

Felipe Gustavo da Silva Santos

DESIGN E CARACTERIZAÇÃO DE JUNÇÕES ScS EM NIÓBIO

Campinas 2013

ii



Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física "Gleb Wataghin"

Felipe Gustavo da Silva Santos

DESIGN E CARACTERIZAÇÃO DE JUNÇÕES ScS EM NIÓBIO

Orientador: Amir Ordacgi Caldeira

Co-orientador: Newton Cesário Frateschi

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Física do Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Física.

VERSÃO FINAL ESTE EXEMPLAR CORRESPOND DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA ELO ALUNO FELIPE GUSTAVO DA SILVA SANTOS E ORIENTADA PERO PROF. DR. AMIR ORDACGI CALDEI CAMPINAS

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW UNICAMP

Santos, Felipe Gustavo da Silva,1989-Design e caracterização de junções ScS em nióbio / Felipe Gustavo da Silva Santos. -- Campinas, SP : [s.n.], 2013.
Orientador: Amir Ordacgi Caldeira. Co-orientador: Newton Cesário Frateschi. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".
1. Efeito Josephson. 2. Supercondutividade. 3. Dinâmica de vórtices. I. Caldeira, Amir Ordacgi, 1950- II. Frateschi, Newton Cesário, 1962- III. Universidade Estadual de

Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Design and characterization of ScS junctions in niobium Palavras-chave em inglês: Josephson effect Superconductivity Vortex dynamics Área de Concentração: Física Titulação: Mestre em Física Banca Examinadora: Amir Ordacgi Caldeira [Orientador] Frederico Borges de Brito Oscar Ferreira de Lima Data da Defesa: 10-05-2013 Programa de Pós-Graduação em: Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE FELIPE GUSTAVO DA SILVA SANTOS - RA 076237 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 10/05/2013.

COMISSÃO JULGADORA: Prof. Dr. Amir Ordacgi Caldeira - Orientador do Candidato DFMC/IFGW/UNICAMP Prof. Dr. Frederico Borges de Brito - FSC/USP

Prof. Dr. Oscar Ferreira de Lima - DFMC/IFGW/UNICAMP

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, incerto de sua natureza mas certo de sua existência, por me ajudar a perceber que essa loucura de viver tem um propósito. Agradeço também a minha família, por compreender, mesmo não concordando, minha postura não convencional (e às vezes anticonvencional) diante da vida.

Agradeço ao Prof. Amir Caldeira, meu orientador, não só pela sua contribuição ao trabalho mas também por me ajudar a criar uma visão diferente da ciência como um todo, em especial da "física fundamental". Agradeço também ao Prof. Newton Frateschi, coorientador do meu mestrado, pelas discussões e pela importantíssima contribuição ao trabalho. Igualmente, agradeço ao Prof. Kleber Pirota pela sua participação ativa no projeto.

Agradecimentos especiais ao Marcos Puydinger, com quem tenho o prazer de trabalhar desde o início do mestrado. Agradeço também a Carlos Salles Lambert, Antonio Von Zuben e Antônio Celso pela contribuição no processamento das amostras.

Agradeço também aos professores Oscar de Lima e Pascoal Pagliuso, pelas discussões e sugestões.

Um *muito obrigado* a todos os amigos, felizmente numerosos demais para serem listados aqui sem o risco de cometer uma injustiça, que me acompanharam e/ou que me conheceram durante a pós graduação, principalmente pela contribuição ao meu amadurecimento como pessoa.

Também agradeço a Emília, Geraldo e Oswaldo, da secretaria do DFMC, pela extrema boa vontade e competência com que me ajudaram sempre que precisei, e a Armando, Gilvani e Luciana, da secretaria da CPG, pelo auxílio com as burocracias relacionadas a bolsa, viagens, seminários e da própria entrega da dissertação.

Agradeço ao pessoal do LMBT e do LPD pelo apoio, especialmente nas fases iniciais, com a instrumentação utilizada.

Agradeço, ainda, ao CCS pelo auxílio na fabricação dos dispositivos e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

Dispositivos baseados em junções Josephson tem desempenhado um papel importante tanto em ciências básicas quanto aplicadas. Neste trabalho, descrevemos a fabricação e caracterização DC de junções Josephson do tipo ScS (superconductor-constrição-supercondutor). Os dispositivos exibem uma característica VI que concorda com o bem conhecido modelo RSJ (resistência nula abaixo de uma corrente crítica mas constante e não nula acima dessa corrente) para temperaturas ~ 2 K. Para temperaturas um pouco maiores, observamos vários estados resistivos na curva VI, os quais são tipicamente atribuídos ao fluxo de vórtices de Abrikosov no interior da constrição. As medidas, porém, também sugerem que este pode não ser o caso nesses dispositivos devido à pequena magnitude do campo magnético autoinduzido na constrição, se comparado aos campos típicos que a levariam ao estado misto.

Abstract

Josephson junction devices have played a role in fundamental and applied sciences. In this work, we report the fabrication and DC characterization of niobium Josephson junctions of the ScS (superconductor-constriction-superconductor) type. The devices exhibit a VI characteristic in accordance with the well known RSJ model (vanishing resistance below a critical current and constant nonzero resistance above it) for temperatures ~ 2 K. For slightly higher temperatures, we observe several resistive states in the VI curve which are usually attributed to the flow of Abrikosov vortices within the constriction. Our measurements, however, suggest that this might not be the case in these devices due to the smallness of the self-induced magnetic field in the constriction in comparison with the typical fields which drive it into the mixed state.

Sumário

Agradecimentos v	7 i				
Resumo v					
Abstract vi					
Conteúdo iz	x				
Lista de figuras x	ci				
Introdução	1				
1 Fundamentos I: Efeito Josephson 1 1.1 O supercondutor como um sistema quântico macroscópico 1 1.2 O efeito Josephson 1 1.2.1 Tipos de junção 1 1.3 Modelo RSJ e análogo mecânico 1 1.3.1 Característica VI sem flutuações térmicas 1 1.3.2 Influência de flutuações térmicas 1	2 2 4 5 9 0 2				
2 Fundamentos II: Vórtices em Supercondutores 13 2.1 Vórtices em supercondutores tipo II 14 2.2 Estrutura microscópica do estado misto 14 2.3 Movimento de vórtices e dissipação 14 2.3.1 Origem da viscosidade 2 2.3.2 Considerações finais sobre o movimento dissipativo de vórtices 2	3 5 9 1				
3 Fabricação 23 3.1 Preliminares 24 3.2 Processamento 24	3 3				
4 Caracterização e Discussão 33 4.1 Aparato de Medidas Elétricas em Baixa Temperatura 34 4.2 Resultados 34 Conclusões e Perspectivas 44	3 3 4 5				

Α	A Dinâmica macroscópica de um condensado		
	A.1	Equações de movimento	47
	A.2	Influência de uma fonte de corrente no efeito	
		Josephson	49
	A.3	Relação entre a dinâmica de vórtices e a da diferença de fase	50

Lista de Figuras

1.1	Comportamento da função de onda macroscópica devido ao efeito de proximi- dade em interfaces SN (esquerda) e junções SNS (direita).	7
1.2	Representação de uma junção ScS (ou ponte de Dayem).	9
1.3	Representação de circuito do modelo RSJ.	10
1.4	Potencial $U(\varphi)$, sentido pela partícula fictícia de coordenada φ do modelo RSJ, para $I < I_c, I = I_c \to I_c \to I_c$.	11
1.5	Característica VI prevista pelo modelo RSJ desprezando flutuações térmicas.	12
2.1	Curvas típicas de magnetização, M , e campo indução magnética, B , em função do campo intensidade magnética, H , em supercondutores tipo I e II	14
2.2	Comportamento de n_s , $B \in J$ ao redor de um filamento normal num super-	
2.3	condutor tipo II	16 18
3.1	Resumo das principais etapas de fabricação das junções ScS em nióbio . $\ .$.	24
3.2	Padrões geométricos gravados no filme de nióbio por litografia ótica e corrosão seca.	24
3.3	Medida de resistência em função da temperatura do filme de nióbio com cor-	
3.4	rente de 1 mA aplicada, antes da deposição de fotorresiste e etapas seguintes. Fotos em microscópio ótico das fitas de nióbio gravadas por litografia ótica e corrosão seca (acima) e medidas de resistência em função da temperatura das	26
3.5	mesmas (abaixo)	28
	saber, 100 μ Å e 1 mA), a curva é essencialmente a mesma, porém mais ruidosa.	30
3.6	Imagens de microscopia eletrônica das junções ScS fabricadas com corrente de gálio mais baixa, exibindo comportamento, losephson — vido capítulo 4	
	Todas têm 200 nm de comprimento por largura variável.	31
4.1	Resultados das medidas das características RT e VI (com $T = 2, 0$ K) da junção de 1 µm de largura. Região destacada na curva VI corresponde ao trecho que	
4.0	não concorda com a previsão do modelo RSJ sem flutuações térmicas, mas que pode ser compreendido com a introdução dessas flutuações	35
4.2	destruída pelas medidas elétricas.	36

4.3	Característica RT da junção de 500 nm de largura para vários valores de cor-	
	rente aplicada	37
4.4	Característica VI, apenas aumentando a corrente, da junção de 500 nm de	
	largura para várias temperaturas	38
4.5	Representação dos vórtices e antivórtices induzidos pela corrente de transporte	
	na constrição.	39
4.6	Característica VI de medidas posteriores às apresentadas na figura 4.4 na jun-	
	ção de 500 nm de largura. \ldots	40
4.7	Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com $T=2,00$	
	К	41
4.8	Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com $T=2,30$	
	К	41
4.9	Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com $T=2,50$	
	К	42

Introdução

Desde sua previsão em 1962 [1] e rápida confirmação em 1963 [2], o efeito Josephson tem desempenhado um importante papel na ciência, estando presente em estudos atuais de dinâmica de sólitons [3], implementação de bits quânticos [4], metrologia [6, 5], supercondutividade de alta temperatura crítica [7] e mecânica quântica de variáveis macroscópicas [8], entre outros exemplos.

Por outro lado, muito pouco foi explorado no Brasil no tocante à fabricação de dispositivos este efeito. Até onde sabemos, apenas dois grupos tentaram desenvolver trabalhos nessa linha. Um deles no Instituto Nacional de Metrologia, o INMETRO, que, em colaboração com o NIST (National Institute of Standards and Technology, EUA), estuda dispositivos baseados em redes de junções Josephsons capazes de gerar a definição mais precisa que a humanidade conhece do volt [5]. O outro grupo, trabalhando no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), explorou outra capacidade de medição com alta sensibilidade disponibilizada pelo efeito Josephson, agora no campo do magnetismo [9].

Neste trabalho, buscamos somar esforço a essas iniciativas. Além do evidente potencial científico e tecnológico da área, motivações específicas justificam a fabricação de dispositivos baseados no efeito Josephson em nosso instituto. As estruturas do Centro de Componentes Semicondutores (CCS) e do Instituto de Física "Gleb Wataghin" (IFGW) permitem que a fabricação e caracterização de dispositivos supercondutores ocorram inteiramente dentro da UNICAMP, uma vantagem que poucas instituições brasileiras têm.

Estudos de nanomagnetismo já ocorrem em laboratórios do IFGW, aos quais o desenvolvimento de instrumentação baseada no efeito Josephson pode contribuir a médio ou longo prazo. E há, ainda, trabalhos teóricos em informação e computação quântica e na mecânica quântica de variáveis macroscópicas ocorrendo em nossa instituição e que podem se beneficiar de eventuais desdobramentos deste trabalho.

A dissertação está estruturada da seguinte forma. O capítulo 1 é dedicado à discussão da física geral do efeito Josephson e de alguns resultados que se esperava reproduzir nas amostras fabricadas. O capítulo 2 discute algumas características magnéticas dos chamados supercondutores tipo II, as quais serão úteis para interpretar os dados experimentais das junções com fabricação e caracterização descritas nos capítulos 3 e 4, respectivamente. No capítulo 4 ainda discutimos possíveis interpretações das principais características dos dispositivos. Por fim, apresentamos Conclusões e Perspectivas desse trabalho. O apêndice trata de detalhes relevantes para a interpretação dos experimentos, mas utiliza conceitos não essenciais a um primeiro contato com o trabalho desenvolvido.

Capítulo 1 Fundamentos I: Efeito Josephson

Neste capítulo, apresentamos, de forma fenomenológica, alguns conceitos básicos do efeito Josephson. Nossa exposição é baseada principalmente nos livros de Barone e Paternò [10], Solymar [11] e Likharev [12].

1.1 O supercondutor como um sistema quântico macroscópico

Os fenômenos chave para o início da compreensão do estado supercondutor foram a descoberta de Onnes, em 1911, da existência de metais cuja resistividade saltava abruptamente para zero quando eram resfriados abaixo de um temperatura crítica, T_c , dependente do material em questão [13] e a descoberta, em 1933, de que esses materiais apresentavam diamagnetismo perfeito abaixo da temperatura crítica [14], fenômeno também conhecido como efeito Meissner. Em suma, esses dois trabalhos caracterizaram o supercondutor como um estado no qual o material conduz corrente elétrica sem dissipação e expulsa linhas de campo magnético do seu interior. É importante salientar que o comportamento magnético — e mesmo elétrico — do supercondutor muda dependendo da intensidade do campo aplicado, o que define os chamados campos críticos. Voltaremos a este ponto no capítulo 2.

A primeira descrição bem sucedida desses fenômenos foi a dada pelos irmãos London [15], em 1935, por meio de duas equações constitutivas que relacionam os campos elétrico, \vec{E} , e magnético, \vec{B} , com a densidade de corrente supercondutora (ou supercorrente), $\vec{J_s}$,

$$\frac{\partial \vec{J_s}}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}$$
$$\nabla \times \vec{J_s} = -\frac{n_s e^2}{mc} \vec{B}$$

onde c é a velocidade da luz, n_s a densidade de elétrons supercondutores (ou superelétrons), e a carga do elétron e m sua massa.

A primeira equação descreve a condutividade perfeita, isto é, a possibilidade de haver uma corrente constante sem a existência de um campo elétrico. Já na segunda, usando as equações

de Maxwell $\nabla \times \vec{B} = (4\pi/c)\vec{J_s}$ e $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ e a identidade $\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$, temos

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda^2} \vec{B} \tag{1.1}$$

onde $\lambda = (mc^2/4\pi n_s e^2)^{1/2}$ é denominado o comprimento de penetração de London. Note que a equação (1.1) descreve o efeito Meissner e ainda define a escala de comprimento, λ , em que um campo magnético pode penetrar num supercondutor antes de ser blindado. Uma equação similar vale para $\vec{J_s}$ com a mesma escala de comprimento, isto é, o comprimento de penetração de London define a que distância da superfície a distribuição de corrente se extende.

Partindo dessas equações, Fritz London mostrou que, do ponto de vista macroscópico, a ocorrência da supercondutividade necessariamente estaria associada a um ordenamento de longo alcance do valor médio local do momento [16] — uma quebra espontânea de simetria na linguagem mais atual —, e argumentou que tal ordem não poderia emergir de uma teoria puramente clássica, sendo obrigatoriamente uma manifestação da natureza quântica da matéria; a supercondutividade é um fenômeno quântico em escala macroscópica.

No espírito da quebra espontânea de simetria, Ginzburg e Landau desenvolveram uma teoria baseada na teoria de Landau de transições de fase de segunda ordem, na qual se introduz o chamado *parâmetro de ordem*, uma grandeza nula na fase dita desordenada e não nula na fase ordenada. No caso da supercondutividade, Ginzburg e Landau propuseram, em 1950, um parâmetro de ordem complexo e dependente da posição, $\psi(\vec{r})$, não nulo apenas no estado supercondutor [17], tal que $|\psi(\vec{r})|^2$ dá a densidade local de superelétrons. Por descrever o comportamento de um número macroscópico de elétrons supercondutores, $\psi(\vec{r})$ pode ser visto como uma *função de onda* para os elétrons. Nesse sentido, também nos referimos ao parâmetro de ordem como função de onda macroscópica¹.

Tendo esses conceitos em mente, o supercondutor pode ser considerado um sistema quântico macroscópico, um sistema de partículas de massa efetiva m^* e carga efetiva e^* que "condensam" num único estado quântico e podem ser descritas como um todo por uma única função de onda da forma

$$\psi(\vec{r}) = \sqrt{\rho(\vec{r})} e^{i\varphi(\vec{r})} \tag{1.2}$$

onde $\rho(\vec{r})$ é a densidade dessas partículas no estado quântico macroscopicamente populado e $\varphi(\vec{r})$ é a fase comum a todas as partículas numa vizinhança de \vec{r} (já que estão todas no mesmo estado quântico com a mesma energia).

Alguns anos mais tarde, em 1957, a teoria microscópica da supercondutividade formulada por Bardeen, Cooper e Schrieffer [18] deu maior fundamentação a essas conclusões, propondo ainda que as partículas responsáveis pela condensação eram pares de elétrons (tendo portanto carga efetiva $e^* = 2e$ e massa efetiva dependente da rede) ligados por uma interação atrativa mediada por vibrações da rede cristalina, isto é, por fônons. Além de reproduzir a já bem sucedida teoria de Ginzburg-Landau [19], a teoria BCS, como ficou mais tarde conhecida, era capaz de calcular a alta coerência entre os pares de Cooper, justificando o tratamento em termos da função de onda macroscópica.

¹A própria equação de movimento do parâmetro de ordem tem a forma de uma equação de Schrödinger de uma partícula em um potencial proporcional à densidade local, $|\psi(\vec{r})|^2$, na teoria de Ginzburg-Landau

Finalizando esta sessão, recuperamos dois resultados relacionados à função de onda macroscópica. Primeiro, como decorre diretamente da teoria de Ginzburg-Landau e, de forma mais geral, da conservação da probabilidade em mecânica quântica, a corrente $\vec{J_s}$ transportada pela função de onda pode ser escrita como

$$\vec{J_s} = \frac{e^*}{m^*} \left[\frac{i\hbar}{2} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) - \frac{e^*}{c} \vec{A} |\psi|^2 \right]$$

onde \vec{A} denota o potencial vetor, isto é, $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$. Em termos de ρ e φ , esta equação fica

$$\vec{J}_s = \rho \frac{e^*}{m^*} \left(\hbar \nabla \varphi - \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)$$
(1.3)

O segundo resultado relevante concerne à evolução temporal. Sob condições estacionárias, ψ evolui de acordo com a equação de Schrödinger,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi \tag{1.4}$$

onde E é, da teoria microscópica [19], duas vezes o potencial químico μ , isto é, a energia necessária para adicionar um par de Cooper ao sistema. Esta última afirmação pode também ser justificada por um argumento muito elegante originalmente proposto por Anderson no contexto mais geral de superfluidos [20] e brevemente discutido no apêndice A.

1.2 O efeito Josephson

Consideremos dois supercondutores acoplados. No limite em que esse acoplamento é muito fraco, um supercondutor essencialmente não percebe a presença do outro, e os dois evoluem como se estivessem isolados. No outro extremo, se esse acoplamento for muito forte, praticamente não há interface entre os dois materiais, isto é, eles têm a mesma fase e comportam-se como um único supercondutor. Entretanto, uma física mais rica é observada se esse acoplamento for fraco mas não desprezível, isto é, insuficiente para que a fase de um supercondutor fixe a fase do outro, mas suficiente para que haja *alguma* coerência de fase entre eles. É exatamente nesse contexto que Josephson previu, a partir da teoria microscópica da supercondutividade, os fenômenos que levam seu nome [1]. Porém, discutiremos uma derivação mais simples devido a Feynman [21], baseada num sistema de dois níveis.

Sejam S_E e S_D os supercondutores em questão — neste contexto, também denotados eletrodos —, descritos pelas funções de onda macroscópicas $\psi_E(\vec{r})$ e $\psi_D(\vec{r})$. Os estados localizados em cada eletrodo, descritos por estas funções de onda, são os dois níveis da abordagem de Feynman. Um acoplamento fraco entre eles pode ser descrito por termos não diagonais no hamiltoniano do sistema desacoplado e, com isso, a equação de movimento do sistema fica

$$i\hbar \frac{\partial \psi_E}{\partial t} = 2\mu_E \psi_E + K\psi_D$$
$$i\hbar \frac{\partial \psi_D}{\partial t} = 2\mu_D \psi_D + K^* \psi_E$$

onde K é uma constante de acoplamento entre os eletrodos e K^* denota seu conjudado. Utilizando a equação (1.2) nesta e separando as partes real e imaginária de cada equação obtida, temos

$$\dot{\rho}_E = \frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_E \rho_D} \operatorname{sen} \varphi = -\dot{\rho}_D \tag{1.5a}$$

$$\dot{\varphi}_E = -\frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_D}{\rho_E}} \cos \varphi - 2\mu_E \tag{1.5b}$$

$$\dot{\varphi}_D = -\frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_E}{\rho_D}} \cos \varphi - 2\mu_D \tag{1.5c}$$

onde $\varphi = \varphi_E - \varphi_D$.

Tomando $\rho_E = \rho_D = \rho = \text{constante}$, a equação (1.5a) dá uma densidade de corrente supercondutora $J \propto \dot{\rho}_E = -\dot{\rho}_D$, ou seja,

$$J = J_c \operatorname{sen}\varphi \tag{1.6}$$

onde $J_c \propto 2K/\hbar\rho$. A diferença entre as equações (1.5b) e (1.5c), por outro lado, nos dá $\hbar\dot{\varphi} = 2(\mu_D - \mu_E)$. Adimitindo que uma diferença de potencial V possa existir entre S_D e S_E , temos $\mu_D - \mu_E = eV$ e, portanto,

$$\dot{\varphi} = \frac{2eV}{\hbar} \tag{1.7}$$

Note que, apesar de considerarmos ρ_E e ρ_D constantes, suas derivadas temporais não são nulas. Essa contradição é eliminada se percebermos que não levamos em conta a presença de uma fonte responsável por realimentar os pares perdidos próximos à barreira. O estado estacionário do sistema com fonte deve ser tal que o fluxo de pares seja igual na fonte e na junção, isto é, ρ_E e ρ_D são constantes com J dado pela fonte e $J_c \operatorname{sen} \varphi$ pela junção. No apêndice A, apresentamos uma abordagem mais elegante levando a fonte de pares em conta.

As equações (1.6) e (1.7) são as equações constitutivas do efeito Josephson. Se $\dot{\varphi} = 0$, elas preveem a existência de uma componente de corrente supercondutora fluindo através do meio não supercondutor que acopla S_E a S_D , desde que sua densidade não exceda um valor máximo J_c ; este é o efeito Josephson DC. Para conduzir correntes acima desse valor nesse meio, outros mecanismos de transporte de carga, possivelmente dissipativos, entram em ação.

Por outro lado, se uma voltagem constante $V \neq 0$ for aplicada, temos uma corrente alternada com frequência $\omega_J = 2\pi\nu = 2eV/\hbar$; este é o chamado efeito Josephson AC. A razão entre frequência e voltagem é constante e dada por $\nu/V = 2e/h = 483, 6 \text{ MHz/}\mu\text{V}.$

1.2.1 Tipos de junção

Originalmente, Brian D. Josephson previu tais efeitos a partir de uma teoria microscópica, estudando o tunelamento de pares de Cooper através de uma barreira isolante (a chamada junção de tunelamento ou configuração SIS — supercondutor-isolante-supercondutor) muito menor que a escala típica de variação espacial do parâmetro de ordem, o chamado comprimento de coerência [1]. Essa previsão foi confirmada menos de um ano depois por Anderson e Rowell [2], valendo o prêmio Nobel de física de 1973 para Josephson. Porém, a dedução macroscópica que apresentamos sugere que qualquer contato fraco entre os eletrodos pode causar a coerência de fase característica do efeito Josephson e, consequentemente, a existência de uma corrente supercondutora entre os eletrodos. Além disso, como salientado por Anderson em 1963, o contato fraco possui outras características de um supercondutor [22] (como, por exemplo, uma fase Meissner, na qual campo magnético e corrente são restritas às proximidades da superfície do contato, e um estado misto, que permite coexistência de supercorrente e fluxo magnético no interior da junção), mas com parâmetros críticos menores, motivando o conceito mais geral de *supercondutividade fraca* para o fenômeno. Essas propriedades são bem exemplificadas no capítulo 12 do livro de Solymar [11].

Alguns autores preferem reservar os nomes *efeito Josephson* e *junção Josephson* apenas para a configuração SIS, nos quais os pares de Cooper necessariamente tunelam de um eletrodo para o outro, enquanto os termos *supercondutividade fraca* e *contato fraco* denotam as características macroscópicas e mais gerais do fenômeno, independente da forma como os portadores de carga se comportam microscopicamente. Nessa dissertação, não fazemos essa distinção e essas expressões são usadas como sinônimos.

Entretanto, as diferenças no comportamento microscópico das junções podem se manifestar em parâmetros macroscópicos, além de resultar em procedimentos de fabricação mais ou menos complicados. Por isso, vamos descrever os mecanismos responsáveis pelo estabelecimento do acoplamento fraco em alguns tipos de junção, mas de forma breve devido à diversidade de modelos microscópicos e de sua complexidade.

Características comuns a todas as formas de acoplamento

Quando $T \to T_c$, a teoria de Ginzburg-Landau é aplicável e, para um contato fraco unidimensional, reproduz as equações (1.6) e (1.7). Este modelo admite uma junção é tão pequena que φ é praticamente constante ao longo da junção, o que permite integrar (1.6) e obter uma relação entre correntes em vez de densidade de corrente

$$I_J = I_c \operatorname{sen}\varphi \tag{1.8}$$

onde I_J e I_c denotam as correntes cujas densidades são J e J_c .

Este limite permite obter uma expressão para a corrente crítica

$$I_c R_n \approx (T_c - T) \times 635 \ \mu \text{V/K} \tag{1.9}$$

onde R_n é a resistência do estado normal dos eletrodos, supostamente iguais.

Acoplamento por tunelamento: junção SIS

Como já salientado, esta foi a primeira configuração investigada teoricamente por Josephson e que obteve respaldo experimental de Anderson e Rowell. A geometria do dispositivo pode variar, mas sua fabricação sempre requer a deposição de três camadas de filmes finos, o primeiro e o último supercondutores e o segundo isolante (geralmente um óxido). É o tipo de contato mais usado em investigações do caráter quântico de variáveis macroscópicas [8], como bits quânticos supercondutores [4].



Figura 1.1: Comportamento da função de onda macroscópica devido ao efeito de proximidade em interfaces SN (esquerda) e junções SNS (direita).

O acoplamento fraco se forma pela possibilidade de pares de Cooper tunelarem coerentemente através da barreira isolante. A dependência da corrente crítica do efeito Josephson em função da temperatura e de parâmetros supercondutores é dada pela relação de Ambegaokar e Baratoff [23]

$$I_c = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \operatorname{tgh}\left(\frac{\Delta(T)}{2kT}\right)$$
(1.10)

que pode ser deduzida do mesmo modelo microscópico utilizado por Josephson. $\Delta(T)$ é o gap do supercondutor, a energia mínima de suas excitações elementares e metade da energia necessária para quebrar um par de Cooper em um par de exitações partícula-buraco, k é a constante de Boltzmann e R_n a resistência do estado normal dos eletrodos, supostamente do mesmo material, embora esta relação possa ser reescrita para materiais distintos — e de fato tenha sido originalmente proposta para esta condição. Também está contida a suposição de que φ não varia apreciavelmente ao longo da junção.

Recorrendo à forma assintótica de $\Delta(T)$ para $T \to T_c$, prevista pela teoria BCS, a equação (1.10) tende a (1.9), como esperado.

Acoplamento por efeito de proximidade: junções SNS e SS'S

Numa interface SN (supercondutor-metal normal), a teoria de Gor'kov da supercondutividade [19, 24], uma generalização da teoria BCS, pode ser usada para mostrar que há difusão de pares de Cooper de S para N e de elétrons normais de N para S [25, 26]. Com isso, a supercondutividade é enfraquecida no supercondutor e "transmitida" ao metal normal perto da interface, originando o *efeito de proximidade*, esboçado na figura 1.1 em função do parâmetro de ordem.

O tamanho da região em que esse efeito de interface ocorre é, tanto no supercondutor quanto no metal normal, da ordem do seu comprimento de coerência, $\xi_{N,S}$, e pode ser escrita em função do respectivo coeficiente de difusão eletrônico, $D_{N,S}$, como

$$\xi_{N,S} = \left(\frac{\hbar D_{N,S}}{2\pi kT}\right)^{1/2}$$

no limite sujo, $\ell \ll \xi_{N,S}$ (ℓ é o livre caminho médio eletrônico), no qual os detalhes microscópicos da interface não importam e a aproximação difusiva do movimento eletrônico é razoável.

Se o metal normal tiver uma fase supercondutora S' com temperatura crítica $T_{cN} < T_{cS}$, temos uma interface SS' para $T < T_{cN}$ que também sofre o efeito de proximidade, mas agora o comprimento de coerência em S' fica, para $T \ll T_{cN}$,

$$\xi_{S'} = \xi_N \left(1 + \frac{2}{\log(T/T_{cN})} \right)$$

Construindo um dispositivo de três camadas contendo um metal normal entre dois filmes supercondutores iguais, temos uma junção Josephson do tipo SNS. Uma análise baseada no limite sujo do efeito de proximidade, válida para $T_{cS} - T \ll T$ e camadas S e N maiores que o comprimento de coerência, recupera a expressão $I_J = I_c \operatorname{sen}\varphi$ com

$$I_c = (T_{cS} - T)^2 e^{-d_N/\xi_N}$$

onde d_N é a espessura da região normal. Esta expressão indica que, para baixas temperaturas, contatos fracos normais podem ser mais espessos que isolantes mantendo o efeito Josephson, embora o fenômeno seja suprimido mais rapidamente naquele do que neste com o aumento da temperatura.

A mesma estrutura SNS torna-se uma junção SS'S para $T < T_{cN}$. Nessas condições, o acoplamento fraco ainda é mediado pelo efeito de proximidade. Contudo, S' terá parâmetros críticos menores que os de S, de forma que mudanças de estado como as descritas no capítulo 2 possam competir com o efeito Josephson, mudando suas características típicas. Essa é uma peculiaridade que não ocorre nas junções SNS e SIS e está profundamente relacionada com a relação entre $I \in \varphi$ nesses dispositivos, que pode deixar de ser senoidal e se tornar multivalente [27].

A fabricação de dispositivos SNS e SS'S pode ser feita em três camadas, como o SIS, mas há várias restrições na escolha dos metais, entre elas a necessidade de não formarem compostos metálicos e de terem solubilidade mútua muito pequena para evitar difusão.

Há, ainda, outro tipo de estrutura que funciona pelo efeito de proximidade mas pode ser mais facilmente fabricada, com uma única camada de filme supercondutor, primeiramente estudada por Anderson e Dayem [28], representada na figura 1.2, usualmente denominada *ponte de Dayem* ou junção ScS (supercondutor-constrição-supercondutor). Este dispositivo é constituído de um filme supercondutor com uma constrição, de dimensões da ordem do comprimento de coerência do material, onde a supercondutividade é enfraquecida. Em função disso, dependendo do campo magnético e da corrente aplicadas, a constrição pode se comportar como um metal normal (dispositivo SNS) ou como um supercondutor de parâmetros críticos menores (dispositivo SS'S), com todas as propriedades inerentes a esses dois tipos de contato fraco.



Figura 1.2: Representação de uma junção ScS (ou ponte de Dayem).

Contatos do tipo ScS tem sido explorados especialmente para construção de magnetômetros baseados em aneis supercondutores interrompidos por uma ou mais junções Josephson [6] — os chamados SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Device) —, e que essencialmente exploram a dependência de I_c com o fluxo que atravessa a junção. Essa preferência deriva da facilidade de miniaturização de estruturas ScS, já que, rigorosamente, o SQUID só é capaz de medir o *fluxo* magnético no interior do anel e perpendicular ao seu plano, ou seja, a medida de *campo* é mais refinada

quanto menor a área interna ao dispositivo. Os detectores de campo magnético mais sensíveis já fabricados são baseados em SQUIDs, com sensibilidade de até 10^{-19} Wb/Hz^{1/2} com uma enorme largura de banda, se extendendo de medidas estáticas até aproximadamente 1GHz [29].

1.3 Modelo RSJ e análogo mecânico

Consideremos agora um sistema contendo uma junção Josephson alimentada por uma fonte de corrente, I, constante. Suponhamos, ainda, que a junção seja pequena o suficiente para que (1.8) valha.

Além de I_J , outras componentes de corrente podem existir numa junção. Embora uma compreensão completa da coexistência dessas componentes só possa ser alcançada através de uma teoria microscópica do efeito Josephson, podemos introduzir um modelo de parâmetros concentrados (*lumped model*) a partir de argumentos fenomenológicos. Consideraremos outras duas contribuições possíveis (figura 1.3):

- Corrente de deslocamento: em junções SIS, devido ao caráter probabilístico da transmissão de pares através da junção, haverá um excesso de carga em um dos supercondutores e, portanto, uma corrente de deslocamento I_D . Esta pode ser modelada por uma capacitância constante C, isto é, $I_D = C\dot{V}$, onde V é a voltagem na junção. Em junções SNS, SS'S e ScS, uma corrente dependente de \dot{V} também pode aparecer, mas devido ao movimento de vórtices de corrente na junção (ver cap. 2). Neste caso, uma descrição em função de uma capacitância efetiva também pode ser adequada embora não exista uma corrente de deslocamento propriamente dita.
- Corrente resistiva: além dos pares de Cooper, excitações elementares (ou quasipartículas) também podem atravessar a junção. Grosso modo, essas quasipartículas correspondem à quebra de pares originando elétrons que atravessam a junção mas, não pertencendo mais ao condensado, dissipam energia normalmente devido a processos de espalhamento no interior da junção. Modelaremos essa corrente de quasipartículas por uma resistência constante R, contribuindo com uma corrente $I_R = V/R$.

Somando essas três componentes, temos

$$I = I_c \operatorname{sen}\varphi + \frac{V}{R} + C\dot{V}$$

Podemos, ainda, adicionar flutuações térmicas ao modelo. Representando-as por um termo de corrente aleatória $I_F(t)$, encontramos a equação que descreve o famoso modelo RSJ [10, 12],

$$I = I_c \operatorname{sen}\varphi + \frac{V}{R} + C\dot{V} + I_F(t)$$





Figura 1.3: Representação de circuito do modelo RSJ.

$$I = I_c \operatorname{sen}\varphi + \frac{\hbar}{2eR}\dot{\varphi} + \frac{\hbar C}{2e}\ddot{\varphi} + I_F(t)$$
(1.11)

Esta equação corresponde ao movimento de uma partícula browniana fictícia em uma dimensão com coordenada φ num meio viscoso sob ação de um potencial

$$U(\varphi) = -I\varphi - I_c \cos\varphi \tag{1.12}$$

ilustrado na figura 1.4. Com base nessa analogia, podemos compreender muito da característica VI da junção Josephson, isto é, da curva de tensão média, \bar{V} , em função da corrente aplicada.

1.3.1 Característica VI sem flutuações térmicas

Se $I < I_c$, $U(\varphi)$ tem infinitos pontos de equilíbrio estável em $\varphi_n = \arcsin(I/I_c) + 2\pi n$ e instável em $\varphi'_n = \pi - \arcsin(I/I_c) + 2\pi n$. Logo, os únicos estados de equilíbrio estável têm φ constante e igual a um dos φ_n e, segundo (1.7), V = 0.

Conforme I cresce, a barreira de potencial entre dois pontos de equilíbrio estável adjacentes diminui e os φ_n tendem aos φ'_n . Em $I = I_c$, os pontos de equilíbrio estável e instável se aniquilam originando pontos de cela, que por sua vez desaparecem para $I > I_c$. Assim, não há ponto de equilíbrio estável para $I \ge I_c$ e a junção necessariamente estará num estado com $\dot{\varphi} \neq 0$.

Com isso, a componente de Josephson contribui apenas com um termo oscilatório de média nula. Como o termo de aceleração de (1.11) descreve a corrente num capacitor, é natural esperar que ele tenha uma componente DC desprezível após um tempo da ordem de RC e a corrente total, contribuindo também somente com um termo oscilatório de média nula. Com isso, o transporte *líquido* de carga se dá apenas pelo termo de corrente normal, ou seja,

$$\bar{\varphi} = \frac{2e}{\hbar}RI \Rightarrow \bar{V} = RI$$

As medidas da característica VI são feitas com I variando adiabaticamente, isto é, com frequência característica muito menor que a frequência de relaxação, 1/RC, a frequência de



Figura 1.4: Potencial $U(\varphi)$, sentido pela partícula fictícia de coordenada φ do modelo RSJ, para $I < I_c$, $I = I_c \to I_c$.

pequenas oscilações para $I < I_c$ e a frequência $\omega_J \gtrsim 2eRI_c/\hbar$, do efeito Josephson AC, todas tipicamente na faixa de microondas. O tempo de integração dos detectores deve respeitar uma restrição similar para garantir que a velocidade esteja aproximadamente constante. Contudo, mesmo a variação adiabática de corrente pode produzir efeitos de histerese, como ilustrado na figura 1.5, devido à metaestabilidade do estado dissipativo da junção para $I < I_c$.

Essa histerese é mais facilmente compreendida através do análogo mecânico. Ainda desprezando flutuações térmicas, suponhamos que o sistema é iniciado com I = 0, ou seja, a partícula fictícia tende a relaxar para um estado preso num dos mínimos de $U(\varphi)$ e o detector mede V = 0. Aumentando I, a partícula permanece presa até que a corrente chegue ao valor I_c , quando o potencial deixa de ter mínimos. A partir de então, a junção tende a relaxar para o estado dissipativo, com V = RI.

Se agora, partindo de $I > I_c$, a corrente for diminuída, o estado dissipativo é mantido com as mesmas características enquanto o potencial continuar sem mínimos. Assim que Idecresce abaixo de I_c , $U(\varphi)$ volta a possuir mínimos. Porém, a partícula fictícia não irá relaxar imediatamente para um deles.

À medida que se move na direção de φ crescente, há dissipação de energia cinética que pode ser representada por uma inclinação média $\alpha = -\overline{dT/d\varphi} > 0$, que deve depender dos parâmetros que governam a dissipação, $R \in C$, onde T representa a energia cinética. Por outro lado, para $I < I_c$, o potencial tem uma série de pontos de máximo que, por sua vez, formam uma reta de inclinação -I. A partícula só será presa num dos mínimos se $\alpha > I$, o que significa que a partícula será bloqueada por uma das barreiras de $U(\varphi)$ em função da perda de energia.

1.3.2 Influência de flutuações térmicas



Figura 1.5: Característica VI prevista pelo modelo RSJ desprezando flutuações térmicas.

Considerando a influência de um banho térmico através do termo aleatório $I_F(t)$ em (1.11), transições entre estados com V = 0 e $V \neq 0$ podem ocorrer. Elevando a corrente partindo de I = 0, surge uma probabilidade finita de que a partícula escape de um mínimo para $I < I_c$; a corrente em que a tensão na junção salta de 0 para um valor não nulo adquire um caráter estocástico.

Por outro lado, ainda para $I < I_c$, o sistema pode voltar a um mínimo do potencial partindo de um estado com $V \neq 0$ mesmo sem que a condição $\alpha > I$ seja obedecida. O balanço entre o tempo médio em que a junção fica em cada um desses estados depende obviamente da temperatura, mas também da dissipação, através de $R \in C$, e da probabilidade de transição, que deve depender da profundidade do poço em torno de cada mínimo de $U(\varphi)$, isto é, de I.

Além desses efeitos mais imediatos, o conhecimento do espectro de $I_F(t)$ permite prever outras modificações provocadas pelo banho térmico na característica VI [12].

Capítulo 2

Fundamentos II: Vórtices em Supercondutores

Como mencionado no capítulo 1, a resposta magnética de metais com fase supercondutora não depende apenas da temperatura crítica, mas também do campo magnético experimentado pelo material. De forma mais precisa, *o estado termodinâmico* do metal depende desses parâmetros, isto é, o ordenamento do estado supercondutor pode ser destruído tanto por elevação da temperatura quanto do campo magnético. De fato, a própria fase supercondutora pode apresentar respostas *qualitativamente* diferentes a campos magnéticos antes que a supercondutividade seja completamente destruída, dependendo dos detalhes do metal. Por estarmos interessados no comportamento de junções supercondutor-constrição-supercondutor, de forma que a própria constrição pode apresentar fase supercondutora, os efeitos de campos na junção, sejam externos, autoinduzidos ou consequência de efeitos de borda nas interfaces supercondutor-constrição, podem ser importantes.

Por outro lado, o próprio efeito Josephson pode ser interpretado em função do movimento de linhas de fluxo no interior da junção, algo que em muitos aspectos lembra a dinâmica de linhas de fluxo que pode ocorrer nos chamados supercondutores tipo II.

Com essa motivação, este capítulo é dedicado à revisão de alguns aspectos da relação entre supercondutividade e magnetismo, com foco em fenômenos detectáveis por medidas de tensão em função da corrente. Para discussões mais gerais, o leitor é recomendado a livros clássicos de supercondutividade como os de Tinkham [30], De Gennes [31], Saint-James [32] e Abrikosov [33].

2.1 Vórtices em supercondutores tipo II

No que diz respeito à resposta magnética no equilíbrio termodinâmico, os supercondutores são usualmente classificados em dois tipos, ilustrados na figura 2.1 [34]. Os chamados supercondutores de tipo I apresentam diamagnetismo perfeito até que o campo magnético alcance um valor crítico, H_c , dependente da temperatura, a partir do qual a amostra se torna um metal normal, com magnetização desprezível. Este campo crítico define também a energia de condensação $H_c^2/8\pi$, que mede o ganho energético por unidade de volume da fase



Figura 2.1: Curvas típicas de magnetização, M, e campo indução magnética, B, em função do campo intensidade magnética, H, em supercondutores tipo I e II.

supercondutora em relação à normal¹.

Já os chamados supercondutores tipo II exibem condutividade e diamagnetismo perfeitos para campos menores que H_{c1} , o primeiro campo crítico, tornam-se metais normais para campos acima de H_{c2} , o segundo campo crítico, mas apresentam ainda chamado *estado misto* para campos entre H_{c1} e H_{c2} , caracterizado pela condutividade perfeita e diamagnetismo *imperfeito*, isto é, algumas linhas de campo conseguem atravessar a superfície do metal e se estabilizar em seu interior. Também se pode definir um campo crítico termodinâmico H_c a partir da energia de condensação, que sempre obedece $H_{c1} < H_c < H_{c2}$, embora nada de especial aconteça nele.

À luz da teoria de Ginzburg-Landau, estes dois tipos de comportamento decorrem da competição entre duas escalas de comprimento citadas no capítulo 1, o comprimento de penetração, λ , que descreve as distâncias típicas em que um campo magnético varia apreciavelmente no interior do supercondutor em equilíbrio termodinâmico, e o comprimento de coerência, ξ , relacionada à variação espacial do parâmetro de ordem no equilíbrio. Se $\lambda \ll \xi$, o parâmetro de ordem não consegue acompanhar as variações do campo magnético, sendo energeticamente desfavorável a criação de pequenas regiões normais no material. Embora possa existir, dependendo da geometria da amostra (ou, mais precisamente, do seu fator de desmagnetização), o chamado estado intermediário, no qual há coexistência de regiões nor-

¹Adotamos as definições usuais de $\vec{H} \in \vec{B}$, com \vec{B} sendo o campo de divergente nulo responsável pela força de Lorentz e $\vec{H} = -4\pi \vec{M} + \vec{B}$, onde \vec{M} é a magnetização.

mais e supercondutoras na mesma amostra, estas regiões são sempre *macroscópicas*. Este é o comportamento observado em supercondutores tipo I.

No outro extremo, se $\lambda \gg \xi$, passa a ser conveniente que, para campos intensos, o parâmetro de ordem varie rapidamente em regiões de campo praticamente constante, permitindo que as linhas de campo penetrem e destruam a supercondutividade localmente. O estado intermediário deixa de ser energeticamente favorável, dando lugar ao chamado *estado misto*, que não é uma fase de coexistência, mas um único estado termodinâmico que mantém a ordem de longo alcance embora não apresente o efeito Meissner. Isto caracteriza os supercondutores tipo II.

De forma mais precisa, a resposta magnética de um supercondutor depende da tensão superficial de interfaces supercondutor-metal normal. Se esta for positiva, não é conveniente que existam interfaces no material e só há coexistência de fases normal e supercondutora se, por efeitos de desmagnetização ou mesmo pela distribuição do campo externo aplicado, o campo magnético variar entre valores superiores e inferiores a H_c . Ainda assim, a amostra tenderá a responder minimizando a variação do campo magnético, para garantir que o menor número possível de interfaces exista. Por outro lado, se a tensão superficial da interface for negativa, pode ser favorável, dependendo do campo aplicado, abrir mão do ganho energético devido à energia de condensação $H_c^2/8\pi$ e gerar várias interfaces. Contudo, para de fato minimizar a energia livre, as regiões normais devem maximizar a razão entre área e volume para garantir que a dimiunição na energia nas interfaces supere o ganho de energia de condensação nas regiões normais.

Mas como conciliar a descrição em termos da energia de interface com a discussão das escalas de comprimento? O fato é que o *sinal* da tensão superficial da interface depende do parâmetro $\kappa = \lambda/\xi$, puramente relacionado às escalas de comprimento, sendo positiva para $\kappa < 1/\sqrt{2}$ e negativa para $\kappa > 1/\sqrt{2}$. Assim, tem-se uma forma mais rigorosa e completa de relacionar os tipos de supercondutividade com parâmetros microscópicos, que também descreve os casos extremos descritos anteriormente nesta seção.

Os dispositivos fabricados neste trabalho de mestrado foram feitos de nióbio, um supercondutor tipo II com $\kappa \sim 1$, por ser uma substância pura, facilitando a deposição, e por ter a maior T_c entre as substâncias puras. Por isso, o resto deste capítulo é dedicado a propriedades de supercondutores tipo II.

2.2 Estrutura microscópica do estado misto

Da seção anterior, o estado misto de menor energia para dado campo maximiza a razão entre área e volume das regiões normais. Para este fim, pode-se formar lâminas muito finas ou filamentos de diâmetro pequeno, com espessura ou raio da ordem de ξ , a escala de variação espacial da função de onda macroscópica. Cálculos teóricos e dados experimentais mostram que a configuração de menor energia é a de filamentos (veja o cap. 5 da ref. [30], o cap. 3 da ref. [31] ou o cap. 3 da ref. [32]).

Como ilustrado na figura 2.2, cada filamento deve ter um núcleo de raio ~ ξ no qual a densidade de elétrons supercondutores, $n_s = |\psi|^2$, decresce ao se aproximar do centro, onde se anula. O campo magnético é máximo no centro do filamento mas se extende por uma



Figura 2.2: Comportamento de n_s , $B \in \vec{J}$ ao redor de um filamento normal num supercondutor tipo II.

distância ~ λ , sendo blindado por vórtices de supercorrente para distâncias $\gtrsim \lambda$ que surgem em resposta à penetração do campo. Em função desta íntima relação entre a existência do filamento e a do vórtice, é comum descrever tanto por *vórtice* quanto por *linhas* ou *filamentos de fluxo* este conjunto de campos e correntes. Nesta dissertação, adotamos a mesma convenção.

Em função da natureza quântica da ordem supercondutora, o valor do fluxo magnético transportado por um filamento não é arbitrário. De fato, isto decorre de um fenômeno bastante geral e válido para qualquer fluxo magnético numa amostra supercondutora, que pode ser entendido recorrendo à equação (1.3). Integrando-a num contorno fechado que percorra o supercondutor, temos, definindo a grandeza $\Phi_0 = hc/2e$,

$$\oint \nabla \varphi \cdot \vec{dl} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \left(\frac{mc}{2e^2 \rho} \vec{J_s} + \vec{A} \right) \cdot \vec{dl}$$

Numa amostra muito grossa em relação ao comprimento de penetração, podemos escolher um contorno restrito ao seu interior, onde $J_s = 0$. Além disso, como o valor da função de onda macroscópica em cada ponto é único, a integral do lado direito deve ser um múltiplo de 2π . Logo,

$$\Phi = \oint \vec{A} \cdot \vec{dl} = k\Phi_0 \tag{2.1}$$

onde k é um número inteiro. Em outras palavras, o fluxo magnético através de uma superfície supercondutora é quantizado em múltiplos de Φ_0 , motivo pelo qual essa grandeza é conhecida como quantum de fluxo.

No contexto dos vórtices, podemos tomar um contorno em torno de um deles na região onde o campo magnético correspondente já está blindado e, então, o resultado (2.1) implica na quantização do fluxo magnético carregado por um vórtice. Como a energia livre é minimizada com o maior número de interfaces e, portanto, de filamentos, o estado mais estável é o que tem vórtices portando exatamente um quantum de fluxo cada. Disso, decorre imediatamente que a densidade superficial de vórtices, n, se relaciona com o campo magnético no interior do supercondutor por $B = n\Phi_0$.

Pensemos agora na interação entre dois vórtices. A energia do sistema pode ser expressa como

$$E = \int d^3r \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{mJ_s^2}{2n_s e^2}\right) = \int d^3r \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{2\pi}{c^2}\lambda^2 J_s^2\right)$$
(2.2)

onde o primeiro termo na integral corresponde à energia contida no campo magnético e o segundo à energia cinética dos elétrons supercondutores. A equação de Maxwell $\nabla \times \vec{B} = 4\pi \vec{J}/c$ permite escrever esta energia como um funcional $E[\vec{B}(\vec{r})]$ cuja minimização recupera as equações de London. Por outro lado, podemos utilizá-lo para calcular a energia do sistema com um ou dois vórtices para obter a energia de interação entre vórtices.

Antes, uma modificação é necessária na teoria de London para que vórtices sejam incluídos. Começando pela equação (1.1) e da equação de Maxwell $\nabla \cdot \vec{B} = 0$,

$$\vec{B} + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \vec{B} = 0$$

O efeito de um vórtice em $\vec{r_1}$ pode ser levado em conta se o lado esquerdo for substituído por um termo de fonte,

$$\vec{B} + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \vec{B} = \hat{z} \Phi_0 \delta^{(2)} (\vec{r} - \vec{r_1})$$
(2.3)

onde $\delta^{(2)}(\vec{r})$ é uma função delta bidimensional. Adotamos coordenadas cilíndricas com $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$ e z definidos na figura 2.3. Este procedimento garante que, exceto no vórtice, o material seja um supercondutor conforme descrito por London. Há campo magnético em $\vec{r_1}$, blindado para distâncias $\geq \lambda$. Por outro lado, o vórtice é infinitesimalmente pequeno e a energia do seu núcleo é desprezada, portanto esta descrição só é acurada em supercondutores fortemente tipo II, com $\xi \ll \lambda$, como os supercondutores de alta temperatura crítica [36]. Mesmo assim, esta aproximação também dá uma boa ideia do comportamento de vórtices em supercondutores com $\xi \sim \lambda$, como o nióbio, em termos qualitativos.

Agora mostraremos que (2.3) também dá o fluxo magnético do vórtice corretamente. Integrando (2.3) numa superfície circular centrada em $\vec{r_1}$ e usando o teorema de Stokes, temos

$$\int \vec{B} \cdot \vec{dA} + \lambda^2 \oint \left(\nabla \times \vec{B} \right) \cdot \vec{dl} = \Phi_0$$

que implica no que queríamos demonstrar desde que a integral de linha se anule, ou seja, se o raio do círculo for muito maior que λ .

Para finalmente calcular a energia de interação, deve-se generalizar (2.3) para incluir um segundo vórtice em \vec{r}_2 , o que é imediato e resulta em

$$\vec{B} + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \vec{B} = \hat{z} \Phi_0 \left(\delta^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}_1) + \delta^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}_2) \right)$$

Também convém reescrever (2.2). Escrevendo-a como um funcional somente de \vec{B} ,

$$E = \frac{1}{8\pi} \int d^3r \left(B^2 + \lambda^2 (\nabla \times \vec{B})^2 \right)$$
(2.4)

Aqui, o resultado bem conhecido do divergente de um produto vetorial pode ser usado para obter

$$\nabla \cdot \left(\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) \right) = (\nabla \times \vec{B})^2 - \vec{B} \cdot \left(\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) \right)$$

que, substituindo na expressão da energia, resulta em

$$E = \frac{1}{8\pi} \int d^3r \left[\vec{B} \cdot \left(\vec{B} + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \vec{B} \right) \right] + \lambda^2 \left(\nabla \cdot \left(\vec{B} \times \left(\nabla \times \vec{B} \right) \right) \right]$$

Através do teorema de Gauss, o segundo termo fica



adotado para a descrição dos vórtices.

Sistema de coordenadas

$$\oint_{S} \left(\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) \right) \cdot d\vec{S}$$

onde a superfície S engloba todo o volume do supercondutor. Logo, este termo se anula numa amostra macroscópica já que \vec{B} vai a zero longe dos vórtices.

Assim, de (2.4), a energia é

$$E = \int dz \frac{\Phi_0}{8\pi} \left(B(\vec{r}_1) + B(\vec{r}_2) \right)$$

que pode ser expressa, devido à linearidade de (2.4), em função da solução de (2.3). Escrevendo-a como $\vec{B}_v(\vec{r}-\vec{r}_i) = B_v(\vec{r}-\vec{r}_i)\hat{z}$, onde \vec{r}_i denota a posição do vórtice, temos

$$E = \int dz \frac{\Phi_0 B_v(0)}{4\pi} + \frac{\Phi_0}{8\pi} \left(B_v(\vec{r_1} - \vec{r_2}) + B_v(\vec{r_2} - \vec{r_1}) \right)$$

Esta forma permite definir a energia por unidade de comprimento

$$\epsilon_{\ell} = \frac{\Phi_0 B_v(0)}{4\pi} + \frac{\Phi_0}{8\pi} \left(B_v(\vec{r_1} - \vec{r_2}) + B_v(\vec{r_2} - \vec{r_1}) \right)$$
(2.5)

que é tal que $E = \int dz \epsilon_{\ell}$.

Figura 2.3:

Considerando o caso de um único vórtice, é fácil mostrar seguindo os mesmos passos que a energia por unidade de comprimento seria $\Phi_0 B_v(0)/8\pi$, metade do primeiro termo. Logo, a energia de interação é dada somente pelo segundo de (2.5). Por simetria, $B_v(\vec{r_1} - \vec{r_2}) =$ $B_v(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = B_v(\vec{r}_{12})$, o campo que um vórtice induz no outro, que só depende da posição relativa entre vórtices, $r_{12} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$. Finalmente, chega-se à energia de interação por unidade de comprimento,

$$U_{12} = \frac{\Phi_0 B_v(\vec{r}_{12})}{4\pi} \tag{2.6}$$

que prevê repulsão entre os vórtices.

Para densidades finitas de filamentos, a repulsão entre vórtices faz com que a configuração mais estável seja um arranjo ordenado, mais espeficamente uma rede triangular (também denominada rede de Abrikosov) se a estrutura do sólido for desprezada [34]. Há, porém, observações mostrando que a estrutura cristalina pode modificar a interação entre vórtices, levando-os a um arranjo de rede quadrada [35]. Esta rede de vórtices tem propriedades elásticas de grande interesse por ser uma estrutura elástica bidimensional constituída de objetos unidimensionais também elásticos, já que as linhas podem se deformadar devido a interação com defeitos do sólido [36].

De (2.6), a força por unidade de comprimento, $\vec{f_2}$, exercida pelo vórtice 1 no vórtice 2 será

$$\vec{f}_2 = -\nabla_2 U_{12} = -\frac{\Phi_0}{4\pi} \nabla_2 B_v(\vec{r}_{12})$$

Notando que $B_v(\vec{r}_{12})$ é, neste caso, o campo em 2 gerado por 1, $B_1(\vec{r}_2)$, as componentes de \vec{f}_2 podem ser expressa na forma

$$f_{2x} = -\frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial B_1(\vec{r}_2)}{\partial x_2} = \frac{\Phi_0}{c} J_{1y}(\vec{r}_2)$$
$$f_{2y} = -\frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial B_1(\vec{r}_2)}{\partial y_2} = -\frac{\Phi_0}{c} J_{1x}(\vec{r}_2)$$
$$f_{2z} = 0$$

que em notação vetorial fica

$$\vec{f}_2 = \vec{J}_1(\vec{r}_2) \times \frac{\Phi_0 \hat{n}_2}{c}$$
 (2.7)

onde \hat{n}_2 é o versor na direção do campo gerado pelo vórtice 2. Generalizando para um número arbitrário de vórtices e incluindo correntes de transportes, basta substituir o campo gerado por um vórtice no outro pelo campo devido a todos os outros vórtices e à corrente de transporte, ou seja,

$$\vec{f} = \vec{J}_s \times \frac{\Phi_0 \hat{n}}{c} \tag{2.8}$$

Esta força é, essencialmente, uma força de Lorentz, pois tem origem puramente eletromagnética.

Embora a discussão de interação entre vórtices tenha se restringido a vórtices com campos paralelos, os resultados são semelhantes para vórtices com campos antiparalelos. A única diferença é que a interação passa a ser atrativa, como pode ser notado de (2.7).

2.3 Movimento de vórtices e dissipação

Até então, consideramos apenas propriedades de supercondutores em equilírbio. Contudo, partindo da equação (2.8), é natural investigar o movimento de vórtices num supercondutor tipo II, especialmente na presença de uma corrente de transporte, o que requer conhecimento de contribuições adicionais à força de Lorentz.

Uma das forças com contribuição significativa provém da interação com defeitos da amostra. A presença de irregularidades no material pode provocar flutuações da energia de condensação, gerando regiões energeticamente mais ou menos favoráveis à criação de filamentos com núcleos normais, ou seja, vórtices. Ocorre que, na grande maioria dos carros, os defeitos tendem a depreciar a energia de condensação localmente, o que origina uma força atrativa sobre os vórtices. Se um vórtice for inicialmente criado num defeito, tenderá a permanecer preso naquele ponto até que algo dê energia suficiente para transpor a barreira criada pela variação da energia de condensação.

Em outras palavras, a força de defeitos sobre vórtices age como um atrito, sendo tão grande quanto necessário para manter o vórtice preso até um limite f_P , a partir do qual o vórtice se solta do defeito. Por essa razão, esse tipo de força é usualmente denominada força de aprisionamento (ou de *pinning*) e os defeitos geradores dessa força são conhecidos como centros de aprisionamento.

Quando os vórtices estão presos nos defeitos, o chamado estado *flux pinning*, a rede de Abrikosov adquire uma configuração de equilíbrio mais ou menos deformada dependendo da densidade de defeitos. Como os defeitos de um cristal estão espalhados de forma desordenada mas com densidade aproximadamente uniforme, todos os vórtices sofrem mais ou menos a mesma força de aprisionamento. Nessa situação, as únicas forças que podem vencer o aprisionamento são a força de Lorentz provocada por correntes de transporte e as flutuações térmicas.

Tendo uma distribuição de dimensões macroscópicas, a força de Lorentz tende a mover grandes grupos de vórtices quando supera a força de aprisionamento. Por causa da rigidez da rede de Abrikosov, esses grupos tendem a se mover mantendo o ordenamento espacial. Porém, a elasticidade da rede pode ser modificada em dispositivos convenientemente fabricados de forma a favorecer o movimento de vórtices individuais [37].

As forças de flutuação térmica, por outro lado, têm caráter mais localizado, aleatoriamente provocando o movimento de pequenos grupos de vórtices que rapidamente voltam ao repouso em centros de aprisionamento [38]. Este mecanismo também é chamado de *flux creep*.

A última contribuição importante, e que permite a detecção da dinâmica de vórtices, é a força viscosa, que faz com que os filamentos adquiram uma velocidade terminal \vec{v} caracterizada pela relação

$$\eta v = f_L - f_P \tag{2.9}$$

apontando no sentido de \vec{f}_L ; η é o parâmetro de viscosidade do meio.

Pelo mecanismo de indução $\nabla \times \vec{E} = -c^{-1}\partial \vec{B}/\partial t$, o movimento de linhas de campo a velocidade constante igual à velocidade terminal induz um campo elétrico

$$\vec{E} = \vec{B} \times \frac{\vec{v}}{c} \tag{2.10}$$

paralelo à corrente de transporte responsável por \vec{f}_L , gerando dissipação de energia a uma taxa $\vec{E} \cdot \vec{J}$. Para manter o sistema num estado estacionário, com \vec{J} e \vec{v} constantes, uma fonte externa deve fornecer energia, a qual é detectável como uma voltagem; a condutividade perfeita é perdida, mas se ganha uma sonda para o movimento dos vórtices.

A existência desse campo elétrico independe da origem do amortecimento, ou seja, η entra como um parâmetro livre. Do ponto de vista experimental, sua determinação pode ser difícil em medidas de resistividade em função do caráter essencialmente aleatório da força de aprisionamento. Para eliminar o efeito do aprisionamento, pode-se tomar as derivadas

de (2.8), (2.9) e (2.10) (em módulo), isto é,

$$\frac{dv}{df_L} = \frac{c}{\Phi_0} \frac{dv}{dJ} = \frac{1}{\eta}$$
$$\frac{dE}{dv} = \frac{B}{c}$$

e combiná-las para definir a resistividade de fluxo de linhas de campo (ou resistividade dinâmica),

$$\rho_f = \frac{dE}{dJ} = \frac{\Phi_0 B}{\eta c^2}$$

Dessa forma, a determinação de η equivale à de ρ_f , permitindo ainda distinguir os regimes de flux pinning ($\rho_f = 0$) e flux flow ($\rho_f \neq 0$) a partir de medidas elétricas. O flux creep é mais difícil de ser detectado por dissipar muito menos potência que o flux flow (vide cap. 5 da ref. [30]), mas pode também ser visto via medidas elétricas levando em conta que a taxa ativação térmica de vórtices aumenta rapidamente com a temperatura e, portanto, a resistividade também.

2.3.1 Origem da viscosidade

Investigações experimentais de Kim e colaboradores [39], com campo magnético aplicado perpendicularmente ao plano dos filmes, mostraram que η é independente da composição do supercondutor se expresso em função de H/H_{c2} e T/T_c ,

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{H}{H_{c2}} f\left(\frac{T}{T_c}\right)$$

onde $f(t) \to 1$ quando $t \to 0$. Então, para baixas temperaturas,

$$\eta = \frac{\Phi_0 H_{c2}(0)}{\rho_n c^2} \tag{2.11}$$

onde $H_{c2}(0)$ representa o segundo campo crítico a temperatura absoluta nula.

Note que $H/H_{c2}(0) \approx B/H_{c2}$ representa a fração do volume da amostra ocupado pelos núcleos normais dos vórtices. Logo, o mesmo resultado é obtido se apenas os núcleos contribuirem para a resistividade e a corrente elétrica não os evitar.

Entre vários desenvolvimentos teóricos, Bardeen e Stephen mostraram que o coeficiente de viscosidade pode ser deduzido de um modelo de dois fluidos considerando não só o campo induzido, mas também um campo elétrico responsável por manter os elétrons do vórtice em movimento aproximadamente circular em torno do núcleo [40]. Por essa razão, o amortecimento das linhas de fluxo num supercondutor também é conhecido como mecanismo de Bardeen-Stephen.

2.3.2 Considerações finais sobre o movimento dissipativo de vórtices

Como vimos, desprezando flutuações térmicas, o estado de *flux pinning* permanece até que a densidade de corrente de transporte, \vec{J} , gere uma força de Lorentz $f_L > f_P^{(max)}$, isto é, enquanto J não ultrapassar uma densidade de corrente de depinning (ou "desaprisionamento") J_P tal que $f_P^{(max)} = J_P \Phi_0/c$. Assim que J se torna maior que J_P , a rede de Abrikosov se move dissipando energia, rapidamente chegando a um estado de equilíbrio caracterizado por

$$\frac{J\Phi_0}{c} - f_P = \frac{(J - J_P)\Phi_0}{c} = \eta v = \frac{\Phi_0 H_{c2}}{\rho_n c^2} v$$

e que gera uma resistividade dinâmica mensurável

$$\rho_f = \frac{dE}{dJ} = \rho_n \frac{H}{H_{c2}}$$

caracterizando o regime de *flux flow*.

O efeito das flutuações térmicas é provocar o *flux creep* para $J < J_P$. Com isso, um número médio de vórtices sempre estará se movendo e dissipando energia, sendo esse número maior quanto maior a força de Lorentz, que essencialmente diminui a barreira para que a ativação térmica ocorra.

Por dissipar energia, o movimento de vórtices aquece a amostra localmente e o flux creep pode aumenta a taxa de ativação térmica local por um intervalo da ordem do tempo de reaprisionamento dos vórtices. Assim, há uma probabilidade finita de que o flux creep provoque uma espécie de avalanche de vórtices, levando ao flux flow, com $J < J_P$. Essa probabilidade é maior quanto mais próximo J estiver de J_P .

Partindo de $J > J_P$, se a corrente for aumentada ainda mais de forma a induzir um campo $H > H_{c2}$ na superfície do supercondutor, o metal volta ao estado normal. Por outro lado, se J diminuir para menos que J_P , o aquecimento provocado pelo movimento dos vórtices impede que o estado de *flux pinning* apareça imediatamente, ou seja, há uma histerese na curva de ρ_f por J perto de J_P . Diminuindo J ainda mais de forma que $H < H_{c1}$ na superfície, o estado misto deixa de existir e o supercondutor volta a exibir o efeito Meissner. Denotaremos por J_{c1} e J_{c2} as correntes que geram campos H_{c1} e H_{c2} , respectivamente. Analogamente, I_P , I_{c1} e I_{c2} denotarão as correntes cujas densidades são J_P , J_{c1} e J_{c2} .

Capítulo 3

Fabricação

Neste capítulo, descrevemos em detalhe as técnicas de processamento utilizadas para fabricar estruturas ScS em nióbio. Para uma exposição mais geral, embora resumida, dos processos que podem ser utilizados na fabricação de dispositivos em filmes metálicos (mas com foco em dispositivos semicondutores), recomendamos o capítulo 9 do livro de Jacobus W. Swart [41].

3.1 Preliminares

Com o objetivo de obter uma junção Josephson, optamos por fabricar um dispositivo do tipo ScS. Como principal vantagem, esta geometria permitiu que o processamento das amostras ficasse restrita a laboratórios da UNICAMP; o LPD (Laboratório de Pesquisas de Dispositivos), onde realizamos litografia ótica e corrosão seca, e o CCS (Centro de Componentes Semicondutores), onde fabricamos a máscara de emulsão e finalizamos o processamento com a corrosão por feixe de íons focalizados (FIB – Focused Ion Beam). Além disso, a estrutura ScS pode ser fabricada de forma mais simples, com uma única etapa de litografia e numa única camada de filme.

O processamento é descrito resumidamente na figura 3.1. O filme supercondutor é depositado num substrato isolante e, por litografia ótica e corrosão por plasma, vários padrões como os da figura 3.2 são formados sobre o substrato. Os quadrados nos extremos são os *pads*, regiões pelas quais são feitos contatos elétricos, com microssoldas de alumínio, para uma fonte de corrente e a um voltímetro. A fita mais estreita, no centro, é a região onde a constrição é feita em etapa posterior, via FIB. As partes intermediárias servem apenas como transição dos *pads* para a fita.

È importante salientar que, antes de qualquer deposição, a amostra passava por uma limpeza orgânica, que consistia em mantê-la por cerca de 5 minutos em acetona a 90 °C para remover resíduos orgânicos, imediatamente depois mergulhá-la em isopropanol por 5 minutos também a 90 °C para limpar a acetona residual e, por fim, enxaguá-la em água deionizada. A limpeza é importante para melhorar a aderência do filme depositado ao substrato.



Figura 3.1: Resumo das principais etapas de fabricação das junções ScS em nióbio.

3.2 Processamento

Seguindo [42], utilizamos uma lâmina de silício semi-isolante com orientação cristalográfica (100) como substrato. Inicialmente, foi feita a limpeza RCA, que consiste em

- Remoção de gordura na superfície do silício com solução de H_2SO_4/H_2O , 4:1, 80 °C;
- Remoção de dióxido de silício em HF/H_2O , 1:10;
- Limpeza de gordura antes presa pelo dióxido de silício (e de alguns metais) em NH₄OH/ H_2O_2/H_2O , 1:1:5 a 70 °C;
- Remoção de resíduos metálicos em $HCl/H_2O_2/H_2O$ a 70 °C.



Figura 3.2: Padrões geométricos gravados no filme de nióbio por litografia ótica e corrosão seca.

Ambiente	Tempo (min)
N_2	>5
O_2	10
$O_2 + H_2O$	50
N_2	10
N ₂	>5

Tabela 3.1: Resumo do processo de oxidação úmida para obter 200 nm de SiO_2 no substrato de Si.

Entre uma solução e outra, a lâmina era enxaguada em água deionizada 18 M Ω cm. Ao final, a amostra era seca com jato de nitrogênio.

Na lâmina limpa, realizamos oxidação úmida para obter uma camada de 200 nm de dióxido de silício que isolasse os dispositivos supercondutores. Este processo ocorre num forno a alta temperatura, 1000 °C, onde a amostra é exposta a vários gases por diferentes tempos (tabela 3.1). A oxidação propriamente dita ocorre num ambiente de vapor d'água com oxigênio, onde íons OH^- e moléculas de O_2 difundem no silício e reagem com ele formando SiO₂. Antes e depois disto, a amostra é submetida a um ambiente contendo apenas gás nitrogênio, primeiro para estabilização térmica da lâmina de silício, garantindo que a oxidação ocorra o tempo todo a alta temperatura e, portanto, a uma taxa constante, e depois para que o óxido recém criado se acomode sobre o silício, isto é, para eliminar defeitos no óxido e na interface óxido-silício.

Sobre o óxido de silício, depositamos um filme de nióbio de 120 nm via *sputtering*. Neste processo, um alvo do metal cujo filme se deseja depositar é bombardeado por íons com energia suficiente para desprender os átomos da superfície do alvo, os quais podem aderir a um substrato posicionado na vizinhança do alvo.

No sistema utilizado, um alvo 99,999% puro de nióbio era posicionado numa câmara com vácuo inicial de cerca de 10^{-6} Torr. Um fluxo contínuo de argônio era liberado, levando a uma pressão de aproximadamente 50 mTorr. Então, um potencial de -900 V era aplicado ao alvo, de forma que elétrons eram expulsos deste e colidiam com átomos de Ar, ionizando-os em Ar⁺ pela remoção de elétrons de valência. Esses íons eram fortemente atraídos pela tensão negativa do alvo de nióbio, removendo átomos da sua superfície por colisão. Esse processo faz com que os átomos de nióbio sejam ejetados com distribuição angular uniforme, fazendo com que o filme depositado tenha espessura também uniforme.

Para aumentar a taxa de deposição, um campo magnético era aplicado de forma que os elétrons ejetados do alvo fizessem movimentos cíclicos para aumentar o tempo de vida dos elétrons na câmara antes que fossem absorvidos pelo aterramento do substrato. Com isso, a probabilidade de ionização do argônio aumentava e, consequentemente, a taxa de deposição também crescia em relação ao *sputtering* DC sem campo magnético.

Antes de prosseguir o processamento, verificamos se o filme apresentava transição para um estado de resistência nula (veja o capítulo 4 para a descrição das medidas elétricas em baixa temperatura) com medidas de resistência em função da temperatura para corrente fixa em 1 mA. Os resultados (figura 3.3) mostraram uma transição supercondutora em 5 K, aproximadamente metade da temperatura crítica a campo nulo do nióbio, 9,3 K [43, 44]. Além da dimensionalidade reduzida poder contribuir para redução dos parâmetros críticos



Figura 3.3: Medida de resistência em função da temperatura do filme de nióbio com corrente de 1 mA aplicada, antes da deposição de fotorresiste e etapas seguintes.

do supercondutor [45], a corrente usada para a medida da resistência induz um campo magnético que também causa redução da temperatura de transição. A resistência medida na fase supercondutora não é exatamente nula principalmente por causa da resistência dos contatos e do efeito de proximidade que enfraquece a supercondutividade na região do filme próxima aos contatos.

Prosseguimos para a litografia ótica, um processo no qual um filme de material sensível a luz, denominado *fotorresiste*, recebe luz ultravioleta através de um padrão geométrico contido numa máscara. Para tanto, o filme é posicionado sob a máscara e o conjunto sob uma fonte de luz de vapor de mercúrio, a qual sensibiliza o fotorresiste nas regiões não protegidas pela máscara. Utilizamos um fotorresiste *positivo*, o que significa que a região sensibilizada pela luz pode ser removida sob ação de uma solução reveladora enquanto a região protegida da exposição pela máscara não sofre qualquer alteração em contato com tal solução.

Mais detalhadamente, fabricamos repetições periódicas de estruturas como as da figura 3.2 seguindo os passos:

- aplicação de HMDS: algumas gotas de HMDS (hexametildisiloxano, que aumenta a aderência entre substrato e fotorresiste) são colocadas sobre o substrato e espalhados em toda a superfície numa base rotativa (também chamada de *spinner*) que gira a 4000 rpm durante 40 s;
- deposição do fotorresiste: o fotorresiste (utilizamos sempre o AZ5214) é aplicado,

exatamente como o HMDS, em forma líquida e espalhado na base rotativa a 4000 rpm por 40 s, gerando um filme de cerca de 1,4 µm de fotorresiste.

- préaquecimento: para evaporar parte do solvente contido no fotorresiste líquido e fazê-lo endurecer, o conjunto é colocado numa placa quente a 90°C por 4 minutos;
- exposição: sob a máscara, a lâmina contendo o fotorresiste é colocada numa fotoalinhadora, onde é exposta a luz com comprimento de onda de 400 nm durante 9 s para que as regiões não protegidas pela máscara sejam sensibilizadas;
- revelação: a amostra é mergulhada numa solução reveladora comercial, MIF300, por 10 s para remover a região sensibilizada;

Obviamente, toda a litografia, desde a manipulação do fotorresiste até sua revelação, deve ocorrer em ambiente protegido de luz que sensibilize a resina. Utilizamos uma sala de iluminação amarela, já que o fotorresiste AZ5214 é sensível a luz próxima ao outro extremo do espectro visível.

A próxima fase de processamento é a corrosão seca, que permite transferir o padrão de uma máscara para outro filme com o auxílio de um fotorresiste. Esse tipo de corrosão age bombardeando a amostra com íons (tipicamente um plasma de gases reativos), fazendo com que apenas a região protegida pelo fotorresiste permaneça na lâmina.

Antes, porém, a amostra passa por uma etapa de *pós-aquecimento* para que o fotorresiste endureça mais, o que garante que o fotorresiste é desgastado muito mais lentamente que o filme que se deseja corroer. Isto foi feito recolocando a lâmina na placa quente, agora a 120°C, durante 20 minutos.

Para finalmente iniciar a corrosão, a amostra foi colocada numa câmara de vácuo sob fluxo de 10 sccm de SF_6 (hexafluoreto de enxofre), levando o sistema a uma pressão de 50 mTorr. Para formar o plasma, o gás é submetido a um campo eletromagnético com 30 W de potência e frequência na faixa de RF através de eletrodos situados no fundo e no topo da câmara. Para remover todo o nióbio desejado, a corrosão durou 9 minutos; este é um parâmetro importante pois, para tempos maiores, o plasma alcança o óxido de silício do substrato e também o ataca.

Com as fitas prontas, deve-se remover o fotorresiste utilizado como proteção na corrosão. Devido ao pós aquecimento, um simples solvente não basta para tanto, por isso utilizamos corrosão por plasma de O_2 (também chamado *plasma barril* por causa da geometria da câmara que faz esse tipo de processo), que corroi apenas materiais orgânicos, como a resina, mas não afeta o nióbio. Esta segunda corrosão é semelhante à primeira; apenas o gás e os parâmetros mudam: fluxo de oxigênio de 50 sccm, pressão de 100 mTorr, potência RF de 450 W. A duração do processo foi cerca de 60 minutos, embora este parâmetro não seja crítico já que o plasma de O_2 não ataca o nióbio.

Antes da última etapa, a definição das constrições por FIB, caracterizamos as fitas através de medidas R x T, figura 3.4, para verificar se a transição supercondutora era mantida. Observamos transições em temperaturas um pouco menores que as anteriores, entre 3 e 4 K, dependendo da corrente aplicada.

Medidas similares foram feitas num pedaço de filme geometricamente idêntico ao primeiro medido e proveniente do mesmo processo de deposição, porém submetida à deposição



Figura 3.4: Fotos em microscópio ótico das fitas de nióbio gravadas por litografia ótica e corrosão seca (acima) e medidas de resistência em função da temperatura das mesmas (abaixo).

de fotorresiste, aquecimento e remoção do resiste (sem a gravação e corrosão) para verificar a influência do processamento, em especial do aquecimento, nas propriedades do filme. Nenhuma modificação em relação ao filme sem processamento foi notada, indicando que as diferenças entre as fitas e o filme se devem apenas à geometria da amostra e não a modificações causadas pelo processamento com fotorresiste.

Tendo a garantia de que as fitas seriam bons eletrodos para o efeito Josephson, finalmente avançamos à última fase de fabricação, corrosão por FIB. Este equipamento funciona sob a mesma ideia de uma fresa mecânica, mas utilizando um feixe de íons (geralmente, Ga⁺) para remover material da superfície da amostra com precisão de até dezenas de nanômetros. Além de cortar, entretanto, o FIB pode causar inconvenientes, o mais delicado deles sendo a implantação de gálio, contaminando a amostra com impurezas intersticiais. Este e outros inconvenientes podem ser minimizados se a corrente do feixe iônico for ajustada para o menor valor possível capaz de remover material da superfície da amostra. Outro parâmetro a ser ajustado é a tensão aceleradora entre fonte de íons e amostra, que determina a energia dos íons ao antingir esta e, portanto, deve ser tal que as partículas de Ga⁺ consigam, ao colidir, remover átomos da superfície do material.

Optamos, primeiramente, por fazer uma constrição de 200 nm x 200 nm seguindo aproximadamente a ordem de grandeza de alguns trabalhos atuais, como o da ref. [42], e menor que o realizado nos primeiros trabalhos desse tipo de junção [28]. Nesta fase, utilizamos uma fonte de Ga⁺ no final de sua vida útil, e por isso a menor corrente que pudemos aplicar foi 1 nA (para controlar a corrente de íons do FIB, muda-se a abertura de um diafragma, então a intensidade da corrente fica diretamente relacionada ao diâmetro do feixe. Logo, uma corrente menor faz com que a resolução do corte do FIB melhore e o tamanho da região contaminada com gálio diminua). O potencial acelerador era de 30 kV.

Da curva R x T desse primeiro dispositivo (figura 3.5), observamos que uma resistência muito maior que as medidas anteriormente (filme e fita de nióbio) e que crescia conforme a junção era resfriada. Além disso, havia um "bico" na temperatura de transição da fita, 4 K. Interpretamos esse resultado como consequência do nióbio se tornar semicondutor acima de um limiar de dopagem com gálio [42]. O "bico" se deve à transição supercondutora da fita, isto é, o sistema se comporta como uma conexão série de fios de nióbio, com transição em 4 K a 10 µA, separados por uma resistência normal, a camada semicondutora de Nb dopado com Ga, que é espessa o suficiente para impedir qualquer coerência entre os eletrodos.

Assim, uma segunda tentativa foi feita com corrente de 50 pA e tensão de 30 kV usando uma fonte de gálio nova, em perfeito estado. Prevenindo uma possível implantação excessiva de gálio mesmo com este valor de corrente, não só repetimos a constrição anterior como também fabricamos outras duas mais largas na dimensão paralela à interface com os eletrodos, mantendo a distância de 200 nm entre eles (figura 3.6). A ideia é que constrições de maior volume sofram menos com a implantação do gálio, já que a corrente do feixe e o tempo de corte, e portanto a dose de Ga⁺ recebida, é a mesma para os três dispositivos. A caracterização desses dispositivos é descrita no capítulo 4.

Processamento da máscara litográfica

Para fabricar a máscara litográfica, primeiro utilizamos uma máscara de emulsão. Esta foi fabricada a partir de uma folha transparente contendo um desenho, com alto contraste, do *negativo* do padrão a ser gravado em tamanho maior que a final, a qual era projetada oticamente passando por um sistema lentes para miniaturizar a imagem projetada, agora com as dimensões que seriam usadas na gravação, num filme de emulsão depositado sobre vidro. Assim, uma *imagem latente* é formada na emulsão, a qual transforma-se na máscara sob ação de um revelador adequado.

A máscara de emulsão foi, então, utilizada para fabricar uma máscara de cromo sobre substrato de vidro, que tem maior contraste e aumenta a reprodutibilidade do processo e a



Figura 3.5: Imagens de microscópio eletrônico de varredura (acima) e característica RT da primeira junção fabricada com I = 10 mA — para correntes menores (a saber, 100 µA e 1 mA), a curva é essencialmente a mesma, porém mais ruidosa.

qualidade dos dispositivos finais. Para tanto, utilizamos uma lâmina comercial contendo um filme de cromo sobre vidro e já sob um fotorresiste pré-aquecido. Essa placa foi submetida à litografia ótica para obter o desenho da máscara de emulsão, sendo primeiro exposta à luz UV na fotoalinhadora por 26 s sob esta máscara. Para revelar o fotorresiste, a lâmina



Figura 3.6: Imagens de microscopia eletrônica das junções ScS fabricadas com corrente de gálio mais baixa, exibindo comportamento Josephson — vide capítulo 4. Todas têm 200 nm de comprimento por largura variável.

foi imersa numa solução de AZ400 e água deionizada numa proporção de 1:3,5 por 10 s. Seguiu, então, o pós aquecimento na placa quente a 120°C por 10 minutos e uma etapa de corrosão úmida, que, em contraste com a corrosão seca, utiliza uma solução para remover o material não protegido pelo fotorresiste. Colocamos a lâmina num béquer contendo a solução comercial *Chromium Etchant, Type 1020*, da *Transene Company, Inc.*, até que todo o cromo desprotegido fosse removido (cerca de 1 minuto), e mergulhamos a amostra em água deionizada em seguida para lavar resíduos da solução corrosiva, garantindo que a reação cessasse. Finalizando, removemos o fotorresiste com acetona (seguido de isopropanol e água DI para remover a acetona) e plasma barril.

Capítulo 4

Caracterização e Discussão

4.1 Aparato de Medidas Elétricas em Baixa Temperatura

Uma das principais assinaturas do efeito Josephson é sua característica VI, discutida na seção 1.3. Porém, para distinguir o comportamento dos dispositivos ScS das fitas sem constrição evitando destruir as junções por aquecimento excessivo, optamos por primeiro medir a resistência em função da temperatura.

Tanto as medidas VI quanto RT ocorreram num MPMS XL, da Quantum Design, Inc., adaptado. O MPMS (Magnetic Property Measurement System) é um equipamento comercial geralmente utilizado para medir propriedades magnéticas entre 2 K e a temperatura ambiente. Assim, possui um criostato resfriado a hélio gasoso com temperatura estabilizada por um circuito de feedback. Numa das pontas de uma vareta própria para baixas temperaturas, as amostras são fixadas para serem conduzidas ao criostato; a outra ponta fica exposta ao ambiente externo para permitir a manipulação do usuário. A temperatura é estimada por sensores conectados termicamente pelo gás hélio do criostato. Para fazer medidas elétricas, introduzimos fios de cobre no interior da vareta, ligando suas extremidades.

Para criar os contatos elétricos entre os dispositivos e os fios da vareta, primeiro cortávamos as lâminas contendo os dispositivos em quadrados de aproximadamente 1 mm^2 , que por sua vez eram colados na base de alumina de um *chip*. Então, contatos elétricos entre os *pads* e os terminais condutores do *chip* eram feitos por microssoldas. Finalmente, os terminais do *chip* eram conectados aos fios de cobre de uma das extremidades da vareta utilizando cola prata, que se torna condutora após se solidificar.

Na outra ponta da vareta, posicionamos um eletrômetro Keithley2400 que agiria como fonte de corrente constante e voltímetro simultaneamente. A principal vantagem desse eletrômetro é a possibilidade de controle externo via porta GPIB [47]. Para medidas RT, utilizamos o *software* comercial MPMS MultiVu, concebido para criar rotinas de controle do MPMS, com uma subrotina de controle do eletrômetro que o fazia medir a resistência, para um valor de corrente pré-determinado, através do método de quatro pontas para minimizar a interferência dos instrumentos de medida elétrica. O MPMS MultiVu era utilizado para variar a temperatura e acionar a subrotina do eletrômetro. As curvas VI eram obtidas de forma levemente diferente. O MPMS MultiVu apenas fixava e monitorava a temperatura, e um programa em LabVIEW, sem comunicação com o MultiVu, comandava o eletrômetro para criar rampas de corrente e medir a voltagem correspondente. As rampas geradas eram discretas com 200 níveis de corrente e cada um desses níveis era mantido por 0,28 segundos. Como as ressonâncias do dispositivo têm frequências na faixa de microondas, tais variações de corrente são adiabáticas em ótima aproximação.

Com esse procedimento, medimos dois tipos de curvas VI: histeréticas (aumentando e diminuindo a corrente na mesma varredura) e apenas aumentando a corrente. Para medir as curvas histeréticas, escolhemos variar a corrente de um valor mínimo $-I_1 < 0$ a um valor máximo $+I_1 > 0$ em cada varredura, isto é, assumimos a invariância do efeito com respeito ao sentido da corrente elétrica e analisamos curvas de tensão em função do módulo da corrente aplicada.

4.2 Resultados

Junção de 1 µm por 200 nm

O primeiro disposivo que discutiremos é uma junção de 1 µm de largura. Na curva R x T, analisando de uma temperatura mais alta para as mais baixas, observamos a transição próximo a 4 K da fita e, dependendo da corrente, uma ou mais transições em temperaturas menores que só podem ser relacionadas a fenômenos ocorrendo na constrição, com a transição em temperatura mais baixa levando a um estado de resistência desprezível. A presença de estados com resistência zero demonstra que a contaminação deste dispositivo pelo feixe de Ga⁺ não impediu o acoplamento entre os eletrodos, ao contrário da primeira junção estudada. A diferença de duas ordens de grandeza entre as resistências típicas medidas nessas duas situações reafirma esta conclusão.

Para temperatura fixa em 2 K, notamos uma característica VI muito semelhante ao previsto pelo modelo RSJ, mas com uma diferença no final do ciclo de histerese (parte destacada da figura 4.1) que podemos interpretar recorrendo ao análogo mecânico. Como vimos na seção 1.3, o estado resistivo com $I > I_c$ corresponde a um potencial sem mínimos com a partícula fictícia se movendo na direção de φ crescente. Diminuindo a corrente adiabaticamente abaixo de I_c , o potencial volta a ter mínimos mas, desprezando flutuações térmicas, o amortecimento não é suficiente para fazer com que a partícula seja reaprisionada no potencial até que a altura da barreira entre mínimos seja grande o suficiente. Com as flutuações térmicas, a partícula pode saltar de um mínimo do potencial a outro, adjacente ou não, após ter sido presa, desenvolvendo um movimento análogo ao flux creep (vide seção 2.3). Como a probabilidade da partícula atravessar uma barreira por ativação térmica vai com $e^{-\frac{U_b}{kT}}$, onde U_b é a altura da barreira e k a constante de Bolzmann, e U_b aumenta conforme I decresce, a velocidade média da partícula fictícia e, portanto, a tensão medida devem cair com a diminuição de I.



Figura 4.1: Resultados das medidas das características RT e VI (com T = 2,0 K) da junção de 1 µm de largura. Região destacada na curva VI corresponde ao trecho que não concorda com a previsão do modelo RSJ sem flutuações térmicas, mas que pode ser compreendido com a introdução dessas flutuações.



Figura 4.2: Imagens de microscopia eletrônica de varredura da junção de 200 nm de largura destruída pelas medidas elétricas.

Junção de 200 nm por 200 nm

A junção de 200 nm de espessura derreteu durante as primeiras medidas realizadas (figura 4.2). Isso pode ter ocorrido por um mecanismo similar ao que pode destruir junções PN semicondutoras. Para aplicar uma corrente constante, o Keithley2400 busca a diferença de potencial mais adequada. Se a resistência da junção (PN ou Josephson) for muito grande para voltagens abaixo de um valor característico, V_c , porém muito menor para $V > V_c$, a fonte não será capaz de manter a corrente desejada para $V < V_c$. Mas assim que a diferença de potencial ultrapassa V_c , a corrente transportada na junção subitamente cresce e aumenta em muito a potência dissipada.

O rompimento da rigidez dielétrica do ar numa descarga atmosférica é uma analogia útil à compreensão desse mecanismo. Enquanto a diferença de potencial entre uma nuvem e a crosta terrestre for inferior à rigidez dielétrica do ar entre elas, nenhuma corrente é transportada entre eles; mas assim que esse limite é superado, uma descarga de energia altíssima é formada.

O mecanismo físico responsável por essa diferença de resistências típicas na constrição em função da tensão aplicada é a própria contaminação do filme supercondutor com gálio, que pode levar o nióbio a um estado semicondutor. Isso estabeleceria uma barreira de potencial para elétrons que é sobreposta quando $V > V_c$. Um processamento que permita obtenção de junções mais limpas (como a litografia eletrônica) deve permitir investigações mais cuidadosas dessas hipóteses.

Junção de 500 nm por 200 nm

Num terceiro dispositivo, de constrição de 500 nm, a medida da característica RT, figura 4.3, mostra que pode haver efeito Josephson no dispositivo, assim como no de 1 µm.

Sua característica VI foi estudada em maior detalhe, para várias temperaturas, observamos novamente o comportamento RSJ para 1,8 e 2,0 K, com resistência de aproximadamente 75 Ω , mas com uma estrutura extra para T > 2 K (figura 4.4). Ao menos mais dois estados



Figura 4.3: Característica RT da junção de 500 nm de largura para vários valores de corrente aplicada.

resistivos bem definidos eram observados, com resistências de aproximadamente 13 e 30 Ω . Embora as correntes de transição diminuam com a temperatura, as resistências dos estados resistivos são praticamente constantes.

Em geral, esses saltos extra são interpretados como consequência da dinâmica de vórtices de Abrikosov formados na constrição [10]. Em função do seu tamanho, a constrição tem correntes críticas, $I_{c1} \in I_{c2}$, e de depinning, I_P , bem menores que os eletrodos, podendo chegar ao estado misto, tanto no regime de *flux pinning* quanto no de *flux flow*, para correntes pequenas em relação às correntes típicas que desencadeiam esses fenômenos no restante do dispositivo.

Os filamentos normais nesse estado misto são, provavelmente, perpendiculares ao filme de nióbio, com orientação do campo ilustrada na figura 4.5, e formados principalmente nas bordas da constrição, onde a corrente é preferencialmente transportada. Pela força de Lorentz, vórtices (filamentos com campo entrando no plano da figura 4.5) e antivórtices (com campo saindo) se movem para o centro da junção enquanto dissipam energia pelo mecanismo de Bardeen-Stephen. Ao colidir no centro, vórtice e antivórtice se aniquilam.

Como não aplicávamos campo externo, a fórmula empírica de Kim, equação (2.11), pode ser reescrita como

$$\frac{R_f}{R_n} = \frac{I}{I_{c2}(0)} \tag{4.1}$$

onde R_f e R_n são as resistências correspondentes às resistividades ρ_f e ρ_n . Em outras palavras, R_n é a resistência da constrição no estado normal e R_f a resistência dinâmica dV/dI. Convém lembrar que essa expressão é precisa para $T \ll T_c$, e portanto as estimativas

feitas a partir dela são grosseiras.

Aproximando $I_{c2}(0)$ pela corrente da última transição e tomando I igual ao valor que desencadeia o primeiro salto a 2,3 K (a temperatura mais baixa com dois estados resistivos), temos $I/I_{c2}(0) \approx 0, 6/0, 8 = 0,75$ e $R_f/R_n \approx 30/75 = 0,4$ (tomando R_n igual à resistência após a última transição), que concorda com (4.1) a menos de um fator 2. Apesar de ser



Figura 4.4: Característica VI, apenas aumentando a corrente, da junção de 500 nm de largura para várias temperaturas.



Figura 4.5: Representação dos vórtices e antivórtices induzidos pela corrente de transporte na constrição.

uma estimativa muito grosseira, esse resultado encoraja interpretar o primeiro salto como o início de depinning de vórtices na constrição e o segundo como consequência da destruição da supercondutividade nela, o que torna o dispositivo uma junção SNS.

A equação (4.1) prevê que R_f deveria crescer linearmente com I, o que não é visto nas medidas. Porém, como o sistema em estudo é quase bidimensional, a interação entre vórtices se dá, em boa parte, pelo espaço livre acima e abaixo do filme e a interação adquire um caráter de longo alcance (no caso 3D, o alcance é da ordem de λ). Com isso, a energia necessária para adicionar um vórtice aumenta e a densidade de vórtices cresce mais lentamente com a corrente que num sistema tridimensional, no qual a densidade cresce linearmente em I [48].

No caso 3D, a potência dissipada vem da energia dissipada pela força viscosa em cada vórtice, ηv^2 por unidade de comprimento do vórtice, e portanto proporcional a I^2 . Por outro lado, o número de vórtices é proporcional ao campo autoinduzido que por sua vez é proporcional à corrente. O confinamento limita o campo autoinduzido ao limitar a densidade de vórtices e faz com que a única contribuição para a dissipação da energia com dependência relevante em I seja a força viscosa, e por isso observamos resistências constantes.

As transições entre os estados de 13 e 30 Ω (quando existentes) podem ser interpretadas com essa base considerando mais cuidadosamente o pinning. Pela forma como o dispositivo foi processado, há ao menos dois tipos diferentes de centros de aprisionamento para os vórtices, íons de gálio implantados e defeitos no filme de nióbio. Os íons de gálio estão localizados predominantemente nas bordas da constrição enquanto os defeitos se espalham quase homogeneamente, de forma que se esperaria maior força de pinning nas bordas da constrição. Então, pode haver um regime de corrente que produz forças de Lorentz suficientemente grandes para mover vórtices e antivórtices longe das bordas, onde são menos numerosos, mas não é capaz de vencer o pinning conjunto do gálio e dos defeitos. Quando a corrente é capaz de mover também os vórtices das bordas da constrição, a resistência aumenta.

Outras medidas foram realizadas posteriormente na junção de 500 nm (figura 4.6). Sabendo que oxigênio e nitrogênio difundem facilmente no nióbio e se alojam em seu interior, e que isto causa redução de T_c e dos campos críticos [49], a interpretação de vórtices sugere que a resistência de fluxo deveria aumentar. As medidas da figura 4.6 mostram que a corrente do último salto, à qual atribuímos I_{c2} , de fato diminui. Contudo, as resistências permanecem as mesmas, sugerindo que H_{c2} não muda.

Agora analisamos o comportamento histerético desse dispositivo, enfatizado nas figuras 4.8 e 4.9. Nas primeiras medidas, para 2,3 e 2,5 K, vemos que a histerese da curva VI



Figura 4.6: Característica VI de medidas posteriores às apresentadas na figura 4.4 na junção de 500 nm de largura.



Figura 4.7: Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com T = 2,00 K.



Figura 4.8: Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com $T=2,30~{\rm K}.$



Figura 4.9: Comparação entre as curvas VI da junção de 500 nm de largura com T = 2,50 K.

entre o estado de resistência nula e o de 13 Ω concorda com o modelo RSJ, enquanto em temperaturas maiores a histerese não existe.

Seguindo a interpretação usual de vórtices, essas histereses podem ser consequência do excesso de energia dos vórtices em relação à energia de aprisionamento quando I diminui partindo de um estado de *flux flow*. Porém, a forma como medimos a temperatura do dispositivo permite que eventuais aquecimentos da constrição, que podem acontecer nos estados resistivos mesmo na presença do banho de hélio gasoso, não sejam detectados. Com isso, a real causa da histerese não pode ser determinada e requer medidas com termômetros melhor acoplados termicamente ao dispositivo — um termopar próximo à constrição, por exemplo.

Nas medidas posteriores, observamos que a histerese do primeiro salto desaparece. Pela interpretação de vórtices, isto seria um indicativo de que as forças de pinning, ao menos as causadas pelos defeitos devidos à deposição, diminuíram, o que é razoável se, com o passar do tempo, os defeitos devido à deposição se movam de forma a ficar mais homogeneamente distribuídos no filme. Esse mecanismo faz com que um vórtice no filme sinta forças de pinning mais ou menos iguais vindas de todas as direções e, portanto, tende a anular a força de pinning devido aos defeitos intrínsecos à deposição.

Problemas na interpretação de vórtices

Estimando os campos autoinduzidos pelas correntes que provocam os saltos e comparando com valores bem conhecidos de H_{c1} e H_{c2} , observamos a principal fragilidade do modelo proposto. Levando em conta que a corrente é transportada principalmente pelas bordas do superfície com comprimento de penetração $\lambda \approx 50$ nm no nióbio [44] e supondo que metade da corrente é transportada em cada borda, o campo autoinduzido nas bordas (onde é máximo) seria $H_1 \sim \mu_0 0, 2 \text{ mA}/2(50 \text{ nm}) \approx 2 \text{ mT}$ na primeira transição; $H_2 \sim \mu_0 0, 6 \text{ mA}/2(50 \text{ nm}) \approx 6 \text{ mT}$ na segunda; e $H_3 \sim \mu_0 1 \text{ mA}/2(50 \text{ nm}) \approx 10 \text{ mT}$ na terceira. Para validar a interpretação de vórtices, deveríamos ter $H_1 \gtrsim H_{c1}$ e $H_3 \sim H_{c2}$.

Analisando a literatura, encontramos H_{c1} tipicamente ~ 100 mT [43] e um relato de $H_{c1} \approx 20$ mT em um filme de 1050 Å de espessura, uma ordem de grandeza superior a H_1 . Além disso, H_{c2} típicos são da ordem de 1 T, muito maior que H_3 . Essas estimativas pesam, portanto, contra a validade da interpretação de vórtices. Por outro lado, visto que $\xi \approx 40$ nm e $\lambda \approx 50$ nm [44], a constrição é um sistema mesoscópico e efeitos de borda, até então desprezados, podem ser importantes na determinação dos parâmetros críticos. Impurezas e defeitos no filme também podem ser responsáveis por diminuir os campos críticos [49] e gerar os efeitos discutidos.

E comum, entretanto, que amostras de nióbio apresentem campos críticos menores quanto menos puras forem. Na ref. [50], por exemplo, há H_{c2} 350 mT a 3 K em monocristais de nióbio. Em filmes despositados (e, portanto, amorfos), é natural esperar uma deterioração ainda maior dos campos críticos.

Outro requisito que o modelo de vórtices da junção deve preencher é a resistividade do estado normal. Da resistência do filme (capítulo 3) e considerando que a corrente é transportada numa região de espessura $\lambda \approx 50$ nm a partir da superfície, $\rho_n \approx 2 \ \Omega \cdot 2 \ \text{mm} \times 50 \ \text{nm}/1 \ \text{mm} \sim 10^{-7} \ \Omega.\text{m}$ (o pedaço de filme medido era um quadrado de 1 mm de lado). Analogamente, a resistividade do estado supostamente normal da constrição é $\rho_c \approx 75 \ \Omega \cdot 620 \ \text{nm} \times 50 \ \text{nm}/200 \ \text{nm} \sim 10^{-5} \ \Omega.\text{m}$. Este resultado também condena a interpretação de vórtices ainda mais enfaticamente por se basear apenas em medidas feitas na amostra que fabricamos, apesar de sofrer das mesmas limitações das estimativas de campo crítico.

Uma caracterização mais minuciosa das propriedades supercondutoras dos filmes de nióbio é necessária para entender melhor o comportamento dos dispositivos.

Relação entre Efeito Josephson e Dinâmica de Vórtices

A interpretação dos resultados experimentais em função da dinâmica de vórtices pode ser conectada ao efeito Josephson através do conceito de *phase slippage*, discutido em maior profundidade no apêndice A. A ideia geral vem da relação de incerteza entre número de partículas e fase, $\Delta N \Delta \varphi > 1/2$, que permite descrever o condensado de pares de Cooper em termos de dois operadores macroscópicos, $\hat{N} \in \hat{\varphi}$.

Por ser, na média, enorme, \hat{N} pode ser tratado como uma variável contínua em boa aproximação e usar uma aproximação semiclássico no qual apenas pacotes de onda com $\Delta N/N \in \Delta \varphi$ muito pequenos (que respeitam a relação de incerteza) são considerados. Assim, a dinâmica do sistema é descrita apenas pelos valores médios $N \in \varphi$, de forma que as equações de movimento são análogas às equações de Hamilton em 1 dimensão para momento e posição, respectivamente, com hamiltoniano igual à energia total média.

Com isso, a relação entre corrente elétrica e diferença de fase pode ser deduzida dos detalhes da dependência da energia com φ . Por outro lado, nota-se que só pode haver tensão se existir um gradiente de fase que evolui no tempo, o que só é possível com o movimento de linhas de $\psi = 0$, nas quais a fase é indefinida e, portanto, $\oint \nabla \varphi \cdot d\vec{l} = k \times 2\pi$. Estas linhas correspondem, no supercondutor, aos vórtices.

Efeitos de não equilíbrio

Por não aparecerem em temperaturas mais baixas, outra hipótese para a compreensão dos saltos múltiplos seria considerar a existência de uma população de quasipartículas (grosso modo, de elétrons normais) fora do equilíbrio sendo sustentada pela corrente de transporte e pela temperatura do banho. Esse tipo de interpretação aparece em trabalhos de Octavio e colaboradores [53] para analisar resultados experimentais semelhantes aos que apresentamos neste capítulo. Este tipo de contribuição deverá ser investigada mais detalhadamente para dar continuidade a este trabalho.

Conclusões e Perspectivas

Como principal resultado, demonstramos a capacidade da UNICAMP de fabricação e caracterização de dispositivos baseados em contatos fracos entre supercondutores. Os dados experimentais apontam propriedades tipicamente atribuídas ao *flux flow* na constrição, mas estimativas de resistência normal e campos críticos mostram que a investigação deve ser levada adiante para que alguma conclusão quanto ao papel do *flux flow* possa ser consolidada. É importante salientar que a interpretação de vórtices não descarta a ocorrência do efeito Josephson, conectando-se a este através do conceito de *phase slippage*.

Alternativamente, efeitos de não equilíbrio causados pela injeção de corrente e pela temperatura podem ser a causa dos saltos múltiplos. Uma análise mais cuidadosa desse mecanismo deve ser considerada paralelamente à do *flux flow*.

A continuidade desse trabalho deve ser de natureza predominantemente experimental, seguindo principalmente duas linhas. Com relação ao papel de vórtices, é importante refazer medidas de tensão em função da corrente com campo magnético DC aplicado, para haver algum controle sobre a densidade de vórtices e para melhor comparação com a fórmula empírica de Kim. Um estudo mais detalhado dos parâmetros críticos do filme sem processamento e dos dispositivos também é necessário, bem como o acompanhamento da degradação desses parâmetros.

Quanto à importância do pinning, especificamente devido à implantação de gálio, há a possibilidade de fabricar junções mais limpas nas instalações do CCS de litografia ótica, que podem alcançar resolução de até 500 nm, e de litografia eletrônica, recém adquirida, que permite a gravação de padrões maiores ou da ordem de 10 nm e portanto garantindo maior liberdade no design das constrições.

A segunda linha é relativa mais diretamente ao efeito Josephson. Além da característica VI, outra assinatura do fenômeno é a relação $I_J(\varphi)$, que pode ser medida em experimentos com duas junções em paralelo. Este tipo de arranjo é similar a um interferômetro ótico de fenda dupla, as fendas sendo análogas às junções e a amplitude e fase da luz correspondendo à amplitude e fase da função de onda macroscópica. Campos magnéticos também devem ser utilizados nesse contexto por exercerem influência na diferença de fase entre as junções.

Do modelo RSJ, podemos tirar a frequência de pequenas oscilações da junção, tipicamente na faixa de microondas. Outra possibilidade é, portanto, estudar a excitação dos dispositivos frente a correntes ou campos magnéticos com frequência em torno da frequência de ressonância. Esse método permite, inclusive, determinar todos os parâmetros do modelo RSJ [54].

Para evitar a deterioração da amostra, duas providências podem ser tomadas. Uma delas

é o armazenamento em atmosfera inerte (por exemplo, de argônio). Outra forma de proteção é encapsular o nióbio em, por exemplo, nitreto de silício, para evitar a difusão de oxigênio e nitrogênio no filme. Com ou sem essas providências, é importante acompanhar a degradação dos parâmetros críticos dos eletrodos supercondutores.

Por fim, há a possibilidade de construir junções SIS ou SNS com três camadas de filme. Apesar de mais difíceis de fabricar, esses dispositivos também eliminam a influência de vórtices de Abrikosov por garantirem que o acoplamento fraco entre os eletrodos supercondutores se dá por um meio não supercondutor.

Apêndice A

Dinâmica macroscópica de um condensado

A.1 Equações de movimento

Levando em conta a simetria de reversão temporal respeitada por um supercondutor limpo de impurezas, a forma mais geral de escrever a função de onda do estado fundamental de N pares de Cooper em função de autoestados do momento é

$$|\phi_N\rangle = \sum_{\vec{k}_i,\dots,\vec{k}_t} g(\vec{k}_i,\dots,\vec{k}_t) c^{\dagger}_{\vec{k}_i\uparrow} c^{\dagger}_{-\vec{k}_i\downarrow} \cdots c^{\dagger}_{\vec{k}_t\uparrow} c^{\dagger}_{-\vec{k}_t\downarrow} |0\rangle$$

onde $|0\rangle$ é o estado de vácuo, sem quaisquer partículas, e $c_{\vec{k}\epsilon}^{\dagger}$ é operador de criação de um elétron com momento \vec{k} e spin $\epsilon = \uparrow, \downarrow$. Embora a simetria por reversão temporal seja quebrada por impurezas, essa forma da função de onda continua válida em supercondutores sujos [55].

Contudo, é conveniente seguir a proposta BCS [18] e supor um sistema com número N de partículas indefinido, mas sua média, $\langle N \rangle$, fixa — um ensemble grand canônico com potencial químico fixo. A função de onda pode ser escrita de forma mais simples,

$$|\psi_G\rangle = \prod_{\vec{k}} \left(u_{\vec{k}} + v_{\vec{k}} c^{\dagger}_{\vec{k}\uparrow} c^{\dagger}_{-\vec{k}\downarrow} \right) |0\rangle \tag{A.1}$$

onde $v_{\vec{k}}$ $(u_{\vec{k}})$ é a amplitude de probabilidade de um estado de par $(\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow)$ estar ocupado (desocupado). O erro que se comete com essa aproximação ao tratar sistemas macroscópicos isolados (e portanto com N constante) é muito pequeno pois as flutuações δN em torno do valor médio do número de partículas são tais que $\delta N/\langle N \rangle \sim \langle N \rangle^{-1/2}$, um resultado típico do ensemble grand canônico que pode ser deduzido da função de onda $|\psi_G\rangle$.

O produto no lado direito de (A.1) pode ser distribuído de forma que $|\psi_G\rangle$ se torna uma superposição de estados com N fixo,

$$\left|\psi_{G}\right\rangle = \sum_{N} \lambda_{N} \left|\psi_{N}\right\rangle$$

evidenciando a incerteza no valor de N. Os $|\psi_N\rangle$ dessa equação são casos particulares dos $|\phi_N\rangle$

No contexto da teoria BCS, apenas a diferença de fase entre as amplitudes $u_{\vec{k}} \in v_{\vec{k}}$ é relevante. Podemos associar um fato de fase arbitrário $e^{i\varphi}$ à criação de cada par e expressar (A.1) como

$$|\psi_G\rangle = |\psi_{\varphi}\rangle = \prod_{\vec{k}} \left(|u_{\vec{k}}| + |v_{\vec{k}}| e^{i\varphi} c^{\dagger}_{\vec{k}\uparrow} c^{\dagger}_{-\vec{k}\downarrow} \right) |0\rangle$$

Distribuindo a multiplicação, podemos expressar $|\psi_{\varphi}\rangle$ como uma superposição de estados com número de partículas fixo como fizemos com $|\psi_G\rangle$. Contudo, agora o estado de N pares de Cooper receberá um fator de fase $e^{iN\varphi/2}$ e, portanto, os estados $|\psi_N\rangle$ podem ser escritos explicitamente

$$\left|\psi_{N}\right\rangle = \int_{0}^{2\pi} d\varphi e^{-iN\varphi/2} \left|\psi_{G}\right\rangle \tag{A.2}$$

Logo, tornando a fase φ completamente incerta pela integração sobre todos os seus valores, o número de partículas no estado condensado torna-se totalmente certo. Além disso, (A.2) permite tomar

$$N \leftrightarrow -i\frac{\partial}{\partial \varphi} \; ; \quad \varphi \leftrightarrow i\frac{\partial}{\partial N}$$

no limite em que N pode ser considerada uma variável contínua (isto é, para $N \gg 1$). Consequentemente, há uma relação de incerteza $\Delta N \Delta \varphi \ge 1/2$ e $[\varphi, N] = i$.

No efeito Josephson, estamos interessados primordialmente no comportamento de $N \in \varphi$. Para um hamiltoniano \mathcal{H} , a evolução dessas variáveis fica

$$i\hbar \dot{N} = [\mathcal{H}, N] = -i \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \varphi}$$

 $i\hbar \dot{\varphi} = [\mathcal{H}, \varphi] = i \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial N}$

Em amostras macroscópicas, uma boa aproximação é supor que os pacotes de onda tem incerteza $\Delta \varphi \in \Delta N/N$ muito menores que 1, que implica que a evolução dos valores médios de $N \in \varphi$ é suficiente para descrever a dinâmica do sistema. As equações de movimento passam a ser

$$\hbar \dot{N} = -\frac{\partial E}{\partial \varphi} \tag{A.3}$$

$$\hbar \dot{\varphi} = \frac{\partial E}{\partial N} \tag{A.4}$$

O termo $\partial E/\partial N$ na (A.4) corresponde à energia necessária para adicionar um par de Cooper ao sistema, justificando a relação entre a autoenergia da equação (1.4) e o dobro do potencial químico eletrônico.

A.2 Influência de uma fonte de corrente no efeito Josephson

Para abordar uma junção Josephson nesse formalismo, mais detalhes do hamiltoniano são necessários. Podemos separar três contribuições: a energia eletrostática, E_e , devido ao acúmulo de carga nos eletrodos; a energia de interação, U, entre eles devido ao acoplamento fraco; e a energia gasta pela fonte de corrente para manter o sistema num estado estacionário, E_s .

Voltando a considerar supercondutores S_E e S_D , como no capítulo 1, sejam $N_{E,D}$ e $\varphi_{E,D}$ o número de pares e a fase nos eletrodos, e sejam $N = N_E - N_D$ e $\varphi = \varphi_E - \varphi_D$. Note que

$$[\varphi_E, N_E] = [\varphi_D, N_D] = [\varphi, N/2] = i$$

e todos os demais comutadores entre essas variáveis são nulos. A corrente entre os eletrodos pode ser escrita como 2edN/dt, portanto basta escrever o hamiltoniano em função de $N \in \varphi$.

A energia eletrostática depende da capacitância C da junção e do desbalanço de carga entre os eletrodos, 2Q = 2eN. Então,

$$E_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(eN)^2}{2C}$$

A energia gasta pela fonte deve ser tal que o hamiltoniano contendo apenas E_s dê uma corrente 2edN/dt igual à corrente da fonte, I,

$$\frac{2e}{\hbar}\frac{\partial E_s}{\partial \varphi} = -I \Rightarrow E_s = -\frac{\hbar I}{2e}\varphi$$

Para calcular U, uma teoria microscópica do acoplamento entre os eletrodos deve ser usada. Porém, mesmo a forma mais geral dessa energia deve ser tal que $U(\varphi + 2\pi) = U(\varphi)$ para respeitar a arbitrariedade das fases $\varphi_E \in \varphi_D$. Também é razoável supor que essa energia não dependa N por se relacionar apenas com o acoplamento de cada par entre os dois eletrodos; a interação entre pares já é levada em conta na energia eletrostática.

Com isso, as equações de movimento ficam

$$\begin{split} \hbar \dot{N/2} &= -\frac{\partial \left\langle \mathcal{H} \right\rangle}{\partial \varphi} = \frac{\hbar I}{2e} - \frac{dU}{d\varphi} \\ \hbar \dot{\varphi} &= \frac{\partial \left\langle \mathcal{H} \right\rangle}{\partial (N/2)} = \frac{2eN}{C} \end{split}$$

Aplicando a condição de equilíbrio $\dot{N} = 0$ e notando que eN/C = Q/C = V, temos

$$I = \frac{2e}{\hbar} \frac{dU}{d\varphi} \tag{A.5a}$$

$$\hbar \dot{\varphi} = 2eV \tag{A.5b}$$

Enquanto (A.5b) é exatamente a equação da evolução de φ do efeito Josephson, (A.5a) pode reproduzir (1.6) ou não dependendo do mecanismo microscópico de acoplamento — numa junção SS'S, por exemplo, a relação entre corrente e diferença de fase pode não ser a senoidal [52]. Essa formulação também mostra explicitamente que a fonte de corrente não altera a corrente Josephson, pois esta só depende da interação entre os eletrodos.

A.3 Relação entre a dinâmica de vórtices e a da diferença de fase

Seguindo Anderson [51], agora voltamos a analisar a equação (A.4), cujo gradiente pode ser escrito como

$$\frac{d}{dt}\left(\hbar\nabla\varphi\right) = \nabla\mu \tag{A.6}$$

O lado direito dessa equação é uma definição aceitável de força no condensado. Portanto, (A.6) tem a forma de uma equação de movimento $\vec{F} = \dot{p}_s$, onde o momento do condensado é $\vec{p}_s = \hbar \nabla \varphi$; só há gradiente de potencial químico se houver algum tipo de aceleração. Essas equações tem um apelo intuitivo maior no contexto do hélio IV superfluido, um fluido de partículas sem carga que é capaz de escoar sem viscosidade mesmo em capilares muito finos e que guarda profunda analogia com o fluido eletrônico num supercondutor. Porém, insistiremos na análise dos elétrons supercondutores por uma questão de consistência.

Considere um sistema isolado contendo dois reservatórios de pares de Cooper acoplados por um pequeno canal que permite a troca de pares entre os reservatórios. Esse sistema pode ser descrito pelo hamiltoniano de uma junção Josephson sem o termo da fonte de corrente, e no limite semiclássico as equações de movimento ficam

$$\hbar \dot{N} = -2E_J \operatorname{sen}\varphi$$
$$\hbar \dot{\varphi} = \frac{(2e)^2}{C} N = 2eV$$

onde assumimos, por simplicidade, uma energia de acoplamento $U(\varphi) = -E_J \cos \varphi$, que também resulta, a menos de uma constante, da energia acumulada $\int VI_J dt$ através das relações (1.6) e (1.7). Agora note que, se $N \neq 0$ inicialmente, essas equações descrevem a oscilação do número de pares entre os reservatórios. Apesar de uma voltagem se estabelecer, não há dissipação líquida da energia do sistema, há variação apenas da energia individual de cada reservatório. Na linguagem da equação (A.6), a condição $N \neq 0$ estabelece uma diferença de potencial químico (que inclusive se manifesta como uma diferença de potencial elétrico) que acelera os pares, mas os faz oscilar e conservar a energia global.

Porém, como discutimos no capítulo 2, o supercondutor pode dissipar energia pelo movimento de vórtices. Esse fenômeno também pode ser explorado com base na equação (A.6) e dá origem ao conceito de *phase slippage*. Como vimos na discussão da (2.1), uma região contendo um quantum de fluxo está associado a uma linha no supercondutor — o núcleo normal — em torno da qual a fase do parâmetro de ordem é tal que, para qualquer curva fechada envolvendo a linha,

$$\oint \nabla \varphi \cdot \vec{dl} = 2\pi \tag{A.7}$$

Sem o vórtice, a variação da fase expressa por essa integral seria obrigatoriamente nula pelo teorema de Stokes e pela identidade $\nabla \times \nabla \varphi = 0$. A existência da linha de fluxo é essencial para que a integral não se anule.

Agora tomemos um caminho num supercondutor ligando um ponto 1 a um ponto 2. Se

uma linha de fluxo atravessa esse caminho, a diferença de fase

$$\int_1^2 \nabla \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

aumenta de 2π — este é o efeito denominado *phase slippage*. Indo além, a diferença de fase pode variar continuamente se uma corrente de vórtices atravessando o caminho entre os pontos 1 e 2 for sustentada. Integrando (A.6) no caminho entre 1 e 2 nessa situação, temos

$$h\left\langle\frac{dn}{dt}\right\rangle = \mu_2 - \mu_1 \tag{A.8}$$

onde $\left\langle \frac{dn}{dt} \right\rangle$ é a taxa média de passagem de vórtices através do caminho.

A (A.8) nos mostra que existe dissipação de fato no supercondutor quando há fluxo contínuo de vórtices (devido à interação com uma corrente de transporte, por exemplo), em conformidade com o discutido no capítulo 2. Mesmo no exemplo dos reservatórios isolados fracamente conectados, o movimento de vórtices em um deles mantém uma diferença de potencial químico *fixa*, e não oscilante como no exemplo sem vórtices. Assim, o efeito Josephson AC também pode ser interpretado em função do movimento de vórtices através da junção na direção paralela à interface com os eletrodos.

Referências Bibliográficas

- [1] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* 1, 251 (1962).
- [2] P. W. Anderson e J. M. Rowell, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 230 (1963).
- [3] M. Remoissenet, Waves Called Solitons: Concepts and Experiments, cap. 6 e 7, 3a edição, Springer (1999).
- [4] M. H. Devoret and J. M. Martinis, *Quant. Infor. Proc.*, **3**, 163 (2004).
- [5] Y. Tang, R. P. Landim, E. Afonso e V. Ferreira, *Metrologia* 47, Tech. Suppl. 01003 (2010).
- [6] W. Wernsdorfer, Supercond. Sci. Technol. 22, 064013 (2009).
- [7] P. J. W. Moll, L. Balicas, V. Geshkenbein, G. Blatter, J. Karpinski, N. D. Zhigadlo e B. Batlogg, *Nature Materials* 12, 134 (2013).
- [8] J. Clarke, A. N. Cleland, M. H. Devoret, D. Esteve e J. H. Martinis, *Science* 239, 992 (1988).
- [9] E. B. Ortiz, "Interface de Controle e Caracterização de MicroSQUIDs Histeréticos", dissertação de mestrado, CBPF/MCT, Rio de Janeiro (2007).
- [10] A. Barone e G. Paternò, Physics and Applications of the Josephson Effect, Willey-Interscience, Nova Iorque (1982).
- [11] L. Solymar, Superconductive Tunnelling and Applications, Willey-Interscience, Nova Iorque (1972).
- [12] K. K. Likharev, Dynamics of Josephson junctions and circuits, Gordon and Breach, Nova Iorque (1986).
- [13] H. K. Onnes, Leiden Comm. 120b, 122c, 124c (1911).
- [14] W. Meissner e R. Ochsenfeld, *Naturwissenschaften* **21**, 787 (1933).
- [15] F. London e H. London, Proc. Roy. Soc. A149, 71 (1935).
- [16] F. London, Superfluids, vol. 1 Macroscopic Theory of Superconductivity, Dover Publications, Inc., Nova Iorque (1961).

- [17] V. L. Ginzburg e L. D. Landau, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. 20, 1064 (1950).
- [18] J. Bardeen, L. N. Cooper e J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 108, 1175 (1957).
- [19] L. P. Gor'kov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 36, 1918 (1959) [Traduzido para o inglês em Sov. Phys. - JETP 36, 1364 (1959)].
- [20] P. W. Anderson, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 298 (1966).
- [21] R. P. Feynman, R. B. Leighton e M. L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 3, Addison-Wesley (1963).
- [22] P. W. Anderson, "Special Effects in Superconductivity" em Lectures on the many-body problem, vol. 2, Academic Press, Nova Iorque (1964).
- [23] V. Ambegaokar e A. Baratoff, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 486 (1963).
- [24] L. P. Gor'kov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 34, 735 (1958) [Traduzido para o inglês em Sov. Phys. - JETP 34, 735 (1958)].
- [25] P. G. De Gennes, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
- [26] P. G. De Gennes e E. Guyon, *Phys. Lett.* **3**, 168 (1963).
- [27] M. Yu. Kupriyanov, K. K. Likharev, L. A. e Maslova, "The $J_s(\varphi)$ relationship, Abrikosov vortices and Josephson vortices in variable thickness bridges" em 14th International Conference on Low Temperature Physics 4, 104 (1975).
- [28] P. W. Anderson e A. H. Dayem, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 195 (1964).
- [29] The SQUID Handbook, editado por J. Clarke e A. I. Braginsky, Wiley, Weinheim (2004).
- [30] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, 2^a edição, McGraw Hill, Nova Iorque (1996).
- [31] P. G. de Gennes, Superconductivity of Metals and Alloys, Perseus, Reading (1999).
- [32] D. Saint-James, G. Sarma e E. J. Thomas, *Type II Superconductivity*, Pergamon Press, Nova Iorque (1969).
- [33] A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the theory of metals*, North-Holland, Amsterdam (1988).
- [34] A. A. Abrikosov, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. 32, 1442 (1957) [Traduzido para o inglês em Sov. Phys. JETP 5, 1174 (1957)]; B. B. Goodman, Rev. Mod. Phys. 36, 12 (1964).
- [35] U. Essmann, *Phys. Lett. A* **41A**, 477 (1972).
- [36] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin e v. M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. 66, 1125 (1994).

- [37] N. Grønbech-Jensen, A. R. Bishop e D. Domínguez, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2985 (1996);
 M. Danckwerts, A. R. Goñi, e C. Thomsen, *Phys. Rev. B* **59**, R6624 (1999); K. H. S. Lam, *J. Appl. Phys.* **110**, 063919 (2011).
- [38] P. W. Anderson, P. W. Phys. Rev. Lett. 9, 309 (1962); P. W. Anderson e Y. B. Kim,
 Y. B. Rev. Mod. Phys. 36, 39 (1964).
- [39] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, e A. R. Strnad, *Phys. Rev.* **139**, A1163 (1965).
- [40] J. Bardeen e M. J. Stephen, *Phys. Rev.* **140**, A1197 (1965).
- [41] J. W. Swart, Semicondutores Fundamentos, técnicas e aplicações, Editora da UNI-CAMP, Campinas (2008).
- [42] L. Hao, D. C. Cox, e J. C. Gallop, Supercond. Sci. Technol. 22, 064011 (2009).
- [43] B. W. Roberts, J. Chem. Phys. Ref. Data 5, 581 (1976).
- [44] C. P. Poole, Jr, Handbook of Superconductivity, Academic Press, San Diego (2000).
- [45] H. London e G. R. Clarke, *Rev. Mod. Phys.*, **36**, 320 (1964).
- [46] J. F. Ziegler, J. P. Biersack e M. D. Ziegler, SRIM The Stopping and Range of Ions in Matter, SRIM Co., Chester (2008).
- [47] Keithley Instruments, Inc., 2400 Series SourceMeter User's Manual, Cleveland (1998).
- [48] J. Pearl, Appl. Phys. Lett. 5, 65 (1964).
- [49] W. DeSorbo, Phys. Rev. 132, 107 (1963); C. C. Koch, J. O. Scarbrough e D. M. Kroeger, Phys. Rev. B 9, 888 (1974).
- [50] O. F. de Lima, "Perfis da densidade de fluxoides em monocristais de niobio, no estado supercondutor", dissertação de mestrado, UNICAMP, Campinas (1977).
- [51] P. W. Anderson, "Coherent matter field phenomena in superfluids" em Basic Notions of Condensed Matter Physics, p. 229, Benjamin-Cummings, Menlo Park (1984).
- [52] K. K. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).
- [53] M. Octavio, W. J. Skocpol e M. Tinkham, *Phys. Rev. B* 17, 159 (1978).
- [54] M. H. Devoret et al, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1260 (1984).
- [55] P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Solids 11, 26 (1959).