Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física "Gleb Wataghin"

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia

Grupo de Fenomenologia de Neutrinos

Tese de Mestrado

Cosmologia de Neutrinos e o Neutrino Estéril como Matéria Escura

Daniel Francisco Boriero
Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda (orientador)

Este exemplar corresponde à redação final da Tese de Mestrado defendida pelo aluno Daniel Francisco Boriero e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 11 de Dezembro de 2008

Pedro C. Holanda

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

Boriero, Daniel Francisco
B644c Cosmologia de neutrinos e o neutrino estéril como matéria escura / Daniel Francisco Boriero. -- Campinas, SP : [s.n.], 2008.

Orientador: Pedro Cunha de Holanda.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1 1. Cosmologia. 2. Neutrinos. 3. Matéria escura
2 (Astronomia). 4. Neutrino estéril. I. Holanda, Pedro Cunha de.
3 II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb
4 Wataghin". III. Título.

5 (vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Neutrino cosmology and the sterile neutrino as dark matter
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
  1. Cosmology
  2. Neutrinos
  3. Dark matter (Astronomy)
  4. Sterile neutrino
- **Área de concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos ; Cosmologia
- **Titulação:** Mestre em Física
- **Banca examinadora:**
  Prof. Pedro Cunha de Holanda
  Prof. Luís Raul Weber Abramo
  Prof. Ernesto Kemp
- **Data da defesa:** 20/10/2008
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **DANIEL FRANCISCO BORIERO – RA 008396** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 20 / 10 / 2008.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda - Presidente da Comissão Julgadora
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Luís Raul Weber Abramo – IF/USP

Prof. Dr. Ernesto Kemp - DRCC/IFGW/UNICAMP

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho. Especialmente, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Pedro Cunha de Holanda, e aos Professores Marcelo Moraes Guzzo e Orlando Perez. Também gostaria de agradecer a todos do grupo de fenomenologia de neutrinos, à ajuda dos colegas de trabalho e aos amigos pelos conselhos e sugestões. Aos meus pais e familiares, agradeço por tudo que fizeram por mim, ao suporte durante estes anos de mestrado e por toda minha vida possibilitando estar aonde estou hoje. Por final, gostaria de agradecer ao suporte financeiro da CAPES e FAPESP.

Resumo

Necessário na maioria das teorias para atribuir massa aos neutrinos e explicar o fenômeno de oscilação de sabores, o neutrino de mão direita, estéril em $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, é um candidato natural a matéria escura não bariônica. Cosmologicamente produzido via oscilação não ressonante de quiralidade do neutrino de mão esquerda e situado na categoria "Warm" de matéria escura, está atualmente desfavorecido como candidato a formar a totalidade da matéria escura. Apresentamos um cenário subdominante, no qual o neutrino estéril formaria apenas uma fração f_s do total da matéria escura. Através da análise do sinal negativo do decaimento radiativo em raios-x difusos e ausência de supressão em estruturas de Lyman-α aplicadas na previsão de abundância gerada pelo modelo de massa νMSM, obtemos o limite de $f_s \leq 0,65(2\sigma)$ em modelo cosmológico composto $\Lambda(\mathrm{W}_s + \mathrm{C})$DM. Com esse resultado mostramos que o neutrino estéril ainda é um candidato viável para uma componente relativística da matéria escura, possível solução para o excesso de potência em pequena escala do modelo puramente "Cold".

Abstract

Needed in the most theories to confer mass to neutrinos and explain flavour oscillations, the right-handed neutrino, sterile in $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, is a natural non-baryonic dark matter candidate. Cosmologicaly produced by non-resonant oscillattion with left-handed neutrinos and situated in the Warm regime, it's currently disfavored as composing the total dark matter. We present subdominant scenario where the sterile neutrino would compose only a fraction f_s of the total dark matter, to constrain the model are utilized negative signals from diffuse X-Ray background and suppression from Lyman-α large scale structure applied to νMSM sterile neutrino theoretical production. We found the limit $f_s \leq 0.65(2\sigma)$ for a composed cosmological model $\Lambda(\mathrm{W}_s + \mathrm{C})$DM. This result shows that the sterile neutrino is still a viable candidate for a relativistic component of dark matter and a possible solution to solve the excess power problem of the standard ΛCDM model in small scales.

Índice

Lista de Figuras

Introdução

Para estudar e propor que os neutrinos estéreis possam formar a matéria escura é necessário antes estudar duas áreas aparentemente distintas, cosmologia e física de Neutrinos, e que, no entanto, podem ser utilizadas como ferramenta para completarem lacunas existentes em ambas. Esta efetiva interdisciplinaridade poderia ser entendida como fazer física de neutrinos através da cosmologia ou cosmologia através da física de neutrinos, mas por tratar-se de duas áreas de física fundamental igualmente relevantes e incompletas não é correto referir-se a qualquer uma como mera ferramenta auxiliar da outra, e por isso a expressão correta para esta área de estudo é **Cosmologia de Neutrinos**.

Considerando que os neutrinos cósmicos de fundos são a segunda partícula mais abundante do universo, propriedades como massa e número de famílias afetam sensivelmente a composição e evolução do universo observável. Esta sensibilidade cria várias assuntos de pesquisa interessantes, tais como número de famílias na nucleossíntese primordial, sinais de massa e oscilação de neutrinos na radiação cósmica de fundo, no espectro de potência da matéria e na aceleração de super novas distantes. No entanto, o assunto central e objeto de pesquisa de fato dessa dissertação em Cosmologia de Neutrinos é a hipótese do neutrino estéril formar a matéria escura.

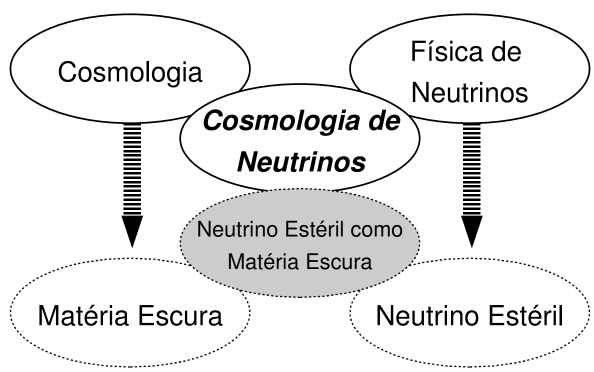

Figura 1: Interdisciplinaridade e primeira etapa da construção do modelo.

Por tratar-se de um trabalho de revisão sobre uma específica conjunção de duas áreas de estudo amplas e complexas, será apresentado introduções sobre Cosmologia e Física de Neutrinos para que de forma linear e paralela construa-se o ferramental necessário para abordar especificamente a hipótese do neutrino estéril formar a matéria escura. No capítulo 1 será apresentado uma introdução à Cosmologia que, por indícios de consenso e interesse próprio, se resumirá ao modelo FRW, conhecido também como modelo cosmológico padrão. No capítulo 2 será apresentada uma introdução à Física de Neutrinos que também se focalizará no estudo de modelos de massa para os neutrinos e em especial naqueles que postulam a existência de neutrinos estéreis. No capítulo 3 será mostrado de que forma Cosmologia e Física de Neutrinos podem completar-se para preencher lacunas e responder uma das maiores questões da física moderna: qual a identidade da matéria escura. Por último, no capítulo 4, será apresentado os resultados, conclusões e perspectivas a respeito da hipótese título dessa dissertação. Também será apresentado possibilidades de estudo futuro. E finalmente, será apresentada as considerações finais sobre o trabalho desenvolvido e análise crítica da área de pesquisa.

1 Cosmologia

Após a elaboração da relatividade geral por Albert Einstein (1915) foi possível pela primeira vez criar teorias testáveis para a estrutura e evolução do universo. Observações feitas por Edward Hubble (1929) mostraram que o nosso universo está em um processo de expansão e que, portanto, no passado esteve em um estado muito mais denso e quente até um ponto de singularidade inicial. Esta situação é prevista pelo modelo de Hot Big Bang proposto por Alexander Friedmann (1922) que utiliza a métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) para descrever um universo homogêneo, isotrópico e em expansão.

Partindo deste modelo como primeira aproximação e adicionando perturbações na homogeneidade geradas por oscilações quânticas de campos primordiais tornadas macroscópicas por um breve período de inflação, é possível explicar quantitativa e satisfatoriamente a formação desde galáxias e agrupamentos até elementos químicos e a radiação cósmica de fundo com tal precisão que este modelo ficou conhecido como modelo cosmológico padrão. Este sucesso deve-se à sua capacidade de combinar relatividade geral e física fundamental de partículas elementares, permitindo-o realizar predições que são comprovadas observacionalmente.

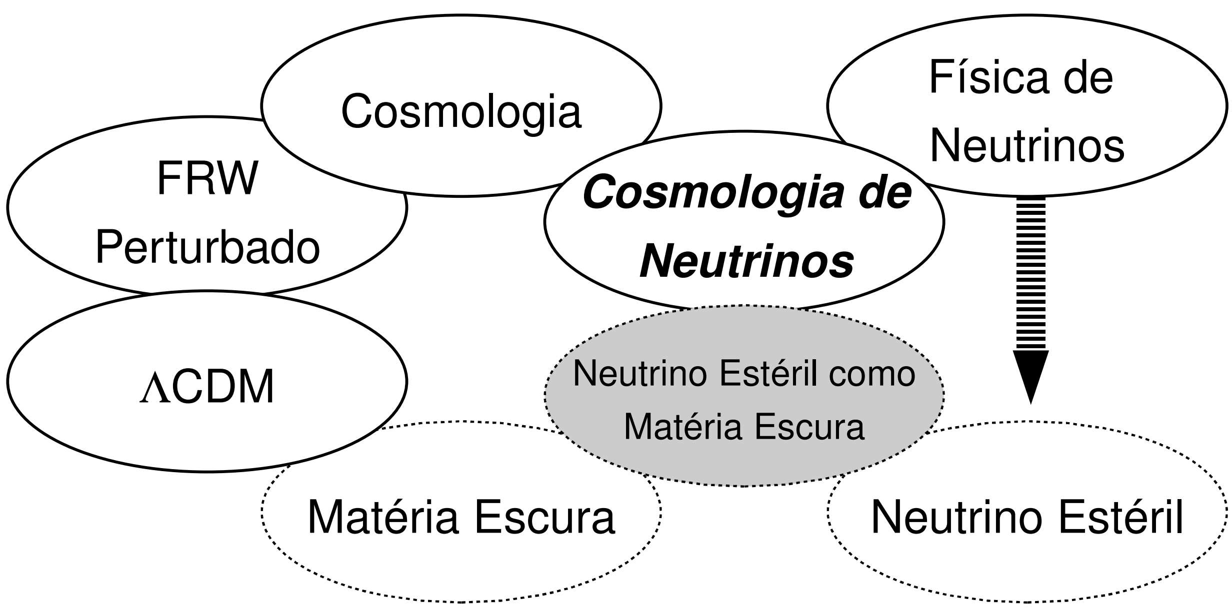

Figura 1.1: Interdisciplinaridade e segunda etapa da construção do modelo.

Neste capítulo será apresentado paulatinamente o modelo cosmológico padrão focalizando o conteúdo de partículas elementares, com especial atenção aos neutrinos e à matéria escura. Na seção 1.1 será apresentada a métrica FRW utilizada no modelo cosmológico padrão, na seção 1.2 serão deduzidas as equações de Einstein da relatividade geral para a métrica FRW, na seção 1.3 será explicado como perturbações evoluíram no universo e na seção 1.4 como isso pôde formar as estruturas que observamos atualmente, na seção 1.5 é apresentado como a radiação cósmica de fundo pode fornecer informações sobre a evolução cosmológica, na seção 1.6 é analisado o caso dos neutrinos cósmicos de fundo e, finalmente, na seção 1.7 é apresentado um resumo sobre matéria escura.

1.1 Métrica

A métrica de um espaço permite transformar distâncias de um sistema de referência em distâncias físicas, de forma que em um mesmo espaço a distância física entre dois pontos é invariante por sistema de referência utilizado e pode, portanto, descrever a própria métrica desse espaço

$$ds^2 \;=\; g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \;. \tag{1.1}$$

A métrica de um espaço maximamente simétrico, isto é, homogêneo e isotrópico, e em expansão espacial é dada pela métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) [1,2]

$$ds^2 \;=\; -\,dt^2 + a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} \;+\; r^2d\theta^2 \;+\; r^2sin^2\theta d\phi^2\right) \;, \tag{1.2}$$

sendo a(t) o fator de escala explicitamente dependente do tempo responsável pela expansão espacial. A constante k será igual a +1, 0 ou -1 para universos espacialmente abertos, planos ou fechados respectivamente. Introduzindo o tempo conforme η pode-se expressar a métrica FRW da seguinte forma

$$d\eta \;\equiv\; \frac{dt}{a} \;, \tag{1.3}$$

$$ds^2 \;=\; a(t)^2\left(-d\eta^2 \;+\; \frac{dr^2}{1-kr^2} \;+\; r^2d\theta^2 \;+\; r^2sin^2\theta d\phi^2\right) \;. \tag{1.4}$$

Seja qual for a geometria de um espaço, a trajetória de uma partícula livre será dada pela equação da geodésica

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} \;=\; -\Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\lambda}\frac{dx^\beta}{d\lambda} \;, \tag{1.5}$$

sendo λ o parâmetro de trajetória e $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$ o símbolo de Christoffel respectivamente definidos como

$$P^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{d\lambda} , \tag{1.6}$$

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} \equiv \frac{g^{\mu\nu}}{2}\left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}}\right) . \tag{1.7}$$

Os elementos para a métrica FRW [3] não nulos são

$$\begin{array}{llll}
\Gamma^{0}_{11} = \frac{a\dot{a}}{1-kr^2} , & & \Gamma^{1}_{11} = \frac{kr}{1-kr^2} , \\
\Gamma^{0}_{22} = a\dot{a}r^2 , & & \Gamma^{0}_{33} = a\dot{a}r^2 sin^2\theta , \\
\Gamma^{1}_{01} = \Gamma^{2}_{02} , & & \Gamma^{3}_{03} = \frac{\dot{a}}{a} , \\
\Gamma^{1}_{22} = -r(1-kr^2) , & & \Gamma^{1}_{33} = -r(1-kr^2)sin^2\theta , \\
\Gamma^{2}_{12} = \frac{1}{r} , & & \Gamma^{3}_{13} = \frac{1}{r} , \\
\Gamma^{2}_{33} = -sin\theta sin\theta , & & \Gamma^{3}_{23} = cot\theta .
\end{array}$$

1.2 Relatividade Geral

A principal ferramenta para a cosmologia é a relatividade geral [4]. As equações de Einstein que descrevem a relação entre a métrica e o conteúdo energético, em forma de matéria ou radiação, são

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} , \tag{1.8}$$

sendo que

- $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein que incorpora toda a geometria do espaço em questão,
- $R_{\mu\nu}$ o tensor de Ricci,
- R o escalar de Ricci dado pela contração do tensor com a métrica,
- Λ uma constante cosmológica incluída por Einstein para manter o universo estático,
- G a constante de gravitação de Newton,
- $T_{\mu\nu}$ o tensor energia-momento que deve conter todo o conteúdo energético e de pressão, em forma de matéria ou radiação responsável pela deformação do espaço.

A aproximação utilizada pelo modelo cosmológico padrão é que as partículas e campos do universo, anterior à recombinação ($z \sim 1100$), formam um plasma primordial composto que pode ser descrito como um fluído perfeito, cujo tensor energia-momento é dado por

$$T_{\mu\nu} \; = \; (\rho \; + \; P)\, u_\mu u_\nu \; + \; P g_{\mu\nu} \; . \tag{1.9}$$

Segundo o Princípio Cosmológico não há um referencial privilegiado no universo, portanto, em um referencial inercial em relação ao fluído cosmológico, a quadri-velocidade u^μ desse fluído será

$$u^\mu \; = \; (1, 0, 0, 0) \; , \tag{1.10}$$

$$T^\mu{}_\nu \; = \; \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \; . \tag{1.11}$$

O escalar e o tensor de Ricci são dados por

$$R \; = \; g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \; , \tag{1.12}$$

$$R_{\mu\nu} \; = \; \partial_\alpha \Gamma^\alpha{}_{\mu\nu} \; - \; \partial_\nu \Gamma^\alpha{}_{\mu\alpha} \; + \; \Gamma^\alpha{}_{\beta\alpha} \Gamma^\beta{}_{\mu\nu} \; - \; \Gamma^\alpha{}_{\beta\nu} \Gamma^\beta{}_{\mu\alpha} \; . \tag{1.13}$$

Os elementos do tensor e o escalar de Ricci para a métrica FRW [3] são

$$R_{00} \; = \; -3 \frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} \; , \tag{1.14}$$

$$R_{11} \; = \; \frac{1}{1 - kr^2} \left[2 \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \; + \; a \frac{d^2 a}{dt^2} \; + \; 2k \right] \; , \tag{1.15}$$

$$R_{22} \; = \; r^2 \left[2 \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \; + \; a \frac{d^2 a}{dt^2} \; + \; 2k \right] \; , \tag{1.16}$$

$$R_{33} \;=\; r^2 \left[2\left(\frac{da}{dt}\right)^2 \;+\; a\frac{d^2a}{dt^2} \;+\; 2k \right] sin^2\theta \;, \tag{1.17}$$

$$R \;=\; 6\left[\frac{1}{a}\frac{d^2a}{dt^2} \;+\; \left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2 \;+\; \frac{k}{a^2} \right] \;. \tag{1.18}$$

A partir da equação de Einstein com a métrica FRW e do tensor energia-momento de fluidos perfeitos pode-se obter equações de campo que relacionem a taxa de expansão do universo com a densidade de energia e pressão:

1. Substituindo o tensor e escalar de Ricci na equação de Einstein(1.8) no elemento tempo-tempo ($\mu = \nu = 0$) chega-se à equação de Friedmann

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2 \;=\; \frac{8\pi G\rho}{3} \;-\; \frac{k}{a^2} \;+\; \frac{\Lambda}{3} \;. \tag{1.19}$$

Definindo a taxa de Hubble e a densidade crítica

$$H(t) \;\equiv\; \frac{1}{a}\frac{da}{dt} \;, \tag{1.20}$$

$$\rho_{cr} \;\equiv\; \frac{3H_0^2}{8\pi G} \;, \tag{1.21}$$

e parametrizando a expansão por H_0 e h,

$$H_0 \;=\; 100h \; km \; sec^{-1} \; Mpc^{-1} \;, \tag{1.22}$$

$$\rho_{cr} \;=\; 10^4 h^2 eV cm^{-3} \; [20] \;, \tag{1.23}$$

chega-se à

$$H^2(t) \;=\; H_0^2 \frac{\rho}{\rho_{cr}} \;-\; \frac{k}{a^2} \;+\; \frac{\Lambda}{3} \;. \tag{1.24}$$

Para expressar essa equação em um só formalismo também podemos representar a curvatura e a constante cosmológica em termos de densidades de energia

$$\Lambda \;=\; 8\pi G\rho_\Lambda \;=\; 3H_0^2 \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{cr}} \;, \tag{1.25}$$

$$k \;=\; -\frac{8\pi G}{3}\rho_K \;=\; -H_0^2\frac{\rho_K}{\rho_{cr}} \;, \tag{1.26}$$

obtêm-se

$$H(a) \;=\; H_0\sqrt{\frac{\rho(a)}{\rho_{cr}} \;+\; \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{cr}} \;+\; \frac{\rho_K}{\rho_{cr}a^2}} \;. \tag{1.27}$$

2. Substituindo o tensor e escalar de Ricci na equação de Einstein(1.8) no elemento espaço-espaço ($\mu = \nu = i$) e o termo $(\dot{a}/a)^2$ pela equação 1.19 obtêm-se a segunda equação de campo

$$\frac{1}{a}\frac{d^2a}{dt^2} \;=\; -\frac{4\pi G}{3}(\rho \;+\; 3P) \;. \tag{1.28}$$

3. Aplicando a conservação do tensor energia-momento contido na equação de Einstein(1.8) através de sua derivada covariante

$$T^{\mu}_{\;\nu;\mu} = \; 0 \;, \tag{1.29}$$

$$\frac{1}{a^3}\frac{\partial(a^3\rho)}{\partial t} \;=\; -3\frac{1}{a}\frac{da}{dt}P \;. \tag{1.30}$$

Após deduzir as três equações de campo de um universo FRW (1.27, 1.28 e 1.30), o passo seguinte é definir qual a constituição física em si, em termos de campos e partículas, que compõe o universo, ou seja, quais as origens das componentes de $\rho(a)$ e como suas naturezas, material ou radioativa, influenciam a expansão do universo ($\rho(a) = \sum_i \rho_i(a)$). Das componentes de $\rho(a)$ podemos distinguir dois tipos principais:

- **Matéria**

  Possui pressão efetiva zero, portanto, segundo a equação da continuidade (1.30)

$$\frac{1}{a^3}\frac{\partial(a^3\rho)}{\partial t} \;=\; 0 \;, \tag{1.31}$$

$$\rho_M(a) \;\propto\; a^{-3} \;. \tag{1.32}$$

- **Radiação**

  Possui pressão igual a 1/3 da densidade [3, pág. 335], substituindo também na equação da continuidade,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} \;+\; 3\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\left(\rho \;+\; \frac{\rho}{3}\right) \;=\; 0 \;, \tag{1.33}$$

$$\rho_R(a) \;\propto\; a^{-4} \;. \tag{1.34}$$

Separando a densidade $\rho(a)$ na equação 1.27 em um termo material e outro radiativo, e substituindo pelas expressões acima, obtêm-se

$$H(a) \;=\; H_0\sqrt{\frac{\rho_M(a=1)}{a^3\rho_{cr}} \;+\; \frac{\rho_R(a=1)}{a^4\rho_{cr}} \;+\; \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{cr}} \;+\; \frac{\rho_K}{a^2\rho_{cr}}}\;, \tag{1.35}$$

definindo o parâmetro de densidade Ω_i

$$\Omega_i \;\equiv\; \frac{\rho_i(a=1)}{\rho_{cr}}\;, \tag{1.36}$$

$$H(a) \;=\; H_0\sqrt{\frac{\Omega_R}{a^4} \;+\; \frac{\Omega_M}{a^3} \;+\; \frac{\Omega_K}{a^2} \;+\; \Omega_\Lambda}\;. \tag{1.37}$$

1.3 Perturbação e evolução

Se é verdade que a isotropia aparente da radiação cósmica de fundo nos mostra a validade do modelo maximamente simétrico FRW , também é verdade que é imprescindível que tenha havido perturbações na homogeneidade primordial para que através de aglutinação gravitacional as estruturas de grande escala e galáxias pudessem ser formadas. A origem dessas perturbações ainda é matéria de especulação, mas a hipótese mais aceita é a de que um breve período de expansão acelerada, denominada inflação, postulada para explicar o problema do horizonte [96–98] também teria tornado macroscópicas flutuações quânticas de campos primordiais [99–103, 134]. Dessa forma, a inflação teria gerado perturbações na distribuição de matéria e radiação que se propagaram através de acoplamentos com as outras partículas do plasma primordial e com a própria métrica do espaço gerando as estruturas que observamos tanto em estruturas de grande escala como em padrões nas anisotropias na radiação cósmica de fundo que podem ser medidos com grande precisão. Apesar do desconhecimento sobre a origem, é possível determinar de que forma pertubações se propagaram no plasma primordial, também chamado de plasma cosmológico, através de cada tipo de partícula e de suas interações intrínsecas. Ou seja, no modelo cosmológico padrão estudar a evolução do universo significa estudar a origem e evolução das perturbações cosmológicas e como estas criaram as estruturas cósmicas em matéria ou radiação.

A equação 1.37 representa um conjunto de modelos FRW com conteúdo energético radiativo, material, curvo e constante, que serão perturbados nesta seção para formar estruturas de grande escala, seção 1.4, que imprimem sua assinatura nas anisotropias da radiação e nos neutrinos cósmicos de fundo, seções 1.5 e 1.6 respectivamente. De todos os possíveis modelos para diferentes composições, há um modelo de consenso que melhor ajusta os dados das observações cosmológicas de precisão tais como o WMAP [8, 9, 20] e SDSS [17]. Este modelo de consenso presume cinco componentes no universo: fótons e neutrinos como radiativos, bárions e matéria escura como materiais e energia escura como constante.

Este modelo é normalmente denominado de "flat" ΛCDM pois os dados indicam que o universo é próximo de plano com preponderância de energia escura($\sim$ 70%) cuja densidade é constante e dessa forma introduzida na equação de Friedmann como uma constante cosmológica Λ e de matéria escura ($\sim$ 25%) com livre caminho médio desprezível ("Cold Dark Matter"). Embora diferentes modelos com distintas composições também tenham que sofrer perturbações para gerar estruturas, as equações perturbativas a serem desenvolvidas nessa seção presumem o modelo ΛCDM ao não incluir perturbações na energia escura por ser constante e ao truncar a equação perturbativa da matéria escura no segundo momento por considera-la não relativística.

1.3.1 Equação de Boltzmann

As funções de distribuição possíveis para as partículas enquanto em equilíbrio com o plasma cosmológico são de dois tipos.

1. Distribuição de Fermi-Dirac para partículas de spin semi-inteiro (por ex.: bárions, neutrinos, elétrons)

$$f_{FD} \;=\; \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}} \;+\; 1} \;. \tag{1.38}$$

2. Distribuição de Bose-Einstein para partículas de spin inteiro (por ex.: fótons, $W^{\pm}$, Z^0)

$$f_{BE} \;=\; \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}} \;-\; 1} \;. \tag{1.39}$$

Para utilizar o modelo de fluído perfeito para descrever o plasma cosmológico, as n partículas que o formam devem ter suas funções de distribuição satisfeitas pela equação de Boltzmann

$$\frac{df_i}{dt} \;=\; C\left[f_i\right] \;, \tag{1.40}$$

cuja decomposição mais geral é dada por

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} \;+\; \frac{\partial f_i}{\partial x^j}\frac{dx^j}{dt} \;+\; \frac{\partial f_i}{\partial E}\frac{dE}{dt} \;+\; \frac{\partial f_i}{\partial \hat{p}^j}\frac{d\hat{p}^j}{dt} \;=\; C\left[f_i\right] \;, \tag{1.41}$$

sendo que $C[f]$ deve conter todos os possíveis termos de colisão.

Os dois lados da equação acima necessitam de atenção em separado. Primeiramente será descrito como perturbações podem ser incluídas nas funções de distribuição f_i e em seguida quais os termos de colisão para cada tipo de partícula em separado. A teoria de perturbações cosmológicas pode ser aplicada de diferentes formas, o "gauge" utilizado nesta tese é conhecido como "Conformal Newtonian Gauge" que é próprio para demonstrações e análises, também utilizado pela principal referência deste capítulo [92]. Outros "gauges" utilizados são o "Comoving", "Spatially flat" e "Synchronous", este último muito utilizado computacionalmente devido à sua estabilidade e velocidade de integração [94,95].

1.3.2 Perturbações na métrica FRW

Perturbações na densidade das partículas geram alterações no campo gravitacional que segundo a relatividade geral estarão associadas à perturbações na métrica descrita pelo tensor $g_{\mu\nu}$. Ainda considerando o princípio cosmológico, segundo o qual não há um referencial preferencial, consideramos que elementos espaciais são alterados igualmente por meio de campos fracos assim como o elemento temporal. Para um universo espacialmente plano, essas perturbações podem ser descritos por campos fracos

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1(1+2\Psi(\mathbf{x},t)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2(t)(1+2\Phi(\mathbf{x},t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)(1+2\Phi(\mathbf{x},t)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)(1+2\Phi(\mathbf{x},t)) \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

sendo $\Psi(\mathbf{x},t)$ e $\Phi(\mathbf{x},t)$ campos gravitacionais fracos, portanto perturbativos, cujos termos quadráticos podem ser desprezados na aproximação de primeira ordem. A métrica acima é uma combinação de universo FRW espacialmente plano com campo gravitacional escalar fraco. É possível desprezar perturbações vetoriais e tensoriais à métrica pois estas não se acoplam à perturbações na densidade de matéria nem de radiação. Substituindo estas perturbações na métrica na equação de Einstein contida na equação 1.8, especificamente no elemento tempo-tempo ($\mu = \nu = 0$)

$$G^0{}_0 = g^{00}(R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R) = 8\pi G T^0{}_0 . \quad (1.43)$$

Mantendo-se somente os termos de primeira ordem em perturbação

$$\delta G^0{}_0 \;=\; -(1-2\Psi)\delta R_{00} \;-\; \frac{1}{2}\delta R \;=\; 8\pi G \delta T^0{}_0 \;, \tag{1.44}$$

$$\delta R_{00} \;=\; -\frac{k^2}{a^2}\Psi \;-\; 3\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \;+\; 3\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial t} \;-\; 2\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right] \;, \tag{1.45}$$

$$\delta R \;=\; -12\Psi\left[\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2 \;+\; \frac{1}{a}\frac{d^2 a}{dt^2}\right] \;+\; \frac{2k^2}{a^2}\Psi \;+\; 6\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \;-\; 6\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \;-\; 4\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) \;+\; 4\frac{k^2 \Phi}{a^2} \;. \tag{1.46}$$

substituindo-se δR_{00} e δR em $\delta G^0{}_0$, chega-se a

$$k^2\Phi \;+\; 3\frac{\dot a}{a}\left(\dot\Phi \;-\; \frac{\dot a}{a}\Psi\right) \;=\; -4\pi G a^2 \delta T^0{}_0 \;. \tag{1.47}$$

No modelo cosmológico padrão o conteúdo de partículas do universo é descrito como um fluído perfeito com cinco componentes: fótons, bárions, neutrinos, matéria escura e energia escura. Não há evidências de inomogeneidades na densidade de energia escura, portanto, são introduzidas perturbações na densidade apenas para os quatro primeiros ingredientes. Utilizando a definição de tensor de fluído perfeito contida no tensor 1.11

$$\delta T^0{}_0 \;=\; -\sum_i \;\delta\rho_i \;, \tag{1.48}$$

$$\delta\rho \;=\; \delta\rho_\gamma \;+\; \delta\rho_b \;+\; \delta\rho_\nu \;+\; \delta\rho_{DM} \;. \tag{1.49}$$

Para partículas relativísticas, perturbações na densidade são introduzidas como flutuações na temperatura de corpo negro que, como pode ser visto na equação 1.34, é proporcional à quarta potência da densidade

$$T_r \;\propto\; a^{-1} \;\propto\; \rho_r^4 \;\Longrightarrow\; \frac{\delta\rho_r}{\rho_r} \;=\; 4\frac{\delta T_r}{T_r} \;. \tag{1.50}$$

Introduzindo a variável δ_i e utilizando-se do parâmetro de densidade Ω_i anteriormente definido na equação 1.36

$$\delta_i \equiv \frac{\delta\rho_i}{\rho_i} , \tag{1.51}$$

chega-se a equação que governa as perturbações na métrica

$$k^2\Phi + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\dot{\Phi} - \frac{\dot{a}}{a}\Psi\right) = 4\pi G a^2 \rho_{cr}\left[4\frac{\Omega_\gamma}{a^4}\frac{\delta T_\gamma}{T_\gamma} + \frac{\Omega_b}{a^3}\delta_b + 4\frac{\Omega_\nu}{a^4}\frac{\delta T_\nu}{T_\nu} + \frac{\Omega_{DM}}{a^3}\delta_{DM}\right] , \tag{1.52}$$

sendo pontos derivadas parciais em relação ao tempo conforme η.

1.3.3 Perturbações na densidade de fótons

Por serem relativísticos e estarem em equilíbrio, os fótons se comportam como um gás livre e todas as suas propriedades podem ser descritas unicamente através da sua temperatura. Portanto, a melhor forma de incluir perturbações na densidade dos fótons é acrescentar um termo perturbativo na temperatura de sua distribuição, dada pela distribuição de Bose-Einstein para partículas não massivas

$$f_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \left[\exp\left(\frac{p}{T(1+\Theta(\mathbf{x}, \hat{p}, t))}\right) - 1\right]^{-1} , \tag{1.53}$$

assumimos o potencial químico nulo pois fótons são criados em muitos processos. Considerando que Θ é pequeno pode-se expandir em torno da distribuição de Bose-Einstein

$$f_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \simeq \frac{1}{e^{p/T} - 1} + T\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{e^{p/T} - 1}\right)\right]\Theta \equiv f_\gamma^{(0)} - p\frac{\partial f_\gamma^{(0)}}{\partial p}\Theta . \tag{1.54}$$

No caso dos fótons, para os quais só há o termo de momento na equação de energia ($E = p$), a decomposição da equação de Bolztmann1.41 será

$$\frac{df_\gamma}{dt} = \frac{\partial f_\gamma}{\partial t} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dt} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial p}\frac{dp}{dt} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial \hat{p}^i}\frac{d\hat{p}^i}{dt} . \tag{1.55}$$

Todas as partículas, incluindo os fótons, têm sua energia reduzida devido à expansão do universo, este efeito também chamado de deslocamento para o vermelho é dado por

$$\frac{dp}{dt} = -p\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\right) . \tag{1.56}$$

O próprio espaço sofre distorções devido às perturbações na métrica, e que são dadas por

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{\hat{p}^i}{a}(1+\Psi+\Phi) . \tag{1.57}$$

Substituindo na equação 1.55

$$\frac{df_\gamma}{dt} = \frac{\partial f_\gamma}{\partial t} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial x^i}\left[\frac{\hat{p}^i}{a}(1+\Psi+\Phi)\right] + \frac{\partial f_\gamma}{\partial p}\left[-p\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\right)\right] + \frac{\partial f_\gamma}{\partial\hat{p}^i}\frac{d\hat{p}^i}{dt} , \tag{1.58}$$

e desprezando termos de segunda ordem em teoria de perturbação obtêm-se

$$\frac{df_\gamma}{dt} = \frac{\partial f_\gamma}{\partial t} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial x^i}\frac{\hat{p}^i}{a} + \frac{\partial f_\gamma}{\partial p}\left[-p\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\right)\right] . \tag{1.59}$$

Substituindo f_γ da equação acima pela aproximação contida na equação 1.54 e coletando somente os termos da primeira ordem de aproximação, obtêm-se

$$\left[\frac{df_\gamma}{dt}\right]_{1^{\underline{a}}\text{ Ordem}} = -p\frac{\partial f_\gamma^{(0)}}{\partial p}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Theta}{\partial x^i} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\right) . \tag{1.60}$$

1.3.3.1 Termos de colisão dos fótons

O termo de colisão mais importante para os fótons é o espalhamento Thomson com os elétrons

$$e^-(\mathbf{q}) + \gamma(\mathbf{p}) \longleftrightarrow e^-(\mathbf{q}') + \gamma(\mathbf{p}') , \tag{1.61}$$

cuja amplitude em $1^{\underline{a}}$ aproximação calculada através das regras de Feynman é dada por [93]

$$|\mathscr{M}|^2 \;=\; 6\pi\sigma_T m_e^2 \left[1 \;+\; cos^2(\hat{p}.\hat{p}')\right] \;, \tag{1.62}$$

onde σ_T é a seção de choque de Thomson

$$\sigma_T \;=\; \frac{e^4}{6\pi m_e^2} \;. \tag{1.63}$$

Substituindo no termo de colisão

$$C[f_\gamma(\mathbf{p})] \;=\; \frac{1}{p}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\frac{(2\pi)^4|\mathscr{M}|^2}{8E_e(q)E_e(q')E_\gamma(p')}$$

$$\times\, \delta^4(p+q-p'-q')\;\left\{f_e(\mathbf{q}')f_\gamma(\mathbf{p}') - f_e(\mathbf{q})f_\gamma(\mathbf{p})\right\} \;, \tag{1.64}$$

cuja integral, desprezando termos de segunda ordem de perturbação, é igual a

$$C[f_\gamma(\mathbf{p})] \;=\; -p\frac{\partial f^{(0)}}{\partial p}n_e\sigma_T\left[\Theta_0 \;-\; \Theta(\hat{p}) \;+\; \hat{p}\cdot\mathbf{v}_b \;-\; \frac{1}{2}\mathscr{P}_2(\hat{p})\Theta_2\right] \;, \tag{1.65}$$

sendo $\mathbf{v}_b$ a velocidade média dos bárions, Θ_l termos da expansão em multipólos da função Θ e $\mathscr{P}_l$ o polinômio de Legendre de ordem l conforme definições abaixo

$$\mathbf{v}_b \;\equiv\; \frac{\mathbf{q}}{m_e} \;, \tag{1.66}$$

$$\Theta_l \;\equiv\; \frac{1}{(-1)^l}\int_{-1}^{1}\frac{d\mu}{2}\mathscr{P}_l(\mu)\Theta(\mu) \;, \tag{1.67}$$

$$\mathscr{P}_l(\hat{x}\cdot\hat{x}') \;=\; \frac{4\pi}{2l+1}\sum_{m=-l}^{l}Y_{lm}(\hat{x})Y_{lm}^*(\hat{x}') \;, \tag{1.68}$$

apesar de $\mathbf{v}_b$ depender do momento do elétron incidente, a velocidade média dos bárions permanece aproximadamente constante no intervalo integrado, portanto este termo será isolado da integral como uma constante.

Substituindo o termo de colisão na equação de Boltzmann com distribuição também perturbada em 1ª ordem contida na equação 1.60

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} \;+\; \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Theta}{\partial x^i} \;+\; \frac{\partial\Phi}{\partial t} \;+\; \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i} \;=\; n_e\sigma_T\left[\Theta_0 \;-\; \Theta(\hat{p}) \;+\; \hat{p}\cdot\mathbf{v}_b \;-\; \frac{1}{2}\mathscr{P}_2(\hat{p})\Theta_2\right] \;, \tag{1.69}$$

sendo as variáveis μ e τ definidas como

$$\mu \equiv \frac{\mathbf{k}.\hat{p}}{k} , \tag{1.70}$$

$$\dot{\tau} \equiv -n_e \sigma_T a . \tag{1.71}$$

Tomando a transformada de Fourier da equação 1.69, onde $\partial_i = k_i$ e $\tilde{f} = \mathscr{F}[f]$, chega-se a equação que governa pertubações na temperatura de corpo negro dos fótons

$$\dot{\tilde{\Theta}} + ik\mu\tilde{\Theta} + \dot{\tilde{\Phi}} + ik\mu\tilde{\Psi} = -\dot{\tau}\left[\tilde{\Theta}_0 - \tilde{\Theta} + \mu\tilde{v}_b - \frac{1}{2}\mathscr{P}_2(\mu)\tilde{\Theta}_2\right] . \tag{1.72}$$

A vantagem em se utilizar da transformada de Fourier é que no espaço real as equações que governam a dinâmica das perturbações são equações diferenciais parciais lineares que envolvem derivadas temporais e espaciais, que devem ser resolvidas para todos os infinitos modos pois estão todos acoplados. No espaço de Fourier as equações tornam-se equações cujos modos evoluem independentemente e podem ser resolvidos em separado. Graças à natureza perturbativa das flutuações na densidade que para o caso dos fótons permanecem pequenas, e portanto lineares, em todas as épocas cosmológicas.

Devido ao espalhamento Compton ocorrido no momento do desacoplamento dos fótons, a radiação cósmica de fundo é polarizada. A polarização gerada possui inomogeneidades provenientes das perturbações na distribuição de elétrons e pósitrons, estas inomogeneidades adquiridas no momento do espalhamento são observadas atualmente como anisotroprias na polarização da radiação cósmica de fundo originadas na última superfície de espalhamento. Assim como foi feito para perturbações na temperatura de corpo negro dos fótons, também é possível, e com resultado muito semelhante, deduzir uma equação de Boltzmann para perturbações na polarização cujo único acoplamento com o resto do universo se dá através do termo de quadrupolo da expansão das perturbações na temperatura dos fótons.

Embora as correções resultantes no espectro de potência da radiação cósmica devido ao efeito de polarização sejam da ordem de 10% [92], esta possui pouco efeito no espectro de potência da matéria. Considerando que o método de análise nesta tese será comparativa entre modelos com e sem neutrinos estéreis mantendo outras propriedades inalteradas, que a análise comparativa será unicamente através do espectro de potência da matéria e também que o espectro da radiação cósmica permanece inalterado com a adição de neutrinos estéreis, a inclusão do campo de polarização é irrelevante para o objeto de estudo e método de análise desta tese. De forma que por motivos de simplificação, o campo de polarização da radiação cósmica não será incluída seja no modelo cosmológio com neutrinos estéreis seja no modelo sem neutrino estéril base de comparação.

1.3.4 Perturbações na densidade de bárions

A matéria ordinária existente em estado estável no universo, prótons e elétrons, é normalmente descrita como bárions embora obviamente exista um abuso de linguagem pois elétrons são léptons carregados. No entanto, mesmo quando ionizados elétrons e prótons permanecem fortemente acoplados por espalhamento Coulomb que por ter taxa de interação muito maior que a taxa de expansão do universo mantém elétrons e prótons em equilíbrio termodinâmico, compartilhando a mesma velocidade e amplitude de flutuação de densidade, o que permite descreve-los conjuntamente. Para o caso de partículas massivas como os bárions, a equação de Boltzmann decomposta será igual ao caso geral 1.41

$$\frac{df_b}{dt} = \frac{\partial f_b}{\partial t} + \frac{\partial f_b}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dt} + \frac{\partial f_b}{\partial E}\frac{dE}{dt} + \frac{\partial f_b}{\partial \hat{p}^i}\frac{d\hat{p}^i}{dt} = C[f_b] \; , \tag{1.73}$$

para $b = e, p$. Considerando que o deslocamento da energia e a distorção do espaço devido à expansão do universo são dados por

$$\frac{dE}{dt} = -p\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\frac{p}{E} + \frac{p}{E}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial x^i}\right) \; , \tag{1.74}$$

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{dx^i}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dt} = \frac{P^i}{P^0} = \frac{p}{E}\frac{\hat{p}^i}{a}(1+\Psi+\Phi) \; . \tag{1.75}$$

Substituindo na equação anterior

$$\frac{df_b}{dt} = \frac{\partial f_b}{\partial t} + \frac{\partial f_b}{\partial x^i}\left[\frac{p}{E}\frac{\hat{p}^i}{a}(1+\Psi+\Phi)\right] - \frac{\partial f_b}{\partial E}\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\frac{p^2}{E} + \frac{p^2}{E}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i p}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial x^i}\right) + \frac{\partial f_b}{\partial \hat{p}^i}\frac{d\hat{p}^i}{dt} \; , \tag{1.76}$$

e desprezando termos em segunda ordem na teoria de perturbação obtêm-se

$$\frac{df_b}{dt} = \frac{\partial f_b}{\partial t} + \frac{p}{E}\frac{\partial f_b}{\partial x^i}\frac{\hat{p}^i}{a} + \frac{\partial f_b}{\partial E}\left[-p\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\frac{p}{E} + \frac{p}{E}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial x^i}\right)\right] = C[f_b] \; . \tag{1.77}$$

1.3.4.1 Termos de colisão dos bárions

As interações de maior taxa que envolvem prótons e elétrons são o espalhamento Coulomb entre as duas partículas carregadas e o espalhamento Thomson entre elétrons e fótons

$$e^-(\mathbf{q}) \ + \ \gamma(\mathbf{p}) \ \longleftrightarrow \ e^-(\mathbf{q}') \ + \ \gamma(\mathbf{p}') \ , \tag{1.78}$$

$$e^-(\mathbf{q}) \ + \ p^+(\mathbf{Q}) \ \longleftrightarrow \ e^-(\mathbf{q}') \ + \ p^+(\mathbf{Q}') \ . \tag{1.79}$$

Em primeira aproximação são estas as interações consideradas para descrever o plasma cosmológico. O espalhamento entre prótons e fótons também ocorre mas como a seção de choque desse processo é inversamente proporcional à massa então o espalhamento Thomson entre elétrons e fótons ocorrerá a uma taxa muito maior e o equilíbrio do fluído composto prótons-elétrons com a radiação cósmica de fundo ocorrerá via espalhamento Thomson entre elétrons e fótons. Os termos de colisão para elétrons e prótons, respectivamente, serão

$$C[f_e] \ = \ \langle c_{ep} \rangle_{QQ'q'} \ + \ \langle c_{e\gamma} \rangle_{pp'q'} \ , \tag{1.80}$$

$$C[f_p] \ = \ \langle c_{ep} \rangle_{qq'Q'} \ , \tag{1.81}$$

sendo

$$\langle c_{\alpha\beta} \rangle_{p_2p_3p_4} \ = \ \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3}$$

$$\times \left[(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{|M_{\alpha\beta}|^2}{8E_\beta(p_1)E_\alpha(p_2)E_\beta(p_3)E_\alpha(p_4)} \left\{ f_\alpha(p_4) f_\beta(p_3) - f_\alpha(p_1) f_\beta(p_2) \right\} \right] \ . \tag{1.82}$$

Para calcular como estes termos de colisão afetam perturbações na densidade dos bárions basta substituir os termos de colisão na equação de Boltzmann e integrar no espaço de momento.

1. Integrando a equação 1.77 em $d^3q/(2\pi)^3$ e $d^3Q/(2\pi)^3$ respectivamente para elétrons e prótons é possível obter o momento de ordem zero da perturbação na densidade destas partículas, no entanto, para os casos de espalhamento Coulomb e Thomson a integral de ordem zero sobre os

momentos será identicamente nula pelo simples fato de serem espalhamentos que conservam o número leptônico ($dn_e/dt = 0$), o que também pode ser observado pela natureza anti-simétrica dos integrandos $\langle c_{\alpha\beta}\rangle_{p_2p_3p_4}$ em contraposição a simetria ($q \leftrightarrow q'$ e $Q \leftrightarrow Q'$) da integração total.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} \;+\; \frac{1}{a}\frac{\partial(n_e v_e^i)}{\partial x^i} \;+\; 3\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt} \;+\; \frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)n_e \;=\; \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,\langle c_{ep}\rangle_{QQ'q'} \;+\; \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,\langle c_{e\gamma}\rangle_{pp'q'} \;=\; 0\;, \tag{1.83}$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} \;+\; \frac{1}{a}\frac{\partial(n_p v_p^i)}{\partial x^i} \;+\; 3\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt} \;+\; \frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)n_p \;=\; \int\frac{d^3Q}{(2\pi)^3}\,\langle c_{ep}\rangle_{qq'Q'} \;=\; 0\;, \tag{1.84}$$

sendo as velocidades definidas como

$$v_j^i \;\equiv\; \frac{1}{n_j}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}f_j\frac{p\hat{p}^i}{E}\;. \tag{1.85}$$

Substituindo-se a densidade n_i por uma densidade perturbada em primeira ordem de aproximação

$$n_i \;=\; n_i^{(0)}(1 \;+\; \delta_i)\;, \tag{1.86}$$

$$\delta_i \;\equiv\; \delta\rho_i/\rho_i\;, \tag{1.87}$$

e desprezando termos de segunda ordem de aproximação chega-se a

$$\frac{\partial\delta_{e,p}}{\partial t} \;+\; \frac{1}{a}\frac{\partial(v_{e,p}^i)}{\partial x^i} \;+\; 3\frac{\partial\Phi}{\partial t} \;=\; 0\;. \tag{1.88}$$

Considerando que elétrons e prótons sofreram o mesmo tipo de perturbação inicial e que por estarem fortemente acoplados via interação Coulombiana compartilham a mesma velocidade

$$\delta_e = \delta_p \qquad , \qquad v_e = v_p, \tag{1.89}$$

é possível descrever o momento de ordem zero destas duas partículas de forma unificada, utilizando simplesmente a designação de bárions

$$\frac{\partial \delta_b}{\partial t} \;+\; \frac{1}{a}\frac{\partial (v_b^i)}{\partial x^i} \;+\; 3\frac{\partial \Phi}{\partial t} \;=\; 0\;. \tag{1.90}$$

Este resultado demonstra, como esperado, que o espalhamento entre fótons, elétrons e prótons não é capaz de gerar nenhum tipo de perturbação em suas densidades mas somente propagá-la. Realizando a transformada de Fourier onde $\partial_i = k_i$ e $\tilde{v}^i = \tilde{v}k^i/k$, chega-se a

$$\dot{\tilde{\delta}}_b \;+\; ik\tilde{v}_b \;+\; 3\dot{\tilde{\Phi}} \;=\; 0\;. \tag{1.91}$$

2. Integrando novamente a equação 1.77 mas agora em $m_e q\hat{q}^j d^3q/(2\pi)^3$ e $m_p Q\hat{Q}^j d^3Q/(2\pi)^3$ para elétrons e prótons, respectivamente, e então somando-se as duas equações obtêm-se o primeiro momento

$$\frac{\partial v_b^j}{\partial t} \;+\; \frac{1}{a}\frac{da}{dt}v_b^j \;+\; \frac{1}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial x^j} \;=\; \frac{1}{\rho_b}\int \frac{q\hat{q}^j d^3q}{(2\pi)^3}\left\langle c_{e\gamma}\right\rangle_{pp'q'} \;+\; \frac{1}{\rho_b}\int \frac{q\hat{q}^j d^3q}{(2\pi)^3}\left\langle c_{ep}\right\rangle_{QQ'q'}\;. \tag{1.92}$$

Realizando primeiro a transformada de Fourier e então integrando obtêm a equação que governa perturbações na densidade de bárions

$$\dot{\tilde{v}}_b \;+\; \frac{\dot{a}}{a}\tilde{v}_b \;+\; ik\tilde{\Psi} \;=\; \dot{\tau}\frac{4\rho_\gamma}{3\rho_b}\left(3i\tilde{\Theta}_1 \;+\; \tilde{v}_b\right)\;. \tag{1.93}$$

As vantagens em se utilizar da transformada de Fourier para os bárions são as mesmas dos fótons, mas uma importante diferença é que para os bárions apesar dos maiores modos de perturbação ainda permanecerem no regime linear na época atual os modos menores de perturbação acumularam amplitude suficiente para tornar termos não lineares importantes a partir de $z \sim 20$.

1.3.5 Perturbações na densidade de neutrinos não massivos

Perturbações na densidade dos neutrinos não massivos podem ser tratadas da mesma forma que os fótons, através de perturbações na temperatura de corpo negro

$$f_\nu(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \;=\; \left[exp\left(\frac{E-\mu_\nu}{T[1+\mathscr{N}(\mathbf{x}, \hat{p}, t)]}\right) \;+\; 1\right]^{-1} \;, \tag{1.94}$$

sendo que assumimos potencial químico nulo devido ao regime de equilíbrio em que neutrinos e anti-neutrinos são criados em quantidades quase idênticas. Embora o potencial químico não seja exatamente nulo, seu valor é muito pequeno e irrelevante para o objetivo deste trabalho. Considerando que $\mathscr{N}$ é pequeno pode-se expandir em torno da distribuição de Fermi-Dirac

$$f_\nu(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \;\simeq\; \frac{1}{e^{p/T}+1} \;+\; T\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{e^{p/T}+1}\right)\right]\mathscr{N} \;\equiv\; f_\nu^{(0)} \;+\; p\frac{\partial f_\nu^{(0)}}{\partial p}\mathscr{N} \;, \tag{1.95}$$

$$C[f_\nu] = 0 \;. \tag{1.96}$$

Em analogia ao fótons exceto pelo termo de colisão que é nulo, a equação que governa perturbações na temperatura de corpo negro dos neutrinos não massivos é dado por

$$\dot{\tilde{\mathscr{N}}} \;+\; ik\mu\tilde{\mathscr{N}} \;+\; \dot{\tilde{\Phi}} \;+\; ik\mu\tilde{\Psi} \;=\; 0 \;. \tag{1.97}$$

1.3.6 Perturbações na densidade de neutrinos massivos

Embora esteja bem estabelecido, através dos experimentos que comprovaram a oscilação entre sabores, de que o neutrino possui massa, seus valores são muito menores que a temperatura do universo na época de formação das estruturas ($T >> m_\nu$). Dessa forma, neutrinos cosmológicos massivos não podem ser tratados simplesmente como bárions sem o termo de colisão, pois momentos superiores além da densidade e velocidade devem ser considerados na expansão em multipólos de perturbações. Em geral, perturbações na sua função de distribuição pode ser expandidas em multipólos da série de Legendre, que em um universo plano é dada por [94, 95]

$$\delta f_\nu \;=\; \sum_{l=0}^{\infty}(2l \;+\; 1)(-i)^l \delta f_{\nu,l} P_l l(\mu) \;, \tag{1.98}$$

sendo P_l o polinômio de Legendre. Na integração sobre μ para obter os momentos não é possível aproximar a energia pelo momento como é feito para o caso dos fótons e neutrinos não massivos, tampouco desprezar momentos superiores a l=2 como para bárions e matéria escura "Cold", pois apesar do neutrino cosmológico possuir massa, esta é comparável a sua própria temperatura. Integrando sobre os momentos no espaço de Fourier obtêm-se

$$\delta\dot{\tilde{f}}_{\nu,0} = -\frac{kp}{E}\delta\tilde{f}_{\nu,1} + \dot{\Phi}\frac{d\tilde{f}_{\nu,0}}{dln(p)} , \tag{1.99}$$

$$\delta\dot{\tilde{f}}_{\nu,1} = \frac{kp}{3E}\left(\delta\tilde{f}_{\nu,0} - 2\delta\tilde{f_{\nu,2}}\right) - \frac{Ek}{3p}\Psi\frac{d\tilde{f}_{\nu,0}}{dln(p)} , \tag{1.100}$$

$$\delta\dot{\tilde{f}}_{\nu,l} = \frac{kp}{(2l + 1)E}\left[l\delta\tilde{f}_{\nu,l-1} - (l+1)\delta\tilde{f}_{\nu,l+1}\right] \quad \text{para } l \geq 2 . \tag{1.101}$$

Perturbações em sua densidade e pressão serão

$$\delta\rho_\nu = \frac{4\pi}{a^4}\int p^2 dp E\tilde{f}_{\nu,0}\delta\dot{\tilde{f}}_{\nu,0} , \tag{1.102}$$

$$\delta P_\nu = \frac{4\pi}{3a^4}\int p^2 dp\frac{p^2}{E}\delta\tilde{f}_{\nu,0} . \tag{1.103}$$

Para temperaturas muito altas ($T \gg m_\nu$) a energia será praticamente igual à temperatura e as perturbações tornam-se iguais ao caso do neutrino não massivo, para temperaturas muito baixas ($T \ll m_\nu$) as perturbações reduzem-se para o caso da matéria escura. Este comportamento transiente juntamente com uma alta densidade, seção 1.6, é que torna a formação das estruturas sensível à presença dos neutrinos massivos.

1.3.7 Perturbações na densidade de matéria escura

Convencionou-se chamar de matéria escura o deficit de matéria cosmológica que é diferenciada da radiação ao escalonar com a^{-3} e da matéria bariônica por não gerar oscilações acústicas devido à ausência da pressão proveniente do espalhamento Coulomb. Da mesma forma que para os bárions, mas sem espalhamento, a equação de Boltzmann para a matéria será

$$\frac{df_{DM}}{dt} = \frac{\partial f_{DM}}{\partial t} + \frac{\partial f_{DM}}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dt} + \frac{\partial f_{DM}}{\partial E}\frac{dE}{dt} + \frac{\partial f_{DM}}{\partial \hat{p}^i}\frac{d\hat{p}^i}{dt} = C[f_{DM}] \; , \tag{1.104}$$

$$C[f_{DM}] = 0 \; . \tag{1.105}$$

Em analogia aos bárions, as equações que governam as perturbações na densidade da matéria escura será

$$\dot{\tilde{\delta}}_{DM} + ik\tilde{v} + 3\dot{\tilde{\Phi}} = 0 \; , \tag{1.106}$$

$$\dot{\tilde{v}} + \frac{\dot{a}}{a}\tilde{v} + ik\tilde{\Psi} = 0 \; . \tag{1.107}$$

1.3.8 Resumo do sistema de equações de Boltzmann

O quadro das interações padrões que propagam perturbações na densidade das partículas que compõem o universo, segundo o modelo cosmológico padrão, podem ser resumidas no gráfico abaixo.

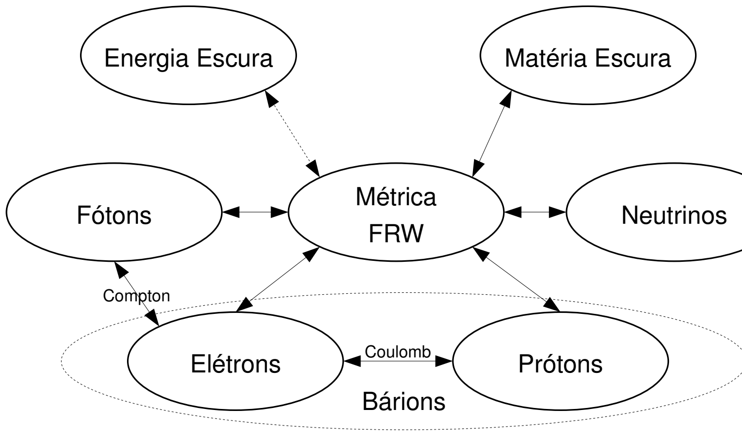

Figura 1.2: Acoplamentos entre as cinco componentes do conteúdo de energia do universo, baseada em [92, pág.85]. A energia escura influencia na propagação das perturbações através da equação de Friedmann.

As equações que governam perturbações nas partículas que compõe o universo no modelo ΛCDM são

$$k^2\tilde{\Phi} + 3aH(a)\left[\dot{\tilde{\Phi}} - \tilde{\Psi}aH(a)\right] = 4\pi G a^2 \rho_{cr}\left[4\frac{\Omega_\gamma}{a^4}\tilde{\Theta}_0 + \frac{\Omega_b}{a^3}\tilde{\delta}_b + 4\frac{\Omega_\nu}{a^4}\tilde{\mathscr{N}}_0 + \frac{\Omega_{DM}}{a^3}\tilde{\delta}_{DM}\right] , \tag{1.108}$$

$$\dot{\tilde{\Theta}} + ik\mu\tilde{\Theta} + \dot{\tilde{\Phi}} + ik\mu\tilde{\Psi} = -\dot{\tau}\left[\tilde{\Theta}_0 - \tilde{\Theta} + \mu\tilde{v}_b - \frac{1}{2}\mathscr{P}_2(\mu)\tilde{\Theta}_2\right] , \tag{1.109}$$

$$\dot{\tilde{\delta}}_b + ik\tilde{v}_b + 3\dot{\tilde{\Phi}} = 0 , \tag{1.110}$$

$$\dot{\tilde{v}}_b + aH(a)\tilde{v}_b + ik\tilde{\Psi} = \dot{\tau}\frac{4\rho_\gamma}{3\rho_b}\left(3i\tilde{\Theta}_1 + \tilde{v}_b\right) , \tag{1.111}$$

$$\dot{\tilde{\mathscr{N}}} + ik\mu\tilde{\mathscr{N}} + \dot{\tilde{\Phi}} + ik\mu\tilde{\Psi} = 0 , \tag{1.112}$$

$$\dot{\tilde{\delta}}_{DM} + ik\tilde{v}_{DM} + 3\dot{\tilde{\Phi}} = 0 , \tag{1.113}$$

$$\dot{\tilde{v}}_{DM} \;+\; aH(a)\tilde{v}_{DM} \;+\; ik\tilde{\Psi} \;=\; 0\;, \tag{1.114}$$

$$H(a) \;=\; H_0\sqrt{\frac{\Omega_\gamma}{a^4} \;+\; \frac{\Omega_\nu}{a^4} \;+\; \frac{\Omega_b}{a^3} \;+\frac{\Omega_{DM}}{a^3} \;+\; \frac{\Omega_k}{a^2} \;+\Omega_\Lambda}\;. \tag{1.115}$$

As equações que governam as perturbações na densidade dos neutrinos massivos

$$\delta\rho_\nu \;=\; \frac{4\pi}{a^4}\int p^2 dp E \tilde{f}_{\nu,0}\delta\dot{\tilde{f}}_{\nu,0}\;, \tag{1.116}$$

$$\delta P_\nu \;=\; \frac{4\pi}{3a^4}\int p^2 dp \frac{p^2}{E}\delta\tilde{f}_{\nu,0}\;, \tag{1.117}$$

não estão inclusas no sistema de equações acima pois no modelo cosmológico de consenso os neutrinos são partículas não massivas, no entanto, o intuito dessa tese de mestrado é estender este modelo para incluir neutrinos estéreis massivos, cujas perturbações obedecem as equações acima.

1.3.8.1 Expansão em Multipólos

As equações de Boltzmann são integradas em uma estrutura de multipólos que obedecem às regras de supressão por massa e recorrência, que é dada por

$$\dot{F}_{il} \;=\; \frac{k}{2l \;+\; 1}\left[lF_{i(l-1)} \;-\; (l \;+\; 1)F_{i(l+1)}\right]\;, \tag{1.118}$$

cuja ordem de aproximação apropriada depende de vários fatores, inclusive da característica de ser ou não relativística.

- **Partículas não-relativísticas**
  Para este caso é suficiente integrar a equação de Boltzmann somente nos dois primeiros momentos, $l=0$ identificado com a variável que caracteriza o excesso de densidade δ_i e $l=1$ identificado com a velocidade v_i que dependeria do momento seguinte, o estresse, que é desprezado considerando que é um termo perturbativo muito pequeno. Em geral, os termos de multipólo possuem a seguinte dependência com a massa

$$\int_{l\text{-ésimo momento}} f_i \;\propto\; \left(\frac{p_i}{E_i}\right)^l\;. \tag{1.119}$$

A partir do momento em que a matéria domina a densidade do universo e as estruturas passam a se formar, a temperatura do plasma cosmológico, e portanto a energia das partículas acopladas ao plasma, já está muito abaixo da massa dos bárions e dos candidatos a matéria escura "cold" ($m_b >> T$ e $m_{CDM} >> T$). Dessa forma todos os termos proporcionais a $(E/p)^{l \geq 2}$ tornam-se desprezíveis e por isso momentos de ordem superior ($l \geq 2$) não aparecem nas equações.

- **Partículas relativísticas**
  Para o caso das partículas relativísticas, fótons e neutrinos, somente os momentos de monopólo e dipolo não são suficientes para descrever toda a distribuição pois os termos de ordem superior não são suprimidos pela massa. No entanto, é necessário calcular apenas os termos de ordem zero e um ($l = 0, 1$) pois os infinitos termos seguintes podem ser gerados computacionalmente através da relação de recorrência contida na equação 1.118. Os termos de ordem mais alta na expansão em multipólos estão relacionados com as menores estruturas na distribuição da temperatura e, portanto, a sensibilidade dos detectores determinam a ordem máxima de pólo que é necessário calcular para descrever a distribuição da temperatura cujo termo truncado será [94]:

$$F_{i(l_{max}+1)} = \frac{2l_{max} + 1}{k\eta} F_{il_{max}} - F_{i(l_{max}-1)} \, . \tag{1.120}$$

Para o caso dos neutrinos massivos que possuem ambos comportamentos, antes da transição de relativístico para não relativístico ($T_\nu \gtrsim T_{R\to NR}$) seus multipólos são truncados de forma análoga aos neutrinos não massivos. Após a transição ($T_\nu \lesssim T_{R\to NR}$), o truncamento pode ser realizado muito antes pois os termos de ordem superior decaem rapidamente, para este caso o truncamento é realizado da seguinte forma

$$F_{i(l_{max}+1)} = \frac{(2l_{max} + 1)E}{kp\eta} F_{il_{max}} - F_{i(l_{max}-1)} \, . \tag{1.121}$$

1.3.9 Condições iniciais

Na subseção 1.3.8 está contido o sistema de equações diferenciais acopladas que descrevem a evolução do universo. Para realizar a integração conforme-temporal através de qualquer que seja o método de integração é necessário especificar quais as condições iniciais das variáveis. Tais condições iniciais, geradas por uma teoria de interação fundamental, é assunto de pesquisa e objetivo de qualquer teoria inflacionária, no entanto, é possível reduzir as condições iniciais a uma única variável considerando-se apenas a física envolvida nas equações perturbativas contidas no resumo da seção 1.3.8. As considerações são

1. Termos de monopólo e dipolo são muito maiores que qualquer outro pólo

$$\dot{\tilde{\Theta}}_0 = \dot{\tilde{\mathcal{N}}}_0 = -\dot{\tilde{\Phi}} , \tag{1.122}$$

$$\tilde{\Theta}_1 = \tilde{\mathcal{N}}_1 = -\frac{k}{6aH(a)}\tilde{\Phi} , \tag{1.123}$$

$$\dot{\tilde{\delta}}_b = \dot{\tilde{\delta}}_{DM} = -3\dot{\tilde{\Phi}} , \tag{1.124}$$

$$\tilde{v}_b = \tilde{v}_{DM} = \frac{ik}{2aH(a)}\tilde{\Phi} . \tag{1.125}$$

2. A densidade de radiação, em fótons e neutrinos, domina o universo e a amplitude da perturbação inicial em fótons é idêntica à dos neutrinos

$$\tilde{\Theta}_0(k,\eta_i) = \tilde{\mathcal{N}}_0(k,\eta_i) , \tag{1.126}$$

$$\tilde{\Theta}_0(k,\eta_i) = \frac{1}{2}\tilde{\Phi}(k,\eta_i) . \tag{1.127}$$

3. As perturbações são adiabáticas

$$\tilde{\delta}_b = \tilde{\delta}_{DM} = 3\tilde{\Theta}_0 = \frac{3}{2}\tilde{\Phi} . \tag{1.128}$$

Dessa forma, todas as perturbações são reduzíveis a uma perturbação inicial na métrica ($\tilde{\Phi}(k,\eta_i)$) cuja amplitude pode ser determinada pela amplitude das perturbações que gera na radiação cósmica de fundo e das estruturas de grande escala medidas diretamente.

1.4 Formação de estruturas no universo

Estruturas de grande escala no universo como galáxias, aglomerados e super-aglomerados de galáxias formaram-se devido ao colapso gravitacional de regiões com excesso de densidade cuja origem está nas perturbações na distribuição de matéria descritas nas seções anteriores. A ferramenta mais importante utilizada para analisar a formação de estruturas tanto na radiação cósmica de fundo quanto em estruturas de grande escala é o espectro de potência P(k) que relaciona a quantidade de estruturas criadas para cada escala de estrutura

$$(2\pi)^3 P(k)\delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \equiv \left\langle \tilde{\delta}(\mathbf{k})\tilde{\delta}(\mathbf{k}') \right\rangle , \tag{1.129}$$

sendo a função $\tilde{\delta}(\mathbf{k})$ a transformada de Fourier da variável de excesso de densidade definida em 1.51 e que, portanto, depende do comprimento de onda da perturbação, que é diretamente relacionada ao diâmetro da estrutura formada por aquele modo de perturbação.

A matéria escura é a matéria responsável pelo colapso gravitacional que formou as estruturas de grande escala, em verdade é imprescindível pois bárions são incapazes de aglomerar suficientemente devido à pressão do espalhamento que sofrem. Portanto, o espectro de potência da matéria será a variância do excesso de densidade na distribuição da matéria escura conforme definição anterior.

$$(2\pi)^3 P_M(k)\delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \;=\; \left\langle \tilde{\delta}_{DM}(\mathbf{k})\tilde{\delta}_{DM}(\mathbf{k}') \right\rangle \; . \tag{1.130}$$

O espectro de potência inicial $P(k)_{\mathrm{I}}$ que melhor ajusta os dados é definido em função de um polinômio de ordem n_s, denominado índice espectral

$$P(k)_{\mathrm{I}} \;=\; Ak^{n_s} \; , \tag{1.131}$$

$$P(k) \;=\; Ak^{n_s}T(k)^2 \; . \tag{1.132}$$

Todos os dados de medida de espectro de potência [9, 17] indicam um índice espectral independe de escala e próximo da unidade

$$n_s(k) \;=\; n_s \;\simeq\; 1 \; . \tag{1.133}$$

No gráfico da figura 1.3 é apresentado um espectro de potência da matéria típico com índice $n_s = 0,96)$ confrontado com dados do mais recente levantamento de objetos(SDSS-DR5 [17]).

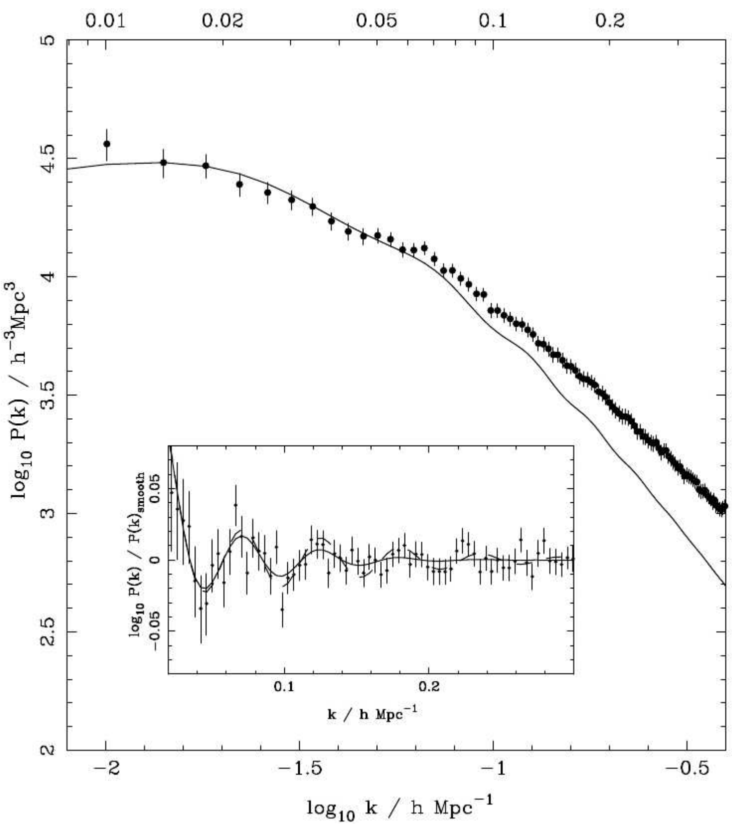

Figura 1.3: Espectro de potência da matéria (SDSS-DR5) [17]. Linha contínua dada pelo modelo de melhor ajuste às anisotropias da radiação cósmica de fundo (WMAP3: $h = 0,73$, $\Omega_M = 0,24$, $n_s = 0,96$ e $\Omega_b/\Omega_M = 0,174$) [9].

1.5 Radiação Cósmica de Fundo

Os fótons criados cosmologicamente formam uma radiação cósmica de fundo como previsto em 1948 por George Gamov, Ralph Alpher e Robert Herman e detectados acidentalmente em 1965 por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson. Com sua detecção pôde-se averiguar que seu comprimento de onda ($\lambda_\gamma = 1,9mm$) situava-se na região de microondas e por isso receberam o nome de fótons do fundo cósmico de microondas (CMB na sigla em inglês). A temperatura dessa radiação foi medida com grande precisão pelo experimento Cosmic Background Explorer(CoBE) [5], o que permite fazer a melhor estimativa de densidade entre as partículas cósmicas.

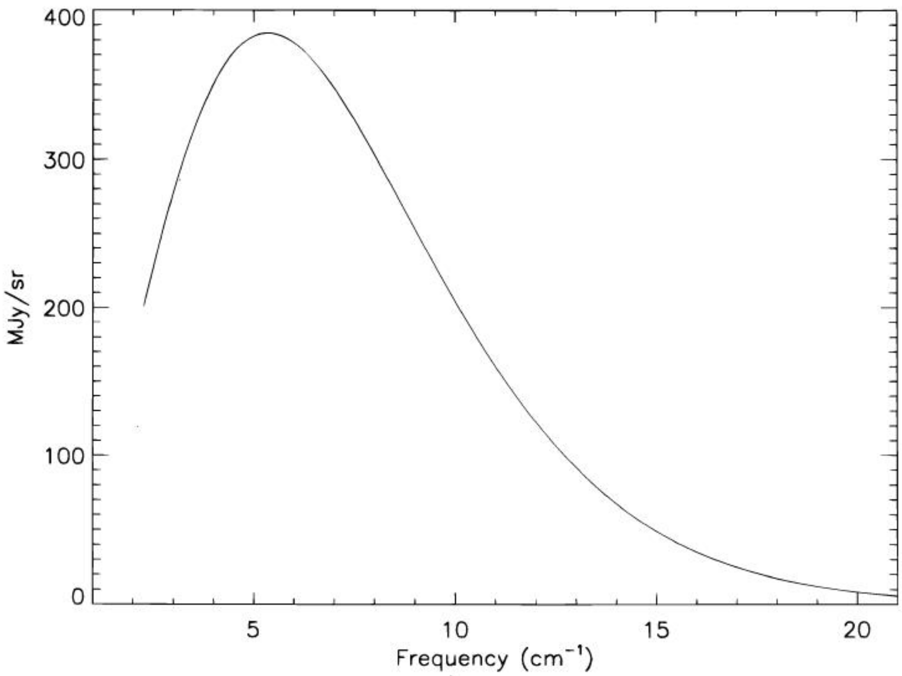

Figura 1.4: Espectro e curva de corpo negro para $T_{\gamma,0}$. Incertezas são menores que a espessura das linhas(COBE-FIRAS) [6].

A radiação cósmica de fundo forma o espectro de corpo negro mais preciso de todos, exemplificado pelas medidas realizadas pelo COBE-FIRAS [6] contidas no gráfico da figura 1.4, sua temperatura de corpo negro é

$$T_{\gamma,0} \;=\; 2,725 \;\pm\; 0,001\; K \;=\; (2,348 \pm 0,001) \times 10^{-4} eV \;[5]\;. \tag{1.134}$$

A partir desse único dado é possível calcular a densidade de fótons cósmicos

$$\rho_\gamma \;=\; g_\gamma \int \frac{1}{(2\pi)^3} f_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{p}) E(p)\, d^3p\;, \tag{1.135}$$

$$f_\gamma \;=\; \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}} \;-\; 1}\;, \tag{1.136}$$

$$\Omega_\gamma h^2 \;=\; 2,47.10^{-5}\;. \tag{1.137}$$

formando, portanto, uma pequena fração do parâmetro de densidade total.

1.5.1 Anisotropias

Apesar de compor o espectro de corpo negro mais preciso que existe, a temperatura da radiação cósmica de fundo possui flutuações ($\Delta T_\gamma / T_\gamma \sim 10^{-4}$) que, segundo o modelo cosmológico padrão, foram geradas pelas perturbações no plasma cosmológico quando os fótons ainda estavam acoplados. Após o desacoplamento total, os fótons propagaram-se no universo em expansão como um gás livre e, portanto, as flutuações atuais na radiação cósmica de fundo são um retrato das perturbações no plasma cosmológico no último instante de quando os fótons ainda estavam acoplados, instante este conhecido como última superfície de espalhamento. Os fótons da radiação cósmica que carregam o retrato das inomogeneidades propagam-se em todas as direções livremente, dessa forma, para um determinado observador estes fótons advêm de todas as regiões da esfera celeste carregando cada qual a imagem das inomogeneidades do local de sua origem e, portanto, estas inomogeneidades são observadas como anisotropias pelo observador. A observação da radiação cósmica é uma prova da teoria do "Hot Big Bang" contido na suposição da métrica FRW e a observação das anisotropias uma evidência da teoria de formação de estruturas através de perturbações cosmológicas. Pela descoberta da forma de corpo negro(fig.1.4) e anisotropias da radiação cósmica de fundo(fig.1.5), John C. Mather e George F. Smoot foram laureados com o prêmio Nobel de Física do ano de 2006. O experimento que mediu com maior precisão as anisotropias foi o Wilkinson Microwave Anisotropy Probe(WMAP) [8, 9, 20], o mapa das anisotropias está contido no gráfico da figura 1.6.

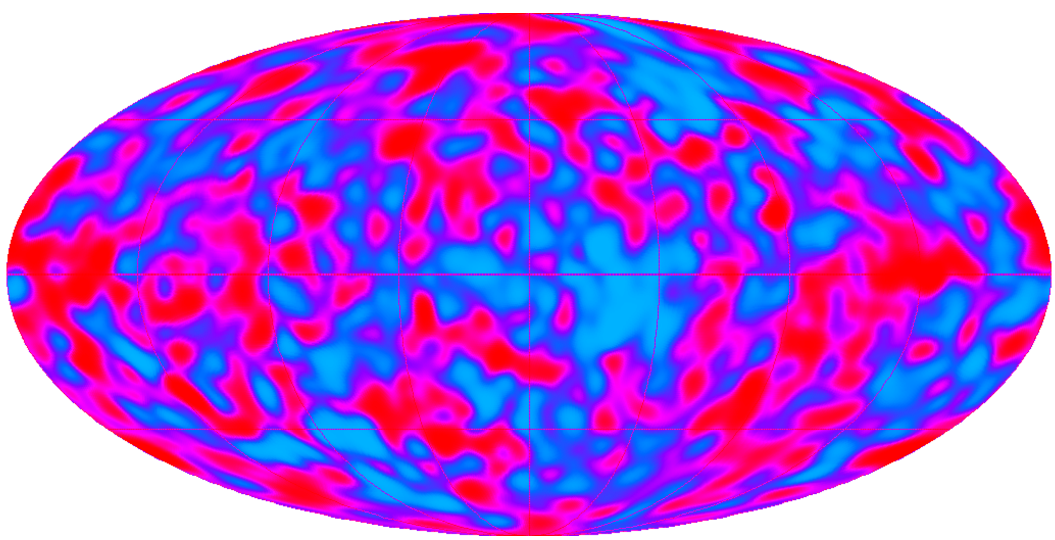

Figura 1.5: Anisotropias da radiação cósmica de fundo coletadas nos dois primeiros anos do detector COBE-DMR [7].

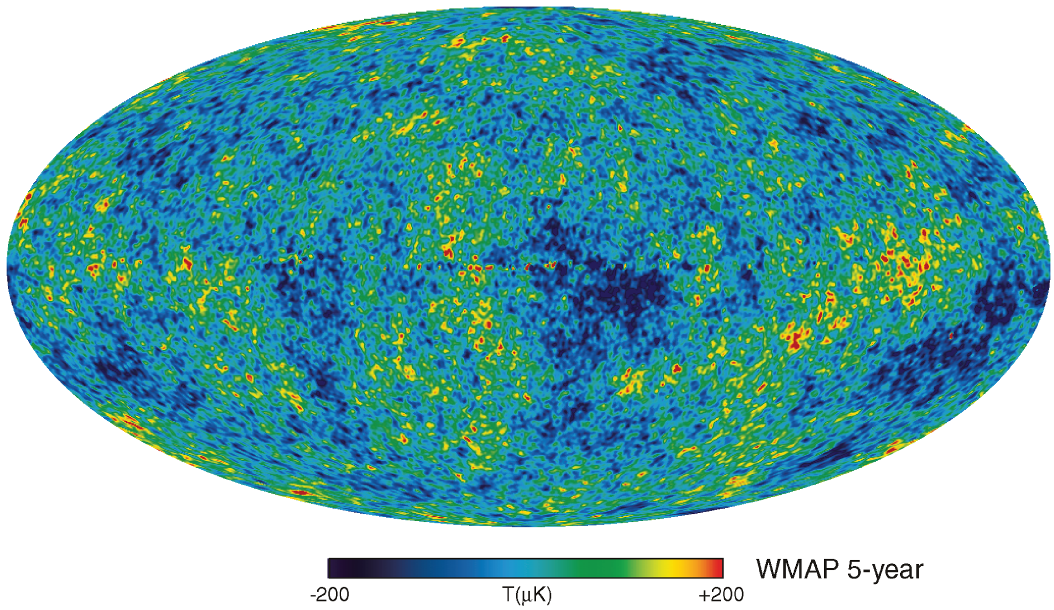

Figura 1.6: Combinação linear das cinco frequências do WMAP em coordenadas galácticas. Critério de peso por minimização da contaminação galáctica do sinal(WMAP5) [20], imagem cedida por cortesia do "WMAP Science Team".

Embora o mapa das anisotropias acima seja uma clara comprovação do modelo de perturbações cosmológicas, pouca informação pode ser obtida diretamente para definir os parâmetros do modelo. Assim como para as estruturas em grande escala, a melhor forma de analisar as estruturas nas anisotropias na radiação cósmica de fundo é o espectro de potência, definido na equação 1.129, que para o caso dos fótons será

$$C\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2\right) \equiv \left\langle \tilde{\Theta}(\mathbf{k}_1, \hat{p}_1)\tilde{\Theta}(\mathbf{k}_2, \hat{p}_2) \right\rangle \ . \tag{1.138}$$

A partir da expansão em esféricos harmônicos

$$\Theta(\mathbf{x}, \hat{p}, \eta) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm}(\mathbf{x}, \eta) Y_l^m(\hat{p}) \ , \tag{1.139}$$

$$C\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2\right) = \sum_{l_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} \sum_{l_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} \left\langle a_{l_1 m_1} a^*_{l_2 m_2} \right\rangle Y_{l_1}^{m_1}(\hat{p}_1) Y_{l_2}^{m_2 *}(\hat{p}_2) \ , \tag{1.140}$$

pode-se utilizar da variância dos coeficientes a_{lm} da expansão acima para medir a diferença de temperatura entre duas direções

$$\left\langle a_{l_1 m_1} a^*_{l_2 m_2} \right\rangle \;=\; \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2} C_l \;, \tag{1.141}$$

$$C_l \;=\; \frac{1}{2l \;+\; 1} \sum_{m=-l}^{l} \left\langle |a_{lm}|^2 \right\rangle \;, \tag{1.142}$$

Em resumo, a grandeza C_l é a variância dos coeficientes da expansão em esféricos harmônicos da perturbação da temperatura de corpo negro da radiação cósmica de fundo. A relação direta entre estes coeficientes medidos experimentalmente e as perturbações na temperatura de corpo negro dos fótons do modelo cosmológico será

$$C(\hat{p}_1, \hat{p}_2) \;=\; \sum_l \frac{2l \;+\; 1}{4\pi} C_l P_l(\hat{p}_1 . \hat{p}_2) \;, \tag{1.143}$$

$$C_l \;=\; \int_{-1}^{+1} C(\theta) P_l(\hat{p}_1 . \hat{p}_2) d(\hat{p}_1 . \hat{p}_2) \;. \tag{1.144}$$

Há uma incerteza fundamental sobre o conhecimento que se pode obter para baixos valores de “l”, tal incerteza é conhecida como variância cósmica

$$\left(\frac{\Delta C_l}{C_l} \right) \;=\; \sqrt{\frac{2}{2l \;+\; 1}} \;. \tag{1.145}$$

O coeficiente C_l é o observável mais direto e preciso da radiação cósmica e, por este motivo, a mais utilizada para comparar os resultados de modelos com as observações, um espectro típico da radiação cósmica está contido no gráfico da figura 1.7.

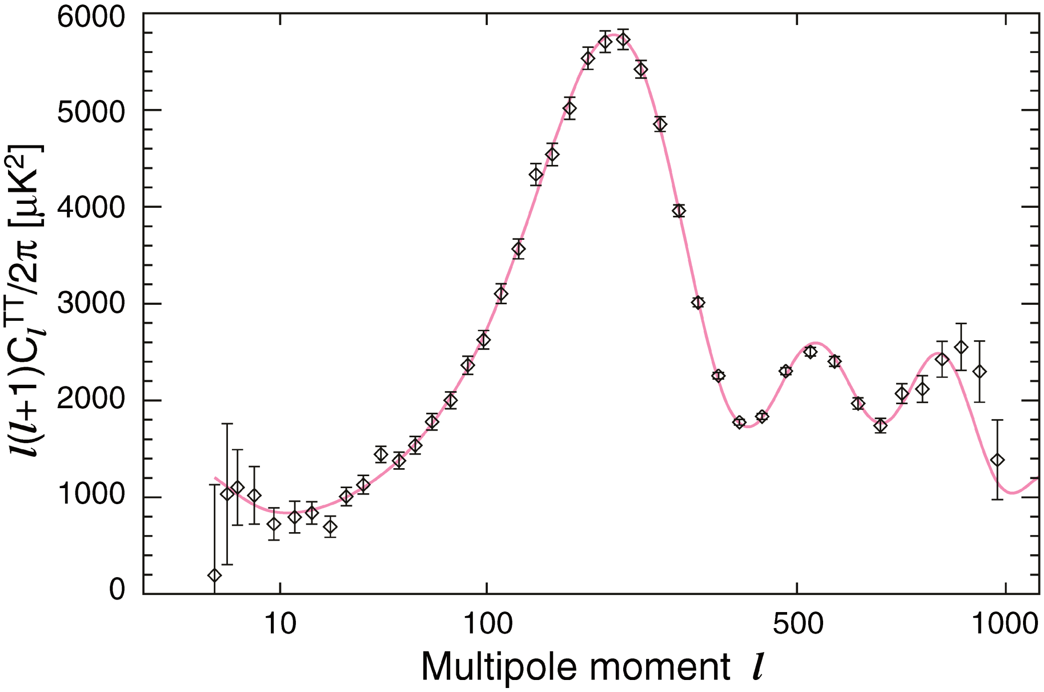

Figura 1.7: Espectro de potência das anisotropias da radiação cósmica de fundo(TT) do WMAP5 [87]. As incertezas incluem invariância cósmica para $l \leq 540$ e ruído dos instrumentos para pólos mais altos. Linha contínua do modelo ΛCDM com melhor ajuste [88, tabela 2].

1.6 Neutrinos Cósmicos de Fundo

Apesar de também constituir um corpo negro e, portanto, também ser passível de ter sua densidade mensurada unicamente com a informação da temperatura como foi feito com os fótons, não é possível utilizar este método pois os neutrinos cosmológicos nunca foram observados diretamente e dificilmente serão. Os neutrinos, por interagirem unicamente pela força nuclear fraca, possuem uma seção de choque muito menor que os fótons e considerando a energia dos neutrinos cósmicos a probabilidade de ser observado está ordens de grandeza abaixo da sensibilidade dos atuais detectores. A única forma de calcular a densidade dos neutrinos é de forma indireta, estimando sua temperatura a partir da temperatura dos fótons. Após desacoplar do resto do universo, os neutrinos dispersaram-se como um gás livre cuja temperatura decai com o inverso do fator de escala

$$T_\nu(a) \;\propto\; a^{-1} \;, \tag{1.146}$$

$$a_{D\nu} T_\nu(a_{D\nu}) \;=\; a_0 T_\nu(a_0) \;. \tag{1.147}$$

Enquanto em equilíbrio com o resto do universo, os neutrinos permaneciam com a mesma temperatura do plasma primordial que pode ser dada pela temperatura de corpo negro dos fótons, e como a temperatura dos fótons que também se comportam como gás livre após seu próprio desacoplamento também decai com o inverso do fator de escala, poderíamos concluir que a temperatura dos neutrinos hoje é igual à temperatura dos fótons. No entanto, após o desacoplamento dos neutrinos a radiação cósmica de fundo foi reaquecida devido ao aniquilamento elétron-pósitron e, portanto, a temperatura dos fótons foi alterada e perdeu a correspondência direta com a temperatura dos neutrinos. Uma forma de calcular a alteração na temperatura dos fótons devido a esse reaquecimento, para refazer a correspondência com a temperatura dos neutrinos, é pela conservação da entropia [91]

$$s = \frac{\rho + P}{T} = \frac{\rho + \frac{\rho}{3}}{T} = \frac{4\rho}{3T} \, . \tag{1.148}$$

Por ser relativístico e estar acoplado com a radiação cósmica de fundo, o plasma primordial pode ter sua temperatura definida como a própria temperatura dos fótons e, portanto, ter sua densidade expressa como

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g_\star T_\gamma^4 \, , \tag{1.149}$$

sendo $g_\star$ o número de graus de liberdade total do plasma primordial. Substituindo o termo acima na equação da entropia 1.148

$$s = \frac{4\rho}{3T_\gamma} = \frac{2\pi^2}{45} g_\star T_\gamma^3 \, . \tag{1.150}$$

Considerando que o aniquilamento de pares elétrons-pósitrons ocorre em um processo adiabático então a entropia deve ser conservada

$$s(T > T_{Aniq.}) = s(T < T_{Aniq.}) \, , \tag{1.151}$$

e, portanto, a temperatura do plasma antes e depois do aniquilamento será

$$g_\star T^3_{\gamma \; (T_\gamma > T_{Aniq.})} = g_\star T^3_{\gamma \; (T_\gamma < T_{Aniq.})} \, . \tag{1.152}$$

Por esse resultado poderia-se esperar que a temperatura permanecesse igual, no entanto, o número de graus de liberdade em geral depende da temperatura ($g_\star = g_\star(T)$) pois pode-se tomar um intervalo de temperatura cujo número de graus de liberdade sofra uma alteração e que é justamente o caso em que ocorre o reaquecimento da radiação cósmica de fundo devido ao aniquilamento de pares elétrons-pósitrons

$$T_{\gamma\ (T_\gamma < T_{Aniq.})} = \left(\frac{g_\star(T_\gamma > T_{Aniq.})}{g_\star(T_\gamma < T_{Aniq.})} \right)^{1/3} T_{\gamma\ (T_\gamma > T_{Aniq.})} \ . \tag{1.153}$$

O número de graus de liberdade dos fótons são dois, referentes aos dois estados de polarização, no entanto, apesar de utilizamos a temperatura dos fótons como referência o plasma relativístico é composto por outras partículas cujos graus de liberdade devem ser somados

$$\rho_{Total} \ = \ \sum_i \rho_i \ , \tag{1.154}$$

substituindo pelas equações A.3 e A.1 para os casos bosônicos e fermiônicos, respectivamente

$$\rho_{Total} \ = \ \sum_i^{bose} \frac{\pi^2}{30} g_i T_i^4 \ + \ \sum_i^{fermi} \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_i T_i^4 \ , \tag{1.155}$$

$$\rho_{Total} \ = \ \frac{\pi^2}{30} \left(\sum_i^{bose} g_i \ + \ \frac{7}{8} \sum_i^{fermi} g_i \right) T_\gamma^4 \ , \tag{1.156}$$

$$\rho_{Total} \ = \ \frac{\pi^2}{30} g_\star T_\gamma^4 \ , \tag{1.157}$$

$$g_\star \ = \ \sum_i^{bose} g_i \ + \ \frac{7}{8} \sum_i^{fermi} g_i \ . \tag{1.158}$$

Após a aniquilação de pares e^+e^-, o plasma resume-se ao gás livre de fótons com dois graus de liberdade referentes aos dois estados de polarização dos fótons

$$g_\star(T_\gamma < T_{Aniq.}) \ = \ g_\gamma \ = \ 2 \ , \tag{1.159}$$

e antes da aniquilação deve-se somar os dois estados de spin do par de férmions e^+e^-

$$g_\star(T_\gamma > T_{Aniq.}) \;=\; g_\gamma \;+\; \frac{7}{8}\,(g_{e^+} \;+\; g_{e^-}) \;=\; 2 \;+\; \frac{7}{8}\,(2 \;+\; 2) \;=\; \frac{11}{2}\;. \tag{1.160}$$

Substituindo os dois valores acima de $g_\star$ na equação 1.153, e considerando que a temperatura dos neutrinos e dos fótons antes do aniquilamento eram iguais, obtêm-se

$$T_{\gamma\;(T_\gamma<T_{Aniq.})} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} T_{\gamma\;(T_\gamma>T_{Aniq.})} \;\Longrightarrow\; T_\gamma \;=\; \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} T_\nu\;, \tag{1.161}$$

lembrando que ambas temperaturas escalam com a^{-1}, a temperatura atual dos neutrinos cósmicos de fundo será

$$aT_\gamma \;=\; \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} aT_\nu\;, \tag{1.162}$$

$$a_0T_\gamma \;=\; \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} a_0T_\nu\;, \tag{1.163}$$

$$T_\nu(a_0) \;=\; \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma(a_0)\;. \tag{1.164}$$

Conhecendo a temperatura atual da radiação cósmica de fundo, contida na equação 1.134, é possível portanto determinar a temperatura dos neutrinos cósmicos de fundo

$$T_\nu(a_0) \;=\; (1,945 \;\pm\; 0,001)\;K \;=\; (1,676 \;\pm\; 0,001) \times 10^{-4} eV\;. \tag{1.165}$$

A densidade de número para os neutrinos, considerando que $g_\nu = 6$, será

$$n_\nu \;=\; \frac{3}{4}\frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_\nu T_\nu^3 \;=\; \frac{3}{4}\frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_\nu (1,94501K)^3 \;=\; 0,67213K^3\;, \tag{1.166}$$

sendo $1\text{K} \;=\; 4,3\text{cm}^{-1}$

$$n_\nu \;\cong\; 320,6 \text{ neutrinos cm}^{-3} \;. \tag{1.167}$$

Para calcular o parâmetro de densidade dos neutrinos Ω_ν deve ser considerado duas possibilidades, se o neutrino é massivo ou não massivo.

- Não massivo
  É possível determinar a densidade dos neutrinos em função da densidade dos fótons, substituindo a equação 1.165 na A.1 , e sendo $g_\nu = 3g_\gamma$

$$\rho_\nu \;=\; \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{30}g_\nu T_\nu^4 \;=\; \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{30}3g_\gamma\left[\left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}T_\gamma\right]^4 \;, \tag{1.168}$$

$$\rho_\nu \;=\; \left\{3\frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}\right\}\frac{\pi^2}{30}g_\gamma T_\gamma^4 \;, \tag{1.169}$$

$$\rho_\nu \;=\; \left\{3\frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}\right\}\rho_\gamma \;, \tag{1.170}$$

$$\Omega_\nu \;=\; \left\{3\frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}\right\}\Omega_\gamma \;. \tag{1.171}$$

  Substituindo $\Omega_\gamma h^2$ da equação 1.137, obtêm-se

$$\Omega_\nu h^2 \;=\; 1,683.10^{-5} \;. \tag{1.172}$$

- Massivo
  A observação do fenômeno de oscilação entre sabores (seção 2.1) é uma evidência de que os neutrinos possuem massa e, portanto, a densidade não pode ser obtida a partir da densidade do fóton ou o pode circunscrito a um período restrito quando os neutrinos ainda estavam no regime relativístico mesmo sendo massivo ($T_\gamma >> m_\nu$). Considerando que atualmente esses neutrinos não seriam relativísticos, podemos utilizar a equação de densidade A.5

$$\rho_\nu \ = \ m_\nu n_\nu \ , \tag{1.173}$$

substituindo n_ν pelo valor encontrado e dividindo pela densidade crítica contida na equação 1.23, obtêm-se

$$\Omega_\nu \ = \ \frac{\rho_\nu}{\rho_{cr}} \ = \ \frac{m_\nu \ n_\nu}{10^4 h^2 eV cm^{-3}} \ , \tag{1.174}$$

$$\Omega_\nu h^2 \ = \ \frac{m_\nu}{91,2eV} \ . \tag{1.175}$$

1.6.1 Anisotropias

Considerando que os neutrinos já estiveram acoplados com o plasma cosmológico e após o desacoplamento expandiram-se livremente, a temperatura dos neutrinos cósmicos de fundo também possuem anisotropias [89] que carregam informação sobre as inomogeneidades do universo primordial, e portanto sobre as perturbações cosmológicas. No entanto, os neutrinos cósmicos de fundo dificilmente serão detectados pois sua seção de choque, que já é inerentemente pequena por se tratar de interação fraca, é muito menor que a seção de choque de neutrinos produzidos atualmente pois os primeiros sofrem o deslocamento para o vermelho provocado pela expansão do universo. A temperatura atual dos neutrinos cósmicos de fundo, deduzida a partir da temperatura da radiação de fótons, está dada na equação 1.165 e implica na seguintes seções de choque

- Neutrinos não massivos

$$\sigma \ \approx \ G_F^2 E_\nu^2 \ = \ G_F^2 (T_\nu^0)^2 \ \simeq \ 4.10^{-64} cm^2 \ . \tag{1.176}$$

- Neutrinos massivos

$$\sigma \ \approx \ G_F^2 E_\nu^2 \ = \ G_F^2 (m_\nu)^2 \ \simeq \ 10^{-56} \left(\frac{m_\nu}{eV}\right)^2 cm^2 \ . \tag{1.177}$$

Considerando que as anisotropias são frações da temperatura, a probabilidade de um experimento medi-las é muito pequena com as atuais técnicas experimentais [10–16]. Entretanto, os neutrinos cósmicos de fundo são um ingrediente fundamental do modelo cosmológico padrão e o sucesso desse modelo em explicar os dados observados é uma evidência da existência dos neutrinos cósmicos de fundo. Propriedades como massa e número de famílias afetam sensivelmente a composição atômica, o espectro das estruturas de grande escala, o espectro da radiação cósmica de fundo e a própria evolução do universo. A área de pesquisa dedicada aos efeitos cosmológicos das propriedades dos neutrinos cósmicos de fundo chama-se “Cosmologia de Neutrinos”, que é o assunto tratado no capítulo 3.

1.7 Matéria escura

A matéria escura foi proposta em 1933 por Fritz Zwicky [21, 22] para explicar a aparente massa faltante nas curvas de rotação de grandes estruturas, inconsistentes com a distribuição de matéria observável por radiação. Trabalhos posteriores [23–33] que mediram curvas de rotação de galáxias, como a exibida no gráfico da figura 1.8, demonstraram que tal discrepância entre matéria luminosa e gravitacional ocorre em todas as escalas.

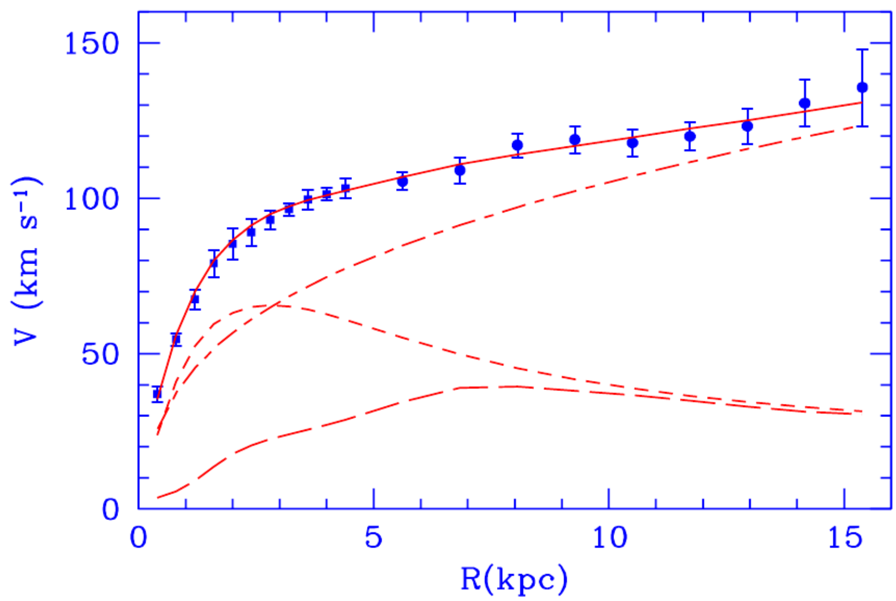

Figura 1.8: Curva de rotação da galáxia M33 comparada com o melhor ajuste do modelo “Cold Dark Matter” na linha contínua, com contribuições do halo de matéria escura na linha ponto-tracejada, do disco estelar na linha com traços curtos e da distribuição de gás na linha com traços longos [33].

Inicialmente, supunha-se que a matéria escura era matéria ordinária, formada por bárions, que estaria concentrada em astros que não emitem luz, tais como estrelas marrons, buracos negros, planetas, etc.. No entanto, observações da abundância de elementos leves e da razão entre o primeiro e segundo picos das anisotropias da radiação cósmica de fundo restringem a densidade de bárions a valores muito menores que a densidade de matéria gravitacional necessária para formar as mesmas anisotropias da radiação cósmica de fundo e também a distribuição das estruturas de grande escala.

$$\Omega_b h^2 = 0,021 \ \pm \ 0,001 \ \ \text{(Nucleossíntese primordial [166] ,} \tag{1.178}$$

$$\Omega_b h^2 = 0,02265 \ \pm \ 0,00059 \ \ \text{(Anisotropias da radiação cósmica de fundo [20]) ,} \tag{1.179}$$

$$\Omega_M h^2 = 0,1369 \ \pm \ 0,0037 \quad \text{(Anisotropias da radiação cósmica de fundo [20])} \ , \tag{1.180}$$

$$\Omega_M h^2 = 0,1459 \ ^{+0,0077}_{-0071} \quad \text{(Estruturas de grande escala [34])} \ , \tag{1.181}$$

em uma discrepância de 20σ implicando que a totalidade da matéria escura, ou grande parte, deve ser não bariônica. Recentes observações de efeitos de lente gravitacional fraca [35], como a exibida na figura 1.10, e de colisão de aglomerados de galáxias [86], como o mostrado na figura 1.9, têm provido evidências diretas da preponderância de matéria escura corpuscular não relativística.

Figura 1.9: Imagem do aglomerado 1E 0657-56, resultado da colisão de dois grandes aglomerados e que evidencia a discrepância entre matéria luminosa, em rosa, e matéria escura em azul [83].

Durante a época em que a radiação domina a densidade do universo, nenhuma estrutura forma-se pois os fótons suprimem o crescimento das perturbações através da dispersão que provocam nas outras partículas e por ser ele mesmo uma partícula incapaz de aglomerar dado ser relativístico. Após o encerramento da era da radiação, a matéria passa a dominar a densidade do universo e as perturbações em sua densidade são capazes de crescer e criar regiões com atração gravitacional suficiente para eventualmente ocasionar a virialização. Considerando que a matéria escura corresponde a 5/6 do total da densidade de matéria e que os bárions possuem termos de pressão que dificultam a formação de sistemas auto-gravitantes, é natural concluir e todos as simulações confirmam que a matéria escura governa a dinâmica do colapso grativacional e formação de estruturas. Lembrando que a definição de matéria escura implica justamente que esta interage unicamente via gravitação, a principal propriedade da partícula que influenciará a formação das estruturas será o seu momento no instante da transição

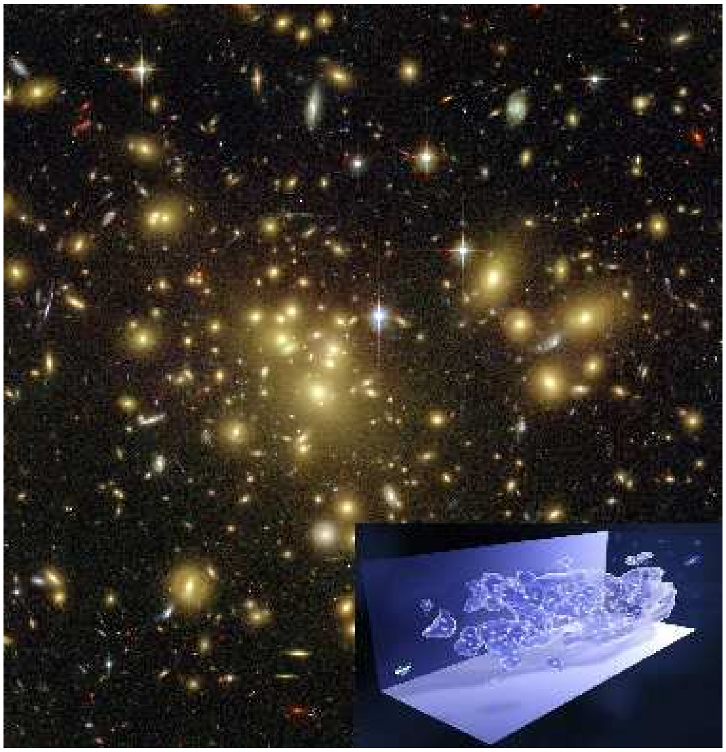

Figura 1.10: Efeito de lente gravitacional fraca causada por matéria escura da galáxia de Abel 1689 [36]. No canto inferior, reconstrução [85] da distribuição de matéria escura para gerar o efeito de lente gravitacional desejado, dados do observatório COSMOS [84]. Imagem cedida por cortesia da NASA, ESA e R. Massey (California Institute of Technology).

da era da radiação para a era da matéria (a_{eq}). Assim, os candidatos a partícula que compõe a matéria escura são classificados da seguinte forma

- "Hot Dark Matter"(HDM) - *Partículas ultra-relativísticas* ($p_{eq} \gg m$)
  Partículas cujo livre caminho médio é igual ao próprio raio de Hubble e, portanto, suprimem a formação de estruturas até o instante em que o momento, reduzido pela expansão do universo, torna-se menor que sua própria massa ($T \sim m$). Neste cenário as primeiras estruturas a se formarem seriam super-aglomerados que por desintegração criariam as estruturas de pequena escala em uma dinâmica hierárquica decrescente de formação. No entanto, tal dinâmica geraria uma distribuição altamente inomogênea e estruturas de pequena escala tardias, tal panorama é frontalmente contestado pela homogeneidade e pequenas estruturas observadas nas anisotropias da radiação cósmica de fundo e no espectro de potência contidos nos gráficos das figuras 1.3 e 1.6. O candidado clássico que enquadra-se nessa categoria é o neutrino ativo, cuja análise está detalhada na seção 3.3.

- "Warm Dark Matter"(WDM) - *Partículas relativísticas* ($p_{eq} \sim m$)
  Partículas cujo livre caminho médio é menor que o raio e Hubble mas não é desprezível, assim, toda perturbação igual ou menor que essa distância é fortemente suprimida e estruturas menores que essa escala não se formam. Considerando que o livre caminho médio depende explicitamente da massa da partícula, observações de estruturas de pequena escala em regiões distantes limitam a massa e mecanismos de produção. O candidato clássico nesta categoria é o neutrino estéril,

assunto dessa tese de mestrado e que será tratado com detalhes na seção 3.4.

- "Cold Dark Matter"(CDM) - *Partículas não relativísticas* ($p_{eq} \ll m$)
  Partículas cujo livre caminho médio é desprezível desde o instante da igualdade de densidade matéria-radiação e, portanto, logo após o início da era da matéria as perturbações em todas as escalas podem crescer e formar estruturas. Neste cenário as estruturas crescem em uma hierarquia crescente, com pequenas estruturas formando-se primeiro e depois combinando-se para formar as estruturas maiores. Observações de estruturas de grande escala [17, 18] evidenciaram a existência de objetos de pequena escala muito distantes, comprovando a formação desses objetos em tempos remotos. A homogeneidade e pequena escala das estruturas na radiação cósmica de fundo(figura 1.6) e do espectro de potência da matéria(figura 1.3) também evidenciam a natureza não relativística preponderante que a matéria escura deve possuir. A dinâmica de formação hierárquica crescente da matéria escura não relativística foi demonstrada em simulações [19] que, no entanto, também mostraram algumas discrepâncias do modelo ΛCDM com a distribuição de matéria observada em escalas muito pequenas, estas discordâncias são: déficit de galáxias anãs satélites comparado com os subhalos das simulações [146, 147] e perfil da distribuição do halo no centro galáctico que apresenta distribuição uniforme contrária à previsão da formação de um "cuspy" [37, 38, 148, 149]. Há uma grande quantidade de candidatos que se enquadram nessa categoria, alguns são

  1. **WIMPs**, sigla da expressão em inglês "Weakly Interacting Massive Particles"
     Subclassificação para todos os candidatos que possuem seção de choque da ordem eletrofraca [39], são partículas que por serem muito massivas (∼GeV) são não relativísticas no momento da transição radiação-matéria apesar de produzidas termicamente. Nessa categoria, os candidatos clássicos são as partículas supersimétricas: neutralinos, gravitinos e axinos. Há inúmeros experimentos de detecção direta por espalhamento com núcleos [40–42] e indireta por aniquilamento [80–82].
  2. **Axion**
     Campo bosônico postulado para resolver o problema de violação forte de CP [43–45], poderia materializar-se na abundância correta para formar "Cold Dark Matter" apesar de possuir massa muito pequena ($\sim 10^{-4}eV$) pois seria criado com momento nulo [46,47]. Sua detecção requer ultra-sensibilidade [48].
  3. **Candidatos Exóticos**
     Embora os candidatos a matéria escura que recebem mais atenção atualmente sob o paradigma ΛCDM sejam as partículas supersimétricas mais leves e os axions, existem ainda outros candidatos que recebem alguma atenção: partículas de Kaluza-Klein [49–51], Wimpzillas [52], matéria escura escalar leve [53, 54], Little Higgs [55–58], Q-balls [59, 60], partículas espelhos [61–65], partículas massivas carregadas (CHAMPs) [66], matéria escura auto-interagente

[67, 68], D-matter [69], cryptons [70, 71], matéria escura interagente super-fracamente [72], matéria escura da brana [73], quarta geração de neutrinos pesados [74, 75].

Artigos de revisão contendo mais detalhes sobre candidatos e métodos de detecção podem ser encontrados em [76–79].

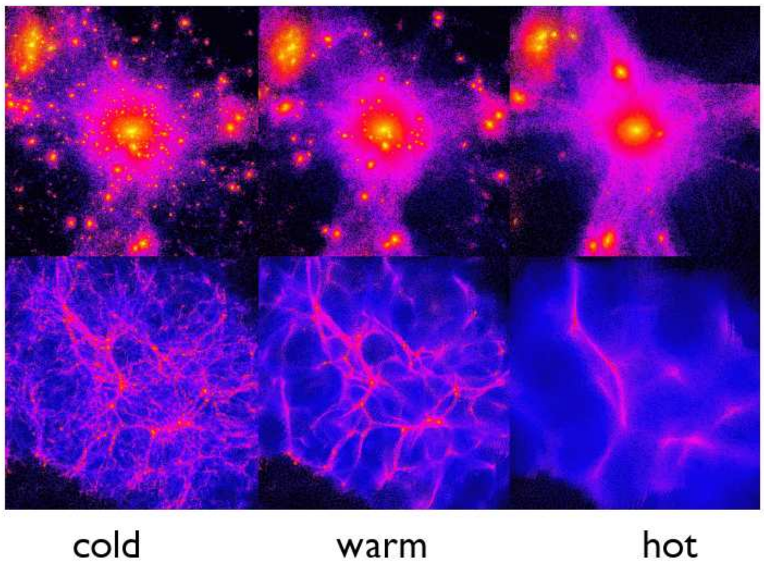

Figura 1.11: Simulação de formação de estruturas em diferentes modelos de matéria escura [108].

As simulações acima(1.11) devem ser comparadas com as observações de estruturas de grande escala como as geradas pelo experimento 2dFGRS contidas na figura abaixo(1.12). A homogeneidade e formação hierárquica crescente podem ser vistas claramente corroborando, assim, o modelo de "Cold Dark Matter" e em clara confrontação com os modelos de "Hot Dark Matter" e "Warm Dark Matter".

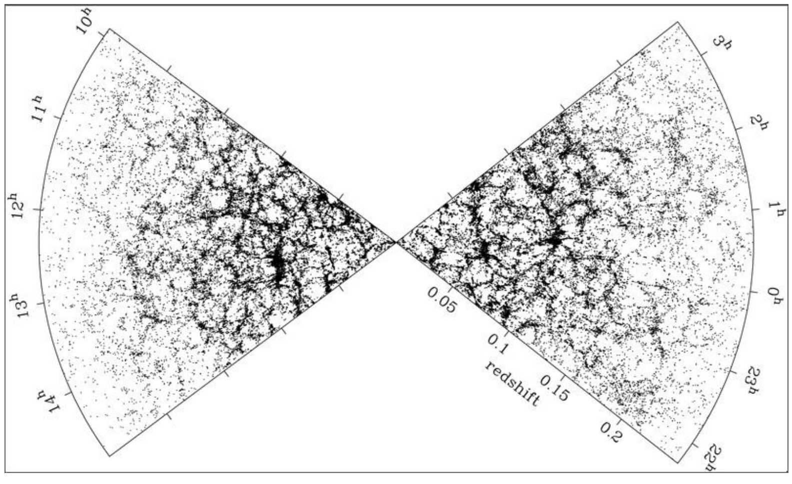

Figura 1.12: Estruturas de grande escala através da distribuição de 63000 galáxias medidas pelo experimento 2dFGRS [106] evidenciam a formação hierárquica crescente.

2 Física de Neutrinos

Neutrinos são partículas elementares de spin 1/2 que interagem unicamente via interação eletrofraca ($SU(2)_L \times U(1)_Y$). Foram postuladas em 1929 por Pauli[1] para explicar o espectro contínuo do decaimento β preservando a universalidade da conservação de energia. Segundo esta proposta inicial, a massa do neutrino deveria ser da mesma ordem de grandeza da massa do elétron, mas estudos posteriores do efeito dessa massa no próprio decaimento β [159–162] concluíram que os dados eram condizentes com massa nula. Experimentos como o decaimento do tritium [163] colocaram um limite superior bem abaixo da massa do elétron ($m_\nu < 250eV$) e ainda outros experimentos, todos de base cinemática, eram e ainda são, condizentes com ausência total ou valor muito baixo de massa. Quando da formulação do modelo padrão era largamente reconhecido que neutrinos não possuíam massa e por esse motivo este foi introduzido na lagrangiana do modelo padrão sem termos de massa correspondentes.

Produzidos em profusão nas reações de fusão nuclear em estrelas, o fluxo de neutrinos solares previsto foi grande o suficiente para motivar o primeiro experimento de detecção direta. O experimento Homestake(1960s) [109, 110] coletou dados por 30 anos e ao longo desse período apontou constante déficit de neutrinos detectados em relação ao previsto pelo modelo solar numa fração de aproximadamente 1/3. Este déficit, que ficou conhecido como "Problema do Neutrino Solar", motivou uma série de outros experimentos que utilizando-se de diferentes métodos de detecção, canais de sabores e fontes de produção analisada (neutrinos solares: Kamiokande [111], SAGE [112], GALLEX-GNO [113–115], Super-Kamiokande [116, 117] e SNO [118–120]; neutrinos atmosféricos: Kamiokande [121], Super-Kamiokande [122–124], MACRO [125] e Soudan-2 [126]; neutrinos de reatores nucleares: KamLAND [127, 128], CHOOZ [129] e Palo Verde [130]; e neutrinos de aceleradores de partículas: K2K [131, 132] e MINOS [133]) comprovaram que todos os neutrinos indiferentes do local de produção sofrem um processo de oscilação entre os autoestados de interação, denominados de sabores, ao longo de sua propagação no vácuo ou na matéria. Tal fenômeno, como será demonstrado, implica não só que os autoestados de interação não podem ser autoestados da Hamiltoniana como também implica que os neutrinos são partículas massivas.

Como explicado anteriormente, no modelo padrão das partículas elementares os neutrinos são partículas não massivas, ou seja, não possuem termos de massa na lagrangiana do modelo. Assim, a necessidade de determinar de que forma estas partículas adquirem massa, e obviamente quais os valores, é um dos primeiros sinais de que o modelo padrão precisa ser modificado desde sua formulação. Esta lacuna é um sinal daquilo que os pesquisadores chamam de "nova física", motivo pelo qual a área de neutrinos é um dos setores mais ativo e efervescente da física de partículas. Além de determinar explicitamente o termo de massa que deve ser acrescentado à lagrangiana do modelo padrão e os valores absolutos das massas, também é necessário determinar todos os elementos da matriz de mistura entre estados de sabor e de propagação composta por ângulos de mistura e fases de violação de CP. Esta tarefa

[1] Para uma tradução do artigo original de Pauli ver referência [107].

ocupa quase que a totalidade da pesquisa feita em física de neutrinos utilizando-se dos mais diversos métodos e abordagens. No entanto, a introdução que se segue objetiva um resultado diferente, outra consequência dos neutrinos possuírem massa é que provavelmente existem neutrinos de quiralidade de mão direita, singletos no modelo padrão. O termo de massa torna-se na prática um termo de interação entre as quiralidades, o estado que interage fracamente é normalmente denominado de neutrino ativo e o não interagente de neutrino estéril. A diagonalização da matriz de massa resulta em estados de massa quase que totalmente ativos ou quase que totalmente estéreis, que pelo mecanismo de geração de massa "see-saw" seriam estados de baixo e alto valor de massa, respectivamente. Esta característica do estado físico ser uma superposição de estados de quiralidade gera um mecanismo de produção de neutrinos estéreis através da oscilação de neutrinos ativos que, possuindo a taxa de oscilação e de massa corretas, poderiam formar a matéria escura.

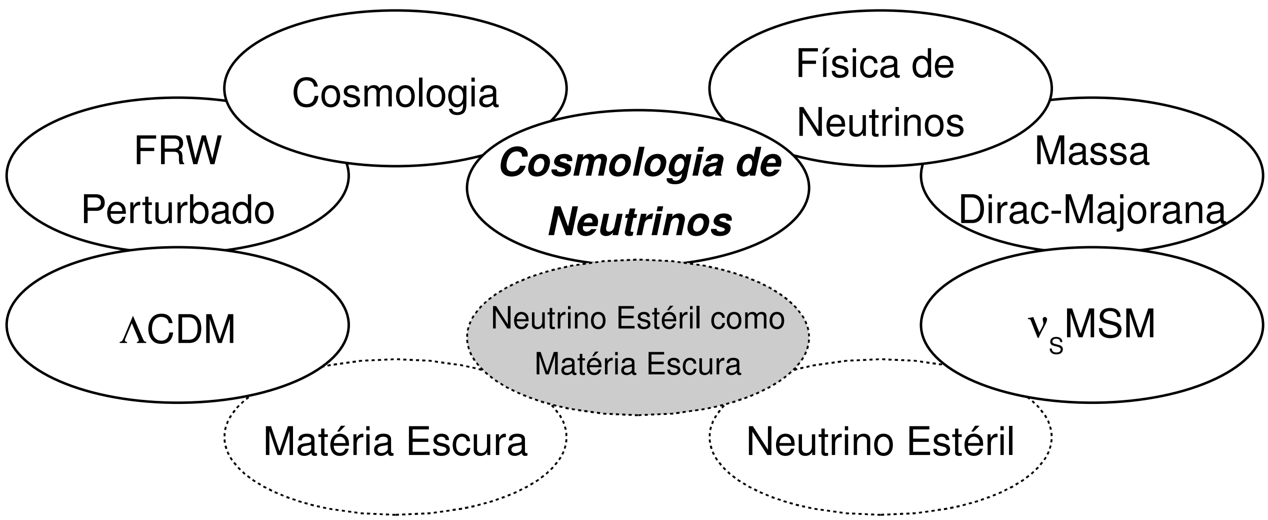

Figura 2.1: Interdisciplinaridade e terceira etapa da construção do modelo.

Neste capítulo será apresentada uma introdução à física de neutrinos cujo foco será o mecanismo de geração de massa e o estado de quiralidade estéril do neutrino. Na primeira seção 2.1 será demonstrado como o fenômeno de oscilação entre sabores de neutrinos implica que estas partículas possuem massa não nula, na seção seguinte 2.2 será mostrado porque o fato do neutrino possuir massa implica em física além do modelo padrão de partículas elementares, nas seções 2.3, 2.4 são apresentados os dois tipos de termos de massa possíveis, massa de Dirac e de Majorana respectivamente, e na seção 2.5 será apresentado o modelo mais geral que é a combinação dos dois tipos criando uma matriz de massa de Dirac-Majorana. Finalmente, na seção 2.6 é apresentado um modelo específico com matriz de massa de Dirac-Majorana ajustada para prever um neutrino estéril com massa e taxa de produção apropriadas para formar a matéria escura.

2.1 Oscilação de Sabores

Por não possuir cor nem carga elétrica, neutrinos são criados como autoestados de sabor que podem, ou não, corresponder a autoestados da Hamiltoniana. Em geral, pode-se descrevê-los como uma superposição dos estados físicos

$$|\nu_L> = \sum_\alpha U_{L\alpha}|\nu_\alpha> \ , \tag{2.1}$$

$$|\nu_L(t)> = \sum_\alpha e^{-iE_\alpha t}U_{L\alpha}|\nu_\alpha> \ . \tag{2.2}$$

A probabilidade de oscilação entre os L sabores será

$$P_{\nu_L\to\nu_{L'}}(t) \ = \ \sum_\alpha\sum_\beta U_{L\alpha}U^*_{L'\alpha}U^*_{L\beta}U_{L'\beta}e^{-i(E_\alpha-E_\beta)t} \ . \tag{2.3}$$

Assumindo que os neutrinos são relativísticos

$$E_\alpha \ \approx |\ \mathbf{p}\ | \ + \frac{m_\alpha^2}{2\ |\ \mathbf{p}\ |} \ \approx \ E \ + \ \frac{m_\alpha^2}{2E} \ , \tag{2.4}$$

e definindo a diferença de massa,

$$\Delta m^2_{\alpha\beta} \ \equiv \ m^2_\alpha \ - \ m^2_\beta \ , \tag{2.5}$$

$$P_{\nu_L\to\nu_{L'}}(x) \ = \ \sum_\alpha\sum_\beta U_{L\alpha}U^*_{L'\alpha}U^*_{L\beta}U_{L'\beta}e^{-i(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}}{2E})x} \ , \tag{2.6}$$

considerando que a matriz U_{ij} é real, ou seja, que há conservação de CP

$$P_{\nu_L\to\nu_{L'}}(x) \ = \ \sum_\alpha\sum_\beta U_{L\alpha}U_{L'\alpha}U_{L\beta}U_{L'\beta}cos\left(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}x}{2E}\right) \ , \tag{2.7}$$

separando entre termos iguais ($\alpha = \beta$) e diferentes ($\alpha \neq \beta$), e realizando transformações trigonométricas

$$P_{\nu_L\to\nu_{L'}}(x) \ = \ \sum_\alpha (U_{L\alpha}U_{L'\alpha})^2 \ + \ 2\sum_{\alpha>\beta} U_{L\alpha}U_{L'\alpha}U_{L\beta}U_{L'\beta}\left[1 \ - \ 2sin^2\left(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}x}{4E}\right)\right] \ , \tag{2.8}$$

completando o quadrado da primeira somatória

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) \;=\; \left[\sum_{\alpha} (U_{L\alpha}U_{L'\alpha})^2 \;+\; 2\sum_{\alpha>\beta} U_{L\alpha}U_{L'\alpha}U_{L\beta}U_{L'\beta}\right] \;-\; 4\sum_{\alpha>\beta} U_{L\alpha}U_{L'\alpha}U_{L\beta}U_{L'\beta} sin^2\left(\frac{\Delta m_{\alpha\beta} x}{4E}\right) \;, \tag{2.9}$$

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) \;=\; \left(\sum_{\alpha} U_{L\alpha}U_{L'\alpha}\right)^2 \;-\; 4\sum_{\alpha>\beta} U_{L\alpha}U_{L'\alpha}U_{L\beta}U_{L'\beta} sin^2\left(\frac{\Delta m_{\alpha\beta} x}{4E}\right) \;, \tag{2.10}$$

e, por último, considerando a unitariedade das matrizes de transformação ($UU^{\dagger} = \mathbf{1}$), obtemos a probabilidade de oscilação

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) \;=\; \delta_{LL'} \;-\; 4\sum_{\alpha>\beta} U_{L\alpha}U^*_{L'\alpha}U^*_{L\beta}U_{L'\beta} sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta}}{4E} x\right) \;. \tag{2.11}$$

Para que exista oscilação entre sabores de neutrinos, obrigatoriamente $U_{L\alpha}U_{L'\alpha} \neq 0$ e $\Delta m^2_{\alpha\beta} \neq 0$, ou seja, não só os estados de sabor não podem ser autoestados da Hamiltoniana como estes últimos devem ser massivos. Dados combinados dos experimentos citados anteriormente, analisados nos resumos [105, 135], indicam duas diferenças de massa

$$\Delta m^2_{21} = 7,92(1 \pm 0,09).10^{-5} eV^2 \;, \tag{2.12}$$

$$\left|\Delta m^2_{31}\right| = 2,4(1^{+0,21}_{-0,26}).10^{-3} eV^2 \;. \tag{2.13}$$

Estes resultados demonstram que existindo duas diferenças de massa, haverá três autoestados de massa, sendo que, no mínimo dois deles são massivos. Considerando ainda que há três autoestados de interação, correspondentes aos léptons carregados elétron, múon e tau, a matriz de mistura U_{ij} mais geral possível para este caso será [104, 141]

$$U \;=\; \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & -s_{12}c_{13} & c_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}s_{23} + s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times diag\left[e^{i\alpha_1/2}, e^{i\alpha_2/2}, 1\right] \;, \tag{2.14}$$

sendo que $s_{ij} = sin(\theta_{ij})$ e $c_{ij} = cos(\theta_{ij})$. Deduções mais completas e discussões detalhadas da matriz de mistura podem ser encontradas nas referências [153, 154, 157].

2.2 Extensões do Modelo Padrão

Férmions são partículas com spin 1/2 cujos campos obedecem a equação de Dirac

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} \ - \ m)\,\psi \ = \ 0 \ , \tag{2.15}$$

onde ψ é uma função com quatro componentes que se transforma de forma apropriada chamada spinor e γ matrizes 4×4 dadas por

$$\gamma_0 \ = \ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ , \tag{2.16}$$

$$\gamma_i \ = \ \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \ , \tag{2.17}$$

e σ são as matrizes de Pauli convencionais. A lagrangiana que gera tal equação será

$$\mathscr{L}_{\text{Dirac}} \ = \ \bar{\psi}\,(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} \ - \ m)\,\psi \ = \ 0 \ , \tag{2.18}$$

onde $\bar{\psi} \equiv \psi^{\dagger}\gamma^{0}$. A partir da lagrangianda de Dirac, é possível definir a matriz γ^5 tal que os campos ψ podem ser decompostos em duas projeções quirais autoestados de paridade

$$\gamma^5 \ \equiv \ i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \ = \ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.19}$$

$$P_L \ \equiv \ \frac{1}{2}\,(1 \ - \ \gamma_5) \ , \quad P_R \ \equiv \ \frac{1}{2}\,(1 \ + \ \gamma_5) \ , \tag{2.20}$$

onde as propriedades de projeção estão presentes

$$P_L \times P_R \ = P_R \times P_L \ = \ 0 \ , \quad P_L \ + \ P_R \ = 1 \ , \quad P^2_{L,R} \ = \ P_{L,R} \ , \quad P_{L,R}\gamma^0 \ = \ \gamma^0 P_{R,L} \ , \tag{2.21}$$

aplicando os projetores em um campo de Dirac, obtemos os autoestados quirais

$$P_L\psi \ = \ \psi_L \ , \quad P_R\psi \ = \ \psi_R \ , \quad \psi \ = \ \psi_L \ + \ \psi_R \ , \tag{2.22}$$

onde o campo projetado ψ_L é chamado de campo quiral de mão esquerda e ψ_R de campo quiral de mão direita, equivalentes aos spinores de Weyl. Substituindo-os na lagrangiana de Dirac, obtemos a lagrangiana em termos destas projeções

$$\mathscr{L}_{\text{Dirac}} \ = \ (\bar{\psi}_L \ + \ \bar{\psi}_R)\,(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} \ - \ m)\,(\psi_L \ + \ \psi_R) \ , \tag{2.23}$$

$$\mathscr{L}_{\text{Dirac}} \ = \ \bar{\psi}_R i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi_R \ + \ \bar{\psi}_L i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi_L \ - \ m\left(\bar{\psi}_R\psi_L \ + \ \bar{\psi}_L\psi_R\right) \ , \tag{2.24}$$

por essa expressão pode-ser constatar que os termos cinéticos das projeções quirais são independentes e o acoplamanento dá-se através do termo de massa. Esta propriedade pode ser verificada pelas duas equações independentes que esta lagrangiana gera

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R \;=\; m\psi_L \;, \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L \;=\; m\psi_R \;, \tag{2.25}$$

mostrando que a evolução espaço-temporal dos campos quirais ψ_R e ψ_L estão relacionadas pela massa. Ou seja, os autoestados quirais não são autoestados da Hamiltoniana exceto se a massa for nula, neste caso as duas projeções se tornarão totalmente independentes e desacopladas. Esta dependência também pode ser constatada pela corrente conservada gerada pela transformação quiral do campo [155]

$$\Psi(x) \quad \longrightarrow \quad e^{i\alpha\gamma_5}\Psi(x) \;, \tag{2.26}$$

pelo teorema de Noether, a partir dessa simetria é gerada a seguinte corrente quiral, também chamada de corrente vetorial axial

$$j^{\mu^5} \;=\; \bar{\Psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\Psi(x) \;, \tag{2.27}$$

cuja derivada é dada por

$$\partial_\mu j^{\mu^5} \;=\; 2im\bar{\Psi}(x)\gamma^5\Psi(x) \;, \tag{2.28}$$

ou seja, a existência de massa para uma partícula implica que esta não conserva a quiralidade necessariamente. Para os neutrinos todas as relações deduzidas acima são válidas. No entanto, há uma grande peculiaridade para este tipo de partícula, além de interagirem unicamente via interação nuclear fraca, somente a projeção quiral de mão esquerda dos neutrinos interagem. Esta quebra de paridade foi observada primeiramente no decaimento β do Co^{60} em 1957 por Wu [156], e está na origem da simetria $U(1)_Y \otimes SU(2)_L$ da interação eletrofaca onde “L” significa “left-handed” e cuja lagrangiana de interação é dada por [157]

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{\text{Eletrofraca}} \;=\; & i\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\overline{L'_{\alpha L}}\gamma^\mu D_\mu L'_{\alpha L} \;+\; i\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\overline{l'_{\alpha R}}\gamma^\mu D_\mu l'_{\alpha R} \;+ \\ & - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau}\left(Y'^{l}_{\alpha\beta}\overline{L'_{\alpha L}}\phi l'_{\beta R} \;+\; Y'^{l*}_{\alpha\beta}\overline{l'_{\beta R}}\phi^\dagger L'_{\alpha L}\right) \;,\end{aligned} \tag{2.29}$$

onde $L'_{\alpha L}$ e $l'_{\alpha L}$ são os dubletos leptônicos e léptons carregados respectivamente, para $\alpha = e, \mu, \tau$. O campo ϕ é o dubleto de Higgs, $Y^l_{\alpha\beta}$ os acoplamentos de Yukawa e D a derivada covariante. Dessa forma, a projeção quiral de mão direita do neutrino é um singleto na simetria eletrofraca e por isso também chamado de **neutrino estéril** enquanto que a projeção quiral de mão esquerda é também chamada de **neutrino ativo**. Outra particularidade dos neutrinos é que são os únicos férmions cuja cinemática é condizente com massa nula, todos os experimentos de base cinemática colocam apenas limites superiores e estes são muito pequenos, tal como o limite imposto pelo decaimento β do tritium

$$m_{\nu_e} \;<\; 2,3\text{eV}(95\%\text{CL}) \text{ [158]} \;. \tag{2.30}$$

Considerando a possibilidade real do neutrino possuir massa nula e a esterilidade de sua projeção de mão direita, o modelo padrão de partículas elementares foi construído de forma que o neutrino possuísse massa nula e contendo somente sua projeção quiral de mão esquerda. A razão é que sendo o termo de massa a única forma de "acesso" à projeção de mão direita dos neutrinos, se a massa for nula este campo torna-se desnecessário e irrelevante pois não haveria forma de produzi-lo, ou seja, pode-se equivalentemente argumentar que o neutrino possui massa nula porque não existe sua projeção quiral de mão direita ou não possui a projeção de mão direita porque sua massa é nula

$$\notin \nu_R \quad \Leftrightarrow \quad m_\nu \;=\; 0 \;, \tag{2.31}$$

sob esta condição, da lagrangiana de Dirac para massa nula, é possível obter duas equações independentes

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R \;=\; 0 \;, \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L \;=\; 0 \;, \tag{2.32}$$

estas equações são chamadas de equações de Weyl, aonde fica evidente a indepência das duas projeções, considerando que somente a projeção de mão esquerda possui um vértice fundamental de interação, no caso o vértice da interação eletrofraca, podemos concluir que trata-se de duas partículas completamente difrentes. Também pode-se concluir que a projeção de mão-direita não existe ou no mínimo é irrelevante pois não haveria forma de cria-la e tampouco motivos para inclui-la no modelo padrão de partículas elementares

$$\mathscr{L} \;=\; \mathscr{L}_{\text{Padrão}} \;-\; \underbrace{\left\{ \sum_\alpha \overline{\nu}_{\alpha L} m_\alpha \nu_{\alpha R} \;+\; \overline{\nu}_{\alpha R} m_\alpha \nu_{\alpha L} \right\}}_{\notin} \;. \tag{2.33}$$

No entanto, não há uma razão fundamental, diferentemente do fóton, para que o neutrino não tenha massa exceto os dados experimentais cinemáticos condizentes com massa nula. A grande revolução ocorreu justamente quando observações do fenômeno de oscilação de sabores, descritas na seção anterior, demonstraram que o neutrino possui massa não nula embora esta seja muito pequena.

O grupo de gauge do modelo padrão ($SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$) fixa somente os bósons de gauge, em princípio é possível estender o modelo padrão conjecturando férmions extras ou bósons de Higgs que gerem massa para os neutrinos sem alterar o grupo de gauge. E a forma mais simples de atribuir massa ao neutrino é justamente postulando a existência da projeção quiral de mão direita do neutrino.

2.3 Modelos com Massa de Dirac

Pode-se atribuir massa de Dirac a partículas adicionando-se o seguinte termo à Lagrangiana

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa de Dirac}} \;=\; m_D\left(\overline{\Psi}_R\Psi_L \;+\; \overline{\Psi}_L\Psi_R\right) \;. \tag{2.34}$$

Para atribuir esse tipo de massa aos neutrinos podemos supor campos do tipo NR:(1,0) que mesmo sendo singletos em $SU(2)_L$ implicam em novas interações no setor de Yukawa

$$-\mathscr{L}_Y \;=\sum_{i,j} f_{ij}\overline{\Psi}_{iL}\hat{\phi}N_{jR} \;+\; h.c. \;, \tag{2.35}$$

sendo que f_{ij} são as novas constantes de acoplamento, Ψ_L os dubletos leptônicos de mão esquerda e ϕ o multipleto de Higgs [153, 154]

$$\Psi_L \;=\; \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \;, \tag{2.36}$$

$$N_R \;\equiv\; \nu_R \;, \tag{2.37}$$

$$\phi \;=\; \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \;, \tag{2.38}$$

$$<\phi_0> \equiv \; \frac{v}{\sqrt{2}} \;, \tag{2.39}$$

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \;=\; \sum_{i,j} f_{ij}\frac{v}{\sqrt{2}}\overline{\nu}_{iL}\nu_{jR} \;+\; h.c. \;. \tag{2.40}$$

É possível definir uma matriz de massa M_{ij} tal que

$$M_{ij} \equiv \; \frac{v}{\sqrt{2}}f_{ij} \;, \tag{2.41}$$

e considerando que em geral essa matriz não é diagonal, o que implica dizer que os estados de sabor dos neutrinos não são projeções quirais dos campos físicos. É possível diagonalizar a matriz utilizando uma transformação bi-unitária

$$m \equiv U^\dagger M V \ , \tag{2.42}$$

cuja transformação entre campos físicos e de sabores será

$$\nu_{iL} = \sum_\alpha U_{i\alpha}\nu_{\alpha L} \ , \tag{2.43}$$

$$\nu_{jR} = \sum_\beta U_{j\beta}\nu_{\beta R} \ , \tag{2.44}$$

e, portanto, a matriz m passa a ser diagonal para os N campos físicos, e o termo de massa de Dirac será

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} = \sum_\alpha^N m_\alpha \overline{\nu}_{\alpha L}\nu_{\alpha R} + h.c. \ . \tag{2.45}$$

A massa de Dirac pode ser entendida como uma interação entre as duas diferentes projeções quirais de uma partícula e sua antipartícula.

2.4 Modelos com Massa de Majorana

Por não possuir carga elétrica existe a possibilidade de que o neutrino seja uma partícula de Majorana [164], que possui a propriedade de ser sua própria anti-partícula. Ao postular uma partícula que seja sua própria anti-partícula poderia-se esperar que

$$\Psi(x) = \Psi^*(x) \ , \tag{2.46}$$

no entanto, a equação acima que deve representar dois campos físicos não é invariante por transformações de Lorentz

$$\Psi'(x') = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\Psi(x) \ , \tag{2.47}$$

$$\Psi'^*(x') = \exp\left(\frac{i}{4}\sigma^*_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\Psi^*(x) \ , \tag{2.48}$$

sendo

$$x'^{\mu} \;=\; x^{\mu} \;+\; \omega^{\mu}_{\nu} x^{\nu} \;, \tag{2.49}$$

$$\sigma_{\mu\nu} \;=\; \frac{i}{2} \left[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}\right] \;. \tag{2.50}$$

No entanto, a matriz σ não é necessariamente imaginária pura, portanto, os dois campos não se transformam da mesma forma sob Lorentz. Define-se, então, um campo conjugado da seguinte forma

$$\hat{\Psi}(x) \;\equiv\; \gamma_0 C \Psi^*(x) \;, \tag{2.51}$$

sendo C uma matriz tal que o campo conjugado transforma-se da mesma forma que o campo original

$$\hat{\Psi}'(x') \;=\; \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\gamma_0 C \Psi^*(x) \;, \tag{2.52}$$

$$\hat{\Psi}'(x') \;=\; \gamma_0 C {\Psi'}^*(x') \;=\; \gamma_0 C \exp\left(\frac{i}{4}\sigma^*_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\Psi^*(x) \;. \tag{2.53}$$

Dessa forma, a condição a ser satisfeita pela matriz C será

$$\gamma_0 C \sigma^*_{\mu\nu} \;=\; -\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 C \;, \tag{2.54}$$

A definição acima de campo conjugado, tal que o termo de massa seja Lorentz invariante, comporta uma fase global

$$\hat{\Psi}(x) \;=\; e^{-i\phi}\Psi(x) \;, \tag{2.55}$$

tal que a expansão em ondas planas do campo de Majorana será

$$\Psi(x) \;=\; \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm 1/2} \left(f_s(p) u_s(p) e^{-ip.x} \;+\; \underbrace{\lambda f^{\dagger}_s(p)}_{\hat{f}^{\dagger}_s} v_s(p) e^{ip.x} \right) \;, \tag{2.56}$$

$$\hat{\Psi}(x) \;=\; \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm 1/2} \gamma_0 C \left(f_s^\dagger(p) u_s^*(p) e^{ip.x} \;+\; \lambda^* f_s(p) v_s(p)^* e^{-ip.x} \right) \; . \tag{2.57}$$

Considerando que

$$\gamma_0 C u_s^*(p) \;=\; v_s(p) \; , \tag{2.58}$$

$$\gamma_0 C v_s^*(p) \;=\; u_s(p) \; , \tag{2.59}$$

então

$$\hat{\Psi}(x) \;=\; \lambda^* \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm 1/2} \left(\lambda f_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip.x} \;+\; f_s(p) u_s(p) e^{-ip.x} \right) \;=\; \lambda^* \Psi(x) \; , \tag{2.60}$$

$$\lambda \;=\; e^{i\phi} \; . \tag{2.61}$$

Esta fase pode ser entendida como a fase de criação da partícula de Majorana. Definido a conjugação do campo de Majorana, é possível diagonalizar a matriz de massa, cuja forma mais geral será

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \;=\; \frac{1}{2} \left(\begin{array}{cc} \overline{\nu}_L & \overline{\hat{N}}_L \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} 0 & M \\ M^T & B \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \hat{\nu}_R \\ N_R \end{array} \right) \;+\; h.c. \; , \tag{2.62}$$

sendo que M e B são matrizes NxN para N gerações de férmions. Considerando o caso de uma família apenas, pode-se redefinir a matriz e diagonaliza-la da seguinte forma

$$A \;=\; \left(\begin{array}{cc} 0 & M \\ M & B \end{array} \right) \; , \tag{2.63}$$

$$O \;\equiv\; \left(\begin{array}{cc} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{array} \right) \; , \tag{2.64}$$

$$tan(2\theta) \;\equiv\; \frac{2M}{B} \; , \tag{2.65}$$

$$OAO^T \;=\; \left(\begin{array}{cc} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{array} \right) \;\Longrightarrow\; \begin{array}{l} m_1 \;=\; \frac{1}{2}\left(\sqrt{B^2 \;+\; 4M^2} \;-\; B \right) \\ \\ m_2 \;=\; \frac{1}{2}\left(\sqrt{B^2 \;+\; 4M^2} \;+\; B \right) \end{array} \; . \tag{2.66}$$

Utilizando a seguinte definição de uma matriz m

$$m \equiv \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} , \tag{2.67}$$

$$OAO^T = mK^2 , \tag{2.68}$$

$$A = O^T mK^2 O , \tag{2.69}$$

é possível construir os seguintes campos rotacionados

$$\begin{pmatrix} n_{1L} \\ n_{2L} \end{pmatrix} \equiv O \begin{pmatrix} \nu_L \\ \hat{N}_L \end{pmatrix} , \tag{2.70}$$

$$\begin{pmatrix} n_{1R} \\ n_{2R} \end{pmatrix} \equiv K^2 O \begin{pmatrix} \hat{\nu}_R \\ N_R \end{pmatrix} , \tag{2.71}$$

de autoestados n_1 e n_2 com autovalores m_1 e m_2

$$n_1 = n_{1L} + n_{1R} = (\nu_L - \hat{\nu}_R) cos\theta - (\hat{N}_L - N_R) sin\theta = -\hat{n}_1 , \tag{2.72}$$

$$n_2 = n_{2L} + n_{2R} = (\nu_L + \hat{\nu}_R) sin\theta + (\hat{N}_L + N_R) cos\theta = \hat{n}_2 . \tag{2.73}$$

Quanto à conservação do número leptônico, este é imposto pelo conteúdo de férmions do modelo padrão, não há uma razão fundamental para existir, sua violação permitiria o termo de massa de Majorana.

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa de Majorana}} = \frac{m_M}{2} \overline{\hat{\Psi}} \Psi = \frac{m_M}{2} \left(\overline{\hat{\Psi}}_L \Psi_R + \overline{\hat{\Psi}}_R \Psi_L \right) , \tag{2.74}$$

sendo

$$\Psi = \Psi_L + \hat{\Psi}_L , \tag{2.75}$$

$$\Psi(x) \; = \; \lambda\hat{\Psi}(x) \; \equiv \; \lambda\gamma_0 C\Psi^*(x) \; . \tag{2.76}$$

a definição completa do conjugado de um campo de Majorana. Este tipo de termo de massa pode ser entendido como a interação entre projeções quirais iguais de uma partícula, além de ser um acoplamento direto entre os próprios neutrinos estéreis, gerando um termo de massa nua

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa de Majorana}} \; = \; \frac{1}{2}\sum_{i,j} B_{ij}\overline{\hat{N}}_{iL}N_{jR} \; + \; h.c. \; = \; \frac{1}{2}\sum_{\alpha} m_\alpha \overline{\hat{\nu}}_{\alpha L}\nu_{\alpha R} \; + \; h.c. \; . \tag{2.77}$$

2.5 Modelos com Massa de Dirac-Majorana

O termo de massa mais geral para um modelo que não conserve a simetria leptônica deve conter ambos os tipos de massas, a interação de Yukawa e a auto-interação

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \; = \; -\mathscr{L}_{\text{Massa de Dirac}} \; - \; \mathscr{L}_{\text{Massa de Majorana}} \; , \tag{2.78}$$

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \; = \; \frac{1}{2}\sum_{i,j} M_i j\overline{\nu}_{iL}N_{jR} \; + \; \frac{1}{2}\sum_{i,j} B_{ij}\overline{\hat{N}}_{iL}N_{jR} \; + \; h.c. \; , \tag{2.79}$$

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \; = \; \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \overline{\nu}_L & \overline{\hat{N}}_L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & M \\ M^T & B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{\nu}_R \\ N_R \end{pmatrix} \; + \; h.c. \; . \tag{2.80}$$

Para N gerações, M e B serão matrizes N×N. Para efeito de análise simplificada será utilizado a aproximação de uma única família. Diagonalizando a matriz de massa para N=1, obtêm-se a seguinte Lagrangiana

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \; = \; m_1\overline{n}_{1L}n_{1R} \; + \; m_2\overline{n}_{2L}n_{2R} \; + \; h.c. \; , \tag{2.81}$$

sendo

$$n_1 \; = \; n_{1L} \; + \; n_{1R} \; = \; (\nu_L \; - \; \hat{\nu}_R)cos\theta \; - \; (\hat{N}_L \; - \; N_R)sin\theta \; = \; -\hat{n}_1 \; , \tag{2.82}$$

$$n_2 \; = \; n_{2L} \; + \; n_{2R} \; = \; (\nu_L \; + \; \hat{\nu}_R)sin\theta + (\hat{N}_L \; + \; N_R)cos\theta \; = \; \hat{n}_2 \; , \tag{2.83}$$

$$tan(2\theta) \; = \; \frac{2M}{B} \; , \tag{2.84}$$

$$m_1 \; = \; \frac{1}{2}\left(\sqrt{B^2 \, + \, 4M^2} \, - \, B\right) \; , \tag{2.85}$$

$$m_2 \; = \; \frac{1}{2}\left(\sqrt{B^2 \, + \, 4M^2} \, + \, B\right) \; . \tag{2.86}$$

Este modelo é o modelo completo de neutrinos de mão direita em $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ pois é uma combinação aleatória de termos de massa de Dirac e de Majorana. Do caso geral, é interessante estudar alguns casos especiais

- $\theta \; = \; 45°$

$$m_1 \; = \; m_2 \; = \; M \; , \tag{2.87}$$

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \; = \; \frac{M}{2}\overline{n}_1 \, + \, \overline{n}_2(n_1 \, + \, n_2) \; = \; M\overline{\Psi}\Psi \; . \tag{2.88}$$

O resultado são dois campos de Majorana degenerados que formam um só campo de Dirac, ou seja, um campo de Dirac é um caso especial do campo de Majorana do modelo completo.

- $\theta \; \approx 45°$

$$m_1 \; = \; m_2 \; \approx M \; , \tag{2.89}$$

$$M \; \gg \; B \; . \tag{2.90}$$

Esse é o caso quase degenerado, chamado de campo pseudo-Dirac.

- $\theta \; = \; 0°$

$$m_1 \;=\; 0 \;, \tag{2.91}$$

$$m_2 \;=\; B \;, \tag{2.92}$$

$$-\mathscr{L}_{\text{Massa}} \;=\; B\overline{n}_{2L}n_{2R} \;. \tag{2.93}$$

Esse é o caso do campo puramente de Majorana.

- $\theta \;\ll\; 1°$

$$B \;\gg\; M \;, \tag{2.94}$$

$$m_1 \;\simeq\; \frac{M^2}{B} \;, \tag{2.95}$$

$$m_2 \;\simeq\; B \;. \tag{2.96}$$

M é gerado pelo vev do Higgs, que deve ser da ordem da massa do lépton carregado, pode-se fazer $m_1 \;\ll\; M$ desde que B o compense, esse mecanismo de fazer a massa do neutrino ativo m_1 pequena de forma a compensar uma massa do neutrino estéril m_2 grande é conhecido como mecanismo "see-saw".

2.6 Modelo νMSM

Extensão do modelo padrão de partículas elementares para incorporar três neutrinos de mão direita com massas abaixo da escala eletrofraca (νMSM), é o único modelo de massa para neutrinos consistente com os experimentos de oscilação e que simultaneamente fornece um candidato viável a matéria escura com massa da ordem de quilo elétron-volts (KeV).

Neste modelo [165], os neutrinos de mão esquerda adquirem massa de Dirac por acoplamentos do tipo Yukawa com os neutrinos de mão direita e estes por auto-interação adquirem massa de Majorana.

$$\delta\mathscr{L} \;=\; \overline{N}_I i\partial_\mu\gamma^\mu N_I \;-\; F_{\alpha I}\overline{L}_\alpha N_I\phi \;-\; \frac{M_I}{2}\overline{N_I^c}N_I \;+\; h.c. \;, \tag{2.97}$$

sendo que N_I(I=1,..,n) são os n neutrinos de mão direita singletos em $U(1)_Y \otimes SU(2)_L$, $L_{\alpha=e,\mu,\tau}$ e ϕ são os dubletos leptônicos e de Higgs, respectivamente. As massas de Majorana serão M_I e as de Dirac $M_D = F\langle\phi\rangle$, sendo F a matriz de mistura dos neutrinos. As duas diferenças de massa observadas (Δm^2_{Sol} e Δm^2_{Atm}) implicam que $n \geq 2$. É possível expressar a matriz F da seguinte forma

$$F \;=\; \tilde{K}_L f_d \tilde{K}_R^\dagger, \;, \tag{2.98}$$

sendo

$$f_d \;=\begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix}, \tag{2.99}$$

os acoplamentos de Yukawa, e

$$\tilde{K}_L \;=\; K_L P_\alpha \quad , \quad \tilde{K}_R^\dagger \;=\; K_R^\dagger P_\beta \quad . \tag{2.100}$$

Considerando que as matrizes de mistura K_L e K_R são do tipo CKM [141]

$$\tilde{K}_L \;=\; \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{L23} & s_{L23} \\ 0 & -s_{L23} & c_{L23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{L13} & 0 & s_{L13}e^{-i\delta_L} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{L13}e^{i\delta_L} & 0 & c_{L13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{L12} & s_{L12} & 0 \\ -s_{L12} & c_{L12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right] \times \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.101}$$

$$\tilde{K}_R \;=\; \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{R23} & s_{R23} \\ 0 & -s_{R23} & c_{R23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{R13} & 0 & s_{R13}e^{-i\delta_R} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{R13}e^{i\delta_R} & 0 & c_{R13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{R12} & s_{L12} & 0 \\ -s_{R12} & c_{R12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right] \times \begin{pmatrix} e^{i\beta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.102}$$

Neste modelo, para n=3 haverá 18 novos parâmetros

- 3 massas de Majorana (M_I)

- 15 componentes na matriz F
  - 3 acoplamentos de Yukawa (f_i)
  - 3 ângulos de mistura na área ativa (θ_{Lij})
  - 3 ângulos de mistura na área estéril (θ_{Rij})
  - 3 fases de violação de CP na área ativa (α_1, α_2 e δ_L)
  - 3 fases de violação de CP na área estéril (β_1, β_2 e δ_R)

As fases α_1, α_2, β_1 e β_2 são fases globais que não tem significado físico.

Portanto, este modelo de massa para neutrinos com três neutrinos de mão direita têm 14 novos parâmetros adicionais aos 19 do modelo padrão de partículas elementares, totalizando um total de 33 parâmetros livres. Assumindo que as massas de Majorana são da ordem da escala eletrofraca e as massas de Dirac da ordem de elétron-volts(eV), aplica-se o modelo quadrático do mecanismo “see-saw”.

$$m_i \simeq \frac{(f_i v)^2}{M_I} , \tag{2.103}$$

$$v = \sqrt{2}\,\langle\phi_0\rangle = 174GeV , \tag{2.104}$$

sendo que $m_{i=1,2,3}$ são os autoestados de massa ativos e v é o valor esperado no vácuo do termo neutro do campo de Higgs.

Para pequenos valores dos elementos da matriz de acoplamento f_i, o tempo de vida do neutrino estéril mais leve com massa da ordem de $\sim$ KeV pode exceder a idade do universo habilitando-o como candidato a matéria escura no regime “Warm Dark Matter” [142–144, 151, 152].

Foi demonstrado [136] que para existir um neutrino estéril com massa compatível para ser um candidato a matéria escura, o número mínimo de neutrinos estéreis é três (n=3) conforme suposto acima. Neste modelo somente um dos neutrinos estéreis, que será identificado pelo índice “1”, seria estável permitindo-o formar a matéria escura

$$N_1 \equiv \text{Neutrino estéril candidato a matéria escura.} \tag{2.105}$$

$$M_1 \sim \text{KeV} . \tag{2.106}$$

Este modelo implicaria em massas não degeneradas para os neutrinos ativos

$$m_1 \ = \ O(10^{-5})eV \ , \tag{2.107}$$

e, portanto, na hierarquia direta

$$m_2 \ = \ \sqrt{\Delta m^2_{Sol}} \ , \tag{2.108}$$

$$m_3 \ = \ \sqrt{\Delta m^2_{Atm} \ + \ \Delta m^2_{Sol}} \ , \tag{2.109}$$

ou na hierarquia invertida

$$m_2 \ = \ \sqrt{\Delta m^2_{Atm}} \ , \tag{2.110}$$

$$m_3 \ = \ \sqrt{\Delta m^2_{Atm} \ + \ \Delta m^2_{Sol}} \ , \tag{2.111}$$

e massas na escala de $\sim$ GeV para os dois neutrinos estéreis mais pesados ($M_{2,3} \gg 1$GeV), consequentemente ângulos de mistura grandes ($f_{2,3} \gg f_1$) tal que estejam diluídos durante a nucleossíntese e não afetem a formação de elementos leves.

3 Cosmologia de Neutrinos

Cosmologia de Neutrinos é o estudo de todos os efeitos em observáveis cosmológicos resultados da presença dos neutrinos cósmicos de fundo e das propriedades intrínsecas dessa partícula. As atividades de pesquisa são tradicionalmente voltadas para testar possíveis extensões do modelo padrão de partículas relacionadas ao número de famílias e à massa dos neutrinos ativos. Um resumo contendo a relação entre propriedades de neutrinos e observáveis cosmológicos está contido na figura 3.1.

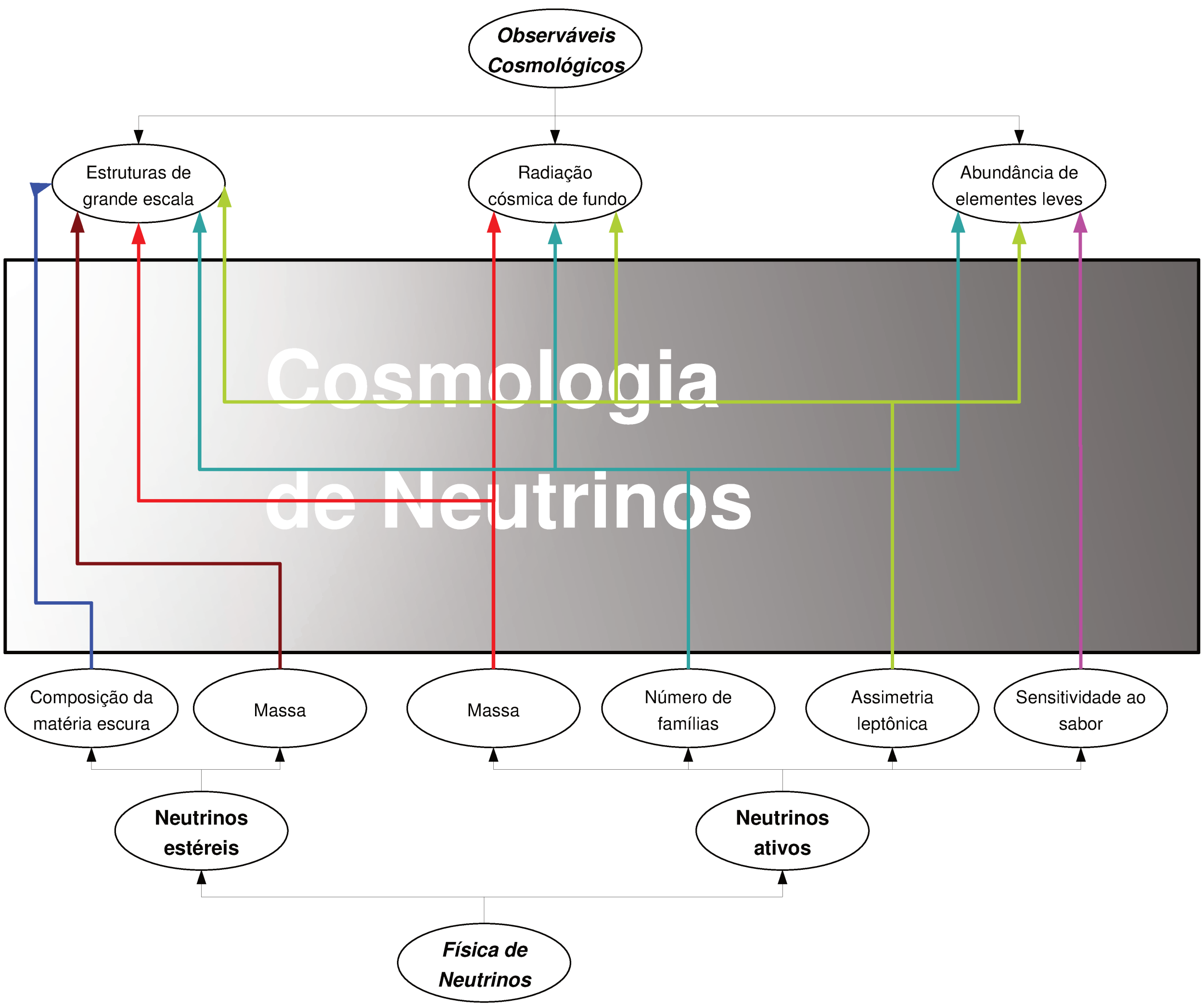

Figura 3.1: Relação entre propriedades de neutrinos e observáveis cosmológicos.

Descrições mais completas sobre essa área de estudo podem ser encontradas nos excelentes artigos de revisão de S. Pastor [137], S. Hannestad [138, 139] e A.D. Dolgov [140], sobre as quais grande parte dos estudos desta tese de mestrado basearam-se.

O estruturamento deste capítulo dispõe-se a apresentar um resumo sobre os dois principais objetos de estudo nesta área: as seções 3.1 e 3.2 abordarão como a abundância de elementos leves restringem o número de famílias de neutrinos relativísticos em equilíbrio ao contido no modelo padrão e na seção 3.3 será discutido de que forma neutrinos ativos massivos afetam a formação de estruturas e como, em análise inversa, a ausência de sinal de supressão implica em limites superiores para a soma das massas dos neutrinos. No entanto, as três primeiras sessões, embora abordem assuntos clássicos em Cosmologia de Neutrinos e obrigatórios em um trabalho de revisão como este se pretende, também são preparativos para a última seção, 3.4, na qual será abordada a hipótese do neutrino estéril formar a matéria escura utilizando-se de resultados e métodos de análise desenvolvidos nas seções anteriores. Esta dependência é apresentada na figura 3.2.

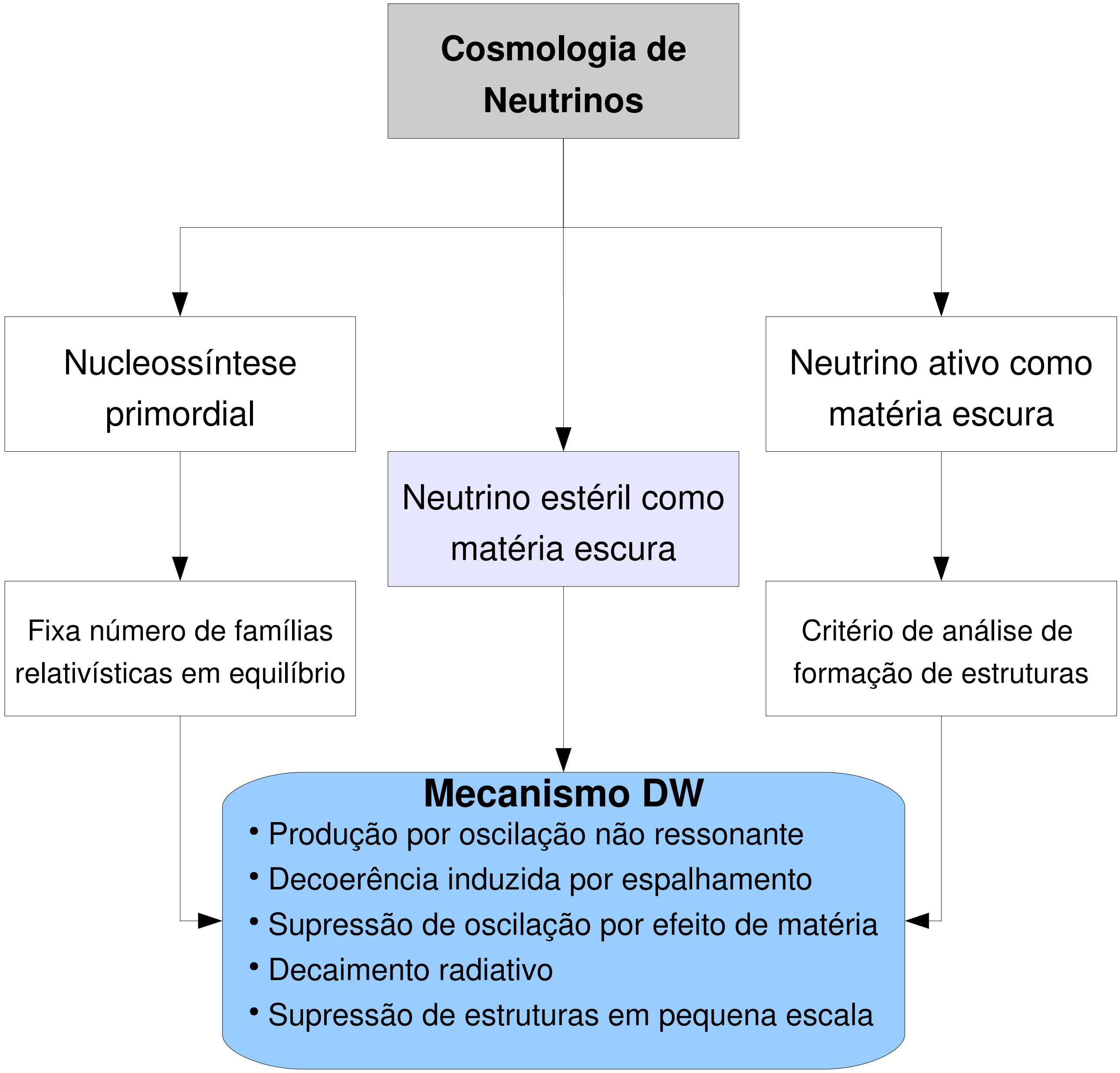

Figura 3.2: Construção do resultado final sobre neutrino estéril como matéria escura.

3.1 Desacoplamento dos neutrinos

Diz-se que uma determinada partícula está acoplada, ou seja, em equilíbrio térmico com o plasma cosmológico se a taxa de interação com as outras partículas que compõem o plasma é maior ou igual a taxa de expansão do universo.

$$\Gamma_i(t) \geq H(t) \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Equilíbrio, partícula acoplada com o plasma cosmológico.} \tag{3.1}$$

Para o caso dos neutrinos, o equilíbrio com o plasma cosmológico ocorre devido às interações eletrofracas que para $1MeV \lesssim T \lesssim 100MeV$ são

$$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrows e^+ + e^- , \tag{3.2}$$

$$\nu + e^\pm \leftrightarrows \nu + e^\pm , \tag{3.3}$$

As reações com nucleons são negligíveis dado seu baixo número de densidade abaixo da transição hadrônica comparado com elétrons e pósitrons ainda em equilíbrio. O desacoplamento ocorre quando o universo em expansão resfria-se e a taxa das interações tornam-se insuficientes para manter a partícula em equilíbrio. O exato momento do desacoplamento é quando as duas taxas igualam-se, que para o caso do neutrino será

$$\Gamma_\nu(T) = H(T). \tag{3.4}$$

Considerando que taxas de interação são geralmente dependentes da temperatura, o melhor parâmetro temporal para analisar a história das partículas na evolução do universo é a temperatura do plasma.

A taxa de expansão do universo é dada pela equação de Friedmann contida na equação 1.19, que para um universo dominado pela radiação, será

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \times \underbrace{\rho}_{\rho_{\text{Radiação}}} - \underbrace{\frac{k}{a^2}}_{\sim 0} + \underbrace{\frac{\Lambda}{3}}_{\sim 0} , \tag{3.5}$$

$$H(T)^2 = \frac{8\pi G}{3}\frac{\pi^2}{30} g_\star T^4 = 2,76 g_\star \frac{T^4}{M_{\text{Pl}}^2} . \tag{3.6}$$

A taxa de interação dos neutrinos é dada pela seção de choque da interação eletrofraca

$$\Gamma_\nu \simeq \langle \sigma_W n_\nu v_\nu \rangle . \tag{3.7}$$

Para energias menores que a massa dos bósons W e considerando ainda que os neutrinos estão no regime relativístico ($T \gg m_\nu$), a seção de choque será

$$\sigma_W \simeq G_F^2 E^2 = G_F^2 T^2 \ , \tag{3.8}$$

o número de densidade será

$$n_\nu = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_\nu T^3 \simeq 0.73 T^3 \ , \tag{3.9}$$

substituindo na equação 3.4

$$0,73 G_F^2 T_{D\nu}^5 = 1,66 g_\star^{1/2} \frac{T_{D\nu}^2}{M_{\rm Pl}} \ , \tag{3.10}$$

$$T_{D\nu} \simeq 1,1 g_\star^{1/6} \mathrm{MeV} \ . \tag{3.11}$$

O número de graus de liberdade relativísticos de um gás composto é dado pela equação 1.158, que para o momento no qual neutrinos ainda estavam acoplados será

$$g_\star = \underbrace{g_\gamma}_{2} + \frac{7}{8} \times \left(\underbrace{N_\nu}_{3} \underbrace{g_\nu}_{1} + \underbrace{N_{\hat\nu}}_{3} \underbrace{g_{\hat\nu}}_{1} + \underbrace{g_e}_{2} + \underbrace{g_{\hat e}}_{2} \right) = 10,75 \ ; \tag{3.12}$$

$$T_{D\nu} \simeq 1,8 \mathrm{MeV} \ . \tag{3.13}$$

Elétrons e pósitrons saem de equilíbrio mais tarde que múons, taus e suas respectivas anti-partículas. Portanto, neutrinos eletrônicos interagem mais fortemente com o plasma resultando em uma temperatura de desacoplamento menor. Cálculos mais precisos [167] que consideram esta diferença obtêm os seguintes valores

$$T_{D\nu_e} \simeq 1,3 \mathrm{MeV} \ , \tag{3.14}$$

$$T_{D\nu_\mu,\nu_\tau} \simeq 1,5 \mathrm{MeV} \ . \tag{3.15}$$

3.2 Número de famílias

Como pode ser visto na equação 3.11, a temperatura do desacoplamento do neutrino depende do número de graus de liberdade relativísticos. Como os processos envolvendo neutrinos interferem na quantidade de nêutrons e prótons, a alteração da temperatura do desacoplamento afeta a proporção entre nêutrons e prótons e, por consequência, afeta a nucleossíntese e a atual abundância de elementos leves como o ^{4}He. Dessa forma, a observação atual dos elementos leves serve para determinar a temperatura do desacoplamento do neutrino e por consequência o número de famílias de neutrinos (N_ν) relativísticos e em equilíbrio. Embora também seja possível determinar esse número através da análise da radiação cósmica de fundo [168,169] e dos dados combinados com estruturas de grande escala [170,171], a análise a ser realizada compreenderá unicamente a nucleossíntese.

É bem estabelecido, através de experimentos como o LEP [172], que existem apenas três neutrinos auto-estados de interação. Entretanto, é possível que existam neutrinos estéreis leves ou algum outro tipo de partícula relativística não-padrão que em algum momento remoto esteve em equilíbrio com o universo. Geralmente, o efeito de partículas relativísticas extras é denotado pela diferença de número de famílias de neutrinos

$$\Delta g_\star \; = \; \frac{7}{4}\Delta N_\nu \; , \tag{3.16}$$

$$\Delta N_\nu \; = \; \sum_i^{fermi} \frac{g_i}{2}\left(\frac{T_i}{T_\nu}\right)^4 \; + \; \frac{8}{7}\sum_i^{bose}\frac{g}{2}\left(\frac{T}{T_\nu}\right)^4 \; . \tag{3.17}$$

Antes do desacoplamento, os neutrinos em equilíbrio térmico mantinham o potencial químico do próton e do nêutron iguais através do decaimento β e seu inverso

$$\begin{array}{l} n \; + \; e^+ \; \leftrightarrows \; p \; + \; \hat{\nu}_e \\ n \; + \; e^- \; \leftrightarrows \; n \; + \; \hat{\nu}_e \quad \Longrightarrow \qquad \mu_p \; = \; \mu_n \; , \\ n \; \leftrightarrows \; p \; + \; e \; + \; \hat{\nu}_e \end{array} \tag{3.18}$$

considerando que o número de densidade de prótons e nêutrons é dado por A.6, a razão entre as densidades no momento do desacoplamento do neutrino será

$$\frac{n_n(t_{D\nu})}{n_p(t_{D\nu})} \; = \; \exp\left(\frac{m_p \; - \; m_n}{1\text{MeV}}\right) \; \simeq \; \frac{1}{6} \; , \tag{3.19}$$

após o desacoplamento dos neutrinos, o decaimento β ocorre somente em um sentido

$$n \; \longrightarrow \; p \; + \; e \; + \; \hat{\nu}_e \; , \tag{3.20}$$

o que provoca a redução da razão entre nêutrons e prótons

$$\frac{n_n(t)}{n_p(t)} \;=\; \frac{n_n(t_{D\nu})}{n_p(t_{D\nu})}\exp\left(-\frac{t \;-\; t_{D\nu}}{\tau_n}\right) \;\simeq \frac{1}{6}exp\left(-\frac{t \;-\; t_{D\nu}}{\tau_n}\right) \;. \tag{3.21}$$

A energia de ligação do Hélio é 28MeV, no entanto, por ser o número de fótons muito maior que de bárions mesmo uma pequena fração de fótons localizados no fim do espectro é suficiente para "ionizar" todos os núcleos formados. Somente quando o universo esfriar para uma temperatura abaixo da ordem de MeV, coincidentemente próxima à temperatura de desacoplamento do neutrino, é que a radiação deixará de "ionizar" os nucleons e os primeiros núcleos poderão ser formados e permanecer íntegros($t_{^4He} \sim 0,7$MeV). A diferença entre a temperatura de formação e de desacoplamento dos neutrinos eletrônicos dada pela equação 3.14 é tal que [173, 174]

$$\frac{n_n(t_{^4He})}{n_p(t_{^4He})} \;=\; \frac{n_n(t_{D\nu})}{n_p(t_{D\nu})}\exp\left(-\frac{t_{^4He} - t_{D\nu}}{\tau_n}\right) \;\simeq\; \frac{1}{6}\exp\left(-\frac{t_{^4He} - t_{D\nu}}{\tau_n}\right) \;\simeq\; \frac{1}{7} \;. \tag{3.22}$$

Supondo que a maioria dos nêutrons disponíveis formarão ^{4}He, o número de bárions na forma desse átomo será

$$n_{^4\mathrm{He}} \;\simeq\; 4\left(\frac{n_n}{2}\right) \;, \tag{3.23}$$

e a proporção de nucleons contidos em átomos de Hélio em relação à quantidade total de nucleons será

$$Y \;\equiv\; \frac{n_{^4\mathrm{He}}}{n_p \;+\; n_n} \;=\; 0,25 \;; \tag{3.24}$$

cujo valor, vale ressaltar que calculado utilizando o conteúdo do modelo padrão de partículas elementares, está dentro dos limites observacionais [175]

$$Y \;=\; 0,249 \;\pm\; 0,009 \;. \tag{3.25}$$

A dependência explícita de variações de Y em função da temperatura de desacoplamento dos neutrinos será

$$\Delta Y = -2\,(m_p - m_n)\exp\left(-\frac{m_p - m_n}{T_{D\nu}}\right)\left[1+\exp\left(-\frac{m_p - m_n}{T_{D\nu}}\right)\right]^{-2} T_{D\nu}^{-2}\Delta T_{D\nu}\ , \tag{3.26}$$

considerando que

$$\Delta T_{D\nu} = \frac{T_{D\nu}\Delta g_\star}{6g_\star}\ , \tag{3.27}$$

e utilizando a equação 3.16

$$\Delta Y \simeq 0,013\Delta N_\nu\ . \tag{3.28}$$

Variações entre a abundância prevista, considerando somente o conteúdo do modelo padrão, e a observada indica portanto presença de física além do modelo padrão. Cálculos teóricos mais precisos que consideram a proporção de bárions-fótons $\eta_{10}(= 10^{10}\eta_b)$ e meia-vida do nêutron obtêm [176]

$$Y \simeq 0,227 + 0,010\ \ln(\eta_{10})\ , \tag{3.29}$$

para $\eta_{10} = 6,14 \pm 0,25$

$$Y = 0,2484^{+0,0004}_{-0,0005}\ . \tag{3.30}$$

Comparando o valor teórico da equação acima e experimental da equação 3.25, chega-se a

$$\Delta N_\nu \lesssim 0,82\ . \tag{3.31}$$

A diferença fracional do número de famílias de neutrinos acima pode ser sinal de relíquia, considerando a variação da temperatura em função da mudança do número de estados relativísticos(1.153) entre a temperatura de desacoplamento dos neutrinos e dessa relíquia, denotada por χ

$$T_{D\chi} = \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})}\right]^{1/3} T_{D\nu}\ . \tag{3.32}$$

A diferença na densidade no momento do desacoplamento do neutrino considerando tratar-se de um férmion será

$$\Delta\rho \;=\; \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{30} g_\chi T_\chi^4 \;, \tag{3.33}$$

considerando que a relíquia possui dois graus de liberdade e a temperatura do novo componente dada pela transferência de entropia

$$\Delta\rho \;=\; \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{30} 2 \left(\left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{1/3} T_{D\nu} \right)^4 \;, \tag{3.34}$$

lembrando que a densidade total é dada pela equação 1.149, este acréscimo na densidade total representa um acréscimo no número de graus de liberdade relativísticos total

$$\Delta g_\star \;=\; \frac{7}{4} \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{4/3} \;, \tag{3.35}$$

da relação 3.16, obtêm-se

$$\Delta N_\nu \;=\; \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{4/3} \;, \tag{3.36}$$

ou seja, diferenças mesmo que fracionais no número de famílias de neutrinos podem ser interpretadas como partículas extras mesmo que desacopladas anteriormente ao neutrino.

3.3 Neutrino Ativo como Matéria Escura

Embora a confirmação experimental da existência de massa para os neutrinos tenha ocorrido recentemente com os experimentos que observaram o fenômeno de oscilação, as consequências dessa hipótese na cosmologia têm sido estudadas a muito tempo [177–180]. Dado o alto número de densidade de neutrinos, mesmo uma pequena massa da ordem de elétron-volts é suficiente para que os neutrinos formem a totalidade da matéria escura(1.175). Considerando que estas partículas são fracamente interagentes e que após seu desacoplamento interagem unicamente via gravidade, é um candidato natural a matéria escura. Conforme equação 1.167, o número de densidade dos neutrinos cosmológicos é

$$n_\nu \;\cong\; 320,6 \text{ neutrinos cm}^{-3} \;, \tag{3.37}$$

$$\Omega_\nu h^2 \;=\; \frac{\sum m_\nu}{91,2eV} \; . \tag{3.38}$$

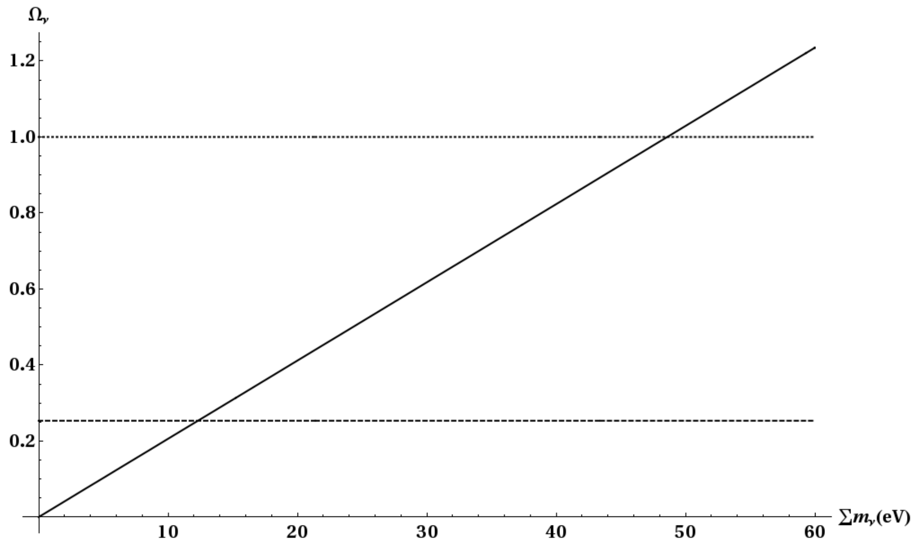

Figura 3.3: Fração de densidade dos neutrinos ativos(linha contínua), limitada pela densidade de matéria $\Omega_M = 0,25$(linha tracejada) e pela densidade crítica do universo $\Omega = 1$(linha pontilhada) geram limites para a soma das massas dos neutrinos.

Ao mesmo tempo que poderia facilmente formar a totalidade da matéria escura dado seu alto número de densidade, este impõe severos limites para sua massa

$$\Omega_\nu \;\leq \Omega \qquad \Longrightarrow \qquad m_\nu \;\leq\; 16,2eV \;, \tag{3.39}$$

$$\Omega_\nu \;\leq \Omega_M \qquad \Longrightarrow \qquad m_\nu \;\leq\; 4,05eV \;, \tag{3.40}$$

para três neutrinos de massa degenerada.

Esta análise originou o modelo de "Hot Dark Matter" formada por neutrinos ativos, que juntamente com a estimativa do número de famílias através da abundância de elementos leves, inaugurou a **Cosmologia de Neutrinos**. A posterior confirmação de que neutrinos possuem massa através dos experimentos que observaram o efeito de oscilação, institui definitivamente esta partícula como uma componente da matéria escura. No entanto, análises dos efeitos que provocariam na formação das estruturas de lagar escala decorrente de sua natureza relativística descartam a hipótese dos neutrinos ativos formarem a totalidade da matéria escura, ver seção 1.7.

3.3.1 Formação de Estruturas de Grande Escala

Neutrinos ativos são muito leves, experimentos cinemáticos colocam limites de alguns elétron-volts ($m_{\nu_e} < 2,3$eV [158]). Dessa forma, neutrinos produzidos cosmologicamente ainda eram relativísticos quando desacoplaram do plasma primordial mantendo o espectro de corpo negro e formando uma alta densidade, conforme calculado na seção 1.6. Uma consequência muito importante do fato de estar em regime relativístico, é que os neutrinos cosmológicos atuam como dissipadores de perturbações na densidade de matéria do universo através do efeito de supressão de Landau, também chamado de efeito de "free-streaming" [91]. Qualquer perturbação na densidade dessa partícula cujo comprimento de onda seja menor que o diâmetro do horizonte será fortemente suprimida pois a propagação destas partículas de regiões mais densas para regiões menos densas provocará uma homogeneização e perturbações no plasma que formariam estruturas são dissipadas e a formação suprimida.

O efeito de "free-streaming" cessa a partir do instante que os neutrinos tornam-se não relativísticos ($a_{R\to NR}$), momento caracterizado por um diâmetro de Hubble específico ($d_H(a_{R\to NR})$). A partir desta transição, perturbações já internas ao horizonte deixariam de ser suprimidas e as externas formariam as primeiras estruturas observadas. Assim, através da estimativa do momento de inflexão no crescimento de estruturas ($a_{R\to NR}$) é possível determinar o livre caminho médio do neutrino e por consequência impor limites à sua massa e também à densidade que comporia no universo. O livre caminho médio físico do neutrino no instante da transição, quando ainda era relativístico e possuía "free-streaming", será igual ao diâmetro de Hubble físico naquele instante

$$\lambda_\nu \;=\; a^{-1}_{R\to NR} \times d_H(a_{R\to NR}) \;, \tag{3.41}$$

em um universo dominado por matéria, o diâmetro de seu horizonte será

$$d_H(t) \;=\; 3t \;=\; \frac{2}{H(t)} \;, \tag{3.42}$$

$$H(a) \;\simeq\; H_0 a^{-3/2}\Omega_M^{1/2} \;, \tag{3.43}$$

$$d_H(a) \;=\; \frac{2a^{3/2}}{H_0}\Omega_M^{-1/2} \;, \tag{3.44}$$

$$\lambda_\nu \;=\; \frac{2}{H_0}\sqrt{\frac{a_{R\to NR}}{\Omega_M}} \;. \tag{3.45}$$

Considerando que a temperatura do neutrino escala com a^{-1} e que existem três neutrinos, a transição de regime ocorrerá quando a temperatura dos neutrinos for aproximadamente igual à sua própria massa ($T \sim m_\nu$)

$$\frac{m_\nu}{3} \;=\; a^{-1}_{(R\to NR)} T^0_\nu \quad\Longrightarrow\quad a_{(R\to NR)} \;\simeq\; 5.10^{-4}\frac{eV}{m_\nu} \;. \tag{3.46}$$

Substituindo na equação 3.41, obtêm-se o livre caminho médio dos neutrinos

$$\lambda_\nu \;\simeq\; \frac{1,3.10^2}{\Omega_M^{1/2}}\left(\frac{\mathrm{eV}}{m_\nu}\right)^{1/2}\mathrm{h^{-1}Mpc}\;, \tag{3.47}$$

$$k_\nu \;\simeq\; 4,7.10^{-2}\left(\frac{m_\nu}{\mathrm{eV}}\right)^{1/2}\Omega_M^{1/2}\mathrm{hMpc^{-1}}\;, \tag{3.48}$$

perturbações cujo número de onda esteja acima do equivalente ao livre caminho médio dos neutrinos serão portanto suprimidos.

Para mensurar a supressão na amplitude do espectro de potência deve-se considerar as perturbações na densidade de matéria escura composta por partículas não relativísticas e que foi deduzida na seção 1.3.7. A partir da equação de Friedmann(1.19) para um universo plano e dominado por matéria escura não relativística com uma componente subdominante de neutrino massivo mas relativístico

$$\rho_{DM} \;=\; \rho_{CDM} \;+\; \rho_\nu \;, \tag{3.49}$$

onde

$$4\pi G\rho_{CDM} \;=\; \frac{3}{2}H^2\Omega_{CDM}\;, \tag{3.50}$$

substituindo na equação da evolução de perturbações [91] clássica

$$\ddot{\tilde{\delta}}_i \;+\; 2H\dot{\tilde{\delta}}_i \;+\; (v_s^i)^2k^2\tilde{\delta}_i \;=\; 4\pi G\sum_j \rho_j\tilde{\delta}_j\;, \tag{3.51}$$

para matéria escura não relativística ($i = CDM$), que possui velocidade média nula ($v_s^{CDM} \simeq 0$) e fonte de perturbações negligíveis para diferentes espécies ($\tilde{\delta}_{j\neq CDM} \simeq 0$)

$$\ddot{\tilde{\delta}}_{CDM} \;+\; \frac{4}{3t}\dot{\tilde{\delta}}_{CDM} \;-\; \frac{2}{3t^2}\Omega_{CDM}\tilde{\delta}_{CDM} \;=\; 0\;, \tag{3.52}$$

onde utilizamos a propriedade de $H = 2t/3$ na era de dominação de densidade por matéria. A solução crescente da equação acima será

$$\tilde{\delta}_{CDM} \;\propto\; t^x\;, \tag{3.53}$$

$$x \;=\; \frac{\sqrt{1 \;+\; 24\Omega_{CDM}} - 1}{6} \;, \tag{3.54}$$

considerando que nessa fase da evolução a densidade do universo é dominada pela matéria

$$\rho_{DM} \;=\; \rho_{CDM} \;+\; \rho_{\nu} \;\simeq\; \rho_M \;\simeq\; 1 \;, \tag{3.55}$$

e que a densidade de neutrinos é subdominante ($\Omega_\nu \ll 1$)

$$x \;=\; \frac{5\sqrt{1 \;-\; \frac{24}{25}\frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}} - 1}{6} \;\simeq\; \frac{2}{3}\left(1 \;-\; \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}\right) \;, \tag{3.56}$$

$$\tilde{\delta}_{CDM} \;\propto\; t^{\frac{2}{3}\left(1-\frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}\right)} \;\propto\; a^{\left(1-\frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}\right)} \;. \tag{3.57}$$

A formação de estruturas se dá entre a transição da era da radiação para a era da matéria (a_{eq}) e da era da matéria para a era da energia escura (a_Λ), ou seja, a razão de crescimento das perturbações será

$$\frac{\tilde{\delta}_{CDM}(a_\Lambda)}{\tilde{\delta}_{CDM}(a_{eq})} \;\simeq\; \left(\frac{a_\Lambda}{a_{eq}}\right)^{1-\frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}} \;, \tag{3.58}$$

onde o fator de escala para o instante de transição de dominância de radição para dominância de matéria será

$$\frac{\rho_R}{\rho_M} \;=\; 1 \;=\; \frac{\Omega_R}{a_{eq}^4} \div \frac{\Omega_M}{a_{eq}^3} \;\Longrightarrow\; a_{eq} \;=\; \frac{\Omega_R}{\Omega_M} \;, \tag{3.59}$$

e para a transição de dominância da matéria para dominância de energia escura

$$\frac{\rho_M}{\rho_\Lambda} \;=\; 1 \;=\; \frac{\Omega_M}{a_\Lambda^3} \div \Omega_\Lambda \;\Longrightarrow\; a_\Lambda \;=\; \left(\frac{\Omega_M}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3} \;, \tag{3.60}$$

substituindo na equação anterior, temos

$$\frac{\tilde{\delta}_{CDM}(a_\Lambda)}{\tilde{\delta}_{CDM}(a_{eq})} \;\simeq\; \left[\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R\Omega_\Lambda^{1/3}}\right]^{1-\frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_{DM}}} \;, \tag{3.61}$$

utilizando a equação para o espectro de potência da matéria (1.130), a razão entre os espectros com e sem neutrinos massivos será

$$\frac{P(k)_\nu}{P(k)} \;\simeq\; \left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R\Omega_\Lambda^{1/3}}\right)^{-\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M}} \;, \tag{3.62}$$

considerando uma supressão exponencial,

$$\frac{P(k)_\nu}{P(k)} = e^R \ , \tag{3.63}$$

o expoente será

$$R = -\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M}\ln\left[\left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R\Omega_\Lambda^{1/3}}\right)\right] \ , \tag{3.64}$$

e a taxa de supressão

$$\Delta P(k) = RP(k) \ , \tag{3.65}$$

$$\frac{\Delta P(k)}{P(k)} = -\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M}\ln\left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R\Omega_\Lambda^{1/3}}\right) \ , \tag{3.66}$$

para $\Omega_M \simeq 0,3$, $\Omega_\Lambda \simeq 0,7$ e $\Omega_R = \Omega_\gamma + \Omega_\nu = 8,4.10^{-5}$

$$\frac{\Delta P(k)}{P(k)} \simeq -10\frac{\Omega_\nu}{\Omega_M} \ , \tag{3.67}$$

e substituindo a abundância de neutrinos pela equação 1.175

$$\frac{\Delta P(k)}{P(k)} \simeq -\left(\frac{\sum m_\nu}{\mathrm{eV}}\right)\frac{0,11}{\Omega_M \mathrm{h}^2} \ . \tag{3.68}$$

A partir desta supressão provocada pela massa dos neutrinos cosmológicos é possível calcular limites para sua massa a partir de observações de estruturas em estruturas menores que o livre caminho médio do neutrino dado pela equação 3.47.

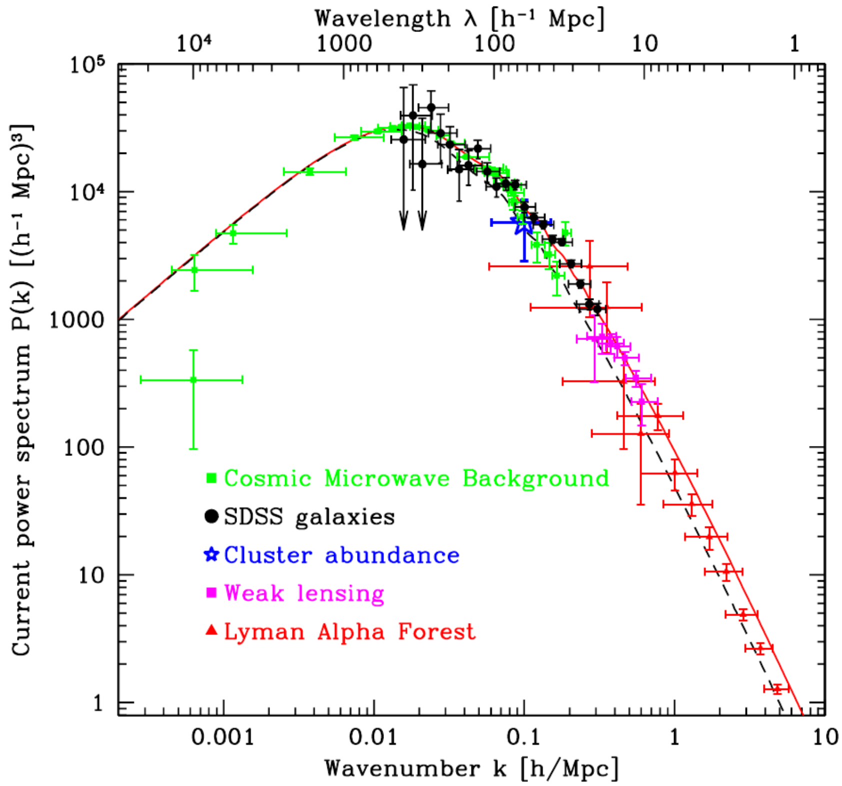

Figura 3.4: Espectro de potência da matéria com dados de várias fontes, modelo teórico da linha contínua ΛCDM($\Omega_M = 0,28; h = 0,72; \Omega_b/\Omega_M = 0,16$) e da pontilhada com neutrinos de $\sum m_\nu = 1$eV ($\Omega_\nu/\Omega_M = 0,07$) [182].

O desafio de determinar limites menores para a massa dos neutrinos ativos é, portanto, medir o espectro de potência em escalas cada vez menores e com maior precisão. Dessa forma, comparando com o modelo de consenso ΛCDM é possível excluir supressões mais sutis e avançar para baixo no limite superior. Sob esse aspecto, e como pode ser observado no gráfico da figura 3.4, as menores estruturas observáveis e portanto o melhor local para verificar o efeito de supressão causado pela dissipação dos neutrinos são as florestas de Lyman-α. Floresta de Lyman-α é o espectro de absorção da luz emitida por quasares que atravessa nuvens de hidrogênio localizadas a grandes distâncias ($z = 2,5$ a 4), a linha absorvida é o primeiro estado excitado do hidrogênio ($\lambda_\alpha = 1215,567$Å). A partir do padrão de absorção dessas linhas é possível inferir flutuações na densidade com comprimentos de onda da ordem de poucos megaparsecs [183–186]. Limites decorrentes da observação dessas estruturas em particular, utilizando a suposta supressão da equação 3.68, colocam o seguinte limite

$$\sum m_\nu \leq 0,47\text{eV}(95\%\text{CL})\ [187]\ , \tag{3.69}$$

$$\sum m_\nu \;\leq\; 0,42\text{eV}(95\%\text{CL})\ [188]\ . \tag{3.70}$$

Para o segundo caso e utilizando das equações 1.172 e 1.175, o limite para a massa implica nos seguintes limites para a fração da matéria escura que o neutrino ativo pode compor

$$1,6.10^{-4} \;\leq f_\alpha \;\leq 4,4.10^{-2}\ , \tag{3.71}$$

para $f_\alpha \equiv \Omega_\nu/\Omega_{DM}$.

A dedução da equação que governa a propagação das perturbações nos neutrinos ativos e análise de sua possível detecção direta estão nas seções 1.3.5 e 1.6.1 respectivamente.

3.4 Neutrino Estéril como Matéria Escura

A abundância de elementos leves observada condiz satisfatoriamente com o conteúdo de partículas do modelo padrão. Qualquer partícula estável postulada que em algum momento da história térmica do universo esteve acoplada com o plasma cosmológico deve necessariamente ser não relativística ou estar fora de equilíbrio no momento da nucleossíntese.

Nesta tese de mestrado, propõe-se que o método de produção do neutrino estéril candidato a matéria escura seja através de oscilações não ressonantes de quiralidade ocorridas na decoerência por espalhamento do pacote contendo ambas quiralidades. O modelo de massa assumido é o contido na seção 2.6, que apresenta um estado estéril com massa da ordem de $\sim$ KeV e ângulo θ de mistura pequeno o suficiente para torná-lo estável pela idade do universo e acessível de forma não ressonante. Este mecanismo de produção foi proposto por Dodelson e Widrow [144] em 1994 e por isso é conhecido como mecanismo DW.

Neste cenário, os neutrinos ativos (ν_α) e o neutrino estéril mais leve ($\nu_s \equiv N_1$) são acoplados por um ângulo θ pequeno, degenerado nas famílias ativas, formando dois estados físicos $\mid \nu_1\rangle$ e $\mid \nu_2\rangle$

$$\mid \nu_\alpha\rangle \;=\; cos(\theta)\mid \nu_1\rangle \;+\; sin(\theta)\mid \nu_2\rangle\ , \tag{3.72}$$

$$\mid \nu_S\rangle \;=\; -sin(\theta)\mid \nu_1\rangle \;+\; cos(\theta)\mid \nu_2\rangle\ . \tag{3.73}$$

A estratégia de análise da hipótese do neutrino estéril formar a matéria escura consiste dos tópicos contidos na figura 3.5 e que todo candidato “sério” a matéria escura deve oferecer. Para cada tópico será dedicado uma subseção: na subseção 3.4.1 é deduzida a abundância cosmológica teórica do neutrino estéril no cenário DW, na subseção 3.4.2 é apresentado de que forma o neutrino estéril cosmológico pode ser detectado por decaimento radiativo juntamente com limites restringentes resultantes do sinal negativo, na subseção 3.4.3 é apresentada as simulações realizadas para testar a formação de estruturas e, finalmente, na subseção 3.4.4 são apresentados os resultados da análise conjunta da abundância teórica, detecção direta e simulações realizadas.

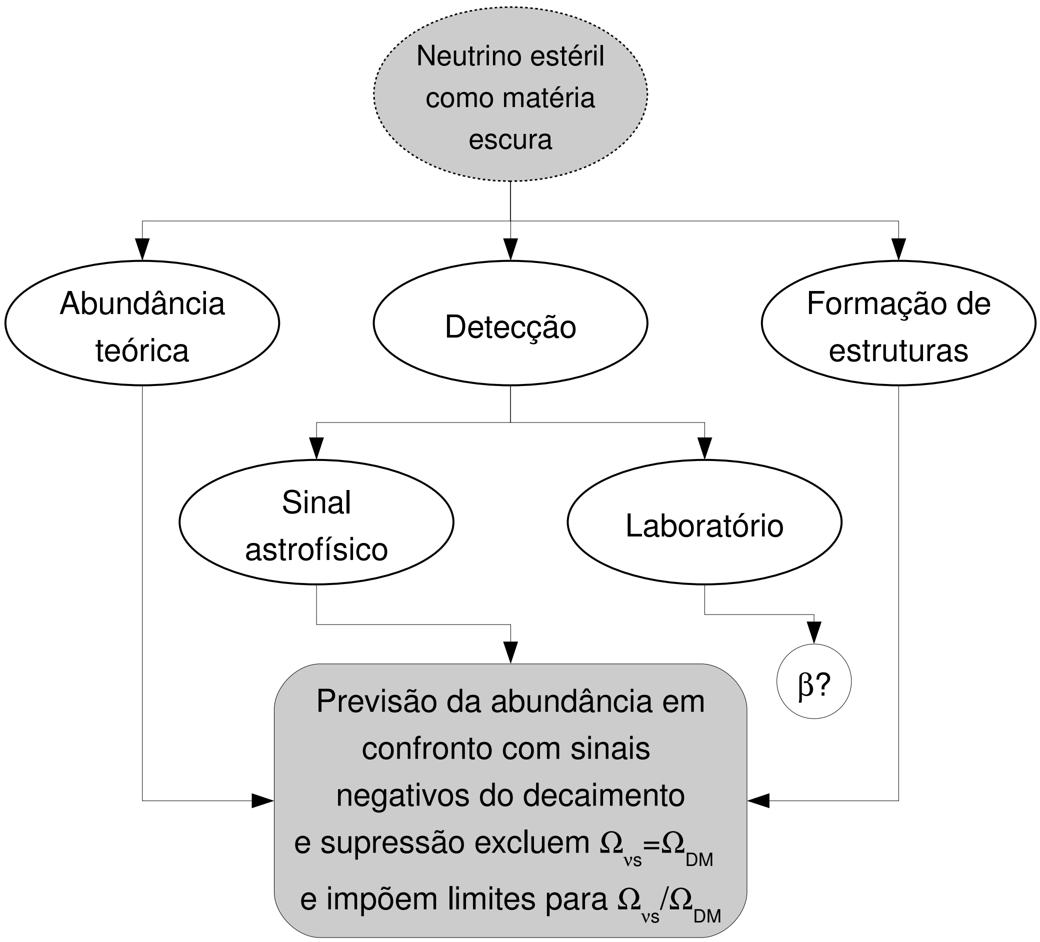

Figura 3.5: Estratégia de análise do neutrino estéril como candidato a matéria escura.

A hipótese do neutrino estéril produzido via mecanismo DW formar a totalidade da matéria escura foi excluída pelas simulações realizas por Uros Seljak et al. [145] em 2006. O limite inferior para a massa do neutrino estéril que encontrou utilizando florestas de Lyman-α foi $m_s > 10$KeV(99,9% CL), sendo o limite superior de $m_s < 8$KeV [202] dado pelo sinal negativo do decaimento radiativo.

No entanto, o modelo ΛCDM apresenta graves falhas que um componente subdominante mais leve poderia resolver: o déficit de galáxias satélites [146, 147] e a formação de picos nos centros galácticos ("cuspy vs core problem") [148, 149].

Além de útil para reduzir a potência em pequenas escalas do modelo puramente ΛCDM e resolver os problemas citados, a hipótese dos neutrinos estéreis formarem uma fração da matéria escura também é plausível do ponto de vista dos modelos de massa para os neutrinos ativos, pois estes, como demonstrado na seção 2.2, requerem naturalmente estados estéreis massivos para gerar massas pequenas para os estados ativos através do mecanismo "see-saw" se possuírem termos de massa de Dirac.

A abordagem escolhida foi então de supor que os neutrinos estéreis formam apenas um fração f_s da matéria escura. A partir dessa suposição, o objetivo foi realizar simulações a fim de calcular a linha no espaço de parâmetros f_s, $sin^2(2\theta)$ e m_s tal que a supressão causada no espectro de potência seja idêntica daquela produzida no modelo onde é presumido composição total utilizada por Seljak. A partir de todos os pontos no espaço de parâmetros que possuem tal supressão, é presumida uma curva de iso-supressão tal que qualquer ponto com supressão igual ou maior está igualmente excluído.

A partir desse processo de reescalamento de todos os limites impostos pela análise de formação de estruturas, previsão teórica de abundância e decaimento radiativo pretendeu-se chegar numa fração em que a janela do espaço de parâmetros abria-se e, dessa forma, obter a fração máxima da matéria escura que os neutrinos estéreis podem compor. Este procedimento foi adotado posteriormente por Palazzo que em artigo publicado [206] em 2007, embora utilizando-se de um método distinto, apresentou o valor de $f_s \leq 0,7(2\sigma)$, enquanto que o valor obtido neste trabalho é:

$$f_s \leq 0,65 \ (2\sigma) \ . \tag{3.74}$$

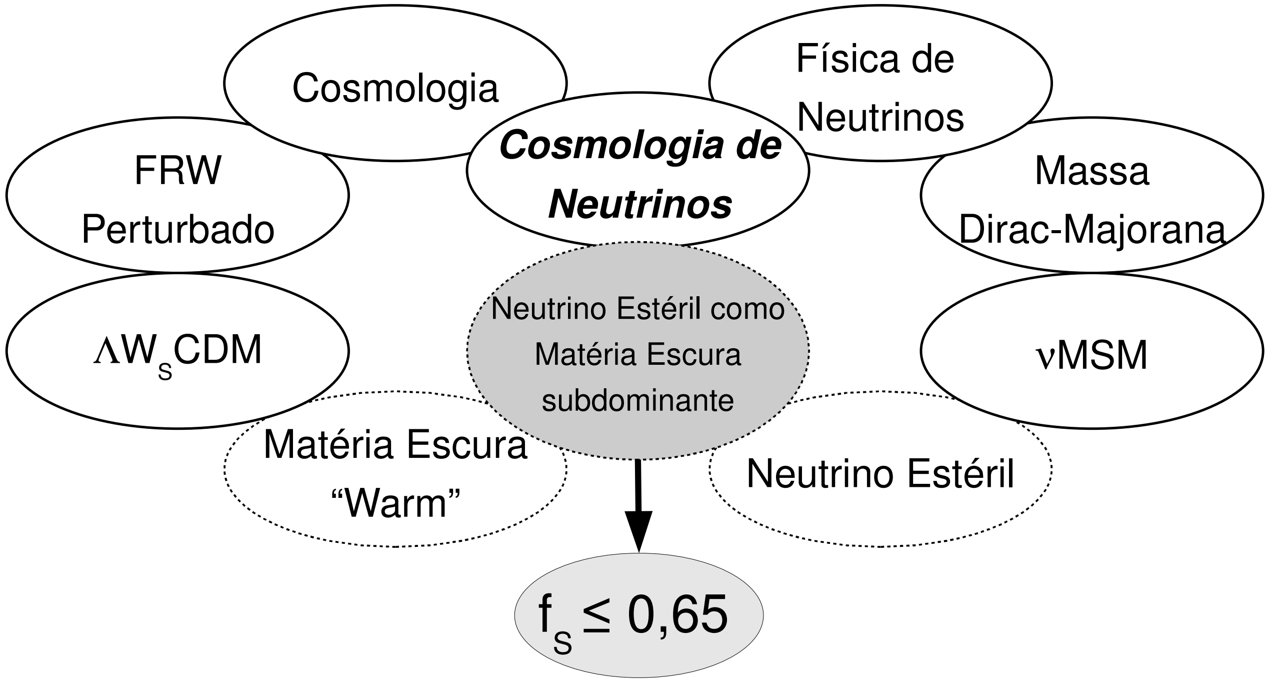

Figura 3.6: Interdisciplinaridade e última etapa da construção do modelo.

3.4.1 Equação de Boltzmann do Neutrino Estéril

Recordando a forma original da equação de Boltzmann diferencial, equação 1.40, e aplicando para o neutrino estéril

$$\frac{df_{\nu_S}}{dt} \;=\; C[f_{\nu_S}]\;, \tag{3.75}$$

$$\frac{df_{\nu_S}}{dt} \;=\; \frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial t} \;+\; \frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial x}\frac{dx}{dt} \;+\; \frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial p}\frac{dp}{dt} \;=\; C[f_{\nu_S}]\;, \tag{3.76}$$

considerando um sistema homogêneo e o deslocamento do momento no universo em expansão,

$$\frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial x} \;=\; 0 \tag{3.77}$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} \;=\; -H\;, \tag{3.78}$$

e para $p \gg m$

$$\frac{df_{\nu_S}}{dt} \;=\; \left(\frac{\partial}{\partial t} \;-\; HE\frac{\partial}{\partial E}\right) f_{\nu_S} \;=\; C[f_{\nu_S}]\;. \tag{3.79}$$

Considerando que a temperatura escala com o inverso do fator de escala ($T \propto a^{-1}$)

$$Ha\frac{\partial}{\partial a} \ = \ -HT\frac{\partial}{\partial T} \ , \tag{3.80}$$

$$\frac{1}{a}\frac{da}{dt} \ = \ H \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} \ = \ -HT\frac{\partial}{\partial T} \ , \tag{3.81}$$

somando com $HE\partial/\partial E$

$$HT\frac{\partial}{\partial T} \ + \ HE\frac{\partial}{\partial E} \ = \ HT\left(\frac{\partial}{\partial E}\right)_{E/T} \ , \tag{3.82}$$

e substituindo na equação de Boltzmann, obtêm-se

$$-HT\left(\frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial T}\right)_{E/T} \ = \ C[f_{\nu_S}] \ , \tag{3.83}$$

obtêm-se

$$Ha\frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial a} \ = \ C[f_{\nu_S}] \ . \tag{3.84}$$

3.4.1.1 Termos de colisão do Neutrino Estéril

Por não existir nenhum vértice fundamental no modelo padrão de partículas elementares que envolva interação com neutrinos de mão direita, o único termo de colisão dessas partículas é a taxa de conversão de quiralidade do neutrino de mão esquerda

$$C[f_{\nu_S}] \ = \ \Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s}\left[f_{\nu_\alpha} \ - \ f_{\nu_S}\right] \ , \tag{3.85}$$

sendo que a oscilação é não ressonante e, portanto, não causará distorção apreciável na distribuição dos neutrinos ativos. Dessa forma, pode-se desprezar a diferença ($-f_{\nu_S}$) no lado direito da equação acima obtendo-se

$$C[f_{\nu_S}] \ = \ \Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s} f_{\nu_\alpha} \ , \tag{3.86}$$

a taxa de conversão de quiralidade será o produto entre a probabilidade de oscilação e a taxa de espalhamento do neutrino ativo, momento do colapso do pacote contendo ambas quiralidades, em um processo de decoerência por espalhamento

$$\Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s} = P_{\nu_\alpha \to \nu_s} \times \Gamma_\nu \ , \tag{3.87}$$

a probabilidade de oscilação entre os dois estados descritos nas equações 3.72 e 3.73 será

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_s} = \underbrace{sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)}_{\to 1/2} sin^2\left(2\theta\right) \ . \tag{3.88}$$

As interações dos neutrinos ativos que provocam o colapso dos pacotes de superposição são

$$\nu_\alpha + \nu_\beta \rightleftharpoons \nu_\alpha + \nu_\beta \ , \tag{3.89}$$

$$\nu_\alpha + l^\pm \rightleftharpoons \nu_\alpha + l^\pm \ , \tag{3.90}$$

$$\nu_\alpha + q \rightleftharpoons \nu_\alpha + q \ , \tag{3.91}$$

$$\nu_\alpha + \nu_\alpha \to l^+ + l^- \ . \tag{3.92}$$

Para efeito de simplificação, será considerado que a totalidade da conversão de quiralidade ocorre a baixas temperaturas, na faixa de 1MeV $\lesssim T \lesssim$ 20MeV, abaixo da temperatura de transição hadrônica e de equilíbrio de criação-aniquilação de pares de múons e taus. Assim, a taxa de interação dos neutrinos ativos resume-se às interações entre si próprios por corrente neutra e entre pares elétron-pósitron para neutrinos eletrônicos por corrente carregada [152]

$$\Gamma_\nu = \frac{7\pi}{24} G_F^2 E T^4 \ , \tag{3.93}$$

Substituindo no termo de colisão $C[f_{\nu_S}]$ e então na equação de Boltzmann

$$\frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial a} = \frac{1}{2aH} sin^2(2\theta) \frac{7\pi}{24} G_F^2 E T^4 f_{\nu_\alpha} \ . \tag{3.94}$$

No entanto, o ângulo de oscilação de quiralidade θ sofre efeito de densidade e temperatura finitas pois um potencial gerado por um mar de neutrinos e elétrons cria um índice de refração efetivo entre quiralidade interagente e estéril do neutrino em um efeito equivalente ao MSW [195–197] de oscilações entre sabores de neutrinos ativos, o ângulo efetivo será [157, pág.333]

$$sin(2\theta) \implies sin(2\theta_M) \ , \tag{3.95}$$

$$tg(2\theta_M) \ = \ \frac{tg(2\theta)}{1 \ - \ \frac{2EV}{cos(2\theta)\Delta m^2}} \ , \tag{3.96}$$

$$sin^2(2\theta_M) \ = \ \frac{sin^2(2\theta)}{\left(cos(2\theta) \ - \ \frac{2EV}{\Delta m^2}\right)^2 \ + \ sin^2(2\theta)} \ \simeq \ \frac{sin^2(2\theta)}{\left(1 \ - \ \frac{2EV}{\Delta m^2}\right)^2} \ , \tag{3.97}$$

$$\Delta m^2 \ \equiv \ m^2_{\nu_S} \ - \ m^2_{\nu_\alpha} \ \cong \ m^2_{\nu_S} \ . \tag{3.98}$$

O potencial será [189–193]

$$V \ = \ V_T \ + \ V_D \ , \tag{3.99}$$

$$V_D(\nu_e) \ = \ \sqrt{2}G_F\left[2(n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e}) \ + \ (n_{\nu_\mu} - n_{\bar{\nu}_\mu}) \ + \ (n_{\nu_\tau} - n_{\bar{\nu}_\tau}) \ + \ (n_{e^-} - n_{e^+}) \ - \ \frac{n_n}{2}\right] \ , \tag{3.100}$$

$$V_D(\nu_\mu) \ = \ \sqrt{2}G_F\left[(n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e}) \ + \ 2(n_{\nu_\mu} - n_{\bar{\nu}_\mu}) \ + \ (n_{\nu_\tau} - n_{\bar{\nu}_\tau}) \ - \ \frac{n_n}{2}\right] \ , \tag{3.101}$$

$$V_D(\nu_\tau) \ = \ \sqrt{2}G_F\left[(n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e}) \ + \ (n_{\nu_\mu} - n_{\bar{\nu}_\mu}) \ + \ 2(n_{\nu_\tau} - n_{\bar{\nu}_\tau}) \ - \ \frac{n_n}{2}\right] \ , \tag{3.102}$$

$$V_T \ = \ -\frac{8\sqrt{2}G_F p_\nu}{3m_Z^2}\left[\langle E_{\nu_\alpha}\rangle \, n_{\nu_\alpha} \ + \ \langle E_{\bar{\nu}_\alpha}\rangle \, n_{\bar{\nu}_\alpha}\right] \ - \ \frac{8\sqrt{2}G_F p_\nu}{3m_W^2}\left[\langle E_\alpha\rangle \, n_\alpha \ + \ \langle E_{\bar{\alpha}}\rangle \, n_{\bar{\alpha}}\right] \ . \tag{3.103}$$

Considerando que

$$V_D \ \propto \ T^3 \quad e \quad V_T \ \propto \ T^4 \ , \tag{3.104}$$

e, portanto, a altas temperaturas como ocorre no plasma cosmológico o efeito de temperatura finita domina sobre o de densidade [189, 190]

$$V \simeq V_T = -c\Gamma_\nu \ , \tag{3.105}$$

$$c = \frac{4sin^2(2\theta_W)}{15\alpha} \simeq 26 \ . \tag{3.106}$$

Substituindo o potencial dominante no ângulo efetivo 3.97 e então na equação de Boltzmann 3.94 obtêm-se a seguinte expressão

$$\frac{\partial f_{\nu_S}}{\partial a} = \frac{1}{2aH}\frac{sin^2(2\theta)}{\left[1 + \frac{14\pi}{24}\frac{G_F^2T^4E^2c}{m_{\nu_s}^2}\frac{c_2}{0{,}17}\right]^2}\frac{7\pi}{24}G_F^2ET^4f_{\nu_\alpha} \ , \tag{3.107}$$

$$c_2 = 0,61 \quad \text{para } \alpha = e \ , \tag{3.108}$$

$$c_2 = 0,17 \quad \text{para } \alpha = \mu,\ \tau \ . \tag{3.109}$$

Para fazer a integração sobre o fator de escala pode-se utilizar da seguinte troca de variáveis

$$y \equiv Ea \ , \qquad x \equiv a\ MeV \ , \qquad \xi = \frac{y}{x^3} \ , \qquad d\xi = -\frac{3y}{x^4}dx \ , \tag{3.110}$$

$$\int_0^\infty \frac{d\xi}{(1 + \beta^2\xi^2)^2} = \frac{4}{\pi\beta} \ . \tag{3.111}$$

Utilizando a equação de Friedmann para um universo dominado por radiação e substituindo o valor da constante de Fermi e da massa de Planck

$$H = 1,66g_\star^{1/2}\frac{T^2}{M_{Pl}} \ , \tag{3.112}$$

$$G_F = 1,16639.10^{-5}GeV^{-2} \ , \tag{3.113}$$

$$M_{Pl} \;=\; 1,221.10^{19} GeV \;, \tag{3.114}$$

obtêm-se a razão entre as funções de distribuição dos neutrinos ativos e estéreis

$$f_{\nu_S} \;=\; \frac{9.10^8}{c_2^{1/2}} \left(\frac{10,75}{g_\star}\right)^{1/2} sin^2(2\theta) \left(\frac{m_s}{\text{MeV}}\right) f_{\nu_\alpha} \;, \tag{3.115}$$

e a razão entre os números de densidade [152] sendo

$$n_{\nu_S} \;=\; 6,53.10^{-5} \left(\frac{\text{MeV}}{m_s}\right) \left(\frac{\Omega_S}{0,3}\right) \left(\frac{h}{0,65}\right)^2 n_{\nu_\alpha} \;, \tag{3.116}$$

pode-se igualar as duas razões para obter finalmente

$$sin^2(2\theta) \;=\; \frac{7,08.10^{-13}}{c_2^{-1/2}} \left(\frac{g_\star}{10,75}\right)^{1/2} \left(\frac{\text{MeV}}{m_s}\right) \left(\frac{h}{0,65}\right)^2 \times f_s \;, \tag{3.117}$$

$$f_s \;\equiv\; \frac{\Omega_S}{\Omega_{DM}} \;. \tag{3.118}$$

Para $c_2 = 0,61$, $g_\star = 10,75$ e $h = 0,732$ [9]

$$f_s \;=\; 1,79.10^{12} sin^2(2\theta) \left(\frac{m_s}{\text{MeV}}\right)^2 \;, \tag{3.119}$$

$$log_{10}(f_s) \;=\; -0,038 \;+\; 2log_{10}\left(\frac{m_s}{\text{KeV}}\right) \;+\; log_{10}\left(\frac{sin^2(2\theta)}{10^{-7}}\right) \;. \tag{3.120}$$

A equação acima descreve uma linha no espaço de parâmetros de massa(m_s), ângulo de mistura(θ) e fração de matéria escura(f_s) que pode ser visualizado no gráfico da figura 3.7.

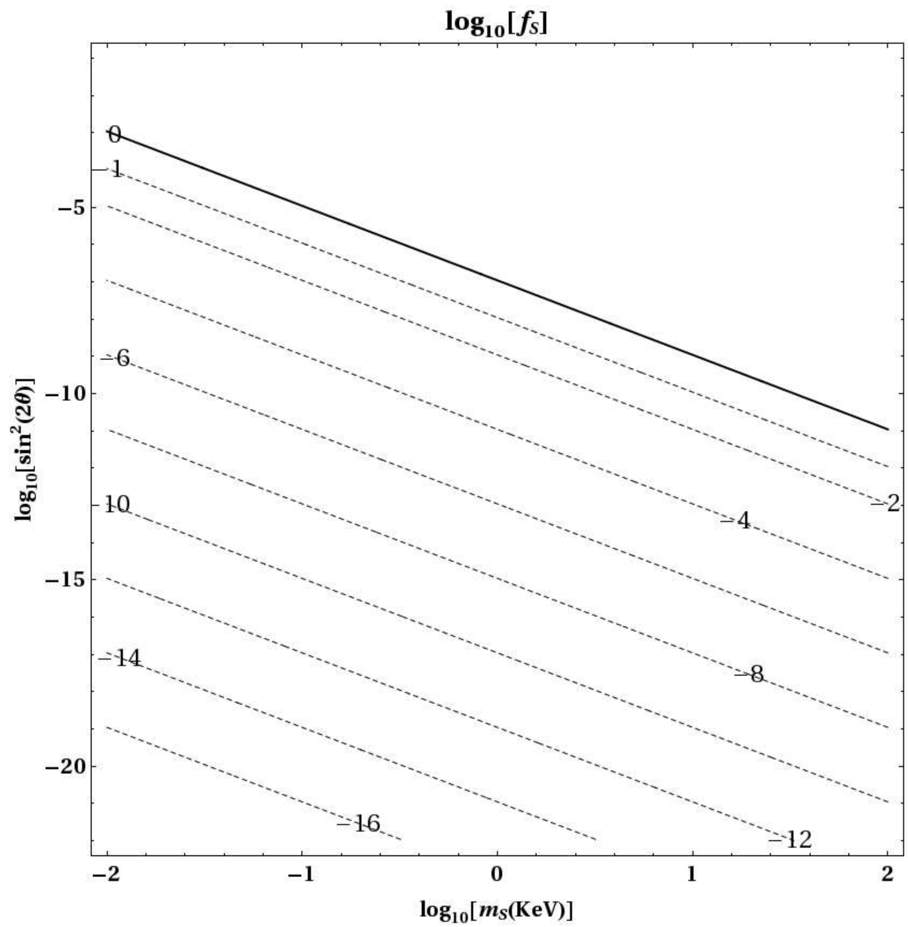

Figura 3.7: Abundância teórica de neutrinos estéreis dada pela equação 3.120.

Cálculos recentes mais precisos que consideram correções hadrônicas e o espalhamento por corrente carregada de neutrinos do múon e do tau com seus respectivos léptons carregados a temperaturas mais altas obtêm a seguinte abundância [194]

$$log_{10}(f_s) \;=\; 0,17 \;+\; 1,84 log_{10}\left(\frac{m_s}{\mathrm{KeV}}\right) \;+\; log_{10}\left(\frac{sin^2(2\theta)}{10^{-7}}\right) \;. \tag{3.121}$$

Entre as condições do mecanismo proposto por Dodelson e Widrow é que a oscilação de quiralidade é não ressonante, dessa forma o neutrino estéril produzido não termalizaria com o plasma cosmológico permitindo-o manter um baixo número de densidade e portanto uma massa mais alta sem afetar em demasiado a formação de estruturas. Além desse efeito, também é desejável que a postulação de famílias extras de neutrinos não afetem a formação dos elementos leves como discutido na seção 3.2 e em especial na equação 3.31. A condição de não equilíbrio é que a taxa de produção não supere a taxa de expansão do universo

$$\frac{\Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s}}{H} \; < \; 1 \; , \tag{3.122}$$

sendo $\Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s}$ dada pela equação 3.87

$$\frac{\Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s}}{H} \; = \; \frac{P_{\nu_\alpha \to \nu_s} \times \; \Gamma_\nu}{H} = < \; 1 \; , \tag{3.123}$$

$$\frac{\Gamma_{\nu_\alpha \to \nu_s}}{H} \; = \; \left(\frac{1}{2} \frac{sin^2(2\theta)}{\left[1 \; + \; \frac{14\pi}{24} \frac{G_F^2 T^4 E^2 c}{m_{\nu_s}^2} \frac{c_2}{0{,}17}\right]^2} \frac{7\pi}{24} G_F^2 E T^4 \right) \left(1,66 g_\star^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}} \right)^{-1} \; < \; 1 \; . \tag{3.124}$$

Aproximando a energia pela temperatura e utilizando fração máxima ($f_s = 1$), pois implica máximo de produção como pode ser observado na equação 3.119, obtêm-se a taxa de expansão contida no gráfico da figura 3.8.

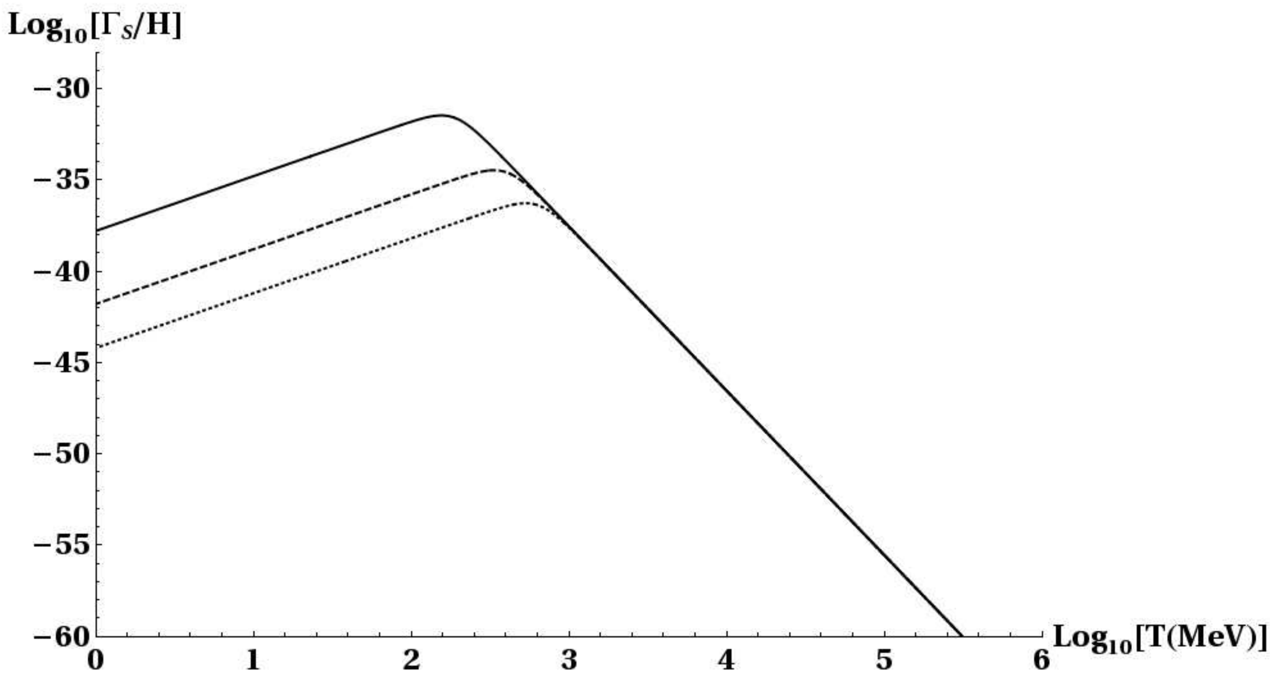

Figura 3.8: Razão entre a expansão do universo e a taxa de produção de neutrinos estéreis em fração máxima da matéria escura ($f_s = 1$) para valores de massas $m_s = 1$KeV(contínua), 10KeV(tracejada) e 40KeV(pontilhada).

A temperatura de máxima produção será

$$T_{\text{Máx. Produção}} \;=\; 155,8\left(\frac{m_s}{\text{KeV}}\right)^{1/3} \;, \tag{3.125}$$

e a esta temperatura, a razão entre a taxa de produção e a taxa de expansão do universo será

$$\frac{\Gamma_{\nu_\alpha\to\nu_s}}{H}(\text{Máx. Produção}) \;=\; 3,3.10^{-41}\left(\frac{\text{MeV}}{m_s}\right)^3 \;, \tag{3.126}$$

que sob a condição de estar fora do equilíbrio implica em

$$\frac{\Gamma_{\nu_\alpha\to\nu_s}}{H}(\text{Máx. Produção}) \;<\; 1 \quad\Longrightarrow\quad m_s \;>\; 1,5.10^{-11}\text{KeV} \;, \tag{3.127}$$

condição plenamente satisfeita pelo modelo de massa que prevê massas da ordem de $\sim$KeV.

Pela análise do gráfico da figura 3.8 e das equações acima, pode-se concluir que o mecanismo de produção por oscilação de quiralidade garante que o neutrino estéril não estará em equilíbrio com o plasma cosmológico e, portanto, não contará como grau de liberdade relativístico extra, como a equação 3.31 exclui. No entanto, a temperatura em que ocorre o ponto de máxima produção, contida na equação

3.125 e reproduzida no gráfico 3.9, aproxima-se rapidamente das temperaturas de equilíbrio dos léptons mais pesados e quarks.

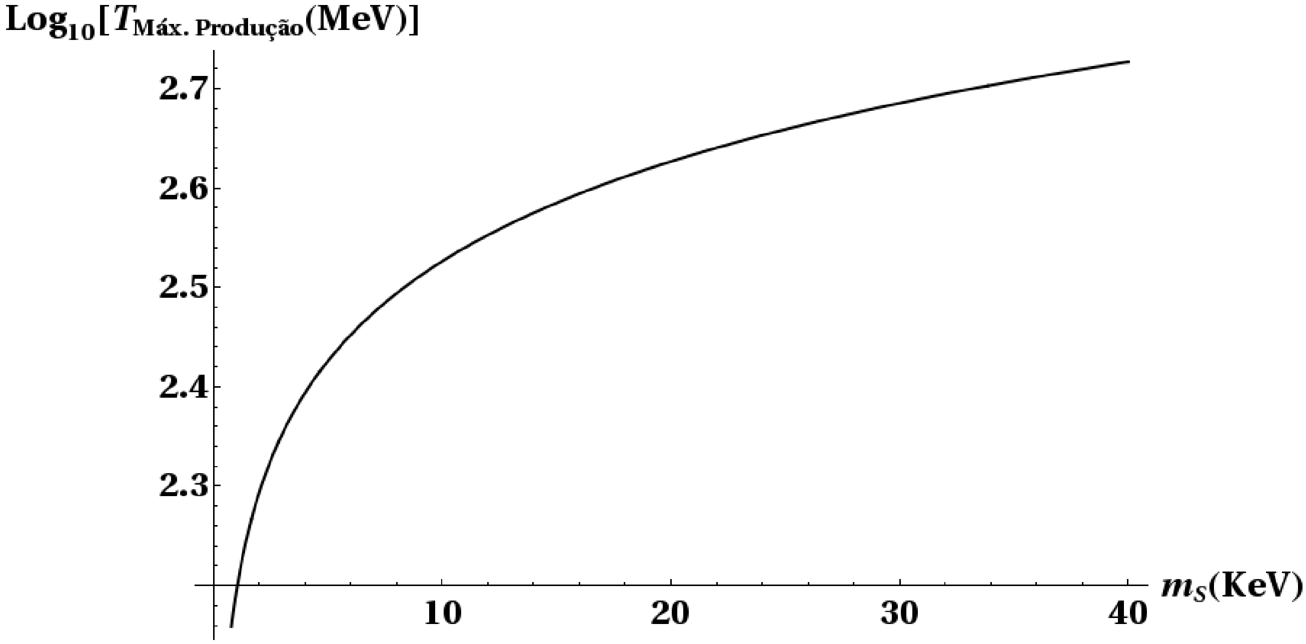

Figura 3.9: Temperatura de máxima produção de neutrinos estéreis por oscilação de quiralidade.

Cálculos numéricos que incluem correções hadrônicas e de correntes carregadas com léptons mais pesados [194] mostraram que a aproximação eletrônica, que pode ser deduzida analiticamente, é uma boa aproximação.

3.4.2 Observação direta por decaimento radiativo

O canal de decaimento principal do auto-estado da Hamiltoniana quase-totalmente estéril (3.73), representado no gráfico da figura 3.10, é dado por [198–200]

$$\nu_2 \longrightarrow \nu_1 + \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha \,, \tag{3.128}$$

$$\Gamma_{\nu_2 \to 2\nu_\alpha, \nu_1} = \frac{sin^2(2\theta) G^2 m_s^5}{768\pi^3} \,, \tag{3.129}$$

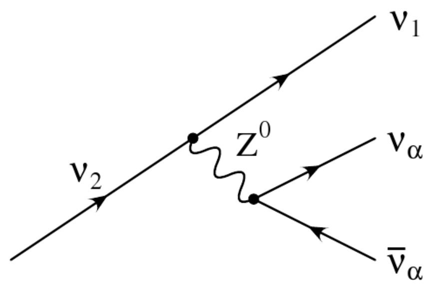

Figura 3.10: Principal canal de decaimento do auto-estado da Hamiltoniana quase totalmente estéril $(|\ \nu_2\rangle)$.

que na prática caracteriza um decaimento invisível. No entanto, há um canal de decaimento radiativo subdominante ($BR \approx 1/128$ [199]), representado no gráfico da figura 3.11, que pode ser utilizado para detectar um sinal astrofísico de matéria escura formada por neutrinos estéreis

$$\nu_2 \;\longrightarrow\; \nu_1 \;+\; \gamma \;, \tag{3.130}$$

$$E_\gamma \;\simeq\; m_2/2 \;\simeq\; m_s/2 \;, \tag{3.131}$$

$$\Gamma_{\nu_2\to\nu_1,\gamma} \;=\; \frac{9\alpha G^2}{256*4\pi} sin^2(2\theta) m_s^5 \;, \tag{3.132}$$

$$\Gamma_{\nu_2\to\nu_1,\gamma} \;=\; 5,6.10^{-22} sin^2(2\theta) \left(\frac{m_s}{KeV}\right)^5 s^{-1} \;. \tag{3.133}$$

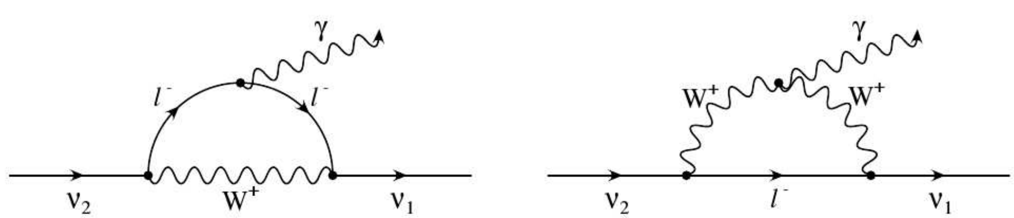

Figura 3.11: Canal radiativo de decaimento do auto-estado da Hamiltoniana quase totalmente estéril (ν_2).

Os fótons emitidos por decaimento da matéria escura uniformemente distribuída formam um fundo de radiação em raios-x cuja energia sofre de deslocamento para o vermelho à medida que propaga-se no universo, dessa forma o fluxo desses fótons é dado por [201]

$$\frac{d^2F}{dEd\Omega} = \frac{\Gamma_{\nu_2\to\nu_1,\gamma}}{4\pi}\frac{n_{\nu_S^0}}{EH(z_0)} , \tag{3.134}$$

$$\nu_S^0 = \nu_S^i e^{-\Gamma_{\text{Total}}t_0} , \tag{3.135}$$

$$1 + z_0 = \frac{m_s/2}{E} . \tag{3.136}$$

Os fótons emitidos nesse processo estariam na faixa dos raios-x, vários satélites (Chandra, XMM-Newton e HEAO-1, por exemplo) que detectam radiação nessa faixa foram incapazes até este momento de observar sinais de decaimento compatíveis, dessa forma, a partir desse sinal negativo é gerado uma região de exclusão do espaço de parâmetros do neutrino estéril, as medidas mais recentes [202, 203] do fluxo de raio-x de fundo dos satélites XMM e HEAO impõem o seguinte limite empírico no espaço de fase

$$\Omega_S sin^2(2\theta) < 3.10^{-5}\left(\frac{m_s}{\text{KeV}}\right)^{-5} , \tag{3.137}$$

esta área de exclusão pode ser visualizada na linha tracejada azul no gráfico da figura 3.12.

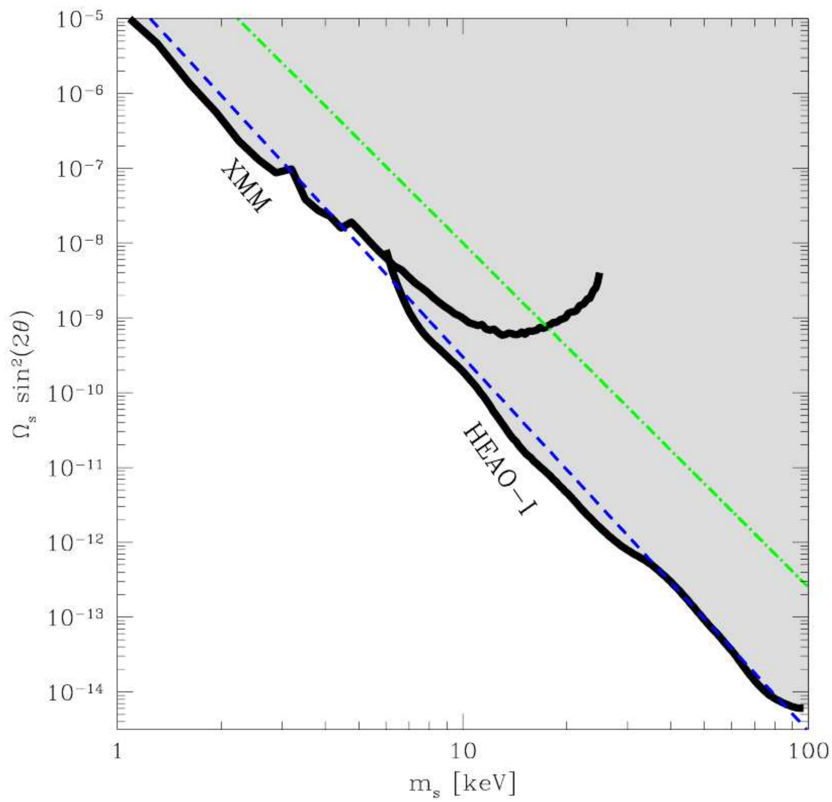

Figura 3.12: Região excluída do espaço de parâmetros pelo sinal negativo do decaimento radiativo do neutrino estéril [202].

Em termos de fração da matéria escura, para $\Omega_{DM} = 0,196$ (WMAP3 [9])

$$f_s \; < \; \frac{1,53.10^{-4}}{sin^2(2\theta)} \left(\frac{m_s}{\mathrm{KeV}}\right)^{-5} \; . \tag{3.138}$$

Apesar de ser uma observação direta, a detecção de raios-x provenientes do decaimento de uma suposta matéria escura composta por neutrinos estéreis deveria ser confirmada por experimentos terrestres que comprovem ângulos de mistura e massa da partícula candidata de forma controlada e inequívoca. Para o neutrino estéril, este requisito implica em complicações adicionais pois esta partícula interage apenas gravitacionalmente, diferentemente de candidatos "WIMPs"(1.7) que possuem seção de choque da ordem eletrofraca. Apesar dessa dificuldade, há propostas de procura em sinais do decaimento β do tritium e de outros núcleos, uma análise sobre essa perspectiva pode ser encontrada em [204] e outra sobre a possibilidade da observação em aceleradores em [205].

3.4.3 Formação de Estruturas de Grande Escala

Assim como para o caso dos neutrinos ativos, neutrinos estéreis também suprimem formação de estruturas de pequena escala ao dissipar perturbações cujo comprimento de onda seja menor que o livre caminho médio desta partícula após a transição da era da radiação para a era da matéria. No entanto, como o neutrino estéril é produzido fora do equilíbrio, por oscilação não ressonante, então não apresenta espectro de radiação de corpo negro e dessa forma seu número de densidade não está fixo. Por não possuir densidade proporcional somente à sua própria massa, a massa do neutrino estéril pode ser maior sem necessariamente violar a densidade de matéria ou densidade crítica do universo. O limite superior para a massa do neutrino estéril é dado pelo modelo descrito na seção 2.6 e também pela ausência de sinal do decaimento radiativo contido na equação 3.138.

A supressão causada por partículas relativísticas independe do mecanismo de produção, dado massa e densidade. Assim, o critério de análise de formação de estruturas em pequena escala utilizado para limitar a soma das massas dos neutrinos ativos também é aplicável para neutrinos estéreis. O livre caminho médio do neutrino estéril é dado por [91, 151, 181]

$$\lambda_S \simeq 1,2\text{Mpc}\left(\frac{\text{KeV}}{m_s}\right)\frac{\langle p/T\rangle}{3,15}\,, \tag{3.139}$$

sendo $\langle p/T\rangle \sim 0,9$. As menores estruturas geradas com uma partícula com esse livre caminho médio será

$$M \approx 2,6.10^{11} M_{\odot}\Omega \text{h}^2\left(\frac{\text{KeV}}{m_s}\right)\left(\frac{\langle p/T\rangle}{3,15}\right)^3\,. \tag{3.140}$$

Considerando o pequeno valor do livre caminho médio de neutrinos estéreis com massas da ordem de $\sim$ KeV, para observar o efeito de supressão e impor limites inferiores à sua massa é necessário investigar estruturas de escalas da ordem de $\sim$ Mpc. No entanto, estruturas desse diâmetro em épocas atuais estão em regime não-linear o que dificulta, se não impossibilita completamente, a tarefa de testar modelos cosmológicos através do espectro de potência, construído a partir de perturbações lineares conforme seção 1.4. É necessário, portanto, procurar por estruturas de pequena escala e ao mesmo tempo localizadas a grandes distâncias, novamente e não coincidentemente, as florestas de Lyman-α, espectro de absorção na figura 3.13 e de matéria na figura 3.4, são as estruturas ideais para testar modelos com neutrino estéril como matéria escura [145, 186, 207, 208]

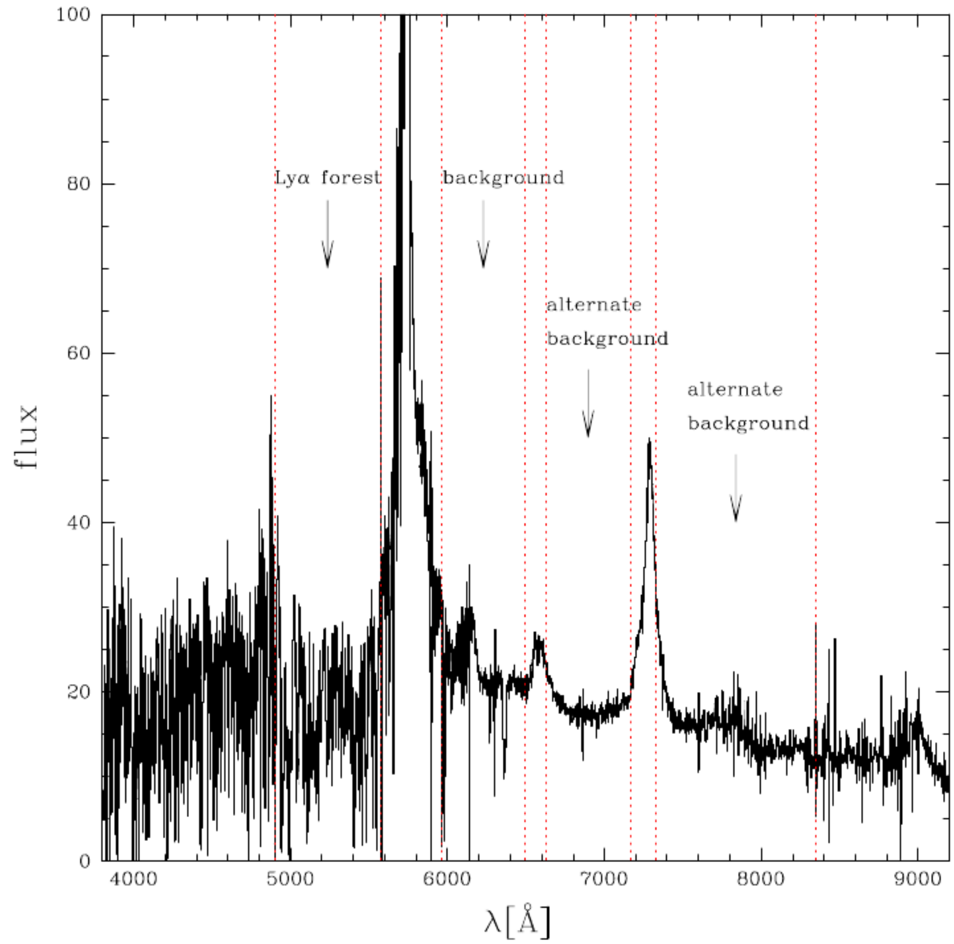

Figura 3.13: Espectro de absorção em nuvens de hidrogênio em z=3,7 medidas pelo SDSS-DR5 [186].

Através da análise dos espectros de florestas de Lyman-α, não foi encontrado [145] nenhuma supressão no espectro de potência da matéria em relação ao modelo puramente ΛCDM implicando, portanto, em limites inferiores para a massa do neutrino estéril conforme equação 3.139.

$$\lambda_S \ < \ \lambda_{Lyman-\alpha} \quad \Longrightarrow \quad m_s \ > \ \frac{1,2}{\lambda_{Lyman-\alpha}} \frac{\langle p/T \rangle}{3,15} \mathrm{KeV} \ , \tag{3.141}$$

$$m_s \ > \ 10\mathrm{KeV} \ (99{,}9\%\mathrm{CL}) \ [145] \ . \tag{3.142}$$

No entanto, neste trabalho o autor utilizou a hipótese que os neutrinos estéreis formam a totalidade da matéria escura ($f_s = 1$), relaxando essa restrição, realizamos simulações nas quais a fração da matéria escura é um parâmetro livre assim como sua massa ($\{f_s, m_s\}$), em um modelo cosmológico que pode ser designado como ΛW_sCDM. Como resultado, obtivemos espectros de potência da matéria para cada valor dos parâmetros, como o contido no gráfico da figura 3.14.

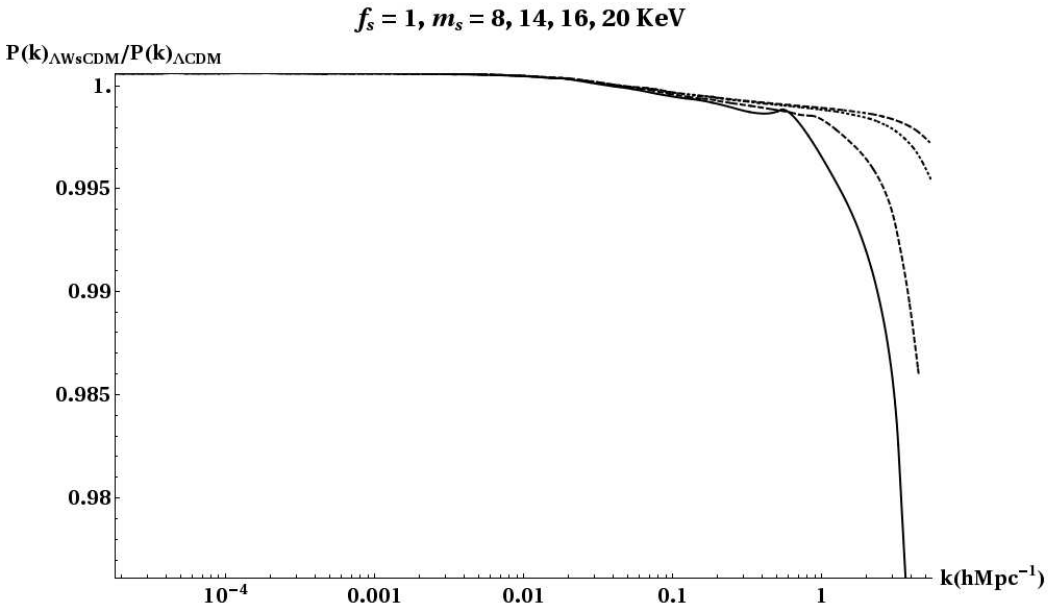

Figura 3.14: Razão entre os espectros de potência da matéria dos modelos ΛW_sCDM e ΛCDM mostram o efeito da supressão causada por neutrinos estéreis para diferentes massas, para m_s = 8KeV(contínua), 14KeV(tracejada), 16KeV(pontilhada) e 20KeV(ponto-tracejada).

A melhor forma de analisar esse resultado é através da comparação entre estes espectros e o do modelo puramente ΛCDM para cada valor de comprimento de onda de perturbação, um destes mapas pode ser visualizado no gráfico da figura 3.15 para k=2hMpc^{-1}, comprimento escolhido por ser sensível à supressão como pode ser visto pela equação 3.139 ou no gráfico 3.14.

A curva com supressão de 0,6% é a curva sobre a qual está o ponto de exclusão ($f_s = 1$ e $m_s = 10$KeV) obtido por Seljak et al. [145], portanto, todos os pontos abaixo dessa curva de iso-supressão estão igualmente excluídos com a mesma significância

$$log_{10}(m_s) \ > \ 1,05 \ + \ 0.721 \times log_{10}(f_s) \ + \ 0,082 \times log_{10}(f_s)^2 + 0,029 \times log_{10}(f_s)^3 \ . \tag{3.143}$$

Os parâmetros utilizados tanto para ΛW_sCDM e ΛCDM são os obtidos pela análise do espectro de anisotropias da radiação cósmica de fundo do WMAP3 [9], exceto o parâmetro de densidade da matéria escura não relativística que juntamente com o neutrino estéril deve compor a totalidade da matéria

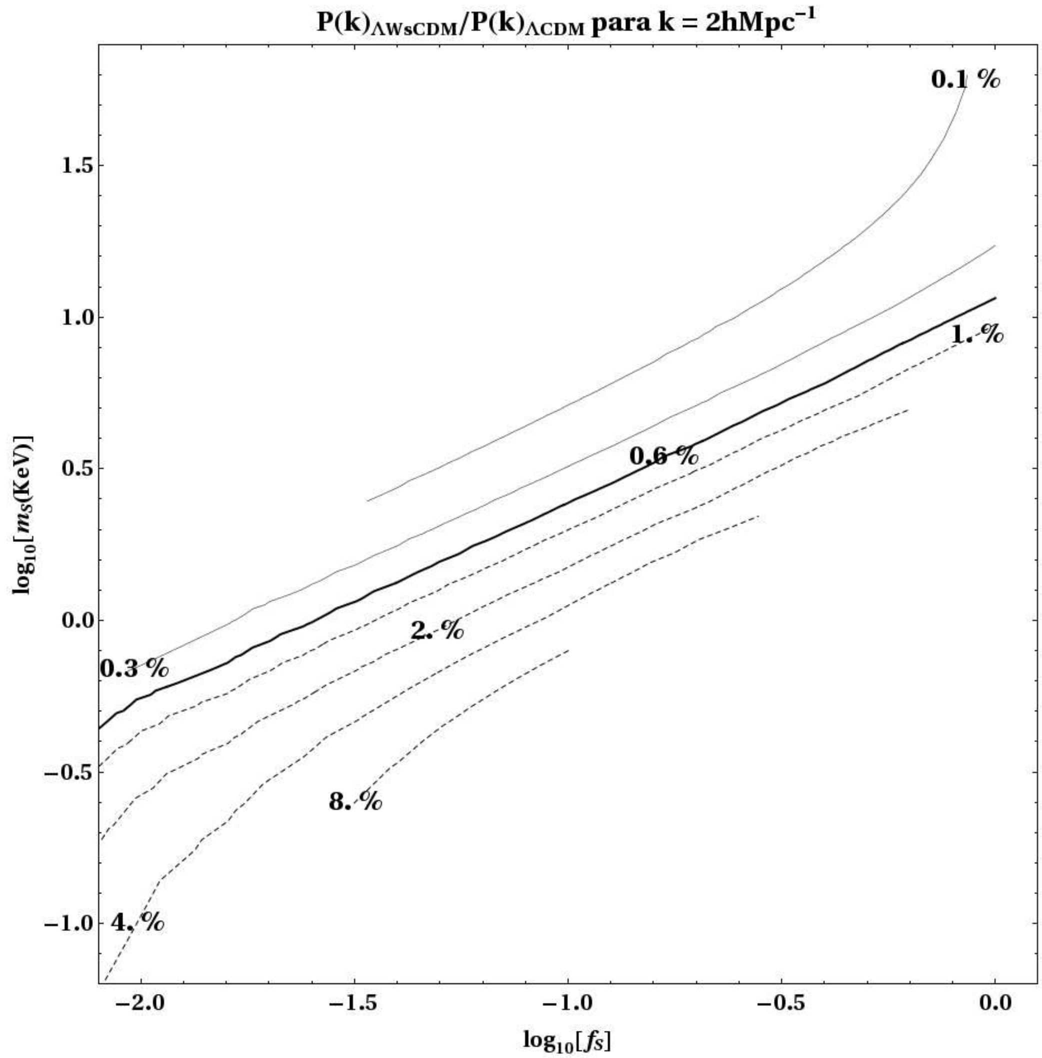

Figura 3.15: Mapa da supressão do espectro de potência da matéria causada por neutrinos estéreis no comprimento de onda de k=2hMpc^{-1}.

escura

$$\Omega_{DM} \;=\; \Omega_{CDM} \;+\; \Omega_S \;=\; (1-f_s)*\Omega_{DM} \;+\; f_s*\Omega_{DM} \;=\; 0,196 \;\; [9]. \tag{3.144}$$

Os outros valores utilizados de parâmetros e constantes foram

Ω_M	Ω_b	h	n_s	τ	σ_8
0,238	0,0416	0,732	1	0,089	0,761

, (3.145)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} T_\gamma & w_\Lambda & r & \Omega_k & \Omega_\Lambda & \Omega \\ \hline 2,725K & -1 & 0 & 0 & 0,72 & 1 \end{array} . \quad (3.146)$$

O programa utilizado para gerar os espectros de potência foi o CMBFast [209], modificado para incluir uma componente no modelo cosmológico com a seguinte função de distribuição [210]

$$f_\xi \ = \ \frac{\beta}{e^{\frac{p}{\alpha T_\gamma}} \ + \ 1} \ , \quad (3.147)$$

e parâmetro de densidade

$$\Omega_\xi h^2 \ = \ \beta \left(\frac{\alpha^3}{4/11} \right) \frac{m_\xi}{91,2eV} \ , \quad (3.148)$$

sendo que

$$\alpha \ = \ \left(\frac{g_\star(T_0)}{g_\star(T_{D\xi}))} \right)^{1/3} \ , \quad (3.149)$$

e β está relacionado com o mecanismo de produção da partícula ξ. Para o caso do neutrino estéril produzido via mecanismo DW, a temperatura de desacoplamento é a mesma do neutrino ativo ($\alpha = (4/11)^{1/3}$) e a função β está relacionada com o ângulo de mistura

$$f_{\nu_S} \ = \ \frac{\beta}{e^{\frac{p}{T_\nu}} \ + \ 1} \ , \quad (3.150)$$

e parâmetro de densidade

$$\Omega_{\nu_S} h^2 \ = \ \beta \frac{m_s}{91,2eV} \ , \quad (3.151)$$

$$\beta \ = \ f[sin^2(2\theta)] \ . \quad (3.152)$$

No entanto, para efeitos práticos, o espectro de potência de neutrino estéril produzido por oscilação de quiralidade ou por um desacoplamento remoto numa simetria $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ seriam idênticos

$$P(k)_{\text{Desacoplamento Remoto}}(m_1) \ = \ P(k)_{\text{Oscilação via mecanismo DW}}(m_2) \ , \quad (3.153)$$

$$m_2 \ = \ 163 \left(\frac{m_1}{100\text{eV}} \right)^{4/3} \left(\frac{0,5}{\text{h}} \right)^{2/3} \text{eV} \ . \quad (3.154)$$

Esta relação foi utilizada para simplificar a implementação do neutrino estéril no programa integrador de Boltzmann CMBFast [209] e obter os resultados aqui apresentados.

3.4.4 Resultado final

O resultado final do trabalho realizado sobre neutrino estéril como matéria escura pode ser resumido nas seguintes equações obtidas nas subseções anteriores

Abundância teórica (3.4.1)

$$f_s \ = \ 1,79.10^6 sin^2(2\theta)\left(\frac{m_s}{\text{KeV}}\right)^2 \ , \tag{3.155}$$

Detecção direta (3.4.2)

$$f_s \ < \ \frac{1,53.10^{-4}}{sin^2(2\theta)}\left(\frac{m_s}{\text{KeV}}\right)^{-5} \ , \tag{3.156}$$

Formação de estruturas (3.4.3)

$$log_{10}(m_s) \ > \ 1,05 \ + \ 0.721 \times log_{10}(f_s) \ + \ 0,082 \times log_{10}(f_s)^2 + 0,029 \times log_{10}(f_s)^3 \ . \tag{3.157}$$

A análise conjunta pode ser visualizada nos gráficos das figuras 3.16 a 3.19, para diferentes valores da fração de composição f_s.

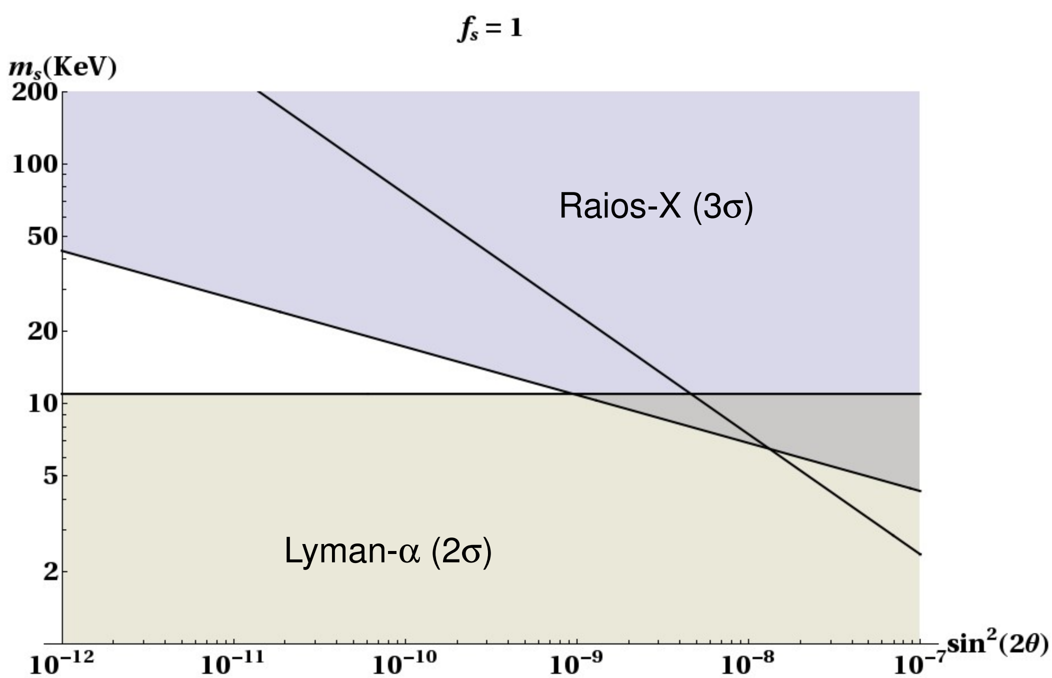

Figura 3.16: Espaço de fase do modelo ΛW_sCDM para $f_s = 1$. Linha contínua dada pela abundância teórica, limite superior pela ausência do sinal radiativo em raios-x difusos e limite inferior pela ausência de supressão em Lyman-α.

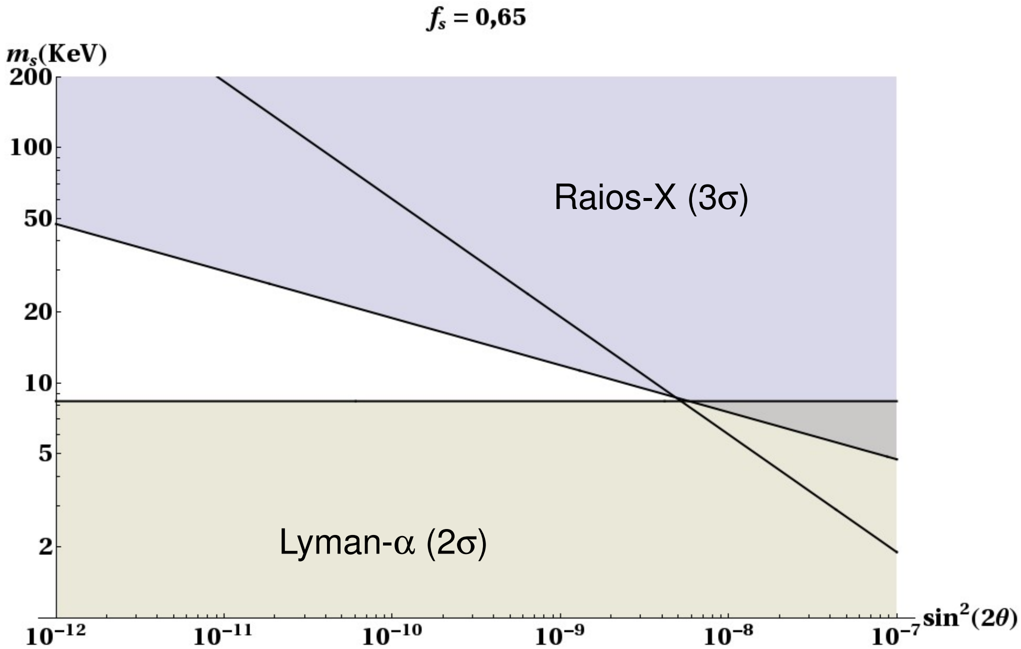

Figura 3.17: Espaço de fase do modelo ΛW_sCDM para $f_s = 0,65$. Linha contínua dada pela abundância teórica, limite superior pela ausência do sinal radiativo em raios-x difusos e limite inferior pela ausência de supressão em Lyman-α.

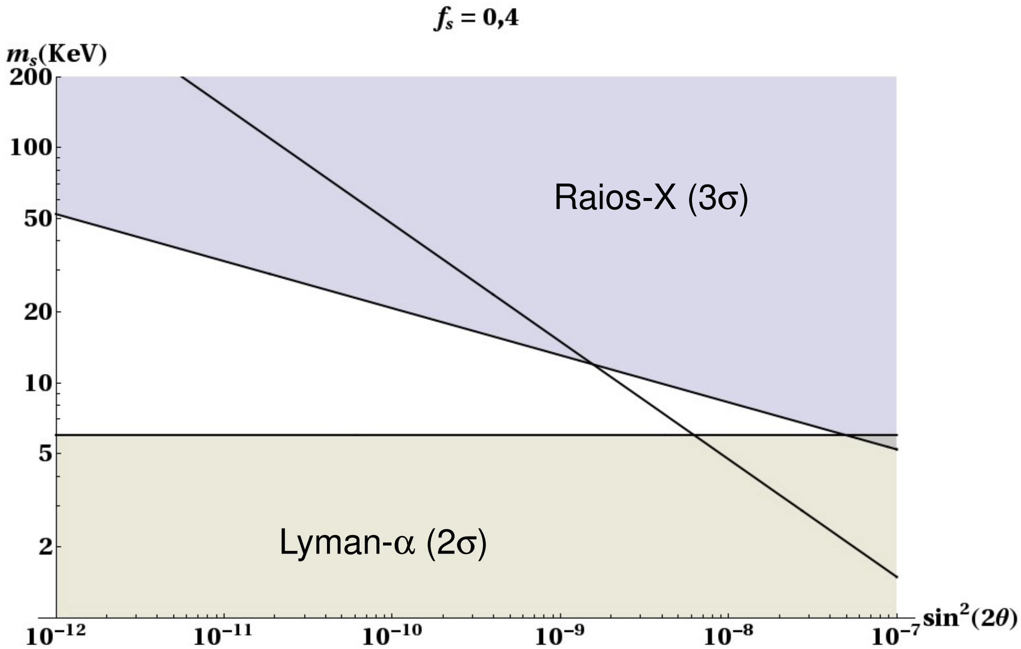

Figura 3.18: Espaço de fase do modelo ΛW_sCDM para $f_s = 0,4$. Linha contínua dada pela abundância teórica, limite superior pela ausência do sinal radiativo em raios-x difusos e limite inferior pela ausência de supressão em Lyman-α.

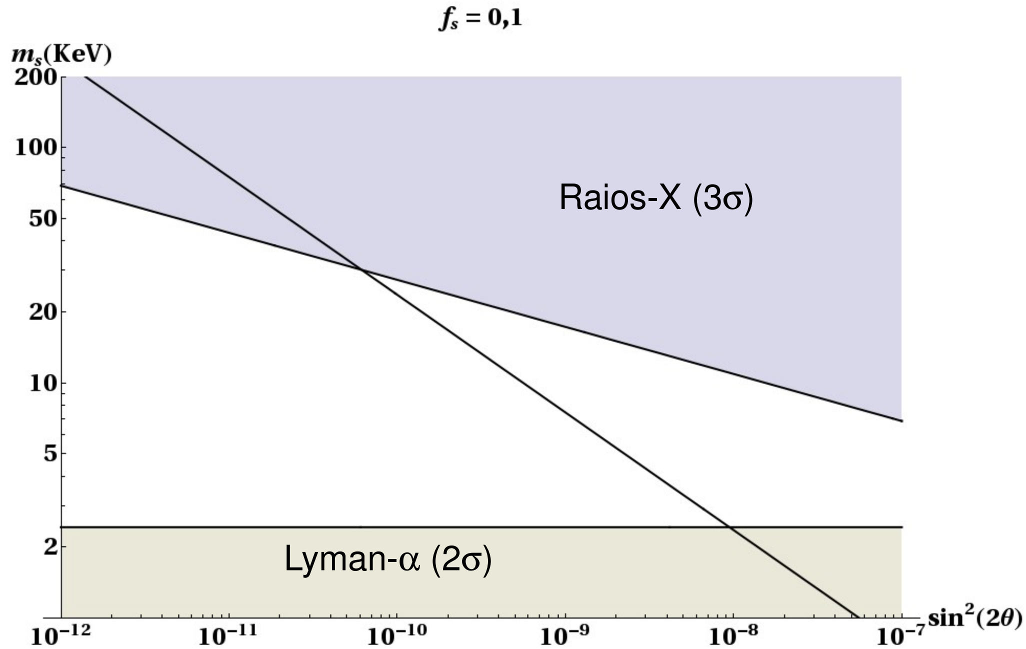

Figura 3.19: Espaço de fase do modelo ΛW_sCDM para $f_s = 0,1$. Linha contínua dada pela abundância teórica, limite superior pela ausência do sinal radiativo em raios-x difusos e limite inferior pela ausência de supressão em Lyman-α.

A combinação dos dados demonstrou que haverá espaço de fase acessível para

$$f_s \;\leq\; 0,65 \; (2\sigma) \; . \tag{3.158}$$

Este valor está ligeiramente abaixo do obtido em trabalho publicado no final de 2007 por Palazzo [206], que calculou o limite de $f_s \;\leq\; 0,7 \; (2\sigma)$. Embora o valor obtido esteja abaixo daquele calculado por terceiros e a uma mesma significância, há uma grande diferença entre os trabalhos que dificulta a comparação direta entre esses valores e suas respectivas imprecisões. A previsão teórica da abundância calculada nesta tese de mestrado foi obtida de forma analítica, onde para isso foi desprezada contribuições de segunda ordem das transições de equilíbrio de múons, taus e hadrôns. A inclusão desses efeitos requerem uma abordagem numérica cuja incerteza não está isolada dentro da incerteza total no trabalho original [194], impossibilitando uma comparação entre incertezas intrínsicas e numéricas. O limite obtido nesta tese poderia ser caracterizado como melhor estimativa somente se tais efeitos pudessem ser isolados nas imprecisões do trabalho [206] e então os dois valores comparados, mas isso não pode ser feito facilmente devido aos motivos apontados.

4 Considerações Finais e Perspectivas Futuras

Como pode ser visualizado no resumo contido na figura 3.1, a área de pesquisa em **Cosmologia de Neutrinos** tem uma grande riqueza de efeitos produzidos por propriedades dos neutrinos cosmológicos, estes efeitos podem ser observados em estruturas seja no espectro de potência da matéria seja no espectro das anisotropias da radiação cósmica de fundo. A principal propriedade dos neutrinos investigada atualmente, e com grande perspectiva de detecção, é o valor absoluto de sua massa. Apesar de todos os parâmetros cosmológicos ainda serem condizentes com massa nula, este simples sinal negativo impõe os melhores limites para a soma de suas massas. Novos experimentos, que observarão as anisotropias da radiação cósmica [211] com precisão para detectar diferenças de polarização e também levantamentos maiores e mais precisos de estruturas de grande escala [212], permitirão atingir sensibilidades da ordem de $0,03$eV para a soma das massas dos neutrinos ativos, mesmo que estas futuras observações não indicarem a existência de massa serão capazes de determinar a hierarquia [213] destas.

Outro observável de grande importância é a abundância de elementos leves e como esta determina o número de famílias de neutrinos em equilíbrio. Historicamente foi a primeira descoberta em Cosmologia de Neutrinos e embora dificilmente os neutrinos cósmicos de fundo sejam detectados diretamente, a medida da fração de Hélio correta é uma observação indireta incontestável da existência destas partículas e de sua abundância como previsto pelo modelo padrão.

Limites para a massa dos neutrinos ativos implicam em limites para a fração que estes podem compor a matéria escura e vice-versa, como pode ser visto pela equação 3.71. Este mesmo método aplica-se para o neutrino estéril mais leve. As mesmas observações de ausência de supressão em pequenas escalas como em florestas de Lyman-α servem para testar o efeito de dispersão de ambas as partículas e, portanto, a atividade de limitar a fração de neutrinos estéreis é tão confiável como é para os neutrinos ativos. Obviamente que a produção de neutrinos estéreis estáveis em temperaturas cosmológicas ainda é matéria de especulação, diferentemente dos neutrinos ativos. Todavia, essa possibilidade deve ser repetidamente analisada sempre que novos levantamentos de estruturas de grande escala sejam feitos ou fluxos de raios-x medidos, pois trata-se de uma especulação com fundamentos sólidos e principalmente com pretensões ambiciosas: *atribuir massa para os neutrinos e explicar a origem da matéria escura.* Como perspectiva para a hipótese do neutrino estéril formar a matéria escura, o autor pretende reavaliar os cálculos sempre que novos dados estiverem disponíveis estando preparado para fornecer a quantidade, massa e ângulo de oscilação correto caso um sinal positivo em supressão de estruturas ou decaimento radiativo seja revelado. Em uma abordagem diferente, também é possível acomodar a teoria aos dados, que desfavorecem matéria escura com propriedades de dispersão como o neutrino estéril, através de mecanismos de produção modificados tal que a partícula seja criada com distribuição de momentos distorcido para baixos valores e, dessa forma, mesmo partículas muito leves poderiam ser criadas no regime não relativístico. Esta é a principal característica da matéria escura composta por axions, ver seção 1.7, que mesmo possuindo massa da ordem de $\sim 10^{-5}$eV é criado com momento zero($T_{\text{axion}} \ll m_{\text{axion}}$) formando, portanto, "Cold Dark Matter". O efeito dessa hipótese para o neutrino estéril pode ser visto pela expressão de seu livre caminho médio, equação 3.139, na qual momentos médios menores que a temperatura do plasma cosmológico implicam em menores comprimentos de onda nos quais provocará supressão, até o limite de ausência de supressão para momentos muito pequenos. Esta possibilidade é exequível para neutrinos estéreis produzidos pelo mecanismo DW pois, assim como os axions, são criados fora de equilíbrio e a priori não há razão para descartar distribuições de momento distorcidos em relação às distribuições dos neutrinos ativos originais. Algumas tentativas têm sido feitas nesse sentido [214], mas não há um mecanismo de distorção justificado fisicamente que pode ser implementado facilmente; constituindo, portanto, a melhor perspectiva futura de pesquisa em matéria escura formada por neutrinos estéreis.

A Densidade de energia e número de densidade

A densidade de energia e de número para gases relativísticos ou não, bósons ou férmions são dadas por

- Gás relativístico:
  - Férmion

$$\rho = \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{30} g T^4 \tag{A.1}$$

$$n = \frac{3}{4}\frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \tag{A.2}$$

  - Bóson

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g T^4 \tag{A.3}$$

$$n = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \tag{A.4}$$

- Gás não relativístico:

$$\rho = mn \tag{A.5}$$

$$n = g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu - m}{T}} \tag{A.6}$$

Referências

[1] A. Friedmann, *Zeitschrift für Physik A* **10**, 377 (1922)

[2] A. Friedmann, *Zeitschrift für Physik A* **21**, 326 (1924)

[3] S. M. Carrol, *Spacetime and Geometry, An Introduction to General Relativity* Addison-Wesley (2004).

[4] A. Einstein, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* 844-847 (1915)

[5] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier and D. T. Wilkinson, *Astrophysical Journal* **512**, 511 (1999).

[6] Fixsen et al. *Astrophysical Journal* **473**, 576 (1996).

[7] E.L. Wright, G.F. Smoot; C.L. Bennett and P.M. Lubin, *Astrophysical Journal* **436**, 443 (1994).

[8] C.L. Bennett, et al., [WMAP Collaoration], *ApJS* **148**, 1 (2003).

[9] D. N. Spergel, et al., [WMAP Collaoration], *ApJS* **170**, 377 (2007).

[10] R. Opher, *Astron. Astrophys.* **37**, 135 (1974).

[11] L. Stodolsky, *Physics Review Letters* **34**, 110 (1975).

[12] R.R. Lewis, *Physics Review D* **21**, 663 (1980).

[13] N. Cabibbo and L. Maiani, *Physics Letters B*, **114**, 115 (1982).

[14] P. Langacker, J.P. Leveille and J. Sheiman, *Physics Review D* **27**, 1228 (1983).

[15] A. Ringwald and Y.Y.Y. Wond, *JCAP* **0412**, 005 (2004).

[16] G.B. Gelmini, *Physics Scripta T* **121**, 131 (2005).

[17] W.J. Percival, *Astrophys. J.* **657**, 645 (2007).

[18] Cole et al. [2dFGRS Collaboration], *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **362**, 505 (2005).

[19] V. Springel et al. [Millennium Simulation], *Nature* **435**, 629 (2005).

[20] E. Komatsu et al. [WMAP] (2008), arXiv:0803.0547v1 [astro-ph].

[21] F. Zwicky, *Helvetica Physica Acta* **6**, 110 (1933).

[22] F. Zwicky, *Astrophysical Journal* **86**, 217 (1937).

[23] F.D. Khan and L. Woltjer, *ApJ* **130**, 705 (1959).

[24] V.C. Rubin and W.K. Ford Jr., *ApJ* **159**, 379 (1970).

[25] J. Einasto, A. Kaasik and E. Saar, *Nature* **250**, 309 (1974)

[26] J.P. Ostriker, P.J.E. Peebles, *ApJ* **194**, L1 (1974).

[27] W.G. Mathews, *ApJ* **219**, 413 (1978).

[28] S. M. Faber and J. S. Gallagher, *ARAA* **17**, 135 (1979).

[29] V.C. Rubin, W.K. Ford and N.Thonnard, *Ap. J.* **238**, 471 (1980).

[30] A. Bosma, *A.J.* **86**, 1791 (1981).

[31] M. Persic, P. Salucci, *MNRAS* **234**, 131 (1988).

[32] M. Persic, P. Salucci, *MNRAS* **245** 577 (1990).

[33] E. Corbelli and P. Salucci, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **311**, 441 (2000).

[34] M. Tegmark et al. [SDSS], *Phys. Rev. D* **69**, 103501 (2004).

[35] A. Refregier, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **41**, 645 (2003).

[36] Crédito da imagem: NASA, N. Benitez (JHU), T. Broadhurst (Racah Institute of Physics/The Hebrew University), H. Ford (JHU), M. Clampin (STScI), G. Hartig (STScI), G. Illingworth (UCO/Lick Observatory), the ACS Science Team and ESA.

[37] B. Moore, T. Quinn, F. Governato et al *MON.NOT.ROY.ASTRON.SOC.* **310**, 1147 (1999).

[38] A. Tasitsiomi, *Int. J. Mod. Phys. D* **12**, 1157 (2003).

[39] G. Steigman and M.S. Turner, *Nuclear physics B* **253**, 375 (1985).

[40] J.D. Lewin and P.F. Smith, *Astroparticle Physics* **6** (1996).

[41] G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, *Physics Reports 267* (1996).

[42] S. Eidelman et al. (Particle Data Group), *Phys. Lett. B* **592**, 1 (2004)

[43] R. Peccei and H. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977); *Phys. Rev. D* **16**, 1791 (1977).

[44] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40** 223 (1978); F. Wilczek, *ibid.* 279.

[45] R.D. Peccei, arXiv:0607268v1 [hep-ph].

[46] G.G. Raffelt, arXiv:0611350v1 [hep-ph].

[47] P. Sikivie, arXiv:0610440v2 [astro-ph].

[48] K. van Bibber and L. Rosenberg, *Physics Today* **59**, 30 (2006).

[49] E.W. Kolb and R. Slansky, *Phys. Lett. B* **135**, 378 (1984).

[50] H.C. Cheng, K.T. Matchev and M. Schmaltz, *Phys. Rev. D* **66**, 036005 (2002).

[51] G. Servant and T.M. Tait, *Nucl. Phys. B* **650**, 391 (2003).

[52] E.W. Kolb, D.J. Chung and A. Riotto, *Proceedings of the 2nd International Conference on Dark Matter in Astro and Particle Physics (DARK98), Heidelberg, Germany*, (1998) [arXiv:hep-ph/9810361].

[53] C. Boehm, T.A. Ensslin and J. Silk, *J.Phys. G* **30** 279 (2004).

[54] C. Boehm and P. Fayet, *Nucl.Phys. B* **683**, 219 (2004).

[55] N. Arkani-Hamed, A.G. Cohen and H. Georgi, *Phys. Lett. B* **513**, 232 (2001).

[56] N. Arkani-Hamed, A.G. Cohen, T. Gregoire and J.G. Wacker, *JHEP* **0208**, 020 (2002).

[57] N. Arkani-Hamed, A.G. Cohen, E. Katz and A.E. Nelson, *JHEP* **0207**, 034 (2002).

[58] N. Arkani-Hamed, A.G. Cohen, E. Katz, A.E. Nelson, T. Gregoire and J.G. Wacker, *JHEP* **0208**, 021 (2002).

[59] A. Kusenko and M.E. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B* **418**, 46 (1998).

[60] A. Kusenko, V. Kuzmin, M.E. Shaposhnikov and P.G. Tinyakov, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3185 (1998).

[61] H.M. Hodges, *Phys. Rev. D* **47**, 456 (1993).

[62] R. Foot, *Phys. Rev. D* **69**, 036001 (2004).

[63] A.Y. Ignatiev and R.R. Volkas, *Phys. Rev. D* **68**, 023518 (2003)

[64] R.N. Mohapatra, S. Nussinov and V.L. Teplitz, *Phys. Rev. D* **66**, 063002 (2002)

[65] R. Foot and Z.K. Silagadze, *Int.J.Mod.Phys. D* **14**, 143 (2005).

[66] A. De Rujula, S.L. Glashow and U. Sarid, *Nucl. Phys. B* **333**, 173 (1990).

[67] D.N. Spergel and P.J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3760 (2000).

[68] R.Dave, D.N. Spergel, P.J. Steinhardt and B.D. Wandelt, *Astrophys. J.* **547**, 574 (2001).

[69] G. Shiu and L.T. Wang, *Phys.Rev. D* **69**, 126007 (2004).

[70] J.R. Ellis, J.L. Lopez and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **247**, 257 (1990).

[71] J.R. Ellis, G.B. Gelmini, J.L. Lopez, D.V. Nanopoulos and S. Sarkar, *Nucl. Phys. B* **373**, 399 (1992).

[72] J.L. Feng, A. Rajaraman and F. Takayama, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 011302 (2003).

[73] J.A.R. Cembranos, A. Dobado and A.L. Maroto, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 241301 (2003).

[74] P. Roy, *ICNAPP* **237**, 0225 (1994).

[75] K. Kainulainen and K.A. Olive, arXiv:0206163 [hep-ph].

[76] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005).

[77] B. Moore, *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **357**, 3259 (1999).

[78] J.R. Ellis, *Phys. Scripta T* **85**, 221 (2000).

[79] L. Bergstrom, *Rept. Prog. Phys.* **63**, 793 (2000).

[80] J.L. Feng, K.T. Matchev and F. Wilczek, *Phys. Rev. D* **63**, 1 (2001).

[81] F.W. Stecker, *Nucl. Phys. B*, **10**, 93 (1989).

[82] F.W. Stecker and A.J. Tylka, *Astrophys. J.* **343**, 169 (1989).

[83] Crédito da imagem: M.Markevitch et al. [X-ray: NASA/CXC/CfA/]; D.Clowe et al. [Optical: NASA/STScI; Magellan/U.Arizona/]; D.Clowe et al [Lensing Map: NASA/STScI; ESO WFI; Magellan/U.Arizona/].

[84] N. Scoville et al. [COSMOS], *The Astrophysical Journal Supplement Series* **172**, 38 (2007).

[85] R. Massey, *Nature* **445**, 286 (2007).

[86] M.Markevitch et al. [X-ray: NASA/CXC/CfA/]; D.Clowe et al. [Optical: NASA/STScI; Magellan/U.Arizona/]; D.Clowe et al [Lensing Map: NASA/STScI; ESO WFI; Magellan/U.Arizona/].

[87] M. Nolta et al. [WMAP] (2008), arXiv:0803.0593v1 [astro-ph].

[88] J. Dunkley et al. [WMAP] (2008), arXiv:0803.0586v1 [astro-ph].

[89] R. J. Michney and R. R. Caldwell, *JCAP* **0701**, 014 (2007).

[90] S. Perlmutter et al., *Astrophysical Journal* **517**, 565 (1999).

[91] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe* Addison-Wesley (1990).

[92] S. Dodelson, *Modern Cosmology* Academic Press (2003).

[93] J. Bjorken and S. Drell, *Relativistic Quantum Fields* McGraw-Hill (1965).

[94] C.-P. Ma and E. Bertschinger, *Astrophysical Journal* **455**, 7 (1995).

[95] U. Seljak, *Lectures notes on Dark Matter*, ICTP Summer School in Cosmology (2008)

[96] A. Guth, *Physical Review* **D23**, 347 (1981).

[97] A. Linde, *Physics Letters* **B108**, 389 (1982).

[98] A. Albrecht and P.J. Steinhardt, *Physical Review Letters* **48**, 1220 (1982).

[99] A.A. Starobinsky, *Physics Letters* **B117**, 175 (1982).

[100] A. Guth and S.-Y. Pi, *Physical Review Letters* **49**, 1110 (1982).

[101] S. Hawking, *Physics Letters* **B115**, 295 (1982).

[102] J.M. Bardeen, P.J. Steinhardt and M.S. Turner, *Physical Review* **D28**, 679 (1983).

[103] R. Brandenberger, R. Kahn and W.H. Press, *Physical Review* **D28**, 1809 (1983).

[104] B. Pontecorvo, *JETP* **26**, 984 (1968).

[105] M. Maltoni, T. Schwetz, M.A. Tortola, J.W. Valle, *New Journal of Physics* **6**, 122 (2004).

[106] M.M. Colless, *Carnegie Observatories Astrophysics Series, Vol. 2: Measuring and Modeling the Universe*, ed. Freedman W.L., Cambridge University Press (2003).

[107] K. Winter *Neutrino Physics* Cambridge University Press (1991).

[108] R.H. Wechsler, *SLAC Summer Institute on Dark Matter*, Structure Formation Lectures (August 2007).

[109] R. Davis, Jr., K.C. Hoffman and N. B. Munhofen, *Amer. Chem. Soc. Abs.* R62, 154th ACS Meeting, Chicago, Illinois, September (1967).

[110] B.T. Cleveland, T. Daily, R. Davis Jr., J.R. Distel, K. Lande, C.K. Lee, P.S. Wildenhain and J. Ullman [Homestake Collaboration], *Astrophys. J.* **496**, 505 (1998).

[111] Y. Fukuda et al.[Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **77**, 168, 3 (1996).

[112] J.N. Abdurashitov et al.[SAGE Collaboration], *J. Exp. Theor. Phys.* **95**, 181 (2002).

[113] W. Hampel et al.[GALLEX Collaboration], *Phys. Lett.* **B447**, 127 (1999).

[114] M. Altmann et al.[GNO Collaboration], *Phys. Lett.* **B616**, 174 (2005).

[115] C. Cattadori, N. Ferrari, and L. Pandola, in the Proceedings of Neutrino 2004, 21st International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Paris, France, 2004), edited by J. Dumarchez, Th. Patzak, and F. Vannucci, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **143**, 3 (2005).

[116] S. Fukuda et al.[SK Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5651 (2001); *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5656 (2001); *Phys. Lett. B* **539**, 179 (2002).

[117] M.B. Smy et al.[SK Collaboration], *Phys. Rev. D* **69**, 011104 (2004).

[118] Q.R. Ahmad et al.[SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **87**, 071301 (2001); *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011301 (2002); *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011302 (2002).

[119] S.N. Ahmed et al.[SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **92**, 181301 (2004).

[120] B. Aharmim et al.[SNO Collaboration], *Phys.Rev. C* **72**, 055502 (2005).

[121] Y. Fukuda et al. [Kamiokande Collaboration], *Phys. Lett. B* **335**, 237 (1994); S. Hatakeyama et al., *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2016 (1998).

[122] Y. Fukuda et al.[Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1562 (1998).

[123] Y. Ashie et al.[Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **93**, 101801 (2004).

[124] Y. Ashie et al.[Super-Kamiokande Collaboration], *Phys.Rev. D* **71**, 112005 (2005).

[125] M. Ambrosio et al. [MACRO Collaboration], *Phys. Lett. B* **566**, 35 (2003); *Eur. Phys. J. C* **36**, 323 (2004).

[126] M. Sanchez et al. [Soudan 2 Collaboration], *Phys. Rev. D* **68**, 113004 (2003).

[127] K. Eguchi et al. [KamLAND Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **90**, 021802 (2003).

[128] T. Araki et al. [KamLAND Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 081801 (2005).

[129] M. Apollonio et al. [CHOOZ Collaboration], *Phys. Lett. B* **466**, 415 (1999); *Eur. Phys. J. C* **27**, 331 (2003).

[130] F. Boehm et al. [Palo Verde Collaboration], *Phys. Rev. D* **64**, 112001 (2001).

[131] M.H. Ahn et al. [K2K Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **90**, 041801 (2003).

[132] E. Aliu et al. [K2K Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 081802 (2005).

[133] MINOS Collaboration, arXiv:0806.2237v1 [help-ex].

[134] A. Guth and S.-Y. Pi, *Physical Review* **D32**, 1899 (1985).

[135] G.L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone and A. Palazzo, *Prog.Part.Nucl.Phys.* **57**, 742 (2006).

[136] K. Abazajian, G.M. Fuller and W.H. Tucher, *Astrophys. J.* **562**, 593 (2001).

[137] J. Lesgourgues and S. Pastor, *Phys. Rep.* **429**, 307 (2006).

[138] S. Hannestad *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **56**, 137 (2006).

[139] S. Hannestad *New J. of Phy.* **6**, 108 (2004).

[140] A.D. Dolgov, *Phys. Rep.* **370**, 333 (2002).

[141] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Progress in Theoretical Physics* **49**, 652 (1973).

[142] P.J.E. Peebles, *Astrophys. J.* **258**, 415 (1982).

[143] K.A. Olive and M.S. Turner, *Phys. Rev. D* **25**, 213 (1982).

[144] S. Dodelson and L. M. Widrow, *Physics Review Letters* **72**, 17 (1994).

[145] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald and H. Trac, *Physics Review Letters* **97**, 191303 (2006).

[146] B. Moore et al., *Astrophys. J.* **524**, 19 (1999).

[147] P. Bode, J.P. Ostriker and N. Turok, *Astrophys. J.* **556**

[148] T. Goerdt, B. Moore, J.I. Read, J. Stadel and M. Zemp, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **368**, 1073 (2006).

[149] G. Gilmore et al., ArXiv:0608528 [astro-ph].

[150] X.d. Shi and G.M. Fuller, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2832 (1999).

[151] K. Abazajian, G.M. Fuller and M. Patel, *Phys. Rev. D* **64**, 023501 (2001).

[152] A.D. Dolgov and S.H. Hansen, *Astropart.Phys.* **16**, 339 (2002).

[153] R.N. Mohapatra and P.B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, 3ªEdition, World Scientific (2004).

[154] R.N. Mohapatra et al., *Rept. Prog. Phys.* **70**, 1757 (2005).

[155] M.E. Peskin and D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* Addison-Wesley (1995).

[156] C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes, and R.P. Hudson, *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).

[157] C. Giunti and C.W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press (2007).

[158] C. Kraus et al., *Eur. Phys. J.* **40**, 447 (2005).

[159] E. Fermi, *Ricerca Scientifica* **2**, 12 (1933).

[160] E. Fermi, *Z. Phys.* **88**, 161 (1934).

[161] E. Fermi, *Nuovo Cim.* **11**, 1 (1934).

[162] F. Perri, *Comptes Rendues* **197**, 1625 (1933).

[163] L.M. Langer and R.J.D. Moffat, *Physics Review* **88**, 689 (1952).

[164] E. Majorana, *Nu. Cim.* **14**, 171 (1937).

[165] T. Asaka and M. Shaposhnikov, *Physics Letters B* **17**, 620 (2005).

[166] G. Steigman, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **57**, 463 (2007).

[167] A.D. Dolgov, *Phys. Rep.* **370**, 333 (2002).

[168] S. Hannestad, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4203 (2000).

[169] S. Hannestad, *Phys. Rev. D* **64**, 083002 (2001).

[170] P. Crotty, J. Lesgourgues and S. Pastor, *Phys. Rev. D* **67**, 123005 (2003).

[171] P. Crotty, J. Lesgourgues and S. Pastor, *Phys. Rev. D* **69**, 123007 (2004).

[172] S. Schael et al., *Phys. Rept.* **427**, 257 (2006).

[173] J. Yang, M.S. Turner, G. Steigman, D.N. Schramm and K. Olive, *ApJ* **281**, 493 (1984).

[174] K.A. Olive, D.N. Schramm, G. Steigman and T.P. Walker, *Phys. Lett. B* **236**, 454 (1990).

[175] K.A. Olive and E.D. Skillman, *Astrophys. J.* **617**, 29 (2004).

[176] R.H. Cyburt, B.D. Fields and K.A. Olive, *Astropart. Phys.* **17**, 87 (2002).

[177] A.G. Doroshkevich, Y. Khlopov, R. Sunyaev, S. Szalay and Y.B. Zeldovich, *NYASA* **375**, 32 (1981).

[178] Y.B. Zeldovich, J. Einasto and S. Shandarin, *Nature* **300**, 407 (1982).

[179] J.R. Bond and S. Szalay, *ApJ* **274**, 443 (1982).

[180] D.N. Schramm and G. Steigman, *General Relativity and Gravitation* **13**, 2 (1981).

[181] J.R. Bond, G. Efstathiou and J. Silk, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1980 (1980).

[182] M. Tegmark et al., *Phys. Scripta* **T121**, 153 (2005).

[183] R.A.C. Croft, D.H. Weinberg, N. Katz and L. Hernquist, *Astron. J.* **495**, 44 (1998).

[184] M. Rauch, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **36**, 267 (1998).

[185] R.A.C. Croft et al., *Astrophys. J.* **581**, 20 (2002).

[186] P. McDonald et al., *Astrophys. J. Suppl.* **163**, 80 (2006).

[187] G.L. Fogli et al., *Phys. Rev. D* **70**, 113003 (2004).

[188] U. Seljak et al., *Phys. Rev. D* **71**, 103515 (2005).

[189] D. Nötzold and G. Raffelt, *Nucl. Phys. B* **307**, 924 (1988).

[190] J.M. Cline, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3137 (1992).

[191] K. Enqvist, K. Kainulainen and M. Thomson, *Nuclear physics. B* **373**, 498 (1992).

[192] K. Abazajian, G.M. Fuller and M. Patel, *Physical Review D* **64**, 023501 (2001).

[193] K. Abazajian, *Phys.Rev. D* **73**, 063506 (2006).

[194] T. Asaka, M. Laine and M. Shaposhnikov, *JHEP* **0606**, 053 (2006).

[195] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. D* **17**, 2369 (1978).

[196] S.P. Mikheev and A.Y. Smirnov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **42**, 913 (1985).

[197] S.P. Mikheev and A.Y. Smirnov, *Nuovo Cim. C* **9**, 17 (1986).

[198] P.B. Pal and L. Wolfenstein, *Phys. Rev. D* **25**, 766 (1982).

[199] V.D. Barger, R.J.N. Phillips and S. Sarkar, *Phys. Lett. B* **352**, 365 (1995).

[200] K. Abazajian, G.M. Fuller and W.H. Tucker, *Astrophys.J.* **562**, 593 (2001).

[201] E. Massó and R. Toldà, *Phys. Rev. D* **60**, 083503 (1999).

[202] A. Boyarsky, A. Neronov, O. Ruchayskiy and M. Shaposhikov, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **000**, 1 (2005).

[203] A. Boyarsky, A. Neronov, O. Ruchayskiy and M. Shaposhikov, *JETP Letters* **83**, 133 (2006).

[204] F. Bezrukov and M. Shaposhnikov, *Phys. Rev. D* **75**, 053005 (2007).

[205] J. Kersten and A.Y. Smirnov, *Phys. Rev. D* **76**, 073005 (2007).

[206] A. Palazzo, D. Cumberbatch, A. Slosar and J. Silk, ArXiv:0707.1495v2 [astro-ph].

[207] V.K. Narayanan, D.N. Spergel, R. Dave and C.P. Ma, *Astrophys. J. Lett.* **543**, 103 (2000).

[208] M. Viel, J. Lesgourgues, M.G. Haehnelt, S. Matarrese and A. Riotto, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 071301 (2006).

[209] U. Seljak and M. Zaldarriaga, *ApJ* **469**, 437 (1996).

[210] S. Colombi, S. Dodelson and L.M. Widrow, Astrophys.J. **458**, 1 (1996).

[211] A. Friedland, K.M. Zurek, S. Bashinsky, arXiv:0704.3271v1 [astro-ph].

[212] S. Hannestad, Y.Y.Y. Wong, *JCAP* **0707**, 004 (2007).

[213] S. Hannestad, *Phys.Rev. D* **67**, 085017 (2003).

[214] K. Petraki, Phys. Rev. D 77, 105004 (2008).