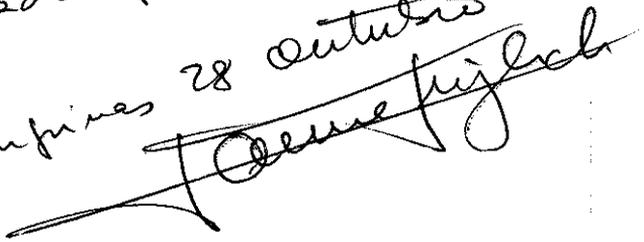


UNICAMP
INSTITUTO DE FÍSICA

Dissertação de Mestrado

MEDIDA DE ESPESSURA DE FILMES FINOS COM
INTERFERÔMETRO DE HAIDINGER

Este exemplar corresponde à
redação final da Tese defendida pelo
aluno e aprovada pela comissão
julgadora
Campinas 28 outubro 1987


Elisabeth Andreoli de Oliveira

Orientador: Jaime Frejlich

Este trabalho é dedicado ao Fábio pelo seu incansável apoio.

AGRADECIMENTO

Ao Jaime, meu orientador, pela sua compreensão e tolerância pela minha dedicação em tempo parcial, as instituições onde trabalhei durante esse período: FUNBEC e INPE que permitiram que eu dedicasse uma parte do meu tempo a este trabalho, aos colegas do Laboratório de Óptica da UNICAMP, Lucila, Geraldo e Paulo pelas inúmeras colaborações, também ao Toninho e a Do Carmo, ao Lunazzi e ao Marcelo. Aos Técnicos Totô e Alfredo, a Inês do LME, ao Braga do LED, e a Telebrás pela permissão do uso de equipamento, A Dorô, pelo seu excelente trabalho de datilografia e a Sibeles pela capa e desenhos e a todos os meus amigos que sempre me incentivaram, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

Apresentamos um método não destrutivo para medida de espessura de filmes finos transparentes depositados em substratos transparentes, usando um interferômetro de Haidinger. A partir das frações de interferência, medidas para vários comprimentos de onda, e do índice de refração para um único comprimento de onda, determinamos a espessura do filme e sua dispersão cromática, através de um procedimento analítico-numérico.

ABSTRACT

We introduce a non-destructive method for the thickness measurement of thin transparent films coated on transparent substrates, using a Haidinger interferometer. From the interference fractions measured for various wavelengths, and the refraction index for only one wavelength, we determine the film thickness and its chromatic dispersion, through an analitic-numeric procedure.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE TABELAS	
1. <u>INTRODUÇÃO</u>	1
2. <u>ALGUMAS TÉCNICAS PARA MEDIDA DE ESPESSURA DE FILMES FINOS</u>	1
2.1 - Transmitância espectral	2
2.2 - Microscópio interferencial	4
2.3 - Varredura mecânica	6
3. <u>INTERFERÔMETRO DE HAIDINGER</u>	7
3.1 - Princípios	7
3.2 - Cálculo da fração de interferência	12
3.3 - Determinação da espessura óptica do filme	13
4. <u>PROCEDIMENTO ANALÍTICO-NUMÉRICO PARA DETERMINAÇÃO DE COMPRIMENTOS A PARTIR DAS FRAÇÕES DE INTERFERÊNCIA</u>	15
4.1 - Método numérico	15
4.1.1 - Apresentação	15
4.1.2 - Aplicação em dados simulados	17
4.2 - Método analítico-numérico	22
4.2.1 - Introdução	22
4.2.2 - Desenvolvimento	25
4.2.3 - Aplicação do procedimento a um material dispersivo	27
4.2.4 - Efeito dos erros experimentais	28
4.2.5 - Exemplos de aplicações	31
4.3 - Conclusão	37
5. <u>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</u>	38
5.1 - Montagem	38
5.2 - Materiais e processos de fabricação dos filmes	40
5.3 - Resultados	42
5.4 - Discussões	48

	<u>Pág.</u>
6. <u>CONCLUSÕES</u>	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
APÊNDICE A - DISCUSSÃO DAS APROXIMAÇÕES	
APÊNDICE B - CORREÇÃO DA ESPESSURA DEVIDO A MUDANÇA DE FASE NA <u>IN</u> TERFACE FILME-SUBSTRATO	
APÊNDICE C - DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA DE UM FILME A PARTIR DAS FRAÇÕES DE INTERFE <u>R</u> RÊNCIA	

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1 - Transmitancia espectral de um filme fino	3
2 - Amostra de filme com degrau recoberto com material refletor .	4
3 - Representação esquemática do microscópio interferencial	5 5
4 - Medida de espessura de um filme usando o método de varredura mecânica	6
5 - Esquema do interferômetro de Haidinger	7
6 - Anéis de interferência produzidos por um interferômetro de Haidinger	8
7 - Cálculo das frações de interferência f a partir da medida do raio dos anéis de interferência	13
8 - Função de mérito (método numérico) para dados simulados	19
9 - Função de mérito (método numérico) para dados simulados com erro aleatório $dF = \pm 0,03$	21
10 - Função de mérito (método numérico) para dados simulados com erros sistemáticos	23
11 - Valores possíveis para um comprimento L com $F_1 = 0,4$, $F_2 = 0,5$ e $\lambda_2 = 0,8\lambda_1$	24
12 - Ilustração do intervalo útil do comprimento de onda sintético	29
13 - Função de mérito (método analítico-numérico) para dados simulados	34
14 - Função de mérito (método analítico-numérico) para dados simulados com erro aleatório, $dF = \pm 0,03$	35
15 - Função de mérito (método analítico-numérico) para dados simulados com erros sistemáticos	36
16 - Arranjo experimental do interferometro de Haidinger	38
17 - Índice de refração para filmes de 1350 J	41
18 - Medida do índice de refração para filmes de fotoresina KMR 747 - método de Abeles	41
19 - Função de mérito para um filme de fotoresina KMR 747	46
20 - Contribuição da camada de transição ar-filme para a mudança de fase na onda refletida	50
21 - Correção na espessura do filme devido a presença de uma camada de transição ar-filme	51
22 - Correção na espessura do filme devido a presença de uma camada de transição filme-substrato	52
23 - Medida da espessura de um "filme de vidro" em tempo real	54

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
1 - Frações de interferência calculadas para $L=3,0$ e $B=0,01$	18
2 - Pontos de mínimo para a função de mérito (método numérico) para dados simulados	18
3 - Dados simulados com distribuição de erros aleatórios $dF = \pm 0,03$	20
4 - Resultados com erros sistemáticos nas frações de interferência	22
5 - Valores limite para L em função dos erros experimentais	31
6 - Valores possíveis para L partindo dos diferentes valores de L'	32
7 - Cálculo do comprimento L com vários comprimentos de onda \sin tético	33
8 - Cálculo da função de mérito e do valor final de L	34
9 - Função de mérito, B e L para dados com erros sistemáticos	37
10 - Dados técnicos relativos ao arranjo experimental	39
11 - Medida do diâmetro dos anéis de um interferograma	43
12 - Frações de interferência para um filme de KMR 747	45
13 - Resultados obtidos para a espessura de alguns filmes	47
14 - Espessura dos filmes medidos por diferentes métodos	47
15 - Índice de refração do substrato de vidro	54
16 - Determinação da espessura de um "filme de vidro"	55

1. INTRODUÇÃO

São conhecidos vários métodos para medida de espessura de filmes finos, que são aplicados de acordo com as características de cada filme e substrato. Em geral esses métodos são destrutivos ou utilizam-se da descontinuidade óptica entre o substrato e o filme.

Para registro óptico, por exemplo, fabricação de redes de difração holográficas, é muito importante o controle da espessura desejada. Para essas aplicações, em geral, o índice de refração do substrato é muito semelhante ao do filme e não se pode utilizar a interface substrato filme. O método apresentado neste trabalho é não destrutivo e permite a determinação da espessura de filmes transparentes sobre substrato também transparentes.

Um comprimento L é medido interferometricamente, através de um interferômetro de Haidinger. Esse comprimento é expresso em unidades de comprimento de onda; um número inteiro mais uma fração, que é chamada de "fração de interferência em excesso".

Utilizamos um procedimento analítico associado a um método numérico que permite, a partir das frações de interferência e uma estimativa L' , calcular o comprimento L . Através desse método é possível também determinar um parâmetro associado a dispersão do material. Assim conhecendo-se o índice de refração para um comprimento de onda é possível determiná-lo também para outros comprimentos de onda.

2. ALGUMAS TÉCNICAS PARA MEDIDA DE ESPESSURA DE FILMES FINOS

A escolha de uma técnica, em particular para medida de espessura de filmes finos depende muito da natureza do filme e do substrato. Nesta seção serão discutidas apenas algumas das técnicas que podem ser aplicadas a filmes transparentes sobre substratos também transparentes; pois este é o caso dos filmes de fotoresinas que utilizamos neste trabalho.

Como, em geral, os filmes finos tem espessura da ordem do comprimento de onda da luz, muitas técnicas baseam-se no fenômeno da interferência⁽¹⁻⁶⁾. Existem, ainda, outras técnicas ópticas como a elipsometria⁽⁶⁻⁷⁾ e medidas espectrofotométricas⁽⁷⁻¹⁰⁾.

Atualmente, existe uma técnica bastante fina e sensível que executa uma varredura mecânica em uma região do filme onde foi gravado um degrau. Existem outras técnicas para medida de espessura de filmes finos⁽⁶⁻¹¹⁾, que se baseam nas propriedades elétricas, magnéticas ou de espalhamento do material do filme.

Para medida de espessura dos filmes finos fabricados, além da técnica desenvolvida neste trabalho, utilizamos as seguintes técnicas com fins comparativos:

- . transmitância espectral;
- . microscópio interferencial;
- . varredura mecânica.

Discutiremos, agora, alguns detalhes sobre cada uma dessas técnicas.

2.1 - TRANSMITÂNCIA ESPECTRAL

As medidas espectrofotométricas são diretas e não destrutivas e permitem, através de uma manipulação adequada dos dados, determinar a espessura do filme e o índice de refração simultaneamente⁽⁵⁾.

A escolha entre medir transmitância, refletância ou absorvância, normal ou oblíqua, com polarização s ou p, depende das características do material do filme e do substrato. A espessura dos filmes pode ser derivada de apenas uma dessas medidas, desde que os outros parâmetros ópticos sejam conhecidos.

O mais usado é a medida de transmitância espectral com incidência normal, por ser também o mais simples. Em medidas de transmitância oblíqua existem complicações adicionais no posicionamento da amostra e do polarizador.

A refletância e a transmitância do filme são funções dos coeficientes de Fresnel e da diferença de caminho óptico Δ , introduzida pelo filme. Com a variação de λ , Δ varia, que por sua vez produz variações cíclicas na refletância e transmitância. Estas assumem valores máximos e mínimos e a espessura do filme pode ser determinada a partir de dois extremos:

$$e = \frac{M_{ab} \lambda'_a \lambda'_b}{2(\lambda'_a - \lambda'_b)} \quad (1)$$

onde λ'_a e λ'_b são os comprimentos de onda para dois extremos, calculados no material do filme ($\lambda'_a = \lambda_a/n_a$) e M_{ab} é o número de franjas que separa dois extremos. Por exemplo, para dois máximos adjacentes $M_{ab}=1$, para um máximo e um mínimo adjacente $M_{ab} = 1/2$.

A Figura 1 mostra uma curva típica obtida para uma amostra.

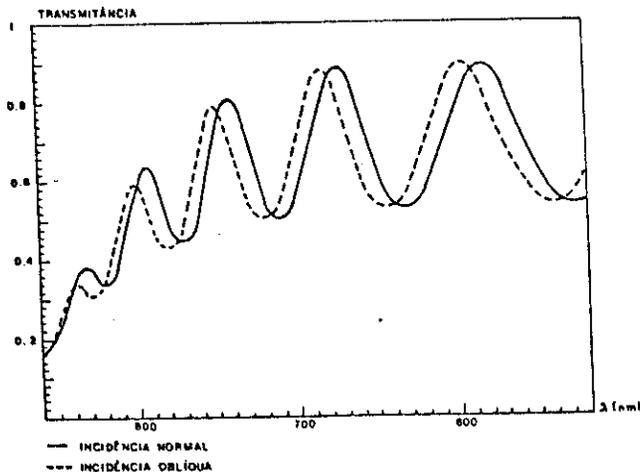


Fig. 1 - Transmitância espectral de um filme fino.

2.2 - MICROSCÓPIO INTERFERENCIAL

Esse é um instrumento comercialmente disponível, cujo funcionamento baseia-se na interferência de dois feixes. Esse aparelho na verdade é um interferômetro de Fizeau simplificado.

Para se fazer uso dessa técnica é necessário que o filme apresente um degrau ou canal, previamente gravado, de acordo com a figura 2. Para se obter bom contraste das franjas de interferência é conveniente recobrir a amostra com material refletor.

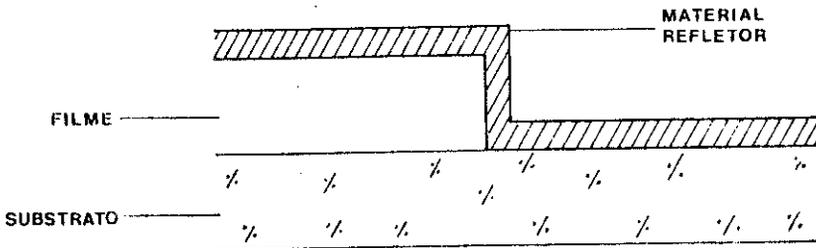


Fig. 2 - Amostra de filme com degrau recoberto com material refletor.

Uma representação esquemática do microscópio interferencial está na figura 3. No interferograma há um deslocamento das fran-

jas de interferência na região do degrau ou canal. Esse deslocamento é medido em termos do número de franjas de interferência, usando luz branca e também luz coerente. A espessura do filme é dada por:

$$e = \Delta N \frac{\lambda}{2} \quad (2.2)$$

onde ΔN é o número de franjas ou fração de franjas que se deslocam no degrau e λ é o comprimento de onda utilizado.

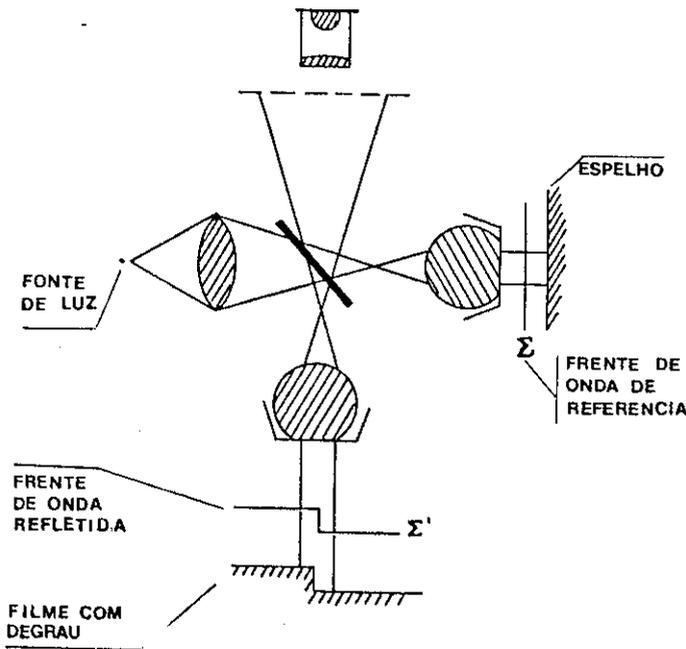


Fig. 3 - Representação esquemática do microscópio interferencial.

Medidas precisas de espessura requerem uma boa avaliação da fração de franjas deslocadas. Isso pode ser feito por meio de uma ocular de microscópio calibrada ou através de fotomicrografia. A precisão do método, está fortemente ligada a boa definição e contraste das franjas, que podem ser obtidos a partir de: 1) superfície do filme bem plana e lisa, 2) luz bem colimada com pequena largura espectral.

2.3 - VARREDURA MECÂNICA

Este é um método mecânico de se medir a espessura de um filme. Ele requer a existência de um degrau entre o filme e o substrato de tal forma que, quando uma agulha muito fina e sensível percorre essa região do filme ela sofre um deslocamento vertical. Esse degrau pode ser produzido por meio de máscaras durante a deposição do filme ou por remoção de partes do filme após a fabricação.

A falta de definição do degrau pode reduzir a precisão do método, assim como a presença de rugosidades na superfície do filme.

A Figura 4 mostra o traçado do perfil de um degrau por um instrumento desse tipo, chamado de Taly-Step.

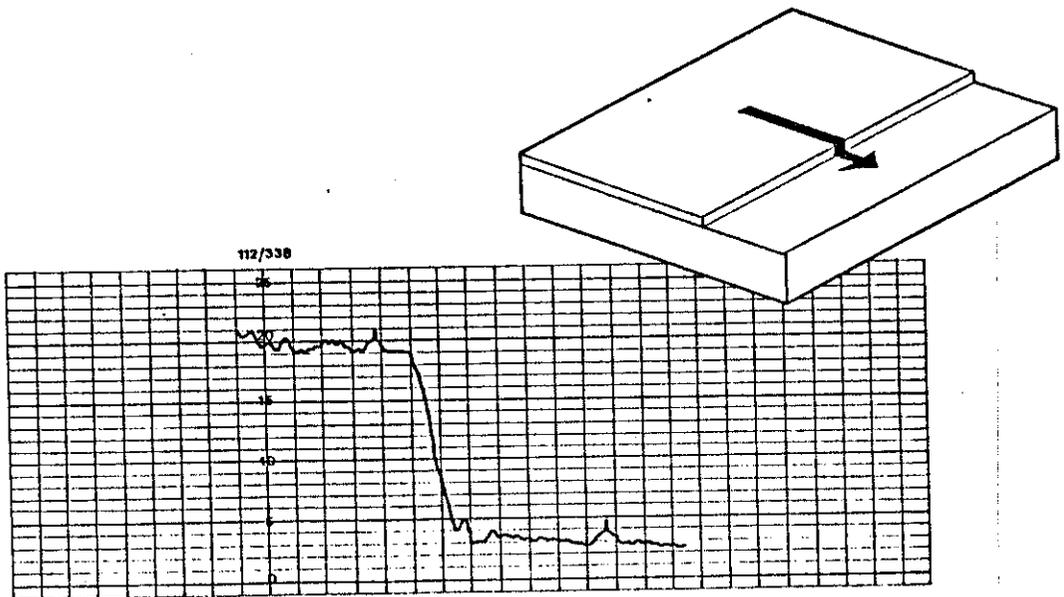


Fig. 4 - Medida de espessura de um filme usando o método de varredura mecânica.

3. INTERFERÔMETRO DE HAIDINGER

3.1 - PRINCÍPIOS

Existem várias aplicações possíveis para o interferômetro de Haidinger, como o controle do paralelismo e planicidade das faces de uma lâmina transparente ou o alinhamento de um Fabry-Perot (12-16). É possível também sua utilização para medidas de comprimento, através da medida da fração de interferência^(1,17) para vários comprimentos de onda, mas resultados desse tipo de aplicação não foram encontrados na literatura.

A figura 5 mostra um esquema do interferômetro de Haidinger. Uma lâmina de faces paralelas é iluminada por uma fonte puntual, monocromática, colocada em A. As duas frentes de onda refletidas nas faces inferior e superior da lâmina, interferem, dando origem a anéis de interferência circulares, conforme um interferograma mostrado na Figura 6. O eixo de simetria dos anéis é uma reta que passa pelo ponto A (Figura 5) e é perpendicular à lâmina. Os anéis de interferência são não-localizados e podem ser observados sobre um anteparo colocado em qualquer posição.

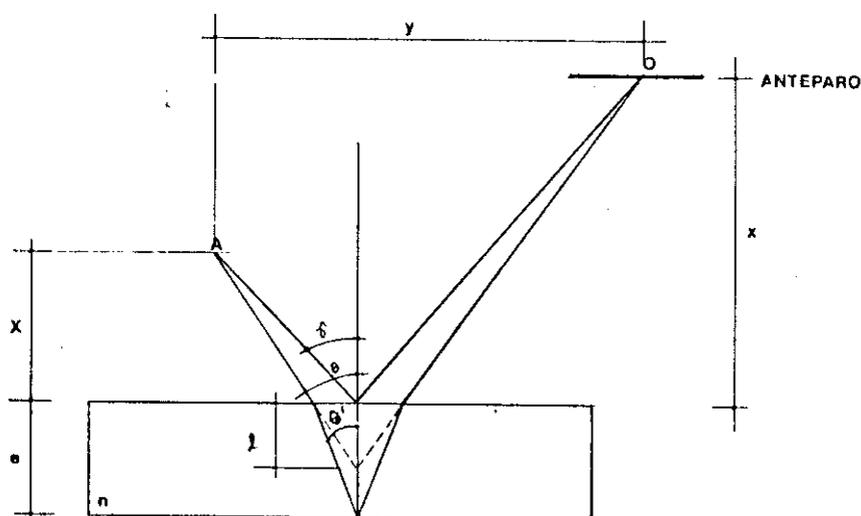


Fig. 5 - Esquema do interferômetro de Haidinger.

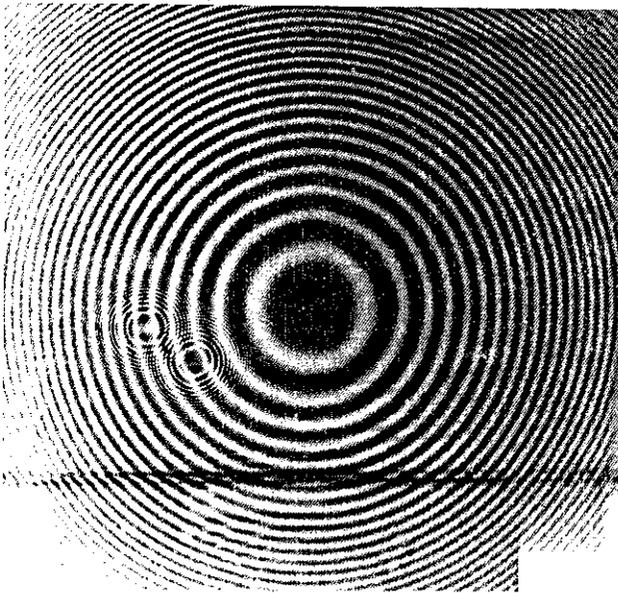
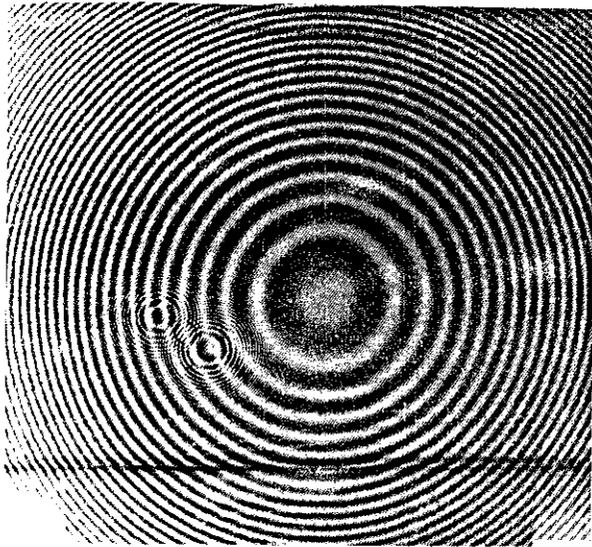


Fig. 6 - Anéis de interferência produzidos por um interferômetro de Haidinger.

A diferença de caminho óptico no ponto 0 pode ser calculada a partir de considerações geométricas sobre a Figura 5.

$$\delta = \frac{b}{\cos\theta} + \frac{2ne}{\cos\theta'} - \frac{b}{\cos\gamma} + \frac{\lambda}{2} \quad (3.1)$$

onde

$$b = X + x \quad (3.2)$$

Existem ainda duas relações geométricas bastante úteis:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{y}{b} \quad (3.3)$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{1 + a/b} \quad (3.4)$$

com $a=2\lambda$.

A Equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$\delta = b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta} + 2ne \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta'} - b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\gamma} + \frac{\lambda}{2} \quad (3.5)$$

Para incidência quase normal os ângulos θ , θ' e γ são muito pequenos, próximos de zero, de forma que a expressão acima pode ser expandida em série.

Com

$$(1 + x^2)^{1/2} = 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \dots$$

Podemos escrever:

$$\delta \cong b \left[1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^4 \theta \right] + 2ne \left[1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \theta' - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^4 \theta' \right] +$$

$$- b \left[1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^4 \gamma \right] + \frac{\lambda}{2} \quad (3.6)$$

Ainda a partir da Figura 5, podemos obter uma relação entre θ e θ' :

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\lambda}{e} \operatorname{tg} \theta \quad (3.7)$$

Substituindo as expressões 3.4 e 3.7 em 3.6 obtemos:

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} + \frac{b}{2} \left[\frac{1}{(1+a/b)^2} \operatorname{tg}^2 \gamma - \frac{1}{8(1+a/b)^4} \operatorname{tg}^4 \gamma \right] +$$

$$- b \left[\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^4 \gamma \right] + 2ne \left[\frac{\lambda^2}{2e^2} \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{\lambda^4}{8e^4} \operatorname{tg}^4 \theta \right] \quad (3.8)$$

Podemos notar que os últimos termos na equação 3.8 apresentam dependência em λ . Na equação 3.7, substituindo a lei de Snell, podemos calcular λ .

$$\lambda = \frac{e}{n} \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{n^2}}} = \frac{e}{n} \frac{1}{\sqrt{1 + (1 - 1/n^2) \operatorname{tg}^2 \theta}} \quad (3.9)$$

Para os ângulos θ próximos de zero a expressão 3.9 pode ser aproximada para:

$$\lambda \cong \frac{e}{n} \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \operatorname{tg}^2 \theta + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \operatorname{tg}^4 \theta \right] \quad (3.10)$$

Na equação (3.8) consideramos λ e a constantes. Rigorosamente λ e a são funções de θ . Supondo, no entanto, θ pequeno e uma montagem fixa, λ e a passam a ser constantes para uma dada lâmina e geometria da montagem.

Substituímos a expressão de δ na expressão 3.8 e agrupamos adequadamente os termos. Desprezamos os termos de ordem superior a quatro e obtemos:

$$\delta = S_0 + S_1 \operatorname{tg}^2 \gamma + S_2 \operatorname{tg}^4 \gamma \quad (3.11)$$

com

$$S_0 = 2ne + \frac{\lambda}{2} \quad (3.12)$$

$$S_1 = - \frac{b}{2} \left(1 - \frac{1 + 2e/nb}{(1 + a/b)^2} \right) \quad (3.13)$$

$$S_2 = \frac{b}{8} \left(1 - \frac{1 + \frac{2e}{nb} \frac{4n^2 - 3}{n^2}}{(1 + a/b)^4} \right) \quad (3.14)$$

Os coeficientes S_0 , S_1 e S_2 estão relacionados com parâmetros geométricos da montagem e são constantes para uma dada lâmina e montagem.

Seja R_p o raio do p -ésimo anel de interferência medido sobre o anteparo, colocado a uma distância x da lâmina. Pela equação 3.3 o raio do anel \bar{r} é calculado por:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{R_p}{b} \quad (3.15)$$

A diferença de caminho óptico no anel de Raio R_p em relação ao centro dos anéis, \bar{r} é dada por:

$$\delta(R_p) - \delta(0) = \frac{S_1}{b^2} R_p^2 - \frac{S_2}{b^4} R_p^4 \quad (3.16)$$

3.2 - CÁLCULO DA FRAÇÃO DE INTERFERÊNCIA

Seja M_1 a ordem de interferência do primeiro anel e M_0 (não inteiro) o valor de interferência no centro dos anéis:

$$M_1 = M_0 - f$$

onde f é a "fração de interferência em excesso". A ordem de interferência do p -ésimo anel é dada por:

$$M_p = M_1 - (p - 1) \quad (3.17)$$

Assim:

$$\delta(R_p) - \delta(0) = (M_p - M_0)\lambda = (-p + 1 - f)\lambda \quad (3.18)$$

A relação entre a fração de interferência e os raios dos anéis de interferência fica estabelecida:

$$p = -\frac{S_1}{\lambda b^2} R_p^2 + \frac{S_2}{\lambda b^4} R_p^4 + (1 - f) \quad (3.19)$$

Se a observação for suficientemente distante da lâmina, o termo de quarta ordem, que é proporcional a $1/b^4$, pode ser desprezado em relação ao termo de segunda ordem (ver Apêndice 1). Isto é:

$$p \cong -\frac{S_1}{\lambda b^2} R_p^2 + (1 - f) \quad (3.20)$$

Analisando a expressão matemática que fornece S_1 , vemos que S_1 é negativo, o que torna o coeficiente de R_p^2 positivo. A Figura 7 mostra a relação entre R_p^2 e f . Medindo o raio de alguns anéis de interferência podemos, então, determinar a fração de interferência, f .

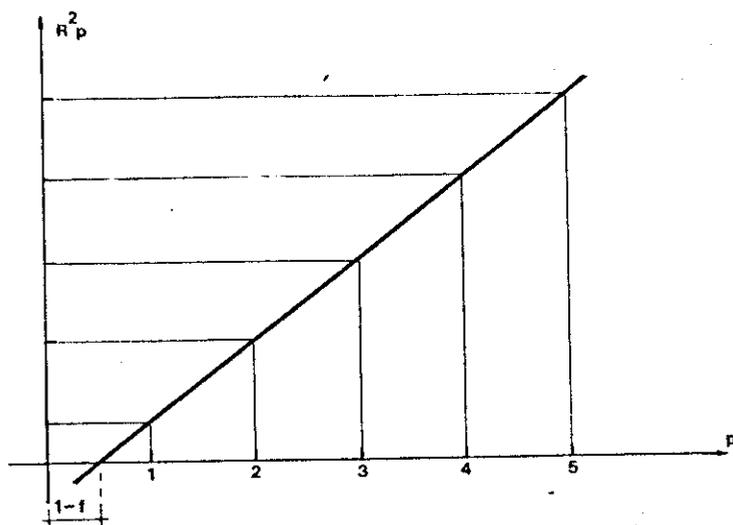


Fig. 7 - Cálculo da fração de interferência f a partir da medida do raio dos anéis de interferência.

Em especial no centro dos anéis, vale a relação:

$$\delta(0) = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (M_1 + f)\lambda \quad (3.21)$$

Se medimos o raio dos anéis escuros, a equação acima se reduz a:

$$2ne = (M_1 + f)\lambda \quad (3.22)$$

Essa é a equação básica que permite calcular a espessura óptica da lâmina ($2ne$), a partir das frações de interferência.

3.3 - DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA ÓPTICA DO FILME

Medimos a fração de interferência para o substrato e para o substrato com filme; f_s e f_{sF} respectivamente. Esse procedimento é repetido para vários comprimentos de onda λ_i .

Como o índice de refração do filme é muito semelhante ao do substrato, supomos que a interface filme-substrato, não contribui na interferência (vide apêndice B).

Escrevemos a equação 22, para cada sistema, e cada comprimento de onda:

$$2e_s n_{si} + 2e_f n_{fi} = (M_{sfi} + f_{sfi}) \lambda_i \quad (3.23)$$

$$2e_s n_{si} = (M_{si} + f_{si}) \lambda_i \quad (3.24)$$

onde e_s e n_s são respectivamente a espessura e o índice de refração do substrato. Subtraindo a equação 24 da equação 23, resta apenas a espessura do filme:

$$2e_f n_{fi} = (N_i + F_i) \lambda_i \quad (3.25)$$

onde

$$N_i = M_{sfi} - M_{si} \quad (3.26)$$

$$F_i = f_{sfi} - f_{si} \quad (3.27)$$

Para calcular a espessura óptica do filme é necessário ainda determinar o número inteiro N_i . Os valores F_i são conhecidos experimentalmente.

Foram utilizados dois métodos diferentes para se determinar a espessura do filme e o índice de refração n_i , a partir do conhecimento do índice de refração do filme para um único comprimento de onda.

O primeiro método utilizado, é um método numérico que procura a solução para e através da tentativa e erro nos valores de N_i , e um parâmetro B, associado a dispersão cromática do material.

O segundo método consiste em um procedimento analítico, desenvolvido por Tilford⁽¹⁸⁾, que associado a um método numérico, por nós desenvolvido, também permite calcular a espessura do filme e o parâmetro B.

4. PROCEDIMENTO ANALÍTICO NUMÉRICO PARA DETERMINAÇÃO DE COMPRIMENTOS A PARTIR DAS FRAÇÕES DE INTERFERÊNCIA

4.1 - MÉTODO NUMÉRICO

4.1.1 - APRESENTAÇÃO

A partir da equação 3.25, com $e=e_f$, $n_i=n_{fi}$:

$$2en_i = (N_i + F_i) \lambda_i$$

notamos que antes de determinar a espessura do filme existem dois parâmetros a serem determinados; o índice de refração do filme para o comprimento de onda λ_i e o inteiro N_i .

A dependência do índice de refração com o comprimento de onda pode ser ajustado pela fórmula de Cauchy⁽¹⁹⁾:

$$n_i = A(1 + Bk_i^2) \tag{4.1}$$

com

$$k_i = \frac{1}{\lambda_i} \tag{4.1}$$

Temos, então um conjunto de j equações para j comprimentos de onda:

$$2eA (1 + Bk_i^2) k_i = N_i + F_i \tag{4.3}$$

$$i = 1, \dots, j$$

Escolhemos, arbitrariamente, uma equação como a primeira e dividimos as $j-1$ equações restantes pela primeira. Obtemos então:

$$\frac{N_i + F_i}{N_1 + F_1} = Q_i(B) \quad (4.4)$$

onde

$$Q_i(B) = \frac{1 + Bk_i^2}{1 + Bk_1^2} \frac{k_i}{k_1}$$

Para uma estimativa da espessura que se deseja determinar, é possível estabelecer um intervalo de possíveis valores para N_1 . Escolhemos um, entre esses valores e calculamos, em seguida, quais seriam os valores de N_i ; \bar{N}_i

$$\bar{N}_i = \text{INT} [Z_i] \quad (4.6)$$

$$Z_i = (N_1 + F_1) Q_i - F_i \quad (4.7)$$

onde $\text{INT} [\]$ significa a parte inteira de $[\]$.

Dispondo dos valores de \bar{N}_i e N_1 calculamos os valores correspondentes de L_i

$$L_i = \frac{\bar{N}_i + F_i}{(1 + Bk_i^2) k_i} \quad (4.8)$$

com o valor teórico de $L_i=L$:

$$L = 2eA \quad (4.9)$$

O valor médio L_m será tomado como o valor final para a quantidade $2eA$. Notamos que L_m é uma função de N_1 e B :

$$L_m = L_m(N_1, B) \quad (4.10)$$

Definimos uma função de mérito $W(N_1, B)$:

$$W(N_1, B) = \sum_{i=1}^j (\bar{F}_i - F_i)^2 \quad (4.11)$$

onde \bar{F}_i são os valores reconstruídos das frações de interferência, para o valor $L = L_m$, e F_i são os valores experimentais. A partir de 4.3:

$$\bar{F}_i = \text{FRAC}[L_m (1 + Bk_i^2) k_i] \quad (4.12)$$

Com N_1 e B variando, dentro de intervalos pré-estabelecidos, procuramos o mínimo da função W . O valor de B nesse ponto será tomado como o valor correto. Se conhecemos o índice de refração para um comprimento de onda, pela fórmula de Cauchy, calculamos o parâmetro A . O esquema do programa utilizado é apresentado no Apêndice C.

A espessura do filme é calculada finalmente;

$$e = \frac{L_m}{2A} \quad (4.13)$$

4.1.2 - APLICAÇÕES EM DADOS SIMULADOS

Para estabelecer os limites de aplicação desse método estudamos alguns casos, utilizando dados fictícios. Estudamos também o efeito de erros aleatórios e sistemáticos dos dados experimentais, sobre os resultados finais.

Tomamos um comprimento $L = 3,0$ (em unidades arbitrárias) e um material com parâmetro $B = 0,01$. As frações de interferência calculadas para esse comprimento são apresentadas na Tabela 1.

TABELA 1

FRAÇÕES DE INTERFERÊNCIA CÁLCULADAS PARA $L = 3,0$ e $B = 0,01$

λ	F
0,4579	0,86
0,4658	0,74
0,4727	0,63
0,4767	0,57
0,4880	0,41
0,4965	0,29
0,5017	0,22
0,5145	0,05

Vamos estabelecer os intervalos de variação de N_1 e B ; $0 \leq B \leq 0,04$ e $2 \leq N_1 \leq 7$. Calculamos, então a função de mérito $W(N_1, B)$. Para cada valor de N_1 obtêm-se uma curva semelhante as que são mostradas na Figura 8, para $N_1 = 5, 6$ e 7 . Nesse intervalo existem dois mínimos locais que ocorrem para os pontos $N_1 = 5$ e $B = 0,037$ e $N_1 = 6$ e $B = 0,01$.

A Tabela 2 mostra os valores calculados para a função de mérito nesses pontos, e os valores correspondentes de L .

TABELA 2

PONTOS DE MÍNIMO PARA A FUNÇÃO DE MÉRITO
(METODO NUMÉRICO) DADOS SIMULADOS

N	B	L	W
5	0,037	$2,283 \pm 0,002$	1.2×10^{-4}
6	0,010	$3,000 \pm 0,001$	7.4×10^{-5}

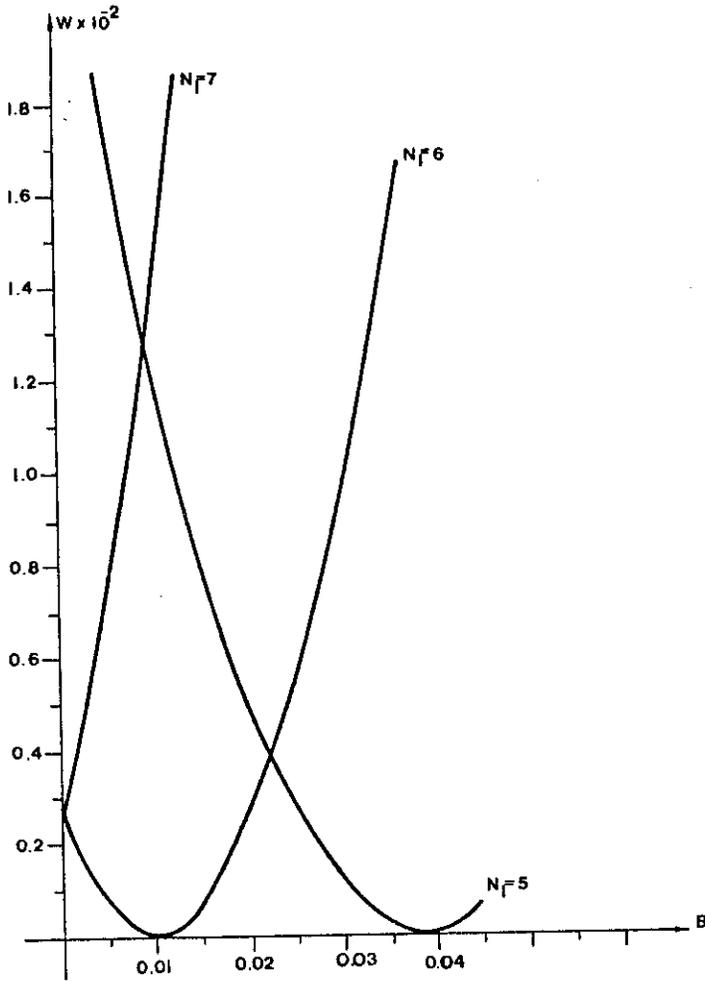


Fig. 8 - Função de mērito (mētodo numērico) para dados simulados.

No ponto $N_1 = 6$ e $B = 0,01$ o mínimo da função de mérito é menor que para o outro ponto. Um bom argumento para optar por essa solução parece ser esse. Se há algum conhecimento sobre o comportamento do material, é possível decidir entre as soluções utilizando os valores obtidos para o parâmetro B . Nesse exemplo foi possível chegar aos resultados corretos, mas os valores das frações de interferência não estavam acompanhados de incertezas.

Vejamos como se comporta o método na presença de erros experimentais. A Tabela 3 apresenta um conjunto de valores simulados com uma distribuição aleatória de erros nas frações, $df = \pm 0,03$.

TABELA 3

DADOS SIMULADOS COM DISTRIBUIÇÃO DE ERROS ALEATÓRIOS $df = 0,03$

λ	F
0,4579	0,89
0,4658	0,71
0,4727	0,66
0,4765	0,60
0,4880	0,38
0,4965	0,32
0,5017	0,25
0,5145	0,02

O comportamento da função de mérito, para esse caso, para $N_1 = 5, 6$ e 7 e $0 \leq B \leq 0,04$ é apresentado na Figura 9. Nesse caso já fica um pouco mais difícil decidir sobre a solução. Usando o critério do menor mínimo, o resultado seria; $N_1 = 6,0$ e $B = 0,012$, resultando em $L=2,989 \pm 0,014$ $W=6,1 \times 10^{-3}$. O valor correto está no intervalo definido pela incerteza final no comprimento L .

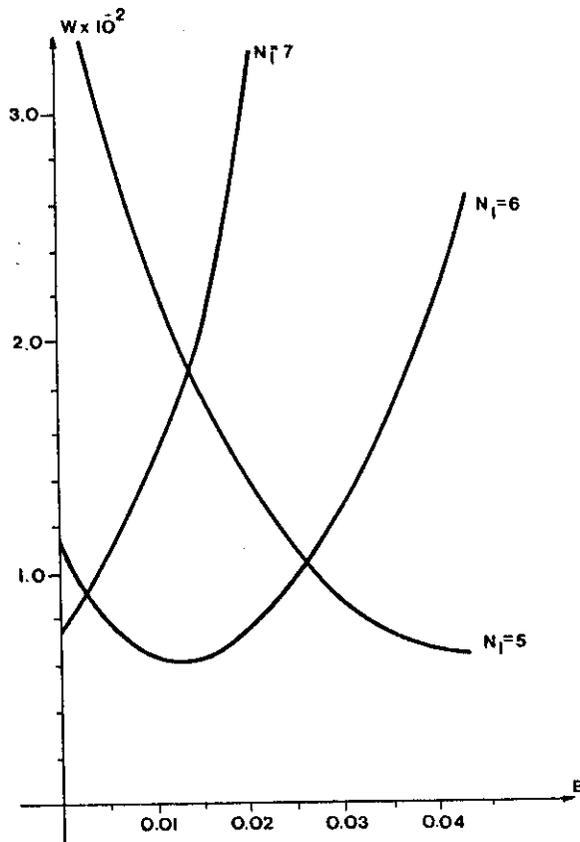


Fig. 9 - Função de mērito (mētodo numērico) para dados simulados com erro aleatōrio $dF = \pm 0,03$.

Suporemos, agora, que os dados experimentais são afetados por erros sistemáticos, que deslocam, igualmente todos os valores no mesmo sentido. Como exemplo, tomaremos erros sistemáticos nas frações de interferência de -0,1; -0,05; +0,05 e +0,10.

A função de mērito para cada caso estā apresentada na Figura 10 (a, b, c e d). Pode-se notar, pelos grāficos, que o mīnimo da função desloca-se do valor real de B, para um valor prōximo. O resultado, para cada caso estā na Tabela 4.

TABELA 4

RESULTADOS COM ERROS SISTEMÁTICOS NAS FRAÇÕES DE INTERFERÊNCIA

df	B	L	W
-0,10	0,012	2,9297 ± 0,0014	6,6 x 10 ⁻⁵
-0,05	0,012	2,9527 ± 0,0019	1,3 x 10 ⁻⁴
+0,05	0,008	3,0484 ± 0,0013	5,6 x 10 ⁻⁵
+0,10	0,008	3,0718 ± 0,0014	8 x 10 ⁻⁵

Na presença de erros, sistemáticos ou aleatórios, algumas vezes é difícil decidir sobre qual dos mīnimos apresentados pela função de mērito, deve ser tomado como solução. O critério do menor mīnimo pode não ser adequado e, nesses casos, é necessário ter uma estimativa melhor do valor do parâmetro B.

4.2 - MÉTODO ANALÍTICO NUMÉRICO

4.2.1 - INTRODUÇÃO

Pelo procedimento desenvolvido por Tilford, seja L um comprimento óptico, constante, e fi as frações de interferência medidas para os comprimentos de onda λ_i . Para esse comprimento, a equação 3.25 pode ser escrita como:

$$Lk_i = N_i + F_i \tag{4.14}$$

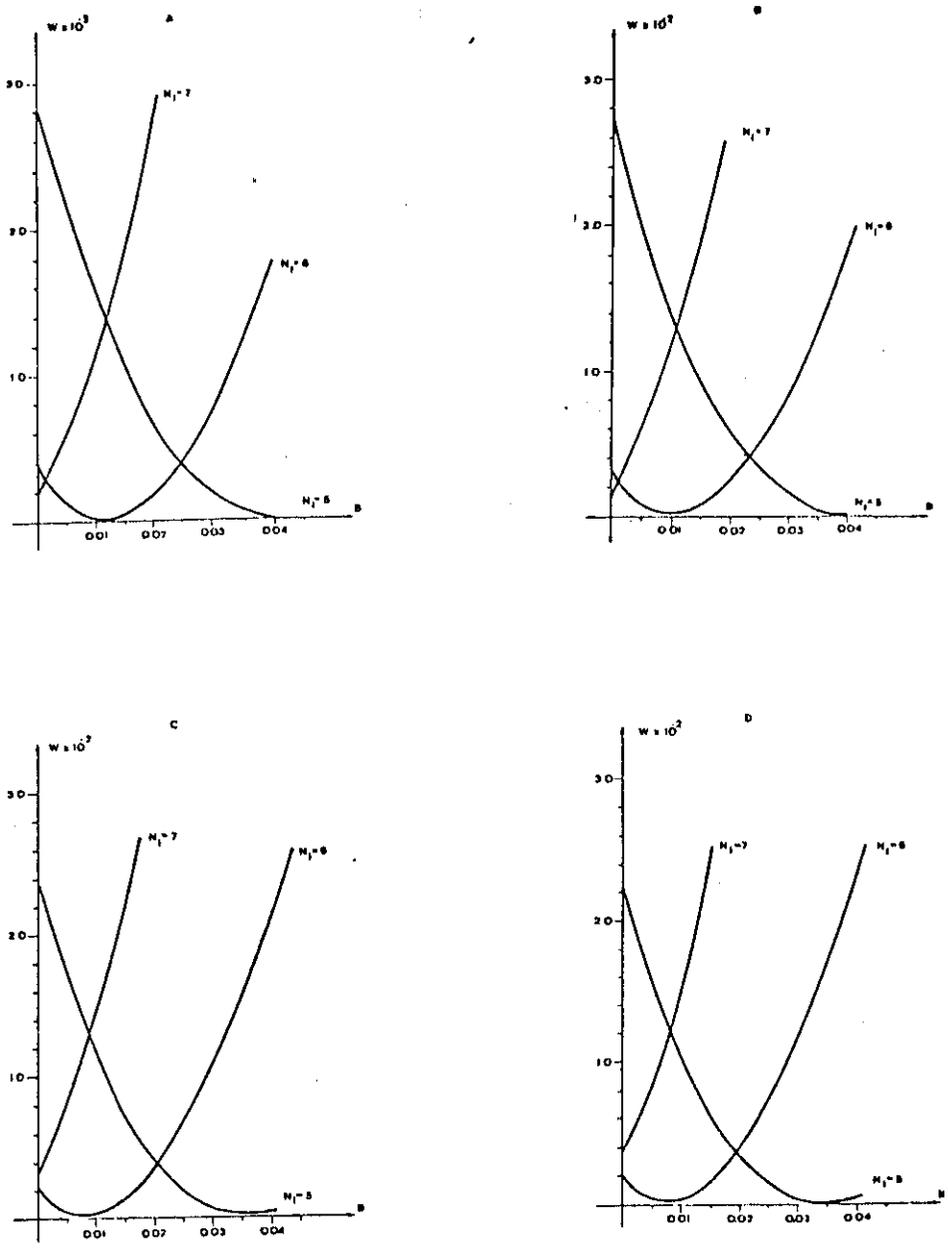


Fig. 10 - Função de m̄rito (m̄todo num̄ricos) para dados simulados com erros sistem̄ticos.

Existem vários valores possíveis para L , periódicos que satisfazem a equação acima. Por exemplo, para um determinado comprimento mede-se $F_1 = 0,4$ e $F_2 = 0,5$ para $\lambda_2 = 0,8\lambda_1$. Essas frações ocorrem simultaneamente, para vários valores de comprimento, em A, B ou C, espaçados de $4\lambda_1$ ou $5\lambda_2$, como podemos ver na Figura 11.



Fig. 11 - Valores possíveis para um comprimento L com $F_1 = 0,4$, $F_2 = 0,5$ e $\lambda_2 = 0,8\lambda_1$.

Para decidir qual o valor correto de L , seria suficiente ter uma aproximação L' com incerteza menor que o período de repetição. No exemplo anterior:

$$\Delta L < (4\lambda_1)/2$$

seria suficiente para determinar uma única solução.

4.2.2 - DESENVOLVIMENTO

O procedimento desenvolvido por Tilford⁽¹⁸⁾, permite calcular a correção δL para uma estimativa L' e chegar ao valor correto:

$$L = L' + \delta L \quad (4.15)$$

Para a estimativa L' a equação 4.14 transforma-se em:

$$L'k_i = G_i + e_i \quad (4.16)$$

Portanto

$$\delta L = (N_i - G_i) + (F_i - e_i) \quad (4.17)$$

De acordo com Tilford, fazendo combinações lineares das equações 4.17, usando fatores multiplicativos M_i

$$\sum M_i k_i \delta L = \sum M_i (N_i - G_i + F_i - e_i) \quad (4.18)$$

Como a quantidade $(N_i - G_i)$ é um inteiro, a equação acima simplifica-se em:

$$\delta L = \frac{I + \sum M_i (F_i - e_i)}{\sum M_i k_i} \quad (4.19)$$

$$= [I + \sum M_i (F_i - e_i)] \lambda_s \quad (4.20)$$

onde I é um inteiro e λ_s é chamado de comprimento de onda sintético, ou comprimento de onda efetivo da frequência de batimento, que se obtém acrescentando-se múltiplos das diferentes frequências correspondentes k_i .

Pelo procedimento desenvolvido por Tilford, para que a solução seja única, os valores de M_i devem ser escolhidos de tal forma que L esteja em um intervalo coberto pelo comprimento de onda sintético, isto é:

$$-\frac{1}{2} \lambda_s < \delta L < \frac{1}{2} \lambda_s \quad (4.21)$$

Esses valores de M_i devem ser escolhidos a partir da incerteza na estimativa L' , para que o comprimento de onda sintético seja maior que essa incerteza.

A solução da equação 4.21 ocorre para um valor único de I :

$$-\frac{1}{2} < I + \sum M_i (F_i - e_i) < \frac{1}{2} \quad (4.22)$$

Com o valor de I determinado, pela condição acima, calculamos δL e finalmente o valor correto de L .

Assumindo que os valores de M_i são inteiros, positivos, negativos ou nulos, a equação 4.20 simplifica-se:

$$\delta L = (I' + F[\sum M_i F_i] - F[L'/\lambda_s])/\lambda_s \quad (4.23)$$

onde $F[]$ significa a parte fracionária de $[]$, e I' só pode ser $-1,0$ ou 1 , de acordo com a condição:

$$-\frac{1}{2} < I' + F[\sum M_i F_i] - F[L'/\lambda_s] < \frac{1}{2} \quad (4.24)$$

Utilizando os comprimentos de onda sintético sucessivamente menores, as correções δL serão também menores, e L' será cada vez mais próximo de L , o valor correto.

4.2.3 - APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO ANALÍTICO A UM MATERIAL DISPERSIVO

No procedimento analítico desenvolvido por Tilford o comprimento L foi considerado constante, o que não é o caso de filmes, cujo índice de refração varia com o comprimento de onda.

Voltamos então à equação 4.3, onde identificamos a quantidade $2eA$, constante, com L . Aplicamos a essa equação o mesmo procedimento desenvolvido por Tilford. Vemos, então que as equações 4.23 e 4.24 permanecem válidas, mas o comprimento de onda sintético passa a depender do parâmetro B , e é dado por:

$$\lambda^s = \frac{1}{\sum (1 + Bk_i^2) k_i M_i} \quad (4.25)$$

Se os parâmetros A e B são conhecidos, calculamos L , de acordo com o procedimento descrito.

Para determinar A e B seria necessário medir o índice de refração do material para vários comprimentos de onda, mas isso é bastante trabalhoso. Pode-se medir com boa precisão o índice de refração de um filme para um comprimento de onda, utilizando o método de Abeles, em geral, com um laser de He-Ne, $\lambda = 0,6328\mu\text{m}$.

Desenvolvemos, então, um método numérico que permite procurar o valor de B e calcular o comprimento L , usando vários comprimentos de onda sintético. O valor final L é uma função de B ; $L = L(B)$. Para cada valor $L(B)$ reconstruímos os valores das frações \bar{F}_i e definimos uma função de mérito:

$$W(B) = \sum_i (\bar{F}_i - F_i)^2 \quad (4.26)$$

Procuramos o m̃nimo dessa funçãõ, que fornece o valor de B que mais se ajusta ao material, do filme. A espessura geométrica, e , é determinada de forma semelhante a descrita no m̃todo numérico anterior.

4.2.4 - EFEITO DOS ERROS EXPERIMENTAIS

Supondo um erro experimental nas frações de interferência, F_i e nas frequências k_i , o erro final na determinação de L será dL :

$$L = L' + \delta L(k_i, F_i, L')$$

$$dL = dL' + \frac{\partial}{\partial L'} (\delta L) + \sum_i \frac{\partial}{\partial F_i} (\delta L) + \sum_i \frac{\partial}{\partial k_i} (\delta L) \quad (4.27)$$

com a expressão abaixo para δL , obtida a partir de 4.20 e 4.15;

$$\delta L = [\sum (M_i N_i) + \sum M_i F_i - L' \sum M_i k_i] \lambda_s \quad (4.28)$$

calcula-se os termos da equação 4.27.

$$\frac{\partial}{\partial L'} (\delta L) = - \left(\sum M_i k_i \right) \lambda_s = - 1$$

$$\frac{\partial}{\partial F_i} (\delta L) = M_i \lambda_s$$

$$\frac{\partial}{\partial k_i} (\delta L) = L' M_i \lambda_s$$

O erro m̃ximo para L serã:

$$dL = \lambda_s [\sum |M_i| dF_i + L' \sum |M_i| k_i^2 d\lambda_i]$$

$$dL = \pm \gamma \lambda_s \quad (4.29)$$

onde

$$\gamma = \sum |M_i| dF_i + L' \sum |M_i| k_i^2 d\lambda_i \quad (4.30)$$

Quando a incerteza no comprimento de onda $\bar{\lambda}$ é muito pequena comparado a dF_i a equação 4.30 reduz-se a:

$$\gamma = \sum |M_i| dF_i \quad (4.31)$$

As incertezas, não sã acarretam uma incerteza no comprimento corrigido, como também restringem o intervalo em que $\bar{\lambda}$ é possível encontrar uma única solução. Sela L o comprimento verdadeiro e L' uma aproximação, com incerteza ΔL . Usando um comprimento de onda sintético um pouco maior que $2\Delta L$ e desprezando os erros experimentais, seria possível obter o comprimento correto L_c , de acordo com a Figura 12. No entanto, esse comprimento L_c tem uma incerteza $\pm \gamma \lambda_s$ e, para que seja possível calcular uma correção que realmente leve a L , δL deveria ser menor que a metade do comprimento de onda sintético menos a incerteza dL devido aos erros experimentais.

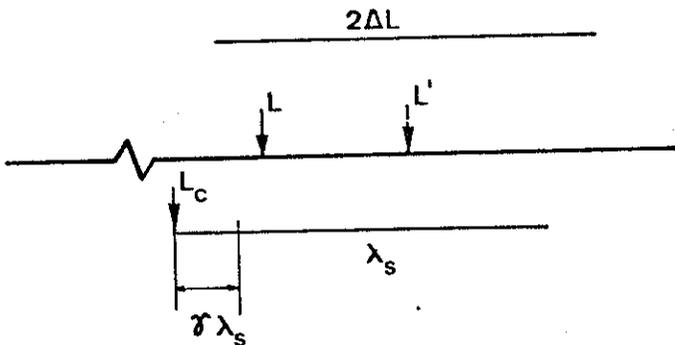


Fig. 12 - Ilustração do intervalo útil do comprimento de onda-sintético.

Isso significa que:

$$- \left(\frac{\lambda_s}{2} - dL \right) < \delta L < \left(\frac{\lambda_s}{2} - dL \right)$$

$$- \left(\frac{1 - 2\gamma}{2} \right) \lambda_s < \delta L < \left(\frac{1 - 2\gamma}{2} \right) \lambda_s \quad (4.32)$$

Na equação acima, a quantidade $(1 - 2\gamma) \lambda_s / 2$ é chamada de intervalo útil do comprimento de onda sintético, λ_u . Para que exista uma única solução, os coeficientes M_i , dos comprimentos de onda sintético, devem ser escolhidos adequadamente para satisfazer a relação 4.32. Está claro, a partir da condição expressa em 4.32, que não é possível uma solução única quando $\gamma \geq 1/2$.

Observando a equação 4.20 vê-se que quando a incerteza no comprimento de onda é grande, o segundo termo dessa equação passa a contribuir, com uma dependência em L' . Nessas condições aparece uma limitação ao valor máximo de L que pode ser determinado por esse método. Impondo a condição que γ seja menor que $1/2$:

$$\gamma = \sum |M_i| dF_i + L' \sum |M_i| k_i^2 d\lambda_i < \frac{1}{2} \quad (4.33)$$

Com $L \sim L'$, a equação acima pode ser reescrita como:

$$L < \frac{1/2 - \sum |M_i| dF_i}{\sum |M_i| k_i^2 d\lambda_i} \quad (4.34)$$

Supondo que são utilizados oito (8) comprimentos de onda e $\sum |M_i| = 8$ e $\lambda \sim 0,5\mu\text{m}$, pode-se calcular alguns valores limites para L em função de dF_i e $d\lambda_i$, conforme a Tabela 5.

TABELA 5

VALORES LIMITES PARA L EM FUNÇÃO DOS ERROS EXPERIMENTAIS (μm)

$d\lambda_i$ (μm) \ dF_i	0,005	0,01	0,02	0,03	0,05
5×10^{-5}	287,5	262,5	219,5	163	62,5
1×10^{-5}	$1,4 \times 10^3$	$1,3 \times 10^3$	$1,1 \times 10^3$	$0,8 \times 10^3$	$0,3 \times 10^3$
$5 \times 10^{-9} *$	$1,4 \times 10^5$	$1,3 \times 10^5$	$1,1 \times 10^5$	8×10^4	$3,1 \times 10^4$

*Laser estabilizado de CO_2 ($\lambda \sim 9,4\mu\text{m}$).

Usando um laser estabilizado, com $d\lambda_i = 5 \times 10^{-9}\mu\text{m}$, pode-se medir comprimento de alguns centímetros. Com três linhas, $\lambda_1 = 9,22953010\mu\text{m}$; $\lambda_2 = 9,2499570\mu\text{m}$ e $\lambda_3 = 9,65741651\mu\text{m}$ e com $M_1 = -1$, $M_2 = 0$, $M_3 = 2$ como coeficientes, obtêm-se $\lambda_s = 0,0101269060\text{mm}$. Para um comprimento de 1cm, com $dF_i = 0,03$, tem-se:

$$\gamma = 3 \times 0,03 + 10^4 \times 3 \times 9^2 \times 5 \times 10^{-9}$$

$$\gamma = 0,10$$

$$dL = 0,10 \times 0,010\text{mm}$$

$$= 10^{-3}\text{mm}$$

$$\frac{dL}{L} = 10^{-4}$$

4.2.5 - EXEMPLO DE APLICAÇÕES

Para entender o funcionamento do método serão utilizados dados fictícios, os mesmos já usados para o método numérico.

Tomemos os dados simulados da Tabela 1. Usando um comprimento de onda sintético, inicialmente grande, e uma aproximação L' , que pode ser inclusive zero, calcula-se a correção δL . A Tabela 6 mostra os resultados obtidos, para diferentes valores L' . É interessante notar que os resultados estão espaçados de λ_s .

TABELA 6

VALORES POSSÍVEIS PARA L PARTINDO DOS DIFERENTES VALORES DE L'

L'	0	300	500
λ_s	316,4370	316,4370	316,4370
$F(\sum M_i F_i)$	0,02	0,02	0,02
$F(L'/\lambda_s)$	0	0,9481	0,5801
δL	6,3287	22,7657	139,2027
L_{final}	6,3287	322,7657	639,2027

Com uma estimativa do valor de L pode-se escolher, entre os valores obtidos, qual o valor mais adequado e melhorar sua precisão, diminuindo λ_s .

Tomando-se, então, $L = 6,3287$ como o mais adequado e com três comprimentos de onda sintéticos; $\lambda_s = 8,4811$; $3,6478$ e $1,6271$, calcula-se, sucessivamente, um valor de L. Os resultados desses cálculos estão na Tabela 7.

O valor correto seria $L = 2,9776$. A incerteza no valor final deve-se aos erros de truncamento no cálculo dos valores das frações, $dF_{i_{max}} = 0,005$, então $\gamma_{max} = 8 \times 0,005 = 0,04$. A incerteza em L será $dL = 0,04 \times 1,63 = 0,07$.

TABELA 7

CÁLCULO DO COMPRIMENTO L COM VÁRIOS COMPRIMENTOS DE ONDA SINTÉTICO

L'	6,3287	2,9684	3,0277
λ_s	8,4811	3,6478	1,6271
$F(\sum M_i F_i)$	0,32	0,83	0,83
$F(L'/\lambda_s)$	0,9462	0,8137	0,8608
δL	-3,3603	0,0593	0,0501
L_{final}	2,9684	3,0277	2,9776

Esses resultados podem ser melhorados aplicando o método numérico. Para isso toma-se o último valor obtido para $L(B)$ e calcula-se a quantidade $G_i + e_i$, pela expressão 4.16, substituindo k_i por $k_i(1+Bk_i^2)$. Comparando-se com os valores experimentais F_i procura-se o melhor inteiro N_i ;

$$|(N_i + F_i) - (G_i + e_i)| \leq 0,5$$

O procedimento para calcular a função de mérito, a partir desse ponto, é o mesmo já descrito anteriormente. Para esse exemplo, os resultados de cada etapa são mostrados na Tabela 8. O valor obtido é $L = 3,000 \pm 0,001$ com $W = 7,4 \times 10^{-5}$ em $B = 0,01$.

Neste exemplo, tomamos um valor fixo de $B = 0,01$. A função de mérito $W(B)$ para $0 < B < 0,04$, está graficada na Figura 13. Essa função apresenta dois mínimos locais; para $B = 0,01$; $W = 0,68 \times 10^{-4}$ e $B = 0,038$; $W = 0,13 \times 10^{-3}$. (Esses resultados foram calculados utilizando um programa de computador).

TABELA 8

CÁLCULO DA FUNÇÃO DE MÉRITO W E DO VALOR FINAL PARA L

$G_i + e_i$	$N_i + f_i$	L	\bar{f}_i	Δ_f
6.81	6.86	2.9982	0.865	0.005
6.69	6.74	3.0012	0.738	0.002
6.58	6.63	2.9998	0.631	0.001
6.52	6.57	2.9985	0.574	0.004
6.36	6.41	3.0020	0.406	0.004
6.24	6.29	3.0012	0.288	0.002
6.17	6.22	3.0013	0.218	0.002
6.01	6.05	2.9994	0.052	0.002

$L_m = 3.0002 \pm 0.0014, W = 7.4 \times 10^{-5}$

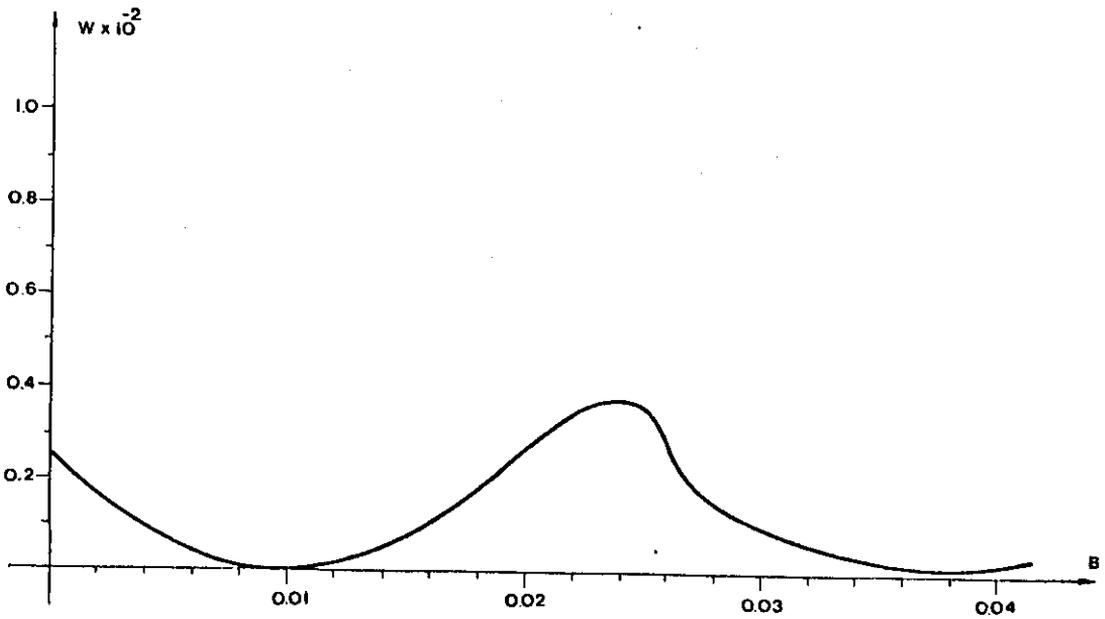


Fig. 13 - Função de mērito (mētodo analítico-numérico) para dados simu-
lados.

Vejamos como se comporta o método com dados afetados por erros experimentais. Para isso, usaremos o mesmo conjunto de dados fornecido na Tabela 3, onde as frações de interferência possuem um erro aleatório de $\pm 0,03$.

O comportamento da função de mérito é apresentado na Figura 14. O mínimo da função, no intervalo de B explorado, ocorre para $B = 0,012$, resultando em $L = 2,98 \pm 0,01$ e $W = 0.61 \times 10^{-2}$. Porém, a função começa a apresentar mínimos locais que já são comparáveis ao menor mínimo, nesse intervalo de B. A incerteza em L pode ser calculada por:

$$dL = \frac{dF}{k(1 + Bk^2)}$$

Substituindo $dF = 0,03$, $k \sim 2,0\mu\text{m}^{-1}$ e $B = 0,012$ encontramos $dL = 0,01$, que foi o resultado obtido pelo desvio padrão médio.

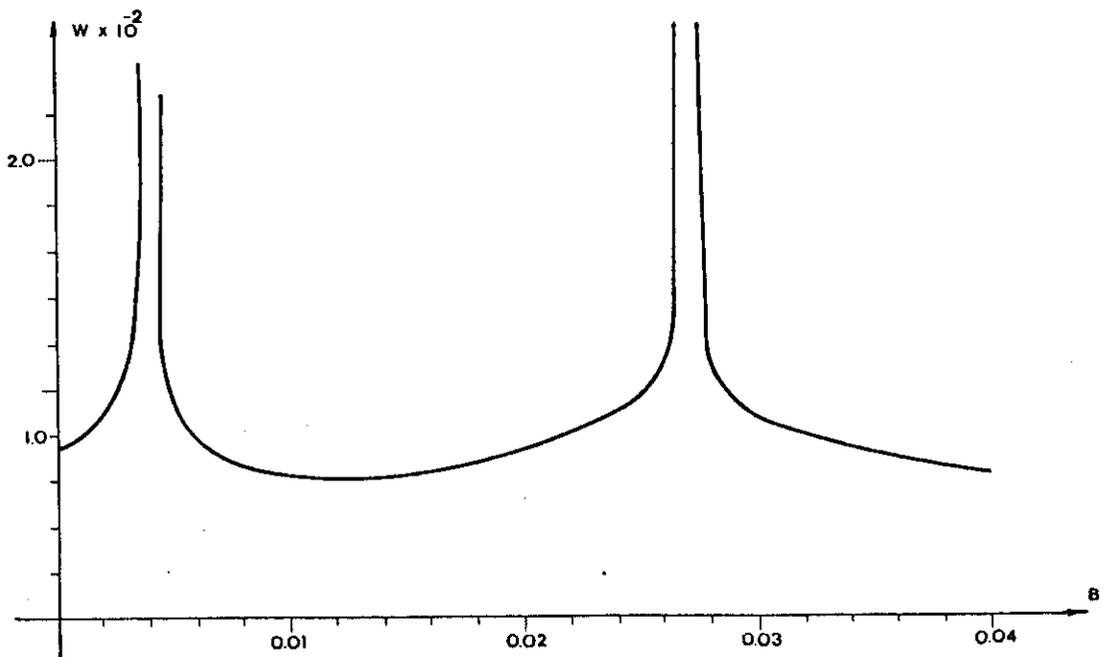


Fig. 14 - Função de mérito (método analítico-numérico) para dados simulados com erro aleatório, $dF = \pm 0,03$.

Para verificar o efeito de erros experimentais sistemáticos usaremos os mesmos dados usados no método anterior com $dF = +0,1$; $+0,5$; $-0,5$ e $-0,1$.

A Figura 15 mostra a função de mérito para cada caso. A função apresenta mínimos para valores de B próximos de 0,01mm pouco deslocados, e mesmos valores de L finais estão um pouco deslocados em relação ao valor correto. A Tabela 9 mostra os valores para a função de mérito, B e L em cada caso.

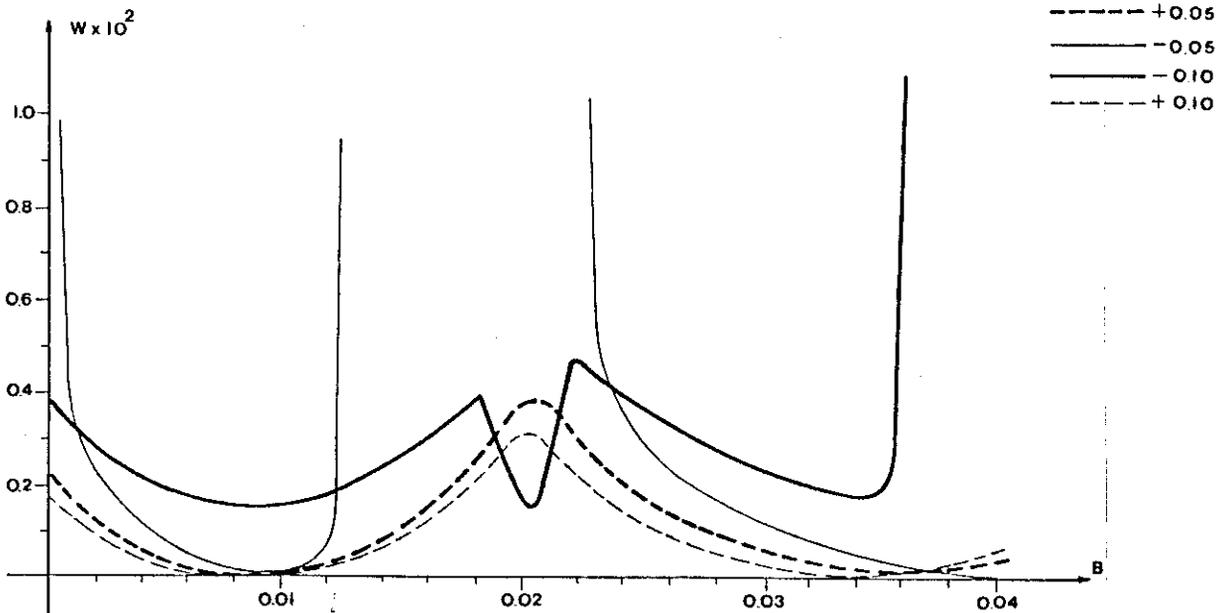


Fig. 15 - Função de mérito (método analítico-numérico) para dados simulados com erros sistemáticos.

TABELA 9

FUNÇÃO DE MÉRITO, B e L PARA DADOS COM ERROS SISTEMÁTICOS

dF	L	B	W
-0,10	2,973 ± 0,001	0,0086	1,59 x 10 ⁻³
-0,05	2,977 ± 0,001	0,010	0,64 x 10 ⁻⁴
0,0	3,000 ± 0,001	0,010	0,68 x 10 ⁻⁴
+0,05	3,048 ± 0,001	0,008	0,58 x 10 ⁻⁴
+0,10	3,072 ± 0,001	0,008	0,67 x 10 ⁻⁴

4.3 - CONCLUSÃO

Pelos resultados obtidos concluimos que a associação do procedimento analítico ao método numérico, além de mais elegante permite solução mais rápida e uma decisão mais segura sobre a solução adequada, nos casos em que a função de mérito apresenta vários mínimos pois a função depende de apenas uma variável, o parâmetro B.

Também vimos que apesar de não utilizarmos um laser estabilizado, mesmo com incerteza $dF = 0,03$, e $\gamma_{\max} = 0,40$, com $\lambda_s = 1,0\mu\text{m}$ é possível medir um comprimento L de até $100\mu\text{m}$, com $dL = 0,40$, o que dá uma incerteza relativa de apenas 0,4% no valor final do comprimento.

Mesmo com erros sistemáticos é possível chegar bem próximo do valor correto do comprimento. Se esse erro puder ser estimado, a incerteza no valor final de L pode ser calculada, tornando os resultados confiáveis. O método, de uma certa forma, através da combinação linear que faz, compensa parcialmente os erros sistemáticos⁽²⁰⁾.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1 - MONTAGEM

Na montagem do interferômetro de Haidinger utilizamos como fonte de luz monocromática e coerente um laser de Argônio, com oito linhas sintonizáveis: $\lambda = 0,4579 - 0,4658 - 0,4727 - 0,4765 - 0,4880 - 0,4965 - 0,5017$ e $0,5145\mu\text{m}$. Esse laser tem intensidade maior na linha $0,5145\mu\text{m}$ e intensidade decrescente na região do violeta.

A Figura 16A apresenta um esquema do arranjo experimental. Uma objetiva de microscópio focaliza o feixe de luz produzindo um feixe divergente. No plano focal dessa objetiva está montado um pinhole que permite passar apenas a luz do círculo central da figura de difração. Na figura 16B vemos uma foto do aparato experimental.

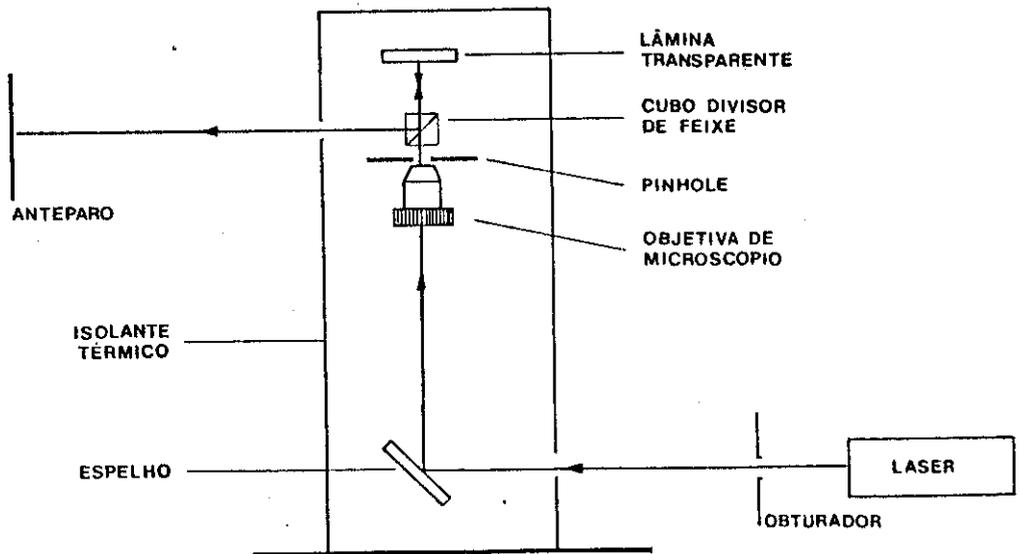


Fig.16A - Arranjo experimental do interferômetro de Haidinger.

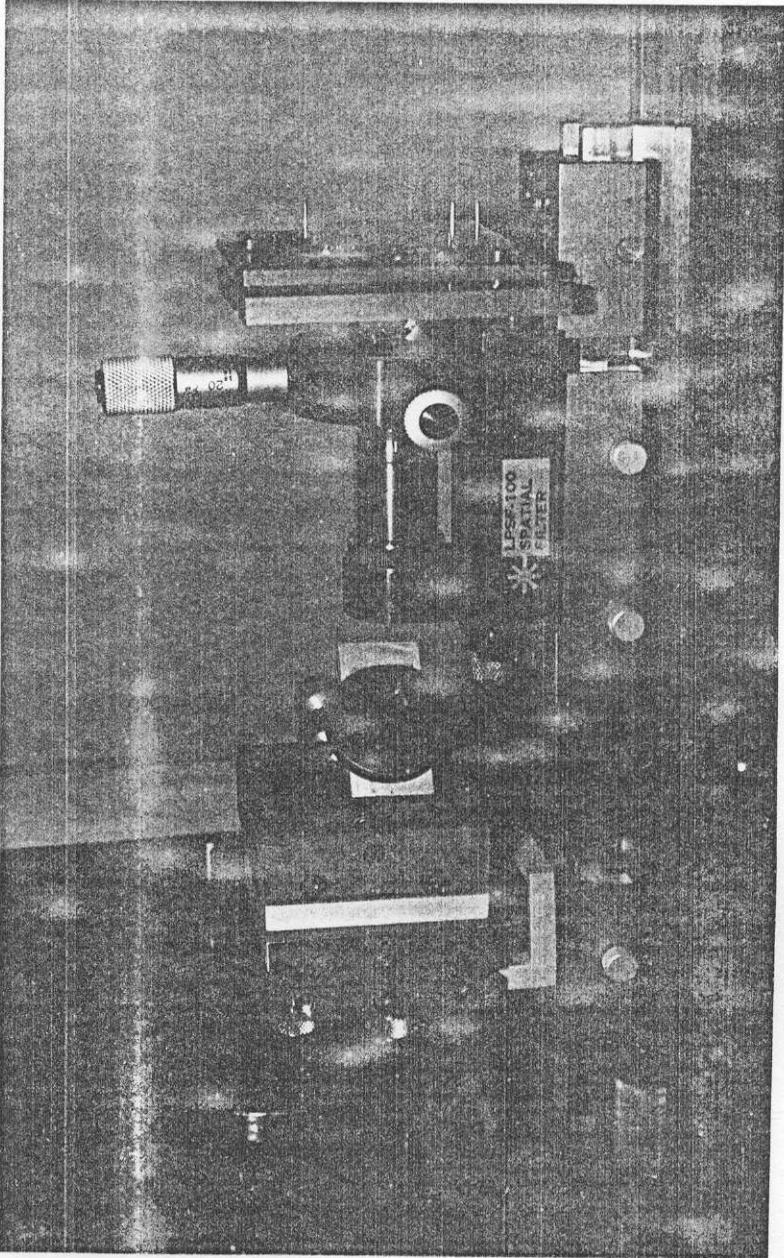


Fig. 16B - Aparato experimental do interferômetro de Haidinger.

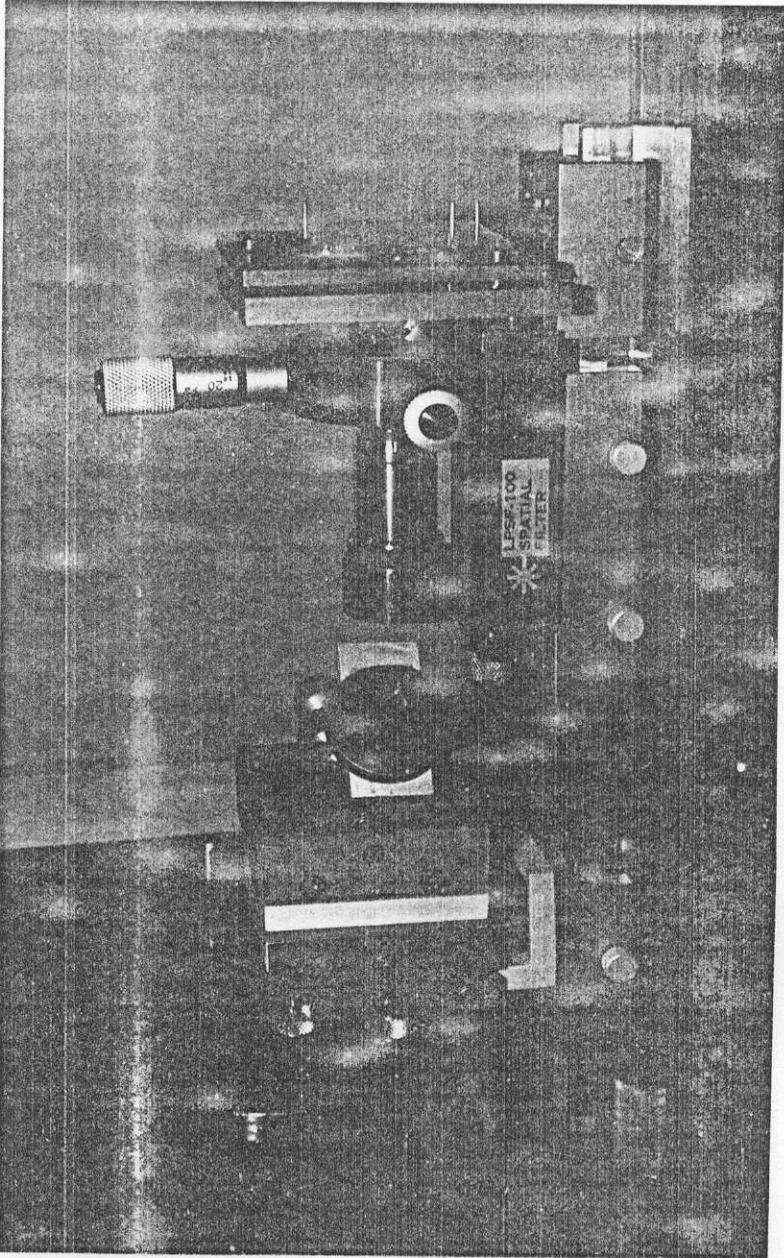


Fig. 16B - Aparato experimental do interferômetro de Haidinger.

Uma lâmina transparente é colocada na frente do feixe luminoso e a luz refletida por esta, é desviada por um cubo divisor de feixe, para um anteparo, onde são observados os anéis de interferência. Para garantir a reprodutibilidade de posicionamento da lâmina empregamos um suporte cinemático.

Para registrar os anéis de interferência utilizamos películas fotográficas para artes gráficas, também conhecidas por KODALITE. Estas apresentam boa resolução e contraste e podem ser cortadas no formato desejado. Um diafragma foi colocado logo após a saída do feixe para controlar o tempo de exposição.

Alguns dados técnicos relativos ao arranjo experimental estão listados na Tabela 10.

TABELA 10

DADOS TECNICOS RELATIVOS AO ARRANJO EXPERIMENTAL

- Objetiva de microscópio	40x - NA = 0,65
- Distância pinhole-lâmina	~ 20mm
- Distância lâmina-anteparo	~ 450mm
- Tempo de exposição para registro fotográfico	1/4 a 4seg.
- Área de observação na tela	~ 100 x 100mm
- Diâmetro médio do 10º anel de interferência	~ 90mm

Em geral, a tomada de dados era feita, primeiro para o substrato, para os oito comprimentos de onda disponíveis. e depois para o substrato com filme. Tomávamos cuidado para que durante o experimento a temperatura permanecesse constante.

Uma pequena variação de temperatura pode produzir uma variação de espessura na lâmina, comparável a espessura do filme. Se isso ocorrer durante a tomada de dados, pode-se perder a correlação dos dados ou a variação de espessura, devido a flutuação térmica, pode ser interpretada como um acréscimo na espessura do filme (erro sistemático).

Para evitar esse problema procuramos manter a temperatura ambiente estabilizada e sob controle durante a experiência. Além disso providenciamos uma caixa, para envolver o interferômetro, feita de material isolante.

5.2 - MATERIAIS E PROCESSOS DE FABRICAÇÃO

Para fabricar os filmes utilizamos duas fotoresinas comerciais, bastante empregadas em fotolitografia e registro óptico em geral. São elas a 1350J, uma fotoresina positiva fabricada pela Shipley, e a KMR 747, uma fotoresina negativa fabricada pela KODAK.

A Figura 17 mostra como varia o índice de refração com o comprimento de onda, para filmes da fotoresina 1350J, de acordo com dados fornecidos pelo fabricante. Ajustando a esses dados a fórmula de Cauchy, obtivemos os parâmetros $A = 1,582$ e $B = 0,011$ (com λ em μm).

Para filmes de fotoresina KMR 747, determinamos o índice de refração para alguns comprimentos de onda, através do método de Abeles⁽²¹⁾. Utilizamos a fórmula de Cauchy para o índice de refração e obtivemos os parâmetros $A = 1,478$ e $B = 0,02$, para λ em μm . A Figura 18 mostra o ajuste experimental $n \times k^2$, com os dados obtidos.

Os filmes foram fabricados pelo processo de "Spiner". Este consiste em colocar o substrato (uma placa de vidro polida), sobre uma base, a qual é fixada por meio de vácuo, e espalhar fotoresina líquida sobre o substrato. Em seguida, este é colocado a girar, durante alguns segundos, com frequência de rotação que pode variar de 2000 a 7000rpm, dependendo do material do filme e da espessura final desejada.

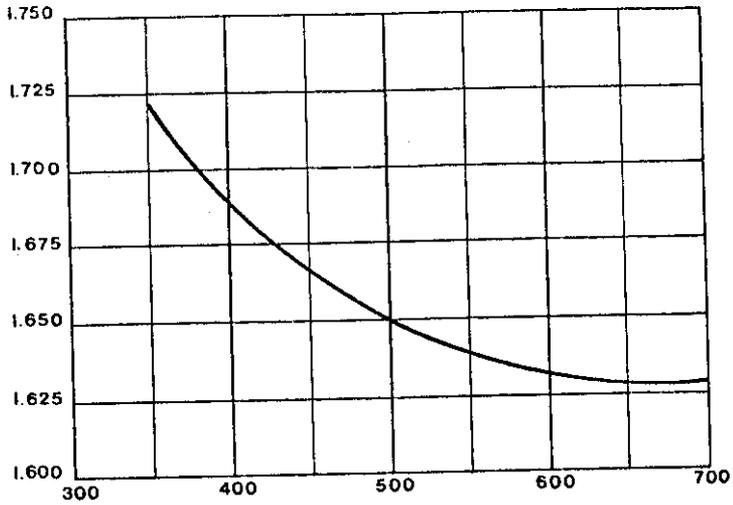


Fig. 17 - Índice de refração para filmes de fotoresina 1350J.

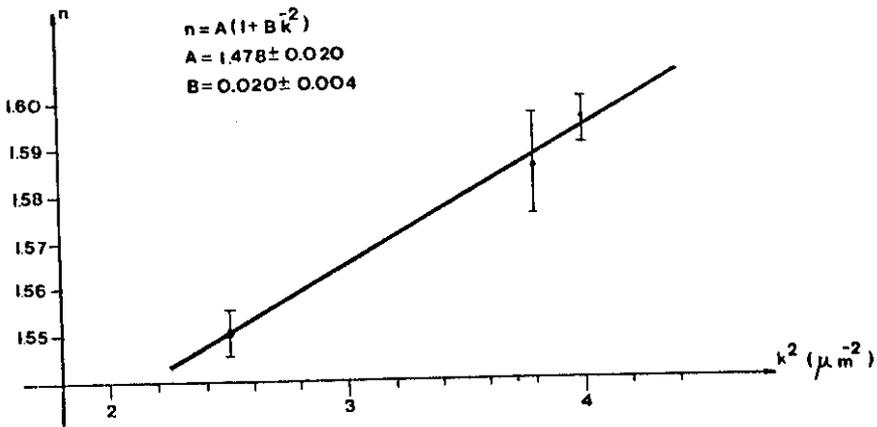


Fig. 18 - Medida do índice de refração para filmes de fotoresina 747-método de Abeles. KMR

O substrato com filme \bar{e} levado, então, a um forno onde permanece durante aproximadamente vinte minutos, a uma temperatura não superior a 70°C . Isso permite eliminar o solvente da fotoresina e melhorar a adesão do filme ao substrato.

Antes de concluir a tomada de dados no interferômetro de Haidinger, expomos o filme à luz intensa com alguma emissão no ultravioleta, região do espectro em que o filme \bar{e} mais sensível.

5.3 - RESULTADOS

Uma etapa importante na determinação da espessura do filme \bar{e} a determinação da fração de interferência, que depende essencialmente da medida dos diâmetros dos anéis de interferência.

Medimos os diâmetros dos anéis para o substrato e para o substrato com filme, e para os oito comprimentos de onda disponíveis. Calculamos a fração de interferência, para cada interferograma, pela relação:

$$R_p^2 = \alpha p + \beta$$

quando

$$R_p^2 = 0;$$

$$p = -\frac{\beta}{\alpha}$$

$$F' = 1 - f$$

Os coeficientes α e β são, determinados por regressão linear, ajustando-se a reta $R_p^2 \times p$. Como estamos interessados apenas na relação α/β e não nos valores absolutos de α e β , podemos usar na regressão linear ao invés dos raios R_p^2 , os diâmetros dos anéis ϕ^2_p .

O valor final de F' terá uma incerteza dF' que depende da incerteza dos coeficientes α e β . Estas, são determinadas pela qualidade do ajuste dos pontos experimentais à reta; serão tanto menores quanto melhor for o ajuste.

$$\frac{dF'}{F'} = \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\beta}{\beta}$$

Tomemos um exemplo; para um determinado interferograma medimos o diâmetro dos anéis de interferência e obtivemos os valores que aparecem na Tabela 11.

TABELA 11

MEDIDA DO DIÂMETRO DOS ANÉIS DE UM INTERFEROGRAMA

p	ϕ_p (mm)
1	27,10
2	39,15
3	48,70
4	56,60
5	63,35
6	69,60
7	75,50
8	80,45
9	85,65
10	90,05

Para esse conjunto de pontos ajustamos a reta $\phi_p^2 \times p$ e encontramos:

$$\alpha = 823,14 \quad d\alpha = 2,19$$

$$\beta = 95,53 \quad d\beta = 13,60$$

e

$$F' = 0,12 \pm 0,02$$

Em alguns casos encontramos $dF' = 0,03$. Esse valor pode ser considerado como a incerteza máxima em dF' , pois, em geral, não foi excedido.

A partir das frações de interferência, utilizamos o método analítico numérico descrito na seção 4.2. Esse método permite-nos determinar a quantidade $L = 2eA$ e B , onde e é a espessura geométrica do filme e A e B são os parâmetros da fórmula de Cauchy para o índice de refração. Supusemos que o índice de refração do filme é conhecido para pelo menos um comprimento de onda. Assim é possível determinarmos A e a espessura e .

Foi desenvolvido um programa para computação para automatizar os cálculos. Esse programa pede como dados de entrada, basicamente, o intervalo de variação de B e uma estimativa L' e permite o uso de vários comprimentos de onda. Para cada valor de B o programa calcula o valor correto de L , usando o procedimento de Tilford, e comprimentos de onda sucessivamente menores. Em seguida o programa calcula a função de mérito $W(B)$, de acordo com o método descrito na seção 4.2, e procura o mínimo dessa função no intervalo fornecido.

com a fotoresina KMR
se filme estão lista

Por exemplo; fabricamos um filme 747. As frações de interferência obtidas para estas são as da Tabela 12, onde $F_i = f_{SF_i} - f_{S_i}$.

TABELA 12

FRAÇÕES DE INTERFERÊNCIA PARA UM FILME DE KMR 747

$\lambda(\mu\text{m})$	F
0,4579	0,35
0,4658	0,17
0,4727	0,04
0,4765	0,01
0,4880	0,79
0,4965	0,64
0,5017	0,56
0,5145	0,46

Calculamos a função de mérito para $0 \leq B \leq 0,04$. O comportamento dessa função está representado na Figura 19. Quando B aproxima-se de 0,03, a função começa a apresentar um comportamento crescente até $B = 0,04$. O mínimo dessa função ocorre para $B = 0,0195$, com $W = 6,986 \times 10^{-3}$. Supondo que o índice de refração é conhecido para $\lambda = 0,6328\mu\text{m}$ ($n = 1,55$) calculamos o valor de $A = 1,478$. Como $L = 3,0676$, temos $e = 1,0377\mu\text{m}$. Tomando o desvio médio σL como a incerteza dL , calculamos também de ; $de/e = dL/L$. Com $dL = 0,015$, temos $de = 0,005\mu\text{m}$.

Em alguns casos a função de mérito apresenta vários mínimos locais no intervalo de B pré-estabelecido. Quando isso ocorre, torna-se necessário restringir o intervalo a uma região menor, onde devemos, deve estar o valor adequado ao material do filme.

A Tabela 13 mostra os resultados obtidos para a espessura de alguns filmes utilizando o interferômetro de Haidinger e o procedimento analítico-numérico já discutido.

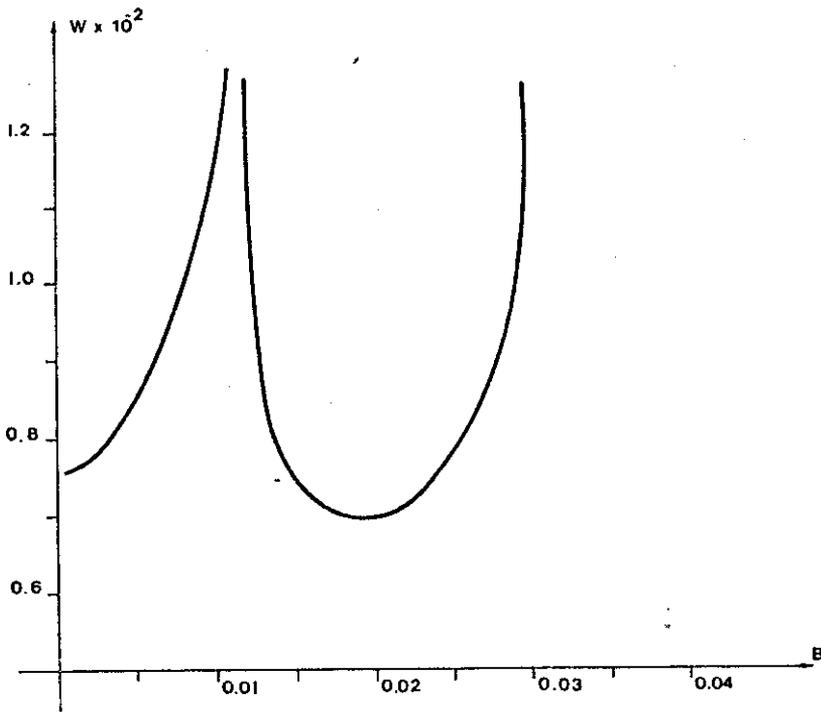


Fig. 19 - Função de mērito para um filme de fotoresina KMR 747.

O valor da função de mērito no ponto de mīnimo dā uma idēia da correlaçāo dos dados experimentais, ou seja as fraçōes de interferēncia. Lembramos que a aplicaçāo do mētodo analītico-numērico a dados simulados com erro aleatōrio $df = 0,03$, (secçāo 4.2.5) produziu $W = 6,1 \times 10^{-3}$, que a mesma ordem de grandeza obtida em quase todos os casos, exceto o da amostra # 4. Para essa amostra, a função de mērito ē excepcionalmente menor; $8,79 \times 10^{-5}$. Isso pode indicar uma boa correlaçāo dos valores experimentais das fraçōes de interferēncia, o que resulta tambēem em uma pequena incerteza no valor final da espessura. É importante notar que os valores de B encontrados concordam bem, entre si, e tambēem com os valores previstos.

Medimos tambēem a espessura desses filmes usando outros mētodos: o microscōpio interferencial, a transmitāncia espectral e a varredura mecānica, e tentamos realizar a medida na mesma regiāo utilizada no interferōmetro de Haidinger. Durante a medida no microscōpio in

terferencial verificamos que a planicidade dos filmes na região de medida era bastante boa, da ordem de $\lambda/20$ em aproximadamente 1cm^2 .

TABELA 13

RESULTADOS OBTIDOS PARA A ESPESSURA DE ALGUNS FILMES

NÚMERO DA AMOSTRA	MATERIAL DO FILME	L		B	W	A	e(μm)	
# 1	KMR 747	6,064	0,012	0,020	$4,4 \times 10^{-3}$	1,476	2,054	0,004
# 2	KMR 747	3,068	0,015	0,0195	$6,99 \times 10^{-3}$	1,478	1,038	0,005
# 3	KMR 747	3,726	0,01	0,020	$3,7 \times 10^{-3}$	1,476	1,262	0,004
# 4	1350 J	4,224	0,016	0,0119	$8,79 \times 10^{-5}$	1,575	1,3409	0,0005
# 5	1350 J	5,776	0,011	0,011	$3,8 \times 10^{-3}$	1,582	1,826	0,004

Os resultados obtidos estão listados na Tabela 14. Verificamos, então, que não há boa concordância entre os diferentes métodos empregados. O interferômetro de Haidinger fornece, em geral, valores menores, enquanto o método da varredura mecânica fornece os valores maiores. A medida da espessura da amostra nº 1 no microscópio interferencial não é de total confiança já que o instrumento utilizado permita medir a espessura de filmes de até $2 \mu\text{m}$. O valor apresentado pode estar desviado de uma interfranja o que corresponde a $\pm 0,27 \mu\text{m}$. O resultado da medida por varredura mecânica foi confirmado em dois aparelhos distintos.

TABELA 14

ESPESSURA DOS FILMES MEDIDOS POR DIFERENTES MÉTODOS

NÚMERO DA AMOSTRA	INT. DE HAIDINGER	MICROSCOPIO INTERF.	TRANSM. ESPECTRAL	VARREDURA MECÂNICA
# 1	$2,054 \pm 0,004$	$2,17 \pm 0,01$		$2,40 \pm 0,05$
# 2	$1,038 \pm 0,005$	$1,24 \pm 0,03$	$1,14 \pm 0,02$	$1,15 \pm 0,05$
# 3	$1,262 \pm 0,004$	$1,05 \pm 0,05$		
# 4	$1,3409 \pm 0,0005$	$1,41 \pm 0,02$	$1,4 \pm 0,1$	$1,40 \pm 0,05$
# 5	$1,826 \pm 0,004$	$1,87 \pm 0,03$	$1,8 \pm 0,1$	$1,80 \pm 0,05$

5.4 - DISCUSSÃO

Um fato importante, a ser ressaltado, é a diferença entre os métodos. O de varredura mecânica e microscopia interferencial medem a espessura geométrica do filme, através de um degrau entre o filme e o substrato, sem serem afetados pelas propriedades ópticas do filme como ocorre no interferômetro de Haidinger e no método da transmitância espectral.

Heavens e Smith⁽²²⁾ relatam que os filmes finos não são homogêneos, mas constituem agrupamentos de pequenos cristais, que podem distribuir-se de forma aleatória, ou com alguma orientação preferencial, dependendo das condições de fabricação.

Muitos materiais exibem porosidade na forma de filmes de vidro à distribuição desses pequenos cristais, cujas dimensões dependem fortemente da espessura do filme. Esses filmes apresentam um gradiente no índice de refração na direção da normal à superfície. Segundo os autores, vários fatores podem influenciar na estrutura do filme e consequentemente nas propriedades ópticas. Sugerem que medidas do índice de refração de filmes dielétricos fabricados por evaporação, usando o método de Abeles são distorcidas pelas inhomogeneidades do filme.

Em um trabalho posterior Awai e Ikenoue⁽²³⁾ estudaram o efeito de uma camada de transição em filmes no método de Abeles, utilizando um filme de Nb_2O_5 depositado em um substrato de vidro por "sputtering". Eles mostraram que os erros obtidos na medida do índice de refração desse filme, podem ser muito grandes e devem-se à formação

de uma camada de transição no filme. Essa camada pode ocorrer entre o ar e o filme ou entre o filme e o substrato, com índice de refração constante ou variável e com espessura de até 20nm.

Supusemos, então, que os filmes de fotoresinas também apresentavam inhomogeneidades e que, talvez, as diferenças encontradas para as espessuras medidas por diferentes métodos estivesse relacionada a esse fato. Construímos um modelo simplificado, supondo a existência de uma camada de transição ar-filme, para tentar estabelecer a ordem de grandeza do erro que seria cometido na determinação da espessura.

Pela Figura 20, se existe uma camada de transição ar-filme, também há reflexão na interface dessa camada com o filme. Há, portanto, uma contribuição para a mudança de fase da onda refletida. Esta é dada por⁽²⁴⁾:

$$\delta = 2\phi_t - \phi_r - \pi \quad (5.1)$$

onde

$$\text{tg}\phi_t = \frac{1 - r_{12} r_{23}}{1 + r_{12} r_{23}} \text{tg}\beta \quad (5.2)$$

$$\text{tg}\phi_r = \frac{r_{23}(1 - r_{12}^2) \text{sen}2\beta}{r_{12}(1 + r_{23}^2) + r_{23}(1 + r_{12}^2) \text{cos}2\beta} \quad (5.3)$$

$$\beta = \frac{2\pi n_2}{\lambda} t$$

e r_{12} e r_{23} são os coeficiente de Fresnel. Se não houvesse essa interface e o filme possuísse espessura T , e fosse homogêneo, então com $n_2 = n_3$, $r_{23} = 0$ e $\phi_r = 0$. A mudança de fase na onda refletida seria.

$$\delta' = 2\beta - \pi \quad (5.4)$$

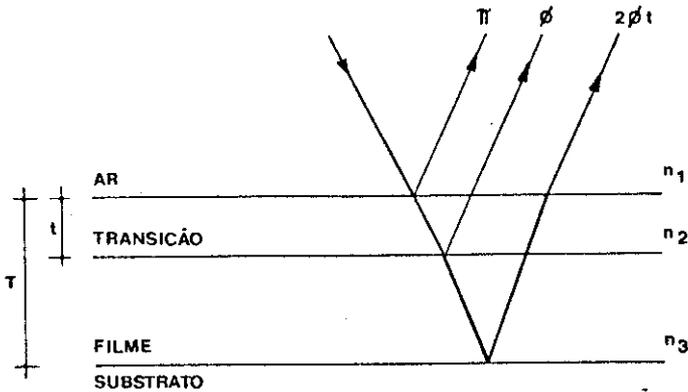


Fig. 20 - Contribuição da camada de transição ar-filme para a mudança de fase na onda refletida

A correção de fase devido, à existência da camada de transição é:

$$\begin{aligned} \Delta &= \delta - \delta' \\ &= 2\phi_t - 2\beta - \phi_r \end{aligned} \quad (5.5)$$

como em geral $r_{23} \approx 0$, podemos simplificar a equação acima:

$$\Delta \approx -\phi_r$$

A correção na espessura é dada por:

$$\frac{4\pi}{\lambda} n_2 \Delta e = \Delta$$

ou

$$\Delta e = \frac{-\lambda}{4\pi n_2} \phi_r \quad (5.6)$$

Como $\phi_r = \arctg x$, dado por 5.3, estabelecemos um intervalo para ϕ_r ; $-\pi/2 \leq \phi_r < \pi/2$. Convém lembrar, porém, que para uma solução particular ϕ_r , existem outras soluções $\phi'_r = \phi_r \pm m\pi$, que produziram diferentes Δe .

Calculamos a correção Δe , para $n_1 = 1,0$ e $n_2 = 1,6$ e índice da camada de transição n_2 constante. Quando o índice de refração da camada de transição aproxima-se do índice do filme, a correção diminui, o que é equivalente a ter um filme homogêneo. A Figura 21 mostra que Δe varia periodicamente com a espessura da camada de transição, t , para um λ fixo. Isto porque a camada de transição contribui para uma mudança de fase na onda refletida que produz interferência ora construtiva, ora destrutiva.

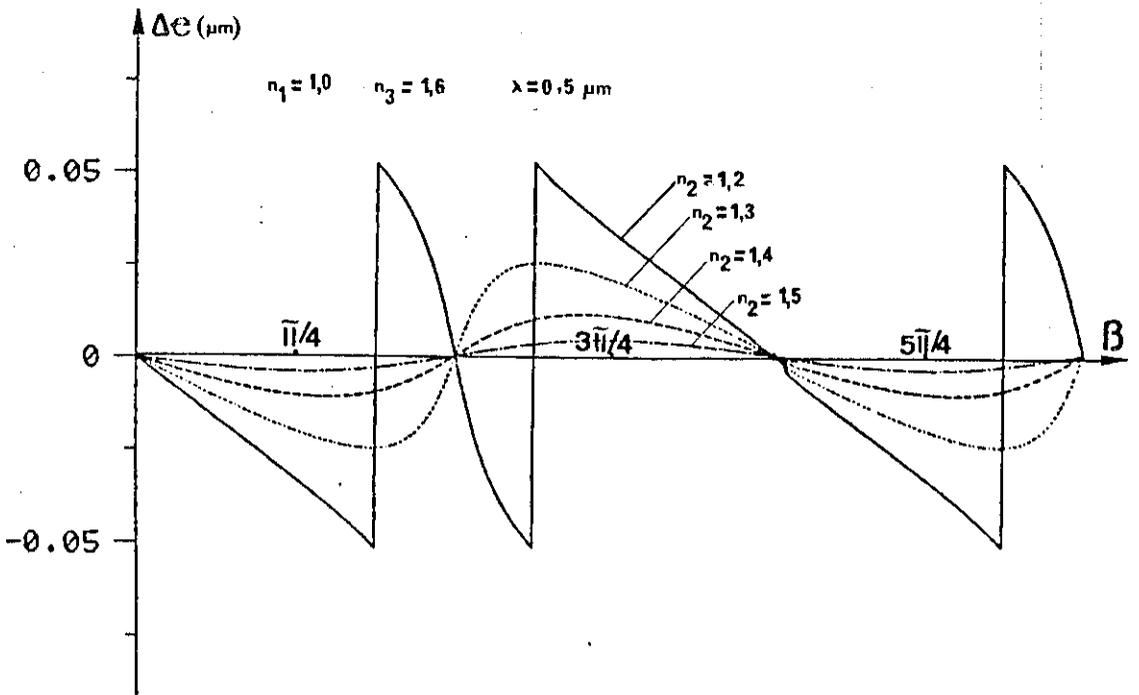


Fig. 21 - Correção na espessura do filme devido a presença de uma camada de transição ar-filme.

Analisamos também o efeito de uma camada de transição filme-substrato sobre a medida de espessura do filme. Os resultados estão apresentados na Figura 22.

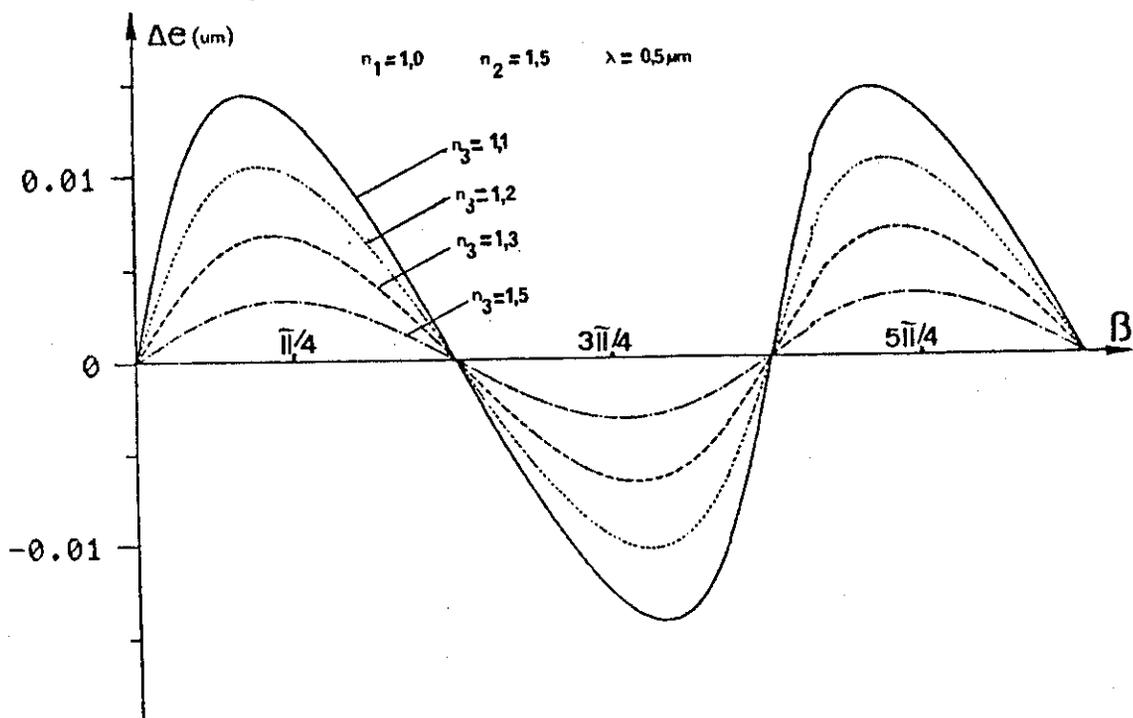


Fig. 22 - Correção na espessura devido a uma camada de transição filme-substrato.

No caso de filmes de fotoresina 1350 J as medidas de espessura feitas pelos diferentes métodos apresentam uma diferença da ordem de $0,05 \mu\text{m}$. Essa diferença poderia ser explicada pela presença de uma camada de transição que teria uma espessura menor que 50nm . Já no caso dos filmes de fotoresina KMR 747, essa diferença pode chegar a $0,3 \mu\text{m}$, e precisaríamos admitir a existência de uma camada de transição mais espessa.

Com filmes de KMR 747 acreditamos que as grandes diferenças encontradas devem-se a não homogeneidades no filme. Como essa fotoresina é composta por moléculas muito grandes, acreditamos que existe um problema para a compactação das moléculas, e que isso afete diferentemente cada tipo de medida. A amostra nº 1, teve sua espessura medida por varredura mecânica feita em dois aparelhos diferentes, mas apresentando o mesmo resultado. A medida no microscópio interferencial está no limite superior do aparelho.

Realmente, no caso de filmes de fotoresina, é razoável que as camadas de transição sejam mais espessas, já que as fotoresinas são polímeros que possuem moléculas maiores que as moléculas de filmes de materiais dielétricos. O processo de fabricação dos filmes também deve desempenhar um papel importante nas características dessa camada.

Em filmes de polietileno, Brewis⁽²⁵⁾, relata a formação de uma camada superficial, que ele denominou de "Weak Boundary layer", composta pelas moléculas de menor peso molecular, que normalmente estão presentes nos polímeros comerciais, e que se encontram fracamente ligadas as longas cadeias de moléculas. Essa camada, segundo o autor, seria formada pelo arrastamento das moléculas mais leves durante a evaporação do solvente. Um outro trabalho⁽²⁶⁾ demonstra uma forte relação entre a espessura de filmes de fotoresina, suas propriedades estruturais, (tendências a apresentar quebras e rachaduras), e os solvente utilizados.

Reunidos, todos esses fatos, concluímos que filmes de fotoresina não são os mais adequados para compararmos métodos de medida de espessura, por apresentarem estruturas não homogêneas, que influenciam de formas distintas os diferentes métodos.

Para eliminar esse problema resolvemos utilizar um "filme de vidro". Esse filme é removido de um substrato de vidro através de um ataque químico com ácido fluorídrico. Durante o ataque podemos controlar a variação de espessura do substrato, através da interferência entre as faces do substrato, conforme o esquema da Figura 23. Com um laser de He-Ne, iluminamos o substrato na solução de ácido fluorídrico, e com um detetor registramos a mudança na interferência entre os feixes refletidos. A interferência é ora destrutiva, ora construtiva, dependendo do caminho óptico, e o número de máximos ou mínimos permite calcular a espessura de substrato removida.

A medida das frações de interferência antes e depois do ataque químico, com o interferômetro de Haidinger, permite determinar a espessura do "filme de vidro".

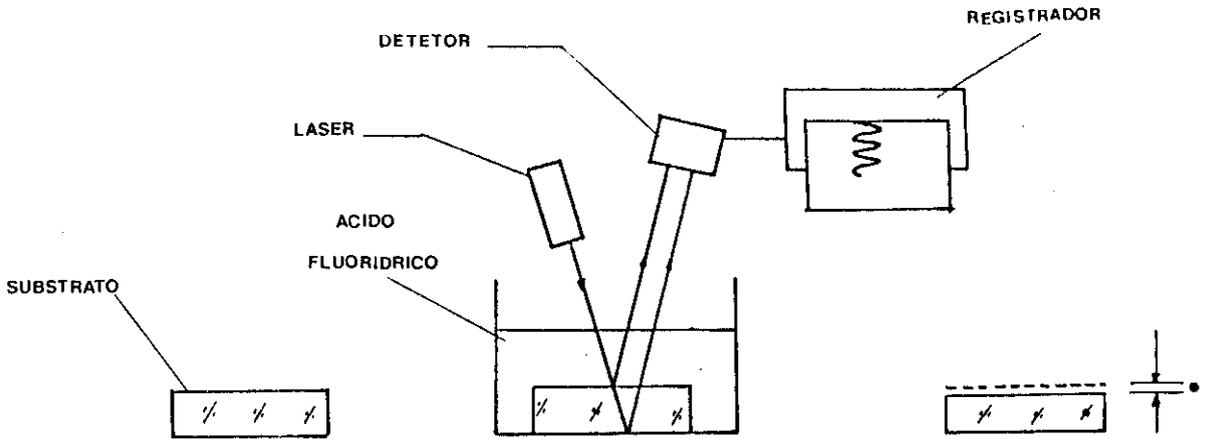


Fig. 23 - Medida da espessura de um "filme de vidro" em tempo real.

O índice de refração do substrato para alguns comprimentos de onda foi medido pelo método do ângulo de Brewster. A Tabela 15 mostra alguns resultados. Ajustando esses valores a fórmula de Cauchy encontramos $A = 1,473$ e $B = 0,008$.

TABELA 15

ÍNDICE DE REFRAÇÃO DO SUBSTRATO DE VIDRO

n	$\lambda (\mu m)$
1,506	0,6328
1,533	0,4579

A medida da espessura do "filme de vidro" com o interferômetro de Haidinger mostrou boa concordância com o valor medido durante a remoção do filme, conforme ilustra a Tabela 16. Também o valor de B encontrado concorda bastante com o valor determinado pelo método do ângulo de Brewster.

TABELA 16

DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA DE UM "FILME DE VIDRO"

	INTERF. DE HAIDINGER	OUTRO MÉTODO
L	9,0819 ± 0,014	-
B	0,009	0,008
A	1,473	1,473
e	3,083 ± 0,006µm	3,04 ± 0,05µm

6. CONCLUSÕES

É bastante difícil encontrar um método para medida de espessura de filmes finos transparentes sobre substratos também transparentes. Como vimos usando o microscópio interferencial ou a varredura mecânica é necessário gravar um degrau no filme e, as vezes, recobri-lo com material refletor. Para usar o método da transmitância espectral é necessário conhecer o índice de refração do filme para vários comprimentos de onda.

O método do interferômetro de Haidinger mostrou-se bastante útil para esse tipo de aplicação, permitindo uma precisão difícilmente obtida por outros métodos. Uma das grandes qualidades desse método está no fato de ser possível determinar os parâmetros da fórmula de Cauchy para o índice de refração, conhecendo-se o índice para um único comprimento de onda.

A comparação dos resultados obtidos para espessura e índice de refração dos filmes de fotoresina, utilizando diferentes métodos, levou-nos à hipótese da existência de uma estrutura não homogênea nesses filmes. Esse foi um fato interessante, revelado apenas ao final de várias medidas, e que encontra suporte no trabalho de outros autores.

Finalmente, a medida da variação de espessura de um substrato de vidro, produzida por um ataque químico, livre da influência de não homogeneidades, revelou as potencialidades do método.

Devido a sua sensibilidade levanta-se a perspectiva de uma outra aplicação; a determinação do coeficiente de expansão térmica de materiais transparentes através da variação de espessura, produzida por variação térmica. O coeficiente de expansão térmica de vidros, para temperatura na faixa de -20°C a 70°C é de aproximadamente $10^{-5}/\text{K}$ (Schott - vidros ópticos). Para uma lâmina de vidro, de 15mm de espessura, sujeita a uma variação de temperatura de 5°K ($\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$), haveria uma variação de espessura de $0,75\mu\text{m}$, que pode perfeitamente ser medida com o interferômetro de Haidinger, com incerteza de $0,005\mu\text{m}$, ou 0,7%.

Há também a possibilidade de aplicação desse método à medida de comprimentos de onda, a partir da medida da fração de interferência para um comprimento L bem conhecido. Poderíamos, por exemplo, utilizar uma lâmina de quartzo, cuja espessura pode ser determinada com boa precisão empregando um laser estabilizado, como vimos na seção 4.2.4.

A incerteza no comprimento de onda, $d\lambda$, pode ser derivada a partir da equação 4.3, com $L = 2eA$;

$$d\lambda = \frac{dL(1+Bk^2) - dF}{L(1+Bk^2)k^2}$$

onde dF é a incerteza da fração de interferência medida para o comprimento de onda que se deseja determinar. Supondo:

$$dL = 0,005\mu\text{m}$$

$$L = 2000 \mu\text{m}$$

$$B = 0,01$$

$$dF = 0,01$$

$$k = 2 \mu\text{m}^{-1}$$

encontramos $d\lambda = 6 \times 10^{-7} \mu\text{m}$. Esse procedimento permitiria utilizar o método apresentado para medir comprimentos de onda com boa precisão, a partir de uma medida simples da fração de interferência.

Para filmes finos, a incerteza experimental dos valores das frações exatas é a limitação principal. Qualquer melhoria na precisão desse valor seria muito importante. A medida atual do diâmetro dos anéis (manual) é longa e trabalhosa. Existe a possibilidade automatizar essa medida aumentando assim a rapidez e confiabilidade do método.

REFERÈNCIA BIBLIOGRÀFICA

- (1) FRANCON, M. Optical Interferometry, Chapt.XV, New York, Academic Press Inc., 1966.
- (2) FRANCON, M. and MALLICK, S. Polarization Interferometry, Chapt.7, London, Wiley Interscience, 1971.
- (3) WARNECKE, A.J. An optical interferometer for thin film measurement, Proceedings of KODAK Photoresist Seminar, may 19-20, 1969.
- (4) HUSSAIN, A.A. and WHITING, J.S.S. A simple apparatus for film thickness measurements, Jour. Phys. E, 18, 574-576, 1985.
- (5) DANEAU, V. and SANCHEZ, A. Measuring the refractive index and thickness of thin transparent films: method, Appl. Opt., 13, 122-128, 1974.
- (6) PLISKIN, W.A. and ZANIN, S.J. In Handbook of Thin Film Technology, edited by L.I. Maissel, New York, Mac Graw Hill, 1970.
- (7) HEAVENS, O.S. In Physics of Thin Films, vol. 2, edited by Georg Hass and Rudolf E. Thun, New York, Academic Press, 1964.
- (8) BENNETT, H.E. and BENNETT, J.M. In Physics of Thin Films, vol. 4, edited by Georg Hass and Rudolf E. Thun, New York, Academic Press, 1967.
- (9) SWANEPOEL, R. Determining refractive index and thickness of thin films from wavelength measurements only, Jour. of Opt. Soc. of Am., 2, 1339-43, 1985.
- (10) GOODMAN, A. Optical interference method for the approximate determination of refractive index and thickness of a transparent layer, Appl. Opt., A, 2779-87, 1978.
- (11) PIEGARI, A. and MASETTI, E. Thin film thickness measurements: a comparison of the various techniques, Thin Solid Films, 124, 249-57, 1985.
- (12) WASILICK, J.H.; BLOMQUIST, T.V. and WILLETT, C.S. Measurement of parallelism of the surface of a transparent sample using a two-beam nonlocalized fringes produced by a laser, Appl. Opt., 10, 2107-12, 1971.

- (13) HILLEKAMP, F. Note on the interference method for determining the degree of parallelism of laser surfaces, *Appl. Opt.*, 10, 1982-83, 1971.
- (14) BERGAM, T.G. and THOMPSON, J.L. An interference method for determining the degree of parallelism of (laser) surfaces", *Appl. Opt.*, 7, 923-25, 1968.
- (15) FORD, D.L. and SHAW, J.H. Rapid method of aligning Fabry-Perot etalons, *Appl. Opt.*, 8, 2555-56, 1969.
- (16) ROESLER, F.L. Mapping of high quality optical flats without reflection coating, *Appl. Opt.* 5, 463, 1966.
- (17) MURTY, M.V.R.K. In *Optical Shop Testing*, edited by Daniel Malacara, New York, John Wiley, 1978.
- (18) TILFORD, C. Analytical procedure for determining lengths from fractional fringes, *Appl. Opt.*, 16, 1857-60, 1977.
- (19) BORN, M. and WOLF, E. *Principles of Optics*, p. 95-96, Oxford, Pergamon Press, 1965.
- (20) FREJLICH, J.; OLIVEIRA, E.A. and LANDGRAVE, E. Thin film thickness measurement using the Haidinger interferometer, IC0-13, Conference Digest, Sapporo-Japan, 1985.
- (21) GIBSON, M. and FREJLICH, J. Improvements on the Abeles method for thin films refractive index measurement, *Appl. Opt.* 23, 1904, 1983.
- (22) HEAVENS, O.S. and SMITH, S.D. Dielectric films, *Jour. of Opt. Soc. of Am.*, 47, 469-72, 1957.
- (23) AWAI, I. and IKENOUE, J. Effect of film transition layers on the Abeles method, *Appl. Opt.*, 23, 1890-96, 1984.
- (24) BORN, M. and WOLF, E. *Principles of Optics*, p. 62, Oxford, Pergamon Press, 1965.
- (25) BREWIS, D.M. In *Polymer Science*, edited by A.D. Jenkins, North Holland Publ. Co., 1972.
- (26) CRUZ, L.H.T. Contrast and linearity modification in photo-resists by physicochemical means, *Optica Acta*, 22, 963-72, 1975.

APÊNDICE A

DISCUSSÃO DAS APROXIMAÇÕES

Na equação 3.19 (secção 3), o termo de quarta ordem foi desprezado, supondo-se que b fosse suficiente grande.

O erro cometido nessa aproximação pode ser estimado, calculando-se os coeficientes da equação; $S_1/\lambda b^2$ e $S_2/\lambda b^4$.

Para o arranjo experimental utilizado os valores de alguns parâmetros são:

- . $e = 1,5\text{mm}$
- . $n = 1,5$
- . $\lambda = 0,5 \times 10^{-3}\text{mm}$
- . $b = 450\text{mm}$
- . $a \sim 2,0$

Substituindo esses valores nas expressões dos coeficientes, obtemos:

$$\frac{S_1}{\lambda b^2} = - 2,2124$$

e

$$\frac{S_2}{\lambda b^4} = 1,63 \times 10^{-8}$$

O raio do décimo anel de interferência é de aproximadamente 45mm, portanto a contribuição total do termo de quarta ordem é:

$$\Delta(R^4) = 1,63 \times 10^{-8} \times (45)^4 = 6,68 \times 10^{-2}$$

enquanto o termo de segunda ordem é:

$$\frac{S_1}{\lambda b^2} \frac{R^2}{p} = -4,48 \times 10^3$$

Comparando as ordens de grandeza vemos que o termo de quarta ordem pode realmente ser desprezado.

APÊNDICE B

CORREÇÃO DA ESPESSURA DEVIDO À MUDANÇA DE
FASE NA INTERFACE FILME-SUBSTRATO

No desenvolvimento do método apresentado neste trabalho assumimos que os índices de refração do substrato e do filme são bastante semelhantes.

Se considerarmos que existe uma interface substrato-filme, há uma reflexão nessa interface que contribui para a diferença de fase na onda refletida.

Os cálculos são semelhantes aos que aparecem na seção 5, quando tratamos de uma camada de transição ar-filme, com n_1 igual ao índice de refração do ar, n_2 , o índice do filme e n_3 do substrato.

A correção na espessura é uma função periódica da espessura t , do filme, e o seu módulo não é superior a $0,006\mu\text{m}$. Esse valor concorda com os valores obtidos para a incerteza nas espessuras dos filmes, $\Delta e = 0,005\mu\text{m}$.

APÊNDICE C

DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA
PARA DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA
DE UM FILME A PARTIR DAS FRA-
ÇÕES DE INTERFERÊNCIA

Significado de algumas variáveis usadas no programa

B	Parâmetro da Fórmula de Cauchy a ser determinado
B1	Valor inicial para B
B2	Valor final para B
AL0	Valor inicial para LA
A	Limite máximo para a função de mérito
MN	Número de divisões para o intervalo de variação de B
X(I)	Comprimento de onda; λ_i
F(I)	Frações de interferência; F_i
L	Valor final para LA
W	Função de mérito; $W(B)$
NLS	Número de comprimentos de onda sintético utilizados no procedimento analítico
N	Número de comprimentos de onda para os quais são medidas as frações de interferência
ZW	Valor mínimo da função de mérito
ZB	Valor de B para o qual a função de mérito é mínimo
ZL	Valor final para a quantidade AL

