

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

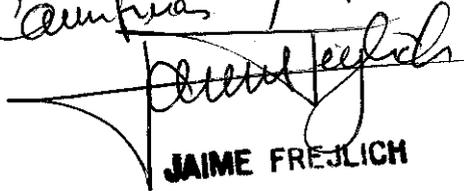
Instituto de Física "Gleb Wataghin"

REGISTRO HOLOGRÁFICO EM CRISTAIS

FOTORREFRATIVOS DO TIPO  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$

*Este exemplar corresponde a  
edição final da tese  
defendida pelo aluno  
Paulo Magno P. Garcia e  
aprovada pela comissão  
juladora*

Paulo Magno de Paiva Garcia

*Campinas 1/2/91*  
  
**JAIME FREJLICH**

Orientador: Prof. Dr. Jaime Frejlich

TESE APRESENTADA COMO REQUISITO PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM FÍSICA.

Campinas, dezembro de 1990

1F910/1981

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Jaime Frejlich pela orientação, estímulo e exemplo de dedicação ao trabalho científico.

Ao Dr. Paulo Acioly pela paciência que teve ao me ensinar os primeiros conceitos envolvidos no desenvolvimento desse trabalho, e pelo seu companheirismo.

À Dra. Lucila Cescato pelo trabalho conjunto, incentivo e amizade.

Ao Prof. Geraldo Mendes pelo empréstimo do micro para a redação deste trabalho.

Ao pessoal do laboratório: Agnaldo e Marcelo, colegas de pós-graduação, e Prof. Lunazzi, Christiano, Aparecida do Carmo, João Petrúcio, Sueli e Alcides pelo espírito de cooperação de todos.

E finalmente, à FINEP, CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

Dedico esse trabalho à minha mãe e  
minhas irmãs pelo fundamental apoio.

"A ciência nos prometeu a verdade.  
Nunca nos prometeu a paz ou a felicidade."

## RESUMO

Neste trabalho descrevemos métodos holográficos para a caracterização de cristais fotorrefrativos do tipo  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ .

Foram aplicadas as técnicas de modulação de fase do feixe laser e de detecção sincrônica para medir a diferença de fase entre o padrão de interferência luminoso e a rede holográfica gerada por efeito fotorrefrativo. Essas técnicas permitiram operar uma montagem experimental estabilizada, verificar a existência dos hologramas "caminhantes" e medir sua velocidade de deslocamento nesses cristais.

A fase e a velocidade do holograma são informações relevantes em experimentos envolvendo a mistura de duas ondas, e foram usados para avaliar parâmetros de transporte desses cristais.

## ABSTRACT

We describe holographic methods for the characterization of  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ -type photorefractive crystals.

Laser beam phase modulation and synchronous detection techniques were used to measure the phase-shift between the interference pattern of light and the generated photorefractive holographic grating. These techniques allowed to operate a stabilized holographic setup, to verify the presence of running holograms and to measure their velocity in these crystals.

Phase-shift and running hologram velocity are relevant informations for many applications involving two-wave mixing experiments, and were used for computing transport parameters of these materials.

# INDICE

## CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - O EFEITO FOTORREFRATIVO - FORMAÇÃO DA REDE HOLOGRÁFICA - ANÁLISE QUALITATIVA.....	2
I.2 - INTRODUÇÃO HISTÓRICA.....	4
I.3 - DADOS PARA O CRISTAL $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ .....	7
I.4 - OBJETIVO E DESCRIÇÃO DESSE TRABALHO.....	9
I.5 REFERÊNCIAS.....	10

## CAPÍTULO II - TEORIA BÁSICA

II.1 - INTRODUÇÃO.....	13
II.2 - DINÂMICA DO CAMPO DE CARGAS ESPACIAIS.....	15
EQUAÇÕES DE TRANSPORTE.....	17
DEFINIÇÕES.....	19
CASOS ESPECIAIS.....	21
II.3 - DIFRAÇÃO ANISOTRÓPICA.....	26
II.3.1 - O EFEITO ELETROÓPTICO.....	27
O ELIPSÓIDE DE ÍNDICES.....	27
EFEITO ELETROÓPTICO LINEAR.....	28
$\vec{E} \perp [001]$ .....	31
$\vec{E} // [001]$ .....	33
II.3.2 - O ACOPLAMENTO DE ONDAS.....	34
II.3.3 - EFICIÊNCIA DE DIFRAÇÃO DA REDE.....	35
$\vec{K} \perp [001]$ .....	37
$\vec{K} // [001]$ .....	43



CAPÍTULO IV - DIFERENÇA DE FASE ENTRE UM PADRÃO DE LUZ E A REDE  
GRAVADA NO VOLUME DO CRISTAL

IV.1 - INTRODUÇÃO.....	73
IV.2 - MEDIDA DO TERMO DE INTERFERÊNCIA EM MISTURA DE DUAS ONDAS - MONTAGEM EXPERIMENTAL.....	74
IV.3 - OBTENÇÃO DOS DADOS.....	79
TRATAMENTO NUMÉRICO DOS DADOS.....	80
RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	81
RESULTADOS PARA O BTO.....	82
IV.4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO.....	84
IV.5 - REFERÊNCIAS.....	87

CAPÍTULO V - HOLOGRAMAS CAMINHANTES EM CRISTAIS FOTORREFRATIVOS

V.1 - INTRODUÇÃO.....	89
V.2 - DESCRIÇÃO DA MONTAGEM EXPERIMENTAL - PARÂMETROS.....	89
V.3 - TEORIA.....	93
VELOCIDADE DE DESLOCAMENTO E EFICIÊNCIA DE DIFRAÇÃO..	94
V.4 - OBTENÇÃO DOS DADOS.....	95
SINAL DA CARGA DOS FOTOPORTADORES.....	97
TRATAMENTO NUMÉRICO DOS DADOS .....	97
RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	98
RESULTADOS PARA O BTO.....	100
V.5 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	101
V.6 - REFERÊNCIAS.....	102

CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO FINAL

AVALIAÇÃO GERAL DO TRABALHO.....	104
PERSPECTIVAS FUTURAS.....	105
REFERÊNCIAS.....	106

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

## I.1 - O EFEITO FOTORREFRATIVO.

### FORMAÇÃO DA REDE HOLOGRÁFICA - ANÁLISE QUALITATIVA

Um material é classificado como fotorrefrativo quando apresenta a propriedade de ter o seu índice de refração modulado por um padrão de luz. Particularmente, se o iluminarmos com um padrão de franjas resultantes da interferência de duas frentes de ondas planas, ocorrerá a formação de uma rede de difração de fase no seu interior.

O processo de formação da rede em volume quando não há campo elétrico externo aplicado, está apresentado esquematicamente na Fig.(1.1), e pode ser descrito sucintamente da seguinte forma:

Iluminando-se o cristal com um padrão de interferência de luz de comprimento de onda adequado, nas regiões claras ocorre a excitação de elétrons para a banda de condução, e por difusão, migram para as regiões escuras (a), onde são recapturados. Tem-se assim uma modulação da densidade de cargas no volume (b) que dá origem a um campo elétrico de cargas espaciais  $E_{sc}$  (c). Finalmente, este campo modula o índice de refração do cristal via efeito eletroóptico linear (d). E portanto forma-se uma rede de difração de fase no volume do cristal.

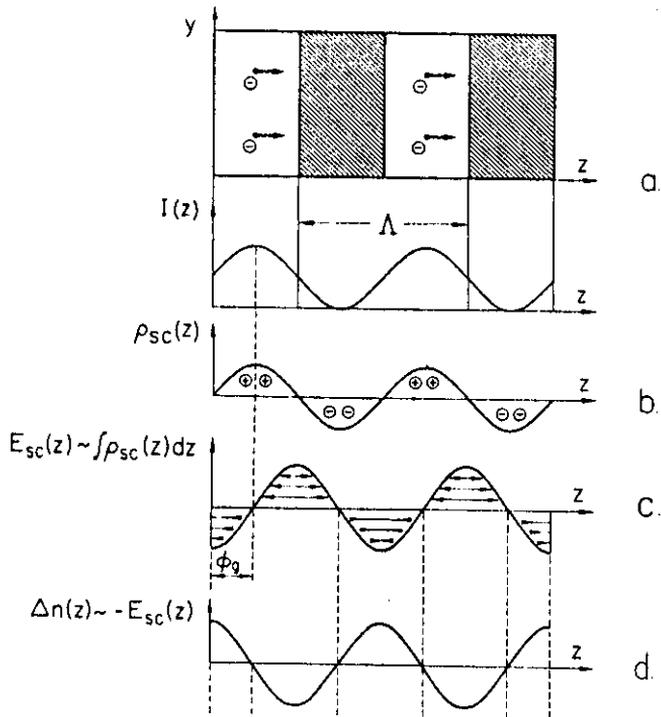


FIG. 1.1 - Processo esquemático da formação de uma rede de difração de fase no volume do cristal.

$I$  = intensidade luminosa,

$\rho_{sc}$  = densidade espacial de cargas,

$E_{sc}$  = campo elétrico de cargas espaciais,

$\Delta n$  = variação induzida no índice de refração.

## I.2 - INTRODUÇÃO HISTÓRICA

O efeito fotorrefrativo, foi notificado pela primeira vez em 1966 por pesquisadores dos Laboratórios Bell<sup>[1]</sup>. Na tentativa de se obter geração de segundo harmônico em cristais ferroelétricos, de  $\text{LiNbO}_3$  e  $\text{LiTaO}_3$ , iluminaram-nos com laser pulsados de alta potência. Porém verificaram que haviam induzido variações localizadas do índice de refração nos cristais. Como esse era um efeito indesejado dentro de seus objetivos, denominaram-no de "dano óptico".

Dois anos mais tarde Chen *et al*<sup>[2]</sup> sugeriram que esse fenômeno poderia ser usado como memória holográfica para o armazenamento de dados - em torno de  $10^{12}$  bits por  $\text{cm}^3$ .

Em 1969, conhecendo a possibilidade de se gravar hologramas com alta eficiência de difração nestes cristais quando expostos a um padrão de franjas de interferência, Chen<sup>[3]</sup> propôs o primeiro modelo de migração de cargas em cristais ferroelétricos ( $\text{LiTaO}_3$ ) que podia explicar a formação daqueles hologramas.

Até 1971 não se considerava o papel da difusão na distribuição de cargas no volume do material. Neste ano entretanto, Amodei<sup>[4]</sup> mostrou que para pequenos espaçamentos de redes, a migração de cargas por difusão tinha uma importante influência na gravação holográfica em cristais de titanato de bário ( $\text{BaTiO}_3$ ).

Hou *et al*.<sup>[5]</sup> fizeram, em 1973, um estudo bastante minucioso da excitação eletrônica em  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  buscando conhecer a origem dos fotoportadores, e determinaram a estrutura de níveis de energia no "gap" desses cristais.

Na segunda metade dos anos 70, apareceram os primeiros trabalhos em holografia interferométrica em tempo real que utilizavam cristais de BSO<sup>[6]</sup>. Verificaram que esses cristais são muito apropriados para

essa aplicação pois praticamente não apresentam sinais de fadiga em sucessivos ciclos de escrita e apagamento holográfico, e também não necessitam de passar por quaisquer processos de revelação.

Foi então que Peltier e Micheron<sup>[7]</sup> propuseram um modelo de dois níveis para descrever o desenvolvimento temporal do campo de cargas espaciais levando-se em conta as propriedades de transporte dos fotoportadores.

Em 1979, Huignard *et al.*<sup>[8]</sup> mostraram que era possível fazer experimentos envolvendo conjugação de fase em cristais de BSO utilizando-se lasers de baixa potência ( $\approx mW$ ), contrariando o que se acreditava até então.

Ainda naquele mesmo ano foi publicado por Kukhtarev *et al.*<sup>[9]</sup> uma teoria bastante completa do fenômeno fotorrefrativo, que levava em conta a aplicação de um campo elétrico externo, o efeito fotovoltaico de volume (presente nos cristais ferroelétricos) e a interação da densidade de cargas e o campo gerado pela sua própria distribuição no volume. Desde então esse modelo tem tido muito sucesso, e vem sendo aprimorado e verificado em muitos trabalhos.

Em 1982 P.Günter<sup>[10]</sup> edita o primeiro trabalho de revisão na área de materiais fotorrefrativos onde se dá especial atenção às aplicações até então desenvolvidas, como a conjugação de fase e a amplificação coerente em cristais ferroelétricos.

O fenômeno conhecido por "running holograms" em cristais de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  foi analisado por Stepanov *et al.*<sup>[11]</sup> em trabalho publicado em 1985, onde apresentam um modelo para a sua origem e propõem que ele possa ser aproveitado para aumentar a eficiência de difração da rede holográfica gerada no cristal.

Em 1988 Stepanov e Petrov<sup>[12]</sup> publicaram um estudo para o transporte de cargas e a gravação holográfica em cristais fotorrefrativos

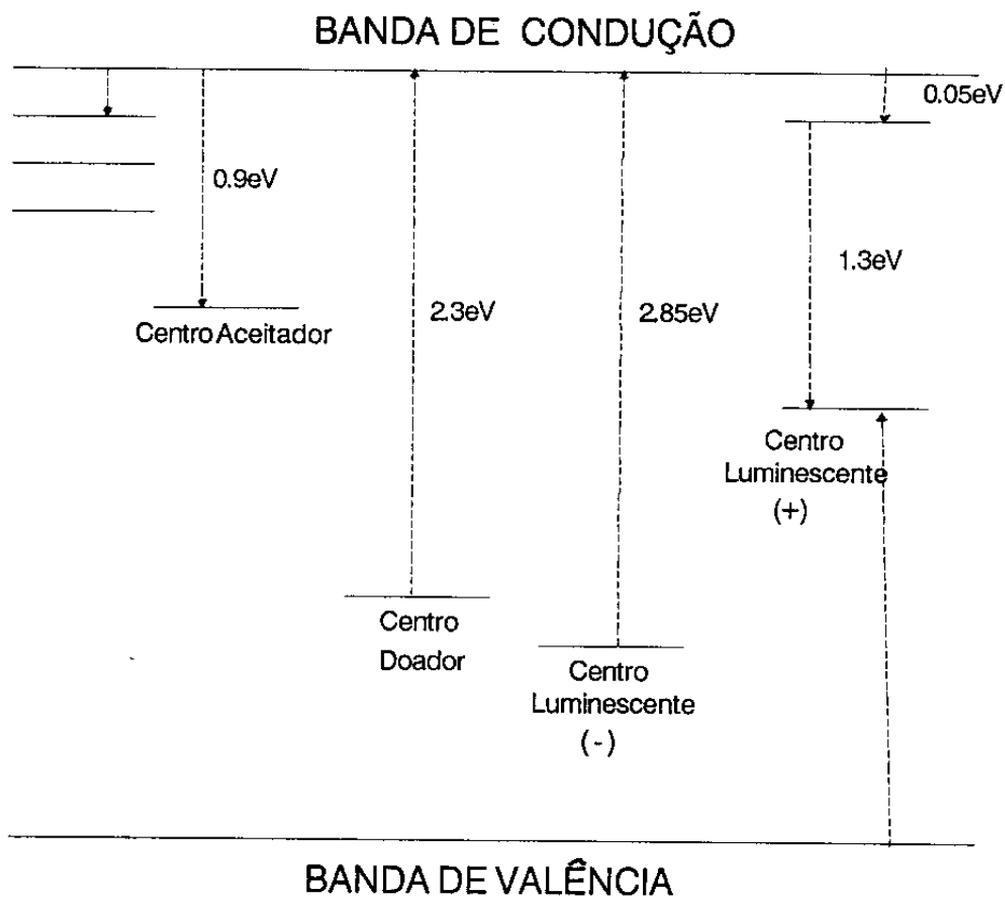
cúbicos especificamente voltado para o grupo  $\text{Bi}_{12}(\text{Si,Ge,Ti})\text{O}_{20}$ . Temos utilizado esse trabalho como a principal base teórica dos nossos estudos destes cristais.

Além das aplicações já mencionadas - armazenamento de informações e holografia interferométrica - outras aplicações para os cristais fotorrefrativos foram desenvolvidas na área de processamento de imagens tais como a adição e subtração de imagens coerentes<sup>[13]</sup> e a detecção de contornos<sup>[14]</sup>.

Na área de lasers, estes cristais foram estudados como possíveis ressonadores ópticos<sup>[15,16]</sup>, pois podem compensar distorções da luz dentro da cavidade, geradas no meio de ganho, e aumentar a energia de saída do sistema.

I.3 - DADOS PARA OS CRISTAIS  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) E  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO)

	BSO	BTO
Grupo de Simetria Pontual.....	23	23
Parâmetro de Rede [Å].....	10,103	10,176
Densidade [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ].....	9,2	9,1
Ponto de Fusão [°C].....	895	875
Coeficiente de Absorção [ $\text{cm}^{-1}$ ]..... $\lambda=514,5\text{nm}$ :	3	11,6
Índice de Refração..... $\lambda=632,8\text{nm}$	2,54	2,58
	$\lambda=514,5\text{nm}$ 2,62	
Atividade Óptica [graus/mm]..... $\lambda=632,8\text{nm}$	22,4	6,3
	$\lambda=514,5\text{nm}$ 38	12,3
Constante Dielétrica.....	56	47
Coeficiente Eletroóptico( $r_{41}$ ) [ $\text{pm}/\text{V}$ ].....	5	



$$\lambda=488nm \rightarrow h\nu=2,54eV$$

$$\lambda=514,5nm \rightarrow h\nu=2,41eV$$

$$\lambda=632,8nm \rightarrow h\nu=1,96eV$$

#### I.4 - OBJETIVO E DESCRIÇÃO DESSE TRABALHO

No capítulo II fazemos um resumo da teoria que governa a formação de redes de fase no volume de um cristal fotorrefrativo do tipo  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ . Descrevemos as propriedades de difração dessas redes com ênfase especial no seu caráter anisotrópico, levando em conta a atividade óptica presente nestes cristais. Fazemos uma descrição detalhada da eficiência de difração, do estado de polarização da luz difratada e da transferência de energia na mistura de duas ondas.

No capítulo III usamos a técnica experimental do apagamento holográfico para determinar de forma simples e direta o comprimento de difusão  $L_D$  e a eficiência quântica  $\phi$  na geração dos fotoelétrons. Também foi possível avaliar a ordem de grandeza da densidades de "traps"  $N_A$  presentes na amostra.

Nos capítulos IV e V descrevemos a aplicação da técnica da detecção sincrônica desenvolvida no nosso laboratório e utilizada pela primeira vez para caracterizar estes materiais. No capítulo IV analisamos o procedimento de medida da diferença de fase entre o padrão de franjas de interferência projetado sobre o cristal e o holograma gerado no seu interior quando este é submetido a um campo elétrico externo. No capítulo V mostramos que ao estabilizar o registro holográfico, fixamos uma fase relativa entre o padrão e o holograma, de modo que quando este se desloca sob a ação de um campo externo, o padrão se desloca sincronizadamente permitindo-nos medir a velocidade deste deslocamento. Conhecendo o sentido do movimento do holograma em relação ao campo elétrico aplicado foi possível ainda determinar o sinal das cargas dos fotoportadores.

E finalmente no capítulo VI apresentamos uma avaliação geral do nosso trabalho, e uma análise das perspectivas acadêmicas e práticas na área dos cristais fotorrefrativos.

## I.5 - REFERÊNCIAS

- [1] - A.Ashkin, G.D.Boyd, J.M.Dziedzic, R.G.Smith, A.A.Ballman, K.Nassan, "Optically Induced Refractive Index Inhomogeneities in  $\text{LiNbO}_3$  and  $\text{LiTaO}_3$ " Appl.Phys.Lett. 9,72 (1966)
- [2] - F.S.Chen, J.T.LaMacchia, D.B.Fraser, "Holographic Storage in Lithium Niobate" Appl.Phys.Lett. 13,223 (1968)
- [3] - F.S.Chen, "Optically Induced Change of Refractive Index in  $\text{LiNbO}_3$  and  $\text{LiTaO}_3$ " J.Appl.Phys. 40,3389 (1969)
- [4] - J.J.Amodei, "Electron Diffusion Effects During Hologram Recording in Crystals" Appl.Phys.Lett 18,22 (1971)
- [5] - S.L.Hou, R.B.Lauer, R.E.Aldrich, "Transport Processes of Photoinduced Carriers in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 44,2652 (1973)
- [6] - J.P.Huignard, J.P.Herriau, T.Valentin, "Time Average Holographic Interferometry with Photoconductive Electrooptic BSO crystals" Appl.Opt. 16,2796 (1977)
- [7] - M.Peltier, F.Micheron, "Volume Hologram Recording and Charge Transfer Process in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 48,3683 (1977)
- [8] - J.P.Huignard, J.P.Herriau, P.Aubourg, E.Spitz, "Phase Conjugate Wavefront Generation Via Real-Time Holography in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals" Opt.Lett. 4,21 (1979)
- [9] - N.V.Kukhtarev, V.B.Markov, S.G.Odulov, M.S.Soskin, V.L.Vinetski, "Holographic Storage in Electrooptic Crystals. I - Steady State" Ferroelectrics 22,949 (1979)
- [10] - P.Günter, "Holography, Coherent Light Amplification and Optical Phase Conjugation with Photorefractive Materials" Phys.Rep. 93,201-299(1982)

- [11] - S.I.Stepanov, V.V.Kulikov, M.P.Petrov, "'Running" Holograms in Photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  Crystals" Opt.Comm. 44,19 (1985)
- [12] - S.I.Stepanov, M.P.Petrov, "Nonstationary Holographic Recording for Efficient Amplification" TOPICS IN APPLIED PHYSICS, Editors: P.Günter and J.P.Huignard (Springer, Berlin 1988) Vol 61, chap.9.
- [13] - J.P.Huignard, J.P.Herriau, F.Micheron, "Coherent Selective Erasure of Superimposed Volume Holograms in  $\text{LiNbO}_3$ " Appl.Phys.Lett. 26,256 (1975)
- [14] J.Feinberg, "Real-Time Edge Enhancement Using the Photorefractive effect" Opt.Lett. 5,330 (1980)
- [15] - M.Cronim-Golomb, B.Ficher, J.Nilsen, J.O.White, A.Yariv, "Laser with Dynamic Holographic Intracavity Distortion Correction Capability" Appl.Phys.Lett. 41,219 (1982)
- [16] - B.Ficher, M.Cronim-Golomb, J.O.White, A.Yariv, "Passive (Self-Pumped) Phase Conjugate Mirror: Theoretical and Experimental Investigation" Appl.Phys.Lett. 41,689 (1982)
- [17] - G.Roosen, G.Le Saux, G. Pauliat, M.Allain, J.M.Jonathan, A.Brun, "Effect Photoréfractive dans les Cristaux d'Oxyde de Bismuth et de Silicium ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ) ou de Germanium ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ )" Revue Phys.Appl. 22,1253 (1987)

## CAPÍTULO II

### TEORIA BÁSICA

## II.1 - INTRODUÇÃO

No trabalho que desenvolveremos nesta tese, utilizaremos basicamente dois modelos teóricos: o de Transporte de Cargas em Cristais e o da Difração Anisotrópica por uma rede em volume.

Na primeira parte usaremos o modelo proposto por Stepanov e Petrov na Ref. [1] e veremos como se pode obter a evolução temporal do campo elétrico de cargas espaciais  $E_{sc}(t)$  quando o cristal, submetido a um campo elétrico externo e estacionário  $E_A$ , é iluminado por um padrão de franjas de interferência de duas frentes de ondas planas.

A modulação espacial do campo  $E_{sc}$  é mantida devido à distribuição de cargas no volume do cristal. Quando o cristal é iluminado por um feixe de luz uniforme os portadores tendem a se distribuir também uniformemente, fazendo decair temporalmente o valor da modulação de  $E_{sc}$ . Como todos os portadores estão submetidos a campo elétrico constante, toda a distribuição de cargas, e portanto a rede gravada, se desloca com uma certa velocidade na direção do campo aplicado. Essa velocidade, que chamamos "característica", depende do valor do campo aplicado e também de grandezas típicas do cristal como a mobilidade dos fotoportadores, a densidade de "traps", a constante dielétrica e temperatura da amostra.

Nosso objetivo nessa primeira parte, é modelar o caso ainda mais geral onde consideramos também que o padrão de franjas de interferência se desloca com uma velocidade constante  $v$ , na direção do campo aplicado. Nos capítulos seguintes trataremos de experimentos onde as condições são mais particulares como por exemplo, o caso em que não há campo externo aplicado, ou seja  $E_A=0$ , e o caso em que anulamos a parte real do campo de cargas espaciais,  $\text{Re}\{E_{sc}\}=0$ . Mas por hora, faremos essa análise mais completa, embora se perca um pouco em clareza.

Em seguida estudaremos como o elipsóide de índices de refração do cristal é alterado quando este sofre a ação de um campo elétrico externo, tornando-se anisotrópico (essa análise é feita sem se considerar a origem do campo). Veremos que a anisotropia induzida depende da direção do campo aplicado em relação aos eixos cristalográficos<sup>[2]</sup>.

Baseado no procedimento de cálculo usado na Ref. [4], veremos que a partir da Teoria de Onda Acoplada desenvolvida por Kogelnik<sup>[3]</sup> para redes espessas, podemos entender como essas alterações de índices irão influenciar as propriedades de polarização da luz difratada. E conhecendo estas propriedades, saberemos como melhor utilizá-las em experimentos de mistura de duas ondas nos cristais. Poderemos também obter a expressão para a eficiência de difração da rede gravada, em função da amplitude de modulação do campo  $E_{sc}$ .

E finalmente, veremos algumas características da transferência de energia entre os feixes que formam o padrão de interferência, e que portanto, dão origem, e são também difratados pela rede gravada no cristal.

Com isso, teremos o material teórico básico, que a princípio, necessitamos para desenvolver o estudo das propriedades ópticas dos cristais do tipo  $Bi_{12}SiO_{20}$ .

## II.2 - DINÂMICA DO CAMPO DE CARGAS ESPACIAIS

Um padrão de interferência de duas frentes de onda planas de irradiancias  $I_1$  e  $I_2$ , é um conjunto de franjas paralelas que pode ser representado por:

$$I = I_0 [1 + |m| \cos(Kx + \psi)] \quad (2.1)$$

onde  $I_0$  é a irradiancia média entre os feixes; e  $|m|$  a visibilidade das franjas, definida por:

$$|m| = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos\varnothing \quad (2.2)$$

sendo  $\varnothing$  o ângulo entre as direções de polarização dos feixes  $I_1$  e  $I_2$ .

Fazendo  $m = |m|e^{i\psi}$ , podemos reescrever a expressão (2.1) como:

$$I(x) = I_0 + \frac{I_0}{2} (me^{iKx} + m^* e^{-iKx}) \quad (2.3)$$

Se considerarmos agora que esse padrão se move com uma velocidade  $v$  em relação a um referencial preso ao cristal, teremos:

$$I(x, t) = I_0 + \frac{I_0}{2} (me^{iK(x-vt)} + m^* e^{-iK(x-vt)}) \quad (2.4)$$

E ainda, definindo  $\alpha = x - vt$ , reescrevemos (2.3) na forma:

$$I(\alpha) = I_0 + \frac{I_0}{2} (me^{iK\alpha} + m^* e^{-iK\alpha}) \quad (2.5)$$

Como vimos na seção (I.1), esse padrão de luz é projetado sobre um cristal de BSO em uma configuração eletroóptica transversa. Em nosso caso, sobre a face (110), com o vetor  $K=K\hat{x}$  paralelo ao eixo  $[1\bar{1}0]$  do cristal. Se forma então uma distribuição de densidade de fotoelétrons na banda de condução,  $n(x)$ , e também de centros aceitadores positivamente carregados,  $N_A(x)$ , que dá origem ao campo de cargas espaciais  $E_{sc}(x)$ . No caso em que  $m \ll 1$ , podemos representar cada uma dessas grandezas pelas suas primeiras componentes de Fourier:

$$n(x) = n_0 + \frac{n_0}{2}(ae^{iKx} + a^*e^{-iKx}); \quad (2.6)$$

onde  $n_0$  é a densidade média de fotoelétrons na banda de condução gerados por uma iluminação uniforme  $I_0$ . E

$$N_A(x) = N_A + \frac{N_A}{2}(Ae^{iKx} + A^*e^{-iKx}). \quad (2.7)$$

Para o campo elétrico teremos:

$$E(x) = E_A + E_{sc}(x) \quad (2.8)$$

com

$$E_{sc}(x) = \frac{1}{2}(E_{sc}e^{iKx} + E_{sc}^*e^{-iKx}) \quad (2.9)$$

onde  $E_A$  é o campo elétrico aplicado externamente ao cristal, e  $E_{sc}$  a amplitude de modulação do campo total.

## EQUAÇÕES DE TRANSPORTE DE CARGAS

Quando o tempo médio de permanência do fotoelétron na banda de condução,  $\tau$ , é muito menor que o tempo de gravação do holograma,  $\tau_{sc}$ , podemos desprezar a sua contribuição para a geração do campo elétrico de cargas espaciais, e considerar somente a densidade de aceitadores carregados, de maneira que podemos escrever a equação de Gauss como:

$$\nabla_{\alpha} \cdot D = \rho(\alpha) \quad (2.10)$$

com  $\rho(\alpha) = qN_A(\alpha)$ .

Usando a relação (2.7) acima, teremos, para o termo em  $e^{iK\alpha}$ , que:

$$iK\epsilon_0 E_{sc} = qAN_A \quad (2.11)$$

A equação de balanço para a densidade de centros aceitadores pode se escrita como:

$$\frac{\partial N_A(\alpha)}{\partial t} = mg_0 - (A + a)\frac{n_0}{\tau} \quad (2.12)$$

onde  $g_0$  é a taxa de geração de fotoelétrons sob uma iluminação de irradiância uniforme  $I_0$ , e  $n_0/\tau$  a sua taxa de recombinação. O primeiro termo do lado direito de (2.12) representa a geração de fotoportadores pelo padrão luminoso, e o segundo, a sua recaptura pelos centros aceitadores. Como  $\tau \ll \tau_{sc}$ , podemos considerar que há sempre uma condição de quasi-equilíbrio entre a geração e a captura de elétrons, ou seja  $g_0 \approx n_0/\tau$ .

Por outro lado, a partir de (2.7) temos que:

$$\frac{\partial N_A(x)}{\partial t} = N_A \frac{\partial}{\partial t} (A e^{iK(x-vt)}) = N_A e^{iKx} \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) \quad (2.13)$$

e portanto, de (2.12) e (2.13):

$$N_A \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) = [m - (A + a)] \frac{n_0}{\tau} \quad (2.14)$$

de onde obtemos que:

$$a = - N_A \frac{\tau}{An_0} \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) + (m - A) \quad (2.15)$$

Equação de Continuidade para as cargas de condução é:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (2.16)$$

com

$$\vec{J} = q\mu n \vec{E} + qD \vec{\nabla} n \quad (2.17)$$

onde  $\vec{J}$  representa a densidade de corrente,  $D$  o coeficiente de difusão para os fotoelétrons e  $\mu$  a sua mobilidade.

Substituindo (2.17) em (2.16) teremos:

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = - \mu \frac{\partial}{\partial x} (nE) - D \frac{\partial^2}{\partial x^2} n(x) \quad (2.18)$$

Como  $\tau \ll \tau_{sc}$ , podemos considerar que  $\partial n(x)/\partial t \approx 0$  no referencial que se move com o padrão, e portanto:

$$N_A \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) = -iK\mu n_o (E_{sc} + aE_A) + K^2 n_o aD \quad (2.19)$$

isolando os termos que contêm a:

$$N_A \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) = a(-iK\mu n_o E_A + K^2 D n_o) - iK\mu n_o E_{sc} \quad (2.20)$$

e substituindo (2.15) vem que:

$$N_A \left( \frac{\partial A}{\partial t} - iAKv \right) (1 - iK\tau\mu E_A + K^2 D\tau) = (m - A)(K^2 D n_o - iK\mu n_o E_A) - iK\mu n_o E_{sc} \quad (2.21)$$

### DEFINIÇÕES

Para colocar a expressão (2.21) numa forma mais compreensível, usaremos alguns conceitos e definições, apresentadas a seguir, de grandezas usadas na descrição das propriedades de transporte na matéria condensada:

$$E_D = K \frac{D}{\mu} = K \frac{k_B T}{q} \quad \text{é o Campo Elétrico de Difusão.}$$

onde K é a constante de rede, D a constante de difusão do meio,  $\mu$  a mobilidade das cargas  $q$ ,  $k_B$  a constante de Boltzmann, e T a temperatura absoluta.

$E_q = \frac{qN_A}{\epsilon K}$ , é a amplitude máxima da modulação do campo elétrico associado ao holograma, para um dado valor de K e  $N_A$ .  $\epsilon = \epsilon\epsilon_o$  é a permissividade elétrica do meio,  $\epsilon$  a sua constante dielétrica.  $N_A$  é a densidade de centros aceitadores na amostra.

$L_D = \sqrt{D\tau}$  é o Comprimento de Difusão dos Portadores.

onde  $\tau$  é o tempo de vida médio dos fotoportadores na banda de condução.

$L_E = \mu\tau E_A$  é o Comprimento de Arraste dos fotoportadores pelo campo elétrico externo  $E_A$  aplicado ao cristal.

$$l_s = \sqrt{\frac{\epsilon k_B T}{q^2 N_A}} \quad \text{é o Comprimento de Blindagem de Debye}$$

que é definido como a distância em que o potencial efetivo de uma carga  $q$ , colocada num meio com cargas livres, cai de  $1/e$ .

$$l_E = \frac{\epsilon E_A}{q N_A} \quad \text{é o Comprimento de Ligação dos elétrons. (tightening)}$$

$$\text{e } \tau_M = \frac{\epsilon}{q\mu n_0} \quad \text{é o Tempo de Relaxação de Maxwell (ou de Relaxação Dielétrica)}$$

Das relações anteriores podemos mostrar que:

$$K^2 l_s^2 = \frac{E_D}{E_q} \quad \text{e} \quad K l_E = \frac{E_A}{E_q}$$

Usando a relação de Einstein:  $D/\mu = (k_B T/q)$ , ainda podemos obter:

$$\mu\tau = \frac{L_D^2}{(k_B T/q)}$$

Da definição de  $E_q$  dada acima e de (2.11) vemos imediatamente que:

$$A = i \frac{E_{SC}}{E_Q}$$

Substituindo esse resultado em (2.21) e rearranjando os seus termos de modo a colocá-los em função dos parâmetros definidos acima, vamos encontrar que:

$$\frac{\partial E_{SC}}{\partial t} (1 + K^2 L_D^2 - i K L_E) = - \frac{1}{\tau_M} \left\{ m(E_A + i E_D) + E_{SC} \left[ (1 + E_D/E_Q - i E_A/E_Q) - i K v \tau_M (1 + K^2 L_D^2 - i K L_E) \right] \right\} \quad (2.22)$$

Esta expressão nos diz então, como o campo  $E_{SC}$  evolui no tempo em função das grandezas características do material:  $L_D$ ,  $L_E$ ,  $I_S$ ,  $I_E$ , e portanto com  $\mu\tau$  e  $N_A$ , e ainda com  $\tau_M$  e o campo elétrico aplicado  $E_A$ .

## CASOS ESPECIAIS

No estudo experimental, que descreveremos nos capítulos seguintes, de fato, deveremos trabalhar em situações mais particulares do que a estudada acima. Achamos conveniente, então, darmos continuidade a essa abordagem teórica, e adiantarmos aqui algumas das condições que encontraremos à frente.

1) - Em primeiro lugar desejamos modelar o decaimento de  $E_{SC}$  quando fazemos o apagamento da rede holográfica com uma frente de onda plana estacionária. Isto significa fazermos  $m=0$ , pois  $I_1$  ou  $I_2=0$ . Nesse caso, como não há padrão de franjas, não faz sentido falar na sua velocidade de deslocamento, e portanto fazemos também  $v=0$ . Assim (2.22) fica:

$$\frac{\partial E_{SC}}{\partial t} (1 + K^2 L_D^2 - iKL_E) = -\frac{1}{\tau_M} E_{SC} (1 + E_D/E_Q - iE_A/E_Q) \quad (2.23)$$

e imediatamente temos que:

$$E_{SC}(t) = E_{SC}(0) \exp \left\{ -t \frac{(1 + E_D/E_Q - iE_A/E_Q)}{\tau_M (1 + K^2 L_D^2 - iKL_E)} \right\} \quad (2.24)$$

Escrevendo a expressão acima na forma:  $E_{SC}(t) = E_{SC}(0) e^{-t(A+iB)}$

teremos:

$A = \frac{1}{\tau_{SC}}$ , onde  $\tau_{SC}$  é o tempo de decaimento característico do campo

$E_{SC}$ . Notar que A corresponde à parte real da exponencial. E

$B = Kv_0$ , onde  $v_0$  é a velocidade característica do deslocamento da rede durante o apagamento.

Separando o termo real do imaginário na exponencial da expressão (2.24), vamos obter que:

$$\tau_{SC} = \frac{\tau_M [(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2]}{(1 + E_D/E_Q)(1 + K^2 L_D^2) + (E_A/E_Q)KL_E} \quad (2.25)$$

$$v_0 = -\frac{(E_A/E_Q)(1 + K^2 L_D^2) - (1 + E_D/E_Q)KL_E}{K\tau_M [(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2]} \quad (2.26)$$

2) - Em segundo lugar, vamos estudar como a diferença de fase entre o padrão de luz e a rede holográfica formada no cristal varia com um campo elétrico externo, num regime de franjas estacionárias. Neste caso:

$$\partial E_{sc} / \partial t = 0 \quad \text{e} \quad v=0.$$

Aplicando estas restrições a (2.22), teremos que:

$$E_{sc} = - \frac{m(E_A + iE_D)}{(1 + E_D/E_q - iE_A/E_q)} \quad (2.27)$$

Separando as componentes imaginária e real:

$$E_{sc} = - mE_q \frac{E_A E_q + i[E_A^2 + (E_q + E_D)E_D]}{(E_q + E_D)^2 + E_A^2} \quad (2.28)$$

E então teremos que:

$$\text{Tg}\psi = \frac{\text{Im}[E_{sc}]}{\text{Re}[E_{sc}]} = \frac{E_A^2 + (E_q + E_D)E_D}{E_A E_q} \quad (2.29)$$

Como vimos, em regime de difusão esta fase é naturalmete  $\pi/2$ . Então é conveniente avaliarmos como a fase varia em relação a aquela situação. Para isso fazemos a substituição  $\phi = \frac{\pi}{2} - \psi$  em (2.29) e obtemos:

$$\text{Tg}\phi = \frac{E_A E_q}{E_A^2 + (E_q + E_D)E_D} \quad (2.30)$$

Assim se  $E_A=0$  , imediatamente temos que  $\phi=0$ .

3) - E finalmente, estudaremos no Capítulo V, o efeito de se estabelecer uma relação de fase fixa,  $\psi=\pi/2$ , entre o padrão de luz e a rede holográfica formada no cristal. Vamos verificar como a velocidade do padrão de luz, e portanto da própria rede ( $v$ ), varia em função do campo elétrico externo.

Neste caso estamos forçando  $\cos(\psi=\pi/2) = 0$  e portanto  $\text{Re}\{E_{sc}\} = 0$ . Numa situação estacionária, onde  $v$  é constante, o campo  $E_{sc}$  também o será se considerado em um referencial que se desloca com aquela velocidade, portanto podemos fazer:  $\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = 0$  que aplicada em (2.22) implica em:

$$E_{sc} = - \frac{m(E_A + iE_D)}{(1 + E_D/E_Q - iE_A/E_Q) - iKv\tau_M(1 + K^2L_D^2 - iKL_E)} \quad (2.31)$$

Queremos separar a parte real e a parte imaginária de  $E_{sc}$ . Primeiramente rearranjamos o denominador de (2.31):

$$E_{sc} = - \frac{m(E_A + iE_D)}{(1 + E_D/E_Q - Kv\tau_M KL_E) - i[E_A/E_Q + Kv\tau_M(1 + K^2L_D^2)]} \quad (2.32)$$

E fazendo agora:

$$A = (1 + E_D/E_Q - Kv\tau_M KL_E) \quad \text{e} \quad B = [E_A/E_Q + Kv\tau_M(1 + K^2L_D^2)]$$

ficamos com:

$$E_{sc} = - m \frac{(AE_A - BE_D) + i(AE_D + BE_A)}{(A^2 + B^2)}$$

Portanto, para que  $\text{Re}\{E_{sc}\} = 0$ , devemos ter que

$$(\mathcal{A}E_A - \mathcal{B}E_D) = 0. \quad (2.33)$$

Substituindo as expressões para  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  em (2.33), teremos:

$$(1 + E_D/E_Q - Kv\tau_H KL_E)E_A - [E_A/E_Q + Kv\tau_H(1 + K^2L_D^2)]E_D = 0 \quad (2.34)$$

Isolando  $v$ , obtemos finalmente que:

$$v = \frac{E_A}{K\tau_H [(KL_E)E_A + (1 + K^2L_D^2)E_D]} \quad (2.35)$$

Então esta será a velocidade do holograma no cristal quando a diferença de fase entre o holograma e o padrão de franjas é mantida em  $\pi/2$ .

## II.3 - DIFRAÇÃO ANISOTRÓPICA

Nesta secção estudaremos o processo de difração da luz por uma rede de fase gravada no volume do cristal.

Na secção anterior vimos como se origina o campo elétrico de cargas espaciais a partir da projeção de um padrão de interferência luminosa sobre o cristal. Agora veremos como esse campo modifica o elipsóide de índices de refração do cristal via o efeito eletroóptico. Para isso devemos levar em conta as suas propriedades de simetria, que estão caracterizadas através do seu tensor eletroóptico.

Obtidas as características do elipsóide de índices, veremos então como os feixes se acoplam no interior da rede<sup>[3]</sup> transferindo energia entre si. Desse acoplamento, será possível calcular a eficiência de difração da rede. Derivaremos também as propriedades de polarização dos feixes difratado e transmitido, podendo então, melhor aproveitá-las em experimentos de mistura de duas ondas.

Há duas configurações geométricas básicas para a utilização desses cristais: uma com o campo  $\vec{E}$  perpendicular, e outra com o campo  $\vec{E}$  paralelo ao eixo cristalográfico [001]. É conveniente lembrar que o vetor  $\vec{K}$  da rede formada é sempre paralelo ao campo elétrico de cargas espaciais.

Dentro do nosso trabalho, as aplicações feitas foram sempre com  $\vec{E} \perp [001]$ <sup>[4]</sup>, de modo que daremos ênfase aos resultados obtidos para essa configuração, mas apresentaremos também os resultados para o caso em que  $\vec{E} // [001]$ , pois a comparação entre eles nos ajuda a compreender melhor todo o fenômeno da difração anisotrópica.

A eficiência de difração de uma rede de fase está diretamente ligada à amplitude de modulação do índice de refração do meio. Baseados então, no fato de os cristais serem eletroópticos e nas suas pro-

priedades de simetria, calcularemos as características - posição e dimensões - do seu elipsóide de índices.

### II.3.1 - O EFEITO ELETROÓPTICO<sup>[2,5]</sup>

#### O ELIPSÓIDE DE ÍNDICES

Em geral o vetor deslocamento  $\vec{D}$  e o vetor campo elétrico  $\vec{E}$  estão relacionados por:

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \cdot \vec{E}$$

onde  $\hat{\epsilon}$  é o tensor dielétrico do meio. Na notação de índices:

$$D_k = \epsilon_{kl} E_l \quad (2.36)$$

Temos que a densidade de energia elétrica armazenada no meio é:

$$W_E = \frac{1}{8\pi} \vec{D} \cdot \vec{E} \quad (2.37)$$

Substituindo (2.36) em (2.37) teremos:

$$W_E = \frac{1}{8\pi} E_k \epsilon_{kl} E_l \quad (2.38)$$

É possível mostrar que o tensor  $\hat{\epsilon}$  é simétrico<sup>[2]</sup>, ou seja,  $\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$ .

Assim, explicitando os termos de (2.38) ficamos com:

$$8\pi W_E = E_x \epsilon_{xx} E_x + E_y \epsilon_{yy} E_y + E_z \epsilon_{zz} E_z + 2E_x \epsilon_{xy} E_y + 2E_x \epsilon_{xz} E_z + 2E_y \epsilon_{yz} E_z \quad (2.39)$$

lembrando que  $E_k = D_k / \epsilon_k$ ,  $\epsilon_k = n_k^2$ , e ainda fazendo

$$\alpha = \frac{D_x}{\sqrt{8\pi W_E}} \quad \psi = \frac{D_y}{\sqrt{8\pi W_E}} \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{D_z}{\sqrt{8\pi W_E}}$$

na Eq. (2.39), obteremos:

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1 \quad (2.40)$$

onde os índices 1-6 estão relacionados aos eixos por:

$$1 \rightarrow xx, \quad 2 \rightarrow yy, \quad 3 \rightarrow zz, \quad 4 \rightarrow yz, \quad 5 \rightarrow xz, \quad 6 \rightarrow xy .$$

A equação (2.40) é a equação geral de um elipsóide, cujas dimensões estão associadas aos índices de refração para cada direção dentro do cristal.

### EFEITO ELETROÓPTICO LINEAR

Pockels, no início deste século<sup>[6]</sup>, tratou da influência de um campo elétrico aplicado em cristais, sobre a propagação da luz em seu interior, e caracterizou a variação dos coeficientes da equação (2.40) como sendo linearmente dependentes deste campo:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = r_{ij} E_j \quad , \quad i=1-6, j=1-3 \quad (2.41)$$

onde  $r_{ij}$  são os elementos do tensor eletroóptico do cristal e  $E_j$  são as componentes do campo aplicado.

A equação (2.41) pode ser representada na forma matricial por:

$$\begin{vmatrix} \Delta(1/n^2)_1 \\ \Delta(1/n^2)_2 \\ \Delta(1/n^2)_3 \\ \Delta(1/n^2)_4 \\ \Delta(1/n^2)_5 \\ \Delta(1/n^2)_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{vmatrix} \quad (2.42)$$

Os cristais do tipo  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  têm célula unitária cúbica e grupo de simetria pontual 23, portanto seu tensor eletroóptico apresenta somente três elementos não nulos e iguais entre si<sup>[7]</sup>:

$$r_{\phi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Considerando-se o tensor (2.43), podemos explicitar todos os termos da equação (2.40). Como será necessária uma nova mudança de eixos, para que haja maior clareza, vamos trocar os nomes das variáveis: de  $x$  para  $X_1$ , de  $y$  para  $X_2$ , e de  $z$  para  $X_3$ ; e assim a equação fica:

$$\frac{X_1}{n_o^2} + \frac{X_2}{n_o^2} + \frac{X_3}{n_o^2} + 2r_{41}E_1 X_2X_3 + 2r_{41}E_2 X_1X_3 + 2r_{41}E_3 X_1X_2 = 1 \quad (2.44)$$

Fazendo uma rotação dos eixos  $X_1$ ,  $X_2$ , e  $X_3$  para os eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$  mostrados na Fig.2.1 teremos as transformações:

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(y-z) \quad X_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(z+y) \quad X_3 = x$$

e substituindo-as em (2.44), ficaremos com:

$$\frac{x^2}{n^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{n^2} + 2r_{41}E_1 \left( \frac{xy+xz}{\sqrt{2}} \right) + 2r_{41}E_2 \left( \frac{xy-xz}{\sqrt{2}} \right) + 2r_{41}E_3 \left( \frac{y^2-z^2}{2} \right) = 1 \quad (2.45)$$

Se aplicarmos ao cristal um campo elétrico que tenha componentes apenas nas direções  $x$  e  $y$ , vemos da Fig.2.1 que teremos

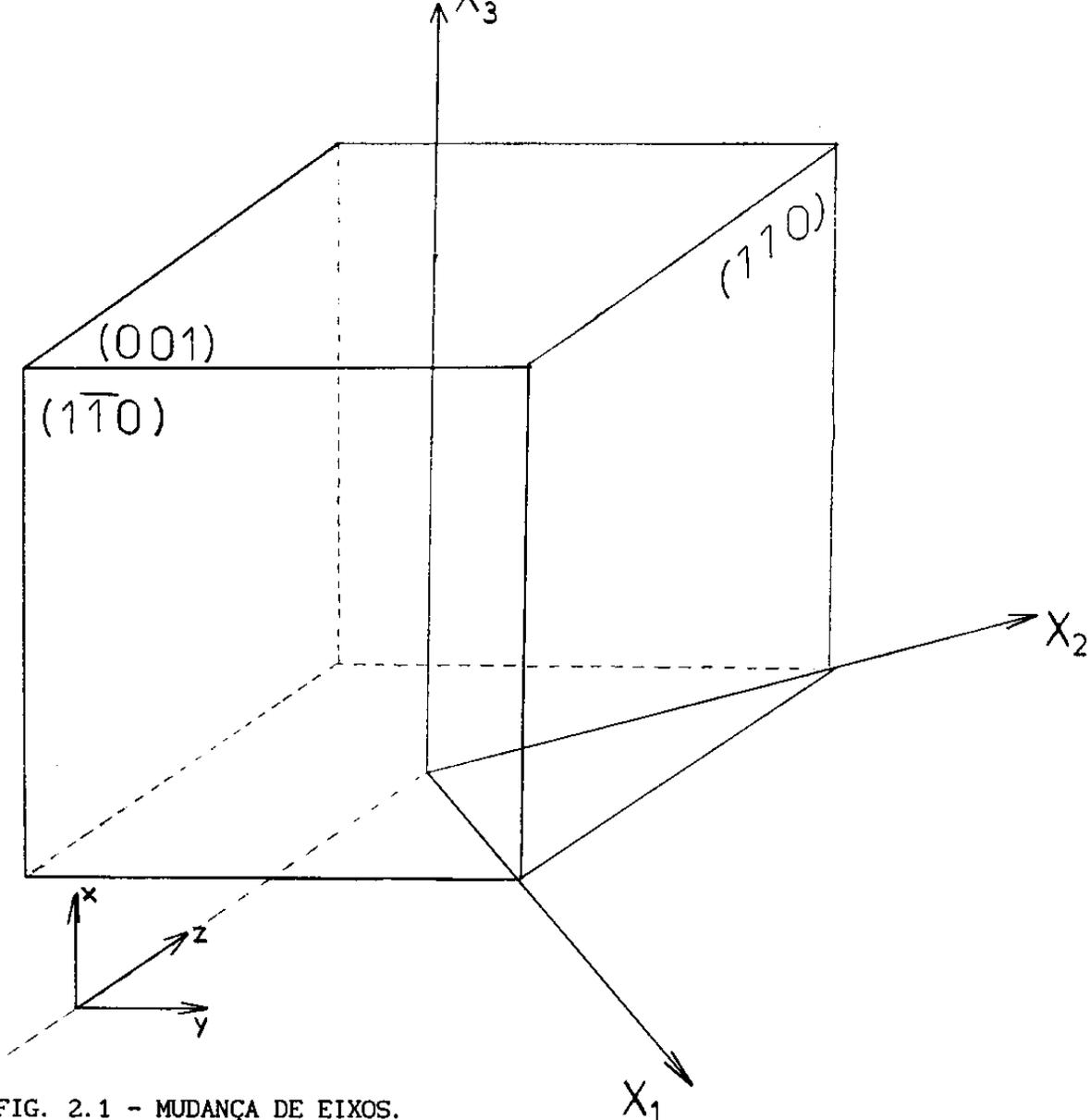


FIG. 2.1 - MUDANÇA DE EIXOS.

$X_1$ ,  $X_2$ , e  $X_3$  são os eixos cristalográficos do cristal.

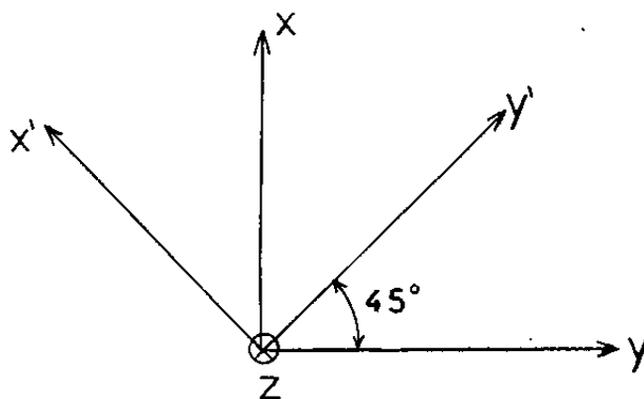


FIG. 2.2 - Rotação do plano  $x$ - $y$  de  $45^\circ$  em torno do eixo  $z$ .

$$E_1 = E_2 = \frac{E}{\sqrt{2}}, \text{ e } E_3 = E_x ;$$

e neste caso, a Eq. (2.45) fica

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + r_{41} E_y xy + r_{41} E_x (y^2 - z^2) = 1 . \quad (2.46)$$

Da equação acima, vemos que, quanto à aplicação de um campo elétrico ao cristal, há dois casos independentes a serem analisados: a) quando o campo  $\vec{E}$  é aplicado na direção do eixo x, ou seja,  $\vec{E} \parallel [001]$ ; e b) com o campo aplicado na direção do eixo y, e portanto  $\vec{E} \perp [001]$ .

#### CASO EM QUE $\vec{E} \perp [001]$

Neste caso  $E_x = 0$ , fazendo-se  $E_y = E$  a Eq. (2.46) fica:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + r_{41} E xy = 1 \quad (2.47)$$

Fazendo uma rotação do sistema de eixos, de  $\pi/4$  em torno do eixo z (Fig.2.2) teremos as transformações:

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' + y') \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}}(y' - x') \quad z = z'$$

que substituídas em (2.47) nos dá:

$$x'^2 \left( \frac{1}{n_o^2} - r_{41} E \right) + y'^2 \left( \frac{1}{n_o^2} + r_{41} E \right) + \frac{z'^2}{n_o^2} = 1 , \quad (2.48)$$

Se associarmos ao eixo  $x'$ , um índice de refração  $n_{x'}$ , teremos:

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \left( \frac{1}{n_o^2} - r_{41} E \right)$$

então:  $n_{x'}^2 = n_o^2 (1 + r_{41} n_o^2 E)^{-1}$ , e analogamente:

$$n_{y'}^2 = n_o^2 (1 - r_{41} n_o^2 E)^{-1}$$

$$n_{z'}^2 = n_o^2$$

Para cristais de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  temos  $r_{41} = 5 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ , e como tipicamente usamos  $E \approx 10^5 \text{ V/m}$ , podemos considerar que  $r_{41} n_o^2 E \ll 1$ , e então escrever:

$$\begin{cases} n_{x'} = n_o \left( 1 + \frac{r_{41} n_o^2 E}{2} \right) \\ n_{y'} = n_o \left( 1 - \frac{r_{41} n_o^2 E}{2} \right) \\ n_{z'} = n_o \end{cases} \quad (2.49)$$

Então, com base no sistema de eixos  $x'$ ,  $y'$ , e  $z'$ , quando o cristal é submetido a um campo elétrico  $E$ , as variações do índice de refração, em relação ao índice médio  $n_o$ , podem ser representadas por:

$$\Delta n = \frac{r_{41} n_o^3 E}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Neste caso  $E_y = 0$ , e fazendo-se  $E_x = E$  obtém-se de (2.46) que:

$$\begin{cases} n_x = n_o \\ n_y = n_o \left( 1 - \frac{r_{41} n_o^2 E}{2} \right) \\ n_z = n_o \left( 1 + \frac{r_{41} n_o^2 E}{2} \right) \end{cases} \quad (2.51)$$

As variações do índice de refração, em relação a  $n_o$ , com base no sistema de coordenadas x, y, e z, pode então ser representada por:

$$\Delta n = \frac{r_{41} n_o^3 E}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (2.52)$$

Vimos como é a ação de um campo elétrico sobre os índices de refração do cristal. Nesta análise geral, não nos importamos com a origem desse campo. Na prática, esse é o campo efetivo no volume do cristal que pode ser devido à distribuição espacial de cargas ( $E_{sc}$ ) e também a uma tensão aplicada externamente ( $E_A$ ). Devemos nos lembrar ainda que o campo  $E_{sc}$  tem sempre a direção do vetor  $K$ , porém o seu sentido varia com a mesma frequência espacial da rede. E portanto as modulações de índices calculadas acima também variam espacialmente, pois o sinal dos campos ( $E$ ), que aparecem nas expressões (2.50) e (2.52), muda a cada período da rede.

### II.3.2 - O ACOPLAMENTO DE ONDAS

Na teoria de onda acoplada desenvolvida por Kogelnik<sup>[2]</sup>, para redes de difração espessas, convencionou-se chamar ao feixe colimado incidente R, de feixe de prova, e ao feixe difratado pela rede, S, de feixe-sinal. No seu modelo assume-se ainda que:

1- não haja absorção pelo meio,

2- a rede de difração possa ser representada por uma modulação da constante dielétrica do meio:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon \cos \vec{K} \cdot \vec{r} \quad (2.61)$$

3- verifica-se a condição de Bragg:

$$\vec{\delta} = \vec{\rho} - \vec{K}$$

onde  $\vec{\delta}$  e  $\vec{\rho}$  são os vetores propagação associados, respectivamente, às ondas difratada S e incidente R, e  $\vec{K}$  é o vetor da rede.

Então, resolvendo as equações de Helmholtz para a propagação de ondas no meio, pode-se obter as relações<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{R}(z)}{\partial z} = -iA \vec{S}(z) , \\ \frac{\partial \vec{S}(z)}{\partial z} = -iA \vec{R}(z) . \end{cases} \quad \text{Equações de onda acoplada.} \quad (2.62)$$

Onde  $\vec{R}$  e  $\vec{S}$  são, respectivamente, os vetores campo elétrico das ondas incidente e difratada: z é o eixo perpendicular à face iluminada, e

$$A = \frac{1}{4} \frac{\Delta\epsilon}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{2\pi}{\lambda \cos\theta} \quad (2.63)$$

é a contante de acoplamento.

No caso de cristais fotorrefrativos, em que ocorre a incidência de duas frentes de onda sobre o cristal, as condições de contorno para

uma rede de difração por transmissão são<sup>[8]</sup>:

$$R(0) = R_0 \quad e \quad S(0) = S_0 e^{i\psi} \quad (2.64)$$

e aplicando-as às Eqs. (2.62) obtemos as seguintes soluções:

$$\begin{cases} R(z) = R_0 \cos Az - i S_0 e^{i\psi} \sin Az \\ S(z) = S_0 e^{i\psi} \cos Az - i R_0 \sin Az \end{cases} \quad (2.65)$$

A fase  $\psi$  entre as duas ondas é introduzida para que se possa levar em conta uma possível assimetria da rede em relação aos feixes incidentes. Esta questão vai ficar mais clara quando analisarmos o efeito dessa fase sobre a transferência de energia entre os feixes na seção (II.3.5).

### II.3.3 - EFICIÊNCIA DE DIFRAÇÃO DA REDE

Vimos na seção (II.3.1), de que forma a aplicação de um campo elétrico modifica o índice de refração do cristal. A alteração correspondente na sua constante dielétrica pode ser obtida considerando-se que:

$$\epsilon = n^2 \Rightarrow \Delta\epsilon = 2n\Delta n$$

e portanto, de (2.50) e (2.52):

$$\Delta\epsilon = n^4 r_{41} E \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ para } \vec{K} \perp [001], \text{ em relação aos eixos } x', y', z'. \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ para } \vec{K} // [001], \text{ em relação aos eixos } x, y, z. \end{cases} \quad (2.66)$$

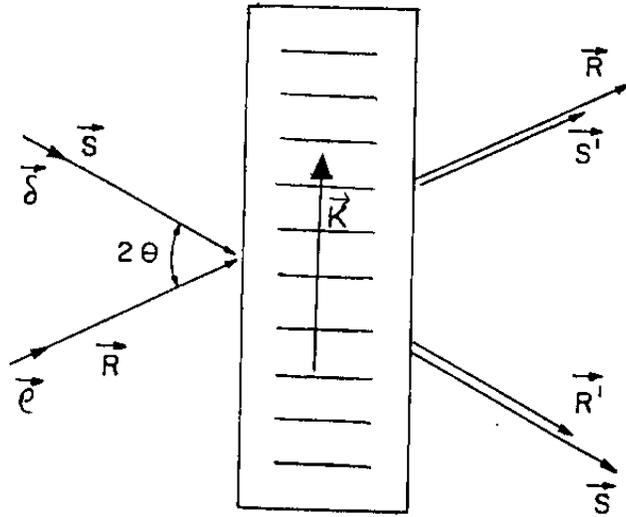


FIG. 2.3 - MISTURA DE DUAS ONDAS EM CRISTAIS FOTORREFRATIVOS.

$\vec{R}$  e  $\vec{S}$  representam as ondas incidentes,

$\vec{\rho}$  e  $\vec{\delta}$  seus vetores propagação,

$\vec{R}'$  e  $\vec{S}'$  as ondas difratadas,

$\vec{K}$  é o vetor da rede.

CASO EM QUE  $\vec{K} \perp [001]$

Neste caso teremos, a partir de (2.63) e (2.66) que:

$$A = A_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{onde} \quad A_0 = \frac{\pi n_o^3 r_{41} E}{2\lambda \cos\theta}. \quad (2.67)$$

Para  $\vec{R} = R\vec{r}$  e  $\vec{S} = S\vec{s}$  temos de (2.62) que:

$$\frac{\partial R(z)}{\partial z} = -i(\vec{r} \cdot A\vec{s})S(z) \quad \text{e} \quad \frac{\partial S(z)}{\partial z} = -i(\vec{s} \cdot A\vec{r})R(z) \quad (2.68)$$

Sejam  $\gamma$  e  $\beta$  respectivamente os ângulos de polarização dos feixes incidente e difratado, em relação ao eixo  $x'$  (Fig.2.4), então :

$$\vec{r} = (\cos\gamma, \sin\gamma, 0) \quad \text{e} \quad \vec{s} = (\cos\beta, \sin\beta, 0) \quad (2.69)$$

e portanto

$$\vec{r} \cdot A\vec{s} = A_0(\cos\gamma, \sin\gamma, 0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

ou seja:

$$\vec{r} \cdot A\vec{s} = A_0(\cos\gamma\cos\beta - \sin\gamma\sin\beta) = A_0\cos(\gamma+\beta) \quad (2.70)$$

Uma vez que podemos estabelecer experimentalmente o valor do ângulo de polarização do feixe incidente ( $\gamma$ ), desejamos saber qual deve ser o ângulo de polarização do feixe difratado ( $\beta$ ). Sabemos que quando não há campo elétrico externo aplicado, o feixe difratado é linearmente polarizado, ou seja,  $\beta$  tem um valor bem definido. E podemos verificar que este valor corresponde à condição de maior

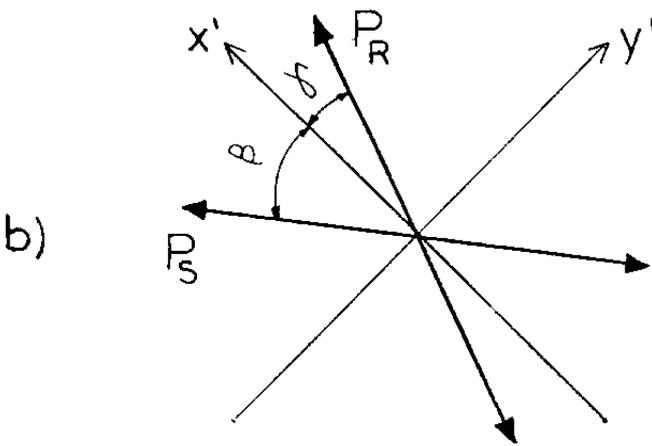
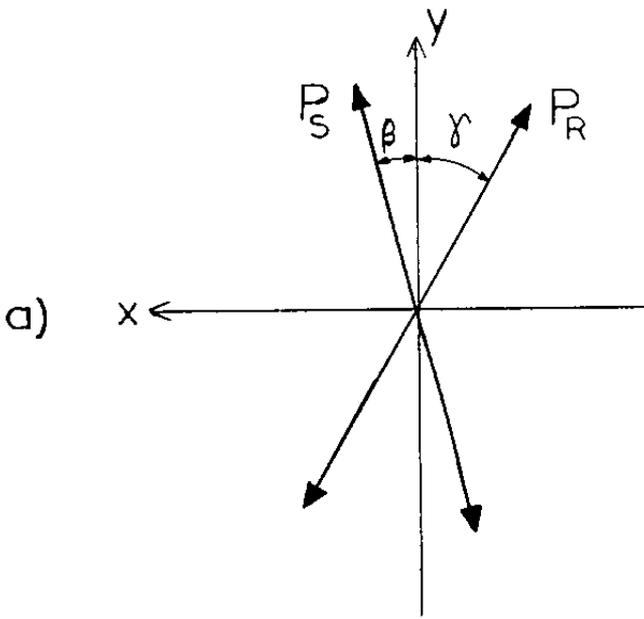


FIG. 2.4 -  $P_R$  e  $P_S$  indicam as direções de polarização dos feixes  $\vec{R}$  e  $\vec{S}$ , ou seja, as direções de  $\vec{r}$  e  $\vec{s}$ .

a)  $\vec{k} // [001]$

b)  $\vec{k} \perp [001]$

acoplamento entre os feixes incidente e difratado.

De (2.70) temos que isso ocorre quando  $\cos(\gamma+\beta) = 1$ , e portanto<sup>[4]</sup>:

$$\beta = -\gamma \quad (2.71)$$

Assim: 
$$\vec{r} \cdot \vec{A} \vec{s} \Big|_{\max} = A_0.$$

Isto significa que quando um feixe incide na rede com uma determinada direção de polarização, dá origem a um feixe difratado com direção de polarização simétrica à sua, em relação ao eixo  $x'$  (ou  $y'$ ).

Então, a partir das equações (2.65), devemos considerar que, em cada uma das direções de propagação, dos feixes  $I_R$  e  $I_S$ , temos as componentes transmitida e difratada se propagando com polarizações diferentes. Assim podemos escrever que:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\gamma}(z) = R_0 \cos A_0 z \\ R_{-\gamma}(z) = -i S_0 e^{i\psi} \sin A_0 z \\ S_{\gamma}(z) = S_0 e^{i\psi} \cos A_0 z \\ S_{-\gamma}(z) = -i R_0 \sin A_0 z \end{array} \right. \quad (2.72)$$

onde as componentes  $\gamma$  e  $-\gamma$  se referem, respectivamente, às ondas transmitida e difratada em cada uma das direções.

A eficiência de difração de uma rede é definida como a razão entre a intensidade total da luz difratada e a intensidade da luz incidente. Para este caso então será:

$$\eta = \frac{|S_{-\gamma}(\ell)|^2}{R_0^2} \quad (2.73)$$

Aquí surge a questão de se levar em conta a atividade óptica do cristal. Pois se pensarmos que a luz será difratada ao longo da sua espessura - já que há rede gravada em todo o volume - temos que considerar que em cada "profundidade" do cristal, a luz atinge a rede com uma polarização diferente. E portanto a luz difratada também terá uma direção de polarização diferente.

Vamos tratar a rede de difração em volume como uma sucessão de redes finas paralelas, ou "redes elementares". Vamos considerar ainda que a luz difratada por cada uma dessas "redes" não sofre nova difração até deixar o cristal. E que o efeito total da rede em volume possa ser obtido somando-se os efeitos destas "redes" ao longo do percurso do feixe.

Considerando que a luz atinja a face de entrada do cristal, com uma direção de polarização dada pelo ângulo  $\gamma_0$ . Como essa polarização vai girando à medida que a luz penetra no cristal, a sua polarização, à profundidade  $z$ , será dada por:

$$\gamma(z) = \gamma_0 + \rho z \quad (2.74)$$

Para a componente difratada na direção de  $S$  temos:

$$dS_{-\gamma}(z) = -iA_0R_0\cos A_0zdz. \quad (2.75)$$

Ao deixar a "rede elementar" da posição  $z$ , este sinal tem polarização  $-\gamma$  em relação ao eixo  $x'$ , e ao chegar à face de saída do cristal, na posição  $l$ , a polarização do feixe terá girado de  $\rho(l-z)$ , onde  $\rho$  é a atividade óptica específica do meio, portanto sua polarização será:

$$\gamma(l) = -\gamma(z) + \rho(l-z).$$

Assim as componentes nas direções  $x'$  e  $y'$  são:

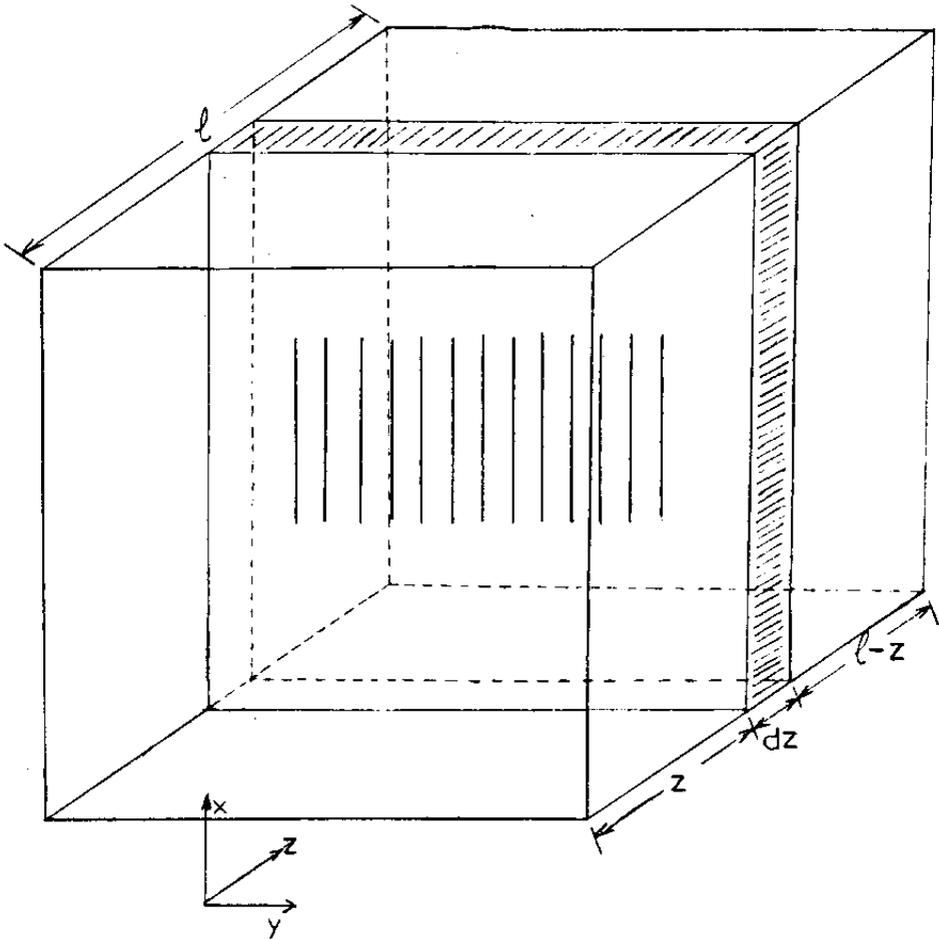


FIG. 2.5 - DECOMPOSIÇÃO DA REDE DE VOLUME EM "REDES ELEMENTARES"

$$\begin{cases} dS_{-\gamma}(z)_{x'} = -iA_0R_0\cos\Lambda_0z\cos[-\gamma + \rho(l-z)]dz \\ dS_{-\gamma}(z)_{y'} = -iA_0R_0\cos\Lambda_0z\sin[-\gamma + \rho(l-z)]dz \end{cases} \quad (2.76)$$

Para as condições usuais de aplicações temos tipicamente que  $\cos\Lambda_0z \approx 1$ , e substituindo-se o valor de  $\gamma(z)$ , Eq.(2.74), ficamos com:

$$\begin{cases} dS_{-\gamma}(z)_{x'} = -iA_0R_0\cos[\gamma_0 + 2pz - \rho l]dz \\ dS_{-\gamma}(z)_{y'} = iA_0R_0\sin[\gamma_0 + 2pz - \rho l]dz \end{cases} \quad (2.77)$$

Integrando (2.77) em  $z$ , de 0 a  $l$ , vamos obter:

$$\begin{cases} S_{-\gamma}(l)_{x'} = -iA_0R_0 \left[ \frac{\sin(\gamma_0 + \rho l) - \sin(\gamma_0 - \rho l)}{2\rho} \right] \\ S_{-\gamma}(l)_{y'} = -iA_0R_0 \left[ \frac{\cos(\gamma_0 + \rho l) - \cos(\gamma_0 - \rho l)}{2\rho} \right] \end{cases} \quad (2.78)$$

Ao fazermos as integrações acima, estamos somando as contribuições de cada "rede elementar" ao sinal difratado por toda a rede em volume.

Para a eficiência de difração temos de (2.73):

$$\eta = \frac{|S_{-\gamma}(l)_{x'}|^2 + |S_{-\gamma}(l)_{y'}|^2}{R_0^2} \quad (2.79)$$

e substituindo os resultados obtidos em (2.78):

$$\eta = \frac{A_0^2}{2\rho^2} \left[ 1 - \frac{1}{2} [\sin(\gamma_0 + \rho l)\sin(\gamma_0 - \rho l) + \cos(\gamma_0 + \rho l)\cos(\gamma_0 - \rho l)] \right]$$

rearranjando os termos:

$$\eta = \frac{A_0^2}{2\rho^2} [1 - \cos 2\rho l]$$

e finalmente:

$$\boxed{\eta = \eta_0 \operatorname{sinc}^2 \rho l} \quad (2.80)$$

onde  $\eta_0 = A_0^2 l^2$  e  $\operatorname{sinc} \rho l = \frac{\operatorname{sen} \rho l}{\rho l}$

A partir de (2.80) podemos fazer algumas observações acerca da eficiência de difração:

a) Nesta configuração ela não depende da polarização do feixe de prova.

b) O seu valor diminui à medida que aumenta a atividade óptica total do cristal.

c) Ela cresce quadraticamente com a amplitude de modulação do campo elétrico, já que  $A_0 \propto E_{sc}^0$ .

### CASO EM QUE $\vec{K} // [001]$

Neste caso tínhamos de (2.63) e (2.66) que:

$$A = A_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{onde } A_0 = \frac{\pi n_o^3 r_{41} E}{2\lambda \cos \theta} \quad (2.81)$$

e portanto para o acoplamento entre as ondas (vide 2.68) temos:

$$\vec{r} \cdot A\vec{S} = A_0(\text{sen}\gamma, \text{cos}\gamma, 0) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sen}\beta \\ \text{cos}\beta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r} \cdot A\vec{S} = -A_0 \text{cos}\gamma \text{cos}\beta \quad (2.82)$$

Analogamente à discussão para o caso anterior, a onda difratada terá uma certa direção de polarização, que deve corresponder à situação que leva ao máximo acoplamento das ondas. Da expressão (2.82) podemos ver que o acoplamento máximo ocorre para  $\beta = \pi$ , assim:

$$\vec{r} \cdot A\vec{S} \Big|_{\text{max}} = \hat{A} = A_0 \text{cos}\gamma. \quad (2.83)$$

Portanto a polarização do feixe difratado será vertical, para qualquer que seja a direção de polarização do feixe incidente na "rede elementar".

Levando em conta esse fato, e repetindo o procedimento feito para  $\vec{K}_1[001]$  obtivemos que, na face de saída do cristal, as componentes ao longo dos eixos x e y, do campo da onda difratada são:

$$\begin{cases} S_{\beta}(l)_y = -\frac{iA_0 R_0 l}{2} [\text{sinc}pl \text{cos}\gamma_0 + \text{cos}(\gamma_0 + \rho l)] \\ S_{\beta}(l)_x = -\frac{iA_0 R_0 l}{2} [-\text{sinc}pl \text{sen}\gamma_0 + \text{sen}(\gamma_0 + \rho l)] \end{cases} \quad (2.84)$$

Para a eficiência de difração nesse caso temos:

$$\eta = \frac{|S_{\beta}(l)_x|^2 + |S_{\beta}(l)_y|^2}{R_0^2} \quad (2.85)$$

substituindo (2.84) em (2.85), teremos:

$$\eta = \frac{A_0^2 \ell^2}{4} \left[ \text{sinc}^2 \rho \ell + 2 \text{sinc} \rho \ell [\cos \gamma_0 \cos(\gamma_0 + \rho \ell) - \text{sen} \gamma_0 \text{sen}(\gamma_0 + \rho \ell)] + 1 \right]$$

e como  $[\cos \gamma_0 \cos(\gamma_0 + \rho \ell) - \text{sen} \gamma_0 \text{sen}(\gamma_0 + \rho \ell)] = \cos 2 \left( \gamma_0 + \frac{\rho \ell}{2} \right)$  (2.86)

então:

$$\eta = \frac{\eta_0}{4} \left[ 1 + \text{sinc}^2 \rho \ell + 2 \text{sinc} \rho \ell \cos 2 \left( \gamma_0 + \frac{\rho \ell}{2} \right) \right]$$

(2.87)

onde  $\eta_0 = A_0^2 \ell^2$

Algumas observações que podemos fazer acerca da eficiência de difração:

- a) Neste caso ela depende da polarização de entrada  $\gamma_0$  do feixe.
- b) Se fixarmos  $\gamma_0 = -\frac{\rho \ell}{2}$ , no limite de  $\rho \ell$  pequeno o seu valor é praticamente igual ao do caso de  $\vec{K} \perp [001]$ . À medida que  $\rho \ell$  aumenta, a eficiência diminui, porém se pode verificar que esse diminuição ocorre mais lentamente do que para aquele caso.

### II.3.4 - PROPRIEDADES DE POLARIZAÇÃO DA LUZ DIFRATADA

#### $\vec{K} \perp [001]$

Como vimos de (2.71), quando o cristal é usado nesta configuração, a direção de polarização do feixe difratado na "rede elementar" é simétrica, em relação ao eixo  $x'$  (ou  $y'$ ), à direção de polarização do feixe incidente.

Podemos obter o ângulo da direção de polarização,  $\beta$ , da luz difratada pela rede em volume como um todo, a partir de suas componentes na face de saída do cristal, expressão (2.78), e então temos:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{S_{-\gamma}^{(l)}{}_y}{S_{-\gamma}^{(l)}{}_x} = \frac{\cos(\gamma_0 + \rho l) - \cos(\gamma_0 - \rho l)}{\operatorname{sen}(\gamma_0 + \rho l) - \operatorname{sen}(\gamma_0 - \rho l)} = -\operatorname{tg}\gamma_0$$

e portanto:  $\beta = -\gamma_0$ .

É interessante notar que havíamos obtido essa propriedade de polarização da luz difratada, para uma "rede elementar" sem atividade óptica. Porém, constatamos agora, que ela se mantém quando consideramos toda a rede, incluindo o efeito da atividade óptica do cristal. Essa questão vai ficar mais clara quando estudarmos o caso em que  $\vec{K} // [001]$ , e então voltaremos a esse ponto.

Esta característica torna esta configuração muito apropriada para o uso em holografia interferométrica<sup>[8]</sup>. Pois no caso em que escolhemos

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho l}{2}$$

na face de saída do cristal teremos:

$$\gamma = \gamma_0 + \rho l = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho l}{2}$$

portanto:

$$\beta = -\gamma_0 = -\frac{\pi}{4} + \frac{\rho l}{2}$$

então a diferença nas direções de polarização da luz transmitida e di-

fratada, depois de saírem do cristal será:

$$\gamma - \beta = \frac{\pi}{2} . \quad (2.88)$$

Ou seja, as polarizações dos feixes difratado e transmitido são ortogonais, sendo possível separá-los usando apenas um polarizador linear.

$\vec{K} // [001]$

Tomando as componentes da luz difratada, na face de saída do cristal, expressões (2.84), podemos calcular o ângulo que determina a sua direção de polarização,  $\beta$  :

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{S_{\beta}(l)_x}{S_{\beta}(l)_y} = \frac{-\operatorname{sinc}\rho l \operatorname{sen}\gamma_0 + \operatorname{sen}(\gamma_0 + \rho l)}{\operatorname{sinc}\rho l \operatorname{cos}\gamma_0 + \operatorname{cos}(\gamma_0 + \rho l)}$$

da expressão acima, podemos notar que quando:

$$\rho l \rightarrow 0 \quad \Longrightarrow \quad \operatorname{tg}\beta \rightarrow 0^{(-)}$$

e portanto:  $\beta = \pi$ .

Podemos observar que no limite de redes finas, ou seja, pequena atividade óptica total, a condição de máximo acoplamento,  $\beta = \pi$ , faz com que a rede funcione como um polarizador linear<sup>[9]</sup>, pois o feixe difratado apresentará sempre a mesma polarização, não importando a do feixe incidente. Para valores de  $\rho l$  maiores, o ângulo  $\beta$  tem uma dependência mais complicada com  $\gamma_0$ .

É interessante observar que nesse caso, a propriedade de polarização da rede elementar não se aplica à rede em volume, como ocorre p/

$\vec{K} \perp [001]$ .

Agora fica claro que naquele caso há um mecanismo compensador: quanto maior a rotação do plano de polarização sofrida pela luz - ou seja, maior a profundidade da rede elementar considerada - causada pela atividade óptica do cristal, maior é a mudança da direção de polarização que a "rede elementar" daquele ponto, imprime à luz difratada. Como essa mudança de direção ocorre no sentido oposto ao da rotação de polarização pela atividade óptica, as contribuições de todas as redes elementares à luz difratada chegam à face de saída do cristal com o mesmo estado de polarização.

Neste caso ( $\vec{K} // [001]$ ) a luz difratada em cada profundidade da rede em volume chega à face de saída do cristal com uma direção de polarização diferente, o que explica o fato da propriedade da "rede elementar" ser válida apenas para redes reais finas.

Como dissemos anteriormente, apresentamos estes resultados para ressaltar as diferenças entre as duas configurações, e com isso, compreender melhor o fenômeno da difração anisotrópica.

### II.3.5 - MISTURA DE DUAS ONDAS - TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA

Quando não há campo elétrico externo aplicado, ocorre uma defasagem natural de  $\pi/2$  entre o padrão de franjas que ilumina o cristal e a rede de difração que se forma em seu interior. Isto ocorre devido ao próprio mecanismo de registro holográfico nestes cristais (Fig.1.1).

Assim, há uma assimetria da rede holográfica em relação às duas frentes de ondas planas que incidem no cristal (a diferença de fase  $\psi$  introduzida nas condições de contorno (seção II.3.2) permite levar em conta este fato). E devido ao acoplamento entre os feixes ocorre uma

transferência de energia entre eles.

$\vec{K} \perp [001]$

Considerarmos a direção de propagação da onda  $R$ , temos que a intensidade total de luz na face de saída do cristal é:

$$I_R = \left| R_\gamma(l)_{x'} + R_{-\gamma}(l)_{x'} \right|^2 + \left| R_\gamma(l)_{y'} + R_{-\gamma}(l)_{y'} \right|^2. \quad (2.89)$$

De (2.72) temos que:

$$\begin{cases} R_\gamma(z) = R_0 \cos \Lambda_0 z \\ R_{-\gamma}(z) = -i S_0 e^{i\psi} \sin \Lambda_0 z \end{cases}$$

$R_\gamma$  é a componente da luz que atravessa o cristal sem se difratar, e por isso e a sua polarização sofre apenas uma rotação à medida que se propaga pelo cristal. Portanto para as suas componentes, nas direções  $x'$  e  $y'$ , na face de saída do cristal, teremos:

$$\begin{cases} R_\gamma(l)_{x'} = R_0 \cos \Lambda_0 l \cos(\gamma_0 + \rho l) \\ R_\gamma(l)_{y'} = R_0 \cos \Lambda_0 l \sin(\gamma_0 + \rho l) \end{cases}. \quad (2.90)$$

E para a componente difratada,  $R_{-\gamma}(z)$ , devemos considerar que:

$$dR_{-\gamma}(z) = -i \Lambda_0 S_0 e^{i\psi} \cos \Lambda_0 z dz. \quad (2.91)$$

Como  $\cos \Lambda_0 z \approx 1$ , na face de saída do cristal, ou seja  $z=l$ , teremos:

$$\begin{cases} dR_{-\gamma}(z)_{x'} = -i \Lambda_0 S_0 e^{i\psi} \cos[-\gamma(z) + \rho(l-z)] dz \\ dR_{-\gamma}(z)_{y'} = -i \Lambda_0 S_0 e^{i\psi} \sin[-\gamma(z) + \rho(l-z)] dz \end{cases} \quad (2.92)$$

Lembrando que  $\gamma(z) = \gamma_0 + \rho z$ , e integrando as expressões acima de 0 a  $l$ , obtemos:

$$\begin{cases} R_{-\gamma}(l)_x = -iA_0 l S_0 e^{i\psi} \text{sincpl} \cos \gamma_0 \\ R_{-\gamma}(l)_y = iA_0 l S_0 e^{i\psi} \text{sincpl} \text{sen} \gamma_0 \end{cases} \quad (2.93)$$

Sbstituindo (2.90) e (2.93), na expressão de  $I_R$ , eq.(2.89), ficaremos com:

$$I_R = \left| R_0 \cos(\gamma_0 + \rho l) - iA_0 l S_0 e^{i\psi} \text{sincpl} \cos \gamma_0 \right|^2 + \left| R_0 \text{sen}(\gamma_0 + \rho l) + iA_0 l S_0 e^{i\psi} \text{sincpl} \text{sen} \gamma_0 \right|^2$$

Agrupando os termos:

$$I_R = R_0^2 + S_0^2 A_0^2 l^2 \text{sinc}^2 \rho l + 2R_0 S_0 A_0 l \text{sinc} \rho l \left[ \cos(\gamma_0 + \rho l) \cos \gamma_0 - \text{sen}(\gamma_0 + \rho l) \text{sen} \gamma_0 \right] \text{sen} \psi$$

Da expressão para a eficiência, (2.80) e de (2.86) ficamos com<sup>[4]</sup>:

$$\boxed{I_R = R_0^2 + S_0^2 \eta + 2R_0 S_0 \sqrt{\eta_0} \text{sincpl} \cos 2 \left( \gamma_0 + \frac{\rho l}{2} \right) \text{sen} \psi} \quad (2.94)$$

onde  $\eta_0 = A_0^2 l^2$ .

E para  $I_S$  obtivemos de maneira similar que:

$$I_S = S_o^2 + R_o^2 \eta - 2R_o S_o \sqrt{\eta} \operatorname{sinc} \rho l \cos 2 \left( \gamma_o + \frac{\rho l}{2} \right) \operatorname{sen} \psi \quad (2.95)$$

Ao terceiro termo de (2.94) e (2.95), chamamos termo de transferência de energia. Pois para o caso em que  $|R_o| = |S_o|$ , vê-se que há uma troca de energia entre as direções de propagação.

Como havíamos comentado no início, o ângulo  $\psi$  foi introduzido nas condições de contorno para levar em conta a diferença de fase entre os feixes no momento em que eles atingem a rede de difração. E portanto corresponde, efetivamente, à diferença de fase entre o padrão de franjas e a rede holográfica.

Das expressões acima, vemos que o termo de transferência de energia depende de  $\operatorname{sen} \psi$ . Isto é coerente com o fato de que, se o valor de  $\psi$  fosse 0 ou  $\pi$ , não haveria nenhuma assimetria da rede em relação aos feixes, e portanto não deveria haver transferência de energia entre eles.

É interessante ainda ressaltar que, no que se refere ao ângulo de polarização  $\gamma_o$ , a transferência será máxima para  $\gamma_o = -\frac{\rho l}{2}$  e nula quando  $\gamma_o = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho l}{2}$ , que é justamente a situação em que as polarizações dos feixes transmitido e difratado pelo cristal são ortogonais (vide 2.88).

$\vec{K} // [001]$

A intensidade total de luz na face de saída do cristal na direção de propagação da onda  $\vec{R}$ , será:

$$I_R = \left| R_\gamma(\ell)_x + R_\beta(\ell)_x \right|^2 + \left| R_\gamma(\ell)_y + R_\beta(\ell)_y \right|^2. \quad (2.96)$$

Temos de (2.72) que:

$$\begin{cases} R_{\gamma}(z) = R_0 \cos \hat{\Delta} z \\ R_{\beta}(z) = -i S_0 e^{i\psi} \sin \hat{\Delta} z . \end{cases}$$

Como a componente  $R_{\gamma}$  é apenas transmitida, as suas componentes nas direções x e y, na face de saída do cristal, são:

$$\begin{cases} R_{\gamma}(l)_y = R_0 \cos \hat{\Delta} \cos(\gamma_0 + \rho l) \\ R_{\gamma}(l)_x = R_0 \cos \hat{\Delta} \sin(\gamma_0 + \rho l), \end{cases}$$

onde  $\hat{\Delta} = \Delta_0 \cos \gamma$ .

E para a componente difratada,  $R_{\beta}(z)$ , precisamos considerar que:

$$dR_{\beta}(z) = -i \hat{\Delta} S_0 e^{i\psi} \cos \hat{\Delta} z dz .$$

Para  $\cos \hat{\Delta} z \approx 1$ , teremos:

$$\begin{cases} dR_{\beta}(z)_y = -i \Delta_0 S_0 e^{i\psi} \cos(\gamma_0 + \rho z) \cos[\rho(l-z)] dz \\ dR_{\beta}(z)_x = -i \Delta_0 S_0 e^{i\psi} \cos(\gamma_0 + \rho z) \sin[\rho(l-z)] dz \end{cases} \quad (2.97)$$

Desenvolvendo cálculos análogos aos feitos para o caso anterior, podemos encontrar que:

$$I_R = R_0^2 + S_0^2 \eta + 2R_0 S_0 \frac{\sqrt{\eta_0}}{2} \left[ 1 + \text{sinc} \rho l \cos 2 \left( \gamma_0 + \frac{\rho l}{2} \right) \right] \sin \psi \quad (2.98)$$

onde  $\eta_0 = \Delta_0^2 \rho^2$

Repetindo o procedimento para o cálculo de  $I_s$  obtivemos:

$$I_s = S_0^2 + R_0^2 \eta - 2R_0 S_0 \frac{\sqrt{\eta_0}}{2} \left[ 1 + \text{sinc} \rho l \cos 2 \left( \gamma_0 + \frac{\rho l}{2} \right) \right] \text{sen} \psi \quad (2.99)$$

Das expressões acima, verificamos novamente que o termo de transferência de energia depende de  $\text{sen} \psi$  como era esperado. E na situação em que  $\gamma_0 = -\frac{\rho l}{2}$  - lembrando que  $\gamma_0$  é medido em relação a eixos diferentes para cada caso - e que  $\rho l$  seja pequeno (vide 2.87), o valor desse termo se iguala ao do caso anterior. E todas as expressões para a transferência de energia se reduzem à forma geral:

$$I_{R,S} = I_1 + I_2 \eta \pm 2\sqrt{I_1 I_2} \sqrt{\eta} \text{sen} \psi .$$

#### II.4 - COMENTÁRIO

Neste capítulo, inicialmente abordamos o problema da dinâmica da formação do campo elétrico de cargas espaciais. Para isso, nos baseamos no procedimento apresentado na Ref. [1], e consideramos mais detalhadamente o caso em que o padrão de luz, projetado sobre o cristal, se desloca com uma velocidade constante  $v$ . E uma vez obtida a expressão geral para o campo, fizemos as restrições apropriadas às condições experimentais de maior interesse para nós.

Em segundo lugar, estudamos a difração por uma rede de fase gravada em volume, num meio que apresenta atividade óptica. Tratamos do caso mais simples, em que não consideramos os efeitos de um campo

elétrico aplicado externamente. E embora tenhamos feito um estudo independente, os nossos resultados acerca da eficiência de difração e das propriedades de polarização dos feixes difratados e transmitidos, estão em concordância com aqueles apresentados na Ref. [9].

Quanto à transferência de energia, a nossa análise foi feita em continuidade ao estudo da eficiência de difração, e os nossos resultados podem ser comparados àqueles da Ref. [10], onde são confirmados.

## II.5 - REFERÊNCIAS

- [1] - S. I. Stepanov, M. P. Petrov - Ref. [9] do Cap. I
- [2] - A. Yariv, Quantum Eletronics (John Wiley & Sons, 1975) chap. 14
- [3] - H. Kogelnik, "Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings" Bell Syst. Tech. J. 48, 2909 (1969)
- [4] - A. A. Kamshilin, J. Frejlich, L. Cescato, "Photorefractive Crystals for the Stabilization of the Holographic Setup" Appl. Opt. 25, 2375 (1986)
- [5] - A. Yariv, Optical Eletronics (Holt, Rinehart and Winston, 1985) chap. 9
- [6] - Mencionado na Ref. (3). Os trabalhos de F. Pockels são de 1893 e 1906 e não dispomos daquelas referências na biblioteca do IF "GW".
- [7] - J. F. Nye, "Physical Properties of Crystals - Their Representation by Tensors and Matrices" Oxford University Press - New York (1985)
- [8] - D. L. Stabler, J. J. Amodei, "Coupled Wave Analysis of Holographic Storage in  $\text{LiNbO}_3$ ", J. Appl. Phys. 43, 1042 (1972)
- [9] - A. A. Kamshilin, M. P. Petrov, "Continuous Reconstruction of Holographic Interferograms Through Anisotropic Diffraction in Photorefractive Crystals", Opt. Comm. 53, 23 (1984)

- [10] - S. Mallick, D. Rouède, A. G. Apostolidis, "Efficiency and Polarization Characteristics of Photorefractive Diffraction in a  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  Crystal" *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1247 (1987)
- [11] - S. Mallick, D. Rouède, "Influence of Polarization Direction on Two-Beam Coupling in Photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ : Diffusion Regime" *Appl. Phys. B* **43**, 239 (1987)

## CAPÍTULO III

MEDIDA DO COMPRIMENTO DE DIFUSÃO E EFICIÊNCIA  
QUÂNTICA NA GERAÇÃO DE FOTOPORTADORES EM BSO<sup>[1]</sup>

### III.1 - INTRODUÇÃO

As propriedades ópticas dos cristais fotorrefrativos são determinadas basicamente pelos mecanismos envolvidos na geração e transporte dos fotoportadores excitados e por suas simetrias cristalográficas.

Vimos na secção (II.2) como se dá a evolução temporal do campo elétrico de cargas espaciais ( $E_{sc}$ ). Na secção (II.3) estudamos como este campo determina as propriedades de polarização da luz difratada, e a eficiência de difração da rede gerada no volume do cristal.

A partir da análise do apagamento da rede no cristal - o que ocorre quando este é iluminado por um feixe de luz espacialmente uniforme - para diferentes frequências espaciais, veremos que é possível determinar grandezas características do material, tais como o comprimento de difusão dos fotoportadores, a eficiência quântica da sua geração e a densidade de "traps" ou defeitos da amostra de material.

Estas grandezas estão relacionadas a propriedades do meio tais como sua difusividade, natureza dos "traps", que por sua vez determinam a mobilidade e o tempo de vida médio dos portadores fotogerados.

Comparamos os valores obtidos com aqueles apresentados na literatura. Veremos que o valor encontrado para  $L_D$  é pequeno: uma ordem de grandeza menor que os valores dados por outros autores. Faremos então, a confirmação desse dado através da medida da sensibilidade da rede gravada para diferentes frequências espaciais, pois o valor máximo da sensibilidade ocorre quando  $KL_D = 1^{[2]}$ , e portanto, determinando o valor de  $K$  para o qual isso ocorre, obtemos o valor de  $L_D$ .

### III.2 - TEORIA

Temos da secção (II.1) que quando um feixe de luz uniforme ( $m=0$ ) ilumina um cristal em que haja uma rede de difração gravada, a veloci-

dade de deslocamento desta rede e o seu tempo de apagamento característicos são:

$$v_o = - \frac{(E_A/E_Q)(1 + K^2L_D^2) - (1 + E_D/E_Q)KL_E}{K\tau_M[(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2]}, \quad e$$

$$\tau_{sc} = \frac{\tau_M[(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2]}{(1 + E_D/E_Q)(1 + K^2L_D^2) + (E_A/E_Q)KL_E}$$

Quando não há campo externo aplicado, devemos fazer:  $E_A = 0$  e  $L_E = 0$  nas expressões acima, quando então teremos

$$v_o = 0 \quad e \quad \tau_{sc} = \frac{\tau_M(1 + K^2L_D^2)}{(1 + E_D/E_Q)} \quad (3.1)$$

#### TAXA DE APAGAMENTO DA REDE

Para maior clareza do desenvolvimento que faremos a seguir, vamos definir o inverso de  $\tau_{sc}$ ,  $S$ , como a taxa característica do apagamento da rede na ausência de campo externo. E portanto teremos:

$$S = 1/\tau_{sc} = \frac{(1 + E_D/E_Q)}{\tau_M(1 + K^2L_D^2)} \quad (3.2)$$

Tínhamos da seção (II.2) que  $\tau_M = \epsilon/(q\mu n_o)$ , e considerando que  $n_o = \tau g_o$ , para  $\tau \ll \tau_{sc}$ , onde  $g_o$  é a taxa de geração de fotoelétrons por volume e  $\tau$  o tempo de vida médio desse elétron na banda de condução. Assim  $S$  fica:

$$S = g_o \frac{q\mu\tau}{\epsilon} \frac{(1 + E_D/E_Q)}{(1 + K^2L_D^2)} \quad (3.3)$$

A taxa de geração de fotoelétrons por volume,  $g_o$ , é definida por<sup>(3)</sup>:

$$g_o = \frac{\phi}{h\nu} \frac{I_A}{\ell} \quad (3.4)$$

onde  $\phi$  é a eficiência quântica do processo de excitação eletrônica, definida como a taxa de conversão dos fótons absorvidos em elétrons excitados,  $h\nu$  a energia do fóton da luz incidente e  $I_A/\ell$  a potência luminosa absorvida por volume do material, onde  $\ell = d/\cos\theta_2$  é o comprimento efetivo percorrido pela luz entre as faces do cristal,  $d$  é a espessura do cristal e  $\theta_2$  a direção de propagação do feixe em seu interior.

Portanto, substituindo (3.4) em (3.3), e rearranjando os termos teremos:

$$\frac{I_A}{S} = \frac{\epsilon\ell h\nu}{\phi q \mu \tau} \frac{(1 + K^2 L_D^2)}{(1 + E_D/E_q)} \quad (3.5)$$

Vimos na seção (II.2) que

$$\mu\tau = L_D^2/(k_B T/q) ,$$

que aplicada em (3.5) nos dá:

$$\frac{I_A}{S} = \frac{\epsilon\ell h\nu}{\phi q L_D^2} \left( \frac{k_B T}{q} \right) \frac{(1 + K^2 L_D^2)}{(1 + E_D/E_q)} . \quad (3.6)$$

## IRRADIÂNCIA ABSORVIDA

Como o índice de refração do BSO fica em torno de 2,5 para comprimentos de onda no visível, a refletividade em suas faces é relativamente alta ( $\approx 20\%$  para incidência normal). Portanto, para o cálculo da irradiância total absorvida pelo cristal,  $I_A$ , devemos levar em conta as múltiplas reflexões do feixe no seu interior. E dessa forma

encontramos que:

$$I_A = I_0 \frac{(1 - R)(1 - e^{-\alpha l})}{(1 - R e^{-\alpha l})} \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (3.7)$$

onde  $I_0$  é a irradiância incidente medida frontalmente à direção de propagação do feixe,  $R$  a refletância da interface ar-cristal,  $\alpha$  o coeficiente de absorção do cristal para o comprimento de onda utilizado,  $\theta_1$  o ângulo do feixe incidente em relação a direção normal à superfície do cristal, sendo que  $\theta_2$  e  $\theta_1$  se relacionam através da lei de Snell:

$$n_{ar} \operatorname{sen} \theta_1 = n_c \operatorname{sen} \theta_2 .$$

Utilizando padrões de interferência de baixas frequências espaciais para gerar a rede no cristal, podemos assumir que<sup>[4]</sup>:

$$E_D^2 / E_Q^2 = K^2 L_S^2 \ll 1$$

e neste caso a Eq. (3.6) fica:

$$\frac{I_A}{S} = \frac{\epsilon l h \nu}{\phi q} \left( \frac{k_B T}{q} \right) \left( \frac{1}{L_D^2} + K^2 \right) . \quad (3.8)$$

Da expressão acima vemos que há uma relação linear entre  $I_A/S$  e  $K^2$ . Portanto, a partir do estudo do apagamento da rede para vários valores de  $K$ , podemos fazer uma regressão linear de  $I_A/S$  versus  $K^2$  e obter o valor de  $L_D$ .

Para que fique mais claro, escrevemos a Eq. (3.8) como

$$\frac{I_A}{S} = AK^2 + B \quad (3.9)$$

o que significa que um gráfico de  $I_A/S \times K^2$  deve nos fornecer uma reta

de coeficiente angular: 
$$A = \frac{\epsilon \ell h \nu}{\phi q} \left( \frac{k_B T}{q} \right) \quad (3.10)$$

e termo independente: 
$$B = \frac{\epsilon \ell h \nu}{\phi q} \left( \frac{k_B T}{q} \right) \left( \frac{1}{L_D^2} \right) \quad (3.11)$$

portanto teremos:  $L_D = \sqrt{A/B}$ . E, conhecendo as outras grandezas contidas em A, podemos obter também o valor de  $\phi$ .

### EFICIÊNCIA DE DIFRAÇÃO

Para medir a velocidade do apagamento da rede, nós a iluminamos com um feixe de luz uniforme e detectamos a sua difração, cujo sinal diminui com o tempo. Portanto precisamos relacionar o decaimento do valor de  $E_{sc}$  com o que efetivamente podemos medir: a evolução temporal da eficiência de difração.

Da seção II.3.3, Eq. (2.80), temos que para o caso de  $\vec{K} \perp [001]$ , a eficiência de difração da rede em volume é dada por:

$$\eta = \eta_o \text{sinc}^2 \rho \ell \quad \text{onde } \eta_o = \left( \frac{\pi n_o^3 r_{41} \ell E}{2 \lambda \cos \theta} \right)^2 \quad (3.12)$$

Em geral  $E = E_A + E_{sc}$  mas nesse caso em especial,  $E_A = 0$ . Tínhamos ainda de (2.24) que  $E_{sc} = (E_{sc})_o e^{-St}$ , e assim podemos escrever

$$\eta = \eta'_o e^{-2St} \quad \text{com: } \eta'_o = \left( \frac{\pi n_o^3 r_{41} \ell (E_{sc})_o}{2 \lambda \cos \theta} \right)^2 \text{sinc} \rho \ell \quad (3.13)$$

## SENSIBILIDADE DO APAGAMENTO DA REDE

Um outro conceito que nos será útil definir é o da sensibilidade do cristal para o apagamento.

Convenciona-se definir este parâmetro como a taxa de variação temporal de  $E_{sc}$  no início do apagamento ( $t \approx 0$ ), e pode-se mostrar que ele atinge o seu valor máximo para  $KL_D = 1$  [2].

De (3.13) temos:

$$\left( \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} \right)_{t \approx 0} = -(E_{sc})_o^{sat} \cdot S = \xi (\sqrt{\eta})^{sat} \cdot S \cos \theta \quad (3.14)$$

onde  $\xi$  é uma constante para o cristal e  $(\sqrt{\eta})^{sat}$  é a eficiência de difração limite em cada situação.

### III.3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### III.3.1 - MONTAGEM EXPERIMENTAL

A Fig.3.1 ilustra esquematicamente a montagem experimental que utilizamos. Dividimos um feixe de luz proveniente de um Laser de  $Ar^+$  no comprimento de onda  $\lambda = 5145 \text{ \AA}$  e obtemos dois feixes de intensidades aproximadamente iguais  $I_1$  e  $I_2$  ( $m \approx 1$ ). Estes feixes são então filtrados espacialmente, expandidos, e colimados (sistema não mostrado na figura). Os espelhos  $M_1$  e  $M_2$  são posicionados de tal forma que os feixes se superponham numa região do espaço em que os dois braços do interferômetro tenham o mesmo comprimento, uma vez que o comprimento de coerência do laser é da ordem de alguns centímetros, e façam um

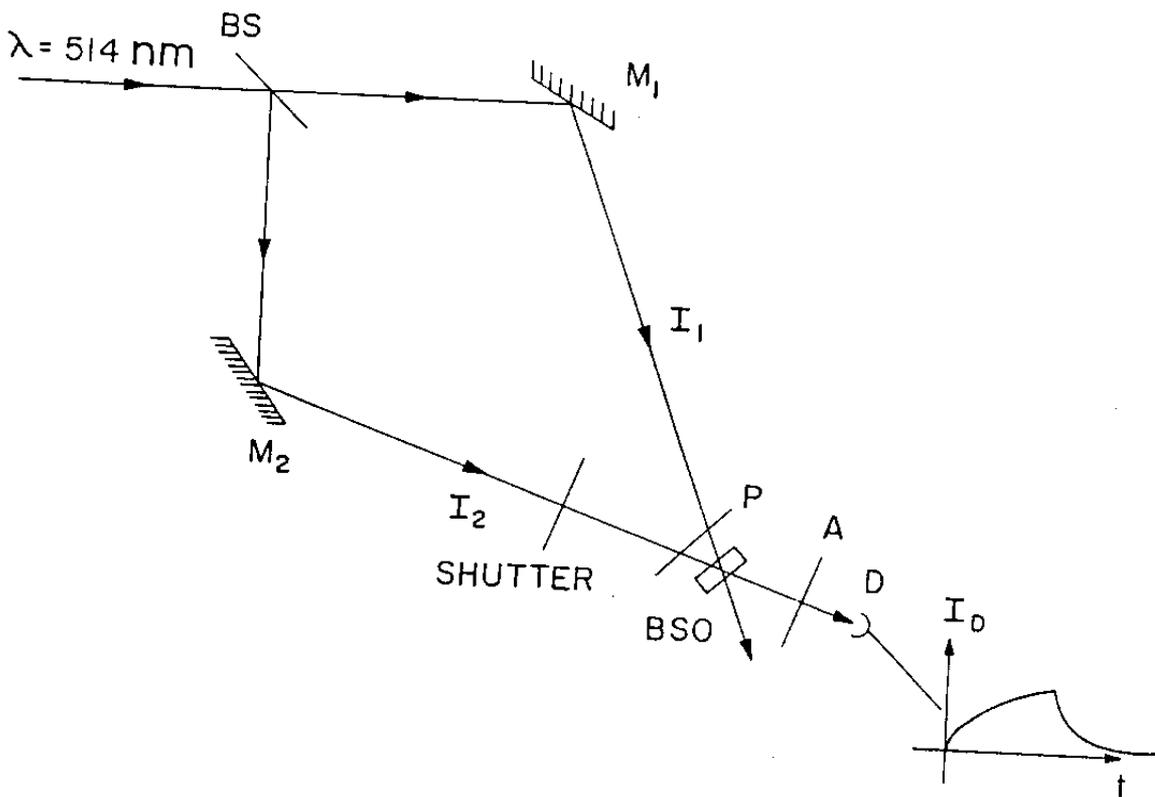


FIGURA 3.1 - MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA A MEDIDA DO APAGAMENTO HOLOGRÁFICO

ângulo de  $2\theta$  entre si.

O cristal de BSO que utilizamos tem as dimensões  $10 \times 5,8 \times 1,71$   $\text{mm}^3$ ; e a sua área exposta ao padrão de interferência é de  $a \approx 5$   $\text{mm}^2$ , que foi estabelecida por máscaras colocadas nos percursos dos feixes  $I_1$  e  $I_2$ .

Posicionamos o cristal com o seu eixo cristalográfico [001] perpendicular ao plano da mesa, e por consequência, também ao vetor  $\vec{K}$  das franjas de interferência. Além disso, para garantir a simetria dos feixes em relação à face do cristal, tomamos o cuidado de posicioná-lo de modo que a reflexão de cada feixe acontecesse na direção do outro.

O controle do processo de exposição do cristal, seja ao padrão de interferência da luz, ou ao feixe uniforme usado no apagamento da rede, foi feito através de um obturador manual (Shutter). Como vemos da Fig.3.1, colocamos o obturador no feixe  $I_2$  que está alinhado com o detetor. Assim, quando obstruimos a passagem de  $I_2$ , naquela direção teremos apenas a difração de  $I_1$ .

Vimos na secção (II.3.4) que nesta configuração, quando a direção de polarização do feixe incidente faz um ângulo de  $-\rho\ell/2$  em relação à vertical, os feixes transmitido e difratado deixam o cristal com polarizações ortogonais entre si, tornando possível separá-los com um polarizador linear. Então, com o polarizador P, estabelecemos aquele ângulo de polarização para os feixes incidentes, e com o analisador A extinguímos o feixe  $I_2$  transmitido, deixando passar somente a difração de  $I_1$ .

Pode-se questionar a razão do uso desse esquema de medida, já que, obstruindo  $I_2$ , teremos na direção do detetor apenas a luz difratada que queremos medir. O problema é que o sistema detetor-multímetro tem que ser calibrado para medir intensidades aproximadamente 100 ve-

zes menores que as dos feixes  $I_1$  ou  $I_2$ . E portanto as medidas têm que ser feitas de modo que o detector jamais seja exposto ao feixe direto.

Utilizamos um detector do tipo Diodo-PIN (UDT fast PIN-10), e verificamos que a sua resposta fosse linear dentro da faixa de irradiâncias medidas, que correspondiam à da luz difratada. Para isso, expusemos o detector a vários valores de irradiância dentro daquela faixa. Então fizemos decair a intensidade do feixe utilizando filtros de coeficientes de absorção conhecidos, e verificamos que o seu sinal caía na mesma proporção.

O sinal do detector era então registrado graficamente por um registrador do tipo Hewlett Packard 7100 BM.

Além da linearidade do detector, era de fundamental importância saber se o tempo de resposta do sistema Detector-Registrador não estaria limitando as nossas medidas. Então, detectando um feixe diretamente, fizemos obstruções e exposições rápidas da luz sobre o detector e pudemos verificar, a partir do registro feito, que o tempo de resposta do sistema era menor que 20ms, cerca de uma ordem de grandeza abaixo dos tempos típicos de escrita e apagamento com que estávamos trabalhando.

### III.3.2 - OBTENÇÃO DOS DADOS

MEDIDA DE  $L_D$  E  $\phi$ .

A partir do registro da difração do feixe  $I_1$  nos foi possível avaliar a evolução temporal do decaimento da eficiência de difração da rede no cristal. Temos de (3.13) que:

$$\eta \propto e^{-2St}$$

e portanto:

$$lm\eta = \text{constante} - 2St .$$

Assim, graficando  $lm\eta$  vs  $t$  teremos uma reta de coeficiente angular  $-2S$ .

Para cada valor de frequência espacial  $K$ , da rede gravada, estudamos vários apagamentos para diferentes intensidades de luz.

Usando um OptoMeter Mod.40X UDT com filtro radiométrico pudemos medir o valor da irradiância incidente sobre o cristal em cada caso. E assim, conhecendo o valor de  $S$  do apagamento correspondente, levantamos os dados de  $\frac{I_A}{S} \times K^2$  que nos permitiram obter os valores do comprimento de difusão  $L_D$ , e da eficiência quântica  $\phi$ .

Da Fig.3.2 vemos que há uma boa correspondência dos dados com a previsão do modelo, no sentido de que se verifica a relação linear entre  $I_A/S$  e  $K^2$ . Isto significa que também é válida a aproximação  $K^2 l_S^2 \ll 1$ , para valores de  $K^2 \leq 500 \times 10^{12} \text{ m}^{-2}$ , e demonstra que trabalhamos longe da saturação do cristal, dentro da suposição feita na análise teórica.

E finalmente, do modelo acima pudemos calcular a partir de nossos dados, que usando  $\lambda=514.5nm$  teremos para esse cristal:

$L_D = 0,1\mu m$ e $\phi = 0,89.$
-----------------------------------

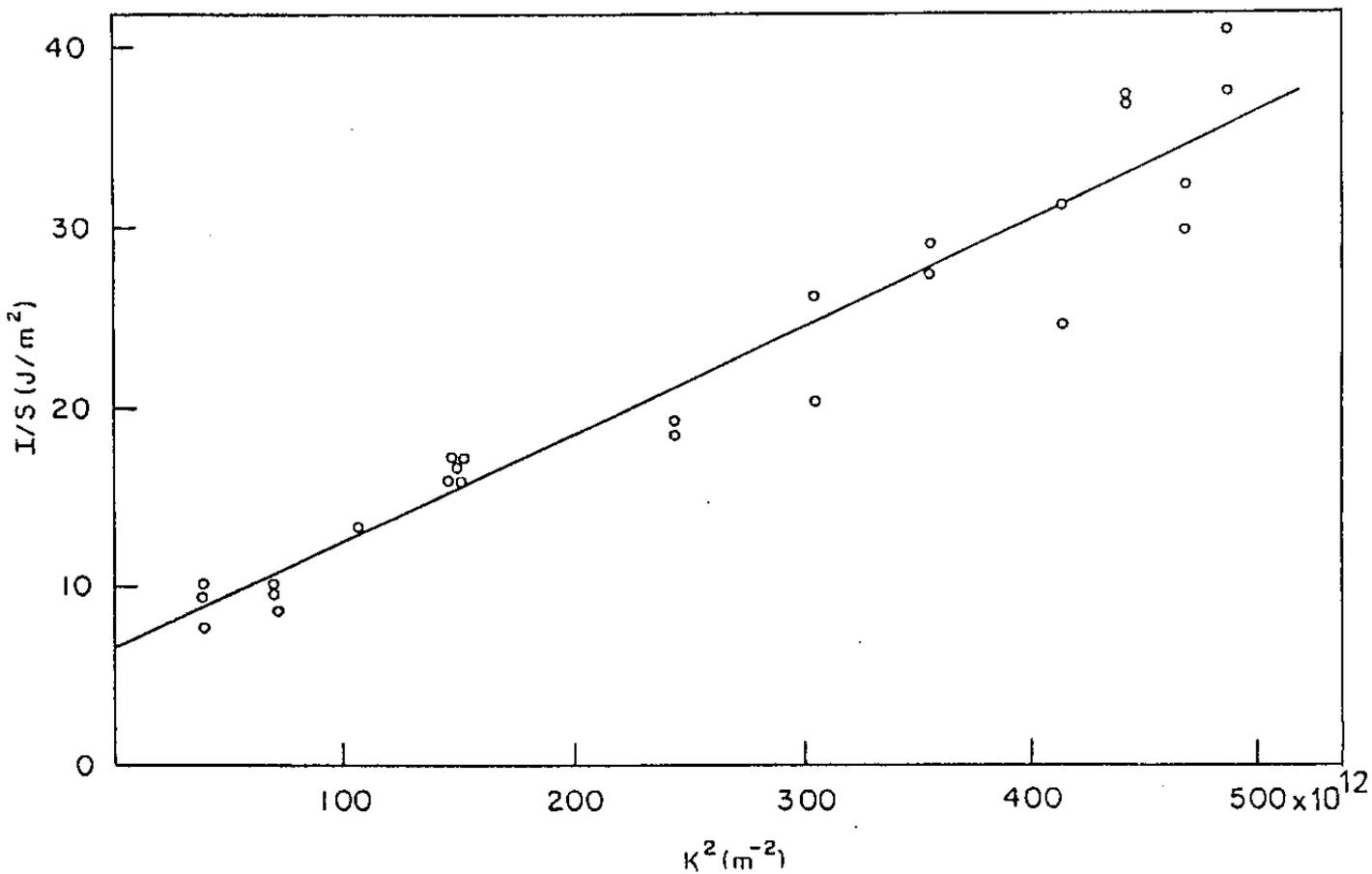


FIGURA 3.2 - DADOS EXPERIMENTAIS DE  $I/S$  vs  $K^2$  E A MELHOR RETA PARA O AJUSTE DOS PONTOS.

## AVALIAÇÃO DE $N_A$

Aumentando-se o valor de  $K$ , de modo que possamos fazer  $K^2 l_S^2$  e  $K^2 L_D^2 \gg 1$ , vemos da expressão (3.6) que o valor de  $I_A/S$  tende para um limite assintótico – independente de  $K$ , e portanto na saturação do cristal – dado por:

$$\left(\frac{I_A}{S}\right)_{AST} = \frac{\epsilon \ell h \nu}{\phi q} \left(\frac{k_B T}{q}\right) \frac{1}{l_S^2}. \quad (3.15)$$

Substituindo a expressão para  $l_S$  (seção II.2), ficamos com:

$$\left(\frac{I_A}{S}\right)_{AST} = \frac{\ell h \nu}{\phi} N_A \quad (3.16)$$

de onde tentamos a valer a ordem de grandeza de  $N_A$  da amostra, já que nessa situação estas equações não são mais válidas.

Visto as dificuldades de se continuar aumentando o valor de  $\theta$  para se conseguir valores maiores de  $K$ , optamos por usar feixes contra-propagantes para a geração da rede. Neste caso o valor de  $K$  passa a ser dado por:

$$K = \frac{4\pi}{\lambda_0} n \cos \left[ \text{sen}^{-1} \left( \frac{\text{sen} \theta'}{n} \right) \right] \quad (3.17)$$

onde:  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da luz incidente,

$n$  o índice de refração do cristal, e

$\theta'$  o ângulo de cada feixe faz com a normal à face em que incide.

(supondo que os dois feixes façam o mesmo ângulo)

Neste caso, usamos  $\theta' = 15^\circ$ , como  $n = 2,62$  para  $\lambda_0 = 514,5 \text{ nm}$  e portanto:

$$K^2 = 4,086 \times 10^{15} = 4,086 \times 10^{12} \text{ m}^{-2}.$$

Obtivemos o valor assintótico de  $\frac{I_A}{S} \Big|_{AST} \approx 48 \text{ J/m}^2$ . E da expressão

(3.16) temos então que:

$$N_A \approx 6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ e ainda } l_S \approx 0,04 \text{ } \mu\text{m}.$$

## RESULTADOS PARA O BTO

Ao tentarmos repetir este mesmo procedimento experimental para cristais de BTO verificamos que os dados obtidos não se adequam ao modelo teórico proposto. A partir da frequência espacial  $K \approx 13 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$  com  $\lambda = 514,5 \text{ } \mu\text{m}$ , a relação entre  $I/S$  e  $K^2$  deixa de ser linear e sofre uma forte variação, para a qual ainda não temos uma explicação clara.

Recentemente<sup>[7]</sup> constatou-se ser possível gerar pelo menos dois tipos diferentes de redes de difração no volume desses cristais, uma fotorrefrativa e outra de origem ainda indeterminada.

Se considerarmos somente a região onde os dados se ajustam razoavelmente bem à teoria proposta, pudemos obter para esses cristais os seguintes valores:

$$L_D \approx 0,1 \text{ } \mu\text{m} \text{ e } \phi \approx 0,2 \text{ para } \lambda = 488 \text{ nm}$$

$$L_D \approx 0,15 \text{ } \mu\text{m} \text{ e } \phi \approx 0,5 \text{ para } \lambda = 514,5 \text{ nm}.$$

### III.4 - CONCLUSÃO E DISCUSÃO DOS RESULTADOS

Apresentamos um método simples de avaliação do comprimento de difusão  $L_D$ , da eficiência quântica  $\phi$ , e da avaliação da densidade de centros aceitadores  $N_A$  para cristais de BSO. Usando o apagamento holográfico, as nossas medidas não são afetadas por fontes de instabilidade que normalmente prejudicam a gravação da rede, como por exemplo, as vibrações mecânicas e correntes de ar.

Da figura III.2 vemos que ocorre uma certa dispersão dos pontos experimentais, possivelmente devido a variações de temperatura entre as várias tomadas de dados que foram feitas. Apesar disso, pode-se considerar que há uma boa linearidade entre  $I/S$  e  $K^2$  o que indica ser válida a aproximação  $K^2 I_s^2 \ll 1$  para  $K^2 < 500 \times 10^{12} m^{-2}$ .

A partir da interferência de feixes contra-propagantes no volume do cristal, alcançamos valores de  $K^2 \gg 1$  atingindo a saturação do material, o que nos permitiu avaliar  $N_A$ .

Podemos comparar os nossos dados:  $L_D = 0,1 \mu m$  e  $N_A \approx 6 \times 10^{16} cm^{-3}$ , com os apresentados nas referências [5] e [6] onde os autores também estudaram as propriedades de transporte do BSO através do apagamento da rede no cristal. Naqueles trabalhos tem-se, para o  $L_D$ , os valores:  $3,9 \mu m$  e  $3,4 \mu m$  respectivamente e para  $N_A$ :  $1,4$  e  $0,8 \times 10^{16} cm^{-3}$ . Portanto podemos ver que há uma grande discrepância em relação aos nossos dados.

Essas diferenças de valores podem ser atribuídas ao fato de que a amostra de BSO que utilizamos foi crescida no A.F. IOFFE Institute de Leningrado (URSS), enquanto que as amostras dos trabalhos citados são da Crystal Technology (EUA).

Os autores da Ref. [6] chamam a atenção para a necessidade de um

maior controle experimental do crescimento desses cristais, pois constataram grandes diferenças de propriedades entre amostras de  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  crescidas sob condições ligeiramente diferentes. Como esses cristais são muito semelhantes ao BSO, é muito provável que o mesmo valha para o nosso caso, podendo estar aí a causa das discrepâncias constatadas.

### III.5 - REFERÊNCIAS

- [1] - P.A.M.Santos, P.M.Garcia, J.Frejlich "Transport Length, Quantum Efficiency and Trap Density Measurement in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 66,247 (1989)
- [2] - M.G. Moharan, T.K. Gaylord, R. Magnusson, "Holographic Grating Formation in Photorefractive Crystals with Arbitrary Electron Transport Lengths" J. Appl. Phys. 50, 5642 (1979)
- [3] - R.Grousson, M.Henry, S.Mallick, "Transport Properties of Photoelectrons in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 56,224 (1984)
- [4] - R.A.Mullen, "Photorefractive Measurements of Physical Parameters", TOPICS IN APPLIED PHYSICS, Edited by P.Günter and J.P.Huignard (Springer, Berlin, 1988) Vol.61, Chap.6
- [5] - R.A. Mullen, R.W.Hellwarth, "Optical Measurement of the Photorefractive Parameters of  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 58,40 (1985)
- [6] - G.Pauliat, J.M.Cohen-Jonathan, M.Allain, J.C.Launay, G.Roosen, "Determinations of the Photorefractive Parameters of  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  Crystals Using Transient Grating Analysis" Opt. Comm. 59,266 (1986).
- [7] - J.Frejlich "Fringe-Locked Running Hologram and Multiple Photoactive Species in  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ " J.Appl.Phys. 68,3104 (1990)

## CAPÍTULO IV

DIFERENÇA DE FASE ENTRE UM PADRÃO DE INTERFERÊNCIA  
LUMINOSA E A REDE GERADA NO VOLUME DO CRISTAL<sup>[1]</sup>

#### IV.1 - INTRODUÇÃO

Vimos na secção (II.3.5), que a transferência de energia entre os dois feixes que geram o padrão de franjas, é controlada pelo seno da diferença de fase  $\psi$ , entre este padrão de luz e o holograma gravado no cristal. Portanto, no que concerne a esta fase, a transferência será máxima para  $\psi = \pi/2$ .

Este valor para a diferença de fase acontece naturalmente no caso em que a gravação da rede holográfica é determinada somente pela difusão dos fotoportadores. Porém, quando o cristal é submetido a um campo elétrico externo, essa fase toma outros valores, que dependerão basicamente, do valor do campo aplicado, e da densidade de centros aceitadores da amostra ( $N_A$ ).

A medida dessa fase através do termo de transferência de energia em experimentos de mistura de ondas é bastante dificultada pelo fato de que, quando o cristal é submetido a um campo externo, a relação entre as polarizações do feixe transmitido e do difratado se torna bastante complicada [2].

O nosso interesse nesta etapa do trabalho, foi desenvolver um método experimental para, pela primeira vez, se medir diretamente essa fase. Para isso utilizamos uma montagem experimental que havia sido desenvolvida para a confecção de redes de difração holográficas, onde é necessário o controle da relação de fase entre um padrão de franjas de interferência e a modulação do índice de refração em fotorresinas [3].

Na secção (II.2), vimos qual é o formalismo matemático envolvido na descrição dessa diferença de fase. Vamos agora analisar qualitativamente o que ocorre.

Quando se aplica um campo elétrico externo  $E_A$  sobre o cristal, a

modulação do campo interno ( $E_{sc}$ ), passa a ocorrer em torno daquele valor de campo, vide Fig.4.1c. Desta maneira, as posições em que o valor do campo é mínimo, se deslocam de  $\Delta/4$  - onde  $\Delta$  é um período da rede - em relação aos mínimos anteriores.

Sob a ação do campo externo, os elétrons são arrastados e se concentram naquelas regiões, porque é aí que a sua velocidade é mínima. E portanto, o perfil do campo interno, e por conseqüência a rede holográfica, tende a se deslocar da sua posição original.

Cabe observar aqui que:

a) embora o arraste dos elétrons seja no sentido contrário ao campo, o padrão de concentração eletrônica se desloca no mesmo sentido do campo aplicado.

b) A análise acima, foi feita para o caso em que se faz uma iluminação uniforme da rede. Porém, se a iluminação for feita com o próprio padrão de interferência, haverá uma competição entre a luz de fundo, que tende a deslocar a rede da maneira descrita acima, e a modulação da intensidade de luz, que continua gerando uma nova rede na posição original. Devemos esperar então, que essa competição: Geração-Arraste, determine a diferença de fase entre a rede e o padrão de franjas em função do campo aplicado.

#### IV.2 - MEDIDA DO TERMO DE INTERFERÊNCIA EM EXPERIMENTOS DE MISTURA DE DUAS ONDAS - MONTAGEM EXPERIMENTAL.

Como vimos na secção (II.3.5), quando o padrão de interferência é projetado sobre o cristal de modo que  $\vec{K} \perp [001]$ , e não haja campo elétrico externo aplicado, teremos na direção do feixe (R), o sinal:

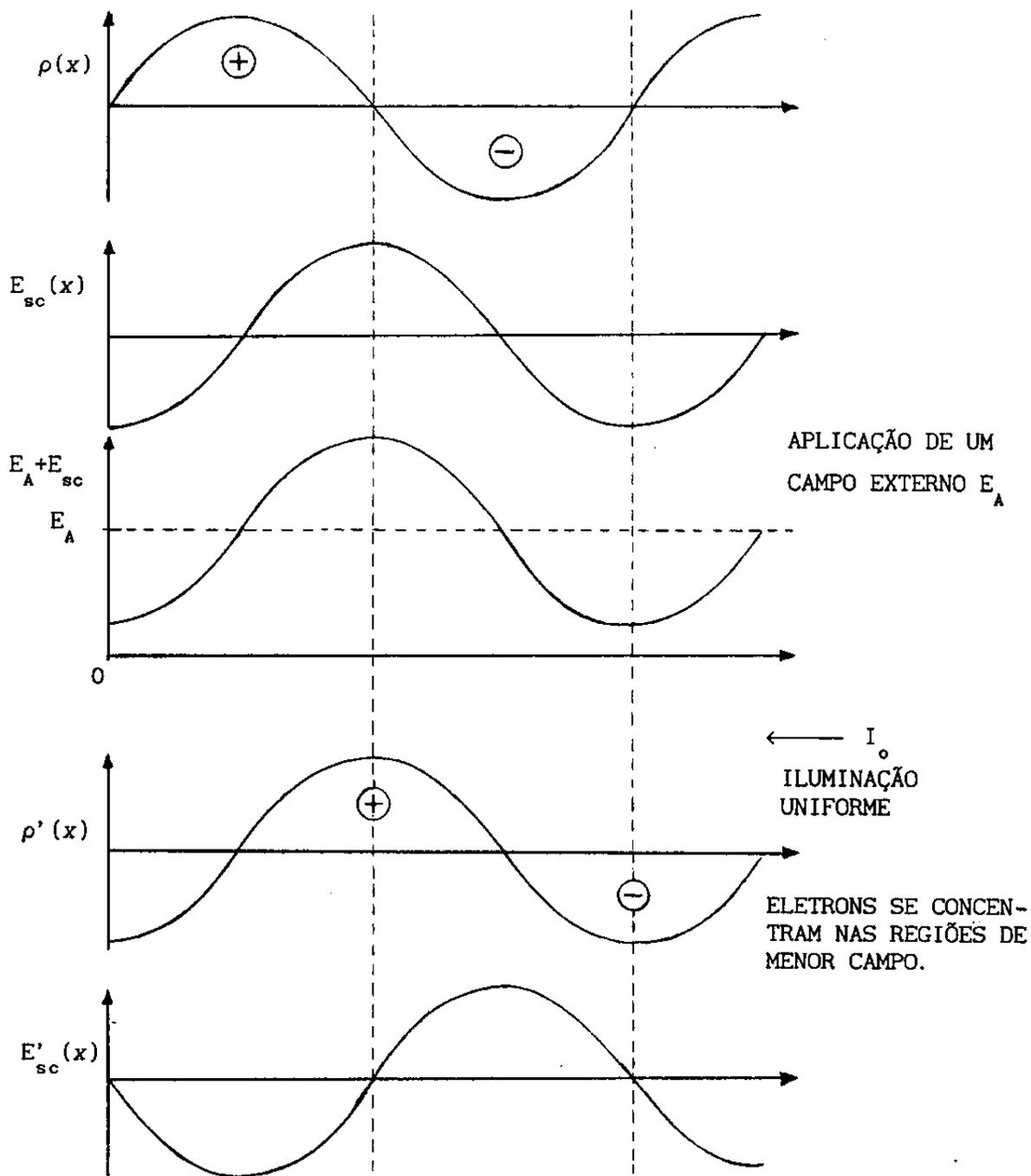


FIG. 4.1 - DESLOCAMENTO DA REDE HOLOGRÁFICA SOB A AÇÃO CAMPO EXTERNO

$$I_R = R_o^2 + S_o^2 \eta + 2R_o S_o \sqrt{\eta} \cos\left(\gamma_o + \frac{\rho \ell}{2}\right) \text{sen} \psi \quad (2.93)$$

Com a aplicação de um campo externo a relação entre as polarizações dos feixes será alterada<sup>[2]</sup>, mas de maneira geral teremos:

$$I_R = R_o^2 + S_o^2 \eta + 2R_o S_o \sqrt{\eta} F \text{sen} \psi ; \quad (4.1)$$

onde F inclui esta relação de polarização.

Neste experimento utilizamos a montagem experimental esquematizada na Fig.4.2. Usamos um laser de Ar<sup>+</sup> da Spectra Physics sintonizado em  $\lambda=514,5nm$ . Em ambos os braços do interferômetro, os feixes foram expandidos e colimados, com o objetivo de se obter um padrão de franjas de boa qualidade em uma área maior que a do cristal:  $10 \times 5,8mm^2$  ( $1,71mm$  de espessura) de maneira que os eletrodos também ficassem iluminados.

Um dos espelhos do interferômetro fica preso a um cristal piezoelétrico (PZT), e através de um gerador de frequência (OSC), aplica-se a ele uma pequena modulação de tensão  $v_d$ , com frequência  $\Omega$ , que se traduz em uma modulação na diferença de fase entre o padrão de franjas e a rede no cristal. De maneira que aquela fase ( $\psi$ ) passa a ser:

$$\psi + \psi_d \text{sen} \Omega t$$

com:

$$\psi_d = K_{PZT}^{\Omega} \cdot v_d \ll 1$$

onde  $K_{PZT}^{\Omega}$  é o fator de conversão voltagem-fase característico do sistema, e  $\Omega$  a frequência de modulação da fase. Fazendo a substituição acima na expressão (4.1), ficaremos com:

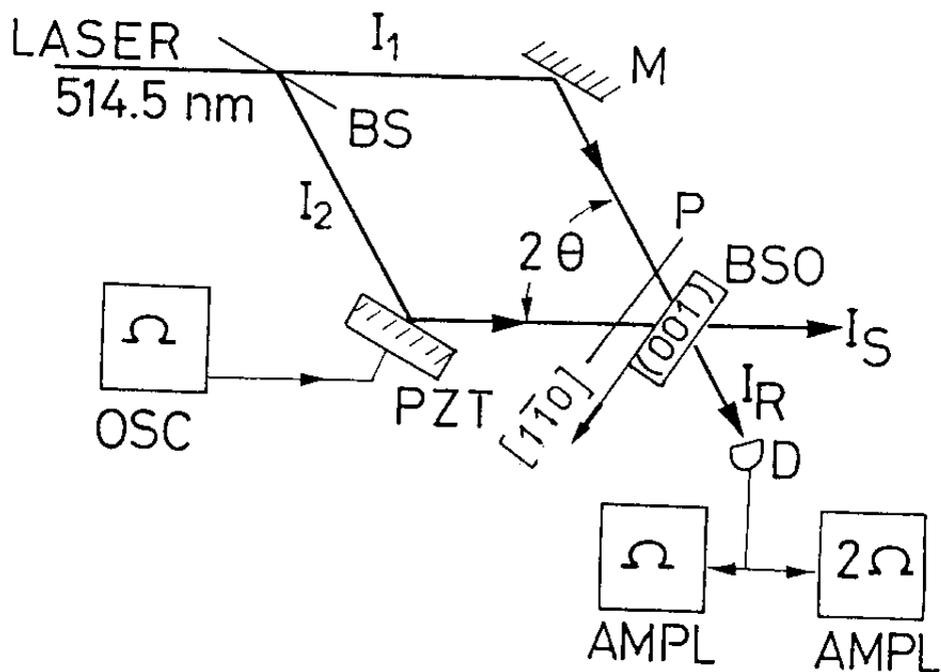


FIG. 4.2 - MONTAGEM EXPERIMENTAL. Um oscilador OSC produz uma baixa amplitude de modulação de fase, com frequência  $\Omega/2\pi=1500\text{Hz}$ , sobre o padrão holográfico através de um espelho preso ao PZT. BS é o divisor de feixe, e AMPL são os amplificadores lock-in sintonizados em  $\Omega$  e  $2\Omega$ .

$$I_R = R_0^2 + S_0^2 \eta + 2R_0 S_0 \sqrt{\eta} F \text{sen}(\psi + \psi_d \text{sen} \Omega t) \quad (4.3)$$

e considerando que:  $\text{sen}(A + B) = \text{sen}A \cos B + \cos A \text{sen}B$

e ainda  $\text{sen}x \approx x$  e  $\cos x \approx 1 - x^2/2$  para  $x \ll 1$ , a expressão (4.3) pode ser reescrita como<sup>[3]</sup>:

$$I_R = I_R^0 + \varepsilon + I_\Omega \text{sen} \Omega t - I_{2\Omega} \cos 2\Omega t \quad (4.4)$$

onde:  $I_R^0 = R_0^2 + S_0^2 \eta + 2R_0 S_0 \sqrt{\eta} F \text{sen} \psi$ ,

$$\varepsilon = 2R_0 S_0 \sqrt{\eta} F \left( \frac{\psi_d}{2} \right)^2 \text{sen} \psi,$$

$$I_\Omega = 2R_0 S_0 \sqrt{\eta} F \psi_d \cos \psi, \quad (4.5)$$

e  $I_{2\Omega} = 2R_0 S_0 \sqrt{\eta} F \left( \frac{\psi_d}{2} \right)^2 \text{sen} \psi \quad (4.6)$

Como se vê de (4.4), os sinais de  $I_\Omega$  e  $I_{2\Omega}$  estão modulados respectivamente com frequência  $\Omega/2\pi$  e  $2\Omega/2\pi$ , e portanto podem ser medidos separadamente por amplificadores lock-in sintonizados naquelas frequências.

O polarizador P, que aparece na Fig.4.2, foi usado para selecionar a polarização da luz incidente de modo a amplificar a transferência de energia entre os feixes, e portanto o sinal a ser medido.

Neste ponto consideramos conveniente fazer a mesma mudança no referencial da fase que havíamos feito em (2.29). Vimos anteriormente que em regime de difusão a diferença de fase entre o holograma e o padrão de luz é de  $\pi/2$ . Como desejamos verificar a variação desta fase com a aplicação de um campo elétrico ao cristal, vamos fazer a mudança:

$$\phi = \pi/2 - \psi$$

de maneira que  $\phi(E=0) = 0$ ; e passamos a ter:

$$I_{\Omega} = 2R_0S_0\sqrt{\eta}F\psi_d \operatorname{sen}\phi$$

$$I_{2\Omega} = 2R_0S_0\sqrt{\eta}F\left(\frac{\psi_d}{2}\right)^2 \operatorname{cos}\phi$$
(4.7)

e imediatamente vemos que:

$$\operatorname{tg}\phi = \left(\frac{\psi_d}{4}\right) \frac{I_{\Omega}}{I_{2\Omega}}$$
(4.8)

É importante ressaltar que dessa maneira, o valor da  $\operatorname{tg}\phi$  é independente do valor das intensidades dos feixes, eficiência de difração da rede e do termo de polarização F.

#### IV.3 - OBTENÇÃO DOS DADOS

O detector D converte a intensidade luminosa incidente, em uma tensão segundo uma relação do tipo:

$$V = K \frac{I}{p}$$
(4.9)

E como os amplificadores lock-in têm o mesmo coeficiente de amplificação de voltagem para os sinais de frequência  $\Omega/2\pi$  e  $2\Omega/2\pi$ <sup>[3]</sup>, podemos fazer:

$$\operatorname{tg}\phi = \left(\frac{\psi_d}{4}\right) \frac{V_{\Omega}}{V_{2\Omega}}$$
(4.10)

onde  $V_{\Omega}$  e  $V_{2\Omega}$  são os sinais em tensão fornecidos pelos amplificadores

lock-in (EGG-PAR MOD 124A) sintonizados respectivamente nas frequências  $\Omega/2\pi$  e  $2\Omega/2\pi$ .

Todo o sistema óptico foi montado sobre uma mesa de granito repousada sobre câmaras de ar. Embora esse sistema de amortecimento seja eficiente na eliminação de vibrações mecânicas, o registro holográfico em cristais fotorrefrativos, quando submetidos a campos elétricos, normalmente apresenta uma certa instabilidade<sup>[4,5]</sup>.

Para cada valor do campo  $E_A$ , os sinais de  $V_\Omega$  e  $V_{2\Omega}$  foram registrados graficamente ao longo de alguns minutos, e para o cálculo da  $tg\phi$ , tomamos os seus valores médios. A amplitude de modulação da tensão aplicada ao PZT foi de  $v_d=3V$  pico-a-pico, o que corresponde a  $\psi_d=0,006$  rad, para a frequência  $\Omega/2\pi \approx 1500Hz$ . Essa frequência de trabalho foi escolhida por estar afastada das ressonâncias naturais do sistema<sup>[3]</sup>.

#### TRATAMENTO NUMÉRICO DOS DADOS

Uma vez obtidos os valores experimentais de  $tg\phi \times E_A$ , o passo seguinte foi fazer o seu ajuste ao modelo teórico.

Tínhamos da teoria, Eq. (2.30), que:

$$tg\phi = \frac{E_A E_Q}{E_A^2 + (E_Q + E_D)E_D} \quad (4.11)$$

e achamos conveniente escrever a expressão (4.11) em função do valor máximo de  $tg\phi$ , e do correspondente campo elétrico, que podem ser verificados diretamente nos gráficos experimentais de  $tg\phi \times E_A$ .

Fazendo-se

$$\frac{d(tg\phi)_M}{dE} = 0 \quad (4.12)$$

obtemos:

$$E_M^2 = (E_q + E_D)E_D \quad e \quad (tg\phi)_M = \frac{E_q}{2E_M}$$

e então podemos escrever:

$$tg\phi = \frac{2(tg\phi)_M E_M}{E_A^2 + E_M^2} E_A \quad (4.13)$$

Percebemos que para um melhor ajuste da curva, precisamos considerar um pequeno deslocamento na abcissa. Ou seja, como se abaixo de um certo valor do campo aplicado, não haja qualquer alteração na fase. Voltaremos a essa questão na discussão dos resultados, mas por hora, isso significa que passamos a fazer o ajuste, com base na equação:

$$tg\phi = \frac{2(tg\phi)_M E_M}{(E_A - E_o)^2 + E_M^2} (E_A - E_o) \quad (4.14)$$

e portanto, passamos a ter três parâmetros livres para ajustar:

$(tg\phi)_M$ ,  $E_M$ , e  $E_o$ .

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Fizemos medidas de  $tg\phi$  vs  $E_A$  em várias condições:  $K=4,24\mu m$  ( $\theta=10^\circ$ ),  $K=8,35\mu m^{-1}$  ( $\theta=20^\circ$ ) e  $K=10,06\mu m^{-1}$  ( $\theta=24^\circ 20'$ ), este último, o valor máximo que a montagem permitiu. E para os valores extremos de  $K$ , trabalhamos em duas diferentes condições de contraste de franjas:  $m=1$

e  $m=0,3$ .

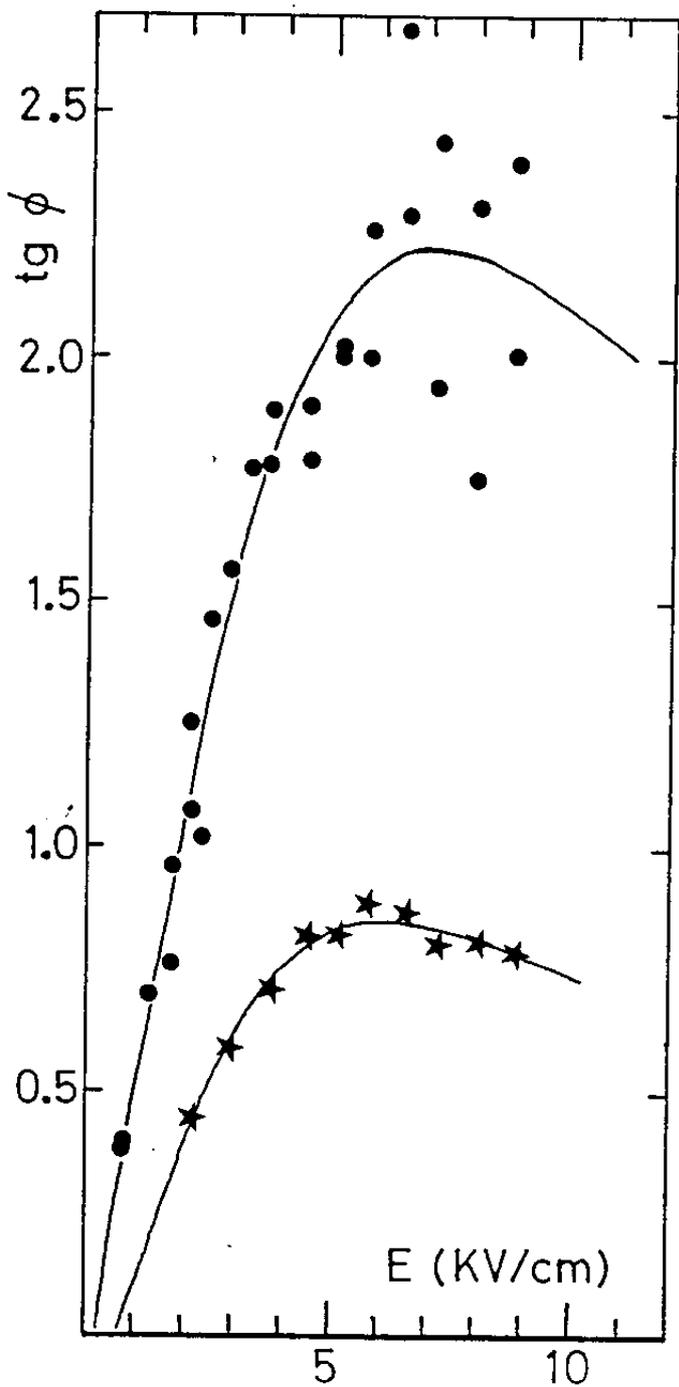
Os dados, e as correspondentes curvas de melhor ajuste ao modelo teórico, são mostrados nas Figs.4.3a e 4.3b. Os valores de  $m$ ,  $K$  e das irradiâncias, para as quais foram obtidas, estão especificados nas respectivas legendas.

Os dados obtidos dos ajustes foram:

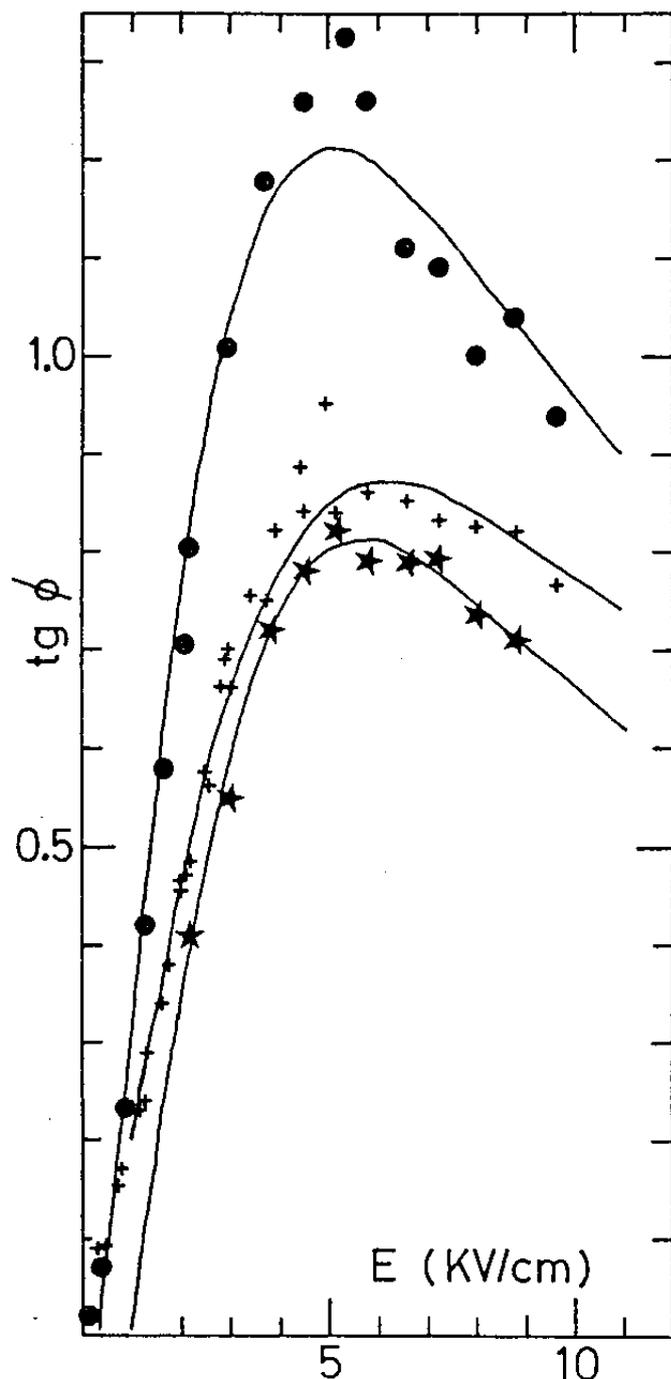
$\theta$	$m$	$E_H$ (kV/cm)	$(tg\phi)_H$	$E_D$ (kV/cm)		$N$ ( $10^{22} m^{-3}$ )	$E_o$ (kV/cm)
				Teor.	Exp.		
$10^\circ$	1	4,74	1,21	1,08	1,70	1,50	0,32
$20^\circ$	1	5,94	0,87	2,13	2,70	2,65	0,26
$24^\circ 20'$	1	4,72	0,81	2,57	2,25	2,35	0,92
$10^\circ$	0,3	6,86	2,22	1,08	1,47	3,96	0,23
$24^\circ 20'$	0,3	5,44	0,85	2,57	2,51	2,85	0,65

#### RESULTADOS PARA O BTO

Repetindo o procedimento experimental descrito acima utilizando um cristal de BTO, obtivemos valores para  $V_\Omega$  e  $V_{2\Omega}$  que raramente se repetiam. Quando essas medidas foram feitas, ainda desconhecíamos o fato de que ocorria a gravação de uma segunda rede no cristal<sup>[6]</sup>, e dessa forma havia parâmetros que não estávamos controlando.



a)  $m \approx 0,3$  .  $I_1 \approx I_2/50$   
e  $I_2 \approx 600 \mu W/cm^2$ .



b)  $m \approx 1$  .  $I_1 \approx I_2 \approx 600 \mu W/cm^2$ .

FIG. 4.3 - DADOS EXPERIMENTAIS de  $tg \phi \times E_A$  para  $K=4,24 \mu m^{-1}$  (●),  
 $K=8,35 \mu m^{-1}$  (+) e  $K=10,06 \mu m^{-1}$  (\*). As linhas contínuas são  
os melhores ajustes à teoria.

#### IV.4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

Desenvolvemos um método para a medida da fase  $\phi$  que apresenta a grande vantagem de ser independente de variações no valor da eficiência de difração da rede gravada, ou das intensidades dos feixes de gravação e também das suas características de polarizações.

Considerando o bom ajuste das curvas teóricas aos pontos experimentais, podemos concluir que o modelo no qual nos baseamos, descreve bastante bem o fenômeno do deslocamento da rede em um cristal submetido a um campo externo. Entretanto, comparando os valores teóricos com os obtidos experimentalmente para o campo de difusão  $E_D$ , podemos ver que somente para  $\theta=24^\circ 20'$  aqueles valores se aproximam. Uma das possíveis razões para esse fato é que, embora o modelo não imponha essa condição explicitamente, ele está elaborado para longos comprimentos de arraste, ou mais especificamente, como afirmam Stepanov e Petrov<sup>[4]</sup>, para  $KL_E \gg 1$ . Uma outra possibilidade é que para maiores frequências espaciais, têm-se condições de Bragg ainda mais rígidas, e ao tomarmos a primeira ordem de difração estamos nos aproximando das condições do modelo teórico.

Para se obter o melhor ajuste das curvas aos pontos experimentais foi fundamental a introdução de  $E_0$ . Sem considerar essa possibilidade, os ajustes eram nitidamente ruins. Alguns trabalhos mencionam a possibilidade de que isso talvez se deva a um problema de contato entre os eletrodos e a superfície do cristal, cuja resistividade é muito alta. Entretanto é significativo notar que, excetuando o dado para  $\theta=20^\circ$ , quanto maior o valor de  $K$ , maior é  $E_0$ . E que diminuindo-se  $m$ ,  $E_0$  também diminui.

Isso certamente não pode ser explicado como uma questão de qua-

lidade do contato elétrico, e achamos que o que pode estar ocorrendo é que para valores de campo aplicado menores que  $E_{sc}$  ocorra um borramento (blurring) na distribuição de cargas (e portanto na rede), de modo que a difração seja muito prejudicada.

Da relação (2.27) temos que  $|E_{sc}| \approx mE_D$  para  $E_A \ll E_D \ll E_Q$ . E se  $T \approx 295K$ , teremos

$$\text{para } \theta = 10^\circ \text{ (K=4,24}\mu\text{m}^{-1}\text{) e } m=0,3 \longrightarrow |E_{sc}| \approx 0,32 \text{ kV/cm, e}$$

$$\text{para } \theta = 24^\circ 24' \text{ (K=10,06}\mu\text{m}^{-1}\text{) e } m=0,3 \longrightarrow |E_{sc}| \approx 0,76 \text{ kV/cm.}$$

Ou seja, valores muito próximos de  $E_0$  obtido em cada caso (vide tabela na Pg. 82).

O valor que obtivemos para  $N_A$  de  $\sim 3 \times 10^{22} m^{-3}$ , na melhores condições, ou seja:  $K=10,06 \mu\text{m}^{-1}$  e  $m \approx 0,3$  é aproximadamente metade daquele obtido para a mesma amostra no experimento em que usamos o apagamento holográfico (Cap. III). Cabe salientar entretanto que naquele trabalho,  $N_A$  foi medido usando-se a saturação, e portanto serviu apenas como uma avaliação.

Uma observação interessante que podemos fazer a respeito do papel dos centros aceitadores na defasagem do holograma, é que, reescrevendo a expressão (4.11) como:

$$tg\phi = \frac{E_A}{E_A^2/E_Q + (1 + E_D/E_Q)E_D}$$

é fácil verificar que se  $N_A$ , e portanto  $E_Q$ , fosse muito grande, teríamos:  $tg\phi \approx E_A/E_D$ , ou seja, haveria uma relação linear entre  $tg\phi$  e  $E_A$ . De onde se conclui que o encurvamento dos gráficos de  $tg\phi \times E_A$  é devido ao valor finito da densidade de centros aceitadores da amostra.

Apenas para efeito de comparação, é interessante conhecer um outro método de medida de fase. Para isso, vamos descrever sucintamente, o procedimento usado na Ref. [5].

Naquele trabalho, os autores gravam uma rede em cristal de cerâmica PZLT 10/65/35 submetido à ação de um campo elétrico de externo, por um tempo suficiente para se atingir uma situação estacionária. Desligam o campo. E então deslocam o cristal através de um PZT, enquanto medem a transferência de energia entre os feixes.

Conhecendo o espaçamento da rede, o deslocamento do PZT, e ainda que  $|I_R - I_S| = \Delta I \times \sin\psi$ , os autores determinam o valor  $\Delta I$  máximo, que se sabe, corresponde a  $\psi = \pi/2$ . E então por comparação dos outros valores de  $\Delta I$  com  $\Delta I(\pi/2)$ , determinam  $\psi$  do final de cada processo de escrita.

Com esse método os autores admitem conseguir baixa reprodutibilidade das medidas e grandes variações nos valores calculados de  $E_q$  e  $I_s$ .

Portanto nos parece que o nosso método de medida daquela fase é uma alternativa nova e confiável dentro, é claro, de suas limitações. Pois esta medida está sujeita a flutuações de origem mecânicas, térmicas e às instabilidades do próprio mecanismo do registro holográfico sob a ação de um campo externo.

#### IV.5 - REFERÊNCIAS

- [1] - P.M.Garcia, L.Cescato, J.Frejlich, "Phase-Shift Measurement in Photorefractive Holographic Recording" J.Appl.Phys. 66,47 (1989)
- [2] - A.Marrakchi, R.V.Johnson, A.R.Tanguay Jr., "Polarization Properties of Photorefractive Diffraction in Electrooptic and Optically Active Sillenite Crystals (Bragg Regime)" J.Opt.Soc.Am.B 3,321 (1986)
- [3] - J.Frejlich, L.Cescato, G.F.Mendes, "Analysis of an Active Stabilization System for a Holographic Setup" Appl.Opt. 27,1967 (1988)
- [4] - S.I. Stepanov and M.P. Petrov - Ref.[9] do Cap.I
- [5] - R.A.Rupp, A.E.Krumins, K.Kerperin, R.Matull, "Holographic Investigation of  $Pb_{0.9}La_{0.1}(Zr_{0.65}Ti_{0.35})_{0.975}O_3$  Ceramics Close to the Phase Transition" Phys.Rev.B 39,9541 (1989)
- [6] - J.Frejlich - Ref.[7] Cap.III

## CAPÍTULO V

# HOLOGRAMAS CAMINHANTES EM CRISTAIS FOTORREFRATIVOS<sup>[1,1a]</sup>

## V.1 - INTRODUÇÃO

Na secção (II.2), nós vimos o caso do apagamento da rede holográfica gravada num cristal submetido a um campo elétrico externo, mediante a sua iluminação por um feixe de luz uniforme. Ocorria que a amplitude do campo elétrico interno diminuía com o decorrer tempo, enquanto a distribuição do campo e a própria rede se deslocavam com uma velocidade característica  $v_0$  (vide (2.26) e (2.27)). Podemos imaginar então que, se fizermos o padrão de franjas se deslocar junto com a rede holográfica, estaremos reforçando-a, e portanto mantendo a amplitude do campo interno.

Por outro lado, vimos no capítulo IV, que o sinal  $I_\Omega$  é proporcional ao cosseno da fase  $\psi$  entre o padrão de franjas e o holograma gravado. Agora veremos que alimentando-se o PZT com aquele sinal, é possível fazer com que o sistema desloque o espelho (acoplado ao PZT) no sentido de manter  $I_\Omega=0$ , e dessa forma fixar uma fase relativa de  $\psi=\pi/2$  - visto que  $\cos(\pi/2)=0$  - entre o padrão de franjas e o holograma.

Assim um deslocamento do holograma no cristal será acompanhado pelo padrão de interferência, através do deslocamento do PZT. E, da evolução temporal desse deslocamento, poderemos obter a velocidade do holograma no interior do cristal.

## V.2 - DESCRIÇÃO DA MONTAGEM EXPERIMENTAL - PARÂMETROS

Como vemos da Fig. (5.1), a montagem é basicamente a mesma que a usada para a medida de  $tg\psi \times E_A$  (Cap IV), com a diferença de que

acrescentamos a alimentação do PZT com o sinal de  $V_{\Omega}$ .

Para equacionar o procedimento usado para se fazer a realimentação negativa, precisaremos definir algumas constantes características desta montagem experimental<sup>[2]</sup>:

$K_{PZT}^{\Omega}$  - Já foi visto na secção (IV.2). É o fator de conversão de uma tensão aplicada ao PZT, com frequência  $\Omega$ , em uma diferença de fase entre o padrão de luz e o holograma, e foi definido por:

$$\psi_d = K_{PZT}^{\Omega} v_d . \quad (5.1)$$

E no caso em que a tensão aplicada varie lentamente com o tempo:

$$\psi_o = K_{PZT}^o V_o . \quad (5.2)$$

Onde  $V_o$  é uma tensão D.C. aplicada ao PZT. Vale dizer ainda que a constante  $K_{PZT}^{\Omega}$  depende da geometria e da mecânica do sistema.

$K_p$  - É o fator de conversão da irradiância de luz incidente e a voltagem de saída do detetor D. Independe de  $\Omega$ , mas para a componente  $I_{\Omega}$  temos:

$$V_{\Omega} = K_p I_{\Omega} . \quad (5.3)$$

$K_o$  e  $K_1$  -  $K_1$  é o fator de amplificação do sinal, em tensão, do amplificador Lock-In sintonizado na frequência  $\Omega$ ; e  $K_o$  o fator de amplificação da fonte de alta tensão (HV). Assim, a tensão ( $V_f$ ) atuante sobre o PZT, que tem sua origem no sinal  $I_{\Omega}$ , é dada por:

$$V_f = K_o K_1 V_{\Omega} . \quad (5.4)$$

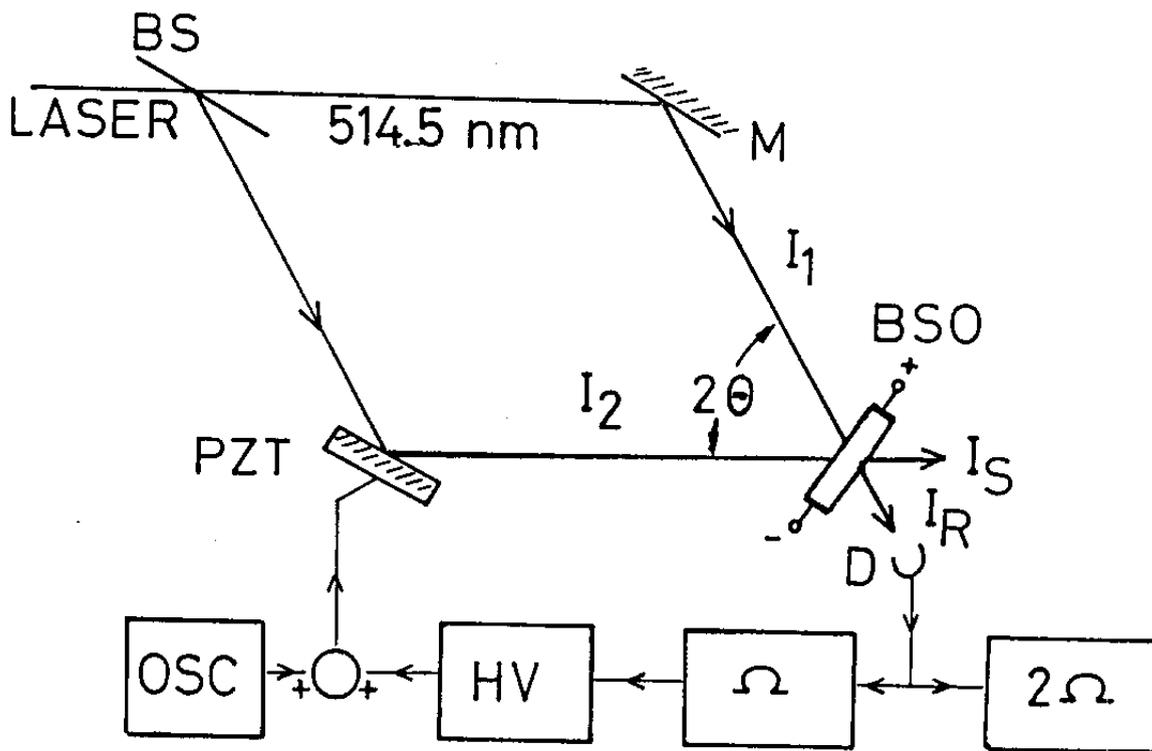


FIGURA 5.1 - MONTAGEM EXPERIMENTAL

A fase decorrente desse sinal será, substituindo (5.4) e (5.3):

$$\psi_f = K_{PZT}^o V_f = K_{PZT}^o K_o K_1 K_P I_\Omega$$

e ainda, substituindo a expressão para  $I_\Omega$  dada por (4.5) temos:

$$\psi_f = A \cos \psi \quad \text{com} \quad A = 2K_{PZT}^o K_o K_1 K_P \psi R_o S_o \sqrt{\eta} F \quad (5.5)$$

Para se obter a fase total entre o holograma e o padrão devemos considerar ainda duas outras causas: a) a variação da tensão D.C. sobre o PZT, que já havíamos mencionado e b) a variação da fase devido ao próprio movimento do holograma. De modo que finalmente teremos:

$$\psi(t) = K_{PZT}^o V_o + Kvt + A \cos \psi(t) \quad (5.6)$$

onde  $K$  é o módulo do vetor da rede gravada no cristal e  $v$ , a velocidade de deslocamento dessa rede. É interessante perceber que (5.6) também pode ser escrita como:

$$\psi(t) = K_{PZT}^o V_{PZT} + Kvt \quad \text{para} \quad V_{PZT} = V_o + V_f \quad (5.7)$$

pois  $V_{PZT}$  pode ser medido diretamente.

Como já dissemos anteriormente, usar o sinal de  $I_\Omega$  para controlar o PZT, significa manter  $\psi \approx \pi/2$ . E portanto devemos ter

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{Kv}{[1 + A \sin \psi(t)]} \approx 0 \quad (5.8)$$

o que implica em fazer  $A \gg 1$  na condição em que o sistema se encontra estabilizado.

Suubstituindo (5.7) em (5.8) tem-se:

$$\frac{dV_{PZT}}{dt} = - \frac{Kv}{K_{PZT}^{\circ}} \left[ 1 - \frac{1}{1 + A \operatorname{sen} \psi(t)} \right] = - \frac{Kv}{K_{PZT}^{\circ}} \left[ \frac{A \operatorname{sen} \psi(t)}{1 + A \operatorname{sen} \psi(t)} \right] \quad (5.9)$$

e portanto, para  $A \gg 1$  :

$$\frac{dV_{PZT}}{dt} = \frac{Kv}{K_{PZT}^{\circ}} \quad (5.10)$$

De onde vemos que o valor de  $v$  pode ser obtido a partir da evolução temporal de  $V_{PZT}$ .

### V.3 - TEORIA

Na secção (II.2) tínhamos visto que para o caso que estamos tratando aqui, ou seja, de um holograma gerado por um padrão de franjas que se desloca com velocidade  $v$  e sujeito a um campo externo  $E_A$ , o campo de cargas espaciais é dado pela relação (2.31):

$$E_{sc} = - \frac{m(E_A + iE_D)}{(1 + E_D/E_Q - Kv\tau_H KL_E) - i[E_A/E_Q + Kv\tau_H(1 + K^2 L_D^2)]} \quad (5.11)$$

E que fazendo-se  $\operatorname{Re}\{E_{sc}\} = 0$ , tínhamos de (2.35):

$$v = \frac{E_A}{K\tau_H [(KL_E)E_A + (1 + K^2L_D^2)E_D]} \quad (5.12)$$

que é a velocidade do holograma no cristal quando a diferença de fase entre o holograma e o padrão de franjas é mantida em  $\pi/2$ . É importante frisar que esta velocidade é diferente de  $v_0$ , a velocidade característica do holograma durante o apagamento.

#### VELOCIDADE DE DESLOCAMENTO E EFICIÊNCIA DE DIFRAÇÃO DO HOLOGRAMA

Sabemos que a eficiência de difração da rede é proporcional ao quadrado do campo de cargas espaciais, ou seja:  $\eta \propto |E_{sc}|^2$ .

Usando a expressão (5.11) para fazer:

$$\frac{d|E_{sc}|^2}{dv} = 0$$

encontraremos que o máximo da eficiência de difração ocorrerá para

$$v = v_0$$

Isso significa que a velocidade com que o nosso sistema desloca as franjas de interferência não corresponde à condição de máxima eficiência da rede.

Apesar disso, este é um método eficaz de se medir o deslocamento do holograma no cristal, e com isso, verificar a ocorrência do fenômeno conhecido por "running holograms".

Poderemos ainda confirmar a validade do modelo teórico, medir o comprimento de difusão  $L_D$  e também o sinal das cargas dos fotoprotutores, como veremos a seguir.

#### V.4 - OBTENÇÃO DOS DADOS

Como já mencionamos, a montagem experimental para esta parte do nosso trabalho, é a mesma que foi usada anteriormente, e já descrita na secção (IV.2).

De (5.4) e (5.7), temos que  $V_{\text{PZT}} \propto V_{\Omega}$ . Portanto, a partir do registro de  $V_{\Omega}$ , pudemos obter a evolução temporal de  $V_{\text{PZT}}$ , e usando (5.10), calcular a velocidade de deslocamento do holograma no cristal.

Na Fig.5.2 vê-se a forma típica dos sinais  $V_{\Omega}$  e  $V_{2\Omega}$ . A primeira parte da figura mostra os sinais enquanto o sistema está sem estabilização (fator de amplificação  $A$  pequeno). E na segunda, quando estabilizamos o sistema, fazendo  $A \gg 1$ . Vê-se que o sinal de  $V_{\Omega}$  cai rapidamente até o valor zero e então começa a crescer linearmente segundo uma taxa que é diretamente proporcional à velocidade  $v$  do holograma (vide (5.10)). E o sinal de  $V_{2\Omega}$  ( $\propto \sqrt{\eta} \sin \psi$ ) vai para o seu valor máximo e se estabiliza, indicando o crescimento e a constância da eficiência de difração da rede, com  $\psi = \pi/2$ .

Medindo-se as inclinações das retas obtidas no registro de  $V_{\Omega}$  para vários valores de campo aplicado, pudemos avaliar a dependência da velocidade  $v$  com o campo externo  $E_A$ .

Fizemos as nossas medidas para  $K = 4,24 \mu\text{m}^{-1}$  ( $\theta = 10^\circ$ ), e usamos  $K_{\text{PZT}}^{\Omega} = 0,1 \text{ rad/V}^{[2]}$ .

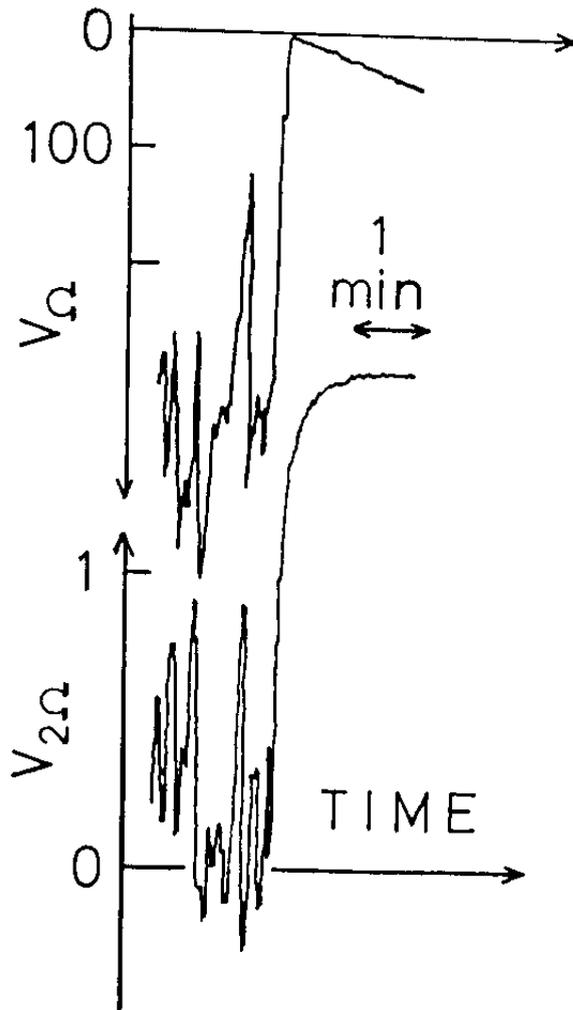


FIG. 5.2 - EXEMPLO TÍPICO DOS SINAIS DE  $V_{\Omega}$  E  $V_{2\Omega}$ .

$$E_A \approx 8 \text{ kV/cm} \text{ e } m \approx 0,3.$$

Primeira parte  $\longrightarrow$  Registro sem Estabilização

Segunda parte  $\longrightarrow$  Registro com Estabilização

## SINAL DA CARGA DOS FOTOPORTADORES

De análise qualitativa feita no Cap. IV acerca do movimento do holograma sob a ação de um campo elétrico, vimos que se os fotoportadores forem elétrons, o holograma caminhante se desloca no mesmo sentido do campo aplicado. Isso ocorre porque os elétrons se concentram nas regiões de menor valor do campo elétrico total.

Na nossa montagem experimental é possível saber em que sentido se desloca o PZT, e portanto as franjas de interferência. Então, conhecendo o sentido do campo aplicado ao cristal, foi possível determinar que os fotoportadores da nossa amostra são elétrons.

## TRATAMENTO NUMÉRICO DOS DADOS

Da mesma forma que para a  $tg\psi$ , para fazer o ajuste da curva teórica aos pontos experimentais, consideramos conveniente fazer uma modificação na expressão (5.12) para a velocidade  $v$ .

Lembrando que  $L_E = \mu\tau E_A$ , e ainda que  $K\mu\tau = (KL_D)^2/E_D^2$  pode-se mostrar que fazendo:

$$\frac{dv}{dE_A} = 0 \quad (5.13)$$

teremos que, o valor do campo para o qual a velocidade é máxima, é dado por:

$$E_M^2 = E_D^2 \left( 1 + \frac{1}{K^2 L_D^2} \right) \quad (5.14)$$

Fazendo as considerações acima e rearranjando os termos, pode-se mostrar que  $v$  também pode ser escrito como:

$$v = \frac{E_D E_A}{K\tau K^2 L_D^2 [E_A^2 + E_M^2]} \quad (5.15)$$

e substituindo  $E_A$  por  $E_M$  - quando então:  $v = v_M$  - na expressão acima, teremos:

$$2v_M E_M = \frac{E_D}{K\tau_M K_M^2 L_D^2} \quad (5.16)$$

e portanto, substituindo (5.16) em (5.15) podemos escrever que:

$$v = \frac{2v_M E_M}{E_A^2 + E_M^2} E_A \quad (5.17)$$

Neste caso também, para um melhor ajuste da curva teórica aos pontos experimentais, tivemos que considerar um pequeno deslocamento na abcissa, e desse modo, a expressão usada para o ajuste foi:

$$v = \frac{2v_M E_M}{(E_A - E_0)^2 + E_M^2} (E_A - E_0) \quad (5.18)$$

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nas Figs.5.3a e 5.3b apresentamos os pontos experimentais e as curvas de melhor ajuste à expressão (5.18).

Para obtenção das curvas de melhor ajuste, usamos a técnica da regressão não linear, e deixamos  $v_M$ ,  $E_M$  e  $E_0$  como parâmetros livres. Os valores assim obtidos são apresentados na Tab.V.1.

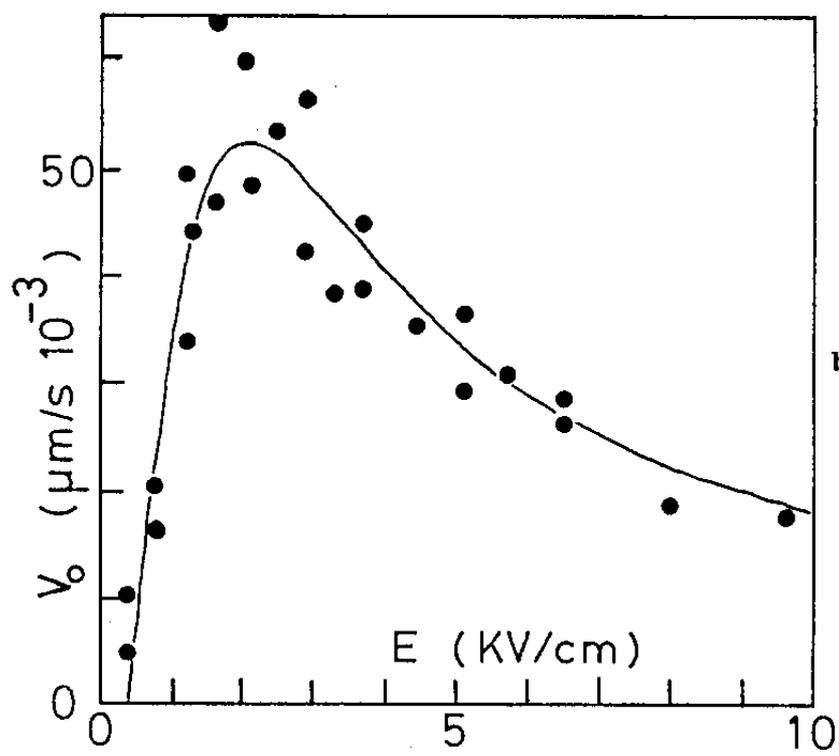
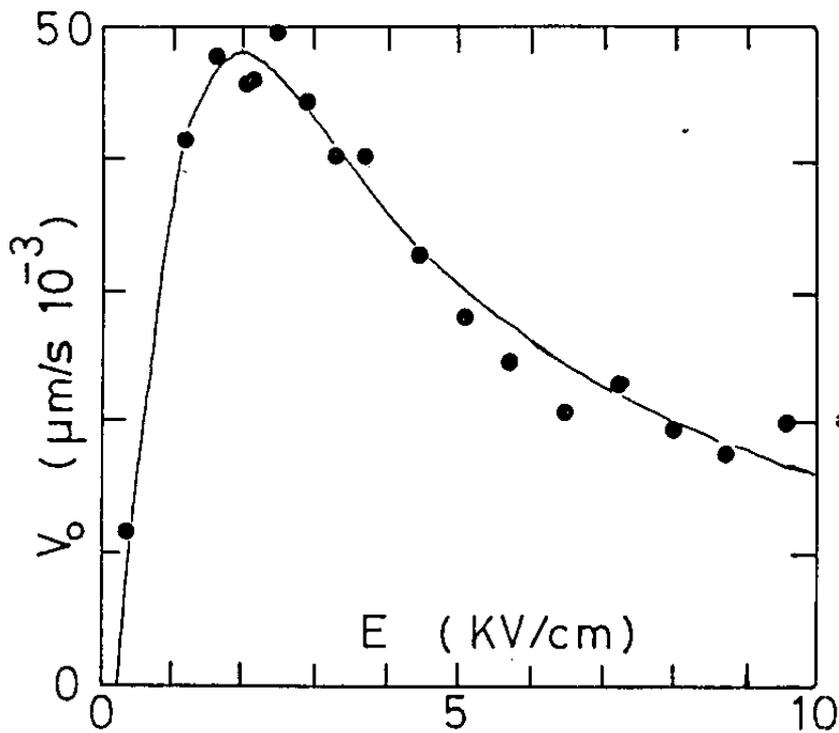


FIG. 5.3 - DADOS EXPERIMENTAIS DE  $v$  versus  $E_A$  E O MELHOR AJUSTE A Eq. (5.18).

TABELA V.1 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

$m$	$(I_1 + I_2)/2$ ( $\mu W/cm^2$ )	$v_M$ ( $\mu m/s \times 10^{-3}$ )	$E_M$ (kV/cm)	$L_D$ ( $\mu m$ )	$E_o$ (kV/cm)
0,3	226	47,9	1,71	0,19	0,22
1	325	52,1	1,70	0,19	0,38

## RESULTADOS PARA O BTO

Na Ref. [8] estão apresentados os resultados da aplicação da técnica descrita acima para um cristal de  $Bi_{12}TiO_{20}$ . Constatou-se que a gravação de um padrão de franjas de modo não-estabilizado, enquanto se submete o cristal a um campo elétrico, dá origem a uma outra espécie de rede holográfica com tempos de escrita e apagamento muito longos se comparados àqueles da rede fotorrefrativa usual.

Ao se estabilizar o sistema, este toma como referência a rede que fornece o maior sinal, que em condições normais é a rede de origem fotorrefrativa. Assim, à medida que o padrão de franjas vai se deslocando para acompanhar essa "rede-rápida", pôde-se detectar o seu batimento com a "rede-lenta" e assim avaliar a amplitude dessa última.

Atualmente, está em andamento no Laboratório de Óptica deste Instituto, pesquisa no sentido de se estudar a origem e as características desse novo tipo de rede. Já pudemos verificar que não se trata de uma rede fotorrefrativa nem tampouco de uma rede fotocromica usual.

## V.5 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A técnica usual de se medir a velocidade do holograma no volume do cristal, é deslocar o padrão de franjas com diferentes velocidades, e encontrar aquela em que a eficiência de difração é máxima<sup>[3,4]</sup>.

O método apresentado aqui, embora não desloque as franjas com a velocidade ótima  $v_0$ , é uma maneira de se conseguir aumentar a eficiência de difração da rede e, simultaneamente, estabilizar a gravação holográfica quando o cristal está sujeito a um campo elétrico externo. Usualmente a aplicação de um campo externo torna o holograma muito instável<sup>[5]</sup>.

Pudemos ainda determinar o sinal da carga dos fotoportadores de maneira segura e direta. Métodos indiretos<sup>[6]</sup> para esse fim são bastante incertos pois dependem de se conhecer o sinal do coeficiente eletroóptico<sup>[7]</sup> ( $r_{41}$ ) da amostra utilizada, que depende dos parâmetros envolvidos no seu crescimento e da face de corte do cristal.

O valor obtido para  $L_D$ ,  $0,19\mu m$ , é aproximadamente o dobro do avaliado no Cap. III (0,1). Cabe salientar que no experimento descrito neste capítulo, usamos feixes com irradiâncias entre 10 e 20 vezes menores do que naquele. Como  $L_D = \sqrt{D\tau}$ , onde  $\tau$  é o tempo de vida médio dos fotoelétrons na banda de condução, é provável que para irradiâncias maiores,  $\tau$  seja efetivamente menor. Ou seja, os elétrons são excitados e recapturados mais rapidamente.

Verificamos aqui que os valores do deslocamento da abcissa,  $E_0$ , são muito próximos dos obtidos no capítulo anterior (notar que  $K=4,24\mu m^{-1}$  corresponde a  $\theta=10^\circ$ ) o que confirma a nossa explicação para esse fato.

## V.6 - REFERÊNCIAS

- [1] - J.Frejlich, P.M.Garcia, L.Cescato "Adaptive Fringe-Locked Running Hologram in Photorefractive Crystals" Opt.Lett. **14**,1212 (1989)
- [1a] - Errata da Ref.[1]
- [2] - Um estudo detalhado dessa montagem está feito na Tese de Doutorado de Lucila D. Cescato, apresentada ao IF"GW" em setembro de 1987. No nosso trabalho, mencionamos apenas alguns de seus aspectos mais relevantes para os estudos apresentados aqui..
- [3] - S.I.Stepanov, V.V.Kulikov, M.P.Petrov, "Running Holograms in Photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  Crystals" Opt Comm. **44**,19 (1982)
- [4] - Ph.Refriger, L.Solymer, H.Rajbenbach, J.P.Huignard, "Two Beam Coupling in Photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  Crystals With Moving Grating: Theory and Experiments" J.Appl.Phys. **58**,45 (1985).
- [5] - S.I.Stepanov, M.P.Petrov, Ref.[9] do Capítulo I
- [6] - T.G.Pencheva, S.I.Stepanov, "Sign of Mobile Carriers in Cubic Photorefractive  $\text{Bi}_{12}(\text{Si,Ge,Ti})\text{O}_{20}$  Crystals" Sov.Phys.Solid State J. **24**,687 (1982)
- [7] - Stewart R.M.Robertson, "Measuring Birrefringence Properties Using a Wave Plate and an Analyzer" Appl.Opt. **22**,2213 (1983)
- [8] - J.Frejlich - Ref.[7] Cap.III

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÃO FINAL

O aspecto mais importante apresentado nesse trabalho é o de termos aplicado, pela primeira vez, a técnica da detecção sincrônica para a caracterização e controle de experimentos com cristais fotorrefrativos.

Nos Capítulos III, IV e V apresentamos métodos experimentais que mostraram ser eficientes para o estudo desses cristais. Com eles, pudemos verificar a adequação do modelo teórico apresentado na seção (II.2) para o transporte de cargas nesses materiais.

No capítulo III vimos um método bastante simples, baseado no apagamento holográfico, de avaliar o comprimento de difusão e a densidade de traps da amostra.

No capítulo IV, vimos como utilizar a a detecção sincrônica para medir a diferença de fase entre o holograma e o padrão de franjas de modo confiável e direto. Essa é uma medida de importante caráter prático, pois esta fase determina a transferência de energia na mistura de duas ondas nestes cristais. Paralelamente ela nos permitiu calcular a densidade de "traps" da amostra. Sugerimos também uma explicação muito simples para a necessidade de se introduzir um deslocamento na abcissa, ( $E_0$ ), para se obter um melhor ajuste dos dados ao modelo teórico.

E no capítulo V, usamos a estabilização holográfica, num sistema com realimentação negativa, para medir a velocidade de deslocamento do holograma no volume do cristal em função de um campo elétrico externo. De onde pudemos avaliar o comprimento de difusão dos fotoelétrons da amostra. Recentemente<sup>[1]</sup>, ao aplicar esse procedimento de medida para o BTO, foi possível constatar a formação de pelo menos dois tipos de

redes holográficas de origens diferentes naqueles cristais.

Uma das restrições do modelo teórico no qual nos baseamos, é estar limitado a apenas uma espécie de fotoportador. Embora ele tenha funcionado bastante bem para o BSO, não permite explicar os fatos que temos verificado acerca da gravação holográfica no BTO.

Outra restrição do modelo, é estar elaborado para baixas modulações do padrão de franjas ( $m \ll 1$ ). Para efeito de aplicações, é difícil trabalhar naquelas condições, e muitas vezes aplicamos este modelo a situações em que, a princípio não seria válido ( $m \approx 1$ ). Entretanto, como a rede de difração gravada no cristal é volumétrica, a difração fica rigidamente restrita à condição de Bragg. Isso corresponde, aproximadamente, a selecionar a primeira componente de Fourier do campo  $E_{sc}$ , que é o mesmo que fazer  $m \ll 1$ . Por essa razão o modelo funciona razoavelmente bem mesmo para  $m \approx 1$ .

## PERSPECTIVAS FUTURAS

Dentro da área das aplicações desses cristais para o processamento óptico, algumas perspectivas têm sido abertas nestes últimos anos. Como exemplo, podemos mencionar a amplificação de defeitos em fotomáscaras usadas em microeletrônica<sup>[2]</sup>, a deflexão dinâmica de feixes laser para a interconecção de matrizes de fibras ópticas<sup>[3]</sup>, e também a lógica óptica em tempo real<sup>[4]</sup>.

E com relação aos caminhos que a pesquisa com cristais de BSO têm tomado, podemos citar alguns dos trabalhos mais recentes na área:

- Modulação do acoplamento de ondas pela aplicação de campos AC ao cristal - Ref. [5].

- Novas técnicas de interferometria, utilizando o efeito foto-crômico para gravar uma rede permanente, e então fazer a gravação em tempo real pelos métodos usuais. Com isso se consegue fazer síntese de imagens, operações lógicas e chaveamento óptico com cristais de BSO - Ref. [6].

- Constatação de que a máxima amplitude do campo interno  $E_{sc}$ , é obtida quando se aplica ao cristal uma tensão AC externa, de perfil temporal quadrado. Essa propriedade também é verificada para cristais de GaAs - Ref. [7].

Portanto constata-se que as perspectivas nesta área de investigação são bastante promissoras.

## REFERÊNCIAS

[1] - J.Frejlich, Ref. [7] Cap. III

[2] - E.Ochoa, J.W.Goodman, L.Hesslink, "Real-Time Enhancement of Defects in a Periodic Mask Using Photorefractive  $Bi_{12}SiO_{20}$ " Opt.Lett. 10,430 (1985)

[3] - G.Pauliat, J.P.Heriau, A. Delboubé, G.Roosen, J.P.Huignard "Dynamic Beam Deflection Using Photorefractive Gratings in  $Bi_{12}SiO_{20}$  Crystals" JOSA B 3,306(1986)

[4] - N.A.Vainos, J.A.Khoury, R.W.Eason "Real-Time Parallel Optical Logic in Photorefractive Bismuth Silicon Oxide" Opt.Lett. 13,503 (1988)

[5] - A.K.Powell, T.J.Hall, "Coupling Modulation in BSO with Applied AC Fields" *Ferroelectrics* 92,307 (1989)

[6] - N.A.Vainos, S.L.Chapham, R.W.Eason, "Multiplexed Permanent and Real-Time Holographic Recording in Photorefractive BSO" *Appl.Opt.* 28,4381 (1989)

[7] - K.Walsh, A.K.Powell, C.Stace, T.J.Hall, "Techniques for the Enhancement of Space-Charge Field in Photorefractive Crystals" *JOSA B* 7,288, (1990)