



André Luis Delvas Fróes

**Modificações vetoriais da Relatividade Geral:  
aplicações cosmológicas e no sistema solar**

Campinas

2013





Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Física Gleb Wataghin

André Luis Delvas Fróes

**Modificações vetoriais da Relatividade Geral:  
aplicações cosmológicas e no sistema solar**

Tese apresentada ao Instituto de Física Gleb  
Wataghin da Universidade Estadual de Campi-  
nas como parte dos requisitos exigidos para a  
obtenção do título de **Doutor em Ciências**.

Orientador: Prof. Dr. Alberto Vazquez Saa

Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO  
ANDRÉ LUIS DELVAS FRÓES, E ORIENTADA  
PELO PROF. DR. ALBERTO VAZQUEZ SAA

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Alberto", is positioned below the text. The signature is fluid and cursive, with a long horizontal stroke extending to the right.

---

Prof. Dr. Alberto Vazquez Saa

Campinas

2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin  
Valkíria Succi Vicente - CRB 8/5398

F922m Fróes, André Luís Delvas, 1985-  
Modificações vetoriais na relatividade geral : aplicações cosmológicas e no sistema solar / André Luís Delvas Fróes. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Alberto Vazquez Saa.  
Coorientador: Marcelo Moraes Guzzo.  
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin.

1. Cosmologia. 2. Gravitação. 3. Energia escura (Astronomia). 4. Relatividade geral (Física). I. Saa, Alberto Vazquez, 1966-. II. Guzzo, Marcelo Moraes, 1963-. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb Wataghin. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Vector modifications of general relativity : cosmological and solar system applications

**Palavras-chave em inglês:**

Cosmology

Gravitation

Dark energy (Astronomy)

General relativity (Physics)

**Área de concentração:** Física

**Titulação:** Doutor em Ciências

**Banca examinadora:**

Alberto Vazquez Saa [Orientador]

Pedro Cunha de Holanda

Samuel Rocha de Oliveira

Alex Eduardo de Bernardini

Roldão da Rocha Junior

**Data de defesa:** 19-12-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ANDRÉ LUIS DELVAS FRÓES** – RA: 023134 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 19/12/2013.

**COMISSÃO JULGADORA:**

---

Prof. Dr. Alberto Vazquez Saa  
Orientador do Candidato - IMECC/UNICAMP

---

Prof. Dr. Alex Eduardo de Bernardini  
DF/UFSCar

---

Prof. Dr. Roldão da Rocha Junior  
UFABC

---

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda  
DRCC/IFGW/UNICAMP

---

Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira  
IMECC/UNICAMP



# Resumo

Na presente tese, após revisão do estado da arte da cosmologia observacional, dos modelos de blindagem cosmológica para campos escalares e de modelos vetoriais para energia escura, foi apresentada a pesquisa original do projeto. Ela consistiu na elaboração do primeiro modelo de blindagem cosmológico aplicável a campos vetoriais, por meio de uma modificação conforme na Relatividade Geral, dependente do módulo do campo. Nos meios onde a densidade é elevada, o campo vetorial oscila em torno de zero, enquanto em meios de baixa densidade ele possui um valor não nulo. Como resultado, o campo vetorial não afeta a evolução no Universo primordial nem gera uma quinta força ou modificações detectáveis na gravitação local. O mecanismo também pode ser utilizado para esconder violações de Lorentz em pequenas escalas. A evolução cosmológica do modelo é estudada em detalhes.

# Abstract

In this thesis, after a review on the state of the art on observational cosmology, screening mechanisms for scalar fields and vector field models for dark energy, the original research of this project is presented. It consisted in the creation of the first screening mechanism for vector fields, by means of a conformal modification of General Relativity, dependent on the norm of the field. In high density environments, the vector field oscillates around zero, while in low density environments it has a non-null value. As a result, the vector field doesn't affect the evolution in the early Universe, nor generates a fifth force or detectable modifications in local gravity. The mechanism can be used as well to hide Lorentz violations in small scales. The cosmological evolution is studied in detail.



# Sumário

|   |            |
|---|------------|
| <b>Resumo</b>                                       | <b>vii</b> |
| <b>1 Introdução</b>                                 | <b>1</b>   |
| 1.1 Roteiro da Tese . . . . .                       | 3          |
| <b>2 O Universo</b>                                 | <b>5</b>   |
| 2.1 Astronomia, Astrofísica e Cosmologia . . . . .  | 5          |
| 2.2 Cosmologia Observacional . . . . .              | 13         |
| 2.2.1 Radiação Eletromagnética . . . . .            | 13         |
| 2.2.2 Testes Gravitacionais Locais . . . . .        | 20         |
| 2.2.3 Outros Testes . . . . .                       | 22         |
| 2.3 Modelo Cosmológico Padrão . . . . .             | 25         |
| 2.3.1 Composição Atual . . . . .                    | 25         |
| 2.3.2 Evolução no Tempo . . . . .                   | 28         |
| 2.4 Relatividade Geral . . . . .                    | 33         |
| 2.4.1 As Equações de Einstein . . . . .             | 33         |
| 2.4.2 Dedução das Equações de Einstein . . . . .    | 35         |
| 2.4.3 Universo Friedmann-Robertson-Walker . . . . . | 37         |
| 2.4.4 O Universo Anisotrópico . . . . .             | 39         |
| 2.5 Constante Cosmológica e Quintessência . . . . . | 40         |
| <b>3 Mecanismos de Screening</b>                    | <b>44</b>  |
| 3.1 Modelo Camaleão . . . . .                       | 45         |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.1.1    | Introdução . . . . .   | 45         |
| 3.1.2    | Análise para Objetos Compactos . . . . .                           | 48         |
| 3.1.3    | Testes Astrofísicos . . . . .                                      | 50         |
| 3.1.4    | Cosmologia . . . . .   | 53         |
| 3.2      | Modelo Symmetron . . . . .   | 55         |
| 3.2.1    | Introdução . . . . .   | 55         |
| 3.2.2    | O Caso Esféricamente Simétrico . . . . .                           | 56         |
| 3.2.3    | Referenciais de Jordan e de Einstein . . . . .                     | 58         |
| 3.2.4    | Testes Gravitacionais . . . . .                                    | 59         |
| 3.2.5    | Cosmologia . . . . .   | 60         |
| <b>4</b> | <b>Modelos Vetoriais</b>   | <b>62</b>  |
| 4.1      | O Campo Vetorial Acoplado com a Gravidade . . . . .                | 63         |
| 4.1.1    | Universo Anisotrópico e o Reestabelecimento da Isotropia . . . . . | 64         |
| 4.2      | Campo Vetorial com Potencial . . . . .                             | 71         |
| <b>5</b> | <b>Screening em campos vetoriais</b>                               | <b>74</b>  |
| 5.1      | Descrição do Modelo . . . . .                                      | 75         |
| 5.2      | Sistema Solar . . . . .  | 78         |
| 5.3      | Cosmologia . . . . .   | 82         |
| 5.4      | Perturbações na Matéria . . . . .                                  | 90         |
| 5.5      | Isotropização e Análise em Bianchi I . . . . .                     | 92         |
| 5.6      | Testes Astrofísicos . . . . .                                      | 95         |
| 5.7      | Quantização . . . . .  | 96         |
| <b>6</b> | <b>Conclusões e Perspectivas</b>                                   | <b>99</b>  |
|          | <b>Referências</b>   | <b>101</b> |

Aos meus pais.



# Agradecimentos

Em geral nos falta a sabedoria necessária para agradecer. Realmente somos capazes de distinguir aquilo que nos traz verdadeiro benefício? Costumamos agradecer as coisas boas que vem a nós. Mas justamente não são as dificuldades que nos dão as lições mais valiosas, que mudam nossas vidas para sempre, para melhor? Em geral agradecemos as pessoas que nos trazem os maiores benefícios. Entretanto, não existem milhões de anônimos que nos trazem as mais importantes experiências, ou mesmo as coisas fundamentais para a manutenção da existência? E como agradeceríamos a oportunidade de uma vida que nos foi concedida, a possibilidade de seguir em frente, em busca de aventuras? Agradeceríamos ao pequeno planeta azul pela vida que aqui se desenvolve, pelo ar que respiramos, o alimento que consumimos? Uma cadeia infinita de eventos conectados e mais ou menos relevantes nos permite estar aqui, nos perguntando sobre o funcionamento do grande Universo. Comemoremos portanto a existência, em seu profundo mistério.

Concretamente, estou certo de que um agradecimento expressado em poucas linhas não poderia ser completo. Me contentarei com o essencial.

Em primeiro lugar, agradeço a meus Pais. Eles me deram a oportunidade de viver. Eles sempre me apoiaram em minhas aventuras, em meu caminho, aceitaram minhas decisões e deram o apoio possível. Obrigado a minha irmã e meus familiares, que sempre me estimularam.

Minha estadia de um ano na Universidade de Oslo trouxe uma grande experiência de vida, que eu certamente não trocaria por nada. Vivenciei uma cultura muito distinta, um clima composto por verdadeiras quatro estações do ano, tão intensas e diferentes de nosso eterno verão. Sobrevivi ao inverno, ah, o inverno. E a delicada grama verde tornou-se branca, o chão escorregadio, o mar azul da cidade costeira congelou a perder de vista, e o

ar resfriava os pulmões. Os alegres noruegueses esquiavam, mas como fica um ser tropical em tal situação? Me adaptei como foi possível, visitei regiões acima do círculo polar ártico para ver as mágicas luzes do norte, embora em outros momentos elas tenham vindo me visitar na própria janela de meu quarto em Oslo. Passados 5 longos meses, finalmente, vi as plantas e árvores renascendo em um verde inesquecível, e flores multicoloridas. A vida ressurgiu.

Grandes amigos cruzaram meu caminho nesse período. Agradecimento especial a Nuno Guerreiro, estudioso de astrofísica solar, companheiro da mesa ao lado no instituto, e de muitos passeios e risadas. Também aos colegas Sigurd Naess, Hans Winther, Mikjel Thorsrud e toda a equipe do Instituto de Astrofísica Teórica. Agradecimento a Per Lilje. Imensos agradecimentos ao anfitrião em Oslo, David Fonseca Mota, pela orientação e pela recepção calorosa desde os primeiros e-mails trocados, agora já há muitos anos.

Um agradecimento especial a José Beltrán Jimenez. Muito me alegrou poder conhecê-lo em Oslo, e ainda mais colaborar com ele. Ele finalizava seu doutorado ao mesmo tempo em que eu concluía meu mestrado. Por estar um passo além, ele sempre tem um bom conselho e sabe indicar o caminho mais fácil na pesquisa. Sua visita ao Brasil certamente marcou o mês mais produtivo da minha vida em termos científicos.

Agradeço também ao Alberto, grande amigo e orientador desde os tempos da graduação, que sempre me deu liberdade, da qual eu jamais prescindiria. Apoiou minhas decisões, e sempre me recebeu pleno de boas ideias e sugestões.

No ambiente agradável da UNICAMP, fiz muitos amigos de longa data, numerosos demais para citar um a um. Para não deixar de marcar: Fernando César Lussani, Luís Fernando Gomez, André Luiz Duarte, Júlio César Bertim, obrigado.

Um doutorado significa não somente um título conquistado, mas é também um rito de passagem, que leva um cientista à vida adulta. Um doutor deve ser alguém capaz de, independentemente, expandir as fronteiras do conhecimento, e, colaborando em um grupo, ser capaz de ir ainda mais além. Um doutorado deve, então, ser nada mais do que a aurora de um novo período pleno de realizações.

# Capítulo 1

## Introdução

Há mais de 400 anos atrás, Giordano Bruno morria em uma fogueira no Campo de Fiori, em Roma, por, dentre outras coisas, afirmar que as estrelas do céu eram outros sóis, ao redor dos quais existiam outros sistemas de planetas, e que poderiam abrigar vida e seres pensantes. A antiga heresia é hoje ponto indiscutível. O mártir do passado estava além de seu tempo.

O conceito atual sobre o Universo é muito jovem. No ano de 1912 foi provado que boa parte das nebulosas observadas pelos astrônomos eram, na verdade, aglomerados de estrelas fora de nossa própria galáxia. Portanto, estamos separados em somente 100 anos de um tempo onde não se conhecia a existência de outras galáxias, fora a Via Láctea.

Seria o Universo estático, eterno da maneira como é observado hoje? Não haviam pistas para teorizar em contrário, até a proposição da Relatividade Geral por Einstein. Uma evolução cosmológica emergia naturalmente das equações. No ano de 1929, Edwin Hubble obteve evidências observacionais de que o Universo está em expansão, o que foi uma robusta evidência para o modelo do *Big Bang*, proposto poucos anos antes por Lemaître. Ele afirma que o Universo iniciou pequeno e denso, expandindo-se e resfriando-se até atingir seu atual estado.

Em 1964, Penzias e Wilson verificam um estranho ruído em sua antena, que não eram capazes de remover, nem de explicar. Por fim, verificou-se que se tratava da primeira detecção da radiação cósmica de fundo, proposta anos antes como uma consequência do

modelo *Big Bang*. Pode-se dizer que o fortuito sucesso marcou o início da era da cosmologia de precisão. No período, audaciosos experimentos foram construídos, grandes telescópios em terra e satélites científicos lançados ao espaço, com o objetivo de compreender melhor a teoria gravitacional e a história do Universo. A radiação cósmica de fundo foi estudada em seus mínimos detalhes, e um cuidadoso mapeamento das estruturas observadas no Universo foi iniciada.

Em 1998, um novo avanço imprevisto: a descoberta de que o Universo encontra-se em um processo de expansão acelerada. A gravitação como a conhecemos é uma força atrativa e, dessa maneira, esperaríamos um Universo em expansão desacelerada, uma vez que todos os objetos nele contidos atraem-se, freando seu eventual afastamento. Entretanto, as evidências apontam em sentido contrário à intuição. Qual é o fenômeno por detrás de tal expansão acelerada? É a pergunta que motiva esta tese.

Trata-se simplesmente de uma constante cosmológica? Ou de um campo escalar dinâmico? No presente trabalho, é estudada a possibilidade de realizar a expansão acelerada de escalas por meio de campos vetoriais. É proposto um mecanismo de blindagem cosmológica, que é capaz de viabilizar modelos vetoriais nas escalas do sistema solar e da galáxia, tornando-o indetectável aos precisos testes gravitacionais existentes, mas permitindo-o alterar a dinâmica cosmológica apropriadamente. O mecanismo depende de uma modificação vetorial conforme da Relatividade Geral. O campo vetorial altera a geometria sentida pelas partículas materiais no Universo. Entretanto, o campo vetorial possui um módulo muito pequeno em regiões de alta densidade, convenientemente mantendo em segurança tanto os sucessos da Relatividade Geral em escalas galácticas como da evolução do Universo primordial. Em regiões de baixa densidade, entretanto, o módulo do campo desloca-se do zero para um novo (e elevado) valor, alterando dramaticamente a evolução futura do Universo.

Mais um capítulo na busca de respostas a perguntas muito antigas. Qual a origem do Universo? E o que, exatamente, ocorreu desde então?

## 1.1 Roteiro da Tese

O caminho traçado nos próximos capítulos permitirá a compreensão gradual da pesquisa desenvolvida no doutorado, o estudo de uma classe de modificações à relatividade geral baseadas em campos vetoriais. Tais modificações não alteram a dinâmica do Universo primordial, nem afetam os resultados dos testes gravitacionais locais no sistema solar e na galáxia, mas causam alterações na dinâmica atual do Universo, permitindo a geração de anisotropias residuais e a alteração da atual expansão de escalas no Universo.

No capítulo 2, foi tratado de maneira ampla o estado da arte da Cosmologia atual. Partindo de elementos de Astronomia, estabelecendo o modelo padrão cosmológico,  $\Lambda$ CDM, e revisando questões importantes de Relatividade Geral e de campos escalares. As janelas observacionais disponíveis para o estudo do Universo são revisadas, com uma breve história dos experimentos chave que nos deram acesso a elas.

O capítulo 3 Introduz o conceito de modelos de blindagem cosmológica (ou *screening*), fundamentais nas teorias de gravitação modificada, pois permitem que a dinâmica em escalas do sistema solar ou da galáxia, já muito bem descritas pela Relatividade Geral ou seu limite de baixas velocidades, a mecânica Newtoniana, não sejam afetadas pela introdução de novos elementos na teoria gravitacional. São estudados dois exemplos emblemáticos, os modelos camaleão e symmetron. Por meio de uma transformação conforme na métrica sentida pelos campos materiais no Universo, o campo escalar das teorias citadas possui um comportamento distinto em meios de diferentes densidades. Em escalas cosmológicas, ele possui pequena massa, capaz de gerar efeitos de energia escura, enquanto que nas escalas do sistema solar sua massa aumenta, fazendo com que o alcance da interação caia. Ele encontra-se, portanto, “escondido” em escalas locais.

No capítulo 4 são estudados modelos alternativos à Relatividade Geral envolvendo campos vetoriais. Aplicações práticas para modelos inflacionários e de energia escura tem sido estudados por muitos grupos na última década, onde são permitidos termos cinéticos além do termo de Maxwell na Lagrangiana, acoplamentos não-mínimos com a gravitação, termos de massa ou potenciais mais gerais. Eles podem ser utilizados para gerar desvios da isotropia, e a descoberta de anomalias na isotropia estatística da radiação cósmica de

fundo intensificou o interesse por eles.

Por fim, o capítulo 5 unifica os conhecimentos adquiridos nos dois capítulos anteriores, introduzindo o primeiro mecanismo de blindagem cosmológica (*screening*) desenvolvido especificamente para campos vetoriais, elaborado durante o doutorado. O campo vetorial é acoplado ao conteúdo de energia do Universo por meio de um fator conforme dependente do módulo do campo vetorial, e torna-se dependente da densidade local, tal como nos modelos de screening citados. Ele é capaz de afetar a dinâmica do Universo em escalas cosmológicas no passado recente, mas mantém-se escondido nas escalas locais, não entrando em conflito com as observações. Ele também mantém o Universo primordial inalterado. Um caso particular do modelo é estudado em grande detalhe, com um termo cinético extra e um termo de massa. O fator conforme utilizado depende da norma do campo vetorial.

As principais conclusões e as perspectivas futuras são apresentadas no capítulo 6.

# Capítulo 2

## O Universo

O presente capítulo busca dar ao leitor uma visão geral sobre a cosmologia como entendida nos dias atuais. Intencionalmente, a linguagem utilizada no início será mais acessível, tornando-se gradativamente mais técnica, permitindo que o não especialista interessado possa acompanhar até o ponto onde lhe agrade a leitura. Rápida e inevitavelmente, entretanto, a matemática e a linguagem técnica prevalecerão. Uma introdução à astronomia abre caminho para explicar os dados observacionais mais importantes, disponibilizados por sofisticados experimentos em terra e no espaço. Tais dados dão o embasamento ao imenso sucesso do modelo cosmológico padrão  $\Lambda$ CDM, discutido logo a seguir. Por fim, elementos importantes de Relatividade Geral e são introduzidos, a constante cosmológica e modelos utilizando campos vetoriais são tratados.

### 2.1 Astronomia, Astrofísica e Cosmologia

O céu sempre exerceu fascínio sobre o homem, moderno ou antigo. Sempre representou uma fronteira distante e inalcançável. O céu diurno abriga o poderoso Sol, em uma imensidão azul. As nuvens, com suas formas em constante transformação, movem-se em diferentes velocidades, eventualmente dando origem à chuva. A Lua eventualmente está visível, mas é na noite em que ela impera, com suas fases. Na escuridão, aparecem miríades de estrelas, especialmente concentradas em uma faixa no céu, atualmente bem

pouco visível em nossas cidades poluídas.

Milênios de observações astronômicas permitiram que diversas civilizações possuíssem conhecimentos astronômicos impressionantes, mesmo utilizando instrumentos muito simples para medições. Eles compreenderam que as estrelas visíveis no céu e a trajetória do Sol poderiam ser associadas às estações do ano e às transformações no clima. Perceberam também movimentos muito mais sutis, cujos períodos se completariam em futuro muito distante, dando origem a complexos calendários.

É da natureza humana não somente observar, mas também explicar, tudo aquilo que a rodeia. Os antigos utilizaram os elementos de que dispunham em sua época para criar complexos modelos para o Universo, que formam os mitos e lendas de que temos conhecimento nos dias de hoje. Eles estavam fundamentados nas religiões e na filosofia da época. Como todo o bom modelo, ele permitia extrapolações, e o curso das estrelas foi também utilizado para explicar o comportamento e o destino dos homens.

Mas as sociedades se transformam, e, com elas, seus mitos. Esta tese trata de um mito moderno: a cosmologia de nosso tempo. Ela também é construída com base nos elementos de que dispomos. O método científico, desde o século XVII, guia-nos na busca pela verdade. São tempos onde as observações são sagradas, e não as teorias, que, falhando em seu confronto com os dados experimentais, devem ser descartadas.

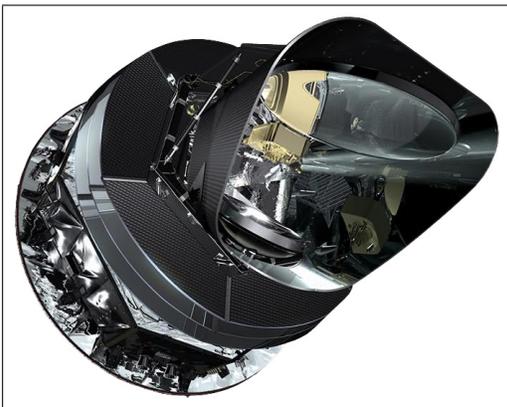


Figura 2.1: Satélite Planck, lançado em 2009 para explorar a radiação cósmica de fundo. Créditos: ESA [1]

O que realmente coloca o cientista moderno muito à frente de seus antecessores no sentido da formulação de uma teoria precisa é a tecnologia. Um satélite científico pode mapear milhões de galáxias em poucas horas, e cobrir todo o céu noturno em poucos dias. Seu alcance vai inimaginavelmente além de nossa visão comum. Eles também observam o espectro eletromagnético muito além da faixa da luz visível, incluindo o infravermelho, ultravioleta, raios-x e gama. A luz captada foi emitida por corpos celestes muito distantes, tanto no tempo como no espaço, e atu-

almente são elaborados experimentos para abrir janelas de observação independentes da radiação eletromagnética, por exemplo detectando ondas gravitacionais.

Graças a tais experimentos, existe um modelo astronômico muito bem estabelecido. O surpreendente, entretanto, é que não é necessário avançar muito para o passado para descobrir períodos onde tais coisas eram completamente desconhecidas.

A Terra orbita em torno do Sol, juntamente com os outros planetas, planetas anões, asteroides e demais objetos em nossa vizinhança imediata. O Sol tem um raio 100 vezes maior do que o raio da Terra, e concentra quase toda a massa do sistema solar. Júpiter é o segundo maior objeto do sistema solar, com um raio aproximadamente 10 vezes maior do que o da Terra, e sozinho concentra mais massa do que todos os outros planetas combinados. A influência gravitacional do Sol se estende até dezenas de milhares de vezes a distância entre a Terra e o Sol, e em grande parte desconhecemos os objetos que existem nessa região, pelo fato de eles não emitirem luz, o que torna sua detecção mais difícil.

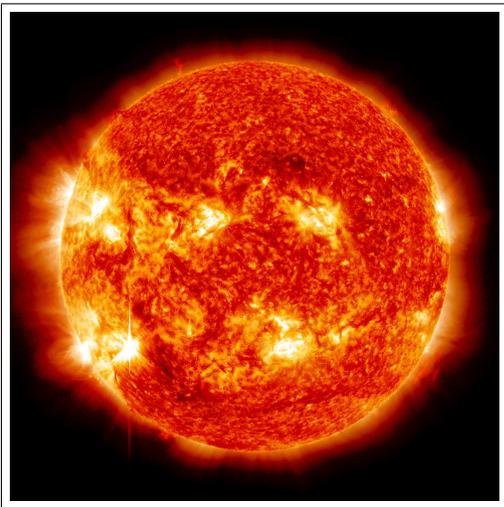


Figura 2.2: O Sol, centro do sistema solar. Créditos: NASA/SDO. [2]

O Sol é uma estrela muito pequena e modesta, se comparada a outras estrelas conhecidas. Estima-se que ele tenha aproximadamente 4,5 bilhões de anos, e que esteja na metade de sua vida. A maior estrela conhecida, NML Cygni, tem um raio aproximadamente 1600 vezes maior do que o do Sol, e uma massa aproximadamente 30 vezes maior.

As vizinhas mais próximas do Sol são as estrelas de Alfa Centauri. Embora os antigos conhecessem somente uma estrela, a resolução de um telescópio permite verificar que se tratam de três estrelas. Alfa Centauri A e B, que formam um sistema binário, e a estrela Próxima Centauri, um pouco distante do par AB, que também está ligada gravitacionalmente ao conjunto. Estuda-se a possibilidade de a estrela Alfa Centauri B possuir um planeta orbitando em seu redor, o que faria dele o planeta exoplaneta mais próximo da Terra. A estrela Sirius, a mais luminosa do céu

noturno, também é uma vizinha muito próxima.

Estrelas são estruturas de gás, compostas principalmente de hidrogênio e hélio. Em uma estrela, duas forças competem pela supremacia. A força gravitacional atrai todos os átomos para o centro da estrela, comprimindo-os. A grande pressão faz com que elementos leves sejam fundidos em átomos mais pesados, liberando energia, ao menos quando o átomo gerado é mais leve do que o ferro. O processo de fusão do hidrogênio, dominante nas estrelas jovens, libera muita energia. Esta energia está na forma de radiação. No caminho para deixar a estrela, essa radiação interage por milhares de anos com outras partículas em seu interior, antes de conseguir escapar para o espaço exterior. Tal interação gera uma pressão que se opõe à força gravitacional, permitindo um equilíbrio perfeito. A estrela continua a existir, ao menos enquanto seu combustível principal, o hidrogênio, não termina. No fim de sua vida, ela passa a sintetizar elementos mais pesados, como o carbono, que não liberam tanta energia nuclear. Eles são combinados de maneira a formar o ferro, o mais estável dentre os elementos. Elementos mais pesados que o ferro são sintetizados devido a um lento processo de captura de nêutrons.

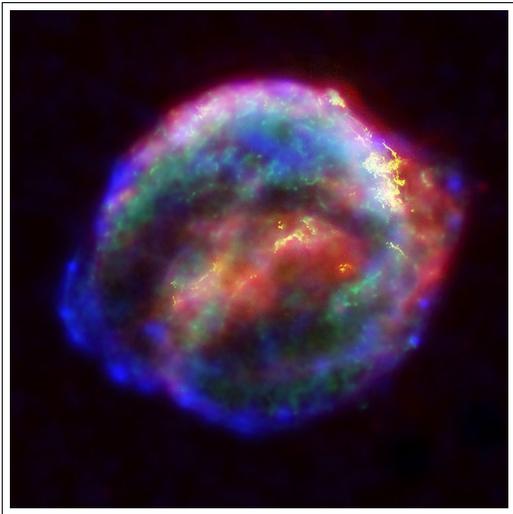


Figura 2.3: Remanescente da Supernova de Kepler. Créditos: NASA. [2]

Já no fim de sua vida, sintetizando elementos que não produzem energia suficiente para manter o equilíbrio com a força gravitacional, em algum momento há um colapso. Trata-se de um evento extremo conhecido como supernova, que ejeta muita matéria e energia. Os remanescentes da estrela são espalhados pelo meio interestelar, semeando o cosmos com os elementos importantes para a formação da vida.

A mais recente supernova no interior de nossa galáxia e observada a olho nu ocorreu no ano de 1604. É dito que ela podia ser observada mesmo durante o dia, por mais de três semanas. Kepler registrou o caso como uma nova estrela surgida aos pés da constelação de serpentário.

Após tais colapsos, no centro da estrela original resta um objeto, cujo tipo dependerá da massa envolvida no processo. Estrelas pequenas, como o Sol, tornam-se anãs brancas, estruturas sólidas formadas principalmente por carbono e oxigênio. Tais corpos celestes brilham devido a sua elevada temperatura, emitindo energia na forma de radiação. Dessa maneira, o corpo se resfria com o tempo, brilhando cada vez menos, até eventualmente tornar-se indetectável.

Estrelas mais massivas do que o Sol, após seu colapso, podem tornar-se estrelas de nêutrons. Em uma estrela de nêutrons a força gravitacional é tão intensa que a estrutura atômica dos elementos colapsa. Forma-se então uma estrutura compacta de nêutrons, cuja massa brutal fica concentrada em um objeto com um raio de poucos quilômetros.

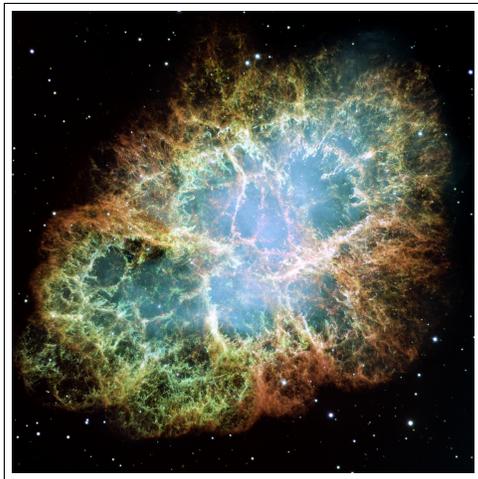


Figura 2.4: Nebulosa do Caranguejo.

Créditos: NASA. [2]

Outra supernova observada a olho nu mesmo durante o dia, reportada por astrônomos chineses no ano de 1054, deu origem a um tal objeto. O material ejetado resultou na Nebulosa do Caranguejo, e em seu centro restou uma estrutura de aproximadamente 30km de diâmetro que, por ser tão próxima da Terra constitui, juntamente com o restante da nebulosa aquecida pela estrela de nêutrons em seu centro, o objeto na galáxia que mais emite radiações eletromagnéticas de altíssimas energias, os raios x e gama.

Caso a massa da estrela colapsante seja ainda maior, a gravidade no remanescente central vence até a resistência dos nêutrons, fundindo tudo em um objeto misterioso: o buraco negro. Ele é uma estrutura marcada por uma distância chave, que é o horizonte de eventos. Fora do horizonte de eventos, não há nada de estranho. Os objetos que se aproximam dele são atraídos da mesma maneira como seriam por uma estrela de igual massa, com a diferença de que nada pode ser visto no local. Entretanto, o que passar por esta barreira invisível já não poderá escapar, mesmo que acelerando na direção oposta, próximo à máxima velocidade permitida pela Física.

O sistema solar é uma ínfima estrutura na periferia de nossa galáxia. Trata-se de uma galáxia espiral, de maneira que a maior parte dos objetos em seu interior estão contidos em um disco com determinada espessura, o plano galáctico. Esta é a razão pela qual, em regiões de pouca poluição do ar e luminosa, é possível ver uma faixa branca no céu, composta por uma grande quantidade de estrelas. Estamos no meio desse disco, e portanto vemos uma faixa de grande densidade de estrelas ao nosso redor. Um caminho branco no céu que deu origem ao nome de nossa galáxia, a Via Láctea.

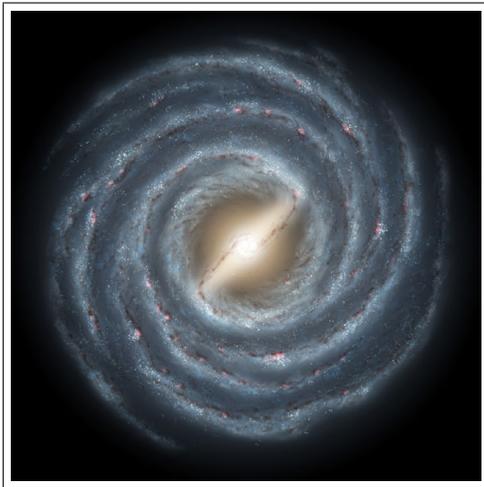


Figura 2.5: Via Láctea, concepção artística. Créditos: NASA. [2]

Em tais escalas, as distâncias costumam ser medidas nas unidades ano-luz ou parsec. Um ano-luz corresponde ao espaço percorrido por um feixe de luz deslocando-se por um ano no espaço. Portanto, uma unidade muito grande, uma vez que a distância entre a Terra e o Sol é 8 minutos-luz, ou seja, a luz emitida pelo Sol leva somente 8 minutos para chegar até aqui. Um parsec, por sua vez, é aproximadamente 3.26 anos luz. De fato, é muito complexo medir distâncias em escalas astronômicas. Para estrelas mais próximas, em geral utiliza-se um princípio geométrico baseado na rotação da terra ao redor do Sol, ao longo de um ano. A unidade parsec surge em tal contexto. Em distâncias maiores, costumam-se utilizar “velas padrão”, ou seja, objetos cuja luminosidade intrínseca é bem conhecida. Sua luminosidade aparente depende, então, somente da distância até a Terra. A Via Láctea tem um diâmetro de aproximadamente 100.000 anos-luz, e o plano galáctico tem uma espessura de aproximadamente 1.000 anos-luz.

As galáxias podem ser classificadas por seu formato. Em geral, elas são espirais ou elípticas. As galáxias espirais são compostas por uma região central, aproximadamente esférica e de elevada concentração de estrelas, e pelos braços de espiral, de menor concentração de estrelas aproximadamente distribuídas em um plano. As galáxias elípticas, por sua vez, costumam ser formadas em colisões de duas galáxias espirais.

O sistema solar está situado em um dos braços da galáxia, afastado do centro. Ao seu redor gravitam galáxias satélite, como por exemplo as Nuvens de Magalhães. O destino final da maior parte delas será a assimilação pela Via Láctea, o que já ocorreu com diversas dessas pequenas estruturas no passado.

Acredita-se que a maior parte das galáxias possuam em seus centros buracos negros gigantes, milhões de vezes mais massivos do que o Sol. Acredita-se que tais buracos negros supermaciços tenham sido surgido nos primórdios da formação das galáxias, embora o mecanismo de sua criação ainda seja assunto de intensa pesquisa. No centro da Via Láctea existe um buraco negro supermassivo, um dos elementos que compõe a região conhecida como Sagitário A. Algumas estrelas na região orbitam a estrutura invisível, permitindo calcular sua assombrosa massa. Há a esperança de que uma nuvem de gás nas proximidades seja capturada por ele, que por sua vez emitirá radiação, permitindo obter novas informações sobre o próprio buraco negro e sua vizinhança.

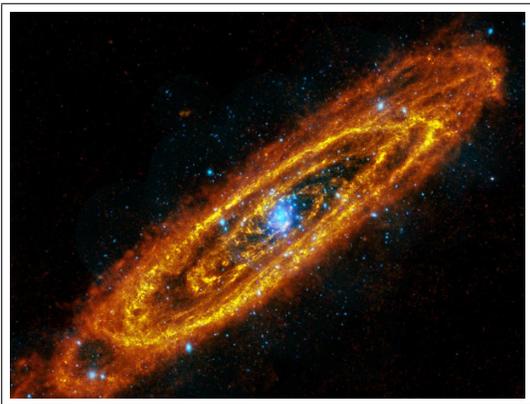


Figura 2.6: Galáxia Andrômeda, infravermelho e raios-x. Créditos: ESA. [1]

Com outras 54 galáxias vizinhas, a Via Láctea forma o chamado Grupo Local, sendo o segundo maior objeto do conjunto, com a galáxia de Andrômeda sendo a maior e mais massiva. A Via Láctea e Andrômeda encontram-se em rota de colisão, aproximando-se a uma velocidade de 140 quilômetros por segundo. Dentro de um período de alguns bilhões de anos ambas se tornarão uma única galáxia elíptica. Colisões do tipo são eventos comuns, embora cataclísmicos. Eles modificam completamente a estrutura das galáxias envolvidas, ejetando milhões de estrelas

para o meio intergaláctico, mas também criando novos berçários de estrelas. Os núcleos das galáxias fundem-se, e possivelmente também seus buracos negros supermassivos.

Quando há um maior número de galáxias em uma determinada região, tais estruturas são chamadas aglomerados de galáxias. Grupos e aglomerados, por sua vez, formam em conjunto estruturas maiores, os superaglomerados de galáxias. O Grupo Local pertence

ao superaglomerado de Virgem. Em escalas maiores, entretanto, os superaglomerados se distribuem de maneira aproximadamente homogênea pelo Universo, formando uma bela estrutura de filamentos.

Eis uma evidência do fato de que o Universo primordial deveria ser bastante homogêneo em sua origem, uma distribuição quase uniforme de matéria e energia. No princípio, haviam apenas ínfimas perturbações na homogeneidade, que foram aumentadas com o tempo pelo efeito da gravitação. Os locais que concentravam mais partículas e energia atraíram para si mais partículas dos locais de menor concentração, de maneira que a homogeneidade inicial deu lugar às estruturas que observadas atualmente.

Acredita-se que tais perturbações primordiais tenham sido geradas no período inflacionário. Estamos falando aqui de um evento que pode ter ocorrido quando o Universo tinha uma fração ínfima de um segundo de idade, e que foi responsável por uma expansão acelerada do Universo. Tal expansão acelerada fez com que ínfimas flutuações quânticas, sempre presentes em qualquer ponto do espaço-tempo, fossem expandidas até escalas macroscópicas, tornando as pequenas flutuações quânticas originais em sementes da estrutura atual do Universo.

Com o fim do período inflacionário, as escalas passaram a se expandir de maneira bem menos explosiva. O Universo, em seu princípio, era muito quente e compacto, mas a expansão fez com que a energia fosse diluída em um espaço-tempo mais amplo. A densidade de energia e a temperatura caíram significativamente. Em determinado momento, houve a nucleossíntese, e os elementos que conhecemos hoje foram formados.

Entretanto, a temperatura em tal período era tamanha que a luz sequer poderia propagar-se livremente. Os elétrons ainda não haviam se ligado aos núcleos para formar átomos, pois eles eram bombardeados continuamente pela radiação de altíssima energia. Quando a temperatura tornou-se suficientemente baixa, quando o Universo tinha em torno de 380.000 anos de idade, os elétrons ligaram-se aos núcleos, e a luz desacoplou-se deles, propagando-se livremente daí por diante. A grande quantidade de radiação liberada em tal momento é conhecida como a radiação cósmica de fundo. Nesse período, ele ainda era extremamente homogêneo. As flutuações que observamos em tal radiação são da ordem de centésimos milésimos do valor de fundo. É certamente a foto mais antiga do Universo

de que se dispõe.

O Universo primordial, composto principalmente por átomos de hidrogênio, por algum hélio e por traços de lítio, estava pronto. Posteriormente, a gravidade seguiu seu curso, formando as estruturas que podem ser observadas hoje. O ciclo se fecha.

## 2.2 Cosmologia Observacional

Serão listadas abaixo as principais janelas para a observação do Universo. Os dados observacionais permitem que modelos cosmológicos propostos sejam testados, e selecionados os candidatos viáveis.

### 2.2.1 Radiação Eletromagnética

A luz que chega até a Terra constitui a principal janela para o Universo, e atualmente a única que permite ir além da vizinhança mais próxima. A radiação eletromagnética em toda a faixa observável do infravermelho, visível, ultravioleta, raios-x e gama traz informações sobre os objetos luminosos, e também sobre os não luminosos, na medida em que os mesmos interajam com a luz recebida. Inúmeros telescópios, antenas e satélites buscam no espaço áreas interessantes para observação. Alguns mapeiam todo o céu, outros são apontados para locais de interesse mais particular. Seguem abaixo os principais experimentos.

### Radiação Cósmica de Fundo

Em 1964, Arno Penzias e Robert Wilson descobrem um ruído de micro-ondas em sua antena, nos laboratórios Bell, que não dependia da direção para a qual a antena era apontada. A origem desse ruído gerou intensas discussões, e logo percebeu-se que eles tinham acabado de realizar a primeira detecção da Radiação Cósmica de Fundo, passando a frente de outros grupos que construíam antenas especificamente com esse objetivo. Em 1978, ambos ganharam um prêmio Nobel pela descoberta. Conforme explicado anteriormente, quando o Universo tinha aproximadamente 380.000 anos de idade, ele tornou-se transpa-

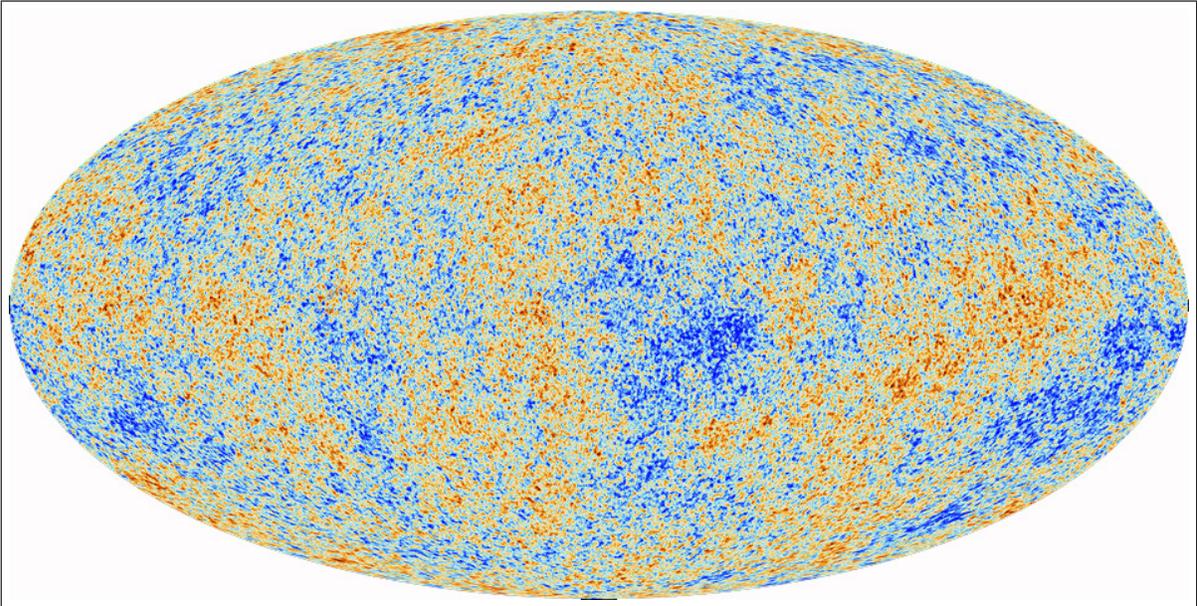


Figura 2.7: Anisotropias na radiação cósmica de fundo, satélite Planck. Créditos: ESA. [1]

rente para a luz, com a redução da temperatura e a conseqüente recombinação dos elétrons aos núcleos ionizados. Uma grande quantidade de energia foi liberada nesse momento, na forma de uma radiação de corpo negro, de fato o espectro de corpo negro mais perfeito já detectado. Ela é composta principalmente por micro-ondas de temperatura 2,73K.

Tal descoberta era mais uma prova de que o modelo *Big Bang* estava correto, ou seja, que o Universo teve um início extremamente quente. A radiação observada era isotrópica, indicando também um Universo homogêneo. Mas quão homogêneo? Esta nova pergunta suscitou o interesse de diversos grupos experimentais. O experimento COBE [3], lançado em 1989, foi o primeiro satélite projetado exclusivamente para coleta de dados cosmológicos. Foi um grande sucesso, na medida em que ele foi capaz de detectar as pequenas anisotropias na radiação cósmica de fundo, da ordem de  $10^{-5}$  do valor de fundo [4], mostrando que haviam desvios da homogeneidade primordial, sementes que originaram por colapso gravitacional as estruturas que observamos hoje no Universo.

O experimento WMAP [5] foi projetado posteriormente para ir muito além da sensibilidade do COBE, capaz portanto de explorar as anisotropias da radiação cósmica de fundo em detalhes. Lançado no ano de 2001, tendo encerrado suas observações no ano

passado, com a publicação de seus resultados de mais de 9 anos de coleta de dados. Este experimento foi excepcionalmente importante, colocando o modelo padrão cosmológico no patamar em que se encontra atualmente.

Por fim, em um novo capítulo da saga, o experimento Planck [1] foi lançado 2009, e os resultados preliminares já foram publicados. A publicação dos resultados científicos completos é aguardada ansiosamente pela comunidade. Espera-se que ele seja capaz não somente de melhorar a precisão dos dados fornecidos pelo WMAP, mas também que sua detecção da polarização da radiação cósmica de fundo forneça pistas importantes sobre o Universo primordial, permitindo uma seleção ainda mais fina dentre modelos cosmológicos viáveis atualmente, e também dentre modelos inflacionários, que embora eventualmente prevejam as mesmas anisotropias, estas são acompanhadas por diferentes polarizações.

## Mapeamento de Galáxias

Contabilizar todos os objetos observáveis, formando um mapa preciso do Universo. O que era realizado penosamente e ao longo de anos de observação pelos primeiros astrônomos, hoje é realizado de maneira automática por *scripts*, e grandes quantidades de dados são gerados pelos atuais telescópios e tratados estatisticamente em supercomputadores. Não somente a posição das galáxias são de interesse, mas também sua velocidade relativa, massa, luminosidade e composição, informações que podem ser extraídas do espectro luminoso do objeto.

O primeiro experimento do tipo foi o CfA, foi iniciado no ano de 1977 e trouxe grandes surpresas, como a primeira observação do superaglomerado conhecido como a Grande Muralha, uma estrutura imensa em comparação com qualquer coisa conhecida na época. Outros importantes experimentos na área foram o 2dFGRS [6] (*Two-Degree-Field Galaxy Redshift Survey*), iniciado em 1997, com aproximadamente 200 mil galáxias mapeadas, e o SDSS [7] (*Sloan Digital Sky Survey*), iniciado no ano 2000, com mais de 500 milhões de objetos mapeados e que ainda encontra-se em operação, em sua fase III.

Um fenômeno interessante comprovado por estes experimentos é a oscilação acústica de bárions. Antes da recombinação e da formação da radiação cósmica de fundo, a

grande densidade e temperatura do Universo faziam com que surgissem forças devido à interação entre os fótons e os núcleos atômicos. Da batalha entre a força gravitacional e a pressão repulsiva em questão surgiram oscilações similares a ondas sonoras se propagando. Matéria foi expelida dos locais mais densos do Universo primordial na forma de tais ondas, de formato esférico. Como haviam diversos pontos de elevada densidade, as ondas em questão se misturaram e compuseram, formando a complexa teia de galáxias e estruturas que observamos hoje.

Isso faz com que exista uma distância típica entre as estruturas mais massivas do Universo, de aproximadamente 150Mpc. Comparando com a distância característica entre as flutuações na radiação cósmica de fundo, e há acordo entre ambas as observações.

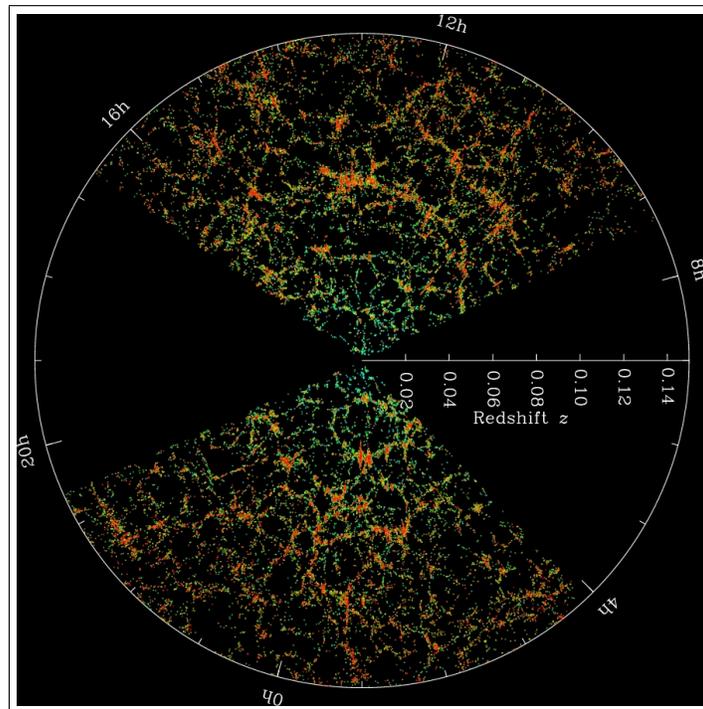


Figura 2.8: Distribuição local de galáxias. A luz das galáxias mostradas nos extremos do círculo levaram aproximadamente 2 bilhões de anos para chegar até o telescópio. As áreas escuras não podem ser observadas devido ao obscurecimento da própria Via Láctea ao campo de visão. Créditos: SDSS. [7]

## **Supernovas do Tipo Ia**

Em certos sistemas binários onde uma anã branca gravita em torno de uma estrela, muitas vezes a anã branca tende a roubar gás da companheira. Isso faz com que sua massa aumente gradativamente. Caso a anã branca consiga acumular matéria suficiente para atingir uma massa de aproximadamente 1,4 vezes a massa do Sol, o material no interior da anã branca sofre um processo de reignição, geralmente seguido de uma supernova. Tais supernovas são classificadas como do tipo “Ia”.

Como a massa e a composição da anã branca que explode são muito similares em todos os casos, as supernovas do tipo Ia são facilmente identificáveis por sua luminosidade conhecida e seu espectro típico, que contém linhas de elementos intermediários a pesados, iniciando por oxigênio e carbono, e, em períodos subsequentes, de Níquel e Cobalto. Elas podem ser utilizadas como velas padrão, no sentido de que a luminosidade original é conhecida e portanto a luminosidade observada na Terra depende somente da distância entre o sistema binário original e nosso planeta. Elas então podem ser utilizadas para auxiliar na medição de distâncias cosmológicas.

Com um número suficiente de supernovas observadas e técnicas estatísticas, é possível dizer algo com respeito à dinâmica cósmica. Foi dessa maneira que dois grupos, independentemente, em 1998 e 1999, descobriram a expansão acelerada de escalas no Universo [8,9]. Os líderes de ambos os grupos receberam o prêmio Nobel do ano de 2011 por esta descoberta.

## **Lentes Gravitacionais**

Einstein, ao elaborar a teoria da Relatividade Geral, propôs maneiras de testá-la frente à gravitação Newtoniana. Uma delas consistia em verificar o desvio da luz por objetos de grande massa. Como concentrações de matéria e energia distorcem o espaço-tempo ao seu redor e a luz, que transporta pouca energia, basicamente realiza o trajeto mais rápido entre duas regiões, tais objetos a desviam de seu caminho.

Em 1919, os astrônomos ingleses Eddington e Dyson prepararam expedições para testar este efeito. Uma equipe veio para a cidade de Sobral, no Brasil, enquanto a equipe



Figura 2.9: Supernova no canto inferior esquerdo de uma galáxia. As supernovas podem ser mais brilhantes do que a totalidade da galáxia onde se encontram. Créditos: NASA. [2]

de Eddington dirigiu-se para a ilha de Príncipe, na África, dois locais onde um eclipse solar poderia ser bem observado. Verificou-se que a posição das estrelas mais próximas do Sol durante o eclipse diferia sensivelmente de suas posições medidas durante a noite, sem o Sol no caminho. Ele havia desviado portanto a trajetória da luz emitida pelas estrelas em questão, conforme previsto por Einstein.

Observando as profundezas do Universo, o fenômeno de lentes gravitacionais [10] fica evidente. Nos casos mais extremos, é possível observar diversos objetos em torno de um objeto massivo, e verificar que se diversas imagens de um mesmo objeto. Isso ocorre porque um objeto encontra-se diretamente atrás de outro objeto massivo. A luz que se afastaria é atraída e focalizada em direção à Terra, dando origem às múltiplas imagens ou mesmo a anéis perfeitos, os “anéis de Einstein” em caso de alinhamento perfeito.

No caso das lentes gravitacionais fracas, ínfimas distorções na forma dos objetos observados ocorrem devido a múltiplos objetos no caminho percorrido pela luz entre sua emissão e sua observação. Coletando os dados de muitos objetos, é possível analisar tais imagens estatisticamente, e inferir concentrações de massa no caminho. É uma excelente maneira de estimar indiretamente a concentração de nuvens de gás, matéria escura, e outros objetos não luminosos no Universo observável.

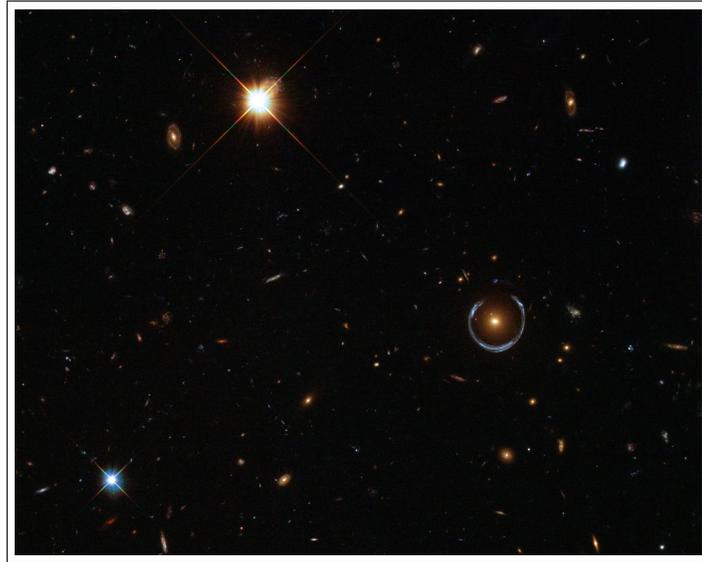


Figura 2.10: Fenômeno de lentes gravitacionais com alinhamento quase perfeito, um “anel de Einstein” no centro à direita. Créditos: Hubble/NASA. [2]

### Floresta Lyman Alfa

Quando os elementos são expostos a uma radiação de frequências específicas, ela pode ser absorvida pelo átomo e alterar temporariamente o estado quântico de um de seus elétrons. Posteriormente, a radiação é reemitida na mesma frequência recebida, embora não necessariamente na mesma direção. Essa é a base da espectroscopia, uma vez que cada elemento emite luz em determinadas faixas específicas, permitindo então identificá-los buscando por estas linhas características na luz recebida.

Este efeito nos permite provar que o hidrogênio é o elemento mais abundante do Universo, pois suas linhas são as mais comuns. A luz emitida em uma determinada frequência por um átomo de hidrogênio, ao se propagar por muito tempo no espaço, não poderá excitar um novo átomo de hidrogênio quando atingi-lo, pois a expansão do Universo reduzirá sua frequência. Assim, no espectro de um objeto no espaço, podem-se encontrar diversas linhas de hidrogênio separadas, emitidas por objetos diferentes. É possível portanto não somente uma estimar a concentração de hidrogênio no caminho da luz, mas também a posição de cada nuvem de gás, e a taxa de expansão do Universo [11].

### 2.2.2 Testes Gravitacionais Locais

A Relatividade Geral tem uma longa história de sucessos, resistindo continuamente aos mais precisos testes gravitacionais. Desde seus primórdios, quando Einstein verificou que a Relatividade Geral previa o avanço no periélio de Mercúrio, até muito recentemente, com o experimento *Gravity Probe B* [12] verificando as previsões de arraste gravitacional, a Relatividade Geral prevalece. Em torno da década de 60 do século passado, um período de grande esforço internacional para a verificação da Relatividade Geral permitiu grandes descobertas, como por exemplo a verificação de que o sistema binário de pulsares conhecido como Hulse-Taylor tinha seu período orbital reduzido de acordo com as previsões de perda de energia por emissão de ondas gravitacionais. Foi o período de consolidação da Relatividade Geral frente às teorias alternativas da época.

Modelos cosmológicos alternativos quase inevitavelmente afetam efeitos gravitacionais bem conhecidos na escala do sistema solar ou da galáxia. Por exemplo, um modelo cosmológico baseado em uma modificação da Relatividade Geral de Einstein poderia afetar sensivelmente a órbita dos planetas em torno do Sol, que já são medidas com precisão impressionante. Portanto, testes gravitacionais locais podem ser uma chave na escolha dentre os diferentes modelos.

### O Princípio da Equivalência

O princípio da equivalência é um ponto fundamental da teoria gravitacional. Newton dedicou o primeiro parágrafo do *Principia Mathematica*, seu grande tratado de Mecânica, para o princípio da equivalência. Ele afirma, embasado por seus experimentos com pêndulos, que a massa inercial dos objetos (que mede sua reação à aplicação de forças) é idêntica à massa gravitacional, proporcional ao peso do corpo. Este fato explica o interessante fenômeno, já conhecido desde a época de Galileu com seu famoso experimento no topo da torre de Pisa, de que todos os corpos caem de maneira idêntica sob a influência da gravidade, com uma mesma aceleração, independentemente de suas massas. Tal afirmação e suas consequências imediatas formam o conhecido princípio da equivalência fraco.

Einstein tomou o princípio da equivalência fraco como um dos pilares fundamentais

de sua teoria, estendendo-a, afirmando também que as leis da Física funcionam da mesma maneira em qualquer referencial em queda livre, independentemente de sua velocidade, do local no espaço ou no tempo onde elas são testadas. Este princípio é conhecido como o princípio da equivalência de Einstein, e, de fato, qualquer teoria que o satisfaça será necessariamente uma teoria geométrica para a gravitação.

Qualquer teoria gravitacional descrita por uma métrica simétrica, onde as trajetórias das partículas são geodésicas de tal métrica, e onde as leis não gravitacionais da Física podem ser descritas localmente por meio da relatividade restrita, necessariamente satisfazem o princípio da equivalência de Einstein [13]. Tais teorias, consideradas por muitos como as únicas realmente viáveis para explicar os dados experimentais disponíveis, são chamadas teorias métricas. Teorias métricas podem possuir diversos campos gravitacionais, tensoriais, vetoriais ou escalares, mas somente um único campo tensorial pode estar acoplado aos campos não gravitacionais ou às partículas materiais do Universo.

Para testar o princípio da equivalência fraco, basta estudar a maneira como corpos de diferentes composições e massas se comportam perante a atração gravitacional. Se suas acelerações forem idênticas, então o princípio da equivalência foi confirmado. Tais experimentos podem ser realizados em laboratório, como por exemplo por meio de balanças de torção. Como uma confirmação perfeita é impossível devido às limitações experimentais, define-se um limite superior para desvios do princípio da equivalência por meio da seguinte expressão:

$$\eta = 2 \frac{|a_1 - a_2|}{|a_1 + a_2|}. \quad (2.1)$$

O teste mais preciso atualmente é o *Lunar Laser Ranging*, que verifica constantemente a distância entre a Terra e a Lua. Nas missões da Nasa para a Lua, foram deixados espelhos que podem refletir feixes de Laser emitidos a partir da Terra. O tempo que o feixe de luz leva para retornar é portanto uma medida precisa da distância entre ambos os corpos celestes, que permite inferir com grande precisão a maneira como a Terra e a Lua são atraídas pelo Sol, substituindo os dados na equação dada acima. O limite para desvios está definido em [14]

$$\eta < 10^{-13}. \quad (2.2)$$

Para testar o princípio da equivalência de Einstein, faz-se necessário testar se o resultado dos experimentos não gravitacionais em qualquer referencial em queda livre são os mesmos, e se eles não são modificados se realizados em diferentes posições no tempo e no espaço.

### A Quinta Força

A busca por alternativas ao modelo padrão de física de partículas e a necessidade de supor a existência de partículas exóticas na composição do Universo estimulou o desenvolvimento e a busca experimental por uma quinta força detectável, além das quatro forças conhecidas (gravitacional, eletromagnética, fraca e forte).

Em geral modelada como uma força Yukawa, ou seja, uma força proporcional a  $1/r^2$  mas com um alcance limitado  $\lambda$ , devido a um fator  $e^{-r/\lambda}$ .

Para um alcance entre  $1m$  e  $10^4m$ , o limite superior para a intensidade de tal força está entre  $10^{-3}$  e  $10^{-6}$  da intensidade da força gravitacional. Em alcances maiores, da ordem de milhares de quilômetros, experimentos instalados em satélites verificaram limites ainda inferiores para a intensidade de uma tal força. Até o momento não há evidências para afirmar que exista tal quinta força no Universo, mas as buscas continuam.

### 2.2.3 Outros Testes

A abertura de novas janelas de observação cosmológica permitiria um grande avanço em cosmologia, uma vez que os mesmos fenômenos seriam observados por meio de experimentos totalmente distintos entre si, permitindo a comparação dos resultados obtidos. Os candidatos mais prováveis são listados a seguir.

#### Neutrinos Cosmológicos

Neutrinos são partículas eletricamente neutras e de baixíssima massa. Assim como a radiação cósmica de fundo libertou-se do plasma primordial, sendo detectada nos dias de

hoje como uma foto muito antiga do Universo, neutrinos primordiais libertaram-se do plasma circundante, formando um fundo de neutrinos cosmológicos. Isso ocorreu quando o Universo tinha apenas poucos segundos de idade, de maneira que sua detecção traria valiosas informações sobre um período muito distante e ainda inacessível observacionalmente do passado do Universo. A dificuldade é que os neutrinos de fundo são muito pouco energéticos, e portanto ainda estão muito além da atual capacidade técnica de observação.

O estudo de neutrinos de fontes astrofísicas, ao contrário, tem progredido. Neutrinos solares são observados corriqueiramente, trazendo informações sobre o próprio núcleo solar. Houve também uma detecção confirmada de neutrinos provenientes da supernova SN1987A, ocorrida na Grande Nuvem de Magalhães, no ano de 1987 [15]. Um grande número de neutrinos foi detectado algumas horas antes da luz visível emitida, trazendo valiosas informações sobre a emissão de neutrinos em tais eventos.

Um dos mais modernos detectores de neutrinos em operação, o *Icecube* [16, 17] ocupa uma área de aproximadamente  $1\text{km}^3$  em pleno pólo Sul. Seus detectores, instalados em cabos verticais que penetram profundamente no gelo polar, buscam por luz Cherenkov, uma radiação emitida por partículas eletricamente carregadas criadas pelo decaimento de neutrinos altamente energéticos. Pesquisadores responsáveis pelo experimento reportaram recentemente a possível detecção dos primeiros neutrinos de origem astrofísica, abrindo caminho para a identificação e estudo de fontes de neutrinos de fora do sistema solar.

## Ondas Gravitacionais

Corpos massivos em movimento acelerado geram perturbações no espaço-tempo, assim como corpos estáticos. Entretanto, algumas delas acabam se propagando pelo espaço-tempo, na forma de ondas. Embora ainda não tenham sido detectadas diretamente, existem fortes evidências indiretas para a existência das ondas gravitacionais. Estima-se que sistemas binários de objetos massivos percam grande quantidade de energia na forma de ondas gravitacionais. Cálculos relacionando a diminuição do raio de separação entre tais objetos e a energia perdida na forma de ondas eletromagnéticas e ondas gravitacionais coincidem com os valores esperados e previstos pela Relatividade Geral.

O experimento LIGO [18] busca detectar tais ondas por meio de interferometria. Os detectores consistem em gigantescos interferômetros de Michelson. A passagem de ondas gravitacionais pelos detectores gera variações no comprimento das cavidades. Essas pequenas variações fazem com que haja pequenas variações na fase das ondas eletromagnéticas, de maneira que a ressonância é afetada. O comportamento da luz no interior do detector é monitorado, permitindo uma detecção em caso de ondas gravitacionais dentro de determinados limites de sensibilidade. O grupo trabalha para melhorar a sensibilidade do aparelho, e também está ampliando a colaboração, unindo esforços com o experimento europeu Virgo, e também para a instalação novos detectores similares no Japão e na Índia.

Uma nova fronteira para a detecção de ondas gravitacionais é o espaço. Um ambicioso projeto, chamado LISA [19], foi proposto. Ele consiste essencialmente em um interferômetro espacial, onde as cavidades são satélites orbitando a grandes distâncias. Isso melhoraria significativamente a sensibilidade e aumentaria as possibilidades de detecção. Entretanto, os grandes custos e a crise financeira mundial tem sido um empecilho à implantação desse projeto ambicioso.

No Brasil, existe um experimento de ondas gravitacionais em fase de implantação, o detector Mário Schenberg [20]. Trata-se de uma esfera de metal, cujas oscilações são monitoradas por avançados detectores.

## Raios Cósmicos

Raios cósmicos consistem em prótons, elétrons e núcleos atômicos diversos que viajam pelo espaço e eventualmente atingem a atmosfera terrestre com altíssimas energias. A colisão original gera uma reação em cadeia, que subdivide sua energia original acelerando milhões de outras partículas. São os chamados chuveiros de partículas. Eles podem ser detectados diretamente no espaço, através de balões ou satélites, e também indiretamente, em terra, pela detecção dos chuveiros. Entretanto, eles nos trazem mais informações de nossa vizinhança da galáxia, e portanto astrofísicas, do que propriamente cosmológicas, pois tais partículas interagem com o meio interestelar e intergaláctico, perdendo energia ao se deslocarem grandes distâncias [21].

## 2.3 Modelo Cosmológico Padrão

De posse dos dados observacionais citados nas seções anteriores, é possível testar modelos teóricos para a condição atual e a evolução do Universo no tempo. Dentre os modelos existentes, o que melhor ajusta os dados obtidos é o conhecido  $\Lambda$ CDM, ou modelo cosmológico padrão [22–24]. Surpreendentemente, ele é justamente o modelo mais simples possível - dentro das condições observacionais.

Ele sugere um Universo que evolui de acordo com a proposta do *Big Bang*, ou seja, um início quente e pequeno e uma expansão de acordo com a dinâmica descrita pela Relatividade Geral. Adicione-se a isso um período inflacionário no Universo primordial, e na composição do Universo atual uma componente exótica, e de composição exata desconhecida: a matéria escura. Às equações da Relatividade Geral adiciona-se uma constante, a conhecida constante cosmológica.

### 2.3.1 Composição Atual

Segundo o modelo  $\Lambda$ CDM, a composição atual de energia no Universo é dominada pelas seguintes componentes:

- Matéria Bariônica
- Matéria Escura.
- Energia Escura.

Em primeiro lugar, matéria bariônica ordinária, cujos componentes são descritos pelo atual modelo padrão de física de partículas. Os átomos dos elementos conhecidos são formados por prótons, nêutrons e elétrons. Os prótons e nêutrons são compostos por partículas ainda mais fundamentais, os quarks e são chamados Bárions. Os elétrons e os neutrinos, muito leves, são os léptons. O termo “matéria bariônica” inclui também os léptons, e é portanto uma extrapolação, justificável pelo fato de que os bárions, mais massivos, são responsáveis pela maior parte da contribuição em termos de energia para a composição do Universo. Tais partículas estão sujeitas às 4 forças conhecidas na Física, a

força eletromagnética, gravitacional, forte e fraca. Ao interagirem eletromagneticamente umas com as outras, liberam fótons, emitem luz. Portanto, são detectáveis e a quantidade desse material contida no interior de galáxias e aglomerados de galáxias é conhecida com precisão. A fração da energia total do Universo nessa componente corresponde a 4,6%.

Em segundo lugar, matéria escura [25], que foi sugerida para resolver o conhecido problema das curvas de rotação das galáxias. Há diversos anos, sabe-se que a velocidade de rotação de algumas estrelas muito distantes do núcleo de galáxias é maior do que o previsto pela gravitação Newtoniana. A velocidade de galáxias no interior de aglomerados de galáxias também são distintas do que seria de se esperar levando-se em conta somente a matéria bariônica estimada. Uma vez que as velocidades em questão são muito baixas para que a Relatividade precise ser invocada na solução do problema, existem duas possibilidades: ou faz-se necessária uma revisão na gravitação Newtoniana nessas escalas de distância (e portanto da Relatividade Geral, de onde a gravitação Newtoniana emerge como um limite de baixas velocidades), ou aceita-se a segunda possibilidade: há mais matéria no interior das galáxias do que é observado.

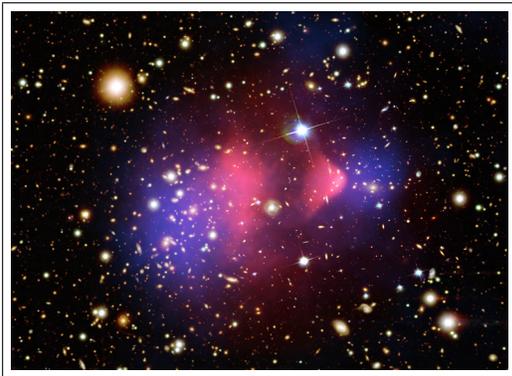


Figura 2.11: *Bullet Cluster* em raios-x e luz visível. Créditos: NASA. [2]

Se houver mais matéria, faz-se necessário explicar porque tal matéria não é observada, nem emite luz. Daí o termo matéria escura. Caso ela seja não bariônica, não interagirá eletromagneticamente com outras partículas, resolvendo o problema. Para melhor ajustar os dados experimentais, a maior parte da matéria precisa ser não relativística, movendo-se com velocidades muito inferiores à da luz. Daí vem a sigla *CDM* (*Cold Dark Matter*, ou matéria escura “fria”). Física além do modelo padrão de partículas será necessária para explicar a composição de tais partículas, e de fato alguns modelos apresentam candidatos interessantes para matéria escura, como os áxions e os wimps (*Weakly Interacting Massive Particles*) [26] e os áxions [27]. Outra possibilidade são os férmions conhecidos como Elko [28, 29]. Tais partículas entretanto ainda não foram detectadas e

as teorias que dão origem a elas estão sendo testadas pelo experimento LHC [30] neste exato momento. A matéria escura corresponde a 23,6% da energia do Universo.

A outra alternativa seria modificar a gravitação Newtoniana. A mais conhecida teoria, e de maior sucesso, foi a MOND [31, 32] (*Modified Newtonian Dynamics*). Ele resolve o problema das curvas de rotação nas galáxias e possui uma generalização relativística [33]. Entretanto ela falha em ajustar importantes dados observacionais, como descrever o que é observado no *Bullet Cluster*. Tratam-se de dois aglomerados de galáxias que colidiram no passado. As imagens em luz visível mostram as galáxias se distanciando novamente, após a colisão. Imagens em raios-x, por sua vez, mostram que as nuvens de gás não conseguiram escapar tão facilmente.

Devido à turbulência, o gás perdeu muita energia na forma de radiação eletromagnética, o que reduziu sua velocidade e fez com que ele não pudesse acompanhar as galáxias. Uma oportunidade única portanto de calcular as massas separadamente. Com o fenômeno das lentes gravitacionais, foi possível ver que a maior parte da massa está concentrada em torno das estrelas e um pouco além delas. Como a matéria escura não interage eletromagneticamente e portanto não perde energia com a colisão, é de se esperar que a matéria escura acompanhe as galáxias e mesmo esteja adiante delas. Isso é exatamente o que é indicado pelas imagens de lentes gravitacionais, com a maior parte da massa concentrada em torno das galáxias, mesmo na ausência do gás, e uma massa muito maior do que a da matéria bariônica estimada no interior das galáxias envolvidas.

Portanto, até que novas ideias sejam propostas nesse sentido, supor a existência de matéria escura continuará sendo a solução mais viável para o problema.

Em terceiro lugar, temos a Energia Escura. Levando-se em conta a quantidade de matéria bariônica e escura necessárias para explicar o comportamento dinâmico das galáxias, seria esperado que o Universo estivesse em uma expansão desacelerada, devido à característica atrativa da gravidade. Entretanto, a partir de observações do desvio da luz para o vermelho (*redshift*) de supernovas do tipo Ia [8, 9], conclui-se que o Universo está em expansão acelerada.

Isso só é possível com a inserção de uma componente gravitacionalmente repulsiva na composição do Universo, ou por meio de modificações da Relatividade Geral. A

forma mais simples de se obter esse resultado é por meio de uma constante cosmológica ( $\Lambda$ ) [36, 37]. Outra maneira simples de se realizar essa expansão acelerada é por meio de campos escalares. Temos, nesse caso, o modelo conhecido como Quintessência, entre outras variantes. Uma extensa e detalhada descrição dos diversos modelos pode ser encontrada em [38]. Outra proposta bastante conhecida consiste na inserção de um fluido exótico na composição do Universo, conhecido como gás de Chaplygin [39, 40]. A Energia Escura, corresponde a 71,8% da energia do Universo.

Dentre as opções apresentadas, selecionando matéria escura fria e constante cosmológica, obtém-se a composição do modelo cosmológico padrão. É um modelo elegante e simples, onde com somente 6 parâmetros livres é possível realizar o melhor ajuste de todos os dados observacionais disponíveis. Eles são [34]:

- Densidade de matéria ordinária.
- Densidade total de matéria.
- Densidade da constante cosmológica.
- Caminho óptico até a reionização.
- Número espectral das flutuações na curvatura.
- Amplitude das flutuações na curvatura.

Portanto, bastam informações sobre a relação entre as três componentes citadas, somadas a informações sobre a origem das primeiras estrelas e a reionização causada por sua luz, e também das flutuações primordiais que emergem do período inflacionário. Segue uma estimativa dos parâmetros citados (e outros diretamente dependentes deles) estimados na apresentação final dos dados do experimento WMAP.

### 2.3.2 Evolução no Tempo

Como a evolução temporal do Universo se processou, e quais condições iniciais poderiam tê-lo gerado? De acordo com o modelo padrão cosmológico  $\Lambda$ CDM, a proposta do *Big*

| Parameter   | Symbol                        | WMAP data | Combined data <sup>b</sup> |
|---|-------------------------------|-----------|----------------------------|
| <b>Fit <math>\Lambda</math>CDM parameters</b>           |                               |           |                            |
| Physical baryon density                                 | $\Omega_b h^2$                | 0.02256   | 0.02240                    |
| Physical cold dark matter density                       | $\Omega_c h^2$                | 0.1142    | 0.1146                     |
| Dark energy density ( $w = -1$ )                        | $\Omega_\Lambda$              | 0.7185    | 0.7181                     |
| Curvature perturbations, $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ | $10^9 \Delta_{\mathcal{R}}^2$ | 2.40      | 2.43                       |
| Scalar spectral index                                   | $n_s$                         | 0.9710    | 0.9646                     |
| Reionization optical depth                              | $\tau$                        | 0.0851    | 0.0800                     |
| <b>Derived parameters</b>                               |                               |           |                            |
| Age of the universe (Gyr)                               | $t_0$                         | 13.76     | 13.75                      |
| Hubble parameter, $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc}$         | $H_0$                         | 69.7      | 69.7                       |
| Density fluctuations @ $8h^{-1} \text{ Mpc}$            | $\sigma_8$                    | 0.820     | 0.817                      |
| Baryon density/critical density                         | $\Omega_b$                    | 0.0464    | 0.0461                     |
| Cold dark matter density/critical density               | $\Omega_c$                    | 0.235     | 0.236                      |
| Redshift of matter-radiation equality                   | $z_{\text{eq}}$               | 3273      | 3280                       |
| Redshift of reionization                                | $z_{\text{reion}}$            | 10.36     | 9.97                       |

<sup>a</sup> The maximum-likelihood  $\Lambda$ CDM parameters for use in simulations. Mean parameter values, with marginalized uncertainties, are reported in Table 4.

<sup>b</sup> “Combined\_data” refers to WMAP+eCMB+BAO+ $H_0$ .

Figura 2.12: Parâmetros cosmológicos, WMAP 9 anos [35].

*Bang* a descreve muito bem, com um início muito pequeno e quente, e uma expansão e resfriamento subsequentes, até a configuração atual. Dois elementos entretanto devem ser adicionados ao *Big Bang* padrão. Um período de domínio da Energia Escura, muito recente na história do Universo, e também um período inflacionário no primeiro início, quando ele tinha uma fração ínfima de um segundo de idade.

Os principais períodos do Universo são, portanto:

- Inflação Cósmica.
- Domínio da Radiação.
- Domínio da Matéria.
- Domínio da Energia Escura.

Na figura 2.13, vemos o processo ilustrado graficamente. No início, um período inflacionário aumenta exponencialmente as escalas do Universo. Tal período foi proposto para resolver uma vasta gama de problemas cosmológicos, dentre eles:

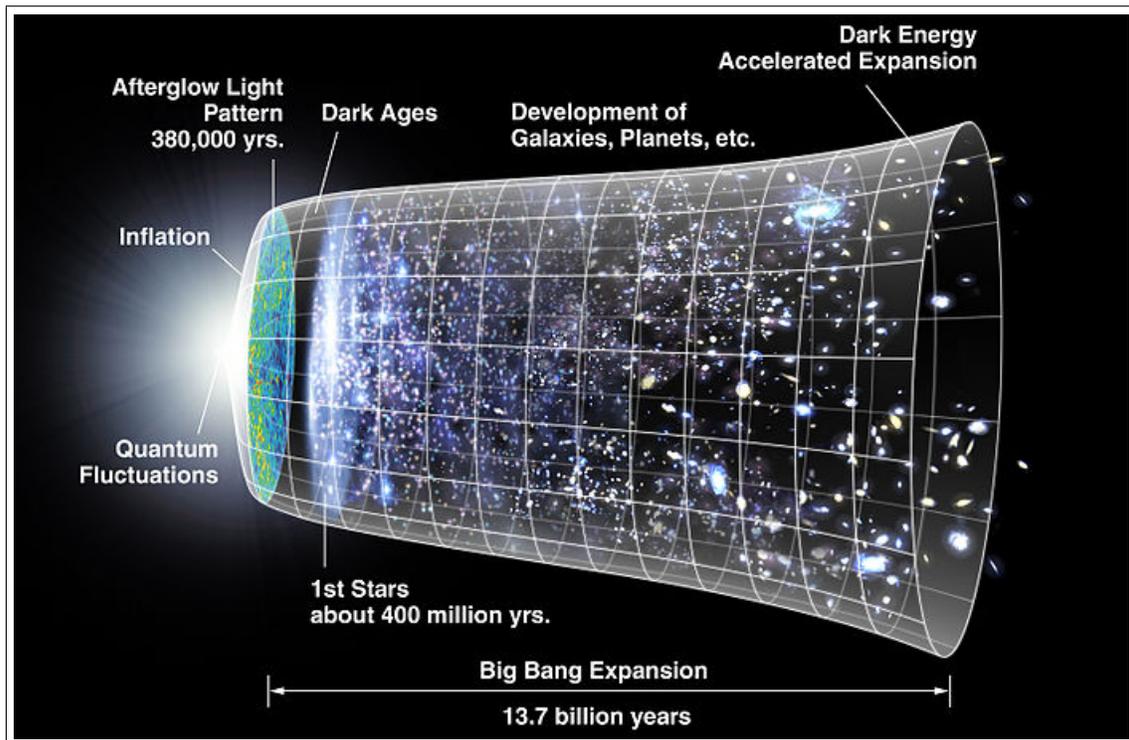


Figura 2.13: Evolução temporal do Universo. Créditos WMAP/NASA. [2]

- Problema dos Horizontes.
- Homogeneidade.
- Isotropia.
- Universo espacialmente plano.
- Relíquias cosmológicas
- Geração de sementes para a formação de estrutura.

Antes do advento da teoria inflacionária, todos esses problemas eram resolvidos postulando-se condições iniciais muito específicas para o Universo.

Com a atual capacidade técnica, é possível observar conjuntos de galáxias diametralmente opostos com relação ao planeta Terra que encontram-se em regiões tão distantes do espaço que, em uma evolução padrão *Big Bang*, não houve tempo hábil para que elas

pudessem interagir entre si, trocar partículas ou influências gravitacionais. Entretanto há aproximadamente o mesmo número de galáxias em todas as direções, muito similares entre si. Por que seria assim?

O jovem Universo não era perfeitamente homogêneo e isotrópico, haviam pequenas perturbações, da ordem de um décimo milionésimo do valor de fundo à época da radiação cósmica de fundo. Justamente estes pequenos desvios foram aumentados pela ação da gravitação ao longo do tempo, as regiões com mais energia se tornaram cada vez mais densas, enquanto as com menos energia se tornaram cada vez mais vazias. Isto deu origem às galáxias e aglomerados de galáxias conhecidas hoje. Que mecanismo teria gerado tais perturbações tão específicas no Universo primordial?

O período inflacionário [41–43], construído com base em um campo escalar, resolve ambas as questões, pois, devido ao aumento acelerado das escalas, todo o Universo observável pode ter surgido de uma região ínfima do Universo primordial, onde todas as regiões citadas poderiam interagir e homogeneizar-se. Isso eliminaria do raio de observação quaisquer diferenças muito grandes.

O fato do Universo ser espacialmente plano e livre de relíquias cosmológicas pode ser explicado de maneira idêntica. Mesmo com uma curvatura primordial extremamente aberta ou fechada, com todo o Universo observável originando-se de uma fração do Universo primordial, a curvatura pode não ser perceptível pela atual capacidade técnica. E mesmo que no princípio houvesse grande concentração de relíquias cosmológicas, como monopolos magnéticos ou defeitos topológicos, apenas um pequeno número delas restaria em todo o Universo observável, de modo que encontrá-las seria um golpe de sorte.

Portanto, faz-se necessária uma quantidade suficiente de inflação. A partir de um dado instante  $t$ , a quantidade de inflação ocorrida é medida em termos de *e-foldings*  $N(t)$ :

$$N(t) = \ln \frac{a(t_f)}{a(t)} \equiv \int_t^{t_f} H dt. \quad (2.3)$$

Onde  $t_f$  é a idade do Universo ao fim do período inflacionário. A quantidade de inflação suficiente para a solução dos problemas cosmológicos supracitados depende do modelo em questão, mas para a maior parte deles  $N \approx 50$  é suficiente.

O último dos problemas, a geração de sementes para a formação de estruturas, é resolvido de maneira diferente. Pequenas perturbações no campo escalar são geradas continuamente e expandidas pelo aumento das escalas, até eventualmente deixarem o horizonte. Entretanto, após o fim da inflação, essas perturbações reentram no horizonte, quebrando suficientemente a homogeneidade para que haja a formação de estrutura observada no Universo.

A inflação é portanto uma peça chave no modelo  $\Lambda$ CDM, embora seus detalhes ainda não sejam bem conhecidos. Algumas teorias alternativas buscam eliminar a necessidade de um período inflacionário, como por exemplo as baseadas em um Universo cíclico [44], mas elas ainda não estão em uma posição tão robusta quanto o modelo inflacionário. Ela durou uma fração ínfima de um segundo.

Ao fim do período, o campo gerador da expansão acelerada de escalas desaparece, originando no processo a composição atual do Universo [45], e a maior parte de sua energia total manifestada na forma de radiação. O Universo continua a expandir-se, embora desaceleradamente, e a densidade de energia da radiação cai, pois além de ser diluída com a expansão, como a matéria, ela também aumenta em comprimento de onda. A energia de um fóton é dada integralmente por sua frequência, uma vez que ele não possui massa, e a frequência é inversamente proporcional ao comprimento de onda. Então inevitavelmente após certo tempo inicia-se um período de domínio da matéria (escura e bariônica).

Na imagem, após a emissão da radiação cósmica de fundo, há um período de intensa escuridão. As primeiras estrelas ainda não se formaram. O sistema evolui e as primeiras protogaláxias já possuem suas estrelas pioneiras. A estrutura continua a formar-se. Depois, a energia escura passa a dominar o cenário, o que dentro do modelo  $\Lambda$ CDM significa que as densidades das outras componentes caíram abaixo da densidade de energia da constante cosmológica. Uma nova expansão acelerada de escalas inicia-se. Estima-se que atualmente o Universo tenha da ordem de 13.6 bilhões de anos.

## 2.4 Relatividade Geral

A Relatividade Geral [46–48] é considerada não somente uma das teorias de maior sucesso na história da humanidade, mas também uma das mais belas. Einstein, partindo de princípios físicos e geométricos simples, aos quais recusou-se a abandonar por quase uma década, apesar de inúmeras dificuldades encontradas, chegou a uma teoria capaz de descrever toda a gravitação universal. Por sua característica eminentemente geométrica, a gravitação afasta-se das outras três forças conhecidas, e tem se mostrado extremamente difícil de ser enquadrada em um formalismo quântico. O sonho da grande unificação de todas as forças em uma única teoria ainda aparenta estar distante.

Em todo o trabalho  $c = \hbar = 1$ , e a assinatura utilizada será  $+ - - -$ , salvo indicação em contrário. Segue-se agora uma breve introdução ao tema.

### 2.4.1 As Equações de Einstein

A Relatividade Geral é uma teoria geométrica. Ela afirma que a geometria do Universo e seu conteúdo de energia se influenciam reciprocamente. A matéria curva o espaço-tempo, e ao mesmo tempo a curvatura local dita a trajetória das partículas. Esta geometria pode ser descrita por meio da métrica  $g_{\mu\nu}$ , um tensor simétrico a partir do qual pode ser definida a “distância”  $ds$  entre dois eventos no espaço-tempo:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \quad (2.4)$$

A quantidade  $ds^2$  pode ser positiva ou negativa, fato que fica evidente na mais simples das métricas, de Minkowski, que descreve a geometria na ausência de curvatura:

$$ds^2 = dt^2 - \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (2.5)$$

onde a soma é subentendida sempre que houver repetição de índices superiores e inferiores. Dada a assinatura escolhida, se a quantidade  $ds^2$  for positiva, os dois eventos estão conectados causalmente, ou seja, uma partícula viajando a uma velocidade inferior à da luz poderia chegar de um ponto ao outro e presenciar ambos os eventos. Se a quantidade for negativa, é impossível para uma partícula com massa presenciar ambos os eventos. Um

exemplo claro de tal fato é o caso de dois eventos simultâneos. Por fim, se a quantidade for nula, somente uma partícula de massa zero, viajando à velocidade da luz, poderia ligar os dois eventos.

Para formular uma teoria física em um espaço-tempo curvo, algum cuidado faz-se necessário. Por exemplo, em uma geometria plana, sempre é possível transportar dois vetores e compará-los em diferentes posições do espaço. Tal transporte, entretanto, não é tão simples em um espaço-tempo curvo. Diferentes maneiras de transportar um vetor resultarão em diferentes resultados na comparação final. Por essa razão define-se um modo padrão de realizá-lo, o conhecido transporte paralelo, e portanto de uma derivada que funcione em tal contexto, a derivada covariante  $\nabla_\alpha$ :

$$\nabla_\alpha M_\lambda^\beta = \partial_\alpha M_\lambda^\beta + \Gamma_{\gamma\alpha}^\beta M_\lambda^\gamma - \Gamma_{\lambda\alpha}^\gamma M_\gamma^\beta, \quad (2.6)$$

onde  $\Gamma_{\gamma\beta}^\alpha$  é a conexão Levi-Civita, que permite relacionar vetores em espaços tangentes de pontos próximos entre si. Ela é dada, em uma base coordenada, pela expressão

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta} (\partial_\beta g_{\gamma\delta} + \partial_\gamma g_{\delta\beta} - \partial_\delta g_{\beta\gamma}). \quad (2.7)$$

A partir da conexão, é possível descrever tensorialmente a curvatura da variedade por meio do tensor de Riemann  $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha$

$$R_{\alpha\beta\gamma}^\delta = \partial_\beta \Gamma_{\gamma\alpha}^\delta - \partial_\gamma \Gamma_{\beta\alpha}^\delta + \Gamma_{\beta\sigma}^\delta \Gamma_{\gamma\alpha}^\sigma - \Gamma_{\gamma\sigma}^\delta \Gamma_{\beta\alpha}^\sigma. \quad (2.8)$$

Este tensor somente poderá ser nulo se a métrica for perfeitamente plana. A partir de uma de suas contrações, obtém-se o tensor de Ricci:

$$R_{\alpha\delta}^\delta = R_{\alpha\beta} \quad (2.9)$$

e o escalar de Ricci (ou escalar de curvatura)

$$R_\alpha^\alpha = R. \quad (2.10)$$

Definidas as quantidades relevantes, é possível escrever as equações de Einstein

$$G_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{M_{pl}^2} T_{\beta}^{\alpha}, \quad (2.11)$$

onde  $G_{\beta}^{\alpha}$  é o tensor de Einstein

$$G_{\beta}^{\alpha} = R_{\beta}^{\alpha} - \frac{1}{2} \delta_{\beta}^{\alpha} R, \quad (2.12)$$

$T_{\beta}^{\alpha}$  é o tensor energia-momento e  $M_{pl}$  é a massa de Planck reduzida  $M_{pl} \equiv M_{pl}^*/\sqrt{8\pi}$ , onde por  $M_{pl}^*$  denotamos o valor que emerge da teoria quântica. No tensor energia-momento são inseridas todas as informações sobre o conteúdo de matéria e energia do Universo. As leis de conservação de energia e momento podem ser escritas da seguinte maneira

$$\nabla_{\alpha} T_{\beta}^{\alpha} = 0, \quad (2.13)$$

Fato que leva, por simples observação das equações de Einstein, às identidades de Bianchi  $\nabla_{\alpha} G_{\beta}^{\alpha} = 0$ .

As componentes do tensor energia-momento dependem das propriedades da matéria presente no espaço-tempo em questão. Em cosmologia, devido às imensas escalas em questão, a interação entre os diversos materiais que compõe o Universo é bastante limitada, e em geral a suposição de que seu conteúdo comporta-se como um fluido ideal é adequada. Para um fluido ideal com densidade de energia  $\epsilon$ , pressão  $p$  e quadrivelocidade  $u^{\alpha}$ , o tensor energia-momento assumirá a forma

$$T_{\beta}^{\alpha} = (\epsilon + p)u^{\alpha}u_{\beta} - p\delta_{\beta}^{\alpha}. \quad (2.14)$$

A escolha dos tensores  $g_{\mu\nu}$  e  $T_{\mu\nu}$  mais adequados dependerão do problema em questão.

## 2.4.2 Dedução das Equações de Einstein

As equações de Einstein podem ser deduzidas através da extremização de uma ação. Em coordenadas gerais, o elemento de volume é dado pela expressão  $dx^4\sqrt{-g}$ , onde  $g$  é o traço da métrica. A ação de um sistema terá a forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}, \quad (2.15)$$

onde  $\mathcal{L}$  é uma densidade de Lagrangiana, uma quantidade escalar. Qual seria, então, a densidade de Lagrangiana descrevendo a gravitação. Diversos escalares podem ser construídos por meio do tensor de Riemann, como por exemplo  $R$ ,  $R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta}$  ou  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ . Mas, de fato, a Relatividade Geral pode ser obtida através do mais simples dos escalares,  $R$ . No caso, a ação será:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} \right). \quad (2.16)$$

Variando-a com relação à sua variável dinâmica, a métrica  $g_{\mu\nu}$ , obtém-se

$$G_{\alpha\beta} = 0. \quad (2.17)$$

Ou seja, as equações de Einstein em um espaço-tempo na ausência de energia. Suponhamos agora a nova ação

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} + \mathcal{L}_m \right), \quad (2.18)$$

conhecida como ação Einstein-Hilbert, onde  $L_m$  representa a composição energética do espaço-tempo em questão. As constantes da ação são adequadas para que no limite não-relativístico a gravitação de Newton seja obtida. Variando esta nova ação com relação a uma métrica qualquer, obtém-se:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{M_{pl}^2} \left( 2 \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial g^{\alpha\beta}} - g_{\alpha\beta} \mathcal{L}_m - \partial_\mu \frac{\partial(\sqrt{-g} \mathcal{L}_m)}{\partial(\partial_\mu g^{\alpha\beta})} \right), \quad (2.19)$$

de modo que definindo

$$T_{\alpha\beta} \equiv 2 \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial g^{\alpha\beta}} - g_{\alpha\beta} \mathcal{L}_m - \partial_\mu \frac{\partial(\sqrt{-g} \mathcal{L}_m)}{\partial(\partial_\mu g^{\alpha\beta})} \quad (2.20)$$

as equações de Einstein(2.11) são reobtidas. No limite de pequenas curvaturas e velocidades, a gravitação Newtoniana emerge das equações de Einstein.

### 2.4.3 Universo Friedmann-Robertson-Walker

Dentre as infinitas geometrias imagináveis, qual escolher para descrever o Universo? Quando os dados observacionais eram escassos, nada havia para embasar uma decisão exceto razões filosóficas. Eis a origem do Princípio Cosmológico, que afirma que não devem haver direções privilegiadas no Universo, e também que sua distribuição de matéria e energia deve ser aproximadamente homogênea. Portanto, nenhum observador deveria estar em uma posição especial, mas sempre ter a seu redor uma distribuição aproximadamente homogênea e isotrópica de matéria e energia.

O Princípio Cosmológico restringe muito as geometrias possíveis do Universo: a métrica mais geral que respeita suas exigências é a métrica Robertson-Walker [22–24]:

$$ds^2 = (dt)^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \right], \quad (2.21)$$

com  $k = 1, 0, -1$  para uma curvatura espacial fechada, plana ou aberta, respectivamente. A distância física entre dois objetos comóveis varia com o tempo, proporcionalmente ao fator de escala  $a(t)$ .

Sob o ponto de vista observacional, pode-se afirmar com segurança que o Universo é espacialmente plano, e portanto no restante do trabalho  $k = 0$  estará fixado. A métrica resultante é:

$$ds^2 = (dt)^2 - a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (2.22)$$

Em algumas situações pode ser interessante utilizar o tempo conforme  $d\eta = dt/a$ , de maneira que:

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - \delta_{ij}dx^i dx^j). \quad (2.23)$$

Inserindo a métrica (2.22) nas equações de Einstein, em conjunto com o tensor energia-momento de um fluido ideal, resultam as equações de Friedmann, que descrevem toda a evolução do Universo:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\epsilon + 3p) \quad (2.24)$$

e

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi}{3}\epsilon. \quad (2.25)$$

Diferenciando a expressão (2.25) e substituindo (2.25) e (2.24), obtém-se

$$\dot{\epsilon} = -3H(\epsilon + p), \quad (2.26)$$

Dado que se conheça a equação de estado do fluido ideal  $p = p(\epsilon)$ , basta selecionar duas dentre as três equações apresentadas anteriormente para estar de posse de um sistema completo de equações, a partir do qual  $a(t)$  e  $\epsilon(t)$  são obtidos. Com isso, a evolução posterior do Universo estará completamente determinada.

Três casos importantes podem ser estudados:

- Fluido não relativístico.

A equação de estado é  $p = 0$  para um fluido não-relativístico (poeira). Substituindo-a em (2.26) obtém-se  $\epsilon \propto a^{-3}$ . Substituindo em (2.25) resulta

$$a \propto t^{2/3} \quad e \quad H \propto \frac{2}{3t}. \quad (2.27)$$

- Fluido relativístico.

Um fluido relativístico tem por equação de estado  $p = \epsilon/3$ . Substituindo em (2.26) obtém-se  $\epsilon \propto a^{-4}$ . Substituindo em (2.25) resulta

$$a \propto t^{1/2} \quad e \quad H \propto \frac{1}{2t}. \quad (2.28)$$

- Constante cosmológica.

Para descrever um Universo dominado por uma Constante Cosmológica, o tensor energia-momento será:

$$T_{\mu}^{\nu} = \Lambda \delta_{\mu}^{\nu}. \quad (2.29)$$

Ela comporta-se, portanto, como um fluido ideal tal que

$$p = -\epsilon = -\Lambda. \quad (2.30)$$

Substituindo em (2.25), resulta

$$a \propto \exp \frac{8\pi\Lambda}{3} t \equiv \exp H_\Lambda t. \quad (2.31)$$

onde  $H \equiv H_\Lambda = cte$ . Um Universo cujo tensor energia-momento é dominado pela componente constante cosmológica, é conhecido como Universo de-Sitter. Nele, o fator de escala aumenta exponencialmente.

#### 2.4.4 O Universo Anisotrópico

No presente trabalho foram estudados modelos cosmológicos baseados em campos vetoriais, que naturalmente apontam para uma determinada direção e sentido. Campos vetoriais, caso sejam dominantes na composição do Universo, podem originar uma grande anisotropia. Como descrever uma geometria deste tipo? Utilizando a chamada métrica de Bianchi I, na qual há uma única direção preferencial, que terá a forma:

$$ds^2 = dt^2 - a^2 dx^2 - a^2 dy^2 - b^2 dz^2. \quad (2.32)$$

Para criar um modelo cosmológico viável, a diferença nos fatores referentes a cada direção espacial deverão estar dentro dos limites observacionais. Uma anisotropia residual, entretanto, pode ser interessante sob o ponto de vista científico. Recentemente, diversos trabalhos apontam para uma possível anisotropia estatística na radiação cósmica de fundo. Modelos escalares típicos não são capazes de gerar cenários anisotrópicos, portanto, precisaremos recorrer a outros modelos caso tal anisotropia seja confirmada [49].

Substituindo a métrica Bianchi I e um fluido com diferentes pressões em diferentes direções nas equações de Einstein, obtém-se:

$$2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{1}{M_{pl}^2} \epsilon, \quad (2.33)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{1}{M_{pl}^2}p_z, \quad (2.34)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\ddot{b}}{b} = -\frac{1}{M_{pl}^2}p_i, \quad (2.35)$$

## 2.5 Constante Cosmológica e Quintessência

Embora a constante cosmológica e o modelo  $\Lambda$ CDM expliquem muito bem os dados experimentais disponíveis, há um grande número de pesquisadores buscando alternativas, e os principais argumentos são apresentados a seguir.

Existe um candidato natural na teoria quântica de campos para realizar o papel da constante cosmológica: a energia do vácuo. Tal coisa poderia ser comemorada, se não fosse o fato de que a constante cosmológica observada na natureza é aproximadamente 120 ordens de grandeza inferior ao valor esperado para a energia do vácuo.

É relativamente simples imaginar que haja algum mecanismo que faça com que a energia do vácuo seja indetectável gravitacionalmente. Poderia haver um mecanismo de cancelamento para sua influência sobre os outros campos da natureza, ou talvez tal energia simplesmente não grave. Mas é certamente difícil imaginar um mecanismo que cancele parcialmente a energia do vácuo, restando uma quantidade ínfima do valor original.

Além das possíveis anomalias estatísticas citadas na seção anterior, já foram verificados também improváveis alinhamentos em nível dos primeiros multipolos da radiação cósmica de fundo. Portanto, a questão da anisotropia vem sendo levantada com frequência.

Para finalizar, o modelo  $\Lambda$ CDM tem dificuldades em descrever, a partir de simulações de  $N$ -corpos, as menores escalas do Universo. Grandes simulações, como a Millenium [50], encontraram um número excessivo de galáxias anãs circundando grandes galáxias, como a Via Láctea. Entretanto, o resultado de simulações recentes, maiores, parecem ter suavizado o conflito [51]

Essas são as principais razões pela qual parte significativa da comunidade não está satisfeita com o modelo padrão cosmológico, apesar de todos os seus sucessos.

Modelos utilizando campos escalares descrevem muito bem a dinâmica cosmológica. São conhecidos como quintessência. O campo escalar modifica-se lentamente, seguindo um potencial. Para serem funcionais, tais modelos envolvem campos com massas muito baixas, da ordem da constante de Hubble  $H_0 \approx 10^{-33} eV$ . Se a massa for muito menor do que o valor em questão, então não é possível diferenciar tal campo escalar de uma constante cosmológica. Se for muito maior, não é possível acelerar as escalas da maneira requerida.

A dominação da energia escura pode ser definida como um período do Universo no qual o fator de escala  $a(t)$  aumenta aceleradamente, ou seja:

$$\ddot{a} > 0. \quad (2.36)$$

Esta definição pode ser reescrita como

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{Ha} < 0 \quad (2.37)$$

e tem uma interpretação física muito simples: o comprimento de Hubble comóvel  $1/Ha$ , a escala característica mais importante do Universo em expansão, diminui com o tempo. Visto em coordenadas comóveis, o Universo observável torna-se menor com o tempo.

Por inspeção de (2.24), verifica-se que tais condições só podem ser realizadas caso

$$p < -\frac{\rho}{3}. \quad (2.38)$$

Essa condição é satisfeita pela constante cosmológica  $p = -\rho$ . Geralmente, a equação de estado definida entre densidade do fluido e a pressão exercida por ele tem o formato

$$p = w\rho. \quad (2.39)$$

Assim, a constante cosmológica significa  $w = -1$  em toda a evolução do Universo.

Suponha-se agora um campo escalar clássico  $\phi$ , minimamente acoplado com a gravidade, caracterizado por um potencial  $V(\phi)$ . A ação de tal campo é dada pela expressão

$$S = \int \left( \frac{1}{2} \nabla_\mu \phi \nabla^\mu \phi - V(\phi) \right) \sqrt{-g} d^4x. \quad (2.40)$$

Variando essa ação com relação ao campo escalar, obtém-se a equação de Klein-Gordon para espaços-tempos curvos:

$$\nabla_\mu \nabla^\mu \phi + V' = 0, \quad (2.41)$$

onde  $\partial_\phi A \equiv A'$ . Para uma métrica Robertson-Walker espacialmente plana, e supondo o campo escalar homogêneo ( $\partial_i \phi = 0$ ), a equação do movimento resultante é

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' = 0. \quad (2.42)$$

Tal equação corresponde a um oscilador harmônico com termo dissipativo, com uma única complicação:  $H$  é dependente do tempo. A expansão do Universo causa portanto uma dissipação de energia no sistema. Variando a ação com relação à métrica obtém-se as componentes do tensor energia-momento de um campo escalar:

$$T_\beta^\alpha = \partial^\alpha \phi \partial_\beta \phi - \left( \frac{1}{2} \partial_\gamma \phi \partial^\gamma \phi - V(\phi) \right) \delta_\beta^\alpha. \quad (2.43)$$

Portanto:

$$T_0^0 = \rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (2.44)$$

e

$$T_j^i = -p\delta_j^i = - \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \delta_j^i, \quad (2.45)$$

onde a suposição de um campo escalar homogêneo foi utilizada. A equação de estado será, portanto,

$$w = \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (2.46)$$

Fica claro que a condição (2.38) poderá ser satisfeita, contanto que  $V(\phi)$  tenha um valor suficientemente maior do que  $\dot{\phi}^2$ . Tal formulação é a base da conhecida aproximação *slow-roll*, que além de permitir a obtenção de  $w \approx -1$ , em linha com os dados observacionais atuais, facilita muito a solução das equações do movimento, como veremos a seguir.

Surpreendentemente, um valor  $w \leq -1$  é favorecido, o que dá novo fôlego aos modelos do tipo phantom [52].

As equações de Friedmann (2.25) e (2.24) para o campo escalar homogêneo tornam-se, respectivamente,

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad (2.47)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3M_{pl}^2} (\dot{\phi}^2 - V(\phi)). \quad (2.48)$$

Com essas expressões, é possível avaliar o desenvolvimento posterior do Universo. É necessário escolher um potencial que satisfaça os limites experimentais atuais, utilizando entretanto o número mínimo possível de parâmetros livres, para não prejudicar a capacidade do modelo de realizar previsões.

Com a aproximação *slow-roll*, citada acima, pode-se livremente supor que o campo escalar satisfaz as condições  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$  e  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \sim V'$ . Nesse caso, as equações que regem o sistema são muito simplificadas, assumindo a forma:

$$3H\dot{\phi} + V'(\phi) \simeq 0 \quad e \quad H \simeq \sqrt{\frac{1}{3M_{pl}^2} V(\phi)}. \quad (2.49)$$

Torna-se muito mais fácil analisar o comportamento da energia escura, mesmo para os mais complicados tipos de potenciais. Os campos escalares também podem possuir um acoplamento não-mínimo com a gravidade [53]. Tentativas interessantes de explicar de maneira natural a relação entre a densidade de matéria escura e a de energia escura foram criados, como por exemplo por meio de neutrinos de massa variável (MaVaN) [54, 55], com um campo escalar emergindo naturalmente da teoria.

# Capítulo 3

## Mecanismos de Screening

Muitos modelos de energia escura baseados em campos escalares, apesar de gerarem uma cosmologia interessante e que ajusta os dados observacionais de larga escala, em diversos momentos eram descartados por não satisfazerem os testes gravitacionais locais. Eles geram uma quinta força que, a princípio, poderia ser detectável com a capacidade técnica atual.

Com o surgimento dos mecanismos de blindagem cosmológica (*screening*), tal dificuldade foi suavizada. Os campos escalares podem “esconder-se” nas escalas locais, e continuar gerando uma cosmologia. A maior parte deles funciona de maneira que as partículas materiais percebem uma métrica distinta da métrica utilizada na construção do escalar de curvatura. Ambas as métricas estão relacionadas por uma transformação conforme que envolve o campo escalar. Assim, o potencial efetivo do campo escalar passa a depender da densidade de energia local. Em locais de altas densidades, os campos escondem-se, para gerar modificações significativas na dinâmica quando se encontram em meios de baixa densidade.

Os mecanismos mais importantes para a compreensão da pesquisa desenvolvida na tese são o camaleão [56–61] e o symmetron [62–64]. O mecanismo conhecido como Vainshtein [65] é bastante relevante, e constitui a base dos modelos do tipo galileon [66]. Ainda existem outros [67]. Para facilitar a consulta às referências citadas, no presente capítulo será utilizada a assinatura - + + + .

## 3.1 Modelo Camaleão

Nos modelos camaleão [56–61], a massa do campo escalar  $\phi$  varia com a densidade do local. A massa do campo aumenta muito em ambientes de maior densidade, o que reduz o alcance da quinta força gerada por ele, tornando-o indetectável nas escalas do sistema solar enquanto possui uma massa pequena em escalas cosmológicas, permitindo que ele gere a expansão acelerada de escalas desejada. Tal campo escalar também permitiria pequenas variações de constantes da natureza [68] em escalas cosmológicas, como por exemplo na constante de estrutura fina  $\alpha$ , sem afetar seu valor nos testes locais.

O modelo camaleão, em sua implementação usual, está muito próximo da linha da detectabilidade, pois ele prevê grandes discrepâncias no princípio da equivalência e na própria constante de Newton  $G$  quando medidas em experimentos no espaço, que não seriam observadas nas proximidades da Terra (por exemplo, no experimento Eöt-Wash), devido a influência de sua grande massa no campo escalar, especialmente envolvendo pequenos experimentos realizados em órbita.

Em grandes objetos astrofísicos, somente a casca mais exterior contribui com uma quinta força, em um mecanismo conhecido com o “*thin-shell*”. Portanto, o modelo passa em todos os testes que envolvem movimentos planetários e de outros grandes objetos.

### 3.1.1 Introdução

A ação que descreve o modelo camaleão é

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} + \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + V(\phi) + \frac{1}{\sqrt{-g}} L_m(\tilde{g}, \psi) \right). \quad (3.1)$$

Trata-se, portanto, um campo escalar  $\phi$  com um termo potencial  $V(\phi)$ . Entretanto, os campos materiais  $\psi$  não estão acoplados à métrica  $g^{\mu\nu}$  utilizada para construir o escalar de Ricci na Lagrangiana, mas sim com uma métrica distinta  $\tilde{g}^{\mu\nu}$  dependente de  $\phi$ , uma transformação conforme de  $g^{\mu\nu}$ , ou seja:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = B^2(\phi)g_{\mu\nu} \quad (3.2)$$

onde

$$B(\phi) = e^{\frac{\beta\phi}{M_{pl}}} \quad (3.3)$$

e  $\beta$  é um parâmetro livre da teoria. Por simplicidade, as componentes materiais  $\psi$  serão descritas como se fossem um único fluido ideal. As partículas do fluido seguirão geodésicas dadas pela métrica  $\tilde{g}^{\mu\nu}$ . A densidade de energia e pressão físicas do modelo serão as quantidades  $\tilde{\rho}$  e  $\tilde{p}$  contidas no traço do tensor energia-momento abaixo

$$\tilde{T} = \tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{T}_{\mu\nu} = -\tilde{\rho} + 3\tilde{p}. \quad (3.4)$$

Entretanto,  $\nabla_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} \neq 0$  e portanto as leis de conservação não serão válidas no referencial da métrica  $g_{\mu\nu}$ . Somente  $\tilde{\nabla}_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} = 0$ , onde  $\tilde{\nabla}_\mu$  é a derivada covariante definida a partir da métrica  $\tilde{g}_{\mu\nu}$ . Como todos os cálculos serão realizados neste referencial, então é importante definir a quantidade  $\rho = \tilde{\rho} e^{\frac{3\beta\phi}{M_{pl}}}$ , que é conservada, ou seja,  $\dot{\rho} = 3H(\rho + p) = 0$ . No caso onde  $\phi \ll M_{pl}$  ambas as quantidades coincidem.

Variando a ação (3.1) em termos do campo escalar, obtém-se as equações do movimento

$$\nabla^2\phi = V_{,\phi} - \frac{\beta}{M_{pl}}\tilde{T}e^{\frac{4\beta\phi}{M_{pl}}}, \quad (3.5)$$

onde

$$T^{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial S_m}{\partial g_{\mu\nu}}. \quad (3.6)$$

Variar a ação acima em termos da métrica dará origem às equações gravitacionais

$$G_{\mu\nu} = 2M_{pl}^2 (T_{\mu\nu}^\phi + T_{\mu\nu}^m), \quad (3.7)$$

com

$$T_{\mu\nu}^\phi = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\partial^\rho\phi\partial_\rho\phi - V(\phi)) \quad (3.8)$$

e

$$T_{\mu\nu}^m = B^2(\phi)\tilde{T}_{\mu\nu}. \quad (3.9)$$

Campos escalares dotados de potencial são obtidos em abundância em teorias além do modelo padrão de física de partículas, como por exemplo na teoria de cordas. Será estudado agora o caso especial onde o campo possui um potencial exponencial do tipo

$$V(\phi) = M^4 \exp\left(\frac{M}{\phi}\right). \quad (3.10)$$

Entretanto, a cosmologia do modelo funcionará adequadamente para qualquer potencial que respeite a imposição

$$\Gamma = \frac{V_{,\phi\phi}V}{V_{,\phi}^2} > 1. \quad (3.11)$$

O resultado será uma dinâmica definida por um potencial efetivo na forma

$$V^{eff}(\phi) = V(\phi) + \rho B(\phi). \quad (3.12)$$

Como o potencial é uma função monotônica decrescente, enquanto que  $B(\phi)$  aumenta monotonicamente, tal potencial efetivo terá um mínimo dependente da densidade  $\rho$  do meio conforme figura abaixo.

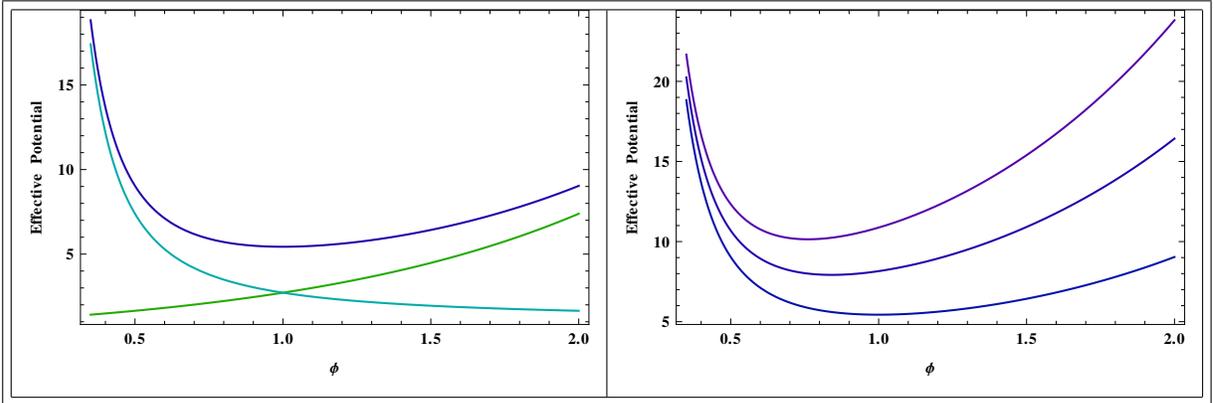


Figura 3.1: Esquerda: potencial efetivo, construído a partir de  $V$  e  $B$ . Direita: potencial efetivo para diferentes valores da densidade. O mínimo do potencial muda, o valor do campo no ponto de mínimo diminui com o aumento de  $\rho$ .

O valor mínimo do campo escalar pode ser obtido resolvendo  $V_{,\phi}^{eff} = 0$ . A massa de pequenas flutuações do campo nos diferentes meios será dada por

$$m_{min}^2 = V_{,\phi\phi}^{eff} \quad (3.13)$$

e portanto será variável.

### 3.1.2 Análise para Objetos Compactos

O sistema solar será estudado, com sua métrica aproximada para espaço-tempo Minkowski estático ( $\dot{\phi} = 0$ ). Tal aproximação pode parecer muito extrema, mas é justificável, pois em escalas da ordem de  $10^3$  unidades astronômicas ele já pode ser bem aproximado por um espaço-tempo plano, e em seu interior os desvios esperados são da ordem de uma parte em  $10^8$  [13]. As equações do movimento para o campo escalar se reduzem a:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial V}{\partial\phi} + (1 - 3w)\tilde{\rho}B^3\frac{\partial B}{\partial\phi}, \quad (3.14)$$

Considerando simetria esférica e que a matéria no sistema solar pode ser tratada como poeira ( $w = 0$  na equação de estado):

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\phi}{dr} = V_{,\phi} + \rho B_{,\phi} \quad (3.15)$$

Será estudado o caso de um corpo esfericamente simétrico com raio  $R$ , densidade constante  $\rho_c$ , situado em um meio de densidade  $\rho_b$ . O comportamento observado dependerá de quanto a presença do corpo perturba o valor do campo de fundo. No caso de um corpo pequeno, que perturbe levemente o valor do campo de fundo, então é possível linearizar as equações em torno do valor mínimo de fundo  $\phi \approx \phi_b$ . Caso ele perturbe moderadamente o ambiente, então a melhor solução será linearizar e resolver as equações em torno de  $\phi \approx \phi_c$  dentro do corpo e  $\phi \approx \phi_b$  fora, e depois igualar as soluções e suas respectivas derivadas em  $r = R$ . Caso o corpo perturbe muito o ambiente, ou seja, um corpo muito grande, será necessário levar em conta a total não linearidade do sistema.

Uma maneira de entender o quanto o objeto perturba o meio é estudar os valores  $m_b R$  e  $m_c R$ . O alcance da interação gerada pelo campo escalar é da ordem de  $m^{-1}$ , portanto define a escala onde ocorrem variações no valor do campo. Se  $mR \gg 1$  então o raio do

corpo é muito maior do que a escala das variações, e as variações ocorrem de maneira brusca em sua superfície.

Neste caso, como a quinta força gerada depende da variação do campo, se o campo atinge o novo mínimo muito rapidamente, então a derivada do campo será relevante somente em uma “casca fina” exterior do corpo. É a conhecida solução *thin-shell*.

As condições de contorno utilizadas serão  $d\phi/dr|_{r=0} = 0$  e  $\phi|_{r \rightarrow \infty} = \phi_b$ .

Inspecionando a equação do movimento, interpretando o raio  $r$  como um “tempo” em uma equação do oscilador harmônico, é possível identificar um termo de “atrito”, proporcional a  $1/r$  multiplicado pela derivada de  $\phi$  em termos de  $r$ . Portanto o campo encontrará resistência em variar nas proximidades do centro do objeto. A variação do campo somente ocorrerá longe do centro, quando o “atrito” permitir. Define-se o raio a partir do qual o campo afasta-se do mínimo e modifica-se de  $R_{Roll}$ . Depois disso, o comportamento será dado pela equação

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} \approx \frac{\rho\beta}{M_{pl}} \quad (3.16)$$

e a solução será

$$\phi(r) = \phi_i + \frac{\rho\beta}{M_{pl}} \left( \frac{r^2}{6} + \frac{R_{Roll}^3}{3r} - \frac{R_{Roll}^2}{2} \right). \quad (3.17)$$

Usando em  $R = R_{Roll}$  as condições de contorno  $\phi(R_{Roll}) = \phi_i$  e  $\phi'(R_{Roll}) = 0$ . Fora do corpo é possível expandir as equações do movimento em torno de  $\phi(r) \approx \phi_b$ , tomando o primeiro termo não nulo, e usando as condições de contorno  $\phi(\infty) = \phi_b$  obtém-se

$$\phi(r) = \phi_b - \frac{A}{r} \exp(-m_b r). \quad (3.18)$$

Igualando ambas as soluções em  $r = R$  então

$$A = -\frac{\beta\rho}{3M_{pl}}(R^3 - R_{Roll}^3) \approx -\frac{\beta\rho}{M_{pl}}R^2(R - R_{Roll}) \quad (3.19)$$

e

$$\phi_b - \phi_i = \frac{\beta\rho}{2M_{pl}}(R^2 - R_{Roll}^2) \approx \frac{\beta\rho}{M_{pl}}R(R - R_{Roll}), \quad (3.20)$$

de onde é obtida a quinta força no exterior do objeto

$$\phi(r) = -\frac{\beta}{4\pi M_{pl}} \left( \frac{3\Delta R}{R} \right) \frac{M_c \exp(-m_b r)}{r} + \phi_b, \quad (3.21)$$

com

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{(\phi_b - \phi_i) M_{pl}}{\beta \rho R^2}. \quad (3.22)$$

Portanto, ou  $\phi_i \rightarrow \phi_e$ , ou então  $R_{Roll} \rightarrow 0$  e o corpo não perturbará suficientemente o campo, para que ele atinja o valor mínimo para a densidade do corpo em questão.

### 3.1.3 Testes Astrofísicos

Agora cabe verificar se a existência de tal campo escalar na natureza geraria algum sinal detectável nos testes gravitacionais existentes. Primeiramente, é necessário lembrar que a quinta força gerada pelo escalar pode ser calculada através da equação das geodésicas, devido ao acoplamento deste campo com a métrica sentida pelas partículas materiais, que é dada por

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \frac{dx^\sigma}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0. \quad (3.23)$$

No sistema solar, espera-se que  $d\tau \approx dt$  e  $dt/d\tau \ll dx^i/d\tau$ , então:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} + \Gamma_{00}^i = 0. \quad (3.24)$$

No caso esfericamente simétrico, haverá uma quinta força radial  $\ddot{r} = \Gamma_{tt}^r$ . Calculando a conexão:

$$\Gamma_{tt}^r = B^{-1} \frac{dB}{dr} = \frac{\beta}{M_{pl}} \frac{d\phi}{dr}. \quad (3.25)$$

O movimento dos corpos celestes é conhecido com grande precisão, e a viabilidade do modelo camaleão depende da previsão de tais órbitas como são. Por exemplo, o experimento *Lunar Laser Ranging* (LLR), que mediu com grande precisão a maneira como a Terra e a Lua caem sob a atração gravitacional do Sol, somente permitiria uma

quinta força 13 ordens de magnitude mais fraca do que a gravitação prevista pela teoria de Einstein. A Terra e a Lua são corpos que causam grandes perturbações no campo de fundo, e a variação no campo ocorrerá muito próximo à suas superfícies. O mecanismo conhecido com *thin-shell*, portanto, alivia as restrições e coloca o modelo em segurança.

O limite admissível para a diferença entre as acelerações da Lua ( $a_l$ ) e da Terra ( $a_t$ ) com relação ao Sol será, de acordo com (2.1):

$$2 \frac{a_t - a_l}{a_t + a_l} < 10^{-13}. \quad (3.26)$$

Um campo camaleão somente violaria tal limite caso os valores do acoplamento  $\beta$  forem diferentes para corpos com diferentes composições, pois as acelerações medidas poderiam ser decompostas como a componente Newtoniana ( $a_N$ ), idêntica para qualquer corpo em acordo com o princípio da equivalência, e uma componente relativa à quinta força ( $a_{Qx}$ ), que poderia ser distinta para corpos de diferentes composições.

$$\eta \equiv 2 \frac{a_t - a_l}{a_t + a_l} = 2 \frac{(a_N + a_{Qt}) - (a_N + a_{Ql})}{2a_N + a_{Qt} + a_{Ql}}, \quad (3.27)$$

com

$$a_N = \frac{M_s}{8\pi M_{pl}^2 R_{ts}^2}, \quad (3.28)$$

$R_{ts}$  é o raio médio entre a Terra e o Sol e  $M_s$  a massa do Sol. Portanto:

$$\eta \approx \frac{a_{Qt} - a_{Ql}}{a_N} \approx 2a\beta^2 \left( \frac{3\Delta R}{R} \right) \quad (3.29)$$

onde assume-se que  $\beta_t - \beta_l \approx a\beta$ , com  $a$  um valor pequeno. Portanto, corpos com diferentes composições seguiriam diferentes geodésicas, gerando uma possível violação do princípio da equivalência, caso o efeito fosse grande o suficiente para ser detectado.

Valores pequenos para a quantidade  $3\Delta R/R$  em conjunto, se necessário, com um valor pequeno para  $a$  ou para  $\beta$ , em geral é suficiente para evitar as restrições. Idealmente, seria melhor manter  $\beta \approx 1$ , dado que a maior parte dos campos escalares gerados em teoria de cordas possuem tal valor limite.

### Testes em Laboratório

Em geral, a busca por violações do princípio da equivalência ou de busca por uma quinta força são realizadas no vácuo, no interior de equipamentos elaborados para este fim. Tais testes imporão os limites mais estritos na teoria.

Modelando uma câmara de vácuo de raio  $R_{vac}$ , por simplicidade um vácuo perfeito, e ignorando os efeitos das paredes, resultará então uma densidade zero no interior do raio em questão, ou ao contrário a densidade do meio externo, que poderá ser a densidade da atmosfera para testes terrestres, ou a densidade do meio interplanetário, no caso de satélites.

Devido à densidade aproximada zero no interior, o potencial efetivo não contará com um mínimo ao qual deverá seguir. O comportamento do campo no interior da câmara de vácuo, portanto, dependerá das características exatas do potencial. Mas em geral, teremos que o campo se manterá em um valor  $\phi_{vac}$  que satisfaz  $m_{vac} \approx R_{vac}^{-1}$ . Partindo do centro da câmara de vácuo, este valor será mantido até suas paredes, quando tenderá rapidamente ao valor exterior do campo.

Buscas relativas à quinta força costumam ser parametrizadas por um potencial do tipo Yukawa

$$V(r) = -\alpha \frac{M_1 M_2}{8\pi M_{pl}^2} \frac{e^{-r/\lambda}}{r}, \quad (3.30)$$

onde  $M_1$  e  $M_2$  são as massas de dois corpos teste,  $r$  é sua separação,  $\lambda$  o alcance da interação e  $\alpha$  é a força da interação, com  $\alpha = 1$  correspondendo à força da interação gravitacional. As buscas por novas forças portanto restringem o espaço de parâmetros  $(\lambda, \alpha)$ . Por exemplo, para um alcance entre  $10cm$  e  $1m$ , então  $\alpha < 10^{-3}$ .

Utilizando as expressões obtidas para os campos camaleônicos, com dois corpos teste iguais, temos que  $\alpha = -2\beta^2$  caso não haja *thin-shell*, ou  $\alpha = -2\beta^2 \left(\frac{3\Delta R}{R}\right)$  caso haja. Para  $\beta \approx 1$ , o primeiro caso violaria a restrição apresentada acima, enquanto o segundo passaria facilmente.

No caso das violações do princípio da equivalência, experimentos do tipo Eöt-Wash, que utilizam corpos de materiais diferentes, o limite seria  $\eta \approx 10^{-13}$ .

Para campos camaleônicos,

$$\eta \approx 4\pi 10^{-4} \beta \frac{M_{pl} R_{\oplus}^2}{M_{\oplus}} \frac{\phi_{vac}}{R_{vac}}. \quad (3.31)$$

### 3.1.4 Cosmologia

Agora será analisada a cosmologia dos modelos camaleão. Será provada a existência de uma solução atratora, similar às soluções existentes para os modelos de quintessência. O campo camaleônico segue o mínimo de seu potencial efetivo, e para diferentes condições iniciais o campo tenderá para a mesma solução. O campo escalar é subdominante na composição do Universo, até o ponto onde ele vence e inicia o período de expansão acelerada do Universo. Tal ponto dependerá dos detalhes na construção do potencial.

Para descrever bem o Universo observado, é necessário que o escalar possua a mesma densidade de energia da constante cosmológica no modelo  $\Lambda$ CDM. Portanto que  $V \approx \rho_{de}$ . Inspeccionando o potencial exponencial utilizado, e lembrando que o valor do mínimo do campo escalar aumenta com a diminuição da densidade do meio, então fica claro que  $V \approx M^4$ , ou  $M \approx \rho_{de}^{1/4}$  é uma boa escolha para um valor aproximado. De fato, o valor em questão emerge naturalmente da teoria. Entretanto, é fato que o parâmetro  $M$  está sendo ajustado finamente, embora tal ajuste fino não seja pior ou melhor do que o ajuste utilizado para definir o valor da constante cosmológica ou da massa de qualquer campo quintessencial. Isso resulta no valor  $M \approx 10^{-15} \text{ TeV}$ .

Em uma métrica FRW espacialmente plana, que indica um Universo aproximadamente homogêneo e isotrópico ( $\partial_i \phi = 0$ ), a equação do campo escalar será

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_{eff} = 0. \quad (3.32)$$

Obtém-se também as equações de Friedmann para o problema:

$$3M_{pl}^2 H^2 = \dot{\phi}^2 + V_{eff} + \rho_m e^{\beta\phi/M_{pl}} + \rho_r \quad (3.33)$$

Portanto, a cosmologia resultante é muito semelhante à dos modelos de Quintessência. O potencial efetivo possui um mínimo, e o valor do campo seguirá este mínimo desde

que as mudanças no campo, relacionadas à massa do mesmo, ocorram em uma escala de tempo superior à da variação do mínimo cosmológico. Relacionando as mudanças no valor cosmológico com a escala de tempo típica, o chamado tempo de Hubble  $H^{-1}$ , enquanto o tempo de resposta do campo escalar está relacionado à quantidade  $m^{-1}$ .

Se  $m \gg H$ , então o tempo de resposta do campo é menor do que o tempo característico das mudanças cosmológicas, e portanto o campo tem tempo suficiente para adaptar-se às mudanças no potencial efetivo e o valor do campo seguirá o mínimo cosmológico. Portanto

$$\phi = \phi_{min}(t). \quad (3.34)$$

É possível provar que a condição  $m \gg H$  é sempre preservada. Reescrevendo as equações

$$m_{min}^2 = \frac{\beta \rho e^{\beta\phi/M_{pl}}}{\phi M_{pl}} \left[ 2 + \frac{M}{\phi} + \beta/M_{pl} \right]. \quad (3.35)$$

Com tal informação e a equação de Friedmann, obtém-se que, no limite  $\phi \leq M$

$$\frac{m^2}{H^2} \approx \frac{\beta M_{pl} \Omega_m}{M} \quad (3.36)$$

o que, para valores típicos, é muito maior do que 1, mesmo no pior caso (Universo primordial) onde  $\Omega_m \approx 10^{-28}$ . No limite  $\phi \gg M$  a situação será

$$\frac{m^2}{H^2} \approx \frac{\beta M_{pl} \Omega_m}{\phi}. \quad (3.37)$$

Novamente,  $M_{pl} \Omega_m \approx 100$  no pior caso, e  $\phi$  um valor pequeno, a condição  $m \gg H$  será satisfeita.

Para saber como o campo se movimenta ao longo do mínimo do potencial, sabendo que  $-V_{,\phi}(\phi_{min}) \approx \rho B_{,\phi}(\phi_{min})$  e lembrando que  $m^2 \approx V_{,\phi\phi} \gg -V_{,\phi}\beta/M_{pl}$  obtém-se:

$$\dot{\phi}_{min} = -\frac{3HV_{,\phi}}{V_{,\phi\phi}}. \quad (3.38)$$

Portanto:

$$\frac{\dot{\phi}_{min}^2}{2V(\phi_{min})} \approx \frac{9 H^2}{2 m^2 \Gamma} \ll 1, \quad (3.39)$$

uma vez que  $\Gamma > 1$  e que acaba de ser demonstrado que  $m^2 \gg H^2$ , então. Isso prova que o campo escalar encontra-se em processo de *slow-roll*.

Agora, existem condições para obter a equação de estado do campo escalar. Não será feito a partir da equação usual  $\dot{\phi}^2 - 2V/\dot{\phi}^2 + 2V$  pois o campo está não minimamente acoplado. A expressão correta será obtida a partir da equação de conservação  $\dot{\rho}_m = 3H\rho_m(1 + w_{eff})$ . Como acaba de ser demonstrado que o campo encontra-se em *slow-roll*,  $\rho_m \approx V$  e portanto

$$w_{eff} = -1 + \Gamma^{-1}. \quad (3.40)$$

Nos dois limites estudados acima, obteremos  $w_{eff} = 1$  caso  $\phi \leq M$  e  $w_{eff} = -1$ , e portanto energia escura, caso  $\phi \gg M$ .

## 3.2 Modelo Symmetron

O symmetron [62, 63] é um modelo de *screening* de construção análoga à dos modelos camaleão. Entretanto, ele está baseado em uma quebra de simetria dependente da densidade local de campos materiais. A dinâmica do campo depende de um potencial com um mínimo em zero em regiões de alta densidade, enquanto que a simetria é quebrada para densidades pequenas, onde temos dois mínimos não nulos. O modelo passa em todos os testes locais de gravidade, embora sejam esperados desvios detectáveis pela próxima geração de experimentos. A dinâmica cosmológica é modificada por uma força de longa distância.

### 3.2.1 Introdução

Assim como nos modelos camaleão, a ação que descreve o symmetron é

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{M_{pl}^2 R}{2} - \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - V(\phi) - \frac{1}{\sqrt{-g}} L_m(\psi, \tilde{g}) \right), \quad (3.41)$$

e os campos materiais estão acoplados a uma transformação conforme da métrica distinta  $\tilde{g}^{\mu\nu}$  onde:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = C^2(\phi)g_{\mu\nu}. \quad (3.42)$$

Será utilizado

$$C(\phi) = 1 + \frac{1}{2M^2}\phi^2. \quad (3.43)$$

Variando a ação em termos do campo escalar, obtém-se as seguintes equações do movimento

$$\square\phi = V_{,\phi} - C^3(\phi)C_{,\phi}(\phi)\tilde{T}, \quad (3.44)$$

onde  $\tilde{T} = \tilde{g}_{\mu\nu}T^{\mu\nu}$  e  $T^{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial S_m}{\partial g_{\mu\nu}}$

Variar a ação acima em termos da métrica dará origem às equações gravitacionais

$$M_{pl}^2 G_{\mu\nu} = \left( T_{\mu\nu}^\phi + C^2\tilde{T}_{\mu\nu}^m \right), \quad (3.45)$$

o potencial do campo será quártico

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (3.46)$$

Note-se que, em comparação com o modelo camaleão, tanto a definição acima de  $V(\phi)$  quanto a definição de  $C(\phi)$  facilitam a compreensão do modelo sob o ponto de vista quántico, por envolverem somente termos quadráticos e quárticos.

A dinâmica do campo será portanto definida por um potencial efetivo na forma

$$V^{eff}(\phi) = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{M^2} - \mu^2\right)\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (3.47)$$

### 3.2.2 O Caso Esféricamente Simétrico

Novamente, o sistema solar será aproximado por espaço-tempo Minkowski estático ( $\dot{\phi} = 0$ ), esféricamente simétrico, com a matéria tratada como poeira ( $w = 0$ ). As equações do

movimento para o campo escalar se reduzem a:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = V_{,\phi} + \rho C_{,\phi}. \quad (3.48)$$

Escrito em termos da densidade  $\rho = C^3 \tilde{\rho}$ , que é conservada no referencial de Einstein. Para um corpo de densidade  $\rho_c$  em um meio com densidade  $\rho_b$  com condições de contorno  $d\phi/dr|_{r=0} = 0$  e  $\phi|_{r \rightarrow \infty} = \phi_b$ .

A solução no interior do corpo será

$$\phi(r)_{in} = A \frac{R}{r} \sinh \left( r \sqrt{\frac{\rho}{M^2} - \mu^2} \right) \quad (3.49)$$

e no exterior será

$$\phi(r)_{ex} = B \frac{R}{r} e^{-\sqrt{2}\mu r} + \phi_0. \quad (3.50)$$

Igualando os campos interno e externo e suas respectivas derivadas na superfície do objeto (raio  $R$ ) obtém-se os coeficientes  $A$  e  $B$ . As soluções envolvem três parâmetros adimensionais:  $\mu R$ ,  $\rho/\mu^2 M^2$  e  $\rho R^2/M^2$ . A primeira quantidade mede a relação entre o raio do objeto e o alcance da força causada pelo symmetron, de maneira que os objetos de interesse são tais que  $\mu R \ll 1$ . A segunda é uma comparação entre a densidade do objeto em comparação com a densidade média cósmica do symmetron, e os objetos de interesse são mais densos que a média e, portanto,  $\alpha \equiv \rho/\mu^2 M^2 \ll 1$ . Por fim, o parâmetro representa a relação entre o potencial Newtoniano  $\Phi$  em relação a  $M/M_{pl}$ , tal que  $\alpha = 6\Phi M^2/M_{pl}^2$ . Há dois casos de interesse a serem estudados.

Para objetos pequenos,  $\alpha \ll 1$  e

$$A = \phi_0 \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right), \quad B = -\phi_0 \frac{\alpha}{3}, \quad (3.51)$$

enquanto que para objetos grandes  $\alpha \gg 1$  e

$$A = \phi_0 \frac{2}{\sqrt{\alpha}} e^{-\sqrt{\alpha}}, \quad B = \phi_0 \left( -1 + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right). \quad (3.52)$$

Em distâncias  $R \ll r \ll \mu^{-1}$  a força sentida por uma partícula teste devido ao corpo estudado será

$$\frac{F_\phi}{F_G} \approx \phi_0 \frac{M_{pl}^2}{\rho R^2} = \frac{1}{\alpha} \ll 1. \quad (3.53)$$

A quinta força gerada será suprimida pelo parâmetro  $1/\alpha$ , que será o análogo do efeito *thin-shell* nos campos camaleão. Inclusive,  $\phi(r=0) = \phi_0 e^{-\sqrt{\alpha} r}$ , e portanto há uma supressão exponencial ao campo no interior dos objetos.

### 3.2.3 Referenciais de Jordan e de Einstein

A Relatividade Geral possui em seu fundamento a liberdade de escolha de sistemas de coordenadas, que não afeta a física por detrás de um sistema. Uma questão bastante discutida é a de se realizar transformações conformes em uma teoria, se o resultado final descreve a mesma física [69, 70]. Um exemplo típico provém do modelo Brans-Dicke, que a partir de uma transformação conforme da métrica e uma redefinição do campo escalar, pode ser levada a uma forma simples. A Lagrangiana do modelo é, em seu referencial usual, de *Jordan*:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{M_{pl}^2}{2} f(\phi) R - \frac{w}{\phi} (\partial\phi)^2 + \Lambda \right). \quad (3.54)$$

As transformações

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \phi g_{\mu\nu} \quad (3.55)$$

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = \int \frac{\sqrt{2w+3}}{\phi} d\phi \quad (3.56)$$

levam à nova ação:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{M_{pl}^2 \tilde{R}}{2} - \tilde{g}_{\mu\nu} \tilde{\nabla}_\mu \tilde{\phi} \tilde{\nabla}_\nu \tilde{\phi} - \mathcal{L}_m \right). \quad (3.57)$$

Como ela acima apresenta todo o seu setor gravitacional descrito somente pelo escalar de Ricci  $R$ , chamaremos tal referencial de “referencial de Einstein”, enquanto outros referenciais serão chamados “de Jordan”. Embora seja assunto de intensos debates, a conclusão geral é que a física descrita pelos diferentes referenciais é diferente. Entretanto,

passar de um referencial ao outro pode auxiliar a ganhar intuição sobre o problema, e sabe-se que ao realizar uma transformação conforme que a estrutura causal é mantida.

O campo escalar é universalmente acoplado à matéria, de maneira que o mecanismo pode ser compreendido em termos do referencial de *Jordan*. Transformando todos os termos da ação do modelo em termos da métrica  $\tilde{g}_{\mu\nu}$ , obtém-se

$$S = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left( \frac{M_{pl}^2 \Psi \tilde{R}}{2} - \frac{M_{pl}^2 \omega(\Psi)}{2\Psi} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \Psi \partial_\nu \Psi - \Psi^2 V(\psi) - \frac{1}{\sqrt{-g}} L_m(\psi, \tilde{g}) \right), \quad (3.58)$$

onde  $\Psi = C^{-2}(\phi)$ . Reconhecemos imediatamente o comportamento dos modelos Brans-Dicke, com parâmetro

$$\omega(\phi) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2M_{pl}^2} \left( \frac{1}{d \ln C / d\phi} \right)^2 - 3 \right) \quad (3.59)$$

$$\omega(\phi) \approx \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{M^2}{2M_{pl}\phi} \right)^2 - 3 \right) \quad (3.60)$$

e  $C(\phi) \approx 1 + \phi^2/2M^2$ . Em regiões de alta densidade  $\phi \rightarrow 0$  e o parâmetro de Brans-Dicke assume valores muito altos, indicando que a Relatividade Geral é recuperada. Em escalas de baixa densidade, o parâmetro assume valores da ordem de 1, o modelo distingue-se nitidamente da Relatividade Geral. Em tais limites, o campo escalar pode ser utilizado para gerar efeitos de energia escura.

### 3.2.4 Testes Gravitacionais

Para satisfazer os testes gravitacionais usuais, será necessário que em toda a Via Láctea o campo escalar esteja oculto ( $\alpha \gg 1$ ). No caso limite  $\alpha \geq 10$ , lembrando que  $\Phi \approx 10^{-6}$ , então necessariamente  $M \leq 10^{-3}$ , e a força mediada pelo symmetron terá um alcance da ordem de Mpc no vácuo. Entretanto, o limite extremo citado poderá não ser suficiente para ocultar o campo escalar em todos os objetos da galáxia.

Pequenos desvios da Gravitação Newtoniana são bem descritos pelos conhecidos parâmetros PPN, onde a métrica é modificada apropriadamente para descrever os desvios

da Relatividade Geral. Para teorias envolvendo campos escalares e tensoriais, bastam os parâmetros  $\gamma_{PN}$  e  $\beta_{PN}$ . No referencial de Jordan, a métrica assumirá a forma:

$$\tilde{g}_{00} = -(1 + 2\Phi_J + 2\beta_{PN}\Phi_J^2) \quad e \quad \tilde{g}_{ij} = (1 - 2\gamma_{PN}\Phi_J)\delta_{ij}. \quad (3.61)$$

Em termos de  $\omega(\phi)$  os parâmetros assumirão a forma

$$\beta_{PN} = \frac{1 + \omega(\phi)}{2 + \omega(\phi)} \quad (3.62)$$

$$\gamma_{PN} = 1 + \frac{1}{(3 + 2\omega)^2((4 + 2\omega))} \frac{d\omega}{d(C^{-2})}. \quad (3.63)$$

Os parâmetros descritos são limitados pela sonda Cassini em  $|\gamma_{PN} - 1| \lesssim 10^{-5}$  e pelo experimento *Lunar Laser Ranging* (LLR) em  $|\beta_{PN} - 1| \lesssim 10^{-4}$ . A restrição no parâmetro  $\beta_{PN}$  traduz-se em  $M \lesssim 10^{-4} M_{pl}$ .

### 3.2.5 Cosmologia

Verificamos portanto os parâmetros limites onde a gravitação nas escalas do sistema solar não é afetada. Agora, é possível descrever a cosmologia do modelo dentro do espaço de parâmetros obtido. Em um Universo homogêneo, isotrópico e espacialmente plano a métrica FRW fornecerá a seguinte equação do movimento para o campo escalar:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} + C^3 C_{,\phi} \sum_i (1 - 3w_i) \tilde{\rho}_i = 0. \quad (3.64)$$

Cada componente material é separadamente conservada no referencial de Jordan. Entretanto, será útil definir uma quantidade conservada no referencial de Einstein:

$$\rho_i = C^{3(1+w_i)} \quad (3.65)$$

e em regiões onde a densidade não varia muito nas escalas de tempo relevantes, o campo escalar seguirá o potencial efetivo

$$V_{eff}(\phi) = V(\phi) + \sum_i C^{(1-3w_i)} \rho_i. \quad (3.66)$$

A equação de Friedmann para a densidade por sua vez será:

$$3M_{pl}^2 H^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) + C^4 \sum_i \rho_i. \quad (3.67)$$

# Capítulo 4

## Modelos Vetoriais

Campos vetoriais são candidatos naturais para a realização de modificações na Relatividade Geral e para propor a existência de novas componentes materiais na composição do Universo. Eles são muito bem conhecidos teoricamente e abundantes na natureza, no caso dos bósons de *gauge* do modelo padrão de física de partículas.

Teorias alternativas gravitacionais contendo campos vetoriais acoplados à métrica tem sido estudados já há muito tempo, desde a década de 70, por Will, Nordvedt e Hellings [13, 71]. Tais teorias foram pouco estudadas pelo fato de que os experimentos sempre apontaram para um Universo isotrópico em largas escalas. Além disso, sempre houve dificuldades em se gerar modelos viáveis, estáveis. Outro modelo histórico importante foi o de Ford [72], o primeiro a tentar realizar um modelo inflacionário utilizando campos vetoriais. Mais recentemente, Golovnev, Mukhanov e Vanchurin [73–76] propuseram um modelo de inflação vetorial, onde a aproximação *slow-roll* poderia ser obtida, que também causou impacto. O modelo já foi estudado em [77].

O interesse em campos vetoriais foi reacendido nos últimos anos devido à busca por possíveis violações na invariância de Lorentz [29, 78]. Além disso, diversos grupos tem reportado a observação de algumas anomalias na radiação cósmica de fundo. É verificado um possível alinhamento entre os multipolos inferiores e uma assimetria hemisférica relevantes do ponto de vista estatístico, o que contradiria a suposição de um Universo perfeitamente homogêneo e isotrópico em larga escala [49, 79, 80]. É digno de nota que o

experimento Planck analisou o caso e a relevância do ponto se mantém para os novos dados [81]. Campos vetoriais já tem naturalmente uma direção preferencial, e portanto são candidatos naturais para causar violações na invariância de Lorentz e também possíveis anisotropias.

Modelos de energia escura baseados em campos vetoriais foram propostos [82–86]. Eles apresentam como vantagem o fato de permitirem uma rica fenomenologia [87–102].

## 4.1 O Campo Vetorial Acoplado com a Gravidade

O eletromagnetismo pode ser descrito por meio de uma ação muito simples

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \mathcal{L}_m \right). \quad (4.1)$$

onde  $\mathcal{L}_m$  representa os termos de massa e carga. Tal é a ação mais simples que pode ser criada para descrever as duas forças atuantes em larga escala no Universo. É possível, entretanto, escrever uma ação mais geral, se permitirmos a existência de acoplamentos não mínimos do campo gravitacional com os campos eletromagnéticos, confinando entretanto a teoria para manter até no máximo duas derivadas do campo. A ação mais geral será

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} + \epsilon F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \lambda (\nabla_\mu A^\mu)^2 + \omega R A^\mu A_\mu + \sigma A^\mu A^\nu R_{\mu\nu} + \mathcal{L}_m \right). \quad (4.2)$$

Variando com relação à métrica, obtém-se as equações gravitacionais, que assumirão a forma

$$M_{pl}^2 G_{\mu\nu} = \omega T_{\mu\nu}^\omega + \sigma T_{\mu\nu}^\sigma + \lambda T_{\mu\nu}^\lambda + \epsilon T_{\mu\nu}^\epsilon + T_{\mu\nu}^m. \quad (4.3)$$

onde

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu}^{\omega} &= 2\Box(A^{\alpha}A_{\alpha})g_{\mu\nu} + 2A_{\alpha}A^{\alpha}G_{\mu\nu} + 2RA_{\mu}A_{\nu} - 2\nabla_{\mu}\nabla_{\nu}(A^{\alpha}A_{\alpha}) \\
 T_{\mu\nu}^{\sigma} &= g_{\mu\nu}\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}A^{\alpha}A^{\beta} - g_{\mu\nu}A^{\alpha}A^{\beta}R_{\alpha\beta} + \Box(A_{\mu}A_{\nu}) - 2\nabla_{\alpha}\nabla_{(\mu}(A_{\nu)}\mu A^{\alpha}) + 4A^{\alpha}A_{(\mu}R_{\nu)\alpha} \\
 T_{\mu\nu}^{\lambda} &= g_{\mu\nu}(\nabla_{\alpha}A^{\alpha})^2 + 2g_{\mu\nu}A^{\alpha}\nabla_{\alpha}(\nabla_{\beta}A^{\beta}) - 4A_{(\mu}\nabla_{\nu)}(\nabla_{\beta}A^{\beta}) \\
 T_{\mu\nu}^{\epsilon} &= 4F^{\mu\alpha}F_{\nu}^{\alpha} - g_{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}.
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Em tais condições, variando a ação com relação ao campo vetorial, obtém-se

$$2\epsilon\nabla_{\nu}F^{\mu\nu} - \lambda\nabla^{\mu}(\nabla_{\nu}A^{\nu}) + \omega RA^{\mu} + \sigma R_{\nu}^{\mu}A^{\nu} = 0. \tag{4.5}$$

#### 4.1.1 Universo Anisotrópico e o Reestabelecimento da Isotropia

O modelo em questão pode gerar de maneira natural um tensor energia-momento anisotrópico, e por consequência um Universo anisotrópico. Devido à intenção de utilizá-lo como um candidato à energia escura, será utilizado um campo vetorial homogêneo. Ele pode, sem perda de generalidade, ser alinhado com a direção  $z$ , de modo que:

$$A_{\mu} = (A_0(t), 0, 0, A_z(t)). \tag{4.6}$$

Tal direção se comportará diferentemente do que as direções perpendiculares a  $z$ , e, caso o campo vetorial seja dominante, são esperadas anisotropias em larga escala. A métrica do tipo Bianchi I descreve bem o caso. Elas podem ser modeladas pela métrica:

$$ds^2 = dt^2 - a_{\perp}(t)^2(dx^2 + dy^2) - a_{\parallel}(t)^2dz^2 \tag{4.7}$$

onde  $a_{\perp}$  e  $a_{\parallel}$  são, respectivamente, os fatores de escala nas duas direções perpendiculares ao campo vetorial, e o fator de escala na direção do campo. Para esta métrica, obtém-se as seguintes equações para as duas componentes do campo vetorial:

$$\begin{aligned}
 \lambda\ddot{A}_0 + \lambda(2H_{\perp} + H_{\parallel})\dot{A}_0 + M_{A_0}^2A_0 &= 0 \\
 2\epsilon\ddot{A}_z + 2\epsilon(2H_{\perp} + H_{\parallel})\dot{A}_z + M_{A_z}^2A_z &= 0
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

onde

$$M_{A_0}^2 = (2\omega + \sigma)(2H_{\perp}^2 + H_{\parallel}^2) + (2\omega + \sigma + \lambda)(2\dot{H}_{\perp} + \dot{H}_{\parallel}) + 2\omega(2H_{\perp}H_{\parallel} + H_{\perp}^2) \quad (4.9)$$

$$M_{A_z}^2 = 2\omega(3H_{\perp}^2 + 2\dot{H}_{\perp}) + (2\omega + \sigma)(H_{\parallel}^2 + \dot{H}_{\parallel} + 2H_{\perp}H_{\parallel}).$$

Fica claro que a expansão do Universo gera uma massa efetiva e um termo de atrito na equação. Além disso, a componente temporal só será dinâmica para um  $\lambda \neq 0$  enquanto que a componente espacial será dinâmica caso  $\epsilon \neq 0$ .

Conforme amplamente discutido no início da Tese, o Universo em que vivemos aparenta ser isotrópico. Embora possam existir anisotropias residuais, certamente um modelo completamente anisotrópico não descreverá adequadamente o Universo observável. Por isso, é importante que em tais modelos as anisotropias geradas sejam comprovadamente muito pequenas, abaixo dos limites observacionais.

Em princípio, é possível solucionar o problema para a classe dos modelos vetoriais afirmando que:

- O campo vetorial possui somente uma componente temporal, e portanto não gera anisotropias em nível de background [82].
- O campo vetorial permanece subdominante por toda a história do Universo, como uma “impureza” em sua composição, e portanto jamais gerará anisotropias de larga escala [89].

Caso o modelo em questão não permita as soluções citadas acima, medidas mais extremas podem ser tomadas, adicionando um maior número de campos vetoriais na composição do Universo. Por exemplo:

- Supor a existência de três campos vetoriais de mesmo módulo, mas com componentes espaciais ortogonais entre si [87]. As contribuições de cada componente se somarão no tensor energia-momento, reestabelecendo a isotropia no mesmo.

- Supor a existência de um número muito grande ( $N$ ) de campos vetoriais no Universo, apontando em direções aleatórias. Suas contribuições ao tensor energia-momento se somam, e a anisotropia residual gerada pelo conjunto será da ordem de  $\sqrt{N}$  [73].

Verificadas as questões citadas acima, a isotropia em nível de background é reestabelecida e a métrica Robertson-Walker poderá ser utilizada, com qualquer desvio residual tratado perturbativamente. Tomando

$$\begin{aligned} a_{\perp}(t) &= a(t) \\ a_{\parallel}(t) &= a(t) \left( 1 + \frac{1}{2}h \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j, \quad (4.11)$$

onde  $h_{ij} = h\delta_{ij}$  e  $h \ll 1$ . O comportamento do fator  $h$  pode ser encontrado através das equações de Einstein. Substituindo a métrica acima e linearizando, encontraremos um fator extra na direção do campo vetorial, que pode ser isolado calculando

$$G_{\perp} - G_{\parallel} = \frac{1}{2a^3} \frac{d}{dt}(a^3 \dot{h}) + \mathcal{O}(h^2). \quad (4.12)$$

Integrando uma expressão para  $h$  em termos do tensor energia-momento, obtém-se

$$h = \frac{2}{Mp^2} \int \frac{1}{a^3} \left( \int a^3(p_{\perp} - p_{\parallel}) dt \right) dt, \quad (4.13)$$

expressão esta que não pode ser integrada diretamente, uma vez que as pressões dependerão do fator  $h$ , mas que pode ser obtida aproximadamente utilizando-se um método iterativo, com grande precisão. Pode-se assim quantificar a anisotropia residual, que deverá estar dentro do permitido pelas observações. Além disso, é desejável que o grau de anisotropia não cresça, de maneira a garantir que a anisotropia mantenha-se sob controle ao longo da evolução do Universo [82].

Supondo a anisotropia residual sob controle, é possível utilizar, com segurança, a métrica Robertson-Walker para encontrar as equações do movimento. No caso, elas serão

$$\begin{aligned}\ddot{A}_0 + 3H\dot{A}_0 + \frac{1}{\lambda} \left( 3(4\omega + \sigma)H^2 + 3(\lambda + 2\omega + \sigma)\dot{H} \right) A_0 &= 0 \\ \ddot{A}_z + 3H\dot{A}_z + \frac{1}{2\epsilon} \left( 3(4\omega + \sigma)H^2 + 3(6\omega + \sigma)\dot{H} \right) A_z &= 0,\end{aligned}\tag{4.14}$$

enquanto que a densidade de energia do campo vetorial é dada pela expressão

$$\begin{aligned}\rho_{a_0} &= \lambda\dot{A}_0^2 + 6(\lambda + 2\omega + \sigma)H\dot{A}_0A_0 + 3(3\lambda + 2\omega + 2\sigma)H^2A_0^2 = 0 \\ \rho_{a_z} &= -2\epsilon\frac{\dot{A}_z^2}{a^2} - 2H(6\omega + \sigma)\frac{\dot{A}_z}{a}\frac{A_z}{a} + H^2(3\omega + \sigma)\frac{A_z^2}{a^2} = 0,\end{aligned}\tag{4.15}$$

O background cosmológico do modelo acima pode ser estudado facilmente, pela solução aproximada ou numérica das equações diferenciais descritas. O comportamento do campo vetorial subdominante em um contexto inflacionário pode ser obtido utilizando-se  $a \approx e^{Ht}$ , onde  $H$  é constante. Já durante os períodos de dominação da radiação e da matéria, bastaria utilizar  $a \propto t^p$  e  $H \propto p/t$ , onde  $p = 2/3(1 + w)$  (lembrando que  $w = 0$  para matéria e  $w = 1/3$  para radiação). Para uma análise detalhada do caso, verificar [86]

Em dado momento, entretanto, o campo vetorial pode dominar a composição do Universo. Caso somente a componente temporal domine não há problemas com relação à isotropia do Universo. Para compreender o comportamento, pode-se fazer a análise dinâmica das equações acima para a componente temporal do campo. Uma escolha inteligente de variáveis facilitará o processo: definindo-se

$$y = \frac{d \ln A_0}{dx}\tag{4.16}$$

onde  $x = \ln a$  obtém-se o sistema linear autônomo

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dx} &= 3H \frac{(2\omega + \sigma)y^2 - 2(4\omega + \sigma)y - 3(4\omega + \sigma)(\lambda + 2\omega + \sigma)}{(y + 3(\lambda + 2\omega + \sigma))^2} \\ \frac{dy}{dx} &= -y \frac{y^2 + 6(\lambda + 2\omega + \sigma)y + 3(3\lambda + 2\omega + 2\sigma)}{y + 3(\lambda + 2\omega + \sigma)}\end{aligned}\tag{4.17}$$

que pode ser combinado, permitindo a construção do mapa de fases

$$\frac{d \ln H}{d \ln y} = \frac{-3(2\omega + \sigma)y^2 + 6(4\omega + \sigma)y + 9(4\omega + \sigma)(\lambda + 2\omega + \sigma)}{(y^2 + 6(\lambda + 2\omega + \sigma)y + 3(3\lambda + 2\omega + 2\sigma))(y + 3(\lambda + 2\omega + \sigma))}. \quad (4.18)$$

Para complementar as equações acima, é necessário complementar com as equações gravitacionais ( $H^2 = \rho/3M_{pl}^2$ ), que fornecem a seguinte restrição para  $y$ :

$$\frac{1}{3} \frac{A_0^2}{M_{pl}^2} (y^2 + 6(\lambda + \sigma + 2\omega)y + 3(3\lambda + 2\sigma + 2\omega)) = 1 \quad (4.19)$$

ou

$$y^2 + 6(\lambda + \sigma + 2\omega)y + 3(3\lambda + 2\sigma + 2\omega) \geq 0 \quad (4.20)$$

Obtém-se  $\frac{dH}{dx} = 0$  quando  $H = 0$  ou

$$y_{(H=0)}^{\pm} = \frac{(4\omega + \sigma) \pm \sqrt{(4\omega + \sigma)(10\omega + 4\sigma + 3(2\omega + \sigma)^2)}}{(2\omega + \sigma)}, \quad (4.21)$$

e  $\frac{dy}{dx} = 0$  quando  $y = 0$  ou

$$y_{(y=0)}^{\pm} = -3(2\omega + \sigma + \lambda) \pm \sqrt{30\omega + 12\sigma + 9(2\omega + \sigma)^2}. \quad (4.22)$$

Os pontos críticos do sistema, portanto, serão  $(0, 0)$  e  $(y_{(y=0)}^{\pm}, 0)$ , e caso  $y_{(H=0)}^{\pm} = y_{(y=0)}^{\pm}$  teremos uma linha crítica, pois as equações serão zero independentemente do valor de  $H$ . Cabe notar que caso  $30\omega + 12\sigma + 9(2\omega + \sigma)^2 < 0$  somente existirá o ponto crítico trivial. Um estudo detalhado da dinâmica do sistema dependendo do conjunto de parâmetros adotados pode ser encontrada em [86].

Podem também ser encontradas soluções que permitam expansão acelerada de escalas, ou seja,  $p_{A_0} < -1/3$ . Escrevendo em termos de  $w = p/\rho$

$$w = \frac{-(4\omega + 2\sigma + \lambda)y^2 + (2\omega - \sigma - 3\lambda)(2y + 3(2\omega + \sigma + \lambda))}{(y + 3(2\omega + \sigma + \lambda))^2} \quad (4.23)$$

A viabilidade do modelo também pode ser testada. Com relação aos testes locais, os parâmetros PPN já há muito foram obtidos [13]. De acordo com a ação utilizada no presente trabalho, eles serão:

$$\gamma_{PN} = \frac{1 + 4\omega A^2(1 + (2\omega + \sigma))}{1 - 4\omega A^2(1 - \frac{2\omega}{\epsilon})} \quad (4.24)$$

$$\beta_{PN} = \frac{1}{4}(3 + \gamma_{PN}) + \frac{1}{2}\Theta \left( 1 + \frac{\gamma_{PN}(\gamma_{PN} - 2)}{G} \right) \quad (4.25)$$

$$\alpha_{PN1} = 4(1 - \gamma_{PN})(1 + 2\epsilon\Delta) + 16\omega A^2\Delta a \quad (4.26)$$

$$\alpha_{PN2} = 3(1 - \gamma_{PN})(1 + \frac{4}{3}\epsilon\Delta) + 8\omega A^2\Delta a - 2b\frac{A^2}{G} \quad (4.27)$$

$$\alpha_{PN3} = \xi_{PN} = \zeta_{PN1} = \zeta_{PN2} = \zeta_{PN3} = \zeta_{PN4} = 0 \quad (4.28)$$

onde

$$\Theta = \frac{(1 - 4\omega A^2)(2\epsilon + \sigma + 2\omega)}{2\epsilon(1 - 4\omega A^2) + 32\omega^2 A^2} \quad (4.29)$$

$$\Delta = \frac{1}{2A^2\sigma^2 - 2\epsilon(1 - 4A^2(\omega + \sigma))} \quad (4.30)$$

$$a = 2\epsilon(1 - 3\gamma_{PN}) + 2\sigma(1 - 2\gamma_{PN}) \quad (4.31)$$

$$b = (2\omega + \sigma)((2\gamma_{PN} - 1)(\gamma_{PN} + 1) + \Theta(\gamma_{PN} - 2)) + \\ -(2\gamma_{PN} - 1)^2(2\omega + \sigma + \lambda) \left( 1 - \frac{2\omega + \sigma + \lambda}{\lambda} \right) \quad (4.32)$$

nota:  $b = 0$  caso  $\lambda = 0$ . Para compatibilizar o modelo em questão com os testes gravitacionais nas escalas do sistema solar, sem a necessidade de ajuste fino em constantes, é interessante que a teoria tenha os mesmos parâmetros PPN da Relatividade Geral, ou seja,  $\gamma_{PN} = \beta_{PN} = 1$  e todos os outros parâmetros nulos.

O  $G$  efetivo nas teorias do tipo será

$$G_{eff} = G \left( \frac{1}{2}(\gamma_{PN} + 1) + 6\omega A^2(\gamma_{PN} - 1) - 2A^2\sigma(1 + \Theta) \right)^{-1} \quad (4.33)$$

Fica claro que, enquanto o vetor for subdominante ( $A^2 \rightarrow 0$ ),  $G_{eff} = 1$  e não haverá desvios observáveis nas escalas do sistema solar. Com o módulo do vetor livre para variar, o valor de  $G_{eff} = 1$  dependerá do tempo. Os limites experimentais para tal variação são  $\dot{G}_{eff}/G_{eff} < 10^{-13}/ano$

Modelos vetoriais naturalmente possuem instabilidades, e os modelos devem ser avaliados caso a caso para verificar a estabilidade clássica ou quântica de suas perturbações. Em termos de sistema solar, pode ser utilizada uma métrica Minkowski e um campo vetorial constante (o campo vetorial ainda pode variar em escalas de tempo cosmológicas). As perturbações serão decompostas em modos de Fourier, no calibre longitudinal. A análise é simplificada pelo fato de que a escolha de um campo vetorial tipo-tempo não quebra a invariância por rotações espaciais, de maneira que é possível separar as perturbações em escalares, vetoriais e tensoriais como usual. Portanto, a métrica será:

$$ds^2 = (1 + 2\phi)dt^2 - (1 - 2\psi)\delta_{ij}dx^i dx^j \quad (4.34)$$

para o modo escalar e

$$ds^2 = dt^2 + 2\vec{F} \cdot d\vec{x} dt - \delta_{ij}dx^i dx^j \quad (4.35)$$

para o modo vetorial, com  $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$ . O campo vetorial perturbado tem a forma:

$$A^\mu = [A_0 + \delta A_0, \vec{\nabla} \delta A]. \quad (4.36)$$

Inserindo as informações nas equações gravitacionais e do campo vetorial obtém-se informações relevantes sobre a estabilidade do modelo. Os modos de energia

$$\rho = \langle T_{00}^{(2)} - M_{pl}^2 G_{00}^{(2)} \rangle \quad (4.37)$$

onde  $T_{00}^{(2)}$  e  $G_{00}^{(2)}$  são respectivamente o tensor energia-momento e o tensor de Einstein calculados até segunda ordem nas perturbações e  $\langle \rangle$  denota valor médio sobre regiões

espaciais. As densidades de energia resultantes deverão ser positivas, e as relações de dispersão nas equações do movimento deverão, também ser positivas, para a obtenção de soluções oscilantes.

O modelo, embora não gere modos tensoriais, afetará as já existentes alterando sua relação de dispersão e também sua densidade de energia.

## 4.2 Campo Vetorial com Potencial

Diversos trabalhos tratam o caso onde há um potencial. Portanto, a ação mais geral, estudada em [77], será:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} + \epsilon F^2 + \lambda (\nabla_\mu A^\mu)^2 + \omega R A^2 + \sigma A^\mu A^\nu R_{\mu\nu} - V(A^2) + \mathcal{L}_m \right).$$

Por seu valor para ilustrar os conceitos apresentados, bastará comentar um caso particular da classe de modelos descrita, onde buscou-se a realização de um período inflacionário no Universo. Em [73], Golovnev, Mukhanov e Vanchurin consideram um campo vetorial ( $A^\mu$ ) massivo e com parâmetros  $\epsilon = -1/4$ ,  $\omega = 1/6$  e  $\lambda = \sigma = 0$ . Portanto:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( m^2 + \frac{R}{6} \right) A_\mu A^\mu \right). \quad (4.38)$$

Variando esta ação com relação ao campo vetorial:

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} + \left( m^2 + \frac{R}{6} \right) A^\nu = 0. \quad (4.39)$$

Para a componente temporal  $\nu = 0$ , obtém-se

$$-\frac{1}{a^2} \nabla^2 A_0 + \left( m^2 + \frac{R}{6} \right) A_0 + \frac{1}{a^2} \partial_i \dot{A}_i = 0, \quad (4.40)$$

enquanto para as componentes espaciais  $\nu = k$

$$\ddot{A}_k + H \dot{A}_k - \frac{1}{a^2} \Delta A_k + \frac{1}{a^2} \partial_k (\partial_i A_i) - \frac{1}{a} \partial_0 (a \partial_i A_0) + \left( m^2 + \frac{R}{6} \right) A_k = 0, \quad (4.41)$$

com soma sobre  $i$  subentendida. Considerando um campo vetorial quase-homogêneo ( $\partial_i A_\alpha = 0$ ) e definindo  $B_\mu = A_\mu/a$ , as expressões (4.40) e (4.41) tornam-se, respectivamente,

$$A_0 = 0 \quad (4.42)$$

e

$$\ddot{B}_i + 3H\dot{B}_i + m^2 B_i = 0. \quad (4.43)$$

Uma equação para cada índice espacial. A expressão obtida é extremamente simples e idêntica a (2.42). Verifica-se que é possível até mesmo realizar uma aproximação *slow-roll* para potenciais adequados. Pode-se também obter as componentes do tensor energia-momento, bastando variar a densidade de Lagrangiana com relação à métrica  $g_{\mu\nu}$ :

$$\begin{aligned} T_\beta^\alpha = & \frac{1}{4} F^{\gamma\delta} F_{\gamma\delta} \delta_\beta^\alpha - F^{\alpha\gamma} F_{\beta\gamma} + \left(m^2 + \frac{R}{6}\right) A^\alpha A_\beta - \frac{1}{2} m^2 A^\gamma A_\gamma \delta_\beta^\alpha \\ & + \frac{1}{6} \left(R_\beta^\alpha - \frac{1}{2} R \delta_\beta^\alpha\right) A^\gamma A_\gamma + \frac{1}{6} (\delta_\beta^\alpha \square - \nabla^\alpha \nabla_\beta) A^\gamma A_\gamma. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Para um vetor quase-homogêneo em um Universo Friedmann espacialmente plano, obtém-se

$$T_0^0 = \frac{1}{2} [\dot{B}_k^2 + m^2 B_k^2] \quad (4.45)$$

e

$$\begin{aligned} T_j^i = & \left[ -\frac{5}{6} (\dot{B}_k + m^2 B_k^2) - \frac{2}{3} H B_k \dot{B}_k - \frac{1}{3} (\dot{H} + 3H^2) B_k^2 \right] \delta_j^i + \\ & \dot{B}_i \dot{B}_j + H (\dot{B}_i B_j + \dot{B}_j B_i) + (\dot{H} + 3H^2 - m^2) B_i B_j. \end{aligned} \quad (4.46)$$

onde há uma soma sobre o índice  $k$ . É visível que o tensor Energia-Momento representado acima novamente não satisfaz as equações de Einstein em um Universo Friedmann, pois não é isotrópico. Seguindo Armendáriz-Picón [87], a existência do tripleto é suposta. Nesse caso, o tensor energia-momento para os três campos vetoriais será:

$$T_0^0 = \rho = \frac{3}{2}[\dot{B}_k^2 + m^2 B_k^2] \quad (4.47)$$

e

$$T_j^i = -p\delta_j^i = -\frac{3}{2}[\dot{B}_k^2 - m^2 B_k^2]\delta_j^i. \quad (4.48)$$

A isotropia foi, portanto, reestabelecida. Resolvendo as equações de Einstein, obtém-se

$$H^2 = 4\pi \left[ \dot{B}_k^2 + m^2 B_k^2 \right] \quad (4.49)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi \left[ 2\dot{B}^2 + V \right]. \quad (4.50)$$

Para  $|B| > 1$ , o Universo poderá entrar em um período *slow-roll* ( $\dot{B}_k \ll m^2 B_k^2$ ), durante o qual  $p \approx -\rho$ . E todo o formalismo do capítulo anterior poderá ser utilizado para o estudo das características do período inflacionário em questão.

As condições iniciais necessárias para a ocorrência da inflação vetorial descrita acima foram analisada por Chiba [91]. O autor estuda um Universo inicialmente curvo e verifica se a inflação ocorrerá para curvaturas arbitrárias. Ele conclui que o período inflacionário não ocorrerá para uma vasta gama de condições iniciais. O modelo é bem mais sensível a tais condições do que o modelo usual de inflação caótica.

Os próprios autores Golovnev, Mukhanov e Vanchurin ampliaram seu trabalho, detalhando ainda mais alguns aspectos da cosmologia do modelo [74–76].

# Capítulo 5

## Screening em campos vetoriais

Os modelos de energia escura e inflação vetoriais geram uma cosmologia interessante. Entretanto, há o problema usual: modelos com excelentes comportamentos cosmológicos são abandonados por darem origem a uma quinta força inaceitável nas escalas do sistema solar ou da galáxia. E, embora existam mecanismos de *screening* em profusão para modelos escalares, não havia nenhum modelo capaz de esconder campos vetoriais, embora bósons do tipo B-L tenham sido discutidos em [103]. A pesquisa original de doutorado consistiu na criação de um modelo de *screening* único para campos vetoriais, cujos resultados foram publicados em [104]. O presente capítulo detalha a publicação e também apresenta resultados ainda inéditos até a data da publicação da Tese.

Sob as condições do mecanismo, o campo vetorial torna-se indetectável em pequenas escalas, alterando entretanto a dinâmica cosmológica. Ele também permite ocultar localmente possíveis violações na invariância de Lorentz [78] e explicar a origem das anomalias verificadas nas anisotropias da radiação cósmica de fundo. Um campo vetorial bem modelado é capaz de explicar o alinhamento entre o dipolo e o quadrupolo e a assimetria hemisférica reportada pelos grupos [49, 79, 80] e cuja relevância foi confirmada pelo experimento Planck [81].

Tal como nos modelos *symmetron* e *camaleão*, as componentes materiais do Universo encontra-se acopladas não à métrica que é utilizada para escrever o escalar de curvatura, mas sim a uma transformação conforme da mesma, cujo fator depende do módulo do

campo vetorial. O campo oscila em torno de zero em regiões de alta densidade, mas adquire um elevado valor quando a densidade ambiente cai abaixo de determinado limite. Portanto, nem a dinâmica local no interior da galáxia nem o Universo primordial são afetados pelo campo em questão, somente a dinâmica tardia em escalas cosmológicas.

## 5.1 Descrição do Modelo

Em primeiro lugar, será estudado o campo vetorial mais geral com no máximo duas derivadas dos campos e um potencial. Na linha dos modelos symmetron e camaleão, é possível acoplar o conteúdo de matéria do Universo com uma métrica dependente do campo vetorial por uma transformação conforme. Daí surge toda uma nova classe de modelos:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( -\frac{M_{pl}^2 R}{2} + \epsilon F^2 + \lambda (\nabla_\mu A^\mu)^2 + \omega R A^2 + \sigma A^2 R_{\mu\nu} - V(A^2) + \mathcal{L}_m[\tilde{g}, \psi] \right).$$

onde  $A^2 = A_\mu A^\mu$  e  $F^2 = F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ . Para mostrar o funcionamento do mecanismo de *screening* com base na ação acima, torna-se necessário fazer algumas escolhas.

- Quais parâmetros serão utilizados dentre  $\epsilon$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  e  $\sigma$ ?

O parâmetro  $\epsilon$  é responsável pela dinâmica da componente espacial do campo vetorial, enquanto o parâmetro  $\lambda$  é responsável pela dinâmica da componente temporal. Os parâmetros  $\omega$  e  $\sigma$  podem gerar uma massa efetiva para o campo vetorial devido ao acoplamento com a gravidade, mas ao mesmo tempo podem também introduzir perigosas instabilidades no modelo, para determinadas combinações de parâmetros.

Uma escolha inicial natural seria zerar os parâmetros  $\omega$  e  $\sigma$ , e utilizar o mesmo valor para  $\epsilon$  da Lagrangiana de Maxwell, ou seja,  $\epsilon = -1/4$ . Com relação a  $\lambda$ , a escolha foi mantê-lo com o valor  $\lambda = -1/2$ . Tal termo mantém a componente temporal dinâmica, e favorece a obtenção de equações interessantes para o sistema solar, como será visto a seguir.

- Qual potencial será utilizado?

Optou-se pelo caso mais simples possível,  $V(A^\mu A_\mu) = \frac{M^2 A^2}{2}$ , um termo de massa. Este termo favorece a quantização do modelo, por mantê-lo similar ao caso do já bem estudado eletromagnetismo com massa, ou a Lagrangiana de Proca.

- Qual métrica será acoplada à matéria?

Uma primeira generalização do fator conforme dos modelos camaleão ou symmetron para campos vetoriais seria construí-lo com o escalar mais simples que pode ser formado com o campo,  $A^2$ , ou seja:

$$B(A^2) = e^{\beta A^2/M_{pl}^2}. \quad (5.1)$$

Note-se que as conclusões relativas ao parâmetro  $\beta$  dos capítulos anteriores serão revistas, visto tratar-se de um modelo completamente diferente. A métrica  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  será

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{2\beta A^2/M_{pl}^2} g_{\mu\nu}. \quad (5.2)$$

Esta relação garante que ambas as métricas possuem a mesma estrutura causal. Dadas as opções acima, a Lagrangiana reduz-se a:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{M_{pl}^2 R}{2} - \frac{1}{4} F^2 - \frac{1}{2} (\nabla_\mu A^\mu)^2 - \frac{M^2}{2} A^2 \right] + \int d^4x \mathcal{L}_m[\tilde{g}, \psi], \quad (5.3)$$

onde  $R$  é o escalar de Ricci, construído pela conexão Levi-Civita da métrica  $g_{\mu\nu}$ . Para que o acoplamento conforme não seja trivial, é necessário que haja uma componente dinâmica no módulo do campo vetorial, de maneira que este mecanismo não é aplicável a teorias do tipo Einstein-Éter [100], onde o campo tem norma constante.

Variando a ação com relação ao campo vetorial, obtém-se:

$$\square A_\mu = R_\mu{}^\nu A_\nu + \left( M^2 + \frac{2\beta}{M_p^2} \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{T}_{\alpha\beta} e^{4\beta A^2/M_p^2} \right) A_\mu, \quad (5.4)$$

onde  $\tilde{T}_{\alpha\beta} \equiv \frac{2}{\sqrt{-\tilde{g}}} \frac{\delta \mathcal{L}_m}{\delta \tilde{g}^{\alpha\beta}}$ . Este tensor energia momento será conservado para a derivada covariante associada com a métrica  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  de maneira que  $\tilde{\nabla}_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} = 0$ .

O tensor energia momento no referencial de *Einstein*, para a métrica  $g_{\mu\nu}$  será

$$T_{\mu\nu} = B^2(A^2) \left[ \tilde{T}_{\mu\nu} - 2B(A^2)B'(A^2)\tilde{T}A_\mu A_\nu \right]. \quad (5.5)$$

Note-se que  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} \neq 0$ . O segundo termo do lado direito não ocorre nos modelos de *screening* escalar, ele surge aqui pois o acoplamento conforme do tipo  $B^2(A^2)$  depende ele mesmo da métrica, oculta em  $A^2 = g_{\mu\nu}A^\mu A^\nu$ . Como o termo adicional é proporcional ao traço de  $\tilde{T}_{\mu\nu}$ , ele não influenciará um Universo dominado por radiação. Portanto, na evolução cosmológica, ele somente gerará um efeito distinto do caso do campo escalar quando as componentes materiais se tornarem suficientemente relevantes, caso onde ele poderá dar origem a anisotropias de larga escala.

As componentes materiais e de radiação do Universo serão descritas por fluidos ideais, portanto pelas quantidades  $\rho$  e  $p$ . Em termos da equação de estado, teremos  $p = w\rho$ , com  $w = 0$  para matéria e  $w = 1/3$  para radiação. Note-se entretanto que a quantidade  $\tilde{\rho}$  somente é conservada no referencial de *Jordan* para a métrica  $\tilde{g}_{\mu\nu}$ . Daí:

$$\dot{\tilde{\rho}} + 3\tilde{H}\tilde{\rho}(1+w) = 0. \quad (5.6)$$

No referencial de Einstein, para a métrica  $g_{\mu\nu}$ , a expressão acima será:

$$\dot{\rho} + 3B^{-1}\dot{B}\tilde{\rho}(1+w) + 3H\tilde{\rho}(1+w) = 0 \quad (5.7)$$

definindo  $\tilde{a} = Ba$  e com  $\rho \equiv B^{3(1+w)}\tilde{\rho}$  obtém-se

$$\dot{\rho} + 3H\rho(1+w) = 0, \quad (5.8)$$

e portanto foi obtida uma quantidade conservada no referencial de Einstein e independente de  $A$ , que será utilizada com frequência na análise a seguir. Note-se que para valores pequenos da norma do campo vetorial ambas as quantidades coincidirão.

O modelo pode ser estudado no referencial de *Jordan*. Para isso, será necessário inverter a relação (5.2), resolvendo a equação  $\tilde{A}^2 \equiv \tilde{g}_{\mu\nu}A^\mu A^\nu = B^2(A^2)A^2$  para  $A^2$  em termos de  $\tilde{A}^2$ . A inversão da relação conforme será dada por  $g_{\mu\nu} = e^{-W(2\beta\tilde{A}^2)}\tilde{g}_{\mu\nu}$ , onde  $W(x)$  é a função de Lambert.

## 5.2 Sistema Solar

De posse das equações do movimento, é possível ver o novo mecanismo em funcionamento nas escalas do sistema solar e da galáxia. O ambiente galáctico é composto basicamente de poeira em um espaço-tempo plano. Aqui será conveniente utilizar  $\rho \equiv e^{3\beta A^2/M_p^2} \tilde{\rho}$ , e as equações de campo podem ser escritas como

$$\square A_\mu = \left( M^2 + \frac{2\beta\rho}{M_p^2} e^{\beta(A_0^2 - \vec{A}^2)/M_p^2} \right) A_\mu. \quad (5.9)$$

Os pontos críticos podem ser facilmente obtidos:

$$A_\mu = 0, \quad A_0^2 - \vec{A}^2 = \frac{M_p^2}{\beta} \log \frac{-M^2 M_p^2}{2\beta\rho}. \quad (5.10)$$

O primeiro ponto crítico é trivial e corresponde a um vácuo invariante de Lorentz. O segundo adquirirá um valor não nulo, quebrando a simetria de Lorentz, e somente existirá se  $M^2$  e  $\beta$  tiverem sinais opostos. Para o bom funcionamento do mecanismo, será necessário:

- Escolher  $\beta < 0$ .
- Supor que  $A_i > A_0$ .

Basta que  $A_i > A_0$  em ao menos uma ordem de grandeza, e a próxima seção mostrará que caso seja verdade inicialmente, tal condição se manterá ao longo de toda a evolução do Universo. No caso as equações serão reduzidas a

$$\square A_\mu = \left( M^2 + \frac{2\beta\rho}{M_p^2} e^{-\beta\vec{A}^2/M_p^2} \right) A_\mu \quad (5.11)$$

e é possível definir um potencial efetivo para ao campo vetorial

$$V_{\text{eff}}(\vec{A}^2) = -\frac{1}{2}M^2\vec{A}^2 + \rho e^{-\beta\vec{A}^2/M_p^2}. \quad (5.12)$$

A matriz de massa no ponto crítico, assumindo  $\vec{A} = 0$  é  $M_{ij} = m_0^2 \delta_{ij}$ , onde

$$m_0^2 = -M^2 \left( 1 + \frac{2\beta\rho}{M^2 M_p^2} \right). \quad (5.13)$$

Então, em regiões de alta densidade, a massa efetiva será  $m_0^2 \simeq -2\beta\rho/M_p^2$  (positiva para  $\beta < 0$ ) e o VEV do campo será zero. Em regiões de baixa densidade, entretanto  $m_0^2 \simeq -M^2 < 0$  e os modos se tornam taquiônicos. Para o segundo ponto crítico as massas serão:

$$m_1^2 = m_2^2 = 0, \quad m_3^2 = 2M^2 \log \left[ -\frac{M^2 M_p^2}{2\beta\rho} \right]. \quad (5.14)$$

Este resultado era esperado pois o potencial efetivo (5.12) exibe uma simetria  $O(3)$  que é quebrada espontaneamente para  $O(2)$  no ponto de mínimo, de maneira que um modo massivo e dois modos sem massa emergem, correspondendo às simetrias que não se quebraram. Dado que os pontos críticos existirão somente para  $\log \left[ -\frac{M^2 M_p^2}{2\beta\rho} \right] > 0$ , o modo massivo nunca será taquiônico.

Assim, o potencial efetivo tem um comportamento de quebra de simetria quando se desloca de uma região de densidades elevadas para uma de baixas densidades. Em densidades muito altas ( $|2\beta\rho| \gg |M^2 M_p^2|$ ), o potencial efetivo tem apenas um ponto crítico localizado na origem de maneira que o campo vetorial tem um VEV nulo e uma massa positiva  $m_0^2 \simeq \frac{2|\beta|\rho}{M^2 M_p^2}$ . Quando a densidade é suficientemente baixa, entretanto ( $|2\beta\rho| \ll |M^2 M_p^2|$ ), o ponto crítico na origem se torna taquiônico e o campo se desloca dele. O acoplamento conforme estabiliza a evolução taquiônica e um novo conjunto de pontos críticos surge, de maneira que no novo vácuo, correspondendo ao potencial efetivo após a quebra de simetria, há dois modos sem massa e um com massa  $m_3^2$  dada em (5.14).

A diferença do modelo apresentado para o symmetron é que, no symmetron, a estabilização do modo taquiônico é realizada pelo termo  $\phi^4$  do potencial, enquanto aqui é dada pela exponencial no acoplamento conforme.

Os pontos críticos do potencial efetivo são a chave para o mecanismo: dado que  $-M^2 M_p^2 \ll 2\beta\rho$  para a densidade local no sistema solar ou na galáxia, o VEV do campo vetorial será zero. Em primeira ordem, a interação do campo vetorial com os campos materiais será  $\beta A_{VEV}^\mu \delta A_\mu T / M_p^2$  de maneira que ele se desacopla da matéria em ambientes de elevada densidade. Quando o campo vetorial adquire um VEV diferente de zero, a força da interação será dada por  $\beta A_{VEV}^\mu / M_p^2$ , e para que a interação seja da mesma ordem da gravidade será necessário, pelo menos, que  $\beta A_{VEV}^\mu \sim M_p$ . Esta condição é obtida quando

a simetria é quebrada, dado que a condição para esta quebra é precisamente  $-\frac{M^2 M_p^2}{2\beta\rho} \gtrsim 1$ .

Outro ponto interessante do mecanismo é que, depois da quebra de simetria, o VEV diferente de zero para o campo vetorial, e há também uma quebra espontânea da simetria de Lorentz quando há uma transição de regiões de elevada densidade para regiões de baixa densidade. Isso representa uma característica única com relação a outros mecanismos de *screening* para campos escalares. O mecanismo pode ser utilizado não somente para ocultar uma possível quinta força, mas também para ocultar violações na simetria de Lorentz, ou em outras palavras, para restaurar dinamicamente a simetria de Lorentz em regiões de elevada densidade.

As restrições locais para a teoria podem ser obtidas conhecendo-se o campo nas proximidades de um objeto estático e esfericamente simétrico. As equações de campo serão:

$$\begin{aligned} A_0'' + \frac{2}{r}A_0' &= - \left[ M^2 + 2\frac{\rho\beta}{M_p^2}e^{-\beta A_z^2/M_p^2} \right] A_0 \\ A_z'' + \frac{2}{r}A_z' &= - \left[ M^2 + 2\frac{\rho\beta}{M_p^2}e^{-\beta A_z^2/M_p^2} \right] A_z. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Como a equação para a componente  $A_0$  é igual à para a componente  $A_z$  (ou seja, a massa efetiva é a mesma em ambas as equações) e seu valor cosmológico assintótico será menor devido às condições iniciais e à evolução cosmológica, ele se manterá menor para qualquer  $r$ . Essas equações são muito similares às obtidas para o symmetron, as soluções correspondendo a um objeto de densidade  $\rho_R$  e tamanho  $R$  e com condições de contorno  $A_z'(0) = 0$  e  $A(r \rightarrow \infty) \rightarrow \tilde{A}$ , sendo  $\tilde{A}$  o valor cosmológico:

$$A_z^{\text{in}} = B\frac{R}{r} \sinh \left[ \frac{r}{R} \sqrt{\alpha^2 - \mu^2} \right], \quad A_z^{\text{out}} = C\frac{R}{r} e^{-m_3 r} + \tilde{A}$$

onde  $\alpha^2 \equiv -2\beta\rho_R R^2/M_p^2$  e  $\mu^2 \equiv M^2 R^2$  são parâmetros adimensionais. A massa  $m_3$  é dada em (5.14). É importante perceber que na expressão para  $m_3$  utiliza-se o a densidade cosmológica e não  $\rho_R$ , e as constantes  $B$  e  $C$  são obtidas de maneira que ambas as soluções e suas primeiras derivadas são iguais em  $r = R$ . A figura 5.1 consiste na solução em questão, onde verifica-se um análogo para o efeito *thin-shell*, com o campo indo rapidamente para zero dentro do objeto.

A força agindo em uma partícula teste devido ao campo vetorial é dada pelo gradiente do fator conforme  $|\vec{F}| = d \ln B / dr$ , como obtido através das equações geodésicas. Uti-

lizando o limite de campos fracos, com  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$  onde  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ , então temos a expressão para a quinta força

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= \frac{\beta}{M_p^2} \left[ 2(\eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}) A_\mu \frac{dA_\nu}{dr} - \frac{dh^{\mu\nu}}{dr} A_\mu A_\nu \right] \\ &\simeq \frac{2\beta}{M_p^2} \left[ A_0 \frac{dA_0}{dr} - \vec{A} \cdot \frac{d\vec{A}}{dr} - \frac{1}{2} \frac{dh^{\mu\nu}}{dr} A_\mu A_\nu \right]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

O último termo entre colchetes é proporcional à força gravitacional usual, o gradiente do potencial gravitacional. O modelo portanto pode ser visto como uma modificação da constante de Newton. O primeiro termo é proporcional ao campo e ao seu gradiente resultando em uma quinta força, ou a uma modificação na constante de Newton efetiva. Esta força é proporcional ao valor do campo e de seu gradiente, de maneira que se torna desprezível no interior da galáxia, dado que seu valor cai dramaticamente, e temos o efeito *thin-shell* (vide Fig. 5.1).

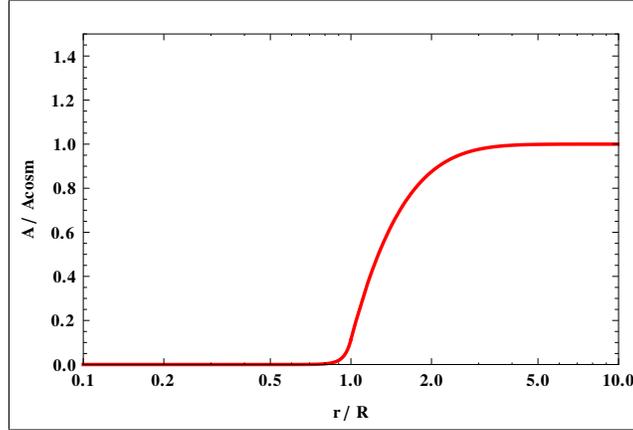


Figura 5.1: O campo dentro e fora da galáxia: o campo vai para zero no interior da galáxia mas tende a um valor constante no exterior. No interior da galáxia, portanto, a quinta força é escondida e a simetria de Lorentz restabelecida.

O mecanismo leva a quinta força gerada pelo campo vetorial para valores extremamente pequenos, longe do limiar de detectabilidade de experimentos presentes e projetados para futuro próximo. Para isso basta impor valores da ordem de  $|\beta| > 10^5$ . A figura 5.1 foi gerada com os valores  $|\beta| > 10^6$  e  $M \gtrsim H_0 \sim 10^{-42}$  TeV. Fica claro pela figura que experimentos para medição de violações do princípio da equivalência fraco e do tipo

Eöt-Wash são facilmente satisfeitos para uma grande região do espaço de parâmetros. Qualquer valor mais alto para  $|\beta|$  apenas tornará o mecanismo mais eficiente.

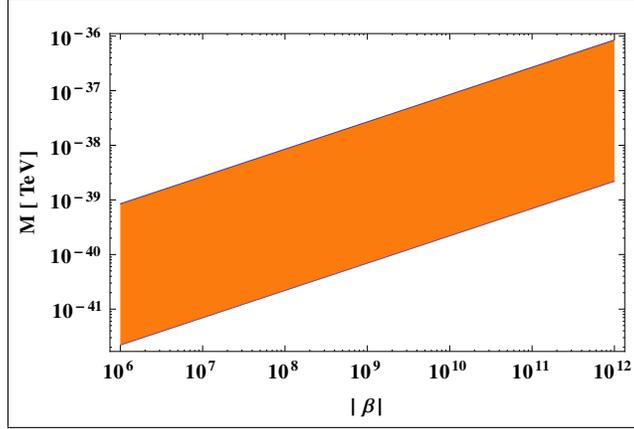


Figura 5.2: Espaço de parâmetros para  $|\beta| > 10^6$  onde a simetria é quebrada fora da galáxia e restaurada no interior, para que uma eventual quinta força ou violação de Lorentz sejam ocultadas.

Apesar de mediada por um campo vetorial, uma partícula teste perceberia a força dependendo somente da magnitude do campo, mas não de sua direção. Isso ocorre pois o acoplamento com a matéria dá-se através de  $A^2$ , do traço do tensor energia-momento. Entretanto, a natureza vetorial da nova interação aparecerá nas escalas cosmológicas por meio de efeitos gravitacionais em nível de perturbações.

### 5.3 Cosmologia

O mecanismo em questão esconde o campo vetorial em escalas galácticas. Entretanto, em escalas cosmológicas as densidades diminuem progressivamente com a expansão do Universo, em dado momento permitindo a quebra de simetria e liberando o campo para atingir seu novo mínimo e afetar a dinâmica do Universo. Dentro da região laranja da figura 5.2, haverá maior interesse em uma quebra de simetria no passado recente. Em períodos anteriores, o campo vetorial deverá oscilar em torno de zero, não afetando a formação de estrutura ou a cosmologia de background. Por simplicidade o campo vetorial

será considerado com uma polarização linear na direção z, sem perda de generalidade. Na métrica Robertson Walker:

$$\begin{aligned}\ddot{A}_0 + 3H\dot{A}_0 &= \left[ -3\dot{H} + M^2 + 2\frac{\tilde{T}\beta}{M_{pl}^2} e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} \right] A_0 \\ \ddot{\mathcal{A}}_z + 3H\dot{\mathcal{A}}_z &= \left[ M^2 - \dot{H} - 2H^2 + 2\frac{\tilde{T}\beta}{M_p^2} e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} \right] \mathcal{A}_z.\end{aligned}\quad (5.17)$$

As equações gravitacionais são bastante modificadas, e são mostradas a seguir (as derivadas segundas foram eliminadas através da substituição das equações do campo acima). Para a componente 00:

$$\begin{aligned}-\frac{1}{2}\dot{A}_0^2 - 3H\dot{A}_0A_0 - \frac{9}{2}H^2A_0^2 + \frac{1}{2}M^2A_0^2 + \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}_z^2 + H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z - \frac{1}{2}M^2\mathcal{A}_z^2 + \frac{1}{2}H^2\mathcal{A}_z^2 + \\ + 2\frac{\tilde{T}\beta}{M_p^2} e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} A_0^2 + \tilde{\rho} e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = 3M_p^2 H^2.\end{aligned}\quad (5.18)$$

Para as componentes xx e yy:

$$\begin{aligned}+\frac{1}{2}\dot{A}_0^2 + 3H\dot{A}_0A_0 + \frac{9}{2}H^2A_0^2 + \frac{1}{2}M^2A_0^2 + \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}_z^2 + H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z + \frac{1}{2}M^2\mathcal{A}_z^2 + \frac{1}{2}H^2\mathcal{A}_z^2 + \\ + 2\frac{\tilde{T}\beta}{M_p^2} e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} A_0^2 + \tilde{p} e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = -3M_p^2 H^2 - 2M_p^2 \dot{H}.\end{aligned}\quad (5.19)$$

Para a componente zz:

$$\begin{aligned}+\frac{1}{2}\dot{A}_0^2 + 3H\dot{A}_0A_0 + \frac{9}{2}H^2A_0^2 + \frac{1}{2}M^2A_0^2 - \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}_z^2 - H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z - \frac{1}{2}M^2\mathcal{A}_z^2 - \frac{1}{2}H^2\mathcal{A}_z^2 + \\ + 2\frac{\tilde{T}\beta}{M_p^2} e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} A_0^2 + \tilde{p} e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = -3M_p^2 H^2 - 2M_p^2 \dot{H}.\end{aligned}\quad (5.20)$$

As outras componentes das equações gravitacionais são nulas.

Resolvendo numericamente as equações do campo vetorial conjuntamente com a componente xx da equação do movimento, supondo condições iniciais onde  $\mathcal{A}_i \equiv A_i/a \gg A_0$ , obtém-se o comportamento mostrado na figura 5.3.

A integração das equações do movimento para diversos valores do espaço de parâmetros mostra que quando a componente temporal inicia menor do que a componente espacial,

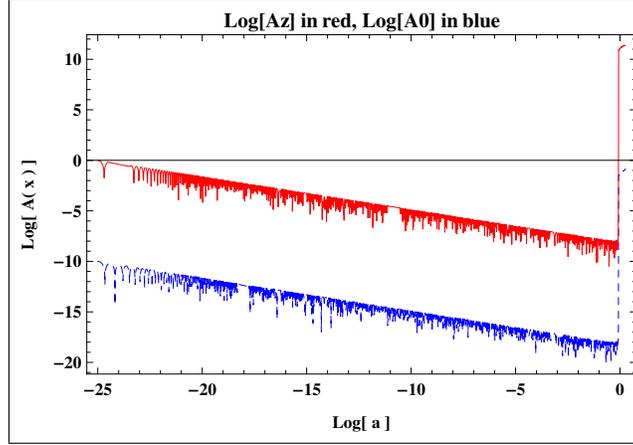


Figura 5.3: A evolução cosmológica da componente temporal (azul tracejado) e da componente espacial (vermelho) do campo vetorial. A componente temporal segue o comportamento da componente espacial, e, caso inicie inferior à componente espacial, será sempre inferior. O campo oscila em torno de zero e perde energia por toda a evolução do Universo, mas após a quebra de simetria o campo atinge o novo mínimo.

a situação se mantém e a componente temporal segue o comportamento da espacial, mantendo-se menor por toda a evolução. O campo vetorial tem a chance de dominar a evolução do Universo após a quebra de simetria.

Por meio de aproximações, torna-se possível estudar analiticamente as diversas fases da evolução cosmológica do campo vetorial. De início será desprezada a componente temporal do campo na exponencial. Isto é justificável considerando que as componentes se encontram elevadas ao quadrado na expressão, e já foram demonstradas as razões pelas quais a componente temporal será inferior à componente espacial. Assim

$$\begin{aligned}
 \ddot{A}_0 + 3H\dot{A}_0 &= \left[ -3\dot{H} + M^2 + 2\frac{T\beta}{M_{pl}^2} e^{-\beta\mathcal{A}_z^2/M_p^2} \right] A_0 \\
 \ddot{\mathcal{A}}_z + 3H\dot{\mathcal{A}}_z &= \left[ M^2 - \dot{H} - 2H^2 + 2\frac{T\beta}{M_p^2} e^{-\beta\mathcal{A}_z^2/M_p^2} \right] \mathcal{A}_z.
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Como o acoplamento à densidade de fundo se dá por meio do traço do tensor energia momento, apenas a matéria não relativística é relevante na análise cosmológica dos efeitos do campo vetorial. Utilizaremos portanto  $\tilde{T} = \rho_m$ , mesmo durante a época de dominação

da radiação. Assume-se também  $\beta \mathcal{A}_z^2 \ll M_p^2$  de maneira que a exponencial possa ser aproximada para 1. Bem dentro da época de dominação da radiação:

$$\ddot{A}_0 + 3H\dot{A}_0 = -3\dot{H}A_0, \quad \ddot{\mathcal{A}}_z + 3H\dot{\mathcal{A}}_z = 0$$

onde foi utilizado  $T \simeq 0$  e  $H^2 \gg M^2$ . O modo crescente da componente temporal é dado por  $A_0 \propto t$ , enquanto  $\mathcal{A}_z$  mantém-se constante. A situação mudará entretanto quando a densidade de energia da matéria se tornar relevante nas equações do movimento. Inspeccionando as equações do movimento, a densidade de matéria se tornará relevante quando  $2\beta\rho_m/M_p^2 \simeq H^2 \simeq \rho_r/M_p^2$ , ou seja, quando  $\rho_r \simeq 2\beta\rho_m$ . Este fato é extremamente importante, pois imporá em quantas ordens de magnitude as condições iniciais para as componentes espacial e temporal devem diferir. Para um módulo de  $\beta$  suficientemente grande, é possível iniciar a integração com uma componente temporal apenas uma ordem de grandeza inferior do que a componente espacial. O *redshift* exato será  $(1 + z_T) = 2\beta\Omega_m/\Omega_r = 2\beta(1 + z_{\text{eq}})$  com  $z_{\text{eq}}$  o *redshift* de igualdade das densidades de matéria e radiação. Contudo que  $\beta > 1$ , a densidade de matéria se torna relevante ainda no período de dominação da radiação. Depois, as equações do campo vetorial são:

$$\ddot{A}_0 + 3H\dot{A}_0 = \frac{2\beta\rho_m}{M_{pl}^2}A_0, \quad \ddot{\mathcal{A}}_z + 3H\dot{\mathcal{A}}_z = \frac{(2\beta + \frac{1}{3})\rho_m}{M_{pl}^2}\mathcal{A}_z.$$

Para  $\beta$  negativo, as soluções são oscilações amortecidas para ambas as componentes. No período de radiação, o fator de amortecimento é  $t^{-1/4}$ , enquanto na época de dominação da matéria será  $t^{-1/2}$ . O campo se comportará de tal maneira até que  $M^2 \sim \beta H^2$ , onde a massa efetiva se tornará negativa e o campo crescerá exponencialmente até que  $\mathcal{A}^2 \sim |M_p^2/\beta|$ , quando os termos de ordem superior se tornam relevantes. Isto ocorre pois a densidade crítica onde ocorre a quebra de simetria é atingida e o campo evolui para seu novo mínimo, e o campo passa a oscilar em torno dele. O valor do mínimo depende do tempo, entretanto, devido à contínua diminuição da densidade cosmológica devido à expansão do Universo. A escala de tempo onde as mudanças podem ocorrer será da ordem de  $\beta\rho/M_p^2$ , e portanto o centro de oscilações se move. A escala de tempo das oscilações

será

$$\tau^{-2} \sim m_{\text{eff}}^2 \sim M^2 \log \frac{-M^2 M_p^2}{2\beta\rho} \sim M^2 \log \frac{-M^2}{2\beta H}$$

e a escala de tempo associada à evolução do mínimo é  $H^{-1}$ , e portanto  $\frac{m_{\text{eff}}^2}{H^2} \sim \frac{M^2}{H^2} \log \frac{-M^2}{2\beta H^2}$ , que é maior depois da quebra de simetria.

É possível encontrar a pressão e a densidade de energia do campo vetorial, associadas às equações gravitacionais. Para a densidade de energia:

$$\begin{aligned} \rho_{\mathcal{A}_z} &= \frac{1}{2}(\dot{\mathcal{A}}_z)^2 + H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z + \frac{1}{2}(H^2 - M^2)\mathcal{A}_z^2 \\ \rho_{A_0} &= -\frac{1}{2}(\dot{A}_0)^2 - 3H\dot{A}_0A_0 + \frac{1}{2}(-9H^2 + M^2)A_0^2. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Como a matéria do Universo está acoplada à métrica modificada, sua densidade de energia dependerá diretamente do campo vetorial, de maneira que haverá uma densidade de interação

$$\rho_I = \left( \rho e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} + \frac{2\beta A_0^2}{M_p^2} (\rho - 3p) e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} \right). \quad (5.23)$$

Verifica-se que para valores pequenos do campo vetorial, restará somente a contribuição das componentes materiais originais do Universo, e a dinâmica não é alterada. Verifica-se também que alguns termos são negativos. Utilizando as soluções numéricas das equações do movimento completas, verifica-se que os termos negativos mantêm-se sob controle durante toda a evolução do Universo. Em algum ponto do futuro, entretanto, o termo  $-M^2\mathcal{A}_z^2$  pode dominar, pois  $M^2$  se mantém constante,  $\mathcal{A}_z^2$  cresce lentamente, enquanto  $H^2$  diminui progressivamente. Tal fato leva singularidade futura. O comportamento descrito é mostrado na figura 5.4 a seguir.

O comportamento das componentes do tensor energia-momento referente às pressões é também importante, e aqui é obtida uma assinatura única do modelo após a quebra de simetria. Abaixo, é estudada a contribuição nas direções x e y, perpendiculares ao campo:

$$\begin{aligned} \perp p_{\mathcal{A}_z} &= \frac{1}{2}(\dot{\mathcal{A}}_z)^2 + H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z + \frac{1}{2}(H^2 + M^2)\mathcal{A}_z^2 \\ \perp p_{A_0} &= \frac{1}{2}(\dot{A}_0)^2 + 3H\dot{A}_0A_0 + \frac{1}{2}(9H^2 + M^2)A_0^2. \end{aligned} \quad (5.24)$$

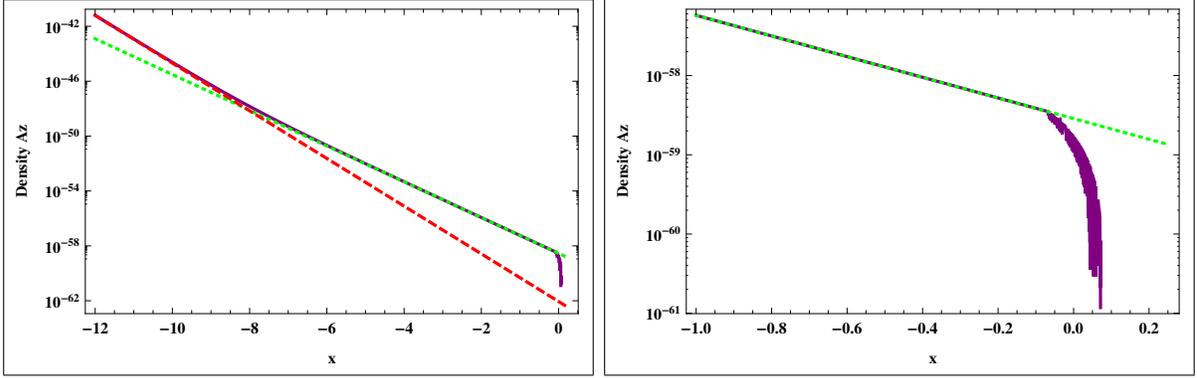


Figura 5.4: Esquerda: O campo vetorial interage com as componentes energéticas do Universo, de maneira que não conseguimos separar absolutamente a contribuição do campo vetorial da densidade de matéria e radiação. A densidade total é representada no gráfico em roxo, enquanto as densidades puras de matéria e radiação encontram-se em verde e vermelho, respectivamente, para comparação. Até a quebra de simetria o campo vetorial é subdominante e sua densidade é desprezível. Após a quebra de simetria, grandes modificações são visíveis. Direita: Foco no momento onde os desvios iniciam.

Somem-se os termos de interação, que corrigirão a pressão de radiação conforme

$$\perp p_I = p e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} + \frac{2\beta A_0^2}{M_p^2} (\rho - 3p) e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} \quad (5.25)$$

Todos os termos são positivos. Entretanto, vemos que um dos termos de interação mistura as componentes de pressão com a densidade de energia, causando um aumento abrupto na pressão do Universo.

Para a componente z, paralela à direção do campo vetorial, as equações serão:

$$\begin{aligned} \parallel p_{\mathcal{A}_z} &= -\frac{1}{2}(\dot{\mathcal{A}}_z)^2 - H\dot{\mathcal{A}}_z\mathcal{A}_z - \frac{1}{2}(H^2 + M^2)\mathcal{A}_z^2 \\ \parallel p_{A_0} &= \frac{1}{2}(\dot{A}_0)^2 + 3H\dot{A}_0A_0 + \frac{1}{2}(9H^2 + M^2)A_0^2. \end{aligned} \quad (5.26)$$

e o termo de interação será

$$\parallel p_I = p e^{2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} + \frac{2\beta}{M_p^2} (\rho - 3p) e^{4\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} (A_0^2 - \mathcal{A}_z^2) \quad (5.27)$$

A componente espacial do vetor fornece uma pressão completamente negativa, enquanto a componente temporal fornecerá uma pressão positiva. Os comportamentos são mostrados a seguir na figura 5.5 .

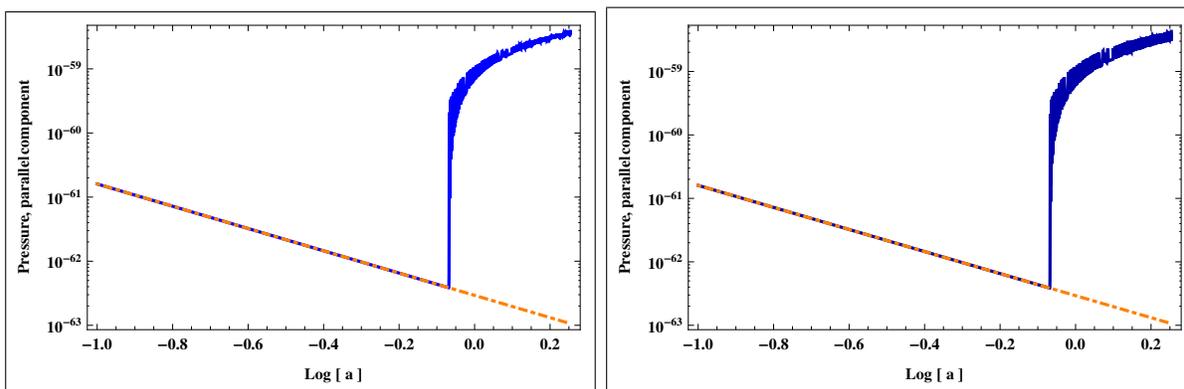


Figura 5.5: Esquerda: componente perpendicular da pressão. Direita: Componente paralela da pressão. Haverá um grande aumento na pressão, pois o termo envolvendo apenas densidade de energia se tornará relevante no termo de interação. A pressão de radiação usual é mostrada em laranja no gráfico, para comparação.

Unindo todas as componentes em um único gráfico (figura 5.6):

O fator conforme desvia pouco de 1 após a quebra de simetria, como pode ser observado na figura 5.7. Como o acoplamento conforme é responsável pela estabilização do campo taquiônico no modelo, os termos de energia negativa tem a chance de dominar, causando uma singularidade.

Para a componente paralela do campo vetorial, obtém-se uma pressão completamente negativa (figura 5.8).

Dada esta pressão negativa, seria possível um cenário onde ela possui o valor correto para trabalhar como energia escura e causar a expansão acelerada de escalas nos dias de hoje. Para isso, seguindo [73] no modelo de inflação vetorial, seria necessário utilizar uma tríade de vetores, apontando em direções diferentes, pois um único vetor nos fornece uma pressão completamente anisotrópica. Embora não seja a maneira mais econômica, considerando que passam a haver 3 campos vetoriais na composição do Universo, a pressão

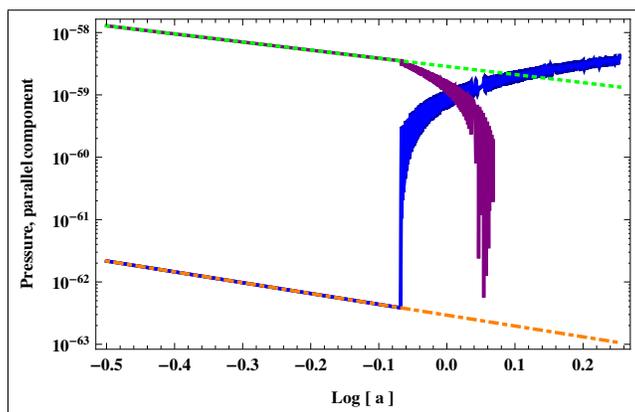


Figura 5.6: Densidade de energia (roxo), Pressões paralela e perpendicular em azul escuro e azul. Densidade de matéria e pressão de radiação em verde e laranja.

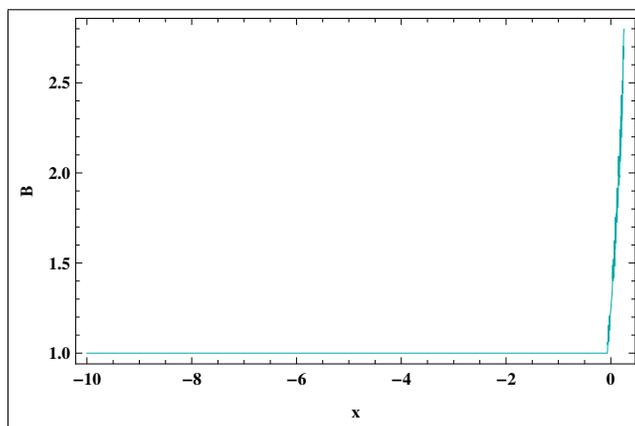


Figura 5.7: Fator conforme B.

negativa ocorreria em todas as componentes espaciais do tensor. Entretanto, o que foi realizado de maneira tão simples no caso da inflação vetorial [73], no atual mecanismo seria extremamente complicado, pois, afinal, qual seria o novo fator conforme? Uma primeira tentativa seria

$$B(A^2) = e^{\frac{\beta}{M_{pl}^2} \sum_j A_{(j)}^2}, \quad (5.28)$$

entretanto as equações dos três campos vetoriais estariam acopladas, pois o fator B envolve todos os campos vetoriais e aparecerá em todas as equações. Um estudo mais detalhado

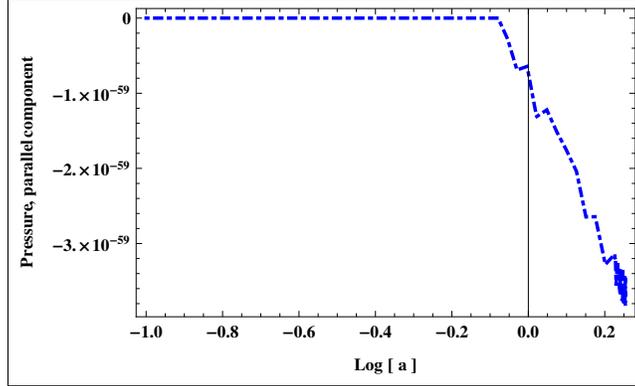


Figura 5.8: A pressão causada pela componente espacial do campo vetorial, na direção paralela, é negativa.

se fará necessário para fechar o modelo citado como um candidato viável. Mesmo que a Lagrangiana em questão falhe em manifestar-se como energia escura, certamente ainda há um amplo espaço de parâmetros na Lagrangiana mais geral para ser testado.

O modelo em questão, portanto, deixa marcas únicas na cosmologia, que não estão presentes em outros mecanismos de *screening* envolvendo campos escalares. A maior parte das assinaturas do modelo surgem do termo extra no tensor energia-momento, proporcional a  $A_\mu A_\nu$ , capaz até de produzir anisotropias de larga escala, detectáveis, uma vez que contribuiriam com o efeito ISW. Tal anisotropia, entretanto, mantém-se sob controle no cenário apresentado.

## 5.4 Perturbações na Matéria

Agora que a cosmologia de fundo foi estudada em detalhes, partimos para a compreensão de como as perturbações no fluido homogêneo e isotrópico seriam afetadas pelo modelo, e como se daria a formação de estrutura no Universo. Considerando um valor de fundo para o campo vetorial  $A_z$ , sabendo entretanto que ele oscilará em torno do mínimo que, antes da quebra de simetria, estará em zero. Considerar as perturbações em cada componente do campo vetorial também foi realizado, mas complica significativamente a análise e as equações. No *gauge* de Newton:

$$ds^2 = a^2(\tau)(1 + 2\phi(\tau)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}})d\tau^2 - a^2(\tau)(1 - 2\psi(\tau)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}})d\mathbf{x}^2 \quad (5.29)$$

e o tensor energia-momento perturbado para poeira pode ser estudado.

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}[\rho(\tau)(1 + \delta m(\tau)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}})U_\mu U_\nu, 0, 0, 0] \quad (5.30)$$

onde

$$U^\nu = [(1 - \phi(\tau)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}})/a(\tau), \nabla(\delta v(\tau)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}})]. \quad (5.31)$$

O campo vetorial tem a forma:

$$A^\mu = [0, 0, 0, A_z(\tau)]. \quad (5.32)$$

As componentes espaciais cruzadas do tensor energia-momento resultam em:

$$(\phi - \psi) = 0 \quad (5.33)$$

Restrição que pode ser utilizada para simplificar as expressões para as outras componentes:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + 2(2\dot{H} + H^2)\phi = 0 \quad (5.34)$$

$$6M_{pl}^2 H\dot{\phi} + 2M_{pl}^2 k^2 \phi + \rho a^2 (\delta m + 2\phi) = 0 \quad (5.35)$$

$$2M_{pl}^2 \dot{\phi} + 2M_{pl}^2 H\phi + \rho a^3 \delta v = 0 \quad (5.36)$$

expressões que descreverão a formação de estruturas desde que as seguintes quantidades mantenham-se pequenas em comparação com  $H^2$ :  $M^2$ ,  $(\dot{A}_z/M_p)^2$  e  $\beta(A_z/M_p)^2$ . Se tais quantidades forem grandes em comparação com  $H^2$ , não somente a formação de estrutura será afetada, mas também haverá uma anisotropia.

## 5.5 Isotropização e Análise em Bianchi I

A evolução das densidades de energia e das pressões mostrada nas seções anteriores foi isotrópica. Entretanto, o que ocorrerá caso a anisotropia seja permitida pela métrica escolhida, como no caso Bianchi I? Seria o comportamento obtido estável perante pequenas flutuações ou perturbações nas condições iniciais isotrópicas fornecidas?

Para responder a tais questões, cabe analisar o modelo na métrica Bianchi I:

$$ds^2 = dt^2 - a_{\perp}^2 dx^2 - a_{\perp}^2 dy^2 - a_{\parallel}^2 dz^2. \quad (5.37)$$

As equações do movimento para o campo vetorial serão:

$$\ddot{A}_0 + (H_{\parallel} + 2H_{\perp})\dot{A}_0 + \left( \dot{H}_{\parallel} + 2\dot{H}_{\perp} - M^2 - \frac{2\beta}{M_{pl}^2} \rho_m e^{\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_{pl}^2} \right) A_0 = 0. \quad (5.38)$$

$$\ddot{\mathcal{A}}_z + (H_{\parallel} + 2H_{\perp})\dot{\mathcal{A}}_z + \left( \dot{H}_{\parallel} + 2H_{\perp}H_{\parallel} - M^2 - \frac{2\beta}{M_{pl}^2} \rho_m e^{\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_{pl}^2} \right) \mathcal{A}_z = 0. \quad (5.39)$$

E as equações gravitacionais serão, substituindo-se as equações de campo para eliminar derivadas segundas:

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{1}{2}\dot{A}_0^2 - (2H_{\perp} + H_{\parallel})\dot{A}_0 A_0 + \left( -\frac{1}{2}H_{\parallel}^2 - 2H_{\perp}^2 - 2H_{\perp}H_{\parallel} + \frac{1}{2}M^2 \right) A_0^2 \right] + \\ & \quad + \left[ \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}_z^2 + H_{\parallel}\dot{\mathcal{A}}_z \mathcal{A}_z + \left( -\frac{1}{2}M^2 + \frac{1}{2}H_{\parallel}^2 \right) \mathcal{A}_z^2 \right] + \\ & \quad + \rho_m e^{-\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} + \rho_r e^{-2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = M_p^2 (H_{\perp}^2 + 2H_{\perp}H_{\parallel}) \end{aligned} \quad (5.40)$$

para a componente 00. As componentes xx e yy, por sua vez, terão:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2}\dot{A}_0^2 + (2H_{\perp} + H_{\parallel})\dot{A}_0 A_0 + \left( \frac{1}{2}H_{\parallel}^2 + 2H_{\perp}^2 + 2H_{\perp}H_{\parallel} + \frac{1}{2}M^2 \right) A_0^2 \right] + \\ & \quad + \left[ \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}_z^2 + H_{\parallel}\dot{\mathcal{A}}_z \mathcal{A}_z + \left( -\frac{1}{2}M^2 + \frac{1}{2}H_{\parallel}^2 \right) \mathcal{A}_z^2 \right] + \frac{2\beta}{M_{pl}^2} \rho_m e^{\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} A_0^2 + \\ & \quad + \frac{\rho_r}{3} e^{-2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = -M_p^2 (H_{\parallel}^2 + H_{\perp}^2 + H_{\parallel}H_{\perp} + \dot{H}_{\parallel} + \dot{H}_{\perp}), \end{aligned} \quad (5.41)$$

e a componente zz terá:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} \dot{A}_0^2 + (2H_\perp + H_\parallel) \dot{A}_0 A_0 + \left( \frac{1}{2} H_\parallel^2 + 2H_\perp^2 + 2H_\perp H_\parallel + \frac{1}{2} M^2 \right) A_0^2 \right] + \\ & \quad + \left[ -\frac{1}{2} \dot{\mathcal{A}}_z^2 - H_\parallel \dot{\mathcal{A}}_z \mathcal{A}_z - \left( -\frac{1}{2} M^2 + \frac{1}{2} H_\parallel^2 \right) \mathcal{A}_z^2 \right] + \\ & + \frac{2\beta}{M_{pl}^2} \rho_m e^{\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} (A_0^2 - \mathcal{A}_z^2) + \frac{\rho_r}{3} e^{-2\beta(A_0^2 - \mathcal{A}_z^2)/M_p^2} = -M_p^2 (3H_\perp^2 + 2\dot{H}_\parallel) \end{aligned} \quad (5.42)$$

Todas as outras equações são identicamente nulas. O sistema completo de equações mostrado acima foi resolvido numericamente em termos de  $x = \ln a_\parallel$ , sem aproximações, para ambas as componentes ao mesmo tempo. Foram incluídas na análise as equações para as componentes xx e zz, ambas dinâmicas para  $H_\perp$  e  $H_\parallel$ . Para condições iniciais isotrópicas ( $H_\perp(x_{ini}) = H_\parallel(x_{ini})$ ) obtém-se:

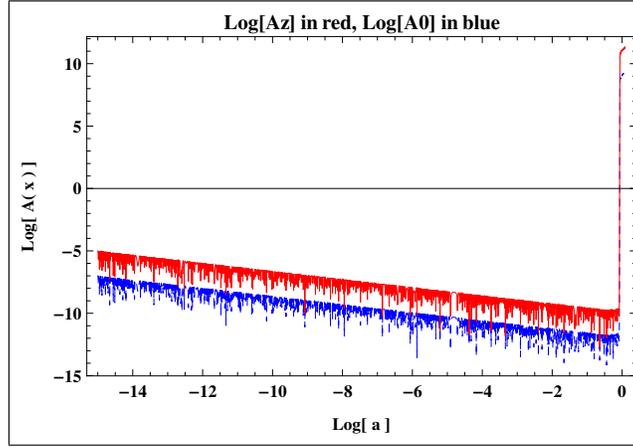


Figura 5.9: A evolução cosmológica da componente temporal (azul tracejado) e da componente espacial (vermelho) do campo vetorial em Bianchi I. A componente temporal segue o comportamento da componente espacial, e se mantém inferior por toda a evolução cosmológica. Salto para o novo mínimo após quebra de simetria.

A densidade de energia e a pressão obtidas são mostradas nas figuras 5.10 e 5.11. A dinâmica cosmológica obtida anteriormente foi mantida, conforme gráfico completo na figura 5.12.

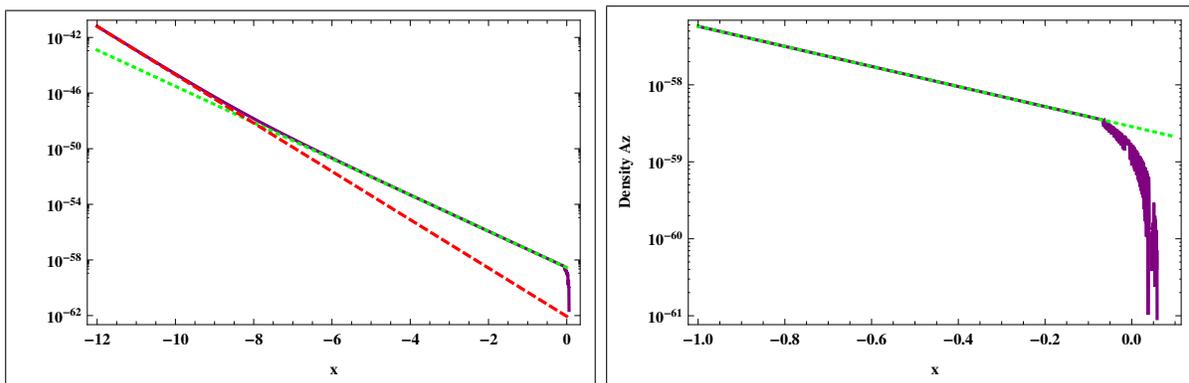


Figura 5.10: Desidade total em roxo, enquanto as densidades puras de matéria e radiação encontram-se em verde e vermelho, respectivamente, para comparação. Campo vetorial subdominante e singularidade futura após quebra de simetria são mantidas. Direita: Foco no momento onde os desvios iniciam.

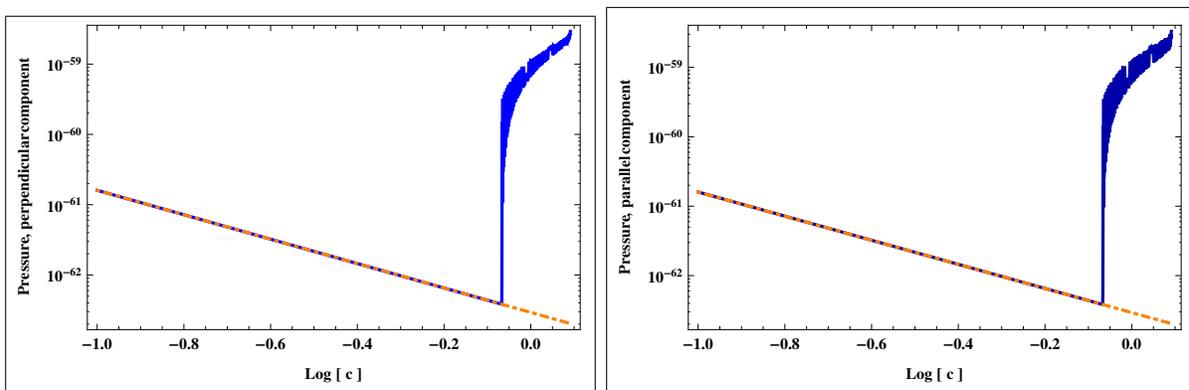


Figura 5.11: Esquerda: componente perpendicular da pressão. Direita: Componente paralela da pressão.

Todas as características da evolução cosmológica mantiveram-se, inclusive a singularidade futura. Para pequenos desvios da isotropia, houve isotropização das componentes  $H_z$  e  $H$ , como mostra o gráfico 5.13.

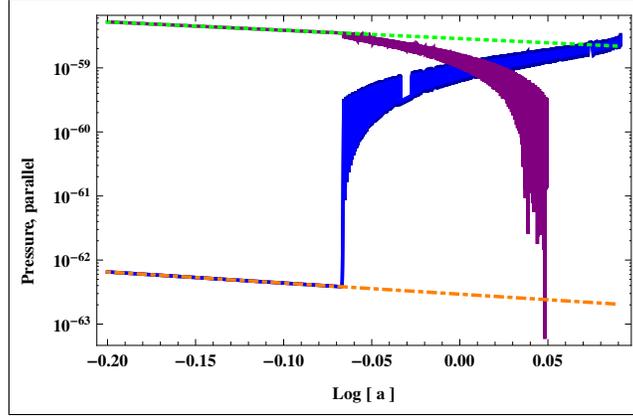


Figura 5.12: Densidade de energia (roxo), Pressões paralela e perpendicular em azul escuro e azul, seguindo o comportamento da fonte isotrópica (pressão de radiação). Densidade pura de matéria e de pressão, para comparação, de radiação em verde e laranja respectivamente.

## 5.6 Testes Astrofísicos

A inserção de novas partículas na composição do Universo certamente se faria sentir em termos de novas forças ou efeitos observáveis. Como atualmente temos acesso a dados experimentais da melhor qualidade e em grande quantidade, os modelos cosmológicos podem ser testados. As restrições mais severas estão nos testes gravitacionais no sistema solar, onde os movimentos planetários são bem conhecidos e os efeitos locais foram exaustivamente testados.

A quinta força gerada pelo bóson vetorial é  $F = d \ln B / dr$ . A expressão exata pode ser obtida considerando uma métrica perturbada em torno de um espaço-tempo com potencial gravitacional

$$\begin{aligned}
 F = 2 \frac{\beta}{M_{pl}^2} \left( A_0 \frac{dA^0}{dr} - A_i \frac{dA^i}{dr} \right) + 2\phi \frac{\beta}{M_{pl}^2} \left( A_0 \frac{dA^0}{dr} + A_i \frac{dA^i}{dr} \right) + \\
 + 2 \frac{d\phi}{dr} \frac{\beta}{M_{pl}^2} \left( (A^0)^2 + (A^i)^2 \right)
 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Três termos surgem no caso, dos quais apenas o primeiro é linear com relação às

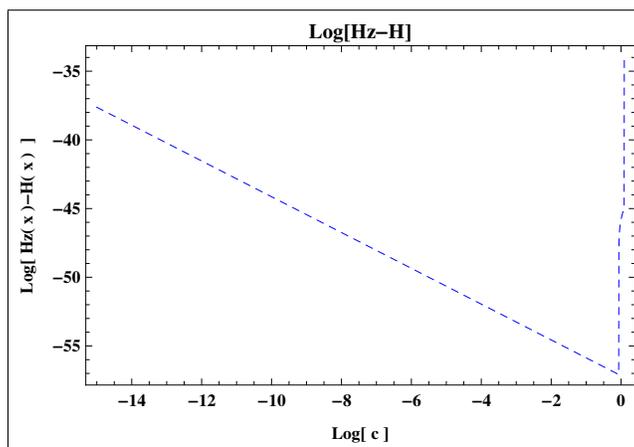


Figura 5.13: Comportamento de um desvio da isotropia nas condições iniciais, da ordem de  $10^{-4}$ : isotropização ao longo da evolução cosmológica, com mudança de comportamento no momento da quebra de simetria.

perturbações. Portanto, a expressão para a quinta força será:

$$F = 2 \frac{\beta}{M_{pl}^2} \left( A_0 \frac{dA^0}{dr} - A_i \frac{dA^i}{dr} \right). \quad (5.44)$$

É importante frisar que no período da nucleossíntese o campo está oscilando em torno do zero e não causará modificações. Portanto, os efeitos na nucleossíntese na formação do Universo primordial são desprezíveis.

## 5.7 Quantização

O campo vetorial em questão pode ser considerado como um modelo efetivo, eminentemente clássico. Entretanto, é possível quantizá-lo, especialmente para ganhar intuição sobre sua estabilidade. Para tal, basta utilizar as diversas técnicas para a quantização do campo eletromagnético, e mais especificamente de campos do tipo Proca, ou seja, campos vetoriais dotados de massa. A quantização canônica de tais campos pode ser obtida sem grandes dificuldades, quando os modos físicos do campo eletromagnético, ou seja, as duas componentes transversas são quantizadas diretamente. Tal tratamento entretanto não é covariante. Uma quantização canônica covariante pode ser obtida através da técnica

desenvolvida por Gupta e Bleuer [105], que no entanto apresenta dificuldades de interpretação física, como veremos a seguir. Veremos também que o modelo estudado pode ser relacionado com a ação de Stueckelberg para um campo vetorial massivo.

No comentário a seguir será estudado o campo em um espaço-tempo plano, com o campo vetorial muito menor do que a massa de Planck. Em tal limite é possível aproximar o fator conforme B de acordo com

$$\tilde{g}_{\mu\nu} \simeq \left(1 + \frac{2\beta A^2}{M_p^2}\right) \eta_{\mu\nu}. \quad (5.45)$$

Escrevendo portanto a ação aproximada do campo vetorial

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4}F^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 + \frac{1}{2}M_{\text{eff}}^2 A^2 \right]. \quad (5.46)$$

onde

$$M_{\text{eff}}^2 \equiv -\frac{M^2}{2} \left(1 + \frac{2\beta}{M_p^2} \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{T}_{\alpha\beta}\right). \quad (5.47)$$

trata-se da massa  $m_0^2$  obtida para o campo no caso da simetria quebrada. Lembramos que a ação para um campo vetorial massivo no formalismo de Stueckelberg [106] é

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \left[ -\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu + m^2 A^2 + \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2 \right] \quad (5.48)$$

e  $\varphi$  é o campo de Stueckelberg. Integrando por partes, abandonando os termos de superfície e reescrevendo, obtém-se

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4}F^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu + m\varphi)^2 + \frac{m^2}{2} \left( A_\mu + \frac{1}{m} \partial_\mu \varphi \right)^2 \right], \quad (5.49)$$

um formato que deixa evidente a simetria de *gauge*  $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Lambda$ ,  $\varphi \rightarrow \varphi + m\Lambda$ , com a função de *gauge* satisfazendo  $(\square + m^2)\Lambda = 0$ . Portanto a ação discutida se reduz à ação de Stueckelberg com  $\varphi = 0$ , que pode ser escolhida pois a restrição no parâmetro de *gauge* coincide com a equação  $\varphi$ . Outra possível interpretação é que  $\varphi$  pode ser desprezado. Para garantir a consistência da teoria em nível quântico, é necessário impor as seguintes condições auxiliares:

$$(\partial_\mu A^\mu + m\varphi)^{(-)} | \text{phys} \rangle = 0 \quad (5.50)$$

aqui,  $(-)$  significa frequência positiva do operador (operadores aniquilação envolvidos) e  $| \text{phys} \rangle$  é o espaço dos estados físicos. Trata-se do análogo à condição Gupta-Bleuler para

o caso massivo. Então, trabalhamos em um espaço de métrica indefinida, mas os estados físicos tem módulo positivos definidos e a Hamiltoniana também é positiva definida.

Ao invés de utilizar a ação do modelo sem o campo de Stueckelberg, seria também possível considerar uma ação completa incluindo  $\varphi$ . Em tal caso, para manter a invariância de *gauge*, a relação conforme também deveria incluir o campo de Stueckelberg

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = B^2(x)g_{\mu\nu}, \quad (5.51)$$

onde o argumento do fator conforme seria  $x \equiv (A_\mu + \frac{1}{m}\partial_\mu\varphi)^2$ .

Deve ficar claro que quando deixamos de trabalhar em um espaço-tempo plano para um espaço-tempo curvo [107, 108], não estamos livres da ambiguidade ao substituir as derivadas parciais pela derivada covariante. Generalizando as ações (5.48) or (5.49) poderíamos chegar em diferentes versões de Lagrangianas para uma mesma teoria no espaço-tempo de Minkowski. A diferença estará em termos de um acoplamento não-mínimo com a curvatura, no termo  $R_{\mu\nu}A^\mu A^\nu$ . Ambas as versões dariam origem a diferentes cenários cosmológicos, onde a curvatura seria relevante. Entretanto, isso não afetaria o modelo proposto, que funcionaria bem com ambas as versões.

# Capítulo 6

## Conclusões e Perspectivas

No presente trabalho, foi proposto o primeiro mecanismo de *screening* para campos vetoriais. Ele permite escondê-lo em pequenas escalas, evitando assim o surgimento de uma quinta força, para a qual os limites de gravitação local são estritos. O mesmo mecanismo ainda esconde o campo no Universo primordial, evitando conflitos com a evolução *Big Bang* usual, já tão bem estabelecida. Entretanto, ele permite que o campo vetorial torne-se relevante e até domine a dinâmica do Universo atual.

O comportamento é ditado pela densidade local. Tanto o sistema solar quanto o Universo primordial são bastante densos, e em tais escalas o potencial efetivo do campo tem seu mínimo em zero, em torno do qual ele oscila. Por outro lado, em ambientes de baixa densidade, o potencial tem uma transição e surgem novos mínimos globais, para onde o campo se move. O novo valor do módulo do campo vetorial é alto, e seus efeitos na dinâmica do Universo não podem ser desprezados.

O modelo foi exemplificado em um caso particular de escolha de parâmetros, onde todas as componentes do campo vetorial são levadas em conta, tanto a espacial quanto a temporal. A componente espacial foi escolhida para guiar a dinâmica cosmológica, estudada em detalhes, e o mecanismo foi implementado de maneira clara. Ele tem em seu favor a relativa simplicidade, que facilita inclusive sua interpretação quântica, devido à utilização de um termo de massa no potencial. Entretanto, potenciais quárticos ou de ordens superiores nas potências, exponenciais, Coleman-Weinberg, dentre outros, serão

estudados em trabalhos futuros.

Estão em vias de publicação mais dois trabalhos, uma análise dinâmica detalhada do campo vetorial em pequenas escalas, e também uma expansão dos resultados apresentados no artigo [104], contendo alguns dos elementos originais apresentados na tese ainda não publicados.

Como foi mostrado, é possível realizar pressão negativa com o campo vetorial. Uma busca no grande espaço de parâmetros disponível do modelo mais geral certamente revelará regiões compatíveis com a dinâmica do Universo. Além disso, o mecanismo pode ser utilizado na tentativa de viabilizar modelos existentes, eventualmente descartados por incompatibilidades com os testes gravitacionais locais. Ele não pode ser utilizado, entretanto, nos famosos modelos Einstein-Éter, uma vez que neles o campo vetorial tem seu módulo fixado por meio de multiplicadores de Lagrange. Ele pode também ser utilizado para reestabelecer a invariância de Lorentz nas escalas galácticas, permitindo sua quebra em escalas maiores.

A formação de estruturas no modelo citado será diferente tanto da Relatividade Geral quanto de outros modelos vetoriais ou modelos escalares com *screening*, devido ao bem distinto tensor energia-momento da teoria. Realizar simulações de  $N$ -corpos em particular seria bastante esclarecedor para compreender a formação de estruturas do modelo em pequenas escalas, que serão as mais afetadas pelo vetor após a quebra de simetria.

Em sua forma atual, o modelo pode gerar anisotropias residuais capazes de explicar as anomalias observadas pelo experimento WMAP e confirmadas pelo Planck, como o alinhamento dipolo-quadrupolo, a assimetria hemisférica, o *cold spot*, dentre outros. Também há necessidade de aprofundar os estudos nesse sentido.

Há muito a se fazer, uma vez que toda uma nova classe de modelos foi criada.

# Referências Bibliográficas

- [1] [http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/Planck](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Planck) .
- [2] <http://www.nasa.gov/> .
- [3] Página oficial do experimento COBE: <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/>
- [4] Smoot G. F. , “COBE Observations and Results”, AIP Conference Proceedings **476** 1 (1999).
- [5] Página oficial do experimento WMAP: <http://map.gsfc.nasa.gov/> .
- [6] Página oficial do experimento 2dFGRS: <http://www2.aao.gov.au/2dFGRS/> .
- [7] Página oficial do experimento SDSS: <http://www.sdss.org/> .
- [8] Perlmutter et al. , “Measurements of  $\Omega$  and  $\lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae”, *Astrophys. J.* **517** 565 (1999).
- [9] Riess et al. , “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”, *Astron. J.* **116** 1009 (1998).
- [10] Blandford, R. D. ; Narayan, R. , “Cosmological Applications of Gravitational Lensing”, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **30** 311 (1992).
- [11] Weinberg, D. H. et al. , “The Lyman  $\alpha$  Forest as a Cosmological Tool”, AIP Conf.Proc. **666** 157 (2003).
- [12] Página oficial do experimento Gravity Probe B: <http://einstein.stanford.edu/>

- 
- [13] Will, C. M. “Theory and experiment in gravitational physics” Cambridge University Press (1993).
- [14] Will, C. M. , “The Confrontation between General Relativity and Experiment” Living Rev. Relativity **9** (2006).
- [15] Yuksel, H. ; Beacom, J. F. , “Neutrino Spectrum from SN 1987A and from Cosmic Supernovae”, Phys. Rev. **D76** 083007 (2007).
- [16] Icecube collaboration , “Recent Highlights from IceCube”, arXiv:1311.6519 [astro-ph.HE].
- [17] Halzen, F. , “The highest energy neutrinos: first evidence for cosmic origin”, arXiv:1311.6350 [hep-ph].
- [18] Página oficial do experimento LIGO: <http://www.ligo.org/> .
- [19] Página oficial do experimento LISA: <http://lisa.jpl.nasa.gov/> .
- [20] Aguiar, O. D. et al. , “Status Report of the Schenberg Gravitational Wave Antenna” J. Phys. Conf. Ser. **363** 012003 (2012).
- [21] Abbasi, R. U. et al. , “First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression”, Phys. Rev. Lett. **100** 101101 (2008).
- [22] Mukhanov, V. , “Physical Foundations of Cosmology” , Cambridge University Press (2005).
- [23] Dodelson, S. , “Modern Cosmology” , Academic Press (2003).
- [24] Liddle, A. R. ; Lyth, D. H. , “Cosmological Inflation and Large Scale Structure”, Cambridge University Press (2000).
- [25] Rubin, V. , “Dark Matter in the Universe”, Scientific American, (1998).
- [26] Sumner, T. J. , “Experimental Searches for Dark Matter”, Living Rev. Relativity **5** (2002).

- 
- [27] J. Beringer et al. (Particle Data Group), Axions and other similar particles, *Phys. Rev.* **D86**, 010001 (2012).
- [28] Ahluwalia, D. V. , “On a local mass dimension one Fermi field of spin one-half and the theoretical crevice that allows it”, arXiv:1305.7509 [hep-th] (2013).
- [29] da Rocha, R. ; Bernardini, A. E. ; Hoff da Silva, J. M. , “Exotic Dark Spinor Fields” , *JHEP* 1104:110 (2011).
- [30] Página oficial do experimento LHC: <http://home.web.cern.ch/about/accelerators/large-hadron-collider> .
- [31] Milgrom, M. , “A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis”, *Astroph. J.* **270** 365 (1983).
- [32] Bekenstein, J. D. , “The modified Newtonian dynamics - MOND and its implications for new physics”, *Contemporary Physics* **47**, 387 (2006).
- [33] Bekenstein, J. D. , “Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm”, *Phys. Rev.* **D70** 083509 (2004).
- [34] Tegmark et al. , “Cosmological Parameters from SDSS and WMAP”, *Phys. Rev.* **D69** 103501 (2004).
- [35] Hinshaw et al. , “Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmology Results”, *ApJS.*, 208, 19H (2013).
- [36] Carroll, S. M. , “The Cosmological Constant”, *Living Rev. Relativity* **4**, (2001).
- [37] Peebles, P. J. E. ; Ratra, B. , “The Cosmological Constant and Dark Energy”, *Rev. Mod. Phys.* **75** 559 (2003).
- [38] Copeland, E. J. ; Sami, M. ; Tsujikawa, S. , “Dynamics of Dark Energy”, *Int. J. Mod. Phys.* **D15** 1753 (2006).
- [39] Kamenshchik, A. ; Moschella, U. ; Pasquier, V. , “An alternative to quintessence”, *Phys. Lett.* **B511** 265 (2001).

- 
- [40] Bento, M. C. ; Bertolami, O. ; Sen, A. A. , “Generalized Chaplygin Gas, Accelerated Expansion and Dark Energy-Matter Unification”, Phys. Rev. **D66** 043507 (2002).
- [41] Guth, A. , “Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems”, Phys. Rev. **D23** 347 (1981).
- [42] Linde, A. , “A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems”, Phys. Lett. **B108** 389 (1982).
- [43] Linde, A. , “Chaotic Inflation”, Phys. Lett. **B129** 177 (1983).
- [44] Steinhardt, P. J. ; Turok, N. , “The Cyclic Model Simplified”, New Astron. Rev. 49 (2004).
- [45] Kofman, L. ; Linde, A. ; Starobinsky, A. A., “Towards the Theory of Reheating after Inflation”, Phys. Rev. **D56** 3258 (1997).
- [46] Wald, R. M. , “General Relativity”, The University of Chicago Press (1984).
- [47] Misner, C. W. ; Thorne, K. S.; Wheeler J. A. , “Gravitation”, W. H. Freeman and Company (1993).
- [48] Carroll, S. M. , “Spacetime and Geometry” , Addison Wesley (2004).
- [49] Hansen, F. K. ; Banday, A. J. ; Górski, K. M. ; Eriksen, H. K. , “Power Asymmetry in Cosmic Microwave Background Fluctuations from Full Sky to Sub-degree Scales: Is the Universe Isotropic?”, ApJ **704** 1448 (2009) [Erratum-ibid. 609 (2004) 1198].
- [50] Página oficial da simulação Millenium: <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/>
- [51] Página oficial da simulação Bolshoi: <http://hipacc.ucsc.edu/Bolshoi/>
- [52] Carvalho, F. C.; Saa, A. , “Non-minimal coupling, exponential potentials and the  $w < -1$  regime of dark energy”, Phys. Rev. **D70** 087302 (2004).

- 
- [53] Saa, A. et al, “Superinflation, quintessence, and the avoidance of the initial singularity”, *Int. J. Theor. Phys.* **40** 2295 (2001).
- [54] Fardon, R; Nelson, A. E. ; Weiner, N , “Dark Energy from Mass Varying Neutrinos”, *JCAP* 0410:005 (2004).
- [55] Bernardini, A. E. ; Bertolami, O. , “ Stationary condition in a perturbative approach for mass varying neutrinos”, *Phys. Lett. B* **662** 97 (2008).
- [56] Khoury, J. ; Weltman, A. , “Chameleon fields; Awaiting surprises for tests of gravity in space”, *Phys. Rev. Lett.* **93** 171104 (2004).
- [57] Khoury, J. ; Weltman, A. , “Chameleon Cosmology”, *Phys. Rev.* **D69** 044026 (2004).
- [58] Brax, P. et al , “Detecting dark energy in orbit: The cosmological chameleon”, *Phys. Rev.* **D70** 123518 (2004).
- [59] Mota, D. F. ; Shaw, D. J. , “Evading equivalence principle violations, cosmological, and other experimental constraints in scalar field theories with a strong coupling to matter”, *Phys. Rev.* **D75** 063501 (2010).
- [60] Brax, P. ; van de Bruck, C. ; Mota, D. F. ; Nunes, N. J. ; Winther, H. A. “Chameleons with field-dependent couplings”, *Phys. Rev.* **D82** 083503 (2010).
- [61] Waterhouse, T. P. , “An introduction to chameleon gravity”, *astro-ph/0611816* (2006).
- [62] Hinterbichler, K. ; Khoury, J. , “Screening Long-Range Forces through Local Symmetry Restoration”, *Phys. Rev. Lett.* **104** 231301 (2010).
- [63] Hinterbichler, K. et al , “Symmetron cosmology”, *Phys. Rev.* **D84** 103521 (2011).
- [64] Davis, A. et al , “Structure Formation in the Symmetron Model”, *ApJ* 748 61 (2012).
- [65] Vainshtein, A. I. , “Symmetron cosmology”, *Phys. Lett.* **B39** 393 (1972).

- 
- [66] Nicolis, A.; Rattazzi, R.; Trincherini, E. , “The galileon as a local modification of gravity”, *Phys. Rev.* **D79** 064036 (2009).
- [67] Koivisto, T. S. ; Mota, D. F. ; Zumalacarregui, M. , “Screening Modifications of Gravity through Disformally Coupled Fields”, *Phys. Rev. Lett.* **109** 241102 (2012).
- [68] Brax, P. , “An Environmental Variation of Constants”, *arXiv:1310.2562 [astro-ph.CO]* (2013).
- [69] Faraoni, V. ; Gunzig, E. , “Einstein frame or Jordan frame ?” , *Int. J. Theor. Phys.* **38** 217 (1999).
- [70] Abramo, L. R. ; Brenig, L. ; Gunzig, E.; Saa, A. , “A note on dualities in Einstein’s gravity in the presence of a non-minimally coupled scalar field”, *Mod. Phys. Lett.* **A18** 1043 (2003).
- [71] Hellings, R. W. ; Nordtvedt, K. Jr. “Vector-metric theory of gravity”, *Phys. Rev.* **D7** 3593 (1973).
- [72] Ford, L. H. , “Inflation driven by a vector field”, *Phys. Rev.* **D40** 967 (1989).
- [73] Golovnev, A. ; Mukhanov, V. ; Vanchurin, V. , “Vector Inflation”, *JCAP* 0806:009 (2008).
- [74] Golovnev, A. ; Mukhanov, V. ; Vanchurin, V. , “Gravitational Waves in Vector Inflation”, *JCAP* 0811:018 (2008).
- [75] Golovnev, A. ; Vanchurin, V. , “Cosmological perturbations from vector inflation”, *Phys. Rev.* **D79** 103524 (2009).
- [76] Golovnev, A. , “Linear perturbations in vector inflation and stability issues”, *Phys. Rev.* **D81** 023514 (2010).
- [77] Fróes, A. L. D. , “Inflação Vetorial: Uma Introdução”,  
<http://webbif.ifi.unicamp.br/teses/apresentacao.php?filename=IF74>

- 
- [78] Mattingly, D. , “Modern tests of Lorentz invariance” , Living Rev. Rel. **8** 5 (2005).
- [79] Land, K. ; Magueijo, J. ; “The axis of evil” , Phys. Rev. Lett. **95** 071301 (2005).
- [80] Hanson, D. ; Lewis, A. , “Estimators for CMB Statistical Anisotropy”, Phys. Rev. **D80** 063004 (2009).
- [81] Planck Collaboration ; “Planck 2013 results. XXIII. Isotropy and Statistics of the CMB” arXiv:1303.5083 [astro-ph.CO] (2013).
- [82] Koivisto, T. ; Mota, D. F. , “Vector Field Models of Inflation and Dark Energy”, JCAP 0808:021 (2008).
- [83] Jiménez, J. B. ; Maroto, A. L. , “A Cosmic Vector for Dark Energy” , Phys. Rev. **D78** 063005 (2008).
- [84] Jiménez, J. B. ; Maroto, A. L. , “Avoiding the Dark Energy Coincidence Problem with a Cosmic Vector” , astro-ph/08121970 (2008).
- [85] Jiménez, J. B. ; Maroto, A. L. , “Viability of Vector-Tensor theories of Gravity” , JCAP 0902:025 (2009).
- [86] Jiménez, J. B. ; Maroto, A. L. , “Cosmological evolution in vector-tensor theories of gravity” , Phys. Rev. **D80** 063512 (2009).
- [87] Armendáriz-Picón, C. , “Could dark energy be vector-like?” , JCAP 0407:007 (2004).
- [88] Armendariz-Picon, C. ; Diez-Tejedor, A. , “Aether unleashed” , JCAP 0912:018 (2009).
- [89] Kanno, S. ; Kimura, M. ; Soda, J. ; Yokoyama, S. , “Anisotropic Inflation from Vector Impurity” , JCAP 0808:034 (2008).
- [90] Kanno, S., “Statistical Anisotropy from Anisotropic Inflation” , arXiv:1201.6434 [hep-th] (2012).
- [91] Chiba, T. , “Initial Conditions for Vector Inflation” , JCAP 0808:004 (2008).

- 
- [92] Himmetoglu, B. ; Contaldi, C. R. ; Peloso, M. , “Instability of Anisotropic Cosmological Solutions Supported by Vector Fields” , astro-ph/0809.2779v1 (2008).
- [93] Böhmer, C. G. ; Harko, T. , “Dark Energy as a Massive Vector Field” , The European Physical Journal, **C50** 423 (2007).
- [94] Dimopoulos, D. ; Karciuskas, M. , “Non-minimally Coupled Vector Curvaton” , JHEP **07** 119 (2008).
- [95] Membrilla, A. ; Bellini, M. , “Dark Energy from Gravitoelectromagnetic Inflation?” , Il Nuovo Cimento, **B123** 241 (2008).
- [96] Lewis, C. M. , “Vector inflation and vortices” , Phys. Rev. **D44** 1661 (1991).
- [97] Dimopoulos, D. ; Lyth, D. H. ; Yeinzon, R. , “Statistical anisotropy of the curvature perturbation from vector field perturbations” , astro-ph/0809.1055v3 (2008).
- [98] Koh, S. ; Hu, B. , “Timelike Vector Field Dynamics in the Early Universe” , hep-th/0901.0429v3 (2009).
- [99] Novello, M. ; Goulart, E. ; Salim, J. M. ; Bergliaffa, S. E. P. , “Cosmological Effects of Nonlinear Electrodynamics” , Class. Quant. Grav. **24** 3021 (2007).
- [100] Jacobson, T. , “Einstein-aether gravity: A Status report” , PoS QG-PH (2007) 020 arXiv:0801.1547 [gr-qc].
- [101] Barrow, J. D. ; Thorsrud, M. ; Yamamoto, K. “Cosmologies in Horndeski’s second-order vector-tensor theory” , JHEP02 146 (2013).
- [102] Jiménez, J. B. ; Durrer, R. ; Heisenberg, L. ; Thorsrud, M. , “Stability of Horndeski vector-tensor interactions” arXiv:1308.1867 [hep-th] (2013).
- [103] Nelson, A. E. ; Walsh, J. , “Chameleon vector bosons” , Phys. Rev. **D77** 095006 (2008).
- [104] Jimenez, J. B. ; Fróes, A. L. D. ; Mota, D. F. , “Screening Vector Field Modifications of General Relativity” , Phys. Lett. B **725** 212 (2013).

- 
- [105] Itzykson, C. ; Zuber, J. B. , “Quantum Field Theory”, McGraw-Hill (1980).
- [106] Ruegg, H. ; Ruiz-Altaba, M. , “The Stueckelberg Field” , Int. J. Mod. Phys. **A19** 3265 (2004).
- [107] Birrell, N. D. ; Davies, P. C. W. , “Quantum Fields in Curved Space”, Cambridge University Press (1989).
- [108] Fulling, S. A. , “Aspects of Quantum Field Theory in Curved Space-Time”, Cambridge University Press (1989).