

"EFEITOS PROVOCADOS PELA ANISOTROPIA DO  
ÍNDICE DE REFRAÇÃO, NA POLARIZAÇÃO DOS  
MÓDOS DOS LASERS DE GaAs, DEVIDO A  
PRESSÃO UNTAXIAL".

MARIA BENY ZAKIA MÖROSINI

ORIENTADOR: Prof. Dr. Navin B. Patel

Tese apresentada ao Instituto  
de Física "Gleb Wataghin" pa-  
ra a obtenção do Título de  
Mestre em Ciências.

## A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Dr. Navin B. Patel pela orientação durante este trabalho.

Aos Profs. Drs. José Ellis Ripper Filho e Amnon Yariv, pelas discussões e sugestões.

A Maria Salete Sartório pela colaboração no trabalho experimental.

A Rosemary Piva pelo trabalho datilográfico.

A Equipe de desenho pela cooperação.

A FAPESP pelo suporte financeiro.

A todas as pessoas que tornaram possível este trabalho.

## I N D I C E

Introdução ..... 1

### Capítulo I

I.1 - Confinamento do Modo em Lasers de GaAs  
de Junção ..... 3

I.2a- Modelos para representação do Laser co  
mo Guia de Onda Dielétrico..... 6

I.2b- Automodos do Guia de Onda Dielétrico..... 7

### Capítulo II

II.1- Efeito Fotoelástico ..... 18

II.2- Determinação das Variações dos Elementos  
do Tensor de Permissividade ..... 20

II.2a Variação dos Elementos do Tensor de Per-  
missividade com Aplicação de Pressão Uni-  
axial ao longo da direção (111) ..... 20

II.2b Automodo do Guia de Onda Dielétrico com  
Aplicação de Pressão Uniaxial ao longo -  
da direção (111) ..... 25

II.3- Introdução de Tensor não diagonais no -  
Tensor de Permissividade..... 26

II.3a Situação em que a Pressão Uniaxial Apli-  
cada ao Laser está ligeiramente fora da  
direção (111)..... 26

II.3b Situação em que o Substrato Original do  
Laser não está exatamente no Plano (111)... 29

II.4 - Acoplamento entre Modos Guiados .....	32
II.5 - Automodos do Guia de Onda Perturbado.....	45
Capítulo III	
III.1 - Experiência .....	59
III.2 - Resultados .....	63
Comentários .....	69
Referências .....	71

## INTRODUÇÃO

Este trabalho consiste em um estudo sobre as modificações, que a aplicação de pressão uniaxial pode provocar na polarização dos automodos de um laser.

Os automodos de um laser, na ausência de perturbação são linearmente polarizados com o campo elétrico paralelo (TE) ou perpendicular (TM) ao plano da junção.

Utilizando um guia de onda constituído de três camadas dielétricas, para representar o guia de onda, que obtemos na cavidade de um laser de junção e lembrando que o tensor de permissividade do material do guia de onda é diagonal, obtemos os automodos do guia. Estes automodos são linearmente polarizados TE e TM. Calculamos, que a aplicação de pressão uniaxial perpendicular ao plano da junção modifica através do efeito fotoelástico os elementos do tensor de permissividade, mas não altera a sua forma diagonal. Portanto, os automodos do guia de onda dielétrico são ainda linearmente polarizados TE e TM.

Mostramos também, que se a pressão uniaxial não está sendo aplicada exatamente perpendicular ao plano da junção ou se o substrato original do laser não está orientado exatamente no plano (111) cristalográfico, termos não diagonais são introduzidos no tensor de permissividade.

Utilizando uma versão adaptado da Teoria de Acoplamento de Modo desenvolvida por Yariv, vemos que a introdução de termos não diagonais no tensor de permissividade pode provocar uma mistura dos modos TM e TE do guia de onda dielétrico. Na situação de estado estacionário, esta conversão de modo se manifestaria por uma mudança dos automodos do guia de onda, que seriam elipticamente polarizados.

Experimentalmente observamos, que para alguns lasers, que na ausência de pressão uniaxial eram linearmente polarizados TM, a aplicação de pressão uniaxial pode alterar estes automodos, tornando-os elipticamente polarizados. Isto nos levou a supor, que a pressão uniaxial não estivesse sendo aplicada exatamente na direção perpendicular ao plano da junção - ou que o substrato do laser não estivesse orientado exatamente no plano (111).

## CAPÍTULO I

### I.1 CONFINAMENTO DO MODO EM LASERS DE GaAs DE JUNÇÃO.

O estudo dos modos de propagação eletromagnética em lasers de GaAs de junção p-n envolve o fenômeno de confinamento destes modos em uma região compreendendo a camada ativa e uma região em torno desta camada.

Bond e outros<sup>(1)</sup> observaram experimentalmente, que a radiação emitida pelo laser estava limitada em uma altura d normal ao plano da junção, fotografando a superfície frontal de um laser polarizado diretamente. A existência de confinamento é demonstrada pela presença de uma região brilhante causada pela radiação de recombinação, localizada somente em uma parte da superfície frontal, ao invés de uma iluminação uniforme de toda esta superfície.

Na figura 1 temos uma esquematização da altura de confinamento d, da camada ativa e da distribuição de intensidade do modo de radiação na direção normal ao plano da junção.

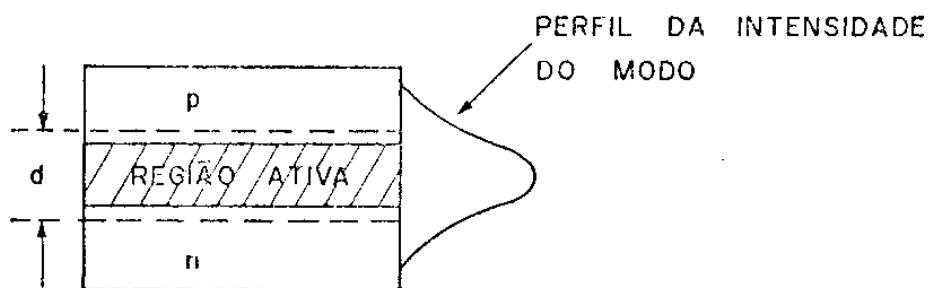


Fig. I.

DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA CAMADA ATIVA E DO CONFINAMENTO DO MODO DE RADIAÇÃO NO LASER DE JUNÇÃO p-n

O padrão de radiação do campo longínquo para lasers - de GaAs de junção p-n está esquematizado na figura 2. Este padrão é semelhante ao padrão de difração de uma fenda uniformemente iluminada.

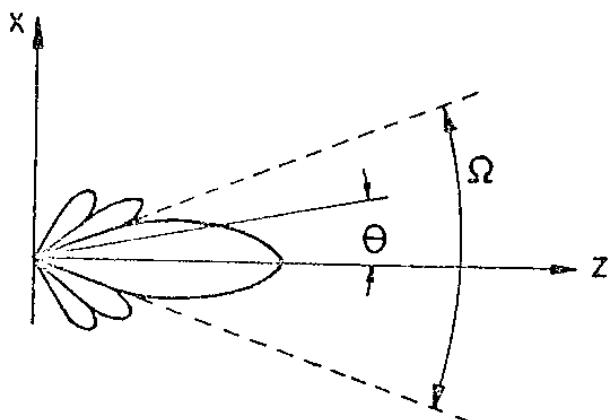


Fig. 2

Diagrama esquemático ligeiramente idealizado do padrão de radiação do campo longínquo de um laser de junção p-n.

Esta semelhança nos dá também uma indicação de que há um confinamento do modo na direção normal ao plano da junção. Podemos obter um valor estimativo desta altura de confinamento utilizando o padrão de difração teórico de uma fenda de altura "d" uniformemente iluminada, que é dado por:

$$I(\theta) \propto \frac{\sin^2[(\pi d/\lambda)\theta]}{\theta^2}$$

De acordo com a figura 2, para o ângulo  $\Omega$  do corpo principal, temos que:

$$d \sim \frac{2\lambda}{\Omega}$$

Nos lasers existem mecanismos de perdas, tais como perdas nas extremidades refletoras (refletividade menor do que um), absorção por portadores livres, espalhamento por não homogeneidade ótica. Além destas perdas, deveria haver um outro importante mecanismo de perda, que seria o de perda por difração nas extremidades refletoras. Isto significa, que o feixe refletido em uma das extremidades seria difratado de um certo ângulo.

Portanto uma fração de intensidade total não estaria dentro da altura de confinamento após um percurso entre os espelhos. Sabe-se que, para que haja ação de laser é preciso, que o ganho experimentado pela radiação, em um percurso entre os espelhos, seja igual às perdas totais sofridas no mesmo percurso. Cálculos nos mostram, que as perdas por difração seriam muito grandes, fazendo com que a necessidade de superá-las tornasse o limiar de oscilação muito alto. Verifica-se experimentalmente, que este limiar de oscilação não é tão alto quanto o esperado. Isto é explicado pelo fato de que os modos de propagação eletromagnética suportados pela camada ativa do laser são do tipo dos modos de um guia de onda dielétrico, explicando, portanto, as pequenas perdas por difração existentes. Em um guia de onda dielétrico existe uma focalização dos raios (que seriam divergentes), que pode ser visualizada através de uma série de reflexões internas totais nas discontinuidades dielétricas que determinam o guia. Portanto, nos lasers, para que haja o confinamento da radiação é necessário uma variação da parte real da constante dielétrica perto da camada ativa<sup>(2)</sup>.

Existem dois modelos principais propostos para explicar esta variação da parte real da constante dielétrica.

Segundo McWhorter<sup>(3)</sup>, uma variação na amplificação, passando de ganho líquido na região ativa para absorção completa -

no meio ao redor, seria o mecanismo responsável pela variação da constante dielétrica. As partes real e imaginária de uma função complexa estão relacionadas pelas relações de Kronig - Kramer. Portanto uma variação no ganho (parte imaginária da constante dielétrica) vai provocar uma variação na parte real da constante dielétrica na direção normal ao plano da junção.

Outro mecanismo, proposto por Stern<sup>(4)</sup>, está baseado na dependência da borda de absorção ótica ( $w = Eg/h$ ) em relação à dopagem de impurezas. Através das relações de Kronig - Kramer, isto provocaria uma variação da parte real da constante dielétrica.

Estes mecanismos podem ter maior ou menor influência de um caso para outro, não se conhecendo exatamente o mecanismo exato.

#### I.2a - MODELOS PARA A REPRESENTAÇÃO DO LASER COMO GUIA DE ONDA DIELÉTRICO.

A teoria eletromagnética de lasers de GaAs de junção envolve a determinação das soluções de estado estacionário - das equações de Maxwell. Estas soluções foram obtidas por vários autores<sup>(5)-(8)</sup>, assumindo modelos em que a constante dielétrica varia na direção normal ao plano da junção, mas é constante na direção ao longo deste plano. Estes modelos são representados por um guia de onda planar obtido utilizando-se três camadas dielétricas. Obtidas as distribuições dos campos dos modos do guia de onda dielétrico, pode-se avaliar os modos de propagação eletromagnética dos lasers, fazendo-se - uma correlação entre os parâmetros medidos dos lasers e os do modelo assumido.

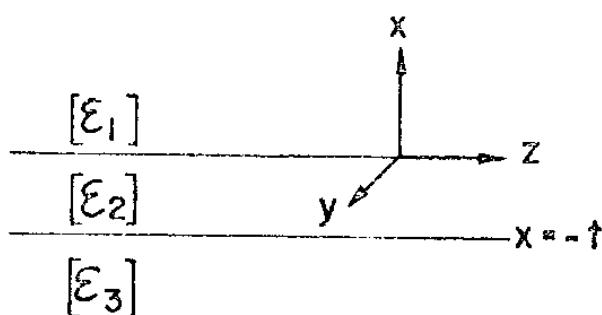
Um modelo que representa com maiores detalhes os lasers de junção foi desenvolvido por Zachos e Ripper<sup>(9)</sup>, assumindo uma variação da constante dielétrica tanto na direção normal ao plano da junção, quanto na direção ao longo deste plano.

As soluções das equações de Maxwell para estes modelos serão dadas por modos transversais elétricos (TE) e por modos transversais magnéticos (TM). Embora para o modelo proposto por Zachos e Ripper<sup>(9)</sup>, isto constitua uma aproximação para determinadas condições.

Experimentalmente, verifica-se que um laser de GaAs do tipo de injeção normalmente emite em modos linearmente polarizados como os modos TE e TM teóricos. O campo elétrico do modo TE é paralelo ao plano da junção e do modo TM é perpendicular a este plano.

#### I.2b - AUTOMODOS DO GUIA DE ONDA DIELÉTRICO.

Em nosso desenvolvimento, para representar o guia de onda do laser, vamos usar um guia de onda planar, isto é, um que não há variação ao longo de uma direção (direção y), conforme está esquematizado na figura 3.



**GUIA DE ONDA DIELÉTRICO PLANAR ( $\partial/\partial y=0$ )**  
**Fig.3**

Estamos considerando meios isotrópicos nas três regiões do guia de onda. Entretanto, a permissividade (ou a constante dielétrica) nas regiões 1, 2 e 3 será escrita sob a forma de tensor, pois isto nos será útil nos capítulos seguintes.

Para o GaAs, o tensor de permissividade é diagonal em qualquer sistema de coordenadas e será escrita como:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz}^{(i)} \end{bmatrix} \text{ onde } i = 1, 2, 3$$

correspondendo às três regiões determinadas por:

- 1)  $x \geq 0$
- 2)  $-t \leq x \leq 0$
- 3)  $x \leq -t$

As equações do rotacional de Maxwell são:

$$\nabla \times \vec{H} = [\epsilon] \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

onde  $\vec{H}$  e  $\vec{E}$  são os vetores campo elétrico e magnético,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo e  $[\epsilon]$  o tensor de permissividade do meio.

Vamos considerar neste desenvolvimento, campos harmônicos no tempo, cuja dependência temporal é expresso por  $e^{iwt}$ , onde  $w$  é a frequência angular e está relacionada com a frequência  $f$  por  $w = 2\pi f$ .

Queremos determinar os automodos do guia de onda dieletrico, portanto, assumiremos, que a dependência na direção de propagação z, dos campos do modo é dada por  $e^{-i\beta z}$ , que corresponde a uma onda que se propaga na direção positiva de z e onde  $\beta$  é a constante de propagação.

Os campos então podem ser escritos como:

$$\vec{E}(x, z, t) = \vec{E}(x) e^{i(wt - \beta z)} \quad (3)$$

$$\vec{H}(x, z, t) = \vec{H}(x) e^{i(wt - \beta z)} \quad (4)$$

Das equações de Maxwell (1) e (2) podemos obter:

$$\nabla^2 E = \mu_0 |\epsilon| \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (5)$$

Substituindo a expressão (3) para o campo elétrico  $\vec{E}$  em (5) e lembrando, que estamos assumindo  $\partial/\partial y = 0$ , temos:

$$\left[ \begin{array}{ccc} \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_0} - \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} - \beta^2 & 0 \\ 0 & \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} - \beta^2 & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} E_x(x) \\ E_y(x) \\ E_z(x) \end{Bmatrix} = 0 \quad (6)$$

que é a equação (5) escrita em termo das componentes do campo elétrico dado por (3) e onde  $k^2 = w^2 \epsilon_0 \mu_0$ .

Da equação (6), vemos, que a ausência da dependência

em y e a forma diagonal do tensor de permissividade, nos levam a um desacoplamento da componente  $E_y$  em relação às componentes  $E_x$  e  $E_z$  do campo elétrico. Portanto, os modos do guia de onda (fig. 3), podem ser classificados como modos TE, modos transversais elétricos e modos TM, modos transversais magnéticos.

Vamos analisar estes dois tipos de modos.

### MODOS TE

As componentes dos campos elétrico e magnético, em relação ao sistema de coordenadas da fig. 3 são<sup>(10)</sup>:

$$E_y, H_x \text{ e } H_z$$

Nestas condições equação (6) se reduz a:

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + \left( \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} - k^2 - \beta^2 \right) E_y = 0 \quad (7)$$

Da equação (2) temos:

$$H_y = \frac{i}{w\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (8)$$

$$H_x = \frac{-\beta}{w\mu_0} E_y \quad (9)$$

Queremos determinar as soluções da equação (7), sujeita às seguintes condições de contorno:

- 1) As componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético devem ser contínuas nas discontinuidades dielétricas  $x = 0$  e  $x = -t$ , fig. 3.

2) As soluções dos campos elétrico e magnético devem tender a zero para  $x \rightarrow \pm \infty$ .

As soluções da equação (7), já satisfazendo às condições de contorno são:

$$\begin{aligned} E_y &= C e^{-qx} & , x \geq 0 \\ &= C \cosh x + B \sinh x & , t \leq x \leq 0 \quad (10) \\ &= (C \cosh t - B \sinh t) e^{p(x+t)} & , x \leq -t \end{aligned}$$

onde

$$h^2 = k^2 \frac{\epsilon^{(2)}}{\epsilon_0} - \beta^2$$

$$q^2 = \beta^2 - \frac{\epsilon^{(1)}}{\epsilon_0} yy - k^2 \quad (10a)$$

$$p^2 = \beta^2 - \frac{\epsilon^{(3)}}{\epsilon_0} yy - k^2$$

Da equação (8), obtemos a componente z do campo magnético, que é dada por:

$$\begin{aligned} H_z &= - \frac{iq}{w\mu_0} C e^{-qx} & , x \geq 0 \\ &= - \frac{ih}{w\mu_0} (C \sinh x + B \cosh x) , -t \leq x \leq 0 \quad (11) \\ &= - \frac{ip}{w\mu_0} (C \cosh t) e^{p(x+t)} & , x \leq -t \\ &= - \frac{ip}{w\mu_0} (C \cosh t - B \sinh t) e^{p(x+t)} \end{aligned}$$

Impondo a condição de continuidade de  $H_z$  em  $x = 0$ , temos que  $\frac{C}{B} = -\frac{h}{q}$  e portanto as equações (10) são dadas por:

$$E_y = C e^{-qx}, \quad x \geq 0 \quad (12a)$$

$$= C (\cosh x - \frac{q}{h} \sinh x), \quad -t \leq x \leq 0 \quad (12b)$$

$$= C (\cosh t + \frac{q}{h} \sinh t) e^{p(x+t)}, \quad x \leq -t \quad (12c)$$

A condição de continuidade da componente z do campo magnético em  $x = -t$ , nos dá a seguinte equação:

$$\operatorname{tg} ht = \frac{p + q}{h(1 - \frac{pq}{h^2})} \quad (13)$$

Equação (13) e as equações (10a) determinam os autovalores da constante de propagação  $\beta$ , para os modos TE.

A constante C será escolhida de modo que o campo  $E_y(x)$  nos equações (12) corresponda a um fluxo de potência no modo de um watt por unidade de largura. Portanto, se temos um modo em que  $E_y = A E_y$ , o fluxo de potência será de  $|A|^2$ .

A condição de normalização é dada por:

$$-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E_y H_x^* dx = \frac{\beta_m}{2\omega \mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} [E_y^{(m)}(x)]^2 dx = 1 \quad (14)$$

onde m corresponde ao m-ésimo autovalor e  $H_x$  é dado pela equação (9).

Substituindo equações (12) na equação (14), obtemos a seguinte expressão para a constante C.

$$C_m = 2h_m \left[ \frac{w\mu_0}{|\beta_m| \left( t + \frac{1}{qm} + \frac{1}{pm} \right) (h_m^2 + q_m^2) } \right]^{1/2} \quad (15)$$

Os modos são ortogonais e esta condição é expressa por

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_y^{(\ell)}(x) E_y^{(m)}(x) dx = \frac{2w\mu_0}{\beta_m} \delta_{\ell m} \quad (16)$$

### MODOS TM

As componentes dos campos elétrico e magnético para os modos TM são  $E_x$ ,  $E_z$  e  $H_y$ .

Das equações (1) e (2) usando expressão (4) para o campo magnético temos que<sup>(10)</sup>:

$$\frac{d^2}{dx^2} H_y + \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} (k^2 - \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_0} - \beta^2) H_y = 0 \quad (17)$$

$$\text{onde } k^2 = w^2 \mu_0 \epsilon_0$$

Da equação (1) temos que:

$$E_x = \frac{\beta_m}{w\epsilon_{xx}} H_y \quad (18a)$$

$$E_z = \frac{-i}{w\epsilon_{zz}} \frac{dH_y}{dx} \quad (18b)$$

As soluções da equação (17) devem obedecer condições de contorno 1) e 2) enunciadas para os modos TE.

Portanto, as soluções da equação (17), que já satisfazem a condição de continuidade em  $x = 0$  e  $x = -t$  são:

$$\begin{aligned}
 H_y &= C e^{-qx} & , x \geq 0 \\
 &= C \cosh x + B \sinh x & , -t \leq x \leq 0 \quad (19) \\
 &= (C \cosh t - B \sinh t) e^{p(x+t)} & , x \leq -t
 \end{aligned}$$

As expressões para  $q^2$ ,  $h^2$  e  $p^2$  são dadas por:

$$\begin{aligned}
 q^2 &= \frac{\epsilon_{zz}^{(1)}}{\epsilon_{xx}^{(1)}} (\beta^2 - k^2) \frac{\epsilon_{xx}^{(1)}}{\epsilon_0} \\
 h^2 &= \frac{\epsilon_{zz}^{(2)}}{\epsilon_{xx}^{(2)}} (k^2 \frac{\epsilon_{xx}^{(2)}}{\epsilon_0} - \beta^2) \quad (19a) \\
 p^2 &= \frac{\epsilon_{zz}^{(3)}}{\epsilon_{xx}^{(3)}} (\beta^2 - k^2) \frac{\epsilon_{xx}^{(3)}}{\epsilon_0}
 \end{aligned}$$

Da equação 18b temos:

$$\begin{aligned}
 E_z &= \frac{iq}{w\epsilon_{zz}^{(1)}} C e^{-qx} & , x \geq 0 \\
 &= \frac{ih}{w\epsilon_{zz}^{(2)}} (C \sinh x - B \cosh x) & , -t \leq x \leq 0 \quad (20) \\
 &= \frac{ip}{w\epsilon_{zz}^{(3)}} (C \cosh t - B \sinh t) e^{p(x+t)}, \quad x \leq -t
 \end{aligned}$$

A condição de continuidade de  $E_z$  em  $x = 0$  nos fornece a seguinte relação:

$$\frac{B}{C} = - \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}}$$

Substituindo esta expressão nas equações (19) e (20)

temos:

$$H_y = C e^{-qx}, \quad x \geq 0$$

$$= C(\cosh x - \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} \sinh x), \quad -t \leq x \leq 0 \quad (21)$$

$$= C(\cosh t + \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} \sinh t) e^{p(x+t)}, \quad x \leq -t$$

$$E_y = \frac{iq}{w\epsilon^{(1)}_{zz}} C e^{-qx}, \quad x \geq 0$$

$$= \frac{i\hbar C}{w\epsilon^{(2)}_{zz}} (\sinh x + \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} \cosh x), \quad -t \leq x \leq 0$$

$$= \frac{ipC}{w\epsilon^{(3)}_{zz}} (\cosh t + \frac{q}{h} \sinh t) e^{p(x+t)}, \quad x \leq -t \quad (22)$$

A condição de continuidade de  $E_z$  em  $x = -t$  nos dá a equação de autovalor:

$$\frac{h}{\epsilon^{(2)}_{zz}} (-\sinh t + \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} \cosh t) = \frac{p}{\epsilon^{(3)}_{zz}} (\cosh t + \frac{q}{h} \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} \sinh t)$$

ou

$$\operatorname{tg} ht = \frac{h(\bar{p} + \bar{q})}{h^2 - \bar{p}\bar{q}} \quad (23)$$

onde  $\bar{p} = \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(3)}_{zz}} p$

$$\bar{q} = \frac{\epsilon^{(2)}_{zz}}{\epsilon^{(1)}_{zz}} q$$

A constante C é determinado de maneira análoga à usada para os modos TE, onde temos:

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} H_y E_x^* dx = \frac{\beta}{2w} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[H_y(x)]^2}{\epsilon_{xx}(x)} dx = 1 \quad (24)$$

Substituindo as equações (21) na equação (24) obtemos:

$$C_m = 2 \sqrt{\frac{w}{\beta_m t_{ef}}} \quad (25)$$

onde  $t_{ef} = \frac{\bar{q}^2 + h^2}{\bar{q}^2} \left( \frac{t}{\epsilon^{(2)}_{xx}} + \frac{\bar{q}^2 + h^2}{\bar{q}^2 + h^2} \frac{1}{\epsilon^{(1)}_{xx} q} + \frac{p^2 + h^2}{p^2 + h^2} \frac{1}{\epsilon^{(3)}_{xx} p} \right)$

A condição de ortogonalidade dos modos é dado por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_y^{(\ell)}(x) H_y^{(m)}(x) dx = \frac{2w\epsilon_{xx}}{\beta_m} \delta_{\ell m} \quad (26)$$

## CAPÍTULO II

Os modos de propagação eletromagnética de lasers de injeção de GaAs, normalmente, são linearmente polarizados com o campo elétrico paralelo (TE) ou perpendicular (TM) ao plano da junção.

Observamos experimentalmente, como será descrito no capítulo III, que a polarização do modo do laser pode tornar-se elíptica, devido à aplicação de pressão uniaxial. Isto seria provocado pela situação estacionária de um oscilador, equivalente à conversão entre modos em uma estrutura de transmissão, tal como um guia de onda dielétrico. A conversão de modo se faria através de termos não diagonais no tensor da constante dielétrica ou no tensor de permissividade, provocados pela pressão uniaxial aplicada, causando uma mistura dos modos TE e TM. No caso de estado estacionário, o efeito desta conversão de modo se manifestaria por um aumento da elipticidade - dos automodos da cavidade do laser.

Passaremos então a descrever:

- a) Como a aplicação de pressão uniaxial pode induzir termos não diagonais no tensor de permissividade - do GaAs, que como vimos é diagonal em qualquer sistema de coordenadas.
- b) Como se faz a conversão de modo em um guia de onda dielétrico.
- c) Como os automodos do guia de onda são modificados, para o caso em que o tensor de permissividade possui termos não diagonais.

## CAPÍTULO II

Os modos de propagação eletromagnética de lasers de injeção de GaAs, normalmente, são linearmente polarizados com o campo elétrico paralelo (TE) ou perpendicular (TM) ao plano da junção.

Observamos experimentalmente, como será descrito no capítulo III, que a polarização do modo do laser pode tornar-se elíptica, devido a aplicação de pressão uniaxial. Isto seria provocado pela situação estacionária de um oscilador, equilíbrio entre conversão entre modos em uma estrutura de transmissão, tal como um guia de onda dielétrico. A conversão de modo se faria através de termos não diagonais no tensor da constante dielétrica ou no tensor de permissividade, provocados pela pressão uniaxial aplicada, causando uma mistura dos modos TE e TM. No caso de estado estacionário, o efeito desta conversão de modo se manifestaria por um aumento da elipticidade - dos automodos da cavidade do laser.

Passaremos então a descrever:

- a) Como a aplicação de pressão uniaxial pode induzir termos não diagonais no tensor de permissividade do GaAs, que como vimos é diagonal em qualquer sistema de coordenadas.
- b) Como se faz a conversão de modo em um guia de onda dielétrico.
- c) Como os automodos do guia de onda são modificados, para o caso em que o tensor de permissividade possui termos não diagonais.

## II.1 - EFEITO FOTOELÁSTICO

Existem vários efeitos que podem afetar a constante dielétrica e a permissividade, tais como, efeito fotoelástico, efeito eletro-ótico, efeito magneto-ótico. Estamos interessados no efeito fotoelástico, que está relacionado com nosso trabalho experimental.

A permissividade, constante dielétrica e consequentemente o índice de refração são funções, em geral, do "stress" no cristal. "Stress" é o estado em que se encontra um corpo sobre o qual atuam forças externas. De modo mais geral, "stress" é o estado de um corpo no qual uma parte exerce uma força sobre as partes vizinhas. A mudança provocada pelo "stress" no índice de refração é chamado de efeito fotoelástico.

$$\text{Se } B_{ij} = \left( \frac{1}{n^2} \right)_{ij} = \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \text{ onde}$$

$n$  é índice de refração,  $\epsilon$  é permissividade do meio,  $\epsilon_0$  é permissividade do vácuo; e os  $\sigma_{kl}$  (com  $k, l = 1, 2, 3$ ), são as componentes do tensor de "stress", podemos relacionar as variações  $\Delta B_{ij}$  com o "stress" aplicado, através de quantidades tensoriais.

Em primeira ordem no "stress" temos:

$$\Delta B_{ij} = \Delta \left( \frac{1}{n^2} \right)_{ij} = \Delta \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)_{ij} = \pi_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (27), \quad \text{onde -}$$

os  $\pi_{ijkl}$  são as componentes de um tensor de quarta ordem, cha-

mados de coeficientes piezo-óticos.

O número de coeficientes piezo-óticos independentes é de  $3^4 = 81$ . Este número pode ser reduzido, considerando-se que:

- 1)  $\Delta B_{ij} = \Delta B_{ji}$  para todo  $\sigma_{kl}$  na equação (27) visto que  $B_{ij} = B_{ji}$ , portanto segue que:

$$\pi_{ijkl} = \pi_{jikl} \quad (28)$$

- 2)  $\sigma_{kl} = \sigma_{lk}$  na ausência de torques e então:

$$\pi_{ijkl} = \pi_{ijlk} \quad (29)$$

As relações (28) e (29) reduzem o número de coeficientes piezo-óticos independentes de 81 para 36. Podemos então usar uma notação matricial para a equação (27), que será escrita sob a forma:

$$\Delta B_m = \pi_{mn} \sigma_n \quad , \text{ com } m, n = 1, 2, \dots, 6 \text{ e onde}$$

$$\pi_{mn} = \pi_{ijkl} \text{ para } n = 1, 2 \text{ ou } 3$$

$$\pi_{mn} = 2\pi_{ijkl} \text{ para } n = 4, 5 \text{ ou } 6$$

O fator de 2 na expressão  $\pi_{mn} = 2\pi_{ijkl}$  aparece, porque as componentes de cisalhamento do stress  $\sigma_{ij}$ , isto é, para  $i \neq j$  na equação (27), são tais que  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ .

Nesta notação abreviada temos as seguintes equivalências:

Notação Tensorial	11	22	33	23,32	13,31	12,21
Notação Matricial	1	2	3	4	5	6

Devido à simetria dos grupos cristalinos, o número de coeficientes piezo-ópticos independentes pode ser ainda reduzido.

Para cristais, como o GaAs, que possuem estrutura cristalina cúbica, classe  $\bar{4}3\text{ m}$ , a matriz  $\pi_{mn}$  é dada por:

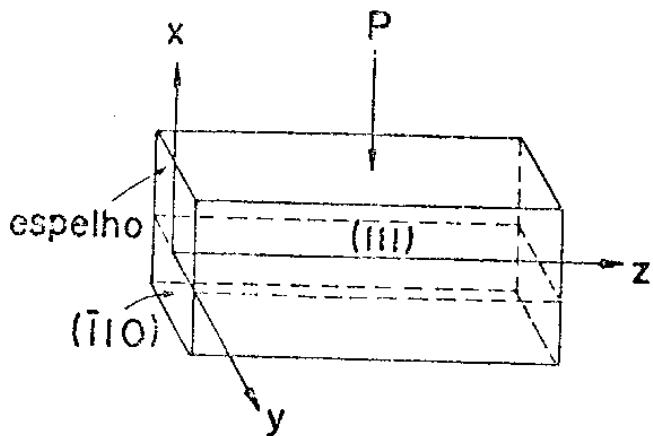
$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix}$$

Os elementos desta matriz  $\pi_{mn}$  são expressos em relação ao sistema de eixos cristalográficos  $(11)$ .

## II. 2 DETERMINAÇÃO DAS VARIAÇÕES DOS ELEMENTOS DO TENSOR DE PERMISSIVIDADE.

### II.2a VARIAÇÃO DOS ELEMENTOS DO TENSOR DE PERMISSIVIDADE COM APLICAÇÃO DE PRESSÃO UNIAXIAL AO LONGO DA DIREÇÃO $[111]$ .

Queremos determinar as mudanças, devido à aplicação de pressão uniaxial, nos elementos do tensor de permissividade, para lasers de GaAs de junção, fabricados de modo que o plano da junção seja o plano  $(111)$  cristalográfico. Na figura 4 está esquematizado um laser do tipo descrito acima.



LASER COM PRESSÃO UNIAXIAL APLICADA PARALELA E DIREÇÃO X .

Fig. 4

Como nos será de utilidade, precisamos determinar o sistema de coordenadas do laser ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), em relação ao sistema de eixos do cristal ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ).

Temos duas direções conhecidas e ortogonais que são: - direção  $|111|$ , normal ao plano da junção e direção  $|1\bar{1}0|$ , normal ao plano  $(\bar{1}10)$ , que é o plano de clivagem do cristal, formando os espelhos do laser, conforme fig.4. Vamos então fazer o eixo  $x$  paralelo a direção  $|111|$  e o eixo  $z$  paralelo a direção  $|1\bar{1}0|$ .

Portanto os eixos  $x$  e  $z$  já normalizados, podem ser expressos em termos dos eixos do cristal ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ) por:

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{a}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{a}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{a}_3$$

$$\hat{z} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_2$$

O terceiro eixo (eixo  $y$ ) é determinado através das relações de ortogonalidade:

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = 0$$

$$\hat{z} \cdot \hat{y} = 0$$

E temos que:

$$\hat{y} = \frac{1}{\sqrt{6}} \hat{a}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}} \hat{a}_2 - \sqrt{2/3} \hat{a}_3$$

Podemos construir a seguinte tabela, para os cosenos diretores da transformação do sistema ( $a_1 a_2 a_3$ ) para o sistema (x, y, z).

TABELA I

	$a_1$	$a_2$	$a_3$
x	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
y	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\sqrt{2/3}$
z	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0

Para determinar as variações dos elementos do tensor de permissividade, podemos escrever a equação (27) como:

$$\Delta \epsilon_{ij} = - \frac{c_{ii} \epsilon_{jj}}{\epsilon_0} \pi_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (30)$$

O tensor piezo-ótico é conhecido em relação ao sistema ( $a_1 , a_2 , a_3$ ) do cristal.

Precisamos portanto, realizar uma transformação dos elementos do tensor piezo-ótico para o sistema (x, y, z) do laser. A transformação é dada por:

$$\pi_{\alpha\beta\gamma\delta} = l_{\alpha i} l_{\beta j} l_{\gamma k} l_{\delta l} \pi_{ijkl} \quad (31) , \text{ onde}$$

$l_{\alpha i}$ ,  $l_{\beta j}$ ,  $l_{\gamma k}$  e  $l_{\delta k}$  são os cosenos diretores da transformação.

Consideremos, que pressão uniaxial ao longo da direção  $|111|$ , seja aplicada ao laser esquematizado na fig. 4. Neste caso, ele se encontra sob estado de "stress" compressivo ao longo desta direção. Os elementos do tensor de "stress"  $\sigma_{ij}$  são definidos como a componente da força na direção  $Ox_j$ , transmitida através da face normal a  $Ox_i$ , para um sistema de eixos  $Ox_1$   $Ox_2$   $Ox_3$ . Valores negativos de  $\sigma_{ij}$  (por convenção) correspondem a "stress" compressivo.

Para pressão uniaxial aplicada ao longo da direção  $|111|$  no laser esquematizado na figura 4, a única componente do tensor de "stress" diferente de zero, é  $\sigma_{xx} \equiv -P$ , onde  $P$  é a pressão aplicada.

Da equação (30) chegamos às seguintes expressões para a variação dos elementos do tensor de permissividade, no caso de pressão uniaxial aplicada ao longo da direção  $|111|$ :

$$\Delta\epsilon_{xx} = - \frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{xx}}{\epsilon_0} \pi_{xxxx}\sigma_{xx}$$

$$\Delta\epsilon_{xy} = \Delta\epsilon_{yx} = - \frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} \pi_{xyxx}\sigma_{xx}$$

$$\Delta\epsilon_{xz} = \Delta\epsilon_{zx} = - \frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} \pi_{xzxx}\sigma_{xx}$$

$$\Delta\epsilon_{yy} = - \frac{\epsilon_{yy}\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} \pi_{yyxx}\sigma_{xx}$$

$$\Delta\epsilon_{yz} = \Delta\epsilon_{zy} = - \frac{\epsilon_{yy}\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} \pi_{yzxx}\sigma_{xx}$$

$$\Delta\epsilon_{zz} = - \frac{\epsilon_{zz}\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} \pi_{zzxx}\sigma_{xx}$$

Usando a equação (31) e a Tabela I, podemos determinar os coeficientes piezo-óticos acima, no sistema (x, y, z).

Portanto temos:

$$\pi_{xxxx} = \frac{1}{3} (\pi_{1111} + 4\pi_{3232} + 2\pi_{1122})$$

$$\pi_{xyxx} = 0$$

$$\pi_{xzxx} = 0$$

$$\pi_{yyxx} = \frac{1}{3} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} + 2\pi_{1122})$$

$$\pi_{yzxx} = 0$$

$$\pi_{zzxx} = \frac{1}{3} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} + 2\pi_{1122})$$

As variações dos elementos do tensor de permissividade são dadas por:

$$\Delta\epsilon_{xx} = \frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{xx}}{3\epsilon_0} (\pi_{1111} + 4\pi_{3232} + 2\pi_{1122}) P$$

$$\Delta\epsilon_{yy} = \frac{\epsilon_{yy}\epsilon_{yy}}{3\epsilon_0} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} + 2\pi_{1122}) P$$

$$\Delta\epsilon_{zz} = \frac{\epsilon_{zz}\epsilon_{zz}}{3\epsilon_0} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} + 2\pi_{1122}) P$$

$$\Delta\epsilon_{xy} = \Delta\epsilon_{yx} = \Delta\epsilon_{xz} = \Delta\epsilon_{zx} = \Delta\epsilon_{yz} = \Delta\epsilon_{zy} = 0$$

1

O tensor de permissividade para o GaAs, como vimos no capítulo I, é diagonal com os três elementos da diagonal iguais.

Em presença de pressão uniaxial aplicada ao longo da direção |111|, o tensor de permissividade é dado por:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} + \Delta\epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} + \Delta\epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} + \Delta\epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (32)$$

onde  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}$  e  $\Delta\epsilon_{yy} = \Delta\epsilon_{zz}$ .

## II.2b AUTOMODOS DO GUIA DE ONDA DIELETÓICO COM APLICAÇÃO DE PRESSÃO UNIAXIAL AO LONGO DA DIREÇÃO |111|.

Vamos utilizar novamente o guia de onda dieletóico esquematizado na fig. 3, para representar o guia de onda que se obtém em um laser de junção, com a diferença de que o tensor de permissividade  $[\epsilon_2]$  é dado agora por (32).

Vimos no capítulo I, que a forma diagonal do tensor de permissividade e a ausência de dependência em uma direção, (direção y), nos levam a um desacoplamento da componente do campo elétrico  $E_y$  das componentes  $E_x$  e  $E_z$ , na resolução das equações de Maxwell, para o guia de onda dieletólico (fig. 3). Portanto, os modos de propagação eletromagnética são modos TE e TM, já definidos anteriormente.

No caso de pressão uniaxial aplicada ao longo da direção |111|, vamos ter que os modos de propagação eletromagnética do guia de onda dieletólico, que representa o guia de onda que se obtém no laser, são ainda modos TE e TM, pois o tensor de permissividade dado por (32), ainda possui a forma diagonal.

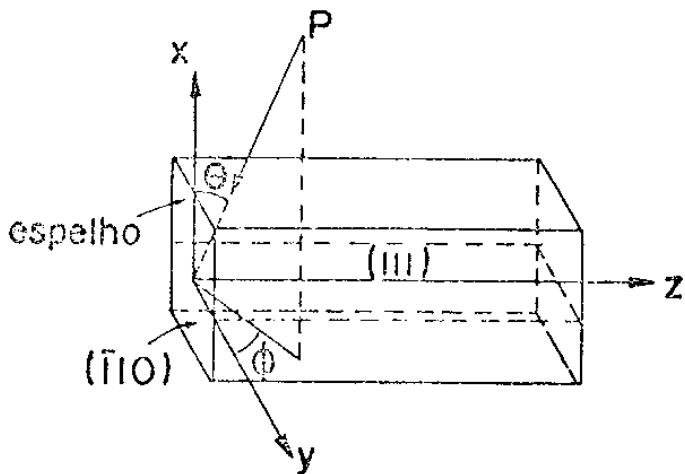
### III.3 INTRODUÇÃO DE TERMOS NÃO DIAGONAIS NO TENSOR DE PERMISIVIDADE.

Os resultados obtidos na parte experimental deste trabalho, nos levaram a supor, que termos não diagonais estivessem sendo introduzidos no tensor de permissividade. Vimos, na seção anterior, que a aplicação de pressão uniaxial ao longo da direção  $|111|$ , não altere a forma diagonal do tensor de permissividade e consequentemente a polarização dos modos. Entretanto, termos não diagonais podem ser introduzidos no tensor de permissividade nos seguintes casos:

- a) Se a pressão uniaxial é aplicado ligeiramente fora da direção  $|111|$ .
- b) Se o substrato original do laser não está exatamente orientado no plano  $|111|$  cristalográfico.

#### III.3a SITUAÇÃO EM QUE A PRESSÃO UNIAXIAL APLICADA AO LASER, ESTÁ LIGEIRAMENTE FORA DA DIREÇÃO $|111|$ .

Vamos supor, que a pressão uniaxial  $P$  não está sendo aplicada exatamente na direção  $|111|$ , (figura 5).



LASER COM PRESSÃO UNIAXIAL APLICADA,  
FORMANDO UM ÂNGULO  $\theta$  COM A DIREÇÃO X.

Fig. 5

Os elementos do tensor de "stress" em relação ao sistema (x, y, z) são dados por :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= -\cos^2\theta P \\
 \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= -\cos\theta\sin\theta\cos\phi P \\
 \sigma_{xz} = \sigma_{zx} &= -\cos\theta\sin\theta\sin\phi P \\
 \sigma_{yy} &= -\sin^2\theta\cos^2\phi P \\
 \sigma_{yz} = \sigma_{zy} &= -\sin^2\theta\cos\phi\sin\phi P \\
 \sigma_{zz} &= -\sin^2\theta\sin^2\phi P
 \end{aligned} \tag{33}$$

onde os ângulos  $\theta$  e  $\phi$  estão definidos na figura 5.

Através da equação (30), podemos determinar as variações dos elementos do tensor de permissividade que são:

$$\begin{aligned}
 \Delta\epsilon_{xx} &= -\frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{xx}}{\epsilon_0} (\pi_{xyxx}\sigma_{xx} + 2\pi_{xxyy}\sigma_{xy} + 2\pi_{xxxz}\sigma_{xz} + \pi_{xxyy}\sigma_{yy} + \\
 &\quad + 2\pi_{xxyz}\sigma_{yz} + \pi_{xxzz}\sigma_{zz}) \\
 \Delta\epsilon_{xy} = \Delta\epsilon_{yx} &= -\frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} (\pi_{xyxx}\sigma_{xx} + 2\pi_{xyxy}\sigma_{xy} + 2\pi_{xyxz}\sigma_{xz} + \\
 &\quad + \pi_{xyyy}\sigma_{yy} + 2\pi_{xyyz}\sigma_{yz} + \pi_{xyzz}\sigma_{zz}) \\
 \Delta\epsilon_{xz} = \Delta\epsilon_{zx} &= -\frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} (\pi_{xzxz}\sigma_{xx} + 2\pi_{xzxy}\sigma_{xy} + 2\pi_{xzxz}\sigma_{xz} + \\
 &\quad + \pi_{xzyy}\sigma_{yy} + 2\pi_{xzyz}\sigma_{yz} + \pi_{xzzz}\sigma_{zz}) \\
 \Delta\epsilon_{yy} &= -\frac{\epsilon_{yy}\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} (\pi_{yyxx}\sigma_{xx} + 2\pi_{yyxy}\sigma_{xy} + 2\pi_{yyxz}\sigma_{xz} + \pi_{yyyy}\sigma_{yy} + \\
 &\quad + 2\pi_{yyyz}\sigma_{yz} + \pi_{yyzz}\sigma_{zz})
 \end{aligned}$$

$$\Delta \epsilon_{yz} = \Delta \epsilon_{zy} = -\frac{\epsilon_{vv} \epsilon_{zz}}{\epsilon_0} (\pi_{yzxx} \sigma_{xx} + 2\pi_{yzxy} \sigma_{xy} + 2\pi_{yzxz} \sigma_{xz} + \\ + \pi_{yzyy} \sigma_{yy} + 2\pi_{yzyz} \sigma_{yz} + \pi_{yzzz} \sigma_{zz})$$

$$\Delta \epsilon_{zz} = -\frac{\epsilon_{zz} \epsilon_{zz}}{\epsilon_0} (\pi_{zzxx} \sigma_{xx} + 2\pi_{zzxy} + 2\pi_{zxzx} \sigma_{xz} + \pi_{zzyy} \sigma_{yy} + \\ + 2\pi_{zzyz} \sigma_{yz} + \pi_{zzzz} \sigma_{zz})$$

Utilizando equação (31) e a Tabela I podemos determinar os valores de  $\pi_{ijkl}$  no sistema (x, y, z).

Como veremos mais adiante, estamos interessados na determinação do elemento  $\Delta \epsilon_{yx}$ .

Da relação (31) e da Tabela I temos:

$$\pi_{xyxx} = 0$$

$$\pi_{xyxy} = -\frac{1}{3} (\pi_{1111} + \pi_{3232} - \pi_{1122})$$

$$\pi_{xyxz} = 0$$

$$\pi_{xyyy} = \frac{1}{3\sqrt{2}} (-\pi_{1111} + 2\pi_{3232} + \pi_{1122})$$

$$\pi_{xyyz} = 0$$

$$\pi_{xyzx} = \frac{1}{3\sqrt{2}} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122})$$

Portanto

$$\Delta \epsilon_{yx} = \frac{\epsilon_{xx} \epsilon_{yy}}{3\epsilon_0} \left[ 2(\pi_{1111} + \pi_{3232} + \pi_{1122}) \cos\theta \sin\theta \cos\phi + \right.$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} (-\pi_{1111} + 2\pi_{3232} + \pi_{1122}) \sin^2\theta \cos^2\phi +$$

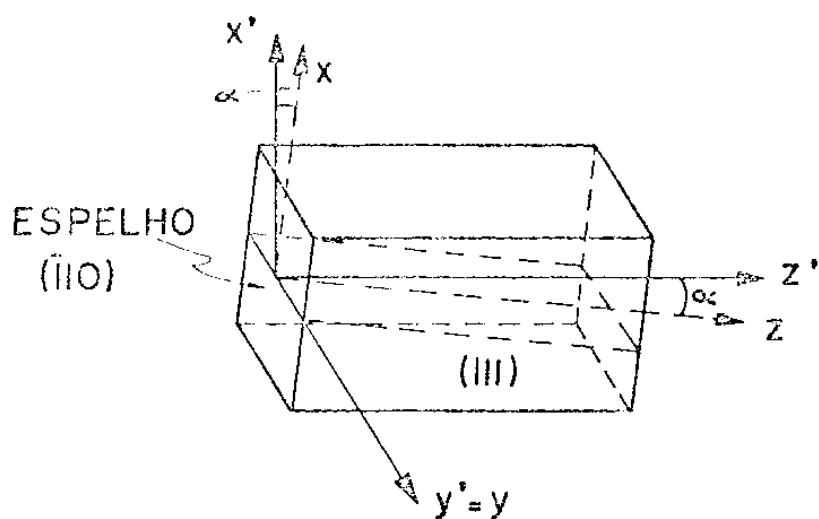
$$\left. + \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}) \sin^2\theta \sin^2\phi \right] P$$

(34)

onde usamos as expressões para  $\sigma_{ij}$  dadas por (33).

Verificamos, portanto, que na situação de pressão uniaxial aplicada ligeiramente fora da direção |111|, termos não-diagonais são introduzidas no tensor de permissividade.

### II.3b SITUAÇÃO EM QUE O SUBSTRATO ORIGINAL DO LASER NÃO ESTÁ EXATAMENTE NO PLANO |111|.



LASER COM O SUBSTRATO ORIGINAL LIGEIRAMENTE FORA DO PLANO (III)

Fig. 6

Na figura 6 está esquematizado um laser no qual o substrato original não está exatamente no plano  $(11\bar{1})$ .

Se o substrato original do laser está fora do plano  $-\langle 11\bar{1} \rangle$  de um certo ângulo  $\alpha$ , a direção normal à face superior do laser, eixo  $x'$ , não será mais a direção  $\langle 11\bar{1} \rangle$ , mas uma direção, rodada do ângulo  $\alpha$  em relação à esta direção. O plano  $(\bar{1}10)$  continua sendo o plano de clivagem, entretanto, a direção  $\langle \bar{1}10 \rangle$  não será mais ortogonal à direção  $x'$ . Teremos, então, uma nova direção  $z'$ , formando um ângulo  $\alpha$  com a direção  $\langle \bar{1}10 \rangle$ , que será ortogonal a  $x'$ .

A terceira direção ortogonal a  $x'$  e  $z'$  necessário para formar o sistema de eixos  $(x', y', z')$  continua sendo a direção  $y$ , já que houve uma rotação de um ângulo  $\alpha$ , somente no plano  $xz$ . O sistema  $(x' y' z')$  está relacionado com o sistema  $(x y z)$  através da seguinte tabela de transformação:

TABELA II

	x	y	z
$x'$	$\cos\alpha$	0	$-\sin\alpha$
$y'$	0	1	0
$z'$	$\sin\alpha$	0	$\cos\alpha$

Se queremos determinar o sistema  $(x', y', z')$  em relação ao sistema de eixos do cristal  $(a_1, a_2, a_3)$  devemos realizar o produto das matrizes de transformação, cujos elementos são dados pelas tabelas I e II.

A tabela de transformação do sistema  $(x', y', z')$  em relação ao sistema  $(a_1, a_2, a_3)$  é dada por:

TABELA III

	x	y	z
x'	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}}$
y'	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\sqrt{2}/3$
z'	$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{3}} \pm \frac{\cos\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{3}}$

Se a pressão uniaxial  $P$  está sendo aplicada exatamente paralela à direção  $x'$ , o elemento do tensor de "stress" diferente de zero é  $\sigma_{x'x'} = -P$ .

Neste caso as variações dos elementos do tensor de permissividade são:

$$\Delta\epsilon_{x'x'} = -\frac{\epsilon_{x'x'}\epsilon_{x'x'}}{\epsilon_0} \pi_{x'x'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

$$\Delta\epsilon_{x'y'} = \Delta\epsilon_{y'x'} = -\frac{\epsilon_{x'x'}\epsilon_{y'y'}}{\epsilon_0} \pi_{x'y'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

$$\Delta\epsilon_{x'z'} = \Delta\epsilon_{z'x'} = -\frac{\epsilon_{x'x'}\epsilon_{z'z'}}{\epsilon_0} \pi_{x'z'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

$$\Delta\epsilon_{y'y'} = -\frac{\epsilon_{y'y'}\epsilon_{y'y'}}{\epsilon_0} \pi_{y'y'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

$$\Delta\epsilon_{y'z'} = \Delta\epsilon_{z'y'} = -\frac{\epsilon_{y'y'}\epsilon_{z'z'}}{\epsilon_0} \pi_{y'z'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

$$\Delta\epsilon_{z'z'} = -\frac{\epsilon_{z'z'}\epsilon_{z'z'}}{\epsilon_0} \pi_{z'z'x'x'} \sigma_{x'x'}$$

Aqui também estamos interessados em  $\Delta\epsilon_{y'x'}$ . Portanto - da equação (31) e da tabela III obtemos que:

$$\pi_{x'y'x'x'} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\alpha \sin^2\alpha (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}).$$

Logo  $\Delta\epsilon_{y'x'}$  é dado por:

$$\Delta\epsilon_{y'x'} = \frac{\epsilon_{x'x'}\epsilon_{y'y'}}{\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\alpha \sin^2\alpha (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}) P$$

(35)

Verificamos novamente, que termos não diagonais são introduzidos no tensor de permissividade.

#### III.4 ACOPLAMENTO ENTRE MODOS GUIADOS.

Na seção I.2b determinamos os automodos do guia de onda dieletrico na ausência de perturbação. Queremos, agora, determinar os automodos deste guia de onda, na presença de uma perturbação, representada por pressão uniaxial. Podemos encontrar estes automodos resolvendo as equações de Maxwell, introduzindo a anisotropia, provocada pela pressão uniaxial, do tensor de permissividade.

Um outro procedimento para se obter estes automodos foi desenvolvido por Yariv<sup>(12)</sup>, em sua Teoria de Acoplamento de Modo. Em nosso trabalho vamos nos basear neste procedimento. Para isso, precisamos introduzir o acoplamento entre modos guia dos e mais especificamente o acoplamento fotoelástico, que está relacionado com nosso trabalho experimental.

Segundo Yariv, o acoplamento, em geral, pode ser representado por uma fonte de polarização de perturbação distribuída. Esta fonte de polarização vai fazer com que a polarização do meio considerado se afaste da que acompanha o meio não perturbado.

No desenvolvimento a seguir, vamos nos referir novamente à fig. 3. Em presença de uma perturbação, as equações do rotacional de Maxwell são:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (36)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (37)$$

onde o vetor de deslocamento  $\vec{D}$  pode ser escrito como:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (37a)$$

onde  $\vec{P}$  é a polarização do meio.

Das equações (36), (37) e (37a) obtemos:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (38)$$

A polarização total do meio  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  pode ser escrita como a soma da polarização  $\vec{P}_0$ , induzida pelo campo  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  no guia de onda não perturbado com permissividade  $\epsilon(\vec{r})$ , mais uma polarização de perturbação  $\vec{P}_{pert}(\vec{r}, t)$ .

Portanto:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}_0(\vec{r}, t) + \vec{P}_{pert}(\vec{r}, t) \quad (39)$$

$$\vec{P}_0 = \left[ c(\vec{r}) - \epsilon_0 \right] \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (40)$$

Substituindo equações (39) e (40) em (38) temos para cada componente do campo elétrico que:

$$\nabla^2 E_y - \mu_0 \epsilon(\vec{r}) \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\vec{P}_{pert}(\vec{r}, t)]_y \quad (41)$$

$$\nabla^2 E_x - \mu_0 \epsilon(\vec{r}) \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\vec{P}_{pert}(\vec{r}, t)]_x \quad (41a)$$

$$\nabla^2 E_z - \mu_0 \epsilon(\vec{r}) \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\vec{P}_{pert}(\vec{r}, t)]_z \quad (41b)$$

O campo elétrico total do guia de onda perturbado pode ser escrito como uma expansão em série nos automodos do guia de onda não perturbado.

A componente y do campo elétrico total é:

$$E_y(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_m A_m(z) E_y^{(m)}(x) e^{i(wt - \beta_m z)} + c.c \quad (42)$$

onde c.c. corresponde ao complexo conjugado e m ao automodo de ordem m do guia de onda não perturbado e que como vimos no capítulo I, satisfaaz a equação:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \beta_m^2 \right) E_y^{(m)}(\vec{r}) + w^2 \mu_0 \epsilon(\vec{r}) E_y^{(m)}(\vec{r}) = 0 \quad (43)$$

Substituindo (42) em (41) temos:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_y^{(m)}(x) = \frac{A_m(z)}{2} e^{i(wt - \beta_m z)} + c.c.$$

$$+ \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y$$

Como estamos assumindo que  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$  temos que:

$$\sum_m \frac{A_m(z)}{2} e^{i(wt - \beta_m z)} = \frac{d^2 E_y^{(m)}(x)}{dx^2} + \sum_m \frac{1}{2} \left( E_y^{(m)}(x) e^{i(wt - \beta_m z)}$$

$$\left( \frac{d^2 A_m}{dz^2} - 2i\beta_m \frac{dA_m}{dz} - \beta_m^2 A_m \right) \right) + \mu_0 \epsilon(\vec{r}) w^2 \sum_m \frac{A_m(z)}{2} E_y^{(m)}(x) e^{i(wt - \beta_m z)}$$

$$+ c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y$$

Reescrevendo chegamos a:

$$e^{iwt} \sum_m \left\{ \frac{A_m(z)}{2} \left( \frac{d^2 E_y^{(m)}(x)}{dx^2} - \beta_m^2 E_y^{(m)}(x) + w^2 \mu_0 \epsilon(\vec{r}) E_y^{(m)}(x) \right) e^{-i\beta_m z} + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 A_m}{dz^2} - 2i\beta_m \frac{dA_m}{dz} \right) E_y^{(m)}(x) e^{-i\beta_m z} \right\} + c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y \quad (44)$$

Devido a equação (43), temos na equação (44) que:

$$\frac{d^2 E_y^{(m)}(x)}{dx^2} - \beta_m^2 E_y^{(m)}(x) + w^2 \mu_0 \epsilon(\vec{r}) E_y^{(m)}(x) = 0$$

Pertanto a equação (44) se reduz a:

$$e^{iwt} \sum_m \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 A_m}{dz^2} - 2i\beta_m \frac{dA_m}{dz} \right) E_y^{(m)}(x) e^{-i\beta_m z} + c.c. = \\ = \mu_0 \frac{\sigma^2}{\sigma t^2} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y \quad (44a)$$

Assumindo que a variação da perturbação é lenta em relação ao comprimento de onda, isto é,

$\left| \frac{d^2 A_m}{dz^2} \right| \ll \beta_m \left| \frac{dA_m}{dz} \right|$ , então (44a) pode ser escrita como:

$$\sum_m -i\beta_m \frac{dA_m}{dz} E_y^{(m)}(x) e^{i(wt - \beta_m z)} + c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y \quad (45)$$

Fazendo o produto de (45) com  $E_y^{(s)}(x)$ , onde  $s$  é o auto-modo de ordem  $s$  do guia de onda não perturbado e integrando em  $x$  de  $-\infty$  a  $+\infty$  temos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sum_m -i\beta_m \frac{dA_m}{dz} E_y^{(m)}(x) E_y^{(s)}(x) e^{i(wt - \beta_m z)} dx + c.c. = \\ = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [P_{pert}(\vec{r}, t)]_y E_y^{(s)}(x) dx$$

Os automodos do guia de onda formam um conjunto ortogonal, portanto da relação (16) (seção 1.2b) temos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_y^{(m)}(x) E_y^{(s)}(x) dx = \frac{2\omega \mu_0}{\beta_m} \delta_{s,m} \quad \text{onde } \delta_{s,m} = 1 \text{ se } s = m \\ 0 \text{ se } s \neq m$$

Donde equação (45a) pode ser escrita como:

$$-2iw \frac{dA_s}{dz} e^{i(wt - \beta_s z)} + \text{c.c} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [P_{pert}(\vec{r},t)]_y E_y^{(s)}(x) dx \\ (45b)$$

Para cada automodo  $m$  temos dois termos envolvendo  $E_y^{(m)}(x)$ , um correspondendo a propagação no sentido  $t_z$ , designado por (+) e o outro correspondendo ao sentido  $-z$ , designado por (-). Portanto, equação (45b) pode ser escrita como:

$$\frac{dA_s(-)}{dz} e^{i(wt + \beta_s z)} - \frac{dA_s(+)}{dz} e^{i(wt - \beta_s z)} + \text{c.c} = \\ = - \frac{i}{2w} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [P_{pert}(\vec{r},t)]_y E_y^{(s)}(x) dx \quad (46)$$

onde  $A_s(-)$  e  $A_s(+)$  são as amplitudes complexas do modo de ordem  $s$ , que se propaga no sentido negativo e positivo de  $z$ .

Equação (46) nos dá a variação das amplitudes devido a presença de uma perturbação e é o ponto de partida para o tratamento de interação entre modos.

## ACOPLAMENTO FOTOELÁSTICO

Como vimos, o efeito fotoelástico é expresso pela equação (30),

$$\Delta\epsilon_{ij} = -\frac{\epsilon_{ii}\epsilon_{jj}}{\epsilon_0} \pi_{ijkl}\sigma_{kl}$$

Em presença de pressão uniaxial, o tensor de permissividade (que era diagonal) pode ser escrito como:

$$\epsilon_{ij}(P \neq 0) = \epsilon_{ij}\delta_{ij} + \Delta\epsilon_{ij} \quad (47)$$

O vetor de deslocamento elétrico é dado por:

$$D_i = \epsilon_0 E_i + P_i \quad (48)$$

e

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad (49)$$

As componentes do vetor de polarização  $\vec{P}$ , a partir das equações (48) e (49), podem ser escritas como:

$$P_i = \sum_j (\epsilon_{ij}(P \neq 0) E_j - \epsilon_0 \delta_{ij} E_j) \quad (50)$$

Substituindo equação (47) em (50) vem que:

$$P_i = \sum_j [(\epsilon_{ij} - \epsilon_0)\delta_{ij} E_j + \Delta\epsilon_{ij} E_j] \quad (50a)$$

Comparando as equações (39) e (40) com (50a), obtemos a polarização de perturbação devido ao efeito fotoelástico, que é dada por:

$$[P_{\text{pert}}]_j = \sum_i \Delta \epsilon_{ij} E_j \quad (51)$$

No desenvolvimento a seguir, vamos sempre que possível utilizar os parâmetros conhecidos dos lasers por nós estudados. Estes lasers, na ausência de pressão uniaxial aplicada, emitem em modos linearmente polarizados com campo elétrico perpendicular ao plano da junção (modo TM).

Vamos, então, no desenvolvimento a seguir, considerar, que temos inicialmente um modo TM, (do guia de onda dielétrico), propagando-se no sentido +z e verificar como se dá o acoplamento com um modo TE, na presença de uma perturbação representada pela pressão uniaxial.

Para que haja acoplamento de um modo inicial TM com um modo TE, é preciso que o modo TM que uma polarização de perturbação na direção y  $[P_{\text{pert}}]_y$ , que vai acoplar o modo TE.

Em um modo TM temos as seguintes componentes para os campos elétrico e magnético:  $E_x$ ,  $E_z$  e  $H_y$ . Da equação (51) temos que a polarização de perturbação na direção y gerado pelo modo TM é:

$$[P_{\text{pert}}]_y = \Delta \epsilon_{yx} E_x + \Delta \epsilon_{yz} E_z$$

A componente  $E_z$  do campo elétrico pode contribuir para polarização que acopla o modo TE.

Entretanto, os lasers de GaAs de junção p-n emitem em modos de ordem baixa, para os quais a relação  $E_z \ll E_x$  é válido. Portanto, a contribuição da componente  $E_z$  para o acoplamento pode ser desprezada. A polarização de perturbação pode ser escrita em boa aproximação, para modos de ordem baixa, como:

$$[P_{pert}]_y = \Delta\epsilon_{yx} E_x \quad (52)$$

Aqui, aparece então, o motivo pelo qual dissemos nas seções II+3, que estávamos interessados na determinação da variação  $\Delta\epsilon_{yx}$  do tensor de permissividade com a pressão aplicada, e que é dada pelas equações (34) e (35).

A componente  $E_x$  do campo elétrico do automodo TM de ordem 1, que se propaga no sentido +z, é dada por:

$$E_x^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{\beta_1^{TM}}{2w\epsilon_{xx}} B_1 H_y^{(1)}(x) e^{i(wt - \beta_1^{TM} z)} + c.c.$$

onde  $|\beta_1|^2$  corresponde à potência por unidade de largura.

Substituindo a expressão para a componente  $E_x$  do campo elétrico na equação (52) temos:

$$[P_{pert}(\vec{r}, t)]_y = \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{2w\epsilon_{xx}} B_1 \beta_1^{TM} H_y^{(1)}(x) e^{i(wt - \beta_1^{TM} z)} + c.c. \quad (52a)$$

A substituição da equação (52a) na equação (46) nos fornece uma equação para o acoplamento entre modos TE e TM, que é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dA_s^{(-)}}{dz} e^{i(wt + \beta_s^{TE} z)} &= \frac{dA_s^{(+)}}{dz} e^{i(wt - \beta_s^{TE} z)} + c.c. = \\ &= - \frac{i}{2w} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{2w\epsilon_{xx}} \beta_1^{TM} B_1 H_y^{(1)}(x) e^{i(wt - \beta_1^{TM} z)} E_y^{(s)}(x) dx \quad (53) \end{aligned}$$

Equação (53) pode ser escrito como:

$$\frac{dA_s}{dz}^{(-)} e^{i\beta_s TE z} - \frac{dA_s}{dz}^{(+)} e^{-i\beta_s TE z} + c.c =$$

$$= -\frac{i}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}} \beta_1^{TM} B_1 H_y^{(1)}(x) E_y^{(s)}(x) e^{-i\beta_1^{TM} z} dx + c.c$$

(53a)

Se a pressão uniaxial P se distribui uniformemente na camada guia, isto é, entre  $-t \leq x \leq 0$ , a integral na equação (53a) pode ser feita entre estes valores de x.

Reescrevendo equação (53a) ficamos com:

$$\frac{dA_s}{dz}^{(-)} e^{i\beta_s TE z} - \frac{dA_s}{dz}^{(+)} e^{-i\beta_s TE z} + c.c =$$

$$= -\frac{i}{4} \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}^{(2)}} \beta_1^{TM} B_1 \int_{-t}^0 H_y^{(1)}(x) e^{-i\beta_1^{TM} z} dx + c.c. \quad (54)$$

Queremos determinar o acoplamento entre modos TM e TE de mesma ordem, isto é, para  $l = s$ , que é a situação em que a integral em (54) é máxima.

Os modos TM e TE de mesma ordem, dos laser de GaAs de junção p-n, possuem constantes de propagação muito proximas, isto é,  $\beta_s^{TE} \approx \beta_s^{TM}$ . Portanto será esta a situação que vamos considerar.

Para que haja acoplamento, é preciso que os termos dependentes em z, no lado direito da equação (54) sejam proporcionais a  $e^{i\beta_s TE z}$  ou a  $e^{-i\beta_s TE z}$ .

Na situação considerada, em que a dependência em z, no lado direito da equação (54), é dado por  $e^{-i\beta_s^{TM}z}$ , o acoplamento se fará principalmente com o modo TE, que se propaga no sentido  $+z$  (acoplamento cedirecional), visto que  $\beta_s^{TE} \approx \beta_s^{TM}$ .

A equação (54) se reduz a:

$$\frac{dA_s}{dz} e^{-i\beta_s^{TE}z} + \text{c.c.} = -\frac{i}{4} \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{\epsilon^{(2)}_{xx}} \beta_s^{TM} B_s \int_{-t}^0 H_y^{(s)}(x) E_y^{(s)}(x) e^{-i\beta_s^{TM}x} dx + \text{c.c.} \quad (55)$$

ou

$$\frac{dA_s}{dz} = -i K B_s e^{-i(\beta_s^{TM} - \beta_s^{TE})z} \quad (56),$$

onde K é o coeficiente de acoplamento dado por:

$$K = \frac{\beta_s^{TM}}{4} \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{\epsilon^{(2)}_{xx}} \int_{-t}^0 H_y^{(s)}(x) E_y^{(s)}(x) dx \quad (57)$$

Na determinação do integral na equação (57) vamos considerar uma aproximação para modos bem confinados. Nesta situação as magnitudes do vetor de propagação  $\sqrt{\frac{\epsilon^{(2)}_{yy}}{\epsilon_0}}$

e da constante de propagação  $\beta$ , (para um dado modo), são bastante próximas. Portanto h dado pela equação (10a) é muito pequeno. Das equações (10b) e (10c) lembrando, que neste caso

$\beta = k \sqrt{\frac{\epsilon^{(2)}_{yy}}{\epsilon_0}}$  e que  $\epsilon^{(2)}_{yy} > \epsilon^{(1)}_{yy}, \epsilon^{(3)}_{yy}$ , podemos dizer que  $p, q \gg h$ .

Nesta aproximação, a componente  $y$  do campo elétrico do modo TE de ordem  $s$ , equação (12b), é dado por:

$$E_y^{(s)}(x) = \left( \frac{4\omega\mu_0}{|\beta_s^{TE}|t} \right)^{1/2} \sin \frac{s\pi x}{t},$$

onde a constante  $\epsilon_s$  do modo, dado pela equação (15), também foi aproximado para o caso em que  $p, q \gg h$ .

Analogamente, para a componente  $y$  do campo magnético - do modo TM de ordem  $s$  temos:

$$H_y^{(s)}(x) = \left( \frac{4\omega c^{(2)}_{xx}}{t|\beta_s^{TM}|} \right)^{1/2} \sin \frac{s\pi x}{t}$$

A integral  $\int_{-t}^0 H_y^{(s)}(x) E_y^{(s)}(x) dx$  na equação (57)

é dada por :

$$\begin{aligned} \int_{-t}^0 H_y^{(s)}(x) E_y^{(s)}(x) dx &= \frac{4w}{t} \left( \frac{\mu_0 \epsilon^{(2)}_{xx}}{\beta_s^{TE} \beta_s^{TM}} \right)^{1/2} \int_{-t}^0 \sin^2 \frac{s\pi x}{t} dx \\ &= \frac{4w \sqrt{\mu_0 \epsilon^{(2)}_{xx}}}{t\beta} \int_{-t}^0 \sin^2 \frac{s\pi x}{t} dx = 2, \end{aligned}$$

onde fizemos  $\beta \equiv \beta_s^{TE} \approx \beta_s^{TM}$ .

O coeficiente de acoplamento K é dado por:

$$K = \frac{\beta}{2} \frac{\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}} \quad (58)$$

O acoplamento entre os modos TM e TE que se propagam no sentido positivo de z é expresso por:

$$\frac{dA_s}{dz} = -ikB_s e^{-i(\beta_s^{TM} - \beta_s^{TE})z} \quad (59)$$

e

$$\frac{dB_s}{dz} = -ikA_s e^{+i(\beta_s^{TM} - \beta_s^{TE})z} \quad (60)$$

onde K é dado pela equação (58).

A equação (60) pode ser determinada através de um procedimento semelhante ao usado na determinação da equação (59).

## II.5 - AUTOMODOS DO GUIA DE ONDA PERTURBADO.

Estamos interessados na determinação dos automodos do guia de onda perturbado devido à aplicação de pressão uniaxial. Para isto, vamos utilizar o procedimento desenvolvido por Yariv, que pode ser utilizado, quando a formulação do problema nos leva à equações do tipo:

$$\frac{dA}{dz} = - K * B e^{iz\delta z} \quad (61)$$

$$\frac{dB}{dz} = + K A e^{-iz\delta z} \quad (62)$$

$$\text{com } \delta = \frac{1}{2} (\beta_a - \beta_b) \quad (63)$$

Equações (61) e (62) são as equações (59) e (60) (para o acoplamento codirecional) escritas de forma mais geral.

Poderemos escrever os campos no guia de onda perturbado da seguinte maneira:

$$a(x, z, t) \propto A(z) H_y^{(s)}(x) e^{i(wt - \beta_a z)}$$

$$b(x, z, t) \propto B(z) E_y^{(s)}(x) e^{i(wt - \beta_b z)}$$

onde  $a(x, z, t)$  está associado ao modo TM e  $b(x, z, t)$  ao modo TE.

Automodo por definição é uma configuração de campo, que uma vez excitada, se propaga inalterada. Se querermos determinar os automodos do guia de onda perturbado, precisamos encontrar as combinações lineares de  $A(z)$  e  $B(z)$ , que sejam in

dependentes de  $z$  (a menos de um fator de propagação), de acordo com a definição de automodo.

As equações (61) e (62) podem ser escritas de uma forma mais geral. Para isso vamos definir um vetor coluna  $\tilde{E}(z)$  - como:

$$\tilde{E}(z) = \begin{bmatrix} B(z) e^{-i\beta bz} \\ A(z) e^{-i\beta az} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} E_1(z) \\ E_2(z) \end{bmatrix}$$

A variação do campo ao longo da direção de propagação é:

$$\frac{d\tilde{E}}{dz} = \begin{bmatrix} -i\beta b & +K \\ -K^* & -i\beta a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(z) e^{-i\beta bz} \\ A(z) e^{-i\beta az} \end{bmatrix}$$

Portanto temos que:

$$\frac{d\tilde{E}}{dz} = C \tilde{E} \quad (64)$$

onde

$$C = \begin{bmatrix} -i\beta b & +K \\ -K^* & -i\beta a \end{bmatrix} \quad (65)$$

Um automodo, por definição, pode ser escrito sob a forma:

$$\tilde{E}(z) = \tilde{E}(0) e^{i\gamma z} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} e^{i\gamma z} \quad (66)$$

A equação (64) é geral, devendo portanto, ser satisfeita por um automodo. Substituindo (66) em (64) temos:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} e^{i\gamma z} = \begin{pmatrix} -i\beta b + K \\ -K^* - i\beta a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} e^{i\gamma z}$$

Temos duas equações homogêneas em  $E_1$  e  $E_2$  que são:

$$-i(\beta b + \gamma) E_1 + K E_2 = 0$$

$$-K^* E_1 -i(\beta a + \gamma) E_2 = 0 \quad (67)$$

O determinante de (67) deve ser zero, para que tenhamos soluções não triviais em  $E_1$  e  $E_2$ .

Resolvendo o determinante em  $\gamma$  temos:

$$\gamma^2 + \gamma(\beta a + \beta b) + (\beta a \beta b - K^2) = 0$$

$$\gamma_{1,2} = -\frac{(\beta a + \beta b)}{2} \pm \frac{((\beta a + \beta b)^2 - 4(\beta a \beta b - K^2))^{1/2}}{2}$$

fazendo  $\bar{\beta} \equiv \frac{\beta a + \beta b}{2}$ ,  $s \equiv \sqrt{\delta^2 + K^2}$  e  $K^2 \equiv K K^*$  temos que:

$$\gamma_{1,2} = -\bar{\beta} \pm s, \text{ que são os autovalores.}$$

Os autovetores correspondentes são obtidos, substituindo-se:

a)  $\gamma_1 = -\bar{\beta} + s$  em (67a), dando:

$$-i(\beta b - \bar{\beta} + s) E_1 + K E_2 = 0$$

$$-i(-\delta + s) E_1 + K E_2 = 0$$

$$i(\delta - s) E_1 + K E_2 = 0$$

$$E_1 - \frac{iK}{(\delta - s)} E_2 = 0$$

Portanto, o autovetor correspondente a  $\gamma_1$  é:

$$\tilde{E}_1 = \begin{bmatrix} \frac{iK}{(\delta - s)} \\ 1 \end{bmatrix} e^{-i(\beta - s)z} \quad (68)$$

b)  $\gamma_2 = -\beta - s$  em (67a), dando:

$$-i(\beta b - \bar{\beta} - s) E_1 + KE_2 = 0$$

$$-i(-\delta - s) E_1 + KE_2 = 0$$

$$E_1 = \frac{iK}{(\delta + s)} E_2 = 0$$

O autovetor correspondente a  $\gamma_2$  é:

$$\tilde{E}_2 = \begin{bmatrix} \frac{iK}{(\delta + s)} \\ 1 \end{bmatrix} e^{-i(\beta + s)z} \quad (69)$$

Verificamos que os autovetores  $\tilde{E}_1$  e  $\tilde{E}_2$  são ortogonais, isto é,  $\tilde{E}_1 \cdot \tilde{E}_2^* = 0$  e que os produtos  $\tilde{E}_1 \cdot \tilde{E}_1^*$  são as potências dos modos  $\tilde{E}_1$  e  $\tilde{E}_2$ .

Das expressões (68) e (69) verificamos que os autovetores possuem duas componentes, que são as amplitudes das componentes TE e TM de cada modo e dadas respectivamente por:

$$\frac{iK}{(\delta \pm s)} \text{ e } 1.$$

Na situação em que o acoplamento tende a desaparecer, isto é,  $K/\delta \rightarrow 0$ , temos que:

$$\tilde{E}_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-i\beta bz}, \quad \text{que é o modo TE desacoplado e}$$

$$\tilde{E}_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-i\beta az}, \quad \text{correspondendo ao modo TM desacoplado.}$$

A razão entre as intensidades das componentes TE e TM dos dois automodos é dado por:

$$\frac{\kappa^2}{(\delta \pm s)^2}$$

Para o caso de acoplamento fotoelástico, como já foi calculado anteriormente, temos que o coeficiente de acoplamento  $K$  é dado por:

$$K = \frac{\beta}{2} - \frac{\Delta\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}^{(2)}}$$

Substituindo as equações (34) e (35) para os valores de  $\Delta\epsilon_{yx}$ , temos a expressão para  $K$  nos dois casos descritos nas secções III.3a e III.3b.

Os automodos do guia de onda perturbado devido à aplicação de pressão uniaxial são dados por:

$$\tilde{E}_1 = \begin{bmatrix} iK_{1,2} \\ \delta - s \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} e^{-i(\bar{\beta} - s)z}$$

$$\tilde{E}_2 = \begin{bmatrix} iK_{1,2} \\ -\delta + s \\ 1 \end{bmatrix} e^{-i(\tilde{\beta} + s)z}$$

onde  $\delta = \frac{1}{2} (\beta_{TM} - \beta_{TE})$

que são polarizados elipticamente.

Os valores  $K_{1,2}$  para as duas situações consideradas

são:

- a) Pressão uniaxial aplicada ligeiramente fora da direção (111).

Substituindo (34) em (58) temos:

$$K_1 = \frac{\beta}{6} \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} P \left[ 2(\pi_{1111} + \pi_{3232} - \pi_{1122}) \cos \theta \sin \phi + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\pi_{1111} + 2\pi_{3232} + \pi_{1122}) \sin^2 \theta \cos^2 \phi + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}) \sin^2 \theta \sin^2 \phi \right]$$

- b) Substrato original do laser não está exatamente no plano cristalográfico (111)

Substituindo equação (35) em (58) temos que o coeficiente de acoplamento é dado por:

$$K_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} \beta \frac{\epsilon_{yy'}}{\epsilon_0} P \cos \alpha \sin^2 \alpha (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122})$$

Para que possamos fazer uma comparação com os resultados experimentais, vamos determinar a variação da razão entre as intensidades das componentes TE e TM em função da pressão P, para o automodo, que tende ao modo TM, quando o acoplamento - tende a zero. Chamando esta razão de TE/TM temos que:

$$\frac{TE}{TM} = \frac{\frac{k^2}{1,2}}{(s + \delta)^2}$$

onde usaremos sempre que possível para a determinação dos valores de K,  $\delta$  e S os parâmetros conhecidos dos lasers. Devemos, portanto considerar que:

1º) Não podemos medir a diferença  $\delta$  entre as constantes de propagação  $\beta_{TM}$  e  $\beta_{TE}$ , para os lasers que utilizamos, já que seu valor é bem menor do que o poder de separação do espectrômetro utilizado, que é de 0,1 Å.

Das aproximações feitas temos que:

$$\beta_{TM} = \frac{2\pi n}{\lambda_{TM}} \quad \text{e} \quad \beta_{TE} = \frac{2\pi n}{\lambda_{TE}}$$

onde n é o índice de refração do GaAs e  $\lambda_{TM}$  e  $\lambda_{TE}$  correspondem respectivamente aos comprimentos de onda TM e TE.

Portanto  $\delta$  será dado por:

$$\delta = \frac{1}{2} (\beta_{TM} - \beta_{TE}) = \pi n \left( \frac{1}{\lambda_{TM}} - \frac{1}{\lambda_{TE}} \right)$$

Como  $\lambda_{TM} \sim \lambda_{TE} \equiv \lambda$ , podemos escrever que

$$\delta = \frac{\pi n(\Delta\lambda)}{\lambda^2}, \text{ com } \Delta\lambda = \lambda_{TE} - \lambda_{TM}$$

O fôndice de refração  $n$  para um comprimento de onda  $\lambda = 8,46 \times 10^{-7} \text{ m}$  é dado por  $n = 3,56$ .

Para a diferença  $\Delta\lambda$  entre os comprimentos de onda TE e TM vamos assumir os seguintes valores:

1)  $(\Delta\lambda)_1 = 1,0 \times 10^{-11} \text{ m}$  correspondendo ao máximo poder de separação do espectrometro que usamos.

O valor da  $\delta$  correspondente é:

$$\delta_1 = 152 \text{ m}^{-1}$$

$$2) (\Delta\lambda)_2 = 0,5 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Este valor corresponde a uma diferença entre as constantes de propagação, que achamos que ainda não corresponde à situação real.

Para  $(\Delta\lambda)_2 = 0,5 \times 10^{-11} \text{ m}$  temos

$$\delta_2 = 75 \text{ m}^{-1}$$

$$3) (\Delta\lambda)_3 = 0,1 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\delta_3 = 15 \text{ m}^{-1}$$

$$4) (\Delta\lambda)_4 = 0,05 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\delta_4 = 7,5 \text{ m}^{-1}$$

Os terceiro e quarto valores de  $\delta$  são os que supomos correspondem à diferença real entre as constantes de propagação  $\beta_{TM}$  e  $\beta_{TE}$ .

## 2º) Coeficiente de acoplamento K.

a) Na situação em que a pressão uniaxial está sendo aplicada fora da direção (111) temos que:

$$\begin{aligned} K_1 = \frac{\beta}{6} & - \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} P \left[ 2(\pi_{1111} + \pi_{3232} - \pi_{1122}) \cos\theta \sin\theta \cos\phi + \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\pi_{1111} + 2\pi_{3232} + \pi_{1122}) \sin^2\theta \cos^2\phi + \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}) \sin^2\theta \sin^2\phi \right] \end{aligned}$$

Estamos assumindo que a pressão uniaxial está sendo aplicada formando um ângulo  $\theta$  pequeno com a direção x (Fig. 5), portanto vamos tomar o valor de  $\theta$  como sendo igual a  $1^\circ$ .

O ângulo  $\phi$  no plano YZ é arbitrário e consideraremos então três situações:

$$\phi = 1^\circ$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$\phi = 90^\circ$$

Os valores dos coeficientes piezo-óticos foram determinados por A. Feldman e D. Horowitz<sup>(13)</sup> e para o comprimento de onda de  $8,4 \times 10^{-7}$  m a  $77^\circ\text{K}$  são dados por  $\pi_{3232} = -0,017 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$ ,  $(\pi_{1111} - \pi_{1122}) = 0,066 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$ .

Portanto,

$$K_1 = \frac{\pi n^3}{3\lambda} P \left[ 2(\pi_{1111} + \pi_{3232} - \pi_{1122}) \cos \theta \cos \phi + \right.$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} (-\pi_{1111} + 2\pi_{3232} + \pi_{1122}) \sin^2 \theta \cos^2 \phi +$$

$$+ \left. \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122}) \sin^2 \theta \sin^2 \phi \right]$$

onde fizemos  $\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_0} = n^2$

b) Na situação em que supomos que o substrato original do laser está fora do plano (111) temos:

$$K_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} \beta \frac{\epsilon_{y'y'}}{\epsilon_0} P \cos \alpha \sin^2 \alpha (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122})$$

Vamos aqui também assumir que o ângulo  $\alpha$  (Fig. 6) é pequeno. Faremos então  $\alpha = 1^\circ$ .

O coeficiente de acoplamento será dado por:

$$K_2 = \frac{\sqrt{2\pi n^3}}{2\lambda} P \cos \alpha \sin^2 \alpha (\pi_{1111} - 2\pi_{3232} - \pi_{1122})$$

onde fizemos  $\frac{\epsilon_y' y'}{\epsilon_0} = n^2$

$$\epsilon_0$$

As variações da razão entre as intensidades das componentes TE e TM do automodo  $E_2$  com a pressão uniaxial  $P$ , considerando os valores de  $K$ ,  $\delta$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\alpha$  dados anteriormente, para as duas situações que consideramos, nas quais elementos não diagonais são introduzidos no tensor de permissividade, estão nas figuras de 7 a 13.\*

\* Os pontos assinalados sobre as curvas foram usados somente para diferenciá-las.

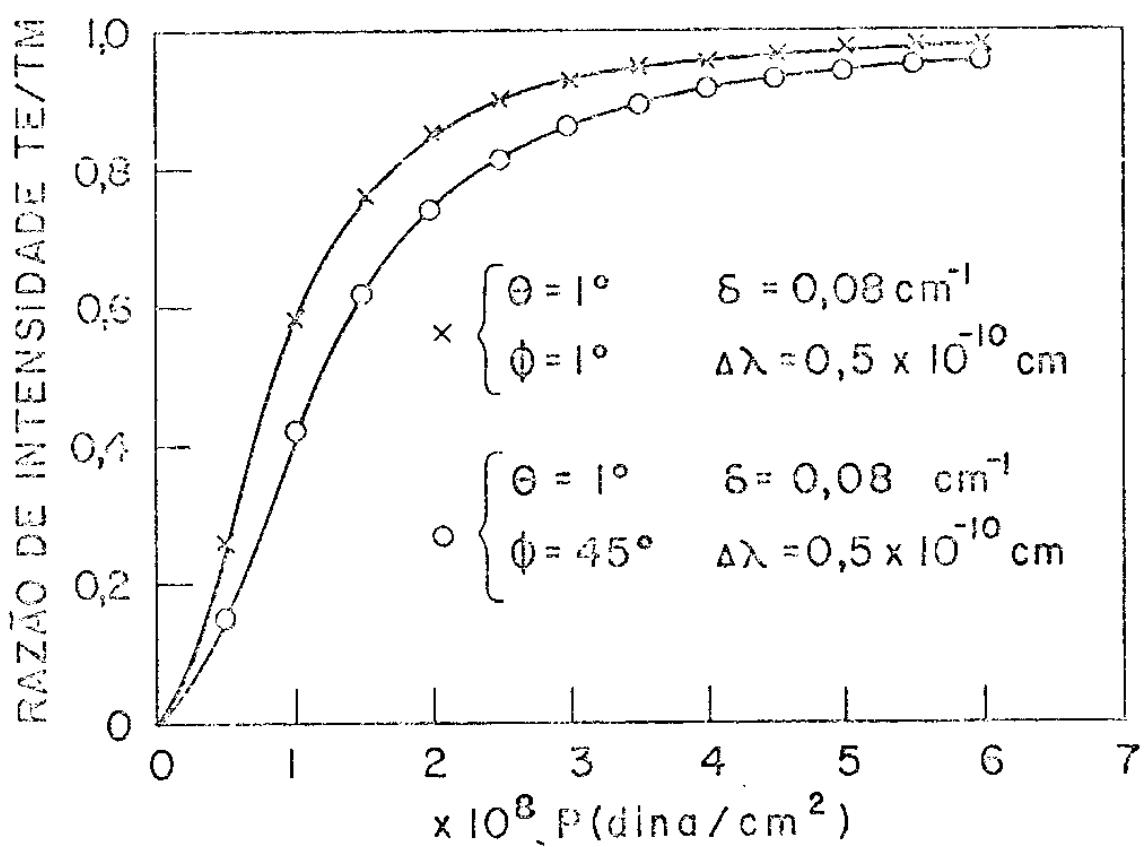


Fig. 7

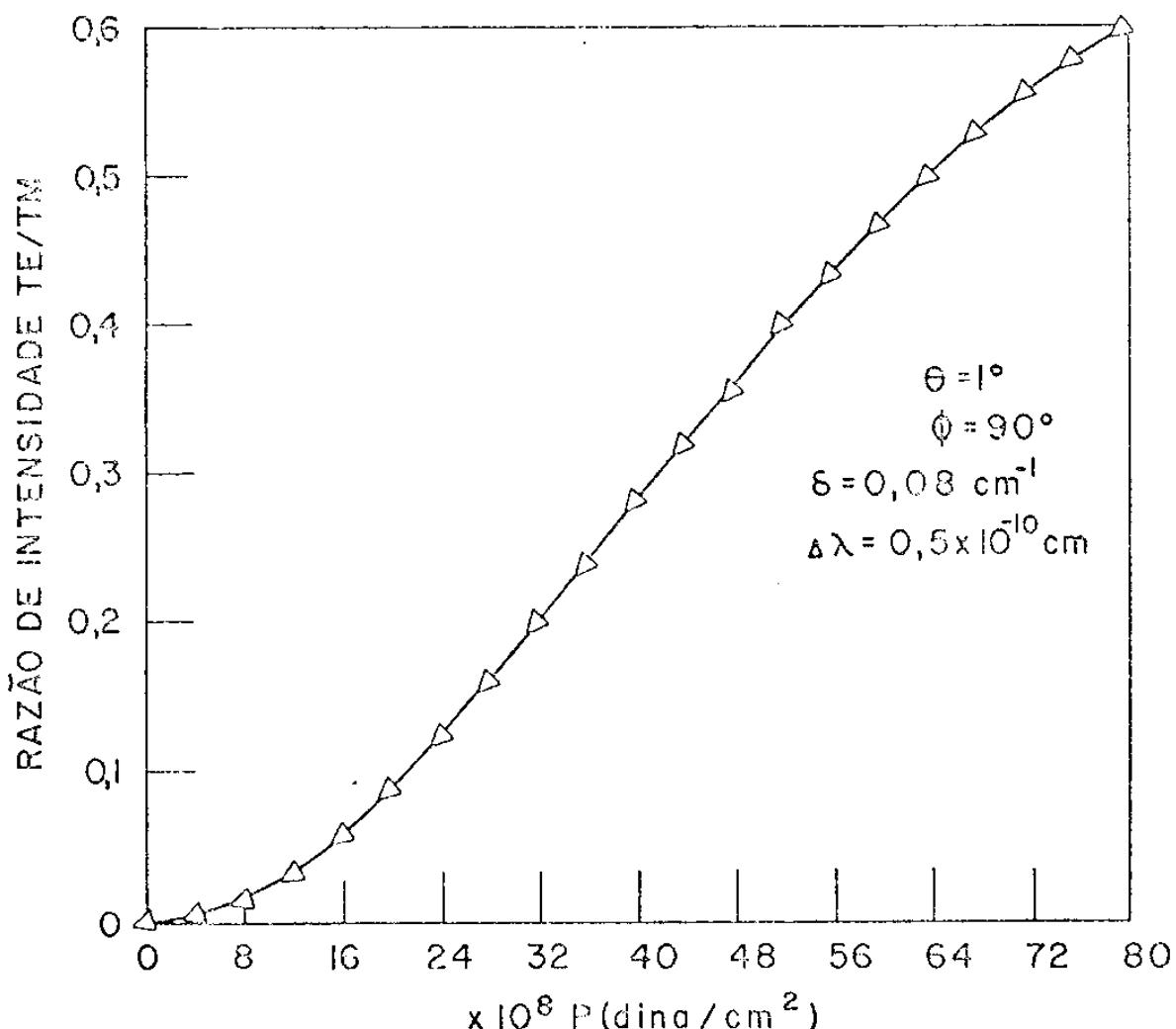


Fig. 8

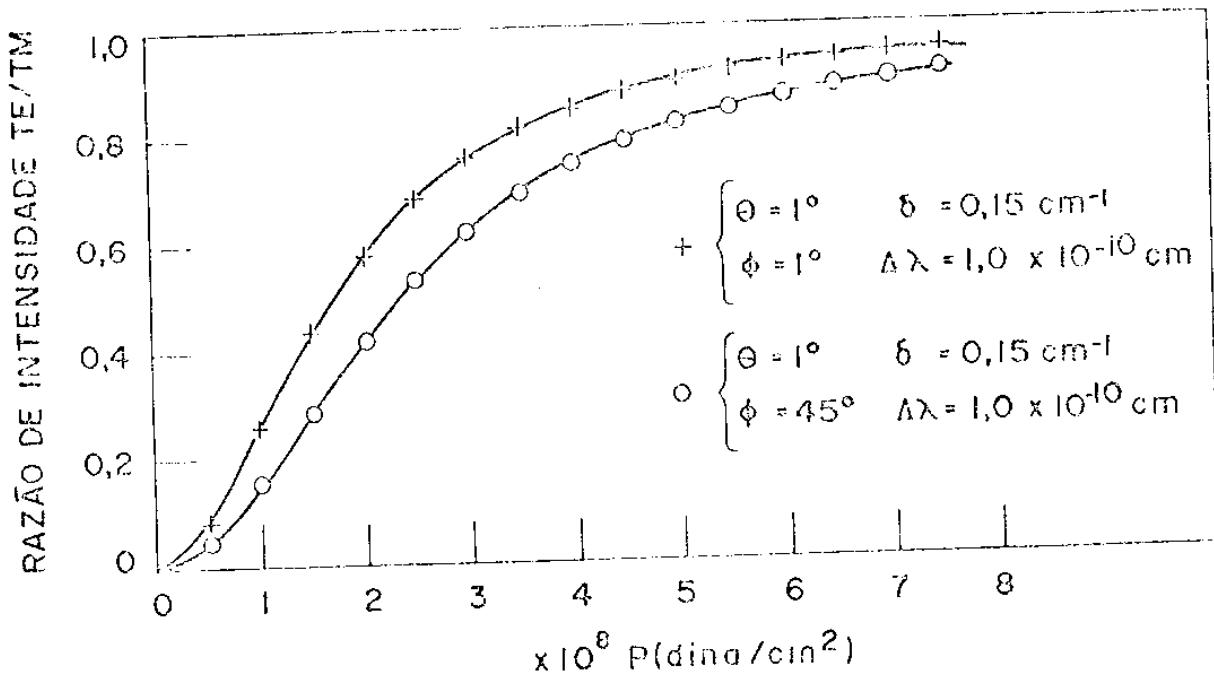


Fig. 9

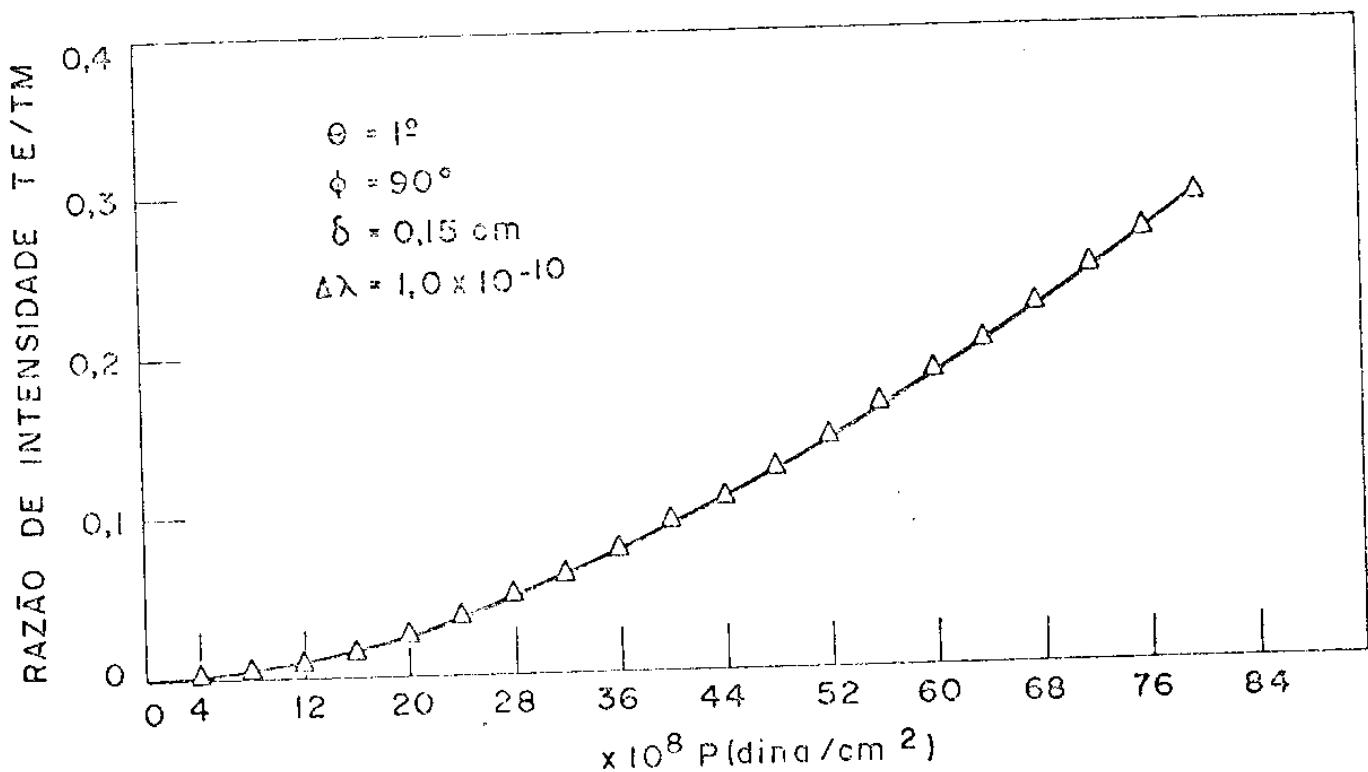


Fig. 10

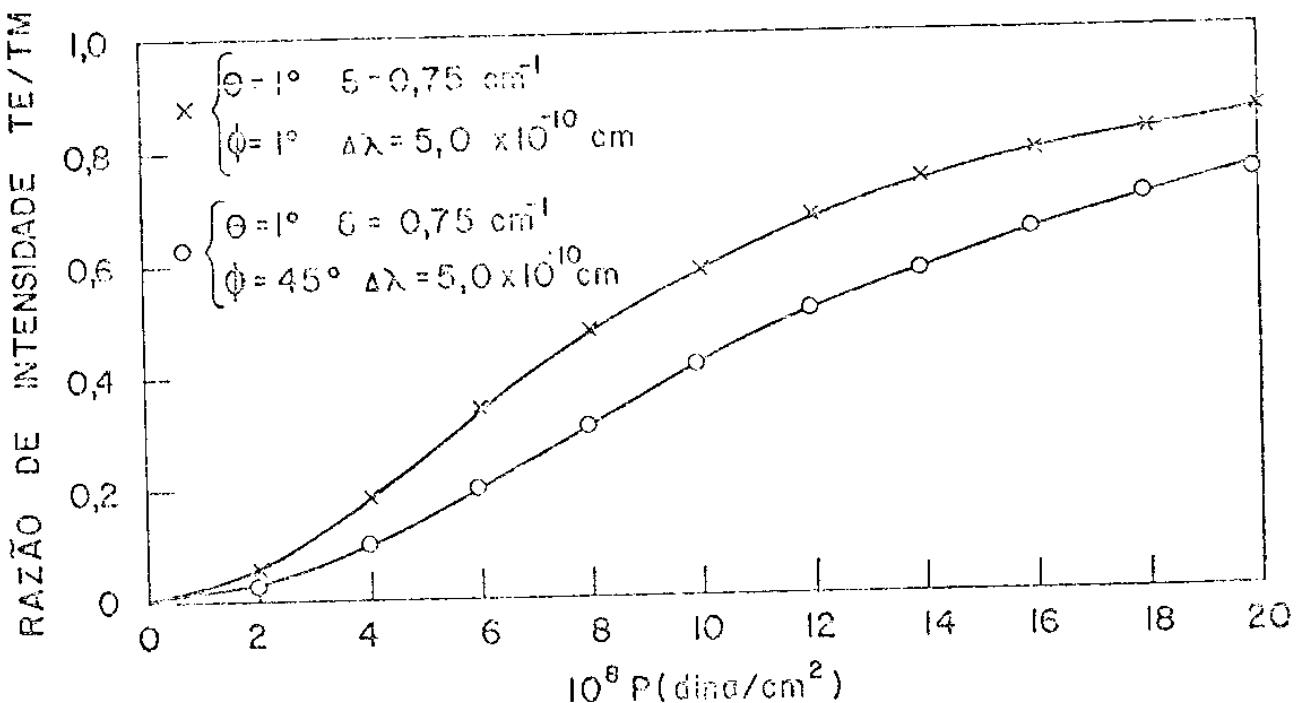


Fig.11

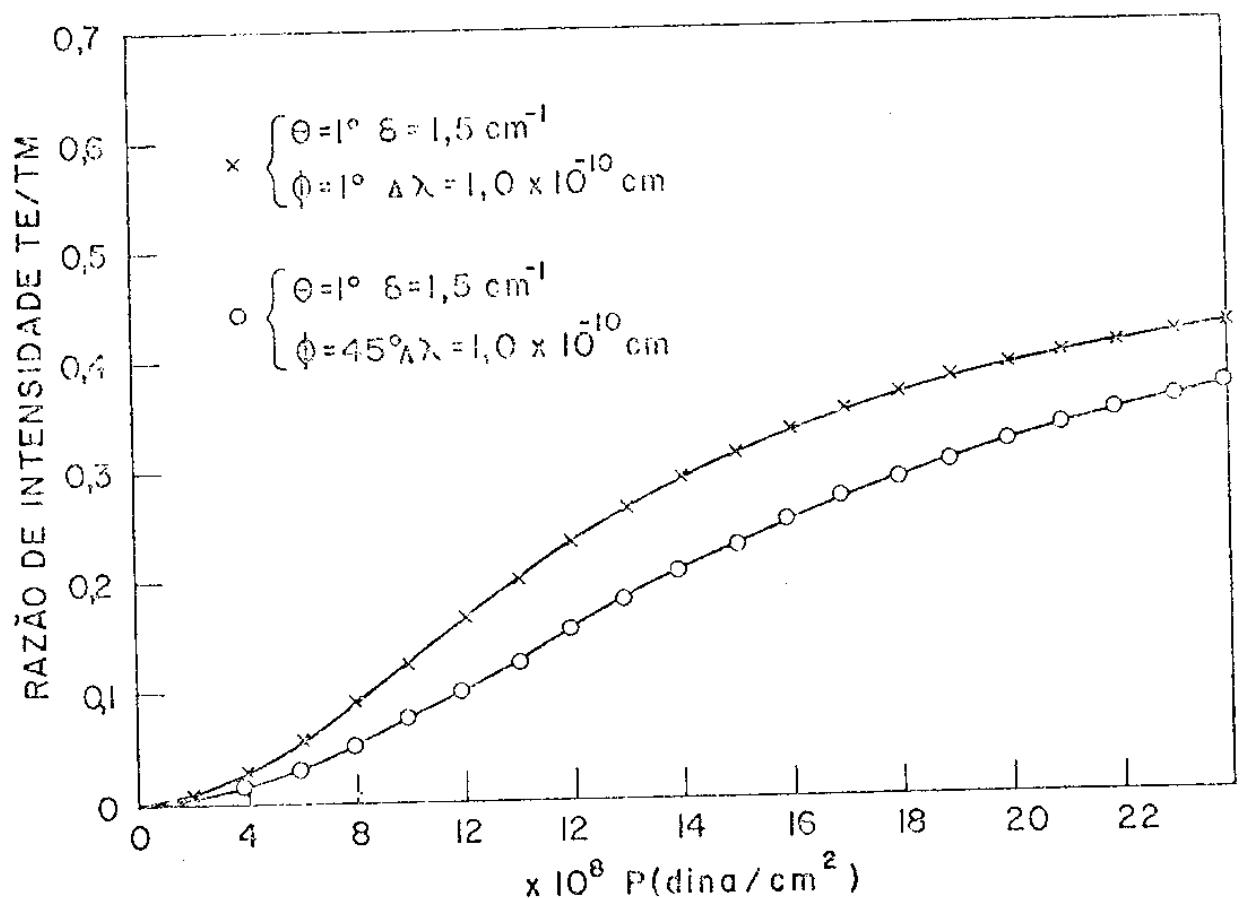


Fig.12

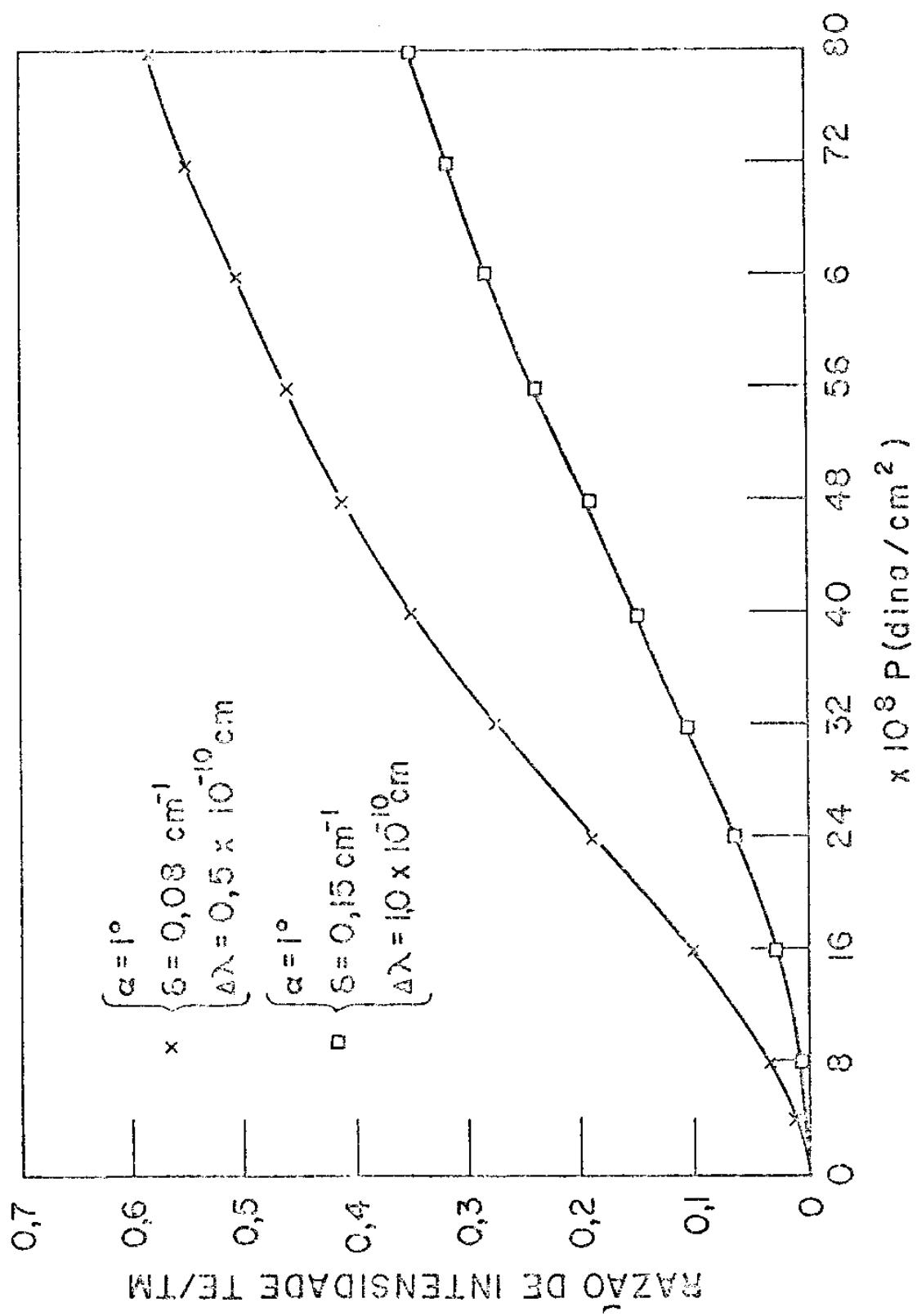


Fig. 13

### CAPÍTULO III

#### III.1 - EXPERIÊNCIA.

Na realização da parte experimental deste trabalho, utilizamos lasers de GaAs de homoestrutura com geometria de faixa. Estes lasers são feitos por difusão de zinco em um substrato de arseneto de gálio dopado com estanho e orientado em um plano (111).

O dispositivo utilizado para a aplicação de pressão uniaxial está esquematizado na figura 21.

O laser é colocado entre dois diamantes metalizados, com faces bem planas e paralelas, de modo, que a pressão seja uniforme em todo o laser. A metalização dos diamantes é feita para que haja bom contato elétrico e térmico.

A posição do conjunto diamante, laser, diamante pode ser modificada através de um posicionador X-Y, sobre o qual o diamante inferior está colocado.

Este posicionador é montado sobre um dedo frio de metal. A parte inferior deste conjunto, conforme figura, é colocada dentro de um "dewar" contendo nitrogênio líquido. O laser, portanto, é lentamente resfriado até temperaturas próximas a 77°K. Um dewar invertido impede que haja um congelamento.

Um pino conectado a uma sanfona é pressionado sobre o diamante que está sobre o laser. A aplicação de pressão se faz, introduzindo-se hélio gasoso comprimido na sanfona. A área interna da sanfona é conhecida e a pressão do hélio é medida através de um manômetro. Conhecendo a área de cada laser, podemos determinar a quantidade de pressão, que está sendo aplicada sobre ele. Cada laser antes de ser colocado no dispositivo

de pressão é medido com um microscópio. As dimensões dos lasers são da ordem de 630 $\mu$  de largura, 380 $\mu$  de comprimento e 100 $\mu$  de espessura.

Os lasers são operados com pulsos de corrente de 100ns de largura e com uma frequência de ordem de 100 KHz a fim de evitar que haja muito aquecimento.

A luz emitida pelo laser é recolhida por uma lente, analizada em um polarizador especial para a região do infravermelho e detectada por uma fotomultiplicadora. O sinal da fotomultiplicadora é enviado a um osciloscópio de amostra e a seguir a um integrador box-car, o que nos permite obter um sinal contínuo proporcional à intensidade do pulso de luz.

Também os pulsos de corrente passam por um integrador, dando um sinal de saída contínuo proporcional a estes pulsos. Estes sinais são então levados para os canais X e Y de um registrador.

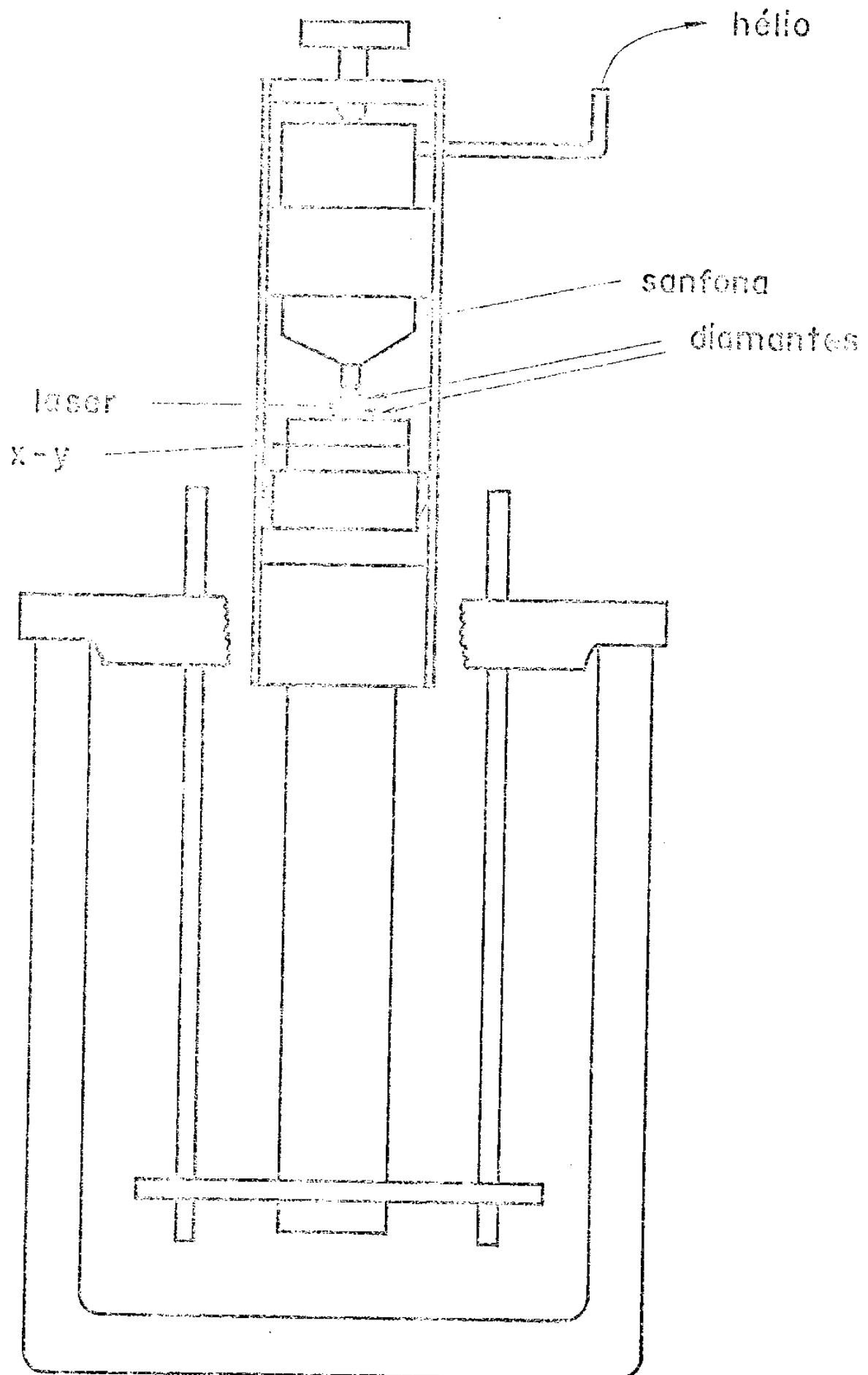


Fig.21- SISTEMA DE PRESSÃO

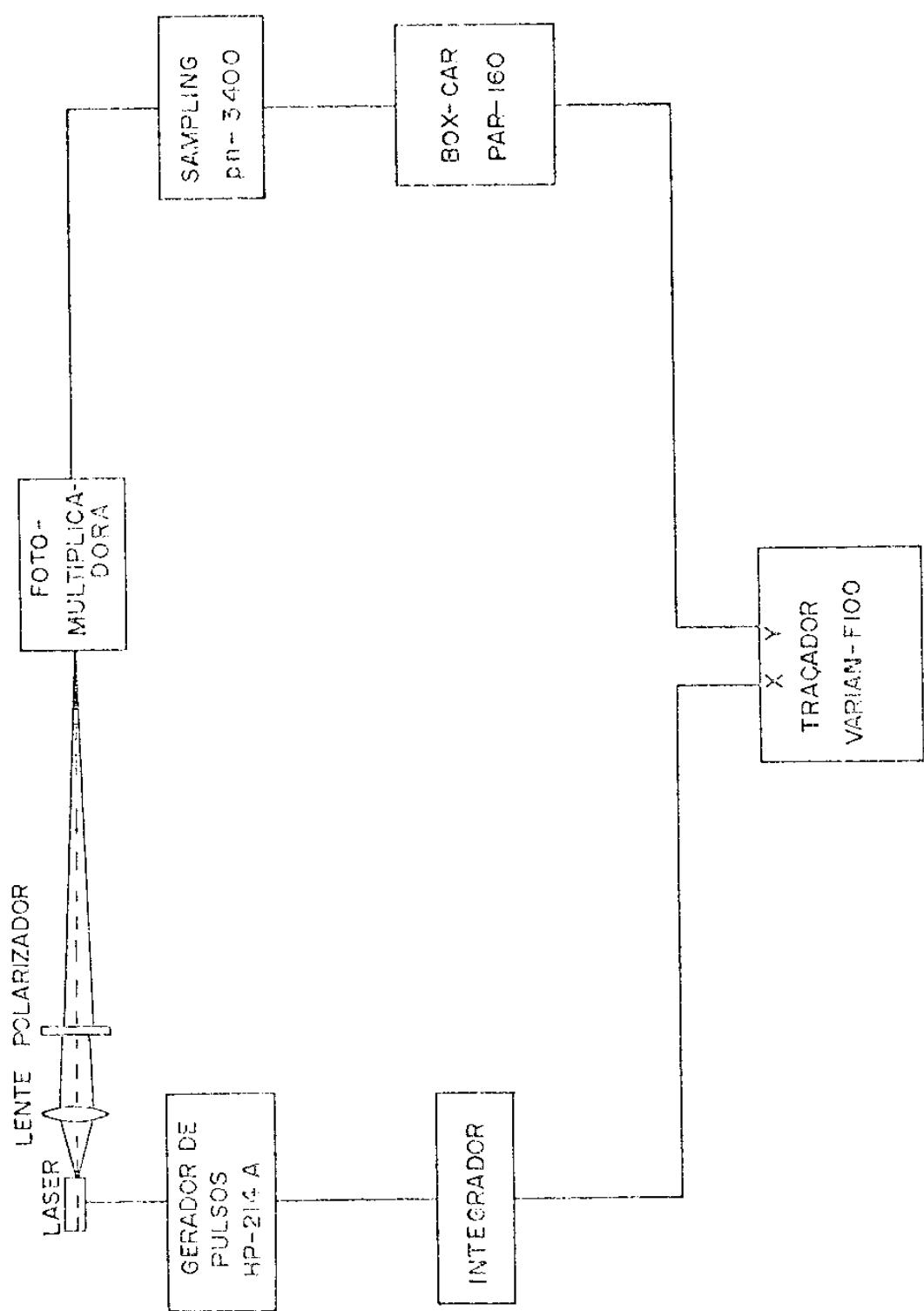


FIG. 22 - ESQUEMA DA MONTAGEM

### III.2 - RESULTADOS.

As componentes da polarização do modo nas direções TE e TM são obtidas registrando-se a intensidade da luz emitida pelo laser com polarização TE e TM em função da corrente. A dependência com a pressão uniaxial aplicada é determinada repetindo-se as medidas para vários valores de pressão. Nas figuras de 14 a 20 temos estas medidas para o laser M-12.

A razão (TE/TM) entre as intensidades das componentes TE e TM do modo, para cada valor de pressão, é obtida subtraindo-se a intensidade da emissão espontânea no limiar, da intensidade TE e TM em um dado valor fixo de corrente acima do limiar e dividindo uma pela outra.

Verificamos em todas as medidas realizadas nos vários lasers que a razão TE/TM mantinha-se constante para todos os valores de corrente acima do limiar, até um valor onde um modo de ordem mais alta, com diferente polarização eliptica começasse a oscilar.

Devemos também salientar, que a corrente limiar é a mesma para as componentes TE e TM do modo. Estes dois fatos foram observados em todas as medidas, que realizamos em vários lasers são importantes porque parecem afastar a possibilidade de estarmos observando dois ou mais modos com polarização linear e ortogonais um ao outro.

Temos, portanto, indicação de que realmente estamos observando as componentes nas direções TE e TM de um modo polarizado elipticamente.

A variação da razão TE/TM das intensidades com a pressão uniaxial para os lasers M-3, M-9 e M-12, estão indicadas nas figuras 23, 24 e 25 respectivamente.

Observamos, que esta razão e portanto a elipticidade

do modo aumenta com a pressão uniaxial. Para o laser M-9, verificamos, que seu modo já possui alto grau de elipticidade mesmo na ausência de pressão uniaxial aplicada, provavelmente devido à tensão interna (Fig.24).

Os resultados obtidos para o lasers M-12 (Fig. 25 )nos mostram que uma condição de estabilidade do modo pode ser alcançada para pressões suficientemente altas, onde a razão TE/TM é aproximadamente um a partir de determinado valor de pressão uniaxial e se mantém constante para valores mais altos da pressão aplicada.

A observação dos ângulos de polarização onde máximo e mínimo de intensidade de luz ocorrem e suas variações com a pressão uniaxial aplicada, vem reforçar nossa hipótese de que estamos observando um modo polarizado elipticamente.

Para um laser, que na ausência de pressão uniaxial aplicada, possui a componente TE muito pequena, o ângulo de polarização para intensidade mínima (tomando o eixo TE como  $0^\circ$  e o eixo TM como  $90^\circ$ ) é  $0^\circ$  sem pressão aplicada.

Este ângulo cresce uniformemente (não necessariamente de modo linear) com a pressão aplicada, até alcançar um valor entre  $35^\circ$  e  $60^\circ$ . A partir deste valor, o ângulo não se altera com valores mais altos de pressão uniaxial. Esta estabilização do ângulo de polarização para o mínimo de intensidade ocorre em torno do mesmo valor de pressão no qual a razão das intensidades TE/TM se estabiliza. O ângulo de polarização para o máximo de intensidade acompanha o ângulo de polarização para o mínimo de intensidade e a diferença entre eles é de  $90^\circ$ .

INTENSIDADE (Unid. Arb.)

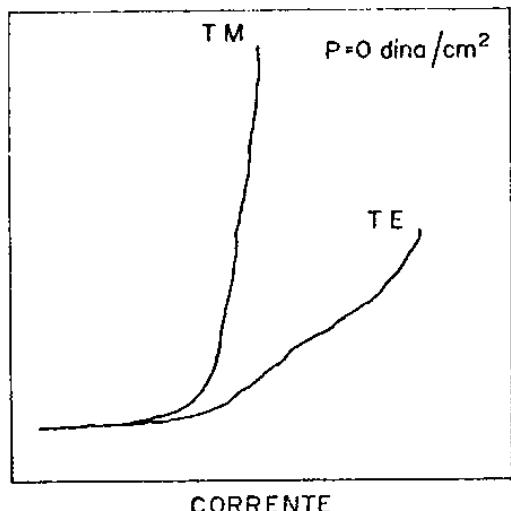


Fig. 14

INTENSIDADE (Unid. Arb.)

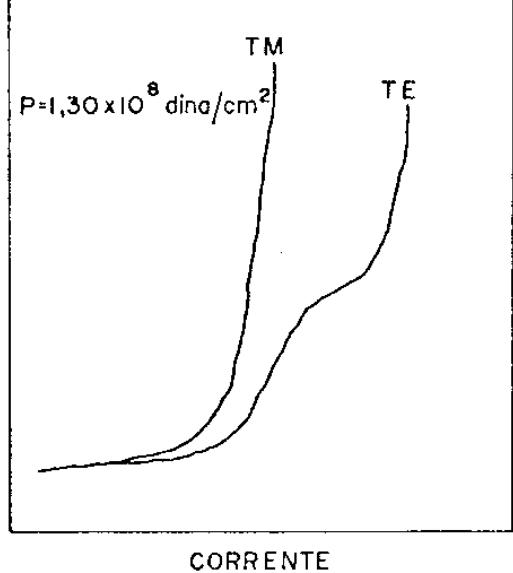


Fig. 15

INTENSIDADE (Unid. Arb.)

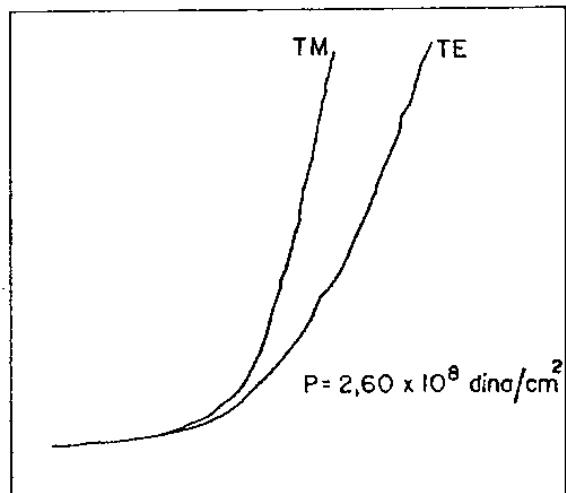


Fig. 16 CORRENTE

INTENSIDADE (Unid. Arb.)

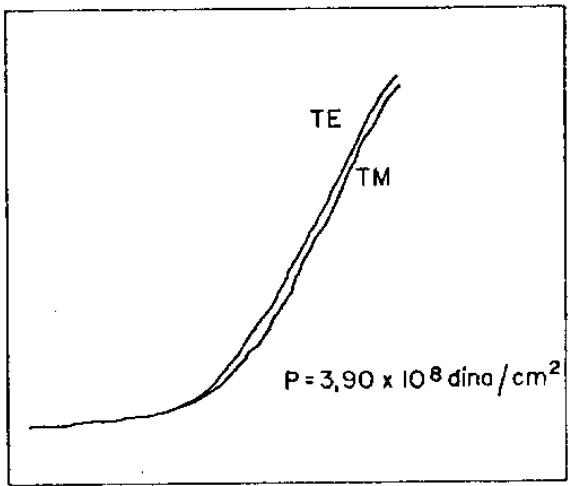


Fig. 17 CORRENTE

INTENSIDADE (Unid. Arb.)

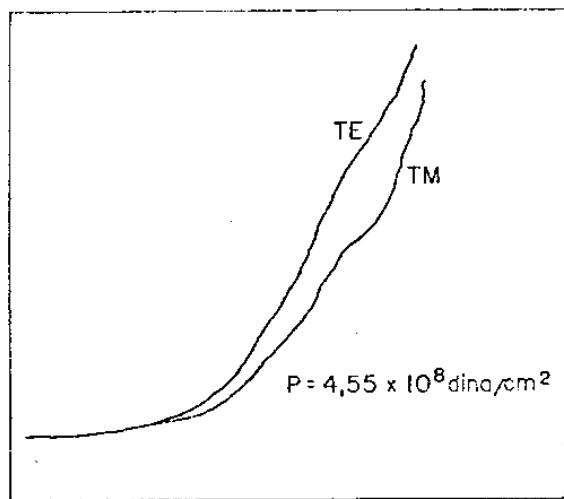


Fig.18 CORRENTE

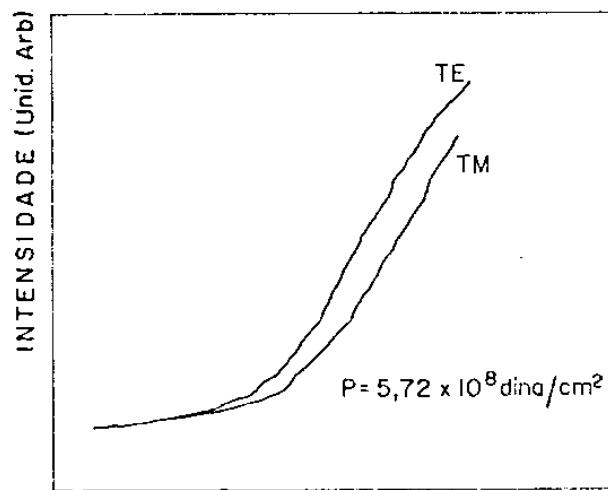
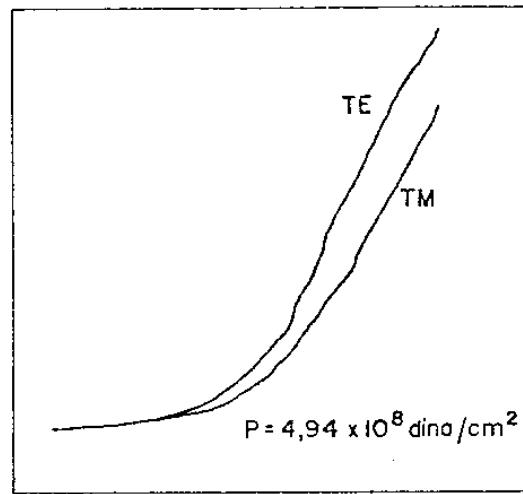


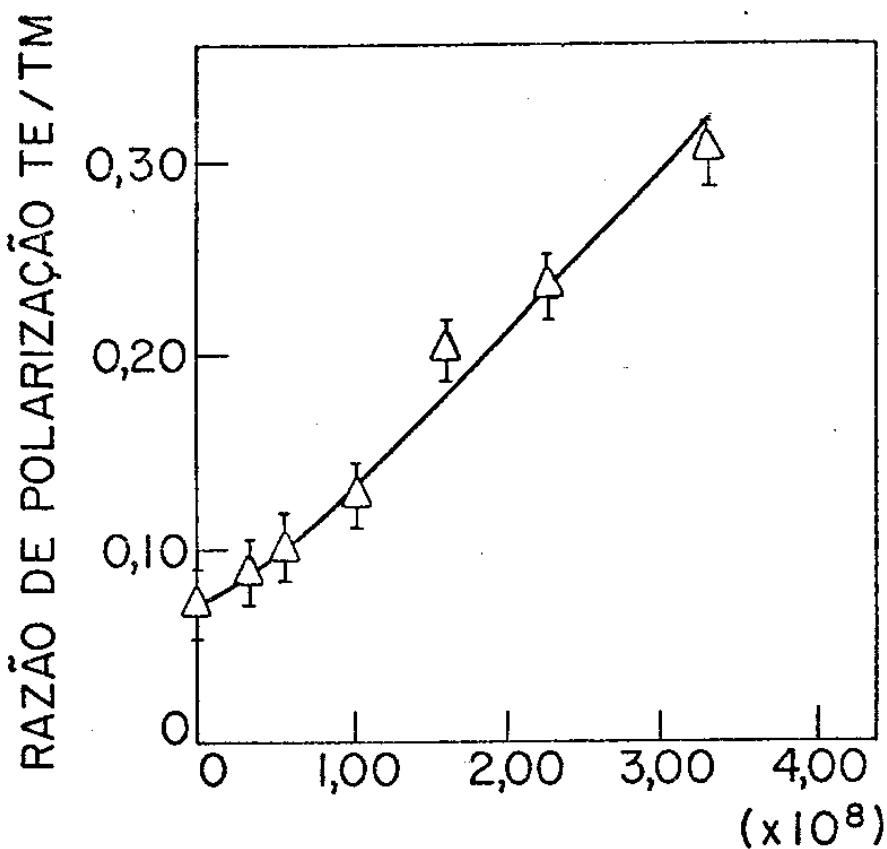
Fig.19 CORRENTE

INTENSIDADE (Unid. Arb.)



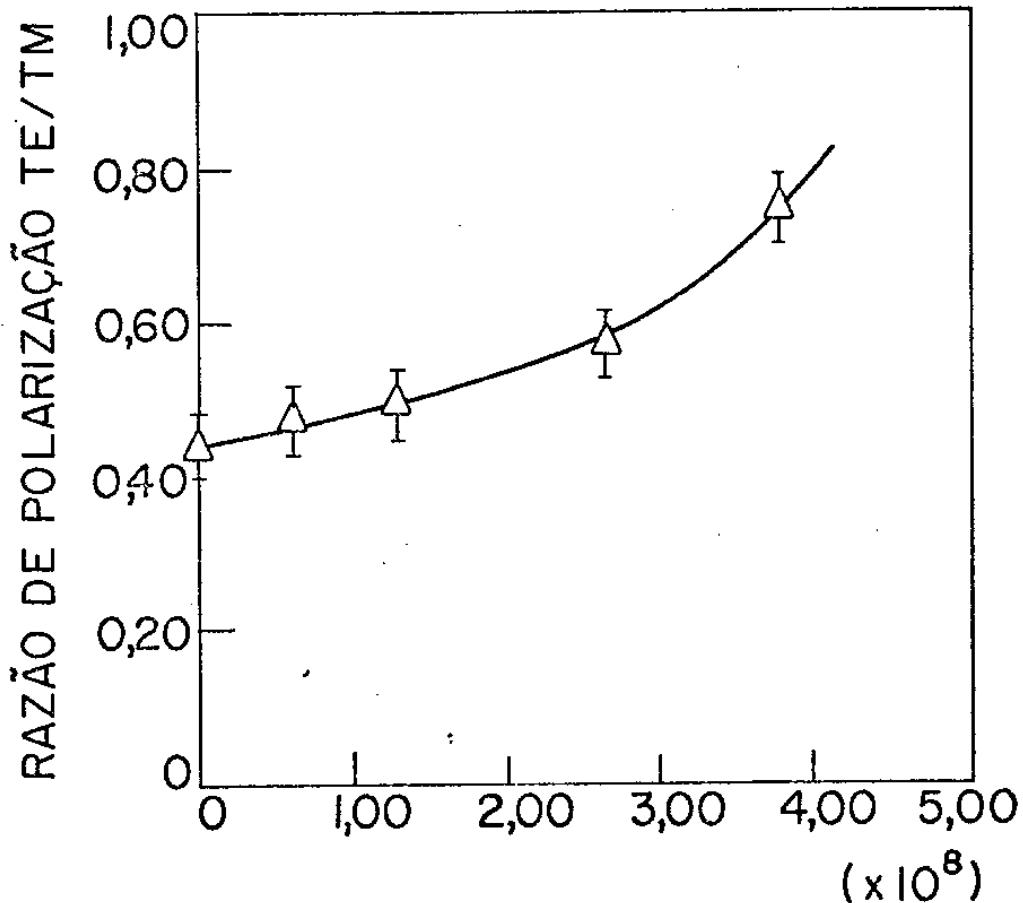
CORRENTE

Fig.20



PRESSÃO dina/cm<sup>2</sup>

Fig. 23



PRESSÃO dina/cm<sup>2</sup>

Fig. 24

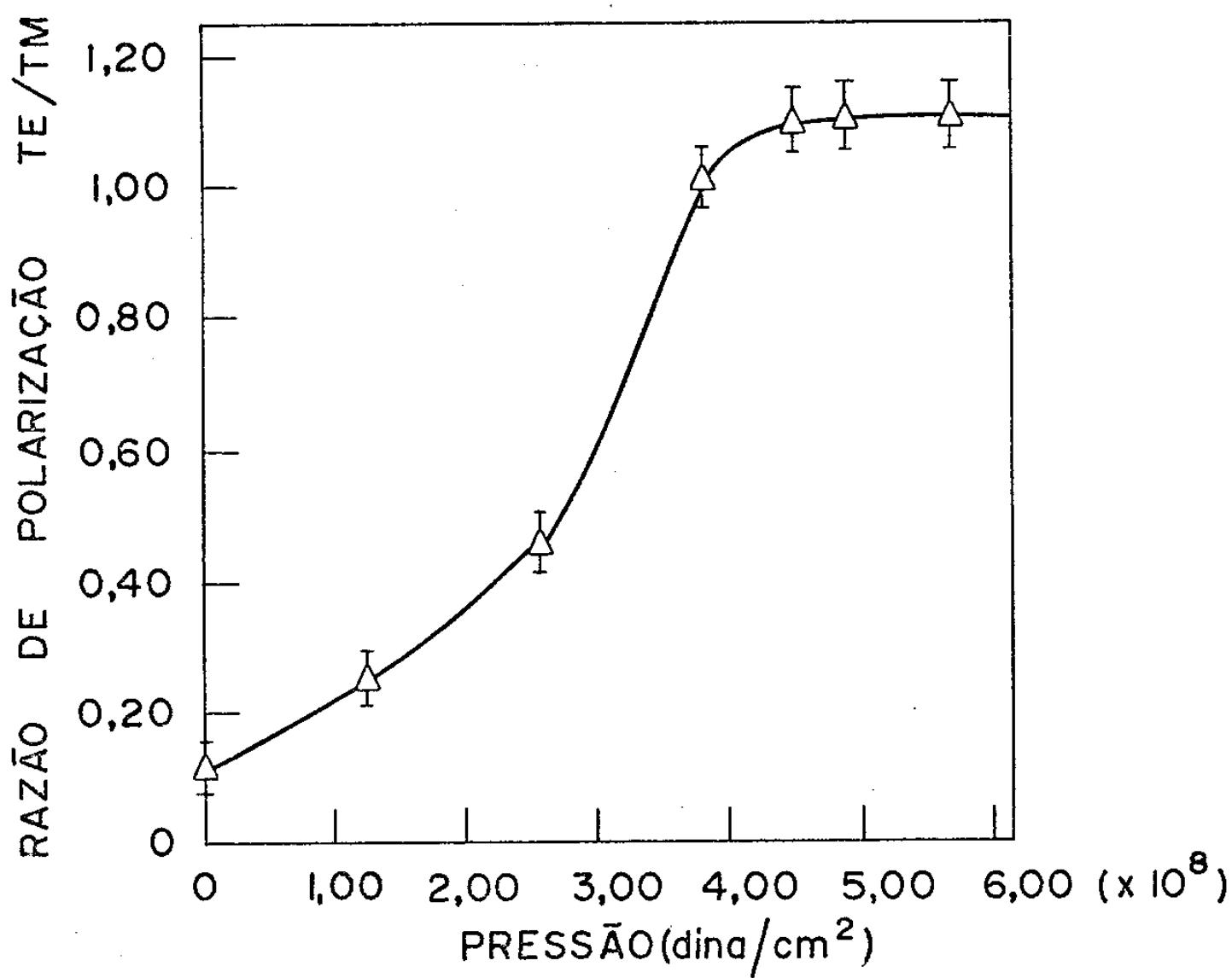


Fig. 25

- COMENTÁRIOS -

Usando uma versão adaptada da Teoria de Acoplamento de Modo e assumindo, que a geometria do laser apresenta pequenos desvios angulares em relação à geometria indicada na Fig. 4, - pudemos explicar qualitativamente nossos resultados experimentais. Estes resultados mostram que a aplicação de pressão uniaxial pode, sob certas condições, tornar os automodos do laser elipticamente polarizados. Isto é confirmado pela teoria. Entretanto, queremos fazer comentários sobre alguns fatores, que não foram considerados e que influenciam os resultados teóricos obtidos.

No desenvolvimento teórico consideramos, que a diferença  $\delta$  entre as constantes de propagação  $\beta_{TM}$  e  $\beta_{TE}$  mantinha-se inalterado com a pressão uniaxial aplicada. Entretanto, esta diferença  $\delta$  é função da pressão aplicada através dos termos do tensor de permissividade, que entram na definição de  $\beta_{TM}$  e  $\beta_{TE}$ . Como estes termos variam de maneira diferente com a pressão aplicada, o valor  $\delta$  poderá tornar-se maior ou menor dependendo de seu valor na ausência de pressão. Este valor inicial de  $\delta$  é função de cada laser individual. No caso em que seu valor se tornasse menor com a aplicação de pressão, a mistura entre os modos TE e TM do guia de onda seria favorecida. Na situação de estado estacionário esta mistura se manifestaria por um aumento de elipticidade do automodo. Portanto a razão entre as intensidades das componentes TE e TM do automodo se aproximaria da saturação para valores<sup>4</sup> de pressão menores do que o valor que se obteria considerando-se  $\delta$  fixo. No caso em que o valor de  $\delta$  aumentasse com a pressão, a mistura dos modos TE e TM -

seria prejudicada. Na situação estacionária, o valor de pressão no qual ocorreria a saturação da razão TE/TM, poderia tornar-se muito grande.

Em nossos cálculos, consideramos meio passivo, isto é, somente a parte real da constante dielétrica complexa foi considerada. A parte imaginária da constante sielétrica dependendo do sinal considerado, representa o ganho na camada ativa ou as perdas nas regiões ao redor desta camada.

Na análise de distribuição dos modos na situação de estado estacionário, pode-se utilizar somente a parte real da constante dielétrica. Isto é válido, porque a parte imaginária é muito menor que a parte real da constante dielétrica complexa e as modificações introduzidas na distribuição dos campos está entre 0,1% e 1%, (5), (7).

R E F E R E N C I A S

1. W.L.Bond, B.G.Cohen, R.C.C.Leite e A.Yariv - Appl. Phys. Letters, 2, 57 (1963).
2. A.Yariv - Quantum Eletronics - John Willey, 1967, cap.XVII.
3. A.L.McWhorter - Solid State Electronics, 6, 417 (1963).
4. Stern, em Symposium on Radiative Recombination, ed. por P.Grivet e N.Bloembergen (Dunod, Paris, 1964) pag. 165.
5. W.W.Anderson - IEEE Journal of Quantum Eletronics, QE-1, 228 (1965).
6. R.N.Hall e D.J.Olechna - J.Appl.Phys., 34, 2565 (1963).
7. E.M.Phillip-Rutz - IEEE Journal of Quantum Eletronics, QE-9, 282 (1973).
8. A.Yariv e R.C.C.Leite - Appl. Phys. Letters, 2, 55 (1963)
9. T.H.Zachos e J.E.Ripper - IEEE Journal of Quantum Eletronics, QE-5, nº 1, 29 (1969).
10. A.Yariv, IEEE Journal of Quantum Eletronics, QE-9, nº 9, 919 (1973).
11. J.F.Nye - Physical Properties of Crystal - Oxford University Press, New York,(1957) cap. XIII.
12. A.Yariv, IEEE Journal of Quantum Eletronics, QE-9, 919 (1973).
13. A.Feldman e D. Horowitz - J.Appl.Phys., 39, nº 12, 5597 (1968).