## LAIS PIMENTA DE MOURA

MÉTODO DE COINCIDÊNCIA GENERALIZADO PARA A MEDIDA ABSOLUTA DA ATIVIDADE DE RADIONUCLÍDEOS - APLICAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE CONVERSÃO IN-TERNA DA TRANSIÇÃO DE 279 Kev DO T1<sup>203</sup>

> Tese de doutoramento apresentada à Universidade de Campinas São Paulo - Brasil

> > Dezembro de 1969

# ERRATA

<u>página</u>	parágrafo	<u>linha</u>	onde se lê	<u>leia-se</u>		
6	30	3a.	inferência através da comparação com a teoria dos spins	inferência, através da comparação com a teoria, dos spins		
11	2a. fo	ormula		+		
16	29	6a.	ou no caso de haver um grupo beta	ou no caso de haver um so grupo beta		
16	39	3a.	quando	quanto		
17	30	4a.	apresentem um outro tipo de	apresentem um ou o <u>u</u> tro tipo de		
21	3a. fo	õrmula	ε <sub>to</sub> r	ε <sub>β</sub> r		
52	30	3a.	quantidade	quantidades		
57	19	13a.	<sup>N</sup> <sup>β</sup> <sup>N</sup> <sup>/N</sup> <sup>0</sup> <sup>N</sup> e	N <sub>β</sub> N <sub>γ</sub> /N <sub>o</sub> N <sub>c</sub>		
58	troca	r página 58	por folha anexa			
70	3 <b>♀</b> =	6a.	excessão	exceção		

a meus pais a Carlos a Guilherme

#### Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Marcello Damy de Souza Santos, criador do Laboratório de Metrologia Nuclear do Instituto de Energia Atômica de São Paulo e meu orient<u>a</u> dor na carreira científica, sem quem êste trabalho não se teria realizado.

Agradeço à pesquisadora Dagmar Carneiro da Cunha Reis com quem montei e organizei o Laboratório de Metrologia Nuclear do IEA e que foi a principal res ponsável pela construção e colocação em funcionamento do sistema de medidas por coincidências utilizado no presente trabalho.

Agradeço à física Nelcy Farani que se incumbiu da obtenção e preparação dos dados;e à técnica em química Ana Luiza Borges encarregada da produção dos filmes e das fontes radioativas, como também, da execução dos gráficos.

Agradeço aos colegas dos diversos setores do IEA que contribuiram para o bom têrmo dêste trabalho, em particular, àqueles pertencentes à Divisão de Física Nuclear, à Divisão de Radioquímica, à Oficina Mecânica, ao Serviço de Eletrônica e ao Serviço de Cálculo Analógico e Digital. Nêste último, agrad<u>e</u> ço, em particular, à matemática Odette Guedes pela elaboração dos programas <u>pa</u> ra computador relativos aos testes estatísticos aqui apresentados.

Agradeço à pesquisadora Lia Queiroz do Amaral pelas discussões elucidativas no decorrer da redação do manuscrito e por suas pertinentes sugestões.

Agradeço à Srta. Virginia Schmidt pela dedicação com que realizou os trabalhos de datilografia e composição desta tese.

Agradeço ao Prof. Rômulo Ribeiro Pieroni, Diretor do IEA, e a Comissão

Nacional de Energia Nuclear por terem proporcionado condições para o desenvol vimento de minhas atividades científicas exercidas, nêstes últimos sete anos, na Divisão de Física Nuclear do Instituto de Energia Atômica.

# ÍNDICE

•	PREFÁCIO	1
•	INTRODUÇÃO	4
	CAPÍTULO I	19
	O PROBLEMA GERAL DAS COINCIDÊNCIAS NO SISTEMA $4\pi\beta$ (PC)- $\gamma$	19
1.1.	Considerações sôbre o efeito de conversão interna na medida	
	de coincidência utilizando o sistema 4πβ(PC)-γ	19
I.2.	Fórmulas básicas do método de coincidência generalizado	21
1.3.	Condições e dedução da fórmula de coincidência generalizada	24
I.4.	Forma prática da fórmula de coincidência generalizada	28
I.5.	Particularização da fórmula de coincidência generalizada pa-	
	ra eficiências dos grupos beta linearmente relacionados	30
I.6.	Êrros sistemáticos na medida absoluta da atividade pelo mét <u>o</u>	
	do de coincidência generalizado utilizando o sistema	
-	4πβ(PC)-γ	35
	CAPÍTULO II	<mark>,</mark> 37
	MEDIDA DO COEFICIENTE DE CONVERSÃO INTERNA TOTAL DA TRANSI-	
· · · · ·	ÇÃO DE 279 KEV DO T1	37
II.1.	Fórmula de coincidência generalizada para o ${ m Hg}^{203}$	38
ÍI.2.	Descrição do sistema $4\pi\beta(PC)-\gamma$ do IEA	41
II.3.	Descrição das fontes de Hg	46
II.4.	Determinação experimental da reta de eficiência para o ${ m Hg}^{203}$	47
II.5.	Limite superior do intervalo de variação de $(1-N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$	
	- Significado da curva de eficiência	53
II.6.	Determinação de $(\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$	60
II.7.	Estimativa do valor de $\epsilon_{\beta\gamma}$ para o Hg <sup>203</sup>	64

[1.8.	Resultados finais	68
	CONCLUSÕES	73
•	APÊNDICE	75
	BIBLIOGRAFIA	81

#### PREFÁCIO

Êste trabalho, realizado no Laboratório de Metrologia Nuclear da Divisão de Física Nuclear do Instituto de Energia Atômica de São Paulo, pertence especificamente ao campo da Metrologia de Radionuclideos.

Metrologia de Radionuclídeos é a ciência que se ocupa de medidas precisas do valor absoluto da atividade de fontes radioativas. Seu início deu-se na prime<u>i</u> ra década dêste século quando Marie Curie, em Paris, e Otto Hönigschmid, em Vi<u>e</u> na, realizavam os primeiros padrões de radium.

A Metrologia de Radionuclídeos desenvolveu-se lentamente e seu campo foi restrito até cêrca de 1950, quando houve um renascimento do interêsse pela medi da absoluta de atividade, motivado pela produção em larga escala de radioisótopos artificiais em reatores nucleares. Diante dos progressos na eletrônica de impulsos e na construção de novos tipos de detectores de radiação e,em vista, do melhor conhecimento das características de desintegração dos radioisótopos artificiais, foram modificados os seus métodos de medida e, em consequência, altera da a ordem de grandeza das precisões alcançadas.

As publicações das conferências internacionais versando especificamente sobre padronização de radionuclídeos - Washington, 1949 (CW50); Tidewater Inn,1957 (CT58); Viena, 1959 (CV60); Viena, 1966 (CV67) - mostram o rítmo da evolução nês te domínio, através de trabalhos que apresentam as inovações e os aperfeiçoamen tos dos métodos e das técnicas de medida, como também, o número crescente de radioisótopos calibrados com êrros de frações de porcento.

Ainda que a finalidade primordial da medida absoluta seja a produção de pa-

drões, as altas precisões alcançadas no campo da calibração de radionuclídeos, tornam vantajosos seus métodos para a determinação de certos parâmetros nucle<u>a</u> res.

Em São Paulo, o Laboratório de Metrologia Nuclear foi criado em 1964, por iniciativa do Prof. Marcello Damy de Souza Santos. Nos três primeiros anos,to dos os esforços nele desenvolvidos concentraram-se na construção, montagem e estabelecimento das condições de operação de um sistema de contagens por coincidências para medidas de alta precisão, bem como, no desenvolvimento de técn<u>i</u> cas paralelas exigidas pela ordem de grandeza das precisões visadas.

O sistema de coincidência do IEA obedece a um princípio convencional adot<u>a</u> do pela maioria dos laboratórios especializados no assunto, devido às suas excelentes características operacionais e à sua versatilidade, sendo prevista por êle a detecção de coincidências beta-gama, alfa-gama e (elétron Auger ou raio--X )-gama. Em virtude da maior ocorrência de nuclídeos que se desintegram por emissão beta e por serem estas radiações detectadas em contador proporcional de geometria  $4\pi$ , é normalmente designado sistema de coincidência  $4\pi\beta$ (PC)- $\gamma$ .

Em 1967, o LMN do IEA participou da "International Comparison of Dilution and Source Preparation Methods by Means of  $Co^{60}$ ", organizada pelo Bureau Inte<u>r</u> national des Poids et Mesures. Os resultados obtidos coincidiram, dentro do êrro experimental, com os valôres divulgados posteriormente pelo BIPM (Mü67 ) (Mo67a).

Ainda no ano de 1967, esteve em visita ao LMN, durante um mês, a convite da Comissão Nacional de Energia Nuclear, o Prof. A. Rytz, físico responsável pela Secção de Radiações Ionizantes do BIPM. Analisou os métodos de trabalho e as linhas de pesquisa adotados por êste Laboratório, aprovando-os e contribuindo para o seu desenvolvimento com valiosas sugestões.

Atualmente, o LMN desenvolve um programa a longo prazo de diversificação de seus métodos de medida, e, simultâneamente, propõe-se à ampliação do número de radionuclídeos calibrados em seus dois sistema de coincidência, com precisões superiores a 99%.

Êste trabalho apresenta, como parte do último programa, o estudo de uma análise do método de coincidência generalizado para esquemas de desintegração complexos e a verificação experimental da validez, para os sistemas  $4\pi\beta(PC)-\gamma$ 

. 2 .

do IEA, dêste método para nuclídeos apresentando transições pelo processo de conversão interna. Com êste intuito foi utilizada a transição de 279 Kev que se segue à desintegração do Hg<sup>203</sup>. O coeficiente de conversão interna total desta transição foi determinado pelo método de coincidência generalizado e comparado com os valôres experimentais e teóricos encontrados na literatura.

### INTRODUÇÃO

A partir da descoberta da radioatividade em 1896, por Becquerel, os r<u>a</u> dionuclídeos têm sido estudados intensa e ininterruptamente, com diversos propósitos, pela Física Nuclear, bem como, pelas ciências que com êles se originaram, como a Radicquímica e a Radiobiologia, ou, as que os aplicam, como a Medicina e a Agricultura.

Por radionuclídeos entende-se nuclídeos que, embora encontrando-se no es tado fundamental, desintegram-se com meia vida mensurável, emitindo partículas beta, alfa, ou capturando um elétron orbital. Os radionuclídeos tendem aos nuclídeos estáveis, os quais, em contraposição, não se desintegram ou o fazem com meia vida grande demais para que o fenômeno possa ser observado (Gr55).

Ao se desintegrar o radionuclídeo transmuta-se em um nuclídeo de número atômico diferente, o qual, energèticamente pode estar no estado fundamental ou em estado excitado. No último caso ocorre o processo de de-excitação, <u>ge</u> ralmente pela emissão de um ou mais raios gama ou por conversão interna. O intervalo de tempo decorrido entre a emissão das radiações de desintegração e de de-excitação é, em geral, extremamente pequeno, uma vez que a meia-vida dos estados excitados varia de  $10^{-4}$ s, para transições de baixa energia, até  $10^{-13}$ s, para energias próximas de 3 Mev (Si55).

Os fenômenos da desintegração radioativa e da de-excitação nuclear são estudados pela Mecânica Quântica, que fornece, segundo o modêlo nuclear adotado, as probabilidades de transição, ou seja, de emissão de partículas ou de radiações de determinadas energias, em função dos parâmetros nucleares e

4

dos números quânticos característicos dos níveis nucleares. Êstes podem, po<u>r</u> tanto, ser conhecidos através de determinações experimentais significativas das probabilidades de transição.

5.

Cada tipo particular de desintegração é o resultado de diferentes processos ocorridos no núcleo, e, portanto, em cada qual as radiações são emitidas com características diferentes. A desintegração alfa, por exemplo, dá-se pela emissão de partículas monoenergéticas, enquanto a desintegração beta cara<u>c</u> teriza-se pela distribuição contínua de energia das radiações emitidas, desde zero até uma energia máxima. Por outro lado, as energias das partículas alfa variam entre cêrca de 4 e 9 Mev, enquanto as energias máximas das radiações beta situam-se em geral, entre algumas dezenas de Kev e cêrca de 5 Mev.

No processo de desintegração por captura eletrônica, que é competitivo com a desintegração por emissão de elétrons positivos, são emitidos, em consequê<u>n</u> cia da lacuna deixada pela captura de um elétron orbital, raios X característicos do nuclídeo resultante ou elétrons Auger.

Nas transições de de-excitação nuclear a emissão de radiação gama compete com o processo de conversão interna.

Entende-se por conversão interna o processo pelo qual o núcleo transfere sua energia de excitação a um dos elétrons orbitais, o qual, em consequência, é ejetado do átomo. A relação entre o número de elétrons de conversão por se gundo,  $N_e$ ,  $e \circ$  número de fótons por segundo,  $N_\gamma$ , é chamada de coeficiente de conversão interna total  $\alpha$  (Ro58), ou seja,

$$\alpha = \frac{N_e}{N_{\gamma}}$$

 $\alpha = \sum_{i} \alpha_{i}$ 

 $\alpha_{i} = \frac{N_{e}}{N_{v}}i$ 

O coeficiente de conversão interna total é igual a soma dos coeficientes de conversão interna das várias camadas ou subcamadas atômicas, ou seja,

para  $i = K, L_T, L_{II}, L_{III}, \dots$ 

onde

Encontram-se com frequência os valores dos coeficientes de conversão interna relativos, representados simbòlicamente por K/L/M significando  $N_{e_K}/N_{e_L}/N_{e_M}$  ou  $\alpha_K/\alpha_L/\alpha_M$ .

Em consequência da emissão de um elétron orbital, são emitidos ainda, quan do do processo de conversão interna, raios X característicos ou elétrons Auger.

A importância da determinação experimental dos coeficientes de conversão in terna reside na possibilidade de determinação do tipo da transição e de infe rência através da comparação com a teoria dos spins e paridades relativos dos estados de excitação do núcleo.

Embora bastante diversificados os processos pelos quais se dá a desintegr<u>a</u> ção radioativa, todos êles são regidos por uma lei exponencial, deduzida em 1903 por Rutherford e Soddy, e em 1905, por von Schweidler ao descrever a radioatividade como um fenômeno eminentemente estatístico. O significado desta lei torna-se, entretanto, mais claro, quando é obtida como solução da equação diferencial

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$$

que estabelece que o número N de átomos de um dado nuclídeo que se desintegra por um determinado processo de desintegração, em um intervalo infinetesimal de tempo, é proporcional ao número de átomos presentes. A constante de proporci<u>o</u> nalidade,  $\lambda$ , é características do radionuclídeo para o processo em questão.

Desta forma as atividades devidas a radionuclídeos de mesma espécie ou de espécies diferentes podem ser comparadas pelo número de átomos que se desintegram na unidade de tempo. Sob êsse enfoque, torna-se óbvia a unidade de ativi dade atualmente adotada: número de desintegrações por segundo (dps)(Ga61). O curie, originalmente definido como a quantidade de radon em equilíbrio radioativo com uma grama de radium, hoje é apenas uma abreviação para 3,7 x  $10^{10}$  desintegrações por segundo, ou seja, 1 Ci = 3,7 x  $10^{10}$  d.p.s.

Como para as demais grandezas físicas, os métodos de medida de atividade podem ser relativos ou absolutos.

6

Os métodos absolutos para a medida de atividade com alta precisão, atualmente reduzem-se aos métodos diretos, os quais não necessitam do conhecimento prévio do valor de uma grandeza auxiliar, baseando-se apenas na grandeza fundamental da fórmula dimensional da radioatividade, ou seja, no tempo (Ga61).

Êstes são os métodos utilizados, com poucas exceções, para a calibração de fontes radioativas de referência que constituem os padrões de atividade.

A técnica que consiste em medir as radiações da desintegração dos radionu clídeos em coincidência data de 1910, quando das investigações de H.Geiger e E. Marsden a respeito das séries radioativas. Entretanto, somente em 1924 es ta técnica foi utilizada para a determinação absoluta da atividade, por H. Geiger e A. Werner, medindo a coincidência da radiação de desintegração com a radiação gama de de-excitação.

Até então as coincidências eram detetadas visualmente pelos observadores que registravam as cintilações devidas às radiações emitidas "simultâneamen te" pelo radionuclídeo em estudo.

Novas perspectivas para a aplicação efetiva das medidas de coincidência surgiram em 1929, quando W. Bothe relatou um circuito eletrônico no qual as coincidências eram identificadas diretamente por meio de pulsos eletrônicos e, em 1934, quando B. Rossi divulgou o projeto de um circuito de coincidência de maior eficiência cujo princípio é ainda hoje adotado.

Quanto ao tipo de contador para a detecção das partículas beta na técnica de coincidência beta-gama, couberam a W. Bothe e H.J. voBayer, em 1935, as primeiras considerações relativas à vantagem especial do uso de um contador de geometria  $4\pi$ , operando na região proporcional. Observaram, ainda, a conveniência do emprêgo de absorvedores que impedissem as radiações beta de atingi rem o detector gama.

Em 1940 J.V. Dunworth publicou uma revisão do estágio de desenvolvimento desta técnica de medida (Du40); porém, as primeiras tentativas de sistematiz<u>a</u> ção do método e o estudo de algumas das correções necessárias de serem nêle introduzidas são devidas a J.L. Putman, publicados em 1950 (Pu50) e que con<u>s</u> titu<del>em</del> um marco na história da Metrologia de Radionuclídeos.

. 7. .

Atualmente o método de coincidência é reconhecido como o de maiores poss<u>i</u> bilidades para a calibração em atividade de radionuclídeos, tendo-se impôsto, para o seu desenvolvimento na prática, um tipo específico de sistema de detecção, capaz de levar estas possibilidades às suas últimas consequências.

O referido sistema utiliza um detector proporcional de gás em circulação e geometria 4π, denominado "pill-box", devido às suas dimensões internas, para a detecção de radiação beta, alfa, raios X ou elétrons Auger, acoplado a um ou dois cristais de iodeto de sódio ativado com tálio para a detecção gama.

A preferência generalizada pelo método de coincidência deve-se principalmente a duas vantagens que apresenta em relação aos demais: possibilidade de precisões mais altas (com exceção de alguns casos particulares) e maior versatilidade quanto aos nuclídeos suscetíveis de serem com êle calibrados. No que se refere à medida de radioisótopos de esquemas de desintegração simples, o método de coincidência para medidas de alta precisão está muito bem estabel<u>e</u> cido graças aos estudos teóricos e experimentais de diversos autores (St58) (Ca59) (Ga61) (Br61) (Ga62).

A característica principal do método de coincidência no caso ideal - 1) esquema de desintegração simples, isto é, compôsto por duas radiações simultâneas e de natureza diferente; 2) detectores estáveis no tempo e sensíveis a uma das radiações e insensíveis à outra; 3) fontes pontuais - é que o result<u>a</u> do da medida da atividade independe da eficiência dos detectores e dos parâmetros do esquema de desintegração.

É esta a sua vantagem, em têrmos de êrro sistemático, em relação aos demais métodos, uma vez que a medida da atividade é função apenas das contagens observadas.

Suponha-se uma fonte pontual de um radionuclídeo que se desintegra pela emissão de uma radiação beta seguida por um raio gama, detectados em contado res ideais, beta e gama, respectivamente. As contagens observadas no registra dor do canal beta,  $N_{\beta}$ , do canal gama,  $N_{\gamma}$  e do canal de coincidência,  $N_{c}$ , serão funções das probabilidades de detecção e de registro  $\varepsilon_{\beta}$ ,  $\varepsilon_{\gamma}$  e  $\varepsilon_{c}$ , respectivamente. Sendo as probabilidades  $\varepsilon_{\beta}$  e  $\varepsilon_{\gamma}$  independentes  $\varepsilon_{c}$  é igual ao produto

εβεγ.

. 8.



Se  $N_0$  for a atividade da fonte, então:

$$N_{\beta} = N_{0} \varepsilon_{\beta} \quad (a) \qquad 0 \le \varepsilon_{\beta} \le 1$$

$$com \qquad (1)$$

$$N_{\gamma} = N_{0} \varepsilon_{\gamma} \quad (b) \qquad 0 \le \varepsilon_{\gamma} \le 1$$

$$N_{c} = N_{0} \varepsilon_{\beta} \varepsilon_{\gamma} \quad (c)$$

Multiplicando  $N_{\beta}$  por  $N_{\gamma}$  e dividindo por  $N_{c}$  tem-se que :

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o}$$
 (2)

Pode-se assim conhecer a atividade N<sub>o</sub> sem introduzir as probabilidades  $\varepsilon_{\beta} \in \varepsilon_{\gamma}$ , definidas como eficiência do detector beta e do detector gama, res - pectivamente, para as energias das radiações consideradas. Nêste caso simples, as eficiências também podem ser determinadas pelas fórmulas (1) como:

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{N_{c}}{N_{\gamma}}$$
$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{N_{c}}{N_{\beta}}$$

e

. .9

Por simplicidade, consideramos aqui, como em toda a extensão dêste trabalho:

- 1) Sistemas  $4\pi\beta(PC)-\gamma$ , ainda que muito do que for analisado aplique-se a sistemas de coincidência  $\beta-\gamma$  em geral.
- 2) Esquemas de desintegração  $\beta-\gamma$ , embora as mesmas considerações sejam vá lidas, em essência, para esquemas do tipo  $\alpha-\gamma$  e (raios-X ou elétron Au ger)-  $\gamma$ .
- 3) Implícitas as correções devidas às radiações de fundo, como também ,as correções instrumentais devidas aos tempos mortos nos três canais e ao tempo de resolução do circuito de coincidência.
- 4) As contagens  $N_{\beta}$ ,  $N_{\gamma} \in N_{c}$  podem ser consideradas em um tempo <u>t</u> qualquer, <u>po</u> rém é conveniente colocá-las na unidade de tempo, afim de se obter  $N_{o}$ em desintegrações por segundo.

Quando se passa ao caso real é fundamental que sejam conservadas as cara<u>c</u> terísticas do método de coincidência ideal, evitando a introdução ou minimi zando o efeito das eficiências dos detectores e dos parâmetros nucleares.

As exigências de fonte pontual e de detectores estáveis podem ser superadas, considerando-se as eficiências  $\varepsilon_{\beta} \in \varepsilon_{\gamma}$  como integrais das eficiências dos elementos de volume da fonte e como integrais das eficiências no tempo. Desta forma, pode-se mostrar (Pu50) que as fórmulas (1) não se alterarão se:

- Um dos detectores for igualmente sensível a todas as partes da fonte. Esta condição verifica-se para o detector gama, levando-se em conta a geometria do arranjo normalmente utilizado e considerando-se desprezível a variação de ponto para ponto da auto-absorção para a radiação <u>ga</u> ma nas fontes convencionais para êste tipo de medida.
- 2) Um dos canais (detector e sistema eletrônico) for estável. Sendo est<u>a</u> bilidade uma das características do detector proporcional de gás em cir culação, esta condição é facilmente satisfeita.

Quanto ao problema dos detectores apresentarem uma certa sensibilidade p<u>a</u> ra a outra radiação que não aquela para a qual são projetados, nota-se que:

1) A eficiência do contador gama para detecção de radiação beta é nula, uma vez que a parede do detector beta é suficientemente espêssa para

. 10 .

absorver tôda a radiação beta. Resta, ainda, o efeito de bremsstrah lung que só não seria desprezível para radiações beta de alta energia. Entretanto, demonstra-se (Ca59) que mesmo nêste caso a correção de bremsstrahlung é negligenciável, por ser a eficiência do contador 4πβ(PC) próxima de l para energias altas.

2) O detector beta é atravessado por tôdas as radiações gama emitidas pela fonte. Embora o contador  $4\pi$  proporcional apresente baixa probabil<u>i</u> dade de detecção gama, da ordem de décimos de porcento, é necessário <u>le</u> var em conta esta eficiência, que chamaremos de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ . Como as radia ções beta e gama são "simultâneas" para uma mesma desintegração, o detetor não as discrimina e, desta forma, as radiações gama podem contr<u>i</u> buir para a contagem N<sub>β</sub> apenas quando a radiação beta associada não for detectada, ou seja, com probabilidade  $(1 - \varepsilon_{\beta})\varepsilon_{\beta\gamma}$ . Assim, a fórmula (1) (a) modifica-se, ficando:

$$N_{\beta} = N_{0} \left[ \varepsilon_{\beta} + (1 - \varepsilon_{\beta}) \varepsilon_{\beta} \right]$$

e, em consequência, a fórmula (2) passa a ser:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o} \left[1 - \frac{(1 - \varepsilon_{\beta})}{\varepsilon_{\beta}} \varepsilon_{\beta\gamma}\right]$$

Observa-se aqui que levando-se em conta a eficiência gama do detector beta já surge a necessidade do conhecimento da eficiência beta do de tector beta, mesmo no caso de esquemas de desintegração simples. Esta correção, como as que veremos mais adiante devidas à esquemas de desin tegração complexos, é função da ineficiência beta  $(1 - \varepsilon_{\beta})$ , ou seja, é a probabilidade de que não seja detectada uma partícula beta no detector beta e de que seja detectada uma radiação gama no mesmo detector . Nêste caso, como nos demais que dependem da ineficiência beta, fica evidente uma das vantagens do uso de detector de geometria  $4\pi$  e de técnicas de preparação de fontes visando a obtenção de altas eficiências beta para a minimização de tais correções.

Se as radiações gama forem detectadas em ambos os contadores poderão dar origem às coincidências gama-gama com eficiência, que chamaremos de  $\varepsilon_c$ . Quando se trata de esquemas de desintegração complexos podem oco<u>r</u> rer, ainda, coincidências gama-gama devidas às radiações gama em casc<u>a</u> ta. A fórmula (1) (c) passa, então, a ser escrita como:

 $N_{c} = N_{o} \left[ \varepsilon_{\beta} \varepsilon_{\gamma} + (1 - \varepsilon_{\beta}) \varepsilon_{c} \right]$ 

e, consequentemente, a fórmula (2), desprezando-se o têrmo em  $\epsilon_c/\epsilon_\gamma$  no denominador, fica:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} \approx N_{o} \left[ 1 + \frac{(1 - \varepsilon_{\beta})}{\varepsilon_{\beta}} (\varepsilon_{\beta\gamma} - \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{\gamma}}) \right]$$

Como a radiação gama detectada no contador beta é atenuada, em geral por espalhamento Compton, pode-se tornar desprezível o valor de  $\varepsilon_c$  através de discriminação adequada de energia no canal gama.

Outro problema a ser considerado nas equações do método de coincidência se ria o da correlação angular entre as radiações emitidas. Entretanto, como observa P.J. Campion (Ca59), em virtude de só se verificarem para transições pro<u>i</u> bidas e crescerem com a energia beta, as correlações mais significativas se da rão apenas para eficiências beta tendendo para a unidade e o seu efeito será desprezível.

Assim, para esquemas de desintegração simples, as fórmulas de coincidência, com as devidas correções, são geralmente escritas como:

$$N_{\beta} = N_{o} \left[ \varepsilon_{\beta} + (1 - \varepsilon_{\beta}) \varepsilon_{\beta\gamma} \right]$$
$$N_{\gamma} = N_{o} \varepsilon_{\gamma}$$
$$N_{c} = N_{o} \left[ \varepsilon_{\beta} \varepsilon_{\gamma} + (1 - \varepsilon_{\beta}) \varepsilon_{c} \right]$$

e, no caso mais comum em que se usa discriminação gama conveniente, tornando ε desprezível, tem-se:

$$\frac{\frac{N_{o}N_{\gamma}}{N_{c}}}{N_{c}} = N_{o} \left[1 + \frac{(1 - \varepsilon_{\beta})}{\varepsilon_{\beta}} \varepsilon_{\beta_{\gamma}}\right]$$

onde a eficiência beta é dada por:

$$\epsilon_{\beta} = \frac{N_{c}}{N_{\gamma}}$$

Considerando  $\epsilon_{c}$ ,que para esquemas simples reduz-se ao produto  $\epsilon_{\gamma}\epsilon_{\beta_{\gamma}}$ , tem--se:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} \approx N_{o} \left[ 1 + \frac{(1 - \epsilon_{\beta})}{\epsilon_{\beta}} (\epsilon_{\beta\gamma} - \frac{\epsilon_{c}}{\epsilon_{\gamma}}) \right] \quad \text{onde} \quad \epsilon_{\beta} = \left( \frac{N_{c}}{N_{\gamma}} - \epsilon_{\beta\gamma} \right) \frac{1}{1 - \epsilon_{\beta\gamma}}$$

Pode-se também conhecer a eficiência gama

$$\epsilon_{\gamma} = \frac{N_{c}}{N_{\beta}}$$

que não se modifica com a introdução das correções devidas a  $\varepsilon_{\beta_v}$  e  $\varepsilon_c$ 

Em síntese, as fórmulas de coincidência para fontes extensas e os detectores utilizados -  $4\pi\beta(PC)$  e NaI(T1) - não se modificam em relação às deduzidas para fontes pontuais e detectores ideais, a menos da correção devida à eficiên cia gama do detector beta. O uso do detector  $4\pi\beta(PC)$  no canal beta é conveniente em vista, também, do pequeno valor que com êle assume esta correção. Pa ra dar uma idéia de sua ordem de grandeza, observando que  $\epsilon_{\beta\gamma}$  é função crescente da energia gama, podemos citar que nos detectores do tipo "pill-box"  $\epsilon_{\beta\gamma}$ é inferior a 0,8 % para energias gama próximas de 2 Mev (Me67) e, considerando o caso pouco favorável em que a eficiência beta não é muito alta, por exemplo, 80 %, o valor da correção não ultrapassa 0,15 %.

Os êrros sistemáticos na medida de nuclídeos com esquemas de desintegração simples reduzem-se, em princípio, aos êrros instrumentais, isto é, ao êrro na determinação do tempo de resolução e dos tempos mortos. As imprecisões introduzidas por êles nas respectivas correções são da ordem de 0,05 %. Sendo a correção devida a  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  pequena, o êrro introduzido na medida é também pequeno, inferior a 10<sup>-3</sup>%. Desta forma, o êrro sistemático total é menor do que 0,1% (Re67a).

Entretanto, a validez das formulas fundamentais do método de coincidência para esta ordem de precisão não é simples na prática das medidas. Mesmo no ca so de esquemas simples e dos detectores referidos, podem surgir erros sistemãticos, como foi constatado na "International Comparison of Dilution and Source Preparation Methods by Means of Co<sup>60</sup>", onde foram verificadas discrepâncias de até 1 % entre os resultados das medidas de atividade realizadas por laborato rios utilizando sistemas  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  bastante semelhantes (Ro69). So testes rigorosos podem comprovar que os detectores, assim como, as unidades eletrônicas dos três canais, operam em condições seguras. Particularmente crítico é o canal beta, que trabalha, em geral, em regime extremo de amplificação, eletrônica ou gasosa, onde podem surgir pulsos espúrios dependentes das característi cas geométricas do detector e do sistema de amplificação (Ba66) (Ca69).

As condições ideais de medida são visualizadas mais claramente, quando se considera todos os tipos de eventos possíveis no sistema de coincidência, isto é, tôdas as combinações possíveis dos registros nos três registradores,beta,<u>ga</u> ma e coincidência (Th66) o que é sumarizado no quadro abaixo.

Tipo de evento	1	2	3	4	5	6	7	8
Registrador $\beta$	+	+	+	+	0	0	0	0
Registrador y	+	+	0	0	+	+	0	0
Registrador c	+	0	+	0	+	0	+	0

A condição ideal é dada pela redução dos 8 tipos de eventos para apenas 4 , de acôrdo com o quadro

Tipo de evento	1	4	6	8
Registrador β	+	+	0	0
Registrador y	+	0	+	0
Registrador c	+	0	0	0

ou seja, é necessário que sejam eliminados os eventos 2,3,5 e 7.

Para evitar o evento 2 deve-se garantir que todas as desintegrações que dão origem a um registro beta e a um registro gama resultem também em um registro de coincidência. Isto é possível se l) os pulsos beta e gama estive rem em fase ao entrarem no circuito de coincidência, para o que, é, em geral, necessário um circuito de atrazo variável em um dos canais, e se 2) o tempo de resolução da unidade de coincidência for suficientemente grande para dar margem às flutuações no tempo de um ou de ambos os detectores.

Os eventos 3, 5 e 7 são consequências do tempo de resolução finito que per mite o registro de coincidências de radiações não "simultâneas" emitidas em desintegrações consecutivas. Trata-se das coincidências espúrias, para as quais calcula-se a correção em função do tempo de resolução determinado experimentalmente.

O evento 4 inclue a detecção da radiação gama pelo detector beta e o even to 1, as coincidências gama-gama; para os quais são feitas as correções jã mecionadas.

É interessante notar, entretanto, que se os eventos 4 e 6 forem causados por pulsos espurios no detector beta ou gama, a medida da atividade será afetada de erro para mais. Se o mecanismo do metodo de coincidência é capaz de compensar o não registro das radiações de uma desintegração, é, por outro lado, incapaz de compensar o registro de uma contagem espuria.

Se a vantagem do método de coincidência é a independência de seus resulta dos em relação à eficiência dos detectores e aos parâmetros nucleares, a extensão dêste método para esquemas de desintegração complexos deverá manter es tas características, a fim de poder ser usado de modo genérico, conservando sua qualidade de alta precisão.

A solução para a eliminação da correção devida à complexidade do esquema de desintegração de um dado nuclídeo ou para a sua determinação em função ap<u>e</u> nas das contagens observadas, foi sugerida pela primeira vez por Campion et al. (Ca60), em 1960, por analogia à técnica de medida utilizada pelo método do traçador para a calibração de emissores beta puros. Em 1962, H. Houtermars e M. Miguel (Ho62), empregando esta mesma técnica estenderam o método de coin cidência, de modo mais ou menos empírico, para casos relativamente simples de esquemas de desintegração complexo. Ainda, em 1962, J.G.V. Taylor (Ta62), aplicando a referida técnica de medida determinou o coeficiente de conversão interna total da transição de 279 Kev do Tl<sup>203</sup>. Foram, porém, A. Williams e P.J. Campion (Wi63) que, em 1963 fizeram a primeira generalização teórica do método, impondo como condição de validez para sua aplicação altas eficiências de detecção dos grupos beta componentes do esquema de desintegração ou seme lhança entre os espectros e as energias máximas dêstes grupos. A.P.Baerg (Ba66) em 1966, afirmou não serem êstes requisitos necessários ou suficientes para a eliminação da correção de esquema de desintegração e mostrou que com a utilização de detectores de características adequadas, as equações fundamentais de coincidência, colocadas sob nova forma, podem ser usadas no caso mais geral de esquemas de desintegração, fornecendo o valor absoluto da atividade em função apenas das contagens observadas.

A técnica de medida adotada pelos autores citados baseia-se, em essência, na medida de  $N_{\beta}$  em função da variação do parâmetro de eficiência,  $N_{c}/N_{\gamma}$ . A curva obtida, se extrapolada para  $N_{c}/N_{\gamma}$  igual à unidade, fornece o valor da atividade sem necessidade do conhecimento da correção para esquema de desint<u>e</u> gração. Para um intervalo limitado de variação do parâmetro  $N_{c}/N_{\gamma}$  e para espectros semelhantes dos grupos beta ou no caso de haver um grupo beta, ou ai<u>n</u> da, de ser possível isolar um deles por discriminação gama, esta função é linear, podendo-se determinar através de seu coeficiente angular a correção para esquema de desintegração. Em alguns casos particulares é importante o conhecimento do valor de tal correção para a determinação de parâmetros nucleares, como o coeficiente de conversão interna total ou a abundância relativa das radiações de desintegração (Ta62a), e de probabilidades de detecção, como a probabilidade de detecção gama do detector beta (Wi63)(Me67).

Anàlogamente ao que ocorre com a correção para  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ , a correção para esque ma de desintegração anula-se para eficiência total do contador beta tendendo para a unidade. Levando-se em conta o fato de que uma das vantagens do método de coincidências é a de superar o problema da auto-absorção beta que constitue uma das mais graves dificuldades para quase todos os métodos de calibr<u>a</u> ção, a eliminação ou determinação da correção para esquemas de desintegração é fundamental para a obtenção de altas precisões, em qualquer caso que se con sidere: para grupos beta de baixas energias e, portanto, detectados com baixas eficiências, tornando relativamente grande a correção é pequena, porém, sendo o êrro nesta inferior, de pelo menos uma ordem de grandeza, em relação à incerteza na correção de auto-absorção, resulta numa melhoria da mesma ordem na precisão da determinação da atividade.

A importância da fórmula de coincidência generalizada de Baerg reside, prin cipalmente, no fato de que a técnica de coincidência, pode ser utilizada com raras restrições quanto à natureza da desintegração dos radionuclídeos e quan do ao intervalo de variação de parâmetro  $N_c/N_\gamma$ . Aplica-se a esquemas envol vendo um ou mais ramos de desintegração alfa, beta negativa ou positiva, por captura eletrônica e transições de de-excitação por emissão de um ou mais raios gama ou por conversão interna. Para a determinação absoluta da ativida de não necessita introduzir as abundâncias relativas, os coeficientes de conversão interna, as razões de conversão interna e demais parâmetros nucleares, bem como, as probabilidades de detecção, que no caso de esquemas complexos não podem, em geral, ser conhecidas diretamente, em função apenas das contagens do servadas. Com o artifício da introdução de um isotopo traçador conveniente permite, ainda, a calibração de emissores beta puros.

O capítulo I dêste trabalho apresenta um estudo da análise e da dedução da fórmula de coincidência generalizada a partir de hipóteses cuja validez deve ser comprovada para cada sistema de detecção. Estas hipóteses referem-se aos eventos detectados e registrados em cada canal e às relações funcionais entre as eficiências do detector beta para as radiações de desintegração, e, se com provadas, auxiliam a interpretação dos dados, como ainda, indicam as condições operacionais ótimas, particularmente no que diz respeito à escolha do interva lo de energia gama a ser considerado, para a medida de um radionuclídeo específico.

A formula generalizada de coincidência inclue processos que podem ser con siderados independentemente e, em consequência,torna-se lícito que o seu teste seja feito por partes, utilizando-se radioisotopos particulares cujos es quemas de desintegração apresentem um outro tipo das complexidades englobadas na formula. Em alguns casos êstes testes são estritamente experimentais e,em outros, são levados a efeito comparando-se o valor experimental da correção para esquema de desintegração com o seu valor teórico, considerando-se as cons tantes nucleares e as eficiências dos detectores.

No último caso, a escolha do radionuclídeo a ser utilizado é difícil, por serem poucos os que, além de apresentarem a natureza de desintegração desejada, reunam as características exigidas pela medida, constantes nucleares bem estabelecidas, meia-vida relativamente longa (da ordem de dezenas de dias) , possibilidade de obtenção de altas atividades específicase alta pureza radio<u>a</u> tiva.

O presente trabalho propõe-se, no capítulo II, ao primeiro teste da fórmu la de coincidência generalizada para o sistema  $4\pi\beta$ (PE)- $\gamma$  do IEA, utilizando o Hg<sup>203</sup> cujo esquema de desintegração pode ser reduzido a um grupo beta seguido por uma transição que se dã por emissão gama e por conversão interna. O méto do de coincidência generalizado quando particularizado para o Hg<sup>203</sup> permite a determinação do coeficiente de conversão interna total desta transição,o qual é comparado com valores determinados com técnicas iguais e diferentes à usada nêste trabalho.

As medidas apresentadas no capítulo II são, portanto, parte de um programa mais amplo que visa o teste da fórmula de coincidência generalizada para diversos tipos de esquema de desintegração. Atenderam, também, ao objetivo de verificação da possibilidade de determinação do coeficiente de conversão in terna total de outros radionuclídeos no sistema  $4\pi\beta$ (PC)- $\gamma$  do IEA, embora seja restrito o número dos que podem ser medidos por êste método, por exigir êle condições especiais quanto ao esquema de desintegração.

#### O Problema Geral das Coincidências no Sistema $4\pi\beta(PC)-\gamma$

A formula de coincidência generalizada pode ser deduzida para sistemas de coincidência beta-gama genéricos (Ba66). Entretanto, nossas considerações re<u>s</u> tringir-se-ão ao sistema  $4\pi\beta$ (PC)- $\gamma$ , para o qual a formula adquire seu maior sentido, além de simplificar-se e de tornar mais explícito seu significado.

# I.l. <u>Considerações sôbre o efeito de conversão interna na medida de coincidên-</u> <u>cia utilizando o sistema 4πβ(PC)-γ</u>

As radiações emitidas nas transições radioativas que se dão pelo processo de conversão interna contribuem na contagem dos três canais, beta, gama e de coincidência. (Pu50)(Ca59)

Considere-se uma desintegração beta seguida por uma transição apresentando coeficiente de conversão interna total  $\alpha$ . Suponha-se que as condições de discriminação de energia no canal gama sejam tais que se registre apenas o f<u>o</u> topico do espectro gama correspondente aquela transição, a fim de evitar a d<u>e</u> tecção de raios X, resultantes da conversão interna, das radiações de bremsstrahlung, e, com o objetivo também, de eliminar o registro de coincidências gama-gama no canal de coincidência.

Se a atividade da fonte medida for  $N_0$  e a probabilidade de detecção gama,  $\epsilon_v$ , a contagem no canal gama serã:

$$N_{\gamma} = N_{0} \frac{\varepsilon_{\gamma}}{1 + \alpha} = N_{0} \varepsilon'_{\gamma}$$
 onde  $\varepsilon'_{\gamma} = \frac{\varepsilon_{\gamma}}{1 + \alpha}$ 

No canal beta a principal contribuição da conversão interna é devida aos eletrons de conversão. Lembrando que êstes eletrons são monoenergéticos e que suas energias são, em geral, da ordem de centenas de Kev, a probabilidade de serem detectados no contador  $4\pi\beta(PC)$ ,  $\varepsilon_{C_e}$ , é muito próxima da unidade. A alta probabilidade de detecção de eletrons com as referidas características ex plica-se por ser a eficiência intrínseca do detector  $4\pi\beta(PC)$  maior do que 99,9 % (Me59)(Re67b), e por ser a eficiência extrínseca também muito próxima de 100%, uma vez que a auto-absorção e a absorção no suporte da fonte são de<u>s</u> prezíveis para estas energias quando se utiliza as técnicas de preparação de fontes e de filmes para medidas de alta precisão (Mo65).

Sendo  $\varepsilon_{\beta}$ ,  $\varepsilon_{ce} = \frac{\varepsilon_{\beta\gamma}}{1+\alpha}$  as probabilidades de detecção das radiações beta, dos eletrons de conversão e dos raios gama, respectivamente, a contagem no canal beta pode ser escrita como:

$$N_{\beta} = N_{o} \left[ \varepsilon_{\beta} + (1 - \varepsilon_{\beta}) \left( \frac{\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha} \right) \right]$$
(I1)

Entretanto, se a eficiência de detecção do contador beta para os eletrons de conversão for menor do que a unidade, poderão ser nêle detectados os eletrons Auger e os raios-X que se seguem à emissão dos eletrons de conversão.

Nêste caso  $\varepsilon_{ce}$  da fórmula (I 1) deve ser substituído por:

$$\sum_{i=1}^{\Sigma} \left[ \varepsilon_{ce_{i}}^{\epsilon} + (1 - \varepsilon_{ce_{i}}) \varepsilon_{(X,A)_{i}} \right] \qquad \text{sendo} \qquad \sum_{i=1}^{\Sigma} \alpha_{i}^{\epsilon} = \alpha \qquad (I 2)$$

$$para \ i = K, L, M...$$

A necessidade da introdução dos coeficientes de conversão interna para c<u>a</u> da camada na fórmula (I 2) deve-se ao fato de que as eficiências de detecção para os eletrons de conversão das diversas camadas,  $\varepsilon_{ce_1}$ , são diferentes, por serem êles de diferentes energias. A última parcela desta expressão leva em conta a probabilidade de detecção de raios-X ou eletrons Auger, quando os el<u>e</u> trons de conversão associados não forem detectados. A fórmula (I 1) passa então a ser escrita como:

$$N_{\beta} = N_{o} \left\{ \varepsilon_{\beta} + (1 - \varepsilon_{\beta}) - \frac{\varepsilon_{\beta\gamma} + \frac{\Sigma}{i} \alpha_{i} \left[ \varepsilon_{ce_{i}} + (1 - \varepsilon_{ce_{i}}) \varepsilon_{(X,A)_{i}} \right]}{1 + \alpha} \right\}$$

sendo Σα = α i para i = K,L,M...

Se a medida no canal gama for realizada no fotopico, a contagem no canal de coincidência será:

$$N_{c} = N_{c} \varepsilon_{\beta} \frac{\varepsilon_{\gamma}}{1+\alpha} = N_{c} \varepsilon_{\beta} \varepsilon_{\gamma}'$$

# I.2. Formulas básicas do método de coincidência generalizado.

Consideremos um esquema de desintegração com n grupos beta, sendo a<sub>r</sub> a <u>a</u> bundância relativa (branching ratio) do r<sup>ésimo</sup> grupo e  $\varepsilon_{\beta_r}$  a eficiência do d<u>e</u> tector beta para êste grupo. Pelo menos um dos grupos beta deve ser seguido por uma ou mais radiações gama,  $\gamma_{r_s}$ , detectadas no contador gama com eficiên cia  $\varepsilon'_{r_s} = \frac{\varepsilon_{\gamma r_s}}{1 + \alpha_{r_s}}$ , onde  $\alpha_{r_s}$  é o coeficiente de conversão interna total para a transição do sésimo gama associado ao résimo grupo beta. Designemos por p<sub>r</sub> o número de radiações gama associadas à résima desintegração beta e, por b<sub>rs</sub>, sua abundância relativa.

Com esta notação, as fórmulas básicas de coincidência passarão a ser:

$$N_{\beta} = N_{0} \sum_{r=1}^{n} a_{r} \left[ \varepsilon_{r} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}}) \sum_{s=1}^{p_{r}} b_{rs} \frac{(\alpha \varepsilon_{c} + \varepsilon_{\beta_{\gamma_{s}}})}{(1 + \alpha)_{s}r} \right] (a)$$

(I3) 
$$N_{\gamma} = N \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{p_{r}} b_{r_{s}} \varepsilon'_{\gamma}$$
(b)

$$N_{c} = N_{o} \sum_{r=1}^{n} a_{r} \sum_{r=1}^{\epsilon_{\beta}} r \left[ \sum_{s=1}^{p_{r}} b_{rs} \varepsilon_{\gamma_{rs}}^{\prime} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}}) \sum_{s=1}^{p_{r}} b_{rs} \varepsilon_{c_{rs}} \right] (c)$$

Observe-se que para esquemas de desintegração em que um dos grupos beta dei xa o núcleo resultante no estado fundamental, ou quando se discrimina as radia ções gama associadas a um dos grupos beta, deve-se considerar êstes grupos se guidos por raios gama detectados com eficiência nula. No caso da eficiência de detecção para eletrons de conversão ser diferente da unidade, deve-se substi tuir  $\alpha \varepsilon_{ce}$  por  $\Sigma \alpha_i \left[ \varepsilon_{cei} + (1 - \varepsilon_{cei}) \varepsilon_{(X,A)} \right]$ , como foi visto em I 1.

Para simplificar as fórmulas (I 3) pode-se omitir as somatórias em s, desde que as mesmas sejam consideradas implícitas, bem como, as abundâncias relativas  $b_{rs}$ , nos fatôres em  $\varepsilon'_{\gamma}$ ,  $\varepsilon_{c}$  e ( $\alpha \varepsilon_{ce}$  +  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ ), quando houver mais de uma radiação gama seguindo uma desintegração beta.

Com apenas as somatórias em r as fórmulas (I 3) ficam (Ba66):

$$N_{\beta} = N_{o} \sum_{r=1}^{n} a_{r} \left[ \varepsilon_{\beta_{r}} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}}) \frac{(\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta_{\gamma}})_{r}}{(1 + \alpha)_{r}} \right]$$
(a)  
$$N_{\gamma} = N_{o} \sum_{r=1}^{n} a_{r} \varepsilon_{\gamma_{r}}'$$
(b) (I4)

$$N_{c} = N_{c} \sum_{r=1}^{n} a_{r} \left[ \varepsilon_{\beta_{r}} \varepsilon_{\gamma_{r}}^{\prime} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}}) \varepsilon_{c_{r}} \right]$$
(c)

Lembrando ainda que as contagens  $N_{\beta}$ ,  $N_{\gamma}$  e  $N_{c}$  incluem as correções para radia - ção de fundo, tempo morto e tempo de resolução, temos que:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = \frac{N_{o} \Sigma a_{r} [\epsilon_{\beta r} + (1 - \epsilon_{\beta r})(\alpha \epsilon_{ce} + \epsilon_{\beta \gamma})_{r} / (1 + \alpha)] N_{o} \Sigma a_{r} \epsilon_{\gamma r}'}{N_{o} \Sigma a_{r} [\epsilon_{\beta r} \epsilon_{\gamma r}' + (1 - \epsilon_{\beta r})\epsilon_{c_{r}}]}$$
(15)

e, portanto, a atividade No seria dada por:

$$N_{o} = \frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} \cdot \frac{\Sigma a_{r} \left[\varepsilon_{\beta_{r}}\varepsilon_{\gamma_{r}}^{\dagger} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}})\varepsilon_{c_{r}}\right]}{\Sigma a_{r} \left[\varepsilon_{\beta_{r}} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}})(\alpha\varepsilon_{c_{e}} + \varepsilon_{\beta_{\gamma}})_{r}/(1 + \alpha)_{r}\right]\Sigma a_{r}\varepsilon_{\gamma_{r}}^{\dagger}}$$
(16)

e,  $N_c/N_v$ , que chamaremos parâmetro de eficiência, por:

$$\frac{N_{c}}{N_{\gamma}} = \frac{\Sigma a_{r} \left[\varepsilon_{\beta_{r}} \varepsilon_{\gamma_{r}}^{\dagger} + (1 - \varepsilon_{\beta_{r}})\varepsilon_{c_{r}}\right]}{\Sigma a_{r} \varepsilon_{\gamma_{r}}^{\dagger}}$$
(I 6a)

Fica evidente por estas fórmulas que não se pode determinar a atividade  $N_o$  sem o conhecimento prévio das constantes do esquema de desintegração, como as abundâncias relativas e os coeficientes de conversão interna, e das probabilidades de detecção  $\varepsilon_{\beta_r}$ ,  $\varepsilon_{\gamma r}$ ,  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ ,  $\varepsilon_{ce}$ ,  $\varepsilon_{c}$ , a menos que os têrmos em  $(1-\varepsilon_{\beta_r})$ sejam nulos, e, além disto, que um dos detectores seja igualmente sensível a tôdas as energias da radiação que detecta (Pu50), afim de que  $\varepsilon_{\beta}$  ou  $\varepsilon_{\gamma}$  possa ser tomado como constante nas somatórias, reduzindo o fator de correção para esquema de desintegração na fórmula (I 6) à unidade.

Estas duas condições, entretanto, dificilmente se verificam simultâneamen te. A primeira delas exige que as energias máximas de todos os grupos beta sejam altas para que a auto-absorção seja desprezível (para energias máximas superiores a 1,5 Mev a auto-absorção pode ser reduzida a menos do que 1%) ou que as probabilidades  $\varepsilon_{\beta_{\gamma}}$ ,  $\varepsilon_{cr}$  e  $\varepsilon_{ce}$  sejam ao mesmo tempo nulas ou muito próx<u>i</u> mas de zero.

A segunda condição, não é satisfeita, pois a eficiência de detecção beta é função da energia beta, particularmente no que se refere a auto-absorção; e o sistema de cintilação , como se sabe, tem resposta dependente da energia da radiação incidente.

Pelos motivos expostos, A. Williams e P.J. Campion (Wi63) acrescentaram às hipóteses contidas nas fórmulas (I 4) novas hipóteses, e, utilizando a técnica da extrapolação, obtiveram experimentalmente para alguns nuclídeos, o valor da correção para esquemas de desintegração, que lhes permitiu determinar abs<u>o</u> lutamente a atividade em função apenas das contagens observadas. A.Baerg (Ba66) substituiu as restrições quanto às características do esquema de desintegra ção, impostas no trabalho dos autores citados, por condições que são sobretudo de ordem instrumental e operacional, conforme veremos a seguir. Desenvolver<u>e</u> mos aqui o formalismo cujas linhas gerais foram apresentadas por Baerg no referido trabalho.

### 1.3. Condições e dedução da formula de coincidência generalizada

A possibilidade da utilização da técnica de extrapolação no método de coin cidência generalizado depende da existência de uma relação funcional entre a contagem do detector beta,  $N_{\beta}$ , e o parâmetro de eficiência,  $N_{c}/N_{\gamma}$ , tal que  $N_{\beta}$  tenda para a atividade da fonte,  $N_{o}$ , quando o parâmetro de eficiência ten der à unidade, ou seja, que

 $N_{\beta} \longrightarrow N_{o}$  quando  $N_{c}/N_{\gamma} \longrightarrow 1$ 

Segundo Baerg são duas as condições para a existência de uma função que rela - cione N<sub> $\beta$ </sub> e N<sub>c</sub>/N<sub> $\gamma$ </sub> obedecendo ao limite acima:

1) é necessário que, para um intervalo de valores experimentais do parâme-

tro de eficiência  $N_c/N_\gamma$ , as eficiências de detecção para os diferentes grupos beta,  $\varepsilon_{\beta r}$ , sejam interrelacionadas de tal forma que cada qual possa ser biunivocamente definida como função f<sub>r</sub> de uma dentre elas,  $\varepsilon_{\beta_s}$ , escolhida arbitràriamente. Além disso, é necessário que a validez dessas funções estenda--se para eficiências unitárias, ou seja, que as funções f<sub>r</sub> tendam para a unid<u>a</u> de quando uma das eficiências beta,  $\varepsilon_{\beta_s}$ , tender para êste valor. Simbòlicame<u>n</u> te esta condição pode ser escrita como:

$$\epsilon_{\beta r} = f_r(\epsilon_{\beta s})$$
 onde  $f_r \longrightarrow 1$  quando  $\epsilon_{\beta s} \longrightarrow 1$   
para  $r = 1, 2, ..., n$  (I 7)

2) é necessário que os valores das probabilidades de detecção  $\varepsilon_{\gamma_r}, \varepsilon_{\beta_{\gamma_r}}, \varepsilon_{c_r} \in \varepsilon_{c_r}$  permaneçam constantes no intervalo de variação  $N_c/N_{\gamma}$  ou sejam definíveis em têrmos de  $\varepsilon_{\beta_r}$ .

Estas condições, particularmente a primeira, dependem criticamente das características do detector beta, sendo que no caso do  $4\pi\beta$ (PC) tal dependên cia diz respeito ao seu projeto e às condições de operação.

Considerando que os espectros beta são contínuos para energias que vão de zero até uma energia máxima, a tendência simultânea das eficiências de todos os grupos beta para a unidade só se verificará se a discriminação de baixas <u>e</u> nergias constituir-se no único parâmetro responsável pela variação das eficiên cias do detector beta. A discriminação de altas energias, em particular, pode não afetar todos os grupos beta, impedindo que os  $\varepsilon_{\beta_r}$  relacionem-se biunìvocamente.

Portanto, deve-se proceder à variação de  $N_c/N_\gamma$ , variando-se as eficiências dos grupos beta unicamente por discriminação de baixas energias, o que só pode ser realizado na prática(quando se utiliza detectores proporcionais em pres são atmosférica, para os quais o espectro de pulsos de um dado grupo beta não corresponde ao seu espectro de energia)por absorção beta externa ou interna, isto é, acrescentando-se absorvedores convenientes ou carregador às fontes m<u>e</u> didas.

Pelo método do traçador verificou-se (Ba64)(Mo69) que ambas as formas de absorção são equivalentes para êste particular objetivo; entretanto, devido à maior possibilidade de contrôle da variação de  $N_c/N_\gamma$  e à maior simplicidade da absorção externa, é esta a mais frequentemente utilizada.

Todas as características do detector que permitirem a discriminação de a<u>l</u> tas energias impedirão que se verifique a primeira condição, afetando de êrro o valor extrapolado da atividade.

O mesmo ocorre se outro fator, além da absorção beta, for responsável pela ineficiência beta, como demonstraram teórica e experimentalmente A.Williams et al.(Wi68), justificando<sup>a</sup>afirmação de Baerg nêste sentido. Por êste motivo a probabilidade de resposta do detector deve ser igual a l e sua geometria exatamente  $4\pi$ , o que é conseguido com detectores projetados especificamente p<u>a</u> ra a satisfação destas exigências e operando em condições rigorosamente estipuladas.

A segunda condição, exigindo que os valores de  $\varepsilon_{Yr}$ ,  $\varepsilon_{\beta}$ ,  $\varepsilon_{\gamma}$ ,  $\varepsilon_{c_r}$ ,  $\varepsilon_{c_{r}}$ , per maneçam constantes no intervalo de variação de  $N_c/N_\gamma$ , é satisfeita com maior facilidade experimental, a menos que a energia de uma das radiações gama de intensidade significativa seja muito menor do que as energias dos grupos beta. Nêste caso, quando da variação do parâmetro  $N_c/N_\gamma$  por absorção beta, pode ocorrer discriminação gama, causando um decrescimo nos valores de  $\varepsilon_{\gamma_r}$  e de  $\varepsilon_{\beta_{\gamma r}}$ . Entretanto, mesmo nesta situação, o efeito é pequeno, uma vez que a va riação de  $\varepsilon_{\gamma}$  em função de  $N_c/N_{\gamma}$  é bastante lenta, e a de  $\varepsilon_{\beta_{\gamma}}$ , por ser baixo o seu valor no detector  $4\pi\beta(PC)$ , é em geral, desprezível, o mesmo verificando --se para  $\varepsilon_c$ . No que se refere à variação da eficiência do detector beta para os eletrons de conversão,  $\varepsilon_{ce}$ , é possível selecionar um intervalo conveniente

. 25 .

de variação de  $N_c/N_{\gamma}$ , se as energias dos grupos beta não forem muito altas , tal que nêle, os elétrons monoenergéticos não sofram discriminação. No caso de grupos beta e transições gama de energias altas, os coeficientes de conve<u>r</u> são interna são, como se sabe, quase sempre, desprezíveis.

Satisfeitas as duas condições acima, procedemos à dedução da fórmula de coincidência generalizada, segundo o formalismo de Baerg, referindo-nos às fór mulas (I 4) para as contagens nos três canais.

Se o sistema de detecção gama for estável (o que não é um requisito estri tamente necessário, mas simplificador) a relação entre a eficiência para a de tecção da radiação gama associada à um dos grupos beta e a eficiência para o total das radiações gama medidas,  $k_r$ , é constante para um dado valor de  $N_c/N_v$ , ou seja:

$$x_{r} = \frac{a_{r} \varepsilon'_{\gamma r}}{\sum_{r} a_{r} \varepsilon'_{\gamma r}} \qquad sendo \qquad \sum_{r=1}^{n} k_{r} = 1 \qquad (18)$$

A partir das equaçãos (I6a) e das formulas (I 7) e (I 8) pode-se calcular o valor do parâmetro  $N_c/N_\gamma$  em função de  $\epsilon_{\beta_S}$ , obtendo-se:

$$\frac{N_{c}}{N_{\gamma}} = 1 - \Sigma k_{r}^{*} \left[ 1 - f_{r}(\varepsilon_{\beta_{S}}) \right] \longrightarrow 1 \quad \text{quando} \quad \varepsilon_{\beta_{S}} \longrightarrow 1 \quad \text{,}$$
(1.9)

onde  $k_r' = k_r (1 - \frac{\varepsilon_{c_r}}{\varepsilon_{\gamma_r}})$ 

Pela condição 1) tem-se que:

$$f_r(\epsilon_{\beta_s}) \longrightarrow 1$$
 quando  $\epsilon_{\beta_s} \longrightarrow 1$  para  $r = 1, 2, ... n$ 

e, consequentemente, na formula (I 9):

$$\frac{N_{c}}{N_{\gamma}} \longrightarrow 1 \qquad \text{quando} \qquad \epsilon_{\beta_{S}} \longrightarrow$$

ou seja, o parâmetro de eficiência tende à unidade quando uma das eficiências beta, ε<sub>βs</sub>,tender para um.

Considerando que  $\varepsilon_{c_r}$  é pequeno em face à  $\varepsilon_{\gamma r}$ , e que  $\varepsilon_{\gamma_r}$  e  $\varepsilon_{c_r}$  são constantes ou variam muito lentamente com  $\varepsilon_{\beta_r}$ , então,  $k'_r$  é também constante ou varia lentamente com  $\varepsilon_{\beta_r}$ . Em ambos os casos, observadas as condições de validez das fórmulas  $\varepsilon_{\beta_r} = f_r(\varepsilon_{\beta_s})$ , a equação (I 9) define implicitamente  $\varepsilon_{\beta_s}$  como função  $\phi$  de  $N_c/N_\gamma$  e, os  $\varepsilon_{\beta_r}$ , por sua vez, ficarão definidos como funções  $\Psi_r$  de  $N_c/N_\gamma$ , sendo  $f_r$ ,  $\phi \in \Psi_r$  monótonas num intervalo selecionado de variação de  $N_c/N_\gamma$ .Sim bôlicamente, pode-se escrever:

 $\epsilon_{\beta_{r}} = f_{r}(\epsilon_{\beta_{s}})$  onde  $\epsilon_{\beta_{s}} = \phi(N_{c}/N_{\gamma})$  portanto

$$\epsilon_{\beta_r} = f_r \left[ \phi \left( N_c / N_{\gamma} \right) \right] = \Psi_r \left( N_c / N_{\gamma} \right)$$

onde

$$\epsilon_{\beta_r}, f_r, \Psi_r \longrightarrow 1$$
 quando  $N_c/N_{\gamma} \longrightarrow 1$  (I 10)  
 $r = 1, 2, ... n$ 

Uma vez definidos os  $\varepsilon_{\beta_r}$  como funções biunívocas de  $N_c/N_\gamma$ , pode-se reescrever a fórmula (I 4) (a) para a contagem no canal beta, como:

$$N_{\beta} = N_{o} \left\{ \sum_{r} a_{r} b_{r} + \sum_{r} a_{r} \Psi_{r} (N_{c}/N_{\gamma}) \left[ 1 - b_{r} \right] \right\} \quad (I \ 11)$$

onde

$$b_r = \left(\frac{\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha}\right)_r$$

Das considerações feitas relativamente a  $\varepsilon_{ce} e \varepsilon_{\beta\gamma}$  decorre que  $b_r e constante ou varia muito lentamente com <math>N_c/N_\gamma$  e, portanto,  $N_\beta$  resulta simplesmente como uma função F do parâmetro de eficiência  $N_c/N_\gamma$ , tal que:

$$N_{\beta} = N_{o} F(N_{c}/N_{\gamma})$$

Levando em conta os limites em (I 10) e considerando que  $\sum_{r=r} a_r = 1$ , observa--se pelas fórmulas (I 11) e (I 12) que

$$F \longrightarrow 1$$
 e  $N_{\beta} \longrightarrow N_{o}$  quando  $N_{c}/N_{\gamma} \longrightarrow 1$ 

Para se conhecer o valor da atividade  $N_o$ , determina-se experimentalmente a função de eficiência F, variando-se o parâmetro de eficiência  $N_c/N_\gamma$ , através da absorção das partículas beta em filmes finos ou fôlhas de alumínio, em um intervalo para o qual sejam válidas as fórmulas (I 7) e (I 9). Este,que d<u>e</u> pende sobretudo da relação entre as energias médias e a forma dos espectros dos grupos beta, particularmente em sua parte inicial, ou da energia dos eletrons de conversão, é, em geral, suficientemente grande para que se possa obter um número razoável de pontos definindo a curva. Procede-se, em seguida , a um ajuste polinomial dos pontos (Ad67), extrapolando-se para  $N_c/N\gamma = 1$  onde  $N_{\beta} = N_o$ .

Desta forma obtém-se o valor absoluto da atividade em função apenas das contagens observadas, sem necessidade de introduzir os parâmetros nucleares e as diversas probabilidades de detecção.

Por êste método é, também, possível conhecer a eficiência beta total, isto é, para a detecção das radiações emitidas por todos os grupos beta, que pa ra cada valor do parâmetro  $N_c/N_\gamma$  é dada pela própria função F, uma vez determinada experimentalmente sua forma. As eficiências dos grupos beta individuais só podem ser determinadas, se for possível isolar as radiações gama a êles as sociadas e se a eficiência para a detecção gama-gama for desprezível.

#### I.4. Forma prática da formula de coincidência generalizada

A fórmula de coincidência generalizada pode ser posta em forma mais conv<u>e</u> viente para sua solução gráfica ou analítica. Usando-se  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$  como variá vel dependente e (1 -  $N_{c}/N_{\gamma}$ ) /  $N_{c}/N_{\gamma}$  como parâmetro variável, obtém-se uma fu<u>n</u> ção de eficiência, G, cuja variação é mais lenta do que a da função F acima referida.

Utilizando-se a formula (I 9), o novo parâmetro de eficiência pode ser es crito como:

$$\frac{1 - N_c/N_{\gamma}}{N_c/N_{\gamma}} = \frac{1}{1 - \sum_r k'_r \left[1 - f_r(\epsilon_{\beta_s})\right]} - 1 \qquad (I \ 13)$$

$$\frac{1 - N_c/N_{\gamma}}{N_c/N_{\gamma}} \longrightarrow 0 \quad \text{quando} \quad \epsilon_{\beta_r} = f_r(\epsilon_{\beta_s}) \longrightarrow 1$$
para  $r = 1, 2, ..., n$ 

Por considerações análogas às feitas em I.3 para a fórmula (I 9),os  $\epsilon_{\beta_r}$  podem ser definidos, pela fórmula (I 13), como funções monótonas de  $(1-N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ , ou seja,

$$\beta_{\mathbf{r}} = \Psi_{\mathbf{r}}' \left( \frac{1 - N_{\mathbf{c}}/N_{\mathbf{\gamma}}}{N_{\mathbf{c}}/N_{\mathbf{\gamma}}} \right) \qquad \text{onde } \Psi_{\mathbf{r}}' \longrightarrow 1 \qquad \text{quando} \quad \frac{1 - N_{\mathbf{c}}/N_{\mathbf{\gamma}}}{N_{\mathbf{c}}/N_{\mathbf{\gamma}}} \longrightarrow 0$$

$$\text{para } \mathbf{r} = 1, 2, \dots n$$

Substituindo  $\Psi_r(N_r/N_\gamma)$  por  $\Psi'_r(\frac{1-N_r/N_\gamma}{N_r/N_r})$  na formula (I 11) e multiplicando- a pela expressão de  $N_r/N_\gamma$  em (I 9), tem-se:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = \frac{N_{o}\left[\sum_{r} b_{r}a_{r} + \sum_{r} (1 - b_{r})a_{r}\Psi_{r}'\left(\frac{1 - N_{c}/N_{\gamma}}{N_{c}/N_{\gamma}}\right)\right]}{1 - \sum_{r}k_{r}'\left[1 - \Psi_{r}'\left(\frac{1 - N_{c}/N_{\gamma}}{N_{c}/N_{\gamma}}\right)\right]}$$
(114)

Com as mesmas considerações feitas para a dedução da fórmula (I 12) a respeito de b<sub>r</sub> e, ainda, com aquelas feitas para k<sub>r</sub>', isto é, para  $\varepsilon_{\gamma_r} = \varepsilon_{c_r}$ , na fórmula (I 9), conclui-se que N<sub>β</sub>N<sub>γ</sub>/N<sub>c</sub> pode ser tomada como uma função G de  $(1 - N_c/N_\gamma) N_c/N_\gamma$ , ou seja:

FÓRMULA DE COINCIDÊNCIA GENERALIZADA

onde  $G \longrightarrow 1$  e  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c} \longrightarrow N_{o}$  quando  $(1-N_{c}/N_{\gamma}) / N_{c}/N_{\gamma} \longrightarrow 0$ 

 $\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o}G \left(\frac{1 - N_{c}/N_{\gamma}}{N_{c}/N_{\gamma}}\right)$ 

O procedimento para a determinação da atividade pela formula (I 15) é o
mesmo descrito em 1.3 relativamente à função F.

Se for possível conhecer as funções  $f_r$ , ou seja, a relação entre as eficiências dos grupos beta, e, portanto, tornar explícitas as funções  $\Psi'_r$ , pode--se estimar pela fórmula (I 14) a correção para o esquema de desintegração. <u>U</u> ma análise desta correção, como veremos ao particularizarmos a fórmula gener<u>a</u> lizada de coincidência, permite o conhecimento das condições experimentais que a tornam mínima, diminuindo ou mesmo, eliminando o êrro devido a extrapolação na determinação da atividade.

## I.5. Particularização da formula generalizada de coincidência para eficiên cias dos grupos beta linearmente relacionadas

As experiências realizadas para o estabelecimento do método do traçador para a calibração de emissores beta puros (Ca60) (Me60) (Ba64) mostraram que as eficiências de grupos beta de energias médias diferindo de fatôres não superiores a 2 relacionam-se linearmente, no intervalo de variação do parâmetro de eficiência que vai de 100% até cêrca de 75%. A. Williams (Wi64) demonstrou por considerações teóricas dos espectros beta que, para êstes casos, o erro no valor extrapolado devido a suposição de linearidade é da ordem de 1%, e com provou experimentalmente seus cálculos para os grupos beta de alguns radionu-clídeos.

À medida que aumenta a diferença entre as energias médias dos grupos beta, o comportamento linear das funções  $f_r$ , restringe-se a intervalos cada vez menores, e, em casos extremos, desvia -se bastante da linearidade.

Para grupos beta tais que suas eficiências possam ser consideradas linear mente interrelacionadas, as fórmulas de coincidência generalizada de Baerg po dem ser particularizadas, atribuindo às funções  $f_r$  uma forma linear convenien te. É, ainda, o método do traçador que sugere para os  $\varepsilon_{\beta_r}$  a seguinte forma (Wi63) (Ba66):

 $\varepsilon_{\beta_r} = 1 - C_r (1 - \varepsilon_{\beta_s})$  onde  $C_r \approx cte para r = 1, 2, ... n$ 

(I 16)

ou seja, as ineficiências beta (1 -  $\varepsilon_{\beta_r}$ ) são aproximadamente proporcionais,ten do como constante de proporcionalidade C<sub>r</sub> cujo valor pode ser estimado por alto pela relação entre as energias médias dos grupos beta considerados (Ca60).

Substituindo o valor de  $\epsilon_{\beta_r}$  na formula (I 4) (a) pelo seu valor dado pela expressão (I 16), e utilizando alguns artifícios matemáticos, tem-se:

$$N_{\beta} = N_{o} \left[ 1 - K(1 - \frac{N_{c}}{N_{Y}}) \right]$$
 FÓRMULA DE COINCIDÊNCIA  
GENERALIZADA PARA EFI - (I 17  
CIÊNCIAS BETA LINEARMEN  
TE RELACIONADAS

onde

e

$$K = \sum_{r} \frac{a_{r}C_{r}}{k} (1 - \frac{\alpha\varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha})_{r}$$
(I 18)

$$k = \sum_{r} k_{r} C_{r} \left(1 - \frac{\varepsilon_{c_{r}}}{\varepsilon_{\gamma r}}\right) \qquad (I 19)$$

Se  $\varepsilon_{\gamma}, \varepsilon_{c}, \varepsilon_{\beta_{\gamma}} \in \varepsilon_{ce}$  puderem ser considerados fixos quando da variação de  $N_{c}/N_{\gamma}$ , K é constante e pela fórmula (I 17) verifica-se que

1

$$N_{\beta} \longrightarrow N_{0}$$
 quando  $N_{c}/N_{\gamma}$ 

Variando-se  $(1 - N_c/N_{\gamma})$  obtém-se uma reta cujo coeficiente angular dará o v<u>a</u> lor de N<sub>o</sub>K e cuja ordenada inicial fornecerá o valor absoluto da atividade , N<sub>o</sub>.

Anàlogamente ao que ocorre no caso geral, e, em particular, para a determinação do valor de K, é conveniente o uso da função que relaciona  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$ com (1 -  $N_{c}/N_{\gamma}$ ) /  $N_{c}/N_{\gamma}$ . Dividindo-se a fórmula (I 17) por  $N_{c}/N_{\gamma}$  obtém- se a forma explícita da função G nêste caso particular, dada pela expressão entre os colchetes da fórmula abaixo:

 $\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{c} \left[ 1 + (1 - K) \left( \frac{1 - N_{c}/N_{\gamma}}{N_{c}/N_{\gamma}} \right) \right]$ 

FÓRMULA DE COINCIDÊ<u>N</u> CIA GENERALIZADA PA- (I 20) RA EFICIÊNCIAS BETA LINEARMENTE RELACIO-NADAS

onde com as mesmas considerações feitas para a fórmula (I 15)

 $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c} \longrightarrow N_{0}$  quando  $(1 - N_{c}/N_{\gamma}) / N_{c}/N_{\gamma} \longrightarrow 0$ 

Determina-se, desta forma, o valor da constante da correção para esquema de desintegração, K, para um dado sistema de detecção e um dado radionuclídeo. Conhecendo-se o valor de K, e portanto, da expressão que multiplica  $N_o$  na formula (I 20) para um determinado valor de  $N_c/N_\gamma$ , pode-se no caso de eficiências beta linearmente relacionadas, utilizar o método de coincidência convencional, acrescentando-lhe o fator de correção para esquema de desintegração.

A determinação da atividade por extrapolação no método de coincidência generalizado exige várias medidas para a obtenção da atividade de uma fonte, afim de que seja grande o número de pontos determinando a reta e, portanto, p<u>e</u> queno o êrro no valor extrapolado. Embora mais lenta e trabalhosa a determin<u>a</u> ção de N<sub>o</sub> por êste método é aconselhável para medidas de alta precisão, particularmente quando for possível escolher condições experimentais, tais que a i<u>n</u> clinação da reta seja mínima.

Embora o método de coincidência generalizado não utilize o valor de K para a determinação da atividade, é útil explicitar sua forma para a análise e o e<u>s</u> tabelecimento das condições de operação para um dado radionuclídeo.

A constante da correção para esquemas de desintegração para eficiências b<u>e</u> ta linearmente interrelacionadas é dada pelas fórmulas (I 18), (I 19)e(I 8), r<u>e</u> sultando em :

 $a_{r}C_{r} (1 - \frac{\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha})_{r}$ Κ = Σ  $\frac{\Sigma}{r} = \frac{\frac{a_{r} \varepsilon_{\gamma_{r}} C_{r}}{\Sigma a_{r} \varepsilon_{\gamma_{r}}} (1 - \frac{\varepsilon_{c_{r}}}{\varepsilon_{\gamma_{r}}})$ 

CORREÇÃO PARA ESQUEMAS DE DESINTEGRAÇÃO COM EFICIÊ<u>N</u> (I 21) CIAS BETA LINEARMENTE RE-LACIONADAS Pela fórmula (I 21) pode-se estimar as condições de operação que minimizam o fator (1-K), ou seja, o coeficiente angular da reta, tornando-a o mais poss<u>í</u> vel paralela ao eixo das abcissas, e desta forma, tendendo a eliminar a necessidade de extrapolação ou a diminuir o êrro nesta.

Como era de se esperar a minimização de (1-K) depende da seleção das radia ções gama a serem incluídas na medida, verificando-se, em geral, quando se inclue aquelas associadas aos grupos beta de maior abundância relativa.

Os eletrons de conversão, por outro lado, impõem um limite inferior para esta correção, o que não ocorreria se fosse possível descriminá-los por absor ção; entretanto, tendo em vista a ordem de grandeza de suas energias, isto a carretaria em um decréscimo de  $N_c/N_{\gamma}$  e, consequentemente, o intervalo de extra polação seria aumentado, crescendo a probabilidade de introdução de errosistemático no valor extrapolado.

A formula (I 21) permite a determinação da abundância relativa e do coeficiente de conversão interna total de radionuclídeos apresentando esquemas de desintegração relativamente simples e de características convenientes. Constitue também o método mais preciso para a determinação da eficiência gama do detector beta, que com a utilização de uma série de radioisótopos adequados e emissores de radiações gama de diferentes energias, torna possível o levantamen to da curva de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  versus  $E_{\gamma}(E_{\gamma}$  = energia gama), que é da maior utilidade nos problemas de medida absoluta de atividade (Wi63) (Me67).

O conhecimento da forma da correção para esquemas de desintegração para eficiências beta linearmente relacionadas, ou em outros casos em que as funções  $f_r$  possam ser explicitadas, é útil, também, para a estimativa desta correção quando não é de interêsse ou não é possível sua determinação experimental, como por exemplo, para radionuclídeos de meia vida curta.

O caso particular de eficiências linearmente relacionadas tende ao caso <u>ge</u> ral da função G, para espectros beta menos semelhantes e para valôres do parâmetro de eficiência, em geral, inferiores a 75 %. Nêstes casos ajustando-se a curva por polinômios ortogonais e aplicando-se testes estatísticos para a ver<u>i</u> ficação da melhor ordem polinomial de ajuste (Ad67), verifica-se que os têrmos de segundo ou de terceiro grau tornam-se significativos. Naturalmente a ordem polinomial é limitada superiormente pelos êrros estatísticos dos pon -

. 33 .

Concluimos, portanto, que a técnica de medida de coincidência utilizando a variação do parâmetro de eficiência, conserva a qualidade fundamental do mé todo de coincidência, isto é, a obtenção da atividade em função apenas das contagens observadas, dispensando inclusive o conhecimento de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ , necessário ao método de coincidência convencional mesmo no caso de esquemas de desinte gração simples.

Como foi dito na introdução, a fórmula generalizada de coincidência, emb<u>o</u> ra tenha sido deduzida para esquemas de desintegração do tipo beta-gama aplica-se aos do tipo alfa-gama, captura eletrônica-gama, pósitron-gama, com pe quenas modificações e, algumas restrições, no caso em que a desintegração se dá por radiações de natureza diferente, como por exemplo, por emissão de pós<u>i</u> trons e captura eletrônica. Aplica-se, ainda, para a calibração de emissôres beta puros com o artifício da incorporação de um emissor beta-gama, de atividade prêviamente determinada, na fonte do radionuclídeo a ser calibrado,ou s<u>e</u> ja, pelo método do traçador.

A fórmula de coincidência generalizada deve ser testada para cada sistema de detecção e para os diversos tipos de esquema de desintegração. No caso de esquemas apresentando vários grupos beta, todos êles associados a uma ou mais radiações gama, pode-se realizar medidas diferindo entre si pela seleção dos fotopicos nelas incluídos, utilizando-se para cada qual uma condição diferente de janela do analisador monocanal gama. Obtém-se desta forma diferentes funções G, que convergirão tôdas para a unidade quando o parâmetro de eficiên cia tender a um, se forem válidas as hipóteses assumidas, particularmente quan to à tendência simultânea das funções f<sub>r</sub> para a unidade. Para esquemas menos complexos, particularmente se um dos grupos beta vai para o estado fundamen - tal, êste teste pode ser levado a efeito acrescentando-se um nuclídeo "traçador", afim de que seja possível obter outras funções G, que deverão igualmen te tender para a unidade quando o N<sub>c</sub>/N<sub>v</sub> tender para um.

Outros testes específicos para o tipo de complexidade que se quer verificar podem ser realizados, sendo dos mais diretos o da comparação do valor de um parâmetro nuclear determinado pela fórmula de coincidência generalizada,com valôres bem estabelecidos encontrados na literatura,quando o esquema de desi<u>n</u> tegração e as características **do** radioisótopo,citadas na introdução, o permitirem. Êste tipo de verificação, que será tratado no capítulo II, exige para a sua realização nuclídeos adequados, de esquemas de desintegração relativa mente simples, afim de que não sejam acumuladas incertezas devido aos valôres dos parâmetros nucleares e das probabilidades de detecção, o que tornarã o tes te não significativo e o que ocorrerá fàcilmente, pois o valor da correção pa ra esquema de desintegração é, em geral, bastante pequeno. Nos casos menos favoráveis, como o do Au<sup>198</sup> K é da ordem de 0,95, o que implica para fontes de eficiência beta total de 90%, em uma alteração no valor da atividade de cêr ca de 5 %; em casos favoráveis, como o do I<sup>131</sup>, nas condições experimentais de minimização desta correção, tem-se K ≈ 0,995, afetando o valor da atividade de cêrca de 0,5 %, para fontes com a mesma eficiência total de 90 %.

## I.6. <u>Êrros sistemáticos na medida absoluta da atividade pelo método de coin-</u> cidência generalizado utilizando o sistema $4\pi\beta(PC)-\gamma$

A medida absoluta da atividade pelo método de coincidência generalizado é afetada pelos êrros sistemáticos que ocorrem no método de coincidência conve<u>n</u> cional para esquemas de desintegração simples e, além dêstes, pelo êrro devido à extrapolação, principalmente para nuclídeos que se desintegram pela emi<u>s</u> são de mais de um grupo beta.

Os erros sistemáticos são portanto de dois tipos: os que afetam cada ponto da curva e o de extrapolação da curva.

Os primeiros podem ser divididos em:

- 1) êrros instrumentais relativos às constantes eletrônicas
  - a) na determinação do tempo de resolução do circuito de coincidência
  - b) na determinação dos tempos mortos fixados eletrônicamente
  - c) nos tempos de contagem
- 2) êrros instrumentais devido às características do detector beta
  - a) probabilidade de resposta do detector diferente de 1
  - b) geometria do detector menor do que  $4\pi$
  - c) pulsos espúrios
- 3) erros devido às características do nuclídeo
  - a) na constante de desintegração
  - b) nas contagens devido às impurezas radioquímicas.

. 35 .

Os êrros do item 1) são fàcilmente estimados e, normalmente, não introduzem na medida da atividade êrros sistemáticos maiores do que 0,05 %.

Quanto aos erros do item 2) vários autores têm, nos últimos anos, se preo cupado com suas causas, procurando eliminá-los ou estimá-los, porém a solução definitiva para estes problemas ainda não foi encontrada. Atualmente, o que se consegue é a minimização dêstes erros com a utilização de detectores de pro jeto elaborados, visando a eliminação dos mesmos, e de técnicas experimentais aperfeiçoadas com o mesmo objetivo. Deve-se observar, entretanto, que a menos dos pulsos espúrios, cuja existência pode ser verificada por meio de testes relativos às contagens no canal beta e no canal de coincidência, os erros do item 2) devido à geometria e à probabilidade de resposta do detector, só in tervêm no caso de esquemas de desintegração envolvendo mais de um ramo beta.

Quanto ao êrro sistemático devido à extrapolação adota-se sempre o critério de minimização da inclinação da curva de eficiência e do intervalo de extrapolação, para que êste êrro atinja ordens de grandeza não superiores a dos demais introduzidos na medida absoluta da atividade. É,também, para esque mas de desintegração envolvendo mais de um grupo beta que o êrro devido à extrapolação pode constituir-se em séria dificuldade para a obtenção de preci sões da ordem de 99 %.

Para a calibração de soluções radioativas deve-se ainda levar em conta os êrros sistemáticos devido à determinação da massa da alíquota e do fator de d<u>i</u> luição (Mo67b).

É lícito reduzir os erros estatísticos em cada ponto da curva aos erros es tatísticos de contagem, os quais são limitados inferiormente pela estatística da desintegração radioativa. Os tempos de contagem normalmente usados são tais que os mantém da ordem de 0,05 %.

Considera-se, ainda, o erro estatístico no valor extrapolado, que é função do intervalo de extrapolação, do intervalo de variação de parâmetro de eficiencia, do número de pontos nêste intervalo e, naturalmente, da variância dos r<u>e</u> síduos.

### CAPÍTULO II

## <u>Medida do coeficiente de conversão interna total da transição</u> <u>de 279 Kev do T1<sup>203</sup></u>

A medida do coeficiente de conversão interna total do  $T1^{203}$  foi escolhida para o primeiro teste do método de coincidência generalizado, por permitir a verificação da técnica de variação do parâmetro de eficiência com um nuclídeo que se desintegra pela emissão de apenas um grupo beta, como pode ser consid<u>e</u> rado o  $Hg^{203}$ . Evitou-se, assim, a introdução das hipóteses mais críticas do método de coincidência generalizado, antes de se ter comprovado devidamente <u>es</u> ta técnica.

As características do esquema de desintegração do  $\text{Hg}^{203}$  são favoráveis ao tipo de medida propôsto. Desprezando-se o grupo beta que deixa o Tl<sup>203</sup> no es tado fundamental, de abundância relativa menor do que 0,004%, a desintegração do  $\text{Hg}^{203}$  reduz-se a um grupo beta seguido por uma transição que se dá,com por centagem maior do que 20%, por conversão interna. O valor relativamente alto do coeficiente de conversão interna é vantajoso por dois motivos: primeiro porque a ordem de grandeza do êrro na medida torna-se menor do que o valor de terminado; segundo, porque - a energia da transição decrescendo com o crescimento dêste coeficiente - a radiação gama competitiva com a conversão interna á de ser detectada no contador  $4\pi\beta(PC)$ .

Quanto ao valor do coeficiente de conversão interna para esta transição, encontra-se na literatura cêrca de trinta resultados para o coeficiente de conversão interna parcial,  $\alpha_{\rm p}$ , obtidos por diferentes métodos de medida entre 1948 e 1967, sendo que os valores publicados nos últimos 10 anos apresentam um acôrdo satisfatório. Entre êstes inclue-se a determinação de J.G.V. Taylor (Ta62) realizada em Chalk River, utilizando a técnica de variação do parâmetro de eficiência em sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  e o valor de K/(L + M + N) determinado por Nijgh et al. (Ni59). Torna-se desta forma possível, comparar a referida técnica nos sistemas  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  de Chalk River e do IEA, assim como, verificar o êrro sistemático por ela introduzido ao comparar êstes resultados com os obt<u>i</u> dos por outros métodos de medida.

# II.1. Formula de coincidencia generalizada para o Hg<sup>203</sup>

Segundo as referências abaixo citadas, a desintegração do Hg<sup>203</sup> dá-se de acôrdo com o seguinte esquema:



Obs.: as linhas horizontais pontilhadas representam os níveis atômicos excit<u>a</u> dos devido às lacunas nas órbitas K e L produzidas pela conversão inter na da transição de 279 Kev. Tôdas as energias são dadas em Mev

Utilizando a fórmula da constante para a correção de esquema de desintegr<u>a</u> ção para eficiências linearmente relacionadas (I 21) tem-se para o Hg<sup>203</sup>:

. 38 .

$$K = \frac{a_1 c_1 \left(1 - \frac{\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha}\right)_1 + a_2 c_2 \left(1 - \frac{\alpha \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha}\right)_2}{\frac{a_1 \varepsilon_{\gamma_1} c_1}{a_1 \varepsilon_{\gamma_1} + a_2 \varepsilon_{\gamma_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{\gamma}}\right)_1 + \frac{a_2 \varepsilon_{\gamma_2} c_2}{a_1 \varepsilon_{\gamma_1} + a_2 \varepsilon_{\gamma_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{\gamma}}\right)_2}$$
(II 1)

onde tomando  $\beta_1$  como eficiência de referência, C<sub>2</sub> fica definido conforme a fór mula (I 16) por:

$$\varepsilon_{\beta_2} = 1 - C_2 (1 - \varepsilon_{\beta_1})$$

e, nêste caso,  $C_1 = 1$ 

Considerando que o grupo  $\beta_2$  deixa o Tl $^{203}$  no estado fundamental, tem- se que:

$$\varepsilon_{\gamma_2} = 0$$
;  $\varepsilon_{\beta_{\gamma_2}} = 0$ ;  $\varepsilon_{c_2} = 0$ ;  $\varepsilon_{c_2} = 0$ 

No caso em que  $\varepsilon_{ce_1}$  pode ser menor do que l deve-se substituir  $\alpha_1 \varepsilon_{ce_1}$ , segundo a fórmula (I 2), por

$$\sum_{i}^{\Sigma \alpha} \left[ \frac{\varepsilon}{ce_{i}} + (1 - \varepsilon_{ce_{i}}) \varepsilon_{(XA)} \right]$$

Desde que seja válida a hipótese de linearidade entre  $\varepsilon_{\beta_1} e \varepsilon_{\beta_2}$ , a fórmula (II 1 ) fica, então:

$$K = \frac{a_1 C_1 \left(1 - \frac{\Sigma \alpha_i \left[\varepsilon_{ce_i} + (1 - \varepsilon_{ce_i}) \varepsilon_{(XA)_i}\right] + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha}\right)_1 + a_2 C_2}{C_1 \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)_1}$$
(II 2)

Entretanto, a expressão (II 2) pode ser simplificada com as seguintes considerações:

1) sendo  $a_2 < 4 \times 10^{-5}$  e  $C_2 = E_1/E_2 = 0.4$ , então  $a_2C_2 < 2 \times 10^{-5}$ . Uma estimativa de K fornece para esta constante o valor aproximado de 0.8,

portanto, se o êrro experimental em sua determinação fôr, na melhor das hipóteses, de 0,1 %, o êrro em K será da ordem de 8 x  $10^{-4}$ . Logo tomando-se a<sub>2</sub>=0, comete-se um êrro desprezível em face aos demais.

2) Impondo-se ao canal gama condições de discriminação de maneira a sele-

cionar para a medida apenas o fotopico da radiação de 279 Kev, elimina -se a contribuição dos raios X consequentes da conversão interna (o que está implicitamente supôsto na fórmula), das radiações de bremsstrahlung e das coin cidências gama-gama, tornando ε<sub>c1</sub> = 0.

3) Em consequência do que foi dito em I.1, a probabilidade de detecção dos eletrons de conversão associados à transição de 279 Kev do  $T1^{203}(E_{(e_K)})$ 

= 194 Kev e  $E_{(e_{L})}$  = 264 Kev ) é maior do que 99,9 %, devido à alta eficiên cia intrínseca do detector e ao fato de serem desprezíveis as absorções na fonte e no suporte para essas energias. Na técnica de variação do parâmetro de eficiência por absorção beta, o que ocorre a princípio, quando a espessura dos absorvedores é muito menor do que o alcance dêstes eletrons , são espalh<u>a</u> mentos que não afetam a detecção dos mesmos, pois sendo 4m a geometria do co<u>n</u> tador, qualquer que seja o ângulo de espalhamento, os eletrons de conversão es tarão sempre contidos no volume sensível do detector. Entretanto, aumentando -se a espessura dos absorvedores êstes eletrons podem começar a ser absorvi dos, conforme mostram as curvas de absorção de eletrons monoenergéticos (Si55). Desta forma torna-se lícito que se atribua a  $\varepsilon_{ce}$  o valor 1, desde que se ass<u>e</u> gure que no intervalo útil de variação do parâmetro de eficiência,  $\varepsilon_{ce1}$  mant<u>e</u> nha-se constante.

Em vista das considerações acima e abandonando o indice 1 , K reduz-se a:

$$K = 1 - \frac{\alpha + \varepsilon_{\beta_{\gamma}}}{1 + \alpha}$$
 (II 3)

Substituindo-se a expressão (II 3) em (I 20) tem-se a fórmula de coincidência generalizada para o Hg<sup>203</sup>, simplificada pelas condições experimentais:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o} \left[ 1 + \frac{\alpha + \varepsilon_{\beta}}{1 + \alpha} \frac{1 - N_{c}/N_{\gamma}}{N_{c}/N_{\gamma}} \right]$$
(II 4)

Trata-se portanto da equação de uma reta em  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$  e (1 -  $N_{c}/N_{\gamma})/N_{c}/N_{\gamma}$ 

de coeficiente angular igual a  $N_0(\frac{\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}}}{1 + \alpha})$  e de ordenada inicial igual a  $N_0$ . Assim sendo, torna-se po sível determinar o valor de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}})/(1 + \alpha)$  através da variação de  $N_{\gamma}/N_{\gamma}$ .

Quanto à expressão para o parametro de eficiência, tem-se pela fórmula (19), considerando-se que nêste caso k = 1,  $f(\varepsilon_{\beta}) = \varepsilon_{\beta} = \varepsilon_{\beta} = \varepsilon_{\beta} + \varepsilon_{\gamma} / (1+\alpha)^{2}$ :

$$\frac{N_{c}}{N_{y}} = \epsilon_{\beta} + \frac{\epsilon_{\beta\gamma}}{1+\alpha} (1-\epsilon_{\beta})$$

Podemos adiantar, entretanto que para a energia de 279 Kev o valor de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ é menor do que 10<sup>-3</sup>. Desta forma,  $N_c/N_\gamma$  pode ser considerado como uma medida da eficiência beta, uma vez que o segundo têrmo é desprezível em face  $a = \varepsilon_{\beta}$ em seu intervalo útil de variação que, como veremos, não incluirá valores de  $\varepsilon_{\beta}$  menores do que 0,70. Pelo memo motivo  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  poderá ser desprezado na fórmu la (II 4) para algumas análises, em primeira aproximação, dos resultados.

### II.2. Descrição do sistema 4πβ(PC)-γ do IEA

O sistema de coincidência  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  do IEA, utilizado para a medida do Hg<sup>203</sup>, compõe-se, essencialmente, de um detector de geometria  $4\pi$ , tipo "pill--box", de gás em circulação, operando em regime proporcional, acoplado a um cristal de NaI(T1), e das unidades eletrônicas que completam o canal beta e o canal gama e formam o canal de coincidência.

O detector  $4\pi\beta(PC)$  (figuras 1 e 2) é formado por duas partes simétricas, de latão, entre as quais pode correr uma placa com dois orifícios para a colocação das fontes, permitindo a troca das mesmas sem abertura do detector. A vedação é garantida por um sistema de aneis de borracha. Seu volume interno, obedecendo a um projeto aperfeiçoado para êste tipo de contador, é delimitado por definidores de latão, que o tornam aproximadamente cilíndrico, tendo 3,0 cm de diâmetro e 7,5 cm de comprimento . Em cada metade do detector estende--se, paralelamente ao eixo do cilindro, o anodo, constituído por um fio de aço inoxidável, de 25µ de diâmetro, preso pelas extremidades a isoladores de t<u>e</u> flon.

O gás de contagem utilizado para a medida em questão foi o propano de 99,9% de pureza. O fator de amplificação gasosa dêste gás no referido conta-

. 41 .



Detector 4 m B(PC) tipo "pill-box".

Na foto acima vê-se as duas partes simétricas do detector, encontrando--se sôbre a metade inferior, a placa com dois orifícios, para a coloca ção das fontes. Na metade superior, pode-se ver os definidores do cilindro que constitue o volume interno do detector.





Corte transversal esquemático do detector  $4\pi\beta$ (PC), mostrando a posição dos absorvedores de VYNS ou de alumínio utilizados para a variação do parâmetro de eficiência.

Em baixo, à direita, está representado o suporte da fonte, constitu<u>í</u> do por uma arandela de alumínio de 3 cm e 1,5 cm de diâmetro externo e interno, respectivamente. Sôbre ela adere-se um filme VYNS metal<u>i</u> zado.

43

dor, operando na tensão característica para a detecção da radiação beta do  $Hg^{203}$  (3600 volts), é da ordem de 4 x 10<sup>6</sup> (Re67b).

En contacto direto com a parede inferior, de 0,3 cm de espessura, do "pill--box", encontra-se o cristal de NaI(Tl) de 3" x 3", acoplado à uma fotomultiplicadora RCA modêlo 8054.

Os dois detectores são blindados com paredes de chumbo de 8 cm de espessu ra.

O sistema eletrônico associado a ambos os detectores está representado no diagrama de bloco da figura 3. Merecem referência especial nêste sistema:

- 1) fontes de alta tensão de grande estabilidade: 0,005 % por hora.
- 2) amplificador do canal beta, linear, de alto ganho, baixo ruído e com formação de pulso por dupla diferenciação com linha de atrazo. Estas ca racterísticas são necessárias para a amplificação dos pulsos provenien tes do detector  $4\pi\beta(PC)$  cujas amplitudes variam por fatôres que podem ser maiores do que 1000. Para tais sobrecargas seu tempo de recuperação é da ordem de 8 µs, não comprometendo gravemente o pequeno tempo morto do detector proporcional. Além do mais sendo o tempo de subida de seus pulsos de saída menor do que 0,5 µs, permite que se utilize no circuito de coincidência tempos de resolução relativamente pequenos.
- fotomultiplicadora, pré-amplificador e amplificador do canal gama de boa estabilidade (< 1% por dia), o que é favorecido pela manutenção do ambiente em temperatura constante.
- circuitos para a fixação do tempo morto nos canais beta e gama, garantindo o valor fixado dentro de 20%.
- 5) circuito de atraso variável, entre 0,5 e 1,5 µs, projetado no IEA, para a colocação dos pulsos do canal gama em fase com os do canal beta,qua<u>n</u> do necessário.
- 6) circuito de coincidência a diodo, com os seguintes tempos de resolução nominais: 0,25, 0,5, 0,75 e l µs. A variação do tempo de resolução f<u>i</u> xado não supera 10%.
- 7) utilização, como referência de tempo para os três canais, da frequên cia de um oscilador de cristal, garantindo uma precisão no tempo de 0,01%.

Várias séries de medidas foram realizadas nêste sistema para verificar a perda dos componentes do comêço do espectro de energia da radiação beta de v $\underline{a}$ 

SISTEMA DE COINCIDÊNCIA 4 TI/3-8





Diagrama de bloco do sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  do IEA

**4**5

rios radionuclídeos; a probabilidade de resposta do detector beta; o eventual desvio da geometria 4π; as perdas de contagem devidas a tempo morto; a amplificação gasosa para vários gases e tensões de operação; as perdas de coinci dências reais; a estabilidade eletrônica a longo e curto prazo; a distribui ção estatística das contagens registradas nos três canais, as eficiências de detecção em função do nível de discriminação, e várias outras (Re67a)(Re67b).

O bom funcionamento deste sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  do IEA foi comprovado pelos resultados obtidos na "International Comparison of Dilution and Source Preparation Methods by means of Co<sup>60</sup>", pelos quais se deduz que com a sua utilização o erro sistemático na medida absoluta da atividade de nuclídeos de esquema de desintegração simples é menor do que 0,1 % (Md67)(Mo67b).

## II.3. Descrição das fontes de Hg<sup>203</sup>

a) Solução de Hg<sup>203</sup>

O Hg<sup>203</sup> é obtido por reação (n, $\gamma$ ), irradiando-se (NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> Hg, enriquecido a mais de 90% em Hg<sup>202</sup>. A solução utilizada foi importada da Agência In ternacional de Energia Atômica com as seguintes especificações:

Atividade específica : 25,33 Ci/g de solução Densidade: (1,01598  $\pm$  0,00006) g/cm<sup>3</sup>

Composição química: 52 µg Hg por g de solução em HCl 0,1 N

Impureza radioativa devido a emissores gama: com energia de 120 a 260 Kev :< 1,6 % com energia de 296 a 2000 Kev :< 0,03 %

Impureza radiativa devido a emissores beta: não detectáveis

#### b) Suporte das fontes

O suporte de fontes convencional para medidas de alta precisão em detec tor  $4\pi$  está representado na figura 2. Consiste de uma arandela de alumínio de 1,5 cm de diâmetro interno, 3 cm de diâmetro externo e 0,1 mm de espessura, s<u>o</u> bre a qual se estende um filme plástico de VYNS (acetato de cloreto de polivinila) de cêrca de 7 µg/cm<sup>2</sup> de espessura (Pa55). Afim de evitar efeitos de di<u>s</u> torção no campo elétrico do detector pela introdução de uma área não condutora,

. 46 .

os filmes são metalizados por vaporização de ouro em alto vácuo, revestindo-se, de cada lado, de uma camada de cêrca de 15  $\mu$ g/cm<sup>2</sup> dêste metal (Mo65).

c) Preparação das fontes

Sôbre os filmes metalizados foram depositadas alíquotas da solução ac<u>i</u> ma descrita cujas massas de cêrca de 30 mg foram determinadas pelo método do picnômetro (Mo67b).

A secagem das fontes foi feita por evaporação em atmosfera de gás sulfí drico, precipitando-se o Hg em forma de HgS, afim de que não houvesse perda devida à volatilização do mercúrio.

## II.4. Determinação experimental da reta de eficiência para o Hg<sup>203</sup>

a) Condições de operação

Para se estabelecer as condições de operação foram levantadas curvas características e espectros de pulsos nos canais beta, gama e de coincidência, como especificado nas figuras 4, 5, 6 e 7.

Os tempos mortos nos canais beta e gama foram fixados em 5, 6 µs, valor efetivo êste,que é maior do que a soma do tempo morto do detector e do circui to eletrônico, em ambos os canais.

Nas condições experimentais da medida do Hg<sup>203</sup>, as contagens de fundo nos canais beta, gama e de coincidência são da ordem de 0,7, 7,0 e 0,025 contagens por segundo, respectivamente.

b) Técnica de medida pela variação do parâmetro de eficiência.

Esta técnica consiste, essencialmente, na determinação experimental de  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$  para valores diferentes de  $N_{c}/N_{\gamma}$ , visando a obtenção de uma reta segundo a equação (II 4).

Procedeu-se à variação de  $N_c/N_\gamma$  (para o  $Hg^{203}$ ,  $N_c/N_\gamma \approx \varepsilon_\beta$ ) por absorção <u>be</u> ta externa pelos motivos mencionados em I.3.

Para a absorção do início do espectro, particularmente por se tratar de

47



Curva característica para o  $Hg^{203}$  no detector  $4\pi\beta(PC)$ .

Por esta curva fixou-se a voltagem de operação no valor indicado pela flecha, 3600 volts, para o ganho 16 do amplificador, equiv<u>a</u> lente a um fator de amplificação eletrônica de 1750, e, para o nível de discriminação de 5 volts, que corresponde aproximadame<u>n</u> te a 0,1 Kev.

A inclinação do patamar, 0,1 % por 100 volts, mostra que é peque na a perda do comêço do espectro de pulsos, devido à discriminação eletrônica ou à insuficiente amplificação.



Espectro de pulsos do Hg<sup>203</sup> no canal beta.

O espectro de pulsos acima foi levantado para o ganho 16 do ampli ficador e para a voltagem de 3600 volts. Indica-se o nível de dis criminação fixado, 5 volts, afim de eliminar o ruído.



Espectro de energia dos fótons do Hg<sup>203</sup>. No espectro acima indica-se os níveis de discriminação inferior e superior fixados no canal gama com o objetivo de permitir que ap<u>e</u> nas o pico fotoelétrico da radiação gama de 279 Kev contribua para a medida.





Curva de equilibração para o Hg<sup>203</sup>.

As curvas da contagem no canal de coincidência versus a defazagem dos pulsos dos canais beta e gama mostram que para os tem pos de resolução nominais de 0,5, 0,75 e l µs e para o intervalo de 0 a 10 da escala do circuito de atraso, não há perda de coincidências reais. O tempo de resolução foi fixado em 0,75 µs cujo valor efetivo é de 0,88 µs e o atraso, no ponto 5,0 da referida escala, ou seja, atrasando o pulso gama de 0,6 µs. grupo beta de baixa energia, utilizou-se como absorvedores filmes metalizados iguais aos que servem de suporte às fontes, de espessuras variáveis entre 15  $\mu$ g/cm<sup>2</sup> e 200  $\mu$ g/cm<sup>2</sup>.

Sobrepondo-se o filme ao suporte da fonte, em atmosfera saturada de vapor de acetona, consegue-se que os filmes fiquem aderidos um ao outro e evita- se a formação de bolhas de ar entre êles, o que provoca instabilidade de conta gem quando estas se formam sobre a fonte.

Para variar significativamente a eficiência para valores inferiores a 0,75 %, usou-se como absorvedores, fôlhas de alumínio, de aproximadamente 4 mg/cm<sup>2</sup> de espessura, colocadas de ambos os lados da fonte, em quantidade cres centes.

Na determinação experimental de  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$  para cada absorvedor utilizou -se dos mesmos procedimentos do método de coincidência convencional para esquemas de desintegração simples. As correções para as radiações de fundo, tempo mo<u>r</u> to e tempo de resolução são totalmente análogas, apenas não se aplicando a co<u>r</u> reção para  $\varepsilon_{\beta_{v}}$ .

Para cada ponto da reta foram realizadas 6 medidas, fixando-se o tempo de modo a acumular cêrca de 4 x  $10^6$  contagens no canal beta. Manteve-se, desta forma, o êrro estatístico de contagem em cada ponto menor do que 0,1 %.

Como o tempo de duração de uma série de medidas para um mesmo absorvedor não é desprezível em face à meia vida do  ${\rm Hg}^{203}$ , estas foram corrigidas para o tempo inicial da primeira delas. Os valores de  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$  para cada ponto da reta foram, por sua vez, corrigidos para uma data de referência.

A figura 8 mostra a reta obtida para uma das fontes medidas, variando-se  $N_c/N_\gamma$  até 75%. Os pontos da reta foram ajustados pelo método dos mínimos qua drados ponderado, utilizando-se um programa para computador que fornece os va lores da ordenada inicial, do coeficiente angular, o erro estatístico em ambos e os desvios dos valores experimentais em relação aos valores ajustados. Os pesos foram tomados como o inverso do quadrado dos erros estatísticos de contagem, uma vez que os demais erros estatísticos em cada ponto da reta são desprezíveis em relação a êste.

No eixo das ordenadas tem-se a atividade específica em unidades de d.p.s./ mg. Desta forma torna-se possível comparar os valores extrapolados, ou seja,

. 52 .



Reta típica para o Hg<sup>203</sup> obtida pela técnica de variação do parâmetro de eficiência.

Para a obtenção desta reta utilizou-se como absorvedores apenas fil mes de VYNS. O primeiro ponto da reta foi obtido sem a utilização de absorvedores, sendo sua ineficiência devida à absorção no filme suporte e,principalmente, à auto-absorção.

Para o último ponto da reta foi usado absorvedor de espessura inferior a 1,5 mg/cm. O ajuste ponderado dos pontos pelo método dos mí nimos quadrados fornece os valores especificados na figura. Os  $\hat{e}r$ ros indicados em cada ponto são  $\hat{e}rros$  estatísticos de contagem.

. 53 .

os valores da atividade específica da solução utilizada fornecidos pela extr<u>a</u> polação das retas obtidas para cada uma das fontes medidas.

Dividindo-se o coeficiente angular da reta pelo seu valor extrapolado  $N_o$ , obtém-se o valor de ( $\alpha + \epsilon_{\beta\gamma}/(1 + \alpha)$ , de onde pode-se tirar o valor de  $\alpha$ , uma vez conhecido o valor de  $\epsilon_{\beta\gamma}$ .

## II.5. Limite superior do intervalo de variação de $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ - Significado da curva de eficiência

Como foi dito em II.1. é necessário assegurar que no intervalo útil de v<u>a</u> riação do parâmetro de eficiência,  $\varepsilon_{ce}$  se mantenha constante, ou seja, que os eletrons de conversão não sejam absorvidos quando se aumenta a espessura dos absorvedores para a radiação beta de 214 Kev.

Pelo comportamento da curva de absorção de eletrons monoenergéticos (Si55) sabe-se que esta no início decresce lentamente com a espessura do absorvedor. Desta forma, torna-se necessário estimar um limite superior para a espessura dos absorvedores ou para o valor de  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ , tal que abaixo dêste <u>li</u> mite se possa garantir que os eletrons em questão não sofrem discriminação.

Considerando-se as energias em jôgo, pode-se deduzir que a partir de um certo ponto a reta de eficiência deve tender para a horizontal, uma vez que a eficiência beta não se altera com a absorção dos eletrons de conversão, have<u>n</u> do, porém, um decréscimo de  $N_{\beta}$  e, portanto, de  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}$ . Sendo pequeno êste efeito na região considerada poderia ser encoberto pelo êrro estatístico dos pontos da reta, mas daria origem a um pequeno êrro sistemático no coeficiente angular da mesma.

Para a verificação do efeito de absorção dos eletrons de conversão, como também para o estudo de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ , o que veremos mais adiante, mediu-se uma das fo<u>n</u> tes de Hg<sup>203</sup>, utilizando-se de início absorvedores de VYNS e depois de alumínio, chegando-se a colocar espessuras de 90 mg/cm<sup>2</sup>, predominantemente de al<u>u</u> mínio, de cada lado da fonte. Atingiu-se, assim, a eficiências beta pràticamente nulas, isto é, da ordem de 10<sup>-4</sup>. Antes de tratarmos do intervalo útil de variação do parâmetro de eficiência, é interessante analisar a curva obtida (fig. 9) para a compreensão do sen tido da correção para esquema de desintegração nêste caso particular.

Considerando que para o  $Hg^{203} N_c/N_{\gamma} \approx \epsilon_{\beta}$ , a fórmula (II 4) pode ser escrita como:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o} + N_{e} \frac{(1 - \epsilon_{\beta})}{\epsilon_{\beta}} + N_{o} \frac{\epsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha} \frac{(1 - \epsilon_{\beta})}{\epsilon_{\beta}}$$
(II 5)

uma vez que a pode ser posto como:

$$\alpha = \frac{N_{e}}{N_{\gamma}^{i}}$$

onde N<sub>e</sub> é o número de eletrons de conversão emitidos por segundo e por miligrama e N' é o número de gamas emitidos por segundo e por miligrama e, por tanto, N<sub>e</sub> + N' = N<sub>o</sub>, pois tôda a desintegração do Hg<sup>203</sup> é seguida pela emi<u>s</u> são de um eletron de conversão ou de um raio gama, e então

$$\frac{\alpha}{1+\alpha} = \frac{N_e}{N_e}$$

Para simplificar esta análise, podemos considerar  $\epsilon_{\beta} \approx 0$  e a expressão (II 5) fica:

$$\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} = N_{o} + N_{e} - \frac{(1 - \epsilon_{\beta})}{\epsilon_{\beta}}$$
(II 6)

Observa-se então que para  $\varepsilon_{\beta} \longrightarrow 1$  ou  $N_{e} \longrightarrow 0$  segue-se que  $\frac{N_{\beta}N_{\gamma}}{N_{c}} \longrightarrow N_{o}$ 

Na curva da figura 9, onde estão indicados os pontos correspondentes às espessuras dos absorvedores aproximadamente iguais ao alcance calculado dos eletrons de conversão de 194 Kev(~16,3 %) e de 264 Kev(~4,8 %), observa- se a tendência expressa pela fórmula (II 6), ou seja, a correção para esquema de desintegração tende a anular-se quando a eficiência beta tende para 100% ou quando todos os eletrons de conversão são discriminados.



Curva obtida para o  $\text{Hg}^{203}$  pela técnica da variação do parâmetro de eficiência, diminuindo-se a eficiência beta até torná-la da ordem de  $10^{-4}$ . A reta equivalente a da figura 8 obtida nesta medida não é visível devido à escala reduzida, uma vez que o maior valor de  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ incluído na referida reta é menor do que 0,5 (vide fig. 10) Na parte inicial desta curva, para valores de  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$  menores do que 4,0 (fig. 10), seu comportamento, como veremos, é linear conforme predito pela equação (II 4) para  $N_e$  = cte, em seguida tende, a princípio, lentamente e depois ràpidamente, para a horizontal, devido à absorção dos eletrons de conver são, diminuindo sua inclinação e, portanto, a correção para esquema de desint<u>e</u> gração. Para espessuras dos absorvedores da ordem do alcance calculado dos eletrons de 194 Kev (~ 43 mg/cm<sup>2</sup>) cai râpidamente. Ultrapassada a espessura equivalente ao alcance dos eletrons de 264 Kev (~ 70 mg/cm<sup>2</sup>), tende a voltar a 1, onde  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_c = N_o$ , e portanto, onde a correção para esquema de desinte<u>gra</u> ção anula-se. Como o alcance do grupo beta de 214 Kev é menor do que a dos eletrons de 264 Kev, a eficiência beta para os últimos pontos, oscila entre valores próximos de zero, ou seja, entre valores relativamente grandes de  $(1 - N_c/N_{\gamma})/N_c/N_{\gamma}$ , e o valor de  $N_{\beta}N_{\gamma}/N_oN_e$  ainda cai, uma vez que  $N_{\beta}$  diminui.

Esta curva mostra que a correção para esquema de desintegração para o  $\mathrm{Hg}^{203}$ , sem considerar  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  e o pequeno efeito da interação gama com os absorvedores, é devida apenas aos eletrons de conversão detectados no contador beta. Era de se esperar êste resultado pelas fórmulas básicas de coincidência, lembrando que as modificações nelas introduzidas pelo processo de conversão interna influem em  $\mathrm{N_{\beta}N_{\gamma}/N_{c}}$ , apenas na medida em que influem em  $\mathrm{N_{\beta}}$ , pois a relação entre as contagens gama e de coincidência, não se altera.

Para determinar o intervalo máximo de variação de  $(1 - N_c/N_{\gamma})/N_c/N_{\gamma}$  para o qual não ocorre o efeito de absorção dos eletrons de conversão, testou-se es tatisticamente (Apêndice) pela análise da variância, a igualdade dos coeficien tes angulares das retas obtidas acrescentando-se sucessivamente pontos a uma reta de referência, como indicado na figura 10. (A reta de referência foi esco lhida por se ter verificado que os coeficientes angulares das retas obtidas com um número crescente de seus pontos não apresentavam uma tendência sistemática de decréscimo).

Como êste teste só é válido para o caso linear, verificou-se por outro te<u>s</u> te estatístico, o da melhor ordem polinomial de ajuste, que até a 8a. reta a inclusão de têrmos de ordem superior não é significativa, mas que na oitava e nona retas a inclusão de têrmos de 3a. ordem resulta em uma melhoria signific<u>a</u> tiva do ajuste.

Pelo teste para a verificação da igualdade dos coeficientes angulares das

57.



. 58 .



Êstes pontos pertencem à parte inicial da curva da figura 9. Foram utilizados para estimar o intervalo de  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$  no qual não se verifica a absorção dos eletrons de conversão. Os 8 primeiros pontos determinam a reta de referência . Comparou-se cada uma das outras retas indicadas com esta, através de um teste estatístico para a verificação da igualdade de coeficientes angulares (Apêndice). Pelo r<u>e</u> sultado dêste e pelas considerações do texto conclui-se que apenas na reta de referência não se verifica absorção dos eletrons de conversão. Em consequência, os dados finais foram tomados para valores de  $(1-N_c/N_\gamma)$  $/N_cN_\gamma$  não maiores do que os da reta de referência, ou seja, do que 0,5.

Tabela	Ι
--------	---

	Nº de Pontos	(b <sub>ref</sub> - b <sub>i</sub> ) %	Desvio Padrão em <sup>b</sup> i %	Razão F	<sup>F</sup> (1,v <sub>2</sub> ,0,95) *
Reta de Referência	8	0	3,32	and the second	
2a. reta	9	1,62	3,01	0,11	4,67
3a. reta	10	3,04	1,59	0,62	4,60
4a. reta	11	4,04	1,52	1,06	4,54
5a. reta	12	5,94	1,48	1,89	4,49
<b>6</b> a. reta	13	5,66	1,95	1,85	4,45
7a. reta	14	5,89	0,94	2,15	4,41
8a. reta	1.5	6,34	0,63	2,72	4,38
9a. reta	16	8,55	0,70	2,40	4,35
10a. reta	17	10,11	1,06	1,35	4,32

\* Para os graus de liberdade de F ver Apêndice

5

retas indicadas na figura 10, conclui-se que não ha evidências de que êstes coeficientes angulares sejam diferentes.

Entretanto, antes de aceitar a conclusão do teste, convém analisar seus resultados parciais, ou seja, os valores da razão F, dos coeficientes angulares e do desvio padrão nêstes. Verifica-se pela Tabela I que a diferença por centual, entre o coeficiente angular da reta de referência e de cada uma das retas, aumenta sempre, assim como aumenta, o valor de F até a 8a. reta. O des vio padrão nos coeficientes decresce devido ao aumento do número de pontos de reta para reta. Porém, para a 9a. el0a. retas o valor de F cai novamente e o desvio padrão aumenta. Pela análise dos resíduos destas retas fica evidente a necessidade de introdução de têrmos de ordem superior em  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ , de acôrdo com o resultado do teste da melhor ordem polinomial de ajuste, e, em consequência, o teste em questão deixa de ser válido para estas "retas".

Devido ao decréscimo sistemático do coeficiente angular das retas seguintes à reta de referência e ao aumento de F para as mesmas, torna-se mais segu ro restringir-se ao intervalo de variação de  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$  dado pela reta de referência, apesar de seu maior desvio padrão, pois nêste intervalo não há nenhuma indicação que acuse a absorção dos eletrons de conversão. Esta con clusão é reforçada pela distribuição equilibrada dos resíduos da reta de ref<u>e</u> rência.

Nestas condições foi imposto um limite superior para  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$  de 0,5, que corresponde aproximadamente à espessura de 2 mg/cm<sup>2</sup>, nas retas util<u>i</u> zadas para a determinação de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_\gamma})/(1 + \alpha)$ .

### II.6. Determinação de $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\lambda}})(1 + \alpha)$

Determinou-se 4 retas a partir de 4 fontes, preparadas como descrito em II.3. e selecionadas dentre outras por apresentarem eficiências beta mais altas. Foram medidas observando-se os limites de espessura imposto em II.5 e seus dados tratados de acôrdo com II.4 (fig. 11).

Consideramos conveniente comparar o valor de $(\alpha + \epsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$  obtido no IEA com o determinado por J.G.V. Taylor,, antes de procedermos à comparação de  $\alpha$ , devido principalmente a um desacordo quanto ao valor de  $\epsilon_{\beta\gamma}$  para o raio gama de 279 Kev do T1<sup>203</sup>.

· 60 ·



61

Figura 11

Retas utilizadas para a determinação de  $(\alpha + \epsilon_{\beta})/(1 + \alpha)$ A escala indicada no eixo das ordenadas refere-se à primeira reta. A escala para cada uma das outras está deslocada de 10,20 e 30 dps/ /mg em relação à indicada, respectivamente. Os êrros estatísticos de contagem, quando não indicados, estão contidos nos próprios po<u>n</u> tos. A igualdade dos coeficientes angulares destas retas divididos pelos respectivos valores extrapolados, foi testada estatísticamente.

Para se determinar o valor médio de( $\alpha + \epsilon_{g}$ )/ $(1 + \alpha)$  deve-se fazer uma média ponderada dos valores obtidos para cada reta. Y Os pêsos devem ser tomados como  $1/\sigma_i^2$ , onde  $\sigma_i$  é o desvio padrão em  $[\alpha + \epsilon_{\beta\gamma}/(1 + \alpha)]_i$  onde i = 1, 2, 3, 4. En tretanto, as retas foram determinadas a partir de fontes diferentes e medidas com uma técnica cujos efeitos se pretende verificar. Nestas condições convem examinar se não foi introduzido em algumas delas um êrro sistemático, que não fosse comum a todas as quatro, ou seja, se todos os valores obtidos de ( $\alpha + \epsilon_{\beta}$ )/ /(1 + a)são iguais, considerando-se o êrro estatístico de contagem nos pontos da reta e os resíduos dos ajustes.

Com este objetivo utilizou-se o teste estatístico para a verificação da igualdade de coeficientes angulares, mencionado em II.5 e desenvolvido no Apen dice, aplicando-o simultâneamente para as quatro retas, no intervalo de varia ção de  $(1 - N_c/N_{\gamma})/N_c/N_{\gamma}$  fixado em II.5.

Como nêste caso o resultado final do teste e dado em apenas um quadro análise da variancia, transcrevêmo-lo aqui, na forma como é fornecido pelo com putador:

Fonte	Soma d <b>e</b> Qu <u>a</u> drados	Graus de Liberdade	Soma de Qua - drados média	Razão F	
b	.86821163E+05	1	.86821163E+05	.24136432E+05	F(1,30,0.95) 4,17
b <sub>i</sub> /b	.12924000E+02	3	.43080000E+01	.11976314E+01	<sup>F</sup> (3,30,0.95) 2,92
Residuo	.10791300E+03	30	.35971000E+01		
Total	.86942000E+05	34			

Análise da Variância

O que interessa no caso é o segundo valor da razão F, ou seja, F = 1,20,que é menor do que o valor tabelado F(3,30,0.95) = 2,92, significando que a hipótese do teste pode ser aceita, isto é, que  $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b$ , onde os  $b_1$  $= \left(\frac{\alpha^{+\epsilon}\beta\gamma}{1+\alpha}\right)_{i}$ 

são os coeficientes de x =  $(1 - N_c/N_\gamma)/N_c/N_\gamma$ , nas retas ajustadas da forma:

$$\hat{y}_{iu} = a_i (1 + b_i x_{iu})$$

onde i = 1, 2, 3, 4e  $u = 1, 2, ..., n_i$ sendo  $n_i$  o número de pontos da i<sup>ésima</sup> reta.

Assim sendo torna-se lícito utilizar uma função do êrro estatístico,  $(\frac{1}{\sigma_1^2})$ , como pêso na média de  $(\alpha + \epsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$ , uma vez que pelo teste não há evidência de que se está introduzindo êrros sistemáticos diferentes nos 4 valores de  $(\alpha + \epsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$ , ou seja, as fontes individuais não introduzem êrro sistemático, como ainda, o método da variação do parâmetro de eficiência se introdu - zir êrros variáveis de fonte para fonte, êstes não são significativos em face aos êrros estatísticos.

Poder-se-ia utilizar o valor do b da hipótese, como média de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}})/(1 + \alpha)$ , porém êste representa uma média não ponderada, e, no caso presente é importante que se leve em conta no resultado final o desvio padrão dos valor res dos b<sub>i</sub>. Por êste motivo o valor de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}})/(1 + \alpha)$  foi calculado como média ponderada convencional com pêsos  $1/\sigma_i^2$ .

Os valores da meia vida do  $\mathrm{Hg}^{203}$  geralmente adotados, entre 1956 e 1965 , foram 46,91 dias (Ei56), 47,1 dias (Th57), ou, ainda, a média dêstes valores , 47,0 dias. Entretanto, em 1964, foi determinado para a referida meia vida o valor de 46,6 dias (GL64), tendo sido confirmado pelo National Bureau of Standards, no ano seguinte, que o precisou em (46,57  $\pm$  0,03) dias (AN65). Em virtude dessa ocorrência, calculamos ( $\alpha + \epsilon_{\beta\gamma}$ )/(1 +  $\alpha$ ) e, portanto ,  $\alpha$ , para t<sub>1/2</sub>= 47,0 dias e t<sub>1/2</sub>= 46,57 dias, afim de obter um valor comparável com os demais e, outro, obedecendo à recomendação do NBS.

Como indica a tabela II, o valor de  $(\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$  obtido no IEA coinc<u>i</u> de com o de J.G.V. Taylor, dentro do êrro experimental. Cómprova-se assim,que a técnica da variação do parâmetro de eficiência, desenvolvida no LMN do IEA, utilizando seu sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$ , não introduz êrro sistemático significativo e, por outro lado, confirma o resultado de J.G.V. Taylor.

Estas conclusões são ainda reforçadas pelo acôrdo, dentro do êrro exper<u>i</u> mental, entre os resultados da medida absoluta da atividade específica da s<u>o</u> lução de Hg<sup>203</sup> obtidos pelo IEA e pelo Laboratório de Seibersdorf, utilizando êste último, o método de coincidência convencional com correção para esquema de desintegração e, portanto, introduzindo os parâmetros nucleares necessários.

Fonte	Atividade específica da solução de Hg <sup>203</sup> T <sub>1/2</sub> =46,57d (dps/mg)	$\frac{\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha} T_{1/2} = 46,57 \text{ d}$	$\frac{\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \alpha} T_{1/2} = 47,0 \text{ d}$
1	944,11 ± 0,24	0,1904 ± 0,0019	0,1886 ± 0,0019
2	929,34 ± 1,07	0,1913 ± 0,0051	0,1875 ± 0,0046
3	935,44 ± 0,24	0,1860 ± 0,0016	0,1840 ± 0,0016
4	929,99 ± 0,62	0,1942 ± 0,0027	0,1883 ± 0,0025
Média Ponderada	938,9 ± 2,9	0,1890 ± 0,0016	0,1864 ± 0,0012
Comparação com outros Laboratórios	937,2 ± 2,8 *	·	** 0,1862 ± 0,0015
Diferença	1,7 ± 4,1	_	0,0002 ± 0,0019

Tabela II

\* Valor da atividade específica da solução de Hg<sup>203</sup> obtido no Laboratório de Seibersdorf da Agência Internacional de Energia Atômica

\*\* Valor de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}})/(1 + \alpha)$  apresentado por J.G.V. Taylor (Ta62)

# II.7. Estimativa do valor de $\epsilon_{\beta_{\gamma}}$ para o Hg<sup>203</sup>

A eficiência do contador beta para raios gama é devida à detecção dos eletrons emitidos quando da interação dos fotons com as paredes do detector, com o gás de contagem, com o filme suporte da fonte e com a própria fonte. Os dois últimos efeitos são desprezíveis quando se utiliza filmes e fontes convencionais para medidas de alta precisão em detector  $4\pi \cdot (Ur67)$ . A interação dos raios gama com as paredes do contador e com o gás de contagem depende sobretu do do número atômico do gás e do material do contador, assim como, da geome tria do detector e da energia da radiação gama.

As primeiras determinações experimentais da referida eficiência foram realizadas pelo método mais direto possível, ou seja, medindo no detector beta uma fonte beta-gama, de atividade conhecida, coberta com absorvedores suficien temente espessos para a absorção de tôda a radiação beta, e, assumindo que a contagem registrada seja devida apenas à sensibilidade do contador beta para os raios gama. Ao determinar os valores de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  para alguns radionuclídeos,P. J. Campion (Ca59) considerou a possibilidade de resposta do contador beta para efeitos secundários : o da interação gama com o material do absorvedor e o de bremsstrahlung. Entretanto, pelas experiências que realizou na época, con cluiu que ambos os efeitos eram desprezíveis, principalmente no caso do Hg<sup>203</sup>, em que a energia beta é baixa, exigindo espessuras não muito grandes para ser totalmente absorvida. O valor de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  para o Hg<sup>203</sup> determinado por Campion, u tilizando absorvedores de polietileno, foi de aproximadamente 0,3 %.

Por êste mesmo método, porém, utilizando absorvedores de alumínio, obteve--se para o detector  $4\pi\beta(PC)$  do IEA cêrca de 0,4 % para  $\epsilon_{\beta\gamma}$ . Na figura 12 observa-se que para espessuras do absorvedor para as quais tôda a radiação beta e os eletrons de conversão já foram discriminados, a contagem do contador beta tende a aumentar, confirmando o efeito da interação gama, o qual para ene<u>r</u> gias e quantidades de material das ordens de grandeza consideradas, cresce com a espessura do absorvedor.

Em 1963 A. Williams e P.J. Campion (Wi63) reconsideraram o efeito da int<u>e</u> ração gama com o absorvedor e utilizando a técnica de variação do parâmetro de eficiência (na equação (II 4) observa-se que no caso de  $\alpha = 0$ , o coeficiente an gular da reta de eficiência fornece  $\varepsilon_{\beta\gamma}$ ) redeterminaram o valor de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  para vários nuclídeos (fig. 12), mostrando que conforme as energias em jôgo , são menores, por fatôres maiores do que 2 ou 3, do que os originalmente determin<u>a</u> dos.

O levantamento de uma curva de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  em função da energia gama por êste último método apresenta grandes dificuldades devido ao pequeno efeito que sepro põe medir e pelo reduzido número de nuclídeos de esquema de desintegração e energia gama convenientes para tal medida. Embora a determinação desta curva

. 65 .


. 66

Figura 12

Curva de Absorção beta para o Hg<sup>203</sup>

Esta curva foi obtida utilizando-se os valores de N<sub> $\beta$ </sub> da região final da curva de eficiência da figura 9 e as espessuras dos absorvedores correspondentes. As flechas indicam as espessuras equivalentes ao alcance calculado do beta 214 Kev e dos eletrons de conversão de 194 e 264 Kev, assim como, o ponto onde a eficiência beta se anula.A co<u>n</u> tagem beta diminue atingindo um mínimo em cêrca de 5 contagens por segundo e por miligrama para depois tender a subir devido ao aumento do efeito da interação gama com a espessura dos absorvedores. O valor de  $\varepsilon_{\beta_V}$  somado a êste efeito é de cêrca de 0,4 %.





Curva da eficiência gama do detector beta versus a energia gama. A curva cheia é devida a A. Williams e P.J. Campion (Wi63), a reta a J.S. Merrit e J.G.V. Taylor (Me67) e a pontilhada ao LMN do IEA. Os êrros na determinação destas curvas chegam a mais de 50% em alguns pontos. Nas três determinações foi obtido o valor zero para o gama de 320 Kev do  $Cr^{51}$ , tendo-lhe sido atribuído um limite sup<u>e</u> rior de cêrca de 0,1 %. fuja ao âmbito do presente trabalho, apresentamo-la aqui afim de justificar o valor atribuído a  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  para o Hg<sup>203</sup>. Seu aspecto é mostrado na figura 13, onde estão representados os pontos determinados por A. Williams e P.J. Campion, por J.S. Merrit e J.G.V. Taylor e pelo LMN do IEA. Observa-se em seu comportamento, de acôrdo com as conclusões semi-empíricas de vários autores na década de quarenta, entre êles B.B.Rossi e H.H. Staub (Ro49), que o valor de  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  decresce com a energia gama, aproximando-se do zero para o Cr<sup>51</sup>, cuja energia gama é de 320 Kev. Baseados nesta curva estimamos o valor de 0,02 % para  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  do Hg<sup>203</sup>, com um êrro correspondente ao limite superior estimado para o Cr<sup>51</sup>, ou seja,de 0,1 %.

Para a determinação de  $\alpha$ , J.G.V. Taylor determinou  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  pelo método primitivo, que era na época o único conhecido, obtendo-o igual a 0,21 %<sup>\*</sup>. Em 1964, J.G.V. Taylor comunicou a alteração dêste valor para 0,12 %<sup>\*\*</sup>, segundo informa o trabalho de C.J. Herrlander e R.L.Graham (He64) onde é utilizado o valor de  $\alpha$  determinado por aquêle autor. Pela reta da figura 13 publicada por J.S. Merrit e J.G.V. Taylor (Me67) deduz-se que êste valor sofreu ainda uma pequena alteração de cêrca de 0,02 % para menos.

Desta forma os valores de  $\alpha$  determinados pelos laboratórios de Chalk River e do IEA só podem ser comparados a menos de  $\varepsilon_{\beta_{\gamma}}$ , apesar da pequena diferença que o valor desta probabilidade introduz na determinação do coeficiente de con versão interna do Tl<sup>203</sup>.

#### II.8. <u>Resultados finais</u>

Os resultados para o coeficiente de conversão total  $\alpha$  e o coeficiente de conversão parcial  $\alpha_k$  da transição de 279 Kev do Tl<sup>203</sup> obtidos no IEA para  $t_{1/2}^{-}$  47,0 dias e  $t_{1/2}^{-}$  46,57 dias e para  $\varepsilon_{\beta\gamma} = 0,21$  % e  $\varepsilon_{\beta\gamma} = 0,02$  % são apresentados na tabela III, juntamente com os resultados de J.G.V. Taylor.

Para a comparação dos resultados obtidos pelo método de coincidência generalizado no sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  com os obtidos por outras técnicas de medida e com os valores teóricos, que se referem sempre ao coeficiente de conversão pa<u>r</u> cial K, usamos, como J.G.V. Taylor e outros autores que determinaram o coefi ciente de conversão total, o valor de 2,60  $\pm$  0,06 para a razão de conversão i<u>n</u> terna K/L + M + N, determinado por Nijgh et al. (Ni58).

<sup>\*</sup> Em seu trabalho J.G.V. Taylor especifica o valor  $(\epsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha) = (1,7 \pm 0,2)$ x 10<sup>-3</sup>. Para deduzirmos o valor de  $\epsilon_{\beta\gamma}$  utilizamos  $\alpha = 0,2262 \pm 0,0019$  (ver tabela IV).

<sup>\*\*</sup> Deduzimos êste valor utilizando  $\alpha = 0,2273 \pm 0,0023$  comunicado por J.G.V. Taylor (He64) e o valor de  $(\alpha + \epsilon_{\beta_{\gamma}})/(1 + \alpha)$  publicado por êste autor (Ta62)

Tabela III

Proce- dência	<sup>T</sup> 1/2	ε <sub>βγ</sub>	$\frac{\alpha + \varepsilon_{\beta_{\gamma}}}{1 + \alpha}$	α	α <sub>k</sub>
J.G.V. Taylor		0.0021 ± 0.0002	0.1862 ± 0.0015	0.2262 ± 0.0019	0.1633 ± 0.0017
IEA	47.0	0.0021 ± 0.0002	0.1864 ± 0.0012	0.2265 ± 0.0019	0.1636 ± 0.0017
IEA		0.0002 ± 0.001	0.1864 ± 0.0012	0.2290 ± 0.0019	0.1654 ± 0.0017
IEA	46.57	0.0002 ± 0.001	0.1890 ± 0.0016	0.2330 ± 0.0027	0.1683 ± 0.0022

Na tabela III observa-se que as diferenças entre os resultados dos coeficientes de conversão interna obtidos por J.G.V. Taylor e pelo IEA são desprezíveis, como era de se esperar pelos resultados de  $(\alpha + \epsilon_{\beta\gamma})/(1 + \alpha)$  e pelo fato de que no caso presente, a incerteza que ainda persiste na determinação de  $\epsilon_{\beta\gamma}$  não chega a superar os erros experimentais em  $\alpha = \alpha_k$ , os quais são da ordem de 1 %.

Nota-se entretanto, que uma diferença mais significativa nos coeficien tes de conversão interna é devida aos diferentes valores atribuídos à meia vi da do  $Hg^{203}$ .

A partir da determinação por A.H. Wapstra e G.J. Nijgh (Wa56) do coeficien te de conversão interna K da transição de 279 Kev do T1<sup>203</sup>, que se constituiu em uma das primeiras evidências experimentais dos efeitos de dimensão finita do núcleo, esta determinação tornou-se de especial interêsse, tendo sido re<u>a</u> lizada por vários autores utilizando diferentes métodos. Teoricamente, êste coeficiente de conversão foi calculado por M.E.Rose, a princípio pela aproximação do núcleo pontual (Ro51) e, mais tarde, para núcleo de dimensão finita (Ro58). M.A. Sliv que já havia previsto que o efeito de dimensão finita do nú cleo seria particularmente grande para a camada K e transições  $M_1$  de elementos de alto número atômico (S155), calculou, juntamente com I.M. Band, êste coeficiente para a transição mista  $M_1 + E_2$  do T1<sup>203</sup>, considerando um modêlo particular do núcleo (S158). Os três valores de  $\alpha_k$  assim calculados não coincidindo com os valores experimentais, indicam uma forte influência da estrutura nuclear para o referido nuclídeo.

Os resultados encontrados na literatura, juntamente com os métodos utiliza dos, estão apresentados na tabela IV. A maioria das medidas realizadas entre 1948 e 1955, assim como, aquelas obtidas pelo método XPG, ou seja, por comparação da intensidade dos raios X com a dos raios gama em espectrômetro de cintilação forneceram valores semelhantes ou maiores do que os valores teóricos. As determinações dêstes últimos 10 anos utilizando espectrômetro magnético e os métodos PBS (pico de conversão K-espectro beta), CEI (conversão interna-externa), NPG (pico de conversão K normalizado - pico gama) e outros, apresen tam um bom acôrdo entre si. Em consequência, o coeficiente de conversão K da transição em questão é considerado como bem estabelecido, tendo-lhe sido atribuído o valor de 0,163  $\pm$  0,002 (ND65), que é cêrca de 10 % e 7 % inferior aos valores calculados por M.E.Rose, 0,1795, e M.A.Sliv, 0,1749, respectivamente.

Os resultados do IEA que constam da tabela IV foram calculados para t $_{1/2}^{=}$  = 47,0 dias e  $\epsilon_{\beta_{\rm V}}$  = 0,02 %.

Nota-se na tabela IV que o êrro nas determinações de  $\alpha = \alpha_k$  pelo método de coincidência generalizado é menor do que o dos demais métodos. Se no futuro for possível determinar  $\varepsilon_{\beta\gamma}$  com maior precisão, êste método tornar-se-á suscetível de fornecer o referido coeficiente de conversão com maior precisão e acui dade do que as demais técnicas, principalmente, por não introduzir outros par<u>â</u> metros nucleares, com excessão, naturalmente, da meia vida do  $Hg^{203}$ , e por ser absoluto, não introduzindo, portanto, êrros de calibração.

Dado o acôrdo dos valores de  $\alpha e \alpha_k$ , obtidos em Chalk River e no IEA, com os valores determinados por várias outras técnicas, como se pode constar na t<u>a</u> bela IV, conclui-se que o método de coincidência pela variação do parâmetro de eficiência não introduz êrro sistemático significativo.

Na tabela III incluimos os valores de  $\alpha = \alpha_k$  calculados para a meia vida do Hg<sup>203</sup> recomendada recentemente pelo NBS, de 46,57 dias, e que, portanto, podem ser considerados como os melhores valores de  $\alpha = \alpha_k$  obtidos no IEA:

. 70 .

Tabela IV

		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	·	
Autores	Refe- rência	Método	$\alpha_k \times 10^{-3}$	$\alpha \times 10^{-3}$
11 Determinações 1948 - 1955		vários	140 - 230	ζ.
Wapstra e Nijgh	(Wa56)	PBS	164 ± 5	
Nordling, Siegbahn , Sokolowski e Wapstra	(No56)	PBS	159 ± 4	
Wolfson	(Wo56)	PBS	130 ± 10	
O'Friel e Weber	(OF56)	e <sub>k</sub> e <sup>*4</sup>	150 ± 10	
Nijgh, Wapstra, Ornstein, Salomons-Grober, Huizenga, Almen	(Ni59a)	PBS	163 ± 3	226 ± 5
Peelle	(Pe60)	Сβе *5	164 ± 6	227 ± 8
Stockendal	(St60)	IEC	160 ± 15	
Ramaswany e Jastram	(Ra60)	XPG	195 ± 14	
Hurley e Forguson	(Hu61)	XPG	175 ± 3,6	
Sujkowski	(Su61)	IEC	164 ± 4	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Taylor	<b>(</b> Ta62)	Свү *6	$164,2 \pm 2,0*3$ $163,3 \pm 1,7$	227,3 ± 2,3 *3 226,2 ± 1,9
Croft, Petterson,Hamilton	(Cr63)	Cβγ-CeX	162 ± 3	
Burmeister, Graber Schintlmeister, Weibrecht	(Bu63)	XPG	168 ± 8	
Baumgartner,Walthert,Huber	(Wa65)	NPG	$160 \pm 10$ *2	222 ± 15
Raja Rao Jnanananda	(Rj65)	IEC	$150 \pm 20$ $158 \pm 24$	$208 \pm 14$ 219 \pm 16
Parsignault	(Pa65)	PBS	163,0 ± 3,0	
Boch, Szichman, Baseggio, Dolinkue	(Bo67)	CBek *8	140 ± 30	
Herrlander e Graham	(He64)	NPG	163 ± 3 *1	
Êste Trabalho		Свү	165 ± 2	229 <u>+</u> 2

\*1 0 autor deduziu êste valor usando α = 0,2273 ± 0,0023 fornecido por J.G.V.Taylor

\*2 Deduzido utilizando  $\alpha_k = 0.163 \pm 0.002$  (ND65)

\*3 Valor citado em (He64);  $\alpha_k$  foi deduzido dêste para K/L+M+N = 2,60 ± 0,06

\*4 Eletron de conversão K - eletron Compton

- \*5 Coincidência β-e soma
- \*6 Coincidência  $4\pi\beta(PC)-\gamma$
- \*7 Coincidência  $\beta \gamma$ , coincidência  $e_k X$
- \*8 Coincidência  $\beta e_k$

$$\alpha = 0.2330 \pm 0.0027$$

$$\alpha_{\rm b} = 0.1683 \pm 0.0022$$

É interessante observar na tabela IV que os valores fornecidos pelo método XPG em espectrômetro de cintilação, método êste que independe da meia vida, são mais altos do que os fornecidos pelos outros métodos que, utilizando espec trômetro magnético, dependem, em alguns casos, criticamente, da constante de desintegração do nuclídeo em estudo. Seria, portanto, de interêsse conhecer êstes resultados calculados para a meia vida atualmente atribuída ao Hg<sup>203</sup>, <u>a</u> fim de verificar se não existe um melhor acôrdo entre os valores experimentais e teóricos do coeficiente de conversão K da transição de 279 Kev do Tl<sup>203</sup>.

## CONCLUSÕES

# Quanto à técnica e ao método

1) A técnica de medida pela variação do parâmetro de eficiência desenvolvida no IEA fornece resultados consistentes com os obtidos no Laboratório de Chalk River. Portanto, o sistema  $4\pi\beta(PC)-\gamma$  e a técnica do IEA não introduzem êrro sistemático significativo nêste tipo de medida.

73

2) O método de coincidência generalizado particularizado para nuclídeos com um só ramo de desintegração fornece resultados consistentes entre si e consistentes com outros métodos de medida. Portanto, o método em questão, não introduzindo êrro sistemático nêste caso particular, permite o pross<u>e</u> guimento das investigações para os casos mais gerais.

3) Por outro lado, fica comprovada a possibilidade de determinação do coeficiente de conversão interna total para transições de nuclídeos de características de desintegração especiais. Para tais radionuclídeos o método de coincidência generalizado é suscetível de fornecer valores do coeficiente de conversão interna total mais precisos que os obtidos pelos demais métodos. Quanto ao êrro sistemático, que no caso tratado é desprezível, de penderá êste da acuidade com que for possível determinar a eficiência gama do detetor beta.

Quanto aos valores dos coeficientes de conversão interna da transição de

0 presente trabalho

- 1) confirma os resultados obtidos por J.G.V. Taylor,
- 2) contribui com um novo valor para o coeficiente de conversão interna total da referida transição,

74.

3) fornece valores para os coeficientes de conversão interna total, $\alpha$ , e par cial,  $\alpha_k$ , desta transição, de acôrdo com o valor atribuído recentemente à meia vida do Hg<sup>203</sup>, pelo National Bureau of Standards.

### APÊNDICE

# Teste para a verificação da igualdade do coeficiente angular de várias retas pela análise da variância

Considerando o modelo linear abaixo, o desenvolvimento que se segue pro põe-se ao teste \* da igualdade dos coeficientes  $\beta_1$  de x em <u>m</u> retas dadas.

$$y_{iu} = \alpha_i (1 + \beta_i x_{iu}) + \varepsilon_{iu}$$
  $i = 1, 2, ... m$ 

Sejam os dados

com pesos  $\omega_{i1}$ ,  $\omega_{i2}$ ,  $\omega_{i3}$  .....  $\omega_{in}$ 

onde 
$$\omega_{ii} = \frac{1}{\sigma^2}$$

e, sendo os  $\varepsilon_{iu}$  independentes, com distribuição -  $N(0, \sigma_{iu}^2)$ 

A estimativa dos  $\beta_1$  pelo método dos minimos quadrados ponderado é neste <u>ca</u> so :

\* Encontra-se êste teste para pontos não ponderados e o modêlo y = $\alpha$  +  $\beta_{x}$  + +  $\epsilon_{iu}$  em que  $\epsilon_{iu}$  tem distribuição ~ N(0, $\sigma^2$ ) na referência (Dr66)<sup>iu i +  $\beta_{iu}$  +  $\beta_{iu}$  +</sup>

$$b_{i} = \frac{1}{a_{i}} \frac{\sum_{u=1}^{\Sigma} \omega_{iu} y_{iu} x_{iu} - (\sum_{u} \omega_{iu} x_{iu}) (\sum_{u} \omega_{iu} y_{iu}) / \sum_{u} \omega_{iu}}{\sum_{u} \omega_{iu} x_{iu}^{2} - (\sum_{u} \omega_{iu} x_{iu})^{2} / \sum_{u} \omega_{iu}}$$

onde a<sub>i</sub> é a estimativa de  $\alpha_i$  pelo método dos mínimos quadrados.

Então, a soma de quadrados devido à regressão, com 1 grau de liberdade, é:

$$SS(b_i) = b_i^2 \begin{bmatrix} \sum_{u} \omega_{iu} x_{iu}^2 - (\sum_{u} \omega_{iu} x_{iu})^2 / \sum_{u} \omega_{iu} \end{bmatrix}$$

e a soma de quadrados total, com (n<sub>i</sub>-l) graus de liberdade,

$$SS_{iTot} = \sum_{u=1}^{\infty} y_{iu}^2 \omega_{iu} - (\sum_{u} \omega_{iu} y_{iu})^2 / \sum_{u} \omega_{iu}$$

e, ainda, a soma de quadrados residual, com  $(n_i-2)$  graus de liberdade,

$$S_i = SS_{iTot} - SS(b_i)$$

Fazendo a hipótese H de que  $\beta_i = \beta$  para todos os i, então a estimativa de  $\beta$  pelo m.m.q. será:

$$\sum_{i=1}^{\Sigma} \frac{a_{i} \left[ \sum_{u}^{\Sigma} \omega_{iu} y_{iu} x_{iu} - (\sum_{u}^{\Sigma} \omega_{iu} x_{iu}) (\sum_{u}^{\Sigma} \omega_{iu} y_{iu}) / \sum_{u} \omega_{iu} \right]}{\sum_{i=1}^{\Sigma} a_{i}^{2} \left[ \sum_{u}^{\Sigma} \omega_{iu} x_{iu}^{2} - (\sum_{u}^{\Sigma} \omega_{iu} x_{iu})^{2} / \sum_{u} \omega_{iu} \right]}$$

com a soma de quadrados, com 1 grau de liberdade,

$$SS(b) = b^{2} \sum_{i} a_{i}^{2} \left[ \sum_{u} \omega_{iu} x_{iu}^{2} - (\sum_{u} \omega_{iu} x_{iu})^{2} / \sum_{u} \omega_{iu} \right]$$

A soma de quadrados residual, com Σn<sub>1</sub>-2 graus de liberdade, é dada por:

$$S = \Sigma SS_{Tot} - SS(b)$$

O quadro da análise da variância pode ser formado, como abaixo:

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados Média	F
Ъ	SS(b)	1	$M_1 = SS(b)$	$F_1 = M_1 / S^2$
Todos b <sub>i</sub> /b	$\sum_{i=1}^{\Sigma} SS(b_i) - SS(b)$	m-1	$M_2 = \frac{\sum_{i} SS(b_i) - SS(b)}{m - 1}$	$F_2 = M_2/S^2$
Residuo	por diferença	$\sum_{i=1}^{\Sigma} n_i - 2m$	s <sup>2</sup>	
Total	Σ SSi i=l Tot	Σ n <sub>i</sub> -m i=1		

Análise da Variância

A hipótese H<sub>0</sub> :  $\beta_i = \beta$  é testada comparando-se F<sub>2</sub> com o valor tabelado de F [(m-1), ( $\sum_{i=1}^{n} 2m$ )] da distribuição de Snedecor (No64), a um nível con veniente, em geral, de 95 %,

Se  $F_2 > F_1$  rejeita-se a hipótese  $H_0$ :  $\beta_1 = \beta$  com confian ça maior do que 95%

Se  $F_2 < F_{tabelado}$ 

conclue-se que com base nos dados em ques tão não se pode rejeitar a hipótese; porta<u>n</u> to, aceita-se  $H_{o}$  :  $\beta_{i} = \beta$ 

Se H<sub>o</sub> não for rejeitada, b pode ser usado como o coeficiente angular comum das retas testadas. F<sub>1</sub> é utilizado apenas quando convém testar a hipótese  $\beta_i = \beta = 0$ 

Para êste teste foi elaborado no Serviço de Cálculo Analógico e Digital do IEA um programa para o Computador IBM-1620, cuja listagem apresentamos abaixo.

							·				н. Н
	·										
C C		TESTE	ה ה	PATESE		COFE		ES ANO			A 1 C
č				TOTESE		CUEF	ICIENT	LJ ANG	ULARE	5 1607	410
C		NRETA	- NUM	IERO DE	RETAS	s cuji	OS COEI	FICIEN	TES S	ERAO	TEST
с		ADO NFIM=(	)S ) ~	INDICA	OUE F	IA NO		Ιυντο	DF	RETAS	A SER
<u>,</u>		T	STAD							1121140	
Ċ		NPESO-	-VARIA	VEL QUI	DS A S	NE C	AJUST/ OMO EI	ADOS NTRA O	PE SO		
C C		NPESO:	=1, <u>LE</u>	DIRETAN	AENTE		SO DESVIO	א מא מ	C E D		0.41
C	· · ·,	CUI	LADO	PESO		LE V	DESVI	ј рака	JER	ENTAU	CAL.
С _ С		PESO =	=1./DE	ESV10**2	2	· .					
č				•		,					
	1	DIMENS	SION X LOTO N	((30),Y( 186 TA.NI	(30),V = LM	1(30)	,B1(10)	),STI(	10)		• •
	-	NN=0									
		AA≈0 SSSBI:	= ()				· · ·				
		SSTOT	=0								
		SOMAN	[≃() [≃()		. *	•	•		· .	1. S. S.	
•		TOMAN:	L=0	·	· .			· .			
		DO 50	L=0 [R=1.	NRETA	1. (*				•		
		READ 1	1000,1	I_NPESO							н Х
•	÷	ENE≕N NN=NN-	N.								
	•	IF (NPE	S0-1)	2,11,2	`						
	2	READ :	۱۹۱۶، ۲۵۱۵۷	[` (())⊿Y()	[`) _W(	() .					
	10	W(1) = 0	L。/(Ŵ(	(1)*W(1)	))					·	
	τŪ	GO TO	20	. •							
	11	DO 20	1=1,N		11 - 5.F.Z. 1						
	20	CONTIN	IUE		17,44(						•
		S₩=0 SWX=0								,	
		SWY=0			÷	÷					
		SWX2=( SWY2=(	)						÷		· · ·
•	- /	SWXY=(	)				· · ·		•		· .
		DO 30 SW≡W(.	J=1,∖ 1)≁SW	I						. *	
		SWX=W	(J)*X(	J)+SWX				5			
		SWY=W SWX2=V	(J)*Y( √(J)*)	(())+SWY (())*X()	1)+SW)	(2		<i></i>			
		SWXY=1	√(J)*)	((J)*Y(	J)+SW)	ίΫ́				* .	
	30	SWY2=V CONTIN	√(J)*Y \UE	(J)*Y(.	J)+SWY	[2					
		AN1=SV	VX2*SV	IY-SWXY	SWX						
		AUI=SV A=ANI	v≈SWX2 /AD1	2-SWX*SV	AX.						
		AA=AA-	FA			· .					
	:- · ·	BD1=SV BD1=SV	VXY-SV VX2-SV	/X*SWY/9 /X*SWX/9	SW SW	· .					

BBN1=SW\*SWXY-SWX\*SWY BBD1=SW\*SWX2-SWX\*SWX B1(IR)=BBN1/BBD1 BL=B1(IR)/A PRINT 1008, A, BL DO 40 ||=1\_N YC=A+B1(1R)\*X(11) DESV=Y(II)-YC PRINT 1009,X(II),Y(II),YC,DESV 40 CONTINUE SSB1=B1(IR)\*B1(IR)\*BD1 SSSB1=SSSB1+SSB1 CALCULO DE SSTOT PARA CADA RETA =STI() STI(IR)=SWY2-SWY\*SWY/SW CALCULO DA SOMATORIA DE SSTOTAL PARA AS NRETA SSTOT = SSTOT + ST ( IR) CALCULO DE SI PARA CADA RETA STI(IR)=STI(IR)-SSBI SOMAN1=SOMAN1+BN1\*A SOMAD1=SOMAD1+BD1\*A\*A 50 CONTINUE CALCULO DO COEFICIENTE B B=SOMAN1/SOMAD1 CALCULO DE SS(B) SSB=B\*B\*SOMAD1 CALCULO DE S S=SSTOTI-SSB DIFERENCA ENTRE SOMA DOS SS(BI) E SS(B) DIFI=SSSBI-SSB RESID=SSTOTI-SSSB1 N1 = 1BMA1=NRETA-1 DS2=NN-2\*NRETA S2=RESID/DS2 **RETA=NRETA** A=AA/RETA DP=(S2/(A\*A))\*\*。5 PRINT 1010, B, DP F=SSB/S2 PRINT 1003, SSB, N1, SSB, F BM2 = D[F1/BMA1]F=BM2/S2PRINT 1004, DIF1, BMA1, BM2, F PRINT 1005, RESID, DS2, S2 GL=NN-NRETA

. 79 .

С Ċ C C C

Ĉ Ċ

C

Ĉ

Ç С Ċ С Ċ

Ċ C Ċ Ċ

C

С

C

. 80

PRINT 1006,SSTOTI,GL

1000 FORMAT(513).

1001 FORMAT(3E14.8)

1003 FORMAT(1H1,61X,20HANALISE DA VARIANCIA//1H ,3X,5HFONT E,9X,17HSOMA

1DE QUADRADOS, 3X, 18HGRAUS DE LIBERDADE, 3X, 17HSOMA DE Q UADRADOS, 8X, 1

2HF/1H.,63X,5HMEDIA//1H ,5X,1HB,13X,E14.8,11X,14,12X,E 14.8,3X,E14.8

3//)

1004 FORMAT(1H 2X,6HB(1)/B,11X,E14.8,11X,I4,12X,E14.8,3X, E14.8//)

1005 FORMAT(1H ,1X,7HRESIDUO,11X,E14.8,11X,14,12X,E14.8,//)

1006 FORMAT(1H ,3X,5HTOTAL,11X,E14.8,11X,14//)

1008 FORMAT(1H0,10X,44HOS COEFICIENTES DA RETA AJUSTADA Y= A\*(1+B\*X)//1H

1X,20X,3HA =,E14.8/1H ,20X,3HB =,E14.8///1H ,7X,5HXDAD 0,12X,5HYDADO

2,10X,10HYCALCULADO,9X,6HDESVIO/)

1009 FORMAT(1H \_4(3X,E14.8))

1010 FORMAT(1H0,33H PARA O COEFICIENTE B DA HIPOTESE/1H ,5 X,2HB=,E14.8/.

11H ,4X,3HDP=,E14.8///)

[F(NF(M)41,1,41

41 CALL EXIT END

#### BIBLIOGRAFIA

- (Ad67) Adams, R.J., Baerg, A.P. Standardization of Radionuclides AIEA - Proceedings, 123 (1967)
- (An65) Anspach,S.C., Cavallo, L.M., Garfinkel, S.B., Hutchinson, J.M.R., Smith, C.N. - Half-lives of Materials Used in the Preparation of Standard Reference Materials of 19 Radioactive Nuclides issued by the National Bureau of Standards, N.B.S. NP - 15663 (1965)
- (Ba64) Baerg, A.P., Meghir, S., Bowes, G.C. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes 15, 279 (1964)
- (Ba66) Baerg, A.P. Metrologia 2, 23 (1966)
- (Bo67) Boch, H.E., Szichman, E., Baseggio, A., Dolinkue, R. Nucl. Instr. and Meth. 52, 289 (1967)
- (Bu63) Burmeister, R., Graber, H., Schintlmeister, J., Weibrecht Nucl. Phys. 42, 56 (1963)
- (Br61) Brinkman, G.A. Standardization of Radioisotopes Thesis, University of Amsterdam (1961)
- (Ca59) Campion, P.J. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes, 4, 232 (1959)
- (Ca60) Campion, P.J., Taylor, J.G.V., Merrit, J.S. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes, 8-9 (1960)
- (Ca69) Campion, P.J. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes 19 ,219
  (1969)
- (Cp67) Camp, D.C. U.C.R.L. 50156 (1967)
- (Cr63) Croft, W.L., Pettersson, B.G., Hamilton, J.H. Nucl. Phys. 48,267 (1963)

(CT58) Measurements and Standards of Radioactivity - National Academy of Science, NRC. 573 (1958)

(CV60)	Metrology of Radionuclides - IAEA Proceedings (1960)
(CV67)	Standardization of Radionuclides - IAEA Proceedings (1967)
(CW50)	Conference on Absolute β-Counting, Report 8 Nuclear Science Series, N.R.C. (1950)
(Dr66)	Draper, N.R., Smith, H Applied Regression Analysis - John Wiley & Sons, 39 (1966)
<b>(</b> Du40)	Dunworth, J.V Rev. Sci. Instr., 11, 167 (1940)
(E156)	Eichholz, G.G., Krzyzewski, J.V Can. J. Phys. 34, 1167 (1956)
(Ga61)	Gandy, A Preparation et Etalonnages des Sources Radioactives de Reference - AIEA Monograph 14 (1961)
(Ga62)	Gandy, A Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes , 13, 501 (1962)
(Gr55)	Green, A.E.S Nuclear Physics - McGraw-Hill Book Company 390 (1955)
(G164)	Gleason, G.I Comunicação particular; vide ref. (Le65)
•	
(He64)	Herrlander, C.J., Graham, R.L Nucl. Phys. 58 (1964)
( <u>Ho62</u> )	Houtermans, H., Miguel, M Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes 13, 137 (1962)
(Hu61)	Hurley, J.P., Ferguson, J.M Nucl. Phys. 27, 75 (1961)
(Jo64)	Johnson, N.L., Leone, F.C Statistics and Experimental Design John Wiley & Sons, vol. 1, 123 (1964)
(Le67)	Lederer, C.M., Hollander, J.M., Perlman, I Table of Isotopes 69 Edition - John Wiley & Sons (1967)
(Me59)	Merrit, J.S., Taylor, J.G.V., Campion, P.J Can. J. Chem., 37, 1159 (1959)
(Me60)	Merrit, J.S., Taylor, J.G.V., Merrit, W.F., Campion, P.J Analyt. Chem. 32, 310 (1960)
(Me67)	Merrit, J.S., Taylor, J.G.V Standardization of Radionuclides IAEA Proceedings, 147 (1967)
(Mo65)	Moura, L.P., Reis, D.C.C Publicação IEA 121, 14 (1965)
(Mo67a)	Moura, L.P., Reis, D.C.C Publicação IEA 152, 59 (1967)
(Mo66)	Moura, L.P., Reis, D.C.C Publicação IEA 152, 51 (1967)
(Mo69)	Moura, L.P Em publicação

. 82 .

	• 83 •
· · ·	
(Mü67)	Müller, J.W., Rytz, A Report on the International Comparison of Dilution and Source Preparation Methods by Means of $Co^{60}$ - Bureau International des Poids et Mesures (1967)
(ND66)	Nuclear Data - NRC - Section A - vol 1 447 (1966)
(Ni59)	Nijgh, G.J., Wapstra, A.H Nucl. Phys. 9, 545 (1958/1959)
(Ni59a)	Nijgh, G.J., Wapstra, A.H., Ornstein, L.Th.M., Salomons-Grobben, N., Huizenga, J.R., Almen, O Nucl. Phys., 9, 528 (1958/1959)
(No56)	Nordling, C., Siegbahn, K., Sokolowski, E., Wapstra, A.H Nucl. Phys., 1, 326 (1956)
(ND65)	Nuclear Data Sheets 1959-1965 - NRC 5-2-95 (1965)
(OF56)	O'Friel, Z., Weber, A.H Phys. Rev. 101, 1076 (1956)
(Pa55)	Pate, B.D., Yaffe, L., - Can. J. Chem. 33, 610 (1955)
(Pa65)	Parsignault, D CEA-R 2631 (1965)
(Pe60)	Peelle, R.W ORNL-3016, 116 (1960)
(Pu50)	Putman, J.L Brit. J. Radiol. 23, 46 (1950)
(Ra60)	Ramaswany, M.K., Jastram, P.S Nucl. Phys. 15, 510 (1960)
(Re67a)	Reis, D.C.C., Moura, L.P Publicação IEA 152, 67 (1967)
(Re67b)	Reis, D.C.C., Moura, L.P Publicação IEA 152, 27 (1967)
(Re67c)	Reis, D.C.C., Moura, L.P Publicação IEA 152, 41 (1967)
(Rj65)	Raja Rao, M., Jnanananda, S Nucl. Instr. and Meth., 36, 261 (1965)
(Ro69)	de Roost, E., Funck, E., Spernol, A Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes, 20, 387 (1969)
(Ro51)	Rose, M.E., Goertzel, G.H., Spinrad, B.I., Harr, J., Strong, P Phys. Rev. 83, 59 (1951)
(Ro58)	Rose, M.E Internal Conversion Coefficients - North-Holland Publ. Co. XI (1958)
(Ro49)	Rossi, B.B., Staub, H.HIonization chamber and counters- vol.2,103 McGraw-Hill (1949)
(S155)	Siegbahn, K Beta and Gamma Ray Spectroscopy - North-Holland Publ. Co., Ch. I e Ch. XVIII (1955)
(S158)	Sliv, S.A., Band, I.M Tables of Gamma Ray Coversion Coefficients (Physics Technical Institute) - Academy of Science, Leningrad (1958)
(St58)	Steyn, J., Haasbroek, F.J Second U.N. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy, P/1104 (1958)
(St60)	Stockendal - Ark. Fys. 17, 579 (1960)
(Su61)	Sujkowski, Z Ark. Fys. 20, 243 (1961)
(SL55)	Sliv,L.A. J. Phys. Rad. 16, 523 (1955)

. 83 .

- (Su61) Sujkowski, Z. Ark. Fys. 20, 243 (1961)
- (Ta62) Taylor, J.G.V. Can. J. Phys. 40, 383 (1962)
- (Ta62a) Taylor, J.G.V. Can. J. Phys. 40, 926 (1962)
- (Th66) Thomas, J. Risö Report 142 (1966)
- (Th57) Thiry, H. Bull. Soc. Roy. Sci. Liege 26,29 (1957)
- (Ur67) Urguhart, D.F. Standardization of Radionuclides IAEA Proceedings, 167 (1967)
- (Wa56) Wapstra, A.H., Nijgh, G.J. Nucl. Phys. 1, 245 (1956)
- (Wa65) von Walthert, A., Baumgartner, E., Huber, P. Helv. Phys. Acta, 38, 514 (1965)
- (Wi63) Williams, A., Campion, P.J. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes, 14, 533 (1963)
- (Wi64) Williams, A. Intern. J. Appl. Radiation and Isotopes, 15, 709
  (1964)
- (Wi68) Williams, A., Hugues, F.H., Campion, P.J. Metrologia 4, 178 (1968)
  (Wo56) Wolfson, J.L. Can. J. Phys. 34, 256 (1956)