Figura 3.9: Regiões de valores possíveis para as grandezas T e S para (3.42).

Note-se que os valores estão contidos em determinada região e se a eventual medição de T e S revelar grande discrepância dessa região, é possível que algum novo fenômeno esteja em ação, ou nas fontes astrofísicas ou na própria física de neutrinos. Dentre diversos novos fenômenos que podem interferir

nesses valores [41], se considere o Decaimento de Neutrinos.

3.4 Decaimento de Neutrinos

O Decaimento de Neutrinos é um dos fenômenos possíveis de serem investigados nos Telescópios de Neutrinos. Sabe-se, a partir da observação dos neutrinos da supernova 1987A, que pelo menos um dos autoestados de massa deve ser estável, ou ao menos ter um tempo de vida compatível com a travessia de distâncias intergaláticas. De forma geral, o decaimento de neutrinos é descrito por um fator da forma [42]:

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau\gamma}\right) = \exp\left(-\frac{L m_i}{E \tau_i}\right), \quad (3.43)$$

onde m_i e τ_i são a massa e o tempo de vida no referencial de repouso do autoestado de massa ν_i . Baseado na observação de antineutrinos eletrônicos de SN1987A [43], o tempo de vida para o autoestado de massa ν_1 é:

$$\frac{\tau_1}{m_1} \geq 10^5 \frac{s}{eV}. \quad (3.44)$$

Já para ν_2 , da análise dos dados de neutrinos solares é possível extrair o limite [44]:

$$\frac{\tau_2}{m_2} \geq 10^{-4} \frac{s}{eV}. \quad (3.45)$$

Por fim, é possível derivar-se, a partir dos dados de neutrinos atmosféricos [45], o limite do tempo de vida de ν_3 :

$$\frac{\tau_3}{m_3} \geq 10^{-10} \frac{s}{eV}. \quad (3.46)$$

Portanto, apesar de modelos específicos de decaimento imporem limites mais fortes [21], limites independentes dos modelos não excluem a possibilidade de decaimento para grandes tempos de vida. Suponha-se o decaimento de

autoestados de massa em dois corpos:

$$\nu_i \rightarrow \nu_f + X, \quad (3.47)$$

onde X denota uma partícula sem massa ou muito leve e que não será observada. Ao se considerar a instabilidade dos autoestados de massa, a probabilidade de transição entre sabores é modificada. Por simplicidade, considerar-se-á que o decaimento é completo, ou seja, que o tempo de vôo é muito maior que o tempo de vida dos estados instáveis, de forma que todos decaiam em estados estáveis. Assim, pode-se desprezar estados instáveis intermediários e considerar apenas uma Razão de Ramificação efetiva $Br_{i \rightarrow f}$ entre estados instáveis iniciais i e estados estáveis finais f . Dessa forma [42]:

$$P_{\beta\alpha} = \sum_f |U_{\alpha f}|^2 |U_{\beta f}|^2 + \sum_f \sum_i Br_{i \rightarrow f} |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta f}|^2. \quad (3.48)$$

Considere-se ainda que a mistura de sabores se dá apenas entre os três sabores ativos conhecidos e que apenas o autoestado de massa mais leve é estável. Assim, com $Br_{i \rightarrow f} = 1$ para todo estado instável i , tem-se:

$$P_{\beta\alpha} = \left(|U_{\alpha f}|^2 + \sum_i |U_{\alpha i}|^2 \right) |U_{\beta f}|^2 = |U_{\beta f}|^2 \sum_k |U_{\alpha k}|^2. \quad (3.49)$$

Na Hierarquia Normal, ν_1 é o autoestado mais leve. Então:

$$P_{\beta\alpha} = |U_{\beta 1}|^2 \sum_k |U_{\alpha k}|^2. \quad (3.50)$$

Dessa forma, se uma fonte astrofísica produz neutrinos de cada sabor α na razão Φ_α^0 , tem-se as razões de cada sabor na detecção:

$$\Phi_e = \sum_\alpha P_{e\alpha} \Phi_\alpha^0 = |U_{e1}|^2 \sum_\alpha \sum_k |U_{\alpha k}|^2 \Phi_\alpha^0, \quad (3.51)$$

$$\Phi_\mu = \sum_\alpha P_{\mu\alpha} \Phi_\alpha^0 = |U_{\mu 1}|^2 \sum_\alpha \sum_k |U_{\alpha k}|^2 \Phi_\alpha^0, \quad (3.52)$$

$$\Phi_\tau = \sum_\alpha P_{\tau\alpha} \Phi_\alpha^0 = |U_{\tau 1}|^2 \sum_\alpha \sum_k |U_{\alpha k}|^2 \Phi_\alpha^0, \quad (3.53)$$

Ou seja, nesse caso simplificado de decaimento, a razão entre os sabores na detecção é independente da razão produzida na fonte e é função apenas dos termos da matriz de mistura. Explicitamente:

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (|U_{e1}|^2 : |U_{\mu 1}|^2 : |U_{\tau 1}|^2). \quad (3.54)$$

Analogamente, na Hierarquia Invertida, em que ν_3 é o autoestado mais leve, tem-se:

$$P_{\beta\alpha} = |U_{\beta 3}|^2 \sum_k |U_{\alpha k}|^2. \quad (3.55)$$

Portanto:

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (|U_{e3}|^2 : |U_{\mu 3}|^2 : |U_{\tau 3}|^2). \quad (3.56)$$

Na Mistura Tribimaximal, as razões no detector são:

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (4 : 1 : 1), \quad (3.57)$$

na Hierarquia Normal, e:

$$(\Phi_e : \Phi_\mu : \Phi_\tau) = (0 : 1 : 1), \quad (3.58)$$

na Hierarquia Invertida, sendo ambos desvios significativos das razões esperadas sem Decaimento. Ainda, para as grandezas T e S , tem-se:

Hierarquia	T	S
Normal	0,17	1
Invertida	0.5	0

Na Figura (3.10), obteve-se as regiões de valores possíveis para T e S

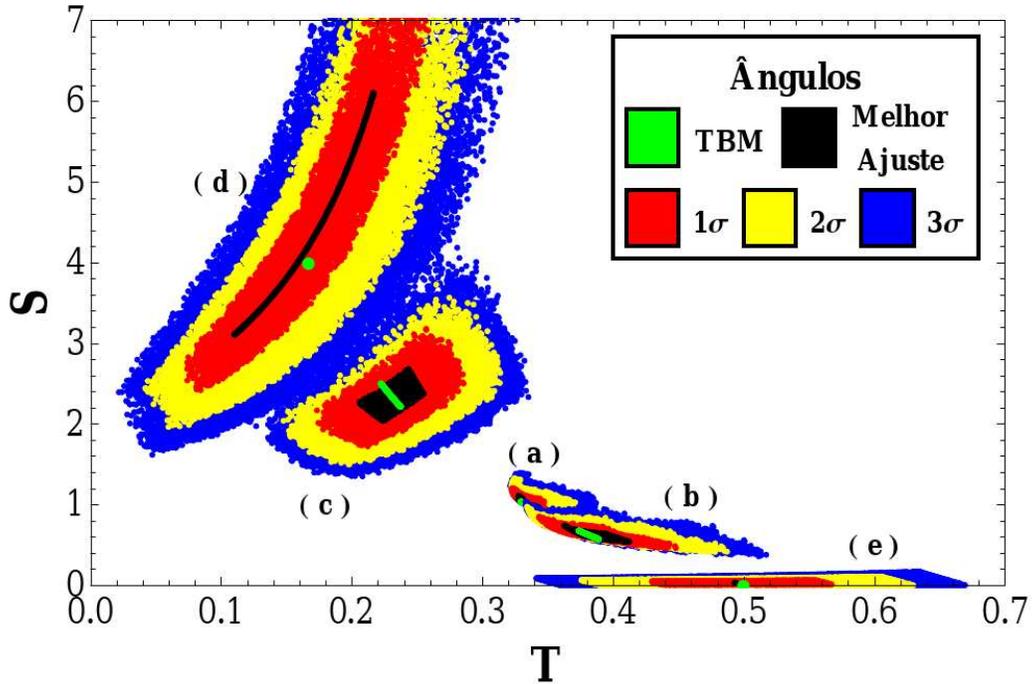


Figura 3.10: Regiões de valores possíveis para T e S para as razões produzidas pelo decaimento de neutrinos em ambas as hierarquias. Com (a) Fonte de Píons, (b) Fonte sem Múons, (c) Fonte de Nêutrons, (d) Decaimento com Hierarquia Normal e (e) Decaimento com Hierarquia Invertida.

para as razões produzidas pelo decaimento de neutrinos em ambas as hierarquias, permitindo-se que os ângulos de mistura variassem independentemente dentro dos valores experimentais. Como comparação, foram colocadas juntamente as regiões possíveis para as razões com desvio (3.34), (3.35) e (3.36).

Note-se que as regiões de valores de T e S para as razões entre sabores com decaimento de neutrinos diferem significativamente das regiões sem decaimento, a menos de uma pequena sobreposição entre a região da hierarquia normal e da fonte de nêutrons.

Conclusão

Neste trabalho, foi discutida a produção de neutrinos astrofísicos numa fonte genérica em que mésons são produzidos, a partir da interação de hádrons acelerados na fonte, num espectro de lei da potência da energia. Nessas condições, a razão entre sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos produzidos na fonte não é fixo, mas sim, no limite ultrarrelativístico, uma função do expoente do espectro inicial dos mésons.

Por exemplo, para os neutrinos produzidos no decaimento de píons, num espectro de expoente $\alpha = 2$, a razão entre sabores de neutrinos muônicos e eletrônicos é $n(2) = 1,86$, o que difere em cerca de 7% do valor obtido por simples contagem do número de neutrinos no estado final.

Ainda, procurou-se obter uma correção à razão entre sabores devido à massa não-nula do elétron, usualmente desprezada na literatura. Tal correção é dependente também do expoente do espectro inicial dos mésons mas para neutrinos produzidos no decaimento tanto de píons quanto de káons não chega a 0.05% para $\alpha = 3$, provando-se razoável desprezá-la.

Em seguida, considerou-se a modificação na razão entre sabores de neutrinos em sua propagação devido ao fenômeno da oscilação e a detecção desta razão modificada em telescópios de neutrinos. Em princípio, diferentes tipos de fontes gerariam diferentes razões entre sabores de neutrinos na produção que, conseqüentemente, levariam a diferentes razões entre sabores de neutrinos na detecção e seria possível diferenciar as propriedades das fontes astrofísicas.

No entanto, a incerteza teórica nos valores das razões iniciais para as fontes idealizadas de píons, sem múons e de nêutrons e na distribuição dessas fontes, assim como as incertezas experimentais nos parâmetros das matriz de mistura de sabores de neutrinos podem dificultar a diferenciação entre essas fontes mesmo antes de se considerar incertezas experimentais na própria detecção de neutrinos e medição da razão entre sabores.

Ainda assim, se, considerando-se as incertezas experimentais, a razão medida desviar significativamente do esperado para as razões idealizadas, é possível que novos fenômenos estejam em ação nas fontes ou na física de neutrinos. Foi então considerado o decaimento de neutrinos como possibilidade de novo fenômeno da física de neutrinos, que leva a razões que, além de independentes das razões nas fontes, se diferenciam significativamente das razões das fontes idealizadas e diferenciam ainda as hierarquias de massas dos neutrinos.

Portanto, para se avaliar apropriadamente a viabilidade do estudo das propriedades das fontes astrofísicas através da razão entre sabores de neutrinos, é necessário que se modele adequadamente a produção de neutrinos nas fontes, como Remanescentes de Supernovas, Núcleos Ativos de Galáxias e Explosões de Raios Gama, assim como a interação dos neutrinos com a matéria, e a interação dos léptons carregados produzidos, na detecção levando-se em consideração as particularidades dos telescópios de neutrinos.

Apêndice A

Limites de Integração para Cálculo dos Fatores Z

Na seção (2.3), para o cálculo dos fatores Z, utiliza-se os seguintes limites de integração obtidos analisando-se a conservação dos quadrimomenta nos decaimentos. Assim, no decaimento do pión:

$$\pi(q) \rightarrow \mu(p) + \nu_\mu(k), \quad (\text{A.1})$$

onde $q = (E_\pi, \vec{q})$, $p = (E_\mu, \vec{p})$ e $k = (E_\nu, \vec{k})$ e com $q = p + k$, para a produção de um neutrino de energia E_ν , tem-se:

$$E_{\pi \min} = \frac{E_\nu}{(1-r)} + \frac{m_\pi^2}{4E_\nu}(1-r) \quad \text{e} \quad E_{\pi \max} = \infty. \quad (\text{A.2})$$

Se $E_\nu \gg m_\pi$:

$$E_{\pi \min} = \frac{E_\nu}{(1-r)} \quad \text{e} \quad E_{\pi \max} = \infty. \quad (\text{A.3})$$

Por fim, como $z = E_\nu/E_\pi$:

$$z_{\max} = E_\nu/E_{\pi \max} = 1-r \quad \text{e} \quad z_{\min} = E_\nu/E_{\pi \min} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Já para a produção de um múon de energia E_μ no mesmo decaimento:

$$E_{\pi \min} = E_\mu \frac{(1+r)}{2r} - |\vec{p}| \frac{(1-r)}{2r}, \quad (\text{A.5})$$

$$E_{\pi \max} = E_\mu \frac{(1+r)}{2r} + |\vec{p}| \frac{(1-r)}{2r}. \quad (\text{A.6})$$

Se $E_\mu \gg m_\pi$:

$$E_{\pi \min} = E_\mu \quad \text{e} \quad E_{\pi \max} = \frac{E_\mu}{r}. \quad (\text{A.7})$$

Por fim, como $w = E_\mu/E_\pi$:

$$w_{\max} = 1 \quad \text{e} \quad w_{\min} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Ainda, no decaimento do múon:

$$\mu(p) \rightarrow e(p') + \nu_e(k') + \nu_\mu(k), \quad (\text{A.9})$$

onde $p = (E_\mu, \vec{p})$, $p' = (E_e, \vec{p}')$, $k = (\omega, \vec{k})$ e $k' = (\omega', \vec{k}')$, com $p = p' + k' + k$, tem-se para a produção de um neutrino, seja eletrônico ou muônico, de energia E_ν :

$$E_{\mu \min} = \frac{E_\nu}{(1-\epsilon^2)} + \frac{m_\mu^2(1-\epsilon^2)}{4E_\nu} \quad \text{e} \quad E_{\mu \max} = \infty. \quad (\text{A.10})$$

Se $E_\nu \gg m_\mu$:

$$E_{\mu \min} = \frac{E_\nu}{(1-\epsilon^2)} \quad \text{e} \quad E_{\mu \max} = \infty. \quad (\text{A.11})$$

Portanto, como $y = E_\nu/E_\mu$:

$$y_{\max} = 1 - \epsilon^2 \quad \text{e} \quad y_{\min} = 0. \quad (\text{A.12})$$

Por fim, desprezando-se a massa do eletron:

$$y_{max} = 1 \quad \text{e} \quad y_{min} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Referências Bibliográficas

- [1] J. Chadwick, *The intensity distribution in the magnetic spectrum of β particles from radium ($B + C$)*, *Verh. Phys. Gesell.* **16**, 383-391 (1914).
- [2] W. Pauli, *Dear radioactive ladies and gentlemen (Reprodução)*, *Phys. Today* **31N9**, 27 (1978).
- [3] J. Chadwick, *Possible Existence of a Neutron*, *Nature* **129**, 312 (1932).
- [4] E. Fermi, *An attempt of a theory of beta radiation.*, *Z. Phys.* **88**, 161-177 (1934).
- [5] C. L. Cowan *et al.*, *Detection of the free neutrino: A Confirmation*, *Science* **124**, 103-104 (1956).
- [6] R. P. Feynman e Murray Gell-Mann, *Theory of the Fermi interaction*, *Phys. Rev.* **109**, 193-198 (1958).
- [7] Steven Weinberg, *A Model of Leptons*, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264-1266 (1967).
- [8] J. Alvarez-Muniz e F. Halzen, *High-energy neutrinos from the cosmic accelerator RX J1713.7-3946*, *Astrophys. J.* **576**, L33-L36 (2002), astro-ph/0205408.
- [9] Dafne Guetta e Elena Amato, *Neutrino flux predictions for galactic pleions*, *Astropart. Phys.* **19**, 403-407 (2003), astro-ph/0209537.

- [10] T. Stanev, *High energy cosmic rays*, Springer-Praxis (2004).
- [11] J. S. Villasenor *et al.*, *Discovery of the short gamma-ray burst GRB 050709*, (2005), astro-ph/0510190.
- [12] Paolo A. Mazzali *et al.*, *The Type Ic Hypernova SN 2003dh/GRB 030329*, *Astrophys. J.* **599**, L95-L98 (2003), astro-ph/0309555.
- [13] Bing Zhang e Peter Meszaros, *Gamma-Ray Bursts: Progress, Problems and Prospects*, *Int. J. Mod. Phys.* **A19**, 2385-2472 (2004), astro-ph/0311321.
- [14] Eli Waxman e John N. Bahcall, *High energy neutrinos from astrophysical sources: An upper bound*, *Phys. Rev.* **D59**, 023002 (1999), hep-ph/9807282.
- [15] Eli Waxman e John N. Bahcall, *Neutrino afterglow from gamma ray bursts: approx. $10^{18}eV$* , *Astrophys. J.* **541**, 707-711 (2000), hep-ph/9909286.
- [16] T. K. Gaisser, *Cosmic rays and particle physics*, Cambridge University Press (1991).
- [17] Paolo Lipari, Maurizio Lusignoli e Davide Meloni, *Flavor composition and energy spectrum of astrophysical neutrinos*, *Phys. Rev. D* **75**, 123005 (2007), astro-ph/07040718.
- [18] F. Halzen e Alan D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Willey and Sons (1984).
- [19] Julia K. Becker, *High-energy neutrinos in the context of multimessenger physics*, *Phys. Rept.* **458**, 173-246 (2008), astro-ph/07101557.
- [20] P. Renton, *Electroweak Interactions: An Introduction to the Physics of Quarks and Leptons*, Cambridge University Press (1990).

- [21] Claude Amsler *et al.*, *Review of particle physics*, *Phys. Lett.* **B667**, 1-1340 (2008).
- [22] S. Hummer *et al.*, *Energy dependent neutrino flavor ratios from cosmic accelerators on the Hillas plot*, *Astropart. Phys.* **34**, 205-224 (2010), astro-ph.HE/1007.0006.
- [23] Luis A. Anchordoqui *et al.*, *Galactic point sources of TeV antineutrinos*, *Phys. Lett.* **B593**, 42 (2004), astro-ph/0311002.
- [24] B. Pontecorvo, *Mesonium and antimesonium*, *Sov. Phys. JETP* **6**, 429 (1957).
- [25] Ziro Maki, Masami Nakagawa e Shoichi Sakata, *Remarks on the unified model of elementary particles*, *Prog. Theor. Phys.* **28**, 870-880 (1962).
- [26] Samoil M. Bilenky e B. Pontecorvo, *Lepton Mixing and Neutrino Oscillations*, *Phys. Rept.* **41**, 225-261 (1978).
- [27] Carlo Giunti e Chung W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press (2007).
- [28] V. Berezhinsky, *UHE neutrino astronomy and neutrino oscillations*, (2009), astro-ph/0901.1428.
- [29] P. F. Harrison, D. H. Perkins e W. G. Scott, *Tri-bimaximal mixing and the neutrino oscillation data*, *Phys. Lett.* **B530**, 167 (2002), hep-ph/0202074.
- [30] Sandip Pakvasa, Werner Rodejohann e Thomas J. Weiler, *Flavor Ratios of Astrophysical Neutrinos: Implications for Precision Measurements*, *JHEP* **02**, 005 (2008), hep-ph/07114517.
- [31] M. Kachelrieß, S. Ostapchenko e R. Tomàs, *High energy neutrino yields from astrophysical sources. II. Magnetized sources*, *Phys. Rev. D* **77**, 023007 (2008), astro-ph/07083047.

- [32] P. D. Serpico e M. Kachelrieß, *Measuring the 13 -mixing angle and the CP phase with neutrino telescopes*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 211102 (2005), hep-ph/0502088.
- [33] Thomas Schwetz, M. A. Tortola e Jose W. F. Valle, *Three-flavour neutrino oscillation update*, *New J. Phys.* **10**, 113011 (2008), hep-ph/08082016v3.
- [34] J. Ahrens *et al.*, *IceCube: The next generation neutrino telescope at the South Pole*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **118**, 388-395 (2003), astro-ph/0209556.
- [35] Ulrich F. Katz, *KM3NeT: Towards a km^3 Mediterranean neutrino telescope*, *Nucl. Instrum. Meth.* **A567**, 457-461 (2006), astro-ph/0606068.
- [36] Francis Halzen e Spencer R. Klein, *IceCube: An Instrument for Neutrino Astronomy*, *Rev. Sci. Instrum.* **81**, 081101 (2010), astro-ph.HE/1007.1247.
- [37] S. Iyer Dutta *et al.*, *Propagation of muons and taus at high energies*, *Phys. Rev. D* **63**, 094020 (2001), hep-ph/0012350v1.
- [38] John F. Beacom *et al.*, *Measuring flavor ratios of high-energy astrophysical neutrinos*, *Phys. Rev. D* **68**, 093005 (2003), hep-ph/0307025.
- [39] John G. Learned e Sandip Pakvasa, *Detecting tau-neutrino oscillations at PeV energies*, *Astropart. Phys.* **3**, 267-274 (1995), hep-ph/9405296.
- [40] Sandhya Choubey e Werner Rodejohann, *Flavor composition of ultrahigh energy neutrinos at source and at neutrino telescopes*, *Phys. Rev. D* **80**, 113006 (2009), hep-ph/09091219.
- [41] Sandip Pakvasa, *Neutrino Flavor Goniometry by High Energy Astrophysical Beams*, *Mod. Phys. Lett.* **A23**, 1313-1324 (2008), hep-ph/08031701.
- [42] Michele Maltoni e Walter Winter, *Testing neutrino oscillations plus decay with neutrino telescopes*, *JHEP* **07**, 064 (2008), hep-ph/08032050.

- [43] K. Hirata *et al.*, *Observation of a Neutrino Burst from the Supernova SN 1987a*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1490-1493 (1987).
- [44] Anjan S. Joshipura, Eduard Masso e Subhendra Mohanty, *Constraints on decay plus oscillation solutions of the solar neutrino problem*, *Phys. Rev.* **D66**, 113008 (2002), hep-ph/0203181.
- [45] M. C. Gonzalez-Garcia e M. Maltoni, *Status of Oscillation plus Decay of Atmospheric and Long- Baseline Neutrinos*, *Phys. Lett.* **B663**, 405-409 (2008), hep-ph/08023699.