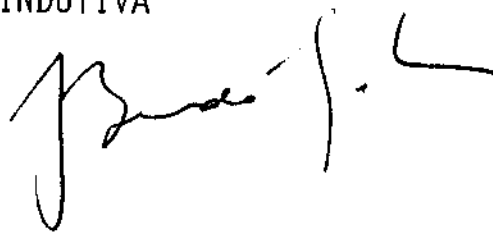


Este exemplar encontra-se à disposição
final de seu depósito pela biblioteca e
aprovado pela Comissão Julgadora.
10/1/88

GERAÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA NÃO INDUTIVA

COM AS ONDAS DE ALFVÉN



Altair Souza de Assis

Tese apresentada ao
Instituto de Física "Gleb Wataghin",
da Universidade Estadual de Campinas,
como parte dos requisitos
necessários para obtenção do
título de Doutor em Ciências

Campinas, SP

Março - 1988

THESIS: Non-Inductive Electric Current Drive Using
Alfvén Waves

AUTHOR: Altair Souza de Assis

PACS NUMBERS: 52.55.Fa, 52.50.Gj, 52.40.Db, 52.40.Fd,
52.30.Dw, 52.35.Hr, 52.25.Dg, 52.35.Ra,
52.25.Fs, 52.55.Pi, 96.60.Pb, 98.60.Qs,

KEY WORDS: Steady-State Tokamak, Non-Inductive Current
Drive, Radio-Frequency Wave Current Drive,
MHD Waves, Cherenkov Damping, Quasilinear
Diffusion Equation, Fokker-Planck Collision
Operator, Self-Consistent Current Drive
Formulation, Coronal Heating, Extragalactic
Jet Collimation.

À minha esposa

À minha filha

A meus pais

ÉTICA

Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos e não tivesse AMOR, seria como o metal que soa ou como o sino que tine.

2 E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse AMOR, de nada seria.

3 E ainda que distribuísse toda a minha fortuna para sustento dos pobres, e ainda que entregasse o meu corpo para ser queimado, e não tivesse AMOR, nada disso me aproveitaria.

4 O AMOR é sofredor, é benigno; o AMOR não é invejoso; o AMOR não trata com leviandade, não se ensoberbece.

5 Não se porta com indecência, não busca os seus interesses, não se irrita, não suspeita mal;

6 Não folga com a injustiça, mas folga com a verdade;

7 Tudo sofre, tudo crê, tudo espera, tudo suporta.

8 O AMOR nunca falha; mas havendo profecias, serão aniquiladas; havendo línguas, cessarão; havendo ciência, desaparecerá;

9 Porque, em parte, conhecemos, e em parte profetizamos;

10 Mas, quando vier o que é perfeito, então o que o é em parte será aniquilado.

11 Quando eu era menino, falava como menino, sentia como menino, discorria como menino, mas, logo que cheguei a ser homem, acabei com as coisas de menino.

12 Porque agora vemos por espelho em enigma, mas então veremos face a face; agora conheço em parte, mas então conhecerei como também sou conhecido.

13 Agora, pois, permanecem a fé, a esperança e o AMOR, estes três, mas o maior destes é o AMOR.

RESUMO

Estudou-se a geração de corrente elétrica não indutiva com o emprego das ondas de rádio-frequência utilizando-se as equações da teoria quase-linear unidimensional em um plasma infinito, homogêneo e uniformemente magnetizado na direção z . As colisões Coulombianas são introduzidas "ad hoc" através de um operador de colisão de Fokker-Planck, linear e unidimensional. A interação onda-partícula em estudo foi a de Cherenkov - atenuação de Landau (LD) e atenuação por tempo de trânsito (TTMP). O sistema de equações obtido foi solucionado de forma autoconsistente, considerando três regimes de potência externa: fonte fraca ($\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$), fonte forte ($\text{Im}\omega_k \ll \ll v_{\text{col}}$) e fonte crítica ($\text{Im}\omega_k \sim v_{\text{col}}$). Os termos $\text{Im}\omega_k$ e v_{col} são o coeficiente de atenuação não colisional ressonante de Cherenkov e o de atenuação colisional não ressonante, respectivamente.

Os principais resultados obtidos foram as expressões gerais para a corrente elétrica gerada, para a eficiência de geração de corrente e para a potência crítica - a menor potência requerida para a saturação da corrente. Aplicaram-se estes resultados às ondas de interesse na geração de corrente pela atenuação de Cherenkov - ondas de Alfvén cinética, de Alfvén discreta,

magnetossônica rápida, superficial e sibilante. A técnica empregada nesta tese também pode ser utilizada para a onda híbrida inferior que, no entanto, não foi incluída por já ter sido exaustivamente estudada.

Verificou-se que a eficiência calculada com o emprego do modelo autoconsistente é maior que a obtida com o modelo não autoconsistente. Ainda, o modelo não autoconsistente só se justifica quando a potência externa aplicada é suficientemente alta para que seja formado um platô na região de ressonância da função de distribuição dos elétrons, ou seja, quando $Im\omega_k \ll v_{col}$.

Como exemplo, os resultados obtidos foram aplicados para a onda de Alfvén cinética, empregando os dados de alguns dos principais tokamaks atuais. Tanto INTOR como JT-60 apresentam resultados promissores, com eficiências altas (0,9 A/W e 0,5 A/W) e potências baixas (1,6 MW e 2,2 MW) para correntes críticas razoáveis (1,4 MA e 1,0 MA). Calculou-se, também, para as várias ondas citadas, a eficiência de geração de corrente e a corrente de saturação no tokamak TCA. As ondas de Alfvén cinética, magnetossônica rápida, de Alfvén discreta e superficial possuem para a eficiência e a corrente de saturação os seguintes valores: 0,5 A/W e 1,0 MA; 0,4 A/W e 1,0 MA; 0,1 A/W e 1 MA; e 0,03 A/W e 1,0 MA, respectivamente. Os cálculos para a onda sibilante concordam

com resultados recentes das máquinas ACT-1 [Phys.Rev. Lett.55,1669(1985)] de Princeton e o Torus de Irvine [Phys.Rev.Lett.56,835(1986)].

ABSTRACT

Non-inductive current generation by means of radio frequency waves is studied using one-dimensional (1D) quasilinear equations. Coulomb collisions are treated with an "ad hoc" linear 1D Fokker-Planck operator. The plasma is infinite, homogeneous and the external (dc) magnetic field is in the z-direction. Only the Cherenkov interaction - Landau damping (LD) and transit-time magnetic pumping (TTMP) - is considered. The equations obtained are solved self-consistently. Three external power source regimes are considered: weak source ($\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$), strong source ($\text{Im}\omega_k \ll v_{\text{col}}$) and critical source ($\text{Im}\omega_k \sim v_{\text{col}}$). Here $\text{Im}\omega_k$ is the resonant non-collisional Cherenkov damping coefficient and v_{col} is the non resonant collisional damping coefficient.

The principal results obtained in this thesis are the general expressions for the current generated, for the efficiency of current generation and for the critical power - the lowest power required for current saturation. These results were applied for the waves currently considered for current generation via Cherenkov damping: the kinetic Alfvén wave, the fast magnetosonic wave, the surface wave and the whistler wave. The techniques developed here can also be used

for the lower-hybrid wave, which was not included since it has been explored extensively in the literature.

The efficiency of current generation calculated self-consistently is bigger than that calculated non self-consistently. Furthermore, the non self-consistent model can be used only when the applied power is high enough so that a plateau is formed in the resonant region of the electron distribution function, i.e., when $\text{Im}\omega_k \ll v_{\text{col}}$.

As an example the results obtained for the kinetic Alfvén wave were applied to several large tokamaks. Both INTOR and JT-60 show promising results with high efficiency (0.9A/W and 0.5A/W) and low critical power (1.6 MW and 2.2MW) for reasonable critical currents (1.4 MA and 1.0 MA). Also the efficiency for current generation and the current saturation for the TCA tokamak were calculated for the several waves listed above. The kinetic Alfvén wave has an efficiency of 0.5 A/W and current saturation of 1 MA, the fast magnetosonic wave has an efficiency of 0.4 A/W and current saturation of 1 MA, the discrete Alfvén wave has an efficiency of 0.1 A/W and current saturation of 1 MA, and the surface wave has an efficiency of 0.03 A/W and current saturation of 1 MA. The computations made for the whistler wave agree with

• recent results obtained in the ACT-1 device [Phys.Rev. Lett.55,1669(1985)] also in the Irvine Torus [Phys.Rev. Lett.56,835(1986)].

INDICE

RESUMO	i
ABSTRACT	iv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 - Histórico e Modelo Utilizado.....	1
1.2 - Símbolos, Operações, Definições e Constantes.....	18
1.3 - Referências Bibliográficas.....	23
2. GERAÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA NÃO INDUTIVA COM ONDAS DE RÁDIO-FREQÜÊNCIA	25
2.1 - Formulação Autoconsistente.....	37
2.2 - Cálculo da Corrente.....	43
2.2.1 - Regime de Fonte Fraca.....	48
2.2.2 - Regime de Fonte Forte.....	54
2.2.3 - Regime de Fonte Crítica.....	60
2.3 - Referências Bibliográficas.....	66

3. APLICAÇÃO DA TEORIA AUTOCONSISTENTE	68
3.1 - Geração de Corrente com o Emprego da Onda de Alfvén Cinética.....	68
3.1.1 - Fonte Fraca.....	70
3.1.2 - Fonte Forte.....	78
3.1.3 - Fonte Crítica.....	83
3.2 - Geração de Corrente com o Emprego da Onda de Alfvén Discreta.....	87
3.2.1 - Fonte Fraca.....	88
3.2.2 - Fonte Forte.....	91
3.2.3 - Fonte Crítica.....	93
3.3 - Geração de Corrente com o Emprego da Onda Magnetossônica Rápida.....	93
3.3.1 - Fonte Fraca.....	97
3.3.2 - Fonte Forte.....	100
3.3.3 - Fonte Crítica.....	100
3.4 - Geração de Corrente com o Emprego da Onda Superficial.....	101
3.4.1 - Fonte Fraca.....	102
3.4.2 - Fonte Forte.....	103
3.4.3 - Fonte Crítica.....	104
3.5 - Geração de Corrente com o Emprego da Onda Sibilante.....	105
3.5.1 - Fonte Fraca.....	108
3.5.2 - Fonte Forte.....	110

3.5.3 - Fonte Crítica.....	111
3.6 - Referências Bibliográficas.....	113
4. TÓPICOS ADICIONAIS	117
4.1 - Efeitos Toroidais na Geração de Corrente.....	117
4.2 - Efeitos na Geração de Corrente, Causados pelo Resfriamento e Aquecimento Paralelos.....	124
4.3 - Referências Bibliográficas.....	130
5. RESUMO, CONCLUSÃO E SUGESTÕES	131
5.1 - Resumo.....	131
5.2 - Conclusão.....	135
5.3 - Sugestões.....	138
5.4 - Referências Bibliográficas.....	143
APÊNDICES	
A - ONDAS DE RF EM PLASMAS MAGNETIZADOS ..	146
A.1 - Relação de Dispersão.....	146
A.1.1 - Relação de Dispersão para as Ondas de RF em Plasmas Frios.....	153
A.1.2 - Relação de Dispersão para as Ondas de RF em Plasmas	

Quentes e Aplicação para a Onda de Alfvén Cinética.	165
A.2 - Polarização das Ondas de RF em Plasmas Magnetizados.....	177
A.3 - Densidade de Energia Espectral das Ondas de RF.....	188
A.4 - Coeficiente de Atenuação de Che- renkov para as Ondas de RF.....	195
A.5 - Referências Bibliográficas.....	221
B - EQUAÇÃO QUASE-LINEAR E DE FOKKER-PLANCK.	225
B.1 - Teoria Quase-Linear.....	225
B.1.1 - Teoria Quase-Linear para a Onda de Alfvén Cinética.	229
B.1.2 - Teoria Quase-Linear para uma onda de RF Arbitrária.	236
B.2 - Operador de Fokker-Planck para as Colisões Coulombianas.....	240
B.3 - Referências Bibliográficas.....	253
C - PARÂMETROS DOS TOKAMAKS DE INTERESSE ..	256
C.1 - Tokamak PLT.....	256
C.2 - Tokamak TCA.....	257
C.3 - Tokamak ASDEX UPGRADE.....	257
C.4 - Tokamak TFTR.....	258
C.5 - Tokamak JT-60.....	258
C.6 - Tokamak JET.....	259

C.7 - Tokamak INTOR..... 259

AGRADECIMENTOS 260

CURRICULUM VITAE 264

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRICO E MODELO UTILIZADO

Sabe-se que não é possível confinar um plasma em um simples torus cujas linhas de força do campo magnético sejam circulares. Os sistemas toroidais necessitam possuir uma transformada rotacional, ou seja, as linhas de campo devem ser distorcidas convenientemente. Esta distorção dá origem a um campo magnético com "helicidade", que garante assim o confinamento do plasma [1].

Nesta tese, o sistema toroidal considerado será o tokamak^(*). As máquinas do tipo tokamak foram

(*) A palavra "tokamak" tem origem no termo russo "toroidalnaya kamera i magnitnaya katushka".

desenvolvidas na URSS, na década de 60 [1,2] e possuem um forte campo magnético toroidal suplementado por um poloidal mais fraco. O campo toroidal é produzido por bobinas e o poloidal, por uma corrente elétrica toroidal que é induzida no plasma através de um transformador. Nesta configuração, o plasma representa o secundário deste transformador (ver Figuras 1 e 2). Com este tipo de configuração o funcionamento do tokamak restringe-se a um regime pulsado. Este regime possui os inconvenientes de expor o reator de fusão a elevadas tensões elétricas, mecânicas e térmicas, o que causa sérios problemas de engenharia à usina elétrica. A fim de eliminar estes inconvenientes, deve-se gerar uma corrente elétrica toroidal contínua, deixando de lado a corrente gerada por indução magnética.

Uma grande variedade de métodos tem sido proposta [3], nenhum deles, contudo, já se mostrou perfeitamente adequado para um reator do tipo tokamak com operação contínua, no tempo e em condições de ignição. Deste modo, o estudo da geração de corrente elétrica não indutiva em tokamaks ainda representa um campo aberto à pesquisa.

Dentre os muitos métodos propostos para produzir uma corrente elétrica não indutiva, o uso das ondas de rádio-freqüência tem sido um dos mais promisso-

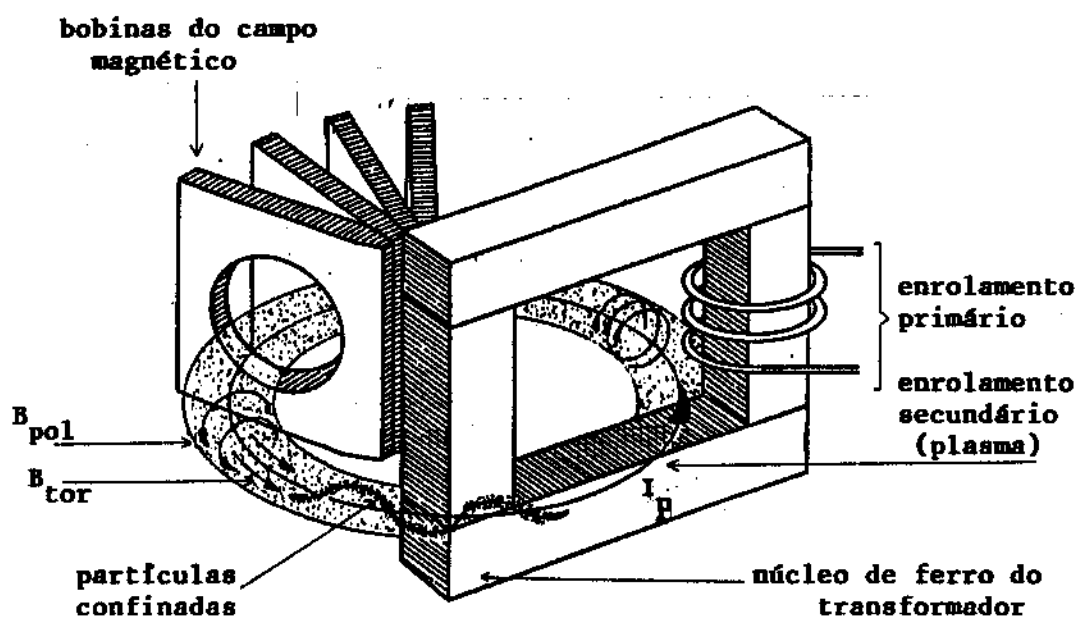


Figura 1

Representação esquemática de um tokamak, indicando os enrolamentos, o plasma e os campos magnéticos gerados.

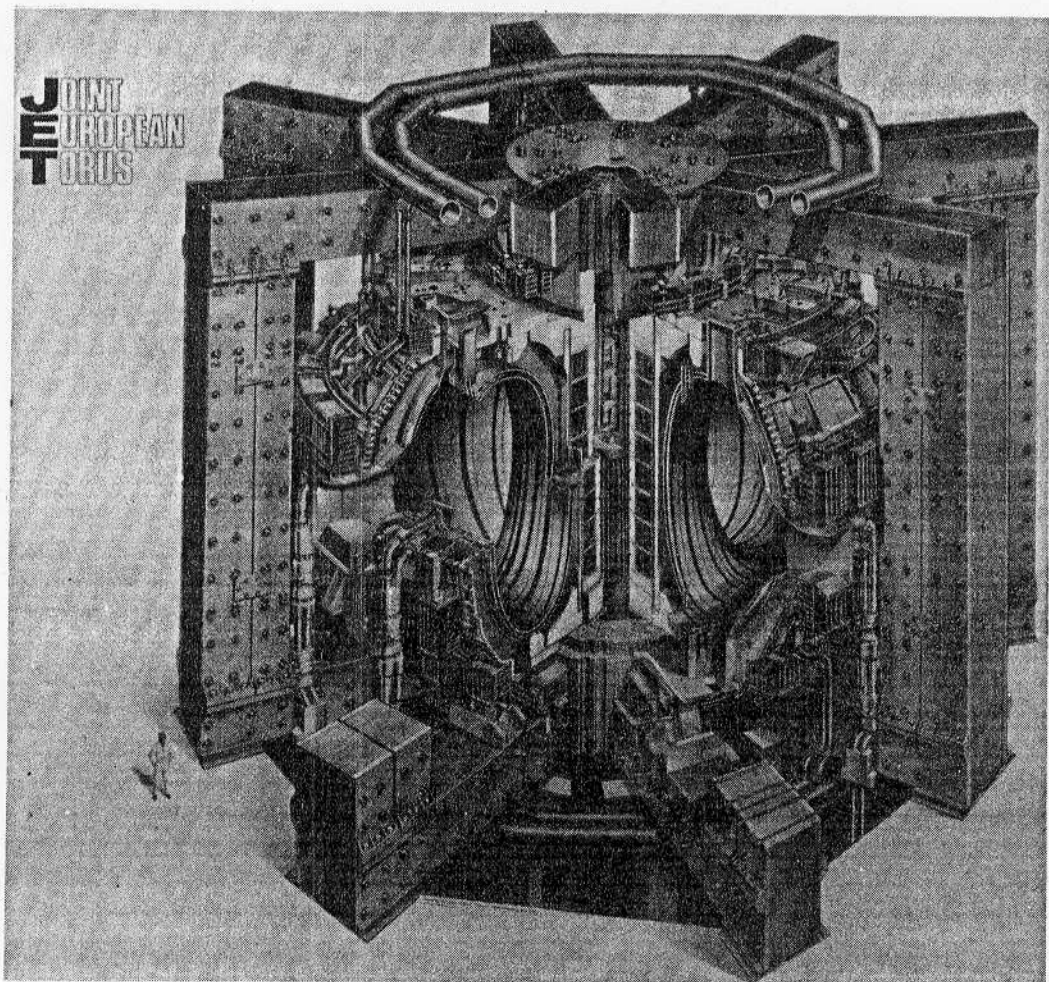


Figura 2 : JET - Tokamak Europeu
(Source: JET Joint Undertaking)

sores [4]. Na realidade, a primeira experiência em que se pode dizer, conclusivamente, ter sido gerada uma corrente elétrica não indutiva, usando ondas de rádio-freqüência, realizou-se na década de 50 [5]. A devida atenção ao assunto só se deu, porém, após o trabalho de Fisch [6], que estudou a geração de corrente com o emprego da onda híbrida inferior (lower hybrid wave current drive). Curiosamente, entretanto, antes do trabalho de Fisch [6], Klima [7] havia feito um trabalho semelhante e, em certos aspectos, até mesmo mais completo.

No estudo da geração de corrente elétrica por ondas de rádio-freqüência, dois principais modelos podem ser utilizados. O primeiro considera a corrente como sendo gerada por uma onda monocromática com uma amplitude tal que os elétrons ficam aprisionados no poço de potencial da onda e são arrastados na direção de propagação estabelecendo, assim, uma corrente elétrica toroidal. Este é um problema a ser estudado no contexto de uma teoria não linear [8] e não será objeto de consideração nesta tese. No segundo modelo, considera-se a interação de um elenco (ensemble) de ondas de pequena amplitude com os elétrons do plasma, e a corrente é gerada por um processo de difusão no espaço das velocidades - geração de corrente por transferência de

momento ou geração de corrente por aquecimento preferencial [4]. A amplitude de cada onda deste elenco é tal que não há aprisionamento dos elétrons no poço de potencial delas, sendo adequado, então, estudar este problema usando a teoria quase-linear. Esta tese usa este modelo para estudar a geração de corrente por ondas de rádio-freqüência em sistemas toroidais.

No modelo quase-linear, estuda-se a geração de corrente através da resolução do sistema de equações quase-linear juntamente com a equação de Fokker-Planck para as colisões Coulombianas. Adiciona-se este operador de colisão à equação quase-linear de forma "ad hoc".

O modo tradicional de resolução do sistema de equações quase-linear é atribuir, a priori, ao coeficiente de difusão no espaço das velocidades uma forma $\vec{D}(\vec{x}, \vec{v}, t)$. Este coeficiente, no caso, não é considerado como um funcional da função de distribuição $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$. É razoável atribuir uma forma a $\vec{D}(\vec{x}, \vec{v}, t)$ quando a potência da fonte de rádio-freqüência for suficientemente alta para formar um platô na região de ressonância da função de distribuição $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$. E, nesta situação, o mecanismo mais efetivo de absorção de energia das ondas são as colisões Coulombianas. Utiliza-se a formulação não autoconsistente no modelo clássico de Fisch [6] e outros [4, 7, 9]. Contudo, este modelo

falha se a potência da fonte de rádio-frequência não for suficientemente alta para formar um platô. Existem experiências onde a potência é tal que o platô não se forma [10]. Além do problema da potência baixa, o modelo clássico mencionado não contém nenhuma informação sobre a potência crítica, isto é, a potência mínima para a saturação da corrente. A informação sobre a potência crítica é importante do ponto de vista de engenharia, uma vez que toda a potência gasta, além da potência crítica, não é utilizada no que concerne à geração de corrente. Para tratar das dificuldades acima expostas, um modelo mais completo deve ser usado. Este será chamado de autoconsistente em contraste com o anterior de Fisch [6] que nesta tese, será chamado de não autoconsistente. O modelo autoconsistente foi usado até o momento em duas situações: no estudo da produção de elétrons evasores (runaway electrons) por ondas de Langmuir em plasmas magnetizados [11] e no da geração de corrente por estas mesmas ondas [10].

O operador de colisão utilizado na formulação autoconsistente é o mesmo que o da não autoconsistente, ou seja, o operador de colisão de Fokker-Planck [6]. É muito comum o emprego de um operador de colisão linearizado no estudo da geração de corrente porque um operador não linear, que conserva energia e momento ,

requer na equação de difusão quase-linear um termo adicional de transporte de energia. De outra forma, a energia introduzida no sistema por aquecimento ôhmico ou pelo aquecimento devido às ondas de rádio - frequência não teria como sair do sistema, e o estado estacionário nunca seria atingido. Assim, considerando-se um operador de colisão não linear, um termo de dissipação "ad hoc" deve ser suplementado para que o sistema possa atingir um estado estacionário [3]. Note-se que o estado estacionário em um tokamak é mantido por um balanço das várias fontes e sumidouros de energia, momento e partículas. Tem-se como exemplo destas fontes e sumidouros a criação de partículas α durante as reações de fusão, o aquecimento do plasma devido à presença da rádio-frequência e radiações. Pode-se mencionar que o problema do transporte de energia, momento e partículas no tokamak, ainda não foi completamente resolvido e há uma carência de modelos mais precisos para fontes e sumidouros de energia, momento e partículas nesta máquina. Sendo assim, o emprego de um operador de colisão não linear exato não levaria a resultados mais precisos que o linearizado considerando que hipóteses "ad hoc" relacionadas a estas fontes e sumidouros deveriam ser construídas [3].

Apesar de não conservar energia, um operador

linearizado pode conservar o momento paralelo. O uso de um operador linearizado que não conserve o momento paralelo faz com que a eficiência de geração de corrente para as ondas de baixa velocidade de fase tenha um valor aproximadamente 50% menor que o obtido com um operador que conserve momento paralelo. No caso das ondas de alta velocidade de fase, o erro é bem menor [3]. É bem mais fácil, contudo, lidar com este operador. Obtem-se, deste modo, resultados mais rápidos e sem as conseqüentes complicações numéricas devido ao uso de um operador mais completo [3].

Uma forma bastante simplificada, mas muito útil, para o operador de colisão de Fokker-Planck é a sua versão a uma dimensão (1D)[6]. O operador de Fokker-Planck a duas dimensões (2D)[3] pode descrever o "pitch-angle scattering". O operador 1D só é adequado quando a dinâmica principal das partículas é, contudo, aquela da direção paralela ao campo magnético ambiente - este é o caso da geração de corrente elétrica não indutiva por transferência de momento. O operador 1D descreve bem a "competição" entre a difusão quase-linear, que distorce a função de distribuição na região de ressonância, e as colisões Coulombianas que tendem a fazer com que a distribuição modificada retorne à condição de Maxwelliana [3].

A eficiência de geração de corrente obtida com o modelo 1D, como era de se esperar, possui um valor muito próximo daquele obtido com o modelo 2D, diferindo somente por um fator multiplicativo ($2, z=1$)[3]. A eficiência com o modelo 2D é maior porque, nele, consideram-se as mudanças nas velocidades paralela ($v_{//}$) e perpendicular ao campo magnético ambiente ($v_{\perp}$)(pitch-angle scattering). Estas se manifestam fisicamente como menor absorção de potência para a geração de uma mesma corrente se comparada com a do modelo 1D em que se considera a distribuição de velocidades na direção perpendicular como Maxwelliana [6]. Uma outra razão para a melhor eficiência com o modelo 2D é o aumento do número de elétrons na região de ressonância [3].

O objetivo desta tese é estudar a geração de corrente por transferência do momento, através do emprego de ondas de rádio-freqüência que são absorvidas pela atenuação de Cherenkov. Considera-se esta atenuação no apêndice A.

A geração de corrente por transferência de momento pode ser estudada com o emprego do modelo autoconsistente ou do não autoconsistente. Emprega-se, neste trabalho, o modelo autoconsistente que ainda não foi utilizado neste contexto. O não autoconsistente, porém, tem sido explorado vastamente em uma e duas dimensões

para as ondas eletromagnéticas e eletrostáticas [3-4, 6-9]. O autoconsistente só foi usado para o estudo da geração de corrente não indutiva e o da produção de elétrons evasores pela onda de Langmuir em plasma magnetizado [10]. Espera-se obter uma melhor eficiência com o modelo autoconsistente, visto que se estima o coeficiente de Cherenkov acima do valor real no cálculo não autoconsistente.

O modelo a ser empregado é o unidimensional, pelas razões a seguir:

- na interação de Cherenkov, a dinâmica principal é a da direção paralela ;
- pela possibilidade de maior concentração na física da geração de corrente autoconsistente, uma vez que as expressões são muito mais simples que no caso 2D. Não se justificaria, de início, uma complicação se as informações mais simples ainda não foram extraídas do modelo autoconsistente. Sabe-se que a introdução do modelo 2D, não autoconsistente, muda a eficiência 1D por um fator 2 ($z=1$) [3].

Finalmente, para simular-se, no modelo unidimensional, a presença dos elétrons presos nas órbitas bananas do tokamak, introduzir-se-á um corte no espaço das velocidades, conforme mostra a Figura 3. Os elétrons presos nas órbitas bananas, representadas pelo

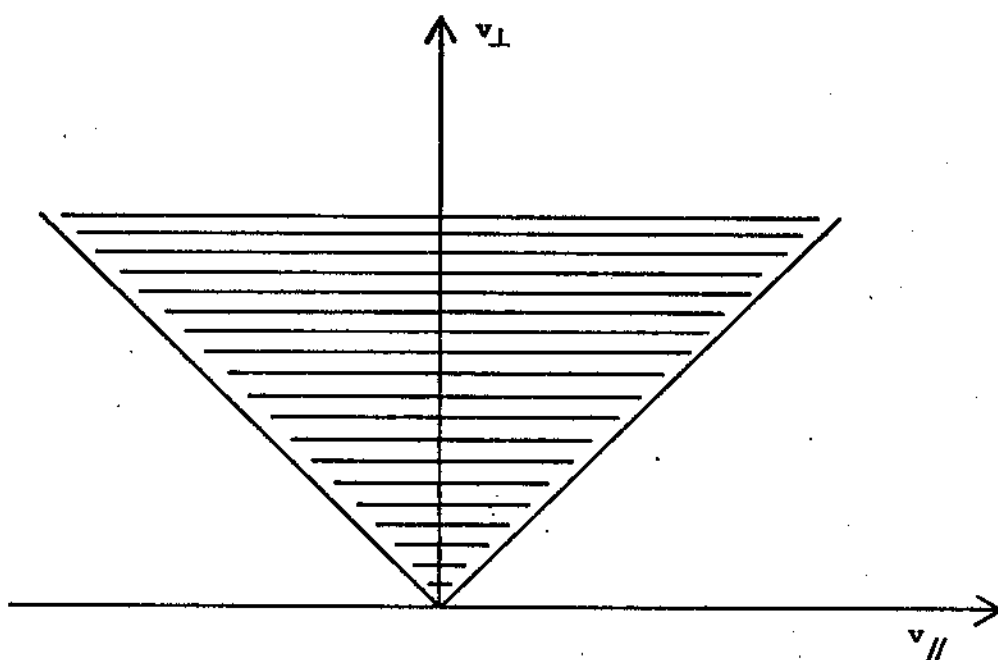


Figura 3
Espaço das velocidades com corte indicado pela região hachuriada.

corte no espaço das velocidades, não podem ser portadores de corrente elétrica. Espera-se, pois, uma redução da eficiência quando estas órbitas existirem [3].

Na Figura 4, está esquematizado o modelo físico empregado nesta tese[10].

Neste trabalho, inicialmente, são deduzidas as expressões para a corrente elétrica não indutiva, para a eficiência e para a potência crítica. Estas expressões são válidas para qualquer onda eletromagnética que transfira momento aos elétrons do plasma através da atenuação de Cherenkov (Cherenkov damping). Em seguida, aplica-se esta formulação às ondas de rádio-freqüência que tenham potencial para gerar corrente em plasmas de laboratório, em plasmas espaciais e em plasmas astrofísicos. Estas ondas são: magnetossônica rápida (fast magnetosonic wave), de Alfvén discreta (discrete Alfvén wave), de Alfvén cinética (kinetic Alfvén wave), superficial (surface wave), sibilante (whistler wave) e híbrida inferior (lower hybrid wave). A Figura 5 esclarece a razão da escolha destas ondas. As de baixa e as de alta velocidades de fase possuem maior eficiência para geração de corrente. Isto porque as de baixa velocidade de fase transportam grande quantidade de momento, e as ondas de alta porque, apesar de transportarem baixa quantidade de momento, interagem com e-

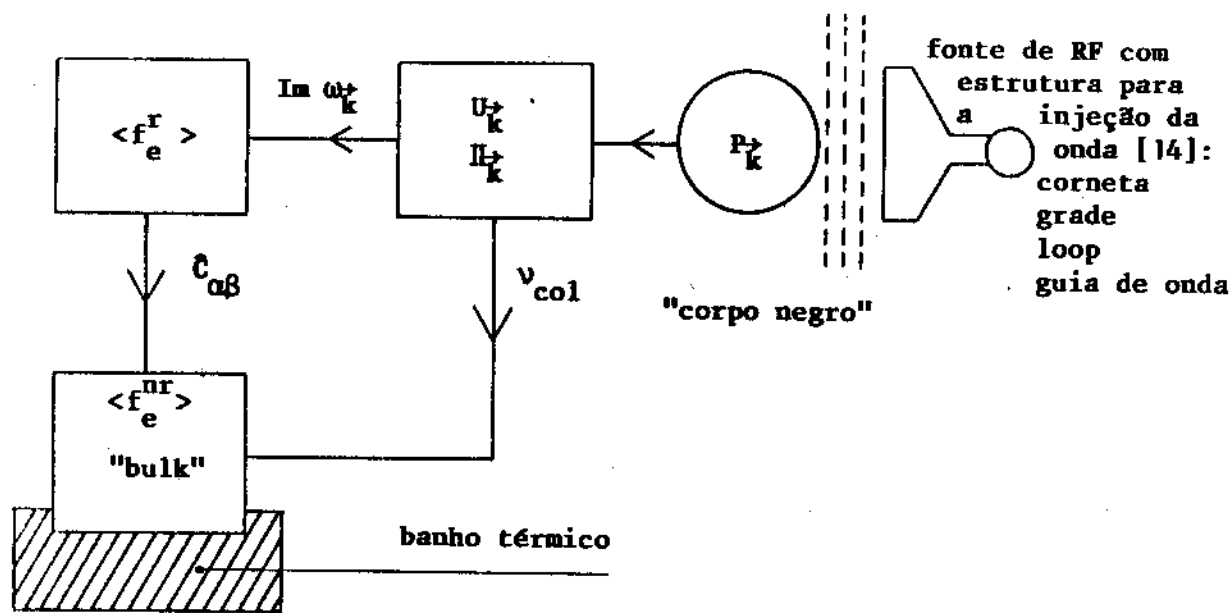


Figura 4

P_k fonte externa

U_k densidade espectral de energia

Il_k densidade espectral de momento

$Im \omega_k \{ \langle f_e \rangle \}$ coeficiente de atenuação de Cherenkov

$C_{\alpha\beta} \{ \langle f_e \rangle \}$ operador de colisão de Fokker-Planck

$\langle f_e \rangle$ função de distribuição média dos elétrons

$\langle f_e^r \rangle$ parte ressonante de $\langle f_e \rangle$

$\langle f_e^{nr} \rangle$ parte não ressonante de $\langle f_e \rangle$

v_{col} coeficiente de atenuação colisional não ressonante

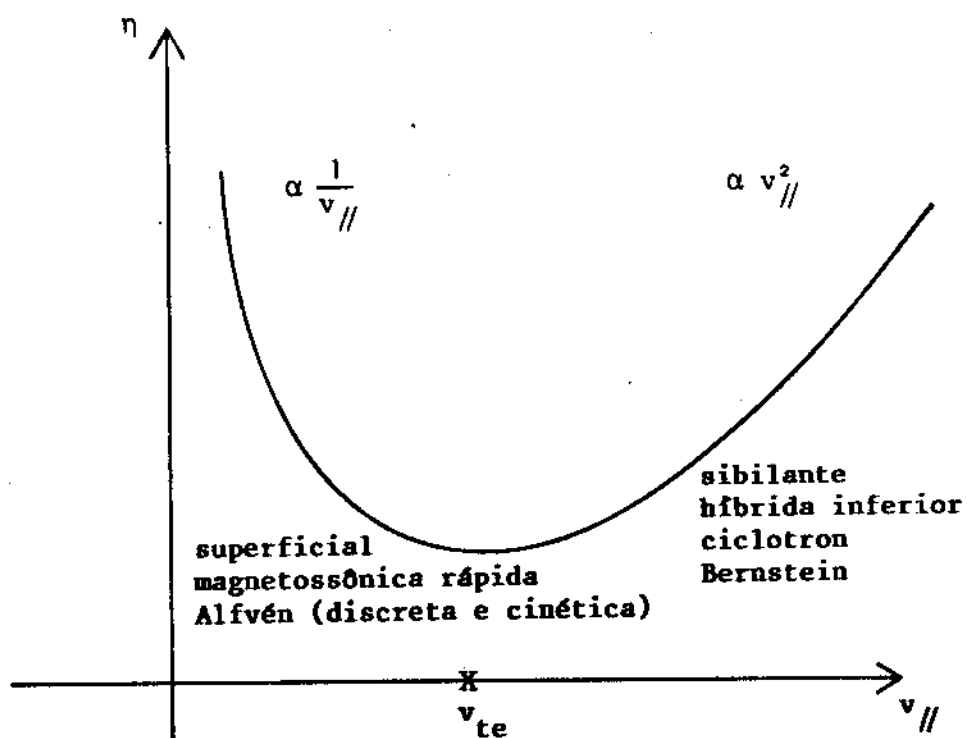


Figura 5

Eficiência de geração de corrente em função da velocidade de fase das ondas de interesse para geração de corrente.

létrons pouco colisionais. As ondas que possuem velocidade de fase próxima da velocidade térmica dos elétrons não são apropriadas para a geração de corrente. Nesta região, a destruição do momento, que foi obtido da rádio-freqüência, ocorre muito rapidamente.

A onda híbrida inferior não será estudada nesta tese por ter sido motivo de exaustivos estudos tanto teórica quanto experimentalmente [3,10,11]. As ondas magnetossônica rápida, de Alfvén cinética, sibilante e híbrida inferior já foram propostas anteriormente para gerar corrente [3-10].

As ondas de Alfvén discreta e superficial são estudadas pela primeira vez sob este enfoque nesta tese. Justifica-se este estudo pela facilidade de excitação destas duas ondas em tokamaks, com estruturas bem conhecidas [3] e, também, pela possibilidade de explicação do confinamento de jatos extragalácticos e do aquecimento da coroa solar [12,13].

Note-se que, apesar da principal proposta desta tese ser o estudo da geração de corrente não indutiva por ondas de rádio-freqüência com emprego de um modelo autoconsistente, uma parcela dos resultados preliminares obtidos (apêndices A e B), como por exemplo o cálculo do coeficiente de Cherenkov para a onda superficial, pode ser considerada, também, uma contribuição [13].

Esta tese compõe-se de cinco capítulos e três apêndices, assim distribuídos: do Capítulo 2 constam os princípios básicos da geração de corrente elétrica não indutiva com o emprego das ondas de rádio-freqüência e os cálculos realizados a fim de obter-se uma expressão para a corrente, outra para a eficiência e uma outra para a potência crítica. No Capítulo 3, apresentam-se os resultados do Capítulo 2 que são aplicados ao caso específico das ondas de interesse deste tese. No Capítulo 4, estudam-se tópicos adicionais: efeitos toroidais na geração de corrente e efeitos do aquecimento e do resfriamento paralelo na geração de corrente. O Capítulo 5 apresenta as conclusões, observações e sugestões. No Apêndice A, estudam-se as propriedades básicas das ondas de rádio-freqüência - dispersão, polarização e dissipação. No Apêndice B, estudam-se as equações quase-lineares e de Fokker-Planck. O Apêndice C lista os parâmetros de alguns tokamaks de interesse no momento.

Os termos campo magnético de equilíbrio, campo magnético dc ou campo magnético ambiente aparecerão, nesta tese, como sinônimos. Ainda o termo rádio - freqüência poderá ser indicado por RF. Os termos atenuação de Landau (Landau damping) e atenuação por ter de trânsito (transit-time magnetic pumping) poderão ser indicados por LD e TTMP, respectivamente.

O sistema de unidades utilizado, nesta tese, é o cgs. As exceções serão consideradas explicitamente.

1.2 SÍMBOLOS, OPERAÇÕES, DEFINIÇÕES E CONSTANTES

$\omega_{\vec{k}}$	frequência angular de uma onda de vetor de onda $\vec{k}$
λ	comprimento de onda
$\lambda_D = \left(\frac{T_e}{4\pi n_e e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$	raio de Debye
$\vec{k}$	vetor de onda $ \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$; $ \vec{k} = k$
$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e c}$	frequência angular de ciclotron dos elétrons
$\omega_{ci} = \frac{eB}{m_i c}$	frequência angular de ciclotron dos íons
$\omega_{pe} = \left(\frac{4\pi n_e e^2}{m_e} \right)$	frequência angular de plasma dos elétrons
$\omega_{pi} = \left(\frac{4\pi n_i e^2}{m_i} \right)$	frequência angular de plasma dos íons
$\nu_{\alpha\beta}$	frequência de colisão da partícula α com a partícula β
$\nu_{ee} = 3 \times 10^{-6} \frac{n \ln \lambda}{T_e^2 [\text{eV}]}$	frequência de colisão elétron - elétron
$\nu_{ei} = 1,5 \times 10^{-6} \frac{n \ln \lambda}{T_e^2 [\text{eV}]}$	frequência de colisão elétron-íon

$$\omega_{LH} = (\omega_{ce} \omega_{ci})^{\frac{1}{2}}$$

frequência angular híbrida inferior

$$\omega_A = k_{//} v_A$$

frequência angular de Alfvén
componente do vetor de onda paralela ao campo magnético ambiente

$$v_A = \frac{B}{(4\pi n_i m_i)^{\frac{1}{2}}}$$

velocidade de Alfvén

$$v_{te} = \left(\frac{T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

velocidade térmica dos elétrons
(T_e dado em ergs). Definição alternativa será indicada no texto explicitamente

$$v_{ti} = \left(\frac{T_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

velocidade térmica dos íons. (T_i dado em ergs). Definição alternativa indicada no texto

$$v_s = \left(\frac{T_e}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

velocidade do som (T_e dado em ergs)

$$v_{//}$$

velocidade da partícula paralela ao campo magnético ambiente

$$v_{\perp}$$

velocidade da partícula perpendicular ao campo magnético ambiente

$$v = (v_{//}^2 + v_{\perp}^2)^{\frac{1}{2}}$$

velocidade total de uma partícula no espaço das velocidades

$$c$$

velocidade da luz no vácuo

$\Delta v_{//} = v_{//2} - v_{//1}$	intervalo no espaço das velocidades paralelo ao campo magnético
$v_{//1}$	de equilíbrio no qual ocorre a interação ressonante onda-partícula extremo inferior do intervalo de ressonância $\Delta v_{//}$
$v_{//2}$	extremo superior do intervalo de ressonância $\Delta v_{//}$
T_e	temperatura dos elétrons
T_i	temperatura dos íons
$\rho_i = \frac{v_{ti}}{\omega_{ci}}$	raio de Larmor dos íons
$\rho_e = \frac{v_{te}}{\omega_{ce}}$	raio de Larmor dos elétrons
$\beta_e = \frac{8\pi n_e T_e}{B^2}$	parâmetro β para os elétrons
$\beta_i = \frac{8\pi n_i T_i}{B^2} = 2 \frac{v_s^2}{v_A^2}$	parâmetro β para os íons
e	carga do elétron
B	campo magnético estático (dc)
E	campo elétrico estático (dc)
J	densidade de corrente elétrica
I	corrente elétrica
a	raio menor de um tokamak
R	raio maior de um tokamak

q	fator de segurança do tokamak
$J_n(x)$	função de Bessel de ordem n da primeira espécie
$J'_n(x)$	derivada de $J_n(x)$
$I_n(x)$	função modificada de Bessel de ordem n e primeira espécie
$f_\alpha \equiv f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)$	função de distribuição de velocidades das partículas da espécie α no espaço $\vec{x} - \vec{v}$ no tempo t .
$f \equiv f_M(\vec{x}, \vec{v}, t)$	função de distribuição Maxwelliana
ϵ_{ij}	tensor dielétrico do plasma
ϵ_{ij}^H	parte Hermitiana de ϵ_{ij}
ϵ_{ij}^{AH}	parte anti-Hermitiana de ϵ_{ij}
$\langle * \rangle$	valor médio de $*$
x, y, z	coordenadas cartesianas
$\perp$	subscrito usado para denotar "perpendicular" ao campo magnético ambiente
$//$ (ou z)	subscritos usados para denotar "paralelo" ao campo magnético ambiente
$DET(A_{ij})$	determinante da matriz A_{ij}
z	variável complexa

z^*	representa o conjugado da variável complexa z
$\text{Re}(z)$	parte real de z
$\text{Im}(z)$	parte imaginária de z
$H(x)$	função degrau de Heaviside
VP	valor principal de Cauchy
$\delta(x)$	distribuição de Dirac
$j = \sqrt{-1}$	unidade imaginária
$e = 4,8032 \times 10^{-10}$	statcoulomb
$m_e = 9,1095 \times 10^{-28}$	g
$m_i = 1,6726 \times 10^{-24}$	g
$c = 2,9979 \times 10^{10}$	cm/s
$\ln \lambda \sim 15$ se $T_e \sim 10$ eV e $n_e \sim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$	
$\ln \lambda \sim 17$ se $T_e \sim 10$ KeV e $n_e \sim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$	Para a maioria das aplicações, $\ln \lambda$, pode ser considerado 10 sem que afete em muito a precisão do resultado, sendo número válido para qualquer tipo de plasma: máquina-Q, tokamak ou plasma espacial.
	Maiores detalhes ver referência [14].

1.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L.A.Artzimovich, "Controlled Thermonuclear Reactions", Gordon and Breach (1964), translated from work in Russian, first published by Gosvelarstvennoe Izdatel'stvo Fiziko-Matematicheskoi Literatury, Mosocu (1961).
- [2] "Plasma Physics and Nuclear Fusion Research", edited by Richard D.Gill, Academic Press, New York (1981).
- [3] N.J.Fisch, Theory of Current Drive in Plasmas, Reviews of Modern Physics 59, 175 (1987).
- [4] D.J.H.Wort, Plasma Physics 13, 258 (1971); N.J.Fisch, Phys.Rev.Letters 41, 13 (1978); J.G.Cordey, T.Edlington and D.F.Start, Plasma Physics 24, 1 (1982); D.K.Bhadra, C.Chu, R.W.Harvey and R.Prater, Plasma Physics 25, 4 (1983).
- [5] P.C.Thonennann, W.T.Cowig and P.A.Davenport, Nature 5, 34 (1952).
- [6] N.J.Fisch, Physical Review Letters 13, 41 (1978).
- [7] R.Klima and A.V.Longinov, Sov.J.Plasma Physics 5, 3 (1979).
- [8] V.S.Belikov et al., Nuclear Fusion 22, 12 (1982).
- [9] V.S.Belikov et al., Nuclear Fusion 23, 12 (1983).

- [10] S.Succi, "Quasilinear Modelling of Lower Hybrid Current Drive and Related Problems", Tese de Doutorado, EPFL-CRPP, Lausanne, Suíça (1987).
- [11] L.Muschiatti, J.Vaclavik and K.Appert, *Plasma Physics* 24, 987 (1982).
- [12] L.C.Jafelice and R.Opher, "Kinetic Alfvén Wave in Extended Radio Sources", *Astrophysics and Space Science* 137, 303 (1987); "Kinetic Alfvén Wave in Extended Radio Sources", *Astrophysics and Space Science* 138, 23 (1987).
- [13] A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, "Cherenkov Damping of Surface Waves", *Astrophysical Journal* 323, 399 (1987).
- [14] A.S.Assis, J.Busnardo-Neto and P.H.Sakanaka, "Current Generation Using Radio Frequency Waves", 1987 SBMO International Microwave Symposium Proceedings, Rio de Janeiro, Brasil (1987).
- [15] D.L.Book, "NRL Plasma Formulary", Naval Research Laboratory Plasma Division, Washington DC, 20375 (1980); F.F.Chen, "Introduction to Plasma Physics", Plenum Press, New York (1974); N.A.Krall and A.W.Trivelpiece, "Principles of Plasma Physics", McGraw-Hill, Koeakusha, Tokyo-Japan (1973).

CAPÍTULO 2

GERAÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA NÃO INDUTIVA COM ONDAS DE RÁDIO-FRQUÊNCIA

A geração de corrente elétrica com ondas de rádio- frequência pode ser feita transferindo o momento das ondas para os elétrons [1,2,3] (ver Figura 1). Este método é eficiente para as ondas que transportam uma grande quantidade de momento, como as ondas de Alfvén. Para conhecer-se a eficiência deste processo de geração de corrente, deve-se lembrar que a energia, por unidade de volume, que os elétrons obtêm, ao mudar da velocidade $v_{//}$ para a velocidade $v_{//} + \Delta v_{//}$, é dada por $\Delta E = \Delta(1/2 n m_e v_{//}^2) = n m_e v_{//} \Delta v_{//}$. Esta energia é, entretanto, perdida dentro de um tempo de colisão $\Delta t = \nu^{-1}(v)$.

Em uma situação estacionária, a potência de rádio-frequência aplicada ao sistema deve compensar exatamente esta perda. Então, pode-se escrever:

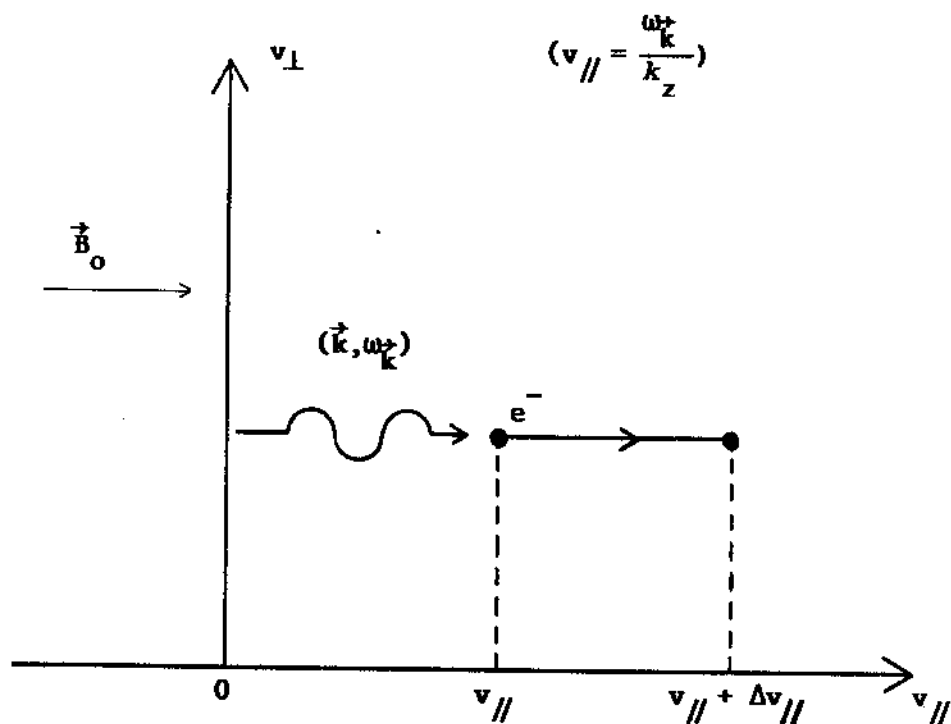


Figura 1

Um elétron com velocidade $v_{\perp}$ e $v_{//}$ absorve um plasmon de frequência ω_k e vetor de onda $\vec{k}$ e, conseqüentemente, desloca-se para a posição $v_{\perp}$ e $v_{//} + \Delta v_{//}$ no espaço das velocidades.

$$\Delta P_{RF} = nm_e v_{//} \Delta v_{//} v(v) .$$

A corrente resultante devido à troca $\Delta v_{//}$ é dada por:

$$\Delta J = ne \Delta v_{//} .$$

Desta forma, a eficiência de geração de corrente, que aqui é definida como $\eta = \Delta J / \Delta P_{RF}$, é dada por:

$$\eta = \frac{e}{m_e} \frac{1}{v_{//} v(v)} \quad (1)$$

A eficiência η , dada pela equação (1), será máxima quando a expressão $v_{//} v(v)$ for mínima. Os dois limites importantes são $v_{//} \ll v_{te}$ e $v_{//} \gg v_{te}$, mas ambos com $v_{\perp} \approx v_{te}$. Para o caso $v_{//} \ll v_{te}$, tem-se $v \approx$ constante e $\eta \sim 1/v_{//}$. E para $v_{//} \gg v_{te}$, tem-se $v \sim 1/v_{//}^3$ e $\eta \sim v_{//}^2$ [2]. Com base nestes dados, pode-se construir a Figura 2 que mostra o comportamento da eficiência de geração de corrente em relação à velocidade paralela dos elétrons participantes desta corrente. Como a interação entre a onda e os elétrons é ressonante, esta velocidade também pode ser interpretada como a velocidade de fase (paralela) da onda.

Para entender-se com maior clareza o compor-

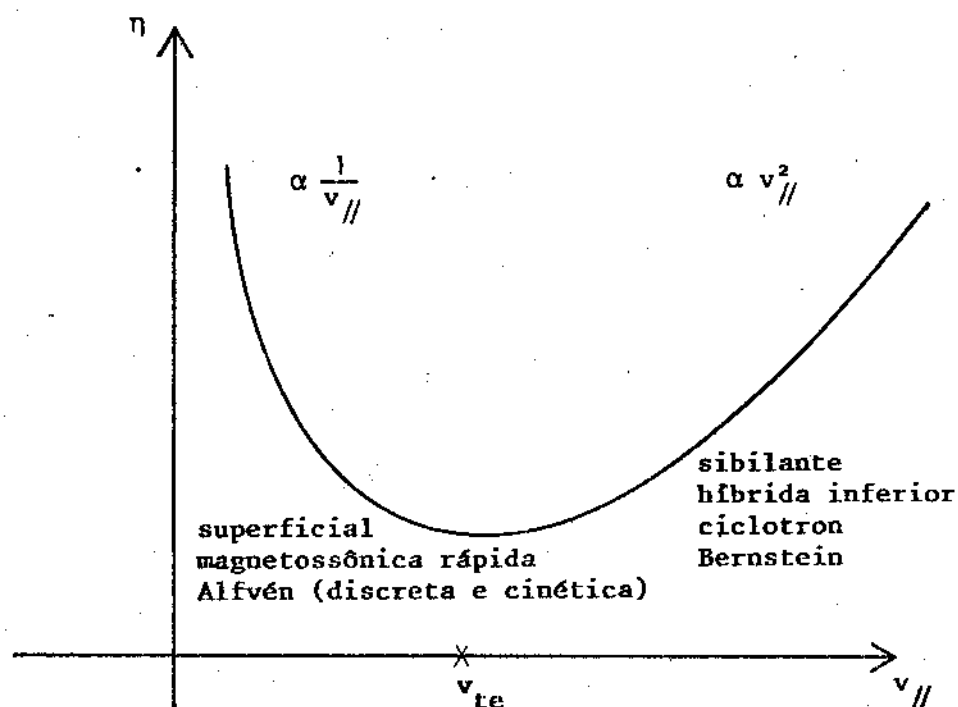


Figura 2

Eficiência de geração de corrente em função da velocidade de fase paralela ($\omega/k_{//}$) das ondas de interesse na geração de corrente.

tamento da eficiência η com a velocidade de fase das ondas, é necessário que se compreenda o comportamento da força efetiva de fricção agindo sobre os elétrons. Esta força surge devido às colisões dos elétrons com os íons e pode ser escrita como [4]

$$F_{ef}^{e/i} = - \frac{e \ln \lambda}{\lambda_D} G(\bar{v}) \quad (2)$$

onde "e" representa a carga do elétron; $\ln \lambda$, o logaritmo de Coulomb; λ_D , o raio de Debye, $\bar{v} = v/v_{te}$ é a velocidade normalizada, e finalmente $G(\bar{v}) = \mu(\bar{v}^2)/2\bar{v}^2$, é a função de Chandrasenkar [4]. A função $\mu(\bar{v}^2)$ é dada pela equação

$$\mu(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t) \sqrt{t} dt \quad (3)$$

As expansões para $x \ll 1$ e $x \gg 1$ são assim descritas:

$$\mu(x) = \frac{4x^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{3}{5} x + \frac{3}{14} x^2 - \dots \right), \quad x \ll 1 \quad (4)$$

e

$$\mu(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4x^2} + \dots \right), \quad x \gg 1$$

Com os resultados obtidos pelas equações (3) e (4) tem-se a Figura 3 que descreve o comportamento de

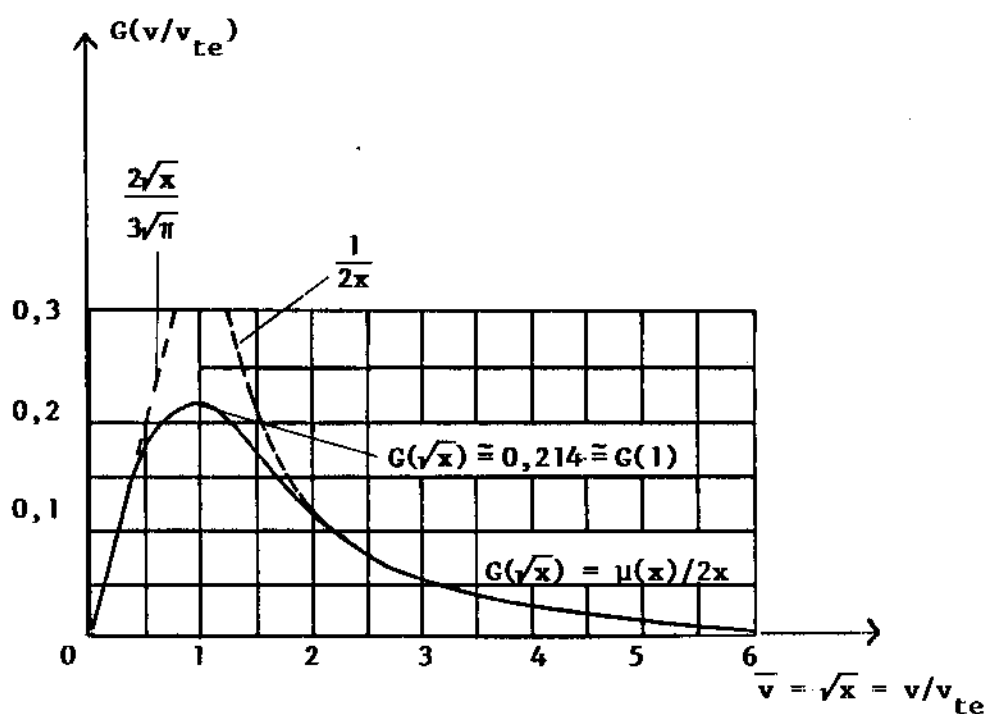


Figura 3
Gráfico da função de Chandrasekhar $G(\bar{v})$ em função da velocidade normalizada $\bar{v} = v/v_{te}$ [5].

$G(\bar{v})$ com a velocidade normalizada. A Figura 3 mostra que o máximo de $G(\bar{v})$ ocorre na vizinhança de $\bar{v} = 1$, ou seja, quando $v = v_{te}$. E, então, para manter no plasma uma corrente elétrica com um certo valor I , a potência externa fornecida, para compensar as perdas causadas pela fricção, será máxima se os elétrons que constituem esta corrente possuírem velocidade próxima à velocidade térmica dos elétrons. Assim, a eficiência de geração de corrente η depende do tipo de elétrons que constitui esta corrente. Isto ocorre porque o elétron sofre fricção diferente quando sua velocidade muda (ver Figura 3) de posição no espaço das velocidades e, conseqüentemente, a potência absorvida para compensar as perdas devido a esta fricção também muda. O comportamento de $G(\bar{v})$ mostra que a potência absorvida será menor quando $v \gg v_{te}$ e máxima quando $v = v_{te}$. No caso de $v \ll v_{te}$, a potência absorvida é menor do que na situação $v = v_{te}$, mas é maior que no caso $v \gg v_{te}$. Assim, se forem escolhidos para gerar corrente os elétrons com $v \gg v_{te}$, as ondas adequadas para interagir com eles são as que satisfazem à relação $\omega/k_{\parallel} \gg v_{te}$, ou seja, as que possuem pequena quantidade de momento. Neste caso, porém, apesar da quantidade de momento ser pequena, a potência gasta para manter a corrente também é pequena. Logo, o processo de geração é eficiente.

Já se são escolhidos os elétrons com $v \ll v_{te}$, a quantidade de momento das ondas que interagem com estes elétrons é grande, visto que $\omega_k/k_{//} \ll v_{te}$. Porém, a potência absorvida é maior que no caso anterior porque nesta região de velocidade a força de fricção é maior. Então, a alta quantidade de momento é compensada pela alta absorção de potência e a eficiência é comparável com a situação anterior.

Quando se estuda o problema da geração de corrente, é necessário entender que as colisões Coulombianas entre os elétrons não atuam no sentido de destruir a corrente mas agem tendendo a estabelecer uma distribuição Maxwelliana com uma certa velocidade de deriva (drift) V_{de} , para a população total dos elétrons. Ao contrário, as colisões Coulombianas entre os elétrons e os íons tendem a destruir a corrente uma vez que elas fazem com que as duas populações (elétrons e íons) possuam a mesma velocidade de deriva $V_{de} = V_{di}$. Quando isto ocorre a corrente é destruída.

Uma outra maneira também eficiente de gerar corrente elétrica com as ondas de rádio-freqüência é criar uma assimetria na resistividade do plasma de tal forma que uma corrente possa se estabelecer [2,3]. Esta maneira de gerar corrente é útil àquelas ondas que não carregam praticamente nenhum momento, como a onda

de ciclotron dos elétrons. A criação desta assimetria faz-se aquecendo preferencialmente uma certa população de elétrons. Na Figura 4, está esquematizada a forma de gerar corrente com este método. Por possuir uma taxa de colisão mais baixa, o elétron, que se desloca da posição R para a posição R', no espaço das velocidades, dissipará o seu momento paralelo em um tempo maior que seu oposto na posição L que não sofreu interação com a onda de RF. Assim, há um desequilíbrio no fluxo de elétrons que vão para a direita e para a esquerda. Este desequilíbrio manifesta-se como uma corrente.

Três situações são, então, possíveis na geração de corrente por RF: a transferência de momento paralelo, o aquecimento preferencial, ou ambos os efeitos agindo de forma sinérgica. A Figura 5 mostra as ondas que podem ser usadas em cada um dos três processos acima mencionados. Nesta tese, só é estudado o primeiro caso. Em tal situação é necessário determinar a quantidade de momento que uma onda de RF carrega a partir de suas propriedades básicas. Isto pode ser feito lançando mão do modelo bem simples que está descrito a seguir.

Em geral, as ondas possuem uma densidade de momento $\Pi_{\vec{k}}$ como uma densidade de energia $U_{\vec{k}}$. A densidade de momento $\Pi_{\vec{k}}$ para uma onda com vetor de onda $\vec{k}$ e

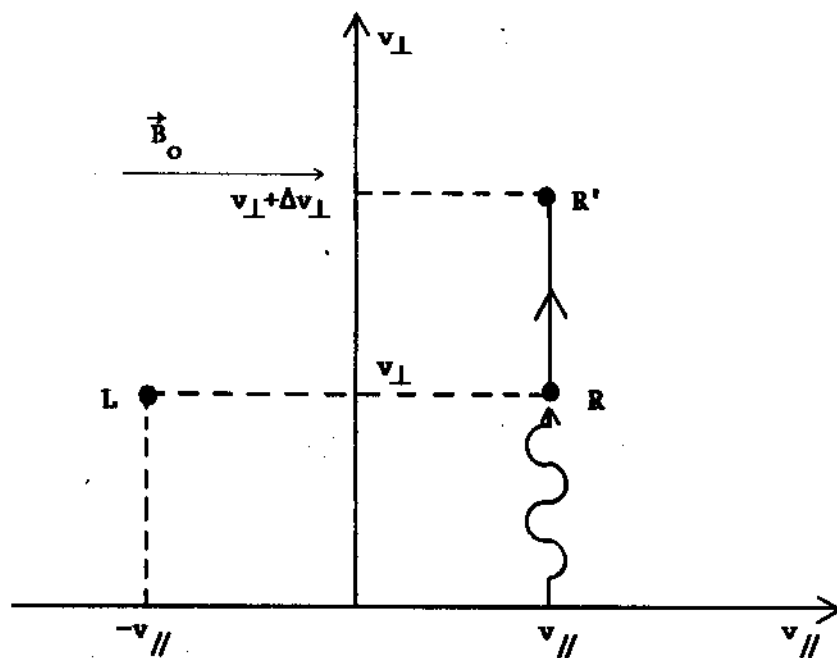


Figura 4

Um elétron (R) com velocidades $v_{\perp}$ e $v_{//}$ é deslocado para a posição $v_{\perp} + \Delta v_{\perp}$ por uma onda de rádio-freqüência (CE, BNST).

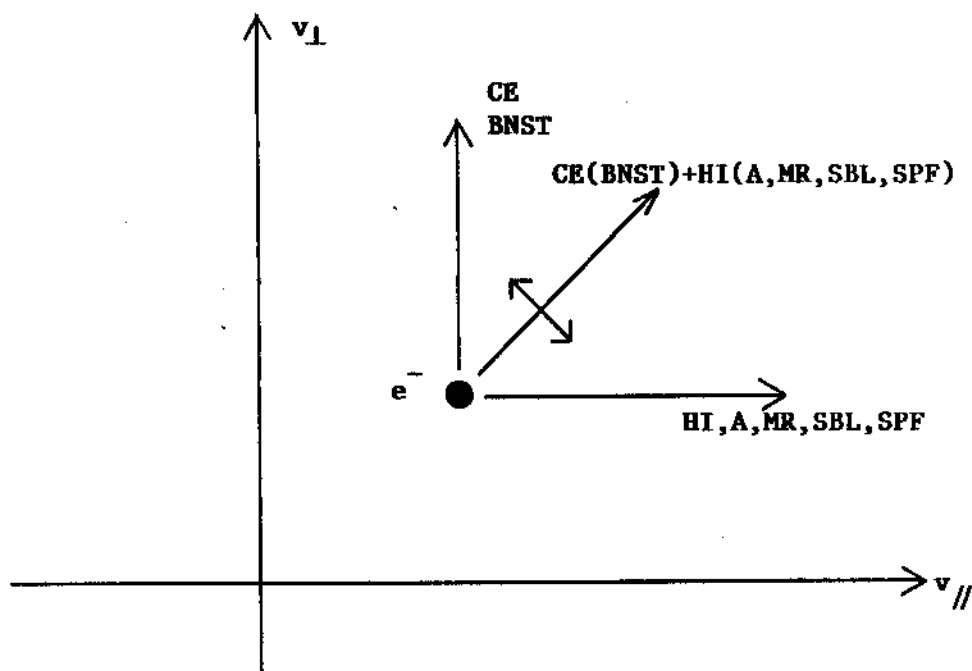


Figura 5

Geração de corrente pelas ondas de Bernstein (BNST), de ciclotron dos elétrons (CE), híbrida inferior (HI), magnetossônica rápida (MR), superficial (SPF), Alfvén (A) e sibilante (SBL). A seta indica o deslocamento do elétron no espaço das velocidades sob a ação da(s) onda(s) indicada(s).

frequência angular $\omega_{\vec{k}}$ é dado por [5]

$$\Pi_{\vec{k}} = \frac{\vec{k}}{\omega_{\vec{k}}} U_{\vec{k}} \quad , \quad (5)$$

e a densidade de força pode ser escrita como segue:

$$\vec{F}_{\vec{k}} = 2 \left(\frac{\vec{k}}{\omega_{\vec{k}}} U_{\vec{k}} \right) \text{Im } \omega_{\vec{k}} \quad . \quad (6)$$

Na equação (6), o termo $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ representa a taxa de amortecimento (ou crescimento) da onda devido a alguma interação onda-partícula [5]. Partindo das equações (5) e (6), caso particular da geração de corrente em tokamaks onde existe interesse em corrente ao longo do campo magnético ambiente, são relevantes as seguintes conclusões: as ondas com velocidades de fase paralela baixa (baixa $\omega_{\vec{k}}/k_{//}$) possuem uma alta quantidade de momento, ao longo do campo magnético ambiente para uma dada energia. E as ondas com alta velocidade de fase paralela (alta $\omega_{\vec{k}}/k_{//}$) têm uma baixa quantidade de momento para uma dada quantidade de energia. Como ondas que possuem grande quantidade de momento, pode-se citar: as de Alfvén (ideal, discreta e cinética), a magnetossônica rápida e a superficial (compressional ou não compressional). Como exemplo de ondas com pequena quantidade de momento pode-se mencionar a onda híbrida

inferior, a sibilante e a de ciclotron dos elétrons.

2.1 FORMULAÇÃO AUTOCONSISTENTE PARA O ESTUDO DA GERAÇÃO DE CORRENTE NÃO INDUTIVA COM O EMPREGO DE ONDAS DE RF

Como se menciona na introdução, um dos modelos usados no estudo da geração de corrente por ondas de RF é o modelo quase-linear. Este modelo é apresentado no apêndice B.

Conforme descrito, também, na introdução, o sistema de equações do modelo quase-linear pode ser resolvido usando um cálculo não-autoconsistente [1,2] ou um cálculo autoconsistente, o adotado neste trabalho [3] (ver introdução da tese). Estudar a geração de corrente de forma não autoconsistente só é justificável se a potência da fonte de rádio-freqüência for suficientemente intensa para produzir um platô (plateau) na função de distribuição na região de ressonância.

Não autoconsistência significa a prescrição "a priori" da forma do coeficiente de difusão, no espaço das velocidades, a despeito do real formato da função de distribuição. Este assunto será revisto posteriormente. O formalismo autoconsistente, ao contrário, é aplicável a qualquer que seja a intensidade da fonte

de rádio-freqüência. Por autoconsistência entende-se a solução do sistema de equações quase-lineares juntamente com a equação de Fokker-Planck, para as colisões coulombianas, de forma acoplada, ou seja, o coeficiente de difusão é mantido como um funcional da função de distribuição que, por seu turno, depende funcionalmente do coeficiente de difusão, via equação de difusão (ver apêndice B) [6].

A formulação não autoconsistente tem sido, freqüentemente, usada no estudo da geração de corrente por RF [1,2,7-10]. Contudo, somente se considera em duas situações o formalismo autoconsistente: no estudo da produção de elétrons evasores (runaway electrons) devido às ondas de Langmuir em plasmas magnetizados [11] e no da geração de corrente não indutiva por estas mesmas ondas [3]. Nesta seção, o uso do formalismo autoconsistente estende-se ao estudo da geração de corrente por ondas de rádio-freqüência em geral e que interagem com o plasma através da atenuação de Cherenkov (ver apêndice A). Note-se que o formalismo usado nas referências acima mencionadas só é válido para a onda eletrostática de Langmuir. O formalismo desenvolvido nesta seção é, porém, válido para ondas eletrostáticas, eletromagnéticas e mistas.

No que concerne à potência externa aplicada,

três regimes serão considerados: o da fonte fraca, quando $Im\omega_k \gg v_{col}$; o da fonte forte, quando $Im\omega_k \ll v_{col}$; e o crítico, quando $Im\omega_k \sim v_{col}$. Aqui $Im\omega_k$ representa o coeficiente de atenuação de Cherenkov (LD e TTMP) para a onda em questão e v_{col} , o coeficiente de atenuação colisional não ressonante para esta mesma onda. Com os dois primeiros regimes se obtém, para a função de distribuição dos elétrons na velocidade paralela $F(v_{//})$, uma equação diferencial linear que pode ser resolvida usando o método padrão. Para o terceiro caso (o crítico), a equação diferencial para $F(v_{//})$ é não linear e alguma solução surpreendente poderá surgir. Nesta seção, também, estima-se a potência crítica para a saturação da corrente.

A equação cinética que descreve a evolução temporal da distribuição média dos elétrons $\langle f_e \rangle$ sujeita às ondas de rádio-frequência e às colisões Coulombianas pode ser escrita em uma situação estacionária ($\partial/\partial t = 0$) como segue

$$\left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} = \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{RF} + \left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{col} = 0 \quad (7)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (7) representa o operador de difusão quase-linear e o segundo termo o operador de colisão de Fokker-Planck. As ex -

pressões explícitas para estes termos estão no apêndice B.

A densidade espectral de energia das ondas de RF obedece à seguinte equação quase-linear (ver a - pêndice B):

$$\frac{\partial U_{\vec{k}}}{\partial t} = (2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - \nu_{\text{col}})U_{\vec{k}} + P_{\vec{k}} = 0, \quad (8)$$

O termo $\vec{v}_g \cdot \nabla U_{\vec{k}}$ não contribui para a evolução de $U_{\vec{k}}$, pois o plasma é homogêneo. Por definição

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} [\vec{E}_{\vec{k}} \cdot \vec{E}_{\vec{k}}^* + \vec{E}_{\vec{k}} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega_{\vec{k}}} (\omega_{\vec{k}} \epsilon_{ij}^H) \vec{E}_{\vec{k}}^*] \quad (9)$$

Todos os termos na equação (9) estão definidos no apêndice A. O termo $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ representa o coeficiente de Cherenkov da onda. O amortecimento colisional não ressonante se representa por ν_{col} . Este termo é um escalar que depende do tipo de onda presente no plasma [12]. Nesta tese a atenuação de ciclotron não é considerada por ser uma contribuição muito pequena para as ondas com $\omega \ll \omega_{ci}$. Além disto, a geração de corrente aqui estudada ocorre por transferência de momento paralelo e não por aquecimento preferencial.

Finalmente, o termo $P_{\vec{k}}$ representa a fonte de

RF. Para o propósito desta tese, considerar-se-á P_k com um formato espectral e nível de potência prescritos [11].

Uma solução exata para o problema da geração de corrente envolveria com certeza um perfil real de densidade e também um perfil de deposição de potência juntamente com uma teoria cinética (transporte de energia, momento e partículas), em plasmas magnetizados e não homogêneos. Este problema ainda não foi resolvido completamente para nenhuma onda de RF, porque este estudo completo envolveria cálculos analíticos e numéricos bastante trabalhosos e difíceis. Assim, é razoável o modelo adotado nesta tese para o estudo da geração de corrente (ver Figura 3 da introdução). Com o modelo simples, apresentado, nesta seção, é possível obter-se a corrente e a eficiência de geração de corrente com uma formulação aplicável a qualquer onda de RF. Além disto, é possível distinguir precisamente quando se deve ou não, adotar um modelo não autoconsistente. É importante ressaltar que, normalmente, este modelo é usado na literatura sem nenhuma hipótese que justifique com rigor o seu uso [7-10,13].

Como se pode ver na equação (7), as ondas de RF produzem uma distorção na função de distribuição $\langle f_e \rangle$ na região de ressonância. As colisões, porém, restau -

ram parcialmente a distribuição Maxwelliana original . As equações (7), (8) e (9) juntamente com uma fonte P_k prescrita formam um conjunto fechado de equações no modelo quase-linear e permitem que o problema da geração de corrente seja estudado de forma autoconsistente como é proposto nesta seção. Uma solução analítica fechada para o sistema acima descrito é uma tarefa difícil e até hoje não concluída. Algumas aproximações, no entanto, podem ser feitas de maneira a obter-se um sistema de equações mais fáceis de trabalhar e que ainda contenham informações físicas relevantes. Tendo em vista existir uma simetria axial, o problema reduz-se de três para duas dimensões. A redução de duas para uma dimensão pode obter-se considerando a função de distribuição na velocidade perpendicular como uma Maxwelliana

$$\langle f_e \rangle = F_M(v_{\perp}) F(v_{\parallel}) = \frac{1}{2\pi v_{te}^2} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{te}^2}\right) F(v_{\parallel}) \quad (10)$$

Esta hipótese (eq. 10) é razoável uma vez que na interação de Cherenkov, que é considerada nesta tese, a dinâmica principal é aquela da direção paralela. Os problemas envolvendo a formulação unidimensional (1D) e bidimensional (2D) no estudo da geração de corrente já foram estudados por Fisch, Karney e Boozer [1,8] no ca

so da formulação não autoconsistente. Eles mostraram [1] que a única diferença entre a eficiência obtida com o cálculo unidimensional e bidimensional é um fator $4(z+2)/(z+5)$, onde z é o estado de carga do íon. Para $z = 1$ a eficiência 2D é maior que a 1D por um fator 2. Esta diferença ocorre porque a formulação 1D não faz distinção entre a taxa de destruição de momento (momentum destruction rate) e a taxa de desaceleração (energia) (slowing down rate in energy)[1]. Um outro problema com o operador 1D é que ele pode não conservar o momento dos elétrons (ver apêndice B) e, como consequência, a eficiência é estimada abaixo do seu valor real. Para velocidade de fase baixa $v_f \ll v_{te}$, este fator é da ordem de 2 e para velocidade de fase alta $v_f \gg v_{te}$ é muito pequena [8]. Como nesta tese o interesse é estudar a diferença entre a formulação autoconsistente e não autoconsistente, o uso de um operador mais complicado (2D) e que não introduza nenhuma física adicional é desnecessário. Maiores detalhes sobre os operadores 1D e 2D estão no apêndice B.

2.2 CÁLCULO DA CORRENTE

Considerando que o interesse nesta seção reside no cálculo da corrente, após uma situação estacionária

($\partial/\partial t = 0$) ter sido atingida, a equação diferencial para $F(v_z)$, eq.(7), pode ser escrita como [3,6]:

$$\frac{d}{dv_z} [v(v_z)(v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z}) + 2\pi \int dv_{\perp} D_{RF} \{ \langle f_e \rangle \} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z}] = 0 \quad (11)$$

O primeiro termo do lado esquerdo na equação (11) é o operador de colisão (1D) de Fokker-Planck, e o segundo termo é o operador quase-linear ambos descritos em detalhes no apêndice B. O termo $v(v_z)$ tem dois valores, dependendo das velocidades,

$$v(v_z) = \frac{v_o(2 + z)}{v_z^3}, \quad v_z \gg v_{te}$$

$$\text{com } v_o = v_{ei} v_{te}^3, \text{ e} \quad (12)$$

$$v(v_z) = v_{eff} = v_{ee} + \frac{3\pi}{4} v_{ei}, \quad v_z \ll v_{te}$$

onde v_o e v_{eff} estão definidos no apêndice B. O coeficiente D_{RF} que representa a difusão de partículas no espaço das velocidades, induzida pela interação quase-linear, com ondas de RF (interação de Cherenkov) é escrito como segue

$$D_{RF} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e} \right)^2 \int d^3 k \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) |E_{z\vec{k}} - j \frac{k_z v_{\perp}^2}{2c\omega_{ce}} B_{z\vec{k}}|^2 \quad (13)$$

Em geral D_{RF} é um funcional de $\langle f_e \rangle$ através do termo

$$|E_{z\vec{k}} - j \frac{k_z v_{\perp}^2}{2c\omega_{ce}} B_{z\vec{k}}|^2$$

que se relaciona à densidade de energia espectral $U_{\vec{k}}$ que, por seu turno, depende de $\langle f_e \rangle$ através do termo $\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z}$ $Im\omega_{\vec{k}}$, conforme mostra a equação (8). O termo $-D_{RF}$ é o fluxo de partículas no espaço das velocidades induzido pelas ondas de RF presentes no plasma. Examinando as equações (8), (9) e (13) e as equações de Maxwell, que relacionam os campos elétricos com os magnéticos, é possível obter-se:

$$D_{RF} = \int \frac{A(\vec{k}, \vec{v}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z)}{(2Im\omega_{\vec{k}} - v_{col})} d^3k, \quad (14)$$

onde $A(\vec{k}, \vec{v})$ é um escalar que depende do tipo de onda presente. Para se obter $A(\vec{k}, \vec{v})$ para uma determinada onda, é necessário que se conheçam suas propriedades de dispersão e polarização (ver apêndice A).

A partir da equação (14), é possível explicar quando se deve usar uma formulação não autoconsistente [7-10,13] sem prejudicar os resultados finais. Quando $Im\omega_{\vec{k}} \ll v_{col}$, a dependência funcional de D_{RF} com $\langle f_e \rangle$ (via $Im\omega_{\vec{k}}$) é eliminada. Logo, é válido pressupor D_{RF} "a priori" como uma função arbitrária $D_{RF}(v_z, v_{\perp})$, visto que D_{RF} não é mais sensível ao for-

mato real de $\langle f_e \rangle$. Esta aproximação não autoconsistente, simplifica os cálculos, pois a equação (11), neste caso, é linear e de fácil solução. Nas outras situações, $\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$ e $\text{Im}\omega_k \sim v_{\text{col}}$ esta aproximação não é mais válida apesar de ser usada na literatura[8, 13].

A equação (11) pode ser integrada em v_z , dando o seguinte resultado

$$v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z} + 2\pi \frac{I\{F\}}{v(v_z)} \frac{dF}{dv_z} = 0 \quad (15)$$

onde I é um funcional de F dado por

$$I\{F\} = \int_0^\infty \int \frac{A(\vec{k}, \vec{v}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z)}{(2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - v_{\text{col}})} v_{\perp} F_M(v_{\perp}) dv_{\perp} d^3k \quad (16)$$

Todos os termos na equação (16) já foram definidos anteriormente. A constante de integração é zero, visto que $F(+\infty) = 0$. Isto ocorre porque não se considera nestes cálculos a produção de elétrons evasores o que é bastante razoável para as ondas de baixa velocidade de fase. Para a onda sibilante, que é a única onda de alta frequência e alta velocidade de fase considerada nesta tese, a produção de evasores deve ser importante e este assunto será motivo de trabalho posterior.

Uma vez conhecidas as propriedades de disper

são, polarização e dissipação para uma determinada onda, $I\{F\}$ pode ser determinado e a equação (15) integrada. Em geral, a equação (15) é não linear, uma vez que o coeficiente $I\{F\}$ é funcional do próprio F . Esta equação pode, no entanto, ser integrada formalmente em v_z e para se obter a corrente J . Assim, considerando $J = -e \int v_z F(v_z) dv_z$, a partir da equação (15) obtém-se

$$J = 2\pi e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\{F\}}{v(v_z)} \frac{dF}{dv_z} dv_z \quad . \quad (17)$$

Como se obtém a equação (17) integrando diretamente a equação (15) e não seguindo a técnica padrão que resolve a equação diferencial (15) para F , ela é simplesmente uma expressão formal para J . Desta forma, para obter-se J seria necessário o conhecimento explícito de F e, em consequência, para obter-se F , uma solução da equação diferencial (12) é exigida. No caso da formulação não autoconsistente, não há opção: J deve ser obtido a partir de uma expressão explícita para F [7-9, 13-14]. No caso autoconsistente, porém, há uma situação em que J pode ser obtido diretamente da equação (17), ou seja, sem o conhecimento explícito de F , evitando assim a resolução da equação diferencial (15). Isto será descrito posteriormente no regime de fonte fraca $\text{Im}\omega_{\vec{k}} \gg v_{\text{col}}$.

Em $I\{F\}$, o parâmetro crítico é $2\text{Im}\omega_k - v_{\text{col}}$ porque $\text{Im}\omega_k$ contém, também, uma derivada $dF/dv_z(\text{Im}\omega_k \sim dF/dv_z)$. Para que se obtenha, então, a partir da equação (15) uma equação diferencial linear, é necessário que o termo $dF/dv_z(2\text{Im}\omega_k - v_{\text{col}})^{-1}$ seja puramente algébrico em v_z [6].

Três situações distintas podem ser consideradas para o parâmetro $(2\text{Im}\omega_k - v_{\text{col}})$: regime de potência externa fraca (fonte fraca) em que $\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$; de potência externa forte (fonte forte) em que $\text{Im}\omega_k \ll v_{\text{col}}$; finalmente, de fonte externa crítica onde $\text{Im}\omega_k \sim v_{\text{col}}$. Cada um destes regimes será estudado a seguir.

2.2.1 REGIME DE FONTE FRACA

Este regime é caracterizado pela desigualdade $\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$ (ver Figuras 6 e 6a). Desta forma, é possível reter no denominador do termo $I\{F\}$ somente a contribuição da atenuação de Cherenkov $\text{Im}\omega_k \sim dF/dv_z(\omega_k = k_z v_z)$. Assim, as derivadas de $F(v_z)$, que aparecem na equação (17), cancelam-se e, como consequência, o termo $I\{F\} dF/dv_z$ será simplesmente algébrico, uma vez que a dependência funcional de I com F desaparece quando as derivadas se cancelam. Em outras palavras, a informação

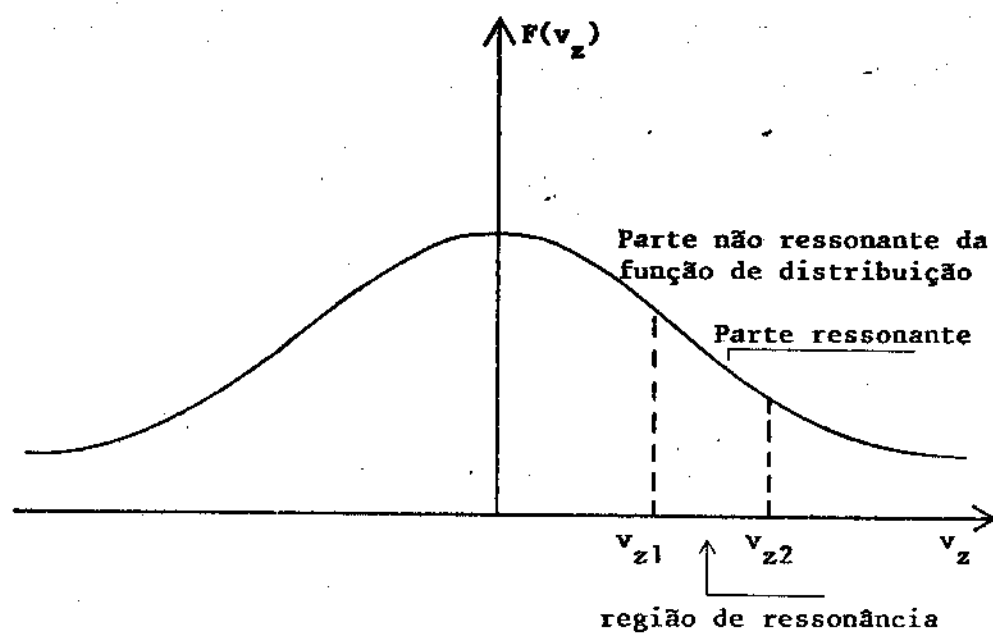


Figura 6

Função de distribuição com parte ressonante e não ressonante Maxwelliana. Nenhuma fonte de RF presente.

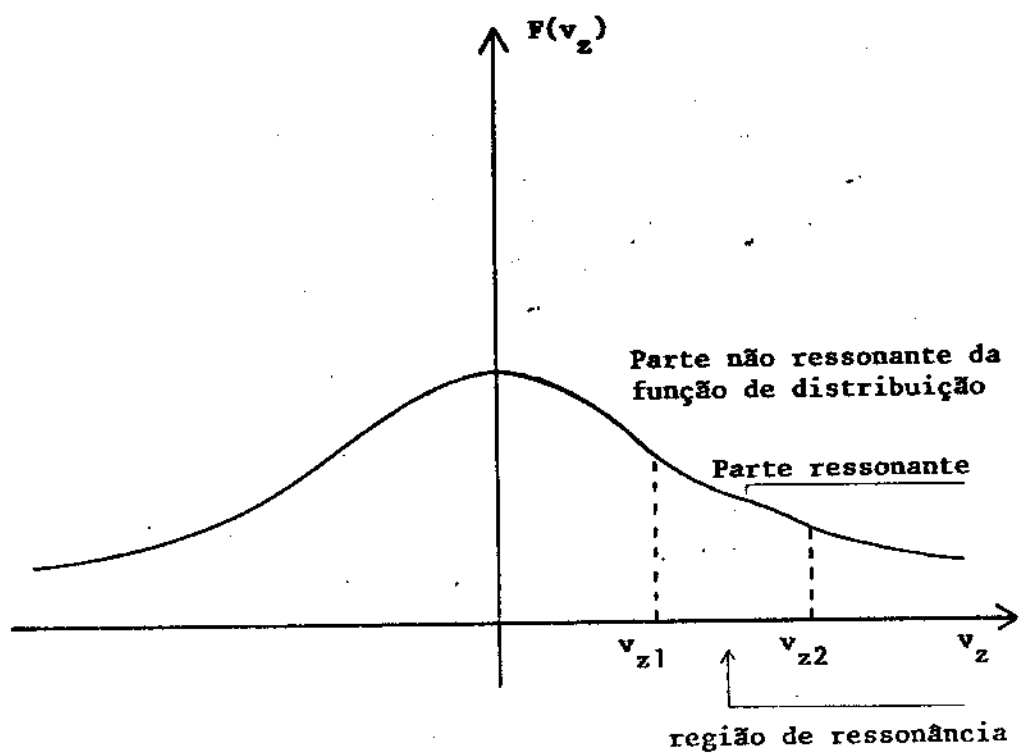


Figura 6.a
Função de distribuição $F(v_z)$ sob a ação de uma fonte de RF fraca.

relevante fica retida nos termos v_{z1} , v_{z2} e $P_{\vec{k}}$. Observe-se que em $I\{F\}$, apesar de dF/dv_z ser calculado em $v_z = \omega_{\vec{k}}/k_z$, a função $\delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z)$ traz, em retorno, a dependência em v_z . A equação (17) pode ser reescrita como segue

$$J = 2\pi e \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} \frac{I_1(v_z)}{v(v_z)} dv_z, \quad (18)$$

onde

$$I_1(v_z) = \int_0^\infty \frac{A(\vec{k}, \vec{v}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) d^3k}{B(\vec{k})} v_\perp F_M(v_\perp) d^3k dv_\perp.$$

O termo $A(\vec{k}, \vec{v})$ é o mesmo usado em $I\{F\}$ e $B(\vec{k})$ está definido abaixo (ver Apêndice A, seções A.1 e A.4)

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = B(\vec{k}) \frac{dF}{dv_z} (\omega_{\vec{k}} = k_z v_z). \quad (19)$$

O termo $B(\vec{k})$, que aparece na equação (19), é conhecido explicitamente quando uma onda particular é escolhida

Em conclusão, pode-se, então, dizer que sendo $v(v_z)$ já conhecida e sendo dadas $P_{\vec{k}}$ e as propriedades de dispersão, polarização e dissipação para uma determinada onda, $I_1(v_z)$ pode ser determinada e, consequentemente J , (equação 12). Além da generalidade da e

quação (18), que vale para qualquer onda de RF, interagindo com o plasma através da atenuação de Cherenkov, J é obtida sem o conhecimento explícito de F . Este é um resultado exclusivo da formulação autoconsistente.

A eficiência de geração de corrente é definida nesta tese como $\eta = J/P_t$ e obtém-se por [5]

$$\eta = \frac{4\pi^2 \times 10^{-16} e}{3Ra^2 \int P_{\vec{k}} d^3k} \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} \int_0^\infty \frac{I_1(v_z)}{v(v_z)} v_{\perp} \exp(-v_{\perp}^2/2v_{te}^2) dv_{\perp} dv_z \quad (20)$$

Para obter-se a equação (20), basta usar a equação (18) juntamente com a definição de P_t [3,5,11]

$$P_t = \frac{2V}{(2\pi)^3} \int P_{\vec{k}} d^3k \quad (21)$$

O volume do plasma em questão é dado por $V = 2\pi^2 Ra^2$, com R sendo o raio maior do tokamak e " a " o raio menor. Por razões práticas, η na equação (20) é dado em ampéres/watts. A potência espectral $P_{\vec{k}}$ pode ser definida como $P_{\vec{k}} = P S_{\vec{k}}$, onde $P_{\vec{k}}$ é um parâmetro de escala que fixa a potência total da RF aplicada para gerar corrente. Ela é determinada através da equação (21). O termo $S_{\vec{k}}$ é a função formato espectral (spectral shape function). É válido mencionar que em uma situação estacionária ($\partial U_{\vec{k}}/\partial t = 0$) P_t/V é exatamente igual à densidade de potência dissipada, ou seja,

$$P_d = \int_{RF} \left(\frac{mv^2}{2} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right) d^3v = \frac{P_t}{V} \quad (23)$$

Toda a potência aplicada ao sistema é utilizada para compensar as perdas causadas pelas colisões (v_{col}) e pela atenuação de Cherenkov ($Im\omega_k$). Quando $\partial U_k / \partial t > 0$ obtém-se $P_t/V > P_d$ e quando $\partial U_k / \partial t < 0$ tem-se $P_t/V < P_d$. Assim, em uma situação estacionária, das equações (21) - (23) tem-se

$$\eta = \frac{J}{P_d} = \frac{JV}{P_t} \quad (24)$$

A forma mais comum de definir η em trabalhos teóricos é $\eta = J/P_d$ [2]. Isto faz com que duas expressões devam ser obtidas separadamente uma para J e outra para P_d . No formalismo autoconsistente, entretanto, utilizado nesta tese, J está relacionado com P_t pela própria estrutura das equações, o que reduz o problema de obter a eficiência η . Da mesma forma que para obter-se a corrente J , basta conhecer P_k e as propriedades de dispersão, polarização e dissipação da onda em questão, o mesmo ocorre para se conhecer η .

Em trabalhos experimentais, define-se η como segue:

$$\eta = \frac{nI}{P_{RF}}, \text{ onde } n \text{ é a densidade do plasma.}$$

2.2.2 REGIME DE FONTE FORTE

Neste regime, a relação (ver figura 7) $\text{Im}\omega_k \ll v_{\text{col}}$ é válida. A equação (15) pode ser escrita como segue

$$v_z F + \frac{dF}{dv_z} [v_{te}^2 + b(v_z)] = 0 \quad (25)$$

com

$$b(v_z) = \frac{2\pi}{v(v_z)} I_2(v_z)$$

onde

$$I_2(v_z) = \int_0^\infty \int \frac{A(\vec{k}, \vec{v}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) F_M(v_\perp)}{v_{\text{col}}} d^3 k dv_\perp$$

Todos os termos em $I_2(v_z)$ já foram definidos anteriormente. Neste regime, o espectro é controlado pelo amortecimento colisional, uma vez que a fonte de RF é suficientemente intensa para fazer a função de distribuição $F(v_z)$ horizontal (flat) ($dF/dv_z \rightarrow 0$), na região de ressonância (ver figuras 7a e 7b). O formato espectral será, então, diretamente prescrito pela fonte externa, como pode ser visto examinando a equação (8). No caso de uma fonte fraca conforme previsto este formato não é ditado pela fonte externa. O acoplamento com a teo -

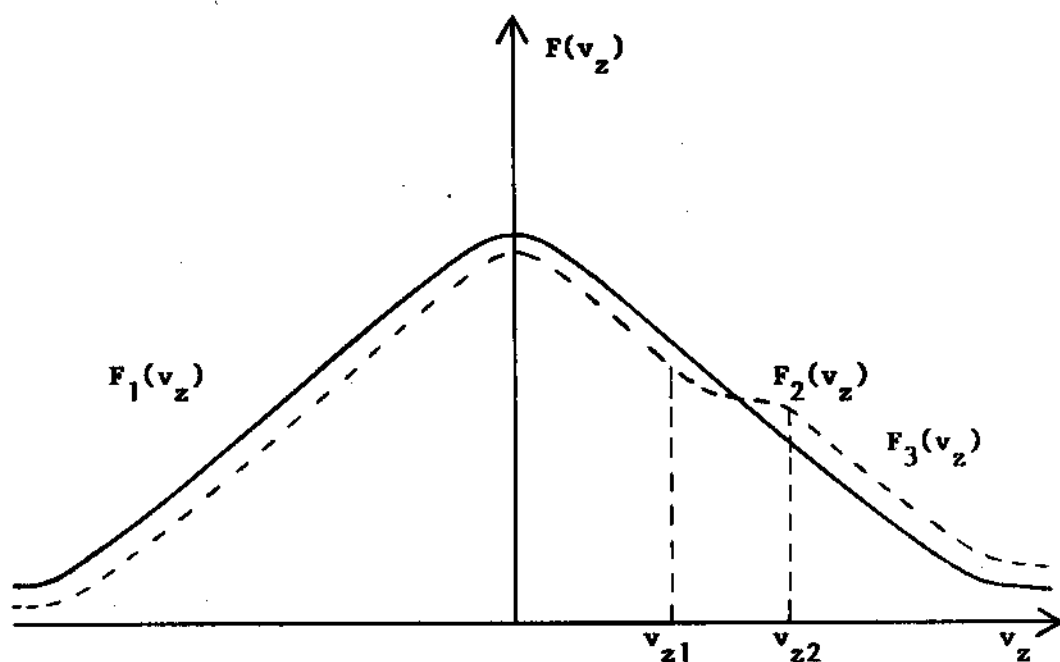


Figura 7

Função de distribuição $F(v_z)$ sob a ação de uma fonte de RF forte mas não crítica.

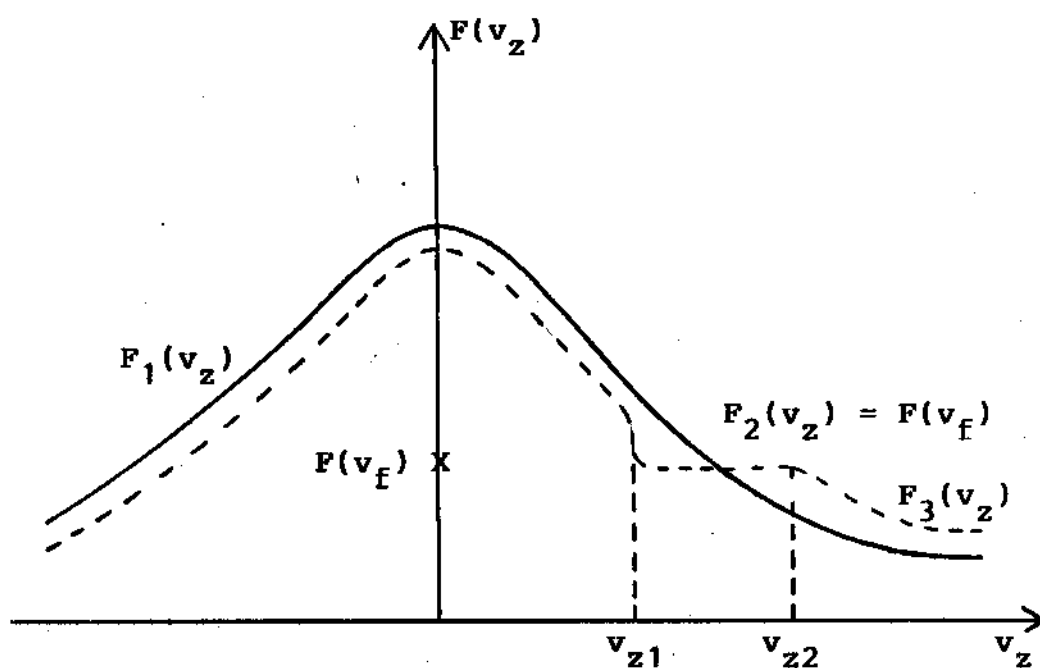


Figura 7a

Função de distribuição horizontal (flat) na região de ressonância. $F(v_z)$ é contínua em v_{z1} e v_{z2}

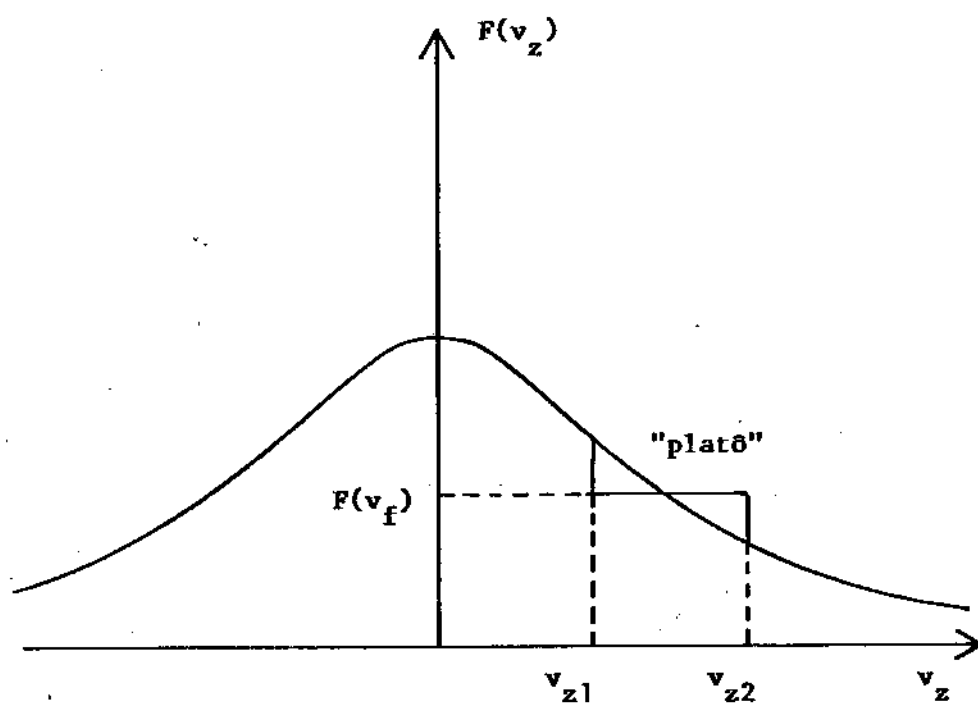


Figura 7.b

Função de distribuição $F(v_z)$ descontínua em v_{z1} e v_{z2} .

ria quase-linear é, porém, mantido através do termo $\text{Im}\omega_k \{ \langle f_e \rangle \}$. O regime de fonte forte estudado nesta subseção se aplica nas mesmas condições da teoria de Fisch [7]. Como foi mencionado anteriormente, neste regime as formulações autoconsistente e não autoconsistente levam aos mesmos resultados. Assim, a partir da equação (25) a função de distribuição $F(v_z)$ pode, então, ser escrita como segue

$$F(v_z) = C \exp \left(- \int_{v_{te}}^{v_z} \frac{v'_z}{v_{te}^2 + b(v'_z)} dv'_z \right) \quad (26)$$

Visto que na teoria de Fisch [7] os elétrons não ressonantes não são considerados no cálculo da corrente, a constante C que aparece na referência [7] é determinada usando a conservação de partículas, pois considera-se C com o mesmo valor em todas as regiões do espaço v_z . Nesta tese há, contudo, interesse em examinar o papel dos elétrons não ressonantes na geração de corrente, embora que superficialmente. A constante C será, portanto, considerada diferente nas três regiões distintas do espaço das velocidades, a saber : $-\infty < v_z < v_{z1}$, $v_{z1} \leq v_z \leq v_{z2}$ e $v_{z2} < v_z < \infty$.

Os três valores que a constante C possui serão determinados casando $F(v_z)$ nas extremidades da região de ressonância (v_{z1} e v_{z2}) e usando a condição de

conservação de partículas. De uma forma mais específica, pode-se escrever (ver figura 7).

$$F(v_z) = F_1(v_z) = C_1 \exp(-v_z^2/2v_{te}^2) , \text{ para } -\infty < v_z < v_{z1}$$

$$F(v_z) = F_2(v_z) = C_2 \exp\left(-\int_{v_z}^{v_{z1}} \frac{v_z'}{v_{te}^2 + b(v_z')} dv_z'\right) ,$$

$$\text{para } v_{z1} \leq v_z \leq v_{z2} \quad (27)$$

$$F(v_z) = F_3(v_z) = C_3 \exp(-\frac{v_z^2}{2v_{te}^2}) , \text{ para } v_{z2} < v_z < \infty$$

com

$$F_1(v_{z1}) = F_2(v_{z1}) ,$$

$$F_2(v_{z2}) = F_3(v_{z2}) \quad (28)$$

e

$$n_e = \int_{-\infty}^{\infty} F(v_z) dv_z .$$

Obtém-se a corrente pela definição: $J = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_z F(v_z) dv_z$. A eficiência é dada pela equação (24): $\eta = J/P_d$.

Finalizando, ressalta-se que este regime de fonte forte é o único dos três discutidos, neste trabalho, em que se justifica o uso do cálculo não autocon-

sistente, ou seja, o modelo empregado por Fisch [7], e outros [9-10,13]. Nem sempre o seu uso tem, entretanto, o respaldo experimental. Como exemplo, pode-se citar o caso da onda híbrida inferior que interage com elétrons quentes, mas não muito rápidos $v_z \sim 3v_{te}$ como pode ser inferido através da observação experimental [3]. No caso das ondas de baixa frequência e de baixa velocidade de fase ($v_f \ll v_{te}$), como por exemplo as ondas de Alfvén em geral, a situação é menos animadora para se supor uma função de distribuição plana (flat) na região de ressonância. Isto ocorre porque a interação ressonante destas ondas é feita com os elétrons térmicos: elétrons do corpo principal da Maxwelliana (bulk electrons). Neste caso, para formar um platô na função de distribuição, seria necessário um número grande de mega-watts na fonte de RF.

2.2.3 REGIME CRÍTICO

Este regime é caracterizado pela relação $Im\omega_k \sim v_{col}$ (ver figura 8). Dos três regimes estudados, este é o mais interessante apesar de nenhum estudo analítico sobre ele ser apresentado na literatura. A justificativa para considerá-lo o regime mais interessante surge quando a equação (15) é examinada com cuidado. Esta equa -

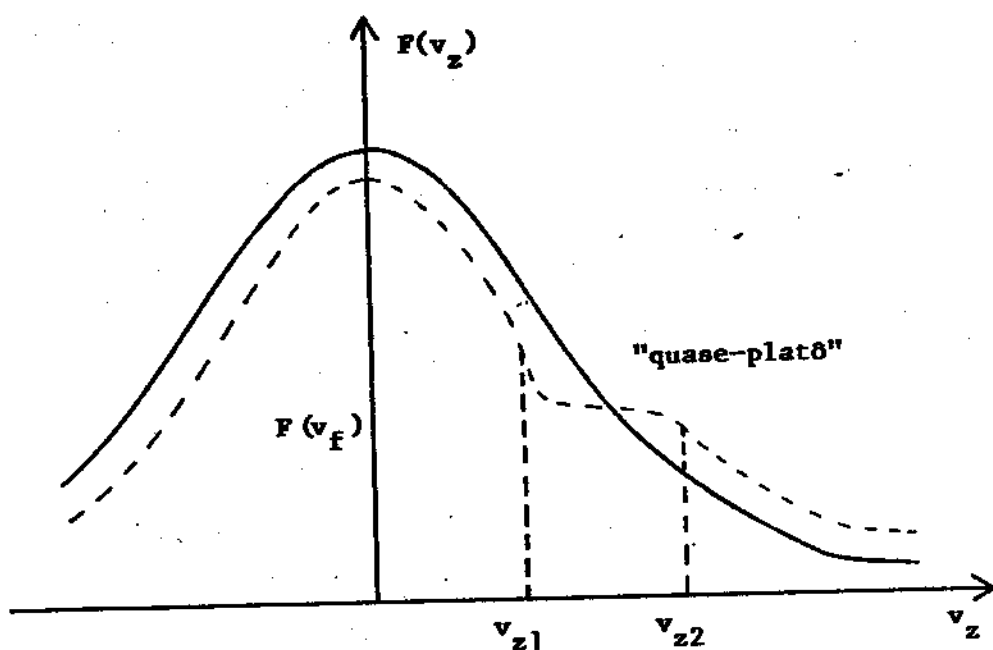


Figura 8

Função de distribuição crítica na região de ressonância.

ção (neste regime) é uma equação diferencial não linear em contraste com os dois casos anteriores em que a equação diferencial é linear. A equação diferencial não linear (15) está sendo examinada numericamente e será, provavelmente, motivo de um futuro trabalho. Esta equação (15) possui, no regime crítico, termos quadráticos na derivada de $F(v_z)$ e, portanto, alguma solução não esperada poderá surgir. Um outro ponto de interesse neste regime é a possibilidade - uma vez que uma solução completa $F(v_z)$ seja obtida - de se conhecer o valor da potência crítica de saturação para a corrente elétrica gerada pela RF. Esta potência crítica é simplesmente a menor potência de RF suficiente para a corrente atingir a saturação (ver figura 9). Considerando que a solução da equação não linear (15) ainda está em estudo, nesta tese apresenta-se apenas uma estimativa para a potência crítica que, em certas circunstâncias (ver figura 9a), garantem um valor razoável. Assim, se for considerado que na região crítica o terceiro termo do lado esquerdo na equação (15) domina o segundo, ou seja, $2I\{F\}/v(v_z) \gg v_{te}^2$, pode-se, então, escrever

$$v_z F + \frac{2\pi}{v(v_z)} I_1(v_z) \approx 0 \quad (30)$$

Considerando P_c o valor de P_t nesta aproximação, é pos

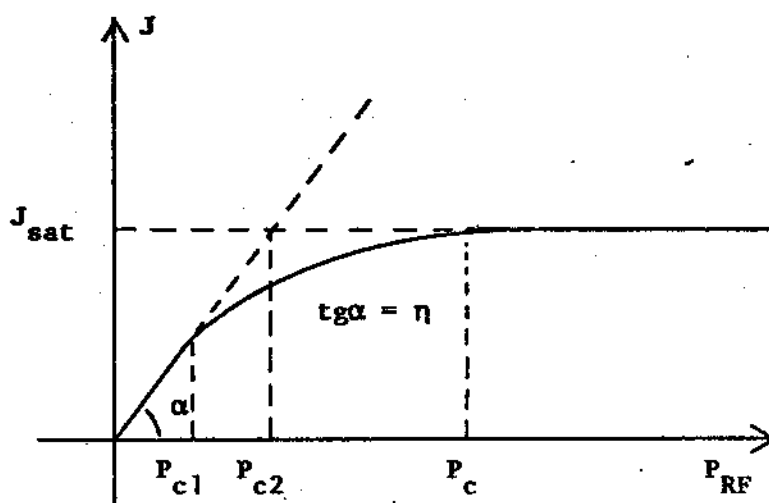


Figura 9

Saturação da corrente com a potência externa aplicada. P_c indica a potência crítica definida no Capítulo 2. P_{c1} é uma estimativa para P_c apresentada no Capítulo 2. P_{c2} é uma outra forma de estimar P_c que não foi considerada nesta tese [14]. Para a onda de Alfvén cinética e utilizando os dados do tokamak TCA, $J_{sat} \sim 1 \text{ MA}$.

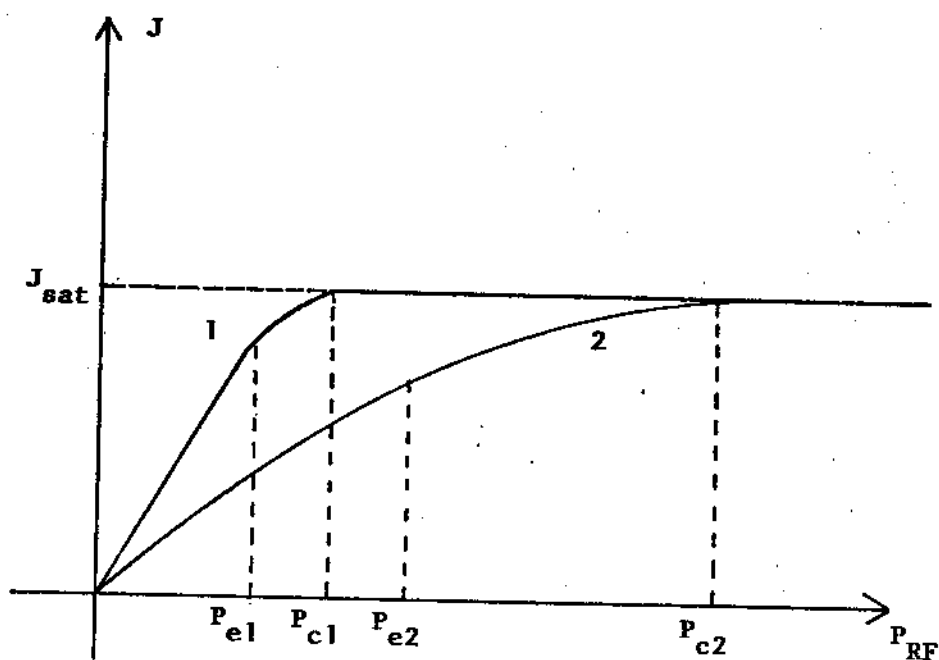


Figura 9.a

A potência crítica obtida nesta tese (P_e) encontra-se próxima ao valor da potência crítica real para a curva 1 (P_{c1}) e não estima com precisão para a curva 2 (P_{c2}). A curva 1 representa bem a curva de saturação para a onda híbrida inferior [3]. Nesta figura, J_{sat} representa a corrente de saturação e P_{RF} a potência de RF aplicada.

sível obter-se, a partir da equação (30); uma expressão aproximada para P_c

$$P_c = \frac{v_z v(v_z) R a^2 F(v_z) \int P_k d^3 k}{10^7 I_1(v_z)} \quad (31)$$

onde P_c é dado em watts quando todas as outras grandezas são dadas em unidades cgs. Para obter-se a equação (31), deve-se usar as equações (21) e (30).

Para terminar esta sub-seção é necessário mencionar que a equação (31) representa, na verdade, o valor da potência em que o regime linear deixa de ser válido. Em outros termos dir-se-ia que esta potência de nota o início da saturação no gráfico corrente versus potência externa aplicada. A rigor, a potência crítica real será maior que este valor, contudo, não muito afastado se a curva de subida corrente versus potência for abrupta (ver figura 9a).

2.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] N.J.Fisch and A.H.Boozer, *Phys.Rev.Lett.* **45**, 9 (1980).
- [2] N.J.Fisch, *Theory of Current Drive in Plasmas*,
Rev. of Modern Physics **59**, 1 (1987).
- [3] S.Succi, "Quasilinear Modelling of Lower-Hybrid
Current Drive and Related Problems", Tese de Douto-
rado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne ,
Lausanne, Suíça (1987).
- [4] B.A.Trubnikov, "Rev. of Plasma Physics", volume 1 ,
edited by Acad.M.A.Leontovich, Consultants Bureau,
New York (1967).
- [5] A.S.Assis, J.Busnardo-Neto and P.H.Sakanaka ,
Current Generation Using Radio Frequency Waves ,
1987. SBMO International Microwave Symposium
Proceedings, Rio de Janeiro, Brasil (1987); ver re-
ferências citadas neste trabalho.
- [6] A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, *Current Drive with
Whistler Waves*, *Physics Fluids* (1988), no prelo.
- [7] N.J.Fisch, *Phys.Rev.Letters* **41**, 873 (1978).
- [8] N.J.Fisch and C.F.F.Karney, *Phys.Fluids* **24**, 1 (1981);
C.F.F.Karney and N.J.Fisch, *Phys.Fluids* **22**, 1817
(1979).
- [9] T.M.Antonsen Jr. and K.R.Chu, *Phys.Fluids* **25**, 1295
(1982).

- [10] D.K.Bhadra et al., *Plasma Physics* 25, 4 (1983).
- [11] L.Muschiatti, J.Vaclavik and K.Appert, *Plasma Phys.* 24, 987 (1982).
- [12] A.Braginskii, "Rev. of Plasma Physics", vol.1, edited by Acad.M.A.Leontovich, Consultants Bureau, New York (1967); A.Hasegawa and L.Chen, *Phys.Fluids* 19, 12 (1976); P.Bonoli, *IEEE Trans.Plasma Science* ps-12, 95 (1984); L.Muschiatti, J.Vaclavik and K.Appert, *Plasma Physics* 24, 987 (1982).
- [13] J.G.Cordey, T.Edlington and D.F.H.Start, *Plasma Physics* 24, 73 (1982).
- [14] A.S.Assis, *Current Generated by Low Frequency Waves*, Relatório ME-CAPEs, Brasília (1985).

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DA TEORIA AUTOCONSISTENTE

Neste capítulo, a teoria autoconsistente é aplicada às ondas importantes na geração de corrente por transferência de momento. Estas ondas são a de Alfvén cinética, de Alfvén discreta, magnetossônica rápida, superficial e sibilante. A onda de Alfvén cinética é aqui apresentada em detalhes pela sua importância tanto em física de laboratório quanto espacial [1,2,3]. Nos demais casos apenas os resultados principais ou distintivos da onda são discutidos.

3.1 GERAÇÃO DE CORRENTE PELA ONDA DE ALFVÉN CINÉTICA

Com base nos estudos realizados no capítulo 2 e no apêndice B, é possível escrever a equação diferencial ,

que dá a evolução da função de distribuição média dos elétrons sob a ação das ondas de Alfvén cinéticas e das colisões Coulombianas, como segue (estado estacionário):

$$\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \int \hat{L}_k v_\perp^2 |E_{zk}|^2 \frac{v_z}{v_\perp} J_0\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{ce}}\right)^2 \times$$

$$\times \delta(\omega_k - k_z v_z) \hat{L}_k \langle f_e \rangle d^3k + \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \Big|_{\text{col}} = 0 \quad (1)$$

onde

$$\hat{L}_k = \frac{k_z}{\omega_k} \frac{\partial}{\partial v_z}$$

e

$$J_0\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{ce}}\right) \sim 1, \text{ porque } k_\perp \rho_e \ll 1.$$

A frequência ω_k é obtida pela equação (15) do apêndice A. As outras grandezas já foram descritas anteriormente. A equação (1) pode ser re-escrita como abaixo:

$$\frac{\pi}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial}{\partial v_z} \frac{k_z^2 v_z^2 k_\perp}{\omega_k^2} |E_{zk}|^2 \delta(\omega_k - k_z v_z) \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} \times$$

$$\times dk_\perp dk_z d\phi + \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \Big|_{\text{col}} = 0 \quad (2)$$

A equação de evolução da densidade de energia espectral é dada ($\partial/\partial t = 0$) como segue

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} = (2\text{Im}\omega_k - v_{\text{col}})U_k + P_k = 0 \quad (3)$$

Para a onda de Alfvén cinética têm-se

$$\text{Im}\omega_k = \frac{2\pi^2 e^2 k_{\perp}^2 \rho_i^2 v_{te}^2 T_e \omega_k}{m_e T_i (1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2) \omega_{pe}^2} \frac{dF}{dv_z} \quad (v_z = \omega_k / k_z) \quad (4)$$

$$\rho_s^2 = \rho_i^2 T_e / T_i$$

e

$$U_k = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{k_z^2 v_A^2} \frac{T_i^2 (1 + k_{\perp}^2 \rho_i^2 T_e / T_i)}{T_e^2 k_z^2 \rho_i^4 k_{\perp}^2} |E_{zk}|^2 \quad (5)$$

onde todos os termos já foram definidos nos apêndices A e B.

3.1.1 FONTE FRACA

Utilizando as equações (3), (4) e (5), a equação (2) pode ser re-escrita em um regime de fonte fraca $2\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$, como

$$- \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{\omega_{pe}^2 v_A^2 \rho_i^2 T_e / T_i}{m_e c^2 v_{te}^2} \frac{\partial}{\partial v_z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{k_z^4 v_z^2}{\omega_k^3} \frac{P_k \delta(\omega_k - k_z v_z)}{\frac{dF}{dv_z}(\omega_k = k_z v_z)} \times \\ \times \left(\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} k_{\perp} dk_{\perp} dk_z + \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{\text{col}} = 0 \quad (6)$$

Visto que $\langle f_e \rangle = F(v_z)F_M(v_\perp)$ (ver a equação (10) do capítulo 2), a equação (6) pode ser integrada em $v_\perp$, dando o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{16\pi I}{(2\pi)^3} \frac{T_e/T_i \rho_i^2 \omega_{pe}^2}{m_e c^2 v_{te}} \frac{d}{dv_z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} k_z^2 v_z^2 P_{\vec{k}} \quad \times \\
 & \times \frac{\delta(k_z v_A (1 + (3/4 + T_e/T_i) k_\perp^2 \rho_i^2)^{\frac{1}{2}} - k_z v_z)) k_\perp dk_\perp dk_z}{k_z v_A (1 + (3/4 + T_e/T_i) k_\perp^2 \rho_i^2) (1 + (3/4 + T_e/T_i) k_\perp^2 \rho_i^2)^{\frac{1}{2}}} + \\
 & + \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{\text{col}} v_\perp dv_\perp d\phi = 0 \quad (7)
 \end{aligned}$$

onde (ver apêndices A e B)

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} v_\perp F_M(v_\perp) dv_\perp d\phi \\
 \omega_{\vec{k}} &= k_z v_A (1 + (3/4 + T_e/T_i) k_\perp^2 \rho_i^2) \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{\text{col}} v_\perp dv_\perp d\phi &= \frac{d}{dv_z} v_{\text{eff}} (v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z})
 \end{aligned}$$

Como k_z , na equação (7), pode sair de dentro da função δ de Dirac, para integrar em $k_\perp$, é necessário considerar a seguinte função δ :

$$\delta[v_A (1 + (3/4 + T_e/T_i) k_\perp^2 \rho_i^2)^{\frac{1}{2}} - v_z] = \delta(f(k_\perp^2)) .$$

Mas,

$$\delta(f(k_{\perp}^2)) = \sum_{k_{\perp i}^2} \frac{\delta(k_{\perp}^2 - k_{\perp i}^2)}{\left. \frac{df(k_{\perp}^2)}{dk_{\perp}^2} \right|_{k_{\perp}^2 = k_{\perp i}^2}}$$

onde

$$f(k_{\perp i}^2) = 0$$

Assim,

$$k_{\perp i}^2 = \frac{v_z^2/v_A^2 - 1}{\rho_i^2(3/4 + T_e/T_i)}$$

Com os resultados acima e considerando a potência espectral dada por (ver figura 1)

$$P_k = P \delta(k_z - k_{z0}) [H(k_{\perp} - k_{\perp 1}) - H(k_{\perp} - k_{\perp 2})],$$

para $k_{\perp 1} \leq k_{\perp} \leq k_{\perp 2}$ e é zero fora deste intervalo. Em P_k , P é uma constante, δ e H são a distribuição de Dirac e a função de Heaviside, respectivamente. É possível, então, escrever a equação (7) da seguinte forma

$$\frac{d}{dv_z} [v_{\text{eff}}(v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z}) - \frac{1}{\pi^2} \frac{P \omega_{pe}^2}{m_e c^2 v_{te}^2} \frac{T_e}{(3/4 + T_e/T_i) T_i}] = 0 \quad (8)$$

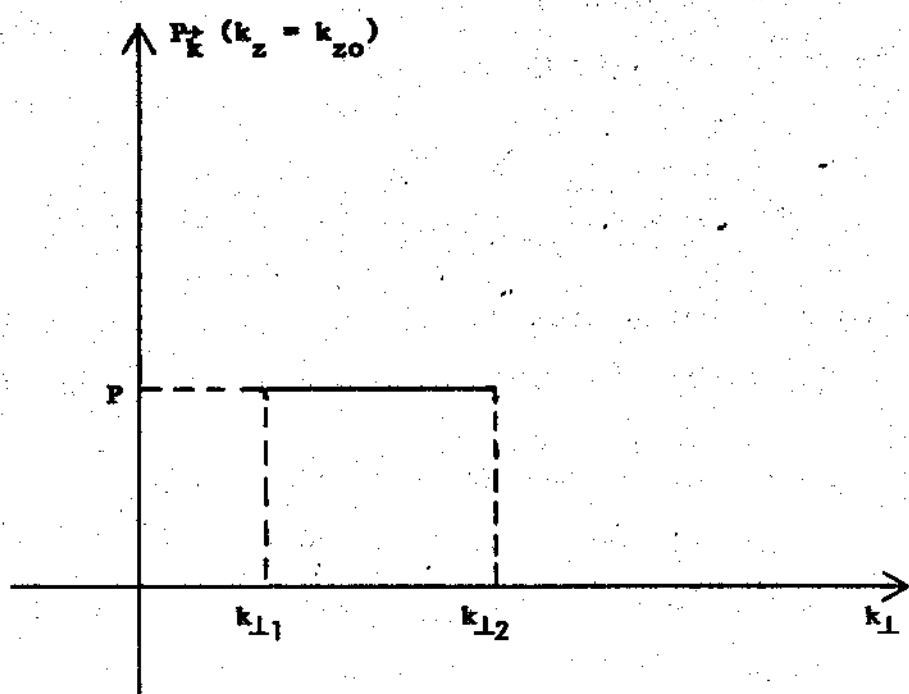


Figura 1

Espectro da fonte externa para a onda de Alfvén cinética.

onde v_{eff} está definido no capítulo 2. Integrando a equação (8) e desprezando a constante de integração por razões já descritas no capítulo 2, tem-se:

$$v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z} = \frac{1}{\pi^2} \frac{T_e P \omega_{pe}^2}{m_e T_i v_{\text{eff}} (3/4 + T_e/T_i) e^2 v_{te}^2} \quad (9)$$

A corrente pode ser obtida da equação (9) sem que seja necessário resolver a equação diferencial (9) para F . Logo, têm-se ($J = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_z F dv_z$).

$$e \int_{-\infty}^{\infty} (v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z}) dv_z = \frac{e}{\pi^2} \frac{\Delta v_z}{m_e T_i v_{\text{eff}} (3/4 + T_e/T_i) e^2 v_{te}^2}$$

ou

$$J = \frac{e}{\pi^2} \frac{T_e P \omega_{pe}^2}{m_e T_i v_{\text{eff}} (3/4 + T_e/T_i) e^2 v_{te}^2} \Delta v_z, \quad (10)$$

onde $\Delta v_z = v_{z2} - v_{z1}$. Para obter a equação (10), foi lembrado que

$$e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dF}{dv_z} dv_z = e(F(\infty) - F(-\infty)) = 0$$

e, também, que P_k é diferente de zero somente em $k_{\perp 1} \leq k_{\perp} \leq k_{\perp 2}$ (ou $v_{z1} \leq v_z \leq v_{z2}$).

A eficiência $\eta = J/P_t$ é, então, dada por

$$\eta = \frac{2 \times 10^{-2}}{3\pi} \frac{e}{m_e v_{\text{eff}} T_e/T_i R V_A} \quad (\text{A/W}) \quad (11)$$

onde todas as grandezas já foram definidas anteriormente. A unidade usada é ampére/watt. Para obter a equação (11), calcula-se P_t da seguinte forma (ver a equação (21) do capítulo 2)

$$P_t = \frac{2V_t}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty P \delta(k_z - k_{z0}) [H(k_\perp - k_{\perp 1}) - H(k_\perp - k_{\perp 2})] \times k_\perp dk_\perp dk_z d\phi \quad (12)$$

onde $V_t = 2\pi R a^2$ é o volume do tokamak. A rigor, no caso da onda de Alfvén cinética, a deposição de potência não é distribuída no volume total do tokamak [4]. Contudo, como o interesse aqui é obter uma primeira estimativa para a eficiência, a hipótese de que o volume real de deposição (V_d) é igual ao volume do tokamak (V_t) é razoável. Na verdade, $V_d < V_t$ e isto faz com que a eficiência seja estimada um pouco abaixo do seu valor real. Integrando a equação (12), tem-se

$$P_t = \frac{2P}{(2\pi)^2} k_{\perp 1} \Delta k_\perp \quad (12')$$

Examinando a equação (11) verifica-se que o comportamento de η concorda com o resultado da introdução do capítulo 2.

$$\eta \sim \frac{1}{v_{\text{eff}} v_f}, \quad v_f \sim v_A \ll v_{te}$$

onde v_f é a componente da velocidade de fase da onda de Alfvén cinética paralela ao campo magnético ambiente $v_f = \omega_k / k_z$.

É possível agora comparar o resultado auto-consistente da eficiência, obtido através da equação (11), com os resultados não autoconsistentes dos trabalhos de Fisch e Karney [5] e Cordey et al. [6]. Os referidos resultados são:

$$\eta_{LD}^{FK} \sim \frac{1,33}{\left(\frac{\omega_k}{k_z v_{te}}\right)} \quad (z = 1)$$

e

(13)

$$\eta_{LD}^C \sim \frac{1,4}{\left(\frac{\omega_k}{k_z v_{te}}\right)} \quad (z = 1)$$

Para transformar as eficiências normalizadas (equação (13)) em eficiências obtidas em ampéres/watts, deve-se usar [6]

$$\eta_{LD}^{FK} \text{ (A/W)} = 0,122 \frac{T_e \text{ (KeV)}}{R(m) n_{20} \ln \lambda} \eta_{LD}^{FK} \text{ (normalizada)},$$

e

$$\eta_{LD}^C (A/W) = 0,122 \frac{T_e (KeV)}{R(m)n_{20} \ln \lambda} \eta_{LD}^C (\text{normalizada}).$$

Usando os parâmetros do TCA (apêndice C), ob-
têm-se

$$\eta_{LD}^C \sim \eta_{LD}^{FK} \sim 0,2 A/W$$

e (14)

$$\overset{\text{Eq. (11)}}{\eta_{\text{Alfvén cinética}}} \sim 0,4 A/W$$

Como se menciona na introdução, a eficiência obtida com a formulação autoconsistente é maior que aquelas resultantes da formulação não autoconsistente [5, 6, 7]. Deve-se enfatizar que as eficiências η_{LD}^{FK} e η_{LD}^C foram obtidas com um operador de colisão 2D que conserva o momento paralelo para as colisões elétron-elétron. Isto significa que as eficiências acima são maiores que as obtidas com um modelo 1D, não autoconsistente, por um fator da ordem de 4 ($z = 1$). Logo, pode-se concluir da equação (14) que a eficiência obtida com um modelo 1D autoconsistente é maior que a eficiência resultante de um modelo 1D não autoconsistente por um fator da ordem de 8 ($z = 1$). Chega-se a esta conclusão usando os parâmetros do Tokamak TCA.

3.1.2 FONTE FORTE

Em um regime de fonte forte $\text{Im} \omega_z \ll v_{\text{col}}$ a solução da equação (25) do capítulo 2 é dada pela função de distribuição abaixo

$$F(v_z) = C \exp \left(- \int^{v_z} \frac{v'_z}{v_{te}^2 + b(v'_z)} dv'_z \right)$$

Esta solução é válida na região de ressonância onde $F(v_z)$ deve satisfazer a condição dada pela equação (27) do capítulo 2.

Caso a potência seja suficientemente forte para formar um platô na região de ressonância de $F(v_z)$, obtêm-se:

$$F(v_z) = F_1(v_z) = C_1 \exp \left(- \frac{v_z^2}{2v_{te}^2} \right), \text{ para } -\infty < v_z < v_{z1},$$

$$F(v_z) = F_2(v_z) = C_2 \exp \left(- \frac{v_f^2}{2v_{te}^2} \right), \text{ para } v_{z1} \leq v_z \leq v_{z2}$$

e (14)

$$F(v_z) = F_3(v_z) = C_3 \exp \left(- \frac{v_z^2}{2v_{te}^2} \right), \text{ para } v_{z2} < v_z < \infty.$$

onde $v_f (= \omega_z/k_z)$ é a velocidade de fase da onda de Alfvén cinética, na direção z , $v_f \sim v_A$. Usando a e -

quação (28) do capítulo 2 juntamente com a equação(14) desta seção pode-se escrever:

$$C_1 \exp \left(- \frac{v_{z1}^2}{2v_{te}^2} \right) = C_2 \exp \left(- \frac{v_f^2}{2v_{te}^2} \right) ,$$

$$C_2 \exp \left(- \frac{v_f^2}{2v_{te}^2} \right) = C_3 \exp \left(- \frac{v_{z2}^2}{2v_{te}^2} \right) ,$$

e (15)

$$\int_{-\infty}^{v_{z1}} C_1 \exp \left(- \frac{v_z^2}{2v_{te}^2} \right) dv_z + \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} C_2 \exp \left(- \frac{v_f^2}{2v_{te}^2} \right) dv_z + \\ + \int_{v_{z2}}^{\infty} C_3 \exp \left(- \frac{v_{z2}^2}{2v_{te}^2} \right) dv_z = n_e$$

Resolvendo-se o sistema de equações (15), têm-se

$$C_1 \cong \frac{n_e}{\sqrt{2\pi}v_{te}} \left(1 - \frac{\sqrt{\pi/2}}{\sqrt{2\pi}} \frac{v_A}{v_{te}} \Delta v_z \right) ,$$

$$C_2 = C_1 \exp \frac{(v_A^2 - v_{z1}^2)}{2v_{te}^2}$$

e (16)

$$C_3 = C_1 \exp \frac{(v_A^2 - v_{z2}^2)}{2v_{te}^2} .$$

A corrente $J = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_z F(v_z) dv_z$ pode ser escrita como segue (com o emprego das equações (14) e (16))

$$J \approx \frac{en_e v_A}{\sqrt{2\pi} v_{te}} \exp \left(-\frac{v_A^2}{2v_{te}^2} \right) \Delta v_z . \quad (17)$$

Utilizando os dados do tokamak TCA (apêndice C) e considerando $\Delta v_z \approx 0,2 v_A$ tem-se $I \sim 1$ MA

Comparando a corrente J para a onda de Alfvén cinética (equação (17)) com a corrente de Hasegawa [3]

$$J^H = \frac{en_e v_A}{\sqrt{2\pi} v_{te}^3} (\Delta v_z)^3 . \quad (18)$$

Pode-se concluir que $J \gg J^H$, uma vez que $J \sim \Delta v_z$ e $J^H \sim \Delta v_z^3$. A diferença surge porque Hasegawa [3] nos seus cálculos não considerou a contribuição para a corrente dos elétrons não ressonantes (ver figura 7c do capítulo 2). Na equação (17) esta contribuição foi considerada (ver figura 7b do capítulo 2).

Uma aplicação interessante dos resultados do parágrafo anterior é a possibilidade de gerar corrente com a onda de Alfvén cinética no tokamak TCA de Lausanne [4]. Há evidências que esta onda foi excitada neste tokamak [8]. Para que o processo de geração de corrente por RF seja viável, é necessário que a corrente ge-

rada pela RF seja compatível com a corrente ôhmica gerada indutivamente. Dos experimentos é possível verificar que a densidade de corrente ôhmica é dada aproximadamente por [3,9]

$$J_0 \sim \frac{en_e v_A}{3} .$$

Note-se que a velocidade de deriva dos elétrons (v_d) tem que ser tal que $v_d < v_s$ para que a instabilidade íon-acústica não seja excitada [10]. Desta forma, é possível estimar o campo elétrico E_z que a onda de Alfvén cinética deve ter para gerar uma corrente compatível com J_0 . A relação que deve ser satisfeita é a seguinte J ou $J^H \sim J_0 \sim en_e v_A/3$.

Assim, têm-se [3]

$$E_z^H \approx \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{3} \right)^{2/3} \frac{k_z T_e}{e} (\beta/2)^{1/3}$$

se J^H (dado pela equação (18)) $\sim J_0$ e

$$E_z \approx \frac{\pi}{18} \frac{k_z T_e}{e} \beta$$

se J (dado pela equação (17)) $\sim J_0$.

Usando os parâmetros do tokamak TCA [2,4,8], pode-se escrever

$$E_z^H \sim 2,7 \text{ V.cm}^{-1}$$

e

$$E_z \sim 0,01 \text{ V.cm}^{-1}$$

Logo, o campo E_z requerido para que a corrente de RF seja comparável com a corrente ôhmica, é muito menor se os elétrons não ressonantes forem considerados.

Dos experimentos feitos no tokamak TCA, o campo elétrico paralelo E_z , que pode ser excitado via modo de conversão linear é dado aproximadamente por [41]:

$$E_z^{TCA} \sim \left(\frac{\omega}{Ck_x} \left(\frac{T_i}{T_e k_x^2 \rho_i^2} - 1 \right)^{-1} B_Y^A \right) \sim 0,9 \text{ V/cm}.$$

Assim tem-se

$$E_z^H > E_z^{TCA} > E_z$$

Pode-se, então, concluir que deve ser possível gerar corrente elétrica não indutiva no tokamak TCA desde que se tomem os seguintes cuidados: não excitar a onda de Alfvén cinética muito afastada do centro

do tokamak para que a eficiência não fique muito reduzida devido aos elétrons presos nas órbitas bananas (ver capítulo 4); escolher a onda magnetossônica rápida, que será modo convertida para a onda de Alfvén cinética, com frequência adequada para que a condição de ressonância $\omega_{RF} = k_z v_A(r)$ não ocorra na borda do plasma. É necessário evitar o modo de conversão na borda porque, nesta posição, a onda de Alfvén cinética é absorvida muito rapidamente, pois a velocidade de Alfvén é alta, implicando mais em aquecimento que em geração de corrente (ver apêndice A).

Os resultados desta seção são úteis também no estudo da geração de corrente em plasmas extragalácticos [12].

3.1.3 FONTE CRÍTICA

No caso da fonte crítica, $Im\omega_k \sim v_{col}$, é possível estimar a potência crítica P_c como sugerido no capítulo 2. Assim, fazendo dF/dv_z muito pequeno na equação (9), que é a equação (30) do capítulo 2, tem-se

$$P \approx \frac{4\pi v_z (3/4 + T_e/T_i) m_e v_{eff} v_{te}^2 c^2}{\rho_i T_e/T_i \omega_{pe}^2} F(v_z) \quad (19)$$

mas para a onda de Alfvén cinética (ver equação (12))

(12'))

$$P_t = \frac{2P}{(2\pi)^2} k_{\perp 1} \Delta k_{\perp} .$$

Então, como o maior valor de $F(v_z)$ ocorre em v_{z1} porque

$$F(v_{z1}) \approx F_M(v_{z1}) = \frac{n_e}{\sqrt{2\pi}v_{te}} \exp\left(-\frac{v_{z1}^2}{2v_{te}^2}\right)$$

tem-se (ver equação (19))

$$P_c(\text{kW}) \approx \frac{\sqrt{2\pi} \times 10^{-8}}{4} \frac{n_e m_e v_A v_{te} (3/4 + T_e/T_i) R v_{eff} a^2 c^2 \Delta k_{\perp}}{T_e/T_i P_i \omega_{Pe}^2} , \quad (20)$$

onde $\exp(-v_{z1}^2/2v_{te}^2) \sim \exp(-v_A^2/2v_{te}^2) \sim 1$.

Para estimar P_c , é necessário conhecer $\Delta k_{\perp}$. Este não é ainda disponível experimentalmente. Para se ter, contudo, uma idéia da validade da equação (20), pode-se atribuir um valor para $\Delta k_{\perp}$, e os outros parâmetros podem ser obtidos para um tokamak qualquer. O próximo parágrafo trata deste assunto.

Concluindo o estudo feito, nesta seção, para a onda de Alfvén cinética, pode-se construir uma tabela (tabela 1) usando os dados dos principais tokamaks em operação (apêndice C). Nesta tabela constam a eficiência, a potência crítica e a corrente crítica.

Tabela 1: Eficiência η , Potência crítica P_c e Corrente Crítica I_c .

tokamak	η (A/W)	P_c (kW)	I_c (kA)
TCA	~ 0,50	~ 5	~ 3
ASDEX UPGRADE	~ 0,24	~ 300	~ 72
TFTR	~ 0,15	~ 800	~ 120
JT-60	~ 0,46	~ 2.200	~ 1.000
JET	~ 0,09	~ 6.000	~ 540
INTOR	~ 0,88	~ 1.600	~ 1.400

Os números que aparecem na tabela 1 indicam que a onda de Alfvén cinética é competitiva quando comparada às outras ondas propostas para gerar corrente não indutiva [13]. A tabela 1 mostra, também, que para o caso do tokamak INTOR a eficiência é quase comparável à da onda híbrida inferior, que possui uma eficiência $\eta \sim 1$ A/W nos experimentos atuais [14,15].

A onda de Alfvén cinética estudada aqui é a de Hasegawa [3] e não a de Belikov et al. [16]. No trabalho de Belikov a onda de Alfvén cinética é a onda de Alfvén ideal com a correção proveniente da temperatura finita dos elétrons, sem atentar, porém, para a correção devido ao raio de Larmor finito dos íons. O raio de Larmor dos íons é importante para a obtenção de $E_z \neq 0$ (ver equação A21 do apêndice A) que é a principal característica da onda de Alfvén cinética, conforme mostrado por Hasegawa [3].

A onda de Alfvén, mencionada por Fisch e Karney [5], é a onda magnetossônica rápida (ou onda de Alfvén compressional) e não a de Alfvén cinética de Hasegawa. O amortecimento de Cherenkov da onda magnetossônica rápida é dominado pelo TTMP. Este é proporcional a β ($\beta = 2v_s^2/v_A^2$) [3], logo é fraco em plasmas de baixo β , como é o caso dos plasmas dos tokamaks atuais. Assim, a onda de Alfvén cinética, que possui o a-

amortecimento de Cherenkov dominado pelo LD - não sensível a β - é mais rapidamente amortecida que a onda magnetossônica rápida.

3.2 GERAÇÃO DE CORRENTE PELA ONDA DE ALFVÉN DISCRETA

Como foi mencionado no apêndice A, a onda de Alfvén discreta surge no contexto dos plasmas limitados e não homogêneos [4,8,17]. Esta onda tem sido proposta para o aquecimento auxiliar ao aquecimento ôhmico em plasmas de tokamak [17]. Ela ainda não foi, todavia, proposta para gerar corrente não indutiva e isto se faz nesta tese. A escolha desta onda como capaz de gerar corrente deve-se a sua facilidade de excitação e propagação em plasmas densos que sejam compatíveis com os plasmas em condições de ignição [4]. Para se estudar a geração de corrente elétrica em plasmas limitados, dever-se-ia usar uma teoria quase-linear adequada para plasmas limitados. Como esta teoria ainda não existe formalizada e por fugir aos objetivos desta tese desenvolvê-la, a teoria quase-linear tradicional (ver apêndice B) será usada como primeira aproximação.

3.2.1 FONTE FRACA

Para um regime de fonte fraca $\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$, e com potência espectral dada por

$$P_k^+ = P \delta(k_x - k_{x0}) [H(k_z - k_{z2}) - H(k_z - k_{z1})] \quad (21)$$

para $k_{z1} \leq k_z \leq k_{z2}$, e $P_k^+ = 0$ para k_z fora deste intervalo, a equação básica que descreve a função de distribuição $F(v_z)$ é apresentada a seguir (ver apêndice B, capítulo 2 e seção 3.2)

$$v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z} = \frac{4}{(2\pi)^3} \frac{(T_e/T_i)^2 P_i^4 \omega_{ci}^2}{m_e v_A v_{\text{eff}}} \int \frac{k_{\perp}^6 P_k^+ \delta(\omega_k - k_z v_z)}{k_y^2 k_z v_A^2 (1 - \omega_k^2/\omega_{ci}^2)} d^3 k \quad (22)$$

onde todos os termos já foram definidos anteriormente. Para obter a equação (22) devem ser seguidos os passos indicados na seção 3.2 para a onda de Alfvén cinética. A onda de Alfvén discreta possui $B_z \neq 0$ e $E_z \neq 0$ em contraste com a onda de Alfvén cinética que só possui $E_z \neq 0$. Isto deve ser lembrado no cálculo do coeficiente de difusão (ver capítulo 2).

Pode-se obter a corrente elétrica da mesma forma que indicada no capítulo 2 ou na seção 3.2. Assim tem-se

$$J = \frac{4e\rho_s^4 \omega_{ci}^2}{(2\pi)^3 m_e v_A^3 v_{eff}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int \frac{k_{\perp}^6 P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) d^3 k}{k_y^2 k_z (1 - \omega_{\vec{k}}^2 / \omega_{ci}^2)} \right] dv_z \quad (23)$$

Usando $P_{\vec{k}}$ dado pela equação (21), obtém-se da equação (23)

$$J = \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{eP\omega_{ci}^2 \rho_s^5 k_{\perp 0}^6}{m_e v_{eff} v_A^{5/2} k_{y0}^6} \int_{v_{z1}}^{v_{z2}} \frac{dv_z}{[v_A(1 - \frac{k_{\perp 0}^2 \rho_s^2}{2}) - v_z]^{\frac{3}{2}}}$$

e fazendo a integral pode-se escrever

$$J = \frac{4}{(2\pi)^3} \frac{eP\omega_{ci}^2 \rho_s^5 k_{\perp 0}^6}{m_e v_{eff} v_A^{5/2} k_{y0}^6} B(v_{z1}, v_{z2})$$

onde

$$B(v_{z1}, v_{z2}) = \frac{1}{[v_A(1 - \frac{k_{\perp 0}^2 \rho_s^2}{2}) - v_{z1}]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[v_A(1 - \frac{k_{\perp 0}^2 \rho_s^2}{2}) - v_{z2}]^{\frac{1}{2}}}$$

onde

$$k_{\perp 0}^2 = k_{x0}^2 + k_{y0}^2$$

A eficiência $\eta = J / P_t$ pode ser escrita como segue

$$\eta = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{e \omega_{ci}^2 \rho_s^4 k_{\perp}^6}{m_e v_{eff} R k_{y0}^2 a^2 v_A^3 k_{z1} k_{z2}} \quad (24)$$

Para obter-se a equação (24), levou-se em consideração as relações abaixo (ver equação (21) do capítulo 2)

$$P_t = \frac{Ra^2}{2\pi} \int P_{\vec{k}} d^3k = \frac{Ra^2}{2\pi} P \Delta k_z$$

e

$$\Delta v_z \sim v_A k_{z1} \rho_s^2 \Delta k_z$$

que foi obtida através da condição de ressonância $\omega_{\vec{k}} = k_z v_z$. Como na onda de Alfvén cinética, tem-se:

$$\eta \sim \frac{1}{v_{eff} v_f}, \quad v_f \sim v_A \ll v_{te}$$

onde v_f é a velocidade de fase da onda de Alfvén discreta que é dada no apêndice A. Isto ocorre porque esta onda é de baixa velocidade de fase $v_f \sim v_A \ll v_{te}$.

Usando os parâmetros do tokamak TCA (apêndice C) em que a excitação da onda de Alfvén discreta foi verificada experimentalmente tem-se $\eta \sim 0,1$ A/W. Para o tokamak ASDEX UPGRADE (apêndice C) em que se preten-

de estudar o aquecimento do plasma pelas ondas de Alfvén obtém-se $\eta \sim 0,3$ A/W. Estes resultados mostram que a geração de corrente com a onda de Alfvén discreta é competitiva quando comparada com as ondas já propostas [13].

3.2.2 FONTE FORTE

Para a fonte forte, $\text{Im} \omega_k \ll v_{\text{col}}$, as considerações são análogas as que se fizeram para a onda de Alfvén cinética, e a corrente pode ser escrita como segue

$$J = \frac{en_e}{\sqrt{2\pi}} \frac{v_A}{v_{te}} \exp\left(-\frac{v_A^2}{2v_{te}^2}\right) \Delta v_z \quad (25)$$

Obteve-se a equação (25) supondo que um platô tenha sido formado na função de distribuição $F(v_z)$. Assim, a solução dada pela equação (14) foi considerada para $F(v_z)$.

Note-se que a corrente gerada pela onda de Alfvén discreta satura no mesmo nível que a gerada pela onda de Alfvén cinética desde que Δv_z seja o mesmo para as duas ondas. As eficiências, contudo, são diferentes (ver figura 2).

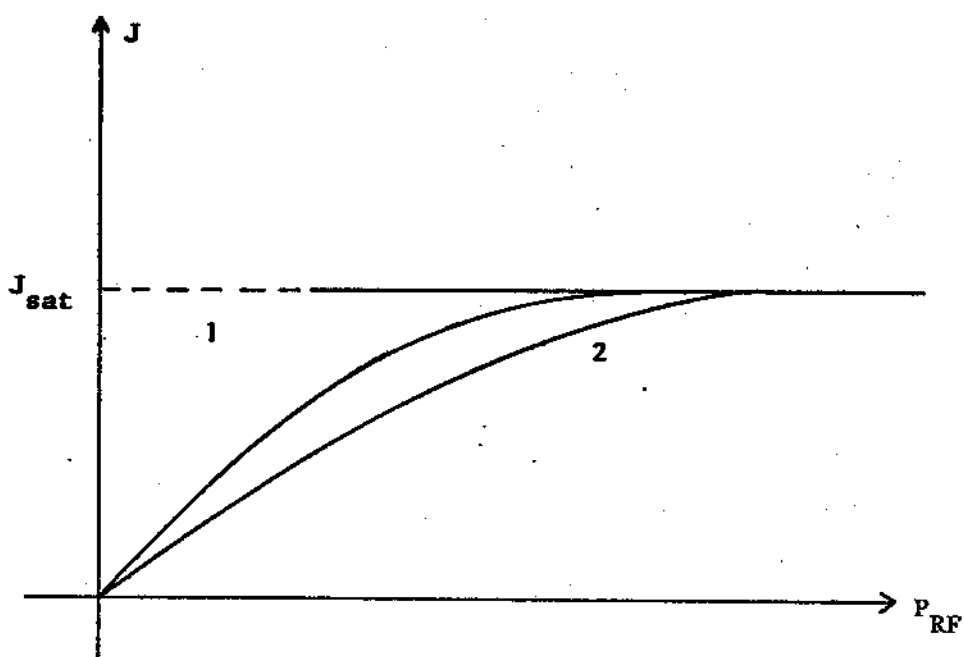


Figura 2

Curva de saturação para a onda de Alfvén cinética (1) e onda de Alfvén discreta (2).

3.2.3 FONTE CRÍTICA

Na fonte crítica, $Im_{\omega_k} \sim v_{col}$, seguindo o mesmo procedimento usado no capítulo 2 e no estudo da onda de Alfvén cinética, é possível escrever

$$P_c (kW) \approx \sqrt{2\pi} \times 10^{-10} \frac{m_e n_e k_y v_{eff} R a^2 v_A^3}{v_{te} k_{\perp}^6} \Delta k_z \quad (26)$$

Usando os dados do tokamak TCA (apêndice C), da equação (26) obtém-se $P_c \sim 1$ kW quando $\Delta k_z \sim 0,1 k_z$.

Este número deve ser entendido como o início da saturação da corrente (ver figura 2), ou mesmo o valor máximo da potência externa aplicada, em que o regime linear é válido. A potência escolhida para gerar uma corrente que seja mensurável com facilidade deve ser uma ordem acima deste valor.

3.3 GERAÇÃO DE CORRENTE PELA ONDA MAGNETOSSÔNICA RÁPIDA

O estudo da geração de corrente utilizando a onda magnetossônica rápida tem sido feito intensamente [5,18]. Nestes trabalhos, entretanto, a formulação não autoconsistente foi empregada. No capítulo 2, verificou-se que esta formulação não é aplicável a algumas situações

de interesse. A escolha da onda magnetossônica rápida para gerar corrente se deve a sua facilidade de excitação e propagação em plasmas densos e em condições de ignição [18].

A equação quase-linear unidimensional que descreve a função de distribuição $F(v_z)$, já definida anteriormente, pode ser escrita como segue (ver capítulo 2) para esta onda

$$\frac{d}{dv_z} \left[v(v_z) (v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z}) \right] + 2\pi \int_0^\infty \frac{v_\perp}{v_{te}^2} \exp\left(-\frac{v_\perp^2}{2v_{te}^2}\right) \times \\ \times D\{F(v_z), v_\perp\} \frac{dF}{dv_z} dv_\perp, \quad (27)$$

Para obter-se a equação (27) basta seguir o mesmo procedimento da seção 3.2. A função $v(v_z)$ e o funcional $D\{F(v_z), v_\perp\}$ já foram definidos no capítulo 2. Como a onda magnetossônica rápida no regime de baixa frequência ($\omega \ll \omega_{ci}$) possui alta ($v_f > v_{te}$) ou baixa velocidade de fase ($v_f < v_{te}$), $v(v_z)$ pode ter os dois valores definidos no capítulo 2 dependendo de v_f . O coeficiente de difusão $D\{F(v_z), v_\perp\}$, na equação (27), é dado por (ver capítulo 2):

$$D\{F(v_z), v_\perp\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \int \delta(\omega_k - k_z v_z) |E_{zk}|^2 - i \frac{k_z v_\perp^2}{2c\omega_{ce}} |B_{zk}|^2 d^3k \quad (28)$$

onde os símbolos $\omega_k (=kv_A)$, k_z , E_{zk} e B_{zk} representam a frequência da onda, o número de onda paralelo ao campo magnético ambiente, o campo elétrico paralelo ao campo magnético ambiente e o campo magnético paralelo ao campo magnético ambiente, respectivamente. Os campos E_{zk} e B_{zk} relacionam-se nesta onda por [19]

$$E_z = - \frac{v_{te}^2}{c\omega_{ce}} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (29)$$

Substituindo-se a equação (29) na equação (28) tem-se:

$$D\{F(v_z), v_\perp\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \frac{(2v_{te}^2 - v_\perp^2)^2}{4c^2\omega_{ce}^2} \int \delta(\omega_k - k_z v_z) \times |B_{zk}|^2 d^3k \quad (28')$$

Portanto, é possível escrever $D\{F(v_z), v_\perp\}$, como abaixo

$$D\{F(v_z), v_\perp\} = \begin{cases} D_0\{F(v_z)\} 4v_{te}^4 & \text{se LD domina} \\ D_0\{F(v_z), v_\perp\} & \text{se TTMP domina} \\ D_0\{F(v_z)\} (2v_{te}^2 - v_\perp^2)^2 & \text{se ambos os efeitos} \\ & \text{estão presentes} \end{cases}$$

onde (ver equação (28'))

$$D_0\{F(v_z)\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \frac{1}{4c^2\omega_{ce}^2} \int d^3k \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) k_z^2 |B_{z\vec{k}}|^2$$

É sempre possível excitar a onda magnetossônica rápida com uma das três situações acima ocorrendo [20].

Seguindo os passos do capítulo 2, escreve-se a densidade de energia espectral, após o estado estacionário ter sido atingido, por

$$U_{\vec{k}} = \frac{P_{\vec{k}}}{(2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - v_{\text{col}})} \quad (29)$$

com $U_{\vec{k}}$ dado como abaixo (ver apêndice A)

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{k}{k_{\perp}}\right)^2 |B_{z\vec{k}}|^2 \quad (30)$$

e o coeficiente de Cherenkov obtido como segue (apêndice A):

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = 4\pi^2 \frac{e^2 k_{\perp}^2 v_A^2 v_{te}^4}{m_e^2 c^2 \omega_{ce}^2 \omega_{\vec{k}}} \frac{dF}{dv_z} (\omega_{\vec{k}} = k_z v_z) \quad (31)$$

O termo v_{col} para a onda magnetossônica rápida é considerado por Braginskii [21].

3.3.1 FONTE FRACA

Usando, assim, as equações (27) a (31) e considerando-se o regime de fonte fraca, $\text{Im}\omega_k \gg v_{\text{col}}$, a corrente é obtida pela expressão abaixo (ver capítulo 2)

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int \frac{A(\vec{k}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_k - k_z v_z)}{v(v_z) \frac{dF}{dv_z} \left(v_z = \frac{\omega_k}{k_z}\right)} d^3k \right] \int_0^{\infty} v_{\perp} (2v_{te}^2 - v_{\perp}^2)^2 \times \\ \times \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{te}^2}\right) dv_{\perp} \left] \frac{dF}{dv'_z} dv'_z, \quad (32)$$

onde

$$A(\vec{k}) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{ek_z^2 \omega_k}{k^2 v_A^2 v_{te}^6 m_e}$$

A função δ traz o termo dF/dv_z no denominador de volta para a variável de integração v'_z (dummy variable) que está sendo integrada. As duas derivadas, então, cancelam-se. Este cancelamento ocorre para qualquer onda de RF, como já foi visto no capítulo 2. Na equação (32) considerou-se presente as duas atenuações LD e TTMP.

Supondo uma potência espectral $P_{\vec{k}}$ unidirecional e constante dentro de uma certa faixa de números de ondas, e considerando as coordenadas esféricas têm-se

$$P_{\vec{k}} = P\delta(k-k_0)[H(\theta-\theta_2)-H(\theta-\theta_1)]$$

para $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, e $P_{\vec{k}} = 0$ fora deste intervalo. Desta forma, seguindo o mesmo procedimento utilizado para onda de Alfvén cinética, a eficiência pode ser escrita como abaixo

$$\eta_{\text{baixa}} = \frac{e}{2\pi m_e v_{\text{eff}} R v_A}, \quad v_f \ll v_{te} \quad (33)$$

onde η_{baixa} é a eficiência para a onda magnetossônica rápida no regime de baixa velocidade de fase $v_f (= \omega_{\vec{k}}/k_z)$. No regime de alta velocidade de fase, escreve-se

$$\eta_{\text{alta}} = \frac{e v_f^2}{2\pi m_e v_0 (2+z) R}, \quad v_f \gg v_{te} \quad (34)$$

Todos os termos que aparecem em η_{baixa} e η_{alta} já foram definidos anteriormente. Para a onda magnetossônica rápida (ver apêndice A) tem-se:

$$\omega_{\vec{k}} = k v_A = k_z v_A (1 + k_{\perp}^2/k_z^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Assim,

$$\omega_{\vec{k}}/k_z = v_f = k_z v_A (1 + k_{\perp}^2/k_z^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Então, para $k_{\perp} \ll k_z$ tem-se $v_f = v_A \ll v_{te}$. E para $k_{\perp} \gg k_z$ tem-se $v_f = v_A (1 + k_{\perp}^2/k_z^2)^{\frac{1}{2}} \gg v_{te}$.

O regime de alta velocidade de fase ($v_f \gg v_{te}$) e baixa frequência ($\omega \ll \omega_{ci}$) descrito no parágrafo anterior pela equação (34) não parece ser muito útil para a geração de corrente. Isto porque esta onda (magnetossônica rápida) é modo convertida para a onda de Alfvén cinética. Esta conversão ocorre na borda do plasma ($v_A \rightarrow \infty$ quando $n_e \rightarrow 0$) uma vez que $v_f \gg v_{te}$. Nesta região, a onda de Alfvén cinética é absorvida fortemente, sendo portanto mais útil para o aquecimento do que para a geração de corrente. Além desta dificuldade, próximo à borda do plasma o problema de aprisionamento dos elétrons, nas órbitas bananas do tokamak é mais crítico [2].

Comparando a eficiência obtida para a onda magnetossônica rápida (MR) com aquela obtida para a onda de Alfvén cinética (AC), conclui-se que

$$\eta^{AC} \sim 4T_e/T_i \eta_{baixa}^{MR} \text{ (equação (33))}$$

Este resultado mostra que é mais eficiente gerar corrente com a onda de Alfvén cinética que com a onda magnetossônica rápida quando $T_e > T_i$. Isto ocorre porque em um plasma com baixo β a onda de Alfvén cinética é

mais rapidamente amortecida do que a onda magnetossônica rápida (ver apêndice A). Nos três maiores tokamaks em funcionamento (JT-60, TFTR e JET) a relação $T_e \sim T_i$ é válida (apêndice C).

3.3.2 FONTE FORTE

Para a fonte forte, $Im\omega_k \ll v_{col}$, pode-se seguir, o mesmo raciocínio que no caso da onda de Alfvén cinética e obtém-se ($v_f \ll v_{te}$)

$$J = \frac{en_e v_a}{\sqrt{2\pi} v_{te}} \exp\left(-\frac{v_A}{2v_{te}^2}\right) \Delta v_z \quad (35)$$

A equação (35) mostra que a onda magnetossônica rápida possui a mesma corrente de saturação que as ondas estudadas anteriormente desde que Δv_z seja a mesma para as três ondas. As eficiências, entretanto, são diferentes.

3.3.3 FONTE CRÍTICA

No caso da potência atingir o nível crítico, $Im\omega_k \sim v_{col}$, seguindo o mesmo raciocínio usado anteriormente, pode-se escrever

$$P_c(kW) \approx 2\pi\sqrt{2\pi} \times 10^{-10} \frac{m_e n_e v_{eff} R a^2 v_A^3}{k v_{te}} \Delta k_z \quad (36)$$

100

Utilizando os parâmetros do TCA [2,4,8], tem-se, para a equação (36), $P_c \sim 5$ kW quando $\Delta k_z = 0,1 k_z$.

É razoável que este número não esteja muito afastado dos obtidos para as ondas já estudadas porque todas elas interagem com os elétrons do corpo principal da Maxwelliana (bulk electrons).

3.4 GERAÇÃO DE CORRENTE COM O EMPREGO DA ONDA SUPERFICIAL

As ondas superficiais têm sido ultimamente alvo de estudo, tanto no campo da física espacial [1,12,22] quanto no da física dos plasmas de laboratório [4,17]. A onda superficial também chamada de onda superficial MHD (ver apêndice A) corresponde a uma onda hidromagnética que surge como um modo normal em plasmas não homogêneos (descontinuidade abrupta) e magnetizados). As propriedades básicas desta onda foram estudadas no apêndice A. Em física dos plasmas espaciais a onda superficial tem sido associada com as chamadas pulsações magnéticas na magnetosfera (Psc4 e Psc5), formação da aurora e aquecimento da coroa solar [12,22]. Em laboratório, ela tem sido proposta para o aquecimento auxiliar ao aquecimento ôhmico [23]. Nesta seção propõe-se seu emprego na geração de corrente não indutiva em plasmas

de laboratório e astrofísico [24]. Esta é a primeira vez que esta onda é usada neste contexto.

3.4.1 FONTE FRACA

Para a fonte fraca, $Im\omega_k \gg v_{col}$, o mesmo procedimento empregado para a onda de Alfvén cinética pode ser usado quando se quer obter a corrente gerada por esta onda. Deve-se lembrar, entretanto, que

$$k_y \neq 0 \quad (k_{\perp}^2 = k_y^2 + k_x^2) \quad .$$

Assim, usando a potência espectral como abaixo

$$P_{\vec{k}} = P \delta(k_x - k_{x0}) \delta(k_y - k_{y0}) [H(k_z - k_{z2}) - H(k_z - k_{z1})] \quad ,$$

$$\text{para } k_{z2} \leq k_z \leq k_{z1}$$

e

$$P_{\vec{k}} = 0 \quad , \text{ para } k_z \text{ fora do intervalo } \Delta k_z \quad ,$$

pode-se escrever a equação diferencial para $F(v_z)$ como segue:

$$v_z F + v_z^2 \frac{dF}{dv_z} = \frac{1}{8\pi} \frac{k_{y0} P}{m_e v_{eff} v_A^2} \frac{(2 - v_z^2/v_A^2)^{3/2}}{(v_z^2/v_A^2 - 1)^{5/2}}$$

e a corrente é dada por

$$J \approx \frac{1}{4\pi} \frac{ek_{y0}P}{m_e v_{\text{eff}} v_A^2} \Delta v_z$$

Finalmente, a eficiência $\eta = J/P_t$ é obtida como abaixo

$$\eta \approx \frac{10^{-2}}{4\pi} \frac{ek_z}{(k_z^2 + k_y^2)^{\frac{1}{2}} m_e R v_{\text{eff}} v_A} \quad (\text{A/W}) \quad (37)$$

Quando $k_z \gg k_y$ a onda superficial gera corrente com eficiência comparável à da onda magnetossônica rápida (equação (33)). Usando os dados do tokamak TCA (ver apêndice C) $\eta \sim 0,03 \text{ A/W}$. Esta eficiência é baixa. Com uma escolha conveniente de k_y e k_z é, porém, possível obter um valor para η compatível com a η das ondas anteriores.

3.4.2 FONTE FORTE

No caso da fonte forte, $\text{Im}\omega_k \ll v_{\text{col}}$, quando um platô é formado na função de distribuição $F(v_z)$, pode-se escrever a corrente, como para os casos anteriores, por:

$$J \approx \frac{en_e}{\sqrt{2\pi}} \frac{v_A}{v_{te}} \exp\left(-\frac{v_A^2}{2v_{te}^2}\right) \Delta v_z \quad (38)$$

O nível de saturação dado pela equação (38)

é o mesmo que para as outras ondas estudadas anteriormente (quando Δv_z é o mesmo para todas elas).

3.4.3 FONTE CRÍTICA

Na situação de potência de RF crítica, $\text{Im}\omega_k \sim v_{\text{col}}$, pode-se seguir os procedimentos anteriores para obter-se

$$P_c(\text{kW}) \approx \pi \sqrt{2\pi} \times 10^{-10} \frac{m_e n_e v_{\text{eff}} R a^2 v_A^3 k_y^4}{v_{te} k^2 k_z^3} \Delta k_z \quad (39)$$

Como nenhuma experiência foi feita ainda para esta onda no que concerne à geração de corrente, o valor de Δk_z não é disponível dos dados experimentais. Se, entretanto, se arbitrar como um valor razoável $\Delta k_z = 0,1 k_z$ e, ainda, usando os parâmetros do tokamak TCA obtem-se, a partir da equação (39) o valor $P_c \sim 2\text{kW}$. Esta potência indica o início da saturação para esta onda.

Com relação à Astrofísica, a geração de corrente pode ser de utilidade para explicar a colimação de jatos extragalácticos. A fim de que esta colimação ocorra é necessário gerar nestes jatos correntes da ordem de 10^{18}A [12].

Para calcular a corrente gerada pela onda superficial, nestes jatos, é necessário o emprego de uma teoria cinética relativística, o que está fora dos ob-

jetivos desta tese. Estes cálculos, contudo, estão feitos com detalhes na referência [24]. Verifica-se, neste trabalho, que a corrente gerada pela onda superficial excede ao valor requerido de 10^{18} A necessário para o confinamento. É provável então que a presença destas ondas nos jatos extragalácticos explique o seu confinamento.

3.5 GERAÇÃO DE CORRENTE COM O EMPREGO DA ONDA SIBILANTE

Como esta onda tem sido relativamente pouco estudada teoricamente, mas muito empregada nos experimentos atuais sobre geração de corrente [18], é interessante calcular com mais detalhes a sua eficiência.

No estado estacionário a função de distribuição dos elétrons $\langle f_e \rangle$, resultante da ação da difusão - induzida pelas ondas sibilantes - no espaço das velocidades e da ação das colisões Coulombianas, é descrita pela equação abaixo

$$\left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right|_{\text{sibilante}} + \left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right|_{\text{colisão}} = 0 \quad (40)$$

onde (ver capítulo 2)

$$\left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{\text{sibilante}} = \frac{\partial}{\partial v_z} D\{\langle f_e \rangle\} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} \quad (41)$$

com o coeficiente de difusão D , que é um funcional de $\langle f_e \rangle$, dado por

$$D\{\langle f_e \rangle\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \int d^3k \frac{k_z^2 v_z^2}{\omega_k^3} |E_{y\vec{k}} J'_0\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{ce}}\right)|^2 \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) \quad (42)$$

Na equação (42) $E_{y\vec{k}}$ é o campo elétrico da onda sibilante e J'_0 é a derivada da função de Bessel de ordem zero. Os outros símbolos já foram definidos anteriormente. O efeito das colisões Coulombianas (1D) é descrito pelo termo (ver apêndice B):

$$2\pi \left. \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} \right)_{\text{colisão}} v_\perp dv_\perp = \frac{d}{dv_z} v(v_z) (v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z}) \quad (43)$$

onde

$v(v_z) = v_o/v_z^3$, porque $v_z \gg v_{te}$. Aqui $v_o = \omega_{pe}^4 \ln \lambda / 4\pi n$ e $\ln \lambda$ é o logaritmo de Coulomb.

A densidade de energia espectral para a onda sibilante sujeita a uma fonte externa $P_{\vec{k}}$, à atenuação de Cherenkov e ao amortecimento colisional não ressonante v_{col} é obtida da equação:

$$\frac{\partial \vec{U}_k}{\partial t} = (2\text{Im}\omega_k - v_{\text{col}})\vec{U}_k + \vec{P}_k = 0 \quad (44)$$

A equação (44) é válida em uma situação estacionária, em que $\partial \vec{U}_k / \partial t = 0$ e em um plasma homogêneo onde $\vec{v}_g \cdot \nabla \vec{U}_k = 0$. O termo $\vec{v}_g$ é a velocidade de grupo e ∇ é o gradiente no espaço das configurações.

As propriedades da onda sibilante - dispersão, polarização e atenuação - foram estudadas no apêndice A. Elas são apresentadas abaixo:

$$\omega_k^2 = \omega_{ci}^2 \left(\frac{k c}{\omega_{pi}} \right)^4 \cos^2 \theta, \quad (45)$$

$$\vec{U}_k = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{-\omega \partial D / \partial \omega}{(N^2 \cos^2 \theta - \epsilon_{xx})} \right]_{\omega=\omega_k} |\vec{E}_{yk}|^2 \quad (46)$$

e o coeficiente de atenuação de Cherenkov (TTMP)

$$\begin{aligned} \text{Im}\omega_k = \frac{4\pi^2 e^2}{m_e} \left[\frac{N^2 \cos^2 \theta - \epsilon_{xx}}{\omega \partial D / \partial \omega} \right]_{\omega=\omega_k} \int \frac{k_z v_{\perp}}{\omega_k} J_0'^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{ce}} \right) \times \\ \times \delta(\omega_k - k_z v_z) \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} d^3 v \end{aligned} \quad (47)$$

Todos os termos que aparecem nas equações (40) a (47) já foram definidos no apêndice A e na referência [25].

O campo elétrico $\vec{E}_{yk}$ pode ser expresso em termos da fonte externa $\vec{P}_k$ e do coeficiente de Cherenkov $\text{Im}\omega_k$ através das equações (44) e (46). Assim, tem-se

$$|E_{y\vec{k}}|^2 = \frac{4\pi P_{\vec{k}}}{(2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - v_{\text{col}})} \left[\frac{N^2 \cos^2 \theta - \epsilon_{xx}}{\omega \partial D / \partial \omega} \right]_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \quad (48)$$

3.5.1 FONTE FRACA

Considerando-se, então, uma situação em que a potência externa é fraca, $\text{Im}\omega_{\vec{k}} \gg v_{\text{col}}$, e usando-se a equação (47), a equação (48) pode ser reescrita como

$$|E_{y\vec{k}}|^2 = \frac{m_e P_{\vec{k}}}{\pi e^2} \left\{ \int \frac{k_z v_{\perp}}{\omega_{\vec{k}}} J_0'^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{ce}} \right) \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} d^3 v \right\}^{-1} \quad (49)$$

Inserindo a equação (49) na equação (42), a (42) na (41) e, finalmente, a (41) em (40), tem-se [25]:

$$v_z F + v_{te}^2 \frac{dF}{dv_z} = S(v_z)/v(v_z) \quad (50)$$

com

$$S(v_z) = \frac{1}{2\pi^2 m_e} \int v_{\perp} dv_{\perp} \left[\int d^3 k \frac{k_z v_{\perp}}{\omega_{\vec{k}}} \times \frac{J_0'^2(k_{\perp} v_{\perp} / \omega_{ce}) F_M(v_{\perp}) P_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z)}{\int d^3 v v^2 J_0'^2(k_{\perp} v_{\perp} / \omega_{ce}) F_M(v_{\perp}) \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z)} \right]$$

Seguindo o procedimento utilizado no capítulo 2 e considerando uma fonte externa $P_{\vec{k}}$ unidirecional

e constante dentro de uma certa faixa de números de ondas, ou seja, $P_k = PS(\cos\theta - \cos\theta_0)$ para $k_1 \leq k \leq k_2$ e $P_k = 0$ fora deste intervalo, tem-se:

$$J = \frac{2}{2\pi^2} \frac{e}{n_e} \left(\frac{v_f}{v_A}\right)^4 \frac{\omega_{ci}^2}{v_o^2} \frac{P_t}{Ra^2}$$

onde $v_f = \omega_k/k_z = kv_A^2/\omega_{ci}$.

Assim, a eficiência $\eta = J/P_t$ é dada como segue:

$$\eta = \frac{200}{12\pi^2} \frac{e}{m_e} \frac{k^2 v_A^2}{R v_{ei} \omega_{ci}^2 a^2 v_{te}^3} ((A/m^2)/W) \quad (51)$$

Dois experimentos recentes sobre geração de corrente com a onda sibilante foram realizados, um na Universidade de Princeton [26] e outro na Universidade da Califórnia (Irvine) [27]. Para se testar a validade da equação (51) foram utilizados os valores experimentais destas referências na equação (51), sendo o resultado [25] $\eta \sim 0,04$ A/W para o experimento de Princeton e o resultado dado pela equação (51) foi $\eta \sim 0,1$ A/W. No caso da experiência de Irvine $\eta \sim 0,3$ A/W e o valor experimental foi 0,5 A/W. Os números acima mostram a validade da equação (51).

A eficiência obtida na equação (51) comporta-se da seguinte maneira:

$$\eta \propto v_f^2/n$$

A dependência com o inverso da densidade é vista no experimento na referência [26] e é, também, verdade no caso da onda híbrida inferior [7]. A dependência com v_f^2 é a mesma obtida para a geração de corrente com a atenuação de Landau ou com a atenuação de ciclotron quando $v_f \gg v_{te}$ [28].

Como um feixe energético estava presente nos experimentos descritos nas referências [26] e [27], na da é possível afirmar para esta onda, sobre o problema do vazio espectral (spectral gap), que ocorre no caso das ondas de alta velocidade de fase interagindo com plasmas frios (cold target plasmas) [15].

3.5.2 FONTE FORTE

Para a fonte externa forte, $\text{Im}\omega_k \ll v_{col}$, seguindo o mesmo procedimento empregado para a onda híbrida inferior [15], tem-se

$$J \cong \frac{en_e}{2\sqrt{2}\pi} \frac{v_f}{v_{te}} \exp\left(-\frac{v_f^2}{2v_{te}^2}\right) \Delta v_z$$

Apesar da forma de J ser semelhante às das ondas já estudadas, deve-se ter cautela ao calcular o exponencial

porque naquelas ondas $v_f \ll v_{te}$, e aqui $v_f \gg v_{te}$, ou seja, o nível de saturação é diferente.

3.5.3 FONTE CRÍTICA

No caso crítico, $Im\omega_k \sim v_{col}$, pode-se escrever:

$$P_c(kW) \approx 2\pi^2 \times 10^{-10} \frac{m_e R v_o k^2 \omega_{ci}^2 C^6 F(v_{z1})}{v_{z1}^3 \omega_{pi}^6} \Delta k$$

A validade desta fórmula pode ser verificada da mesma maneira que para as outras ondas. Razão por - que não há interesse em repetir-se os mesmos cálculos.

Concluindo este capítulo, deve-se mencionar que o formalismo desenvolvido neste tese é válido também para a onda híbrida inferior. Omite-se, no entanto, o estudo sobre esta onda, considerando que ela tem sido motivo de exaustivas investigações tanto teórica quanto experimentalmente [7,13-15,28-36]. A utilização do modelo não autoconsistente relacionado a esta onda encontra-se nas referências [7, 13] e o concernente ao modelo autoconsistente nas referências [14,15]. As propriedades básicas da onda híbrida inferior - dispersão, polarização e dissipação - estão descritas na referência [37].

Finalmente, pode-se dizer que, neste capítu-

lo, todas as ondas de importância para a geração de corrente por transferência de momento - através da interação de Cherenkov - são abordadas. Aquelas que geram corrente por aquecimento preferencial, e este é o caso da onda de ciclotron dos elétrons e da onda de Bernstein [38] não são consideradas neste estudo.

3.6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A.Hasegawa and K.Mima, *J.G.Research* **83**,1117 (1978).
- [2] A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, *Current Generation by the Kinetic Alfvén Wave, Proceedings of the Energy Independence Conference Fusion Energy and Plasma Physics, Rio de Janeiro, Brasil (1987), no prelo.*
- [3] A.Hasegawa, *Nuclear Fusion* **20**, 9 (1980).
- [4] K.Appert, J.Vaclavik and L.Villar, *Phys.Fluids* **27**, 2 (1984).
- [5] N.J.Fisch and C.F.F.Karney, *Phys.Fluids* **24**,1(1981).
- [6] J.G.Cordey, T.Edlington and D.F.H.Start, *Plasma Physics* **24**, 73 (1982).
- [7] N.J.Fisch, *Phys.Rev.Letters* **13**, 41 (1978).
- [8] H.Weisen, "La Methode de Phase Appliquee a L'Étude des Fluctuations de Densité dans le Tokamak TCA", Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Tese nº 659, Lausanne, Suíça (1986).
- [9] R.Papoular, *Nuclear Fusion* **16**, 37 (1976).
- [10] S.I.Chimaru, "Basic Principles of Plasma Physics", The Benjamin / Cummings Pub.Co.London (1973).
- [11] F.Yasseen and J.Vaclavik, *Nuclear Fusion* **27**, 471 (1987).

- [12] L.C.Jafelice and R.Opher, *Astrophysics and Space Science* 137, 303 (1987); L.C.Jafelice and R.Opher *Astrophysics and Space Science* 138, 23 (1987).
- [13] N.J.Fisch, *Rev.of Modern Phys.* 59, 175 (1987).
- [14] J.Vaclavik, K.Appert, A.H.Kritz and L.Muschiatti, *Plasma Physics* 25, 1283 (1983).
- [15] S.Succi, "Quasilinear Modelling of Lower Hybrid Current Drive and Related Problems", Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça (1987).
- [16] V.S.Belikov et al., *Nuclear Fusion* 23, 12 (1983).
- [17] K.Appert, J.Vaclavik and L.Villar, "An Introduction to the Theory of Alfvén Wave Heating" Lectures Notes, Universidade Federal Fluminense, Niterói (1984).
- [18] Ver por exemplo, *Proceedings of the 11th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, vol.1, Kyoto, Japan (1986).
- [19] D.K.Bhadra, C.Chu, R.W.Harvey and R.Prater, *Plasma Physics* 25, 361 (1983).
- [20] P.L.Andrews and D.K.Bhadra, *Nuclear Fusion* 26, 897 (1986).
- [21] A.Braginskii, "Review of Plasma Physics" vol.1, edited by Acad.M.A.Leontovich, Consultants Bureau New York (1967).

- [22] A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, Cherenkov Damping of Surface Waves, *Astrophysical Journal* 323, 399 (1987); A.Hasegawa and L.Chen, *J.G.Research* 79, 1033 (1974).
- [23] A.Hasegawa and L.Chen, *Phys.Fluids* 19, 12 (1976).
- [24] L.C.Jafelice, R.Opher, A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, Current Generation in Extragalactic Jets by Cherenkov Damping of MHD Waves, submetido para publicação em "Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" (1988).
- [25] A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, Current Drive with Whistler Waves, *Phys.Fluids* (1988), no prelo.
- [26] J.Goree, M.Ono, P.Colestock, R.Horton, D.McWeil and H.Park, *Phys.Rev.Letters* 55, 1669 (1985).
- [27] R.McWilliams and R.C.Platt, *Phys.Rev.Letters* 56, 835 (1986).
- [28] C.F.F.Karney and N.J.Fisch, *Phys.Fluids* 28, 116 (1985).
- [29] S.Bernabei et al., *Phys.Rev.Letters* 49, 1255 (1982).
- [30] S.C.Luckhardt et al., *Phys.Rev.Letters* 48, 152 (1982).
- [31] S.Kubo et al., *Journal Phys.Soc.of Japan* 53, 1047 (1984).
- [32] K.Ohkubo et al., *Phys.Rev.Letters* 56, 2040 (1986).
- [33] F.C.Jobes et al., *Phys.Rev.Letters* 55, 1295 (1985).

- [34] F. Jobes et al., *Phys. Rev. Letters* **52**, 1005 (1984).
- [35] S. Kubo et al., *Phys. Rev. Letters* **50**, 1994 (1983).
- [36] R.M.O. Galvão et al., "Conceptual Design of a
Radio-Frequency Driven Compact Tokamak",
Proceedings of the Energy Independence Conference,
Rio de Janeiro, Brasil (1987), no prelo.
- [37] P. Bonoli, *IEEE Trans. Plasma Science* PS-12, 95
(1984); S.Y. Yuen, D. Kaplan and D.R. Cohn, *Nuclear
Fusion* **20**, 159 (1980); M. Porkolab, *Phys. Fluids*
17, 1432 (1974); T.H. Stix, *Phys. Rev. Letters* **15**,
878 (1975); R. McWilliams and R.W. Motley, *Phys.
Fluids* **24**, 2022 (1981); P. Bellan and M. Porkolab,
Princeton Plasma Physics Laboratory, Report Matt
1090 (1974); C.S. Liu and V.K. Tripathi, *Phys.
Reports* **130**, 182 (1986); J.J. Schuss, *Phys. Fluids*
18, 1178 (1975); P.A. Raimbault and J.L. Shohet,
Plasma Physics **17**, 327 (1975); K.L. Wong and
M. Ono, *Nuclear Fusion* **23**, 85 (1983).
- [38] J.J. Barroso et al., *Proceedings of the Fifth Japan
-Brazil Symposium on Science and Technology, Tokyo,
Japan* (1986).

CAPÍTULO 4

TÓPICOS ADICIONAIS

4.1 EFEITOS TOROIDAIS

As equações quase-lineares deduzidas supondo um campo magnético homogêneo não podem, em princípio, serem aplicadas para descrever processos quase-lineares em geometrias com campos magnéticos mais complicados, como tokamaks. No entanto, podem ser aplicados às ondas de RF com velocidade de fase suficientemente alta tal que [1]

$$\frac{\omega}{k_z} \gg v_{te} \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$$

onde r é a coordenada radial do torus e R o raio maior. Esta relação é válida para ondas de alta ou baixa velou

cidade de fase excitadas próximas ao eixo do tokamak, onde $r \rightarrow 0$. Quando a relação acima não é satisfeita, os efeitos toroidais e a transformada rotacional causam mudanças importantes na natureza da interação ressonante das ondas com as partículas [1].

Os principais efeitos toroidais que afetam a geração de corrente são o encurvamento dos contornos da região de ressonância, o qual age no sentido de melhorar a eficiência [3], e o aprisionamento de alguns elétrons nas órbitas bananas do tokamak. Este último age no sentido de reduzir a eficiência de geração de corrente, visto que os elétrons presos nas órbitas bananas não podem participar da corrente [2]-[5].

Para avaliar a importância dos elétrons presos nas órbitas bananas, sobre a geração de corrente, é necessário calcular o seu número. A densidade local dos elétrons aprisionados (média sobre a superfície magnética) nestas órbitas é dada por [6]: $n_a(r) = n_e(r) \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$. Usando, por exemplo, o perfil de densidade do tokamak TCA de Lausanne [7]: $n_e(r) = n_{e0} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{0,8}$, é possível obter o número de elétrons aprisionados nas órbitas bananas. Este número é $n_a(r) = n_{e0} \left(\frac{a}{R}\right) P(x)$. O perfil de $P(x)$ é apresentado na figura 1. Os termos "a" e R são os raios menor e maior do tokamak, respectivamente. O termo x é uma coordenada radial normalizada

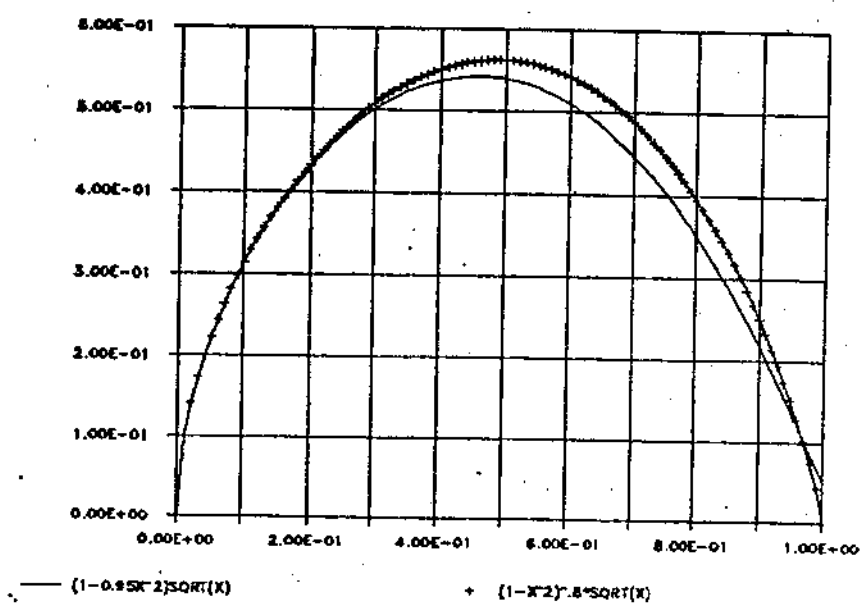


Figura 1
 A função $P(x)$.

$$x = r/a.$$

Se for considerado que somente os elétrons circulantes participem da corrente gerada pela RF, será, então, possível estimar a redução - proveniente da presença dos elétrons aprisionados - na eficiência calculada com um campo magnético uniforme (ver capítulos 2 e 3). Usando a figura 1 e a equação (1), estima-se o número máximo de elétrons aprisionados como $n_a^{\max} = n_a(r - 9\text{cm}) \sim 0,2 n_{e0}$. Isto é válido para o tokamak TCA. Pode-se, contudo, obter esta informação para outros tokamaks seguindo um procedimento análogo. Assim, tem-se $\eta(\text{tokamak}) \sim 0,8 \eta(\text{campo uniforme})$.

A redução da eficiência causada pelas partículas presas nas órbitas bananas pode ser minimizada escolhendo [8]

$$\omega_{RF} \sim \langle \omega_b \rangle \sim \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{v_{te}}{qR}$$

onde ω_b é a frequência angular do elétron na órbita banana (bounce frequency). Os processos de liberação dos elétrons das órbitas bananas ocasionados pelo "pitch - angle scattering", pelo aquecimento e pelo resfriamento de ciclotron dos elétrons (electron cyclotron heating and cooling) contribuem também para minimizar a redução da eficiência. Além do citado anteriormente em re-

lação à operação estacionária de um reator, os elétrons ressonantes presos nas órbitas bananas podem participar, ainda que indiretamente, da geração de corrente porque a difusão radial dos centros das órbitas bananas induz uma corrente na direção toroidal que pode ser considerável se β_p (parâmetro beta poloidal) for suficientemente grande [6,9].

Em uma configuração de tokamak tradicional, um campo elétrico toroidal deve ser induzido no plasma a fim de criar uma corrente elétrica toroidal (ver figura 1 da introdução), e este campo elétrico induz uma deriva (drift) nos centros das órbitas bananas em direção ao eixo magnético [6]. A corrente elétrica gerada pela RF pode ser, assim, aumentada à medida que os elétrons aprisionados são liberados das órbitas bananas que estão próximas ao eixo magnético.

É possível tratar o problema de partículas presas nas órbitas bananas em tokamaks utilizando o modelo unidimensional autoconsistente desenvolvido nesta tese. Para isto, é necessário que um corte seja efetuado no espaço das velocidades (ver figura 2). Examinando a figura 2, verifica-se que, se a região de aprisionamento for considerada um sumidouro (black hole) no espaço das velocidades, a única modificação a ser feita nos cálculos anteriores (capítulo 2), para

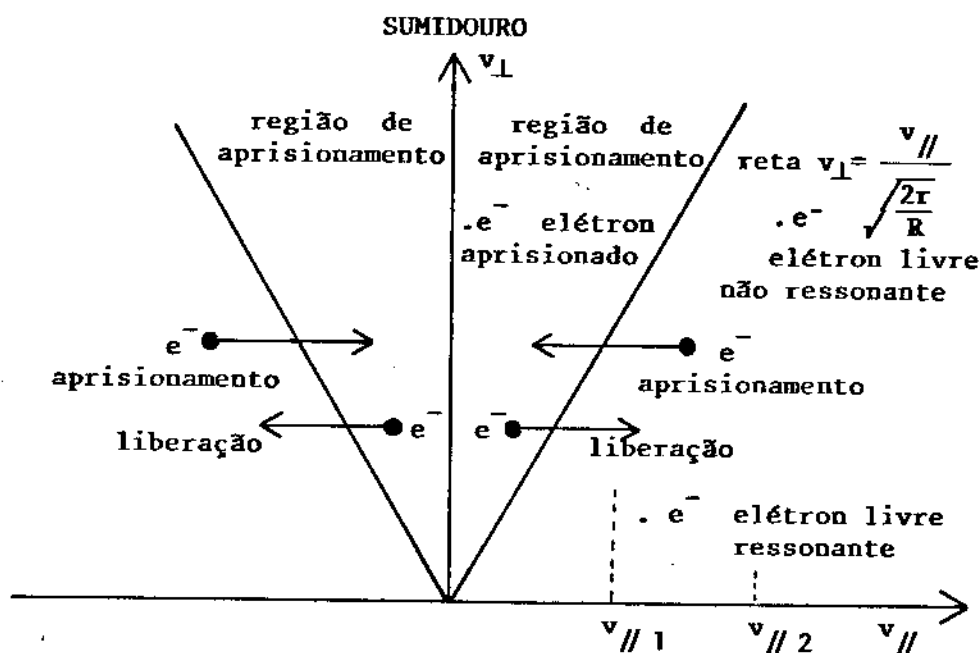


Figura 2 : Fontes e Sumidouros de elétrons no processo de geração de corrente.

Espaço das velocidades com as regiões de aprisionamento (local onde se efetua o corte). As velocidades $v_{\parallel 1}$ e $v_{\parallel 2}$ representam os limites da região de ressonância da velocidade paralela. Sem o corte $v_{\perp} \in [0, \infty)$ e com o corte $v_{\perp} \in [0, v_{\parallel} (2r/R)^{-\frac{1}{2}}]$.

que as partículas presas sejam modeladas é a descrita abaixo

$$\int_0^{\infty} G(v_{\perp}) dv_{\perp} + \int_0^{(2r/R)^{-\frac{1}{2}} v_{//}} G(v_{\perp}) dv_{\perp} ,$$

onde $G(v_{\perp})$ é alguma função de $v_{\perp}$. Está, porém, fora dos objetivos desta tese introduzir esta modificação. Note-se que o número de elétrons aprisionados é fixo o que significa que não se considerou o aprisionamento e a liberação de elétrons por algum processo ressonante ou colisional.

Concluindo esta seção, pode-se dizer que em se tratando da geração de corrente com ondas de baixa velocidade de fase, como nas ondas de Alfvén em geral, deve-se excitá-la não muito afastada do eixo magnético do tokamak e, se possível, com $\omega_{RF} \sim \omega_b$.

Nas ondas de alta velocidade de fase, o problema das órbitas bananas não é muito importante se a onda gera corrente arrastando os elétrons na direção paralela ao campo magnético ambiente, afastando-os da região de aprisionamento (ver figura 2), como se observa na onda híbrida inferior e na onda sibilante.

Se, entretanto, a onda difunde os elétrons na direção perpendicular ao campo magnético ambiente, aproximando-os da região de aprisionamento, eles podem,

por algum processo colisional, cair na região de sumi-
douro (ver figura 2). Uma tendência em simetrizar a
função de distribuição ocorrerá porque a probabilidade
do elétron ser liberado para a esquerda ou para a di-
reita é a mesma. A eficiência, então, é reduzida, mesmo
quando a onda possui alta velocidade de fase. Este é o
caso por exemplo da onda de ciclotron dos elétrons (elec-
tron cyclotron wave) [4].

4.2 RESFRIAMENTO E AQUECIMENTO PARALELO

No estudo da geração de corrente por ondas de RF desco-
briu-se que mesmo as ondas com pequena quantidade de
momento podem gerar corrente tão eficientemente quanto
as ondas com grande quantidade de momento [10]. Um exem-
plo de ondas com pequena quantidade de momento é a on-
da de ciclotron dos elétrons [4,10], que tem sido pro-
posta para gerar corrente localizada e, conseqüentemen-
te, controlar o perfil radial de corrente do tokamak [11].

O efeito das partículas presas nas órbitas ba-
nanas do tokamak teoricamente parecia não afetar a efi-
ciência de geração de corrente da onda de ciclotron
dos elétrons por ela possuir alta velocidade de
fase [3]. Uma recente publicação informa que, na ver-
dade, esta onda é afetada fortemente devido

à existência destas órbitas [4]. Os autores da referência [4], contudo, não consideraram no modelo por eles empregado o resfriamento paralelo associado ao aquecimento perpendicular causado pela onda de ciclotron dos elétrons. Este efeito foi descoberto para íons por Busnardo-Neto et al. [12] em uma simulação numérica da onda de ciclotron dos íons e confirmado posteriormente por Arunasalam [13], utilizando um cálculo analítico quase-linear. Na figura 3, vê-se esquematizado este efeito. Considerando que Busnardo-Neto et al. [12] estudaram somente a situação $\omega_{RF} < \omega_{ci}$ o resfriamento paralelo aparece como consequência das leis da termodinâmica (ver figura 3). Isto agrava o problema do aprisionamento estudado na referência [4] (ver figura 4) desde que se suponha que o mesmo efeito deva ocorrer para os elétrons. Assim, uma consequente adicional redução da eficiência de geração de corrente pela onda de ciclotron dos elétrons ocorre quando do resfriamento paralelo.

Uma situação que não foi considerada, $\omega_{RF} > \omega_{ce}$, no estudo feito na referência [4], é a que é proposta aqui para a geração de corrente pela onda de ciclotron dos elétrons, visto que, então, haverá aumento da velocidade paralela, porque a variação desta energia é positiva $\Delta E = \hbar(\omega_{RF} - \omega_{ce})$, (figura 5), juntamente com o

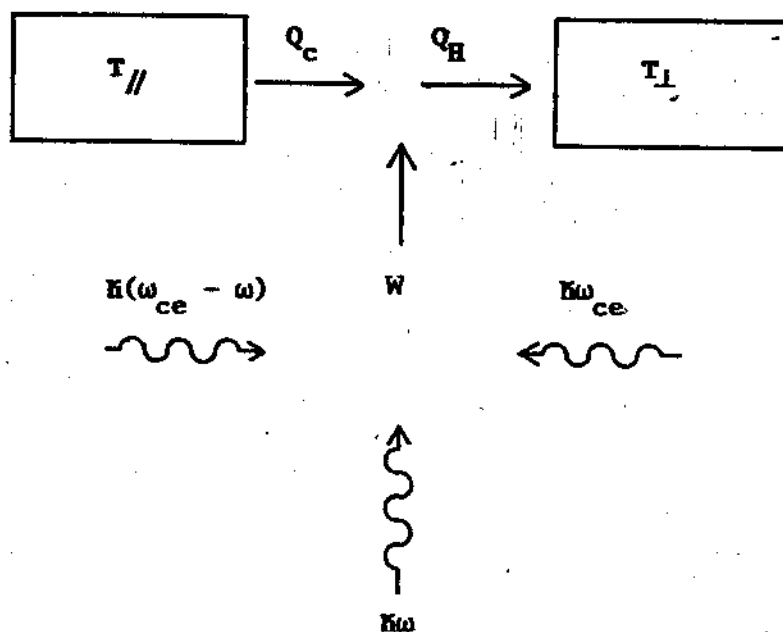


Figura 3

Resfriamento paralelo durante o aquecimento de ciclotron perpendicular. Modelo termodinâmico.

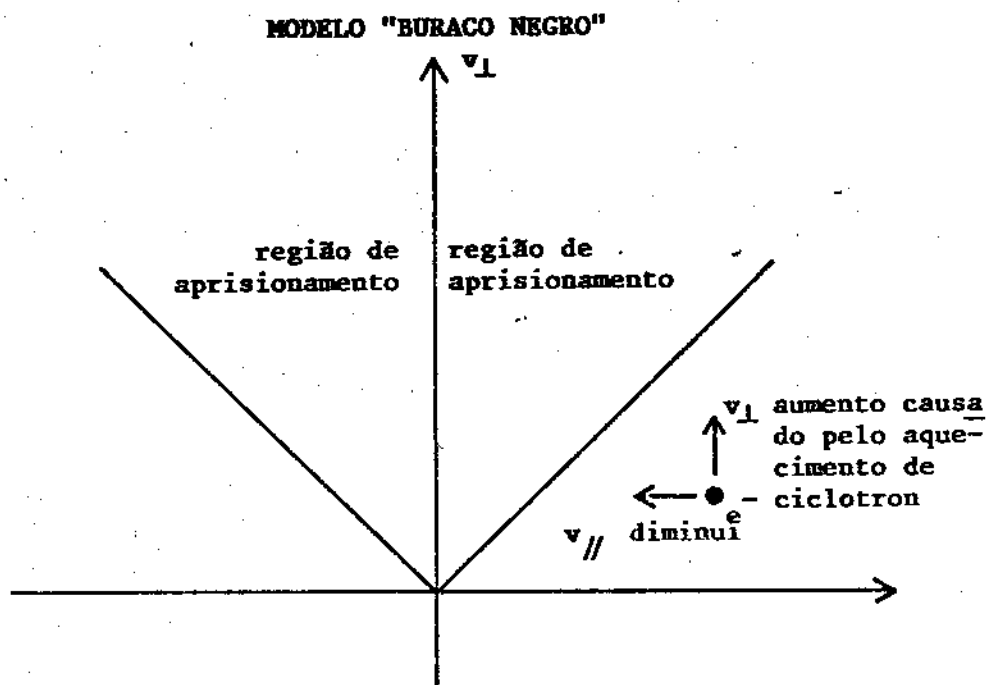


Figura 4

Aproximação do elétron da região de aprisionamento causado pelo resfriamento paralelo, quando ocorre o aquecimento de ciclotron.

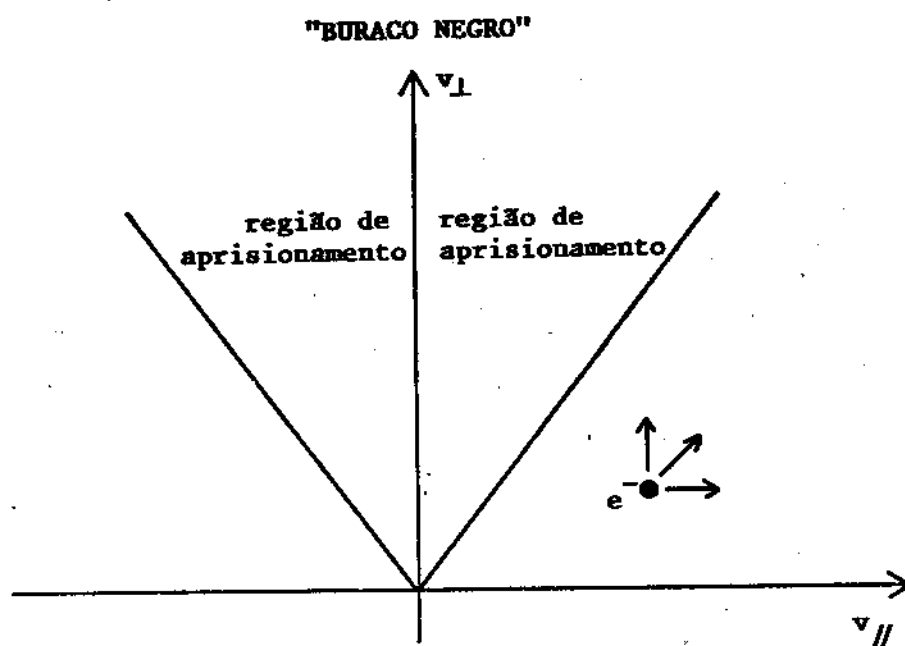


Figura 5

Afastamento do elétron da região de aprisionamento causado pelo aquecimento paralelo, quando ocorre o aquecimento de ciclotron.

aumento da velocidade perpendicular. Assim, o elétron será deslocado para longe da região de aprisionamento, minimizando o efeito de simetrização da função de distribuição dos elétrons descrita na referência [4] (figura 2).

4.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T.D.Kaladze, A.I.Pyatak and K.N.Stepanov, *Sov. J. Plasma Phys.* 8, 467 (1982).
- [2] V.S.Belikov et al., *Nuclear Fusion* 22, 12 (1982).
- [3] R.H.Cohen, *Phys.Fluids* 30, 2442 (1987).
- [4] G.Giruzzi and F.Engelman, "Impact of Electron Trapping on RF Current Drive in Tokamaks", presented at the Energy Independence Conference, Rio de Janeiro, Brasil (1987).
- [5] J.G.Cordey et al., *Plasma Physics* 24, 1 (1982).
- [6] M.Miyamoto, "Plasma Physics for Nuclear Fusion", The MIT Press (1980).
- [7] Ver apêndice C.
- [8] A.Hasegawa and L.Chen, *Phys.Rev.Letters* 35,6(1975).
- [9] N.J.Fisch and C.F.F.Karney, *Phys.Fluids* 24, 27 (1981).
- [10] N.J.Fisch and A.H.Boozer, *Phys.Rev.Letters* 45, 720 (1980).
- [11] D.F.H.Start et al., *Phys.Rev.Letters* 48, 620(1982); J.G.Cordey, T.Edlington and D.F.H.Start, *Plasma Physics* 24, 73 (1982).
- [12] J.Busnardo-Neto, J.Dawson, T.Kamimura and A.T.Lin, *Phys.Rev.Letters* 36, 28 (1976).
- [13] V.Aranusalam, *Phys.Rev.Letters* 37, 746 (1976).

CAPÍTULO 5

RESUMO, CONCLUSÃO E SUGESTÕES

"Porque, em parte, conhecemos,
e em parte profetizamos..."

ICor. 13:9

5.1 RESUMO

A operação estacionária de um tokamak requer uma corrente elétrica toroidal não indutiva. A pesquisa sobre a geração deste tipo de corrente tem sido intensa nos últimos anos e, particularmente, grandes sucessos têm sido obtidos com o emprego das ondas de rádio-freqüência para gerar esta corrente.

A onda híbrida inferior tem ocupado uma posi

ção de destaque nesta forma particular de geração de corrente. Como esta onda não pode propagar-se em plasmas densos [1], que surgem durante a ignição, novas ondas de rádio-freqüência devem ser estudadas tanto teórica quanto experimentalmente.

A forma mais comum de estudar-se a geração de corrente utilizando ondas de rádio-freqüência é empregar as equações da teoria quase-linear para descrever a interação das ondas com os elétrons, e complementá-las "ad hoc" com um operador de colisão de Fokker-Planck para as colisões Coulombianas, elétron-elétron e elétron-ion [2]. Este sistema de equações, obtido da teoria quase-linear juntamente com a equação de Fokker-Planck, pode ser resolvido de forma autoconsistente [3] ou não autoconsistente [4]. A solução não autoconsistente só é válida quando a potência externa é suficientemente forte para que a atenuação colisional não ressonante domine a atenuação ressonante [5].

Nesta tese, estuda-se a geração de corrente com o emprego de ondas de rádio-freqüência utilizando-se a formulação "quase-linear mais Fokker-Planck" descrita acima. Este sistema de equações é resolvido de maneira autoconsistente.

Considera-se autoconsistência, neste tese, a não atribuição, a priori, de um formato $\vec{D}(\vec{x}, \vec{v}, t)$ ao

tensor de difusão, como é feito na formulação não autoconsistente. O tensor de difusão é mantido como um funcional da função de distribuição média dos elétrons $\bar{D}\{\langle f_e \rangle\}$ [12]. Esta formulação autoconsistente só tinha sido utilizada previamente no estudo do aumento da taxa de produção de elétrons evasores e no da geração de corrente pelas ondas eletrostáticas de Langmuir em plasmas magnetizados [13]. Em todas as outras situações só a formulação não autoconsistente foi empregada [14]. Aqui, estende-se o emprego desta formulação a qualquer onda de rádio-frequência que interaja com o plasma através da atenuação de Cherenkov, seja para o estudo da geração de corrente ou, com ligeiras modificações, para o estudo da produção de elétrons evasores [6].

A formulação autoconsistente permite uma melhor compreensão física da competição entre a interação onda-partícula e as colisões Coulombianas na determinação da forma do coeficiente de difusão [15]. E mais, a eficiência é obtida com mais precisão que no caso não autoconsistente [15].

A interação não colisional ressonante considerada é a de Cherenkov: atenuação de Landau (LD) e a atenuação por tempo de trânsito (TTMP). O operador de colisão utilizado é o unidimensional (1D). Este termo

é linear e simula a situação em que a energia dissipada é removida para um reservatório térmico [6]. Apesar de não conservar energia nem momento, este operador descreve bem a relaxação da função de distribuição, perturbada pela rádio-freqüência, em direção a uma Maxwelliana sob a ação das colisões Coulombianas [7].

A não conservação da energia nesta formulação é esperada, pois ela não contém o termo que descreve o transporte de energia no plasma [8]. Assim, toda a energia depositada no sistema via aquecimento ôhmico ou por RF não tem como sair, e o estado estacionário nunca será atingido [9]. A não conservação do momento reduz a eficiência de geração de corrente por um fator da ordem de 2, para as ondas de baixa velocidade de fase e, praticamente não afeta as ondas de alta velocidade de fase [10].

O uso de um operador 1D reduz, também, a eficiência de geração de corrente, agora por um fator $(5+z)/4(2+z)$, em relação àquela obtida com um operador 2D. Pode-se dizer que os efeitos da não conservação e da unidimensionalidade do operador de colisão são bastante conhecidos [11].

É possível identificar três regimes, dependendo dos valores relativos às atenuações ressonante $(\text{Im}\omega_k)$ e não ressonante (ν_{col}) : fonte forte $(\text{Im}\omega_k \ll$

v_{col}), fonte crítica ($Im\omega_k - v_{col}$) e fonte fraca ($Im\omega_k \gg \gg v_{col}$).

Expressões gerais para a corrente, para a eficiência de geração de corrente, e para a potência crítica são obtidas com os referidos regimes. A potência crítica é a menor potência de rádio-freqüência necessária para a saturação da corrente [15].

As expressões gerais obtidas aplicam-se aos casos particulares das ondas de Alfvén cinética, de Alfvén discreta, magnetossônica rápida, superficial, e sibilante [16]. Os números obtidos para estas ondas mostram que elas podem representar alternativas para a onda híbrida inferior na geração de corrente.

Pode-se afirmar, ainda, que pela primeira vez se propõe a geração de corrente com a onda superficial e com a onda de Alfvén discreta. E, também, pela primeira vez, a onda superficial é sugerida para confinar jatos extragalácticos [16].

5.2 CONCLUSÃO

Para se obter uma resposta definitiva sobre a onda mais adequada para a obtenção de um tokamak estacionário, deve-se estudar com profundidade, para cada onda, as propriedades de excitação, propagação e dissipação, consi

derando que certas ondas podem gerar corrente com eficiência mas podem ser difíceis de excitar-se. Em última análise, a onda adequada é aquela que gera corrente com eficiência, que pode ser excitada do exterior com facilidade, que pode propagar-se nos plasmas densos na condição de ignição, que não afete consideravelmente o equilíbrio, que possa ser usada para aquecer o plasma paralelamente à geração de corrente, e, finalmente, que possa ser gerada com estruturas de preço compatíveis com o valor global do reator.

Entre as ondas de alta velocidade de fase, a candidata para substituir a onda híbrida inferior no contexto da geração de corrente é a onda magnetossônica rápida (onda sibilante). Esta pode ser excitada como um automodo do tokamak e com uma velocidade de fase próxima à da híbrida inferior. Deste modo, o problema do limite de densidade não é crítico para a onda magnetossônica. Como esta onda ainda não foi estudada com suficientes detalhes, tanto teórica quanto experimentalmente, nenhuma afirmação definitiva pode ser feita. A onda de ciclotron dos elétrons e a onda de Bernstein, que foram propostas para gerar corrente por aquecimento preferencial [2,17], são muito influenciadas pelos efeitos toroidais e o seu uso fica limitado, a não ser que possam ser auxiliadas pela corrente de "bootstrap"

observada recentemente [18].

Quanto às ondas de baixa velocidade de fase, como as ondas de Alfvén (ideal, discreta, cinética), magnetossônica rápida e superficial, verifica-se que elas geram corrente com diferentes eficiências, destacando-se, neste caso, a onda de Alfvén cinética. No entanto, as correntes de saturação são compatíveis $J_{sat} \sim 1 \text{ MA}$ se $\Delta v_z = 0,2 v_A$ e os dados são os do tokamak TCA [16,20]. Estas eficiências são semelhantes às obtidas para as ondas de alta velocidade de fase. As ondas de baixa velocidade de fase têm sua eficiência reduzida devido às partículas presas nas órbitas bananas [18], e isto tem levado a não tentar-se gerar corrente com estas ondas. Aqui, novamente, a corrente de "bootstrap" pode auxiliar na geração de corrente e é possível que ocorram experiências com ondas de baixa velocidade de fase.

Após o estudo desenvolvido nesta tese, juntamente com as informações disponíveis na literatura, pode-se concluir que a onda mais adequada para gerar corrente elétrica não indutiva, seja a onda magnetossônica rápida. Justifica-se a escolha desta onda por ela poder:

- ser excitada em ampla faixa de frequência com corte somente em ω_{ce} . Note-se que, na faixa de alta fre -

- quência, $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$, a onda magnetossônica rápida é também chamada de onda sibilante [19];
- propagar-se como onda de baixa velocidade de fase ou como onda de alta velocidade de fase. Assim, é capaz de interagir tanto com os elétrons térmicos ($v_f < v_{te}$, bulk electrons) quanto com os elétrons rápidos ($v_f > v_{te}$, tail electrons)[16];
- ser excitada com o emprego de fontes de RF construídas com tecnologia relativamente bem conhecida [20] (ver figura 1);
- propagar-se nos plasmas densos previstos para as condições de ignição [21];
- ser usada para aquecer o plasma, tanto diretamente, via atenuação de Cherenkov, quanto indiretamente, via modo de conversão ressonante para a onda de Alfvén cinética [21];
- gerar corrente com eficiência semelhante às das outras ondas consideradas eficientes [16];
- ser usada para gerar corrente com as partículas α , que, certamente, serão produzidas em plasmas sujeitos às reações de fusão [22].

5.3 SUGESTÕES

A formulação quase-linear autoconsistente apresentada

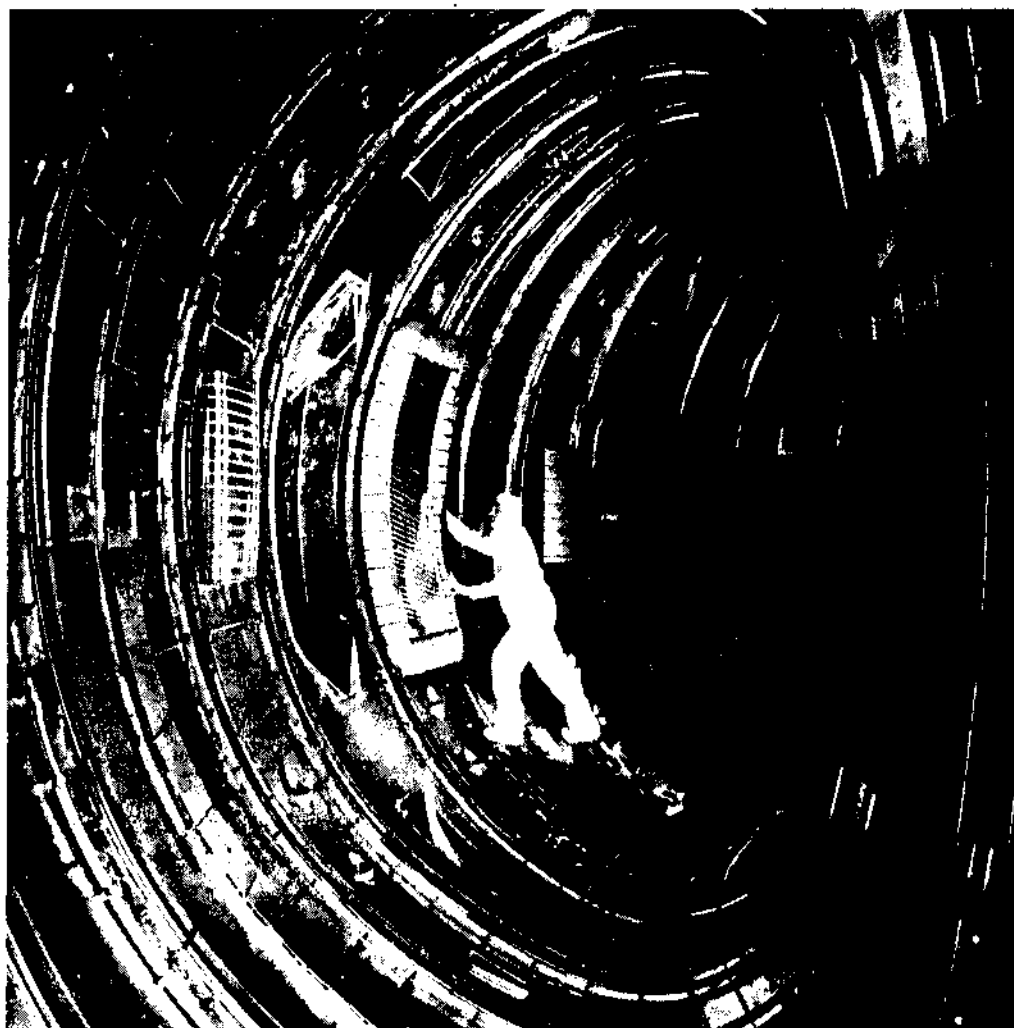


Figura 1 : Antena (ICRF) - JET

(Source: JET Joint Undertaking)

Antena para o aquecimento do plasma e geração de corrente não indutiva na faixa da frequência de ciclotron dos íons.

nesta tese, como aplicação adicional, permite estudar:

- a geração de corrente não indutiva no FRC para uma possível substituição da forma de geração de corrente atual, que introduz impurezas no sistema através dos eletrodos [23];
- a equação não linear para $F(v_z)$, equação (15) do capítulo 2, e obter a potência crítica correta. O conhecimento desta levará a um menor desperdício de potência nas experiências com geração de corrente [15];
- o efeito na taxa de produção de elétrons evasores causado pela onda sibilante. Esta é uma onda de alta velocidade de fase, que interage com os elétrons rápidos da cauda da Maxwelliana e a produção de elétrons evasores deve ser grande [6];
- o aquecimento da coroa solar pela onda de Alfvén discreta e, também, pela onda superficial. O aquecimento da coroa solar é um problema ainda não resolvido satisfatoriamente [24];
- a aceleração de partículas carregadas na cauda dos cometas e no vento solar. Há muitos dados de satélites, ainda não explicados [25];
- a turbulência fraca em plasmas espaciais induzida pelas ondas de Alfvén (cinética e discreta) e pela onda superficial [26].

Por outro lado, para aperfeiçoar-se o modelo utilizado, nesta tese, deve-se introduzir:

- um operador de colisão 2D que conserve o momento paralelo nas colisões elétron-elétron. Com esta modificação será possível estudar, de maneira autoconsistente, os efeitos da conservação do momento e do espalhamento nas velocidades $v_{//}$ e $v_{\perp}$ (pitch - angle scattering) devido às colisões Coulombianas [2];
- a correção toroidal sugerida no capítulo 4. Com esta modificação será possível determinar de maneira autoconsistente a redução da eficiência devido aos elétrons presos nas órbitas bananas do tokamak [18];
- um termo de transporte de energia no cálculo da função de distribuição, permitindo o uso de um operador de Fokker-Planck que conserve a energia [8];
- o efeito Doppler anômalo no estudo da geração de corrente e no da produção de elétrons evasores pela onda sibilante [6]. Como esta onda é de alta frequência, este fenômeno deve ser considerado;
- as correções relativísticas no operador de difusão quase-linear e de Fokker-Planck. Isto possibilitará o estudo da geração de corrente não indutiva em plasma relativísticos como os dos jatos extragalácticos.

Os problemas mais amplos sugeridos por esta tese são:

- a geração de corrente utilizando uma formulação toroidal completa autoconsistente [18];
- o desenvolvimento de uma formulação quase-linear em que o operador de colisão seja incorporado de forma autoconsistente na equação de difusão quase-linear e não de forma "ad hoc", como é feito atualmente em todos os estudos de geração de corrente ou de aquecimento [7].

Esta formulação levaria em consideração a influência das ondas de RF sobre as colisões e a influência das colisões no fluxo de partículas induzido pelas ondas de RF;

- o desenvolvimento de uma teoria quase-linear válida em plasmas limitados [27], útil, por exemplo, ao estudo da geração de corrente pela onda de Alfvén global que surge no contexto dos plasmas limitados [28];
- o desenvolvimento de uma formulação não estacionária, $\partial/\partial t \neq 0$ para outras ondas que não a híbrida inferior. Isto é fundamental nas fases dinâmicas da geração de corrente por RF (start-up, ramp-up e ramp-down) [9].

5.4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J.Goree et al., *Phys.Rev.Letters* 55, 1669 (1985).
- [2] N.J.Fisch, *Rev.Modern Physics* 59, 175 (1987).
- [3] S.Succi, K.Appert and J.Vaclavik, *Phys.Letters* 106A, 137 (1984).
- [4] C.F.F.Karney and N.J.Fisch, *Phys.Fluids* 22, 1918 (1979).
- [5] Ver capítulo 2 e apêndice B.
- [6] L.Muschiatti, J.Vaclavik and K.Appert, *Plasma Phys.* 24, 8 (1982).
- [7] Ver apêndice B.
- [8] T.M.Antonsen Jr. and K.R.Chu, *Phys.Fluids* 25, 1295 (1982); T.M.Antonsen Jr. and K.Yoshioka, *Phys.Fluids* 29, 2235 (1986); S.M.Mahajan, R.D.Hazeltine and D.A.Hitchcock, *Phys.Fluids* 26, 700 (1983).
- [9] S.Succi, "Quasilinear Modelling of Lower-Hybrid Current Drive and Related Problems", Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça (1986).
- [10] N.J.Fisch and C.F.F.Karney, *Phys.Fluids* 24,1(1981).
- [11] J.Vaclavik, K.Appert, A.H.Kritz and L.Villar, *Plasma Physics* 25, 1283 (1982).
- [12] Ver capítulo 2 e introdução.
- [13] Ver introdução.

- [14] Ver introdução e referências [2,4,10].
- [15] Ver capítulo 2.
- [16] Ver capítulo 3.
- [17] J.J.Barroso et al., Proceedings of the 5th Japan-Brazil Symposium on Science and Technology, Tokyo, Japan (1986).
- [18] Ver capítulo 4.
- [19] Ver capítulo 3 e apêndice A.
- [20] A.S.Assis, J.Busnardo-Neto and P.H.Sakanaka, Current Generation Using Radio Frequency Waves, presented at the International Microwave Symposium, Rio de Janeiro, Brasil (1987).
- [21] Ver apêndice A.
- [22] D.K.Bhadra and C.Chu, Phys.Rev.Letters 48, 124 (1982); S.I.Krashenninnikov and T.K.Soboleva, Sov. J.Plasma Physics 13, 80 (1987); ver referências indicadas nestes trabalhos.
- [23] Ver, por exemplo, Proceedings of the 11th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, vol.2, Kyoto, Japan (1986).

- [24] M.A.Lee, *Astrophysical Journal* **240**, 693 (1980;
A.S.Assis and J.Busnardo-Neto, Cherenkov Damping
of Surface Waves, *Astrophysical Journal* **323**, 399
(1987); B.Roberts, Waves in Inhomogeneous Media,
invited review, *The Hydromagnetics of the Sun* ,
4th European Meeting on Solar Physics,
Noordwijkerhout, Holanda (1984).
- [25] B.T.Tsurutani et al., *J.G.Research* **92**, 11 (1987);
G.R.Letters **13**, 259 (1986); *G.R.Letters* **13**, 865
(1986); *G.R.Letters* **13**, 263 (1986).
- [26] A.Hasegawa and K.Mima, *J.G.Research* **83**,1117(1978).
- [27] R.C.Davidson, *Phys.Fluids* **28**, 1937 (1985).
- [28] K.Appert, J.Vaclavik and L.Villar, *Phys.Fluids* **27**,
2 (1984).

APÊNDICE A

ONDAS DE RF EM PLASMAS MAGNETIZADOS

A.1 RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Neste apêndice, o interesse principal é estudar as propriedades básicas - relação de dispersão, interação onda-partícula e polarização - das ondas de rádio - frequência que se propagam em um plasma uniforme e uniformemente magnetizado ($\vec{B} = B \hat{u}_z$) com os campos descritos por

$$\begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{E}_1 \\ \vec{B}_1 \end{pmatrix} \exp j(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) \quad (A1)$$

Obtém-se a relação de dispersão a partir das equações de Vlasov e Maxwell no caso de um plasma não colisional ou utilizando as equações de Boltzmann e

Maxwell para um plasma colisional [1-3].

Supondo, portanto, um plasma não colisional, em que se propagam ondas eletromagnéticas descritas pela equação (A1) e, também, considerando-se este plasma quente, uniforme, magnetizado e de várias espécies, é possível escrever a relação de dispersão da seguinte forma [3,4]

$$\text{DET}(M_{ij}) = 0 \quad , \quad (A2)$$

onde

$$M_{ij} = k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} \quad . \quad (A2a)$$

Na equação (A2a), δ_{ij} é a matriz unidade, k_i e k_j são os componentes i e j do vetor de onda $\vec{k}$ e k o seu módulo; ω é a frequência angular; c é a velocidade da luz no vácuo, e ϵ_{ij} é o tensor dielétrico do plasma.

As componentes do tensor dielétrico são dadas como se segue [3]

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{\alpha} \left(\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega} \right)^2 \left[\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \int d^3v \left(\frac{\omega - k_z v_{\parallel}}{v_{\perp}} \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial v_{\perp}} + k_z \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial v_{\parallel}} \right) \frac{\Pi_{ij}^{(\alpha)}}{\omega - k_z v_{\parallel} - \ell \omega_{c\alpha}} \right] - \left(\ell + \int \frac{v_{\parallel}^2}{v_{\perp}} \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial v_{\perp}} d^3v \right) b_i b_j \quad (A2b)$$

onde

$$\omega_{p\alpha}^2 = \frac{4\pi z_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{m_{\alpha}} \quad ,$$

$$\omega_{c\alpha} = \frac{z_{\alpha} B}{m_{\alpha} c} ,$$

$$k_{//} = \vec{k} \cdot \vec{B} ,$$

$$\Pi_{xx}^{(\alpha)} = \lambda_{\ell}^2 J_{\ell}^2 ,$$

$$\Pi_{yy}^{(\alpha)} = v_{\perp} J_{\ell}'^2 ,$$

$$\Pi_{xy}^{(\alpha)} = -\Pi_{yx}^{(\alpha)} = j v_{\perp} \lambda_{\ell} J_{\ell} J_{\ell}' ,$$

$$\Pi_{xz}^{(\alpha)} = \Pi_{zx}^{(\alpha)} = v_{//} \lambda_{\ell} J_{\ell}^2 ,$$

$$\Pi_{yz}^{(\alpha)} = -\Pi_{zy}^{(\alpha)} = -j v_{//} v_{\perp} J_{\ell} J_{\ell}' ,$$

$$\Pi_{zz}^{(\alpha)} = v_{//}^2 J_{\ell}^2 ,$$

$$\lambda_{\ell} = \frac{\ell \omega_{c\alpha}}{k_{\perp}} ,$$

$$J_{\ell} = J_{\ell}(v_{\perp}/\lambda_{\ell}) ,$$

$$J_{\ell}' = \frac{\partial}{\partial (v_{\perp}/\lambda_{\ell})} J_{\ell} ,$$

$$\hat{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = (b_x, b_y, b_z) ; \quad i, j = x, y, z$$

Note-se que foi omitido em $\Pi_{ij}^{(\alpha)}$ um índice ℓ para não sobrecarregá-lo de índices.

Uma vez que o plasma em consideração é infi-

nito e nenhuma perturbação externa é aplicada, tem-se a liberdade de escolher a distribuição de equilíbrio como Maxwelliana e os campos conforme a equação (A1). A equação (A2) quer dizer que dado um vetor de onda $\vec{k}$ é possível obter uma frequência ω tal que a equação (A2) seja satisfeita.

As integrações em $v_{//}$, que aparecem na equação (A2b) devem ser feitas respeitando a prescrição de Landau [4] para que os resultados tenham sentido físico. Quando se fala em prescrição de Landau, faz-se referência à maneira correta de tratar a singularidade $v_{//} = (\ell\omega_{c\alpha} - \omega)/k_{//}$ na integração em $v_{//}$. Note-se que como ω , em geral, possui uma parte real e uma imaginária, $\omega = \text{Re}\omega - j\text{Im}\omega$, a prescrição de Landau, na verdade, garante a continuação analítica do integrando na integral em $v_{//}$ [4].

Na situação particular de um plasma infinito e escolhendo a distribuição de velocidades das partículas da espécie α como Maxwelliana,

$$f_{\alpha} = A_{\alpha} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2 + v_{//}^2}{2v_{t\alpha}^2}\right)$$

onde A_{α} é uma constante de normalização tal que

$$\int f_{\alpha} d^3v = n_{\alpha}$$

O tensor dielétrico pode ser escrito como [3]

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \left[\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} j\sqrt{\pi} z_{\ell} W(z_{\ell}) \Pi_{ij}^{(\alpha)} + 2z_0^2 b_i b_j \right] \quad (A2c)$$

com

$$z_{\ell} = \frac{\omega - \ell\omega_{c\alpha}}{\sqrt{2} k_z v_{t\alpha}}$$

$$v_{t\alpha} = (T_{\alpha}/m_{\alpha})^{\frac{1}{2}}$$

e

$$W(z_{\ell}) = \exp(-z_{\ell}^2) \left[\frac{k_z}{|k_z|} + \frac{2j}{\sqrt{\pi}} \int_0^{z_{\ell}} \exp(-t^2) dt \right]$$

é a função de dispersão do plasma [4]. O termo $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ é o vetor unitário na direção do campo magnético ambiente e, finalmente, o tensor $\Pi_{ij}^{(\alpha)}$ é representado pela seguinte matriz

$$\Pi_{ij}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \frac{\ell^2}{a_{\alpha}} A_{\ell}(a_{\alpha}) & i\ell A'_{\ell}(a_{\alpha}) & \sqrt{(2/a_{\alpha})} \ell z_{\ell} A_{\ell}(a_{\alpha}) \\ -i\ell A'_{\ell}(a_{\alpha}) & \frac{\ell^2}{a_{\alpha}} A_{\ell}(a_{\alpha}) - 2a_{\alpha} A'_{\ell}(a_{\alpha}) & -i\sqrt{(2a_{\alpha})} z_{\ell} A'_{\ell}(a_{\alpha}) \\ \sqrt{(2/a_{\alpha})} \ell z_{\ell} A_{\ell}(a_{\alpha}) & i\sqrt{(2a_{\alpha})} z_{\ell} A'_{\ell}(a_{\alpha}) & 2z_{\ell}^2 A_{\ell}(a_{\alpha}) \end{pmatrix}$$

onde

$$A_l(x) = \exp(-x) I_l(x)$$

$$A_l'(x) = \frac{dA_l}{dx}$$

$$\sqrt{a_\alpha} = \frac{k_x v_{t\alpha}}{\omega_{c\alpha}}$$

$$\text{sgn } \sqrt{a_\alpha} = \frac{e_\alpha}{|e_\alpha|}$$

$k_x = k_\perp$, $k_y = 0$, $k_{//} = k_z$ (o plano $\vec{k}$, $\vec{B}_0$ é o plano x-z , uma escolha freqüente)

Convém observar que o tensor ϵ_{ij} possui sua parte não hermitiana diferente de zero e, como consequência, espera-se que este plasma seja dissipativo [1, 3-5]. Esta dissipação está relacionada à presença da interação das partículas ressonantes com as ondas que se propagam neste plasma.

Considerando que este modelo para o plasma não é colisional, esta dissipação é dita não colisional. Estes mecanismos de dissipação são: a atenuação de Landau (Landau Damping - LD) para as ondas com $E_z \neq 0$; a atenuação por tempo de trânsito (Transit time Magnetic Pumping - TTMP) para as ondas com $B_z \neq 0$; e a atenuação de ciclotron (Cyclotron Damping - CD) para as ondas com $E_\perp \neq 0$ e com freqüências próximas a de

ciclotron das espécies que constituem o plasma ou de suas harmônicas [1,3]. A instabilidade ocorre se a onda, ao invés de ser atenuada pelos efeitos acima mencionados, é amplificada.

Para o tensor dielétrico ϵ_{ij} são válidas as seguintes relações [3]

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx}$$

$$\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz}$$

$$\epsilon_{zy} = -\epsilon_{yz}$$

A informação sobre a atenuação de Landau está contida nos elementos ϵ_{yz} , ϵ_{zy} e ϵ_{zz} . Os elementos ϵ_{yz} , ϵ_{zy} e ϵ_{yy} contêm a informação sobre a atenuação por tempo de trânsito (TTMP) [3,6].

Note-se que em um tokamak, cujas linhas de campo magnético são curvas, não é mais válida a relação a seguir [5]:

$$\epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy}$$

A.1.1 RELAÇÃO DE DISPERSÃO PARA AS ONDAS DE RF EM PLASMAS FRIOS

Para um plasma frio, a equação (A2) tem a seguinte forma

$$AN^4 + BN^2 + C = 0 \quad (A2')$$

Esta é a forma mais comum da equação (A2) [7]. Na equação (A2') o termo $N = kc/\omega$ é o índice de refração, e os coeficientes A, B e C são definidos abaixo

$$A = \epsilon_{xx} \sin^2 \theta + \epsilon_{zz} \cos^2 \theta$$

$$B = -\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} (1 + \cos^2 \theta) - (\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{yy}^2) \sin^2 \theta$$

$$C = \epsilon_{zz} (\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2)$$

e o ângulo θ é dado pela equação

$$\theta = \arctg \frac{k_{\perp}}{k_z}$$

Note-se que neste caso o tensor dielétrico tem a forma

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

e os seus elementos são escritos como segue

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2}$$

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{c\alpha} \omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2)}$$

$$\epsilon_{zz} = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2}$$

As expressões acima podem ser simplificadas no estudo das ondas de frequência abaixo da frequência de plasma dos elétrons ($\omega \ll \omega_{pe}$). Neste caso são válidas as relações $|\epsilon_{zz}| \gg |\epsilon_{xx}|$ e $|\epsilon_{zz}| \gg |\epsilon_{xy}|$. Isto implica nos seguintes limites:

$$\frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} \rightarrow 0$$

$$\frac{(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2)}{\epsilon_{zz}} \rightarrow 0$$

e

$$\frac{(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2)^2}{\epsilon_{zz}^2} \rightarrow 0$$

Note-se, ainda, que $\epsilon_{zz} \rightarrow \infty$ leva a $E_z = 0$, ou seja, a condutividade elétrica é suficientemente grande para que E_z seja curto-circuitado pelo plasma.

Com as aproximações acima mencionadas e também considerando $\omega \ll \sqrt{\omega_{ce}\omega_{ci}}$, a equação (A2') pode ser escrita como segue

$$N^2 = -\frac{B}{2A} \pm \frac{(B^2 - 4AC)^{\frac{1}{2}}}{4A}$$

onde

$$N^2 = \frac{1}{2\cos^2\theta} [\epsilon_{xx}(1 + \cos^2\theta) \pm [\epsilon_{xx}^2(1 + \cos^2\theta) - 4(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2)\cos^2\theta]^{\frac{1}{2}}]$$

e substituindo $N^2 = k^2 c^2 / \omega_k^2$ e lembrando que $c^2/v_A^2 = \omega_{pi}^2/\omega_{ci}^2$ vem

$$\omega_k^2 = \frac{1}{2} k^2 v_A^2 \left[1 + \cos^2\theta \pm \frac{k^2 c^2 \cos^2\theta}{\omega_{pi}^2} \pm \left[\left(1 + \cos^2\theta + \frac{k^2 c^2 \cos^2\theta}{\omega_{pi}^2} \right)^2 - 4\cos^2\theta \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (A3)$$

A partir da equação (A3), pode-se obter, então, a relação de dispersão das várias ondas de rádio-freqüência no regime de baixa freqüência ($\omega \ll \sqrt{\omega_{ce} \omega_{ci}}$) em um plasma frio, magnetizado, uniforme, e não colisional. Estas ondas são:

1 - ONDA DE ALFVÉN TORSIONAL IDEAL (IDEAL SHEAR ALFVÉN WAVE)

Para obter a relação de dispersão para esta onda, uma aproximação adicional ($\omega \ll \omega_{ci}$) deve ser usada. A partir da equação (A3), encontra-se

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 \quad (A4)$$

onde k_z é a componente do vetor de onda na direção do campo magnético ambiente, que foi escolhido na direção do eixo z. O termo v_A é a velocidade de Alfvén usual [3,4]

$$v_A^2 = \frac{B_0^2}{4\pi n_i m_i}$$

Esta onda transporta energia ao longo do campo magnético de equilíbrio e, também, não é uma onda dispersiva, uma vez que sua velocidade de fase parale-

la é constante ($v_{\text{fase}} = v_A$). O termo "ideal" surge por que esta onda provém do contexto de um plasma MHD ideal. Esta é, às vezes, também, chamada de onda de Alfvén torsional MHD, onda de Alfvén MHD, ou simplesmente onda de Alfvén ideal.

2. ONDA MAGNETOSSÔNICA RÁPIDA (FAST MAGNETOSONIC WAVE)

Ainda com o emprego da aproximação $\omega \ll \omega_{ci}$, mas tomando o sinal +, a equação (A3) torna-se

$$\omega_k^2 = k^2 v_A^2 = k_z^2 v_A^2 \left(1 + \frac{k_\perp^2}{k_z^2}\right) \quad (\text{A5})$$

onde k é o módulo do vetor de onda,

$$k^2 = k_\perp^2 + k_z^2, \quad k_y = 0 \quad \text{e} \quad k_x = k_\perp.$$

Em um plasma homogêneo é sempre possível escolher um sistema de coordenadas em que $k_y = 0$ (ou $k_x = 0$), visto que uma direção (nesta tese z) é determinada pelo campo de equilíbrio e duas direções (em geral x e y) ficam livres. Em um plasma não homogêneo isto não é mais possível, porque a direção da não homogeneidade fixa uma das direções (x ou y), sendo, portanto, uma direção determinada pelo campo e outra pela não ho

• homogeneidade.

O termo "rápida" surge porque esta onda possui velocidade de fase paralela ao campo magnético maior que a velocidade de fase da onda de Alfvén ideal (ver equação A5). De fato,

$$\frac{\omega_z}{k_z} = v_A \left(1 + \frac{k_\perp^2}{k_z^2} \right)^{\frac{1}{2}} > v_A$$

Esta onda é, às vezes, chamada de onda de Alfvén compressional, pois ela perturba a densidade do plasma durante sua propagação. Já a onda de Alfvén ideal propaga-se no plasma sem perturbar a densidade e, portanto, pode ser encontrada em plasmas magnetizados e incompressíveis. A onda magnetossônica é dispersiva (ver equação (A5)).

Apesar de ter-se considerado $\omega \ll \omega_{ci}$, esta onda (magnetossônica rápida) pode propagar-se na faixa de frequência $\omega \geq \omega_{ci}$, considerando que ela sofre pequena interação com os íons em $\omega = n\omega_{ci}$ ($n = 1, 2, \dots$) devido à interação de ciclotron. Este não é o caso da onda de Alfvén ideal que sofre forte amortecimento de ciclotron em $\omega = \omega_{ci}$ e não pode propagar-se com frequência além de ω_{ci} . A onda magnetossônica rápida sofre, contudo, forte atenuação de ciclotron quando $\omega = \omega_{ce}$ e não pode propagar-se com frequência maior que

ω_{ce} . Estas observações serão melhor compreendidas quando se estudar a polarização destas ondas. Para maiores detalhes ver figuras 5.1.2 a 5.1.7 da referência [3].

Convém observar que atualmente é comum falar de aquecimento do plasma (ou geração de corrente) com o emprego das ondas de ciclotron dos íons (ICRF heating ou ICRF current drive) não para se referir ao uso da onda de Alfvén ideal na faixa $\omega \sim \omega_{ci}$ (também chamada de onda de ciclotron dos íons [3], mas com referência ao aquecimento do plasma (ou geração de corrente) usando a onda magnetossônica rápida na faixa da frequência de ciclotron dos íons ou suas harmônicas (ICRF) [8].

3. ONDA SIBILANTE (WHISTLER WAVE)

Na região de frequência mais alta ($\omega \gg \omega_{ci}$ ou $kc/\omega_{pi} \gg 1$), a onda magnetossônica rápida também é chamada de onda sibilante. A razão deste nome pode ser encontrada na referência [10]. A equação (A3) apresenta para a onda sibilante a seguinte forma [6]

$$\omega_k^2 = \omega_{ci}^2 \left(\frac{kc}{\omega_{pi}} \right)^4 \cos^2 \theta \quad (A6)$$

Note-se que o nome "whistler", originalmente, foi usado apenas para a onda de ciclotron dos elétrons [9] .

Atualmente, é costume chamar também a onda magnetossônica rápida, que é uma onda de íons, de onda "whistler" [6].

A relação de dispersão dada pela equação (A6) é válida para uma propagação quase-paralela ao campo magnético ($k_z \gg k_\perp$).

A onda sibilante é importante em física espacial [10] e está se tornando muito empregada na fusão termonuclear controlada por ser uma excelente substituta para a onda híbrida inferior (lower hybrid wave), no contexto da geração de corrente não indutiva. Note-se que a onda híbrida inferior apresenta os melhores resultados em geração de corrente por ondas de rádio - frequência [11]. Esta onda, no entanto, não pode propagar-se nos plasmas muito densos das condições de fusão [12]. A onda sibilante por ser um modo normal do plasma não é tão afetada por este problema [13]. Além do mais, a onda sibilante tem alta velocidade de fase ($v_{\text{fase}} \gg v_{te}$) e pode interagir com os elétrons rápidos de um tokamak da mesma forma que a onda híbrida inferior [11].

4. ONDA DE ALFVÉN DISCRETA (DISCRETE ALFVÉN WAVE)

Voltando ao modelo de um plasma infinito e homogêneo é possível obter a partir da equação A(3) a relação de dispersão da onda de Alfvén discreta que, neste contexto, não pode ser chamada de onda de Alfvén global, uma vez que o plasma é ilimitado. Esta relação de dispersão é dada abaixo [9]:

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 \left(1 - \frac{v_A^2}{2\omega_{ci}^2} \frac{k^4}{k_\perp^2} \left(1 + \frac{k_z^2}{k^2} \right) \right), \quad (A7)$$

esta onda é dispersiva e possui $v_{\text{fase}} < v_A$.

A onda de Alfvén discreta é uma onda de Alfvén ideal modificada e possui velocidade de fase menor que a da onda de Alfvén ideal ($v_f^{\text{dis}} < v_A$). A fim de obter a relação de dispersão para esta onda, considera-se na equação (A3) o mesmo sinal que para a onda de Alfvén ideal, porém, mantendo ω/ω_{ci} diferente de zero (embora pequeno). O termo "discreta" surgiu, na verdade, no contexto dos plasmas não homogêneos. A onda de Alfvén ideal possui um espectro contínuo em um plasma não homogêneo [14] e a de Alfvén discreta possui sua frequência fora deste espectro. Como, nesta tese, estudam-se os plasmas homogêneos e não limitados, manter o nome onda de Alfvén discreta, que aparece no contexto

dos plasmas não homogêneos e limitados, pode ser considerado um abuso de linguagem. É, porém, válido, visto que é possível reproduzir a relação $v_f^{dis} < v_A$. Mais detalhes sobre a onda de Alfvén discreta em plasmas não homogêneos e limitados podem ser encontrados na referência [14]. No caso de um plasma toroidal, o problema complica-se consideravelmente, porque ocorre o acoplamento toroidal dos modos. Mesmo a onda de Alfvén discreta, também chamada de onda de Alfvén global no contexto dos plasmas limitados, poderá estar imersa em algum contínuo da onda de Alfvén ideal [8]. Em um plasma toroidal, mesmo que a antena fixe o valor dos números poloidal e toroidal (por exemplo $n = 2$ e $m = 1$) os modos dominantes excitados no plasma podem ser $n = \pm 2$ e $m = \pm 1$ devido ao acoplamento toroidal [15]. Os outros valores m e n que foram também excitados surgem como uma espécie de estrutura fina. Os modos globais (Alfvén e compressional) possuem os campos elétricos e magnéticos distribuídos em toda a coluna do plasma. Em contraste com os modos WKB que possuem um comprimento de onda muito menor que as dimensões características do plasma, os modos globais possuem um comprimento de onda da ordem das dimensões do tokamak. É impossível, portanto, o uso da teoria WKB para descrevê-los. A equação diferencial de onda que descreve os campos destes

modos globais deve ser resolvida com as condições de contorno apropriadas (antena - plasma - vácuo) e os modos (globais) normais surgirão como soluções desta equação. Cálculos numéricos mostram a possibilidade de excitações de modos globais na máquina toroidal DINNAMARE da Universidade Federal Fluminense [16].

5. ONDA SUPERFICIAL (SURFACE WAVE)

O modelo mais simples que permite a propagação de ondas superficiais é um plasma semi-infinito. Neste plasma, não é mais possível escolher um sistema tal que k_y (ou k_x) seja zero, portanto, é necessário trabalhar com o tensor dielétrico em um sistema com $k_y \neq 0$. A relação de dispersão das ondas superficiais é, então, dada por ($\omega \ll \omega_{ci}$) [17]

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 \left(1 + \frac{k_y^2}{k_y^2 + k_z^2} \right) \quad (A8)$$

Esta onda é dispersiva quando a razão k_y/k_z é finita. Para $k_y \gg k_z$ a relação de dispersão acima torna-se (ver equação (A8))

$$\omega_k^2 = 2k_z^2 v_A^2 \quad (A9)$$

e a onda superficial não é dispersiva, e o transporte de energia se faz ao longo do campo magnético de equilíbrio. É, então, semelhante à onda de Alfvén ideal. Note-se, contudo, que a onda superficial dada pela equação (A9) possui velocidade de fase $\sqrt{2} v_A$.

A relação de dispersão dada pela equação (A9) pode ser obtida supondo o plasma compressível ou não compressível. O caso incompressível foi estudado por Hasegawa [17,18]. Nesta tese estuda-se o compressível.

Teoricamente, em um plasma não homogêneo qualquer das duas ondas superficiais, compressional ou não, pode sofrer modo de conversão para a onda de Alfvén torsional cinética (kinetic shear Alfvén wave), que é a onda de Alfvén torsional em plasmas quentes. O modo de conversão ocorre quando as suas respectivas frequências coincidem com o da onda de Alfvén ideal em algum ponto do plasma (x_0) (x_0 coordenada radial):

$$\omega_{\text{superficial}} = \omega^{\text{ideal}}(x_0) = k_{\parallel} v_A(x_0)$$

Verifica-se que em um plasma não homogêneo tanto o campo magnético de equilíbrio quanto a densidade variam e, por conseguinte: $v_A = v_A(x)$ [4].

Em um tokamak é mais fácil excitar a onda superficial compressional que possui $B_z \neq 0$, do que a não compressional que possui $B_z = 0$.

[8]. Desta forma, é mais razoável estudar o aquecimento do plasma e a geração de corrente com a onda superficial compressional que com a não compressional proposta por Hasegawa [19].

As ondas superficiais são também importantes em física espacial e astrofísica, uma vez que estes plasmas (coroa solar, vento solar, magnetosfera e jatos extragalácticos) são ricos em descontinuidades e, conseqüentemente, ricos em ondas superficiais [17,18, 20].

A.1.2 RELAÇÃO DE DISPERSÃO DAS ONDAS DE RF EM PLASMAS QUENTES E APLICAÇÃO PARA A ONDA DE ALFVÉN CINÉTICA

A onda de Alfvén torsional cinética (shear kinetic Alfvén wave), também chamada de onda de Alfvén cinética (kinetic Alfvén wave) é uma onda de Alfvén torsional em que se considera já na relação de dispersão as correções devidas ao raio de Larmor dos íons e à inércia dos elétrons. No plasma frio que se estudou na seção A.1.1, estes efeitos não aparecem.

Para as ondas que se propagam em um plasma quente, a relação de dispersão pode ser obtida da mesma forma que para um plasma frio. Em um plasma quente,

contudo, as componentes ϵ_{xz} , ϵ_{zx} , ϵ_{yz} , ϵ_{zy} , e ϵ_{zz} do tensor dielétrico não são nulas. A relação de dispersão pode ser escrita como segue:

$$AN^4 + BN^2 + C = 0 \quad (A10)$$

ou, ainda,

$$N^2 = -\frac{B}{2A} \pm \frac{(B^2 - 4AC)^{\frac{1}{2}}}{2A} \quad (A11)$$

Aqui os coeficientes A, B e C são, entretanto, muito mais complicados que para um plasma frio. Assim, tem-se

$$\frac{B}{2A} = -\frac{1}{2} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} - \frac{1}{\epsilon_{zz}} (\epsilon_{yz}\epsilon_{zy} + \epsilon_{xz}\epsilon_{zx}))$$

e, também,

$$\begin{aligned} \frac{(B^2 - 4AC)}{2A} = & [(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) - \frac{1}{\epsilon_{zz}} (\epsilon_{xz}\epsilon_{zx} - \epsilon_{yz}\epsilon_{zy}) - \\ & - (\epsilon_{xy} - \frac{\epsilon_{xy}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}})^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

A relação de dispersão dada pela equação (A10) é geral, ou seja, é válida para qualquer onda de rádio-freqüência e em qualquer regime de freqüência.

Todas as relações de dispersão obtidas usando o modelo de plasma frio são casos particulares da relação de dispersão (A10). As interações lineares onda-partícula (LD, TTMP e CD) aparecem na equação (A10). Nesta tese, contudo, há interesse em ondas que interagem com o plasma apenas através da atenuação de Cherenkov (LD e TTMP).

Para obter a relação de dispersão para a onda de Alfvén cinética considerar-se-á, nos elementos de tensor dielétrico, as aproximações padrão.

$$\omega \ll \omega_{ci}$$

$$k_z \ll k_\perp$$

e

$$k_z v_{te,i} \ll \omega_{ci} \quad \text{com } v_{t\alpha} = \sqrt{2T_\alpha/m_\alpha}, \quad \alpha = e, i.$$

e os elementos do tensor dielétrico podem ser escritos explicitamente como [23].

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{c^2}{v_A^2} \frac{1 - I_0(k_\perp^2 \rho_i^2) \exp(-k_\perp^2 \rho_i^2)}{k_\perp^2 \rho_i^2} \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{xx} - \frac{2\omega_p^2 k_\perp^2 \rho_i^2}{k_z v_{ti} \omega_k} (I_0(k_\perp^2 \rho_i^2) - I_1(k_\perp^2 \rho_i^2)) \times \\ &\quad \times (-Z(\omega_k/k_z v_{te})/(Z(\omega_k/k_z v_{te}))) \end{aligned} \quad (A12)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{2\omega_{pe}^2}{k_z^2 v_{te}^2} I_0(k_{\perp}^2 \rho_e^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_e^2) (1 - Z(\omega_k/k_z v_{te}))$$

$$\epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy} = j \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_k \omega_{ci}} \frac{k_{\perp}}{k_z} \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2) \times$$

$$\times (I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) - I_1(k_{\perp}^2 \rho_i^2)) (1 - Z(\omega_k/k_z v_{te}))$$

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} \sim 0, \text{ porque } \omega_k \ll \omega_{ci}$$

e

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} \sim 0, \text{ porque } k_z v_{ti} \ll \omega_{ci}$$

O termo $I_n(z)$ é a função modificada de Bessel de ordem n e argumento z , ρ_e e ρ_i são os raios de Larmor dos elétrons e dos íons, respectivamente [4].

Assim, usando a equação (A11) e o conjunto de equações (A12) pode-se escrever a relação de dispersão da onda de Alfvén cinética como segue [7]

$$N^2 = \frac{\epsilon_{xx}}{\frac{k_z^2}{k^2} + \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}}} \quad (A13)$$

Então, tendo em vista que $N^2 = k^2 c^2 / \omega_k^2$ e usando a equação (A12), obtém-se da equação (A13)

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 \left[\frac{k_{\perp}^2 \rho_i^2}{1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)} + \frac{T_e}{T_i} k_{\perp}^2 \rho_i^2 \right] \quad (A14)$$

A equação (A14) mostra que a introdução das correções cinéticas na relação de dispersão da onda de Alfvén torsional torna-a dispersiva, e o transporte de energia não ocorre mais apenas ao longo do campo magnético de equilíbrio ($d\omega_k/dk_{\perp} \neq 0$). A onda de Alfvén cinética possui $E_z \neq 0$ em contraste com a de Alfvén ideal que possui $E_z = 0$. Esta propriedade, $E_z \neq 0$, da onda de Alfvén cinética torna-a capaz de aquecer o plasma e gerar corrente não indutiva através da atenuação de Landau. Contudo, $B_z = 0$, e não existe contribuição do TTMP.

Nos casos limites para o comprimento de onda perpendicular muito grande ou muito pequeno, têm-se:

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 [1 + k_{\perp}^2 \rho_i^2 (3/4 + T_e/T_i)] , \text{ se } k_{\perp}^2 \rho_i^2 \ll 1$$

(A15')

$$\omega_k^2 = k_z^2 v_A^2 [k_{\perp}^2 \rho_i^2 (1 + T_e/T_i)] , \text{ se } k_{\perp}^2 \rho_i^2 \gg 1$$

Até aqui se estudou a relação de dispersão da onda de Alfvén cinética. Usando um raciocínio análogo poder-se-ia, contudo, estudar as relações de dispersão das ondas magnetossônica cinética e superficial ci

nética. É importante ressaltar que para estas ondas as correções cinéticas na relação de dispersão não são tão importantes quanto para a onda de Alfvén torsional que passa de uma onda não dispersiva $\omega_k = k_z v_A$ e com $E_z = 0$ para uma onda dispersiva (ver equação (A14)) e com $E_z \neq 0$ [24].

Ainda considerando um plasma quente, escreve-se a relação de dispersão (equação (A10)) de uma forma um pouco diferente para que se possa explorar um pouco mais o conceito de modo de conversão. O modo de conversão ocorre quando uma onda superficial (compressional ou não compressional) ou uma onda magnetossônica rápida estão imersas no contínuo da onda de Alfvén ideal [14]. Apesar do modo de conversão ocorrer em plasmas não homogêneos, algumas idéias básicas podem ser assimiladas usando um modelo de plasma homogêneo que é o caso considerado aqui. Assim, a equação (A2) pode ser re-escrita da seguinte forma [25]

$$A_0 k_{\perp}^4 - 4A_2 k_{\perp}^2 + A_4 = 0 \quad , \quad (A16)$$

onde

$$A_0 = \left[A' \frac{c^2 \lambda_{De}^2 k_z^2}{\omega^2 D_e} + \beta_i / 2 \left(\frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2 - \omega^2} - \frac{\omega^2}{4\omega_{ci}^2 - \omega^2} \right) \right]$$

$$4A_2 = (A' - k_z^2) - (C' - k_z^2) \frac{\beta_i \omega^2}{4\omega_{ci}^2 - \omega^2} ,$$

$$A_4 = (B' - k_z^2)(C' - k_z^2) ,$$

$$A' = \frac{\omega_{pi}^2}{c^2} \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2 - \omega^2} ,$$

$$B' = \frac{\omega_{pi}^2}{c^2} \frac{\omega^2}{\omega_{ci}(\omega_{ci} - \omega)} ,$$

$$C' = \frac{\omega_{pi}^2}{c^2} \frac{\omega^2}{\omega_{ci}(\omega_{ci} + \omega)} ,$$

$$\lambda_{De}^2 = \frac{v_{te}^2}{\omega_{pe}^2} ,$$

$$D_e = -\frac{1}{2} Z'(\bar{z}_e) \quad e$$

$$\bar{z}_e = \frac{\omega}{k_z v_{te}} , \text{ com } v_{te} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}}$$

$Z(z_e)$ e $Z'(z_e)$ são a função de dispersão do plasma e sua derivada [7,26]. Note-se que $W(z_e)$, definida no início deste apêndice, e $Z(z_e)$ diferem apenas por uma constante $Z(z_e) = j\sqrt{\pi} W(z_e)$.

Convém observar que a equação (A16) no regime $\omega \ll \omega_{ci}$ reproduz a relação de dispersão para a onda de Alfvén cinética obtida no início desta seção (equação (A15')).

No limite de plasma frio, os termos de quarta ordem em $k_\perp$ se anulam e tem-se, então,

$$N_{\perp}^2 = \frac{(N_z^2 - B)(N_z^2 - C)}{N_z^2 - A}$$

Para $N_z^2 = A$ o índice de refração perpendicular ao campo magnético ambiente tende ao infinito $N_{\perp} \rightarrow \infty$. Esta é a conhecida ressonância de Alfvén. Em um plasma não homogêneo, esta é chamada de ressonância espacial. A posição radial onde esta ressonância ocorre em um tokamak, pode ser obtida pela relação abaixo [27]:

$$\omega_A^2(r) = \left(\frac{1}{R}\right)^2 \left(n + \frac{m}{q(r)}\right)^2 \left(\frac{B_{\phi}^2}{4\pi m_i n(r)}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2}\right)$$

onde todos os termos estão definidos na referência[27]. A ressonância ocorre quando $\omega_{RF} = \omega_A(r)$ ou $N_z^2 = A$.

Para $N_z^2 = B$ ou $N_z^2 = C$ se obtém $N_{\perp} = 0$. Isto representa o corte para a onda magnetossônica rápida e para a onda superficial (ver figura 1).

Para um plasma quente, é necessário reter os termos de quarta ordem em $k_{\perp}$. Fazendo assim, tem-se:

$$k_{\perp}^2 = \frac{-[]_2 \pm \left([]_2 - 4[]_1 []_3\right)^{\frac{1}{2}}}{2 \left[A' \frac{c^2 \lambda^2 De k_z^2}{\omega^2 De} + \frac{\beta_i}{2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2 - \omega^2} - \frac{\omega^2}{4\omega_{ci}^2 - \omega^2} \right) \right]}$$

onde $[]_1$, $[]_2$ e $[]_3$ são provenientes da equação (A16). Para obter $k_{\perp}^2$ com esta forma, foi considerado que a

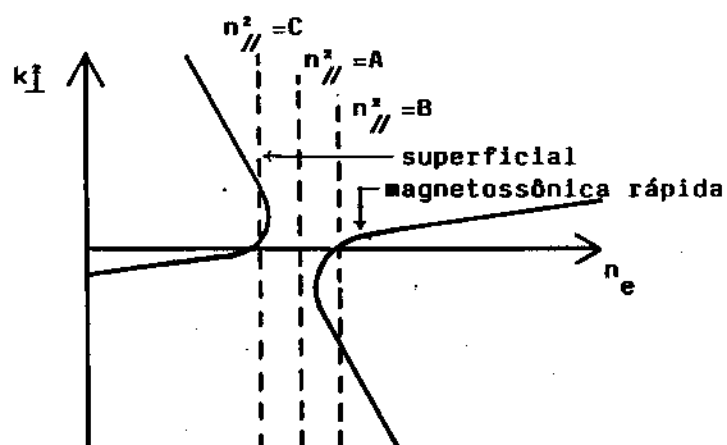


Figura 1

Comportamento de $k_{\perp}^2$ em função da densidade em um plasma magnetizado e frio [18].

equação (A16) possui a seguinte forma

$$[1]_1 k_{\perp}^4 + [1]_2 k_{\perp}^2 + [1]_3 = 0$$

Pode ser visto, nitidamente, que aqui as correções cinéticas fazem com que a ressonância de Alfvén desapareça. Desta forma em $N_z^2 = A$ nada de importante ocorre para a onda de Alfvén torsional. Na verdade quando as correções cinéticas são introduzidas, a condição $N_z^2 = A$ indica simplesmente a possibilidade de alguma onda com frequência $\omega = \omega_A(r)$ sofrer um modo de conversão para a onda de Alfvén cinética.

Quando $N_z^2 = B$ o número de onda perpendicular $k_{\perp}^2$ pode ser escrito como segue:

$$k_{\perp}^2 = \frac{-[1]_2 \pm [1]_2}{2[1]_1}$$

O sinal "+" corresponde à onda magnetossônica rápida , e o sinal "-" corresponde à onda de Alfvén cinética . Desta forma, têm-se duas soluções:

$$k_{\perp}^2 = 0 \quad (\text{corte}) \quad ,$$

e

$$k_{\perp}^2 = - \frac{[1]_2}{2[1]_1} \quad ,$$

que representa a propagação (ver figura 2).

Quando $N_z^2 = C$ ainda obtém-se

$$k_{\perp}^2 = \frac{-[\]_2 \pm [\]_2}{2[\]_1},$$

onde mais uma vez o sinal "+" corresponde à onda magnetossônica rápida, e o sinal "-" corresponde à onda de Alfvén cinética. Desta forma, têm-se duas soluções:

$$k_{\perp}^2 = 0,$$

o que representa o corte para a onda magnetossônica rápida, e

$$k_{\perp}^2 = \frac{-[\]_2}{[\]_1} = \frac{A' - k_z^2}{2[\]_1}, \quad A' \neq k_z^2$$

que simplesmente significa uma região em que a onda de Alfvén cinética é evanescente (ver figura 2).

A onda de Alfvén cinética é evanescente para uma densidade baixa (próxima à parede do tokamak), portanto, não é possível excitá-la de forma eficiente com antenas externas ao plasma. Como já foi mencionado, ela pode ser excitada eficientemente de forma indireta através do modo de conversão ressonante de uma onda magnetossônica rápida ou de uma onda superficial. Uma outra maneira de excitar a onda de Alfvén cinética, indi

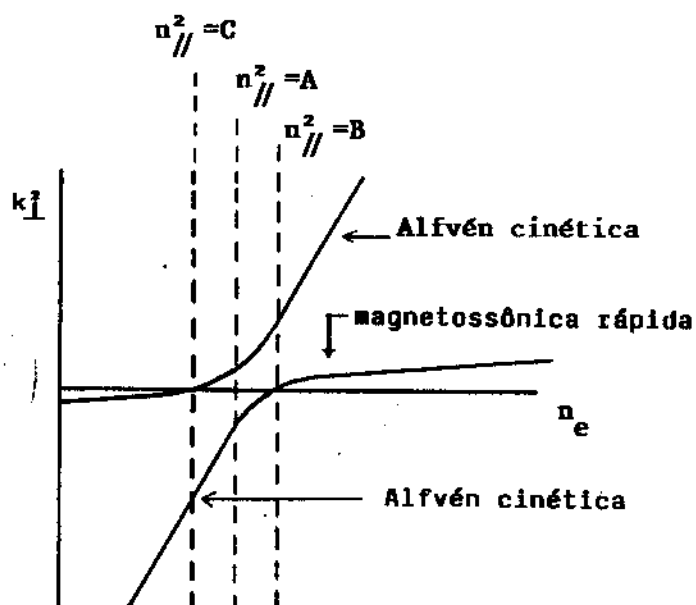


Figura 2
Comportamento de $k_{\perp}^2$ com a densidade em um plasma magnetizado e quente [18].

retamente, é através da instabilidade das ondas de deriva (drift wave instability), uma vez que em um plasma não homogêneo elas são acopladas [18,23].

Nenhuma informação importante, além das que já foram obtidas, poderá surgir a partir da equação (A 16) com algum tipo de complicação adicional. A única novidade, talvez, seria obter a relação de dispersão e o coeficiente de Landau para a onda de Alfvén cinética quando $\omega/\omega_{ci} \neq 0$. Isto implicaria, entretanto, em algum tipo de cálculo numérico, o que está fora dos objetivos desta análise.

A.2 POLARIZAÇÃO DAS ONDAS DE RF EM PLASMAS MAGNETIZADOS

Outra propriedade importante das ondas de rádio-freqüência para o estudo do aquecimento do plasma e para o estudo da geração de corrente é a sua polarização. Pode-se obter a polarização de uma onda considerando a razão dos cofatores dos coeficientes na equação abaixo (ver início da seção A.1).

$$[M_{ij}] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (A17)$$

A equação (A.17) pode ser re-escrita da seguinte forma
(ver equação (A2))

$$\begin{bmatrix} k_o^2 \epsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2 & k_x k_y + k_o^2 \epsilon_{xy} & k_x k_z + k_o^2 \epsilon_{xz} \\ k_y k_x + k_o^2 \epsilon_{yx} & k_o^2 \epsilon_{yy} - k_z^2 - k_x^2 & k_y k_z + k_o^2 \epsilon_{yz} \\ k_z k_x + k_o^2 \epsilon_{zx} & k_z k_y + k_o^2 \epsilon_{zy} & k_o^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0$$

Assim, considerando a razão dos cofatores, obtêm-se

$$\begin{aligned} \frac{E_{x\vec{k}}}{E_{y\vec{k}}} &= \frac{(k_z k_y + k_o^2 \epsilon_{zy})(k_y k_z + k_o^2 \epsilon_{yz}) - (k_o^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2)(k_o^2 \epsilon_{yy} - k_z^2 - k_x^2)}{(k_x k_y + k_o^2 \epsilon_{xy})(k_o^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2) - (k_z k_y + k_o^2 \epsilon_{zy})(k_x k_z + k_o^2 \epsilon_{xz})}, \\ \frac{E_{x\vec{k}}}{E_{z\vec{k}}} &= \frac{(k_o^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2)(k_o^2 \epsilon_{yy} - k_z^2 - k_x^2) - (k_z k_y + k_o^2 \epsilon_{zy})(k_y k_z + k_o^2 \epsilon_{yz})}{(k_x k_y + k_o^2 \epsilon_{xy})(k_y k_z + k_o^2 \epsilon_{yz}) - (k_x k_z + k_o^2 \epsilon_{xz})(k_o^2 \epsilon_{yy} - k_z^2 - k_x^2)}, \\ \frac{E_{y\vec{k}}}{E_{z\vec{k}}} &= \frac{(k_x k_y + k_o^2 \epsilon_{xy})(k_o^2 \epsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2) - (k_z k_y + k_o^2 \epsilon_{zy})(k_x k_z + k_o^2 \epsilon_{xz})}{(k_x k_z + k_o^2 \epsilon_{xz})(k_o^2 \epsilon_{yy} - k_z^2 - k_x^2) - (k_x k_y + k_o^2 \epsilon_{xy})(k_y k_z + k_o^2 \epsilon_{yz})}, \end{aligned} \quad (A18)$$

onde

$$k_o^2 = \omega^2 / c^2,$$

é a constante de propagação no espaço livre.

Para obter a polarização para cada onda específica, é

necessário que se eliminem as componentes do tensor que não são importantes para esta determinada onda. É possível, então, escrever as seguintes polarizações:

1. ONDA DE ALFVÉN IDEAL

Para esta onda, uma vez que $\omega \ll \omega_{ci}$, e as correções térmicas não são consideradas, as componentes do tensor dielétrico relevantes são:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = c^2/v_A^2$$

Desta maneira, obtêm-se

$$B_{y\vec{k}} = \frac{k_z c}{\omega} E_{x\vec{k}},$$

e

$$E_{y\vec{k}} = E_{z\vec{k}} = B_{x\vec{k}} = B_{z\vec{k}} = 0.$$

Esta onda é polarizada linearmente. Ela não possui campo elétrico ou magnético na direção do campo magnético de equilíbrio ($E_z = 0$ e $B_z = 0$) e não pode interagir com as partículas do plasma através da atenuação de Landau (LD) ou da atenuação por tempo de trânsito (TTMP). Quando $\omega \rightarrow \omega_{ci}$, a polarização para esta onda é dada a seguir [3,6]:

$$E_{x\vec{k}} \approx j \frac{\omega}{\omega_{ci}} \frac{1}{(1 + k_{\perp}^2/k_z^2)} E_{y\vec{k}}$$

Neste caso, ela é elipticamente polarizada e seu campo gira no sentido de rotação dos íons, sendo, desta forma, fortemente amortecida, não podendo propagar-se acima de $\omega = \omega_{ci}$ [3]. Nesta faixa de frequência ($\omega \rightarrow \omega_{ci}$) ela é também chamada de onda de ciclotron dos íons (ion cyclotron wave).

2. ONDA MAGNETOSSÔNICA RÁPIDA

Utilizando as mesmas aproximações empregadas para o estudo da onda de Alfvén ideal (plasma frio, $\omega \ll \omega_{ci}$) as expressões abaixo são válidas

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = c^2/v_A^2$$

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} \approx \frac{\omega}{\omega_{ci}} \epsilon_{xx} \sim 0$$

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} \sim 0$$

e, assim, obtêm-se:

$$\vec{E}_{xk} = -j \frac{\omega}{\omega_{ci}} \frac{k^2}{k_{\perp}^2} \vec{E}_{yk} \quad (A19)$$

$$\vec{E}_{zk} = 0$$

Na equação (A19), $\vec{E}_{zk}$ é nulo, pois considera-se um plasma frio.

Visto que o campo elétrico desta onda gira na direção de rotação dos elétrons, ela não é praticamente afetada quando $\omega = \omega_{ci}$. Quando $\omega \rightarrow \omega_{ce}$, contudo, ela é fortemente amortecida. Mesmo em um plasma frio, esta onda possui um campo $B_z \neq 0$ ($E_y \neq 0$). Se as correções devido a efeitos térmicos são introduzidas no problema, surge uma componente E_z dada por [29]:

$$E_z = -j B_z \left(\frac{v_{te}}{c} \right) \frac{k_z v_{te}}{|\omega_{ce}|} (1 + h) \quad (A20)$$

onde

$$h = \frac{N_z^2}{1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} - N_z^2} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{c\alpha}}{2\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2} \frac{1}{\frac{\omega}{\sqrt{2}k_z v_{te}} Z\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}k_z v_{te}}\right)}$$

e em h , v_{te} e N_z^2 são dados por

$$N_z^2 = \frac{k_z^2 c^2}{\omega^2}$$

e

$$v_{te} = \left(\frac{T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Aqui, Z é a função de dispersão do plasma [26]. A singularidade dada por

$$N_z^2 = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{c\alpha}^2}$$

indica, como já foi mencionado anteriormente, a possibilidade do modo de conversão de uma onda magnetossônica rápida em uma onda de Alfvén cinética, desde que a condição acima seja satisfeita. Esta condição pode ser escrita, no limite $\omega \ll \omega_{ci}$, como ($\alpha = i$)

$$\omega = k_z v_A$$

Note-se que no caso dos elétrons a atenuação de Landau e a atenuação por tempo de trânsito agem em sentido contrário e a força sofrida pelos elétrons devido a estes efeitos se anula quando $v_{\perp}^2 = 2v_{te}^2$ [30]. Mesmo em um plasma com resistividade muito pequena, em que a atenuação de Landau pode ser ignorada, a onda magnetossônica rápida pode ser amortecida através da atenuação por tempo de trânsito (TTMP), uma vez que possui $B_z \neq 0$.

3. ONDA DE ALFVÉN CINÉTICA

Para esta onda, as correções cinéticas têm que ser mantidas nos elementos do tensor dielétrico. É válido ainda considerar para esta onda $\omega \ll \omega_{ci}$ e, então, escrever a sua polarização como segue [19] ($B_z = 0$):

$$E_{x\vec{k}} = \frac{k_x}{k_z \frac{T_e}{T_i} [1 - I_0(k_\perp^2 \rho_i^2) \exp(-k_\perp^2 \rho_i^2)]} E_{z\vec{k}} , \quad (A21)$$

$$E_{y\vec{k}} = \frac{k_y}{k_z \frac{T_e}{T_i} [1 - I_0(k_\perp^2 \rho_i^2) \exp(-k_\perp^2 \rho_i^2)]} E_{z\vec{k}} .$$

A componente $E_{z\vec{k}}$ do campo elétrico possibilita o uso desta onda para o aquecimento e para a geração de corrente elétrica. A interação da onda de Alfvén cinética com as partículas do plasma no regime linear ocorre através da atenuação de Landau, isto porque ela possui $B_z = 0$. Sendo assim, é descartado o TTMP. Da mesma forma, a interação de ciclotron é desprezada porque $\omega \ll \omega_{ci}$ [19].

4. ONDA DE ALFVÉN DISCRETA

As componentes do tensor dielétrico relevantes são ϵ_{xx} , ϵ_{yy} e ϵ_{xy} ($= -\epsilon_{yx}$), quando se considera que o plasma é frio mas $\omega/\omega_{ci} \neq 0$. Para esta onda mantêm-se $E_z = 0$. Pode-se, então escrever [9]

$$E_{x\vec{k}} = j \frac{k_y k_x (1 - \omega/\omega_{ci})}{(k_y^2 + k_z^2)(1 - \omega^2/\omega_{ci}^2) - k_z^2 C_{\vec{k}}} E_{y\vec{k}} \quad (A22)$$

onde

$$C_{\vec{k}} = 1 - \frac{k^2 c^2}{2\omega_{pi}^2} \left(\frac{1 + k_z^2/k^2}{k_{\perp}^2/k^2} \right)$$

Esta onda possui $E_z = 0$ e $B_z \neq 0$ ($E_y \neq 0$). Correções térmicas possibilitam o aparecimento de um campo $E_z \neq 0$. Estas, porém, não serão consideradas aqui.

5. ONDA SIBILANTE

Para esta onda, $\omega \gg \omega_{ci}$, e a polarização é dada por ($E_z = 0$) [6]

$$E_{x\vec{k}} = -j \frac{\omega/\omega_{ci} (\omega^2 - \omega_{ci}^2)^{-1} \omega_{pi}^2}{\frac{k_z^2 c^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{ci}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} - 1} E_{y\vec{k}} \quad (A23)$$

Nesta aproximação somente o TTMP para a interação desta onda com as partículas do plasma contribui, uma vez que $B_z \neq 0$ ($E_y \neq 0$) [6]. Correções cinéticas possibilitam o aparecimento de uma componente E_z de primeira ordem. Este estudo, porém, está fora do interesse da presente tese.

6. ONDA SUPERFICIAL

Esta onda só existe em plasmas limitados e, portanto, não há um sistema de eixos em que seja possível escolher $k_y = 0$ ou $k_x = 0$. Desta forma, é necessário considerar-se o tensor dielétrico quando $k_y \neq 0$ [17]. A polarização da onda superficial pode ser escrita como segue [17]:

$$E_{x\vec{k}} = j \frac{k_x k_y}{(k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{xx})} E_{y\vec{k}} \quad (A24)$$

k_x aqui não é livre, mas está relacionado com k_y e k_z através das condições de contorno na interface plasma-vácuo, conforme mostra a figura 3.

Examinando a figura 3, é possível escrever as condições de contorno apropriadas, a saber:

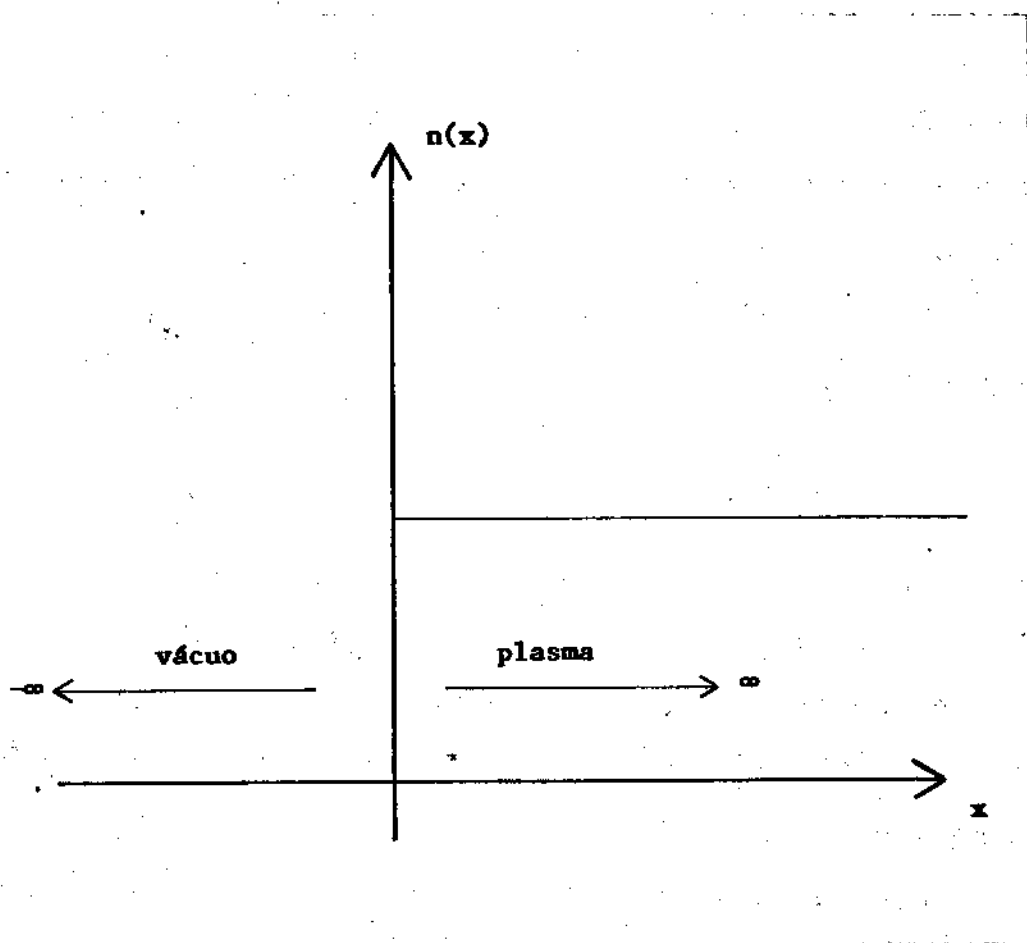


Figura 3
Plasma semi-infinito com origem na interface plasma-v\u00e1cuo.

$$B_z^{\text{vácuo}}(0) = B_z^{\text{plasma}}(0)$$

e

$$E_y^{\text{vácuo}}(0) = E_y^{\text{plasma}}(0)$$

A relação entre k_x , k_y e k_z é, então, dada por [17]

$$k_x = j \frac{k_y^2}{(k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A25})$$

Se agora introduzir-se na equação (A24) o valor de k_x , dado pela equação (A25), obtém-se a equação (A26), escrita abaixo [17]:

$$E_{x\vec{k}} = j \frac{(k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}}{k_y} E_{y\vec{k}} \quad , \quad (\text{A26})$$

Como para a onda magnetossônica rápida, uma componente E_z surge se correções cinéticas forem introduzidas. Estes cálculos estão, contudo, fora do interesse desta tese. Como esta onda possui $B_z \neq 0$ ($E_y \neq 0$), ela interage com o plasma via a atenuação por tempo de trânsito (TTMP).

A.3 DENSIDADE DE ENERGIA ESPECTRAL DAS ONDAS DE RF

A densidade de energia espectral U_k , que é uma grandeza importante no estudo do aquecimento do plasma e na geração de corrente, é dada por [3,6]:

$$U_k = \frac{1}{16\pi} [\vec{B}_k \cdot \vec{B}_k^* + \vec{E}_k \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \vec{\epsilon}^H) \cdot \vec{E}_k^*] \quad (A27)$$

onde $\vec{\epsilon}^H$ é a parte hermitiana do tensor dielétrico, $\vec{B}_k$ e $\vec{E}_k$ são as componentes de Fourier dos campos magnético e elétrico da onda. Note-se que, uma vez conhecida a densidade de energia espectral U_k , a densidade de momento pode ser obtida através da equação (A28) abaixo [31]:

$$\vec{\Pi}_k = \frac{k}{\omega_k} U_k \quad (A28)$$

A partir da equação (A27) é possível obter a expressão mais adequada para U_k , isto é,

$$U_k = \frac{1}{16\pi} [|\vec{B}_{xk}|^2 + |\vec{B}_{yk}|^2 + |\vec{B}_{zk}|^2 + \vec{E}_k \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} \omega \times \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{yx} & \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{zy} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}^H \cdot \vec{E}_k^*], \quad (A27')$$

Ainda se pode escrever esta relação de forma mais conveniente como segue:

$$\begin{aligned}
 U_{\vec{k}} = & \frac{1}{16\pi} [|B_{x\vec{k}}|^2 + |B_{y\vec{k}}|^2 + |B_{z\vec{k}}|^2 + \\
 & + E_{x\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{xx}^H \right) E_{x\vec{k}}^* + E_{x\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{xy}^H \right) E_{y\vec{k}}^* + \\
 & + E_{x\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{xz}^H \right) E_{z\vec{k}}^* + E_{y\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yx}^H \right) E_{x\vec{k}}^* + \\
 & + E_{y\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yy}^H \right) E_{y\vec{k}}^* + E_{y\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yz}^H \right) E_{z\vec{k}}^* + \\
 & + E_{z\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zx}^H \right) E_{x\vec{k}}^* + E_{z\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H \right) E_{y\vec{k}}^* + \\
 & + E_{z\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zz}^H \right) E_{z\vec{k}}^* . \quad (A27'')
 \end{aligned}$$

Especificamente, pode-se calcular a densidade de energia espectral de qualquer onda de interesse, uma vez conhecidas a relação de dispersão, a polarização e os elementos do tensor dielétrico.

1. ONDA DE ALFVÉN IDEAL

Os componentes do tensor dielétrico relevantes são ϵ_{xx} e ϵ_{yy} , e a densidade de energia espectral pode ser escrita como (ver equação (A27''))

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} \left[\frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{xx}^H) \right] |E_{x\vec{k}}|^2 \quad (A29)$$

Usando a relação de dispersão para esta onda e também

$$\epsilon_{xx}^H = \epsilon_{yy}^H = \frac{c^2}{v_A^2}$$

pode-se reescrever a densidade de energia como

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{c}{v_A} \right)^2 |E_{x\vec{k}}|^2 \quad (A29')$$

2. ONDA MAGNETOSSÔNICA RÁPIDA

Usando a relação de dispersão e a polarização para esta onda, é possível, como para o caso anterior, escrever:

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} \left[\frac{k^2 c^2}{\omega^2} + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{yy}^H) \right] , \quad (A30)$$

ou mesmo, de uma forma mais adequada aos objetivos deste trabalho, como

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{c}{v_a} \right)^2 |E_{y\vec{k}}|^2 \quad (A30')$$

As relações $\omega = kv_A$ e $\epsilon_{yy}^H = c^2/v_A^2$ foram usadas para obter a equação (A30').

3. ONDA SUPERFICIAL

Para esta onda, $k_y \neq 0$ e o plasma não pode ser mais considerado infinito. Além disto, esta onda só possui $E_{zk} = 0$ em ordem zero. Assim, usando a equação (A27"), como para os outros casos, é possível obter a seguinte equação

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} [|B_{x\vec{k}}|^2 + |B_{y\vec{k}}|^2 + |B_{z\vec{k}}|^2 + \frac{\partial}{\partial\omega}(\omega\epsilon_{xx}^H) \times \\ \times |E_{x\vec{k}}|^2 + \frac{\partial}{\partial\omega}(\omega\epsilon_{yy}^H) |E_{y\vec{k}}|^2] \quad (A31)$$

Usando agora as equações de dispersão e de polarização, é possível reescrever a equação (A31) da seguinte forma [17]:

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{c}{v_A}\right)^2 \frac{(2k_y^2 + k_z^2)}{k_y^2} |E_{y\vec{k}}|^2 \quad (A31')$$

Note-se que ter $k_y \neq 0$ é de vital importância para a existência da onda superficial.

4. ONDA DE ALFVÉN CINÉTICA

Para a onda de Alfvén cinética, a aproximação $B_z \vec{k} = 0$ é razoável em plasmas de tokamak que possuem baixo β . Uma aproximação também válida é

$$\epsilon_{xy}^H = -\epsilon_{yx}^H \approx \frac{\omega}{\omega_{ci}} \epsilon_{xx}^H \sim 0,$$

uma vez que $\omega \ll \omega_{ci}$. Tem-se, ainda, que

$$\epsilon_{xz}^H = \epsilon_{zx}^H = 0$$

sempre que (é o caso aqui)

$$\omega \ll \omega_{ci} \quad \text{e} \quad |\vec{k}| v_{ti} \ll \omega_{ci}.$$

Para esta onda é válido também

$$\epsilon_{zy}^H = -\epsilon_{yz}^H = -j \frac{\omega_{pe}}{\omega \omega_{ce}} \frac{k_{\perp}}{k_z}.$$

Ainda mais pode-se escrever

$$\begin{aligned} (E_{z\vec{k}} (\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H) E_{y\vec{k}}^*)^* &= E_{z\vec{k}}^* (\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H)^* E_{y\vec{k}} = E_{y\vec{k}} (\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yz}^H) E_{z\vec{k}}^* \\ &= E_{z\vec{k}} (\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H) E_{y\vec{k}}^* \end{aligned}$$

visto que

$$E_{z\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H \right) E_{y\vec{k}}^*$$

e

$$E_{y\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yz}^H \right) E_{z\vec{k}}^* \quad \text{são reais.}$$

Assim, em $U_{\vec{k}}$ o termo

$$E_{z\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{zy}^H \right) E_{y\vec{k}}^* + E_{y\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \epsilon_{yz}^H \right) E_{z\vec{k}}^*$$

se anula e a densidade espectral de energia é obtida como segue:

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} [|B_{x\vec{k}}|^2 + |B_{y\vec{k}}|^2 + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{xx}^H) |E_{x\vec{k}}|^2 + \\ + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{yy}^H) |E_{y\vec{k}}|^2 + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{zz}^H) |E_{z\vec{k}}|^2] \quad (A32)$$

As partes hermitianas do tensor dielétrico são obtidas de (ver equação (A13))

$$\epsilon_{xx}^H = \frac{(\epsilon_{xx} + \epsilon_{xx}^*)}{2} = \frac{c^2}{v_A^2} \frac{1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)}{k_{\perp}^2 \rho_i^2}, \\ \epsilon_{yy}^H = \frac{(\epsilon_{yy} + \epsilon_{yy}^*)}{2} = \epsilon_{xx}^H$$

$$\epsilon_{zz}^H = \frac{(\epsilon_{zz} + \epsilon_{zz}^*)}{2} = \frac{\omega_{pe}^2}{k_z^2 v_{te}^2}$$

Usando estas expressões juntamente com as expressões para a polarização da onda de Alfvén cinética, obtém-se a expressão final para $U_{\vec{k}}$:

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{c}{v_A} \right)^2 \frac{[1 + [1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)] T_e/T_i]}{\rho_i (T_e/T_i)^2 [1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)]} |E_{z\vec{k}}|^2 \quad (A32')$$

Convém observar que [4]

$$\epsilon_{ij}^H = \frac{1}{2}(\epsilon_{ij} + \epsilon_{ij}^+) , \quad \epsilon_{ij}^+ = \epsilon_{ji}^* \quad \text{e} \quad \epsilon_{ii}^+ = \epsilon_{ii}^*$$

5. ONDA DE ALFVÉN DISCRETA

Para esta onda, como foi visto anteriormente, ω/ω_{ci} é pequeno mas diferente de zero. Assim, a densidade espectral de energia é [9] :

$$U_{\vec{k}} \cong \frac{1}{16\pi} \left[\frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \epsilon_{xx}^H) \right] , \quad (A33)$$

ou ainda,

$$U_{\vec{k}} \cong \frac{1}{8\pi} \left[1 + \frac{c^2}{v_A^2} \frac{1}{(1 - \omega^2/\omega_{ti}^2)} \right] |E_{x\vec{k}}|^2 , \quad (A33')$$

Note-se que se se tomar os limites $\omega/\omega_{ci} \rightarrow 0$ e $c^2/v_A^2 \gg 1$, recupera-se a densidade de energia espectral da onda de Alfvén ideal.

6. ONDA SIBILANTE

Usando a relação de dispersão e as equações de polarização para esta onda encontra-se [6]

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\omega_{pi}^2}{k_z^2 v_A^2} \right] |E_{y\vec{k}}|^2, \quad (A34)$$

Os detalhes algébricos foram omitidos mas não são muito diferentes como nos outros casos.

A.4 COEFICIENTE DE ATENUAÇÃO DE CHERENKOV PARA AS ONDAS DE RF

Obtidas a relação de dispersão, a polarização e a densidade de energia e momento para as ondas em questão, é necessário que se conheça a taxa com que estas ondas transferem energia e momento para o plasma, através da interação de Cherenkov (LD e TTMP) [5-7], a fim de completar este breve estudo sobre as propriedades (algumas) das ondas de RF em um plasma magnetizado.

A razão do nome "Cherenkov" será descrita bre

vemente a seguir.

Da mesma forma que alguma partícula sólida com velocidade supersônica, em um gás qualquer, gera ondas de choque, partículas carregadas que se movimentam em algum meio com velocidade maior que a velocidade da luz, neste meio, emitem radiação. A relatividade restrita impede velocidades maiores que a velocidade da luz no vácuo (3×10^{10} cm/s). Partículas podem, contudo, se movimentam mais rápido que a velocidade da luz em meios com índice de refração maior que 1. Quando estas partículas rápidas, carregadas, passam através de um sólido transparente, elas geram ondas chamadas de "radiação de Cherenkov". A situação não é diferente se o meio em que estas partículas viajam é um plasma. Imagine-se um plasma com uma distribuição Maxwelliana, qualquer que seja a velocidade de fase de uma onda arbitrária propagando-se neste plasma, sempre é possível encontrar alguma partícula com velocidade maior ou menor que a velocidade de fase desta onda. Assim, as partículas com velocidades um pouco acima da velocidade de fase da onda em questão, fornecem energia para esta onda (ou seja, emitem radiação), e a energia da onda aumenta. Se as partículas possuem velocidades próximas da velocidade de fase, mas um pouco menor, elas absorvem energia da onda e esta é amortecida. Em um plasma

com distribuição Maxwelliana, a onda é sempre amortecida, pois, o número de partículas "ressonantes" com velocidades maiores que a de fase da onda existem em menor número que as de menor velocidade. Se o plasma possui uma distribuição tal que exista energia livre para ser liberada, as partículas podem emitir "radiação de Cherenkov" e a onda (radiação) em questão é dita instável. Este processo de absorção e emissão de radiação pelas partículas ressonantes está associada ou com a atenuação de Landau para ondas com $E_z \neq 0$ (híbrida inferior, íon-acústica, de Alfvén cinética) ou mesmo com a atenuação por tempo de trânsito para as ondas com $B_z \neq 0$ (magnetossônica rápida, superficial, de Alfvén discreta). Quando a faixa de frequência é $\omega = \pm n\omega_{ce,i}$ ($n = 1, 2, \dots$) também ocorrem os processos de ciclotron (CD). Estes processos de atenuação são o efeito Doppler normal (+) e anômalo (-). Ambos os campos elétricos, o paralelo e o perpendicular ao campo magnético ambiente, agem sobre a velocidade paralela do centro de guia dos elétrons [32]. Esta ação se manifesta como uma força $-eE_{//}$ no caso do processo ressonante ser a atenuação de Landau (LD) ou, então, $-\mu VB_{//}$ no caso do processo ressonante ser a atenuação por tempo de trânsito (TTMP). O TTMP, às vezes, é chamado de atenuação de Landau magnética [33]. É possível, com estes dois processos adi-

cionar momento e energia de forma irreversível aos elétrons ou íons. Para os elétrons, entretanto, estas forças agem em direções opostas podendo vir a se cancelar mutuamente. A atenuação por tempo de trânsito (TTMP) domina nas situações em que a resistividade do plasma pode ser ignorada. Na maioria das aplicações, porém, o plasma é resistivo, e um campo E_z está presente. Este campo E_z pode ser relacionado com o campo B_z da onda pela relação [29-30]

$$E_z = - \frac{v_{te}^2}{c\omega_{ce}} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

A equação de força para os elétrons sob a influência de uma onda que é atenuada devido ao LD e ao TTMP pode ser escrita como segue [30]:

$$m_e \frac{dv_z}{dt} = -eE_z - \mu \nabla B_z = j \frac{ek_z}{2c\omega_{ce}} (2v_{te}^2 - v_{\perp}^2) B_z$$

A equação acima mostra que a força é nula quando

$$2v_{te}^2 = v_{\perp}^2$$

Para o cálculo da atenuação de Cherenkov (LD e TTMP) para as ondas de interesse, nesta tese, é necessário introduzir algumas informações adicionais. A frequência

angular $\omega_{\vec{k}}$ será escrita da seguinte forma:

$$\omega_{\vec{k}} = \text{Re}\omega_{\vec{k}} - j \text{Im}\omega_{\vec{k}}$$

com os campos variando de tal forma que $\text{Im}\omega_{\vec{k}} > 0$ representa atenuação. O termo $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ é o coeficiente de Cherenkov e possui duas partes:

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \text{Im}\omega_{\vec{k}}^{\text{LD}} + \text{Im}\omega_{\vec{k}}^{\text{TMP}}$$

O cálculo de $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ será feito primeiro para as ondas de Alfvén ideal, magnetossônica rápida, sibilante e de Alfvén discreta, usando um formalismo único. Após, obter-se-á $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ para a onda superficial e de Alfvén cinética com um formalismo individual para cada uma, visto que para a onda superficial é necessário manter $k_y \neq 0$ no tensor dielétrico, o que não ocorre para as outras ondas. Para a onda de Alfvén cinética, é necessário considerar o raio de Larmor finito para os íons, o que não é necessário para as outras. Finalmente, obter-se-á o coeficiente de Cherenkov $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ para uma onda de RF cinética arbitrária. Esta expressão para $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ reproduz todos os resultados anteriores se forem feitas as aproximações apropriadas.

1. ATENUAÇÃO DE CHERENKOV PARA AS ONDAS DE ALFVÉN IDEAL, MAGNETOSSÔNICA RÁPIDA, SIBILANTE

Para estas ondas são válidas as aproximações

$$k_y = 0 \quad , \quad k_x = k_{\perp} \quad ,$$

$$k_{\perp} \rho_{e,i} \ll 1 \quad ,$$

$$v_A \gg v_S \quad ,$$

$$v_A \gg v_{ti}$$

e

$$\omega \ll \omega_{ce} \quad , \quad \omega_{pe}$$

Com as aproximações acima as componentes do tensor dielétrico são dadas por [3]

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_1 &= - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \quad , \\ \epsilon_{yy} = \epsilon_1 + \epsilon'_{22} &= \epsilon_1 + j\sqrt{\pi} \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\omega_{pi} k_{\perp}}{\omega_{ci} k_z} \right)^2 \frac{W(z_e)}{z_e} \quad , \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\omega_{pi}^2 k^2}{k^2 v_S^2 k_z^2} [1 + j\sqrt{\pi} z_e W(z_e)] \quad , \end{aligned} \tag{A36}$$

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = j\epsilon_2 = -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2(\omega^2 - \omega_{ci}^2)}$$

$$\epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy} = -j \frac{\omega_{pi}^2}{\omega\omega_{ci}} \frac{k_z}{k_\perp} [1 + j\sqrt{\pi} z_e W(z_e)]$$

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} \sim 0$$

onde

$$z_e = \frac{\omega}{\sqrt{2} k_z v_{te}}$$

e

$W(z_e)$ é a função de dispersão, já definida no início deste apêndice.

A relação de dispersão dada pela equação(A2) pode então ser escrita como abaixo

$$\begin{aligned} \frac{k_z^2}{k^2} N^4 - \epsilon_1 \left(1 + \frac{k_z^2}{k^2}\right) N^2 + \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{z'z}} \frac{k_\perp^2}{k^2} N^4 + \\ + \frac{1}{\epsilon_{zz}} \left[2\epsilon_{xy}\epsilon_{yz} \frac{k_z k_\perp}{k^2} - (\epsilon_{22}'\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^2) \frac{k_z^2}{k_\perp^2} - \right. \\ \left. - (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \frac{k_\perp^2}{k^2} \right] N^2 + \epsilon_{22}'\epsilon_{zz}\epsilon_1 + \epsilon_1\epsilon_{yz}^2 = 0 \quad (A37) \end{aligned}$$

Usando agora o método perturbativo têm-se:

A. Ordem zero

Neste caso, $\epsilon_{zz} \rightarrow \infty$ (ou $E_z = 0$) e a equação (A37) torna-se

$$\frac{k_z^2}{k^2} N^4 - \epsilon_1 (1 + k_z^2/k^2) N^2 + \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 = 0$$

A equação acima é a relação de dispersão para as ondas em um plasma MHD ideal. Esta equação, já obtida e estudada anteriormente (ver equação (A3)), dá a relação de dispersão das ondas de interesse neste ítem (de Alfvén ideal, magnetossônica rápida, sibilante, e de Alfvén discreta). Como nesta situação não há mecanismos de dissipação, N na equação (A3) é real.

B. Ordem zero + Primeira ordem

Agora, $\epsilon_{zz} \neq 0$ (ou $E_z \neq 0$) e a relação de dispersão pode ser escrita como segue:

$$\begin{aligned} \frac{k_z^2}{k^2} N^4 - \epsilon_1 (1 + \cos^2 \theta) N^2 + \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 \approx & - \frac{1}{\epsilon_{zz}} \left[\frac{k_{\perp}^2}{k^2} N^4 + \right. \\ & + [2\epsilon_{xy}\epsilon_{yz} \frac{k_z k_{\perp}}{k^2} - (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \frac{k_{\perp}^2}{k^2} - (\epsilon_{22}'\epsilon_{zz} + \epsilon_{yz}^2) N^2 + \\ & \left. + \epsilon_{22}'\epsilon_1\epsilon_{zz} + \epsilon_1\epsilon_{yz}^2 \right], \end{aligned} \quad (A38)$$

Nesta equação, N é dado como

$$N = \text{Re}N - j \text{Im}N$$

considerando que a introdução do termo de primeira ordem, no lado direito da equação (A38), garante $\text{Im}N \neq 0$ devido à atenuação de Cherenkov. Note-se que, por hipótese, a distribuição das partículas é Maxwelliana, tanto na velocidade paralela (v_z) quanto perpendicular ($v_\perp$). Assim, da equação (A38), pode-se escrever $\text{Im}N$ como segue [17]

$$\begin{aligned} \text{Im}N = \frac{1}{2} \text{Im} \left[\frac{1}{\epsilon_{zz}} \left[R_1 + \epsilon_{zz} \epsilon_{22}' R_2 + \left[2\epsilon_{xy} \epsilon_{yz} \frac{k_z k_\perp}{k^2} + \epsilon_1 \epsilon_{yz}^2 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \epsilon_{yz}^2 \frac{k_z^2}{k^2} - R_3 \right] (\text{Re}N)^2 \right] [R_4 - R_5]^{-1} \right. \end{aligned} \quad , \quad (\text{A39})$$

onde $R_1 - R_5$ são reais tais que

$$R_1 = \epsilon_1 \frac{k_\perp^2}{k^2} (\text{Re}N)^4 \quad ,$$

$$R_2 = \epsilon_1 - \frac{k_z^2}{k^2} (\text{Re}N)^2 \quad ,$$

$$R_3 = (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \frac{k_\perp^2}{k^2} \quad ,$$

$$R_4 = \left(1 + \frac{k^2}{k^2} \right) \epsilon_1 \text{Re}N \quad ,$$

e finalmente,

$$R_5 = 2 \frac{k_z^2}{k^2} (\text{Re}N)^3$$

Se os valores dos elementos do tensor dielétrico dados na equação (A36) forem usados e considerando

$$\text{Re}N = \frac{kC}{\text{Re}\omega}, \quad , k \text{ é real por hipótese,}$$

a equação (A39) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Im}N = & \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\exp(-Z_e^2)}{Z_e} \left[\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{k_z^2}{k^2} (\epsilon_1 - \frac{k_z^2}{k^2} N^2) + \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2 N^2 (k_z^2/k^2) (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 - N^2 \epsilon_1)}{\omega_{pi}^2 | [1 + jZ_e \sqrt{\pi} W(Z_e)] |^2} \right] \times \\ & \times \left[\epsilon_1 N \left(1 + \frac{k_z^2}{k^2}\right) - 2N^3 \frac{k_z^2}{k^2} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (A40)$$

A equação (A40) representa o coeficiente de atenuação de Cherenkov. Esta equação é válida para as ondas de Alfvén ideal, de Alfvén discreta, magnetossônica rápida e sibilante. Para cada uma delas os elementos do tensor dielétrico assumem o valor apropriado e a respectiva relação de dispersão deve ser usada.

Como uma aplicação da equação (A40), obtém -
 -se o coeficiente de atenuação de Cherenkov para a on-
 da magnetossônica rápida. Neste caso, $\omega = kv_A$ e a par-
 tir da equação (A40) é possível escrever

$$\frac{\text{Im}N}{N} = \frac{\text{Im}\omega_{\vec{k}}}{\omega_{\vec{k}}} \approx \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{m_e}{m_i} \frac{v_{te}}{v_A} \frac{k_{\perp}^2}{kk_z}, \quad (\text{A41})$$

Este valor (equação (A41)) é aproximadamente ω_{ci}^2/ω^2 ve-
 zes $\text{Im}\omega_{\vec{k}}/\omega_{\vec{k}}$ obtido para a onda de Alfvén ideal, portan-
 to, quando $\omega \ll \omega_{ci}$ a onda magnetossônica rápida é
 mais rapidamente amortecida que a onda de Alfvén ideal
 com correção cinética. Observe-se que a contribuição
 para a atenuação da onda magnetossônica rápida devido
 à atenuação de Landau se anula. O mesmo ocorre para a
 onda de Alfvén ideal com respeito à atenuação por tem-
 po de trânsito. Os coeficientes de Cherenkov para as
 ondas de Alfvén discreta, de Alfvén ideal e sibilante
 podem ser obtidos de forma análoga aos casos descritos
 acima.

2. ATENUAÇÃO DE CHERENKOV DA ONDA SUPERFICIAL

No estudo da atenuação de Cherenkov para as ondas su-
 perficiais as complicações algébricas podem ser simpli-
 ficadas consideravelmente se as propriedades de sime -

tria do tensor dielétrico tanto para $k_y = 0$ quanto para $k_y \neq 0$ forem usadas. Assim, após extensas manipulações algébricas, obtém-se o coeficiente de Cherenkov para ondas com $k_y \neq 0$ [17]:

$$\begin{aligned} \text{Im}k_o = & \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{m_e}{m_i} \frac{\exp(-Z_e^2)}{Z_e} \left[\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{k_{\perp}}{k_z} [k_o^2 \epsilon_1 - k_z^2] k_z^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2 k_{\perp}^2 (k_o^2 \epsilon_1^2 - k_o^2 \epsilon_2^2 - k^2 \epsilon_1)}{\omega_{pi}^2 | [1 + j\sqrt{\pi} Z_e W(Z_e)] |^2} \right] \times \\ & \times [2k_o^3 (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) - k_o (k_{\perp}^2 + 2k_z^2) \epsilon_1]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A42})$$

onde

$$k_o = \frac{\omega}{c}$$

e

$$k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$$

A equação (A42) é geral e é válida para qualquer das ondas estudadas no ítem anterior, também é válida para a onda superficial que existe somente quando $k_y \neq 0$. No caso particular da onda superficial k_x, k_y e k_z estão relacionadas através das condições de contorno (ver equação (A25)). Desta forma, o coeficiente de Cherenkov pode ser escrito como [17]:

$$\frac{\text{Im}\omega_{\vec{k}}}{\omega_{\vec{k}}} \approx \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{v_s}{v_A} \frac{k_Y^4}{k_Z^2 (k_Y^2 + k_Z^2)^{\frac{1}{2}} (2k_Y^2 + k_Z^2)^{\frac{1}{2}}} , \quad (\text{A43})$$

Observa-se que este coeficiente é semelhante ao obtido para a onda magnetossônica rápida. Até aqui a relação entre k_Y e k_Z é completamente arbitrária, contudo se determinadas aproximações são introduzidas têm-se[17]:

$$\frac{\text{Im}\omega_{\vec{k}}}{\omega_{\vec{k}}} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} \frac{v_s}{v_A} \frac{k_Y^2}{k_Z^2} , \quad \text{se } k_Y \gg k_Z$$

$$\frac{\text{Im}\omega_{\vec{k}}}{\omega_{\vec{k}}} \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{v_s}{v_A} , \quad \text{se } k_Y \sim k_Z$$

e finalmente,

$$\frac{\text{Im}\omega_{\vec{k}}}{\omega_{\vec{k}}} \approx \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{v_s}{v_A} \left(\frac{k_Y}{k_Z}\right)^4 , \quad \text{se } k_Y \ll k_Z$$

Aplicações destes resultados no estudo do aquecimento da coroa solar são apresentados na referência [17]. Verifica-se que a presença desta onda na coroa solar pode explicar o aquecimento coronal se ela possuir frequência, f , superior a 6Hz.

Assim, verifica-se após os estudos deste ítem, que tanto as ondas magnetossônica rápida e superficial quanto a onda de Alfvén discreta podem aquecer

o plasma ou gerar corrente elétrica não indutiva de duas maneiras: através da absorção direta devido à atenuação de Cherenkov ou através da absorção ressonante, dando origem a uma onda de Alfvén cinética que é subsequentemente absorvida pela atenuação de Landau. Os detalhes sobre a absorção ressonante já foram apresentados na seção A.2 . Até o presente momento, tanto experimentalmente quanto através de cálculos analíticos (ou numéricos) não se pode, ainda, concluir qual das duas situações (modo de conversão ou atenuação de Cherenkov) é a mais eficiente para gerar corrente ou aquecer o plasma usando alguma destas três ondas.

3. ATENUAÇÃO DE CHERENKOV DAS ONDAS CINÉTICAS

Os coeficientes de Cherenkov obtidos nos itens 1 e 2 são válidos para as ondas que não são influenciadas pelo raio de Larmor dos íons, e os elementos do tensor dielétrico (equação (A36)) foram calculados considerando $k_{\perp} \rho_{e,i} \ll 1$. Com esta aproximação não é possível obter a relação de dispersão e nem o coeficiente de Cherenkov para a onda de Alfvén cinética. Assim, neste ítem introduzir-se-ão as devidas correções nos elementos do tensor dielétrico para que o coeficiente de Cherenkov da onda de Alfvén cinética possa ser obtido e

também as correções cinéticas nos coeficientes já obtidos para as outras ondas tratadas aqui.

Ao invés de usar o método perturbativo no sentido dos itens 1 e 2, partir-se-á da forma usual para o coeficiente de atenuação de Cherenkov, conforme mostra a equação (A44) [3,33]

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \frac{\text{Im}(\text{DET}(M_{ij}))}{\frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))} \Big|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \quad (\text{A44})$$

onde M_{ij} é obtido através da equação (A2a). Para um plasma frio obtém-se (ver equação (A3))

$$\text{Re}(\text{DET}(M_{ij})) = \frac{k_z^2}{k^2} N^4 - \epsilon_1 (1 + k_z^2/k^2) N^2 + (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2)$$

Em geral, $\text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))$ é chamado $D(\omega, \vec{k})$ na literatura [3,6]. As duas notações poderão aparecer neste apêndice de acordo com a conveniência do momento. Na equação (A3), os termos provenientes dos efeitos cinéticos não estão presentes, e a relação de dispersão que se obtém a partir da equação $D(\omega, \vec{k}) = 0$, reproduzirá as ondas de um plasma frio. Para obter as correções cinéticas de interesse (raio de Larmor finito dos íons e temperatura finita dos elétrons) é necessário corrigir $\text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))$ e $\text{Im}(\text{DET}(M_{ij}))$. Então, da equação (A2a), o determinante de M_{ij} é dado por

$$\begin{aligned}
\text{DET}(M_{ij}) = & (\epsilon_{xx} k_{\perp}^2 / k^2 + 2\epsilon_{xz} k_z k_{\perp} / k^2 + \epsilon_{zz} k_z^2 / k^2) N^4 - \\
& - (\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} + (\epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + \epsilon_{yz}^2) \frac{k_z^2}{k^2} + \\
& + (\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} + \epsilon_{xy}^2) \frac{k_{\perp}^2}{k^2} - 2(\epsilon_{xy} \epsilon_{yz} - \epsilon_{yy} \epsilon_{xz}) \frac{k_z k_{\perp}}{k^2} - \\
& - \epsilon_{xz}^2) N^2 + (\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} + \epsilon_{xy}^2) \epsilon_{zz} + \epsilon_{xx} \epsilon_{yz}^2 + \\
& + 2\epsilon_{xy} \epsilon_{xz} \epsilon_{yz} - \epsilon_{yy} \epsilon_{xz}^2
\end{aligned} \tag{A45}$$

Para as ondas em estudo é válido considerar $\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} = 0$. Além desta hipótese, também são válidos os resultados $\epsilon_{xx}^{AH} = \epsilon_{xy}^{AH} = \epsilon_{yx}^{AH} = 0$, onde

$$\epsilon_{ij}^{AH} = \frac{1}{2j} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}^*)$$

e também

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^H + j \epsilon_{ij}^{AH}$$

A parte anti-hermitiana (AH) do tensor dielétrico para $i, j = x, y$ anula-se. Isto porque ela está associada à absorção de ciclotron que não é considerada nesta tese. A equação (A45) desta forma pode ser escrita como a se

guir

$$\begin{aligned}
 \text{DET}(M_{ij}) = & (\epsilon_{xx}^H k_{\perp}^2 / k^2 + \epsilon_{zz} k_z^2 / k^2) N^4 + \\
 & + (\epsilon_{xx}^H \epsilon_{zz} + (\epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + \epsilon_{yz}^2) \frac{k_z^2}{k^2} + \\
 & + (\epsilon_{xx}^H \epsilon_{yy} + \epsilon_{xy}^H \epsilon_{xy}) \frac{k_{\perp}^2}{k^2} - \\
 & - 2(\epsilon_{xy}^H \epsilon_{yz}) \frac{k_z k_{\perp}}{k^2} N^2 + \epsilon_{xx}^H \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + \epsilon_{xx}^H \epsilon_{yz}^2
 \end{aligned}
 \tag{A46}$$

Para os casos de interesse nesta tese ϵ_{xx}^H é real e $\epsilon_{xy}^H = j\epsilon_2$. Note-se que a parte anti-hermitiana está associada com a magnitude da perda de energia em um meio fracamente dissipativo [3]. É possível obter, então, o coeficiente de Cherenkov para as ondas cinéticas em geral. A onda de Alfvén cinética é um caso particular destas ondas e será considerada a seguir.

3.a Coeficiente de Cherenkov para a Onda de Alfvén Cinética

Para a onda de Alfvén cinética é possível escrever [3, 26]

$$D(\omega, \vec{k}) = \frac{c^2}{\omega^2} [k_z^2 \epsilon_{zz}^H + k_{\perp}^2 \epsilon_{xx}^H] \quad , \tag{A47}$$

e também

$$\text{Im}(\text{DET}(M_{ij})) = \epsilon_{zz}^{AH} \left(\epsilon_{xx}^H - \frac{c^2}{\omega^2} k_z^2 \right)$$

Assim

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \frac{\epsilon_{zz}^{AH} \left(\epsilon_{xx}^H - \frac{c^2}{\omega^2} k_z^2 \right)}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \quad (\text{A48})$$

Usando as equações (A46), (A48) e (A12) obtém-se

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} \sim \frac{v_A}{v_{te}} \omega_{\vec{k}} \quad (\text{A48}')$$

Examinando a taxa de amortecimento para as ondas magnetoacústicas rápida e superficial, conclui-se que em um plasma com β pequeno (note-se que se considera $v_A \gg v_s$ e $\beta = 2 v_s^2 / v_A^2$) a onda de Alfvén cinética é absorvida mais rapidamente que estas últimas, Isto contrasta com o resultado para a onda de Alfvén ideal (com pequena correção cinética) que é absorvida mais lentamente que as ondas superficial e magnetossônica por um fator ω^2 / ω_{ci}^2 ($\omega \ll \omega_{ci}$). Estes resultados mostram a importância de se considerar o raio de Larmor finito para os íons no caso da onda de Alfvén torsional. Quando se obteve o coeficiente de atenuação de Cherenkov para a onda de Alfvén ideal só se considerou $T_e \neq 0$, mas mante-

ve-se $k_{\perp} \rho_i \ll 1$. Esta correção $T_e \neq 0$ permite o aparecimento de um campo elétrico na direção toroidal (paralelo ao campo magnético de equilíbrio) de primeira ordem. Já no caso da onda de Alfvén cinética, as duas correções combinadas ($\rho_i \neq 0$ e $T_e \neq 0$) garantem o aparecimento de um campo toroidal E_z em ordem zero. A atenuação de Landau não é afetada por β como na atenuação por tempo de trânsito, o que explica a absorção mais rápida da onda de Alfvén cinética mesmo em um plasma com β baixo.

3.b Cálculo do Coeficiente de Cherenkov para as Ondas Cinéticas

As expressões aqui obtidas são válidas para qualquer onda de RF que interaja com o plasma através da atenuação de Cherenkov. Todos os exemplos anteriores são obtidos a partir deste geral. Seguindo assim o mesmo procedimento usado no início desta seção tem-se:

$$D(\omega, \vec{k}) \equiv D^{\text{MHD}}(\omega, \vec{k}) + \frac{1}{\epsilon_{zz}^H} \left[N^4 \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \epsilon_1 + \epsilon_1 (\epsilon_{yz}^H)^2 + \right. \\ \left. + 2\epsilon_{xy}^H \epsilon_{yz}^H \frac{k_{\perp} k_z}{k^2} - (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \frac{k_{\perp}^2}{k^2} - \epsilon_{yz}^H \frac{k_z^2}{k^2} \right] \quad (\text{A49})$$

e aqui $D^{\text{MHD}}(\omega, \vec{k})$ é dado pela equação (A3).

A parte imaginária é escrita

$$\begin{aligned}
 \text{Im}(\text{DET}(M_{ij})) = & \frac{1}{(\epsilon_{zz}^H)^2} \left[\epsilon_{zz}^{AH} N^2 \frac{k_{\perp}^2}{k^2} + (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \frac{k_{\perp}^2}{k^2} + \right. \\
 & + \epsilon_1 (\epsilon_{yz}^H)^2 + 2\epsilon_{xy}^H \epsilon_{yz}^H \frac{k_{\perp} k_z}{k^2} + (\epsilon_{yz}^H)^2 \frac{k_z^2}{k^2} \left. - \right. \\
 & - \epsilon_{yz}^{AH} \left(2\epsilon_{zz}^H \epsilon_{yy}^H N^2 \frac{k_z^2}{k^2} + 2\epsilon_1 \epsilon_{zz}^H \epsilon_{yz}^H \right) + \\
 & + \epsilon_{yy}^H \left(N^2 \frac{k_z^2}{k^2} - \epsilon_1 \right) , \tag{A50}
 \end{aligned}$$

e, assim, obtém-se

$$\begin{aligned}
 \text{Im}\omega_{\vec{k}} = & \frac{\epsilon_{yy}^{AH} \left[N^2 \frac{k_z^2}{k^2} - \epsilon_1 \right]}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} + \frac{\epsilon_{yz}^{AH} []_1}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} + \\
 & + \frac{\epsilon_{zz}^{AH} []_2}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} , \tag{A51}
 \end{aligned}$$

Os valores internos aos colchetes 1 e 2 podem ser obtidos da equação (A50). e o termo $D^{\text{MHD}}(\omega, \vec{k})$, da equação (A3). A contribuição da atenuação de Landau (LD) provém dos termos ϵ_{yz}^{AH} e ϵ_{zz}^{AH} [3,4,17,33], e a contribuição da atenuação por tempo de trânsito (TTMP) origina-se dos termos ϵ_{yy}^{AH} e ϵ_{yz}^{AH} [17,6,33,34]. As equações (A49), (A50) e (A51) foram obtidas, considerando-se $k_y = 0$ e β baixo ($v_{ti} \ll v_A$ e $v_s \ll v_A$).

Para obter o coeficiente de Cherenkov para a

onda superficial cinética, é necessário considerar o tensor dielétrico com $k_y \neq 0$. Assim, pode-se escrever [17,23]:

$$D(\omega, \vec{k}) \equiv D^{\text{MHD}}(\omega, \vec{k}) + \frac{1}{\epsilon_{\text{H}}^{\text{H}}} [\epsilon_1 (\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}})^2 + \epsilon_1 \frac{k_{\perp}^2}{k_{\text{O}}^2} (k_{\perp}^2 + k_{\text{Z}}^2) - \epsilon_1^2 \frac{k_{\perp}^2}{k_{\text{O}}^2} - (\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}})^2 \frac{k_{\text{Z}}^2}{k_{\text{O}}^2}] \quad (\text{A52})$$

$$\begin{aligned} \text{Im}(\text{DET}(M_{ij})) &= \epsilon_{\text{YY}}^{\text{AH}} [k_{\text{Z}}^2/k_{\text{O}}^4 - \epsilon_1/k_{\text{O}}^2] - \epsilon_{\text{YZ}}^{\text{AH}} \times \\ &\times [2(\epsilon_1 \frac{\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}}}{\epsilon_{\text{ZZ}}^{\text{H}}} + \frac{\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}}}{\epsilon_{\text{ZZ}}^{\text{H}}})] + \epsilon_{\text{ZZ}}^{\text{AH}} [\frac{1}{(\epsilon_{\text{ZZ}}^{\text{H}})^2} (\epsilon_1 (\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}})^2 - \\ &- \epsilon_1 \frac{k_{\perp}^2}{k_{\text{O}}^2} + \epsilon_1 [k_{\perp}^2 + k_{\text{O}}^2] \frac{k_{\perp}^2}{k_{\text{O}}^2} - (\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{H}})^2 \frac{k_{\text{Z}}^2}{k_{\text{O}}^2}] \end{aligned} \quad (\text{A53})$$

Então,

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \frac{\epsilon_{\text{YY}}^{\text{AH}} []_1}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} + \frac{\epsilon_{\text{YZ}}^{\text{AH}} []_2}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} + \frac{\epsilon_{\text{ZZ}}^{\text{AH}} []_3}{\frac{\partial D}{\partial \omega}} \bigg|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \quad (\text{A54})$$

onde os valores internos dos colchetes $[]_1$, $[]_2$ e $[]_3$ são provenientes da equação (A53), $k^2 = k_{\text{Z}}^2 + k_{\text{Y}}^2$ e $k_{\text{O}}^2 = \omega^2/c^2$. Tem-se também

$$D^{\text{MHD}}(\omega, \vec{k}) = (k^2 + k_x^2) \frac{k^2}{k_0^2} - \frac{k_y^2 k_x^2}{k_0^2} - (k_x^2 + k_z^2) \frac{\epsilon_1}{k_0^2} - \frac{k^2}{k_0^2} \epsilon_1 + \epsilon_1^2 \quad (\text{A55})$$

e finalmente k_x relaciona-se com k_y e k_z pelas condições de contorno (ver equação (A25)). Aqui novamente $\epsilon_{yz}^{\text{AH}}$ e $\epsilon_{zz}^{\text{AH}}$ contêm a informação sobre a atenuação de Landau e $\epsilon_{yz}^{\text{AH}}$ e $\epsilon_{yy}^{\text{AH}}$ a informação sobre a atenuação por tempo de trânsito. As partes hermitianas do tensor dielétrico (ϵ_{ij}^{H}) são obtidas (usando a definição [4]) da referência [23]

$$\epsilon_{xx}^{\text{H}} = \epsilon_{yy}^{\text{H}}$$

$$\epsilon_{yy}^{\text{H}} = \frac{1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)}{k_{\perp}^2 \rho_i^2} \epsilon_1$$

$$\epsilon_{xy}^{\text{H}} = -\epsilon_{yx}^{\text{H}} = j \epsilon_2$$

$$\epsilon_{xz}^{\text{H}} = \epsilon_{zx}^{\text{H}} = 0$$

$$\epsilon_{zz}^{\text{H}} = \frac{\omega_{pe}^2}{k_z^2 v_{te}^2}$$

$$\epsilon_{yz}^{\text{H}} = -\epsilon_{zy}^{\text{H}} = j \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \omega_{ce}} \frac{k_{\perp}}{k_z}$$

As expressões desenvolvidas nesta seção permitem obter as correções de raio de Larmor finito e de temperatura eletrônica não nula na relação de dispersão e no coeficiente de Cherenkov para as ondas de Alfvén (ideal, discreta, cinética), magnetossônica rápida superficial e sibilante. Dada a sua relevância o caso da onda de Alfvén cinética foi desenvolvido em detalhes no item 3.a .

4. ATENUAÇÃO DE CHERENKOV PARA UMA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ARBITRÁRIA

Todos os resultados obtidos até aqui neste apêndice, foram considerando um plasma com distribuição de velocidades Maxwelliana, tanto na direção paralela ao campo magnético ambiente ($v_{//}$), quanto na direção perpendicular ($v_{\perp}$) e também $T_{//} = T_{\perp}$.

A própria interação das ondas com as partículas desvia a distribuição original de uma Maxwelliana, para uma distribuição a ser determinada de alguma maneira autoconsistente. Esta pode ser obtida usando a teoria quase-linear ou não linear juntamente com o operador de Fokker-Planck para as colisões Coulombianas.

A "competição" entre a difusão quase-linear que desvia a função de distribuição Maxwelliana

ana, através da interação onda-partícula, e a sua restauração pelas colisões Coulombianas, é vital no estudo do aquecimento do plasma e na geração de corrente não indutiva. Quando a função de distribuição das partículas no plasma é arbitrária, a parte anti-hermitiana (ϵ_{ij}^{AH}) do tensor dielétrico pode ser escrita como segue [6,35]:

$$\epsilon_{ij}^{AH} = - \frac{4\pi^2 e^2}{m_e \omega_k} \int_{-\infty}^{\infty} d^3v \delta(\omega_k - k_z v_z) v_{\perp}^2 T_{ij} \hat{L}_k f(\vec{v}, t) \quad (A56)$$

onde, para a interação de Cherenkov,

$$\hat{L}_k = \frac{k_z}{\omega_k} \frac{\partial}{\partial v_z}$$

$$T_{yy} = (J'_0(\lambda))^2$$

$$T_{yz} = -T_{zy} = -j \frac{v_z}{v_{\perp}} J_0(\lambda) J'_0(\lambda)$$

$$T_{zz} = \frac{v_z^2}{v_{\perp}} (J_0(\lambda))^2$$

$$T_{xx} = T_{xy} = T_{yx} = T_{xz} = T_{zx} = 0$$

A equação (A56) pode ser modificada para incluir o amortecimento de ciclotron. Este estudo, porém, está fora do escopo desta tese. Caso haja interesse por este

assunto, as referências [6] e [35] poderão ser consultadas. A forma em que se apresenta ϵ_{ij}^{AH} é válida para as ondas de rádio-freqüência que interagem com os elétrons do plasma através da atenuação de Cherenkov. A priori, a função de distribuição f é desconhecida e, portanto, ϵ_{ij}^{AH} é um funcional de f .

Ao finalizar este apêndice, convém ressaltar que, a discussão sobre as propriedades básicas das ondas de rádio-freqüência de interesse para esta tese foram aqui incluídas para demonstrar a complexidade do problema geral do aquecimento do plasma e da geração de corrente. Houve, ainda, uma tentativa de ordenar todo um conjunto de idéias e resultados que se encontram dispersos na literatura, apresentando nomenclatura confusa e, às vezes, não muito bem compreendidos. Um outro objetivo foi, também, obter algumas relações para uso no corpo da tese mas que não se encontram na literatura. Pode-se citar como exemplos de resultados não disponíveis na literatura o coeficiente de Cherenkov da onda superficial [17] e o coeficiente de Cherenkov da onda de Alfvén discreta [9].

É importante destacar que alguns dos estudos necessários ao desenvolvimento deste trabalho encontravam-se ainda incompletos. Neste apêndice, apresentam-se os referidos estudos com resultados mais completos

no que interessa a esta tese. Como exemplo, pode-se citar o estudo das propriedades básicas da onda de Alfvén cinética [28].

A.5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. Ichimaru, "Basic Principles of Plasma Physics: A Statistical Approach," Benjamin Inc. (1973).
- [2] J.R. Pierce, "Almost All About Waves", MIT Press (1974).
- [3] A.I. Akhiezer, I.A. Akhiezer, Polovin, Sitenko and Stepanov, "Plasma Electrodynamics", volume 1, Pergamon Press (1975).
- [4] A.S. Assis, "Aquecimento de um Plasma usando a Onda de Alfvén Cinética", Tese de Mestrado, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ (1983).
- [5] T.D. Kaladze, A.I. Pyatak and K.N. Stepanov, Sov. J. Plasma Physics 8, 467 (1983).
- [6] J. Preinhaelter and J. Vaclavik, Plasma Physics 9, 653 (1967).
- [7] V.D. Shafranov, "Rev. of Plasma Physics", vol. 3, edited by Acad. M.A. Leontovich Consultants Bureau New York (1967).
- [8] F.W. Perkins, Nuclear Fusion 17, 1197 (1977);
K. Appert, J. Vaclavik and L. Villar, "An Introduction to the Theory of Alfvén Wave Heating", Lecture Notes, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ (1984).
- [9] A.S. Assis, "Current Generated by Low Frequency Waves", Relatório ME-CAPEs, Brasília (1985).

- [10] N.A.Krall and A.W.Trivelpiece, "Principles of Plasma Physics", McGraw-Hill, New York (1973).
- [11] N.J.Fisch, "Theory of Current Drive in Plasmas", Reviews of Modern Physics **59**, 1 (1987).
- [12] M.J.Mayberry, M.Porkolab, K.I.Chen, A.S.Fisher, D.Griffin, R.D.Kaplan, S.C.Luckhardt, J.Ramos, and R.Rohatgi, Phys.Rev.Letters **55**, 829 (1985).
- [13] R.McWilliam and R.C.Platt, Phys.Rev.Letters **56**, 835 (1985).
- [14] K.Appert, J.Vaclavik and L.Villar, Phys.Fluids **27**, 432 (1984).
- [15] K.Appert, G.A.Collins, F.Hofmann, R.Keller, J.B.Lister, A.Pochelon and L.Villar, Phys.Rev. Letters **54**, 1671 (1985).
- [16] A.S.Assis and C.C.Rapozo, "Radio-Frequency Current Drive Project in the Toroidal Machine Dinnammare", Proceedings of the Spring College on Radiation in Plasmas, Trieste, Italy (1987), no prelo.
- [17] A.S.Assis, J.Busnardo-Neto, "Cherenkov Damping of Surface Waves", The Astrophysical Journal **323**, 399 (1987).
- [18] A.Hasegawa, J.Geophysical Research **28**, 5083(1976).
- [19] A.Hasegawa and L.Chen, Phys.Fluids **19**, 1924(1976).
- [20] J.V.Hollweg, Ap.Journal **266**, 273 (1983).

- [21] P.Bonoli, *IEEE Transactions on Plasma Science* PS 12, 95 (1984).
- [22] S.Succi, "Quasilinear Modelling of Lower-Hybrid Current Drive and Related Problems", Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça (1987).
- [23] A.B.Mikhailivskii, "Rev.of Plasma Physics", vol.3, edited by Acad. M.A.Leontovich Consultants Bureau, New York (1967).
- [24] A.Hasegawa, "Kinetic Effects in Magnetohydrodynamic Fluids: A Lecture Note", edited by K.H.Tsui, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ (1983).
- [25] F.W.Perkins, *Nuclear Fusion* 17, 1197 (1977).
- [26] B.D.Fried and S.D.Conte, *The Plasma Dispersion Function*, Academic Press, New York (1961).
- [27] B.P.Duval, A.A.Howling, B.Joye, J.B.Lister, J.M.Moret and F.Ryter, Detailed Effects of the Excited Wave Spectrum in Alfvén Wave Heating on TCA Tokamak, Contributed Papers presented at the 14th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Madrid, Spain, June (1987);
H.Weisen, "La Methode du Contraste de Phase Appliquee a L'Étude des Fluctuations de Densité Dans le Tokamak TCA," Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça (1986).

- [28] T.H.Stix and D.G.Swanson, "Handbook of Plasma Physics"; vol.1, edited by A.H.Galeev and R.N.Su, North-Holland, Amsterdam (1984).
- [29] D.K.Bhadra, C.Chu, R.W.Harvey and R.Prater, Plasma Physics 25, 361 (1983).
- [30] N.J.Fisch, C.F.F.Karney, Phys.Fluids 24, 27(1981); T.H.Stix, Nuclear Fusion 15, 737 (1975).
- [31] R.McWilliam and R.Motley, Phys.Fluids 24, 2022 (1981).
- [32] A.S.Assis, J.Busnardo-Neto and P.H.Sakanaka, Current Generation Using Radio Frequency Waves, 1987 SBMO International Microwave Symposium Proceedings, Rio de Janeiro, Brasil (1987).
- [33] T.Stix, Theory of Plasma Waves, McGraw-Hill, New York (1962).
- [34] C.N.Lashmore-Davies, Plasma Physics 14, 357(1972).
- [35] F.Vasseeen, "Quasilinear Theory of Uniformly Magnetized Inhomogeneous Plasma"; Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça (1986); ver parte anti-hermitiana do tensor dielétrico ϵ_{ij} dado pela equação (A2b).

APÊNDICE B

EQUAÇÃO QUASE-LINEAR E DE FOKKER-PLANCK

B.1 TEORIA QUASE-LINEAR

O objetivo deste apêndice é introduzir o conceito de turbulência bem como re-deduzir uma teoria quase-linear para as ondas eletromagnéticas que interagem com os elétrons através da atenuação de Cherenkov.

Usualmente, a turbulência está conectada com a variação estocástica de alguma quantidade mensurável, como por exemplo o potencial elétrico. Para que uma quantidade seja considerada estocástica, a medida não deve ser reprodutível se se repete o mesmo experimento sob as mesmas condições macroscópicas [1]. A teoria da turbulência em física dos plasmas lida com grandezas estocásticas e os conceitos de estatística podem ser -

-lhe aplicados. No caso da turbulência criada no plasma pela interação das ondas com as partículas, o elenco (ensemble) estatístico pode ser representado como a mistura de dois elencos. o de ondas e o de partículas. Quanto à intensidade, a turbulência pode ser considerada forte ou fraca. Em sentido estrito, uma situação turbulenta é considerada forte se a amplitude de uma quantidade física flutuante é da ordem de, ou maior que , seu valor médio característico. Em um sentido mais amplo, o termo turbulência forte é também usado quando falha a teoria de turbulência fraca [2-5]. Quando se trata de turbulência forte, não existem parâmetros pequenos para se fazer expansões nas equações cinéticas, o que não ocorre com a turbulência fraca. A teoria da turbulência fraca aplica-se a situações em que a densidade de energia da onda, $U = \sum_k U_k$, é muito menor que a densidade de energia térmica: $U \ll n_0 T$.

Usa-se como medida de turbulência [4], a razão entre a densidade de energia da onda e a densidade de energia térmica, $(U/n_0 T)$. A teoria de turbulência fraca envolve a combinação da aproximação quase-linear para as interações onda-partícula e a aproximação das fases aleatórias para o fechamento do sistema de equações quase-linear (random phase approximation - rpa). Em geral, a descrição de uma quantidade aleatória requer

uma completa especificação da distribuição de probabilidades de todas as amplitudes e também das fases das componentes de Fourier que representam esta quantidade. Isto não é prático por razões óbvias. A aproximação das fases aleatórias é útil, exatamente, para transpor estes obstáculos, e ela pode ser enunciada como segue [4]: as fases são independentes uma das outras e são uniformemente distribuídas no intervalo $[0, 2\pi]$.

Esta aproximação é válida para processos aleatórios estacionários e homogêneos, uma vez que a correlação na aproximação das fases aleatórias é invariante por translação no tempo e no espaço [4].

Na teoria quase-linear, estuda-se a interação de um elenco de ondas com um elenco de partículas. As equações da teoria quase-linear podem ser obtidas da equação de Vlasov. Esta, por sua vez, pode ser obtida da equação de Liouville, usando um processo de média e não considerando as colisões Coulombianas. Como consequência, espera-se que as propriedades físicas conservadas pela equação de Vlasov (número de partículas, momento e energia) sejam também conservadas na teoria quase-linear. A equação de Vlasov descreve a evolução temporal da função de distribuição do fluido no espaço de fase devido à ação dos campos eletromagnéticos médios, autoconsistentes. Esta equação é por natureza não

linear e é difícil, portanto, encontrar uma solução exata para o problema. Muita informação importante pode ser obtida desta equação introduzindo-se expansões convenientes. Por exemplo, linearizando a equação de Vlasov torna-se possível obter informações sobre o amortecimento não colisional de Cherenkov, o que não acontece com um simples modelo de fluidos [4,6]. Se considerar-se a seguir a ordem mais baixa da expansão não linear da equação de Vlasov, estar-se-á de posse da equação quase-linear. O termo quase-linear enfatiza que a expansão em consideração é linear na razão entre a densidade de energia eletromagnética (U) e a térmica das partículas ($n_0 T$) e é quadrática na amplitude dos campos eletromagnéticos flutuantes. A equação quase-linear descreve a evolução temporal em uma escala lenta da função de distribuição média das partículas. A teoria quase-linear não pode descrever, por sua própria estrutura, processos não lineares de ordem mais alta, tais como a interação onda-onda. Esta representa, no entanto, a teoria cinética mais simples, capaz de descrever a troca de energia e momento entre as ondas e as partículas - assunto de interesse desta tese. Em aplicações da teoria quase-linear como o estudo da geração de corrente elétrica não indutiva, ou mesmo no estudo do aquecimento do plasma, as colisões Coulombia

nas são introduzidas "ad hoc". A "competição" entre as colisões Coulombianas que tendem a levar a função de distribuição média das partículas em direção a uma Maxwelliana e a difusão no espaço das velocidades, causada pela interação quase-linear, representam a base no estudo da geração de corrente elétrica não indutiva considerada nesta tese.

B.1.1 TEORIA QUASE-LINEAR PARA A ONDA DE ALFVÉN CINÉTICA

Obter-se-á, com base no estudo até aqui desenvolvido, o sistema de equações da aproximação quase-linear para a onda de Alfvén cinética (OAC). Usar-se-á, então, a equação de deriva cinética (drift kinetic equation) para os elétrons. Esta equação é mais simples que a equação de Vlasov e representa uma boa aproximação para ela, sempre que o raio de Larmor das partículas for pequeno, quando comparado com o comprimento da onda perpendicular ao campo magnético ambiente ($k_{\perp} \rho_c \ll 1$) [7, 8]. A escolha do OAC justifica-se pela sua importância em plasmas para fusão e, também, em plasmas espaciais [8]. A equação de deriva cinética para os elétrons é dada por [8]

$$\frac{df_e}{dt} = \frac{\partial f_e}{\partial t} + v_z \frac{\partial f_e}{\partial z} + \nabla_{\perp} \cdot (\vec{v}_d f_e) - \frac{e}{m_e} (E_z + (\vec{v}_d \times \vec{B}_{\perp}) \cdot \hat{z}) \frac{\partial f_e}{\partial v_z} = 0 \quad (B1)$$

com

$$\vec{v}_d = \frac{\vec{E}_{\perp} \times \vec{B}_0}{B_0^2} + \frac{\vec{B}_{\perp}}{B_0} v_z, \quad (B2)$$

onde todos os termos estão definidos na referência[8]. Note-se que, para a OAC em um plasma de baixo β , o campo magnético da onda na direção do campo magnético ambiente é pequeno ($B_z \approx 0$). Seguindo, então, o procedimento usual na teoria quase-linear [1-8], pode-se escrever:

$$f_e(\vec{x}, \vec{v}, t_1, t_2) = \langle f_e \rangle(\vec{x}, \vec{v}, t_1) + \tilde{f}_e(\vec{x}, \vec{v}, t_2); \quad t_1 \gg t_2$$

onde a função $\langle f_e \rangle$ é o valor médio de f_e e varia em uma escala de tempo lenta (t_1) e é, normalmente, tomada como Maxwelliana considerando que a função de distribuição de equilíbrio em um tokamak não é bem conhecida. Isto não deve ser verdade em plasmas limitados do tipo encontrado nas máquinas de plasma duplo por exemplo. A variação lenta de $\langle f_e \rangle$ no tempo é devido à interação ressonante do elenco das OAC com o elenco de elétrons. A função $\tilde{f}_e$ representa a parte da função de distribuição que oscila em uma escala rápida da mesma forma que

os campos. Assim, considerando um plasma homogêneo ($\partial/\partial \vec{x} = 0$), a equação quase-linear para a função de distribuição média dos elétrons $\langle f_e \rangle$ pode ser obtida da equação (B1), tendo-se em mente que as flutuações rápidas são zeradas em média. Desta forma, tem-se [8]

$$\begin{aligned} & \left\langle \frac{\partial}{\partial t} (\langle f_e \rangle + \tilde{f}_e) \right\rangle - \frac{e}{m_e} \langle \tilde{E}_z \frac{\partial}{\partial v_z} (\langle f_e \rangle + \tilde{f}_e) \rangle - \\ & - \frac{e}{m_e} \langle (\vec{v}_d \times \vec{B}_0) \cdot \hat{z} \frac{\partial}{\partial v_z} (\langle f_e \rangle + \tilde{f}_e) \rangle = 0 \end{aligned} \quad (B3)$$

uma vez que

$$\langle \tilde{f}_e \rangle = 0,$$

$$\langle \tilde{E} \rangle = 0$$

e

$$\langle \tilde{B} \rangle = 0.$$

Ainda mais, visto que

$$B_z = 0$$

$$\vec{v}_d = \frac{E_y}{B_0} \hat{x} + v_z \frac{B_x}{B_0} \hat{y},$$

$$\langle (\vec{v}_d \times \vec{B}_0) \cdot \hat{z} \frac{\partial f_e}{\partial v_z} \rangle = 0,$$

$$\langle v_z \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial z} \rangle = 0 \quad ,$$

e

$$\langle \nabla_{\perp} \cdot (\vec{v}_d f_e) \rangle = \langle \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{B_0} (E_y + v_z B_x) f_e \rangle = 0$$

então, a equação (B3) pode ser escrita como segue

$$\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} - \frac{e}{m_e} \langle \tilde{E}_z \frac{\partial \tilde{f}_e}{\partial v_z} \rangle = 0 \quad . \quad (B4)$$

O termo $\tilde{f}_e$ é a resposta linear e $\langle f_e \rangle$ representa o valor médio de f_e que está relacionado com $\tilde{f}_e$ através da equação de deriva linearizada (ver eq.(B1)) dada abaixo

$$\frac{\partial \tilde{f}_e}{\partial t} + v_z \frac{\partial \tilde{f}_e}{\partial z} - \frac{e}{m_e} \tilde{E}_z \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} = 0 \quad . \quad (B5)$$

A resposta linear da função de distribuição $\tilde{f}_e$ pode ser expressa em termos da decomposição de Fourier, isto é,

$$\tilde{f}_e = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{f}_{e\vec{k}} \exp j(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) d^3k \quad ,$$

e da mesma forma para o campo

$$\tilde{E}_z = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_{z\vec{k}} \exp j(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) d^3k \quad .$$

Então, a equação (B4) pode ser escrita como abaixo:

$$\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} - \frac{e}{m_e} \left\langle \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_{z\vec{k}} \exp j(\vec{k} \cdot \vec{x}_0 - \omega t) d^3k \right\rangle \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial v_z} \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{f}_{e\vec{k}} \exp j(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) d^3k \rangle = 0, \quad (B6)$$

A componente de Fourier $\tilde{f}_{e\vec{k}}$ é obtida da equação (B5) e é dada por

$$\tilde{f}_{e\vec{k}} = jvP \left[- \frac{e}{m_e} \frac{1}{k_z v_z - \omega_k} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} \tilde{E}_{z\vec{k}} \right] -$$

$$- \frac{e}{m_e} \delta(k_z v_z - \omega_k) \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} \tilde{E}_{z\vec{k}} \quad (B7)$$

Na equação (B7) o termo com o valor principal vP representa a difusão falsa (fake diffusion) das partículas não ressonantes no espaço das velocidades, enquanto o termo com a função δ de Dirac representa a difusão de partículas ressonantes ($\omega_k = k_z v_z$). Substituindo, então, $\tilde{f}_{e\vec{k}}$ obtido da equação (B7) na equação (B6) e tendo em mente que a média de $\exp(\pm 2j\omega t)$ é zero e que além disto, se tem (rpa):

$$\langle e^{j(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{x}} \rangle_{\vec{x}} = \delta(\vec{k}-\vec{k}')$$

a equação (B6) torna-se:

$$\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D\{\langle f_e \rangle\} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} \quad (B8)$$

onde

$$D\{\langle f_e \rangle\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \int |\tilde{E}_{z\vec{k}}|^2 \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) d^3k \quad (B9)$$

A equação (B8) é chamada de equação de difusão no espaço das velocidades (difusão na direção v_z) e o coeficiente de difusão D é um funcional de $\langle f_e \rangle$ através de $|\tilde{E}_{z\vec{k}}|^2$. O sistema quase-linear para ser completo necessita de uma equação para a evolução temporal do espectro dada por

$$\frac{\partial |\tilde{E}_{z\vec{k}}|^2}{\partial t} = (2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - \nu_{\text{col}}) |\tilde{E}_{z\vec{k}}|^2 \quad (B10)$$

onde (ver apêndice A)

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \frac{\epsilon_{zz}^{\text{AH}} \left(N^2 \frac{k_z^2}{k^2} - \epsilon_{xx}^{\text{H}} \right)}{\frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}(\text{DET } M_{ij})} \Big|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \quad (B11)$$

e o termo $\text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))$ é dado como segue:

$$\text{Re}(\text{DET}(M_{ij})) = \frac{c^2}{\omega^2} [k_z^2 \epsilon_{zz}^{\text{H}} + k_{\perp}^2 \epsilon_{xx}^{\text{H}}] \quad (B12)$$

O termo v_{col} é o coeficiente de amortecimento (B12) colisional não ressonante da OAC. A relação de dispersão para a OAC é obtida fazendo $\text{Re}(\text{DET}(M_{ij})) = 0$. Ela é dada por

$$\omega_k = k_z^2 v_A^2 \left[\frac{k_{\perp}^2 \rho_i^2}{1 - I_0(k_{\perp}^2 \rho_i^2) \exp(-k_{\perp}^2 \rho_i^2)} + \frac{T_e}{T_i} k_{\perp}^2 \rho_i^2 \right] \quad (\text{B13})$$

O sistema de equações (B8 - B13) é completo para o estudo da interação quase-linear de um elenco de OAC com os elétrons.

Para aplicar o sistema de equações acima deduzido, para o estudo da geração de corrente, que é o caso desta tese, um termo de colisão deve ser introduzido na equação (B8) de forma "ad hoc", uma vez que a dedução da mesma foi feita a partir da equação de Boltzmann não colisional (equação de Vlasov). Além do termo de colisão na equação (B8), um termo fonte proveniente das ondas lançadas pela antena externa deve ser introduzida na equação (B10). Convém notar que só haverá difusão se E_{zk} for diferente de zero, conseqüentemente a onda de Alfvén ideal não pode causar difusão na velocidade paralela ao campo magnético ambiente (v_z), visto que $E_{zk} = 0$ e $B_{zk} = 0$. Ela pode, todavia, difundir na velocidade perpendicular ao campo magnético ambiente ($v_{\perp}$), via amortecimento ciclotrônico, mas este

assunto está fora do contexto desta tese.

O sistema de equação (B8 - B13) não é válido somente para a OAC, mas vale para qualquer onda eletromagnética de baixa frequência, que interaja com o plasma através da atenuação de Landau ($\omega \ll \omega_{ci}$)

B.1.2 TEORIA QUASE-LINEAR PARA UMA ONDA DE RF ARBITRÁRIA

Para obter-se a equação de difusão para a OAC, a aproximação $\tilde{E}_z = 0$ foi usada considerando-se que na OAC a interação principal é a de Landau. Nesta seção introduzir-se-á a equação de difusão válida, quando ambos $\tilde{E}_z$ e $\tilde{B}_z$ são diferentes de zero, ou seja, quando as interações principais são a atenuação de Landau ($\tilde{E}_z \neq 0$) e a atenuação por tempo de trânsito ($\tilde{B}_z \neq 0$) (transit-time magnetic pumping - TTMP).

Seguindo o mesmo procedimento usado no caso da atenuação de Landau (seção B.1.1), a equação de difusão pode ser escrita como [4]:

$$\frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D\{\langle f_e \rangle\} \frac{\partial \langle f_e \rangle}{\partial v_z} , \quad (B16)$$

onde

$$D\{<f_e>\} = \frac{\pi}{(2\pi)^3} \left(\frac{e}{m_e}\right)^2 \int |\vec{E}_{z\vec{k}} - j \frac{m_e k_z v_z^2}{2eB} B_{z\vec{k}}|^2 \times$$

$$\times \delta(\omega_{\vec{k}} - k_z v_z) d^3k \quad , \quad (B17)$$

os termos $\omega_{\vec{k}}$, $\vec{E}_{z\vec{k}}$, $\vec{B}_{z\vec{k}}$, e k_z são a frequência angular da onda de rádio frequência que interage com os elétrons, o campo elétrico da onda paralelo ao campo magnético de equilíbrio, o campo magnético da onda paralelo ao campo magnético de equilíbrio e o número de onda paralelo ao campo magnético ambiente, respectivamente. A equação (B16) reproduz o resultado anterior quando $\vec{B}_{z\vec{k}} = 0$ e da mesma forma deve ser complementada com as seguintes equações

$$\frac{\partial U_{\vec{k}}}{\partial t} = (2\text{Im}\omega_{\vec{k}} - \nu_{\text{col}})U_{\vec{k}} + P_{\vec{k}} \quad , \quad (B18)$$

O termo $U_{\vec{k}}$ é a densidade de energia espectral da onda. Este termo é dado por

$$U_{\vec{k}} = \frac{1}{16\pi} \left[\vec{B}_{\vec{k}} \cdot \vec{B}_{\vec{k}}^* + E_{\vec{k}} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \vec{\epsilon}^H) \cdot \vec{E}_{\vec{k}}^* \right] \quad (B19)$$

e, nesta equação, todos os termos já foram definidos no apêndice A. O termo $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ representa o coeficiente de Cherenkov (LD e TTMP); o termo ν_{col} representa a

absorção não ressonante das ondas de RF devido às colisões Coulombianas e, finalmente, $P_{\vec{k}}$ representa a fonte de RF externa que gera as ondas. O termo $P_{\vec{k}}$ é um dado do problema e $\text{Im}\omega_{\vec{k}}$ é obtido por (ver apêndice A)

$$\text{Im}\omega_{\vec{k}} = \frac{\epsilon_{YY}^{AH} (N^2 \frac{k_z^2}{k^2} - \epsilon_{XX}^H)}{\frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))} \Big|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} , \quad (\text{B20})$$

para a interação proveniente do TTMP. Para a interação devido à atenuação de Landau (e os termos cruzados ϵ_{yz} e ϵ_{zy}) tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Im}\omega_{\vec{k}} = & [N^2 \epsilon_{ZZ}^{AH} [N^2 \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \epsilon_{XX}^H + \epsilon_{XX}^H (\epsilon_{YZ}^H)^2 + \\ & + \frac{k_{\perp}^2}{k^2} [(\epsilon_{XX}^H)^2 - (\epsilon_{YY}^H)^2] + \frac{2k_{\perp}k_z}{k^2} \epsilon_{YZ}^H \epsilon_{XY}^H] - \\ & - 2\epsilon_{YZ}^{AH} [N^2 \frac{k_z^2}{k^2} \epsilon_{ZZ}^H \epsilon_{YZ}^H + \epsilon_{XX}^H \epsilon_{ZZ}^H \epsilon_{YZ}^H] \Big|_{\omega=\omega_{\vec{k}}} \times \\ & \times [|\epsilon_{ZZ}^H|^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}(\text{DET}(M_{ij}))]_{\omega=\omega_{\vec{k}}}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B21})$$

todos os termos já foram definidos no apêndice A.

A relação de dispersão $\omega = \omega(\vec{k})$, é obtida da equação

$$\text{Re DET}(M_{ij}) = 0 \quad (\text{B22})$$

O sistema de equações (B16) - (B22) é fechado e permite o estudo da interação quase-linear de Cherenkov entre um elenco de ondas de RF e os elétrons do plasma. Este sistema está construído de uma forma a possibilitar o estudo da geração de corrente de maneira autoconsistente. Como já foi mencionado anteriormente, um operador de colisão deve ser introduzido de forma "ad hoc" na equação (B16) para que o estudo da geração de corrente e, também, do aquecimento do plasma seja possível.

Na próxima seção, estudar-se-á o operador de colisão adequado ao problema proposto nesta tese. Como o plasma em estudo, por hipótese, é totalmente ionizado, considerar-se-á um operador de Fokker-Planck para colisões Coulombianas elétron-elétron e elétron-íon. Note que, rigorosamente falando, a equação quase-linear deveria ser deduzida a partir da equação de Boltzmann

$$\left. \frac{df_e}{dt} = \frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{Fokker-Planck}} \quad (\text{B23})$$

e, como consequência, o operador de colisão estaria autoconsistentemente incorporado ao sistema de equações da aproximação quase-linear. Este não é, entretanto, o processo padrão em trabalhos sobre a geração de corren

te e aquecimento do plasma, uma vez que levaria a complicações relativamente insuperáveis. É nossa convicção que uma dedução da equação de difusão quase-linear a partir da equação (B23) certamente levaria à obtenção de um coeficiente de difusão bastante diferente que o tradicional (equação (B17)). A consequência da afirmação acima seria a necessidade de modificação dos cálculos até aqui feitos usando o operador de colisão "ad hoc", a não ser em casos limites em que os dois resultados coincidiriam. Nesta tese será seguido o procedimento padrão, e as modificações provenientes de uma teoria quase-linear mais consistente será, possivelmente, motivo de trabalho posterior.

B.2 OPERADOR DE FOKKER-PLANCK PARA AS COLISÕES COULOMBIANAS

Uma forma para a equação de Fokker-Planck que descreve a evolução temporal da função de distribuição em um campo de Coulomb é obtida como segue [9,10]

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{col}} = - \nabla_{\vec{v}} \cdot (\langle \Delta \vec{v} \rangle f) + 1/2 \nabla_{\vec{v}} \cdot [\nabla_{\vec{v}} \cdot (\langle \Delta \vec{v} \Delta \vec{v} \rangle f)] \quad (\text{B24})$$

As formas explícitas para $\langle \Delta \vec{v} \rangle$ e $\langle \Delta \vec{v} \Delta \vec{v} \rangle$ podem ser encontradas na referência [11]. O primeiro termo ao lado

direito da equação (B24) representa a fricção dinâmica e o segundo termo, a difusão colisional no espaço das velocidades [12]. A atuação destes dois termos está esquematizada na figura 1.

Observe-se que a equação (B24) é uma equação não linear visto que $\langle \Delta \vec{v} \rangle$ e $\langle \Delta \vec{v} \Delta \vec{v} \rangle$ são ambos funcionais de f [11]. O operador de colisão dado pela equação (B24) conserva número de partículas, momento e energia. Escolhendo-se este operador na forma em que está (não linear) para completar a equação de evolução quase-linear da função de distribuição (equação (B16)), forçosamente ter-se-á de introduzir-lhe termos de perdas. De outra maneira esta equação nunca atingirá um estado estacionário ($\partial f / \partial t = 0$) pois a energia depositada no plasma pela RF ou por aquecimento ôhmico não terá como sair do sistema e a distribuição terá sua largura evoluindo indefinidamente. Considerando que os mecanismos de transporte de partículas, energia e momento em tokamaks ainda não são bem conhecidos [13], não faz sentido trabalhar com um operador completamente não linear que, por certo, introduzirá complicações, senão insuperáveis, porém difíceis de se transpor, sem que haja o conhecimento de modelos precisos para as fontes e sumidouros de partículas, momento e energia nestas máquinas. Assim, o uso de um operador de colisão mais

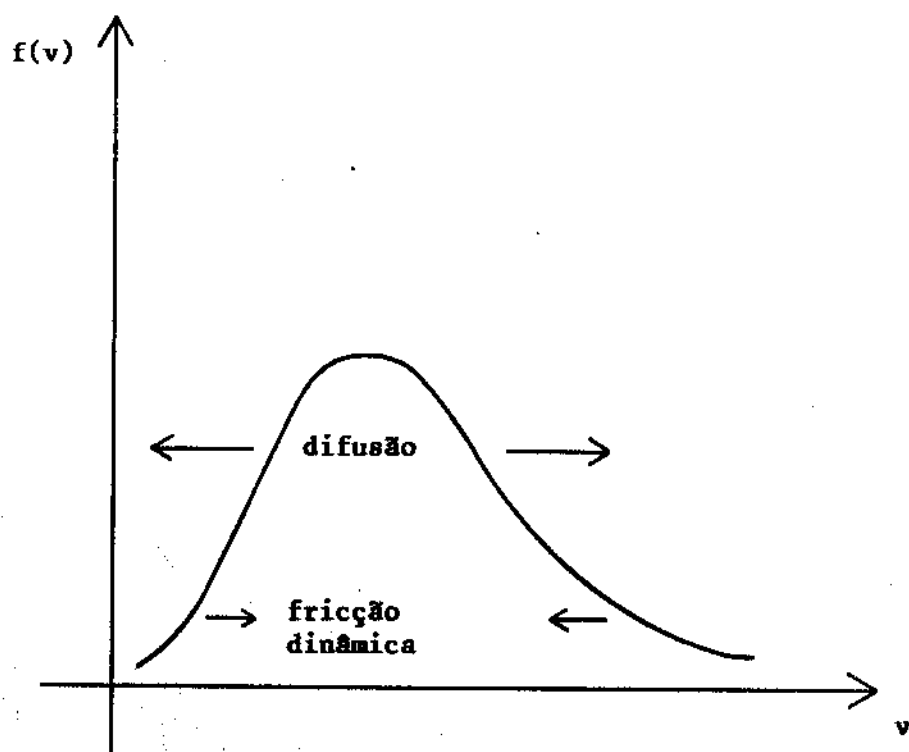


Figura 1

Ilustração do processo de "competição" entre a fricção dinâmica e a difusão no espaço das velocidades [12].

simples (linearizado) fica justificado neste contexto. É bom, no entanto, que se diga que há trabalhos em que a tentativa de introduzir o problema do transporte na geração de corrente está presente [14]. Um operador linearizado é válido quando a função de distribuição f não se afasta demasiadamente de uma Maxwelliana. Isto ocorre quando o processo é dominado pelas colisões ou quando a fonte de rádio-freqüência não distorce demasiadamente a função f . Desta forma, o operador de colisão pode ser expandido no espaço funcional na vizinhança da Maxwelliana [15], e uma expressão mais simples para o operador pode ser obtida.

Para o operador de colisão na forma linearizada, tem-se ($C_{ee}(f_e, f_e) = 0$) [15]:

$$\left. \frac{\partial f_e}{\partial t} \right|_{\text{col}} = C_{ee}(f_e, f_{Me}) + C_{ee}(f_{Me}, f_e) + C_{ei}(f_e, f_{Mi}) \quad (B25)$$

onde

$$C_{ej} = \frac{n_j \Gamma_{ej} m_e}{v^2 m_j} \frac{\partial}{\partial v} (A_j(v) (f_e + \frac{T_j}{T_e} \frac{1}{2b_{ev}} \frac{\partial}{\partial v} f_e)) + \\ + \frac{n_e \Gamma_{ej}}{2v^3} B_j(v) \frac{\partial}{\partial p} ((1 - p^2) \frac{\partial}{\partial p} f_e)$$

com

$$f_{nj}(v) = n_j \frac{b_j^{3/2}}{\pi^{3/2}} \exp(-b_j v^2) \quad ,$$

$$2b_j = \frac{m_j}{T_j} = \frac{1}{v_{tj}^2} \quad ,$$

$$\Gamma_{ej} = \frac{4\pi e^4}{m_e^2} z_j^2 \ln(\lambda_D/d_0) \quad ,$$

$$A_j(v) = \operatorname{erf}(v\sqrt{b_j}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} v \sqrt{b_j} \exp(-b_j v^2) \quad ,$$

$$B_j(v) = \left(1 - \frac{1}{2b_j v^2}\right) \operatorname{erf}(v\sqrt{b_j}) + \frac{\exp(-b_j v^2)}{\sqrt{\pi} v \sqrt{b_j}} \quad ,$$

$$v = (v_{//}^2 + v_{\perp}^2)^{\frac{1}{2}} \quad ,$$

$$p = \frac{v_{//}}{v}$$

λ_D é o comprimento de Debye e d_0 é o parâmetro de impacto crítico. O operador $C_{ee}(f_{Me}, f_e)$ é o que assegura a conservação do momento paralelo dos elétrons nas colisões elétron-elétron. Este operador é integral, muito complicado e pode ser escrito como segue:

$$C_{ee}(f_{Me}, f_e) = \sum_{l=0}^{\infty} C_{ee}(f_{Me}(v), f_e^{(l)}(v) P_l(\cos\theta))$$

onde todos os termos são definidos na referência [15]. A partir deste operador, é possível obter-se um mais

simples (truncado) que assegura a conservação de momento paralelo [15]

$$C_{ee}(f_{Me}, f_e) = C_{ee}(f_{Me}(v), f_e^{(1)}(v) \cos\theta)$$

Mesmo com estas simplificações $C_{ee}(f_{Me}, f_e)$, ainda é complicado. Uma forma de superar, em parte, este problema é considerar a distribuição de equilíbrio (f_{Me}) com um certo "drift" v_d na direção paralela. O valor de v_d é determinado impondo que a força total sobre os elétrons ressonantes exercida pelos elétrons do corpo (background) da Maxwelliana seja nula. Assim, $C_{ee}(f_e, f_{Me})$ pode ser escrito como [15]

$$C_{ee}(f_e, f_{Me}) = C_{ee}(f_e(v), f_{Me}(|\vec{v} - v_d \hat{u}_{//}|))$$

Este operador conserva momento paralelo por construção (mas não conserva energia) e não precisa ser complementado com $C_{ee}(f_{Me}, f_e)$. É claro que a distribuição de partículas não ressonantes não é somente uma Maxwelliana com "drift", porém este modelo é uma razoável aproximação.

O operador de colisão pode ser ainda mais simplificado se se considerar a distribuição de "background" (elétrons e íons) uma Maxwelliana com largura

fixa e sem "drift", ou seja, o operador de colisão não conserva energia e momento. Este modelo foi usado por Kulsrud [16] para estudar elétrons evasores (runaway electrons) e, também, no estudo da geração de corrente por RF [17]. Neste modelo, a energia depositada nos elétrons ressonantes (test electrons) é transferida para os elétrons não ressonantes (field electrons) que constituem a população maior de elétrons (bulk electrons) e que neste modelo é tratada como uma população separada. A energia é, então, perdida para o sistema em uma forma não especificada [13]. A ausência de conservação de momento neste operador unidimensional introduz um erro de aproximadamente um fator 2 para baixa eficiência de geração de corrente por ondas de baixa velocidade de fase (onda de Alfvén cinética, superficial, magnetossônica rápida e de Alfvén discreta). Para ondas de alta velocidade de fase (híbrida inferior e sibilante), este erro é, com efeito, desprezível uma vez que os elétrons ressonantes com estas ondas colidem muito menos com os elétrons do "bulk" que os do "bulk" colidem com os íons. Logo, todo momento depositado nos elétrons do "bulk" é perdido rapidamente para os íons e o "drift" é, então, desprezível.

Para deduzir o operador de colisão unidimensional mencionado acima, considere o operador de coli-

são $C_{e\alpha}$ escrito na forma abaixo [18]

$$C_{e\alpha} = \frac{2\pi\ln\lambda}{m_e} \frac{e^2 e_\alpha^2 n_e}{\partial v_i} \left[\frac{2v_i}{m_j} f_e(\vec{v}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{m_e} \left[v^2 \delta_{ij} - v_i v_j + \frac{T_j (3v_i v_j - v^2 \delta_{ij})}{v^2} \right] \frac{\partial f_e(\vec{v})}{\partial v_j} \right]$$

onde

$$\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha} \equiv \left. \frac{\partial f_e(v)}{\partial t} \right)_{\text{col}}$$

e

$$e, e_\alpha, n_e, m_e, m_\alpha, T_\alpha \text{ e } \ln\lambda$$

são as cargas das partículas "e" e α , a densidade dos elétrons, a massa do elétron, a massa da partícula da espécie α , a temperatura das partículas da espécie α e, finalmente, $\ln\lambda$ é o logaritmo de Coulomb. Os índices i, j podem assumir os símbolos x, y, z .

Uma forma também comum para se escrever o operador de colisão $\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha}$ é a seguinte:

$$\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha} \equiv \left. \frac{\partial f_e(\vec{v})}{\partial t} \right)_{\text{col}} \equiv \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \cdot \vec{S}$$

onde o termo $\vec{S}$ representa o fluxo de partículas no espaço das velocidades induzido pelas colisões Coulombianas. A equação (B25) pode ainda ser escrita de maneira mais simples, quando a distribuição de velocidades na direção perpendicular ao campo magnético ambiente for considerada Maxwelliana. Então, tomando a média nas velocidades perpendiculares tem-se

$$\overline{\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha}} = 2\pi \int v_{\perp} \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \cdot \vec{S} dv_{\perp} \quad (B26)$$

Esta integral (B26) pode ser consideravelmente simplificada se for lembrado que

$$\vec{S}(\pm\infty) = \vec{0}$$

e, desta forma, a equação (B26) torna-se:

$$\overline{\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha}} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial v_z} S_z dv_x dv_y \quad (B27)$$

A equação (B27) pode ser integrada com mais facilidade nos limites $v_z \ll v_{te}$ ou $v_z \gg v_{te}$. Então,

$$\overline{\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha}} = \frac{d}{dv_z} v_{eff} \left(v_z F(v_z) + v_{te}^2 \frac{dF(v_z)}{dv_z} \right), \quad v_z \ll v_{te} \quad (B28)$$

$$\overline{\sum_{\alpha=e,i} C_{e\alpha}} = \frac{d}{dv_z} v(v_z) \left((v_z F(v_z) + v_{te}^2 \frac{dF(v_z)}{dv_z}) \right), \quad v_z \gg v_{te} \quad (B29)$$

onde

$$f_e = \langle f_e \rangle + \tilde{f}_e; \langle f_e \rangle = F_M(v_\perp) F(v_z); \langle f_e \rangle = \langle f_e^{nr} \rangle + \langle f_e^r \rangle;$$

$$\langle f_e^{nr} \rangle \equiv f_{Me}$$

$$v_{eff} = v_{ee} + \frac{3\pi}{4} v_{ei}, \quad v(v_z) = v_0 (2 + z)/v_z^3$$

$$v_0 = v_{ei} v_{te}^3$$

com

$$v_{e\alpha} = [4\sqrt{2} \ln \lambda (e e_\alpha) n_\alpha] [3\sqrt{m_e} T_e^{3/2}]^{-1}$$

é a taxa na qual os elétrons colidem com as partículas da espécie α [19].

O operador de colisão obtido pela equação (B28) é aplicável no caso das ondas de baixa velocidade de fase como as ondas de Alfvén discreta e cinética, magnetossônica rápida e superficial. A equação (B29) é aplicável ao caso das ondas de alta velocidade de fase como a onda híbrida inferior, sibilante e magnetossôni

ca rápida.

Para completar o estudo feito neste apêndice, escrever-se-á, então, a equação quase-linear de evolução da função de distribuição média das partículas da espécie α , sob a ação de um campo elétrico estático $\vec{E}$, uma fonte de rádio-freqüência $\vec{S}_{RF}$ e das colisões Coulombianas $\vec{S}_{col}$. Esta equação é dada como segue [15]:

$$\frac{\partial f_{\alpha}(\vec{v})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \cdot (\vec{S}_{RF} + \vec{S}_{col}) - \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \vec{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{v}},$$

onde

$$\frac{\partial}{\partial \vec{v}} \cdot \vec{S}_{col} \equiv \sum_{\beta} C_{\alpha\beta}$$

é o operador de colisão, descrevendo as colisões entre as partículas da espécie α e β . $\vec{S}_{RF}$ é o fluxo de partículas no espaço das velocidades, induzido pela RF que pode ser obtido através da teoria quase-linear; $\vec{S}_{col}$ é o fluxo de partículas no espaço das velocidades devido às colisões Coulombianas e $\vec{E}$ é, ainda, o campo elétrico estático (dc), associado à voltagem nos tokamaks [20]. Em princípio, os fluxos $\vec{S}_{RF}$ e $\vec{S}_{col}$ são completamente arbitrários em geometria (toroidal ou não) e dimensão (1D, 2D).

O interesse maior deste trabalho é, entretan

to, focalizar o problema da geração de corrente auto-consistente pela atenuação de Cherenkov. Isto muito mais que introduzir complicações que poderiam mascarar os resultados pelas muitas hipóteses simplificadoras para um cálculo analítico [15,21] ou pelos "truques" no caso de cálculo numérico [13,15,20].

Assim, adotar-se-á um operador de colisão unidimensional, interação quase-linear de Cherenkov, nenhum campo elétrico estático presente.

Com este modelo simples, ter-se-á condição de julgar, exatamente, quando é válido, ou não, adotar um formalismo não autoconsistente sem afetar os resultados obtidos. O referido modelo está esquematizado na figura 2.

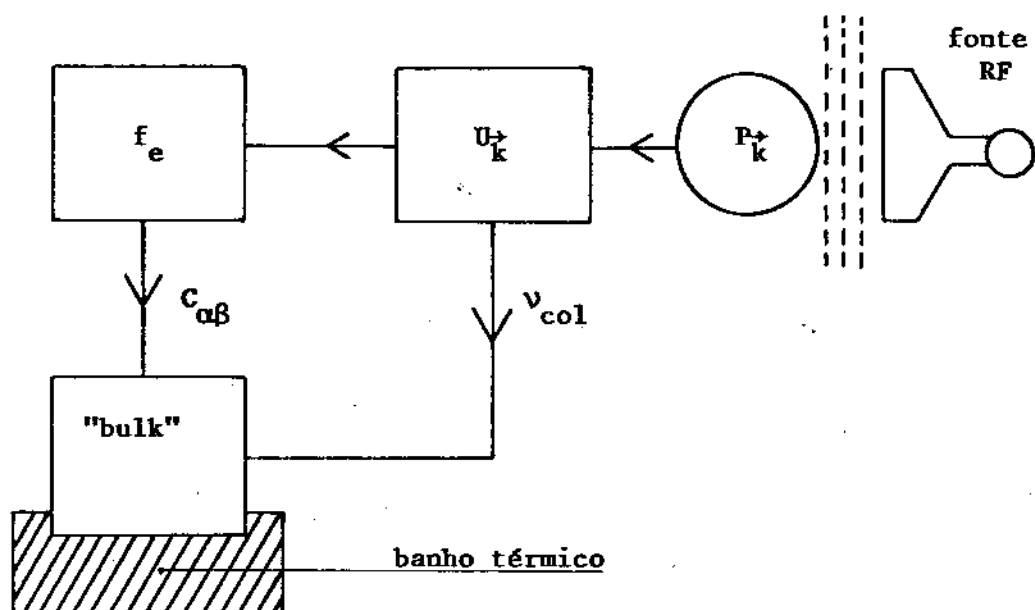


Figura 2
Modelo usado para o estudo da geração de corrente nesta tese.

B.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] V.N.Tsyтович, "An Introduction to the Theory of Plasma Turbulence"; Pergamon Press, New York (1982);
A.Hasegawa, Plasma Instability and Nonlinear Effects, Springer, New York (1975).
- [2] R.C.Davidson, "Nonlinear Plasma Theory"; Academic Press, New York (1971).
- [3] B.B.Kadomtsev, "Plasma Turbulence"; Academic Press, New York (1965).
- [4] F.Vasseen, "Quasilinear Theory of Uniformly Magnetized Inhomogeneous"; Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Tese nº 633, Lausanne, Suíça (1986).
- [5] R.Z.Sagdeev and A.A.Galeev, "Nonlinear Plasma Theory"; W.A.Benjamim, New York (1969).
- [6] N.A.Krall and A.W.Trivelpiece, "Principles of Plasma Physics"; McGraww Hill, New York (1973).
- [7] A.Hasegawa, "Plasma Instability and Nonlinear Effects"; Springer, New York (1975).
- [8] A.Hasegawa and C.Oberoi, "The Alfvén Wave"; Technical Information Center, Dept.of Energy, Virginia (1982).
- [9] S.Ichimarú, "Basic Principles of Plasma Physics: A Statistical Approach"; W.A.Benjamim, Massachusetts (1973).

- [10] B.A.Trubnikov, "Reviews of Plasma Physics", volume 1, edited by M.A.Leontovich, Consultants Bureau, New York (1965).
- [11] M.N.Rosenbluth, W.M.Mac Donald and D.L.Judd, *Phys.Review* **107**, 1 (1957).
- [12] J.A.Bittencourt, "Fundamentals of Plasma Physics", Pergamon Press, Oxford (1986).
- [13] C.F.F.Karney and N.J.Fisch, *Phys.Fluids* **22**, 9 (1979); N.J.Fisch and C.F.F.Karney, *Phys.Fluids* **24**, 1 (1981).
- [14] T.M.Antonsen Jr. and K.R.Chu, *Phys.Fluids* **25**, 8 (1982); T.M.Antonsen Jr. and K.Yoshioka, Radio-Frequency-Induced Current and Transport in Toroidal Plasmas, *Phys.Fluids* **29**, 2235 (1986).
- [15] C.F.F.Karney, Fokker-Planck and Quasilinear Codes, *Computer Physics Reports* **4**, 183 (1986); J.G.Cordey, T.Edlington and D.F.H.Start, *Plasma Physics* **24**, 1 (1982); P.Rolland, Generation de Courant Par L'Action D'une Onde HF: Le Role des Electrons Non-Resonnants, Pré-Print EUR-CEA-FC-1116, Agosto (1981).
- [16] R.M.Kulsrud, S.Yun-Chium, N.K.Winson and H.A.Fallon, *Phys.Rev.Letters* **31**, 690 (1973).
- [17] S.Succi et al., *Phys.Letters* **106-A**, 137 (1984).
- [18] V.L.Yakimenko, *Sov.Phys. JETP* **17**, 1032 (1963).

[19] A.G.El'fimov, Sov.J.Plasma Phys. 9, 492 (1983).

[20] K.Appert et al., Computing of RF Heating and
Current Drive in Tokamaks, Invited Paper
Presented at 8th EPS Conf. on Computational
Physics - Computing in Plasma Physics, Eilisee,
R.F.Germany (1986).

APÊNDICE C

PARÂMETROS DOS TOKAMAKS DE INTERESSE

C.1. TOKAMAK PLT [11], PRINCETON - EOA

Seção circular

$R = 1,30$, raio maior do tokamak

$a = 0,45$, raio menor do tokamak

$B_o = 4,5$, campo magnético total

$B_t = 2,8 \text{ T}$, campo magnético toroidal

$T_i = 1 \text{ KeV}$, temperatura dos íons

$T_e = 2 \text{ KeV}$, temperatura dos elétrons

$n_e = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, densidade dos elétrons.

C.2 TOKAMAK TCA [2], LAUSANNE - SUIÇA

Seção circular

$$R = 1,30 \text{ m}$$

$$a = 0,45 \text{ m}$$

$$B_t = (0,8 - 1,5) \text{ T}$$

$$T_i = (200 - 300) \text{ eV}$$

$$T_e = (700 - 1200) \text{ eV}$$

$$n_e = 9 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

C.3 TOKAMAK ASDEX UPGRADE [3], GARCHING - RFA

Seção não circular

$$R = 1,60 \text{ m}$$

$$a = 0,50 \text{ m}$$

$$b = 0,80 \text{ m}$$

$$\epsilon = b/a = 1,6 \text{ , elongação}$$

$$B_t = 3,9 \text{ T}$$

$$T_i = 2,5 \text{ KeV}$$

$$T_e = 2,5 \text{ KeV}$$

$$N_e = 7,5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

C.4 TOKAMAK TFTR [4], PRINCETON - EUA

Seção não circular

$$R = 2,48 \text{ m}$$

$$a = 0,82 \text{ m}$$

$$b = 0,85 \text{ m}$$

$$\epsilon = b/a = 1,03$$

$$B_t = 2,7 \text{ T}$$

$$T_i = (1 - 2) \text{ KeV}$$

$$T_e = (1 - 2) \text{ KeV}$$

$$n_e = 4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

C.5 TOKAMAK JT-60 [4], JAPÃO

Seção não circular

$$R = 3,0 \text{ m}$$

$$a = 0,95 \text{ m}$$

$$b = 0,95 \text{ m}$$

$$B_t = 4 \text{ T}$$

$$T_i = (5 - 10) \text{ KeV}$$

$$T_e = (5 - 10) \text{ KeV}$$

$$n_e = 0,37 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

C.6 TOKAMAK JET [4], OXFORD - INGLATERRA

Tokamak com seção não necessariamente circular. Este é o maior tokamak do mundo em operação seguido pelo JT-60, TFTR e T-15 da URSS. É um projeto da Comunidade Européia.

$$R = (2,5 - 3,4) \text{ m}$$

$$a = (0,8 - 1,2) \text{ m}$$

$$b = (0,8 - 2,1) \text{ m}$$

$$\epsilon = b/a = (1,2 - 1,7) \text{ m}$$

$$B_t = 3,45 \text{ T}$$

$$T_e = (2 - 7,5) \text{ KeV}$$

$$T_i = (1,5 - 12) \text{ KeV}$$

$$n_e = (0,5 - 5) \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

C.7 INTOR [5], AIEA - VIENA - AUSTRIA

Tokamak com seção não circular. Este tokamak é apenas um projeto da Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA)

$$R = 5 \text{ m}$$

$$T_e = 20 \text{ KeV}$$

$$a = 1,5 \text{ m}$$

$$n_e = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$b = 1,9 \text{ m}$$

$$B_t = 5 \text{ T}$$

$$T_i = 20 \text{ KeV}$$

C.8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J.Vaclavik, K.Appert, A.H.Kritz and L.Muschiatti, *Plasma Physics* **25**, 1283 (1983).
- [2] A.de Chambrier et al., *Phys.Letters* **92A**, 6(1982).
- [3] ASDEX Upgrade Project Group, Neutral Injection Group and Ion Cyclotron Resonance Heating Group, Applications for EURATOM Priority Support of Additional Heating for ASDEX Upgrade, Phase I and Phase II, Max-Planck Institut für Plasmaphysik, Report IPP 1/237, Garching, RFA, april (1985).
- [4] Proceedings of the 11th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, vol.1, Kyoto, Japan (1986).
- [5] A.F.K.Knobloch, INTOR rescaling for non-indented plasma shape applying preliminary scalings for energy confinement and density limit, Max-Planck Institut für Plasmaphysik, Report IPP 4/224, Garching, RFA, november (1986).

AGRADECIMENTOS

O homem que tem muitos amigos
pode congratular-se, mas há
amigo mais chegado do que um
irmão.

Provérbios 18:24

Acima de tudo sou grato a Deus por ter me concedido a graça de sair da não existência para a existência e de conhecer a Cristo e a sua obra que não só dão significado à existência como também, essência à própria investigação científica.

Agradeço ao meu orientador Dr. José Busnardo Neto pelo seu interesse contínuo em todo o período do doutoramento. Foi de grande valia também as muitas discussões em busca de uma melhor visão do que seja a posição do orientador e do aluno, no contexto brasileiro, em um trabalho de tese - assunto ainda bastante controverso.

Parte deste trabalho de tese foi desenvolvido quando estive de visita ao "Centre de Recherches en Physique des Plasma (CRPP)", em Lausanne (Suíça). É, pois, meu desejo expressar minha gratidão ao Dr. Kurt Appert, pelo seu empenho pessoal, para que esta visita se concretizasse a contento e também pelas muitas dis-

cussões que ajudaram a enriquecer este trabalho. Sou grato, ainda, ao Dr. Jan Vaclavik, pelo muito que aprendi do seu profundo conhecimento em teoria cinética dos plasmas e pelas suas inúmeras sugestões diluídas no corpo desta tese.

Sou agradecido, ainda, ao professor F.Troyon, Diretor do CRPP, por conceder-me o privilégio de ali trabalhar em pesquisa durante um ano; ao Dr. P.Paris, pelas discussões sobre fusão em tokamak e pelas fotos do tokamak JET, utilizadas nesta tese, e aos demais amigos, principalmente, L.Villar, Fareed, Paula, Isaak, Rieder, Raimonde e a "turma" do "atelier" de mecânica e vácuo, pelos excelentes momentos vividos naquele Centro.

Foram, também, de inestimável valor para esta tese as visitas ao Laboratório Bell, em New Jersey (EUA), a IBM de Roma (Itália) e ao Instituto de Física Teórica da Universidade de Innsbruck (Austria) e as discussões com o Dr. A.Hasegawa, Dr. S.Succi, Dr. S.Kuhn e Dr. F.Cap.

Sou grato pelas frutíferas discussões sobre geração de corrente e aquecimento nos plasmas de laboratório, espacial e astrofísico, aos doutores K.H.Tsui, J.Hollweg, de Chambrier, P.H.Sakanaka, R.Opher, A.Chian e aos companheiros de doutorado, L.C.Braga, H.Torres,

L.C.Jafelice e C.A.Azevedo.

A todos os amigos dos Institutos de Matemática e Física, e da Reitoria da UFF; do Instituto de Física da UNICAMP; e dos Grupos de Física dos Plasmas da UFF e da UNICAMP; principalmente, Tebano, Cássia, Adolfo, Cândido, Vera, Antonio Carlos, Ivo, Cátia, Hisataki, Milton, Vicene, Luiz Mário, Yoshuki, Emília e Honda.

Aos irmãos em Cristo pelo amor e pelo incentivo contínuo, principalmente, das famílias Paes Barreto, Gesseney, Dupertuis, Mathez e Corrêa; da ABU, ABP, L'ABRI e OM; das igrejas Presbiteriana de Tomás Coelho, Reformada de Mont-Riond e Freie Evangelische Gemeinde.

Parte vital em um trabalho de tese é a burocracia e ela foi muito bem cuidada por amigos. É meu desejo, no entanto, destacar o trabalho de Maria Inês (CPG), Profª Georgina (PROAC), Dulce (GMA), Profª Teresa (NDC), Prof. Raymundo Romão, Carmem - Silvana - Sandra - Virgínia (PROPP), Neide Tirico (NST), Augusto - Valquíria - Cora (Plasma/UNICAMP), Profs. Fernando - Aldízio - Dálgio - Cícero - José Márcio - Hiran - Almeida (GMA), Zayra, Maysa, Neuber, Jocelir, Renato e Humberto (IF/UFF).

Este trabalho foi parcialmente financiado pela CAPES/ME.

CURRICULUM VITAE

Originário de Duque de Caxias (RJ), nasci em 1953. Estudei no Grupo Escolar Presidente Kennedy, em Belford Roxo (RJ), e concluí o curso primário em 1965. Em 1969, ingressei no SENAI, onde concluí os cursos de Ajustador, em 1969, e o de Ferramenteiro, em 1971. Concluí o ginásio em 1972 (artigo 99), e o curso científico em 1973 (artigo 99). Em 1974, ingressei na Universidade Federal Fluminense (RJ) e graduei-me em Física (Licenciatura), em 1978. Em 1983, obtive o grau de Mestre em Física, pela Universidade Federal Fluminense. Em 1983, ingressei na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP-SP), para obtenção do grau de Doutor em Ciências. Trabalhei em pesquisas no Centre de Recherches en Physique des Plasmas (CRPP, Lausanne, - Suíça), durante um ano (1984 - 85), e no Instituto de Física Teórica da Universidade de Innsbruck (Innsbruck - Austria) por três meses (março - junho 1987). Desde 1979, sou professor na área de Matemática Aplicada, do Instituto de Matemática, e pesquisador do Grupo de Física dos Plasmas da Universidade Federal Fluminense (UFF).

BANCA EXAMINADORA

1. Dr. José Busnardo Neto (Orientador) UNICAMP
2. Dr. Paulo H. Sakanaka UNICAMP
3. Dr. Roberto Luzzi UNICAMP
4. Dr. Antonio Montes Filho INPE
5. Dr. Darcy Dillenburg UFRGS