

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
CURSO DE DOUTORADO EM FÍSICA

A COMISSÃO EXAMINADORA, ABAIXO CITADA, APROVA A DISSERTAÇÃO

**ONDAS DE CARGA EM MATERIAIS  
FOTORREFRATIVOS**

ELABORADA POR  
**MARCELO CALDEIRA BARBOSA**

COMO REQUISITO PARCIAL PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
**DOUTOR EM FÍSICA**

COMISSÃO EXAMINADORA: Prof. Dr. Jaime Frejlich (IFGW - UNICAMP) - Orientador

Profa. Dra. Lucila H. D. Cescato (IFGW - UNICAMP)

Prof. Dr. Mauro M. G. Carvalho (IFGW - UNICAMP)

Prof. Dr. Antonio C. Hernandez (IFSC - USP)

Profa. Dra. Elisabeth A. de Oliveira (IF - USP)

Campinas, 20 de março de 2003.

Substituir esta página pela ficha catalográfica!

Substituir esta página pela página de aprovação!

## Agradecimentos

*Durante todo o tempo que levou até que este trabalho atingisse sua forma final, muitas pessoas tiveram, direta ou indiretamente, mais intensa ou menos intensamente, contribuição neste documento, tanto que não há nenhuma falsa modéstia em dizer que eu não teria conseguido chegar até sua conclusão sem algumas delas. Então, que me perdoem os que nesta página chegarem, sobretudo se estiverem apressados mas, ainda assim, interessados em ler tudo o que escrevi. Este é o espaço em que sou livre dos arreios e antolhos que me coloca o formalismo científico, impedindo-me, por suas próprias belezas, as das reticências e das exclamações...*

### *Agradeço...*

- *à Mulher de Minha Vida – Minha Mãe – que é, ao mesmo tempo, meu esteio, minha força, meu descanso e meu consolo. Não consigo explicar melhor que significado tem ela. Só posso dizer que o que fiz e o que aqui está feito, fiz tanto por mim quanto por ela. Portanto, deixo expresso o meu reconhecimento máximo e cumpro o meu dever, por força de justiça, de compartilhar a satisfação pela conclusão dessa etapa. “Meu amor eterno, irrestrito e sem fim, Mãe!”*
- *a toda a minha família, que me apoiou sempre e que vibrou a cada passo dessa caminhada: meu irmão, Renan, que duela comigo, ele com sua filosofia e eu com minha ciência; minha avó, meus tios e primos... Todos distantes, guardando no peito, tal como eu, o afeto transformado em saudade. Privamos de nosso convívio importante pra mim... Obrigado a vocês por me compreenderem e continuarem me querendo como se eu ainda participasse, a cada semana, das algazarras alegres nos almoços de domingo na casa da vó.*
- *a Meu Pai que não pôde, infelizmente, ver, aqui neste mundo, toda a minha trajetória, mas que se orgulharia, como sempre, de seu filho. Minha saudade e meu reconhecimento a todo o seu esforço, que me conduziu e me me deu condições de chegar aonde eu cheguei.*
- *ao meu orientador, Prof. Dr. Jaime Frejlich, um exemplo de solicitude, zelo, dedicação e competência científica. Minha gratidão! Desnecessário dizer que esse trabalho é também mérito seu.*

- ao Carlos... Não poderia imaginar que em algum lugar estivesse reservado para mim um amigo de tanto valor... Em quantas horas pesadas usei o seu ombro? E quanto de alegria a gente dividiu? Quanto de incentivo recebi quando tudo era infindável e insuportável? “Fica sempre por perto, porque não coordeno muito bem estando sozinho. Só posso dizer que você é pra sempre e é imbatível! Temos muito mais pela frente.”
- à Daniela, vulgo Cruella, que, suspeito fortemente!, reza, em genuflexão, algumas vezes por dia, voltada para sua Sagrada Curitiba; a ela que, tão bem quanto faz do infravermelho um belo feixe azul, soube colorir esses meus últimos meses... uma amiga surpreendente! Obrigado pela presença constante, pelo apoio certo, pelo impulso necessário e pela paciência que teve comigo nessas horinhas terríveis!
- à del Carmen pela amizade durante todos esses anos de doutorado, pelos cigarros fumados juntos, pela nossa empatia, pela nossa admiração mútua, pelo companheirismo e pelo incentivo, pelas palavras amigas e pela compreensão aguçada, por me conhecer tão bem e por ter-me querido tão bem. Seu nome é presença certa aqui!
- ao Ivan, meu colega e amigo bem-humorado (ou quase sempre assim...); com quem, entre discussões científicas, via de regra, proveitosas, dei muitas e muito boas risadas... E foram, por esses anos afora, tantas as “maledicências”, tantas as bobagens que dissemos e tantas preocupações em comum... “Amiguinho, valeu! Obrigado! Você foi importante demais!”
- à Nury, que, como ninguém mais, enxerga com o coração... e que grande coração! Obrigado, sobretudo, por aqueles momentos em que, pra nos entendermos, não era nem preciso falar. Um sorriso ou uma lágrima sempre nos falaram com mais eloquência, mais inteligência e mais exatidão.
- à Marta e à Laura, duplinha inseparável e tão especial. Sempre próximas, sempre presentes, sempre eficientes em fazerem-se amigas de fato ! Nossos suquinhos, nossas cervejas e risadas... Vou sentir muita falta!
- ao Henrique, pelo companheirismo durante boa parte desses quatro anos.
- aos professores Lunazzi, Lucila, Paulo Magno e Agnaldo; à do Carmo, ao Alcides e à Selma (com seu cafezinho perfumado); aos colegas Cristiano, Mosquera, Elso, Noemi, Luis, Edson, Marcelo Rigon... e a todas as outras pessoas que passaram pelo Laboratório de Óptica do IFGW e que fizeram tão agradável esse período em que nele trabalhei.
- enfim, aos meus amigos inestimáveis e parceiros constantes... Eliana, Juliano, Tércio, Lázaro, Cinthia, Romarly, Ana Luíza, Cláudio, Luciano, Roberta, Edison, Luis, D. Rita, Josi e Mauro, Marie, Fátima, D. Kilza... a vocês todos e a tantos outros que, por lapso meu, aqui não estão citados, meus agradecimentos mais sinceros pelo que vocês representaram e continuam representando.

Somos especialmente gratos à **FAPESP** – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e ao **CNPq** – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro concedido, sem o qual este trabalho não seria possível. Agradecemos também ao Laboratório de Crescimento de Cristais do Instituto de Física da USP – São Carlos pelas amostras de BTO que permitiram a realização de nossas pesquisas.

# BLANCO

*Me vejo no que vejo  
Como entrar por meus olhos  
Em um olho mais límpido.*

*Me olha o que eu olho  
É minha criação  
Isto que vejo.*

*Perceber é conceber  
Águas de pensamentos  
Sou a criatura  
Do que vejo.*

Poema de Octávio Paz

Versão de Haroldo de Campos

*À Minha Mãe...*

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>I</b>	<b>Teoria</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>O Registro Holográfico</b>	<b>5</b>
2.1	O Modelo de Transporte de Banda . . . . .	6
2.1.1	Os Mecanismos de Transporte . . . . .	6
2.2	As Equações . . . . .	8
2.3	Determinação do Campo de Cargas $E_{sc}$ . . . . .	9
2.3.1	O Caso de Padrão Luminoso Estático . . . . .	9
2.3.2	O Caso de Padrão Luminoso em Movimento . . . . .	10
<b>3</b>	<b>A Teoria de Ondas Acopladas</b>	<b>12</b>
3.1	Teoria de Ondas Acopladas para Redes Holográficas Espessas . . . . .	12
3.1.1	A Solução das Equações de Ondas Acopladas . . . . .	14
3.1.2	Eficiência de Difração . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Análise da Geração dos Hogramas em Movimento com Retroalimentação</b>	<b>17</b>
4.1	A Teoria do Sistema de Estabilização . . . . .	17
4.2	Gravação Estabilizada com $v = 0$ . . . . .	19
4.2.1	Condição de Equilíbrio Estável . . . . .	20
4.3	Gravação Estabilizada de Hogramas em Movimento ( $v \neq 0$ ) . . . . .	21
4.3.1	Condição de Equilíbrio Estável . . . . .	22
4.3.2	A Velocidade para Hogramas em Movimento com Retroalimentação . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Autodifração e Absorção</b>	<b>24</b>
5.1	Autodifração . . . . .	24
5.1.1	A Eficiência de Difração em Regime de Autodifração . . . . .	24
5.2	Absorção . . . . .	27
5.2.1	A Velocidade dos Hogramas em Movimento com Retroalimentação em Cristais Absorventes . . . . .	27
5.2.2	A Eficiência de Difração dos Hogramas em Movimento com Retroalimentação em Cristais Absorventes em Regime de Autodifração . . . . .	28

<b>II</b>	<b>Experimento</b>	<b>30</b>
<b>6</b>	<b>Descrição do Experimento</b>	<b>31</b>
6.1	Montagem e Amostras . . . . .	31
6.2	Modulação de Fase . . . . .	32
6.3	As Polarizações dos Feixes de Escrita . . . . .	33
6.4	Medida do Coeficiente de Absorção . . . . .	33
6.5	Aquisição de Sinais . . . . .	34
<b>7</b>	<b>Caracterização dos Materiais</b>	<b>37</b>
7.1	Motivação . . . . .	37
7.2	Evolução dos Procedimentos de Caracterização . . . . .	37
7.3	Utilização da Velocidade $Kv$ . . . . .	38
7.3.1	Alguns Procedimentos Preliminares . . . . .	38
7.3.2	Resultados . . . . .	39
7.4	Utilização de $Kv$ e $\eta$ . . . . .	41
7.4.1	Otimização do Procedimento Experimental . . . . .	43
7.4.2	Resultados . . . . .	46
7.5	O Ajuste Tridimensional dos Dados . . . . .	49
7.5.1	Simulações Matemáticas . . . . .	49
7.5.2	Resultados . . . . .	53
<b>8</b>	<b>Ganho e Eficiência de Difração</b>	<b>58</b>
8.1	Motivação . . . . .	58
8.2	Aquisição de Dados de Hologramas em Movimento . . . . .	58
8.3	Medida Experimental de $\overline{\Gamma d}$ . . . . .	59
8.4	Resultados . . . . .	59
<b>9</b>	<b>Conclusões</b>	<b>63</b>
<b>III</b>	<b>Apêndices</b>	<b>64</b>
<b>A</b>	<b>O Coeficiente Eletro-óptico</b>	<b>65</b>
<b>B</b>	<b>O Programa</b>	<b>67</b>
<b>IV</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>71</b>

## RESUMO

### ONDAS DE CARGA EM MATERIAIS FOTORREFRATIVOS

Aluno: Marcelo Caldeira Barbosa

Professor Orientador: Prof. Dr. Jaime Frejlich

Investigamos um novo procedimento que permite o uso de hologramas em movimento com retroalimentação (*fringe-locked running holograms*) para a caracterização de materiais fotorrefrativos absorventes de um modo simples, confiável e direto. Este procedimento consiste na medida de variáveis experimentais (eficiência de difração e velocidade de movimento do holograma) em função do campo elétrico aplicado, num experimento de hologramas em movimento com retroalimentação, e na representação destas variáveis em um espaço tridimensional, o que facilita consideravelmente o ajuste automático de dados. A técnica é aplicada a cristais de  $Bi_{12}TiO_{20}$ , afim de verificar sua adequação para o cômputo de alguns dos parâmetros materiais (comprimento de difusão, comprimento de Debye e eficiência quântica para a geração de fotoelétrons) e experimental (o campo elétrico efetivamente aplicado no interior da amostra) mais relevantes. Os resultados estão em bom acordo com dados já disponíveis na literatura para esse tipo de amostras. Também mostramos que, sob certas condições experimentais, a técnica de *fringe-locked running holograms* provê condições excelentes para o processamento de imagens, onde ganho e eficiência de difração máximos podem ser obtidos automática e simultaneamente. As contribuições deste trabalho elevam o *status* do *fringe-locked running hologram* ao de uma ferramenta potente, tanto para a caracterização de materiais fotorrefrativos, quanto para a utilização destes materiais em processamento de imagem e sinais.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
CURSO DE DOUTORADO EM FÍSICA

Tese de Doutorado

Campinas, 20 de março de 2003.

## ABSTRACT

We investigate a new procedure allowing one to use fringe-locked running hologram experiments to characterize photorefractive absorbing materials in a very simple, reliable and direct way. This procedure consists in measuring experimental variables (diffraction efficiency and frequency detuning) as a function of the externally applied electric field, in a fringe-locked running hologram experiment, and in representing those variables in a three-dimensional space, which facilitates the automatic data fitting. The technique is applied to photorefractive  $Bi_{12}TiO_{20}$  crystals in order to verify its adequacy for computing some of the more relevant material (diffusion Length, Debye screening length and quantum efficiency for photoelectron generation) and experimental (the effectively applied electric field inside the sample) parameters. The results are in good agreement with already available data for this kind of samples. We also show that, under certain experimental conditions, the fringe-locked running hologram technique provides excellent conditions where maximum gain and diffraction efficiency can be obtained automatic and simultaneously. The contributions of this work raises the status of the fringe-locked running holograms to that of a powerful tool for both the characterization of photorefractive materials and the usage of these materials for image and signal processing.

## Quadro de Símbolos

$I$	Intensidade Luminosa Total
$I_R^0$	Intensidade Luminosa Inicial do Feixe $R$
$I_S^0$	Intensidade Luminosa Inicial do Feixe $S$
$I_0$	Intensidade Luminosa Inicial Total ( $I_0 = I_R^0 + I_S^0$ )
$I_R$	Intensidade Luminosa do Feixe $R$
$I_S$	Intensidade Luminosa do Feixe $S$
$2\theta$	Ângulo de Escrita Formado pelos Raios $R$ e $S$
$m$	Visibilidade do Padrão de Interferência
$n$	Índice de Refração ( <i>bulk</i> )
$r_{\text{eff}}$	Coefficiente Eletroóptico Efetivo
$E_{\text{sc}}$	Campo Espacial de Cargas
$\rho$	densidade de cargas
$\Lambda$	Período da Rede
$K$	Módulo do Vetor da Rede
$n$	Densidade de Elétrons Livres
$N_D$	Densidade de Centros Doadores
$N_A$	Densidade de Centros Aceitadores
$N_D^+$	Densidade de Centros Doadores Ionizados
$\vec{J}$	Densidade de Corrente
$\vec{E}_s$	Campo Elétrico Total
$q$	Carga Eletrônica
$\beta_e$	Taxa de Geração Térmica
$s$	Seção de Choque de Fotoionização
$\gamma_R$	Constante de Recombinação

$\mu$  Mobilidade  
 $k_B$  Constante de Boltzmann  
 $T$  Temperatura  
 $\varepsilon_0$  Permeabilidade do Vácuo  
 $\epsilon$  Constante Dielétrica Estática Relativa  
 $E_0$  Campo Externo Aplicado  
 $N_{\text{eff}}$  Densidade Efetiva de Centros  
 $\tau_M$  Tempo de Relaxamento de Maxwell  
 $E_D$  Campo de Difusão  
 $E_{\text{eff}}$  Campo Efetivo  
 $t$  Tempo  
 $x$  Direção da “Largura” do Cristal  
 $y$  Direção da “Altura” do Cristal  
 $z$  Direção da “Espessura” do Cristal  
 $\phi$  Fase Holográfica  
 $\varphi$  Diferença de Fases na Mistura de Ondas, atrás do Cristal  
 $L_D$  Comprimento de Difusão  
 $l_S$  Comprimento de Debye  
 $\Phi$  Eficiência Quântica de Geração de Portadores de Carga  
 $\xi$  Fator de Campo  
 $\psi_d$  Amplitude da Modulação de Fase  
 $\Omega$  Frequência da Modulação de Fase  
 $\alpha$  Coeficiente de Absorção  
 $v$  Velocidade de Movimento do Padrão de Interferência  
 $\eta$  Eficiência de Difração  
 $\Gamma$  Ganho Exponencial; termo proporcional a  $\Im\{E_{\text{eff}}\}$   
 $\gamma$  Termo proporcional a  $\Re\{E_{\text{eff}}\}$   
 $d$  Espessura do Cristal

# Lista de Figuras

2.1	Geração de Fotoelétrons . . . . .	5
2.2	Modulações . . . . .	7
3.1	Modelo de Rede Holográfica Espessa . . . . .	12
3.2	Difração por Rede Holográfica . . . . .	16
4.1	Diagrama de Blocos de Montagem Auto-estabilizada . . . . .	18
4.2	Diagrama de Blocos da Montagem para Geração de HMR . . . . .	21
6.1	Representação Esquemática das Amostras . . . . .	31
6.2	<i>Setup</i> Experimental Utilizado . . . . .	32
6.3	Coefficiente de Absorção . . . . .	34
6.4	Sinais Típicos no Osciloscópio . . . . .	35
7.1	Estudos para $Kv \times E_0/E_D$ - I . . . . .	39
7.2	Estudos para $Kv \times E_0/E_D$ - II . . . . .	40
7.3	Ajuste Teórico aos Dados $Kv \times E_0/E_D$ . . . . .	41
7.4	Ajuste Teórico aos Dados $Kv \times E_0/E_D$ . . . . .	42
7.5	Esquema da Geração de Padrão de Interferência Auxiliar . . . . .	43
7.6	Sinais Típicos no Osciloscópio - II . . . . .	44
7.7	Comparação entre Medidas feitas para $Kv$ . . . . .	45
7.8	Comparação entre Medidas feitas para $\eta$ . . . . .	46
7.9	Dados Experimentais: $\eta \times E_0/E_D$ . . . . .	47
7.10	Dados Experimentais: $Kv \times E_0/E_D$ . . . . .	48
7.11	Dados Simulados (Visão Bidimensional) - I . . . . .	50
7.12	Dados Simulados (Visão Bidimensional) - II . . . . .	50
7.13	Dados Simulados (Visão Tridimensional) - I . . . . .	51
7.14	Dados Simulados (Visão Tridimensional) - II . . . . .	51
7.15	Dados Experimentais (Visão Bidimensional) . . . . .	54
7.16	Dados Experimentais (Visão Bidimensional) . . . . .	55
7.17	Dados Experimentais e Ajuste Tridimensional . . . . .	56
7.18	Comparação entre Superfícies . . . . .	57
8.1	Dados Experimentais: $\overline{\Gamma d}$ e $\eta$ - I . . . . .	60
8.2	Dados Experimentais: $\overline{\Gamma d}$ e $\eta$ - II . . . . .	60
8.3	Comparação com Dados Simulados - I . . . . .	61

8.4	Comparaçãõ com Dados Simulados - II . . . . .	61
-----	---	----

# Capítulo 1

## Introdução

O efeito fotorrefrativo foi percebido pela primeira vez em 1966 por Ashkin *et al* [1], durante experimentos de geração de segundo harmônico em cristais de  $LiNbO_3$  e  $LiTaO_3$  e foi relatado como se tratando de dano óptico (*optical damage*) por ser indesejado no âmbito de suas pesquisas [2]. Dois anos mais tarde, Chen *et al* [3] sugeriram que tal fenômeno poderia ser utilizado como memória holográfica para armazenamento em volume. A evidência de que a leitura das informações as desgravava subsequente fez com que o entusiasmo fosse diminuído. Entretanto, esta mesma característica mostrou-se interessante ao processamento de imagens. Deveu-se ao mesmo pesquisador também o primeiro modelo para a migração de cargas em cristais ferroelétricos ( $LiTaO_3$ ) [4].

Em 1971, a migração de cargas por difusão teve sua influência demonstrada em um artigo de Amodei *et al* [5]. Uma outra importante contribuição ao estudo dos fotorrefrativos foi dada por esses mesmos autores em 1972, quando aplicaram a teoria de ondas acopladas em hologramas espessos em geral (de Kogelnik [6]) ao caso de hologramas em volume em cristais fotorrefrativos [7].

O final da década de 70 trouxe avanços importantíssimos para o modelamento microscópico em cristais fotorrefrativos. Alguns trabalhos merecem especial atenção. Apareceram neste período os primeiros estudos sobre holografia interferométrica em tempo real em cristais de BSO, dentre os quais vale citar o de Huignard *et al* [8]. Ficou demonstrado neste trabalho que tais cristais eram muito adequados para holografia em tempo real, uma vez que não apresentavam fadiga em sucessivos ciclos de escrita e apagamento e também não necessitavam passar por quaisquer processos de revelação. No mesmo ano, Peltier e Micheron [9] apresentaram um modelo para a descrição do desenvolvimento temporal do campo de cargas espaciais, levando em conta as propriedades de transporte dos fotoportadores em cristais de BSO. Em 1979, Kukhtarev *et al* apresentaram uma teoria bastante completa da dinâmica do fenômeno fotorrefrativo e do acoplamento de ondas, considerando a presença de um campo elétrico externamente aplicado sobre o cristal, o efeito fotovoltaico (presente nos ferroelétricos) e a interação da densidade de cargas e o campo gerado pela sua própria distribuição no volume.

A incidência de um padrão de interferência, gerado por dois feixes monocromáticos e mutuamente coerentes sobre um cristal fotorrefrativo, gera, por causa da fotocondutividade, uma correspondente modulação espacial de cargas elétricas, à qual, via efeito Pockels, em última instância, corresponde a formação de uma modulação de índice de refração (hologra-

ma). Quando, por algum processo, esse padrão de interferência se move, as cargas movem-se conjuntamente (*ondas de carga*) e a modulação de índice de refração (ou holograma) move-se também. Esses hologramas não são nada além de ondas espaciais de carga forçadas, acompanhadas de uma modulação de índice de refração (holograma). Temos no padrão de ondas em movimento, então, o agente que “força” as ondas de carga. Veremos, no decorrer do trabalho, de que maneiras esse padrão pode ser levado a mover-se. Em resumo, nos materiais fotorrefrativos, então, uma *onda de carga* forçada corresponde a um holograma em movimento.

Os hologramas em movimento (*running holograms*) em cristais de  $Bi_{12}SiO_{20}$  sujeitos a um campo elétrico externo foram analisados por Stepanov *et al* [10], em 1982, onde evidenciou-se a possibilidade de geração de redes holográficas mais eficientes do que no caso estático.

Depois desse breve apanhado histórico sobre os primeiros passos no estudo das propriedades e aplicações de cristais fotorrefrativos, é conveniente determo-nos um pouco nos quês e porquês do interesse pelo estudo de hologramas em movimento em regime estabilizado (fenômeno de estudo desta tese).

As perturbações de fase representam um problema prático bastante comum em holografia, causando instabilidade no padrão de interferência, e se devem, sobretudo, às variações desiguais nos caminhos ópticos dos feixes interferentes. Algumas formas de minimizar os efeitos dessas instabilidades seriam a exposição rápida e a utilização de interferômetros com braços pequenos. Entretanto, devido às peculiaridades de cada experimento, esses paliativos nem sempre podem ser utilizados [11]. É justamente a necessidade de compensação de ruídos que motivou o desenvolvimento de técnicas de controle de fase. O funcionamento dessas técnicas está baseado na retroalimentação de um sinal de erro ao interferômetro, com a presença de um modulador de fase. Sempre que uma perturbação de fase tende a produzir um desbalanceamento nos caminhos ópticos das ondas que interferem, um sinal é aplicado ao modulador (colocado em um dos braços do interferômetro) afim de compensar em tempo real o efeito dessa perturbação e manter estável o padrão de interferência.

Uma descrição interessante e bem feita a respeito da evolução das técnicas de controle de fase encontra-se na tese de doutorado de A. A. Freschi [11], da qual, abaixo, reproduzimos um extrato.

*“A extração do sinal de erro constitui uma das etapas mais importantes de um sistema de estabilização. Resumidamente, podemos dizer que um sinal de erro é um sinal que contém informação sobre a relação de fase entre ondas que interferem. Uma grande variedade de métodos de extração de sinais de erro foram publicados, envolvendo: a amplificação óptica do padrão de interferência com uma objetiva microscópica de grande magnificação e uma eletrônica apropriada [12], o uso de redes holográficas auxiliares para geração de padrões Moiré e detecção sincrônica de sinais com amplificadores lock-in [13], ou a inserção de combinadores de feixes (como uma lâmina de vidro) na região de interferência das ondas incidentes para a geração de um sinal de referência auxiliar [14, 15].*

*Uma nova etapa na utilização das técnicas de controle de fase em holografia surgiu com os trabalhos de Kamshilin *et al* [16] e Frejlich *et al* [17]. Nessas técnicas, o sinal de erro é derivado diretamente da mistura de duas ondas em um material fotossensível, i.e., o próprio holograma que está sendo gravado é uti-*

lizado como referência para estabilização. Isto é possível devido à estreita relação entre a fase holográfica e a diferença de fase dos feixes transmitido e difratado em uma das saídas do material. Kamshilin et al utilizam um cristal fotorrefrativo de  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  em regime de difusão (ausência de campo externo) e um sistema eletrônico de detecção similar ao desenvolvido por MacQuigg, para registrar hologramas fotorrefrativos com fase holográfica estabilizada em  $\pi/2$ . Frejlich et al ampliam o campo de aplicação da técnica ao permitir o controle de fase em  $0$ ,  $\pi$ , ou  $\pm\pi/2$  e viabilizar, simultaneamente à gravação do holograma, a monitoração em tempo real da sua eficiência de difração [18].”

Dentre as técnicas de gravação holográfica com estabilização, a de *fringe-locked* se sobressai, sobretudo pela sua grande repetitividade e pela eficiência em fornecer dados com baixíssima dispersão. Um de seus principais inconvenientes, contudo, é a complexidade de sua implementação experimental. É importante perceber que, na ausência de um produto comercial único, vários componentes de diversas origens e sujeitos, cada um deles, aos seus próprios problemas, devem ser utilizados para compor todo o aparato opto-eletrônico. As vantagens da utilização da técnica, todavia, são maiores que as eventuais inconveniências que sua implementação pode trazer.

São três as contribuições originais desta tese. A primeira delas é o modelamento matemático completo para a operação do sistema de retroalimentação em experimentos do tipo hologramas em movimento com retroalimentação (ou *HMR*, de forma abreviada<sup>1</sup>), em seu estado estacionário[19]. Ainda encontra-se em aberto a descrição dos termos transientes para os estágios iniciais do registro holográfico estabilizado. Apresentamos este detalhamento no capítulo(4). A segunda contribuição, mostrada no capítulo(7), representa um avanço considerável para a caracterização de materiais fotorrefrativos e diz respeito às formas de medida e de processamento de dados. O sistema de ajustes para dados experimentais em três dimensões apresenta-se como uma ferramenta automática e confiável. Sobre esse assunto, dois artigos foram escritos [20, 21]. A terceira contribuição deste trabalho está detalhada no capítulo (8). Neste capítulo mostramos que as técnicas estabilizadas podem ser utilizadas com grande vantagem se comparadas às técnicas não estabilizadas em aplicações de processamento de imagens e sinais.

A apresentação deste trabalho está dividida em duas partes. A primeira delas traz uma revisão teórica do modelamento dos processos envolvidos na gravação holográfica estabilizada em cristais fotorrefrativos, reportando algumas das contribuições importantes recém mencionadas e que são indispensáveis à compreensão da técnica. Na segunda parte, descrevemos o aparato experimental e apresentamos os resultados a que chegamos para os dois pontos centrais deste trabalho: a caracterização de materiais fotorrefrativos pela utilização de *fringe-locked running holograms* e a utilização desta mesma técnica no processamento de imagens e sinais.

---

<sup>1</sup>A expressão usada em inglês é *fringe-locked running holograms*.

**Parte I**

**Teoria**

## Capítulo 2

# O Registro Holográfico

Materiais fotorrefrativos são definidos como materiais eletro-óticos nos quais ocorrem mudanças de índice de refração causadas por campos de carga foto-induzidos via efeito eletro-ótico [22]. As mudanças de índice de refração induzidas pela luz em cristais fotorrefrativos baseiam-se em geração, migração e recombinação de cargas livres originadas de iluminação não uniforme, como a produzida pela interferência entre dois feixes luminosos coerentes e monocromáticos [23, 24].

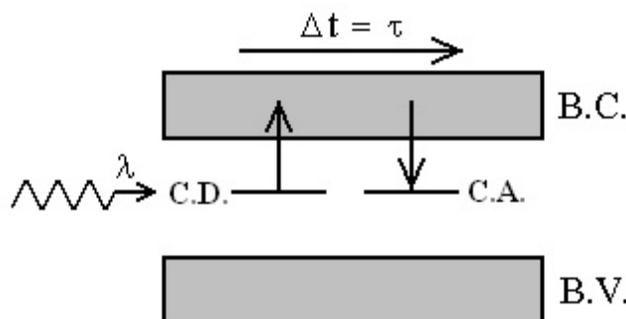


Figura 2.1: *Esquema simplificado da geração de fotoelétrons. O centro doador (C.D.) absorve um fóton de comprimento de onda  $\lambda$ , convertendo-se em um centro doador ionizado e um elétron livre na banda de condução (B.C.). O elétron gerado move-se na banda de condução até, após um tempo  $\tau$ , recombinar-se com um centro aceitador (C.A.). Na figura, B.V. representa a banda de valência*

A existência de centros doadores e receptores de cargas livres é essencial para formação de hologramas<sup>1</sup>. Em cristais nominalmente puros, esses centros são providos pela presença de pequenas concentrações de impurezas e/ou defeitos na rede cristalina. Um centro tanto pode receber (centro aceitador, C.A.) quanto perder um elétron (centro doador, C.D.), alterando sua valência, num processo de fotoexcitação. A figura (2.1) mostra uma esquematização

<sup>1</sup>Em todo este trabalho, estaremos considerando que os portadores de carga são elétrons e situações em que buracos forem os agentes portadores serão devidamente anunciadas.

do processo. Os estudos a respeito dos mecanismos de geração de portadores de carga (em centros doadores) e recombinação (em centros aceitadores) ainda estão em aberto. Acredita-se que no mecanismo de fotogeração estejam envolvidos vários tipos de centros, ligados, muito possivelmente, a defeitos na estrutura cristalina e a pequenas concentrações de impurezas introduzidas durante o processo de crescimento.

A seguir, estaremos descrevendo o teoria envolvida no processo de *registro* de hologramas em cristais fotorrefrativos.

## 2.1 O Modelo de Transporte de Banda

Consideremos duas ondas luminosas,  $R$  e  $S$ , incidindo simetricamente sobre a face de entrada do cristal, formando um padrão de interferência

$$I(x) = I_0(1 + |m| \cos Kx), \quad (2.1)$$

onde  $I_0 = I_R^0 + I_S^0$  é a soma das intensidades incidentes dos feixes  $R$  e  $S$ , respectivamente,  $|m| = 2\gamma\sqrt{I_R^0 I_S^0}/I_0$  é a visibilidade do padrão de franjas,  $\gamma$  é um escalar que depende dos estados de coerência e de polarização das ondas que interferem [25],  $K = 2\pi/\Lambda$  é a frequência espacial da rede de período  $\Lambda$ .

A modulação espacial na intensidade luminosa produz no cristal uma modulação espacial nas taxas de geração e recombinação de cargas livres. Uma vez geradas, as cargas fotoexcitadas movimentam-se por *difusão* ou pela ação do campo elétrico externo aplicado (*arraste*), sendo, em um instante posterior, recombinadas em centros aceitadores<sup>2</sup> (ver figura 2.1). Vale citar que os centros doadores e receptores de elétrons são imóveis, sendo a mobilidade, em nosso modelo, apenas dos portadores de carga. A inhomogeneidade espacial, dada pelo arranjo das cargas, origina um campo elétrico  $E_{sc}(x)$  que irá modular o índice de refração do cristal (ver seção (2.1.1), para detalhamento), via efeito eletro-óptico, tal que a modulação  $\Delta n(x)$  será regida por

$$\Delta n(x) = \frac{1}{2}\bar{n}^3 r_{\text{eff}} E_{sc}(x), \quad (2.2)$$

onde  $r_{\text{eff}}$  é o coeficiente eletro-óptico efetivo e  $\bar{n}$  é o índice de refração médio (*bulk*) do cristal (ver apêndice (A)).

### 2.1.1 Os Mecanismos de Transporte

São dois os mecanismos responsáveis pela migração de cargas dentro de cristais fotorrefrativos como os que trabalhamos: a difusão e o arraste. Nos casos em que a difusão é o único mecanismo envolvido, as taxas de geração de doadores ionizados  $G(x)$  e a de geração de

---

<sup>2</sup>Um terceiro processo de movimentação de cargas seria o que se dá via *efeito fotovoltaico*; entretanto, nos cristais com que trabalhamos, esse efeito é desprezível, razão pela qual não viremos a discorrer sobre ele.

aceitadores ionizados  $R(x)$ , que é igual à taxa de recombinação de elétrons, estão em fase mas apresentam amplitudes diferentes. Tal fato faz com que seja gerada uma densidade de cargas modulada  $\rho(x)$  também em fase com o padrão de interferência  $I(x)$ . Assim, pela Equação de Poisson e pela eq.(2.2), tanto o campo espacial de cargas resultante  $E_{sc}(x)$  quanto a rede holográfica  $\Delta n(x)$  estarão defasados de  $\Lambda/4$  em relação a  $I(x)$ . O crescimento de  $E_{sc}(x)$  inibe a difusão de elétrons e o estado estacionário é atingido quando a densidade de corrente se anula. Fica fácil perceber que, quando a difusão é o único mecanismo responsável pelo transporte de cargas livres, a fase holográfica  $\phi$ , definida como a diferença de fase entre  $I(x)$  e  $\Delta n(x)$ , é igual a  $\pm\pi/2$ , dependendo o sinal de tal diferença do sinal do coeficiente eletro-óptico e do tipo de cargas livres.

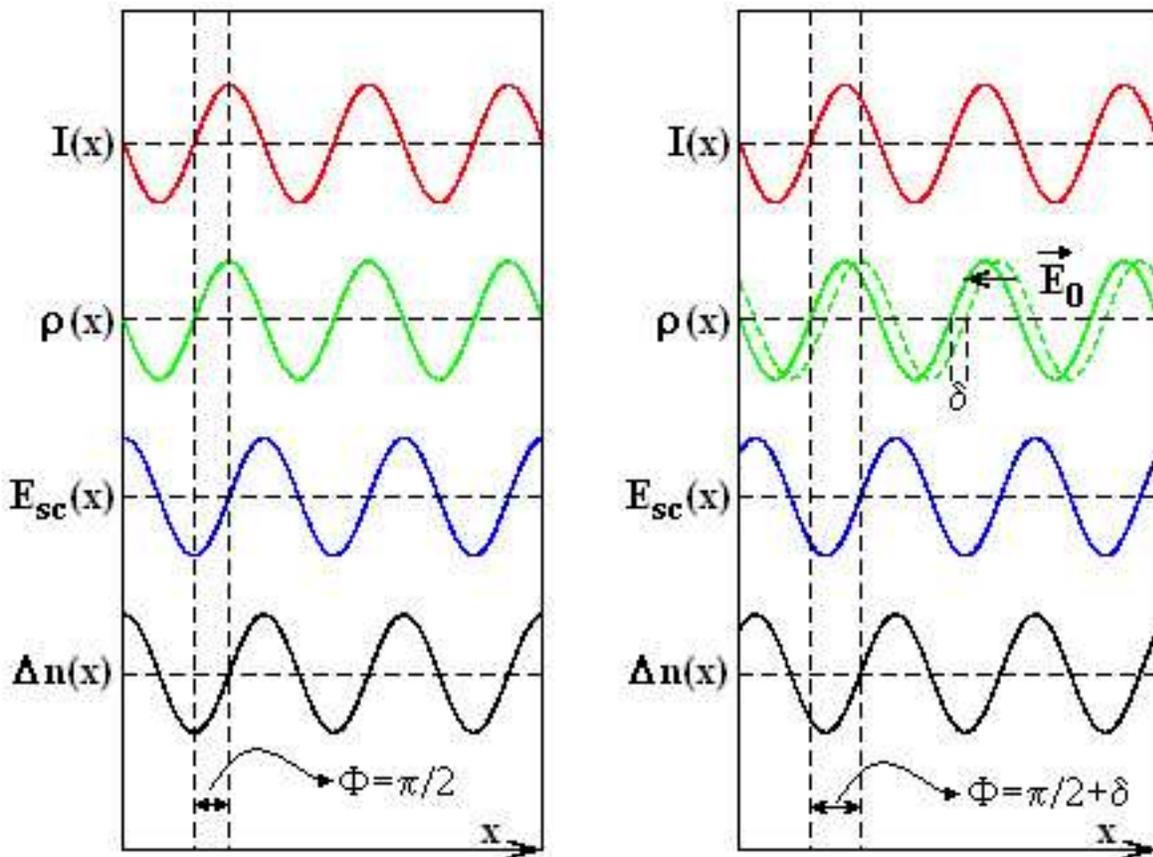


Figura 2.2: Esquemática do processo de modulação das grandezas  $I(x)$ ,  $\rho(x)$ ,  $E_{sc}(x)$  e  $\Delta n(x)$  em fotorrefrativos, para os casos de difusão pura (figura à esquerda) e difusão e arraste simultaneamente (figura à direita). As linhas horizontais pontilhadas não marcam, necessariamente, o zero de cada grandeza.

Quando, além do mecanismo de difusão, temos aplicado sobre o cristal um campo elétrico externo  $E_0$ , um outro mecanismo de movimentação de cargas, denominado arraste, surge.

Partindo do que explicamos para o caso de difusão pura, percebemos que um campo elétrico tem o efeito de causar uma defasagem  $\delta$  na distribuição de cargas  $\rho(x)$ , em relação ao padrão de interferência  $I(x)$ . Essa defasagem depende do valor de  $E_0$ , bem como de parâmetros do próprio cristal. Uma vez que  $\rho(x)$  tem sua posição em relação a  $I(x)$  alterada (comparativamente à que teria na ausência de campo elétrico externo), teremos que, também, a modulação de índice  $\Delta n(x)$  estará defasada da posição que teria na ausência de aplicação de campo externo por um valor  $\delta$ .

Podemos resumir, dizendo que a fase holográfica  $\phi$  vale  $\phi_d = \pm\pi/2$  para os casos onde a difusão é o único processo responsável pela movimentação de cargas, e tem um valor igual a  $\phi_{d,a} = \pm\pi/2 + \delta$  para os casos onde ambos processos (difusão e arraste) estejam presentes. Para o caso em que  $E_0 \gg E_D$  (sendo  $E_D$  o campo de difusão),  $\phi \simeq \pi$ .

## 2.2 As Equações

A resposta do material fotorrefrativo ao estímulo luminoso pode ser descrita pelo sistema de equações diferenciais abaixo [26, 24]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (\beta_e + sI)(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+, \quad (2.4)$$

$$\vec{J} = (k_B T \mu \nabla n)_{dif.} + (q \mu n \vec{E}_s)_{ar.}, \quad (2.5)$$

e

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon \vec{E}_s) = q(N_D^+ - n - N_A), \quad (2.6)$$

onde  $n$  é a densidade de elétrons livres,  $N_D$  é a densidade de doadores,  $N_A$  é a densidade de aceitadores,  $N_D^+$  é a densidade de doadores ionizados,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente,  $\vec{E}_s$  é o campo elétrico estático total;  $I$  é a intensidade luminosa,  $q$  é a carga eletrônica,  $\beta_e$  é a taxa de geração térmica,  $s$  é a seção de choque de fotoionização,  $\gamma_R$  é a constante de recombinação,  $\mu$  é a mobilidade,  $k_B$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura,  $\epsilon_0$  é a permeabilidade do vácuo,  $\epsilon$  é a constante dielétrica estática relativa e  $\nabla$  é o operador diferencial. A equação (2.3) é a equação da continuidade para os elétrons móveis na banda de condução. Sua primeira parcela descreve a taxa de geração e recombinação dos elétrons (ver equação (2.4)) e o segundo termo descreve a densidade de corrente gerada pelo foto-excitação. A equação (2.4) é a equação da continuidade para doadores ionizados e não apresenta termo de corrente porque o modelo adotado supõe que os centros doadores são imóveis. A densidade de corrente (equação (2.5)) se compõe de contribuições do mecanismo de difusão e do mecanismo de arraste.

Supondo-se variações das grandezas apenas em  $x$  (direção sobre a qual é aplicado o campo externo  $E_0$ ), o sistema nas equações de (2.3) a (2.6) reduz-se a

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{q} \frac{\partial J}{\partial x}, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (\beta_e + sI)(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+, \quad (2.8)$$

$$J = k_B T \mu \frac{\partial n}{\partial x} + q \mu n E_s, \quad (2.9)$$

e

$$\varepsilon_0 \epsilon \frac{\partial E_s}{\partial x} = q(N_D^+ - n - N_A). \quad (2.10)$$

## 2.3 Determinação do Campo de Cargas $E_{sc}$

A partir do conjunto de equações recém mencionado, determinaremos o valor do campo espacial de cargas  $E_{sc}$  para duas situações: 1) iluminação com padrão de interferência estático ( $v = 0$ ) e 2) iluminação com padrão de interferência em movimento ( $v \neq 0$ ).

### 2.3.1 O Caso de Padrão Luminoso Estático

Os dois feixes incidentes  $R$  e  $S$  dão origem ao padrão de interferência estático

$$I = I_0 + \frac{1}{2} I_0 [m e^{iKx} + m^* e^{-iKx}]. \quad (2.11)$$

Conseqüentemente podemos esperar que as variáveis físicas  $n$ ,  $N_D^+$ ,  $J$  e  $E_s$  variem nessa mesma forma periódica. Assumindo-se que  $|m|$  seja suficientemente pequeno (aproximação do primeiro harmônico espacial), são esperadas soluções do tipo

$$N_D^+ = N_{D_0}^+ + \frac{1}{2} [N_{D_1}^+(t) e^{iKx} + N_{D_1}^{*+}(t) e^{-iKx}], \quad (2.12)$$

$$n = n_0 + \frac{1}{2} [n_1(t) e^{iKx} + n_1^*(t) e^{-iKx}], \quad (2.13)$$

$$J = J_0 + \frac{1}{2} [J_1(t) e^{iKx} + J_1^*(t) e^{-iKx}], \quad (2.14)$$

e

$$E_s = E_0 + \frac{1}{2} [E_{sc}(t) e^{iKx} + E_{sc}^*(t) e^{-iKx}]. \quad (2.15)$$

Nas equações (2.12)-(2.11), as grandezas com sub-índice “0” são constantes. Após um trabalho de derivações e álgebra, as equações de (2.7) a (2.10), quando associadas às aproximações de (2.12) a (2.11), geram a equação diferencial

$$\tau_M [1 + K^2 L_D^2 - iK L_E] \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} + [1 - iK l_E + K^2 l_S^2] E_{sc} = -m_{\text{eff.}} [iE_D + E_0] \quad (2.16)$$

ou, escrito de outra forma,

$$\tau_{sc} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} + E_{sc} = -m_{\text{eff.}} E_{\text{eff.}}, \quad (2.17)$$

onde,

$$m = |m| e^{i\phi} = \frac{2RS^*}{|R|^2 + |S|^2}, \quad (2.18)$$

$$m_{\text{eff.}} = \frac{msI_0}{sI_0 + \beta}, \quad (2.19)$$

$$E_{\text{eff.}} = \frac{iE_D + E_0}{1 - iKl_E + K^2l_S^2} \quad (2.20)$$

e

$$\tau_{sc} = \tau_M \frac{1 + K^2L_D^2 - iKL_E}{1 - iKL_E + K^2l_S^2}, \quad (2.21)$$

onde  $L_D$ ,  $l_s$ ,  $E_D$  e  $\tau_M$  são, em ordem respectiva, o comprimento de difusão dos elétrons, o comprimento de Debye, o campo de difusão e o tempo de relaxamento dielétrico;  $R$  e  $S$  são, respectivamente, as amplitudes complexas das ondas R e S. Definimos ainda

$$\begin{aligned} \tau_M &= \frac{\varepsilon_0 \epsilon}{q\mu n_0} = \frac{\varepsilon_0 \epsilon}{\sigma}, & \tau &= \frac{1}{\gamma_r N_D^+}, & D &= \frac{k_B T \mu}{q}, & E_D &= \frac{KD}{\mu}, \\ Kl_E &= \frac{E_0}{E_q} = K \frac{\epsilon \varepsilon_0 E_0}{q N_{\text{eff}}}, & K^2 l_s^2 &= \frac{E_D}{E_q} = K^2 \frac{\epsilon \varepsilon_0 k_B T}{q^2 N_{\text{eff}}}, & L_D &= \sqrt{D\tau}, \\ KL_E &= K^2 L_D^2 \frac{E_0}{E_D}, & E_q &= \frac{q N_{\text{eff}}}{K \varepsilon_0 \epsilon} \quad \text{e} \quad N_{\text{eff}} &= \frac{N_D^+ (N_D - N_D^+)}{N_A} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Em (2.22),  $N_{\text{eff}}$  é a densidade efetiva de centros,  $E_q$  é o campo de saturação e  $\sigma$  é a condutividade.

A solução da equação (2.17), para um tempo suficientemente longo (estado estacionário), é

$$E_{sc} = -m_{\text{eff.}} \frac{(E_0 + iE_D)}{(1 + K^2l_s^2 - iKL_E)} \quad (2.23)$$

ou

$$E_{sc} = -m_{\text{eff.}} E_{\text{eff.}} \quad (2.24)$$

### 2.3.2 O Caso de Padrão Luminoso em Movimento

Os dois feixes incidentes  $R$  e  $S$  agora dão origem a um padrão de interferência

$$I = I_0 + \frac{1}{2} I_0 [m e^{i(Kx + Kvt)} + m^* e^{-i(Kx + Kvt)}], \quad (2.25)$$

que move-se com uma velocidade  $v \neq 0^3$ . Para o sistema de equações de (2.7) a (2.10), suporemos as soluções como sendo da mesma forma

$$N_D^+ = N_{D_0}^+ + \frac{1}{2}[N_{D_1}^+(t)e^{i(Kx+Kvt)} + N_{D_1}^{+*}(t)e^{-i(Kx+Kvt)}], \quad (2.26)$$

$$n = n_0 + \frac{1}{2}[n_1(t)e^{i(Kx+Kvt)} + n_1^*(t)e^{-i(Kx+Kvt)}], \quad (2.27)$$

$$J = J_0 + \frac{1}{2}[J_1(t)e^{i(Kx+Kvt)} + J_1^*(t)e^{-i(Kx+Kvt)}], \quad (2.28)$$

e

$$E_s = E_0 + \frac{1}{2}[E_{sc}(t)e^{i(Kx+Kvt)} + E_{sc}^*(t)e^{-i(Kx+Kvt)}]. \quad (2.29)$$

Procedendo da mesma forma já discutida anteriormente, somos levados a encontrar, para a amplitude do campo espacial de cargas, a expressão

$$E_{sc} = -m_{\text{eff}} \frac{E_0 + iE_D}{\tau_M(1 + K^2L_D^2 - iKL_E)(\omega + i\gamma - iKv)}, \quad (2.30)$$

onde

$$\omega + i\gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{1 + K^2l_S^2 - iKl_E}{1 + K^2L_D^2 + -iKL_E}. \quad (2.31)$$

A expressão para o campo  $E_{sc}$  pode ser escrita, alternativamente, como

$$|E_{sc}|^2 = \frac{m_{\text{eff}}^2(E_0^2 + E_D^2)}{\tau_M^2[\omega^2 + (\gamma - Kv)^2][(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2]}, \quad (2.32)$$

quando fazemos as definições

$$\omega = \frac{1}{\tau_M} \frac{(1 + K^2l_S^2)(1 + K^2L_D^2) + K^2L_El_E}{(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2} \quad (2.33)$$

e

$$\gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{KL_E(1 + K^2l_S^2) - Kl_E(1 + K^2L_D^2)}{(1 + K^2L_D^2)^2 + K^2L_E^2}. \quad (2.34)$$

A equação (2.30) tem características de um sistema ressonante, pois há uma frequência  $(Kv)_0 = \gamma$  que maximiza a amplitude do campo que modula o índice de refração.

---

<sup>3</sup>Em seções posteriores discorreremos sobre a forma como tal velocidade é gerada.

# Capítulo 3

## A Teoria de Ondas Acopladas

### 3.1 Teoria de Ondas Acopladas para Redes Holográficas Espessas

Neste capítulo, estaremos descrevendo a teoria de ondas acopladas para redes holográficas espessas formulada por Kogelnik[6].

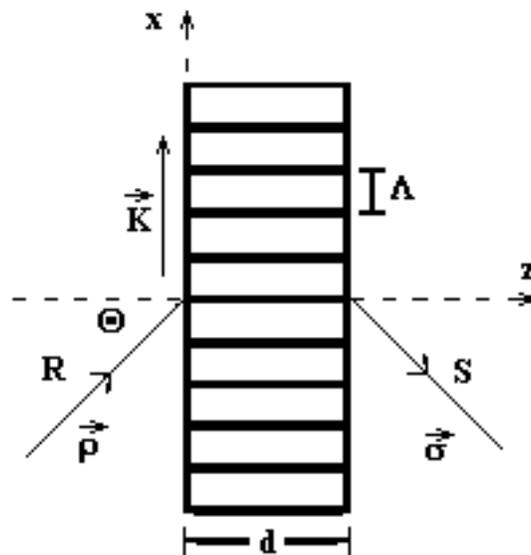


Figura 3.1: Modelo de uma rede holográfica espessa. Os parâmetros da rede são:  $\theta$ , ângulo de incidência no meio;  $K$ , vetor da rede;  $\Lambda$ , período da rede;  $d$ , espessura da rede.

Assumiremos que a luz incidente sobre o holograma seja monocromática, incida no ângulo de Bragg e tenha polarização perpendicular ao plano de incidência. Na figura (3.1) esquematizamos o modelo usado como ponto de partida de nossa análise: o eixo  $z$  é escolhido per-

pendicularmente à superfície do cristal, o eixo  $x$  está no plano de incidência e é paralelo à superfície do cristal. O eixo  $y$  é perpendicular ao plano da folha de papel. As franjas estão colocadas perpendicularmente à face do cristal.  $\vec{K}$  é o vetor da rede, perpendicular à rede gravada. A espessura do cristal é  $d$ . Assumimos a constante dielétrica média como sendo a mesma, dentro ou fora do cristal. O ângulo de incidência é  $\theta$ .  $R$  e  $S$  são, respectivamente, a onda incidente e a onda difratada. O módulo de  $\vec{K}$  é dado por

$$K = 2\pi/\Lambda \quad (3.1)$$

com o período da rede sendo dado por

$$\Lambda = \lambda/2\pi \sin \theta \quad (3.2)$$

A propagação ondulatória na rede é descrita pela equação

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0, \quad (3.3)$$

onde  $\vec{E}$  é o vetor campo elétrico associado à onda luminosa (que assumimos como sendo independente de  $y$ ) e cuja frequência angular é  $\omega$ .  $k = k(x, z)$  é a constante de propagação modulada espacialmente e está relacionada com a constante dielétrica,  $\epsilon = \epsilon(x, z)$ , e com a condutividade elétrica do meio,  $\sigma = \sigma(x, z)$ , por

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - i\omega\mu\sigma, \quad (3.4)$$

onde  $i \equiv \sqrt{-1}$ ,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\mu$  é a permeabilidade do meio, a qual assumimos como sendo igual à do vácuo.

No modelo proposto, o holograma é representado por uma modulação espacial da constante dielétrica e da condutividade elétrica do meio, que estão em fase, dadas por

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{x}) \\ \epsilon &= \epsilon_0 + \epsilon_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{x}). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Em (3.5),  $\epsilon_0$  e  $\sigma_0$  são a constante dielétrica e a condutividade média do meio, respectivamente. Os termos  $\epsilon_1$  e  $\sigma_1$  representam as amplitudes das modulações espaciais da constante dielétrica e da condutividade do meio, respectivamente. Combinando-se as equações (3.4) e (3.5) e utilizando as relações de Euler para exponenciais complexas, escrevemos

$$k^2 = \beta^2 - 2i\alpha\beta + 2\kappa\beta(e^{i\vec{K}\cdot\vec{x}} + e^{-i\vec{K}\cdot\vec{x}}). \quad (3.6)$$

Em (3.6),  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\kappa$  são, respectivamente, a constante de absorção média, a constante de propagação média e a constante de acoplamento.  $\kappa$  descreve o acoplamento entre as ondas incidente  $R$  e difratada  $S$ , regendo a troca de energia entre as ondas. Em [6], tem-se a demonstração de que

$$\kappa = \frac{n_1\pi}{\lambda} - i\frac{\alpha_1}{2}, \quad (3.7)$$

onde

$$n_1 = \frac{\epsilon_1}{2\sqrt{\epsilon_0}} \quad (3.8)$$

e

$$\alpha_1 = \frac{\mu c \sigma_1}{2\sqrt{\epsilon_0}}. \quad (3.9)$$

As modulações espaciais indicadas por  $n_1$  e  $\alpha_1$  formam uma rede que acopla as ondas  $R$  e  $S$ , dando origem a uma troca de energia entre elas. Essas ondas, dentro do cristal, são representadas por suas amplitudes complexas,  $R(z)$  e  $S(z)$ . O campo elétrico  $E$  pode ser expresso, utilizando-se essas amplitudes, como

$$E(x, z) = R(z)e^{-i\vec{\rho}\cdot\vec{x}} + S(z)e^{-i\vec{\delta}\cdot\vec{x}}. \quad (3.10)$$

Os vetores de propagação  $\vec{\rho}$  e  $\vec{\delta}$  utilizados em (3.10) contém informações sobre as constantes de propagação e as direções de propagação de  $R$  e  $S$ , obedecendo a lei de Bragg, isto é,

$$\vec{\delta} = \vec{\rho} - \vec{K}. \quad (3.11)$$

Combinando as equações (3.3) e (3.10), chegamos a duas equações diferenciais:

$$\cos\theta \frac{d}{dz}R(z) + \alpha R(z) = -i\kappa S(z) \quad (3.12)$$

e

$$\cos\theta \frac{d}{dz}S(z) + \alpha S(z) = -i\kappa R(z). \quad (3.13)$$

As equações (3.12) e (3.13) são as equações acopladas de Kogelnik. A amplitude de modulação no índice de refração para cristais fotorrefrativos é dada por

$$n_1 = -\frac{n^3 r_{41} E_{sc}}{2}, \quad (3.14)$$

em que  $n_1$  é o índice de refração médio para o cristal,  $r_{41}$  é o elemento do tensor eletro-óptico e  $E_{sc}$  é a amplitude do campo que provoca a modulação no índice de refração do cristal.

### 3.1.1 A Solução das Equações de Ondas Acopladas

O próximo passo é resolver o sistema de equações acopladas representado pelas equações (3.12) e (3.13). O sistema de equações diferenciais tem soluções

$$R(z) = [C_1 e^{i\kappa_0 z} + C_2 e^{-i\kappa_0 z}] e^{-\alpha_0 z/2} \quad (3.15)$$

e

$$S(z) = [-C_1 e^{i\kappa_0 z} + C_2 e^{-i\kappa_0 z}] e^{-\alpha_0 z/2}, \quad (3.16)$$

onde definimos  $\kappa/\cos\theta \equiv \kappa_0$  e  $\alpha/\cos\theta \equiv \alpha_0/2$ .

A determinação das constantes  $C_1$  e  $C_2$  em (3.15) e (3.16) é feita a partir das condições de contorno

$$R(0) = \sqrt{I_R^o} e^{-i\varphi_R^o} = C_1 + C_2 \quad (3.17)$$

e

$$S(0) = \sqrt{I_S^o} e^{-i\varphi_S^o} = C_2 - C_1, \quad (3.18)$$

onde  $\varphi_R^o$  e  $\varphi_S^o$  são as fases das ondas  $R$  e  $S$  e  $I_R^o = I_R(0)$  e  $I_S^o = I_S(0)$  são as intensidades na face de entrada do cristal ( $z = 0$ ), em respectiva ordem. Finalmente, podemos escrever as equações para as amplitudes complexas das ondas luminosas:

$$R(z) = [\sqrt{I_R^o} e^{-i\varphi_R^o} \cos(\kappa_0 z) - i\sqrt{I_S^o} e^{-i\varphi_S^o} \sin(\kappa_0 z)] e^{-\alpha_0 z/2} \quad (3.19)$$

e

$$S(z) = [\sqrt{I_S^o} e^{-i\varphi_S^o} \cos(\kappa_0 z) - i\sqrt{I_R^o} e^{-i\varphi_R^o} \sin(\kappa_0 z)] e^{-\alpha_0 z/2}, \quad (3.20)$$

de onde decorrem diretamente

$$I_R = R(z)R^*(z) = [I_R^o \cos^2(\kappa_0 z) + I_S^o \sin^2(\kappa_0 z) + \sqrt{I_R^o I_S^o} \sin(2\kappa_0 z) \sin(\varphi_R^o - \varphi_S^o)] e^{-\alpha_0 z} \quad (3.21)$$

e

$$I_S = R(z)R^*(z) = [I_R^o \cos^2(\kappa_0 z) + I_S^o \sin^2(\kappa_0 z) - \sqrt{I_R^o I_S^o} \sin(2\kappa_0 z) \sin(\varphi_R^o - \varphi_S^o)] e^{-\alpha_0 z}. \quad (3.22)$$

As duas equações anteriores apresentam como única diferença um sinal, que relaciona-se com o sentido da troca de energia entre os feixes. Em última instância, quem determinará o sentido da troca de energia entre os dois feixes será a diferença de fase  $\varphi_R^o - \varphi_S^o$  que, no modelo proposto por Kogelnik, é a própria fase holográfica. Entretanto, vimos, anteriormente que esta fase holográfica é dependente do(s) mecanismo(s) de registro holográfico [7]. De forma geral, podemos escrever a fase holográfica como

$$\phi = \varphi \pm \pi/2. \quad (3.23)$$

Utilizando (3.10), escrevemos a intensidade luminosa total na face de entrada do cristal

$$I_T^o(x, z = 0) = I_0 [1 + |m| \cos(\vec{K} \cdot \vec{x} - (\varphi_R^o - \varphi_S^o))], \quad (3.24)$$

onde  $I_0 = I_R^o + I_S^o$  e

$$|m| = \frac{2\sqrt{I_R^o I_S^o}}{I_0} \quad (3.25)$$

é a modulação dos feixes.

Quando encontramos a expressão para o campo espacial de cargas  $E_{sc}$ , fizemos o que chamamos de aproximação do primeiro harmônico. Essa aproximação equivale a ter  $|m| \ll 1$  o que, em nossos experimentos, consegue-se fazendo um feixe com intensidade baixa e outro com intensidade alta. Se a energia for transferida do feixe forte para o fraco, teremos ganho positivo, em caso contrário, ganho negativo

### 3.1.2 Eficiência de Difração

Consideremos o caso em que apenas um feixe ilumina o cristal como esquematizado na figura (3.2). As ondas transmitida ( $t$ ) e difratada ( $d$ ) podem ser calculadas a partir das equações (3.19) e (3.20). Temos

$$R^d(z) = S(z)_{I_S^o=0} = [-i\sqrt{I_R^o}e^{-i\varphi_R^o} \sin(\kappa_0 z)]e^{-\alpha_0 z/2}, \quad (3.26)$$

$$R^t(z) = R(z)_{I_S^o=0} = [\sqrt{I_R^o}e^{-i\varphi_R^o} \cos(\kappa_0 z)]e^{-\alpha_0 z/2}, \quad (3.27)$$

$$S^t(z) = S(z)_{I_R^o=0} = [\sqrt{I_S^o}e^{-i\varphi_S^o} \cos(\kappa_0 z)]e^{-\alpha_0 z/2} \quad (3.28)$$

e

$$S^d(z) = R(z)_{I_R^o=0} = [-i\sqrt{I_S^o}e^{-i\varphi_S^o} \sin(\kappa_0 z)]e^{-\alpha_0 z/2}. \quad (3.29)$$

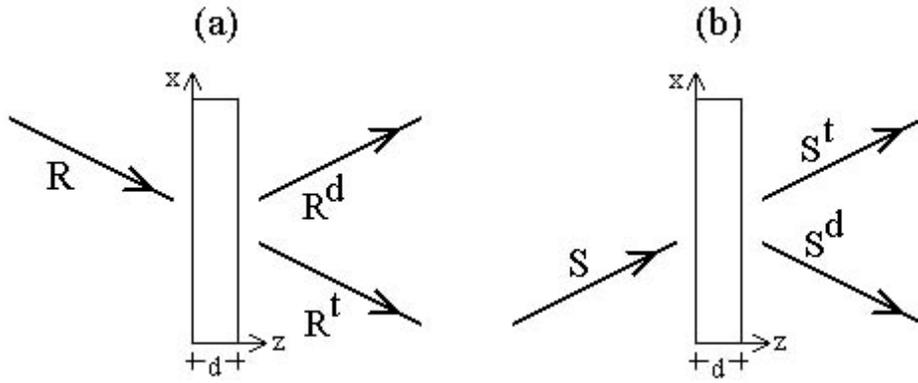


Figura 3.2: Difração de feixes  $R$  (a) e  $S$  (b) por uma rede holográfica formada em um cristal.

De posse de todas as equações que conseguimos derivar, podemos expressar a eficiência de difração  $\eta$  que é definida como

$$\eta = \frac{|S^d|^2}{|S^t|^2 + |S^d|^2} = \sin^2(\kappa_0 z), \quad (3.30)$$

de onde vem, finalmente, que

$$I_S = I_S^o(1 - \eta) + I_R^o\eta \pm 2\sqrt{\eta}\sqrt{1 - \eta}\sqrt{I_R^o I_S^o} \cos \varphi. \quad (3.31)$$

O processo de registro de hologramas em cristais fotorrefrativos é dinâmico, ocorrendo interações entre os feixes de escrita e o holograma que se está gravando. Tal interação causa mudança nas amplitudes e nas fases dos feixes de escrita num processo chamado de autodifração. Tal fenômeno não é descrito pela teoria de Kogelnik que supõe a pré-existência de um holograma já registrado no cristal.

# Capítulo 4

## Análise da Geração dos Hogramas em Movimento com Retroalimentação

Hogramas em movimento<sup>1</sup> geralmente são produzidos movendo-se o padrão de franjas sobre o cristal fotorrefrativo, através da defasagem progressiva de um dos feixes interferentes. Ao iluminarmos o cristal fotorrefrativo com um tal padrão, forma-se um holograma que move-se sincronicamente ao padrão de iluminação, uma vez atingido o estado estacionário. Alternativamente, podemos gerar um holograma em movimento através de uma técnica de retroalimentação, fixando-se a diferença de fase entre o feixe transmitido e o difratado atrás do cristal em um determinado valor. Como esta diferença de fases é imposta artificialmente e não corresponde à real situação de equilíbrio, o “sistema” tende a mover-se permanentemente sempre tentando atingir a diferença de fase que seria natural, sem, naturalmente, conseguir.

A técnica conhecida como holograma em movimento com retroalimentação é um experimento controlado por retroalimentação e que gera dados experimentais bastante estáveis. Como veremos também, a técnica de HMR constitui-se em um método auto-suficiente que permite a determinação de alguns parâmetros importantes em cristais fotorrefrativos.

A seguir, será descrita a operação detalhada do sistema de retroalimentação que permite a geração de um HMR.

### 4.1 A Teoria do Sistema de Estabilização

O procedimento de estabilização está baseado na modulação de fase em um dos feixes de escrita. Uma modulação de amplitude  $\psi_d$  e frequência angular  $\Omega$  (muito maior do que a

---

<sup>1</sup>Usamos, no decorrer deste trabalho, dois termos distintos: holograma em movimento, ou abreviadamente HM (do inglês, *plain running hologram*), e holograma em movimento com retroalimentação, que abreviaremos por HMR (fenômeno referido, em inglês, como *fringe-locked running hologram*). No primeiro caso, a velocidade é imposta externa e diretamente sobre o sistema, no segundo, esta é gerada pelo próprio sistema, através da utilização de um laço de retroalimentação eletro-óptico.

resposta em freqüência do holograma) é aplicada na fase de um dos feixes de escrita. Assim sendo, a diferença de fase  $\varphi$  entre as ondas transmitida e difratada ao longo de uma mesma direção atrás do cristal é correspondentemente modulada. A expressão para a irradiância total atrás do cristal, medida na direção  $S$ , será, portanto,

$$I_S = I_S^o(1 - \eta) + I_R^o\eta \pm 2\sqrt{\eta(1 - \eta)}\sqrt{I_S^o I_R^o} \cos(\varphi + \psi_d \sin(\Omega t)) \quad (4.1)$$

A não-linearidade na relação entre  $\varphi$  e  $I_S$  faz com que sejam produzidos termos harmônicos em  $\Omega$ , sendo as amplitudes do primeiro e do segundo de tais termos, em ordem respectiva, iguais a

$$I_S^\Omega = 4J_1(\psi_d)\sqrt{\eta(1 - \eta)}\sqrt{I_S^o I_R^o} \sin \varphi \quad (4.2)$$

e

$$I_S^{2\Omega} = 4J_2(\psi_d)\sqrt{\eta(1 - \eta)}\sqrt{I_S^o I_R^o} \cos \varphi, \quad (4.3)$$

em que  $J_i()$  é a função de Bessel de primeira classe de ordem  $i$ . Para materiais não-fotovoltaicos e sem a aplicação de campo externo, a fase holográfica é  $\phi = \pi/2$  e, em conseqüência,  $\varphi = 0$  (ou  $\pi$ )[27]. Assim, no equilíbrio, temos  $I_S^\Omega = 0$  e, portanto, podemos utilizar  $I_S^\Omega$  como sinal de erro na operação do sistema de estabilização que manterá a montagem holográfica ativamente fixa a esta condição  $\varphi = 0$ . Esquematizamos tal condicionamento na Figura (4.1).

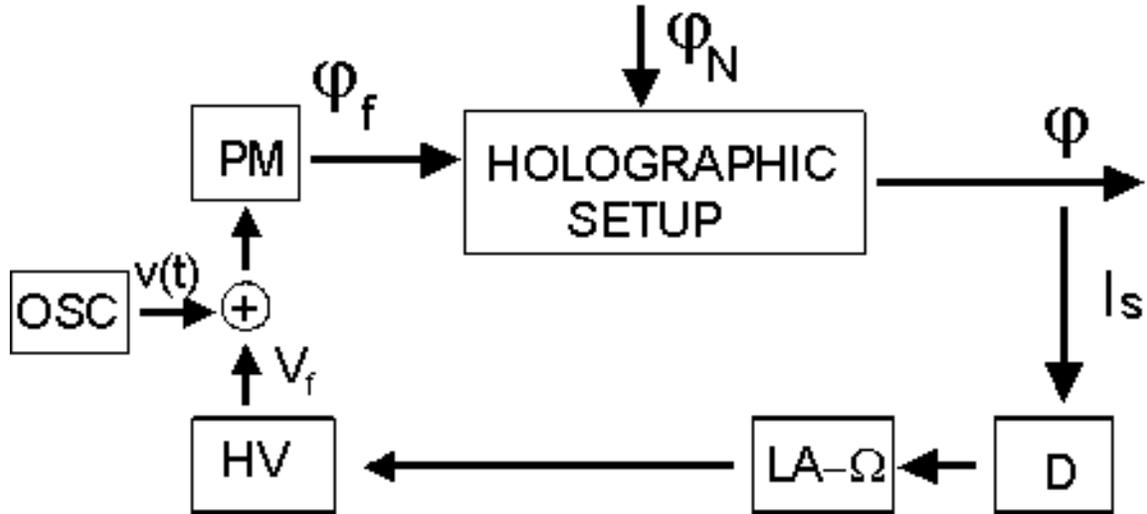


Figura 4.1: Diagrama de Blocos de uma Montagem Auto-estabilizada: **D** fotodetector, **LA- $\Omega$**  amplificador lock-in sintonizado em  $\Omega$ , **HV** fonte de alta tensão para o modulador de fase **PM**, **OSC** oscilador operando em freqüência  $\Omega$ . O descasamento de fases na saída, as fase de retroalimentação e de ruído são, respectivamente,  $\varphi$ ,  $\varphi_f$  e  $\varphi_N$

O fotodetector **D** transforma os termos harmônicos em sinais elétricos com as amplitudes

$$V_S^\Omega = K_d^\Omega I_S^\Omega \quad (4.4)$$

e

$$V_S^{2\Omega} = K_d^{2\Omega} I_S^{2\Omega}, \quad (4.5)$$

em que  $K_d^\Omega$  e  $K_d^{2\Omega}$  são as respostas dos detetores, respectivamente, aos sinais com frequência  $\Omega$  e  $2\Omega$ . Um amplificador *lock-in* **LA**- $\Omega$  seleciona o primeiro harmônico e produz o sinal de correção

$$V_C = A^\Omega V_S^\Omega, \quad (4.6)$$

onde  $A^\Omega$  é a amplificação. O sinal é, então, enviado à fonte de alta voltagem **HV** que produz um sinal elétrico

$$V_f = K_0 V_C. \quad (4.7)$$

Na Equação (4.7),  $K_0$  é a amplificação na fonte **HV**. O sinal  $V_f$  age sobre o modulador de fase **PM** que, por sua vez, produz uma fase de correção  $\varphi_f$  na montagem holográfica, tal que

$$\varphi_f = K_{\text{PZT}}^o V_f = A \sin \varphi, \quad (4.8)$$

em que

$$A = K_{\text{PZT}}^o K_0 A^\Omega K_d^\Omega 4J_1(\psi_d) \sqrt{I_S^o I_R^o} \sqrt{\eta(1-\eta)}, \quad (4.9)$$

onde  $K_{\text{PZT}}^o$  é o fator de conversão voltagem-fase no modulador **PM**, para  $\Omega = 0$ . Concomitantemente, um oscilador **OSC** produz uma pequena voltagem *ac* com frequência  $\Omega$  na forma

$$V(t) = V_d \sin \Omega t \quad (4.10)$$

que é acrescida a  $V_f$  e enviada a **PM** afim de que seja produzida uma modulação de fase de frequência  $\Omega$  e amplitude

$$\psi_d = K_{\text{PZT}}^\Omega V_d, \quad (4.11)$$

a qual é necessária para a geração da modulação de fase a que nos referimos na Equação (4.1).  $K_{\text{PZT}}^\Omega$  é o fator de conversão voltagem-fase de **PM** na frequência  $\Omega$ .

## 4.2 Gravação Estabilizada com $v = 0$

A fase de saída pode ser escrita como

$$\varphi = \psi_0 + \psi_H - K_{\text{PZT}}^o V_0, \quad (4.12)$$

sendo

$$\phi = \psi_H - K_{\text{PZT}}^o V_0, \quad (4.13)$$

onde  $\psi_H$  é a fase (posição) do holograma gravado,  $K_{\text{PZT}}^o V_0$  está diretamente relacionado a posição do padrão de franjas e sua diferença é a fase holográfica  $\phi$ .  $\psi_0$  é um termo de correção dependente da natureza do holograma, do próprio valor de  $\phi$  e do grau de acoplamento de fase[28].

Em regime de equilíbrio,  $\phi$  e  $\psi_0$  são constantes e o valor de  $\varphi$  correspondente também é constante:

$$\varphi_0 = \psi_0 + \phi. \quad (4.14)$$

A relação entre  $\varphi_0$  e  $\phi$  (e  $\psi_0$ ) está feita implicitamente em

$$\tan \varphi_0 = -\frac{\sin \frac{\gamma}{2} z}{\left(\frac{I_S(0)}{I} - \frac{I_R(0)}{I}\right) \left(\cosh \frac{\Gamma}{2} z - \cos \frac{\gamma}{2} z\right) + \sinh \frac{\Gamma}{2} z} \quad (4.15)$$

e

$$\tan \phi = \frac{\Gamma}{\gamma}, \quad (4.16)$$

com

$$\Gamma = -\frac{2\pi n^3 r_{\text{eff}}}{\lambda \cos \theta} \Im\{E_{\text{eff}}\} \quad \text{e} \quad \gamma = -\frac{2\pi n^3 r_{\text{eff}}}{\lambda \cos \theta} \Re\{E_{\text{eff}}\}. \quad (4.17)$$

$\gamma$  e  $\Gamma$  são proporcionais às componentes (real e imaginária) do campo espacial de cargas  $E_{sc}$  e estão em fase e defasada de  $\pi/2$  do padrão de franjas, respectivamente[27]. Para o caso particular em que  $\phi = \pi/2$ ,  $\gamma = 0$  e, conseqüentemente,  $\varphi_0 = 0$  (or  $\pi$ ) o que, de forma implícita, leva a  $\psi_0 = \pm\pi/2$ . Para outros valores de  $\phi$ , os correspondentes valores de  $\varphi_0$  podem ser calculados a partir da Equação (4.15). Em regime de equilíbrio e sob condições de retroalimentação, a expressão de  $\varphi_f$  na Equação (4.8) é subtraída (daí o nome retroalimentação negativa) da Equação (4.12), o que dá o valor  $\varphi_{\text{eq}}$  para o regime de equilíbrio sob condições de retroalimentação, tal que

$$\varphi_{\text{eq}} = \varphi_0 - A \sin \varphi_{\text{eq}}, \quad (4.18)$$

onde  $\varphi_0$  sempre representa o estado no regime de equilíbrio sem retroalimentação com  $\varphi_{\text{eq}} \neq \varphi_0$ , exceto para o caso  $\varphi_0 = 0$  (isto é,  $\phi = \pm\pi/2$ ) quando  $\varphi_{\text{eq}} = 0$  na Equação (4.18).

Em outras palavras, sob condições de retroalimentação o sistema estará com velocidade nula apenas para  $\phi = \pi/2$ , de outra forma, a retroalimentação irá obrigar o padrão de franjas e o holograma a ele associado a mover-se devido à defasagem entre  $\varphi_{\text{eq}}$  e  $\varphi_0$ .

### 4.2.1 Condição de Equilíbrio Estável

Para o caso de holograma fixo ( $v = 0$ ),  $\varphi_0 = 0$ , ainda é necessário analisar a estabilidade da condição de equilíbrio  $\varphi_{\text{eq}} = 0$ . Na presença de ruídos na montagem ( $\varphi_N$ ), a Equação (4.18) fica

$$\varphi = \varphi_N + \varphi_0 - \varphi_f. \quad (4.19)$$

A condição de equilíbrio estável deve requerer que  $d\varphi/d\varphi_N \approx 0$ , o que, substituído na Equação (4.19), resulta em

$$\left.\frac{d\varphi}{d\varphi_N}\right|_{\varphi_{\text{eq}}} = \frac{1}{1 + A \cos \varphi_{\text{eq}}}\Big|_{\varphi_{\text{eq}}} = \frac{1}{1 + A} \approx 0 \quad (4.20)$$

onde assumimos que  $\varphi_{\text{eq}} \approx 0$ . A condição na Equação (4.20) é atendida para um valor grande de  $A$  o que representa uma grande retroalimentação negativa.

### 4.3 Gravação Estabilizada de Hologramas em Movimento ( $v \neq 0$ )

A operação da retroalimentação para estabelecer um holograma em movimento estável é o ponto central de nossa técnica. Como discutimos, um holograma em movimento é automaticamente gerado quando  $\varphi_0 \neq 0$  na relação de retroalimentação apresentada na Equação (4.18). Em tais condições, o holograma é forçado a apagar-se e reescrever-se em outra posição continuamente, resultando na geração de um movimento contínuo.

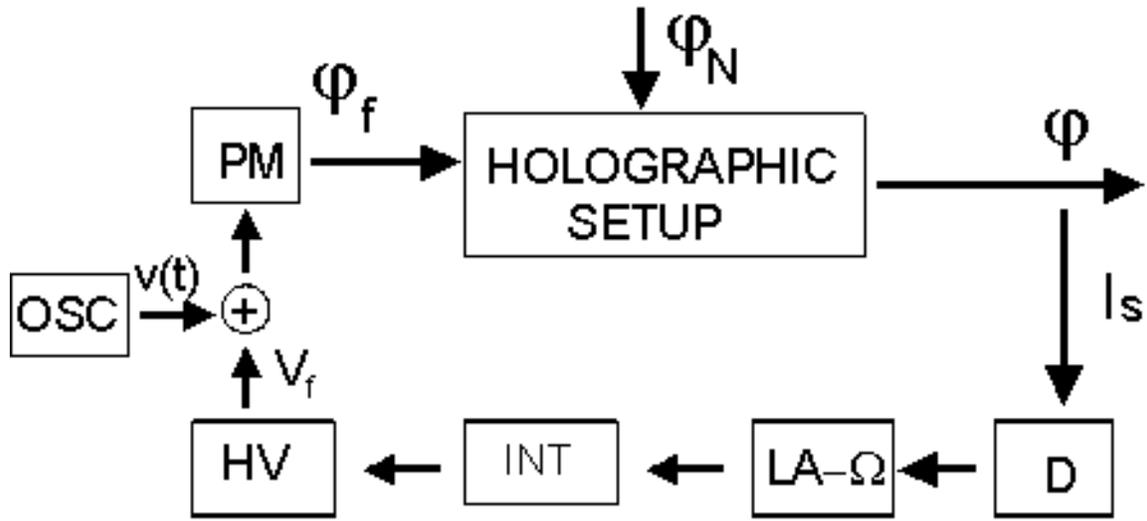


Figura 4.2: Diagrama de Blocos da Montagem para Geração de HMR: o mesmo que apresentado na Figura (4.1), com o acréscimo de um integrador **INT** na saída do amplificador *lock-in*.

O diagrama de blocos da nova montagem experimental é esquematizado na Figura (4.2), em que inseriu-se um integrador entre a saída do amplificador *lock-in* e a fonte de alta voltagem **HV**, de tal forma que a fase de correção (retroalimentação)  $\varphi_f$  não mais é descrita pela Equação (4.8), mas pela integral

$$\varphi_f = \frac{A}{\tau_i} \int_0^t \sin \varphi dt, \quad (4.21)$$

onde  $\tau_i$  é um fator que surge do circuito de integração.  $\varphi_f$  é quem produz o descasamento entre  $\varphi$  e  $\varphi_0$  que é necessário para fazer o holograma mover-se e, ao mesmo tempo, para atender à condição de retroalimentação  $\varphi \approx 0$  que é determinada pelo uso de  $I_S^\Omega$  como sinal de erro. A expressão para  $\varphi$  sob esses novos vínculos de retroalimentação é

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{A}{\tau_i} \int_0^t \sin \varphi dt. \quad (4.22)$$

A condição para o regime de equilíbrio é representada por

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\psi_0}{dt} + \frac{d\psi_H}{dt} - \kappa_f \sin \varphi = 0, \quad (4.23)$$

onde foram considerados:  $\kappa_f = A/\tau_i$  e a condição de equilíbrio  $d\psi_0/dt = 0$ . Da Equação (4.23) tem-se

$$\omega_H = \frac{d\psi_H}{dt} = \kappa_f \sin \varphi. \quad (4.24)$$

Entretanto, deve-se perceber,  $\omega_H$  é função do descasamento entre  $\varphi$  e  $\varphi_0$  de tal modo que a relação pode ser expressa como

$$\omega_H = f(\varphi - \varphi_0) \quad \text{with} \quad f(0) = 0, \quad (4.25)$$

onde  $f(\varphi - \varphi_0)$  é uma função que depende de parâmetros experimentais e materiais. Partindo-se das equações (4.24) e (4.25)

$$\omega_H = f(\varphi - \varphi_0) = \kappa_f \sin \varphi, \quad (4.26)$$

mostrando que  $\kappa_f \rightarrow \infty$  leva a  $\varphi \rightarrow 0$  em cujo caso a equação anterior torna-se

$$\lim_{\kappa_f \rightarrow \infty} \omega_H = f(-\varphi_0) = \kappa_f \sin \varphi. \quad (4.27)$$

A Equação (4.27) mostra que para uma amplificação  $\kappa_f$  suficientemente elevada, a velocidade do holograma  $\omega_H$  não depende de  $\kappa_f$ , mas sim do valor de equilíbrio sem retroalimentação  $\varphi_0$  (não vinculado pelas condições experimentais), através da relação funcional  $f(-\varphi_0)$ . Tal função será discutida abaixo.

### 4.3.1 Condição de Equilíbrio Estável

Precisamos analisar o equilíbrio estável, isto é, o modo pelo qual a retroalimentação reduz os efeitos tanto do ruído  $\varphi_N$  quanto de sua variação  $\omega_N = d\varphi_N/dt$  sobre  $\varphi$  nas proximidades da posição de equilíbrio. Para tanto, incluímos o termo  $\varphi_N$  na Equação (4.22) e calculamos sua derivada temporal, rearranjando a equação como

$$\frac{d\varphi}{dt} + \kappa_f \varphi = \omega \quad (4.28)$$

$$\text{com} \quad \omega = \frac{d\psi_0}{dt} + \frac{d\psi_H}{dt} + \frac{d\varphi_N}{dt} = \omega_H + \omega_N, \quad (4.29)$$

onde assumiu-se que  $\sin \varphi \approx \varphi \ll 1$ , para o que, a solução geral[29] é

$$\varphi = e^{-\int \kappa_f dt} \left[ \varphi_i + \int \omega e^{\int \kappa_f dt} dt \right]. \quad (4.30)$$

Se considerarmos  $\kappa_f$  como sendo independente do tempo, então  $\int \kappa_f dt = \kappa_f t$ . A utilização do teorema de integração por partes nos leva a escrever

$$\int \omega e^{\kappa_f t} dt = \frac{\omega}{\kappa_f} e^{\kappa_f t} - \frac{\dot{\omega}}{\kappa_f^2} e^{\kappa_f t} - \frac{\ddot{\omega}}{\kappa_f^3} e^{\kappa_f t} - \dots - C \quad (4.31)$$

$$\text{e } \int \omega e^{\kappa_f t} dt \approx \frac{\omega}{\kappa_f} e^{\kappa_f t} + C \quad \text{para } \dot{\omega} \ll \kappa_f^2 \quad (4.32)$$

e a Equação (4.30) torna-se

$$\varphi \approx \frac{\omega}{\kappa_f} + \left[ \varphi_i - \frac{\omega_i}{\kappa_f} \right] e^{-\kappa_f t}, \quad (4.33)$$

onde  $\varphi_i = \varphi_N$  representa o ruído e  $\omega_i$  inclui o termo  $d\varphi_N/dt = \omega_N$

Para uma grande amplificação, o termo entre colchetes (onde estão inclusos os termos de ruído  $\varphi_N$  e  $\omega_N$ ) cai a zero muito rapidamente. O termo remanescente  $\omega/\kappa_f$  (onde está incluído, entre outros, o termo de ruído  $d\varphi_N/dt$ ) é intensamente reduzido pela grande amplificação  $\kappa_f$ .

### 4.3.2 A Velocidade para Hologramas em Movimento com Retroalimentação

Na equação (4.27), afirmamos que a velocidade do holograma é uma função  $f(-\varphi_0)$ , onde  $\varphi_0$  é a diferença de fases entre os feixes difratado e transmitido ao longo da mesma direção atrás do cristal, em equilíbrio, sem retroalimentação. A expressão real para a velocidade dos hologramas em movimento com retroalimentação (não tomando-se em conta efeitos de absorção sobre a velocidade do holograma) é escrita como

$$Kv = \frac{1}{\tau_M} \frac{E_0/E_D}{[(E_0/E_D)^2 + 1]K^2L_D^2 + 1}, \quad \text{com } Kv \equiv \omega_H, \quad (4.34)$$

que foi deduzida da condição  $I_S^\Omega \propto \Re\{E_{\text{eff}}\} = 0$ , onde  $E_{\text{eff}}$  é o campo de cargas espacial efetivo no cristal e  $\tau_M$  é o tempo de relaxamento dielétrico. Da relação acima, vê-se que  $\omega_H$  depende de  $E_D \propto \Gamma$  e de  $E_0 \propto \gamma$ , que, por sua vez, determina  $\varphi_0$  na equação (4.15), de tal modo que  $\omega_H$  seja (implicitamente) determinada por  $\varphi_0$ , como indicado na relação teórica mostrada na equação (4.27). Outros efeitos (por exemplo, o efeito da absorção sobre  $\tau_M$ ) podem complicar a análise e levar a relações entre  $\omega_H$  e  $\varphi_0$  que são muito mais complexas do que a apresentada na relação (4.34). De todo modo, a forma particular de tal relação não é relevante a fim de analisar a maneira como o sistema opera.

# Capítulo 5

## Autodifração e Absorção

### 5.1 Autodifração

O registro holográfico em cristais fotorrefrativos é um processo dinâmico em que os feixes de escrita interagem entre si e com o holograma que está sendo escrito. Essas interações não são atendidas pela teoria de Kogelnik que pressupõe a leitura de uma rede fixa e previamente escrita.

#### 5.1.1 A Eficiência de Difração em Regime de Autodifração

Nesta seção, faremos um resumo da descrição dos efeitos de autodifração e suas implicações no modelamento teórico das grandezas de interesse neste trabalho. O material aqui utilizado é um artigo publicado por Frejlich *et al* [27].

É possível escrevermos as equações de ondas acopladas como

$$\frac{dR(z)}{dz} = i \frac{\kappa}{\cos \theta} m(z) S(z) \quad (5.1)$$

e

$$\frac{dS(z)}{dz} = i \frac{\kappa^*}{\cos \theta} m^*(z) R(z), \quad (5.2)$$

para onde valem

$$m(z) = 2 \frac{S^*(z) R(z)}{I}, \quad (5.3)$$

$$\kappa = \kappa_0 e^{-i\phi} \quad (5.4)$$

e

$$\kappa_0 = -\frac{\pi n^3 r_{41} E_{\text{eff}}}{2\lambda}. \quad (5.5)$$

Associando as cinco equações anteriores, escrevemos

$$\frac{dR(z)}{dz} = \frac{2i\kappa_0 |S(z)|^2 R(z)}{\cos\theta I} e^{-i\phi} \quad (5.6)$$

e

$$\frac{dS(z)}{dz} = \frac{2i\kappa_0 |R(z)|^2 S(z)}{\cos\theta I} e^{i\phi} \quad (5.7)$$

Propomos como solução para as equações acima as expressões

$$R(z) = \sqrt{I_R(z)} e^{-i\phi_R(z)} \quad (5.8)$$

e

$$S(z) = \sqrt{I_S(z)} e^{-i\phi_S(z)}, \quad (5.9)$$

que, levadas em (5.1) e (5.2), geram

$$\frac{dI_R}{dz} = -4 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_R I_S}{I_R + I_S} \sin\phi, \quad (5.10)$$

$$\frac{dI_S}{dz} = -4 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_R I_S}{I_R + I_S} \sin\phi, \quad (5.11)$$

$$\frac{d\phi_R}{dz} = -2 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_S}{I_R + I_S} \cos\phi \quad (5.12)$$

e

$$\frac{d\phi_S}{dz} = -2 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_R}{I_R + I_S} \cos\phi. \quad (5.13)$$

Considerando-se a presença de rede de fase pura apenas podemos escrever

$$I_R + I_S = I = I_0, \quad (5.14)$$

onde  $I_0$  é o valor da intensidade na face de entrada do cristal. Com as equações que temos até o momento, poderemos escrever, depois de alguns cálculos,

$$I_R(z) = I_R^0 \frac{1 + \beta^2}{\beta^2 + e^{\Gamma z}} \quad (5.15)$$

e

$$I_S(z) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 e^{-\Gamma z}}, \quad (5.16)$$

para o que fizemos as definições  $\beta^2 = I_R^0/I_S^0$  e

$$\Gamma = 4\kappa_0 \frac{\sin\phi}{\cos\theta} \quad (5.17)$$

Para determinarmos as fases das ondas  $R$  e  $S$  solucionamos as equações (5.12) e (5.13). Logo,

$$\phi_R(z) = \phi_R^0 - \frac{\gamma z}{4} - \Theta \quad (5.18)$$

e

$$\phi_S(z) = \phi_S^0 - \frac{\gamma z}{4} - \Theta, \quad (5.19)$$

onde

$$\gamma = 4\kappa_0 \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \quad (5.20)$$

e

$$\Theta = \frac{1}{2 \tan \phi} \ln \frac{\exp(\Gamma z/2) + \beta^2 \exp(-\Gamma z/2)}{1 + \beta^2} \quad (5.21)$$

Na presença de absorção óptica, as equações para as intensidades  $I_R(z)$  e  $I_S(z)$  ficam

$$I_R(z) = I_R^0 \frac{1 + \beta^2}{\beta^2 + e^{\Gamma z}} e^{-\alpha z} \quad (5.22)$$

e

$$I_S(z) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 e^{-\Gamma z}} e^{-\alpha z} \quad (5.23)$$

As soluções (5.8) e (5.9) sempre resolvem as equações acopladas (5.1) e (5.2), mas podemos encontrar uma nova solução para o sistema, propondo as soluções

$$\mathcal{R} = -S^* \quad (5.24)$$

e

$$\mathcal{I} = R^* \quad (5.25)$$

Como a nova solução é linearmente independente, podemos determinar a nova solução fazendo o produto de  $R_0^*/I$  pela velha solução  $(R, S)$  e subtraindo o produto de  $S_0^*/I$  pela nova solução  $(\mathcal{R}, \mathcal{I})$  obtemos a solução para a onda difratada na direção de  $R$ , assim

$$\mathcal{R}_R = \frac{1}{I} (R_0^* R + S_0 S^*) \quad \mathcal{R}_R^0 = 1 \quad (5.26)$$

e

$$\mathcal{I}_R = \frac{1}{I} (-S_0 R^* + S_0^* S) \quad \mathcal{I}_R^0 = 1 \quad (5.27)$$

A eficiência de difração será calculada usando-se

$$\eta = \frac{|\mathcal{I}_R|^2}{|\mathcal{R}_R^0|^2} \quad (5.28)$$

Descontando-se efeitos de absorção, a eficiência de difração, na presença de autodifração será dada por

$$\eta = \frac{2\beta^2}{\beta^2 + 1} \frac{\cosh(\Gamma z/2) - \cos(\gamma z/2)}{\beta^2 \exp(-\Gamma z/2) + \exp(\Gamma z/2)}. \quad (5.29)$$

Veremos na seção (5.2) que algumas modificações devem ser efetuadas na equação (5.29) devido à absorção.

## 5.2 Absorção

### 5.2.1 A Velocidade dos Hologramas em Movimento com Retroalimentação em Cristais Absorventes

Podemos expressar  $\tau_M$  dependendo de  $I_{\text{abs}}/d$ , tal como

$$\tau_M = \frac{\varepsilon_0 \epsilon h \nu d}{q \mu \tau \Phi I_{\text{abs}}}, \quad (5.30)$$

apenas para os casos em que  $\alpha d \ll 1$ ; para outros casos, temos

$$-\frac{dI}{dz} = \alpha I_0 e^{-\alpha z}. \quad (5.31)$$

Desse modo, a dependência de  $\tau_M$  fica

$$\tau_M(z) = \tau_M(0) e^{\alpha z}, \quad (5.32)$$

em que  $\tau_M(0)$  é o tempo de relaxamento na frente do cristal. Para os casos em que efeitos de absorção devam ser considerados, a condição  $\Re\{E_{\text{eff}}\} = 0$  deve ser substituída por

$$\frac{1}{d} \int_0^d \Re\{E_{\text{eff}}\} dz = 0, \quad (5.33)$$

ficando agora  $v$  expresso na função implícita

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{4ac - b^2} \tau_M(0) K v (e^{\alpha d} - 1)}{2c + 2a\tau_M^2(0) K^2 v^2 e^{\alpha d} + b\tau_M(0) K v (e^{\alpha d} + 1)} = \\ & = \tan \left[ \frac{x\sqrt{4ac - b^2}}{2cg + xb} \left( \alpha d - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{a\tau_M^2(0) K^2 v^2 e^{2\alpha d} + b\tau_M(0) K v e^{\alpha d} + c}{a\tau_M^2(0) K^2 v^2 + b\tau_M(0) + c} \right) \right) \right], \quad (5.34) \\ & \text{para } 4ac \geq b^2. \quad (5.35) \end{aligned}$$

Em (5.34) valem as seguintes definições:

$$\begin{aligned} x &= E_0/E_D, \quad a = (K^2 L_D^2 x)^2 + (1 + K^2 L_D^2)^2, \quad b = 2x(K^2 l_s^2 - K^2 L_D^2), \\ c &= (1 + K^2 l_s^2)^2 + (K^2 L_s^2 x)^2 \quad \text{e} \quad g = K^2 L_D^2 + K^2 L_D^2 + 1. \end{aligned} \quad (5.36)$$

É possível mostrar facilmente que a Equação (5.34) tende à Equação (4.34) no limite  $\alpha d \rightarrow 0$ . Também mostra-se, a partir de (5.36), que a condição (5.35) sempre é atendida.

## 5.2.2 A Eficiência de Difração dos Hologramas em Movimento com Retroalimentação em Cristais Absorventes em Regime de Autodifração

Encontramos a equação (5.29) que descreve o comportamento da eficiência de difração nos casos em que se deva considerar a autodifração. A inclusão dos efeitos de absorção é feito modificando-se os termos  $\Gamma z$  e  $\gamma z$  nela presentes. Vimos que  $\Gamma \propto \Im\{E_{\text{eff.}}\}$  e que  $\gamma \propto \Re\{E_{\text{eff.}}\}$  (equações (4.17)). O mesmo argumento apresentado na seção anterior a respeito da absorção faz com que devamos fazer

$$\Gamma z \rightarrow \overline{\Gamma d} = \int_0^d \Gamma dz \quad (5.37)$$

e

$$\gamma z \rightarrow \overline{\gamma d} = \int_0^d \gamma dz, \quad (5.38)$$

em que  $d$  é a espessura do cristal. A equação para a descrição da eficiência de difração, considerados tanto o efeito de absorção quanto o de autodifração, logo, será

$$\eta = \frac{2\beta^2}{\beta^2 + 1} \frac{\cosh(\overline{\Gamma d}/2) - \cos(\overline{\gamma d}/2)}{\beta^2 \exp(-\overline{\Gamma d}/2) + \exp(\overline{\Gamma d}/2)}. \quad (5.39)$$

As expressões completas para  $\overline{\Gamma d}$  e  $\overline{\gamma d}$  são

$$\begin{aligned} \overline{\Gamma d} = \int_0^d \Gamma(z) dz = w \left( a_i - \frac{bc_i}{2c} \right) \frac{2}{\alpha \sqrt{4ac - b^2}} \left[ \arctan \frac{2aKv \exp(\alpha z) + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right]_{z=0}^{z=d} + \\ + w * \frac{c_i}{2\alpha c} \left[ \ln \frac{\exp(2\alpha z)}{aK^2v^2 \exp(2\alpha z) + bKv \exp(\alpha z) + c} \right]_{z=0}^{z=d} \end{aligned} \quad (5.40)$$

e

$$\begin{aligned} \overline{\gamma d} = \int_0^d \Gamma(z) dz = w \left( a_r - \frac{bc_r}{2c} \right) \frac{2}{\alpha \sqrt{4ac - b^2}} \left[ \arctan \frac{2aKv \exp(\alpha z) + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right]_{z=0}^{z=d} + \\ + w \frac{c_r}{2\alpha c} \left[ \ln \frac{\exp(2\alpha z)}{aK^2v^2 \exp(2\alpha z) + bKv \exp(\alpha z) + c} \right]_{z=0}^{z=d}, \end{aligned} \quad (5.41)$$

onde

$$\Gamma = w \frac{a_i K v \exp(\alpha z) + c_i}{a K^2 v^2 \exp(2\alpha z) + b K v \exp(\alpha z) + c}, \quad (5.42)$$

$$\gamma = w \frac{a_r K v \exp(\alpha z) + c_r}{a K^2 v^2 \exp(2\alpha z) + b K v \exp(\alpha z) + c}, \quad (5.43)$$

$$w = \frac{4\pi n^3 r_{\text{eff}}}{2\lambda}, \quad (5.44)$$

$$a = [K^2 L_E^2 + (1 + K^2 L_D^2)] (\tau_M(0))^2, \quad (5.45)$$

$$b = 2\tau_M(0)(K^2 l_s^2 - K^2 L_D^2) \frac{E_0}{E_D}, \quad (5.46)$$

$$c = (1 + K^2 l_S^2)^2 + K^2 l_E^2, \quad (5.47)$$

$$a_r = -[(1 + K^2 L_D^2)E_D + K L_E E_0] \tau_M(0), \quad (5.48)$$

$$c_r = E_0, \quad (5.49)$$

$$a_i = E_0 \tau_M(0), \quad (5.50)$$

$$c_i = E_0 K l_E + E_D (1 + K^2 l_S^2), \quad (5.51)$$

$$\tau_M(0) = \frac{\epsilon \epsilon_0 (k_b T / q) h \nu}{q L_D^2 \alpha \Phi I(0)}. \quad (5.52)$$

**Parte II**  
**Experimento**

# Capítulo 6

## Descrição do Experimento

### 6.1 Montagem e Amostras

Experimentos do tipo HMR foram realizados, utilizando-se a linha  $\lambda = 514.5nm$  para diferentes valores de  $K$ , em duas amostras nominalmente puras de  $Bi_{12}TiO_{20}$  (BTO), rotuladas como BTO-011 (espessura  $d = 2.05mm$ , distância inter-eletrodos  $l = 6.20mm$  e altura  $h = 7.00mm$ ) e BTO-013 ( $d = 2.35mm$ ,  $l = 6.95mm$  e  $h = 10.25mm$ ) que foram crescidas [30] da mesma forma, mas obtidas independentemente (ver Figura (6.1)).

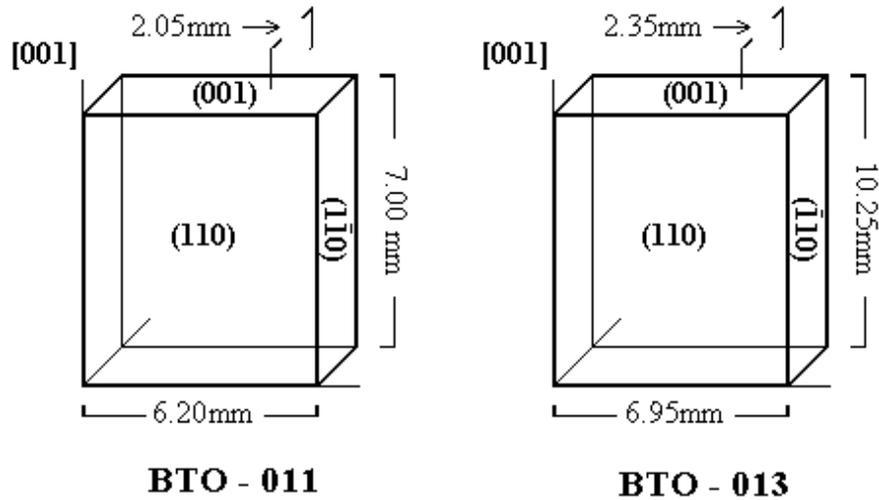


Figura 6.1: Representação esquemática de duas amostras de  $Bi_{12}TiO_{20}$  (BTO-011 e BTO-013) utilizados em nossos experimentos.

O arranjo experimental utilizado está representado na Figura (6.2). Dois feixes laser mutuamente coerentes, monocromáticos e igualmente polarizados, com irradiâncias  $I_R^o$  (feixe referência) e  $I_S^o$  (feixe sinal), com  $\beta^2 = I_R^o/I_S^o \gg 1$ , produzem um padrão de interferência que é projetado sobre o plano (110) da amostra de BTO e inclui todo o volume do cristal

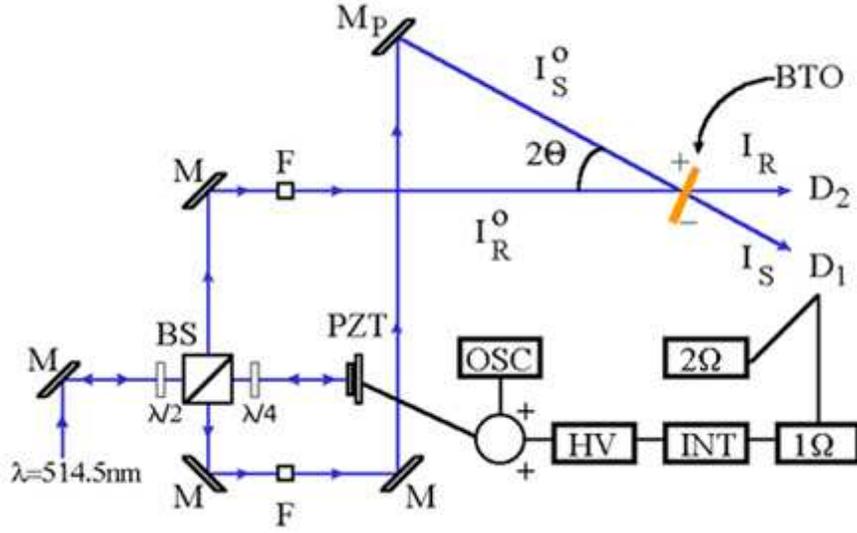


Figura 6.2: *Setup experimental utilizado. BS, beam-splitter; M, espelho; BTO, amostra; S, feixe sinal; R, feixe referência; D<sub>1</sub>, detector na direção do feixe S; D<sub>2</sub>, detector na direção do feixe R; Ω, amplificador lock-in, sintonizado na frequência Ω; 2Ω, amplificador lock-in, sintonizado na frequência 2Ω; OSC, oscilador (responsável pela geração do sinal de modulação de fase); HV, fonte de alta voltagem para o PZT (espelho piezoelétrico); λ/2, lâmina de meia onda; λ/4 lâmina de quarto de onda; F, conjunto formado por objetiva pin-hole e colimadora. Utilizamos uma fonte laser LEXEL -Mod 95, com λ = 514.5nm.*

(ver Figura (6.1)). O campo elétrico *dc* externo é aplicado na direção do vetor da rede  $\vec{K}$ , utilizando-se para tanto, eletrodos pintados com tinta-prata. A geração do campo é feita com a utilização de uma fonte de alta voltagem HCN7E-6500 (FUG-GmbH/Germany) que fornece tensões desde 0V até 6.500V. A frequência da modulação de fase sobre o feixe *S* (aplicada via espelho-PZT) vale  $\Omega/(2\pi) \sim 2kHz$  e sua amplitude é de  $\psi_d = 6.66 \times 10^{-2}rad$ . Esse espelho acoplado ao cristal PZT (espelho-PZT) é colocado perpendicularmente ao feixe que irá ter sua fase modulada, de forma a evitar qualquer desvio lateral, o que produziria modulações indesejáveis de frequência  $\Omega$ , as quais seriam detectadas pelo amplificador *lock-in*, que tentaria erroneamente corrigi-las via laço de retroalimentação. A diferença de caminho óptico entre os feixes é ajustada anteriormente para ser aproximadamente zero, de modo a aumentar a estabilidade do padrão de franjas projetado no cristal. Este arranjo experimental em particular [31, 32] permite variar com facilidade o ângulo entre os feixes de interferência (variar  $K$ ) apenas através da rotação do espelho pivô  $M_P$  sem que a diferença de caminho óptico, previamente ajustada para ser próxima de zero seja alterada.

## 6.2 Modulação de Fase

Como já vimos, a modulação da fase de um dos feixes utilizando-se uma frequência  $\Omega$  e uma amplitude  $\psi_d$  suficientemente pequena, faz com que possamos escrever a intensidade  $I_S$  como

uma soma de harmônicos temporais de  $\Omega$ , tal que as amplitudes do primeiro e do segundo harmônicos são, respectivamente,

$$I_S^{1\Omega} = 2(\psi_d)\sqrt{I_R^o I_S^o}\sqrt{\eta}\sin\varphi \quad (6.1)$$

e

$$I_S^{2\Omega} = 2(\psi_d/2)^2\sqrt{I_R^o I_S^o}\sqrt{\eta}\cos\varphi, \quad (6.2)$$

decorrentes das equações (4.2) e (4.3), onde fizemos as aproximações  $\eta \ll 1$  e  $\psi_d \ll 1$ .

Experimentalmente, essa modulação na fase é obtida através de um oscilador, representado por *OSC* na figura (6.2), que faz com que o espelho *PZT* vibre, introduzindo, assim, a modulação na fase de um dos feixes (*S*, em nosso caso). Através do detector *D*, detectamos o sinal da mistura dos dois feixes na direção de *S* ( $S^t$ , parte transmitida de *S*, e  $R^d$ , parte difratada de *R*) que, como visto, traz em si a uma soma de harmônicos temporais de  $\Omega$ . Enviamos esse sinal a dois amplificadores *lock-in*, um deles sintonizado na frequência  $\Omega$  e o outro na frequência  $2\Omega$ .  $V_S^{1\Omega}$ , que é a voltagem correspondente a  $I_S^{1\Omega}$ , proporciona o sinal de retroalimentação negativa atuando sobre a fase  $\varphi$  através do espelho *PZT*. Enquanto isso,  $V_S^{2\Omega}$ , voltagem correspondente a  $I_S^{2\Omega}$ , é monitorada através de um osciloscópio para que obtenhamos a evolução do termo  $\sqrt{\eta}\cos\varphi$ . A retroalimentação força  $I_S^{1\Omega} = 0$ , de tal forma que tenhamos sempre  $\varphi = 0$ .

### 6.3 As Polarizações dos Feixes de Escrita

O estudo da eficiência de difração está relacionado ao estado de polarização da luz que gera o holograma. Escolhemos, em nossos experimentos, as polarizações na entrada de tal forma que a luz difratada e a transmitida tivessem polarizações paralelas entre si na saída do cristal, e, além disso, fizemos com que no plano “médio” do cristal, as polarizações ficassem a  $45^\circ$  do eixo [001]. Quando escolhemos as polarizações desta forma, temos máximo acoplamento entre os feixes[33, 34].

### 6.4 Medida do Coeficiente de Absorção

Em um experimento realizado previamente, medimos o coeficiente de absorção. Isso é feito através da equação

$$P_t = P_0(1 - R)^2 e^{-\alpha d}, \quad (6.3)$$

onde  $P_t$  é a potência transmitida,  $P_0$  é a potência incidente no cristal,  $R = P_r/P_0$  é o coeficiente de reflexão,  $P_r$  é a potência refletida,  $d$ , como mencionado anteriormente, é a espessura do cristal e  $\alpha$  é o coeficiente de absorção. Com apenas um feixe *laser* incidindo perpendicularmente na face de entrada do cristal, medimos  $P_0$  e  $P_r$  e a determinação de  $\alpha$  é imediata através da equação (6.3). Apresentamos os resultados obtidos na figura (6.3), para o cristal de

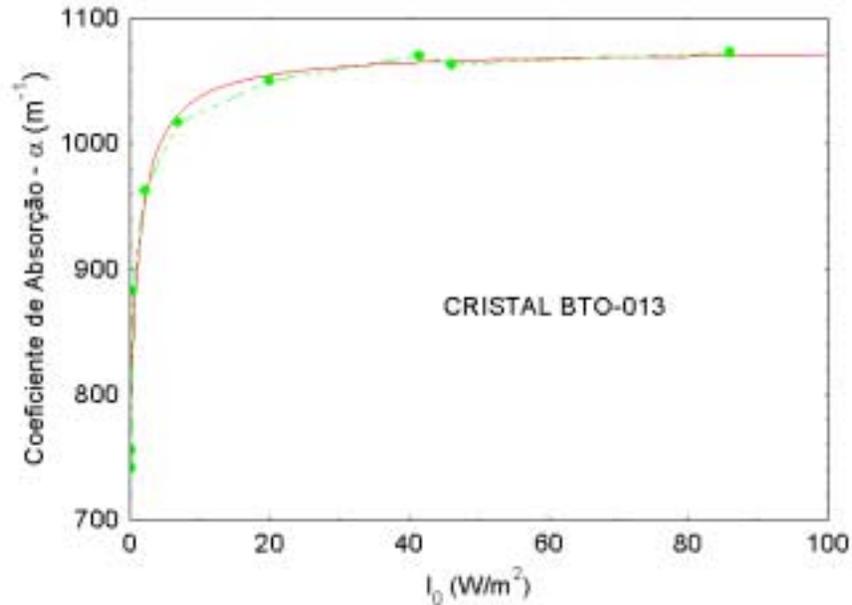


Figura 6.3: Coeficiente de absorção medido experimentalmente para o cristal BTO-013 em função da intensidade incidente; os valores experimentais são os pontos apresentados em verde.

rótulo BTO-013, usando o comprimento de onda  $\lambda = 514.5nm$ . Observamos um forte efeito não-linear, provavelmente devido à presença de centros fotoativos rasos [35]. O valor utilizado em nossos cálculos é o da saturação, pois é nessa faixa de intensidade que o nosso experimento funciona.

## 6.5 Aquisição de Sinais

A Figura (6.4) mostra os sinais tais como aparecem na tela do osciloscópio durante uma rodada experimental típica. A evolução temporal da voltagem aplicada ao espelho-PZT (Ch2) descreve a posição do padrão de franjas e do holograma associado. Essa voltagem é usada para calcular a velocidade  $v$  do holograma. É também necessário medir  $V_S^{2\Omega}$  (Ch4) afim de que seja possível computar  $\eta$ . As irradiâncias dos feixes sinal ( $I_S$ ) e referência ( $I_R$ ) medidas atrás do cristal são mostradas, respectivamente, nos canais 1 e 3 (Ch1 e Ch3, respectivamente).

No canal 3 monitoramos a intensidade na direção do feixe  $R$ . A opção por tal acompanhamento se deveu ao fato de havermos tido problemas com o *laser* utilizado, havendo este apresentado flutuações na potência. Assim, ter informações sobre a potência a qualquer momento, uma vez que a houvéssemos medido anteriormente no início do experimento e feito a relação entre ela e a respectiva leitura no osciloscópio, pôde garantir-nos (ou não) que determinado conjunto de dados poderia ser utilizado (ou não). Enquanto não conseguimos corrigir

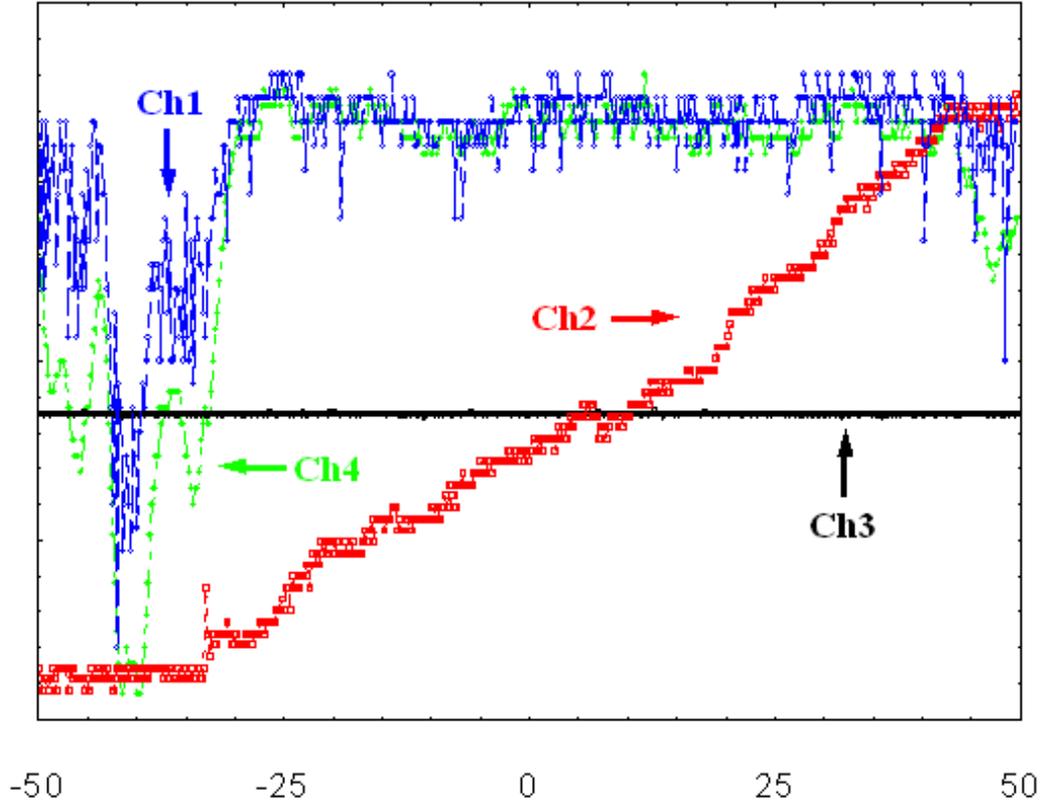


Figura 6.4: *Sinais Típicos Observados na Tela do Osciloscópio Durante uma Rodada de um Experimento de HMR (Evoluções Temporais): Ch1 (em azul),  $V_S$ , leitura a partir do detector colocado ao longo da direção do feixe sinal  $S$ ; Ch2 (em vermelho), voltagem sobre o espelho PZT; Ch3 (em preto),  $V_R$ , leitura obtida a partir do detector colocado na direção do feixe referência  $R$ ; Ch4 (em verde),  $V_S^{2\Omega}$ , termo referente ao segundo harmônico filtrado e amplificado a partir de  $V_S$ . A figura não apresenta necessariamente os "zeros" de cada canal, tampouco são iguais as escalas de medida usadas neles. O eixo das abscissas traz o tempo em segundos.*

o problema com nossa fonte de luz, essa monitoração serviu apenas como um indicador, não precisando ser utilizada diretamente no processamento dos dados. Devemos salientar que o espelho-PZT exibe uma componente randômica em seu movimento produzida pelo sistema de retroalimentação para corrigir perturbações externas na montagem experimental, o que complica a medida da velocidade  $v$  do holograma.

Todas as leituras são feitas através de um osciloscópio. Para o tratamento desses dados, a aquisição pelo computador é feita através do programa *WaveStar - versão 1.2.2.*, sendo estes lidos, logo após, pelo *EasyPlot - versão 4.00-0*. Para determinarmos os valores de interesse, a partir dos dados enviados ao *EasyPlot*, efetuamos o ajuste dos dados pela equação de uma reta. Para as medidas do segundo harmônico e voltagem associada à intensidade luminosa na mistura de ondas, a declividade deve ser, obviamente, um valor muito próximo a zero e o termo

independente fornece o valor a ser considerado. Especificamente no caso da informação vinda do *PZT* (rampa), o ajuste por um polinômio de primeiro grau permite encontrar um termo independente, que não nos interessa, e um valor para a declividade, diretamente associado à velocidade do padrão de interferência. Os ajustes de dados experimentais às equações teóricas foram feitos através do *Mathematica4* - versão 4.0.1.0.

# Capítulo 7

## Caracterização dos Materiais

### 7.1 Motivação

Alguns procedimentos experimentais e de análise de resultados têm sido usados para a caracterização de cristais fotorrefrativos. Todos eles são, contudo, ineficientes em apontar os quatro parâmetros  $L_D$ ,  $l_s$ ,  $\Phi$  e  $\xi$  de forma unívoca e bem determinada. Há caso em que o experimento consegue determinar apenas três dos parâmetros, devendo o quarto ser medido em experimentos auxiliares, ou mesmo casos em que, usando hologramas em movimento com retroalimentação, HMR, temos multideterminação de soluções.

A busca de um método de caracterização que possa ao mesmo tempo encontrar de forma razoavelmente precisa os parâmetros de interesse é então perfeitamente justificada. A técnica de HMR associada a um ajuste de dados adequado mostrou reunir características interessantes para isso, sobretudo se levarmos em conta suas propriedades de técnica estabilizada.

### 7.2 Evolução dos Procedimentos de Caracterização

Como temos uma equação explícita que relaciona  $\eta$  com  $E_0$  e  $Kv$  (equação (5.39)) e, por sua vez, uma relação implícita entre  $Kv$  e  $E_0$  (equação (5.34)), não conseguimos encontrar ou criar um programa automático que efetuasse o ajuste da teoria do HMR a seus respectivos dados experimentais. Tivemos, assim, que procurar alternativas para contornar essa dificuldade.

A evolução cronológica dos procedimentos utilizados por nós para a caracterização de cristais fotorrefrativos passa por três estágios diferentes, segundo os dados experimentais utilizados, a forma como são utilizados e a maneira como são tratados:

- utilização de dados experimentais do tipo  $Kv \times E_0/E_D$ ;
- utilização de dados dos tipos  $Kv \times E_0/E_D$  e  $\eta \times E_0/E_D$ ;
- utilização de dados experimentais  $Kv \times E_0/E_D$  e  $\eta \times E_0/E_D$  rearranjados na forma  $\eta \times Kv \times E_0/E_D$  (tridimensionalmente).

Apresentamos, a seguir, o detalhamento dos três tipos de procedimentos, apontado eventuais vantagens, desvantagens e resultados.

## 7.3 Utilização da Velocidade $Kv$

De posse dos dados para a velocidade  $Kv$  de movimento do holograma plotada em relação a  $E_0$ , procede-se o ajuste da equação (5.34) aos dados experimentais de forma não-automática, isto é, fazendo-se, num procedimento de tentativa e erro, com que a curva descrita pela equação (5.34) ajuste-se o mais adequadamente possível aos respectivos dados experimentais. Para tal ajuste, dispomos de todos os parâmetros (experimentais e materiais) necessários, exceto  $L_D$ ,  $l_S$ ,  $\Phi$  e  $\xi$ , que são justamente os parâmetros que teremos que combinar, na tentativa de encontrar um conjunto  $\{L_D, l_S, \Phi, \xi\}$  que leve o modelo teórico a ajustar-se à realidade experimental.

Antes de prosseguirmos, cabe uma explicação sobre o parâmetro  $\xi$  (adimensional) que não havia sido apresentado até o momento. Quando aplicamos uma diferença de potencial sobre o cristal para que seja gerado o campo elétrico  $E_0$ , o fazemos através de dois eletrodos, os quais se constituem de duas camadas de tinta-prata, colocadas em suas extremidades. Acontece que, como essa tinta não é transparente e a incidência dos feixes não é perpendicular à face de entrada, há formação de sombra dentro do cristal, nas proximidades dos eletrodos, gerando, assim, uma inomogeneidade (experimentalmente incontornável) no campo elétrico no volume do cristal. Também temos que os feixes nem sempre são perfeitamente homogêneos. A maneira de levar em conta, no modelamento teórico, tais particularidades é multiplicar o campo elétrico  $E_0$  por um parâmetro, o fator de campo  $\xi$ , ou seja, fazer  $E_0 \rightarrow \xi E_0$  em todas as nossas equações. Logo,  $\xi$  poderá variar de 0 até 1. O valor máximo,  $\xi = 1$ , é aquele que corresponde a uma configuração (ideal) em que os efeitos de inomogeneidades de campo elétrico aplicado não existam e que os feixes tenham intensidades uniformes.

### 7.3.1 Alguns Procedimentos Preliminares

É necessário conhecer, de alguma forma, a maneira pela qual cada um dos parâmetros influencia teoricamente um gráfico  $Kv \times E_0/E_D$ , uma vez que será necessário combiná-los para ajustar nosso modelo teórico aos dados experimentais. Para isso, nas figuras (7.1) e (7.2) apresentamos quatro situações diferentes afim de tentarmos analisar qual o efeito da variação de cada um dos quatro parâmetros de ajuste sobre a curva  $Kv \times E_0/E_D$ . Em todos os quatro gráficos, mantivemos fixas todas as variáveis experimentais e “jogamos” com os nossos quatro parâmetros livres, alterando um de cada vez.

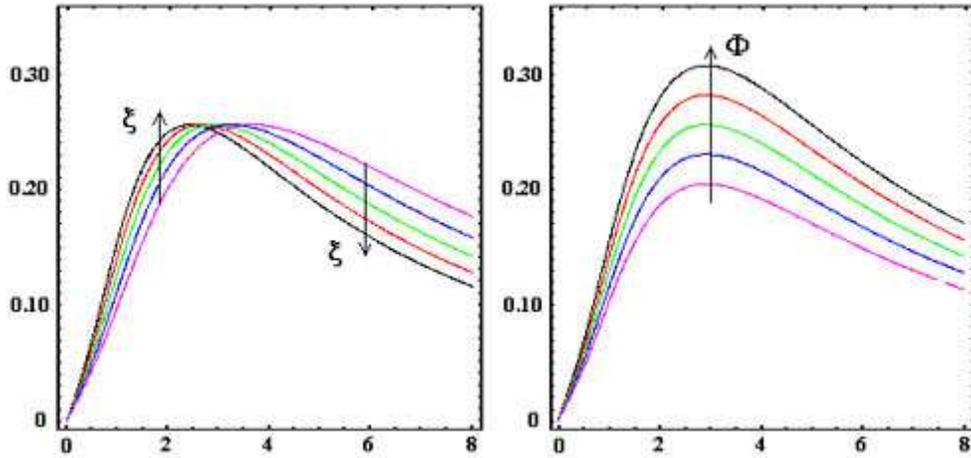


Figura 7.1: Estudos para  $Kv \times E_0/E_D$ .  $Kv$  está dado em rad/s. No gráfico da esquerda foram mantidos fixos todos os parâmetros com exceção do fator de campo  $\xi$ . As setas indicam o sentido de crescimento de  $\xi$  nas simulações. As variações foram feitas com decréscimos consecutivos de 0.08, sendo o valor inicial (curva preta) de  $\xi = 0.96$  e o valor final (curva rosa) de  $\xi = 0.64$ . Percebe-se dessa figura que o fator de campo atua como um fator de escala “alargando” a curva à medida em que seu valor diminui, com modificação na posição do pico, sem, entretanto, alterar a altura do mesmo. Na figura da direita, foram fixados todos os parâmetros, permitindo-se variação apenas da eficiência quântica  $\Phi$ . O efeito de tal variação é muito diferente do observado devido à variação do fator de campo. O aumento da eficiência quântica, percebe-se, faz com que o valor de  $Kv$  máximo também aumente, sem, todavia, haver deslocamento da posição do pico em relação ao eixo das abscissas. Fizemos  $\Phi$  variar de 0.03 em 0.03, partindo-se de  $\Phi = 0.36$  (curva preta) até  $\Phi = 0.24$  (curva rosa).

Da inspeção das figuras obtém-se informações importantes no sentido de facilitar a tarefa de ajustar as curvas teóricas; contudo, é extremamente difícil analisar as contribuições das variações de cada parâmetro quando elas acontecem todas ao mesmo tempo. Por exemplo,  $\xi$  e  $\Phi$  têm efeitos que não se superpõem, pois, enquanto o primeiro é um fator de escala e atua deslocando a posição do ponto de máximo em relação ao eixo das abscissas, o segundo altera o valor máximo possível para um determinado valor de  $E_0/E_D$ . Mas o que dizer, por exemplo, a partir da figura (7.2), a respeito do efeito de variações simultâneas de  $l_S$  e  $L_D$ ? Nota-se claramente, a partir da figura citada, que ambos afetam a posição do máximo de  $Kv$ , tanto em relação ao campo quanto em relação à velocidade propriamente.

### 7.3.2 Resultados

As figuras (7.3) e (7.4), a seguir, mostram os ajustes para os dados experimentais obtidos a partir de HMR no cristal rotulado como BTO-013. As intensidades medidas na face do cristal

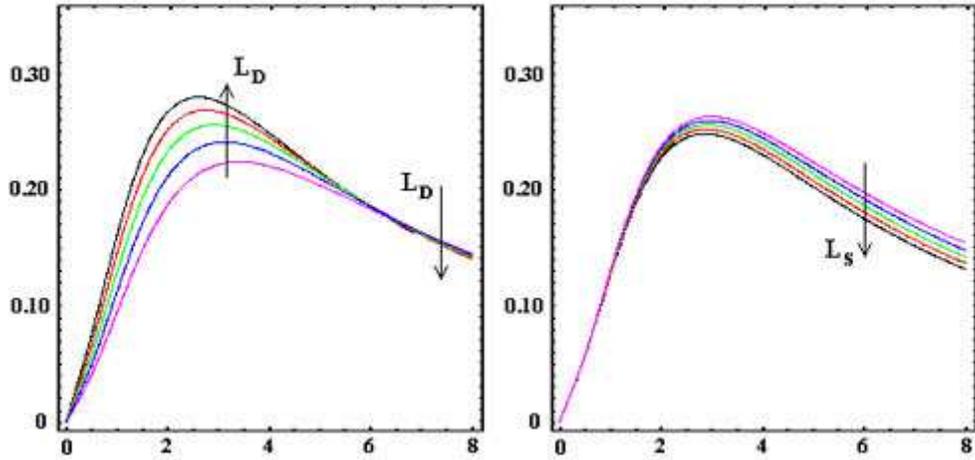


Figura 7.2: Simulações para  $Kv \times E_0/E_D$ .  $Kv$  está sendo dado em  $\text{rad/s}$  e  $E_0/E_D$  é, obviamente, adimensional. Na figura da esquerda está mostrado como comporta-se  $Kv$  com variações do parâmetro  $L_D$ , o qual foi variado desde  $L_D = 0.084\mu\text{m}$  (curva preta) até  $L_D = 0.056\mu\text{m}$  (curva rosa), com decréscimos sucessivos de  $0.007\mu\text{m}$ , mantendo-se todos os outros parâmetros inalterados. Na figura da direita, procedimento análogo foi tomado em relação ao parâmetro  $l_S$ , fazendo-o variar de  $l_S = 0.048\mu\text{m}$  até  $l_S = 0.032\mu\text{m}$ , de  $0.004\mu\text{m}$  em  $0.004\mu\text{m}$ . Deve ser notado que o efeito da variação dos dois parâmetros apresentados nesta figura é muito diferente daqueles observados na figura (7.1) anterior.  $L_D$ , figura à esquerda, quando aumentado, faz com que o máximo valor de  $Kv$  também aumente, ao mesmo tempo em que desloca esse ponto máximo para a esquerda. O aumento de  $l_S$  diminui o valor máximo possível para  $Kv$  e faz com ele aconteça para um valor menor de  $E_0/E_D$  (deslocamento do pico para a esquerda).

foram  $I_R^o = 10.85\mu\text{W}/\text{mm}^2$  e  $I_S^o = 3.88 \times 10^{-2}\mu\text{W}/\text{mm}^2$ , a uma temperatura média de  $24^\circ\text{C}$ .

Podemos perceber que ambas as curvas teóricas apresentadas ajustam-se bastante bem aos dados experimentais, sem que seja possível escolher uma em detrimento da outra. A inspeção apenas visual impede inferências maiores, como se teria por exemplo, se dispuséssemos de parâmetros estatísticos como a variância; mas ainda que essa variância fosse calculada manualmente, duvidamos que se tivesse valores determinantemente diferentes, haja vista ambos os ajustes serem aparentemente de igual qualidade. Vários outros conjuntos de parâmetros poderiam ser obtidos da mesma forma descrita aqui (de fato, obtivemos mais alguns), tomando-se apenas os dados experimentais de  $Kv \times E_0/E_D$ .

O ajuste de dados experimentais apenas da velocidade não se mostra satisfatório, não podendo ser utilizado como forma confiável de caracterização.

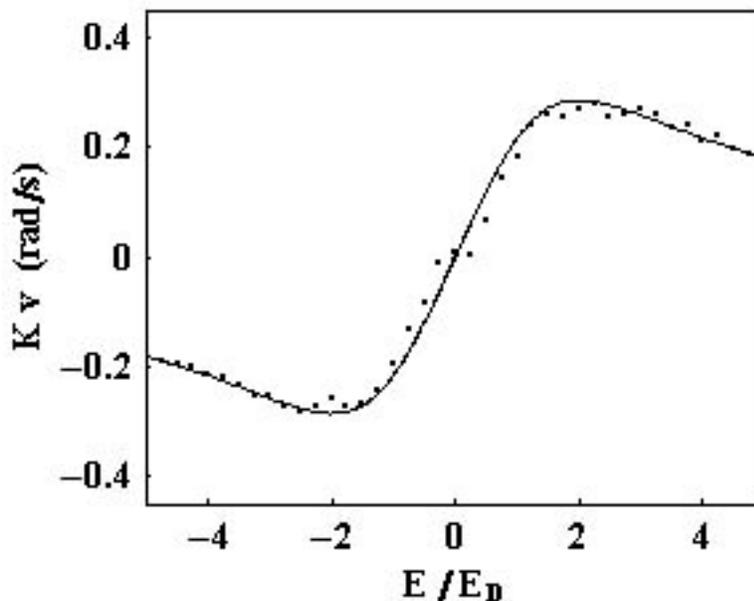


Figura 7.3: Nesta figura está sendo mostrado um primeiro ajuste teórico da equação (5.34) para nossos dados experimentais (pontos pretos). Os valores obtidos são:  $L_D = 0.1305\mu\text{m}$ ,  $l_s = 0.1200\mu\text{m}$ ,  $\Phi = 0.339$  e  $\xi = 0.725$ .  $K$ ,  $\alpha$  e  $E_D$  medidos anteriormente valem:  $K = 7.3446 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ ,  $\alpha = 10.40 \text{cm}^{-1}$  e  $E_D = 1.87 \text{kV/cm}$ .

## 7.4 Utilização de $Kv$ e $\eta$

Na seção anterior, apresentamos um modo pelo qual podem ser obtidos os parâmetros de interesse, a partir dos dados experimentais  $Kv \times E_0/E_D$ . O grande problema, neste caso, é não ser possível obter tais parâmetros de maneira unívoca (quatro parâmetros livres a serem encontrados via ajuste da equação (5.34) aos dados experimentais para  $Kv$ ). Outro inconveniente é que, sendo a equação (5.34) uma função implícita de  $Kv$  em relação ao campo elétrico aplicado  $E_0$ , não conseguimos encontrar uma forma de proceder um ajuste automático de tal relação aos dados experimentais. O procedimento adotado foi, então, o de tentar ajustar a referida curva aos dados experimentais “a mão”. Tal ajuste, além de ser exaustivo, gera múltiplos conjuntos-solução, uma vez que os efeitos dos parâmetros livres sobre a forma da curva  $Kv \times E_0/E_D$  se sobrepõem.

Uma abordagem possível para tentar contornar esse problema é utilizar mais informações experimentais: dois conjuntos de dados experimentais correlatos (ainda que independentes)  $Kv \times E_0/E_D$  e  $\eta \times E_0/E_D$ . Nessa nova abordagem, o conjunto discreto de dados  $Kv \times E_0/E_D$  é ajustado por uma função polinomial de tal maneira que tenhamos uma relação matemática contínua entre ambas as quantidades (o que não é possível analiticamente a partir da equação

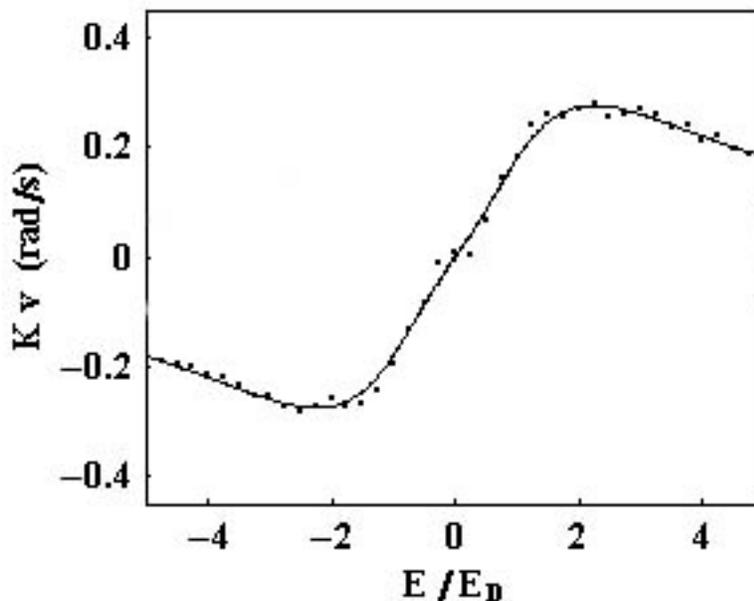


Figura 7.4: Nesta figura apresentamos um outro ajuste teórico da equação (5.34) aos mesmos resultados experimentais que aparecem na figura (7.3). Obtivemos nesta vez  $L_D = 0.0802\mu m$ ,  $l_s = 0.0655\mu m$ ,  $\Phi = 0.335$  e  $\xi = 0.90$ .

(5.34)). Tal relação é substituída na Equação (5.39). Esta última expressão é então usada para calcular  $L_D$ ,  $l_s$ ,  $\Phi$  e  $\xi$ . A partir dos ajustes, que agora podem ser feitos automaticamente, mais de um único conjunto de valores é comumente obtido. Afim de “levantar” ou reduzir essa multideterminação, os parâmetros em cada um dos conjuntos de valores são substituídos na Equação (5.34) e os gráficos de  $Kv \times E_0$  resultantes são comparados com os dados experimentais. Dessa comparação, o conjunto de parâmetros que gera o melhor ajuste é escolhido e, caso seja necessário, um ou mais parâmetro são ligeiramente alterados, afim de melhor ajustar a curva aos dados experimentais. Esse novo conjunto de parâmetros é então reutilizado como um novo ponto de partida para o ajuste automático dos dados experimentais de  $\eta \times E_0/E_D$  e os parâmetros resultantes são, mais uma vez, substituídos na Equação (5.34) e assim por diante até que um único conjunto de parâmetros, adequada e simultaneamente, ajuste ambos os conjuntos de dados experimentais.

A baixa dispersão dos dados experimentais para qualquer ajuste tem fundamental importância para que se obtenha parâmetros de ajuste confiáveis. A técnica de *fringe-locked* é uma técnica estabilizada e, por si só, é capaz de produzir dados de excelente qualidade, sobretudo no que diz respeito à dispersão. O modo usual de obtenção do valor da velocidade  $Kv$ , em que utiliza-se dados vindos diretamente da movimentação do espelho-PZT, gera, contudo, valores dispersos. Entretanto, uma inclusão simples na montagem experimental pode contornar esse problema, fornecendo uma forma alternativa para a medida de  $Kv$ .

### 7.4.1 Otimização do Procedimento Experimental

Um problema sério com que nos deparamos está relacionado ao fato de que utilizamos, até o momento, para obter  $Kv$ , os dados que provém da saída Ch2 (ver Figura (6.4)) que descreve a variação temporal da tensão aplicada ao espelho-PZT. Incluído neste sinal (cuja variação temporal lhe concede a forma de uma “rampa”, para  $Kv \neq 0$ ), existe uma componente aleatória relacionada à atuação do sistema de retroalimentação no sentido de estabilizar o holograma, minimizando os efeitos de perturbações externas (Equação (4.33)). Uma tal atividade do sistema faz com que a saída Ch2 produza dados relativamente dispersos. Essa dispersão, indesejável por razões óbvias, ainda compromete os cálculos anteriormente comentados, uma vez que o ajuste da Equação (5.39) aos dados de  $\eta \times E_0/E_D$  está profundamente vinculado à polinomial que deve ser obtida a partir dos dados experimentais  $Kv \times E_0/E_D$ , haja vista ambos os conjuntos de dados experimentais deverem ser processados conjuntamente.

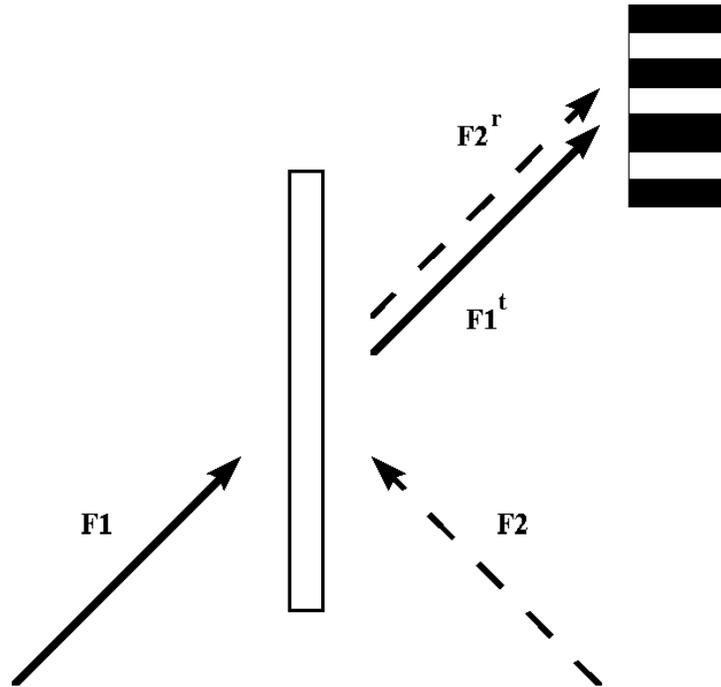


Figura 7.5: *Representação esquemática da reprodução do padrão de interferência, usada para medir diretamente a velocidade do movimento das franjas sobre o cristal.*

A alternativa utilizada por nós para contornar o problema comentado acima foi a de observar diretamente o movimento do padrão de franjas. Para tanto, acoplamos uma lâmina de vidro perpendicularmente à direção da espessura do cristal, o que está esquematizado na Figura (7.5). Dois feixes F1 e F2 (os mesmos que iluminam o cristal no experimento), são, respectivamente, transmitido e refletido pela lâmina de vidro, formando um padrão de interferência (reprodução daquele projetado sobre o cristal) sobre um detector. Em nosso caso, utilizamos uma objetiva entre a lâmina de vidro e o detector afim de amplificar o espaçamento entre as franjas do padrão de interferência de tal forma a fazer suas dimensões

ligeiramente maiores do que a da abertura do detector. O movimento do padrão de franjas sobre o detector produz, na leitura do osciloscópio ligado a este último, uma evolução senoidal. Uma vez captado tal sinal, podemos determinar diretamente a velocidade do movimento das franjas, utilizando um programa de ajuste qualquer.

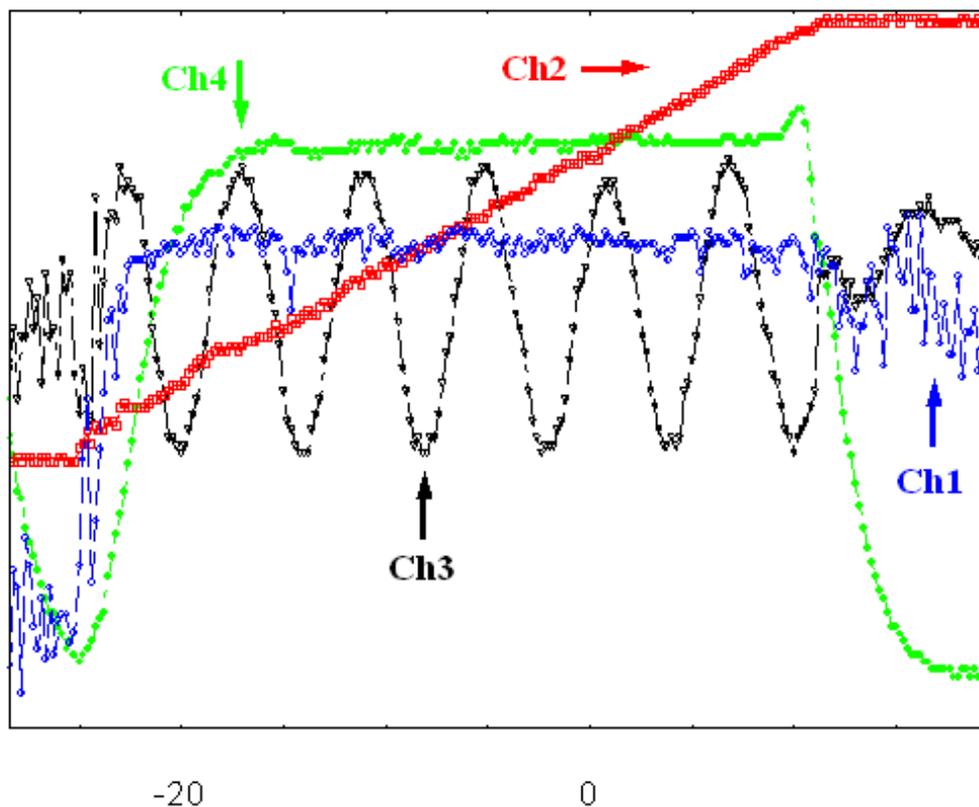


Figura 7.6: Sinais típicos observados na tela do osciloscópio durante uma rodada de um experimento de HMR (evoluções temporais): Ch1,  $V_S$ , leitura a partir do detector colocado ao longo da direção do feixe sinal S; Ch2, voltagem sobre o espelho PZT; Ch3, sinal referente ao movimento do padrão de franjas sobre detector; Ch4,  $V_S^{2\Omega}$ , termo referente ao segundo harmônico filtrado e amplificado a partir de  $V_S$ . A figura não apresenta necessariamente os "zeros" de cada canal, tampouco são iguais as escalas de medida usadas neles. O eixo das abscissas traz o tempo em segundos.

A Figura (7.6) traz a representação de uma tela típica de osciloscópio, quando tal procedimento é adotado. A única diferença desta figura em relação à figura (6.4) é o fato de havermos substituído a leitura do canal três. Na Figura (7.6), Ch3 passa agora a apresentar a evolução temporal do padrão luminoso sobre o detector. Os resultados obtidos para  $Kv$  a partir das duas formas comentadas acima são apresentados juntamente, para efeitos de comparação, na Figura (7.7).

Estivemos também interessados em confirmar os dados experimentais que obtivemos para

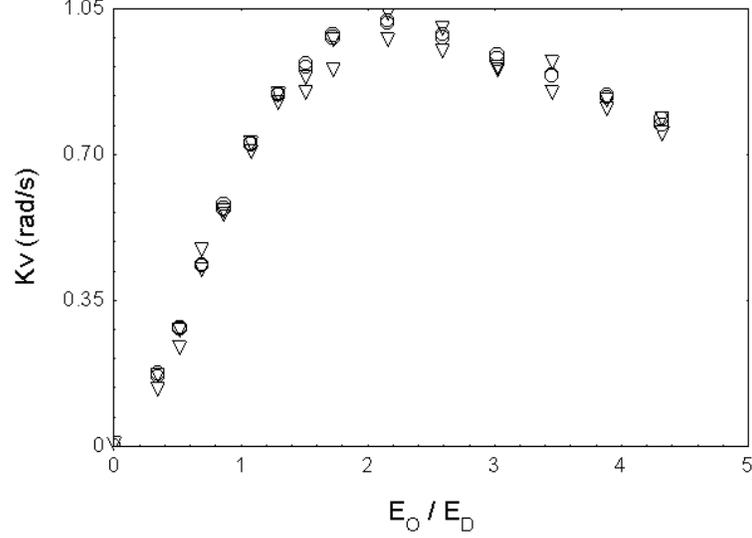


Figura 7.7: Resultados obtidos para  $K_v$  em um experimento de HMR para a amostra BTO-013. Os círculos abertos são os dados provenientes da visualização direta do movimento do padrão de franjas sobre o detector. Os triângulos são as medidas feitas a partir da observação da evolução temporal do sinal enviado ao PZT. Observar a dispersão nos dados obtidos da segunda forma, praticamente inexistente naqueles que se conseguiu pela primeira forma. Para este experimento  $I_R^o/I_S^o = 183$ ,  $K = 8.5\mu m^{-1}$ ,  $I_R + I_S = 52.2\mu W/cm^2$ .

a eficiência de difração através da medida direta do segundo harmônico. Para isso, utilizamos um outro procedimento que pode ser feito simultaneamente à captação do valor de segundo harmônico, ainda que teoricamente seja independente do mesmo.

Colocando-se um obturador (*shutter*) na direção do feixe  $R$  antes do cristal, o sinal em Ch1 apresentará uma queda (não representado aqui em nenhuma figura), quando esse obturador for acionado.  $V_S$ , que representava, quando o feixe  $R$  não estava bloqueado, uma mistura de ondas difratada (de  $R$ ) e transmitida (de  $S$ ), passa, com o corte de  $R$ , a apenas indicar o valor da parcela de  $S$  transmitida pelo cristal na ausência de holograma, o que se representará por  $(V_S^o)^T$ . A partir da equação (3.31), faremos o tratamento dessa nova situação. Teremos que  $V_S \longleftrightarrow I_S$  e  $(V_S^o)^T \longleftrightarrow I_S^o$ . Lembrando que  $\eta \ll 1$  (em nosso caso) e que  $\beta^2 = I_R^o/I_S^o$  (que pode ser medido à parte, com o uso de um medidor de potência luminosa), escreveremos, a partir da Equação (3.31),

$$\frac{I_S - I_S^o}{I_S^o} = \beta^2 \eta + 2\beta \sqrt{\eta}. \quad (7.1)$$

A solução da Equação (7.1) para  $\eta$  fornece os valores da eficiência de difração em função do campo elétrico aplicado externamente. Para o procedimento recém apresentado cunhamos o nome de “método do degrau” e assim nos referiremos a ele de agora em diante. Reunimos na Figura (7.8) dados obtidos para a eficiência de difração pelos dois métodos, mostrando que ambos os procedimentos são equivalentes.

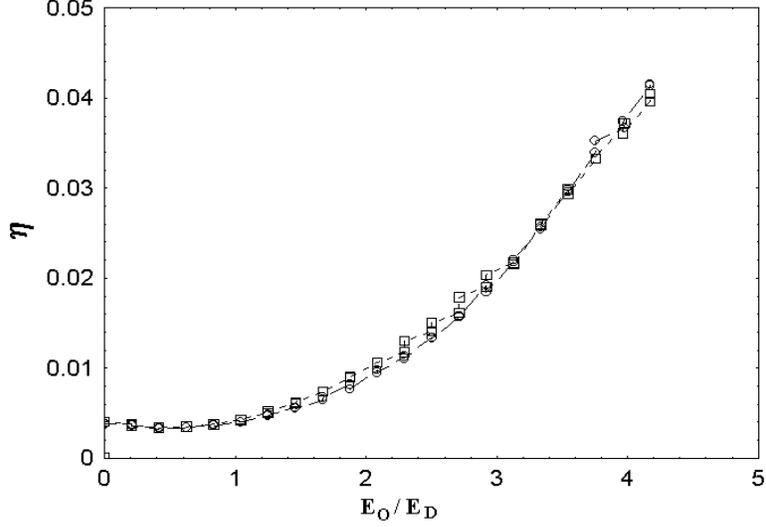


Figura 7.8: Resultados obtidos para  $\eta$  em experimento de HMR para a amostra BTO-013. Os círculos abertos são os dados obtidos com o uso do método do degrau. Os quadrados são as medidas feitas a partir da observação da evolução temporal do sinal do segundo harmônico. Observar que não há praticamente discordância entre os dados. Para este experimento  $I_R^o/I_S^o = 37.9$ ,  $K = 8.8\mu m^{-1}$ ,  $I_R^o + I_S^o = 13.25\mu W/cm^2$ .

## 7.4.2 Resultados

As duas amostras (BTO-011 e BTO-013) foram investigadas usando a técnica recém apresentada e os resultados estão resumidos na tabela (7.1). Os valores de  $\alpha$  para a saturação (que é a condição de operação) e a atividade óptica  $\rho$  estão também apresentados. O índice de refração é  $n \approx 2.6$ [23].

Tabela 7.1: Dados e Parâmetros

amostra:	BTO-011		BTO-013	
$\alpha$ ( $m^{-1}$ ):	1156		1041	
$\rho$ (graus/mm):	12.7		12.8	
$K$ ( $\mu m^{-1}$ ):	7.55	8.75	7.55	8.75
$L_D$ ( $\mu m$ ):	0.141	0.148	0.148	0.159
$l_s$ ( $\mu m$ ):	0.031	0.030	0.048	0.036
$\Phi$ :	0.34	0.31	0.32	0.30

Dados experimentais típicos para  $\eta \times E_0/E_D$  para o BTO-011 são apresentados na figura (7.9) juntamente com a curva teórica que foi obtida utilizando-se os melhores parâmetros de ajuste. Também são mostradas duas outras curvas que correspondem a outros dois conjuntos

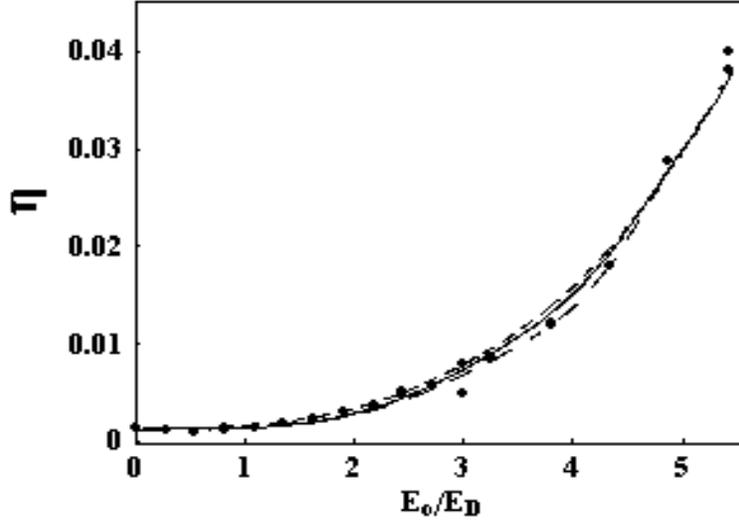


Figura 7.9: *Dados experimentais para a eficiência de difração (pontos) como função do campo elétrico aplicado  $E_0$  para o BTO-011 com  $K = 7.55\mu\text{m}^{-1}$ ,  $I_R^0 = 21.52\mu\text{W}/\text{mm}^2$  e  $I_S^0 = 0.45\mu\text{W}/\text{mm}^2$ . A curva contínua representa o melhor ajuste teórico. Os três ajustes levam ao seguintes conjuntos de valores: a)  $L_D = 0.141\mu\text{m}$ ,  $l_s = 0.031\mu\text{m}$ ,  $\Phi = 0.269$  e  $\xi = 0.83$  (linha contínua), b)  $L_D = 0.282\mu\text{m}$ ,  $l_s = 0.015\mu\text{m}$ ,  $\Phi = 0.171$  e  $\xi = 0.79$  (linha com traços maiores), c)  $L_D = 0.188\mu\text{m}$ ,  $l_s = 0.030$ ,  $\Phi = 0.383$  e  $\xi = 0.65$  (linha com traços menores).*

de parâmetros. Na figura (7.10), temos dados para  $Kv \times E_0/E_D$  para o mesmo experimento e amostra a que se refere a figura (7.9).

Tabela 7.2: **Resultados Comparativos para BTO-011**

técnica	$L_D$ ( $\mu\text{m}$ )	$l_s$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Phi$	comprimento de onda (nm)
nossa técnica	0.15	0.03	0.32	514.5
<i>running hologram</i> [36]	0.14	0.03	0.45	514.5
apagamento holográfico[37]	0.38	–	0.36	514.5
<i>stationary phase-shift</i> [27]	–	0.03	–	514.5
<i>initial phase-shift</i> [38]	0.14-0.15	–	–	532.0

A linha contínua é obtida a partir dos parâmetros que fornecem o melhor ajuste (e que, portanto, são finalmente eleitos), correspondentes também ao melhor ajuste na figura (7.9). As linhas tracejadas são correspondentemente representadas na figura (7.10) de forma a mostrar a falta de concordância com os dados experimentais. Os resultados selecionados estão apresentados na tabela (7.1) para diferentes valores de  $K$  e para as duas amostras. Foram realizados também experimentos para  $K = 10.13\mu\text{m}^{-1}$  mas os resultados obtidos nesses experimentos não levaram à convergência em um único conjunto de parâmetros, de tal modo que não foi possível considerá-los.

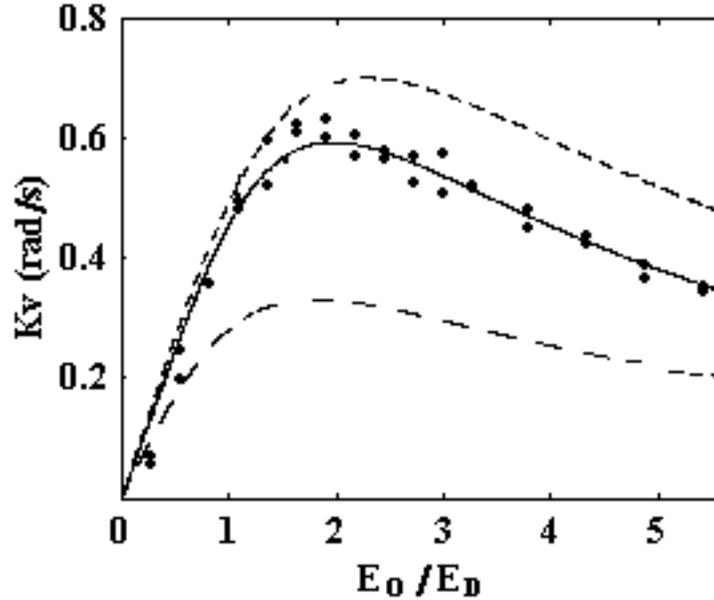


Figura 7.10: *Dados experimentais para  $Kv$  (pontos) em função do campo elétrico externo aplicado  $E_o$  para a amostra de BTO-011, correspondendo ao mesmo experimento referido na figura (7.9). A correspondência entre os conjuntos de parâmetros e tipos de linhas foi mantida. A curva contínua é a que proporciona o melhor ajuste e os dados correspondentes são os apresentados na tabela (7.1).*

Os valores médios apresentados na tabela (7.1) são  $L_D = 0.145\mu m$ ,  $l_s = 0.030\mu m$  e  $\Phi = 0.33$  para o BTO-011 e  $L_D = 0.155\mu m$ ,  $l_s = 0.042\mu m$  e  $\Phi = 0.31 \pm 0.01$  para o BTO-013. Esses valores são razoavelmente semelhantes entre si, como era de se esperar. A tabela (7.2) compara os valores medidos com os já existentes na literatura para esta amostra.

O número de algarismos significativos para os dados na tabela (7.1) simplesmente reflete a sensibilidade do método, mas não necessariamente sua exatidão. Os dados na tabela (7.2), diversamente, são representados com dois dígitos significativos o que é uma base de comparação mais realística em relação aos valores obtidos utilizando-se outras técnicas. Os experimentos utilizando-se hologramas em movimento (*Running Holograms*)[36] fornecem valores de  $L_D$  e  $l_s$  que concordam com os presentes, mas o valor  $\Phi = 0.45$  é maior. Esta diferença pode dever-se à bem conhecida instabilidade inerente aos HM sob aplicação de campo elétrico externo, que produzem dados mais dispersos. As técnicas *stationary phase-shift*[27] e *initial phase-shift*[38] fornecem  $l_s = 0.03\mu m$  e  $L_D = 0.14 - 0.15\mu m$ , respectivamente, (para, entretanto, outro comprimento de onda). A técnica de apagamento holográfico [37] mostrou resultado diferente para  $L_D$ , reportando valor não muito diverso para  $\Phi$ .

## 7.5 O Ajuste Tridimensional dos Dados

Até este estágio de nossas discussões, vimos que, para ajustarmos a teoria matemática (equações (5.34) e (5.39)) aos dados experimentais, era necessário ajustar ambas equações simultaneamente de tal forma a encontrar um conjunto de parâmetros  $\{L_D, l_S, \Phi, \xi\}$  que ajustasse satisfatoriamente as duas equações [20]: os parâmetros de saída calculados em um ajuste eram utilizados como pontos de partida para o outro, e assim por diante, até que ambas as curvas recaíssem o mais satisfatoriamente (inspeção apenas visual) sobre os pontos experimentais. A falta de praticidade e objetividade deste procedimento e a sua carência no que diz respeito a um sustento estatístico (e não apenas visual) motivou-nos a buscar alternativas.

O que aqui estaremos chamando de análise tridimensional de dados consiste em ajustar a superfície teórica representada pela equação (5.39) automaticamente a um conjunto de dados experimentais do tipo  $\eta \times Kv \times E_0/E_D$ , onde  $Kv$  e  $E_0$  estão relacionados pela equação (5.34). Essa superfície é a representação da eficiência de difração  $\eta(E_0, Kv)$  para o caso de HM: a cada ponto do plano  $Kv \times E_0$  corresponde uma determinada eficiência de difração. Como sabemos, a partir da equação (5.34), em um experimento do tipo HMR o campo elétrico externamente aplicado  $E_0$  determina a velocidade  $Kv$  do holograma. Assim, sobre a superfície  $\eta(E_0, Kv)$ , apenas uma linha corresponderá aos experimentos de HMR.

### 7.5.1 Simulações Matemáticas

Para testarmos nossa técnica de ajuste, simulamos duas amostras com parâmetros exatos (aproximadamente exatos, na verdade, porque a obtenção de dados simulados, a partir das relações teóricas de que dispomos, tem precisão limitada): 1) um conjunto de dados gerados a partir de valores de parâmetros típicos para as nossas amostras ( $L_D = 0.14\mu m, l_S = 0.035\mu m, \Phi = 0.35, \xi = 0.7$ ) e 2) um conjunto de dados gerados a partir de valores não-usuais de parâmetros para as nossas amostras ( $L_D = 1\mu m, l_S = 0.1\mu m, \Phi = 0.8, \xi = 0.2$ ).

O primeiro desses dois conjuntos está apresentado na figura (7.11) e o segundo deles, na figura (7.12). Em ambas figuras, à esquerda, temos os dados simulados para  $Kv \times E_0/E_D$  e, à direita, as simulações correspondentes para  $\eta \times E_0/E_D$ . A aplicação da técnica de ajuste tridimensional a dados simulados proporciona uma visão de seu comportamento no limite experimental de dados não dispersos.

Para proceder o ajuste em três dimensões, os dados da figura (7.11) e (7.12) devem estar rearranjados na forma de uma linha em três dimensões. Apenas para visualização, na figuras (7.13) e (7.14), mostramos a linha correspondente aos dados das figuras (7.11) e (7.12), respectivamente, quando estes são plotados tridimensionalmente.

O programa *Mathematica* disponibiliza pacotes para ajustes matemáticos automáticos de dados nas suas rotinas *nonlinear regress* e *nonlinear fitting*. Baseamo-nos, para analisar os resultados que obtivemos a partir dos ajustes, na variância calculada para o ajuste da superfície  $\eta(E_0, Kv)$  aos pontos simulados e na plausibilidade física dos valores desses parâmetros.

Na verdade, para o cômputo dos valores dos parâmetros, procedemos de maneira um pouco diferente do que mencionamos na anteriormente. A função  $\eta$  utilizada para nossos ajustes não

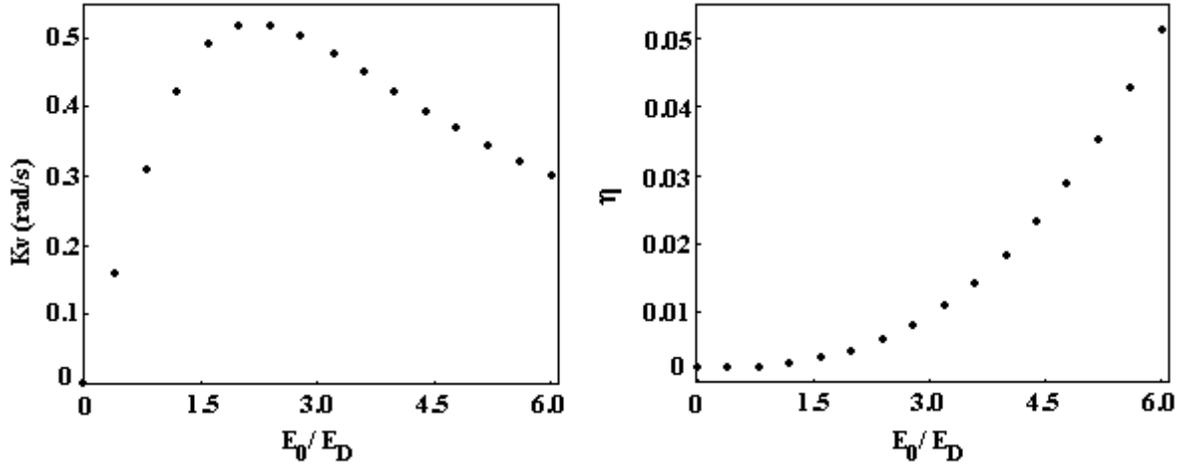


Figura 7.11: À ESQUERDA: *Dados simulados para  $Kv \times E_0/E_D$* . À DIREITA: *Dados simulados para  $\eta \times E_0/E_D$* . Os valores dos parâmetros materiais utilizados são  $L_D = 0.14\mu\text{m}$ ,  $l_S = 0.035\mu\text{m}$ ,  $\Phi = 0.35$ ,  $\xi = 0.7$  e  $K = 8.35\mu\text{m}^{-1}$  ( $\theta = 20^\circ$  e  $\Lambda = 0.75\mu\text{m}$ ). As demais variáveis experimentais utilizadas são as típicas de um experimento de HMR.

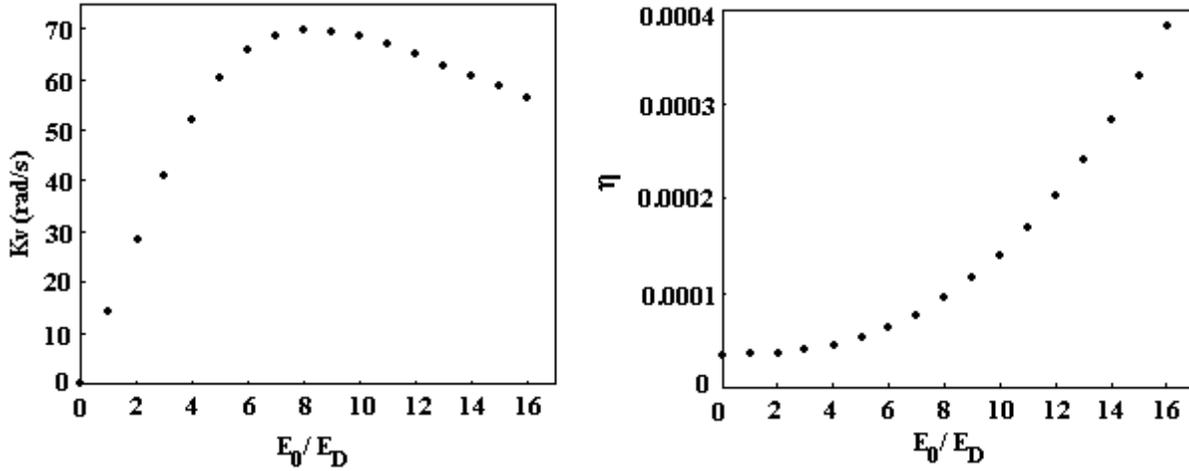


Figura 7.12: À ESQUERDA: *Dados simulados para  $Kv \times E_0/E_D$* . À DIREITA: *Dados simulados para  $\eta \times E_0/E_D$* . Os valores dos parâmetros materiais utilizados são  $L_D = 1.0\mu\text{m}$ ,  $l_S = 0.1\mu\text{m}$ ,  $\Phi = 0.8$  e  $\xi = 0.2$  e  $K = 1.17\mu\text{m}^{-1}$  ( $\theta = 2.75^\circ$  e  $\Lambda = 5.36\mu\text{m}$ ). As demais variáveis experimentais utilizadas são as típicas de um experimento de HMR.

foi a apresentada na equação (5.39), mas a sua variante

$$\eta = 2 \frac{\beta^2}{\beta^2 + 1} \frac{\cosh(\overline{\Gamma d}/2) - 1}{\beta^2 \exp(-\overline{\Gamma d}/2) + \exp(\overline{\Gamma d}/2)}. \quad (7.2)$$

O termo  $\cos(\overline{\gamma d}/2)$  da equação (5.39) foi substituído, na equação (7.2), pelo valor +1, que é o que deve ocorrer nos casos de HMR. Isso é apenas um artifício matemático que, neste caso,

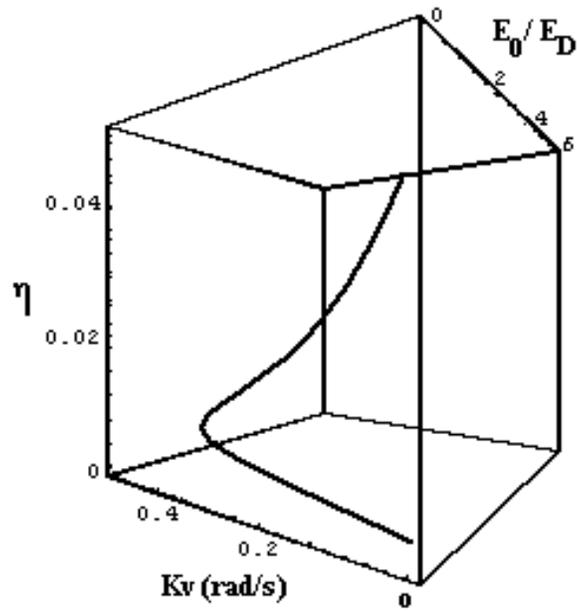


Figura 7.13: Arranjo tridimensional dos pontos apresentados na figura (7.11).

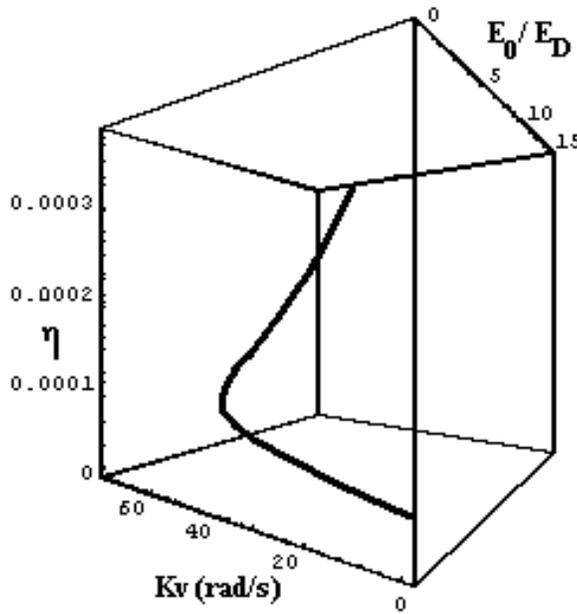


Figura 7.14: Arranjo tridimensional dos pontos apresentados na figura (7.12).

mostrou-se mais eficiente em prover convergência satisfatória a um conjunto de resultados

Tabela 7.3: Ajustes Grupo 1

Dados	$L_D$ ( $\mu m$ )	$l_s$ ( $\mu m$ )	$\Phi$	$\xi$	variância
entrada	0.21	0.06	0.5	0.5	–
saída	0.14	0.04	0.35	0.70	$1.23 \times 10^{-10}$
entrada	0.07	0.02	0.5	0.5	–
saída	0.14	0.04	0.35	0.70	$1.23 \times 10^{-10}$
entrada	0.02	0.006	0.5	0.5	–
saída	não convergente				
entrada	1.0	0.1	0.5	0.5	–
saída	não convergente				

Parâmetros Simulados:  $L_D = 0.14 \mu m$ ,  $l_s = 0.035 \mu m$ ,  $\Phi = 0.35$ ,  $\xi = 0.7$  e  $K = 8.35 \mu m^{-1}$

Tabela 7.4: Ajustes Grupo 2

Dados	$L_D$ ( $\mu m$ )	$l_s$ ( $\mu m$ )	$\Phi$	$\xi$	variância
entrada	0.5	0.05	0.5	0.5	–
saída	0.96	0.10	0.85	0.2	$7.8 \times 10^{-15}$
entrada	5.0	0.5	0.5	0.5	–
saída	0.96	0.1	0.85	0.2	$7.8 \times 10^{-15}$
entrada	0.21	0.06	0.5	0.5	–
saída(*)	0.1	0.082	1.44	3.1	$2 \times 10^{-12}$

Parâmetros Simulados:  $L_D = 1 \mu m$ ,  $l_s = 0.1 \mu m$ ,  $\Phi = 0.8$ ,  $\xi = 0.2$  e  $K = 1.17 \mu m^{-1}$   
\* saída não-aceitável

aceitável. Contudo, a equação (7.2) corresponde a uma superfície que não representa uma realidade física, a não ser, exclusivamente, sobre uma linha onde o vínculo  $f(E_0, Kv) = 0$ , típico dos HMR, seja atendido. Todas as configurações de  $E_0$  e  $Kv$  não pertencentes a tal linha não geram o valor  $\overline{\gamma d} = 0$  que já está previamente imposto em (7.2).

Realizamos uma série de rodadas do programa de ajuste para determinar os valores dos parâmetros procurados. Os programas de ajuste automático de equações não-lineares necessitam de que se forneça, para cada parâmetro a ser avaliado, um valor inicial. O primeiro conjunto de valores iniciais escolhido foi o próprio conjunto de parâmetros utilizados para simular os pontos com que trabalhamos (ver legendas das figuras (7.11) e (7.12)). Outros conjuntos de valores iniciais foram escolhidos, com o objetivo de saber se, quando utilizássemos valores iniciais que se afastassem dos valores dos parâmetros materiais simulados, teríamos convergência dos resultados sempre para o mesmo conjunto procurado.

Nas tabelas (7.3) e (7.4) resumimos algumas rodadas de nosso programa para diferentes valores iniciais, tomados os dados simulados apresentados nas figuras (7.11) e (7.12), respectivamente.

A tabela (7.3) mostra dois conjuntos de valores iniciais diferentes ( $\{L_D = 0.21 \mu m, l_s = 0.06 \mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$  e  $\{L_D = 0.07 \mu m, l_s = 0.02 \mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$ ) levando ao

conjunto de parâmetros esperados  $\{L_D = 0.14\mu m, l_S = 0.35\mu m, \Phi = 0.35, \xi = 0.7\}$ . Também, na mesma tabela, vemos outros dois conjuntos de valores iniciais ( $\{L_D = 0.02\mu m, l_S = 0.006\mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$  e  $\{L_D = 1.00\mu m, l_S = 0.1\mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$ ) que não conseguem gerar saídas que converjam a quaisquer conjuntos de parâmetros.

A tabela (7.4), por sua vez, mostra dois conjuntos de valores iniciais ( $\{L_D = 0.5\mu m, l_S = 0.05\mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$  e  $\{L_D = 5.0\mu m, l_S = 0.5\mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$ ) levando ao conjunto de parâmetros esperados  $\{L_D = 1.0\mu m, l_S = 0.1\mu m, \Phi = 0.8, \xi = 0.2\}$ . Na mesma tabela, vemos outro conjunto de valores iniciais ( $\{L_D = 0.21\mu m, l_S = 0.06\mu m, \Phi = 0.5, \xi = 0.5\}$ ) que não consegue gerar uma saída fisicamente aceitável. Vale ressaltar que deve-se sempre ter  $0 \leq \Phi \leq 1$  e  $0 \leq \xi \leq 1$ .

É importante aqui fazer um comentário a respeito das influências de  $L_D$  e  $l_S$  no fenômeno de hologramas em movimento: se  $K^2 L_D^2 \gg 1$ , o valor de  $L_D$  não afetará a dinâmica do mecanismo de gravação, porque, neste caso, o grande comprimento de difusão de algum modo causa a randomização da posição do elétron excitado na banda de condução. Por outro lado,  $K^2 l_S^2 \ll 1$  significa que o material está muito longe da saturação e, portanto, o processo não depende da densidade de centros fotoativos, que está relacionada a  $1/l_S^2$ . Se alguma das situações recém mencionadas ocorrer, o ajuste não conduzirá ao cálculo do parâmetro envolvido, simplesmente porque ele não é relevante ao processo de gravação. Esta é a razão porque o valor de  $L_D$  maior na simulação “2” exigiu um valor correspondentemente menor de  $K$ , afim de evitar  $K^2 L_D^2 \gg 1$ . De fato, o produto  $K^2 L_D^2$  foi mantido constante nas duas simulações mencionadas.

## 7.5.2 Resultados

Na seção anterior descrevemos a maneira pela qual é implementada a técnica de ajuste tridimensional para dados obtidos em experimentos de HMR. Utilizamos esses mesmos procedimentos para a obtenção de parâmetros para uma amostra de cristal BTO (BTO-013).

Realizamos várias rodadas do programa de ajuste, dentro dos quais alteramos os valores iniciais inseridos, como entrada, no programa. Valores iniciais próximos aos valores que esperávamos (de acordo com os disponíveis na literatura) levaram à convergência a estimativas aceitáveis ou forneceram ajustes que não se encaixaram nos nossos critérios de aceitação mencionados. Quando fornecemos sementes que se afastaram dessa região de aceitação, o programa sempre deu resultados que não puderam ser aceitos. Isto atesta que a técnica é eficiente em fazer com que os resultados converjam a um conjunto de parâmetros  $\{L_D, l_S, \Phi, \xi\}$  aceitável ou que não conduza a soluções errôneas. As variâncias típicas para os ajustes giraram em torno de  $1.5 \times 10^{-8}$ . Naturalmente, em comparação com resultados a partir de dados simulados, a variância aumentou, como era de se esperar. Entretanto, esse aumento não é comparável aos que ocorrerem quando não se faz a utilização da lâmina de vidro [20, 19] para a medida da velocidade de movimento do padrão de interferência. Nesses casos tivemos variâncias tipicamente cem vezes maiores.

Apresentamos nas figuras (7.15) e (7.16) o conjunto de dados experimentais que serviu de base para a caracterização do cristal BTO-013.

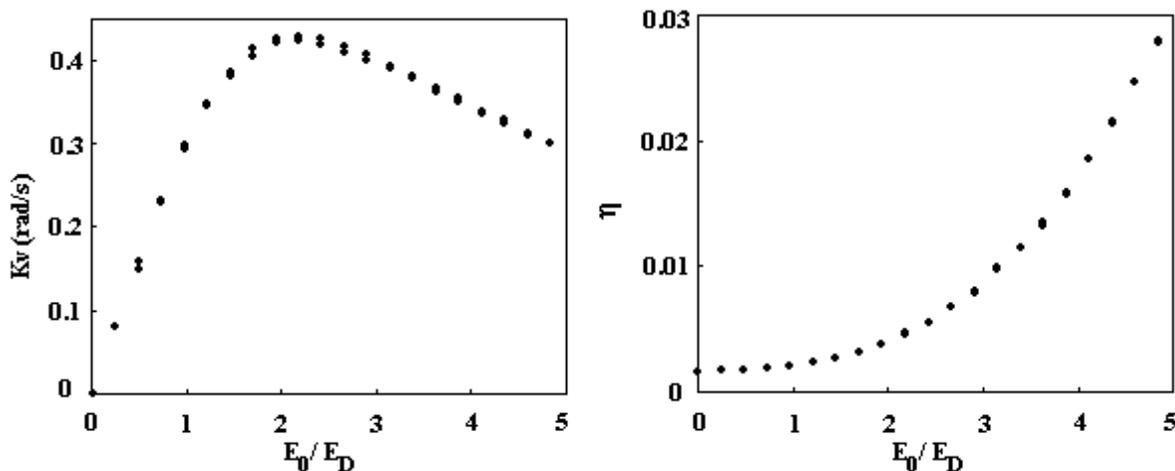


Figura 7.15: Eficiência de difração e  $Kv$  medidos experimentalmente em uma amostra nominalmente pura do cristal de  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (rotulado BTO-013), para diferentes valores de campo externo  $E_0$  aplicado. Neste experimento temos  $I_S^0 + I_R^0 = 14.02 \text{ W/m}^2$ ,  $\beta^2 = I_R^0/I_S^0 \approx 48$ , coeficiente de absorção  $\alpha = 1041 \text{ m}^{-1}$ ,  $\lambda = 514.5 \text{ nm}$  e  $K = 7.55 \mu\text{m}^{-1}$ .

Resumimos na tabela (7.5) alguns ajustes efetuados para os dados dados experimentais, onde duas possíveis saídas resultam (o número pode variar para casos diferentes). Todas as outras saídas, das quais mostramos apenas algumas aqui, são claramente inaceitáveis. Para que se possa selecionar o resultado adequado entre todos os possíveis, é necessário, de forma geral, ter em mãos alguma informação prévia sobre a ordem de magnitude de algum(s) dos parâmetros que estamos tentando calcular. No caso presente, acreditamos que a saída na primeira coluna seja a correta apenas porque  $L_D$  e  $\Phi$  estão muito próximos dos publicados na literatura para amostras similares e para o mesmo comprimento de onda [39, 40]. Acreditamos que, por causa do número relativamente grande de parâmetros a serem ajustados, os ajustes sejam particularmente sensíveis à dispersão dos dados experimentais. A redução da dispersão pode diminuir consideravelmente o número de resultados possíveis de serem aceitos (basta ver os casos apresentados nas simulações). Felizmente, experimentos do tipo HMR produzem, por causa da própria estabilização, dados bem menos dispersos do que aqueles que se costuma obter em experimentos de HM, não-estabilizados.

Na figura (7.17) mostramos um dos melhores ajustes obtidos e que serviu de subsídio para a montagem da tabela (7.5). Apresentamos, na Tabela 7.6, a comparação dos resultados obtidos pelas técnicas de ajuste tridimensional, bidimensional, hologramas em movimento (não estabilizado) e apagamento holográfico.

A figura (7.18) traz, para efeito de visualização e comparação duas superfícies superpostas. A superfície acima, com reticulado menor, corresponde à equação (5.39) (holograma em movimento sem retroalimentação) e a superfície abaixo, com reticulado maior, corresponde à equação (7.2). Vale observar que as duas coincidem em uma linha que corresponde justamente ao experimento de HMR.

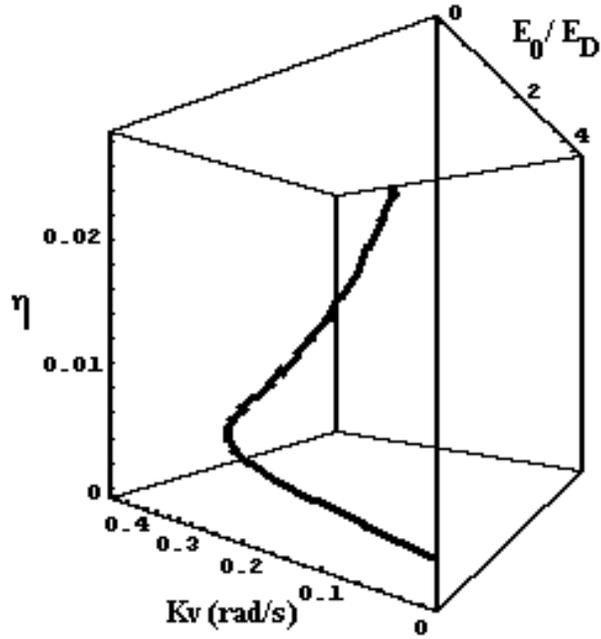


Figura 7.16: Mesmos dados apresentados na figura (7.11) em representação tridimensional.

Tabela 7.5: Ajustes de Dados Experimentais

Dados	$L_D$ ( $\mu m$ )	$l_s$ ( $\mu m$ )	$\Phi$	$\xi$	variância
entrada	0.16	0.04	0.35	0.75	–
saída	0.13	0.042	0.41	0.73	$1.38 \times 10^{-8}$
entrada	0.1	0.01	0.4	0.6	–
saída	0.094	0.044	0.74	0.75	$1.16 \times 10^{-8}$
entrada	1	0.1	0.1	0.1	–
saída(*)	$1.26 \times 10^6$	0.27	$10^{19}$	637	$1.6 \times 10^{-4}$
entrada	0.01	0.001	0.1	1	–
saída(*)	$9 \times 10^3$	0.048	9.33	1.08	$1.24 \times 10^{-7}$

$$K = 7.55 \mu m^{-1}$$

\* saída não-aceitável

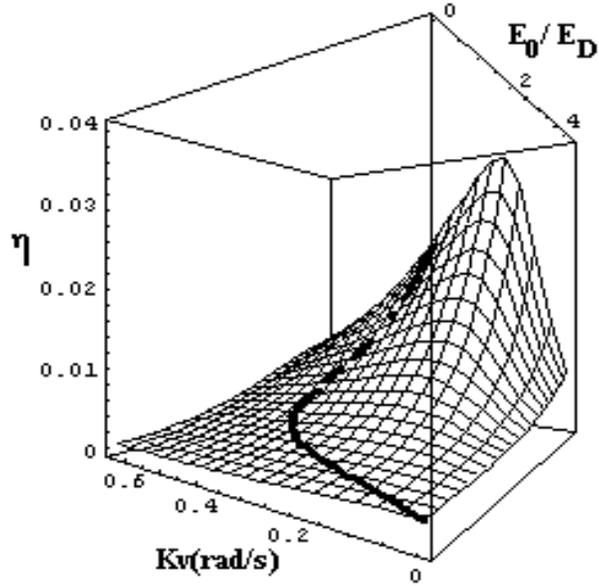


Figura 7.17: Mostramos aqui os mesmos dados experimentais apresentados na figura Fig.7.16 com o melhor ajuste tridimensional teórico a partir da equação (7.2). Alguns dos melhores ajustes estão apresentados na tabela (7.5).

Tabela 7.6: Comparação com outros Resultados

Técnica	$\Phi$	$\xi$	$L_D$ ( $\mu m$ )	$l_s$ ( $\mu m$ )	Amostra
<b>3D</b> [21]	0.41	0.73	0.13	0.042	BTO-013
<b>2D</b> [20]	0.32	0.71	0.15	0.042	BTO-013
<b>HM</b> [36]	0.45	0.89	0.14	0.03	BTO-011
<b>Apag. Holog.</b> [37]	0.36	—	0.38	-	BTO-011

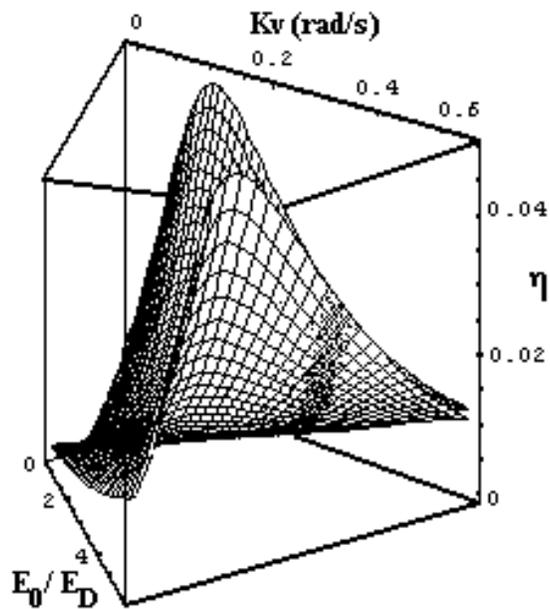


Figura 7.18: Mesma superfície tridimensional da figura (7.17) (superfície inferior com gradeado maior) com a superfície para o caso de HM (gradeado menor), computada a partir da equação (5.39), com os mesmos parâmetros. Ambas estão em contato em uma linha apenas (área sombreada), que representa o experimento de HMR. Os eixos nesta figura foram rotados em comparação aos da figura anterior, para melhor visualização.

# Capítulo 8

## Ganho e Eficiência de Difração

### 8.1 Motivação

Em aplicações de holografia para processamento de imagens e sinais, é interessante que obtenha-se condições onde a eficiência de difração  $\eta$  (equação (5.39)) e a transferência de energia (associada à integral  $\overline{\Gamma d}$  apresentada na equação (5.40)) sejam simultaneamente as maiores possíveis. Em experimentos de hologramas em movimento sem retroalimentação, HM, sempre é possível escolher uma tal velocidade que maximize ou o ganho ou a eficiência de difração. Em situações experimentais em que o coeficiente de absorção  $\alpha$  seja muito baixo, esses dois máximos mencionados, vantajosamente, ocorrem muito próximos (analisando-os como função da velocidade aplicada). Contudo, experimentos como o que acabamos de mencionar não são estabilizados.

Neste capítulo, estaremos investigando que condições experimentais proporcionam essas mesmas vantagens (máxima eficiência de difração e máxima transferência de energia, simultaneamente) utilizando a técnica estabilizada de hologramas em movimento com retroalimentação, HMR. Mostraremos resultados experimentais que obtivemos a partir das duas técnicas (estabilizada e não estabilizada) e algumas simulações teóricas, tentando compará-las.

### 8.2 Aquisição de Dados de Hologramas em Movimento

A medida da velocidade para o caso de HM (técnica sem estabilização) é feita tal como descrito na seção (6.5). Entretanto, para a evolução da eficiência de difração, devem agora ser considerados não só o segundo harmônico, como era feito no caso de HMR, mas também a contribuição vinda do termo relativo ao primeiro harmônico. Das relações (equações (6.1) e (6.2), aqui transcritas)

$$I_S^{1\Omega} = 2(\psi_d)\sqrt{I_R^o I_S^o}\sqrt{\eta}\sin\varphi$$

e

$$I_S^{2\Omega} = 2(\psi_d/2)^2\sqrt{I_R^o I_S^o}\sqrt{\eta}\cos\varphi,$$

temos, usando a relação trigonométrica  $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$ ,

$$\eta = \frac{1}{\psi_d^2 I_R^0 I_S^0} \left[ \left( \frac{I_S^\Omega}{2} \right)^2 + \left( \frac{2I_S^{2\Omega}}{\psi_d} \right)^2 \right], \quad (8.1)$$

logo, para a medida experimental da eficiência de difração, será necessário o monitoramento não apenas do segundo harmônico, mas também do primeiro [36].

### 8.3 Medida Experimental de $\overline{\Gamma d}$

Já vimos anteriormente como é feita a medida experimental da eficiência de difração a partir da evolução temporal do termo correspondente ao segundo harmônico (em  $\Omega$ ) da mistura  $I_S$  (equação (6.2)). Vemos agora como obter experimentalmente a medida do ganho exponencial.

A relação que utilizaremos é

$$I_S(z) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 e^{-\Gamma z}},$$

que já havia sido apresentada anteriormente na equação (5.16). Nos experimentos de mistura de duas ondas que realizamos, o termo  $I_S(z = d)$  é o valor da mistura de ondas na direção  $S$ , o valor  $I_S^0$  é o valor lido quando o feixe  $R$  é cortado. Na figura (7.6), o valor da evolução da mistura de ondas é dado no canal 1. O valor  $I_S(z = d)$  é aquele mostrado na fase em que a gravação holográfica atingiu o estado estacionário.

### 8.4 Resultados

Realizamos conjuntamente experimentos de hologramas em movimento com e sem retroalimentação.

As duas figuras (8.1) e (8.2) representam dados obtidos para o cristal BTO-013, utilizando-se luz de comprimento de onda  $\lambda = 514.5nm$ . Nota-se através delas que os máximos de eficiência de difração e de ganho não ocorrem simultaneamente, isto é, o máximo de  $\eta$  e de  $\overline{\Gamma d}$  acontecem para velocidades  $Kv$  diferentes. Também, em todos os casos mostrados, a velocidade estabelecida no experimento de HMR é a que provê os máximos mencionados.

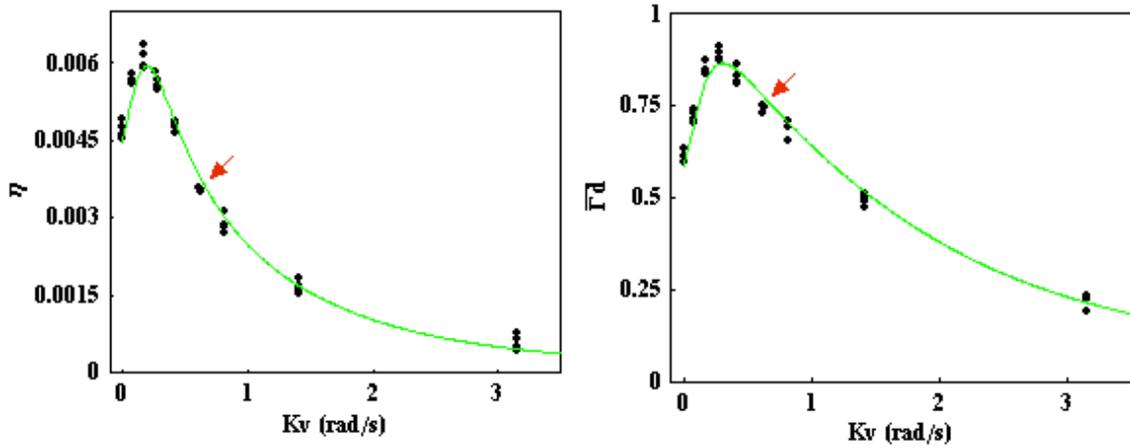


Figura 8.1: Nesta figura, apresentamos dados de  $\overline{\Gamma d}$  e  $\eta$  obtidos (ao mesmo tempo) a partir de um experimento de HM (não estabilizado), realizado para diferentes velocidades, e os dados para um experimento de HMR, ambos efetuados sob as mesmas condições experimentais. As setas nas figuras assinalam os pontos experimentais referentes ao experimento de HMR. As condições experimentais são:  $I_0 = 21.91 \text{ W/m}^2$ ,  $\beta^2 = 56.25$ ,  $\theta = 18^\circ$ ,  $K = 7.55 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $E_0 = 3.74 \times 10^5 \text{ V/m}$  e  $\alpha = 1041 \text{ m}^{-1}$ . As linhas apresentadas não são ajustes exatamente, mas foram obtidas utilizando-se os parâmetros  $L_D$ ,  $l_s$ ,  $\Phi$  e  $\xi$  encontrados para o cristal BTO-013 e apresentados na tabela (7.5).

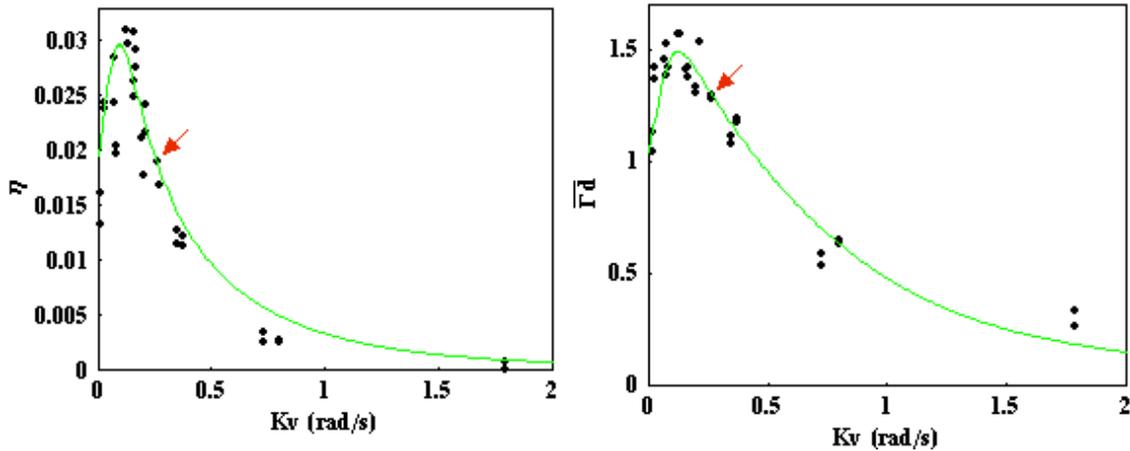


Figura 8.2: Nesta figura, apresentamos dados de  $\overline{\Gamma d}$  e  $\eta$  obtidos (ao mesmo tempo) a partir de um experimento de HM (não estabilizado), realizado para diferentes velocidades, e os dados para um experimento de HMR, ambos efetuados sob as mesmas condições experimentais. As setas nas figuras assinalam os pontos experimentais referentes ao experimento de HMR. As condições experimentais são:  $I_0 = 19.21 \text{ W/m}^2$ ,  $\beta^2 = 40.48$ ,  $\theta = 28.5^\circ$ ,  $K = 11.7 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $E_0 = 6.55 \times 10^5 \text{ V/m}$  e  $\alpha = 1041 \text{ m}^{-1}$ . As linhas apresentadas não são ajustes exatamente, mas foram obtidas utilizando-se os parâmetros  $L_D$ ,  $l_s$ ,  $\Phi$  e  $\xi$  encontrados para o cristal BTO-013 e apresentados na tabela (7.5).

Realizamos simulações para verificar o que aconteceria se utilizássemos o mesmo cristal, trabalhando com um comprimento de onda maior ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) onde o coeficiente de absorção

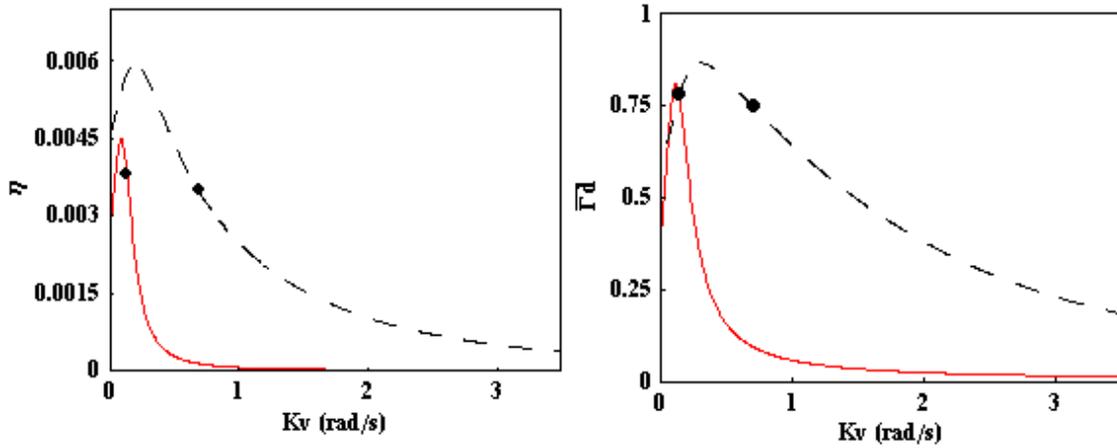


Figura 8.3: Nesta figura, apresentamos as mesmas curvas mostradas na figura (8.1) (linhas tracejadas) juntamente com simulações efetuadas para o comprimento de onda  $\lambda = 633\text{nm}$  (linha cheia). As condições experimentais são exatamente as mesmas da figura recém mencionada, excetuando-se o valor do coeficiente de absorção que, na simulação para  $\lambda = 633\text{nm}$ , vale  $\alpha_{\text{vermelho}} = 90\text{m}^{-1}$ . Em decorrência disso, o valor da eficiência quântica também foi alterado para  $\Phi = 0.18$  [40].

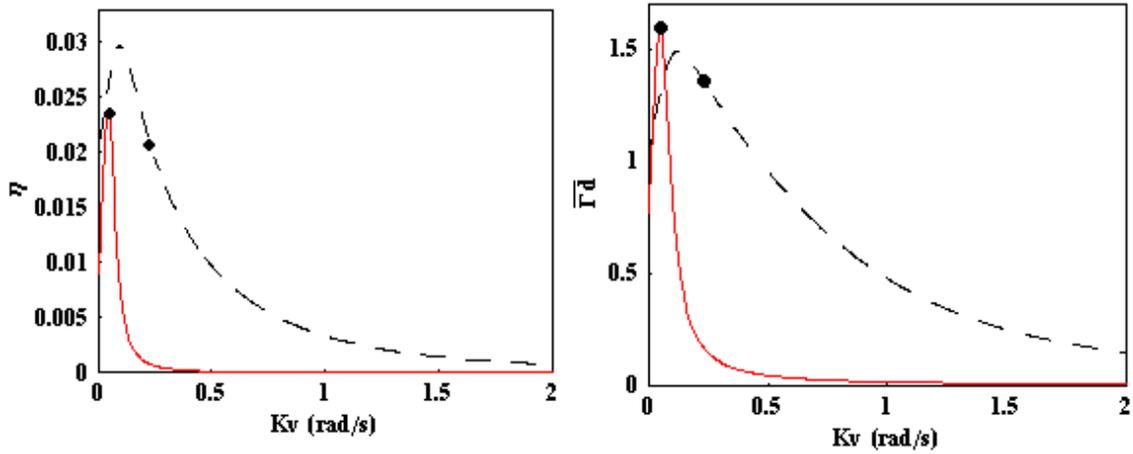


Figura 8.4: Nesta figura, apresentamos as mesmas curvas mostradas na figura (8.2) (linhas tracejadas) juntamente com simulações efetuadas para o comprimento de onda  $\lambda = 633\text{nm}$  (linha cheia). As condições experimentais são exatamente as mesmas da figura recém mencionada, excetuando-se o valor do coeficiente de absorção que, na simulação para  $\lambda = 633\text{nm}$ , vale  $\alpha_{\text{vermelho}} = 90\text{m}^{-1}$ . Em decorrência disso, o valor da eficiência quântica também foi alterado para  $\Phi = 0.18$  [40].

é reduzido em torno de dez vezes ( $\alpha_{\text{verde}} \sim 1040\text{m}^{-1}$  e  $\alpha_{\text{vermelho}} \sim 90\text{m}^{-1}$ ). Essas simulações encontram-se nas figuras (8.3) e (8.4). Percebe-se que a menor absorção aproxima os máximos de  $\eta$  e  $\overline{\Gamma d}$  e também faz com que o HMR gere velocidades que proporcionam, praticamente, os máximos tanto da eficiência de difração quanto da transferência de energia. Os resultados dos dois conjuntos de figuras anteriores estão apresentados na Tabela (1) a seguir.

TABELA 1: Comparações						
$\lambda(nm)$	$\theta(^{\circ})$	$\alpha(m^{-1})$	$E_0(\times 10^5 V/m)$	$R(\overline{\Gamma d})$	$R(\eta)$	dist. (rad/s)
514.5	18	1041	3.74	1.16	1.70	0.106
633	18	90	3.74	1.04	1.18	0.017
514.5	28.5	1041	6.55	1.10	1.42	0.030
633	28.5	90	6.55	1.01	1.03	0.002

Para a tabela recém apresentada, definimos as razões

$$R(\overline{\Gamma d}) = \frac{(\overline{\Gamma d}_{\max})^{HM}}{(\overline{\Gamma d})^{HMR}} \quad (8.2)$$

e

$$R(\eta) = \frac{(\eta_{\max})^{HM}}{(\eta)^{HMR}}, \quad (8.3)$$

nas quais os termos  $(\overline{\Gamma d}_{\max})^{RH}$  e  $(\eta_{\max})^{RH}$  são os máximos valores que podem ser atingidos utilizando-se experimentos sem retroalimentação (HM), respectivamente, para as grandezas  $\overline{\Gamma d}$  e  $\eta$ ; os termos  $(\overline{\Gamma d})^{HMR}$  e  $(\eta)^{HMR}$  são os valores atingidos para as grandezas  $\overline{\Gamma d}$  e  $\eta$ , utilizando-se o HMR, mantidas inalteradas todas as condições experimentais envolvidas. A coluna “dist.”, apresentada na Tabela (1) fornece a diferença (em  $Kv$ ) entre os máximos de  $\overline{\Gamma d}$  e  $\eta$ .

Analisando as primeiras duas linhas de dados da tabela, observamos que o fato de utilizarmos um comprimento de onda maior, para o qual o BTO-013 apresenta menor coeficiente de absorção<sup>1</sup>, levou à aproximação entre os picos de  $\eta$  e  $\overline{\Gamma d}$ , bem como elevou os valores obtidos via HMR para, praticamente, os máximos possíveis. A comparação das duas últimas linhas da tabela aponta para o fato de que a utilização de campo aplicado alto e ângulo de incidência alto acentuam ainda mais os efeitos vantajosos recém mencionados.

---

<sup>1</sup>Isto é equivalente a utilizar, para o verde, um outro cristal menos absorvente.

# Capítulo 9

## Conclusões

Três pontos merecem especial atenção como conclusão para este trabalho: 1) o modelamento matemático para a operação de hologramas em movimento em regime de retroalimentação, 2) a utilização de hologramas em movimento com retroalimentação como técnica experimental eficiente para a caracterização de materiais fotorrefrativos e 3) a possibilidade de utilização (com grandes vantagens, comparativamente a técnicas de hologramas em movimento não estabilizadas) da técnica de hologramas em movimento com retroalimentação em aplicações de processamento de imagens e sinais.

No capítulo (4), realizamos uma análise matemática detalhada para explicar o comportamento básico dos hologramas em movimento com retroalimentação, com especial atenção à análise do estado de equilíbrio e à estabilidade do sistema. Verificamos experimentalmente que a velocidade deste tipo de holograma depende de parâmetros materiais ( $\Phi$ ,  $\mu\tau$  e  $L_D$ ) e experimentais ( $E_o$ ,  $K$  e  $I_{\text{abs}}$ ), mas não depende sensivelmente da amplificação no sistema de retroalimentação, característica fundamental que permite o uso desta técnica para a caracterização de materiais. Também comparamos a técnica de hologramas em movimento com retroalimentação com a de hologramas em movimento sem estabilização, mostrando o melhor desempenho da primeira.

No capítulo (7), apresentamos um método simples, rápido e direto para processar dados de experimentos de hologramas em movimento com retroalimentação em materiais fotorrefrativos a fim de medir, a partir de uma única rodada experimental, o comprimento de difusão  $L_D$ , o comprimento de Debye  $l_S$ , a eficiência quântica  $\Phi$  e o coeficiente  $\xi$  para o campo efetivo no interior da amostra. Por causa de incertezas experimentais inevitáveis, mais de um conjunto de parâmetros é usualmente obtido, o que deve ser analisado criticamente para a seleção adequada. Acreditamos que este novo processo definitivamente capacite o uso de experimentos de hologramas em movimento com retroalimentação como uma ferramenta prática para a caracterização de parâmetros em materiais fotorrefrativos.

No capítulo (8) mostramos que é possível, utilizando-se hologramas em movimento com retroalimentação, obter condições onde a eficiência de difração e a transferência de energia apresentada sejam simultaneamente as maiores possíveis. Esse fato é de especial interesse para aplicações de holografia no processamento de imagens e sinais. Mostrou-se que a baixa absorção é determinante em estabelecer a viabilidade dos hologramas em movimento com retroalimentação nestas aplicações.

**Parte III**  
**Apêndices**

# Apêndice A

## O Coeficiente Eletro-óptico

A variação do índice de refração está associada ao valor do campo elétrico por meio do coeficiente eletro-óptico; por esse motivo é importante conhecer as propriedades de simetria do tensor eletro-óptico do cristal.

De forma geral, é possível caracterizar as variações induzidas nos índices de refração de um cristal eletro-óptico pela expressão [41]

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk} + R_{ijkl}E_kE_l, \quad (\text{A.1})$$

onde  $r_{ijk}$  é o tensor eletro-óptico linear (associado ao efeito Pockels) e  $R_{ijkl}$  é o tensor eletro-óptico quadrático (associado ao efeito Kerr, não considerado aqui). Devido ao fato de o tensor  $(1/n^2)_{ij}$  ser simétrico em relação à troca de índices  $i$  e  $j$ , é possível escrever em forma de notação reduzida, de modo que, para cristais que apresentam estrutura cúbica, com grupo de simetria 23, temos:

$$(r_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

com  $r_{63} = r_{52} = r_{41}$  e a equação do elipsóide de índice fica:

$$\frac{X_1^2}{n_0^2} + \frac{X_2^2}{n_0^2} + \frac{X_3^2}{n_0^2} + 2r_{41}E_1X_2X_3 + 2r_{41}E_2X_1X_3 + 2r_{41}E_3X_1X_2 = 0, \quad (\text{A.3})$$

onde  $X_3$  é paralelo ao eixo  $[001]$  do cristal e  $X_1$  e  $X_2$  são ortogonais entre si e bissetores dos eixos  $[1\bar{1}0]$  e  $[110]$ .

Usualmente trabalhamos na configuração em que o padrão de luz é projetado na face  $[110]$  (ou  $[1\bar{1}0]$  e, portanto, o campo elétrico interno ou externo está ao longo do eixo  $[1\bar{1}0]$  ou  $[110]$ ). Fazendo uma rotação de  $45^\circ$  em torno do eixo  $X_3$ , de modo que os eixos  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  coincidam com os eixos cristalinos, e, em seguida, uma nova rotação em torno do eixo  $[1\bar{1}0]$ , vamos obter os novos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , em função dos quais teremos

$$x^2 \left( \frac{1}{n_0^2} - r_{41} E \right) + y^2 \left( \frac{1}{n_0^2} + r_{41} E \right) + \frac{z^2}{n_0^2} = 1. \quad (\text{A.4})$$

Mas

$$\frac{1}{n_x^2} = \frac{1}{n_0^2} - r_{41}, \quad (\text{A.5})$$

onde  $r_{41} \ll 1$ .

Podemos escrever

$$n_x = n_0 \left( 1 + \frac{r_{41}}{2} \right), \quad (\text{A.6})$$

$$n_y = n_0 \left( 1 - \frac{r_{41}}{2} \right) \quad (\text{A.7})$$

e

$$n_z = n_0, \quad (\text{A.8})$$

de tal modo que teremos

$$\Delta n = \frac{r_{41} n_0^2 E}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

que nos dá a variação do índice de refração, em torno do ponto médio ( $n_0$ ), em relação aos eixos x, y e z.

# Apêndice B

## O Programa

Neste apêndice apresentamos uma versão do programa que foi utilizado para efetuar o ajuste tridimensional de dados apresentado na seção (7.5). Para melhor compreensão apresentaremos o programa por blocos.

**Colocação de Constantes e Variáveis Experimentais** O programa inicia pela colocação dos dados experimentais (intensidades luminosas, comprimento de onda, coeficiente de absorção, etc.) e constantes (constante dielétrica, velocidade da luz, constante de Plank, etc.)

$$\begin{aligned}R &= 0.1818; \\ \theta_{\text{grau}} &= 18; \\ \theta_{\text{rad}} &= \frac{\theta_{\text{grau}} * \pi}{180}; \\ P_o &= 117.2 * 1.16; \\ P_{\text{oeff}} &= P_o * \text{Cos}[\theta_{\text{rad}}] * (1 - R); \\ \text{Area} &= \left(\frac{3.1}{2}\right)^2 * \pi; \\ I_{\text{oeff}} &= \frac{P_{\text{oeff}}}{\text{Area}}; \\ \alpha &= 1040.76; \\ d &= 2.35 * 10^{-3}; \\ kB &= 1.38 * 10^{-23}; \\ T &= 273 + 24; \\ q &= 1.6 * 10^{-19}; \\ luz &= 3 * 10^8; \\ \lambda &= 514.5 * 10^{-9}; \\ K &= \frac{4 * \pi * \sin[\theta_{\text{rad}}]}{\lambda}; \\ \nu &= \frac{luz}{\lambda};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
hplanck &= 6.63 * 10^{-34}; \\
\epsilon 0 &= 8.85 * 10^{-12}; \\
reff &= 5.6 * 10^{-12}; \\
n &= 2.6; \\
\beta &= \sqrt{47.6}; \\
ED &= \frac{K * kB * T}{q}; \\
w &= \frac{4 * \pi * n^3 * reff}{2 * \lambda};
\end{aligned}$$

**Leitura de Dados Experimentais** Aqui é feita a leitura dos dados experimentais. O arquivo *eficxkvreed.dat* possui uma tabela de dados arranjados na forma  $\eta \times Kv \times E_0$ .

```

SetDirectory["/users/bmarcelo/fringe - locked/data1"];
dados = ReadList["eficxkvreed.dat", Number, RecordLists -> True];

```

**Definições** Para facilitar a manipulação das relações, neste bloco, implementamos as definições encontradas no conjunto de equações (2.22), nas equações de (5.40) a (5.52), bem como a expressão para a eficiência de difração (equação completa (5.39)).

$$\begin{aligned}
lE[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= K * (lS)^2 * \xi * x; \\
LE[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= K * (LD)^2 * \xi * x; \\
a[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= ((K * LE[x, LD, lS, \Phi, \xi])^2 + (1 + (K * LD)^2)^2) * (\tau M0[LD, \Phi])^2; \\
b[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= 2 * \tau M0[LD, \Phi] * (K * lE[x, LD, lS, \Phi, \xi] * (1 + (K * LD)^2) - \\
&\quad - (1 + (K * lS)^2) * K * LE[x, LD, lS, \Phi, \xi]); \\
c[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= (1 + (K * lS)^2)^2 + (K * lE[x, LD, lS, \Phi, \xi])^2; \\
ai[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= \xi * x * ED * \tau M0[LD, \Phi]; \\
ci[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= \xi * x * ED * K * lE[x, LD, lS, \Phi, \xi] + ED * (1 + (K * lS)^2); \\
ar[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= -((1 + (K * LD)^2) * ED + \\
&\quad + (K * LE[x, LD, lS, \Phi, \xi] * \xi * x * ED)) * \tau M0[LD, \Phi]; \\
cr[x_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= \xi * x * ED; \\
f1[x_-, y_-, z_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= \\
ArcTan \left[ \frac{(2 * a[x, LD, lS, \Phi, \xi] * y * Exp[\alpha * z] + b[x, LD, lS, \Phi, \xi])}{(\sqrt{(4 * a[x, LD, lS, \Phi, \xi] * c[x, LD, lS, \Phi, \xi] - (b[x, LD, lS, \Phi, \xi])^2}))} \right]; \\
f2[x_-, y_-, z_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] &:= \\
Log \left[ \frac{Exp[2 * \alpha * z]}{a[x, LD, lS, \Phi, \xi] * y^2 * Exp[2 * \alpha * z] + b[x, LD, lS, \Phi, \xi] * y * Exp[\alpha * z] + c[x, LD, lS, \Phi, \xi]} \right];
\end{aligned}$$

$$g1[x_-, y_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] := f1[x, y, d, LD, lS, \Phi, \xi] - f1[x, y, 0, LD, lS, \Phi, \xi];$$

$$g2[x_-, y_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] := f2[x, y, d, LD, lS, \Phi, \xi] - f2[x, y, 0, LD, lS, \Phi, \xi];$$

$$Gamad[x_-, y_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] :=$$

$$w * \left( ai[x, LD, lS, \Phi, \xi] - \frac{b[x, LD, lS, \Phi, \xi] * ci[x, LD, lS, \Phi, \xi]}{2 * c[x, LD, lS, \Phi, \xi]} \right) *$$

$$\left( \frac{2}{\alpha * \sqrt{4 * a[x, LD, lS, \Phi, \xi] * c[x, LD, lS, \Phi, \xi] - (b[x, LD, lS, \Phi, \xi])^2}} \right) * g1[x, y, LD, lS, \Phi, \xi] +$$

$$w * \frac{ci[x, LD, lS, \Phi, \xi]}{2 * \alpha * c[x, LD, lS, \Phi, \xi]} * g2[x, y, LD, lS, \Phi, \xi];$$

$$gamad[x_-, y_-, LD_-, lS_-, \Phi_-, \xi_-] := w * \left( ar[x, LD, lS, \Phi, \xi] - \frac{b[x, LD, lS, \Phi, \xi] * cr[x, LD, lS, \Phi, \xi]}{2 * c[x, LD, lS, \Phi, \xi]} \right) *$$

$$\frac{2}{\alpha \sqrt{4 * a[x, LD, lS, \Phi, \xi] * c[x, LD, lS, \Phi, \xi] - b[x, LD, lS, \Phi, \xi]^2}} * (g1[x, LD, lS, \Phi, \xi]) +$$

$$+ w * \left( \frac{cr[x, LD, lS, \Phi, \xi]}{2 * \alpha * c[x, LD, lS, \Phi, \xi]} \right) * (g2[x, y, LD, lS, \Phi, \xi]);$$

$$efic[x_-, y_-] := \frac{2 * \beta^2}{1 + \beta^2} * \frac{Cosh[\frac{1}{2} * Gamad[x, y, LD, lS, \Phi, \xi]] - Cos[\frac{1}{2} * gamad[x, y, LD, lS, \Phi, \xi]]}{\beta^2 * Exp[-\frac{Gamad[x, y, LD, lS, \Phi, \xi]}{2}] + Exp[\frac{Gamad[x, y, LD, lS, \Phi, \xi]}{2}]};$$

**A Rotina de Ajuste** O programa *Mathematica*, uma vez implementada a equação  $efic[x, y]$  é capaz de ajustá-la aos dados *eficxkvxeed.dat*, encontrando, para tal ajuste, os melhores parâmetros. Os valores colocados entre chaves são os valores iniciais (sementes).

```
<< Statistics'NonlinearFit'
NonlinearRegress[dados, efic[x, y], {x, y}, {{lS, 4.0 * 10^-8},
{LD, 1.0 * 10^-7}, {Phi, 0.5}, {xi, 0.75}}]NonlinearFit[dados, efic[x, y], {x, y}, {{lS, 4.0 * 10^-8},
{LD, 1.0 * 10^-7}, {Phi, 0.5}, {xi, 0.75}}]
efic2[x_-, y_-] = %;
```

**Visualização** Encontrada a superfície que melhor se ajusta aos dados experimentais, esta é graficada juntamente com os dados experimentais.

```
<< Graphics'Graphics3D'
plotpoint = Shadow[ScatterPlot3D[dados, PlotJoined -> True, PlotStyle ->
Thickness[0.01], BoxRatios -> {1, 1, 1},
```

```
AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, BoxRatios -> {1, 1, 1}, BoxRatios -> {1, 1, 1}
    plotfunction = Shadow[Plot3D[efic2[x, y], {x, 0, 5}, {y, 0, 0.65},
BoxRatios -> {1, 1, 1}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, BoxRatios -> {1, 1, 1}];
    Show[{plotpoint, plotfunction}]
    << Graphics`Graphics3D`
```

**Parte IV**

**Referências Bibliográficas**

# Bibliografia

- [1] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, K. Nassan, “*Optically Induced Refractive Inhomogeneities in  $\text{LiNbO}_3$  and  $\text{LiTaO}_3$* ”, *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72 (1996).
- [2] P. M. P. Garcia, . “*Holografia Dinâmica em Cristais Fotorrefrativos*”, . PhD thesis IFGW - Universidade Estadual de Campinas, October 1994.
- [3] F. S. Chen, J. T. LaMacchia, D. B. Fraser, *Holographic Storage in Lithium Niobate*, *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968).
- [4] F. S. Chen, “*Optically Induced Change of Refractive Index  $\text{LiNbO}_3$  and  $\text{LiTaO}_3$* ”, *J. Appl. Phys.* **40**, 3389 (1969).
- [5] J. J. Amodei, W. Phillips, D. L. Staebler, , *IEEE J. QE* **7**, 321 (1971).
- [6] H. Kogelnik, “*Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings*”, *Bell Syst. Tech. J.* **48**, 2909–2947 (1969).
- [7] D. L. Staebler, J. J. Amodei, “*Coupled-Wave Analysis of Holographic Storage in  $\text{LiNbO}_3$* ”, *J. Appl. Phys.* **43**, 1042–1049 (1972).
- [8] J. P. Huignard, J. P. Herriau, T. Valentin, “*Time average holographic interferometry with photoconductive electrooptic  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals*”, *Appl. Opt.* **16**, 2796–2798 (1977).
- [9] M. Peltier, F. Micheron, “*Volume Hologram Recording and Charge Transfer Process in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$* ”, *J. Appl. Phys.* **48**, 3683–3690 (1977).
- [10] S. I. Stepanov, V. V. Kulikov, M. P. Petrov, “*Running*” *holograms in photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystals*, *Opt. Commun.* **44**, 19–23 (1982).
- [11] A. A. Freschi, . “*Controle de Fase em Experimentos de Mistura de Duas Ondas com Cristais Fotorrefrativos*”, . PhD thesis IFGW - Universidade Estadual de Campinas, November 1996.
- [12] D. B. Neumann and H. W. Rose, “*Improvement of Recorded Holographic Fringes by Feedback Control*”, *Appl. Opt.* **6**, 1097–1104 (1967).
- [13] D. R. MacQuigg, “*Hologram Fringe Stabilization Method*”, *Appl. Opt.* **16**, 291–292 (1977).

- [14] D. A. Jackson, R. Priest, A. Dandridge, A. B. Tveten, “*Elimination of drift in a single-mode optical fiber interferometer using a piezoelectrically stretched coiled fiber*”, *Appl. Opt.* **19**, 2926–2929 (1980).
- [15] J. D. C. Jones, M. Corke, A. D. Kersey, D. A. Jackson, “*Single-mode fibre-optic holography*”, *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **17**, 271–273 (1984).
- [16] A. A. Kamshilin, J. Frejlich, L. Cescato, “*Photorefractive Crystals for the Stabilization of the Holographic Setup*”, *Appl. Opt.* **25**, 2375–2381 (1986).
- [17] J. Frejlich, L. Cescato, G. F. Mendes, “*Analysis of an active stabilization system for a holographic setup*”, *Appl. Opt.* **27**, 1967–1976 (1988).
- [18] P. A. M. dos Santos, L. Cescato, J. Frejlich, “*Interference-term real-time measurement for self-stabilized two-wave mixing in photorefractive crystals*”, *Opt. Lett.* **13**, 1014–1016 (1988).
- [19] M. C. Barbosa, I. de Oliveira, J. Frejlich, “*Feedback operation for fringe-locked photorefractive running hologram*”, *Opt. Commun.* **201**, 293–299 (2002).
- [20] Marcelo C. Barbosa, Luis A. L. Mosquera, Jaime Frejlich, “*Speed and diffraction efficiency in feedback controlled running holograms for photorefractive crystals characterization*”, *Applied Physics B* **72**, 717–721 (2001).
- [21] Marcelo C. Barbosa, Jaime Frejlich, “*Photorefractive fringe-locked running hologram analysis in the 3-dimensional space*”, *submitted* (2002).
- [22] P. Günter, J. P. Huignard, “*Topics in Applied Physics: Photorefractive Materials and their Applications I*”, volume 61, Springer Verlag (1987).
- [23] S. Stepanov, P. Petrov, *Photorefractive Materials and Their Applications I*, volume 61, chapter 9, pp. 263–289, P. Günter and J.-P. Huignard, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1988).
- [24] Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach, J. P. Huignard, “*Two-beam coupling in photorefractive  $Bi_{12}SiO_{20}$  crystals with moving grating: Theory and experiments*”, *J. Opt. Soc. Am. B* **58**, 45–57 (1985).
- [25] Grant R. Fowles, “*Introduction to Modern Optics*”, Holt, Rinehart and Winston N. York, Chicago, Montreal, Toronto, London 2nd. edition (1975).
- [26] D. M. Pepper, J. Feinberg, N. V. Kukhtarev, “*The Photorefractive Effect*”, *Scientific American* **October**, 34–40 (1990).
- [27] J. Frejlich, P. M. Garcia, K. H. Ringhofer, E. Shamonina, “*Phase modulation in two-wave mixing for dynamically recorded gratings in photorefractive materials*”, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 1741–1749 (1997).

- [28] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, V. L. Vinetskii, “*Holographic Storage in Electrooptic Crystals. I. Steady State*”, *Ferroelectrics* **22**, 949–960 (1979).
- [29] M. L. Boas, “*Mathematical methods in the physical sciences*”, John Wiley & Sons New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore 2nd. edition (1983).
- [30] V. V. Prokofiev and J. P. Andreetta and C. J. Lima and M. R. B. Andreetta and A. C. Hernandez and J. F. Carvalho and A. A. Kamshilin and T. Jääsläläinen, “*Growth of single crystal photorefractive fibers of  $Bi_{12}SiO_{20}$  and  $Bi_{12}TiO_{20}$  by the laser-heated pedestal growth method.*”, *J. Crystal Growth* **137**, 528–534 (1994).
- [31] W. J. Tomlinson, L. F. Mollenauer, “*Balanced interferometers with simply adjustable interference angle*”, *Appl. Opt.* **16**, 1806–1807 (1977).
- [32] W. J. Tomlinson, L. F. Mollenauer, “*Piecewise interferometric generation of precision gratings*”, *Appl. Opt.* **16**, 555–557 (1977).
- [33] A. A. Kamshilin and M. P. Petrov, “*Continuous reconstruction of holographic interferograms through anisotropic diffraction in photorefractive crystals*”, *Opt. Commun.* **53**, 23–26 (1985).
- [34] S. Mallick, D. Rouède, “*Influence of the polarization Direction on the Two-Beam Coupling in Photorefractive  $Bi_{12}SiO_{20}$ : Diffusion Regime*”, *Appl. Phys. B* **43**, 239–245 (1987).
- [35] L. Mosquera, I de Oliveira, J. Frejlich, A.C.Hernandes, S. Lanfredi, J.F.Carvalho, *Dark conductivity, photoconductivity and light-induced absorption in photorefractive sillenite crystals.*, *J. Appl. Phys.* **90**, 2635–2641 (2001).
- [36] Ivan de Oliveira, Jaime Frejlich, “*Photorefractive running holograms for materials characterization*”, *J. Opt. Soc. Am. B* **submitted** (2000).
- [37] Ivan de Oliveira, Jaime Frejlich, “*Dielectric relaxation time measurement in absorbing photorefractive materials.*”, *Opt. Commun.* **178**, 251–255 (2000).
- [38] A. A. Freschi, P. M. Garcia, J. Frejlich, “*Charge-carriers diffusion length in photorefractive crystals computed from the initial hologram phase shift.* ”, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 2427–2429 (1997).
- [39] Ivan de Oliveira, Jaime Frejlich, *Photorefractive running hologram for materials characterization.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 291–297 (2001).
- [40] L. Mosquera, J. Frejlich, *Enhanced photocurrent in photo-emf experiments in pure and doped absorbing photorefractive crystals.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 2904–2910 (2002).
- [41] P. Günter, “*Photorefractive Effects and Materials — Topics in Applied Physics: Photorefractive Materials and Their Applications I and II, ed. by P. Günter, J.-P. Huignard*”, Volume 61 and 62, Springer-Verlag (Berlin, Heidelberg) (1988).