

Este exemplar corresponde à redação final
da tese de fundido pelo aluno Joaquim
Paulino Leite Neto e aprovada pela
Comissão Julgadora.

José Busnardo Neto
25/2/85

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM θ -PINCH

Autor: Joaquim Paulino Leite Neto

Orientador: Prof. Dr. José Busnardo Neto

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" da
Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em Ciências.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Busnardo Neto pela dedicada orientação e estímulo para a execução deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Paulo H. Sakanaka pela ajuda na discussão da teoria e do cálculo numérico.

Ao Sr. Antonio Carlos de Jesus Paes por sua inestimável ajuda e amizade no decorrer da realização deste trabalho.

Ao Sr. Carlos Shibata pelas sugestões dadas na confecção desta tese e por sua amizade.

Ao Prof. Dr. Masanobu Niimura e Prof. Ricardo Galvão pela colaboração prestada nos momentos oportunos.

A meus colegas de pesquisa Milton, Marcos, Roberto, Hisataki, Yoshiyuki, Balloni e o Ray pela amizade no transcorrer deste trabalho.

ÍNDICE

RESUMO	iv
ABSTRACT	v
CAPÍTULO I - Introdução	1
CAPÍTULO II - Modelo Teórico	4
1. Introdução	4
2. Sistema de equações	4
3. Aplicação das equações de transporte e de Maxwell ao caso do θ -pinch	8
4. Coeficientes de transporte anômalo auto-consistentes e as principais microinstabilidades que ocorrem na implosão de um θ -pinch	11
5. Coeficientes de transporte clássico de acordo com o modelo de Braginskii	17
6. Métodos numéricos	20
6.1 - Resolução das equações de dois fluidos	24
6.2 - Resolução das equações de Maxwell	24
CAPÍTULO III - Aplicação do modelo a θ -pinches e análise dos resultados	31
1. Introdução	31
2. θ -pinch Tupã da Unicamp	32
3. θ -pinch II da Unicamp	53
4. θ -pinch do Texas	68
CAPÍTULO IV - Conclusões	84
REFERÊNCIAS	87

RESUMO

Um modelo numérico de dois fluídos, que integra as equações de conservação da massa, do momento e da energia juntamente com as equações de Maxwell, é usado para simular a fase de implosão de três θ -pinches: θ -pinch Tupã, θ -pinch II e θ -pinch da Universidade do Texas. Os processos de transporte anômalos (microinstabilidades) são incluídos de maneira auto-consistente, segundo o modelo de Liewer e Krall.

Obtêm-se perfis de quantidades típicas do plasma tais como densidade, campo magnético, densidade de corrente, temperaturas eletrônica e iônica para vários instantes da implosão.

Para o θ -pinch de alta densidade (Tupã, com $n \approx 10^{16} \text{cm}^{-3}$) e para o θ -pinch de densidade intermediária (θ -pinch II, com $n \approx 10^{14} \text{cm}^{-3}$), é encontrado que ambos os processos de transporte, o clássico e o anômalo, podem desempenhar um papel importante durante a implosão. O transporte anômalo é dominante na região da camada de corrente e atrás do pistão (onde a corrente e a temperatura são relativamente altas) e o transporte clássico tende a dominar na frente do pistão (onde a densidade é alta e a temperatura relativamente baixa). É demonstrado também que a resistividade anômala aumenta com a massa do íon e que existe um inter-relacionamento entre a resistividade clássica e a resistividade anômala.

Para o θ -pinch de baixa densidade (Texas, com $n \approx 10^{12} \text{cm}^{-3}$), o transporte anômalo domina completamente, tanto atrás como na frente do pistão. Neste caso o transporte clássico é desprezível. Os resultados numéricos permitem uma identificação precisa dos fenômenos físicos dominantes nos vários instantes da implosão.

ABSTRACT

A two-fluid numerical model, which integrates the mass, momentum and energy conservation equations together with the Maxwell equations, is used to simulate the implosion stage of three θ -pinches: θ -pinch Tupã (high density), θ -pinch II (intermediate density) and the θ -pinch of the University of Texas. Anomalous transport processes (microinstabilities) are included self-consistently, following the model of Liewer and Krall. Classical transport processes are introduced according to the model of Braginskii.

The profiles of typical plasma quantities such as density, magnetic field, current density, electron temperature and ion temperature are obtained at various stages of the implosion.

For a high density θ -pinch ($n \approx 10^{16} \text{cm}^{-3}$) and for an intermediate density θ -pinch ($n \approx 10^{14} \text{cm}^{-3}$) it is found that both transport processes, the classical one and the anomalous one, can play an important role during the implosion. Anomalous transport is dominant in the sheath region and behind the piston (where the current and the temperature are relatively high) and classical transport tends to dominate ahead of the piston (where the density is high and the temperature is relatively low). It is demonstrated also that the anomalous resistivity increases with ion mass and that classical and anomalous resistivities are coupled.

For the low density θ -pinch ($n \approx 10^{12} \text{cm}^{-3}$), anomalous transport is completely dominant, both behind and in front of the piston, and classical transport is negligible. These numerical results permit a precise identification of the dominant physical phenomena at the various stages of the implosion.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Para se obter energia a partir da fusão termonuclear controlada é necessário confinar um plasma de altas densidades ($n \geq 10^{14} \text{ cm}^{-3}$) a temperaturas da ordem de 10keV. Na atualidade, dois são os esquemas utilizados para confinar um plasma: o confinamento magnético e o confinamento inercial. O confinamento inercial consiste num rápido aquecimento do plasma por laser ou feixe de íons tal que existe fusão antes que o plasma possa se expandir. O confinamento magnético de plasmas quentes é obtido por meio de campos magnéticos. É muito importante compreender então o mecanismo físico da interação do plasma com o campo magnético. Existem atualmente diversos dispositivos sob estudo para confinar um plasma nas condições exigidas para a fusão: o Tokamak, o espelho magnético, o θ -pinch, o esferomak, toróides compactos, etc.

O grupo de plasmas da Unicamp escolheu o θ -pinch como assunto central de sua pesquisa sobre o confinamento magnético de plasmas quentes. A fase inicial do θ -pinch, de compressão e aquecimento do plasma é muito importante, pois determina como a energia magnética vira energia cinética dirigida da implosão, que se transforma em energia térmica (não-dirigida) do plasma comprimido. É então necessário determinar quais os processos dominantes a fim de se garantir a máxima transferência de energia para o plasma aquecido, isto é, precisa-se conhecer como evoluem no espaço e no tempo as grandezas macroscópicas do plasma. As equações que regem este processo são bastante complexas, exigindo em geral soluções numéricas.

Existem basicamente três formulações numéricas que podem ser utilizadas para abordar este problema: o modelo de partículas, o modelo híbrido e o modelo de dois fluidos. O modelo de partículas consiste na resolução das equações de movimento para cada uma das "partículas" individuais do plasma (elétrons, íons, neutras). Ele descreve de maneira completa a implosão do θ -pinch, inclusive o fenômeno do espaço de fase (\vec{X}, \vec{V}) . Entretanto são exigidas uma grande velocidade e capacidade de memória do computador para que ele possa ser implementado, mesmo considerando que cada "partícula" representa da ordem de 10^{10} - 10^{15} partículas reais. O modelo híbrido trata os elétrons como um fluido, isto é, os elétrons são descritos pelas equações de fluido, como a equação da continuidade e as equações de conservação do momento e da energia. Os íons são tratados como "partículas". Este mode

lo também apresenta bons resultados em simulações de θ -pinches [1]. Entretanto, no caso do computador da Unicamp (PDP-10), não haveria possibilidade de implementá-lo, devido à pequena memória disponível. Foi então escolhido o modelo de dois fluidos (íons e elétrons) para descrever a propagação do pulso magnético no plasma. Trata-se de um modelo que utiliza pouca memória do computador mas que apresenta uma séria limitação: as grandezas de fluido são médias no espaço de velocidades e então os detalhes da função de distribuição de velocidades são perdidos.

Na formulação de dois fluidos as equações que descrevem o pinch são as equações de conservação de massa (carga), de momento linear e de energia. Estas equações são integradas numericamente. Como o interesse deste trabalho restringe-se à fase de implosão, foi utilizada uma geometria cartesiana, evitando-se assim dificuldades numéricas associadas à geometria cilíndrica. Frize-se que nestas equações estão incluídos os coeficientes de transporte clássico e anômalo, que dão a absorção de energia pelo plasma através da resistividade durante a penetração do pulso magnético no plasma. Os coeficientes de transporte clássico incluem a troca de momento entre os elétrons e os íons do plasma como também o fluxo de calor e o calor gerado devido às colisões binárias. Eles geralmente desempenham um papel importante em experimentos de pinches de altas densidades ($n \geq 10^{14} \text{ cm}^{-3}$). No presente trabalho eles são usados na forma proposta por Braginskii [2]. Já os coeficientes de transporte anômalo incluem os efeitos devido às microinstabilidades que se desenvolvem no plasma devido à corrente induzida pelo campo magnético externo, isto é, dão a troca de momento e energia entre as partículas e os campos flutuantes do plasma. Eles foram calculados autoconsistentemente de acordo com o modelo de Liewer e Krall [3]. O sistema completo de equações que descreve a fase de implosão do θ -pinch é obtido adicionando-se às equações de fluido a lei de Faraday para o campo elétrico induzido no plasma e a lei de Ampère para o campo magnético. A equação de Gauss não é utilizada pois supõe-se que a condição de quase-neutralidade é satisfeita. A corrente de deslocamento é desprezada, logo o modelo só se aplica para fenômenos de baixa frequência.

A integração numérica das equações de fluido (equações advectivas) foi feita utilizando-se o algoritmo de Lax-Wendroff de duas etapas [4], que é centrado no espaço e no tempo, adicionado da técnica de correção de fluxo de Boris e Book [5]. Deve-se enfatizar que a técnica de correção

de fluxo foi necessária para eliminar os erros numéricos que surgem na resolução das equações de fluido, com os gradientes bastante fortes, típicos da implosão de θ -pinches.

Obteve-se perfis no espaço e no tempo das grandezas físicas relevantes, que no caso são a densidade do plasma, a densidade de corrente no plasma, as temperaturas dos íons e dos elétrons e o campo magnético confinante. Estes perfis foram comparados com aqueles obtidos experimentalmente e usando-se modelos apropriados pode-se esclarecer os fenômenos físicos envolvidos.

Neste trabalho foram simulados três θ -pinches de características diferentes:

- a) θ -pinch Tupã da Unicamp;
- b) θ -pinch II da Unicamp;
- c) θ -pinch da Universidade do Texas.

O θ -pinch Tupã da Unicamp, que é rápido e opera num regime de altas densidades ($n \sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) contém um plasma de hidrogênio submetido a um campo magnético que atinge 20kG em cerca de 1000 nanosegundos. O θ -pinch II da Unicamp é lento, opera numa faixa de densidade intermediária ($n \approx 7 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$), contendo um plasma de argônio e com um campo magnético aplicado que atinge 9kG em cerca de 4000 nanosegundos. Já o θ -pinch do Texas também é rápido, opera em regime de baixas densidades ($n \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$), contendo um plasma de hidrogênio com um campo magnético que atinge 500G em 80 nanosegundos.

A organização deste trabalho é a seguinte: No Capítulo II é apresentado o modelo teórico. São exibidas as equações de fluido para um plasma que contém microinstabilidades e colisões binárias de Coulomb. A aplicação destas equações ao caso do θ -pinch é descrita detalhadamente. Na última seção deste capítulo exhibe-se as técnicas numéricas usadas para resolver estas equações. No Capítulo III são apresentados e analisados os resultados obtidos pela simulação dos três sistemas diferentes de θ -pinches descritos acima. Finalmente, no Capítulo IV são apresentadas algumas conclusões deste trabalho.

CAPÍTULO II

MODELO TEÓRICO

1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo mostra-se o conjunto de equações que descreve a implosão de um θ -pinch, incluindo os efeitos físicos que segundo Liewer e Krall [3] e Braginskii[2], desempenham um importante papel na implosão de um θ -pinch. São considerados os efeitos das colisões binárias entre as partículas carregadas do plasma (transporte clássico) e os efeitos de microinstabilidades auto-consistentemente (transporte anômalo). Com estas equações estuda-se numericamente a formação e o desenvolvimento no tempo de pulsos de campo magnético, densidade e temperatura.

Inicia-se mostrando como a partir da equação de Boltzmann são obtidas as equações de fluido para um plasma que contém micro-instabilidades e colisões [2, 3] (secção 2). Na secção 3 descreve-se como foram introduzidos os coeficientes de transporte anômalo e as contribuições das principais microinstabilidades que ocorrem na implosão de um θ -pinch para a resistividade anômala total, segundo a teoria desenvolvida por Liewer e Krall [3]. Na secção 4 são descritos os coeficientes de transporte clássicos de acordo com o tratamento feito por Braginskii[2]. Na secção 5 é apresentado o conjunto completo de equações aplicadas ao caso do θ -pinch. Estas equações foram usadas no programa de computador com o qual foram obtidos os resultados descritos nesta tese. Finalmente, na secção 6, são descritos detalhadamente os métodos numéricos empregados na resolução das equações de fluido e de Maxwell.

2 - SISTEMA DE EQUAÇÕES

Um plasma pode ser descrito pelas equações de Boltzmann-Maxwell:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \cdot \vec{\nabla}_v \right] f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t) = \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} \Big|_c = C_{\alpha} \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{x}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int \vec{v} f_{\alpha} d\vec{v} \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{x}, t) = 4\pi \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int f_{\alpha} d\vec{v} \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

onde $f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t)$ é a função de distribuição de uma partícula da espécie α (íons ou elétrons), \vec{x} é o vetor posição e \vec{v} o vetor velocidade e $C_{\alpha} = \sum_{\beta} c_{\alpha\beta}(f_{\alpha}, f_{\beta})$ representa a variação por unidade de tempo na função de distribuição da partícula da espécie α , devido a colisões com partículas da espécie β .

Neste trabalho considerou-se um plasma no qual as interações onda-partícula (instabilidades) conduzem ao crescimento de muitas ondas de pequena amplitude e fase aleatória. Segundo o modelo construído por Davidson [6], o efeito destas microinstabilidades é incluído considerando-se que a função de distribuição total e os campos podem ser decompostos em duas parcelas: uma parte média, suave e uma parte perturbada, oscilante, que representa as flutuações:

$$f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t) = f_{\alpha}^0(\vec{x}, \vec{v}, t) + \delta f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t)$$

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}^0(\vec{x}, t) + \delta \vec{E}(\vec{x}, t) \quad (2.5)$$

Não existe campo magnético perturbado, pois as ondas são supostas serem eletrostáticas ($\vec{B} = \vec{B}^0$). Define-se também $\langle \rangle$ como sendo uma média espacial na escala microscópica, que é pequena quando comparada com a escala espacial das mudanças macroscópicas do plasma. Pode-se escrever então:

$$\langle f_{\alpha} \rangle = f_{\alpha}^0, \quad \langle E \rangle = E^0$$

$$\langle \delta f_{\alpha} \rangle = 0, \quad \langle \delta E \rangle = 0$$

Substituindo a equação (2.5) na equação (2.1)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[(\vec{E} + \delta \vec{E}) + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right] \cdot \vec{\nabla}_v \right\} (f_{\alpha}^0 + \delta f_{\alpha}) = C_{\alpha} \quad (2.6)$$

e calculando a média sobre a escala microscópica, obtêm-se:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left[\vec{E}^0 + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \right] \cdot \vec{\nabla}_v \right\} f_\alpha^0 = - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \langle \delta \vec{E} \cdot \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \vec{V}} \rangle + C_\alpha \quad (2.7)$$

A equação (2.7) descreve a evolução no tempo da função de distribuição macroscópica média f_α^0 , com o termo do lado direito $\langle \delta \vec{E} \cdot \vec{\nabla}_v \delta f_\alpha \rangle$ dando os efeitos das microinstabilidades nesta evolução. Seguindo o tratamento usual, Braginskii [2] e Liewer e Krall [3] tomaram os três primeiros momentos da equação (2.7), o que resulta nas seguintes equações de fluido que contém efeitos de colisões clássicas e também de microinstabilidades (colisões anômalas):

1) Equação da continuidade:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{V}_\alpha) = 0 \quad (2.8)$$

2) Equação de conservação do momento linear:

$$m_\alpha \frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha \vec{V}_\alpha) + m_\alpha \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{V}_\alpha \vec{V}_\alpha) = q_\alpha n_\alpha \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}_\alpha \times \vec{B}}{c} \right) - \vec{\nabla} p_\alpha - \vec{\nabla} \cdot \overline{\pi}_\alpha + \vec{R}_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \langle \delta n_\alpha \delta \vec{E} \rangle \quad (2.9)$$

3) Equação de conservação da energia:

$$n_\alpha \frac{\partial T_\alpha}{\partial t} + \frac{3}{2} n_\alpha \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_\alpha T_\alpha) - \frac{1}{2} n_\alpha T_\alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_\alpha = - \nabla \cdot \vec{h}_\alpha - \overline{\pi}_\alpha : \vec{\nabla} \vec{V}_\alpha + Q_\alpha + \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n_\alpha \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle \quad (2.10)$$

onde para cada espécie α de partículas (elétrons e íons): n_α é a densidade, \vec{V}_α é a velocidade média das partículas da espécie α , δn_α é a flutuação na densidade, T_α é a temperatura das partículas, p_α é a pressão, $\overline{\pi}_\alpha$ é o tensor tensão e está associado à viscosidade do plasma; \vec{R}_α representa a varia

ção média da quantidade de movimento das partículas da espécie α devido às colisões com partículas da espécie β , Q_α é o calor por unidade de tempo e de volume gerado devido às colisões e \vec{h}_α é a densidade do fluxo de calor. Já o termo $\langle \delta n_\alpha \delta \vec{E} \rangle$ dá a resistividade anômala que surge devido às microinstabilidades, permitindo a troca de momento entre as diferentes espécies de partículas por interações com ondas ou campos elétricos perturbados e $\langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$ é a taxa de aquecimento anômalo devido a essas microinstabilidades. O aquecimento anômalo se processa do seguinte modo: energia é tirado do movimento ordenado do fluido pela instabilidade e transferida para os campos perturbados $\delta \vec{E}$. Devido à interação onda-partícula uma fração desta energia é então devolvida às partículas como energia aleatória (têrmica), aquecendo então o plasma. A forma final dos termos $\langle \delta n_\alpha \delta \vec{E} \rangle$ e $\langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$ tem que ser calculada para cada aplicação específica do sistema de equações, visto que eles dependem das instabilidades que ocorrem em cada sistema. As equações (2.8, 2.9, 2.10) descrevem os fenômenos de transporte num plasma. No entanto estas equações não constituem um sistema fechado. É necessário então impor-se uma condição extra para completar o sistema. A solução encontrada por Lieber e Krall foi supor que o quarto momento da função de distribuição se anula e que a viscosidade do plasma fôsse desprezível ($\bar{\pi}_\alpha = 0$). O plasma é então descrito pelas equações de fluido (2.8, 2.9, 2.10) juntamente com as equações de Maxwell que dão os campos elétrico e magnético em função dos parâmetros do plasma. O sistema completo é o seguinte:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{V}_\alpha = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha \vec{V}_\alpha) + \vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{V}_\alpha \vec{V}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} n_\alpha \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}_\alpha \times \vec{B}}{c} \right) - \frac{1}{m_\alpha} \vec{\nabla} p_\alpha + \frac{\vec{R}_\alpha}{m_\alpha} + \langle \delta n_\alpha \delta \vec{E} \rangle$$

$$\frac{3}{2} n_\alpha \frac{\partial T_\alpha}{\partial t} + \frac{3}{2} n_\alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_\alpha T_\alpha - \frac{1}{2} n_\alpha T_\alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_\alpha =$$

$$= - \vec{\nabla} \cdot \vec{h}_\alpha + Q_\alpha + \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \quad (\text{Lei de Gauss})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} \quad (\text{Lei de Ampere})$$

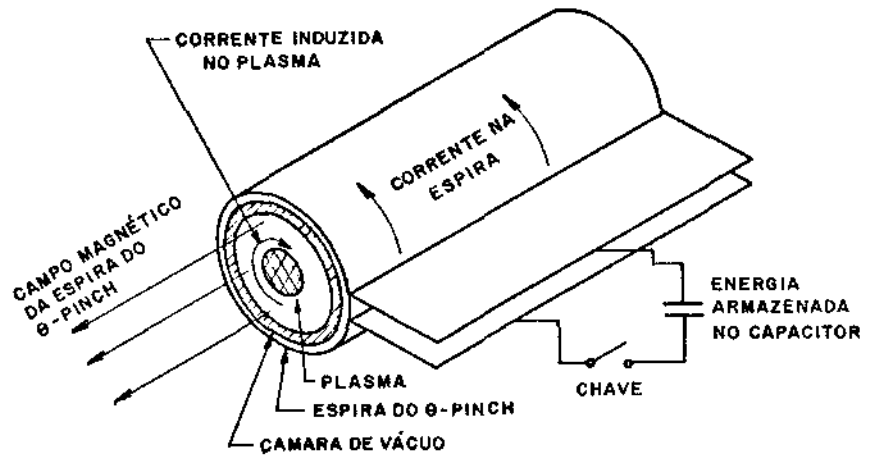
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

Este sistema de equações desenvolvido por Davidson e Liewer e Krall pode ser aplicado a um plasma totalmente ionizado no qual ocorrem colísões binárias e microinstabilidades.

3 - APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE TRANSPORTE E DE MAXWELL AO CASO DE UM θ -PINCH

Um θ -pinch linear é em essência um dispositivo que contém e aquece um plasma por meio de uma implosão magnética. Consiste de uma bobina de uma espira pela qual passa uma corrente azimutal J_{θ} que cria um campo magnético axial B_z e o qual se situa entre a bobina e o plasma. Devido ao fato do plasma ser um meio diamagnético este campo gera uma corrente imagem J_{θ} na superfície do plasma, a qual por sua vez cancela o campo magnético externo. Da interação da corrente imagem J_{θ} com o campo externo B_z surge uma força radial $\vec{F}_r = \vec{J}_{\theta} \times \vec{B}_z$ que age como um pistão magnético, empurrando as partículas do plasma na direção do eixo do cilindro. Esta é a assim denominada fase de implosão do θ -pinch, cujo estudo é o assunto principal desta tese.

A simulação da fase de implosão é feita resolvendo-se numericamente o sistema de equações de fluido e de Maxwell descrito na seção anterior. O conjunto completo de equações a três dimensões é por demais complexo e de difícil resolução. No caso do θ -pinch são frequentemente adotadas algumas simplificações sem que haja prejuízo para o estudo da implosão. Em primeiro lugar supõe-se que o θ -pinch tem simetria cilíndrica, tal que as grandezas físicas envolvidas só dependem da coordenada radial. O θ -pinch é suposto também ser suficientemente longo de tal maneira que as grandezas de fluido e dos campos não dependam da coordenada longitudinal z . O fenômeno de interesse (a implosão) é então adequadamente descrito escrevendo as equações num sistema de coordenadas cartesianas com 1 1/2 dimensões, uma posição x (que corresponde à coordenada radial) e duas velocidades V_x e V_y (onde y corresponde à coordenada θ). É necessário frisar que essa mudança do sistema de coordenadas só é válida para a simulação durante a implosão. Na fase de pós-implosão essa troca não daria bons resultados, uma vez que não haveria a compressão dos elementos de fluido associada com o movimento



ESQUEMA DA DINÂMICA DE UM θ -PINCH

em direção ao eixo. Com essas simplificações o sistema de equações obtido por Liewer e Krall e que descreve a implosão do θ -pinch torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_{\alpha} + \frac{\partial}{\partial x} n_{\alpha} v_{x\alpha} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n v_{x\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial n v_{x\alpha} v_{x\alpha}}{\partial x} = \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (n_{\alpha} E_x + \frac{n v_{y\alpha} B_z}{c}) - \frac{1}{m_{\alpha}} \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x} + \frac{R_{x\alpha}}{m_{\alpha}} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial n v_{y\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial n v_{y\alpha} v_{x\alpha}}{\partial x} = \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (n_{\alpha} E_y - \frac{n v_{x\alpha} B_z}{c}) + \frac{R_{y\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \langle \delta n_{\alpha} \delta E_y \rangle \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial T_{\alpha} v_{x\alpha}}{\partial x} - \frac{1}{3} T_{\alpha} \frac{\partial v_x}{\partial x} &= - \frac{2}{3 n_{\alpha}} \frac{\partial h_{\alpha}}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{Q_{\alpha}}{n_{\alpha}} + \\ &+ \frac{2}{3} \frac{q_{\alpha}}{n_{\alpha}} \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{V}_{\alpha} - \vec{V}_{\alpha} \delta n_{\alpha}) \rangle \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha} \quad (3.5)$$

$$- \frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha} q_{\alpha} n v_{y\alpha} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = - \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (3.7)$$

onde considerou-se um plasma totalmente ionizado e os íons tem carga única. A inclusão da equação de Gauss no código numérico exigiria, para a sua re solução, etapas de tempo menores do que o inverso da frequência de plasma do elétron (condição de estabilidade) na integração temporal das equações. As etapas de tempo seriam então proporcionais a $n_e^{-1/2}$. Como o tempo de im plosão é proporcional a $n_e^{1/4}$ (segundo o modelo de "snow-plow") seriam ne cessários milhares de passos no tempo, o que acarretaria grandes gastos de tempo do computador. Esta dificuldade pode ser evitada considerando-se um

plasma com a condição de quase neutralidade ($n_e \cong n_i$). Esta condição implica que o plasma é um fluido pesado cujo movimento é essencialmente o dos íons ($V_{xe} = V_{xi}$). Toma-se então $m_e = 0$ na equação de conservação do momento x para os elétrons (equação 3.2 multiplicada por m_e), donde resulta uma expressão para E_x em termos das variáveis macroscópicas do plasma. Esta expressão para E_x é então usada na equação de conservação de momento x para os íons. Este procedimento foi o escolhido para ser implementado no código numérico.

Na secção seguinte são descritos os coeficientes de transporte anômalo calculados autoconsistentemente por Liewer e Krall e apresentadas as principais microinstabilidades que ocorrem na implosão de um θ -pinch.

4 - COEFICIENTES DE TRANSPORTE ANÔMALO AUTOCONSISTENTES E AS PRINCIPAIS MICROINSTABILIDADES QUE OCORREM NA IMPLOSÃO DE UM θ -PINCH

Para a resolução numérica das equações que descrevem a implosão é preciso conhecer os termos anômalos $\langle \delta n \delta E_y \rangle$ e $\langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$ em termos das variáveis macroscópicas do plasma como n , $n \vec{V}$ e T e das grandezas de campo \vec{E} e \vec{B} . Este cálculo foi desenvolvido detalhadamente por Liewer e Krall [3] e Davidson [6]; daremos nesta secção um resumo da secção B da referência [3] na qual esta técnica está apresentada em mais detalhes. Começa-se procurando uma relação linear entre δf_α e $\delta \vec{E}$ através da qual δn_α possa ser calculada. Subtraindo-se a equação (2.7), da equação (2.6) e desprezando termos de segunda ordem $\delta f \delta E$ resulta:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E}^0 + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c}) \cdot \vec{\nabla}_v \right] \delta f_\alpha = - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \delta \vec{E} \cdot \vec{\nabla}_v f_\alpha^0 \quad (4.1)$$

Combinando-se a equação (4.1) com a equação de Gauss para o campo perturbado

$$\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{E} = 4\pi \sum q_\alpha \int d\vec{v} \delta f_\alpha = 4\pi \sum q_\alpha \delta n_\alpha \quad (4.2)$$

resulta a relação de dispersão usual para ondas de plasma eletrostáticas lineares, $D[(\vec{k}, \omega(\vec{k}))] = 0$.

A equação (4.1) pode ser resolvida pelo método das características, obtendo-se a função de distribuição perturbada $\delta f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)$. Fazendo-se uma análise de Fourier para as perturbações δf_α e $\delta \vec{E}$ e supondo-se que as perturbações são eletrostáticas obtém-se, depois de se integrar no espaço de velocidades, a seguinte relação:

$$\delta n_{\alpha k} = \{ i \epsilon_\alpha [\vec{k}, \omega(\vec{k})] / 4\pi q_\alpha \} \vec{k} \cdot \delta \vec{E}_k \quad (4.3)$$

onde ϵ_α é a constante dielétrica da espécie α do plasma satisfazendo

$$D[\vec{k}, \omega(\vec{k})] = 1 - \sum_\alpha \epsilon_\alpha = 0 \quad (4.4)$$

É suposto que a frequência e o número de onda dos modos normais são determinados pelos valores locais da densidade, temperatura, velocidade de deslocamento, de maneira que:

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_\alpha(x, t)$$

$$\delta E_k = \delta E_k(x, t)$$

A equação (4.4) deve ser satisfeita pela solução das equações (2.7 e 4.1), isto é, as várias instabilidades que conduzem à resistividade anômala são soluções para a função dielétrica total do plasma $D[\vec{k}, \omega(\vec{k})] = 0$ com $\omega(\vec{k}) = \omega_k + i \gamma_k$ onde ω_k é a frequência da onda e γ_k é a taxa de crescimento da instabilidade. Da equação (4.3) juntamente com a equação da continuidade para a densidade perturbada segue que os termos que dão a transferência de momento e o aquecimento devido às microinstabilidades são respectivamente:

$$\left. \frac{\partial m_\alpha n \vec{v}_\alpha}{\partial t} \right|_I = q_\alpha \langle \delta n \delta \vec{E} \rangle = - \int d\vec{k} 2\vec{k} \operatorname{Im} \epsilon_\alpha[\vec{k}, \omega(\vec{k})] \epsilon_k(x, t) \quad (4.5)$$

$$\left. \frac{\partial T_\alpha}{\partial t} \right|_I = \frac{2}{3n_\alpha} q_\alpha \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n \vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{3} \left[n_{\alpha}(x, t) \right]^{-1} \left\{ 2 \int d\vec{K} \left[\gamma_k R_e \epsilon_{\alpha} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (\omega_k - \vec{K} \cdot \vec{V}_{\alpha}) I_m \epsilon_{\alpha} \right] \epsilon_k \right\} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

onde

$$\epsilon_k(x, t) = \frac{|\delta E_k|^2}{8\pi V(2\pi)^2} = \frac{|\delta E_{k0}|^2}{8\pi V(2\pi)^3} \exp \left(2 \int_0^t dt' \gamma_k \right) \quad (4.7)$$

é a densidade espectral de energia, e δE_{k0} é a amplitude inicial do campo.

As instabilidades dependem das propriedades da função dielétrica $D(K, \omega)$, que por sua vez é determinada pelos parâmetros locais do plasma como a densidade, o fluxo de partículas, a temperatura e os campos elétrico e magnético. Dependendo do comprimento de onda, da frequência e dos valores dos parâmetros do plasma, muitos modos (ondas) são soluções para o dielétrico $D(K, \omega) = 0$ e muitos destes modos são instáveis. Para calcular a taxa de transferência de momento anômalo e a taxa do aquecimento anômalo é necessário conhecer a função dielétrica $D(\vec{K}, \omega(\vec{K}))$ e sua solução $\omega(\vec{K})$ em toda a gama de valores de \vec{K} . $\omega(\vec{K})$ precisa também ser expressa em termos das grandezas macroscópicas do plasma como n , \vec{B} , \vec{V} , \vec{T} e \vec{E} . Então o cálculo do dielétrico D , de sua solução $\omega(\vec{K})$ e a integração em \vec{K} , indicada nas equações 4.5 e 4.6, precisaria ser feito numericamente em cada etapa de tempo da integração numérica, usando os valores das grandezas físicas envolvidas como n , T , \vec{V} , \vec{B} e \vec{E} . Este seria um procedimento extremamente custoso, uma vez que envolveria enormes tempos de computação. Liewer e Krall simplificaram o problema usando formas limitadas e conhecidas para a função dielétrica e considerando como suas soluções apenas os modos que crescem mais rapidamente.

Segundo Liewer e Krall as instabilidades que mais contribuem para a resistividade e o aquecimento na fase de implosão de um θ -pinch são: a instabilidade de dois feixes de Buneman(B) [7], a instabilidade íon-acústica(A) e a instabilidade de deslocamento híbrida inferior(H) [8]. Estas instabilidades são criadas no θ -pinch pelas correntes produzidas na frente do pulso magnético. $[J_y = - (c/4\pi) dB/dx]$. Estas três instabilidades, pelo menos, são certamente excitadas em alguma parte de um pulso penetrante e geralmente desempenham importante papel na implosão de um θ -pinch. A resisti

vidade anômala total é então a soma da contribuição de cada um destes modos instáveis tal que a taxa de transferência de momento anômala pode ser escrita como:

$$\int dk \, 2\vec{k} \, \text{Im}\epsilon_{\alpha} \, \epsilon_{\vec{k}} = \int_B d\vec{k} \, 2\vec{k} \, \text{Im}\epsilon_{\alpha}^B \, \epsilon_{\vec{k}}^B + \int_A d\vec{k} \, 2\vec{k} \, \text{Im}\epsilon_{\alpha}^A \, \epsilon_{\vec{k}}^A + \int_H d\vec{k} \, 2\vec{k} \, \text{Im}\epsilon_{\alpha}^H \, \epsilon_{\vec{k}}^H$$

onde $\int_B d\vec{k}$ indica que a integral é sobre o volume do espaço k instável aos modos Buneman, $\int_A d\vec{k}$ significa uma integração sobre o volume do espaço k instável aos modos íon-acústicos e $\int_H d\vec{k}$ dá a integração sobre o volume do espaço k instável aos modos híbridos inferiores. Então cada modo instável contribui com seu próprio conjunto de termos resistivos para as equações de fluido. Lieber e Krall descreveram em detalhe cada instabilidade e calcularam a contribuição de cada uma para a resistividade anômala total. Os resultados são:

A. Instabilidade de Buneman de dois feixes.

$$m_e \left. \frac{\partial nV_e}{\partial t} \right|_B = -m_i \left. \frac{\partial nV_i}{\partial t} \right|_B \cong -\frac{2}{V_d} \frac{1+A^2}{A^2} \frac{\partial \epsilon^B}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial t} \right|_B \cong \frac{2}{3n_e} \left(2 \frac{1+A^2}{A^2} - 1 \right) \frac{\partial \epsilon^B}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial t} \right|_B \cong \frac{2}{3n_i} 2 \left(\frac{m_e}{2m_i} \right)^{1/3} \left(\frac{1+A^2}{A^2} \right)^{1/3} \frac{\partial \epsilon^B}{\partial t} \ll \left. \frac{\partial T_e}{\partial t} \right|_B$$

onde $A^2 = \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2$, $V_d = |\vec{V}_e - \vec{V}_i|$, ω_{pe} é a frequência de plasma do elétron, ω_{ce} é a frequência ciclotrônica do elétron, V_e é a velocidade do elétron, V_i é a velocidade do íon, ϵ^B é a energia do campo nos modos Buneman e o subscrito B indica a taxa de mudança devido à instabilidade. Na integração numérica a variação temporal da energia do campo $\frac{\partial \epsilon^B}{\partial t}$ é calculada das seguintes expressões:

$$\epsilon^B(x, t) = \epsilon_t^B \exp\left(\int_0^t 2\gamma(x, t') dt'\right)$$

$$\frac{\partial \epsilon^B}{\partial t}(x, t) = 2\gamma \epsilon^B(x, t)$$

onde $\epsilon_t^B \approx T_e / 2\lambda_{De}^3$ é o nível térmico dos modos Buneman e $\gamma = \sqrt{3} \omega_K e^{-v^2/v_d^2}$ é a taxa de crescimento da instabilidade, com $v_e \equiv (T_e/m_e)^{1/2}$.

O nível de saturação da instabilidade de Buneman ϵ_s^B é tal que:

$\epsilon_s^B \lesssim \frac{1}{2} n m_e v_d^2$. Não é permitido que os campos cresçam acima deste nível na integração numérica.

B. Instabilidade Íon-acústica

$$m_e \frac{\partial nV_e}{\partial t} \Big|_A = -m_i \frac{\partial nV_i}{\partial t} \Big|_A \approx -\frac{9}{c_s} \frac{\partial \epsilon^A}{\partial t}$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial nT_i}{\partial t} \Big|_A \approx 4 \frac{\partial \epsilon^A}{\partial t}$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial nT_e}{\partial t} \Big|_A \approx \left(9 \frac{v_d}{c_s} - 5\right) \frac{\partial \epsilon^A}{\partial t}$$

$$\epsilon^A(x, t) = \epsilon_t^A \exp\left[2 \int_0^t dt' \gamma(x, t')\right]$$

$$\frac{\partial \epsilon^A}{\partial t} = 2\gamma \epsilon^A$$

onde $c_s \equiv (T_e/m_i)^{1/2}$

$$\epsilon_t^A \cong T_e / 4\lambda_{De}^3$$

$$\frac{\gamma_K}{\omega_K} \cong \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{V_d - C_s}{v_e} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(V_d - C_s)^2}{v_e^2} \right]$$

$$v_e \cong (T_e / m_e)^{1/2}$$

$$\omega_K^2 = \frac{K^2 C_s^2}{(1 + K^2 \lambda_{De}^2)}$$

O nível de saturação desta instabilidade é $\epsilon_s^A = nT_e (T_i/T_e)^{3/2}$.

No algoritmo os campos, são limitados para não crescerem acima deste nível.

C. Instabilidade de deslocamento híbrida inferior.

$$m_i \left. \frac{\partial nV_i}{\partial t} \right|_H = -m_e \left. \frac{\partial nV_e}{\partial t} \right|_H \cong \frac{3}{5} \frac{1 + A^2}{C_s} \frac{\partial \epsilon^H}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial t} \right|_H \cong \frac{2}{3n_i} (1 + A^2) \frac{\partial \epsilon^H}{\partial t}$$

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial t} \right|_H \cong \frac{2}{3n_e} \left[\frac{3}{5} \frac{V_d}{C_s} (1 + A^2) - (1 + A^2) - 1 \right] \frac{\partial \epsilon^H}{\partial t}$$

$$\epsilon^H(x, t) = \epsilon_t^H \exp \left(2 \int_0^t dt' \gamma(x, t') \right)$$

$$\frac{\partial \epsilon^H}{\partial t} = 2\gamma \epsilon^H$$

onde

$$\epsilon_t^H \cong \frac{1}{2} \left[\frac{T_e}{(a_e^2 + \lambda_{De}^2)^{3/2}} \right]$$

$$\gamma = \frac{\omega_{pi}}{(1 + \Lambda^2)^{1/2}} \exp(-C_s / V_d)$$

$$\text{com } a_e^2 = \frac{\omega^2}{\omega_{ce}^2} \lambda_{De}^2$$

O nível de saturação desta instabilidade é

$$\epsilon_s^H \cong 0.01 \frac{n_i m_i V_d^2}{(1 + \Lambda^2)}$$

5 - COEFICIENTES DE TRANSPORTE CLÁSSICO DE ACORDO COM O MODELO DE BRAGINSKII

Utilizando-se da técnica de expansão local da função de distribuição para eletrons e íons, proposta por Chapman-Enskog e descrita na monografia de Chapman e Cowling [9], Braginskii calculou os coeficientes de transporte num plasma [2]. Os resultados detalhados estão descritos na secção 4 da monografia do Braginskii e na secção 3 é dada uma interpretação física a estes coeficientes de transporte.

No caso de um plasma totalmente ionizado e escrito numa geometria cartesiana estes coeficientes são:

$$R_{xe} = -\alpha_0 (V_{ye} - V_{yi}) - \beta_1 \frac{\partial T_e}{\partial x} \quad (5.1)$$

$$R_{xi} = \alpha_0 (V_{ye} - V_{yi}) \quad (5.2)$$

$$R_{ye} = -\alpha_1 (V_{ye} - V_{yi}) - \beta_0 \frac{\partial T_e}{\partial x} \quad (5.3)$$

$$R_{yi} = \alpha_1 (v_{ye} - v_{yi}) \quad (5.4)$$

$$h_{xe} = -K_{1e} \frac{\partial T_e}{\partial x} - T_e \beta_0 (v_{ye} - v_{yi}) \quad (5.5)$$

$$h_{xi} = -K_{1i} \frac{\partial T_i}{\partial x} \quad (5.6)$$

$$Q_e = \alpha_1 (v_{ye} - v_{yi})^2 + \beta_0 (v_{ye} - v_{yi}) \frac{\partial T_e}{\partial x} - 3 \frac{m_e}{m_i} \frac{n_e}{\tau_{ei}} (T_e - T_i) \quad (5.7)$$

$$Q_i = 3 \frac{m_e}{m_i} \frac{n_e}{\tau_{ei}} (T_e - T_i) \quad (5.8)$$

$$\alpha_0 = \frac{m_e n_e X_e (1.704 X_e^2 + 0.7796)}{\tau_{ei} \Delta_e} \quad (5.9)$$

$$\alpha_1 = \frac{m_e n_e}{\tau_{ei}} \left[1 - \frac{(6.416 X_e^2 + 1.837)}{\Delta_e} \right] \quad (5.10)$$

$$\beta_1 = n_e \frac{(5.101 X_e^2 + 2.681)}{\Delta_e} \quad (5.11)$$

$$\beta_0 = n_e X_e \frac{(1.5 X_e^2 + 3.053)}{\Delta_e} \quad (5.12)$$

$$K_{1e} = \frac{n_e T_e \tau_{ei}}{m_e} \frac{(4.664 X_e^2 + 11.92)}{\Delta_e} \quad (5.13)$$

$$K_{1i} = \frac{n_i T_i \tau_{ii}}{m_i} \frac{(2 X_i^2 + 2.645)}{\Delta_i} \quad (5.14)$$

onde

$$X_e = \omega_{ce} \tau_{ei} \quad (5.15)$$

$$\omega_{ce} = \left| \frac{-e B_z}{m_e c} \right| \quad (5.16)$$

$$\tau_{ei} = 3.5 \times 10^5 \frac{T_e^{3/2} \text{ (eV)}}{n_e \ell_n \Lambda} \quad (5.17)$$

$$\Delta_e = X_e^4 + 14.79 X_e^2 + 3.77 \quad (5.18)$$

$$X_i = \omega_{ci} \tau_{ii} \quad (5.19)$$

$$\omega_{ci} = \left| \frac{e B_z}{m_i c} \right| \quad (5.20)$$

$$\tau_{ii} = \frac{2.12 \times 10^7}{n_i \ell_n \Lambda} T_i^{3/2} \text{ (eV)} \quad (5.21)$$

$$\Delta_i = X_i^4 + 2.70 X_i^2 + 0.677 \quad (5.22)$$

Usando-se as expressões (5.9 a 5.22) para os coeficientes de transporte de Braginskii (5.1 - 5.8) no código numérico, obtêm-se os efeitos das colisões binárias num plasma totalmente ionizado. Nota-se pela simplicidade destas expressões que a implementação no computador é imediata. Na secção seguinte mostram-se as técnicas numéricas usadas para integrar as equações de fluido (3.1 a 3.7) e de Maxwell no caso do θ -pinch.

6 - MÉTODOS NUMÉRICOS

INTRODUÇÃO:

A resolução do conjunto de equações que descrevem a implosão do plasma num θ -pinch não pode ser feita analiticamente pois o sistema é bastante complexo. Então, o sistema precisa ser resolvido numericamente. Nesta secção são descritos os métodos numéricos utilizados na resolução das equações de fluido e das equações de Maxwell modificadas.

Na subsecção 6.1 é exposto o método numérico utilizado para integrar no espaço e no tempo as equações de dois fluidos que descrevem o plasma e na subsecção 6.2 são descritos os algoritmos numéricos utilizados na resolução das equações para o campo elétrico radial E_x , o campo magnético axial B_z e o campo elétrico tangencial E_y .

6.1 - RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE DOIS FLUIDOS

As equações de dois fluidos que dão a conservação da massa, do momento e da energia e descritas na secção 3 são respectivamente:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\partial n v_{x\alpha}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n v_{x\alpha}}{\partial t} = - \frac{\partial n v_{x\alpha} v_{x\alpha}}{\partial x} - \frac{1}{m_\alpha} \frac{\partial p_\alpha}{\partial x} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (n_\alpha E_x + \frac{n v_{y\alpha} B_z}{c}) + \frac{R_{x\alpha}}{m_\alpha}$$

$$\frac{\partial n v_{y\alpha}}{\partial t} = - \frac{\partial n v_{y\alpha} v_{x\alpha}}{\partial x} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (n_\alpha E_y - \frac{n v_{x\alpha} B_z}{c}) + \frac{R_{y\alpha}}{m_\alpha} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \langle \delta n_\alpha \delta E_y \rangle$$

$$\frac{\partial T_\alpha}{\partial t} = - \frac{\partial T_\alpha v_{x\alpha}}{\partial x} + \frac{1}{3} T_\alpha \frac{\partial v_{x\alpha}}{\partial x} - \frac{2}{3 n_\alpha} \frac{\partial h_\alpha}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{Q_\alpha}{n_\alpha} + \frac{2}{3} \frac{q_\alpha}{n_\alpha} \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n_\alpha \vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle$$

Estas equações são então da forma:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial AV}{\partial x} - S \frac{\partial R}{\partial x} + Q$$

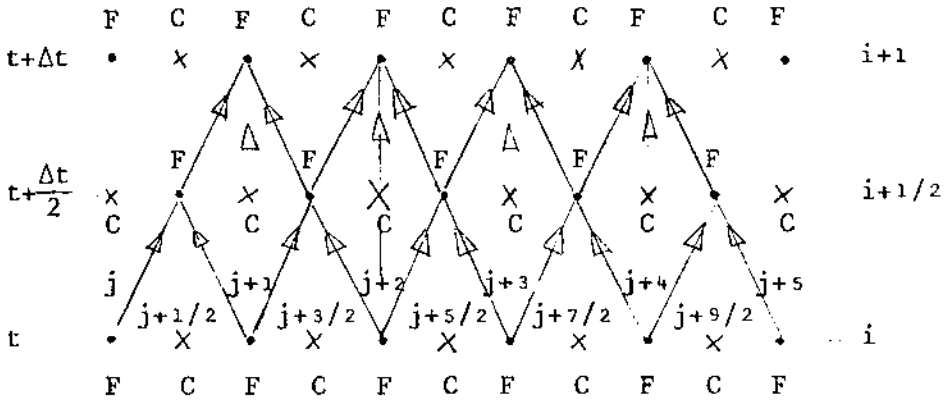
Esta é a equação de advecção generalizada.

Os métodos numéricos convencionais [4] utilizados na resolução de equações diferenciais parciais deste tipo (hiperbólicas) baseiam-se em expansões em série de Taylor. Isto exige que as funções envolvidas (no caso, as grandezas macroscópicas do plasma) variem suavemente, ou seja tenham gradientes pequenos. No caso de θ -pinches, porém, as grandezas como densidade, campo magnético e temperatura têm gradientes bastante fortes, resultando então em dificuldades numéricas para integrar as equações de fluido descritas acima. Estas dificuldades podem ser bem visualizadas notando-se que quando se aplica um método que usa expansão de Taylor até 1ª ordem (Lax) surgem efeitos difusivos, devido ao termo não-corrigido de 2ª ordem. Aplicando-se métodos que usam expansões de Taylor até 2ª ordem (método da interpolação parabólica, Lax-Wendroff de duas etapas, etc.) aparecem efeitos dispersivos introduzidos pelo termo de 3ª ordem.

Estes problemas podem ser resolvidos usando-se o mecanismo de transporte corrigido de fluxo ("flux corrected transport - FCT") desenvolvido por Boris e Book [10]. A idéia essencial do FCT é a aplicação de uma difusão corretiva a um esquema de transporte dispersivo, localizando esta difusão corretiva naquelas regiões onde oscilações não-físicas tendem a se formar por causa da dispersão. Esta difusão corretiva não é linear, sua magnitude depende dos valores de ponto a ponto de A, a função que está sendo integrada. A difusão é realizada de uma maneira conservativa, isto é, se uma quantidade de fluido é subtraída em um ponto, a mesma quantidade é adicionada de volta em algum outro lugar apropriado. Então, pequenas quantidades corretivas de material são empurradas de ponto a ponto localmente, mas não há perda ou ganho líquido no resultado completo. Não existe nenhum critério simples para determinar a quantidade desta difusão a priori. O que o FCT tenta fazer é aplicar uma difusão suficiente em todos os pontos e então cancelá-la com uma anti-difusão igual e oposta, nos pontos onde ela é claramente não necessária. O algoritmo FCT consiste de três operações de diferenças finitas: transporte, difusão e anti-difusão. Este conjunto de operações, aplicado ao método de Lax-Wendroff de duas etapas [4], resulta num algoritmo numérico bastante satisfatório para integrar as equações de

fluido [5,11]. Descrevemos a seguir as diversas etapas que compõem este algoritmo.

O algoritmo de dois passos de Lax-Wendroff é um método centrado no espaço e no tempo. Ele consiste de uma expansão em série de Taylor até 2ª ordem, de maneira que contém efeitos dispersivos. O esquema básico de Lax-Wendroff para integrar no espaço e no tempo as equações de fluido é:



onde "j" é o índice da rede espacial e "i" o índice da rede temporal. Aqui F representa as grandezas de fluido, definidas na rede de índices inteiros j nos instantes t e t + Δt e C representa os campos elétrico e magnético, definidos na rede de índices semi-inteiros em t e t + Δt. Então, de acordo com o esquema, a integração da equação de advecção generalizada

$$\frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial AV_x}{\partial x} - S \frac{\partial R}{\partial x} + Q \text{ é dada pelas seguintes etapas:}$$

1ª etapa: Avanço da grandeza A para etapa intermediária de tempo (t + Δt/2)

$$A_{j+1/2}^{i+1/2} = \frac{1}{2} (A_{j+1}^i + A_j^i) + \frac{\Delta t}{2} \left\{ - \frac{AV_x|_{j+1}^i - AV_x|_j^i}{\Delta x} - S_{j+1/2}^i \left(\frac{R_{j+1}^i - R_j^i}{\Delta x} \right) + Q_{j+1/2}^i \right\}$$

2ª etapa: Avança $\underline{\Delta}$ para a etapa de tempo completa ($t + \Delta t$)

$$A_j^{i+1} = A_j^i + \Delta t \left[- \frac{(AV_x|_{j+1/2}^{i+1/2} - AV_x|_{j-1/2}^{i+1/2})}{\Delta x} - S_j^{i+1/2} \left(\frac{R_{j+1/2}^{i+1/2} - R_{j-1/2}^{i+1/2}}{\Delta x} \right) + Q_j^{i+1/2} \right]$$

O termo Q contém os coeficientes que dão a resistividade clássica e anômala e os campos elétrico e magnético.

3ª etapa: Gera-se fluxos difusivos de primeira diferença de A_j^i

$$f_{j+1/2}^i = \eta (A_{j+1}^i - A_j^i)$$

4ª etapa: Gera-se fluxos antidifusivos de primeira diferença de A_j^{i+1}

$$f_{j+1/2}^{i+1} = \eta (A_{j+1}^{i+1} - A_j^{i+1})$$

5ª etapa: Difunde-se a grandeza A transportada usando-se os fluxos difusivos

$$\tilde{A}_j^{i+1} = A_j^{i+1} + f_{j+1/2}^i - f_{j-1/2}^i$$

6ª etapa: Toma-se primeiras diferenças da grandeza transportada e difundi da

$$\Delta_{j+1/2} = \tilde{A}_{j+1}^{i+1} - \tilde{A}_j^{i+1}$$

7ª etapa: Limita-se os fluxos antidifusivos

$$S = \text{Sign} \{f_{j+1/2}^{i+1}\}$$

$$f_{j+1/2}^c = S \max \{0, \min [S \cdot \Delta_{j-1/2}, |f_{j+1/2}^{i+1}|, S \cdot \Delta_{j+3/2}]\}$$

8ª etapa: Antidifunde-se com os fluxos limitados

$$\bar{A}_j^{i+1} = \tilde{A}_j^{i+1} - f_{j+1/2}^c + f_{j-1/2}^c$$

onde η é o coeficiente difusão-antidifusão [10].

6.2 - RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE MAXWELL

6.2.1 - RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO PARA O CAMPO MAGNÉTICO

Como visto na secção 3 (equação 3.6), a equação para o campo magnético é dada pela lei de Ampere:

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} e (nV_{yi} - nV_{ye}) \quad (6.1)$$

A resolução desta equação é obtida substituindo-se a derivada por diferenças finitas:

$$\left. \frac{\partial B_z}{\partial x} \right|_j^i = \frac{B_z^i_{j+1/2} - B_z^i_{j-1/2}}{\Delta x}$$

Então a equação 6.1 torna-se

$$\frac{B_z^i_{j+1/2} - B_z^i_{j-1/2}}{\Delta x} = -\frac{4\pi}{c} e (nV_{yi} \Big|_j^i - nV_{ye} \Big|_j^i) \quad (6.2)$$

como se conhece o valor da corrente na parede, $x = R$, é possível determinar-se o valor de B_z na parede e a partir daí B_z é determinado integrando-se de fora para dentro do seguinte modo:

$$B_z^i |_{j-1/2} = B_z^i |_{j+1/2} + \frac{4\pi}{c} e (nV_{yi} |_{j-1/2}^i - nV_{ye} |_{j+1/2}^i) \quad (6.3)$$

Note-se que todas as grandezas usadas neste algoritmo estão definidas no mesmo instante de tempo. O cálculo de B_z na etapa intermediária de tempo é feito de maneira similar.

6.2.2 - RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO PARA O CAMPO E_x

A equação de Gauss $\frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi e(n_i - n_e) = 0$ não serve para se determinar o campo elétrico E_x por causa da quase neutralidade. Para solucionar este problema o procedimento usado foi o seguinte: conhecendo-se as equações de conservação do momento na direção x para os elétrons e íons

$$m_e \left(\frac{\partial nV_x}{\partial t} + \frac{\partial nV_x V_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial nT_e}{\partial x} - e(nE_x + \frac{nV_{ye} B_z}{c}) + R_{xe}$$

$$m_i \left(\frac{\partial nV_x}{\partial t} + \frac{\partial nV_x V_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial nT_i}{\partial x} + e(nE_x + \frac{nV_{yi} B_z}{c}) + R_{xi}$$

e notando-se que $m_e \ll m_i$, pode-se tomar $m_e \rightarrow 0$. Então

$$E_x = - \frac{1}{en} \frac{\partial nT_e}{\partial x} - \frac{V_{ey} B_z}{c} + \frac{R_{xe}}{en}$$

Consequentemente, o algoritmo que deve ser utilizado para se encontrar o campo elétrico E_x na rede de índices semi-inteiros $j+1/2$ é

$$E_x^i |_{j+1/2} = - \frac{1}{e n_{j+1/2}^i} \left[\frac{nT_e^i |_{j+1} - nT_e^i |_j}{\Delta x} \right] - \frac{V_{ye}^i |_{j+1/2}}{c} B_z^i |_{j+1/2} + \frac{R_{xe}^i |_{j+1/2}}{e n_{j+1/2}^i}$$

Deve-se realçar que na etapa de tempo i , a densidade n e a velocidade v só existem na rede de índices inteiros j e os campos apenas na rede de índices semi-inteiros $j+1/2$. No algoritmo acima tem-se apenas definido uma média aritmética, isto é:

$$n_{j+1/2}^i = \frac{n_{j+1}^i + n_j^i}{2}$$

$$v_{ye}^i_{j+1/2} = \frac{v_{ye}^i_{j+1} + v_{ye}^i_j}{2}$$

Na etapa intermediária de tempo, o algoritmo para E_x é:

$$E_{x,j}^{i+1/2} = -\frac{1}{e n_j^{i+1/2}} \left[\frac{n \Gamma_e^i_{j+1/2} - n \Gamma_e^i_{j-1/2}}{\Delta x} \right] - \frac{v_{ye}^i_{j+1/2} B_z^{i+1/2}}{c} + \frac{R_{xe}^i_j}{e n_j^{i+1/2}}$$

Aqui, a densidade n e a velocidade v só existem na rede de índices semi-inteiros $j+1/2$. Então

$$n_j^{i+1/2} = \frac{n_{j+1/2}^{i+1/2} + n_{j-1/2}^{i+1/2}}{2}$$

$$v_{ye}^i_j = \frac{v_{ye}^i_{j+1/2} + v_{ye}^i_{j-1/2}}{2}$$

6.2.3 - RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO PARA O CAMPO E_y

A equação para o campo E_y é dada pela lei de Faraday:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = - \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Infelizmente esta equação não pode ser integrada diretamente devido ao fato de que ela é naturalmente instável [4]. O procedimento usual para se contornar este problema é derivar esta equação em x , obtendo-se:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (6.4)$$

Usando:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = - \frac{4\pi}{c} e(nV_{yi} - nV_{ye})$$

e

$$\frac{\partial nV_{y\alpha}}{\partial t} = - \frac{\partial nV_{y\alpha} V_x}{\partial x} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (nE_y - \frac{nV_x B_z}{c}) + \frac{R_{y\alpha}}{m_\alpha} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \langle \delta n \delta E_y \rangle$$

em 6.4 resulta:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{4\pi}{c^2} \sum_{\alpha} q_\alpha \left\{ - \frac{\partial nV_{y\alpha} V_x}{\partial x} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (nE_y - \frac{nV_x B_z}{c}) + \frac{R_{y\alpha}}{m_\alpha} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \langle \delta n \delta E_y \rangle \right\} \quad (6.5)$$

com $\alpha = i, e$ e q_α a carga da partícula. Resolvamos esta equação, por exemplo, quando E_y está definido na rede de índices semi-inteiros $j+1/2$. ($t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$)

As derivadas da equação 6.5 são substituídas pelas respectivas diferenças finitas:

$$\left. \frac{\partial E_y}{\partial x^2} \right|_{j+1/2}^i = \frac{E_{y_{j+3/2}}^i - 2E_{y_{j+1/2}}^i + E_{y_{j-1/2}}^i}{(\Delta x)^2}$$

$$\left. \frac{\partial n_{y\alpha} v_x}{\partial x} \right|_{j+1/2}^i = \frac{(n_{y\alpha} v_x)_{j+1}^i - (n_{y\alpha} v_x)_j^i}{\Delta x}$$

Definindo operadores:

$$L_j^i = -2 - \frac{4\pi}{c^2} \sum_{\alpha} \frac{q_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} n_{j+1/2}^i (\Delta x)^2$$

$$F_j^i = -\frac{4\pi}{c^2} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \left[(n_{y\alpha} v_x)_{j+1}^i - (n_{y\alpha} v_x)_j^i \right] \Delta x$$

$$+ \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{n_{y\alpha} v_x|_{j+1/2}^i}{c} B_{z_{j+1/2}}^i (\Delta x)^2$$

$$\left. + \left(\frac{R_{y\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \langle \delta n \delta E_y \rangle \right) (\Delta x)^2 \right]$$

resulta num sistema do tipo

$$E_{y_{j+3/2}}^i + L_j E_{y_{j+1/2}}^i + E_{y_{j-1/2}}^i = F_j \quad (6.6)$$

Seguindo o método desenvolvido na referência [12] supõe-se que a solução para o sistema acima seja linear tal que:

$$E_{y_{j+3/2}}^i = X_j E_{y_{j+1/2}}^i + y_j \quad (6.7)$$

Substituindo-se (6.6) em (6.7) obtêm-se

$$E_{y_{j+1/2}} = \frac{F_j - Y_j}{X_j + L_j} - \frac{1}{X_j + L_j} E_{y_{j-1/2}} \quad (6.8)$$

comparando eq. (6.8) com eq. (6.7) chega-se a:

$$X_{j-1} = -\frac{1}{X_j + L_j} \text{ e } Y_{j-1} = \frac{F_j - Y_j}{X_j + L_j} \quad (6.9)$$

Os valores de E_y no interior do plasma são determinados conhecendo-se as condições de contorno para X_j e Y_j tal que seja possível determinar-se X_{j-1} e Y_{j-1} . Na posição $j = N-1$ ($N \equiv$ parede do θ -pinch) a equação para E_y torna-se

$$E_{y_{N+1/2}}^i + L_{N-1} E_{y_{N-1/2}}^i + E_{y_{N-3/2}}^i = F_{N-1} \quad (6.10)$$

Sabe-se que $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}$ e como se conhece o valor de $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ na parede obtêm

-se

$$\frac{E_{y_{N+1/2}}^i - E_{y_{N-1/2}}^i}{\Delta x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \Big|_{j=N}$$

Isto implica que:

$$E_{y_{N+1/2}}^i = E_{y_{N-1/2}}^i + \epsilon \quad (6.11)$$

onde

$$\epsilon = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \Big|_{j=N} \Delta x \quad (6.12)$$

Substituindo a equação (6.11) na equação (6.10) resulta:

$$E_{yN-1/2}^i = \frac{F_{N-1} - \epsilon}{1 + L_{N-1}} - \frac{1}{1 + L_{N-1}} E_{yN-3/2}^i \quad (6.13)$$

A solução $E_{y_{j+3/2}} = X_j E_{y_{j+1/2}} + Y_j$ vale para $j = N-2$, tal que:

$$E_{yN-1/2} = X_{N-2} E_{yN-3/2} + Y_{N-2} \quad (6.14)$$

Comparando-se a equação (6.14) com equação (6.13) chega-se finalmente a

$$X_{N-2} = - \frac{1}{1 + L_{N-1}}$$

$$Y_{N-2} = \frac{F_{N-1} - \epsilon}{1 + L_{N-1}} \quad (6.15)$$

Então, utilizando-se as equações (6.15), (6.9) e (6.7) e a condição de antissimetria de E_y na origem todos os valores de E_y podem ser determinados.

6.3 - CONDIÇÕES INICIAIS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições iniciais empregadas na resolução do sistema de equações que descreve a implosão do θ -pinch são:

- a) considera-se um plasma uniforme, isto é, $n(x, t = 0) = n_0$;
- b) as energias térmicas iniciais para os eletrons e os íons são da ordem de 2 eV, isto é, $T_e(x, t = 0) = T_i(x, t = 0) = 2$ eV;
- c) a velocidade de implosão e a velocidade tangencial dos elétrons e íons são nulas, isto é, $V_x(x, t = 0) = V_y(x, t = 0) = 0$;
- d) não existem campos no plasma antes da descarga do capacitor, isto é,

$$E_x(x, t = 0) = 0$$

$$E_y(x, t = 0) = 0$$

$$B_z(x, t = 0) = 0$$

As condições de contorno são as seguintes: na origem, devido à simetria cilíndrica, grandezas como densidade, campo magnético e temperatura têm gradiente nulo, isto é, são funções pares.

O campo elétrico E_x , o campo elétrico E_y e as velocidades V_x e V_y são consideradas funções ímpares, isto é, são nulos no centro do θ -pinch. Na parede do cilindro, $x = R$, é suposto que o campo magnético externo B_z cresça senoidalmente de acordo a $B_z = B_0 \sin \omega t$, com B_0 sendo determinado pelo valor da corrente na parede. Em $x = R$ considera-se também que a densidade a temperatura e a velocidade tangencial são funções simétricas em torno de $x = R$, por exemplo, $x(R - \Delta x) = x(R + \Delta x)$. Ainda no ponto $x = R$ considera-se a velocidade radial nula $V_x(R) = 0$, e tal que $V_x(R + \Delta x) = V_x(R - \Delta x)$.

CAPÍTULO III

APLICAÇÃO DO MODELO A θ -PINCHES E ANÁLISE DOS RESULTADOS

1 - INTRODUÇÃO:

No Capítulo II foi apresentado o conjunto de equações, originalmente desenvolvido por Liewer e Krall, as quais descrevem a implosão de um θ -pinch. Foi apresentado também o modelo numérico usado para a resolução destas equações. Com isso pode-se escrever um programa para resolver simultaneamente esse conjunto de equações. O programa desenvolvido permite que os processos colisionais sejam tratados de vários modos. Neste estudo foram considerados essencialmente quatro tipos de modelos colisionais:

1. não-colisional
2. colisões binárias clássicas
3. colisões anômalas autoconsistentes
4. frequência de colisão fenomenológica

O modelo não-colisional é o conhecido modelo de Snow-plow. Trata-se de um modelo simples e eficiente para descrever a implosão de um θ -pinch onde processos resistivos não são importantes. Este modelo admite soluções algébricas [13]. O modelo que leva em conta a resistividade clássica, isto é, as colisões binárias entre os elétrons e íons geralmente é importante em experimentos de pinches de alta densidade (10^{14} - 10^{16} cm⁻³), principalmente na região à frente do pistão magnético. Já o modelo autoconsistente para a resistividade anômala desenvolvido por Liewer e Krall pode, dependendo dos parâmetros do θ -pinch, ser bastante importante na fase de implosão, tanto em θ -pinches de altas densidades, como, principalmente, em θ -pinches de densidades mais baixas ($\sim 10^{12}$ - 10^{13} cm⁻³). Dependendo das condições operacionais do θ -pinch ambos os processos de transporte, o clássico e o anômalo desempenham simultaneamente importante papel durante a fase de implosão. Um modelo mais completo, que leva em conta a atuação simultânea das colisões binárias e das colisões anômalas foi usado nas simulações dos θ -pinches da Unicamp.

O modelo com uma frequência de colisão fenomenológica constante é o mais simples dos modelos que levam em conta a resistividade do plasma. Ele geralmente é usado porque sua implementação requer um tempo de

computação muito menor do que os necessários para simulação com resistividade clássica ou com resistividade anômala auto-consistente.

Neste capítulo são analisados os resultados obtidos com a simulação de 3 θ -pinches diferentes:

1. θ -pinch Tupã da Unicamp, que opera numa faixa de densidades altas ($n \sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) e é rápido (tempo de subida de $1\mu\text{s}$, campo magnético máximo de 20kG).
2. θ -pinch II da Unicamp, que opera também em densidades altas ($n \sim 10^{14}$ a 10^{16} cm^{-3}), é lento (o campo magnético cresce até um máximo de 9kG em $4\mu\text{s}$).
3. θ -pinch do Texas, que opera numa faixa de baixas densidades ($n \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, campo magnético máximo de 500 Gauss, tempo de subida de 80ns). Este θ -pinch já foi simulado por Liewer e Krall e foi usado como teste do código numérico [3] .

2 - θ -PINCH TUPÃ DA UNICAMP

2.1 - DESCRIÇÃO:

O θ -pinch Tupã é um θ -pinch linear de 55kJ e 100kV. Ele opera numa faixa de densidades altas ($n \sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). A corrente externa dá origem a um campo magnético que na parede do cilindro cresce até 20kG em $1\mu\text{s}$. O gás utilizado nestas simulações é o hidrogênio.

2.2 - ESTUDOS NUMÉRICOS E RESULTADOS

Para os estudos numéricos considera-se um plasma de hidrogênio sob a condição de quase-neutralidade ($n_e \sim n_i$), com densidade inicial de 10^{16} cm^{-3} distribuída de maneira uniforme por todo o volume do cilindro. Sabe-se que processos de ionização podem ser importantes durante a implosão [14]. Se a pré-ionização é incompleta, como é o caso da maioria dos experimentos de θ -pinches, todo o plasma num ponto não é acelerado simultaneamente pelo pistão, de maneira que os perfis de densidade são mais largos e os picos de densidade são menores que aqueles correspondentes a uma implosão completamente pré-ionizada. Entretanto, nesta simulação, o plasma é suposto completamente ionizado, com energias térmicas iniciais para os elétrons e os íons da ordem de 2eV. ($T_e = T_i = 2\text{eV}$). O campo magnético na

parede é suposto obedecer uma lei senoidal: $B_z \Big|_{\text{parede}} = B_{z \text{ max}} \text{ sen } \omega t$. O estudo dos mecanismos envolvidos na implosão do Tupã foi feito usando-se os modelos colisionais descritos acima.

2.2.1 - SIMULAÇÃO USANDO MODELO NÃO-COLISIONAL ("SNOW-PLOW")

Esta simulação consiste em executar o programa desprezando-se os mecanismos que originam a resistividade num plasma: as colisões binárias e as instabilidades. No código numérico considera-se $R_x = R_y = Q = h_x = 0$ e $\langle \delta \vec{E} \cdot \delta n_\alpha \rangle = \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n_\alpha \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle = 0$. Os resultados da simulação dão a evolução espacial e temporal da densidade, do campo magnético, da densidade de corrente e da temperatura do plasma.

As figuras 1 e 2 mostram respectivamente os perfis de densidade e campo magnético para 4 instantes da implosão ($t = 200, 300, 400$ e 450 ns). Nota-se que o campo magnético não penetra no plasma, de modo que os campos sofrem uma queda abrupta na região de transição campo-plasma. Nesta situação não-colisional o plasma se comporta como um meio perfeitamente dia magnético, apresentando corrente apenas numa camada superficial. O pistão magnético $J_\theta \times B_z$ atua então em uma fina camada de plasma empurrando todas as partículas e acumulando-as em picos de densidade, que vão implodindo em direção ao centro do cilindro sem que haja penetração do campo magnético no interior do plasma. Resulta então que os perfis de densidade são bastante abruptos e compressivos.

O modelo de snow-plow prevê que a largura do pico de densidade é da ordem de c/ω_{pe} . Entretanto, nesta simulação, isto não pode ser observado pois $\frac{c}{\omega_{pe}} \approx 5 \times 10^{-3}$ cm enquanto a resolução numérica da rede é $\Delta x \approx \frac{5 \text{ cm}}{50} = 0.1$ cm. Para se observar a largura real dos perfis seria necessário um Δx cem vezes menor do que o usado nesta simulação. Isto implicaria numa redução da etapa de tempo Δt para que a condição CFL [4] seja obedecida. Estes dois fatores resultariam em grandes gastos de tempo de computa dor, o que se torna impraticável nos computadores da Unicamp. A Figura 3 mostra os perfis de densidade de corrente J . Esta configuração da densidade de corrente é a responsável pela queda abrupta do campo magnético no plasma uma vez que $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}$. Nota-se também que os máximos de densidade de corrente (assim como a corrente total) tendem a crescer (em módulo) com o tempo à medida que a corrente externa vai crescendo.

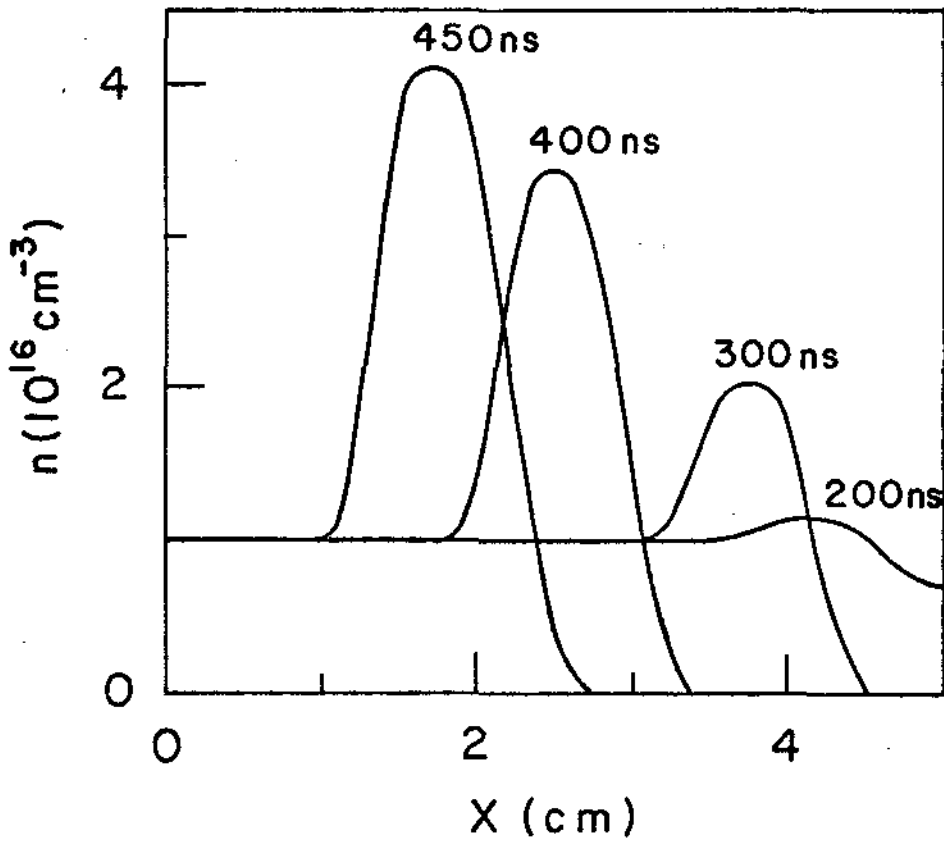


Figura 1: Densidade. Modelo: snow-plow. θ -pinch Tupã.

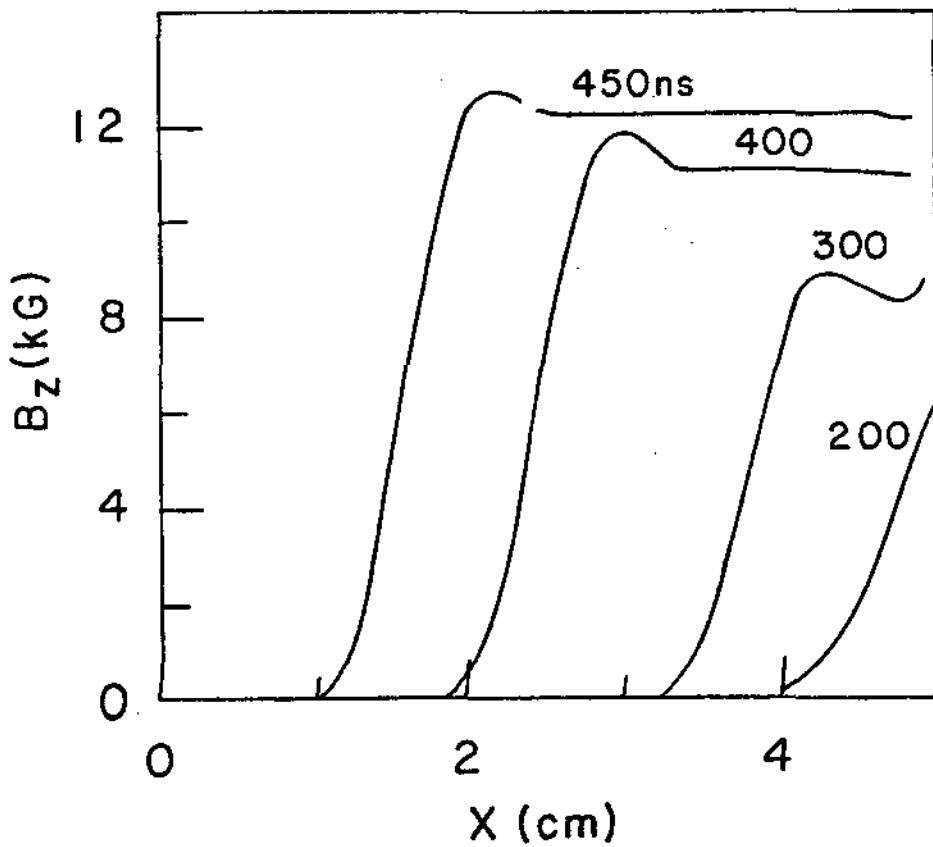


Figura 2: Campo magnético. Modelo: snow-plow. Tupã.

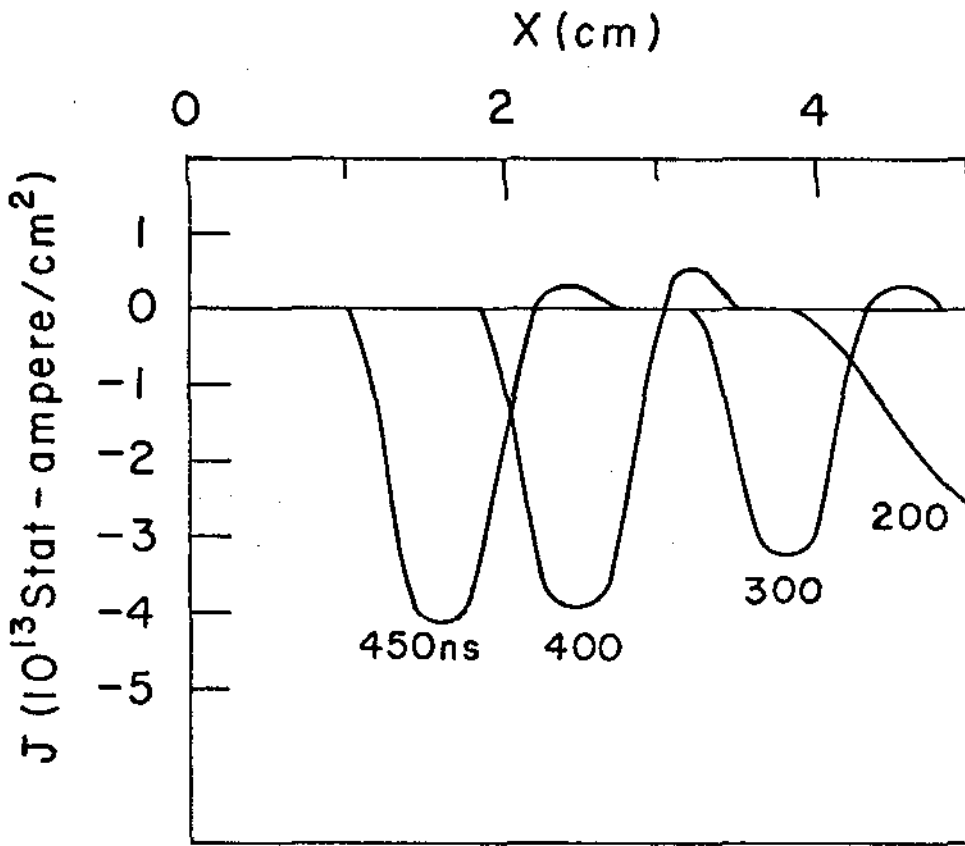


Figura 3: Densidade de corrente. Modelo: snow-plow. Tupã.

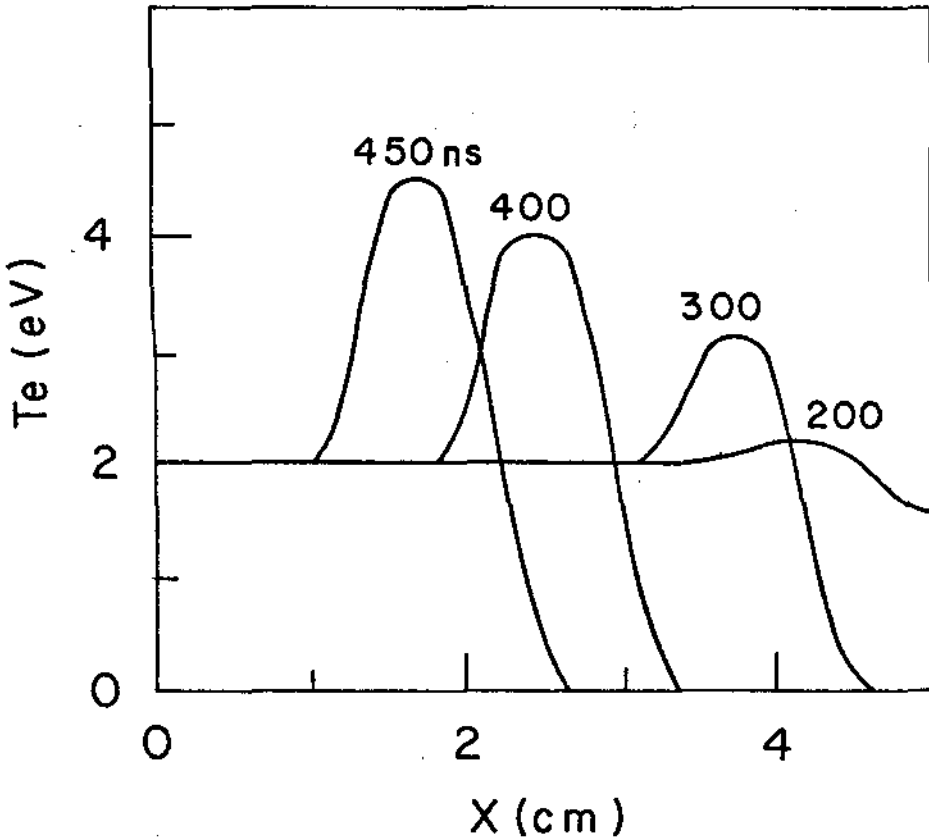


Figura 4: Temperatura eletrônica. Modelo: snow-plow. Tupã.

Na figura 4 são exibidos os perfis de temperatura eletrônica e iônica. Nesta simulação não-colisional que se está tratando o aquecimento do plasma é feito unicamente pelo trabalho da força eletrodinâmica $\vec{J} \times \vec{B}$ que empurra o pistão, isto é, trata-se de uma compressão adiabática. Não existe efeito Joule ($\eta J^2 = 0$, pois a resistividade é nula). Consequentemente, a energia transmitida aos elétrons e íons é a mesma, justificando a igualdade das temperaturas eletrônica e iônica. Nota-se que os perfis de temperatura também são bastante abruptos e apenas as partículas no interior de uma estreita camada experimentam aquecimento. Na região atrás do pistão a temperatura vai a zero, pois segundo o modelo de snow-plow sobram muito poucas partículas. Novamente, deve ser lembrado que a inclinação dos perfis é um efeito da resolução numérica da rede.

2.2.2 - SIMULAÇÃO USANDO O MODELO COM RESISTIVIDADE CLÁSSICA

A resistividade clássica surge quando há colisões binárias entre os elétrons e os íons do plasma. Ela causa a transferência de momento e energia entre eles. O efeito da resistividade clássica é incluído no modelo usando-se os coeficientes R_x , R_y , Q e h_x calculados por Braginskii e mostrados na secção 5 do Capítulo II. Nesta simulação os coeficientes de transporte anômalo são desligados, isto é, faz-se $\langle \delta \vec{E} \cdot \delta n_\alpha \rangle = \langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n_\alpha \vec{V}_\alpha - \vec{V}_\alpha \delta n_\alpha) \rangle = 0$, porque se deseja observar apenas os efeitos das colisões clássicas, que acredita-se possam desempenhar um papel importante na implantação do Tupã, devido às densidades razoavelmente altas.

Os perfis de densidade, campo magnético, densidade de corrente e das temperaturas eletrônica e iônica resultantes da simulação são exibidos nas figuras 5 a 9 para os mesmos instantes de tempo considerados na simulação anterior. Os perfis estão limitados pela resolução espacial da rede. Note-se porém que aumentar o número de pontos da rede, aumenta o tempo de computação. De fato, este cresce com o quadrado do número de pontos, pois devido à condição de C.F.L é necessário diminuir proporcionalmente o intervalo de tempo Δt quando se diminui o Δx . Como uma corrida típica, apenas com colisões binárias dura da ordem de 8 minutos, um aumento razoável da resolução espacial, digamos um fator de 5, elevaria o tempo típico para 200 minutos. Corridas de 3 horas começam a ser impraticáveis. Ainda mais, o modelo com colisões anômalas é cerca de 6 a 7 vezes mais lento do que o de colisões clássicas. Então, para se manter a resolução espacial no caso das colisões anômalas, presumivelmente as corridas iriam para tempos da ordem de vinte horas.

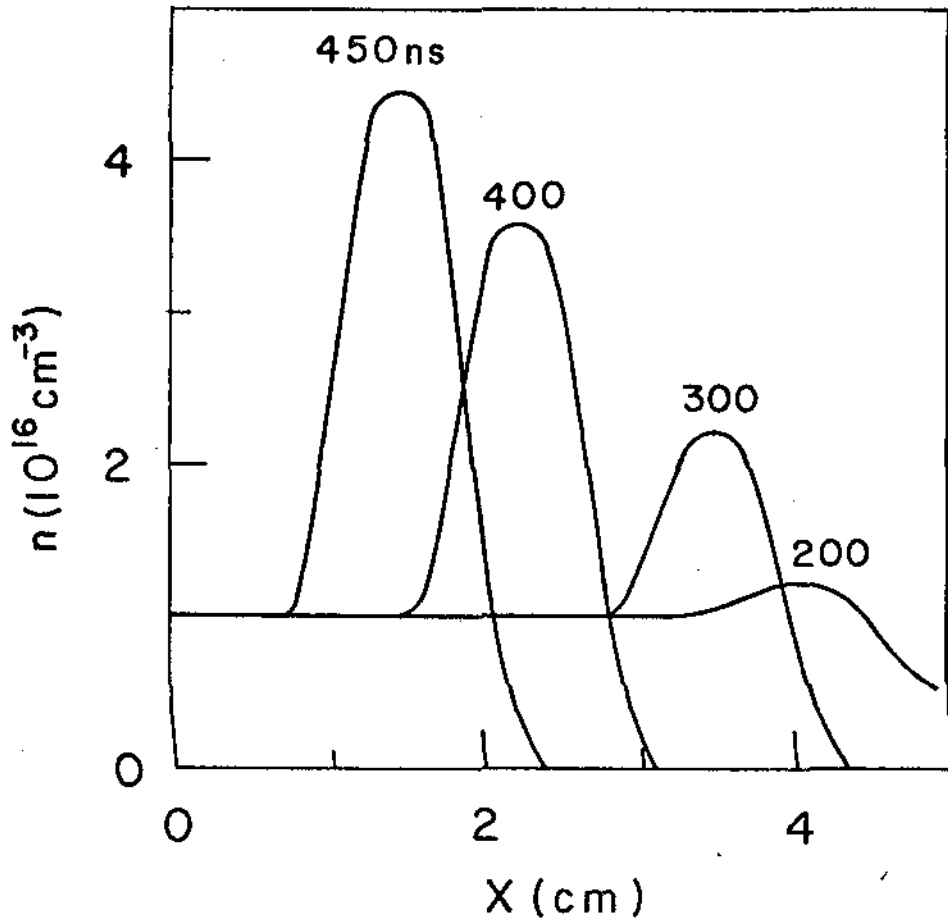


Figura 5: Densidade. Modelo: resistividade clássica. Tupã.

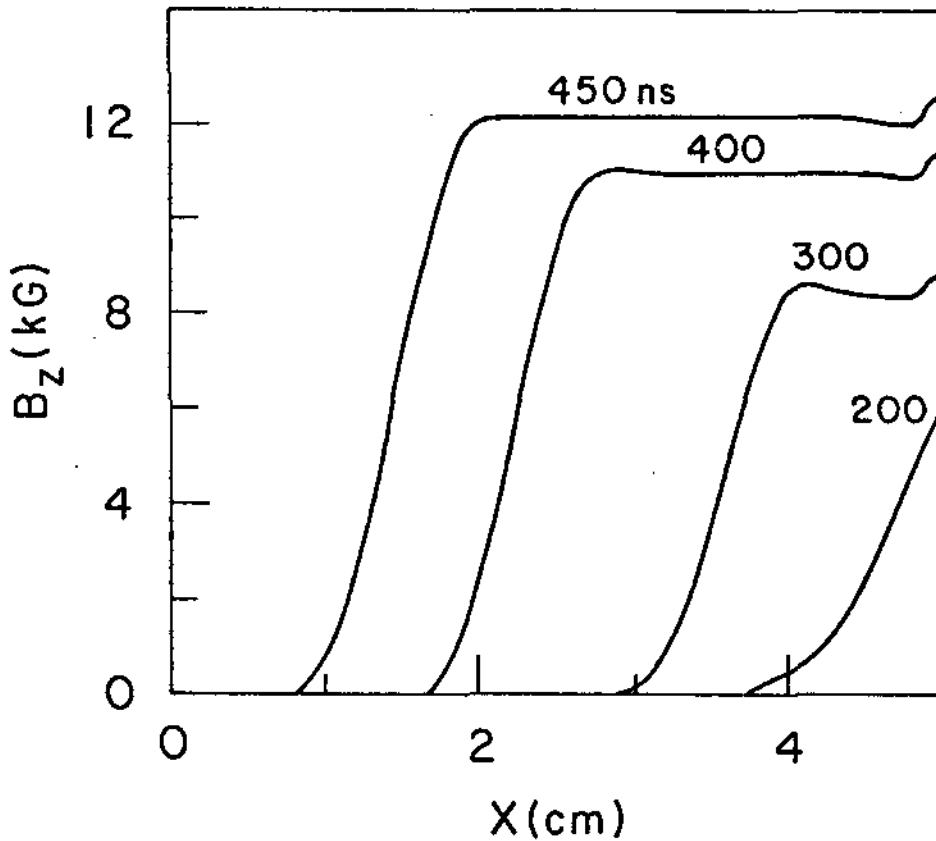


Figura 6: Campo magnético. Modelo: resistividade clássica. Tupã.

Devido a estas dificuldades de tempo se optou por manter a rede de 50 pontos, sempre lembrando que a resolução espacial não é das mais satisfatórias. Como a resistividade clássica obtida está da ordem da resistividade típica de Spitzer pode-se afirmar que as frequências de colisão do modelo são razoáveis. Conclui-se então, que a resistividade clássica é insuficiente para provocar uma maior difusão dos perfis de densidade e campo magnético e o grosso dos resultados é o mesmo do caso não-colisional, de novo, com a resolução espacial limitada pela rede de pontos. Esta conclusão pode ser confirmada recorrendo-se ao seguinte procedimento: a resistividade pode ser medida através de uma frequência de colisão efetiva assim definida: $v_{\text{eff}} = \frac{1}{nV_{ye}} \left. \frac{\partial nV_{ye}}{\partial t} \right|_{\text{colisões}}$. Nesta simulação as colisões binárias resultam numa frequência de colisão efetiva média da ordem de $\omega_{pi}/2$. Da equação de difusão do campo magnético no plasma $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\eta c^2}{4\pi} \nabla^2 B$ sabe-se que o tempo característico para a penetração do campo magnético no plasma é $\tau = \frac{4\pi L^2}{\eta c^2}$ onde L é o comprimento característico do gradiente do campo magnético e η é a resistividade escrita em termos da frequência de colisão: $\eta = \frac{v_{\text{eff}} m_e}{ne^2}$. Com esse conhecimento calculou-se a velocidade de penetração no plasma $V_B = \frac{L}{\tau}$ e comparou-se com a velocidade de implosão V_x . Os resultados indicam uma velocidade de implosão V_x da ordem de 10^7 cm/s e uma velocidade de penetração V_B da ordem 10^5 cm/s, implicando que não há tempo para o perfil ser difundido.

Deve ser mencionado que o valor médio da resistividade clássica predito pela simulação $\eta = 6.4 \times 10^{-15}$ e.m.u é da mesma ordem que o valor da resistividade calculado de acordo com a teoria do Spitzer para um plasma totalmente ionizado $\eta \approx 10^{-14}$ e.m.u.

A evolução temporal dos perfis de densidade de corrente é exibida na figura 7. Nota-se que a densidade de corrente fica restrita a uma fina camada da mesma forma que na simulação com o modelo não-colisional. Os máximos de densidade de corrente sempre crescem com o tempo, o que indica que não há uma dissipação importante de corrente. A Tabela 1 mostra a corrente total no plasma para as simulações usando o modelo não-colisional e o modelo com resistividade clássica.

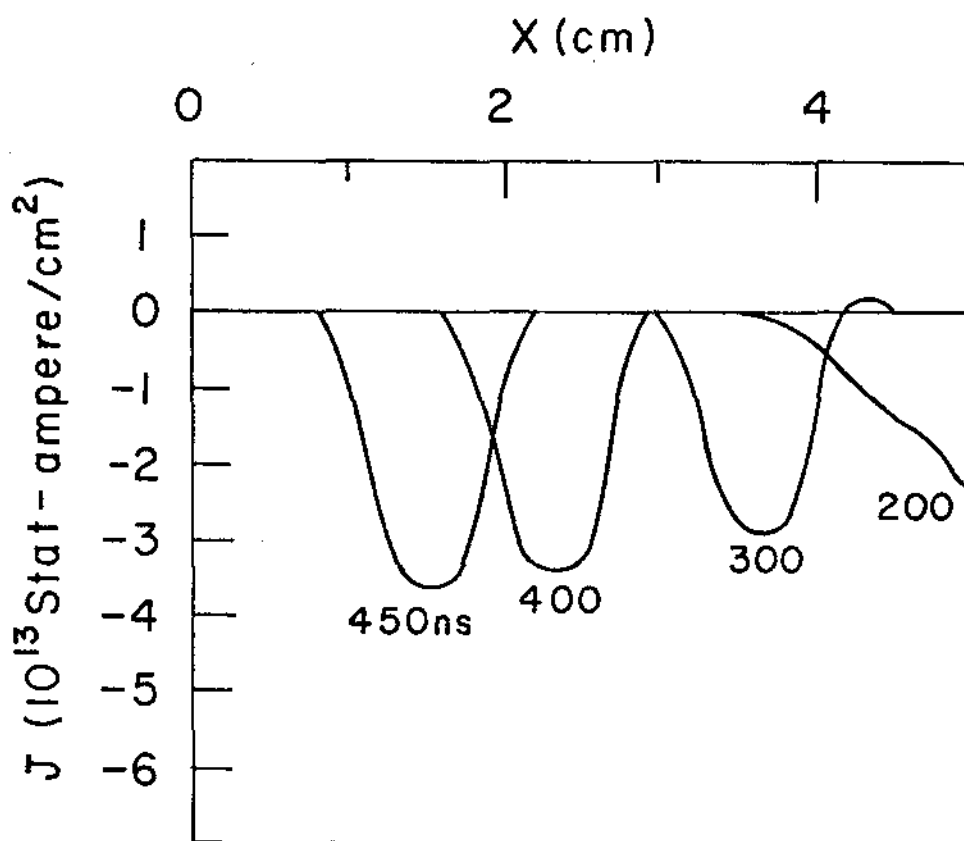


Figura 7: Densidade de corrente. Modelo: resistividade clássica. Tupã.

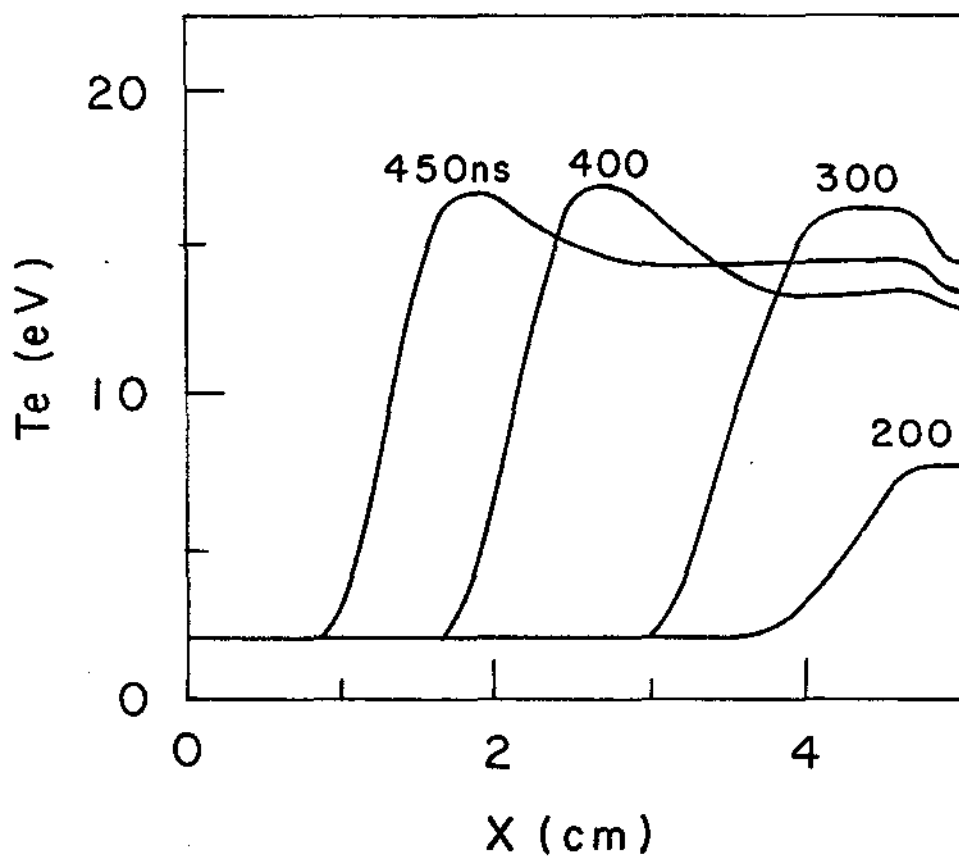


Figura 8: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade clássica. Tupã.

TABELA 1

τ (ns)	I = Corrente total por unidade de comprimento no plasma (10^{13} Stat-ampere/cm)		I_{ω} = corrente na parede
	Snow-plow	resistividade clássica	
200	1.4	1.4	1.4
300	2.1	2.1	2.1
400	2.8	2.8	2.8
450	3.0	3.0	3.1

Observa-se que a corrente total no plasma é praticamente igual à corrente externa na parede, indicando que a dissipação de energia é desprezível.

As Figuras 8 e 9 exibem a evolução no espaço e no tempo das temperaturas eletrônica e iônica. Nota-se que a forma do perfil da temperatura iônica é semelhante àquela apresentada pelo modelo não-colisional, com queda abrupta da temperatura na região atrás do pistão. No ponto de máxima compressão da densidade a temperatura iônica é de 13eV (Ver Fig. 9) enquanto o modelo não-colisional, que só dispõe de aquecimento adiabático, apresenta uma temperatura máxima de 4.5eV.

Comparando-se o perfil da temperatura eletrônica (figura 8) com o predito pelo modelo do "Snow-plow" (figura 4) nota-se que, apesar de serem insuficientes para provocar uma difusão da densidade e do campo magnético, as colisões binárias produzem na região de acúmulo da densidade uma temperatura eletrônica cerca de duas vezes maior e atrás do pistão a temperatura não vai a zero, apresentando isto sim um aquecimento apenas levemente inferior àquele verificado na região de compressão. Pode aparecer uma incongruência o fato dos elétrons sofrerem aquecimento também na região atrás do pistão onde a densidade é muito menor e a resistividade clássica é desprezível. Entretanto, deve-se considerar que nos instantes imediatamente anteriores a densidade nesta região era da mesma ordem da densidade atual à frente do pistão e aí imperam então os processos de transporte clássicos que resultam num aquecimento de todos os elétrons concentrados

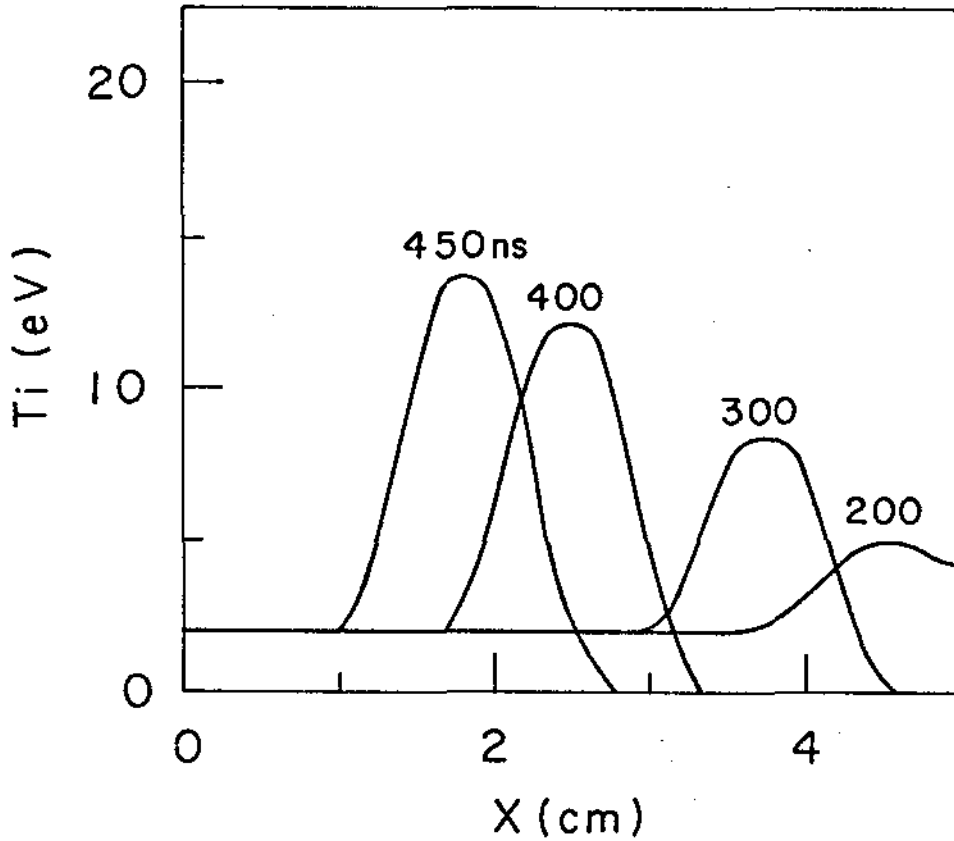


Figura 9: Temperatura iônica. Modelo: resistividade clássica. Tupã.

nesta região, e quando o pistão magnético empurra a grande maioria dos elétrons (99%) sobram uns poucos elétrons (1%) que já haviam sido anteriormente aquecidos. Então, depois da elevação da temperatura eletrônica e da diminuição abrupta da densidade, a resistividade clássica torna-se pequena nesta região atrás do pistão. Este fato pode ser comprovado observando-se que nos instantes posteriores, nesta mesma região, a temperatura dos elétrons não aumenta.

2.2.3 - SIMULAÇÃO USANDO O MODELO COM RESISTIVIDADE CLÁSSICA E ANÔMALA

A resistividade anômala é o resultado de microinstabilidades que se desenvolvem no plasma quando grandes densidades de corrente são introduzidas por valores altos de campos elétricos ou gradientes fortes de campos magnéticos. As ondas instáveis crescem à custa da energia do movimento ordenado do fluido e através das interações onda-partícula devolvem essa energia ao plasma na forma de energia térmica. O efeito da resistividade anômala é incluído no código numérico usando-se os coeficientes $\langle \delta \vec{E} \cdot \delta n_{\alpha} \rangle$ e $\langle \delta \vec{E} \cdot (\delta n_{\alpha} \vec{V} - \vec{V}_{\alpha} \delta n) \rangle$ na forma prescrita por Liewer e Krall e apresentada no Capítulo II. Estes coeficientes dependem das grandezas locais do plasma como densidade de corrente, temperatura e campo magnético, as quais evoluem no espaço e no tempo.

Os resultados da simulação são exibidos nas figuras 10, 11, 14, 15, 16 e mostram os perfis de densidade, campo magnético, densidade de corrente e temperaturas eletrônica e iônica evoluindo no espaço e no tempo. Nota-se claramente que os perfis de densidade e campo magnético continuam abruptos e compressivos, embora tenham apresentado uma penetração um pouco maior do que aqueles obtidos pela simulação com o modelo que considera resistividade clássica apenas. (Tabela 2 e Figuras 10 e 11).

A atuação dos mecanismos de resistividade clássica e anômala na implosão do Tupã pode ser compreendida examinando-se a Figura 12, que exhibe o perfil da frequência de colisão efetiva. Este perfil dá a variação espacial da resistividade clássica e anômala no instante $t = 400\text{ns}$.

A resistividade clássica é a dominante na região à frente do pistão enquanto atrás do pistão a resistividade anômala predomina. Ambas são da mesma ordem de grandeza, apresentando uma frequência de colisão efetiva média da ordem de $\omega_{pi}/2$. Usando-se este valor para a frequência de colisão clássica obtém-se uma resistividade da mesma ordem da resistividade de Spitzer. No entanto, numa camada estreita ao redor do pistão a frequência de colisão efetiva total é da ordem de ω_{pi} , justificando a maior penetração dos perfis de densidade e campo magnético nesta simulação quando comparamos com a simulação que usa resistividade clássica apenas.

Imediatamente atrás do pistão a resistividade anômala é a dominante, já que, com a penetração do campo magnético B_z , a corrente azimutal dá origem à instabilidade de deslocamento híbrida inferior, a qual aque

TABELA 2

t (ns)	não-colisional			Resistividade clássica			Resistividade clássica e anômala		
	$\frac{\delta n}{n}$	R (cm)	$R_{1/2}$ (cm)	$\frac{\delta n}{n}$	R (cm)	$R_{1/2}$ (cm)	$\frac{\delta n}{n}$	R (cm)	$R_{1/2}$ (cm)
200	0.14	4.2	4.6	0.2	4.1	4.6	0.2	4.0	4.4
300	1.00	3.8	3.8	1.2	3.6	3.6	1.7	3.2	3.2
400	2.4	2.5	2.4	2.5	2.2	2.3	3.5	1.6	1.5
450	3.1	1.7	1.6	3.4	1.5	1.5	-	-	-

Tabela 2: São comparados os níveis de compressão da densidade ($\delta n/n$) a posição dos máximos de densidade em relação ao centro do cilindro (R) e a posição em que o campo magnético tem a metade do seu valor máximo para os 3 principais modelos usados na simulação (R_{y2}).

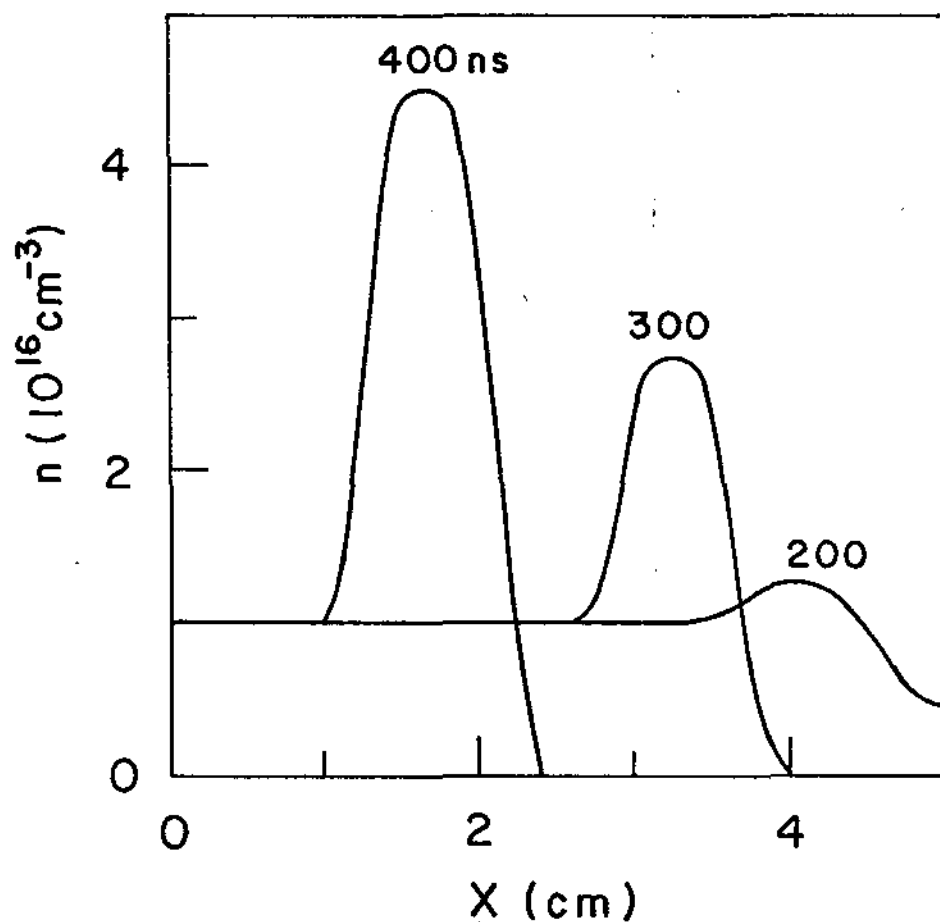


Figura 10: Densidade. Modelo: resistividade clássica e anômala. Tupã.

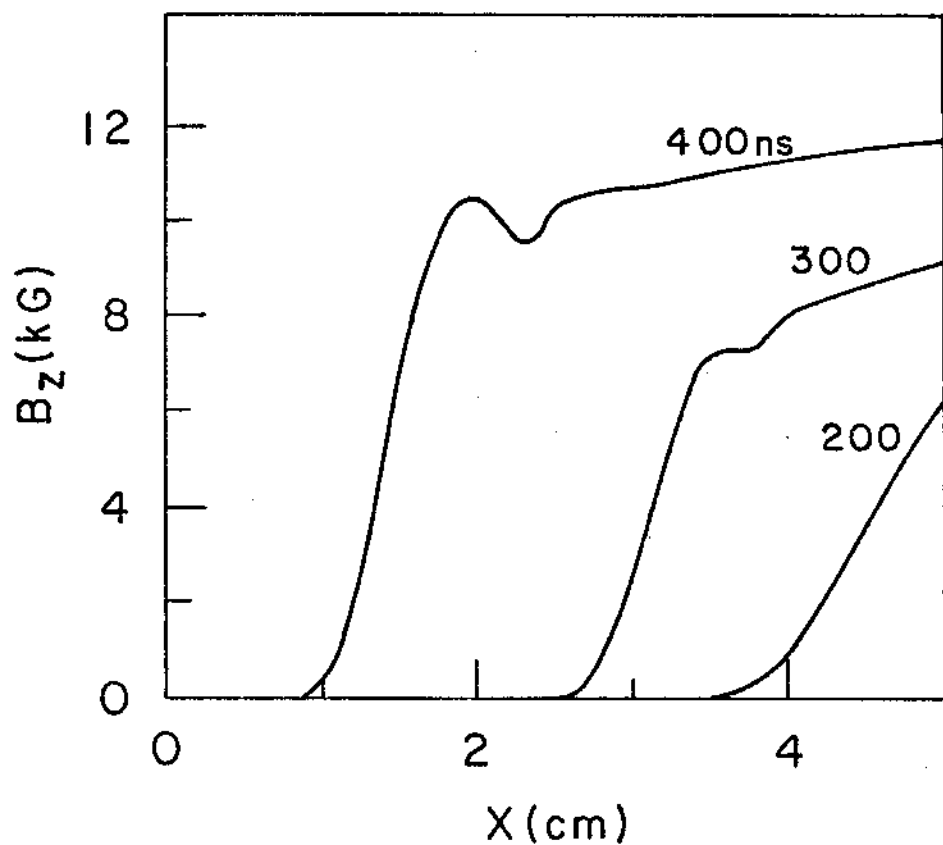


Figura 11: campo magnético. Modelo: resistividade clássica e anômala. Tupã.

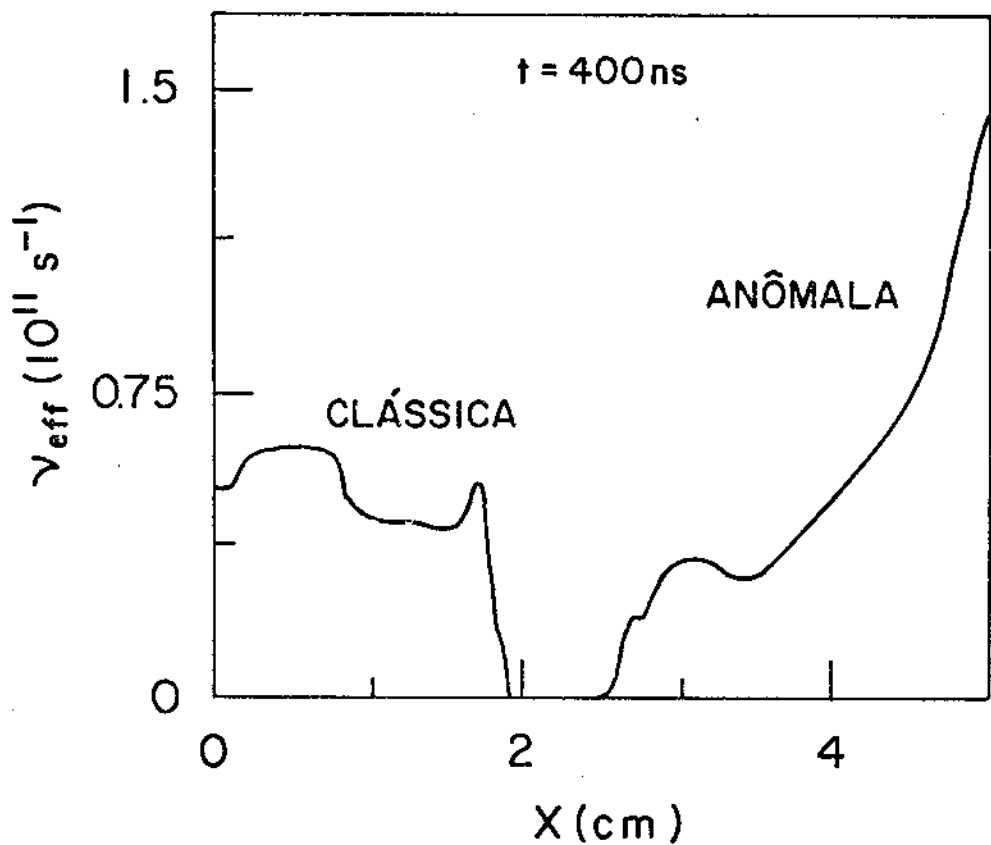


Figura 12: Frequência de colisão efetiva. Tupã.

ce o plasma. Então as regiões mais próximas à parede são quentes e de baixas densidades e os processos de transporte clássicos são desprezíveis pois as colisões binárias decrescem quando a temperatura aumenta ($v_{\text{eff}}^{\text{class}} \propto T_e^{-3/2}$).

A instabilidade de deslocamento híbrida inferior, a responsável pela resistividade anômala no Tupã, desenvolve-se no plasma quando o campo elétrico induzido pela corrente externa produz um deslocamento azimutal dos elétrons em relação aos íons, cuja velocidade relativa $V_d = |V_{ye} - V_{yi}|$ atinge e excede a velocidade limiar $(\frac{T_e + T_i}{m_i})^{1/2}$. Esta instabilidade é caracterizada por uma baixa frequência ($\omega < \omega_{pi}$) e pode, dependendo da razão V_d/C_s , aquecer os íons, na mesma taxa que aquece os elétrons. Para os parâmetros de plasma usados nesta simulação resulta num aquecimento eletrônico cerca de 2 a 3 vezes maior. Segundo estudos efetuados por E. Ott [15], a instabilidade de deslocamento híbrida inferior pode se saturar pelo aprisionamento de elétrons e íons em poços de potenciais de ondas instáveis. O nível de saturação, calculado por Liewer e Krall [3] é dado por:

$$\epsilon_s^{\text{H}} = 0.01 \frac{n_i m_i V_d^2}{\omega^2 (1 + \frac{pc}{\omega^2 ce})}$$

Os níveis de energia dos modos híbridos indicam que em $t = 400\text{ns}$ a instabilidade tem atingido o estágio de saturação.

É necessário frisar que a instabilidade de deslocamento híbrida inferior é a única presente na implosão do Tupã. As instabilidades de Buneman e íon-acústica que podem ser bastante importantes para aquecer o plasma não são excitadas. Os modos Buneman não se tornam instáveis, pois, devido à alta densidade, tem-se uma velocidade de deslocamento dos elétrons que é sempre menor que a velocidade térmica eletrônica ($V_d < 10^{-2} v_e$). Como é bem conhecido, para que a instabilidade de Buneman seja excitada é necessário que V_d seja maior que a velocidade térmica do elétron.

A instabilidade íon-acústica somente é excitada quando os parâmetros do plasma resultam numa velocidade de deslocamento dos elétrons V_d maior que a velocidade íon-acústica e quando a temperatura eletrônica é muito maior que a temperatura iônica ($T_e \geq 5T_i$). Na presente simulação tem-se que os elétrons são apenas levemente mais quentes do que os íons, de modo que a taxa de crescimento e os níveis de energia dos modos íons acústicos são muito pequenos (comparados com os da instabilidade de deslocamento híbrida inferior) fazendo com que a instabilidade íon-acústica seja desprezível no experimento do Tupã.

Os processos de transporte anômalos são importantes apenas na região atrás do pistão, onde a densidade \bar{n} é menor.

Na frente do pistão os processos de transporte clássico dominam, pois a densidade é alta ($n \sim 4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) e a temperatura é pequena ($T_e \approx T_i \approx 2 \text{ eV}$). Nesta região não existe praticamente corrente no plasma de modo que nenhuma das instabilidades é excitada. Então os processos de transporte anômalo não desempenham papel algum nesta região de densidades altas.

Nesta análise dos mecanismos de resistividade notou-se que as frequências de colisão efetiva clássica e anômala dão um valor médio de $\omega_{pi}/2$. Seguindo o procedimento adotado na secção anterior calculou-se a velocidade de penetração do campo magnético e comparou-se com a velocidade de implosão V_x . Os resultados foram graficados (Figura 13) e mostram que a velocidade de implosão é muito maior que a velocidade de penetração. Então, as resistividades clássica e anômala, mesmo atuando simultaneamente são insuficientes para provocar uma difusão maior dos perfis exceto naquela região do pistão onde existe uma difusão um pouco maior.

A baixa resistividade anômala é devida ao fato de V_e ser menor que a velocidade térmica do elétron e que a velocidade íon-acústica. Isto ocorre porque a densidade é alta, de modo que a densidade de corrente J tem V_e razoavelmente pequena. Então os elétrons não se deslocam suficientemente rápido em relação aos íons para que instabilidades com grandes taxas de crescimento, e que resultam em resistividades grandes, como as de Buneman e a íon-acústica surjam nesse tipo de "pinch". Se uma pressão inicial mais baixa fosse usada no experimento do Tupã, ele operaria num regime mais resistivo (anomalamente). Entretanto, isso não significa que implicará obrigatoriamente numa maior difusão dos perfis de densidade ou campo magnético, pois com a diminuição da densidade a velocidade da implosão cresce e pode então tornar-se de novo maior que a velocidade de penetração do campo magnético.

O θ -pinch Tupã foi projetado para operar num regime de resistividade intermediária, isto é, não deveria ser muito resistivo e nem operar muito próximo ao regime não-colisional. Entretanto, os resultados desta simulação, que leva em conta simultaneamente as resistividades clássica e anômala, indicam uma compressão praticamente não resistiva para o Tupã.

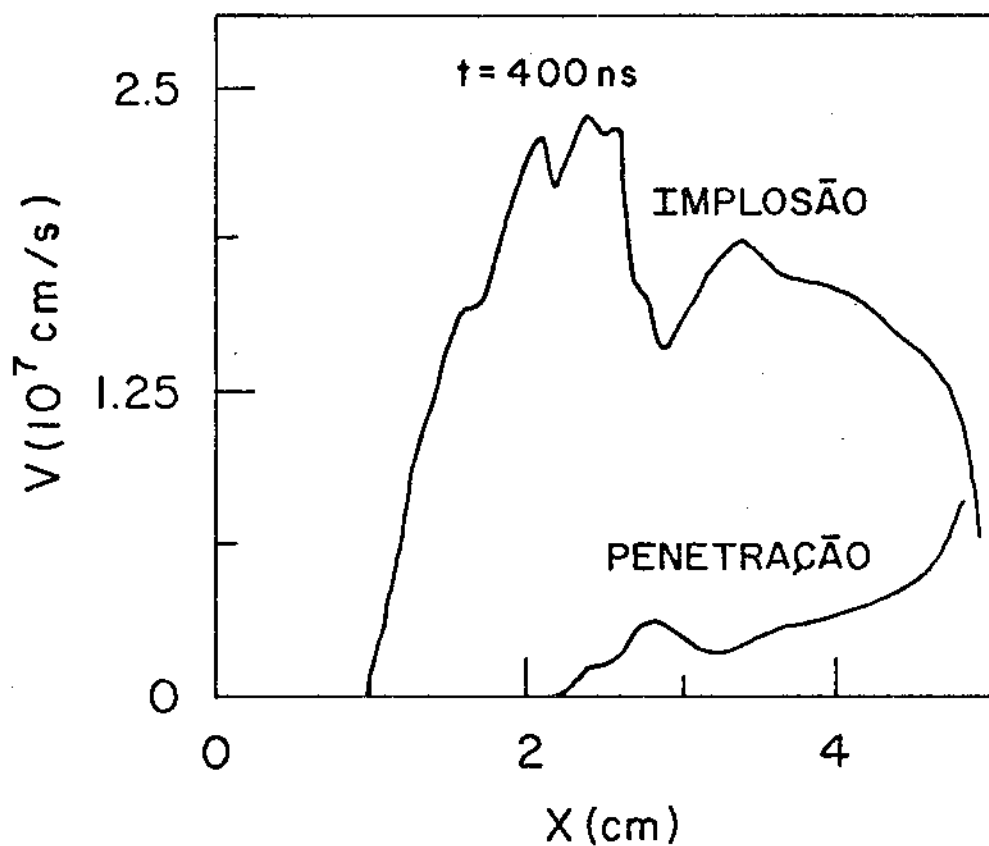


Figura 13: Velocidade de penetração do campo magnético e a velocidade de implosão. Tupã.

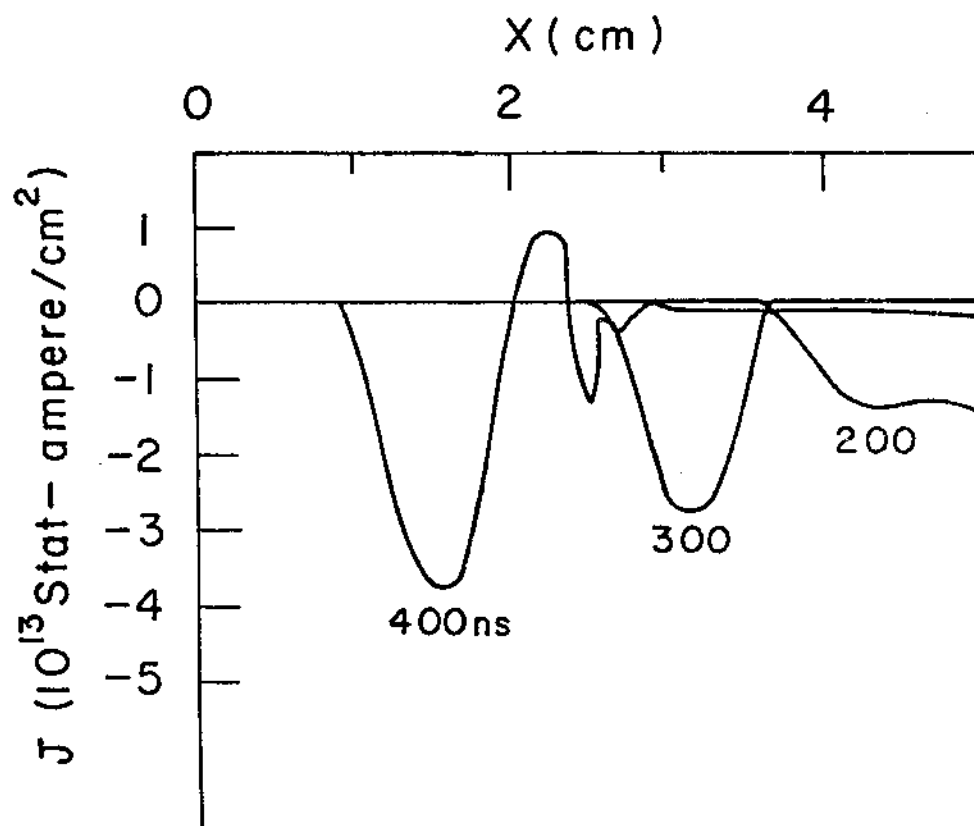


Figura 14: Densidade de corrente. Modelo: resistividade clássica e anômala. Tupã.

Na Figura 14 mostra-se que a evolução temporal do perfil da densidade de corrente resultante da simulação que usa resistividade clássica e anômala é bastante similar àquelas apresentadas pelo modelo com resistividade clássica apenas e pelo modelo não-colisional. Da Tabela 3, onde se compara a corrente total no plasma com a corrente externa na parede observa-se que a dissipação de energia é mínima. Esta dissipação só ocorre nas regiões mais próximas à parede, longe da região de compressão e onde a densidade é muito menor ($n \sim 10^{14} \text{cm}^{-3}$). Então as resistividades clássica e anômala são insuficientes para aquecer a coluna de plasma que está sendo comprimida.

TABELA 3

t \ corrente	I (10^{13} Stat-ampere/cm)			
	Snow-plow	clássico	clássico+anômalo	parede
200	1.4	1.4	1.4	1.4
300	2.1	2.1	2.1	2.1
400	2.8	2.8	2.7	2.8
450	3.0	3.0	2.9	3.1

Os perfis de temperatura eletrônica e iônica são apresentados respectivamente nas Figuras 15 e 16. Nota-se que os elétrons só sofrem um aquecimento considerável ($T_e \cong 2 - 4 \text{keV}$) na região atrás do pistão. Este aquecimento é devido unicamente à instabilidade de deslocamento híbrida inferior. A taxa de aquecimento dos elétrons é levemente superior à taxa de aquecimento dos íons, resultando numa temperatura eletrônica cerca de três vezes maior que a temperatura iônica ($T_e \cong 4.5 \text{keV}$ comparado com $T_i \cong 1.5 \text{keV}$). Na frente do pistão a temperatura eletrônica é da ordem da temperatura inicial ($T_e = T_i \cong 2 \text{eV}$), pois não há instabilidades e as colisões binárias são insuficientes para provocar qualquer aumento substancial da temperatura do plasma.

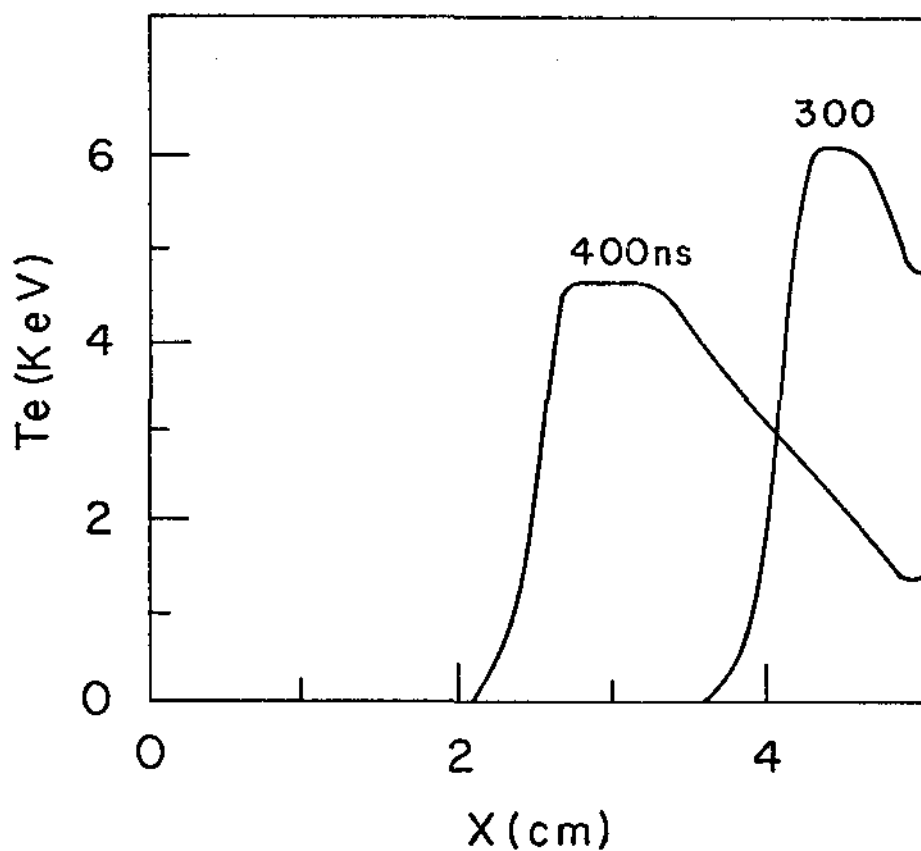


Figura 15: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade clássica e anômala. Tupã.

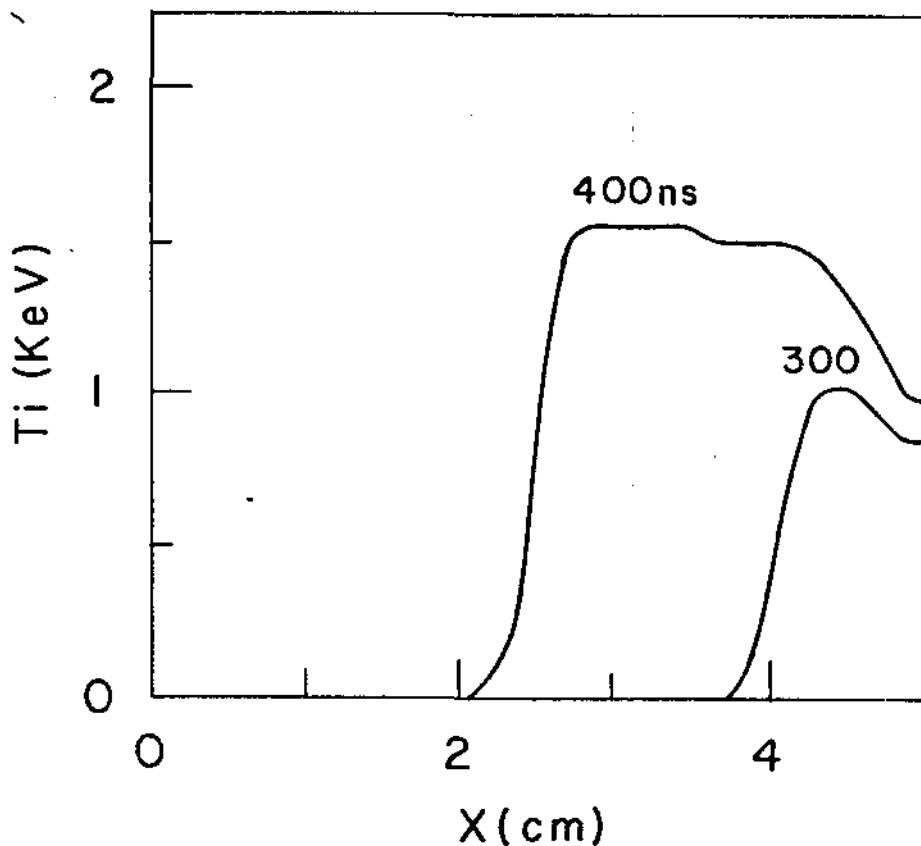


Figura 16: Temperatura iônica. Modelo: resistividade clássica e anômala. Tupã.

2.2.4 - SIMULAÇÃO USANDO MODELO COM FREQUÊNCIA DE COLISÃO FENOMENOLÓGICA CONSTANTE

Um modelo de resistividade mais simples do que o modelo de resistividade anômala auto-consistente de Liewer e Krall e do que o modelo de colisões clássicas de Braginskii consiste em tomar um valor constante no espaço e no tempo para a frequência de colisão efetiva. O efeito dessa resistividade constante é incluído nas equações de fluido através do seguinte modelo:

$$\left. \frac{\partial nV_{y\alpha}}{\partial t} \right|_{\text{colisões}} = - \nu nV_{y\alpha} \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T_{\alpha}}{\partial t} \right|_{\text{colisões}} = \nu \frac{2}{3} m_{\alpha} V_{y\alpha}^2 \quad (2)$$

onde as equações (1) e (2) dão as respectivas taxas de transferência de momento e de transferência de calor devido à frequência de colisão efetiva ν ($\nu = \text{constante}$). Nesta simulação os coeficientes anômalos auto-consistentes de Liewer e Krall e os coeficientes clássicos de Braginskii foram "desligados" e substituídos pelos coeficientes (1) e (2). Tomou-se uma frequência de colisão efetiva da ordem de $\nu_{\text{eff}} = \omega_{pi}$, onde ω_{pi} é a frequência de plasma do íon. Este valor foi escolhido porque é praticamente o valor da frequência de colisão efetiva encontrado na camada acerca do pistão, quando a simulação é feita com os modelos de Liewer e Krall e de Braginskii (auto-consistentes).

Quando se compara os resultados desta simulação com os da simulação que usa os modelos auto-consistentes observa-se que o modelo da frequência de colisão fenomenológica prevê perfis de densidade menos compressivos (figura 17) e que o campo magnético tem uma maior difusão no plasma (figura 18). É prevista também uma temperatura eletrônica bem menor na região atrás do pistão (figura 19) ($t = 400\text{ns}$, $T_e \sim 600\text{eV}$ comparado com $T_e \sim 4\text{keV}$ do modelo autoconsistente). Na frente do pistão os elétrons sofrem apenas um ligeiro aquecimento em ambos os modelos. A temperatura iônica prevista pelo modelo da frequência de colisão fenomenológica constante é muito pequena, tanto atrás como na frente do pistão ($T_i \sim 2\text{eV}$) enquanto o modelo autoconsistente apresenta temperaturas elevadas atrás do pistão

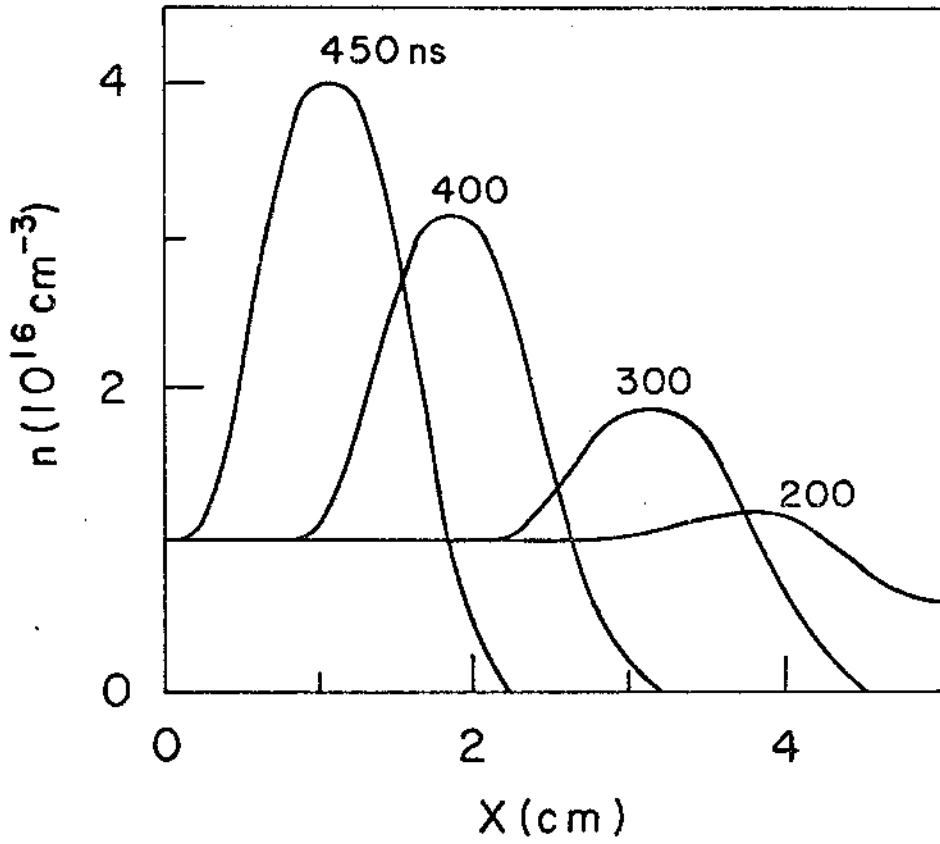


Figura 17: Densidade. Modelo: resistividade constante. Tupã.

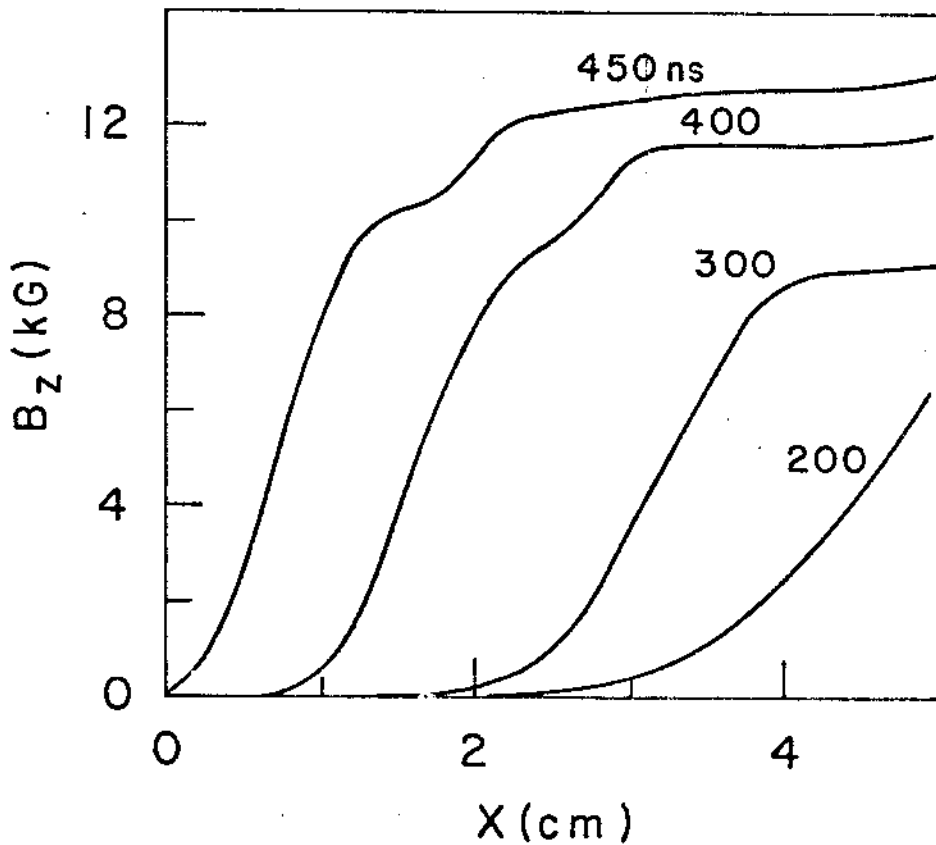


Figura 18: Campo magnético. Modelo: resistividade constante. Tupã.

($T_i \sim 1\text{keV}$). Estes resultados indicam que o modelo da resistividade constante não é adequado para simulações de θ -pinches de altas densidades.

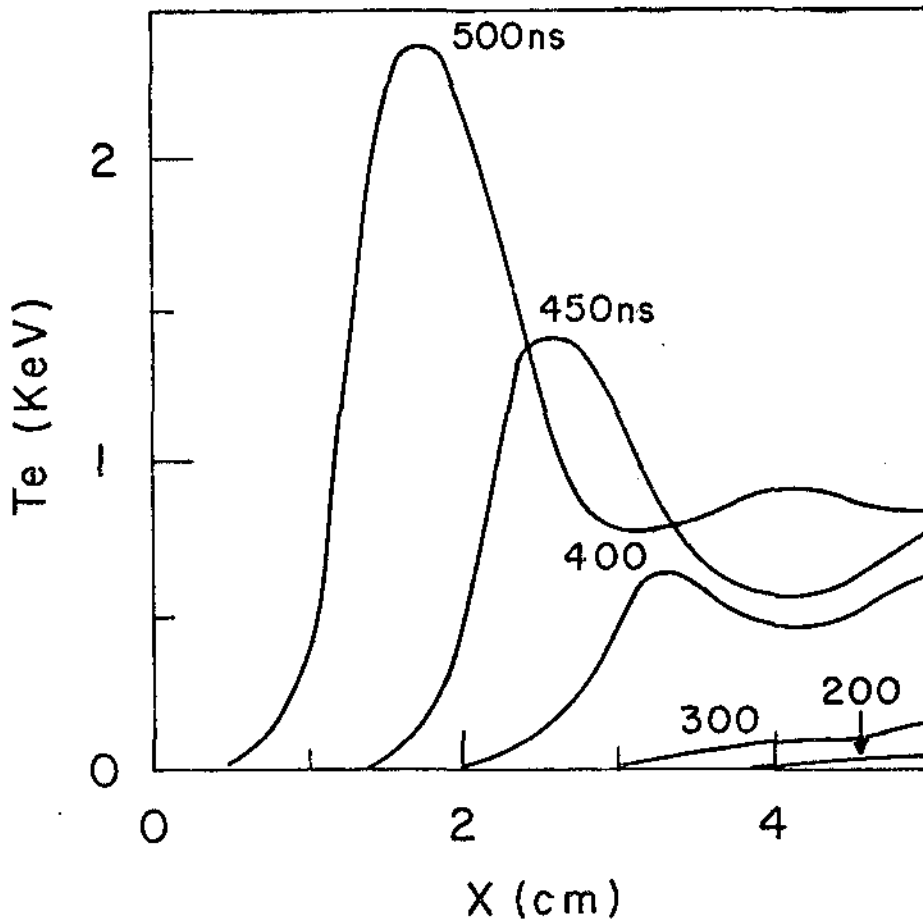


Fig. 19: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade constante. Tupã.

3 - 0-PINCH II DA UNICAMP

3.1 - INTRODUÇÃO

Os parâmetros de um outro θ -pinch em operação na Unicamp foram usados para um novo conjunto de simulações: campo magnético de 9kG, tempo de subida de 4 μ s, densidade inicial de $6.7 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ e gás argônio. O argônio é simplesmente ionizado e a temperatura inicial para os elétrons e os íons foi tomada como sendo 2eV.

3.2 - DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados são exibidos nas Figuras 20 a 23 e mostram a evolução espacial e temporal da densidade, do campo magnético, da densidade corrente e das temperaturas eletrônica e iônica.

O modelo que leva em conta os processos de transporte clássicos e anômalos simultaneamente, apresenta uma difusão completa do campo magnético no plasma, de modo que praticamente não se observa nenhuma compressão da densidade (Fig. 20). Isto é devido a uma excessiva resistividade anômala ($\nu_{\text{eff}} \sim 20 \omega_{pi}$) que se desenvolve no plasma como resultado da atuação das instabilidades íon-acústica e de deslocamento híbrida inferior.

Três fatores principais são os responsáveis por essa excessiva resistividade:

- 1 - nível de saturação da instabilidade de deslocamento híbrida inferior.

Como se sabe da teoria autoconsistente do transporte anômalo [3], o nível de saturação da instabilidade de deslocamento híbrida inferior aumenta com a massa de íon:

$$\epsilon_s^H \approx \frac{1}{100} \frac{nV_d}{1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}} m_i.$$

No caso do θ -pinch II da Unicamp é utilizado o gás argônio, que possui uma massa cerca de 40 vezes maior que o hidrogênio.

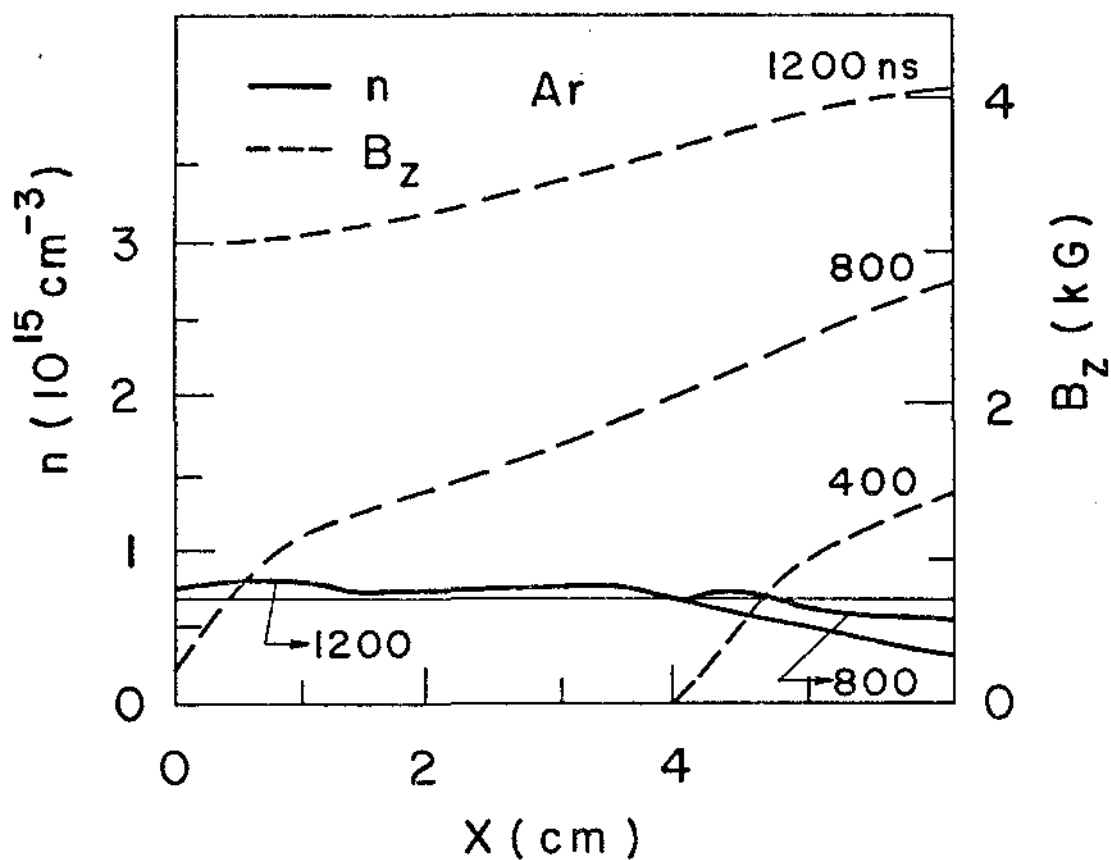


Figura 20: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

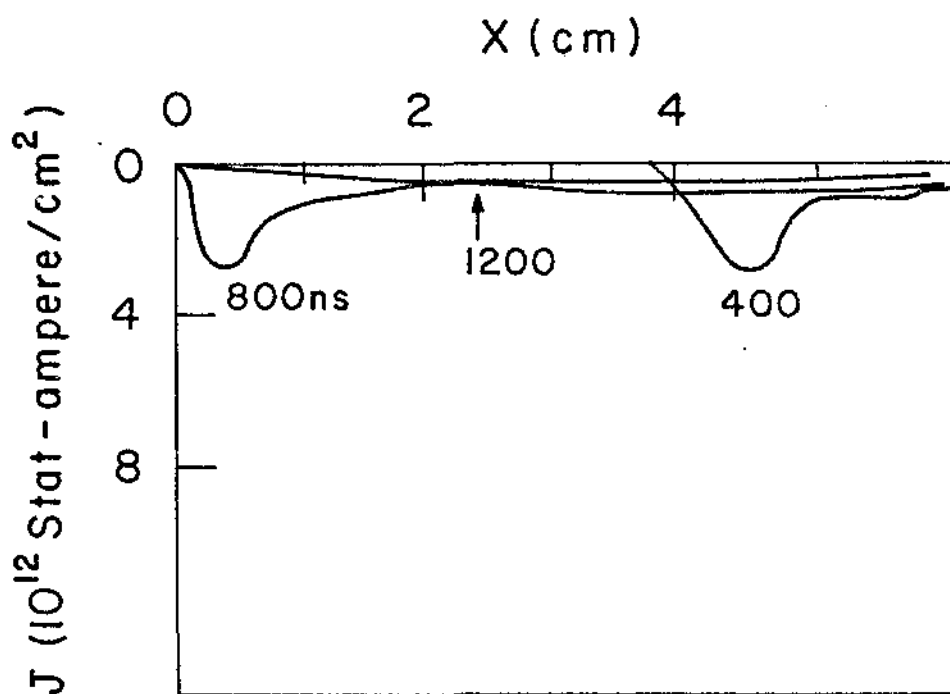


Figura 21: Densidade de corrente. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

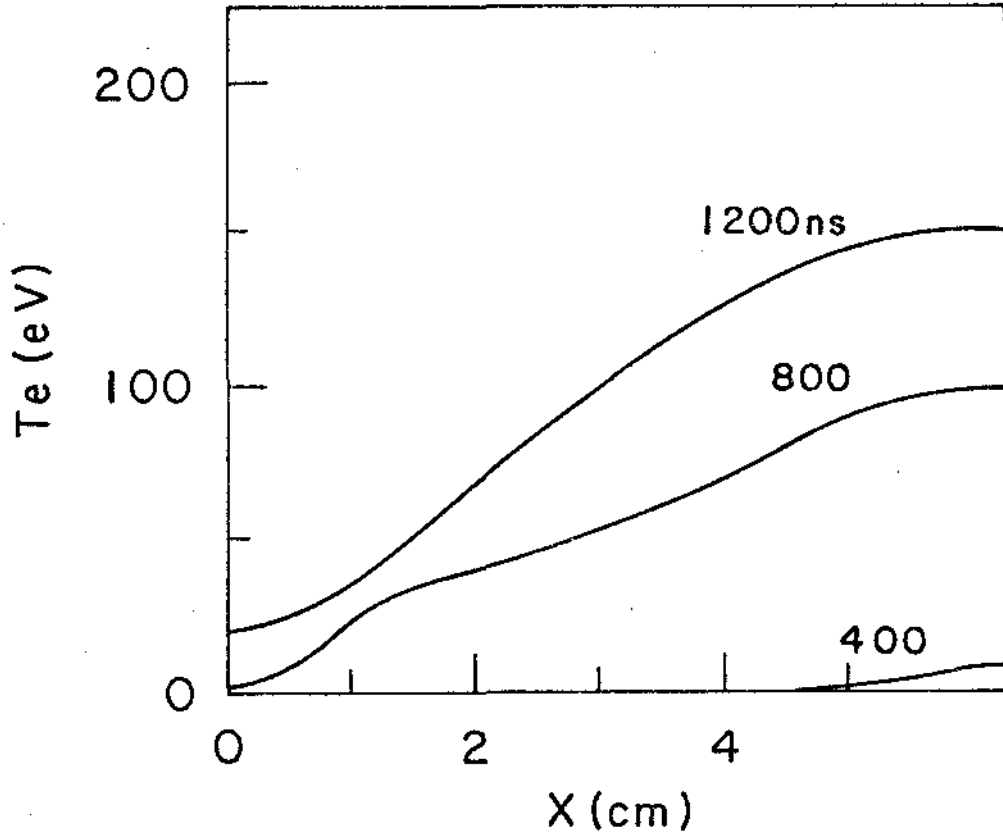


Fig. 22: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

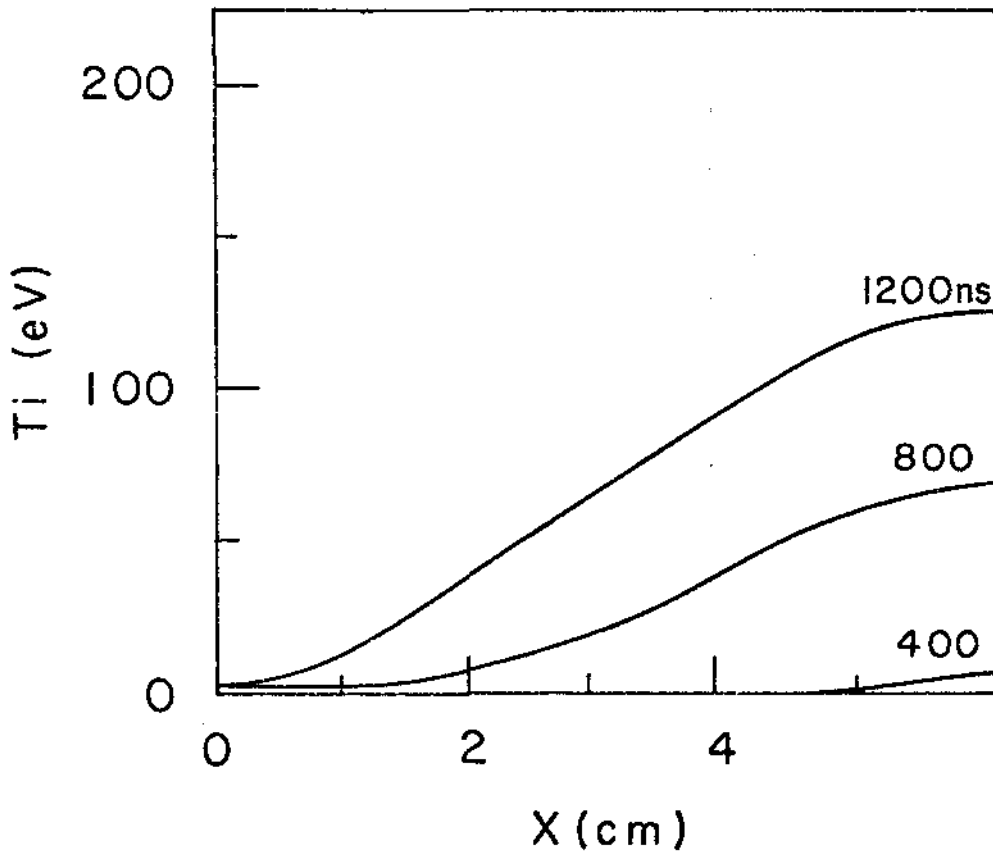


Figura 23: Temperatura iônica. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

2 - Limiar das instabilidades.

Nota-se que quando são usados gases mais pesados como o argônio, as velocidades íon-acústicas e as velocidades térmicas iônicas sofrem uma redução da ordem $(\frac{m_i}{m_p})^{1/2}$ em relação às aquelas obtidas quando é utilizado hidrogênio (m_p = massa do próton). É fácil concluir então que as instabilidades de deslocamento híbrida inferior e a íon-acústica são "ligadas" mais rapidamente quando se usa o argônio em vez de gases mais leves como o hidrogênio.

3 - Taxa de crescimento da instabilidade de deslocamento híbrida inferior.

A taxa de crescimento da instabilidade de deslocamento híbrida inferior aumenta com a massa do íon:

$$\gamma^H = \frac{\omega_{pi}}{\omega^2} e^{-C_s/V_d} \left(1 + \frac{\omega_{pe}}{\omega^2 c_e} \right)$$

Quanto mais pesado for o gás usado, menor é a velocidade íon-acústica e o termo e^{-C_s/V_d} aumenta bem mais do que a redução dada pelo termo que contém a frequência de plasma do íon ω_{pi} , enquanto $V_d \cong V_e$.

Para efeito de comparação foi feita uma simulação utilizando hidrogênio. Neste caso a resistividade anômala é relativamente pequena ($v_{eff} \approx \omega_{pi}/10$) de modo que não ocorre o fenômeno da difusão que se observa quando é utilizado o argônio; muito pelo contrário, os perfis de densidade e campo magnético (figura 24) são bastante abruptos, semelhantes ao que se obtém utilizando-se apenas o modelo do "snow-plow".

Então, os três fatores acima expostos, fazem com que a instabilidade de deslocamento híbrida inferior cresça excessivamente, provocando uma grande resistividade. A frequência de colisão efetiva média produzida por esta instabilidade é da ordem de $20 \omega_{pi}$ no instante $t = 800\text{ns}$. Nesse instante nenhuma outra instabilidade está presente. Frize-se entretanto, que nos instantes anteriores, onde as colisões binárias eram suficientes para provocar um maior aquecimento eletrônico do que iônico de modos que $T_e \sim 5T_i$, a taxa de crescimento e o nível de energia das ondas íon-acústicas

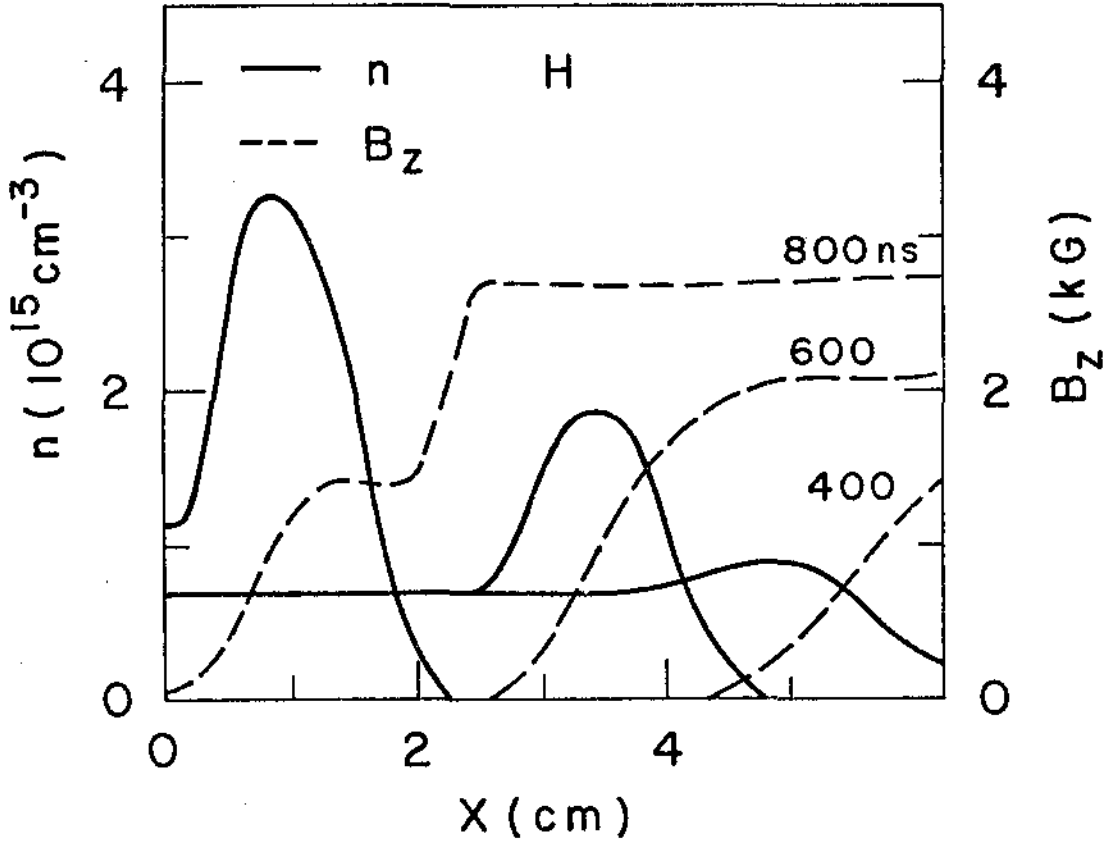


Figura 24: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: hidrogênio. θ -pinch II.

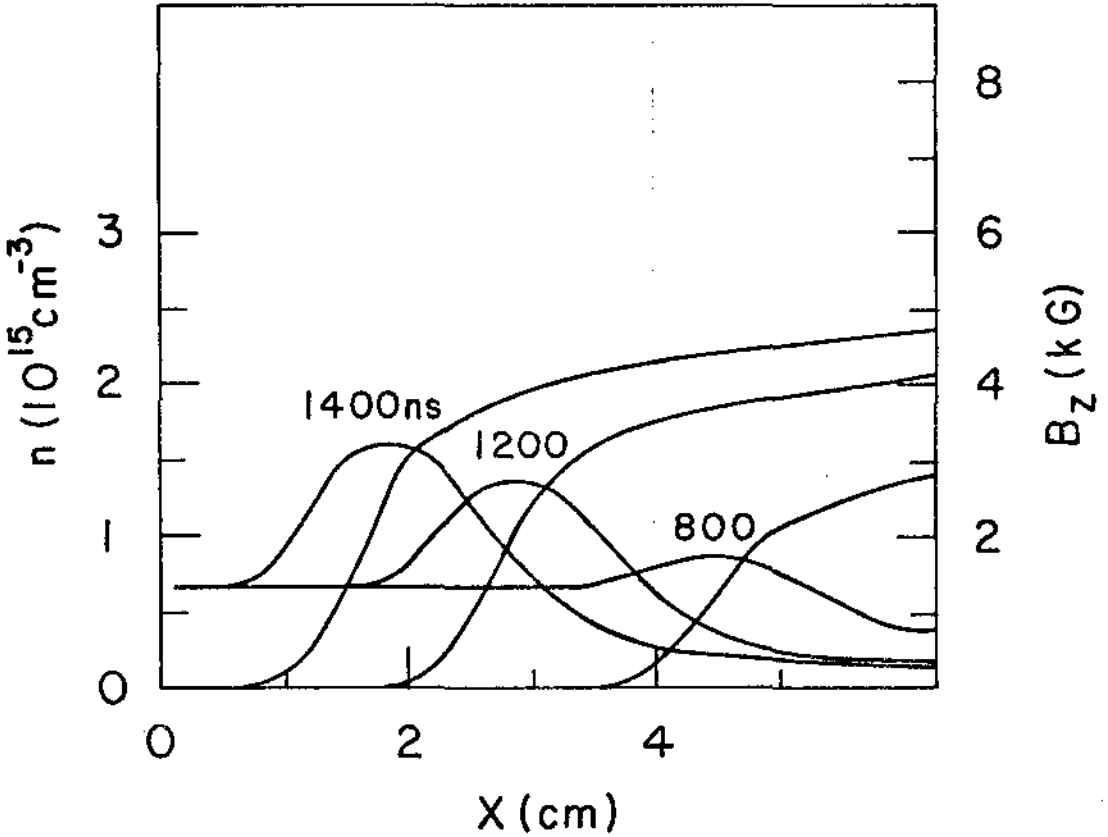


Figura 25: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

cas instáveis são maiores que os apresentados pela instabilidade de deslocamento híbrida inferior, resultando numa frequência de colisão efetiva da ordem de 90% da frequência de colisão total.

A resistividade clássica sofre um rápido decréscimo à medida em que as instabilidades crescem devido ao aumento da temperatura. Já no instante $T = 800\text{ns}$ as colisões binárias são desprezíveis. Todavia um fenômeno muito interessante é observado, uma vez que em tempos anteriores os processos de transporte clássicos eram os dominantes e forneciam a difusão inicial do campo magnético que causava a penetração da corrente e que por sua vez originava as instabilidades. Se os processos de transporte clássicos são "desligados" as instabilidades desaparecem na região à frente do pistão, restando apenas a instabilidade de deslocamento híbrida inferior na região atrás do pistão. Neste caso a simulação resulta em perfis abruptos para a densidade e o campo magnético (figura 25), mais parecidos aos preditos pelo modelo do "snow-plow" (figura 26). Também são obtidos resultados iguais aos preditos pelo modelo não-colisional quando o modelo inclui somente a resistividade clássica (figura 27). Então, como no caso do Tupã, a resistividade que se desenvolve no plasma devida unicamente às colisões binárias é insuficiente para provocar qualquer difusão.

Deduz-se então das simulações acima mencionadas que existe uma interação sutil entre os processos de transporte clássicos e os processos de transporte anômalos conduzindo à resistividade efetiva final. Não é sempre suficiente dizer que algumas implosões são dominadas pela resistividade anômala e desprezar a clássica. Ambas tem de ser consideradas, uma vez que a clássica pode conduzir à anômala, principalmente em algum intervalo intermediário de densidade.

Os perfis de temperatura eletrônica e iônica resultantes da simulação que usa o modelo com resistividade clássica e anômala são bastante similares (figuras 22 e 23). Isto é justificável uma vez que neste caso a instabilidade de deslocamento híbrida inferior tem taxas de aquecimento praticamente iguais para elétrons e íons. Quando a resistividade clássica é "desligada" nota-se que o plasma não sofre aquecimento na região à frente do pistão (figuras 28 e 29). Se apenas processos de transporte clássicos são considerados os elétrons tem um aquecimento maior do que os íons (figuras 30 e 31), mas estas temperaturas são desprezíveis quando comparadas às obtidas em simulações que usam modelos mais resistivos.

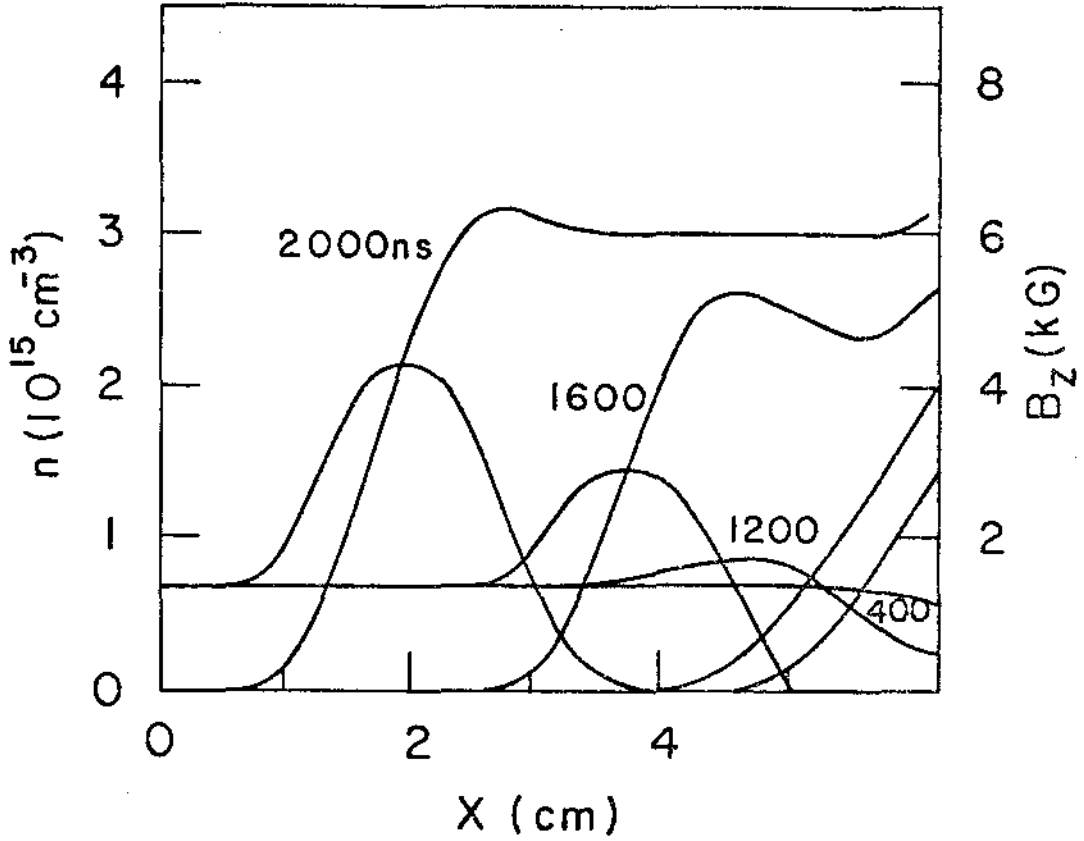


Figura 26: Densidade e campo magnético. Modelo: snow-plow. Gás: argônio. θ -pinch II.

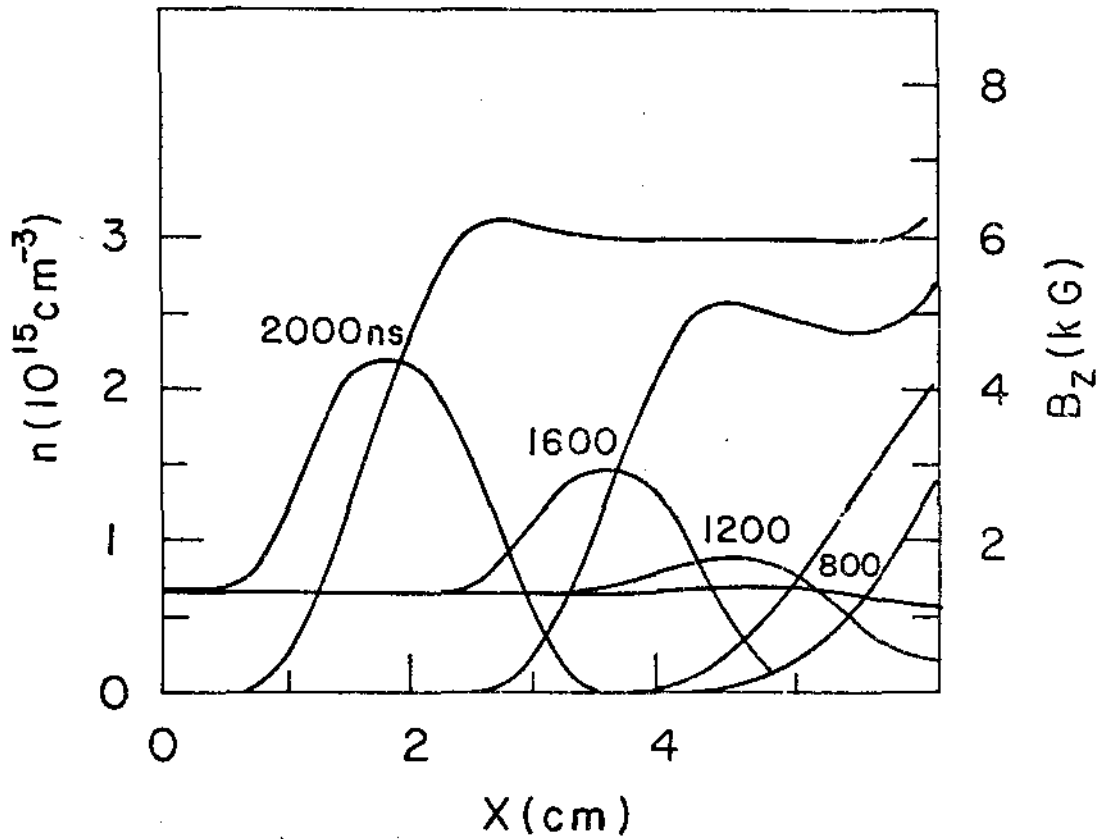


Figura 27: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade clássica. Gás: argônio. θ -pinch II.

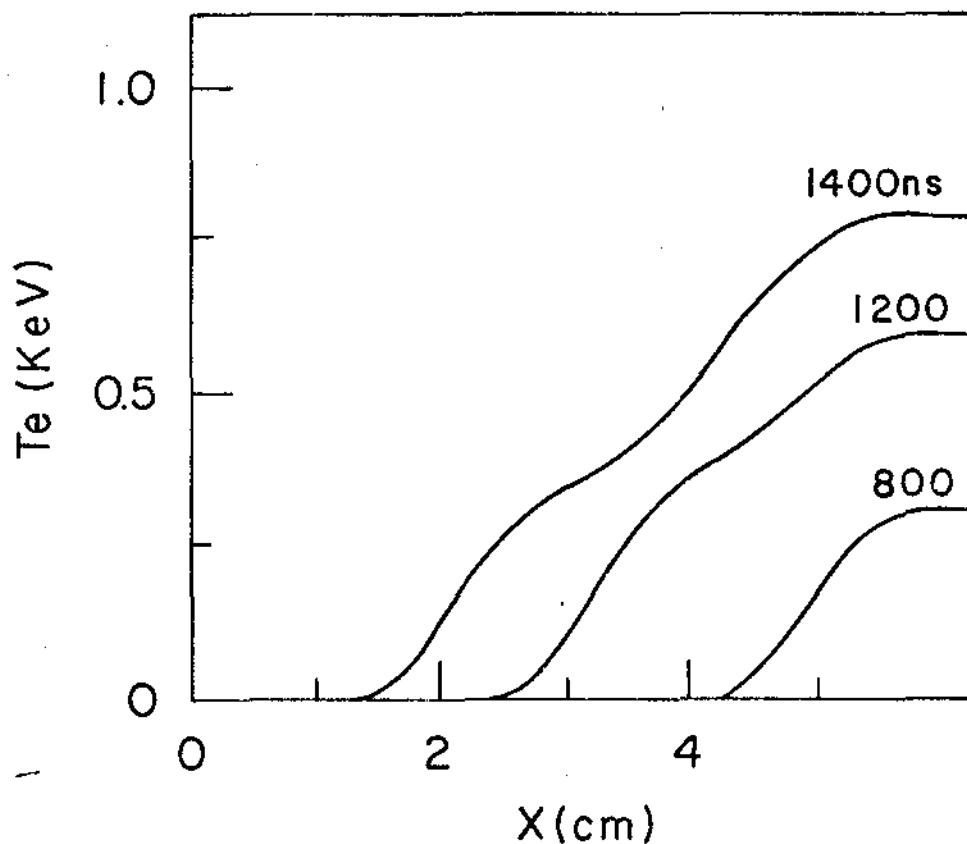


Figura 28: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade anômala. Gás: argônio. θ -pinch II.

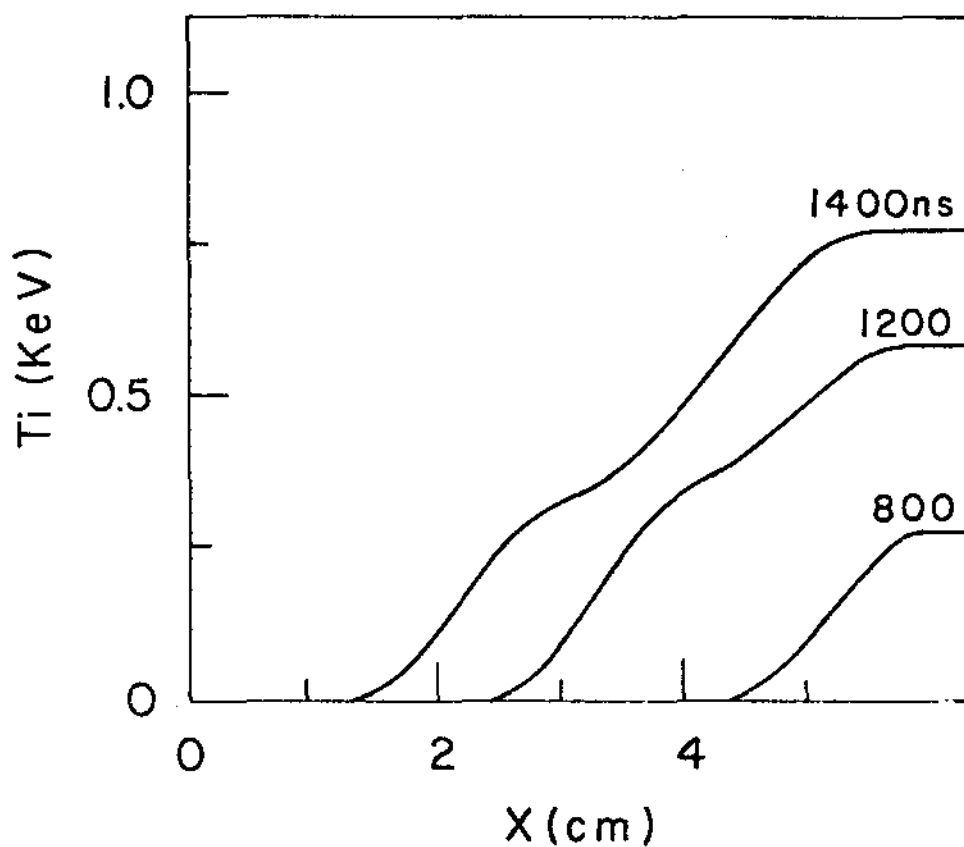


Figura 29: Temperatura iônica. Modelo: resistividade anômala. Gás: ar gônio. θ -pinch II.

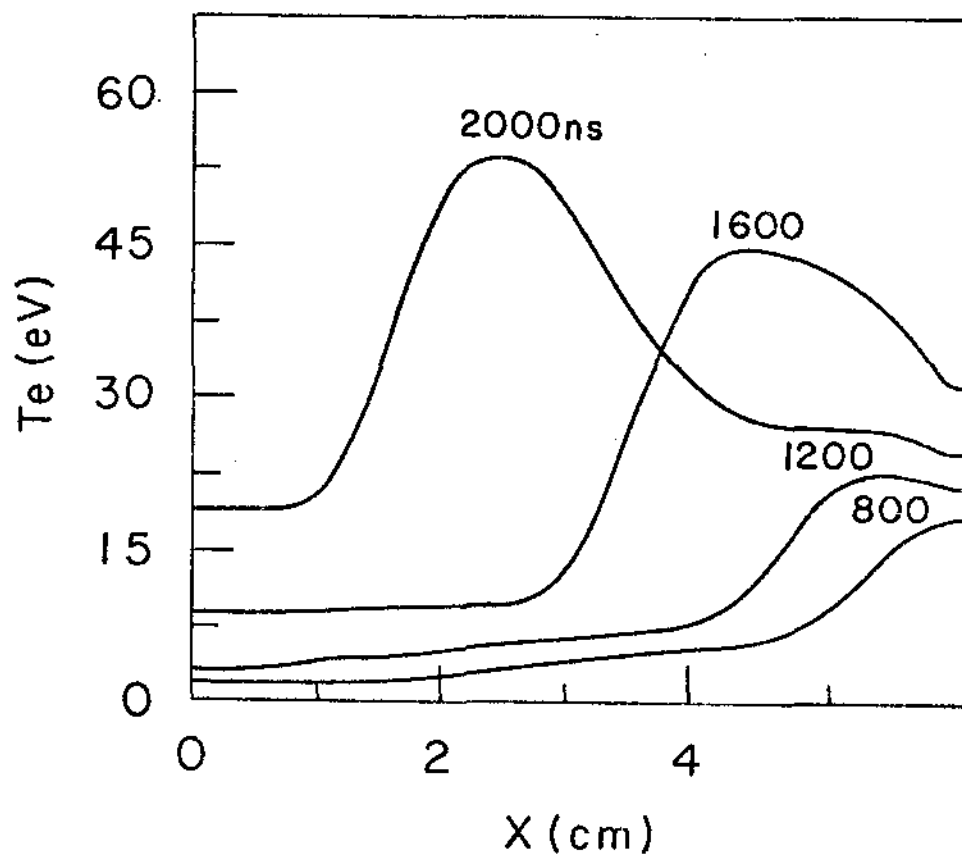


Figura 30: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade clássica. Gás: argônio. θ -pinch II.

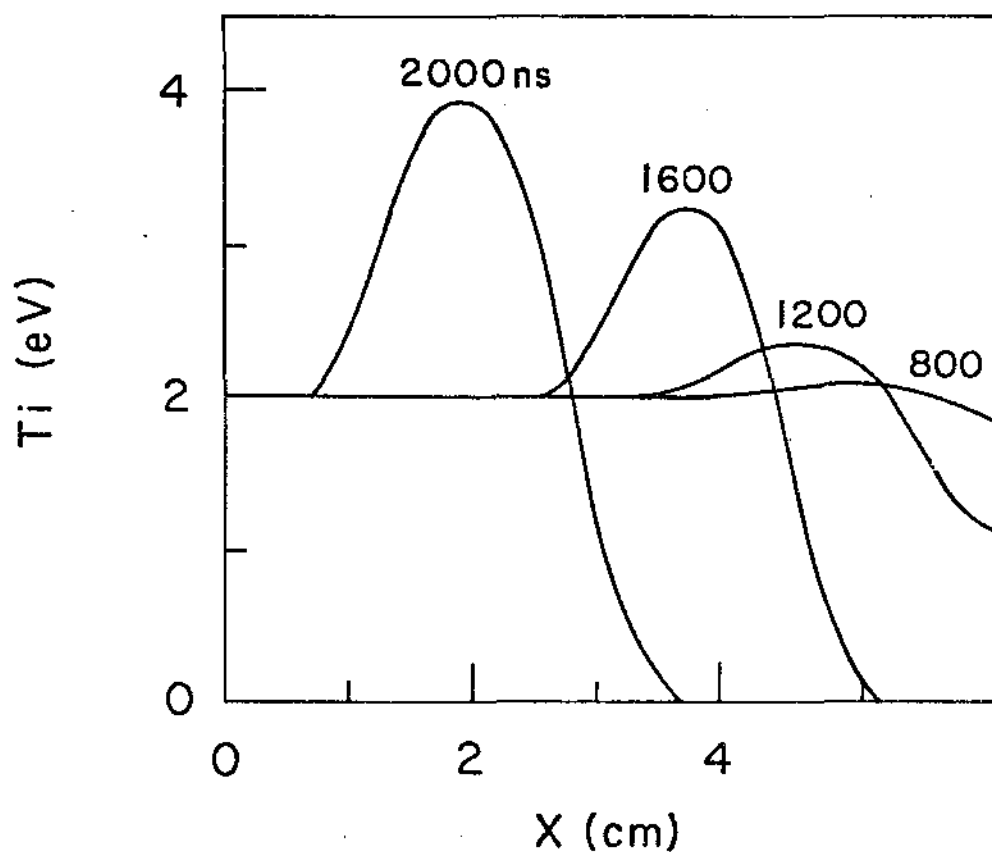


Figura 31: Temperatura iônica. Modelo: resistividade clássica. Gás: ar
gônio. θ -pinch II.

Os resultados experimentais do θ -pinch II da Unicamp [16] mostram uma coluna de plasma de argônio implodindo, de 1cm de diâmetro e com densidade máxima de $3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ no instante $t = 1.8 \mu\text{s}$. Então o perfil de densidade é bastante abrupto, indicando que os efeitos das resistividades clássica e anômala são pequenos na fase de implosão do θ -pinch II da Unicamp. Estes resultados estão em desacordo com os resultados obtidos pela simulação usando o modelo geral que leva em conta as resistividades clássica e anômala, que prevê perfis extremamente difusos, conforme mostrou-se nas figuras 20 a 23.

As elevadas taxas de resistividade anômala obtidas na simulação do θ -pinch II são devidas à massa relativamente grande do íon Ar^+ .

Para mostrar detalhadamente a influência da massa na resistividade anômala foram feitas simulações para esse mesmo θ -pinch com a utilização de gases mais leves : Ne, He e H. Os resultados previstos para a densidade e o campo magnético são mostrados nas figuras 32, 33 e 24 e comprovam que as resistividades anômalas desenvolvidas no plasma dependem diretamente da massa do íon. Os gases mais pesados como Ar e Ne (figuras 20 e 32) apresentam grande difusão do campo magnético e praticamente nenhuma compressão da densidade enquanto os gases mais leves (He, H) apresentam perfis de densidade bem mais abruptos e compressivos (figuras 24 e 33). Quanto mais leve é o gás, menor é a penetração do campo magnético. No caso do hidrogênio os resultados são praticamente os mesmos que os previstos pela simulação usando o modelo não-colisional.

A figura 34 mostra a variação espacial da frequência de colisão efetiva para os três diferentes gases utilizados na simulação, para o mesmo instante de tempo $t = 800\text{ns}$. Nota-se que as frequências de colisão efetiva crescem absolutamente com a massa de íon. A tabela 1 abaixo apresenta os valores médios das frequências de colisão anômala efetivas, como também seus valores relativos às respectivas frequências de plasma do íon.

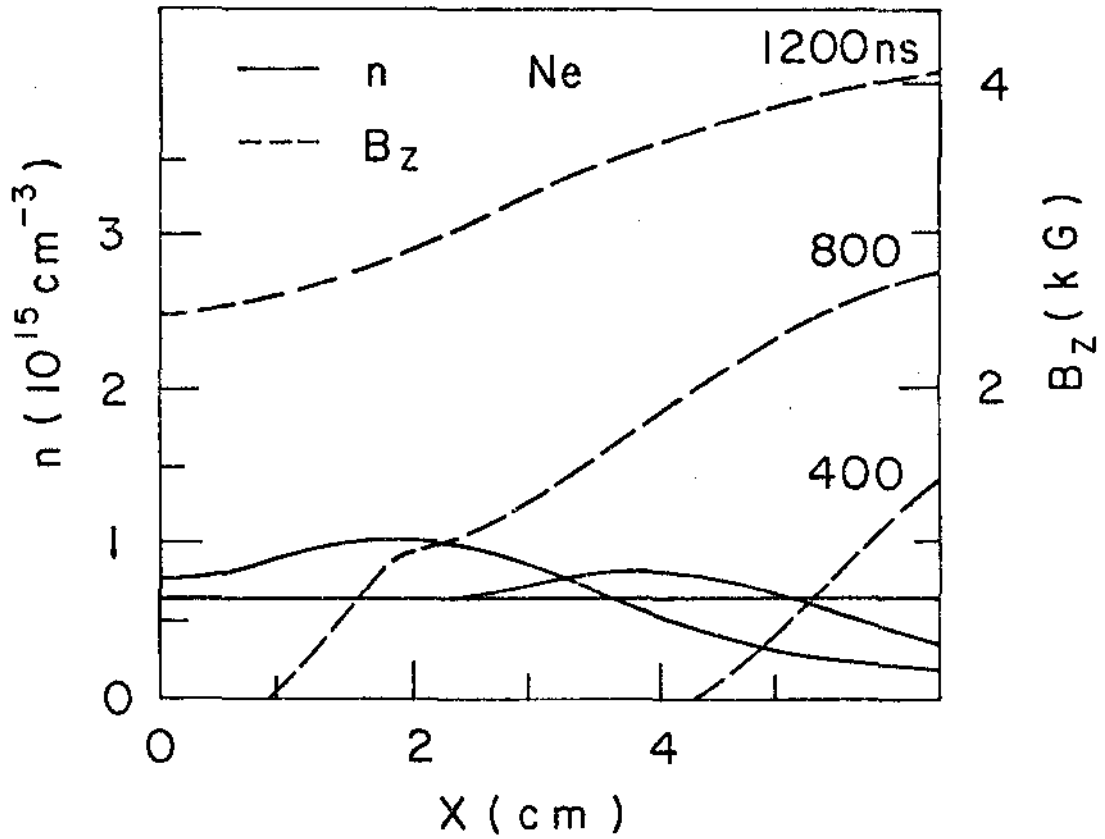


Figura 32: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: neônio. θ -pinch II.

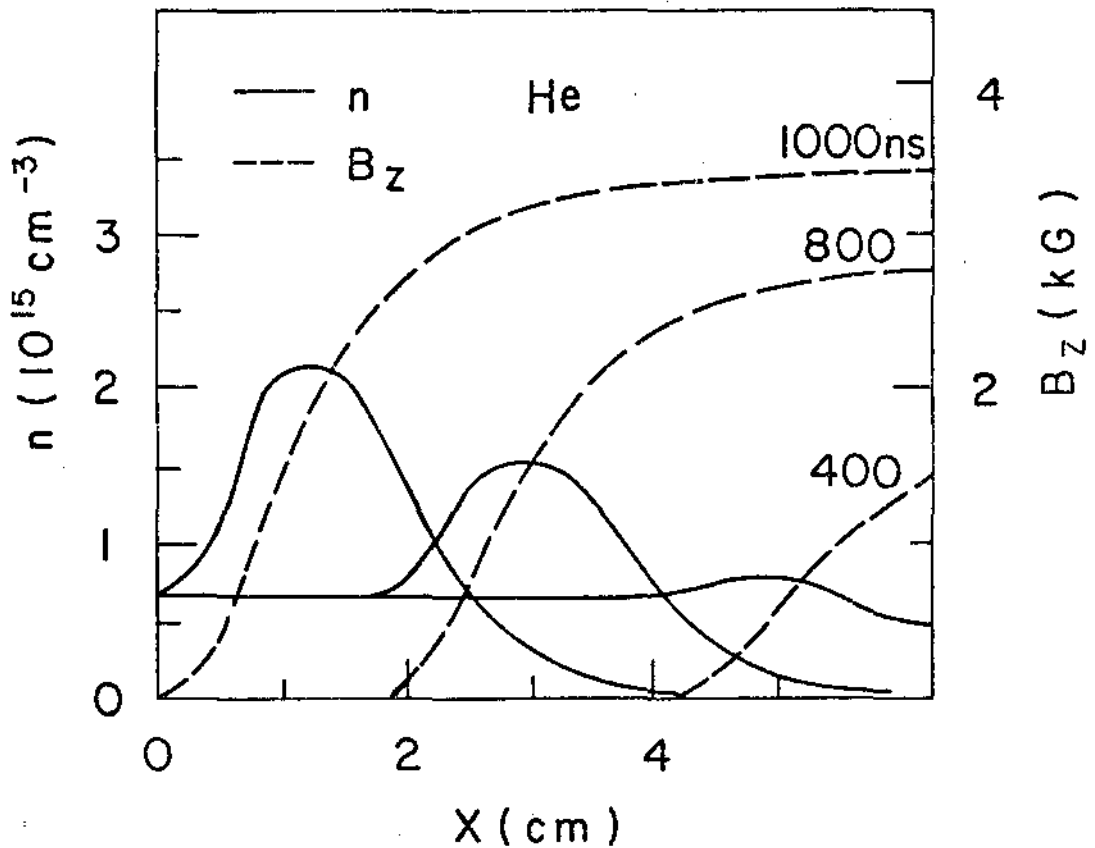


Figura 33: Densidade e campo magnético. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gás: hélio. θ -pinch II.

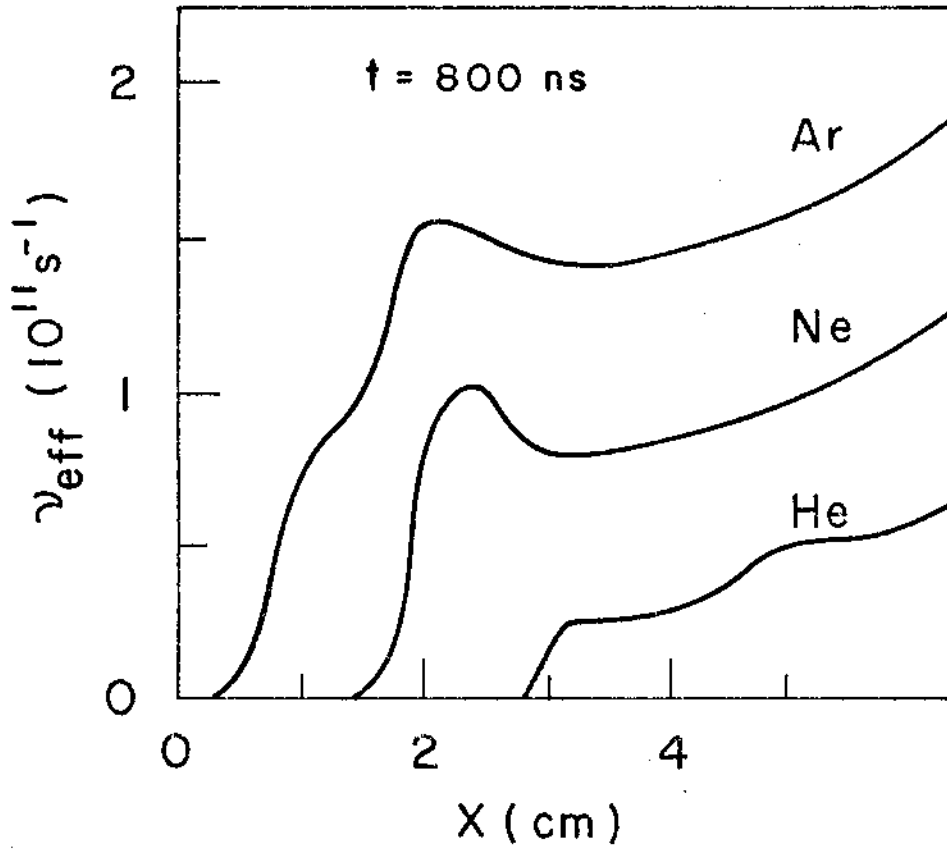


Figura 34: Frequência de colisão efetiva. Modelo: resistividade clássica e anômala. Gases: hélio, neônio e argônio. θ -pinch II.

TABELA 1

GÁS	$v_{\text{eff}} (\text{s}^{-1})$	$v_{\text{eff}}/\omega_{\text{pi}}$
hidrogênio	3.0×10^9	0.1
hênio	2.2×10^{10}	1.3
neônio	6.4×10^{10}	8
argônio	1.28×10^{11}	23

Observa-se que quanto maior for a massa iônica maior é a razão entre a frequência de colisão efetiva e a respectiva frequência de plasma do íon, explicando então porque os perfis mostrados nas figuras 20 e 32 são muito difusos enquanto que os perfis exibidos nas figuras 24 e 33 são mais abruptos e compressivos.

Uma compreensão clara dos resultados das simulações com íons leves e com íons pesados é obtida examinando-se as taxas de crescimento e os níveis de saturação da instabilidade de deslocamento híbrida inferior para cada plasma. A taxa de crescimento é dada por:

$$\gamma = \frac{\omega_{\text{pi}}}{1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2}} e^{-C_s/V_d}$$

Definindo-se C_{SH} como a velocidade íon-acústica no plasma de hidrogênio $C_{\text{SH}} = \left(\frac{e}{m_i}\right)^{1/2}$ as velocidades íon-acústicas nos plasmas de hênio, neônio e argônio são respectivamente:

$$(C_s)_{\text{He}} = \frac{1}{2} C_{\text{SH}}$$

$$(C_S)_{Ne} = \frac{1}{4.47} C_{SH}$$

$$(C_S)_{Ar} = \frac{1}{6.3} C_{SH}$$

Resulta que o termo exponencial da taxa de crescimento é muito maior para os íons pesados do que para íons leves. Então a taxa de crescimento é maior para gases mais pesados pois o termo exponencial cresce mais do que a redução devida à menor frequência de plasma do íon ω_{pi} .

Além disso, o nível de saturação da instabilidade é diretamente proporcional à massa do íon: $\epsilon_S^H = 0.01 \frac{n_i m_i V_d^2}{\omega_{ce}^2 + \frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pi}^2}}$. Para plasmas de argônio, por exemplo, a instabilidade tem um nível de saturação cerca de quarenta vezes maior do que para plasmas de hidrogênio.

Combinando os dois fatores acima fica claro que a instabilidade de deslocamento híbrida inferior cresce mais rapidamente e a níveis bem maiores quanto maior for a massa do íon. Isto justifica as elevadas taxas de resistividade anômala obtida pela simulação do θ -pinch II quando se usa argônio.

A discrepância entre os resultados numéricos e os experimentos pode ser atribuída ao fato das simulações serem feitas em uma geometria cartesiana e não cilíndrica. Uma possível maneira de como esta diferença de geometria pode influir nas taxas de crescimento das instabilidades é mostrada a seguir, pois a geometria cilíndrica leva imediatamente a densidades mais altas, logo as velocidades dos elétrons seriam mais baixas, pois a corrente é a mesma. Estas velocidades mais baixas levariam as taxas de crescimento menores.

Um modelo simples pode ser usado para calcular os níveis de densidade durante a compressão nas formulações cartesiana e cilíndrica. Considera-se que as partículas são arrastadas pelo pistão e confinadas numa "caixa" de espessura Δx e larguras L_z e L_y (geometria cartesiana) ou confinadas numa casca cilíndrica de espessura Δx , raio r e comprimento L_z (geometria cilíndrica). Isto leva à seguinte relação entre as densidades:

$$\frac{n_{cil}}{n_{cart}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R}{r} \right), \text{ onde } r \text{ é a posição do pistão e } R \text{ o raio do } \theta\text{-pinch.}$$

Então a densidade de corrente J induzida no plasma implica que a velocidade de deslocamento dos elétrons $V_e \approx V_d = |\vec{V}_e - \vec{V}_i|$ dada por $V_e = \frac{J}{n}$ é menor quando se considera uma compressão cilíndrica do que uma cartesiana. A redução da velocidade de deslocamento eletrônico pode balancear o efeito da massa do íon na taxa de crescimento da instabilidade de deslocamento híbrida inferior. Isto pode ser visto observando-se o termo exponencial da taxa de crescimento e $^{-C_s/V_d}$.

Dependendo de quanto é a redução de V_d a taxa de crescimento da instabilidade no plasma de argônio pode ficar bem menor, digamos da ordem da taxa de crescimento no plasma de hélio quando não se considera os efeitos de correção geométrica. A redução de V_d também propiciaria uma redução considerável do nível do campo de saturação, uma vez que este é proporcional a V_d^2 . Os dois fatores acima expostos podem implicar numa forte atenuação dos efeitos da instabilidade, de modo que a excessiva difusão resultante da simulação desapareceria. Então seria possível concluir que simulações com íons pesados exigem uma formulação com geometria cilíndrica. No caso de íons leves, como hidrogênio e hélio a correção para V_d teria pequena importância e uma formulação cartesiana seria satisfatória.

Uma outra possível explicação para a discrepância entre os resultados experimentais e a simulação seria o perfil inicial do plasma. Na simulação supõe-se um plasma totalmente ionizado e com uma densidade inicial uniforme. É provável que na experiência haja um perfil na densidade do plasma, com um pico no eixo. Então a implosão inicial seria bem mais rápida, pois existe menos massa para ser acelerada. Ao mesmo tempo, haveria bastante ionização causada pela própria implosão. Sabe-se que as características da implosão variam bastante com os perfis iniciais do plasma e do gás não ionizado [14].

4 - θ -PINCH DO TEXAS

4.1 - INTRODUÇÃO

O θ -pinch do Texas opera numa faixa de baixas densidades ($n \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$). O raio desse θ -pinch é 5cm e o campo magnético na parede do cilindro cresce até 500 Gauss em 80 nanosegundos. Ele pode ser preenchido com hidrogênio, deutério ou hélio. O grupo do Texas já publicou uma série de resultados de experimentos nos quais a densidade, o campo magnético e o gás eram variados [17]. Nas simulações deste θ -pinch considerou-se também um plasma de hidrogênio completamente ionizado, de densidade 10^{12} cm^{-3} distribuída de maneira uniforme por todo o volume do cilindro. A temperatura inicial para os elétrons e os íons foi tomada como sendo 2eV.

Este θ -pinch já tinha sido simulado anteriormente por Liewer e Krall [3]. O objetivo aqui foi utilizá-lo para um teste de código numérico. Os resultados apresentados por Liewer e Krall confirmam os desta simulação.

4.2 - DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para se estudar os efeitos da resistividade clássica e anômala na implosão desse θ -pinch rápido de densidade baixa utilizou-se os modelos colisionais descritos na introdução deste capítulo.

4.2.1 - MODELO NÃO-COLISIONAL

Os resultados obtidos com esta simulação são exibidos nas figuras 35-38 e mostram respectivamente a evolução no espaço e no tempo da densidade, do campo magnético, da densidade de corrente e da temperatura.

Observando-se as figuras 35 e 36 nota-se que os perfis de densidade e campo magnético são bastante abruptos como seria de se esperar. A densidade vai-se acumulando em picos de largura c/ω_{pe} durante a implosão o que concorda com o predito pelo modelo de "snow-plow".

É necessário realçar que nesta simulação com "pinch" de baixa densidade o efeito numérico que caracterizava os perfis no caso de densidades altas desapareceu, isto é, a largura dos perfis é real, não sendo mais a largura imposta pela resolução numérica da rede. Isto pode ser facilmente verificado notando-se que a largura dos perfis predita pelo modelo de Snow-plow é $\frac{c}{\omega_{pe}} \approx 0.5\text{cm}$ e a resolução da rede é dada por $\Delta x \approx 0.1 \text{ cm}$.

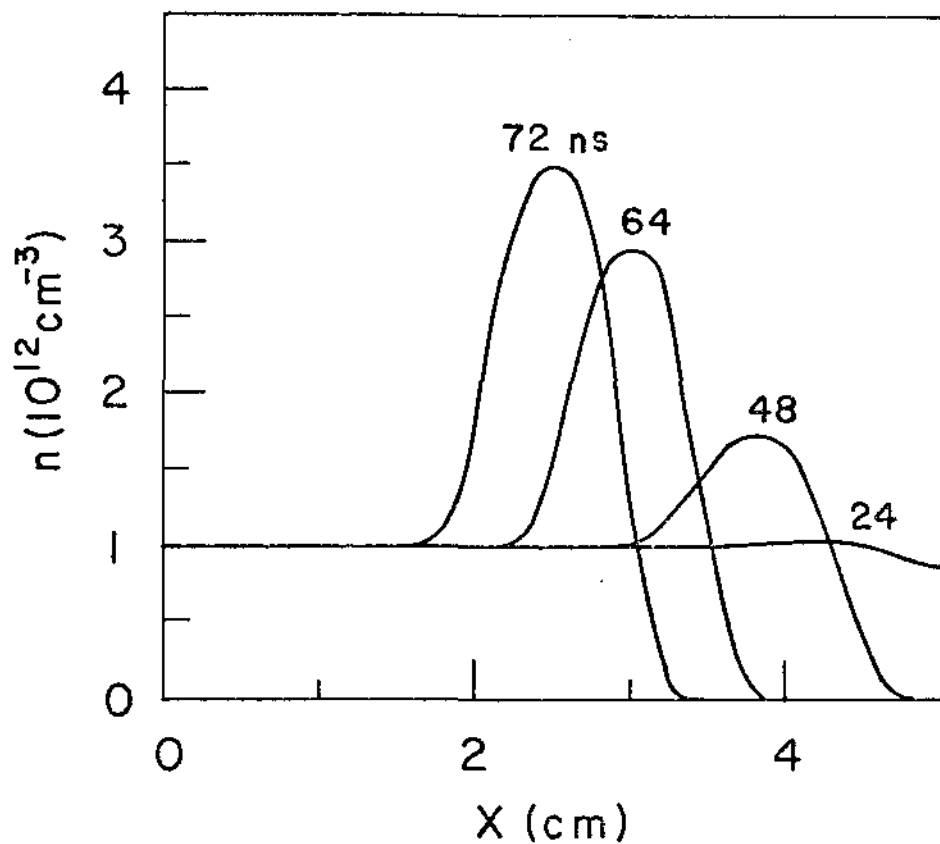


Figura 35: Densidade. Modelo: Snow-plow. θ -pinch da Univ. Texas..

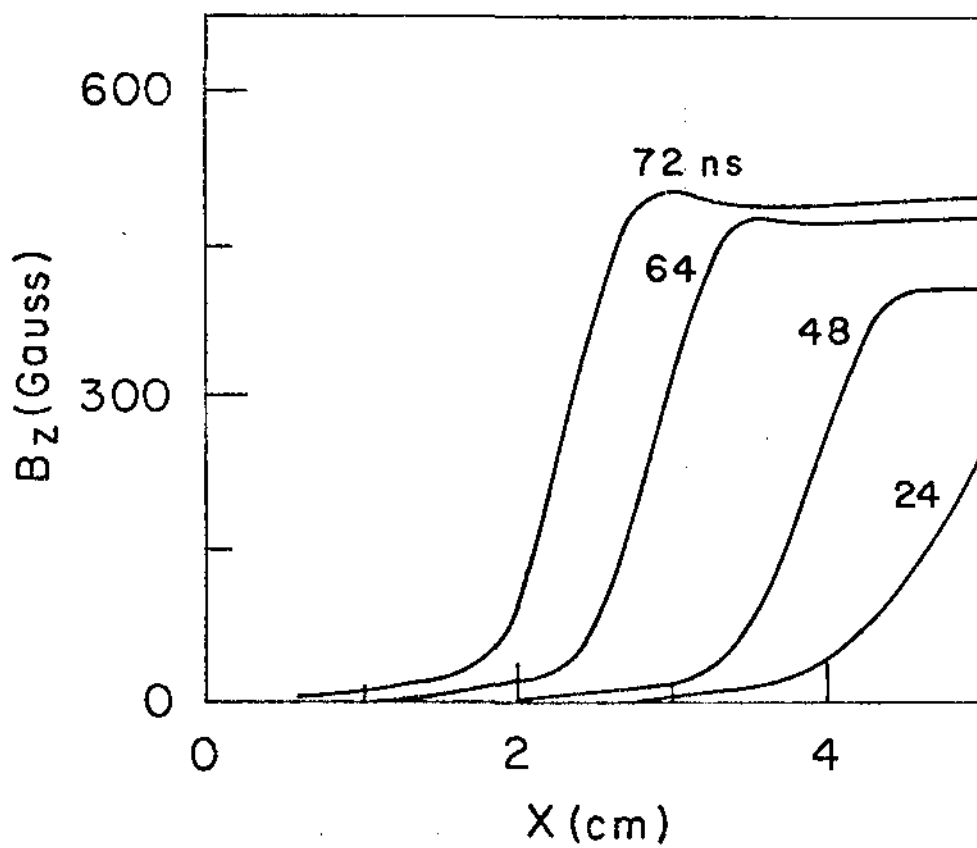


Figura 36: Campo magnético. Modelo: snow-plow. Texas

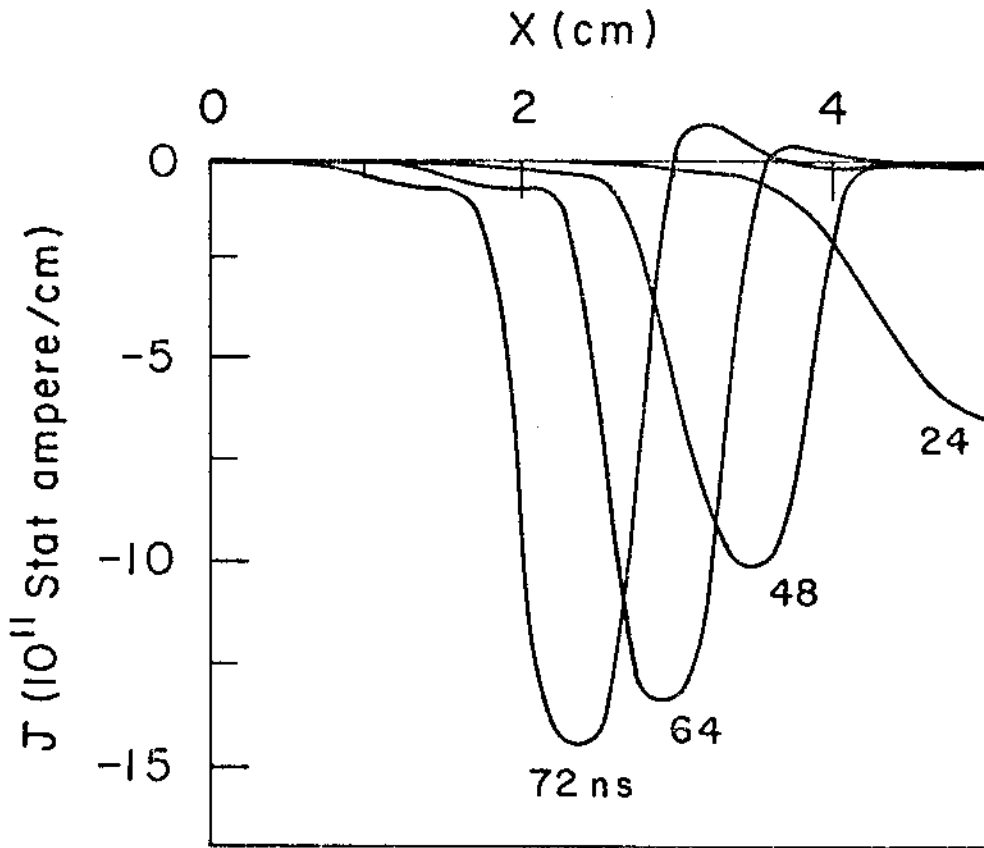


Figura 37: Densidade de corrente. Modelo: snow-plow. Texas.

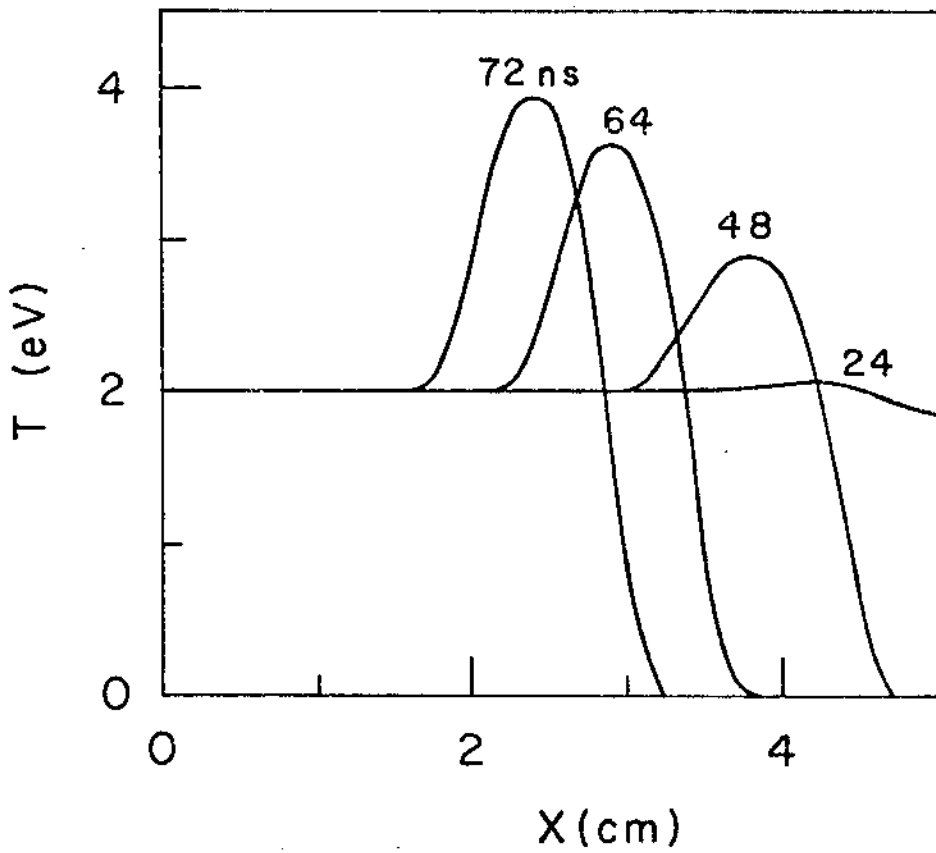


Figura 38: Temperatura eletrônica (iônica). Modelo: snow-plow. Texas.

Os resultados experimentais do θ -pinch do Texas mostram per
fís de campo magnético (figura 39) muito menos abruptos, indicando que al
gum mecanismo de resistividade tem influência na implosão. Entretanto a si
mulação com o modelo não-colisional propicia uma base para comparação com
outras simulações que incluem efeitos de colisões clássicas e anômalas.

4.2.2 - SIMULAÇÃO USANDO O MODELO COM RESISTIVIDADE CLÁSSICA

Os perfis de densidade, campo magnético, temperatura e densi
dade de corrente são exatamente iguais àqueles apresentados pelo modelo não
colisional. Isso significa que a resistividade clássica é muito pequena,
sendo insuficiente para difundir os perfis. A frequência de colisão
é da ordem $\nu \approx 10^6$ Hz, ou seja da ordem de $10^{-3} \omega_{pi}$, onde ω_{pi} é a fre
quência de plasma dos íons, que, como será visto a seguir é a frequência de
colisão efetiva que caracteriza a resistividade anômala. Com isso vê-se que
o transporte clássico é desprezível em θ -pinches de baixas densidades.

Uma estimativa da ordem de grandeza dos parâmetros envolvi
dos mostra que as colisões binárias só se tornariam um mecanismo importan
te de resistividade em faixas de densidades 10^3 vezes maiores, isto é, pa
ra densidade da ordem de 10^{15} partículas/cm³.

4.2.3 - SIMULAÇÃO USANDO MODELO COM RESISTIVIDADE ANÔMALA AUTOCONSISTENTE

Na secção 4.2.1. mencionou-se o fato, constatado experimen
talmente, que uma resistividade considerável desenvolve-se na implosão do
 θ -pinch do Texas e na secção 4.2.2. verificou-se que as colisões binárias
produzem uma resistividade insignificante. Então, a resistividade é total
mente produzida pelas microinstabilidades que se desenvolvem no plasma.

Os resultados desta simulação são exibidos nas figuras 40 a 45
e mostram a densidade, o campo magnético, a densidade de corrente, as tem
peraturas eletrônica e iônica e a frequência de colisão efetiva evoluindo
no espaço e no tempo durante a implosão.

Nota-se claramente, comparando com os perfis do caso não-co
lisional (figuras 35-38) a influência da resistividade anômala no formato dos
perfis.

Os perfis de densidade e campo magnético são apresentados res
pectivamente nas figuras 40 e 41. Quando há uma resistividade considera

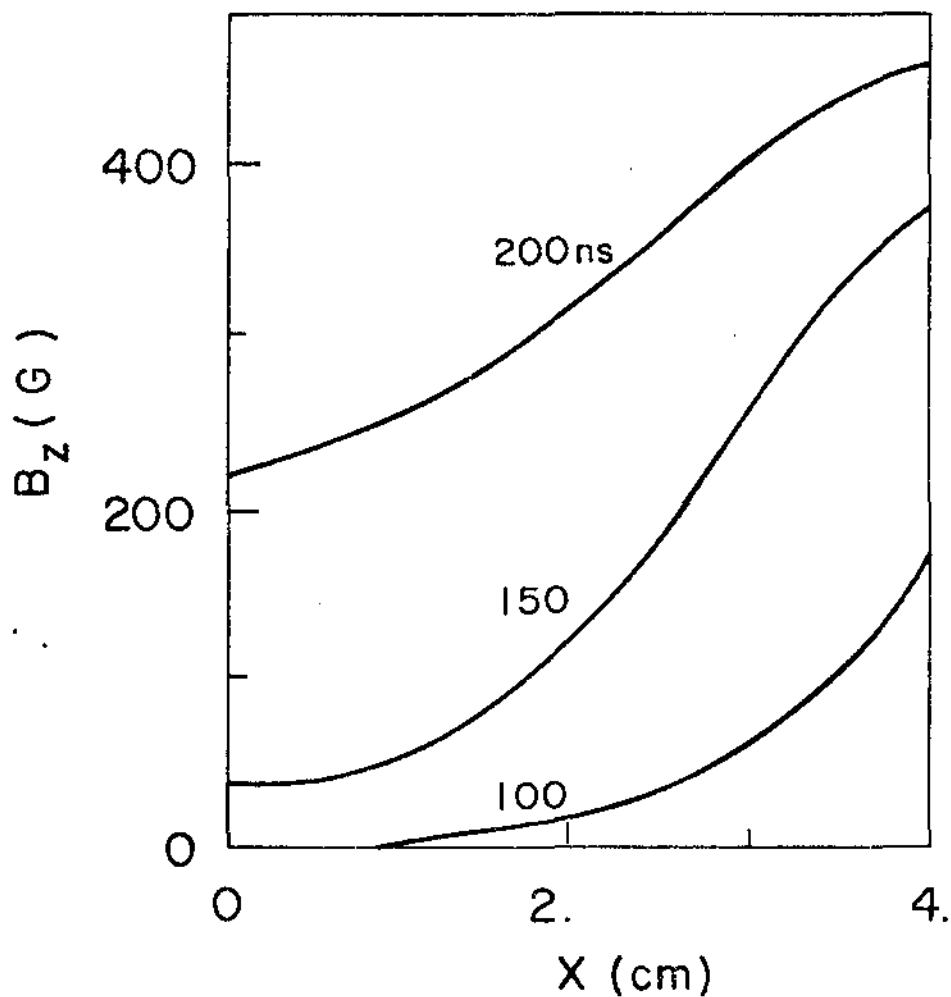


Figura 39: Campo magnético no 0-pinch do Texas medido experimentalmente para uma densidade de $4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

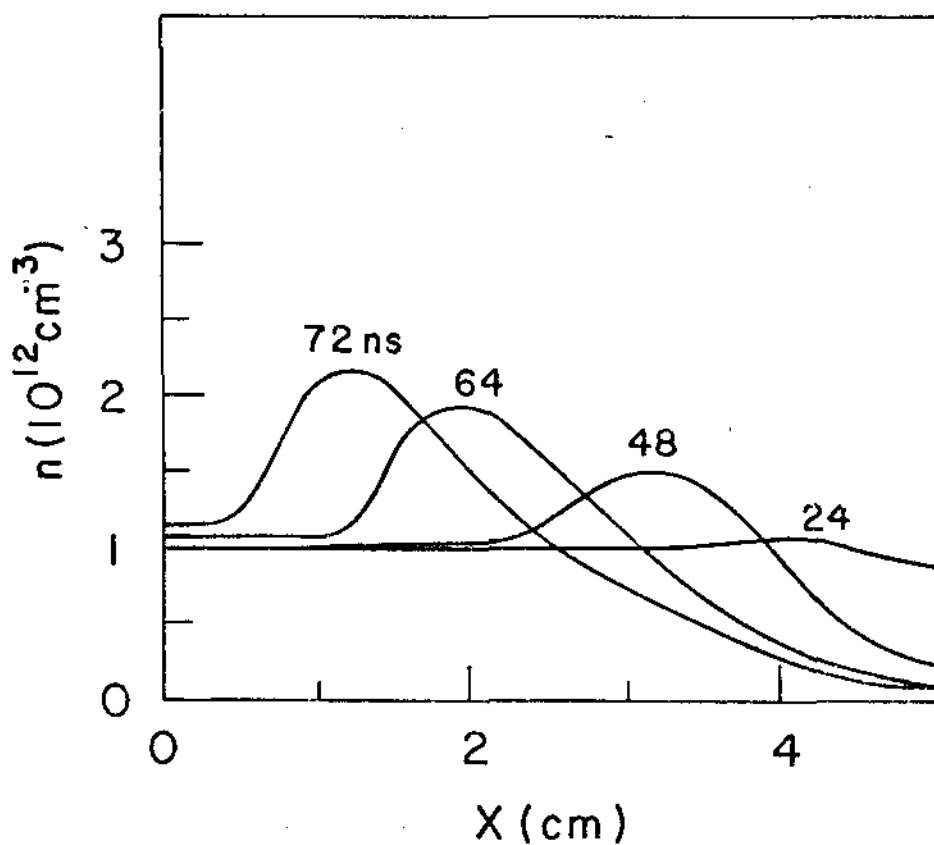


Figura 40: Densidade. Modelo: resistividade anômala. Texas.

vel os perfis do campo magnético difundem-se rapidamente no interior do plasma. De fato, da expressão para o tempo característico da penetração do campo magnético no plasma $\tau = \frac{4\pi L^2}{\eta c^2}$ vê-se que quanto maior for a resistividade η mais rápida será a penetração do campo magnético (τ menor). No caso não-colisional η é nula, então τ tende ao infinito e o campo magnético não penetra no plasma. Nota-se que os perfis de densidade neste caso de resistividade anômala tornam-se muito mais suaves do que os perfis apresentados pelos modelos não-colisional e da resistividade clássica, apresentando menor acúmulo de partículas. Isto é coerente com a situação real uma vez que a força $\vec{J} \times \vec{B}$ atua sobre uma região mais larga de plasma (\vec{B} mais difundido) enquanto nos casos pouco resistivos a força de compressão atua sobre uma camada fina do plasma, dando origem a um perfil de choque mais abrupto. Consequentemente os pulsos de densidade são mais largos. Em $t = 64\text{ns}$ a largura do pulso é $\Delta = 2c/\omega_{pe}$ enquanto no caso não colisional obtém-se $\Delta = c/\omega_{pe}$. Então, a difusão do campo no plasma, resulta em uma menor compressão da densidade. Na Tabela 1 abaixo são apresentados os índices de compressão da densidade para o modelo com resistividade anômala nos mesmos instantes considerados anteriormente

TABELA 1

t (ns)	$\delta n/n$
24	0.04
48	0.47
64	0.90
72	1.15

Constatou-se também que o tempo de implosão diminui com o aumento da resistividade. Na Tabela 2 vê-se para o instante $t = 72\text{ns}$ a posição dos máximos de densidade nas simulações não colisional, com resistividade clássica apenas e com resistividade anômala.

TABELA 2

MODELO	R (DISTÂNCIA AO CENTRO DO θ -PINCH)
não - colisional	2.4cm
resistividade clássica	2.4cm
resistividade anômala	1.1cm

Quanto maior a resistividade menor é o acúmulo de partículas nos picos de densidade. Portanto, devido à menor inércia a força de compressão magnética imprime uma aceleração maior às partículas do plasma, diminuindo assim o tempo de implosão. Os perfis de densidade de corrente são mostrados na figura 42. Nota-se que a densidade de corrente é induzida em toda a coluna de plasma durante a implosão e não fica restrita a uma fina camada como no caso não-colisional. Isto é explicado notando-se que à medida em que as microinstabilidades crescem, o plasma torna-se mais resistivo, sua condutividade torna-se pequena e a corrente se espalha pela coluna de plasma. Resulta que o pulso magnético que comprime o plasma é muito mais largo, penetra mais rapidamente e difunde-se até o centro do θ -pinch, como se nota ao se observar a figura 41. A Tabela 3 abaixo mostra a corrente total no plasma para os casos com resistividade clássica e com resistividade anômala.

TABELA 3

t	corrente	I_{parede}	$I_{\text{clássica}}$	$I_{\text{anômala}}$
	Stat-ampere/cm			
24		5.4×10^{11}	5.1×10^{11}	5.1×10^{11}
48		9.6×10^{11}	9.6×10^{11}	8.2×10^{11}
64		1.1×10^{12}	1.1×10^{12}	7.3×10^{11}
72		1.2×10^{12}	1.2×10^{12}	5.4×10^{11}

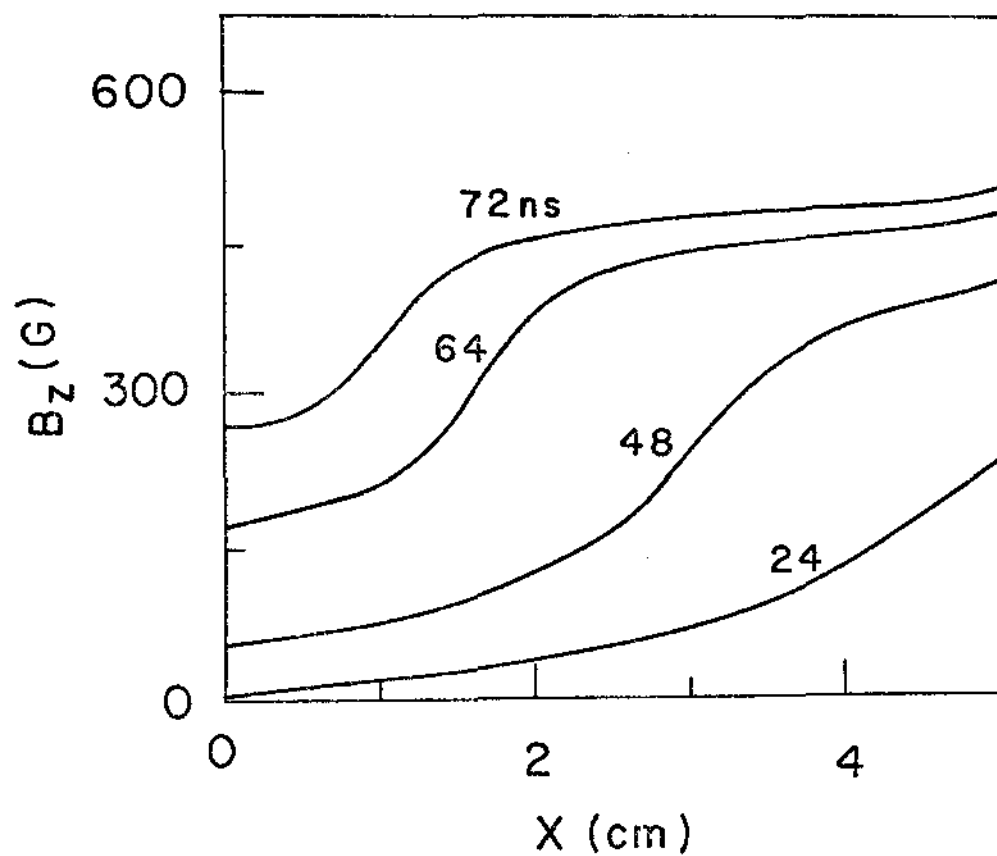


Figura 41: Campo magnético. Modelo: resistividade anômala. Texas.

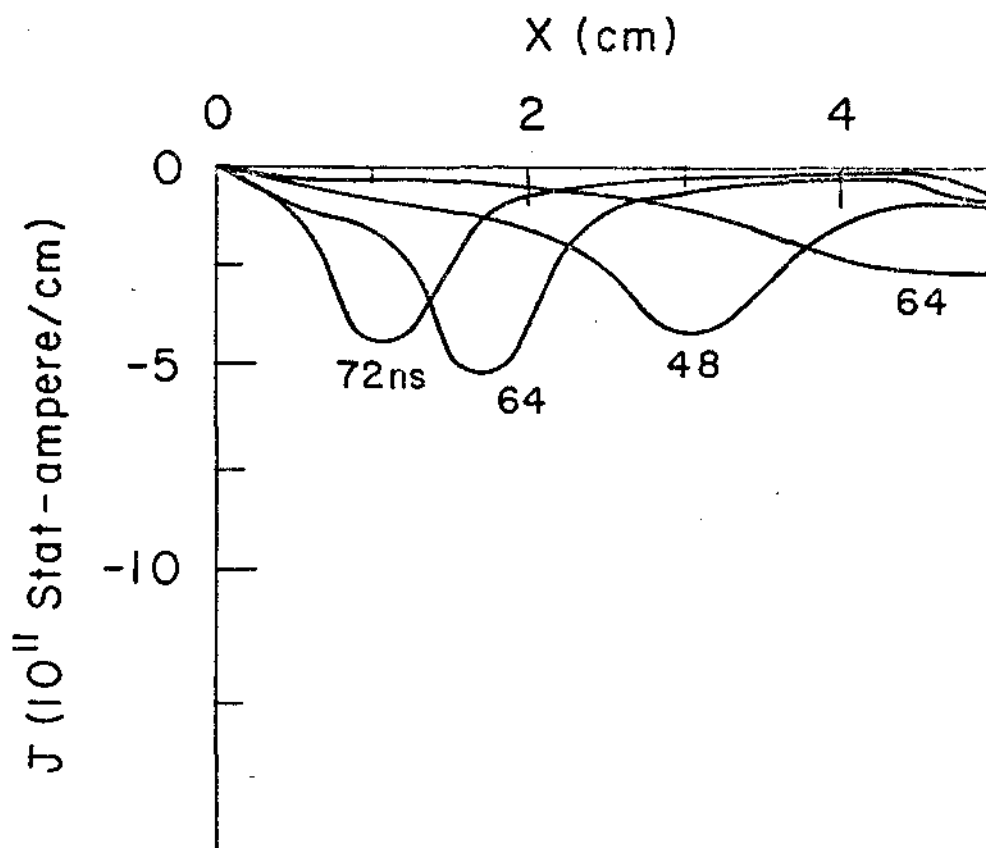


Figura 42: Densidade de corrente. Modelo: resistividade anômala. Texas.

Vê-se que no caso pouco resistivo a corrente total no plasma é praticamente igual à corrente externa na parede, indicando que não há dissipação de energia. Já no caso da simulação com resistividade anômala observa-se que para um mesmo instante de tempo a corrente diminui, indicando a presença de um mecanismo dissipativo. Esse mecanismo é o efeito Joule que converte parte da corrente em energia térmica, como será visto nas discussões que se seguem.

Observa-se também que nos casos pouco resistivos ou não-colisionais a corrente total, assim como os máximos da densidade de corrente (fig. 37) crescem com o tempo e no caso da resistividade anômala (fig. 42), a partir de um determinado instante ($t \sim 64\text{ns}$) há uma diminuição na corrente total (assim como nos máximos de densidade de corrente), indicando que em regiões mais próximas ao centro do θ -pinch a dissipação de energia é maior do que o ganho dado pelo crescimento da corrente externa.

O perfil da frequência de colisão anômala efetiva é mostrado na figura 43. Levando em conta o fato que a densidade não sofre uma variação maior do que a dada por um fator de dois, tem-se que este perfil nos dá a variação da resistividade anômala no espaço e o seu desenvolvimento no tempo. No início da implosão os elétrons e os íons do plasma são praticamente isotérmicos e possuem uma baixa temperatura ($T_e \cong T_i \sim 2\text{eV}$). Então o campo elétrico induzido no plasma produz um deslocamento azimutal dos elétrons em relação aos íons, cuja velocidade relativa $V_d = |v_{ye} - v_{yi}|$ atinge e excede rapidamente a velocidade térmica dos elétrons, originando a instabilidade de Buneman de dois feixes. Essa instabilidade tem uma alta taxa de crescimento e grandes taxas de aquecimento e resistividade. Devido à sua alta frequência ($\omega = \frac{\omega_{pe}}{2} \left(\frac{m_e}{2m_i}\right)^{1/3}$) ela transfere a maior parte da energia dos campos flutuantes para os elétrons tendo pouco efeito sobre os íons. Com isso os elétrons sofrem um grande aquecimento, até que a velocidade térmica dos elétrons torna-se maior que a velocidade de deslocamento V_d e a instabilidade se satura. Além desse mecanismo de saturação, outros efeitos de saturação não-linear ocorrem: a instabilidade satura-se também pelo aprisionamento dos elétrons em poços de potenciais de ondas instáveis. Isto geralmente ocorre quando uma fração significativa dos elétrons são acelerados à velocidade de fase de onda no espaço de um comprimento de onda e a energia cinética das partículas no referencial da onda é menor que a energia potencial no poço. Estes dois mecanismos de saturação da instabilidade de Buneman tem importante atuação durante a implosão.

Em $t = 24\text{ns}$ a resistividade anômala é devida exclusivamente à instabilidade de Buneman. No entanto, nesse instante, a instabilidade já atingiu o estágio de saturação. Nesse interim, quando a velocidade de deslocamento é menor que a velocidade térmica dos elétrons que já foram aquecidos pelos modos Buneman de modo que $T_e \gg T_i$, surge a instabilidade íon-acústica. Esta instabilidade tem uma taxa de crescimento menor que a da instabilidade de Buneman, mas como tem um limiar inferior para surgir ($V_d > C_s$ comparado com $V_d > v_e$) ela opera em regiões estáveis aos modos Buneman. Então, nos instantes posteriores ($t = 48, 64, 72\text{ns}$) a resistividade anômala é determinada por duas instabilidades: na região atrás do pistão onde a temperatura eletrônica é elevada a instabilidade íon-acústica é dominante, enquanto na frente do pistão a temperatura eletrônica ainda é suficientemente pequena, de modo que $V_d > v_e$ e a instabilidade de Buneman é dominante. Nesta região, as ondas íon-acústicas crescem numa taxa razoável (2 a 10 vezes menor que a de Buneman), mas os níveis de campos flutuantes dos modos íon-acústicos são muito menores do que os de Buneman ($\epsilon^A \sim 10^{-4} \epsilon^B$). Então, porque $\epsilon^A \ll \epsilon^B$ e $\gamma^A < \gamma^B$ resulta uma frequência de colisão efetiva devido à instabilidade íon-acústica v_{ef}^A muito menor que a frequência de colisão efetiva devido à instabilidade de Buneman v_{ef}^B pois $v^A \propto \frac{\partial \epsilon^A}{\partial t} = 2\gamma^A \epsilon^A$ e $v^B \propto \frac{\partial \epsilon^B}{\partial t} = 2\gamma^B \epsilon^B$.

Deve-se realçar que, nesta simulação, a instabilidade íon-acústica só atinge o nível de saturação numa faixa estreita próxima à parede. Esta saturação é alcançada devido à deformação quase-linear da função de distribuição dos íons [18]. Nesta região os íons adquirem uma grande velocidade e absorvem as ondas íon-acústicas de uma forma ressonante, balanceando então a excitação das ondas pelos elétrons e criando uma situação de estado estacionário. No resto do plasma a instabilidade íon-acústica opera num regime longe da saturação, pois, apesar das altas temperaturas eletrônicas, a velocidade de deslocamento dos elétrons em relação aos íons, V_d , é sempre maior que a velocidade íon-acústica C_s . Além do mais, as taxas de aquecimento para o elétron são bem maiores do que para o íon, de modo que $T_e \gg T_i$ e a velocidade dos íons não é suficiente para que o mecanismo de saturação não-linear atue.

Cabe aqui uma palavra a respeito da instabilidade de deslocamento híbrida inferior. Obviamente as condições para o surgimento desta ins

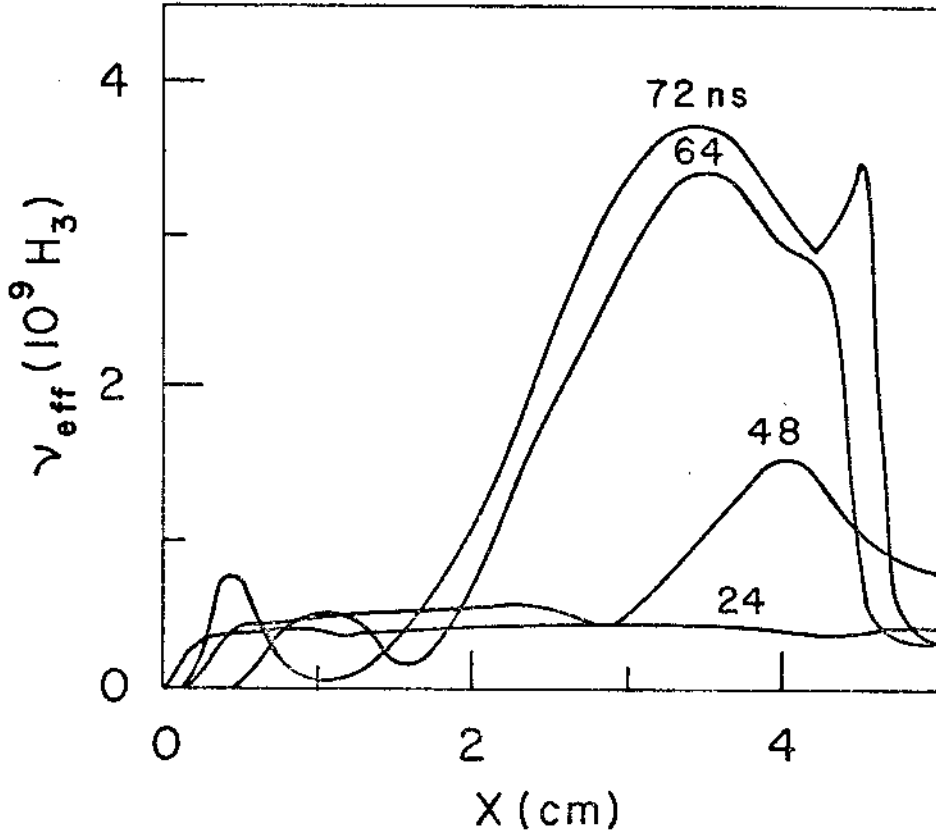


Figura 43: Frequência de colisão efetiva. Modelo: resistividade anômala. Texas.

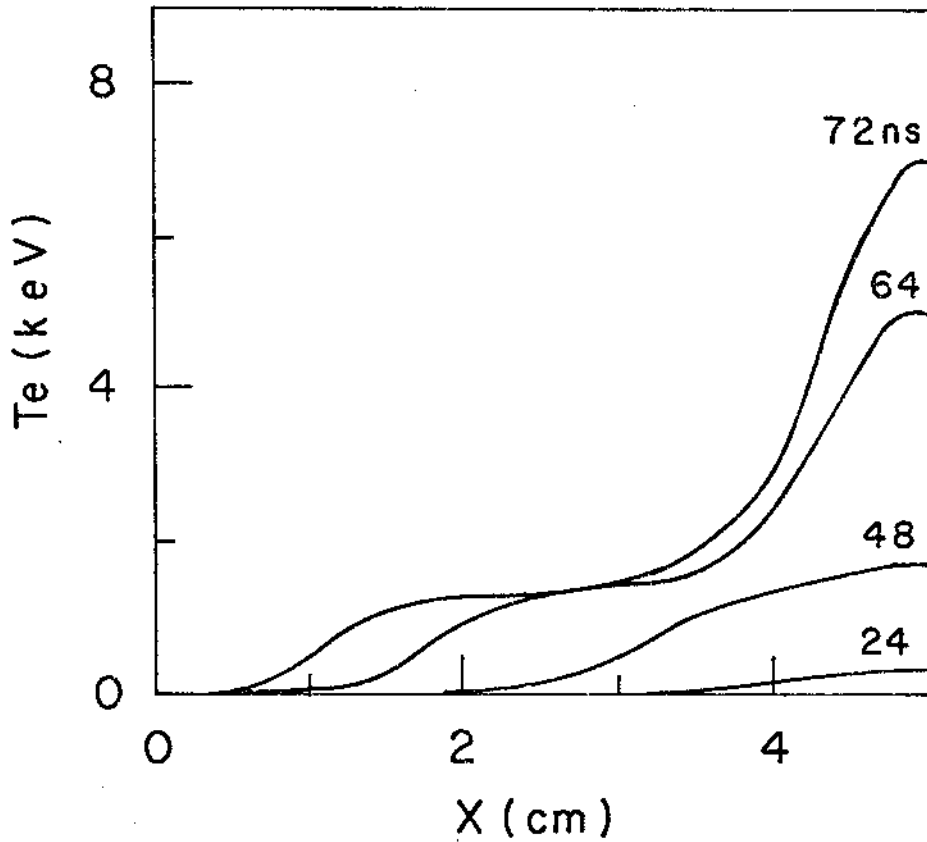


Figura 44: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade anômala. Texas.

tabilidade existem na simulação: $V_d > \frac{T_e + T_i}{m_i}$, com T_e/T_i arbitrário. Ocorre que as taxas de crescimento e os níveis de energia dos campos dos modos híbridos são muito pequenos, desde o início da penetração do pulso magnético. Para se ter uma idéia, em $t = 24\text{ns}$, tem-se $\gamma^B \approx 10^2 \gamma^H$ e $\epsilon^B > 10^4 \epsilon^H$. Isto resulta numa frequência de colisão efetiva da ordem de 10^4 Hz no máximo. Consequentemente, pode-se afirmar que a instabilidade de deslocamento híbrida inferior é desprezível nesse experimento de θ -pinch de baixa densidade. Esta situação está em contraste com casos de θ -pinch de densidades mais elevadas, como o Tupã, onde a instabilidade de deslocamento híbrida inferior é a dominante, resultando numa frequência de colisão efetiva da ordem de 10 GHz.

Nas figuras 44 e 45 são apresentados respectivamente os perfis de temperatura eletrônica e iônica. A existência da resistividade anômala durante a implosão conduz ao aquecimento anômalo do plasma devido ao efeito Joule. Na tabela 4 são mostradas as energias térmicas dos elétrons e dos íons para as simulações usando o modelo não-colisional e o modelo com resistividade anômala.

TABELA 4

DENSIDADES DE ENERGIA TÉRMICA ELETRÔNICA E_e E IÔNICA E_i
 PARA AS SIMULAÇÕES USANDO O MODELO NÃO-COLISIONAL
 E O MODELO COM RESISTIVIDADE ANÔMALA

densidade de energia térmica t	"snow - plow"		resistividade anômala	
	E_e	E_i	E_e	E_i
24	0.16	0.16	5.2	0.9
48	0.18	0.18	35	2.6
64	0.21	0.21	72	5
72	0.23	0.23	78	5.8

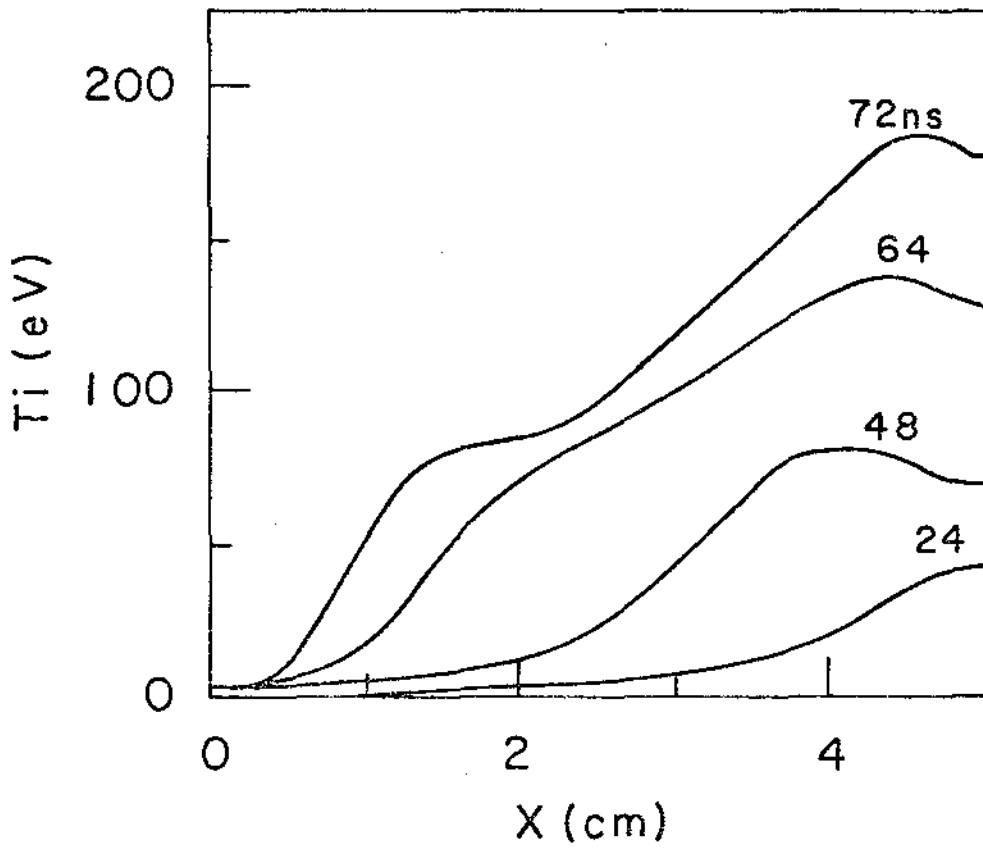


Figura 45: Temperatura iônica. Modelo: resistividade anômala. Texas

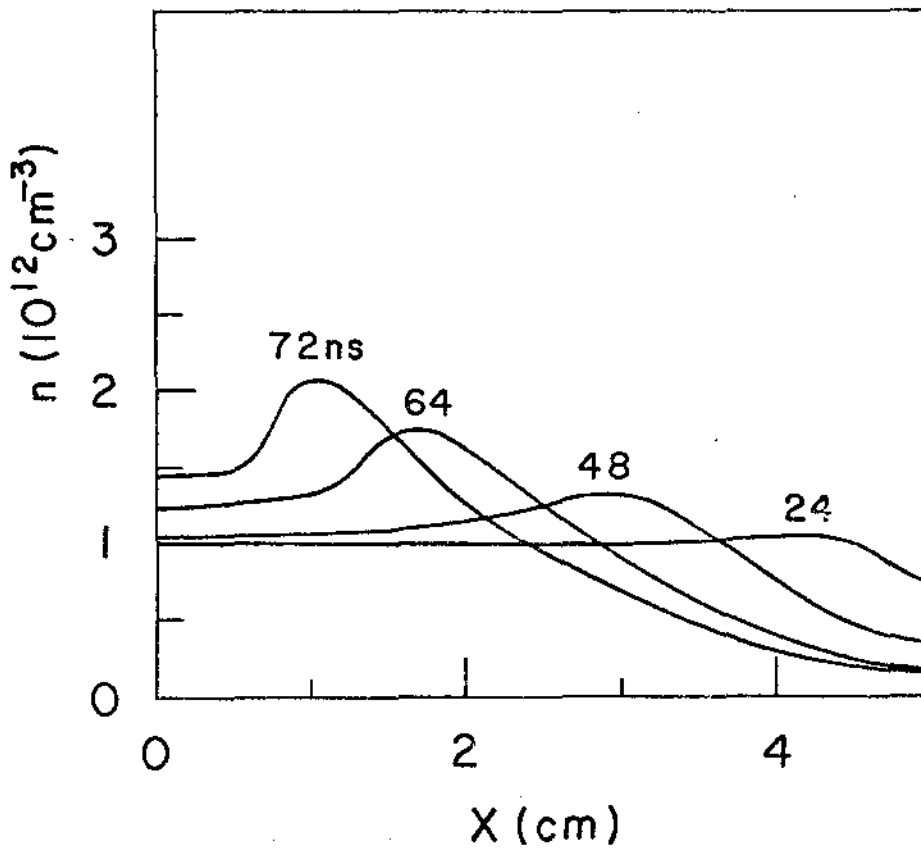


Figura 46: Densidade. Modelo: resistividade constante. Texas.

Nota-se a importância do efeito Joule como um mecanismo para aquecer o plasma (principalmente os elétrons). Quando não há resistividade o aquecimento do plasma é devido unicamente à compressão adiabática e às temperaturas máximas atingidas são da ordem de 5eV. O efeito Joule produz temperaturas de 870eV para os elétrons e 70eV para os íons nos pontos de máxima compressão da densidade. Também o formato dos perfis de temperatura neste caso de resistividade anômala é bastante diferente daqueles apresentados no caso não-colisional. Quando não há colisões no plasma os perfis de T_e e T_i são extremamente abruptos, uma vez que apenas o plasma situado numa estreita coluna de largura $\Lambda = c/\omega_{pe}$ sofre aquecimento. Já quando são "ligadas" as microinstabilidades a resistividade é apreciável e o campo magnético penetra no plasma aquecendo-o em uma larga faixa e o pistão não tem varrido todas as partículas de modo que na região atrás do pistão há ainda uma população razoável de partículas e a temperatura é bastante elevada. A figura 43 mostra valores extremamente elevados para a temperatura eletrônica próxima à parede ($T_i \sim 5\text{KeV}$ em $t = 64\text{ns}$). Entretanto, deve ser observado que a densidade nesta região (ver fig. 40) é muito menor (cerca de 10 a 20 vezes) do que o valor máximo da densidade.

Comparando-se as figuras 44 e 45 observa-se que os elétrons tem uma temperatura mais elevada do que os íons. Na região à frente do pistão, onde predomina a instabilidade de Buneman a taxa de aquecimento dos elétrons é cerca de $\frac{1}{2} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/3}$ vezes maior que a taxa de aquecimento dos íons.

Na região atrás do pistão a instabilidade íon-acústica aquece os elétrons numa taxa $2.25 \left(\frac{v_d}{C_s} - 0.55\right)$ vezes maior que a taxa de aquecimento para os íons [3]. Nota-se, observando as figuras, que, nesta região a temperatura eletrônica é da ordem de 30 vezes a temperatura iônica, enquanto na frente do pistão $T_e = 6 T_i$.

4.2.4 - SIMULAÇÃO USANDO MODELO COM FREQUÊNCIA DE COLISÃO FENOMENOLÓGICA CONSTANTE

Nesta simulação usou-se uma frequência de colisão efetiva constante no espaço e no tempo dada por $\nu_{eff} = \omega_{pi}$, onde ω_{pi} é a frequência de plasma de íon. Este valor foi escolhido porque é praticamente igual à

frequência de colisão efetiva média resultante do modelo autoconsistente ($t = 64\text{ns}$, $v_{\text{eff}} \approx \omega_{pi} = 1.3 \times 10^9$ hertz). Os perfis de densidade e campo magnético são exibidos nas figuras 46 e 47. Os perfis de densidade são similares aos preditos pela simulação usando modelo com resistividade anômala autoconsistente embora estes sejam um pouco mais compressivos ($\delta n/n = 1,9$ comparado com $n/n = 1,7$ para a simulação que usa o modelo com resistividade de constante, em $t = 64\text{ns}$). Entretanto, os perfis do campo magnético são completamente diferentes: o modelo da resistividade constante apresenta um perfil extremamente suave, difundindo-se totalmente no plasma enquanto o modelo com a resistividade autoconsistente, que depende dos valores locais das grandezas macroscópicas prediz um perfil de B_z mais abrupto. A figura 48 exhibe os perfis de temperatura eletrônica. Na região à frente do pistão nota-se uma razoável semelhança com o perfil da temperatura eletrônica do modelo autoconsistente, enquanto nas regiões mais próximas à parede o modelo com uma resistividade constante prediz uma temperatura cerca de duas vezes menor ($T_e \sim 5\text{KeV}$ comparado com $T_e \sim 2.5\text{KeV}$ para o modelo com resistividade constante).

Neste caso os íons permanecem frios ($T_{i_{\text{max}}} = 3\text{eV}$), pois o aquecimento destes é devido unicamente à compressão adiabática e a temperatura iônica nos picos de densidade ($T_i = 3\text{eV}$) é menor até do que no caso não-colisional ($T_{i_{\text{max}}} = 5\text{eV}$), uma vez que há uma compressão muito menor da densidade ($\delta n/n = 1.7$ comparado com $\delta n/n \approx 3$ para o modelo não-colisional). Da comparação entre os dois modelos (resistividade anômala auto-consistente e resistividade anômala constante) conclui-se que ambos predizem perfis similares para a densidade e a temperatura eletrônica, mas os perfis de campo magnético são diferentes, resultando em diferentes tempos de penetração. Os perfis de temperatura iônica também são diferentes uma vez que a resistividade turbulenta autoconsistente tem um efeito maior no aquecimento dos íons.

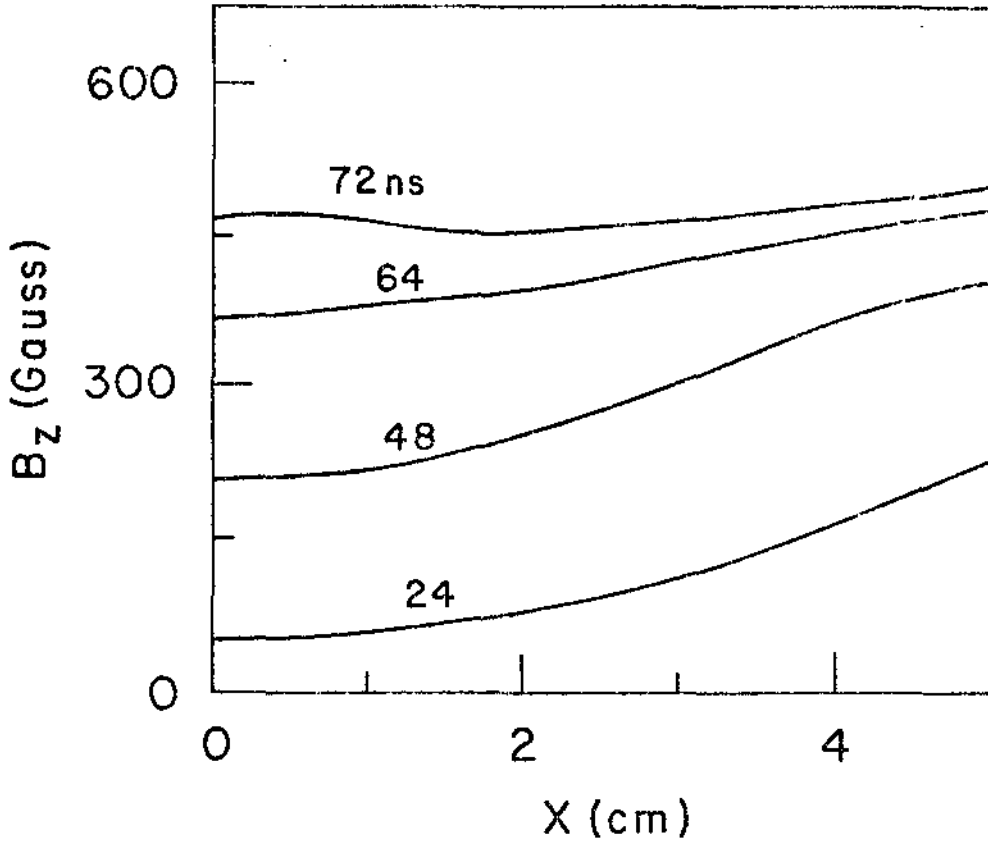


Figura 47: Campo magnético. Modelo: resistividade constante. Texas.

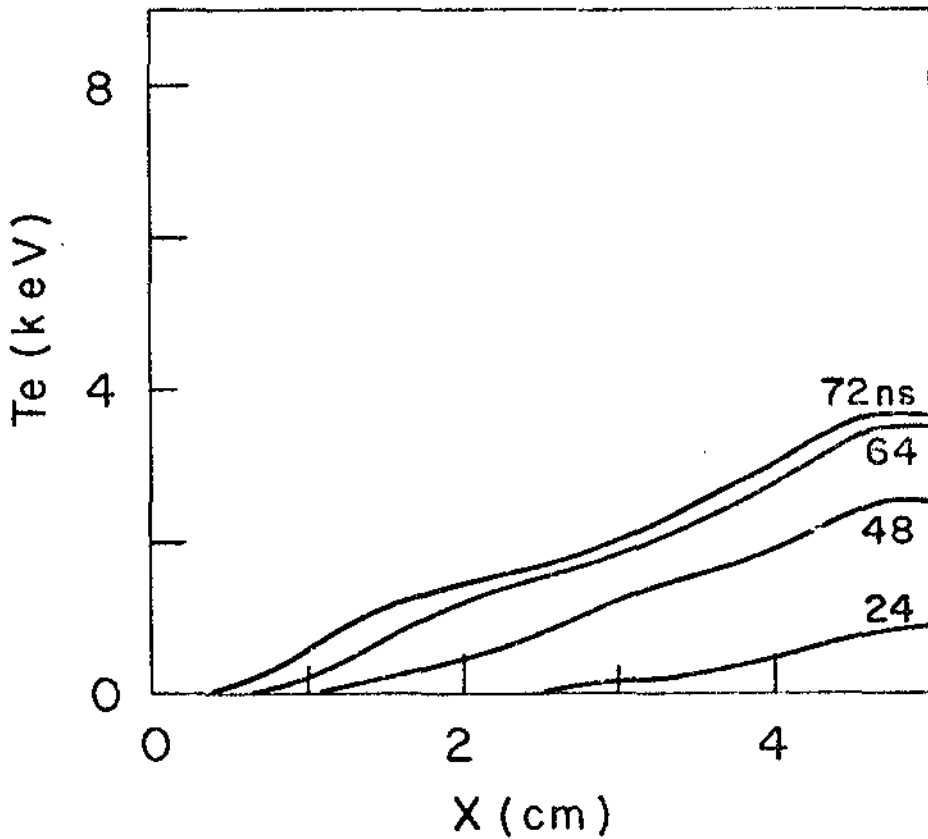


Figura 48: Temperatura eletrônica. Modelo: resistividade constante. Texas.

CAPÍTULO IV

CONCLUSÕES

Um modelo que levou em conta diversos mecanismos físicos envolvidos na fase de implosão de θ -pinches foi implementado através de um computador digital. Obteve-se a evolução no espaço e no tempo de grandezas físicas que caracterizam um plasma implodindo: densidade, campo magnético, densidade de corrente e temperatura.

Os resultados da simulação do Tupã nos permitem concluir que a resistividade clássica é a dominante na região à frente do pistão magnético. Nesta região a densidade é alta, a temperatura é baixa e praticamente não existe corrente no plasma de modo que nenhuma das instabilidades é excitada. A resistividade anômala predomina na região atrás do pistão, pois a instabilidade de deslocamento híbrida inferior (a única presente) aquece o plasma e nesta região a densidade é menor. Entrementes, concluiu-se também que ambas as resistividades, a clássica e a anômala são insuficientes para provocar uma difusão apreciável do campo magnético no plasma e para aquecer a coluna de plasma que está sendo comprimida. Os elétrons e íons sofrem um aquecimento razoável apenas na região atrás do pistão, onde a densidade é menor. Na frente do pistão a temperatura iônica obtida pela simulação do Tupã é baixa, uma vez que o aquecimento dos íons é devido basicamente ao "pinch". Além disso, como a implosão é descrita por uma formulação cartesiana, a compressão é menor do que a que haveria se fosse considerada uma formulação cilíndrica. No entanto, deve ser realçado que as baixas temperaturas iônicas obtidas são típicas dos modelos de dois fluidos. Como se sabe este modelo não permite a simulação do feixe de íons que é refletido no pistão, como demonstra-se em experimentos e simulações híbridas. Este fenômeno é particularmente muito importante em experimentos de pinches de altas densidades, como no Tupã.

No caso do θ -pinch Tupã, de alta densidade, os perfis estão limitados pela resolução espacial da rede. A resolução numérica da rede é da ordem $\Delta x = 10^{-1}$ cm e para se observar a largura real dos perfis seria necessário um Δx cerca de cem vezes menor do que o usado na simulação deste θ -pinch, o que por sua vez implicaria em grandes gastos de tempo do computador. No entanto, como a resistividade clássica obtida é da ordem da resistividade típica de Spitzer, pode-se afirmar que as frequências de colisão do modelo são razoáveis.

As simulações realizadas para o θ -pinch II da Unicamp evidenciam o fato que as instabilidades, as quais originam a resistividade anômala, dependem fortemente da massa iônica. Quanto maior for a massa do íon, maior será o efeito resistivo produzido pelas instabilidades de deslocamento híbrido inferior e a íon-acústica, devido aos seguintes fatos: o nível de saturação é proporcional à massa do íon (instabilidade de deslocamento híbrido inferior), a taxa de crescimento da instabilidade de deslocamento híbrido inferior cresce exponencialmente com a massa do íon e a velocidade limiar para as instabilidades é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa iônica. Esta forte dependência na massa iônica, levou, no caso do Ar, a uma resistividade anômala excessiva, quando comparada aos resultados experimentais.

No entanto, mostra-se que este efeito excessivo da massa do íon nas altas taxas de resistividade pode ser explicado quando se usa uma formulação com geometria cilíndrica para simular a coluna de plasma implodindo. Esta explicação se baseia no fato que usando-se uma geometria cilíndrica há uma redução da velocidade de deslocamento eletrônico, o que implica numa redução da taxa de crescimento da instabilidade de deslocamento híbrido inferior como também numa considerável diminuição do nível do campo de saturação. Nestas condições as taxas de resistividade anômala sofreriam uma sensível diminuição.

Outro fator a ser considerado seria o perfil inicial do plasma na experiência. A simulação usa um plasma 100% ionizado, com densidade uniforme. Na situação experimental, por outro lado, a compressão se iniciava com um plasma parcialmente ionizado, e, ainda mais, com um perfil radial desconhecido. Sabe-se que, o perfil de densidade inicial do plasma pode ter um efeito muito grande nas características de uma implosão de um θ -pinch [14]. Experimentalmente é muito difícil determinar com alguma precisão o perfil radial do plasma a ser comprimido.

Outra conclusão que se obtém da simulação do θ -pinch II é que existe uma inter-relação sutil entre os processos de transporte clássicos e os processos de transporte anômalos. Não é sempre suficiente dizer que algumas implosões são dominadas pela resistividade anômala e a resistividade clássica é desprezível ou vice-versa. Ambas tem de ser consideradas, uma vez que a clássica pode conduzir à anômala, principalmente em algum intervalo intermediário de densidade.

Da concordância qualitativa entre os resultados numéricos e experimentais para o θ -pinch do Texas, conclui-se que o modelo elaborado inclui a maioria dos mecanismos físicos que ocorrem na fase de implosão de θ -pinches de baixa densidade. Uma análise dos resultados obtidos pelo modelo para este experimento de "pinch" de baixas densidades mostra que o efeito da resistividade clássica é completamente desprezível, tanto na frente como atrás do pistão, sendo a difusão do campo magnético no plasma devida totalmente à resistividade anômala, que possui valores significativos tanto atrás como na região à frente do pistão. Também os elétrons sofrem um aquecimento consideravelmente maior do que os íons, porque as instabilidades de Buneman e íon-acústica são de alta frequência. No entanto, a temperatura iônica é várias vezes maior do que a obtida quando se considera apenas processos de compressão adiabática. Frize-se ainda que neste caso do θ -pinch do Texas o modelo prevê larguras reais para os perfis, não sendo mais a largura imposta pela resolução numérica da rede, como ocorre no caso do θ -pinch Tupã.

Resumindo, acredita-se que os aspectos essenciais da implosão de um θ -pinch podem ser simulados satisfatoriamente com este modelo. Está claro que ambos os processos de transporte, o clássico e o anômalo, precisam estar presentes se é esperado a obtenção de bons resultados para um grande intervalo de parâmetros.

REFERÊNCIAS

1. P.C. Liewer, Nuclear Fusion 16, 5 (1976).
2. S.I. Braginskii, "Transport Processes in Plasmas", in Reviews of Plasma Physics, Vol. I, Leontovich, ed., p. 205, Consultants Bureau (New York, 1976).
3. P.C. Liewer e N.A. Krall, The Physics of Fluids 16, 1953 (1973).
4. D. Potter, Computational Physics - John Wiley & Sons (1973), cap. 3.
5. J.P. Boris e D.L. Book; J. Comp. Phys. 18, 248 (1975).
6. Methods in nonlinear plasma theory; Ronald C. Davidson, Academic Press, New York, 1972. Cap. 7, 11.
7. O. Buneman, Physical Review, Vol. 115, nº 3, pg. 503 (1959).
8. N.A. Krall e P.C. Liewer, Physical Review A, Vol. 4, nº 5, pg. 2094 (1971).
9. Chapman, S.; Cowling, T.G.; The Mathematical Theory of Non-Uniform, Cambridge Univ. Press, London (1960).
10. J.P. Boris e D.L. Book; J. Comp. Phys, 11, 38 (1973).
11. J. Busnardo Neto e J. Paulino Leite Neto. Comunicação interna.
12. Ibidem 4, pg. 88.
13. K. Miyamoto; Plasma Physics for Nuclear Fusion, The Mit Press, Cambridge, Massachussets (1976) pg. 441.
14. Sgro, A.G.; The Physics of Fluids; 6, 1410 (1978)
15. E. Out, Phys. Review Letters 28, 88 (1972).
16. Masanobu Niimura e Milton Kayama. Comunicação interna.
17. R.D. Bengtson; S.J. Marsh e A.E. Robson; Physics Review Letters 29,1073 (1972).
18. M.Z. Caponi and R.C. Davidson; Physical Review Letters 31, 86 (1973).