

Estudo Analítico das Componentes Hadrônica e Muônica Carregadas e o Problema da Inelasticidade

Tese de doutorado apresentada ao
Instituto de Física Gleb Wataghin por

Luiz Martins Mundim Filho

Prof. José Bellandi Filho

Orientador

Departamento de Raios Cósmicos e
Cronologia

IFGW - UNICAMP
Campinas - 1993

*Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida pelo aluno Luiz Martins Mundim Filho e
aprovada pela Comissão Julgadora*

9/11/93

J. Bellandi



À Valquíria,

sempre amiga e companheira

e aos nossos pais.

Agradecimentos

Ao Departamento de Raios C3smicos e Cronologia, por ter tornado poss3vel o desenvolvimento deste trabalho.

À todo o Grupo Te3rico do Departamento de Raios C3smicos e Cronologia, em especial ao Prof. Jos3 Bellandi Filho pelo inestim3vel apoio e orienta33o. Aos Professores Carola e Roberto, que sempre estiveram prontos para esclarecer quaisquer d3vidas, desempenhando o papel de verdadeiros co-orientadores. Aos amigos de sempre Cesar, Concei33o, Marcelo, Montanha e Ver3ssimo, pelas discuss3es sempre proveitosas.

Aos outros membros do Departamento, n3o podendo deixar de mencionar os grandes servi3os prestados pelas secret3rias Marilena e Sandra, que tanto contribu3ram para o desenvolvimento do meu trabalho e tamb3m ao pessoal da CPG, Cidinha, Marinez e Armando.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

Conteúdo

Abstract	1
Resumo	2
Introdução	3
1 Dados Experimentais	6
1.1 Experimentos no topo da atmosfera	7
1.2 Experimentos de montanha	10
1.3 Experimentos ao nível do mar	11
2 Grandezas importantes	16
2.1 Seção de choque inelástica núcleon-ar	16
2.2 Função de produção	21
2.3 Inelasticidade	25
2.3.1 Modelo de Capdevielle	26
2.3.2 Modelo de Bellandi-Ohsawa	28
2.3.3 Modelo estatístico	28
2.3.4 Modelo geométrico	31

2.3.5	Modelo hidrodinâmico	32
2.3.6	Modelo eiconal	33
3	Solução das equações de difusão	36
3.1	Fluxo de núcleons	38
3.2	Fluxo de píons	40
3.3	Fluxo integral de hádrons	45
3.4	Fluxo de múons	45
4	Inelasticidade	46
4.1	Modelo eiconal	46
4.2	Dados “experimentais” de inelasticidade	53
4.3	Distribuição de densidade de rapidez	55
5	Seção de choque inelástica p-ar	61
6	Resultados	70
7	Simulação	80
8	Conclusões	84
	Bibliografia	87

Lista de Figuras

1.1	Fluxo primário integral medido por balões pela Colaboração JACEE [1].	7
1.2	Espectro primário diferencial e composição química medido no topo da atmosfera [2]	9
1.3	Dados experimentais de fluxo integral de hádrons medido pela Colaboração Monte Fuji ($t=630 \text{ g/cm}^2$).	11
1.4	Dados experimentais de fluxo diferencial de núcleons para $t=530, 200, 20 \text{ g/cm}^2$	12
1.5	Fluxo diferencial de núcleons ao nível do mar ($t = 1030 \text{ g/cm}^2$).	13
1.6	Fluxo diferencial de múons ao nível do mar ($t=1030 \text{ g/cm}^2$).	15
2.1	Dados experimentais de livre caminho médio de atenuação medido por diferentes experiências.	18
2.2	Seção de choque inelástica próton-ar. Dados experimentais: \square - Ref. [25]; \circ - Ref. [26]; \triangle - Ref. [27].	20
2.3	Dados experimentais da distribuição de densidade de rapidez para várias energias[28].	23

- 2.4 Dependência de $\langle p_T \rangle$ com relação à variável de *scaling* de Feynman, mostrando o *sea-gull effect*. 27
- 2.5 Inelasticidade média segundo o modelo de Bellandi-Ohsawa (eq.2.16). Modelo I e Modelo II se referem ao primeiro e segundo conjuntos de parâmetros da eq.2.13, e o Mod. Capdevielle é calculado com a eq.2.15, respectivamente. 29
- 2.6 Distribuição de inelasticidade em função da energia segundo o modelo estatístico[35]. 30
- 2.7 Inelasticidade média em função da energia no centro de massa. As curvas correspondem a seção de choque hh com o limite de Froissart saturado (sólida) e assintoticamente constante (tracejada)[36]. 31
- 2.8 Distribuição de inelasticidade em função do parâmetro de impacto b para várias energias. 34
- 4.1 Ajuste dos dados de σ_{el}/σ_{tot} . Dados experimentais obtidos na ref.[44]. 49
- 4.2 Comparação entre a inelasticidade obtida através do modelo eiconal. Linha tracejada - eq.4.10, linha sólida - eiconal do modelo BSW[45, 46] e \square - eq.4.11. 51
- 4.3 Determinação experimental da inelasticidade a partir de dados de raios cósmicos. Dados experimentais: a) $E < 10^6$ GeV - Ref. [12]; b) $E > 10^6$ GeV - Ref. [25, 26, 27]. 54

4.4	Reprodução dos dados de distribuição de densidade de pseudo-rapidez através da soma das distribuições de cada partícula carregada (eq.4.14)[28].	58
4.5	Inelasticidade média calculada através da distribuição de densidade de pseudo-rapidez, levando-se em consideração as diferentes partículas produzidas.	60
5.1	Seção de choque de absorção $p - A$	64
5.2	Seção de choque inelástica $p - ar$ calculada com os modelos do Liland (curva sólida) e Glauber (curva tracejada) em comparação com dados experimentais.	66
5.3	Livre caminho médio de interação $p - ar$. A curva contínua é calculada segundo a seção de choque inelástica $p - ar$ dada pelas eqs.5.1 e subsequentes e os pontos, pela eq.5.5	67
5.4	Determinação experimental da inelasticidade a partir de dados de raios cósmicos com livre caminho médio dado pela eq.5.5. Dados experimentais: a) $E < 10^6$ GeV - Ref. [12]; b) $E > 10^6$ GeV - Ref. [25, 26, 27].	68
6.1	Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pela eq.2.16 (Modelo I).	71
6.2	Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pelo modelo eiconal (eq.4.7), usando-se a eiconal do modelo BSW[45, 46].	72

6.3	Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pelo modelo eiconal com a função de <i>overlap</i> inelástica obtida via ajuste de dados de σ_{el}/σ_{tot} (eq.4.10).	73
6.4	Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pela análise de dados de seção de choque inclusiva (eq.4.17).	74
6.5	Comparação entre as previsões para o comportamento da inelasticidade média com relação à energia fornecidos por diferentes modelos ou análises tratados no Capítulo 4 e 5.	75
6.6	Fluxo integral de hádrons dado pela eq.3.26 em comparação com os dados experimentais da Colab. Mt. Fuji[9].	77
6.7	Fluxo diferencial de múons dado pela eq.3.27 em comparação com os dados experimentais ao nível do mar.	78
7.1	Espectros integrais simulados em comparação com o cálculo analítico, normalizado pelo espectro integral primário	83

Lista de Tabelas

2.1	Inelasticidade média obtida através de simulação por Capdevielle.	28
2.2	Seção de choque inelástica usado por Fowler et al. e seus resultados (* Input, dados obtidos do modelo hidrodinâmico).	32
4.1	Parâmetros das eqs.4.16 obtidos por meio de ajuste de dados experimentais de multiplicidade média[51, 52] e seção de choque inclusiva[47, 48, 49, 50]	57
4.2	Parâmetros obtidos através de ajuste dos dados de $\langle p_T \rangle$ da ref.[50, 52] com a expressão $\langle p_T \rangle = a + b \ln s$	57

Abstract

We have obtained the solutions of diffusion equations for pions and nucleons in the atmosphere by using energy-dependent inelasticity and interaction mean free path.

From these solutions we are able to calculate the integral charged hadronic spectrum and the muon, nucleon differential spectrum, comparing the solutions with experimental data at mountain altitudes and sea level.

Based on the results obtained with the solutions of the diffusion equations, we study the energy dependence of the inelasticity and $p - ar$ inelastic cross section.

Resumo

Calcula-se nesta tese as soluções das equações de difusão dos fluxos de núcleons e píons na atmosfera, usando-se os livres caminhos médios de interação e inelasticidade média de núcleons dependentes da energia.

A partir das soluções para os fluxos diferenciais verticais nucleônico e piônico, calcula-se o fluxo integral de hádrons e múons (diferencial). Baseando-se nas soluções calculadas e em dados experimentais de fluxo diferencial nucleônico (à várias profundidades), espectro integral de hádrons carregadas (à profundidade de 630 g/cm^2) e espectro diferencial de múons (ao nível do mar), analise-se o comportamento da inelasticidade média pp e da seção de choque inelástica $p - ar$ com relação à energia.

Introdução

Apresentamos nesta tese um estudo analítico das cascatas hadrônica e muônica na atmosfera, através da solução de equações de difusão.

Existem duas situações distintas no estudo de fluxos de partículas na atmosfera, *i*) quando a cascata é originada por uma única partícula ou *ii*) quando é produzida por um fluxo de partículas primárias, medido no topo da atmosfera, que será tratado neste trabalho.

O que nos propomos aqui é descrever os dados experimentais de fluxo vertical de hádrons e múons carregados, analisando também o comportamento de parâmetros que são importantes para o estudo do desenvolvimento de uma cascata na atmosfera.

No tratamento dessas cascatas consideramos que a cascata hadrônica é formada unicamente pelas componentes nucleônica e piônica carregadas. Conseqüentemente, a cascata muônica é originada, neste contexto, apenas pelo decaimento de píons em vôo.

A natureza das condições iniciais para as equações de difusão para a cascata hadrônica (o espectro primário) pressupõe o conhecimento da composição química do espectro primário. Usamos aqui os resultados da Co-

laboração JACEE[1], obtidos por meio de balões estratosféricos, para energias acima de 2 TeV, complementados pelas medidas publicadas por M. A. Faessler[2], para a faixa de energia de $10 \text{ GeV} \leq E \leq 2 \text{ TeV}$, já que o espectro primário integral apresenta uma mudança na inclinação em torno de 2 TeV[1].

No estudo analítico do desenvolvimento de uma cascata hadrônica na atmosfera, três grandezas físicas são de fundamental importância:

- a seção de choque inelástica hádron-ar;
- a fração de energia liberada pela partícula incidente (a inelasticidade) durante a colisão para produção de partículas secundárias e
- a seção de choque de produção de partículas secundárias.

O conhecimento do comportamento desses três parâmetros com relação à energia é crucial para um estudo correto dos dados experimentais de raios cósmicos, já que análises baseadas na suposição de que esses parâmetros não dependem da energia fornecem muitas vezes, apenas uma descrição parcial dos dados experimentais de fluxo, não reproduzindo, por exemplo, a variação contínua da inclinação do fluxo nucleônico ao nível do mar[3].

Essas três grandezas são geralmente obtidas a partir de dados de aceleradores, formulando-se modelos fenomenológicos e extrapolando-os para a região de energias de raios cósmicos. Essa metodologia traz riscos implícitos de se obter previsões que não correspondem à realidade. O caso mais clássico de uma total mudança de comportamento com a energia é o da seção de choque total pp na região do pré e pós ISR.

O problema da inelasticidade média é ainda mais complicado, pois um estudo desse parâmetro embasado por medidas experimentais (reações inclusivas) foi feito apenas para $\sqrt{s} = 53$ GeV[4]. Esse fato fez com que surgissem na literatura modelos com previsões completamente incompatíveis entre si.

As análises apresentadas aqui são baseadas em um estudo conjunto de dados de aceleradores e raios cósmicos. A fim de proceder a esses estudos, dividimos esse trabalho em 8 capítulos. No Capítulo 1, intitulado “Dados Experimentais”, apresentamos, de maneira sucinta, três diferentes tipos de experimentos de raios cósmicos e que estão intimamente relacionados com os estudos aqui apresentados. No Capítulo 2, “Grandezas importantes”, discutimos as três grandezas acima citadas, apresentando alguns modelos constantes na literatura. As soluções das equações de difusão para as duas componentes da cascata hadrônica e a da componente muônica são apresentadas no Capítulo 3. Nos Capítulos 4 e 5 apresentamos alguns estudos adicionais sobre a inelasticidade média e a seção de choque inelástica p-ar, respectivamente. No Capítulo 6 apresentamos os resultados numéricos das soluções obtidas no Capítulo 3, tendo em vista os estudos apresentados no Capítulo 4 e 5. No Capítulo 7 apresentamos uma simulação da cascata hadrônica baseada nas equações de difusão resolvidas no Capítulo 3, verificando assim a validade das aproximações matemáticas feitas na obtenção das soluções e simularemos também um caso mais completo, verificando a validade das aproximações físicas feitas ao escrevermos as equações de difusão e no Capítulo 8 apresentamos as conclusões desse estudo.

Capítulo 1

Dados Experimentais

Sob certos aspectos, os experimentos com raios cósmicos são completamente análogos aos de aceleradores. Os raios cósmicos são criados e acelerados em objetos cósmicos ativos, como supernovas, pulsares, núcles galácticos, quasares e radio-galáxias, cada um desses objetos produzindo partículas em faixas de energia características[5].

A atmosfera, por ser um meio cujas propriedades se alteram do topo ao nível do mar, funciona como um detector dinâmico, no sentido em que medidas tomadas em diferentes altitudes fornecem diferentes características dos raios cósmicos e de suas componentes.

Além das medidas de fluxo descritas a seguir, outro tipo de dados experimentais tomados em raios cósmicos são as de seção de choque de atenuação, da qual se obtém a seção de choque inelástica núcleon-ar, que será tratada no capítulo seguinte.

1.1 Experimentos no topo da atmosfera

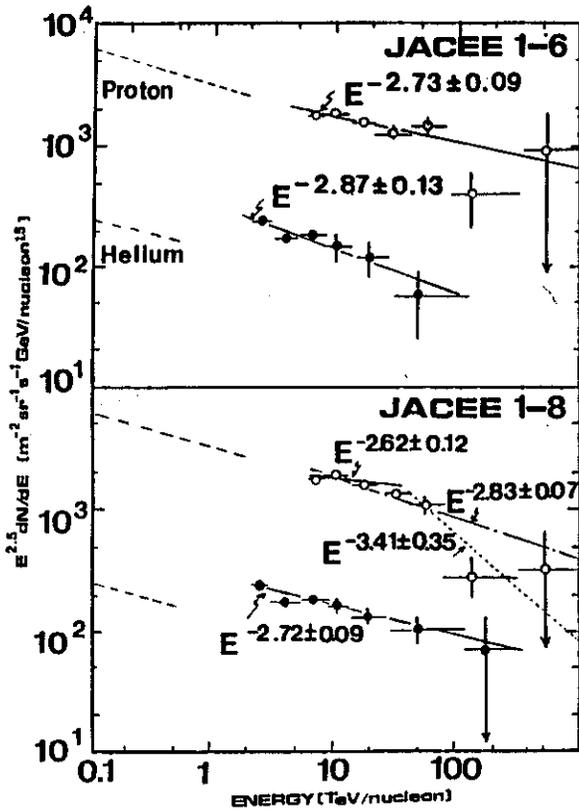


Figura 1.1: Fluxo primário integral medido por balões pela Colaboração JACEE [1].

Os experimentos no topo da atmosfera tem por objetivo estudar o espectro primário dos raios cósmicos e sua composição química.

Em geral, os detectores de partículas construídos para medir energia (um calorímetro) são relativamente pesados, já que a partícula tem que dissipar toda sua energia dentro do detector. Além disso, como a estatística dessas medidas é baixa, necessita-se expor o detector por um intervalo de tempo grande, acarretando as dificuldades adicionais a esse tipo de experimento.

O veículo mais usado para as medidas do fluxo primário são os balões estratosféricos, voando a uma altitude entre 35 e 40 km, o que corresponde à uma profundidade entre 3 e 10 g/cm². Deve-se observar que as medidas de espectro acima de 100 GeV/núcleon devem ser corrigidas, já que a cerca de 7 g/cm², metade do fluxo observado é gerado na atmosfera[6]. Outra maneira de se estudar os primários é usar satélites, como o UHN[7] (Ultra Heavy Nuclei Experiment) ou o ônibus espacial[8].

Os mais importantes experimentos dessa classe tem sido os vôos em balões da Colaboração JACEE (Japan-American Collaboration on Emulsion Chamber Experiments), tendo por objetivos *i*) estudar o espectro energético primário acima de 2 TeV/núcleon; *ii*) examinar os detalhes de interações núcleo-núcleo a energias acima daquelas disponíveis nos aceleradores e *iii*) estudar a composição química dos primários.

O que se observa nos dados experimentais é que o espectro primário segue uma lei de potência na energia. Na Fig.1.1 e 1.2 mostramos os dados experimentais de espectro primário e sua composição química.

Como mostrado nas figuras 1.1 e 1.2, a radiação primária é composta principalmente por prótons, cujo espectro diferencial é dado por

$$F_N(E/GeV, t = 0 \text{ g/cm}^2) = N_0 E^{-(\gamma+1)} (\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV})^{-1}, \quad (1.1)$$

onde

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 0.121 \pm 0.007 \\ \gamma = 0.853 \pm 0.057. \end{array} \right\} 1 \text{ GeV} \leq E \leq 5.3 \text{ GeV} \quad (1.2)$$

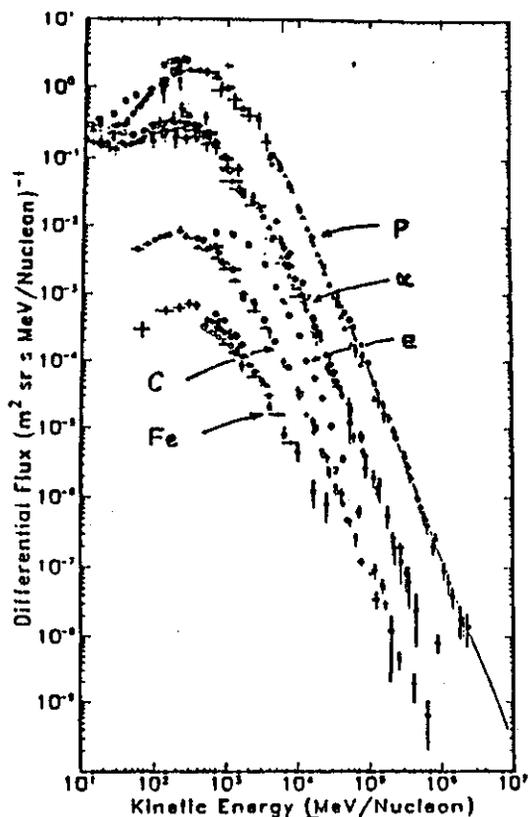


Figura 1.2: Espectro primário diferencial e composição química medido no topo da atmosfera [2].

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 0.591 \pm 0.051 \\ \gamma = 1.517 \pm 0.030. \end{array} \right\} 5.3 \text{ GeV} \leq E \leq 90 \text{ GeV} \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 2.684 \pm 0.712 \\ \gamma = 1.801 \pm 0.048. \end{array} \right\} 90 \text{ GeV} \leq E \leq 2 \text{ TeV} \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 4.942 \pm 2.648, \\ \gamma = 1.86 \pm 0.07. \end{array} \right\} E > 2 \text{ TeV} \quad (1.5)$$

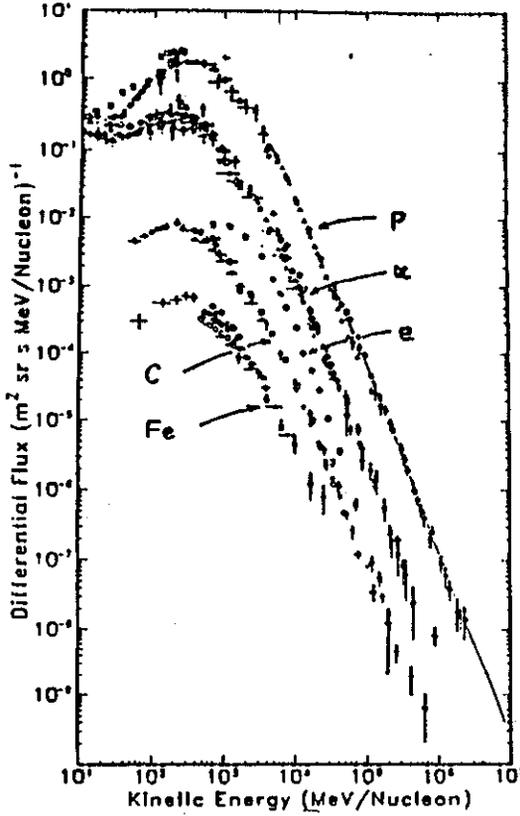


Figura 1.2: Espectro primário diferencial e composição química medido no topo da atmosfera [2].

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 0.591 \pm 0.051 \\ \gamma = 1.517 \pm 0.030. \end{array} \right\} 5.3 \text{ GeV} \leq E \leq 90 \text{ GeV} \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 2.684 \pm 0.712 \\ \gamma = 1.801 \pm 0.048. \end{array} \right\} 90 \text{ GeV} \leq E \leq 2 \text{ TeV} \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 4.942 \pm 2.648, \\ \gamma = 1.86 \pm 0.07. \end{array} \right\} E > 2 \text{ TeV} \quad (1.5)$$

e N_0 é dado em $(\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV})^{-1}$

1.2 Experimentos de montanha

Os experimentos em montanha são os mais numerosos e os que têm mais dados a energias mais altas. Citaremos somente os experimentos cujos dados foram usados neste trabalho.

A Colaboração Monte Fuji (630 g/cm^2)[9] mediu o fluxo integral hadrônico, na região de energia de $3 \text{ TeV} < E_H^\gamma < 90 \text{ TeV}$, utilizando detectores do tipo câmara de emulsão constituídas, alternadamente, de material fotosensível e placas de chumbo. A escolha do material fotossensível e da espessura das placas de chumbo permitiu a determinação simultânea do fluxo integral de hádrons, gamas e múons.

A Colaboração Monte Kambala (520 g/cm^2)[10] também fez medidas de espectro integral hadrônico utilizando câmaras de emulsão mista (chumbo e ferro), porém não utilizaremos esses dados aqui pois os dois conjuntos de dados desta Colaboração são incompatíveis entre si.

Os dados experimentais do fluxo integral hadrônico estão na fig.1.3. Na fig.1.4 mostramos os dados de fluxo diferencial nucleônico a 530 , 200 e 20 g/cm^2 [11].

¹Energia do hádron em forma de gamas, veja descrição desse parâmetro mais adiante.

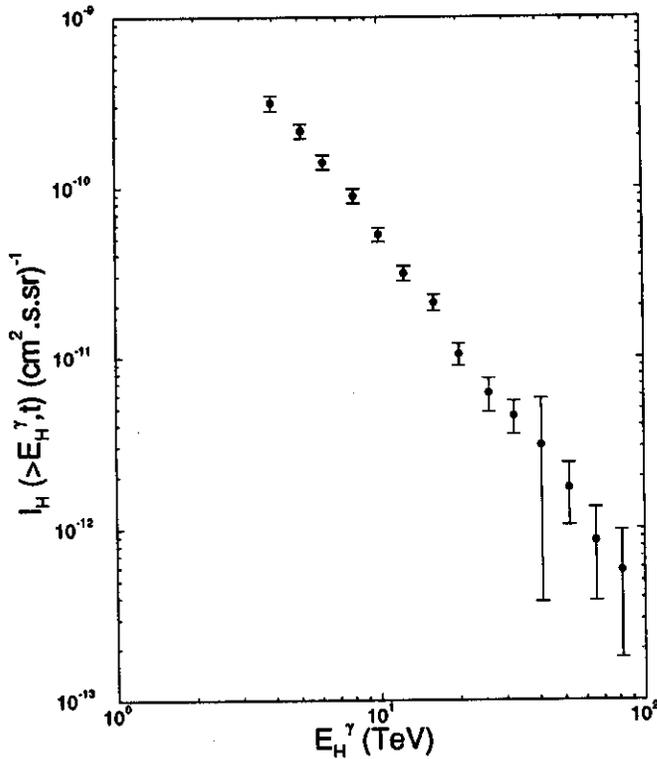


Figura 1.3: Dados experimentais de fluxo integral de hádrons medido pela Colaboração Monte Fuji ($t=630 \text{ g/cm}^2$).

1.3 Experimentos ao nível do mar

Os experimentos ao nível do mar geralmente apresentam os dados a energias mais baixas, pois a atmosfera funciona como um filtro, atenuando o fluxo de partículas com energias muito altas.

Brooke e Wolfendale[12] realizaram medidas do fluxo de prótons ao nível do mar no intervalo de energia entre 0.6 e 150 GeV/c. Estes dados foram obtidos utilizando o espectrógrafo de raios cósmicos de Durhan. Este

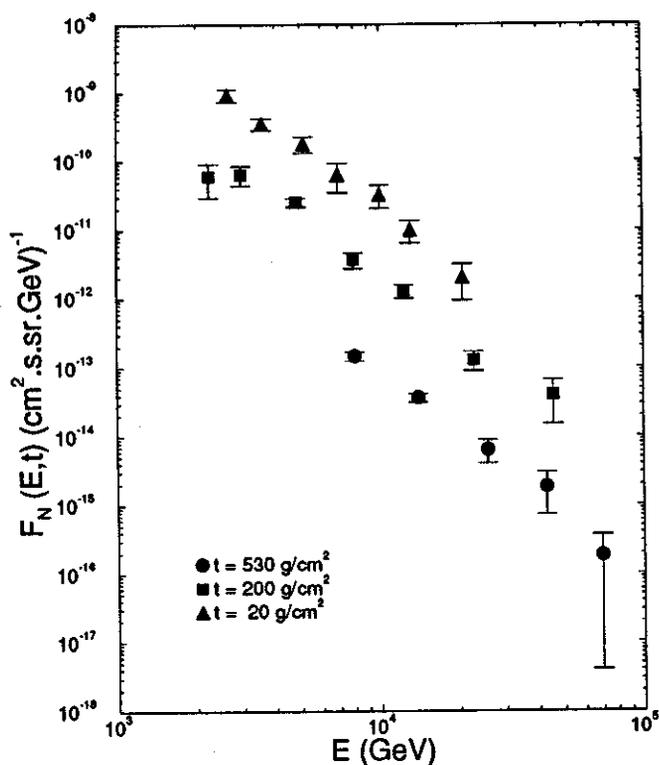


Figura 1.4: Dados experimentais de fluxo diferencial de núcleons para $t=530, 200, 20 \text{ g/cm}^2$.

instrumento, descrito detalhadamente por Brooke et al.[13] e Hayman e Wolfendale[14], é composto por um espectrógrafo associado a um contador geiger e detectores do tipo “neon flash tube”. Comparando suas medidas com as efetuadas por Mylros e Wilson[15], no intervalo de energia entre 0.6 e 12 GeV/c, e por Pak e Greisen[16] em 22 GeV/c, obtêm-se em ambos os casos uma boa concordância.

É importante ressaltar que Brooke e Wolfendale fizeram medidas diretas do fluxo de prótons ao nível do mar estando, portanto, isentas de possíveis

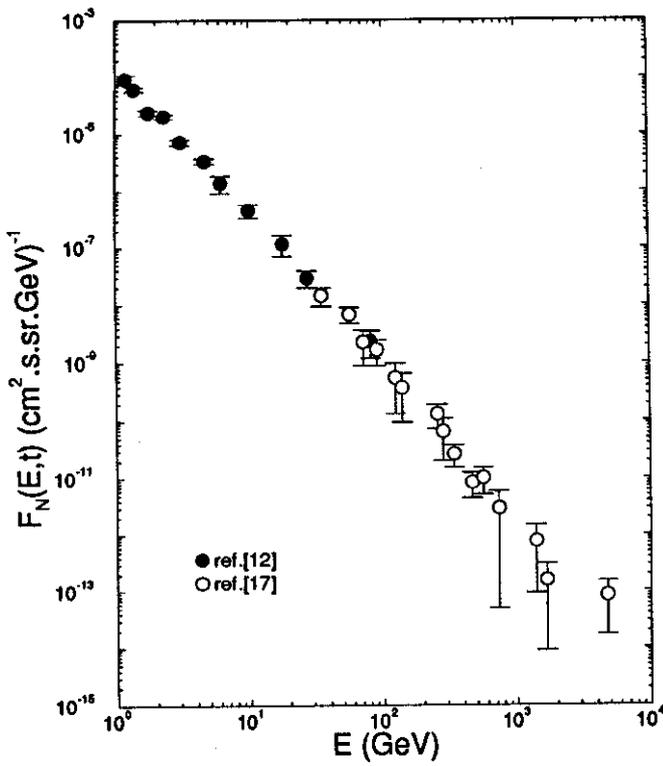


Figura 1.5: Fluxo diferencial de núcleons ao nível do mar ($t = 1030$ g/cm²).

distorções provocadas pela utilização de modelos necessários à conexão entre as partículas secundárias detectadas (em geral múons e elétrons) e as partículas primárias (núcleons, núcleos leves e gamas de alta energia) responsáveis pela sua produção.

Ashton et al.[17], por sua vez, apresentam medidas do fluxo diferencial de nêutrons ao nível do mar no intervalo de 20 a 4000 GeV, obtidos com um detector composto de “neon flash tube”, absorvedores de ferro e cintiladores[18]. Os nêutrons, provenientes da interação das partículas do fluxo primário com

núcleos atmosféricos, interagem nos absorvedores de ferro que compõem o detector, produzindo uma nova geração de partículas secundárias que são detectadas. Este processo de detecção se baseia num conhecimento acurado do espectro primário, do fluxo de partículas secundárias produzidas durante a passagem da radiação cósmica pela atmosfera, bem como dos mecanismos de interação entre os nêutrons e os núcleos que constituem os absorvedores. Por esta razão, estes dados devem ser utilizados com certa cautela, embora comparando suas medidas com as apresentadas por Brooke e Wolfendale[12], Ashton et al. mostram que, na faixa de energia em que ocorre a superposição dos dados, a concordância é satisfatória. Os dados acima discutidos são mostrados na fig.1.5.

Os dados experimentais para o fluxo vertical de múons ao nível do mar estão na fig.1.6, e foram obtidos por Allkofer et al[19] e C. A. Ayre et al.[20]. A superposição desses dois conjuntos de dados apresenta uma boa concordância.

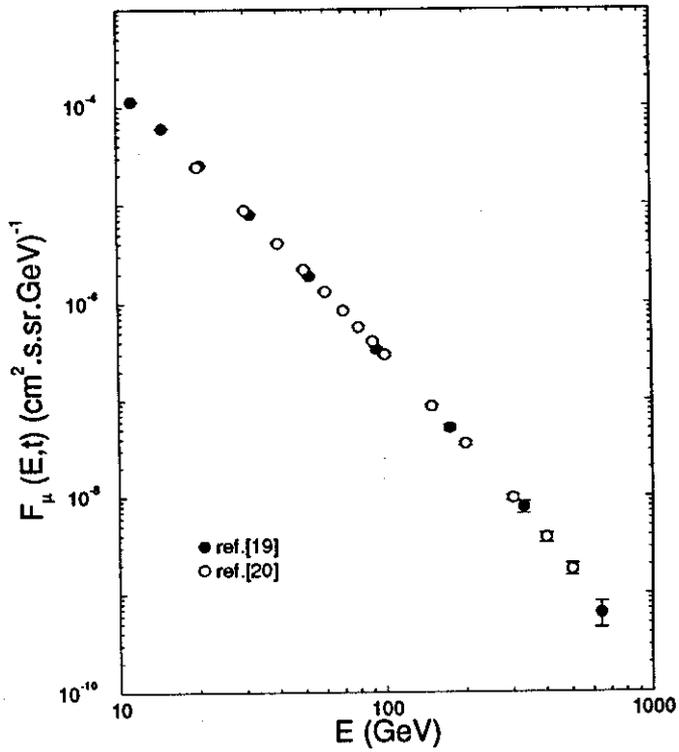


Figura 1.6: Fluxo diferencial de múons ao nível do mar ($t=1030$ g/cm^2).

Capítulo 2

Grandezas importantes

Apresentamos neste capítulo uma discussão a respeito dos três parâmetros mais importantes no desenvolvimento de uma cascata na atmosfera, a saber, a seção de choque inelástica $p - ar$, a seção de choque para produção de secundários (também chamada de função de produção) e a inelasticidade média.

2.1 Seção de choque inelástica núcleon-ar

A seção de choque inelástica núcleon-ar é uma grandeza muito difícil de se obter devido à dificuldade experimental inerente de se realizar tal espalhamento. Em raios cósmicos, assume-se que essa seção de choque é aproximadamente dada pela seção de choque $p - ar$. A determinação dessa seção de choque só pode ser realizada de forma indireta. Uma análise de dados de espalhamento $p - C$ ou $p - Be$ mostra a existência de uma espécie de *scaling* das seções de

choque com relação ao número atômico (veja. fig.5.1). A seção de choque $p-ar$ é determinada em geral a partir desses dados experimentais. Esse procedimento é usado somente na região de baixas energias, mais precisamente na faixa de energia de aceleradores.

Devido ao baixo fluxo de partículas de altíssimas energias é difícil de se obter dados precisos para a seção de choque inelástica em experimentos de raios cósmicos, entretanto o comportamento dessas seções de choque é de grande interesse, tanto para a física de aceleradores (permite a verificação do comportamento assintótico de diferentes modelos) quanto para a física de raios cósmicos, já que o comportamento de σ_{in}^{p-ar} determina o comportamento do livre caminho médio de interação, λ .

Além da seção de choque inelástica $p-ar$, o livre caminho médio depende também da densidade (ρ) do meio em que a partícula se propaga segundo a expressão:

$$\lambda \propto \frac{1}{\rho \cdot \sigma_{in}}$$

No caso da física da radiação cósmica, assume-se em geral um modelo isotérmico para a densidade atmosférica, podendo-se relacionar o livre caminho médio com a seção de choque inelástica da seguinte forma:

$$\lambda_{i-ar} = \frac{24100}{\sigma_{in}^{i-ar}(mb)} g/cm^2, \quad (2.1)$$

onde i é a partícula em questão. Na faixa de energia dos aceleradores, pode-se inferir a seção de choque $i-ar$ por meio de espalhamento da partícula i com alvos cuja massa atômica seja próxima à do ar (14.5), como por exemplo carbono e berílio.

Dentre as parametrizações baseadas nesse tipo de espalhamento está a de Liland [21], dada por

$$\sigma_{in}^{p-ar}(E) = 249.88 \left(1 + 4.975 \cdot 10^{-3} \ln^2(E/10 \text{ GeV}) \right) \text{ mb} \quad (2.2)$$

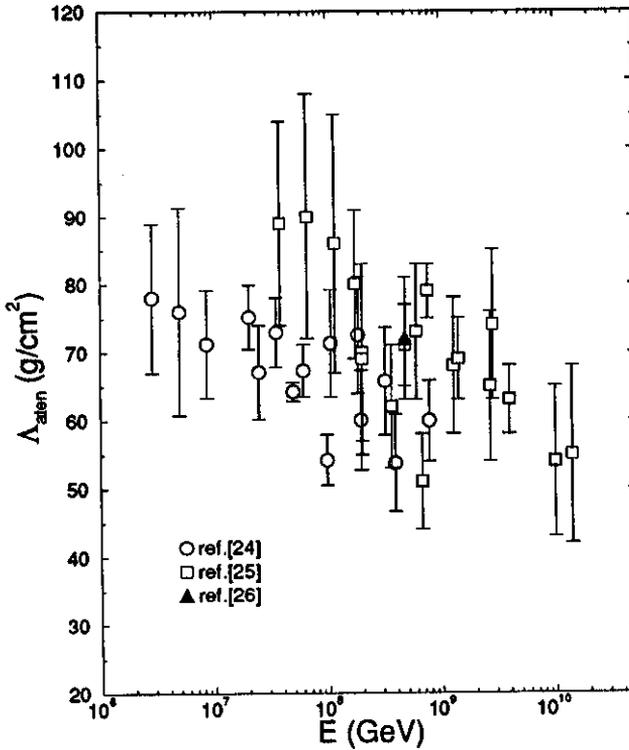


Figura 2.1: Dados experimentais de livre caminho médio de atenuação medido por diferentes experiências.

Deve-se mencionar que além dessa parametrização reproduzir os dados de espalhamento inclusivo $p + Be \rightarrow p + X$ e $p + C \rightarrow p + X$, ela apresenta um comportamento da seção de choque do tipo $\ln^2 E$, amplamente aceito até a publicação das medidas do Tevatron[22]. Portanto, de acordo com a eq.2.1,

o livre caminho médio núcleon-ar (próton-ar) é dado por

$$\lambda_N(E) = \frac{96.4}{1 + 4.975 \cdot 10^{-3} \ln^2(E/10 \text{ GeV})} \text{ g/cm}^2 \quad (2.3)$$

Nos experimentos de raios cósmicos, em geral, as medidas de seção de choque inelástica são baseadas em medidas do número de elétrons e múons de um chuveiro, em particular na observação de que o número de múons em um chuveiro permanece praticamente constante depois de seu desenvolvimento máximo, sendo portanto um bom indicador da energia do primário que gerou o chuveiro, enquanto o número de elétrons é atenuado após o seu máximo, revelando o estágio de desenvolvimento da cascata.

Dessa forma obtém-se o livre caminho médio de atenuação, que também está relacionado com uma seção de choque segundo a eq.2.1, ou seja,

$$\Lambda_{aten} = \frac{24100}{\sigma_{aten}^{p-ar} (mb)} \text{ g/cm}^2. \quad (2.4)$$

Na fig.2.1 mostramos alguns dados experimentais de Λ_{aten} .

A seção de choque de atenuação acima obtida é também chamada de seção de choque “observada”. O valor da seção de choque inelástica é então calculado corrigindo-se a seção de choque de atenuação, em geral por meio de simulação. Normalmente a correção é feita simplesmente por uma constante variando entre 1.3 (quando se usa a quebra de *scaling* de Feynman) e 1.5 (sem quebra de *scaling*)[23].

Na verdade, essas seções de choque estão relacionadas por[24]

$$\sigma_{IN}^{p-ar} = \frac{\sigma_{obs}}{(1 - (1 - k)\gamma)} \quad (2.5)$$

onde γ é a inclinação do espectro primário integral (veja eq.1.2) e k é a inelasticidade.

2.2 Função de produção

Devido às imprecisões características da física de raios cósmicos, como a indeterminação na energia da partícula incidente e as dificuldades de identificação da mesma, a função de produção é obtida preferencialmente a partir de análises de dados de espalhamento em aceleradores, mais precisamente a partir de reações inclusivas do tipo $p + p(\bar{p}) \rightarrow c + X$, onde c é uma partícula carregada. Para os propósitos mais comuns da física de raios cósmicos, onde a contribuição de partículas mais pesadas é desprezível, assume-se que as partículas carregadas são basicamente píons. Discutiremos no capítulo 4 a validade dessa aproximação.

Na verdade, o que se mede em aceleradores é a seção de choque invariante para a produção de uma partícula c

$$E \frac{d\sigma_c}{d^3\vec{p}}.$$

Assumindo isotropia azimutal na produção e integrando a componente transversal do momento, podemos escrever a seção de choque de produção como:

$$\sigma_p(E, p_L) = E \frac{d\sigma_c}{dp_L}, \quad (2.7)$$

onde E e p_L são a energia e o momento longitudinal da partícula produzida. Logo no regime de altas energias, onde $E \simeq p_L$, podemos escrever a seção de choque invariante (diferencial) por intervalo de pseudo-rapidez como

$$\sigma_p(\eta) = \frac{d\sigma_c}{d\eta}.$$

Portanto, a multiplicidade de partículas produzidas por intervalo de pseudo-rapidez é dada por

$$f(\eta) = \frac{1}{\sigma_{in}} \sum_c \frac{d\sigma_c}{d\eta}.$$

Se considerarmos que todas as partículas produzidas são do mesmo tipo, temos

$$f(\eta) = \frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma}{d\eta} = \frac{dN}{d\eta}, \quad (2.8)$$

que passaremos a chamar daqui para frente de distribuição de densidade de pseudo-rapidez.

As características do espalhamento na região pré-ISR, levaram à formulação do modelo chamado “modelo de *scaling* de Feynman” [29], que prediz a independência da probabilidade de produção com relação à energia da partícula incidente; ela dependeria de uma variável de *scaling*, definida por

$$\begin{aligned} x = \frac{p_L}{p_{L,max}} &= \frac{2p_L}{\sqrt{s}} = \frac{2m_T}{\sqrt{s}} \cosh(y) \\ &= \frac{2p_T}{\sqrt{s}} \sinh(\eta) \\ &\simeq \frac{p_T}{\sqrt{s}} e^\eta \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde y é a rapidez dada por

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right),$$

ou simplesmente

$$x = \frac{E}{E_0} \quad (2.10)$$

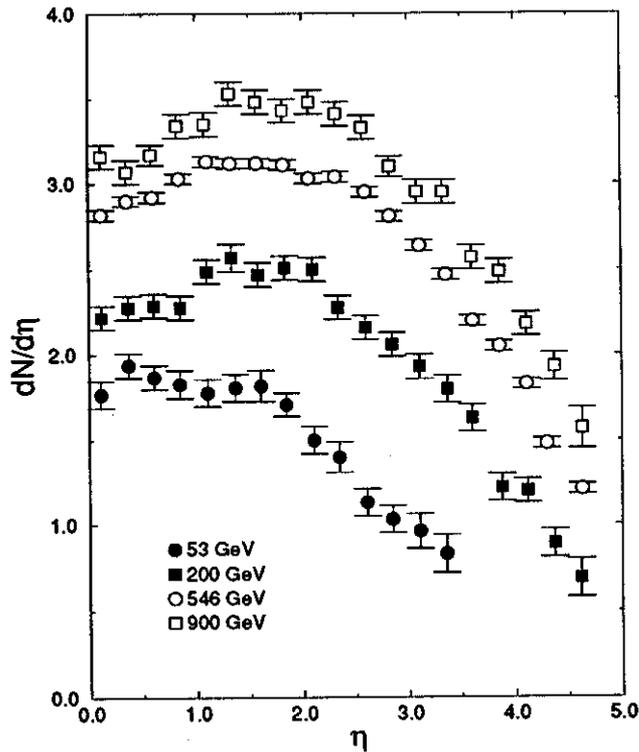


Figura 2.3: Dados experimentais da distribuição de densidade de rapidez para várias energias.

para altas energias, onde E é a energia da partícula produzida e E_0 é a energia da colisão.

Dados experimentais a energias mais altas no entanto, mostram uma clara violação do *scaling*, ao menos na região central ($\eta \rightarrow 0$), conforme mostra a fig.2.3.

A função de produção nada mais é que o número de partículas produzidas

por intervalo de energia, ou seja

$$g(E, E_0) = \frac{dN}{dE}.$$

Das eqs.2.8,2.10 e 2.9 temos

$$\begin{aligned} g(E, E_0) &= \frac{x}{E} \frac{dN}{dx} \\ &= \frac{1}{E} \frac{dN}{d\eta}, \end{aligned}$$

ou seja

$$g(E, E_0) = \frac{1}{E} f(\eta) \quad (2.11)$$

Dessa forma obtemos a função de produção a partir da distribuição de densidade de pseudo-rapidez.

Dentre os modelos de distribuição de densidade de pseudo-rapidez, tem-se o de Bellandi et al.[30], baseado na quebra de *scaling* proposta por Wdowczyk e Wolfendale[31], dado por

$$\frac{dN}{d\eta} = f(\eta) = \frac{5}{3} \left(\frac{E_0}{E_s} \right)^\alpha \left[1 - \left(\frac{E_0}{E'_s} \right)^{\alpha'} x \right]^4, \quad (2.12)$$

onde E_0 é a energia da colisão (\sqrt{s} no sistema de centro de massa) e os parâmetros dados por[32]

	UA5[30]	UA5+UA7[32]	
$\alpha =$	0.11	0.11	
$\alpha' =$	0.26	0.17	(2.13)
$E_s =$	336 GeV	336 GeV	
$E'_s =$	1800 GeV	960 GeV	

(os dados do UA5 são apenas de partículas carregadas e UA7 incluem partículas neutras).

2.3 Inelasticidade

De todos os parâmetros envolvidos na física de raios cósmicos, a inelasticidade é provavelmente, a grandeza mais sujeita a controvérsias.

Apesar de ser possível medir a inelasticidade média em aceleradores, a partir de medidas da distribuição de partícula líder, isso só foi feito para as energias do ISR[33], não se tendo assim, nenhuma informação concreta sobre sua dependência com a energia. A distribuição de partícula líder é expressa em termos da elasticidade, isto é, da fração de energia que a partícula incidente mantém após uma colisão.

Entretanto é também possível se obter a inelasticidade média olhando pelo lado das partículas produzidas, ou seja, através da distribuição de densidade de pseudo-rapidez.

Multiplicando a eq.2.8 pela energia da partícula produzida e integrando em todo o espaço de pseudo-rapidez, temos

$$\int_{\eta} E \frac{dN}{d\eta} d\eta = E_T,$$

ou seja, a energia total das partículas produzidas. Dessa forma, da definição de inelasticidade média $\langle k \rangle$ como sendo a fração da energia incidente usada para a produção, temos

$$\langle k \rangle = \int_{\eta} \frac{E}{E_0} f(\eta) d\eta$$

ou, de acordo com a eq.2.9

$$\langle k \rangle = \frac{2}{\sqrt{s}} \int_0^{\eta_{\max}} p_T \sinh(\eta) f(\eta) d\eta, \quad (2.14)$$

onde η_{\max} é a pseudo-rapidez máxima, dada por

$$\eta_{\max} = \ln \frac{\sqrt{s}}{m}$$

(m é a massa da partícula incidente).

A despeito da aparente simplicidade da eq.2.14, o método normalmente empregado é usar a distribuição de densidade de pseudo-rapidez de todas as partículas carregadas e tomar p_T como $\langle p_T \rangle$, assumindo que essas partículas são píons, conforme mencionado na seção anterior. No entanto, já de início cria-se um problema, pois $\langle p_T \rangle$ possui uma dependência em relação à variável de *scaling* de Feynman e conseqüentemente, à rapidez, revelando o chamado *sea-gull effect* (veja fig.2.4).

Devido aos problemas em se obter a dependência energética da inelasticidade média relatados acima, criou-se na literatura uma controvérsia a respeito da mesma, surgindo vários modelos que prevêem comportamentos contraditórios para a mesma. Citamos a seguir alguns desses modelos.

2.3.1 Modelo de Capdevielle

Capdevielle et al[34] usaram o método de Monte Carlo para simular colisões a altas energias baseadas em propriedades do Dual Parton Model, ajustando dados de reações inclusivas e semi-inclusivas até a energia do Tevatron ($\sqrt{s} = 1.8$ TeV) com uma distribuição (escrita em função da rapidez y) dada por

$$\frac{dN}{dy} = A \left\{ \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2\sigma^2} \right] + \exp \left[-\frac{(y + y_0)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \quad (2.15)$$

onde

$$y_0 = a_1 \ln E_0 + b_1$$

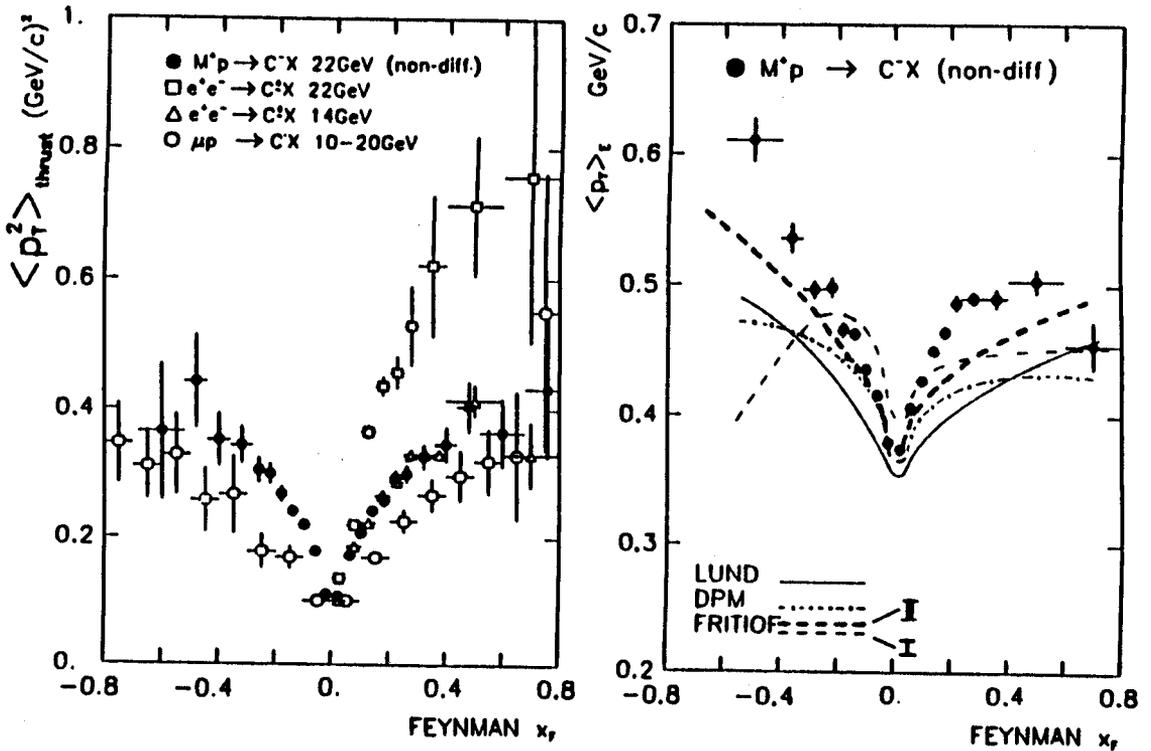


Figura 2.4: Dependência de $\langle p_T \rangle$ com relação à variável de *scaling* de Feynman, mostrando o *sea-gull effect*.

$$\sigma = a_2 \ln E_0 + b_2,$$

e A é obtido através da multiplicidade média e do KNO *scaling*.

Desse ajuste, após a simulação de 1000 colisões a uma energia fixa, obtém-se a inelasticidade média total, conforme a tab.2.1. Nota-se que o modelo fornece resultados praticamente constantes (~ 0.5). No entanto, usando-se a eq.2.15 para ajustar os dados de $d\sigma/d\eta$, obtém-se uma inelasticidade média (via eq.2.14 decrescente para as mesmas energia dos dados distribuição de densidade de pseudo-rapidez, conforme mostrado na fig.2.5.

E_0 (TeV)	2	156	1700
$\langle k \rangle$	0.464	0.48	0.49

Tabela 2.1: Inelasticidade média obtida através de simulação por Capdevielle.

2.3.2 Modelo de Bellandi-Ohsawa

Tomando-se a eq.2.12 e integrando, segundo a eq.2.14, obtem-se

$$\langle k(E_0) \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{E_0}{E_s} \right)^\alpha \left(\frac{E_0}{E'_s} \right)^{-\alpha'} \quad (2.16)$$

Deve-se notar que a eq.2.12 impõe uma energia de corte que corresponde a uma pseudo-rapidez menor do que a pseudo-rapidez do feixe, dada por

$$E_{\max} = E_0 \left(\frac{E'_s}{E_0} \right)^{\alpha'}.$$

Usaremos este modelo mais à frente, denotando-o por Modelo I e II para o primeiro e segundo conjuntos de parâmetros da eq.2.13, respectivamente. O comportamento desses dois modelos com relação à energia é mostrado na fig.2.5

2.3.3 Modelo estatístico

Neste modelo[35] a produção múltipla de hádrons é interpretada como resultado do decaimento de “minifireballs” originadas de colisões gluon-gluon. A probabilidade de uma bola de fogo central ter energia $k\sqrt{s}$ (a energia total na região central de produção de partículas) é escrita em termos das seções

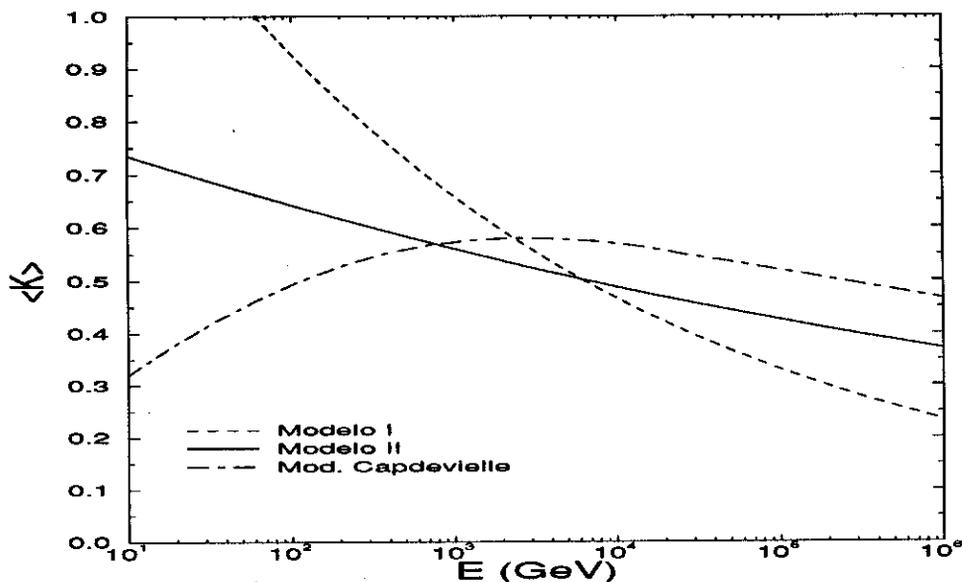


Figura 2.5: Inelasticidade média segundo o modelo de Bellandi-Ohsawa (eq.2.16). Modelo I e Modelo II se referem ao primeiro e segundo conjuntos de parâmetros da eq.2.13, e o Mod. Capdevielle é calculado com a eq.2.15, respectivamente.

de choque gluon-gluon e hádron-hádron e da distribuição efetiva de gluons no hádron, usando-se para esta uma distribuição poissoniana.

Este modelo, quando aplicado usando-se o limite de Froissart saturado e seção de choque $p - \bar{p}$ dada pelo modelo de Bourrely-Martin fornece k^* (o valor de k que maximiza a distribuição de inelasticidade) e $\Gamma(\chi(k))$ (a largura da distribuição) decrescente com \sqrt{s} , conforme a Fig.2.6[36].

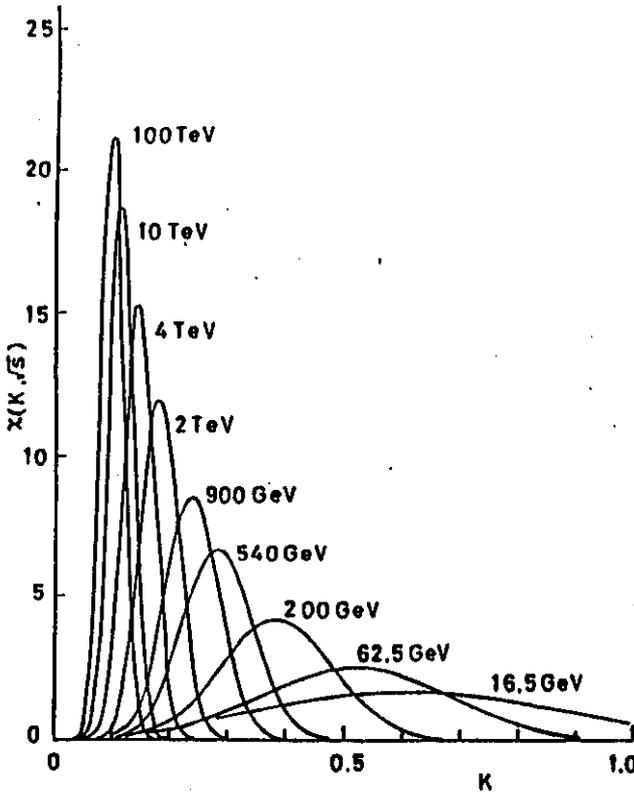


Figura 2.6: Distribuição de inelasticidade em função da energia segundo o modelo estatístico[35].

No entanto, usando-se a seção de choque hádron-hádron, σ_{hh} , constante para $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ obtem-se k^* crescente para $\sqrt{s} > 10$ TeV (a dependência é igual ao caso anterior para $\sqrt{s} < 1$ TeV), como mostrado na fig.2.7.

Como pode ser visto na tab.2.2, os valores de seção de choque inelástica $p-p$ estão bem abaixo dos valores experimentais. A quarta coluna da tab.2.2, mostra os valores da inelasticidade média usando-se os valores medidos de seção de choque inelástica, dada na terceira coluna. Vê-se que o decréscimo não é tão acentuado.

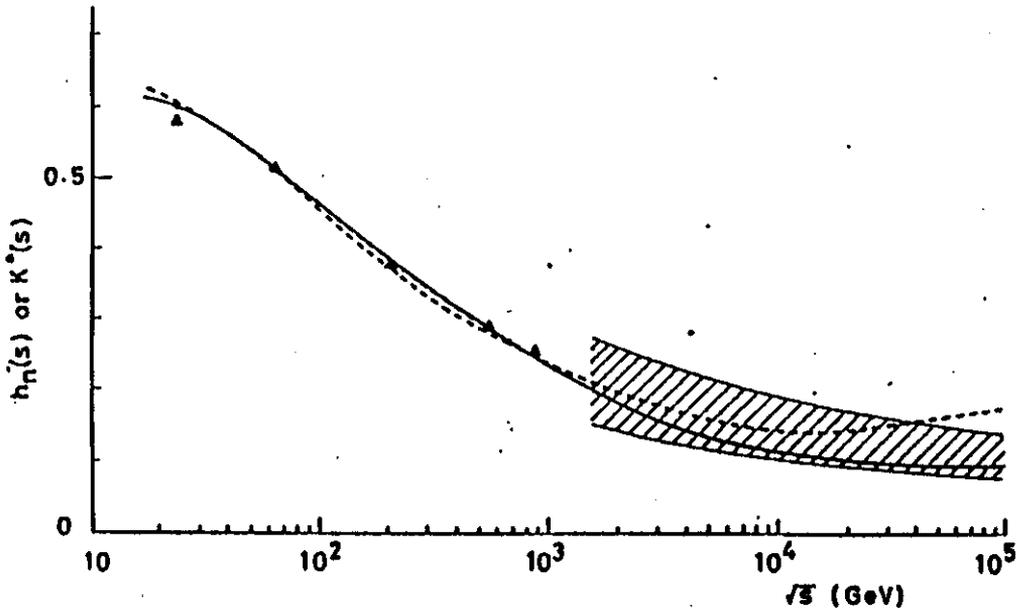


Figura 2.7: Inelasticidade média em função da energia no centro de massa. As curvas correspondem a seção de choque hh com o limite de Froissart saturado (sólida) e assintoticamente constante (tracejada)[36].

2.3.4 Modelo geométrico

Usando o modelo de Chou-Yang[37], Watanabe et al[38] procederam a uma sistemática análise dos dados do ISR e COLLIDER ($23 \leq \sqrt{s}(\text{GeV}) \leq 900$) da distribuição de pseudo-rapidez. Um dos resultados dessa análise é a expressão para a temperatura de partição,

$$T_p = \frac{\tau \sqrt{s}}{n}$$

Tabela 2.2: Seção de choque inelástica usado por Fowler et al. e seus resultados (* Input, dados obtidos do modelo hidrodinâmico).

\sqrt{s} GeV	σ_{in}^{pp} mb	$\langle k \rangle$	σ_{in}^{pp} mb	$\langle k \rangle$
16,5	31	0.45*	35.0	0.46
540	56	0.30*	48.6	0.37
2000	73	0.24	55.5	0.32
40000	126	0.16	-	-

onde $\tau \sim 1$ e n é o número de partículas carregadas produzidas quando do “decaimento” da bola de fogo formada na colisão.

Supondo que o momento transversal médio $\langle p_t \rangle$ é finito e $T_p \rightarrow \infty$ para $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ e que a energia máxima do sistema (a bola de fogo) E_{\max} é muito maior que a temperatura de partição T_p , ou seja $E_{\max}/T_p \gg 1$, Watanabe et al. obtiveram uma inelasticidade decrescente com a energia, tendo uma dependência energética praticamente igual à obtida por Fowler et al.[35] (veja Fig.2.7).

2.3.5 Modelo hidrodinâmico

A característica principal deste modelo[39] é a aplicação do conceito de gás ideal à expansão de uma bola de fogo constituída de plasma quark-gluon. Usa-se aqui uma versão modificada do modelo de Landau [40], que previa um crescimento muito rápido da multiplicidade de partículas produzidas, do tipo

$$n \approx s^{1/4},$$

já que considerava a energia total da reação sendo usada para produzir partículas.

No modelo aqui descrito, adota-se uma dependência do tipo

$$n \approx k^{3/4} s^{1/4}.$$

A inelasticidade média neste modelo é dada por

$$\langle k \rangle = \left(\frac{1 + u^2}{2 + u^2} \right)^{(1+u^2)},$$

onde u é a “velocidade do som” no meio.

No caso do gás ideal, $u^2 = 1/3$. Entretanto, em análise da distribuição de p_t (para grandes valores de p_t) e de multiplicidade total em função da energia no intervalo $9.8 \text{ (GeV)} \leq \sqrt{s} \leq 62 \text{ (GeV)}$, obtem-se os valores $u^2 = 1/3.5$ e $u^2 = 1/4$, respectivamente. Este é um ponto duvidoso do modelo, pois necessita que os constituintes do plasma de quark-gluon não interajam entre si durante a fase de expansão da bola de fogo, porém a interação q-g não é seguramente desprezível.

Ajustando-se a multiplicidade das partículas carregadas a 500 GeV com o modelo hidrodinâmico, verifica-se que um valor de u^2 entre 1/3 e 1/3.5 é bastante aceitável. Dessa forma obtem-se uma inelasticidade decrescente com a energia, ainda que muito lentamente.

2.3.6 Modelo eiconal

Os dados de espalhamento $\bar{p}p$ no COLLIDER ($\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$) mostram um crescimento da razão entre a seção de choque elástica e a total, σ_e/σ_t , e um

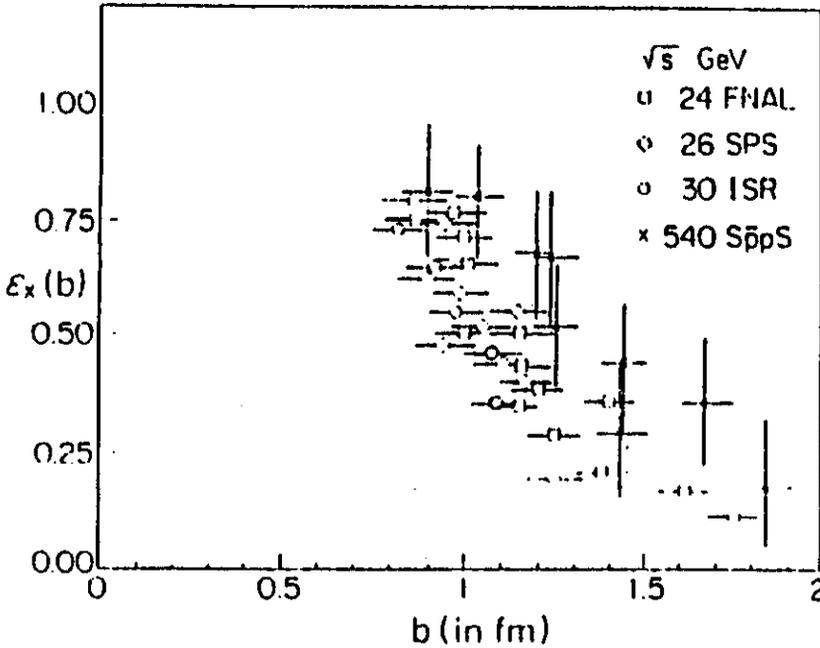


Figura 2.8: Distribuição de inelasticidade em função do parâmetro de impacto b para várias energias.

alargamento da distribuição de multiplicidade de partículas carregadas na região de alta multiplicidade. Estes fatos são consistentes com o aumento da opacidade da eiconal $\Omega(b, s)$ na passagem do ISR ($23 < \sqrt{s} < 63$ GeV), onde a eiconal não possui uma dependência forte e explícita com relação a \sqrt{s} , para o COLLIDER ($\sqrt{s} = 546$ GeV). Em outras palavras, em adição à conhecida expansão da área efetiva de interação, a probabilidade de interação também cresce para todo valor de b , especialmente na região central ($b \approx 0$). Estas observações sugerem intuitivamente que a inelasticidade média cresça

com a energia e que pode ser relacionada com a eiconal.

Dessa forma, Barshay et al.[41] analisaram a distribuição de multiplicidade de partículas carregadas em relação à função de *overlap* inelástica, escrevendo a distribuição de inelasticidade como

$$f(\epsilon_x) \simeq \frac{\langle N(b, s) \rangle}{\langle N(s) \rangle}, \quad (2.17)$$

onde $\epsilon_x^2 \simeq k$, $N(b, s)$, $N(s)$ são a multiplicidade de partículas carregadas em um dado b (assumindo o *scaling* $b = b/R(s)$, $R(s)$ é o raio de interação) e a multiplicidade total de partículas carregadas (somando em todos os b 's), respectivamente.

Da Eq.2.17, Barshay et al. obtiveram

$$f(\epsilon_x) = \frac{3}{2} \left(1 - e^{-2\Omega(b, s)} \right)^{1/2}.$$

Através da parametrização empírica

$$\Omega(1, 09b^2, 540 \text{ GeV}) \simeq 1, 45\Omega(b^2, 53 \text{ GeV})$$

é possível também obter a distribuição de inelasticidade para o COLLIDER, conforme a Fig.2.8, fornecendo uma inelasticidade média igual a 0.495 ± 0.20 .

Capítulo 3

Solução das equações de difusão

Após discutirmos as variáveis mais importantes nas interações em raios cósmicos, passaremos a estudar o desenvolvimento das componentes da cascata hadrônica e um de seus produtos finais, a componente muônica.

Em uma série de trabalhos anteriores[42], apresentamos algumas soluções para essas componentes com algumas simplificações objetivando facilitar os cálculos matemáticos, como por exemplo a inelasticidade média e/ou livres caminhos médios independentes da energia.

Apresentamos neste Capítulo novas soluções para essas componentes. Evidentemente não eliminamos de todo as simplificações, porém aperfeiçamos as soluções no sentido de introduzir a dependência com a energia nos parâmetros acima citados.

As soluções apresentadas nas próximas seções são baseadas nas seguintes

suposições:

1. o modelo de partícula líder permanece válido mesmo no regime de altíssimas energias;
2. a cascata hadrônica é constituída basicamente de núcleons e píons, desprezando-se as outras contribuições, inclusive a produção de píons secundários por píons;
3. a componente muônica é originada a partir do decaimento dos píons, sendo a contribuição dos káons e outras partículas desprezíveis[3];
4. existe uma relação de consistência entre a elasticidade nucleônica $\langle \sigma_N \rangle$ e a inelasticidade proveniente da função de produção (eq.2.11), ou seja

$$\langle \sigma_N \rangle + \langle k \rangle = 1;$$

5. a elasticidade média piônica $\langle \sigma_\pi \rangle$ é constante e distribuída segundo a função

$$f(\sigma_\pi) = (1 + \delta) \sigma_\pi^\delta; \quad (3.1)$$

6. o fluxo primário nucleônico é dado pelo fluxo primário de prótons medido pela Colaboração JACEE, conforme o exposto na seção 1.1.

Nas seções a seguir apresentamos a solução da equação de difusão para núcleons, píons e múons, denotando o fluxo diferencial à profundidade t e energia entre E e $E + dE$ por $F_i(E, t) dE$, onde $i = N, \pi$ ou μ .

3.1 Fluxo de núcleons

Estaremos aqui interessados em analisar o comportamento da inelasticidade média com relação à energia, escrevendo-a como uma função explícita, na forma

$$\langle k \rangle = 1 - \langle \sigma_N \rangle = k(E).$$

Desta forma podemos escrever a equação de difusão para os núcleons como

$$\frac{\partial F_N(E, t)}{\partial t} = -\frac{F_N(E, t)}{\lambda_N(E)} + \int_E^\infty dE_0 \delta[E - (1 - k(E_0))E_0] \frac{F_N(E_0, t)}{\lambda_N(E_0)} \quad (3.2)$$

onde o primeiro termos traduz o decréscimo de partículas devido à difusão de um fluxo através de um meio qualquer e o segundo, o acréscimo devido ao espalhamento de núcleons com energia E_0 acima da faixa E e $E + dE$, com elasticidade tal que os núcleons passe a ter energia dentro da faixa em questão.

Considerando que tanto o livre caminho médio como a inelasticidade média são funções bem comportadas, podemos aproximá-las por:

$$\begin{aligned} \lambda_N(E) &= \lambda_N^0 E^{-\alpha}, \\ k(E) &= k_0 E^\beta, \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde λ_N^0 , α , k_0 e β são constantes.

Assim, aplicando a transformada de Mellin, definida como

$$f(s, t) = \int_0^\infty E^s F(E, t) dE$$

e

$$F(E, t) = \frac{1}{2\pi i} \oint ds \frac{1}{E^{s+1}} f(s, t),$$

à eq.3.2, temos

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(s, t)}{\partial t} = & -\frac{1}{\lambda_N^0} \int_0^\infty dE E^{s+\alpha} F_N(E, t) \\ & + \int_0^\infty dE E^s \int_E^\infty dE_0 \delta [E - (1 - k(E_0))E_0] \frac{F_N(E_0, t)}{\lambda_N(E_0)} \end{aligned}$$

ou seja,

$$\frac{\partial f(s, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\lambda_N^0} f(s + \alpha, t) + \int_0^\infty dE_0 [1 - k(E_0)]^s E_0^s \frac{F_N(E_0, t)}{\lambda_N(E_0)} \quad (3.4)$$

com condição inicial dada por

$$f(s, 0) = \frac{N_0}{\gamma - s}. \quad (3.5)$$

Como $k(E_0) \leq 1$, podemos expandir $[1 - k(E_0)]^s$ em série de potências, como abaixo

$$[1 - k(E_0)]^s = \sum_{m=0}^s \binom{s}{m} (-1)^m [k(E_0)]^m.$$

Dessa forma, a eq.3.4 pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(s, t)}{\partial t} = & -\frac{1}{\lambda_N^0} f(s + \alpha, t) + \int_0^\infty dE_0 E_0^s \sum_{m=0}^s \binom{s}{m} (-k_0)^m E_0^{m\beta + \alpha} \frac{F_N(E_0, t)}{\lambda_N^0} \\ = & \frac{1}{\lambda_N^0} \sum_{m=1}^s \binom{s}{m} (-k_0)^m f(s + m\beta + \alpha, t) \end{aligned}$$

Introduzindo os operadores

$$\hat{\sigma}_i f(s, t) = f(s + i, t) \quad i \equiv (\alpha \text{ ou } \beta),$$

obtemos a solução formal da eq.3.4 como

$$f(s, t) = \exp \left[\frac{t}{\lambda_n^0} \sum_{m=1}^s \binom{s}{m} (-k_0)^m \hat{\sigma}_\beta^m \hat{\sigma}_\alpha \right] \frac{N_0}{\gamma - s} \quad (3.6)$$

A solução obtida acima é exata, porém para obtê-la no espaço de energia devemos fazer algumas aproximações. Conforme mencionado anteriormente, as eqs.3.3 devem ser bem comportadas, sem variações rápidas com a energia. Ao expandir a exponencial da eq.3.6 obteremos fatores do tipo $s + \alpha$ ou $s + m\beta$, que aproximaremos para s , já que $\beta, \alpha \ll 1$.

Dessa forma, obtemos a solução final:

$$F_N(E, t) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \exp \left[-\frac{t}{\lambda_N(E)} (1 - (1 - k(E))^\gamma) \right] \quad (3.7)$$

3.2 Fluxo de píons

A equação de difusão da componente piônica é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_\pi(E, t)}{\partial t} = & -\frac{F_\pi(E, t)}{\lambda_\pi(E)} - \frac{B_\pi}{Et} F_\pi(E, t) + \\ & + \int_0^1 d\sigma_\pi f(\sigma_\pi) \int_E^\infty dE_0 \delta[E - \sigma_\pi E_0] \frac{F_\pi(E_0, t)}{\lambda_\pi(E_0)} \\ & + \int_E^\infty dE_0 g(E, E_0) \frac{F_N(E_0, t)}{\lambda_N(E_0)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde o primeiro e o terceiro termos descrevem os mesmos processos que os termos constantes na equação de difusão da componente nucleônica (eq.3.2); o segundo e o quarto termos representam o decréscimo de píons devido ao decaimento (com constante de decaimento $B_\pi = 115$ GeV) e o aumento do fluxo devido à produção de píons por núcleons ($g(E, E_0)$ é a função de produção) e $f(\sigma_\pi)$ é a distribuição de elasticidade dos píons (σ_π).

Na ref.[3] foi obtida uma solução para a equação acima usando-se λ_i ($i = N, \pi$) constantes e a função de produção obedecendo o *scaling* de Feynman.

Definindo o operador $\hat{\mu}_\pi$ como

$$\hat{\mu}_\pi = \frac{1}{\lambda_\pi^0} (-1 + \langle \sigma_\pi^s \rangle) \hat{\sigma}_\alpha,$$

onde $\hat{\sigma}_\alpha$ é dado acima, verifica-se que ao desprezarmos os termos $n\alpha$ em $s - n\alpha$, o resultado final é o autovalor

$$\mu_\pi(s) = \frac{1}{\lambda_\pi(E)} (-1 + \langle \sigma_\pi^s \rangle) \quad (3.9)$$

A solução obtida em [3] é dada por

$$F_\pi(E, t) = g_N(\gamma) \frac{N_0}{\lambda_N} E^{-(\gamma+1)} \{ F_\pi^0(E, t) + F_\pi^1(E, t) \},$$

onde

$$\begin{aligned} F_\pi^0(E, t) &= \int_0^t dz \exp \left[z \mu_N(\gamma) + (t - z) \mu_\pi(\gamma) - \frac{B_\pi}{E} \ln(t/z) \right] \\ F_\pi^1(E, t) &= -\frac{B_\pi}{E} \int_0^t dz \exp \left[z \mu_N(\gamma) + (t - z) \mu_\pi(\gamma) - \frac{B_\pi}{E} \ln(t/z) \right] \\ &\quad \times \int_z^t \frac{dz'}{z'} \{ \exp [-(t - z') (\mu_\pi(\gamma + 1) - \mu_\pi(\gamma))] - 1 \}, \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} \mu_N(\gamma) &= \frac{1}{\lambda_N} (-1 + \langle \sigma_N^s \rangle) \\ \mu_\pi(\gamma) &= \frac{1}{\lambda_\pi} (-1 + \langle \sigma_\pi^\gamma \rangle + g_\pi(\gamma)), \end{aligned}$$

neste caso, como estamos desprezando a produção de píons por píons, $g_\pi(\gamma) = 0$.

A fim de se manter a generalidade quanto à função de produção, faremos

$$P_N(E, z) = \int_E^\infty dE_0 g(E, E_0) \frac{F_N(E_0, z)}{\lambda_N(E_0)}.$$

No caso de se adotar o *scaling* de Feynman[3], $P_N(E, z)$ é simplesmente dado por

$$P_N(E, z) = g_N(\gamma) \frac{N_0 E^{-(\gamma+1)}}{\lambda_N} e^{z \mu_N(\gamma)}.$$

Então podemos obter a solução para o presente caso escrevendo a solução já obtida acima no espaço complexo de Mellin, simplesmente fazendo $\gamma = s$, assim obtemos:

$$\begin{aligned} f_\pi(s, t) &= \int_0^t dz \int_0^\infty dE E^s \exp \left[(t-z) \mu_\pi(s) - \frac{B_\pi}{E} \ln(t/z) \right] P_N(E, z) \\ &- \int_0^t dz \int_0^\infty dE E^s \frac{B_\pi}{E} \exp \left[(t-z) \mu_\pi(s) - \frac{B_\pi}{E} \ln(t/z) \right] \\ &\times \int_z^t \frac{dz'}{z'} \{ \exp [-(t-z')(\mu_\pi(s+1) - \mu_\pi(s))] - 1 \} P_N(E, z) \end{aligned} \quad (3.10)$$

lembrando que agora

$$\mu_\pi(s) = \frac{1}{\lambda_\pi(E)} (-1 + \langle \sigma_\pi^s \rangle)$$

e σ_π distribuída segundo a função

$$f(\sigma_\pi) = (\delta + 1) \sigma_\pi^\delta,$$

portanto

$$\langle \sigma_\pi^s \rangle = \frac{\delta + 1}{s + \delta + 1} \quad (3.11)$$

e

$$\langle \sigma_\pi^{s+1} \rangle = \frac{\delta + 1}{s + \delta + 2} \quad (3.12)$$

Separando a eq.3.10 em 3 termos, temos

$$f_{\pi}^0(s, t) = \int_0^t dz \int_0^{\infty} dEE^s \exp \left[(t-z)\mu_{\pi}(s) - \frac{B_{\pi}}{E} \ln(t/z) \right] \\ \times P_N(E, z), \quad (3.13)$$

$$f_{\pi}^1(s, t) = \int_0^t dz \int_0^{\infty} dEE^s \frac{B_{\pi}}{E} \exp \left[(t-z)\mu_{\pi}(s) - \frac{B_{\pi}}{E} \ln(t/z) \right] \\ \times \ln(t/z) P_N(E, z) \quad (3.14)$$

$$f_{\pi}^2(s, t) = - \int_0^t dz \int_z^t \frac{dz'}{z'} \int_0^{\infty} dEE^s \frac{B_{\pi}}{E} \exp \left[(t-z)\mu_{\pi}(s) - (t-z') \right. \\ \left. \times (\mu_{\pi}(s+1) - \mu_{\pi}(s)) \right] \exp \left[-\frac{B_{\pi}}{E} \ln(t/z) \right] P_N(E, z) \quad (3.15)$$

Expandindo as exponenciais em séries e lembrando que a anti-transformada de um produto de transformadas de Mellin é dada por uma convolução segundo a expressão

$$\mathcal{M}^{-1} [f^*(s)g^*(s); E] = \int_0^{\infty} \frac{du}{u} f(E/u)g(u),$$

obtemos a solução no espaço de energia dada por

$$F_{\pi}(E, t) = \sum_{i=0}^3 \int_0^t dz F_{\pi}^i(E, z), \quad (3.16)$$

onde

$$F_{\pi}^0(E, z) = \exp \left[-\frac{(t-z)}{\lambda_{\pi}(E)} - \frac{B_{\pi}}{E} \ln(t/z) \right] P_N(E, z) \quad (3.17)$$

$$F_{\pi}^1(E, z) = \int_E^{\infty} \frac{dE_1}{E_1} \left(1 + \frac{B_{\pi}}{E_1} \ln(t/z) \right) \left(\frac{E}{E_1} \right)^{\delta} \frac{2(\delta+1)(t-z)}{\lambda_{\pi}(E_1)}$$

$$\times \frac{I_1(u_1)}{u_1} F_\pi^0(E_1, z) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} F_\pi^2(E, z) &= - \int_z^t \frac{dz'}{z'} \int_E^\infty \frac{dE_1}{E_1} \left(\frac{E}{E_1} \right)^{\delta+1} \frac{2(\delta+1)}{\lambda_\pi(E_1)} \\ &\times \left(\frac{B_\pi}{E} [(t-z) + (t-z')] \frac{I_1(u_2)}{u_2} + \frac{B_\pi}{E_1} (t-z') \frac{J_1(u_3)}{u_3} \right) \\ &\times F_\pi^0(E_1, z) \quad (3.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_\pi^3(E, z) &= - \int_z^t \frac{dz'}{z'} \int_E^\infty \frac{dE_1}{E_1} \int_{E_1}^\infty \frac{dE_2}{E_2} \left(\frac{E}{E_2} \right)^{\delta+1} \frac{4(\delta+1)^2}{\lambda_\pi(E_2)^2} \\ &\times (t-z') [(t-z) + (t-z')] \frac{J_1(u_4)}{u_4} \frac{I_1(u_5)}{u_5} \frac{B_\pi}{E_1} F_\pi^0(E_2, z) \quad (3.20) \end{aligned}$$

onde I_1, J_1 são funções de Bessel, com

$$u_1 = \sqrt{\frac{4(\delta+1)(t-z) \ln(E_1/E)}{\lambda_\pi(E_1)}} \quad (3.21)$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{4(\delta+1)[(t-z) + (t-z')] \ln(E_1/E)}{\lambda_\pi(E_1)}} \quad (3.22)$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{4(\delta+1)(t-z') \ln(E_1/E)}{\lambda_\pi(E_1)}} \quad (3.23)$$

$$u_4 = \sqrt{\frac{4(\delta+1)(t-z') \ln(E_1/E)}{\lambda_\pi(E_2)}} \quad (3.24)$$

$$u_5 = \sqrt{\frac{4(\delta+1)[(t-z) + (t-z')] \ln(E_2/E_1)}{\lambda_\pi(E_2)}} \quad (3.25)$$

3.3 Fluxo integral de hádrons

Após obtermos as soluções para o fluxo diferencial de núcleons e píons, o fluxo integral hadrônico é simplesmente calculado por uma integral do tipo

$$I_H(> E, t) = \int_E^\infty dE \{F_N(E, t) + F_\pi(E, t)\}, \quad (3.26)$$

que traduz o número de hádrons com energia maior que E .

3.4 Fluxo de múons

A probabilidade de decaimento de um pión com energia E_π em um múon com energia E_μ (à profundidade t) é dada por[3]

$$\mathcal{P}(\pi(E_\pi) \rightarrow \mu(E_\mu)) = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{B_\pi}{E_\pi^2 t},$$

onde

$$\alpha = \left[\frac{m_\pi}{m_\mu} \right]^2,$$

e existe uma faixa de energia E_π dos píons que podem produzir múons com mesma energia E_μ , dada por

$$E_\mu \leq E_\pi \leq \alpha E_\mu.$$

Portanto a equação de difusão dos múons na atmosfera é dada por

$$\frac{\partial F_\mu(E_\mu, t)}{\partial t} = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{B_\pi}{t} \int_{E_\mu}^{\alpha E_\mu} \frac{dE_\pi}{E_\pi^2} F_\pi(E_\pi, t),$$

cuja solução é simplesmente dada por

$$F_\mu(E_\mu, t) = \frac{\alpha}{\alpha - 1} B_\pi \int_0^t \frac{dz}{z} \int_{E_\mu}^{\alpha E_\mu} \frac{dE_\pi}{E_\pi^2} F_\pi(E_\pi, z) \quad (3.27)$$

Capítulo 4

Inelasticidade

Após obtermos as soluções para as componentes hadrônica e muônica temos meios de discutir o comportamento da inelasticidade média à luz dos dados experimentais de raios cósmicos, tentando reproduzi-los usando diferentes modelos para a inelasticidade, conforme mostraremos no Capítulo 6. Dessa discussão, surgiram algumas idéias para a inelasticidade média que apresentamos a seguir.

4.1 Modelo eiconal

Retomando a idéia de Chou, Yang e Yen[37] usada por Watanabe et al (veja Capítulo 2), foi observado que a energia disponível na região central pode ser dada em termos do parâmetro de impacto b . Seus resultados são bastante coerentes no sentido em que se $b \approx 0$ (uma colisão frontal), a energia disponível para a produção de partículas secundárias é grande em relação à

energia total e ao contrário, se a colisão é periférica ($b \rightarrow \infty$), a interação entre as partículas colidentes é pequena, havendo baixa troca de energia, conseqüentemente, baixa produção de secundários.

Para se contornar o problema de não se ter medidas experimentais de k , apresentamos o seguinte Ansatz [43]

$$k(E) = G_{IN}(\tilde{b}^2, E), \quad (4.1)$$

onde G_{IN} é a função de *overlap* inelástica, $\tilde{b}^2 = b^2/\sigma_{IN}$ e σ_{IN} é a seção de choque inelástica. Esta suposição é motivada pelas analogias entre o comportamento extremo de $k(E)$ e G_{IN} , ou seja, para $b \rightarrow 0$, $G_{IN} \rightarrow 1$, o que significa uma maior probabilidade de que a colisão seja inelástica implicando que grande parte da energia da partícula incidente se concentra na região central, conseqüentemente $k(E)$ também tende a 1, enquanto que para $b \rightarrow \infty$, $G_{IN} \rightarrow 0$, daí $k(E) \rightarrow 0$.

Da conservação de energia temos

$$k + x = G_{IN}(\tilde{b}^2, E) + x = 1, \quad (4.2)$$

onde x é a fração de energia retida pela partícula líder.

A função de *overlap* inelástica é relacionada à seção de choque inelástica no espaço do parâmetro de impacto b por:

$$\frac{d\sigma_{IN}(E)}{db^2} = \pi G_{IN}(\tilde{b}^2, E) \quad (4.3)$$

com a normalização

$$\pi \int G_{IN}(\tilde{b}^2, E) d\tilde{b}^2 = 1 \quad (4.4)$$

e a função de distribuição de partícula líder é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{IN}(E)} \frac{d\sigma_{IN}(E)}{dx};$$

das eqs.4.2 e 4.3, temos

$$f(x) = -\pi \frac{G_{IN}(\tilde{b}^2, E)}{dG_{IN}(\tilde{b}^2, E)/d\tilde{b}^2} \quad (4.5)$$

com os momentos dados por

$$\begin{aligned} \langle x^\gamma \rangle &= \int_0^1 dx f(x) x^\gamma \\ &= \pi \int_0^\infty G_{IN}(\tilde{b}^2, E) [1 - G_{IN}(\tilde{b}^2, E)]^\gamma d\tilde{b}^2. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Usando a eq.4.4 é possível escrever a equação acima como ($\gamma = 1$)

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^\infty G_{IN}(\tilde{b}^2, E) [1 - G_{IN}(\tilde{b}^2, E)] bdb}{\int_0^\infty G_{IN}(\tilde{b}^2, E) bdb},$$

portanto,

$$\langle k \rangle = 1 - \langle x \rangle = \frac{\int_0^\infty [G_{IN}(\tilde{b}^2, E)]^2 bdb}{\int_0^\infty G_{IN}(\tilde{b}^2, E) bdb} \quad (4.7)$$

Em algumas das soluções calculadas anteriormente[42], usamos a distribuição de elasticidade

$$f(x) = (\delta + 1)(1 - x)^\delta, \quad (4.8)$$

que, apesar de ter sido introduzida de forma arbitrária e suprimir o pico de difração ($x \approx 1$), proporciona uma boa descrição de dados de raios cósmicos, fornecendo uma elasticidade média da ordem de 0.43, interpolando o resultado de Jones[4] (análise de reações inclusivas), igual a 0.33 e o valor comumente aceito de 0.5. Pode-se obter uma função de *overlap* correspondente a

essa distribuição através da eq.4.5, obtendo

$$G_{IN}(\tilde{b}^2) = \left(1 - \pi \frac{\delta}{\delta + 1} \tilde{b}^2\right)^{1/\delta}. \quad (4.9)$$

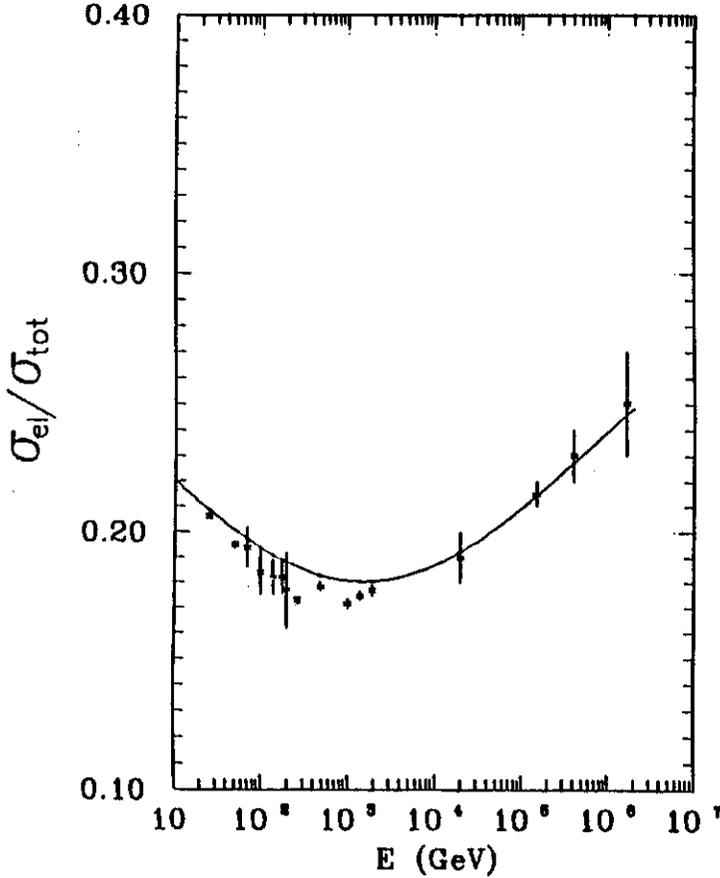


Figura 4.1: Ajuste dos dados de σ_{el}/σ_{tot} . Dados experimentais obtidos na ref.[44].

A eq.4.9 apresenta o inconveniente de não depender explicitamente da energia, porém este problema é facilmente contornado introduzindo-se uma dependência energética em δ , $\delta(E)$, usando a fórmula para altas energias da

razão

$$\frac{\sigma_{EL}}{\sigma_T} = \frac{\int_0^\infty \left(1 - \sqrt{1 - G_{IN}(\tilde{b}^2)}\right)^2 d\tilde{b}^2}{2 \int_0^\infty \left(1 - \sqrt{1 - G_{IN}(\tilde{b}^2)}\right) d\tilde{b}^2}$$

para ajustar os respectivos dados experimentais[44, 22]. Este ajuste está na fig.4.1, onde obtemos:

$$\delta(E) = 0.0178 \ln^2(E/E_1) + 0.019 \ln^2(E/E_2) - 0.0638,$$

com $E_1 = 2000$ GeV e $E_2 = 140$ GeV.

Usando as eqs.4.6 e 4.8 (por ser uma expressão mais simples), pode-se obter, para os momentos,

$$\langle x^\gamma \rangle = (\delta(E) + 1)B(\delta(E) + 1, \gamma + 1),$$

onde $B(y, z)$ é a função beta. No caso especial em que $\gamma = 1$ tem-se para a elasticidade média

$$\langle x(E) \rangle = \frac{1}{\delta(E) + 2},$$

conseqüentemente, a inelasticidade média, $\langle k(E) \rangle$ é dada por:

$$\langle k(E) \rangle = \frac{\delta(E) + 1}{\delta(E) + 2}. \quad (4.10)$$

Antes de se fazer qualquer análise quantitativa da eq.4.10, é conveniente analisar de forma qualitativa o “Ansatz” aqui discutido. Para isso, pode-se usar o modelo aproximado do disco cinza, onde

$$G_{IN}(\tilde{b}^2) = \begin{cases} G_0(E) & b < R(E) \\ 0 & b > R(E) \end{cases}.$$

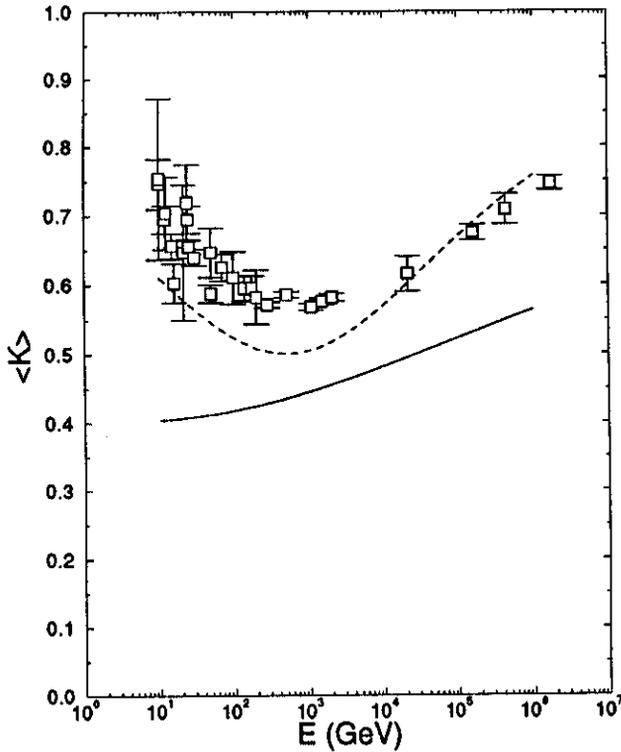


Figura 4.2: Comparação entre a inelasticidade obtida através do modelo eiconal. Linha tracejada - eq.4.10, linha sólida - eiconal do modelo BSW[45, 46] e \square - eq.4.11.

Neste caso:

$$\sigma_{IN}(E) = \pi G_0(E) R^2(E),$$

$$\sigma_{EL}(E) = \pi \left(1 - \sqrt{1 - G_0(E)} \right)^2 R^2(E),$$

$$\sigma_T(E) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - G_0(E)} \right) R^2(E).$$

Assim, considerando que

$$\langle k(E) \rangle = \langle G_{IN}(\tilde{b}^2, E) \rangle = G_0(E),$$

obtem-se

$$\langle k(E) \rangle = 4 \frac{\sigma_{EL}}{\sigma_T} \left(1 - \frac{\sigma_{EL}}{\sigma_T} \right). \quad (4.11)$$

A eq.4.11 está graficada na fig.4.2 comparada à eq. 4.10. Nota-se que a eq.4.10 fornece, para energias próximas a 10^3 GeV (na região de $\sqrt{s} = 53$ GeV), um valor para a inelasticidade média em torno de 0.5, conforme o esperado, enquanto a eq.4.11 fornece valores razoavelmente maiores, ambas porém, têm seus valores mínimos para a mesma faixa de energia, o ISR. A discrepância na região do ISR pode ser devido ao fato de que nessa faixa de energia, o ajuste dos dados de σ_{EL}/σ_T não é muito bom. Para energias muito altas tem-se uma melhor concordância entre as eqs.4.10 e 4.11, ainda que a eq.4.10 fora obtida de um espectro de partícula líder não realístico.

Logicamente a eq.4.11 não tem nenhuma pretensão de fornecer “números” para $\langle k(E) \rangle$; como foi mencionado antes, é apenas uma análise qualitativa. Nesse intuito vejamos dois casos limites, ainda em um contexto simplificado, a saber, o disco transparente e o disco negro. No primeiro, $G_0(E) = 0$ e σ_{EL}/σ_T é igual a zero, correspondendo a $\langle k(E) \rangle = 0$, ou seja, do ponto de vista de produção de partículas, não houve interação; no segundo caso, $G_0(E) = 1$ e $\sigma_{EL}/\sigma_T = 1/2$ levando a $\langle K(E) \rangle = 1$, o que significa que toda a energia da partícula incidente foi transferida para a região central. Pode-se ressaltar ainda que, pela eq. 4.11, é evidente que o mínimo de $\langle k(E) \rangle$ corresponde ao mínimo da razão entre as seções de choque elástica e total.

De acordo com argumentos de QCD é razoável esperar que o aumento da energia produz maiores flutuações no *mar de glúons*, aumentando a taxa de produção de pares quark-antiquark (em analogia à polarização do vácuo na QED). Com o crescimento da produção de pares, aumenta-se o número de constituintes e, conseqüentemente as seções de choque. Entretanto, maior número de constituintes significa menor energia dos quarks de valência, contribuindo para a diminuição da elasticidade, já que as interações se darão preponderantemente com os *constituintes de mar*.

Um estudo mais preciso da inelasticidade média fornecida por este modelo pode ser feito usando-se uma eiconal mais realista, como a do modelo BSW[45, 46], que descreve simultaneamente os dados de espalhamento elástico do ISR[45], Collider[45] e Tevatron[46]. A inelasticidade média assim obtida é mostrada na fig.4.2.

4.2 Dados “experimentais” de inelasticidade

Conforme mencionado no Capítulo 2, os dois tipos de medidas mais diretas que se pode obter em experimentos de raios cósmicos são fluxos de partículas e seção de choque de atenuação. Esta última pode ser relacionada ao livre caminho médio de interação por meio da eq.2.1 e 2.2, resultando em

$$\Lambda = \frac{\lambda_N}{(1 - (1 - k)^\gamma)}. \quad (4.12)$$

Assim, podemos reescrever a eq.3.7 como

$$F_N(E, t) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \exp \left[-\frac{t}{\Lambda(E)} \right], \quad (4.13)$$

onde $\Lambda(E)$ é o livre caminho médio de atenuação. Conseqüentemente, o estudo da dependência da inelasticidade média com a energia pode ser feita usando-se os dados experimentais de fluxo nucleônico e de seção de choque inelástica p-ar, obtendo-se dados “experimentais” em uma grande faixa de energia.

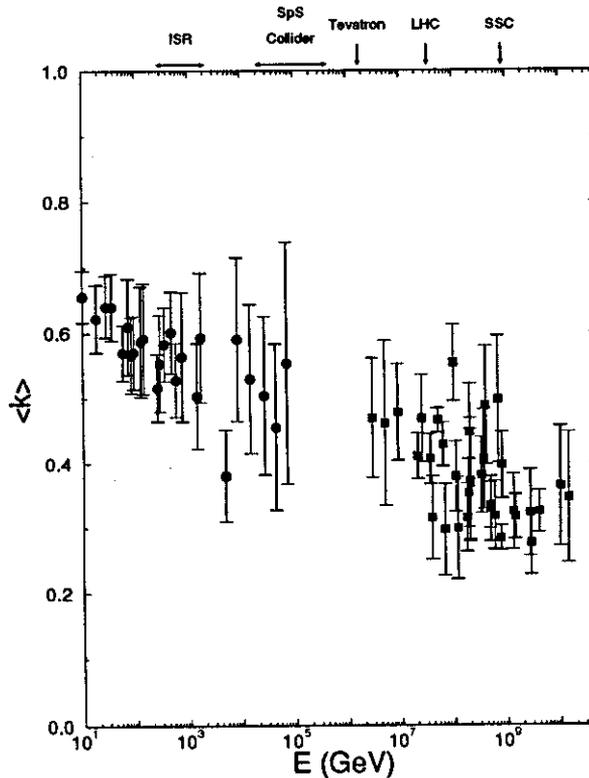


Figura 4.3: Determinação experimental da inelasticidade a partir de dados de raios cósmicos. Dados experimentais: a) $E < 10^6$ GeV - Ref. [12]; b) $E > 10^6$ GeV - Ref. [25, 26, 27].

Na fig.4.3 mostramos os valores para a inelasticidade média nucleônica obtida por esse método. Apesar dos erros experimentais serem muito gran-

des, nota-se uma concordância com o modelo da seção anterior, porém os dados apresentam um pequeno decréscimo da inelasticidade média em toda a faixa de energia. Neste cálculo usamos fluxo primário da Colaboração JACEE(eq.1.1) e o livre caminho médio dado pela eq.2.4, que traz implícito um crescimento da seção de choque total do tipo $\ln^2 E$.

4.3 Distribuição de densidade de rapidez

Como já ressaltamos anteriormente, nos parece que considerar que as todas partículas carregadas da fig.2.1 nos cálculos de inelasticidade média sejam píons não é totalmente correta, pois como vimos, o cálculo da inelasticidade média através da função de distribuição de pseudo-rapidez depende do momento transversal médio (que já é uma aproximação), e esse parâmetro varia para cada partícula.

Como vimos, todas as análises de inelasticidade baseadas em ajustes dos dados de distribuição de pseudo-rapidez dentro deste contexto, levam a inelasticidades que decrescem com a energia.

Procuramos contornar este problema analisando dados de distribuição de rapidez ($d\sigma_c/dy$) para $c = \bar{p}$, K^\pm e π^\pm , obtendo a sua dependência com relação a s (quadrado da energia total no centro de massa) e y (rapidez) através de ajuste simultâneo de $d\sigma_c/dy$ para $\sqrt{s} = 27.5$ GeV[47, 48], $d\sigma_c/dy|_{y=0}$ para a região de energia do ISR e Collider[49, 50] e de multiplicidade média para o ISR[51, 52]. Para esse ajuste usamos a expressão

$$\frac{dN}{dy} = A \left\{ \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2\sigma^2} \right] + \exp \left[-\frac{(y + y_0)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \quad (4.14)$$

$$\langle n \rangle = 2 \int_0^{y_{\max}} dy \frac{dN}{dy} \quad (4.15)$$

onde

$$A = a_1 \ln s + a_2$$

$$y_0 = a_3 \ln s + a_4. \quad (4.16)$$

$$\sigma = a_5 \ln s + a_6.$$

onde os parâmetros acima são dados na Tab.4.1.

Para a inelasticidade média parcial, interpretada aqui como a fração da energia total da colisão pp que está sendo usada para produzir a partícula c , usamos a forma

$$\langle k_c \rangle = \frac{2\langle m_T \rangle}{\sqrt{s}} \int_0^{y_{\max}} \cosh y \frac{dN}{dy} dy \quad (4.17)$$

onde $\langle m_T \rangle = \sqrt{m_c^2 + \langle p_T \rangle_c^2}$ é a massa transversal média. A dependência de $\langle p_T \rangle_c$ com relação à energia é dada por

$$\langle p_T \rangle_c = a + b \ln s$$

com os parâmetros a e b dados na Tab.4.2

Devido às dificuldades de se separar prótons produzidos por mecanismos difrativos e não-difrativos, estimamos os produzidos não difrativamente por

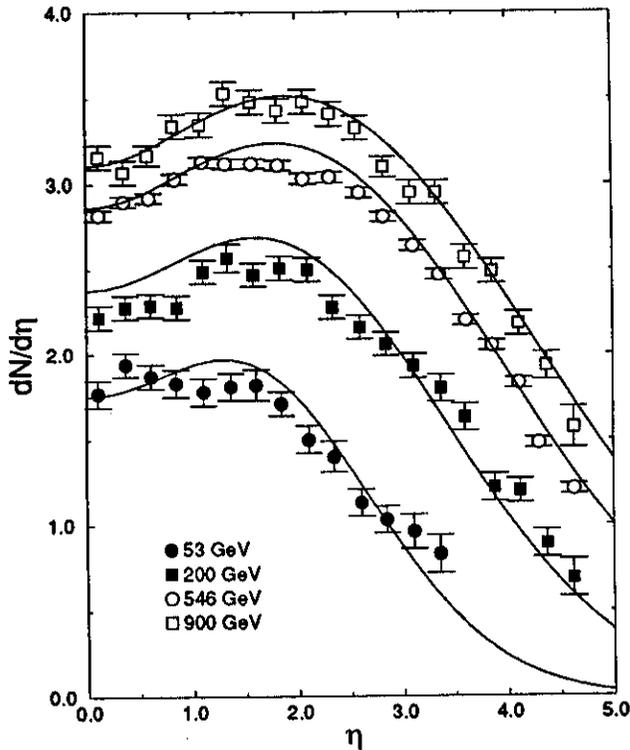


Figura 4.4: Reprodução dos dados de distribuição de densidade de pseudo-rapidez através da soma das distribuições de cada partícula carregada (eq.4.14)[28].

A fim de checar o resultado dos ajustes, procuramos descrever a densidade de pseudo-rapidez de partículas carregadas[28], tomadas em conjunto, a partir da soma das distribuições de cada partícula acima descrita (escrita em função da pseudo-rapidez). O resultado é mostrado na fig.4.4, onde se vê que o modelo é bastante satisfatório tendo em vista que os dados da figura não foram usados no ajuste.

A contribuição das partículas neutras e híperons foi introduzida baseada

nas seguintes suposições[47, 53]

1. $k_{\pi^0} = (k_{\pi^+} + k_{\pi^-})/2;$
2. $k_{K^0} + k_{\bar{K}^0} = k_{K^+} + k_{K^-};$
3. $k_{\eta} = k_{K^+} + k_{K^-};$ (veja [47])
4. $k_n + k_{\bar{n}} = k_p + k_{\bar{p}};$
5. $k_{\text{híperons}} = 2/3 (k_p + k_{\bar{p}})$ (exclusivamente baseado em dados de multiplicidade média medidos na região de energia do Collider[53])

Na fig.4.5 mostramos os resultados desta análise, com as inelasticidades parciais das partículas carregadas. Deve-se ressaltar que esta é uma análise independente de modelo e como os ajustes foram baseados em dados na região do ISR e Collider a extrapolação para energias tão altas como as mostradas na figura pode não estar completamente correta.

O que se observa é que a inelasticidade média dos píons cresce muito pouco com a energia e a dos káons é praticamente constante, porém a inelasticidade média total (incluindo partículas nêutras e híperons) cresce muito rápido, o que leva a supor que a inelasticidade de partículas pesadas está crescendo mais rápido do que as outras componentes, como pode ser visto através da inelasticidade média calculada para p e \bar{p} .

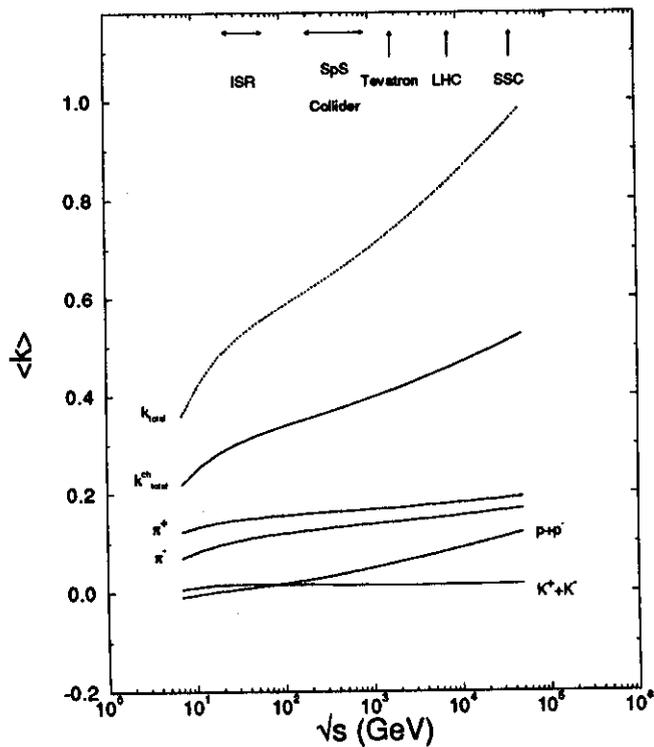


Figura 4.5: Inelasticidade média calculada através da distribuição de densidade de pseudo-rapidez, levando-se em consideração as diferentes partículas produzidas.

Capítulo 5

Seção de choque inelástica p-ar

A eq.2.5 mostra que o estudo da dependência energética da inelasticidade está fortemente ligado ao estudo da dependência energética da seção de choque inelástica próton-ar. A seção de choque inelástica próton-ar pode ser derivada também de dados de aceleradores. Nos trabalhos produzidos por nós até o momento usamos a parametrização do Liland(eq.2.3), baseada em análise de dados de espalhamento $p-Be$ e $p-C$ na faixa de energia de $24 \text{ GeV} \leq E \leq 400 \text{ GeV}$, que pressupõe um crescimento para a seção de choque total $p-p$ do tipo $\ln^2 E$. Após a publicação dos dados do Collider, esse tipo de comportamento passou a ser amplamente aceito na física de partículas. No entanto, o valor de σ_T^{pp} para o Tevatron[22] recentemente publicado aponta para um crescimento mais lento para a seção de choque total. Verificaremos a seguir a influência desse resultado nas análises dos dados de fluxo na atmosfera.

Uma nova parametrização pode ser obtida (incluindo os dados do Tevatron) por meio do modelo do Glauber[54]. Este modelo leva em conta os

espalhamentos múltiplos da partícula incidente dentro do núcleo do átomo e tem funcionado bem até energias da ordem de TeV[55]. O modelo de Glauber fornece a seção de choque inelástica $p - ar$ a partir da seção de choque total $p - N$ (que aqui assumiremos como sendo igual à seção de choque $p - p$) através de

$$\sigma_{in}^{p-ar}(E) = \int d^2b [1 - \exp(-\sigma_i^{pp}(E)T(b))], \quad (5.1)$$

onde

$$T(b) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(b, z) dz \quad (5.2)$$

e $\rho(b, z)$ é a distribuição de matéria no núcleo atômico.

Em geral, nos cálculos envolvendo o modelo de Glauber, usa-se uma distribuição de densidade nuclear tipo degrau[56], gaussiana ou Wood-Saxon[57] (e outras variantes deste último). Os dois primeiros tipos de descrição não fornecem o rigor físico necessário, apesar da facilidade do manuseio matemático que proporcionam, enquanto que o tipo Wood-Saxon é mais adequado a núcleos pesados e dá origem a uma integral que não tem solução algébrica.

Na tentativa de se obter uma melhor aproximação para a densidade nuclear para núcleos com A próximo dos do núcleo do ar ($A=14.5$), usamos a expressão para a distribuição de carga[58], obtida teoricamente com um modelo tipo oscilador harmônico usando-se somente contribuições das ondas s e p , dada por

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \alpha \frac{r^2}{a^2} \right] e^{-(r^2/a^2)}, \quad (5.3)$$

onde

$$\alpha = \frac{\alpha_0 a_0^2}{a^2 + \frac{3}{2} \alpha_0 (a^2 - a_0^2)},$$

$$a_0^2 = \frac{(a^2 - a_p^2)A}{A - 1},$$

$$\alpha_0 = \frac{Z - 2}{3},$$

$$a_p^2 = \frac{2}{3} \langle r_c^2 \rangle_p$$

com A, Z a massa e o número atômico respectivamente e $\langle r_c^2 \rangle_p$ é o raio quadrático da distribuição de carga do próton. Normalizando a eq. 5.3 por meio de

$$A = \int \rho(r) dV$$

e

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A} \int \rho(r) r^2 dV$$

obtem-se

$$\alpha = \frac{A\alpha_0(4 \langle r^2 \rangle_N - 6a_p^2)}{\langle r^2 \rangle_N (4A - 6\alpha_0 - 4) + 15A\alpha_0 a_p^2},$$

$$a = \left(\frac{4 + 6\alpha}{6 + 15\alpha} \langle r^2 \rangle_N \right)^{1/2},$$

$$\rho_0 = \frac{2A}{a^3 \pi^{3/2} (2 + 3\alpha)},$$

onde

$$\langle r^2 \rangle_N = \langle r^2 \rangle_c - \langle r^2 \rangle_p,$$

$$\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = 0.862 \pm 0.012 \text{ fm.}$$

(o sub-índice c significa o raio da distribuição de carga)[59].

Com essas expressões, procuramos ajustar os dados do raio da distribuição de carga por meio da expressão

$$\langle r^2 \rangle_c^{1/2} = bA^{1/3} + cA^{-1/3},$$

obtendo

$$b = 0.907,$$

$$c = 1.008.$$

Deve-se mencionar que estes são os únicos valores obtidos por meio de ajuste de dados experimentais neste modelo.

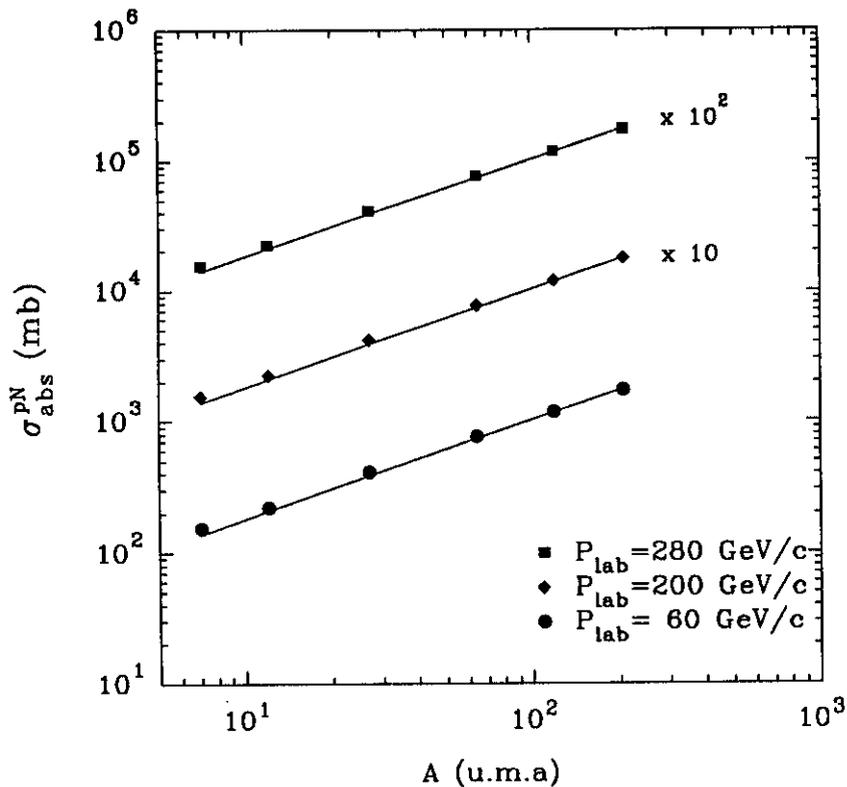


Figura 5.1: Seção de choque de absorção $p - A$.

Como se sabe, os dados experimentais obtidos através da radiação cósmica apresentam erros experimentais muito grandes em comparação com os obtidos em aceleradores, por isso, antes de partirmos para a análise dos dados de seção de choque inelástica $p - ar$, usaremos as expressões obtidas para a

distribuição de densidade nuclear para analisar dados de seção de choque de absorção $p - A$ para $P_{lab} = 60, 200$ e 280 GeV/c[60]. O modelo de Glauber pode também relacionar a seção de choque inelástica $p - p$ com a seção de choque de absorção $p - A$ por meio de

$$\sigma_{abs}^{p-A}(E) = \int d^2b [1 - \exp(-\sigma_{IN}^{pp}(E)T(b))]. \quad (5.4)$$

Para as energias dos dados de seção de choque de absorção acima, a seção de choque inelástica pp é, dentro do limite dos erros experimentais, praticamente constante e igual a 32.5 mb[53]. O cálculo da seção de choque de absorção $p - A$ é mostrado na fig. 5.1, onde se observa uma boa concordância entre a eq.5.4 e os dados experimentais.

A fim de introduzir a contribuição do valor de σ_t^{pp} do Tevatron, usamos o ajuste dado por

$$\sigma_t^{pp}(s) = 36.8 s^{-0.23} + 15.4 s^{0.11} \text{ mb},$$

onde o primeiro termo representa a troca de reggeons secundários e o segundo a troca de pomeron. Apesar do crescimento da equação acima ser governado pelo segundo termo, que é uma potência em s , esse crescimento é menor do que $\ln^2 s$ para as energias em que estamos trabalhando.

A fig.5.2 mostra a comparação entre o modelo de Glauber (eq. 5.1), os dados experimentais de seção de choque inelástica $p - ar$ e o modelo do Liland (eq.2.4). Nota-se que o nosso cálculo concorda com o modelo do Liland apenas na região $10^2 \text{ GeV} < E < 10^3 \text{ GeV}$.

Algumas observações, entretanto devem ser feitas a respeito dos dados experimentais mostrados na fig.5.2. Nos dados de Akeno[25], por exemplo,

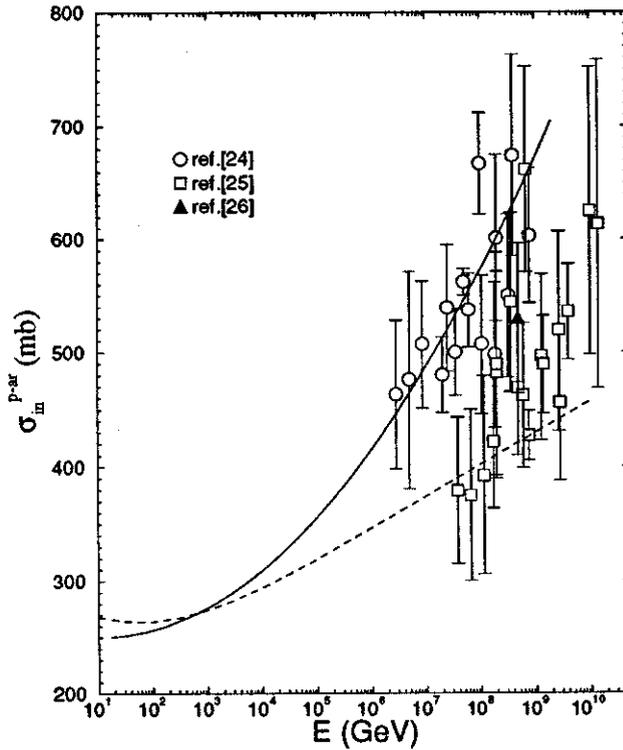


Figura 5.2: Seção de choque inelástica $p-ar$ calculada com os modelos do Liland (curva sólida) e Glauber (curva tracejada) em comparação com dados experimentais.

a constante de correção (veja seção 2.1 e ref.[23]) entre a seção de choque observada e a seção de choque inelástica é igual a 1.5, ou seja, a simulação foi feita obedecendo ao *scaling* de Feynman, além disso, usou-se também inelasticidade média igual a 0.60 (enquanto que nos outros dados usou-se inelasticidade média igual a 0.5) e livres caminhos médios de interação de núcleons e píons constantes e iguais a 80 e 100 g/cm², respectivamente. Porém, se se introduz uma quebra de *scaling* do tipo Wdowczyk-Wolfendale[31], o valor

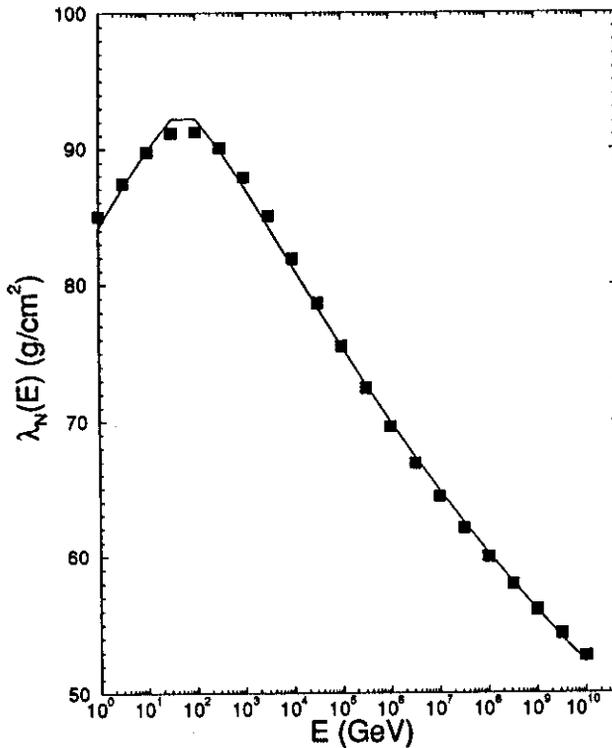


Figura 5.3: Livre caminho médio de interação $p - ar$. A curva contínua é calculada segundo a seção de choque inelástica $p - ar$ dada pelas eqs.5.1 e subsequentes e os pontos, pela eq.5.5

da constante obtido é 1.3, o que significa segundo T. Hara et al.[25], que os dados por eles obtidos são limites superiores para σ_{IN}^{p-ar} . Como os livres caminhos médios são fundamentais na análise de dados de raios cósmicos, o modelo adotado em [23] não parece ser o melhor.

Com o objetivo de simplificar os cálculos, ajustamos o livre caminho médio de interação correspondente à seção de choque inelástica dada pelas

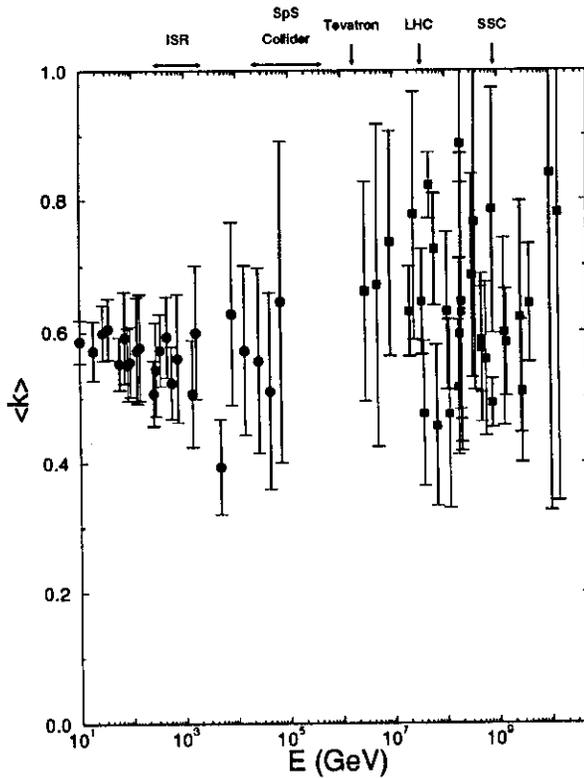


Figura 5.4: Determinação experimental da inelasticidade a partir de dados de raios cósmicos com livre caminho médio dado pela eq.5.5. Dados experimentais: a) $E < 10^6$ GeV - Ref. [12]; b) $E > 10^6$ GeV - Ref. [25, 26, 27].

eqs.5.1 e subseqüentes por:

$$\lambda_N(E) = \frac{93.0}{1.0 + 0.017 |\ln(E/57\text{GeV})|^{1.3}}. \quad (5.5)$$

A equação acima é mostrada na fig.5.3 em comparação com o resultado fornecido pelas equações originais. Nota-se que a equação acima indica um crescimento para a seção de choque inelástica $p - ar$ menor do que $\ln^2 E$.

Na fig.5.4 mostramos o cálculo da inelasticidade média segundo o método do capítulo anterior e usando o livre caminho médio de interação acima. Comparando este resultado com o mostrado na fig.4.3, verifica-se que a despeito dos erros experimentais, houve um crescimento da inelasticidade média.

Capítulo 6

Resultados

Após discutirmos o comportamento da inelasticidade e da seção de choque inelástica $p - ar$, tentaremos reproduzir os dados experimentais de fluxo nucleônico, hadrônico e muônico.

Na descrição dos dados de fluxo nucleônico diferencial usamos diferentes modelos para a inelasticidade média: *i*) o Modelo I mencionado na seção 3.2 do Capítulo 2 (eq.2.16); *ii*) o modelo eiconal usando o modelo BSW[45, 46] e a eq.4.10 (veja fig.4.2) e *iii*) a inelasticidade fornecida pela análise dos dados de reações inclusivas do Capítulo anterior.

A escolha destes modelos foi feita no sentido de se ter uma amostra de comportamentos distintos da inelasticidade média com a energia (veja figs.2.5).

Para o livre caminho médio de interação, usamos os dois modelos aqui discutidos, a saber, o do Liland (eq.2.3) e o calculado por nós via modelo de Glauber (eq.5.5).

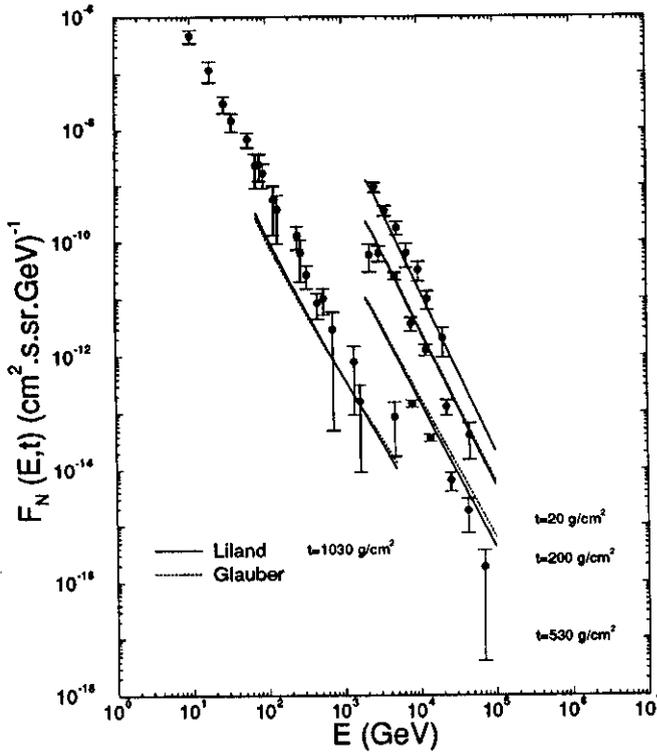


Figura 6.1: Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pela eq.2.16 (Modelo I).

Nas figs.6.1 a 6.4, mostramos os resultados para o fluxo nucleônico calculados via equações de difusão, comparados com os dados experimentais de fluxo nucleônico ao nível do mar ($t = 1030 \text{ g/cm}^2$) e para $t = 530, 200$ e 20 g/cm^2 .

É possível verificar que uma inelasticidade que decresce muito com a energia (Modelo I), provoca uma mudança acentuada da inclinação do fluxo calculado em direção contrária à observada nos dados experimentais de tal

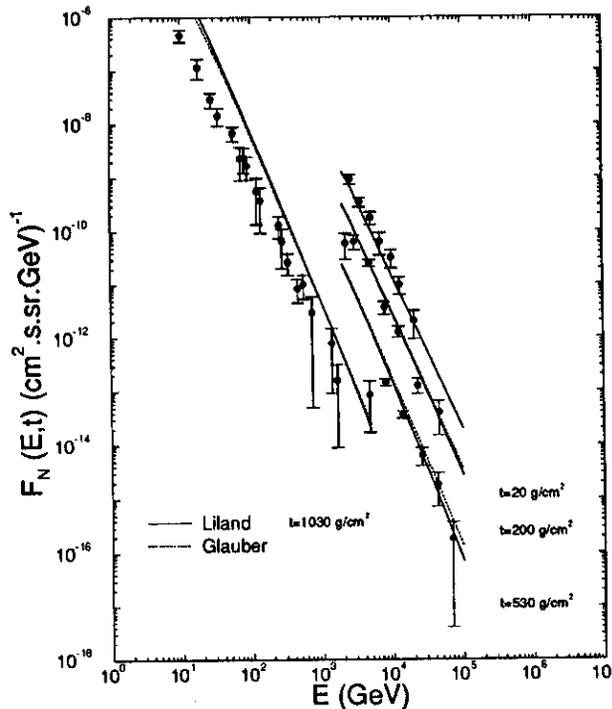


Figura 6.2: Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pelo modelo eiconal (eq.4.7), usando-se a eiconal do modelo BSW[45, 46].

forma que ela reproduz os dados apenas numa pequena faixa de energia.

Os parâmetros do modelo do BSW aqui usados foram aqueles obtidos na descrição dos dados de espalhamento elástico pp na região do ISR e do Collider. Na fig.6.2 observa-se que a concordância entre os dados experimentais e a curva calculada com este modelo é melhor na faixa de energia acima de 1400 GeV ($\sqrt{s} > 50 \text{ GeV}$) o que compreende o final da região de energia do ISR e a região do Collider. Nesta região, a inelasticidade média calculada via

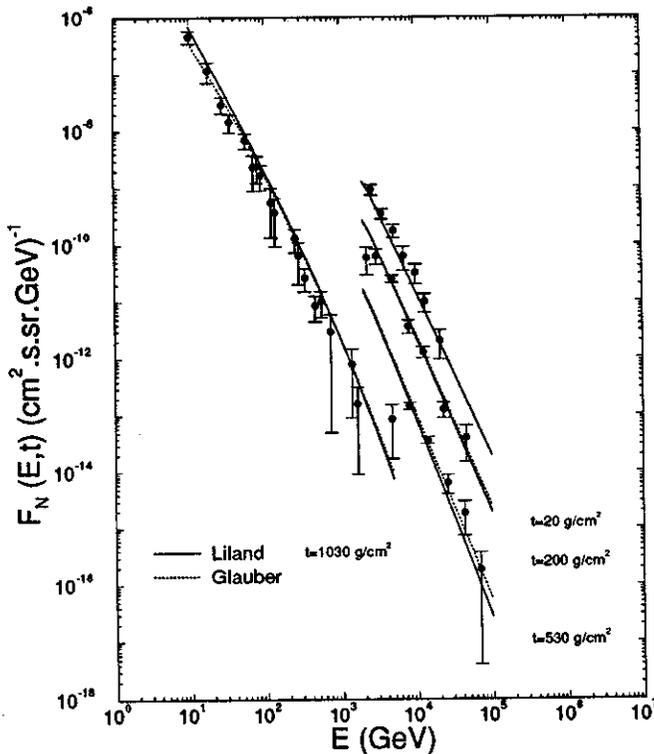


Figura 6.3: Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pelo modelo eiconal com a função de *overlap* inelástica obtida via ajuste de dados de σ_{el}/σ_{tot} (eq.4.10).

este modelo varia entre 0.45 e 0.53 (v. fig.4.2), que dentro do limite dos erros experimentais, pode ser considerado como 0.5, conforme o valor medido no ISR.

A melhor descrição dos dados experimentais de fluxo diferencial de núcleons é obtida ainda com o modelo eiconal proposto no Capítulo 4, usando-se a eq.4.10. Conforme mostrado na fig.6.3, esse modelo oferece uma boa con-

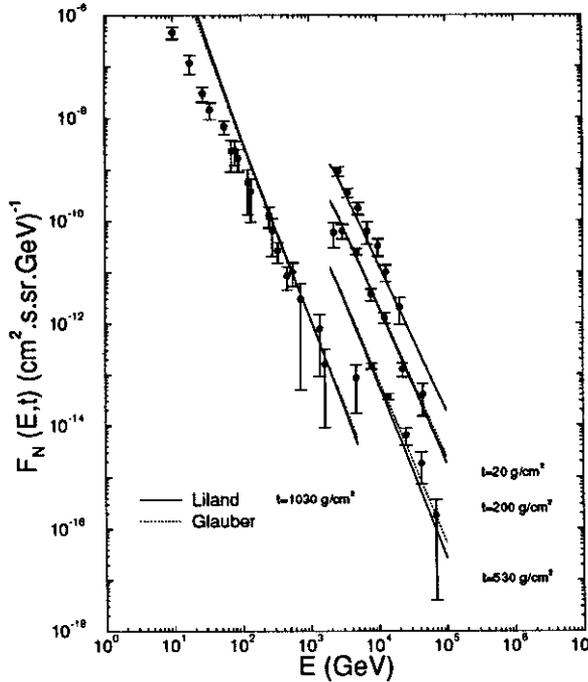


Figura 6.4: Fluxo nucleônico diferencial a diferentes profundidades calculado com inelasticidade média fornecida pela análise de dados de seção de choque inclusiva (eq.4.17).

cordância em toda a faixa de energia dos dados experimentais, que coincide com a faixa de energia dos dados de σ_{el}/σ_{tot} usados na obtenção da dependência com a energia do parâmetro δ da eq.4.9.

O modelo baseado em ajustes dos dados experimentais de seção de choque inclusiva fornece uma excelente descrição dos dados experimentais de fluxo diferencial nucleônico para as energias compreendidas entre $200 \text{ GeV} < E < 10^5 \text{ GeV}$ ($19.4 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 430 \text{ GeV}$ no centro de massa), onde

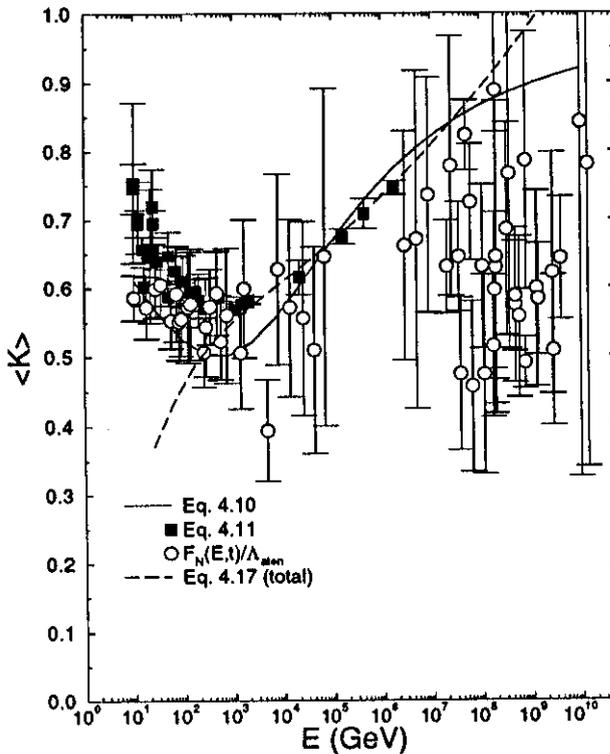


Figura 6.5: Comparação entre as previsões para o comportamento da inelasticidade média com relação à energia fornecidos por diferentes modelos ou análises tratados no Capítulo 4 e 5.

a inelasticidade média varia de 0.5 a 0.67, um crescimento de 34%. Para energias abaixo de 200 GeV, a discrepância é muito grande, já que a inelasticidade calculada via este modelo decresce rapidamente para energias mais baixas, enquanto os valores calculados via inversão da solução da equação de difusão indicam um comportamento inverso (veja figs.4.3 e 5.4).

Na fig.6.5 mostramos uma comparação entre os resultados das análises apresentadas anteriormente. Nota-se que todas as análises apresentam um

comportamento, em média, crescente da inelasticidade para as energias acima daquelas do ISR, ainda que um comportamento constante é compatível com o resultado baseado em dados de raios cósmicos (com o livre caminho médio de interação obtido via Modelo de Glauber).

No que se refere à influência dos dois diferentes modelos para o livre caminho médio de interação (Liland e Glauber), na faixa de energia dos dados experimentais aqui discutidos, a diminuição no crescimento da seção de choque total $p - p$ não produz efeitos que se deva levar em conta.

No caso do fluxo hadrônico integral, os dados experimentais são dados em termos de E_H^γ , a energia do hádron em forma de gama. Isso se deve ao fato que os fluxos são medidos através da componente eletromagnética produzida pelo decaimento de π^0 gerados na cascata hadrônica. A passagem dessa energia para a energia total do hádron é feita por

$$E_H = \frac{E_H^\gamma}{k_\gamma},$$

onde k_γ é a inelasticidade de gama, ou seja, a fração da energia total que é usada na produção dos gamas detectados. O conhecimento de k_γ não é simples e usamos aqui o valor obtido por simulação[61] igual a 0.33. Isso significa que os dados aqui usados estão na faixa de energia (energia total do hádron) de $11.9 \text{ TeV} < E < 250 \text{ TeV}$ ($150 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 680 \text{ GeV}$ no centro de massa), ou seja, na região de energia do Collider.

No cálculo das equações para o fluxo hadrônico, usamos a inelasticidade média dada pelo Modelo II (eq.2.16 com o segundo conjunto de parâmetros da eq.2.13). Isso se deve ao fato de que o modelo para inelasticidade média que melhor descreve os dados de fluxo diferencial nucleônico para a região do

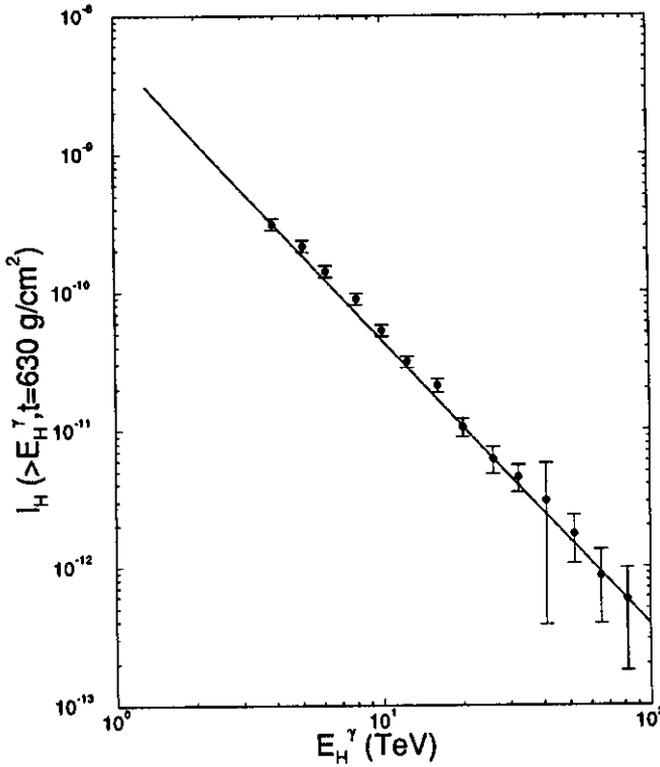


Figura 6.6: Fluxo integral de hádrõns dado pela eq.3.26 em comparação com os dados experimentais da Colab. Mt. Fuji[9].

Collider é o modelo eiconal (tanto com a eiconal do BSW como a dada pela eq.4.9), porém em vista da suposição 4 do Capítulo 3, necessitamos de uma função de produção que represente esta inelasticidade. O Modelo II fornece uma inelasticidade média que decresce menos com a energia do que o Modelo I e na faixa de energia dos dados experimentais de fluxo integral de hádrõns, é aproximadamente igual ao modelo BSW.

Na fig.6.6 mostramos o fluxo integral de hádrõns carregados medido a 630 g/cm² em comparação com o cálculo analítico, onde se vê que a concordância

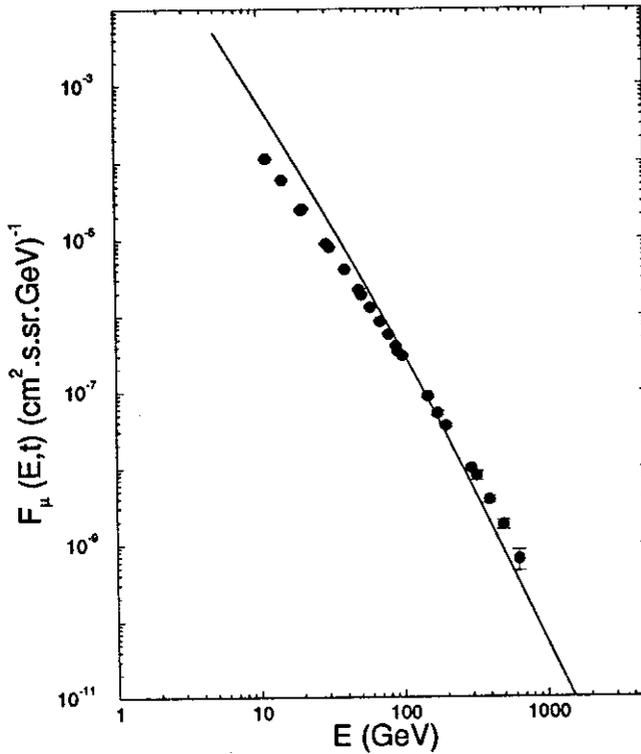


Figura 6.7: Fluxo diferencial de múons dado pela eq.3.27 em comparação com os dados experimentais ao nível do mar.

é muito boa.

Neste cálculo usamos apenas as 2 primeiras componentes da solução do fluxo hadrônico (eq.3.26), pois os outros termos são desprezíveis. Foi usado também $\delta = 0$ na distribuição de elasticidade dos píons, o que dá uma inelasticidade média constante e igual a 0.5.

O fluxo de múons, que é simplesmente uma integral do fluxo de píons, dada pela eq.3.27 é mostrado na fig.6.7. Vê-se que o resultado não é tão bom quanto no caso do fluxo de hádrons. Isso se deve ao fato de que os

dados do fluxo diferencial de múons são obtidos a uma energia mais baixa (mais próxima do valor da constante de decaimento B_π), necessitando que se introduza outros termos na solução do fluxo de pions.

Capítulo 7

Simulação

Com o objetivo de verificar a influência das aproximações feitas no processo de obtenção da solução das equações de difusão, achamos por bem fazer também uma simulação baseada no método de Monte Carlo.

A simulação consistiu em sortear 10^7 núcleons primários segundo o espectro do JACEE[1], com energia mínima de 4 TeV e sendo detectados à profundidade de 200 g/cm², seguindo o seguinte esquema (daqui para frente u é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre (0,1)):

1. sorteia-se a energia E_0 de um núcleon chegando no topo da atmosfera ($t_0 = 0$) através da equação (já normalizada)

$$E_0 = E_{min} u^{-\frac{1}{\gamma}},$$

onde $\gamma = 1.86$ (veja eqs.1.1 e 1.5).

2. sorteia-se a profundidade em que o núcleon irá interagir através de

$$t_i = -\lambda_N \ln(u) + t_0$$

onde λ_N é o livre caminho médio de interação dos núcleons, dado pela eq.2.3.

3. calcula-se a energia que o núcleon vai ter após a colisão. Como no caso dos núcleons a inelasticidade é sempre igual à inelasticidade média (a distribuição de inelasticidade é uma função delta), a energia do núcleon após a colisão E_s é simplesmente

$$E_s = (1 - k(E_0))E_0,$$

onde $k(E)$ é dado pelo Modelo II (veja seção 2.3.2)

4. verifica-se se o núcleon foi detectado, ou seja, se t_i é maior ou igual à profundidade t do ponto de detecção, da seguinte forma:

se $t_i \geq t$ - grava-se o valor de E_0 e retorna-se ao item 1; esse valor é depois usado para se calcular o fluxo integral.

se $t_i < t$ - sorteia-se a componente piônica, como a seguir:

5. sorteia-se um pión usando a função de produção dada pelas eqs.2.12 e 2.13. Como essa equação não é inversível, deve-se usar o método da composição e rejeição.

6. propaga-se o pión pela atmosfera, seguindo o mesmo processo usado para o núcleon nos itens 2 a 4, porém sorteando-se também a inelasticidade e a profundidade de decaimento. Como a inelasticidade é uniformemente distribuída entre 0 e 1, ela é o próprio número aleatório u . A profundidade de decaimento é sorteado da mesma forma que a

profundidade de interação, porém aqui o livre caminho médio de interação λ_N é substituído pelo livre caminho médio de decaimento λ_D , dado por por

$$\lambda_D = \frac{E_0 t_0}{B_\pi},$$

onde B_π é a constante de decaimento do pión, como na equação de difusão. O decaimento ocorre quando a profundidade de decaimento é menor que a profundidade de interação e a profundidade de observação t não tiver sido ainda atingida.

Caso haja uma interação do pión com um núcleo do ar, deve-se voltar, recursivamente, aos itens 5 e 6 até que a energia disponível para a produção de píons (de segunda, terceira, etc. gerações) seja menor do que a energia mínima de 4 TeV.

Seguiu-se aqui uma estrutura em árvore, ou seja, retorna-se ao nível anterior somente depois de se ter propagado todos os píons produzidos com a energia disponível no nível atual e a cada interação cria-se um novo nível mais abaixo. Quando voltar ao núcleon do item 4, retorna-se ao item 2.

Na fig.7.1 mostramos os fluxos integrais calculados via equação de difusão (curvas) e os simulados (pontos).

Do ponto de vista matemático, as aproximações feitas quando da obtenção da solução do fluxo nucleônico no espaço real (eq.3.7) introduziram um erro da ordem de 6%, o que está perfeitamente de acordo com nossas expectativas.

Do ponto de vista físico, a principal aproximação foi considerar a produção de píons por píons desprezível, o que a simulação veio confirmar, pois os píons de segunda geração são principalmente de energia muito baixa.

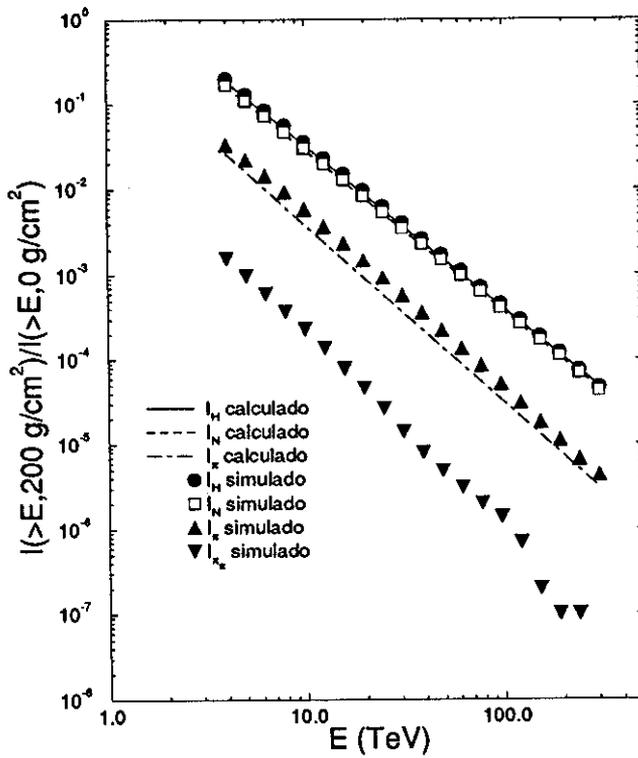


Figura 7.1: Espectros integrais simulados em comparação com o cálculo analítico, normalizado pelo espectro integral primário.

Capítulo 8

Conclusões

Os cálculos aqui apresentados têm por objetivos descrever os dados experimentais do espectro integral de hádrons carregados (e como primeiro passo, os de fluxo diferencial de núcleons), bem como o fluxo diferencial de múons. Adotou-se um modelo simplificado a respeito da composição do fluxo hadrônico, ou seja, levou-se em conta apenas os fluxos de núcleons e píons.

Com base nas soluções obtidas, descreveu-se os respectivos dados experimentais, procurando-se extrair informações a respeito do comportamento da seção de choque inelástica $p - ar$ e da inelasticidade média com relação à energia, testando-se diferentes modelos.

Da análise dos dados experimentais de fluxo diferencial nucleônico, concluiu-se que o parâmetro fundamental nas equações de difusão é a inelasticidade média, pois o que se vê nos resultados numéricos é que as soluções das equações são bastante sensíveis a este parâmetro.

Devido às controvérsias a respeito do comportamento da inelasticidade

média com relação à energia, estudou-se 3 modelos com comportamentos distintos: dois prevendo decréscimo e crescimento acentuados e outro praticamente constante com a energia.

Tomando em conjunto os resultados dos 3 modelos acima e os dados obtidos no Capítulo 4 e 5, conclui-se que um comportamento crescente da inelasticidade média com relação à energia é favorecido. Evidentemente não é possível eliminar de todo as incertezas devido aos grandes erros experimentais apresentados pelos dados disponíveis de raios cósmicos.

O crescimento acentuado da inelasticidade média obtida por meio de ajuste de dados de reações inclusivas, leva-nos a questionar a aproximação que normalmente se faz de considerar as partículas carregadas como somente pions (em determinadas situações). Em geral, os modelos elaborados nesse contexto levam a uma função decrescente com a energia para a inelasticidade média.

A observação acima não está em contradição com as considerações a respeito da composição do fluxo hadrônico e origem do fluxo de múons na solução das equações de difusão, já que se trata de situações diferentes, pois na propagação de partículas na atmosfera deve-se levar em conta também o decaimento e o livre caminho médio de interação. A constante de decaimento dos káons, por exemplo, é 845 GeV, muito maior do que a dos pions.

No que se refere à seção de choque inelástica $p - ar$, os fluxos não apresentaram grandes variações causadas pela mudança no tipo de crescimento da seção de choque total. A inelasticidade média calculada via livre caminho médio de atenuação é bastante influenciada pela mudança nas previsões a respeito do crescimento da seção de choque total devido ao fato de que estes

dados se encontram em uma região de energia muito acima às dos fluxos (até 10^{10} GeV, além da energia prevista para o SSC).

A experiência adquirida com a simulação apresentada no Capítulo 7, além de proporcionar uma melhor compreensão do que representa uma equação de difusão (em termos das interações entre as partículas em questão), demonstrou que estas equações constituem um instrumento bastante prático na análise de dados experimentais. Os aspectos fundamentais que diferenciam os dois métodos de análise são: *i*) o tempo de processamento necessário nos dois casos: mais de 30 hs para a simulação (para a profundidade em que foram medidos os dados experimentais da Colaboração Monte Fuji, $t = 630$ g/cm²) e alguns minutos para o cálculo com as soluções das equações de difusão; e *ii*) por serem funções matemáticas, as soluções das equações de difusão não possuem as sutilezas de um processo de simulação via modelo de Monte Carlo, que podem levar a erros difíceis de serem diagnosticados e faz com que uma mesma simulação seja difícil de ser completamente reproduzida por diferentes grupos de pesquisa.

Espera-se que os resultados aqui apresentados possam subsidiar futuras análises de dados de raios cósmicos, procurando aprimorar as equações de difusão, introduzindo por exemplo, a componente de káons utilizando-se das distribuições de densidade de rapidez desenvolvidas no Capítulo 4, obtendo uma melhor descrição dos dados de fluxo diferencial de múons. Acreditamos ser possível também descrever a razão μ^+/μ^- , medidas em raios cósmicos (em torno de 1.4). Tentativas preliminares neste sentido já foram feitas.

Bibliografia

- [1] The JACEE Collaboration, K. Asakimori et al., XXII ICRC, Dublin, Ireland, vol.2, 97 (1991).
- [2] M. A. Faessler, Prep. CERN-EP/84-165.
- [3] L. M. Mundim, tese de mestrado, Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Univ. Campinas, 1990.
- [4] L. M. Jones, Proc. Workshop on Cosmic Ray Interactions and High Energy Results, La Paz - Rio de Janeiro, July 1982.
- [5] P. Sokowsky, “Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics”, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- [6] M. Simon et al., *Astrophys. J.* 239, 712 (1980).
- [7] S. Swordy et al., *Nucl. Inst. Meth.* 193, 591 (1982); J. L’Heureux et al., XX ICRC, Moscow, USSR, 1987, vol. 2, pp.366.
- [8] W. R. Binns et al., *Nucl. Inst. Meth.* 185, 415 (1981).
- [9] Mt. Fuji Collaboration, *Il N. Cimento A*, 65, 355 (1981).

- [10] China-Japan Emulsion Chamber Collaboration, Proc. XIX ICRC, La Jolla, USA, vol. 6, 204 (1985); XX ICRC, Moscow, USSR, vol. 5, 255 (1987).
- [11] A. N. Vall et al., Sov. J. Nucl. Phys. 44, 806 (1986).
- [12] G. Brooke and A. W. Wolfendale, Proc. Phys. Soc. 83, 843 (1964).
- [13] G. Brooke et al., Proc. Phys. Soc. 80, 674 (1962).
- [14] P. J. Hayman and A. W. Wolfendale, Proc. Phys. Soc. 80, 697 (1951).
- [15] M. G. Mylroi and T. G. Wilson, Proc. Phys. Soc. 64, 404 (1951).
- [16] W. Pak and K. Greissen, Phys. Rev. 125, 1668 (1962).
- [17] F. Ashton and R. B. Coats, J. Phys. A ser 2, 1, 169 (1968); F. Ashton et al., Acta. Phys. Acad. Scient. Hungaricae Supl. 3, 29, 25 (1970).
- [18] F. Ashton e R. B. Coats, X ICRC, Calgary, Canada, (1967).
- [19] O. C. Allkofer et al., Phys. Lett. B, 36, 425 (1971).
- [20] C. A. Ayre et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1, 584 (1975).
- [21] A. Liland, XX ICRC, Moscow, USSR, vol. 5, 295 (1987).
- [22] E-710 Collaboration, N. A. Amos et al., Phys. Lett. B, 243, 158 (1990).
- [23] K. Kasahara et al., XVI ICRC, Kioto, Japan, vol. 13, 70 (1979).

- [24] "Introduction to Cosmic Radiation", O. C. Allkofer, Ed. Karl Thiemig, Munique, 1975. "Funções de Green - Notas de Física 1", J. Bellandi Filho, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Unicamp - Campinas, 1992.
- [25] T. Hara et al., Phys. Rev. Lett. 50, 2058(1983); Proc. XVIII ICRC, Bangalore, India, vol. 11, 354 (1983); M. Honda et al., Phys. Rev. Lett. 70, 525 (1993).
- [26] J. Linsley, Proc. XIX ICRC, La Jolla, USA, vol. 6, 1 (1985) e referências incluídas.
- [27] R. M. Baltrusaitis et al., Phys. Rev. Lett. 52, 1380 (1984).
- [28] UA5 Collab. G. J. Alner et al., Z. Phys. C: Particles and Field, 23,1 (1986).
- [29] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. 23, 1415 (1969); "High Energy Collisions", Third International Conference at Stony Brook, New York (Gordon and Breach, New York, 1969, pp.255). Editado por J. A. Cole et al.
- [30] J. Bellandi et al., Prog. Theor. Phys. 83, 58 (1990).
- [31] J. Wdowczyk and A. Wolfendale, N. Cimento A, 54, 433 (1979); J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 10, 257 (1984); 13, 411 (1987);
- [32] A. Ohsawa and K. Sawayanagi, Phys. Rev. D, 45, 3128 (1992).
- [33] M. Basile et al., N. Cimento A, 73, 329 (1983).

- [34] J. N. Capdevielle, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **15**, 909 (1989).
- [35] G. N. Fowler et al., *Phys. Rev. D*, **35**, 870 (1987); **C 40**, 1219 (1989).
- [36] K. Watanabe and S. Tone, *Phys. Rev. D*, **39**, 195 (1989).
- [37] T. T. Chou, C. N. Yang and E. Yen, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 510 (1985);
Phys. Rev. D **32**, 1692 (1985).
- [38] K. Watanabe and S. Tone, *Phys. Lett. B*, **213**, 370 (1988).
- [39] E. M. Friedlander and R. M. Weiner, *Phys. Rev. D*, **28**, 2903 (1983).
- [40] L. D. Landau, "Collected Papers", (Pergamon, Oxford, 1965, pp.569,665). Editado por D. Ter Haar.
- [41] S. Barshay and Y. Chiba, *Phys. Lett. B*, **167**, 449 (1986).
- [42] J. Bellandi F^o et al., *Had. Journal*, **12**, 13 (1989); 271 (1989); **13**, 151 (1990); 165 (1990); *N. Cimento A*, **101**, 897 (1989); *N. Cimento C* **14**, 15 (1991); *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **18G**, 579 (1992).
- [43] J. Dias de Deus, *Phys. Rev. D*, **32**, 2236 (1985).
- [44] R. Castaldi and G. Sanguinetti, *Ann. Rev. Nucl. Part. Science*, **35**, 351 (1985).
- [45] C. Bourrely, J. Soffer and T. T. Wu, *Nucl. Phys. B*, **247**, 15 (1984).
- [46] C. Bourrely, J. Soffer and T. T. Wu, *Phys. Lett. B*, **252**, 287 (1990).

- [47] LEBC-EHS Collab., M. Aguilar-Benitez et al., *Z. Phys. C - Particles and Fields*, 50, 405 (1991).
- [48] A. E. Brenner et al., *Phys. Rev. D*, 26, 1497 (1982).
- [49] K. Guettler et al., *Nucl. Phys. B*, 116, 77 (1976); B. Alper et al., *Nucl. Phys. B*, 100, 237 (1975).
- [50] G. J. Alner et al., *Nucl. Phys. B*, 258, 505 (1985).
- [51] M. Antinucci et al., *Lett. N. Cimento*, 6, 121 (1973); UA5 Collab., K. Alpgård et al., *Phys. Lett. B* 121, 209 (1983).
- [52] A. M. Rossi et al., *Nucl. Phys. B* 84, 269 (1975).
- [53] veja compilação de dados em C. Geich-Gimbel, *Int. J. Mod. Phys. A* 4, 1527 (1989).
- [54] R. J. Glauber and G. Mathiae, *Nucl. Phys. B*, 21, 135 (1970).
- [55] T. K. Gaisser et al., *Phys. Rev. D*, 36, 1356 (1987).
- [56] M. O. Azaryan et al. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 20, 213 (1975); S. A. Slavatinskii et al., *Sov. Phys. JETP*, 19, 1452 (1964).
- [57] S. Daté et al., *Phys. Rev. D*, 32, 619 (1965); Gils et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 1, 344 (1975).
- [58] R. Hofstadter, *Ann. Rev. Nucl. Phys.* 7, 231 (1957).
- [59] de Vries et al., *Atom. Data - Nucl. Data Tables*, 36, 495 (1987).

[60] A. S. Carrol et al., Phys. Lett. B, 80, 319 (1979).

[61] N. Arata, Nucl. Phys. B, 211, 189 (1983).