

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Física Gleb Wataghin  
Departamento de Raios C3smicos e Cronologia

# **Intera33es N33o-padr33o (NSNI)- Restri333es Fenomenol33gicas**

**David Vanegas Forero**

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

---

Disserta333o de mestrado

---

Comiss333o Julgadora:

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo (Orientador)

Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa (DF/PUC-RJ)

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda (IFGW/UNICAMP)

Campinas

2010

---

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

V288i Vanegas Forero, David  
Interações não-padrão (NSNI) : restrições fenomenológicas /  
David Vanegas Forero. -- Campinas, SP : [s.n.], 2010.

Orientador: Marcelo Moraes Guzzo.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1 1. Neutrinos. 2. Interações não-padrão. 3. Fenomenologia.  
2 I. Guzzo, Marcelo Moraes. II. Universidade Estadual de  
3 Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.  
4

5 (vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Non-standard neutrino interactions (NSNI) : phenomenological constrains
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
  1. Neutrinos
  2. Beyond standard model
  3. Phenomenology
- **Área de Concentração:** Teoria Geral de Partículas e Campos
- **Titulação:** Mestre em Física
- **Banca Examinadora:**

Prof. Marcelo Moraes Guzzo  
Prof. Hiroshi Nunokawa  
Prof. Pedro Cunha de Holanda
- **Data da Defesa:** 19-08-2010
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **DAVID VANEGAS FORERO 087199** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 19 / 08 / 2010.

**COMISSÃO JULGADORA:**

---

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo- Orientador do Candidato  
DRCC/UNICAMP

---

Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa – DF/PUC-RJ

---

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda – DRCC/IFGW/UNICAMP

*Dedicada a mi madre.*

# Agradecimentos

Quero agradecer primeiramente à minha mãe e irmão, à minha família em geral, à Mônica e a todos os amigos na Colômbia pelo apoio moral e econômico. Agradeço ao pessoal da UNICAMP e do IFGW por ter me acolhido, em particular, agradeço a meu orientador Marcelo M. Guzzo, pela acertada orientação e as múltiplas e enriquecedoras discussões. Agradeço aos membros de nosso grupo GEFAN, em particular a Orlando G. Peres, Pedro C. de Holanda e Célio A. Moura, pelas recomendações e esclarecimento de dúvidas. Aos colegas Colombianos, mas especialmente, a Harley, Miguel, Victor e Elkin; aos colegas Brasileiros, e em particular, agradeço a Luis Fernando e Bruno. Agradeço à Kênia, Malu e Mirella pelas múltiplas correções do português. Finalmente, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

São muitas as pessoas que tornaram possível o desenvolvimento de meu projeto de pesquisa que conclui com a redação desta tese. Como é possível que eu tenha esquecido algumas, agradeço a todas as pessoas que se relacionaram de alguma forma comigo. Sem toda a ajuda dessas pessoas acima não teria sido possível o desenvolvimento desta tese. A todos, de novo, obrigado.

# Resumo

Estudamos as restrições fenomenológicas dos parâmetros das interações não-padrão de neutrinos (NSNI) com elétrons, usando os efeitos dessas interações tanto na detecção quanto na propagação, de maneira independente do modelo. As NSNI, a baixa energia, foram geradas da invariância pelo grupo de gauge do modelo padrão (SM), evitando os processos de léptons carregados a nível de árvore. Essas NSNI foram somadas às interações a baixa energia descritas pelo SM, razão pela qual consideramos que o efeito das novas interações é de segunda ordem.

No caso dos efeitos na detecção, usamos as modificações das NSNI nas seções de choque: do espalhamento elástico de (anti)neutrinos por elétrons e do processo de aniquilação de pares em neutrinos. Para a restrição via seções de choque do espalhamento elástico, usamos experimentos de reatores e aceleradores, e para o caso da seção de choque do processo de aniquilação de pares produzindo neutrinos, usamos os quatro experimentos de LEP. No caso dos efeitos na propagação, calculamos as modificações às probabilidades de oscilação e revisamos as restrições dos parâmetros das NSNI diagonais (FDNI) com elétrons, calculadas na literatura usando experimentos solares mais KamLAND.

Os parâmetros das FDNI com múons foram desconsiderados devido ao fato de serem muito restritos pelos processos dos léptons carregados que violam sabor. Dado o número de parâmetros, optamos por fazer a variação de dois deles ao mesmo tempo, fazendo os

---

restantes igual a zero. Para os parâmetros do sabor  $\alpha = e$ , incrementamos o número de experimentos em relação à literatura, e encontramos também quatro regiões possíveis restritas pelos experimentos de espalhamento elástico.

A inclusão de LEP diminuiu o número de regiões a dois, com o que na análise global obtivemos os valores:  $-0.06 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.04$  e  $-0.02 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.10$  (90% C.L.), ao redor do ponto descrito pelo SM, os quais são mais restritivos que os reportados na literatura. Recalculamos os parâmetros do sabor  $\alpha = \tau$ , e encontramos os valores  $-0.47 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.67$  e  $-0.68 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.46$  (99% C.L.). Da comparação dos parâmetros restritos com experimentos solares mais KamLAND da literatura com os experimentos terrestres recalculados por nós, vimos que são comparáveis. Os valores dos parâmetros, que são menores que a unidade, confirmam que as NSNI ocupam um papel secundário, onde o SM continua descrevendo os dados.

# Abstract

We studied the phenomenological constraints of the Non-standard Neutrino Interactions (NSNI) parameters with electrons, using its effects in both detection and propagation, in an independent model way. Low energy NSNI were generated from the gauge invariant condition under the standard model (SM) gauge group, without the charged lepton flavor violation process at tree level. The NSNI were added to the effective low energy SM Lagrangian, and that is why we consider its effect as sub-leading.

In the detection case, we used the NSNI modifications to the cross sections: of the elastic scattering of (anti)neutrinos off electrons and the electron positron annihilation producing neutrinos. In the restriction from cross sections of elastic scattering process, we used reactor and accelerator data, and for the cross section of the annihilation process, we used the four LEP experiments. For the propagation case, we calculated the modifications to the oscillation probability and we reviewed the restrictions to the diagonal parameters of the NSNI with electrons (FDNI), which were calculated in the literature from solar plus KamLAND data.

We did not consider the NSNI for the muon flavor, because its parameters are very constrained by the upper limits of the charged lepton flavor violating process. Due to the number of parameters, we have decided to make the variation of the two parameters at time, equaling the other two to zero. In order to calculate the parameter of flavor

---

$\alpha = e$ , we added new experiments in relation with the literature and we also found four possible regions limited by the scattering data.

By adding LEP data, we reduced the number of regions to two and obtained for the global analysis the parameters:  $-0.06 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.04$  and  $-0.02 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.10$  (90% C.L.) calculated from the SM point those parameters are more restrictive than the literature ones. We recalculated the parameters of flavor  $\alpha = \tau$  and we obtained the values  $-0.47 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.67$  and  $-0.68 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.46$  (99% C.L.). The parameters constrained with solar plus KamLAND data from the literature are comparable to the terrestrial calculated by us. The parameters values are less than the unity pointed the sub-leading NSNI effect, whereas the SM continue describing the data.

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Neutrinos no modelo padrão</b>	<b>5</b>
1.1 Modelo Padrão (SM)	5
1.2 Interações dos léptons	7
1.3 Lagrangiana efetiva	12
1.3.1 Interação de neutrinos com elétrons	14
1.3.2 Espalhamento elástico de neutrinos por elétrons	16
1.4 Processo de aniquilação em neutrinos	19
1.4.1 Seção de choque	19
<b>2 Interações não-padrão para neutrinos (NSNI)</b>	<b>21</b>
2.1 Gerando as NSNI	22
2.1.1 FCNI Geradas pela troca de bósons massivos	23
2.1.2 NSNI Invariantes de gauge	26
2.2 Hipóteses de trabalho	32
2.3 Lagrangiana fenomenológica	34
<b>3 Fenomenologia das NSNI - Seções de Choque</b>	<b>36</b>
3.1 Espalhamento elástico	37

---

3.1.1	Espalhamento $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$ . . . . .	39
3.1.2	Espalhamento $\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e$ . . . . .	41
3.2	Análise estatística . . . . .	48
3.3	Inclusão de novos experimentos . . . . .	49
3.4	Experimento LEP . . . . .	52
3.4.1	Seção de choque . . . . .	52
3.4.2	Análise estatística . . . . .	58
3.4.3	Restrição dos parâmetros $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ . . . . .	63
3.5	Análise estatística global . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Interações não-padrão (NSNI) na propagação</b>	<b>69</b>
4.1	NSNI Na oscilação . . . . .	69
4.1.1	Oscilação de dois neutrinos . . . . .	71
4.2	Restrições das FDNI . . . . .	73
	<b>Conclusões</b>	<b>79</b>
	<b>A Limite cinemático</b>	<b>81</b>

# Introdução

Historicamente, foi Pauli quem propôs o neutrino em 1930, por motivos cinemáticos, para explicar o espectro do elétron no decaimento beta [1]. Fermi foi um dos primeiros a estudar as interações no decaimento beta; ele as modelou como sendo a interação pontual de quatro campos [2]. Mais tarde, com o desenvolvimento do modelo eletrofraco padrão (SM) [3], o qual unifica as interações eletromagnética e fraca, foi demonstrado que o modelo de interações de Fermi é um modelo efetivo. A estrutura  $V - A$  das correntes fracas aparece no SM com a estrutura correta de acordo com a violação da paridade, testada experimentalmente. A confirmação da existência do neutrino aconteceu no reator nuclear de Savanna River na metade dos anos cinquenta, na experiência levada a cabo pelos investigadores Cowan e Reines [4]. Reunindo as informações à cima, temos que a proposta teórica do neutrino é experimentalmente confirmada, e temos um modelo que prevê as interações do neutrino de maneira exitosa, o SM.

O SM descreve, de maneira exitosa, além das interações do neutrino, as interações das partículas conhecidas. No entanto, acredita-se que o SM é uma teoria efetiva e que deve, portanto, existir uma teoria mais geral. Os problemas do neutrino solar e atmosférico se constituem na evidência mais forte da necessidade de estender o SM. Em particular, o problema mais antigo, o do neutrino solar, data de finais dos anos sessenta, e seu nome se deve à baixa medida do fluxo de neutrinos que vêm do sol, comparada com o previsto teoricamente pelo modelo solar padrão (SSM), gerou as interrogantes que

---

evidenciam quão limitado é o SM [5].

Um grande número de experimentos da época, desde o experimento Homestake, levado a cabo por Ray Davi's e John Bahcall, até os experimentos mais recentes como o SNO, mostraram que os neutrinos que vêm do sol 'desaparecem' no trajeto à terra [5]. Aparecem modelos para explicar essa fenomenologia inesperada do neutrino. Um dos primeiros é o *modelo oscilatório* proposto por Pontecorvo nos anos setenta [6], o qual para descrever o problema solar, deve levar em conta as interações com o meio [7]. Outras explicações, em particular a inclusão de *interações além do modelo padrão (NSNI)* com neutrinos não massivos, foram soluções alternativas ao problema solar [8].

Quase trinta anos se passaram para que o experimento SNO, em 2002 confirmasse a *conversão de sabor* dos neutrinos que vêm do sol [9]. A novidade de SNO foi a medida do fluxo total de neutrinos, ou seja, dos neutrinos de todos os sabores, via corrente neutra (NC). A comparação dos fluxos via NC com os de corrente carregada (CC), mostraram que alguns dos neutrinos de elétron mudam para neutrinos dos outros dois sabores. Também se validou o SSM. O modelo oscilatório descreve a conversão de sabor com grande nível de confiança, não só para o caso solar, mas também para o caso do neutrino atmosférico. O resultado de KamLAND, o primeiro experimento em indicar oscilação, em 2003 [10], somado com os experimentos solares, forma a solução mais aceita do problema do neutrino solar, que é a oscilação padrão e efeito MSW com ângulo de mistura grande (ou solução LMA).

O modelo oscilatório implica neutrinos massivos e mistura no sector de léptons. Como o SM carece das duas implicações, é evidente que deve ser estendido. Sem entrar em detalhes dos modelos de extensão, eles, além de prever massas não nulas para os neutrinos, *geram novas interações*, as quais nos referimos como NSNI.

Como se expôs acima, as NSNI foram um modelo alternativo ao oscilatório para explicar

---

a conversão de sabor dos neutrinos solares de maneira principal, mas não conseguiram explicar o problema atmosférico [11]. Devido ao êxito do modelo oscilatório, com interações padrão, para explicar as anomalias solar e atmosférica, as NSNI ainda podem ser incluídas como uma correção às interações padrão.

Temos, então, que devem existir NSNI quando se estende o SM para dar massa aos neutrinos, mas a intensidade das NSNI é restrita pela condição de não estragar as previsões do modelo solar com interações padrão. É importante estimar a intensidade das NSNI de maneira fenomenológica. O problema é como parametrizar as NSNI sem entrar nos detalhes dos modelos de extensão, ou seja, fazer uma análise da intensidade das NSNI independente do modelo.

Segundo se conservam ou não o sabor leptônico, as NSNI se classificam como FDNI ou FCNI, respectivamente. Neste trabalho não estamos interessados nas restrições que vêm dos limites superiores dos processos leptônicos que violam sabor, pelo que supomos que as NSNI são geradas evitando esses processos [12] e, dessa forma, nos focaremos nas FDNI. As NSNI podem, por exemplo, ser geradas a baixas energias impondo apenas a invariância pelo grupo de gauge do SM [13].

Como a matéria é constituída de elétrons e núcleons (prótons e nêutrons), consideramos que, em geral, os neutrinos interagem com elétrons e quarks da primeira família. Considerando neutrinos de baixa energia, as interações mais importantes são com elétrons, razão pela qual nos focaremos nessas interações. Calcularemos, em particular, as constantes de acoplamento (que parametrizam a intensidade que as NSNI podem ter) de maneira fenomenológica e independente do modelo, ou seja, dos parâmetros das FDNI com elétrons e, se for preciso, mencionaremos os resultados para os quarks da primeira família.

Como se falou, as NSNI são somadas às interações padrão; logo, consideramos que o

---

efeito principal é descrito pelo SM e as NSNI cumprem um papel secundário na descrição fenomenológica. As NSNI serão testadas na propagação e na detecção, ou seja, das modificações que produzem na oscilação, via interações com a matéria no caso solar, e as variações às seções de choque.

Tomando como motivação os parágrafos anteriores, o objetivo é *testar a intensidade das FDNI com elétrons, fenomenologicamente, usando os efeitos ou modificações que produzem nas seções de choque e na probabilidade de oscilação na matéria no caso solar*, para o qual esta tese é organizada basicamente em duas partes: a primeira sendo a revisão das interações e oscilação padrão e a segunda incluindo as NSNI. No capítulo 1, apresentamos as interações do neutrino no SM. A segunda parte da tese começa no capítulo 2, com a inclusão das NSNI, para em seguida, no capítulo 3, calcular as restrições dos parâmetros das NSNI, incluindo novos experimentos. Finalmente, o último capítulo é uma revisão dos efeitos das NSNI na propagação.

Os valores das constantes usadas ao longo do trabalho são os valores centrais reportados pelo *Particle Data Group* [14], com exceção do ângulo de Weinberg, para o qual usaremos o valor central levando em conta correções radiativas  $\sin^2 \theta_W = 0.2326$  [12]. Neste trabalho, usaremos unidades naturais  $\hbar = c = 1$  e a notação usada será especificada em cada capítulo.

# Neutrinos no modelo padrão

O Modelo-Padrão de partículas elementares (SM) descreve até hoje os dados experimentais das partículas conhecidas, faltando só o descobrimento do bóson de Higgs. Como é usual, qualquer estudo das interações de partículas se deve enquadrar em alguma aproximação dentro do SM. A seguir, uma breve exposição das características fundamentais do SM e o enquadramento dos neutrinos dentro deste modelo.

## 1.1 Modelo Padrão (SM)

O modelo-padrão de partículas elementares (SM) é uma teoria gauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  renormalizável com um mecanismo que gera as massas dos bósons de gauge, o qual é o mecanismo de Higgs. Para nossos interesses, a interação forte pode ser excluída, dado que não estamos interessados, por enquanto, nos quarks, e ficamos com a parte eletrofraca  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  proposta por Glashow-Salam-Weinberg [3]. Na representação usual, temos [15, 16]:

$$\begin{aligned}
Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & : \left( 2, \frac{1}{3} \right) \\
U_R & : \left( 1, \frac{4}{3} \right) \\
D_R & : \left( 1, -\frac{2}{3} \right) \\
L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L & : (2, -1) \\
E \equiv l_R & : (1, -2),
\end{aligned} \tag{1.1}$$

onde  $l$  representa os léptons,  $e, \mu, \tau$ , e  $u, d$  são os quarks da primeira família; a segunda e a terceira família são obtidas mudando  $u, d$  por  $c, s$  ou  $t, b$ , respectivamente. Os números à direita da representação na Eq. (1.1) estão relacionados com o grupo de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , pelo que o primeiro número indica se é singlete o dubleto de  $SU(2)$  e o segundo é o número de hipercarga associado (ver Tabela 1.1).

Lépton	$T$	$T_3$	$Y$	$Q$
$\nu_l$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1$	$0$
$l_L$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-1$	$-1$
$l_R$	$0$	$0$	$-2$	$-1$

**Tabela 1.1:** Números quânticos de isospin e hipercarga para léptons. Tomado de [17].

O operador de carga se define como uma combinação linear dos geradores diagonais  $T_3$  e  $Y$  de  $SU(2)$  e  $U(1)$ , respectivamente:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y, \tag{1.2}$$

onde os coeficientes da combinação são determinados para reproduzir a carga elétrica dos espinores usando a representação Eq. (1.1).

A Eq. (1.2) é conhecida como a relação de Gell-Man-Nishijima.

Por outro lado, o campo de Higgs é um dubleto de  $SU(2)$ :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

com o valor esperado no vácuo  $\langle \Phi \rangle_0^T = (0 \ \frac{v}{\sqrt{2}})^T$  para garantir que depois da quebra espontânea de simetria se recupere a simetria de gauge eletromagnética  $SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle_0} U(1)_{EM}$ .

As massas dos férmions surgem das interações de Yukawa que acoplam a parte direita do fermion com seu dubleto esquerdo e o campo de Higgs [15, 18]:

$$- \mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^d \bar{Q}_{Li} \Phi D_{Rj} + Y_{ij}^u \bar{Q}_{Li} \hat{\Phi} U_{Rj} + Y_{ij}^l \bar{L}_{Li} \Phi l_{Rj} + H.C, \quad (1.4)$$

onde  $\hat{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$  ( $\sigma_2$  é a matriz de Pauli usual).

Depois da quebra espontânea de simetria, os férmions carregados adquirem a massa:

$$m_{ij}^f = Y_{ij}^f \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (1.5)$$

onde  $f$  faz referência aos férmions. Como se pode ver, da Eq. (1.1) não há neutrino direito, logo, *no SM, o neutrino fica sem massa*[18].

## 1.2 Interações dos léptons

Como se afirmou, o SM se constroi para ser invariante sob as operações do grupo de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , dessa exigência se obtém os termos de interação. Em particular, estamos interessados nas interações dos léptons com os bósons de gauge, logo, vamos obter essas interações de maneira explícita e vamos omitir o cálculo das interações eletrofracas para os quarks e para o setor de Higgs completo (incluindo o cálculo das massas).

Para os léptons, a lagrangiana livre pode ser escrita:

$$\mathcal{L}_{leptons} = \bar{l}_R i \not{\partial} l_R + \bar{L}_L i \not{\partial} L, \quad (1.6)$$

onde se está usando a representação da Eq. (1.1). Seja  $U_1 = \exp(i\alpha(x)_j T^j)$  e  $U_2 = \exp(i\alpha(x)Y)$  duas transformações de gauge locais, com  $T^j$  e  $Y$  os geradores do grupo  $SU(2)$  e  $U(1)$ , respectivamente. A transformação dos campos se escreve como:

$$\begin{aligned} L' &= U_1(x)L \\ l'_R &= U_2(x)l_R \end{aligned} \quad (1.7)$$

Para que a lagrangiana livre Eq. (1.6) seja invariante de gauge, ou seja,  $\mathcal{L}'_{lepton} = \mathcal{L}_{lepton}$ , pode-se definir a derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_j A_\mu^j + i\frac{g'}{2}Y B_\mu, \quad (1.8)$$

onde temos que  $A_\mu^j$  e  $B_\mu$  são os campos de gauge associados a  $SU(2)$  e  $U(1)$ , com os acoplamentos  $g$  e  $g'$ , respectivamente. Para garantir a invariância de gauge, esses campos devem se transformar na forma [17]:

$$\begin{aligned} A_\mu^j T_j &\rightarrow A_\mu^j T_j = U_2 A_\mu^j T_j U_2^{-1} + \frac{i}{g} U_2 (\partial_\mu U_2^{-1}) \\ B_\mu &\rightarrow B'_\mu = B_\mu + \frac{2i}{g'} U_1 (\partial_\mu U_1^{-1}). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Logo, substituindo a derivada covariante Eq. (1.8) na lagrangiana (1.6), temos [16]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lepton} &\rightarrow \mathcal{L}_{lepton} + \bar{l}_R i \gamma^\mu \left( igT_j A_\mu^j + i\frac{g'}{2}Y B_\mu \right) l_R \\ &\quad + \bar{L}_L i \gamma^\mu \left( igT_j A_\mu^j + i\frac{g'}{2}Y B_\mu \right) L, \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde os geradores  $T_j = \sigma_j/2$  (com  $\sigma_j$  as matrizes de Pauli).

Como as partes direitas são singletos de  $SU(2)$ , os geradores  $T_j$  não atuam sob os campos direitos. Podemos expandir as interações dos férmions com os bósons de gauge na forma:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{lepton}^{int} &= \frac{g'}{2} \bar{l}_R \gamma^\mu (Y B_\mu) l_R \\
&+ \frac{g}{2} \bar{\chi}_L \gamma^\mu (\sigma_1 A_\mu^1 + \sigma_2 A_\mu^2) L \\
&+ g \bar{\chi}_L \gamma^\mu (T_3 A_\mu^3) L + \frac{g'}{2} \bar{\chi}_L \gamma^\mu (Y B_\mu) L,
\end{aligned} \tag{1.11}$$

definindo os bósons de gauge carregados na forma:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp A_\mu^2) \tag{1.12}$$

e fazendo a rotação dos campos neutros, para obter a combinação correta dos campos que devem acoplar à interação eletromagnética, ou seja:

$$\begin{aligned}
A_\mu^3 &= Z_\mu \cos \theta_W + A_\mu \sin \theta_W \\
B_\mu &= -Z_\mu \sin \theta_W + A_\mu \cos \theta_W,
\end{aligned} \tag{1.13}$$

a lagrangiana de interação da Eq. (1.11) fica na forma:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{lepton}^{int} &= \frac{g \sin \theta_W}{2 \cos \theta_W} \bar{l}_R \gamma^\mu Y (-Z_\mu \sin \theta_W + A_\mu \cos \theta_W) l_R \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\chi}_L \gamma^\mu (T^+ W_\mu^+ + T^- W_\mu^-) L \\
&+ \frac{g}{\cos \theta_W} \bar{\chi}_L \gamma^\mu (T_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu L + g \sin \theta_W \bar{\chi}_L \gamma^\mu (Q A_\mu) L
\end{aligned} \tag{1.14}$$

onde se usou a relação  $g' = g \sin \theta_W / \cos \theta_W$  e a definição de carga Eq. (1.2).

Desenvolvendo os espinores na forma da Eq. (1.1), se obtém

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{lepton}^{int} = & \frac{g \sin \theta_W}{2} \bar{l}_R \gamma^\mu (Y A_\mu) l_R + g \sin \theta_W \bar{l}_L \gamma^\mu (Q A_\mu) l_L \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{l}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^-) \\
& + \frac{g}{\cos \theta_W} \bar{\nu}_L \gamma^\mu (T_3) Z_\mu \nu_L + \frac{g}{\cos \theta_W} \bar{l}_L \gamma^\mu (T_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu l_L \\
& + \frac{g \sin^2 \theta_W}{2 \cos \theta_W} \bar{l}_R \gamma^\mu (-Y) l_R Z_\mu.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Para terminar de encontrar as interações dos léptons com os bósons de gauge é útil usar os números quânticos associados ao isospin e à hipercarga da Tabela 1.1.

Também usando a forma explícita dos operadores quirais  $P_{R(L)} = (1 \pm \gamma^5)/2$  e suas propriedades, finalmente temos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{lepton}^{int} = & -g \sin \theta_W (\bar{l} \gamma^\mu l) A_\mu \\
& + \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l W_\mu^+ + \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu W_\mu^-] \\
& + \frac{g}{2 \cos \theta_W} [\bar{\nu} \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu + \bar{l} \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) l] Z_\mu,
\end{aligned} \tag{1.16}$$

onde os acoplamentos com o  $Z_\mu$  se definem na Tabela 1.2:

lépton	$g_V$	$g_A$
$\nu_l$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$l$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2}$

**Tabela 1.2:** Acoplamentos dos léptons do SM com o bóson  $Z$ .

Com a identificação  $g \sin \theta_W = e$ , temos que a primeira linha da Eq. (1.16) corresponde à interação eletromagnética, enquanto as duas últimas linhas correspondem à interação fraca via corrente carregada (CC) e via corrente neutra (NC), respectivamente. Reescrevemos de maneira separada, primeiro a interação CC:

$$-\mathcal{L}_{lepton}^{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l W_\mu^+ + \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu W_\mu^-] \tag{1.17}$$

e, logo, a interação NC:

$$-\mathcal{L}_{lepton}^{NC} = \frac{g}{2 \cos \theta_W} [\bar{\nu} \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu + \bar{l} \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) l] Z_\mu, \quad (1.18)$$

com a finalidade de fazer referência mais adiante às já mencionadas interações. Finalmente, podemos escrever essas interações na forma usual de correntes [19]:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{lepton}^{CC} &= \frac{g}{2\sqrt{2}} j_W^\mu W_\mu^+ + H.C \\ -\mathcal{L}_{lepton}^{NC} &= \frac{g}{2 \cos \theta_W} j_Z^\mu Z_\mu, \end{aligned} \quad (1.19)$$

onde as correntes são:

$$\begin{aligned} j_W^\mu &= \bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l \\ j_Z^\mu &= \bar{\nu} \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu + \bar{l} \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) l, \end{aligned} \quad (1.20)$$

e os vértices fracos fundamentais ficam na forma da Fig. 1.1.

$$\begin{aligned} \begin{array}{c} \ell_\alpha \quad \nu_\alpha \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \text{---} \\ W_\mu \end{array} &\implies -i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \\ \\ \begin{array}{c} f \quad f \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \text{---} \\ Z_\mu \end{array} &\implies -i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \end{aligned}$$

**Figura 1.1:** Vértices fracos fundamentais com a respectiva regra de Feynman Tomado de [19].

Ainda que tudo o que foi feito até agora não se considerou massas para os léptons, é válido para quando as partículas adquiram massa, já que, ao fazer a rotação para

estados de massa as correntes leptônicas não mudam devido à matriz de transformação, que é unitária.

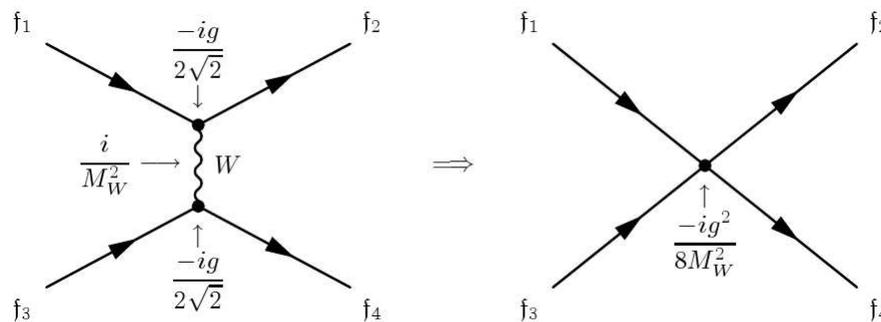
### 1.3 Lagrangiana efetiva

Quando as energias envolvidas nos processos são muito menores do que as massas dos bósons de gauge  $Z, W$ , os propagadores  $G_{\mu\nu}^W(p), G_{\mu\nu}^Z(p)$  destes bósons no espaço de momento aproximam se por [19]:

$$G_{\mu\nu}^W(p) \xrightarrow{|k|^2 \ll M_W^2} \frac{ig_{\mu\nu}}{M_W^2} \quad G_{\mu\nu}^Z(p) \xrightarrow{|k|^2 \ll M_Z^2} \frac{ig_{\mu\nu}}{M_Z^2} \quad (1.21)$$

Assim em diagramas de Feynman que apresentam bósons de gauge em linhas internas, como os da Fig. 1.2, a baixas energias essa linha desaparece contraindo-se em um ponto e a interação fica como uma interação de quatro campos de Fermi. Historicamente, Fermi propôs essa interação puntual como explicação do decaimento beta, mas a teoria de Fermi é não renormalizável e não tem a estrutura  $V - A$  da interação fraca.

Partindo dos vértices fundamentais e das regras de Feynman associadas da Fig. 1.1, pode-se resgatar a teoria de Fermi modificando os propagadores e contraindo a interação a um ponto. Para o caso de CC:



**Figura 1.2:** Contração do propagador  $W$  a um ponto. Tomado de [19].

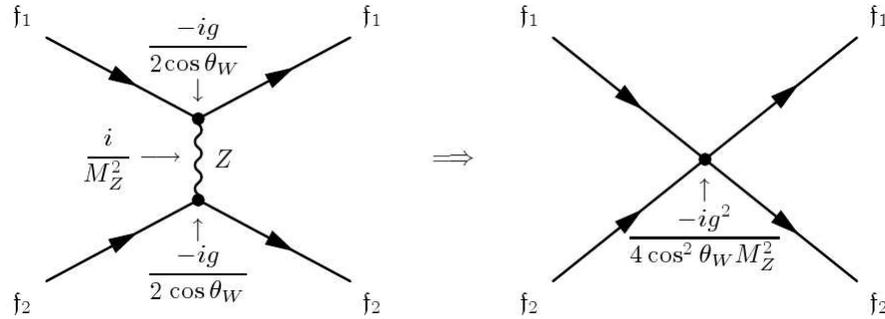
Onde obtémos:

$$\mathcal{L}_{eff}^{CC} = -\frac{g^2}{8M_W^2}(j_W)^\dagger_\mu j_W^\mu = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}[\bar{f}_1\gamma^\mu(1-\gamma^5)f_2][\bar{f}_3\gamma_\mu(1-\gamma^5)f_4]. \quad (1.22)$$

Na última linha, usou-se a relação da constante de acoplamento com a constante de Fermi [2]:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad (1.23)$$

Fazendo a mesma análise para o caso das NC:



**Figura 1.3:** Contração do propagador  $Z$  a um ponto. Tomado de [19].

obtemos:

$$\mathcal{L}_{eff}^{NC} = -\frac{g^2}{4\cos^2\theta_W M_Z^2}(j_Z)^\dagger_\mu j_Z^\mu, \quad (1.24)$$

onde a constante de acoplamento, usando a Eq. (1.23), fica:

$$\frac{g^2}{4\cos^2\theta_W M_Z^2} = \frac{2G_F}{\sqrt{2}} \left( \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W} \right) = \frac{2G_F}{\sqrt{2}} \rho = \frac{2G_F}{\sqrt{2}} \quad (1.25)$$

e na última igualdade se usou o fato do parâmetro  $\rho$  ser compatível com a unidade.

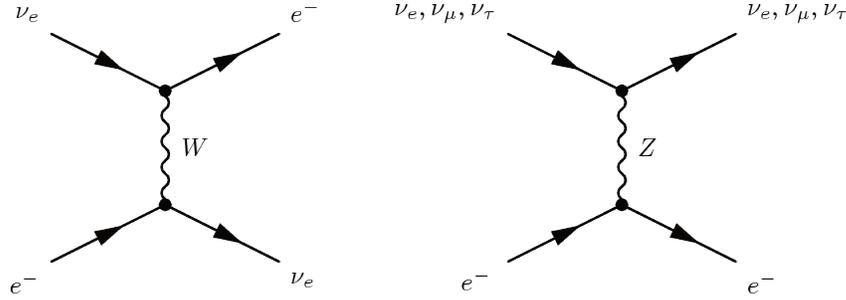
Obtemos, finalmente, que a interação via NC, Eq. (1.24), usando o acoplamento (1.25), fica:

$$\mathcal{L}_{eff}^{NC} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}(j_Z)^\dagger_\mu j_Z^\mu, \quad (1.26)$$

com a corrente NC dada pela Eq. (1.20). A constante de acoplamento se reduziu à metade para evitar o duplo conteo [19].

### 1.3.1 Interação de neutrinos com elétrons

Dados os vértices fundamentais da interação fraca Fig. 1.1, se obtém os diagramas de Feynman das interações de neutrinos com elétrons representadas na Fig. 1.4.



**Figura 1.4:** Diagramas de Feynman para a interação padrão dos neutrinos ativos. Tomado de [19].

Dependendo das energias do neutrino em um experimento particular, podemos nos decidir por fazer um tratamento completo do problema, ou um tratamento efetivo a baixas energias. No caso de neutrinos de reatores e neutrinos solares, as energias dos neutrinos são da ordem de  $MeV$ . Dessa forma, um tratamento efetivo considerando baixas energias dá conta do fenômeno. Estamos interessados, em particular, nestes neutrinos de baixa energia, e portanto trabalharemos neste regime.

Reescrevendo as correntes CC e NC, Eq. (1.20), das lagrangianas efetivas das correntes CC, Eq. (1.22), e NC, Eq. (1.26), para o caso de interação de neutrinos e elétrons:

$$\begin{aligned}
 j_{W,e}^\mu &= \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e \\
 j_{Z,\nu}^\mu &= \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu_\alpha = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_\alpha \\
 j_{Z,e}^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) e,
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

podemos escrever a lagrangiana efetiva da interação de neutrinos com elétrons, usando

as lagrangianas efetivas das Eqs. (1.22) e (1.26). Para o caso do neutrino  $\nu_e$ , temos a soma das contribuições do diagrama da Fig. 1.4:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} \left( \begin{smallmatrix} (-) \\ \bar{\nu} \end{smallmatrix}_e e^- \rightarrow \begin{smallmatrix} (-) \\ \bar{\nu} \end{smallmatrix}_e e^- \right) &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \nu_e] \\ &+ [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_e] [\bar{e} \gamma_\mu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) e] \}. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Para o caso de interação dos outros dois sabores de neutrinos  $\alpha = \mu, \tau$  com elétrons, temos:

$$\mathcal{L}_{eff} \left( \begin{smallmatrix} (-) \\ \bar{\nu} \end{smallmatrix}_\alpha e^- \rightarrow \begin{smallmatrix} (-) \\ \bar{\nu} \end{smallmatrix}_\alpha e^- \right) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_\alpha] [\bar{e} \gamma_\mu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) e], \quad (1.29)$$

uma vez que estes neutrinos só interagem via corrente neutra com o elétron.

Usando a identidade de Fierz no termo de CC da Eq. (1.28) e escrevendo as constantes de acoplamento axial e vetorial:

$$\begin{aligned} g_V &= g_L + g_R \\ g_A &= g_L - g_R, \end{aligned} \quad (1.30)$$

da Tabela 1.2 com a definição dos projetores quirais  $P_{(L,R)} = (1 \mp \gamma^5)/2$ , a lagrangiana efetiva padrão para a interação de neutrinos com elétrons a baixas energias fica [24]:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{eff} &= 2\sqrt{2}G_F \{ (\bar{\nu}_e \gamma^\mu P_L \nu_e) (\bar{e} \gamma_\mu P_L e) \\ &+ (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\alpha) (g_R^e \bar{e} \gamma_\mu P_R e + g_L^e \bar{e} \gamma_\mu P_L e) \} \end{aligned} \quad (1.31)$$

essa lagrangiana é um caso particular da forma geral (incluindo quarks) [12]:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{eff}^{SM} &= 2\sqrt{2}G_F \{ (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\alpha) (\bar{f} \gamma_\mu P_L f' + h.c) \\ &+ \sum_{P,f,\alpha} g_P^f (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\alpha) (\bar{f} \gamma_\mu P f) \} \end{aligned} \quad (1.32)$$

quando  $f = e$ .

Na Eq. (1.32)  $l$  é um lépton carregado,  $f$  é um férmion da primeira família do SM ( $e$ ,  $u$ ,  $d$ ) e  $f'$  é o correspondente via  $SU(2)$  de  $f$ . As constantes de acoplamento  $g_P^f$  que estão na Tabela 1.3 correspondem à expansão quiral da Eq. (1.30) dos acoplamentos da Tabela 1.2 (incluindo os acoplamentos com os quarks).  $P$  é o operador quiral  $P_{(L,R)}$ .

acoplamentos com $Z$	$g_L^f$	$g_R^f$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	$\frac{1}{2}$	0
$e, \mu, \tau$	$-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$	$\sin^2 \theta_W$
$u, c, t$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$\sin^2 \theta_W$
$d, s, b$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$

**Tabela 1.3:** Acoplamentos do  $Z$  aos férmions do MP

Com a lagrangiana da Eq. (1.32), é possível calcular os observáveis, ou quantidades que conduzem aos observáveis, para testar experimentalmente as interações de neutrinos. Em particular, com a lagrangiana da Eq. (1.31) podemos calcular os observáveis pertinentes da interação de neutrinos com elétrons. Uma das quantidades necessárias é a *seção de choque*, a qual nos conduz ao cálculo do número de eventos.

### 1.3.2 Espalhamento elástico de neutrinos por elétrons

No regime de baixas energias, a interação do neutrino com a matéria pode ser considerada principalmente como um espalhamento elástico. Basicamente, o neutrino interage com elétrons, prótons e nêutrons que constituem a matéria (léptons e quarks da primeira família). Em particular estamos interessados nas interações de neutrinos com elétrons, logo vamos estudar explicitamente estas interações. Se for preciso, comentaremos e incluiremos resultados para outros sabores e outros constituintes de matéria.

Para o caso das interações de neutrinos com elétrons, os possíveis espalhamentos podem ser resumidos na reação:

$$\overset{(-)}{\nu}_\alpha e^- \rightarrow \overset{(-)}{\nu}'_\alpha e^- \quad (1.33)$$

O espalhamento elástico de neutrinos Eq. (1.33) não tem limiar de energia mínimo para acontecer, uma vez que o estado final é o mesmo estado inicial. O único efeito de um processo elástico é a redistribuição da energia total e do momento entre as duas partículas participantes [19].

### Seção de choque

A grandeza importante, que conduz ao cálculo do número de eventos, é a seção de choque. Temos que o processo da Eq. (1.33) tem duas contribuições dos diagramas da Fig. 1.4, dependendo do neutrino interagente. Para o caso de espalhamento elástico de  $\nu_e$  com elétron, as duas correntes contribuem e a lagrangiana de interação é dada pela Eq. (1.28). Para o caso de espalhamento elástico de  $\nu_\mu$  ou  $\nu_\tau$  com elétron, só a corrente neutra NC contribui e a lagrangiana de interação é dada pela Eq. (1.29).

A seção de choque diferencial, no sistema de laboratório com momento do elétron inicial zero, em função da energia de retrocesso do elétron  $T$  para o espalhamento elástico de  $\nu_e$  por elétron é [19, 20].

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{2G_F^2 m_e}{\pi} \left[ g_L^2 + g_R^e \left( 1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 - g_L g_R^e \frac{m_e T}{E_\nu^2} \right], \quad (1.34)$$

onde  $E_\nu$  é a energia do neutrino e  $m_e$  a massa do elétron. A constante de acoplamento  $g_R^e$  na Eq. (1.34) aparece na Tabela 1.3, e  $g_L$  é definida:

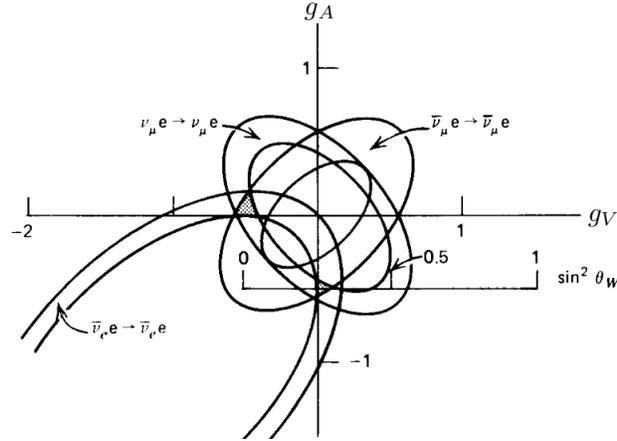
$$g_L \equiv 1 + g_L^e. \quad (1.35)$$

Para o caso de espalhamento de  $\nu_{\mu,\tau}$  por elétron, a seção de choque Eq. (1.34) é válida modificando as constantes de acoplamento  $g_L$  e  $g_R^e$  na forma [19]:

$$\begin{aligned}
 g_L &\rightarrow g_L^{\mu,\tau} \\
 g_R^e &\rightarrow g_R^{\mu,\tau}.
 \end{aligned}
 \tag{1.36}$$

Finalmente, para o caso de espalhamento elástico de  $\bar{\nu}_\alpha$  por elétron, a seção de choque Eq. (1.34) é válida intercambiando as constantes de acoplamento  $g_L \leftrightarrow g_R$ .

A integração da seção de choque da Eq. (1.34) é particularmente útil para a determinação, por processos leptônicos, dos acoplamentos  $g_A$  e  $g_V$  da Tabela 1.2 [2] (ou dos acoplamentos  $g_R, g_L$ , usando a Eq. (1.30), da Tabela 1.3), como se pode ver na Fig. 1.5. Em últimas é equivalente à determinação do  $\sin^2 \theta_W$ , dadas as relações das Tabelas 1.2 e 1.3. Essa determinação se faz usando dados da seção de choque do espalhamento de neutrinos aceleradores e de antineutrinos de reatores [20, 21, 22].



**Figura 1.5:** Determinação dos acoplamentos usando espalhamento elástico  $\nu_\alpha^{(-)} e^- \rightarrow \nu_\alpha^{(-)} e^-$ , tomada de [2].

A seção de choque da Eq. (1.34) tem a forma funcional de uma elipse nos acoplamentos  $g_R^e$  e  $g_L$ . Essa seção de choque é a mesma para o espalhamento de antineutrinos, intercambiando  $g_R \leftrightarrow g_L$ , pelo que segue sendo uma elipse, mas rodada  $90^\circ$ . A seção de choque é diferente para a interação de  $\nu_e$  com elétrons comparada com a do  $\nu_\mu$  (a interação de  $\nu_e$  é via CC e NC, entanto que a do  $\nu_\mu$  é só NC). Pode-se mostrar que

toda essa análise pode ser transferida, sem problema, para os acoplamentos  $g_A$  e  $g_V$ . Usando os processos conjuntos de espalhamentos de neutrinos e antineutrinos da Fig. 1.5, temos duas regiões comuns entre eles, segundo o erro experimental, com o que se consegue determinar o  $\sin^2 \theta_W$ , como aparece na Fig 1.5.

A integração da seção de choque Eq. (1.34) para neutrinos e antineutrinos será feita mais adiante quando serão introduzidas as interações não-padrão (NSI), uma vez que nossa finalidade neste trabalho é a restrição dos parâmetros das NSI e não o ângulo de Weinberg.

## 1.4 Processo $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$

Além dos processos de espalhamento (elástico, quase-elástico) de neutrinos por elétrons ou quarks, o processo  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$  é também relevante para nós. Esse processo foi importante na determinação do número de neutrinos ativos  $N = 2.984 \pm 0.008$  [14]. Não vamos calcular a seção de choque desse processo, pelo que, vamos adotá-la da literatura <sup>1</sup>.

### 1.4.1 Seção de choque

Na literatura[23, 24], a seção de choque total se calcula a nível de árvore, usando a aproximação de ‘radiador’ para descrever a emissão do fóton na forma:

$$\sigma(s) = \int dx \int dy H(x, y; s) \sigma_0(\hat{s}), \quad (1.37)$$

onde  $x = \frac{2E_\gamma}{\sqrt{s}}$ ,  $\sqrt{s}$  é a energia do centro de massa,  $\hat{s} = (1-x)s$ ,  $y = \cos \theta_\gamma$  (ângulo de saída do fóton),  $\sigma_0$  é a seção de choque nua (ou do processo  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ) e  $H(x, y; s)$  é

<sup>1</sup>Neste ponto não parece muito clara a finalidade da introdução dessa seção de choque, mas, ficara claro quando incluíamos as interações não padrão

a função radiador e representa a probabilidade de radiar, em uma escala  $s$ , a fração  $x$  de energia no referencial do centro de massa. Essa função radiador é dada por [23]:

$$H^{(\alpha)}(x, y; s) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{1}{x} \frac{1}{1-y^2} \left[ \left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{x^2 y^2}{4} \right], \quad (1.38)$$

onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina. A seção de choque nua (ou do processo  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ) que vamos adotar [24] é:

$$\begin{aligned} \sigma_0^{SM}(s) = & \frac{N_\nu G_F^2}{6\pi} M_Z^4 ((g_R^e)^2 + (g_L^e)^2) \frac{s}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2]} \\ & + \frac{G_f^2}{\pi} M_W^2 \left\{ \frac{s + 2M_W^2}{2s} - \frac{M_W^2}{s} \left( \frac{s + M_W^2}{s} \right) \log \left( \frac{s + M_W^2}{M_W^2} \right) \right. \\ & \left. - g_L^e \frac{M_Z^2 (s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2]} \left[ \frac{(s + M_W^2)^2}{s^2} \log \left( \frac{s + M_W^2}{M_W^2} \right) - \frac{M_W^2}{s} - \frac{3}{2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

onde  $N_\nu$  é o número de neutrinos ativos, as massas  $M_W$  e  $M_Z$  são as massas dos bósons  $W$  e  $Z$ , respectivamente, e  $\Gamma_Z$  é a taxa de decaimento do  $Z$ .

A Eq. (1.39) contém as contribuições das amplitudes ao quadrado do  $W$ ,  $Z$  e da interferência. Ela foi calculada usando o método de funções de estrutura [23] (método alternativo ao usual por diagramas de Feynman).

No que segue, vamos assumir como correta a Eq. (1.39) e vamos usá-la mais adiante para restringir as interações não-padrão (NSI).

## Interações não-padrão para neutrinos (NSNI)

Existem diversas motivações para introduzir modelos além do Modelo-Padrão (SM). Segundo as questões teóricas ou conceptuais que surgem no SM, ou que ele não explica, na literatura aparecem diferentes modelos e extensões. Os problemas comuns que se expõem são: a arbitrariedade do grupo gauge, a representação dos férmions, o valor esperado no vácuo do campo de Higgs e até questões mais profundas como a quantização da carga eletromagnética, a exclusão da gravidade de Einstein, entre outras [25]. Contudo, no marco dos neutrinos, podemos dizer que surge a principal motivação para estender o Modelo-Padrão (SM) e é a existência, que provém de resultados experimentais, de troca de sabor, que no modelo de oscilação implica massa não nula e mistura no setor de léptons. De fato grande parte das extensões do modelo padrão proveêm massas não nulas para os neutrinos.

Temos, também, baseados na necessidade de estender o SM para descrever a fenomenologia dos neutrinos, que alguns desses modelos promovem massas não nulas e aparecem novas interações. Essas novas interações dos neutrinos devem concordar com sua fenomenologia. Em particular, baseados nos problemas do neutrino solar e atmosférico, deve-se ter conversão de sabor.

---

Antes do modelo oscilatório com interações à SM, as NSNI com neutrinos não massivos foram uma solução plausível do problema do neutrino solar [8]. Porém, essas NSNI não conseguiram explicar o problema do neutrino atmosférico [11].

O modelo mais aceito para explicar os problemas do neutrino solar e atmosférico é a oscilação padrão (com o efeito MSW no caso do sol). No entanto, dada a necessidade de estender o modelo padrão para dar massa ao neutrino e, ao mesmo tempo, dotá-lo com novas interações, pode-se construir um modelo híbrido de oscilação padrão com NSNI. Como veremos, as interações do SM descrevem, de maneira principal, a fenomenologia, mas deixam um espaço a ser preenchido pelas NSNI de maneira secundária.

As interações não padrão não só modificam a propagação do neutrino; elas também apresentam efeitos na produção e na detecção. Neste trabalho, incluiremos primeiro efeitos na detecção e, logo no último capítulo, na propagação. Não levaremos em conta os efeitos na produção.

Finalmente, neste trabalho estamos interessados em uma análise fenomenológica e independente do modelo, pelo que, não desenvolveremos modelos de extensão particulares (se for o caso, faremos a referência explícita). A seguir, primeiro expomos como gerar as NSNI baseados em princípios gerais, para logo estudar as restrições independentes do modelo dos parâmetros das NSNI segundo seu efeito na detecção, e na propagação nos próximos capítulos.

## 2.1 Gerando as NSNI

As interações não padrão para neutrinos (NSNI) podem ser geradas de muitas formas: pelo intercâmbio de bósons massivos, ampliando o setor de férmions ou o setor de Higgs, entre muitas outras. Em particular, vamos mostrar só o primeiro caso de intercâmbio

de bósons massivos, que é comum em varias extensões do SM [11].

Lembrando do argumento de trabalhar no regime de baixas energias, o qual foi usado no primeiro capítulo para deduzir a lagrangiana padrão de interação efetiva de neutrinos com elétrons Eq. (1.31), podemos pensar em obter operadores que gerem as NSNI como interações efetivas de quatro campos, ou seja, operadores de quatro campos de Fermi.

Distinguem-se dois tipos de NSNI: as que trocam o sabor (FCNI) e as diagonais (FDNI), ou sem troca de sabor. A seguir se expõe primeiro, em particular, o caso de FCNI geradas pelo intercâmbio de bósons massivos, mas de maneira possível para extrapolar para o caso diagonal das FDNI. Por último, se expõe o caso mais geral de operadores de dimensão seis e oito.

### 2.1.1 FCNI Geradas pela troca de bósons massivos

Em geral a idéia, como se expôs cima, é gerar operadores de quatro férmions. Como as novas interações são geradas pela introdução de novos bósons massivos, e não por novos férmions, podemos continuar trabalhando na representação usual do SM da Eq. (1.1). Para nosso caso de interesse, da interação de neutrinos com férmions da primeira família  $f = e, u, d$ , temos o operador a gerar:

$$\mathcal{O}_\nu^f \equiv (\bar{\nu}_\alpha \nu_\beta) (\bar{f} f), \quad (2.1)$$

com a constante de acoplamento efetiva:

$$G_{\nu\alpha\nu\beta}^f, \quad (2.2)$$

onde  $\alpha, \beta$  são os sabores  $e, \mu, \tau$ .

Para o caso das FCNI, a presença de um bóson massivo  $\mathcal{B}$  que acople aos bilineares de férmions  $B_{ij}$  (ver Tabela 2.1) com os acoplamentos trilineares  $\lambda_{ij}$ , onde  $i, j = 1, 2, 3$

fazem referência às famílias dos férmions, gera-se o operador de quatro campos de Fermi:

$$\mathcal{O} = B_{ij}^\dagger B_{kl}, \quad (2.3)$$

com o acoplamento:

$$G_N^{B^\dagger B} = \frac{\lambda_{ij}^* \lambda_{kl}}{4\sqrt{2}M_B^2}, \quad (2.4)$$

para energias menores do que a massa do bóson  $M_B$  [11].

Bilinear $B$	Acoplamento	$SU(2)_L$	Hipercarrega
$(LL)_s$	$\mathcal{S}$	<b>1</b>	-1
$\bar{L}l_R$	$\mathcal{S}$	<b>2</b>	1/2
$(LL)_t$	$\mathcal{S}$	<b>3</b>	-1
$(\bar{L}L)_s$	$\mathcal{V}$	<b>1</b>	0
$Ll_R$	$\mathcal{V}$	<b>2</b>	-3/2
$(\bar{L}L)_t$	$\mathcal{V}$	<b>3</b>	0
$\bar{e}_R e_R$	$\mathcal{V}$	<b>1</b>	0

**Tabela 2.1:** Bilineares  $B$ , combinação dos léptons na representação usual da Eq. (1.1), com seus possíveis acoplamentos. Compilado de [11, 26].

As combinações possíveis dos dubletos e singletos de léptons do SM da Eq. (1.1) aparecem na Tabela 2.1, onde, pela *invariância de Lorentz*, temos que os bilineares  $B_{ij}$  só podem acoplar a bósons escalares ( $\mathcal{S}$ ) ou vetoriais ( $\mathcal{V}$ ) segundo sua quiralidade [11]. Para que o acoplamento trilinear seja *invariante de gauge*, o bóson  $\mathcal{B}$  deve ter hipercarga oposta e transformar, no caso dos férmions da Tabela 2.1 como singlete ( $s$ ), dubleto ( $d$ ) ou tripleto ( $t$ ) de  $SU(2)_L$  [11].

Com o anterior, *qualquer par dos bilineares da Tabela 2.1 que acoplem com o mesmo bóson se podem combinar para formar uma interação de quatro campos de Fermi da Eq.*

(2.3) com o acoplamento efetivo da Eq. (2.4). Se os dois bilineares tem a mesma (diferente) estrutura de sabor, o operador que resulta conservará (violará) o sabor leptônico [11].

### Restrições independentes do modelo

Antes de falar das restrições independentes do modelo, deve-se notar o seguinte: Como os neutrinos no SM são dubletos de  $SU(2)_L$  (ver Eq. (1.1)), *temos os mesmos acoplamentos trilineares  $\lambda_{ij}$  tanto para os neutrinos, quanto para os léptons carregados associados na representação*. Logo, além do operador de quatro campos de Fermi para as interações de neutrinos com férmions da primeira família Eq. (2.1), também se induz o operador:

$$\mathcal{O}_i^f \equiv (\bar{l}_\alpha l_\beta) (\bar{f} f), \quad (2.5)$$

com o acoplamento  $G_{\alpha\beta}^f$ , relacionado com o acoplamento da Eq. (2.2) na forma:

$$G_{\nu_\alpha\nu_\beta}^f = G_{\alpha\beta}^f \frac{M_1^2}{M_2^2}, \quad (2.6)$$

onde  $M_1, M_2$  são as massas das partículas que pertencem ao multipleteo  $SU(2)_L$  e mediam o processo descrito por  $G_{\alpha\beta}^f$  e  $G_{\nu_\alpha\nu_\beta}^f$ , respectivamente [11].

Como o operador  $\mathcal{O}_i^f$  é gerado com o operador  $\mathcal{O}_\nu^f$ , *pode-se usar os limites superiores sobre  $G_{\alpha\beta}^f$  para obter restrições sobre  $G_{\nu_\alpha\nu_\beta}^f$* , ou seja, usam-se limites superiores dos decaimentos que violam o sabor leptônico para restringir, independente do modelo, as FCNI [11].

Todo o feito até agora para interação de neutrinos com léptons, pode ser estendido para as interações com quarks. Pelo que, se tem uma maior quantidade de processos para restringir as FCNI (para o tratamento completo, ver o artigo [11]).

Usando a análise feita até agora para léptons, os autores de artigo [11] usaram o limite superior do processo  $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ + e^-$ , que viola sabor, e encontraram o limite:

$$G_{\mu\tau}^e < 3.1 \times 10^{-3} G_F \stackrel{SU(2)_L}{\Leftrightarrow} G_{\nu_\mu\nu_\tau}^e \lesssim 10^{-2} G_F. \quad (2.7)$$

Com o resultado da Eq. 2.7, junto com outros resultados para quarks, os autores [11] concluíram que as FCNI estão muito restritas pelos processos de violação leptônica de sabor, para explicar a anomalia atmosférica (ver detalhes no artigo).

### 2.1.2 NSNI Invariantes de gauge

Partindo do princípio de gauge, pode-se construir os operadores relevantes, como se mostrou na seção anterior. Nesta seção o problema será descrito em termos de uma teoria genérica efetiva a baixas energias, a qual permite uma análise independente do modelo, onde só os coeficientes dos operadores efetivos dependem do modelo [13].

As novas interações são somadas às interações do SM na forma de ‘torres’ de operadores *não renormalizáveis*  $\mathcal{O}^d$  de dimensão  $d > 4$ . Os operadores são gerados, como na seção anterior, de bilineares do SM impondo invariância pelo grupo de gauge do SM. Os coeficientes são pesados pelo inverso da escala da nova física  $\Lambda$  na forma [13]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \delta\mathcal{L}_{eff}^{d=5} + \delta\mathcal{L}_{eff}^{d=6} + \dots, \quad (2.8)$$

onde

$$\delta\mathcal{L}_{eff}^d \propto \frac{1}{\Lambda^{d-4}} \mathcal{O}^d \quad d > 4. \quad (2.9)$$

Considerando operadores que não sejam ímpares no número bariônico e leptônico [13], os que ficam na análise são os operadores de dimensão par. Da Eq. (2.8) se pode ver que os operadores com  $d > 4$  são suprimidos pela nova escala de energia  $\Lambda$ , então considera-se que as maiores contribuições à expansão vem dos operadores de dimensão

$d = 6, 8$ .

Como na seção anterior, consideraremos operadores leptônicos de quatro férmions mais campos de Higgs no caso de operadores com  $d > 6$ . Depois da quebra espontânea de simetria, a interação de quatro campos de Fermi da Eq. (2.9) é suprimida:

$$\sim \left( \frac{\vartheta}{\Lambda} \right)^{d-4},$$

a respeito da interação de quatro férmions no SM, onde  $\langle \Phi \rangle_0 = \vartheta/\sqrt{2} = 174 \text{ GeV}$  é o valor esperado no vácuo do dubleto de Higgs  $\Phi$ . Logo, a supressão dos operadores de dimensão  $d = 8$  é maior do que para os operadores  $d = 6$ . No entanto, se a nova escala de energia é próxima à escala eletrofraca, os operadores  $d = 8$  teriam um efeito importante [13].

No que segue, vamos estender a lagrangiana efetiva do SM da Eq. (2.8), acomodando os operadores efetivos de quatro férmions, que geram as NSNI com léptons na forma:

$$\delta \mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{\Lambda^2} \sum_i^{d=6} \mathcal{C}_i \mathcal{O}_i^{d=6} + \frac{1}{\Lambda^4} \sum_k^{d=8} \mathcal{C}_k \mathcal{O}_k^{d=8}, \quad (2.10)$$

onde se soma sobre todos os possíveis operadores de dimensão  $d = 6$  e  $d = 8$ . O sabor de cada operador aparece explícito em cada coeficiente:

$$(\mathcal{C}_i)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} (\mathcal{O}_i)_{\alpha\gamma}^{\beta\delta}. \quad (2.11)$$

Todas as combinações de sabores para o mesmo operador são levadas em conta, porque correspondem a operadores independentes [13].

A seguir se fará, como na seção anterior, a construção dos possíveis operadores efetivos de dimensão  $d = 6$  e  $d = 8$ .

### Bases dos operadores efetivos

*Operadores  $d = 6$ :* Como no caso da seção anterior, são construídos operadores invariantes de gauge do SM. A base completa usada no artigo [13] é a proposta por Buchmuller e Wyler (base BW) [27]. As estruturas dos operadores relevantes para a interação efetiva de quatro campos leptônicos são [13]:

$$(\mathcal{O}_{LE})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta E_\gamma) (\bar{E}^\delta L_\alpha), \quad (2.12)$$

$$(\mathcal{O}_{LL}^{\mathbf{1}})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho L_\gamma), \quad (2.13)$$

$$(\mathcal{O}_{LL}^{\mathbf{3}})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho \vec{\tau} L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho \vec{\tau} L_\gamma), \quad (2.14)$$

$$(\mathcal{O}_{EE})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{E}^\beta \gamma^\rho E_\alpha) (\bar{E}^\delta \gamma_\rho E_\gamma), \quad (2.15)$$

onde  $L$  ( $E$ ) é dubletos (singleto) de  $SU(2)_L$  do SM da Eq. (1.1), o superíndice indica a carga  $SU(2)$  do campo e o  $\vec{\tau}$  são os geradores do grupo  $SU(2)$  ( $\tau^i = \sigma^i/2$ , com  $\sigma^i$  as matrizes de Pauli). Os bilineares (em parêntese) das Eqs. (2.12)-(2.15) apareceram na Tabela 2.1 da seção anterior.

*Operadores  $d = 8$ :* O procedimento é análogo ao feito para operadores de dimensão  $d = 6$ . A base completa usada no artigo [13] é a proposta por Berezhiani e Rosi (base BR) [24]. As estruturas dos operadores relevantes para a interação efetiva de quatro campos leptônicos são [13]:

$$(\mathcal{O}_{LE\Phi}^{\mathbf{1}})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho L_\alpha) (\bar{E}^\delta \gamma_\rho E_\gamma) (\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.16)$$

$$(\mathcal{O}_{LE\Phi}^{\mathbf{3}})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho \vec{\tau} L_\alpha) (\bar{E}^\delta \gamma_\rho E_\gamma) (\Phi^\dagger \vec{\tau} \Phi), \quad (2.17)$$

$$(\mathcal{O}_{LL\Phi}^{111})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho L_\gamma) (\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.18)$$

$$(\mathcal{O}_{LL\Phi}^{331})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho \vec{\tau} L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho \vec{\tau} L_\gamma) (\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.19)$$

$$(\mathcal{O}_{LL\Phi}^{133})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho \vec{\tau} L_\gamma) (\Phi^\dagger \vec{\tau} \Phi), \quad (2.20)$$

$$(\mathcal{O}_{LL\Phi}^{313})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{L}^\beta \gamma^\rho \vec{\tau} L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho L_\gamma) (\Phi^\dagger \vec{\tau} \Phi), \quad (2.21)$$

$$(\mathcal{O}_{LL\Phi}^{333})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (-i\epsilon^{abc}) (\bar{L}^\beta \gamma^\rho \tau^a L_\alpha) (\bar{L}^\delta \gamma_\rho \tau^b L_\gamma) (\Phi^\dagger \tau^c \Phi), \quad (2.22)$$

$$(\mathcal{O}_{EE\Phi})_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} = (\bar{E}^\beta \gamma^\rho E_\alpha) (\bar{E}^\delta \gamma_\rho E_\gamma) (\Phi^\dagger \Phi). \quad (2.23)$$

A notação de subíndices no operador  $\mathcal{O}$  faz referência aos campos do SM, e os superíndices as cargas  $SU(2)$  das combinações dos campos.

### Interações efetivas de quatro léptons

Depois da quebra espontânea de simetria, podemos escrever a lagrangiana da Eq. (2.10) em dois conjuntos segundo a composição dos campos. Para o caso dos operadores do tipo  $\bar{L}L\bar{E}E$  das Eqs. (2.12), (2.16) e (2.17), à Eq. (2.10) fica:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L}_{eff}^{(\bar{L}L\bar{E}E)} &= \frac{1}{\Lambda^2} \left[ -\frac{1}{2}\mathcal{C}_{LE} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^1 + \mathcal{C}_{LE\Phi}^3) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} (\bar{\nu}^\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_R l_\gamma) \\ &+ \frac{1}{\Lambda^2} \left[ -\frac{1}{2}\mathcal{C}_{LE} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^1 - \mathcal{C}_{LE\Phi}^3) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} (\bar{l}^\beta \gamma^\rho P_L l_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_R l_\gamma) + H.c. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Para o caso dos operadores do tipo  $\bar{L}L\bar{L}L$ , ou seja, operadores relacionados a dubletos de léptons, das Eqs. (2.13), (2.14) e (2.18) até (2.22), a Eq. (2.10) fica:

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L}_{eff}^{(\bar{L}L\bar{L}L)} &= \frac{1}{\Lambda^2} \left( \mathcal{C}_{LE\Phi}^{(\bar{L}L\bar{L}L)} \right)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} (\bar{\nu}^\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_L l_\gamma) \\
&+ \frac{1}{\Lambda^2} \left[ \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{1}} + \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{3}} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{111}} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{331}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{133}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{313}}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} \\
&\times (\bar{l}^\beta \gamma^\rho P_L l_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_L l_\gamma) + H.c,
\end{aligned} \tag{2.25}$$

onde o valor de  $\left( \mathcal{C}_{LE\Phi}^{(\bar{L}L\bar{L}L)} \right)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}$  se define como [13]:

$$\begin{aligned}
&\left( \mathcal{C}_{LE\Phi}^{(\bar{L}L\bar{L}L)} \right)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} \\
&= \left[ \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{1}} - \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{3}} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{111}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{331}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{133}} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{313}}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} \\
&+ \left[ \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{1}} - \mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{3}} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{111}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{331}} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{133}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{313}}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} \\
&+ \left[ 2\mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{3}} + \frac{\vartheta^2}{\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{331}} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{333}}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} \\
&+ \left[ 2\mathcal{C}_{LL}^{\mathbf{3}} + \frac{\vartheta^2}{\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{331}} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{\mathbf{333}}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

As primeiras linhas das Eqs. (2.24) e (2.25) produzem as NSNI que procuramos. Nas segundas linhas aparecem as contribuições dos léptons carregados, as quais, como se expôs na seção anterior, produzem severas restrições via limites superiores de processos leptônicos que violam sabor.

Para não levar em conta as restrições sobre as NSNI que se produzem por os processos dos léptons associados via  $SU(2)$ , pode-se impor condições sobre os coeficientes  $(\mathcal{C}_i)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}$  da expansão da Eq. (2.10). A seguir, define-se como é o sistema de equações para suprimir os processos dos léptons carregados.

### Supressão dos processos com léptons carregados

É importante evitar os processos dos léptons carregados que surgem junto com as NSNI, das segundas linhas das Eqs. (2.24) e (2.25), já que contribuem com os processos leptôni-

cos que violam sabor, podem modificar o valor da constante de Fermi  $G_F$  e as restrições sobre a universalidade leptônica [13]. A idéia é suprimí-los pelo menos a nível de árvore.

Das segundas linhas das Eqs. (2.24) e (2.25) obtemos os conjuntos de equações:

$$\begin{aligned} \left[ -\frac{1}{2}\mathcal{C}_{LE} + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^1 - \mathcal{C}_{LE\Phi}^3) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} &= 0 \\ \left[ \mathcal{C}_{LL}^1 + \mathcal{C}_{LL}^3 + \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LL\Phi}^{111} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{331} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{133} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{313}) \right]_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

para todos os possíveis valores dos índices de sabor  $(\alpha, \gamma, \beta, \delta)$ .

Uma maneira de fazer o cancelamento da Eq. (2.27), evitando o fine-tuning da nova escala  $\Lambda$ , é requerendo que os coeficientes desse sistema de equações se cancele independentemente para operadores de dimensão  $d = 6$  e  $d = 8$  [13].

Para o caso de operadores de dimensão  $d = 6$ , da Eq. (2.27), omitindo os índices de sabor, temos:

$$\mathcal{C}_{LE} = 0, \quad \mathcal{C}_{LL}^1 = -\mathcal{C}_{LL}^3, \quad \mathcal{C}_{EE} = 0, \quad (2.28)$$

onde a última equação se requer para não gerar o operador da Eq. (2.15), ainda que ele não produza NSNI nenhuma, contribui aos processos leptônicos que violam sabor [13]. Como o coeficiente  $\mathcal{C}_{LE}$  é nulo e é o único coeficiente dos operadores de dimensão  $d = 6$  que aparece na Eq. (2.24), só os operadores do tipo  $\bar{L}L\bar{L}L$  induzem NSNI apreciáveis.

Para o caso de operadores de dimensão  $d = 8$ , da Eq. (2.27) omitindo os índices de sabor, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{LE\Phi}^1 &= \mathcal{C}_{LE\Phi}^3, & \mathcal{C}_{LL\Phi}^{111} + \mathcal{C}_{LL\Phi}^{331} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{133} - \mathcal{C}_{LL\Phi}^{313} &= 0 \\ \mathcal{C}_{LL\Phi}^{333} &\text{ arbitrário,} & \mathcal{C}_{EE\Phi} &= 0, \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde a última equação se requer para não gerar o operador da Eq. (2.23).

Finalmente, temos conjuntos de restrições sobre os coeficientes da expansão da Eq. (2.10) segundo as NSNI que queiramos gerar. Se as NSNI são geradas por operadores de  $d = 6$  ou de  $d = 8$ , para evitar processos dos léptons carregados que violam sabor (pelo menos no nível de árvore), devemos levar em conta a Eq. (2.28) ou a Eq. (2.29), respectivamente.

O feito na seção anterior corresponde ao caso de operadores de dimensão  $d = 6$ . Logo, fazendo o mesmo para operadores de dimensão  $d = 8$ , ou seja, requerendo *invariância de Lorentz*, obtemos a forma de transformação dos novos bósons. Isso é importante como construção de um modelo viável para gerar as NSNI, mas neste trabalho não estamos interessados nos modelos específicos (para maior informação da possível modelagem para gerar as NSI ver o artigo [13])

O feito até agora serve para entender algumas condições que se usam na literatura como hipóteses de trabalho e que nós usaremos para fazer a restrição fenomenológica das NSNI.

## 2.2 Hipóteses de trabalho

Este trabalho está focado em fazer a restrição fenomenológica das NSNI mais do que estudar os possíveis modelos que geram as NSNI e suas conexões com modelos de extensão existentes. Como se tem argumentado tanto no caso do SM, quanto no caso das NSNI, estamos trabalhando no regime de baixas energias, porque corresponde as energias dos neutrinos.

Baseados no exposto até agora, as hipóteses de trabalho são as seguintes:

- O SM, como se falou no primeiro capítulo, descreve a fenomenologia das partí-

culas conhecidas de uma maneira exitosa. Por outro lado, pela fenomenologia dos neutrinos, precisa-se de uma extensão desse modelo. A baixas energias, pelo êxito do SM, espera-se que ele siga descrevendo os processos. Logo, como se vê na expansão da Eq. (2.8), o modelo padrão descreve os processos a nível primário, e as NSNI aparecem como correções, ou seja, completando a descrição a nível secundário. Nesse sentido, trabalharemos com esse modelo, que se pode definir como híbrido, onde temos interações à SM mais NSNI.

- Como faremos a restrição das NSNI partindo da fenomenologia do neutrino diretamente, vamos supor que as NSNI são geradas por operadores de dimensão  $d = 6$  ou  $d = 8$  que cumprem as condições da Eq. (2.28) ou a Eq. (2.29), respectivamente. Dessa forma, no nível de árvore, não teremos processos leptônicos, pelo que não usaremos limites superiores de processos leptônicos que violam sabor e tampouco processos que violam universalidade leptônica para restringir as NSNI[12].
- Como vimos no caso de FCNI geradas pelo intercâmbio de léptons massivos, os processos leptônicos que violam sabor restringem severamente essas interações para o caso de múon. Mesmo se não estivéssemos interessados em operadores  $d = 6$ , para operadores  $d = 8$  aparecem severas restrições para as NSNI com múons. Essas restrições foram suprimidas no nível de árvore, mas aparecem no nível de loop [12]. Logo vamos desconsiderar as NSNI para múons.
- Pela mesma razão do item anterior, restrições severas dos decaimentos de leptônicos carregados que violam sabor, é razoável considerar primeiro o efeito das FDNI mais do que FCNI [28]. Assim, vamos nos focar nas FDNI.
- As NSNI relevantes são as interações de neutrinos com férmions da primeira família  $f = e, u, d$ . Esses férmions são os constituintes da matéria, pelo que nas interações de neutrinos com a matéria devemos levar em conta essas interações. Pela baixa energia do neutrino, podemos dizer que as interações são, principal-

mente, espalhamentos elásticos com elétrons. Por essa razão, estamos interessados principalmente nas NSNI com elétrons mais do que com quarks da primeira família. Neste trabalho vamos calcular as restrições explicitamente para o caso das NSNI com elétrons e mencionaremos as restrições para quarks.

## 2.3 Lagrangiana fenomenológica

Podemos escrever uma lagrangiana fenomenológica para as NSNI, partindo da Eq. (2.10) e usando os resultados das interações efetivas com léptons das Eqs. (2.24) e (2.25), junto com a segunda hipótese de trabalho, ou seja, com as Eqs. (2.28) ou (2.29):

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L}_{eff} = & \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^4} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^1 + \mathcal{C}_{LE\Phi}^3)_{\alpha\gamma}^{\beta\delta} (\bar{\nu}^\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_R l_\gamma) \\ & + \frac{1}{\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^{\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}})_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} (\bar{\nu}^\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) (\bar{l}^\delta \gamma_\rho P_L l_\gamma) + H.c, \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde  $\mathcal{C}_{LE\Phi}^{\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}}$  foi definido na Eq. (2.26), mas agora sujeito às condições das Eqs. (2.28) ou (2.29). Finalmente, para escrever a lagrangiana fenomenológica, temos que definir constantes que parametrizem a combinação dos coeficientes  $(\mathcal{C}_i)_{\beta\delta}^{\alpha\gamma}$  da Eq. (2.30), omitindo os índices de sabor, na forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{lR} & \sim \frac{\vartheta^2}{2\Lambda^4} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^1 + \mathcal{C}_{LE\Phi}^3) \\ \varepsilon^{lL} & \sim \frac{1}{\Lambda^2} (\mathcal{C}_{LE\Phi}^{\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

com o que a Eq. (2.30) fica:

$$\delta\mathcal{L}_{eff} \sim (\bar{\nu}^\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) \left[ (\varepsilon^{lR})_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} \bar{l}^\delta \gamma_\rho P_R l_\gamma + (\varepsilon^{lL})_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} \bar{l}^\delta \gamma_\rho P_L l_\gamma \right] + H.c \quad (2.32)$$

Logo, com a definição dos parâmetros  $\varepsilon^{lR}$  e  $\varepsilon^{lL}$  que se parecem aos acoplamentos do SM  $g_P^f$  da Tabela 1.3, a lagrangiana da Eq. (2.32) fica parametrizada como a lagrangiana efetiva padrão da interação via corrente neutra da Eq. (1.31).

Pela hipótese de trabalho um, vamos somar essa lagrangiana efetiva com a lagrangiana efetiva padrão da Eq. (1.32), como aparece na Eq. (2.8). Desse modo, podemos usar as mesmas constantes (para dimensionar a Eq. (2.32)), com o que a Eq. (2.32) se pode escrever:

$$-\delta\mathcal{L}_{eff} \equiv -\mathcal{L}_{eff}^{NSNI} = \varepsilon_{\beta\alpha}^{fP} 2\sqrt{2}G_F (\bar{\nu}_\beta \gamma^\rho P_L \nu_\alpha) (\bar{f} \gamma_\rho P f), \quad (2.33)$$

onde os parâmetros  $\varepsilon_{\beta\alpha}^{fP}$  levam em conta a magnitude das NSNI comparadas com a constante de Fermi  $G_F$ .

Na Eq. (2.33), o sabor é agora levado em conta nos índices  $\alpha, \beta$ ; o  $P$  representa o operador quiral direito  $P_R$  e esquerdo  $P_L$ , respectivamente. Logo, tem-se uma soma implícita nesses operadores, e  $f$  representa os férmions da primeira família  $f = e, u, d$ , incluindo os quarks.

A lagrangiana da Eq. (2.33) é o ponto de partida para fazer a restrição fenomenológica das NSNI. Como os parâmetros  $\varepsilon_{\beta\alpha}^{fP}$  levam em conta a magnitude das NSNI, a restrição desses parâmetros adimensionais é o que chamamos de restrição das NSNI.

Pela última hipótese de trabalho, estamos interessados, principalmente, nas NSNI com elétrons, ou seja,  $f = e$ . Também nos interessa a restrição dos parâmetros das FDNI, isso é,  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$ , mais do que na restrição FCNI ( $\varepsilon_{\beta\alpha}^{eP}$  para  $\alpha \neq \beta$ ). Não levaremos em conta as NSNI para múons <sup>1</sup>, porque são suprimidas severamente pelos processos leptônicos que violam sabor, então vamos nos concentrar em restringir os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  para  $\alpha = e, \tau$ .

Nos capítulos que seguem, restringiremos os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  para  $\alpha = e, \tau$ , usando os efeitos das NSNI na detecção, ou seja, nas seções de choque, e na propagação, isso é, na oscilação.

---

<sup>1</sup>Os parâmetros diagonais para o caso do múon são fortemente restringidos, com valor  $|\varepsilon_{\mu\mu}^{eP}| < 0.03$  [12]

## Fenomenologia com interações não-padrão (NSNI) - Seções de Choque

Os resultados dos experimentos de neutrinos têm mostrado que existe uma conversão de sabor. A troca de sabor implica estender o modelo padrão para descrever a fenomenologia do neutrino. O modelo oscilatório com interações do SM aparece, então, como o mais aceito, e explica, com grande nível de confiança, a troca de sabor dos neutrinos atmosféricos e solares (incluindo o efeito da matéria), mas implica massa não nula e mistura para os neutrinos. Por outro lado, os modelos de extensão, além de darem massa para o neutrino, geram novas interações (NSNI). No capítulo anterior, desenvolvemos uma teoria efetiva a baixas energias, independente do modelo, baseados no grupo de gauge do SM e com o qual obtivemos a lagrangiana fenomenológica que descreve as NSNI, já que a não existência de um único modelo não deve impedir que se estude o efeito das NSNI na fenomenologia do neutrino.

O exposto no parágrafo anterior serve como motivação para fazer as restrições das NSNI independentes do modelo. Apenas a fenomenologia do neutrino decidirá se existe espaço para as NSNI, ou seja, se são suficientemente importantes para completar a descrição da fenomenologia do neutrino. Como se expôs no capítulo anterior, temos um modelo híbrido de NSNI e oscilações com interações do SM. Ainda que as NSNI entrem na

descrição do fenômeno de maneira secundária, é importante saber a magnitude que elas podem ter.

Finalmente, podemos adicionar uma perspectiva, em um sentido mais teórico, partindo de maneira inversa da restrição para delimitar os modelos de extensão, usando o fato que os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{fP}$  dependem do modelo. Esse ponto pode ser de interesse para a construção de modelos.

A seguir, faremos primeiro a restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{fP}$  das NSNI, usando seus efeitos nas seções de choque (efeitos na detecção), para terminar com a restrição, usando os efeitos na oscilação (efeitos na propagação) no próximo capítulo.

### 3.1 Espalhamento elástico

Como temos argumentado, a lagrangiana total que descreve as interações efetivas dos neutrinos é a soma da lagrangiana efetiva do SM e a lagrangiana efetiva NSNI. Na subseção 1.3.1, calculou-se explicitamente a lagrangiana efetiva de interação de neutrinos com elétrons, Eq. (1.31). Por outro lado, a lagrangiana efetiva das NSNI com elétrons aparece na Eq. 2.33 fazendo  $f = e$ .

Na seção 1.3.2, argumentou-se que, pela baixa energia do neutrino, a interação dele com a matéria e, em particular, com os elétrons pode se considerar, em primeira aproximação, como um espalhamento elástico, e se mostrou a seção de choque deste processo, Eq. (1.34). Incluindo as NSNI, temos que a seção de choque sofre uma modificação.

Basicamente, o efeito é um reescalamento das constantes de acoplamento  $g_P^f$  com o bóson  $Z$  do SM dado pelos parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{fP}$  das NSNI. A seção de choque da Eq. (1.34), incluindo as NSNI, fica na forma [20]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dT} = & \frac{2G_F^2 m_e}{\pi} \left[ \bar{g}_L^2 + \sum_{\alpha \neq e} |\varepsilon_{\alpha e}^{eL}|^2 + \left( \bar{g}_R^2 + \sum_{\alpha \neq e} |\varepsilon_{\alpha e}^{eR}|^2 \right) \left( 1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 \right. \\ & \left. - \left( \bar{g}_L \bar{g}_R + \sum_{\alpha \neq e} |\varepsilon_{\alpha e}^{eL}| |\varepsilon_{\alpha e}^{eR}| \right) \frac{m_e T}{E_\nu^2} \right], \end{aligned} \quad (3.1)$$

com a redefinição das constantes de acoplamento na forma:

$$\begin{aligned} \bar{g}_R &\equiv g_R^e + \varepsilon_{ee}^{eR} \\ \bar{g}_L &\equiv g_L + \varepsilon_{ee}^{eL} = 1 + g_L^e + \varepsilon_{ee}^{eL}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde, na Eq. (3.1),  $G_F$  é a constante de Fermi,  $E_\nu$  é a energia do neutrino  $T$  é a energia cinética de retrocesso do elétron e  $m_e$  sua massa. Para o caso de FDNI com elétrons para o parâmetro de sabor ( $\alpha = e$ ), a Eq. 3.1 fica na forma:

$$\frac{d\sigma(E_\nu, T)}{dT} = \frac{2G_F^2 m_e}{\pi} \left[ \bar{g}_L^2 + \bar{g}_R^2 \left( 1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 - \bar{g}_L \bar{g}_R \frac{m_e T}{E_\nu^2} \right]. \quad (3.3)$$

A seção de choque da Eq. (3.3) não precisou ser calculada de novo, uma vez que as NSNI com elétrons só produzem o reescalamto dado pela Eq. (3.2), devido à forma como se parametrizou a lagrangiana NSNI efetiva da Eq. (2.33).

Dos experimentos de espalhamento elástico de neutrinos por elétrons, podemos restringir os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI, fixando o valor das constantes de acoplamento  $g_R^e$  e  $g_L^e$  do SM, que, no fundo, é equivalente a fixar o valor do  $\sin^2 \theta_W$  (ver Tabela 1.3).

A seguir, faremos a restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI usando, primeiro dados de seções de choque de espalhamento elástico de neutrinos por elétrons e, finalmente, dados de seções de choque de espalhamento elástico de antineutrinos por elétrons.

### 3.1.1 Espalhamento $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$

Na teoria, para obter a seção de choque total, se faz a integração da seção de choque diferencial da Eq. (3.3) na forma:

$$\sigma(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) = \int_{T_{min}}^{T_{max}} dT \frac{d\sigma(E_\nu, T)}{dT} = \int_{T_{th}}^{\frac{2E_\nu^2}{m_e + 2E_\nu}} dT \frac{d\sigma(E_\nu, T)}{dT}, \quad (3.4)$$

onde o limite superior  $T^{max}$  é o limite cinemático da Eq. (A.6), e o limite inferior  $T_{min}$  é o limiar de energia  $T_{th}$  usado no experimento. Fazendo a integração da Eq. (3.3) na aproximação  $m_e \ll E_\nu$ , temos [24]:

$$\sigma(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) \approx \int_0^{E_\nu} dT \frac{d\sigma(E_\nu, T)}{dT} = \frac{2m_e G_F^2 E_\nu}{\pi} \left( \bar{g}_L^2 + \frac{1}{3} \bar{g}_R^2 \right) \quad (3.5)$$

Segundo o artigo [24], usado na literatura [12, 20], o melhor valor experimental da medida da seção de choque da Eq. (3.5) é a do experimento LSND<sup>1</sup> [29]:

$$\sigma^{exp} = [10.1 \pm 1.1(stat.) \pm 1.0(sys.)] E_\nu [MeV] \times 10^{-45} cm^2, \quad (3.6)$$

onde a seção de choque é reportada com a dependência linear na energia do neutrino  $E_\nu$ . A colaboração LSND determina a seção de choque da Eq. (3.6) partindo do número de eventos  $R$ , eficiência  $\tilde{\varepsilon}$ , fluxo de  $\nu_e$ , e o tamanho do detector  $N_T$ . O calculo é similar ao exposto mais adiante para o espalhamento de neutrinos (ver Eq. (3.11) e Eq. (3.12)), mas para LSND é a colaboração quem leva em conta o fluxo e a resolução para reportar a seção de choque na forma da Eq. (3.6)<sup>2</sup>, entanto que o valor teórico se obtém diretamente na forma da Eq. (3.5).

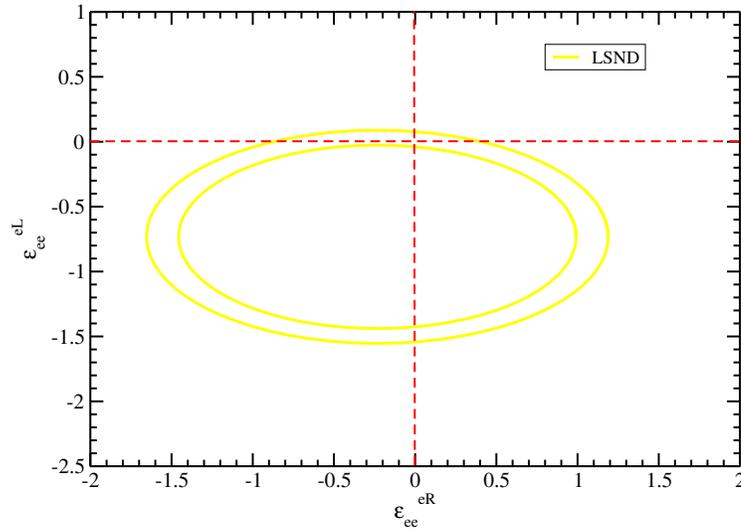
<sup>1</sup>O experimento ‘Liquid Scintillator Neutrino Detector’ (LSND) colide prótons e detecta os neutrinos produzidos no decaimento em repouso do  $\pi^+$  e  $\mu^+$  detidos pelo alvo. São produzidos neutrinos  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$  e  $\nu_e$ , detectam-se todos, mas só com os eventos  $\nu_e e$  se calcula a Eq. (3.6).

<sup>2</sup>Num experimento anterior [30], o valor reportado foi  $\sigma^{exp} = \langle \sigma \rangle / \langle E_\nu \rangle$ , onde a média é no fluxo para uma energia  $\langle E_\nu \rangle = 31.7 MeV$ . Para esse caso a energia em média é  $\langle E_\nu \rangle = 31.9 MeV$  obtida de  $\langle \sigma \rangle = (3.19 \pm 0.35 \pm 0.33) \times 10^{-43} cm^2$  e da Eq. (3.6). A energia esta no intervalo experimental  $10 < T < 50 MeV$  (ver Tabela 3.1).

Comparando a seção de choque calculada da Eq. (3.5) com o valor experimental da Eq. (3.6), temos:

$$(1 + g_L^e + \varepsilon_{ee}^{eL})^2 + \frac{1}{3} (g_R^e + \varepsilon_{ee}^{eR})^2 = \frac{\sigma^{exp}}{\frac{2m_e G_F^2 E_\nu}{\pi}}, \quad (3.7)$$

onde se substituiu o valor explícito dos acoplamentos  $\bar{g}_L$  e  $\bar{g}_R$  da Eq. (3.2). Os valores possíveis dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  estão entre as elipses definidas pelo erro experimental da Eq. (3.6), somado em quadratura, como aparece no gráfico da Fig. 3.1.



**Figura 3.1:** Elipses da Eq. 3.7 definidas pelo erro experimental ( $1\sigma$ ) da Eq. (3.6), somado em quadratura.

Como a lagrangiana das NSNI é somada à lagrangiana do SM, no caso de ter parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{fP}$  nulos, recupera-se o resultado previsto pelo SM. Na Fig. 3.1, vemos que no limite do SM, ou parâmetros das NSNI nulos, o ponto  $(0,0)$  está dentro da região permitida pelo experimento. Assim, o SM dá conta do resultado experimental. Os valores para os parâmetros dentro da região limitada pelas elipses, diferentes de zero, são os valores permitidos às NSNI pelo experimento.

A restrição dos parâmetros é visível na Fig. 3.1 ao longo das linhas vermelhas, ou seja, fazendo o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR} = 0$ , se restringe o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  e de maneira análoga para o outro parâmetro. Vemos, na Fig. 3.1, que o experimento LSND restringe o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  (ao longo da linha vertical) mais do que o  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  (ao longo da linha horizontal) <sup>3</sup>. Também vemos que o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  tem duas regiões permitidas, mas o valor que se reporta é o valor ao redor do valor do SM (ponto (0, 0)), já que as NSNI são efeitos de segunda ordem respeito do efeito principal do SM.

Sem ainda fazer a análise estatística, vemos na Fig. 3.1 que os parâmetros são menores do que a unidade, o que concorda com o usado até agora, o efeito das NSNI é de segunda ordem e o efeito principal é do SM. A seguir, faremos a restrição dos mesmos parâmetros usando espalhamento elástico de antineutrinos.

### 3.1.2 Espalhamento $\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e$

Os reatores produzem antineutrinos  $\bar{\nu}_e$ , já que a energia de produção (da ordem de MeV) não é suficiente para produzir  $\mu$  ou  $\tau$ . A produção de antineutrinos provém do decaimento beta dos elementos que fissionam  $^{345}U$ ,  $^{239}Pu$ ,  $^{241}Pu$  e  $^{238}U$ . Cada elemento tem um espectro de produção, ou seja, fluxo de antineutrinos por intervalo de energia [31, 32, 33, 34].

A seção de choque diferencial da Eq. (3.3) deve ser convolvida com o espectro de produção de antineutrinos  $\lambda(E_\nu)$  e a função de resolução do detector  $R(T, T')$  para obter a seção de choque total, de maneira teórica.

---

<sup>3</sup>Se o LSND tiver um número de intervalos (mais bins) na energia de retrocesso do elétron  $T$ , teríamos mas do que uma elipse, de fato o número de elipses seria igual ao de intervalos e, é possível que a região permitida restringisse também o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$

### Parametrizações dos fluxos

Na literatura [31, 32, 33, 34], existem várias parametrizações teóricas dos espectros medidos e calculados. Segundo a época, as colaborações usaram um espectro em particular. Recentemente, apareceu um trabalho [34] que reúne os resultados dos espectros conhecidos e calcula o melhor ajuste. Em particular, usaremos os espectros das colaborações ou a parametrização mais recente.

A parametrização:

$$\begin{aligned}\phi_k(E_\nu) &= A \exp[aE_\nu + bE_\nu^2 + c(E_\nu/8)^{10}] \quad 2 \leq E_\nu \leq 9[MeV] \\ \phi_k(E_\nu) &= I_0[1 - \exp(a'E_\nu)] \exp(b'E_\nu) \quad E_\nu \leq 2[MeV],\end{aligned}\tag{3.8}$$

onde  $A = 5.09 MeV^{-1} fis^{-1}$ ,  $a = -0.648$ ,  $b = -0.0273$ ,  $c = -1.41$ ,  $I_0 = 3.90 MeV^{-1} fis^{-1}$ ,  $a' = -4.98$  e  $b' = -0.565$  [33] é usada na integração de Rovno (Ver Tabela 3.1). O espectro mais recente [34]:

$$\phi_k(E_\nu) = \exp\left(\sum_{k=1}^{K_l} a_{kl} E_\nu^{k-1}\right)\tag{3.9}$$

é usado na integração de MUNU [20] e nós a usaremos, também, para Irvine (Ver Tabela 3.1). Na Eq. (3.9), os coeficientes  $a_{kl}$  aparecem na Tabela III do artigo [34] para cada elemento  $^{345}U$ ,  $^{239}Pu$ ,  $^{241}Pu$  e  $^{238}U$ .

O cálculo da seção de choque total é similar ao exposto no artigo [20], mas para esse caso se pode escrever:

$$\begin{aligned}\sigma(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) &= \int dE_\nu \lambda(E_\nu) \sigma(E_\nu; \bar{g}_R \leftrightarrow \bar{g}_L) \\ \sigma(E_\nu; \bar{g}_R \leftrightarrow \bar{g}_L) &= \int_{T_{min}}^{T_{max}} dT \int_0^{T'_{max}(E_\nu)} dT' R(T, T') \frac{d\sigma(E_\nu, T')}{dT'}\end{aligned}\tag{3.10}$$

onde  $\sigma(E_\nu; \bar{g}_R \leftrightarrow \bar{g}_L)$  faz referência ao fato da seção de choque da Eq. 3.3 ser a mesma para o caso do espalhamento elástico de antineutrinos trocando os acoplamentos

$\bar{g}_R \Leftrightarrow \bar{g}_L$ . Na Eq. (3.10), os limites de integração na energia cinética do elétron:  $T_{min}$  e  $T_{max}$  são impostos pelo experimento (cortes cinemáticos, ver segunda coluna da Tabela 3.1) e o limite superior em  $T'_{max}(E_\nu)$  corresponde ao limite cinemático (ver apêndice).

### Função de resolução

Para fazer a integração, só falta definir a função de resolução do detector  $R(T, T')$ . Não é simples determinar essa função, uma vez que não é sempre reportada pelas colaborações. Geralmente, é usual pensar que a função de resolução do detector é uma *função gaussiana com uma dada largura  $\sigma(T')$  e centrada na energia de retrocesso do elétron  $T$* . No artigo [20], os autores usaram essa idéia apenas para o experimento MUNU.

Nós não vamos usar função de resolução nenhuma, já que não temos informação das resoluções dos experimentos a usar na restrição, só do experimento MUNU. Entanto, usando a resolução gaussiana com  $\sigma(T') = 0.08T'^{0.7}$  [35] (e também com  $\sigma(T') = 0.08T'^{0.57}$  [36]), não se produz uma diferença apreciável nos nossos resultados, pelo que a Eq. (3.10) fica na forma mais simples, fazendo  $R(T, T') = \delta(T - T')$ :

$$\sigma(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) = \int_{T_{min}}^{T_{max}} dT \int_{E_{min}(T)}^{E_{max} \approx 9 \text{ MeV}} dE_\nu \lambda(E_\nu) \frac{d\sigma}{dT}(E_\nu, T) \quad (3.11)$$

$$\lambda(E_\nu) = \sum_{k=1}^4 a_k \phi_k(E_\nu),$$

onde o limite inferior na integração da energia  $E_{min}(T)$  provém do limite cinemático da Eq. (A.7)<sup>4</sup> [32], e  $a_k$  são as médias das abundâncias [20] dos quatro elementos  $a_1 = a_{(345U)} = 54\%$ ,  $a_2 = a_{(239Pu)} = 33\%$ ,  $a_3 = a_{(241Pu)} = 6\%$  e  $a_4 = a_{(238U)} = 7\%$ , sendo a média em um ciclo anual do reator<sup>5</sup> [35].  $\phi_k(E_\nu)$  é o fluxo de cada elemento de fissão

<sup>4</sup>O limite superior  $T_{max}(E_\nu)$  na integração da Eq.(3.4) provém da Eq. (A.5) e também o limite inferior  $E_{\nu min}(T)$  da Eq. (3.11).

<sup>5</sup>Tomamos a média dos valores, ainda que o combustível varie no tempo, porque não levaremos em conta esse efeito.

$k$  para cada experimento (Eqs. (3.8) e (3.9)).

Os experimentos que vamos usar para restringir os parâmetros das NSNI são os dados de seção de choque de espalhamento de antineutrinos por elétrons que aparecem na Tabela 3.1, incluindo o valor do acelerador LSND, usado na seção anterior 3.1.1. Os experimentos de reatores são três: Irvine (duas janelas de observação), Rovno e MUNU.

Experimento	T[MeV]	eventos	medida
LSND $\nu_e e$	10-50	191	$\sigma = [10.1 \pm 1.5] E_\nu \times 10^{-45} \text{cm}^2$ [29]
Irvine $\bar{\nu}_e e$	1.5-3.0	381	$\sigma = [0.87 \pm 0.25] \times \sigma^{SM}$ [37]
Irvine $\bar{\nu}_e e$	3.0-4.5	77	$\sigma = [1.70 \pm 0.44] \times \sigma^{SM}$
Rovno $\bar{\nu}_e e$	0.6-2.0	41	$\sigma = [1.26 \pm 0.62] \times 10^{-44} \text{cm}^2 \text{fis}^{-1}$ [38]
MUNU $\bar{\nu}_e e$	0.7-2.0	68	$1.07 \pm 0.34 \text{eventos dia}^{-1}$ [35]

**Tabela 3.1:** Dados experimentais das seções de choque usados no artigo [20]. Na segunda coluna, os limites na integração na energia cinética de retrocesso do elétron  $T$  da Eq. (3.11).

Como se pode ver na Tabela 3.1, para o experimento MUNU se reporta o número de eventos por dia  $R$  e não a seção de choque, pelo que temos que calcular é o número de eventos no detector  $R_D$ . Partindo da Eq. (3.11), e como MUNU é um reator do tipo PWR, temos [39]:

$$\begin{aligned}
 R_D &= N_f \frac{N_T \tilde{\sigma}(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL})}{4\pi L^2} = \frac{P_{th}}{\langle E_k \rangle} \frac{N_T \tilde{\sigma}(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL})}{4\pi L^2} \\
 &= \left[ \frac{86400}{e} \frac{P_{th}[MW/h]}{\langle E_k \rangle [MeV]} \frac{N_T \tilde{\sigma}(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL})}{4\pi L^2} \right] \text{dia}^{-1},
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde  $N_f$  é o número de fissões obtido da razão da potência térmica do reator  $P_{th} = 2750 \text{ MW/h}$  [35] e energia média liberada em cada fissão  $\langle E_k \rangle = 208.03 \text{ MeV}$  [34],  $N_T$

é o número de alvos do detector<sup>6</sup>,  $\tilde{\varepsilon}$  é a eficiência na detecção e  $L = 18\text{ m}$  é a distância do reator ao detector [35]. Na segunda linha da Eq. (3.12),  $e$  é a carga do elétron usada na conversão para que o número de eventos seja esse por dia.

No cálculo do número de eventos para MUNU introduzimos a normalização no fluxo:

$$N = \int_{T_{min}}^{T_{max}} dT \int_{E_{min}(T)}^{E_{max} \approx 9\text{ MeV}} dE_\nu \lambda(E_\nu),$$

que parametriza nossa ignorância do detector, em particular, o desconhecimento da eficiência  $\tilde{\varepsilon}$ . Essa normalização foi usada só para o caso de MUNU, que é o único dos experimentos da Tabela 3.1 que reporta o dado como número de eventos. Deve-se incluir de alguma forma o detector para que, no cálculo de  $\chi^2$ , o MUNU seja compatível com os experimentos restantes.

O número de eventos padrão esperado pode ser calculado usando a Eq. (3.12) fazendo os parâmetros não-padrão zero, ou seja:

$$R^{SM} = \left[ \frac{86400 P_{th}[MW/h]}{e} \frac{1}{\langle E_k \rangle [MeV]} \frac{1}{N} \frac{N_T \sigma(0,0)}{4\pi L^2} \right] dia^{-1} \approx 1.65 \text{ eventos dia}^{-1}, \quad (3.13)$$

com o que temos que o número de eventos do experimento MUNU comparado com o padrão é:

$$R_D^{MUNU} = (0.65 \pm 0.21) \times R^{SM}. \quad (3.14)$$

Da Eq. (3.14), pode-se ver que o modelo padrão esta levemente fora, logo, esperamos que a física não padrão seja importante quando analisemos o experimento MUNU.

No caso do experimento Irvine, ainda que os fluxos das Eqs. (3.8) e (3.9) estão por fissão, não é preciso fazer o produto pelo número de fissões  $N_f$  da Eq. 3.12 (feitos para

---

<sup>6</sup>O detector usado pelo experimento MUNU é enchido pelo gás  $CF_4$ , portanto, o  $N_T$  é o número de elétrons em  $11.4\text{ Kg}$  desse gás.

MUNU), porque a seção de choque está em termos da seção de choque do SM (a qual se obtém ao fazer os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{fP} = 0$ ), cancelando-se qualquer normalização.

No caso do experimento Rovno, também não temos que usar o número de fissões  $N_f$ , ainda que os fluxos das Eqs. (3.8) e (3.9) estão por fissão, porque a seção de choque está por fissão.

### Forma geométrica da seção de choque

Definindo os coeficientes dos acoplamentos  $\bar{g}_P$  da integração da Eq. (3.3) usando a Eq. (3.11), ou a Eq. (3.12) para MUNU, na forma:

$$I_i = \int_{T_{min}}^{T_{max}} dT \int_{E_{min}(T)}^{E_{max} \approx 9 \text{ MeV}} \lambda(E_\nu) \sigma_i(E, T), \quad (3.15)$$

onde  $i$  é o correspondente coeficiente da Eq. (3.3) (fazendo  $\bar{g}_R \leftrightarrow \bar{g}_L$ ), podemos encontrar a forma geométrica da seção de choque:

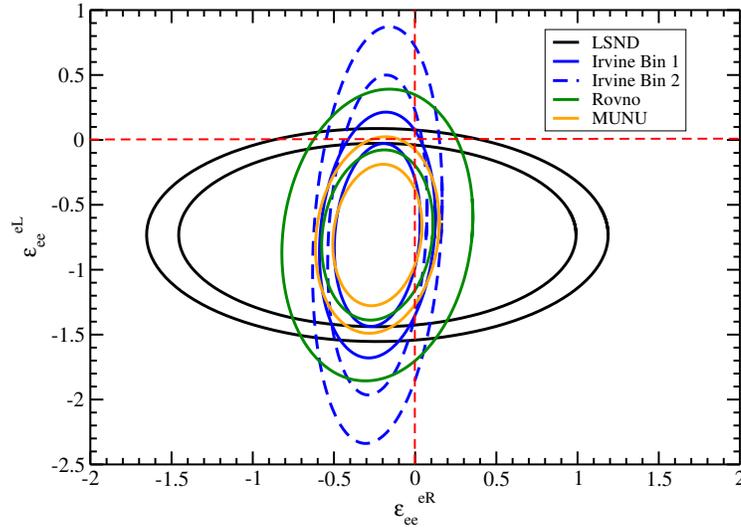
$$\sigma = I_1 \bar{g}_R^2 + I_2 \bar{g}_L^2 - I_3 \bar{g}_R \bar{g}_L, \quad (3.16)$$

onde temos, de novo, que a seção de choque integrada é uma elipse (ver Fig. 3.2), mas rodada  $90^\circ$  com relação à elipse da Fig. 3.1, devido à troca  $\bar{g}_R \leftrightarrow \bar{g}_L$ . A Eq. (3.16) é diferente à elipse da Eq. (3.7), porque está rodada (além da rotação de  $90^\circ$ ) pelo ângulo:

$$\tan(2\varphi) = \frac{I_3}{I_1 - I_2}, \quad (3.17)$$

pelo coeficiente  $I_3$  que é não nulo. No caso de espalhamento de neutrinos ao calcular a Eq. 3.5 no limite  $m_e \ll E_\nu$ , o termo  $I_3$  é praticamente nulo.

Na Fig. 3.2, temos os experimentos dos reatores da Tabela 3.1 junto com LSND. Novamente temos elipses, mas, agora, rodadas. Mais uma vez, como na Fig. 3.1, temos que no limite do SM, ou parâmetros das NSNI nulos, o ponto  $(0, 0)$  está dentro da



**Figura 3.2:** Elipses da Eq. 3.16 definidas pelo erro experimental ( $1\sigma$ ) da Tabela 3.1, após integração das Eqs. (3.11) e a Eq. (3.12), usando a Eq. (3.3) para antineutrinos e os espectros das Eqs. (3.8) e (3.9) para Rovno e MUNU-Irvine, respectivamente (ver texto).

região permitida pelo experimento; assim, o SM da conta dos resultados experimentais, excluindo MUNU que está um pouco fora. Sem fazer a análise estatística, vemos que a região de interseção dos experimentos é a região permitida aos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI. Temos, então, quatro regiões permitidas. Logo, pode-se dizer que a inclusão dos experimentos de reatores restringiram ainda mais os parâmetros que restringiu LSND, em particular o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  [20].

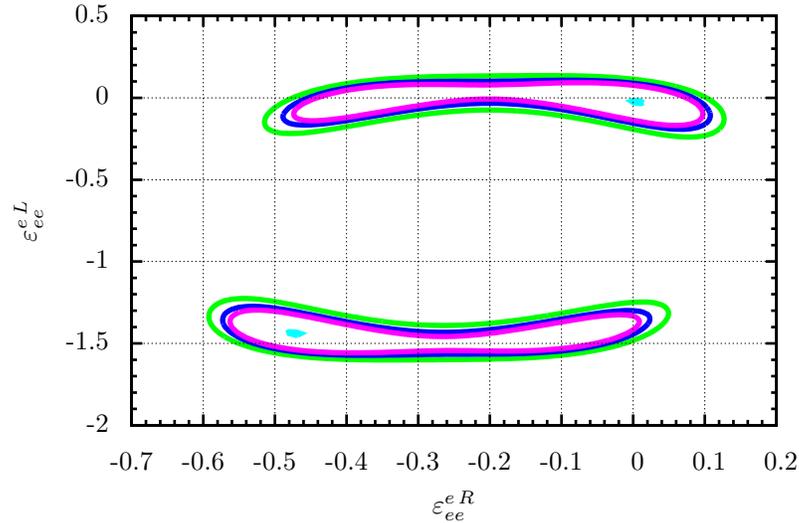
Como veremos ao fazer a análise estatística, o fato de ter elipses rodadas pelo ângulo da Eq. 3.17, é muito útil para diminuir o número de regiões dos parâmetros das NSNI. Contudo para que a elipse esteja rodada em um ângulo apreciável, o valor do coeficiente  $I_3$  deve ser importante. Dessa forma, precisa-se de experimentos que meçam neutrinos de baixa energia ( $0 < E_\nu \sim m_e$ ) [20].

### 3.2 Análise estatística

Para encontrar as regiões e os valores dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI permitidos pelos experimentos da Tabela 3.1, usaremos a análise estatística de  $\chi^2$  usual, definida como [20]:

$$\chi^2(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) \equiv \sum_i \frac{[\sigma_i(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) - \sigma_i^{exp}]^2}{\Delta_i^2}, \quad (3.18)$$

onde somamos sobre os experimentos  $i$ , o erro experimental  $\Delta_i$  aparece na Tabela 3.1. A minimização da Eq. 3.18 nos leva às regiões permitidas dos parâmetros.



**Figura 3.3:** Regiões permitidas para os parâmetros das NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$ , usando os dados da Tabela 3.1 das seções de choque do espalhamento de (anti)neutrinos por elétrons. Reprodução da figura 3 do artigo [20].

Na Fig. 3.3, aparecem as regiões permitidas pelos experimentos. Cada região se obtém ao fazer  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$ , onde, para dois parâmetros livres, temos  $\Delta\chi^2 = 4.61, 5.99, 9.21$  correspondendo ao 90%, 95%, 99% de nível de confiança ( $C.L$ ) [14], respectivamente. Obtivemos o valor  $\chi_{min}^2 = 5.86$  para dois parâmetros livres com 5 observáveis, ou seja, temos 3 graus de liberdade ( $d.o.f$ ). Uma forma de estimar se a estatística é boa e

quando o valor  $\chi_{min}^2/d.o.f \sim 1$ , nosso caso é  $\chi_{min}^2/d.o.f = 1.95$ . Acreditamos que esse desvio do ideal é devido ao experimento MUNU.

Como se expôs na subseção anterior, para 90% *C.L* temos quatro regiões as quais se podem reduzir a duas com a inclusão de experimentos de baixa energia [20], já que teríamos elipses rodadas pelo ângulo da Eq. (3.17).

Finalmente, nós obtivemos os valores dos parâmetros, ao redor do valor do SM (ponto (0,0)),  $-0.44 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.08$  e  $-1.42 < \varepsilon_{ee}^{eL} < -1.33$ ,  $-0.14 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.08$ ; dentro do 90% *C.L*, os quais são comparáveis aos da literatura [20] (ver Tabela 3.3).

### 3.3 Inclusão de novos experimentos

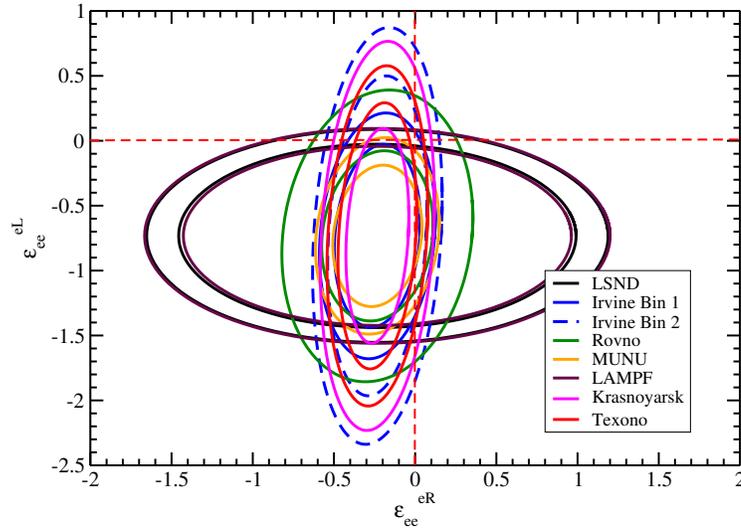
Continuando com a restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI, nós incluímos novos experimentos (além dos usados pelo artigo [20]). Na literatura [21, 22], aparecem experimentos de medidas de seções de choque do espalhamento de (anti)neutrinos por elétrons. Esses experimentos foram usados para determinar o ângulo de Weinberg  $\sin^2 \theta_W$  (entre outros fines), o equivalentemente os acoplamentos  $g_P^f$  do SM da Tabela 1.3, como se expôs no final da subseção 1.3.2. Vamos usar esses experimentos, fixando o valor do  $\sin^2 \theta_W$ , para restringir os parâmetros das NSNI  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$ , pela relação da Eq. 3.2, da mesma forma que se fez na seção anterior.

Experimento	T[MeV]	medida
LAMPF $\nu_e e$	7-60	$\sigma = [10.0 \pm 1.8] E_\nu \times 10^{-45} \text{cm}^2$ [30]
Krasnoyarsk $\bar{\nu}_e e$	3.15-5.175	$\sigma = [4.5 \pm 2.4] \times 10^{-46} \text{cm}^2 \text{fis}^{-1}$ [40]
Texono $\bar{\nu}_e e$	3-8	$R = [1.08 \pm 0.26] \times R^{SM}$ [41]

**Tabela 3.2:** Experimentos incluídos por nós para restringir os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI com elétrons.

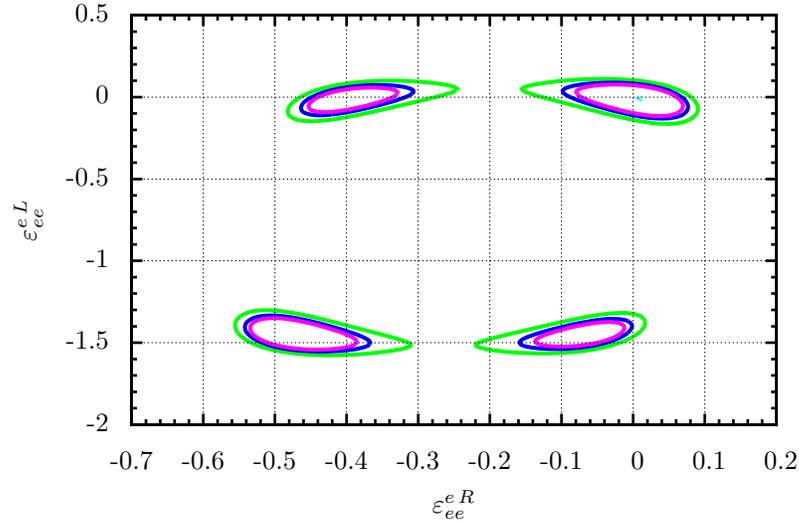
Na Tabela 3.2, aparecem os experimentos que vamos usar. Para o experimento LAMPF vamos usar a Eq. (3.7), como se fez para o LSND. Para os experimentos Krasnoyarsk e Texono, vamos usar o espectro da Eq. (3.9).

Fazendo a integração da Eq. (3.11) com a seção de choque da Eq. (3.3) para antineutrinos, usando o espectro respectivo para os novos experimentos de reatores da Tabela 3.2 com os experimentos da Fig. 3.2, obtemos o gráfico da Fig. 3.4.



**Figura 3.4:** Elipses definidas pelo erro experimental ( $1\sigma$ ) da Tabelas 3.1 e 3.2, após integração das seções de choque do espalhamento de (anti)neutrinos por elétrons.

A Fig. 3.4 contém a mesma informação conceptual da Fig. 3.2, mas a estatística é diferente. Fazendo a análise de  $\chi^2$  usando a Eq. (3.18), obtemos as regiões da Fig. 3.5. De novo, cada região se obtém de calcular  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$ . Nós obtivemos, para esse caso, o valor  $\chi_{min}^2 = 6.17$  com 8 observáveis, ou seja, temos agora 6 *d.o.f*. O valor  $\chi_{min}^2/d.o.f = 1.03$  é agora mais perto da unidade pelo que a inclusão dos novos experimentos melhorou a estatística da restrição anterior, gerando maior confiança nas restrições que vamos obter.



**Figura 3.5:** Novas regiões permitidas para os parâmetros das NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$ , usando os dados das Tabelas 3.1 e 3.2 das seções de choque do espalhamento de (anti)neutrinos por elétrons.

Comparando as regiões da Fig. 3.5 com as da Fig. 3.3, vemos que as regiões apresentam, em geral, uma *diminuição apreciável sobretudo para o contorno de 95% C.L.*, que agora também apresenta quatro regiões separadas dos parâmetros. Pelo que os parâmetros das NSNI são ainda mais restringidos pela inclusão dos novos experimentos da Tabela 3.2. Os parâmetros se calculam, de novo, ao redor do ponto (0,0) (descrito pelo SM). Da tabela 3.3, vemos que nossos resultados, além de ser comparáveis com os encontrados na literatura, são mais restritivos ao incluir os novos experimentos.

Os resultados da última coluna da Tabela 3.3 não são definitivos. Na literatura [24, 28], se afirma que a inclusão de dados da seção de choque de aniquilação de pares  $\sigma(e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma)$  medida por LEP, restringe ainda mais os parâmetros das NSNI. A seguir, refaremos a restrição dos parâmetros NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  incluindo dados de LEP.

Literatura [20]	Recálculo (Fig. 3.3)	Nossos (Fig. 3.5)
$-0.07 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.15$	$-0.44 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.08$	$-0.44 < \varepsilon_{ee}^{eR} < -0.34$ $-0.07 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.06$
$-0.13 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.12$	$-1.42 < \varepsilon_{ee}^{eL} < -1.33$ $-0.14 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.08$	$-0.10 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.07$

**Tabela 3.3:** Resultados parciais dos parâmetros NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  no 90% de *C.L.*.

## 3.4 Experimento LEP

A primeira proposta de usar a seção de choque do processo  $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  para restringir os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  das NSNI foi feita pelos autores do artigo [24]. Eles ressaltam que esse processo é essencial na restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$  e que termina de restringir, também, os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  (restringidos, até agora, pelas seções de choque dos espalhamentos elásticos). As medidas experimentais da seção de choque do processo mencionado são as feitas nos experimentos do LEP: ALEPH, DELPHI, L3 e OPAL. Em um trabalho recente [28], incluíram-se os quatro experimentos do LEP na restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  das NSNI. Nós vamos refazer a análise dos dois artigos só para nossos parâmetros de interesse.

Na seção 1.4 se introduziu a seção de choque padrão do processo  $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  (adotada do artigo [24]), agora, vamos introduzir a mesma seção de choque levando em conta as NSNI, a qual, de novo, adotaremos do artigo [24] como é usada na literatura [12, 28].

### 3.4.1 Seção de choque

A seção de choque total, incluindo as NSNI, pode ser escrita como:

$$\sigma = \sigma^{SM} + \sigma^{NS}, \quad (3.19)$$

onde  $\sigma^{SM}$  é a seção de choque padrão da Eq. (1.39) e  $\sigma^{NS}$  é a soma da contribuição não-padrão mais a interferência padrão e não padrão (das NSNI). A seção de choque  $\sigma^{NS}$  se pode calcular, seguindo o feito na seção 1.4 Eq. (1.37), na forma [24]:

$$\sigma^{NS}(s) = \int dx \int dy H(x, y; s) \sigma_0^{NS}(\hat{s}), \quad (3.20)$$

onde  $x = \frac{2E_\gamma}{\sqrt{s}}$ ,  $\sqrt{s}$  a energia do centro de massa,  $\hat{s} = (1-x)s$ ,  $y = \cos\theta_\gamma$  (ângulo de saída do fóton),  $\sigma_0^{NS}$  é a seção de choque nua (ou do processo  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ) e  $H(x, y; s)$  é a função que representa a probabilidade de radiar, em uma escala  $s$ , a fração  $x$  de energia no referencial do centro de massa [24]. A função  $H(x, y; s)$  se definiu na Eq. (1.38):

$$H^{(\alpha)}(x, y; s) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{1}{x} \frac{1}{1-y^2} \left[ \left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{x^2 y^2}{4} \right], \quad (3.21)$$

na qual  $\alpha$  é a constante de estrutura fina. A seção de choque nua  $\sigma_0^{NS}$ , ou do processo  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ , e que vamos adotar do artigo [24], é:

$$\begin{aligned} \sigma_0^{NS}(s) = & \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{G_F^2}{6\pi} s \left[ ((\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eL})^2 + (\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eR})^2) \right. \\ & \left. - 2(g_L^e \varepsilon_{\alpha\alpha}^{eL} + g_R^e \varepsilon_{\alpha\alpha}^{eR}) \frac{M_Z^2 (s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2]} \right] \\ & + \frac{G_F^2}{\pi} \varepsilon_{ee}^{eL} M_W^2 \left[ \frac{(s + M_W^2)^2}{s^2} \log \left( \frac{s + M_W^2}{M_W^2} \right) - \frac{M_W^2}{s} - \frac{3}{2} \right], \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde  $N_\nu$  é o número de neutrinos ativos, as massas  $M_W$  e  $M_Z$  são as massas dos bósons  $W$  e  $Z$ , respectivamente, e  $\Gamma_Z$  é a taxa de decaimento do  $Z$ . Para o caso particular de NSNI com elétrons, temos que a Eq. (3.22) fica:

$$\begin{aligned} \sigma_0^{NS}(s) = & \frac{G_F^2}{6\pi} s \left[ ((\varepsilon_{ee}^{eL})^2 + (\varepsilon_{ee}^{eR})^2) \right. \\ & \left. - 2(g_L^e \varepsilon_{ee}^{eL} + g_R^e \varepsilon_{ee}^{eR}) \frac{M_Z^2 (s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2]} \right] \\ & + \frac{G_F^2}{\pi} \varepsilon_{ee}^{eL} M_W^2 \left[ \frac{(s + M_W^2)^2}{s^2} \log \left( \frac{s + M_W^2}{M_W^2} \right) - \frac{M_W^2}{s} - \frac{3}{2} \right], \end{aligned}$$

a qual se pode escrever simplesmente como:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_0^{NS}(s)}{\frac{G_F^2}{\pi}} &= \frac{s}{6} \left( (\varepsilon_{ee}^{eL})^2 + (\varepsilon_{ee}^{eR})^2 \right) \\
&+ \varepsilon_{ee}^{eL} \left\{ -2g_L^e \left( \frac{s}{6} \right) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2]} \right. \\
&+ M_W^2 \left[ \frac{(s + M_W^2)^2}{s^2} \log \left( \frac{s + M_W^2}{M_W^2} \right) - \frac{M_W^2}{s} - \frac{3}{2} \right] \left. \right\} \\
&+ \varepsilon_{ee}^{eR} \left[ -2g_R^e \left( \frac{s}{6} \right) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2]} \right].
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Como a idéia é restringir os parâmetros das NSNI com o experimento, temos que o experimento impõe a restrição [24]:

$$|\sigma - \sigma^{exp}| \leq \Delta\sigma^{exp}, \tag{3.24}$$

onde temos que o resultado experimental é reportado como  $\sigma^{exp} \pm \Delta\sigma^{exp}$ .

Substituindo a seção de choque total da Eq. (3.19) na Eq. (3.24), e dividindo pela seção de choque padrão, temos:

$$\left| 1 + \frac{\sigma^{NS}}{\sigma^{SM}} - \frac{\sigma^{exp}}{\sigma^{SM}} \right| \leq \left( \frac{\sigma^{exp}}{\sigma^{SM}} \right) \left( \frac{\Delta\sigma^{exp}}{\sigma^{exp}} \right) \tag{3.25}$$

onde, à direita da Eq. (3.25), se fez o produto com  $\sigma^{exp}/\sigma^{exp}$ .

Fazendo a suposição que o modelo padrão descreve, principalmente, os dados e que as interações não padrão apenas cobrem os erros da medida, ou seja, de novo, o efeito das NSNI é secundário [24]:

$$\sigma^{exp} = \text{full } \sigma^{SM}, \tag{3.26}$$

isto é, o valor de  $\sigma^{SM}$  representa o valor central da medida; logo, a Eq. (3.25) fica na forma:

$$\left| \frac{\sigma^{NS}}{\sigma^{SM}} \right| \leq \frac{\Delta\sigma^{exp}}{\sigma^{exp}}, \quad (3.27)$$

e é com essa última equação que se restringem os parâmetros das NSNI.

Para restringir os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ , temos que fazer a integração da Eq. (3.20) usando a Eq. (3.23), pelo que é útil definir as integrações como coeficientes dos parâmetros, na forma:

$$\begin{aligned} \sigma^{SM} &\equiv I_0 = \int dx \int dy H(x, y; s) \sigma_0^{SM}(\hat{s}) \\ I_i &\equiv \int dx \int dy H(x, y; s) [\sigma_0^{NS}(\hat{s})]_i, \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde  $i$  faz referência aos coeficientes dos parâmetros após integração da Eq. (3.23),  $\hat{s} = (1-x)s$ ,  $H(x, y; s)$  é dada pela Eq. (3.21), com o que a seção de choque total da Eq. (3.20) fica:

$$\sigma^{NS} = I_1 [(\varepsilon_{ee}^{eL})^2 + (\varepsilon_{ee}^{eR})^2] + I_2 \varepsilon_{ee}^{eL} + I_3 \varepsilon_{ee}^{eR}, \quad (3.29)$$

e a restrição, imposta pela Eq. (3.27), pode ser escrita usando as definições da Eq. (3.28) e (3.29), na forma:

$$\left| I_1 [(\varepsilon_{ee}^{eL})^2 + (\varepsilon_{ee}^{eR})^2] + I_2 \varepsilon_{ee}^{eL} + I_3 \varepsilon_{ee}^{eR} \right| \leq I_0 \frac{\Delta\sigma^{exp}}{\sigma^{exp}}, \quad (3.30)$$

onde, agora temos que as regiões dos parâmetros são círculos.

Para determinar os coeficientes  $I_0$  e  $I_i$  da Eq. (3.30), temos que fazer as integrações da Eq. (3.28).

Como se expôs no começo, a seção de choque do processo  $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  foi medida pelos quatro experimentos de LEP. No experimento LEP, colidem-se elétrons  $e^-$  pósitrons  $e^+$  acelerados a altas energias, as quais equivalem à energia do centro de massa  $\sqrt{s}$ . O que

se mede é a energia  $E_\gamma$  e o ângulo  $\cos \theta_\gamma$  do fóton produzido.

Na Tabela 3.4, aparecem os valores experimentais para o caso particular de um dos quatro experimentos de LEP, LEP-ALEPH.

$\sqrt{s}(GeV)$	$\mathcal{L}(pb^{-1})$	$\sigma^{mes}(pb)$	$\sigma^{MC}(pb)$	$N_{obs}$	$\epsilon(\%)$	$E_\gamma(GeV)$	$ y $
161	11.1	$5.3 \pm 0.8 \pm 0.2$	$5.81 \pm 0.03$	41	70	$x_T \geq 0.075$	$\leq 0.95$
172	10.6	$4.7 \pm 0.8 \pm 0.2$	$4.85 \pm 0.04$	36	72	$x_T \geq 0.075$	$\leq 0.95$
183	58.5	$4.32 \pm 0.31 \pm 0.13$	$4.15 \pm 0.03$	195	77	$x_T \geq 0.075$	$\leq 0.95$
189	173.6	$3.43 \pm 0.16 \pm 0.06$	$3.48 \pm 0.05$	484			
192	28.9	$3.47 \pm 0.39 \pm 0.06$	$3.23 \pm 0.05$	81			
196	79.9	$3.03 \pm 0.22 \pm 0.06$	$3.26 \pm 0.05$	197			
200	87.0	$3.23 \pm 0.21 \pm 0.06$	$3.12 \pm 0.05$	231	81.5	$x_T \geq 0.075$	$\leq 0.95$
202	44.4	$2.99 \pm 0.29 \pm 0.05$	$3.07 \pm 0.05$	110			
205	79.5	$2.84 \pm 0.21 \pm 0.05$	$2.93 \pm 0.05$	182			
207	134.3	$2.67 \pm 0.16 \pm 0.05$	$2.80 \pm 0.05$	292			

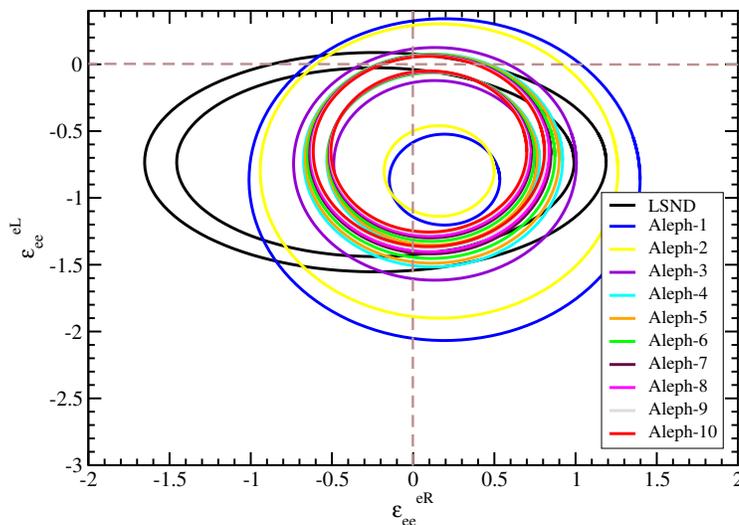
**Tabela 3.4:** Dados do experimento LEP-ALEPH. Tomado de [28]. O corte cinemático na energia do fóton  $E_\gamma$  se reporta como  $x_T$ , com a relação  $x_T = x \sin \theta_\gamma$ .

Na Tabela 3.4, de esquerda a direita, aparecem os valores experimentais da energia do centro de massa  $\sqrt{s}$ , a luminosidade  $\mathcal{L}$ , a seção de choque  $\sigma^{mes}$  em unidades de picobarn  $pb$  com os erros estatístico e sistemático, a seção de choque simulada pelo método de Monte Carlo  $\sigma^{MC}$ , o número de eventos  $N_{obs}$ , eficiência  $\epsilon$ , e, finalmente, os cortes cinemáticos  $x = E_\gamma/E_{beam} = 2E_\gamma/\sqrt{s}$  e  $y = \cos \theta_\gamma$ .

Como os cortes cinemáticos estão relacionados na forma  $x_T = x \sin \theta_\gamma = x\sqrt{1-y^2}$ , na integração da Eq. (3.28), deve-se converter o limite inferior de  $x$  no limite inferior de  $x_T$  que é o dado experimental. Logo, as integrações da Eq. (3.28) se fazem na forma:

$$\begin{aligned}\sigma^{SM} &\equiv I_0 = \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy \int_{x_{T min}}^{x_{T max}} \frac{dx_T}{\sqrt{1-y^2}} H\left(x_T/\sqrt{1-y^2}, y; s\right) \sigma_0^{SM}(\hat{s}') \\ I_i &\equiv \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy \int_{x_{T min}}^{x_{T max}} \frac{dx_T}{\sqrt{1-y^2}} H\left(x_T/\sqrt{1-y^2}, y; s\right) [\sigma_0^{NS}(\hat{s}')]_i,\end{aligned}\quad (3.31)$$

onde  $\hat{s}' = [1 - x_T/\sqrt{(1-y^2)}]s$  e os limites de integração aparecem nas últimas duas colunas da Tabela 3.4. Como se pode ver, o experimento impõe o limite inferior na energia ou em  $x$ , e não aparece o limite superior, mas, fisicamente, como a variável cinemática está dada pela relação  $x = E_\gamma/E_{beam}$  deve ser menor do que a unidade. Usando a relação  $x_T = x\sqrt{1-y^2}$ , obtemos que o limite superior na integração da Eq. (3.31) é  $x_{T max} < \sqrt{1-y^2}$ .



**Figura 3.6:** Elipses da Eq. (3.30) definidas pelo erro experimental somado em quadratura ( $1\sigma$ ) da Tabela 3.4, após integração da Eq. (3.31).

No gráfico da Fig. 3.6, são mostradas as elipses da Eq. (3.30) após integração da Eq. (3.31). Para fazer a comparação com as restrições obtidas na Fig. 3.4, temos incluída a elipse do experimento LSND. No limite do SM, ou parâmetros das NSNI nulos, o ponto  $(0,0)$  está dentro da região permitida pelos dados do experimento LEP-ALEPH, logo, de novo, o SM dá conta dos resultados experimentais. Sem fazer a análise estatística,

vemos que a região de interseção dos experimentos LSND LEP-ALEPH (sem levar em conta, por enquanto, os experimentos de reatores) é a região permitida aos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI. Da mesma forma que antes, com a inclusão dos experimentos de reatores, a inclusão dos experimentos de LEP-ALEPH restringem ainda mais os parâmetros que restringiu LSND, em particular, o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$ . Só a análise estatística pode dizer em quanto melhorou a restrição.

Antes de fazer a análise estatística, temos que levar em conta os outros experimentos de LEP. Na Tabela 3.5, aparecem os dados dos experimentos de LEP: DELPHI, L3 e OPAL.

Na Tabela 3.5, aparece a mesma informação da Tabela 3.4 (ver texto para as convenções) para os experimentos de LEP DELPHI, L3 e OPAL, como se indica pela inicial da primeira coluna. As informações diferentes são os cortes cinemáticos na energia do fóton  $E_\gamma$ , os quais são reportados de diferentes maneiras pelas colaborações, mas todas equivalentes, usando as relações  $x_T = x \sin \theta_\gamma = x \sqrt{1 - y^2}$  e  $x = E_T / (E_{beam} \sqrt{1 - y^2}) = 2 E_T / (\sqrt{s} \sqrt{1 - y^2})$ .

Fazendo as integrações das Eqs. (3.28) e (3.31) para os cortes cinemáticos em  $x$  e  $x_T$  (ou  $E_T$ ), respectivamente, obtemos a seção de choque  $\sigma^{NS}$  da Eq. (3.29). Substituindo o valor de  $\sigma^{NS}$  na restrição da Eq. 3.27, obtemos as elipses, para os experimentos da Tabela 3.5, equivalentes às da Fig. 3.6.

A seguir, faremos a análise estatística dos quatro experimentos de LEP.

### 3.4.2 Análise estatística

Usando a mesma definição de  $\chi^2$  da Eq. (3.18), substituindo a seção de choque total (SM mais NSNI) da Eq. (3.19) e usando a Eq. (3.29), obtemos:

	$\sqrt{s}(GeV)$	$\mathcal{L}(pb^{-1})$	$\sigma^{mes}(pb)$	$\sigma^{MC}(pb)$	$N_{obs}$	$\epsilon(\%)$	$E_\gamma(GeV)$	$ y $
D	189	154.7	$1.80 \pm 0.15 \pm 0.14$	1.97	146	51 <sup>a</sup>	$x \geq 0.06$	$\leq 0.71$
	183	49.2	$2.33 \pm 0.31 \pm 0.18$	2.08	65	54 <sup>a</sup>	$0.2 \leq x \leq 0.9$	$0.85 \leq  y  \leq 0.98$
	189	157.7	$1.89 \pm 0.16 \pm 0.15$	1.94	155	50 <sup>a</sup>	$0.2 \leq x \leq 0.9$	$0.85 \leq  y  \leq 0.98$
L	161	10.7	$6.75 \pm 0.91 \pm 0.18$	$6.26 \pm 0.12$	57	80.5	$\geq 10$	$\leq 0.73$
							$E_T \geq 6$	$0.80 \leq  y  \leq 0.97$
	172	10.2	$6.12 \pm 0.89 \pm 0.14$	$5.61 \pm 0.10$	49	80.7	$\geq 10$	$\leq 0.73$
							$E_T \geq 6$	$0.80 \leq  y  \leq 0.97$
	183	55.3	$5.36 \pm 0.39 \pm 0.10$	$5.62 \pm 0.10$	195	65.4	$\geq 5$	$\leq 0.73$
						$E_T \geq 5$	$0.80 \leq  y  \leq 0.97$	
	189	176.4	$5.25 \pm 0.22 \pm 0.07$	$5.29 \pm 0.06$	572	60.8	$\geq 5$	$\leq 0.73$
							$E_T \geq 5$	$0.80 \leq  y  \leq 0.97$
O	130	2.3	$10.0 \pm 2.3 \pm 0.4$	$13.48 \pm 0.22^b$	19	81.6	$x_T > 0.05$	$\leq 0.82$
							$x_T > 0.1$	$0.82 \leq  y  \leq 0.966$
	136	2.59	$16.3 \pm 2.8 \pm 0.7$	$11.30 \pm 0.20^b$	34	79.7	$x_T > 0.05$	$\leq 0.82$
							$x_T > 0.1$	$0.82 \leq  y  \leq 0.966$
	130	2.35	$11.6 \pm 2.5 \pm 0.4$	$14.26 \pm 0.006^b$	21	77.0	$x_T > 0.05$	$\leq 0.966$
	136	3.37	$14.9 \pm 2.4 \pm 0.5$	$11.95 \pm 0.07^b$	39	77.5	$x_T > 0.05$	$\leq 0.966$
	161	9.89	$5.3 \pm 0.8 \pm 0.2$	$6.49 \pm 0.08^b$	40	75.2	$x_T > 0.05$	$\leq 0.82$
							$x_T > 0.1$	$0.82 \leq  y  \leq 0.966$
	172	10.28	$5.5 \pm 0.8 \pm 0.2$	$5.53 \pm 0.08^b$	45	77.9	$x_T > 0.05$	$\leq 0.82$
						$x_T > 0.1$	$0.82 \leq  y  \leq 0.966$	
	183	54.5	$4.71 \pm 0.34 \pm 0.16$	$4.98 \pm 0.02^b$	191	74.2	$x_T > 0.05$	$\leq 0.966$
	189	177.3	$4.35 \pm 0.17 \pm 0.09$	$4.66 \pm 0.03$	643	82.1	$x_T > 0.05$	$\leq 0.966$

**Tabela 3.5:** Dados dos experimentos LEP DELPHI, L3 e OPAL. Tomado de [28].

O corte cinemático na energia do fóton  $E_\gamma$  se reporta, também, como  $x$ ,  $x_T$  e  $E_T = |\vec{P}_T|$ , com as relações  $x_T = x \sin \theta_\gamma = x \sqrt{1 - y^2}$  e  $x = E_T / (E_{beam} \sqrt{1 - y^2}) = 2 E_T / (\sqrt{s} \sqrt{1 - y^2})$ . Os superíndices  $a, b$  indicam que esses valores são simulações, não dados.

$$\begin{aligned}
\chi^2(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) &\equiv \sum_i \frac{[\sigma_i(\varepsilon_{ee}^{eR}, \varepsilon_{ee}^{eL}) - \sigma_i^{exp}]^2}{\Delta_i^2} \\
&= \sum_i \frac{\{I_{1i} [(\varepsilon_{ee}^{eL})^2 + (\varepsilon_{ee}^{eR})^2] + I_{2i} \varepsilon_{ee}^{eL} + I_{3i} \varepsilon_{ee}^{eR} + I_{0i} - \sigma_i^{exp}\}^2}{[\Delta\sigma_i^{exp}(stat.)]^2 + [\Delta\sigma_i^{exp}(sys.)]^2 + (0.1\sigma_i^{exp})^2},
\end{aligned} \tag{3.32}$$

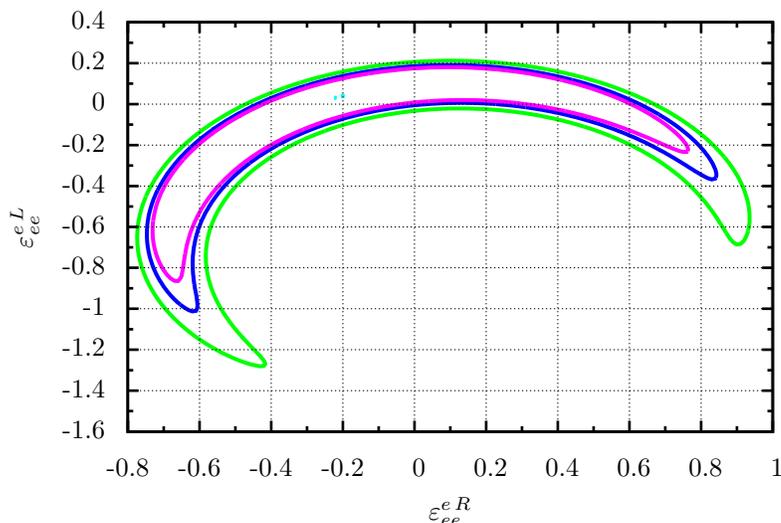
onde somamos sobre todos os dados  $i$  dos quatro experimentos de LEP. No erro experimental, temos incluído um erro do 10% da medida da seção de choque, devido ao desvio

da seção de choque medida  $\sigma^{exp}$  comparada à simulação de Montecarlo (ver Tabelas 3.4 e 3.5) para o experimento L3, que pode ser do 20% [28]. Também, no erro, aparecem os erros estatísticos (*stat.*) e sistemáticos (*sys.*) das Tabelas 3.4 e 3.5, somados em quadratura.

A diferença da suposição feita na Eq. (3.26), onde o valor da seção de choque padrão  $\sigma^{SM} \equiv I_0$ , se supôs equivalente ao valor central da seção de choque experimental  $\sigma^{exp}$  vamos assumir agora que não necessariamente são iguais os dois valores. A suposição da Eq. (3.26) foi útil para derivar uma relação simples para determinar a restrição da Eq. (3.27), com a qual se fez o gráfico da Fig. 3.6, mas, com a inclusão do 10% do erro na medida da seção de choque, é melhor trabalhar com a seção de choque exata da Eq. (3.19) com o que a definição do  $\chi^2$  é geral o suficiente.

Calculando o mínimo da Eq. (3.32), como se fez para o caso de reatores, e somando o valor na forma  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$ , obtemos as regiões permitidas pelos experimentos da Fig. 3.7, onde, para dois parâmetros livres temos que  $\Delta\chi^2 = 4.61, 5.99, 9.21$  correspondem ao 90%, 95%, 99% de nível de confiança *CL* [14], respectivamente. Nós obtivemos o valor  $\chi_{min}^2 = 21.8$  para dois parâmetros livres com 25 observáveis (10 de ALEP, 3 de DELPHI, 4 de L3 e 8 de OPAL), ou seja, temos 23 *d.o.f*, logo, obtemos que  $\chi_{min}^2/d.o.f = 0.95$ , o qual valida nossa estatística por estar perto da unidade.

Como nos casos anteriores das Figs. 3.3 e 3.5, o ponto (0,0) está dentro da região permitida pelos experimentos na Fig. 3.7. Assim, o SM segue dando conta dos resultados experimentais. Sem fazer a análise estatística global, ou seja, sem incluir os experimentos de reatores, vemos diretamente da figura que o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  fica mais restringido  $0 \lesssim \varepsilon_{ee}^{eL} \lesssim 0.2$  do que o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  ( $-0.4 \lesssim \varepsilon_{ee}^{eR} \lesssim 0.6$ ), que esta quase em uma ordem de grandeza maior do que o obtido com reatores (ver Tabela 3.3), mas a diferença da Fig. 3.5, não temos as quatro regiões. Dessa forma, pode-se esperar que a inclusão dos experimentos LEP na análise global com reatores restringirá ainda mais



**Figura 3.7:** Regiões permitidas para os parâmetros das NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$ , usando os dados das seções de choque das Tabelas 3.4 e 3.5.

os parâmetros, diminuindo o número de regiões permitidas.

A forma das regiões permitidas aos parâmetros NSNI da Fig. 3.32 é inesperada à primeira vista. Para entender o porque dessa forma, preferida dos parâmetros, determinada pelos experimentos de LEP, faremos uma análise teórica de um experimento. Para um experimento, em particular ( $i$  fixo), o  $\chi^2_{min}$  se pode determinar com facilidade. Para fazer o cálculo mais simples, faremos um dos parâmetros zero, logo, ficamos só com uma variável. Pela simetria da Eq. (3.32) nos parâmetros, vamos escolher primeiro  $\varepsilon_{ee}^{eR} = 0$ , com o que a derivação do  $\chi^2$  da Eq. (3.32):

$$\frac{\partial \chi^2(0, \varepsilon_{ee}^{eL})}{\partial \varepsilon_{ee}^{eL}} = 0 \quad (3.33)$$

produz os pontos críticos:

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)} &= -\frac{I_2}{2I_1} \\ (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2,3)} &= -\frac{I_2}{2I_1} \pm \sqrt{\left(\frac{I_2}{2I_1}\right)^2 - \frac{I_0 - \sigma^{exp}}{I_1}}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Avaliando o primeiro ponto crítico  $(\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}$  na segunda deriva de  $\chi^2(0, \varepsilon_{ee}^{eL})$ , obtemos:

$$\frac{\partial^2 \chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}]}{\partial \varepsilon_{ee}^{eL^2}} = \frac{2}{\Delta \sigma^{exp}} \left[ -\frac{I_2^2}{2} + 2I_1(I_0 - \sigma^{exp}) \right]. \quad (3.35)$$

Para ver mais fácil o que está acontecendo, suponhamos, de momento, o valor padrão da conta do valor experimental (suposição da Eq. (3.26)), logo, temos que os pontos críticos  $(\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2,3)}$  da Eq. (3.34) são simplesmente:

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2)} &\approx 0 \\ (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(3)} &\approx -\frac{I_2}{I_1}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde, avaliados na função de  $\chi^2$ , se obtém  $\chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2,3)}] = 0$ , enquanto que a Eq. (3.35) claramente mostra que  $(\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}$  é um máximo local. Logo, como  $(\varepsilon_{ee}^{eL})^{(3)} < (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)} < (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2)}$ , vemos que a função  $\chi^2(0, \varepsilon_{ee}^{eL})$  tem um máximo local entre os pontos mínimos. Avaliando a função no ponto máximo  $(\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}$ , temos:

$$\chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}] = \frac{1}{(\Delta \sigma^{exp})^2} \left( -\frac{I_2^2}{4I_1} + I_0 - \sigma^{exp} \right)^2. \quad (3.37)$$

Logo, se  $\chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(1)}] > \chi_{min}^2(0, \varepsilon_{ee}^{eL}) + \Delta \chi^2$  para o maior nível de confiança, por exemplo  $\Delta \chi^2 = 11.83$  que representa o 99.73% de C.L para dois parâmetros livres, conseguimos explicar, dessa forma, porque não temos valores no centro da Fig. 3.7, já que o feito com  $\chi^2(0, \varepsilon_{ee}^{eL})$  vale para o caso  $\chi^2(\varepsilon_{ee}^{eR}, 0)$  trocando  $I_2 \rightleftharpoons I_3$ .

Com o anterior mostramos que a região dos parâmetros deve ter a forma da Fig. 3.7, uma vez que a superfície da função  $\chi^2$  tem a forma de um ‘chapéu mexicano’, onde o máximo local deve ser maior do que qualquer nível de confiança para dois parâmetros livres, com o que o centro da superfície de corte não é permitido pelos parâmetros.

Finalmente, a região da Fig. 3.7 não é fechada, porque os valores da função  $\chi^2$  nos pontos mínimos são levemente diferentes, ou seja, levando em conta que realmente  $\sigma^{SM} \equiv I_0$  é ligeiramente diferente do valor de  $\sigma^{exp}$ , então,  $\chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(3)}] \neq \chi^2[0, (\varepsilon_{ee}^{eL})^{(2)}]$

(e analogamente para  $\chi^2(\varepsilon_{ee}^{eR}, 0)$ ), logo, se tem que os pontos mínimos estão deslocados. Ao fazer o corte da superfície do  $\chi^2$  em  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2 < \chi_{max}^2$ , obtemos a forma de ‘banana’ da Fig. 3.7. Temos que aclarar que conseguimos explicar a forma da região da Fig. 3.7 supondo só um experimento, mas, como a forma funcional de  $\chi^2$  é a mesma para todos os experimentos, esperamos que na soma se reforçasse tudo o exposto até agora.

### 3.4.3 Restrição dos parâmetros $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$

Como se expôs no começo desta seção, a seção de choque do processo  $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  é essencial para restringir os parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$  [24]. O anterior é consequência de que não se tenha medidas de seções de choque de espalhamento elástico de  $\nu_\tau$  por elétron, que foi o processo usado para restringir os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ .

O procedimento para a restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$  é o mesmo feito para o caso dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ , onde a modificação importante é na seção de choque  $\sigma^{NS}$  da Eq. (3.23). Para o caso dos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , a seção de choque da Eq. (3.22) se pode escrever na forma:

$$\sigma_0^{NS}(s) = \frac{G_F^2}{6\pi} s \left[ ((\varepsilon_{\tau\tau}^{eL})^2 + (\varepsilon_{\tau\tau}^{eR})^2) - 2(g_L^e \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} + g_R^e \varepsilon_{\tau\tau}^{eR}) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2]} \right],$$

a qual se pode escrever simplesmente como:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_0^{NS}(s)}{\frac{G_F^2}{\pi}} &= \frac{s}{6} \left( (\varepsilon_{\tau\tau}^{eL})^2 + (\varepsilon_{\tau\tau}^{eR})^2 \right) \\ &+ \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} \left[ -2g_L^e \left( \frac{s}{6} \right) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2]} \right] \\ &+ \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} \left[ -2g_R^e \left( \frac{s}{6} \right) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2]} \right], \end{aligned} \quad (3.38)$$

onde se fez os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP} = 0$  para continuar variando só os dois parâmetros diagonais de sabor  $\tau$ .

Ao definir, de novo, as integrações como na Eq. (3.28), vemos na Eq. (3.38) que só muda a integração  $I_2$  a respeito dos coeficientes definidos pela Eq. (3.23). Escrevendo explicitamente a integração  $\bar{I}_2$  para este caso:

$$\bar{I}_2 \equiv \frac{G_F^2}{\pi} \int dx \int dy H(x, y; s) \left[ -2g_L^e \left( \frac{s}{6} \right) \frac{M_Z^2(s - M_Z^2)}{[(s - M_Z^2)^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2]} \right]. \quad (3.39)$$

A integral da Eq. (3.39) é equivalente à integral  $I_3$  definida pela Eq. (3.28) com o respectivo coeficiente da Eq. (3.23), na forma:

$$\bar{I}_2 = \frac{g_L^e}{g_R^e} I_3, \quad (3.40)$$

assim, não temos que fazer integrações diferentes às feitas no caso dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ , ou seja, as integrações  $I_1$  e  $I_3$  se mantêm iguais e só muda a integração  $I_2$  na forma da Eq. (3.40). Logo, a seção de choque  $\sigma^{NS}$  da Eq. (3.29) fica na forma:

$$\sigma^{NS} = I_1 [(\varepsilon_{\tau\tau}^{eL})^2 + (\varepsilon_{\tau\tau}^{eR})^2] + I_3 \left( \frac{g_L^e}{g_R^e} \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} + \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} \right). \quad (3.41)$$

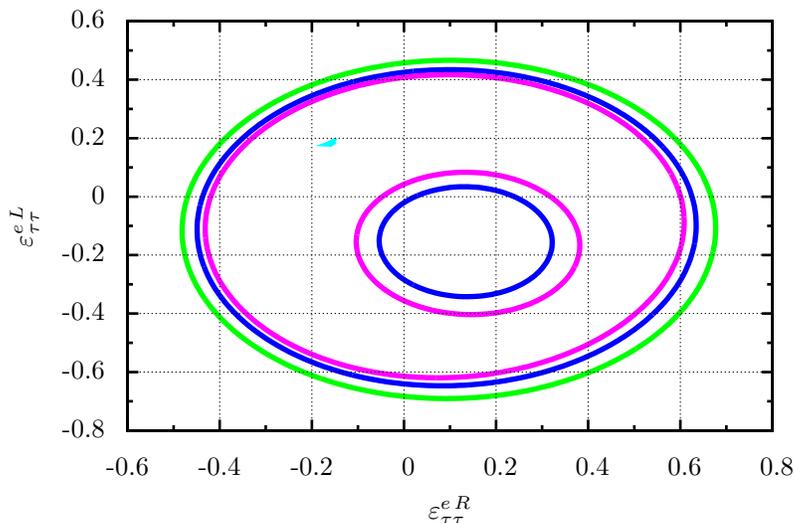
Como todo o feito para os parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  é válido para os parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , com a troca de sabor  $e \rightarrow \tau$  e a troca da integração  $I_2 \rightarrow \bar{I}_2$  definida pela Eq. (3.40), vamos mostrar diretamente os resultados da minimização do  $\chi^2$  definido como:

$$\chi^2(\varepsilon_{\tau\tau}^{eR}, \varepsilon_{\tau\tau}^{eL}) = \sum_i \frac{\left\{ I_{1i} [(\varepsilon_{\tau\tau}^{eL})^2 + (\varepsilon_{\tau\tau}^{eR})^2] + I_{3i} \left( \frac{g_L^e}{g_R^e} \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} + \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} \right) + I_{0i} - \sigma_i^{exp} \right\}^2}{[\Delta\sigma_i^{exp}(stat.)]^2 + [\Delta\sigma_i^{exp}(sys.)]^2 + (0.1\sigma_i^{exp})^2}, \quad (3.42)$$

onde, novamente, somamos sobre todos os dados  $i$  dos quatro experimentos de LEP das Tabelas 3.4 e 3.5. No erro experimental, temos incluído um erro do 10% da medida da seção de choque, como se fez na Eq. (3.32).

De novo, somando o valor na forma  $\chi_{min}^2 + \Delta\chi$ , obtemos as regiões permitidas pelos experimentos da Fig. 3.8, onde, para dois parâmetros livres, temos que  $\Delta\chi = 4.61, 5.99, 9.21$

correspondem ao 90%, 95%, 99% de nível de confiança  $C.L$  [14], respectivamente. Nós obtivemos o valor  $\chi^2_{min} = 21.58$  para dois parâmetros livres com 25 observáveis (10 de ALEP, 3 de DELPHI, 4 de L3 e 8 de OPAL), ou seja, temos 23 graus de liberdade ( $d.o.f$ ), logo, obtemos que  $\chi^2_{min}/d.o.f = 0.94$ , o qual valida nossa estatística por estar perto da unidade.



**Figura 3.8:** Regiões permitidas para os parâmetros das NSNI diagonais  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eR}$  e  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eL}$ , usando os dados das seções de choque das Tabelas 3.4 e 3.5.

A Fig. 3.8 mostra as regiões dos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$  permitidas pelos dados de LEP. A novidade a respeito da restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  das Figs. 3.3, 3.5 e 3.7 é que o ponto  $(0,0)$ , ou limite SM, está na região permitida pelos experimentos a partir de um 95% de  $C.L$ , dando conta dos resultados experimentais. A forma das regiões é a esperada segundo a análise feita da Fig. 3.7, porém, com a diferença que, esta vez, as regiões estão fechadas. Esse fato está relacionado com a modificação da integração  $I_2$ , que é proporcional à integração  $I_3$ , diminuindo o máximo da Eq. (3.37) e nivelando o valor de  $\chi^2$  nos outros dois pontos críticos da Eq. (3.34).

Calculando de novo os parâmetros ao redor do ponto  $(0,0)$  (nesse caso descrito pelo SM

$C.L > 90\%$ ), obtemos a tabela 3.6. Vemos que nossos resultados, ainda que usando os mesmos experimentos, comparados com os resultados da literatura [28], tem a novidade da inclusão do ponto padrão  $(0, 0)$  até o contorno de  $95\% C.L.$  .

Literatura [28]	Recálculo $90\% C.L$	$99\% C.L$
$-0.4 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.6$	$-0.42 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < -0.05$ $0.32 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.60$	$-0.47 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.67$
$-0.6 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.4$	$-0.62 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < -0.36$ $0.04 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.41$	$-0.68 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.46$

**Tabela 3.6:** Resultados dos parâmetros NSNI diagonais  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eR}$  e  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eL}$  da Fig. 3.8.

Da Tabela 3.6, vemos que obteríamos as mesmas restrições da literatura se uníssemos as duas soluções que obtivemos para cada parâmetro. Estritamente falando, nossos resultados não são comparáveis diretamente com os de [28], porque eles fizeram a variação dos seis parâmetros diagonais  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  e, logo, a projeção aos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , enquanto que nós fizemos a variação dos dois parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , mantendo os outros parâmetros nulos  $\varepsilon_{ee}^{eP} = 0$ .

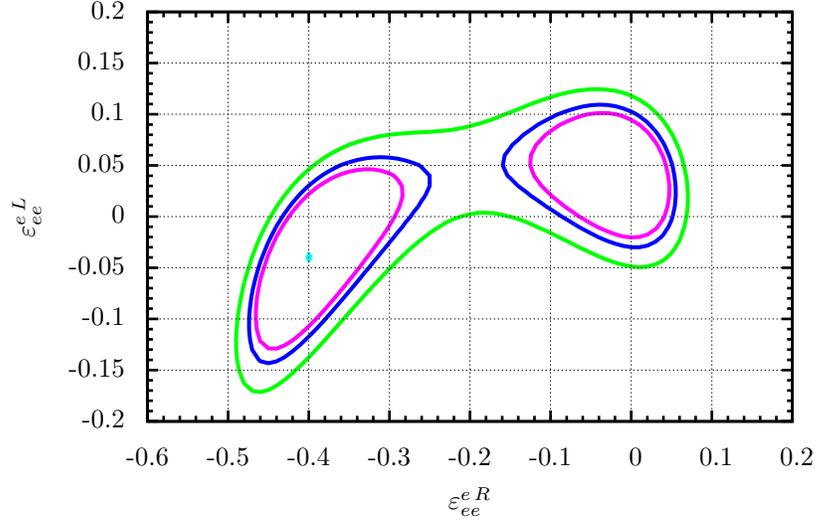
### 3.5 Análise estatística global

Unindo as duas grandes análises estatísticas feitas até agora das medidas de seção de choque dos experimentos de espalhamento elástico de (anti)neutrinos por elétrons (da Fig. 3.5) e das medidas de seção de choque dos quatro experimentos de LEP: ALEPH, DELPHI, L3 e OPAL do processo  $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  (Fig. 3.7), podemos reportar as restrições dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  das NSNI permitidas pelos experimentos terrestres. Também nos permitirá ver o que acontece com o número de regiões.

Reunindo todos os experimentos na análise de  $\chi^2$  na forma:

$$\chi_{glob.}^2 = \chi_{elast.}^2 + \chi_{lep}^2, \quad (3.43)$$

onde  $\chi_{elast.}^2$  define as regiões da Fig. 3.5 e  $\chi_{lep}^2$  define as regiões da Fig. 3.7. A minimização da função da Eq. (3.43) produz a Fig. 3.9.



**Figura 3.9:** Regiões permitidas para os parâmetros das NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$ , usando a Eq. (3.43) e os dados das seções de choque das Tabelas 3.1, 3.2, 3.4 e 3.5.  $\chi_{glob.min}^2 = 31.17$ .

Na Fig. 3.9, mostram-se as regiões dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  permitidas pelos dados das seções de choque de espalhamento elástico de (anti)neutrinos por elétron (das Tabelas 3.1 e 3.2), e do experimento LEP (das Tabelas 3.4 e 3.5). De novo, como no caso das Figs. 3.3, 3.5 e 3.7, o ponto  $(0, 0)$ , ou limite SM, está dentro da região permitida pelos experimentos em um  $90\%C.L$ , dando conta dos resultados experimentais. A inclusão dos experimentos de LEP diminuiu o número de regiões de quatro (Fig. 3.5) para dois, o que é diferente do obtido na literatura [28] (uma única região). Como se expôs no final da subseção 3.4.3, nossos resultados não são comparáveis diretamente com os resultados de [28], porque eles fizeram a variação dos seis parâmetros diagonais  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  e, logo, a projeção aos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ , enquanto que fizemos a variação dos dois parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$

mantendo os outros parâmetros nulos  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP} = 0$ .

Calculando os parâmetros ao redor do ponto  $(0, 0)$ , obtemos as restrições da Tabela 3.7. Vemos que nossos resultados, que incluem novos experimentos (ver Tabela 3.2), comparados com os resultados da literatura [28], estão mais restritos.

Literatura [28]	Resultados 90% <i>C.L</i>
$-0.03 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.18$	$-0.43 < \varepsilon_{ee}^{eR} < -0.29$ $-0.06 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.04$
$-0.14 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.09$	$-0.02 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.10$

**Tabela 3.7:** Resultados dos parâmetros NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  da Fig. 3.9.

Comparando as restrições parciais da Tabela 3.3 (sem LEP) com as da Tabela 3.7, vemos que a inclusão dos experimentos de LEP restringiu ainda mais os dois parâmetros.

Em geral, nossa variação de dois parâmetros produziu parâmetros mais restritos do que a variação feita na literatura [28] (melhorou o limite superior do parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$  e o inferior do  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  da Tabela 3.7, em uma ordem de magnitude).

# Interações não-padrão (NSNI) na propagação

As interações não-padrão (NSNI) apareceram como solução, alternativa à oscilação, ao problema do neutrino solar [8] (sem KamLAND). Porém, como se expôs no capítulo 2, as NSNI não conseguiram explicar o problema do neutrino atmosférico [11]. Como temos falado, a solução que melhor descreve os dados no problema do neutrino solar é a solução MSW com ângulo de mistura grande (solução LMA). Seguindo com as hipóteses de trabalho do capítulo 2, podemos introduzir as NSNI na propagação também como um efeito secundário à solução MSW padrão.

No que segue, vamos introduzir as NSNI na propagação, para depois mostrar as restrições dos parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  ( $\alpha = e, \tau$ ), usando dados solares mais KamLAND, obtidas pelos autores do artigo [42].

## 4.1 NSNI Na oscilação

As NSNI se incluem no formalismo de oscilação, como se fez no cálculo das seções de choque do capítulo 3, somando a lagrangiana fenomenológica das NSNI da Eq. (2.33) à lagrangiana padrão da Eq. (1.32), calculando a hamiltoniana efetiva e a média do

campo do elétron sobre o fundo (background) de elétrons, como se faz para o caso padrão.

Lembrando que a lagrangiana NSNI tem a forma da lagrangiana padrão de corrente neutra (NC) com novos acoplamentos ao bóson  $Z$ , como pode ser visto na segunda linha da Eq. (1.31) para o caso da interação com elétrons, então não temos que recalculamos o potencial de interação de novo para incluir as NSNI. Simplesmente, reescrevemos o potencial de interação padrão que vem da interação via NC, na forma:

$$V_{\alpha\beta}^{(NS)}(x) = \sqrt{2}G_F \sum_{f=e,u,d} \varepsilon_{\alpha\beta}^{fV} N_f(x), \quad (4.1)$$

onde se substituiu o acoplamento padrão  $g_V^f$  pelo acoplamento NSNI  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{fV}$ .

Como pode ser visto na Eq. (4.1), só a parte vetorial da NC afeta a propagação do neutrino em um meio não polarizado em repouso [11], como é suposto para o caso padrão.

Com o potencial efetivo NSNI da Eq. (4.1), podemos escrever a hamiltoniana efetiva média com o potencial total:

$$V_{\alpha\beta} = V_{CC}\delta_{\alpha e} + V_{NC} + V_{\alpha\beta}^{(NS)} = \sqrt{2}G_F \left( N_e\delta_{\alpha e} - \frac{1}{2}N_n + \sum_{f=e,u,d} \varepsilon_{\alpha\beta}^{fV} N_f \right). \quad (4.2)$$

No caso de oscilação padrão, é feita a evolução do neutrino usando os dois primeiros termos do potencial total da Eq. (4.2) [19]. Sem fazer as contas de novo, podemos ver que a inclusão das NSNI na propagação pode ser escrita como uma hamiltoniana na base de sabor para o caso de três neutrinos ativos, na forma:

$$H^{(NS)} = \sqrt{2}G_F N_e \begin{pmatrix} \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu\tau}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

com a definição:

$$\epsilon_{\alpha\beta} \equiv \sum_{f=e,u,d} \epsilon_{\alpha\beta}^{fV} \frac{N_f}{N_e}. \quad (4.4)$$

A hamiltoniana da Eq. 4.3, a qual representa a inclusão das NSNI na propagação, complementa a hamiltoniana padrão  $H_F$  do livro [19]. A descrição neste modelo híbrido, oscilação mais NSNI, fica definida pela hamiltoniana total:

$$H = H_F + H^{(NS)} = H_0 + H_I + H^{(NS)}, \quad (4.5)$$

onde  $H_0$  é a hamiltoniana da propagação no vácuo e  $H_I$  representa a hamiltoniana de interação padrão na matéria.

Para o caso do sol, a probabilidade de oscilação é aproximadamente bem descrita como se fosse a oscilação de dois neutrinos. A seguir, exporemos como é a oscilação de dois neutrinos, incluindo as NSNI.

### 4.1.1 Oscilação de dois neutrinos

Para desacoplar as oscilações dos neutrinos solares (neutrinos do elétron) dos neutrinos atmosféricos (neutrinos de múon oscilando para neutrinos tau), como é feito na literatura [15, 19, 18], deve-se reduzir a hamiltoniana da Eq. (4.3) para uma  $2 \times 2$ . Essa redução se obtém fazendo uma rotação no espaço  $\mu - \tau$  pelo ângulo atmosférico  $\theta_{23}$  e tomando as duas primeiras colunas/filas [43] na forma:

$$H_{(2 \times 2)}^{(NS)} = [R(\theta_{23}) H^{(NS)} R^\dagger(\theta_{23})]_{(2 \times 2)}, \quad (4.6)$$

onde  $R(\theta_{23})$  é a matriz de rotação  $3 \times 3$  usual ao redor do eixo  $x$ . Fazendo a rotação da Eq. (4.6) na hamiltoniana da Eq. (4.3), obtemos:

$$H_{(2 \times 2)}^{(NS)} = \sqrt{2} G_F N_e \begin{pmatrix} \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} c_{23} - \epsilon_{e\tau} s_{23} \\ \epsilon_{e\mu}^* c_{23} - \epsilon_{e\tau}^* s_{23} & \epsilon_{\mu\mu} c_{23}^2 + \epsilon_{\tau\tau} s_{23}^2 - (\epsilon_{\mu\tau} + \epsilon_{\mu\tau}^*) s_{23} c_{23} \end{pmatrix},$$

a qual se pode escrever na forma:

$$H_{(2 \times 2)}^{(NS)} = \sqrt{2} G_F N_e \begin{pmatrix} \epsilon_{ee} & 0 \\ 0 & \epsilon_{ee} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_{e\mu} c_{23} - \epsilon_{e\tau} s_{23} \\ \epsilon_{e\mu}^* c_{23} - \epsilon_{e\tau}^* s_{23} & \epsilon_{\mu\mu} c_{23}^2 + \epsilon_{\tau\tau} s_{23}^2 - (\epsilon_{\mu\tau} + \epsilon_{\mu\tau}^*) s_{23} c_{23} - \epsilon_{ee} \end{pmatrix}$$

onde  $c_{23}$  e  $s_{23}$  são  $\cos \theta_{23}$  e  $\sin \theta_{23}$ , respectivamente.

Pode-se incluir a fase global no estado, portanto, eliminando a matriz diagonal da primeira linha e obtendo, assim, a forma usual que aparece na literatura [42, 44]:

$$H_{(2 \times 2)}^{(NS)} = \sqrt{2} G_F N_e \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon' \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

onde se supôs os parâmetros  $\epsilon_{\alpha\beta}$  reais, com as definições:

$$\begin{aligned} \epsilon &\equiv \epsilon_{e\mu} c_{23} - \epsilon_{e\tau} s_{23} \\ \epsilon' &\equiv \epsilon_{\mu\mu} c_{23}^2 + \epsilon_{\tau\tau} s_{23}^2 - 2\epsilon_{\mu\tau} s_{23} c_{23} - \epsilon_{ee}, \end{aligned}$$

as quais, usando a definição da Eq. (4.4), ficam [12]:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sum_{f=e,u,d} (\varepsilon_{e\mu}^{fV} \cos \theta_{23} - \varepsilon_{e\tau}^{fV} \sin \theta_{23}) \frac{N_f}{N_e} \\ \epsilon' &= \sum_{f=e,u,d} (\varepsilon_{\mu\mu}^{fV} \cos^2 \theta_{23} + \varepsilon_{\tau\tau}^{fV} \sin^2 \theta_{23} - \varepsilon_{\mu\tau}^{fV} \sin 2\theta_{23} - \varepsilon_{ee}^{fV}) \frac{N_f}{N_e}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Usando a hamiltoniana da Eq. (4.7), podem ser feitas análises fenomenológicas das NSNI usando neutrinos solares. Aparecem na literatura trabalhos que restringiram as NSNI com neutrinos não massivos onde o efeito principal foi descrito pelas NSNI [8] e outros híbridos (NSNI como um efeito secundário), com neutrinos não massivos [45] e massivos [44, 43]. Nos trabalhos dos artigos [44, 43], os autores restringem os parâmetros das NSNI  $\epsilon$  e  $\epsilon'$  da Eq. (4.8), levando em conta as interações com os quarks da

primeira família  $u, d$ , além das interações com o elétron, dentro do intervalo permitido pela solução LMA (ou seja, dentro do modelo de oscilação padrão).

Recentemente, outro trabalho [42] restringiu só o parâmetro  $\epsilon'$  usando todos os dados dos experimentos solares mais kamLAND, ou seja, também dentro do intervalo da solução LMA. A restrição do parâmetro diagonal  $\epsilon'$  permitiu aos autores, via a Eq. (4.8), restringir os parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{fV}$  para  $\alpha = e, \tau$  usando os efeitos conjuntos na detecção e na propagação.

A seguir, como completeza das restrições calculadas por nós no capítulo 3 (dos parâmetros  $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{fP}$  para  $\alpha = e, \tau$ , usando os efeitos das NSNI na detecção), usando experimentos terrestres, mostramos os resultados das restrições dos mesmos parâmetros usando os efeitos na propagação com os dados da solução LMA, do artigo [42].

## 4.2 Restrições das FDNI

Nesta seção, usaremos as relações usuais da oscilação na matéria e as obtidas na seção anterior para mostrar o efeito da inclusão das NSNI na propagação na forma da hamiltoniana da Eq. (4.7).

A hamiltoniana total da Eq. (4.5) é explicitamente:

$$\begin{aligned}
 H = & \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \sqrt{2} G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} \\
 & + \sqrt{2} G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon' \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

onde, na primeira linha, aparece a hamiltoniana  $H_F$  [19] dividido nas partes do vácuo  $H_0$  mais a interação padrão com a matéria. Na segunda linha, aparece a hamiltoniana

das NSNI.

Para o caso particular das NSNI diagonais (FDNI), das quais temos falado ao longo da tese, o parâmetro não nulo é  $\epsilon'$ . Para esse caso, podemos escrever a hamiltoniana de interação total somando as hamiltonianas de interação padrão e NSNI, na forma:

$$H_I + H^{(NS)} = \sqrt{2} G_F N_e(x) \begin{pmatrix} -1/2 + \epsilon' & 0 \\ 0 & -1/2 + \epsilon' \end{pmatrix} + \sqrt{2} G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 1 - \epsilon' & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

na qual, incluindo mais uma fase global no estado, a matriz diagonal da primeira linha, obtemos a hamiltoniana de interação:

$$H_I + H^{(NS)} = \sqrt{2} G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 1 - \epsilon' & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

onde vemos que o efeito das NSNI diagonais (FDNI) entram só na primeira entrada. Para esse caso particular, do caso diagonal, o efeito das FDNI é o reescalamiento do potencial na forma [42]:

$$\sqrt{2} G_F N_e(x) \longrightarrow (1 - \epsilon') \sqrt{2} G_F N_e(x). \quad (4.11)$$

Como no caso do sol e supernovas, ou meios onde a densidade de matéria varia suavemente, podemos descrever a oscilação como sendo adiabática. De fato, na região LMA a propagação é adiabática (desprezando efeitos de matéria na terra) [42], e a probabilidade de sobrevivência é descrita pela equação [19]:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{(\gamma \gg 1)}(x) = 1 - P_{\nu_e \rightarrow \nu_a}^{(\gamma \gg 1)}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta_M^i) \cos(2\theta_M^f) + \frac{1}{2} \sin(2\theta_M^i) \sin(2\theta_M^f) \cos[\Upsilon(x)]. \quad (4.12)$$

onde, devido a que os neutrinos são detectados na terra, podemos considerar que o ângulo de detecção é praticamente o de vácuo ( $\theta_M^f \approx \theta$ ), e que também a fase  $\Upsilon(x)$  da Eq. (4.12) é bem grande, pelo que a probabilidade de sobrevivência da Eq. (4.12) produz a média:

$$\bar{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\langle \gamma \gg 1 \rangle} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta_M^i) \cos(2\theta), \quad (4.13)$$

A probabilidade da Eq. (4.13) continua válida após introduzidas as FDNI, com a modificação do potencial da Eq. (4.11) no ângulo na matéria  $\theta_M^i$ , o qual é agora:

$$\begin{aligned} \cos 2\theta_M^i &= \frac{\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F N_e(0)(1 - \epsilon')}{\sqrt{\left[\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F N_e(0)(1 - \epsilon')\right]^2 + \left(\frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta\right)^2}} \\ &= \frac{\cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F N_e(0)(1 - \epsilon')}{\frac{\Delta m^2}{2E}}}{\sqrt{\left[\cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F N_e(0)(1 - \epsilon')}{\frac{\Delta m^2}{2E}}\right]^2 + \sin^2 \theta}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde  $N_e(0)$  é o perfil de densidade de elétrons no ponto de produção. Esse perfil é aproximadamente exponencial e, segundo o modelo solar padrão BP00 [46], a forma aproximada é:

$$N_e(x) = n_e(0) \exp\left(-a \frac{x}{R_\odot}\right), \quad (4.15)$$

onde  $a = 10.54$ .  $n_e(0) \approx 6 \times 10^{25} \text{ cm}^{-3}$  e  $R_\odot = 6.96 \times 10^{10} \text{ cm}$  são o perfil de densidade do sol na produção e o radio solar, respectivamente, tomados de [15].

O reescalamto da Eq. (4.11), pode ser compensado pela correção:

$$\frac{\Delta m^2}{2E} \longrightarrow \frac{\Delta m^2}{2E} (1 - \epsilon') \quad (4.16)$$

como se pode ver na Eq. (4.14).

Para uma energia  $E$  fixa, o reescalamiento da Eq. (4.16) implica um reescalamiento na massa  $\Delta m^2$ . Portanto, a inclusão das FDNI (representadas por  $\epsilon'$ ) *trasladam a solução LMA verticalmente, para cima (se  $\epsilon' < 0$ ), ou para abaixo (se  $\epsilon' > 0$ )* [42].

Omitindo os parâmetros relacionados com o múon, porque, como temos argumentado, são muito restritos pelos processos leptônicos que violam sabor [11], o parâmetro  $\epsilon'$  para a interação de neutrinos com elétrons ( $f = e$ ) da Eq. (4.8), fica:

$$\epsilon' = \epsilon_{\tau\tau}^{eV} \sin^2 \theta_{23} - \epsilon_{ee}^{eV} = (\epsilon_{\tau\tau}^{eL} + \epsilon_{\tau\tau}^{eR}) \sin^2 \theta_{23} - (\epsilon_{ee}^{eL} + \epsilon_{ee}^{eR}), \quad (4.17)$$

onde, na ultima igualdade, expandimos os acoplamentos vetoriais na forma  $\epsilon_{\alpha\beta}^{fV} = \epsilon_{\alpha\beta}^{fL} + \epsilon_{\alpha\beta}^{fR}$ .

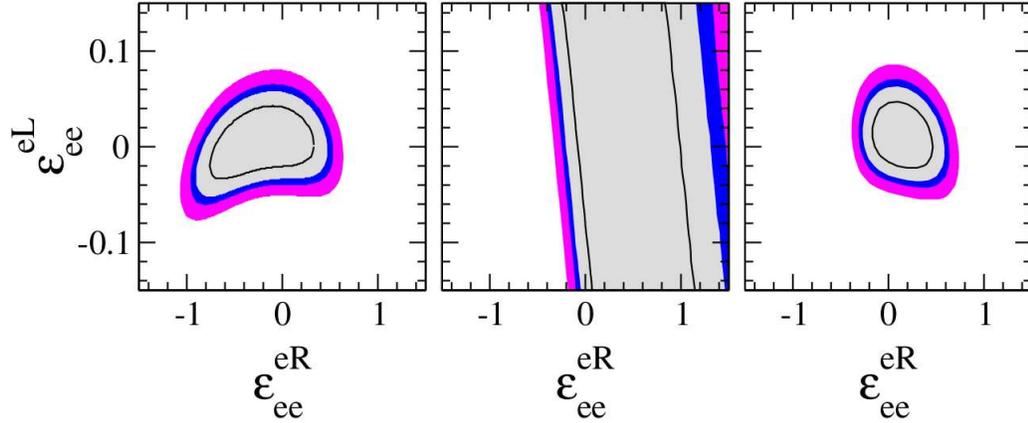
O conjunto de Eqs. (4.13), (4.14) e (4.17), definem o espaço de parâmetros. Para restringir os parâmetros  $\epsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  das FDNI com dados solares, o que é usualmente feito, é a convolução da probabilidade da Eq. (4.13) com a seção de choque do processo de detecção e o espectro, para os dados solares mais KamLAND.

Após a convolução da probabilidade da Eq. (4.13) com a seção de choque do processo de detecção e o espectro, e fixando os parâmetros de oscilação solar  $\Delta m^2$  e  $\theta$  ao melhor valor (dado pela solução LMA), o parâmetro livre é o parâmetro  $\epsilon'$  ou, em extenso, os parâmetros da Eq. (4.17).

A análise estatística de  $\chi^2$  para os dados solares não é simples, devido a que se tem correlação nos dados. Também não é simples a integração [42], pelo número de parâmetros livres. É igualmente necessario incluir outras informações, como a distorção espectral e assimetria dia e noite, incluídas na literatura [43, 44].

A seguir, mostramos os resultados após a análise feita pelos autores do artigo [42], fa-

zendo a variação de dois parâmetros ao mesmo tempo, ou seja, fazendo a restrição dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  quando  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP} = 0$ , e vice-versa.



**Figura 4.1:** Região dos parâmetros permitida pelos experimentos solares mais Kamland. Tomado de [42].

O gráfico do centro da Fig. 4.1 mostra os valores permitidos pelos experimentos solares mais kamLAND (para o nível de confiança de 68%, 90%, 95% e 99% para dois graus de liberdade) dos parâmetros das NSNI só na propagação. O gráfico à esquerda mostra os efeitos na detecção, ou seja, na seção de choque da Eq. (3.1), usando informações espectrais de Super-Kamiokande (ver artigo [42]), e o gráfico da direita mostra as restrições que vem de incluir *simultaneamente* os efeitos na detecção e na propagação. De novo, como no caso das Figs. 3.3, 3.5 e 3.7, o ponto  $(0,0)$ , ou limite SM, está dentro da região permitida pelos experimentos em um 90%*C.L.*, dando conta dos resultados experimentais.

O intervalo dos parâmetros foi escolhido baseado nos resultados da análise global dos experimentos terrestres, ou seja, das restrições das FDNI via seções de choque de espalhamento elástico e do processo de aniquilação medido em LEP, os quais nós recalculamos no capítulo 3.

Finalmente, na Tabela 4.1, mostram-se os valores dos parâmetros das FDNI, incluindo os resultados para os parâmetros da interação não-padrão de neutrinos de elétron com tau. Os autores do artigo [42] concluem afirmando que os efeitos na detecção e na propagação são complementares e que os parâmetros são comparáveis aos obtidos pelos experimentos terrestres.

$-0.27 < \varepsilon_{ee}^{eR} < 0.59$	$-0.036 < \varepsilon_{ee}^{eL} < 0.063$
$-1.05 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eR} < 0.31$	$-0.16 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.11$
	$0.41 < \varepsilon_{\tau\tau}^{eL} < 0.66$

**Tabela 4.1:** Resultados dos parâmetros NSNI diagonais  $\varepsilon_{ee}^{eP}$  do gráfico à direita da Fig. 4.1, e dos parâmetros e  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , ver figura no artigo [42].

# Conclusões

- Pode-se construir um modelo híbrido de oscilação com interações padrão mais NSNI, onde as novas interações completam o formalismo de maneira secundária, portanto, preenchendo o espaço permitido pelos erros experimentais das seções de choque, as quais são descritas de maneira exitosa pelo SM.
- Sem entrar em detalhes dos modelos de extensão, é possível gerar as NSNI baseados no princípio gauge e testar sua intensidade usando seus efeitos na fenomenologia do neutrino, especificamente das modificações às seções de choque e às probabilidades.
- Dada a estrutura das correntes fracas do SM, as seções de choque dos processos de espalhamento elástico são elipses nos acoplamentos do elétron com o bóson  $Z$ , com o que foi possível explorar a complementaridade dos espalhamentos de neutrinos e antineutrinos por elétrons, definindo-se quatro regiões possíveis dos parâmetros das FDNI com elétron para o sabor  $\alpha = e$ , portanto, dos parâmetros  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ .
- A inclusão dos experimentos de reatores restringiram ainda mais os parâmetros que restringiram os aceleradores (como LSND), em particular o parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eR}$ .
- A inclusão dos novos experimentos melhorou a estatística da restrição anterior, gerando maior confiança nas restrições que obtivemos. Nossos resultados, além

de serem comparáveis com os encontrados na literatura, são mais restritivos ao incluir os novos experimentos.

- A inclusão dos experimentos de LEP, das medidas de seções de choque da aniquilação de pares produzindo neutrinos, diminuiu o número de regiões de quatro para dois, mesmo que a forma funcional dessa seção de choque seja também uma elipse, e, restringiu um pouco mais os parâmetro  $\varepsilon_{ee}^{eP}$ , em particular o limite inferior do  $\varepsilon_{ee}^{eL}$  em quase uma ordem de magnitude a menos comparado com a restrição dos experimentos de espalhamento.
- O experimento Lep é essencial na restrição das FDNI com elétrons para o sabor  $\tau$ , portanto, dos parâmetros  $\varepsilon_{\tau\tau}^{eP}$ , devido à não existência de experimentos que mediam as seções de choque de espalhamento do lépton  $\tau$  por elétrons.
- Dado o número de parâmetros e o número de experimentos, é possível fazer a variação em várias formas. Alguns autores fizeram a variação de todos os seis parâmetros diagonais ( $\varepsilon_{\alpha\alpha}^{eP}$  para  $\alpha = e, \mu, \tau$ ) ao mesmo tempo por razões de correlação entre parâmetros. Como neste trabalho não estivemos interessados nas interações com o múon, fizemos a variação de dois parâmetros argumentando que, de ter correlação, a correlação é maior entre parâmetros do mesmo sabor. De fato, a variação de dois parâmetros gerou maiores restrições do que a variação dos seis.

## Limite cinemático

No caso do espalhamento elástico de neutrinos (por exemplo  $\nu_e$ ) por elétron, a energia cinética de elétron  $T$  e a energia do neutrino  $E_\nu$  estão relacionadas. No sistema de laboratório, supondo o elétron inicialmente em repouso e o neutrino com uma energia inicial  $E_\nu$ , temos os quadri-vetores:

$$\begin{aligned} P_\nu^i &= (E_\nu, E_\nu, 0, 0) \\ P_e^i &= (m_e, 0, 0, 0), \end{aligned} \tag{A.1}$$

onde  $m_e$  é a massa do elétron. Nos quadri-vetores da Eq. (A.1), estamos supondo que a direção inicial do neutrino e ao longo do eixo  $x$ .

Após o espalhamento, e supondo que o neutrino é espalhado pelo ângulo  $\Theta$ , os quadri-vetores são:

$$\begin{aligned} P_\nu^f &= (E_\nu^f, E_\nu^f \cos \Theta, E_\nu^f \sin \Theta, 0) \\ P_e^f &= (\gamma m_e, \gamma m_e \cos \phi, \gamma m_e \sin \phi, 0), \end{aligned} \tag{A.2}$$

onde,  $\phi$  é o ângulo de espalhamento do elétron,  $E_\nu^f$  é a energia final do neutrino e  $\gamma$  é o fator de Lorentz.

Usando a conservação do quadri-momento, o  $P_e^f$  é:

$$P_e^f = P_\nu^i + P_e^i - P_\nu^f,$$

que, elevando ao quadrado, produz:

$$P_\nu^i \cdot P_\nu^f = P_e^i \cdot (P_\nu^i - P_\nu^f), \quad (\text{A.3})$$

onde se usou  $P_e^2 = m_e^2$ . Substituindo os quadri-vetores das Eqs. (A.1) e (A.2), obtemos:

$$(E_\nu - E_\nu^f) = \frac{E_\nu E_\nu^f}{m_e} (1 - \cos \Theta). \quad (\text{A.4})$$

Como o termo da esquerda da Eq. A.4 é a energia cinética do elétron  $T$ , obtemos a relação:

$$T = \frac{E_\nu (E_\nu - T)}{m_e} (1 - \cos \Theta),$$

da qual finalmente temos:

$$T = \frac{E_\nu^2 (1 - \cos \Theta)}{m_e + E_\nu (1 - \cos \Theta)}. \quad (\text{A.5})$$

Portanto, a energia cinética máxima  $T^{max}$ , quando  $(1 - \cos \Theta)$  é máximo, é:

$$T^{max}(E_\nu) = \frac{2E_\nu^2}{m_e + 2E_\nu}, \quad (\text{A.6})$$

que é a máxima energia cinética que podemos esperar no espalhamento de neutrinos por elétrons em função da energia inicial dos neutrinos.

Invertendo a relação da Eq. A.5 e calculando a energia mínima, obtemos:

$$E_\nu^{min}(T) = \frac{1}{2} \left( T + \sqrt{T^2 + 2T m_e} \right), \quad (\text{A.7})$$

que é o limite inferior usado na integração das seções de choques de antineutrinos.

# Referências Bibliográficas

- [1] Griffiths D. J. *Introduction to Elementary Particles*, Jhon Wiley & Sons, New York, (1987).
- [2] Halzen F. Martin A. D. *Quarks and Léptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, Jhon Wiley & Sons, New York,(1984).
- [3] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579; A. Salam, Proc. Eighth Nobel Symp., ed N. Svartholm ( Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968) p. 367; S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [4] F. Reines and C. L. Cowan, Jr. Phys. Rev. **92**, 830 (1953).
- [5] Site do John Bahcall: <http://www.sns.ias.edu/jnb/>.
- [6] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP, **6**, 429, (1957). B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP, **7**, 172, (1958).
- [7] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D17 (1978) 2369.
- [8] Guzzo M. M., Masiero A and Petcov S. Phys. Lett. B **260**, (1991) 154.
- [9] Q. R. Ahmad, Et. Al. (SNO collaboration), Phys. Rev. Lett. **89**, 011302 (2002).
- [10] K. Eguchi, Et. Al. (KamLAND collaboration), Phys. RevLett. **90**, 021802 (2003).

- 
- [11] S. Bergmann, Y. Grossman and D. M. Pierce, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 053005.
- [12] S. Davidson, C. Pena-Garay, N. Rius, and A. Santamaria, *J. High Energy Phys.* **03** (2003) 011.
- [13] Gavela M. B., Hernandez D., Ota T. and Winter W. *Phys. Rev. D* **79** (2009) 013007.
- [14] Amsler et. al., *Phys. Lett. B* **667** (2008) 1.
- [15] Mohapatra R. N and Pal P. B. *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, World Scientific Publishing **3<sup>th</sup>** Ed, Singapore, (2004).
- [16] Novaes S. arXiv:hep-ph/0001283v1 (2000).
- [17] Greiner W. and Müller B. *Gauge Theories of Weak Interactions* **3<sup>th</sup>** Ed, Springer-Verlag, Berlin, (2000).
- [18] Gonzales-Garcia M. C. and Maltoni Michele, *Physics Reports* **460** (2008) 1.
- [19] Giunti C and Kim C. W. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*, Oxford University Press, (2007).
- [20] J. Barranco, O. G Miranda, C. A. Moura, and J. W. Valle, *Phys. Rev. D* **73**, 113001 (2006).
- [21] J. Barranco, O. G Miranda and T.I Rashba, arxiv:0810.5361v2 [hep-ph] 6 Nov (2008).
- [22] J. Barranco, O. G Miranda and T.I Rashba, *Phys. Lett. B* **662** (2008) 431-435
- [23] O. Nicrosini and L. Trentadue, *Nucl. Phys. B* **318**, 1 (1989).
- [24] Z. Berezhiani and A. Rossi, *Phys. Lett. B* **535**, 207 (2002).
- [25] Mohapatra R. N. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **26** (1991) 1.

- 
- [26] S. Bergmann and Y. Grossman, Phys. Rev. D **59** (1999) 093005.
- [27] Buchmuller W. and Wyler D. Nucl. Phys. B **268**, (1986) 921.
- [28] J. Barranco, O. G Miranda, C. A. Moura, and J. W. Valle, Phys. Rev. D **77**, 093014 (2008).
- [29] Auerbach L. B., et. al., LSND collaboration, Phys. Rev. D **63**, 112001 (2001).
- [30] Allen R. C., et. al. Phys. Rev. D **47**, (1993) 11.
- [31] V. I. Kopeikin, L. A. Mikaelyan, and V. V. Sinev, Phys. At. Nucl. Vol. **60** No 2, 172 (1997).
- [32] P. Vogel and J. Engel. Phys. Rev. D **11**, 3378 (1989).
- [33] F. T. Avignone III, Phys. Rev. D **2**, 2609 (1970).
- [34] P. Huber and T. Schwetz, Phys. Rev. D **70**, 053011 (2004).
- [35] Z. Daraktchieva et al. (MUNU Collaboration), Phys. Lett.B **564**, 190 (2003).
- [36] Z. Daraktchieva et al. (MUNU Collaboration), Phys. Lett.B **615**, 153 (2005).
- [37] Reines F., Gurr H. S., and Sobel H. W., Phys. Rev. Lett. **37**, (1976) 315.
- [38] Derbin A. I., et al. JETP Lett. Vol. **57** No 12, (1993) 755.
- [39] Bemporad C., Gratta G., and Vogel P. Rev. Mod. Phys., **74**, (2002) 297.
- [40] G. S. Vidyakin et al., JETP Lett. **55**, (1992) 206.
- [41] M. Deniz., et. al, (TEXONO Collaboration), Phys. Rev. D **81**, (2010) 072001.
- [42] A. Bolaños, O. G Miranda, A. Palazzo, M. A. Tórtola, and J. W. Valle, Phys. Rev. D **79**, 113012 (2009).
- [43] Friedland A., Lunardini C. and Pena-Garay C. Phys. Lett. B **594**, (2004) 347.

- 
- [44] Guzzo M. M., Holanda P. C. and Peres O. L. G. *Phys. Lett. B* **591**, (2004) 1.
- [45] Bergmann S., Guzzo M. M., Holanda P. C., et al, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 073001.
- [46] Bahcall J. Pinsonneault M. H. and Basu S. *Astro. Phys. Jour.* **555** (2001) 990. S.P Mikheyev and A. Y Smirnov, *Nuovo Cimento C9* **17** (1986).