

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN"

Oscilações MHD Ideal em Tubos de
Fluxo Magnético com Variação Radial;
Aplicações em Física Solar.

Márcia Midori Ochi

Orientador: Prof. Dr. Paulo Hiroshi Sakanaka

*Este exemplar corresponde à redação final da
tese de doutorado defendida pela aluna
Márcia Midori Ochi e aprovada pela Comissão*

Julgadora

[Assinatura]
2.4.97

Esta tese teve o suporte financeiro da FAPESP.

Tese apresentada como requisito parcial
para a obtenção do título de
Doutora em Física.

PARECER DE APROVAÇÃO
DEFESA DE TESE DE DOUTORADO
MÁRCIA MIDORI OCHI

DATA: 21.03.97

BANCA EXAMINADORA:

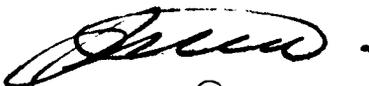


- Prof. Dr. PAULO HIROSHI SAKANAKA (Orientador)

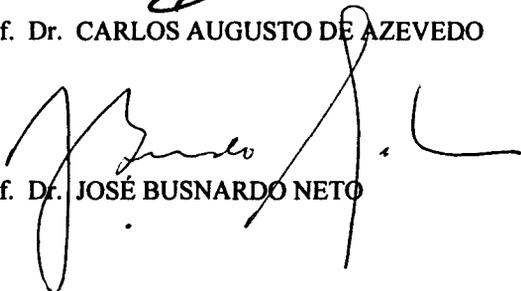
- Prof. Dr. REUVEN OPHER



- Prof. Dr. RICARDO MAGNUS OSÓRIO GALVÃO



- Prof. Dr. CARLOS AUGUSTO DE AZEVEDO



- Prof. Dr. JOSÉ BUSNARDO NETO

Dedico esta tese a meus pais, com muito carinho

Agradecimentos

Ao Professor Paulo Hiroshi Sakanaka pelo apoio, entusiasmo, otimismo e orientação caracterizada pelo estímulo à independência e à liberdade de pensamento. Também pelo grande ser humano com quem tive o prazer de compartilhar este período de formação: um exemplo de simplicidade, de humildade e de determinação acompanhadas de muito trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, um verdadeiro exemplo de compromisso e seriedade.

Ao meu amigo Roberto Faria Jr. por ter compartilhado comigo esta etapa que se tornou bastante mais agradável e estimulante com nossas inúmeras conversas.

Ao Professor Carlos Augusto de Azevedo por sua sugestão de minha vinda para a UNICAMP e introdução na área de pesquisa em estruturas solares. Além disso, por seu entusiasmo e dinamismo sempre presentes.

Ao Professor Altair Souza de Assis por sugestões e discussões sempre proveitosas.

Ao Professor Hans Goedbloed pelas valiosas discussões por ocasião de sua visita ao Brasil e pela atenção dispensada através do correio eletrônico em ocasiões posteriores.

Aos Professores José Busnardo Neto, Roberto Clemente e Ricardo Galvão pelas discussões por ocasião do meu exame de qualificação e seminário de pré-requisito.

Aos meus amigos, Claudio Elias e Pedro von Ranke, pelo apoio que sempre me foi dado.

Ao Instituto de Física “Gleb Wataghin” da Universidade Estadual de Campinas pelas boas condições que tive para desenvolver este trabalho com tranqüilidade.

Aos funcionários da secretaria de pós-graduação, Maria Ignez, Armando e Márcia, pelo atendimento sempre eficiente e às secretárias de departamento Cristina, Miyoko, Marineuse, Regina e Melita pelo gentil atendimento que sempre me dispensaram.

Ao Guilherme pela compreensão, pelo companheirismo, pela confiança em dias melhores e pela paz que foram muito importantes para a conclusão deste trabalho.

Aos meus pais pelas constantes lições de garra, determinação e entusiasmo, mesmo nos momentos mais difíceis, aos quais todas as palavras tornam-se poucas para expressar minha gratidão ontem, hoje e sempre. Ao meu irmão por sua constante e contagiante alegria. Ao meu tio Mitsutoshi Ochi pelo grande apoio por ocasião de minha mudança para Campinas.

Finalmente, ao meu avô Wataru Kawasaki, que hoje não se encontra mais entre nós, por ter sido uma pessoa muito importante na continuidade do meu caminho na Física.

Conteúdo

1	Introdução geral	1
2	Teoria MHD ideal	8
2.1	Introdução	8
2.2	Equações MHD	9
2.3	Equações MHD ideal linearizadas	10
2.4	Análise espectral para o caso estático	13
2.4.1	Condições de contorno	13
2.5	Ondas MHD ideal	14
2.6	Análise espectral MHD ideal em plasmas cilíndricos: equilíbrio estático.	17
2.6.1	O espectro contínuo	21
2.6.2	O espectro discreto	23
2.7	Análise espectral MHD ideal em plasmas cilíndricos: equilíbrio em presença de fluxo de massa	25
3	Análise espectral MHD ideal em tubos de fluxo magnético de duas camadas	28
3.1	Introdução	28
3.2	O modelo	29
3.3	Resultados numéricos	32
3.3.1	O procedimento numérico	32

3.3.2	O espectro	36
3.3.3	A classificação dos modos	38
3.4	Comentários finais	46
4	Oscilações MHD ideal em manchas solares	47
4.1	Introdução	47
4.2	Os modelos de equilíbrio	53
4.3	As condições de contorno	59
4.4	Os resultados numéricos	59
4.4.1	As autofunções e a classificação dos modos	59
4.4.2	Os períodos de oscilação obtidos, sua análise e comparação com resultados observacionais	66
4.5	Sobre o uso de condições de contorno mais gerais na interface penumbra - vizinhança não magnética	74
4.6	Comentários Finais	77
5	Oscilações MHD ideal na coroa solar	79
5.1	Introdução	79
5.2	Resultados numéricos do modelo de duas camadas	81
5.2.1	Os perfis de equilíbrio	81
5.2.2	Os espectros obtidos e sua análise	83
5.3	Comentários finais	92
6	Conclusões gerais e comentários finais	94
A	Modos de Alfvén superficiais	99
B	Estudo do espectro MHD ideal em plasmas cilíndricos na pre- sença de fluxo de massa	102

Resumo

Esta tese tem por objetivo central apresentar os resultados da análise espectral Magnetohidrodinâmica (MHD) ideal em tubos de fluxo magnético de duas camadas com variação radial. As duas camadas representam regiões de plasma com características físicas distintas, encontrando muitas aplicações astrofísicas. Nesta tese, ênfase é dada ao estudo das oscilações em tubos de fluxo magnético solares.

Um código numérico foi desenvolvido para a obtenção das soluções da chamada equação de Hain-Lüst com adequadas condições de contorno. Os modos podem apresentar natureza MHD (Alfvén, magnetossônico lento ou rápido) e caráter evanescente/oscilatório distintos para as duas camadas de plasma. Isto resulta em uma ampla gama de novos modos combinados, em especial os modos combinados Alfvén superficial-magnetossônico rápido que aparecem entre os dois ramos do contínuo de Alfvén e que apresentam característica oscilatória somente na camada externa.

Aplicações ao estudo das oscilações em manchas solares e em arcos coronais são apresentadas. Na primeira aplicação, as duas camadas representam a umbra e a penumbra e na segunda, o arco coronal e sua vizinhança formada por outros tubos de fluxo mais tênues. Em manchas solares, pela primeira vez na literatura, as oscilações da umbra e da penumbra são analisadas como respostas a perturbações do sistema *global* umbra mais penumbra. A natureza das oscilações é estudada em regimes de altos e baixos valores da razão entre as pressões cinética e magnética. Quanto aos arcos coronais, o modelo descreve muito bem as oscilações com períodos na faixa de frações de segundo a alguns segundos que são observadas na coroa solar. Em ambos os casos, discute-se o efeito da escolha das condições de contorno sobre as características gerais do espectro.

Abstract

In this work, we present the ideal magnetohydrodynamic (MHD) spectral analysis of a two-layered magnetic flux tube with radial variations. The two layers represent two regions with different physical characteristics and find many applications in astrophysical systems. Here we concentrate our attention on the study of solar magnetic flux tube oscillations.

A numerical code was developed in order to obtain the solutions of the Hain-Lüst equation with appropriate boundary conditions. This equation results from the linearization of the ideal MHD equations in cylindrical coordinates when the static equilibrium profiles depend only on the radius. The discrete modes can exhibit different MHD nature (Alfvén, slow or fast magnetosonic) and also distinct evanescent/oscillatory character in each plasma layer. This results in a wide variety of combined modes, where emphasis is given to the new modes called Alfvén surface-fast magnetosonic modes. They appear in between the two branches of the Alfvén continuum and present oscillatory behaviour only in the outer layer.

Applications to sunspot and coronal loop oscillations are presented. In the former, the two layers represent the umbra and penumbra, and in the latter, the coronal loop and surrounding fainter magnetic flux tubes. We treat two distinct sunspot regions coherently in one composite structure in contrast to previous works. The umbral and penumbral oscillations are then described as composite oscillation modes. Two regimes are investigated: low and high β regimes. Good results are also obtained for coronal oscillations in the range of some seconds, which are observed in the solar corona. In both applications, we discuss the influence of the boundary conditions on the results.

Capítulo 1

Introdução geral

As principais aplicações propostas do modelo a ser apresentado nesta tese aparecem no contexto de um dos mais fascinantes e importantes objetos astrofísicos: o Sol. A relevância e o fascínio do estudo da Física Solar poderiam ser justificados pelo simples fato do Sol representar a fonte de energia que mantém a vida em nosso planeta. Nesta introdução geral, aproveita-se para fornecer um resumido quadro de algumas características do Sol, considerado importante para a compreensão dos termos utilizados ao longo da tese. O Sol é uma estrela que consiste inteiramente de plasma, podendo facilmente conduzir correntes elétricas, gerar e sustentar campos magnéticos. O Sol apresenta duas regiões bem definidas: o seu *interior* e a sua *atmosfera*. O seu interior caracteriza-se por apresentar um núcleo radiativo e um envelope convectivo. Pode-se dizer que o interior solar divide-se em três regiões: o *caroço nuclear*, a *zona radiativa* e a *zona convectiva*. O caroço nuclear estende-se do centro até aproximadamente um quarto do raio solar. A temperatura e a densidade do plasma nesta região são da ordem de $1,5 \times 10^7$ K e $1,6 \times 10^2$ g cm⁻³, respectivamente. É no caroço que o Sol converte hidrogênio em hélio, através de reações termonucleares. A energia do produto destas reações aparece na forma de raios gama e neutrinos. Os neutrinos atravessam o interior solar e conseguem escapar do Sol, representando o único diagnóstico direto do que ocorre no caroço solar. Os experimentos de detecção de neutrinos aqui na

Terra apontam para uma taxa de cerca de três vezes menor do que a prevista por modelos teóricos de interior solar. Existem fortes dúvidas quanto ao caráter do problema do neutrino solar: problemas com a teoria de estrutura estelar ou com a Física de Partículas ou Nuclear. Quanto aos raios gama, devido à alta densidade do interior solar, estes não podem ir muito longe sem serem absorvidos. Durante as várias absorções e reemissões, a energia dos fótons vai continuamente sendo diminuída até que na superfície solar os fótons emergem como luz visível. A zona radiativa estende-se de 0,25 até 0,7 do raio solar. De 0,7 até a superfície está a zona convectiva. O gradiente de temperatura é tão alto nesta região que se estabelece o transporte de calor por convecção. Grandes bolhas de plasma quente sobem para a superfície, fornecem calor para a atmosfera e, em seguida, retornam para o interior solar. Na superfície solar, as bolhas ou células de convecção são observadas como *grânulos*. O diâmetro médio destes grânulos é de aproximadamente 10^3 km e o tempo de vida da ordem de 8 minutos. Porém, a convecção no Sol ocorre em uma ampla escala de comprimentos. Existem *supergrânulos* com diâmetros da ordem de 10^4 km e tempos de vida de 12 - 24 horas. Células gigantes com diâmetros da ordem de 10^5 km também são observadas. Os *mesogrânulos* estão na faixa intermediária entre os grânulos e os supergrânulos.

Uma vez que o interior solar não pode ser visto diretamente, as informações a seu respeito são obtidas essencialmente de dois modos: através de neutrinos emitidos do caroço nuclear, conforme já citado, ou da heliossismologia. As observações mostram que o Sol realiza oscilações globais de amplitudes muito pequenas (cerca de 5 km), cujos modos apresentam períodos entre 5 minutos e 1 hora. A análise cuidadosa destas oscilações pode fornecer muitas informações sobre o interior solar. Esta área de pesquisa é conhecida como heliossismologia.

Quanto à atmosfera solar, esta consiste essencialmente de três regiões com propriedades físicas distintas. A região mais baixa é uma camada visível extremamente fina de plasma chamada de *fotosfera* com aproximadamente 500 km de

espessura e temperatura média de 6000 K. Acima dela está a *cromosfera* com espessura de 10.000 km e temperatura média de 20.000 K, enquanto que a *coroa solar* é a região que se estende do topo de uma fina *região de transição* (largura de alguns milhares de km) e atinge uma região de muitos raios solares. A coroa consiste de um plasma tênue, com temperatura média muitas vezes maior que a da fotosfera (cerca de um milhão de graus) e altamente estruturada pelo campo magnético solar. A razão pela qual a temperatura cresce acima da fotosfera é ainda um dos pontos mais controversos dentro da Física Solar (por exemplo, [1]).

O campo magnético solar surge da complexa interação entre a convecção e a rotação diferencial nas camadas mais externas do interior solar em um processo denominado de *efeito dínamo* (vide, por exemplo [2]). O seu entendimento completo ainda encontra-se em aberto devido à necessidade do estudo da rotação também nas camadas mais profundas do interior solar. Um estudo recente da rotação do caroço solar pode ser encontrado na referência [3]. O efeito conjunto do movimento convectivo e da rotação diferencial faz com que *tubos de fluxo magnético* emerjam, gerando um grande conjunto de elementos magnéticos na superfície solar e que se estendem a camadas mais altas da atmosfera solar. Manchas solares, proeminências, fáculas e arcos coronais são exemplos de tais tubos de fluxo.

O aparecimento de manchas solares está diretamente relacionado com a atividade solar, a qual apresenta uma variação cíclica com período aproximado de vinte e dois anos. No começo de um novo ciclo, as manchas solares aparecem, em pares, a latitudes de cerca de 30° em ambos os hemisférios, separados pelo equador solar. À medida que o ciclo continua e o número de manchas aumenta, as manchas migram lentamente em direção ao equador até que aquelas mais próximas ao equador começam a desaparecer. Durante e após este desaparecimento, as manchas reaparecem a latitudes entre 25° e 30° . Esta observação é representada pelo *diagrama da borboleta* que consiste em um gráfico da latitude da região ativa

em função do tempo que lembra bastante as asas de uma borboleta. Cabe destacar que esta localização das manchas solares em regiões próximas ao equador solar não ocorre para as outras formas de tubos de fluxo fotosféricos, os quais distribuem-se sobre toda a superfície solar. Manchas solares aparecem em grupos de dois ou mais, com polaridades magnéticas opostas norte e sul. Este padrão de polaridades magnéticas persiste pelo período completo de onze anos, após o qual o campo inverte a polaridade para o ciclo seguinte. Portanto, um ciclo completo para polaridades magnéticas é de vinte e dois anos.

A teoria mais freqüentemente empregada no estudo da Física Solar é a Magnetohidrodinâmica (MHD), teoria que fornece uma descrição macroscópica de um fluido condutor na presença de campos magnéticos. Quando o parâmetro conhecido como número de Reynolds magnético ($R_m = \mu_0 LV/\eta$, onde L caracteriza um comprimento típico, V , uma velocidade típica e η , a resistividade), é muito maior que um, tem-se a chamada *teoria MHD ideal*. Esta teoria teve origem com H. Alfvén. Em 1942, motivado pelo estudo das manchas solares e do ciclo solar de vinte e dois anos, Alfvén chegou à sua mais conhecida descoberta: as *ondas de Alfvén* [4]. Alfvén formulou a mútua interação entre campos eletromagnéticos e movimento do fluido. Como resultado desta formulação, união entre as equações de Maxwell e a equação de movimento do fluido, ele chegou à conclusão da existência das ondas MHD que se propagam paralelamente ao campo magnético. Cabe lembrar que o paradigma na época era o de que o Eletromagnetismo e a Dinâmica de Fluidos representavam áreas de estudo distintas. Desta forma, com Alfvén nasce a MHD. Grandes obras na literatura em teoria MHD foram inspiradas pela Astrofísica. Além de Alfvén [5], podem ser citados Cowling [6], Parker [7] e Priest [2], entre outros. É no campo astrofísico que se encontram muitos fenômenos na faixa de validade da teoria MHD ideal. A razão está nas grandes escalas de comprimento envolvidas.

Recentemente, vem sendo realizados muitos estudos no contexto solar basea-

dos na chamada *análise espectral MHD*. Esta consiste essencialmente na obtenção dos automodos em um plasma resultantes de pequenas perturbações a partir de uma configuração de equilíbrio do plasma. Deste modo, é possível analisar a estabilidade e instabilidade desta configuração de equilíbrio, bem como possíveis mecanismos de aquecimento do plasma. Alguns exemplos são os trabalhos de Goedbloed *et al.*, com seus estudos de ondas MHD em arcos coronais ancorados na fotosfera [8, 9], do espectro contínuo de Alfvén [10] nas mesmas condições, do aquecimento coronal [11] e na sugestão da chamada espectroscopia MHD no estudo da heliossismologia [12]; os trabalhos de Goossens *et al.* que vem explorando a questão das regiões de contínuos em vários sistemas tais como arcos coronais [13], manchas solares [14] e proeminências [15]; e os trabalhos de Azevedo *et al.* no estudo de oscilações em proeminências [16] e no aquecimento de arcos coronais [17, 18]. Tem-se verificado um grande progresso no uso de condições de contorno mais adequadas e desenvolvimento de eficazes códigos numéricos.

O presente trabalho segue a linha de pesquisa traçada no parágrafo anterior. O seu objetivo central é apresentar um modelo para o estudo da *natureza* das oscilações em estruturas típicas observadas no Sol que aparecem na forma de tubos de fluxo magnético. Os fatos relativos à variação radial são considerados ser mais relevantes do que aqueles relativos à variação longitudinal. O tubo de fluxo magnético nesta tese é considerado como sendo composto de duas camadas de plasma, onde os perfis de equilíbrio variam ao longo do raio. Faz-se um extenso estudo do espectro MHD ideal deste sistema. Muitos fatos novos surgem neste estudo, em especial os diversos modos globais combinados que apresentam natureza MHD (Alfvén, magnetossônico lento ou rápido) e caráter evanescente/oscilatório distintos nas duas camadas. Embora ênfase seja dada nesta tese a aplicações solares, o modelo encontra aplicações também em plasmas de fusão, bem como em outros sistemas astrofísicos.

Como uma das possíveis aplicações do modelo no contexto solar, aparece o

estudo das oscilações de tubos de fluxo magnético fotosféricos. Tais tubos de fluxo observados na fotosfera vão desde estruturas magnéticas pequenas, genericamente conhecidas como elementos magnéticos, até as manchas solares que seriam as maiores estruturas observadas, apresentando raios que podem chegar a algo em torno de dois raios terrestres. Na faixa intermediária, estão os nós magnéticos e os poros. O campo magnético médio encontra-se na faixa de alguns milhares de Gauss, não variando muito entre os diversos tipos de tubos de fluxo citados. Entre os tubos fotosféricos, escolhem-se as aplicações em manchas solares, onde oscilações da umbra e da penumbra são observadas na faixa de alguns minutos [19]. Neste caso, as duas camadas de plasma do modelo correspondem à umbra e à penumbra. Com o modelo proposto nesta tese, será visto que, pela primeira vez na literatura, os fenômenos de oscilação da umbra e da penumbra são tratados como modos *globais do sistema umbra mais penumbra*.

Aplicações são também propostas no estudo das oscilações na coroa solar. Através das imagens de raios X, os tubos de fluxo magnético coronais podem ser observados. Os mais nitidamente observados são chamados de arcos coronais. Porém, além destes arcos coronais, aparecem também outros tubos de fluxo magnético menos nítidos que compõem a sua vizinhança. Desta forma, a camada interna do presente modelo representa o arco coronal e a camada externa, a coroa solar vizinha. Assim, condições de contorno mais realísticas na direção radial podem ser consideradas. Os resultados estão em boa concordância com a observação de oscilações com períodos na faixa de frações de segundos a alguns segundos na coroa solar.

A tese encontra-se organizada em seis capítulos. O Capítulo 2 tem por objetivo descrever as equações que caracterizam a teoria MHD, bem como a sua linearização para pequenos deslocamentos do equilíbrio com ênfase na geometria cilíndrica. Define-se a chamada análise espectral MHD que é a base para a obtenção dos resultados que aparecem nos Capítulos 3, 4 e 5. A fim de que os

Capítulos 3, 4 e 5 possam se concentrar nos resultados obtidos e em sua análise e discussão, as equações empregadas nestes capítulos são apresentadas previamente no Capítulo 2. No Capítulo 3, discute-se a natureza dos modos MHD ideal que são obtidos no modelo proposto nesta tese para o estudo das oscilações em tubos de fluxo magnético de duas camadas. No Capítulo 4, a aplicação do modelo é feita ao estudo da natureza das oscilações em manchas solares. As oscilações das manchas solares são estudadas em dois regimes: o de baixos e o de altos valores de β , razão entre as pressões cinética e magnética. Também são feitas comparações entre os resultados obtidos com a escolha de perfis de equilíbrio contínuos e descontínuos na interface umbra - penumbra. No Capítulo 5, o modelo é aplicado ao estudo das oscilações na coroa solar, onde as duas camadas representam o arco coronal e a vizinhança formada por tubos de fluxo magnético mais tênues. Finalmente, no Capítulo 6, apresentam-se as conclusões e comentários finais. Esta tese apresenta ainda dois apêndices: o Apêndice A consiste dos passos seguidos por Goedbloed [20] na previsão dos chamados modos superficiais de Alfvén e o Apêndice B de um estudo preliminar em análise espectral MHD ideal para configurações de equilíbrio na presença de fluxo de massa.

Capítulo 2

Teoria MHD ideal

2.1 Introdução

Em essência, a teoria Magnetohidrodinâmica (MHD) pode ser vista como uma união da Mecânica de Fluidos com o Eletromagnetismo. A teoria MHD fornece uma descrição macroscópica de um fluido condutor na presença de campos magnéticos, os quais podem ser aplicados, produzidos por correntes que fluem no próprio fluido ou uma combinação dos dois. MHD estuda o comportamento do plasma no limite de baixas frequências, ou seja, muito menores do que a frequência ciclônica iônica. Como boas referências em teoria MHD podem ser citados os textos de Freidberg [21] e Goedbloed [20].

Existem três tipos de ondas que se propagam no plasma segundo a teoria MHD: *ondas magnéticas ou ondas de Alfvén*, provocadas pela tensão nas linhas do campo magnético e *ondas magnetossônicas lenta e rápida* conseqüentes da combinação dos efeitos das pressões cinética e magnética.

Uma grande quantidade de sistemas que vão desde os plasmas de laboratório até aqueles encontrados na natureza, como na magnetosfera, no Sol e demais estrelas, tem seu estudo baseado na teoria MHD.

2.2 Equações MHD

As equações MHD são constituídas pelas equações que regem a Dinâmica do Fluido e as equações de Maxwell, ou mais precisamente pré-Maxwell, uma vez que a corrente de deslocamento pode ser desprezada na maior parte das aplicações.

Estas equações são dadas por:

- Equação de continuidade de massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1)$$

- Equação de movimento

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad (2.2)$$

- Equação de estado adiabática

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{p}{\rho^\gamma} \right] = 0, \quad (2.3)$$

- Lei de Ohm

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}, \quad (2.4)$$

- Equações pré-Maxwellianas

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j}, \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.7)$$

onde \mathbf{v} é a velocidade de fluido ou macroscópica, \mathbf{j} é a densidade de corrente, \mathbf{B} é o campo magnético, p é a pressão, η é a resistividade, $\gamma = 5/3$ é a razão entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante e \mathbf{E} é o campo

elétrico. Utiliza-se o sistema gaussiano de unidades com $c = 1$ ou o sistema MKS com $\mu_0 = 1$. Para recuperar as quantidades, basta dividir B^2 , respectivamente, por 4π ou por μ_0 ,

Se o termo no lado direito da Equação (2.4) for desprezado (resistividade muito pequena), tem-se a chamada teoria MHD ideal. O limite ideal pode ser identificado de uma maneira mais adequada como o limite em que o número de Reynolds magnético, $R_m = vL/\eta$ (v representa uma velocidade típica, L , um comprimento característico e η , a resistividade) é muito grande. Esta condição é satisfeita em muitas das aplicações de interesse, em especial em plasmas astrofísicos onde os comprimentos característicos são muito grandes. Por exemplo, para sistemas de fusão controlada, R_m é da ordem de 10^9 e para plasmas solares, da ordem de 10^{13} . Todos os detalhes com relação à obtenção das equações MHD a partir da equação cinética de Vlasov podem ser encontrados, por exemplo, na referência [20].

As equações básicas que descrevem o equilíbrio são dadas por:

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j}, \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.10)$$

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0. \quad (2.11)$$

2.3 Equações MHD ideal linearizadas

As Equações (2.1) - (2.7) são linearizadas através da introdução do vetor ξ , o qual representa um pequeno deslocamento de um elemento de plasma em relação

à sua trajetória de equilíbrio. O vetor posição \mathbf{r} de um elemento do plasma que em $t = 0$ estava em \mathbf{r}_0 é dado por:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^0(t) + \boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}^0(t), t) \quad (2.12)$$

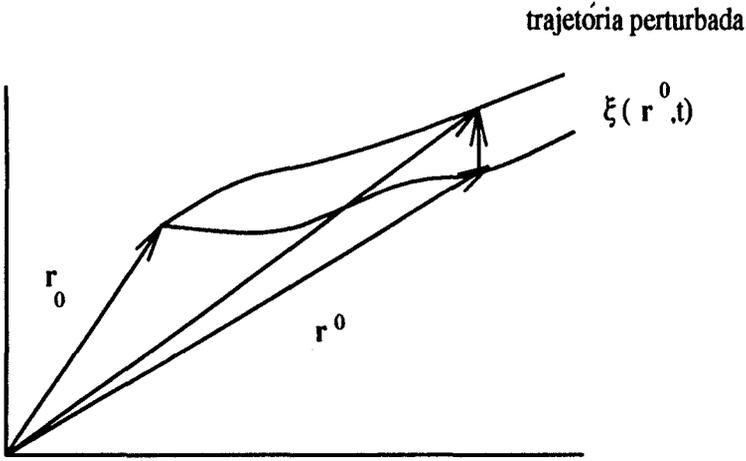


Figura. 2.1. Nesta figura, $\mathbf{r}^0(t)$ descreve a trajetória de equilíbrio e $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}^0(t), t)$ é o deslocamento a partir do equilíbrio.

A razão da escolha de $\boldsymbol{\xi}$ como uma função de \mathbf{r}^0 no lugar de \mathbf{r}_0 reside no fato de que, desta forma, pode-se admitir soluções da forma $\exp(-i\omega t)$.

Da Equação (2.12), em primeira ordem em $\boldsymbol{\xi}$, tem-se:

$$\nabla = \nabla^0 - \nabla^0 \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla^0 \quad (2.13)$$

A partir das equações MHD, as quantidades perturbadas em primeira ordem no deslocamento $\boldsymbol{\xi}$ são obtidas:

$$\rho(\mathbf{r}^0 + \boldsymbol{\xi}) = \rho^0(1 - \nabla^0 \cdot \boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla^0 \rho^0, \quad (2.14)$$

$$p(\mathbf{r}^0 + \boldsymbol{\xi}) = p^0(1 - \gamma \nabla^0 \cdot \boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla^0 p^0, \quad (2.15)$$

$$B(\mathbf{r}^0 + \boldsymbol{\xi}) = B^0 - B^0 \nabla^0 \cdot \boldsymbol{\xi} + B^0 \cdot \nabla^0 \boldsymbol{\xi}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}^0 + \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{v}^0 + \mathbf{v}^0 \cdot \nabla^0 \boldsymbol{\xi} + \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}. \quad (2.17)$$

onde $\rho^0 = \rho(\mathbf{r}^0)$, $p^0 = p(\mathbf{r}^0)$, $B^0 = B(\mathbf{r}^0)$ e $\mathbf{v}^0 = \mathbf{v}(\mathbf{r}^0)$.

Daqui por diante, por questões de simplicidade, as quantidades de equilíbrio aparecem sem o super-índice 0. A substituição das Equações (2.13) a (2.17) na equação de movimento e a consideração somente dos termos de perturbação em primeira ordem resultam na seguinte equação:

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} + 2\mathbf{G} \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} - \mathbf{F} \boldsymbol{\xi} = 0, \quad (2.18)$$

onde os operadores \mathbf{G} e \mathbf{F} são dados por:

$$\mathbf{G} \boldsymbol{\xi} = \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\xi}, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{F} \boldsymbol{\xi} = -\nabla p_1 - \mathbf{Q} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{Q}) + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{\xi} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\xi}), \quad (2.20)$$

com

$$p_1 = \gamma p \nabla \cdot \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{Q} = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}). \quad (2.22)$$

Para uma configuração de equilíbrio estático, tem-se $\mathbf{v} = 0$. Logo, os operadores \mathbf{G} e \mathbf{F} são dados por:

$$\mathbf{G} \boldsymbol{\xi} = 0, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{F} \boldsymbol{\xi} = -\nabla p_1 - \mathbf{Q} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{Q}). \quad (2.24)$$

Quando se admitem soluções do tipo $\exp(-i\omega t)$, a equação de movimento (Equação (2.18)) reduz-se à seguinte forma:

$$\mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \rho\omega^2\boldsymbol{\xi} + i2\omega\mathbf{G}\boldsymbol{\xi} = 0, \quad (2.25)$$

onde $\mathbf{F}\boldsymbol{\xi}$ e $\mathbf{G}\boldsymbol{\xi}$ são dados pelas Equações (2.19) e (2.20).

Para o caso de equilíbrio estático, tem-se:

$$\rho^{-1}\mathbf{F}\boldsymbol{\xi} = -\omega^2\boldsymbol{\xi}, \quad (2.26)$$

na qual $\mathbf{F}\boldsymbol{\xi}$ é dada pela Equação (2.24).

2.4 Análise espectral para o caso estático

A Equação (2.26) define o problema espectral MHD ideal linear no caso estático, caso no qual se concentram os resultados dos Capítulos 3, 4 e 5. O espectro do operador $\rho^{-1}\mathbf{F}$ (Equação (2.24)) consiste dos autovalores ω^2 . Estes autovalores são obtidos pela imposição das condições de contorno apropriadas e dependem do vetor de onda \mathbf{k} . Uma importante propriedade deste operador é que os seus autovalores ω^2 são sempre reais. Isto decorre do fato de que o operador $\rho^{-1}\mathbf{F}$ é auto-adjunto, ou seja, a seguinte relação pode ser verificada:

$$\int \boldsymbol{\eta} \cdot \rho^{-1}\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi})dV = \int \rho^{-1}\mathbf{F}(\boldsymbol{\eta}) \cdot \boldsymbol{\xi}dV, \quad (2.27)$$

onde a integral é calculada sobre o volume do plasma.

Os ω^2 positivos implicam em soluções estáveis (ondas), ao passo que ω^2 negativos, em instabilidades exponenciais.

2.4.1 Condições de contorno

As condições na interface plasma - plasma, as quais serão empregadas nos Capítulos 3, 4 e 5, são dadas por:

$$\langle p + \frac{B^2}{2} \rangle = 0, \quad (2.28)$$

$$\mathbf{n} \cdot \langle \mathbf{v} \rangle = 0, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{n} \times \langle \mathbf{E} \rangle = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \langle \mathbf{B} \rangle, \quad (2.30)$$

$$\mathbf{n} \cdot \langle \mathbf{B} \rangle = 0, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{n} \times \langle \mathbf{B} \rangle = \mathbf{K}. \quad (2.32)$$

onde \mathbf{n} representa a normal à interface entre os dois meios, \mathbf{K} , a densidade de corrente superficial e $\langle X \rangle$, o incremento da quantidade X através da interface.

Se a região de plasma estiver limitada por uma parede rígida perfeitamente condutora, as condições de contorno são:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0, \quad (2.33)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.34)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.35)$$

2.5 Ondas MHD ideal

Esta seção tem por objetivo apresentar as relações de dispersão para a onda de Alfvén e as ondas magnetossônicas lenta e rápida. Para tanto, considera-se um plasma infinito e homogêneo na presença de um campo magnético uniforme de módulo B_0 . As implicações do plasma ser limitado a uma região finita e da presença de inhomogeneidades são apresentadas na próxima seção para o caso cilíndrico.

Inicialmente, considera-se também a aproximação de plasma frio (temperatura e pressão cinética iguais a zero). Neste caso extremamente simples, a Equação (2.26) leva à seguinte relação de dispersão:

$$(\omega^2 - k_{\parallel}^2 v_A^2)(\omega^2 - k_{\parallel}^2 v_A^2 - k_{\perp}^2 v_A^2) = 0, \quad (2.36)$$

com

$$k_{\parallel} = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0}{B_0}, \quad v_A^2 = \frac{B_0^2}{\rho}, \quad k_{\perp} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{B}_0}{B_0}. \quad (2.37)$$

Aqui, k_{\parallel} e k_{\perp} são os componentes do vetor de onda paralelo e perpendicular ao campo magnético, respectivamente, e v_A é a velocidade de Alfvén.

Da Equação (2.36), podem ser obtidos dois modos independentes:

(1) O modo Alfvén de cisalhamento ou simplesmente modo de Alfvén:

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 v_A^2, \quad (2.38)$$

(2) O modo Alfvén compressional:

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 v_A^2 + k_{\perp}^2 v_A^2. \quad (2.39)$$

A Figura 2.2 ilustra a forma de propagação destes dois modos: (a) modo de Alfvén de cisalhamento e (b) modo de Alfvén compressional.

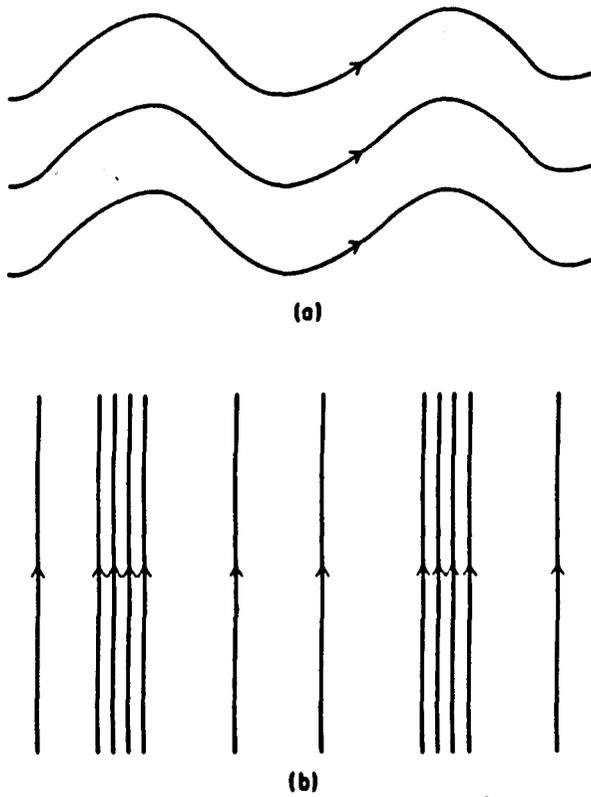


Figura 2.2 (a) O modo de cisalhamento propaga-se paralelo às linhas de campo magnético. (b) O modo compressional que se propaga provocando a compressão e rarefação da pressão magnética.

Ao introduzir a pressão cinética, aparecem os chamados modos magnetossônicos, cuja relação de dispersão é dada por:

$$\frac{\omega^2}{k^2} - \frac{(v_A^2 + v_c^2) \pm [v_c^4 + v_A^4 + 2v_c^2 v_A^2 \text{sen}^2 \theta]^{1/2}}{2} = 0, \quad (2.40)$$

onde $v_c^2 = \gamma p / \rho$. Aqui, “-” corresponde à onda magnetossônica lenta e “+” refere-se à onda magnetossônica rápida. O ângulo θ é aquele entre a direção de B_0 e k .

Observa-se que quando $p = 0$, a onda magnetossônica rápida reduz-se à onda Alfvén compressional (Equação (2.39)).

Na teoria MHD ideal, três tipos de onda são então obtidas: (1) a onda magnetossônica rápida que se transforma na onda sonora usual se o campo magnético não está presente, (2) a onda de Alfvén de cisalhamento ou simplesmente onda de Alfvén que se propaga ao longo do campo magnético e (3) a onda magnetossônica lenta.

Um importante ponto de distinção entre as três ondas é a sua polarização. As ondas de Alfvén são caracterizadas por um deslocamento ξ_A e uma perturbação do campo magnético Q_A perpendiculares a B de equilíbrio, enquanto sua propagação ocorre ao longo do campo magnético. Isto significa que são modos transversais. Por outro lado, as ondas magnetossônicas lenta e rápida podem ter componentes transversais e longitudinais.

2.6 Análise espectral MHD ideal em plasmas cilíndricos: equilíbrio estático

Tendo em vista que a geometria utilizada no modelo desta tese é a cilíndrica com as quantidades de equilíbrio dependendo somente da coordenada radial, todos os detalhes da análise espectral com os seus modos discretos e suas regiões de contínuo são descritos para este caso.

Considerando-se um plasma cilíndrico com simetria azimutal e axial, o deslocamento ξ pode ser escrito na forma:

$$\xi(\mathbf{r}, t) = (\xi_r(r), \xi_\theta(r), \xi_z(r)) \exp(-i\omega t + im\theta + ikz). \quad (2.41)$$

As quantidades de equilíbrio são funções somente da coordenada radial, r . Considera-se o campo magnético somente com componentes θ e z :

$$\mathbf{B} = (0, B_\theta(r), B_z(r)). \quad (2.42)$$

A equação resultante para o equilíbrio em coordenadas cilíndricas, obtida das Equações (2.8) e (2.9), é dada por:

$$\frac{d}{dr} \left(p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{B_\theta^2}{r} = 0, \quad (2.43)$$

onde $B^2 = B_\theta^2 + B_z^2$.

Assim, dois entre os três perfis, $p(r)$, $B_\theta(r)$ e $B_z(r)$, podem ser escolhidos e o terceiro fica determinado pela Equação (2.43). Observa-se que a densidade de massa, $\rho(r)$ não aparece na equação.

Uma análise de Fourier é feita nas Equações (2.21), (2.22) e (2.26), ou seja, admite-se a dependência espacial dada pela Equação (2.41). Eliminando-se as variáveis ξ_θ , ξ_z e os três componentes de \mathbf{Q} em favor de ξ_r e p_1 e introduzindo-se uma nova variável P (perturbação em primeira ordem da pressão total, cinética mais magnética) dada por:

$$P = p_1 + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}, \quad (2.44)$$

tem-se o seguinte sistema formado por duas equações diferenciais de primeira ordem em $r\xi$ e em P . Este sistema de equações foi obtido pela primeira vez por Appert *et al.* [22].

$$D \frac{d}{dr} (r\xi_r) = C_1 r \xi_r - r C_2 P, \quad (2.45)$$

e

$$D \frac{d}{dr} P = \frac{1}{r} C_3 r \xi_r - C_1 P, \quad (2.46)$$

onde $P = -\gamma p \nabla \cdot \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla p + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}$, sendo \mathbf{Q} dada por:

$$\mathbf{Q} = \nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{B}). \quad (2.47)$$

Os coeficientes nas Equações (2.45) e (2.46) são dados por:

$$D = \rho^2 (\gamma p + B^2) (\omega^2 - \omega_A^2) (\omega^2 - \omega_S^2), \quad (2.48)$$

$$C_1 = 2\frac{B_\theta}{r} \left\{ \rho^2 \omega^4 B_\theta - \frac{m}{r} F [\rho \omega^2 (\gamma p + B^2) - \gamma p F^2] \right\}, \quad (2.49)$$

$$C_2 = \rho^2 \omega^4 - \left(k^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) [\rho \omega^2 (\gamma p + B^2) - \gamma p F^2], \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} C_3 = & D \left[\rho \omega^2 - F^2 + 2B_\theta \frac{d}{dr} \left(\frac{B_\theta}{r} \right) \right] + \rho \omega^2 (\rho \omega^2 - F^2) \left(4 \frac{B_\theta^4}{r^2} \right) \\ & - [\gamma p (\rho \omega^2 - F^2) + \rho \omega^2 B_z^2] \left(4 \frac{B_\theta^2 F^2}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde

$$\omega_A^2 = \frac{F^2}{\rho}, \quad (2.52)$$

$$\omega_S^2 = \frac{\gamma p}{\gamma p + B^2} \frac{F^2}{\rho}, \quad (2.53)$$

$$F = \frac{m}{r} B_\theta + k B_z. \quad (2.54)$$

O sistema de equações dado pelas Equações (2.45) e (2.46) pode ser reduzido à equação conhecida como a equação Hain-Lüst [23], assim denominada por terem sido estes autores os primeiros a obtê-la:

$$\frac{d}{dr} \left[f(r, \omega^2) \frac{d}{dr} (r \xi_r) \right] - g(r, \omega^2) r \xi_r = 0, \quad (2.55)$$

na qual

$$f(r, \omega^2) = \frac{N}{rD}, \quad (2.56)$$

$$g(r, \omega^2) = -\frac{1}{r}(\rho\omega^2 - F^2) + \frac{d}{dr} \left(\frac{B_\theta^2}{r^2} \right) + \frac{4k^2 B_\theta^2}{r^2 D} (B^2 \rho\omega^2 - \gamma p F^2) - \frac{d}{dr} \left\{ \frac{2k B_\theta G}{r^2 D} [(\gamma p + B^2)\rho\omega^2 - \gamma p F^2] \right\}, \quad (2.57)$$

com

$$N = \rho^2(\gamma p + B^2)(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_S^2), \quad (2.58)$$

$$D = (\omega^2 - \omega_I^2)(\omega^2 - \omega_{II}^2), \quad (2.59)$$

$$G = \frac{m B_z}{r} - k B_\theta, \quad (2.60)$$

$$\omega_{I,II}^2 = \frac{1}{2\rho} \left(\frac{m^2}{r^2} + k^2 \right) (\gamma p + B^2) \times \left[1 \mp \left(1 - \frac{4\gamma p F^2}{(m^2/r^2 + k^2)(\gamma p + B^2)^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.61)$$

Com as condições de contorno apropriadas, o par de equações (2.45) - (2.46) ou, equivalentemente, a equação de Hain-Lüst pode ser resolvido obtendo-se o espectro dos autovalores ω^2 . Este espectro foi amplamente estudado, especialmente na década de setenta, em configurações do tipo “pinch” linear difuso [24–26, 22] em experimentos de plasma de laboratório tais como “ θ pinch”, “screw pinch” e “z-pinch”. Foi também estudada como primeira aproximação para estruturas toroidais de grande razão de aspecto R/a (razão entre o raio do toróide e o raio de sua seção reta) [27]. O espectro é caracterizado por apresentar componentes discreto e contínuo.

2.6.1 O espectro contínuo

O primeiro efeito da não homogeneidade é o aparecimento de dois espectros contínuos [22] na parte estável do espectro. Matematicamente, isto corresponde à existência de pontos singulares (ressonantes) $r = r_A$ e $r = r_S$, nos quais o coeficiente f na Equação (2.55) é zero. Isto ocorre quando:

$$\omega^2 = \omega_A^2(r_A), \quad (2.62)$$

ou

$$\omega^2 = \omega_S^2(r_S). \quad (2.63)$$

A faixa de ω^2 compreendida entre o mínimo e o máximo de $\omega_i^2(r)$ ($i = A, S$) no intervalo do plasma é representada por $\{\omega_i^2(r)\}$. Estas faixas, $\{\omega_A^2(r)\}$ e $\{\omega_S^2(r)\}$, correspondem aos conjuntos de autovalores impróprios e constituem os contínuos de Alfvén e de onda lenta. Estes estão associados a soluções com singularidades logarítmicas na superfície $r = r_A$ ou $r = r_S$. Estas regiões de contínuo costumam ser denominadas de conjuntos de autovalores *impróprios* pelo fato de um dos componentes do deslocamento ξ apresentar quadrado não integrável. O tipo de singularidade apresentada pelo componente ξ_r para os contínuos de onda lenta e de Alfvén é de quadrado integrável. Os componentes que têm quadrados não integráveis são aqueles tangentes ao campo magnético de equilíbrio. Para o contínuo de onda lenta, o componente tangente *paralelo* ao campo magnético é que é o componente de quadrado não integrável. Para o contínuo de Alfvén, é o componente tangente *perpendicular* ao campo magnético. Todos os detalhes são encontrados em [20].

Inicialmente, acreditou-se que existiam quatro regiões de contínuo no espectro [24] dado pela equação de Hain-Lüst. Além dos contínuos de Alfvén e de onda lenta, também as regiões definidas por $D = 0$ (Equação (2.59)) foram interpretadas como contínuos. O caso $D = 0$, associado a $f(r, \omega^2)$ (Equação (2.56)) infinito,

corresponderia à primeira vista à uma singularidade da equação de Hain-Lüst. Esta foi a razão pela qual inicialmente pensou-se que também as faixas $\{\omega_I^2\}$ e $\{\omega_{II}^2\}$ eram contínuos no espectro. Quando a equação de Hain-Lüst foi colocada posteriormente na forma equivalente àquela obtida por Appert *et al.* [22], ficou claro que somente $N = 0$, além de obviamente $r = 0$, poderia representar uma singularidade no problema. Ficou provado que $D = 0$ era apenas uma singularidade aparente: toda solução com $D = 0$ é regular.

O papel destes contínuos tem sido bastante estudado, em especial do contínuo de Alfvén. A relação entre a ressonância de Alfvén em plasmas não homogêneos e sua conexão com o aquecimento do plasma foi observada pela primeira vez por Grad [28]. Porém, um estudo mais detalhado veio alguns anos após com os trabalhos de Uberoi [29], Tataronis e Grossmann [30, 31] e Chen e Hasegawa [32]. O trabalho de Vaclavik e Appert pode ser citado como revisão no assunto [33].

Dentro da Física Solar, alguns trabalhos que tratam do papel dos contínuos em geometria cilíndrica podem ser citados. Tal como no contexto da fusão termo-nuclear controlada, também no Sol o papel do contínuo de Alfvén tem sido mais explorado em relação ao contínuo de onda lenta, em função de sua conexão com o aquecimento do plasma. Ionson [34] sugeriu a absorção ressonante de ondas de Alfvén como um possível mecanismo de aquecimento da coroa solar. O autor utilizou um tratamento cinético da absorção ressonante. Isto significa que foram incluídos os efeitos da inércia dos elétrons e do raio de Larmor dos íons não nulo. Ainda na questão do aquecimento da coroa solar via absorção ressonante, podem ser citados os trabalhos de Hollweg e Yang [35], Grossmann e Smith [36] e Poedts *et al.* [37, 11]. Um trabalho mais recente, onde levam-se em conta também as condições de contorno na fotosfera, deve-se a Halberstadt e Goedbloed [10].

Quanto ao contínuo da onda magnetossônica lenta, pode ser citado, o trabalho de Sakurai *et al.* [14], em que os autores estudam a sua relação com a absorção de modos p (acústicos) por manchas solares.

2.6.2 O espectro discreto

Além das regiões de contínuo, a equação de Hain-Lüst apresenta vários sub-espectros discretos. Em particular, todos os modos instáveis estão associados ao espectro discreto. Os modos discretos na equação de Hain-Lüst foram estudados detalhadamente por Goedbloed e Sakanaka nas referências [25, 26] e por Goedbloed, por exemplo na referência [27]. A determinação dos modos discretos em plasmas não homogêneos requer solução numérica, contrariamente ao espectro contínuo cujo estudo pode ser feito analiticamente em muitos casos. O método usual é o chamado “shooting method” (por exemplo, [38]). Detalhes são dados no Capítulo 3.

Uma equação do tipo Sturm-Liouville apresenta a propriedade de que as autofunções apresentam um número maior de zeros (maior número de oscilações no intervalo do plasma) à medida que se aumenta o autovalor correspondente. Sistemas que se comportam desta forma são chamados de *sturmianos*. Sistemas que apresentam a propriedade inversa, ou seja, número de zeros da autofunção diminui quando se aumenta o autovalor, são chamados de *anti-sturmianos*. Na equação de Hain-Lüst, pode-se observar que a presença do fator $f(r, \omega^2)$ (Equação (2.56)) faz com que esta não pertença à classe das equações do tipo Sturm-Liouville. A questão colocada por Goedbloed e Sakanaka [25] foi a seguinte: ainda assim alguma propriedade sturmiana poderia ser observada? Verificou-se que o espectro discreto fora das faixas $\{\omega_A^2\}$, $\{\omega_S^2\}$, $\{\omega_I^2\}$ e $\{\omega_{II}^2\}$ era sturmiano para regiões em que $f(r, \omega^2) > 0$ e anti-sturmiano para aquelas em que $f(r, \omega^2) < 0$. Em outras palavras, a propriedade sturmiana foi verificada estar presente de maneira parcial, na análise dos sub-espectros discretos separadamente. As faixas $\{\omega_I^2\}$ e $\{\omega_{II}^2\}$ que inicialmente foram interpretadas como contínuos [24], foram verificadas ser regiões de não monotonicidade: atuam como separadores matemáticos entre sub-espectros anti-sturmiano e sturmiano. Quanto à parte instável do espectro,

os modos são sempre sturmianos. A Figura 2.3 ilustra o espectro estável com os diversos sub-espectros discretos: magnetossônico lento, Alfvén e magnetossônico rápido. Obviamente, como as regiões de contínuos e separadores matemáticos dependem da escolha dos perfis de equilíbrio, alguns dos sub-espectros que aparecem na Figura 2.3 podem estar ausentes em alguns casos. Esta figura apresenta, por questões de clareza, o caso onde os diferentes sub-espectros não apresentam superposição.

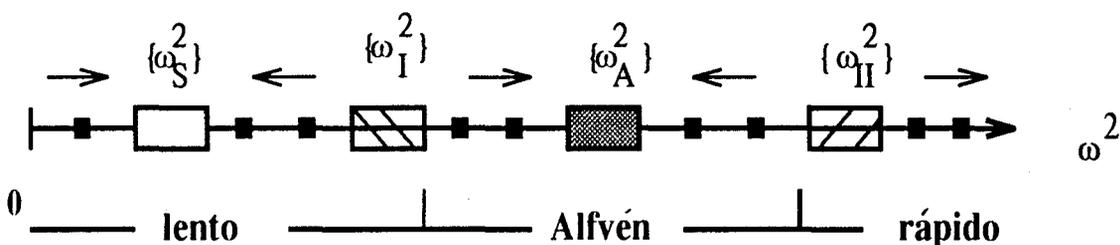


Figura 2.3. Figura esquemática do espectro obtido da equação de Hain-Lüst. As setas para direita e para esquerda indicam as regiões sturmiana e anti-sturmiana, respectivamente.

A observação em experimentos no tokamak TCA [39] de estreitos picos de absorção para frequências próximas ao mínimo do contínuo de Alfvén foi a primeira forte evidência experimental da existência dos chamados modos discretos de Alfvén ou automodos globais da onda de Alfvén. Analisando-se o comportamento das equações MHD ideal próximo ao mínimo do contínuo de Alfvén, via análise WKB, Appert *et al.* [40] estudaram as propriedades gerais destes modos. Os autores obtiveram uma relação de dispersão para estes modos onde fica clara a importância do componente azimutal do campo magnético ou, equivalentemente, da presença da corrente axial. Um novo mecanismo de aquecimento do plasma foi proposto por estes autores tendo sido chamado de aquecimento por ressonância

de automodo de Alfvén, em contraste ao já conhecido aquecimento por absorção ressonante no contínuo de Alfvén. As propriedades dos modos globais de Alfvén também foram estudados por Mahajan *et al.* [41] através da inclusão dos efeitos de ω/ω_{ci} finito para plasma cilíndrico.

Em plasmas solares, recentemente, Azevedo *et al.* [16] descreveram as oscilações em proeminências arciformes observadas na atmosfera solar como manifestações da propagação de modos discretos de Alfvén. Também Keppens *et al.* [15] estudaram as oscilações em arcos coronais e proeminências.

2.7 Análise espectral MHD ideal em plasmas cilíndricos: equilíbrio em presença de fluxo de massa

Nesta seção, inclui-se uma velocidade de equilíbrio na seguinte forma:

$$\mathbf{v} = (0, v_\theta(r), v_z(r)). \quad (2.64)$$

Neste caso, as quantidades no equilíbrio devem satisfazer à seguinte equação:

$$\frac{d}{dr} \left(p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{B_\theta^2}{r} = \frac{\rho v_\theta^2}{r}. \quad (2.65)$$

Seguindo-se o mesmo procedimento adotado por Appert *et al.* [22] para o caso estático, um par de equações diferenciais de primeira ordem em $r\xi_r$ e em P pode ser obtido [42]:

$$AS \frac{d}{dr} (r\xi_r) = C_1 r\xi_r - rC_2 P, \quad (2.66)$$

$$AS \frac{d}{dr} P = \frac{1}{r} C_3 r\xi_r - C_1 P, \quad (2.67)$$

onde

$$A = \rho\Omega^2 - F^2, \quad (2.68)$$

$$S = (B^2 + \gamma p)\rho\Omega^2 - \gamma p F^2, \quad (2.69)$$

$$C_1 = \rho\Omega^2 R/r - 2mST/r^2, \quad (2.70)$$

$$C_2 = \rho^2\Omega^4 - (k^2 + m^2/r^2)S, \quad (2.71)$$

$$C_3 = ASC_1 - 4ST^2/r^2 + R^2/r^2, \quad (2.72)$$

$$C_4 = A + r \frac{d}{dr} \left(\frac{B_\theta^2 - \rho v_\theta^2}{r^2} \right), \quad (2.73)$$

com

$$\Omega = \omega + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}, \quad (2.74)$$

$$T = FB_\theta - \rho\Omega v_\theta, \quad (2.75)$$

$$R = (2B_\theta^2 - \rho v_\theta^2)A + 2B_\theta FT. \quad (2.76)$$

Este sistema de equações pode ser reduzido à uma equação diferencial de segunda ordem em ξ_r , análoga à equação de Hain-Lüst [42]:

$$\frac{d}{dr} \frac{AS}{rC_2} \frac{d(r\xi_r)}{dr} - \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{C_1}{rC_2} \right) + \frac{C_5}{rC_2} - \frac{C_4}{r} \right] r\xi_r = 0, \quad (2.77)$$

onde

$$C_5 = r^{-2}(k^2 + m^2/r^2)[\rho\Omega^2(2B_\theta^2 - \rho v_\theta^2)^2 - \rho^2 v_\theta^2(2B_\theta\Omega - Fv_\theta)^2] \\ + (4T^2/r^2)(\rho\Omega^2 - k^2\gamma p) - (4Tm/r^3)\rho\Omega^2(2B_\theta^2 - \rho v_\theta^2). \quad (2.78)$$

Como uma boa referência na questão do estudo de estabilidade em plasmas cilíndricos com fluxo de equilíbrio, pode ser citado o trabalho de Bondeson *et al.* [42] em que as equações desta seção são apresentadas. Contrariamente ao caso estático, autovalores ω complexos podem ser obtidos. Porém, pode-se observar

que os contínuos de Alfvén e de onda lenta continuam situados sobre o eixo real de ω . Agora, estes encontram-se deslocados, em relação ao espectro contínuo estático, por uma quantidade que depende da velocidade.

Um código numérico foi desenvolvido para tratar do estudo do espectro em presença de fluxos de equilíbrio. Alguns resultados preliminares aparecem no Apêndice B.

Capítulo 3

Análise espectral MHD ideal em tubos de fluxo magnético de duas camadas

3.1 Introdução

O objetivo do presente trabalho é o estudo de oscilações em tubos de fluxo magnético com variação radial quando constituídos de duas regiões de plasma com características distintas. Neste capítulo, os perfis de equilíbrio são considerados descontínuos na interface entre as duas regiões. Apresenta-se um modelo que permitirá a análise do espectro MHD ideal dentro de uma situação onde um número maior de modos pode ser obtido em relação ao espectro dos modelos contínuos na interface entre os dois meios. Alguns aspectos do estudo de oscilações, utilizando modelos cilíndricos de duas camadas, foram abordados no contexto solar por Edwin e Roberts [43], Abdelatif [44] e Evans e Roberts [45]. Estes autores consideraram os perfis de campo magnético, pressão cinética e densidade de massa como constantes em ambas as camadas, além de uma segunda camada ilimitada. Neste caso, a discussão limitou-se a um tratamento analítico, evitando-se procedimentos numéricos.

O estudo proposto nesta tese é bastante mais geral quando comparado aos estudos anteriores citados acima, possibilitando a consideração de um número maior de situações, permitindo o tratamento de sistemas não homogêneos. A

análise espectral MHD concentra-se no lado estável do espectro. Isto deve-se ao fato de que as aplicações nas quais se concentra o interesse são as oscilações de tubos de fluxo solares cujos períodos típicos são muito menores do que o tempo de vida médio destas estruturas. Por exemplo, para arcos coronais com tempos de vida da ordem de várias horas, os períodos de oscilação estão na faixa de frações de segundos a alguns poucos segundos e para manchas solares com tempos de vida que vão de algumas semanas podendo chegar até a alguns poucos meses, estão na faixa de minutos. A aplicação do estudo apresentado neste capítulo à classificação dos modos de oscilação em manchas solares é abordada no Capítulo 4 e em arcos coronais, no Capítulo 5. Entre os tubos fotosféricos, as manchas solares são escolhidas pois, devido ao seu grande tamanho, muitos dados observacionais referentes aos períodos das oscilações são disponíveis. O mesmo não ocorre para tubos de diâmetros menores até o presente: a estimativa dos períodos fica prejudicada pela limitação dos dados observacionais que exigem um poder de resolução dos instrumentos de observação muito maior do que aquele exigido para as manchas solares.

Um código numérico foi desenvolvido utilizando-se o FORTRAN como linguagem de programação, o qual enquadra-se na classe de problemas de condições de contorno. O “shooting method” é empregado em sua solução. As equações básicas já foram apresentadas no Capítulo 2. No presente capítulo, apresenta-se a técnica utilizada na obtenção das soluções numéricas, bem como a discussão destes resultados. O principal fato é o aparecimento de novos modos na região espectral entre os dois ramos do contínuo de Alfvén.

3.2 O modelo

O modelo consiste de um tubo de fluxo magnético de duas camadas que é definido por duas regiões concêntricas com características físicas distintas [46, 47].

Utilizam-se coordenadas cilíndricas (r, θ, z) . O plasma de raio r_1 representa a região “1” e o plasma que ocupa a região $r_1 < r < r_2$, região “2”. Daqui por diante, r é normalizado pelo raio r_1 . Isto implica que a interface região 1 - região 2 está situada em $r = 1, 0$.

a) O campo magnético

O campo magnético pode ser escrito em ambas as regiões como $B_i = (0, B_{\theta i}(r), B_{zi})$ $i = 1, 2$, onde a componente azimutal em cada região é dada por:

$$B_{\theta 1}(r) = \frac{j_0}{2} \left(1 - \frac{r^2}{2}\right) r, \quad (3.1)$$

$$B_{\theta 2}(r) = \frac{j_0}{4r}, \quad (3.2)$$

o que significa que se admite uma densidade de corrente longitudinal na região 1 na forma:

$$j_z = j_0(1 - r^2), \quad (3.3)$$

com j_0 igual a um valor constante.

Os componentes longitudinais B_{zi} são constantes em cada região, porém com valores diferentes. A mudança abrupta deste componente na interface entre os dois meios é devido a uma densidade de corrente superficial azimutal. As quantidades de campo magnético, daqui por diante, são normalizadas por B_{z1} .

b) A pressão cinética

A condição de equilíbrio em coordenadas cilíndricas é dada, em caso de equilíbrio estático, pela seguinte equação:

$$\frac{d}{dr} \left(p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{B_\theta^2}{r} = 0. \quad (3.4)$$

Da equação anterior, tem-se que a pressão cinética deve assumir a seguinte forma:

$$p_1(r) = p_0 - \frac{j_0^2}{4} \left(1 - \frac{3r^2}{4} + \frac{r^4}{6} \right) r^2, \quad (3.5)$$

$$p_2(r) = \text{constante.} \quad (3.6)$$

Considerando-se que a pressão total deve ser contínua na interface entre as duas regiões, tem-se que o valor constante para pressão na região 2 é dado por:

$$p_2(r) = p_0 - \frac{5}{48}j_0^2 - \frac{1}{2}B_{z2}^2 + \frac{1}{2}, \quad (3.7)$$

onde $B_{z1} = 1,0$ e $r_1 = 1,0$ foram consideradas.

c) A densidade de massa

A densidade de massa é considerada ser aproximadamente proporcional à pressão cinética para cada região na forma:

$$\rho_i = \rho_{i,0} p_i \quad i = 1, 2, \quad (3.8)$$

onde $\rho_{i,0}$ é constante. A consideração de equação de estado tipo gás ideal é bastante bem aceita para estes sistemas solares [2, 48].

Os perfis de equilíbrio acima descritos podem representar uma ampla gama de tubos de fluxo magnético solares. Por exemplo, existem tubos de fluxo que apresentam campos magnéticos helicoidais e outros que apresentam campos predominantemente longitudinais. Estes dois casos podem ser considerados, respectivamente, por $j_0 \neq 0$ e $j_0 = 0$. Existem, ainda, os usualmente denominados tubos de fluxo isolados e não isolados. Exemplos de tubos isolados são os tubos fotosféricos em geral e de não isolados, os coronais. Ambos podem ser tratados pelo ajuste de B_{z2} : $B_{z2} = 0$ e $B_{z2} \neq 0$, respectivamente.

Alguns comentários devem ser feitos nas aplicações fotosféricas. Os tubos fotosféricos em geral apresentam uma abertura em forma de leque das linhas do campo magnético ao penetrar na região da cromosfera. Neste caso, aparece também o componente radial do campo magnético. Entretanto, a consideração dos três componentes simultaneamente levaria à uma tarefa numérica excessivamente árdua, não tendo registro até o momento na literatura. Nesta tese, opta-se

por adotar campos magnéticos helicoidais e restringir a altura do cilindro a regiões da fotosfera onde o campo ainda não apresenta componente radial significativa.

3.3 Resultados numéricos

3.3.1 O procedimento numérico

O conjunto das equações MHD ideal descreve ambas as regiões de plasma no presente modelo. Conforme já apresentado no Capítulo 2, em um plasma cilíndrico simétrico que apresenta variação radial, o problema espectral [49] é reduzido a uma única equação diferencial de segunda ordem para o componente radial da perturbação ξ_r , conhecida como equação de Hain-Lüst [23]. O método numérico inicia-se pela substituição desta equação de *segunda ordem* por *duas* equações de *primeira ordem*. Opta-se pela escolha feita por Appert *et al.*, (Equações (2.45) e (2.46)). O par de equações de primeira ordem é resolvido utilizando-se as seguintes condições de contorno:

(a) Condição de contorno em $r = 0$.

É feita uma análise das equações diferenciais (2.45) e (2.46) em torno de $r = 0$, o qual é um ponto singular. Para tanto, as variáveis dependentes $r\xi_r$ e P (perturbação em primeira ordem da pressão total) são escritas como séries de Frobenius do tipo:

$$Y = r^s(Y_0 + Y_1r + \dots) \quad (Y_0 \neq 0) \quad (3.9)$$

onde s e Y_i 's são constantes.

Os coeficientes de mesma potência de r são igualados a zero. A menor potência de r dá origem à chamada equação indicial, quadrática em s . Como solução desta equação tem-se $s = \pm m$. Portanto, a solução que é regular em $r = 0$ é da forma:

$$r\xi_r = r^m \quad (3.10)$$

Desta forma, a seguinte condição de contorno deve ser imposta em $r = 0$:

$$r\xi_r = 0 \quad (3.11)$$

(b) Condição de contorno em $r = r_2$.

O componente radial do deslocamento, ξ_r é nulo em r_2 . Isto significa que a análise das oscilações do tubo de fluxo magnético restringe-se à uma região finita.

As funções $r\xi_r$ e P são contínuas em todo o intervalo de integração, incluindo-se a interface entre as duas regiões de plasma (vide condições na interface plasma-plasma no Capítulo 2). Deve-se observar que em geral a derivada de $r\xi_r$ não é contínua nesta interface (observe a Equação (2.45)).

Quando equações diferenciais devem satisfazer a condições de contorno bem definidas em mais de um ponto da variável dependente, o problema resultante é denominado um problema de contorno em dois pontos. Este nome vem do fato de que o caso mais comum é aquele em que condições de contorno são impostas em dois pontos, usualmente os pontos de partida e fim de integração das equações.

A diferença entre esta classe de problemas e aquela dos chamados problemas de valor inicial é que, no segundo caso, parte-se de soluções aceitáveis no ponto inicial (valores iniciais) e avança-se ao longo do intervalo por integração numérica até o seu fim. Obtém-se, assim, a solução das equações. A integração necessita ser feita somente uma vez. Por outro lado, na classe dos problemas de contorno, a integração das equações a partir dos valores aceitáveis das variáveis dependentes no ponto inicial não leva, em geral, a soluções que satisfazem as condições impostas no ponto final do intervalo de integração. Portanto, os problemas de contorno levam a um esforço bastante maior quando comparados com aqueles de valor inicial, exigindo-se que a integração seja feita um número muito grande de vezes. No chamado "shooting method", tentativas vão sendo feitas através do ajuste de parâmetro(s) livre(s), integrando-se as equações quantas vezes forem

necessárias até que a diferença entre os valores finais obtidos e as condições de contorno impostas torne-se desprezível.

Retornando à questão da solução das Equações (2.45) e (2.46), com as condições de contorno (a) e (b) citadas acima, o método numérico desenvolvido para esta tese passa a ser descrito.

Dados $r\xi_r$ e P no ponto inicial $r = 0$, calculam-se as suas derivadas em relação a r através das Equações (2.45) e (2.46). Os valores de $r\xi_r$ e P no ponto seguinte do intervalo de integração são obtidos através de um método do tipo Runge-Kutta de segunda ordem, o qual será descrito adiante. Isto é feito ponto a ponto até o final do intervalo. Claramente, a única dificuldade que pode surgir ao longo da integração é a ocorrência de singularidades $D = 0$ (Equação (2.48)), correspondentes aos contínuos de Alfvén e onda lenta. No presente trabalho, existem duas regiões de plasma com características distintas e, portanto, os contínuos ocorrem nas duas regiões em diferentes faixas. Diz-se que existem dois ramos dos contínuos de Alfvén e de onda lenta. Para evitar as singularidades, a procura de soluções é feita sempre fora das regiões de contínuo de ambas as regiões de plasma. O parâmetro livre deste problema é ω^2 . Os valores de ω^2 para os quais as condições de contorno são satisfeitas são os autovalores do problema. Os autovalores ω^2 a serem encontrados farão parte do espectro discreto do sistema. Os passos seguidos na obtenção deste espectro são:

1- Escolhem-se os parâmetros de equilíbrio que melhor caracterizam o sistema a ser estudado. Para o conjunto de perfis apresentados neste capítulo, estes parâmetros são p_0 , B_{z2} , $\rho_{2,0}$ e j_0 . Também são escolhidos um dado par de números de onda k e m .

2- Com a escolha dos parâmetros de equilíbrio, ficam definidas as regiões do espectro que correspondem a singularidades: os contínuos de Alfvén e de onda lenta para as duas regiões de plasma. Como estas regiões são evitadas, formam-

se vários intervalos de ω^2 positivos (modos estáveis) onde podem ocorrer modos discretos. Escolhe-se um destes intervalos.

3- O intervalo escolhido para procura de autovalores é dividido em 500 partes iguais. Para cada um destes intervalos, verificar-se-á se ocorre ou não um autovalor, segundo métodos a seguir.

4- Escolhe-se o primeiro dos 500 valores citados no item anterior. Com este valor de ω^2 e os parâmetros de equilíbrio e de onda, integram-se as Equações (2.45) e (2.46) até o ponto final $r = r_2$. O intervalo de $r = 0$ a $r = r_2$ é dividido em intervalos Δr de largura 0,01. Para cada avanço, a sub-rotina de integração baseada no método de Runge-Kutta de segunda ordem é utilizada. A base do método é apresentada resumidamente. Considere um sistema de equações diferenciais na forma:

$$\frac{dy_i}{dx} = f(x, y_1, \dots, y_N) \quad i = 1, \dots, N \quad (3.12)$$

A solução avança de um ponto x_n a $x_{n+1} = x_n + h$ pelo uso da seguinte expressão para cada um dos y_i :

$$y_{n+1} = y_n + k_2 + O(h^3), \quad (3.13)$$

onde

$$k_1 = hf(x_n, y_n), \quad (3.14)$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right). \quad (3.15)$$

Um método é convencionalmente dito ser de n -ésima ordem quando o erro é da ordem h^{n+1} . Em segunda ordem, utiliza-se a derivada no ponto inicial, x_n , para obter um ponto no meio do intervalo h . Então, utiliza-se a derivada neste ponto intermediário para o cálculo de y_{n+1} .

Assim, o método é empregado um número de vezes igual ao número de pontos de rede no qual o intervalo total de integração é dividido até atingir o ponto final,

r_2 . Neste ponto, verifica-se o valor de $r\xi_r$. Se este for diferente de zero, o que ocorre em geral, outro valor de ω^2 deve ser testado.

5- Todo o processo descrito no item 4 é repetido para um novo valor de ω^2 . Chega-se a um novo valor de $r\xi_r$ em $r = r_2$. Verifica-se se houve mudança de sinal deste valor em relação ao obtido para o ω^2 anterior.

6- O procedimento vai se repetindo até que o intervalo entre dois valores de ω^2 para os quais ocorre mudança de sinal em $r\xi_r$ em $r = r_2$ é localizado. Isto significa que neste intervalo deve haver um ω^2 para o qual o valor de $r\xi_r$ é nulo em r_2 . Divide-se este intervalo em N sub-intervalos para que se possa encontrar o sub-intervalo no qual o zero ocorre. Neste estágio, já se tem um valor bastante próximo de ω^2 autovalor. Para chegar a um valor mais preciso, utiliza-se o método de Newton-Raphson. Brevemente:

$$f(x + \delta) \simeq f(x) + f'(x)\delta + \frac{f''(x)}{2}\delta^2 + \dots \quad (3.16)$$

Para δ bastante pequeno e funções bem comportadas, os termos além do linear podem ser desprezados. Portanto, $f(x + \delta) = 0$ implica em:

$$\delta = -\frac{f(x)}{f'(x)} \quad (3.17)$$

assim, $x_{procurado} = x_{anterior} + \delta$.

7- Uma vez realizada a procura por autovalores no intervalo de ω^2 citado no item 2, um novo intervalo fora dos contínuos é escolhido e todo o processo se repete. Desta forma, assegura-se que todos os modos discretos estáveis, dentro das limitações presentes em qualquer procedimento numérico, são localizados.

3.3.2 O espectro

A Figura 3.1a mostra o espectro esquemático para um plasma cilíndrico de uma camada [20]. Figura semelhante já foi apresentada no Capítulo 2, porém a sua

presença ao lado da Figura 3.1b é importante a título de comparação entre os dois casos. Além das regiões de modos discretos e dos contínuos lento e de Alfvén, aparecem também na Figura 3.1a e b as regiões dos separadores matemáticos $\{\omega_I^2\}$ e $\{\omega_{II}^2\}$: separam região de comportamento anti-sturmiano daquela de comportamento sturmiano. Dentro dos separadores matemáticos podem também ser obtidas soluções. Mais uma vez, vale destacar que são apenas duas as regiões de contínuo no espectro de um plasma cilíndrico com variação radial. O espectro da Figura 3.1a é um espectro típico onde todos os sub-espectros estão presentes. Muitas vezes, alguns sub-espectros estão ausentes. Obviamente, isto depende diretamente dos perfis de equilíbrio que caracterizam o sistema em estudo.

Na Figura 3.1b, aparece o espectro para os perfis de equilíbrio da Seção 4.2 com $k = 11, 0$, $m = 3$, $p_0 = 0, 05$, $B_{z2} = 0, 4$, $\rho_{2,0} = 0, 6$ e $j_0 = 0, 4$. Alguns dos modos discretos obtidos são apresentados na Figura 3.1b e rotulados com algarismos de 1 a 9. Estes foram escolhidos por constituírem um conjunto bastante representativo de soluções. Os outros modos obtidos que não estão representados na Figura 3.1b mantêm o mesmo comportamento geral e a discussão que se segue permanece válida para todos estes modos. Outro ponto importante a ser destacado é que os parâmetros de equilíbrio e os números de onda k e m escolhidos são um conjunto que serve como exemplo. Este conjunto representa um tubo de fluxo helicoidal cercado por um outro meio com campo magnético mais fraco e densidade e pressão mais altas. Naturalmente, uma ampla variação de parâmetros é permitida e continua-se obtendo soluções. A discussão deste capítulo limita-se a este conjunto em particular por ser suficiente para ilustrar os fatos básicos da análise espectral.

No espectro de duas camadas (Figura 3.1b), as regiões de contínuo apresentam dois ramos: um para cada camada de plasma. Isto vem da descontinuidade assumida nos perfis de equilíbrio na transição da primeira para a segunda camada de plasma. Desta forma, novas regiões espectrais aparecem e, conseqüentemente, modos com novas características, como será visto na seção seguinte.

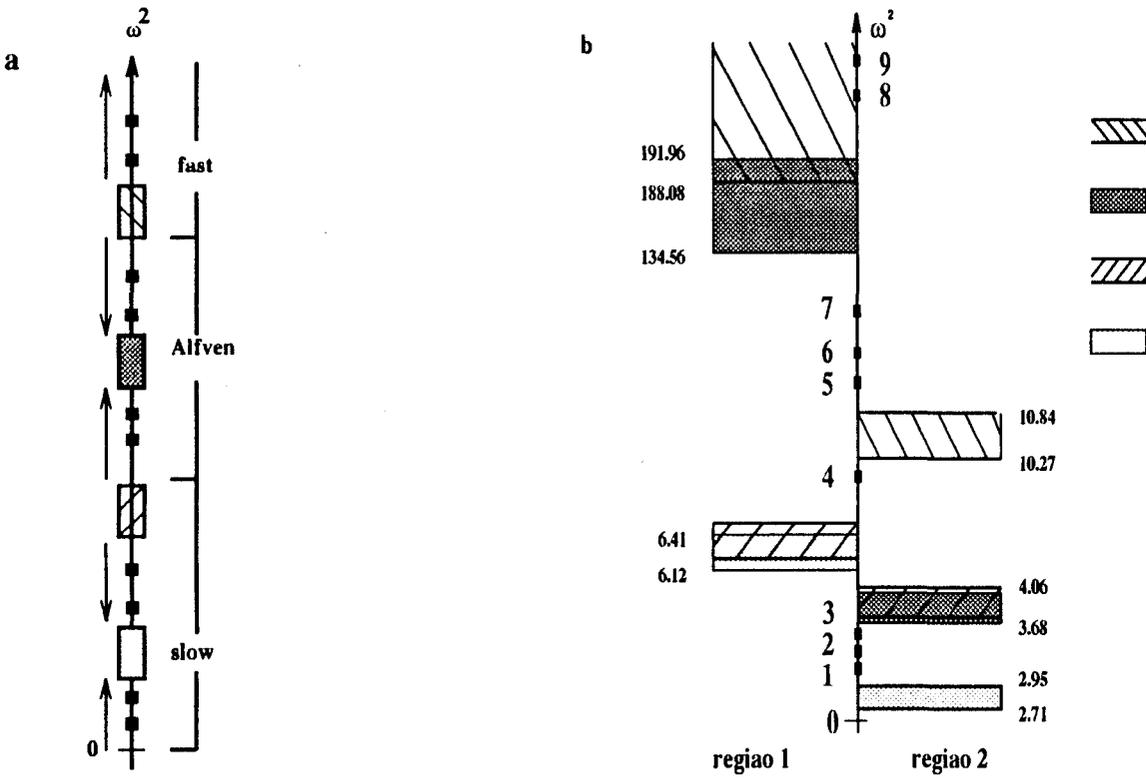


Figura 3.1. Em a, um espectro *esquemático* para um sistema com uma coluna. Em b, o espectro para duas camadas do presente modelo com $k = 11, 0$, $m = 3$, $p_0 = 0, 05$, $B_{z2} = 0, 4$, $\rho_{2,0} = 0, 6$ e $j_0 = 0, 4$. As setas para cima e para baixo indicam comportamento sturmiano e anti-sturmiano, respectivamente. Os valores de ω^2 que aparecem em b são normalizados.

3.3.3 A classificação dos modos

Os modos discretos obtidos são classificados quanto a:

(a) o seu caráter evanescente ou oscilatório: isto pode resultar em modos combinados, em modos superficiais concentrados na interface entre as duas regiões ou em modos oscilatórios.

(b) a sua natureza MHD (Alfvén, magnetossônico rápido ou lento), podendo também resultar em modos puros ou combinados.

Com relação ao ponto (b), o critério de classificação é dado pela análise dos componentes de ξ e Q . Em outras palavras, pela polarização dos modos. Para um modo de Alfvén, o movimento do plasma e a perturbação do campo magnético são perpendiculares ao campo magnético de equilíbrio, enquanto a sua propagação dá-se ao longo do campo magnético. Em outras palavras, são modos transversais. Por outro lado, modos magnetossônicos lento e rápido podem ter componentes transversais e longitudinais.

Na Figura 3.2, aparecem as autofunções ξ_r como funções de r para os modos rotulados de 1 a 3 na Figura 3.1b. Na faixa espectral em que se encontram estes modos, a região de plasma 1 não é perturbada. Na região 2, os modos oscilam e apresentam um comportamento anti-sturmiano: ω^2 diminui com o número de zeros de ξ_r . Estes modos podem ser classificados como modos magnetossônicos lentos relativos à região 2. Na Figura 3.3, aparecem os três componentes de Q para o modo número 1: o componente radial e os componentes tangentes paralelo e perpendicular ao campo magnético de equilíbrio. Pode-se observar que os três componentes contribuem para o Q total, caracterizando, junto com sua posição no espectro (proximidade do contínuo lento), modos de natureza magnetossônica lenta em relação à segunda camada de plasma. A análise dos outros dois componentes de ξ , leva às mesmas conclusões, o mesmo valendo também para os modos números 2 e 3.

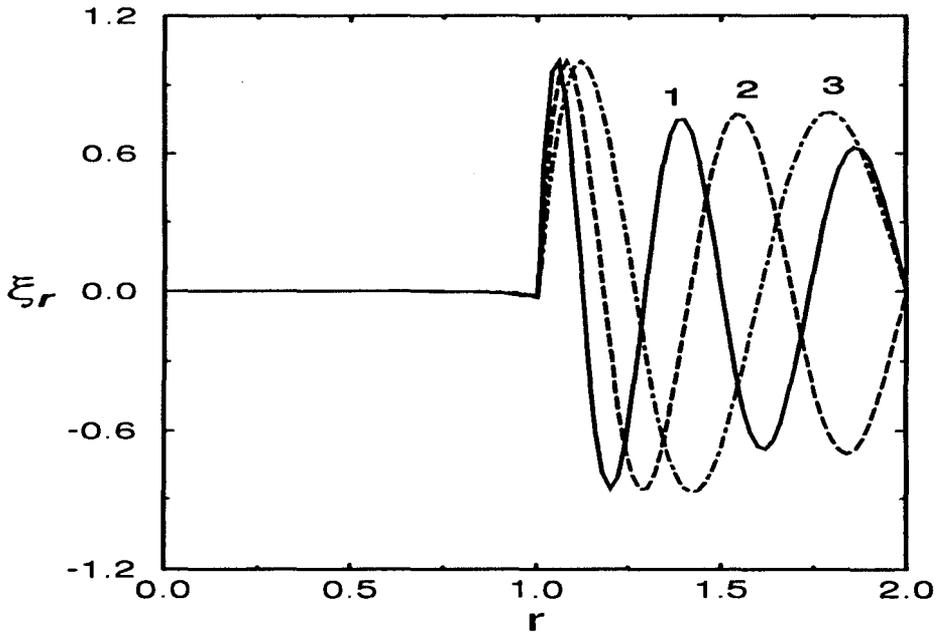


Figura 3.2. As autofunções normalizadas, ξ_r , como funções de r correspondentes aos modos 1 a 3 na Figura 3.1b. Modos 1, 2 e 3 apresentam ω^2 respectivamente iguais a 3,02, 3,09 e 3,21 (valores normalizados). Estes modos não perturbam o plasma na região 1 e mostram comportamento oscilatório na região 2, onde apresentam comportamento anti-sturmiano. Na região 2, apresentam caráter de onda magnetossônica lenta.

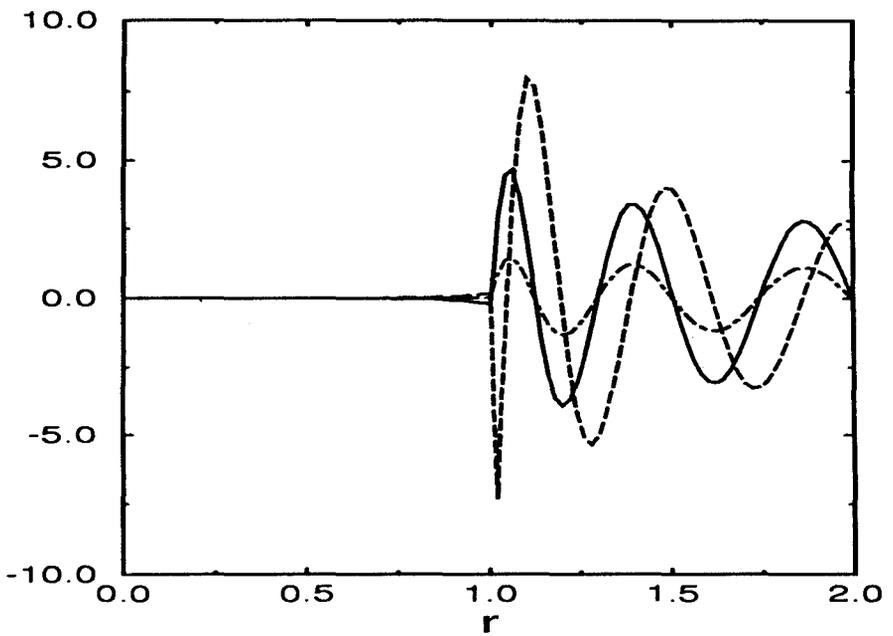


Figura 3.3. Os três componentes da perturbação do campo magnético, Q , como funções de r para o modo representado pelo número 1 (Figura 3.1b). A curva cheia representa o componente radial, a curva tracejada representa o componente tangente paralelo ao campo magnético e a curva ponto-tracejada, o componente tangente perpendicular ao campo magnético.

Na Figura 3.4, aparece o modo que é evanescente nas duas camadas do tubo rotulado como número 4: trata-se, portanto, de um modo superficial classificado por Goedbloed [20] como modo superficial de Alfvén. A existência deste modo foi demonstrada analiticamente por Goedbloed como consequência da descontinuidade na região do contínuo de Alfvén. Em outras palavras, na presença de descontinuidade no contínuo de Alfvén, é prevista a existência de um modo superficial global entre os dois ramos do contínuo. Os passos seguidos por Goedbloed em sua demonstração para a existência deste modo são apresentados no Apêndice A. Aqui, fica comprovada numericamente a existência deste modo.

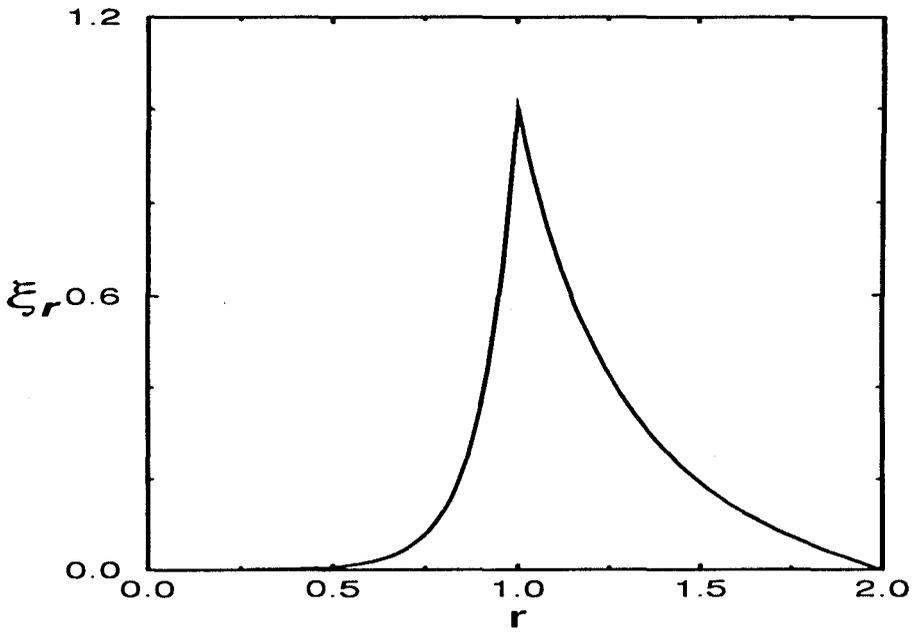


Figura 3.4. A autofunção ξ_r como função de r relativa ao modo 4 (Figura 3.1b). Este modo tem ω^2 igual a 9,88. Trata-se de um modo de Alfvén superficial típico e encontra-se entre os dois ramos do contínuo de Alfvén, porém abaixo da faixa $\{\omega_{II}^2(r)\}$ na região 2.

Um fato novo, porém, surge no presente trabalho: além do modo 4, aparecem os modos 5, 6 e 7 que também estão situados entre os contínuos de Alfvén. Estes modos aparecem na Figura 3.5 e pode-se observar que são modos para os quais *todo o plasma* oscila na região 2. Portanto, a classificação como modos *superficiais* não é adequada. Estes modos não se enquadram na mesma classe dos modos do tipo 4 (Figura 3.4), embora estejam situados também entre os dois ramos do contínuo de Alfvén. Além disso, deseja-se deixar claro que estes modos combinados com característica evanescente/oscilatória apresentam natureza de onda de Alfvén somente na região 1. Na região 2, a natureza é *magnetossônica rápida*. Para tornar este ponto de vista mais preciso, apresenta-se a Figura 3.6 relativa ao modo discreto número 6. A Figura 3.6a mostra os componentes tangentes

paralelo e perpendicular ao campo magnético de ξ . A Figura 3.6b mostra os três componentes de Q . Claro está que o fato de haver um componente paralelo tangente da mesma ordem da dos outros dois componentes em ambas as quantidades, ξ e Q , torna a classificação como modo de natureza alfvênica na região 2 inadequada. As mesmas conclusões são obtidas para os modos 5 e 7. Estes modos apresentam comportamento sturmiano na região de plasma 2: ω^2 cresce com o número de ξ_r .

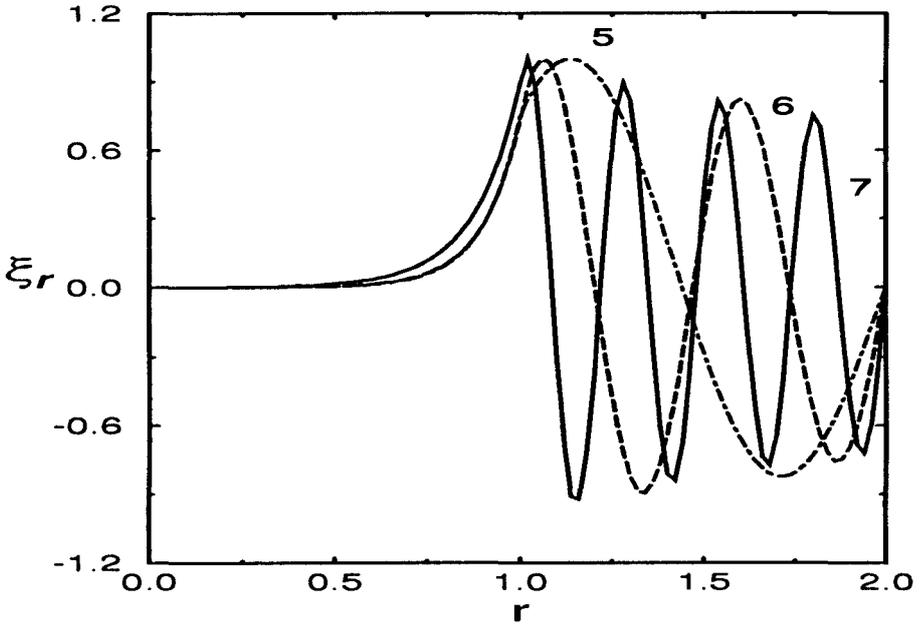


Figura 3.5. As autofunções normalizadas, ξ_r , como funções de r correspondentes aos modos 5 a 7 na Figura 3.1b. Modos 5, 6 e 7 apresentam ω^2 respectivamente iguais a 14,28; 26,95 e 77,15 (valores normalizados). Estes modos são evanescentes na região 1 e oscilatórios na região 2 onde apresentam comportamento sturmiano. São modos combinados do tipo Alfvén superficial-magnetossônico rápido.

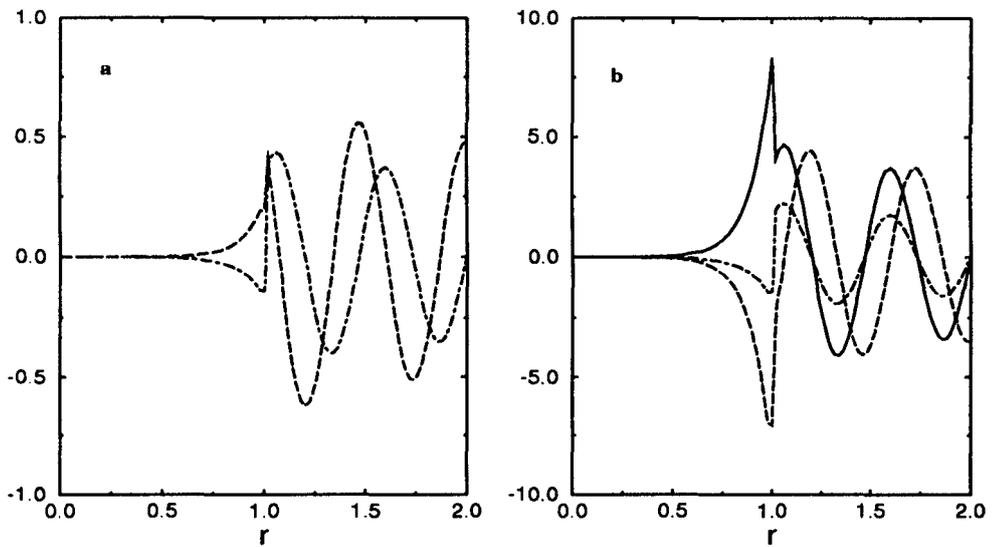


Figura 3.6. Os dois componentes de ξ tangentes ao campo magnético em **a** e os três componentes de Q como funções de r em **b**. O modo correspondente é o modo número 6 (Figura 3.1b). Em ambas, a curva tracejada representa o componente tangente paralelo ao campo magnético e a curva ponto-tracejada, o componente tangente perpendicular ao campo magnético. Em **b**, a curva cheia representa o componente radial.

Pode-se concluir, então, que a onda superficial de Alfvén ocorre somente para uma dada região na lacuna entre os dois ramos do contínuo de Alfvén.

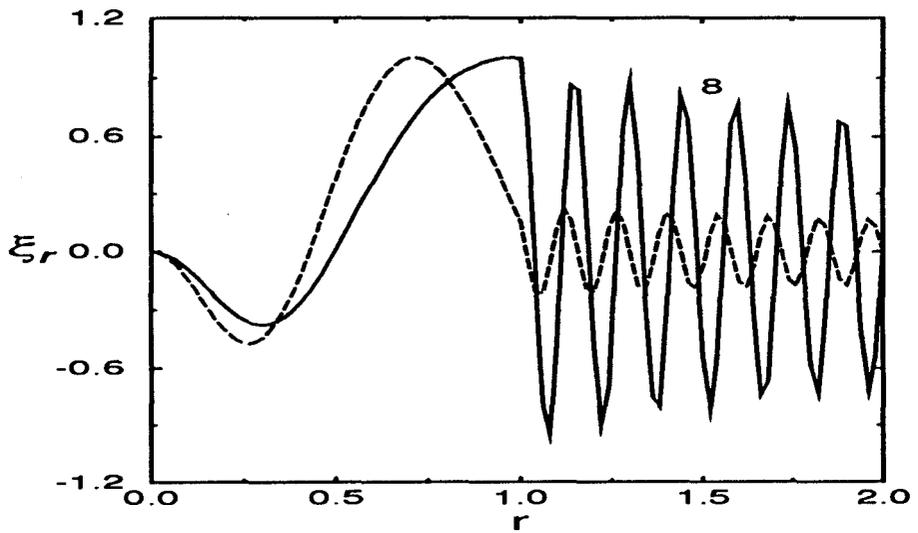


Figura 3.7. As autofunções normalizadas, ξ_r , como funções de r correspondentes aos modos 8 e 9 na Figura 3.1b. Estes modos apresentam ω^2 , respectivamente, iguais a 216,31 e 251,64 (valores normalizados). Estes modos são oscilatórios em ambas as regiões e apresentam caráter sturmiano. São modos magnetossônicos rápidos relativos a ambas as regiões.

Na Figura 3.7, aparecem as autofunções ξ_r para os modos 8 e 9. Pode-se observar que o comportamento oscilatório aparece para ambas as regiões. Trata-se de modos oscilatórios de natureza magnetossônica rápida com comportamento sturmiano. Deve-se ressaltar que estes modos ocorrem dentro da faixa de $\{\omega_{II}^2(r)\}$ na região 1. Estes modos só puderam ser obtidos devido à substituição da equação de Hain-Lüst pelas duas equações diferenciais de primeira ordem nas formas obtidas por Appert *et al.* [22], onde fica claro que esta região não é uma região de singularidade do problema.

3.4 Comentários finais

Foram estudadas as oscilações MHD ideal em tubos de fluxo magnético de duas camadas com variação radial onde uma descontinuidade na interface entre as duas camadas foi considerada. Ênfase foi dada ao estudo dos efeitos de campo magnético e variação radial. Alguns modos representativos do espectro foram analisados. Modos com características distintas apareceram nas diferentes partes do espectro, características estas relativas ao caráter evanescente ou oscilatório e à natureza MHD do modo. Estes modos eram em geral modos combinados, tais como os observados nas Figuras 3.2, 3.5 e 3.7. Novos modos, além dos superficiais de Alfvén, foram vistos aparecer entre os dois ramos do contínuo de Alfvén. Estes modos oscilavam toda a camada externa, mantendo sua natureza de modo superficial de Alfvén somente na camada interna. O modo superficial de Alfvén típico apareceu somente em uma região específica entre os contínuos.

Verificou-se que os modos oscilavam na camada externa somente na região do espectro em que se encontravam os modos 8 e 9. A análise do comportamento sturmiano ou anti-sturmiano em cada uma das camadas de plasma separadamente levou à conclusão de que os resultados concordavam com aqueles observados em uma única camada [25, 26] (vide Figura 3.1a e b).

O procedimento aqui apresentado na elaboração do código numérico é bastante geral, o que permite a análise do espectro para diferentes perfis de equilíbrio com variação radial, contínuos ou descontínuos na interface região 1 - região 2. Os perfis descontínuos que foram apresentados neste capítulo aparecem como um exemplo. Através do ajuste dos parâmetros do presente modelo, espera-se representar diferentes classes de tubos de fluxo magnético solares, como será visto nos Capítulos 4 e 5.

Capítulo 4

Oscilações MHD ideal em manchas solares

4.1 Introdução

A fotosfera é a camada mais baixa da atmosfera solar e corresponde à superfície solar quando vista na luz branca. O fluxo magnético na fotosfera é predominantemente concentrado em áreas com campos magnéticos da ordem de 10^3 G. Na classe dos tubos de fluxo de maiores raios, aparecem os *poros* e as *manchas solares*. O campo magnético médio é de aproximadamente 2000 a 2500 G. Os poros apresentam diâmetros tipicamente entre 700 e 2000 km, podendo, entretanto, crescer até atingir 5000 km. Se o fluxo continua a crescer, uma estrutura radial chamada de *penumbra* desenvolve-se em torno da região central chamada de *umbra*: este estágio marca a transformação do poro em uma mancha solar desenvolvida.

O interesse no estudo de oscilações em manchas solares teve início em 1969 com a observação do primeiro fenômeno periódico na cromosfera da umbra e foi chamado de “umbral flash” (UF) por Beckers e Tallant [50]. O UF aparecia com períodos na faixa de 140 a 190 s. Uma das questões levantadas por ocasião de sua descoberta foi a sua possível relação com os pontos da umbra (estrutura fina da umbra) [50, 51]. Mais tarde, em 1972, Beckers e Schultz [52], continuando as

observações dos UF, detectaram também oscilações na fotosfera da umbra com períodos de 178, 255 e 300 s. Neste trabalho, o período de 300 s foi considerado como sendo um valor espúrio. Porém, neste mesmo ano, Bhatnagar *et al.* [53] confirmaram a existência de oscilações de 5 minutos na umbra, além daquelas na faixa de 3 minutos. Além das oscilações da umbra, Beckers e Schultz [52] observaram duas classes de oscilações na penumbra: uma classe com períodos que iam de 5 minutos na interface umbra-penumbra até 17 minutos no raio externo da penumbra e a outra classe com período constante de 255 s.

No mesmo ano, 1972, Zirin e Stein [54] e Giovanelli [55] observaram oscilações na penumbra na altura da cromosfera (linha $H\alpha$), com períodos de aproximadamente 210 s [55] e 240 - 270 s [54]. Estas oscilações foram denominadas de “running penumbral waves” (RPW). As RPW foram verificadas ter origem aproximadamente na interface umbra - penumbra com amplitudes diminuindo à medida que se propagam radialmente para fora da umbra, com velocidades de fase radiais na faixa 8 - 25 km s^{-1} . Estas ondas desapareciam aproximadamente ao atingir o raio externo da penumbra. Giovanelli observou também oscilações na umbra com períodos próximos a 165 s e sugeriu que as RPW pudessem ser uma extensão das oscilações da umbra. Classificou as RPW como ondas de Alfvén. Zirin e Stein, por sua vez, verificaram que os UF tipicamente começavam no meio da umbra e moviam-se radialmente para fora e que toda vez que o UF ocorria na interface umbra - penumbra, uma nova RPW aparecia.

Em 1975, Moore e Tang [56] também observaram UF, oscilações na umbra e RPW, confirmando dados anteriores. Porém, além destes fenômenos, observaram também o que chamaram de “dark puff” (DP), emitido na umbra e caminhando em direção à penumbra com o mesmo período das RPW. Os autores sugeriram que os DP seriam uma extensão das oscilações na cromosfera da umbra e que DP e RPW teriam uma fonte comum: as oscilações da umbra na fotosfera. Estes autores interpretaram as oscilações da umbra e as RPW como sendo fisicamente

independentes, com base no fato dos períodos obtidos serem diferentes um do outro, respectivamente iguais a 150 e 270 s.

Assim como Beckers e Schultz [52], mais tarde Musman *et al.* [57] observaram oscilações na penumbra na altura da fotosfera com valores muito próximos daqueles observados para as RPW na cromosfera: 252 a 290 s. Porém, os autores afirmaram que não era possível afirmar que estas oscilações eram os equivalentes fotosféricos das RPW observadas na cromosfera. Isto levou à conclusão de que, embora o componente fotosférico das RPW pudesse estar presente, existia um outro tipo de oscilação mais intensa com mesmo período na fotosfera da penumbra. Além disso, estas oscilações foram verificadas ser muito semelhantes a oscilações da umbra.

Muitas observações sucederam-se a estas pioneiras e o quadro que se apresenta hoje é o de que existem dois tipos básicos de oscilações da umbra na fotosfera: aquelas chamadas de oscilações de *5 minutos* por apresentarem períodos de aproximadamente 5 minutos e as oscilações de *3 minutos* que apresentam períodos típicos no intervalo 2-3 minutos. Na cromosfera, as oscilações são do tipo *3 minutos* com amplitudes muito maiores do que na fotosfera. Desta forma, estas oscilações são muito mais facilmente observadas na cromosfera.

Embora exista realmente uma predominância nas observações de oscilações da umbra na faixa de 3 minutos e de 5 minutos, muitos outros valores foram obtidos para os períodos de oscilações [58, 59]: por exemplo, Schröter e Soltau [60] encontraram períodos em 65 e 100 s e Soltau *et al.* [61] encontraram períodos de até 470 s.

Como uma boa referência em oscilações de 5 minutos pode ser citado o recente trabalho de Penn e LaBonte [62]. As principais conclusões destes autores, as quais resumem bem o atual estágio de compreensão deste tipo de oscilação, são: (a) a fonte das oscilações de 5 minutos na fotosfera é externa à mancha, mais precisamente, os modos *p* (acústicos) das oscilações globais da fotosfera, (b) as

oscilações de 5 minutos não correspondem a modos ressonantes, descartando-se assim a existência de uma cavidade ressonante formada na fotosfera da umbra e (c) a absorção dos modos p ocorre dentro da umbra. Em outras palavras, as oscilações de 5 minutos são uma manifestação da absorção de modos p fotosféricos que atravessam a umbra. Esta conclusão tem o suporte dos seguintes dados observacionais: (a) a semelhança das características espacial e temporal entre as oscilações dentro da mancha e os modos p observados na fotosfera, (b) a diminuição da amplitude das oscilações dentro da umbra e (c) a maior energia das ondas que penetram na mancha em relação a daquelas que deixam a mancha.

No que se refere aos modelos para a descrição de oscilações de 3 minutos da umbra, estes dividem-se basicamente em dois grupos:

1- Os modelos cilíndricos com estratificação vertical (longitudinal) onde diferentes camadas da atmosfera da mancha são consideradas, ou seja, as variações ao longo da direção z são consideradas mais relevantes do que as variações radiais, as quais são desprezadas. Dentro desta classe de modelos, existem duas interpretações:

(a) as oscilações da umbra são modos magneto-atmosféricos rápidos presos na *fotosfera* e excitados pelas oscilações na zona de convecção, por exemplo, [63, 64]. O maior suporte deste modelo está no fato de que a densidade de energia cinética das oscilações é maior na fotosfera (por um fator de 6) do que na cromosfera [65].

(b) as oscilações da umbra são modos magnetossônicos lentos presos na *cromosfera* e excitados pela zona de convecção, por exemplo, [66, 67].

O campo magnético da umbra é considerado como tendo somente o componente longitudinal e é uniforme nas duas interpretações. As demais quantidades de equilíbrio dependem somente da coordenada z .

2- Os modelos cilíndricos onde variações radiais são consideradas mais relevantes do que as variações ao longo de z como, por exemplo, [45]. Os autores

propõem o estudo das oscilações da umbra, a qual é considerada como um tubo cilíndrico, em que todas as quantidades de equilíbrio são uniformes, e que está imerso em fotosfera não magnética. A consideração de perfis de equilíbrio constantes permite tratamento analítico. O cálculo das relações de dispersão é feito para parâmetros que descrevem a umbra na fotosfera e separadamente para os que descrevem a umbra na sub-fotosfera. Os autores identificam as oscilações de 3 minutos como modos magnetossônicos lentos nos dois casos.

Quanto ao estudo da natureza das RPW, o primeiro modelo proposto foi o de Nye e Thomas [68]: os autores identificam as RPW como sendo modos magnetossônicos rápidos modificados por gravidade e confinados à região da fotosfera. O campo magnético de equilíbrio é considerado puramente horizontal (paralelo à superfície solar). Todas as quantidades de equilíbrio dependem somente da direção perpendicular à superfície solar. As RPW e as oscilações da penumbra em outras camadas têm sido bem menos exploradas teoricamente quando comparadas às oscilações da umbra.

Quanto a observações mais recentes de oscilações na penumbra, estas podem ser encontradas nos trabalhos de Lites [69] e Alissandrakis *et al.* [70]. Lites realizou medidas de oscilações na penumbra utilizando duas linhas espectrais, FeI e CaII que são formadas a diferentes alturas na atmosfera solar. Desta forma, observações foram possíveis simultaneamente na fotosfera e cromosfera. As oscilações da penumbra foram observadas em ambas as linhas. Um ponto importante destacado por Lites é que, observando-se também as oscilações na umbra, percebe-se a continuidade da perturbação através da interface umbra - penumbra. Esta observação reforça a impressão do próprio autor [71] e também de Giovannelli [55, 72] de que realmente existe uma íntima relação entre as oscilações na umbra e na penumbra. Também Alissandrakis *et al.* [70] observaram oscilações na cromosfera da penumbra com períodos na faixa de 180 - 240 s e acreditam que oscilações da umbra e da penumbra podem ser partes de um único sistema

de ondas.

Para maiores detalhes em oscilações em manchas solares, podem ser citados os trabalhos de revisão de Moore [19], Moore e Rabin [73] e Thomas [74].

Neste capítulo, o interesse reside em apresentar os resultados do estudo de oscilações em manchas solares com um enfoque original que consiste em estudar os modos *globais* de oscilação do sistema umbra mais penumbra [46, 75, 76]. As oscilações da umbra e da penumbra vêm sendo estudadas como fenômenos separados, sem conexão, como foi mostrado acima. A hipótese de conexão aparece na literatura somente em trabalhos observacionais como uma possibilidade. Aqui, pela primeira vez, é fornecida uma teoria que pode dar conta do fato de que as oscilações da umbra e da penumbra podem ser partes de um mesmo modo global de oscilação da mancha solar como um todo. Obviamente, pelo fato da mancha solar ser um sistema extremamente complexo, o modelo de equilíbrio aqui proposto, assim como todos os outros estudos anteriores de suas oscilações, admite muitas simplificações para que se torne tratável do ponto de vista matemático. Porém, apresenta-se alguns passos adiante em relação a modelos anteriores, além do já mencionado tratamento da umbra e da penumbra dentro de um mesmo modelo. São considerados perfis que variam com r , não sendo necessária a aproximação de perfis constantes. Este caso é possível pelo desenvolvimento do código numérico já apresentado no Capítulo 3.

Estabelece-se, ainda, uma comparação entre os resultados do modelo de duas camadas, o qual já foi apresentado no Capítulo 3 (modelo que apresenta descontinuidade na interface umbra - penumbra), e os resultados do modelo que utiliza perfis de equilíbrio contínuos na passagem da região de umbra para a de penumbra. Em ambos os casos, os perfis apresentam variação radial, contrariamente a modelos anteriores onde os perfis de campo magnético para umbra ou penumbra eram considerados constantes. O código numérico desenvolvido nesta tese foi descrito no Capítulo 3 no contexto do modelo de duas camadas, porém, o caso

de perfis contínuos com variação radial também é tratado sem dificuldades. Da mesma forma, outros perfis de equilíbrio, além dos aqui apresentados poderiam ser testados utilizando-se o mesmo código numérico. Neste sentido, deve-se destacar o papel do estudo das oscilações como uma forma de avaliar o conjunto de perfis de equilíbrio que melhor caracteriza a configuração de campo magnético, densidade e pressão das manchas solares. Aqui, isto é feito através da comparação entre perfis contínuos e descontínuos.

4.2 Os modelos de equilíbrio

• Modelo de equilíbrio com perfis contínuos

Os perfis de equilíbrio contínuos na interface umbra - penumbra passam a ser descritos e estão representados na Figura 4.1.

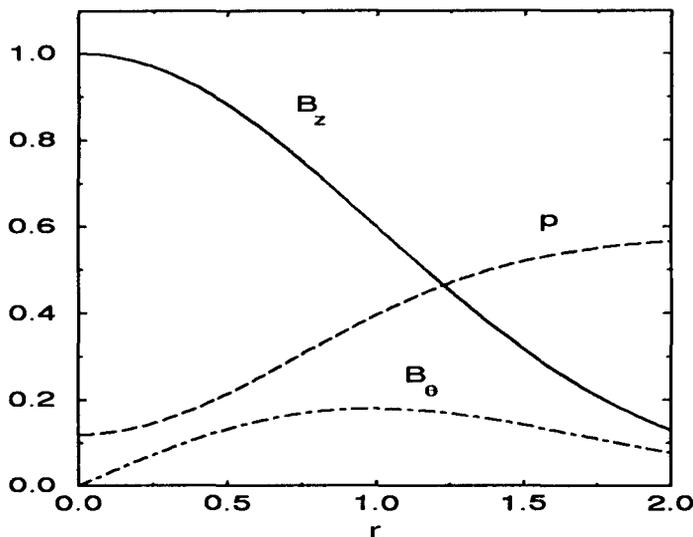


Figura 4.1. A figura mostra os perfis de equilíbrio normalizados como funções de r no modelo contínuo. A interface umbra - penumbra corresponde à aproximadamente $r = .1, 0$ e o contorno externo da penumbra a $r = 2, 0$. O parâmetro r_e é igual a 1, 2.

Para o campo magnético longitudinal, utiliza-se o perfil proposto por Pizzo [77]:

$$B_z(r) = B_0 \exp[-(r/r_e)^2], \quad (4.1)$$

onde B_0 é o módulo do campo longitudinal em $r = 0$ e r_e fornece a escala da variação do campo axial com r . Este perfil apresenta muito boa concordância com as observações, como pode ser visto em [78], onde aparecem as curvas para B_z em função de r obtidas por diferentes autores. Este perfil representa bem o fato de que este componente é maior na umbra do que na penumbra, onde o campo vai se tornando cada vez mais radial com o aumento de r .

O componente azimutal é considerado da seguinte forma:

$$B_\theta(r) = B_{\theta,0} \exp[-(r/r_e)^2]r, \quad (4.2)$$

onde $B_{\theta,0}$ é uma constante escolhida de forma que o maior valor de $B_\theta(r)$ dentro do plasma não ultrapasse algo em torno de 0,2 do campo magnético axial em $r = 0$. De acordo com observações, o componente azimutal do campo magnético é bem menor do que o componente axial [79]. A expressão analítica para $B_\theta(r)$, Equação (4.2), não é fornecida por Pizzo em [77], porém, opta-se por este perfil por representar muito bem a forma esperada para este componente, como pode ser confirmado, por exemplo, em [79]. O perfil parabólico que é utilizado no modelo de duas camadas também reproduz o comportamento apresentado em [79]. De qualquer modo, como existe uma certa discussão na literatura quanto à importância deste componente, os resultados na ausência do campo azimutal também serão analisados.

A pressão cinética é obtida da equação de equilíbrio (2.43) e a densidade é considerada como sendo proporcional à pressão cinética, obedecendo ao mesmo perfil dado pela Equação (3.8).

• Modelo de equilíbrio com perfis descontínuos

No modelo de duas camadas, a camada interna corresponde à umbra, enquanto que a camada externa, à penumbra. A adoção deste tipo de descrição baseia-se no fato de que as regiões de umbra e penumbra apresentam características bastante distintas quanto ao campo magnético, temperatura, pressão etc. A Figura 4.2 mostra os perfis de equilíbrio para o modelo de duas camadas. As expressões para os perfis de equilíbrio como funções de r já foram apresentadas na Seção 3.2.

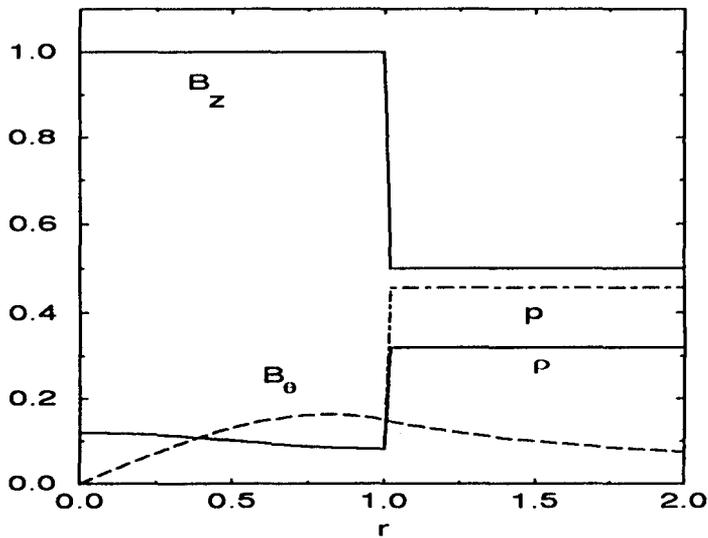


Figura 4.2. A figura mostra os perfis de equilíbrio normalizados como funções de r no modelo de duas camadas. A interface umbra - penumbra corresponde à $r = 1,0$ e o contorno externo da penumbra a $r = 2,0$. Os parâmetros de equilíbrio são $p_0 = 0,12$, $B_{z2} = 0,5$, $\rho_{2,0} = 0,7$, e $j_0 = 0,6$.

- Sobre a escolha dos parâmetros de equilíbrio no modelo de duas camadas

Na formulação apresentada nos Capítulos 2 e 3, o termo de gravidade na equação de movimento não é considerado, tal como nos trabalhos de Edwin e

Roberts [43] e Sakurai *et al.* [14] no contexto de manchas solares e Abdelatif [44] e Evans e Roberts [45] em outros tubos de fluxo fotosféricos. Este ponto é justificável basicamente por duas razões: primeiro, a principal característica das manchas solares é que estas são locais de campos magnéticos muito intensos (ordem de 10^3 G) e densidades relativamente baixas (o termo de gravidade aparece multiplicado pela densidade) e segundo, os resultados devem ser analisados dentro de uma escala de comprimento vertical (longitudinal) tal que a aproximação de pequeno gradiente da densidade na direção z , suposta no presente modelo, não seja muito forte. Esta escala de comprimento é chamada de “density height scale”, a qual para manchas solares é algo entre 100 e 200 km. Nestas condições, os efeitos do campo magnético e da variação radial dos perfis de equilíbrio sobre a natureza dos modos de oscilação são mais importantes do que aqueles provenientes do termo de gravidade e das variações ao longo da mancha. A modificação que poderia ser provocada pela gravidade na classificação dos modos é esperada ser, então, muito pequena. Com os efeitos da gravidade considerados, os modos costumam ser tratados na literatura como modos magnetossônicos modificados por gravidade [2]. Porém, as características gerais dos modos de oscilação que serão apresentadas neste capítulo, tais como a natureza evanescente ou oscilatória, comportamento sturmiano ou anti-sturmiano e os períodos observados etc. são mantidas.

Por outro lado, a gravidade é responsável pela estratificação vertical (longitudinal), ou seja, pelas diferentes camadas nas quais se organiza a atmosfera solar. Diferentes regimes são, então, observados na atmosfera solar em diferentes alturas e, conseqüentemente, também na atmosfera da mancha solar. No presente trabalho, os efeitos provocados pela estratificação gravitacional serão analisados através da consideração dos regimes de baixos e de altos valores da razão entre as pressões cinética e magnética, identificada na literatura solar como parâmetro β . Na literatura de fusão, a definição de β é mais comumente empregada para a

razão entre a pressão cinética e a pressão total, cinética mais magnética. Aqui, β é utilizado como na literatura solar. O regime de alto β (acima de 1.0) ocorre para as camadas abaixo da fotosfera, enquanto que nas camadas superiores da atmosfera solar, o regime é de baixo β . A transição entre os dois regimes dá-se mais precisamente no nível onde a profundidade ótica τ_c é igual a 1 na umbra [45]. Os parâmetros de equilíbrio são escolhidos de forma a considerar estes dois regimes. No regime de alto β , a velocidade de Alfvén típica, $v_A = B^2/4\pi\rho$, é menor do que a velocidade do som típica, $v_c = \gamma p/\rho$. No regime de baixo β , tem-se o inverso. Os regimes de alto e baixo β são aqui tratados através da representação das características das camadas sub-fotosférica e fotosférica, respectivamente.

Quanto ao campo magnético, é bem conhecido o fato de que nas manchas solares ocorre uma rápida abertura das linhas de campo com a altura nos níveis da cromosfera (por exemplo, [80]). Na fotosfera e sub-fotosfera, porém, isto ocorre de forma bem mais gradual [74], o que justifica a consideração do campo praticamente vertical na umbra. Por outro lado, a penumbra caracteriza-se por apresentar uma inclinação do campo magnético mais pronunciada do que a umbra, sendo esta inclinação bastante pronunciada na cromosfera. A região da cromosfera não é tratada nesta tese. A forte inclinação do campo magnético da penumbra na altura da cromosfera implicaria na inclusão do componente radial do campo magnético. Dentro do quadro de não homogeneidade na direção radial, isto levaria a uma formulação matemática extremamente mais complicada do que aquela apresentada no Capítulo 2. Dando prioridade à simplicidade no tratamento, as diferentes inclinações do campo magnético nas duas regiões da mancha são consideradas somente através dos diferentes valores do componente longitudinal do campo magnético. Um componente maior de B_z na umbra representa uma menor inclinação do campo magnético em relação ao campo na penumbra. Este tipo de tratamento encontra bom suporte especialmente nos chamados modelos de penumbra “profunda”, como nos trabalhos de Jahn [81] e

Solanki e Schmidt [78], nos quais verifica-se um fluxo magnético bastante alto na penumbra, cerca de $1/2$ a $2/3$ do fluxo total através da mancha. Em contraste, estão os modelos de penumbra “rasa” como em [82].

Os valores normalizados dos parâmetros de equilíbrio são os seguintes:

(a) Regime de alto β .

Análise é feita na região entre aproximadamente 150 km abaixo do ponto onde convencionou-se chamar de início da fotosfera ($\tau_c = 1$) e este ponto. Nesta faixa, a densidade mantém-se da ordem de 10^{-6} g cm $^{-3}$ [83]. A velocidade de Alfvén típica é 5,3 km s $^{-1}$ e a velocidade do som, 8,6 km s $^{-1}$.

- $p_0 = 0,12$: corresponde a β igual a 3 para uma pressão em $r = 0$ de $6,0 \times 10^5$ dyn cm $^{-2}$ e campo magnético de 2200 G [77].

- $\rho_{2,0} = 0,7$: estimado de temperaturas efetivas da umbra igual a 7000 K e na faixa de 10.000 K para a penumbra [81].

- $B_{z2} = 0,5$: a alturas onde β é alto, o campo magnético ainda não apresenta um componente radial pronunciado na penumbra e, portanto, o componente longitudinal é alto. Na verdade, o grau de inclinação do campo magnético na penumbra é ainda motivo de grande controvérsia [84–87].

- $j_0 = 0,6$: escolhido tal que o componente azimutal do campo magnético não ultrapasse a faixa de 0,2 do campo longitudinal no centro da umbra.

(b) Regime de baixo β .

Análise é feita na região entre o início da fotosfera e aproximadamente 200 km acima deste ponto. Nesta faixa, a densidade mantém-se da ordem de 10^{-7} g cm $^{-3}$ [83]. A velocidade de Alfvén típica é 12,6 km s $^{-1}$ e a velocidade do som, 6,4 km s $^{-1}$.

- $p_0 = 0,012$: corresponde a β igual a 0,3 para uma pressão em $r = 0$ de $5,0 \times 10^4$ dyn cm $^{-2}$ e campo magnético de 2000 G [77].

- $\rho_{2,0} = 0,7$: estimado de temperaturas efetivas da umbra igual a 3900 K e

na faixa de 5570 K para a penumbra [81].

- $B_{z2} = 0, 2$: a alturas fotosféricas, o campo magnético já apresenta um componente radial mais pronunciado na penumbra do que nas camadas sub-fotosféricas e, portanto, menor B_z . Porém, a inclinação do campo ainda é muito menor do que na cromosfera.

- $j_0 = 0, 6$: escolhido com o mesmo critério daquele empregado no caso de alto β .

4.3 As condições de contorno

Pode ser visto da Figura 4.1 que B_z em r igual ao raio da penumbra não é nulo. Além disso, não existem evidências quanto à presença de fluxo magnético para r maiores que o raio da penumbra [78]. Estes dois fatos juntos, dão suporte à consideração de uma transição descontínua de uma região de campo magnético para outra sem campo magnético, ou seja, à presença de uma corrente superficial na interface mancha solar - vizinhança não magnética. Como será visto mais tarde, a presença da vizinhança não magnética leva a soluções $\xi_r(r)$ do tipo evanescente nesta região. Desta forma, a perturbação radial é bastante pequena, praticamente nula em r igual ao raio da penumbra. Esta consideração, aliada ao fato de que o interesse está em estudar os modos de oscilação MHD restritos à mancha solar, justificam a adoção das condições de contorno mencionadas no Capítulo 3, ou seja, de ξ_r nulo em r igual ao raio externo da penumbra.

4.4 Os resultados numéricos

4.4.1 As autofunções e a classificação dos modos

A Figura 4.3 mostra as funções $\omega_A^2(r)$ e $\omega_S^2(r)$ (Equações (4.10) e (2.53)) para os modelos contínuo e descontínuo. Os intervalos entre o menor e o maior valor

destas funções definem, respectivamente, os contínuos de Alfvén e de onda lenta. Estas regiões, conforme já discutido no Capítulo 2, são regiões de singularidades. Para o modelo contínuo (Figura 4.3a), observa-se que ocorre superposição entre os contínuos de Alfvén e de onda lenta. Na Figura 4.3b, no modelo de duas camadas, os contínuos apresentam dois ramos: um correspondendo a singularidades para a região de umbra e o outro, para a região de penumbra. Isto ocorre, naturalmente, como conseqüência da adoção de perfis descontínuos. Aqui, o interesse reside em obter os automodos discretos e, portanto, o estudo é feito fora destas regiões de singularidades. Para o modelo contínuo, fica claro que os modos combinados, já classificados no Capítulo 3 como sendo do tipo Alfvén superficial-magnetossônico rápido oscilatório, não aparecem. Soluções para o modelo contínuo são encontradas somente na região acima do contínuo de Alfvén, pois o contínuo de Alfvén cobre todo o espectro abaixo deste valor (Figura 4.3a). Os modos são do tipo magnetossônicos rápidos que oscilam em toda a mancha. Modos com estas características são obtidos também no modelo de duas camadas, acima do ramo do contínuo de Alfvén na umbra.

O espectro do modelo descontínuo de duas camadas é ilustrado esquematicamente na Figura 4.4 onde os automodos discretos que serão analisados neste capítulo são indicados por “x”. Estes autovalores são obtidos utilizando-se o código numérico já descrito no Capítulo 3 com as condições de contorno mencionadas acima. É conveniente destacar, uma vez mais, que são obtidas soluções na região correspondente ao separador matemático $\{\omega_{II}^2\}$ na umbra. Isto ocorre pois no processo de solução numérica da equação de Hain-Lüst [23], substitui-se esta por um sistema equivalente de duas equações diferenciais de primeira ordem na forma colocada pela primeira vez por Appert *et al.* [22]. Os autores mostraram que estas regiões de separadores não são regiões de singularidade, embora a equação original de Hain-Lüst aparentemente conduza a esta conclusão.

Os modos superficiais, concentrados na interface umbra - penumbra, evanes-

centes em ambas as regiões, não são estudados neste capítulo pois o principal interesse é o estudo das oscilações.

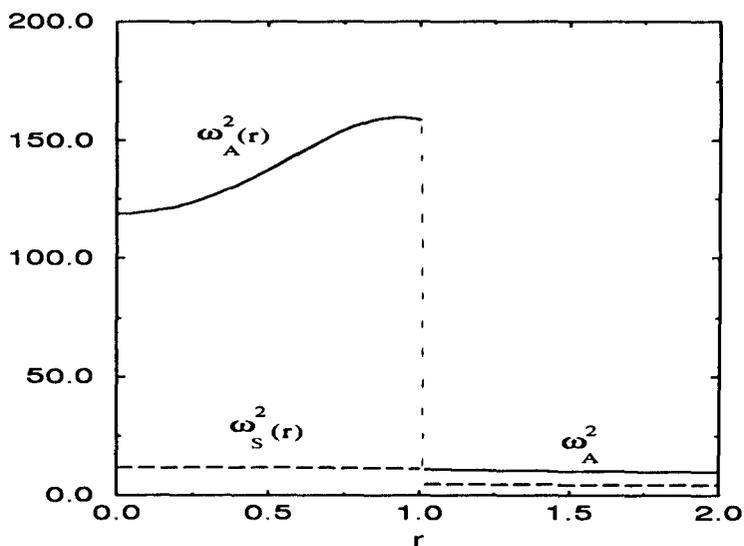
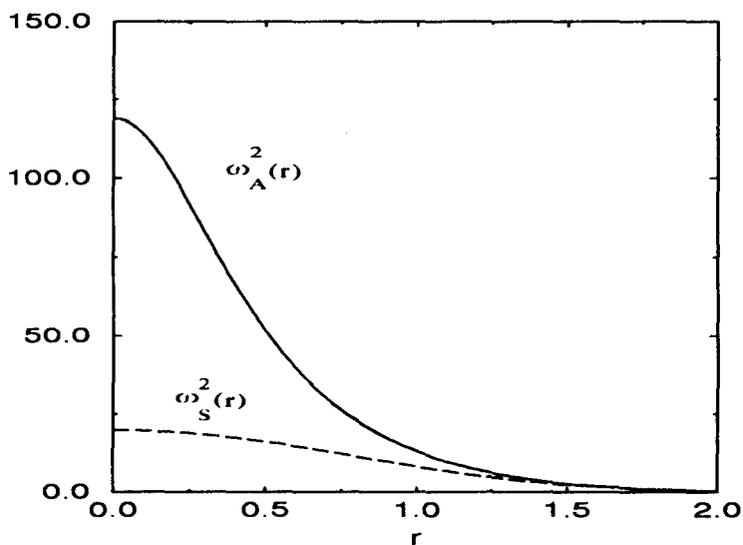


Figura 4.3. A figura mostra as curvas de ω_A^2 e ω_S^2 como funções de r no regime de alto β para os modelos:

(a) contínuo,

(b) descontínuo.

é bastante semelhante. Será visto adiante que os valores dos períodos de oscilação previstos também são praticamente os mesmos nos dois modelos.

A Figura 4.6 mostra as autofunções $\xi_r(r)$ obtidas para o modelo de duas camadas. Na Figura 4.6a, os autovalores estão situados entre os dois ramos do contínuo de Alfvén, os quais são modos combinados do tipo Alfvén superficial-magnetossônico rápido oscilatório. Na Figura 4.6b, estão aqueles modos situados acima do contínuo de Alfvén na umbra que correspondem a modos magnetossônicos rápidos em relação às duas regiões. Ambos os conjuntos são obtidos para $k = 30$.

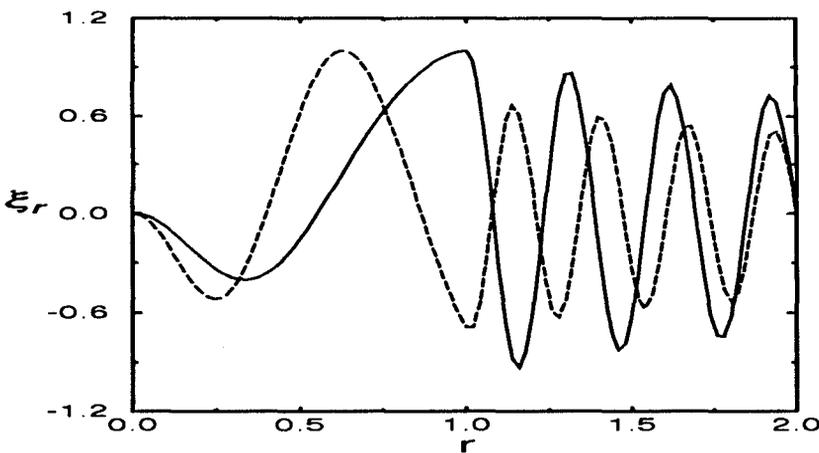
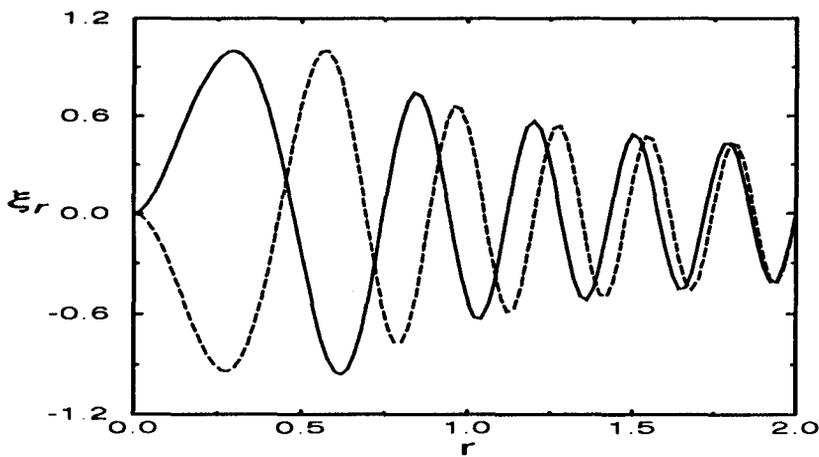


Figura 4.5. A figura mostra as autofunções normalizadas ξ_r como funções de r representando os modos magnetossônicos rápidos para $m = 3$ and $k = 10$ no regime de alto β para os modelos:

(a) contínuo, onde $r_e = 1, 2$, e os autovalores ω^2 normalizados correspondentes iguais a 8,7 e 10,0,

(b) descontínuo com $p_0 = 0,12$, $B_{z2} = 0,5$, $\rho_{2,0} = 0,7$ e $j_0 = 0,6$ e autovalores ω^2 normalizados iguais a 7,1 e 8,1. Em ambos os casos, verifica-se um comportamento sturmiano. A interface umbra - penumbra corresponde à $r = 1,0$ e o contorno externo da penumbra a $r = 2,0$.

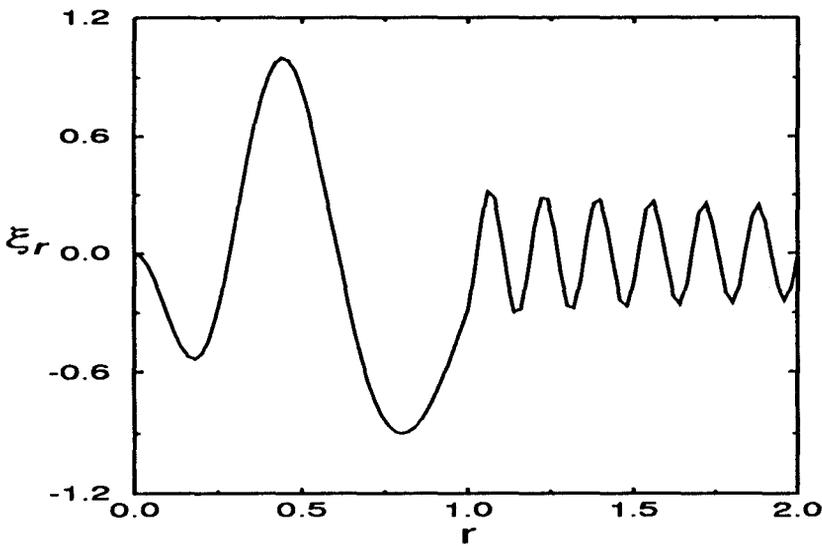
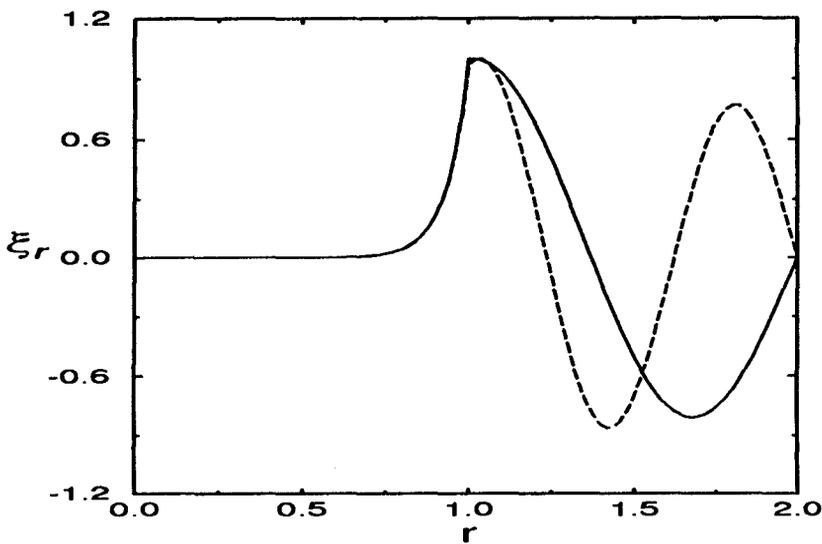


Figura 4.6. A figura mostra as autofunções normalizadas ξ_r como funções de r no modelo descontínuo de duas camadas representando:

(a) modos combinados do tipo Alfvén superficial-magnetossônico rápido oscilatório,

(b) modos magnetossônicos rápidos em relação às duas regiões. Os parâmetros são $k = 30$, $m = 3$, $p_0 = 0,12$, $B_{z2} = 0,5$, $\rho_{2,0} = 0,7$ e $j_0 = 0,6$ no regime de alto β . A interface umbra - penumbra corresponde à $r = 1,0$ e o contorno externo da penumbra a $r = 2,0$.

As Figuras 4.5 e 4.6 caracterizam o comportamento geral obtido para as autofunções nos modelos contínuo e descontínuo para diferentes valores de k e nos regimes de alto e baixo β . Para todos os valores de k utilizados, o comportamento quanto ao caráter evanescente ou oscilatório das autofunções é mantido. Para a classe de autofunções da Figura 4.6b, para alguns valores de k , podem ser verificadas amplitudes bastante pequenas na penumbra quando comparadas com as da umbra. Isto sugere que, em alguns casos, é possível que estes modos sejam observados como oscilações somente da região da umbra.

4.4.2 Os períodos de oscilação obtidos, sua análise e comparação com resultados observacionais

Os períodos de oscilação T , os quais estão normalizados em relação ao tempo gasto para percorrer uma distância igual ao raio da umbra com a velocidade de Alfvén em $r = 0$, são calculados ($T = \frac{2\pi}{\omega}$) para valores típicos em manchas solares. O cálculo dos períodos é feito para raio da umbra igual a 7000 km. As densidades de massa e os campos magnéticos longitudinais no centro da umbra são considerados iguais a $1,35 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$ e $2,0 \times 10^{-7} \text{ g cm}^{-3}$ [77] e iguais a 2700 G e 2500 G [45], respectivamente para a sub-fotosfera e fotosfera.

As Figuras 4.7 - 4.9 mostram os períodos T obtidos em função de k normalizado para os diferentes modos, regimes e modelos. Para praticamente todos os valores de k , mais de um valor de período ocorre. Isto se deve ao fato de serem obtidos dois ou mais modos para este dado valor de k . Uma observação a ser feita é a de que, para os modos magnetossônicos rápidos, um número de modos maior do que o aqui apresentado pode ser obtido. Porém, limita-se a procura a uma faixa que encontre somente os dois ou três automodos ω^2 mais baixos pois, acima deste valor, nenhum fato adicional é acrescentado às conclusões gerais.

A Figura 4.7 mostra os períodos T , em minutos, para diferentes valores de k normalizado dentro do modelo de duas camadas no regime de alto β . Os mo-

dos correspondentes a estes períodos são aqueles situados entre os dois ramos do contínuo de Alfvén e que oscilam somente na penumbra, sendo evanescentes na umbra. Estes são classificados como modos combinados Alfvén na umbra e magnetossônico rápido na penumbra. A Figura 4.8 mostra os períodos calculados para o mesmo conjunto de parâmetros, porém, para os modos situados acima do contínuo de Alfvén da umbra e que oscilam nas duas regiões da mancha. Estes são do tipo magnetossônico rápido para as duas regiões. Pode-se observar que os períodos obtidos na Figura 4.7 são maiores do que os daqueles da Figura 4.8. Segundo este modelo, então, pode-se verificar que são previstas duas classes de oscilações na penumbra na altura da sub-fotosfera: uma com períodos mais altos (Figura 4.7) e outra com períodos mais baixos (Figura 4.8). Para a umbra, somente uma classe de oscilações é verificada, a qual apresenta o mesmo período das oscilações na penumbra (Figura 4.8). Estas oscilações constituem um modo global de oscilação umbra mais penumbra. O mesmo será visto ocorrer na fotosfera.

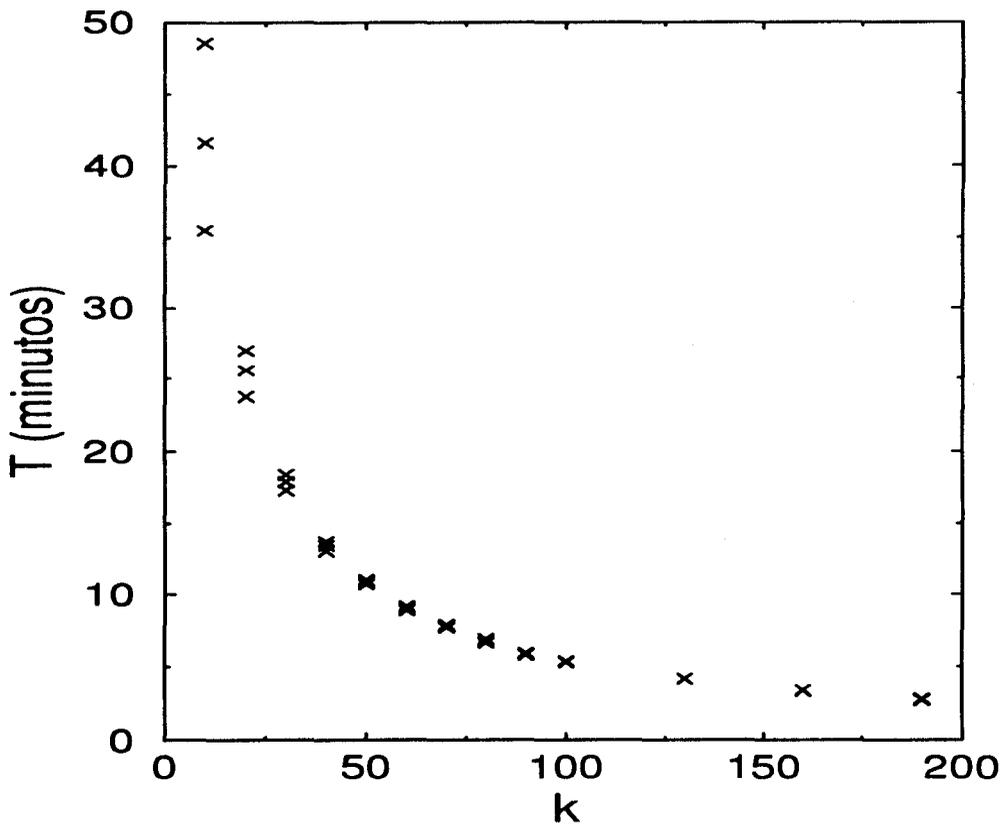


Figura 4.7. Os valores dos períodos T , em minutos, para diferentes valores de k normalizado. O modelo é o descontínuo e a região do espectro corresponde àquela *entre os dois ramos do contínuo de Alfvén*. O regime é o de alto β . Os parâmetros são $p_0 = 0,12$, $\rho_{2,0} = 0,7$, $B_{z2} = 0.5$ e $j_0 = 0.6$.

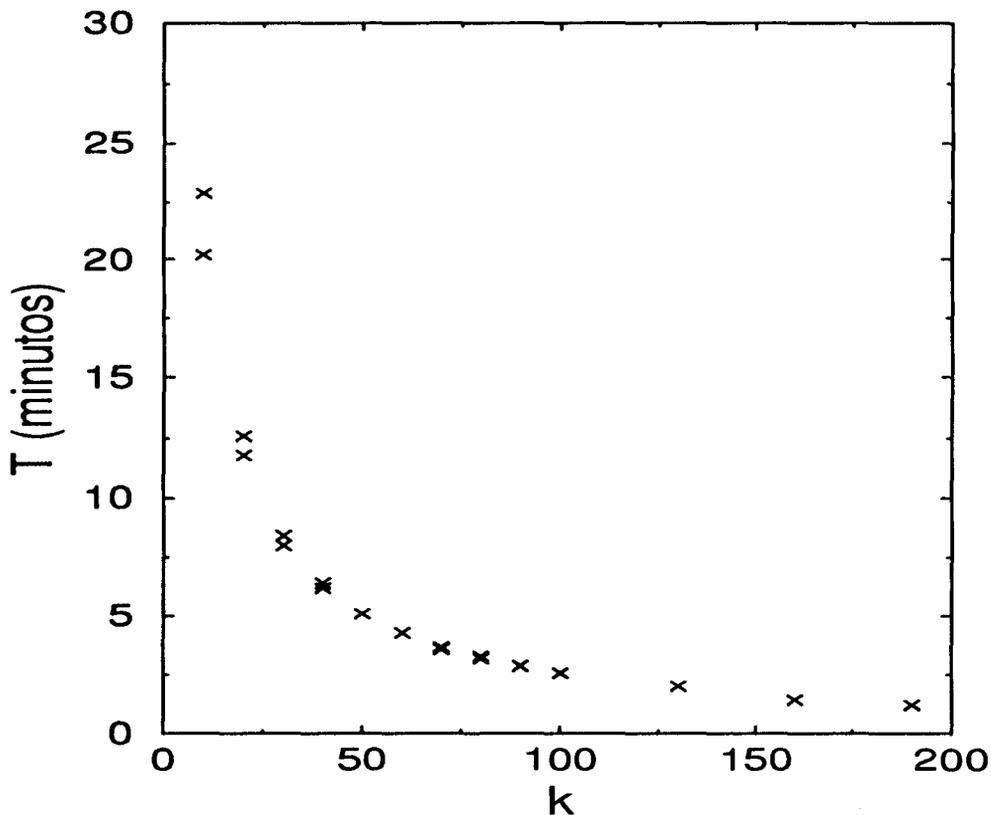


Figura 4.8. Os valores dos períodos T , em minutos, para diferentes valores de k normalizado. O modelo é o descontínuo e a região do espectro corresponde àquela acima do ramo do contínuo de Alfvén na umbra. O regime é o de alto β . Os parâmetros são $p_0 = 0,12$, $\rho_{2,0} = 0,7$, $B_{z2} = 0,5$ e $j_0 = 0,6$.

Antes de prosseguir na análise e comparação destes resultados com os dados observacionais, apresentam-se os resultados obtidos com o modelo contínuo, onde somente uma classe de oscilações é prevista: a dos modos magnetossônicos rápidos. A Figura 4.9 mostra os períodos calculados em função de k normalizado para este caso. Pode-se observar que os períodos são muito próximos daqueles observados na Figura 4.8 para o modelo de duas camadas.

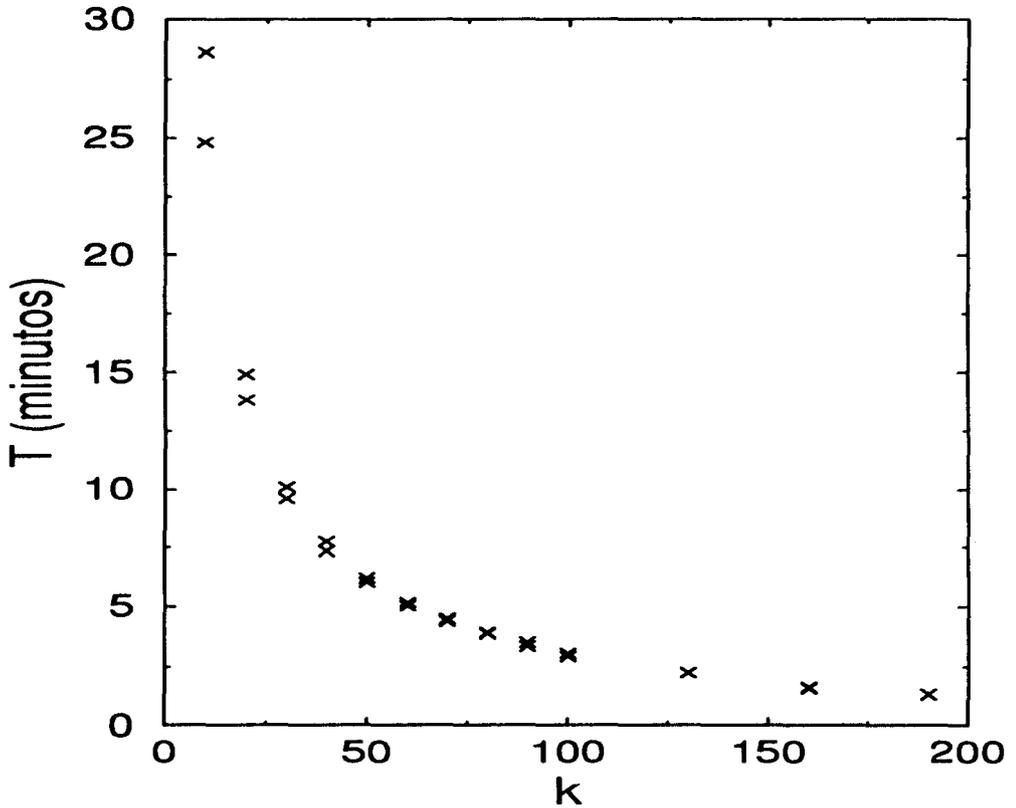


Figura 4.9. Os valores dos períodos T , em minutos, para diferentes valores de k normalizado. O modelo é o modelo contínuo com $r_e = 0,2$ e a região do espectro corresponde àquela acima do contínuo de Alfvén. O regime aqui é o de alto β .

A variação radial foi considerada ser mais importante do que a variação longitudinal na formulação do problema. Portanto, os resultados devem ser analisados em uma faixa de k tal que os comprimentos longitudinais associados aos modos obtidos sejam próximos ou menores do que o “density scale height” (entre 100 e 200 km para manchas solares). Este tipo de cuidado não vem sendo considerado na literatura como pode ser visto, por exemplo, em [45]. O chamado “density scale height” é o comprimento no qual a densidade pode ser considerada aproximadamente constante ao longo de z . Para uma mancha solar com raio da umbra igual a 7000 km, a faixa de valores de k normalizado está entre 109 e 219, para comprimentos verticais entre 100 e 200 km. Neste intervalo, para os modos do tipo evanescente/oscilatório (Figura 4.7), são calculados períodos entre 2,7 e 5,3 minutos. Para os modos oscilatórios na umbra e na penumbra (Figuras 4.8 e 4.9), os valores caem na faixa entre 1,2 e 2,6 minutos.

Testes também foram realizados no caso de um componente B_θ nulo para ambos os regimes de β e ambos os modelos, contínuo e descontínuo. A conclusão geral é a de que o efeito sobre os modos combinados Alfvén-magnetossônicos rápidos, com frequências abaixo do mínimo do contínuo de Alfvén na umbra, é pequeno. Quanto aos modos magnetossônicos rápidos, com frequências acima do valor máximo do contínuo de Alfvén, existe alguma alteração no maior valor de período estimado para esta faixa do espectro. Verifica-se que resultados melhores são obtidos com B_θ nulo. Em outras palavras, como B_θ é função de r , este introduz uma largura ao contínuo de Alfvén através da elevação do valor máximo da frequência de Alfvén na umbra. Portanto, a procura pelos modos discretos começa de um valor maior do que para o caso de B_θ nulo. Neste ponto, as autofunções já apresentam um número muito grande de oscilações na penumbra. Esta descrição, que não parece estar muito de acordo com as observações, sugere que a hipótese de B_θ nulo seja mais adequada. Este efeito é mais pronunciado para o regime de baixo β

A forma das autofunções e os valores dos períodos estimados são muito semelhantes nos modelos contínuo e descontínuo para os modos situados acima do contínuo de Alfvén da umbra. A diferença fundamental entre os dois casos é a de que no modelo descontínuo, duas classes de oscilações são possíveis, enquanto que no modelo contínuo, somente uma classe é prevista. No regime de baixo β , as mesmas conclusões são válidas. Portanto, para o regime de baixo β , apresentam-se somente os resultados do modelo descontínuo de duas camadas.

Para a faixa de valores de k normalizados entre 109 e 219, são obtidos os seguintes resultados:

1- Modos Alfvén superficiais-magnetossônicos rápidos oscilatórios:

Períodos entre 11,2 e 26,4 minutos.

2- Modos magnetossônicos rápidos oscilatórios:

Períodos entre 1,9 e 4,7 minutos.

Para alguns modos da segunda classe, a amplitude média das oscilações na penumbra aparece como sendo muito menor do que a da umbra. Isto pode indicar que, em algumas situações, seria possível a observação somente das oscilações da umbra, embora continuem sendo modos globais do sistema umbra mais penumbra. Isto foi verificado também no regime de alto β , como já mencionado anteriormente.

Pode-se observar que, para um mesmo k , períodos maiores de oscilação são obtidos para o regime de baixo β .

A previsão de duas classes de oscilações em níveis fotosféricos na penumbra está de acordo com as observações de Beckers e Schultz [52] (vide também o trabalho de revisão de Moore [19]). Uma classe apresentou períodos que iam de algo em torno de 5 minutos no raio interno da penumbra até 17 minutos no raio externo da penumbra e uma outra com período próximo ao das RPW na cromosfera, aproximadamente 4,2 minutos, verificada também em parte da

umbra. Esta segunda classe de oscilações da penumbra foi observada também por Musman *et al.* [57] na faixa de 4 a 5 minutos. Esta faixa é muito próxima daquela medida para as chamadas oscilações da umbra de 3 minutos [19].

Os modos que são evanescentes na umbra e que apresentam oscilações somente na penumbra podem ser uma boa descrição para as oscilações na penumbra com períodos maiores (entre 5 e 17 minutos) e observadas somente na penumbra. Por outro lado, os modos que oscilam nas regiões de umbra e de penumbra e que apresentam períodos menores podem ser uma descrição muito adequada para as oscilações da penumbra com períodos na faixa de 4 a 5 minutos e que são também observadas na umbra. Nota-se que os períodos e as características das chamadas oscilações de 3 minutos na umbra estão muito próximos daqueles relativos às oscilações da penumbra na faixa de 4 a 5 minutos, podendo ser manifestações de um único modo global de oscilação.

As conclusões gerais do modelo descontínuo de duas camadas é a de que existem dois modos globais possíveis de oscilação nas manchas solares: o de natureza Alfvén-magnetossônica rápida e puramente magnetossônica rápida. Por outro lado, somente um modo de oscilação na penumbra é previsto pelo modelo contínuo. Desta forma, a descrição de uma transição descontínua da umbra para a penumbra parece ser mais adequada.

Em ambos os modelos, contínuo e descontínuo, as seguintes conclusões são válidas: as oscilações da umbra e da penumbra são de natureza magnetossônica rápida quando analisadas em cada região separadamente.

O resultado de que as oscilações da umbra são de natureza magnetossônica rápida não concorda com os resultados de Evans e Roberts [45] que classificam estas oscilações como do tipo magnetossônico lento. A classificação aqui é próxima àquela dada por Thomas e Scheuer [64], onde as oscilações da umbra são consideradas do tipo magnetossônico rápido modificado por gravidade. A comparação com modelos para oscilações na penumbra em alturas aqui consideradas não é

possível pois modelos anteriores classificam estes modos somente para a região de cromosfera.

4.5 Sobre o uso de condições de contorno mais gerais na interface penumbra - vizinhança não magnética

Nesta seção, discutem-se os efeitos da consideração de condições de contorno no raio externo da penumbra diferentes daquelas que foram adotadas neste capítulo. Procura-se mostrar que condições de contorno, aparentemente mais realísticas, incluindo a existência de um meio vizinho praticamente não magnético, não são esperadas alterar os resultados já apresentados.

Por simplicidade, despreza-se o componente azimutal do campo magnético. A sua dependência com o inverso do raio faz com que este componente seja bastante pequeno na vizinhança. Neste caso, as equações diferenciais de primeira ordem em $r\xi$ e em P , Equações (2.45) e (2.46), assumem a forma:

$$D \frac{d}{dr}(r\xi_r) = -rC_2P, \quad (4.3)$$

e

$$D \frac{d}{dr}P = \frac{1}{r}C_3r\xi_r, \quad (4.4)$$

onde $P = -\gamma p \nabla \cdot \xi - \xi \cdot \nabla p + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}$, sendo \mathbf{Q} dada por:

$$\mathbf{Q} = \nabla \times (\xi \times \mathbf{B}) \quad (4.5)$$

Os coeficientes nas Equações (4.3) e (4.4) são dados por:

$$D = \rho^2(\gamma p + B^2)(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_S^2), \quad (4.6)$$

$$C_2 = \rho^2\omega^4 - \left(k^2 + \frac{m^2}{r^2}\right) [\rho\omega^2(\gamma p + B^2) - \gamma p F^2], \quad (4.7)$$

$$C_3 = D\rho(\omega^2 - \omega_A^2), \quad (4.8)$$

onde

$$\omega_A^2 = \frac{F^2}{\rho}, \quad (4.9)$$

$$\omega_S^2 = \frac{\gamma p}{\gamma p + B_z^2} \frac{F^2}{\rho}, \quad (4.10)$$

$$F = kB_z. \quad (4.11)$$

Para B_z e p constantes, o coeficiente C_3 é constante. As Equações (4.3) e (4.4) podem ser combinadas resultando na seguinte equação para P :

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} P \right] + \frac{rC_2}{\rho(\gamma p + B_z^2)(\omega^2 - \omega_S^2)} P = 0, \quad (4.12)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} P + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} P + \left(K^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) P = 0. \quad (4.13)$$

A Equação (4.13) é uma equação diferencial do tipo Bessel. A solução geral da equação é da forma:

$$P = a_1 J_m(Kr) + a_2 N_m(Kr), \quad (4.14)$$

onde $J_m(Kr)$ é a chamada função de Bessel de ordem m e $N_m(Kr)$, a função de Neumann de ordem m . As constantes a_1 e a_2 são determinadas pelas condições de contorno.

Porém, se K^2 for negativo, as soluções são as funções de Bessel modificadas e a solução geral é da forma:

$$P = a_1 I_m(|K|r) + a_2 K_m(|K|r), \quad (4.15)$$

onde $I_m(|K|r)$ e $K_m(|K|r)$ são as funções de Bessel modificadas.

Como a vizinhança das manchas solares não apresenta fluxo magnético, pode-se considerar B_z nulo. Assim, K^2 reduz-se a:

$$K^2 = \frac{\omega^2 - \frac{\gamma k^2 p}{\rho}}{\frac{\gamma p}{\rho}}, \quad (4.16)$$

ou seja, o fato de K ser imaginário ou real depende do sinal de $\omega^2 - \frac{\gamma k^2 p}{\rho}$.

Na fotosfera e sub-fotosfera, verifica-se que K^2 é negativo, implicando em soluções do tipo Bessel modificadas. Como as funções de Bessel modificadas $I_m(|K|r)$ divergem para r grandes, tem-se que a solução para P na fotosfera é da forma:

$$P = aK_m(|K|r). \quad (4.17)$$

Para o deslocamento ξ_r , tem-se de acordo com a Equação (4.4) a seguinte expressão:

$$\xi_r = c \frac{d}{dr} K_m(|K|r). \quad (4.18)$$

Em outras palavras, o componente radial do deslocamento é uma função evanescente que cai muito rapidamente com r . Esta quantidade, para os parâmetros empregados neste capítulo, já é bastante pequena na interface penumbra - vizinhança. Desta forma, a adoção deste tipo de condição de contorno em lugar de admitir ξ_r nulo nesta interface não é esperada trazer alterações nos resultados obtidos neste capítulo.

4.6 Comentários Finais

As oscilações da umbra e da penumbra vem sendo estudadas como fenômenos independentes por muitos autores, talvez pela dificuldade no tratamento da tão complexa região de penumbra. Somente em trabalhos observacionais, admitiu-se que os fenômenos periódicos na umbra e penumbra pudessem estar intimamente relacionados [72, 69, 70].

A idéia central do presente capítulo foi estudar a possível conexão entre os fenômenos acima mencionados, analisando os modos globais de oscilação do sistema umbra mais penumbra. Assim como em todos os trabalhos que vem sendo desenvolvidos nesta área, aqui também foram necessárias algumas simplificações, especialmente na penumbra. Deve-se ressaltar, porém, que sem estas simplificações torna-se extremamente difícil, do ponto de vista de tratamento matemático e numérico, chegar-se a conclusões tais como a natureza das oscilações, o principal objetivo do presente estudo. Tudo que se pretendeu neste trabalho foi fornecer um primeiro passo em um modelo que possa considerar as duas regiões da mancha solar simultaneamente, chamando a atenção para a importância de se estudar oscilações neste sistema de forma menos restritiva.

Foi visto que os modos que são evanescentes de natureza Alfvén na umbra e oscilatórios magnetossônicos rápidos na penumbra só podem ser descritos dentro do modelo descontínuo de duas camadas. Estes modos seriam aqueles propostos para descrever as oscilações da penumbra com períodos na faixa entre 5 e 17 minutos. Por outro lado, os modos magnetossônicos rápidos que oscilam em ambas as regiões da mancha solar com amplitude menor na penumbra podem ser descritos em ambos os modelos, contínuo e descontínuo. Estes modos foram associados às oscilações na umbra na faixa de 3 minutos e oscilações na penumbra na faixa de 4 a 5 minutos. No presente estudo, ambos os tipos de oscilação foram interpretados como partes de um único modo global.

Uma sugestão para trabalho futuro na área é o tratamento da situação onde as variações ao longo de z e também um componente radial do campo magnético são incluídos. Desta forma, outras camadas atmosféricas, além da fotosfera e uma fina camada sub-fotosférica aqui tratadas, poderão ser analisadas. Isto irá requerer o desenvolvimento de códigos numéricos no mínimo bidimensionais.

Capítulo 5

Oscilações MHD ideal na coroa solar

5.1 Introdução

A coroa solar é a camada da atmosfera solar que pode ser observada por ocasião dos eclipses solares totais. Entretanto, após a invenção do coronógrafo (1930), telescópio que focaliza o Sol sobre um disco, simulando um eclipse, a coroa passou a poder ser observada sistematicamente. Embora seja visível na luz branca, a coroa emite predominantemente raios X moles (comprimentos de onda entre 1 a 10 nm). A emissão de raios X na fotosfera e cromosfera são desprezíveis. Desta forma, as imagens coletadas em raios X pelas observações no espaço formam uma espécie de fotografia da coroa solar.

A coroa solar é observada como sendo formada de estruturas “fechadas” magneticamente e de regiões “abertas” nas quais as linhas de campo magnético não retornam à superfície, estendendo-se ao espaço. Estas regiões abertas são chamadas de buracos coronais e aparecem como regiões escuras nas imagens de raios X, estando associados com regiões fotosféricas unipolares. Buracos coronais são uma fonte de vento solar, uma vez que destes buracos o plasma pode escapar e atingir a Terra e outros planetas. O vento solar foi previsto por Parker já em 1958 [2] e consiste de um fluxo de partículas e campos magnéticos do Sol.

As regiões da coroa solar que apresentam estruturas magnéticas “fechadas”

podem ser vistas como sendo formadas inteiramente de tubos de fluxo magnético. Os tubos de fluxo magnético que aparecem como as estruturas mais brilhantes nas imagens de raios X, sendo assim nitidamente identificados, são denominados *arcos coronais*. Além destes arcos, existem também os tubos de fluxo na sua vizinhança [88] que aparecem de forma menos nítida nas imagens de raios X. Estes tubos de fluxo exibem densidade e temperatura mais baixas do que as dos arcos coronais. Quanto aos campos magnéticos, são aproximadamente iguais.

A natureza das oscilações na coroa solar é analisada no presente capítulo utilizando-se o modelo apresentado no Capítulo 3 para parâmetros coronais [89]. Para tanto, a região de plasma 1 representa o *arco coronal* e a região de plasma 2 representa a existência dos tubos vizinhos, sendo identificada ao longo do texto como simplesmente *coroa solar vizinha*. O raio externo da coroa solar vizinha é considerado *finito*. Isto significa que as oscilações do arco coronal em questão, imerso em um meio onde outros arcos coronais estão presentes, são estudadas desprezando-se a dinâmica destes outros arcos. Vários valores de raio externo da coroa solar vizinha são estudados e será visto que os resultados essenciais permanecem os mesmos. São obtidos modos globais discretos identificados como magnetossônicos rápidos, em relação a ambas as regiões de plasma, com períodos que variam entre frações de segundo a alguns segundos. Os períodos são estimados para diferentes tipos de arcos coronais, segundo classificação em [90].

5.2 Resultados numéricos do modelo de duas camadas

5.2.1 Os perfis de equilíbrio

A aproximação cilíndrica é utilizada para estudar oscilações em arcos coronais com grande razão de aspecto $L/2\pi a$, onde L é o comprimento típico do arco e a é o raio do arco. Recentes dados observacionais de raios X mostram razões de aspecto na faixa de 8 [90, 91]. Neste caso, a aproximação cilíndrica é bastante razoável e tem sido amplamente adotada na literatura.

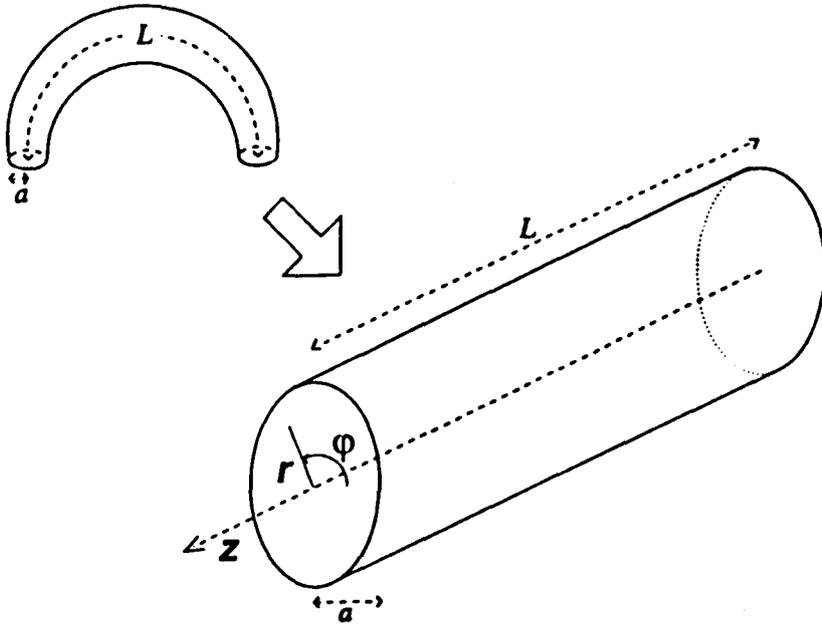


Figura 5.1 Modelo cilíndrico e simétrico para o arco coronal.

Os perfis de equilíbrio para parâmetros coronais aparecem na Figura 5.2.

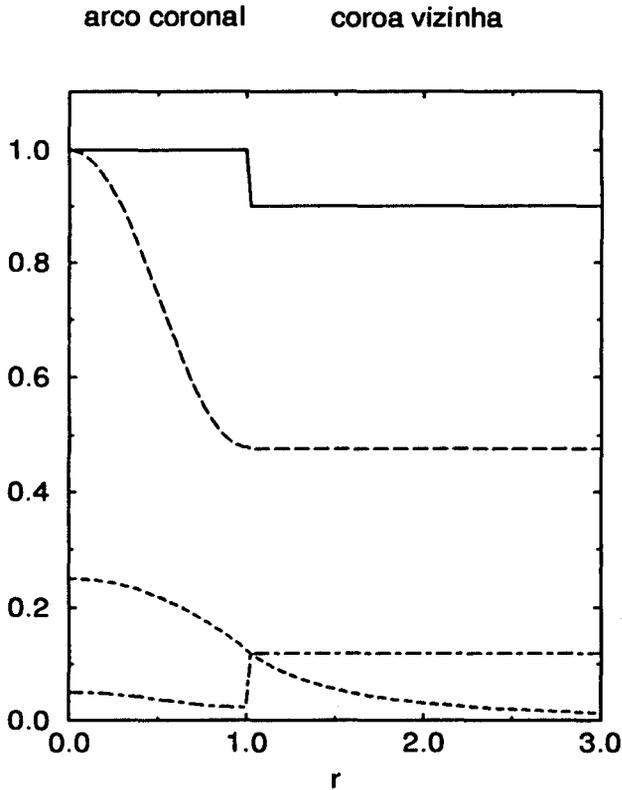


Figura 5.2 Os perfis de equilíbrio para parâmetros coronais. A curva cheia representa o campo magnético axial, B_z , a curva tracejada (traços longos), a densidade de massa, $\rho(r)$, a curva tracejada (traços curtos), o campo magnético azimuthal sobre o raio, $B_\theta(r)/r$, e a curva ponto-tracejada, a pressão, $p(r)$. Os parâmetros são $r_2 = 3,0$, $p_0 = 0,05$, $B_{z2} = 0,9$, $\rho_{2,0} = 0,2$ e $j_0 = 0,5$. O valor $r = 1,0$ representa a interface entre o arco e a região coronal vizinha.

5.2.2 Os espectros obtidos e sua análise

Nesta seção, os resultados numéricos são apresentados. A adoção de condições de contorno com deslocamento radial nulo no contorno do plasma, as quais nos sistemas de fusão termonuclear controlada são impostas pela presença de paredes rígidas condutoras, pode à primeira vista parecer inadequada no contexto solar. Porém, como já mencionado, isto representa apenas o fato de que, em uma primeira aproximação, o estudo restringe-se à uma região finita, limitada por $r = r_2$. O segundo meio de plasma aqui considerado já desempenha o papel de levar em conta a existência de uma vizinhança formada por outros tubos de fluxo magnéticos mais tênues. Uma outra questão que surge naturalmente no contexto da escolha das condições de contorno é a escolha do valor de r_2 . Os resultados são afetados por esta escolha? Este representa um dos pontos centrais de discussão deste capítulo. São analisados os casos r_2 iguais a 2,0; 3,0; 4,0; 5,0 e 6,0 (valores normalizados pelo raio do arco coronal). Também o caso em que não é levada em conta a presença da região da coroa vizinha ($r_2 = 1,0$) é discutido.

A Figura 5.3 mostra o espectro obtido para o caso de $r_2 = 3,0$ e a Figura 5.4, as respectivas autofunções ξ_r como funções de r . Pode-se observar na Figura 5.3 que, para parâmetros coronais, os ramos do contínuo de Alfvén das regiões do arco e vizinhança não apresentam uma lacuna entre eles, contrariamente ao caso analisado para manchas solares. Assim, a possibilidade de obtenção de modos superficiais de Alfvén e de modos combinados Alfvén superficial-magnetossônico rápido é eliminada para arcos coronais. Também modos magnetossônicos lentos não são encontrados. Somente modos classificados como magnetossônicos rápidos relativos às duas regiões de plasma, ou simplesmente modos magnetossônicos rápidos globais, são encontrados. Para o caso $r_2 = 3,0$, quatro autovalores são obtidos na região de procura (ω^2 no intervalo de 0,0 a 50,0). A escolha do valor

50,0 tem por objetivo apenas limitar a procura a uma certa região do espectro, acima da qual nenhuma conclusão adicional é obtida. A faixa adotada para ω^2 é suficiente para a discussão proposta por este capítulo. As autofunções correspondentes são apresentadas na Figura 5.4 e comprovam o seu caráter sturmiano para as duas regiões de plasma.

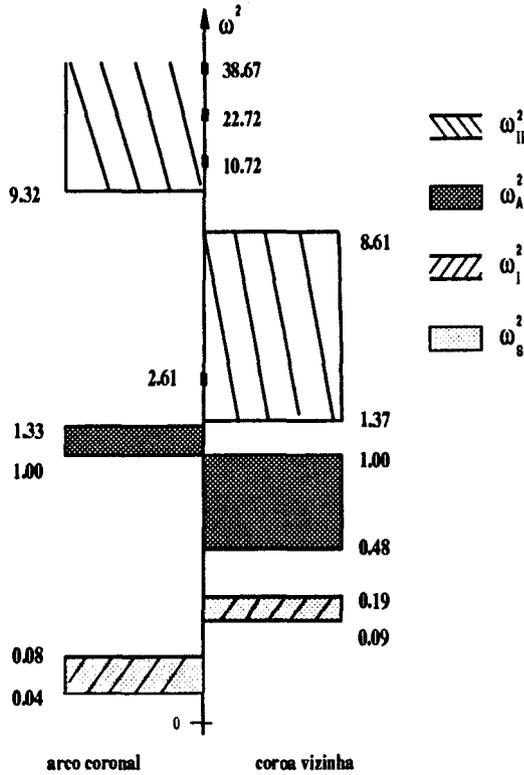


Figura 5.3 O espectro para o arco coronal em contato com a coroa vizinha. Para $r_2 = 3,0$, $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$, $B_{z2} = 0,9$, $\rho_{2,0} = 0,2$ e $j_0 = 0,5$. Os valores de ω^2 que aparecem na figura são normalizados.

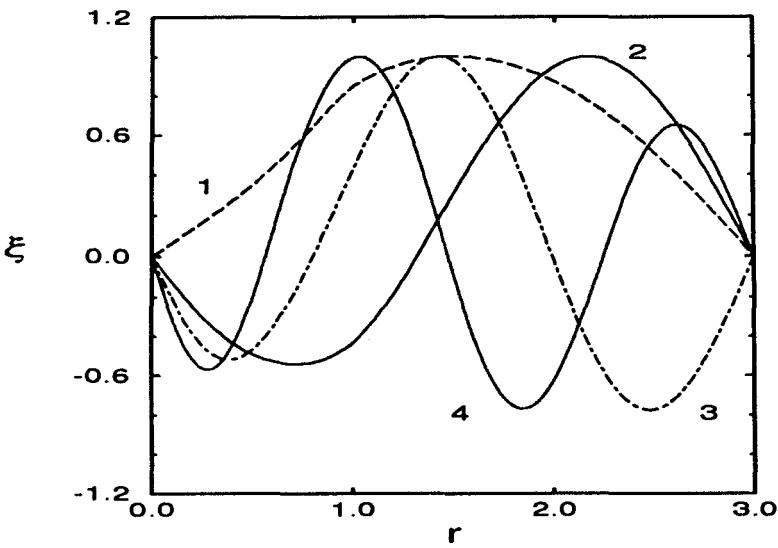


Figura 5.4. As autofunções normalizadas, ξ_r , como funções de r correspondentes aos modos discretos do espectro da Figura 5.3. Para $r_2 = 3,0$, $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$, $B_{z2} = 0,9$, $\rho_{2,0} = 0,2$ e $j_0 = 0,5$. O ponto $r = 1,0$ corresponde à interface arco coronal - coroa vizinha. A curva 1 corresponde a ω^2 igual a 2,61, a curva 2, a ω^2 igual a 10,72, a curva 3, a ω^2 igual a 22,72 e a curva 4, a ω^2 igual a 38,67. Estes modos são oscilatórios em ambas as regiões e apresentam caráter sturmiano. São modos magnetossônicos rápidos relativos a ambas as regiões.

As Figuras 5.5 e 5.6 apresentam os resultados correspondentes ao caso de $r_2 = 6,0$. Pode-se verificar que as conclusões, obtidas para o caso $r_2 = 3,0$ quanto aos modos ausentes e à natureza dos modos encontrados, permanecem válidas. Diferença é verificada somente no número de autovalores obtidos, o qual é igual a oito para r_2 igual a 6,0. Os quatro primeiros modos estão representados nas Figuras 5.5 e 5.6. Porém, será visto que o fato de um número maior de autovalores ser obtido não representa alterações nas conclusões gerais tais como a natureza MHD dos modos, fato já mencionado, e os períodos estimados.

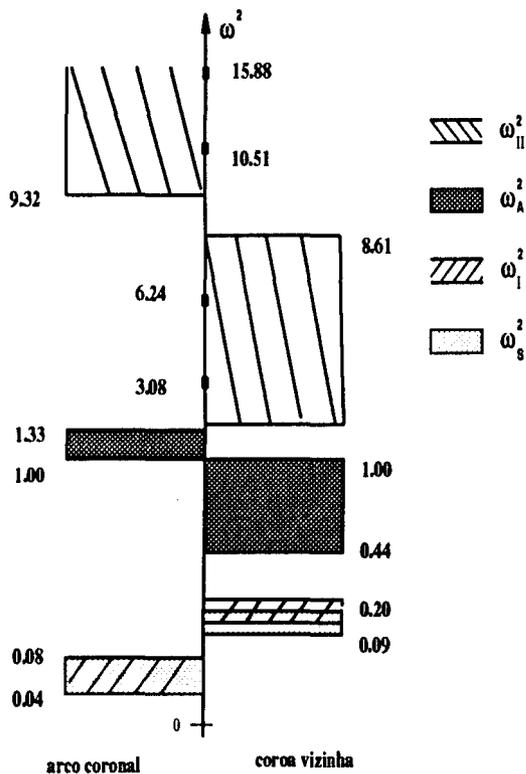


Figura 5.5 O espectro para o arco coronal em contato com a coroa vizinha. Para $r_2 = 6,0$, $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$, $B_{22} = 0,9$, $\rho_{2,0} = 0,2$ e $j_0 = 0,5$. Somente os quatro primeiros autovalores (menores ω^2) estão indicados na figura. Os valores de ω^2 que aparecem na figura são normalizados. Os demais valores encontrados e não representados na figura são 22.34, 29.88, 38.46 e 48.03.

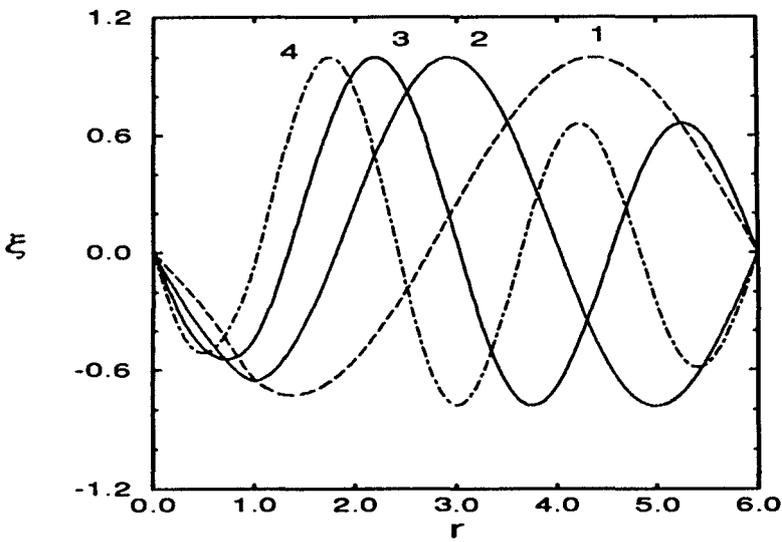


Figura 5.6. As autofunções normalizadas, ξ_r , como funções de r correspondentes aos primeiros quatro modos discretos do espectro da Figura 5.5. Para $r_2 = 6,0$, $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$, $B_{z2} = 0,9$, $\rho_{2,0} = 0,2$ e $j_0 = 0,5$. O ponto $r = 1,0$ corresponde à interface arco coronal - coroa vizinha. A curva 1 corresponde a ω^2 igual a 3,08, a curva 2, a ω^2 igual a 6,24, a curva 3, a ω^2 igual a 10,51 e a curva 4, a ω^2 igual a 15,88. Estes modos são oscilatórios em ambas as regiões e apresentam caráter sturmiano. São modos magnetossônicos rápidos relativos a ambas as regiões.

O efeito da coroa solar vizinha no estudo das oscilações de arcos coronais pode ser avaliado comparando-se os resultados anteriores com os apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8. Apresenta-se na Figura 5.7 o espectro para uma única coluna ($r_1 = r_2 = 1,0$). Na Figura 5.8, aparece a autofunção correspondente ao único modo discreto obtido no intervalo de procura.

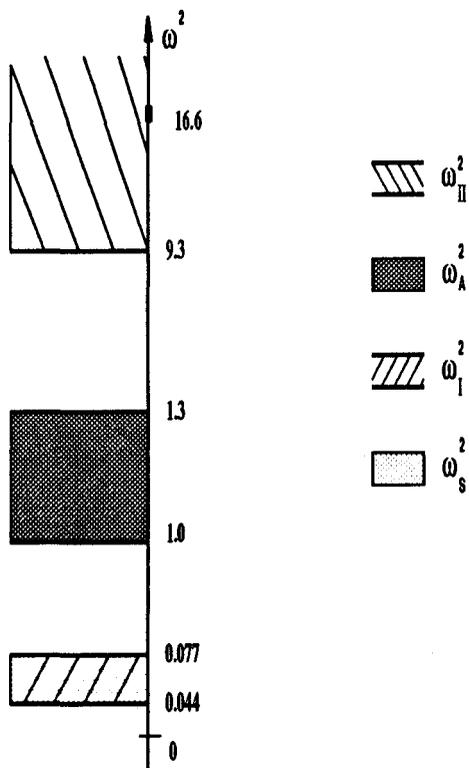


Figura 5.7 O espectro para o arco coronal com condição de contorno $\xi_r = 0$ em $r_1 = 1,0$. Para $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$ e $j_0 = 0,5$. Os valores de ω^2 que aparecem na figura são normalizados.

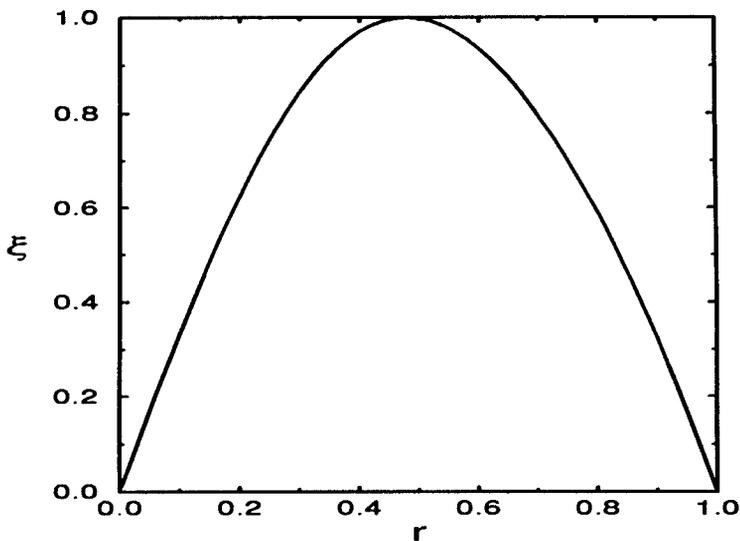


Figura 5.8. A autofunção normalizada, ξ_r , como uma função de r correspondente ao modo discreto do espectro da Figura 5.7 com ω^2 igual a 16,35. Para $k = 0,5$, $m = 2$, $p_0 = 0,05$ e $j_0 = 0,5$. Este modo é um modo magnetossônico rápido.

As estimativas dos períodos de oscilação dos modos magnetossônicos rápidos obtidos no presente modelo são feitas com base nos dados de campo magnético, densidade e raio do arco coronal encontrados no trabalho de Beaufumé *et al.* [90]. Nesta referência, os autores classificaram os arcos coronais basicamente em três grupos. Os arcos coronais do tipo 1 são classificados como sendo aqueles mais densos e com menores comprimentos, os do tipo 2, os intermediários e os do tipo 3, menos densos e com maiores comprimentos. Estes dados foram também adotados em trabalho bastante recente de Poedts e Boynton [91].

Parâmetros	Tipo de arco coronal		
	1	2	3
$T (\times 10^6 K)$	3,5	3,0	2,5
$L (\times 10^9 cm)$	1,0	3,0	10,0
$a (\times 10^8 cm)$	0,4	1,2	4,0
$L/2\pi a$	8	8	8
$B_{z0} (G)$	300	150	50
$\rho (\times 10^{-14} g cm^{-3})$	3,3	1,0	0,3
$v_A (\times 10^8 cm s^{-1})$	4,6	4,2	2,4
$v_c (\times 10^7 cm s^{-1})$	2,8	2,6	2,4

Tabela 5.1. Valores de temperatura, T , comprimento característico do arco, L , raio característico do arco, a , razão de aspecto, $L/2\pi a$, densidade de massa, ρ , velocidade de Alfvén típica, v_A , e velocidade do som típica, v_c , para três tipos de arcos característicos [90].

O valor de k normalizado igual a 0,5 corresponde a escalas de comprimento longitudinais, associadas aos modos obtidos, de aproximadamente 2500 km, 7530 km e 25.100 km para os arcos coronais dos tipos 1, 2 e 3, respectivamente. Os comprimentos típicos dos arcos para cada um dos tipos estão na Tabela 5.1.

Os resultados para os períodos, em segundos, normalizados pelo tempo necessário para percorrer a distância do raio do arco com a velocidade de Alfvén em $r = 0$, são apresentados na Tabela 5.2. Estes períodos são avaliados para diferentes valores de r_2 . Aparecem também os resultados para r_2 iguais a 2,0, 4,0 e 5,0, os quais não foram representados anteriormente em gráficos por não trazerem nenhuma informação adicional. Pode-se observar que, para diferentes valores de r_2 , aparecem em geral diferentes números de autovalores. Porém, em termos gerais, as conclusões permanecem as mesmas.

Tipo de arco	raio						
	r_2	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
1	0,13	0,08	0,09	0,09	0,08	0,08	
		0,11	0,11	0,11	0,10	0,09	
		0,24	0,17	0,15	0,11	0,10	
			0,33	0,22	0,14	0,12	
				0,42	0,18	0,14	
					0,27	0,17	
						0,22	
					0,31		
2	0,42	0,25	0,28	0,29	0,27	0,25	
		0,36	0,36	0,36	0,31	0,28	
		0,75	0,53	0,47	0,36	0,32	
			1,07	0,69	0,45	0,36	
				1,34	0,58	0,43	
					0,84	0,53	
						0,69	
					0,98		
3	2,53	1,50	1,66	1,76	1,59	1,49	
		2,18	2,16	2,17	1,83	1,66	
		4,51	3,15	2,83	2,18	1,89	
			6,39	4,11	2,68	2,18	
				7,99	3,49	2,59	
					5,02	3,18	
						4,13	
					5,88		

Tabela 5.2. Valores estimados para os períodos de oscilação, em segundos, dos modos magnetossônicos rápidos combinados, obtidos no presente modelo, para três tipos de arcos característicos [90] e diferentes valores de raio externo da coroa solar vizinha, r_2 .

Os resultados apresentados na Tabela 5.2 encontram-se em muito boa concordância com a observação de oscilações com períodos na faixa de frações de segundos a alguns segundos na coroa solar [92, 88]. Os resultados relativos ao caso $r_2 = 1,0$ também são incluídos para que se possa compará-los com os resultados relativos aos outros valores de r_2 . Para o caso $r_2 = 1,0$, somente um autovalor é encontrado no intervalo de procura. Embora os períodos estimados para o caso $r_2 = 1,0$ estejam na faixa dos dados observacionais, esta não parece ser uma descrição adequada para as oscilações em questão. Pode-se observar que, embora os valores de períodos não sejam rigorosamente os mesmos para os diferentes valores de r_2 , resultados bastante próximos são obtidos.

5.3 Comentários finais

Foram estudadas as oscilações MHD ideal em tubos de fluxo magnéticos de duas camadas com variação radial para parâmetros do modelo que simulam as condições observadas em tubos de fluxo magnético coronais. Uma grande faixa de valores do raio externo da região vizinha ao arco coronal, r_2 , foi analisada. Desta forma, embora quantidades e valores diferentes para os autovalores tenham sido encontrados para diferentes valores de r_2 , as características gerais do espectro obtido permaneceram inalteradas. A Figura 5.3, com contorno $r_2 = 3,0$, e a Figura 5.5, com contorno $r_2 = 6,0$, mostraram que para parâmetros coronais não existe uma lacuna entre os dois ramos do contínuo de Alfvén. Isto ocorre basicamente porque existe somente uma pequena diferença entre os campos magnéticos típicos dentro e fora do arco coronal [44, 88]. Neste caso, todos os modos esperados neste intervalo (modos superficiais de Alfvén e os modos combinados Alfvén superficial e magnetossônico rápido) estão ausentes. Somente modos discretos magnetossônicos rápidos combinados com caráter sturmiano estão presentes. As estimativas dos períodos de oscilação foram vistas estar bastante próximas dos

períodos observados na coroa solar. Bons resultados foram obtidos para diferentes tipos de arcos coronais.

Uma descrição mais completa poderia incluir as condições de contorno na fotosfera, ou seja, nos extremos do arco coronal. Isto representa uma boa sugestão para trabalhos futuros que irá requerer o desenvolvimento de um código numérico bidimensional ou, preferencialmente, tridimensional. Condições de contorno mais realísticas na fotosfera vem sendo analisadas em trabalhos recentes em arcos coronais como os trabalhos de Hood [93], Goedbloed e Halberstadt [9] e Poedts e Boynton [91]. Estas condições de contorno são do tipo “line-tied” na fotosfera. Por outro lado, em todos estes modelos, as condições de contorno radiais do tipo apresentadas neste capítulo não foram consideradas.

Capítulo 6

Conclusões gerais e comentários finais

Nesta tese, apresentou-se um modelo para o estudo de oscilações de um tubo de fluxo magnético de duas camadas de plasma com variação radial. Este modelo foi proposto para o estudo da natureza das oscilações em objetos astrofísicos, mais especificamente solares. Para tanto, pequenas perturbações da configuração de equilíbrio foram impostas. Isto possibilitou a linearização das equações MHD ideal. Esta linearização e o fato de se considerar uma dependência temporal das perturbações na forma $\exp(-i\omega t)$ reduziram o problema ao cálculo do espectro de um operador auto-adjunto, o qual se caracteriza por apresentar somente autovalores ω^2 reais em caso de equilíbrio estático. Foi visto no Capítulo 2 que o cálculo deste espectro era a essência da chamada análise espectral MHD ideal. No caso em que as não homogeneidades eram assumidas somente para a direção radial e com o campo magnético helicoidal, o problema de autovalores era definido pela equação de Hain-Lüst [23], ou equivalentemente ao par de equações obtido por Appert *et al.* [22], com as condições de contorno e continuidade adequadas. Um código numérico foi desenvolvido para a solução deste problema de autovalores, utilizando-se um esquema de integração tipo Runge-Kutta de segunda ordem, aliado ao “shooting method” para a determinação dos autovalores. O estudo do espectro MHD ideal com variação radial tem sido bastante mais explorado no contexto da pesquisa de fusão termonuclear controlada do que no contexto as-

trofísico. Em particular, para as aplicações aqui propostas, este tipo de análise no contexto solar tem se limitado a perfis de equilíbrio constantes [44, 45]. Da observação deste fato veio uma das motivações para o estudo apresentado nesta tese: é interessante que possa haver uma troca de conhecimentos entre as áreas de pesquisa de Fusão e Astrofísica.

Como dois exemplos de aplicações do modelo desenvolvido nesta tese no contexto da Física Solar, foram estudadas as oscilações em manchas solares, com suas regiões de umbra e de penumbra, e na coroa solar, com arcos coronais imersos na coroa solar vizinha formada por tubos de fluxo magnético mais tênues. Desta forma, aplicações com parâmetros do modelo reproduzindo condições fotosféricas e condições coronais, respectivamente, puderam ser analisadas. A escolha das manchas solares entre os tubos de fluxo magnético fotosféricos deu-se pelo maior número de dados observacionais para este sistema, conseqüente de seu maior tamanho em relação aos elementos magnéticos, poros e nós magnéticos. Porém, com as observações solares avançando rapidamente, é possível que dados observacionais de oscilações nas estruturas fotosféricas menores estejam disponíveis em pouco tempo. Desta forma, será possível analisá-los com o modelo apresentado nesta tese. Além disso, deve-se ressaltar que o presente estudo pode também ser empregado em um contexto astrofísico mais amplo, indo além de aplicações solares. O tipo de código numérico desenvolvido para esta tese permite que outros perfis de equilíbrio, além dos aqui apresentados, possam ser facilmente empregados. A escolha dos perfis apresentados nesta tese foi feita por serem estes bastante gerais, podendo descrever, como uma primeira aproximação, muitos objetos solares. É conveniente enfatizar que a idéia da tese não consistiu em

reavaliar o modelo de equilíbrio. O objetivo foi, partindo de um modelo de configuração de equilíbrio conhecida, estudar a resposta do sistema a perturbações desta configuração. Em outras palavras, o interesse estava em analisar a natureza das oscilações de estruturas solares com propostas de equilíbrio ra-

arbações
a natu-
zoáveis,

dentro das quais os parâmetros de equilíbrio pudessem caracterizar duas camadas de plasma distintas. Quanto aos resultados propriamente ditos para as duas aplicações apresentadas, manchas solares e arcos coronais, bons resultados foram obtidos em ambos os casos.

No que se refere às manchas solares, a tese apresentou uma proposta bastante original: as oscilações da umbra e da penumbra foram estudadas com a perspectiva destes fenômenos serem parte de um mesmo modo de oscilação *global do sistema umbra mais penumbra*. A complexidade da estrutura de manchas solares, especialmente da penumbra, não permitiu que todos os detalhes fossem introduzidos com o modelo simplificado proposto nesta tese, porém as características básicas puderam ser consideradas. A estratificação gravitacional foi considerada através do estudo dos regimes de altos e baixos valores do parâmetro β .

Os modos que apareceram entre os dois ramos do contínuo de Alfvén, com comportamento evanescente na umbra e oscilatório na penumbra, foram denominados nesta tese de modos combinados Alfvén superficial na umbra e magnetossônico rápido na penumbra. Procurou-se deixar claro que estes modos que oscilavam toda a região da penumbra não poderiam ser classificados como superficial nesta camada. Modos superficiais de Alfvén, evanescentes nas duas camadas e concentrados na interface entre as duas camadas, como os previstos por Goedbloed [20] (vide Apêndice A), ficavam restritos a uma certa região do espectro na lacuna entre os dois ramos do contínuo de Alfvén. Estes modos não foram estudados no contexto do estudo em manchas solares, pois o interesse estava no estudo das oscilações.

Os modos combinados Alfvén superficiais-magnetossônicos rápidos foram associados a oscilações da penumbra com períodos nitidamente maiores do que aqueles relativos às oscilações na faixa das RPW na cromosfera. Estes modos foram associados à classe de oscilações com períodos entre 5 e 17 minutos observados pela primeira vez por Beckers e Schultz [52]. Estes modos não apareciam

acompanhados de oscilações na umbra, portanto, em acordo com a descrição de modos evanescentes na umbra. A segunda classe de oscilações prevista no modelo descontínuo foi a dos modos oscilatórios magnetossônicos rápidos na umbra e na penumbra. Estes modos globais do sistema umbra mais penumbra foram associados às chamadas oscilações de 3 minutos na umbra e oscilações da penumbra na faixa dos períodos observados para as RPW da cromosfera. Estes modos apresentavam autofunções com amplitudes, algumas vezes, muito mais baixas na penumbra do que na umbra no modelo de duas camadas. Isto poderia explicar a razão pela qual algumas vezes as chamadas oscilações de 3 minutos seriam observadas somente na região da umbra. No final do Capítulo 4, foram apresentados alguns comentários com relação à relaxação da condição de contorno $\xi_r = 0$ no raio externo da penumbra. Foi visto que a consideração da vizinhança praticamente não magnética não alterava os resultados obtidos. Os modos que oscilavam nas duas regiões da mancha solar foram também descritos de maneira bastante similar no modelo em que os perfis de equilíbrio eram contínuos na interface umbra - penumbra.

A natureza das oscilações com períodos na faixa de frações de segundo a alguns segundos na coroa solar foi identificada como sendo magnetossônica rápida em relação ao arco coronal e à coroa vizinha. Este estudo representou um passo além em relação àqueles estudos nos quais admite-se que, no raio externo do arco coronal, o deslocamento é nulo (por exemplo, [94]). No Capítulo 5, mostrou-se a importância de se considerar o campo magnético dos tubos de fluxo mais tênues na vizinhança do arco coronal na descrição destes modos.

Como uma extensão natural do presente trabalho no contexto das manchas solares, aparece a consideração da variação dos perfis de equilíbrio ao longo do cilindro e a introdução do termo de gravidade e do campo magnético radial na penumbra. Desta forma, outras camadas atmosféricas da mancha solar, além daquelas em torno da fotosfera aqui estudadas, também poderiam ser analisadas.

Isto exigiria um código numérico ao menos bidimensional. Assim, os fatos relativos a variações radiais e longitudinais poderiam ser observados dentro de uma mesma descrição, contrariamente ao que vem ocorrendo na análise com códigos unidimensionais, onde se consideram somente os fatos relativos à variação longitudinal [63, 64, 66] ou somente à variação radial com a presença das regiões de umbra e penumbra como a descrita no presente trabalho [46].

Também no estudo das oscilações em arcos coronais, o desenvolvimento de um código numérico no mínimo bidimensional seria conveniente. O presente trabalho não considerou condições de contorno tipo “line-tied” na direção z . Estas condições talvez sejam mais realísticas do que as utilizadas no presente trabalho para a direção ao longo do arco. Um bom modelo para arcos coronais deveria incluir ambas as condições de contorno: a presença de uma vizinhança magnetizada e também o fato dos extremos do arco estarem ancorados na fotosfera.

Do ponto de vista da análise espectral MHD ideal, prossegue-se com o estudo do caso de configuração de equilíbrio na presença de fluxos de massa em plasmas cilíndricos. Um código numérico utilizando-se o software MATHEMATICA foi desenvolvido. O Apêndice B introduzido nesta tese tem por objetivo mostrar o atual estágio do trabalho nesta área.

Apêndice A

Modos de Alfvén superficiais

Na referência [20], Goedbloed utiliza coordenadas retangulares, por questões de simplicidade, para provar a existência do modo classificado como superficial de Alfvén. A direção de não homogeneidade é a direção x . Assim, as quantidades de equilíbrio dependem somente de x . O campo magnético é da forma:

$$\mathbf{B} = (0, B_y(x), B_z(x)). \quad (\text{A.1})$$

O deslocamento ξ do plasma é escrito na forma:

$$\xi(\mathbf{r}, t) = (X, Y, Z) \exp(-i\omega t + ik_y y + ik_z z). \quad (\text{A.2})$$

Neste caso, as equações MHD ideal linearizadas são reduzidas à uma equação diferencial de segunda ordem em X do seguinte tipo:

$$\frac{d}{dx} \left[f \frac{d}{dx} X \right] + \rho(\omega^2 - \omega_A^2) X = 0, \quad (\text{A.3})$$

onde

$$f = \frac{N}{D}, \quad (\text{A.4})$$

com

$$N = \rho^2(\gamma p + B^2)(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_S^2), \quad (\text{A.5})$$

$$D = \rho^2(\omega^2 - \omega_I^2)(\omega^2 - \omega_{II}^2), \quad (\text{A.6})$$

$$\omega_{I,II}^2 = \frac{1}{2\rho} k^2 (\gamma p + B^2) \times \left[1 \mp \left(1 - \frac{4\gamma p F^2}{k^2 (\gamma p + B^2)^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (\text{A.7})$$

As quantidades ω_A^2 , ω_S^2 e F já foram definidas no Capítulo 2.

Considere uma situação tal que, em algum ponto no intervalo do plasma, definido entre $x = x_1$ e $x = x_2$, ocorre uma descontinuidade. Por exemplo, no ponto médio $x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$. Para que a equação diferencial acima possa ser resolvida analiticamente, Goedbloed considera um plasma homogêneo em cada uma das duas regiões: (1) entre $x = x_1$ e $x = x_0$ e (2) entre $x = x_0$ e $x = x_2$. O espectro contínuo de Alfvén fica, então, definido pela equação:

$$\omega^2 = \omega_{A1}^2 H(x_0 - x) + \omega_{A2}^2 H(x - x_0), \quad (\text{A.8})$$

onde $H(s)$ é a função de Heaviside e ω_{A1}^2 e ω_{A2}^2 são constantes.

Além da homogeneidade, mais algumas considerações são feitas. Baixo valor da razão entre as pressões cinética e magnética é considerado. Isto garante que os contínuos de onda lenta e de Alfvén estejam separados, sem superposição. Para separar os efeitos dos modos magnetossônicos rápidos, considera-se propagação aproximadamente perpendicular. Neste caso, a equação diferencial a ser analisada tem a forma:

$$-\frac{1}{k^2} \frac{d}{dx} \left[(\omega^2 - \omega_A^2) \frac{d}{dx} X \right] - (\omega^2 - \omega_A^2) X = 0. \quad (\text{A.9})$$

Em cada uma das regiões do plasma, a Equação (A.9) tem a forma:

$$X'' - k^2 X = 0, \quad (\text{A.10})$$

a qual apresenta combinações de $\exp(kx)$ e $\exp(-kx)$ como solução quando $\omega^2 \neq \omega_{A1}^2$ e $\omega^2 \neq \omega_{A2}^2$. As condições de contorno $X = 0$ para $x = x_1$ e $x = x_2$ são empregadas. Com isso, a solução $X_1 = \sinh[k(x - x_1)]$ é obtida para a região 1 e

$X_2 = \text{senh}[k(x_2 - x)]$, para a região 2. Estas soluções devem ser combinadas na interface $x = x_0$. Esta composição das soluções é feita utilizando-se a condição de interface para unir as soluções obtidas para cada região separadamente. A condição de interface é obtida da Equação (A.9), integrando-a em torno do ponto de descontinuidade. Com este procedimento, chega-se à condição:

$$(\omega^2 - \omega_{A1}^2)X_1' - (\omega^2 - \omega_{A2}^2)X_2' = 0. \quad (\text{A.11})$$

A função composta caracteriza-se por ser evanescente nas duas regiões de plasma, definindo um modo superficial. A condição (A.11) é satisfeita para $\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_{A1}^2 + \omega_{A2}^2)$. Este é, portanto, o autovalor correspondente ao modo superficial de Alfvén previsto por Goedbloed.

Apêndice B

Estudo do espectro MHD ideal em plasmas cilíndricos na presença de fluxo de massa

Para equilíbrios na presença de fluxo de massa, um princípio variacional, análogo ao derivado para o caso estático por Bernstein *et al.* [49], não pode ser obtido. Isto se deve ao fato de que fluxo de massa leva as equações MHD linearizadas à uma formulação não auto-adjunta, contrariamente ao caso estático (por exemplo, [95]). Desta forma, a procura por configurações de equilíbrio estáveis na presença de fluxo torna-se bastante mais complicada. O desenvolvimento de códigos numéricos assume neste caso um papel bastante importante no teste de várias configurações de equilíbrio. Neste apêndice, apresenta-se um código numérico baseado no uso do software MATHEMATICA [96] para a análise do espectro de autovalores na presença de fluxo. Este código é bastante geral e permite que diversos perfis de equilíbrio de plasmas cilíndricos com variação radial possam ser analisados.

- O código numérico e aplicação a jatos extragalácticos

Em presença de fluxo, já foi visto no Capítulo 2 que as equações linearizadas, para soluções com dependência temporal do tipo $\exp(-i\omega t)$, reduzem-se à

Equação (2.24):

$$(\rho\omega^2 + i2\omega\mathbf{G} + \mathbf{F})\xi = 0, \quad (\text{B.1})$$

onde \mathbf{G} e \mathbf{F} eram dadas pelas Equações (2.19) e (2.20), funções de ξ e dos perfis de equilíbrio.

O ponto central do código é perceber que a Equação (B.1) representa um problema de autovalores não linear em ω , podendo ser enquadrado na classe de problemas de autovalores da forma:

$$(\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C}) \cdot \mathbf{x} = 0. \quad (\text{B.2})$$

Pode-se mostrar que este problema pode ser reduzido a um equivalente linear pela introdução de um autovetor \mathbf{y} , também de ordem N , onde N é a dimensão de \mathbf{x} [38]:

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{C} & -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

A Equação (B.1) define três equações nos três componentes r , θ e z e, em cada um destes, existem termos nos três componentes de ξ , $\xi_r(r)$, $\xi_\theta(r)$ e $\xi_z(r)$. Ao se discretizar a região na qual se deseja integrar a equação, escrevem-se as derivadas em forma de diferenças finitas e o resultado é algo que pode ser classificado como uma matriz tridiagonal por blocos de ordem 3. A matriz completa é de ordem $6N$, onde N é o número de pontos considerados na região de integração. Em outras palavras, o ponto central é que um problema de autovalores *não linear* (segunda ordem no autovalor) de ordem $3N$ é transformado em um problema *linear* no autovalor e de ordem $2 \times (3N)$ [38].

Calculam-se os elementos da matriz de ordem $6N$ relativa ao problema em questão, o que se torna extremamente mais simples utilizando-se o MATHEMATICA. Através dos comandos do MATHEMATICA para o cálculo de autovalores e autovetores de uma matriz, chega-se às soluções desejadas. As condições de contorno utilizadas são ξ_r finito em $r = 0$ e zero em $r = r_1$, onde r_1 é o raio do

cilindro. O problema de um plasma de duas camadas, tratado ao longo da tese, não pode ser tratado pelo código em sua atual forma e necessita de estudos futuros. Isto porque a introdução de condições na interface plasma - plasma faz com que a matriz resultante apresente alguns elementos que são funções de ω . Neste caso, não é possível usar os comandos de cálculo de autovalores e autovetores do MATHEMATICA diretamente.

A configuração de equilíbrio é estável quando somente valores reais para os autovalores ω são obtidos. A existência de uma parte imaginária não nula implica em instabilidades. Quando um autovalor ω apresenta também uma parte real, ou seja, quando não é um imaginário puro, a perturbação não aumenta monotonicamente, mas oscila como um modo com amplitude crescente. Isto é chamado de “overstability”.

Diferentes valores de N foram testados no código numérico e foi verificado que, apesar dos diferentes números de autovalores obtidos em cada caso (igual a $6N$), o teste de estabilidade e a taxa de crescimento do(s) modo(s) instável(s) permanece(m) praticamente o(s) mesmo(s) em todos os casos. Desta forma, somente são apresentados os resultados com $N = 30$.

Como exemplo, apresentam-se os resultados com os perfis de equilíbrio em geometria cilíndrica utilizados no trabalho de Corbelli e Torricelli-Ciamponi [97] para modelar jatos extragalácticos. Os componentes do campo magnético de equilíbrio são dados pelas seguintes equações:

$$B_z(r) = 2AB_0r(1 - r^2), \quad (\text{B.4})$$

$$B_\theta(r) = B_0(1 - r^2), \quad (\text{B.5})$$

onde A e B_0 são constantes e r é normalizado pelo raio do jato.

A densidade é uniforme e a pressão é dada por:

$$p(r) = p_0 \left\{ 1 + \frac{\gamma v_A^2}{6 v_c^2} \left[3r^4(-6A^2 - 1) + 40r^3A^2 + 6r^2(-4A^2 + 1) + 2A^2 - 3 \right] \right\}, \quad (\text{B.6})$$

onde p_0 é constante e v_A e v_c são, respectivamente, as velocidades de Alfvén e do som típicas. Para jatos extragalácticos, um valor típico para a velocidade de Alfvén é da ordem de 10^8 cm s^{-1} , sendo da mesma ordem de grandeza da velocidade do som.

A velocidade de equilíbrio é considerada ter somente componente axial:

$$v_z(r) = v_0(1 - r^2), \quad (\text{B.7})$$

onde v_0 é constante.

As figuras abaixo mostram os resultados obtidos para os autovalores ω em uma região limitada do plano complexo para o seguinte conjunto de parâmetros: $k = 1,0$, $m = 0$, $B_0 = 1,0$, $A = 1,0$, $p_0 = 0,74$ e $\frac{v_A}{v_c} = 0,9$. Dois valores diferentes de v_0 são empregados e também um caso onde se inclui um componente azimutal da velocidade de equilíbrio aos perfis dados em [97]. Também o espectro do caso de equilíbrio estático é obtido, o qual é visto ser estável. Pode-se observar que o aumento de v_0 aumenta o número de modos instáveis e também a taxa de crescimento do modo mais instável.

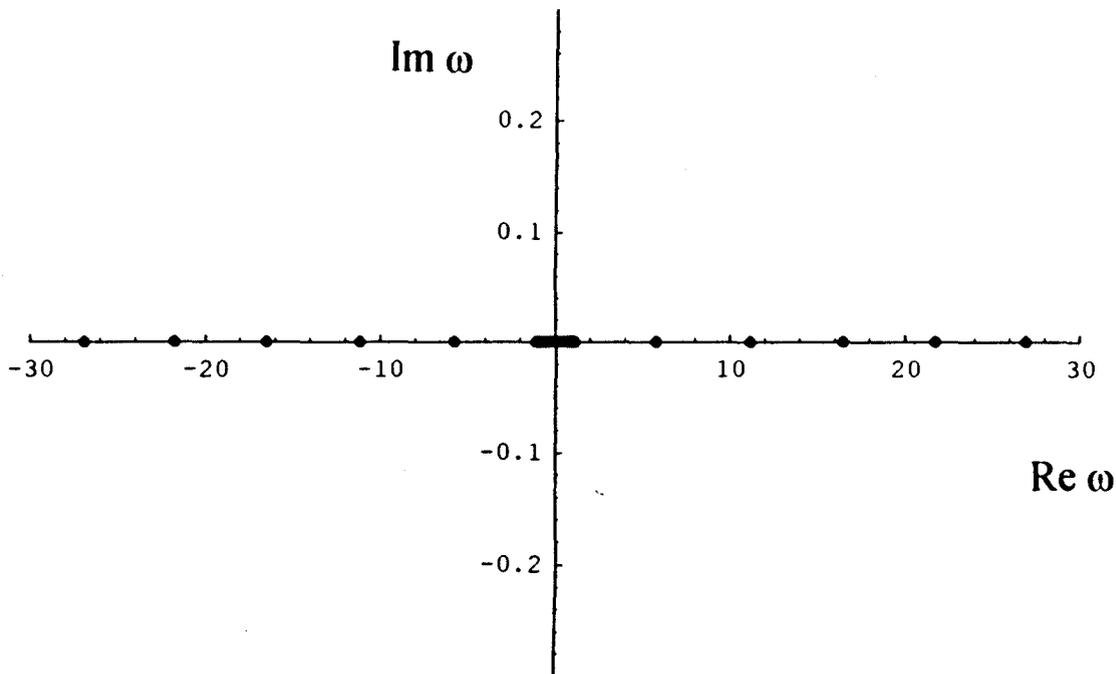


Figura B.1. Os autovalores ω no plano complexo obtidos para $v_0 = 0$, caso de equilíbrio estático. Observa-se que não há modos instáveis.

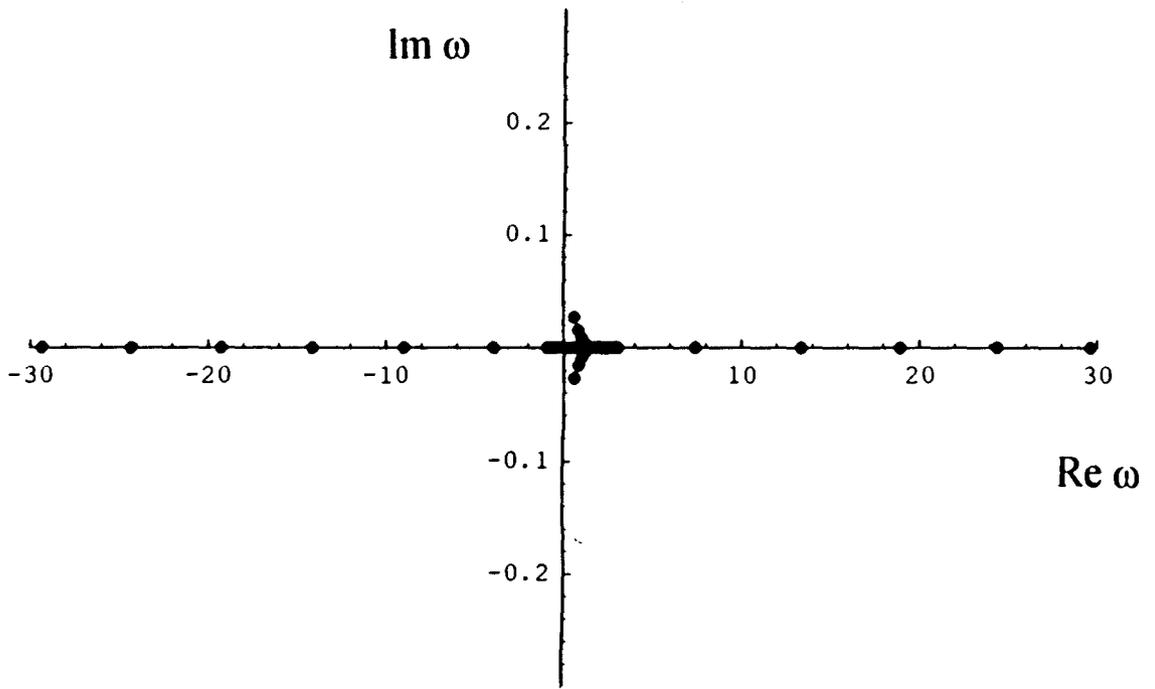


Figura B.2. Os autovalores ω no plano complexo obtidos para $r_0 = 2.0$.

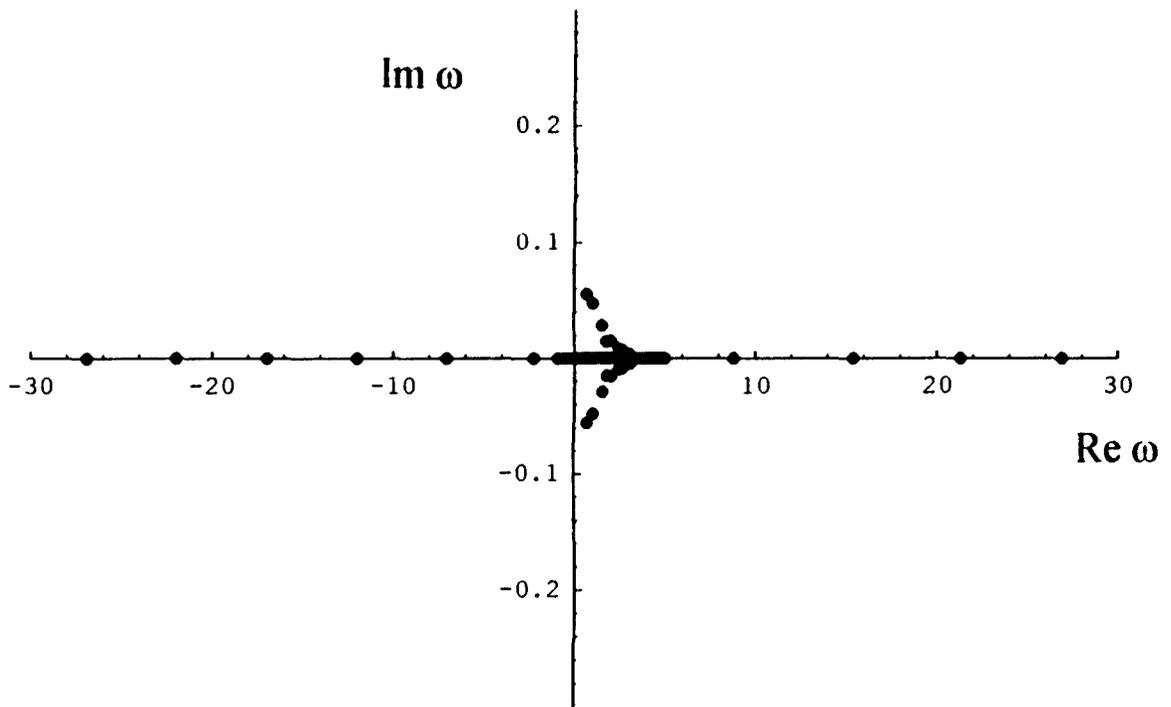


Figura B.3. Os autovalores ω no plano complexo obtidos para $r_0 = 4,0$.

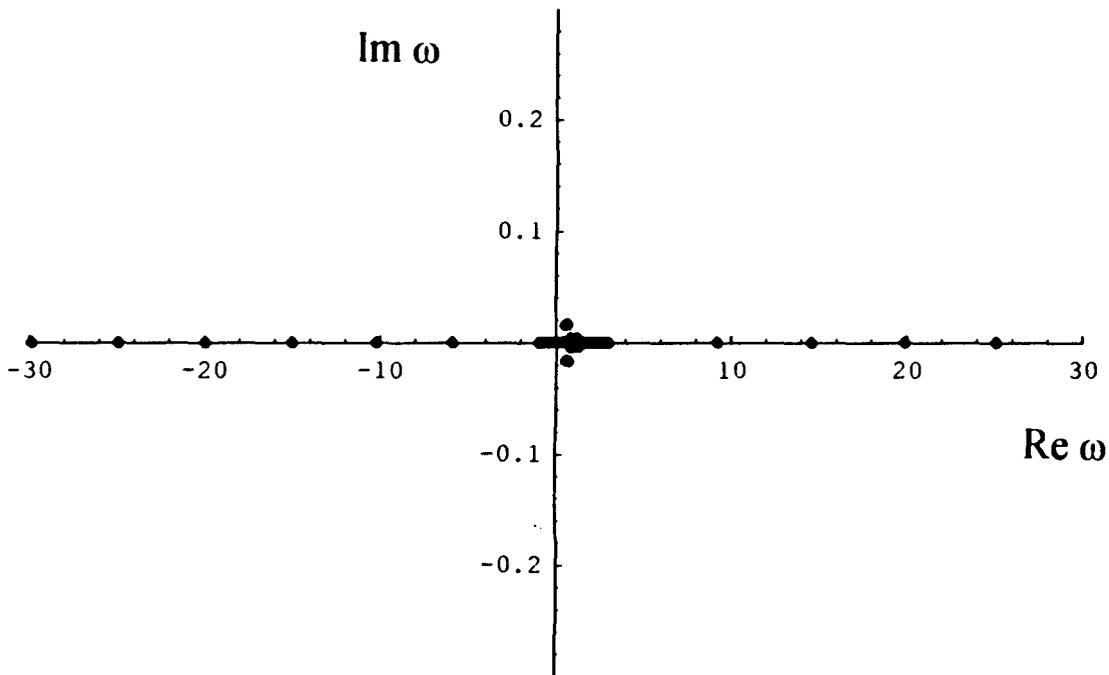


Figura B.4. Os autovalores ω no plano complexo obtidos para $v_0 = 2,0$ e com um componente v_θ .

Bibliografia

- [1] J.B. Zirker. *Solar Phys.* **148**, 43 (1993).
- [2] E.R. Priest. *Solar Magnetohydrodynamics*. Reidel, Dordrecht, 1984.
- [3] Y. Elsworth, R. Howe and G.R. Isaak, C.P. McLeod, B.A. Miller, R. New, S.J. Wheeler, and D.O. Gough. *Nature* **376**, 669 (1995).
- [4] H. Alfvén. *Nature* **150**, 405 (1942).
- [5] H. Alfvén. *Cosmical Eleetrodynamics*. Oxford Univ. Press, Oxford, 1950.
- [6] T.G. Cowling. *Magnetohydrodynamics*. Interscience, New York, 1957.
- [7] E.N. Parker. *Cosmical Magnetic Fields*. Oxford Univ. Press, Oxford, 1979.
- [8] J.P. Goedbloed. *Computer Phys. Commun.* **59**, 39 (1990).
- [9] J.P. Goedbloed. *Space Sci. Rev.* **68**, 121 (1994).
- [10] G. Halberstadt and J.P. Goedbloed. *Astron. Astrophys.* **280**, 647 (1993).
- [11] S. Poedts, A.J.C. Beliën, and J.P. Goedbloed. *Solar Phys.* **151**, 271 (1994).
- [12] J.P. Goedbloed, H.A. Holties, S. Poedts, G.T.A. Huysmans, and W. Kerner. *Plasma Phys. Control. Fusion* **35B**, 277 (1993).
- [13] R.A.M. Van der Linden and M. Goossens. *Solar Phys.* **134**, 247 (1991).
- [14] T. Sakurai, M. Goossens, and J.V. Hollweg. *Solar Phys.* **133**, 227 (1991).

- [15] R. Keppens, R.A.M. Van der Linden, and M. Goossens. *Solar Phys.* **144**, 267 (1993).
- [16] C.A. de Azevedo, A.S. de Assis, H. Shigueoka, and P.H. Sakanaka. *Solar Phys.* **131**, 119 (1991).
- [17] C.A. de Azevedo, A.S. de Assis, H. Shigueoka, and P.H. Sakanaka. *Solar Phys.* **136**, 295 (1991).
- [18] C.A. de Azevedo, A.G. Elfimov, and A.S. de Assis. *Solar Phys.* **153**, 205 (1994).
- [19] R.L. Moore. *Space Scie. Rev.* **28**, 387 (1981).
- [20] J.P. Goedbloed. *Lecture Notes on Ideal Magnetohydrodynamics [Lectures given at Universidade Estadual de Campinas, Brazil, 1979], Rijnhuizen Report 83-145*, (1983).
- [21] J.P. Freidberg. *Ideal Magnetohydrodynamics*. Plenum Press, New York, 1987.
- [22] K. Appert, R. Gruber, and J. Vaclavik. *Phys. Fluids* **17**, 1471 (1974).
- [23] K. Hain and R. Lust. *Z. Naturforschg* **13a**, 936 (1958).
- [24] H. Grad. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **70**, 3277 (1973).
- [25] J.P. Goedbloed and P.H. Sakanaka. *Phys. Fluids* **17**, 908 (1974).
- [26] P.H. Sakanaka and J.P. Goedbloed. *Phys. Fluids* **17**, 919 (1974).
- [27] J.P. Goedbloed. *Phys. Fluids* **18**, 1258 (1975).
- [28] H. Grad. *Phys. Today* **22**, 34 (1969).
- [29] C. Uberoi. *Phys. Fluids* **15**, 1673 (1972).

- [30] J. Tataronis and W. Grossmann. *Z. Physik* **261**, 203 (1973).
- [31] W. Grossmann and J. Tataronis. *Z. Physik* **261**, 217 (1973).
- [32] L. Chen and A. Hasegawa. *Phys. Fluids* **17**, 1399 (1974).
- [33] J. Vaclavik and K. Appert. *Nucl. Fusion* **31**, 1945 (1991).
- [34] J.A. Ionson. *Astrophys. J.* **226**, 650 (1978).
- [35] J.V. Hollweg and G. Yang. *Astrophys. J.* **282**, L31 (1988).
- [36] W. Grossmann and R.A. Smith. *Astrophys. J.* **332**, 476 (1988).
- [37] S. Poedts, M. Goossens, and W. Kerner. *Astrophys. J.* **360**, 279 (1989).
- [38] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical recipes in C: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 1992.
- [39] A. De Chambrier, A. Heym, F. Hofmann, B. Joye, R. Keller, A. Lietti, J.B. Lister, P.D. Morgan, N.J. Peacock, and M.J. Stamp. *Plasma Phys.* **24**, 893 (1982).
- [40] K. Appert, R. Gruber, F. Troyon, and J. Vaclavik. *Plasma Phys.* **24**, 1147 (1982).
- [41] S.M. Mahajan, D.W. Ross, and G.-L. Chen. *Phys. Fluids* **26**, 2195 (1983).
- [42] A. Bondeson, R. Iacono, and A. Bhattacharjee. *Phys. Fluids* **30**, 2167 (1987).
- [43] P. M. Edwin and B. Roberts. *Solar Phys.* **88**, 179 (1983).
- [44] T. E. Abdelatif. *Astrophys. J.* **333**, 395 (1988).
- [45] D. J. Evans and B. Roberts. *Astrophys. J.* **348**, 346 (1990).

- [46] M. M. Ochi, P. H. Sakanaka, R. T. Faria Jr., C. A. de Azevedo, and A. S. de Assis. "A sunspot model for study of discrete Alfvén waves and instabilities". In *1994 International Conference on Plasma Physics*, volume 2, page 378, 1994.
- [47] M. M. Ochi, R. T. Faria Jr., P.H. Sakanaka, C. A. de Azevedo, and A. S. de Assis. "Ideal MHD spectral analysis in a two-layered cylindrical plasma". In *III Encontro Brasileiro de Fisica dos Plasmas*, page 263, 1995.
- [48] C. J. Durrant. *The Atmosphere of the Sun*. Adam Hilger, Bristol, 1988.
- [49] I.B. Bernstein, E.A. Frieman, M.D. Kruskal, and R.M. Kulsrud. *Proc. Roy. Soc. (London)* **A244**, 17 (1958).
- [50] J.M. Beckers and P.E. Tallant. *Solar Phys.* **7**, 351 (1969).
- [51] A. Wittmann. *Solar Phys.* **7**, 366 (1969).
- [52] J.M. Beckers and R.B. Schultz. *Solar Phys.* **27**, 61 (1972).
- [53] A. Bhatnagar, W.C. Livingston, and J.W. Harvey. *Solar Phys.* **27**, 80 (1972).
- [54] H. Zirin and A. Stein. *Astrophys. J.* **178**, L85 (1972).
- [55] R.G. Giovanelli. *Solar Phys.* **27**, 71 (1972).
- [56] R.L. Moore and F. Tang. *Solar Phys.* **41**, 81 (1975).
- [57] S. Musman, A. H. Nye, and J. H. Thomas. *Astrophys. J.* **206**, L175 (1976).
- [58] H. Balthasar and E. Wiehr. *Solar Phys.* **94**, 99 (1984).
- [59] H. Balthasar, G. Kuveler, and E. Wiehr. *Solar Phys.* **112**, 37 (1987).
- [60] E.H. Schroter and D. Soltau. *Astron. Astrophys.* **49**, 463 (1976).

- [61] D. Soltau, E.H. Schroeter, and H. Woehl. *Astron. Astrophys.* **50**, 367 (1976).
- [62] M.J. Penn and B. J. LaBonte. *Astrophys. J.* **415**, 383 (1993).
- [63] M.A. Scheuer and J.H. Thomas. *Solar Phys.* **71**, 21 (1981).
- [64] J.H. Thomas and M.A. Scheuer. *Solar Phys.* **79**, 19 (1982).
- [65] T. E. Abdelatif, B. W. Lites, and J. H. Thomas. *Astrophys. J.* **311**, 1015 (1986).
- [66] Y. D. Zhugzhda, V. Locans, and J. Staude. *Solar Phys.* **82**, 369 (1983).
- [67] J.B. Gurman and J.W. Leibacher. *Astrophys. J.* **283**, 859 (1984).
- [68] A.H. Nye and J.H. Thomas. *Solar Phys.* **38**, 399 (1974).
- [69] B. W. Lites. *Astrophys. J.* **334**, 1054 (1988).
- [70] C.E. Alissandrakis, A.A. Georgakilas, and D. Dialetis. *Solar Phys.* **138**, 93 (1992).
- [71] B.W. Lites, O.R. White, and D. Packman. *Astrophys. J.* **253**, 386 (1982).
- [72] R.G. Giovanelli. In *IAU Symposium 56, Chromospheric Fine Structure*, ed. R. Grant Athay, Dordrecht: Reidel, page 137, (1974).
- [73] R. Moore and D. Rabin. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **23**, 239 (1985).
- [74] J. H. Thomas. *Aust. J. Phys.* **38**, 811 (1985).
- [75] R. T. Faria Jr., M. M. Ochi, P.H. Sakanaka, C. A. de Azevedo, and A. S. de Assis. "On the nature of the running penumbral waves and the penumbral dark puffs". In *III Encontro Brasileiro de Fisica dos Plasmas*, page 359, 1995.

- [76] R. T. Faria Jr., M. M. Ochi, P.H. Sakanaka, C. A. de Azevedo, and A. S. de Assis. "the connection between umbral oscillations and penumbral waves". In *IV Encontro Brasileiro de Fisica dos Plasmas*, page 154, 1996.
- [77] V. J. Pizzo. *Astrophys. J.* **302**, 785 (1986).
- [78] S.K. Solanki and H.U.Schmidt. *Astron. Astrophys.* **267**, 287 (1993).
- [79] V. Osherovich and T. Flaa. *Solar Phys.* **88**, 109 (1983).
- [80] H. Zhang. *Solar Phys.* **154**, 207 (1994).
- [81] K. Jahn. *Astron. Astrophys.* **222**, 264 (1989).
- [82] H.U. Schmidt, H.C. Spruit, and N.O. Weiss. *Astron. Astrophys.* **158**, 103 (1986).
- [83] P. Maltby, E.H. Avrett, M. Carlsson, O. Kjeldseth-Moe, R.L. Kurucz, and R.Loeser. *Astrophys. J.* **306**, 1986.
- [84] D. Degenhardt and E. Wiehr. *Astron. Astrophys.* **252**, 821 (1991).
- [85] W. Schmidt, A. Hofmann, H. Balthasar, T. D. Tarbell, and Z. A. Frank. *Astron. Astrophys.* **264**, L27 (1992).
- [86] A. M. Title, Z. A. Frank, R. A. Shine, T. D. Tarbell, K. P. Topka, G. Scharmer, and W. Schmidt. *Astrophys. J.* **403**, 780 (1993).
- [87] B. W. Lites, D. F. Elmore, P. Seagraves, and A.P. Skumanich. *Astrophys. J.* **418**, 928 (1993).
- [88] L.J. Porter, J.A. Klimchuk, and P.A. Sturrock. *Astrophys. J.* **435**, 502 (1994).

- [89] M. M. Ochi, R. T. Faria Jr., P.H. Sakanaka, C. A. de Azevedo, and A. S. de Assis. "MHD waves in coronal loops: the effects of the surrounding corona". In *IV Encontro Brasileiro de Fisica dos Plasmas*, page 121, 1996.
- [90] P. Beaufumé, B. Coppi, and L. Golub. *Astrophys. J.* **393**, 396 (1992).
- [91] S. Poedts and G.C. Boynton. *Astron. Astrophys.* **306**, 610 (1996).
- [92] B. Roberts. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* **62**, 83 (1991).
- [93] A.W. Hood. *Plasma Phys. and Controll. Fusion* **34**, 411 (1992).
- [94] P. de Bruyne and A.W. Hood. *Solar Phys.* **142**, 87 (1992).
- [95] E. Frieman and M. Rotenberg. *Rev. Mod. Phys.* **32**, 898 (1960).
- [96] S. Wolfram. *Mathematica: a system for doing mathematics by computer*. Wolfram Research, Illinois, second edition, 1991.
- [97] E. Corbelli and G.T. Ciamponi. *Phys. Fluids B* **2**, 828 (1990).