

**Caracterização do Espectro
Energético de Neutrinos de Colapsos
Estelares Com o Experimento LVD**

POR

ERNESTO KEMP

ORIENTADOR: PROF. DR. ARMANDO TURTELLI

**CARACTERIZAÇÃO DO ESPECTRO ENERGÉTICO DE
NEUTRINOS DE COLAPSOS ESTELARES COM O
EXPERIMENTO LVD**

POR

ERNESTO KEMP

ORIENTADOR: PROF. DR. ARMANDO TURTELLI

**Tese de Mestrado apresentada ao
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Junho de 1995

Este exemplar corresponde à redação final da
Dissertação de Mestrado defendida pelo aluno
Ernesto Kemp e aprovada pela comissão julgadora

8/II/95 Ar. Stelli

1508064

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

K32c

Kemp, Ernesto

Caracterização do espectro energético de neutrinos de colapsos estelares com o experimento LVD. - Campinas, SP : [s.n.], 1995.

Orientador: Armando Turtelli.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Neutrinos. 2. Astrofísica de neutrinos. 3. Colapso gravitacional. 4. Raios cósmicos. I. Turtelli, Armando. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.



INSTITUTO DE FÍSICA
GLEB WATAGHIN

PARECER DE APROVAÇÃO
DEFESA DE TESE DE MESTRADO DE
ERNESTO KEMP

DATA: 04 / 07 / 95

BANCA EXAMINADORA:

- Prof. Dr. Armando Turtelli Júnior (Orientador)

- Prof. Dr. Alberto Franco de Sá Santoro

- Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

Agradecimentos

A realização desse trabalho só foi possível graças a grandes doses de coisas que absolutamente não são relacionadas (diretamente) à Física. A maioria delas chega invariavelmente junto com os amigos. É para eles que esta tese é dedicada, sejam eles do D.R.C.C. ou de outras praias. Toda minha família também merece um grande beijo de agradecimento pelo seu quinhão de responsabilidade nesse acontecimento.

Ao Quasímodo Traça Jaguadarte e seus componentes: Os irmãos Lozano, o Shimaba, e o Ernestão. O Quasímodo foi a melhor banda do planeta, e sua música refinada e visionária embalou grande parte do tempo transcorrido durante a elaboração de toda essa “Casca de Tora”.

Também agradeço o amor da Gisela, que me acompanhou durante toda a realização desse trabalho e talvez seja a arquiteta que mais sabe de neutrinos em todo o mundo.

Agradeço ao Zé Chinellato pelas longas discussões; aos ensinamentos do meu “mestre” de Torino, Walter Fulgione, que me iniciou nos *mistérios*, segredos e técnicas da detecção de neutrinos cósmicos; e ao Professor Armando Turtelli, pela oportunidade que me ofereceu de ingressar na colaboração LVD, pela segura orientação durante todo esse tempo e pela amizade.

Agradeço também o apoio recebido das agências CNPq e INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Itália) que financiaram esse trabalho.

RESUMO

São descritos os principais aspectos da evolução estelar relacionados à ocorrência de colapsos gravitacionais estelares e de supernovas e apresentados os principais modelos que descrevem a emissão de neutrinos nesse tipo de evento cósmico. É feita também uma descrição detalhada do experimento LVD, que tem por objetivo principal a detecção de neutrinos de colapsos estelares. Os modelos de emissão neutrínica acima citados são usados como referência no cálculo do número de eventos esperados no LVD para um colapso localizado no centro da Galáxia. Considerando a proporção entre o número de eventos em diferentes canais de detecção do LVD e a energia média do espectro esperado, é possível estabelecer critérios para identificação do espectro de emissão e estimar seus parâmetros. Foram simuladas distribuições de energia dos eventos esperados, com a inserção de flutuações estatísticas e experimentais. O teste de hipóteses de Kolmogorov-Smirnov foi aplicado sobre os espectros simulados, mostrando que o experimento LVD é sensível o suficiente para permitir a estimativa dos parâmetros do espectro de emissão.

1. Introdução	4
Referências	7
2. Evolução Estelar e Mecanismos de Supernovas	8
2.1. Introdução	8
2.2. Evolução estelar	10
2.2.1. O Diagrama de Hertzsprung-Russel	10
2.2.2. A formação da proto-estrela	12
2.2.3. Modelo estelar básico	14
2.2.4. Seqüência evolutiva	19
2.2.5. Estágio finais: Anãs-Branças e Supernovas	21
2.3. Evolução de estrelas de grande massa até a configuração de pré-supernovas	25
2.4. O colapso do núcleo central e a explosão	31
2.4.1. Panorama geral	31
2.4.2. Condições iniciais	32
2.4.3. O colapso homólogo	33
2.4.4. Captura eletrônica	35
2.4.5. Aprisionamento de neutrinos	36
2.4.6. Espalhamento neutrino-elétrons	38
2.4.7. Resultados do colapso	38
2.4.8. O choque imediato	40
2.4.9. O choque atrasado	41
Referências	44

3.	Características da Emissão de neutrinos de Colapsos Estelares	45
3.1.	Considerações gerais	45
3.2.	A estrutura temporal e o espectro energético do <i>burst</i> neutrínico.....	48
3.2.1.	Curvas de luminosidade.....	51
3.2.2.	Espectro de energia.....	54
3.3.	Conclusão	60
	Referências	62
4.	Panorama Atual da Astronomia Neutrínica	63
4.1.	A “rede” internacional de detectores.....	63
4.2.	Métodos e características de alguns detectores	65
4.2.1.	Detectores Cerenkov.....	67
4.2.2.	Detectores Cerenkov de água-pesada	68
4.2.3.	Detectores a cintilador.....	69
4.2.4.	Outros detectores	70
4.3.	Conclusão	70
	Referências	73
5.	O Experimento LVD	74
5.1.	Introdução.....	74
5.2.	Descrição e características do experimento	76
5.3.	Interações de neutrinos com o cintilador.....	80
5.4.	A eletrônica de aquisição de dados	81
5.5.	Calibração em energia.....	87
5.5.1.	Ponto de baixa energia.....	87
5.5.2.	Ponto de alta energia.....	88
5.6.	Possibilidades de pesquisa com o LVD.....	89
5.6.1.	Neutrinos solares	90
5.6.2.	Astronomia neutrínica de altas energias.....	90
5.6.3.	Física de neutrinos	91
5.6.4.	Decaimento do próton	92
	Referências	93

6.	Caracterização do Espectro de Emissão	
	de Neutrinos de Colapsos estelares	94
6.1.	Introdução	94
6.2.	Cálculo do número de eventos esperados no LVD	95
6.2.1.	O termo $N_{\text{tar}} / 4\pi R^2$	97
6.2.2.	O espectro de emissão neutrínica	97
6.2.3.	Descrição das seções de choque e outras características das interações	103
6.2.4.	A curva de eficiência $\epsilon(E)$ do LVD	112
6.2.5.	A parametrização do cálculo	113
6.2.6.	Resultados	117
6.2.7.	Análise dos resultados	127
6.3.	Os métodos de caracterização do espectro de emissão	131
6.3.1.	Método analítico	133
6.3.2.	Simulações de espectros esperados no LVD	142
6.3.3.	O teste de Kolmogorov-Smirnov	151
6.3.4.	Comentários finais e perspectivas	159
	Referências	162
7.	Conclusão	164

Introdução

Em fevereiro de 1987, 23.316 UT, chegaram à Terra luz e neutrinos provenientes da supernova mais brilhante dos últimos 388 anos, a Supernova de Shelton (SN1987A). Esse fato causou grande excitação entre físicos, astônomos, astrofísicos e estudiosos de áreas correlatas.

A Supernova de Shelton tomou um lugar importantíssimo na astronomia moderna, sendo talvez, o objeto mais estudado fora do sistema solar. Foi investigada em todos os comprimentos de onda, do rádio aos raios gama, e além do sol é o único objeto celeste em que foi observada a emissão de neutrinos. Esse fato tornou-se um marco, sendo considerado como a origem da chamada Astronomia Neutrínica⁺. Desde então, muitos detectores foram construídos, outros reformados e melhorados, no intuito de continuar a

⁺ Deve ser lembrado o experimento pioneiro de R. Davis^[1], operando desde 1968 na mina desativada de Homestake (South Dakota, EUA), que colhe dados sobre o fluxo de neutrinos solares. Esse experimento trouxe à tona um dos problemas mais intrigantes da física moderna, o “Problema do neutrino solar” (*Solar neutrino problem, SNP*), onde o fluxo de neutrinos observado é 1/3 daquele previsto pelo “Modelo solar padrão” (*Standard Solar Model, SSM*). Alguns autores, como M. Koshiba^[2], não consideram essa experiência como iniciadora da astronomia neutrínica, por não realizar medidas direcionais e de energia, que seriam requisitos a serem satisfeitos para caracterizar-se a observação como “astronômica”. Pessoalmente, eu não concordo com essa afirmação, uma vez que a caracterização dos resultados como sendo de neutrinos solares, é baseada na faixa de energia em que os neutrinos são produzidos no sol em reações específicas, e essa faixa de energia exclui outras fontes, “localizando” o sol como lugar de origem da emissão...

vigilância do cosmos para detecção de novos *bursts* neutrínicos de colapsos gravitacionais estelares.

O neutrino é uma partícula que interage com a matéria apenas através da força fraca, mesmo que sua produção se dê em regiões centrais das estrelas, ele é capaz de atingir sua superfície e propagar-se até a Terra, carregando informações sobre as condições físicas presentes nas regiões mais internas das estrelas. Isso faz com que os neutrinos sejam uma das melhores “sondas” de investigação astrofísica. Por outro lado, essa característica o torna uma partícula extremamente difícil de ser detectada, exigindo uma boa dose de criatividade e técnica para elaboração dos experimentos dedicados à sua observação.

Em 1992 entrou em operação o experimento LVD (Large Volume Detector)^[3], no Laboratorio Nazionale del Gran Sasso, em L’Aquila, Itália, cujo principal objetivo é a detecção dos neutrinos de colapsos estelares. Este trabalho é voltado ao estudo de características energéticas da emissão dos neutrinos de colapso, e de como essas características podem modular o sinal observado pelo experimento. Será investigada a possibilidade de determinação dos parâmetros que descrevem a emissão, à partir do espectro que se espera observar no experimento para um colapso ocorrido na galáxia.

Os principais aspectos da evolução estelar, serão descritos no Capítulo 2: da formação da proto-estrela até seus estágios mais avançados, em que uma das possibilidades é o final da estrela por colapso gravitacional, que pode ser acompanhado da explosão que caracteriza as supernovas. Serão descritos detalhadamente os mecanismos de colapso e explosão, e o papel dos neutrinos nestes processos.

Os principais modelos que descrevem a emissão neutrínica em colapsos gravitacionais estelares, é o tema do Capítulo 3. Os métodos de caracterização da emissão neutrínica que foram desenvolvidos, baseiam-se em tais modelos.

No Capítulo 4 mostramos um panorama geral do *status* atual da astronomia neutrínica, descrevendo brevemente os detectores em funcionamento e alguns ainda em projeto.

O experimento LVD é descrito com detalhes no Capítulo 5: suas características instrumentais, canais de detecção de neutrinos, como é feita a aquisição de dados e as possibilidades de pesquisa permitidas pelo experimento.

é o cálculo do número de eventos esperados no LVD para um colapso localizado a 10 kPc (aproximadamente no centro da Galáxia). Segue a descrição de um método de caracterização da emissão, baseado na estimativa de duas grandezas: a energia média do espectro esperado no LVD, e a razão entre o número de eventos em diferentes canais de detecção. São também mostrados, resultados de simulações do espectro de energia dos neutrinos que deve ser medido no LVD, onde foram incluídas flutuações estatísticas e experimentais. Sobre os dados simulados, foi aplicado o teste de hipóteses de Kolmogorov-Smirnov, para estudarmos a influência dessas flutuações sobre a caracterização da emissão.

Finalizando, no Capítulo 7, são mostradas as conclusões sobre os diversos resultados obtidos no Capítulo 6.

Referências - Capítulo 1

- [1] R. Davis Jr. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **20**, 1205 (1968).
- [2] M.Koshiba, *Astrophysical aspects of the most energetic cosmic rays - Proceedings of the ICRR International Symposium*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 174 (1991).
- [3] C.Alberini et al., *Il Nuovo Cimento C*, **9**, 237 (1986).

Evolução Estelar e Mecanismos de Supernovas

2.1. Introdução

O tempo transcorrido desde os primórdios da astronomia até hoje é ínfimo diante do tempo que uma estrela leva para atravessar todas as fases de sua evolução. Porém, na vastidão do universo, fomos capazes de colher informações sobre uma miríade de objetos celestes em diferentes fases de sua “vida” e assim construir uma teoria sobre a evolução estelar.

O início de uma estrela se dá pela condensação de nuvens de gás gigantesca através da atração gravitacional acompanhada pela elevação da temperatura no seu interior, até que esta atinja valores suficientes para dar início às reações nucleares que são responsáveis pela geração de energia em seu interior.

Depois de um período de $\sim 10^7$ anos, a estrela evolui de forma “tranquila” queimando sua própria matéria nessas reações nucleares, que transformam o hidrogênio em elementos mais pesados. Essa reação é exotérmica, liberando a energia que mantém a pressão no interior da estrela, contrabalanceando as forças gravitacionais que atraem a matéria da estrela em direção ao seu próprio centro.

Quando todo o hidrogênio disponível no interior da estrela já foi consumido, o hélio resultante forma um núcleo estelar (*core*) onde a temperatura interna não é mais suficiente para dar continuidade às reações termonucleares, assim, a pressão interna diminui,

desequilibrando as forças que mantinham a estrutura da estrela, e a atração gravitacional faz com que as camadas externas comecem a cair rumo ao centro do astro, aumentando a pressão interna e a temperatura a um ponto suficiente para que se iniciem as reações nucleares do hélio, e analogamente à fase anterior, isso ocorre até todo o hélio disponível ser queimado, sobrando um núcleo estelar de carbono, diminuindo a pressão e a temperatura.

Novamente a matéria externa cai rumo ao centro, cresce a temperatura até iniciar a ignição do carbono, que novamente estabiliza a estrela, e esse processo se repete até que o núcleo central seja formado por ferro. A fusão nuclear do ferro para formar elementos mais pesados não ocorre, pois esse elemento tem a maior energia de ligação por nucleon, e esse tipo de reação necessitaria de energia externa.

Torna-se evidente, a dependência entre a massa inicial da estrela e o ponto desse ciclo que sua evolução atingirá. Estrelas, cuja massa não seja suficiente para gerar uma pressão interna que eleve a temperatura a valores necessários para iniciar a fusão do elemento restante no núcleo estelar, terminarão aí sua evolução, resfriando sua matéria de forma lenta e permanecendo por um tempo indefinido emitindo um brilho fraco.

Por outro lado, as estrelas com uma massa suficiente para que sua evolução atinja a formação do núcleo de Fe ainda podem tomar outro “caminho”: O núcleo central de Fe formado pode atingir a massa limite (máxima) de auto-sustentação, onde a força gravitacional em direção ao centro sobrepuje qualquer outra em sentido contrário e o colapso é inevitável. Nessa fase torna-se disponível toda a energia potencial gravitacional da estrela pré-colapsante ($\sim 10^{53}$ erg), que excede em muito a energia necessária para remover a matéria do envelope externo ($\sim 10^{51}$ erg), ocorre então a explosão e temos o advento de uma Supernova (SN).

Enquanto existe um consenso a respeito das etapas envolvidas no colapso, o mesmo já não ocorre com o processo de ejeção das camadas mais externas da estrela, entretanto, a controvérsia a esse respeito não altera de maneira significativa o interesse específico desse trabalho, pois a emissão de neutrinos pode ocorrer mesmo quando a onda de choque subsequente ao colapso seja interrompida em sua trajetória rumo ao exterior da estrela (fontes ocultas).

Estudos mais detalhados e simulações numéricas, revelaram a complexidade desse mecanismo e a sensibilidade do processo de explosão aos fatores ligados aos estágios

iniciais do colapso, como: A composição química da estrela em sua configuração pré-colapso, a massa final do núcleo central de ferro, equações de estado que descrevem a matéria nuclear nas regiões centrais da estrela, etc.

Dessa forma, as simulações computacionais de colapso estelar, nem sempre resultaram em sucesso na fase da explosão, revelando incertezas na aplicação dos conhecimentos que temos de física nuclear, equações de transporte de energia e das interações fundamentais, nas condições físicas no interior das estrelas.

Veio à tona o importante papel dos neutrinos na teoria de colapso e explosão, e devido a isso, as incertezas ainda existentes com relação à interação fraca deixaram margens à novas abordagens e especulações.

Nesse capítulo serão descritas em detalhes as idéias acima sobre a evolução estelar, desde a protoestrela até seu possível colapso e explosão, ou seja as supernovas do Tipo II.

2.2. Evolução estelar

2.2.1. O diagrama de Hertzsprung-Russell

Como já dito, a construção de um modelo de evolução estelar foi feita à partir da observação de estrelas com diferentes características, como massa, brilho, temperatura, etc. A conexão entre os dados e a elaboração da teoria de evolução tornou-se mais fácil com a classificação das diversas estrelas observadas em grupos semelhantes.

Entre 1911 e 1913, de forma independente, Ejnar Hertzsprung e Henry Norris Russell, construíram um diagrama bi-dimensional distribuindo as estrelas de acordo com seu brilho e temperatura superficial. O conhecido diagrama de Hertzsprung-Russell (ou diagrama H-R), mostrou-se uma das maiores ferramentas para síntese de informações de medidas astronômicas e astrofísicas.

O brilho utilizado na construção do diagrama H-R, é a magnitude absoluta M^* , que dá o brilho que as estrelas deveriam apresentar para uma distância d fixada como padrão,

* Ou qualquer outra grandeza que seja diretamente proporcional à M .

$d = 10$ parsecs. A relação entre a magnitude aparente m (a que efetivamente é medida) e a magnitude absoluta M , é dada pela fórmula abaixo^[1]:

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} d \quad (2.1)$$

Através do espectro de cada estrela, obtêm-se sua temperatura superficial através da Lei de Wien

$$T = \frac{2.89 \times 10^7}{\lambda_{max}} \quad (2.2)$$

onde λ_{max} é o comprimento de onda onde o espectro atinge o seu máximo em intensidade.

Como exemplo, a figura 2.1 mostra o diagrama H-R feito com a população das estrelas mais brilhantes observadas.

A linha que atravessa da esquerda superior para a direita inferior é conhecida como seqüência principal, que é o agrupamento com o maior número de estrelas e nessa região elas permanecem durante a maior parte do tempo de suas vidas. Os outros ramos, das gigantes, super-gigantes e anãs-brancas, são agrupamentos de estrelas em estágios mais avançados de evolução, posteriores ao período em que permanecem na seqüência principal.

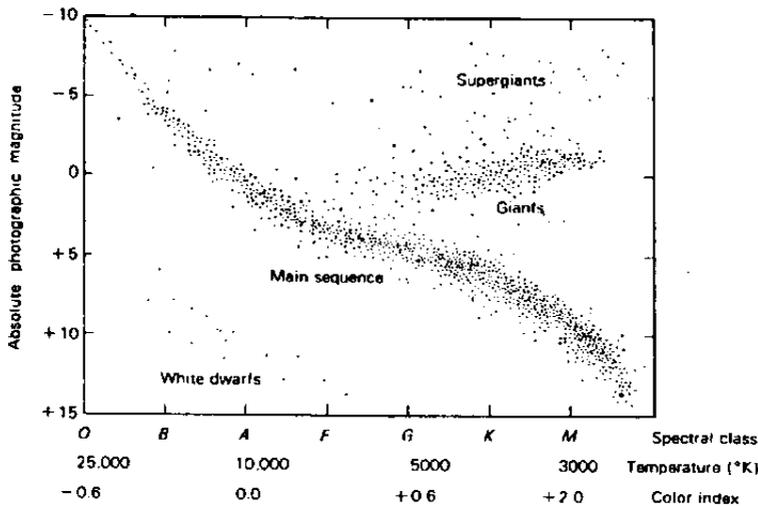


Figura 2.1: Diagrama de Hertzsprung-Russell para a população das estrelas mais brilhantes observadas.

Estimativas de massa, combinadas com a luminosidade, podem indicar a idade das estrelas. Então, através da distribuição no diagrama H-R de grupos particulares de estrelas, em diferentes idades, como aglomerados globulares, as Plêiades, as T-Tauri, e grupos com

mesma distância relativa ao centro galáctico (pertencentes ao mesmo período de formação da galáxia e portanto com a mesma idade aproximada), foi possível compilar essas informações e determinar o “caminho” que uma estrela faz no diagrama H-R durante suas diversas fases evolutivas.

2.2.2. A formação da proto-estrela

O mecanismo de formação estelar ainda não é completamente entendido, mas parece inevitável que estrelas resultam da contração gravitacional de extensas nuvens de gás e poeira^{*}. Quando a nuvem se contrai ocorre uma transformação de energia potencial gravitacional em energias cinética, térmica e radiação emitida; numa escala de tempo de alguns milhares de anos.

A temperatura original das nuvens é estimada em 10 K, mas rapidamente cresce com a formação de um núcleo central mais denso.

O mecanismo de contração da nuvens de gás para formação das estrela pode ser estudado se investigarmos a estabilidade de gases em função do índice adiabático γ , que é a razão entre os calores específicos.

A energia cinética por mol Γ , em um sistema gasoso é:

$$\Gamma = \frac{3}{2}(c_p - c_v) T \quad (2.3)$$

com c_p e c_v sendo os calores específicos à pressão e volume constante e T a temperatura..

Podemos escrever a energia interna U como:

$$U = c_v T \quad (2.4)$$

Com $\gamma = c_p/c_v$, temos:

$$\Gamma = \frac{3}{2}(\gamma - 1) U \quad (2.5)$$

^{*} Estimativas para grandezas envolvidas : ~ 1 ano-luz de diâmetro, $\sim 10^{60}$ átomos correspondendo a $\sim 10^{36}$ g

Usando o teorema do virial para relacionarmos U com a energia potencial gravitacional \mathcal{V} , resulta:

$$3(\gamma - 1) U + \mathcal{V} = 0 \quad (2.6)$$

Tal hipótese é válida enquanto forças que caem com r^2 são predominantes, ou seja, enquanto forças gravitacionais e interações entre as partículas carregadas dominam o cenário.

A energia total por mole é:

$$\mathcal{E} = U + \mathcal{V} \quad (2.7)$$

que combinada com 2.6 resulta em

$$\mathcal{E} = -(3\gamma - 4) U = \frac{(3\gamma - 4)}{(3\gamma - 1)} \mathcal{V} \quad (2.8)$$

Agora analisando em função de γ as equações obtidas:

1. Para $\gamma = 1$, \mathcal{V} é sempre zero $\mathcal{V} \mathcal{E}$ (ver 2.6), e a configuração é instável.
2. Se $\gamma = 4/3$, \mathcal{E} é sempre zero (ver 2.8). Tanto a expansão como a contração são possíveis e a configuração é novamente instável.
3. Para $\gamma > 4/3$, $\mathcal{E} < 0$ sempre, e o sistema é ligado.

Vemos que em caso de contração, a energia potencial muda de $\Delta \mathcal{V}$, acarretando uma mudança na energia total de

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{(3\gamma - 4)}{(3\gamma - 1)} \Delta \mathcal{V} = -(3\gamma - 4) \Delta U \quad (2.9)$$

Então a emissão radiativa é

$$-\Delta \mathcal{E} = -\frac{(3\gamma - 4)}{(3\gamma - 1)} \Delta \mathcal{V} \quad (2.10)$$

e a energia interna aumenta em

$$\Delta U = -\frac{1}{3(\gamma - 1)} \Delta \mathcal{V} \quad (2.11)$$

com um conseqüente aumento da temperatura.

Assim a proto-estrela contrai com gradativo aumento da temperatura para formar uma estrela.

Quando o aumento da temperatura faz com que na superfície tenhamos entre 4000 K e 7000 K (dependendo da massa), a estrela entra na seqüência principal. A contração continua, aumentando a temperatura e iniciando a queima de combustível nuclear.

2.2.3. Modelo estelar básico

Agora podemos construir um modelo estelar “básico”^[2], escrevendo algumas equações para os processos físicos que descrevem a estrutura e evolução estelar.

(a) Equilíbrio Hidrostático

Partiremos do mais simples modelo, com a estrela sendo uma “bola” de gás, esfericamente simétrica e estática, resultando que todos os parâmetros físicos de interesse são funções apenas de r , a distância radial até o centro da estrela.

O equilíbrio hidrostático é estabelecido uma vez que a *atração gravitacional em direção ao centro* é perfeitamente balanceada pela *pressão interna* que exerce uma *força para fora* em todo ponto (r) dentro da estrela.

Para uma casca esférica de espessura dr ($\ll r$) e raio r , a força exercida pela matéria interior sobre a casca é

$$F_{grav} = \frac{G M(r) [4 \pi r^2 \rho(r) dr]}{r^2} \quad (2.12)$$

onde G é a constante da gravitação universal, $M(r)$ é a massa interna à casca e o termo entre colchetes a massa da casca (com $\rho(r)$ sendo a densidade). A pressão varia inversamente com r , fazendo com que a força resultante F_{pres} produzida pela pressão interna sobre a casca é dirigida para fora e vale

$$F_{pres} = -4 \pi r^2 dP \quad (2.13)$$

Equacionando F_{grav} e F_{pres} temos:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{G M(r) \rho(r)}{r^2} \quad (2.14)$$

Essa última equação descreve a variação da pressão ao longo de r dentro da estrela. Deve-se notar que os parâmetros P , ρ e M não são independentes, pois conhecida $\rho(r)$ determinamos $M(r)$ por integração, pois $dM/dr = 4\pi r^2 \rho(r)$, e conseqüentemente dP/dr , que é a grandeza que nos interessa.

(b) Equações de Estado

Devemos examinar em detalhe a constituição microscópica e o estado da matéria estelar, admitindo-se que para estrelas normais seja um gás perfeito*, obedecendo a lei dos gases perfeitos:

$$P(r) = n(r) k T(r) \quad (2.16)$$

Aqui relacionamos a pressão diretamente à densidade de partículas $n(r)$ (partículas/unidade de volume), à constante de Boltzmann k e à temperatura $T(r)$.

Ligamos $n(r)$ com $\rho(r)$ através da fórmula:

$$n(r) = \frac{\rho(r)}{\mu(r) m_H} \quad (2.17)$$

onde m_H é a massa do átomo de hidrogênio e $\mu(r)$ descreve a composição gasosa, ou o peso molecular médio da matéria estelar[★].

Então, a equação de estado torna-se:

$$P(r) = \frac{\rho(r) k T(r)}{\mu(r) m_H} \quad (2.18)$$

Na construção do modelo estelar, especificamos $\mu(r)$, restando $T(r)$ a ser determinada.

* Líquidos quânticos e redes sólidas de núcleos atômicos tornam-se importantes quando tratamos de anãs-brancas e estrelas de neutrons.

★ Para uma estrela como o Sol, μ pode ser aproximado por: $\mu = (2X + 0.75Y + 0.5Z)^{-1} \sim 1/2$, onde X, Y e Z são as frações de massa de Hidrogênio, Hélio e elementos mais pesados respectivamente.

(c) Transporte de Energia

Para determinarmos $T(r)$, devemos fazer considerações sobre como a energia é transportada no interior da estrela.

A hipótese do equilíbrio hidrostático exige que a temperatura no interior da estrela seja maior que em sua superfície, que combinada com a segunda lei da termodinâmica faz com que ocorra transporte de energia para o exterior.

Convencionalmente temos três processos: *condução*, que é desprezível em gases; *convecção* para algumas regiões onde ocorrem mudanças bruscas no gradiente de temperatura, e o principal meio, o transporte por *radiação*. No transporte por radiação, fótons “escapam” do interior da estrela, perdendo energia por processos de espalhamento com elétrons e foto-ionização. Esses processos determinam a *opacidade* da estrela nas regiões radiativas.

Voltando à nossa casca esférica estelar, faremos um tratamento de corpo-negro à emissão na base da casca (r), assim pela lei de Stefan-Boltzmann, o fluxo radiativo em direção ao exterior é:

$$F(r) = \sigma T^4(r) \quad (2.19)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann. Mas, em $r+dr$ temos $T+dT$ ($dT < 0$) e o fluxo é $F+dF = \sigma(T+dT)^4 \sim \sigma(T^4 + 4T^3 dT)$, então o fluxo absorvido na casca é:

$$dF = 4\sigma T^3(r) dT \quad (2.20a)$$

que também pode ser escrito em termos da opacidade $\kappa(r)$:

$$dF = -\kappa(r) \rho(r) F(r) dr \quad (2.20b)$$

Definindo a *luminosidade* $L(r) = 4\pi r^2 F(r)$ (energia/tempo), combinando as equações 2.20 e introduzindo um fator de correção (4/3) para transporte radiativo^[2], temos

$$L(r) = -\frac{64\pi\sigma r^2 T^3(r)}{3\kappa(r)\rho(r)} \left(\frac{dT}{dr}\right), \quad (2.21)$$

Agora nosso modelo estelar está completo, pois $\kappa(r)$ depende de $\mu(r)$, $\rho(r)$ e $T(r)$; e $L(r)$ é a luminosidade observada da estrela.

(d) Fontes de Energia

Desde que a luminosidade estelar representa *emissão* de energia, a estrela não é perfeitamente estática e nosso modelo é adequado para escalas de tempo “pequenas” frente ao tempo de evolução estelar.

Surgem as questões:

- Quanto tempo dura esse regime “estacionário”
- Qual a fonte de energia responsável pela manutenção da estrutura estelar

Evidências geológicas e paleontológicas mostram que a luminosidade do Sol, não mudou apreciavelmente em centenas de milhões de anos, e vale $L_{\odot} = 3.90 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$.

Em regime quasi-estático, temos dois processos possíveis para geração de energia em uma estrela gasosa:

1. Contração gravitacional e/ou
2. Reações de fusão termonuclear

Cada um desses processos é importante em determinados estágios da evolução estelar; por volta de 1860 Kelvin e Helmholtz sugeriram o primeiro mecanismo, e em 1920 Eddington propôs o segundo mecanismo, que à partir de 1938 com o trabalho de Bethe e Weizäcker começou a ser melhor compreendido.

Como visto, contração provoca aumento na temperatura que resulta na pressão que equilibra as forças gravitacionais, mas o decréscimo na energia potencial gravitacional é duas vezes maior que o aumento na energia térmica, então, metade deve ser irradiada para fora da estrela, que é a sua luminosidade observada. Aplicando esse conceito ao Sol, temos a energia potencial gravitacional média disponível para radiação:

$$GM_{\odot}/2R_{\odot} = 9.54 \times 10^{14} \text{ erg g}^{-1} \quad (2.22)$$

Para manter a atual luminosidade solar, a taxa de produção de energia por unidade de massa de material estelar seria $\epsilon_{\odot} = 2.0 \text{ erg s}^{-1} \text{ g}^{-1}$, mostrando que a contração gravitacional geraria energia por um período aproximado de 15 milhões de anos apenas, então devemos ter outro processo que seja capaz de fornecer energia por um período da ordem de bilhões de anos.

O segundo processo, de fusão termo-nuclear, ocorre quando núcleos atômicos leves colidem com energia suficiente para superar a barreira coulombiana e se aproximarem a uma distância $\sim 10^{-13} \text{ cm}$, onde as forças nucleares superam a repulsão eletrostática e esses

núcleos agregam-se com liberação de enormes quantidades de energia. Dizemos que elementos leves “queimam” para formar outros mais pesados neste processo de *nucleosíntese*.

A barreira coulombiana é proporcional ao produto das cargas envolvidas, então a reação mais fácil ocorre entre dois prótons à densidades e temperaturas ($\sim 10^6$ K) comparáveis àquelas existentes no interior das estrelas, e a grande abundância de hidrogênio em material estelar faz com que seja um importante constituinte dessas reações nucleares. O próximo núcleo estável é o de hélio com peso atômico 4, mas quatro prótons pesam mais que um núcleo de ${}^4_2\text{He}$, sobrando 0.0286 u.m.a. que são convertidas em energia, e a equivalência é estabelecida através da equação de Einstein da relatividade especial,

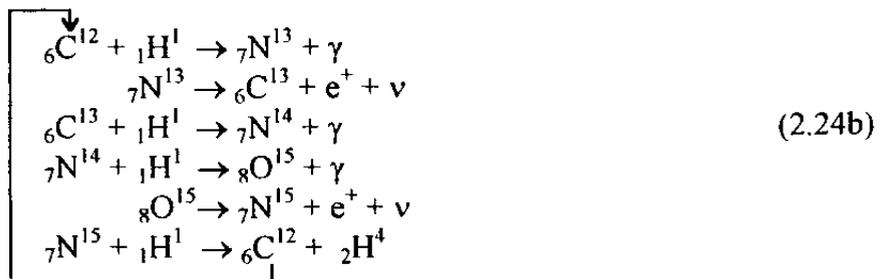
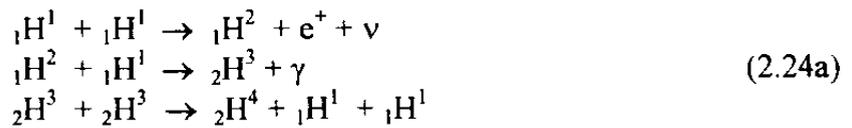
$$E = mc^2 \quad (2.23)$$

Como uma u.m.a. é 1.66×10^{-24} g, a energia liberada na fusão de quatro ${}^1_1\text{H}$ em um ${}^4_2\text{He}$ é

$$E = (0.0286) \times (1.66 \times 10^{-24}) \times (3 \times 10^{10})^2 = 4.3 \times 10^{-5} \text{ erg}$$

Podemos ainda fazer uma estimativa da energia total E_{tot} disponível no Sol, usando a equação 2.23, e fazendo algumas hipóteses simplificadoras, por exemplo, que todo o Sol é formado por hidrogênio a ser convertido em hélio, mas como apenas a região central tem uma temperatura suficiente para permitir a fusão, usamos 10% da massa total no cálculo, chegamos ao valor $E_{\text{tot}} = 1.28 \times 10^{51}$ erg que se comparada com L_{\odot} , resulta em energia emitida em um período de pelo menos 10 bilhões de anos, sendo que as melhores estimativas da idade do Sol estão situadas em 5 bilhões de anos, portanto temos um processo que fornece enormes quantidades de energia para manter a estrutura estelar.

A fusão de quatro prótons não ocorre sempre de maneira direta, mas através de etapas conhecidas como cadeia p-p (2.24a) e ciclo CNO (2.24b).



O cadeia p-p (próton-próton) é predominante à temperaturas até $\sim 2 \times 10^7$ K enquanto o ciclo CNO passa a ser mais importante em temperaturas mais elevadas. Como vemos em 2.24b, o átomo de carbono age como catalisador, e esse ciclo ocorre apenas em estrelas com carbono na composição inicial, o que diferencia as estrelas da População I (que iniciam suas vidas com uma fração suficiente de carbono) e as da População II (que não apresentam carbono inicialmente), mesmo que as da População II apresentem temperaturas suficientes para permitir as reações do ciclo CNO.

Outros dois processos complementares são listados abaixo:



A reação 2.25 ocorre simultaneamente com 2.24a embora com menor frequência, e as reações 2.26, conhecidas como processo triplo- α , são iniciadas à temperaturas em torno de 10^8 K e a adição de partículas- α extras ao ${}_6\text{C}^{12}$ levam a formação dos elementos ${}_8\text{O}^{16}$, ${}_{10}\text{Ne}^{20}$, ${}_{12}\text{Mg}^{24}$ e outros ainda mais pesados.

Dessa forma, vemos que as reações nucleares têm papel fundamental na geração de energia e síntese de elementos, além de serem responsáveis por toda a configuração estrutural da estrela. Também veremos mais adiante nesse capítulo (seção 2.3), que as reações 2.26 e seus elementos resultantes são importantíssimos na configuração de estrelas em estágio de pré-supernovas.

2.2.4. Seqüência Evolutiva

Podemos acompanhar as etapas da evolução estelar seguindo o posicionamento da estrela no diagrama H-R em suas diversas fases.

A figura 2.2 mostra a “trilha” evolutiva de uma estrela de $5 M_{\odot}$ [†].

De O até A temos a posição da estrela de idade “zero” na seqüência principal, fase em que se inicia a queima de hidrogênio nas regiões centrais. O ponto B representa a fase em que resta pouco ou quase nenhum hidrogênio no centro, então toda a estrela contrai, resultando

[†] Podemos usar esse exemplo como genérico, pois diferenças de massa alteram apenas a velocidade de cada etapa e o posicionamento relativo no diagrama H-R, basicamente a seqüência evolutiva permanece a mesma.

que material de camadas mais externas é transportado para regiões de alta temperatura e começa a queima de hidrogênio em uma “casca” que envolve o núcleo central formado inicialmente por hélio (ponto C). No intervalo de D até E é quando ocorre uma diminuição da “casca” ativa e conseqüentemente, um aumento do núcleo central, por acréscimo de combustível queimado na “casca”.

Quando o núcleo atinge um limite superior de massa onde torna-se impossível o equilíbrio (limite de Schönberg-Chandrasekhar), é iniciada uma rápida contração, porém a geração de energia na “casca” que o envolve é acelerada e o envoltório externo expande com resfriamento da superfície (estágios de C até E).

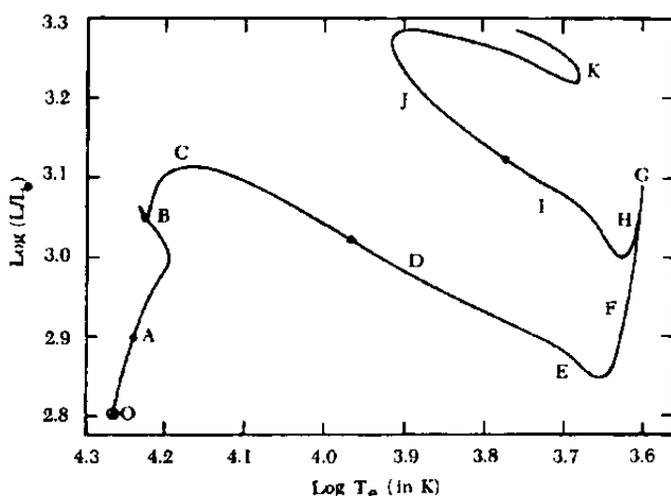


Figura 2.2: Etapas da evolução estelar no diagrama H-R. O-Idade “zero” na seqüência principal. A-Queima de hidrogênio no núcleo central. B-Fase de contração global (centro e camadas externas). C-Queima de hidrogênio na “casca” que envolve o centro. D-Crescimento do núcleo central e diminuição do envoltório. E-Início de convecção na matéria do envoltório. F-Fase de gigante-vermelha. G-Início do processo triplo- α . H-Primeira fase de queima de hélio no núcleo central. I-Contração rápida. J-Principal fase de queima de hélio. K-Esgotamento do hélio no centro estelar.

Na última parte do processo de expansão, correntes de convecção no envelope externo são responsáveis pelo transporte de energia do interior para fora, aumentando a luminosidade. É o início da fase de gigante-vermelha (estágios F até H).

A temperatura no interior atinge $\sim 10^8$ K devido à contração do núcleo central e têm início as reações do tipo triplo- α (2.26).

A queima de hélio é rápida nessa fase e a superfície resfria (posição G até H). Novamente a temperatura sobe, pois continua a contração, e a queima do hélio no núcleo central é reiniciada com aumento gradual da temperatura superficial e luminosidade (le J).

Quando o hélio se esgota, a composição do núcleo é principalmente carbono, e a

contração novamente ocorre com início da queima de hélio no envelope externo com grande geração de energia que expande o envoltório rumo ao exterior, e a estrela agora é uma super-gigante (estágio K). Nesse estágio a estrela está próxima dos últimos acontecimentos em sua evolução.

2.2.5. Estágios finais: Anãs-brancas e Supernovas

As fases que se sucedem à queima do hélio ainda não são bem conhecidas, embora tenhamos certeza do resultado final, através da observação de dois tipos de estrelas: as anãs-brancas e as estrelas de neutrons (observadas como pulsares).

O fator decisivo para a estrela seguir um “caminho” que a leve em uma dessas configurações finais é sua massa. Estrelas com massas da ordem de grandeza da massa do Sol terminam suas vidas como anãs-brancas, enquanto estrelas de maior massa passam por uma sucessão de eventos catastróficos, que podem levar à sua explosão e possível formação de uma estrela de neutrons ou ainda a um buraco negro.

(a) Anãs-brancas

Em estrelas com pequena massa (até $\sim 8 M_{\odot}$), a contração do núcleo de carbono não produz uma temperatura suficiente para iniciar as reações nucleares. O núcleo central então se contrai elevando a temperatura que é suficiente para queimar o combustível disponível nas camadas externas, similarmente ao estágio C da fig. 2.2 . Como naquele caso, o envoltório expande e esfria, mas dessa vez com uma separação muito grande do núcleo central, tornando-se quase transparente (nebulosas “planetárias”) e expondo o núcleo central como uma estrela muito quente e densa.

Observações mostram anãs-brancas com temperaturas superficiais entre 5000 K e 50000 K, com raio da ordem de $0.02 R_{\odot}$ e até menores, isto é, próximo ao raio da Terra. Então esses objetos são extremamente densos, fazendo com que a matéria interior esteja em estado degenerado, com os elétrons não podendo mais se moverem de maneira completamente aleatória.

A degenerescência é resultado do *princípio da exclusão de Pauli* aplicado à matéria em altas densidades ($\sim 10^{10} \text{ g/cm}^3$), onde os núcleos estão muito próximos^[3].

A figura 2.3 mostra a seção reta (ao longo da componente x) da distribuição de momentos segundo a lei de Maxwell, que tem a forma da função erro com a dispersão inteiramente determinada pela temperatura (curva a). Se colocarmos duas vezes mais elétrons no mesmo volume $dx dy dz$, a densidade de elétrons com momento p_x , $n(p_x)$, dobra em cada ponto, mas a dispersão da distribuição não se altera (curva b).

O crescimento em $n(p_x)$ tem um limite imposto pelo princípio da exclusão^[3]: se tomarmos um elemento de volume no espaço de fase hexadimensional $dp_x dp_y dp_z dx dy dz$

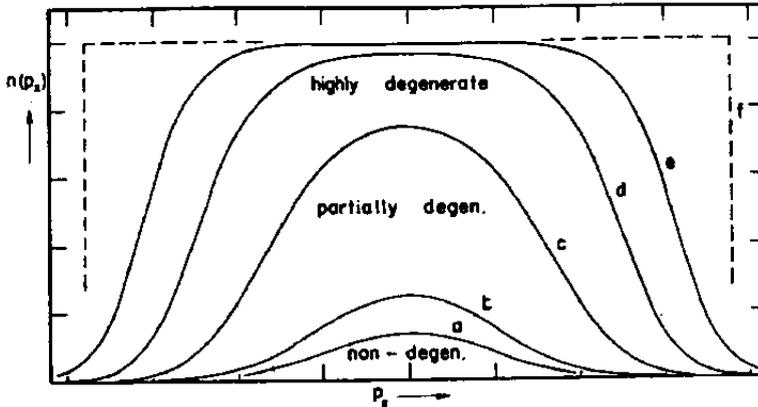


Figura 2.3: Seção reta unidimensional (ao longo do eixo- x) da distribuição de momentos para elétrons.

e o dividirmos em células de dimensão h^3 , onde h é a constante de Plank, só podemos colocar dois elétrons (com spins invertidos) em cada célula. Então a densidade de elétrons n_e no espaço de fase tem um limite superior:

$$n_e dp_x dp_y dp_z dx dy dz \leq \frac{2}{h^3} dp_x dp_y dp_z dx dy dz \quad (2.27)$$

Se adicionarmos mais e mais elétrons em $dx dy dz$, o máximo em $n(p_x)$ é atingido, com as células correspondentes a pequenos momentos sendo preenchidas, deslocando os elétrons restantes para energias mais altas. Assim a função de distribuição é deformada como mostra as curvas c , d e e , até a sua completa obliteração (curva f). Nesse caso todas as células com $p_x < p_0$, sendo p_0 o momento limitante, estão ocupadas e as com $p_x > p_0$ vazias.

O valor de p_0 está relacionado com a densidade e a pressão como segue:

$$P_e \propto p_0^4 \quad (2.28a)$$

$$\rho_e \propto \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{\frac{4}{3}} \quad (2.28b)$$

onde P_e e μ_e são respectivamente a pressão e a fração de massa eletrônicas. O termo de proporcionalidade e as potências envolvidas variam de acordo com o regime de velocidades ser relativístico ou não^[3].

Quando temos uma situação como a da curva f , a função de distribuição é completamente determinada por p_0 e pelo princípio da exclusão de Pauli, e o gás eletrônico é dito *completamente degenerado*.

A causa dessas grandes densidades é que toda a energia nuclear disponível foi utilizada e a estrela sofre contração gravitacional até ser interrompida pela pressão do gás degenerado de elétrons, que nesse estado é extremamente alta e a principal responsável para a estrela entrar novamente em equilíbrio hidrostático.

Não havendo mais energia interna disponível depois de interrompida a contração, a estrela entra em um processo de lento resfriamento ($\sim 10^{10}$ anos) atingindo temperaturas de até $\sim 3000 \text{ K}^+$ e terminará assim a sua vida.

Entretanto, o surgimento de anãs-brancas é dependente da massa inicial da estrela, pois a maior massa sustentável pela pressão eletrônica é $1.44 M_{\odot}$ ^[3], o chamado *limite de Chandrasekhar*.

Estrelas com massa suficiente para produzirem temperaturas que iniciem a queima do carbono, também podem produzir núcleos centrais com massa que superem esse limite e assim temos a ocorrência de uma *Supernova*.

(b) Supernovas

Na década de 30, Baade e Zwicky iniciaram a observação sistemática de supernovas através de constante inspeção fotográfica dos céus. As supernovas eram detectadas por comparação de fotos de galáxias em ocasiões diferentes. Fotos que apresentassem imensos pontos brilhantes em regiões onde nada aparecia em fotos anteriores, eram atribuídas às supernovas.

Minkowski começou a fazer medidas espectroscópicas com as supernovas descobertas e pôde distinguir dois grandes grupos: As do Tipo I que não apresentam linhas

⁺ Abaixo dessa temperatura são classificadas como anãs-marrons, devido ao seu brilho fraquíssimo.

de hidrogênio e têm uma curva de luminosidade estreita, e as do Tipo II que apresentam hidrogênio e curvas de luminosidade mais largas.

Diferenças ainda ocorrem nos mecanismos de formação. as do Tipo II são explicadas por colapsos gravitacionais estelares, enquanto nas do Tipo I ocorre a explosão deflagrada por reações termo-nucleares. O modelo de explosão para as do Tipo I foi proposto por Hoyle e Fowler na década de 60. Uma anã-branca constituída principalmente por C e O, sofre acréscimo de massa às custas de uma estrela companheira, então a temperatura atinge níveis para reiniciar de forma abrupta e explosiva a queima de elementos em seu interior. Um estudo detalhado das supernovas do Tipo I pode ser encontrado no trabalho de Woosley e Weaver^[4].

Centraremos nossa atenção nas supernovas do Tipo II, que de forma geral são explicadas como segue:

Para estrelas de grande massa ($M > 1.4 M_{\odot}$), a temperatura no centro atinge níveis suficientes para iniciar a queima de carbono em processo de fusão termo-nuclear. O núcleo central ainda pode conter outros elementos como oxigênio e neônio, que foram produzidos durante a fase de queima do hélio. Várias outras reações envolvendo esses elementos podem ocorrer em temperaturas próximas a 3×10^9 K, resultando em um núcleo central contendo vários elementos mais pesados, com particular abundância de ferro, Fe^{56} , e seus isótopos.

Quando a massa do *núcleo central* da estrela supera o limite de Chandrasekhar, tem início o colapso gravitacional, pois a pressão eletrônica não sustenta mais a estrutura da estrela, então, as camadas externas “caem” em direção ao centro de forma implosiva e abrupta, levando elementos leves à regiões onde sofrem reações termo-nucleares em taxas altíssimas. O colapso da estrela também causa ondas de choque para o exterior, assim, esses eventos causam a explosão e ejeção de material para o espaço, dando origem a uma *supernova*.

A intensidade da explosão e a energia liberada podem fazer com que luminosidade da supernova supere a de uma galáxia inteira por breves períodos de tempo.

As supernovas ejetam parte substancial da matéria da estrela original, suprimindo elementos pesados ao meio interestelar e gerando raios cósmicos de altíssima energia.

Mesmo com a ejeção de matéria, o núcleo central colapsa até densidades $\sim 10^{14}$ g/cm³ ou maiores. Sob essas condições, elétrons ultra-relativísticos “penetram” nos

núcleos atômicos e se combinam com prótons formando neutrons. Esse processo, chamado de captura eletrônica, é uma importante fonte de neutrinos durante o colapso, como veremos mais adiante.

Em temperaturas ainda mais elevadas, os núcleos se desintegram em neutrons e os poucos prótons restantes, fazendo com que a estrela pareça um gigantesco e único núcleo atômico; então a estrela é formada por um “virtualmente incompressível” gás degenerado de neutrons, com raio entre 10 e 30 Km e massa entre 1 e 3 M_{\odot} ($\rho \sim 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$).

A teoria de estrela de neutrons foi originalmente proposta por Landau e Oppenheimer na década de 30 e corroborada com as primeiras observações de pulsares^[cap. 16 da referência 2 e referências ali contidas].

Sendo as supernovas e a emissão de neutrinos que acompanha o colapso os objetos de estudo desse trabalho, nas seções seguintes faremos uma descrição detalhada desses acontecimentos.

2.3. Evolução de estrelas de grande massa até a configuração de pré-supernovas

A descrição genérica que segue estabelece um intervalo de massa para supernovas do Tipo II, sendo limitado inferiormente pelas estrelas que se transformam nas anãs-brancas de maior massa, ou seja, que possibilitem a formação de núcleos centrais colapsantes, e superiormente pelas estrelas de maior massa que ainda retém o envelope de hidrogênio no momento da explosão. Existem estrelas supermassivas ($M > 60 M_{\odot}$) que podem explodir^[4], mas como elas não apresentam o envelope de hidrogênio, suas curvas de luz e espectros não as enquadram na categoria “Tipo II”.

As maiores anãs-brancas têm progenitoras na seqüência principal com massas próximas de $8 M_{\odot}$ ^[5]. Este valor é consistente com os modelos teóricos de formação e observações de anãs-brancas, argumentos estatísticos para ocorrência das SN's Tipo II e sua localização preferencial nos braços de galáxias espirais^[1 e referências contidas].

A massa das maiores estrelas que “morrem” ainda em posse de seu envelope de hidrogênio é incerta, mas existem estimativas que situam seu valor em $40 M_{\odot}$ ^[6].

O estudo da evolução de pré-supernovas, geralmente se faz escalonando as massas das progenitoras em intervalos, definindo assim sub-classes dentro da família do Tipo II. Esses intervalos englobam estrelas com as mesmas peculiaridades evolutivas, que resultam em diferentes configurações do estágio pré-colapso.

Os dois intervalos principais são:

1. Estrelas com $8 \leq M/M_{\odot} \leq 11$
2. Estrelas com $M/M_{\odot} \geq 11$

O primeiro intervalo tem como limite inferior as estrelas que atingem a queima de carbono em estado degenerado, e como superior, aquelas que chegam a atingir os seis estágios de queima de combustível nuclear (H, He, C, Ne, O, Si). Dentro desse intervalo, a evolução estrutural é complexa, sendo caracterizada por alto grau de degenerescência eletrônica e sensibilidade à captura eletrônica mesmo nos estágios de ignição de neônio e oxigênio. Estudos detalhados dessa categoria ^[7], mostram que para núcleos estelares de hélio iniciais, com $2.2 \leq M_{\text{he}}/M_{\odot} \leq 2.5$, após haverem atingido a etapa de queima do carbono, formam um centro de Ne-O em estado degenerado, até que a densidade de $2.5 \times 10^{10} \text{ g/cm}^3$ seja alcançada, então o oxigênio queima em condições de extrema degenerescência e com rápida contração, pois a captura eletrônica em ^{20}Ne , ^{24}Mg e nos núcleos do grupo do Fe^{\dagger} reduzem a pressão e aceleram o colapso do núcleo central até quase o regime de “queda-livre”. Assim, as fases de ignição estável de silício e a formação do núcleo central de ferro são tranpostas, e o núcleo estelar com massa $\sim 1.35\text{-}1.40 M_{\odot}$ colapsa até a densidade nuclear, contendo ainda combustível não-queimado em regiões mais externas.

As estrelas no limite superior do primeiro intervalo ($\sim 11 M_{\odot}$) formam núcleos centrais de hélio com massas $2.5 \leq M_{\text{he}}/M_{\odot} \leq 2.8$. As do segundo intervalo, $M_{\text{he}}/M_{\odot} \geq 2.8$. Nesses casos, as estrelas evoluem até núcleos centrais de ferro em equilíbrio hidrostático. O colapso é “disparado” através da combinação de efeitos como foto-desintegração e

[†] Todos isótopos com $48 \leq A \leq 65$ com excesso de neutrons maior que o ^{56}Fe

captura eletrônica, resultando em uma supernova especialmente brilhante devido à interação da onda de choque com a matéria ejetada.

Um estudo detalhado da configuração de estrelas com $M > 11 M_{\odot}$ em estágios avançados pode ser encontrado nas referências contidas em [4].

A energia total emitida pela estrela, tem sua potência aumentada rapidamente com sua evolução. Isso se deve aos neutrinos, cuja emissão é uma das parcelas principais nas perdas de energia, tanto por processos térmicos como por interações fracas. A emissão neutrínica é proporcional a um fator de potência da temperatura. Como a queima de cada elemento é caracterizada por um forte aumento na barreira Coulombiana, temperaturas mais elevadas são requeridas em cada estágio sucessivo, aumentando substancialmente a emissão de neutrinos.

Simultaneamente, a energia específica por grama disponível nas reações nucleares *diminui* para elementos mais pesados, assim, a velocidade de queima aumenta em cada etapa.

A Figura 2.4 mostra esse ciclo, indicando o elemento combustível, a duração da queima, temperatura e densidade correspondentes a cada fase.

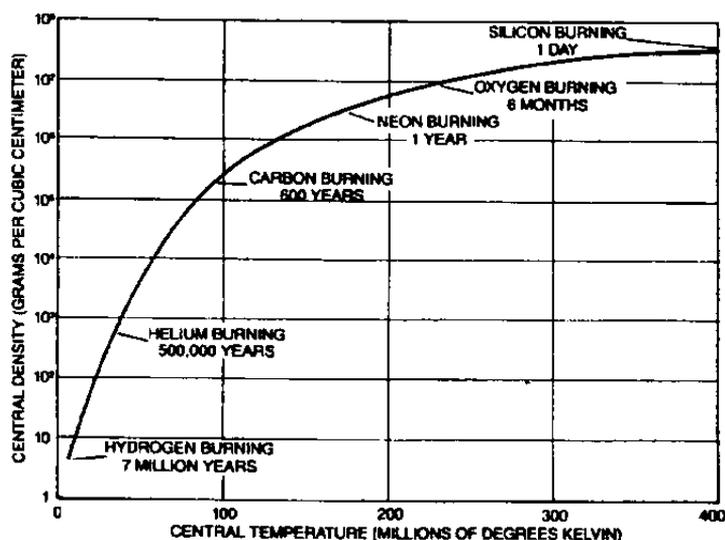


Figura 2.4: *Seqüência de elementos combustíveis e duração de cada etapa de queima para uma estrela de $25 M_{\odot}$. A evolução acontece sempre para temperaturas e densidades crescentes no núcleo central.*

No estágio de queima de carbono, as camadas externas da estrela já assumiram sua configuração final. Se as perdas de massa não incluíram o envelope de hidrogênio e a

estrela tem uma composição que classifique-a na População I do diagrama de Hertzsprung-Russel, nesse estágio ela é tipicamente uma super-gigante vermelha.

Dentro deste contexto que temos as SN's Tipo II típicas, com explosões de $\sim 10^{50}$ - 10^{51} erg.

Podemos ter uma visão geral das propriedades dos modelos de pré-supernova, pelas Tabela II.1 e Figura 2.5 [4].

Na Tabela II.1 vemos as massas de vários estágios da evolução de uma estrela (núcleos centrais de hélio, ferro e da estrela de neutrons resultante) à partir da sua massa na seqüência principal, também, a energia da explosão e massa total em elementos pesados expelida. Todas as massas em unidades de M_{\odot} .

Nota-se na Tabela II.1 que a massa do núcleo central de ferro não tem dependência monotônica com a massa da estrela na seqüência principal entre 25 e 35 M_{\odot} . Isso é devido ao número de vezes em que é iniciada a ignição da camada de oxigênio nessas estrelas. Normalmente ocorreria a queima desse elemento em duas etapas, mas nesse intervalo de massa ocorre apenas uma, reduzindo o volume de matéria disponível para a formação de ferro.

Massa na Seqüência Principal	Massa do Núcleo Central de Hélio	Massa do Núcleo Central de Ferro	Massa da Estrela de Neutrons	Energia da Explosão (10^{50} erg)	Massa em Elementos pesados expelidos ($Z \geq 6$)
11	2.4	- ^a	1.31	3.0	-0
12	3.1	1.31	1.26	3.8	0.96
15	4.2	1.33	1.31	2.0	1.24
20	6.2	1.70	-	-	2.53
25	8.5	2.05	1.96	4.0	4.31
35	14	1.80	-	-	9.88
50	23	2.45	-	-	17.7
75	36	- ^b	BN?	-	30?
100	45	$\sim 2.3^b$	BN?	≥ 4.0	39?

^a Nunca desenvolve núcleo central de ferro em equilíbrio hidrostático

^b Pulsação e instabilidade durante a queima de oxigênio

BN: buraco negro

Tabela II.1: Modelos de pré-supernovas e suas características

A Figura 2.5 mostra a “radiografia” de uma estrela pré-supernova no início do colapso. Na abcissa, temos a massa interior (massa integrada a partir do centro da estrela)

em unidades de M_{\odot} . Na parte superior vemos o comportamento de fatores energéticos e estruturais: Temperatura, densidade, emissão total de energia (L_{tot}), emissão de neutrinos por captura eletrônica (ϵ_{ν}) e a quantia de energia nuclear gerada (ϵ_{nuc}).

Como citado anteriormente, os principais processos de perdas de energia são a emissão de neutrinos e a foto-desintegração. Comparando as curvas ϵ_{ν} e L_{tot} , vemos que os neutrinos respondem pela quase totalidade da energia total que escapa do núcleo central, onde a temperatura atinge 7.62×10^9 K e a densidade 9.95×10^9 g/cm³.

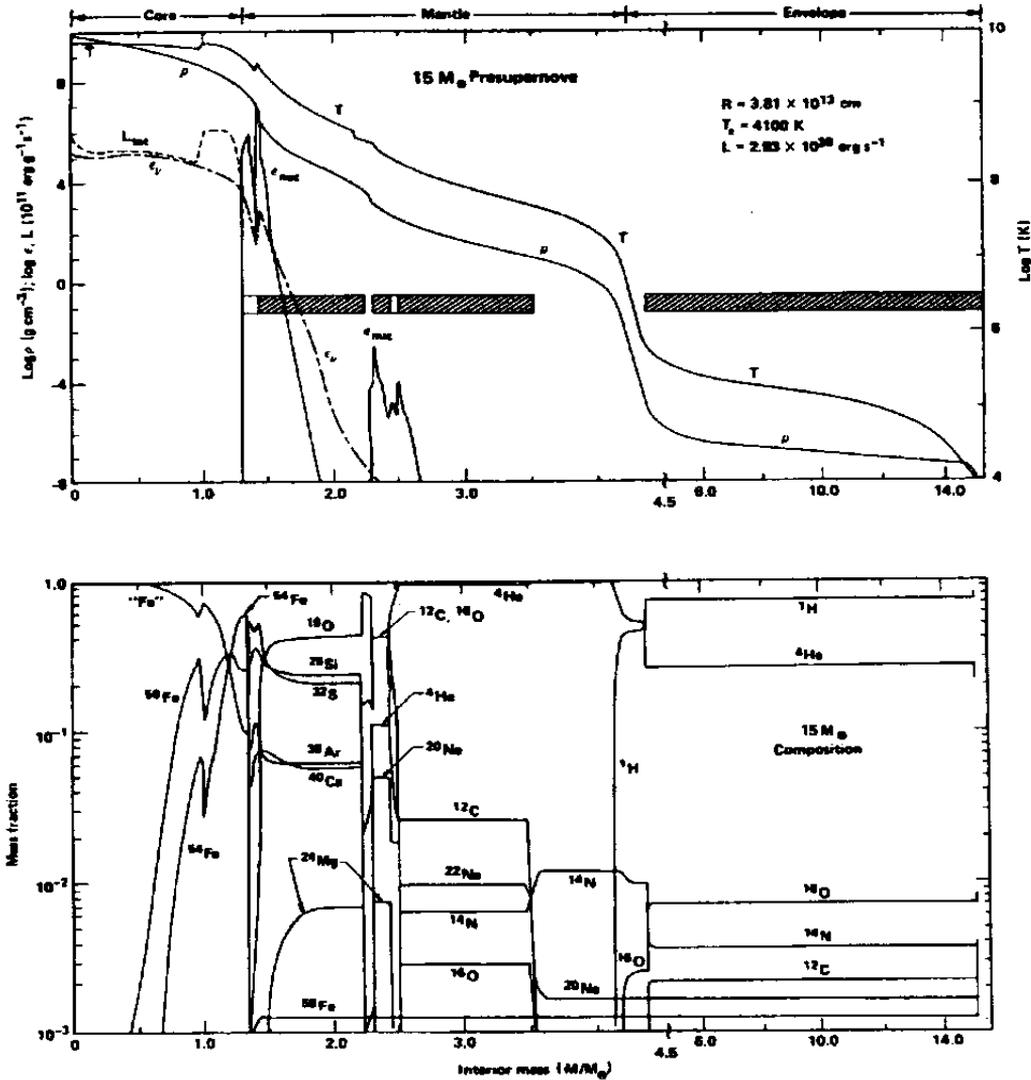


Figura 2.5: Estrutura e composição de uma estrela pré-supernova com $15 M_{\odot}$ no instante que a borda externa do núcleo central de ferro começa a colapsar.

Os picos em ϵ_{nuc} mostram a localização das camadas ativas em queima de combustível nuclear. As faixas hachuradas, vazias e em branco, mostram as regiões com regime convectivo, semi-convectivo e radiativo respectivamente.

A estrutura da pré-supernova e a massa do núcleo central de ferro podem ser melhor estudados através da *entropia por barion S*.

As estrelas de maior massa evoluem com um perfil de entropia aproximadamente constante na seqüência principal. Em uma estrela na faixa de $15 M_{\odot}$ temos $S/k \sim 23$ (k é a constante de Boltzmann); para $25 M_{\odot}$, $S/k \sim 27$. Estrelas mais leves começam com entropias menores, como requerem as equações de estrutura estelar: Temperaturas baixas à pequenas densidades. Na média, S se mantém até estágios avançados de queima, quando então perdas por fótons e neutrinos a reduzem. Através de sua evolução, a estrela está submetida ao critério de estabilidade convectiva, que faz a entropia constante, ou então crescer radialmente no sentido externo.

No instante em que se inicia a queima de carbono, ocorre grande transporte de energia rumo ao exterior da estrela. No núcleo central, as perdas por emissão de neutrinos reduzem localmente a entropia para $S/k \sim 3$, enquanto nas camadas externas S/k atinge ~ 40 , principalmente por transporte de radiação durante a formação da gigante vermelha. Figurativamente, a estrela cava um “buraco entrópico” em seu próprio centro, deslocando a energia excedente para o envelope externo, ou mesmo irradiando-a para o espaço.

Tendo o núcleo central de ferro crescido além do limite de massa que os elétrons degenerados podem suportar, inicia-se o colapso. Duas causas principais de instabilidade ocorrem simultaneamente: Para estrelas de pequena massa $M \leq 15 M_{\odot}$, a captura de elétrons pelos elementos do grupo do ferro reduz a pressão de sustentação (que como vimos têm sua maior contribuição no gás de elétrons degenerados) e ainda emite neutrinos que “removem” entropia do centro estelar facilitando o colapso (Fig. 2.1). A instabilidade é complementada em estrelas de pequena massa pela foto-desintegração dos núcleos do grupo do ferro em partículas α (uma vez que energia foi gerada no processo de fusão para formá-los, a mesma energia deve ser agora usada para dissociá-los...), e a energia usada vêm tomada do gás eletrônico. Como a pressão é proporcional ao número de partículas do meio, a *contribuição nuclear* para a pressão *aumenta*, porém, a *parcela referente aos elétrons* é muito mais importante, e a energia tomada dali para a foto-desintegração *diminui* a pressão eletrônica. Esse mecanismo é *dominante* em estrelas com $M > 20M_{\odot}$ e responsável por um dos importantes ramos nos processos de núcleo-síntese ^[8].

A contração faz crescer a temperatura e a densidade, mas como parte da energia vai para a foto-desintegração, o aumento de pressão não acompanha o aumento das forças gravitacionais. Na média, o índice adiabático γ assume valores $\gamma < 4/3$ acelerando ainda mais o colapso. Devemos observar que a discussão feita na seção 2.2.2, sobre a estabilidade de um sistema em função do índice adiabático γ , também é válida para o processo de colapso estelar.

Mesmo não atingindo o regime de queda-livre, a matéria externa pode alcançar velocidades supersônicas em direção ao núcleo central.

A etapa seguinte do processo é a explosão, que continua sendo uma das grandes dificuldades da astrofísica teórica, apesar de muitos progressos alcançados (teóricos e computacionais) e das novas idéias que surgiram.

2.4. O colapso do núcleo central e a explosão

2.4.1. Panorama geral

Durante o colapso para altas densidades de um núcleo estelar de ferro com as características da Figura 2.5, grandes quantidades de energia potencial gravitacional são convertidas em calor e movimento mecânico. Desde o trabalho pioneiro de Baade & Zwicky em observar sistematicamente a ocorrência de supernovas, já se imagina que se apenas uma pequena fração dessa energia fosse transmitida às camadas externas, seria possível sua ejeção.

Nas últimas décadas têm-se tentado construir um modelo que explique esse “acoplamento” da energia disponível na estrela colapsante com a matéria do envelope, mas os resultados são discrepantes.

Hoyle e Fowler sugeriram nos primeiros trabalhos (década de sessenta) que explosões termo-nucleares fossem responsáveis pelos Tipos I e II de supernovas, mas rapidamente a idéia foi abandonada para as do Tipo II. Colgate e White então propuseram o primeiro modelo onde o transporte de energia por *neutrinos* fosse responsável pela explosão. A energia térmica interna da estrela geraria neutrinos que interagiam com as

camadas externas provocando a explosão. Em simulações desenvolvidas até o princípio da década de setenta, esse modelo apresentou falhas e resultados duvidosos.

Com o desenvolvimento de conhecimentos sobre a interação fraca, os cálculos foram refinados com a inclusão de interações de neutrinos com núcleos pesados, *via* corrente neutra, com a seção de choque acompanhando $\sigma \propto A^2$.

No meio da década de setenta foram introduzidos os efeitos de aprisionamento de neutrinos no núcleo estelar (em regiões de altíssima densidade), retornando as idéias de um mecanismo de explosão puramente hidrodinâmico. Também, o desenvolvimento de equações de estado nucleares mostraram que núcleos em estados excitados levariam a um centro estelar com menores temperaturas, portanto sujeito à densidades maiores e mecanismos de aprisionamento de neutrinos mais efetivos, bem como a redução nas taxas de captura eletrônica por núcleos pesados que resulta em maior probabilidade de ocorrência da explosão.

Outra idéia fundamental introduzida no início da década de oitenta foi a do colapso homólogo que resulta em um acúmulo de ondas acústicas dentro do núcleo estelar de ferro, transformando-se em uma onda de choque que expeliria as camadas externas da estrela.

Depois verificou-se que a onda de choque é atenuada em seu caminho para o exterior da estrela por provocar fotodesintegração, que consome $\sim 1.5 \times 10^{51}$ erg / $0.1 M_{\odot}$, além das perdas de energia por emissão de neutrinos.

As equações de estado nuclear também mostraram-se importantes nas simulações. O uso de equações com diferentes características influenciaram na ocorrência da explosão.

Wilson em 1985 analisou os resultados das simulações usando um tempo mais longo nos cálculos e verificou que após a interrupção da onda de choque, neutrinos emitidos da região mais interna interagiriam na região do choque reavivando-o, e obteve uma explosão de pequena energia. Esse mecanismo foi chamado de “choque atrasado” (*delayed shock*).

Analisaremos esses aspectos em detalhes nas seções seguintes.

2.4.2. Condições iniciais

O perfil da estrela pré-supernova geralmente utilizado nas simulações segue o obtido por Woosley e Weaver^[4] descrito na seção 2.3.

A contribuição dominante para a pressão vem dos elétrons relativísticos em estado degenerado (ver 2.2.5) e uma fração menor ($\sim 5\%$) da pressão nuclear.

É bem conhecido que um gás de elétrons relativísticos com massa maior que a massa de Chandrasekhar

$$M_{CH} \approx 5.8 Y_e^2 M_\odot \quad (2.29)$$

tem uma configuração instável e colapsará. Y_e é o número de elétrons por nucleon. O processo só é interrompido quando a pressão nuclear for alta o suficiente, que acontece quando os núcleos começam a se “tocar”.

São utilizadas a simetria esférica e a aproximação Newtoniana para a equação de movimento^[9]:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM_r}{R^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} \quad (2.30)$$

onde R é a posição de um dado elemento de massa M_r , ρ a densidade e G a constante gravitacional.

A pressão é dada pela equação de estado $P = P(\rho, T, Y_e)$, onde geralmente se substitui a temperatura pela entropia S porque esta permanece aproximadamente constante durante todo o colapso para cada elemento de massa. A entropia é utilizada em unidades da constante de Boltzmann k , tornando-se um número puro da ordem $S/k \sim 1$.

Os cálculos são realizados em coordenadas generalizadas rotuladas convenientemente por cada elemento de massa M_r . O núcleo estelar de ferro é dividido em cascas concêntricas subdivididas em zonas, seguindo o critério de grandes zonas para partes onde internamente não ocorram alterações significativas em ρ , T e Y_e , e zonas menores nas camadas mais ativas em reações termonucleares.

Os intervalos de tempo de integração das equações de movimento devem ser escolhidos pequenos o suficiente para satisfazerem a *condição de Courant*, ou seja, uma onda sonora não pode atravessar uma zona durante esse intervalo.

2.4.3. O colapso homólogo

Goldreich e Weber em 1980 descobriram que a parte mais interna do núcleo estelar colapsa de maneira homóloga (auto-similar), ou seja, as distribuições de densidade e

temperatura são só alteradas no tempo por um fator de escala. Yahil e Lattimer (1983) desenvolveram um trabalho de modo mais detalhado e quantitativo, propondo uma equação de estado:

$$P = K\rho^\gamma \quad (2.31)$$

onde γ é o índice adiabático e K é função da entropia e constante em posição e tempo, $K=K(S)$.

Todas as variáveis hidrodinâmicas (densidades, velocidades, elementos de massa) podem ser escritas em função da variável de similaridade X , dada por

$$X = \frac{1}{\sqrt{K}} G^{\frac{(\gamma-1)}{2}} r(-t)^{\gamma-2} \quad (2.32)$$

O tempo é tomado como uma grandeza negativa com o zero no instante final do colapso. A integração das equações diferenciais é feita numericamente para valores de γ no intervalo $1.2 \leq \gamma \leq 4/3$ e com a condição de contorno que todas as grandezas permaneçam finitas no final do processo.

Os resultados do colapso homólogo podem ser vistos na Figura 2.6, que mostra as grandezas adimensionais $V(X)$ e $A(X)$ que são proporcionais à velocidade de queda de matéria e à velocidade do som local respectivamente.

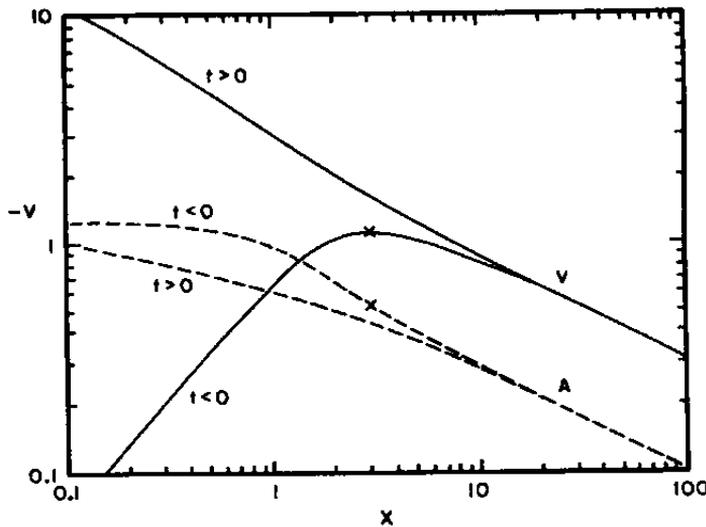


Figura 2.6: Comportamento das grandezas $V(X)$ e $A(X)$ na teoria de colapso homólogo. A abcissa X é proporcional à posição do elemento de massa, V à velocidade de queda da matéria, A à velocidade do som local.

Vemos que V é proporcional à X (e portanto à R) dentro do núcleo central homólogo e atinge um ponto máximo, que podemos definir como o raio do núcleo estelar

homólogo, depois diminuindo com $X^{1/2}$ (correspondendo à matéria em queda-livre). A tem derivada radial negativa, pois sendo proporcional à velocidade do som local, deve diminuir com ρ (que decresce com aumento de R). Portanto a matéria interior ao núcleo homólogo atinge no máximo a velocidade do som. O valor de X que faz $V=A$, é conhecido como *ponto sônico*. Depois do ponto sônico a matéria estelar tem velocidade supersônica.

As soluções para $t > 0$ são válidas apenas para as regiões externas ao choque, porque o crescimento da pressão nuclear dentro do núcleo homólogo interrompe o colapso total.

Como veremos adiante (seção 2.4.7), essas características do colapso homólogo que permitirão a formação de ondas de choque que podem levar à explosão da estrela.

2.4.4. Captura eletrônica

O sucesso da explosão depende fortemente da massa do núcleo homólogo, tornando importante a fração final de elétrons Y_e , que pode ser determinada computando-se as taxas de captura eletrônica por núcleos pesados e nucleons no centro estelar.

A fração de prótons livres é pequena e a maior parte das capturas deve ocorrer em núcleos com $60 \leq A \leq 80$ ^[11], tanto por transições proibidas, que são dominantes em densidades $\rho \sim 10^{11}$ g/cm³, como por transições permitidas, que dominam em densidades $\rho \sim 10^{12}$ g/cm³. Muitas das transições em núcleos complexos ocorrem somente porque a temperatura local é consideravelmente alta, em torno de 1 MeV. A captura diminui a entropia local auxiliando o colapso.

A mudança em temperatura e entropia é dada pela expressão:

$$TdS = dQ - \sum \mu_i - dN_i \quad (2.33)$$

onde μ é o potencial químico para as partículas da i -ésima espécie, dN_i a variação no seu número e dQ a variação na energia total do meio. Assumindo que os neutrinos podem escapar livremente, e que no processo de captura estão envolvidos apenas prótons, neutrons e elétrons temos

$$dN_e = dN_p = -dN_n = -1 \quad (2.34)$$

Então podemos escrever 2.33 como:

$$TdS = dQ + \mu_e - \hat{\mu} \quad (2.35)$$

onde $\hat{\mu} = \mu_n - \mu_p$, e dQ a energia média emitida em neutrinos resultantes da captura.

A média de dQ pode ser calculada por integração no espaço dos momentos resultando em $dQ = -5/6 \mu_e$, que substituímos em 2.35 obtendo

$$TdS = \frac{1}{6} \mu_e - \hat{\mu} \quad (2.36)$$

que é uma grandeza sempre negativa⁺, mostrando que a captura eletrônica esfria o núcleo estelar acelerando o colapso.

Todos as grandezas importantes do processo de captura eletrônica estão resumidas na Tabela II.2, sendo que as médias são ponderadas pela probabilidade de ocorrência de cada tipo de transição, e a fração Y_e resultante é $Y_e = 0.36$.

Grandeza	ρ (g/cm ³)	Processo de Captura Eletrônica			Média
		Prótons livres	Transições Permitidas	Transições Proibidas	
E_ν	10^{10}	7	6	5	6
E_ν	10^{12}	30	24	19	22
ε^*	10^{10}		-1.5	0	
ε^*	10^{12}		-5	+1	

Tabela II.2: Energias médias: E_ν dos neutrinos emitidos e ε^* de excitação nuclear (em MeV) no processo de captura eletrônica, para duas densidades.

2.4.5. Aprisionamento de neutrinos

A captura eletrônica poderia continuar indefinidamente, resultando em Y_e muito pequeno ao final do colapso, caso não ocorresse o aprisionamento de neutrinos quando a matéria atinge grandes densidades. Pequenos valores de Y_e levariam a uma pequena massa do núcleo homólogo, impossibilitando a supernova, como veremos adiante (seção 2.4.7).

O aprisionamento de neutrinos foi descoberto por Freedman (1974), Mazurek (1975) e Sato (1975)^[refs. cont. em 10]. Isso ocorre devido às interações de neutrinos com nucleons (predominantemente neutrons) via corrente neutra favorecendo substancialmente o espalhamento elástico por núcleos. O caminho livre médio para essas interações é^[9]:

⁺ Quando a densidade atinge $\rho \sim 10^{12}$ g/cm³, neutrinos são aprisionados e $TdS > 0$.

$$\lambda_\nu = \frac{1.0 \times 10^8}{\rho_{12}} \left[\left(\frac{N^2}{6A} \right) X_h + X_n \right]^{-1} \varepsilon_\nu^{-2} \text{ cm} \quad (2.36)$$

Em 2.36 ρ_{12} é a densidade da matéria em unidades de 10^{12} g/cm^3 , ε_ν a energia dos neutrinos em MeV, N e A o número médio de neutrons e nucleons nos núcleos presentes, X_h e X_n são as frações de núcleos pesados e nucleons respectivamente, em relação à massa total.

Tomando valores médios para ε_ν (22 MeV, ver Tabela II.2) temos $\lambda_\nu = 0.4 \text{ km}$. O tempo de difusão $t_d \sim 1.6 \text{ ms}$ é combinado com esse valor de λ_ν resultando em uma distância de difusão $L \sim 8 \text{ km}^\diamond$. O raio que compreende matéria com $\rho = 10^{12}$ está em torno de $R \sim 30 \text{ km}$, indicando que os neutrinos são incapazes de difundir-se para fora da parte central do núcleo estelar na escala de tempo do colapso.

Introduziremos um conceito que será largamente utilizado em todo esse trabalho: a *neutrinosfera*. Definimos a neutrinosfera, como uma região com raio determinado pelo ponto de onde os neutrinos podem escapar livremente do interior da estrela.

Partiremos do conceito de *profundidade óptica* τ :

$$\tau(R) = \int_R^\infty \frac{dr}{\lambda_\nu} \quad (2.37)$$

O raio da neutrinosfera R_ν é obtido tomando-se o valor de R que leva o resultado da integral acima $\tau(R) = \frac{2}{3}$. O valor $\frac{2}{3}$ é tomado no lugar de 1 para que se leve em conta que os neutrinos não escapam radialmente, mas em um ângulo qualquer com \hat{r} .

Tanto a neutrinosfera quanto a região de aprisionamento não têm uma borda bem definida, pois λ_ν depende da energia dos neutrinos (ver 2.36). Mas pode-se avaliar 2.37 utilizando valores médios de ε_ν que resulta em

$$R_\nu = 11 \varepsilon_\nu \text{ km} \quad (2.38)$$

Vemos que o raio da neutrinosfera é bem maior que o da região de aprisionamento; os neutrinos que escapam da região de aprisionamento são difundidos por espalhamento elástico por uma grande distância até fluírem livremente para fora da estrela.

[◇] Em um tempo t a distância de difusão é $L = (1/3 c\lambda t)^{1/2}$

2.4.6. Espalhamento neutrino-elétrons

Bruen e Bloodman (1985) destacaram a importância do espalhamento de neutrinos por elétrons e estimaram $\sigma_{ev} / \sigma_{sc} \sim 1/600$. σ_{sc} é a seção de choque para espalhamento por núcleos. Dado que ocorre um grande número de espalhamentos por núcleos antes dos neutrinos escaparem da estrela, mesmo uma fração pequena como essa pode responder por grandes perdas em energia, que aceleram o colapso e alteram a fração Y_L no interior do núcleo estelar, afetando diretamente a possibilidade de sucesso da explosão.

As perdas se explicam porque os elétrons formam um gás altamente degenerado (ver seção 2.2.5) e portanto podem apenas ganhar energia. Os neutrinos tendo sua energia reduzida escapam mais facilmente da estrela. Na difusão dos neutrinos entre a região de aprisionamento e a borda da neutrinosfera, ocorrem muitas dessas colisões com elétrons, diminuindo ϵ_ν e facilitando sua emissão.

Essas colisões são um mecanismo rápido para estabelecer equilíbrio entre os neutrinos e a matéria. Estimativas que levam em conta esse espalhamento mostram que o déficit em Y_L é de aproximadamente 2% no final do processo. Isso é um fator adverso à explosão porque se $\frac{dY_L}{dR} < 0$ favorece a convecção da matéria que diminui a intensidade da onda de choque formada pelo colapso.

Aqueles neutrinos que não escapam configuram gradualmente uma distribuição de Fermi, reduzindo o número de espalhamentos por não haver mais estados disponíveis no espaço de fase.

2.4.7. Resultados do colapso

As características do colapso homólogo descritas na seção 2.4.3 resultam em uma peculiar distribuição de velocidades da matéria rumo ao centro estelar e da velocidade do som local.

A Figura 2.7 mostra essa distribuição $V(R)$ e a velocidade do som local $A(R)$, aproximadamente 0.2 ms depois de iniciado o colapso. Na parte mais interna da estrela ($R \sim 40$ km) a matéria tem velocidade proporcional ao raio (como determina a auto-similaridade do colapso homólogo) e é menor que a velocidade do som local. A partir de

40 km a velocidade passa a ser proporcional à $R^{-1/2}$ e é supersônica. Ainda mais distante, a velocidade da matéria é menor pois são regiões que ainda não receberam nenhum sinal do colapso.

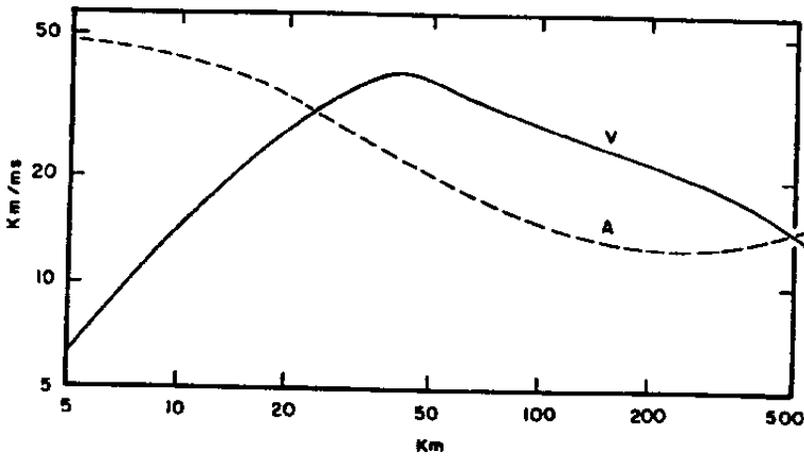


Figura 2.7: Velocidade V de queda da matéria e velocidade A do som local. O ponto sônico é onde as curvas se cruzam, num raio $R \sim 25$ km. O ponto de máxima velocidade é em $R \sim 40$ km.

O ponto onde temos $V = A$ é chamado de *ponto sônico*. Um sinal sonoro vindo de uma posição interna ao ponto sônico não pode ultrapassá-lo, pois ali a matéria tem velocidade igual à da propagação das ondas sonoras mas em *sentido contrário* no referencial da estrela.

A colisão da matéria externa que continua caindo sobre o núcleo homólogo cria ondas sonoras que não conseguem propagar-se além do ponto sônico e ali se acumulam.

O colapso continua até densidades supranucleares (3 ou 4 vezes maior), quando os núcleos já se “tocam” e a densidade máxima é alcançada ($\rho \sim 10^{14}$ g/cm³); então o núcleo estelar reage violentamente expandindo-se e as ondas sonoras acumuladas no ponto sônico transformam-se em ondas de choque em direção ao exterior. A *implosão* do colapso se reverte e transforma-se numa *explosão*.

Nesse estágio a fração leptônica é $Y_L = 0.36$ levando à uma massa do núcleo homólogo $M_{NH} = 0.64 M_{\odot}$ ^[9].

Veremos na próxima seção (2.4.8) que a diferença de massa entre o núcleo homólogo e o núcleo central de ferro da estrela determina o sucesso ou falha da explosão.

2.4.8. O choque imediato

Após a compressão do núcleo estelar à máxima densidade, seguida de sua reação expansiva, a onda de choque propaga-se através da estrela. Um possível cenário: a onda de choque durante a sua propagação expeliria a matéria da estrela, resultando em uma supernova. O núcleo estelar restante transforma-se em uma estrela de neutrons, que converte sua energia potencial gravitacional em energia cinética do material expelido, seguido de uma larga emissão de neutrinos.

Na realidade o processo não é tão simples, pois verificou-se que a onda de choque é atenuada em seu caminho para o exterior, principalmente pela dissociação de núcleos pesados (~ 9 MeV por nucleon) da matéria que atravessa.

Ocorre ainda que os neutrinos encontram um caminho “aberto” pelo choque e tem sua emissão aumentada, reduzindo ainda mais a energia disponível para a explosão.

O choque é interrompido em um raio ~ 400 km e reverte o movimento para o interior da estrela novamente.

Fica claro que o sucesso do mecanismo de choque imediato depende fortemente da quantidade de matéria que a onda de choque deve atravessar, entre o ponto que é iniciada (ponto sônico) e o limite externo do núcleo estelar de ferro. Para que ocorra a explosão é necessário um grande núcleo homólogo e um pequeno núcleo estelar de ferro.

Valores mais precisos para seções de choque em reações nucleares são obtidos em experimentos recentes, isso leva a diferentes massas dos elementos pesados (oxigênio e carbono por exemplo) na estrutura da estrela pré-supernova descrita em 2.3, fazendo com que a massa calculada do núcleo central de ferro decresça, favorecendo o mecanismo de choque imediato.

Existe a possibilidade da onda de choque ser reavivada pelos neutrinos emitidos pelo início do processo de resfriamento da estrela de neutrons recém formada, entre 0.5-1.0 s após a reversão do movimento.

Também é relevante a sensibilidade à temperatura das fases iniciais do colapso; temperaturas baixas, da ordem de 0.3-0.4 MeV, favorecem o choque imediato porque haveria redução da captura eletrônica durante o colapso resultando em um núcleo homólogo maior.

Como conclusão, chegou-se a um valor limite para a massa do núcleo central de ferro, situando seu valor máximo em torno de $1.25 M_{\odot}$ para que o choque imediato consiga explodir a estrela com curvas de luminosidade que se encaixem com as observações. É interessante notar que este limite está próximo ao limite inferior para formação de núcleos centrais de ferro previstos pelos cálculos de evolução estelar (ver Tabela II.1). Não parece provável que um núcleo central de ferro maior que $2.0 M_{\odot}$ venha a explodir por processos hidrodinâmicos e pelo mecanismo de choque imediato, mas núcleos menores tem uma certa chance, caracterizando a massa de estrelas sujeitas a esse processo entre $8 \leq M/M_{\odot} \leq 15$.

Essas incertezas nas dimensões do núcleo central de ferro e nos parâmetros utilizados nas simulações levam a resultados diferentes: Baron (1985) obteve explosões para estrelas entre 12 e $15 M_{\odot}$ usando equações de estado nuclear alternativas, Wilson (1985) usando modelos nucleares *standard* não as obteve. Brown (1985) mostrou que as equações usadas por Baron podem estar de acordo com os atuais modelos nucleares, mas ainda é um campo controverso. Para $10 M_{\odot}$, Hillebrandt (1982) obteve explosões, mas com extrema sensibilidade aos parâmetros utilizados, mas não foram reproduzidas por outros grupos (Wilson, Bruen, Burrows & Lattimer, todos em 1985). Para $\sim 8 M_{\odot}$, Hillebrandt (1984) obteve uma forte explosão, Wilson & Mayle (1985) obtiveram uma explosão fraca e Burrows & Lattimer (1985) não a obtiveram (ver referências contidas em [4] e [9]).

Vê-se que muito trabalho ainda é necessário para esclarecer tais dúvidas.

2.4.9. O choque atrasado

Com a falha da explosão imediata da supernova nas estrelas de maior massa, resta saber o que acontece com os $\sim 10^{53}$ erg de energia potencial gravitacional e térmica do núcleo central.

Grande parte dessa energia disponível é emitida do núcleo homólogo em forma de neutrinos no processo de formação da estrela de neutrons: é a deleptonização.

A partir da neutrinosfera os neutrinos propagam-se em linhas retas, e a grandes valores de r sua propagação é praticamente radial. A emissão total de $\nu_e + \bar{\nu}_e$ é^[9]

$$L = 1.2 \times 10^{26} \pi R^2 c T^4 \text{ erg/s} \quad (2.39)$$

onde c é a velocidade da luz, R o raio da neutrinosfera e T sua temperatura em MeV. Em ordem de grandeza, $L \sim 10^{53}$ erg/s.

Wilson em 1985, durante simulações para um modelo envolvendo uma estrela de $10 M_{\odot}$, notou características interessantes no comportamento da matéria submetida ao choque *após* sua interrupção. Deixando “rodar” por mais tempo seus cálculos, algumas centenas de milisegundos, obteve uma fraca explosão (4×10^{50} erg), mas com energia suficiente para construir curvas de luminosidade condizentes com as observadas para supernovas do Tipo II.

Esses cálculos mostraram que os neutrinos emitidos do núcleo central podiam ser absorvidos pela matéria compreendida entre 100 e 200 km de raio, aquecendo-a e reavivando o choque. Acredita-se que este mecanismo seja o mais provável pela explosão em casos onde falha o choque imediato.

Após a falha do choque, forma-se a neutrinosfera em um raio de ~ 40 km em densidades de $\sim 10^{11}$ g/cm³, onde os neutrinos estariam em equilíbrio térmico com a matéria à temperatura ~ 5 MeV. O choque interrompido, que reverteu sua direção, localizaria-se externamente à neutrinosfera em ~ 100 -300 km, onde a densidade é menor ($\sim 10^8$) e também a temperatura (~ 1.5 MeV)^[4]. A captura por neutrons e prótons (resultantes da dissociação provocada previamente pelo choque) de apenas $\sim 5\%$ da luminosidade dada em 3.39 aqueceria a matéria, resultando em sua retomada de movimento rumo ao exterior. A região interna à onda de choque é “translúcida” para os neutrinos, mas mesmo o pequeno número de interações deposita uma quantidade de energia por grama de matéria que não diminui a medida que a material é expelido (diminuindo apenas com o fator geométrico r^{-2}). Assim a expansão é instável, não atingindo o equilíbrio, tornando-se explosiva.

A energia ganha na absorção de neutrinos por um nucleon livre a uma distância R_n do centro estelar é

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{abs} = \frac{L\sigma}{4\pi R_n^2} \quad (2.40)$$

onde $\sigma = 9 \times 10^{-44} \epsilon_\nu^2 \text{ cm}^2$. Os cálculos de Wilson resultaram em $dE/dt \sim 50 \text{ MeV/s}$ a 150 km de raio, com a matéria adquirindo energia suficiente depois de 0.25 s para ser expelida da estrela.

Nas simulações de Bowers & Wilson (1985), Wilson (1985) e Wilson & Mayle (1989) (referências contidas em ^[9]) ocorreram sucessos nas explosões. Entretanto, o sucesso do mecanismo não foi verificado por outros autores. Hillebrandt (1985) e Arnett (1985) (referências contidas em ^[4]) obtiveram indicações sobre a incerteza do mecanismo usando códigos computacionais diferentes para o transporte de neutrinos.

As explosões obtidas pelo choque atrasado geralmente foram pouco energéticas, situando-se entre $0.3\text{-}0.4 \times 10^{51} \text{ erg}$, enquanto eram esperadas explosões da ordem de $1.0 \times 10^{51} \text{ erg}^*$.

A inclusão de espalhamentos de neutrinos por elétrons no mecanismo, favoreceu-o ainda mais, pois estima-se que esses espalhamentos possam ceder $\sim 0.15 \times 10^{51} \text{ erg}$ extras ao choque.

Em 1989 Wilson & Mayle incluíram a reação de aniquilação de pares de neutrinos

$$\nu_i + \bar{\nu}_i \rightarrow e^+ + e^- \quad (2.41)$$

e obtiveram uma explosão de aproximadamente $1.5 \times 10^{51} \text{ erg}$.

Dessa maneira, é bastante provável que o reavivamento da onda de choque por neutrinos, incluindo espalhamento, aniquilação e outros fatores não discutidos aqui (como a geração de energia por processos de nucleossíntese^[10]) seja o mecanismo gerador das explosões de supernovas.

* De fato, a energia observada na supernova SN 1987A é estimada como no mínimo $1.0 \times 10^{51} \text{ erg}$.

Referências - Capítulo 2

- [1] R. Jastrow, M. Thompson, *Astronomy - Fundamentals & Frontiers*, J. Wiley & Sons, USA (1984)
- [5] E. v. P. Smith, K. C. Jacobs, *Introductory Astronomy and Astrophysics*, W. B. Saunders Company, USA (1973)
- [3] M. Sharzschild, *Structure and Evolution of the Stars*, Dover Publications Inc., USA (1965)
- [4] S. E. Woosley, T. A. Weaver, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **24**, 205 (1986)
- [5] I. Iben Jr., A. Renzini, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **21**, 271 (1983)
- [6] P. S. Conti, E. M. Leep, D. N. Perry, *Ap. J.*, **268**, 228 (1983)
- [7] K. Nomoto, I. Iben, *Ap. J.*, **297**, 531 (1985)
- [8] E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, F. Hoyle, *Rev. Mod. Phys.*, **29**, 547 (1957)
- [9] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.*, **62**, 801 (1990)
- [10] H. A. Bethe, G. E. Brown, J. Applegate, J. M. Lattimer, *Nucl. Phys.*, **A 324**, 487 (1979)

Características da Emissão de Neutrinos em Colapsos Estelares

3.1. Considerações gerais

Independente dos detalhes sobre o mecanismo de colapso e da explosão de supernovas, parece claro que no processo subsequente de formação da estrela de neutrons, $\sim 3 \times 10^{53}$ erg (correspondentes à sua energia de ligação) devem ser emitidos para fora da estrela. A energia total emitida em luz e a energia cinética da matéria expelida somam $\sim 3 \times 10^{51}$ erg, portanto o restante da energia deve ser emitida de forma “invisível”, seja ela neutrinos ou ondas gravitacionais. Estima-se que ondas gravitacionais portariam no máximo $\sim 1\%$ ^[1] desse total, logo a maior parte ($\sim 99\%$) deve ser emitida em forma de neutrinos^[2,3].

É consensual que para densidades superiores à $\sim 2 \times 10^{11}$ g/cm³, a matéria não é mais transparente a radiação de neutrinos. Logo, deve ser estabelecido equilíbrio entre os neutrinos e a região central da estrela colapsante^[3]. Para ν_e 's, a “neutrinosfera” (ver Capítulo 2) tem uma temperatura local que situa a energia média por neutrino em ~ 10 MeV.

Uma vez que os ν_μ 's e ν_τ 's (e suas antipartículas) interagem principalmente através de correntes neutras da interação fraca (via troca de Z^0), suas respectivas neutrinosferas devem localizar-se mais internamente no núcleo estelar, logo seus espectros de emissão devem ser mais “quentes” e com energias médias maiores que os espectros de ν_e e $\bar{\nu}_e$. Além disso, a seção de choque de interação dos neutrinos é proporcional ao quadrado da sua energia (ϵ_ν^2), fazendo com que aqueles menos energéticos também escapem de regiões mais internas da estrela.

Assim, a distribuição de energia dos neutrinos emitidos *não é perfeitamente térmica* com uma temperatura correspondente a da neutrinosfera.

Os principais processos de produção de neutrinos durante o colapso estelar estão resumidos na Tabela III.1, abaixo:

Processo	Fase
<ul style="list-style-type: none"> Captura eletrônica $e^- + (A, Z) \rightarrow \nu_e + (A, Z - 1)$ $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$	<p>NEUTRONIZAÇÃO:</p> <p>processo dominante na fase pré-choque</p>
<ul style="list-style-type: none"> Aniquilação de pares $e^+ + e^- \rightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i \quad (i = e, \mu, \tau)$	<p>DELEPTONIZAÇÃO:</p> <p>passa a ser significativa apenas após o choque</p>

Tabela III.1: Processos (mais importantes) responsáveis pela produção dos neutrinos durante o colapso e suas fases de ocorrência.

O processo de *neutronização* ocorre nas fases iniciais do colapso. O *burst* inicial de ν_e 's ocorre em um intervalo de tempo máximo de $\sim 10^{-2}$ s^[2], que o torna muito pequeno frente à escala de tempo de difusão (da ordem de alguns segundos) que governa a emissão da parte principal do fluxo neutrínico. Durante a *neutronização*, existem $\sim 10^{57}$ prótons no centro da estrela colapsante que participam do processo de captura eletrônica para formar a estrela de neutrons. A energia média de cada neutrino emitido é ~ 10 MeV, resultando em $\sim 10^{52}$ erg a energia total emitida em radiação de ν_e ^[4]. Isso representa $\sim 5\%$ da energia total emitida em forma de ν 's.

O processo de *deleptonização* passa a ser dominante na fase pós-colapso, em que a estrela de neutrons formada começa seu resfriamento. Aproximadamente 50% do total da emissão neutrínica ocorre no primeiro segundo após o colapso, sendo que a metade restante deve ser emitida nessa etapa de resfriamento^[5].

Naděžhyn^[6] ainda inclui os processos de captura de pósitrons, que são similares aos de captura eletrônica descritos na Tabela III.1, com as devidas correções para as cargas das partículas envolvidas e com a emissão de *antineutrinos*.

A Figura 3.1 mostra regiões no plano $T\rho$ onde cada processo de emissão neutrínica é dominante.

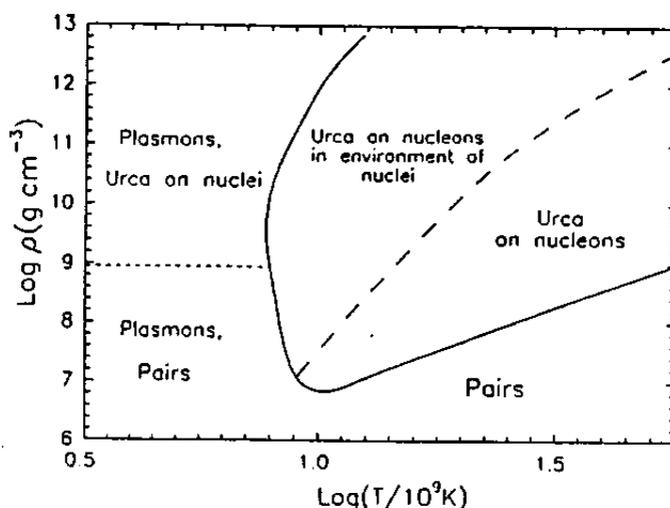


Figura 3.1: Diagrama de Temperatura-Densidade mostrando os processos predominantes de emissão neutrínica.

Além destes processos, temos outros de menor importância mas que devem ser mencionados: Desexcitação nuclear e Bremsstrahlung de elétrons seguidos da emissão de pares de neutrinos (das três espécies), conversão de fótons γ em pares neutrínicos (processo incluído em decaimento de plasmons) e decaimento de mésons e léptons carregados (π , μ , τ).

Durante a fase de neutronização ocorre um *burst* neutrínico, que se reflete na estrutura temporal de emissão como um “pico” bem distinto, que sinaliza o ingresso da estrela em estágios mais avançados do colapso (ver próxima seção, 3.2). Essa característica é *independente* dos mecanismos de explosão.

Também é esperado um comportamento oscilatório na luminosidade neutrínica após o pico de neutronização^[7] devido à instabilidade no processo de acréscimo de matéria

ao núcleo colapsante, que não ocorre de maneira contínua e monotônica. Posteriormente à ejeção do envelope externo, a luminosidade deve decrescer de forma suave a medida que o restante da energia de ligação da estrela de neutrons é liberada^[2].

Também é importante notar que a luminosidade média, a energia média e a energia total emitida dos neutrinos são dependentes apenas das dimensões do núcleo estelar de ferro pré-colapso, portanto, independentes dos mecanismos de explosão. A estrutura temporal detalhada do *burst* neutrínico (por exemplo, a oscilação citada anteriormente), é onde mais se refletem as particularidades destes mecanismos, implicando que a possibilidade de reconhecimento dessa estrutura pelos detectores atuais, resultaria em inestimáveis informações para esclarecimento das questões levantadas no Capítulo 2.

3.2. A estrutura temporal e o espectro energético do *burst* neutrínico

O estudo do espectro energético e das curvas de luminosidade neutrínicas é feito através de simulações numéricas. Vários métodos são empregados nas simulações: a resolução direta da Equação de Boltzmann, o emprego de diversas aproximações na simplificação desta equação, e ainda, métodos de Monte Carlo. Cada um deles tem suas vantagens e deficiências, que são discutidas em detalhes na referência^[8].

De modo geral, o comportamento do “gás” de neutrinos pode ser descrito pela Equação de Boltzmann, que para um sistema de férmions acoplados com vários constituintes (núcleos, núcleons, elétrons,...) de uma atmosfera, com simetria esférica, e em um sistema de coordenadas que lhe é fixo, é dada por:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t} + \hat{\mathbf{p}} \cdot \nabla f = k_a \rho (b - f) - f \int (1 - f') \rho \kappa_s (E, \Omega \rightarrow E', \Omega') \frac{d^3 p'}{h^3} + (1 - f) \int f' \rho \kappa_s (E', \Omega' \rightarrow E, \Omega) \frac{d^3 p'}{h^3} \quad (3.1)$$

onde f representa a função de distribuição de neutrinos, tal que

$$\int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{d^3 p}{h^3} = N \quad (3.2)$$

Onde N é igual ao número total de partículas no volume considerado, e f é função das coordenadas (\mathbf{x}), do tempo (t) e da energia (ou do momento, \mathbf{p}) dos neutrinos.

Para equilíbrio termodinâmico local, f é escrita como:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E - \mu_\nu}{kT}\right)} + 1} \quad (3.3)$$

Em (3.3), E é a energia dos neutrinos, k a constante de Boltzmann; as condições locais que determinam a equação de estado aparecem implicitamente na temperatura T e no potencial químico μ_ν dos neutrinos.

O primeiro termo no lado direito de (3.1) representa a absorção e emissão de neutrinos por núcleons livres, e b é função de distribuição (similar a f) que representa emissão, com $\mu_\nu = \mu_p - \mu_n + \mu_e$, onde μ 's são os potenciais químicos para o próton, neutron e elétron respectivamente. O segundo e o terceiro termos representam o espalhamento de neutrinos de energia E e direção Ω com as partículas constituintes do meio, resultando em neutrinos de energia E' e direção Ω' , onde κ_s é a opacidade diferencial de espalhamento para essas interações.

As soluções são determinadas para intervalos de tempo posteriores ao choque, onde a opacidade é devida apenas aos núcleons livres, elétrons e pósitrons, uma vez que a maioria dos núcleos pesados foram dissociados. Isso ocorre em uma região do centro da estrela até bem externamente à neutrinosfera.

Mayle, Wilson e Schramm^[2] (MWS) empregaram dois métodos de simulação: a integração direta da Equação de Boltzmann (EB) e uma das aproximações mais utilizadas, conhecida como *Multigroup Flux-limited Diffusion Approximation* (MFLDA, ver referência^[8]), para investigar melhor o comportamento do espectro na região de alta energia, pois observaram que essa aproximação talvez não descrevesse bem a emissão neutrínica nessa região. A parte alta do espectro é importante do ponto de vista experimental, uma vez que essa faixa de energia deve ser responsável pela maioria dos eventos esperados nos detectores de neutrinos de colapso. Foram realizadas simulações para estrelas na Sequência Principal com massa no intervalo $12 \leq M / M_\odot \leq 100$, e com diferentes taxas de reação para o processo $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. As dimensões dos núcleos estelares de ferro pré-colapso são diretamente proporcionais às taxas de síntese de oxigênio, e como vimos na seção anterior, essas dimensões é que determinam o perfil do espectro de

emissão neutrínica. Os núcleos estelares de ferro utilizados nos cálculos estão no intervalo $1.31 \leq M / M_{\odot} \leq 2.05$ [†].

Janka e Hillebrandt^[9] (J&H) usaram uma simulação por método de Monte Carlo para investigar diretamente a evolução radial do fluxo de neutrinos, baseada em modelos hidrodinâmicos relativísticos. Utilizaram uma estrela progenitora de $20 M_{\odot}$ e um núcleo estelar de ferro de $1.36 M_{\odot}$. Uma das técnicas utilizadas foi a de eleger um conjunto de partículas distribuídas ($\sim 5 \times 10^5$), que representassem a evolução localizada, e no decorrer do colapso fossem atribuídos pesos de acordo com o tamanho da amostra que cada uma das partículas desse conjunto estivesse representando.

Burrows, Klein e Gandhi^[10] (BKG) fizeram um apanhado das características de vários métodos e modelos e realizaram cálculos montando um código que fosse o mais genérico possível.

Nadēzhin e Otroshchenko^[11] (N&O) simplificaram a forma de (3.1) adotando um modelo estacionário de propagação dos neutrinos para as regiões externas ao núcleo colapsante (por exemplo, omitindo as derivadas temporais). Também não incluíram os termos de espalhamento porque seus cálculos foram feitos apenas para neutrinos (e antineutrinos) eletrônicos, para os quais dominam os processos que envolvem absorção. A equação de transporte utilizada nesse caso é:

$$\mu \frac{\partial I_{\nu}}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial I_{\nu}}{\partial \mu} = \frac{I_{\nu} - I_{\nu 0}}{\tilde{l}_{\nu}} \quad (3.4)$$

onde I_{ν} é a intensidade da radiação de neutrinos por intervalo de energia, $\mu = \cos \theta$ é o cosseno do ângulo entre \hat{r} e a direção de propagação dos neutrinos, \tilde{l}_{ν} representa o livre caminho médio dos neutrinos para absorção estimulada, e $I_{\nu 0}$ a intensidade de radiação de neutrinos em equilíbrio segundo uma distribuição de Fermi-Dirac, que pode ser escrita como segue em (3.5).

[†] Nas simulações, a dependência da massa do núcleo estelar de ferro não é direta com a massa da estrela progenitora. Por exemplo: uma estrela com $100 M_{\odot}$ pode gerar um núcleo central de ferro com $1.85 M_{\odot}$, enquanto outra de $25 M_{\odot}$ e o triplo da taxa de síntese de oxigênio, pode gerar um núcleo central de ferro com $2.05 M_{\odot}$ ^[7]. Note-se que as massas dos núcleos estelares de ferro utilizadas nas simulações podem superar as massas impostas como limite para sucesso da explosão (ver Capítulo 2), mas novamente vamos ressaltar que o *burst* neutrínico *pode ocorrer mesmo desacompanhado da explosão*. Esse evento caracterizaria as hipotéticas “fontes ocultas” (*hidden sources*), em que o colapso estelar não forneceria seu registro óptico, outro fato que destaca a importância dos “telescópios” de neutrinos.

$$I_{\nu 0} = \frac{E_{\nu}^3}{c^2 h^3} f \quad (3.5)$$

Em (3.5) f é a distribuição dada em (3.3).

Vamos analisar alguns resultados obtidos por esses autores com respeito às curvas de luminosidade e aos espectros energéticos dos neutrinos de colapso.

3.2.1. Curvas de luminosidade

A Figura 3.2a mostra a curva de luminosidade (luminosidade \times tempo) obtida por MWS para os neutrinos das três espécies, no caso de uma estrela de $25 M_{\odot}$. A taxa utilizada de síntese de oxigênio pré-colapso, foi a que melhor reproduziu a abundância final de elementos pesados na matéria estelar. É notável o pico de luminosidade de ν_e 's na fase de neutronização no início do colapso. Por uma questão de escala, na Figura 3.2a esse pico foi desenhado com metade de sua altura real, para permitir a visualização do restante da estrutura do *burst*.

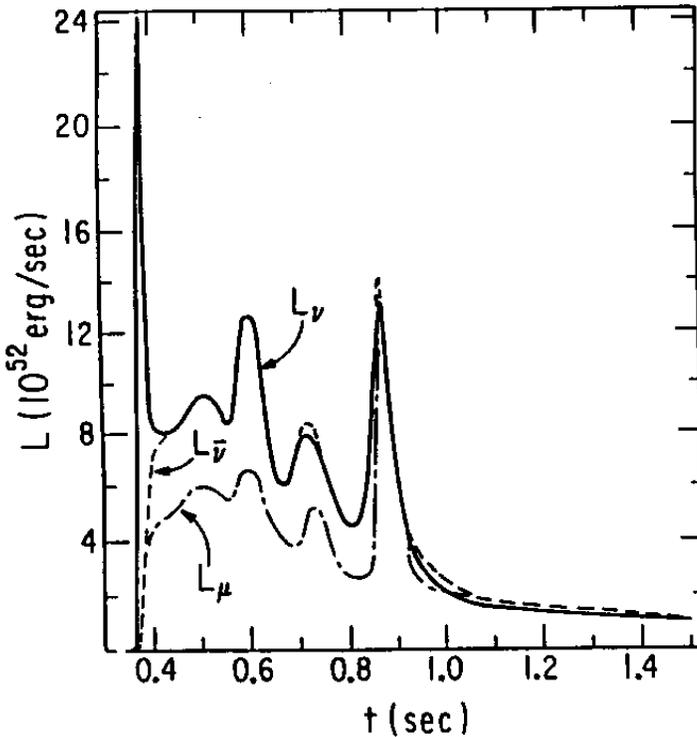


Figura 3.2a: Luminosidade neutrínica vs. tempo para uma estrela progenitora com $25 M_{\odot}$. Linha sólida: luminosidade de neutrinos eletrônicos. Linha tracejada: luminosidade de antineutrinos eletrônicos. Traço-Ponto: luminosidade de neutrinos muônicos. OBS.: O pico na luminosidade de ν_e foi reduzido à metade por questão de escala.

A Figura 3.2b mostra o pico com sua dimensão real, em uma ampliação da escala de tempo. Os ν_e 's que dão origem ao pico inicial de luminosidade, são produzidos principalmente no interior da região homóloga de colapso (ver Capítulo 2). Uma vez que o raio da região homóloga tem fraca dependência com o tamanho inicial do núcleo estelar de ferro, o *burst* inicial pode ser considerado como independente dos modelos de colapso.

Ainda em relação à Figura 3.2a, também podem ser vistas as luminosidades de $\bar{\nu}_e$'s e ν_μ 's. As luminosidades dos ν_μ 's e ν_τ 's e das suas respectivas antipartículas são quase idênticas, uma vez que ambas espécies são produzidas termicamente por interação fraca via corrente neutra.

A estrutura do *burst* pós-pico mostra-se mais complexa quanto maior o núcleo estelar de ferro, pois essas estrelas apresentariam envelopes mais densos que resultam em instabilidade no processo de queda da matéria durante o colapso.

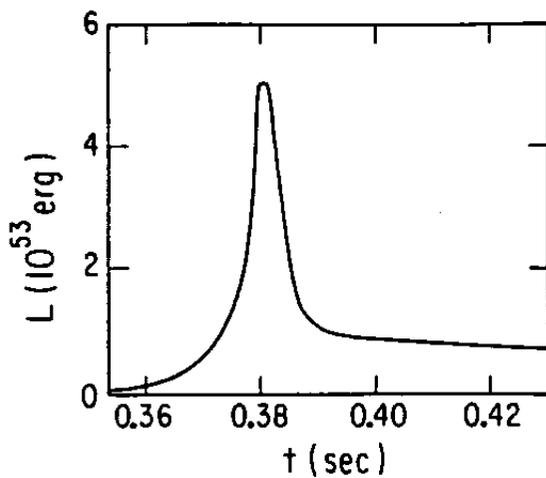


Figura 3.2b: O pico do *burst* de neutrinos eletrônicos da fase inicial do colapso, mostrado em sua real amplitude (em escala de tempo ampliada com relação a da Figura 3.2a).

concordância. As energias médias para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s são similares antes da explosão. Depois da explosão a energia média dos $\bar{\nu}_e$'s aproxima-se da energia média dos ν_μ 's. Isso ocorre porque $\bar{\nu}_e$'s são emitidos e absorvidos apenas por prótons. Próximo ao instante da explosão, a matéria na região da neutrinosfera foi deleptonizada ($Y_e \sim 0.1$) fazendo com que o livre caminho médio dos $\bar{\nu}_e$'s seja similar ao dos ν_μ 's e portanto emitidos da mesma região da estrela.

As curvas de luminosidade obtidas por BKG em seu modelo para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s são mostradas na Figura 3.3, onde percebe-se uma maior uniformidade da estrutura oscilatória, talvez devido ao caráter genérico do modelo. De forma geral, esses resultados concordam muito bem com os de MWS para a forma da estrutura do *burst*.

A Figura 3.4 mostra a evolução temporal das energias médias das várias espécies de neutrinos obtidas por MWS através dos dois métodos empregados (EB e MFLDA), que apresentam boa

Depois de alguns segundos da explosão a energia média decresce enquanto a protoestrela de neutrons vai resfriando. A Figura 3.5 mostra essa evolução a longo termo, de acordo com os resultados de BKG.

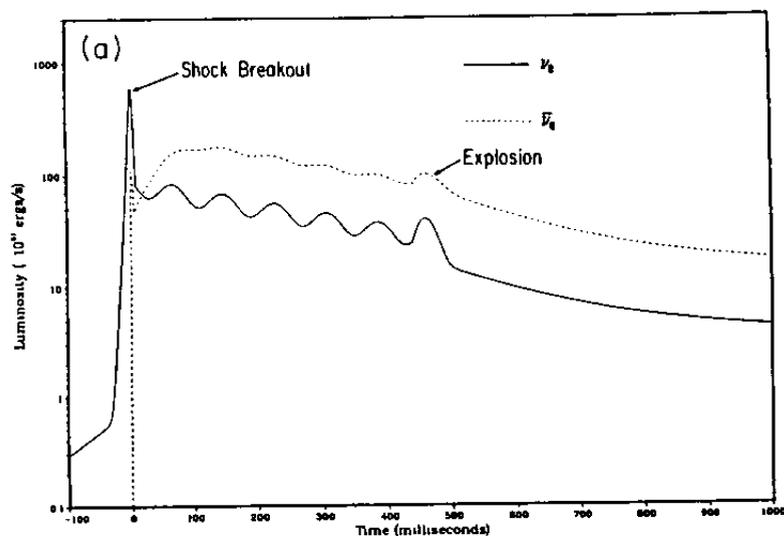


Figura 3.3: Curva de luminosidade para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s segundo BKG.

Figura 3.4: Evolução temporal da energia média dos ν 's segundo MWS. O índice s refere-se ao método BE e o índice c ao método MFLDA.

Figura 3.5: Evolução temporal da energia média das três espécies de neutrinos segundo BKG, a longo termo

Figura 3.3

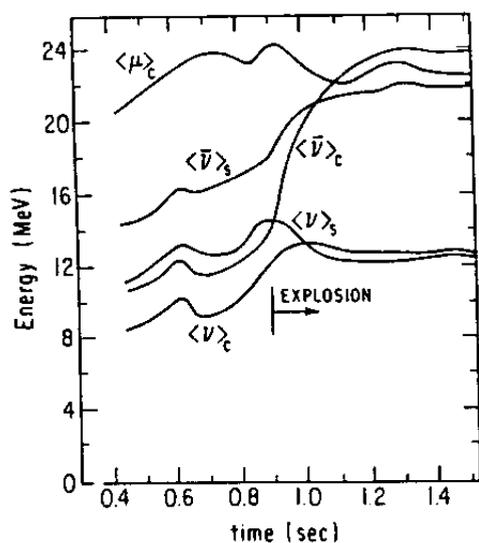


Figura 3.4

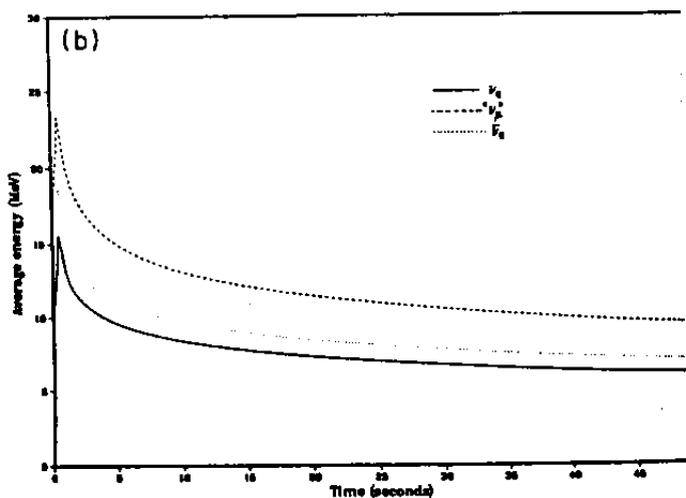


Figura 3.5

3.2.2. Espectros de energia

Agora vamos discutir os resultados sobre o espectro energético de emissão. Daremos ênfase a esses resultados, porque o objetivo central desse trabalho é verificar a possibilidade do LVD extrair informações sobre o colapso à partir do espectro energético medido no experimento. O espectro de *emissão* é o principal fator de modulação do perfil do espectro a ser *observado* (energia média, ponto de máximo, número de eventos por intervalo de energia, ...). Outros fatores como: a distância da estrela colapsante, energia total emitida e a massa total de elemento sensível no detector, introduziriam apenas fatores de escala nas medidas. Veremos esses aspectos no Capítulo 6.

As Figuras 3.6a, 3.6b e 3.6c mostram os espectros energéticos para ν_e 's, $\bar{\nu}_e$'s, e ν_μ 's respectivamente, obtidos por MWS com o método EB para um colapso nas mesmas condições descritas em 3.2.1 em três instantes diferentes após seu início.

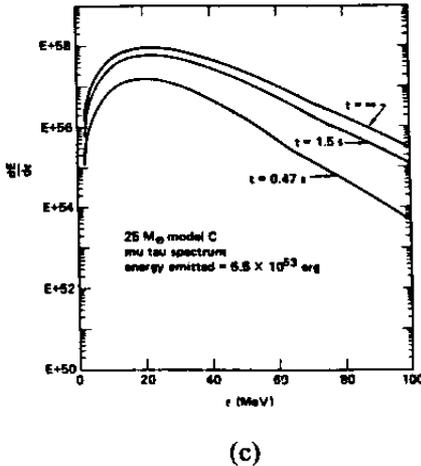
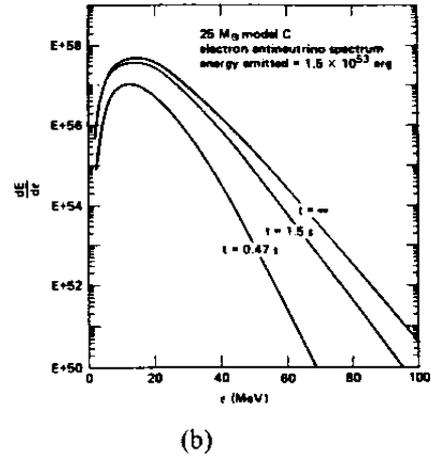
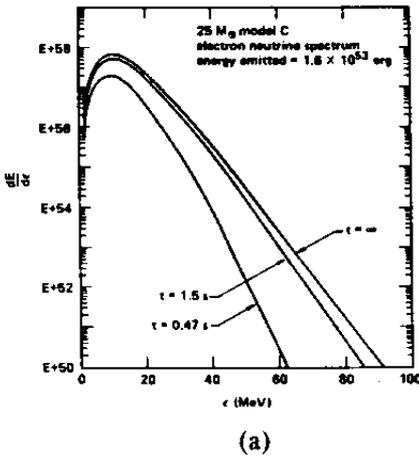


Figura 3.6: Espectros de neutrinos para três instantes diferentes. a) Espectro de ν_e . b) Espectro de $\bar{\nu}_e$. c) Espectro de ν_μ . No espectro dos ν_μ 's estão combinados: ν_μ , ν_τ e suas antipartículas.

Os espectros de ν_e 's calculados pelos métodos EB e MFLDA mostraram-se diferentes no decorrer do colapso: Para ~ 0.5 segundo, a solução para o código de fluxo limitado apresenta um substancial aumento (entre 10^2 e 10^3 vezes) para a faixa de energia alta (acima de 50 MeV). Já em ~ 0.8 s, a solução EB resultou em um espectro mais energético em quase toda sua extensão (para $E > 20$ MeV). Entretanto, os espectros finais integrados no tempo ($t = 1.5$ s), apresentaram excelente concordância como é mostrado na Figura 3.7. A Figura 3.8 mostra a comparação entre o espectro de ν_e 's obtido pela solução EB comparada com espectros térmicos de Fermi-Dirac (FD), com os potenciais químicos $\mu_\nu = 0$, em duas temperaturas distintas: $T = 2.7$ MeV e $T = 3.8$ MeV. Os espectros FD foram construídos de acordo com os critérios:

- O pontos de máximo (abscissas) e os valores máximos (ordenadas) dos dois espectros (FD e EB) foram igualados, resultando no espectro FD com $T = 2.7$ MeV.
- O valor máximo (ordenada) dos dois espectros (FD e EB) foram igualados, porém com o ponto de máximo (abscissa) do espectro FD igual à energia média $\langle E_\nu \rangle = 12$ MeV do espectro EB, resultando no espectro FD com $T = 3.8$ MeV.

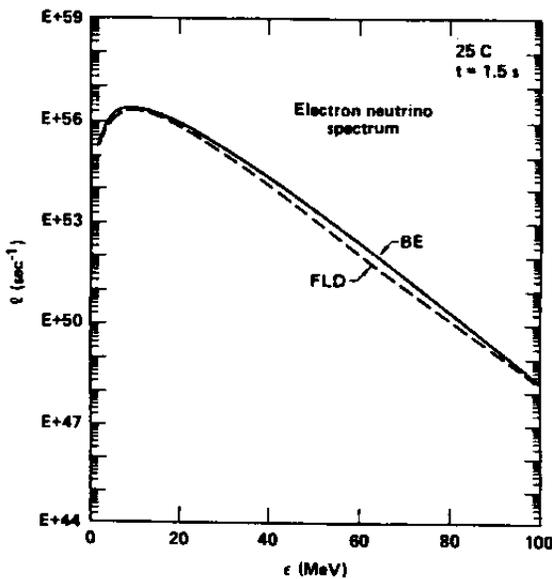


Figura 3.7: Espectros de ν_e 's resultantes dos dois métodos de cálculo empregados por MWS, para 1.5 s após o colapso. Linha sólida: solução EB. Linha tracejada: solução MFLDA.

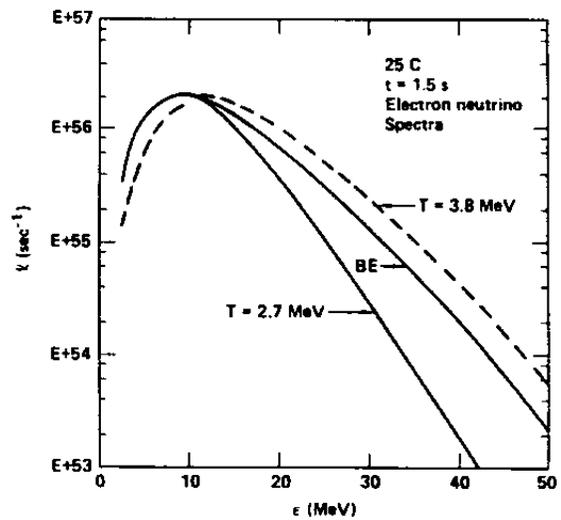


Figura 3.8: Espectros térmicos FD para duas temperaturas, comparados com o espectro EB (o mesmo da Figura 3.7). A curva FD com $T = 2.7$ MeV tem o seu ponto de máximo coincidente com EB. A curva com $T = 3.8$ MeV, tem a mesma energia média que EB e o mesmo valor de pico.

Esses resultados de MWS colocam em evidência que o uso de um espectro perfeitamente térmico para descrever a emissão neutrínica em colapsos estelares pode ser inadequado.

No trabalho de N&O realizado no início da década de 80, já era indicado que o espectro de emissão não fosse perfeitamente térmico. Em seus cálculos para uma estrela com núcleo de ferro colapsante de $2 M_{\odot}$, foi introduzido um fator de deslocamento energético na luminosidade neutrínica devido a efeitos gravitacionais (*redshift*). Interessava-lhes o perfil do espectro a uma distância “infinita” da estrela, porque esse deve ser o espectro que governa o fluxo neutrínico que atinge os detectores. A atenuação do espectro pelo *redshift* é dada por:

$$L_{\infty}(E) = L_{\nu}(E / \beta) \quad , \quad \beta = 1 - \frac{GM}{c^2 R} \quad (3.6)$$

Foram tomados dois instantes característicos nos cálculos: $t_1 = 0.04$ s que corresponde ao instante posterior ao pico inicial de luminosidade, e $t_2 = 5.1$ s que corresponde ao instante em que a estrela de neutrons já estaria formada e começando seu resfriamento. Para t_1 , $\beta = 0.985$, e para t_2 , $\beta = 0.771$. Os espectros para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s nos dois instantes é mostrado na figura 3.9. Também na Figura 3.9 estão superpostas curvas obtidas por ajuste dos parâmetros da função:

$$L(E) = A \frac{\epsilon^3 e^{(-\alpha \epsilon^2)}}{1 + e^{\epsilon}} \quad , \quad \epsilon = \frac{E_{\nu, \bar{\nu}}}{kT} \quad (3.7)$$

onde A é uma constante a ser determinada.

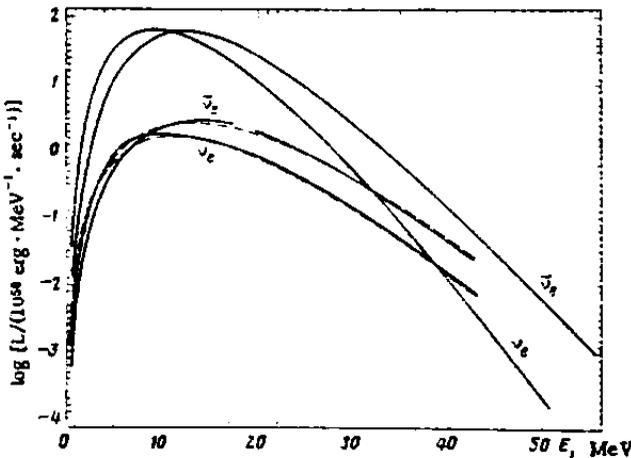


Figura 3.9: Espectros obtidos por N&O para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s.

Curvas superiores: instante t_1 , (máxima luminosidade neutrínica).

Curvas inferiores: instante t_2 , (espectro da estrela de neutrons ainda quente).

Linha tracejada: Ajuste com a função (3.7).

A função $L(E)$ dada em (3.7) mostrou-se uma aproximação analítica simples e eficiente na descrição do espectro como pode-se ver na Figura 3.9. O termo gaussiano resulta em uma redução na parte alta do espectro, que foi introduzido para reproduzir essa característica observada no espectro simulado. Essa redução na intensidade da radiação neutrínica de alta energia é atribuída por N&O à forte absorção dos neutrinos pelas camadas externas da estrela, principalmente em t_1 , quando ainda existe acréscimo de matéria ao núcleo colapsante*. Já em t_2 , o acréscimo de matéria é cessado e o espectro aproxima-se mais do espectro térmico FD, com uma pequena redução na parte alta.

A Tabela III.2 mostra os valores obtidos por N&O para o coeficiente α do termo gaussiano de absorção e para a temperatura de emissão T , no ajuste mostrado na Figura 3.9 para ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s. Também são incluídos os valores das energias médias $\langle E_\nu \rangle$ dos neutrinos nos dois espectros.

Espécie neutrínica	α	T (MeV)	$\langle E_\nu \rangle$ (MeV)
ν_e	5.09×10^{-3}	3.59	10.9
$\bar{\nu}_e$	2.38×10^{-2}	4.62	12.6

Tabela III.2: Parâmetros da aproximação (3.7) para os espectros de ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s emitidos pela estrela de neutrons formada pelo colapso, segundo cálculo de N&O.

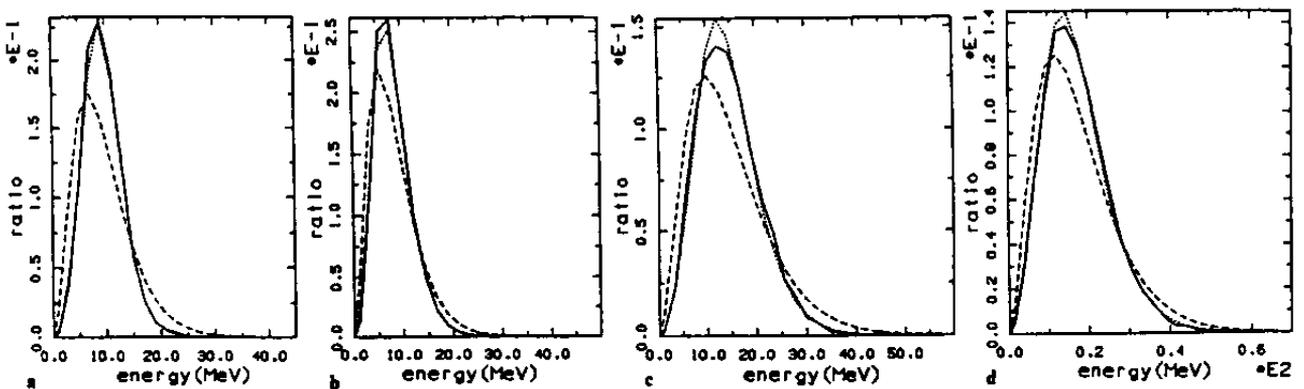
Seguindo um caminho contrário ao de BKG, que “pinçaram” características favoráveis dos modelos de vários grupos para resolver as equações de transporte com o método mais genérico possível, J&H optaram por evitar as incertezas de um código analítico ou semi-analítico usando um tratamento de Monte Carlo^[9] para acompanhar a evolução do fluxo neutrínico durante o colapso. A análise de seus resultados quanto ao espectro foi feita em outro artigo (ver referência ^[12]), onde os resultados da simulação são confrontados com espectros FD e também com o espectro modificado (3.7) proposto por N&O. A evolução neutrínica foi investigada em dois instantes: $t_1 = 12$ ms e $t_2 = 315$ ms, correspondentes aos instantes pós-pico e pré-explosão respectivamente, segundo BKG (ver Figura 3.3).

* $R/r \sim 5.5$, onde R é o raio com matéria sendo acrescida e r o raio do núcleo colapsante.

As Figuras 3.10a-d mostram os espectros obtidos (linhas sólidas), espectros térmicos FD *construídos* para reproduzir as densidades de energia e de partículas (linhas tracejadas), e *ajustes* feitos com distribuição FD (linhas pontilhadas); sendo: 3.10a o espectro para ν_e 's no instante t_1 , 3.10b para ν_e 's em t_2 , 3.10c para $\bar{\nu}_e$'s em t_2 , e 3.10d para ν_μ 's em t_2 .

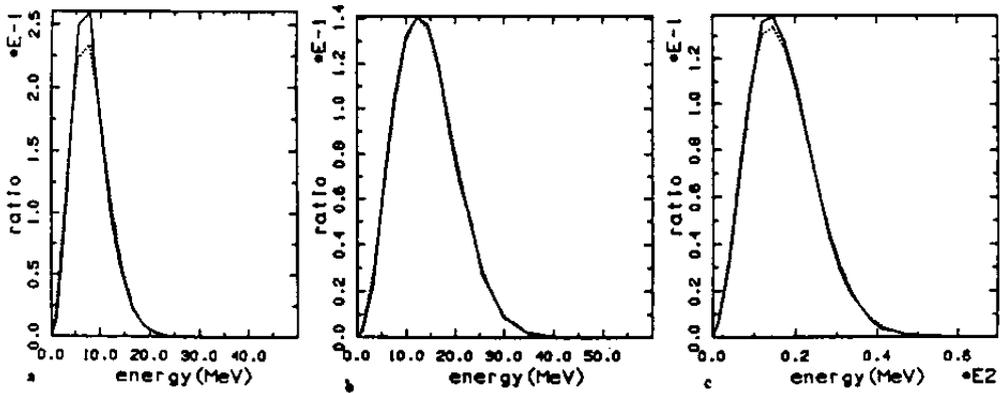
O espectro FD construído, resultou ser próximo de um espectro de corpo-negro (com $\mu_\nu \sim 0$), e o espectro ajustado resultou em uma degenerescência efetiva ($\mu_\nu \neq 0$). Os valores para os parâmetros T_μ , μ e $\langle E_\nu \rangle_\mu$ dos espectros ajustados estão na Tabela III.3.

Note-se que em todos os casos o espectro simulado é mais estreito em torno do pico que a distribuição aproximadamente térmica de FD (espectros construídos, linhas tracejadas), ocorrendo supressão tanto na parte baixa como na alta do espectro. A diminuição na parte baixa é explicada por dois fatores: a emissão por interações fracas via correntes carregadas (troca de W^\pm) é proporcional à E_ν^4 , tornando o espaço de fase para pequenas energias pouco populado, além do desacoplamento com a matéria tornar-se fácil, então os neutrinos de menor energia escapam livremente para fora da estrela. Quanto a parte alta, o espectro é atenuado porque a seção de choque é proporcional à E_ν^2 , fazendo crescer a opacidade (resultado similar ao de N&O).



Figuras 3.10 a-d: Espectros obtidos por Monte Carlo por J&H. Linhas sólidas: resultados das simulações. Linhas tracejadas: espectros FD construídos para reproduzir densidades de energia e partículas. Linhas pontilhadas: Ajuste usando distribuição FD com $\mu_\nu \neq 0$.
a) ν_e 's em t_1 , b) ν_e 's em t_2 , c) $\bar{\nu}_e$'s em t_2 e d) ν_μ 's em t_2 .

As Figuras 3.11a-c mostram os ajustes feitos com um espectro não-térmico, como sugerido por N&O na equação (3.7). Para o espectro de ν_e 's no instante t_1 não foi possível o ajuste; temos: 3.11a o espectro para ν_e 's em t_2 , 3.11b para $\bar{\nu}_e$'s em t_2 , e 3.11c para ν_μ 's em t_2 .



Figuras 3.11 a-c: Espectros obtidos por Monte Carlo por J&H. Linhas sólidas: resultados das simulações. Linhas pontilhadas: Ajuste usando distribuição não-térmica (ver equação (3.7)). a) ν_e 's em t_2 , b) $\bar{\nu}_e$'s em t_2 e c) ν_μ 's em t_2 .

Nas Figuras 3.11a-c vemos que o ajuste com um espectro não-térmico resulta em uma excelente descrição da emissão neutrínica. Os valores para os parâmetros espectrais T_α , α e $\langle E_\nu \rangle_\alpha$ estão listados na Tabela III.3. Entretanto, J&H levantam algumas questões: o parâmetro α mostrou-se extremamente sensível a pequenas variações provocadas por flutuações estatísticas em todos os momentos da distribuição obtida ($\langle E_\nu \rangle$, $\langle E_\nu^2 \rangle$, $\langle E_\nu^3 \rangle$, a dispersão, ...). Além disso, as temperaturas obtidas para as neutrinosferas (ver Tabela III.3) são altas e além de explicações físicas razoáveis, talvez passíveis de uma outra interpretação.

Espécie neutrínica	μ	T_μ (MeV)	$\langle E_\nu \rangle_\mu$ (MeV)	α	T_α (MeV)	$\langle E_\nu \rangle_\alpha$ (MeV)
ν_e em t_1	5.410	1.811	9.528	-	-	-
ν_e em t_2	3.504	1.930	8.149	2.654	12.769	8.147
$\bar{\nu}_e$ em t_2	3.443	3.426	14.366	1.868	19.244	14.356
ν_μ em t_2	2.419	4.585	17.221	0.138	8.855	17.223

Tabela III.3: Parâmetros obtidos por J&H^[12] ajustando os espectros obtidos por Monte Carlo. Índice μ : ajuste de espectro FD com potencial químico $\mu \neq 0$. Índice α : ajuste de espectro não-térmico (ver equação (3.7)).

Quanto aos ν_μ 's, seu potencial químico é uniforme e pequeno através do perfil da estrela, e seu acoplamento (médio) com a matéria é muito menor que o da espécie eletrônica. Os processos a que são submetidos ao escaparem da estrela (espalhamentos com léptons, aniquilação e absorção), segundo J&H, descreveriam um cenário mais adequado para explicar uma distribuição como (3.7) do que o caso da propagação de ν_e 's.

Para o *redshift* em caso de observação a longa distância, J&H estimam o desvio em $\sim 3\%$ do valor da energia de emissão na estrela.

3.3. Conclusão

Nas seções anteriores foram discutidos os resultados obtidos por vários autores com relação ao comportamento esperado da radiação neutrínica emitida em colapsos estelares.

Podemos separar dois aspectos importantes:

1. A estrutura temporal do *burst*: Ligada fortemente com os detalhes do mecanismo de explosão.
2. O espectro energético: Ligado fortemente com o perfil das grandezas físicas que descrevem a estrutura estelar.

O objetivo final desse trabalho é analisar a possibilidade de determinação do espectro de emissão de neutrinos de colapsos estelares, baseada no sinal que se espera observar no experimento LVD.

Assim, faremos um resumo das principais características descritas na seção 3.2.

Em geral, a aproximação mais utilizada para descrição da emissão é a de um espectro de Fermi-Dirac^[6,10,12,13,14].

$$\frac{dN}{dE} = A \frac{E^2}{e^{(x-\eta)} + 1}, \quad x = \frac{E}{kT}, \quad \eta = \frac{\mu}{kT} \quad (3.8)$$

Onde dN/dE é o número de neutrinos emitidos com energia entre E e $E+dE$ e A é uma constante de normalização. Os neutrinos são emitidos em diferentes regiões da estrela (logo, em diferentes temperaturas), portanto um espectro de corpo-negro ($\mu = 0$) é uma aproximação que deve ser usada cautelosamente.

Resultados de simulações evidenciam esse comportamento não perfeitamente térmico do espectro, pois observam-se reduções nas partes de baixa e alta energia das simulações. Para reproduzir essa característica, podem ser utilizados valores de $\mu \neq 0$ em no espectro FD dado por (3.8).

Alternativamente, o espectro pode ser modificado^[11,12,13,15,16] com a introdução de um termo gaussiano de absorção e fazendo $\mu = 0$, que resulta em:

$$\frac{dN}{dE} = A \frac{E^2 e^{-\alpha^2}}{e^x + 1}, \quad x = \frac{E}{kT} \quad (3.9)$$

onde α é o coeficiente que controla a intensidade da opacidade à radiação neutrínica.

Os valores exatos dos parâmetros espectrais podem diferir nos resultados dos diversos trabalhos analisados. Por exemplo, o coeficiente de absorção α levou a excelentes ajustes para os espectros simulados (N&O e J&H), mas em um dos casos (J&H) o ajuste “desbalanceou” a temperatura, elevando-a em excesso (ver seção 3.2). O potencial químico μ é situado no intervalo $1.2 \leq \mu \leq 3.0$ no modelo de BKG, enquanto J&H encontraram valores de $\mu \sim 3$.

Maior consenso é exibido pelos valores das temperaturas dos espectros e das energias médias. As temperaturas razoáveis parecem ficar próximas a $T \sim 3$ MeV e as energias médias próximas a $\langle E_\nu \rangle \sim 10$ MeV.

Emfim, uma outra questão que deve ser levantada, e que é muito debatida, é a repartição da energia emitida em neutrinos entre os componentes das três espécies. Essa divisão é importante para a previsão do número de eventos a serem registrados nos experimentos. Como visto na seção 3.1, o *burst* de ν_e de neutronização deve carregar $\sim 5\%$ da energia total. O principal da emissão ($\sim 95\%$ da energia total) deve ser repartida ou em partes iguais (segundo Burrows^[17]), ou metade para a espécie eletrônica (ν_e 's e $\bar{\nu}_e$'s) e metade para as outras espécies (segundo Schramm, Mayle e Wilson^[41]). Outra abordagem, é que o *fluxo* seja igual para as três espécies neutrínicas, assim a divisão da energia dependeria do número de partículas produzidas de cada espécie^[18]. Parece razoável do ponto de vista experimental, supor uma *equipartição de energia entre as três espécies*, de forma que não se façam previsões e estimativas de medidas muito dependentes de qualquer modelo em particular.

Referências - Capítulo 3

- [1] S. Shapiro, *Gravitational Radiation*, Oxford University Press (1985).
- [2] R. Mayle, J. R. Wilson, D. N. Schramm, *Ap. Journal*, **318**, 288 (1987).
- [3] T. Mazurek, *Ap. Journal (Letters)*, **207**, L87 (1976).
- [4] D. N. Schramm, R. Mayle, J. Wilson, *Nuovo Cimento*, **9C**, 443 (1986).
- [5] A. Burrows, J. Lattimer, *Ap. Journal*, **307**, 178 (1985).
- [6] D. K. Nadëzhin, *Supernovae - Les Houches Workshop - Session LIV 1990*, Elsevier Science Publishers B. V. (1991).
- [7] J. R. Wilson et al., *Ann. NY Acad. Sci.*, **470**, 267 (1986).
- [8] J. A. Miralles et al., *Astro. Lett. and Communications*, **28**, 223 (1992).
- [9] H.-T. Janka, W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **78**, 375 (1989).
- [10] A. Burrows, D. Klein, R. Gandhi, *Phys. Rev. D*, **45**, 3361 (1992).
- [11] D. K. Nadëzhin, I. V. Otroshchenko, *Sov. Astron.*, **24**, 47 (1980).
- [12] H.-T. Janka, W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys.*, **224**, 49 (1989).
- [13] P. Antonioli, *Tesi di Laurea*,
Università di Torino - Istituto di Fisica Generale (1990).
- [14] S. Ahlen et al., *Astroparticle Physics*, **1**, 11 (1992).
- [15] A. de Rújula, *Physics Lett.*, **193B**, 525 (1987).
- [16] P. Galeotti, C. M. Raiteri, *Astro. Lett. and Communications*, **27**, 49 (1988).
- [17] A. Burrows, *Ap. Journal*, **283**, 848 (1984).
- [18] M. Fukugita et al., *Physics Lett.*, **212B**, 139 (1988).

Panorama Atual da Astronomia Neutrínica

4.1. A “rede” internacional de detectores

A conexão entre explosões de supernovas, a “morte” de estrelas de grande massa e *bursts* neutrínicos foi confirmada com a supernova SN 1987A pelos experimentos Baksan^[1] (ex-U.R.S.S.), IMB^[2] (Irvine-Michigan-Brookhaven colaboration, E.U.A.), KII^[3] (Kamiokande II, Japão) e LSD^[4] (Liquid Scintillation Detector, Itália). Inúmeras controvérsias^[5,6,7,8] foram geradas com relação a estrutura temporal do *burst* ou sobre o espectro energético observado por esses experimentos, mas as características gerais sobre o total da energia emitida em neutrinos, duração do *burst* e a parcela de $\bar{\nu}_e$'s no fluxo total mostraram-se consistentes com os modelos desenvolvidos na década de oitenta.

Entretanto esses modelos não tiveram importantes aspectos identificados nas poucas dezenas de eventos coletados nos experimentos, como: detalhes do choque, convecção e acréscimo de matéria, a explosão e o resfriamento lento da estrela de neutrons. Além do mais, não houve registros de neutrinos de outra espécie que não a eletrônica, apesar das previsões de que os ν_μ 's e ν_τ 's (e sua antipartículas) portariam $\sim 2/3$ de toda a energia de formação da estrela de neutrons.

Em uma série de decisões independentes, está se formando uma “rede” internacional em três continentes (América, Ásia e Europa) de detectores de grande massa, subterrâneos ou subaquáticos, de neutrinos. Coletivamente, a sensibilidade que se estabelece para detecção de neutrinos de supernova não tem precedentes, e permite uma previsão para a ordem de grandeza do número total de eventos em 10^3 .

Individualmente ou de maneira coordenada, estes detectores poderão suprir informações temporais, energéticas, direcionais, e sobre a natureza intrínseca dos neutrinos e o seu papel, em colapsos na nossa Galáxia ou ainda nas duas Nuvens de Magalhães.

Juntando-se aos detectores listados acima, no princípio da década de noventa entrou em operação o LVD (Large Volume Detector, Laboratorio del Gran Sasso - Itália, ver Capítulo 4). Ainda temos: SNO (Sudbury Neutrino Observatory, Canadá), MACRO (Monopole, Astrophysics and Cosmic-Ray Observatory, Laboratorio del Gran Sasso - Itália), e em fase de projeto ou construção existem: SNBO (Supernova Neutrino Burst Observatory - E.U.A.), ICARUS (Imaging of Cosmic And Rare Underground Signals, Laboratorio del Gran Sasso - Itália), Borexino (Laboratorio del Gran Sasso - Itália), CalTech Scintillator (E.U.A), JULIA (Joint Underwater Laboratory and Institute for Astrophysics, E.U.A.), o detector radio-químico de Homestake baseado em ^{127}I , e muitos outros^[9,10].

A Tabela IV.1 traz uma sinopse das características de alguns detectores e uma estimativa grosseira do número de eventos esperados para um colapso estelar no centro galáctico. Essa estimativa pode ser feita de maneira simples, pela fórmula:

$$N_{\nu} = \sigma_{\nu} F N_A \frac{M}{A} N_T \quad (4.1)$$

onde N_{ν} é o número de eventos esperados, σ_{ν} a seção de choque dos neutrinos, F é o fluxo integrado no tempo (número de partículas / m^2), N_A o número de Avogadro, M e A são a massa total e o peso molecular do elemento sensível do detector, e N_T o número de partículas-alvo por molécula, que nessa estimativa foi usado o número de prótons.

Nas próximas seções faremos uma descrição das diferentes características de alguns detectores de relevância dentro deste cenário que se estabelece na astronomia nêutrinica. Descreveremos os diferentes processos de detecção em que se baseiam, os pontos fortes e fracos de cada um, e como essas diferenças podem ser usadas para uma descrição mais completa dos fenômenos revelados pela observação de neutrinos.

Detector	Técnica	Massa total (ton)	Composição	Profundidade (mwe)	Limiar (MeV)	Número de eventos	Resolução
LVD	C	1800	C ₁₀ H ₂₂	3100-4000	5-7	650	<i>e, t (a?)</i>
MACRO	C	1000	CH ₂	3100-4000	10	340	<i>e, t</i>
Borexino	C	1760	(BO) ₃ (OCH ₃) ₃	3100-4000	4.7	320	<i>e, t</i>
Baksan	C	330	Álcool	850	10	100	<i>e, t</i>
LSND	C	200	CH ₂	?	5	70	<i>e, t</i>
CalTech	C	1000	?	?	2.8	?	<i>e, t</i>
IMB3	Ck	8000	H ₂ O	1570	10	2100	<i>e, t, a</i>
Kamiokande II	Ck	3000	H ₂ O	2700	7	800	<i>e, t, a</i>
SNO	Ck	1600/1000	H ₂ O/D ₂ O	6000	5	530/300	<i>e, a (??)</i>
ICARUS	Dc	3600	⁴⁰ Ar	3100-4000	5	120	<i>e, t, a</i>
Homestake ³⁷ Cl	Rq	610	C ₂ Cl ₄	4200	0.81	5	-
Homestake ¹²⁷ I	Rq	1000	NaI	4200	0.78	25	-
Baksan ³⁷ Cl	Rq	3000	C ₂ Cl ₄	5000	0.81	25	-
SNBO	EG	100 000	CaCO ₃	?	?	10 000	<i>t</i>
JULIA	EG	40 000	H ₂ O	?	?	10 000	<i>e, t, a</i>

* mwe: meters of water equivalent

Tabela IV.1: Características dos detectores de neutrinos de supernova. No item Técnica: C - Cintilador, Ck - Cerenkov, Dc - Drift Chamber, Rq - Rádio-químico, EG - detectores projetados para astronomia neutrínica Extra-Galáctica. Em Resolução: e é energia, t é tempo e a ângulo (direção). Os itens incertos (?) referem-se a detectores ainda em projeto.

O detector IMB3 é a versão aperfeiçoada de IMB, com maior massa e menor limiar. O detector KII deverá ser aperfeiçoado até o final da década (Super Kamiokande) e sua massa aumentada para ~ 40 kton.

4.2. Métodos e características de alguns detectores

A viabilidade de detectores de neutrinos cósmicos está ligada a uma série mínima de requisitos:

1. Grande massa, como consequência direta da pequena seção de choque dos neutrinos com a matéria.
2. Blindagem contra a radiação cósmica, com pelo menos 1000 mwe, proporcionando pequeno "ruído" na faixa de 10-100 MeV.
3. Pequenas proporções de elementos radioativos na rocha circundante e no material empregado na construção do experimento (ex.: U, Th, K, ...).

Quanto ao primeiro item, resulta que os detectores devem ser constituídos por materiais econômicos (devido às grandes massas), e com grandes seções de choque para neutrinos. Dessa maneira, têm-se dado preferência para materiais abundantes em prótons, tais como H_2O e cintiladores baseados em cadeias de carbono e hidrogênio (C_nH_{2n}), com os quais a interação é via a reação de grande seção de choque: $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$. Também são usados isótopos como: ^{37}Cl , ^{40}Ar , ^{127}I e ^{11}B que têm grandes seções de choque para ν_e 's. O experimento SNO optou pelo uso de água-pesada (D_2O) para conseguir grande sensibilidade na detecção dos neutrinos das três espécies via reação de "quebra" do deutério, $\nu_i + d \rightarrow n + p + e^+$ ($i = e, \mu, \tau$).

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram gráficos com as seções de choque de neutrinos com os principais canais de detecção dos experimentos da Tabela IV.1.

Vamos estimar algumas dimensões usando (4.1) e ordens de grandeza das quantidades envolvidas. Por exemplo: se quisermos ~ 100 eventos baseados na reação $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$, devemos tomar $A \sim 14$ para cintiladores tipo CH_2 , $N_T = 2$ (apenas os prótons do hidrogênio), uma média para σ_ν de 10^{-41} cm^2 , e $F \sim 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para um colapso no centro galáctico, resulta em $M \sim 1 \text{ kton}$, que corresponde ao volume de um cubo com $\sim 10 \text{ m}$ de lado.

O segundo item faz com que os experimentos sejam montados em grandes galerias subterrâneas; especialmente construídas para esse

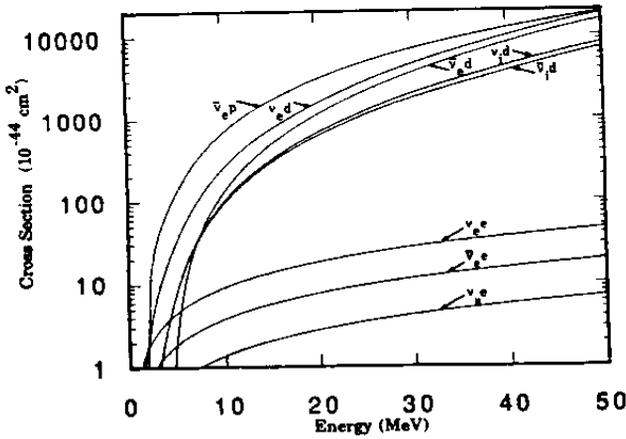


Figura 4.1: Seção de choque (em 10^{-44} cm^2) vs. energia (MeV) de ν 's de supernovas com prótons, elétrons e deutérios.

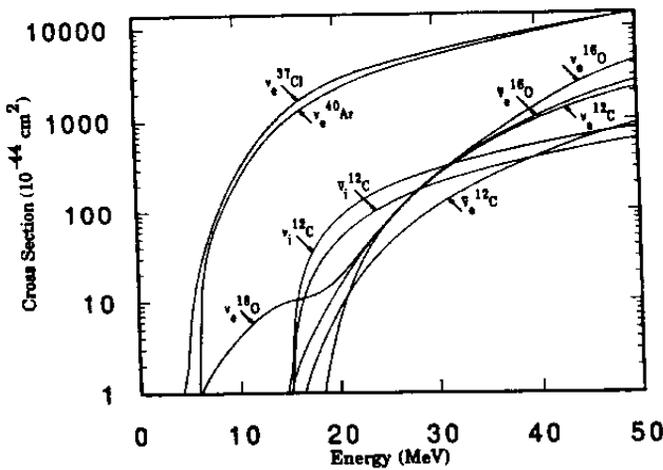


Figura 4.2: Seção de choque (em 10^{-44} cm^2) vs. energia (MeV) de ν 's de supernovas com ^{12}C , ^{16}O , ^{18}O , ^{40}Ar e ^{37}Cl .

propósito, ou então aproveitando-se salões de minas desativadas. Também existem os experimentos realizados em grandes profundidades de água, seja no mar ou em grandes lagos.

O último item da lista é importante, embora não crucial, porque a radiação natural mantém-se abaixo de ~ 9.0 MeV, e espera-se que neutrinos de supernovas estejam no intervalo de 10-30 MeV. Entretanto, limiares baixos de detecção, menores que 10 MeV, resolveriam melhor o espectro energético, e portanto é desejável um ambiente com baixa atividade de radiação natural.

Além de material, massa e profundidade, um telescópio de neutrinos deve ter uma eletrônica de aquisição com *buffers* capazes de gerenciar grandes frequências de eventos (da ordem de kHz), pequeno tempo morto (< 1 ms), precisão temporal relativa e absoluta, boa resolução energética, baixos custos de manutenção, e grande eficiência em tempo de operação.

Ainda, deveria haver uma coordenação entre as diversas colaborações de forma a evitar superposição de períodos inativos (devidos a manutenção, por exemplo) entre os experimentos, para que houvesse garantia de constante observação.

Nas próximas seções faremos uma breve descrição das técnicas listadas na Tabela IV.1, de forma a confrontá-las em seus aspectos bons e ruins.

4.2.1. Detectores Cerenkov

Os detectores Cerenkov de neutrinos, são compostos por um grande volume de água límpida constantemente monitorado por uma “malha” de fotomultiplicadoras, que detectam o cone característico de luz Cerenkov emitido por e^\pm resultantes da interação dos neutrinos na água. As energias são inferidas pela integração da luz Cerenkov coletada, e o padrão geométrico das fotomultiplicadoras disparadas pode permitir a reconstrução da direção do evento, um dos aspectos mais importantes dessa técnica.

As principais interações são:

1. $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$
2. Espalhamento elástico de neutrinos por elétrons
3. Reações via corrente carregada, que transmutam o oxigênio em ferro ou nitrogênio, seguidas da emissão de e^- ou e^+ .

Devido à grande dispersão na direção e energia dos e^\pm secundários, a resolução angular atingida é de $\sim 10^\circ$ - 30° e energética de $\sim 10\%$.

Um fator adverso nos detectores Cerenkov é o limiar de detecção, muitas vezes comprometido pelo nível de ruído e outras restrições da própria técnica, como o limiar energético de produção da luz Cerenkov. Atualmente foram reduzidos para ~ 10 MeV, mas a eficiência acima do limiar não é 100%, em KII atinge 50% no limiar e alcança 90% em 15 MeV^[3]. IMB atinge 60% em torno de 40 MeV, e a curva de eficiência para IMB3 ainda não foi publicada.

Outra adversidade é a pequena sensibilidade aos ν_μ 's e ν_τ 's, com pequena resposta às interações por correntes neutras.

4.2.2. Detectores Cerenkov de água-pesada

Por enquanto, apenas a colaboração SNO indica usar essa técnica. O detector está em fase de construção em Sudbury (Ontário - Canadá), e consistirá de 1 kton de água-pesada circundada por uma camada de 4 m de H_2O (~ 1.6 kton). A vantagem da técnica está na grande sensibilidade para detecção de ν_μ 's e ν_τ 's através das reações de quebra do deutério (por corrente neutra):

1. $\nu_i + d \rightarrow n + p + \nu_i$
2. $\bar{\nu}_i + d \rightarrow n + p + \bar{\nu}_i$ $E_{\text{limiar}} = 2.2$ MeV, em ambas as reações.

Será adicionado à água-pesada 2.5 ton de NaCl. Os neutrons das reações 1. e 2. acima, são capturados pelo ^{35}Cl , provocando a emissão de gamas ($\sum E_\gamma \sim 8.6$ MeV) que formam cascatas de pares e^\pm , que finalmente produzem o cone de luz Cerenkov. Entretanto, a energia e a direção do neutrino dessas reações não podem ser determinadas. O instante do evento pode ser determinado, mas medidas para curtos intervalos temporais ficam comprometidas, porque a captura dos neutrons leva ~ 5 ms.

Outras reações ainda são possíveis no deutério (por corrente carregada):

3. $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$
4. $\bar{\nu}_e + d \rightarrow n + n + e^+$

Esses processos são identificados por coincidência entre dois sinais: a luz Cerenkov produzida pelos e^\pm e a captura do neutron. A coincidência indica a reação 4., a ausência

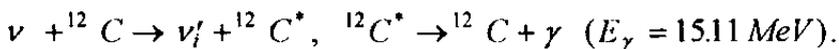
do neutron indica a reação 3. Novamente temos para essas reações o longo tempo morto provocado pelo processo de captura neutrônica, que além disso pode ser confundido com as capturas das reações 1. e 2. , mas em 3. e 4. é possível determinar a energia e direção dos e^\pm produzidos.

4.2.3. Detectores a cintilador

A técnica de identificação de interações de neutrinos em cintiladores será descrita com detalhes no Capítulo 5. Seus aspectos mais importantes serão resumidos:

1. A luz coletada nas fotomultiplicadoras é proporcional à energia depositada pelas partículas interagentes, permitindo que a energia total do evento seja medida.
2. Medidas temporais são feitas com grande precisão (por respostas rápidas do cintilador).
3. Maior abundância de prótons-alvo por molécula (por exemplo, $C_{10}H_{22}$ vs. H_2O).
4. A grande eficiência na produção de luz acarreta em limiares mais baixos em relação à técnica Cerenkov.
5. A identificação de $\bar{\nu}_e$'s é muito boa pela reação $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$, que tem grande seção de choque. A identificação é feita pela coincidência dos sinais do e^+ com o γ emitido pela captura do n (em $\sim 200 \mu s$).

Nas Figuras 4.1 e 4.2 podemos ver que as seções de choque para interações de neutrinos com o carbono do cintilador (via corrente neutra) é ~ 10 vezes menor que com o deutério, resultando em menor sensibilidade aos ν_μ 's e ν_τ 's, porém, existe a boa assinatura do processo:



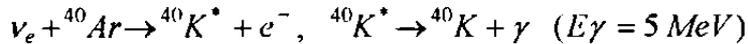
O “agrupamento” esperado de eventos em torno de 15.11 MeV, indica sua grande utilidade na identificação de ν_μ 's e ν_τ 's.

A princípio, a determinação da direção do evento não é possível em cintiladores, embora exista a possibilidade de uso de técnicas auxiliares (tubos *streamer* ou tempo-de-vôo) para rastrear as partículas carregadas envolvidas na interação.

4.2.4. Outros detectores

Os detectores a cintilador e Cerenkov, são sem dúvida os de técnica mais bem desenvolvida e testada, mas outras concepções em projetos para detecção de neutrinos surgiram na última década.

O experimento ICARUS (em fase de projeto) é uma gigantesca *drift-chamber* com 3.6 kton de puro ^{40}Ar líquido. Sua maior sensibilidade é para a detecção de ν_e 's através da reação:



Sua característica mais positiva é a grande possibilidade de resolução do pico inicial de ν_e 's de neutronização do colapso, além de permitir reconstrução da direção dos eventos.

Os detectores rádio-químicos da tabela IV.1 baseiam-se em reações de transmutação química do elemento sensível por absorção de neutrinos, onde os produtos são posteriormente separados, e suas quantidades indicam a taxa de ocorrência de eventos, da onde infere-se o fluxo neutrínico. Apesar de serem projetados para estudo de neutrinos solares, um *burst* de colapso ocorrido no centro galáctico poderia produzir um sinal identificável nesses detectores.

Os detectores de *bursts* extra-galácticos como SNBO e JULIA serão importantes na determinação das possíveis massas dos ν_μ 's e ν_τ 's porque as distâncias que abrangem são grandes (~ 4 Mpc). A colaboração JULIA projeta um denso *array* de fotomultiplicadoras submerso a mais de 4 km de profundidade no oceano, usando a própria água do mar como elemento sensível na produção de luz Cerenkov. A colaboração SNBO pretende incrustar inúmeros detetores de neutrons (BF_3) na rocha de uma montanha (CaCO_3) com o intuito de detectar especificamente ν_μ 's e ν_τ 's através da reação $\nu_i + (A, Z) \rightarrow (A-1, Z) + n + \nu_i'$, onde o Ca é sugerido para "A".

4.3. Conclusão

Cada técnica descrita tem seus pontos fortes e fracos. Vimos que os detectores Cerenkov podem determinar as direções dos eventos, mas com limiares altos (quando

baixos, são pouco eficientes); já os cintiladores tem pequena resolução espacial, porém excelente resolução energética e temporal, com limiares mais baixos que os detectores Cerenkov. A Figura 4.3 mostra as curvas de eficiência para os experimentos LSD^[11] (cintilador) e Kamiokande II (Cerenkov). Os detectores Cerenkov “convencionais” (que usam H₂O) tem pouca sensibilidade para detecção de ν_{μ} 's e ν_{τ} 's, enquanto o detector Cerenkov de água-pesada é bem sensível, mas sua pequena resolução temporal degradaria a curva de luminosidade neutrínica de um *burst* de colapso.

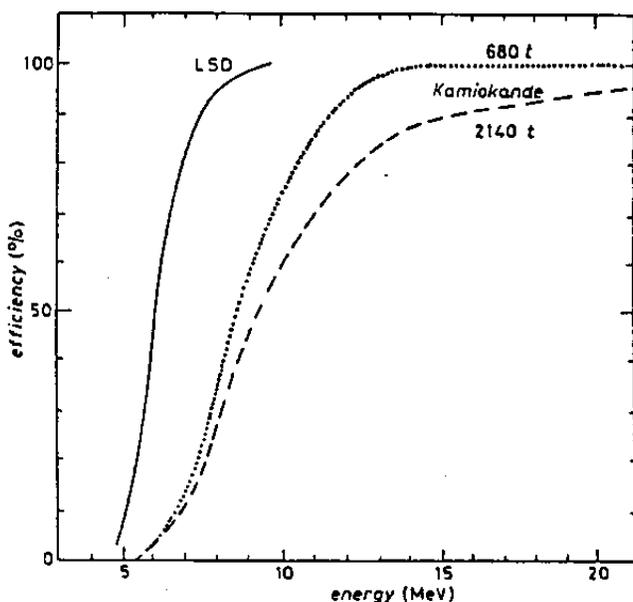


Figura 4.3: Curvas de eficiência para os detectores LSD (cintilador) e Kamiokande II (Cerenkov). Vemos que a eficiência de detecção no cintilador sobe muito mais rápido que na água.

Ou seja, cada um dos experimentos fornece um “ângulo de visão” diferente do *burst* neutrínico de colapsos estelares. Espera-se que a análise global de seus diversos resultados, forneça as informações detalhadas sobre os mecanismos de colapso e explosão de supernovas.

A Figura 4.4 mostra a distribuição em energia esperada dos eventos em três diferentes detectores (LVD, KII, e SNO) para um colapso no centro da galáxia e com a emissão neutrínica descrita pelo modelo genérico de Burrows, Klein e Gandhi^[9] (comentado no Capítulo 3). O pico pronunciado na curva do LVD é devido à detecção dos γ 's de 15.11 MeV da reação de corrente neutra no carbono.

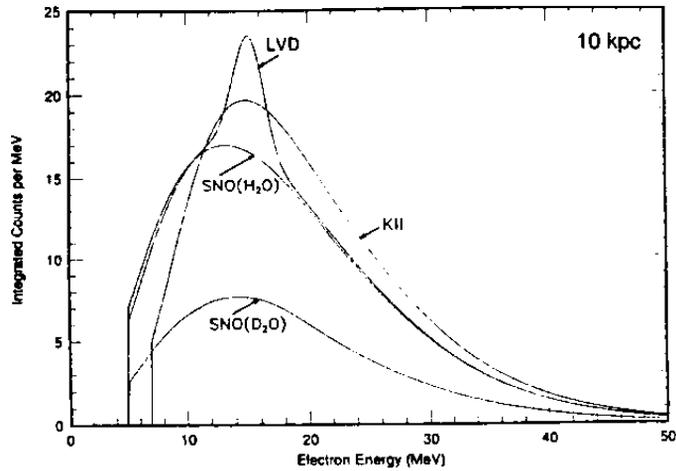


Figura 4.4: Número esperado de contagens por MeV nos detectores LVD, KII e SNO para o modelo genérico de colapso de BKG^[9] a uma distância de 10 kpc (~ centro da galáxia).

Vemos pela Figura 4.4 e pelos totais da Tabela V.1, que a estatística que será alcançada será muito superior àquela da detecção da SN 1987A (~ 30 eventos). A comunidade “subterrânea” de físicos nunca esteve tão aparelhada para a investigação de colapsos estelares, e se contarmos com a “colaboração” das estrelas da nossa galáxia, a astronomia neutrínica tem uma brilhante perspectiva para a próxima década.

Referências - Capítulo 4

- [1] E. N. Alekseev et al., *JETP Lett.*, **45**, 589 (1987).
- [2] R. M. Bionta et al., *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1494 (1987).
- [3] K. Hirata et al., *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1490 (1987).
- [4] M. Aglietta et al., *Europhys. Lett.*, **3**, 1315 (1987).
- [5] M. Aglietta et al., *Europhys. Lett.*, **3**, 1321 (1987).
- [6] W. D. Arnett et al., *Annu. Rev. Astron. Astrphys.*, **27**, 629 (1989).
- [7] W. Hillebrandt, *Nuclear Astrophysics - Proceedings of Tegernsee (R.F.A.) Workshop*, Springer-Verlag - R.F.A. (1987).
- [8] A. de Rújula, *Phys. Lett.*, **193B**, 514 (1987).
- [9] A. Burrows, D. Klein, R. Gandhi, *Phys. Rev.*, **45D**, 3361 (1992).
- [10] M. B. Ceolin, *Proceedings of VI International Workshop on Neutrino Telescopes*, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti - Venezia - Itália (1994).
- [11] G. Badino et al., *Nuovo Cimento*, **7C**, 573 (1984).

O Experimento LVD

5.1. Introdução

O experimento LVD^[1] (**L**arge **V**olume **D**etector) é um dos experimentos em funcionamento no laboratório subterrâneo do Gran Sasso (Itália), sendo uma natural ampliação do experimento LSD^[2] (**L**iquid **S**cintillation **D**etector) que funciona desde 1984 no túnel do Monte Bianco, na fronteira italo-francesa.

O Laboratório do Gran Sasso está localizado a cerca de 120 km a leste de Roma (Figura 5.1), é composto por três galerias subterrâneas (Figura 5.2) que estão aproximadamente na metade do túnel de 12 km que atravessa o maciço do Gran Sasso. Conta ainda com um laboratório externo na entrada oeste do túnel e um experimento de Chuveiros Atmosféricos Extensos, o EAS-TOP, montado no platô de Campo Imperatore (~2000 m de altitude), quase na vertical com as galerias subterrâneas.

O complexo subterrâneo se encontra a uma altitude média de 900 m. A espessura média de rocha sobre o laboratório é de 1300 m (equivalente à 3500 hg/cm² de rocha *standard* ou 3600 m.w.e.), constituída principalmente por CaCO₃ com densidade média $\rho \sim 2.6 \text{ g/cm}^3$.

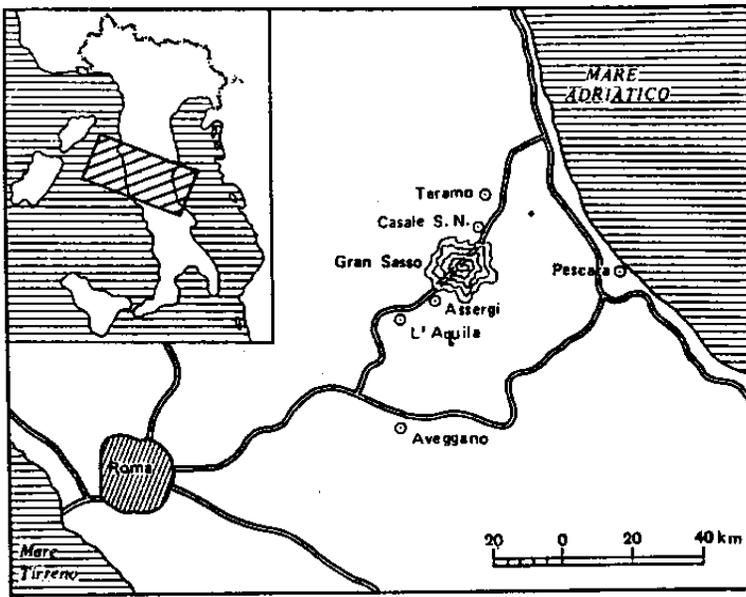


Figura 5.1: Localização geográfica do laboratório do Gran Sasso

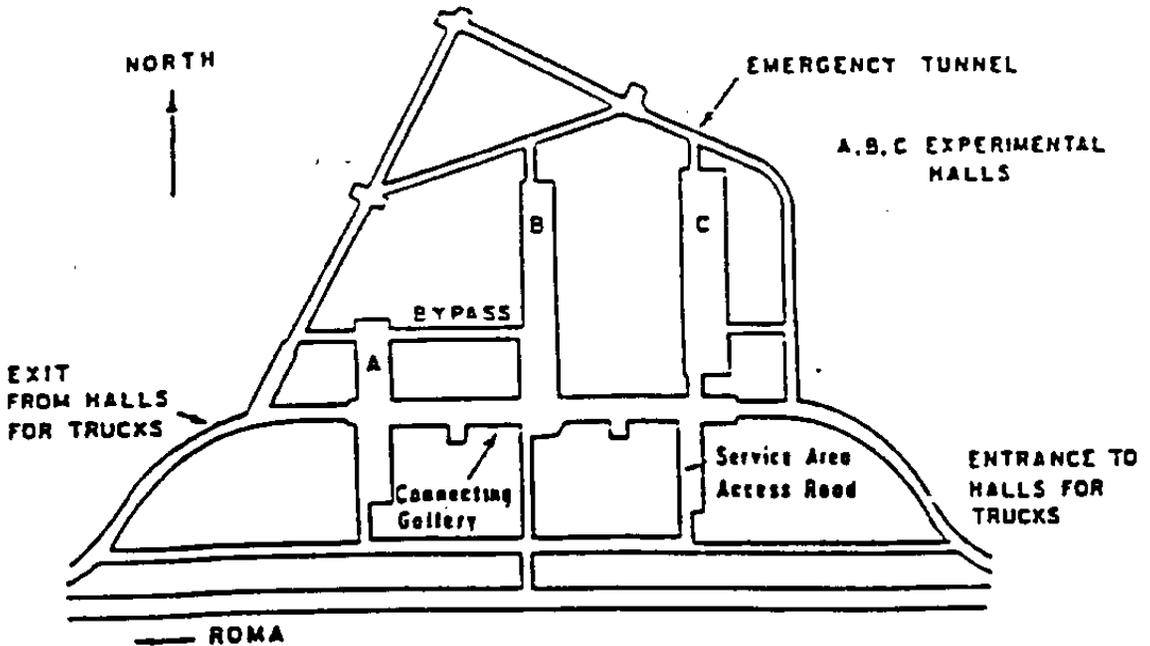


Figura 5.2: Planta do complexo subterrâneo

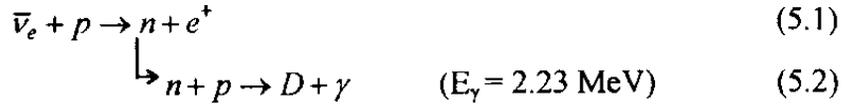
O experimento LVD, localizado na parte norte da sala A, tem como principal objetivo a detecção do *burst* neutrínico emitido em colapsos gravitacionais estelares na nossa galáxia ou nas duas Nuvens de Magalhães, mas também oferece outras possibilidades de pesquisa como veremos na seção 5.6 .

5.2. Descrição e características do experimento

O LVD é composto por tanques de aço inoxidável de dimensões $1.0 \times 1.0 \times 1.5 \text{ m}^3$ preenchidos com cintilador líquido (C_nH_{2n+2} , $\langle n \rangle = 9.6$, com $\rho = 0.8 \text{ g/cm}^3$), tempo de resposta de 5 ns, comprimento de atenuação $> 15 \text{ m}$ ($\lambda = 420 \text{ nm}$), adicionado de ativador POP (1 g/l) e deslocador de comprimento de onda POPOP (0.03 g/l). Os tanques têm suas paredes internas recobertas com *mylar* aluminizado para reflexão de luz^[3].

Em sua configuração final, o experimento terá 1520 tanques, resultando em uma massa ativa de $\sim 1.8 \text{ kton}$.

O principal canal de detecção de neutrinos é a reação (5.1):



A luz emitida pelo cintilador devido à interação das partículas produzidas em (5.1) é detectada por três fotomultiplicadoras FEU-49B, com diâmetro do fotocátodo $\phi = 15 \text{ cm}$ e contato óptico com o cintilador através de uma janela de *plexiglass*; para uma energia depositada no cintilador de 1 MeV a luz produzida no fotocátodo gera ~ 15 fotoelétrons.

A Figura 5.3 mostra o esquema de um tanque e do acoplamento óptico das fotomultiplicadoras.

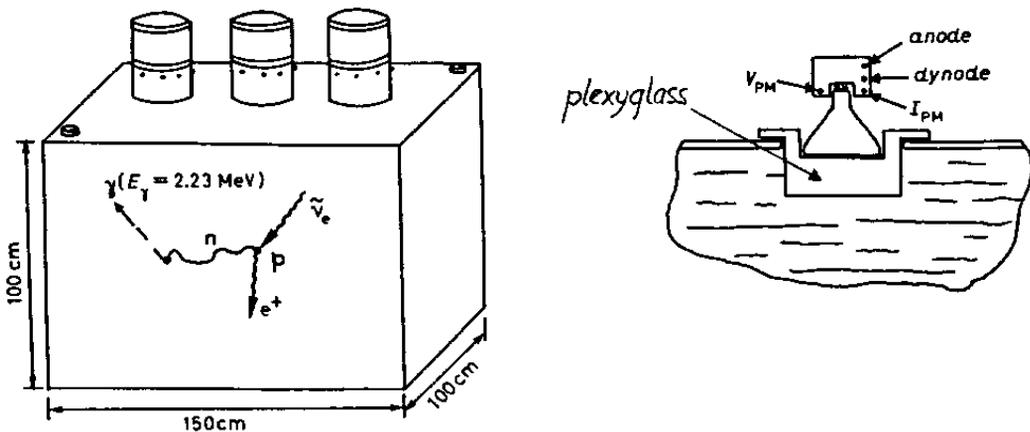


Figura 5.3: Esquema de um tanque com cintilador líquido do LVD. No detalhe (em corte): O contato óptico da fotomultiplicadora pela janela de *plexiglass*.

Cada grupo de oito tanques (duas fileiras de quatro) é colocado em uma estrutura de ferro chamada porta-tanque, cuja base e uma das laterais são cobertas por módulos de tubos *streamer* para detecção e tracejamento de partículas carregadas com excelente resolução angular (Figura 5.4).

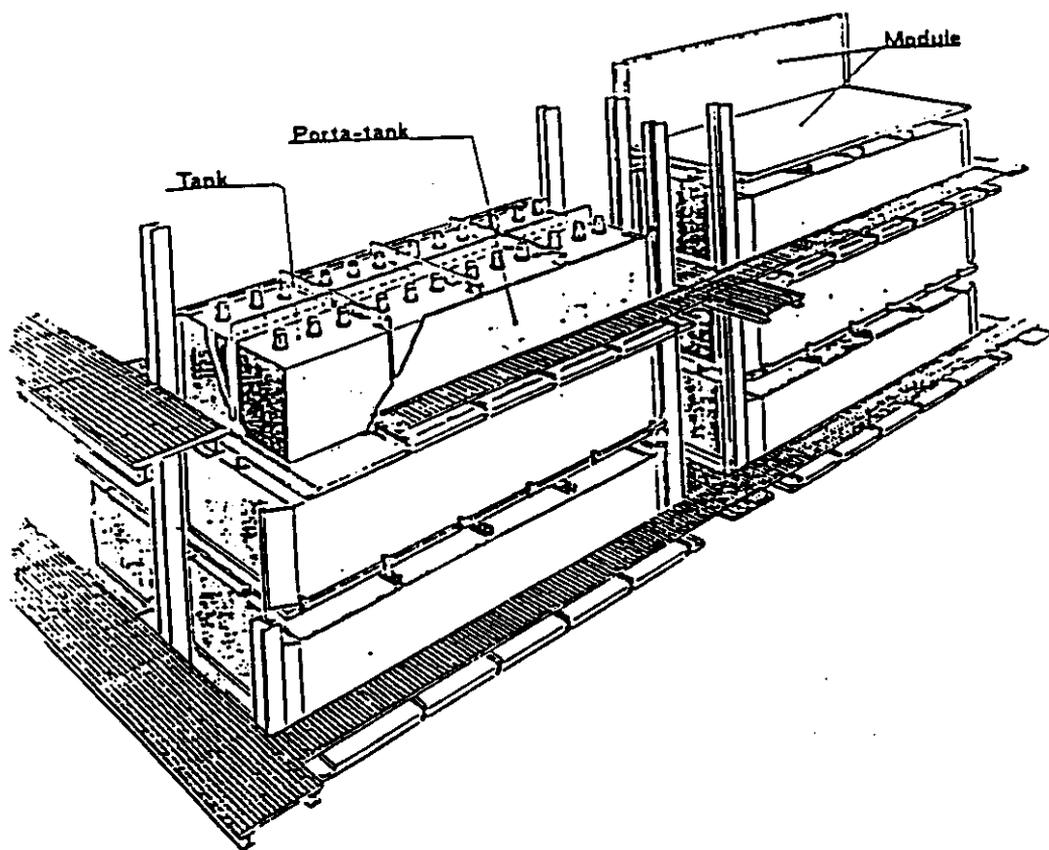


Figura 5.4: Detalhe da estrutura do LVD, mostrando os porta-tanques e o posicionamento dos módulos de tubos *streamer*.

Uma estrutura maior chamada de torre, comporta os porta-tanques em sete planos com cinco porta-tanques cada, e um oitavo plano com apenas três deles (centralizados) porque o formato da galeria impede a colocação dos outros dois. A Figura 5.5 mostra a secção-reta de uma torre e a Figura 5.6 uma visão geral do experimento.

Uma torre completa está em funcionamento desde junho de 1992, e a primeira metade da segunda torre entrou em operação em março de 1994. O experimento completo será composto de cinco torres. Os resultados da fase de operação com a primeira torre podem ser encontrados na referência ^[3].

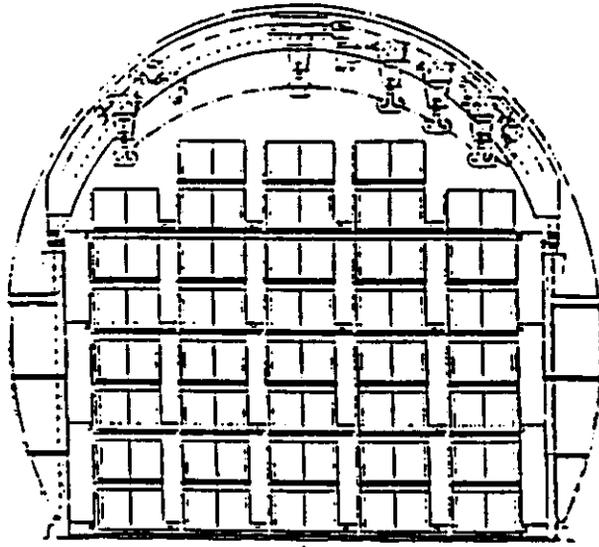


Figura 5.5: Secção reta de uma torre, onde são vistos os sete planos com cinco porta-tanques, e o oitavo com apenas três.

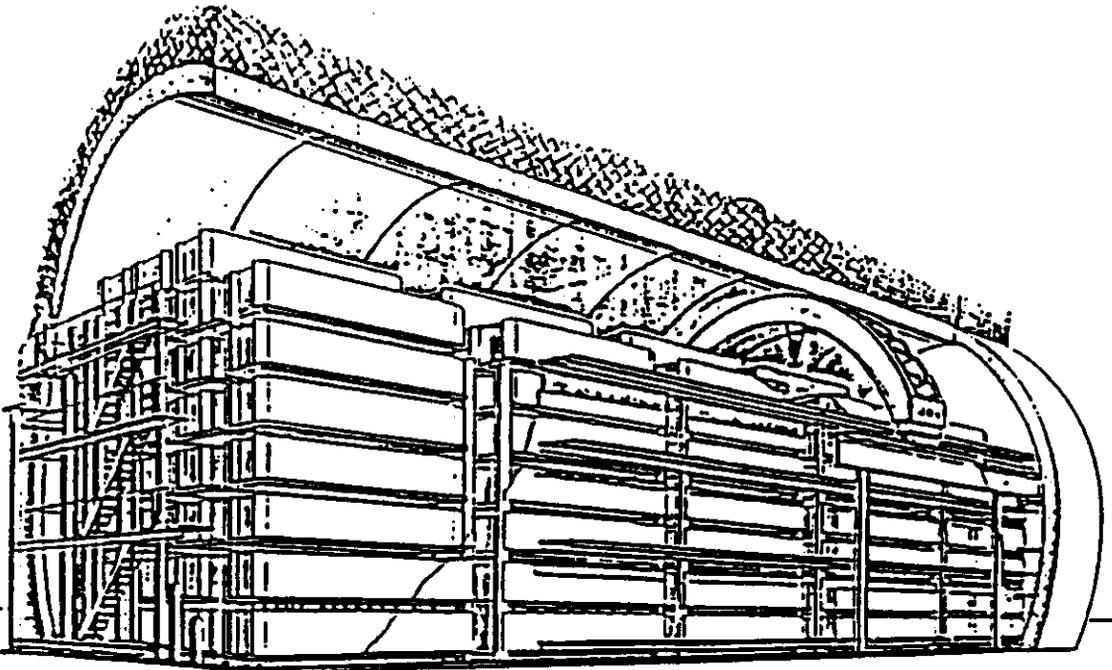


Figura 5.6: Visão geral da estrutura do experimento LVD completo com as cinco torres

Os números totais de componentes e principais características do experimento estão listados na Tabela V.1.

Dimensões (m)	13.11 x 39.30 x 11.96
Número de tanques	1520
Número de tanques internos	972
Número de fotomultiplicadoras	4560
Número de tubos <i>streamer</i>	20000
Massa de cintilador (ton)	1824
Massa central (ton)	1166
Número de prótons livres	1.7×10^{32}
Número de elétrons	6.3×10^{32}
Número de núcleos de ^{12}C	7.6×10^{31}
Aceitância ($\text{m}^2 \text{ sr}$)	~ 5500
Limiar energético (MeV)	~ 4
Resolução energética	$\pm (10 + 15) \%$
Resolução espacial de <i>tracking</i> (mrad)	< 4

Tabela V.1: *Números de componentes e características do experimento LVD.*

Na Tabela V.1, “massa central” significa a massa total de cintilador nos tanques *internos* (sem contato direto com a parede da galeria).

O piso sob as torres é blindado com ferro e parafina de borax para reduzir o ruído de fundo devido à radiação natural da rocha.

Os resultados da blindagem podem ser vistos na Figura 5.7, que é um gráfico da média de contagens para $E > 1.5 \text{ MeV}$ e $E > 7 \text{ MeV}$ em função da posição do tanque. A posição indica o nível da torre em que se encontra o tanque (1 = piso, 8 = teto).

A razão $M_C/M_T = 0.6$ (M_C é a massa central, M_T é a massa total de cintilador) permite que o experimento tenha mais de 1 kton de cintilador em condição de limiar energético de detecção inferior aos tanques externos, onde o sinal produzido pelo fundo radioativo da rocha não deve ser desprezado.

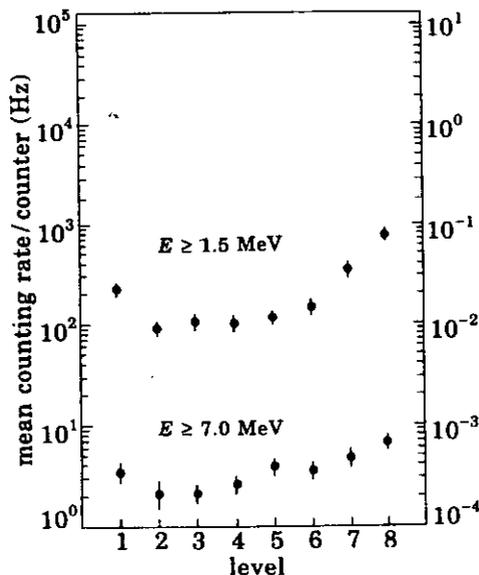


Figura 5.7: Média da frequência de contagens para $E > 1.5$ MeV e $E > 7$ MeV para tanques localizados em diferentes níveis, do piso (1) até o teto (8).

5.3. Interações de neutrinos com o cintilador

A Tabela V.2 traz a relação dos canais de interação de neutrinos com o cintilador. Uma discussão mais detalhada sobre cada um desses processos, como as seções de choque, limiares energéticos e número de eventos esperados, será feita no Capítulo 6.

Interações por Corrente Carregada	Interações por Corrente Neutra
① $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$	<i>ambos os neutrinos</i> ④ $\nu_{(e,\mu,\tau)} + e^- \rightarrow \nu_{(e,\mu,\tau)} + e^-$
② $\nu_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{N} + e^-$	<i>ambos os neutrinos</i> ⑤ $\bar{\nu}_{(e,\mu,\tau)} + e^- \rightarrow \bar{\nu}_{(e,\mu,\tau)} + e^-$
③ $\bar{\nu}_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{B} + e^+$	⑥ $\nu_{(e,\mu,\tau)} + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{C}^* + \nu_{(e,\mu,\tau)}$
	⑦ $\bar{\nu}_{(e,\mu,\tau)} + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{C}^* + \bar{\nu}_{(e,\mu,\tau)}$

Tabela V.2: Principais canais de interação de neutrinos no LVD

Como dissemos antes (seção 5.2), o principal canal de detecção é a interação ①, e da qual se espera o maior número de eventos, porque ela tem uma das maiores quantidades de partículas alvo (ver Tabela V.1) e a maior seção de choque.

As características do cintilador, que revelam também os γ , possibilitam a detecção de ambos os produtos da interação ① pelos processos:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma \quad (5.3a)$$

$$n + p \rightarrow D + \gamma \quad (5.3b)$$

Para detecção de (5.3a) além da energia cinética do pósitron, torna-se disponível a energia extra cedida pelos gamas da aniquilação.

Em (5.3b), o tempo transcorrido entre a emissão e a captura do neutron (após sua termalização) tem distribuição exponencial com constante de decaimento $\tau \sim 200 \mu\text{s}$. O γ emitido pela captura neutrônica tem energia bem definida e vale $E_\gamma = 2.2 \text{ MeV}$. A eletrônica de sinal foi projetada (e usada com sucesso no experimento LSD) para identificação desses dois produtos (e^+ e γ), fornecendo uma boa assinatura da interação.

A reação ⑥ de espalhamento elástico de ν_e com e^- produz um menor número de eventos (ver Capítulo 5) mas permite estudar a dinâmica do colapso, uma vez que em sua fase inicial (neutronização) a quase totalidade dos neutrinos emitidos são ν_e .

As demais interações, que envolvem o carbono (②, ③, ⑥ e ⑦), também têm uma boa assinatura. Em ② e ③ o e^- e o e^+ emitidos têm energia e tempo de emissão com distribuições bem conhecidas; em ⑥ e ⑦ a desexcitação do carbono ocorre com a emissão de um γ com $E_\gamma = 15.11 \text{ MeV}$ em 90% dos casos, tornando a identificação dessas interações muito precisa.

Uma importante propriedade do LVD é essa possibilidade de detecção dos neutrinos por diversos canais. Isso permite um estudo mais cuidadoso das características energéticas do *burst* de neutrinos de colapsos estelares. As seções de choque das interações da Tabela V.2 têm diferentes dependências com a energia do neutrino incidente, então a relação entre o número de eventos produzidos em cada canal (e seus espectros de energia) podem detalhar informações sobre o espectro de emissão neutrínica.

5.4. A eletrônica de aquisição de dados

O design da eletrônica de aquisição de dados dos tanques detectores foi elaborado com base na experiência adquirida no experimento LSD, incorporando novas tecnologias e dispositivos.

A eletrônica é construída de maneira modular para acomodar os 4560 canais do experimento LVD. Dois módulos da eletrônica, C-175 (discriminador) e C-176 (ADC e TDC)*, foram especialmente projetados para detecção dos sinais dos e^+ e dos γ (das posteriores capturas neutrônicas) que ocorrem como produtos da interação de $\bar{\nu}_e$ com p do cintilador (interação ① da Tabela V.2).

A detecção baseia-se em dois fatores: Os γ tem energia fixa $E_\gamma = 2.2$ MeV e o tempo de emissão do γ tem distribuição exponencial com $\tau \sim 200$ μ s. O *trigger* em cada tanque é dado pela coincidência tripla de sinais das fotomultiplicadoras (dentro de um intervalo de 100 ns). O sinal é amplificado e discriminado em dois limiares diferentes, um limiar alto (HET, *high energy threshold*) e um limiar baixo (LET, *low energy threshold*). O HET, que pode ser ajustado entre 2 e 10 MeV, é normalmente posto entre $4 \leq \text{HET} \leq 6$ MeV de acordo com a posição relativa do tanque no experimento (os tanques internos têm um limiar mais baixo, pois estão submetidos a níveis menores de radiação de fundo). O LET pode ser ajustado a partir de ~ 0.7 MeV e é posicionado em ~ 0.8 MeV.

Cada discriminador C-175 tem oito canais com tripla entrada, comportando portanto 1 porta-tanque completo. Os HET e LET de cada canal são programáveis (via CAMAC), bem como a unidade lógica de coincidência de cada canal, que produz um *flag* de distinção entre os eventos HET ($F = 1$) e LET ($F = 0$).

Se o sinal de coincidência ultrapassar o nível do HET, é disparado o *trigger* geral do experimento, e um *gate* de 1ms (5τ) é aberto. Durante esse tempo, o limiar baixo (LET) é habilitado para permitir o registro dos γ 's de 2.2 MeV da captura neutrônica. A eficiência de detecção do γ de captura foi medida com auxílio de uma fonte de neutrons^[4], no caso ^{252}Cf . Uma amostra de ^{252}Cf é colocada em uma cápsula envolvida por um dispositivo detector de semiconductor de silício. Cada fissão do ^{252}Cf emite em média 3.7 neutrons (além de γ 's). A cápsula é mergulhada no tanque e o sinal dos neutrons da fissão dado pelo detector da cápsula habilita o LET. As contagens obtidas com o detector da cápsula são comparadas com as contagens de 2.2 MeV obtidas no tanque do LVD. Os resultados desse procedimento associados a simulações colocam a eficiência de detecção do γ de captura neutrônica em $\sim 60\%$ ^[4,5]

* ADC: Analogic to Digital Converter: Circuito integrador de pulsos analógicos, com saída numérica (em tipo inteiro) proporcional à energia depositada pelas partículas no cintilador.

TDC: Time to Digital Converter: Circuito para medidas de intervalos temporais, com saída numérica (em tipo inteiro) proporcional à duração do intervalo.

A técnica de operação em limiar duplo permite que a detecção da interação ($\bar{\nu}_e, p$) com baixo ruído de fundo, pois o LET é habilitado por curtos intervalos de tempo após o *trigger* dado pelo HET.

O sinal de *trigger* geral (coincidência tripla em HET de qualquer canal do módulo) provoca um pulso na saída *General OR* do módulo. Uma entrada *Trigger IN* habilita o LET (segundo a lógica de coincidência programada) sem a condição de *trigger* em HET. Essa entrada é utilizada para coleta de dados de limiar baixo quando o *trigger* em limiar alto foi dado por outro tanque. Essa característica permite o estudo de eventos cujos produtos da interação “escapem” para tanques vizinhos. Saídas lógicas de coincidências em HET e LET são disponíveis para que as contagens nos tanques sejam continuamente monitoradas, para controle da estabilidade do experimento.

Na figura 5.8 temos um esquema do circuito para um canal do módulo C-175.

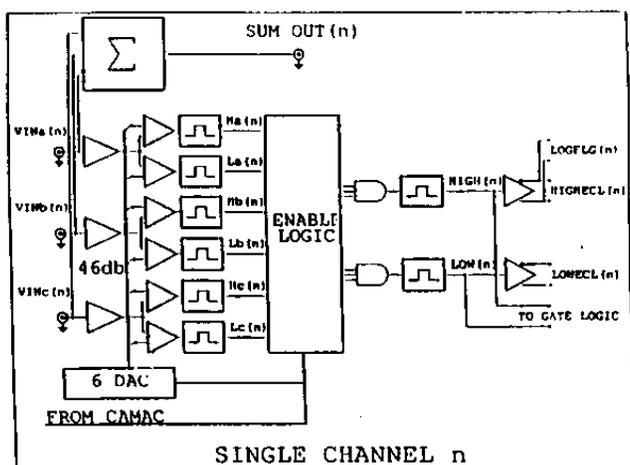


Figura 5.8: Esquema de funcionamento do módulo C-175, para um canal.

Os três sinais analógicos das fotomultiplicadoras são somados em um *mixer* linear e enviados para o módulo C-176 (ADC-TDC) para medidas de energia e distribuição temporal dos eventos.

O C-176 foi projetado para funcionar acoplado ao C-175. Ele tem 8 canais com tripla entrada (uma analógica, duas digitais). O pulso enviado pelo *trigger* do C-175 ingressa em uma das entradas lógicas (denominada *Gate*), habilitando duas operações: o início da integração dos pulsos na entrada analógica (para determinação de sua carga), e a leitura da outra entrada lógica que contém o *Flag* de reconhecimento de eventos em HET ou LET. Também é disparado um contador interno ligado a um *clock* (40 Mhz, dinâmica

de 28 bits) que fornece informações para determinação da distribuição temporal dos pulsos de cada evento, com resolução de 12.5 ns. O uso de um *clock* externo, comum a vários C-176, permite a sincronização dos contadores dos canais de diferentes módulos através da entrada denominada *Sync*.

Todos esses dados (*carga*, *flag* e *tempo*) são armazenados em um *buffer* tipo FIFO com autonomia de 1024 eventos.

A carga da entrada analógica é determinada por dois ADC's, ADC1 e ADC2, com escalas diferentes. O ADC1 satura em 224 pC e tem quatro regiões distintas de linearidade, enquanto o ADC2 satura em 1008 pC e tem duas regiões de linearidade. A primeira região de linearidade do ADC1 vai de 0 a 15.75 pC, com 0.25 pC /contagem. Esse parâmetro é duplicado a cada região consecutiva (Tabela III.3). A vantagem do uso de regiões de linearidade diferentes está na determinação de cargas muito pequenas (da ordem nC) sem perda de precisão ($\sigma_q/q \sim$ constante, onde σ_q é o erro na medida da carga q).

ADC	Intervalo de linearidade	pC / contagem	Erro relativo (%)	Intervalo de carga (pC)
ADC 1	1	0.25	1.5	0 ÷ 15.75
	2	0.5	1	16.5 ÷ 48
	3	1	0.8	49 ÷ 112
	4	2	0.8	114 ÷ 240
ADC 2	1	4	0.8	244 ÷ 496
	2	8	0.8	504 ÷ 1008

Tabela V.3: Regiões de linearidade do módulo C-176

A Figura 5.9 mostra uma curva de linearidade típica do módulo C-176.

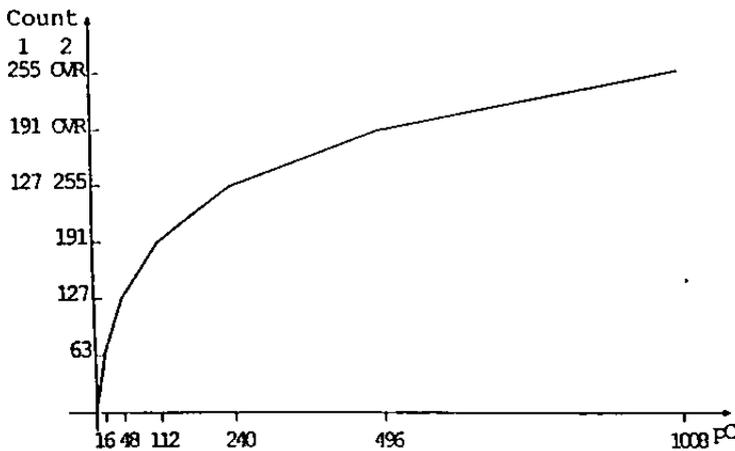


Figura 5.9: Curva de linearidade típica do ADC do módulo C-176

Além da eletrônica responsável pelo controle e checagem dos eventos nos tanques, existe outro circuito, de caráter globalizador, que gerencia toda uma torre. O esquema de funcionamento desse último estágio da aquisição de dados do LVD é apresentado na Figura 5.11.

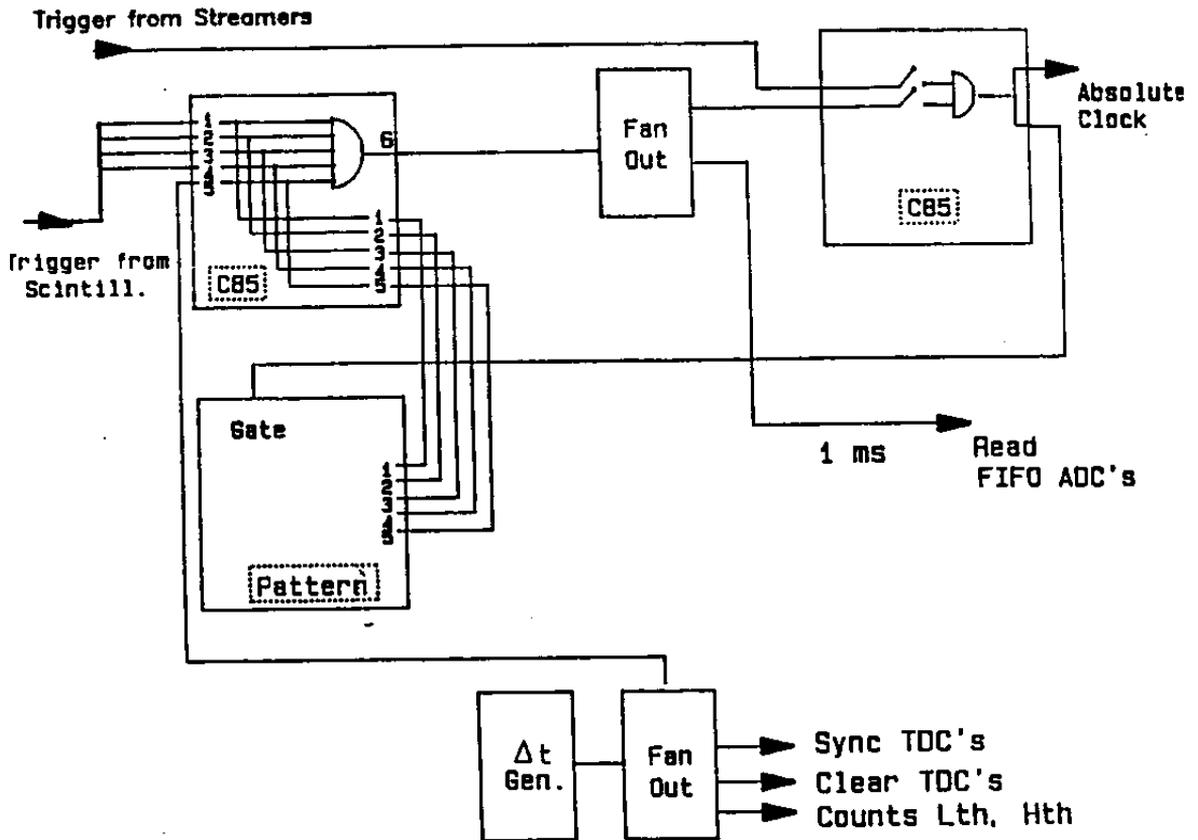


Figura 5.11: Esquema do último estágio da eletrônica na aquisição de dados de cada torre do LVD.

Os eventos são gerados segundo a programação (via CAMAC) de duas unidades lógicas C-85.

O primeiro módulo C-85 recebe os sinais de *trigger* dos quartos-de-torre e do *clock* externo de sincronização. Ele também determina o *pattern*[†] do evento.

[†] Registro padronizado de caracterização do evento. Contém informações sobre a torre em que foi gerado, quarto-de-torre, tipo de limiar (HET ou LET), tipo de leitura (monitoramento ou não) e sistema detecção que gerou o *trigger* (cintiladores ou tubos *streamer*)

O segundo módulo C-85 pode ser programado para leitura dos dados em três modos: apenas os tubos *streamer*, apenas os tanques com cintilador ou ambos os sistemas. Esse módulo também provoca a leitura do *pattern*, o *trigger* geral de aquisição dos tanques e a determinação do tempo absoluto do evento. O relógio do experimento é controlado pelo sinal oficial de tempo padrão da Itália, baseado em um relógio atômico do IEN e transmitido para todo país.

Entre a chegada do *trigger* enviado pelos tanques e a leitura do *buffer* (FIFO) com os dados, é inserido um atraso de 1 ms que faz com que a leitura somente seja iniciada após o armazenamento completo do evento no *buffer*.

5.5. Calibração em energia

As curvas de linearidade dos módulos ADC são construídas com o uso do DAC, citado na seção anterior, mas deve-se encontrar o fator de conversão da escala em unidade de carga (pC) para unidade de energia (MeV), que é a medida de interesse. Os pontos de referência utilizados na calibração são as energias do γ de captura neutrônica (baixa energia) e do pico do espectro de múons (alta energia).

5.5.1. Ponto de baixa energia

Como já dissemos, após a captura do neutron (interação (5.2)) é emitido um γ de energia $E_\gamma = 2.23$ MeV. Os neutrons utilizados para a calibração são provenientes de uma fonte de ^{252}Cf de baixa atividade (~ 6 ev./min) que emite em média 3.7 neutrons por fissão além de γ 's.

A determinação do ponto de 2.23 MeV para a calibração foi feita com a coleta de dados na presença da fonte de Cf (mergulhada no tanque), com o *trigger* de aquisição dado pelo sinal do γ que acompanha a fissão, gerado no detector de silício da cápsula de Cf. Os pulsos em limiar baixo desta medida permitem a construção do espectro energético do γ de 2.23 MeV somado ao espectro de fundo. O espectro devido ao fundo é determinado em outra série de medidas, onde usa-se como *trigger* (*trigger* assíncrono) qualquer evento que ocorra em outro tanque do mesmo quarto-de-torre do tanque em que se faz as medidas

com o Cf. O resultado pode ser visto na Figura 5.12, onde são mostrados o espectro apenas de fundo (região hachurada) e o espectro do γ de 2.23 MeV *triggerado* pelo ^{252}Cf . O ponto de 2.23 MeV é determinado pelo valor de pico da diferença dos dois espectros.

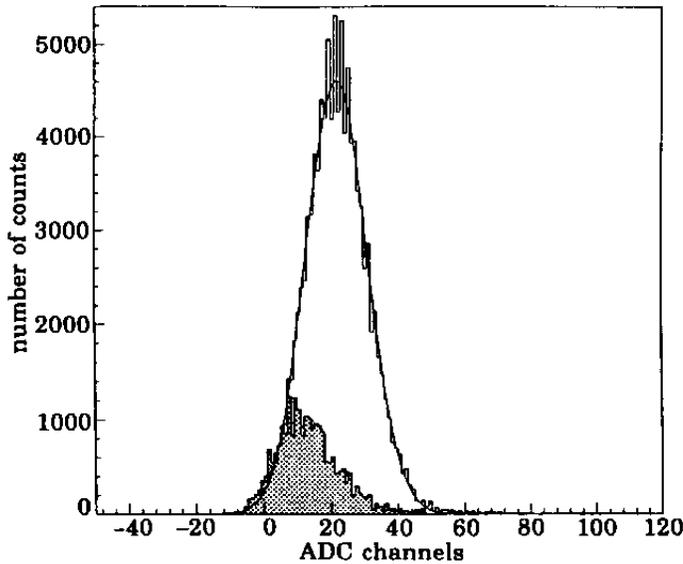


Figura 5.12: Espectro de energia dos γ 's de 2.23 MeV produzidos pela captura neutrônica no cintilador comparado com o espectro de fundo (hachurado). O pico corresponde à energia de 2.23 MeV.

5.5.2. Ponto de alta energia

O espectro esperado de múons LVD foi obtido através de simulação^[6] onde foram levados em conta a geometria dos tanques, a distribuição angular de múons no local e a distribuição de Landau para perdas de energia (envolvendo partículas carregadas em processos de ionização). O espectro obtido com a simulação é mostrado na Figura 5.13. O valor da energia que corresponde ao pico é $E_{\mu} = (175 \pm 5) \text{ MeV}$.

A identificação de múons nos dados experimentais é feita através da seleção de eventos de limiar alto (*flag* $F = 1$) em tanques diferentes e separados por um intervalo $\Delta t \leq 250 \text{ ns}$. A partir dos eventos selecionados, é construído o espectro energético, ainda em escala de contagens de ADC. A Figura 5.14 mostra esse espectro, com o pico de múons indicado, e a associação imediata do canal de ADC correspondente com o valor $E_{\mu} = 175 \text{ MeV}$.

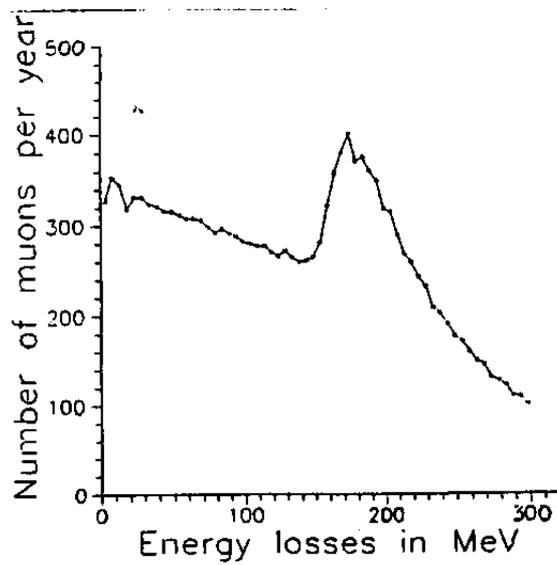


Figura 5.13: *Espectro simulado para múons no LVD. O valor de pico é $E_{\mu} = 175 \pm 5$ MeV.*

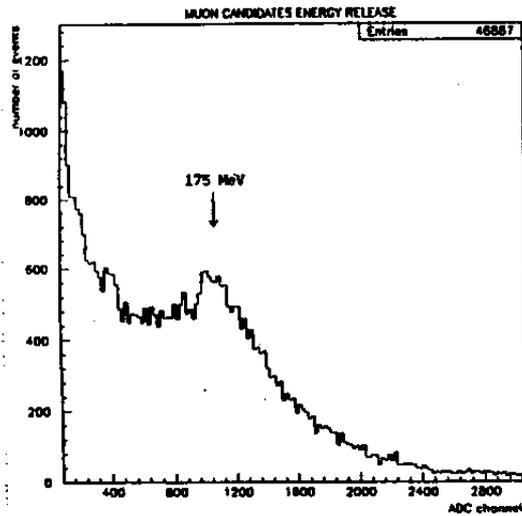


Figura 5.14: *Espectro obtido com eventos selecionados como múons. Critério: trigger em HET em tanques diferentes com $\Delta t \leq 250$ ns.*

5.6. Possibilidades de pesquisa com o LVD

O possibilidade de ocorrência de dois colapsos estelares na galáxia em um intervalo menor que 10 anos é reduzida. Assim, um importante critério “prático” em experimentos subterrâneos é a capacidade de realização de investigações científicas em diferentes campos. Enfatizamos que o principal objetivo do LVD é a detecção de neutrinos

de colapsos estelares. Entretanto, o experimento oferece possibilidade de pesquisas em diversos ramos da física. A seguir faremos um breve relato de tais temas.

5.6.1. Neutrinos solares

O estudo do fluxo de neutrinos provenientes do Sol tem particular interesse por tratar-se de um dos mais intrigantes problemas da física atualmente. O fluxo medido resulta em $\sim 1/3$ do previsto por modelos teóricos de reações nucleares no Sol (*SSM*, *Standard Solar Model*). Esse fluxo tem sido investigado ostensivamente por vários experimentos dedicados, tendo destaque especial o experimento pioneiro de R. Davis^[7] em uma mina desativada da Morton-Thiokol em Homestake (USA), baseado em um método rádio-químico. O experimento consiste em determinar a taxa de transmutação de átomos de ^{37}Cl em átomos de ^{37}Ar que ocorrem devido à absorção de neutrinos eletrônicos. Em mais de 15 anos de medidas, o fluxo observado foi de $2.1 \pm 0.3 \text{ SNU}^{\ddagger}$ enquanto o SSM prevê $7.8 \pm 1.5 \text{ SNU}$. Muitas hipóteses foram formuladas para solucionar essa discrepância, modificando ou os modelos estelares ou as propriedades dos neutrinos.

Medidas precisas da radioatividade natural presente na galeria (devido à rocha e ao material de construção do LVD) permitirão estabelecer a possibilidade de detecção de neutrinos solares através de interações de espalhamento elástico com elétrons (interação ④ da Tabela V.2). A diferença de experimentos como o de Davis, em que o fluxo é integrado em períodos de três meses, é a possibilidade de medidas em tempo real, que permite estudos de eventuais correlações entre o fluxo de neutrinos solares, intensidade de raios cósmicos (medida pelo EAS-TOP) e a atividade solar. Espera-se ~ 3 eventos por dia, dependendo do limiar mínimo que se possa atingir sem elevar o ruído de fundo.

5.6.2. Astronomia neutrínica de altas energias

As fontes pontuais de neutrinos de altas energias ($E_\nu > 1 \text{ GeV}$), como remanescentes de supernovas jovens, sistemas binários (também emissoras de raios-X e γ) podem ser observados no LVD através da interação:

[‡] SNU: Solar Neutrino Unit - 1 SNU é definida como o número de capturas de ν_e por segundo em um alvo de 10^{36} átomos.

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu + X \quad (5.4)$$

O fluxo de neutrinos dessas fontes pode ser estudado pelas medidas da direção de múons produzidos nas interações dos neutrinos com a rocha que circunda o experimento.

As fontes localizadas no hemisfério sul (LMC X-4, Centauro X-3 e o Centro Galáctico entre outras) são favorecidas porque o fundo de μ 's atmosféricos é completamente suprimido nesta direção.

5.6.3. Física de neutrinos

O LVD também pode ser utilizado como instrumento de estudo para determinação de propriedades dos neutrinos.

A massa neutrínica dos diferentes sabores (e , μ e τ) poderá ser estimada em caso de colapso estelar, porque a distribuição temporal dos eventos será alargada, uma vez que diferentes massas implicam em diferentes tempos de percurso entre a estrela colapsante e o detector (quanto maior a massa, maior o tempo), nesse caso o efeito ainda é reforçado pela diferença que as curvas de luminosidade dos neutrinos de diferentes sabores apresentam durante o colapso (ver Capítulo 3). A correlação com o possível sinal de antenas gravitacionais também permite esse estudo pois existe um "atraso" entre o tempo de chegada de um sinal que propaga-se com velocidade c e a detecção de partículas com massa que percorrem a mesma distância. As interações por corrente neutra sobre o carbono do cintilador (interações ⑥ e ⑦ da Tabela V.2) ocorrem também com os ν_{μ} e ν_{τ} , podendo fornecer uma precisa assinatura do "atraso" (devido a suas diferentes massas).

A oscilação de neutrinos também pode ser estudada em experimentos subterrâneos como o LVD. Usa-se como alvo uma casca esférica da rocha que envolve o laboratório. Os μ 's produzidos pela interação (5.4) podem atravessar ou "parar" dentro do detector dependendo de suas energias. Uma diminuição do fluxo de múons nas direções horizontais ou anti-verticais com respeito as previsões teóricas indicariam a possibilidade do fenômeno de oscilação. Os cálculos realizados^[8] mostram que a sensibilidade do LVD na determinação dos parâmetros da oscilação atinge $\Delta m^2 \sim 1.3 \times 10^{-4} \text{ (eV)}^2$ para ângulo de *mixing* máximo e $(\sin^2\theta)_{\min} = 0.81$ para valores grandes de Δm^2 .

5.6.4. Decaimento do próton

A teoria supersimétrica (SUSY) prevê como principal canal de decaimento do próton o processo:

$$p \rightarrow K^+ + \nu \quad (5.5)$$

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu \quad (5.6)$$

com a constante de decaimento para o processo (5.5) $\tau > 1.5 \times 10^{31}$ anos. O μ^+ por sua vez decai em um e^+ e um par de neutrinos. A dinâmica e energias envolvidas no processo dão uma excelente assinatura: são três eventos de energia precisa separadas de intervalos de tempo precisos. Deve-se detectar o K^+ com energia $E_{K^+} \sim 105$ MeV, depois de um atraso de ~ 15 ns o μ^+ com energia $E_{\mu^+} \sim 152$ MeV, e finalmente de pois de um atraso de $2.2 \mu\text{s}$ deve ser detectado o processo de decaimento do μ^+ ($\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$). Com a massa interna do LVD completo (5 torres) espera-se atingir o limite inferior para a constante de tempo $\tau_p \geq 10^{32}$ anos deste canal de decaimento, após um ano aproximadamente de coleta de dados^[11].

Referências - Capítulo 5

- [1] C. Alberini et al., *Il Nuovo Cimento*, **C9**, 237 (1986)
- [2] G. Badino et al., *Il Nuovo Cimento*, **C7**, 573 (1984)
- [3] M. Aglietta et al., *Il Nuovo Cimento*, **A105**, 1793 (1992)
- [4] N. Mengotti Silva, *Dissertação de Mestrado*,
Universidade Estadual de Campinas - IFGW, (1993)
- [5] M. Aglietta et al., *Il Nuovo Cimento*, **C9**, 467 (1989)
- [6] V. Kudryavtsev, O. G. Ryazhskaya, *LVD internal note 02* (1992)
- [7] R. Davis Jr. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **20**, 1205 (1968)
- [8] L. Panaro, *Tesi di Laurea*,
Università di Torino - Istituto di Fisica Generale (1988)

Caracterização do espectro de emissão de neutrinos de colapsos estelares

6.1. Introdução

Como vimos no Capítulo 4, ainda existem pontos importantes do processo de colapso que não foram esclarecidos com a detecção dos neutrinos emitidos pela SN 1987A. Apenas as características gerais sobre a energia envolvida foram confrontadas com as previsões teóricas^[1,2,3], mesmo porque um estudo mais detalhado seria impossível devido ao pequeno número de eventos que foram observados. Também vimos que as estimativas para o número total de eventos esperados nos experimentos atuais, dentre eles o LVD, alcançam uma estatística melhor.

Nesse capítulo analisaremos a viabilidade do experimento LVD em obter informações detalhadas sobre o espectro de emissão de neutrinos de colapsos estelares. O conhecimento desse espectro é importante porque a partir dele poderemos inferir as condições físicas em que os neutrinos foram produzidos e emitidos, auxiliando no esclarecimento dos mecanismos de evolução estelar aos quais estão relacionados.

O espectro dos neutrinos *detectados* pelo experimento é modulado por diversos fatores, sendo os mais importantes: o espectro de *emissão* na estrela colapsante, e a seção

de choque dos neutrinos com o material cintilador. São também importantes, mas de origem instrumental: a curva de eficiência do experimento, o limiar de detecção e a resolução nas medidas de energia. Outros itens como a distância da estrela colapsante e as dimensões do detector, introduzem apenas fatores de escala, fazendo com que sejam importantes do ponto de vista estatístico, uma vez que alteram o *número total* de eventos esperados, mas não a sua *distribuição* em energia.

Sendo que as seções de choque das interações envolvidas são estudadas em laboratório e as variações instrumentais podem ser determinadas, espera-se decompor o espectro *observado*, identificando as modulações provocadas por esses fatores e caracterizar o espectro dos neutrinos *emitidos* no colapso.

A possibilidade de caracterização do espectro energético da emissão neutrínica foi investigada por dois métodos diversos:

1. Estudo analítico:

Foi determinada a dependência de duas grandezas com o espectro de emissão:

1.a) A energia média dos neutrinos revelados pelo principal canal de detecção do LVD:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+.$$

1.b) A razão N_c / N_p , onde N_c é o número de eventos esperados de neutrinos sobre o carbono (via corrente neutra) e N_p o número de eventos esperados sobre os prótons.

2. Simulações:

Foram simulados espectros energéticos esperados no LVD, e posteriormente submetidos a teste estatístico de hipótese.

Partiremos do cálculo do número de eventos esperados no LVD para um colapso localizado na nossa galáxia. Esse cálculo e os elementos nele envolvidos constituirão a base para o desenvolvimento dos dois métodos de caracterização empregados.

6.2. Cálculo do número de eventos esperados no LVD

No Capítulo 4, fizemos uma estimativa do número de eventos esperados no LVD e em outros experimentos através da fórmula (4.1) que é uma aproximação que utiliza

apenas ordens de grandeza e valores médios das variáveis envolvidas.

Um cálculo mais refinado e que permite uma ligação entre o sinal observado e sua origem, é baseado em um formalismo que reúne tanto as características do detector quanto as que descrevem o *burst* neutrínico do colapso.

Podemos calcular o número esperado de eventos N_{ev} , para uma determinada interação com seção de choque σ (com e^\pm produzidos), em forma diferencial, através da fórmula:

$$dN_{ev} = \frac{N_{tar}}{4\pi R^2} L_n(t', E_\nu) \frac{d\sigma(E_\nu, E_e)}{dE_e} \varepsilon(E_e) \delta(t - t' - \Delta t) dt' dt dE_e dE_\nu \quad (6.1)$$

onde N_{tar} é o número de alvos para a interação específica, R é a distância entre a estrela colapsante e a Terra, L_n é a luminosidade diferencial (em número de neutrinos), $\frac{d\sigma}{dE_e}$ é a seção de choque diferencial para um neutrino de energia E_ν criar um e^- (ou e^+) com energia E_e , $\varepsilon(E_e)$ é a eficiência de detecção do e^- (ou e^+), t' é o tempo da fonte de emissão, t é o tempo do detector (com o tempo de percurso à velocidade da luz, R/c , subtraído) e Δt é o atraso devido a possível massa dos neutrinos. A equação (6.1) pode ser empregada para cada combinação específica entre processo/espécie neutrínica. Também, com as correções adequadas, podemos usá-la para processos que envolvem neutrons ou fótons secundários. Podemos integrar (6.1) sobre variáveis que se desejam eliminar e obter várias quantidades que constituem o sinal observado no detector, como: $\frac{dN}{dt}$, $\frac{dN}{dt dE_\nu}$, ... No nosso caso, estamos interessados no número total de eventos N_{ev} e sua dependência com a emissão neutrínica. Então, podemos integrar (6.1) sobre todas as variáveis temporais e sobre a energia dos produtos, restando a integral (6.2) para ser avaliada:

$$N_{ev} = \frac{N_{tar}}{4\pi R^2} \int_{E_{th}}^{E_{max}} \frac{dN}{dE} \sigma(E) \varepsilon(E) dE \quad (6.2)$$

onde $\frac{dN}{dE}$ é o espectro de emissão de neutrinos. Para o limite de integração inferior E_{th} , seleciona-se entre a energia limiar do processo considerado e a energia limiar de detecção do experimento (a maior delas); o limite superior E_{max} é a energia de corte, acima da qual o fluxo de neutrinos pode ser desprezado (o espectro tende a zero assintoticamente, como veremos na seção 6.2.2).

Vamos agora detalhar cada um dos termos envolvidos em (6.2) e as parametrizações utilizadas na avaliação desta integral.

6.2.1. O termo $N_{tar} / 4\pi R^2$

O termo constante que precede a integral em (6.2) é composto por dois fatores: no numerador temos o número de partículas-alvo N_{tar} para cada interação específica e no denominador temos o fator geométrico $4\pi R^2$, que corresponde à área da esfera com raio igual à distância da estrela colapsante.

O número N_{tar} , pode ser calculado pela fórmula:

$$N_{tar} = N_{mol} \times N_A \times N_t \quad (6.3)$$

Em (6.3) N_{mol} é o número de moles de cintilador contidos na massa considerada nos cálculos (por exemplo, para todo o LVD a massa é ~ 1.8 kton, para apenas uma torre a massa é ~ 0.36 kton), N_A é o número de Avogadro e N_t é o número de partículas-alvo *por molécula* de cintilador (por exemplo, para interações sobre prótons livres, temos $N_t = 22$, que corresponde ao número de átomos de hidrogênio por molécula).

O fator geométrico introduz uma diluição no fluxo de neutrinos integrado no tempo (número de neutrinos/unidade de área). A diluição aumenta com a distância, por exemplo: um colapso na grande Nuvem de Magalhães ($R \sim 50$ kPc) teria um fluxo de neutrinos correspondente a 4% do fluxo provocado por um colapso nas imediações do centro da nossa Galáxia ($R \sim 10$ kPc).

6.2.2. O espectro de emissão neutrínica

O espectro de emissão neutrínica $\frac{dN}{dE}$ (número de neutrinos com energia entre E e $E+dE$) é o termo que mais nos interessa em (6.2), uma vez que as informações que pretendemos extrair dos dados do experimento estão relacionadas a ele.

As características esperadas para a emissão neutrínica foram vistas com detalhes no Capítulo 3. Relembremos os aspectos mais importantes com relação as características energéticas:

1. A emissão pode ser descrita por um espectro não-térmico ou um espectro de Fermi-Dirac (FD) dados por (6.4) e (6.5) respectivamente:

$$\frac{dN}{dE} = A \frac{E^2 e^{-\alpha \left(\frac{E}{kT}\right)^2}}{e^{\left(\frac{E}{kT}\right)} + 1} \quad (6.4)$$

$$\frac{dN}{dE} = A \frac{E^2}{e^{\left(\frac{E-\mu_\nu}{kT}\right)} + 1} \quad (6.5)$$

Nas equações (6.4) e (6.5), A é uma constante de normalização (que será discutida em detalhe), E a energia dos neutrinos, T a temperatura espectral (usualmente associada à temperatura da neutrinosfera). Vimos que, de forma geral, os espectros previstos para a emissão neutrínica são baseados na distribuição de Fermi-Dirac, embora não de corpo-negro, exigindo a introdução de parâmetros de modificação. O espectro (6.4) contém o termo gaussiano de atenuação para valores altos da energia dos neutrinos, com a intensidade controlada pelo fator de absorção α , e será denominado Espectro Standard (ES). O espectro (6.5) contém o potencial químico μ_ν , responsável pela suposta degenerescência do gás neutrínico, então passaremos a nos referir a esse espectro como Espectro Degenerado (ED).

2. A energia total emitida em forma de neutrinos é estimada em $E_{\text{TOT}} \sim 3.0 \times 10^{53}$ erg.
3. Admite-se que E_{TOT} seja igualmente repartida entre as três espécies de neutrinos e suas antipartículas.

Doravante usaremos algumas simplificações nesses espectros: trabalharemos em unidades em que a constante de Boltzmann é $k=1$ e as temperaturas T dadas em MeV; faremos quando necessário a substituição de variáveis

$$x = \frac{E}{T} \quad (6.6)$$

e adotaremos o potencial químico adimensional μ dado por:

$$\mu = \frac{\mu_\nu}{T} \quad (6.7)$$

Por questão de simplicidade, quando precisarmos nos referir ao termo de modificação do espectro FD de corpo-negro de forma genérica (ou seja, tanto α quanto μ), será usado o símbolo β .

Portanto, nos espectros ES e ED temos três parâmetros que os determinam unicamente: A , T e β . Vamos analisar a influência e o significado de cada um desses parâmetros.

Antes, devemos introduzir uma notação para algumas integrais que serão utilizadas:

$$J_i^n = \int_0^{\infty} x^n S_i(x) dx \quad ; \quad n \in N, \quad i = 1, 2 \quad (6.8)$$

$$S_1 = \frac{e^{-\alpha x^2}}{e^x + 1}, \quad S_2 = \frac{1}{e^{(x-\mu)} + 1} \quad (6.9)$$

Vemos pela forma das funções S que o índice i refere-se aos tipos espectrais, $i = 1$ para ES e $i = 2$ para ED[†].

A constante de normalização A é determinada adotando-se como condição de contorno E_{TOT} . Uma vez que $\frac{dN}{dE}$ é o número de neutrinos emitidos com energia entre E e $E+dE$, podemos escrever:

$$E_{TOT} = \int_0^{\infty} E \frac{dN}{dE} dE \quad (6.10)$$

Assim, uma vez fixado um par de valores (T, β) para o espectro que se deseja normalizar, deve-se avaliar a integral (6.10) determinando o valor correspondente para A . Podemos explicitar A em (6.10) e fazer a substituição (6.6), que resulta:

$$A = \frac{E_{TOT}}{T^4 J_i^3} \quad (6.11)$$

A temperatura T influencia diretamente na energia média $\langle E \rangle$ do espectro de emissão. O uso do parâmetro β modifica a relação entre a energia média dos neutrinos emitidos e a temperatura.^[1,4] Para estudar a relação entre a energia média e a temperatura com as variações de β , devemos calcular a razão:

$$\langle E \rangle = T \frac{J_i^3(\beta)}{J_i^2(\beta)} \quad (6.12)$$

[†] No caso particular em que $i = 2$, $J_2^n = F^n$, onde F^n são as integrais de Fermi.

Fixada a temperatura, as integrais J_i^n tornam-se funções apenas de β , $J_i^n = J_i^n(\beta)$. Por exemplo, para $\beta = 0$ (espectro de corpo-negro), temos que $J_1^n = J_2^n$, resultando $\langle E \rangle = 3.15 T$ para os dois tipos espectrais. O comportamento da razão $\frac{J_1^3(\beta)}{J_1^2(\beta)} = \langle E \rangle / T$ é mostrado nas Figuras 6.1 e 6.2, onde $\beta = \alpha$ e $\beta = \mu$ respectivamente.

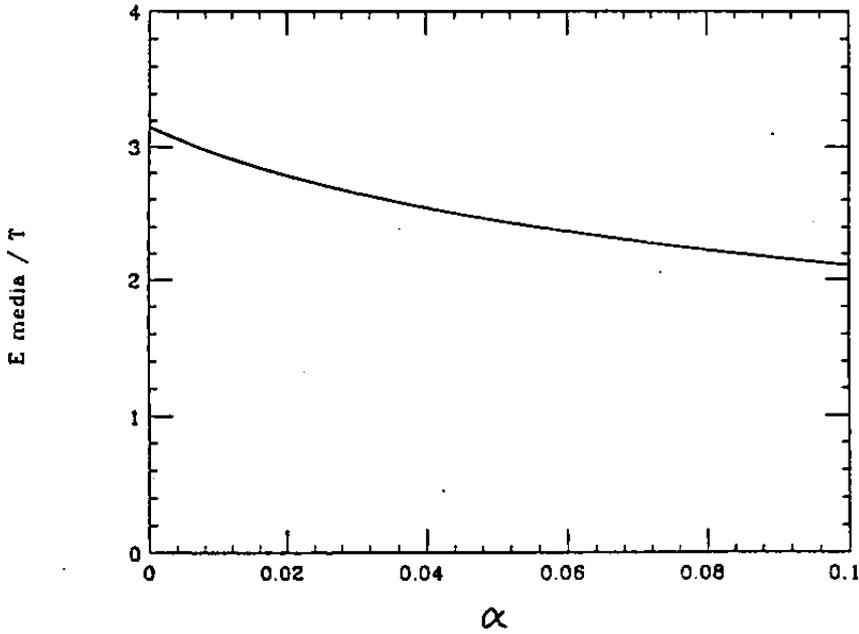


Figura 6.1: Comportamento da razão $\langle E \rangle / T$ vs. parâmetro α (ES).

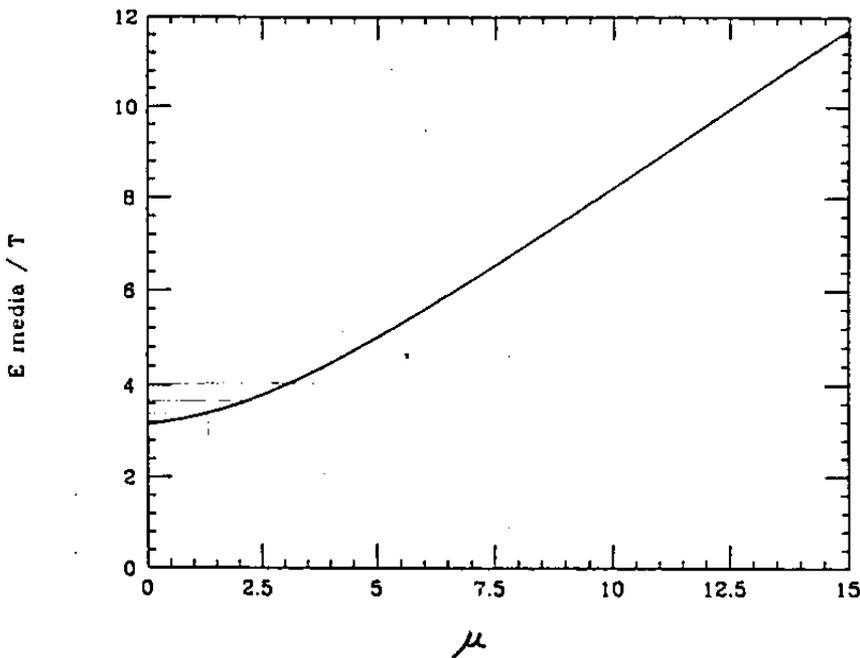


Figura 6.2: Comportamento da razão $\langle E \rangle / T$ vs. parâmetro μ (ED).

Vemos nas Figuras 6.1 e 6.2 que o comportamento da razão $\langle E \rangle / T$ é inverso para os dois tipos de espectro, ela cresce com μ e decresce com α , indicando que a energia média pode ser uma ferramenta útil no reconhecimento das características da emissão, pois espera-se que essa diferença de comportamento tenha reflexos no espectro a ser observado.

A influência do parâmetro T nos espectros pode ser vista nas Figuras 6.3 e 6.4. Nessas figuras temos gráficos para as temperaturas $T = 3.0$, $T = 4.0$ e $T = 5.0$ MeV de espectros com $\beta = 0$ (FD perfeitamente térmicos). Em ambos os casos, a constante A foi determinada para $E_{TOT} = 3.0 \times 10^{53}$ erg, e admitida sua equipartição entre as espécies neutrônicas. A diferença das duas figuras é apenas a escala das ordenadas, em 6.3 a escala é linear e em 6.4 logarítmica. As duas escalas foram usadas para facilitar a visualização das diferenças dos espectros com a temperatura em diferentes regiões de energia. Vemos que com o aumento de T , o ponto de máximo é deslocado para energias mais altas, mas com sua intensidade reduzida (Figura 6.3). Por outro lado, a intensidade da parte alta do espectro aumenta com T (Figura 6.4). Como consequência a energia média $\langle E \rangle$ cresce com a temperatura T .

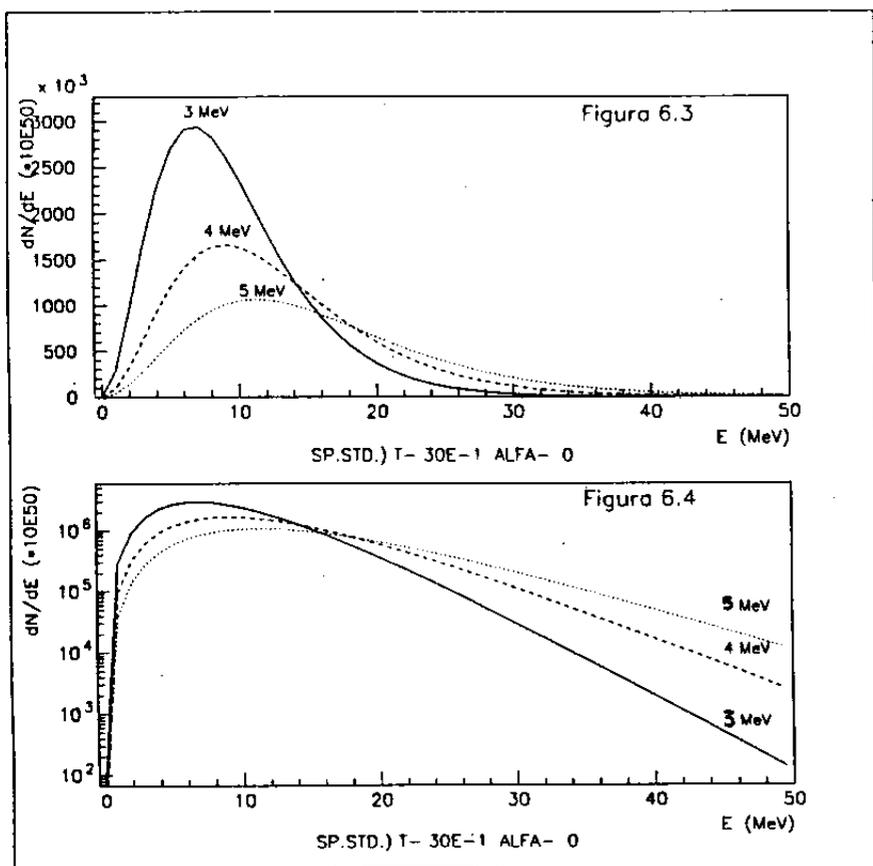


Figura 6.3: Espectros com $T=3.0$, $T=4.0$ e $T=5.0$ MeV. Em todos os espectros $\beta = 0$. Com o crescimento de T , o pico desloca-se para energias mais altas, aumentando $\langle E \rangle$.

Figura 6.4: Mesmo que Figura 6.3, porém com as ordenadas em escala logarítmica que auxilia a visualização das diferenças na parte de alta energia do espectro.

O parâmetro β é importante na descrição da parte de alta energia desse espectro (ver seção 3.3.2). Sua influência pode ser vista nas Figuras 6.5 e 6.6. Na Figuras 6.5 temos

espectros ES com $\alpha = 0.00, 0.02$ e 0.04 , e na Figuras 6.6 espectros ED com $\mu = 0.0, 2.0$ e 4.0 . Em ambos os casos a temperatura é $T = 3.0$ MeV.

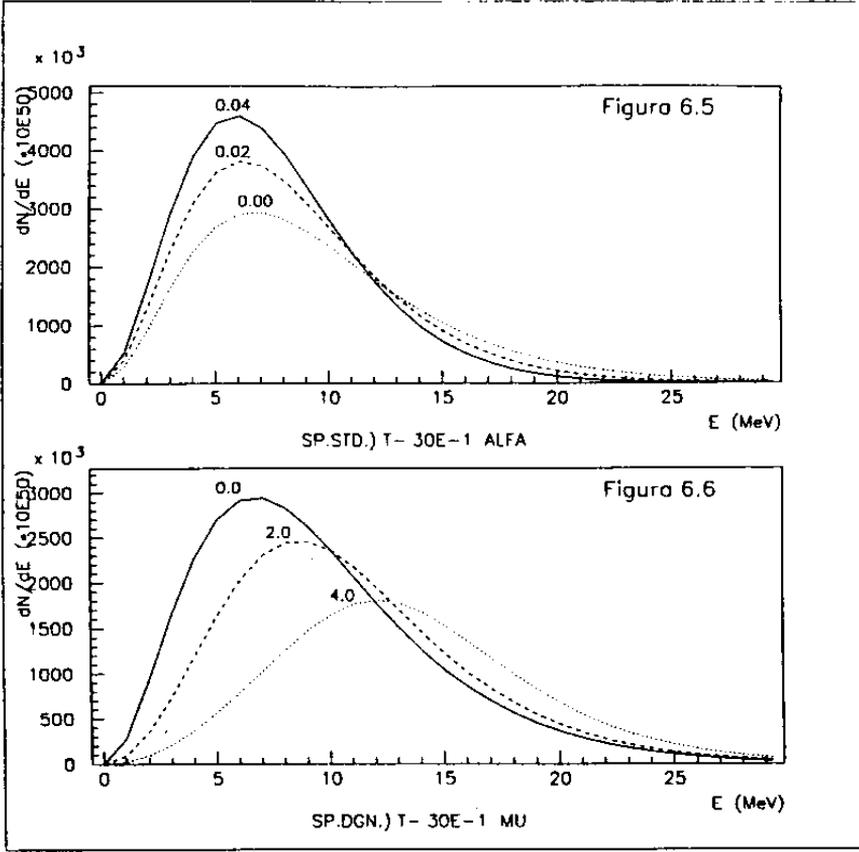


Figura 6.5: Espectros ES com $T=3.0$ MeV e $\alpha=0.00, 0.02$ e 0.04 . Com o aumento de α , o espectro é atenuado na parte alta, o pico estreita-se e é intensificado.

Figura 6.6: Espectros ED com $T=3.0$ MeV e $\mu=0.0, 2.0$ e 4.0 . O aumento de μ desloca o pico para energias mais altas e o torna mais largo.

Para o ES vemos que o aumento de α reduz a intensidade da parte alta do espectro, concentrando-a em torno do pico, reduzindo $\langle E \rangle$ (ver também Figura 6.1). Isto ocorre porque os neutrinos mais energéticos são submetidos a uma maior absorção nas regiões externas à neutrinosfera, dado que a seção de choque cresce com a energia.

No caso do ED, o potencial químico μ reflete o desequilíbrio térmico entre os neutrinos e a matéria onde foram emitidos, vemos que com o crescimento de μ o pico desloca-se para energias mais altas e também torna-se mais largo, resultando em um sensível aumento em $\langle E \rangle$ (ver também Figura 6.2).

Devemos observar que o comportamento dos espectros com T fixo e β variando, é similar para qualquer valor de T . O mesmo vale para β fixo e T variando. Os valores de T e β adotados na construção dos gráficos acima são arbitrários. O intervalo escolhido de variação dos dois parâmetros (T e β) nos cálculos será detalhado na seção 6.2.5.

6.2.3. Descrição das seções de choque e outras características das interações

Nessa seção analisaremos o termo $\sigma(E)$ em (6.2), que é a seção de choque para cada um dos processos de interação dos neutrinos com o cintilador do LVD. A Tabela V.2 (Capítulo 5) traz uma lista dessas interações. De forma a tornar mais completa a descrição de cada interação, serão descritas outras características importantes, como: a energia limiar dos neutrinos para produção de secundários com energia suficiente para que sejam detectados, as características do sinal observado e o número de partículas-alvo no LVD completo.

Existem outras interações fora do cintilador, por exemplo, na rocha que circunda o experimento ou na estrutura de ferro das torres, que produzem secundários que podem ser observados. Entretanto, essas interações não serão discutidas nesse trabalho.

a) Absorção de $\bar{\nu}_e$:



Este processo é o de maior contribuição no total de eventos que se espera de neutrinos de colapsos estelares. A parte principal da eletrônica de aquisição de dados do LVD foi projetada para detecção dessa interação, como vimos no Capítulo 5. Essa interação também é conhecida como “decaimento- β inverso*⁵”. Os eventos esperados por esse canal devem ocorrer principalmente na fase de resfriamento da estrela de neutrons neo-nata.

A interação ocorre pela troca de um bóson virtual intermediário W^- , que no caso de pequenos momentos transferidos q , $q^2 \ll M_W^2$, podemos aproximá-la por uma interação pontual de acoplamento de quatro férmions^[5] (teoria original de E. Fermi para o decaimento- β , de 1935). Em unidades que $\hbar = c = 1$, a seção de choque é dada por:

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = \frac{G^2}{\pi} |M|^2 \frac{p^2}{v_i v_f} \quad (6.14)$$

onde G é a constante de Fermi, $G = 1.16 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, $|M|^2$ é o quadrado do elemento de matriz que liga os estados iniciais e finais, envolvendo integração sobre spins e direções

* Essa denominação vem do decaimento- β nuclear (ou de neutrons livres): $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

das partículas envolvidas, v_i e v_f são as velocidades relativas das partículas nos estados iniciais e finais ($v_i = v_f \sim c$) e p_n é o valor do momento do CMS[†] referente ao n e ao e⁺. Devido à conservação de energia e momento, o último termo em (6.14) pode ser substituído pela energia E do neutrino incidente. Estamos tratando de uma transição mista, envolvendo as contribuições de Fermi ($\Delta J = 0$) com $M_F^2 = 1$, e a de Gamow-Teller ($\Delta J = 1$) com o fator de multiplicidade para os spins $M_{GT}^2 \cong 3$, então podemos escrever:

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = \frac{G^2 E^2}{\pi} M_F^2 + M_{GT}^2 \cong \frac{4G^2 E^2}{\pi} \quad (6.15)$$

Porém, nos cálculos para o número de eventos esperados, será utilizada uma fórmula que descreve melhor os dados experimentais de interações de neutrinos com cintiladores^[6], que é:

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = 9.45 \times 10^{-44} (E - 1.293) \sqrt{(E - 1.293)^2 - m_e^2} \text{ cm}^2 \quad (6.16)$$

onde m_e é a massa do elétron, e tanto E quanto m_e devem ser escritos em MeV.

A energia de limiar para a interação é 1.8 MeV, que é a soma da massa do e⁺ com Δm_{np} (diferença de massa entre o nêutron e o próton). Essa energia seria suficiente apenas para criar os produtos dessa interação com energias cinéticas $T = 0$. Porém, uma partícula carregada deve depositar pelo menos 5 MeV de energia no cintilador para que seja disparado o *trigger*. Considerando a aniquilação do e⁺, tornam-se disponíveis 1.022 MeV ($2 m_e$). Devemos satisfazer duas relações:

$$E_{th} = \Delta m_{np} + E_e \quad , \quad T_e + E_a = 5 \text{ MeV} \quad (6.17)$$

onde E_{th} é a energia do neutrino necessária para produzir um e⁺ com energia E_e , T_e e E_a são a energia cinética do e⁺ e a energia cedida na sua aniquilação. Desprezando a energia cinética do nêutron produzido, resulta em $E_{th} = 5.8 \text{ MeV}$.

Essa reação é esperada nos prótons livres, ou seja, sobre os 22 prótons dos átomos de hidrogênio de cada molécula do cintilador. Usando (6.3) obtemos o número N_{tar}^p de prótons-alvo para o LVD completo:

$$N_{tar}^p = 1.7 \times 10^{32} \quad (6.18)$$

[†] CMS: *Center of Momenta System*.

b) Espalhamento elástico:

$$\nu_i + e^- \rightarrow \nu_i + e^- \quad , \quad \bar{\nu}_i + e^- \rightarrow \bar{\nu}_i + e^- \quad i = e, \mu, \tau \quad (6.19)$$

O espalhamento elástico com e^- ocorre com todas as espécies neutrônicas, por corrente neutra com os ν_μ 's e ν_τ 's, e por correntes neutra e carregada com os ν_e 's. Essa interação com ν_e 's é um importante canal de revelação do pico de neutronização da fase inicial do colapso.

A teoria eletro-fraca descreve a seção de choque diferencial (no sistema do laboratório) para o espalhamento de ν_e 's (e suas antipartículas) com e^- 's via corrente carregada através das fórmulas^[6]:

$$\frac{d\sigma(\nu e)}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} \quad (6.20)$$

$$\frac{d\sigma(\bar{\nu} e)}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} (1-y)^2 \quad (6.21)$$

Ns equações (6.20) e (6.21), y é a razão entre a energia do elétron espalhado e a energia do neutrino incidente, e $s = 2m_e E + m_e^2$. A energia do elétron espalhado se distribui em um espectro contínuo e é dependente do ângulo com que é emitido (em relação à direção do neutrino incidente).

Vamos agora analisar a seção de choque diferencial dos espalhamentos entre neutrinos (das três espécies) e elétrons por corrente neutra, $\sigma(CN)$. Podemos escrever:

$$\frac{d\sigma(CN)}{dy} = \frac{2Gm_e E}{\pi} [g_L^2 + g_R^2 (1-y)^2] \quad (6.22)$$

onde os coeficientes g_L e g_R são as constantes de acoplamento levógira e dextrógira de férmions com o Z^0 . Na Tabela VI.1 abaixo, listamos os valores dos acoplamentos para cada tipo de neutrino.

espalhamento	g_L	g_R
$\nu_e e \rightarrow \nu_e e$	$\frac{1}{2} + \text{sen}^2 \theta_w$	$\text{sen}^2 \theta_w$
$\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e$	$\text{sen}^2 \theta_w$	$\frac{1}{2} + \text{sen}^2 \theta_w$
$\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e$	$-\frac{1}{2} + \text{sen}^2 \theta_w$	$\text{sen}^2 \theta_w$
$\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \bar{\nu}_\mu e$	$\text{sen}^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2} + \text{sen}^2 \theta_w$

Tabela VI.1: Valores das constantes de acoplamento entre ν 's e elétrons na teoria eletro-fraca (modelo GWS).

Na Tabela VI.1, θ_w é o ângulo de *mixing* (ângulo de Weinberg), e através de dados de aceleradores foi obtido o valor $\theta_w = 28.7^\circ$ ($\text{sen}^2\theta_w = 0.23$)^[7]. Ainda com relação à Tabela VI.1, os valores para ν_μ (e antipartícula) serão usados também para a espécie ν_τ .

Avaliando as integrais sobre as energias dos elétrons espalhados, substituindo os valores numéricos das constantes, obtemos as fórmulas para as seções de choque de espalhamento

$$\sigma(\nu_e e \rightarrow \nu_e e) = 0.948 \times 10^{-44} E \text{ cm}^2 \quad (6.23)$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e) = 0.397 \times 10^{-44} E \text{ cm}^2 \quad (6.24)$$

$$\sigma(\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e) = 0.156 \times 10^{-44} E \text{ cm}^2 \quad (6.25)$$

$$\sigma(\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \bar{\nu}_\mu e) = 0.133 \times 10^{-44} E \text{ cm}^2 \quad (6.26)$$

Devemos lembrar que as fórmulas acima são válidas para $m_e \ll E$, e com E dada em MeV.

A energia de ligação dos elétrons com os átomos das moléculas são algumas ordens de grandeza menor que a energia típica dos neutrinos de colapso (MeV), portanto podemos considerar a energia limiar da reação igual a do experimento, $E_{th} = 5 \text{ MeV}$.

Considerando todos elétrons de cada molécula do cintilador (82 no total), obtemos o número N_{tar}^c de elétrons-alvo no LVD completo:

$$N_{tar}^c = 6.3 \times 10^{32} \quad (6.27)$$

Comparamos as seções de choque de espalhamento com a de absorção de antineutrinos nos prótons no gráfico da Figura 6.7. De fato, podemos ver que a seção de choque para absorção é pelo menos 100 vezes maior para energias do neutrino incidente $E > 10 \text{ MeV}$. É claro que isso acarreta em um pequeno número de eventos esperados no canal de espalhamento, cuja importância está em revelar o *burst* de ν_e da fase de neutronização. No caso particular do LVD, esta interação indica sua utilidade para revelar a estrutura da curva de luminosidade neutrínica, apenas para colapsos que ocorram em distâncias menores que a do centro galáctico.

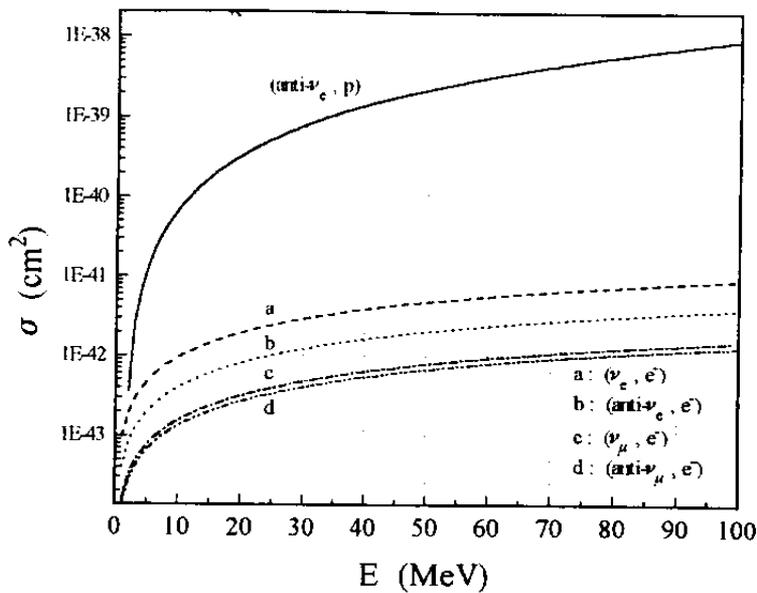


Figura 6.7: Seções de choque para os processos: absorção de antineutrinos por prótons (linha sólida) e espalhamento elástico em elétrons (a, b, c, d).

c) Interações de neutrinos no ^{12}C

Uma das vantagens em se usar alvos nucleares na detecção de neutrinos de origem cósmica, é que podemos identificar vários tipos de interações dos neutrinos. Temos particular interesse na detecção dos processos mediados por corrente neutra. A taxa de ocorrência de eventos de corrente neutra não é afetada pela possibilidade de oscilação de neutrinos^[8], além disso, usando-a como referência na comparação com os processos de corrente carregada, pode-se obter informações sobre o fenômeno de oscilação. Essa mesma comparação também pode fornecer informações sobre o fluxo neutrínico de cada espécie.

A energia de limiar das reações sobre o carbono (~ 15 MeV) são altas para que sejam aplicadas no estudo de neutrinos solares, mas são pequenas o suficiente para viabilizar medidas do fluxo de neutrinos de colapsos estelares, principalmente das espécies muônica e tauônica, que tem energia média ~ 25 MeV^[9].

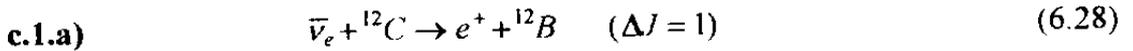
A viabilidade do uso do ^{12}C como alvo nuclear em detectores a cintilador é dependente de estimativas confiáveis das seções de choque para processos relevantes.

As seções de choque de neutrinos com núcleos de carbono que usaremos, foram calculadas por M. Fukugita et al.^[10] através de um modelo chamado EPT (*Elementary Particle Treatment*) que permite a determinação das amplitudes de transição M de forma independente do modelo nuclear adotado. O uso deste tratamento ainda é limitado para transições fortemente permitidas com $\Delta J = +1$, que é suficiente dentro dos propósitos práticos em analisar as interações por corrente neutra no carbono de cintiladores (que se enquadra nesse tipo de transição).

Descreveremos o uso do ^{12}C como alvo nuclear, as seções de choque e o sinal produzido pelas interações por corrente neutra (excitação nuclear: $^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C}^*$) e por corrente carregada (transições: $^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{N}$ e $^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{B}$).

c.1) Interações por Corrente Carregada (CC):

Os processos mediados por CC resultam em modificação do número atômico Z do núcleo final e portanto também na sua massa. Isso implica em uma energia mínima do neutrino incidente E_ν para que ocorra a reação. Essa energia será determinada em cada caso.



Nessa reação temos $\Delta Z = -1$, então podemos escrever:

$$E_\nu + N(A, Z) = N(A, Z - 1) + m_e + T_e \quad (6.29)$$

onde E_ν é a energia do neutrino, T_e é a energia cinética do e^+ emitido e $N(A, Z)$ é a massa nuclear, calculada a partir da massa atômica $M(A, Z)$ por:

$$N(A, Z) = M(A, Z) - Zm_e + B_Z \quad (6.30)$$

onde B_Z é a energia de ligação eletrônica. Substituindo (6.30) em (6.29) temos:

$$E_\nu > \Delta M + 2m_e \quad , \quad \Delta M = M(A, Z - 1) - M(A, Z) \quad (6.31)$$

Em (6.31) foi desprezado o termo $\Delta B_Z = B_{Z-1} - B_Z$, e fizemos $T_e = 0$. Usando o valor de unidade de massa atômica $1 \text{ u.m.a.} = 931.5016 \text{ MeV}$, temos que $\Delta M = 13.37 \text{ MeV}$. Logo, para ocorrer a reação devemos ter $E_\nu > 14.39 \text{ MeV}$.

O e^+ emitido será detectado desde tenha uma energia $E_e > 5$ MeV. Como na interação (6.13), o γ resultante da aniquilação do e^+ também é visível, cedendo $E_\gamma = 1.022$ MeV. Portanto a energia limiar do neutrino para que o e^+ seja detectado é

$$E_{th} = E_\nu + 5 \text{ MeV} - E_\gamma = 18.37 \text{ MeV} \quad (6.32)$$

A identificação desse sinal pode ser feita através de coincidência temporal devido à dinâmica do processo: O ^{12}B é instável e decai emitindo um e^- . A constante de decaimento do processo é $\tau = 20.4$ ms; o espectro de energia do e^- emitido tem energia máxima $E_{max} = 13.4$ MeV e valor médio $\langle E_e \rangle = 4.5$ MeV.



Podemos calcular a energia de limiar da reação (6.33) da mesma maneira que fizemos para a reação (6.28), mas agora $\Delta Z = +1$. Nesse caso temos

$$E_\nu + N(A, Z) = N(A, Z + 1) + m_e + T_e \quad (6.34)$$

O resultado para essa reação é

$$E_\nu > \Delta M \quad , \quad \Delta M = M(A, Z + 1) - M(A, Z) \quad (6.35)$$

Substituindo os valores numéricos, temos que a energia limiar para a interação (6.33) é $E_{th} = 17.34$ MeV. Para que o e^- seja detectado devemos ter $E_e > 5$ MeV, mas nesse caso não ocorre a aniquilação, não estando disponível a energia do γ , então a energia limiar é superior a do processo anterior e vale $E_{th} = 22.34$ MeV. Analogamente ao caso anterior, o reconhecimento dessa interação é feito pelas suas características dinâmicas: O decaimento β^+ do ^{12}N ocorre com $\tau = 11.0$ ms e o e^+ emitido tem espectro com $E_{max} = 15.4$ MeV e $\langle E_e \rangle = 5.0$ MeV.

Portanto, essas duas interações fornecem uma boa assinatura para detecção de ν_e e $\bar{\nu}_e$ através de um par de sinais com energias e intervalos de tempo facilmente identificáveis em um único tanque.

c.2) Interações por Corrente Neutra (CN):

$$\text{c.2.a)} \quad \nu_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu_i' + {}^{12}\text{C}^* \quad (\Delta J = 1) \quad (6.36)$$

$$\text{c.2.b)} \quad \bar{\nu}_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{\nu}_i' + {}^{12}\text{C}^* \quad (\Delta J = 1) \quad (6.37)$$

Em ambas as interações (6.36) e (6.37) os átomos de ${}^{12}\text{C}$ são excitados por espalhamento inelástico com os neutrinos. A excitação ocorre por transição fortemente-permitida para o estado $J = +1$. O modo dominante (90%) de desexcitação desse estado é com a emissão de um γ com energia $E_\gamma = 15.11$ MeV. Dado que não existem variações nas massas dos produtos, a energia limiar desse processo é $E_{\text{th}} = 15.11$ MeV.

Para todas as interações no ${}^{12}\text{C}$ analisadas, não existe uma expressão analítica que descreve a dependência da seção de choque com a energia, como as equações (6.16) e (6.23) a (6.26). Os cálculos de Fukugita et al. foram realizados para valores específicos de energia em um intervalo $16 \leq E \leq 100$ MeV. Os valores encontrados para as seções de choque nesse intervalo de energia, das quatro interações que descrevemos, estão listados na Tabela VI.2.

Para avaliar a integral (6.2), no lugar do termo $\sigma(E)$ do integrando foi utilizada uma rotina de interpolação para cada subconjunto de 4 valores consecutivos da Tabela VI.2. Essa técnica mostrou-se melhor que o uso de ajustes de curva (com polinômios até grau 7, por exemplo), que para baixas energias ($E < 24$ MeV) não representaram bem o comportamento obtido nos cálculos de Fukujita et al. Podemos ver a dependência com a energia das quatro seções de choque analisadas, nos gráficos da Figuras 6.8 para os processos de CC, e da Figura 6.9 para os processos de CN, que foram feitos com os pontos da Tabela VI.2.

Finalizando, para todas as quatro interações (6.28), (6.33), (6.36) e (6.37) sobre o ${}^{12}\text{C}$, o número total $N_{\text{tar}}^{\text{C}}$ de núcleos-alvo no LVD completo é:

$$N_{\text{tar}}^{\text{C}} = 7.7 \times 10^{31} \quad (6.38)$$

E_ν (MeV)	$^{12}\text{C}(\nu, \nu')^{12}\text{C}^*$ $\times 10^{-42} \text{ cm}^2$	$^{12}\text{C}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{12}\text{C}^*$ $\times 10^{-42} \text{ cm}^2$	$^{12}\text{C}(\nu, e^-)^{12}\text{N}$ $\times 10^{-42} \text{ cm}^2$	$^{12}\text{C}(\bar{\nu}, e^+)^{12}\text{B}$ $\times 10^{-42} \text{ cm}^2$
16	0.010	0.0095	-	0.086
18	0.106	0.099	0.036	0.327
20	0.302	0.279	0.287	0.711
22	0.599	0.547	0.772	1.23
24	0.994	0.896	1.49	1.87
26	1.49	1.32	2.44	2.62
28	2.07	1.82	3.62	3.48
30	2.74	2.38	5.03	4.42
35	4.78	4.03	9.47	7.10
40	7.26	5.95	15.1	10.1
45	10.1	8.03	21.8	13.2
50	13.1	10.2	29.2	16.4
60	19.5	14.4	45.2	22.2
70	25.4	17.9	60.8	27.0
80	30.2	20.7	74.2	30.5
90	33.7	22.5	84.2	32.8
100	35.8	23.6	90.6	34.2

Tabela VI.2: Seções de choque para interações de neutrinos com ^{12}C para transições fortemente-permitidas: $^{12}\text{C}^*$ ($E_x = 15.11 \text{ MeV}$), ^{12}N (estado fundamental) e ^{12}B (estado fundamental).

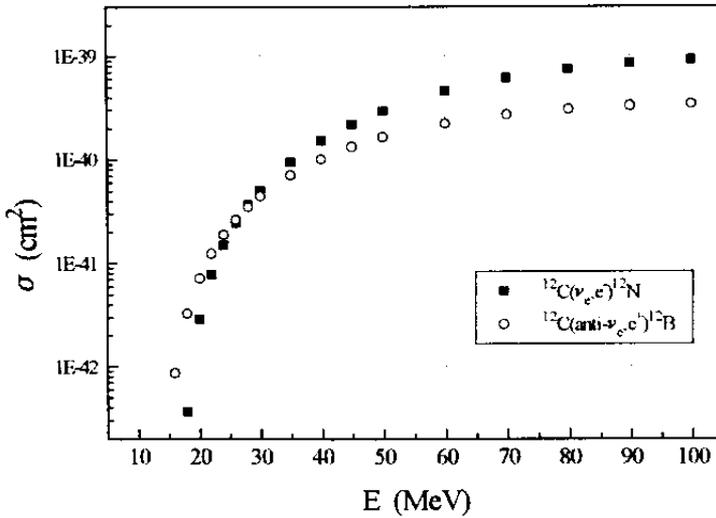


Figura 6.8: Gráfico das seções de choque para as interações de neutrinos no ^{12}C por corrente carregada.

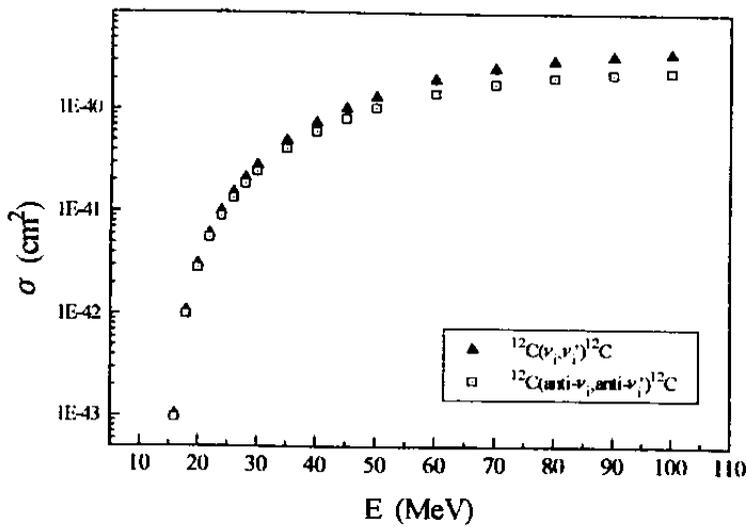


Figura 6.9: Gráfico das seções de choque para as interações de neutrinos no ^{12}C por corrente neutra. ($i=e, \mu, \tau$).

6.2.4. A curva de eficiência $\epsilon(E)$

A eficiência de detecção dos secundários produzidos nas interações dos neutrinos com o cintilador, não é 100% para energias superiores ao limiar de detecção. Existem flutuações provocadas pelos módulos da eletrônica (por exemplo, *jitter* na discriminação do sinal), efeitos devidos à geometria dos tanques^[11], perdas no processo de coleta de luz e flutuações estatísticas no fotocátodo^[12], e ainda possibilidade de fuga dos secundários para tanques vizinhos ao que ocorreu a interação resultando em “mascaramento” do evento devido às perdas de energia^[12].

A curva de eficiência $\epsilon(E)$ do LVD não foi determinada, estando ainda em fase de análise de dados.

Dada a similaridade entre os experimentos LVD e LSD^[ref. 2, Cap. 5], espera-se que a curva de eficiência do LVD seja bem parecida com a do LSD. O experimento LSD teve a sua curva de eficiência determinada experimentalmente, e é mostrada na Figura 4.3 do Capítulo 4.

Para efeito de cálculo, adotaremos nesse trabalho $\epsilon(E) = 1$, ou seja a eficiência como 100%. Essa condição é representada por uma função degrau centrada na energia de

limiar do experimento $E_{th} = 5.0$ MeV (Figura 6.10). Essa aproximação pode resultar em uma sobreestimativa para o número de eventos esperados, que não deve ultrapassar 15% do total.

A curva $\epsilon(E)$ também é importante na normalização dos dados que possibilita o confronto de resultados de experimentos com técnicas e características diversas.

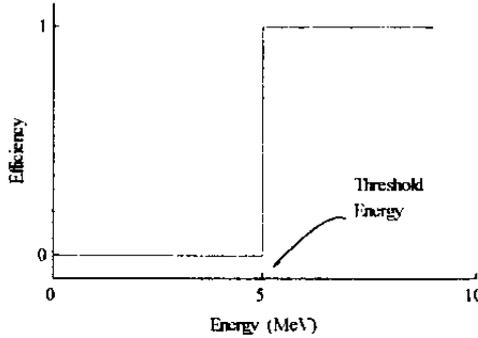


Figura 6.10: Função degrau que descreve $\epsilon(E) = 1$.

6.2.5. A parametrização do cálculo

Nessa seção dicreveremos os valores escolhidos para todos os parâmetros envolvidos na avaliação integral (6.2).

a) A distância R do colapso

A distância R do colapso foi fixada em

$$R = 10 \text{ kPc} = 3.08 \times 10^{22} \text{ cm} \quad (6.39)$$

que é uma distância $\sim 18\%$ maior que a do centro galáctico, $R_{CG} \sim 8.5$ kPc. Aproximando a nossa galáxia por um disco com raio $R_{CG} = 8.5$ kPc, e situando a Terra na borda do disco, o uso de $R = 10$ kPc cobre uma área correspondente a 51.25% da área da galáxia (Figura 6.11).

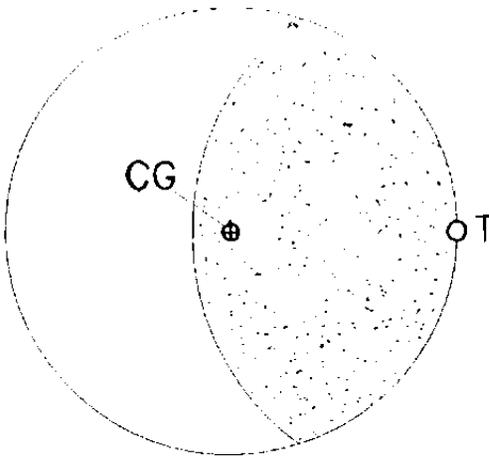


Figura 6.11: Desenho mostrando a posição relativa da Terra (T) ao Centro Galáctico (CG). O círculo representa o disco galáctico com $R = 8.5 \text{ kPc}$. A área hachurada correspondendo ao setor de um círculo de raio $R = 10 \text{ kPc}$ com a Terra em seu centro, abrangendo $\sim 51\%$ da área total do disco.

b) Energia total de emissão neutrínica

A energia total emitida pela radiação neutrínica, E_{TOT} , é um dos consensos dos modelos teóricos e foi confrontada com dados da SN 1987A com boa concordância^[11,13]. A energia total é relacionada diretamente com a energia de ligação para a formação da estrela de neutrons, portanto depende da massa total da estrela progenitora e da massa final do núcleo estelar de Fe. As estimativas teóricas cobrem o intervalo $10^{53} \leq E_{\text{TOT}} \leq 10^{54} \text{ erg}$ ^[9,14].

Em nossos cálculos E_{TOT} foi fixada em

$$E_{\text{TOT}} = 3.0 \times 10^{53} \text{ erg} = 3.1 \times 10^{58} \text{ MeV} \quad (6.40)$$

Essa energia é considerada como um valor típico em várias publicações^[10,15,16,17]. Como vimos no Capítulo 3, será admitida a equipartição de E_{TOT} entre todas as espécies neutrínicas, que é uma hipótese razoável para que os cálculos não levem a resultados com forte dependência de modelos particulares. Assim, para cada espécie neutrínica adotaremos o valor

$$E_{\text{TOT}}^i = 5.0 \times 10^{52} \text{ erg} = 5.2 \times 10^{57} \text{ MeV} \quad , \quad i = 1,6 \quad (6.41)$$

O índice i abrange as três espécies neutrínicas e suas antipartículas.

O valor dado em (6.41) que deve ser usado na equação (6.11) para o cálculo da constante de normalização A , uma vez que os espectros ES e ED utilizados no cálculo do número de eventos devem ser especificados para cada tipo de neutrino.

c) Limites de integração

Na descrição das interações (seção 6.2.3) podemos ver que todas elas têm energia de limiar superior ou igual ao limiar de detecção do LVD. Portanto o limite inferior de integração em (6.2) deve ser igualado aos valores E_{th} dados na seção 6.3.2, de acordo com o tipo de interação que se deseja avaliar.

O limite superior foi fixado em 150 MeV, porque acima dessa energia a intensidade do espectro de emissão (e portanto, do fluxo neutrínico que deve atingir a Terra) pode ser desprezada. Na Figura 6.3 vemos que a intensidade do espectro tende a zero assintoticamente com o aumento da energia. Como exemplo numérico, se avaliarmos a integral de ES ou ED entre as energias 100 e 150 MeV, com $\beta = 0$ e $T = 3.0$ MeV, encontramos uma fração correspondente a 3.0×10^{-10} % do resultado da mesma integral entre 0 e 150 MeV. Ou seja, podemos usar o valor 150 MeV no limite superior com uma excelente margem de segurança, mesmo para espectros mais energéticos.

d) Parâmetros espectrais T e β

Antes de discutirmos um intervalo de variação para T, vamos estabelecer a relação entre os valores das temperaturas das neutrinosferas de cada espécie neutrínica. Diferentes autores^[10,16,17] aproximam essa relação por

$$2T_{\nu_e} = T_{\nu_\mu} = T_{\nu_\tau} \quad (6.41)$$

que também é válida para os antineutrinos. O valor maior de T para as neutrinosferas dos $\nu_{\mu,\tau}$'s é devido a sua emissão ocorrer em regiões mais internas da estrela, portanto com uma temperatura mais elevada. Aqui devemos fazer um comentário quanto aos $\bar{\nu}_e$'s: sua neutrinosfera tem uma temperatura certamente maior que a dos ν_e 's, embora não exista uma estimativa unânime. Nadëzhyn e Otroshchenko^[18] avaliam $T_{\bar{\nu}_e} / T_{\nu_e} = 1.29$, já Janka e Hillebrandt^[11] avaliam essa relação em 1.78. Na seção 6.2.3, vimos que as funções $\sigma(E)$ dos processos de detecção de ν_e 's são pequenas em relação a $\sigma(E)$ dos $\bar{\nu}_e$'s, então a porcentagem esperada para os canais de ν_e 's sobre o total de eventos é pequena. Se

usarmos $T_{\nu_e} = T_{\bar{\nu}_e}$, mesmo dentro da parametrização mais favorável, a fração de eventos gerados por ν_e 's estaria em torno de 2% do total de eventos gerados por $\bar{\nu}_e$'s^[4].

Então adotaremos a seguinte relação entre as temperaturas:

$$2T_{\bar{\nu}_e} = 2T_{\nu_e} = T_{\nu_{\mu,\tau}} \quad (6.42)$$

d.1) Espectro *Standard*

Para esse espectro, $\beta = \alpha$. O intervalo escolhido para variação de α foi:

$$0.00 \leq \alpha \leq 0.05 \quad (6.43)$$

A variação para a temperatura da neutrinosfera das espécies eletrônicas foi feita no intervalo:

$$2.0 \leq T_{\bar{\nu}_e, \nu_e} \leq 5.0 \text{ MeV} \quad (6.44)$$

Seguindo a discussão precedente, a temperatura para as demais espécies foi variada no intervalo:

$$4.0 \leq T_{\nu_{\mu,\tau}} \leq 10.0 \text{ MeV} \quad (6.45)$$

que também é válido para suas antipartículas.

No trabalho em que Nadëzhyn e Otroshchenko^[18] introduziram o uso do corte gaussiano no espectro de emissão devido à absorção, foram analisadas apenas as espécies eletrônicas, tendo sido desprezado o espalhamento nas equações de transporte utilizadas, que consideraram ser importante na emissão de neutrinos das outras famílias leptônicas. Em uma análise genérica, Bethe e Wilson^[19] consideram que a absorção pode ser desprezada para ν_{μ} 's e ν_{τ} 's, sugerindo que para essas espécies o espectro seja mais próximo ao de corpo-negro, ou seja, $\alpha = 0$. Contrariamente, Janka e Hillebrandt^[1] apontam que um espectro com $\alpha \neq 0$ seria mais adequado para descrever a emissão de ν_{μ} 's e ν_{τ} 's (ver seção 3.2.2). Seguindo o caráter genérico da análise de Bethe e Wilson, adotaremos para a emissão de ν_{μ} 's e ν_{τ} 's, o espectro com $\alpha = 0$.

d.2) Espectro Degenerado

Para esse espectro, $\beta = \mu$. O intervalo escolhido para variação de μ foi:

$$0.0 \leq \mu \leq 16.0 \quad (6.46)$$

A variação para a temperatura da neutrinosfera das espécies neutrónicas foi feita nos intervalos:

$$0.5 \leq T_{\bar{\nu}_e, \nu_e} \leq 3.5 \text{ MeV} \quad (6.47)$$

$$1.0 \leq T_{\nu_{\mu, \tau}} \leq 7.0 \text{ MeV} \quad (6.48)$$

O uso de temperaturas menores na descrição do espectro degenerado é ligada ao comportamento da energia média dos neutrinos emitidos. Como vimos na seção 6.2.2, o uso do potencial químico $\mu \neq 0$ desloca para energias mais altas e alarga o pico do espectro, fazendo que $\langle E \rangle$ cresça rapidamente com o aumento de μ . Como exemplo, para $\mu = 16.0$ e $T_{\bar{\nu}_\mu} = 6.0$ MeV, $\langle E \rangle = 74.72$ MeV que é um valor inaceitavelmente alto dentro de qualquer modelo de descrição da emissão neutrónica. Portanto, para valores altos de μ , é razoável considerar apenas baixas temperaturas nos espectros.

A escolha de tais intervalos de variações paramétricas, foi feita com o objetivo de cobrirmos grande parte dos modelos propostos na última década para colapsos estelares e a emissão de neutrinos que o acompanha (ver Capítulo 3). A intenção é que não seja privilegiado nenhum modelo específico, resultando em uma abordagem mais genérica possível. Estes intervalos cobrem inclusive modelos *não-standard* ^[20] em que são consideradas efeitos como a rotação da estrela de neutrons e a possibilidade de um *burst* duplo*.

6.2.6. Resultados

Nas páginas seguintes apresentamos os resultados do cálculo do número de eventos esperados no LVD, para todas as interações de neutrinos com o cintilador discutidas na seção 6.2.3, e com a parametrização descrita na seção 6.2.4.

Algumas informações adicionais foram incluídas na listagem, sob os códigos:

- **FLUX** : número de neutrinos/cm² que devem atingir a Terra.
- **<E>** : energia média do espectro de emissão

* O primeiro na formação da estrela de neutrons, e o segundo, na sua evolução para um buraco-negro.

Os canais de detecção são indicados pelos códigos:

- **FP :** $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$
- **SC_e :** $\nu_i + e^- \rightarrow \nu_i + e^-$, $i = e, \mu, \tau$
- **SC_ane :** $\bar{\nu}_i + e^- \rightarrow \bar{\nu}_i + e^-$, $i = e, \mu, \tau$
- **CnC* :** $\nu_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu_i' + {}^{12}\text{C}^*$
- **CanC* :** $\bar{\nu}_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{\nu}_i' + {}^{12}\text{C}^*$
- **CnN :** $\nu_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow e^- + {}^{12}\text{N}$
- **CanB :** $\bar{\nu}_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow e^+ + {}^{12}\text{B}$
- **RAT_C_FP :** $(\text{CnC}^* + \text{CanC}^*) / \text{FP}$

OBSERVAÇÃO: O cálculo foi realizado para 1 kton de cintilador por razões práticas.

Para obtenção do número de eventos correspondentes a outra massa qualquer, basta multiplicar os resultados.

```

*****
* * -> NUMBER OF EXPECTED EVENTS PER KTON (LVD) * *
* * -> FLUX * *
* * AVERAGE ENERGY OF NEUTRINOS * *
*****

* SUPERNOVA DISTANCE (FIXED) R= 10 KPC = 3.08E+22 cm

* CHANNELS:
1. (anti)ni(e) + p -> e+ + n
2. ni(i) + e- -> ni(i) + e-
3. (anti)ni(i) + e- -> (anti)ni(i) + e-
4. ni(i) + C -> ni(i) + C*
5. (anti)ni(i) + C -> (anti)ni(i) + C*
6. ni(e) + C -> e- + N
7. (anti)ni(e) + C -> e+ + B

OBS: ni(i): e,mu,tau types

* TOTAL ENERGY EMITTED IN THE EXPLOSION:
ETOT= 3.0E+53 erg = 1.872440E+59 MeV
FOR EACH nu FLAVOUR: ETOT*(1/6) = 3.120730E+58 MeV

* NUTRINOS FLAVOURS: e, mu & tau AND anti_e, anti_mu & anti_tau

* SPECTRA TYPES:
1) THERMAL
2) STANDARD: (WITH GAUSSIAN CUT-OFF)
PARAMETER= ALFA
3) DEGENERATED GAS: (WITH CHEMICAL POTENCIAL)
PARAMETER= MU

* INTEGRATION LIMITS FOR SPECTRA NORMALIZATION:
OBS: integration over X, X=E/T
INF: 0.00 SUP: 150.00

* INTEGRATION LIMITS FOR DIFERENT CHANNELS TO EVALUATE NUM. EXPECTED EVENTS:
1) FREE PROTONS: (capture anti_e-type)
ETH_P: 5.80 MeV EMAX: 150.00 MeV

2) ELASTIC SCCATERING: (i,anti_i-types)
ETH_SC: - 5.00 MeV EMAX: 150.00 MeV

3) CARBON EKCITATION: (i,anti_i-types)
ETHCEX: - 15.11 MeV EMAX: 150.00 MeV

4) CARBON TRANS. C-N: (capture e-type)
ETHCEN: - 22.34 MeV EMAX: 150.00 MeV

5) CARBON TRANS. C-B: (capture anti_e-type)
ETHCNB: - 18.40 MeV EMAX: 150.00 MeV

```

>>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e
NUsphere elet. TEMPERATURE: 2.00 MeV

alfa	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CnC*
0.00	0.416E+12	6.30	121.63	6.77	2.83	0.06	0.05	0.04	0.10
0.01	0.446E+12	5.88	104.62	6.46	2.70	0.02	0.02	0.01	0.04
0.02	0.472E+12	5.55	91.97	6.16	2.58	0.01	0.01	0.00	0.01
0.03	0.495E+12	5.29	81.90	5.89	2.47	0.00	0.00	0.00	0.01
0.04	0.517E+12	5.07	73.56	5.62	2.35	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.537E+12	4.89	66.47	5.37	2.25	0.00	0.00	0.00	0.00
0.06	0.555E+12	4.72	60.34	5.13	2.15	0.00	0.00	0.00	0.00
0.07	0.573E+12	4.58	54.97	4.90	2.05	0.00	0.00	0.00	0.00
0.08	0.590E+12	4.45	50.21	4.67	1.96	0.00	0.00	0.00	0.00

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 4.00 MeV

alfa	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*
0.00	0.416E+12	12.61	2.76	2.35	4.27	3.70

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alfa	RAT_C_FP
0.00	0.07
0.01	0.08
0.02	0.09
0.03	0.10
0.04	0.11
0.05	0.12
0.06	0.13
0.07	0.14
0.08	0.16

 >>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e
 Nusphere elet. TEMPERATURE: 3.00 Mev

alfa	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CanC*	CanC	CanB
0.00	0.277E+12	9.45	223.05	8.02	3.36	0.64	0.57	0.79	1.12	0.65
0.01	0.287E+12	8.82	199.19	7.90	3.31	0.37	0.33	0.38	0.40	0.45
0.02	0.315E+12	8.33	181.60	7.79	3.26	0.22	0.20	0.19	0.25	0.25
0.03	0.330E+12	7.94	167.67	7.56	3.21	0.14	0.13	0.10	0.16	0.16
0.04	0.344E+12	7.61	156.15	7.34	3.17	0.09	0.08	0.05	0.11	0.11
0.05	0.358E+12	7.33	146.34	7.15	3.12	0.06	0.06	0.04	0.07	0.07
0.06	0.370E+12	7.08	137.81	7.00	3.07	0.04	0.04	0.02	0.05	0.05
0.07	0.382E+12	6.86	130.26	6.86	3.03	0.03	0.03	0.01	0.02	0.02
0.08	0.393E+12	6.67	123.50	6.67	2.98	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau
 Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 6.00 Mev

alfa	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*
0.00	0.277E+12	18.91	2.82	2.41	14.48	12.00

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alfa	RAT_C_FP
0.00	0.12
0.01	0.14
0.02	0.15
0.03	0.16
0.04	0.17
0.05	0.18
0.06	0.19
0.07	0.20
0.08	0.21

 >>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e
 Nusphere elet. TEMPERATURE: 2.50 Mev

alfa	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CanC*	CanC	CanB
0.00	0.332E+12	7.88	173.17	7.59	3.18	0.25	0.22	0.24	0.44	0.44
0.01	0.352E+12	7.35	152.76	7.40	3.10	0.12	0.11	0.09	0.21	0.21
0.02	0.378E+12	6.94	137.63	7.22	3.02	0.06	0.06	0.04	0.11	0.11
0.03	0.396E+12	6.62	125.60	7.04	2.95	0.03	0.03	0.01	0.06	0.06
0.04	0.413E+12	6.34	115.61	6.87	2.87	0.02	0.02	0.01	0.03	0.03
0.05	0.429E+12	6.11	107.08	6.69	2.80	0.01	0.01	0.00	0.02	0.02
0.06	0.444E+12	5.90	99.64	6.53	2.73	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01
0.07	0.458E+12	5.72	93.07	6.36	2.66	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01
0.08	0.472E+12	5.56	87.18	6.20	2.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau
 Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 5.00 Mev

alfa	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*
0.00	0.332E+12	15.76	2.80	2.39	8.86	7.51

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alfa	RAT_C_FP
0.00	0.10
0.01	0.11
0.02	0.12
0.03	0.13
0.04	0.14
0.05	0.15
0.06	0.16
0.07	0.18
0.08	0.19

 >>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

Nusphere elet. TEMPERATURE: 4.00 MeV

alfa	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*	CanB	CanB
0.00	0.208E+12	12.61	320.11	8.39	3.51	2.13	1.85	3.36	3.52
0.01	0.223E+12	11.76	288.98	8.34	3.49	1.45	1.28	2.08	2.48
0.02	0.236E+12	11.11	266.19	8.29	3.47	1.04	0.92	1.35	1.81
0.03	0.248E+12	10.59	248.26	8.24	3.45	0.76	0.68	0.90	1.35
0.04	0.258E+12	10.15	233.52	8.19	3.43	0.57	0.52	0.62	1.03
0.05	0.268E+12	9.77	221.03	8.14	3.41	0.44	0.40	0.43	0.79
0.06	0.278E+12	9.44	210.23	8.09	3.39	0.34	0.31	0.30	0.61
0.07	0.286E+12	9.15	200.73	8.04	3.37	0.26	0.24	0.21	0.48
0.08	0.295E+12	8.89	192.25	7.99	3.35	0.21	0.19	0.15	0.38

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 8.00 MeV

alfa	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*
0.00	0.208E+12	25.21	2.84	2.42	26.73	21.29

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alfa	RAT_C_FP
0.00	0.16
0.01	0.18
0.02	0.19
0.03	0.20
0.04	0.21
0.05	0.22
0.06	0.23
0.07	0.24
0.08	0.25

 >>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

Nusphere elet. TEMPERATURE: 3.50 MeV

alfa	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*	CanB	CanB
0.00	0.238E+12	11.03	271.88	8.25	3.46	1.27	1.12	1.82	2.16
0.01	0.255E+12	10.29	244.44	8.18	3.42	0.81	0.72	1.01	1.41
0.02	0.270E+12	9.72	224.29	8.10	3.39	0.54	0.46	0.59	0.95
0.03	0.283E+12	9.26	208.40	8.03	3.36	0.37	0.34	0.35	0.67
0.04	0.295E+12	8.88	195.30	7.96	3.33	0.27	0.24	0.22	0.48
0.05	0.307E+12	8.55	184.18	7.88	3.30	0.19	0.17	0.14	0.34
0.06	0.317E+12	8.26	174.54	7.81	3.27	0.14	0.13	0.09	0.25
0.07	0.327E+12	8.01	166.03	7.74	3.24	0.10	0.10	0.06	0.18
0.08	0.337E+12	7.78	158.43	7.66	3.21	0.08	0.07	0.04	0.14

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 7.00 MeV

alfa	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*
0.00	0.238E+12	22.06	2.83	2.41	20.56	16.71

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alfa	RAT_C_FP
0.00	0.15
0.01	0.16
0.02	0.17
0.03	0.18
0.04	0.19
0.05	0.20
0.06	0.22
0.07	0.23
0.08	0.24

>>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere elet. TEMPERATURE: 4.50 MeV

alpha	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*	CnN	CanB
0.00	0.185E+12	14.18	367.97	8.47	3.55	3.20	2.74	5.41	5.11
0.01	0.198E+12	13.23	331.10	8.44	3.53	2.30	1.99	3.60	3.80
0.02	0.210E+12	12.50	307.61	8.40	3.52	1.72	1.51	2.51	2.92
0.03	0.220E+12	11.91	287.58	8.37	3.50	1.32	1.17	1.79	2.29
0.04	0.230E+12	11.42	271.15	8.33	3.49	1.03	0.92	1.31	1.82
0.05	0.238E+12	10.99	257.26	8.30	3.48	0.82	0.73	0.97	1.46
0.06	0.247E+12	10.62	245.25	8.26	3.46	0.66	0.59	0.72	1.18
0.07	0.255E+12	10.30	234.71	8.23	3.45	0.54	0.48	0.54	0.97
0.08	0.262E+12	10.00	225.32	8.19	3.43	0.44	0.40	0.41	0.79

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 9.00 MeV

alpha	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*
0.00	0.185E+12	28.36	2.84	2.42	32.64	25.56

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alpha	RAT_C_FP
0.00	0.17
0.01	0.19
0.02	0.20
0.03	0.21
0.04	0.22
0.05	0.23
0.06	0.24
0.07	0.25
0.08	0.26

>>> SPECTRE STANDARD (GAUSS. CUT-OFF) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere alet. TEMPERATURE: 5.00 MeV

alpha	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*	CnN	CanB
0.00	0.166E+12	15.76	415.65	8.52	3.57	4.43	3.75	7.90	6.88
0.01	0.178E+12	14.70	376.99	8.50	3.56	3.31	2.85	5.55	5.33
0.02	0.189E+12	13.89	348.76	8.47	3.55	2.57	2.23	4.07	4.24
0.03	0.198E+12	13.23	326.60	8.45	3.54	2.04	1.78	3.05	3.44
0.04	0.207E+12	12.68	308.44	8.43	3.53	1.65	1.45	2.33	2.83
0.05	0.215E+12	12.21	293.10	8.40	3.52	1.35	1.19	1.80	2.35
0.06	0.222E+12	11.80	279.86	8.38	3.51	1.11	0.91	1.41	1.96
0.07	0.229E+12	11.44	268.24	8.35	3.50	0.93	0.81	1.11	1.65
0.08	0.236E+12	11.12	257.91	8.32	3.49	0.78	0.70	0.88	1.40

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 10.00 MeV

alpha	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*
0.00	0.166E+12	31.51	2.84	2.42	38.13	29.40

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

alpha	RAT_C_FP
0.00	0.18
0.01	0.20
0.02	0.21
0.03	0.22
0.04	0.23
0.05	0.24
0.06	0.25
0.07	0.26
0.08	0.27

>>>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere elet. TEMPERATURE: 1.00 MeV

mu	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CnC*
0.00	0.832E+12	3.15	20.67	2.41	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
2.00	0.727E+12	3.61	25.16	2.91	1.22	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	0.587E+12	4.47	39.67	4.33	1.81	0.00	0.00	0.00	0.00
6.00	0.469E+12	5.59	70.98	6.38	2.87	0.00	0.00	0.00	0.00
8.00	0.382E+12	6.86	110.31	7.66	3.21	0.00	0.00	0.00	0.00
10.00	0.320E+12	8.20	147.26	8.19	3.43	0.00	0.00	0.00	0.00
12.00	0.277E+12	9.60	182.60	8.41	3.52	0.01	0.01	0.01	0.01
14.00	0.238E+12	11.02	217.65	8.51	3.56	0.03	0.03	0.03	0.03
16.00	0.210E+12	12.45	252.83	8.56	3.59	0.11	0.10	0.11	0.13

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 2.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CnC*
0.00	0.832E+12	6.30	2.23	1.90	0.12	0.11	0.11	0.11
2.00	0.727E+12	7.21	2.44	2.08	0.14	0.13	0.14	0.13
4.00	0.587E+12	8.93	2.69	2.29	0.24	0.21	0.21	0.21
6.00	0.469E+12	11.18	2.79	2.38	0.52	0.47	0.47	0.47
8.00	0.382E+12	13.72	2.82	2.41	1.32	1.20	1.20	1.20
10.00	0.320E+12	16.41	2.83	2.42	3.19	2.88	2.88	2.88
12.00	0.273E+12	19.19	2.84	2.42	6.36	5.67	5.67	5.67
14.00	0.238E+12	22.03	2.84	2.42	10.63	9.34	9.34	9.34
16.00	0.210E+12	24.91	2.84	2.42	15.68	13.56	13.56	13.56

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

RAT_C_PP

0.00	0.01
2.00	0.01
4.00	0.01
6.00	0.01
8.00	0.02
10.00	0.04
12.00	0.07
14.00	0.09
16.00	0.12

>>>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere elet. TEMPERATURE: 0.50 MeV

mu	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CnC*
0.00	0.166E+13	1.58	0.31	0.09	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
2.00	0.145E+13	1.80	0.38	0.12	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	0.117E+13	2.23	0.63	0.19	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00
6.00	0.938E+12	2.80	1.39	0.42	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00
8.00	0.764E+12	3.43	3.66	1.12	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00
10.00	0.639E+12	4.10	12.03	2.87	1.20	0.00	0.00	0.00	0.00
12.00	0.546E+12	4.80	32.94	5.12	2.14	0.00	0.00	0.00	0.00
14.00	0.476E+12	5.51	61.45	6.61	2.77	0.00	0.00	0.00	0.00
16.00	0.421E+12	6.23	87.07	7.42	3.11	0.00	0.00	0.00	0.00

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 1.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CnC*
0.00	0.166E+13	3.15	0.79	0.68	0.00	0.00	0.00	0.00
2.00	0.145E+13	3.61	0.96	0.82	0.00	0.00	0.00	0.00
4.00	0.117E+13	4.47	1.43	1.21	0.00	0.00	0.00	0.00
6.00	0.938E+12	5.59	2.10	1.79	0.00	0.00	0.00	0.00
8.00	0.764E+12	6.86	2.52	2.15	0.00	0.00	0.00	0.00
10.00	0.639E+12	8.20	2.70	2.30	0.00	0.00	0.00	0.00
12.00	0.546E+12	9.60	2.77	2.36	0.01	0.01	0.01	0.01
14.00	0.476E+12	11.02	2.80	2.39	0.05	0.05	0.05	0.05
16.00	0.421E+12	12.45	2.82	2.40	0.21	0.20	0.21	0.20

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

RAT_C_PP

0.00	0.00
2.00	0.00
4.00	0.00
6.00	0.00
8.00	0.00
10.00	0.00
12.00	0.00
14.00	0.00
16.00	0.00

 >>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

Nusphere elet. TEMPERATURE: 1.50 MeV

mu	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	ChC*	CanC*	ChN	CanB
0.00	0.555E+12	4.73	68.66	5.17	2.17	0.01	0.00	0.00	0.01
2.00	0.485E+12	5.41	81.55	5.94	2.49	0.01	0.00	0.00	0.01
4.00	0.391E+12	6.70	113.95	7.29	3.05	0.01	0.00	0.00	0.02
6.00	0.313E+12	8.39	158.36	8.14	3.41	0.02	0.01	0.04	0.04
8.00	0.255E+12	10.29	205.27	8.44	3.54	0.07	0.06	0.02	0.11
10.00	0.213E+12	12.31	253.92	8.55	3.58	0.21	0.19	0.07	0.35
12.00	0.182E+12	14.39	304.16	8.59	3.60	0.61	0.56	0.27	1.11
14.00	0.159E+12	16.52	355.59	8.61	3.61	1.40	1.28	1.02	2.71
16.00	0.140E+12	18.68	407.89	8.62	3.61	2.61	2.35	2.99	4.91

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 3.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	ChC*	CanC*
0.00	0.555E+12	9.45	2.64	2.25	1.28	1.14
2.00	0.485E+12	10.82	2.74	2.33	1.56	1.39
4.00	0.391E+12	13.40	2.81	2.40	2.51	2.23
6.00	0.313E+12	16.77	2.83	2.42	4.93	4.36
8.00	0.255E+12	20.58	2.84	2.42	9.53	8.32
10.00	0.213E+12	24.81	2.84	2.42	16.08	13.80
12.00	0.182E+12	28.79	2.84	2.42	23.86	20.04
14.00	0.159E+12	33.05	2.84	2.42	32.19	26.42
16.00	0.140E+12	37.36	2.84	2.42	40.50	32.50

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

mu	RAT_C_FP
0.00	0.04
2.00	0.04
4.00	0.04
6.00	0.06
8.00	0.09
10.00	0.12
12.00	0.15
14.00	0.17
16.00	0.19

 >>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

Nusphere elet. TEMPERATURE: 2.00 MeV

mu	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	ChC*	CanC*	ChN	CanB
0.00	0.416E+12	6.30	121.63	6.77	2.83	0.06	0.05	0.04	0.10
2.00	0.364E+12	7.21	140.57	7.41	3.10	0.07	0.07	0.05	0.13
4.00	0.291E+12	8.93	181.21	8.16	3.42	0.12	0.11	0.08	0.21
6.00	0.234E+12	11.18	234.25	8.48	3.55	0.26	0.23	0.18	0.46
8.00	0.191E+12	13.72	293.60	8.58	3.59	0.66	0.60	0.50	1.20
10.00	0.160E+12	16.41	357.83	8.61	3.61	1.59	1.44	1.53	2.98
12.00	0.137E+12	19.19	424.55	8.62	3.61	3.18	2.83	4.20	5.76
14.00	0.119E+12	22.03	493.08	8.63	3.61	5.31	4.87	8.53	9.09
16.00	0.105E+12	24.91	562.84	8.63	3.62	7.84	6.78	13.55	12.67

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 4.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	ChC*	CanC*
0.00	0.416E+12	12.61	2.76	2.35	4.27	3.70
2.00	0.364E+12	14.42	2.81	2.39	5.17	4.48
4.00	0.291E+12	17.86	2.83	2.41	7.96	6.48
6.00	0.234E+12	21.37	2.84	2.42	13.76	11.76
8.00	0.191E+12	24.84	2.84	2.42	22.34	18.72
10.00	0.160E+12	27.44	2.84	2.42	32.43	26.49
12.00	0.137E+12	30.82	2.84	2.42	42.80	34.82
14.00	0.119E+12	34.36	2.84	2.42	52.52	40.60
16.00	0.105E+12	38.81	2.84	2.42	60.97	45.81

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

mu	RAT_C_FP
0.00	0.07
2.00	0.07
4.00	0.08
6.00	0.11
8.00	0.14
10.00	0.17
12.00	0.20
14.00	0.21
16.00	0.22

 >>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere elet. TEMPERATURE: 3.00 MeV

mu	FLUX	<E>	PP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CanB
0.00	0.277E+12	9.45	223.05	8.02	3.26	0.64	0.27	0.79	1.12
2.00	0.242E+12	10.82	249.82	8.32	3.48	0.78	0.39	0.97	1.37
4.00	0.196E+12	13.77	305.02	8.54	3.58	1.25	1.11	1.58	2.20
6.00	0.156E+12	16.77	361.02	8.61	3.60	2.46	2.18	3.36	4.31
8.00	0.127E+12	20.58	469.50	8.63	3.61	4.76	4.16	7.59	8.05
10.00	0.107E+12	24.61	565.25	8.63	3.62	8.04	6.90	14.52	12.78
12.00	0.911E+11	28.79	665.37	8.64	3.62	11.93	10.02	23.22	17.82
14.00	0.793E+11	33.05	768.27	8.64	3.62	16.09	13.21	32.92	22.71
16.00	0.702E+11	37.36	873.03	8.64	3.62	20.25	16.25	43.00	27.13

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 6.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CanB
0.00	0.277E+12	18.91	2.82	2.41	14.48	12.00		
2.00	0.242E+12	21.63	2.84	2.43	17.18	14.21		
4.00	0.196E+12	26.80	2.84	2.42	24.26	19.87		
6.00	0.156E+12	33.55	2.84	2.42	35.53	28.66		
8.00	0.127E+12	41.16	2.84	2.42	48.72	37.85		
10.00	0.107E+12	49.23	2.84	2.42	60.12	45.08		
12.00	0.911E+11	57.57	2.84	2.42	69.13	50.11		
14.00	0.793E+11	66.09	2.84	2.42	74.69	52.63		
16.00	0.702E+11	74.72	2.84	2.42	76.88	52.99		

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

mu	RAT_C_PP
0.00	0.10
2.00	0.12
4.00	0.13
6.00	0.15
8.00	0.20
10.00	0.21
12.00	0.21
14.00	0.20
16.00	0.19

 >>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

NUsphere elet. TEMPERATURE: 2.50 MeV

mu	FLUX	<E>	PP	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CanB
0.00	0.333E+12	7.68	173.17	7.59	3.18	0.25	0.22	0.24	0.44
2.00	0.291E+12	9.01	196.28	8.04	3.37	0.30	0.27	0.30	0.54
4.00	0.235E+12	11.77	243.66	8.43	3.53	0.39	0.44	0.49	0.87
6.00	0.188E+12	15.98	307.88	8.57	3.59	1.07	1.02	1.08	1.85
8.00	0.153E+12	17.15	381.75	8.61	3.61	2.57	2.02	2.79	4.05
10.00	0.128E+12	20.51	461.53	8.63	3.61	4.39	3.86	6.70	7.59
12.00	0.109E+12	23.99	544.93	8.63	3.62	7.22	6.25	12.67	11.75
14.00	0.952E+11	27.54	630.64	8.64	3.62	10.52	8.93	19.96	18.14
16.00	0.842E+11	31.13	717.90	8.64	3.62	14.06	11.69	28.07	20.45

NEUTRINOS FLAVOURS: mu,tau & anti_mu,anti_tau

NUsphere mu/tau TEMPERATURE: 5.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CnC*	CnC*	CanB
0.00	0.333E+12	15.76	2.80	2.39	8.86	7.51		
2.00	0.291E+12	18.03	2.83	2.41	10.63	8.99		
4.00	0.235E+12	22.33	2.84	2.42	15.64	13.15		
6.00	0.188E+12	27.96	2.84	2.42	24.57	20.31		
8.00	0.153E+12	34.30	2.84	2.42	35.96	28.91		
10.00	0.128E+12	41.02	2.84	2.42	47.79	37.32		
12.00	0.109E+12	47.98	2.84	2.42	56.47	44.21		
14.00	0.952E+11	55.08	2.84	2.42	67.02	49.11		
16.00	0.842E+11	62.27	2.84	2.42	72.97	52.05		

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

mu	RAT_C_PP
0.00	0.10
2.00	0.12
4.00	0.12
6.00	0.15
8.00	0.18
10.00	0.20
12.00	0.21
14.00	0.22
16.00	0.21

 >>>> SPECTRE DEGENERATED (CHEMICAL POT.) <<<<<

NEUTRINOS FLAVOURS: e & anti_e

Nusphere elet. TEMPERATURE: 3.50 MeV

mu	FLUX	<E>	FP	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*	CnN	CanB
0.00	0.238E+12	11.03	271.88	8.25	3.46	1.27	1.12	1.82	2.16
2.00	0.208E+12	12.62	302.29	8.46	3.54	1.55	1.36	2.22	2.63
4.00	0.168E+12	15.63	365.69	8.58	3.59	2.44	2.13	3.59	4.13
6.00	0.134E+12	19.57	454.05	8.62	3.61	4.47	3.89	7.20	7.45
8.00	0.109E+12	24.01	557.26	8.63	3.62	7.82	6.69	14.14	12.36
10.00	0.913E+11	28.72	669.00	8.64	3.62	12.09	10.12	23.65	17.92
12.00	0.781E+11	33.59	785.86	8.64	3.62	16.77	13.69	34.60	23.38
14.00	0.680E+11	38.55	905.95	8.64	3.62	21.45	17.08	48.04	28.27
16.00	0.601E+11	43.59	1028.20	8.64	3.62	25.83	20.05	57.15	32.34

NEUTRINOS FLAVOURS: mu, tau & anti_mu, anti_tau

Nusphere mu/tau TEMPERATURE: 7.00 MeV

mu	FLUX	<E>	SC_e	SC_ane	CnC*	CanC*
0.00	0.238E+12	22.06	2.83	2.41	20.58	16.71
2.00	0.208E+12	25.24	2.84	2.42	24.15	19.54
4.00	0.168E+12	31.26	2.84	2.42	32.91	26.29
6.00	0.134E+12	39.14	2.84	2.42	45.59	35.46
8.00	0.109E+12	48.01	2.84	2.42	58.51	43.95
10.00	0.913E+11	57.43	2.84	2.42	68.69	49.76
12.00	0.781E+11	67.16	2.84	2.42	74.72	52.49
14.00	0.680E+11	77.08	2.84	2.42	76.54	52.54
16.00	0.602E+11	87.06	2.84	2.42	74.99	50.73

RATIO CARBON/PROTON INTERACTIONS:

mu	RAT_C_FP
0.00	0.15
2.00	0.15
4.00	0.17
6.00	0.20
8.00	0.21
10.00	0.21
12.00	0.20
14.00	0.19
16.00	0.17

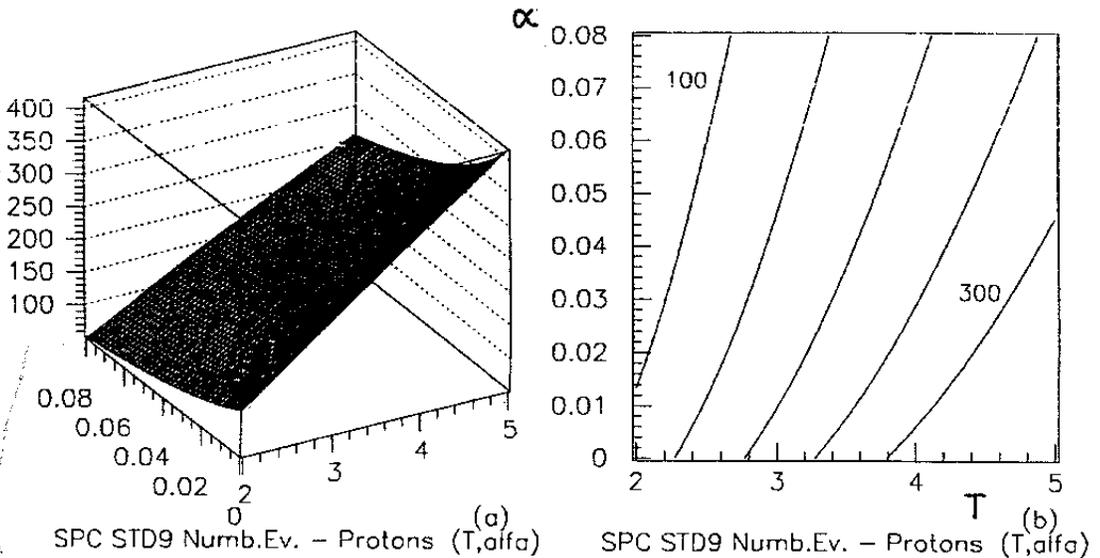
6.2.7. Análise dos resultados

Comentaremos o comportamento dos resultados listados na seção precedente, onde foram mostrados o número de eventos esperados em cada canal de detecção, o fluxo total de neutrinos na Terra e a energia média de emissão para cada par de parâmetros (T , β).

a) Espectro *Standard* (ES)

Para esse espectro, vemos nos resultados obtidos que com aumento de α ocorre uma diminuição da energia média* e um aumento do fluxo total. Tais conseqüências têm uma origem comum, que é o tipo de normalização adotada para o cálculo da constante A (seção 6.2.2), onde a condição de contorno é a energia total de emissão neutrínica E_{TOT} . Com o crescimento de α , temos uma redução na intensidade do espectro na parte de alta energia; uma vez que E_{TOT} é constante, o reflexo imediato é um aumento no número total de neutrinos emitidos, porém com menor energia.

O sinal sobre os prótons livres mostra-se fortemente dependente dos valores de T e α . Como a seção de choque do canal FP é proporcional à E_ν^2 , o aumento de α acarreta em diminuição desse sinal, como vemos na Figura 6.12a, que é a superfície determinada pelo número de eventos do canal FP sobre o plano $T\alpha$. A Figura 6.12b mostra curvas de nível (FP constante) para FP = 100, 150, 200, 250 e 300 eventos/kton.



Figuras 6.12a-b: (a): Superfície determinada pelo número de eventos em prótons livres (FP) sobre o plano $T\alpha$. (b): Curvas de nível para FP= 100, 150, 200, 250 e 300 eventos.

* Ver também Figura 6.5.

Situando os resultados em relação aos valores dos parâmetros espectrais nos modelos teóricos, podemos verificar que com os valores determinados por Nadězhyn e Otroshchenko^[18] para o ES de $\bar{\nu}_e$'s ($T = 4.5$ MeV, $\alpha = 0.02$), encontramos ~ 308 eventos/kton sobre prótons livres.

Vamos analisar o sinal sobre os demais canais de detecção.

O sinal produzido pelas interações via CC (canais: CnN, CanB) é claramente fraco, talvez podendo ser identificado para temperaturas $T > 4.5$ MeV, onde somados, produzem uma dezena de eventos.

O sinal dos canais de espalhamento elástico (SC_e, SC_ane) que ocorrem com as três famílias leptônicas, também é fraco, e somados produzem um sinal com $\sim 5\%$ do total de eventos sobre os prótons, na parametrização mais favorável ($T = 5.0$ MeV, $\alpha = 0$).

Quanto as interações produzidas via CN (canais: CnC*, CanC*), devemos observar que são também produtos de $\nu_{\mu,\tau}$. Na listagem, os resultados mostrados já englobam essas duas famílias leptônicas, que produzem a maior contribuição para o total de eventos nesses canais. Na parametrização mais favorável a família eletrônica contribui com 11% do total de eventos sobre o ^{12}C via CN. Vemos que a soma dos eventos desses canais produz um bom sinal mesmo para baixas temperaturas. Os números mostrados na listagem já estão corrigidos pelo fato da emissão do γ de 15.11 MeV na desexcitação do ^{12}C ocorrer em 90% dos casos.

Na listagem também fica evidenciada a sensibilidade da grandeza RAT_C_FP com o parâmetro α , $\text{RAT_C_FP} = N_C/N_P$, onde N_C é o número total de eventos nos canais CnC* e CanC* produzidos pelos neutrinos e, μ , τ , e N_P é o número de eventos no canal FP. Pela hipótese adotada que $\alpha = 0$ para os $\nu_{\mu,\tau}$'s, não ocorre atenuação no espectro dessas espécies neutrônicas, enquanto se aumentarmos α , o espectro $\bar{\nu}_e$'s é atenuado na parte alta, diminuindo o número de eventos em FP, fazendo crescer a razão RAT_C_FP. Isso indica a utilidade de RAT_C_FP na caracterização do espectro de emissão.

É interessante observar que no trabalho de Mayle, Wilson e Schramm^[16] o espectro para os $\nu_{\mu,\tau}$ é bem mais intenso para $E > 30$ MeV que o de $\bar{\nu}_e$'s, o que produziria um aumento em RAT_C_FP, reforçando ainda mais o argumento acima.

b) Espectro Degenerado (ED)

A presença do potencial químico μ no espectro, que assinala a existência de um desequilíbrio nas reações que produzem os neutrinos, reduz a temperatura efetiva de emissão, acarretando em espectros menos intensos e com maior dispersão energética. Os resultados obtidos com a suposição de que o espectro de emissão é decorrente de um gás neutrínico degenerado, apresentam analogias ao caso anterior, mas também apresenta diferenças notáveis.

A diferença mais importante é novamente decorrente do critério de normalização utilizado. O aumento de μ acarreta em um rápido aumento na energia média de emissão, devido à grande dispersão na energia do espectro degenerado, reduzindo o fluxo total de neutrinos. Portanto, de um modo geral, o sinal esperado no LVD (em todos os canais de interação) é menor que no caso anterior. Entretanto existem pares de valores (T, μ) que produzem um número de eventos comparáveis aos obtidos para o espectro *standard*. Com o aumento de μ , a parte alta do espectro torna-se mais intensa devido à grande dispersão em energia⁺, compensando a diminuição do fluxo total pelo crescimento da seção de choque dos neutrinos. Por exemplo, se utilizarmos os parâmetros espectrais do modelo de Janka e Hillebrandt^[1] ($T = 3.5$ MeV, $\mu = 4.0$), o número de eventos no canal FP é ~ 365 .

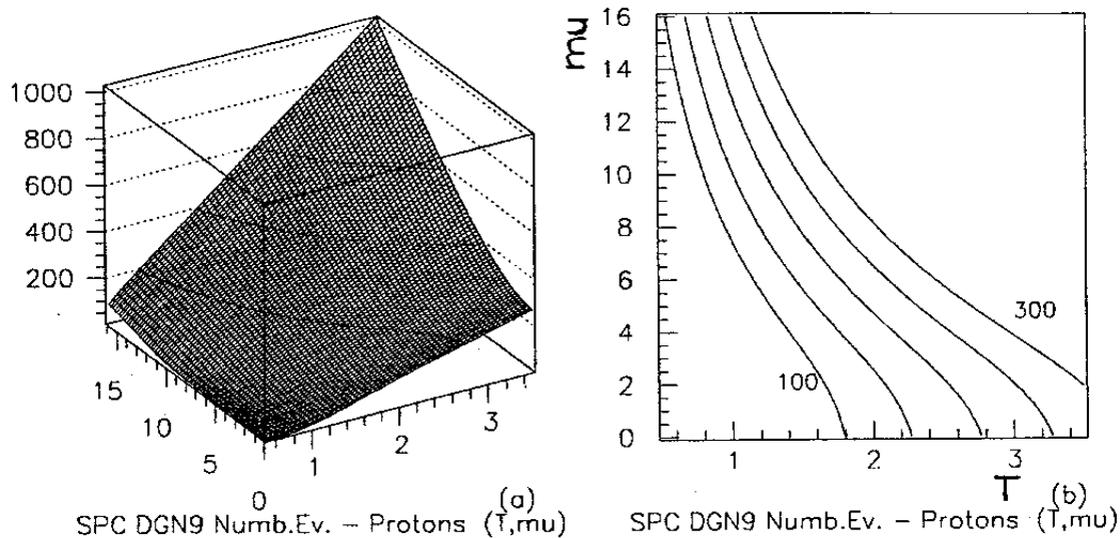
Para esse espectro também é prevista uma redução na emissão dos neutrinos das famílias muônicas e tauônicas devido à diminuição da temperatura. O reflexo dessa redução é que em baixas temperaturas (~ 1 MeV) o sinal sobre o ^{12}C pode ser considerado nulo. Isso altera o comportamento da razão RAT_C_FP , novamente indicando sua utilidade no processo de caracterização do espectro de emissão.

Na Figura 6.13a temos a superfície determinada pelo número de eventos do canal FP sobre o plano $T\mu$. A Figura 6.13b mostra curvas de nível (FP constante) para $\text{FP} = 100, 150, 200, 250$ e 300 eventos/kton.

Vemos na Figura 6.13a regiões no plano $T\mu$ com um grande número de eventos ($N_{\text{ev}} > 400$), apesar do comentário anterior sobre o sinal resultante de um espectro degenerado ser menos intenso que o sinal devido ao espectro *standard*. Lembramos que devem ser considerados apenas os resultados de pequenas temperaturas no caso de valores grandes de μ . Como referência, podemos usar o valor da energia média $\langle E \rangle$, considerando apenas os espectros com um par de parâmetros (T, μ), cuja $\langle E \rangle$ seja menor que 20 MeV

⁺ Ver Figura 6.6

(para a família eletrônica). Esse valor é ainda duas vezes maior que o das estimativas teóricas, que situam-na em ~ 10 MeV [11,16,18]. A Figura 6.14 mostra a curva de nível no plano $T\mu$ com $\langle E \rangle = 20$ MeV. A região que deve ser considerada nos resultados está abaixo dessa curva. Os resultados para pares (T, μ) na região acima dessa curva, devem ser vistos como ilustrativos apenas.



Figuras 6.13a-b: (a): Superfície determinada pelo número de eventos em prótons livres (FP) sobre o plano $T\mu$. (b): Curvas de nível para FP= 100, 150, 200, 250 e 300 eventos.

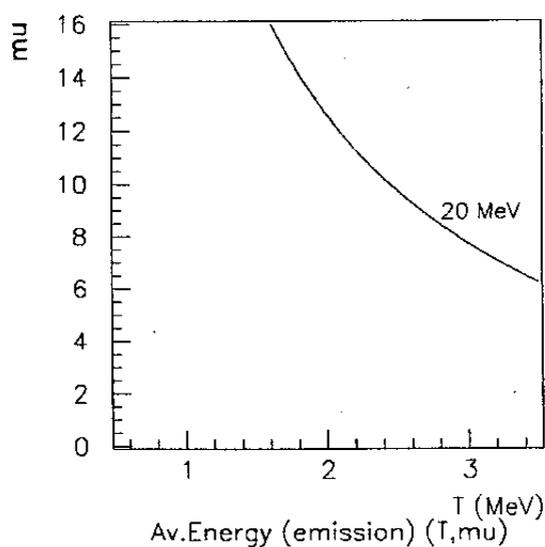


Figura 6.14: Curva de nível para $\langle E \rangle = 20$ MeV no plano $T\mu$. Os resultados obtidos devem ser considerados para valores de (T, μ) na região abaixo dessa curva.

c) Conclusões

Fica clara a grande capacidade do experimento LVD em detectar o *burst* neutrínico de colapsos estelares. O número de eventos esperados para um colapso nas vizinhanças do centro da nossa galáxia é de algumas centenas, mesmo para espectros de emissão com grande atenuação ou baixas temperaturas. Em caso de colapso nas Nuvens de Magalhães ($R \sim 50$ kPc) ainda assim teríamos algumas dezenas de eventos, que é comparável à soma de todos os eventos registrados em diferentes detectores para SN 1987A.

Como já havia sido indicado na seção 6.2.2, os resultados mostram que a variação da energia média dos espectros de emissão tem grande influência sobre o número de eventos esperados em todos os canais de detecção. Vimos que existe uma grande diferença no comportamento da energia média de emissão dos dois espectros estudados. Essa grandeza certamente provoca variações no espectro energético que deve ser observado no LVD.

O fato das interações via CN sobre o ^{12}C serem produzidas por neutrinos de todas as famílias leptônicas, aumenta a relevância desse sinal (que é inconfundível devido à energia precisa do γ de desexcitação) por dois motivos: ele fornece uma boa estatística para que possa ser utilizado no estudo das propriedades dos neutrinos das diferentes espécies, além disso, vimos que a razão RAT_C_FP mostrou-se bastante sensível às variações paramétricas, podendo ser utilizada como mais uma informação na caracterização do espectro de emissão, que será discutido na seção seguinte.

6.3. Os métodos de caracterização do espectro de emissão

Verificada a boa estatística que pode ser alcançada com os resultados do experimento LVD, devemos agora investigar a viabilidade do experimento em caracterizar o espectro de emissão a partir dos dados gerados pela detecção do *burst*.

A primeira etapa é identificar a ocorrência do *burst* dentro dos dados que são gerados continuamente no experimento. A identificação é feita comparando-se a frequência observada de eventos com a frequência esperada de uma distribuição poissoniana, que caracteriza o ruído de fundo. O *burst* é identificado por um aumento

súbito e muito grande na frequência dos eventos registrados pelo experimento. São feitas análises estatísticas que possibilitam determinar a probabilidade de ocorrência puramente casual de *clusters* de eventos com multiplicidade m dentro de intervalos de tempo Δt (chamada de frequência de imitação), estabelecendo limites de comparação com as probabilidades de ocorrência de *clusters*, de mesma multiplicidade e duração, encontrados nos dados experimentais^[21].

Como exemplo, mostramos alguns resultados obtidos na análise de $\sim 570\,000$ eventos detectados pela primeira torre do experimento, entre junho e agosto de 1992^[17,21]. A Figura 6.15 mostra um gráfico com a distribuição de *clusters* observados (de várias multiplicidades) em função da sua duração, comparados com o esperado devido ao ruído poissoniano. A excelente concordância justifica o uso de uma distribuição poissoniana na descrição do ruído de fundo. Na Figura 6.16, os pontos distribuídos representam os *clusters* observados em função de Δt e m , as linhas cheias definem duração e multiplicidade de *clusters* com probabilidades 10^{-5} e 10^{-1} de ocorrência casual no período de um ano, e a linha pontilhada define a probabilidade de uma ocorrência casual em 60 dias (período coberto pelos dados analisados); ainda é mostrado o intervalo de multiplicidade esperado para uma supernova a 20 kPc. Neste gráfico, um *burst* de colapso produziria um *cluster* de eventos localizado acima dessas linhas. Nenhum *cluster* foi caracterizado como resultante de colapso estelar nessa amostra de dados.

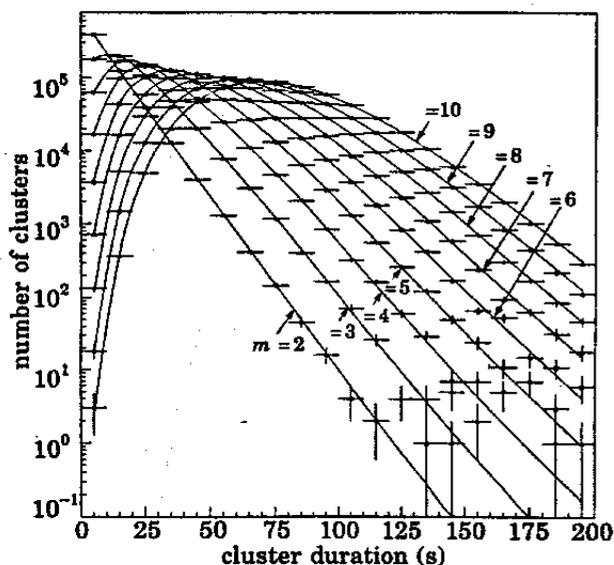


Figura 6.15: Distribuições de “clusters” de diferentes multiplicidades (m), comparadas com as respectivas distribuições de Poisson

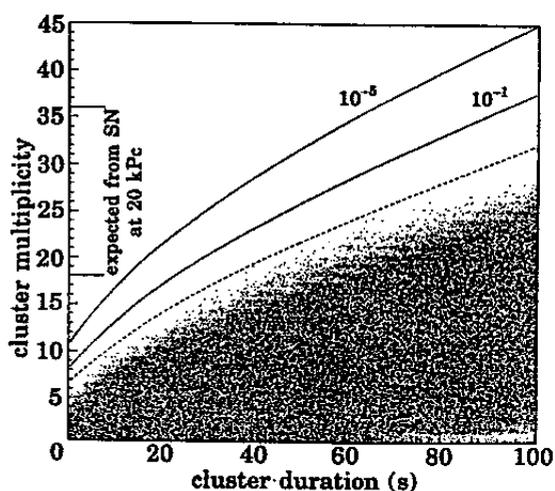


Figura 6.16: Distribuição dos “clusters” analisados. As curvas correspondem a 10^{-5} e 10^{-1} alarmes falsos por ano; e 1 em 60 dias.

Após a identificação do sinal de colapso, os eventos que o constituem devem ser analisados em energia e tempo (relativo e absoluto), obtendo-se a curva de luminosidade e o espectro da emissão neutrínica.

A discussão que segue, é sobre os métodos que devem ser empregados no estudo do espectro construído com os eventos do *burst* detectado. Como visto na introdução desse Capítulo, serão utilizadas duas abordagens diferentes: primeiro faremos um estudo puramente analítico, relacionando características dos espectros ES (6.4) e ED (6.5) e suas influências no sinal esperado; posteriormente serão mostradas simulações para os espectros esperados no experimento devidos a esses dois tipos de emissão, sobre as quais foi aplicado um teste estatístico de hipótese.

6.3.1. Método Analítico

A caracterização do espectro de emissão, pode ser feita se identificarmos a dependência do sinal no experimento com a variação em seus parâmetros. É desejável portanto, que as grandezas mensuráveis a serem utilizadas na caracterização apresentem grande sensibilidade às variações nos parâmetros da emissão, e além disso, que as interações envolvidas tenham boas assinaturas, para que sua identificação seja precisa. Esse último fator orienta para o uso dos canais⁺ que fornecem a melhor assinatura e o maior número de eventos:

$$\bullet \text{ FP : } \quad \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ \quad (6.49)$$

$$\bullet \text{ CnC* : } \quad \nu_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu'_i + {}^{12}\text{C}^* \quad (6.50)$$

$$\bullet \text{ CanC* : } \quad \bar{\nu}_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{\nu}'_i + {}^{12}\text{C}^* \quad (6.51)$$

Na seção 6.2.2 descrevemos o comportamento geral dos dois tipos de emissão que temos considerado (ES (6.4) e ED (6.5)). Desse comportamento, podemos observar que *para uma mesma temperatura*, os parâmetro α e μ provocam modificações contrárias no espectro. Enquanto o aumento de α reduz a energia média, concentrando a intensidade em torno do pico que é deslocado para energias mais baixas, o aumento de μ diminui a intensidade do pico, porém deslocando-o para energias mais altas e aumentando a

⁺ Serão mantidos os códigos da seção 6.2.6 para referência aos canais de interação.

dispersão, como consequência a energia média também cresce. Essa variação da energia média na emissão modifica a energia média dos espectros que devem ser medidos no LVD. Por conveniência, passaremos a denominar S_E o espectro de emissão, e por S_{LVD} o espectro esperado no experimento.

Essa análise é diferente para o caso em que variamos também a temperatura. Para β fixo, vimos que um aumento na temperatura torna o espectro mais intenso em sua parte alta e também reduz a intensidade do pico, efeito semelhante ao provocado pela variação de μ , com T fixo. Ou seja, poderemos nos deparar com ambigüidades no reconhecimento de S_E .

Vamos analisar quantitativamente as energias médias de S_E e S_{LVD} , verificar as possíveis ambigüidades entre os dois tipos diferentes de emissão e também a possibilidade de eliminá-las.

Podemos calcular a energia média de emissão $\langle E \rangle$ através da equação (6.12), e a energia média dos neutrinos detectados pode ser calculada com auxílio da integral (6.2), como mostraremos mais a frente. Antes faremos uma observação importante sobre esta integral: a variável de integração em (6.2) é a energia dos neutrinos incidentes no experimento. A avaliação de (6.2) resulta no número total de eventos para um determinado canal de interação, logo, o integrando de (6.2) é o *espectro diferencial de energia que deve ser observado no LVD*, $S_{LVD} = \frac{dN_{obs}}{dE}$, devido à emissão descrita por $S_E = \frac{dN}{dE}$. Então temos:

$$S_{LVD} = \frac{dN_{OBS}}{dE} = C \frac{dN}{dE} \sigma(E) \varepsilon'(E) \quad (6.52)$$

Em (6.52) o fator C absorve todos os termos constantes do integrando de (6.2) e $\varepsilon'(E)$ é a multiplicação da eficiência do experimento $\varepsilon(E)$ por uma função degrau, centrada na energia de limiar da interação considerada, e com altura 1. O termo $\varepsilon'(E)$ provoca um corte em S_{LVD} , estabelecendo uma energia mínima para esse espectro, determinada pelo maior valor selecionado entre o limiar de detecção e o limiar da interação. Na seção 6.2.3, vimos que os canais de interação que estamos considerando têm limiares de energia maiores que o limiar do experimento. Em 6.2.4 foi descrita $\varepsilon(E)$, que nesse trabalho foi fixada em $\varepsilon(E) = 1$, para $E \geq 5$ MeV. Portanto, temos para esse caso em particular: $\varepsilon'(E) = 1$, para $E \geq E_{th}$, sendo E_{th} a energia limiar da interação considerada.

Agora temos os elementos necessários para avaliar a energia média $\langle E_{LVD} \rangle$ do espectro esperado no experimento:

$$\langle E^i_{LVD} \rangle = T \frac{\int_0^{\infty} x^3 S_i(x) \sigma(x) \varepsilon'(x) dx}{\int_0^{\infty} x^2 S_i(x) \sigma(x) \varepsilon'(x) dx}, \quad i = 1, 2 \quad (6.53)$$

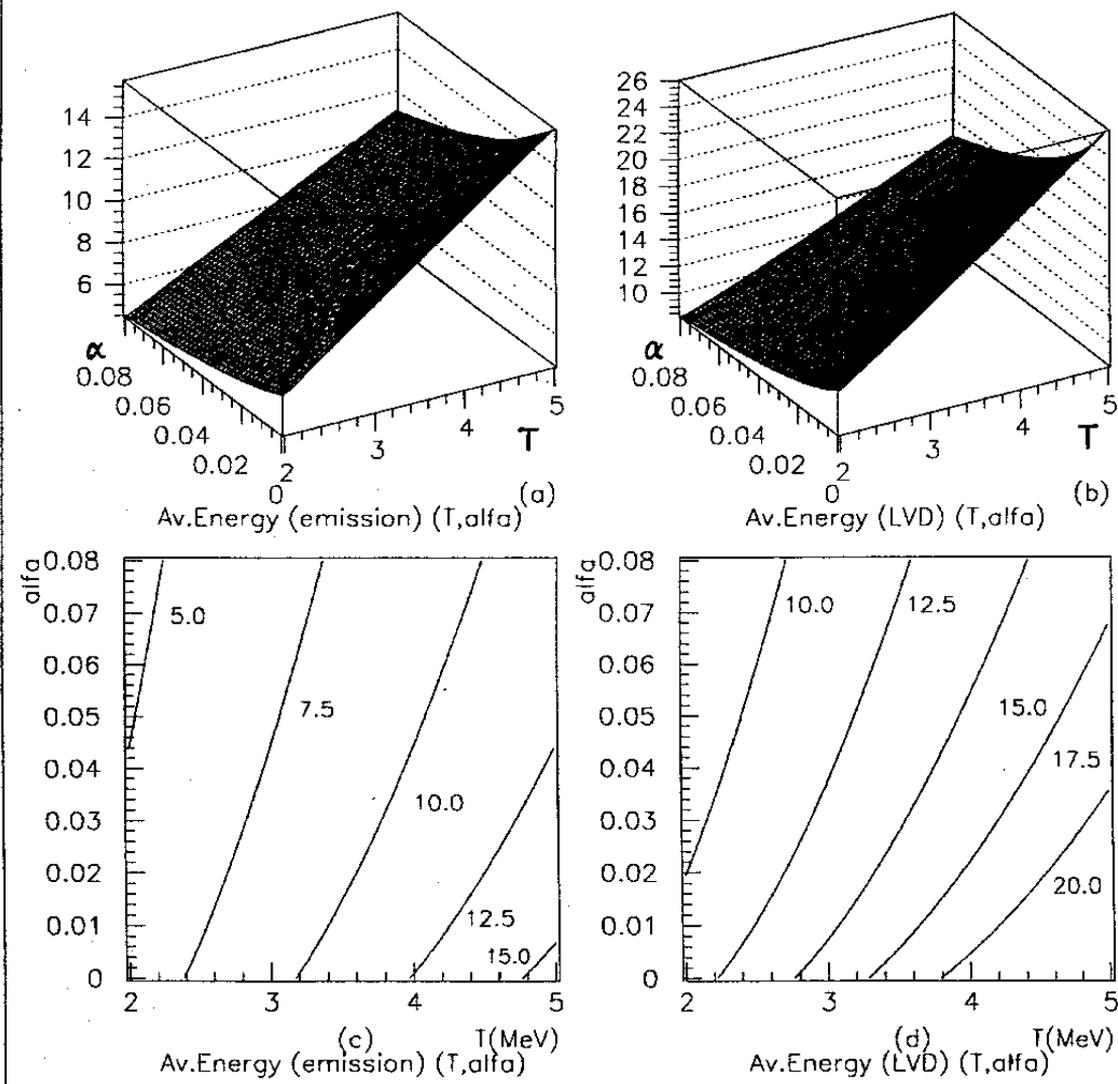
Em (6.53) o índice i refere-se ao tipo de espectro, $i = 1$ para ES e $i = 2$ para ED, foi utilizada a substituição de variáveis (6.6) e as funções S_i são dadas em (6.9).

As Figuras 6.17a-d e 6.18a-d ilustram os resultados para os cálculos de $\langle E \rangle$ e $\langle E^i_{LVD} \rangle$. A emissão estudada é de $\bar{\nu}_e$'s e o espectro no experimento é do canal FP.

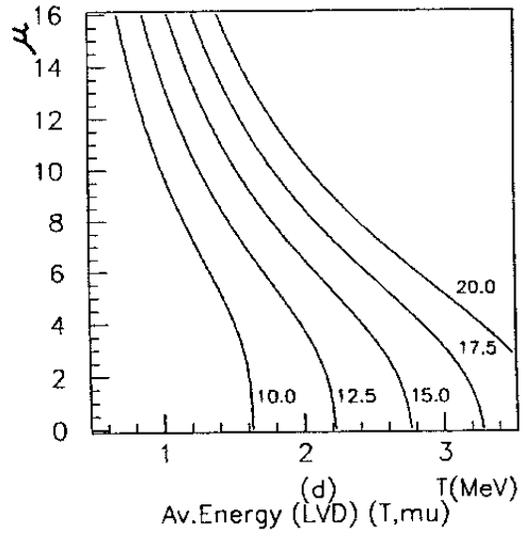
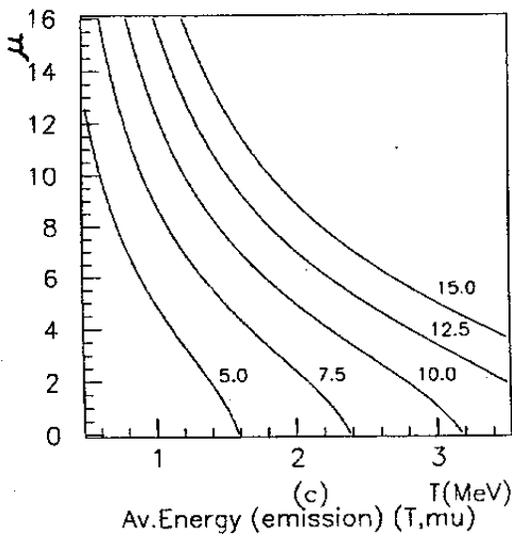
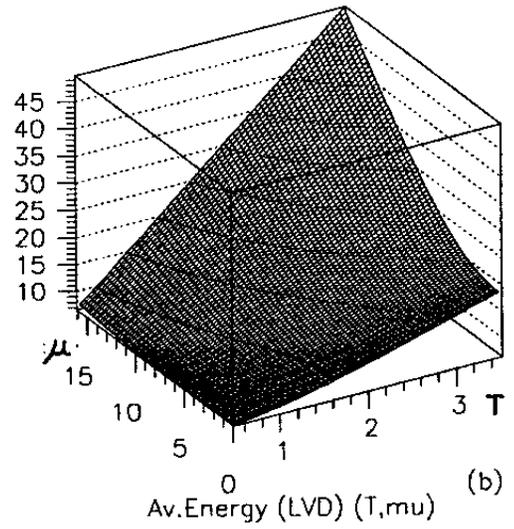
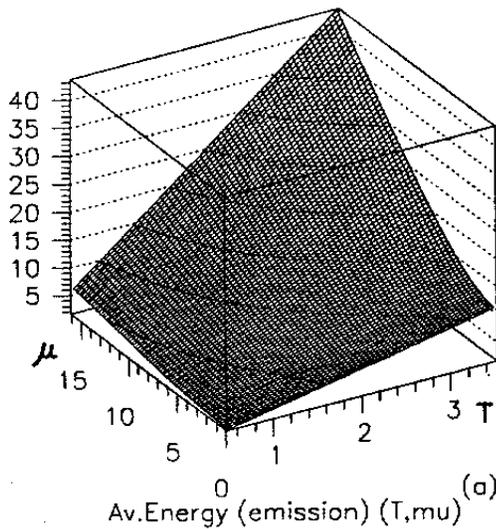
A Figura 6.17a é a superfície determinada pelos valores da energia média de emissão, $\langle E \rangle$, no plano $T\alpha$; a Figura 6.17b é a superfície determinada pelos valores da energia média no experimento, $\langle E_{LVD} \rangle$, no mesmo plano.

A forma dessas superfícies é semelhante, sendo a única diferença notável, o seu intervalo de variação. Na região estudada do plano $T\alpha$, o intervalo de variação de $\langle E_{LVD} \rangle$ cobre valores maiores de energia que $\langle E \rangle$. Isso se explica pelo corte provocado por $\varepsilon'(E)$, deslocando o espectro S_{LVD} para energias mais altas que S_E . Além disso, a função $\sigma(E)$ que cresce com E^2 , multiplica os integrandos em (6.53). Os integrandos de J_i^n em (6.12) não contém esse termo, resultando em valores menores. A diferença entre as duas energias médias pode ser melhor visualizada nas Figuras 6.17c e 6.17d, que são curvas de nível das superfícies 6.17a (para $5.0 \leq \langle E \rangle \leq 15.0$ MeV) e 6.17b (para $10.0 \leq \langle E_{LVD} \rangle \leq 20.0$ MeV) respectivamente.

As Figuras 6.18a-d são análogas as Figuras 6.17a-d, porém no plano $T\mu$. A análise sobre a diferença do intervalo de variação das energias médias continua válida para o caso do espectro degenerado. A maior proximidade entre as curvas de nível, confirma o rápido crescimento da energia média com o aumento de μ , descrito anteriormente. O gradiente de $\langle E_{LVD} \rangle$ aponta para temperaturas maiores nos dois tipos de espectro de emissão, mas tem sentido contrário com relação a α e a μ . Para o espectro *standard* o gradiente é em sentido de menores valores de α , enquanto para o espectro degenerado ele aponta para maiores valores de μ .



Figuras 6.17a-d: (a) Superfície $\langle E \rangle$ de $\bar{\nu}_e$'s no plano $T\alpha$. (b) Superfície $\langle E_{LVD} \rangle$ para eventos do canal FP no plano $T\alpha$. (c) Curvas de nível de $\langle E \rangle$ para 5.0, 7.5, 10.0, 12.5 e 15.0 MeV. (d) Curvas de nível de $\langle E_{LVD} \rangle$ para 10.0, 12.5, 15.0, 17.5 e 20.0 MeV.



Figuras 6.18a-d: (a) Superfície $\langle E \rangle$ de $\bar{\nu}_e$'s no plano $T\mu$. (b) Superfície $\langle E_{LVD} \rangle$ para eventos do canal FP no plano $T\mu$. (c) Curvas de nível de $\langle E \rangle$ para 5.0, 7.5, 10.0, 12.5 e 15.0 MeV. (d) Curvas de nível de $\langle E_{LVD} \rangle$ para 10.0, 12.5, 15.0, 17.5 e 20.0 MeV.

Apesar dessas diferenças no comportamento de $\langle E_{LVD} \rangle$ em função do espectro de emissão, ainda temos as ambigüidades previstas. Por exemplo, na Figura 6.17d, vemos que para $\langle E_{LVD} \rangle = 10.0$ MeV, a temperatura varia entre 2.0 e ~ 2.8 MeV, e α entre 0.02 e 0.08. Já no plano $T\mu$, para o mesmo valor $\langle E_{LVD} \rangle = 10.0$ MeV, temos T entre 0.5 e ~ 1.6 MeV e μ em todo seu intervalo de variação.

Podemos resolver essas ambigüidades na caracterização, se combinarmos as informações obtidas através da energia média dos eventos esperados no canal FP, com outra grandeza mensurável produzida pelos canais escolhidos como bons caracterizadores: FP, CaC* e CanC*.

Na seção 6.2.7 vimos que o comportamento diferente das energias médias de emissão, provoca alterações no fluxo neutrínico total que deve atingir a Terra. O fluxo deve crescer diretamente com α e inversamente com μ . Também vimos que essas mudanças no fluxo provocadas pelo parâmetro β variam a grandeza RAT_C_FP, que é razão entre a intensidade do sinal obtida nos canais TNC e FP, onde TNC passará a designar conjuntamente os canais de interação de neutrinos via corrente neutra sobre o ^{12}C (CnC* + CanC*). Então usaremos:

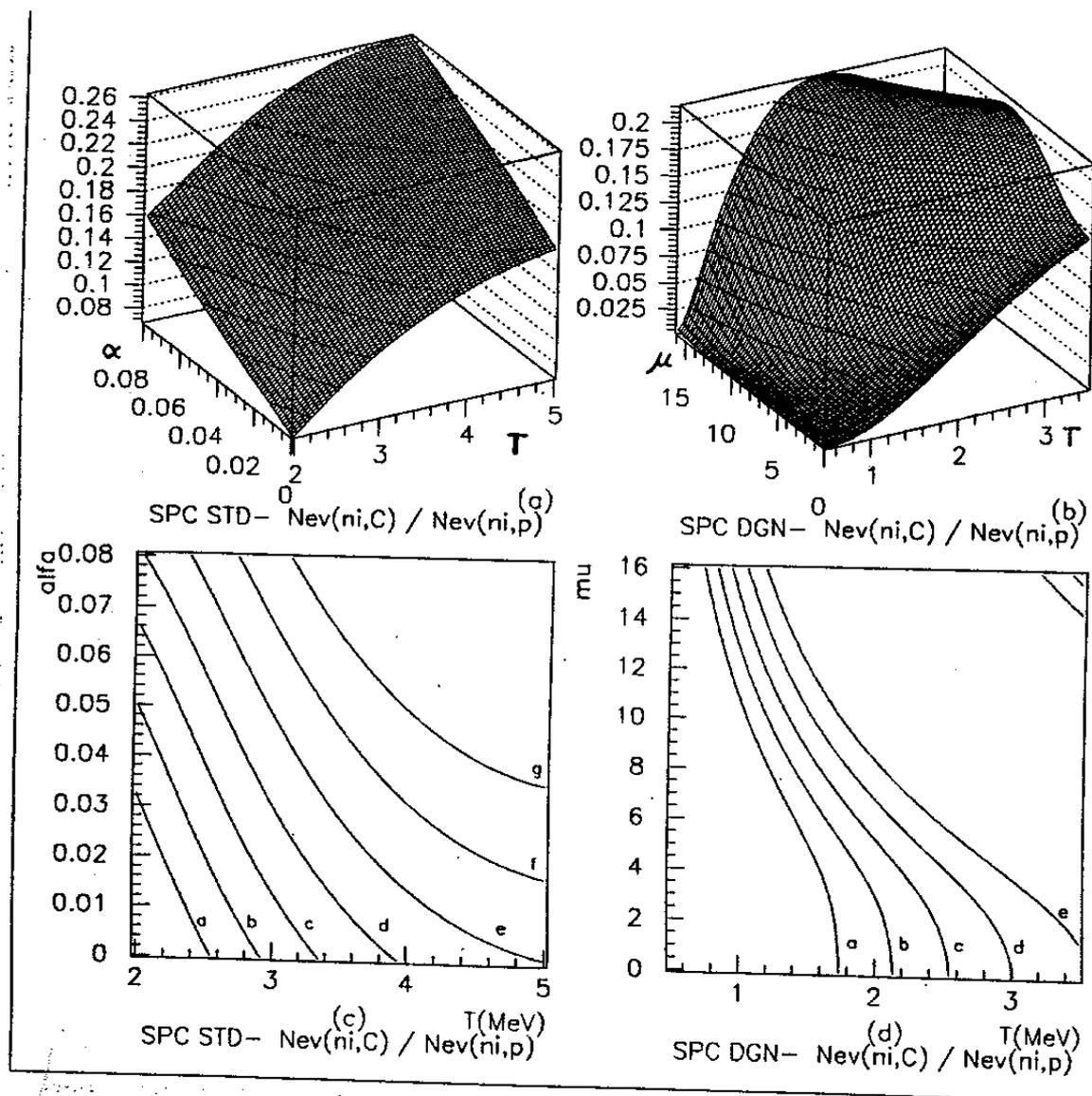
$$RAT_C_FP = \frac{N_C}{N_P} \quad (6.54)$$

Onde N_C é o total de eventos esperados no canal TCN e N_P é o total de eventos esperados no canal FP.

Também na seção 2.6.7, concluímos que RAT_C_FP deve crescer com α , pois esse parâmetro atua apenas sobre o espectro de $\bar{\nu}_e$'s, diminuindo o sinal no canal FP, enquanto o sinal no canal TCN não é alterado. Quanto ao espectro degenerado, vimos que o potencial químico reduziria a intensidade de emissão de $\nu_{\mu,\tau}$'s, porque a temperatura de emissão é menor, anulando o sinal em TCN para temperaturas menores que 1 MeV. Entretanto, para os dois espectros, com β fixo e aumentando a temperatura, o sinal em TCN deve aumentar devido ao crescimento da energia média, e assim a razão RAT_C_FP também cresce.

As Figuras 6.19a-d mostram os resultados da variação de RAT_C_FP para os dois tipos de espectro de emissão. 6.19a e 6.19b são as superfícies determinadas pelos valores de RAT_C_FP sobre os planos $T\alpha$ e $T\mu$ respectivamente. Em 6.19c, as curvas a-g são

curvas de nível da superfície 6.19a, para $RAT_C_FP = 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.20$ e 0.22 . Em 6.19d, as curvas a-e são as curvas de nível da superfície 6.19d, para $RAT_C_FP = 0.05, 0.075, 0.10, 0.125$ e 0.15 .



Figuras 6.19a-d: (a) Superfície determinada pelos valores de RAT_C_FP no plano $T\alpha$. (b) Superfície RAT_C_FP no plano $T\mu$. (c) Curvas de nível da superfície (a) para $RAT_C_FP = 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.20$ e 0.22 (letras a-g). (d) Curvas de nível da superfície (b) para $RAT_C_FP = 0.05, 0.075, 0.10, 0.125$ e 0.15 (letras a-e).

A superfície 6.19b mostra um decréscimo após atingir um valor máximo. Esse decréscimo é responsável pelas duas pequenas curvas no canto superior direito da Figura 6.19d, pois a superfície retorna aos níveis das curvas d e e. Esse comportamento pode ser desconsiderado em nossas análises, visto que ocorre na região excluída do plano $T\mu$ (Figura 6.14).

A primeira indicação dada por RAT_C_FP para caracterização da emissão, é seu intervalo de variação, diferente nos planos $T\alpha$ e $T\mu$. Em $T\alpha$ seu menor valor corresponde a ~ 0.07 (Figura 6.19a), estabelecendo um limite em RAT_C_FP , pois se medirmos essa razão com um valor inferior a 0.07, poderemos atribuir a emissão ao espectro degenerado. No plano $T\mu$ encontramos um limite superior para RAT_C_FP , em ~ 0.20 (Figura 6.19b), pois valores superiores a esse estariam na região excluída. Ou seja, para valores de $RAT_C_FP > 0.20$, poderemos atribuir a emissão ao espectro *standard*, pois nesse caso RAT_C_FP pode atingir até ~ 0.26 (Figura 6.19a).

Mesmo existindo um intervalo coincidente de variação de RAT_C_FP para os dois tipos de emissão, $0.07 \leq RAT_C_FP \leq 0.20$, a distinção pode ser feita se combinarmos RAT_C_FP com $\langle E_{LVD} \rangle$.

Fixando um valor de RAT_C_FP , especificamos uma única curva de nível nos planos $T\alpha$ e $T\mu$. Essa curva de nível pode ser sobreposta às curvas de nível de $\langle E_{LVD} \rangle$ dos planos correspondentes, determinando um único intervalo de variação em $\langle E_{LVD} \rangle$ que corresponde à região coberta pela curva de RAT_C_FP que foi escolhida. A distinção entre os dois tipos de emissão torna-se possível, porque verificamos que para um valor fixo de RAT_C_FP , com $0.07 \leq RAT_C_FP \leq 0.20$, os intervalos determinados para variação de $\langle E_{LVD} \rangle$ nos planos $T\alpha$ e $T\mu$, são *excludentes*. Existem algumas regiões delicadas, principalmente para valores de $0.16 \leq RAT_C_FP \leq 0.20$, onde os intervalos de variação de $\langle E_{LVD} \rangle$ são próximos para os dois tipos de emissão. Por exemplo, no plano $T\alpha$, o intervalo de $0.16 \leq RAT_C_FP \leq 0.20$, determina um intervalo $20.0 \leq \langle E_{LVD} \rangle \leq 21.0$ MeV, enquanto no plano $T\mu$ esse mesmo intervalo determina $18.0 \leq \langle E_{LVD} \rangle \leq 20.0$ MeV. Essas regiões devem ser analisadas cuidadosamente.

De qualquer forma, nos resultados experimentais não deverá ocorrer um par de valores ($\langle E_{LVD} \rangle$, RAT_C_FP) que seja comum a esses dois tipos de emissão estudadas. Existem valores de $\langle E_{LVD} \rangle$ e RAT_C_FP que são possíveis para os dois espectros de

emissão, mas *isoladamente*. Os dois valores tomados conjuntamente devem permitir a distinção entre os tipos de emissão.

Como exemplo, se transportarmos a curva **d** da Figura 6.19d, que corresponde a $RAT_C_FP = 0.125$, para o plano $T\mu$ da Figura 6.18d, essa curva cai sobre a região de $\langle E_{LVD} \rangle > 15.0$ MeV. Se tomarmos a curva **b** da Figura 6.19c que corresponde a $RAT_C_FP = 0.12$, e a transportarmos para o plano $T\alpha$ da Figura 6.18c, essa curva cai na região de energia média $\langle E_{LVD} \rangle < 15.0$ MeV.

Uma vez feita a distinção entre os dois tipos de emissão, resta determinarmos dentro do tipo de espectro identificado, os parâmetros T e β que o descrevem.

Novamente podemos utilizar as curvas de nível das superfícies determinadas por $\langle E_{LVD} \rangle$ e RAT_C_FP .

Vemos que no plano $T\alpha$ (Figuras 6.17d e 6.19c) as inclinações destas curvas são inversas. Assim, uma curva para um valor específico de RAT_C_FP é cortada em um único ponto por uma curva de valor específico de $\langle E_{LVD} \rangle$. O ponto comum a essas duas curvas tem coordenadas (T, α) , que definem os parâmetros do espectro de emissão. Por exemplo, para $\langle E_{LVD} \rangle = 12.5$ MeV e $RAT_C_FP = 0.10$, temos o ponto comum em $T = 2.4$ e $\alpha = 0.008$. Verificando a identificação do tipo de espectro, a região determinada no plano $T\mu$ para $RAT_C_FP = 0.10$, corresponde a $\langle E_{LVD} \rangle > 14.0$ MeV, excluindo essa possibilidade de emissão.

No plano $T\mu$, o comportamento das curvas de $\langle E_{LVD} \rangle$ e RAT_C_FP é bem parecido, mas não igual. Apesar das diferenças entre as curvas não serem tão claras como no plano $T\alpha$, a caracterização também é possível. Por exemplo, se tomarmos um valor de $\langle E_{LVD} \rangle = 17.5$ MeV e $RAT_C_FP = 0.15$, encontramos $T = 2.33$ MeV e $\mu = 6.9$. Novamente, verificando a identificação do espectro, no plano $T\alpha$, a curva de nível para $RAT_C_FP = 0.15$, determina energias médias no experimento $\langle E_{LVD} \rangle < 11.0$ MeV, excluindo essa possibilidade de emissão.

Como comentário final, devemos deixar claro que nessa análise feita sobre grandezas que esperamos medir no LVD, fizemos a suposição de um experimento ideal, e não levamos em conta as flutuações estatísticas nas grandezas analisadas. Porém, o objetivo desse trabalho é mostrar alguns métodos encontrados para a caracterização do *burst* neutrínico com o experimento LVD, e não a precisão que deve ser alcançada nessa caracterização.

6.3.2. Simulações de espectros esperados no LVD

De forma a complementar a discussão feita na seção precedente, descreveremos uma outra abordagem que foi utilizada para o estudo da caracterização da emissão neutrínica de colapsos estelares com o LVD.

Foram simulados espectros de energia para eventos no canal FP, baseados nos resultados da seção 6.2.6. As características do experimento consideradas nas simulações foram: suas dimensões, composição química do cintilador e a flutuações em medidas de energia. A emissão utilizada para gerar os eventos na simulação, foi baseada nos dois espectros que temos estudado: ES e ED.

Os espectros que resultaram das simulações foram submetidos ao teste estatístico de hipótese, conhecido como teste de Kolmogorov-Smirnov, que confronta uma dada amostra de dados experimentais com qualquer hipótese feita sobre o tipo de distribuição estatística que tenha gerado esses dados.

Essa abordagem, introduz flutuações experimentais e estatísticas nos resultados esperados, ao contrário da seção anterior, onde estudamos casos ideais de grandezas que devem ser medidas pelo experimento.

Em 6.3.1, vimos que o integrando da equação (6.2) fornece a função S_{LVD} , que é o espectro de energia previsto dos neutrinos de colapso no experimento LVD:

$$S_{LVD} = \frac{dN_{OBS}}{dE} = C \frac{dN}{dE} \sigma(E) \varepsilon'(E) \quad (6.55)$$

Esse espectro descreve um caso ideal, sob os pontos de vista experimental e estatístico. Em (6.55) admitimos a eficiência de detecção em 100% ($\varepsilon'(E) = 1$), e uma perfeita resolução na determinação da energia dos neutrinos, desprovida de erros instrumentais. Quanto ao aspecto estatístico, para obtermos experimentalmente um espectro como o descrito em (6.55), seria necessário um grande acúmulo de medidas de *bursts* idênticos de colapso, cujos resultados tenderiam assintoticamente para S_{LVD} dado pela fórmula acima.

No caso de um colapso detectado pelo LVD, é óbvio que as medidas seriam afetadas por erros instrumentais. Também ocorreriam flutuações estatísticas que

dependem fortemente do número de eventos esperados, ou seja, quanto maior o número de eventos produzidos por um *burst*, menor a incerteza contida nos resultados.

Nos espectros simulados, foram introduzidas as flutuações experimentais de acordo com resultados medidos no LVD. As flutuações estatísticas foram inseridas em função do número de eventos no canal FP, calculado na seção 6.2.6. Vamos descrever os principais procedimentos adotados na simulação.

Usamos S_{LVD} dado em (6.55) como base para a simulação. Dado que essa fórmula descreve o caso ideal do espectro esperado no experimento, podemos admitir que a distribuição de eventos em energia que deve ser observada, segue uma distribuição de probabilidade determinada por (6.55) desde que devidamente normalizada para a unidade. Então fazemos:

$$\int_0^{\infty} K S_{LVD}(E) dE = 1 \quad (6.56)$$

onde K é a constante de normalização. Com K calculado pela condição acima, obtemos uma função de densidade de probabilidade, que determina a probabilidade $P(E_0)$ que um evento seja produzido com energia E_0 , $0 \leq E_0 \leq \infty$:

$$P(E_0) = K S_{LVD}(E_0) \quad (6.57)$$

De (6.2) e (6.52) vemos que $K = N_{ev}^{-1}$, onde N_{ev} é o número total de eventos esperados no canal de interação estudado.

A simulação foi feita para os espectros ES e ED (num total de 105 espectros simulados), dentro dos intervalos de variação dos parâmetros descritos em 6.2.5. Para cada par de valores (T, β) , é calculado o número total de eventos esperados por esse tipo emissão, N_{ev} . Logo, o espectro de energia no LVD, é dado pela distribuição em energia de um total de N_{ev} eventos, com probabilidades dada por (6.57).

Portanto, para cada emissão neutrínica descrita por um par de parâmetros (T, β) , foram determinados de forma aleatória, n valores de energia, $n = N_{ev}$, segundo uma distribuição de probabilidades dada por (6.57). Feito o sorteio para o valor da energia do i -ésimo evento, E_i $i = 1, N_{ev}$, a esse valor deve ser adicionada a flutuação em energia devido ao aparato instrumental do LVD. Através de simulações, foi estudada a resposta dos detectores que compõe o experimento, levando-se em consideração os processos de

produção de luz no cintilador e a não uniformidade na coleta dessa luz pelas fotomultiplicadoras (devido a configuração geométrica dos módulos detectores). Experimentalmente, foi estudada a estatística na produção de fotoelétrons, que geram o pulso analógico que vai para os ADC's. A flutuação provocada por esses fatores, tem distribuição gaussiana, com a dispersão parametrizada por^[12]:

$$\sigma = \frac{0.23E_d}{\sqrt{E_d}} \sqrt{(1 + 0.1E_d)} \quad (6.58)$$

onde E_d é a energia depositada pela partícula no cintilador.

Assim, a flutuação instrumental na energia é obtida pela adição de um ΔE em E_i . O valor de ΔE é determinado de forma aleatória segundo uma distribuição de probabilidade gaussiana centrada em zero, com σ dado por (6.58), onde no lugar de E_d usamos o valor obtido previamente para E_i .

As Figuras de 6.20a-d até 6.25a-d mostram alguns dos espectros simulados (histogramas), comparado com os respectivos espectros “ideais” esperados (linhas tracejadas).

Nas Figuras 6.20a-d até 6.22a-d, são mostrados espectros simulados para uma emissão do tipo ES, com parâmetro $T = 3.0, 4.0$ e 5.0 MeV. As letras a-d referem-se ao parâmetro $\alpha = 0.00, 0.02, 0.04$ e 0.08 . Nas Figuras 6.23a-d até 6.25a-d, são mostrados espectros simulados para uma emissão do tipo ED, com parâmetro $T = 1.0, 2.0$ e 3.0 MeV. As letras a-d referem-se ao parâmetro $\mu = 0.0, 2.0, 4.0$ e 8.0 .

Com os 105 espectros obtidos nas simulações, calculamos a dispersão das energias médias desses espectros, $\langle E_{sim} \rangle$, em relação aos espectros esperados, $\langle E_{LVD} \rangle$. O resultado obtido foi

$$\frac{\sigma_{\langle E_{sim} \rangle}}{\langle E_{LVD} \rangle} = 0.02 \quad (6.59)$$

Esse resultado confirma a viabilidade do uso do método analítico para caracterização do espectro de emissão, descrito em 6.3.1. O método exige boa precisão na determinação da energia média do espectro observado. A dispersão calculada de 2% para essa medida (de acordo com as hipóteses adotadas na simulação), permite o uso do método por exclusão de intervalos, porque são poucos os casos em que a separação entre os limites dos intervalos comparados é dessa ordem de grandeza.

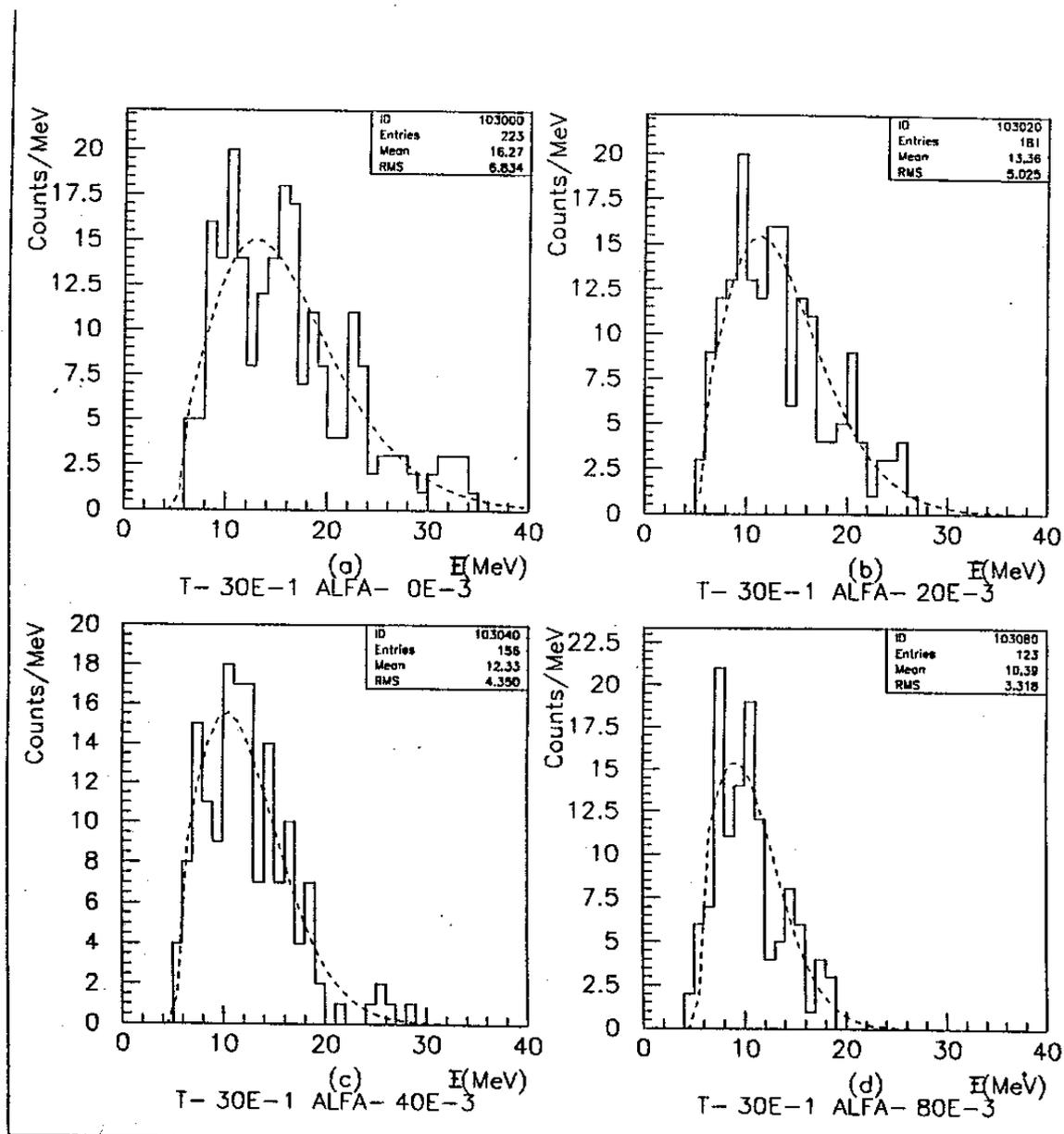


Figura 6.20a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro standard, para $T = 3.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectros esperados.

(a) $\alpha = 0.00$. (b) $\alpha = 0.02$. (c) $\alpha = 0.04$. (d) $\alpha = 0.08$.

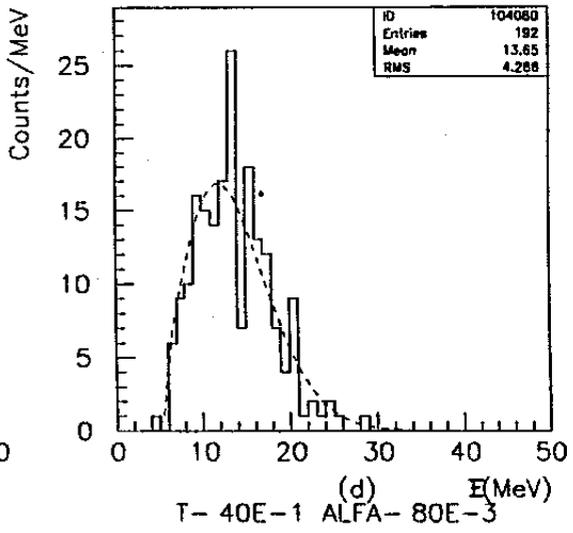
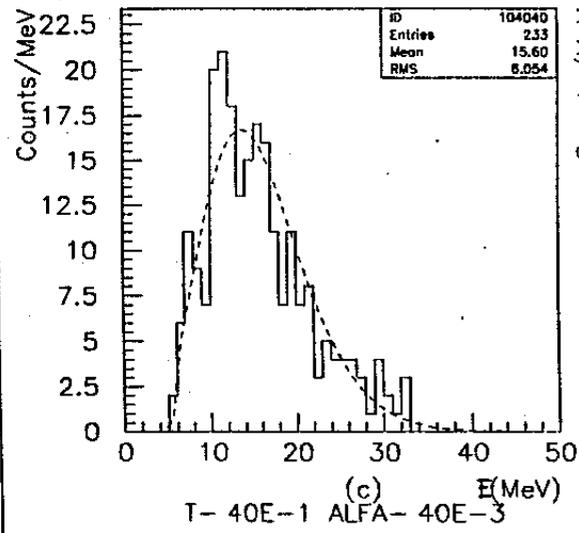
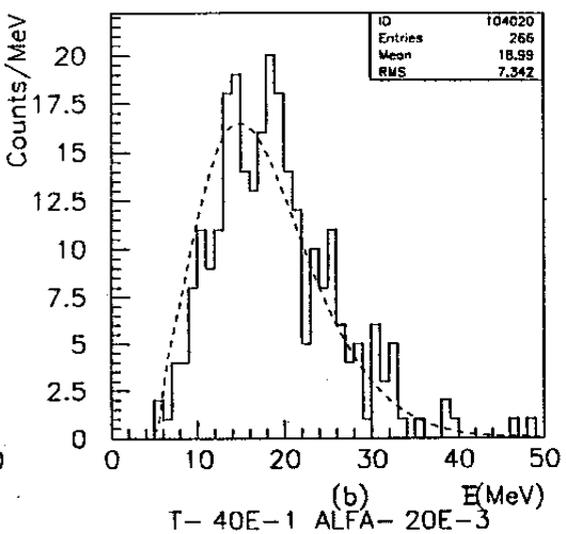
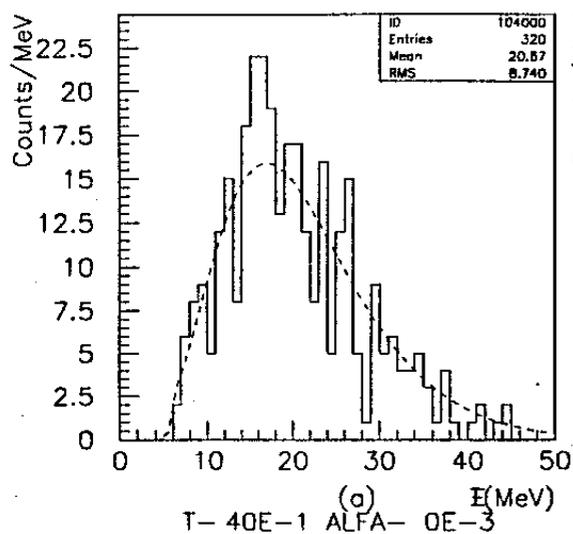


Figura 6.21a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro standard, para $T = 4.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectros esperados.
 (a) $\alpha = 0.00$. (b) $\alpha = 0.02$. (c) $\alpha = 0.04$. (d) $\alpha = 0.08$.

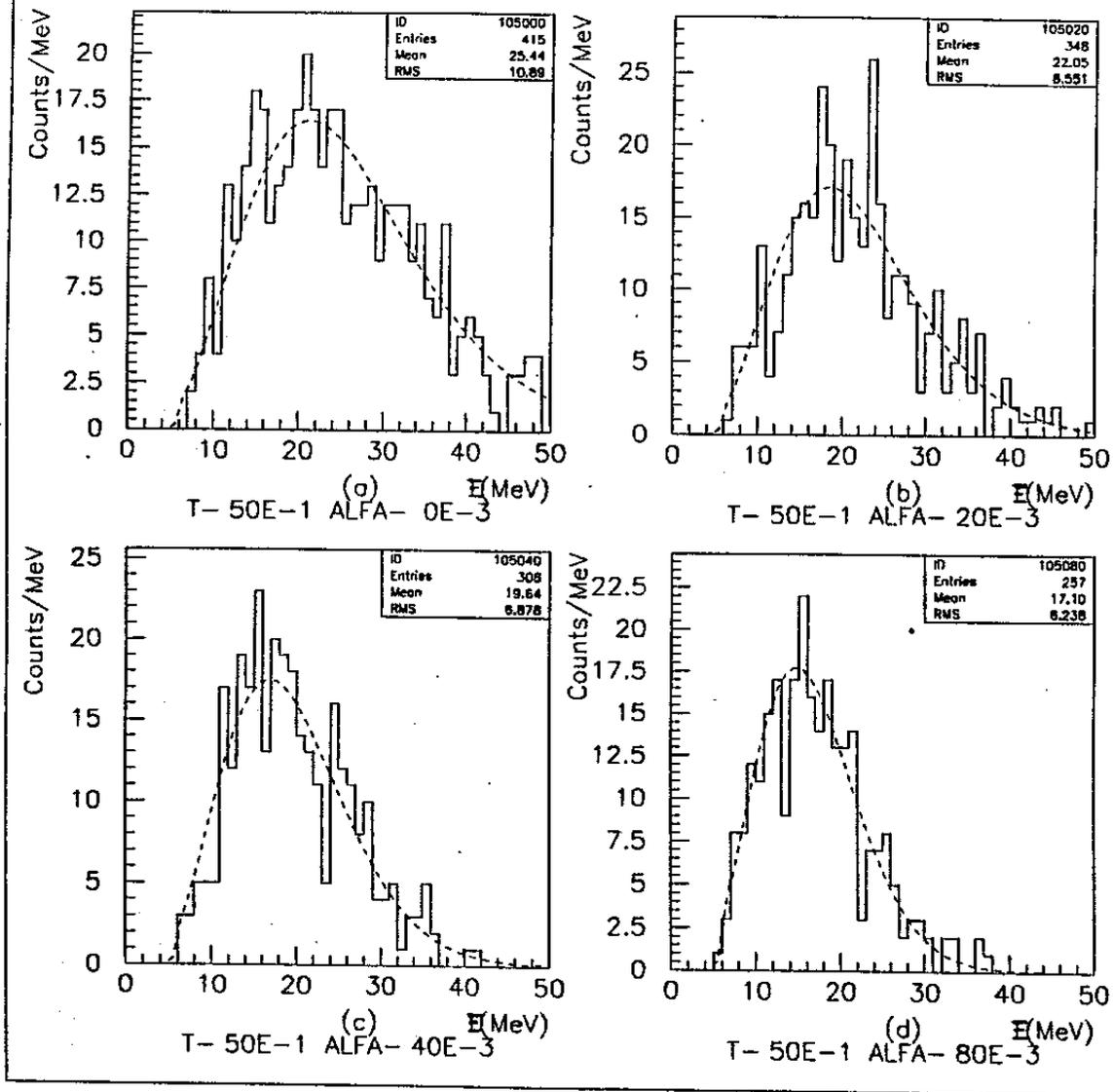


Figura 6.22a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro standard, para $T = 5.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectro esperados.

(a) $\alpha = 0.00$. (b) $\alpha = 0.02$. (c) $\alpha = 0.04$. (d) $\alpha = 0.08$.

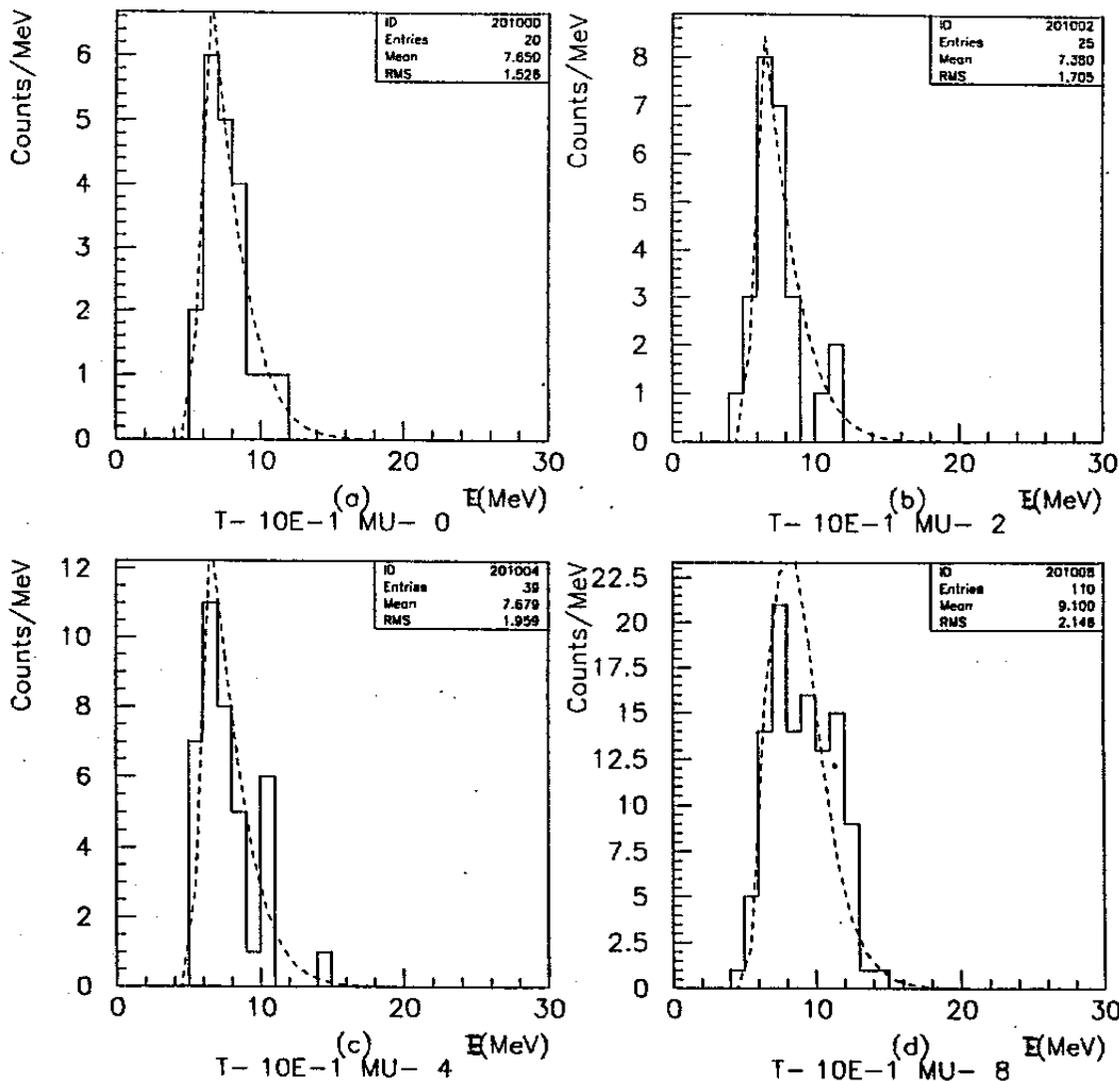


Figura 6.23a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro degenerado, para $T = 1.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectros esperados.

(a) $\mu = 0.00$. (b) $\mu = 2.0$. (c) $\mu = 4.0$. (d) $\mu = 8.0$.

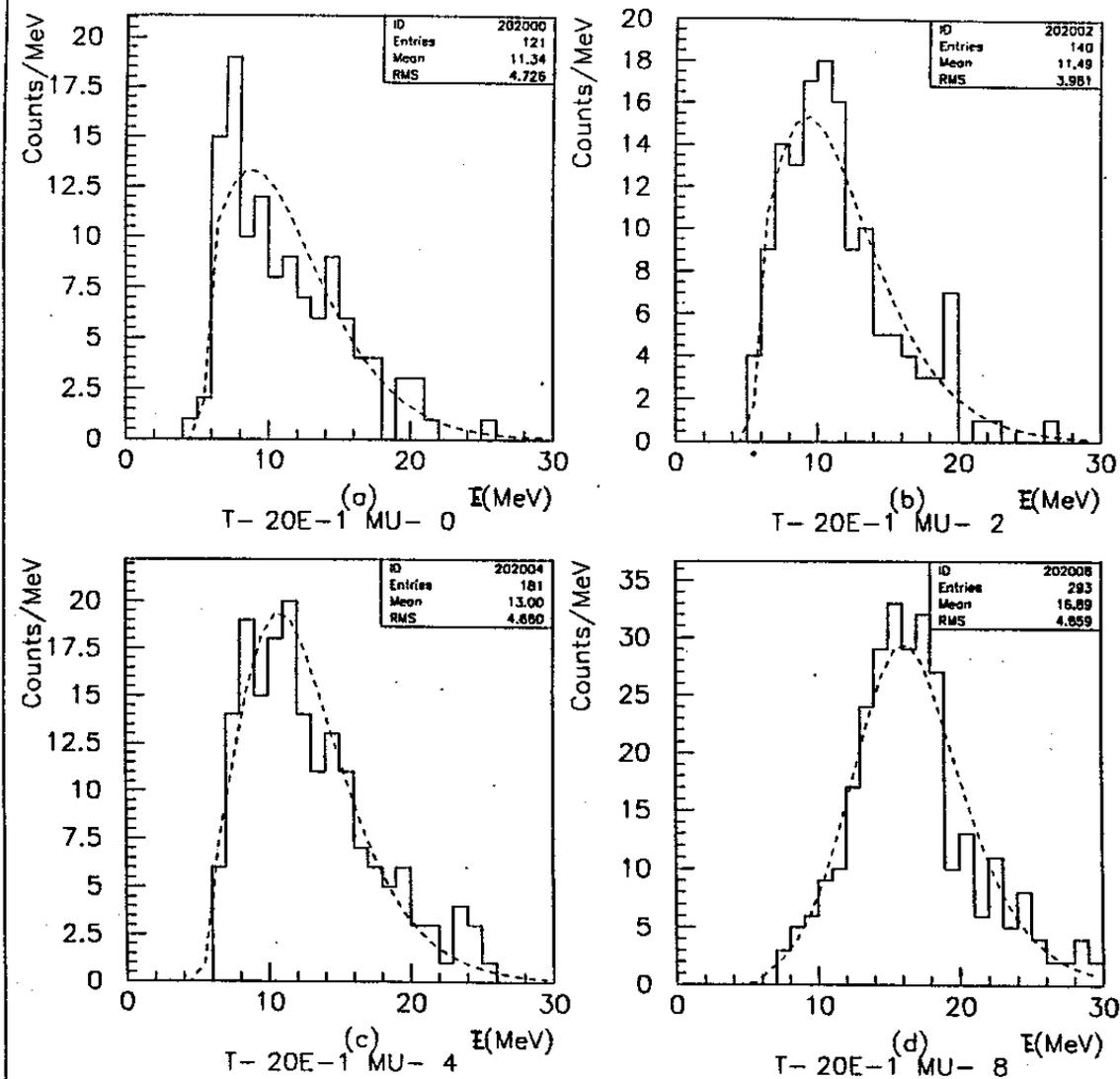


Figura 6.24a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro degenerado, para $T = 2.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectros esperados
 (a) $\mu = 0.00$. (b) $\mu = 2.0$. (c) $\mu = 4.0$. (d) $\mu = 8.0$.

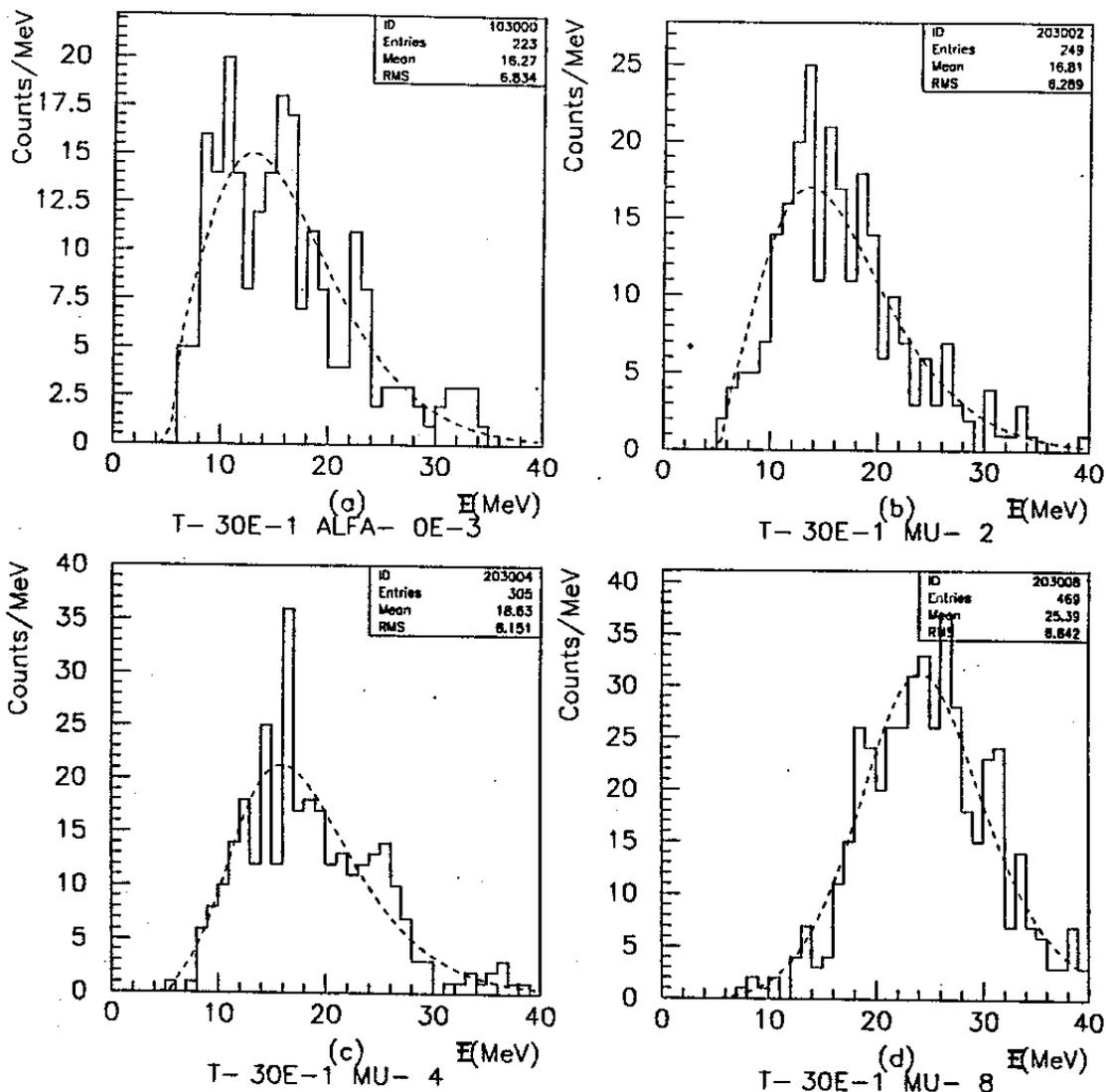


Figura 6.25a-d: Histogramas: Espectros simulados de energia para eventos do canal FP, com emissão dada pelo espectro degenerado, para $T = 3.0$ MeV. Linhas tracejadas: Espectros esperados.

(a) $\mu = 0.00$. (b) $\mu = 2.0$. (c) $\mu = 4.0$. (d) $\mu = 8.0$.

6.3.3. O teste de Kolmogorov-Smirnov

Os resultados das simulações podem ser analisados através de métodos estatísticos, chamados de “testes de hipótese”. Os testes de hipótese são aplicados aos casos em que é necessário fazer uma afirmação sobre um parâmetro desconhecido de uma distribuição de probabilidade, baseada em amostras de uma variável aleatória.

Em vez de procurar-se uma estimativa do parâmetro, em alguns casos é conveniente admitir um valor hipotético para ele e, depois, utilizar a informação obtida de uma amostra para confirmar ou rejeitar esse valor hipotético.

Denominamos a hipótese feita, como H_0 , ou *hipótese básica*.

Devemos observar, que não existe uma solução exata, ou um teste perfeito, para confirmação de H_0 . A obtenção de informações a partir de uma amostra experimental, não leva a resultados absolutos com respeito à H_0 . Então, os testes de hipótese não nos conduzem sempre à decisão certa, mas um *bom* teste nos conduzirá à decisão correta “na maioria das vezes” [22].

Vamos ser mais precisos. Existem fundamentalmente dois tipos de erro que podemos cometer. Poderemos rejeitar H_0 quando, de fato, H_0 for verdadeira; ou alternativamente, poderemos aceitar H_0 quando, de fato, H_0 for falsa.

Esses tipos de erro são denominados:

Erro tipo I: Rejeitar H_0 quando H_0 for verdadeira.

Erro tipo II: Aceitar H_0 quando H_0 for falsa.

Vamos esclarecer que esses erros não podem ser completamente evitados, mas existem testes que mantêm relativamente pequena a probabilidade de cometê-los.

Um desses testes é o teste de Kolmogorov-Smirnov, que é um procedimento que testa a *forma* de uma distribuição de probabilidades, e se temos uma função parametrizada que descreva bem essa forma, então testaremos também seus parâmetros. De forma abreviada, passaremos a denominar este teste como “teste KS”.

O teste KS pode ser aplicado ao seguinte caso [23]:

Suponhamos que temos interesse em saber se uma variável aleatória X tem uma distribuição de probabilidade, cuja função de distribuição acumulada representaremos por $F(x)$; seja $F_n(x)$ a função de distribuição acumulada empírica desta variável aleatória obtida

à base de uma amostra de tamanho n retirada da população da variável em estudo. O procedimento para o teste da hipótese:

H_0 : A função de distribuição acumulada da variável aleatória X é $F(x)$

contra

H_1 : A função de distribuição acumulada da variável aleatória X não é $F(x)$

, é feito segundo Kolmogorov e Smirnov, baseado na estatística

$$D_n = \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x)| \quad (6.60)$$

A estatística D_n tem, assintoticamente (grandes amostras), *distribuição conhecida*, isto é, a probabilidade que D_n seja maior que um de seus valores D_n^0 vale:

$$P(D_n \geq D_n^0) = 1 - K(\lambda_0) \quad (6.61)$$

onde

$$\lambda_0 = \sqrt{n \cdot D_n^0} \quad \text{e} \quad K(\lambda_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda_0^2} \quad (6.62)$$

Se o valor D_n^0 tomado pela estatística D_n numa amostra de tamanho n for tal que:

$$1 - K(\lambda_0) > \xi \quad (6.63)$$

onde ξ é o nível de significância do teste, aceita-se H_0 . Caso contrário, rejeita-se H_0 .

A interpretação do nível de significância nesse caso, é relacionado ao Erro tipo I. Aqui a interpretação de ξ , é a probabilidade que temos de rejeitar H_0 e aceitar H_1 , quando H_0 é verdadeira, ou ainda, temos uma nível de confiança dado por $(1 - \xi)$.

O teste de H_0 contra H_1 pode ser feito através de outra estatística que tem distribuição χ^2 . No entanto, é possível demonstrar que o teste KS é mais poderoso quando comparado com o teste tradicional que utiliza a distribuição χ^2 ; uma das características do teste KS, que o torna mais poderoso, é que a sua estatística é baseada na função de distribuição acumulada, ou seja, o teste compara *toda a estrutura* da distribuição empírica de valores da variável aleatória, enquanto o teste baseado em χ^2 é feito de forma “diferencial”, comparando os valores *ponto a ponto*, de maneira isolada^[24].

Fizemos uso do teste KS, como método de caracterização do espectro de emissão de neutrinos de colapso com o LVD. A aplicação do teste foi feita de modo a confrontar os espectros obtidos por simulação (a nossa distribuição “empírica”) com a distribuição de

probabilidade dada por (6.57). Os parâmetros que modulam essa distribuição de probabilidade são os mesmos parâmetros que descrevem a emissão neutrínica: T e β .

Para cada par de valores específicos (T_0, β_0) , tomamos a sua correspondente simulação do espectro de energia, S_0 . O teste foi aplicado sobre o espectro S_0 que selecionamos, confrontando-o com a distribuição de probabilidade, dada por (6.57), em que variamos os valores dos parâmetros T e β dentro da região completa do plano $T\beta$ que temos estudado até agora. Nesse caso específico, temos: $H_0 = H_0(T, \beta)$.

Uma vez que sabemos os parâmetros espectrais de emissão, T_0 e β_0 , que deram origem ao espectro simulado, podemos compará-los com os parâmetros que resultam em $H_0(T, \beta)$ como hipótese aceita pelo teste KS. O objetivo da aplicação do teste dessa maneira, é saber com qual intensidade as flutuações introduzidas na simulação descaracterizam o espectro energético esperado no experimento, analisando os possíveis valores de T e β que aprovam $H_0(T, \beta)$ no teste. Essa análise é feita com base na possibilidade do Erro tipo II, de forma parcial ou total.

Caso não ocorra o Erro tipo II, e o teste aceite $H_0(T_0, \beta_0)$, as flutuações não descaracterizam fortemente o espectro medido, e indica que poderemos identificar a emissão, descrita pelos parâmetros T_0 e β_0 , com nível de confiança $(1 - \xi)$.

No Erro tipo II parcial, o teste aceita hipóteses $H_0(T, \beta)$, com $T \neq T_0$ e/ou $\beta \neq \beta_0$, mas também aceita $H_0(T_0, \beta_0)$, cujos parâmetros sabemos que originaram o espectro testado. Isso indicaria que as flutuações não impossibilitam a caracterização da emissão, mas a identificação dos seus parâmetros seria incerta, na proporção direta do número de pares “falsos” aceitos.

O Erro tipo II total, seria o teste aceitar hipóteses $H_0(T, \beta)$, com $T \neq T_0$ e/ou $\beta \neq \beta_0$, e não aceitar $H_0(T_0, \beta_0)$, indicando uma forte descaracterização do espectro que deve ser observado no experimento devido às flutuações introduzidas.

Ainda seria possível a completa impossibilidade de caracterização, que seria a rejeição pelo teste KS de $H_0(T, \beta) \forall (T, \beta)$.

Com a estimativa feita anteriormente de $\frac{\sigma_{\langle E \rangle}}{\langle E \rangle}$ (6.59), podemos prever que a completa descaracterização do espectro observado é muito improvável.

O teste KS foi aplicado aos espectros simulados, com a emissão dada pelo espectro *standard*, para os parâmetros:

- $T_0 = (2.0 + n) \text{ MeV}$, $n = 0,1,2,3$.
- $\alpha_0 = 0.0$

O nível de significância fixado, foi:

- $\xi = 0.05$

As distribuições de probabilidade usadas no confronto das simulações, que são as hipóteses H_0 que estamos testando, foram obtidas de (6.57), com S_{LVD} (ver fórmula (6.52)) dado pelo espectro *standard*. Assim temos $H_0(T, \alpha)$, com os parâmetros T e α assumindo os valores:

- $T = (2.0 + 0.5n) \text{ MeV}$, $n = 0,1, \dots, 6$.
- $\alpha = (0.00 + 0.01m)$, $m = 0,1, \dots, 8$.

Os eventos nas simulações foram distribuídos em intervalos de energia $\Delta E = 1$ MeV, num total de 100 intervalos , com $0.0 \leq E \leq 100.0$ MeV. A função empírica de distribuição acumulada, já normalizada, é $F_{Nev}(\Delta E_k)$, dada por:

$$F_{Nev}(\Delta E_k) = \sum_{i=1}^k \frac{N(\Delta E_k)}{N_{ev}} , \quad 1 \leq k \leq 100 , \quad k \in \mathbb{N} \quad (6.64)$$

onde N_{ev} é o número total de eventos do espectro simulado que estamos testando, e $N(\Delta E_k)$ é o número de eventos no k -ésimo intervalo de energia cujo limite superior é ΔE_k .

A função hipotética de distribuição acumulada $F(\Delta E_k)$, é dada pela integral:

$$F(\Delta E_k) = \frac{1}{N_{ev}} \int_0^{\Delta E_k} S_{LVD}(E) dE \quad (6.65)$$

Agora calculamos D_n :

$$D_{Nev} = \sup |F_{Nev}(\Delta E_k) - F(\Delta E_k)| , \quad k = 1,2, \dots, 100 \quad (6.66)$$

agora temos todos os elementos necessários para a finalização do teste. Basta calcular λ_0 , fazendo $\lambda_0 = (N_{ev} \cdot D_n)^{1/2}$. Os valores de $K(\lambda_0)$ são tabelados e foram obtidos na referência^[25].

Vamos mostrar alguns dos resultados obtidos, para $T_0 = 3.0$ MeV e $\alpha_0 = 0.00$, e para $T_0 = 4.0$ MeV e $\alpha_0 = 0.00$. Esses valores não devem vistos como especiais, eles são

utilizados apenas como exemplo, pois os resultados obtidos para as outras temperaturas T_0 são análogos. Antes, vamos definir a grandeza ΔI , utilizada no cálculo de D_{Nev} , e que será de grande utilidade na análise dos resultados:

$$\Delta I = |F_{Nev}(\Delta E_k) - F(\Delta E_k)| \quad (6.67)$$

Vemos que ΔI é simplesmente a diferença (em módulo) entre as funções, empírica e hipotética, de distribuição acumulada, avaliadas com o limite superior dado por ΔE_k , representando a discrepância entre os dados experimentais e a hipótese adotada para sua descrição.

a) $T_0 = 3.0 \text{ MeV}$, $\alpha_0 = 0.0$

Na Figura 6.26, mostramos o plano $T\alpha$, onde as intersecções das linhas tracejadas representam as $H_0(T, \alpha)$, ou seja, as hipóteses testadas. Os pontos assinalam os pares H_0 , que resultaram em hipóteses aceitas no teste KS, aplicado sobre a simulação gerada pelos parâmetros $T_0 = 3.0 \text{ MeV}$ e $\alpha_0 = 0.0$.

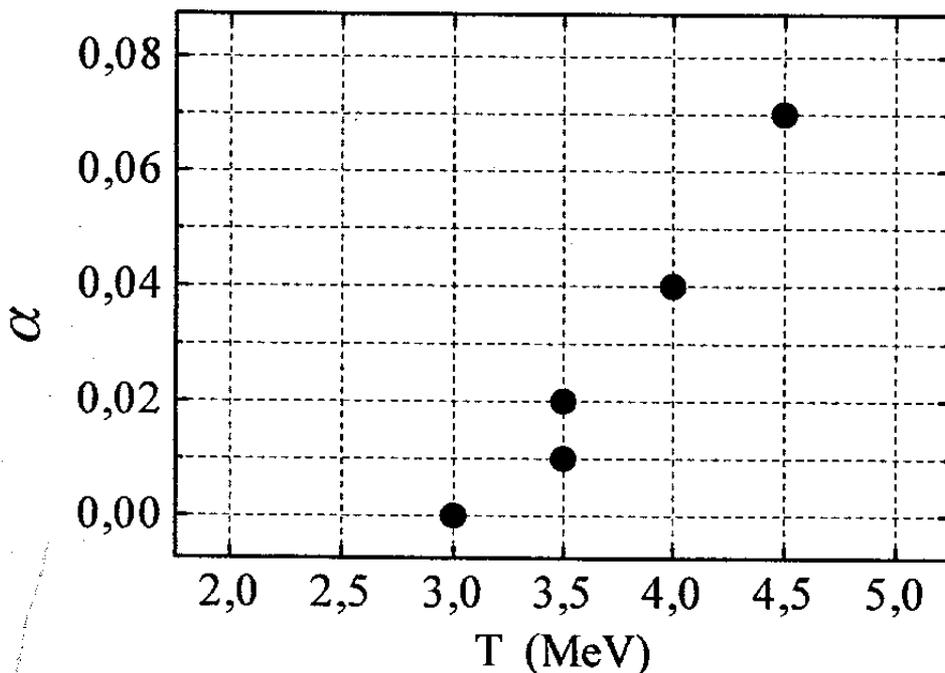


Figura 6.26: Plano $T\alpha$, onde as intersecções das linhas tracejadas, representam as $H_0(T, \alpha)$ testadas. Os pontos assinalam as $H_0(T, \alpha)$ aceitas no teste KS, quando aplicado sobre espectro simulado com os parâmetros: $T_0 = 3.0 \text{ MeV}$ e $\alpha_0 = 0.0$.

Vemos pela figura 6.26 que o teste KS aceitou a hipótese correta, $H_0(T_0, \alpha_0)$, mas também aceitou H_0 para valores diferentes dos que geraram os dados simulados. Ou seja, temos o caso de Erro tipo II de forma parcial.

Podemos de imediato concluir que as flutuações consideradas na simulação, provocam uma certa descaracterização no espectro que deve ser observado no LVD, que entretanto, não deve ser tomada como um efeito “forte”, pois a hipótese correta também foi aceita.

De forma a seleccionar dentre todas as $H_0(T, \alpha)$ aceitas, aquela que representa a melhor hipótese, vamos investigar o comportamento da grandeza ΔI definida em (6.67). A Figura 6.27 mostra a variação de ΔI com o limite superior de integração, ΔE_k , das funções de distribuição acumulada, $F(\Delta E_k)$ e $F_{Nev}(\Delta E_k)$. A linha cheia é a variação de ΔI para $H_0(T_0, \alpha_0)$, a linha tracejada para $H_0(3.0, 0.01)$ e a linha pontilhada para $H_0(3.0, 0.02)$.

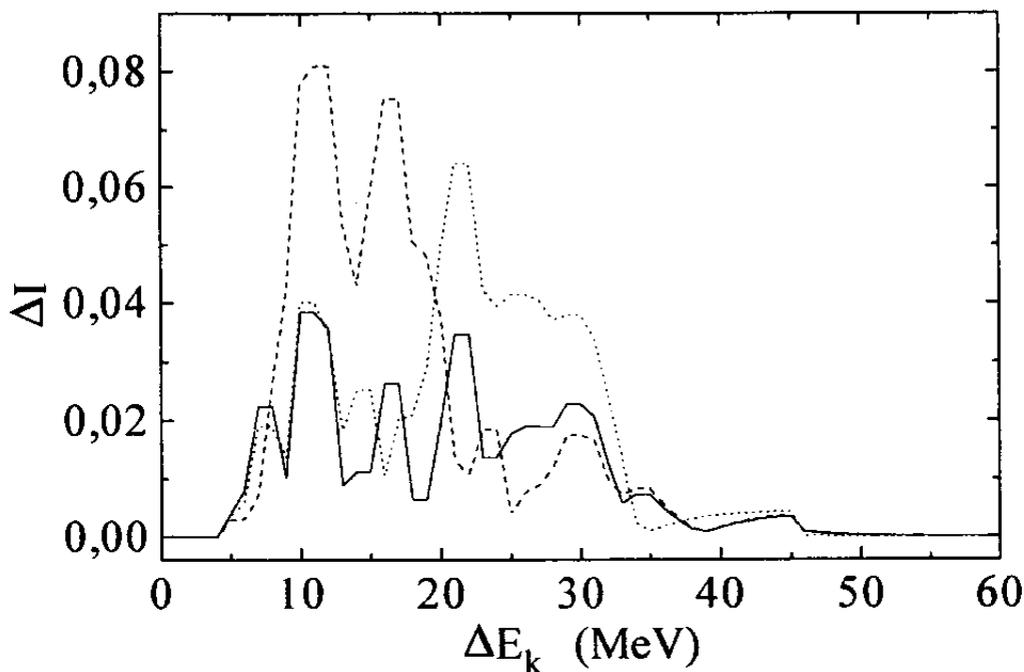


Figura 6.27: Variação de ΔI com o limite superior de integração de $F(\Delta E_k)$. Linha cheia: $H_0(T_0, \alpha_0)$. Linha tracejada: $H_0(3.0, 0.01)$. linha pontilhada: $H_0(3.0, 0.02)$.

Na figura 6.27, vemos que os valores máximos de ΔI para $H_0(T_0, \alpha_0)$, são bem menores que os valores máximos de ΔI das outras hipóteses $H_0(T, \alpha)$ aceitas e mostradas

nesse gráfico. Os valores máximos de ΔI para as outras $H_0(T, \alpha)$ aceitas, e que não aparecem no gráfico, são maiores ainda.

Também fica claro na Figura 6.27, que podemos localizar dentro do intervalo de variação de ΔE_k , as regiões de maior discrepância entre a distribuição hipotética e empírica. Por exemplo, a hipótese $H_0(3.0, 0.01)$ tem as maiores amplitudes de ΔI , localizadas em $10.0 \leq \Delta E_k \leq 20.0$ MeV, indicando que nesse intervalo os pontos experimentais estão mais distantes do comportamento esperado. Para $\Delta E_k > 20.0$ MeV os valores de ΔI diminuem, atingindo níveis até menores que os da hipótese $H_0(T_0, \alpha_0)$, mostrando que nessa região a hipótese descreve bem o comportamento dos dados experimentais. De qualquer forma, deve-se considerar todo o intervalo de variação de ΔE_k , onde o comportamento de ΔI para a hipótese $H_0(T_0, \alpha_0)$ comparado com o das outras hipóteses, $H_0(3.0, 0.01)$ e $H_0(3.0, 0.02)$, indica que $H_0(T_0, \alpha_0)$ é a hipótese que apresenta menor discrepância em relação aos dados experimentais.

Assim, por esses critérios, podemos selecionar dentre todas H_0 aceitas no teste KS, a hipótese $H_0(T_0, \alpha_0)$ como a melhor, considerando-a como a distribuição de probabilidades que mais se aproxima da distribuição empírica testada.

a) $T_0 = 4.0$ MeV , $\alpha_0 = 0.0$

Para esse par de valores, $T_0 = 4.0$ MeV e $\alpha_0 = 0.0$, os resultados são análogos aos obtidos no caso anterior. A Figura 6.28 mostra os valores de T e α que definem as $H_0(T, \alpha)$ aceitas no teste KS. A Figura 6.29 mostra as variações de ΔI com ΔE_k , onde outra vez, mostramos apenas os três casos com as menores amplitudes de ΔI .

Toda a análise feita no caso anterior pode ser aplicada a esse caso. Na figura 6.28 vemos que hipóteses diferentes de $H_0(T_0, \alpha_0)$ também foram aceitas pelo teste KS, e na Figura 6.29 vemos que as amplitudes de ΔI em todo intervalo de variação de ΔE_k , novamente permitem selecionar $H_0(T_0, \alpha_0)$ como a melhor hipótese. Apesar dos pontos de amplitude máxima, nesse caso, apresentarem semelhanças para $H_0(T_0, \alpha_0)$ e $H_0(4.5, 0.02)$, (com $\Delta I_{\max} \sim 0.04$), uma análise sobre todo o intervalo de variação de ΔE_k , mostra que a maior discrepância de $H_0(T_0, \alpha_0)$ está concentrada no intervalo $12.0 \leq \Delta E_k \leq 33.0$ MeV, enquanto que para $H_0(4.5, 0.02)$, a maior discrepância cobre o intervalo $17.0 \leq \Delta E_k \leq 53.0$ MeV; assim, o menor intervalo, representa a melhor escolha.

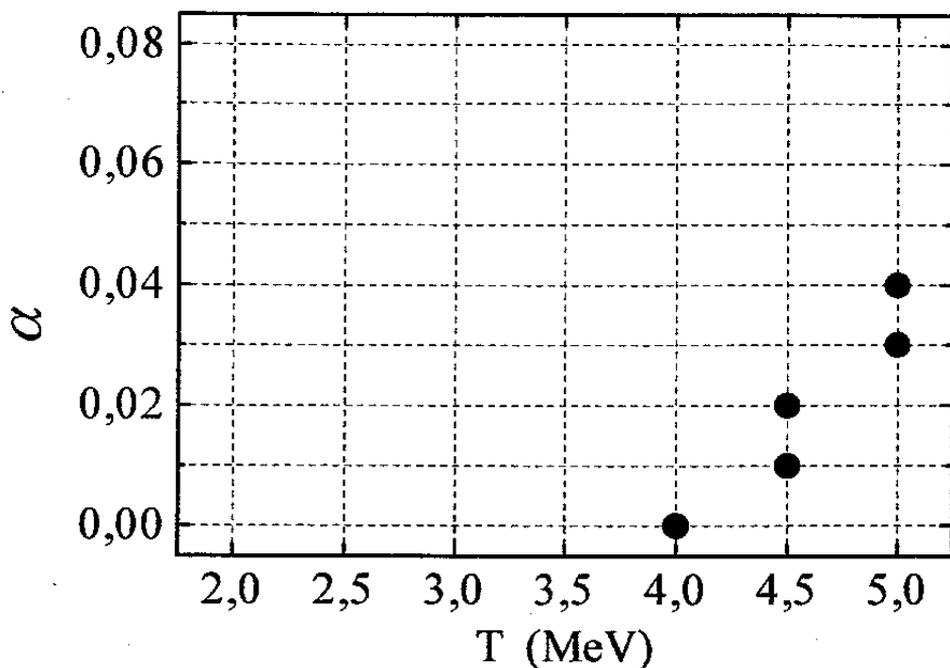


Figura 6.28: Plano $T\alpha$, onde as intersecções das linhas tracejadas representam as $H_0(T, \alpha)$ testadas. Os pontos assinalam as $H_0(T, \alpha)$ aceitas no teste KS, quando aplicado sobre espectro simulado com os parâmetros: $T_0 = 4.5$ MeV e $\alpha_0 = 0.0$.

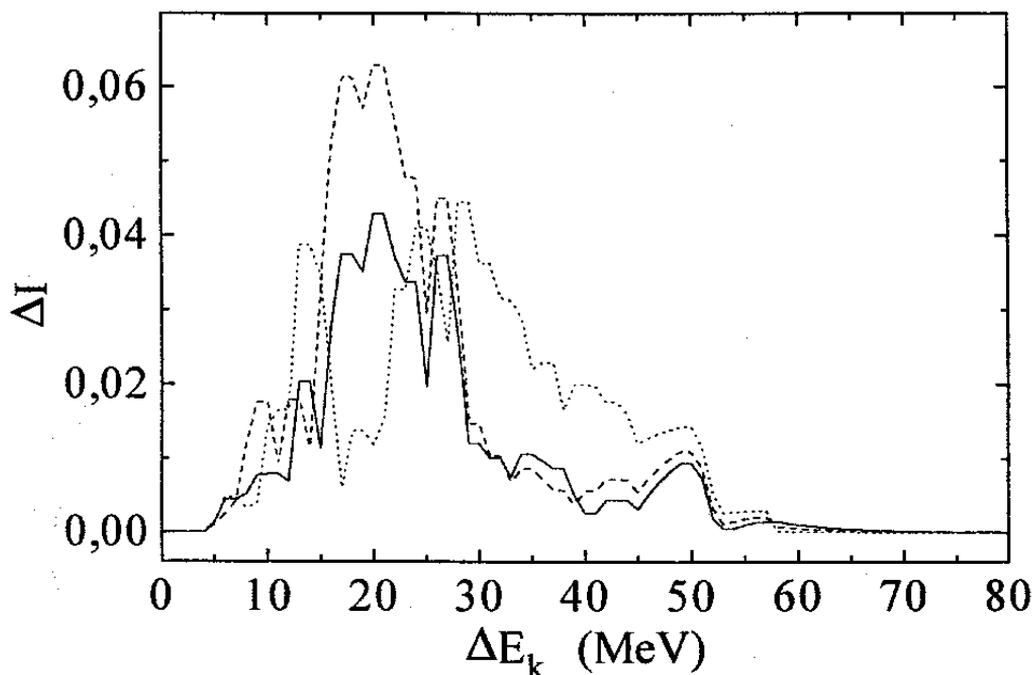


Figura 6.29: Variação de ΔI com o limite superior de integração de $F(\Delta E_k)$. Linha cheia: $H_0(T_0, \alpha_0)$. Linha tracejada: $H_0(4.5, 0.01)$. linha pontilhada: $H_0(4.5, 0.02)$.

Como dissemos anteriormente, os resultados para as diversas $H_0(T_0, \alpha_0)$ testadas são análogos, e passíveis das mesmas análises que fizemos nos dois casos mostrados como exemplo.

É interessante notar o comportamento no plano $T\alpha$, das hipóteses $H_0(T, \alpha)$ que são aceitas pelo teste KS. Não existe nenhuma $H_0(T, \alpha)$ aceita para $T < T_0$, $\forall \alpha$. Para $T = T_0$, a única hipótese aceita é $H_0(T_0, \alpha_0)$. O Erro tipo II começa a ocorrer para $T > T_0$, quando o teste passa a aceitar $H_0(T, \alpha)$ com $T > T_0$ e $\alpha > \alpha_0$.

Vemos que quanto maior a temperatura, maior deve ser α para que $H_0(T, \alpha)$ seja tomada como uma boa hipótese. Isso se explica pela dependência do espectro de emissão com variações de T e α .

Na seção 6.2.2, mostramos que o aumento da temperatura reduz a intensidade do pico de emissão, porém o torna mais largo e também o desloca para maiores valores de energia. Já o crescimento de α produz um efeito exatamente contrário, aumentando a intensidade do pico de emissão, porém o torna mais estreito e deslocado para energias menores. Assim, o crescimento simultâneo de T e α , “cancela” os efeitos que cada parâmetro, separadamente, provoca sobre a emissão; resultando em espectros cujas diferenças são pequenas.

As flutuações inseridas na simulação, fazem com que essas pequenas diferenças não sejam reconhecidas a partir dos dados experimentais, diminuindo a precisão com que os parâmetros da emissão podem ser identificados; gerando o Erro tipo II de forma parcial nos resultados do teste KS. Entretanto, mostramos que é possível selecionar uma “melhor” hipótese dentre todas aceitas pelo teste.

6.3.4. Comentários finais e perspectivas

No método analítico, verificamos que a resposta do experimento às variações nos parâmetros da emissão de neutrinos de colapso, possibilita que seja identificado o tipo de espectro energético, dentre os modelos propostos pelas teorias, dos neutrinos que devem atingir o experimento. O método também permite a determinação dos valores dos parâmetros espectrais. Enfatizamos que o método analítico foi desenvolvido para

condições ideais de detecção. É claro que nas condições reais em que as medidas são feitas, existem imprecisões que deverão ser levadas em conta no seu uso.

A determinação dos parâmetros espectrais através do método analítico, nesse trabalho, foi feita de modo visual, através da comparação dos gráficos com as curvas de nível das superfícies de energia média esperada e da razão RAT_C_FP .

É claro que essa análise, em sua aplicação prática, deve ser feita através de métodos numéricos, que envolve a solução de um sistema montado com as equações (6.2) e (6.53). Nesse cálculo, obviamente, devem ser inseridos os fatores experimentais que determinam a resolução do LVD para essas medidas, a saber: a eficiência de detecção das interações de neutrinos, com os prótons livres (dos átomos de hidrogênio) e com os átomos de carbono; e também a resolução das medidas de energia, fornecidas pelos ADC's. A influência dos fatores de resolução experimental nos resultados, pode ser obtida através das técnicas usuais de propagação de erros.

A elaboração de rotinas de cálculo numérico, para a solução desse sistema específico de equações, onde serão incluídas os fatores de resolução do LVD, é uma das atividades futuras que resultaram desse trabalho.

Nas simulações de espectros esperados no experimento, para eventos de interação de $\bar{\nu}_e$'s sobre os prótons livres do cintilador, obtivemos uma estimativa da dispersão nas medidas de energia média desses espectros. O resultado obtido de $\sim 2\%$, mostra que as flutuações estatísticas e experimentais consideradas nas simulações, não comprometem o uso do método analítico.

A aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov sobre os dados simulados, também mostrou que as flutuações inseridas não descaracterizam os dados experimentais, de tal forma que sejam "perdidas" as informações que podemos retirar desses dados. Ao contrário, o teste indicou como a melhor hipótese de descrição dos dados experimentais (simulados), a distribuição de probabilidade descrita pelos mesmos parâmetros da emissão usada na geração dos dados na simulação, com um nível de confiança de 95% de não cometermos o Erro tipo I.

O nível de significância ξ merece um comentário mais detalhado. Ao diminuirmos o valor de ξ , estamos reduzindo a probabilidade de ocorrência do Erro tipo I, ou seja, do teste rejeitar uma hipótese verdadeira, mas por outro lado, estamos aumentando a probabilidade de ocorrência do Erro tipo II, ou seja, do teste aceitar uma hipótese falsa.

Portanto, deve ser estudado um intervalo adequado de variação de ξ para a aplicação do teste, de modo que seja reduzida ao máximo as probabilidades de ocorrência dos Erros tipo I e II. A teoria estatística fornece essa possibilidade, através da determinação de uma função chamada Função Característica de Operação^[22]. O estudo dessa função no caso particular do LVD é outra das atividades que devem ser desenvolvidas, como consequência desse trabalho.

REFERÊNCIAS - Capítulo 6

- [1] H.-T. Janka, W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys.*, **224**, 49 (1989).
- [2] W. D. Arnett et al., *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **27**, 629 (1989).
- [3] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.*, **62**, 801 (1990).
- [4] P. Antonioli, *Tesi di Laurea*,
Università di Torino - Istituto di Fisica Generale (1990).
- [5] D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*,
Addison-Wesley Publishing Company, Inc., USA (1987).
- [6] P. Galeotti, C. M. Raiteri, *Astro. Lett. and Communications*, **27**, 49 (1988).
- [7] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*,
John Wiley & Sons, Inc., USA (1987).
- [8] S. P. Mikheyev, A. Y. Smirnov, *Nuovo Cimento*, **9C**, 17 (1986).
- [9] O. G. Ryazhskaya, V. G. Ryasnyi, *JETP Lett.*, **56**, 417 (1992).
- [10] M. Fukugita, Y. Kohyama, K. Kubodera, *Phys. Lett.*, **212B**, 139 (1988).
- [11] W. Fulgione, comunicação.
- [12] P. Antonioli et al., *Nucl. Instr. and Meth.*, **309A**, 569 (1991).
- [13] J. M. Lattimer, *Supernova Shells and Their Birth Events*,
Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, **316**, 153 (1988).
- [14] D. K. Nadëzhin, *Supernovae - Les Houches Workshop - Session LIV 1990*,
Elsevier Science Publishers B. V. (1991).
- [15] H. A. Bethe, *From Nuclei to Stars - SIF Varenna Course XCI*,
Società Italiana di Fisica - Bologna (1984).
- [16] R. Mayle, J. R. Wilson, D. N. Schramm, *Ap. J.*, **318**, 288 (1987).
- [17] M. Aglietta et al., *Nuovo Cimento*, **105A**, 1793 (1992).
- [18] D. K. Nadëzhyn e I. V. Otroshchenko, *Sov. Astron.*, **24**, 47 (1980).
- [19] H. A. Bethe, J. R. Wilson, *Ap. J.*, **295**, 14 (1988).
- [20] V. S. Berezinsky et al., *Nuovo Cimento*, **11C**, 287 (1988).
- [21] N. Mengotti Silva, *Dissertação de Mestrado*,
Universidade Estadual de Campinas - IFGW (1993).
- [22] P. L. Meyer, *Probabilidade - Aplicações à estatística*,
Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Brasil (1978).

- [23] R. M. Marques, *Elementos de Estatística*,
Departamento de Estatística-IMECC-Universidade Estadual de Campinas (1969).
- [24] J. A. Chinellato, comunicação.
- [25] E. Kreyszig, *Statistische Methode und ihre Anwendungen*,
Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, Alemanha (1975).

Conclusão

Nesse trabalho, foram estudados métodos que possibilitam o reconhecimento das características energéticas da emissão de neutrinos de colapsos estelares, baseados nas propriedades do experimento LVD.

A possibilidade de detecção de neutrinos em diferentes canais de interação com o cintilador, forneceu subsídios para a identificação do espectro de emissão.

Os principais canais estudados foram:

1. **FP** : $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$
2. **CnC*** : $\nu_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu'_i + {}^{12}\text{C}^*$
3. **CanC*** : $\bar{\nu}_i + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{\nu}'_i + {}^{12}\text{C}^*$

As estimativas para o número de eventos nesses canais, mostram a grande capacidade do experimento em monitorar toda a Galáxia na ocorrência de um *burst* neutrínico devido a um colapso gravitacional estelar.

Foi mostrado no Capítulo 6, que o sinal produzido por esses canais tem diferentes características, que combinadas, permitem a distinção entre os modelos adotados para

descrever a emissão neutrônica do colapso. Essa é a base do método analítico descrito naquele capítulo.

O método analítico se utiliza da grandeza N_C / N_P , onde N_C é o número de eventos produzidos por interação de neutrinos via corrente neutra sobre os átomos de carbono, e N_P é o número de eventos produzidos por captura neutrônica nos prótons do hidrogênio. Nesses dois processos, as seções de choque têm diferente dependência com a energia dos neutrinos incidentes, portanto, variações no espectro de emissão, provocam variações na razão N_C / N_P .

Mostramos que essa razão pode revelar de maneira direta o tipo de espectro de emissão, mas existem casos ambíguos, ou seja, essa grandeza resulta igual para determinados parâmetros dos dois modelos de emissão considerados. A ambigüidade pôde ser removida com a combinação da informação fornecida pela razão N_C / N_P , com a informação fornecida pelo comportamento da energia média do espectro esperado no experimento, $\langle E_{LVD} \rangle$.

Mostramos que para um mesmo valor de N_C / N_P , os valores possíveis de $\langle E_{LVD} \rangle$ decorrentes dos dois tipos de emissão, situam-se em intervalos diferentes, ou seja, a combinação das duas grandezas, N_C / N_P e $\langle E_{LVD} \rangle$, permite distinguir o tipo de emissão a qual estão associadas.

Em uma abordagem diferente para estudar a caracterização da emissão neutrônica, foram simulados espectros de energia esperados no experimento, para as interações de neutrinos sobre os prótons do hidrogênio.

Nas simulações foram introduzidas flutuações estatísticas e experimentais. Os resultados mostraram que essas flutuações causam uma dispersão de $\sim 2\%$ na energia média dos espectros que devem ser medidos, em relação à energia média esperada. Esse resultado confirma a possibilidade de uso do método analítico na caracterização da emissão neutrônica, pois a grandeza mais “delicada” nesse método, é a energia média do espectro esperado no experimento. Uma vez que a estimativa da precisão dessa medida é boa, o método pode ser usado com segurança.

Sobre os espectros simulados, foi aplicado o teste de hipótese de Kolmogorov-Smirnov, no intuito de averiguarmos a intensidade com que as flutuações introduzidas descaracterizariam os espectros de energia no experimento. Como resultado, o teste aceitou a hipótese correta, mas também aceitou outras que sabíamos serem falsas.

Foi adotado um procedimento para escolha da melhor entre as hipóteses aceitas, baseado na discrepância entre a distribuição empírica e a distribuição hipotética, que é fornecida quantitativamente pelo próprio teste. O resultado desse procedimento indicou a hipótese correta como a melhor, mostrando que podemos diminuir a probabilidade de cometer o Erro tipo II, ou seja, aceitar hipóteses que não são verdadeiras, no uso desse teste.

Podemos concluir a partir dos resultados do teste KS, que o número de eventos que devem ser produzidos no LVD para um colapso até o centro galáctico, é grande o suficiente para que as flutuações estatísticas nas medidas, não descaracterizem o espectro de energia que deve ser medido. Também as flutuações experimentais, com respeito às medidas de energia, não provocam a descaracterização desse espectro.

Dessa forma, mostramos que o experimento LVD oferece não só a possibilidade de detecção de *bursts* de neutrinos de colapsos, mas também permite a identificação dos parâmetros que descrevem a emissão neutrínica de colapsos gravitacionais estelares na nossa Galáxia. Essa identificação é possível devido a sensibilidade constatada na sua resposta a variações no espectro de emissão dos neutrinos.

Os parâmetros do espectro de emissão dos neutrinos, estão fortemente ligados aos mecanismos de colapso e explosão de supernovas. Assim, a identificação desses parâmetros fornece valiosas informações sobre esses mecanismos, que poderiam eliminar muitas dúvidas que ainda temos com relação à evolução estelar. Isto faz com que o experimento LVD seja uma das mais poderosas ferramentas de investigação astrofísica, atualmente em operação.