

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN"

**Microvibrômetro a Cristais
Fotorrefrativos**

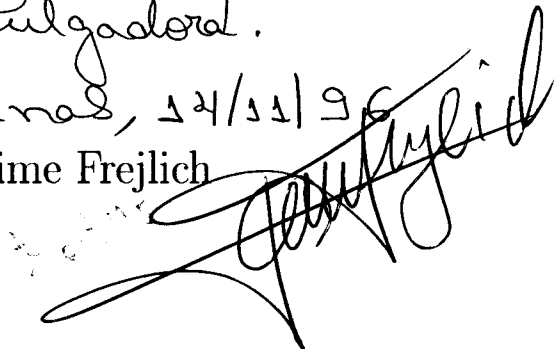
Eduardo Acedo Barbosa

Trabalho apresentado
como requisito
para a obtenção
do grau de Mestre
em Física.

Este exemplar corresponde
à redação final da
Tese de Mestrado do
Sr. Eduardo Acedo Bar-
bosa, defendida e
aprovada pela Comissão
Fulgadora.

Campinas, 24/11/96

Orientador : Prof. Dr. Jaime Frejlich



AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Jaime Frejlich, pela orientação segura e pelo apoio constante.

A todo o pessoal do laboratório, à Profa. Lucila Cescato, ao Prof. José Lunazzi, aos técnicos Alcides, do Carmo e João Petrócio, aos colegas Agnaldo, Bernardo, Bian, David, Ivan, Juan, Marcelo, Neidenei, Paulo e Raimundo. O apoio e a amizade de todos facilitaram muito a realização deste trabalho.

Ao Dr. A. A. Kamshilin, pelas discussões e estímulo iniciais.

A todo o pessoal da Coordenadoria de Pós-Graduação, pela paciência e compreensão.

Ao Marcelão pelas figuras e à Alexsandra pelas fotos.

Agradecimentos especiais

À Diretoria da Fatec-SP e do Centro Paula Souza pelo investimento e pela confiança em mim depositada ao longo destes anos.

Aos colegas da Fatec, em particular os Professores João Mongelli Netto e Regina Maria Ricotta, sem os quais este trabalho não seria possível.

Ao Dinho e à Marisa, pela ajuda e pela paciência.

Aos meus pais e meus
irmãos, por me aturarem
nestes três anos.

RESUMO

Este trabalho descreve o funcionamento de um interferômetro holográfico auto-estabilizado para medidas de vibração de superfícies. O método é baseado na técnica de interferometria holográfica por média temporal e o registro holográfico é feito em um cristal fotorrefrativo de $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$. As imagens são processadas usando-se propriedades de difração anisotrópica deste cristal da família das silenitas.

ABSTRACT

This work describes the performance of a self-stabilized holographic interferometer for measuring surface vibrations. The method is based on time-averaged holographic interferometry and the holographic recording is carried out in real-time in a $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ photorefractive crystal. Image processing is based on the anisotropic diffraction properties of these sillenite family crystals.

Índice

1	Introdução	3
2	Efeito fotorrefrativo	8
2.1	Mecanismo de deslocamento de cargas	9
2.1.1	Iluminação uniforme	11
2.1.2	Iluminação não-uniforme	11
2.2	Efeito Eletro-óptico	17
2.2.1	Modulação do Índice de Refração	18
2.3	Exemplo : cristal BTO	19
3	Processamento da imagem holográfica	24
3.1	Teoria de ondas acopladas	25
3.2	Difração anisotrópica	28
3.2.1	Configuração $K// < 110 >$	29
3.2.2	Configuração $K// < 001 >$	33
3.3	Optimização da imagem holográfica	33
3.3.1	Características da montagem óptica	36
3.4	Relação ótima entre as intensidades dos feixes referência e objeto	37
3.4.1	Resultados obtidos	39
4	Arranjo Holográfico Auto-estabilizado	42
4.1	Análise matemática do processo de auto-estabilização	43
4.1.1	Estabilização com o PZT-espelho	49
4.1.2	Estabilização com modulador eletro-óptico	53

4.2	Comentários e comparações	65
5	Interferometria holográfica em média temporal	68
5.1	Holografia em média temporal com feixe referência não modulado	68
5.2	Holografia em média temporal com feixe referência modulado em fase . . .	73
6	Conclusões	79

CAPÍTULO 1

Introdução

As medidas de vibrações e micro-vibrações constituem uma importante área no campo dos ensaios não-destrutivos, sendo extremamente úteis em diversos setores, que englobam desde a pesquisa científica até a indústria. Na medicina, na elaboração de diagnósticos de problemas auditivos [1]; no setor de controle de qualidade da indústria automobilística, de eletro-domésticos, etc, visando a eliminação de ressonâncias e pontos de ruído em equipamentos [2]; na indústria de equipamentos de som, tanto no controle de qualidade quanto na pesquisa de novos materiais e projetos de novos dispositivos; na construção civil e na arquitetura, na detecção de ressonâncias e na concepção de ambientes, além de uma série de outros setores.

Este trabalho relata a construção, o funcionamento e o desempenho de um interferômetro para a medição de amplitudes de vibração de superfícies, através de interferometria holográfica em média temporal, tendo como meio de registro holográfico reversível um cristal fotorrefrativo de $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO). O interferômetro consiste de um arranjo óptico e de um sistema opto-eletrônico que promove ativamente a estabilização deste arranjo. A contribuição original deste trabalho é justamente a união, pela primeira vez em um único interferômetro, de diferentes técnicas utilizadas em holografia, como o registro holográfico em cristais fotorrefrativos, a técnica de holografia em média temporal e o arranjo holográfico auto-estabilizado. Com isso, visa-se obter um interferômetro compacto, que permita ensaios em tempo real através do cristal fotorrefrativo e funcione com lasers de baixa potência, devido ao funcionamento do sistema de auto-estabilização.

As técnicas interferométricas de medição de amplitudes de vibração apresentam inúmeras vantagens em relação às técnicas convencionais. Os métodos interferométricos não envolvem qualquer tipo de contato com o objeto em estudo, o que lhes garante absoluta confiabilidade, além de apresentarem precisão muito maior, na ordem do comprimento de onda da luz utilizada. Os procedimentos convencionais, como por exemplo o uso de acelerômetros, não apresentam a mesma sensibilidade e precisão. Além disso, requerem que o instrumento de medida esteja em contato direto com a superfície vibratória, o que compromete a confiabilidade da medida para pequenas amplitudes de vibração, uma vez que o medidor passa a influenciar o comportamento do objeto em estudo. Os métodos ópticos mais conhecidos nesta área são o de velocimetria Doppler [3, 4] e o de interferometria holográfica por média temporal [5]. A velocimetria Doppler é uma técnica extremamente sensível, permitindo a medição de amplitudes de vibração menores do que os métodos holográficos, sendo, porém, limitada para maiores amplitudes. Nesta técnica, as medidas são feitas ponto a ponto sobre a superfície, sendo necessária portanto uma varredura ao longo da área estudada para que toda a superfície seja analisada. Em sistemas mais sofisticados, esta varredura permite o processamento eletrônico de imagens que fornecem informações sobre a distribuição de amplitudes de vibração. Por fazer a reconstrução da frente de onda espalhada pelo objeto analisado, a holografia por média temporal oferece a vantagem de também permitir análises qualitativas por meio de simples inspeção visual, já que o padrão de franjas resultante é de fácil interpretação.

Apesar de mostrarem-se extremamente atraentes pela sua simplicidade e baixo custo, e potencialmente úteis para a realização de ensaios em ambientes industriais, as técnicas de interferometria holográfica em geral apresentaram inicialmente dois obstáculos que praticamente impediram que seu uso fosse largamente difundido : a) interferômetros exigem razoáveis condições de estabilidade contra perturbações externas, sejam de origem mecânica, sejam por gradientes de temperatura no ambiente, que podem gerar convecções e deformações em elementos ópticos ; b) a utilização de filmes holográficos como meio de registro de hologramas requer processamento químico, o que torna o ensaio caro e demorado (cerca de 10 minutos).

Para acelerar o processo de obtenção de imagens holográficas, foram desenvolvidos

uma série de técnicas e materiais holográficos que suprissem esta necessidade e que ao mesmo tempo pudessem oferecer imagens de boa qualidade. Entre estes, destacam-se os materiais fototermoplásticos [6], a técnica de holografia eletrônica ou E.S.P.I. (Electronic Speckle Pattern Interferometry) [7] e os cristais fotorrefrativos [8]. Para se solucionar o problema de instabilidade do arranjo holográfico, além dos procedimentos habituais para se isolar a montagem óptica de perturbações externas, foram desenvolvidos sistemas que promovem ativamente a sua estabilização [9, 10].

Em relação aos materiais desenvolvidos para registro holográfico, temos que nos meios fototermoplásticos o registro de um holograma de fase é feito pela modulação do relevo da superfície do filme conforme a distribuição de intensidades da luz incidente. Estes materiais possibilitam ensaios em tempo real e dispensam qualquer tipo de processamento químico, característica que os torna extremamente úteis em ensaios de interferometria holográfica. Seu uso, porém, se restringe a uma quantidade limitada de ciclos (cerca de 300) [11], apresentando então fadiga a ponto de seu desempenho estar irreversivelmente comprometido.

Na técnica de E.S.P.I., o padrão luminoso incide não sobre um filme ou cristal, mas sobre uma câmera de TV. Neste caso, não há um registro holográfico propriamente dito, mas sim um processamento eletrônico de sinais que enfim fornece a imagem do interferograma em um monitor de TV [7], num processo de obtenção de imagens holográficas em tempo real. O curto tempo de aquisição característico de uma câmera ($1/25$ s) torna as condições de estabilidade da montagem não tão críticos neste método. Porém, a baixa resolução típica de uma câmera de TV impõe que o feixe objeto e o referência sejam orientados de modo que o ângulo entre ambos seja o menor possível, o que constitui uma limitação à montagem óptica, além de exigir um processamento eletrônico de modo a eliminar o sinal do feixe referência. A imagem holográfica em E.S.P.I. geralmente possui um granulado óptico fortemente acentuado, o que pode prejudicar a visibilidade do interferograma, dificultando a sua interpretação.

Nos cristais fotorrefrativos, o registro holográfico ocorre pela modulação local do índice de refração de acordo com a distribuição espacial da intensidade da luz incidente no material, dando origem a um holograma de fase. A gravação do holograma através da técnica

de mistura de duas ondas (2WM) [12] ocorre de maneira dinâmica, ou seja, o acoplamento de dois feixes é feito pelo holograma formado por estes mesmos dois feixes, o que permite a prática da holografia em tempo real. Por este motivo, os cristais fotorrefrativos são meios reversíveis que dispensam qualquer processamento químico, não possuem fadiga, podendo ser utilizados indefinidamente. Apresentam além disso altíssima resolução, proporcionando imagens holográficas de boa qualidade. Por estas características, estes cristais são uma poderosa alternativa como meio de registro holográfico em ensaios de interferometria holográfica. Entre os cristais fotorrefrativos mais utilizados estão o LiNbO_3 , o GaAs, o BaTiO_3 ; o $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) e o $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO), e diferem entre si quanto a várias características, como a sensibilidade a determinados comprimentos de onda da luz, a eficiência de difração, o tempo de resposta, a bi-refringência, a atividade óptica, entre outros parâmetros. O BSO e o BTO, da família das silenitas (que inclui também o $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$), mostram-se extremamente apropriados para a prática de interferometria holográfica. Ao contrário do LiNbO_3 , possuem baixa eficiência de difração (não mais que 5%), tendo porém uma resposta muito mais rápida, o que constitui uma vantagem no caso de ensaios em tempo quase real. Além disso, a anisotropia característica destes cristais quando iluminados por um padrão de luz não uniforme [13] permitem que o feixe difratado pelo holograma, ou seja, a imagem holográfica reconstruída, seja separada do feixe transmitido através de um simples polarizador posicionado atrás do cristal. Todas estas qualidades fazem dos cristais da família das silenitas os mais indicados para experimentos em interferometria holográfica. Dentre eles, o BTO apresenta a grande vantagem de possuir menor atividade óptica e menor tempo de resposta para o comprimento de onda da luz vermelha, o que torna possível a montagem de interferômetros utilizando lasers He-Ne ($\lambda = 632,8\text{nm}$) como fonte de luz. É bem sabido que este tipo de laser é provavelmente o mais conhecido, o mais barato e o mais produzido em escala comercial, além de ter as características ideais para a interferometria, como a estabilidade, alta coerência, feixe colimado, etc.

Os ensaios holográficos em tempo real requerem, em geral, que o interferograma possa ser observado por um tempo considerável, durante o qual a imagem holográfica deve manter-se portanto estável. Esta condição pode ser obtida se a resposta do cristal for

rápida o suficiente para que um novo holograma seja rapidamente gravado após cada perturbação, o que exige que a luz incidente sobre o cristal seja bastante intensa. Devido às perdas consideráveis que ocorrem quando a luz é espalhada pelo objeto em estudo, esta condição é extremamente difícil de ser satisfeita, mesmo com o uso de lasers He-Ne de maior potência. A estabilização ativa da montagem holográfica, operada por um sistema opto-eletrônico que promove a compensação de perturbações externas, é portanto um recurso poderoso no sentido de acelerar o registro holográfico e de permitir uma imagem holográfica estável, de modo que o interferograma possa ser corretamente interpretado.

O segundo e próximo capítulo deste trabalho mostra a teoria dos mecanismos de gravação e apagamento de hologramas em cristais fotorrefrativos, com ênfase ao cristal BTO. No terceiro capítulo, usamos a teoria de ondas acopladas de Kogelnik para analisar as propriedades de difração anisotrópica dos cristais da família das silenitas, no sentido de otimizar a imagem holográfica, e descrevemos as características da montagem óptica. O quarto capítulo trata da teoria da auto-estabilização de um arranjo holográfico e da descrição do funcionamento do sistema utilizado neste trabalho, além da análise e comparação de diferentes alternativas para operar este sistema. O quinto capítulo, por fim, aborda a conhecida técnica de interferometria holográfica em média temporal, para o caso de registro holográfico em cristais fotorrefrativos, quando ambos os feixes são modulados em fase.

CAPÍTULO 2

Efeito fotorrefrativo

Cristais fotorrefrativos possuem a característica de, ao serem iluminados por um padrão luminoso não uniforme, apresentarem uma modulação em seu índice de refração. É o chamado efeito fotorrefrativo. Este efeito consiste basicamente de dois processos : migração de portadores de carga de regiões iluminadas para as regiões escuras do cristal e alteração do índice de refração causada pela nova distribuição espacial de cargas. O primeiro processo pode ser notado em qualquer material fotocondutor, ao passo que o segundo, conhecido como efeito eletro-óptico, ocorre somente em cristais que não apresentem simetria de inversão [14]. O efeito fotorrefrativo foi observado pela primeira vez por Chen em cristais de LiNbO_3 [15] em 1968, tendo recebido na época a denominação de “dano óptico” (“optical damage”), por ser indesejável para aplicações em Óptica não-Linear. Publicações de Amodei [16] foram as primeiras a mostrar as possibilidades desse efeito enquanto meio de registro holográfico. Posteriormente, trabalhos de Kukhtarev [17] e Günter [18] sedimentaram a teoria do mecanismo de deslocamento de cargas e da formação do holograma em cristais fotorrefrativos.

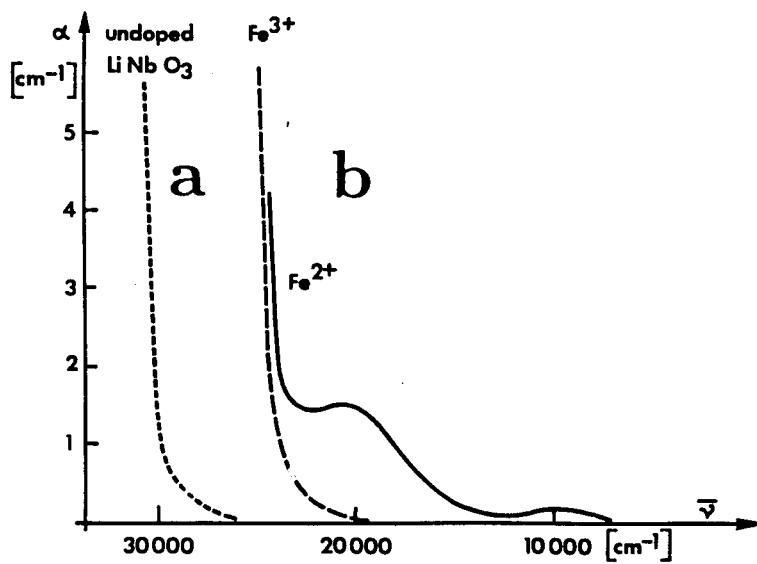


Figura 2.1: Espectros de absorção do LiNbO_3 a) sem e b) com dopagem de Fe^{+2}

2.1 Mecanismo de deslocamento de cargas

Veremos agora o modelo de bandas utilizado para descrever o movimento dos portadores de carga [18]. Teremos como exemplo o cristal de LiNbO_3 dopado com íons de ferro Fe^{+2} . Estes íons ocupam níveis de energia entre a banda de condução e a banda de valência do cristal. Esta dopagem é indispensável para que fotoelétrons sejam gerados, e depois capturados, pois, se o cristal fosse totalmente isento de impurezas, tais processos não existiriam, já que a região entre as bandas de condução e valência seria neste caso proibida.

Os íons de Fe^{+2} constituem os centros doadores, caracterizados por um espectro de absorção que corresponde à excitação de um elétron deste centro doador até a banda de condução. O gráfico da figura 2-1 compara os espectros de absorção do LiNbO_3 com e sem dopantes, sendo α o coeficiente de absorção. Quando há incidência de luz, há a transferência de elétrons para a banda de condução. O resultado são elétrons móveis nesta banda e centros formados por íons Fe^{+3} que constituem “traps” vazios, não possuindo absorção. O esquema de bandas está representado na figura 2-2: N_D^0 representa a densidade dos centros doadores, N_A^+ a densidade dos centros aceitadores (traps vazios)

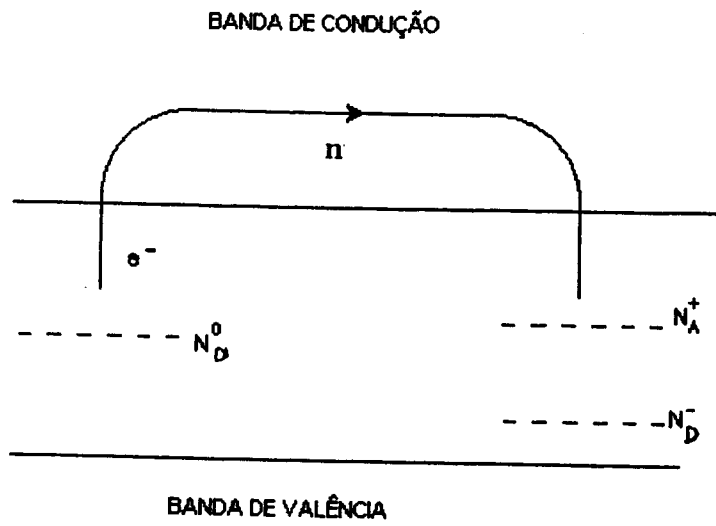


Figura 2.2: Esquema de bandas de um cristal fotorrefrativo

e N_D^- é a densidade de cargas negativas que no escuro compensam as cargas positivas N_A^+ , estabelecendo, nestas condições, o equilíbrio eletrostático do cristal. Para o caso do LiNbO_3 , o estado N_D^0 é relativo ao íon Fe^{+2} e N_A^+ corresponde aos íons de Fe^{+3} . N_D^- é uma constante do material, e n representa a densidade das cargas móveis na banda de condução. Analisaremos agora matematicamente o processo de distribuição de cargas no cristal quando este é iluminado, considerando que apenas uma pequena parcela dos doadores será ionizada, ou seja, que $N_D^0 \gg N_A^+$. A equação de taxa da densidade de cargas livres n na banda de condução pode ser dada por (supondo que todo movimento de cargas ocorra somente na direção x do cristal)

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = g(x, t) - R(x, t) + \frac{1}{q} \frac{\partial j(x, t)}{\partial x} \quad (2.1)$$

onde g é a taxa de geração de fotoelétrons, relacionada à intensidade luminosa incidente, R é a taxa de recombinação de fotoelétrons da banda de condução para os centros aceitadores, definida como $R = \gamma n(x, t) N_A^+(x, t)$, onde γ é o coeficiente de recombinação e j é a densidade de corrente a longo da direção x do cristal. O tempo de vida dos fotoelétrons na banda de condução pode ser dado por $\tau = (\gamma N_A^+)^{-1}$.

Da equação de continuidade $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$, e sendo a densidade de cargas no cristal dada por $\rho = q(N_A^+ - n - N_D^-)$, tem-se a equação de taxa para N_A^+ :

$$\frac{\partial N_A^+(x, t)}{\partial t} = g(x, t) - R(x, t) \quad (2.2)$$

A equação que descreve a densidade de corrente ao longo da direção x do cristal é bem conhecida da teoria de fotocondutividade:

$$j(x, t) = \mu q n(x, t) E(x, t) + q D \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} \quad (2.3)$$

, sendo μ a mobilidade dos portadores de carga na banda de condução e D o coeficiente de difusão. O primeiro termo do segundo membro representa uma contribuição de arraste para a corrente, onde o campo elétrico $E(x, t)$ é uma combinação de um campo aplicado externamente ao cristal E_o e do campo $E_{sc}(x, t)$ originado de uma distribuição não uniforme de cargas. O segundo termo é a contribuição à densidade de corrente através da difusão de cargas.

2.1.1 Iluminação uniforme

Sob iluminação uniforme, temos $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$, de modo que, no caso estacionário, com $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, a eq. 2.1 nos leva ao resultado

$$g_o = n_o / \tau \quad (2.4)$$

Na equação acima, g_o é a taxa de geração de fotoelétrons e n_o a densidade de cargas na banda de condução, respectivamente, para o caso de iluminação uniforme. Da eq. 2.3, tem-se, para este caso, que a densidade de corrente no material depende da aplicação de um campo elétrico externo :

$$j_o = \mu \tau g_o q E \quad (2.5)$$

2.1.2 Iluminação não-uniforme

Suponhamos agora a incidência sobre o cristal de um padrão luminoso formado pela interferência de dois feixes coerentes de frente de onda plana, e intensidades I_R e I_S ,

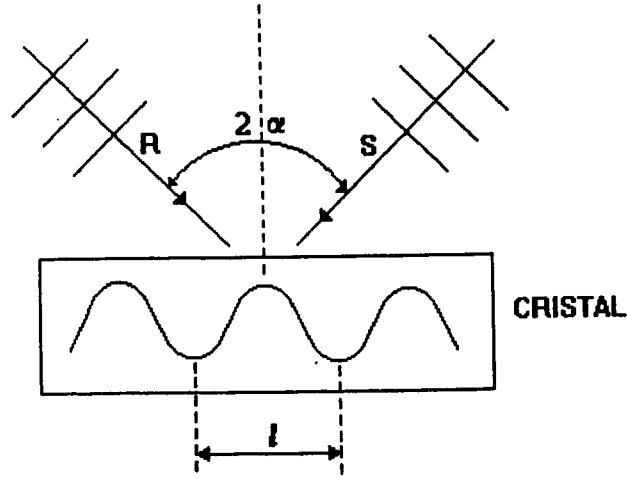


Figura 2.3: Feixes coerentes R e S incidindo sobre o cristal fotorrefrativo conforme a fig. 2-3 :

$$I(x) = I_0[1 + |m| \cos(Kx + \varphi)] \quad (2.6)$$

,onde K é a frequência espacial do padrão de interferência, 2α o ângulo entre as direções de propagação dos feixes , $I_o = I_R + I_S$, e m é o constraste do padrão de interferência definido por

$$m = |m| \exp(i\varphi) = \frac{2 |R| |S|}{|R|^2 + |S|^2} \exp(i\varphi) \quad (2.7)$$

sendo R e S as respectivas amplitudes dos feixes e φ a fase arbitrária do feixe S . Pode-se reescrever a eq. 2.6 através da expansão de $I(x)$ até o primeiro harmônico espacial :

$$I(x) = I_0 + \frac{I_0}{2} [m \exp(iKx) + m^* \exp(-iKx)] \quad (2.8)$$

A densidade de cargas na banda de condução $n(x, t)$ e a densidade dos receptores N_A vão seguir a mesma distribuição espacial da figura de interferência, de maneira que podem ser dadas por

$$n(x, t) = n_o + \frac{n_o}{2}[a(t)\exp(iKx) + a^*(t)\exp(-iKx)] \quad (2.9)$$

$$N_A^+(x, t) = N_A + \frac{N_A}{2}[A(t)\exp(iKx) + A^*(t)\exp(-iKx)] \quad (2.10)$$

onde o termo N_A é a densidade dos centros aceitadores, quando a iluminação é uniforme. Os fatores $a(t)$ e $A(t)$ são responsáveis pela evolução temporal de n e N_A^+ respectivamente. O campo elétrico devido à distribuição de cargas é dado de maneira análoga, se considerarmos a aproximação $m \ll 1$, que ocorre tipicamente quando um feixe é bem mais intenso que o outro [19]:

$$E(x, t) = E_o + \frac{1}{2}[E_{sc}(t)\exp(iKx) + E(t)^*\exp(-iKx)] \quad (2.11)$$

sendo E_o o campo elétrico externamente aplicado. A taxa de geração de fotoelétrons é diretamente proporcional à intensidade luminosa incidente sobre o cristal. Neste caso, a taxa de geração g irá acompanhar o perfil do padrão de interferência, podendo então ser dada por

$$g(x) = g_o[1 + |m| \cos(Kx + \varphi)] \quad (2.12)$$

, onde $g_o = \frac{\alpha_o \Phi I_o}{h\nu}$ [18], α_o sendo o coeficiente de absorção do meio e Φ a eficiência quântica. A equação 2.2 pode ser reescrita usando-se as definições para R (eq. 2.1) e para N_A (eq. 2.10), considerando-se apenas os termos de primeiro harmônico espacial :

$$N_A \frac{\partial A}{\partial t} = mg_o - n_o \frac{a + A}{\tau} \quad (2.13)$$

Escrevendo a equação de continuidade em termos de $\exp(iKx)$:

$$qN_A \frac{\partial A}{\partial t} \exp(iKx) = -\frac{\partial j}{\partial x} \quad (2.14)$$

O membro direito da equação acima pode ser obtido derivando-se a eq. 2.3 em relação

a x :

$$\frac{\partial j}{\partial x} = q\mu \frac{\partial}{\partial x}[n(x, t)E(x, t)] - qK^2 Dn_o a \exp(iKx) =$$

$$-iKq\mu n_o \exp(iKx)(E_{sc} + aE_o) + qh^2 Dn_o a \exp(iKx) \quad (2.15)$$

Igualando-se as equações 2.14 e 2.15,

$$N_A \frac{\partial A}{\partial t} = -ikq\mu n_o(E_{sc} + aE_o) + qK^2 Dn_o a \quad (2.16)$$

O coeficiente a pode ser isolado na eq. 2.13 e então substituído na eq. 2.16, após uma reorganização de termos:

$$N_A \frac{\partial A}{\partial t} = \left(\frac{-N_A \tau}{n_o} \frac{\partial A}{\partial t} + m - A \right) (-iK\mu n_o E_o + K^2 Dn_o) + \mu n_o E_{sc} \quad (2.17)$$

A equação de Poisson $\nabla \cdot (\epsilon \epsilon_o \vec{E}) = \rho$, considerando-se a aproximação $n \ll N_A, N_D^-$ e tomando-se apenas os primeiros harmônicos espaciais, acaba tomando a forma

$$\frac{\partial(\epsilon \epsilon_o E(x, t))}{\partial x} = q(N_A^+ + N_D^-) \Rightarrow iK\epsilon \epsilon_o E_{sc} = qAN_A \quad (2.18)$$

, e derivando a equação acima em relação ao tempo, temos

$$iK\epsilon \epsilon_o \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = qN_A \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.19)$$

Substituindo-se A e $\frac{\partial A}{\partial t}$ obtidos das eq. 2.18 e 2.19 na eq. 2.17, tem-se uma equação que descreve a evolução temporal do campo elétrico devido à distribuição espacial de cargas E_{sc} :

$$\begin{aligned} i \frac{K\epsilon \epsilon_o}{n_o q} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} (1 - iK\mu \tau E_o + K^2 D\tau) &= mK^2 D - imK\mu E_o \\ &- (iK\mu E_o - K^2 D\tau) i \frac{K\epsilon \epsilon_o E_{sc}}{qN_A} - iK\mu E_{sc} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Convém agora escrever a eq. 2.20 em termos de constantes conhecidas da teoria de fotocondutividade. Multiplicando a equação acima por τ , podemos expressá-la como

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = - \frac{m(E_o + iE_D) + E_{sc}(1 + K^2 l_S^2 - iK l_E)}{\tau_M(1 + K^2 L_D^2 - iK L_E)} \quad (2.21)$$

, onde $E_D = K(D/\mu) = Kk_B T/e$ é o campo de difusão, $L_D = (D\tau)^{1/2}$ é o comprimento de difusão, $L_E = \mu n_o E_o$ o comprimento de arraste, $l_S = (\frac{\epsilon \epsilon_o k_B T}{q^2 N_A})^{1/2}$ é o comprimento

de blindagem de Debye, $l_E = \frac{\epsilon\epsilon_o E_o}{qN_A}$ o comprimento de ligação dos portadores de carga e $\tau_M = \epsilon\epsilon_o/q\mu n_o$ é o tempo de relaxação dielétrica . Analisaremos agora alguns resultados e características importantes que podem ser obtidos através da eq. 2.21.

Caso estacionário

Para este caso, $\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = 0$, então temos

$$E_{sc} = \frac{m(E_o + iE_D)}{1 + K^2 l_S^2 - iKl_E} \quad (2.22)$$

Na ausência de um campo elétrico externamente aplicado, o regime de registro holográfico ocorre puramente por difusão, e temos, na eq. 2.22 , $E_o = 0$ e $L_E = 0$:

$$E_{sc} = \frac{imE_D}{1 + K^2 l_S^2} \quad (2.23)$$

O termo complexo no numerador mostra que, quando a formação do campo elétrico E_{sc} ocorre por difusão, este está defasado de $\pi/2$ em relação ao padrão de interferência, como pode ser verificado através da eq. 2.11. Como a modulação de índice de refração está em fase com E_{sc} , como mostra a fig. 2-4, temos que o holograma formado também está defasado de $\pi/2$ em relação ao padrão luminoso. Quando o campo aplicado é tal que $E_o \gg E_D$, de modo a predominar o regime de arraste, e lembrando que $Kl_E \ll 1$, podemos aproximar a eq. 2.22 para

$$E_{sc} \simeq mE_o \quad (2.24)$$

A expressão para o campo E_{sc} mostra que, quando prevalece o arraste, o campo elétrico que se forma e o padrão de interferência estão em fase.

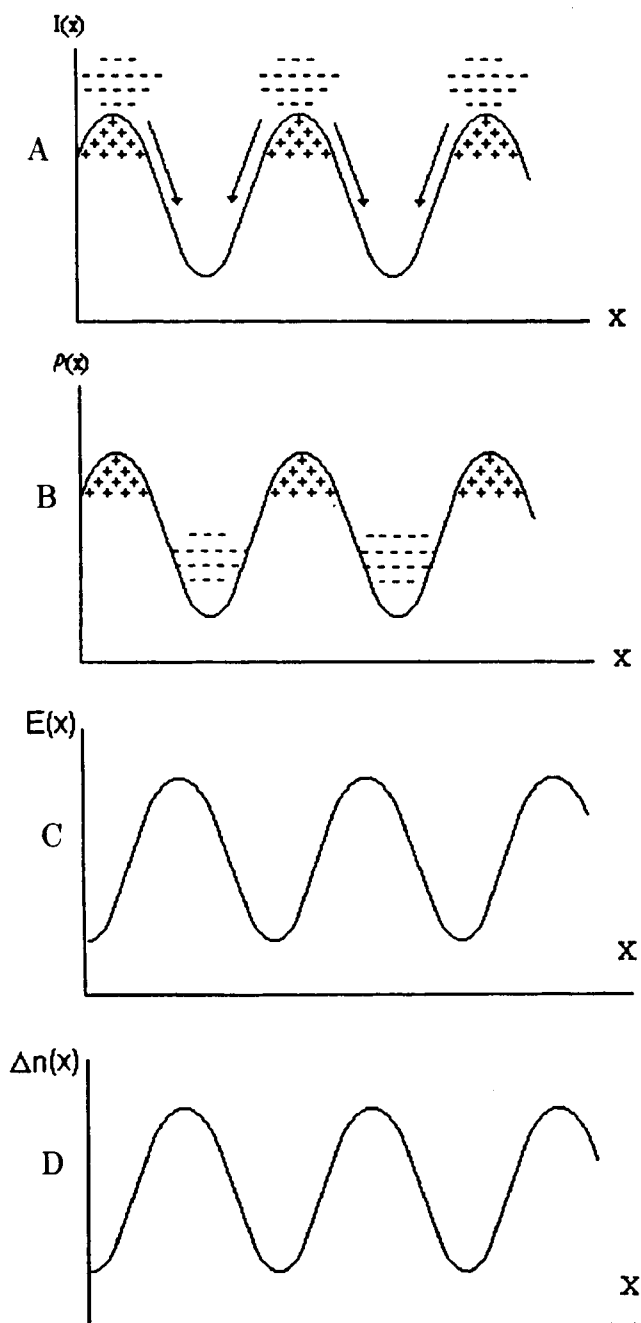


Figura 2.4: a) Padrão de interferência $I(x)$ incidente sobre o cristal ; b) distribuição de cargas $\rho(x)$; c) campo elétrico espacialmente modulado $E(x)$; d) modulação do índice de refração $\Delta n(x)$

Caso Não-estacionário

A solução da eq. 2.21 para $\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} \neq 0$ fornece a evolução temporal do registro holográfico :

$$E_{sc} = E_{sc}(t \rightarrow \infty)(1 - e^{-t/\tau_{sc}}) \quad (2.25)$$

$$E_{sc} = \frac{m(E_0 + iE_D)}{1 - iKl_E + K^2l_S^2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{1 - iKl_E + K^2l_S^2}{\tau_M(1 - iKl_E + K^2L_D^2)}t\right] \right\} \quad (2.26)$$

, sendo que o tempo de gravação τ_{sc} do holograma pode ser obtido através da parte real do termo exponencial :

$$\tau_{sc} = \tau_M \frac{(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2}{(1 + K^2L_D^2)(1 + K^2l^2) + K^2L_El_E} \quad (2.27)$$

Apagamento :

O processo de apagamento do holograma se processa incidindo-se sobre o cristal luz de intensidade espacialmente uniforme, tendo-se assim $m = 0$. A eq. 2.21 pode então ser dada por

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} &= \frac{1 - iKl_E + K^2l_S^2}{\tau_M(1 - iKl_E + K^2L_D^2)} E_{sc} \Rightarrow \\ E_{sc} &= \frac{m(E_0 + imE_D)}{1 - iKl_E + K^2l_S^2} \exp\left[-\frac{1 - iKl_E + K^2l_S^2}{\tau_M(1 - iKl_E + K^2L_D^2)}t\right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Pode-se ver facilmente pela eq. 2.28 que o tempo de apagamento é o mesmo que o tempo de escrita do holograma.

2.2 Efeito Eletro-óptico

Estudaremos agora a formação do holograma de fase no cristal fotorrefrativo. Este fenômeno é devido ao efeito eletro-óptico, que consiste na modulação do índice de refração do material na presença de um campo elétrico.

- Elipsóide de índices.

As equações de Maxwell mostram que a velocidade de propagação da luz em um material anisotrópico depende da sua direção de polarização. Isto ocorre porque, para cada direção deste tipo de material pode-se associar um determinado valor da constante dielétrica, ou seja, do índice de refração. Consideremos, como exemplo, o caso de uma onda eletromagnética se propagando ao longo da direção z de um cristal, com o campo elétrico da radiação com componentes nas direções x e y . Desta maneira, a componente de polarização x da luz irá se propagar com velocidade $v_x = c/n_x$, onde c é a velocidade da luz no vácuo e n_x é o índice de refração relativo à direção x do cristal, e a componente y propagar-se-á com velocidade c/n_y . Quando a luz se propaga ao longo de uma direção arbitrária dentro do cristal, a descrição mostra-se mais complexa. Torna-se então conveniente obter uma equação que forneça o índice de refração, e deste modo a velocidade para uma dada direção de polarização quando a radiação se propaga em uma direção qualquer. Isto pode ser feito através do elipsóide de índices :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (2.29)$$

Para um meio isotrópico, por exemplo, $n_x = n_y = n_z$, e o elipsóide torna-se uma superfície esférica. Para cristais bi-refringentes, do tipo uniaxial, tem-se $n_x = n_y = n_o$, conhecido como índice de refração ordinário, e $n_z = n_e$, o índice de refração extraordinário. Neste caso, a componente da radiação com campo elétrico paralelo ao eixo z propaga-se então com velocidade diferente das componentes x e y .

2.2.1 Modulação do Índice de Refração

Veremos agora o que ocorre no interior de um cristal sem simetria de inversão sob a ação de um campo elétrico. A presença de um campo provoca a alteração no índice de refração do cristal. A equação do elipsóide de índices para este caso pode ser dada por [14]

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1 \quad (2.30)$$

, onde os termos $(1/n^2)_{4-6}$ são nulos caso não haja campo no cristal, e podem ser obtidos através da definição de coeficiente eletro-óptico :

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j \quad (2.31)$$

onde E_j representa as componentes E_x , E_y e E_z do campo elétrico aplicado e os termos r_{ij} são os coeficientes eletro-ópticos que formam o tensor eletro-óptico, de seis linhas e três colunas. r_{ij} é então dado na forma tensorial por

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Cada grupo de simetria de cristais possui um tensor eletro-óptico característico, e estes tensores são bem conhecidos da literatura [20]. Para cristais que têm simetria de inversão, $r_{ij} = 0$. Como fica claro pela eq 2.31, o coeficiente eletro-óptico possui unidade de metros por Volt.

2.3 Exemplo : cristal BTO

O cristal $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, o BTO, também conhecido como Óxido de Bismuto e Titânio, pertence à família das silenitas, do grupo de simetria $43m$, assim como o $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) e o $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO), e é o cristal utilizado neste trabalho. Todos os cristais deste grupo são isotrópicos na ausência de campo elétrico, tornando-se bi-refringentes na presença deste, além de possuir atividade óptica. O seu tensor eletro-óptico depende somente dos coeficientes r_{41} , r_{52} e r_{63} [14] (sendo $r_{41} = r_{52} = r_{63}$) :

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Pelo tensor acima pode-se facilmente determinar os três últimos termos do primeiro membro da eq 2.30 :

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 = r_{41}E_X \quad (2.34)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 = r_{41}E_Y \quad (2.35)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 = r_{41}E_Z \quad (2.36)$$

O exemplo considerado aqui, para calcularmos a variação do índice de refração, será referente a um padrão de interferência incidindo sobre o cristal conforme a fig. 2-3. A espessura do cristal será considerada desprezível, para facilitarmos os cálculos. A influência da espessura e da atividade óptica do cristal será estudada no próximo capítulo. Consideremos as direções definidas pelos eixos X , Y e Z relativas aos eixos cristalográficos $\langle 100 \rangle$, $\langle 010 \rangle$ e $\langle 001 \rangle$ respectivamente. A equação para o elipsóide de índices toma a forma (sendo $n_1 = n_2 = n_3 = n_o$)

$$\frac{X^2}{n_o^2} + \frac{Y^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_o^2} + 2r_{41}E_XYZ + 2r_{41}E_YXZ + 2r_{41}E_ZXY = 1 \quad (2.37)$$

Utilizando-se a configuração eletroóptica transversa [13], cujas vantagens serão enumeradas mais adiante, as faces do cristal BTO são orientadas conforme a fig. 2-5, onde os eixos x e y são girados a 45° em relação aos eixos X e Y . Esta mudança de coordenadas pode ser expressa por

$$X = x\cos 45^\circ + y\sin 45^\circ \quad (2.38)$$

$$Y = x\sin 45^\circ - y\cos 45^\circ \quad (2.39)$$

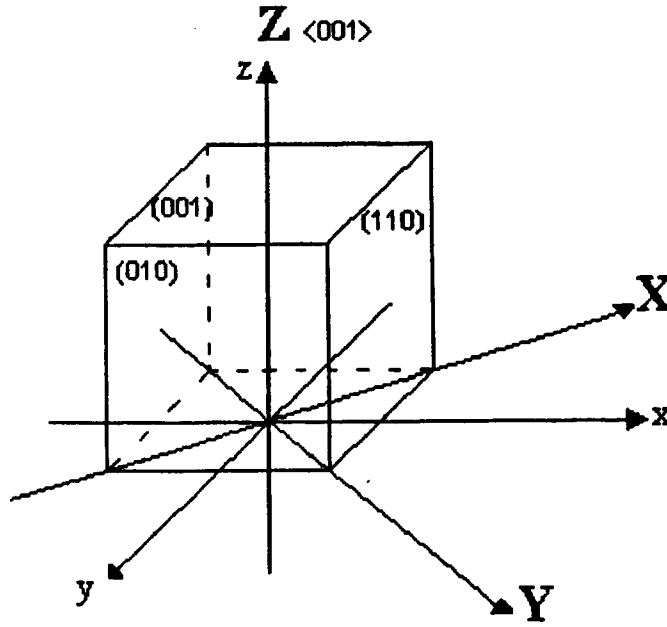


Figura 2.5: Orientação dos eixos do cristal BTO segundo a configuração eletro-óptica transversa

Substituindo-se as equações 2.38 e 2.39 na eq. 2.37, tem-se agora o elipsóide de índices dado por

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + \frac{1}{\sqrt{2}}r_{41}E_X(xz - zy) + \frac{1}{\sqrt{2}}r_{41}E_Y(xz + yz) + \frac{1}{2}r_{41}E_Z(x^2 - y^2) = 1 \quad (2.40)$$

O campo elétrico E_{sc} que provoca a modulação do índice de refração está na direção x , de acordo com a fig. 2-4. Observando-se a fig. 2-5, pode-se escrever E_{sc} em termos de E_X e E_Y :

$$E_X = E_Y = \sqrt{2}E_{sc} \quad (2.41)$$

$$E_Z = 0 \quad (2.42)$$

Assim, a eq. 2.40 pode ser dada por

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + 2E_{sc}r_{41}xz = 1 \quad (2.43)$$

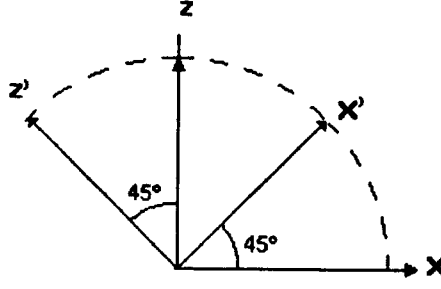


Figura 2.6: Rotação do sistema de coordenadas em torno da direção y

A eq. 2.43 deve ser expressa na forma de um elipsóide para que se possa avaliar a variação sofrida pelo índice de refração. Fazendo-se uma nova rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo y , conforme a fig.2-6, teremos uma equação para o elipsóide em termos das coordenadas x' , y e z' . Escrevendo as coordenadas x e z em termos das novas coordenadas x' e z' ,

$$x = x' \cos 45^\circ + z' \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (x' + z') \quad (2.44)$$

$$z = -x' \sin 45^\circ + z' \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (-x' + z') \quad (2.45)$$

A substituição das eq. 2.44 e 2.45 na eq. 2.43, fornece, após um pouco de álgebra, a expressão

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + E_{sc} r_{41} \right) x'^2 + \frac{y^2}{n_o^2} + \left(\frac{1}{n_o^2} - E_{sc} r_{41} \right) z'^2 = 1 \quad (2.46)$$

Escrevendo a eq. 2.46 na forma

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z'^2}{n_{y'}^2} = 1 \quad (2.47)$$

, chega-se a

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \frac{1}{n_0^2} + E_{sc} r_{41} \quad (2.48)$$

$$\frac{1}{n_{z'}^2} = \frac{1}{n_0^2} - E_{sc} r_{41} \quad (2.49)$$

Através da relação

$$dn = -\frac{n^3}{2} d\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (2.50)$$

e das equações 2.48 e 2.49, pode-se obter a modulação $\Delta n'_x$ e $\Delta n'_{z'}$:

$$\Delta n_{x'} = -\frac{n_o^3}{2} E_{sc} r_{14} \quad (2.51)$$

$$\Delta n_{z'} = \frac{n_o^3}{2} E_{sc} r_{14} \quad (2.52)$$

, sendo n_o o índice de refração (não modulado) do próprio cristal. As equações acima mostram claramente que o holograma de fase resultante tem o mesmo perfil do campo elétrico de distribuição de cargas, e aproximadamente a mesma forma do padrão de interferência incidente sobre o cristal. Deste modo, pode-se concluir pelas equações 2.23 e 2.24 que, quando no registro holográfico predomina o regime de arraste, a diferença de fase entre o padrão de interferência e o holograma é 0 ou π , e quando o holograma é gravado por difusão, esta defasagem é $\pi/2$. Conforme veremos no próximo capítulo, a orientação com que os cristais da família das silenitas são cortados, de acordo com a rotação de coordenadas expressa nas eq. 2.44 e 2.45, terá forte influência sobre a direção da polarização do feixe difratado pelo holograma gravado no cristal.

CAPÍTULO 3

Processamento da imagem holográfica

Neste capítulo apresentaremos o processo de reconstrução de frentes de onda por um holograma de volume gravado no cristal BTO, além das técnicas utilizadas para a otimização da imagem holográfica. A técnica de mistura de duas ondas [12] mostra-se extremamente apropriada para a prática de interferometria holográfica, notadamente por permitir a obtenção de interferogramas de boa visibilidade em holografia em tempo real. Porém, a baixa eficiência de difração característica dos cristais da família das silenitas BTO, BSO e BGO compromete a visibilidade do padrão de franjas que se forma sobre o objeto analisado, uma vez que o feixe objeto transmitido é muito mais intenso que a sua reconstrução holográfica. Através da técnica de difração anisotrópica [13, 21] pode-se eliminar este problema de maneira muito simples, como veremos adiante. Mostraremos como obter a relação ótima de intensidades entre feixe objeto (sinal) e o feixe referência, de modo que a reconstrução holográfica do objeto tenha intensidade máxima. Através da teoria de ondas acopladas de Kogelnik [22] pode-se obter os parâmetros de intensidade e direção de polarização dos feixes incidentes sobre o cristal de modo a se otimizar a imagem holográfica quanto à sua intensidade e quanto à visibilidade de franjas.

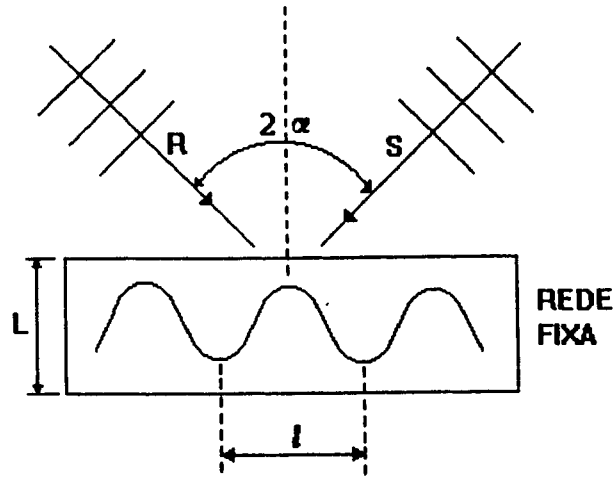


Figura 3.1: Feixes monocromáticos e coerentes incidindo sobre rede “fixa”

3.1 Teoria de ondas acopladas

A teoria de Kogelnik foi formulada para a situação em que um feixe de luz monocromática incide em um holograma (ou rede) de volume cuja modulação espacial de índices de refração ou de coeficientes de absorção (ou ambos) é fixa e independente do tempo. É o caso, por exemplo, de uma placa fotográfica que foi submetida à exposição de um padrão de interferência sendo posteriormente processada quimicamente e submetida à incidência de um feixe de luz. Embora esta não seja exatamente a situação do registro holográfico descrito no primeiro capítulo, a teoria de ondas acopladas nos fornece importantes subsídios para a análise do comportamento e da relação entre os feixes no interior de um cristal fotorrefrativo [12]. A partir dos resultados obtidos por Kogelnik para redes “fixas”, podemos analisar o acoplamento que ocorre entre os feixes interagentes no interior do cristal e a influência da polarização dos feixes sobre este acoplamento.

Consideremos a incidência de dois feixes de amplitudes R e S monocromáticos, coerentes e de mesma direção de polarização sobre um holograma de volume puramente de fase, conforme a fig.3-1. Sendo $\vec{k}_1$ e $\vec{k}_2$ os respectivos vetores de propagação das duas

ondas, o campo total dentro da rede pode ser dado por

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{2}[\vec{S}(\vec{r}_1)\exp(-i\vec{k}_1.\vec{r}) + \vec{S}^*(\vec{r}_1)\exp(i\vec{k}_1.\vec{r}) + \vec{R}(\vec{r}_2)\exp(-i\vec{k}_2.\vec{r}) + \vec{R}^*(\vec{r}_2)\exp(i\vec{k}_2.\vec{r})] \quad (3.1)$$

As duas ondas irão se propagar em um meio onde o índice de refração é espacialmente modulado, dado por

$$n(r) = n_0 + \Delta n \cos(\vec{K}.\vec{r}) \quad (3.2)$$

, sendo $\vec{K}$ o vetor holográfico, cujo módulo é a frequência espacial K do padrão de interferência. Supondo que a condição de Bragg seja satisfeita para este caso, como ocorre automaticamente para a mistura de duas ondas em cristais fotorrefrativos, temos

$$\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1 \quad (3.3)$$

A equação que descreve o comportamento das ondas no meio é facilmente obtida das equações de Maxwell :

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon(r) \vec{E} = 0 \quad (3.4)$$

onde ω representa a frequência angular da onda. Supondo $\Delta n \ll n_0$, a constante dielétrica do meio $\epsilon(r)$ pode ser dada por

$$\epsilon(r) = \epsilon_0 n^2(r) \simeq \epsilon\{n_0^2 + n_0 \Delta n [\exp(-i\vec{K}.\vec{r}) + \exp(i\vec{K}.\vec{r})]\} \quad (3.5)$$

Substituindo-se as equações 3.1 e 3.5 na equação 3.4, temos (sem explicitar os termos de complexo conjugado)

$$\begin{aligned} & (-2k_1 \frac{\partial S}{\partial r_1} - k_1^2 S) e^{-i\vec{k}_1.\vec{r}} + (-2k_2 \frac{\partial R}{\partial r_2} - k_2^2 R) e^{-i\vec{k}_2.\vec{r}} + \\ & \frac{1}{2} \omega^2 \mu \epsilon_0 [n_0^2 + (n_0 \Delta n e^{i\vec{K}.\vec{r}})] (S e^{-i\vec{k}_1.\vec{r}} + R e^{-i\vec{k}_2.\vec{r}}) = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Na equação acima, foi desprezado o termo de segunda derivada espacial de R e S , já que na quase totalidade dos casos a variação das amplitudes R e S ao longo da direção

y ocorre de maneira pouco acentuada, de modo que podemos considerar $\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \ll k \frac{\partial E}{\partial r}$. Igualando-se os termos de mesma exponencial na eq. 3.6, sendo $k_1 = k_2 = \omega \mu \epsilon_0 n_0$, temos as equações que acoplam R e S :

$$\frac{\partial R}{\partial y} = -i\kappa S(y) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = -i\kappa R(y) \quad (3.8)$$

onde foi feita a mudança de variáveis $y = r_{1,2} \cos \alpha$, sendo 2α o ângulo entre os dois feixes à entrada do holograma, conforme mostrado na fig. 3-1. As equações acima são as chamadas equações de ondas acopladas de Kogelnik, e neste caso foi desprezado qualquer tipo de absorção na rede. κ é chamado de constante de acoplamento, dado por $\kappa = \pi \Delta n / \lambda \cos \alpha$. Na maioria dos casos, para redes fixas, R representa a onda incidente sobre o holograma e S a onda difratada. As equações de Kogelnik podem também ser usadas para estudar o acoplamento de ondas num cristal fotorrefrativo, onde o registro holográfico, no caso de mistura de duas ondas, ocorre de maneira dinâmica. A solução do par de equações acima pode ser dada por

$$R(y) = ae^{i\kappa y} + be^{-i\kappa y} \quad (3.9)$$

$$S(y) = ce^{i\kappa y} + de^{-i\kappa y} \quad (3.10)$$

, sendo a , b , c e d constantes determinadas pelas condições de contorno.

Para o caso de um holograma de transmissão, temos como condições de contorno $R(0) = R_0$ e $S(0) = S_0 e^{i\phi}$. O expoente ϕ foi inserido considerando-se a possibilidade de haver uma defasagem entre o holograma e o padrão de interferência, como ocorre em hologramas gravados em cristais fotorrefrativos por processo de difusão. A solução para este caso pode ser então dada por [12]

$$R(y) = R_0 \cos \kappa y - i S_0 e^{-i\phi} \sin \kappa y \quad (3.11)$$

$$S(y) = -i R_0 \sin \kappa y + S_0 e^{-i\phi} \cos \kappa y \quad (3.12)$$

As intensidades associadas às ondas R e S podem então ser dadas por

$$I_R = R_0^2 \cos^2(\kappa y) + S_0^2 \sin^2(\kappa y) - R_0 S_0 \sin(2\kappa y) \sin(\phi) \quad (3.13)$$

$$I_S = R_0^2 \sin^2(\kappa y) + S_0^2 \cos^2(\kappa y) + R_0 S_0 \sin(2\kappa y) \sin(\phi) \quad (3.14)$$

Nota-se pelos termos contendo $\sin\phi$ nas equações acima que ao longo da direção y do holograma ocorre transferência de energia entre os feixes I_R e I_S . Para $\phi = \pi/2$, tem-se que a transferência de energia é máxima, caso de registro em cristais fotorrefrativos em regime de difusão. Quando o holograma é gravado por processo de arraste através da aplicação de campo elétrico externo, temos $\phi = 0$ ou π , de modo que a transferência de energia não ocorre. Para o caso de pura “leitura” do holograma, o feixe S é bloqueado, de modo que as condições de contorno são dadas agora por $S(0) = 0$ e $R(0) = 1$. As equações 3.9 e 3.10 fornecem para este caso o feixe difratado $S(L)$ que emerge do holograma de espessura L :

$$R(L) = R_0 \cos(\kappa L) \quad (3.15)$$

$$S(L) = -i S_0 \sin(\kappa L) \quad (3.16)$$

A equação 3.16 deixa claro que o feixe difratado está defasado de $\pi/2$ em relação ao feixe referência R . A eficiência de difração, definida por $\eta = |S(L)|^2 / |R(0)|^2$, será

$$\eta = \sin^2\left(\frac{\pi \Delta n L}{\lambda \cos\alpha}\right) \quad (3.17)$$

3.2 Difração anisotrópica

Na seção anterior foi analisado o processo de acoplamento de ondas em um holograma fixo. Porém esta descrição não é suficiente ao considerarmos a interação entre duas ondas no interior de um cristal fotorrefrativo, uma vez que a formação do holograma ocorre neste caso de uma maneira dinâmica. O holograma influenciará a relação de intensidades entre os feixes R e S no interior do cristal, como fica claro pelas eq. 3.13 e 3.14, fazendo com que

o contraste m do padrão seja variável ao longo da direção y do cristal. Esta variação de m , por sua vez, afeta a modulação do índice de refração. Outro aspecto não considerado pela teoria de Kogelnik é a possível bi-refringência natural (não induzida) e a atividade óptica de um meio de registro holográfico, como é o caso dos cristais do grupo $43m$. Neste caso, a polarização das ondas interagentes torna-se extremamente relevante. Como foi visto no primeiro capítulo, se o vetor holográfico $\vec{K}$ (i.e., o campo elétrico por difusão) está na direção x do cristal BTO, paralelo ao eixo cristalográfico $< 110 >$, temos que o elipsóide de índices será definido por seus eixos principais x' , y e z' , conforme a figura 3-2. x' e z' são girados de 45° em torno do eixo y , rotação esta já mostrada na eq. 2.44 e 2.45, e ao longo dos quais ocorrerá a modulação de índices de refração. Se o cristal é cortado segundo o esquema da fig. 2-5, temos a chamada configuração eletro-óptica transversa. Outra configuração frequentemente usada é aquela com o vetor holográfico paralelo ao eixo cristalográfico $< 001 > [21]$, não sendo porém tão útil no caso de processamento de imagens e obtenção de imagens holográficas.

3.2.1 Configuração $K// < 110 >$

Para $K// < 110 >$, a modulação de índices pode ser dada de acordo com as equações 2.51 e 2.52 :

$$\Delta n_{x'} = -\frac{n_o^3}{2} r_{41} E_{sc} = -\Delta n_{z'} \quad (3.18)$$

Consideremos xy o plano de incidência dos feixes objeto e referência, respectivamente S_o e R_o , e que ambos incidam no cristal com polarizações segundo um ângulo θ em relação ao eixo x' , de acordo com a fig. 3-2. O módulo do contraste m do padrão de interferência à entrada do cristal, de acordo com a eq. 2.7, é dado por

$$m = \frac{2R_o S_o}{R_o^2 + S_o^2} \quad (3.19)$$

No caso típico de holografia com objetos reais, o feixe espalhado pelo objeto é bem menos intenso que o feixe referência, de modo que a eq. 3.19 fica

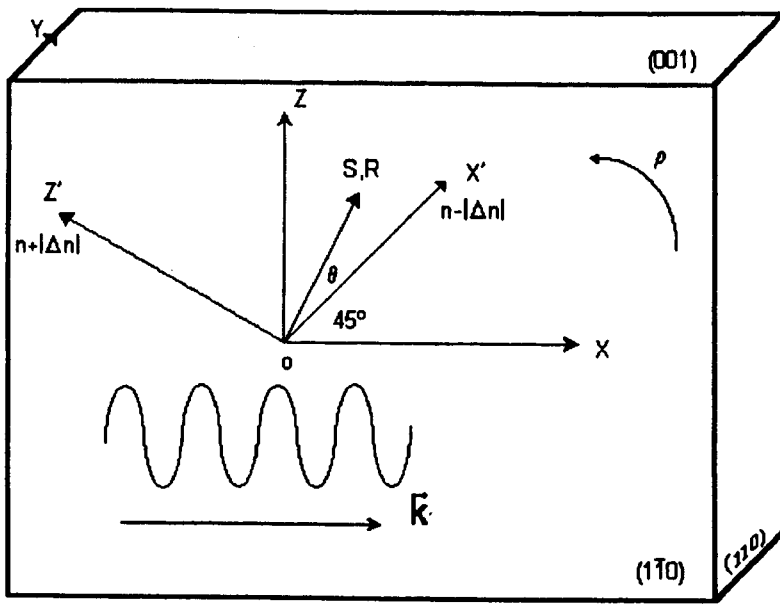


Figura 3.2: Configuração $K// <110>$

$$m \simeq 2S_0/R_0 \quad (3.20)$$

Pela baixa eficiência de difração típica do cristal BTO, e pela pequena intensidade do feixe S , podemos supor que ao longo da direção y a intensidade do feixe referência permanece praticamente inalterada. A uma profundidade l do cristal, podemos então escrever m como

$$m = \frac{2(S_0 + U)}{R_0} \quad (3.21)$$

sendo U a componente da amplitude da onda difratada pelo holograma até $y = l$ que possui a mesma direção de propagação do feixe objeto, e que tem a mesma direção de polarização do feixe S_0 , como mostra a fig. 3-3. A variação do contraste m ao longo de uma “rede infinitesimal” [21] de espessura dl é obtida da eq. 3.21 :

$$\frac{\partial m}{\partial l} = \frac{2}{R_0} \frac{\partial U}{\partial l} \quad (3.22)$$

A amplitude da luz difratada dU pode ser obtida com o auxílio da eq. 3.17, levando-se em conta que, sendo $\Delta n_{x',z'} \ll 1$, a eficiência de difração pode ser escrita como $\eta \simeq (\pi \Delta n L / \lambda \cos \alpha)^2$, de modo que as componentes x' e z' da amplitude difratada são dadas

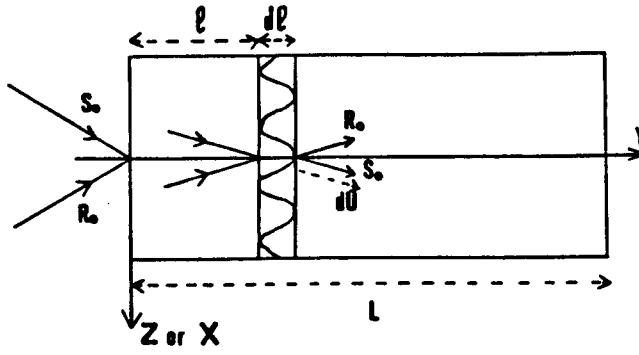


Figura 3.3: “Rede infinitesimal”

por

$$dU_{x'} = -\frac{\pi |\Delta n_{x'}|}{\lambda \cos \alpha} m(l) R_0 \cos(\theta + \rho l) dl \quad (3.23)$$

$$dU_{z'} = \frac{\pi |\Delta n_{z'}|}{\lambda \cos \alpha} m(l) R_0 \sin(\theta + \rho l) dl \quad (3.24)$$

, onde levou-se em conta o fato de que a polarização do feixe referência está a um ângulo $\theta + \rho l$ em relação ao eixo ox' mostrado na fig. 3-2, sendo ρ a atividade óptica do cristal. O fator Δn é a modulação de índice de refração por unidade de valor do contraste m . A amplitude difratada dU deve ser obtida levando-se em conta as componentes de $dU_{x'}$ e $dU_{z'}$ paralelas à direção polarização do feixe S_0 :

$$dU = \beta m(l) R_0 [\sin^2(\theta + \rho l) - \cos^2(\theta + \rho l)] dl \quad (3.25)$$

, onde $\beta \equiv \pi |\Delta n| / \lambda \cos \alpha$. A substituição de dU na eq. 3.22 e a integração fornecem o valor do contraste m para uma profundidade l :

$$m = \frac{2S_0}{R_0} \exp\left[-2\beta l \frac{\sin \rho l}{\rho} \cos(2\theta + \rho l)\right] \quad (3.26)$$

Sendo β da ordem de $10^{-2} mm^{-1}$, chega-se à conclusão de que o contraste m varia muito pouco ao longo da profundidade do cristal para esta configuração, de modo que podemos considerar $m \simeq m_0$. À saída do cristal, o feixe difratado ter-se-á propagado

ao longo do comprimento $L - l$, sendo L a espessura total. O vetor difratado sofre uma rotação de um ângulo $\rho(L - l)$, sendo dado então por

$$dU_{x'} = -2S_0\beta[\cos(\theta + \rho l)\cos[\rho(L - l)] + \text{sen}(\theta + \rho l)\text{sen}[\rho(L - l)]]dl \quad (3.27)$$

$$dU_{z'} = 2S_0\beta[-\cos(\theta + \rho l)\text{sen}[\rho(L - l)] + \text{sen}(\theta + \rho l)\cos[\rho(L - l)]]dl \quad (3.28)$$

Mediante a integração de $dU_{x'}$ e $dU_{z'}$ ao longo da espessura L , obtém-se as componentes x' e z' da amplitude difratada :

$$U_{x'} = -2S_0\beta \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho} \cos\theta \quad (3.29)$$

$$U_{z'} = 2S_0\beta \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho} \text{sen}\theta \quad (3.30)$$

de modo que a amplitude total emergente S do cristal pode ser dada por $S^2 = S_{x'}^2 + S_{z'}^2$, onde

$$S_{x'} = U_{x'} + S_0\cos(\theta + \rho L) \quad (3.31)$$

$$S_{z'} = U_{z'} + S_0\text{sen}(\theta + \rho L) \quad (3.32)$$

A próxima etapa será calcularmos o ganho γ e a eficiência de difração η para a configuração na qual $K// < 110 >$. Estes parâmetros são extremamente importantes, pois determinarão as dimensões do cristal e a relação óptima entre as intensidades dos feixes S e R , de modo a se obter o feixe difratado - relacionado com a imagem holográfica - o mais intenso possível.

O ganho é definido como sendo a razão entre as intensidades do feixe emergente e do feixe incidente no meio, $\gamma = (S_{x'}^2 + S_{z'}^2)/S_0^2$, de modo que temos

$$\gamma = 1 + 4\beta^2 \frac{\text{sen}^2(\rho L)}{\rho^2} - 4\beta \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho} \cos(2\theta + \rho L) \quad (3.33)$$

A eficiência de difração $\eta = (U_{x'}^2 + U_{z'}^2)/R_0^2$, é então escrita por

$$\eta = \beta^2 \left(\frac{2S_0}{R_0} \right)^2 L^2 \left(\frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho L} \right)^2 = \left[\frac{\pi n_o^3 r_{41} E_{sc}}{2\lambda \cos \alpha} m \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho} \right]^2 \quad (3.34)$$

3.2.2 Configuração $K// < 001 >$

Para esta configuração, tanto o vetor holográfico quanto o campo elétrico E_{sc} responsável pela modulação do índice de refração no cristal são paralelos ao eixo z , conforme a figura 3-4. Pelas equações 2.31 e 2.40, pode-se obter a equação do elipsóide de índices para este caso :

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + r_{41} E_z (x^2 - y^2) = 1 \Rightarrow \quad (3.35)$$

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{41} E_z \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{41} E_z \right) y^2 + \frac{z^2}{n_o^2} = 1 \quad (3.36)$$

, o que nos leva à modulação de índices nas direções x e z :

$$\Delta n_x = -r_{41} n_o^3 \frac{E_{sc}}{2} \quad (3.37)$$

$$\Delta n_z = 0 \quad (3.38)$$

O procedimento para a obtenção das componentes U_x e U_z da amplitude difratada é totalmente análogo ao caso anterior. O ganho obtido para este caso, levando-se em conta que β , β/ρ e $\beta^2 L^2 \ll 1$, será

$$\gamma \simeq 1 + 2\beta L + 2\beta \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho} \cos(2\theta + \rho L) \quad (3.39)$$

A eficiência de difração para esta configuração é dada por

$$\eta = \frac{m^2 \beta^2 L^2}{4} \left[1 + 2 \frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho L} \cos(2\theta + \rho L) + \left(\frac{\text{sen}(\rho L)}{\rho L} \right)^2 \right] \quad (3.40)$$

3.3 Optimização da imagem holográfica

Analisando-se as expressões para o ganho γ e a eficiência de difração η para as duas configurações, pode-se concluir sobre qual é a mais apropriada para a obtenção de imagens

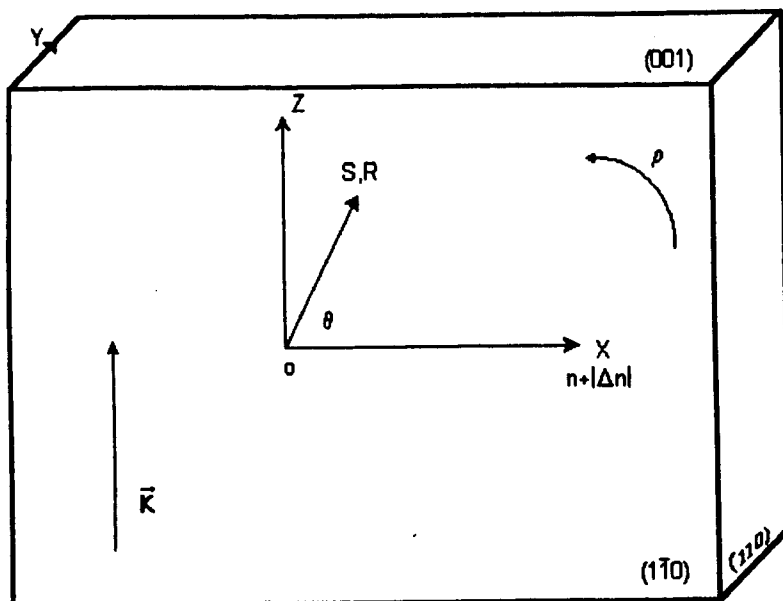


Figura 3.4: Configuração $K// < 001 >$

e para a prática de interferometria holográfica em tempo quase real, uma vez que uma perturbação no objeto só poderá ser analisada após o tempo de regravação do holograma. A eq. 3.39, referente à configuração $K// < 001 >$, mostra que o ganho possui um termo que cresce monotonicamente com a espessura do cristal, o que faz com que esta configuração torne-se mais apropriada para a amplificação do sinal S . Esta amplificação não ocorre de maneira tão pronunciada para $K// < 110 >$, uma vez que, para este caso, $\gamma \simeq 1$. O arranjo $K// < 110 >$ apresenta porém a vantagem de a eficiência de difração não depender do ângulo de incidência θ , o que torna a montagem mais flexível, permitindo a escolha mais apropriada da direção de polarização dos feixes incidentes sobre o cristal. Além disso, mostraremos nesta seção que, através desta configuração, é possível fazer-se com que o feixe transmitido S_0 e o difratado U sejam ortogonalmente polarizados à saída do cristal. O feixe transmitido pode ser então barrado por meio de um polarizador, de modo que apenas a imagem holográfica possa ser observada [23]. Esta característica se constitui numa grande vantagem em relação ao arranjo $K// < 001 >$, pois num ensaio em interferometria holográfica, a visibilidade das franjas sobre o objeto diminui consideravelmente caso o feixe transmitido, muito mais intenso, não seja eliminado. Esta propriedade pode ser observada com o auxílio das eq. 3.29 e 3.30, através das quais determina-se o ângulo φ em relação ao eixo ox' com que o feixe difratado emerge do cristal BTO :

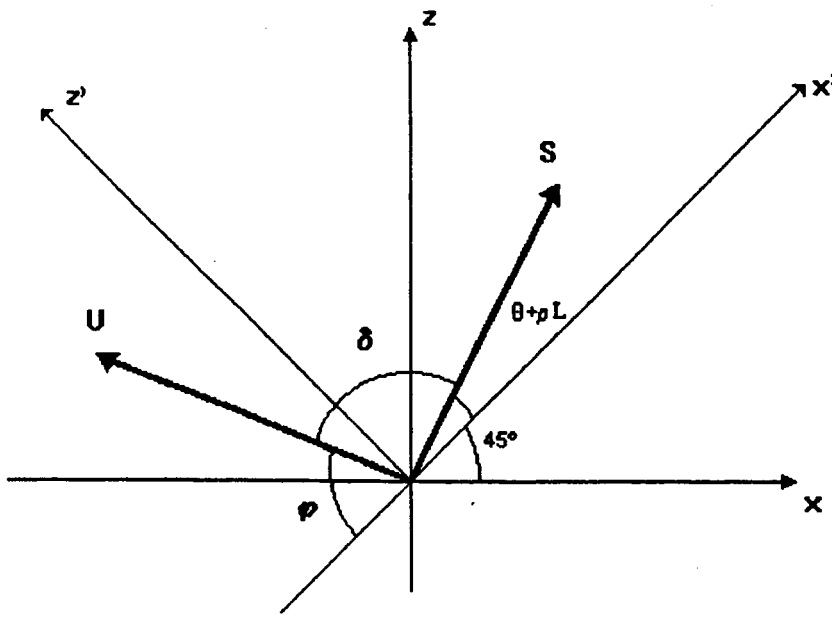


Figura 3.5: Amplitudes transmitida e difratada ao emergirem do cristal

$$\varphi = \arctg \frac{U_z}{U_x} \Rightarrow \quad (3.41)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg} \theta \quad (3.42)$$

A eq. 3.42 mostra que $|\theta| = |\varphi|$, e a figura 3-5 representa as direções das amplitudes transmitida e difratada quando emergem do cristal, sendo δ o ângulo entre ambas. O ângulo entre o feixe transmitido e o eixo ox' à saída do cristal é $\theta + \rho L$, de acordo com as eq. 3.31 e 3.32. Pela fig. 3-5 vê-se claramente que

$$\theta = \frac{\pi - \delta - \rho L}{2} \quad (3.43)$$

A condição mais favorável para a obtenção da imagem holográfica é que os feixes de amplitudes U e S sejam ortogonalmente polarizados, ou seja, que $\delta = \pi/2$, de modo que o ângulo θ ideal será

$$\theta = \pi/4 - \rho L/2 \quad (3.44)$$

Pela figura 3-2, vê-se que o ângulo entre a direção de polarização dos feixes incidentes e o eixo cristalográfico $\langle 001 \rangle$ do cristal será $\rho L/2$.

3.3.1 Características da montagem óptica

O cristal BTO utilizado na montagem possui dimensões $18,0 \times 10,0 \times 7,5 \text{ mm}^3$ ($L = 7,5 \text{ mm}$) e atividade óptica $\rho = 6,9^\circ \text{ mm}^{-1}$, de modo que a rotação que um feixe sofre ao se propagar pelo cristal na direção $\langle 110 \rangle$ será de $\rho L \simeq 52^\circ$. Portanto o ângulo da direção de polarização dos feixes incidentes em relação ao eixo $\langle 001 \rangle$ é de cerca de 26° . Esta escolha da direção de polarização pode ser feita através de um simples filtro polarizador colocado à entrada do cristal. À saída do mesmo, posiciona-se um analisador que bloqueie o feixe transmitido, permitindo a passagem e visualização do feixe difratado que contém a informação sobre a imagem holográfica. Uma outra possibilidade para esta montagem é fazer com que os feixes incidam sobre o cristal com diferentes direções de polarização. Isto pode ser feito se o feixe referência, já previamente polarizado na direção vertical ao passar pelo divisor de feixes, não passar pelo polarizador antes de atingir o cristal. Enquanto o feixe objeto S_0 continua incidindo com um ângulo de 26° em relação ao eixo $\langle 001 \rangle$, o feixe referência atinge a primeira superfície do cristal com polarização paralela a este eixo. Este arranjo, apesar de aparentemente ser menos apropriado por diminuir o contraste m do padrão de interferência, permite que a montagem óptica seja muito mais flexível, além de possibilitar que uma maior intensidade luminosa incida sobre o cristal fotorrefrativo, fazendo com que o tempo de gravação do holograma seja mais curto, de acordo com a eq. 2.27 e com a definição do tempo de relaxação de Maxwell τ_M . O contraste m pode ser escrito de uma forma mais genérica, considerando-se a possibilidade de que os feixes interagentes não tenham a mesma direção de polarização :

$$m = \frac{2R_0S_0}{R_0^2 + S_0^2} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \Rightarrow m \simeq \frac{2S_0}{R_0} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \quad (3.45)$$

, sendo $\vec{e}_1$ e $\vec{e}_2$ os versores associados às direções de polarização das amplitudes R_0 e S_0 respectivamente, e $\pi/4 - \theta$ o ângulo entre ambas, caso o feixe referência incida orientado segundo o eixo $\langle 001 \rangle$. De acordo com a eq. 3.45, temos que, para esta configuração, a eficiência de difração η' pode ser escrita em função do η dado pela equação 3.34 :

$$\eta' = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\eta \quad (3.46)$$

Mostraremos, na próxima seção, a partir do resultado acima, as características desta configuração, suas vantagens e desvantagens em relação ao caso em que os feixes objeto e referência incidem com a mesma polarização sobre o cristal.

3.4 Relação ótima entre as intensidades dos feixes referência e objeto

Através das expressões para a eficiência de difração obtidas nos dois casos pode-se determinar qual a relação ideal entre as intensidades dos feixes interagentes no cristal [23]. A montagem holográfica utilizada para a realização de holografia em média temporal está esquematizada na figura 3-6. O feixe de laser He-Ne ($\lambda = 632,8nm$) atinge o divisor de feixes BS verticalmente polarizado. A parcela refletida pelo divisor de feixes é levemente expandida e utilizada como feixe referência, após ser refletida pelos espelhos E1 e E2. A parte transmitida pelo divisor é expandida por um pequeno espelho esférico (E3) posicionado na frente da objetiva, iluminando o objeto. A luz espalhada pelo objeto é coletada pela objetiva L1, passa pelo polarizador P2 e atinge o cristal fotorrefrativo. O espelho esférico é posicionado em frente à objetiva conforme a fig. 3-6 para que se explore da melhor maneira possível as possibilidades da tinta retro-refletora que cobre a superfície do objeto. Esta tinta foi utilizada para se compensar a baixa eficiência de difração (neste caso, $\eta \simeq 0,01$) do cristal, pois deste modo a luz que incide sobre tal superfície é quase totalmente refletida no sentido inverso ao da luz incidente, não importando o ângulo de incidência. Assim, se o espelho é colocado em frente à objetiva, grande parte da luz refletida pelo objeto será coletada pela mesma. A direção de polarização do feixe objeto é selecionada pelo polarizador P2, e o feixe transmitido à saída do cristal fotorrefrativo é extinto pelo polarizador P3. A imagem holográfica é coletada por uma câmera de TV (tipo Vidicon) e observada por um monitor.

Consideremos I_0 a luz que chega ao divisor de feixes e ξ a sua reflectância para o ângulo de incidência mostrado na fig. 3-6. Desprezando-se qualquer absorção, a luz por ele refletida será ξI_0 e a luz transmitida $(1 - \xi)I_0$. A intensidade de luz espalhada pelo objeto que chega ao cristal será então $I_S = b(1 - \xi)I_0$, sendo b o fator que leva em conta

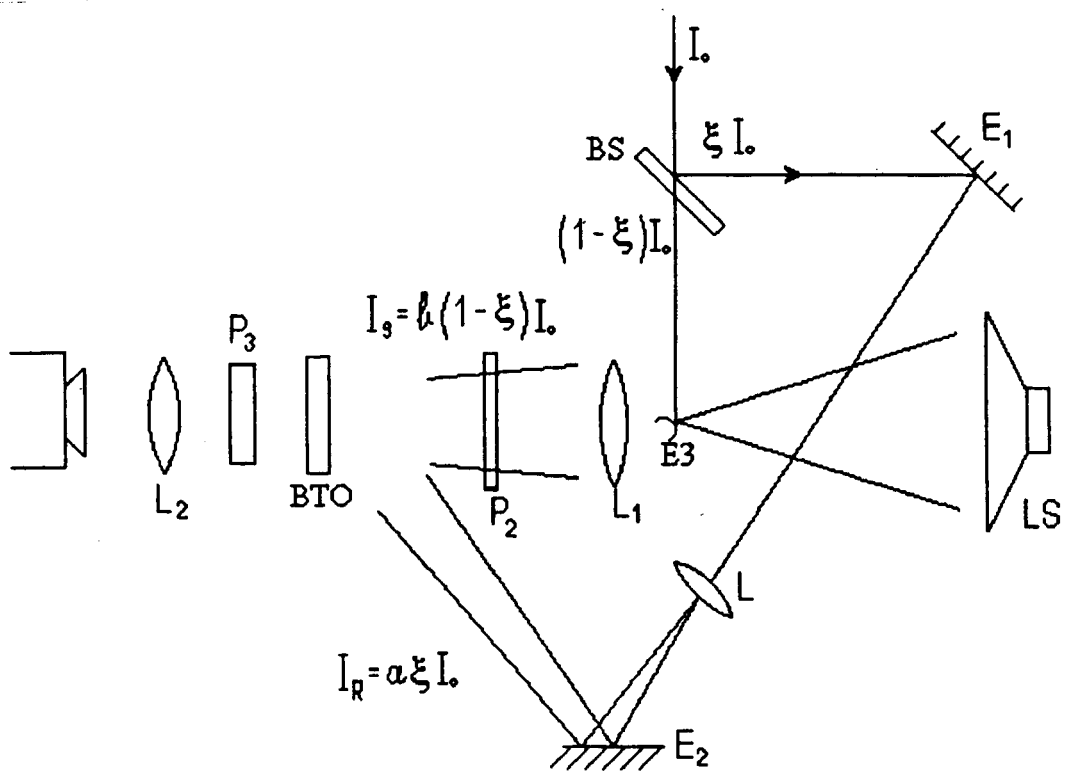


Figura 3.6: Montagem holográfica utilizada

a reflectância da superfície do objeto e a sua passagem pelo polarizador. A intensidade do feixe referência será $I_R = a\xi I_0$, onde a considera a expansão do feixe e sua passagem por diversos elementos ópticos. O contraste é dado então por

$$m = 2 \frac{\sqrt{I_R I_S}}{I_R + I_S} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 2 \frac{[ab\xi(1-\xi)]^{1/2}}{a\xi + b(1-\xi)} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \quad (3.47)$$

A eficiência de difração nos fornece a intensidade do feixe difratado I_D a partir do feixe referência :

$$I_D = \eta I_R \quad (3.48)$$

Usando-se o η dado pela eq. 3.34 e o contraste obtido na eq. 3.47, a intensidade difratada é dada por

$$I_D = 4 \left(\frac{\pi n_o^3 r_{41} E_{sc}}{2\lambda \cos \alpha} \frac{\sin \rho L}{\rho} \right)^2 \frac{a^2 b \xi^2 (1-\xi)}{[a\xi + b(1-\xi)]^2} (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)^2 I_o \quad (3.49)$$

O fator ξ irá determinar a razão ótima entre I_R e I_S para se obter a imagem holográfica mais intensa possível, ou seja, para que I_D seja máximo. Isso pode ser conseguido impondo-se a condição

$$\frac{\partial I_D}{\partial \xi} = 0 \quad (3.50)$$

Seguindo-se esta condição, chega-se à expressão ótima para ξ :

$$\xi_{opt} = \frac{(b^2 + 8ab)^{1/2} - 3b}{2(a-b)} \quad (3.51)$$

A relação entre I_S e I_R é dada, para este caso, por

$$\left(\frac{I_R}{I_S} \right)_{opt} = \frac{a}{b} \frac{\xi_{opt}}{1 - \xi_{opt}} \quad (3.52)$$

3.4.1 Resultados obtidos

Analisaremos agora os resultados obtidos para ξ_{opt} e calcularemos a relação entre as intensidades através da medição dos parâmetros a e b da montagem, comparando a configuração em que os feixes R e S têm a mesma polarização com a configuração onde ambos incidem

no cristal sob diferentes direções de polarização. O objeto analisado é um alto-falante pintado com a tinta retro-refletora.

Para R e S com mesma direção de polarização :

Esta configuração é obtida com os dois feixes passando pelo polarizador à entrada do cristal, com ξ_{opt} obtido através da eq. 3.51 :

$$a = 10^{-2} ; b = 10^{-4} ; \xi_{opt} = 0,142$$

Pela eq. 3.52, tem-se

$$\frac{I_R}{I_S} = 16,6 \quad (3.53)$$

A intensidade total incidente sobre o cristal é a soma de I_R e I_S :

$$I_{tot} = b(1 - \xi)I_o + a\xi I_o \simeq 1,57 \cdot 10^{-3} I_o \quad (3.54)$$

A intensidade do feixe difratado I_D é obtida da eq. 3.49 :

$$I_D = \frac{4a^2b\xi^2(1 - \xi)}{[a\xi + b(1 - \xi)]^2} (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)^2 \eta_o I_o \quad (3.55)$$

onde

$$\eta_o = \left[\frac{\pi n_o^3 r_{41} E_{sc} \text{sen} \rho L}{2\lambda \cos \alpha} \frac{1}{\rho} \right]^2 \quad (3.56)$$

Deste modo, obtém-se a intensidade da onda difratada em função da intensidade de entrada I_o e da constante η_o , lembrando que, neste caso, $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1$:

$$I_D \simeq 3 \cdot 10^{-4} \eta_o I_o \quad (3.57)$$

Para R e S não paralelos :

Neste caso, apenas o feixe espalhado pelo objeto passa pelo polarizador na entrada. O feixe referência atinge o cristal verticalmente polarizado, não tendo portanto sua intensidade atenuada devido à passagem por um polarizador. Esta atenuação tem seu valor em torno

de 50 % [24], de modo que o valor de a para este caso é aproximadamente o dobro do que no caso anterior :

$$a = 2.10^{-2} ; b = 10^{-4} ; \xi_{opt} = 0,1 .$$

A razão entre os feixes será

$$\frac{I_R}{I_S} = 12,8 \quad (3.58)$$

A intensidade sobre o cristal BTO será

$$I_{tot} \simeq 2,1.10^{-3} I_0 \quad (3.59)$$

A intensidade do feixe difratado será obtida pelas eq. 3.49 e 3.46, sendo $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \cos(\pi/4 - \theta) \simeq \cos 26^\circ$ neste caso :

$$I_D \simeq 2.6.10^{-4} \eta_o I_o \quad (3.60)$$

As intensidades obtidas nos dois casos mostram que a eficiência de difração é menor na segunda configuração, devido ao fator $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$ e porque o contraste m diminui à medida que a intensidade do feixe referência aumenta. Isso faz com que, no caso $R//S$, a luz difratada, relativa à imagem holográfica, seja mais intensa, como pode-se observar pelas equações 3.57 e 3.60 . Já na configuração em que R e S não são paralelos, como o feixe referência não sofre atenuação, a intensidade luminosa incidente sobre o cristal é maior, de acordo com as equações 3.54 e 3.59, permitindo que a gravação do holograma ocorra mais rapidamente, conforme a eq. 2.27, o que é extremamente favorável para um arranjo holográfico sujeito a perturbações externas.

CAPÍTULO 4

Arranjo Holográfico Auto-estabilizado

Sistemas que promovem ativamente a estabilização de uma montagem holográfica vêm sendo largamente usados nos últimos anos para diferentes meios de registro, como chapas de emulsão fotográfica e cristais fotorrefrativos. A estabilização ativa, ou a auto-estabilização, torna-se útil para experimentos envolvendo processamento de sinais, interferometria holográfica [25] e para a produção de redes de difração holográficas [26], além de permitir a medição de constantes características em cristais fotorrefrativos [27] e de diferenças de fase entre o padrão de interferência e o holograma nestes cristais [28], o que seria extremamente difícil no caso de uma montagem holográfica instável. Desde o trabalho pioneiro de Neumann e Rose [9], uma série de aperfeiçoamentos foram introduzidos no sentido de melhorar a eficiência dos sistemas de auto-estabilização [29, 30] baseados em técnicas de detecção mais sensíveis. Em [9], a intensidade da luz difratada era usada para operar o sistema. Em [30], introduziu-se uma modulação de fase oscilante no feixe referência, de modo que apenas a primeira derivada da intensidade luminosa seja medida com o auxílio de um amplificador “lock-in” sintonizado na frequência de oscilação do feixe referência. Esta alteração torna o sistema de detecção mais sensível e menos sujeito a ruídos, fazendo com que o processo de estabilização seja mais eficiente. As diferentes versões de sistemas de auto-estabilização possuem basicamente o mesmo princípio : um desvio do padrão de interferência em relação ao holograma (provocado por uma pertur-

bação externa) irá alterar a intensidade da luz difratada. Esta alteração, sendo detectada, dá origem a um “sinal de erro”, que, após amplificado, opera um elemento modulador de fase na montagem (um espelho acoplado a um cristal piezoelétrico ou um modulador eletroóptico). Este elemento provoca a variação da fase de um dos feixes até que o padrão de interferência volte à sua posição original, compensando portanto o efeito do desvio inicial. A finalidade de tais sistemas é eliminar principalmente as perturbações de baixa frequência, ocasionadas, por exemplo, por correntes de ar e gradientes de temperatura na montagem, que causam a dilatação de elementos ópticos no arranjo ou mudam o índice de refração local do ar, ocasionando assim a variação do caminho óptico dos feixes. As perturbações de alta frequência, em sua maioria de origem mecânica, podem ser eliminadas passivamente, através de métodos largamente usados em interferometria, como a utilização de mesas de granito massivas sobre espuma de alta densidade, câmaras de ar ou sistemas pneumáticos.

Este capítulo irá analisar o funcionamento da montagem holográfica auto-estabilizada para três diferentes tipos de modulação do feixe referência. Na primeira parte analisaremos a teoria envolvendo o processo de auto-estabilização. Na segunda, analisaremos o sistema quando o feixe referência é modulado, tanto em alta quanto em baixa frequência (para a correção de perturbações externas), por um espelho movido por um cristal piezoelétrico (PZT). Na terceira parte, a correção de baixa frequência é feita pelo PZT e a modulação de alta frequência é realizada por um modulador eletroóptico (EOM) de LiNbO_3 . Na quarta, a modulação tanto de baixa quanto de alta frequência é feita pelo modulador EOM. Por fim, discutiremos as características de cada tipo de modulação e faremos as comparações entre as alternativas.

4.1 Análise matemática do processo de auto-estabilização

O comportamento dos feixes objeto e referência ao incidir sobre o cristal BTO está esquematizado na fig. 4-1 : em uma direção, emergem o feixe objeto S transmitido e o feixe referência R' difratado, que é a reconstrução holográfica do feixe objeto. Como foi visto

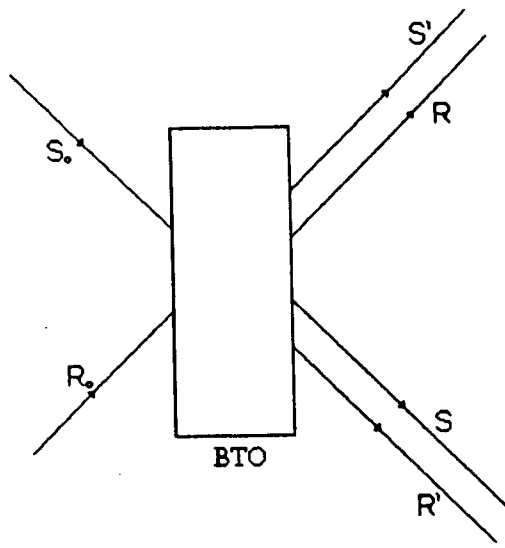


Figura 4.1: Feixes difratados R' e S' e transmitidos R e S à saída do cristal

no capítulo anterior, a polarização de ambos os feixes pode ser escolhida à entrada do cristal de modo que R' e S sejam ortogonalmente polarizados à saída do mesmo. Assim, o feixe transmitido S pode ser bloqueado por um polarizador, permitindo-se a observação somente do feixe difratado. Na outra direção emergem o feixe referência transmitido R e o feixe objeto difratado S' , que por sua vez é a reconstrução holográfica do feixe referência. O acoplamento destes dois feixes será usado para a operação do sistema de auto-estabilização. Com o auxílio das equações 3.29, 3.30, e considerando-se a absorção do cristal desprezível, tem-se o feixe difratado nesta direção dado por $\sqrt{\eta}S_0$, e através das eq. 3.31 e 3.32, o feixe transmitido pode ser dado simplesmente por R . Sendo estes feixes ortogonalmente polarizados, seu acoplamento é feito por meio de um polarizador cujo eixo faz um ângulo φ com a direção de polarização do feixe transmitido. O conjunto arranjo óptico e sistema de estabilização está representado na fig. 4-2, onde o polarizador P4 faz o acoplamento entre os feixes transmitido e difratado. Segundo as equações 3.12 e 3.11, e sendo o feixe referência modulado senoidalmente em fase, a intensidade da luz ao passar por P4 pode ser dada por (desprezando-se a absorção do polarizador)

$$\begin{aligned}
 I &= | R_0 \cos \varphi \exp[i\psi_d \sin(\Omega t)] + i S_0 \sin \varphi \sqrt{\eta} e^{i\phi} |^2 \Rightarrow \\
 I &= R_0^2 \cos^2 \varphi + S_0^2 \eta \sin^2 \varphi + R_0 \cos \varphi \exp[i\psi_d \sin(\Omega t)] (-i S_0 \sqrt{\eta} e^{-i\phi} \sin \varphi) + \\
 &R_0 \cos \varphi \exp[-i\psi_d \sin(\Omega t)] (i S_0 \sqrt{\eta} e^{i\phi} \sin \varphi)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

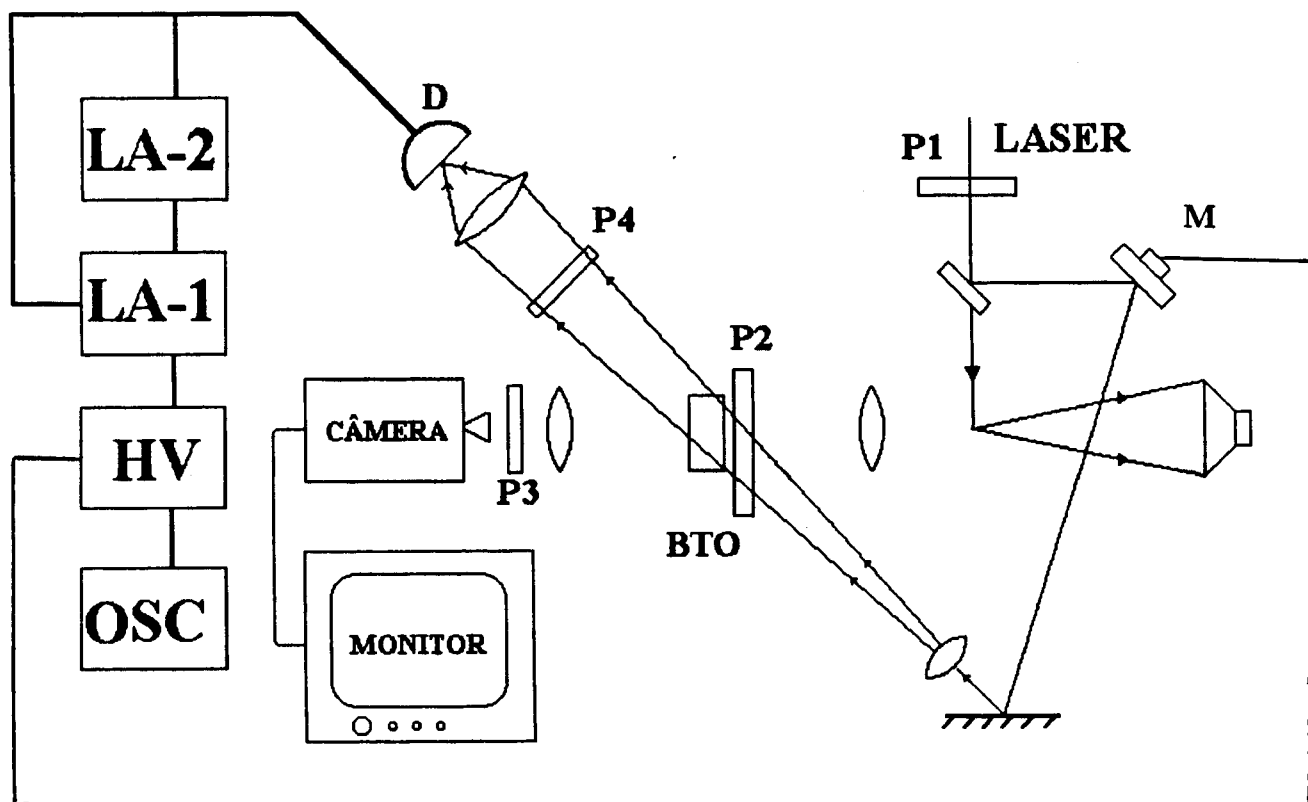


Figura 4.2: Montagem holográfica e sistema de estabilização. LA-1 e LA-2 : amplificadores “lock-in” sintonizados em Ω e 2Ω respectivamente; D : fotodetector; HV : amplificador de alta voltagem; M : modulador de fase (PZT ou EOM)

onde Ω é a frequência angular da modulação de fase e ψ_d a amplitude da fase modulada. A fase ϕ entre o padrão de interferência e o holograma foi incluída no termo do feixe difratado e através dela pode-se estudar condições de estabilização do sistema. Da identidade

$$\exp[i\psi_d \text{sen}(\Omega t)] = J_0(\psi_d) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} [iJ_{2n-1}(\psi_d) \text{sen}[(2n-1)\Omega t] + J_{2n}(\psi_d) \cos(2n\Omega t)] \quad (4.2)$$

pode-se desenvolver a equação 4.1. $J_n(\psi_d)$ são as funções de Bessel de ordem n . Tomando-se a expansão de 4.2 até o segundo harmônico, a eq. 4.1 toma a forma

$$\begin{aligned} I = & R_0^2 \cos^2 \varphi + S_0^2 \eta \text{sen}^2 \varphi - J_0(\psi_d) R_0 S_0 \sqrt{\eta} \text{sen}(2\varphi) \text{sen} \phi + \\ & 2J_1(\psi_d) R_0 S_0 \sqrt{\eta} \text{sen}(2\varphi) \cos \phi \text{sen}(\Omega t) - \\ & 2J_2(\psi_d) R_0 S_0 \sqrt{\eta} \text{sen}(2\varphi) \text{sen} \phi \cos(2\Omega t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

O estudo do funcionamento do sistema de auto-estabilização torna-se mais claro separando-se a intensidade dada pela eq. 4.3 nos seguintes termos [10] (sendo $\varphi \simeq 45^\circ$, $|I_R| = \sqrt{R_0}$ e $|I_S| = \sqrt{S_0}$) :

$$I = I^o + I^\Omega \text{sen} \Omega t - I^{2\Omega} \cos 2\Omega t \quad (4.4)$$

onde os termos I^o , I^Ω e $I^{2\Omega}$ são dados por

$$I^o = I_R \cos^2 \varphi + I_S \eta \text{sen}^2 \varphi - J_0(\psi_d) \sqrt{\eta} \sqrt{I_R I_S} \text{sen} 2\varphi \text{sen} \phi \quad (4.5)$$

$$I^\Omega = 2J_1(\psi_d) \sqrt{\eta} \sqrt{I_R I_S} \text{sen} 2\varphi \cos \phi \quad (4.6)$$

$$I^{2\Omega} = 2J_2(\psi_d) \sqrt{\eta} \sqrt{I_R I_S} \text{sen} 2\varphi \text{sen} \phi \quad (4.7)$$

O termo I^o corresponde à intensidade não perturbada e os termos I^Ω e $I^{2\Omega}$ correspondem ao primeiro e segundo harmônicos em Ω do feixe que emerge do polarizador P4. Estes dois últimos termos são medidos por meio de um detector conectado a dois amplificadores “lock-in” (LA-1 e LA-2 na fig. 4-2) sintonizados respectivamente nas frequências Ω e 2Ω . Deve-se notar que, pelas equações 4.5, 4.6 e 4.7,

$$I^\Omega = 2 \frac{J_1(\psi_d)}{J_0(\psi_d)} \frac{\partial I^0}{\partial \phi} \quad (4.8)$$

o que mostra que I^Ω pode ser usado como um “sinal de erro”. Como foi visto no segundo capítulo, a diferença de fase ϕ entre o padrão de interferência e o holograma gravado é $\pi/2$ para um registro holográfico por processo de difusão, de modo que, se o sistema não está perturbado, $I^\Omega = 0$ de acordo com a eq. 4.6. Qualquer perturbação no arranjo holográfico que provoque um deslocamento do padrão luminoso em relação ao holograma, com período menor que o tempo τ_{sc} , causa uma variação do valor de I^Ω devido à alteração do acoplamento entre os feixes transmitido e difratado à saída do cristal, conforme mostram as eq. 4.6 e 4.8. Esta variação é detectada (pelo amplificador LA-1 na fig. 4-2) e amplificada pelo amplificador de alta voltagem HV. Este sinal é usado para alimentar o elemento na montagem óptica (o PZT-espelho ou o modulador eletro-óptico) responsável pela correção do feixe referência. No caso do PZT, por exemplo, o “sinal de erro” amplificado permite o deslocamento do espelho, movendo o padrão de interferência até que sua defasagem em relação ao holograma seja novamente $\pi/2$ e fazendo com que o sinal de primeiro harmônico seja novamente nulo. O sinal de segundo harmônico $I^{2\Omega}$ não tem influência sobre o processo de estabilização, podendo porém ser usado para se monitorar a evolução do registro holográfico, já que, conforme a eq. 4.7, $I^{2\Omega} \propto \sqrt{\eta}$ e é máximo para $\phi = \pi/2$.

Analisaremos agora as condições para o funcionamento do sistema de estabilização ativa. Esta análise é válida para qualquer tipo de elemento que promova a modulação de fase. Consideraremos como exemplo a utilização do conjunto PZT-espelho, usando seus parâmetros para os cálculos. A fase relativa ao dispositivo ψ_{PZT} que realiza a estabilização tem um termo constante e contínuo ψ_o , ou “bias”, e um termo variável ψ_C responsável pela compensação das perturbações na estabilização ativa :

$$\psi_{PZT} = \psi_o + \psi_C \quad (4.9)$$

onde ψ_C é dado por $\psi_C = K_R \cos \phi$. O termo constante K_R leva em conta os fatores de

amplificação do amplificador “lock-in” e do amplificador de alta voltagem HV, o fator voltagem/deslocamento do PZT, além de características da montagem óptica, como a intensidade da luz que atinge o detector D e a eficiência de difração do holograma. A expressão para ψ_C é obviamente originada do sinal de primeiro harmônico I^Ω e mostra claramente a relação não linear entre a fase ϕ e a intensidade I^Ω medida e utilizada para a operação do sistema de auto-estabilização. O termo ψ_o é dado por $K_o V_o$, sendo V_o a voltagem “bias” aplicada ao PZT e K_o o fator de conversão voltagem/deslocamento característico do conjunto PZT-espelho para $\Omega = 0$. A fase ϕ inclui um termo relacionado a ψ_{PZT} e o termo randômico ψ_p associado às perturbações externas sobre o arranjo holográfico :

$$\phi = \psi_p + \psi_{PZT} = \psi_p + K_o V_o + K_R \cos \phi \quad (4.10)$$

Para o caso de um sistema estabilizado, temos $\psi_p = 0$, de modo que $\phi = K_o V_o + K_R \cos \phi$. Para o registro holográfico em regime de difusão, $\cos \phi = 0$, de modo que $K_o V_o = \pm(2N + 1)\pi/2$, N inteiro. São duas as condições para a estabilização do sistema :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \psi_p} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \psi_C}{\partial \psi_p} = -1 \quad (4.12)$$

A primeira condição determinada pela eq. 4.11 mostra que a defasagem ϕ entre o padrão de interferência e o holograma gravado no cristal não deve ser influenciada pela fase ψ_p causada pelas perturbações externas ao sistema. A segunda condição, extremamente importante, resume o princípio do sistema de auto-estabilização, que se baseia na resposta negativa : a cada perturbação sobre o sistema, que se traduz em uma alteração ψ_p na defasagem ϕ , corresponde um deslocamento do padrão de interferência no sentido contrário ao da perturbação, até que esta seja totalmente compensada. Da relação 4.10 e da definição de ψ_C , tem-se

$$\frac{\partial \phi}{\partial \psi_p} = \frac{1}{1 + K_R \sin \phi} = 0 \quad (4.13)$$

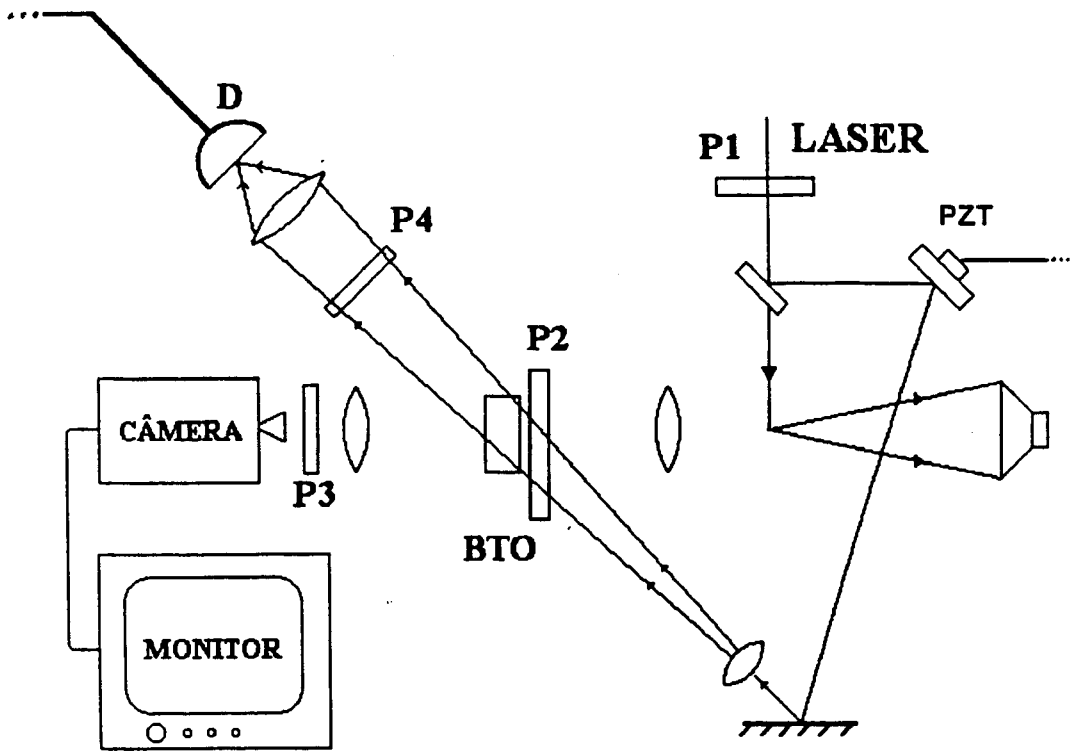


Figura 4.3: Montagem com o PZT-espelho

$$\frac{\partial \psi_C}{\partial \psi_p} = -\frac{K_R \sin \phi}{1 + K_R \sin \phi} = -1 \quad (4.14)$$

Ambas as equações acima são válidas desde que $K_R \gg 1$. Esta condição pode ser satisfeita selecionando-se convenientemente os parâmetros de funcionamento do sistema de estabilização, tais como a amplitude da voltagem senoidal aplicada sobre o PZT, o fator de sensibilidade do amplificador “lock-in”, bem como parâmetros relacionados à montagem óptica, como a intensidade da luz incidente sobre o cristal e a eficiência de difração.

4.1.1 Estabilização com o PZT-espelho

O arranjo holográfico tendo o conjunto PZT-espelho como elemento modulador de fase está esquematizado na figura 4-3. O PZT está posicionado em um dos braços do interferômetro, modulando o feixe referência. Neste dispositivo o espelho é suportado por três cristais piezoelétricos responsáveis pelo seu movimento. O fato de serem três cristais permite movimentos tanto de translação quanto de rotação. A figura 4-4 mostra o detalhe da incidência do feixe referência sobre o espelho. O espelho auxiliar E3 faz com

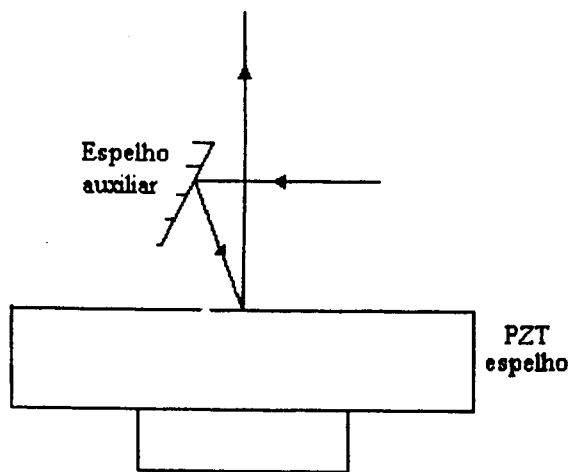


Figura 4.4: Detalhe do arranjo com o PZT-espelho

que a incidência sobre o PZT-espelho seja quase normal. Isto é necessário para evitar o deslocamento lateral do feixe referência, já que o movimento do espelho se efetua perpendicularmente ao seu próprio plano. A figura 4-5 ilustra o comportamento do feixe referência quando este incide sobre o PZT sem o auxílio de E3 : se a incidência é oblíqua, o feixe que atinge o detector D estará se deslocando lateralmente; tendo este feixe um perfil gaussiano, este deslocamento causa uma modulação de amplitude de frequência igual à frequência de modulação de fase. Por isso, esta modulação é detectada pelo amplificador “lock-in” LA-1 sintonizado no primeiro harmônico. Este sinal de amplitude é extremamente prejudicial ao funcionamento do sistema de auto-estabilização. O sistema compensa este sinal movendo o espelho acoplado ao PZT, interpretando-o como uma perturbação na fase entre o padrão de interferência e o holograma, para que o sinal de primeiro harmônico seja novamente nulo. Este deslocamento indevido, além de remover o feixe da condição de Bragg [22], comprometendo a imagem holográfica, provoca um deslocamento do padrão de interferência de modo a causar a gravação de outro holograma, defasado em relação ao primeiro. Com isso, o sinal de modulação de amplitude no “lock-in” LA-1 ressurgiu e o processo se reinicia, com este sinal aumentando continuamente, inviabilizando a operação do sistema de auto-estabilização.

A montagem mostrada na fig.4-4 atenua este efeito de maneira significativa, sem porém eliminá-lo totalmente, já que, conforme mostra a figura, a incidência não é exatamente

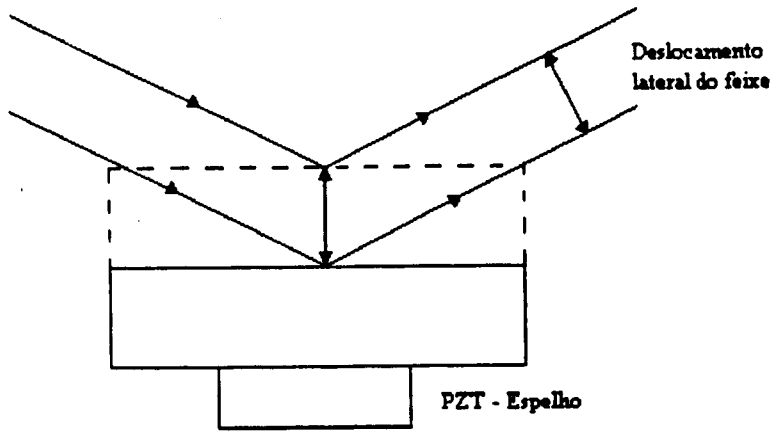


Figura 4.5: Deslocamento lateral do feixe modulado

normal, e como o sistema de detecção é extremamente sensível, o sinal de amplitude com este arranjo nunca é totalmente anulado, de modo que durante a operação de estabilização o processo deve ser eventualmente interrompido e reiniciado. A figura 4-6 mostra a evolução temporal do primeiro (I^{Ω}) e do segundo ($I^{2\Omega}$) harmônicos num registro holográfico não estabilizado, ao passo que a figura 4-7 mostra a evolução de I^{Ω} e $I^{2\Omega}$ num registro auto-estabilizado, sendo o primeiro harmônico usado como “sinal de erro” para a operação do sistema. Ambos os registros foram feitos em condições ambientais idênticas e as escalas dos gráficos das figuras 4-6 e 4-7 são as mesmas. O tempo de integração selecionado no amplificador “lock-in” foi de 300 ms, sendo que esta seleção teve como base a frequência das perturbações ocasionadas por convecções. A frequência Ω foi de 3 kHz, o amplificador “lock-in” utilizado para a detecção do primeiro harmônico foi o modelo 124 da EG&G, e para o segundo harmônico, o modelo 5310 da mesma marca. O valor de ψ_d foi mantido em torno de 0,5 rd. O objeto em estudo neste caso foi uma placa rígida de alumínio. Pela figura 4-6 pode-se notar claramente o quanto um ambiente perturbado (no caso, com a montagem exposta à convecção produzida pelo ar condicionado do laboratório) pode comprometer a gravação do holograma no cristal. Já com o registro estabilizado mostrado na fig. 4-7 nota-se que o sinal de primeiro harmônico foi mantido nulo durante todo o processo, com o segundo harmônico usado para monitorar a evolução da eficiência de difração, estando de acordo com a eq. 2.26.

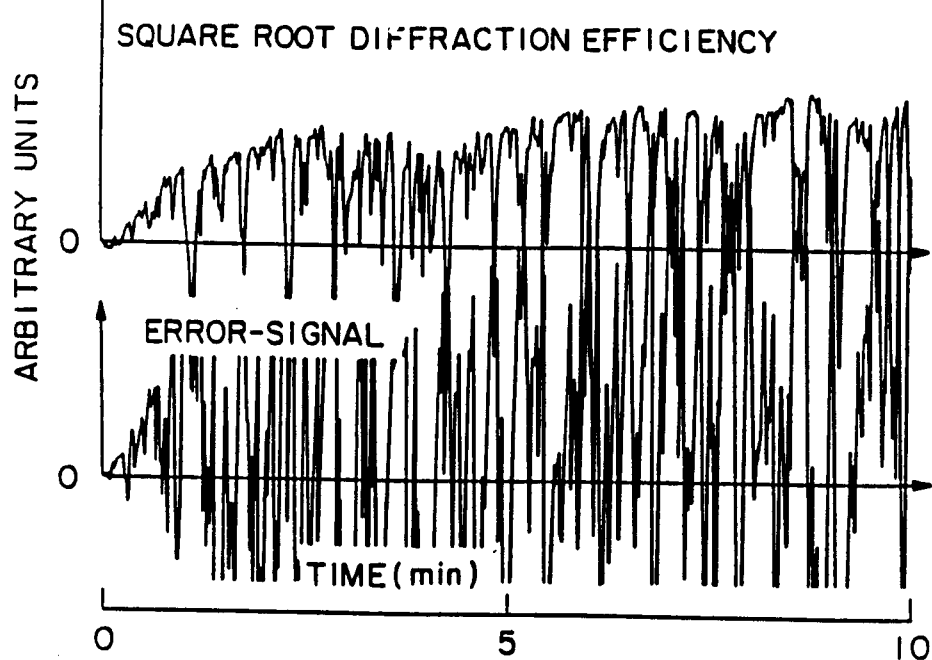


Figura 4.6: Evolução dos sinais $I^{2\Omega}$ (curva superior) e I^{Ω} (curva inferior) em registro não estabilizado

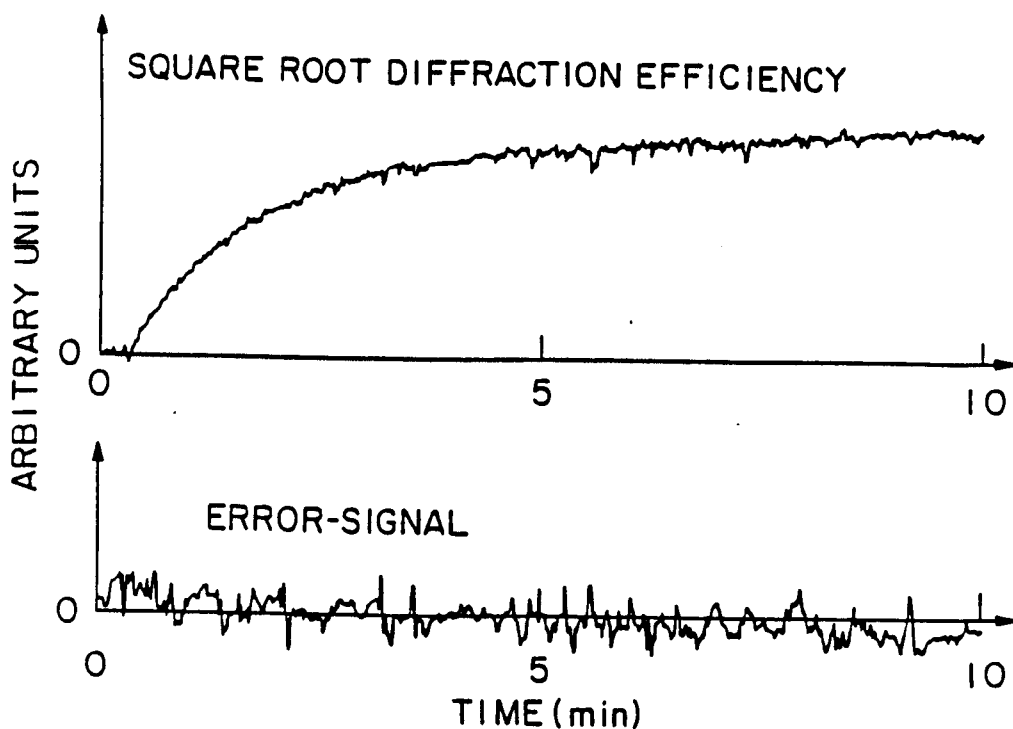


Figura 4.7: Evolução dos sinais $I^{2\Omega}$ (curva superior) e I^{Ω} (curva inferior) em registro estabilizado por PZT

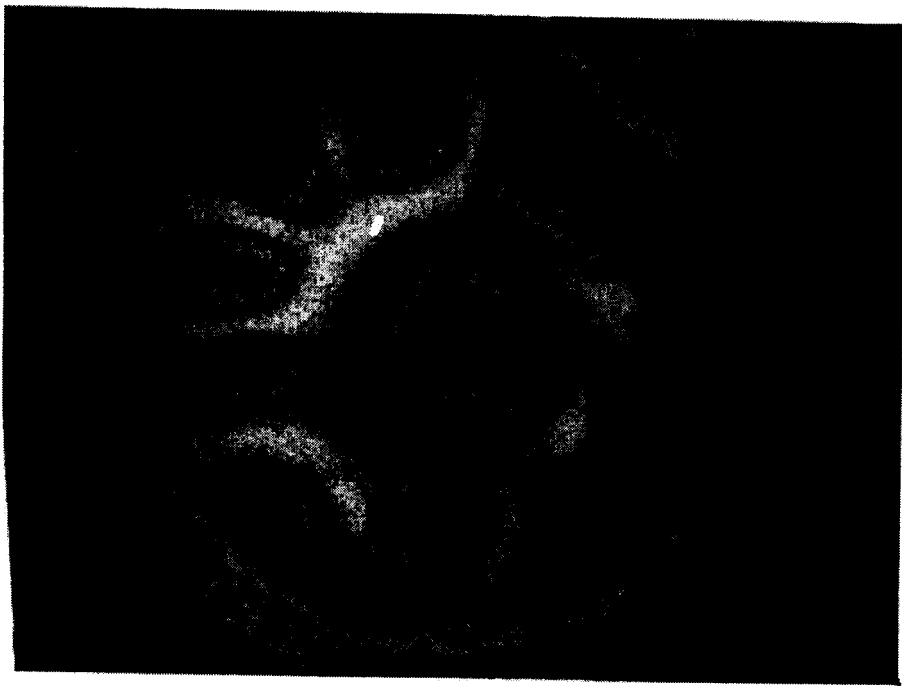


Figura 4.8: Padrão de franjas em média temporal de um alto-falante vibrando a 5kHz

As figuras 4-8, 9 e 10 mostram padrões de franjas da superfície de um alto-falante de diâmetro 7 cm em um ensaio de holografia em média temporal , tendo sido usado como meio de registro o mesmo cristal BTO descrito na seção 3.3.1. Todos os hologramas foram obtidos em processos auto-estabilizados. Na figura 4-8, o alto-falante está vibrando a uma frequência constante de 5 kHz, na figura 4-9 a frequência é de 7,5 kHz e na 4-10, de 12 kHz.

4.1.2 Estabilização com modulador eletro-óptico

Moduladores eletro-óticos de fase

Utilizaremos nesta parte do trabalho a teoria do efeito eletro-ótico linear (efeito Pockels) apresentada na seção 2.3, que é a base do funcionamento de grande parte dos moduladores de fase : a aplicação de um campo elétrico sobre um cristal não centro-simétrico [14] altera a configuração do elipsóide de índices de refração do material. Esta alteração consiste na variação do índice de refração relativo a cada eixo principal do elipsóide e/ou a rotação dos eixos do mesmo. A modulação do índice de refração neste caso é linear em relação ao campo elétrico externamente aplicado. Usaremos o cristal de LiNbO_3 além de outras

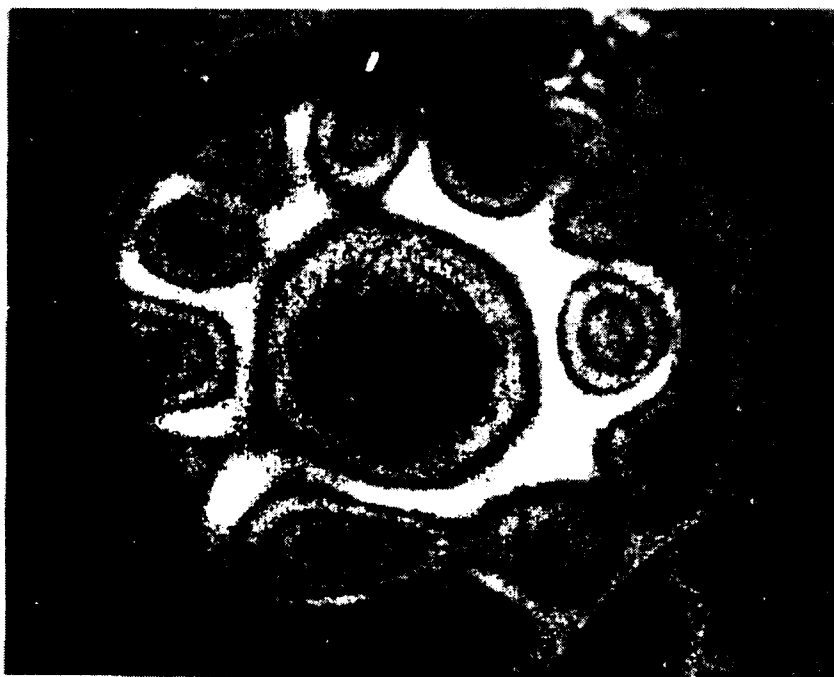


Figura 4.9: Padrão de franjas em média temporal de um alto-falante vibrando a 7,5kHz

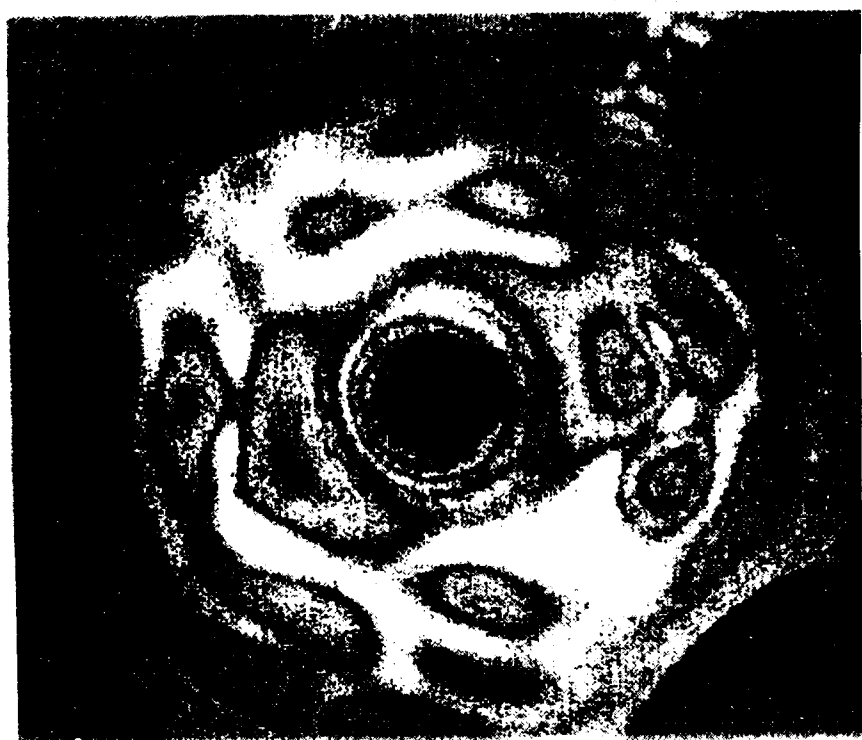


Figura 4.10: Padrão de franjas em média temporal de um alto-falante vibrando a 12kHz

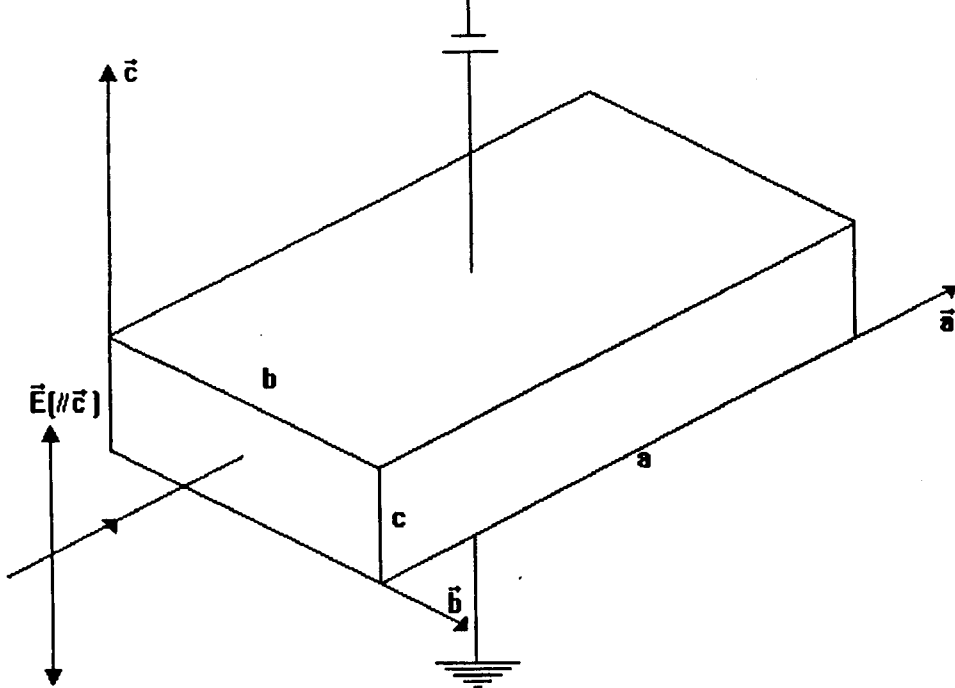


Figura 4.11: Orientação dos eixos do cristal de LiNbO_3 , com o campo elétrico aplicado paralelamente ao eixo $\vec{c}$

características da montagem utilizadas neste trabalho como exemplo. Consideremos o caso de um cristal de comprimento a , largura b e espessura c , orientados segundo os eixos cartesianos x , y e z , respectivamente, de acordo com a figura 4-11. O LiNbO_3 , na ausência de um campo externamente aplicado, é bi-refringente, e para este caso temos os eixos $\vec{a}$ e $\vec{b}$ com o índice de refração ordinário n_o e o eixo $\vec{c}$ com o índice de refração extraordinário n_e .

O tensor eletro-óptico do LiNbO_3 é dado por

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ r_{61} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

onde $r_{13} = 9,6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, $r_{23} = 6,8 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, $r_{33} = 30,9 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ e $r_{51} = 32,6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, para luz incidente de comprimento de onda do laser He-Ne (632,8 nm). Se o campo elétrico é aplicado paralelamente ao eixo cristalográfico $\vec{c}$ do cristal (v.

fig. 4-11), temos que a equação tensorial 2.31, com o auxílio da equação de elipsóide de índices, fornece os índices de refração relativos aos eixos x e z :

$$\frac{1}{n_x^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13}E \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{n_z^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E \quad (4.17)$$

De acordo com as transformações efetuadas no segundo capítulo, temos os valores dos índices $n_{x'}$ e $n_{z'}$ dados por

$$n_x = n_o - \frac{n_o^3}{2}r_{13}E \quad (4.18)$$

$$n_z = n_e - \frac{n_e^3}{2}r_{33}E \quad (4.19)$$

Para um feixe incidindo no cristal propagando-se paralelamente ao eixo $\vec{a}$ e com direção de polarização paralela a $\vec{c}$, temos que a fase δ deste feixe será afetada unicamente pelo índice de refração n_z :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}an_z \Rightarrow \quad (4.20)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}an_e - \frac{\pi}{\lambda}an_e^3r_{33}\frac{V}{c} \quad (4.21)$$

onde V é a tensão aplicada sobre o cristal conforme a fig. 4-11. O termo $(2\pi/\lambda)an_e$ é o chamado “bias óptico”, e o termo $(\pi a/\lambda)n_e^3r_{33}(V/c)$ o “bias elétrico”, que determina então a modulação de fase através da voltagem aplicada V . Um parâmetro importante para moduladores eletro-ópticos é a chamada tensão de meia-onda, definida como a diferença de potencial que deve ser aplicada ao cristal para que a onda sofra uma diferença de fase correspondente a π ao percorrer todo seu comprimento. Igualando-se o segundo termo da eq. 4.21 a π , tem-se que a tensão de meia-onda do modulador eletro-óptico para este caso é dada por

$$V_\pi = \frac{\lambda c}{an_e^3 r_{33}} \quad (4.22)$$

A importância do parâmetro V_π torna-se clara ao examinar-se a sua definição dada acima. A tensão de meia-onda possibilita a imediata conversão de voltagem em diferença de fase. Se a tensão V aplicada tem a forma $V(t) = V_o + V_d \cos \Omega t$, temos o caso de modulação senoidal de fase, sendo Ω a frequência angular de modulação. A equação 4.20 passa então a ser expressa na forma

$$\delta(t) = \delta_o - (\psi_o + \psi_d \cos \Omega t) \quad (4.23)$$

onde $\delta_o = (2\pi/\lambda)an_e$, ψ_o é o bias elétrico dado por $\pi(V_o/V_\pi)$, e ψ_d a amplitude de modulação de fase dada por $\pi(V_d/V_\pi)$.

Estabilização por combinação de PZT e modulador eletro-óptico (EOM-1)

Analisaremos nesta seção o desempenho de um sistema de auto-estabilização onde a modulação de baixa frequência responsável pela compensação de perturbações é feita pelo conjunto PZT-espelho e a modulação de alta frequência para a detecção seletiva do primeiro e segundo harmônicos da intensidade luminosa é feita por um modulador eletro-óptico. A montagem holográfica para este sistema híbrido está representada na figura 4-12. Apesar do uso do PZT, esta montagem dispensa o recurso representado na fig. 4-4, já que a modulação de alta frequência é feita neste caso exclusivamente pelo EOM-1. O feixe referência incide no modulador conforme descrito na seção anterior, propagando-se ao longo da direção $\vec{a}$ e tendo direção de polarização paralela ao eixo $\vec{b}$ do cristal de LiNbO_3 , que possui dimensões 30mm x 10mm x 10mm (a x b x c) e tensão de meia-onda para esta configuração em torno de 500 V. O campo elétrico é aplicado ao longo do eixo $\vec{c}$. A figura 4-13 mostra a evolução do segundo harmônico do registro holográfico não estabilizado de um alto-falante em um ensaio de holografia em média temporal, enquanto que a fig 4-14 é relativa a um registro holográfico do mesmo alto-falante em condições estabilizadas. Os "lock-in" utilizados para a detecção do primeiro e segundo harmônicos foram o modelo 124 e o modelo 5310, ambos da EG&G, respectivamente. Neste caso, $\Omega = 3 \text{ kHz}$, $\psi_d = 0,5 \text{ rd}$ e o tempo de integração foi de 300 ms.

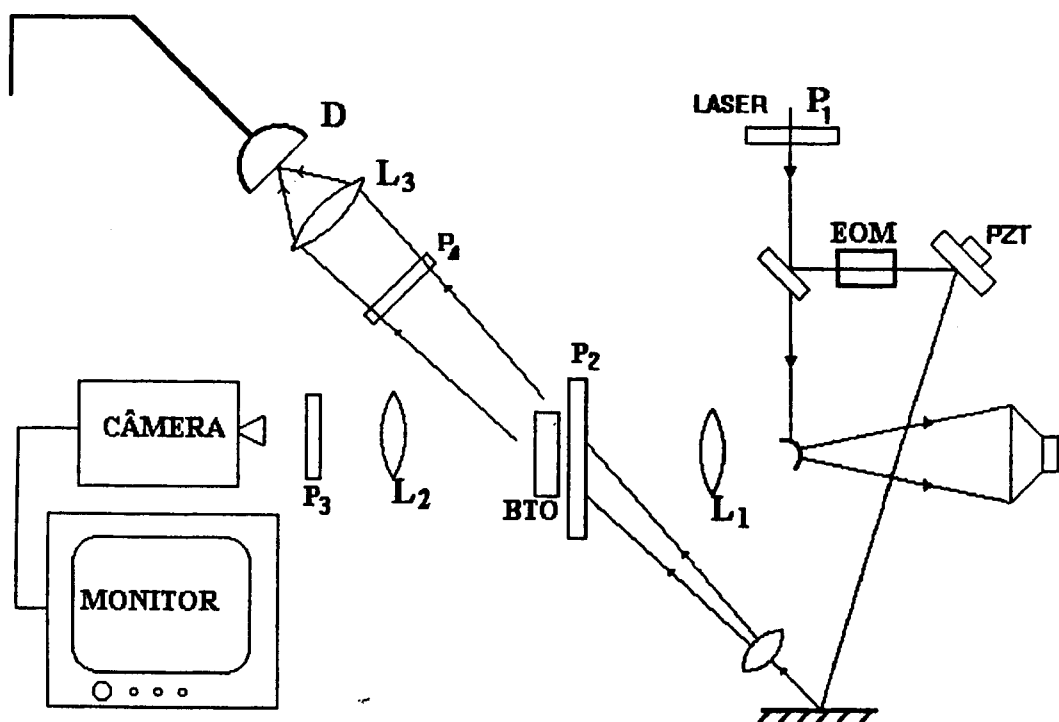


Figura 4.12: Montagem holográfica com a combinação EOM-1 + PZT-espelho

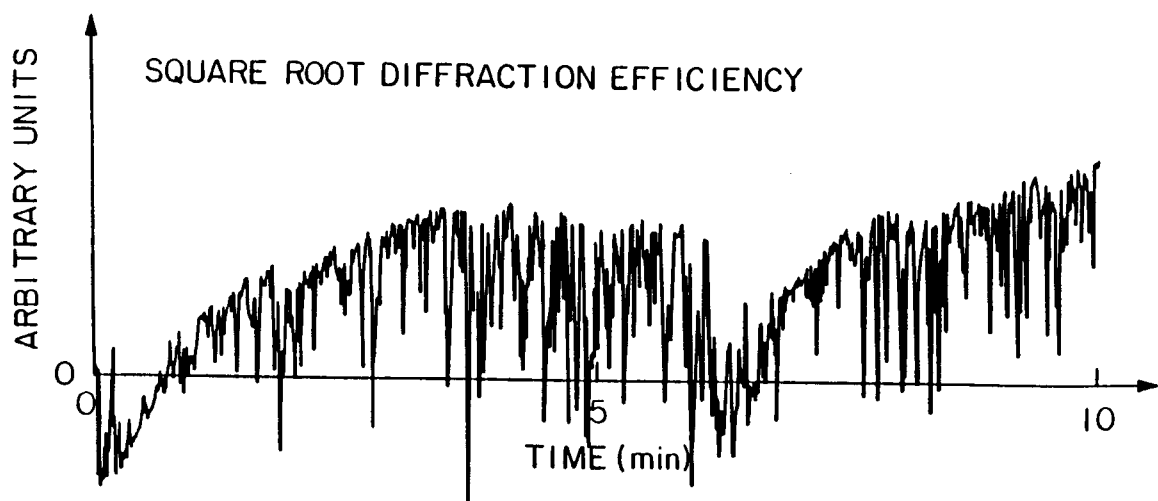


Figura 4.13: Evolução do sinal $I^{2\Omega}$ num registro não estabilizado

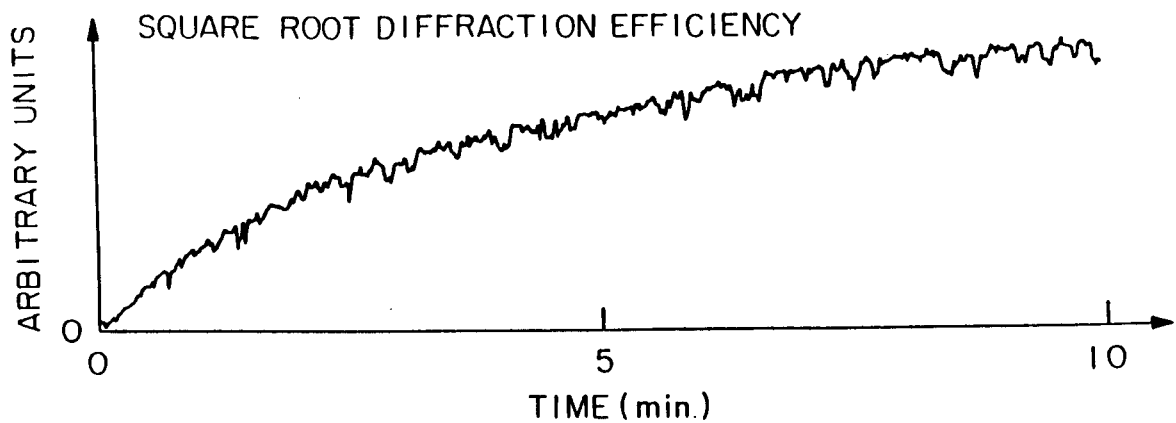


Figura 4.14: Evolução do sinal $I^{2\Omega}$ num registro estabilizado através da combinação EOM-1 + PZT

Esta alternativa para a prática da estabilização ativa elimina problemas de ressonância e acoplamento mecânico, uma vez que agora a modulação de fase de alta frequência não é feita mecanicamente [25]. O EOM-1 apresenta também uma gama maior de possibilidades quanto à escolha da frequência de trabalho Ω mais apropriada para a operação do sistema. O valor de Ω deve ser significativamente diferente da frequência que excita o objeto em estudo, caso contrário, a detecção dos primeiro e segundo harmônicos fica comprometida. O modulador também permite maior flexibilidade na seleção da amplitude de modulação de fase ψ_d , possibilitando deste modo uma melhor combinação entre ψ_d e o ganho do amplificador “lock-in”. O uso do PZT neste sentido apresenta limitações, uma vez que elevados valores de ψ_d poderiam causar ressonâncias com elementos da montagem óptica devido à sua modulação mecânica. A direção de polarização do feixe referência é ajustada pelo polarizador do próprio laser He-Ne, representado na figura 4-12 como P1. Este ajuste deve ser feito com extrema acuidade, de modo que a polarização do feixe incidente sobre o modulador seja exatamente paralela ao eixo $\vec{c}$ do cristal de LiNbO_3 . Se a direção de polarização (definida pelo campo elétrico da luz) tem uma componente na direção do eixo $\vec{b}$, esta componente estará sujeita ao índice de refração ordinário n_o e ao coeficiente eletro-óptico r_{13} do cristal, propagando-se então com velocidade menor do que a componente paralela a $\vec{c}$. A luz ao se propagar ao longo do cristal de LiNbO_3 terá portanto polarização levemente elíptica, com o vetor campo elétrico da luz tendo rotação alternadamente horária e anti-horária de frequência Ω , devido à tensão alternada aplicada sobre o modulador. Com isso, o resultado do acoplamento entre o feixe referência

transmitido e o feixe objeto difratado, atrás do polarizador P4, será um feixe modulado em amplitude com frequência Ω , sendo então coletado e detectado pelo amplificador “lock-in” sintonizado no primeiro harmônico. Como já foi discutido na seção anterior, este sinal de modulação de amplitude é extremamente prejudicial para a operação do sistema de estabilização, o que requer um ajuste preciso da direção de polarização do feixe referência. Um comportamento instável do cristal que compõe o modulador pode também comprometer o desempenho do sistema. As fontes de instabilidade podem ser, neste caso, de origem térmica, através da dilatação do cristal provocada por correntes térmicas na montagem, ou de origem fotorrefrativa, neste caso conhecida como “dano óptico”. A dilatação térmica do cristal de LiNbO_3 causa variações no caminho óptico percorrido pelo feixe, tornando modulação de fase irregular. Este efeito pode ser atenuado forçando-se uma distribuição de temperaturas uniforme ao longo de todo o cristal deixando-o imerso em líquido dielétrico, ou mudando-se a configuração do modulador [31]. O dano óptico é provavelmente provocado pelo fato de a intensidade do feixe referência ser relativamente alta quando este atinge o modulador. Deste modo, apesar de o cristal de LiNbO_3 não ser dopado, e de sua boa qualidade óptica, fenômenos como espalhamento e múltiplas reflexões no interior do cristal podem favorecer o surgimento de um efeito fotorrefrativo, devido à presença de eventuais impurezas, alterando índices de refração e provocando a rotação do elipsóide de índices.

Estabilização com modulador eletro-óptico (EOM-2)

A montagem holográfica que usa exclusivamente o EOM-2 para modulação tanto de alta quanto de baixa frequência é a mesma da representada na figura 4-12, com um espelho fixo no lugar do PZT. O cristal de LiNbO_3 usado no modulador possui dimensões 50mm x 2mm x 1mm (a x b x c) com uma tensão de meia-onda em torno de 50 V para esta configuração. O campo elétrico é aplicado ao longo do eixo $\vec{c}$ e a luz incide no cristal com direção de polarização paralela a $\vec{c}$, propagando-se ao longo de $\vec{a}$. Pode-se notar pela eq. 4.22 e pela pequena espessura do cristal utilizado neste caso, que a tensão de meia onda deste modulador é bem menor que a do modulador utilizado na seção anterior. Isto permite a utilização do modulador também para a correção de perturbações de baixa frequência,

já que um pequeno valor de tensão de meia-onda não requer tensões muito elevadas. O amplificador de alta tensão HV utilizado neste trabalho fornece tensões na faixa de 0 a 1000 V. O modulador usado nesta montagem apresenta o mesmo comportamento instável do descrito na seção anterior. Porém, o fato de o sistema trabalhar unicamente com o modulador eletro-óptico permite a quase total eliminação deste problema [32]. Neste caso, as fontes de instabilidade do cristal de LiNbO_3 podem ser tratadas da mesma maneira que as fontes de perturbações externas ao arranjo óptico, de maneira a serem compensadas pelo próprio sistema de estabilização ativa. Além disso, não há a necessidade de que a direção de polarização do feixe referência ao incidir no EOM seja exatamente paralela ao eixo $\vec{c}$, condição essencial para a operação do sistema no caso da seção anterior. Se apenas o EOM é utilizado, uma eventual modulação de amplitude causada por um ajuste inadequado não compromete o desempenho do sistema. Pode-se mostrar que um ajuste correto da tensão do “bias” pode anular o primeiro harmônico desta modulação de amplitude. Podemos analisar o comportamento do EOM de maneira independente. Consideremos que a direção de polarização do feixe incidente sobre o cristal de LiNbO_3 faça um ângulo ε com seu eixo $\vec{b}$, e que o eixo $\vec{c}$ do cristal faça um ângulo ϑ com o eixo do polarizador P2, conforme a fig. 4-5. Ao passar pelo EOM, a luz torna-se elipticamente polarizada devido à bi-refringência induzida no cristal de LiNbO_3 , adquirindo novamente polarização linear depois de passar por P2. Sendo R a amplitude do feixe, as componentes R_x e R_z à saída do cristal de LiNbO_3 são dadas então por $R\cos\varepsilon$ e $R\sin\varepsilon e^{i\delta'}$ respectivamente, onde δ' é a diferença de fase que surge entre R_x e R_z devido à bi-refringência induzida no cristal. Depois de passar por P2, o feixe R pode ter sua amplitude expressa por

$$R' = R(\cos\varepsilon\cos\vartheta + \sin\varepsilon\sin\vartheta e^{i\delta'}) \quad (4.24)$$

A luz modulada em amplitude que atinge o detector D da figura 4-12 pode ser então dada por

$$\begin{aligned} I_a &= |R\cos\vartheta\cos\varepsilon + R\sin\vartheta\sin\varepsilon e^{i\delta'}|^2 \Rightarrow \\ &= R^2(\cos^2\vartheta\cos^2\varepsilon + \sin^2\vartheta\sin^2\varepsilon + \frac{1}{2}\sin 2\vartheta\sin 2\varepsilon\cos\delta') \end{aligned} \quad (4.25)$$

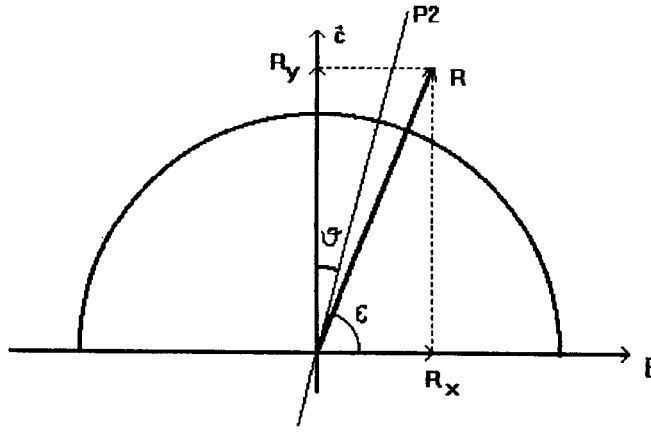


Figura 4.15: Feixe referência incidindo sobre o cristal de LiNbO₃ do EOM

A diferença de fase δ' pode ser dada de maneira análoga à expressão 4.23 :

$$\delta' = \delta'_o - (\psi'_o + \psi'_d \cos \Omega t) \quad (4.26)$$

onde deve-se levar em conta o fato de que a amplitude R tem neste caso componentes x e z , de modo que o “bias óptico” é dado por $\delta'_o = (2\pi a/\lambda)(n_o - n_e)$, o “bias elétrico” é $\psi_o = \pi V_o/V'_\pi$ e a amplitude de modulação é $\psi'_d = \pi V_d/V'_\pi$. A tensão de meia-onda V'_π possui deste modo contribuições dos índices n_o e n_e :

$$V'_\pi = \frac{c\lambda}{\pi a(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})} \quad (4.27)$$

Substituindo-se δ' na eq. 4.25, tem-se

$$I = R^2 [\cos^2 \vartheta \cos^2 \varepsilon + \sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon + \frac{1}{2} \sin 2\vartheta \sin 2\varepsilon [\cos(\delta'_o - \psi'_o) \cos(\psi'_d \cos \Omega t) - \sin(\delta'_o - \psi'_o) \sin(\psi'_d \cos \Omega t)]] \quad (4.28)$$

Através da eq. 4.2 pode-se obter as expansões para os termos $\cos(\psi'_d \cos \Omega t)$ e $\sin(\psi'_d \cos \Omega t)$ até o termo de segundo harmônico :

$$\cos(\psi'_d \cos \Omega t) = J_0 + 2J_2(\psi'_d) \cos(2\Omega t) \quad (4.29)$$

$$\sin(\psi'_d \cos \Omega t) = 2iJ_1(\psi'_d) \sin(\Omega t) \quad (4.30)$$

Substituindo-se 4.29 e 4.30 diretamente na eq. 4.28 obtém-se finalmente o primeiro e segundo harmônicos do sinal de modulação de amplitude :

$$I_a^\Omega = J_1\left(\pi \frac{V_d}{V'_\pi}\right) I_R^\circ \text{sen} 2\vartheta \text{sen} 2\varepsilon \text{sen} \left[\frac{2\pi a}{\lambda} (n_o - n_e) - \pi \frac{V_o}{V'_\pi} \right] \quad (4.31)$$

$$I_a^{2\Omega} = J_2\left(\pi \frac{V_d}{V'_\pi}\right) I_R^\circ \text{sen} 2\vartheta \text{sen} 2\varepsilon \cos \left[\frac{2\pi a}{\lambda} (n_o - n_e) - \pi \frac{V_o}{V'_\pi} \right] \quad (4.32)$$

onde I_R° é a intensidade do feixe incidente, desprezando-se qualquer absorção. A expressão para o primeiro harmônico mostra que o valor da voltagem V_o pode ser selecionado de modo que

$$\frac{2\pi a}{\lambda} (n_o - n_e) - \pi \frac{V_o}{V'_\psi} = \pm N\pi \quad (4.33)$$

sendo N inteiro. Desta maneira, nota-se que um melhor desempenho do sistema de estabilização pode ser obtido se V_o é ajustado de maneira a eliminar-se o sinal indesejável de modulação de amplitude no primeiro harmônico, mesmo que o ângulo ϑ não seja nulo. Se o sinal I_a^Ω é zero, a eq. 4.32 mostra que o segundo harmônico da modulação de amplitude será máximo. Na montagem holográfica, pode-se verificar a presença do sinal de amplitude cortando-se o feixe objeto e observando-se o sinal de primeiro harmônico em LA-1 devido ao feixe referência. Se este sinal não é nulo, trata-se de um sinal de amplitude, que pode ser então facilmente anulado ajustando-se o “bias” V_o .

As figuras 4-16 e 17 mostram as evoluções dos primeiro e segundo harmônicos I^Ω e $I^{2\Omega}$ num registro holográfico auto-estabilizado com o emprego do modulador eletro-óptico. Neste processo, a detecção do primeiro e segundo harmônicos foi feita pelos amplificadores da marca EG&G, modelos 5210 e 124, respectivamente, com tempo de integração de 300 ms, frequência de modulação de fase Ω igual a 1,5 kHz e com $\psi_d = 0,5$ rd. As figuras 4-18 e 4-19 mostram padrões de média temporal da superfície de um alto-falante de 6 cm de diâmetro em processos auto-estabilizados. Apesar de o EOM-2 apresentar um bom desempenho no sistema de auto-estabilização, suas dimensões reduzidas, principalmente a sua espessura, além da má qualidade de suas superfícies, dificultam o ajuste do feixe referência na montagem óptica, exigindo a utilização de uma objetiva para orientar a incidência do feixe no cristal de LiNbO_3 , além de uma lente convergente para permitir

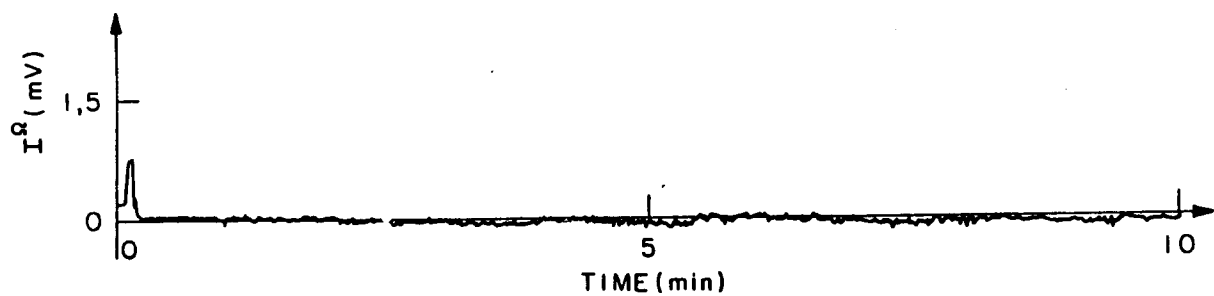


Figura 4.16: Evolução do primeiro harmônico I^{Ω} em registro estabilizado através do EOM-2

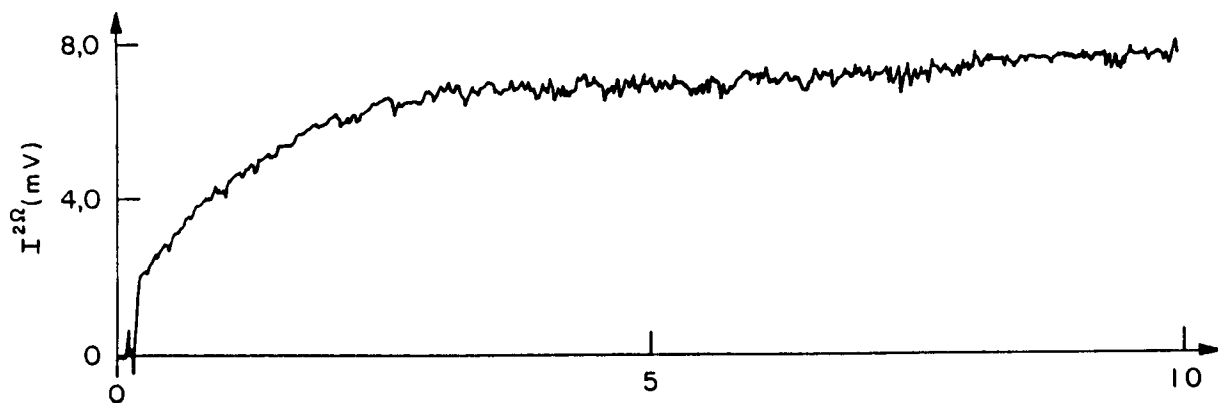


Figura 4.17: Evolução do segundo harmônico $I^{2\Omega}$ em registro estabilizado através do EOM-2



Figura 4.18: Padrão de franjas de um alto-falante em um ensaio de interferometria holográfica em média temporal, com o registro estabilizado através do EOM-2; $\omega/2\pi = 8,5kHz$

a sua incidência no cristal BTO . Mesmo com o uso destes elementos, a perda de uma considerável quantidade de luz torna-se inevitável, de modo que o feixe referência não é tão intenso ao atingir o cristal BTO, além de apresentar um perfil irregular. Para se compensar a perda de intensidade, diminui-se as dimensões da secção reta do feixe quando este incide no cristal BTO, o que limita as dimensões da superfície a ser analisada.

4.2 Comentários e comparações

As figuras 4-7, 14, 16 e 17 mostram que a utilização de um sistema de estabilização ativa pode melhorar significativamente o processo de registro holográfico, permitindo a obtenção de imagens holográficas estáveis e de boa qualidade. O sistema foi testado em ambientes onde o registro holográfico seria extremamente comprometido em condições de estabilização simplesmente passiva. Compararemos nesta seção o desempenho das diferentes alternativas utilizadas para promover a estabilização, enumerando suas vantagens e desvantagens. O uso do PZT-espelho apresenta a vantagem de não comprometer a qualidade óptica e o perfil do feixe referência nem de apresentar perdas, permitindo um



Figura 4.19: $\omega/2\pi = 10kHz$

registro holográfico mais rápido devido à considerável intensidade luminosa do feixe ao atingir o cristal BTO, além de uma imagem holográfica de boa qualidade. O caráter mecânico da modulação feita pelo PZT se constitui porém numa limitação, devido à possibilidade do surgimento de ressonâncias e acoplamento mecânico. Isto restringe as possibilidades de escolha da amplitude de modulação de fase ψ_d mais adequada para que as condições 4.13 e 4.14 sejam válidas. O arranjo baseado na combinação PZT-EOM consegue eliminar os problemas acarretados pela modulação mecânica de alta frequência apontados no parágrafo anterior. Porém, o comportamento instável característico do modulador eletro-óptico de LiNbO_3 dificulta extremamente o funcionamento do sistema de auto-estabilização, havendo o surgimento de sinais de modulação de amplitude que obrigam que a operação de estabilização seja frequentemente interrompida e reiniciada, devido ao processo descrito na seção 4.1.1. Além disso, este arranjo possui a óbvia desvantagem de requerer o uso de dois amplificadores de alta voltagem HV, um alimentando o PZT e o outro, o EOM.

O uso do exclusivo modulador eletro-óptico apresenta vantagens em relação às demais alternativas, tanto em relação à modulação de alta quanto à de baixa frequência, reunindo também as suas virtudes. A modulação de fase de alta frequência pelo EOM-2 baseia-se na variação do índice de refração do cristal LiNbO_3 , não apresentando os problemas

relacionados à modulação feita mecanicamente. O fato de o EOM-2 poder trabalhar com uma gama de frequências muito maior que o PZT-espelho lhe confere uma resposta muito mais rápida para a correção de perturbações em baixas frequências, de modo que o seu desempenho é superior ao do PZT em situações onde as perturbações são mais acentuadas. Apesar do comportamento instável do cristal de LiNbO_3 , o uso exclusivo do EOM é a única alternativa capaz de minimizar os problemas relacionados a sinais de modulação de amplitude, de acordo com a eq. 4.32. Assim, pode-se ajustar o “bias” V_o de modo a eliminar o sinal de amplitude de modulação.

CAPÍTULO 5

Interferometria holográfica em média temporal

Neste capítulo analisaremos o processo de obtenção de hologramas de superfícies vibratórias por média temporal e faremos a interpretação do padrão de franjas obtido para a medição das amplitudes de vibração. Estudaremos posteriormente este método numa montagem holográfica auto-estabilizada, analisando o comportamento do sistema de auto-estabilização para o caso em que tanto o feixe referência quanto o objeto são modulados em fase. A técnica de holografia por média temporal foi introduzida por Powell e Stetson [5] em 1965, usando como meio de registro filmes de emulsão fotográfica. Posteriormente surgiram trabalhos aplicando esta técnica usando-se cristais fotorrefrativos : Huignard e Micheron [33], Marrakchi e Huignard [34] em cristais BSO mediante aplicação de campo elétrico externo, Kamshilin e Petrov [23] em cristais BTO, valendo-se das propriedades de difração anisotrópica deste cristal.

5.1 Holografia em média temporal com feixe referência não modulado

Exporemos a teoria que descreve o surgimento do padrão de franjas na superfície vibratória considerando inicialmente apenas a modulação em fase do feixe objeto, conforme o tra-

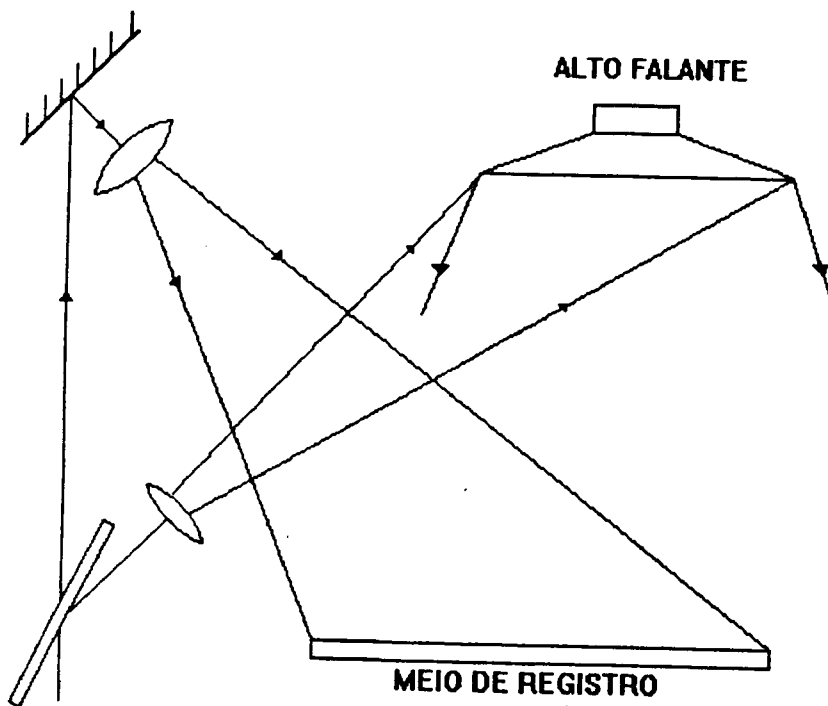


Figura 5.1: Arranjo holográfico para interferometria em média temporal

balho original [5]. Um superfície vibrando harmonicamente num arranjo holográfico é iluminada conforme a figura 5-1. Na figura 5-2, o ângulo θ_1 é o ângulo de incidência e o ângulo θ_2 o ângulo de observação. Um ponto (x, y) da superfície vibra de acordo com $z(x, y, t) = A(x, y) \cos \omega t$, sendo $z(x, y, t)$ o deslocamento deste ponto, $A(x, y)$ a amplitude de vibração deste ponto e ω a frequência angular de vibração do objeto. A diferença de caminho óptico Γ sofrida pelo feixe objeto quando o ponto (x, y) se desloca será, de acordo com a figura 5-2,

$$\Gamma = A(x, y)(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad (5.1)$$

de modo que a fase δ dependente do tempo pode ser dada por

$$\delta(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \Gamma(t) = \frac{2\pi}{\lambda} A(x, y)(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cos \omega t \quad (5.2)$$

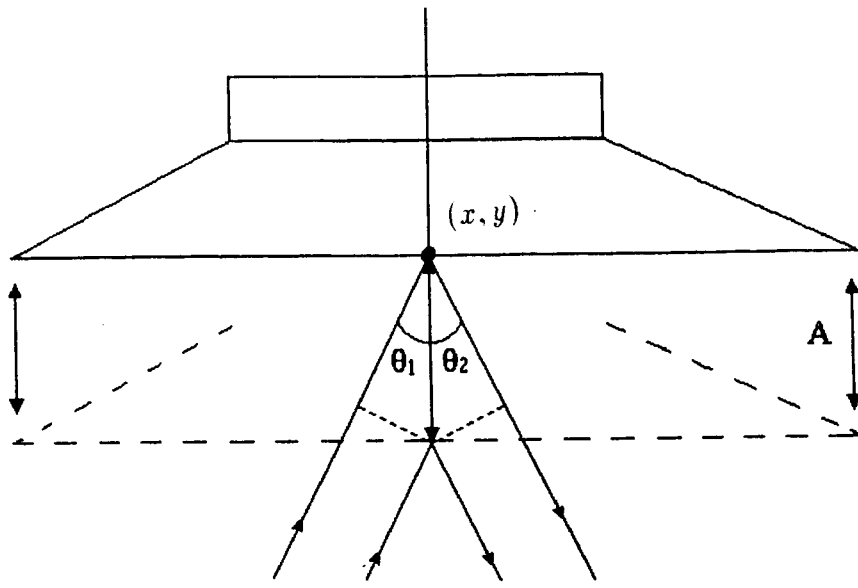


Figura 5.2: Detalhe da incidência do feixe que ilumina o objeto vibratório

De acordo com a teoria de ondas acopladas vista no segundo capítulo, a intensidade da onda que possui a informação sobre a imagem holográfica do objeto ao emergir do cristal pode ser dada por

$$I = | S_o \text{sen} \varphi e^{i\Delta(t)} + i R_o < \sqrt{\eta} > \cos \varphi |^2 \quad (5.3)$$

onde $\Delta(t) = \pi/2 + \delta(t)$, levando-se em conta que o registro holográfico foi feito em regime de difusão, e φ o ângulo entre o eixo do polarizador P3 da fig. 3.6 e a direção de polarização do feixe objeto transmitido. O termo $< \sqrt{\eta} >$ indica a média temporal da raiz quadrada da eficiência de difração. Sendo o feixe objeto modulado em fase, contraste m do padrão de interferência é dado por $m(t) = m_o \exp(i\psi_a \cos \omega t)$, de maneira que a expressão para a eficiência de difração 3.34 pode ser reescrita como

$$\eta = \left(\frac{n_o^3 r_{41} E_{sc}}{2\lambda \cos \alpha} \frac{\text{sen} \rho_o L}{\rho_o L} \right)^2 m_o^2 [\exp(i\psi_a \cos \omega t)]^2 \quad (5.4)$$

sendo $\psi_a \equiv (2\pi/\lambda)A(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$. Deste modo, a raiz quadrada da eficiência de difração pode ser expressa como $\sqrt{\eta} = \sqrt{\eta'} \exp(i\psi_a \cos \omega t)$. O termo η' corresponde à eficiência de difração do holograma quando nenhum dos feixes é modulado em fase. A média temporal de $\sqrt{\eta}$ é escrita por

$$\langle \sqrt{\eta} \rangle = \sqrt{\eta'} \frac{1}{\tau_{sc}} \int_0^{\tau_{sc}} m_o \exp(i\psi_a \cos \omega t) dt \quad (5.5)$$

onde τ_{sc} é o tempo de gravação do holograma definido no segundo capítulo, sendo que a condição para a validade da eq. 5.5 é que $\tau_{sc} \gg \omega^{-1}$. Da expansão de $\exp(i\psi_a \cos \omega t)$ dada pela eq. 4.2, tem-se que a integral em 5.6 resulta em

$$\begin{aligned} \langle \sqrt{\eta} \rangle = & \frac{\sqrt{\eta'}}{\tau_{sc}} \left[\int_0^{\tau_{sc}} J_0(\psi_a) dt + 2i \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\tau_{sc}} J_{2n-1}(\psi_a) \sin[(2n-1)\omega t] dt + \right. \\ & \left. 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\tau_{sc}} J_{2n}(\psi_a) \cos 2n\omega t dt \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

A média relativa aos termos oscilantes no tempo (seno e cosseno) será nula, de modo que a média temporal de $\sqrt{\eta}$ pode ser dada por

$$\langle \sqrt{\eta} \rangle = \sqrt{\eta'} J_0(\psi_a) \quad (5.7)$$

O desenvolvimento da eq. 5.3 fornece a intensidade do feixe difratado, que contém a informação sobre a imagem holográfica :

$$I = I_R \eta' J_0^2(\psi_a) \quad (5.8)$$

onde o polarizador P3 é orientado de maneira a fazer $\varphi = 0^\circ$ na eq. 5.3, bloqueando então o feixe objeto transmitido e permitindo a observação somente do feixe difratado. Através da equação 5.8, obtém-se o padrão de interferência em média temporal que fornece a distribuição de amplitudes de vibração da superfície. O gráfico da figura 5-3 mostra o comportamento da intensidade $I \propto J_0^2$ em função da amplitude de vibração ψ_a da superfície. Vê-se claramente que, para regiões onde $\psi_a = 0$, a intensidade do padrão de interferência é máxima, correspondendo às regiões nodais de vibração da superfície. As franjas escuras do padrão de média temporal de um alto-falante vibrando a 7,5 kHz mostrado na figura 5-4 correspondem a valores de ψ_a na eq. 5.8 que anulam a função J_0^2 . A figura 5-5 relaciona as raízes da função de Bessel de ordem zero. A região 0 assinalada na fig. 5-4 pode ser identificada como uma região nodal, por ser nitidamente mais intensa que as demais. As franjas escuras que contornam a região 0, identificadas como região 1,

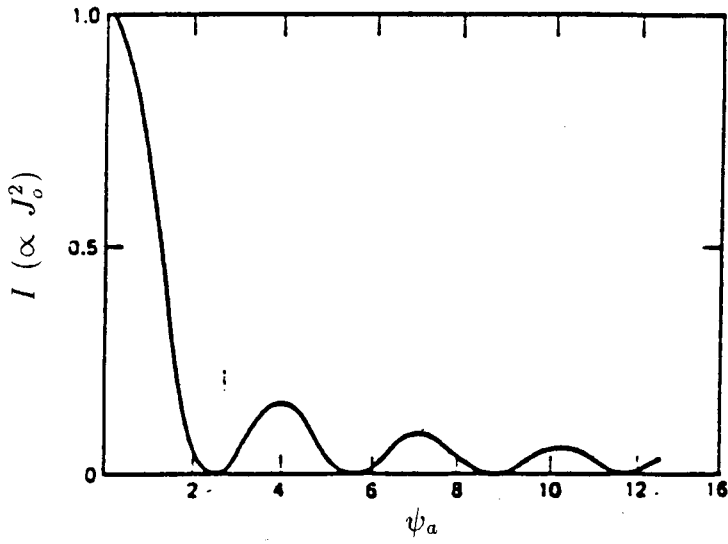


Figura 5.3: Intensidade da imagem holográfica $I (\propto J_o^2)$ em função da amplitude de vibração da superfície

constituem o primeiro zero da função de Bessel J_o . Deste modo, $\psi_{a1} = 2,404$. As franjas que compreendem a região 2 estão relacionadas com a segunda raiz de J_o , de modo que $\psi_{a2} = 5,520$ e a região 3 corresponde a valores de $\psi_{a3} = 8,654$. As amplitudes de vibração das regiões 1, 2 e 3 são obtidas através da expressão para ψ_a . Na montagem utilizada neste trabalho e representada na fig. 3-2, $\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = 1$ e $\lambda = 632,8nm$, de modo que $A_1 \simeq 0,12\mu m$, $A_2 \simeq 0,28\mu m$ e $A_3 \simeq 0,58\mu m$.

N	ψ_a	N	ψ_a
1	2,4048	6	18,0710
2	5,5200	7	21,2116
3	8,6537	8	24,3524
4	11,7915	9	27,4934
5	14,9309	10	30,6346

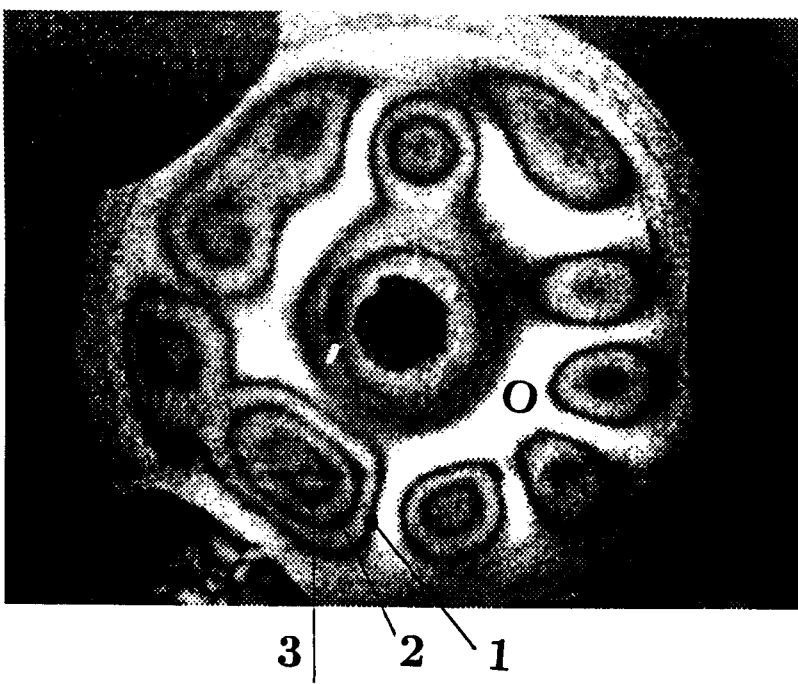


Figura 5.4: Padrão de franjas em média temporal de um alto-falante vibrando a 7,5 kHz. As amplitudes de vibração das regiões assinaladas são $A_0 = 0$, $A_1 = 0,12\mu m$, $A_2 = 0,28\mu m$ e $A_3 = 0,58\mu m$

5.2 Holografia em média temporal com feixe referência modulado em fase

Neste seção estudaremos a configuração utilizada neste trabalho, onde tanto a luz espalhada pelo objeto quanto o feixe utilizado como referência são modulados em fase. Como foi visto no capítulo anterior, este último é modulado em alta frequência de modo a permitir a operação do sistema de auto-estabilização da montagem holográfica através da detecção seletiva do primeiro e segundo harmônicos. Esta análise visa avaliar o efeito da modulação do feixe referência sobre a imagem holográfica, bem como permitir a escolha apropriada da amplitude de modulação do feixe referência. Sendo ψ_d a amplitude de modulação do feixe referência, a eq. 5.3 toma a forma

$$I = | S_o \sin \varphi e^{i\Delta(t)} + i R_o \cos \varphi < \sqrt{\eta} > \exp(i\psi_d \sin \Omega t) |^2 \quad (5.9)$$

O feixe referência é modulado a uma frequência angular Ω , e o objeto vibra a uma frequência angular ω , de modo que a eficiência de difração que leva em conta a modulação

em fase dos dois feixes é dada por

$$\begin{aligned}
\sqrt{\eta} &= \sqrt{\eta'} \exp[i(\psi_a \text{sen} \omega t + \psi_d \text{sen} \Omega t)] \\
&= \sqrt{\eta'} [J_0(\psi_a) + 2iJ_1(\psi_a) \text{sen} \omega t + 2J_2(\psi_a) \cos 2\omega t + \dots] \times \\
&\quad [J_0(\psi_d) + 2iJ_1(\psi_d) \text{sen} \Omega t + 2J_2(\psi_d) \cos 2\Omega t + \dots]
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Através do desenvolvimento da eq. 5.10 e das identidades

$$\cos(N\Omega t) \cos(n\omega t) = \frac{1}{2} \{ \cos[(N\Omega + n\omega)t] + \cos[(N\Omega - n\omega)t] \} \tag{5.11}$$

$$\text{sen}(N\Omega t) \text{sen}(n\omega t) = \frac{1}{2} \{ \text{sen}[(n\omega + N\Omega)t] + \text{sen}[(n\omega - N\Omega)t] \} \tag{5.12}$$

$$\text{sen}(N\Omega t) \cos(n\omega t) = \frac{1}{2} \{ \text{sen}[(n\omega + N\Omega)t] - \text{sen}[(n\omega - N\Omega)t] \} \tag{5.13}$$

onde n e N são inteiros, pode-se escrever a eficiência de difração como (explicitando harmônicos superiores em ω e Ω) :

$$\begin{aligned}
\sqrt{\eta} &= \sqrt{\eta'} [J_0(\psi_a) [J_0(\psi_d + 2iJ_1(\psi_d) \text{sen} \Omega t + 2J_4(\psi_d) \cos 4\Omega t] + \\
&\quad J_0(\psi_d) J_2(\psi_a) \cos 2\omega t + 2J_2(\psi_d) J_2(\psi_a) \cos[(2\omega + 2\Omega)t] + \cos[(2\omega - 2\Omega)t] + \\
&\quad 2J_2(\psi_a) J_4(\psi_d) \cos[(2\omega + 4\Omega)t] + \cos[(2\omega - 4\Omega)t] + \\
&\quad 2J_1(\psi_a) J_1(\psi_d) \cos[(\omega + \Omega)t] - \cos[(\omega - \Omega)t] + \\
&\quad 2J_1(\psi_a) J_3(\psi_d) \cos[(\omega + 3\Omega)t] - \cos[(\omega - 3\Omega)t] + \\
&\quad 2J_1(\psi_d) J_3(\psi_a) \cos[(\Omega + 3\omega)t] - \cos[\Omega - 3\omega)t] + \dots]
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Pode-se ver claramente que os termos da forma $\cos[(n\omega \pm N\Omega)t]$ constituem o batimento obviamente originado do fato de que as frequências de modulação dos dois feixes são diferentes. Este batimento pode comprometer a qualidade da imagem holográfica, ou mesmo prejudicar o registro holográfico no cristal BTO, caso $|\Omega - \omega| \simeq \tau_{sc}^{-1}$. Porém, em condições experimentais típicas, o valor de Ω pode ser facilmente selecionado de modo que $|\Omega - \omega| \gg \tau_{sc}^{-1}$, ou seja, as frequências de batimento são muito mais altas do que a frequência de gravação do holograma, e o efeito de batimento torna-se portanto irrelevante.

Observando-se a eq. 5.14, conclui-se que a média temporal da eficiência de difração pode ser dada por

$$\langle \eta \rangle = J_o^2(\psi_a) J_o^2(\psi_d) \eta' \quad (5.15)$$

Pela equação acima fica claro que a presença de um segundo feixe modulado em fase pode diminuir levemente a eficiência de difração do holograma devido à presença do termo $J_o(\psi_d)$. Observando-se a eq. 5.8, vemos que a intensidade da imagem reconstruída do objeto vibratório passa a ser dada neste caso por

$$I = I_o \eta' J_o^2(\psi_a) J_o^2(\psi_d) \quad (5.16)$$

Comparando-se as equações 5.8 e 5.16, nota-se que a presença de um feixe referência modulado em fase nas condições já relacionadas não altera a distribuição do padrão de franjas em média temporal da superfície vibratória, apenas diminui a intensidade global da imagem holográfica, uma vez que $J_o(\psi_d) < 1$, para $\psi_d \neq 0$.

Calcularemos agora os termos de primeiro e segundo harmônico utilizados para a operação e monitoração do processo de estabilização ativa com ambos os feixes modulado em fase. O desenvolvimento da eq. 5.9 leva à expressão

$$I = R_o^2 \cos^2 \varphi + S_o^2 \sin^2 \varphi < \eta > -$$

$$R_o S_o < \sqrt{\eta} > \sin 2\varphi \sin(\phi + \psi_a \sin \omega t - \psi_d \sin \Omega t) \quad (5.17)$$

Procedendo-se do mesmo modo que no capítulo anterior, obtém-se as expressões para o primeiro e segundo harmônicos da intensidade detectada :

$$I^\Omega = 2J_o(\psi_a)J_1(\psi_d) < \sqrt{\eta} > \sqrt{I_R I_S} \sin 2\varphi \cos \phi \quad (5.18)$$

$$I^{2\Omega} = 2J_o(\psi_a)J_1(\psi_d) < \sqrt{\eta} > \sqrt{I_R I_S} \sin 2\varphi \sin \phi \quad (5.19)$$

Lembrando que $< \sqrt{\eta} > = \sqrt{\eta'} J_o(\psi_a) J_o(\psi_d)$, os sinais I^Ω e $I^{2\Omega}$ são finalmente escritos como

$$I^\Omega = 2J_o^2(\psi_a)J_o(\psi_d)J_1(\psi_d)\eta' \sqrt{I_R I_S} \sin 2\varphi \cos \phi \quad (5.20)$$

$$I^{2\Omega} = 2J_o^2(\psi_a)J_o(\psi_d)J_2(\psi_d)\eta' \sqrt{I_R I_S} \sin 2\varphi \sin \phi \quad (5.21)$$

Das expansões para $J_o(\psi_d)$ e $J_1(\psi_d)$,

$$J_o(\psi_d) \simeq 1 - \frac{\psi_d^2}{2} + \frac{\psi_d^4}{64} \quad (5.22)$$

$$J_1(\psi_d) \simeq \frac{\psi_d}{2} - \frac{\psi_d^3}{16} \quad (5.23)$$

pode-se determinar o valor da amplitude de modulação de fase ψ_d para o qual o sinal de primeiro harmônico – que constitui o “sinal de erro” do sistema de auto-estabilização – é máximo. Um elevado valor de I^Ω favorece a operação do sistema, como requerem as equações 4.13 e 4.14. Através da condição

$$\frac{\partial}{\partial \psi_d} [J_o(\psi_d)J_1(\psi_d)] = 0 \quad (5.24)$$

tem-se que $\psi_d^{max} \simeq 1,02rd$. Contudo, a utilização deste valor de amplitude de modulação para a operação do sistema de auto-estabilização diminui a intensidade da imagem holográfica. Pela equação 5.16 temos que, para $\psi_d = 1,02rd$, $I \simeq 0,57 I_R \eta' J_o^2(\psi_a)$.

Comparando-se este resultado com o da eq. 5.8, onde não há modulação do feixe referência, vê-se que o valor de ψ_d^{max} , apesar de permitir o melhor funcionamento do sistema, diminui consideravelmente a intensidade da imagem obtida. A escolha cuidadosa de um menor valor de ψ_d pode, portanto, propiciar ao mesmo tempo um registro holográfico estável e uma imagem holográfica de intensidade razoável, e esta escolha pode ser facilmente feita durante a própria operação de estabilização, através do ajuste da voltagem senoidal V_d que alimenta o dispositivo modulador de fase da montagem holográfica.

As equações 5.20 e 5.21 nos mostram o resultado já esperado de que o fato de os dois feixes serem modulados em fase não altera a dependência entre o primeiro harmônico e a defasagem ϕ entre o holograma e o padrão de interferência, de modo que a operação do sistema de auto-estabilização é praticamente a mesma. A diferença deste caso em relação à situação analisada no capítulo anterior é o surgimento do termo $J_o^2(\psi_a)$ em I^Ω e $I^{2\Omega}$, relacionado logicamente ao padrão de média temporal. Este termo traz uma consequência importante no que se refere à maneira com que o sinal luminoso deve ser detectado. Quando o feixe objeto não é modulado em fase, o sinal I^Ω é dado pela eq. 4.6 e a sua detecção é usualmente feita da seguinte maneira : apenas uma pequena secção do feixe expandido que atinge o detector D mostrado na fig. 4-2 é realmente coletada, pois o detector possui uma área útil significativamente menor do que a área da secção reta total do feixe. Isto pode ser extremamente útil para se minimizar o efeito de deslocamento lateral do feixe – problema típico de modulação efetuada por PZT-espelho – coletando-se apenas da parte central da secção reta do mesmo. Além disso, a equação 4.6 mostra que a detecção de apenas uma parte do feixe não implica de maneira alguma em perda de informação. Porém, em um experimento de holografia em média temporal, em que o feixe objeto também é modulado em fase e possui ao longo de sua superfície diferentes amplitudes de vibração, este procedimento não é o mais apropriado, devido ao termo $J_o^2(\psi_a)$ no sinal de primeiro harmônico. Este termo faz com que a intensidade I^Ω tenha o mesmo perfil do padrão de interferência da superfície vibratória. Assim, fazendo-se uma detecção local, corre-se o risco de coletar uma região do feixe na qual $J_o^2(\psi_a)$ é mínimo, correspondendo a uma franja escura no padrão de média temporal, o que compromete

a operação de auto-estabilização. A solução para este problema é o uso de uma lente convergente que concentre todo o feixe na área útil do fotodetector, de modo que tanto os mínimos quanto os máximos de I^Ω sejam detectados.

CAPÍTULO 6

Conclusões

- Comentários sobre o trabalho :

O interferômetro para a análise de vibração de superfícies desenvolvido neste trabalho tem a característica de agregar pela primeira vez, para o nosso conhecimento, uma série de técnicas já conhecidas : a utilização de cristais fotorrefrativos para a técnica de interferometria em média temporal é conhecida desde o trabalho de Huignard e Micheron [33], bem como métodos de modulação de fase; as técnicas de registro holográfico auto-estabilizado também vêm sendo bastante utilizadas para a caracterização de materiais fotossensíveis, como fotorresinas e cristais fotorrefrativos [35, 27]. A principal contribuição deste trabalho é portanto a utilização, até então inédita, de um sistema de auto-estabilização para o registro holográfico de superfícies vibratórias, utilizando cristais fotorrefrativos produzidos no Brasil, com lasers He-Ne de potência relativamente baixa (de 10 a 30mW). Esta combinação visa reunir as qualidades de cada técnica para a obtenção de um conjunto compacto e eficiente. A princípio, um laser de alta potência possibilitaria um registro holográfico em um tempo bastante curto, de modo que as dificuldades relativas à instabilidade da montagem holográfica estariam sanadas; é bem sabido, porém, que lasers de potência mais elevada são demasiado grandes (caso dos lasers de He-Ne ou Argônio), o que diminui a praticidade do interferômetro, ou demasiado caros (como os lasers de estado sólido que emitem em frequência dobrada por geração de segundo harmônico). Assim, a utilização do sistema de registro holográfico auto-estabilizado permite

o emprego de lasers menores e mais baratos e ao mesmo tempo possibilita a obtenção de interferogramas de

boa qualidade.

Através deste interferômetro foram produzidos hologramas em ensaios de média temporal para a análise de superfícies vibratórias. O cristal BTO, como meio de registro holográfico, mostrou-se ideal para a prática da mistura de duas ondas na obtenção de interferogramas em tempo quase real. Suas propriedades de difração anisotrópica, mostradas no capítulo 3, propiciam a separação dos feixes difratado e transmitido à saída do cristal, de modo a permitir que apenas a imagem holográfica seja observada, o que garante a boa visibilidade do padrão de franjas formado sobre a superfície. Através de resultados derivados da teoria de ondas acopladas de Kogelnik, foi possível avaliar-se a relação de intensidades ótima entre o feixe referência e o feixe objeto, de modo a permitir a máxima intensidade da imagem holográfica.

As características da tinta retro-refletora usada para cobrir as superfícies dos alto-falantes utilizados nos ensaios foram de significativa importância, no sentido de se aproveitar ao máximo a luz espalhada pelo objeto em estudo e compensar a baixa eficiência de difração do cristal BTO. A utilização desta tinta determinou a configuração da montagem óptica, particularmente do caminho do feixe que ilumina o objeto, como foi visto no capítulo 3. Apesar da configuração ser um pouco diferente das usadas tradicionalmente em montagens holográficas, esta alteração não comprometeu absolutamente o desempenho do arranjo. Deve-se notar, contudo, que o uso em excesso desta tinta, assim como de qualquer outra, altera significativamente o comportamento de membranas vibratórias, sendo portanto recomendável a aplicação apenas de uma fina camada sobre a superfície em estudo.

O sistema de auto-estabilização da montagem óptica foi estudado no capítulo 4. Este sistema permitiu o registro de hologramas e a obtenção de imagens holográficas estáveis em ambientes relativamente perturbados. Foram analisadas três alternativas de modulação do feixe referência para a operação do sistema : o conjunto PZT-espelho, a combinação PZT e modulador eletro-óptico e o modulador eletro-óptico isoladamente. Este último apresentou o melhor desempenho, por sua rápida resposta, por não realizar a modulação

de alta frequência mecanicamente, impedindo assim o surgimento de ressonâncias e acoplamentos, e por possuir a característica de compensar o seu próprio comportamento instável. Para a garantia de um bom funcionamento, o EOM deve possuir uma baixa tensão de meia-onda, além de uma boa qualidade óptica, de maneira a não alterar o perfil do feixe referência. O capítulo 5 abordou a teoria de interferometria holográfica em tempo real, para a interpretação dos interferogramas obtidos. Foi estudada a configuração em que os dois feixes interagentes são modulados em fase, sua influência sobre a imagem holográfica e sobre a operação do sistema de auto-estabilização. Este estudo determinou a escolha da melhor alternativa para a detecção do feixe responsável pela operação do sistema, focalizando-se o mesmo sobre toda a área útil do foto-detector, e estabeleceu critérios para a seleção do valor da amplitude de modulação do feixe referência.

- Perspectivas :

Os resultados obtidos neste trabalho apontam na direção da construção de um arranjo óptico compacto, montado sobre uma mesa rígida (cerca de $0,5 \text{ m}^2$), relativamente leve, utilizando como fonte de luz um laser He-Ne de baixa potência, de modo que todo o conjunto tenha dimensões reduzidas, podendo ser transportado sem grandes dificuldades. O interferômetro desenvolvido presta-se à análise de vibrações de pequenas superfícies, cuja área é limitada não só pela potência do laser utilizado, como também pela superfície do cristal sobre a qual incidem os feixes interagentes e pelas características do arranjo óptico.

O interesse da aplicação deste interferômetro reside no estudo da vibração de dispositivos piezoelétricos e de alto-falantes, entre outros. No caso de alto-falantes, aos quais foi dedicada especial atenção neste trabalho, a análise dos modos de vibração e da resposta a frequências de excitação é de extrema importância para a caracterização e para o controle de qualidade do produto. Dispositivos que diferem entre si quanto a suas dimensões, materiais, etc, devem apresentar diferentes respostas a frequências e amplitudes de excitação. A análise quantitativa e qualitativa da distribuição de amplitudes de vibração do alto-falante através do interferômetro desenvolvido permite portanto o rápido levantamento de suas características.

Para a melhoria das condições de trabalho do interferômetro, é de vital importância que as perdas de luz sejam reduzidas ao máximo, haja visto a baixa eficiência de difração do BTO. Com isto, aumenta-se a intensidade da imagem holográfica, facilitando-se assim a interpretação do interferograma, além de se permitir registros holográficos mais rápidos. É fundamental, portanto, que as superfícies dos vários elementos da montagem possuam “coating” anti-refletor, de maneira a minimizar as perdas que ocorrem notadamente no modulador eletro-óptico e no próprio cristal BTO, devido a seu alto índice de refração. Uma alternativa interessante para a solução deste problema, e que também seria útil para tornar o arranjo mais flexível, é o uso de fibras ópticas monomodo para a orientação dos feixes na montagem. A utilização de fibras dispensaria o uso de espelhos, de modo que o problema de perdas não se tornaria tão crítico, e facilitaria significativamente o trabalho de direcionamento de feixes em uma montagem óptica compacta. O modulador de feixes para alta e baixa frequência poderia ser feito enrolando-se uma parte da fibra óptica em um cilindro feito de cerâmica piezoelétrica [36]. A variação de volume do cilindro provoca a mudança de comprimento da fibra, e portanto altera o caminho óptico do feixe referência. O problema da modulação mecânica abordado no capítulo 4 quase não ocorre neste caso, já que, quanto maior o número de voltas da fibra em torno do cilindro, menor deverá ser a variação do seu volume.

Referências

- [1] G. von Bally, , *Proceedings, ICO Jerusalem 1976 International Conference on Holography and Optical Data Processing*.
- [2] H. Marwitz, “*Praxis der Holographie*”, Expert Verlag (1990).
- [3] C.J.D. Pickering, N.A. Halliwell, “*The Laser Vibrometer: a Portable Instrument* ”, *J. S. Vib.* **107**, 471 (1986).
- [4] A. A. Freschi, A. A. Kamshilin, J. Frejlich, . “Velocimetria Doppler para a medida da resposta à frequência de fotodetectores”. In *XV Encontro Nacional de Física da Materia Condensada, ANAIS DE ÓPTICA* 112 maio 1992.
- [5] R. L. Powell, K. A. Stetson, “*Interferometric Vibration Analysis by Wavefornt Reconstruction*”, *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 1593 (1965).
- [6] A. A. Friesem, Y. Katzir, Z. Rav-Noy, B. Sharon, “*Photoconductor-thermoplastic devices for holographic nondestructive testing*”, *Opt. Eng.* **19**, 659 (1980).
- [7] Kare Hogmoen, Ole J. Lokberg, “*Detection and Measurement of Small Vibrations Using Electronic Speckle Pattern Interferometry*”, *Appl. Opt.* **16**, 1869 (1977).
- [8] D. von der Linde, A. M. Glass, “*Photorefractive Effects for Reversible Holographic Storage of Information*”, *Appl. Phys.* **8**, 85 (1975).
- [9] D.B. Neumann, H.W. Rose, “*Improvement of Recorded Holographic Fringes by Feedback Control*”, *Appl. Opt.* **6**, 1097 (1967).
- [10] J. Frejlich, L. Cescato, G. F. Mendes, “*Analysis of an active stabilization system for a holographic setup*”, *Appl. Opt.* **27**, 1967 (1988).

- [11] P. A. M. dos Santos, J. Frejlich, “*Cristais Fotorrefrativos para Holografia em Tempo Real*”, *Rev. Fis. Apl. Inst.* **2** (1987).
- [12] D. L. Staebler, J. J. Amodei, “*Coupled-Wave Analysis of Holographic Storage in LiNbO_3* ”, *J. Appl. Phys.* **43**, 1042 (1972).
- [13] A. Marrakchi, R. V. Johnson, Jr. A. R. Tanguay, “*Polarization Properties of Photorefractive Diffraction in Electrooptic and Optically Active Sillenite Crystals (Bragg Regime)*”, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 321 (1986).
- [14] A. Yariv, *Optical Electronics*, Holt, Rinehart and Winston 3rd. international edition (1985).
- [15] F. S. Chen, J. T. LaMacchia, D. B. Fraser, “*Holographic Storage in Lithium Niobate*”, *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968).
- [16] J. J. Amodei, W. Phillips, D. L. Staebler, , *IEEE J. QE* **7**, 321 (1971).
- [17] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, V. L. Vinetskii, “*Holographic Storage in Electrooptic Crystals. I. Steady State*”, *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979).
- [18] P. Günter, “*Holography, coherent light amplification and optical phase conjugation with photorefractive materials*”, *Physics Reports* **93**, 199 (1982).
- [19] S. Stepanov, P. Petrov, *Photorefractive Materials and Their Applications I, Topics in Applied Physics*, volume 61, P. Günter and J.-P. Huignard, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1988).
- [20] J. F. Nye, *Physical Properties of Crystals*, Oxford University Press (1979).
- [21] S. Mallick, D. Rouède, “*Influence of the Polarization Direction on Two-Beam Coupling in Photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$: Diffusion Regime*”, *Appl. Phys. B* **43**, 239 (1987).
- [22] H. Kogelnik, “*Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings*”, *Bell Syst. Tech. J.* **48**, 2909 (1969).

- [23] A. A. Kamshilin and M. P. Petrov, “*Continuous reconstruction of holographic interferograms through anisotropic diffraction in photorefractive crystals*”, *Opt. Comm.* **53**, 23 (1985).
- [24] E. Hecht, “*Optics*”, Wiley, New York (1981).
- [25] E. Barbosa, J. Frejlich, V. V. Prokofiev, H. Gallo, J. P. Andreeta, “*Adaptive Holographic Interferometry for Two-dimensional Vibrational Mode Display*”, *Opt. Eng.* **33**, 2652 (1994).
- [26] L. Cescato, G. F. Mendes, J. Frejlich, “*Stabilized holographic recording using the residual real-time effect in a positive photoresist*”, *Opt. Lett.* **12**, 982 (1987).
- [27] P. A. M. dos Santos, L. Cescato, J. Frejlich, “*Interference-term real-time measurement for self-stabilized two-wave mixing in photorefractive crystals*”, *Opt. Lett.* **13**, 1014 (1988).
- [28] J. Frejlich, “*Real-Time Photorefractive Hologram Phase-Shift Measurement and Self-Diffraction Effects*”, *Opt. Comm.* **107**, 260 (1994).
- [29] K. Biedermann S. Johansson, L.E. Nilsson, K. Kleveby, , *Proceedings, ICO Jerusalem 1976 Conference on Holography and Optical Data Processing (Pergamon, New York)*.
- [30] D.R. MacQuigg, “*Hologram Fringe Stabilization Method*”, *Appl.Opt.* **16**, 291 (1977).
- [31] F.S. Chen, “*Modulators for Optical Communications*”, *Proceedings of the I.E.E.E.* **58**, 1440 (1970).
- [32] E. Barbosa, L. S. Troncoso, J. Frejlich, “*Actively Stabilized Electrooptic Phase Modulator*”, *Elec. Lett.* **31**, 127- 129 (1995).
- [33] J. P. Huignard, J. P. Herriau, T. Valentin, “*Time average holographic interferometry with photoconductive electrooptic $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*”, *Appl. Opt.* **16**, 2796 (1977).
- [34] A. Marrakchi, J. P. Huignard, ” *Diffraction efficiency and energy transfer in two-wave mixing experiments with $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*”, *Appl.Phys.* **24**, 131-138 (1981).

- [35] A. A. Kamshilin, J. Frejlich, L. Cescato, "*Photorefractive Crystals for the Stabilization of the Holographic Setup*", *Appl. Opt.* **25**, 2375–2381 (1986).
- [36] D. A. Jackson, R. Priest, A. Dandridge, A. B. Tveten, "*Elimination of Drift in a Single-mode Optical Fiber Interferometer Using a Piezoelectrically Stretched Coiled Fiber*", *Appl. Opt.* **19**, 2926 (1980).