

Este exemplar corresponde a redação final  
da Tese de Mestrado defendida pela aluna  
Cléia Guiotti de Pádua e aprovada pela  
Comissão Julgadora 18/7/89

*Medrano*

ESTUDO CRISTALOGRÁFICO DA DEFORMAÇÃO

PLÁSTICA EM MONOCRISTAIS DE COBRE

Cléia Guiotti de Pádua

Tese apresentada ao Instituto de  
Física "Gleb Wataghin" para a ob-  
tenção do título de MESTRE.

Orientador: Prof.Dr. Ricardo Enrique Medrano

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

LABORATÓRIO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS - UNICAMP

CAMPINAS - 1989

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

CLASSIF. ....

AUTOR .....

V. .... EX .....

TOMBO BC/ 51129

I. FÍSICA - UNICAMP

n.º classif. TM

n.º tombo P136 e

ed. v. ex.

n.º tombo TM1757

06/10/69

CM 000 302 341

À

meu esposo Antonio, à minha  
filha Camilla e aos meus  
pais Durvalino e Antonia,  
com muito carinho dedico es  
te trabalho.

## MEUS SINCEROS AGRADECIMENTOS

Ao Professor Ricardo Enrique Medrano, por sua de  
dicada e eficiente orientação, pelas valiosas sugestões e tam-  
bém pela oportunidade que me deu de realizar esse trabalho que  
é fundamental para minha vida profissional.

Aos técnicos de laboratório Juscelino Yamamoto,  
Adriane Sartri, Paulo Bonafé (IFGW-UNICAMP), Glauco Ferrigno e  
Antonio Carlos Inagaki (DF-UEL) pelo grande auxílio que me pres-  
taram na parte experimental. E a Antonio Carlos Inagaki que com  
muita dedicação fez as figuras desse trabalho.

Ao grupo de cristalografia do IFGW, da UNICAMP,  
em especial a Professora Iris Torriani e Ana Carolina Ramalho  
pela sua colaboração nas experiências de difração de Raios-X.

À termomecânica São Paulo S.A. por nos ter doado  
o material utilizado (cobre Elox).

Aos colegas e demais funcionários do laboratório  
de propriedades mecânicas, pelo companheirismo e pelo incentivo  
durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Lucineia T. Radigonda que com muita dedicação  
executou o trabalho de datilografia.

Aos colegas do Departamento de Física da UEL pe-  
la amizade e pelo apoio que me deram.

Ao Professor Luis Carlos Barbosa, por ter colocao

do os equipamentos do laboratório do projeto de Fibras Ópticas à nossa disposição.

Ao colega Roberto Covolan e a meu esposo Antonio Braz de Pádua pelo grande auxílio que me prestaram na parte computacional.

Ao Dr. Francisco Ambrozio Filho, por nos ter facilitado o grafite para os cadinhos.

À Funcamp pela aquisição de uma parte do material utilizado.

À UEL e Capes pelo apoio financeiro.

Quero deixar aqui alguns agradecimentos especiais:

Aos amigos Bellandi e Marlene, Jair e Ieda, que oferecendo suas residências me proporcionaram condições adequadas de permanência em Campinas para o desenvolvimento desse trabalho.

Ao meu esposo Antonio e a minha filha Camilla pelo apoio e incentivo constantes e pela compreensão nesta fase de muito trabalho.

Ao Sr. Vicente pela amizade e pela força espiritual.

# ÍNDICE

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
CAPÍTULO 1.....	
1.    INTRODUÇÃO.....	01
CAPÍTULO 2.....	
2.    CONCEITOS BÁSICOS DE DISCORDÂNCIAS.....	05
2.1.    DESCRIÇÃO DA DISCORDÂNCIA.....	05
2.2.    CAMPO DE TENSÃO AO REDOR DA DISCORDÂNCIA...	09
2.3.    FORÇA DEVIDA A TENSÃO EXTERNA APLICADA.....	17
2.4.    FORÇAS ENTRE DISCORDÂNCIAS.....	21
2.5.    ENERGIA DE UMA DISCORDÂNCIA.....	25
2.6.    TENSÃO DE LINHA.....	28
2.7.    DEFORMAÇÃO PLÁSTICA PRODUZIDA PELO MOVIMENTO DAS DISCORDÂNCIAS.....	30
2.8.    FORÇAS QUE ATRAEM UMA DISCORDÂNCIA A UMA SUPERFÍCIE LIVRE.....	32
2.9.    REAÇÕES ENTRE DISCORDÂNCIAS.....	33
2.10.    FONTE DE DISCORDÂNCIA.....	39
2.11.    EMPILHAMENTO DE DISCORDÂNCIAS.....	41
2.12.    INTERSEÇÕES DE DISCORDÂNCIAS.....	42
CAPÍTULO 3.....	
3.    GEOMETRIA DO DESLIZAMENTO.....	45

3.1.	PROJEÇÃO ESTEREOGRÁFICA.....	45
3.2.	TENSÃO DE DESLIZAMENTO.....	48
3.3.	DEFORMAÇÃO DE DESLIZAMENTO DE MONOCRISTAIS EM ENSAIOS DE TRAÇÃO.....	51
3.4.	SISTEMAS DE DESLIZAMENTO.....	56
CAPÍTULO 4.....		
4.	ENCRUAMENTO.....	58
4.1.	INTRODUÇÃO.....	58
4.2.	TEORIA DE TAYLOR.....	60
4.3.	TEORIA DE MOTT.....	63
4.4.	TEORIAS MAIS RECENTES.....	67
4.4.1.	Teorias de longo alcance.....	69
4.4.2.	Teorias do estágio III.....	75
4.4.3.	Teoria de Kuhlmann - Wilsdorf .....	77
	4.4.3.1. Estágio III.....	80
CAPÍTULO 5.....		
5.	MODELO EXPERIMENTAL.....	85
5.1.	DESCRIÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL.....	85
5.2.	SELEÇÃO DO SISTEMA DE DESLIZAMENTO.....	86
CAPÍTULO 6.....		
6.	CRESCIMENTO DE MONOCRISTAIS DE COBRE E SUA ORIENTAÇÃO.....	90
6.1.	INTRODUÇÃO.....	90
6.2.	CRESCIMENTO.....	90

6.2.1.	A Técnica.....	90
6.3.	CONSTRUÇÃO DO FORNO.....	93
6.3.1.	Cálculo da Resistência.....	93
6.3.2.	Colocação e Fixação da Resistência.....	96
6.3.3.	Envoltório Externo e Enchimento do Forno...	98
6.3.4.	Termopar.....	100
6.3.5.	Sistema Móvel que Suporta o Forno.....	101
6.3.6.	Esquema Completo do Forno.....	101
6.3.7.	Preparação da Amostra e Construção de Equipamento para Ensaios de Tração.....	103
6.3.8.	Funcionamento do Forno.....	109
6.4.	ORIENTAÇÃO DE MONOCRISTAIS.....	111
CAPÍTULO 7.....		
7.	RESULTADOS OBTIDOS.....	119
7.1.	RAIOS-X.....	119
7.2.	ENSAIOS DE TRAÇÃO.....	121
CAPÍTULO 8.....		
8.	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	133
CAPÍTULO 9.....		
9.	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE NOVOS TRABALHOS..	141
	BIBLIOGRAFIA.....	144

## RESUMO

Realizamos ensaios de deformação, com o objetivo de estudar as propriedades mecânicas de monocristais de cobre. Para isso foram crescidos monocristais laminares de 1mm de espessura, orientados convenientemente tal que os segmentos de discordância que predominem no cristal fossem do tipo em parafuso ou em cunha.

Alguns monocristais não se comportaram de acordo com a Lei de Schmid, ou seja, começaram a se deformar fora do sistema que tem a tensão de cisalhamento resolvida maior, chamada sistema primário. Devido a isso foi determinado o sistema de deslizamento, seguindo as variações da orientação do eixo de tensão, no difratômetro de Raios-X.

Os resultados dos ensaios mecânicos mostraram que a tensão crítica de cisalhamento resolvida no plano primário, era maior nos cristais com predominância de discordâncias do tipo cunha do que nos cristais com predominância de discordâncias do tipo parafuso. Também foi observado que no primeiro tipo de cristais a região I de deformação esteve praticamente ausente. Este fenômeno está associado à distintas tensões críticas de cisalhamento para distintos sistemas de deslizamento.

Devemos mencionar que resultados similares já haviam sido observados no alumínio<sup>[31]</sup>. No entanto, os efeitos superficiais muito importantes neste material, deixavam dúvidas

se esses resultados eram devidos à cristalografia da deformação ou aos efeitos superficiais. No cobre, como os efeitos superficiais (camada de óxido) são praticamente inexistentes, os resultados obtidos foram atribuídos somente à cristalografia da deformação.

### ABSTRACT

Single crystal plates of copper with a thickness of about 1mm, oriented for easy glide were deformed in tensile tests.

In addition, the orientation of the Burgers vector of the deformation is carried mainly either by edge dislocation (E - type crystal) or by screw dislocation (S - type crystal).

This follows from the fact that the slip line length is so large that one of the dislocation components escapes through the plate surface. The flow stress for E - type crystal is found to be higher than for S - type crystals.

For E - type crystals the strain - hardening curve begins practically with the transition to stage II and violation of Schmid's law of critical resolved shear stress are observed: in E - type crystals deformation can start in a secondary system which has more screw character than the primary one.

Similar results have been reported for aluminum

single crystals <sup>[31]</sup>, but due to the fact that aluminum have a strong oxide layer at the surface, the results could be related to either the crystallography of deformation or surface effects. In the case of copper the oxide layer is not adhered to the metal, therefore the present results are related to the crystallography of deformation.

### INTRODUÇÃO

O estudo das propriedades mecânicas dos sólidos tem sido um dos principais objetivos da Física do Estado Sólido.

Como a maioria dos sólidos existentes na natureza possuem uma estrutura complexa, são policristalinos, o conhecimento detalhado destas propriedades se torna bastante difícil.

No entanto, este estudo tem sido facilitado pela análise do comportamento de um único cristal. Este comportamento está relacionado com a presença de imperfeições no cristal, das quais a mais importante é a discordância [3,4,5]. A interação dessa discordância com outras e com defeitos pontuais, controla as propriedades mecânicas dos cristais.

Um grande número de processos individuais que as discordâncias realizam são bem conhecidos, mas as propriedades mecânicas estão relacionadas com o movimento de muitas discordâncias, dando lugar a processos cooperativos. Estes processos são até hoje pouco conhecidos [6,17,18,23].

O ensaio de deformação nos permite estudar o cristal como um todo mas, a presença de processos cooperativos, dificulta a identificação do mecanismo predominante em cada uma

das etapas de deformação.

Os cristais mais estudados são os C.F.C.. Tem-se formulado uma série de modelos para explicar o comportamento plástico<sup>[20,24]</sup>, embora até o presente momento não seja possível distinguir entre eles mediante experimentos, devido à dificuldades intrínsecas dos mesmos<sup>[31]</sup>.

Na grande maioria dos modelos não foi considerado o caráter das discordâncias (parafuso ou cunha), se bem que muitas propriedades usadas nos modelos apresentam grandes diferenças entre os dois tipos de discordâncias<sup>[31]</sup>.

Neste trabalho realizamos ensaios de deformação, utilizando monocristais laminares de cobre de forma e orientação convenientes para que contribua para a deformação plástica somente um tipo de discordância.

Resultados anteriores<sup>[31]</sup> que foram obtidos em ensaios de deformação, usando monocristais laminares de alumínio com discordância em cunha ou parafuso, mostraram que a tensão crítica de cisalhamento resolvida não é a mesma para diferentes sistemas de deslizamento. Isto foi atribuído a diferentes tensões para mover discordâncias em cunha e parafuso ou devido a efeitos superficiais. Os resultados indicaram também que as amostras não deformaram inicialmente no sistema de maior tensão de cisalhamento, contrariando a Lei de Schmid.

Isto levou a conclusão de que o material começa a deformar por movimento de discordâncias em parafuso. No entanto, a presença de uma capa de óxido fortemente aderida ao alumí

nio, fez pensar na possibilidade de influência dos efeitos superficiais serem muito importantes.

Em nossa análise, usando o cobre, eliminamos esta suspeita, pois este material não contém os efeitos superficiais surgidos no alumínio e, assim, evitamos a influência dos efeitos superficiais.

O Capítulo 2 apresenta uma descrição das discordâncias em parafuso e cunha, do vetor de Burgers da discordância, da fonte de discordância, do empilhamento de discordâncias e da interseção de discordâncias. Discute-se também a interação entre as discordâncias e a deformação plástica produzida pelo seu movimento.

No Capítulo 3 é feito um estudo sobre a geometria do deslizamento, e é mostrada a relação para o cálculo da tensão de cisalhamento resolvida e da deformação cisalhante num ensaio de deformação uniaxial.

No Capítulo 4 discute-se de forma breve alguns modelos propostos para explicar o encruamento observado em ensaios de deformação.

No Capítulo 5 fez-se a descrição do modelo experimental que é válido para a etapa I da curva tensão-deformação. É também discutida a seleção do sistema de deslizamento.

No Capítulo 6 é descrita a técnica de crescimento de monocristais de cobre. Para fazer esse crescimento necessita-se que a solidificação seja feita num determinado gradiente de temperatura, e para isso então foi construído um forno.

Após o crescimento dos monocristais de cobre foi feita sua orientação utilizando o método de Laue.

O Capítulo 7 apresenta os resultados obtidos nos ensaios de deformação, que foram realizados na M.T.S. (Mechanical Testing System) e no equipamento de Raios-X.

No Capítulo 8 é feita uma análise e discussão dos resultados obtidos. Esses são comparados com resultados obtidos em alumínio de alta pureza, em ensaios similares.

As conclusões finais e propostas de novos trabalhos são apresentadas no Capítulo 9.

## CAPÍTULO 2

### 2. CONCEITOS BÁSICOS DE DISCORDÂNCIAS

#### 2.1. DESCRIÇÃO DA DISCORDÂNCIA

Observações sobre a deformação plástica de metais, já eram realizadas no século XIX; bandas de cisalhamento foram observadas e, interpretadas como o cisalhamento de uma porção do metal em relação à outra<sup>[1,2]</sup>.

Todo sólido tem uma resistência teórica determinada pelas ligações químicas entre os átomos ou moléculas constituintes. Essa resistência teórica diz respeito a uma amostra sem defeitos. Os cálculos para se determinar a resistência dos metais não concordavam com os valores reais observados. Essas divergências só foram esclarecidas quando foram estudados os defeitos nos cristais.

Destes defeitos, o mais importante é a discordância, que foi postulada em 1934, independentemente por Polanyi<sup>[3]</sup>, Orowan<sup>[4]</sup> e Taylor<sup>[5]</sup>.

É através de seu movimento que um cristal é cisalhado sem que haja o movimento relativo simultâneo de todos os átomos<sup>[6]</sup>.

Foram necessários vinte anos para que a existência das discordâncias fosse confirmada experimentalmente.

Imaginemos uma r ede perfeita seccionada por um plano que termine dentro da rêde cristalina como mostra a figura 2.1.1.a..

Provocando-se um deslizamento numa das partes da rêde na direção perpendicular a AA' como na figura 2.1.1.b., se obt em uma discordância em cunha. A linha AA' é chamada linha de discordância, que   a linha de imperfei es.

Nota-se que a r ede está distorcida na região da discordância, existe uma coluna de átomos a mais acima do plano de deslizamento do que abaixo.

Se for provocado agora um deslocamento numa das partes da rêde, na direção paralela a AA' como na figura 2.1.1.c., teremos uma discordância em parafuso.

Na figura 2.1.1.d. observa-se uma discordância mista. Nesta discordância, o deslocamento não é na direção paralela e nem na perpendicular a AA', mas inclinada em relação a ela.

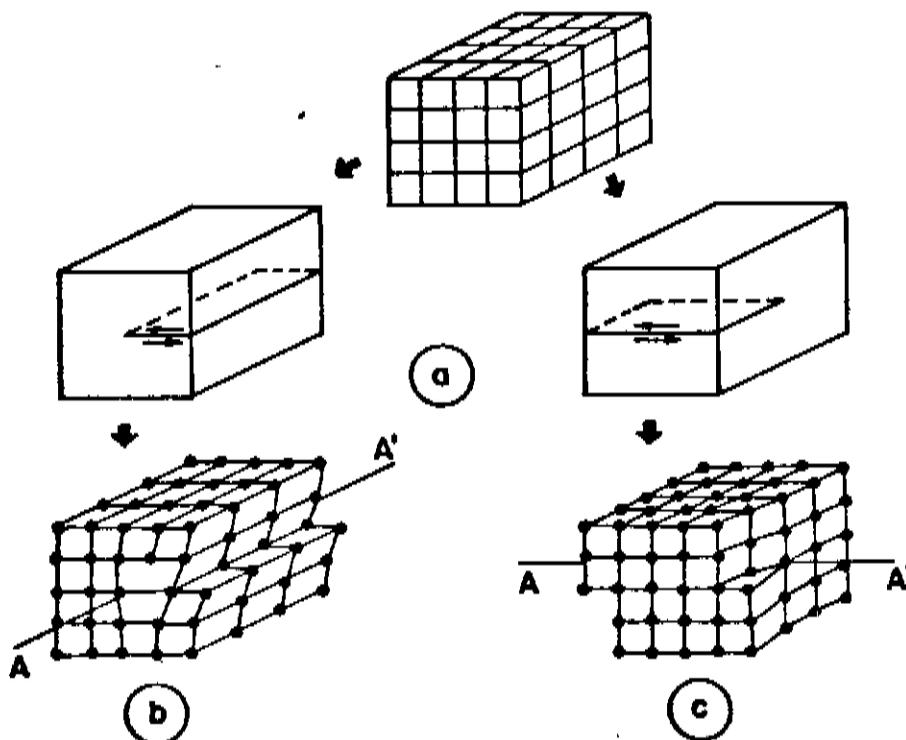


FIGURA -2.1.1 - Discordância em cunha e em parafuso obtidas a partir de cristal perfeito.

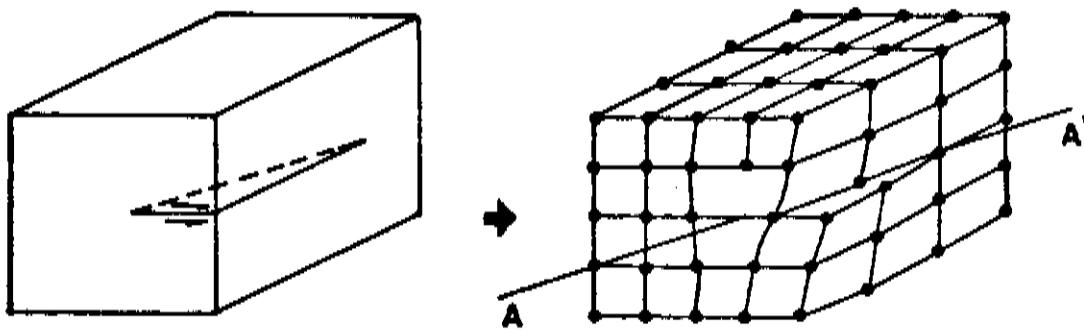


FIGURA - 2.1.1.d. - Discordância Mista

Para encontrar o vetor que caracteriza uma discordância, o chamado vetor de Burgers, traça-se um circuito ao redor da discordância de tal forma que seja um circuito fechado em materiais sem discordâncias. Quando o circuito envolve uma discordância ele fica aberto. O vetor que fecha este circuito é o vetor de Burgers.

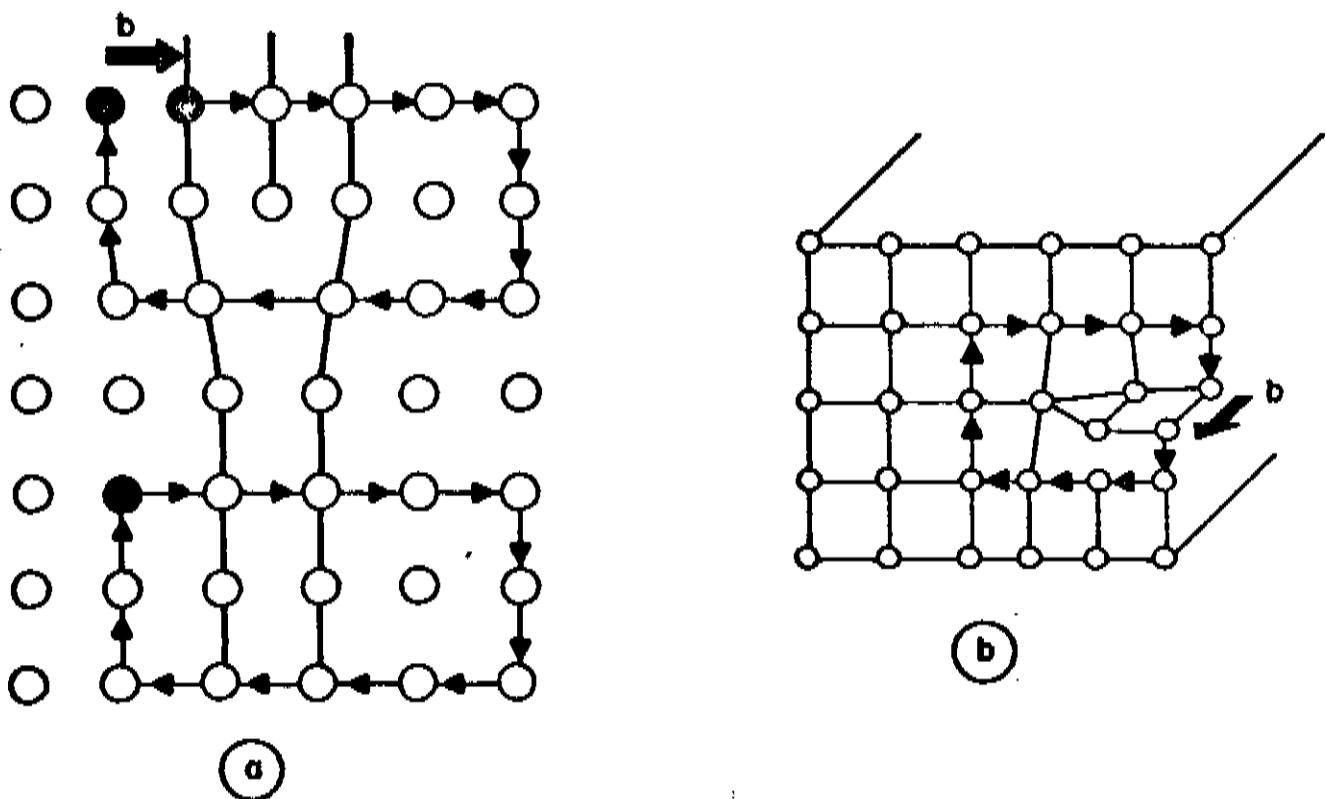


FIGURA - 2.1.2. - Circuito de Burgers ao redor da discordância (a) em cunha e (b) em parafuso.

Nota-se que, na discordância em cunha o vetor de Burgers é perpendicular à linha de discordância e, na discordân

cia em parafuso o vetor de Burgers é paralelo a linha de discordância.

O plano de deslizamento de uma discordância é determinado pela linha de discordância e seu vetor de Burgers. O deslocamento da discordância em seu plano de deslizamento é chamado de deslocamento conservativo. Quando esse deslocamento ocorre pela criação ou destruição de defeitos de pontos (lacunas, átomos intersticiais), chama-se de deslocamento não conservativo.

Uma discordância em cunha poderá se movimentar também verticalmente, através de escalagem, caso ocorra uma taxa considerável de difusão de átomos e lacunas. O movimento da discordância por escalagem é controlado por difusão, ele é muito mais lento do que o deslizamento e tem pouca probabilidade de ocorrer a não ser em altas temperaturas.

Na discordância em parafuso, a linha de discordância e seu vetor de Burgers são paralelos e, portanto não definem um plano específico de deslizamento. O plano de deslizamento de uma discordância em parafuso pode ser qualquer um que contenha a linha de discordância, podendo realizar deslizamento cruzado de um plano para outro, desde que exista uma direção de deslizamento comum a ambos os planos, como na figura 2.1.3..

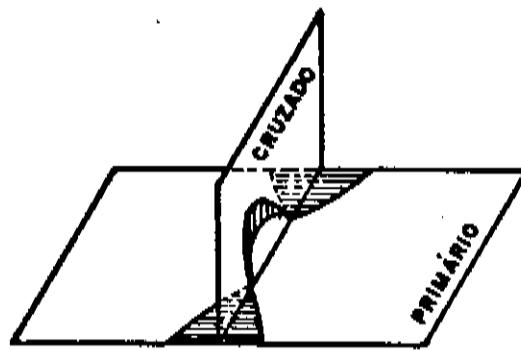


FIGURA - 2.1.3 - Um modelo de deslizamento cruzado.

## 2.2. CAMPO DE TENSÃO AO REDOR DA DISCORDÂNCIA

Nós descrevemos as discordâncias fazendo cortes dentro do cristal, deslocando átomos adjacentes a ele e rearranjando esses átomos. Tal processo deixa deformações permanentes e portanto, tensões elásticas dentro do cristal. Essas tensões e deformações são calculadas pela teoria da elasticidade [7,8].

Se consideramos um átomo arbitrário dentro de um corpo sólido que sofre um deslocamento  $\vec{d}$  ( $u, v, w$ ), onde essas componentes são funções das coordenadas cartesianas  $x, y$  e  $z$  podemos, a partir destes deslocamentos definir a deformação:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} ;$$

(2.2.1)

$$\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} ; \quad \epsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} ; \quad \epsilon_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} .$$

Suponhamos uma força agindo sobre uma superfície de área unitária, podemos decompô-la segundo os eixos coordena-

dos. Esta força por unidade de área é chamada tensão.

Considere agora o exemplo ilustrado na figura 2.2.1. de forças agindo em um cubo unitário.

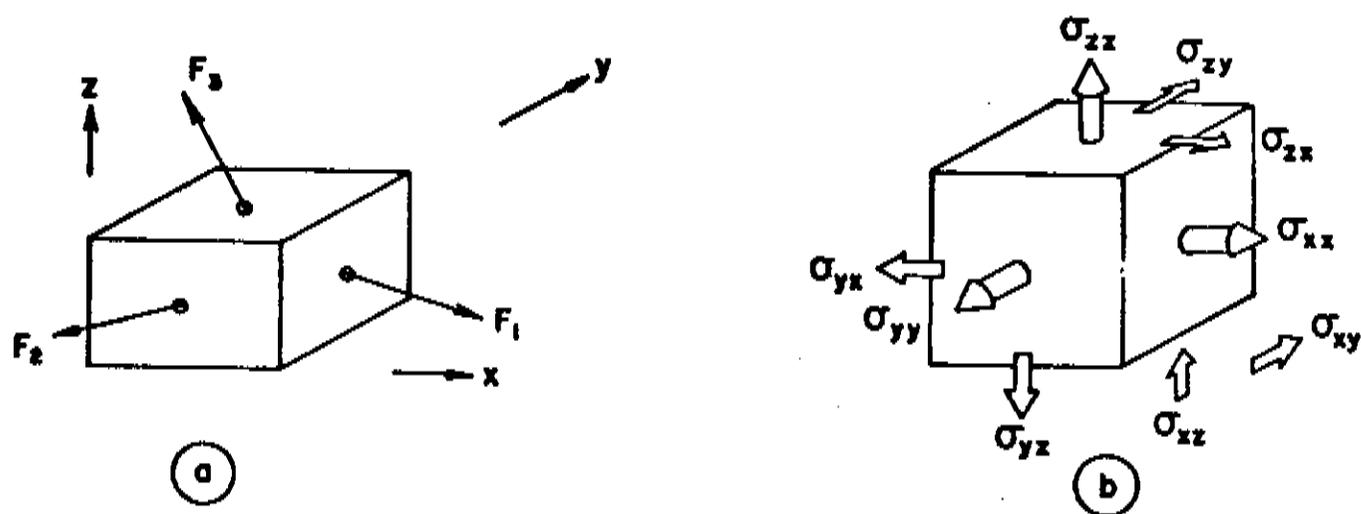


FIGURA - 2.2.1 - (a) forças agindo em um cubo unitário e (b) decomposição dessas forças.

Cada uma das forças, pode ser decomposta segundo os três eixos coordenados, dando origem a nove componentes. Considerando as forças por unidade de área teremos as tensões:  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yx}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zy}$ ,  $\sigma_{zx}$ ,  $\sigma_{xz}$ .

Para que um elemento de volume desse corpo sólido, esteja em equilíbrio devem ser satisfeitas duas condições, a soma das forças e a soma dos momentos devem ser zero. Pela primeira condição temos:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} = 0 .$$

E como resultado da segunda temos:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{zx} \quad e \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} . \quad (2.2.3)$$

Pela lei de Hooke a tensão é proporcional a deformação. Para materiais isotrópicos:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_{xx} + \lambda\epsilon_{yy} + \lambda\epsilon_{zz} \\ \sigma_{yy} &= \lambda\epsilon_{xx} + (\lambda + 2\mu)\epsilon_{yy} + \lambda\epsilon_{zz} \\ \sigma_{zz} &= \lambda\epsilon_{xx} + \lambda\epsilon_{yy} + (\lambda + 2\mu)\epsilon_{zz} \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

$$\sigma_{yz} = \mu\epsilon_{yz} \quad ; \quad \sigma_{xy} = \mu\epsilon_{xy} \quad ;$$

$$\sigma_{zx} = \mu\epsilon_{zx} .$$

onde  $\lambda$  e  $\mu$  são chamadas constantes de Lamé e  $\mu$  é também chamado módulo de cisalhamento.

As equações 2.2.4 e 2.2.2 nos dão as condições que devem ser cumpridas pelos deslocamentos para que haja equilíbrio de forças.

$$(\lambda + 2\mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0 \quad (a)$$

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0 \quad (b) \quad (2.2.5)$$

$$\mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (c) .$$

Se supomos uma discordância em parafuso infinita na direção  $z$ ,  $u$  e  $v$  são nulos. Uma suposição razoável para o deslocamento na direção  $z$  é<sup>[7]</sup>:

$$w = - \frac{b}{2\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} . \quad (2.2.6)$$

Se um circuito é feito ao redor da linha de discordância, a função arco tangente muda de  $2\pi$ , e assim  $w$  muda de  $-b$ . Essa função satisfaz a equação 2.2.5.c. e descreve o deslocamento da discordância em parafuso.

Aplicando a equação 2.2.6 às equações 2.2.1 e 2.2.5 teremos:

$$\sigma_{xz} = \left( \frac{\mu b}{2\pi} \right) \left( \frac{y}{x^2 + y^2} \right) .$$

$$\sigma_{yz} = \left( \frac{\mu b}{2\pi} \right) \left( \frac{x}{x^2 + y^2} \right) . \quad (2.2.7)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0$$

Para uma discordância em cunha o método usado anteriormente não pode ser aplicado. Isso porque só  $w=0$ , e  $u$  e  $v$  são variáveis.

Trata-se, portanto, de um caso de deformação plana. O estado de deformação plana é frequentemente admitido na análise de sistemas de tensão. Quando uma das deformações principais é nula, diz-se que o corpo está em um estado de deformação plana. A solução geral de um problema pela teoria da elasticidade consiste agora em determinar  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$  e  $\sigma_{yy}$ . Essa solução envolve um tratamento matemático bem elaborado, pois se refere a de um sistema de três equações diferenciais. As condições de equilíbrio são:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (b)$$

(2.2.8)

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0$$

$$\nabla^2 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad (c)$$

Na solução desse problema se utiliza o método de Airy, que introduziu uma função de tensão:

$\phi = f(x, y)$  - Esta função exprime as tensões em termos das deformações.

Airy mostrou que sempre há uma função tal que (na ausência de gravidade):

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (b) \quad (2.2.9)$$

$$\sigma_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (c)$$

Essas equações satisfazem às condições de equilíbrio. Substituindo-as em 2.2.8(c) teremos:

$$\nabla^2 (\nabla^2 \phi) = 0 .$$

$$\nabla^4 \phi = 0 . \quad (2.2.10)$$

Então, se existir uma função  $\phi$  que satisfaça a equação 2.2.10, essa função permitirá que se obtenham as tensões por meio das equações 2.2.9.

É sumariamente apresentado o método de se resolver a equação 2.2.10, ela é conhecida como equação bi-harmônica.

Sua solução é da forma:

$$\phi = a_0 + a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2 + \dots \quad (2.2.11)$$

Como os  $\psi_i$  têm que ser harmônicos,

$$\nabla^2 \psi_1 = 0 \quad (2.2.12)$$

A solução de 2.2.12 é uma função de variáveis complexas

$$w = f(z) = u + iv \quad (2.2.13)$$

onde:

$$z = x + iy \quad ,$$

e envolve as condições de Cauchy-Riemann:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial u}{\partial y} \quad . \quad (2.2.14)$$

Uma vez conhecida essa função, determina-se facilmente as tensões por derivação. É interessante notar que o problema já tinha sido resolvido muito antes de 1934. O tratamento matemático tinha sido feito por Timpe, em 1905. Assim, após a postulação da existência de discordâncias em 1934, pôde-

se facilmente obter as tensões em torno das discordâncias. A parte mais difícil - a obtenção de uma função de Airy satisfatória mediante o uso da equação bi-harmônica - já tenha sido realizada.

A função de Airy é a seguinte:

$$\phi = - \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} y \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.2.15)$$

Observa-se que a hipótese de isotropia está implícita. As equações são obtidas pelas equações 2.2.9.

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = - \frac{\mu b y (3x^2 + y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2} \quad (a)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{\mu b x (x^2 - y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2} \quad (b)$$

(2.2.16)

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\mu b y (x^2 - y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2} \quad (c)$$

e

$$\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = \frac{\mu b \nu y}{\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)} \quad (d)$$

onde  $\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$  é chamado módulo de Poisson.

Uma solução melhorada foi apresentada por Liebfreid e Lücke, muito embora a solução que apresentamos é normalmente considerada satisfatória [9].

### 2.3. FORÇA DEVIDA A TENSÃO EXTERNA APLICADA

Suponhamos uma discordância em cunha como da figura 2.3.1

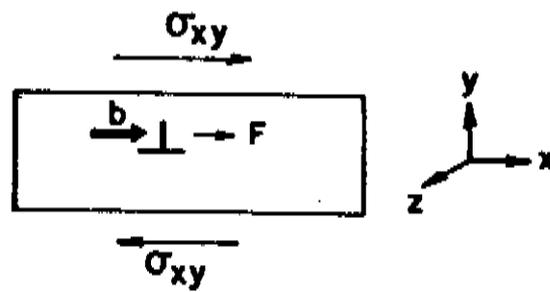


FIGURA - 2.3.1 - A direção positiva da discordância está na direção positiva do eixo z.

Essa discordância é induzida a se mover sobre seu plano de deslizamento por uma tensão cisalhante  $\sigma_{xy}$  externa aplicada. Essa tensão empurra a discordância ao longo de seu plano de deslizamento, como se tivesse uma força fictícia agindo sobre ela.

A discordância movendo-se de  $L$ , a tensão externa aplicada terá executado um trabalho por unidade de comprimento da linha de discordância igual a:

$$w = \sigma_{xy} bL \quad (2.3.1)$$

Como o trabalho também pode ser expresso em termos de força  $\times$  deslocamento, então definimos a força que age sobre uma unidade de comprimento da discordância por:

$$F = \sigma_{xy} b . \quad (2.3.2)$$

Uma tensão  $\sigma_{xx}$  é capaz de mover a discordância em cunha mostrada na figura 2.3.2, pelo fenômeno de escalagem.

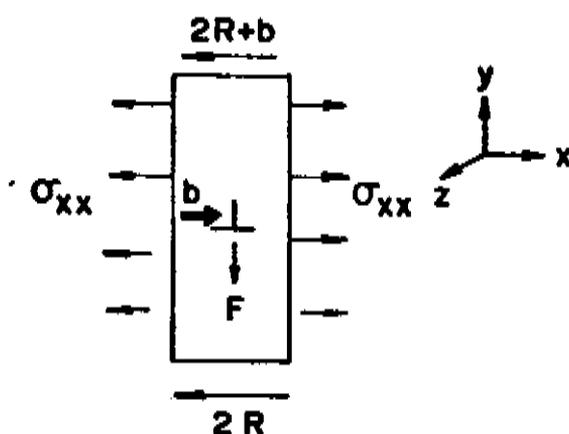


FIGURA - 2.3.2 - Direção positiva da discordância é a direção z positiva.

As lacunas tenderão a vir para o meio-plano extra de átomos da discordância. A medida que ela sobe, as cargas externas realizarão um trabalho por unidade de comprimento igual a:

$$w = \sigma_{xx} bL . \quad (2.3.3)$$

A força que age nessa discordância é:

$$F = \sigma_{xx} b . \quad (2.3.4)$$

No caso da discordância em parafuso da figura 2.3.3 uma tensão cisalhante  $\sigma_{yz}$  é aplicada e provoca o movimento da discordância de uma distância  $L$  e, portanto realiza um trabalho igual a:

$$w = \sigma_{yz} bL . \quad (2.3.5)$$

A força que age sobre a discordância em parafuso é então:

$$F = \sigma_{yz} b . \quad (2.3.6)$$

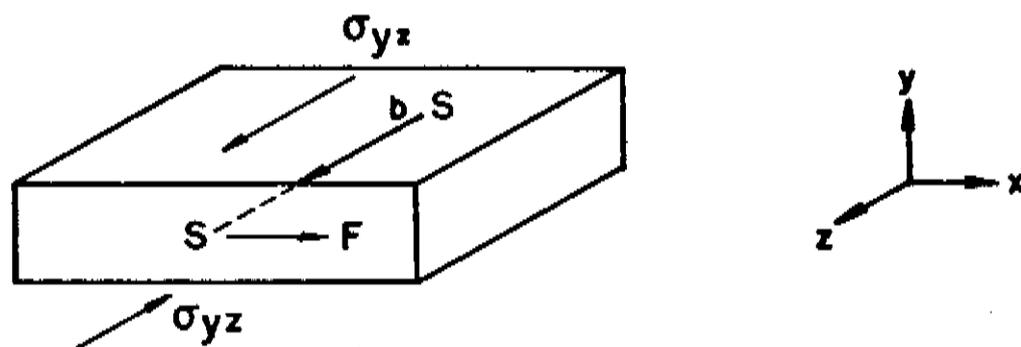


FIGURA - 2.3.3 - A direção positiva da discordância está na direção z positiva.

A tensão  $\sigma_{yz}$  causa o movimento da discordância em parafuso na direção perpendicular à linha de discordância, que é a direção de ação da força  $\vec{F}$ .

O movimento dos átomos do plano de deslizamento é na direção da tensão de cisalhamento.

Pode-se também mover a discordância em parafuso da figura anterior, aplicando-se uma tensão externa  $\sigma_{xz}$ .

Assim a força sobre a discordância é:

$$F = \sigma_{xz} b \cdot \quad (2.3.7)$$

A direção dessa força coincide com a direção  $y$ .

Consideremos agora o caso geral, uma discordância com vetor de Burgers e direção de linha  $\vec{t}$  quaisquer.

Obtem-se a seguinte expressão para a força exercida por unidade de comprimento.

$$F = (t_y G_z - t_z G_y) \hat{i} + (t_z G_x - t_x G_z) \hat{j} + (t_x G_y - t_y G_x) \hat{k}$$

onde:

$$G_x = \sigma_{xx} b_x + \sigma_{xy} b_y + \sigma_{xz} b_z$$

$$G_y = \sigma_{yx} b_x + \sigma_{yy} b_y + \sigma_{yz} b_z \quad (2.3.8)$$

$$G_z = \sigma_{zx} b_x + \sigma_{zy} b_y + \sigma_{zz} b_z$$

e  $b_x$ ,  $b_y$  e  $b_z$  são as três componentes do vetor de Burgers.

A equação 2.3.8 pode ser escrita como:

$$\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ t_x & t_y & t_z \\ G_x & G_y & G_z \end{vmatrix} = \vec{t} \times \vec{G} \quad (2.3.9)$$

Ela é denominada expressão geral de Peach-Koehler.

$\vec{F}$  é perpendicular ao plano definido por  $\vec{t}$  e  $\vec{G}$ ;

logo, a força agindo sobre uma discordância é sempre perpendicular à linha.

#### 2.4. FORÇAS ENTRE DISCORDÂNCIAS

Uma discordância é rodeada por um campo de tensões que atua sobre outras discordâncias dando origem à interação entre discordâncias e átomos solutos.

Discordâncias de sinais opostos pertencentes a um mesmo plano de deslizamento se atrairão mutuamente até que se encontrem, anulando uma à outra. Por exemplo, discordâncias em cunha positiva e negativa, que ao se encontrarem num mesmo plano de deslizamento, ocasionam o desaparecimento do meio-plano extra de átomos e conseqüentemente da própria discordância.

Discordância de sinais iguais num mesmo plano de deslizamento, irão repelir-se entre si a fim de que a energia de deformação elástica total seja reduzida.

Quando discordâncias em cunha de sinais contrá-

rios se encontram em planos vizinhos muito próximos, não é possível ocorrer anulação total e, neste caso elas se combinam dando origem à formação de uma fileira de lacunas (no caso  $\perp$ ) ou de um átomo intersticial (no caso  $\perp\tau$ ).

Independentemente da origem das tensões, a equação de Peach-Koehler é válida e é, portanto geral.

Veremos alguns casos típicos de forças entre discordâncias.

Devido ao campo de tensões de uma discordância em parafuso ser radialmente simétrico, a força entre duas discordâncias em parafuso paralelas é uma força radial que depende apenas da distância  $r$ .

A figura 2.4.1 mostra, as forças entre duas discordâncias em parafuso paralelas.

A força que uma discordância exerce sobre a outra é dada pelas equações 2.2.7 e 2.3.6.

$$F = \sigma_{yz} b = \frac{\mu b^2}{2\pi} \left( \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad (2.4.1)$$

Esta força será de atração no caso de discordâncias de sinais opostos e de repulsão no caso de sinais iguais.

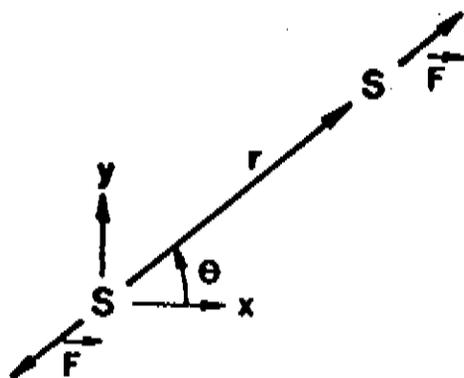


FIGURA - 2.4.1 - Forças entre duas discordâncias em parafuso paralelas.

Para o caso da figura 2.4.2, de duas discordâncias em cunha paralelas com vetores de Burgers paralelos

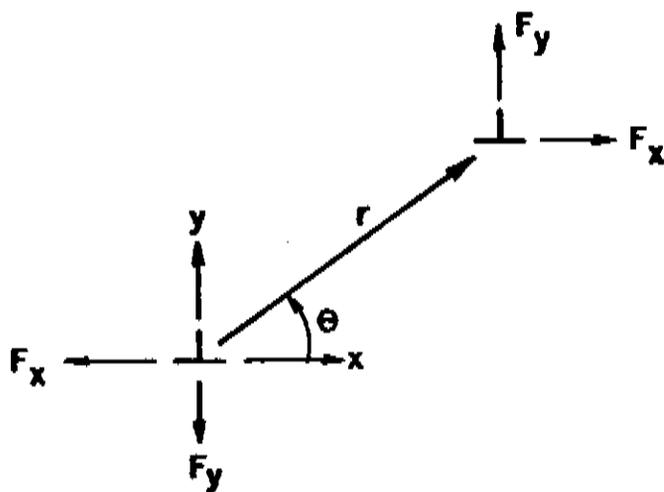


FIGURA - 2.4.2 - Forças entre duas discordâncias em cunha com vetores de Burgers paralelos.

A força entre elas é dada pelas equações 2.2.16.

(b) e 2.3.2:

$$F = \sigma_{xy} b = \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \quad (2.4.2)$$

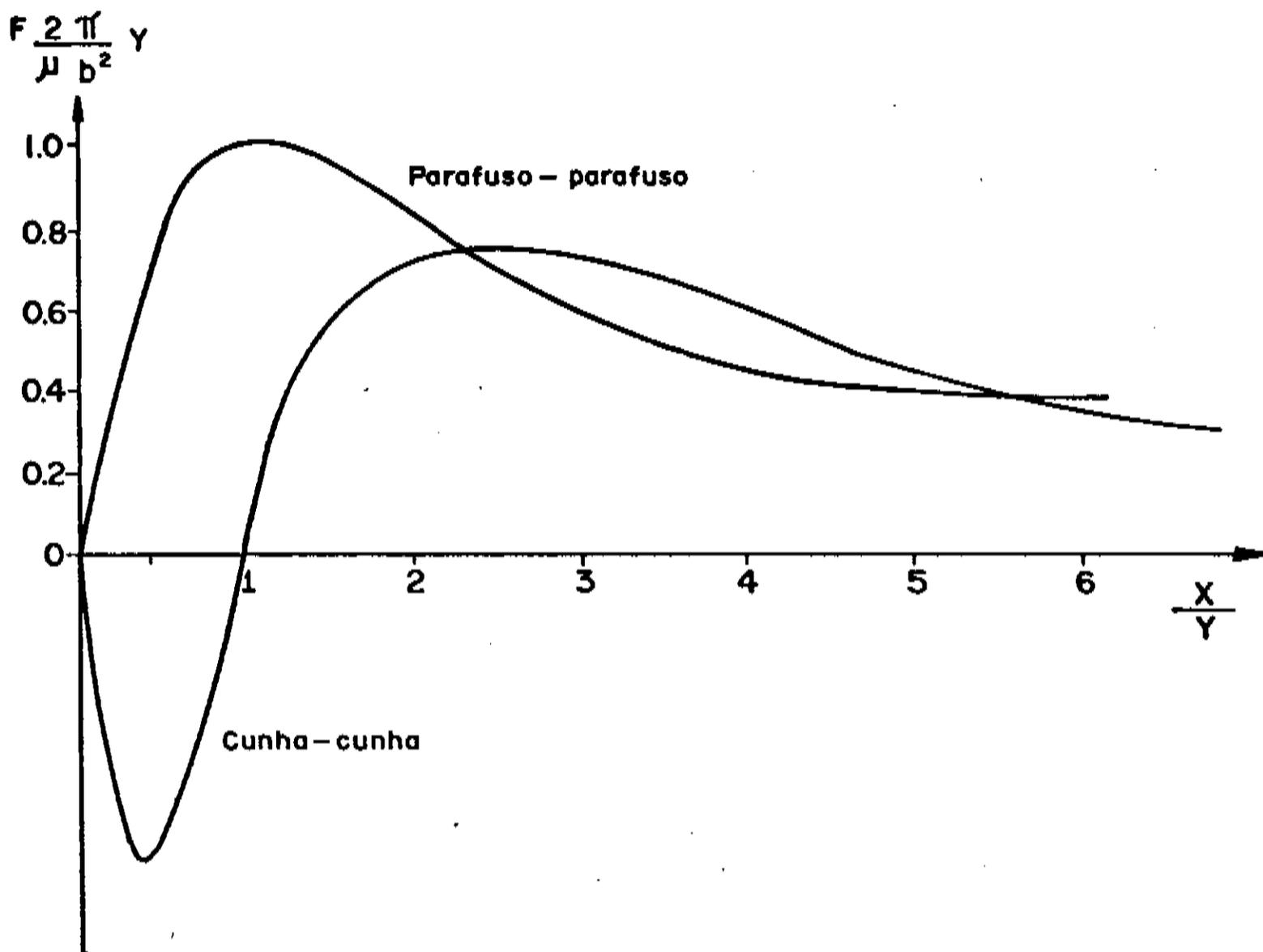


FIGURA - 2.4.3 - Componente da força ao longo da direção de deslizamento entre cunha-cunha e parafuso-parafuso.

A figura 2.4.3, mostra força entre discordâncias em planos paralelos separados pela distância  $y$ . Para calcular a tensão máxima, fazemos a derivada primeira da força em relação a  $x$  e igualamos a zero.

Para o caso das discordâncias cunha-cunha obtemos estes resultados:

$$x_1 = \pm 0,415y$$

$$x_2 = \pm 2,415y$$

$$F = \sigma_{\text{MÁX}}^{(1)} b = \sigma_{\text{MÁX}}^{(2)} b \approx \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\mu b^2}{4\pi y} . \quad (2.4.3)$$

e para o caso das discordâncias parafuso-parafuso:

$$x = \pm y$$

$$F = \sigma_{\text{MÁX}} b = \frac{\mu b^2}{4\pi y} . \quad (2.4.4)$$

Tomando  $\nu = \frac{1}{3}$  teremos,

$$F_{\text{cunha}} = \frac{3}{4} \frac{\mu b^2}{4\pi y}, \quad \text{que é menor que } F_{\text{parafuso}} .$$

## 2.5. ENERGIA DE UMA DISCORDANCIA

Quando um meio elástico é tensionado, a energia é armazenada neste meio. Se uma tensão é aplicada a uma barra, esta tensão produz uma deformação que é proporcional à tensão aplicada.

O trabalho realizado é dado por:

$$w = \int F \cdot dl , \text{ então a energia armazenada é}$$

$$w = \int_0^{\epsilon_{\text{MÁX}}} \sigma d\epsilon \quad . \quad (2.5.1)$$

Por causa da relação linear entre tensão e deformação:

$$w = \frac{1}{2} \sigma_{\text{MÁX}} \epsilon_{\text{MÁX}} \quad . \quad (2.5.2)$$

Aplicando a equação 2.2.4 em 2.5.2, obtemos a energia para um meio isotrópico.

Tomando os valores das tensões e integrando sobre o volume obtemos a energia por unidade de comprimento da linha para uma discordância em parafuso:

$$E_s = \frac{\mu b^2}{4\pi} \ln \frac{r_0}{r} \quad , \quad (2.5.3)$$

e para discordância em cunha:

$$E_c = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_0}{r} \quad , \quad (2.5.4)$$

onde  $r_0$  é o raio exterior do volume onde se encontra a discordância e  $r$  é o raio do núcleo da discordância.

Observa-se que o fator  $1/(1-\nu)$  é aproximadamente igual a  $3/2$ . Logo, a energia de uma discordância em cunha é  $3/2$

da energia de uma discordância em parafuso.

Em uma discordância mista, pode-se considerar o vetor de Burgers como a resultante de dois componentes: um paralelo e outro perpendicular à linha de discordância. Se  $\vec{b}$  faz um ângulo  $\alpha$  com a linha de discordância tem-se:

$$b_{\perp} = b \operatorname{sen} \alpha$$

$$b_{\parallel} = b \operatorname{cos} \alpha$$

Pode-se exprimir a energia de uma discordância mista como:

$$E_M = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} (1 - \nu \operatorname{cos}^2 \alpha) \ln \frac{r_0}{r} \quad (2.5.5)$$

Essa expressão se reduz às anteriores para  $\alpha = 0$  e  $\alpha = 90^\circ$ .

A teoria, da elasticidade do meio contínuo não é aplicável ao núcleo da discordância, por isso integramos desde  $r_0$  ao invés de desde zero.

As discordâncias ocorrem em arranjos irregulares dentro do material, com uma certa densidade média  $\rho$  (comprimento de linhas de discordância por unidade de volume).

Está associada ao núcleo uma certa energia de deformação não considerada anteriormente, que é tomada como

$\mu b^2 / 10$ , em metais.

Admitimos que  $r = 5b$ .

Assim a energia total de uma discordância é:

$$E_T = E_{\text{NÚCLEO}} + E_{\text{PERIFERIA}} \quad (2,5,6)$$

Para metais típicos,  $E_T$  tem o valor de alguns eletrons volts por plano atômico. A energia do núcleo é aproximadamente 10% desse total [10].

## 2.6. TENSÃO DE LINHA

A tensão de uma linha é definida como a energia da linha por unidade de comprimento.

Quando uma linha de discordância é curvada aumenta-se a energia desta linha. A tendência portanto é minimizar o comprimento da linha de discordância, tornando-a reta.

As forças que agem sobre um segmento da linha de discordância curva estão mostradas na figura 2.6.1.

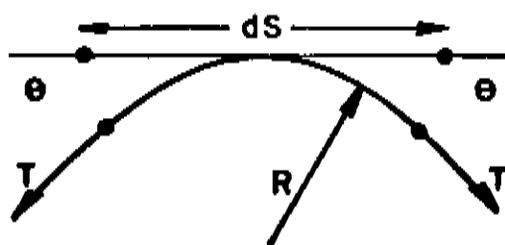


FIGURA - 2.6.1 - Forças agindo sobre segmento de discordância.

Consideremos um segmento de comprimento  $dS$  e raio de curvatura  $R$ . A tensão de linha é  $T$ . A tensão de linha age sempre tangencialmente à linha de discordância. O segmento de discordância sofre a ação de uma força vertical igual a  $2T \text{ sen } \theta$ .

$$F = 2T \text{ sen } \theta$$

$$F \approx 2T\theta \quad (2.6.1)$$

$$\theta \approx \frac{dS}{2R}$$

A força é igual então a:

$$F = T \frac{dS}{R} \quad (2.6.2)$$

Portanto a força por unidade de comprimento é  $T/R$ . Para que a discordância mantenha essa configuração, é necessário que haja sobre ela uma força vertical para cima de igual módulo, senão a discordância tenderá a recuperar a sua forma retilínea.

## 2.7. DEFORMAÇÃO PLÁSTICA PRODUZIDA PELO MOVIMENTO DAS DISCORDÂNCIAS

O movimento de discordâncias dentro do cristal produz deformação plástica.

Na figura 2.7.1.a, estão representadas duas discordâncias em cunha, após sua passagem haverá o deslocamento de uma porção da rede em relação à outra, por uma quantidade igual ao vetor de Burgers da discordância.

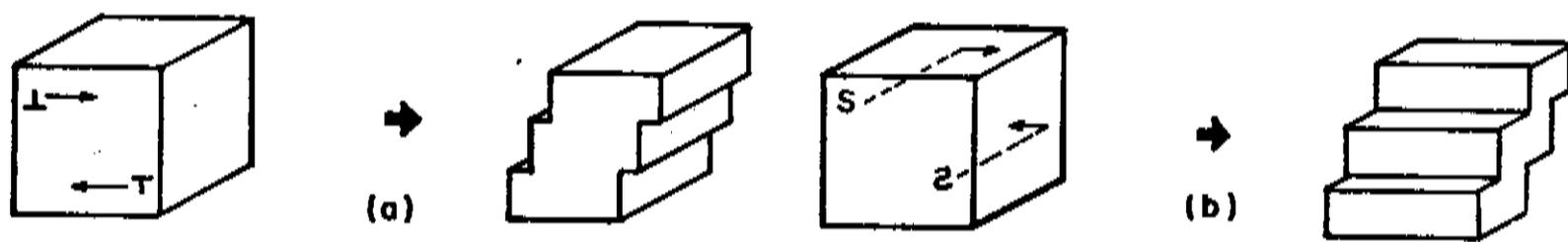


FIGURA - 2.7.1 -- Deformações produzidas pelo movimento das discordâncias.

Na discordância em parafuso como na figura 2.7.1.b, o cisalhamento ocorre perpendicularmente à direção de deslocamento das discordâncias.

Em um anel de discordância que tem o plano de deslizamento que é o próprio plano do anel, ao se expandir sai do cristal produzindo um deslizamento resultante como figura 2.7.2.

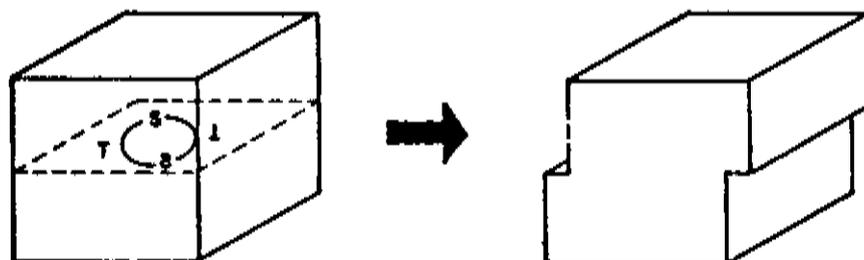


FIGURA - 2.7.2 - Expansão de um anel de discordância.

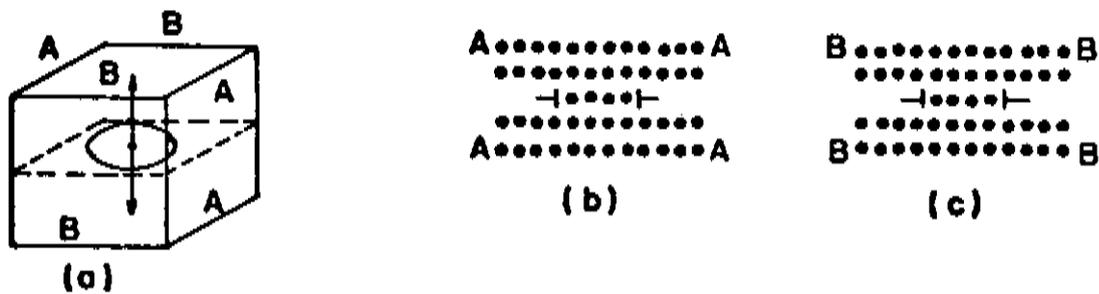


FIGURA - 2.7.3 - Anel prismático produzido pela introdução de disco:  
(a) perspectiva, (b) seção AAAA e (c) seção BBBB.

Os anéis prismáticos como da figura 2.7.3, não podem se expandir como os anéis normais. Isto porque o plano das discordâncias não coincide com o plano do anel; ele só poderá mover-se na direção perpendicular a seu plano.

A deformação plástica macroscópica total é a soma de todas as pequenas deformações, devidas à passagem individual de um número muito grande de discordâncias.

A deformação cisalhante macroscópica é:

$$a = \frac{bN\bar{x}}{hL} \quad \text{ou} \quad a = b\bar{x}\rho \quad (2.7.1)$$

onde  $\rho = N/hL$  é a densidade de discordâncias,  $\bar{x}$  é a distância média que as discordâncias se movimentam,  $N$  é o número total de discordâncias que se movimentam no volume do cristal,  $L$  é o comprimento e  $h$  é a altura do cristal.

## 2.8. FORÇAS QUE ATRAEM UMA DISCORDÂNCIA A UMA SUPERFÍCIE LIVRE

Quando uma discordância se move em um cristal e chega à superfície ela deixa de existir, então sua energia de linha desaparece e o cristal se coloca em situação termodinamicamente mais estável; supõe-se portanto que a discordância seja atraída pela superfície livre.

Esse cálculo para discordâncias em parafuso é feito mediante uma discordância-imagem, como na figura 2.8.1.

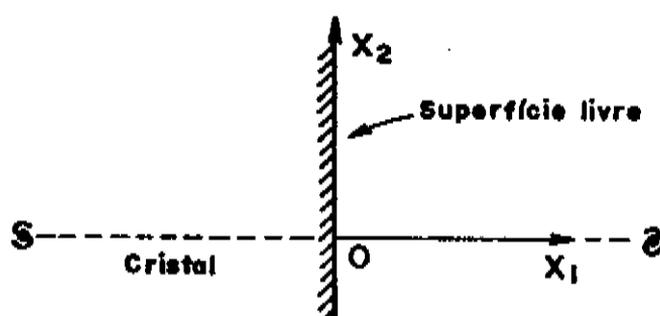


FIGURA - 2.8.1 - Discordância-real e discordância-imagem.

A força que atrai a discordância em parafuso à superfície livre é:

$$F = \frac{\mu b^2}{4\pi x_1'} \quad , \quad \text{onde } x_1 = 2x_1' \quad . \quad (2.8.1)$$

Para as discordâncias em cunha acontece o mesmo, porém, não se pode determinar a força simplesmente pela consideração de forças-imagens.

## 2.9. REAÇÕES ENTRE DISCORDÂNCIAS

A linha de discordância é um anel fechado ou termina na superfície livre do cristal ou num contorno de grão. A exceção para essa regra, é o caso de um nó, que é o ponto de encontro de linhas de discordância. No nó, duas discordâncias com vetores de Burgers  $\vec{b}_1$  e  $\vec{b}_2$  combinam-se para produzir uma discordância resultante com vetor de Burgers  $\vec{b}_3$ . O vetor  $\vec{b}_3$  é dado pela soma vetorial de  $\vec{b}_1$  e  $\vec{b}_2$ .

Chamaremos discordância perfeita a discordância que tem o vetor de Burgers igual a um espaçamento da rede; as discordâncias com módulos superiores a unidade são instáveis e se dissociam em duas ou mais discordâncias de menor módulo (equações 2.5.3 e 2.5.4).

As discordâncias imperfeitas que tem vetores de Burgers menores do que a unidade podem ocorrer nas redes compactas.

Ocorrerá uma falha de empilhamento quando existe uma dissociação; uma discordância perfeita que se dissocia em imperfeita.

Verificou-se experimentalmente que os cristais deslizam quase sempre segundo o plano e a direção mais compactos, na rede cúbica de face centrada ocorre no plano {111} segundo a direção  $\langle 110 \rangle$ .

A figura 2.9.1 representa o empacotamento atômico num plano compacto (111); os planos {111} estão empilhados

numa seqüência de planos densamente empacotados ABCABC<sup>[10]</sup>.

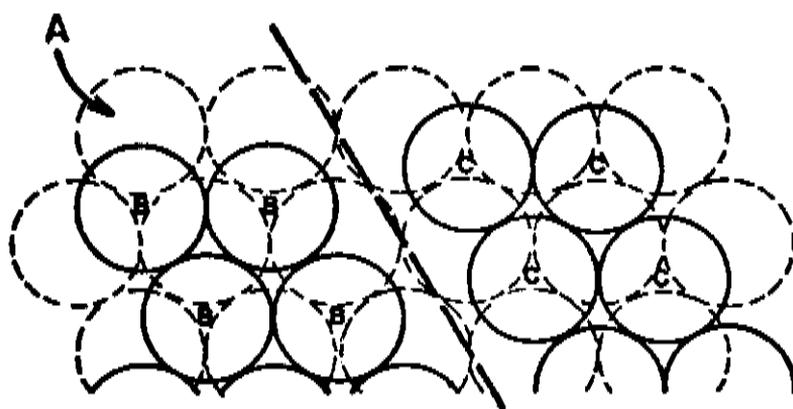


FIGURA - 2.9.1 - Empacotamento atômico num plano (111).

Se considerarmos os átomos como esferas rígidas, é mais fácil para um átomo pertencente a um plano B mover-se ao longo dos "vales" do que sobre o "monte", a reação da discordância será como mostra a figura 2.9.2.

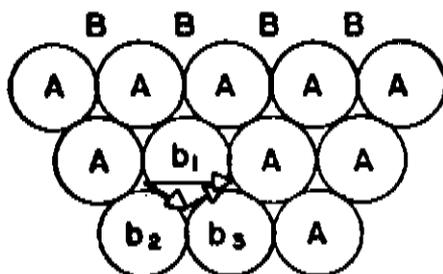


FIGURA - 2.9.2 - Plano atômico A em cristal CFC.

$$\vec{b}_1 \rightarrow \vec{b}_2 + \vec{b}_3 \quad .$$

$$\frac{a_0}{2} [10\bar{1}] \rightarrow \frac{a_0}{6} [2\bar{1}\bar{1}] + \frac{a_0}{6} [11\bar{2}] \quad .$$

A reação ocorre com decréscimo na energia e esse processo cria uma falha ABCAC:ABC na seqüência de empilhamento.

Este arranjo é conhecido como parciais de Shockley, são discordâncias imperfeitas que não produzem translações completas na rede.

A maneira mais fácil de se estudar as diversas dissociações possíveis é mediante o tetraedro de Thompson mostrado na figura 2.9.3.

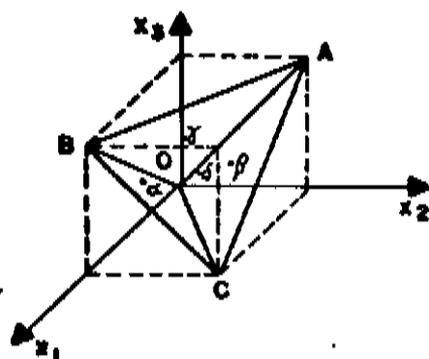


FIGURA - 2.9.3 - Tetraedro de Thompson.

Os vértices são pontos  $(011)$ ,  $(101)$ ,  $(110)$  e  $(000)$  e, recebem as letras A, B, C e O. Os centros das faces opostas aos vértices recebem as letras  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ . As arestas são as discordâncias perfeitas  $a_0/2\langle 110 \rangle$  e, as faces do tetraedro são planos  $\{111\}$ .

Elas se decompõem segundo a relação:

$$\frac{a_0}{2} [1\bar{1}0] \rightarrow \frac{a_0}{6} [2\bar{1}\bar{1}] + \frac{a_0}{6} [1\bar{2}\bar{1}] .$$

$$AB \rightarrow AY + \gamma B .$$

ou também

$$AB \rightarrow A\delta + \delta B .$$

O mesmo se aplica às discordâncias AC e BC. E desta maneira pode-se visualizar todos os planos e direções de deslizamento.

Na figura 2.9.4, está ilustrada uma discordância imóvel de Frank, o vetor de Burgers dessa discordância tem sentido normal ao plano (111) e tem comprimento igual ao espaçamento entre planos densamente empacotados,  $a/\sqrt{3}$ .

$$\vec{b} = \frac{a}{3} [111] .$$

Essas discordâncias no tetraedro de Thompson são  $A\alpha$ ,  $B\beta$ ,  $C\gamma$  e  $D\delta$ . Essas discordâncias são imóveis porque seu vetor de Burgers não está no plano de deslizamento.

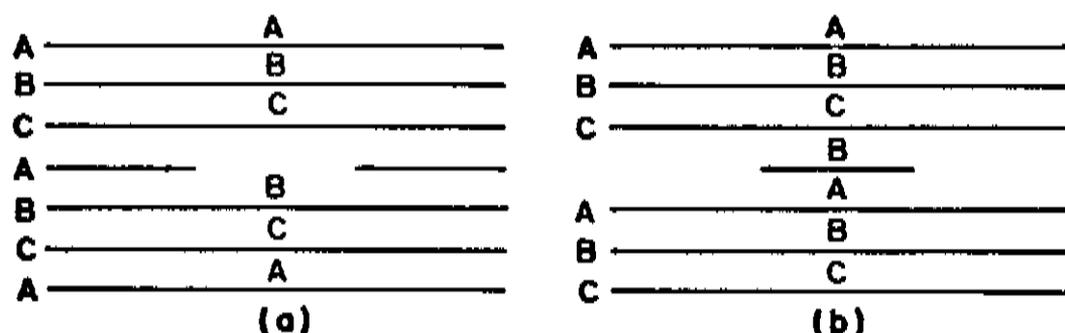


FIGURA - 2.9.4 - Discordâncias imóveis de Frank:  
(a) intrínseca e (b) extrínseca.

Um outro tipo de discordância imóvel, é o cadeado de Cottrell - Lomer mostrado na figura 2.9.5.

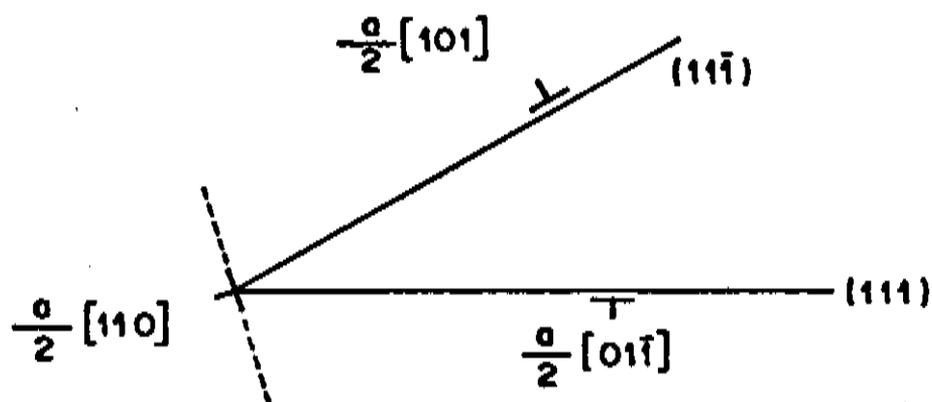


FIGURA - 2.9.5 - Cadeado de Cottrell - Lomer.

Consideram-se dois planos  $(111)$  e  $(11\bar{1})$ , que têm a representação  $\delta$  e  $\gamma$ , respectivamente, no tetraedro de Thompson. As discordâncias perfeitas em  $(111)$  são:

$$\vec{b}_1 = \frac{a}{2} [1\bar{1}0] \quad ,$$

$$\vec{b}_2 = \frac{a}{2} [\bar{1}01] \quad ,$$

$$\vec{b}_3 = \frac{a}{2} [01\bar{1}] \quad .$$

Para o plano  $(11\bar{1})$ :

$$\vec{b}_4 = \frac{a}{2} [\bar{1}\bar{1}0] \quad ,$$

$$\vec{b}_5 = \frac{a}{2} [101] \quad ,$$

$$\vec{b}_6 = \frac{a}{2} [011] \quad .$$

Uma boa regra para se saber se uma direção pertence a um plano é: o produto escalar entre  $\vec{b}$  e a direção normal ao plano tem que ser zero.

$\vec{b}_1$  e  $\vec{b}_4$  têm a mesma direção e sentidos opostos, e sua direção é a mesma da interseção dos dois planos. Então as duas se anularão ao se encontrarem.

A combinação de  $\vec{b}_3$  e  $\vec{b}_5$ :

$$\vec{b}_3 + \vec{b}_5 = \frac{a}{2} [01\bar{1}] + \frac{a}{2} [101] = \frac{a}{2} [110] \quad .$$

Esta reação seria favorecida pois produziria redução na energia; está representada na figura 2.9.5.

Esta discordância não é móvel em nenhum dos planos  $\{111\}$ , e portanto age como barreira para qualquer outra discordância que se mova nesses planos. Age como uma trava para deslizamento que venha a ocorrer.

Este raciocínio pode também ser aplicado para as discordâncias parciais de Shockley, como está indicado na figura 2.9.6<sup>[10]</sup>. Este tipo de conjunto é chamado discordância em

barra de escada (stair-rods-dislocations) e, é formado por uma discordância na interseção dos planos e duas faixas de falhas de empilhamento [10].

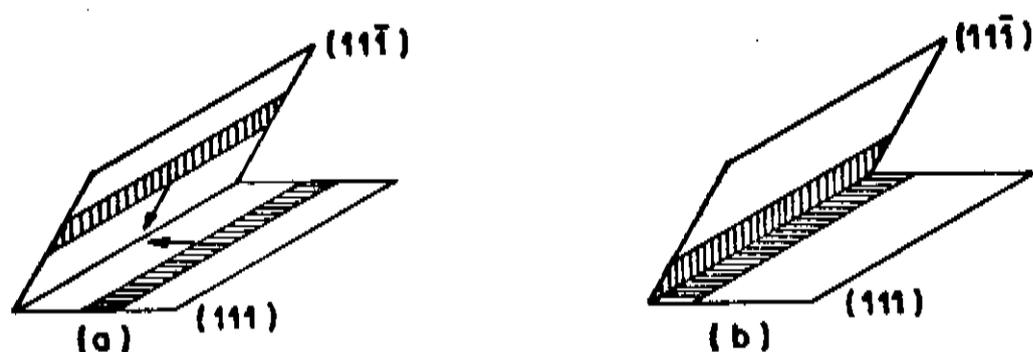


FIGURA - 2.9.6 - Discordâncias em barra de escada.

## 2.10. FONTE DE DISCORDÂNCIA

Observa-se que a deformação plástica aumenta a densidade de discordâncias em um cristal, ao contrário do que se poderia supor, que as discordâncias se movem até serem ejetadas do material.

Frank e Read propuseram um mecanismo para a multiplicação de discordâncias.

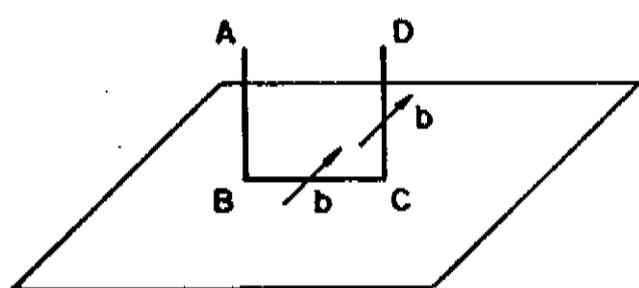
Consideremos uma linha de discordância num plano de deslizamento que é imobilizada em dois pontos. Se uma tensão cisalhante  $\sigma$  atua no plano de deslizamento, a linha de discordância se abaula e produz deslizamento. Para uma dada tensão a linha de discordância apresentará um certo raio de curvatura dado por [6]:

$$\sigma \approx \frac{\mu b}{2r} \quad (2.10.1)$$

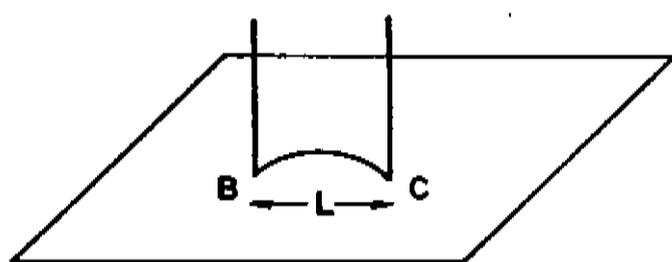
O valor máximo da tensão cisalhante acontecerá quando o abaulamento da discordância se tornar um semicírculo, ou seja, quando  $r$  apresentar o valor mínimo  $\ell/2$ . A tensão necessária para produzir essa configuração é:

$$\sigma \approx \frac{\mu b}{\ell} \quad (2.10.2)$$

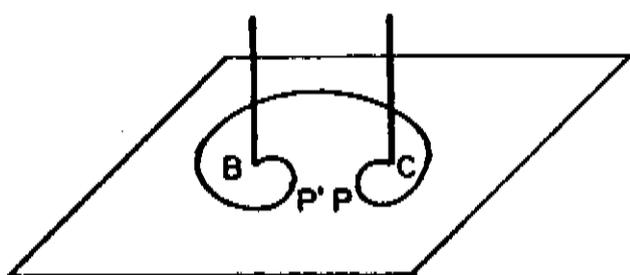
Além desse ponto, o raio de curvatura crescerá e o anel continuará a se expandir sob uma tensão decrescente. No formato da figura 2.10.1.c, os segmentos de sinais contrários se encontrarão, anulando um ao outro e formando um anel grande e uma nova discordância como na figura 2.10.1.d e, por este processo se multiplicam as discordâncias.



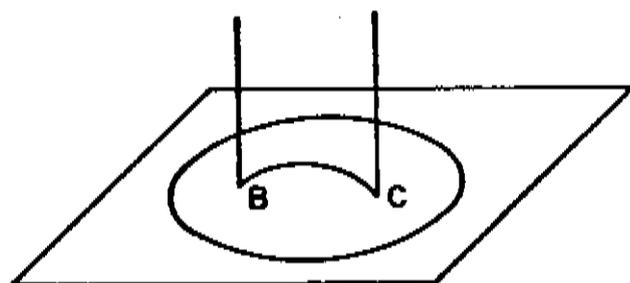
(a)



(b)



(c)



(d)

## 2.11. EMPILHAMENTO DE DISCORDÂNCIAS

Discordâncias movendo-se em um mesmo plano podem encontrar um obstáculo como por exemplo um contorno de grão, e ficarem imobilizadas. As discordâncias subsequentes empilham-se, formando o ilustrado na figura 2.11.1.

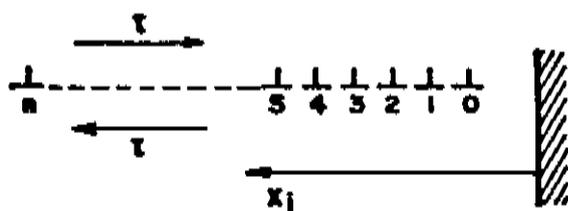


FIGURA - 2.11.1 - Empilhamento de discordâncias.

À medida que as discordâncias ficam mais longe do obstáculo a distância entre elas aumenta. Cada discordância está em equilíbrio sob o efeito da tensão aplicada e das tensões geradas pelos campos de deformação das discordâncias vizinhas.

Admitindo-se discordâncias em cunha paralelas, a força resultante sobre a  $i$ -ésima discordância é: <sup>[10]</sup>

$$\tau b - \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu)} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{x_i - x_j} = 0 \quad , \quad (2.11.1)$$

sendo  $n$  o número de discordâncias empilhadas e  $x$ , a distância da  $i$ -ésima discordância à barreira.

A tensão resultante atuando sobre a discordância líder do empilhamento, devida a presença das outras discordân-

cias e a tensão aplicada é [10] :

$$\tau_R = n\tau . \quad (2.11.2)$$

Por isso um empilhamento de  $n$  discordâncias é con-siderado uma superdiscordância com vetor de Burgers  $nb$ .

A situação é análoga para discordâncias em para-fuso, retirando-se o fator  $(1-\nu)$ .

## 2.12. INTERSEÇÕES DE DISCORDÂNCIAS

Quando as discordâncias se movimentam em seu pla-no de deslizamento e são cortadas por outras discordâncias que interseccionam o plano de deslizamento ativo, que são chamadas de floresta de discordâncias, ocorre o processo que é chamado de interseção de uma floresta de discordâncias.

Na interseção de discordâncias, existe a forma-ção de um ou mais degraus na linha de discordância como mostra a figura 2.12.1 [10].

A capacidade ou não desses defeitos se moverem é de grande importância nas características de encruamento dos metais.

Os degraus em uma discordância em cunha não po-dem impedir o movimento da discordância, como figura 2.12.2.

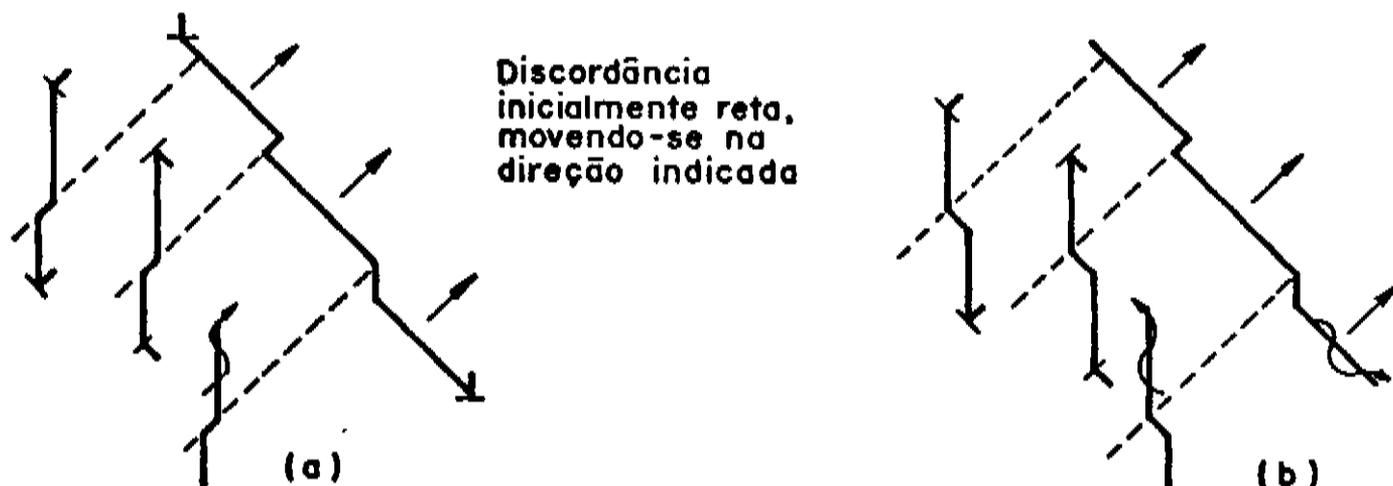


FIGURA - 2.12.1 - Discordância atravessando florestas:  
 (a) discordância em curva cortando duas discordâncias em curva e uma em parafuso;  
 (b) discordância em parafuso cortando duas discordâncias em curva e uma em parafuso.

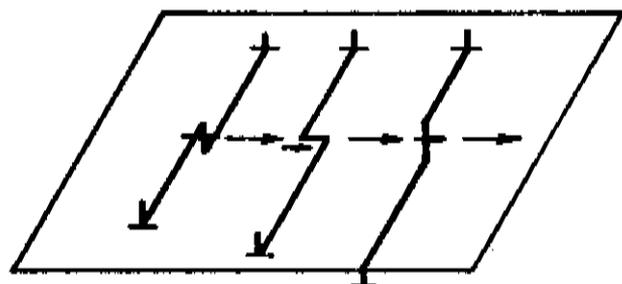


FIGURA - 2.12.2 - Degraus em uma discordância em curva.

Os degraus em uma discordância em parafuso podem realizar movimento conservativo como na figura 2.12.3.

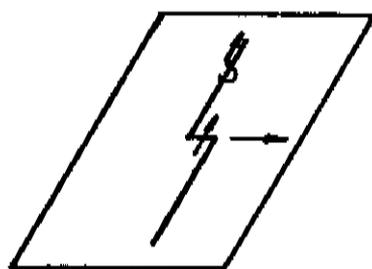


FIGURA - 2.12.3 - Degrau em discordância em parafuso.

E há os que realizam movimento não conservativo, como o indicado na figura 2.12.4.

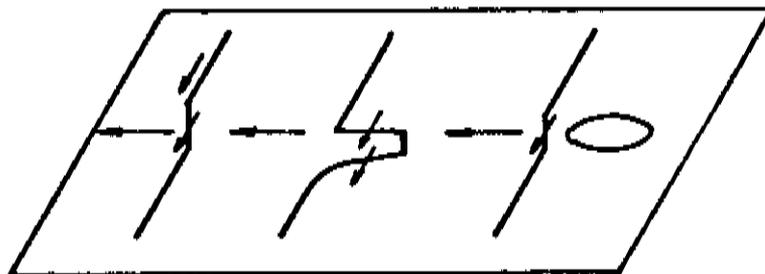


FIGURA - 2.12.4 - Formação de laços a partir do movimento de uma discordância em parafuso com degrau.

Trata-se da escalagem de um segmento da discordância, em temperaturas em que a energia térmica não é suficiente para produzir o deslocamento de um degrau, ocorre a formação de anéis como indica a figura 2.12.4<sup>[10]</sup>.

## CAPÍTULO 3

### 3. GEOMETRIA DO DESLIZAMENTO

O deslizamento ocorre em certos planos e direções; por isso deve-se definir a orientação do cristal em relação ao sistema de referência adotado para descrever o sistema de tensões externas e, também porque as propriedades mecânicas são anisotrópicas.

A técnica mais comum para isso é a projeção estereográfica<sup>[11]</sup>.

#### 3.1. PROJEÇÃO ESTEREOGRÁFICA

A projeção estereográfica é uma figura geométrica em que estão representadas as direções e os planos cristalográficos; através dela podemos medir os ângulos: entre planos, entre planos e direções, e entre direções. Esses ângulos são teoricamente medidos sobre a esfera, no entanto, na prática eles são medidos usando-se uma rede Wulff.

Imaginemos uma célula unitária do sistema C.F.C. no centro de uma esfera. Prolonguemos as direções, e as normais, que passam pela origem, aos planos até interceptarem a esfera. Os pontos de interseção das normais e da esfera determinam os pólos das faces. As faces de um cristal cujas arestas de interseção são paralelas, têm pólos que se situam sobre um círculo

máximo da esfera. Os círculos máximos que contêm dois ou mais pólos denominam-se zonas.

A projeção estereográfica é a projeção de uma esfera sobre um plano. Na figura 3.1.1, a descrição da projeção estereográfica de um plano da rede cristalina pode ser resumida na seguinte sequência:

- 1.) O plano C é representado por sua normal CP.
- 2.) A normal CP é representada por seu pólo P, o qual é a sua interseção com a esfera referênciada.
- 3.) O pólo P é representado por sua projeção estereográfica P'.

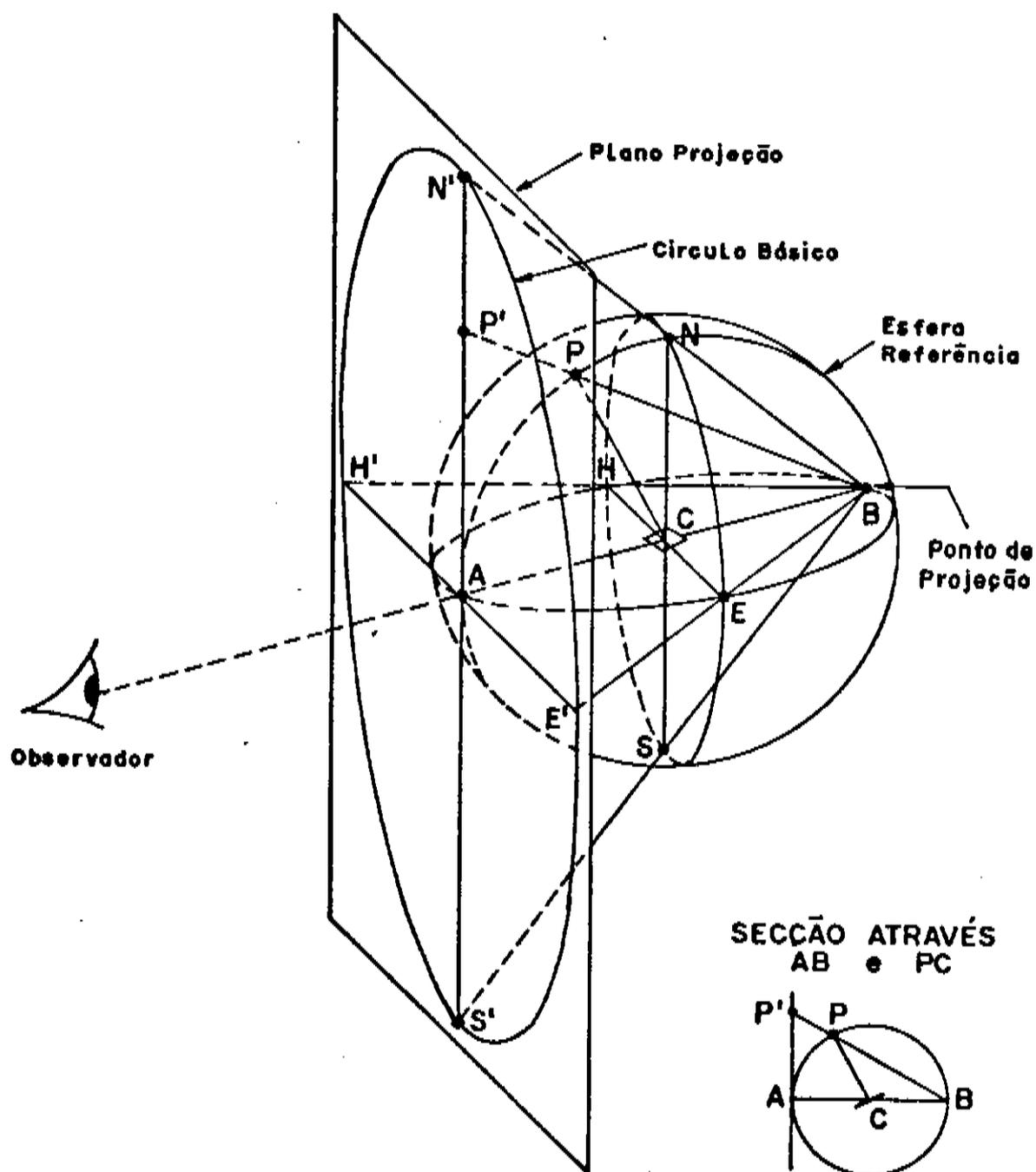


FIGURA - 3.1.1 - A projeção estereográfica.

A figura 3.1.2 mostra uma projeção padrão [001], pois esta direção corresponde ao centro.

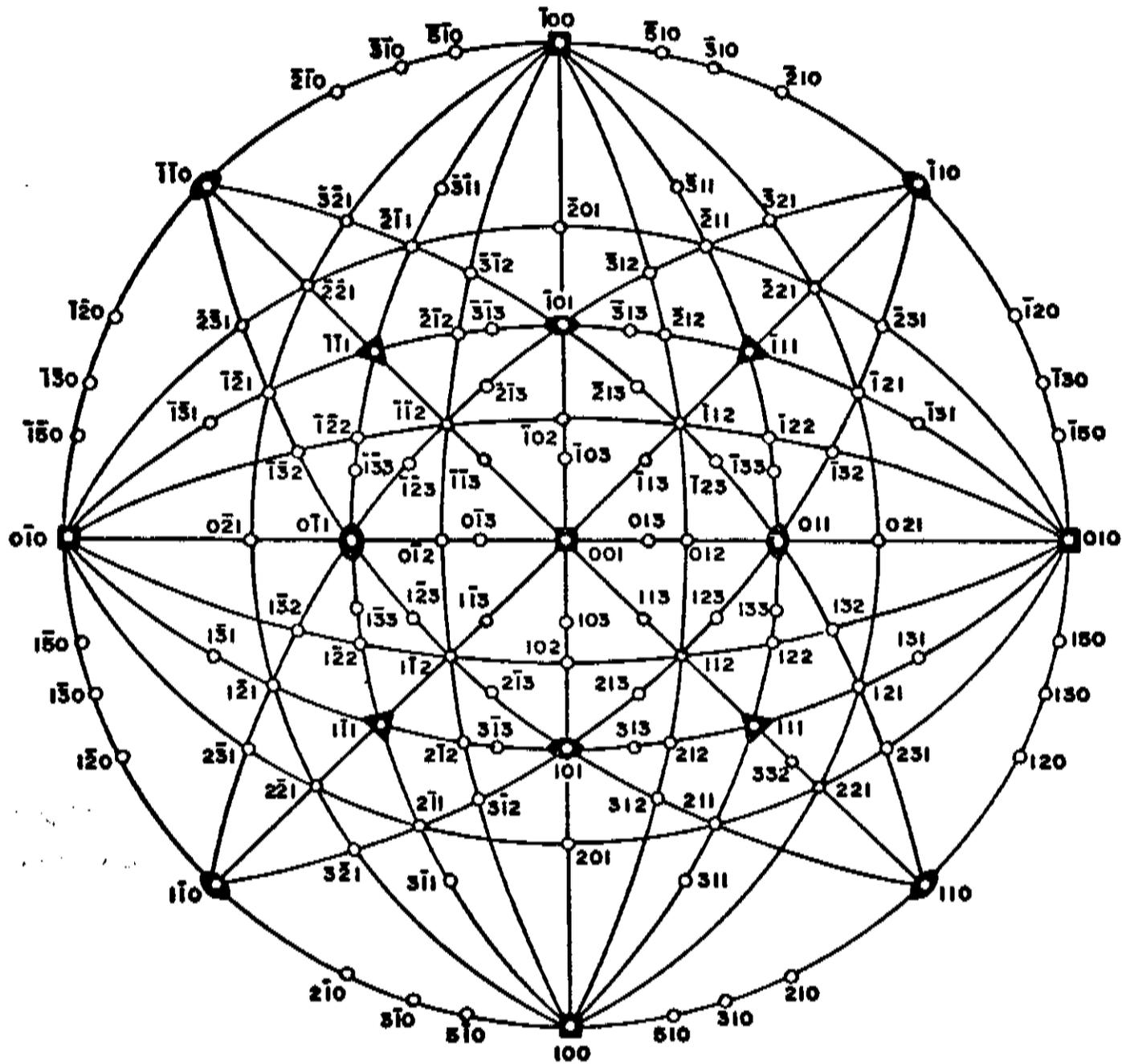


FIGURA - 3.1.2 - Projeção estereográfica padrão [001] de pólos e zonas para cristais cúbicos.

Por causa da simetria, a projeção-padrão para o sistema cúbico pode ser dividida por grandes círculos em 24 "triângulos esféricos", cristalograficamente idênticos tendo como vértices [100], [110] e [111]. Pode-se ver isso na figura 3.1.3<sup>[10]</sup>.

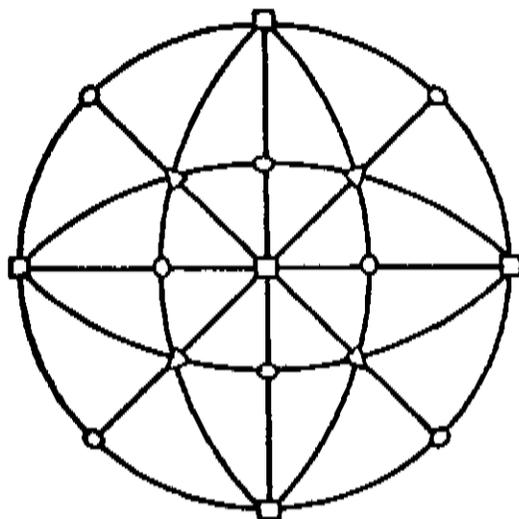


FIGURA - 3.1.3 - Projeção estereográfica para sistema cúbico mostrando os 24 triângulos básicos.

Um triângulo é suficiente para designar uma orientação cristalográfica no sistema cúbico, porque comparando-se as duas figuras anteriores, vê-se que as orientações sobre os lados e dentro dos "triângulos esféricos" são equivalentes.

### 3.2. TENSÃO DE DESLIZAMENTO

Os monocristais deformam plasticamente por cisalhamento de planos de átomos deslizando um sobre o outro, conforme ilustra a figura 3.2.1.

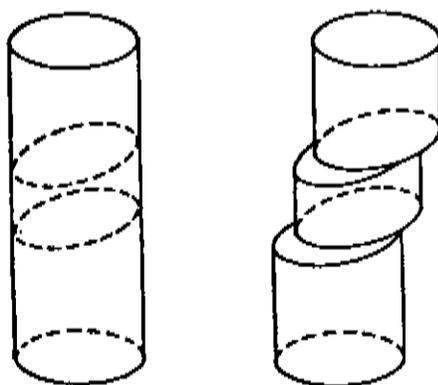


FIGURA - 3.2.1 - Cisalhamento de planos de átomos deslizando um sobre o outro.

Como as discordâncias só deslizam sob o efeito de tensões cisalhantes em seus planos, nos ensaios de tração uniaxial, é necessário determinar o componente cisalhante da tensão no plano em que ocorre o cisalhamento.

Consideremos um monocristal cilíndrico de área transversal A como figura 3.2.2, sobre o qual age uma tração, produzindo uma tensão.

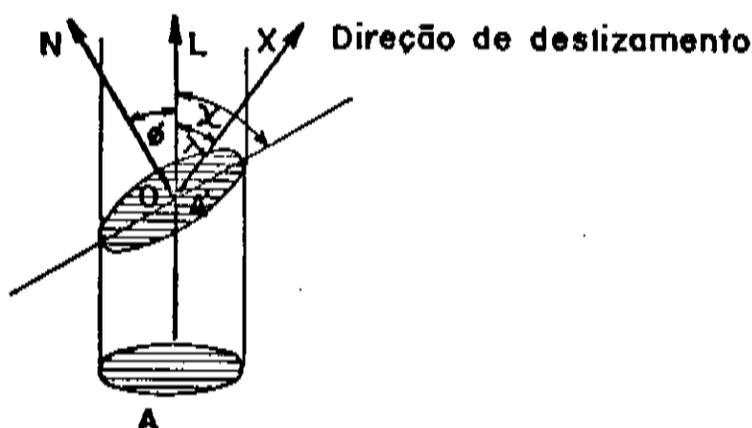


FIGURA - 3.2.2 - Componentes da tensão no sistema de deslizamento.

O componente cisalhante da tensão, no plano e na direção de deslizamento, que fazem ângulos  $\phi$  e  $\lambda$  respectivamente, é <sup>[10]</sup>

$$\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda \quad (3.2.1)$$

Quando  $\lambda = 90^\circ$  ou  $\phi = 90^\circ$ ,  $\tau$  pode ser zero, mas  $\tau$  é máximo se  $\phi$  e  $\lambda$  são  $45^\circ$ .

A Lei de Schmid prevê que o metal escoá plasticamente quando a tensão resolvida no plano e na direção de deslizamento alcança o valor crítico <sup>[10]</sup>

$$\tau_e = \sigma_e \cos \phi \cos \lambda = M \sigma_e .$$

O fator de Schmid é dado por

$$M = \left( \frac{1}{\cos \phi \cos \lambda} \right)^{-1} .$$

A figura 3.2.3, mostra o inverso do fator de Schmid no triângulo estereográfico, baseado no deslizamento  $\{111\}[110]$ . Este é o caso de cristais C.F.C..

O cristal C.F.C. é mais macio na orientação  $M = 0,5$  ou  $M^{-1} = 2$ .

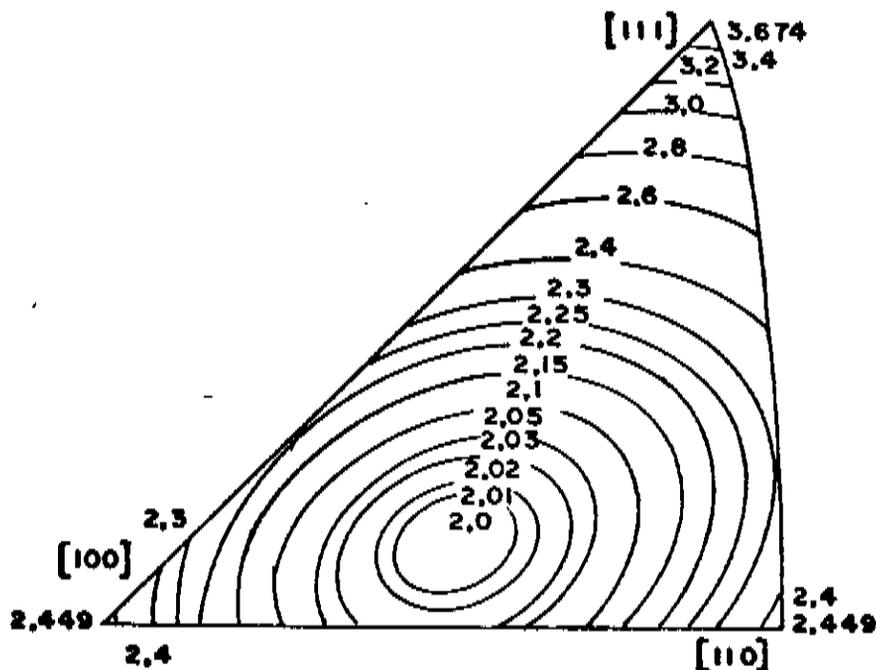


FIGURA - 3.2.3 - Contornos do fator de Schmid constante. Está indicado o inverso do fator de Schmid e o deslizamento se dá segundo  $\{111\}[110]$ .

### 3.3. DEFORMAÇÃO DE DESLIZAMENTO DE MONOCRISTAIS EM ENSAIOS DE TRAÇÃO

Imaginemos um corpo de prova preso nas garras da máquina de tração. Durante o deslizamento o plano de deslizamento e o eixo de tração têm sua orientação relativa mudada, como mostra a figura 3.3.1.

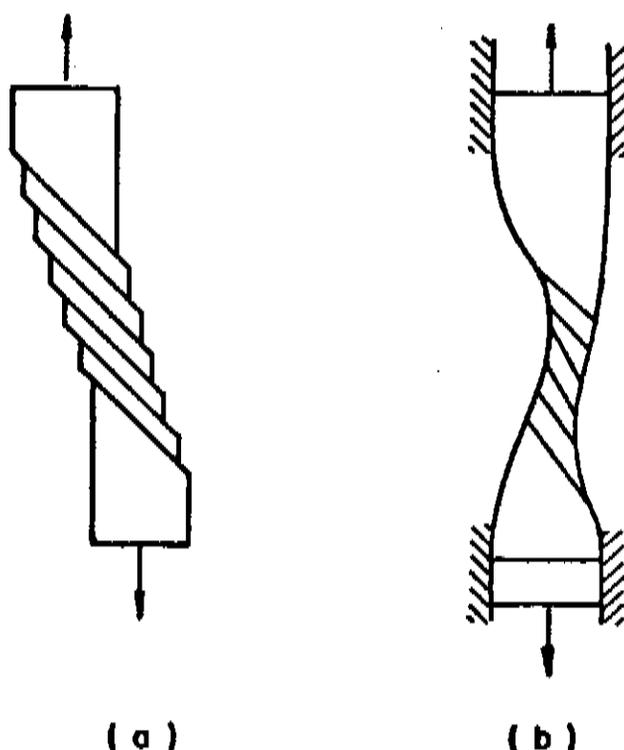


FIGURA - 3.3.1 - (a) Deformação em tração de um monocristal, sem restrição; (b) rotação dos planos de deslizamento devido à restrição.

Como as extremidades do cristal estão presas pelas garras, o plano e a direção de deslizamento aproximam-se gradativamente do eixo de tração.

O cristal deforma somente por deslizamento em um plano e direção específica, logo ocorrerá nas proximidades das garras uma certa curvatura.

Na parte central do cristal não ocorre curvatura,

porém observa-se rotação na direção de deslizamento até o eixo de tensão. Então a medida que se propaga a deformação, os valores da tensão de cisalhamento resolvida devem ser corrigidos através de variações relativas à orientação inicial, logo teremos:

$$\tau = \frac{L}{A} \cos\phi_0 \cos\lambda_1, \quad (3.3.1)$$

onde:  $\phi$  = ângulo entre a normal ao plano de deslizamento e o eixo de tensão,

$\lambda$  = ângulo entre a direção de deslizamento e o eixo de tensão,

$A$  = área da seção transversal,

$A'$  = área do plano de deslizamento e,

$L$  = é a tensão aplicada.

Considerando-se que há conservação de volume, Schmid e Boas<sup>[12]</sup> demonstraram a validade da relação

$$1 + e = \frac{\text{sen}\lambda_0}{\text{sen}\lambda_1}, \quad (3.3.2)$$

onde

$$e = \frac{l_1 - l_0}{l_0} .$$

Substituindo-se 3.3.2 em 3.3.1, teremos:

$$\tau = \frac{L}{A} \cos\phi_0 \sqrt{1 - \left[ \frac{\text{sen}\lambda_0}{(1+e)} \right]^2} \quad (3.3.3)$$

A tensão necessária para que se afaste da zona elástica, sem que ocorra deformação plástica, chama-se tensão crítica de cisalhamento resolvida ( $\tau_0$ ). A deformação cisalhante  $a$  é o deslocamento relativo na direção de deslizamento de dois planos de deslizamento paralelos, separados por uma distância unitária. O valor desta deformação pode ser obtido, fazendo o "tratamento geométrico de um deslizamento simples", tal como feito por Schmid e Boas [12].

Consideremos o monocristal, inicialmente cilíndrico, que se deforma em uma porção limitada por dois planos de escorregamento, como na figura 3.3.2:

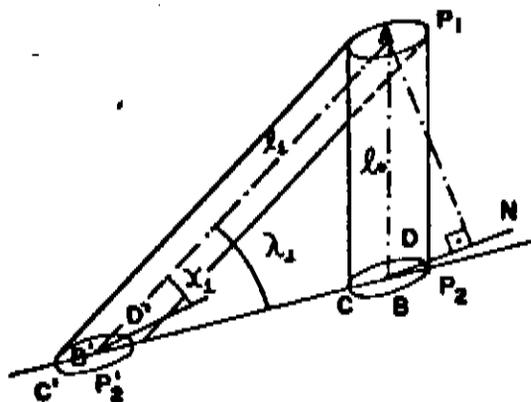


FIGURA - 3.3.2 - Deformação de monocristais: o deslizamento ocorre nos planos entre  $P_1$  e  $P_2$ , e na direção CD.

Suponhamos que o eixo central permaneça reto reto

após a deformação.

Como citado anteriormente, as extremidades do cristal estão presas nas garras, o plano e a direção de deslizamento aproximam-se gradativamente do eixo de tração. Os ângulos  $\phi_0$  e  $\lambda_0$ , definidos anteriormente, mudam para  $\phi_1$  e  $\lambda_1$ . A relação entre a extensão e a rotação do retículo pode ser obtida a partir dos triângulos  $ABB'$ ,  $ABN$  e  $AB'N$ . Do triângulo  $ABB'$ :

$$\frac{l_1}{l_0} = \frac{\text{sen}\lambda_0}{\text{sen}\lambda_1},$$

onde  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$  são os ângulos entre o eixo de tração e a direção de deslizamento no início e no fim da deformação.

Dos triângulos  $ABN$  e  $AB'N$  temos:

$$AN = l_0 \cos\phi_0 = l_1 \cos\phi_1 \quad e$$

$$\frac{l_1}{l_0} = \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi_1} \quad (3.3.4)$$

onde  $\phi_0$  e  $\phi_1$  são os ângulos entre o eixo de tração e a normal ao plano de deslizamento no início da deformação.

Tanto  $\chi$  como  $\lambda$  decrescem durante o ensaio e pode-se ver que há rotação do plano e da direção de cisalhamento.

Para determinar a deformação cisalhante

$$a = \frac{BB'}{AN} \quad (3.3.5)$$

usamos o triângulo  $ABB'$ . Deste temos:

$$BB' = \frac{l_1 \text{sen}(\lambda_0 - \lambda_1)}{\text{sen}\lambda_0} \quad (3.3.6)$$

Substituindo-se as equações 3.3.6 e 3.3.4 em 3.3.5, obtemos

$$a = \frac{l_1 \text{sen}(\lambda_0 - \lambda_1)}{l_0 \cos\phi_0 \text{sen}\lambda_0}$$

O valor encontrado por Schmid e Boas<sup>[12]</sup> foi

$$a = \frac{1}{\cos\phi_0} \left[ \sqrt{(1+e)^2 - \text{sen}^2\lambda_0} - \cos\lambda_0 \right] \quad (3.3.7)$$

A partir das equações 3.3.3 e 3.3.7 podemos expressar  $\tau$  em função de  $\underline{a}$ , bem como obtermos seus valores desde que conheçamos a carga aplicada, os ângulos  $\phi_0$  e  $\lambda_0$ , o comprimento  $l_0$  e o deslocamento  $\Delta l = l_1 - l_0$ .

### 3.4. SISTEMAS DE DESLIZAMENTO

Os cristais C.F.C. possuem alta simetria e 12 sistemas de deslizamento, com isso o deslizamento não se mantém em um único plano, porque outros de tais sistemas são facilmente ativados. Isto ocorre porque a rotação do plano e direção de deslizamento pode colocar outros sistemas em posição favorável.

Suponhamos um cristal com eixo de tração  $P$  indicado no triângulo estereográfico.

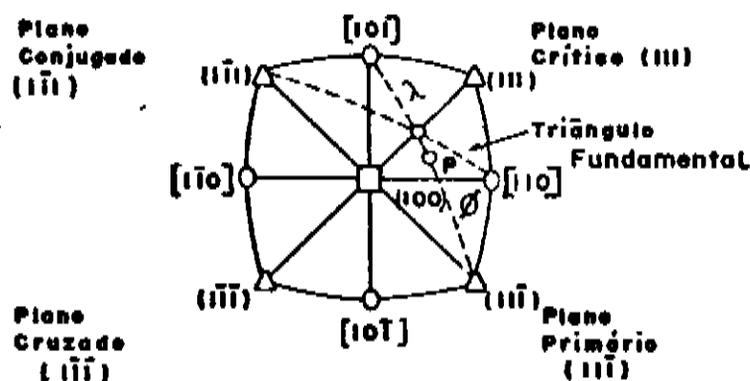


FIGURA - 3.4.1 - Planos de deslizamento em cristais C.F.C. [13].

Os ângulos entre  $P$  e os polos  $(111)$  e entre  $P$  e as direções  $[110]$  na figura 3.4.1, são determinados mediante a rede Wulff, fazendo passar um grande círculo pelos dois pontos. O sistema de deslizamento com valor máximo do fator de Schmid é  $(11\bar{1})[101]$ . Inicialmente o deslizamento ocorrerá nesse sistema. O plano  $(11\bar{1})$  é, por esta razão, chamado de plano primário. Os outros planos da figura 3.4.1 são chamados de: crítico, cruzado e conjugado.

Durante a deformação haverá rotação de  $\phi$  e  $\lambda$  em relação ao eixo de tração. O eixo  $P$  tenderá a alinhar-se com a

direção  $[101]$ , diminuindo  $\lambda$ , como indica a figura 3.4.2.

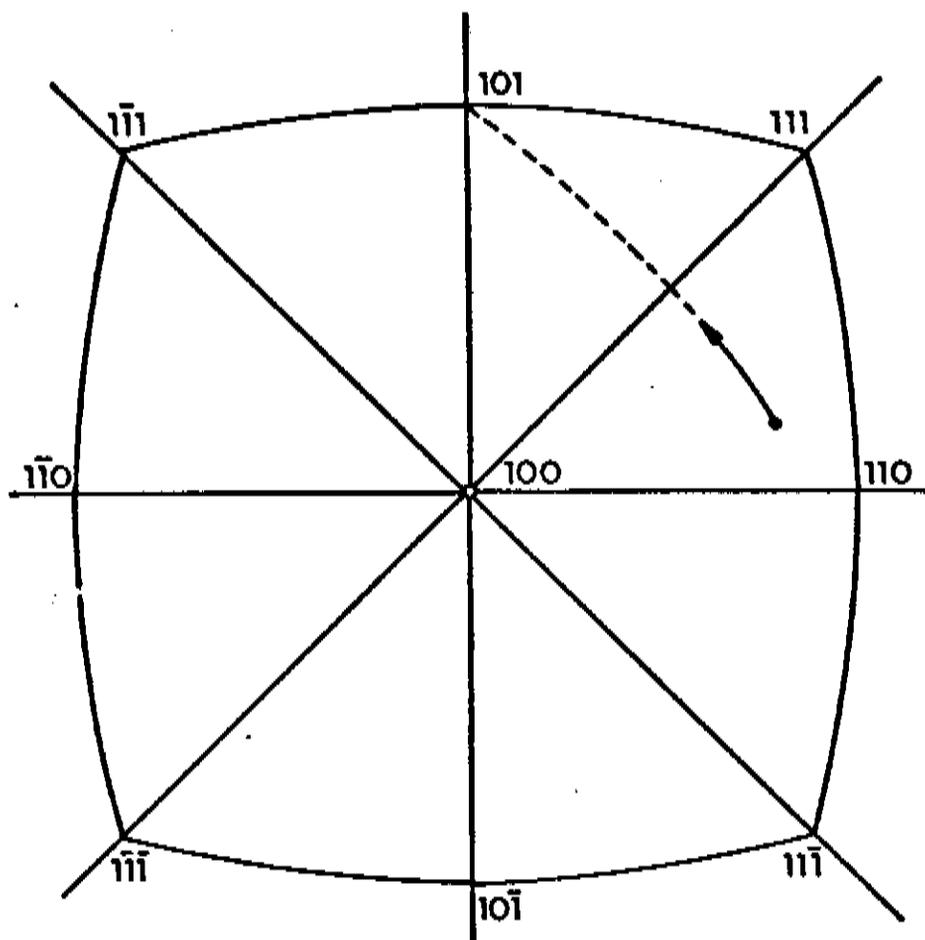


FIGURA - 3.4.2 - Variação da posição do eixo de tração com a deformação.

Assim, os cristais C.F.C., nos quais o eixo de tração  $P$  está dentro do triângulo estereográfico se deformam inicialmente em um sistema de deslizamento. Se  $P$  estiver sobre os lados do triângulo, dois sistemas têm o mesmo fator de Schmid, e se  $P$  estiver sobre um dos vértices haverá movimento simultâneo de vários sistemas de deslizamento.

## CAPÍTULO 4

### 4. ENCRUAMENTO

#### 4.1. INTRODUÇÃO

Quando um sólido cristalino real é deformado plasticamente, torna-se mais resistente e uma tensão ainda maior é necessária para qualquer deformação adicional. Este efeito é chamado encruamento. Basicamente, o encruamento ocorre em um material cristalino porque esses materiais se deformam plasticamente pelo movimento das discordâncias.

Estas discordâncias interagem entre si e com outras imperfeições, e também com campos de tensões internos (de curto e longo alcance) de várias imperfeições e obstáculos. Essa interação leva a uma redução na mobilidade média da discordância, que é acompanhada por uma necessidade de maior tensão para continuar o movimento da discordância.

A maneira usual de apresentar resultados de ensaios de monocristais é através de gráficos tensão cisalhante resolvida em função deformação cisalhante de deslizamento; porque evidencia os parâmetros importantes da parte atomística.

Têm sido formuladas várias teorias para explicar o fenômeno do encruamento. Cottrell observou: "Este problema foi o primeiro a ser tratado, usando a teoria de discordâncias, e será o último a ser resolvido". Qualquer teoria deve explicar

as seguintes características:

- a.) A curva tensão-deformação que está de acordo com observações experimentais.
- b.) A influência da temperatura sobre a curva de tensão-deformação.
- c.) O desenvolvimento das configurações assumidas pelas discordâncias durante os vários estágios da curva tensão-deformação deve ser consistente com as previsões acima citadas.
- d.) A configuração das discordâncias em (c) deve ser consistente com as configurações observadas experimentalmente.

O aspecto mais importante e difícil na tentativa de prever o comportamento do encruamento é determinar como a densidade e a distribuição das discordâncias variam com a deformação plástica. A tensão é uma função de ponto enquanto a deformação é uma função de caminho da posição da discordância. A presença ou a ausência de discordâncias e suas distribuições nada pode dizer sobre a quantidade de deformação acumulada em um cristal. Assim, constroem-se modelos que recriam os processos pelos quais as várias configurações de discordâncias surgem. Ambas, a densidade e a distribuição das discordâncias, são funções muito sensíveis da estrutura do cristal, energia de falha de empilhamento, temperatura e taxa de deformação. Em vista disso, não existe uma única teoria de encruamento que explique todos os as

pectos<sup>[10]</sup>.

Tentaremos obter uma visão geral da situação atual e faremos uma breve análise das teorias anteriores.

#### 4.2. TEORIA DE TAYLOR

Em 1934, a curva tensão-deformação para cristais de metais, como alumínio, era considerada parabólica.

Taylor propôs um modelo que reproduzisse a curva parabólica. A idéia principal era a de que as discordâncias, ao se moverem, interagem elasticamente com outras discordâncias em um cristal e travam-se. Essas discordâncias travadas dão origem a tensões internas que, geralmente, aumentam a tensão de deformação.

Seja  $L$  a distância média que uma discordância percorre antes que sofra uma parada. Seja  $\rho$  a densidade de discordâncias após uma dada deformação cisalhante, então a deformação  $a$  é dada por<sup>[10]</sup>:

$$a = \rho b L \quad (4.2.1)$$

onde  $b$  é o vetor de Burgers.

Taylor admitiu que a distribuição de discordâncias era uniforme e, assim a separação entre discordâncias,  $\lambda$ , seria igual a  $\rho^{-1/2}$ , (figura ...

(figura 4.2.1).

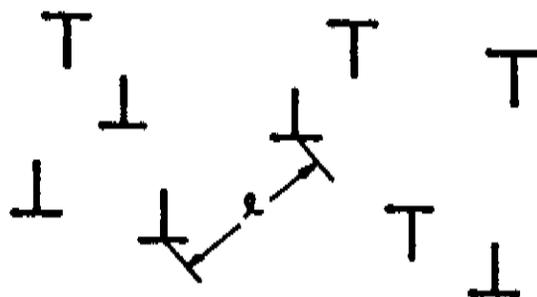


FIGURA - 4.2.1 - O modelo de Taylor de interação entre discordâncias em um cristal.

A tensão efetiva interna,  $\tau$ , como resultado dessas interações, é a tensão necessária para forçar duas discordâncias a passarem uma pela outra e pode ser escrita como:

$$\tau = \frac{K\mu b}{l} \quad (4.2.2)$$

onde  $K$  é uma constante,  $l$  é a distância entre os planos de deslizamento das discordâncias e  $\mu$  é o módulo de cisalhamento. Como  $l = \rho^{-1/2}$ , obtem-se:

$$\tau = K\mu b \sqrt{\rho} \quad (4.2.3)$$

De 4.2.1 e 4.2.3, tem-se:

$$\tau = K\mu b \sqrt{\frac{a}{b l}} \quad (4.2.4)$$

$$\tau \propto a^{1/2} \quad (4.2.5)$$

A equação 4.2.5 é uma relação parabólica entre tensão  $\tau$  e deformação  $a$ ; ela descreve, aproximadamente, o comportamento de muitos dos materiais para grandes deformações.

Para desenvolver esta teoria, Taylor tomou a distância média  $L$  da ordem do tamanho de uma estrutura mosaico ( $\sim 10^{-4}$  cm), cujas paredes são impermeáveis às discordâncias. Uma deformação plástica de ordem unitária é normalmente necessária para endurecer severamente os cristais metálicos, tal que substituindo  $a = 1$  e  $\rho = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (várias evidências sugerem que esse valor é o limite de densidade de discordâncias em cristais trabalhados a frio) na relação  $a = \rho L b$  nós vemos que  $L$  tem um valor ao redor de  $10^{-4}$  cm.

Alguns comentários sobre a teoria de Taylor:

- Arranjos de discordâncias com grande regularidade são raramente observados em cristais trabalhados a frio.

- As discordâncias em parafuso não são envolvidas e, assim, o deslizamento cruzado é excluído.

- Duas discordâncias em planos próximos podem ser travadas pelos campos de tensões mútuos e assim, tornam-se incapazes de mover-se independentemente de outras. Mas o par de discordâncias pode ser empurrado por uma terceira discordância.

- As curvas de tensão-deformação para cristais hexagonais são lineares, assim como o estágio I dos cristais cúbicos. A teoria de Taylor não explica esse encruamento linear.

- A relação parabólica decorre da suposição de uniformidade na distribuição das regiões deformadas dentro do cristal. Na realidade, tal distribuição não é uniforme, pois observa-se a existência de bandas de deslizamento, células ou outros arranjos não-uniformes.

#### 4.3. TEORIA DE MOTT

A teoria de Mott considera grupos de discordâncias empilhadas, em lugar de discordâncias individuais, como fontes de tensão interna. É uma modificação da teoria de Taylor.

As discordâncias são empilhadas contra barreiras de Lomer-Cottrell e, assim, estão travadas. Os grupos de discordâncias empilhadas agem como superdiscordância de vetor de Burgers nb.

Esta teoria permite uma configuração não-uniforme das discordâncias. Assim sendo, está de acordo com as observações de bandas de deslizamento em cristais reais.

Considere-se dois planos de deslizamento ativos, cada um de comprimento  $2L$  e separados por uma distância  $d$ . As discordâncias empilham-se contra os obstáculos em cada extremidade do plano de deslizamento como figura 4.3.1. A densidade de

superdiscordâncias é

$$\rho = \frac{1}{Ld} \quad (4.3.1)$$

e a distância média entre as superdiscordâncias é  $\sqrt{Ld}$ . Assim, cada uma está sujeita a uma tensão média interna devida a suas vizinhas dada por

$$\tau_i = \frac{\mu(nb)}{2\pi\sqrt{Ld}} \quad (4.3.2)$$

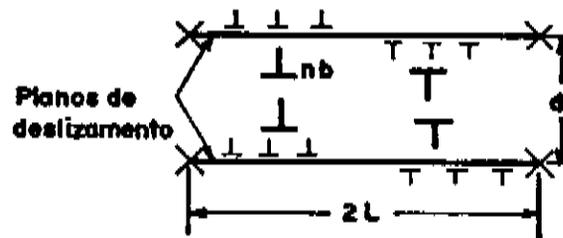


FIGURA - 4.3.1 - O modelo de encruamento de Mott.

A deformação plástica é escrita como

$$a = \rho (nb)L$$

$$= \frac{1}{(Ld)} (nb) L = \frac{nb}{d} \quad (4.3.3)$$

De 4.3.2 e 4.3.3:

$$\tau_i = \frac{\mu nb}{2\pi \sqrt{L \frac{nb}{a}}}$$

ou

$$\tau_i = \frac{\mu}{2\pi} \sqrt{\frac{nba}{L}} \quad (4.3.4)$$

A equação 4.3.4 é uma relação parabólica entre tensão e deformação. No entanto,  $L$  é um parâmetro desconhecido. Para eliminá-lo, Mott admitiu que a geração dos laços de discordância por uma fonte de Frank-Read ocorre dinamicamente, isto é, a energia cinética do laço é suficiente para que a fonte fique operando até que a tensão opostora das discordâncias geradas fique igual à tensão aplicada na fonte. Para operação de uma fonte Frank-Read de comprimento  $l$ , necessita-se de uma tensão (seção 2.10)

$$\tau = \frac{\mu b}{l} \quad (4.3.5)$$

A tensão opostora na fonte, em um plano de deslizamento de meio comprimento,  $L$ , de uma superdiscordância  $nb$  é

$$\tau_B = \frac{\mu nb}{2\pi L} \quad (4.3.6)$$

onde

$$n = \frac{2 \pi \tau_B L}{\mu b}$$

A interrupção da operação dinâmica da fonte ocorre quando  $\tau_B = \tau$ , isto é, de 4.3.5 e 4.3.6

$$\frac{\mu b}{\ell} = \frac{\mu n b}{2\pi L}, \quad \text{ou}$$

$$\frac{n}{L} = \frac{2\pi}{\ell} \tag{4.3.7}$$

Assim, das equações 4.3.4 e 4.3.7, tem-se

$$\tau_i = \mu \sqrt{\frac{ba}{2\pi \ell}}$$

Quando o comprimento da fonte,  $\ell$ , é constante, obtém-se uma relação parabólica entre tensão e deformação.

Quando  $\ell = 10^{-6}$  m (o que é razoável para alumínio, por exemplo), as tensões de escoamento calculadas e observadas são da mesma ordem de grandeza (2MPa).

A relação entre tensão e deformação é independente de  $L$ , o espaçamento entre obstáculos. Isso é consistente com

a observação do encruamento parabólico do cristal.

Para esse modelo, são necessárias cerca de 1000 discordâncias por empilhamento, um número excessivamente elevado.

#### 4.4. TEORIAS MAIS RECENTES

A curva típica para um monocristal orientado de maneira que o sistema de deslizamento com fator de Schmid maior seja favorecido em relação aos outros é mostrada na figura 4.4.1 [17,18].

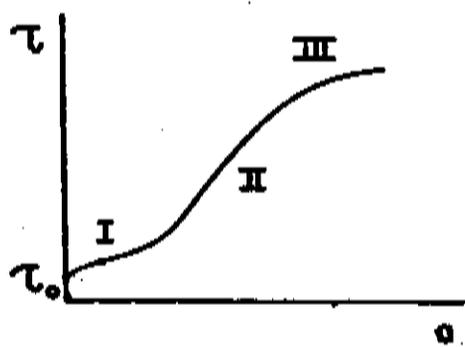


FIGURA - 4.4.1 - Curva tensão cisalhante - deformação para monocristais de metais cúbicos de face centrada.

A curva pode ser dividida em três estágios I, II e III.

O estágio I começa após deformação elástica na tensão crítica  $\tau_0$ . Este estágio chamado de fácil deslizamento, é uma região linear com taxa de encruamento muito baixa. A inclinação dessa região é aproximadamente um décimo da inclinação

da região II e é caracterizada por linhas de deslizamento longas (100-1000  $\mu\text{m}$ ), retas e uniformemente espaçadas (10-100nm). A partir deste resultado podemos considerar um valor do livre caminho médio da ordem de 1mm.

Nesse estágio as discordâncias são capazes de se movimentarem por distâncias relativamente longas sem encontrar barreiras. O deslizamento ocorre somente em um sistema de deslizamento e o término do estágio I é considerado como começo do deslizamento secundário.

O início do estágio II se dá com o deslizamento em planos secundários formando barreiras para o movimento das discordâncias primárias.

O estágio II é uma região de rápido encruamento linear, nela o deslizamento ocorre em mais de um conjunto de planos. Existe a formação de um grande número de barreiras de Cottrell-Lomer com o aumento da deformação. a inclinação da curva é praticamente independente da temperatura, o que está de acordo com a teoria que admite o empilhamento de grupos de discordâncias como o principal mecanismo de encruamento, muito embora esta tenha efeito significativo na extensão do estágio II.

O estágio III é uma região em que a taxa de encruamento decresce com o crescimento da deformação. Nessa região as tensões são suficientemente altas para que as discordâncias participem de processos que não são ativados para as tensões inferiores. Por exemplo, as discordâncias empilhadas por deslizamento cruzado ou escalagem libertam-se e reduzem o campo inter-

no de deformação. A tensão inicial desse estágio é dependente da temperatura, o que sugere que o mecanismo principal de encruamento seja a interseção de florestas de discordâncias.

#### 4.4.1. Teorias de Longo Alcance

Consideremos aqui as teorias de longo alcance formuladas para descrever os estágios I e II do encruamento.

**ESTÁGIO I** - Segundo as idéias desenvolvidas por Seeger et al., o encruamento do estágio I<sup>[19,20]</sup>, é devido às interações de longo alcance entre laços de discordâncias bem espaçados. Esses laços ou anéis de discordâncias são bloqueados por obstáculos não especificados, todos no sistema primário. Admite-se a existência de  $N$  fontes de discordâncias por unidade de volume. Este número  $N$  permanece constante durante todo estágio I.

Quando uma tensão  $\tau$  é atingida, cada uma dessas  $n$  fontes já emitiu  $n$  laços de discordâncias.

Observou-se, experimentalmente, que cada laço percorre uma distância  $L$  dentro do cristal enquanto os laços nos planos adjacentes estão a uma distância  $d$  destes, com  $d \ll L$ . Sendo baixo o nível da tensão no estágio I, as discordâncias geradas por uma dada fonte são bastante espaçadas, podendo-se considerar seus campos de tensão como se fossem de uma única superdiscordância.

Um incremento em tensão,  $\delta\tau$ , resultará em um au-

mento do número de laços  $\delta n$ , o qual dará um incremento na deformação de  $\delta a$ , que pode ser escrito como:

$$\delta a = bNL^2 \delta n \quad (4.4.1)$$

onde  $L^2 \delta n$  é o incremento de área.

Considerando-se que num volume  $L^2 d$  contém uma fonte, e num volume unitário terá  $1/L^2 d$  fontes. Então teremos

$$N = \frac{1}{L^2 d} \quad (4.4.2)$$

Substituindo-se 4.4.2 em 4.4.1 tem-se

$$\delta a = \frac{b \delta n}{d} \quad (4.4.3)$$

A geração de  $\delta n$  novos laços também aumentará a tensão opoitorá  $\tau_B$  nas fontes de discordâncias por

$$\delta \tau_B = \frac{\mu b}{2\pi L} \delta n \quad (4.4.4)$$

Quando  $\delta \tau_B$  se torna igual a  $\delta \tau$ , não são gerados mais laços.

Então de 4.4.3 e 4.4.4 tem-se

$$\delta \tau = \frac{\mu b}{2\pi L} \frac{\delta a d}{b} \quad (4.4.5)$$

e conseqüentemente  $\theta_1$ , a inclinação da região I, é dada por

$$\theta_1 = \frac{\delta \tau}{\delta a} = \left( \frac{\mu}{2\pi} \right) \left( \frac{d}{L} \right) \quad (4.4.6)$$

Um tratamento mais preciso dará<sup>[19,21]</sup>

$$\theta_1 = \frac{8\mu}{9\pi} \left( \frac{d}{L} \right) \quad (4.4.7)$$

Esta teoria ignora a existência de dipolos e seus efeitos sobre o encruamento. Ela também não faz considerações sobre obstáculos que são responsáveis pelo bloqueio das discordâncias móveis.

**ESTÁGIO II** - O aumento no encruamento, no começo do estágio II<sup>[20,22,23]</sup>, é devido a um decréscimo na distância média de deslizamento decorrente da ativação de sistemas secundários, nos quais a tensão resolvida aumentara. Essa ativação de sistemas de deslizamento secundários dá origem à formação dos obstáculos, cuja densidade aumenta ao longo de todo estágio II. A única função importante da atividade secundária é a de abastecer tais barreiras. Admite-se também que o número de fontes ope

rando aumenta continuamente.

Os principais obstáculos que bloqueiam o deslizamento são as barreiras de Lomer-Cottrell. As discordâncias empilham-se contra essas barreiras e dão origem a tensões internas de longo alcance que determinam a tensão de deformação.

Considerando-se laços quadrados de discordâncias gerados em uma fonte de Frank-Read e  $L$  (igual ao lado do laço) comprimento de uma linha de deslizamento. Então um incremento de deformação é dado por:

$$\underline{da} = L^2 b n dN \quad (4.4.8)$$

onde  $dN$  é o incremento no número de fontes por unidade de volume em operação durante o incremento de deformação  $\underline{da}$  e  $n$  é o número de discordâncias por linha de deslizamento, isto é, por fonte e  $b$  é o vetor de Burgers.  $N$  foi considerado constante na teoria do estágio I enquanto, no estágio II, aumenta continuamente.

A relação entre linha de deslizamento,  $L$ , e deformação  $\underline{a}$  é introduzida como um fato experimental, isto é,

$$L = \frac{\Lambda}{a} \quad (4.4.9)$$

em que  $\Lambda$  é uma constante determinada experimentalmente e  $a$  é igual a  $(a - a_2)$ , onde  $a_2$  é a deformação de cisalhamento no come-

ço do estágio II.

Substituindo-se 4.4.9 em 4.4.8 e integrando (supondo  $n$  constante), obtem-se

$$a^3 = 3\Lambda^2 bnN \quad . \quad (4.4.10)$$

Admite-se que um grupo de discordâncias empilhadas pode ser considerado como uma superdiscordância com vetor de Burgers igual a  $nb$  e uma distância média,  $\ell$ , de separação, em que

$$\ell = \frac{1}{NL} \quad . \quad (4.4.11)$$

A superdiscordância se comportará como uma barreira ao movimento da discordância porque a tensão necessária para mover uma discordância que passa por outra, em um plano de deslizamento paralelo, é proporcional ao vetor de Burgers da discordância e inversamente proporcional à distância de separação.

A tensão necessária para mover a discordância através de campo de tensões é dada por:

$$\tau = \alpha \frac{\mu bn}{2\pi\ell} \quad (4.4.12)$$

onde  $\alpha$  é uma constante de ordem 1.

De 4.4.10 e 4.4.11 obtem-se

$$\tau = \alpha \frac{\mu b n}{2\pi} (NL)^{1/2} .$$

Através das expressões 4.4.9, 4.4.10 e 4.4.11 obtemos uma lei de encruamento linear onde a taxa de encruamento é dada por

$$\frac{d\tau}{da} = \theta_{II} = \frac{\alpha\mu}{2\pi} \left( \frac{nb}{3\Lambda} \right)^{1/2} ,$$

com  $\theta_{II}$  representando a inclinação da curva correspondente à região II.

O estágio II tem sido mais estudado, porque não existe acordo sobre os mecanismos atomísticos que descrevem o encruamento. A teoria devida a Seeger e colaboradores que explica o encruamento por tensões de longo alcance devidos a empilhamentos no interior do cristal, se baseia em observações superficiais e os campos de longo alcance são confirmados experimentalmente por medidas magnéticas. Em microscopia de transmissão não se observou os empilhamentos, mas sim um arranjo irregular que deu origem a muitas teorias [24,25].

#### 4.4.2. Teorias do Estágio III

Nesse estágio que é caracterizado por uma taxa de encruamento decrescente, aparecem linhas de deslizamento onduladas porque o deslizamento não está restrito a um único plano de deslizamento.

Com o aumento da deformação no estágio II, a densidade de discordâncias em média, aumenta e sua distribuição é fortemente caracterizada por regiões livres de discordâncias, circundadas por paredes de regiões de discordâncias emaranhadas. A configuração adquirida no estágio II é praticamente independente da temperatura e da taxa de deformação. À tensões e temperaturas elevadas, as discordâncias são capazes de sofrerem processos que não são possíveis a tensões e temperaturas baixas, como contornar as barreiras desenvolvidas no estágio II, aniquilarem-se mutuamente as discordâncias de sinais opostos e, assim reduzir o campo de tensão interna.

Seeger<sup>[23]</sup> considera o fenômeno de deslizamento cruzado para superar as barreiras, o que está em maior conformidade com as observações experimentais; a recuperação dinâmica ocorre por deslizamento cruzado de discordâncias termicamente ativadas e o fenômeno é facilitado pela alta tensão aplicada.

O estágio III é caracterizado por bandas de deslizamento grossas, que são agrupamentos de linhas de deslizamentos pouco espaçadas. Pensa-se que o deslizamento cruzado é responsável pela formação de bandas.

Uma discordância perfeita em um metal C.F.C. dissocia-se em duas discordâncias parciais com uma faixa de defeito de empilhamento entre elas. Dessa maneira, a discordância em parafuso está confinada a um plano que contém a faixa de defeito de empilhamento. Ela poderia mover-se para um outro plano de deslizamento, se fosse possível transferir a faixa de defeito de empilhamento para este plano. A figura 2.1.3 mostra um método para se fazer isso. Uma constricção é formada na discordância ao longo de uma linha de interseção dos planos de deslizamento primário e cruzado. Na constricção, a discordância dissocia-se em parciais que ficam no plano de deslizamento cruzado.

Espera-se que a taxa de encruamento decresça com o começo do deslizamento cruzado, pois este fenômeno relaxaria as concentrações de tensões devidas a empilhamentos. O fenômeno de deslizamento cruzado requer um gasto de energia, é difícil de ocorrer a níveis baixos de tensões e, é auxiliado por temperaturas elevadas.

A tensão necessária para iniciar o estágio III é dependente da temperatura<sup>[26]</sup> e, é nitidamente dependente da energia de defeito de empilhamento do metal. A tensão necessária para que ocorra deslizamento cruzado é maior no cobre que no alumínio pois este tem a energia de defeito de empilhamento bem mais alta e, para que o deslizamento cruzado ocorra, é necessária uma constricção na larga faixa de falha de empilhamento entre parciais, tendo-se assim um certo comprimento de discordâncias não dissociado.

#### 4.4.3. Teoria de Kuhlmann-Wilsdorf [ 24,27,29 ]

Kuhlmann-Wilsdorf (K-W) e colaboradores não concordam com a curva convencional de encruamento de três estágios. Eles colocam que o estágio II não é linear de uma maneira simples, particularmente para orientações não muito simétricas e que o estágio III segue o estágio II sem descontinuidade na tensão de cisalhamento ou na inclinação  $d\tau/da$ . Essa condição de continuidade em  $\tau$  bem como em  $d\tau/da$  no ponto de início do estágio III ( $\tau_3$ ) implica que nem a densidade de discordâncias,  $\rho$ , nem o livre caminho médio de discordâncias,  $L$ , mudam descontinuamente em  $\tau_3$ . Tal argumento, descarta a teoria de Seeger porque para este, o estágio III significa o começo de deslizamento cruzado que permite a aniquilação mútua de discordâncias anteriormente travadas e circunavegação dos obstáculos por discordâncias em parafuso empilhadas. Segundo o trabalho de Bell<sup>[28]</sup>, as curvas experimentais de tensão-deformação seguem as relações dadas abaixo:

$$\tau = \theta_{III} \sqrt{(a - a_b)} = \sqrt{2\theta_{II} \tau_3 (a - a_b)} \quad (4.4.3.1)$$

com

$$\theta_{III} = \sqrt{2\theta_{II} \tau_3} \quad (4.4.3.2)$$

onde o símbolo  $a_b$ , que é deformação correspondente ao centro do estágio II contando-o a partir de sua extrapolação linear ao eixo de deformação. Assim, o estágio III é a parábola centrada no eixo de deformação conectada ao estágio II em  $\tau_{III}$  sem descontinuidade em  $\tau$  ou  $d\tau/da$ .

K-W focalizam a atenção na estrutura celular comumente observada em metais deformados nos quais as discordâncias são razoavelmente móveis e nos quais estão disponíveis "vários sistemas de deslizamento mutuamente independentes e não coplanares".

Considere-se uma estrutura celular em um metal deformado no qual as paredes de células ocupam uma fração volumétrica  $f$  do material, com um comprimento médio de ligação,  $\bar{l}$ . Então a densidade geral de discordâncias no material é

$$\rho = \frac{fm}{\bar{l}^2} \quad (4.4.3.3)$$

onde  $m$  é um fator numérico que aumenta com a irregularidade da rede. K-W estimam que ele é cerca de 5.

A tensão de deformação instantânea,  $\tau$ , tem um componente importante e fundamental, segundo esta teoria, chamado de tensão de fonte  $\tau_S$ .  $\tau_S$  é a tensão necessária para fazer os elos de discordâncias crescerem além de seus raios críticos de encurvamento. Os elos de discordâncias encurvado para fora, chamados de elos-fontes<sup>[10]</sup>, serão os elos mais compridos da rede. K-W<sup>[29]</sup> mostram que a razão,  $n$ , do comprimento do elo-

fonte,  $\ell_S$ , ao comprimento de elo médio,  $\bar{\ell}$ , é aproximadamente 3.

A tensão de deformação total é a soma dessa tensão de fonte,  $\tau_S$ , e de todas as outras contribuições,  $\tau_0$ . Isto é,

$$\tau = \tau_0 + \tau_S = \tau_0 + \frac{\mu b}{2\pi\ell_S} \ln \frac{\ell_S}{b} \quad (4.4.3.4)$$

ou

$$\tau = \tau_0 + \frac{\mu b}{2\pi n\bar{\ell}} \ln \frac{n\bar{\ell}}{b} .$$

Substituindo-se  $\bar{\ell}$  da equação 4.4.3.3 pode-se reescrever a equação 4.4.3.4 como

$$\tau = \tau_0 + \frac{\mu b \sqrt{\rho}}{2\pi n \sqrt{mf}} \ln \frac{n \sqrt{mf}}{b \sqrt{\rho}} . \quad (4.4.3.5)$$

O encruamento está relacionado de modo simples com a densidade de discordâncias após a deformação. Isto é, demonstrado por resultados experimentais, indicando a validade da relação linear entre  $\tau$  e  $\sqrt{\rho}$ .

Assim podemos escrever:

$$\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho}$$

onde

$$\alpha = \frac{\ln (n \sqrt{mf} / b \sqrt{\rho})}{2\pi n \sqrt{mf}} \quad (4.4.3.6)$$

A figura 4.4.3.1 mostra a variação de  $\alpha$  e  $\rho$  com  $(\tau - \tau_0)$ , a parte de tensão de deformação independente de temperatura. Os valores dos parâmetros constantes são  $n = 3$ ,  $f = 1/5$ ,  $m = 5$  e, assim,  $mf = 1$ . Nota-se uma dependência da tensão de deformação com a raiz quadrada da densidade de discordâncias na faixa de  $\rho$  de  $\approx 10^6$  a  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$  e para  $\alpha = 0,47 \pm 0,1$ .

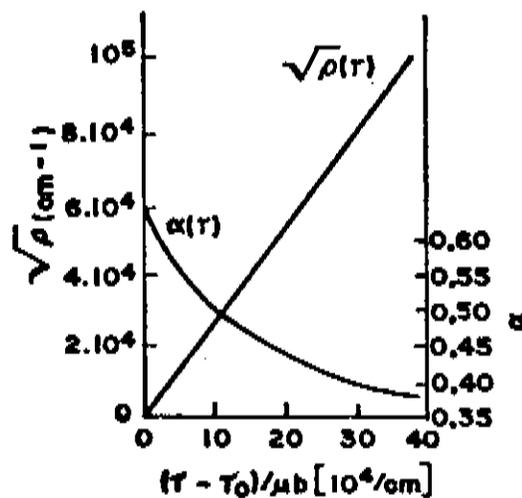


FIGURA - 4.4.3.1 - A variação de  $\alpha$  e  $\rho$  com a tensão de deformação independente de temperatura  $(\tau - \tau_0)$ .

#### 4.4.3.1. Estágio II

Para obter a relação de tensão cisalhante-deformação cisalhante no estágio II, procede-se da seguinte maneira. Admite-se que a célula tenha aproximadamente uma seção circular

com diâmetro  $L = g\bar{l}$ . Logo, a geração de um anel de discordância primária, mediante o encurvamento de um elo no plano primário de deslizamento por unidade volume, resultará em um incremento de deformação cisalhante

$$da = \frac{\pi}{4} L^2 b \quad (4.4.3.7)$$

e um incremento na densidade de discordâncias

$$d\rho = \beta \pi L \quad (4.4.3.8)$$

onde  $\beta$  representa a fração de comprimento inicial de discordância primária que foi adicionada ao cristal durante esse processo de encruamento.  $\beta$  será, geralmente, menor que 1 devido à aniquilação mútua de discordâncias.

Da equação 4.4.3.3 pode-se escrever

$$L = g\bar{l} = \frac{g \sqrt{f_m}}{\sqrt{\rho}} \quad (4.4.3.9)$$

Então, pode-se reescrever a equação 4.4.3.7 usando as equações 4.4.3.8 e 4.4.3.9 como se segue

$$da = \frac{\pi}{4} bLL = \frac{\pi}{4} b \frac{g \sqrt{f_m}}{\sqrt{\rho}} \frac{d\rho}{\beta \pi}$$

ou

$$da = \frac{bg \sqrt{fm}}{4\beta} \frac{d\rho}{\sqrt{\rho}} \quad (4.4.3.10)$$

Integrando a equação 4.4.3.10 obtem-se

$$a - a_0 = \frac{bg \sqrt{fm}}{2\beta} \sqrt{\rho} \quad (4.4.3.11)$$

Substituindo  $\rho$  da equação 4.4.3.11 na equação 4.4.3.5 obtem-se a relação tensão cisalhante-deformação cisalhante para estágio II,

$$\tau - \tau_0 = \left[ \frac{\mu b}{\pi n m f g} \ln \frac{n m f g}{2\beta (\epsilon - \epsilon_0)} \right] (a - a_0) = \theta_{II} (a - a_0) \quad (4.4.3.12)$$

A equação 4.4.3.12 não descreve rigorosamente um estágio II linear. Segundo K-W, o estágio III ocorre porque as células não podem continuar a se contrair indefinidamente. As células de discordâncias contraem-se não por movimento de rede mas por subdivisão das maiores células. Neste ponto, K-W formulam a seguinte hipótese (faltando confirmação experimental): o processo de subdivisão de células vai parar quando as células ficarem tão pequenas a ponto de não haver mais nucleação de paredes novas de células devido aos pouquíssimos encontros aleatórios en-

tre as discordâncias de deslizamento. Seja  $L_c$ , o diâmetro crítico da célula no qual o processo de subdivisão pára. Então, das equações 4.4.3.9 e 4.4.3.10, obtem-se

$$da = \left( \frac{bL_c}{4\beta} \right) d\rho \quad .$$

Integrando esta expressão, tem-se

$$a - a_0 = \left( \frac{bL_c}{4\beta} \right) \sqrt{\rho} \quad (4.4.3.13)$$

ou

$$\sqrt{\rho} = \sqrt{4\beta(a - a_0)/bL_c} \quad (4.4.3.14)$$

onde  $a_b$  é a deformação no ponto central do estágio II, contando-o a partir de sua extrapolação linear ao eixo de deformação.

Substituindo-se  $\sqrt{\rho}$  da equação 4.4.3.14 na equação 4.4.3.5 obtem-se para o estágio III

$$\tau - \tau_0 = \left[ \frac{\mu \sqrt{\beta b}}{\pi n \sqrt{mfL_c}} \ln \frac{n \sqrt{mfL_c}}{\sqrt{4\beta b(\epsilon - \epsilon_b)}} \right] \sqrt{(a - a_0)}$$

ou

$$\tau - \tau_0 = \theta_{III} \sqrt{(a - a_0)} \quad (4.4.3.15)$$

onde

$$\theta_{III} = \left[ \frac{\mu \sqrt{\beta b}}{\pi n \sqrt{mfL_c}} \quad \& n \quad \frac{n \sqrt{mfL_c}}{\sqrt{4\beta b(\epsilon - \epsilon_b)}} \right] .$$

Nota-se que esta equação também não representa um estágio III parabólico. Mas K-W assinalam que o desvio da parábola de Bell é pequeno e dentro de precisão da extrapolação. De fato, K-W mostram que a equação 4.4.3.15 está de acordo com as equações 4.4.3.1 e 4.4.3.2. Quanto ao desvio de linearidade no estágio II, K-W argumentam que as curvas computadas de tensão-deformação baseadas nas equações 4.4.3.10 e 4.4.3.11 são próximas às curvas experimentais existentes na literatura.

## CAPÍTULO 5

### 5. MODELO EXPERIMENTAL

#### 5.1. DESCRIÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL

Para estudarmos separadamente as propriedades de uma discordância em parafuso ou em cunha, necessitamos de monocristais laminares convenientemente orientados de espessura igual ou menor que 1mm, pois como o livre caminho médio das discordâncias é da ordem de 1mm<sup>[19]</sup> (válido para o estágio I) parte do "loop" de discordância que irá desenvolver-se escapará através da superfície do monocristal, permanecendo apenas segmentos de um único tipo de discordância.

Os cristais que empregamos em nosso trabalho tem a orientação do eixo de tensão no interior do triângulo fundamental longe da linha que une as direções [100] e [111], para ter uma grande zona de fácil deslizamento como mostra a figura 6.4.5.

Ao deformarmos o monocristal segundo esta zona de fácil deslizamento, a deformação será controlada pelos segmentos de discordâncias que permanecem no monocristal, segmentos estes que são perpendiculares a interseção entre o plano de deslizamento e a superfície da lâmina. Se o vetor de Burgers do plano de deslizamento ativo é convenientemente orientado, os segmentos de discordâncias remanescentes serão principalmente

em cunha ou parafuso (figura 5.1.1).

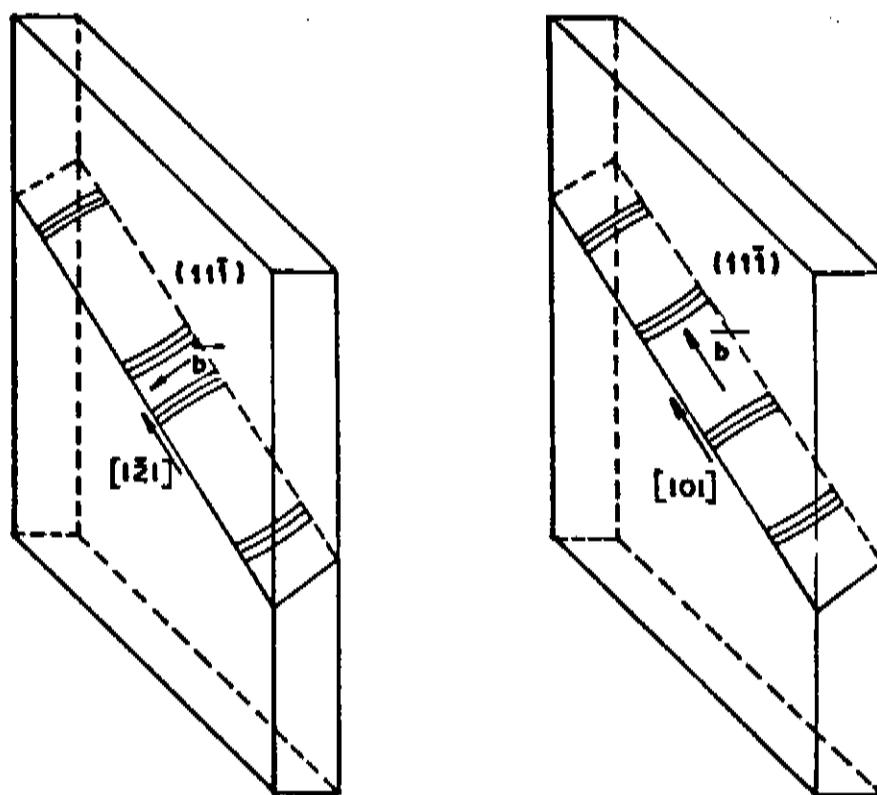


FIGURA - 5.1.1 - Vetores de Burgers do plano de deslizamento ativo.

Segundo Diehl e Col<sup>[30]</sup> todos os pontos do triângulo (100)-(110)-(111), têm como sistema mais favorável (fator de Schmid maior) aquele dado pelo plano  $(11\bar{1})$  e direção  $[101]$ . Então, ao crescermos a lâmina com o mesmo eixo que a semente e orientando-a para que a interseção entre o plano de deslizamento e a superfície da lâmina seja paralela ou perpendicular à direção  $[101]$ , obtemos os cristais desejados quando ativamos tal sistema de deslizamento.

## 5.2. SELEÇÃO DO SISTEMA DE DESLIZAMENTO

Os cristais C.F.C., cuja orientação do eixo de

tensão encontra-se na região central do triângulo fundamental começam a deformar-se no sistema primário porém, muitos cristais com orientação de cunha iniciam sua deformação em sistemas secundários e posteriormente passam a deformar-se no sistema primário [31].

Segundo a Lei de Schmid isto não ocorre, pois o sistema de deslizamento de um cristal que possui a máxima tensão de cisalhamento deforma primeiro. Esta lei tem a suposição implícita que a tensão crítica é a mesma para todos os sistemas de deslizamento. Mas se o cristal oferece diferentes resistências para diferentes tipos de sistemas, podemos esperar desvios da Lei de Schmid [31].

Para entendermos o comportamento anormal apresentado por estes cristais utiliza-se o fato que comprova que, a tensão de fluência para os cristais com discordâncias em parafuso ( $\tau_p$ ) é menor que para os cristais com discordâncias em cunha ( $\tau_c$ ); isto é:  $\tau_p < \tau_c$ . [31]

Devido à geometria de nossos cristais, a deformação é produzida por um sistema de discordâncias de um caráter preferencial (parafuso ou cunha), e este caráter é mais pronunciado quanto menor for a espessura.

Se temos então um cristal com orientação cuja a deformação primária é por discordâncias em cunha com a tensão  $\tau_c^{op}$  e existe um sistema secundário com orientação de parafuso (ou aproximadamente de parafuso), teremos deformação primeiro

no sistema secundário, sendo  $\tau_p^{os}$  a tensão nesse sistema.

Conhecendo-se as tensões de escoamento dos cristais com discordâncias em cunha e parafuso é possível saber a tensão de fluência de uma discordância mista ao decompormos numa discordância em parafuso de vetor  $b \cos \beta$  (onde  $\beta$  é o ângulo entre o vetor de Burgers e a linha de discordância) e numa discordância em cunha com vetor  $b \sin \beta$ . O resultado está indicado na figura 5.2.1.

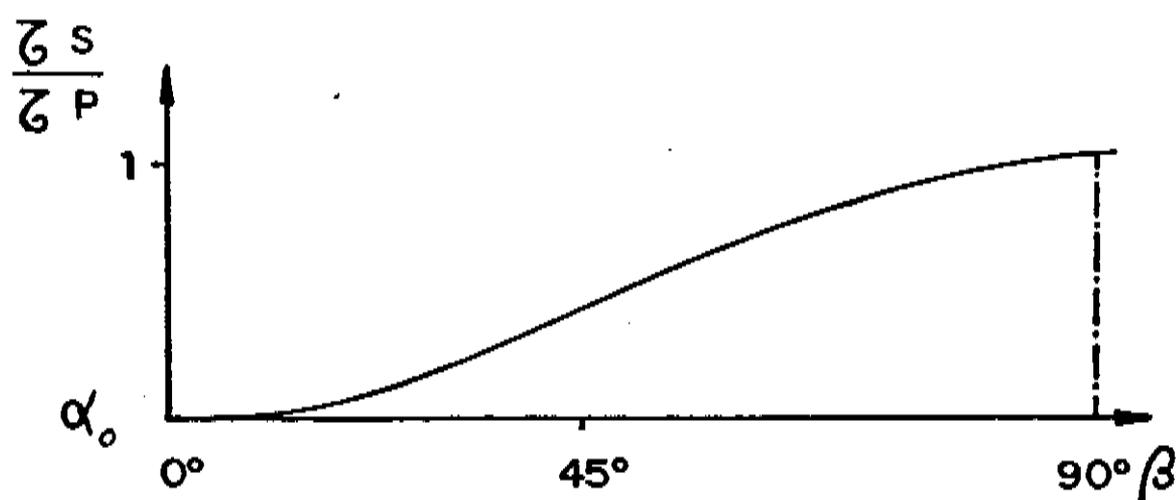


FIGURA - 5.2.1 - Razão entre as tensões de fluência para parafuso e cunha ( $\alpha$ ) em função do ângulo  $\beta$  [32].

onde no eixo das ordenadas está representada a razão das tensões de fluência correspondente a cada ângulo  $\beta$  e no eixo das abcissas o ângulo  $\beta$ . O parâmetro  $\alpha$  é a razão entre as tensões de fluência para parafuso e cunha.

Portanto, a deformação começa nos sistemas secundários somente nos cristais em que o sistema primário é de caráter

ter de cunha e em orientações para as quais a tensão secundária é  $\tau^S \gg \alpha_0 \tau^P$  e a orientação do vetor de Burgers é de parafuso. (ou quase parafuso) [31].

## CAPÍTULO 6

### 6. CRESCIMENTO DE MONOCRISTAIS DE COBRE E SUA ORIENTAÇÃO

#### 6.1. INTRODUÇÃO

O propósito deste capítulo é descrever o crescimento de monocristais de cobre e sua orientação.

As amostras utilizadas neste trabalho são de monocristais laminares de cobre.

Para crescer os monocristais laminares usamos uma semente cilíndrica. Foi utilizado cobre Elox (alta condutividade, livre de oxigênio) com pureza de 99,95%. Para manter a pureza, os cristais foram crescidos numa atmosfera inerte de argônio.

#### 6.2. CRESCIMENTO

##### 6.2.1. A Técnica<sup>[14]</sup>

Fizemos o crescimento de monocristais cilíndricos para serem usados como semente. Utilizamos cilindros de cobre de 80mm de comprimento e 5mm de diâmetro, nos quais usamos uma das extremidades em forma pontiaguda, cuja finalidade foi a obtenção de um único núcleo de condensação.

A semente inicial foi preparada pela fusão do metal em um cadinho cilíndrico da maneira ilustrada na figura 6.2.1.1.

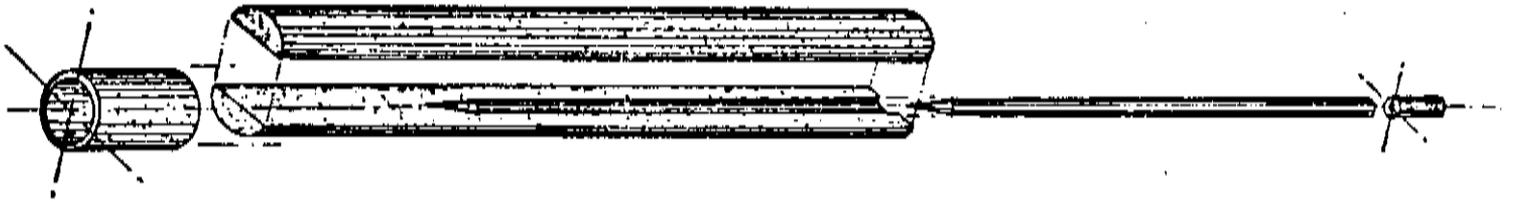


FIGURA - 6.2.1.1 - Cadinho para preparação da semente.

O cadinho foi feito de grafite de alta pureza e alta densidade. O método de crescimento é o de Bridgman com algumas modificações. Neste método utiliza-se o fato de que ao movermos uma interface sólido-líquido muito lentamente em um forte gradiente de temperatura, torna-se possível produzir um único grão em todo sólido. Para obtermos esse gradiente de temperatura construímos um forno.

O crescimento foi feito numa atmosfera inerte, de gás argônio, com condições controladas, para evitar a oxidação excessiva da amostra.

Para aumentar a concentração de argônio fizemos vácuo no tubo e posteriormente introduzimos o gás. Repetimos esse processo várias vezes procurando manter o sistema a  $0,6 \text{Kg/cm}^2$  acima da pressão atmosférica.

O resfriamento do metal fundido foi feito da seguinte forma. Iniciando-se pela extremidade pontiaguda da amo-

tra, progressivamente a resfriamos ao longo de sua extensão. Isto foi necessário para provocar o resfriamento em um único ponto.

O movimento da interface sólido-líquido pode ser produzido pelo movimento do forno. Construímos um sistema móvel, o qual suporta o forno. Desta forma foi possível dar movimento horizontal ao forno com a amostra mantendo-se fixa, o que evita problemas de vibração na amostra.

Quando um forno em movimento é usado, a velocidade de avanço da interface sólido-líquido, isto é a velocidade de resfriamento, não é necessariamente igual a velocidade de movimento do forno, porque a distância da interface até a extremidade do forno depende do calor transferido ao cadinho e ao metal líquido e também a perda de calor pelo cadinho e pelo metal líquido que saiu da interface.

Essas duas quantidades de calor dependem sobretudo da posição do forno em relação às extremidades do cadinho.

Após a obtenção do monocristal, determinamos sua orientação usando difração de Raios-X.

O monocristal pode agora ser usado como uma "semente" para produzir mais monocristais. O novo material cristalino terá a mesma orientação da semente a menos que novos cristais sejam nucleados.

A partir dos monocristais cilíndricos de orientação conhecida nós usamos um cadinho como figura 6.2.1.2 para crescer os monocristais laminares.

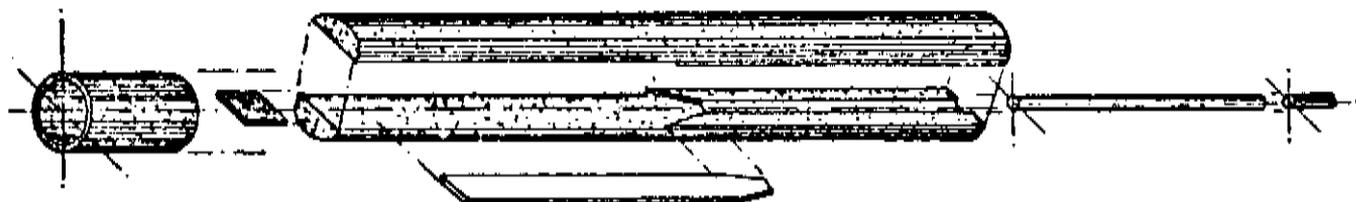


FIGURA - 6.2.1.2 - Cadinho para crescer monocristais laminares a partir de monocristais cilíndricos.

A seguir utilizamos outro cadinho, ilustrado na figura 6.2.1.3, para crescer as lâminas monocristalinas que serão usadas nos ensaios de tração. Como "sementes" usamos os monocristais laminares obtidos do cadinho anterior. Essas lâminas têm uma seção retangular de 1 x 13mm.



FIGURA - 6.2.1.3 - Cadinho para crescer lâminas.

### 6.3. CONSTRUÇÃO DO FORNO

#### 6.3.1. Cálculo da Resistência

Usando-se uma potência de 2KW e voltagem de 220 volts, podemos calcular a resistência de operação do forno da

seguinte maneira:

$$R = \frac{V^2}{P} = 24.2 \Omega \quad (6.3.1.1)$$

Este é o valor da resistência na temperatura de operação, ou seja 1083°C (alcançada mediante a utilização do fio de Kanthal A-1 que suporta até 1375°C). Como a resistência de um material varia com a temperatura, é necessário usar o fator  $C_T$  (que depende da temperatura) para convertermos o valor obtido na equação 6.3.1.1 para a temperatura ambiente de 20°C. O fator  $C_T$  no caso do Kanthal A-1 é igual a 1.040 a  $T = 1083^\circ\text{C}$ <sup>[15]</sup>, temos:

$$R_{20^\circ\text{C}} = \frac{R_{1083^\circ\text{C}}}{C_T} = \frac{24.2\Omega}{1.040} = 23.3 \Omega \quad (6.3.1.2)$$

Essa resistência pode ser atingida com um fio fino e curto ou um fio grosso e longo. Logicamente seria melhor um fio fino, mas este apresenta a dificuldade de que se a potência dissipada por unidade de superfície for muito grande, o material se aqueceria acima da temperatura de fusão.

A corrente máxima que passa através do fio é dada por

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220V}{24.2\Omega} = 9.1A. \quad (6.3.1.3)$$

Procura-se agora o fio que possa suportar essa intensidade de corrente sem ser sobrecarregado. Para este fim calculamos a superfície irradiante ( $S_i$ ) em  $\text{cm}^2/\Omega$  do material de resistência mais indicado da seguinte forma

$$S_i = \frac{I^2 C_T}{P} = \frac{(9.1\text{A})^2 1.040}{2.0 \text{ W/cm}^2} = 43.06 \text{ cm}^2/\Omega. \quad (6.3.1.4)$$

Procurando nas tabelas Kanthal, o material mais indicado, que satisfaz de forma razoável a condição 6.3.1.4, é o fio Kanthal A-1, com diâmetro 1.40mm e  $S_i$  igual a  $46.69 \text{ cm}^2/\Omega$ .

O comprimento do fio é calculado pela expressão

$$l = \frac{R_{20^\circ\text{C}}}{0.9419} \quad (6.3.1.5)$$

onde o valor 0.9419 é dado pela Tabela Kanthal. Assim,

$$l = \frac{23.3\Omega}{0.9419\Omega/\text{m}} = 24.5\text{m} \quad (6.3.1.6)$$

Como não foi possível encontrar um fio de Kanthal com 1.40mm de diâmetro, refizemos os cálculos utilizando-se um fio do mesmo material mas com 1.50mm de diâmetro. Assim o comprimento da resistência usada na experiência foi de

$$l = \frac{R_{20^{\circ}C}}{0.8205} = 28.40m. \quad (6.3.1.7)$$

Este fio foi enrolado de forma helicoidal dando uma bobina de 2.23m de comprimento por 49mm de diâmetro. Foram deixados aproximadamente 1m de fio em cada extremidade da bobina para serem usados como terminais. Estas pontas foram dobradas com objetivo de conseguir melhor contato com a fonte de tensão.

### 6.3.2. Colocação e Fixação da Resistência

A resistência de Kanthal na forma de bobina foi enrolada num tubo de alumina de 30cm de comprimento. Para obtermos um gradiente de temperatura que resfrie a amostra de forma gradativa a partir de sua extremidade pontiaguda, o enrolamento foi feito concentrando-se a resistência numa das pontas do tubo e gradativamente espaçamos as espiras até cobrir toda extensão do mesmo.

A técnica que usamos no enrolamento da resistência seguiu os seguintes passos:

1º Passo: Enrolamos um pedaço de papelão de aminto molhado no tubo, amarramos com barbante comum para que o papelão tomasse a forma do tubo e deixamos secar de um dia para o outro. Após isto, retiramos o barbante.

2º Passo: Enrolamos a resistência no tubo sobre o papelão de amianto, sendo que cada volta de fio foi intercalada com voltas de cordão de amianto. As três primeiras voltas de resistência foram intercaladas com uma volta de cordão de amianto, a quarta, quinta e sexta voltas foram intercaladas com duas voltas de cordão, depois as outras três com três voltas de cordão e assim por diante, até a outra extremidade do tubo e final da resistência.

Os terminais da resistência foram presos no tubo com auxílio de um pedaço de fio Kanthal para não dobrar os terminais da resistência e quebrá-los.

3º Passo: Depois de colocada no tubo, a resistência foi fixada. A fixação foi feita com cimento refratário. Usamos o Fiberfrax da Carborundum, pois, quando aquecido não racha e fixa muito bem. As principais características Fiberfrax são:

- 1-) Temperatura de operação alta. Pode ser exposta ou usada até a temperatura de  $1260^{\circ}\text{C}$  em operação contínua e em temperatura levemente superior;
- 2-) Têm condutividade térmica extremamente baixa, portanto, se constituindo num excelente isolante térmico na faixa de  $0.04$  a  $0.3\text{Kcal-m/hm}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$  dependendo da temperatura e do formato do produto;

- 3-) Baixa capacidade de armazenamento de calor possibilitando aquecimentos e resfriamentos rápidos;
- 4-) Baixa densidade. É muito mais leve que os materiais isolantes comuns permite estrutura mais leve.

Após a fixação da resistência, iniciamos o processo de secagem do Fiberfrax, pois ele vem umidecido.

A secagem foi feita da seguinte maneira. Primeiro deixamos o enrolamento exposto por três dias à temperatura ambiente. Posteriormente a resistência foi pré-aquecida à temperaturas menores que  $100^{\circ}\text{C}$ . Depois fizemos vários aquecimentos à temperaturas mais altas até que todo líquido contido no Fiberfrax fosse vaporizado.

### 6.3.3. Envoltório Externo e Enchimento do Forno

O forno tem um corpo cilíndrico feito de folha metálica com as extremidades fechadas por placas de amianto como mostra a figura 6.3.3.1

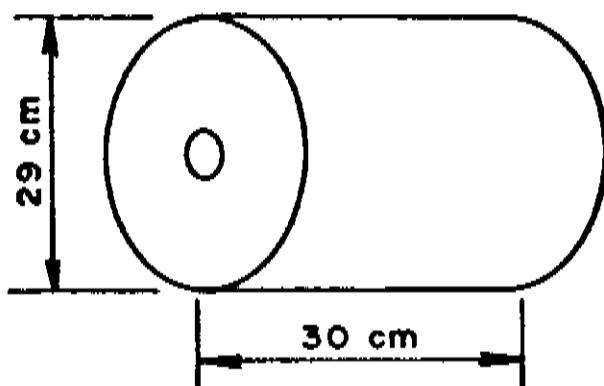


FIGURA - 6.3.3.1 - Forno cilíndrico.

As placas de amianto têm dois orifícios centrais com diâmetro igual a 48.25mm, como figura 6.3.3.2.

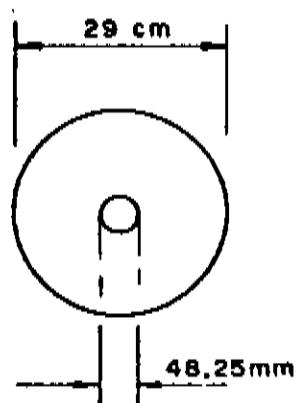


FIGURA - 6.3.3.2 - Extremidades do forno.

Numa das extremidades do forno existe abaixo do orifício central, um outro de diâmetro menor igual a 27.11mm, onde é introduzido um tubo de alumina fechado num dos lados. É neste tubo que colocamos o termopar.

A resistência fixada no tubo de alumina de diâmetro igual a 45.4mm, é agora introduzida no forno e alinhada com os furos laterais das placas de amianto. Os terminais dessa resistência são revestidos com pastilhas refratárias e saem do forno para serem ligados aos polos do Variac.

Após a adaptação da resistência o espaço vazio entre esta e as paredes do cilindro externo é preenchido com material isolante térmico. Este pode ser diatomita, manta CH ou flocos CH.

Pelas dimensões do forno que construímos, o ideal seria usar os flocos CH, mas como este material não foi encontrado utilizamos a manta CH. As principais características da manta CH produzida pela Carborundum são: temperatura máxima de

operação de  $1426^{\circ}\text{C}$ , densidade de  $128\text{Kg/m}^3$  e espessura igual a  $25.4\text{mm}$ .

#### 6.3.4. Termopar

Para o controlador de temperatura que usamos (até  $1200^{\circ}\text{C}$ ) é recomendado a utilização do par alumel-cromel. Este pode ser feito (fusão da ponta do par) pelos seguintes processos: mercúrio aquecido, solda de ponto ou solda com arco de eletrodos de grafite.

No primeiro método, o mercúrio é aquecido com óleo em sua superfície para não evaporar para o ambiente e, em seguida introduz-se o par que funde e solda as pontas.

A solda de ponto, é feita com soldador de ponto, no entanto, para a temperatura que trabalhamos não se mostrou eficiente.

A fusão das pontas foi realizada pelo método esquematizado na figura 6.3.4.1.

Ligando o Variac a 220V se formou um arco voltaico entre eletrodos de grafite, fundindo o metal do par.

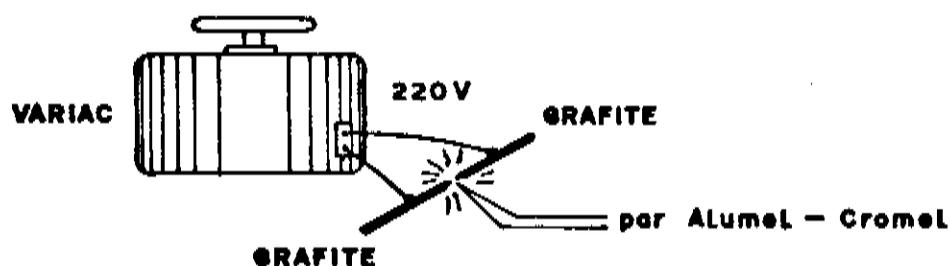


FIGURA - 6.3.4.1 - Arco de eletrodos de grafite.

A calibração do termopar é feita através de medidas da temperatura em pontos conhecidos.

Para a leitura da temperatura do forno movimentava-se o termopar até obter a posição de temperatura máxima. A outra extremidade do termopar era sempre mantida a 0°C (gêlo fundente).

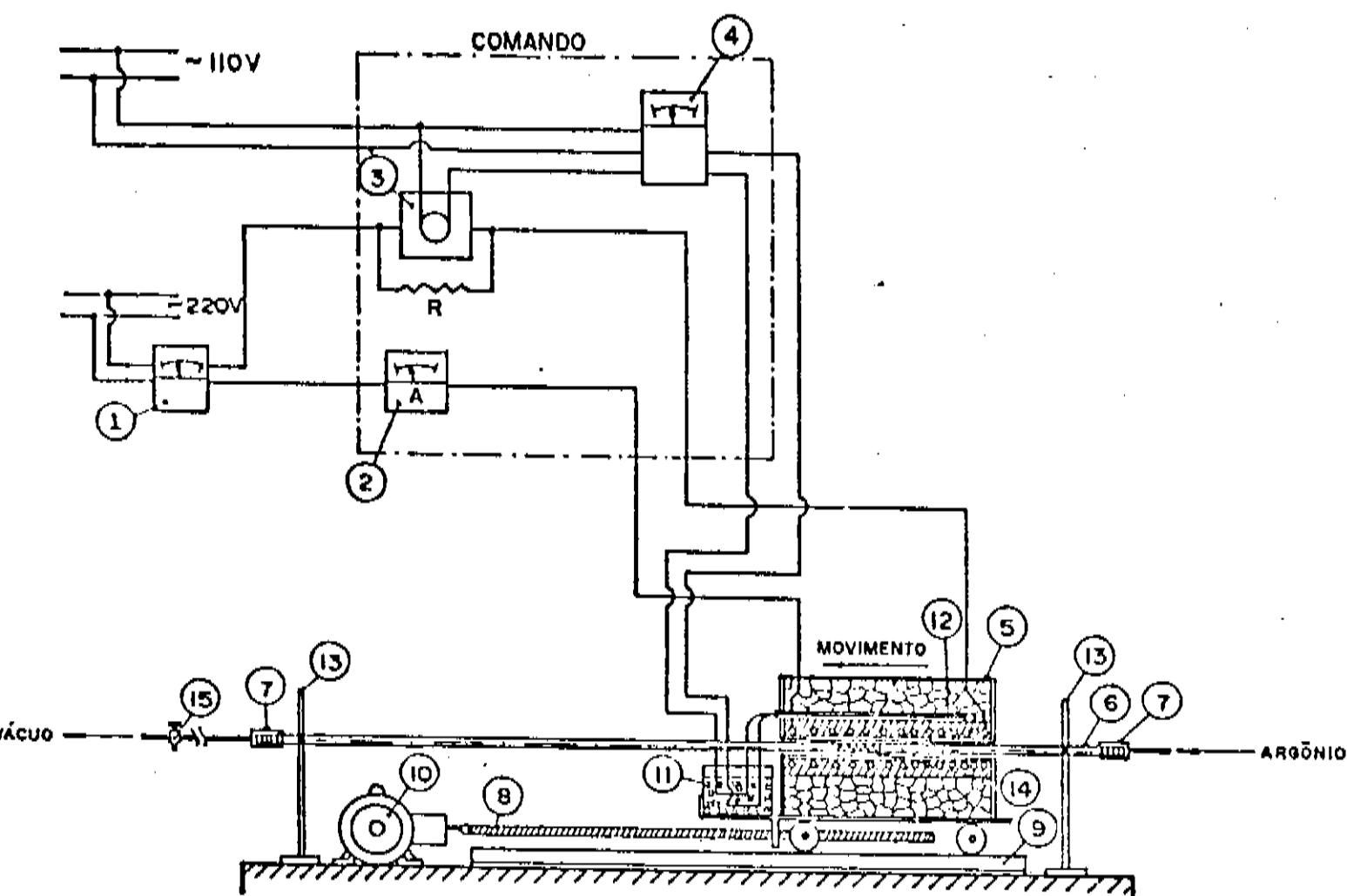
#### 6.3.5. Sistema Móvel que Suporta o Forno

Construímos um sistema móvel (um carrinho) que suporta o forno. Esse carrinho com rodas é colocado sobre um par de trilhos. Desta forma foi possível dar movimento horizontal ao forno com a amostra mantendo-se fixa.

A velocidade do forno é de 1mm/minuto. Para conseguirmos essa velocidade utilizamos um motor, ao qual foi adaptado uma caixa de redução que, liberava rotação no eixo igual a 1 rotação/minuto. O acoplamento do motor ao sistema móvel foi feito através de um longo parafuso de rosca sem fim com aproximadamente 50cm de comprimento e com passo de rosca de 1mm. A rotação deste parafuso é que desloca o sistema com a velocidade citada acima.

#### 6.3.6. Esquema Completo do Forno

Na figura 6.3.6.1, está ilustrado um esquema completo do forno.



ESQUEMA DO FORNO

- |                              |                                   |
|------------------------------|-----------------------------------|
| ① Variac                     | ⑨ Trilho                          |
| ② Amperímetro                | ⑩ Motor                           |
| ③ Relê                       | ⑪ Cx. Isopor c/ Gelo              |
| ④ Controlador de Temperatura | ⑫ Termopar                        |
| ⑤ Forno                      | ⑬ Suporte Fixação Tubo de Alumina |
| ⑥ Tubo de Alumina            | ⑭ Porta Amostra                   |
| ⑦ Conexão                    | ⑮ Válvula                         |
| ⑧ Acoplamento Motor-Forno    |                                   |

FIGURA - 6.3.6.1 - Esquema completo do forno.

Neste esquema, podemos observar que existe uma resistência ligada em paralelo com o relê. Esta se tornou necessária devido a inércia apresentada pelo equipamento.

Quando o controlador de temperatura provocava a interrupção da corrente no forno, este então passava a ser ali-

mentado por uma corrente menor conduzida através desta resistên-  
cia. Deste modo conseguimos obter uma variação de temperatura  
muito pequena no forno, o que faz com que na amostra a variação  
de temperatura seja menor ainda.

A distribuição da temperatura do forno construí-  
do em função da posição, o perfil do forno, é mostrada na figura  
6.3.6.2.

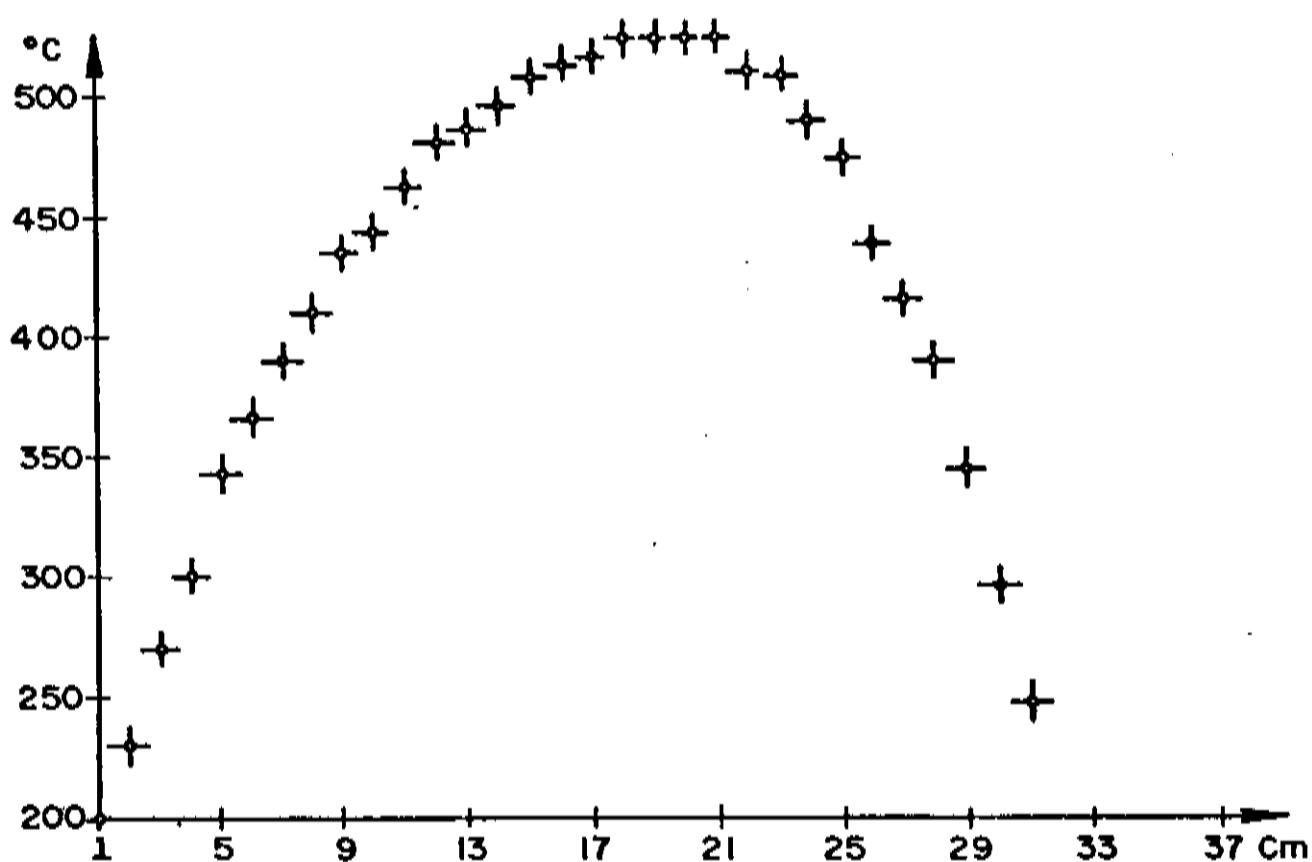


FIGURA - 6.3.6.2 - Perfil do forno.

### 6.3.7. Preparação da Amostra e Construção de Equipamento para Ensaio de Tração

Fizemos ataque químico no material com solução de  
ácido nítrico a 10%. O material foi então colocado no cadinho de  
grafite, dentro de um tubo de alumina de alta impermeabilidade

com diâmetro de 24mm e foi fundido.

Para cortar as amostras usamos uma serra de disco de baixa rotação do tipo ISOMET.

As faces laterais das lâminas cresciam irregulares de forma que não ficavam paralelas.

Para removermos essas irregularidades fixamos o cristal em um suporte de aço inoxidável e colocamos uma das faces laterais em contato com uma solução eletrolítica de ácido ortofosfórico e água destilada a 8% como ilustra a figura 6.3.7.1; e fizemos passar corrente elétrica no sistema, aplicando uma diferença de potencial de 6 volts.

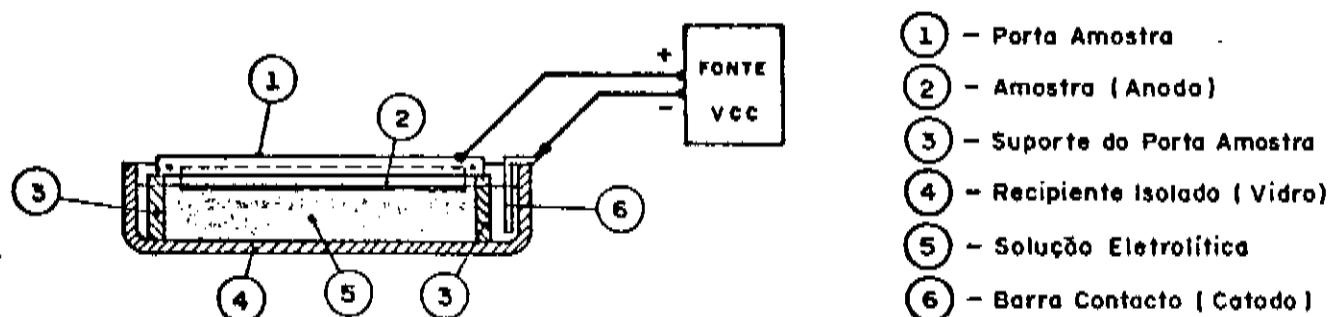


FIGURA - 6.3.7.1 - Ataque eletrolítico.

Nesta montagem o cristal funciona no sistema como anodo enquanto que uma placa de cobre colocada dentro da solução funciona como catodo. Num tempo de aproximadamente 4 horas conseguimos um corte aproximadamente reto. Após isso giramos o monocristal de  $180^\circ$  com relação a um eixo perpendicular à superfície da lâmina, e obtivemos então a outra face lateral parale-

la a anterior. Mesmo utilizando este processo estas faces laterais ainda conservaram pequenas irregularidades causadas durante o corte por problemas de tensão superficial do eletrólito.

Os monocristais foram recozidos durante 4 horas a uma temperatura de  $800^{\circ}\text{C}$ . Utilizamos para isso a região do forno que apresentava temperatura aproximadamente constante. Esse recozimento foi feito em atmosfera de argônio e deixamos resfriar lentamente.

Para eliminar as tensões superficiais que pudessem ainda existir, fizemos um polimento eletrolítico nas amostras como indicado na figura 6.3.7.2; usando ácido ortofosfórico e aplicando uma diferença de potencial de 2 volts. No polimento a amostra foi mantida girando dentro da solução para que o polimento fosse uniforme.

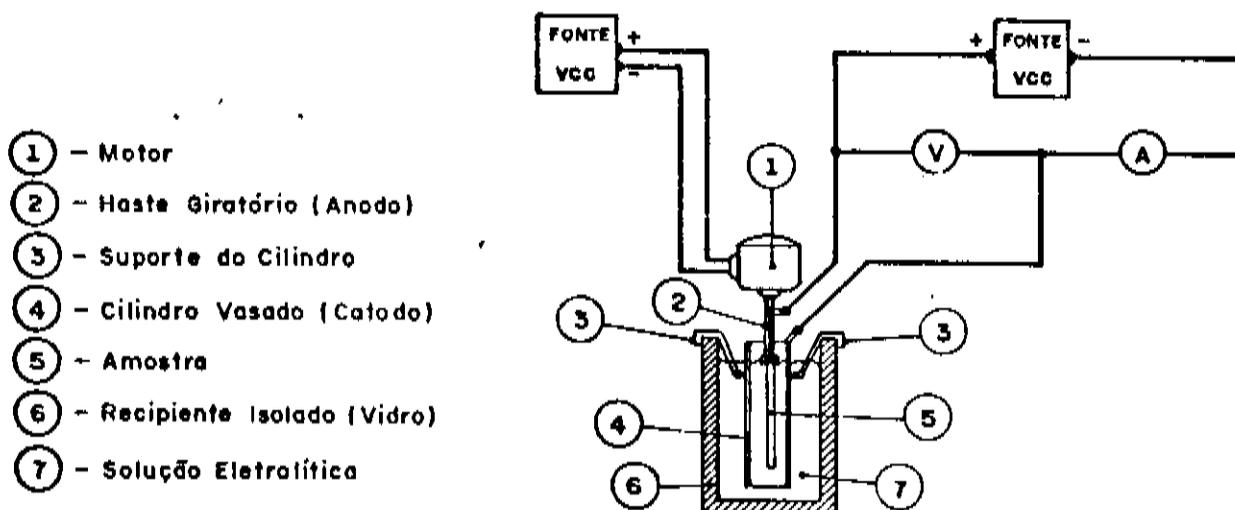


FIGURA - 6.3.7.2 - Polimento eletrolítico.

Após esse tratamento as amostras foram colocadas nas garras da máquina M.T.S. para os testes. Como estas lâminas são muito maleáveis, podendo sofrer deformações indesejáveis, construímos um suporte que serve de base de apoio para colocá-las na M.T.S.. A figura 6.3.7.3 mostra o esquema deste suporte.

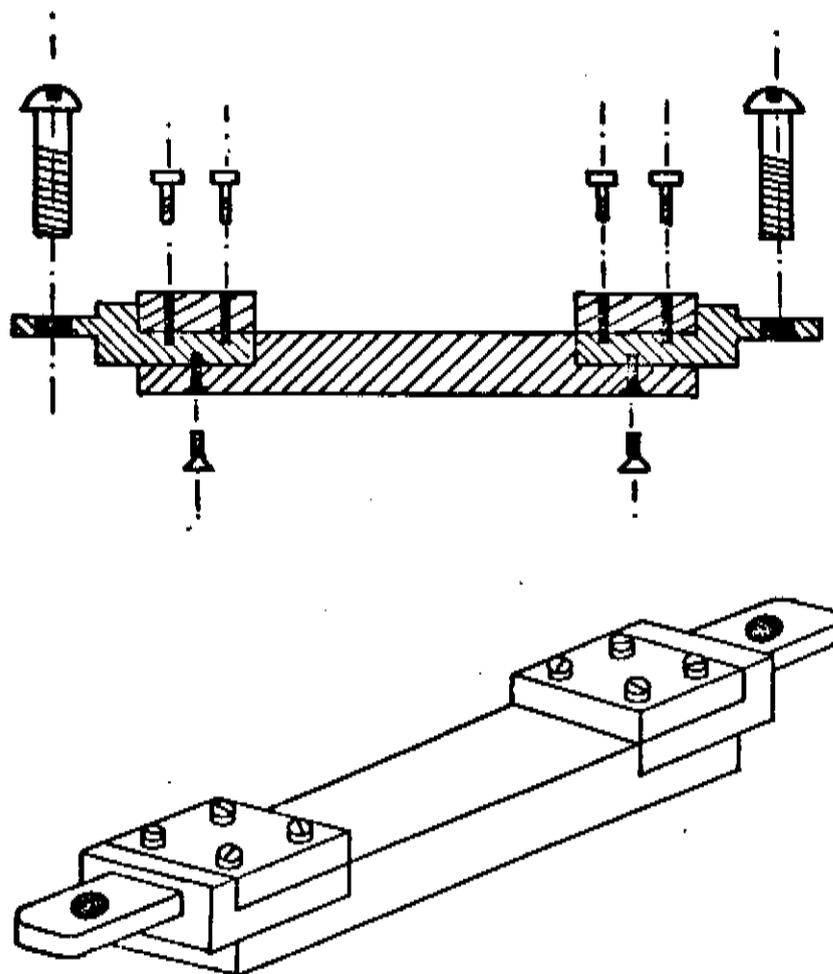


FIGURA - 6.3.7.3 - Suporte para fixação da lâmina monocristalina.

Foi construído também um sistema de garras para tracionar as amostras na M.T.S. como mostra a figura 6.3.7.4.

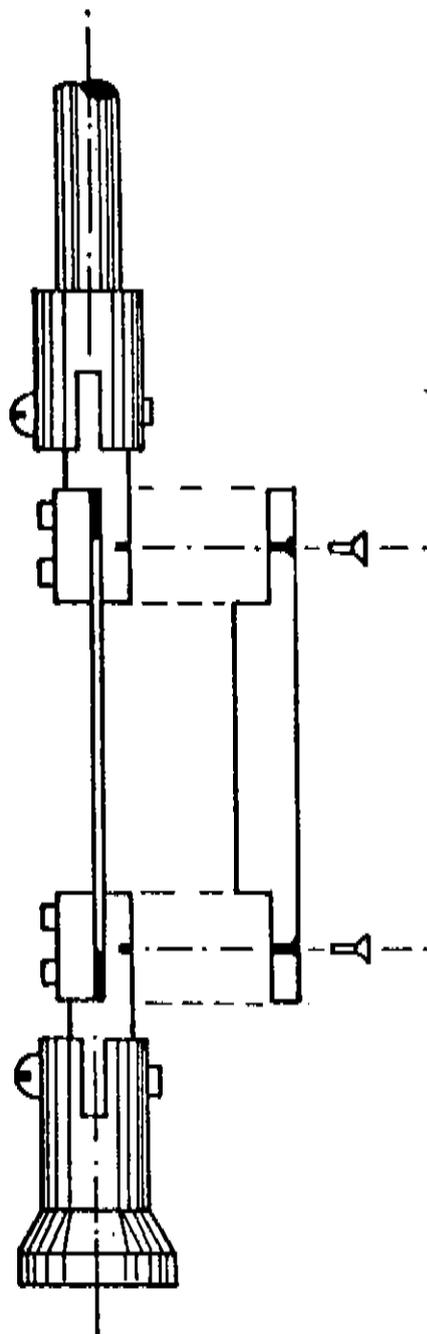


FIGURA- 6.3.7.4 - Sistema de garras usado na M.T.S..

A deformação dos cristais para se estudar o movimento do eixo de tensão, foi feita numa gaiola de deformação que pode ser utilizada no equipamento de Raios-X. A tração é efetuada movimentando-se a garra superior por meio de um parafuso dotado de uma chaveta a qual não permite que a garra sofra movimentos de torção como mostra a figura 6.3.7.5.

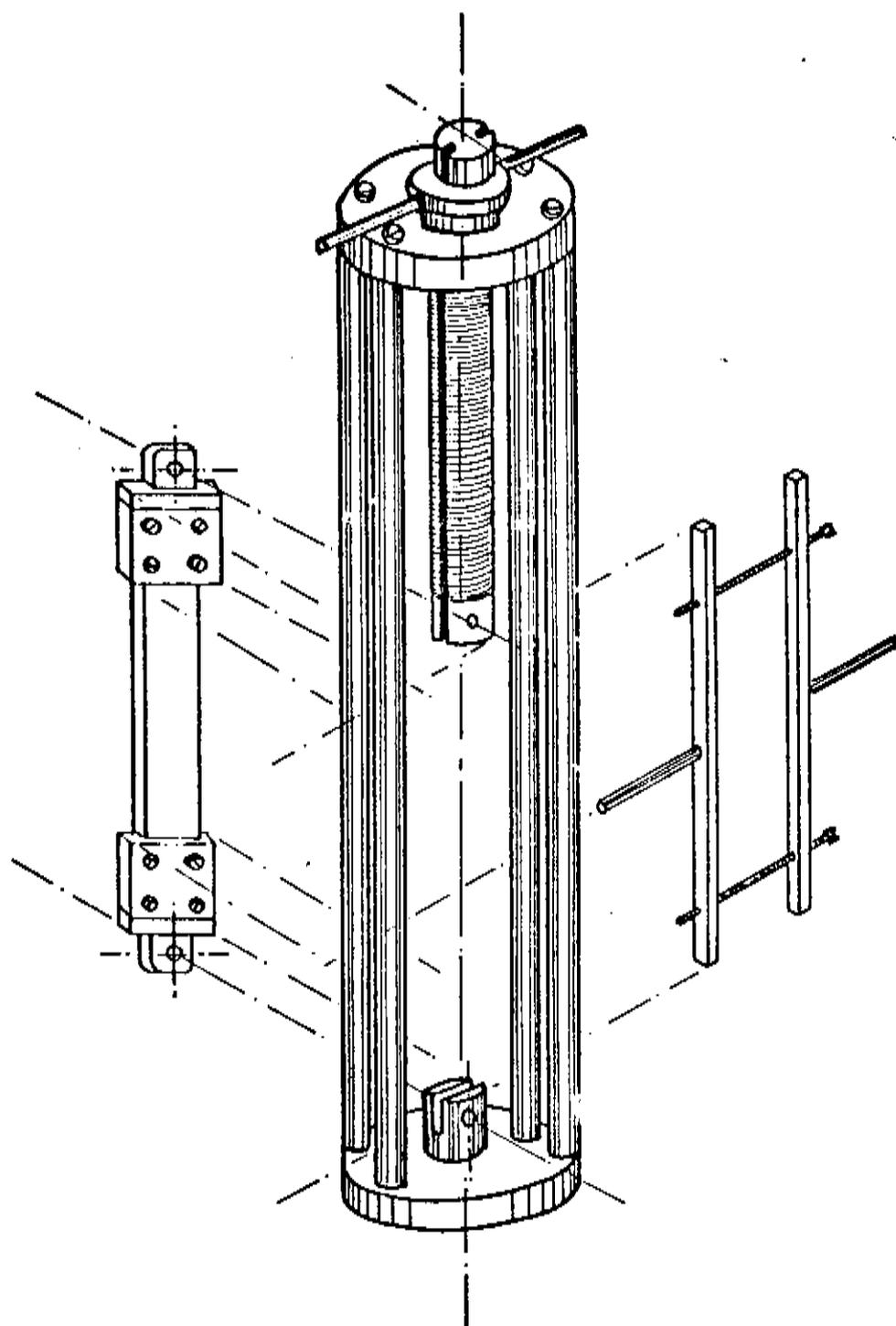


FIGURA - 6.3.7.5 - Gaiola de deformação.

Na montagem das garras com o cristal previamente alinhado, fixamos duas hastes laterais por meio de parafusos, e posteriormente anexamos a estas hastes dois suportes como figura 6.3.7.5.

Nos ensaios, retiramos a base de apoio da lâmina monocristalina e então apoiando com firmeza nos suportes retira

mos os parafusos que fixam as hastes laterais. Deste modo o monocristal ficou preso apenas nas garras e não causamos deformações durante a etapa de montagem. Assim toda deformação sofrida pela amostra se deu apenas durante o período em que ela estava sendo tracionada pela M.T.S. ou nas exposições de Raios-X.

#### 6.3.8. Funcionamento do Forno

O forno foi colocado em operação a uma tensão inicial de 5 volts. Essa tensão foi aumentada de forma gradativa dando-se tempo para que ele se aquecesse adequadamente. O processo foi acompanhado por um milivoltímetro ligado aos terminais do termopar e por uma tabela contendo a conversão de mV para °C. Interrompemos o aquecimento quando a temperatura atingiu e se estabilizou em 1000°C.

A manutenção desta temperatura foi feita automaticamente pelo controlador de temperatura através de um relê, que interrompia e acionava o fornecimento de corrente elétrica à resistência em intervalos regulares de tempo. O valor da tensão aplicada, encontrada experimentalmente, foi de 135 volts. Nesta tensão o forno permanecia ligado durante o mesmo intervalo de tempo que desligado, dando origem a uma curva de temperatura - tempo periódica e regular em torno de 1000°C conforme ilustra a figura 6.3.8.1.

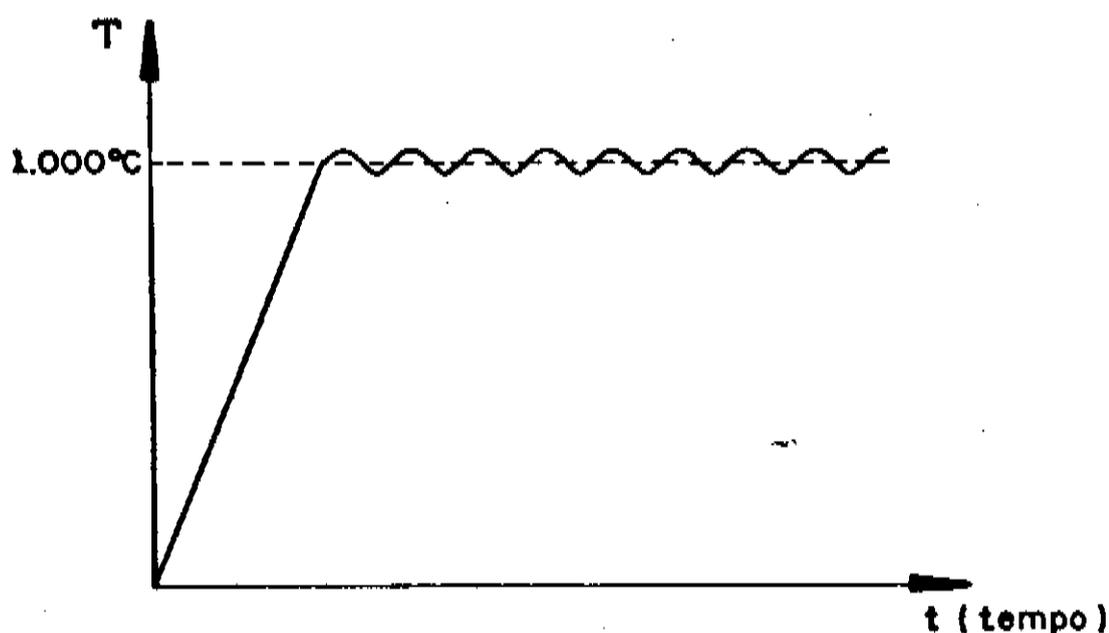


FIGURA - 6.3.8.1 - Aquecimento do forno.

Quando a temperatura do forno se estabilizou em  $1000^{\circ}\text{C}$ , nós o colocamos em movimento, acionando o motor ligado a ele. A amostra cilíndrica foi colocada numa extremidade do forno e quando ela sai pela outra desliga-se o motor e depois o forno é desligado diminuindo-se a tensão gradativamente.

A posição em que a amostra é colocada no forno está ilustrada na figura 6.3.8.2.

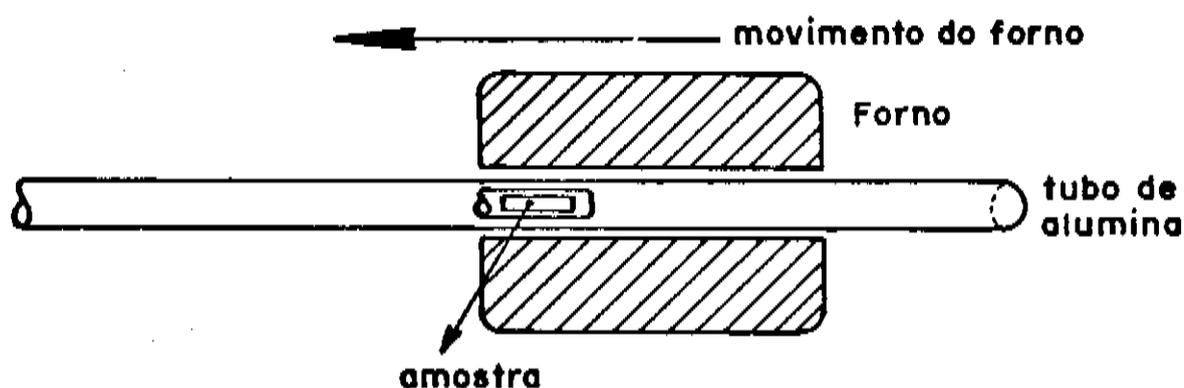


FIGURA - 6.3.8.2 - Esquema de colocação da amostra.

A amostra passa pelo gradiente de temperatura no sentido indicado na figura 6.3.8.3.



FIGURA - 6.3.8.3 - Sentido do movimento da amostra no gradiente de temperatura.

Os cadinhos usados para crescimento dos monocristais laminares foram colocados numa posição tal que fundia uma parte da semente e a lâmina, havendo uma união entre as duas e assim, o crescimento de monocristais laminares ocorria com a mesma orientação da semente.

#### 6.4. ORIENTAÇÃO DE MONOCRISTAIS

Para determinar a orientação dos monocristais crescidos, usamos o método de reflexão de Laue<sup>[11]</sup>.

Inicialmente o monocristal é colocado numa câmara de reflexão de Laue, ilustrada na figura 6.4.1.

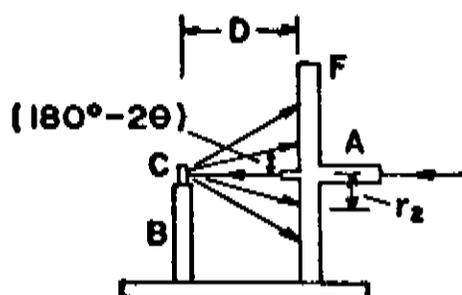


FIGURA - 6.4.1 - Câmera de reflexão de Laue  
 F- suporte do filme e do colimador A  
 C- amostra  
 B- suporte de amostra  
 D- distância da amostra ao filme  
 (usualmente 3cm)

No modelo de reflexão não existe restrição sobre a espessura da amostra, desde que a difração dos Raios-X ocorra somente numa fina camada da superfície da amostra.

O diagrama de Laue para um monocristal consiste de um conjunto de diferentes manchas sobre o filme e as posições dessas manchas dependem da orientação do monocristal.

Desde que a orientação da amostra é determinada pela localização das manchas sobre o filme, é necessário orientar a amostra relativa ao filme de uma maneira conhecida, fazendo-se uma marca na amostra sobre o lado mais próximo do filme.

O feixe difratado forma um arranjo de manchas sobre o filme como mostrado na figura 6.4.2.

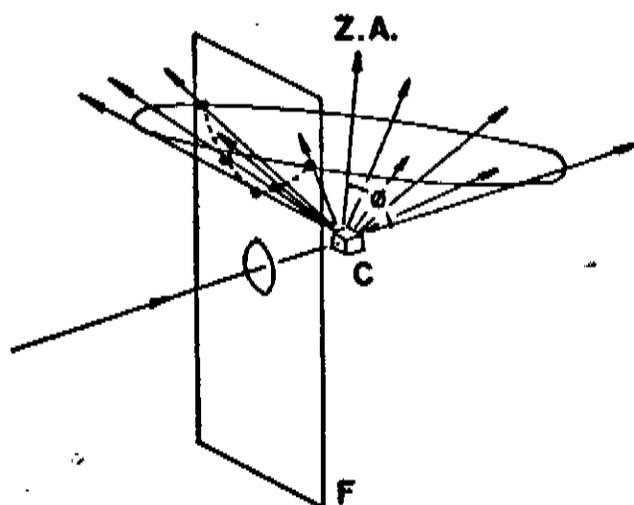


FIGURA - 6.4.2 - Interseção de arranjo cônico do feixe difratado com o filme. C= cristal, F= filme, Z.A.= eixo zona.

Essas manchas são vistas formando hipérbóles ou retas sobre o filme, porque todos os planos de uma zona refletem feixes que estão sobre a superfície de um cone, como figura 6.4.2.

Se  $\phi$  for menor que  $45^\circ$  o cone não intersecta o filme e, se  $\phi$  for entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  o cone intersecta o filme em uma hipérbole. No caso de  $\phi$  igual a  $90^\circ$  ele intersecta o filme numa linha reta e se  $\phi$  for maior que  $90^\circ$  o cone intersectará o filme na metade inferior, abaixo do feixe transmitido.

Na figura 6.4.3, o filme é visto do cristal.



blema é determinar estes ângulos<sup>[11]</sup>.

Um método gráfico de fazer isso foi desenvolvido por Greninger que obteve uma carta que, quando colocada sobre o filme, dava diretamente as coordenadas  $\gamma$  e  $\delta$  correspondentes a alguma mancha difratada, como mostra figura 6.4.4.

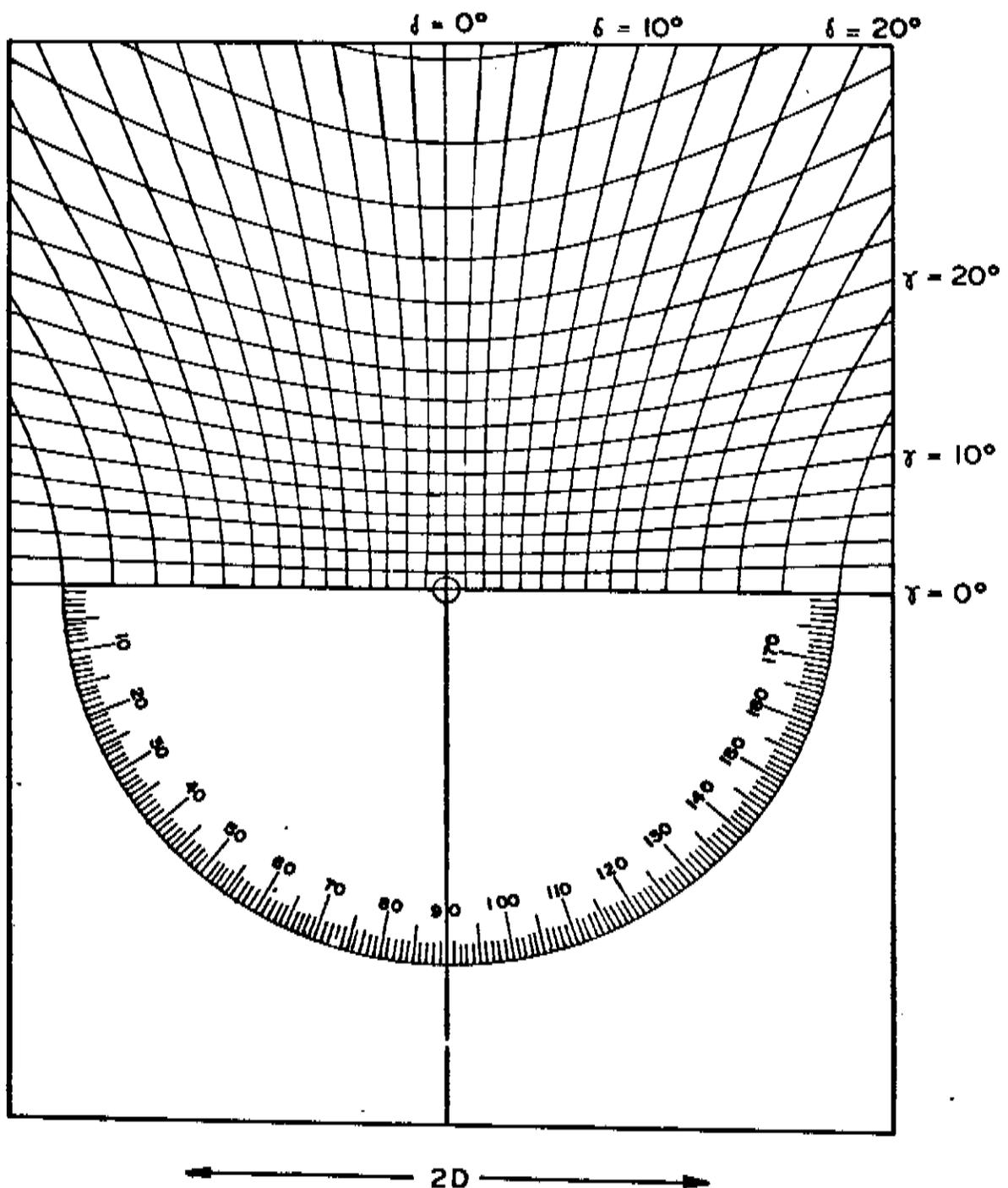


FIGURA - 6.4.4 - Carta de Greninger.

Conhecendo - se  $\gamma$  e  $\delta$  de um plano normal, nós po

demos expressar graficamente o polo do plano sobre a projeção estereográfica, usando-se para isso uma rede Wulff, que deve estar orientada tal que seus meridianos correm de lado a lado, não de cima a baixo. A razão para isso é o fato que manchas de difração que estão nas curvas de  $\gamma$  constante vem de planos de zona, e os polos desses planos devem portanto estar sobre um grande círculo da projeção.

O problema agora é encontrar os "índices de Miller" desses planos, e também descobrir a orientação do monocristal.

Grandes círculos são obtidos através de vários conjuntos de polos correspondentes as várias hipérboles de manchas sobre o filme. Esses grandes círculos que ligam planos de zona e suas interseções são geralmente de baixos índices, tais como  $\{100\}$ ,  $\{110\}$ ,  $\{111\}$ ...

Nós então medimos os ângulos entre polos importantes e verificamos a identidade de polos por comparação com aqueles calculados para cristais cúbicos<sup>[11,16]</sup>.

O método é essencialmente de tentativa e erro.

A orientação de um monocristal pode ser descrita em termos da localização de seu eixo de tensão no triângulo estereográfico fundamental. Uma boa orientação é aquela em que o eixo de tensão se encontra no interior do triângulo de orientação longe da linha que une as direções  $[100]$  e  $[111]$  pois nos conduz a uma grande zona de fácil deslizamento ou seja onde um único sistema de deslizamento é ativado. Esse sistema de deslizamento é o de maior tensão de cisalhamento resolvida<sup>[12]</sup>.

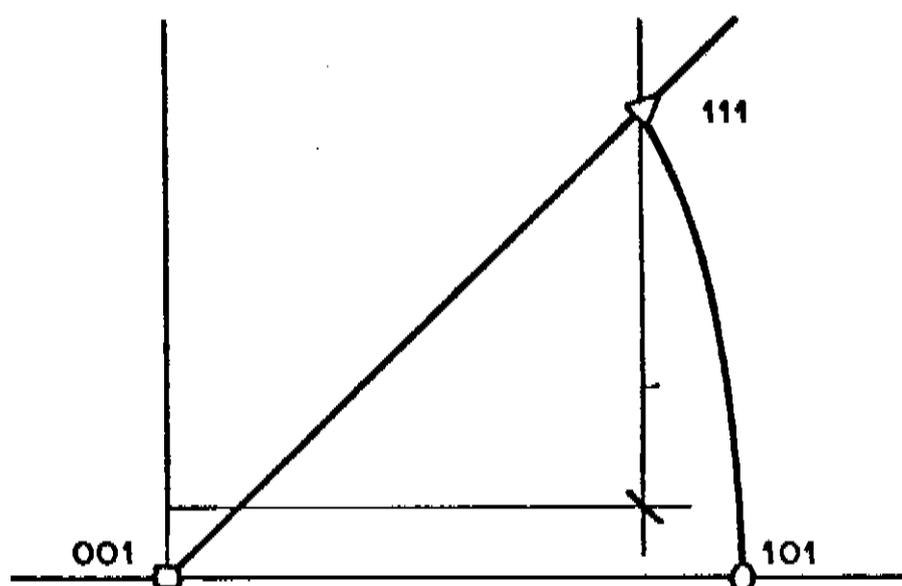


FIGURA - 6.4.5 - Posição do eixo de tensão no triângulo fundamental.

Verificamos que a orientação do eixo de tensão estava como a indicada na figura 6.4.5, porém a orientação da direção  $[101]$  não se encontrava na interseção do plano de deslizamento com a superfície da lâmina como era esperado (ver capítulo 5). Fizemos então a correção da orientação e para tal produzimos uma rotação na lâmina com respeito à semente ao longo do eixo de tensão. Repetimos esta etapa e voltamos a crescer esta lâmina.

Realizamos novos testes com Raios-X e verificamos que a interseção do plano de deslizamento e a superfície da lâmina era paralela, como na figura 6.4.6, ou perpendicular, como na figura 6.4.7, à direção  $101$ . Denominamos cristais com discordâncias em cunha àqueles que tem o vetor de Burgers do sistema primário paralelo à interseção e cristais com discordâncias em parafuso aos que o tem perpendicular.

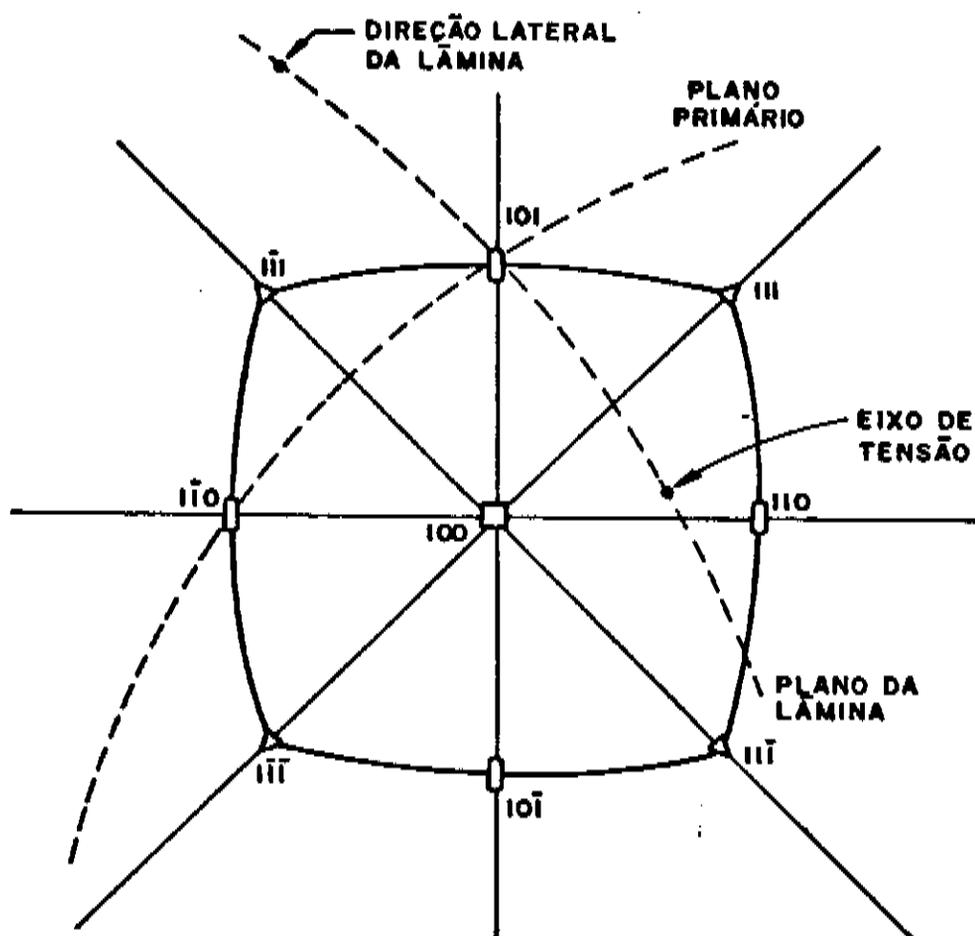


FIGURA - 6.4.6 - Cristais com discordâncias em curva.

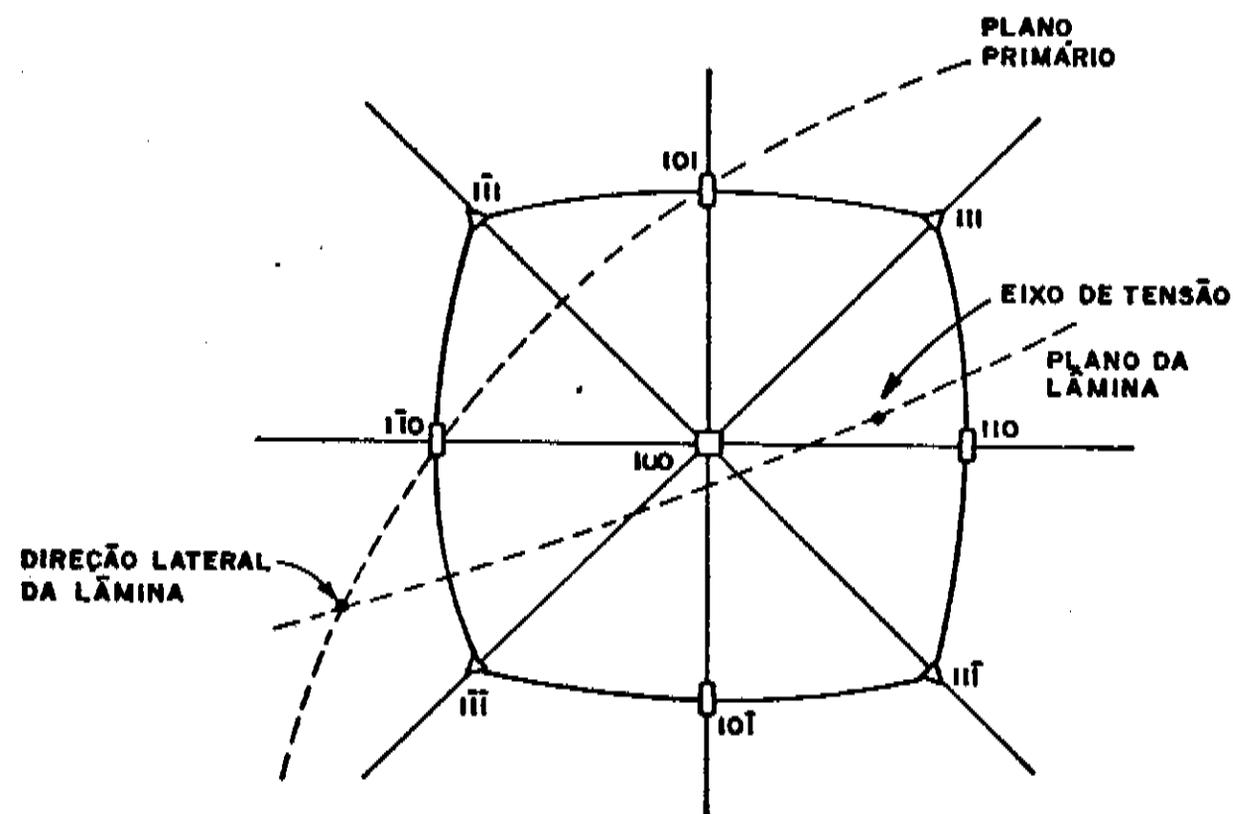


FIGURA - 6.4.7 - Cristais com discordâncias em parafuso.

## CAPÍTULO 7

### 7. RESULTADOS OBTIDOS

#### 7.1. RAIOS-X

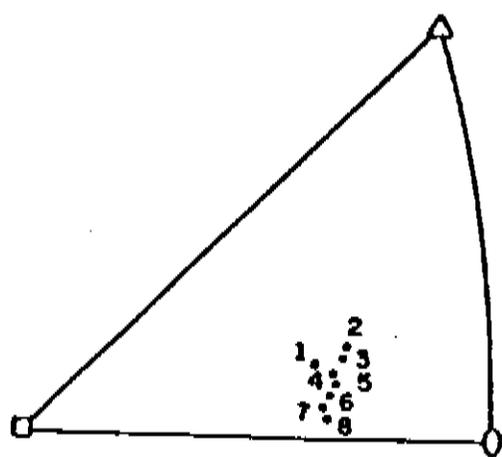
Vimos anteriormente que a direção de deslizamento gira ao redor do eixo de tensão. Logo, estudando a orientação do eixo de tensão, podemos verificar em que sistema o cristal está se deslizando. No caso de deformar no sistema primário, a orientação do eixo de tensão se moveria na direção da flecha, indicada na figura 3.4.2.

Caso contrário o sistema ativado seria outro.

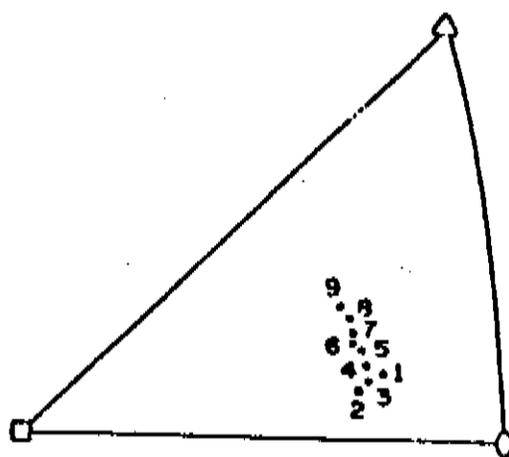
Seguimos a orientação do eixo de tensão através de um conjunto de fotografias sucessivas tiradas com Raios-X. Para cada exposição produzíamos um incremento de deformação igual a 1.4% do tamanho da amostra.

Utilizando-se a gaiola de deformação da figura 6.3.7.5, foram tracionados monocristais laminares de 1mm de espessura. Esses monocristais tem o eixo de tensão no interior do triângulo de orientação como mostrado na figura 6.4.5.

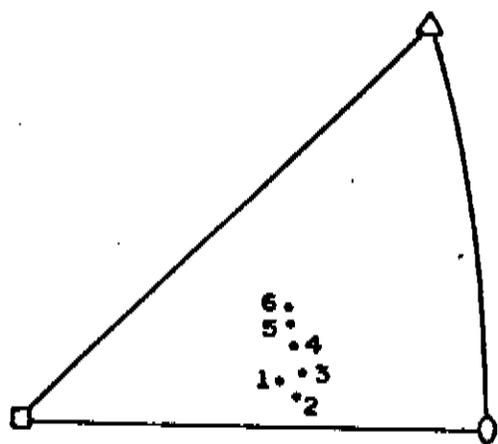
As posições do eixo de tensão são então dadas pela figura 7.1.1.



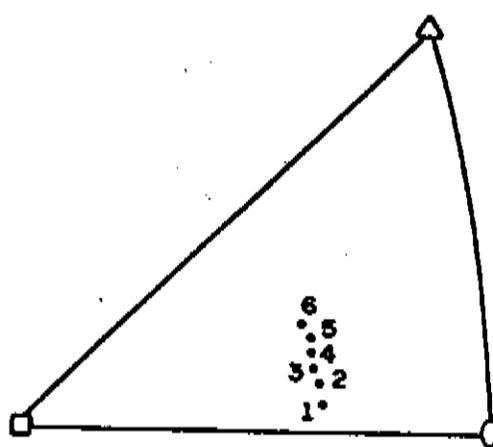
Amostra 1.1



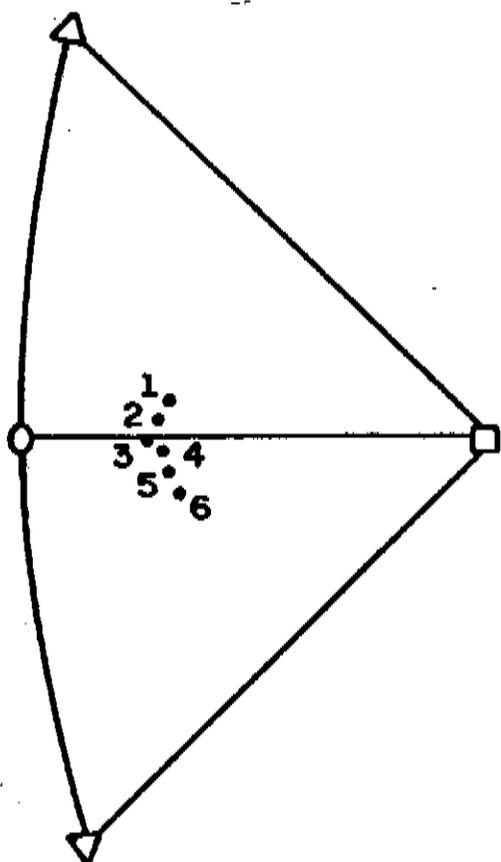
Amostra 5.2



Amostra 3.2



Amostra 5.1



Amostra 2.1

FIGURA - 7.1.1 - Raios-X das amostras tracionadas.

As amostras utilizadas nesse ensaio são as que têm principalmente discordâncias em cunha.

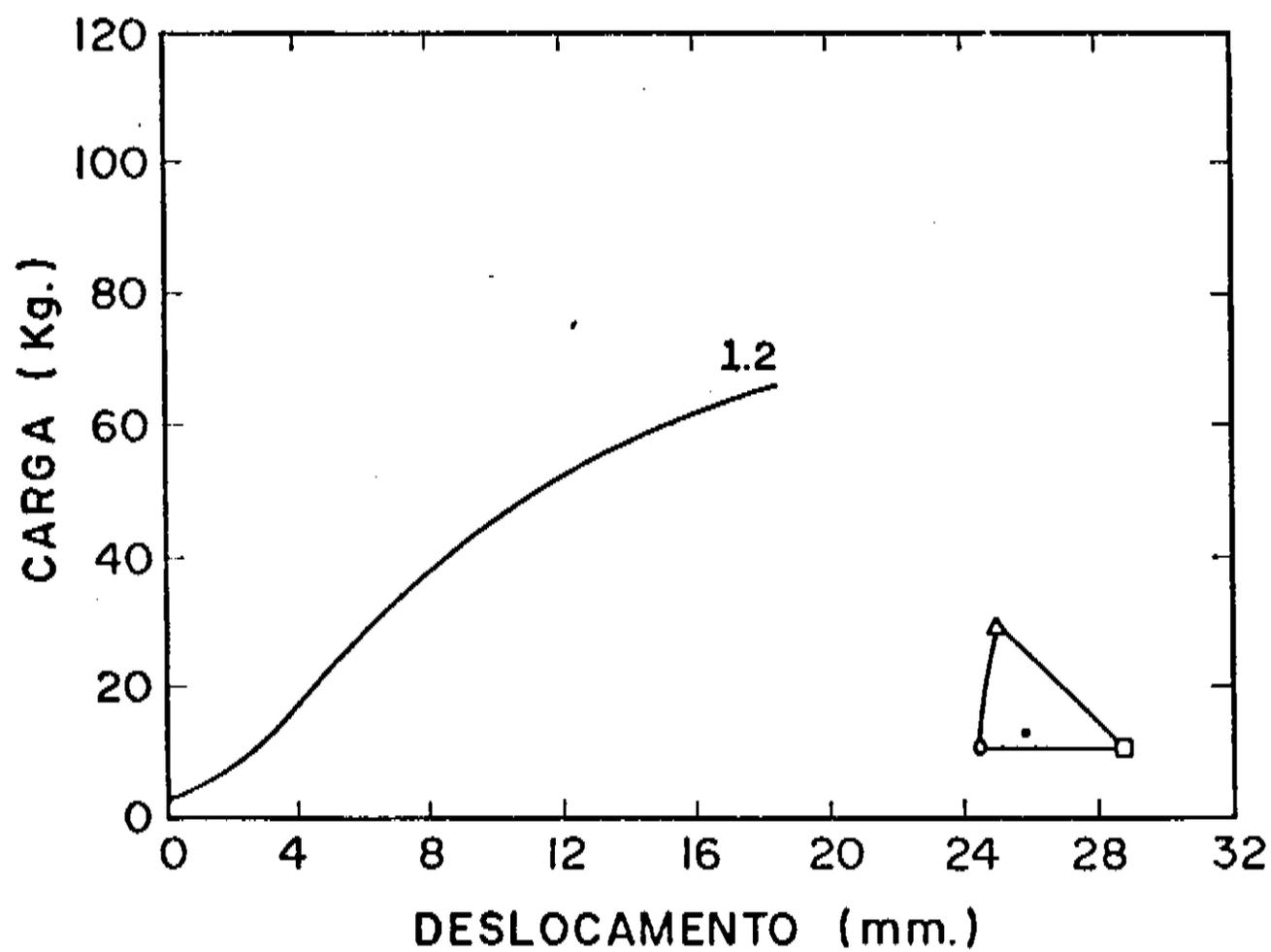
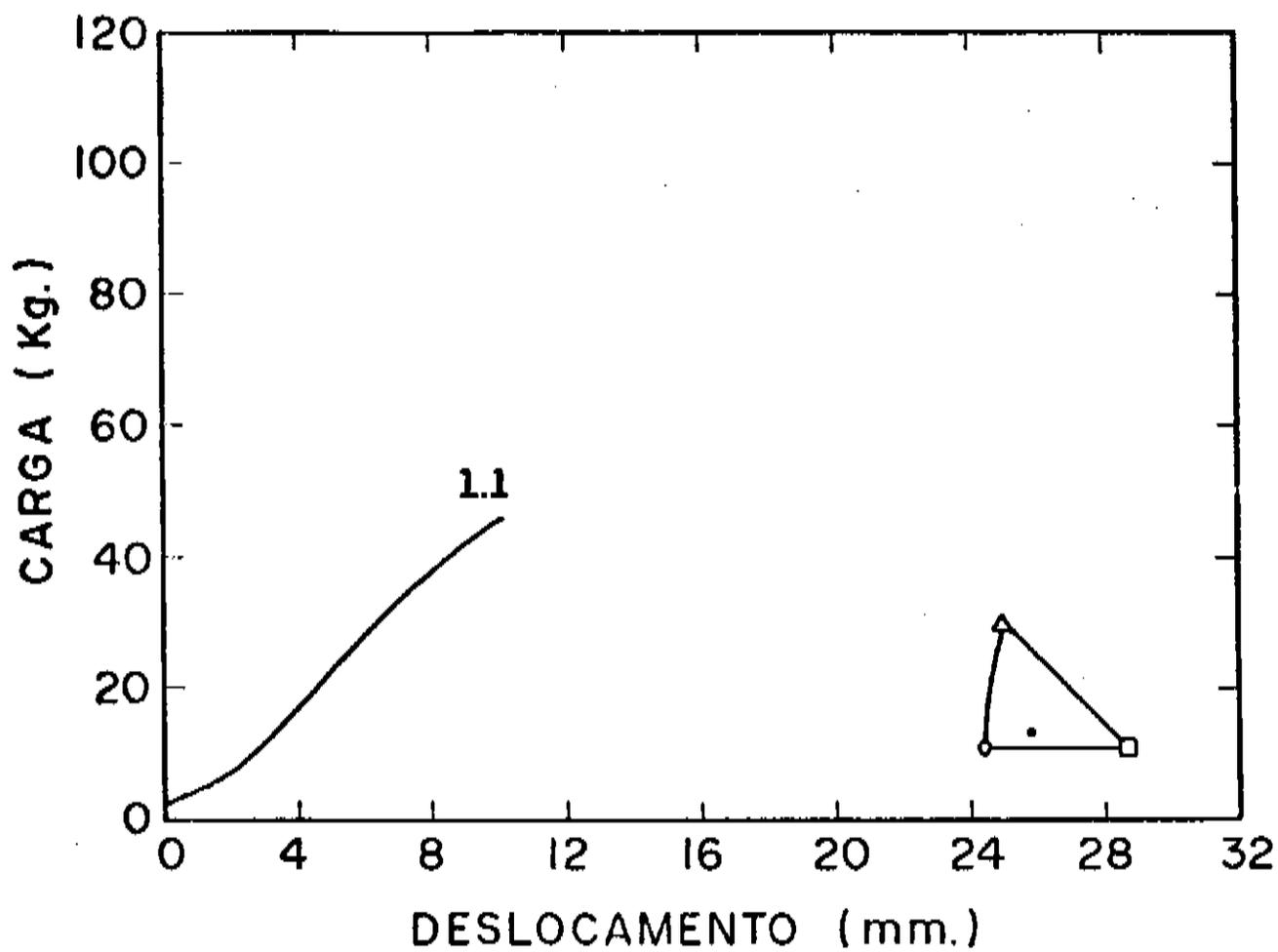
Podemos observar da figura 7.1.1 que nas amostras 5.2 e 3.2 o eixo de tensão sofre inicialmente deslizamento diferente do sistema primário e posteriormente passa a sofrer variação segundo este sistema. Na amostra 5.1 o eixo de tensão sofre deslizamento no sistema primário. Nas amostras 1.1 e 2.1 observamos que o eixo de tensão sofre deslizamento diferente do sistema primário, onde na amostra 1.1 a posição 2 aparece acima da 3 o que pode ser devido à erro experimental na determinação da orientação do eixo de tensão. Este efeito é muito pequeno e está dentro dos desvios provocados pelo próprio método de medição.

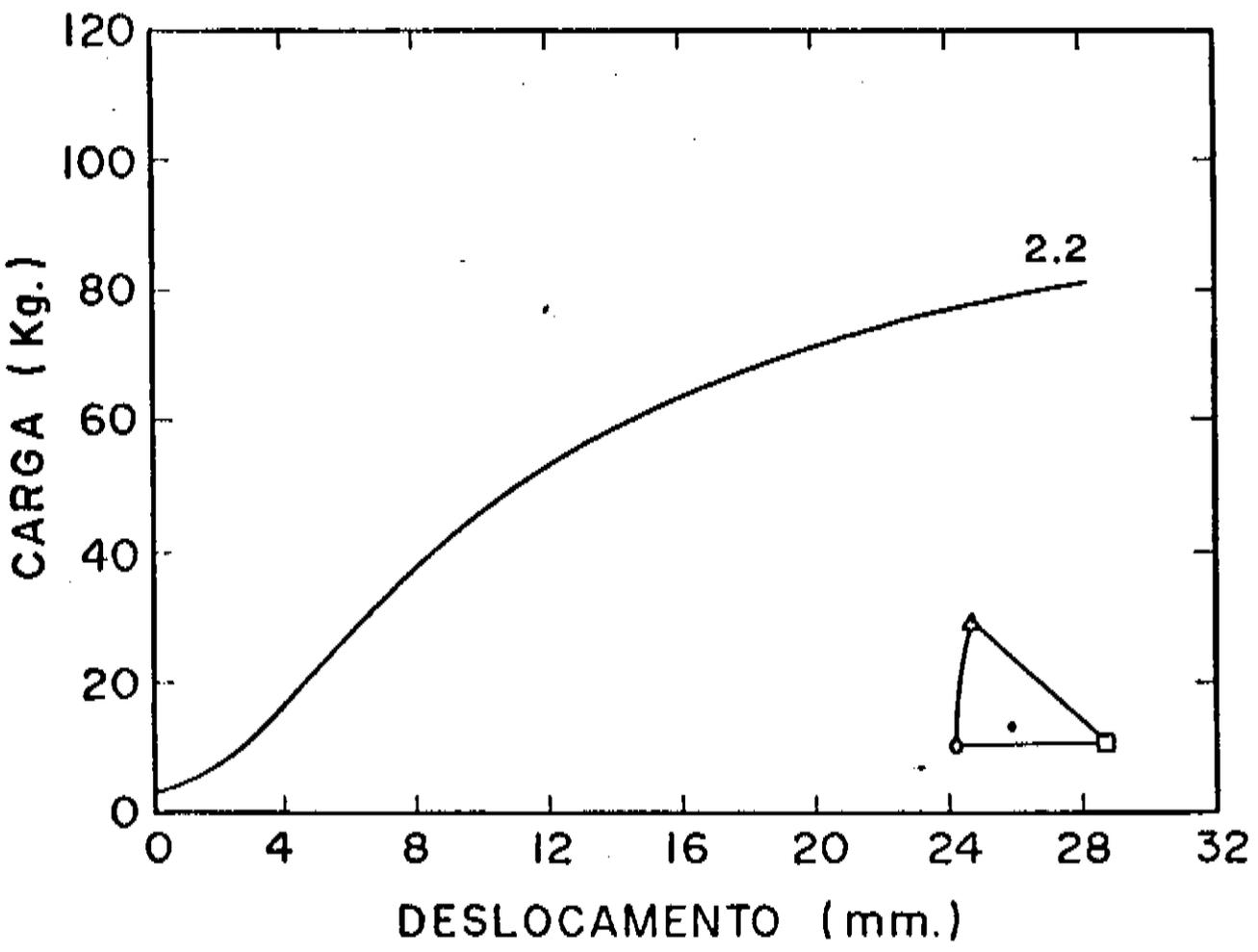
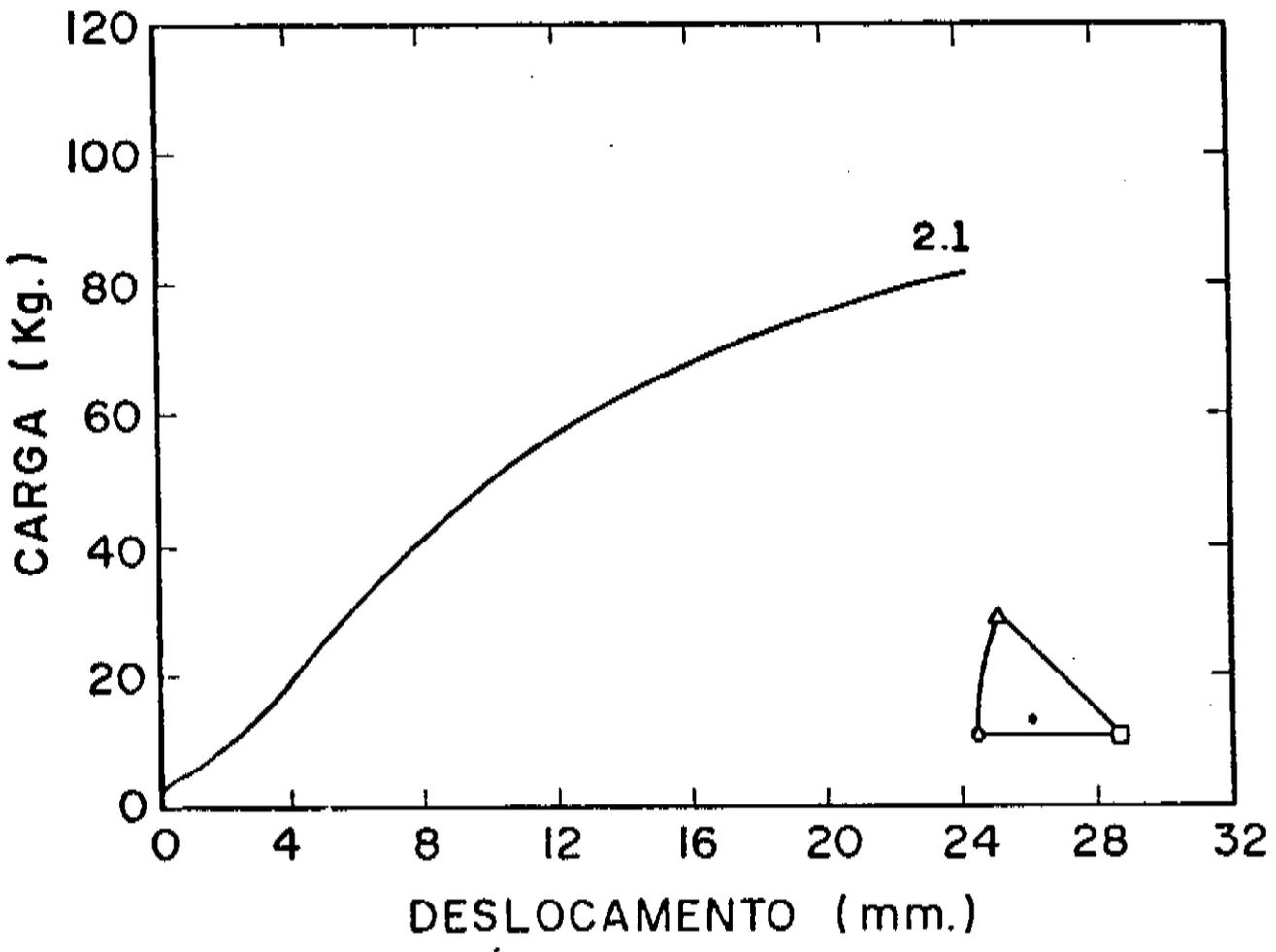
## 7.2. ENSAIOS DE TRAÇÃO

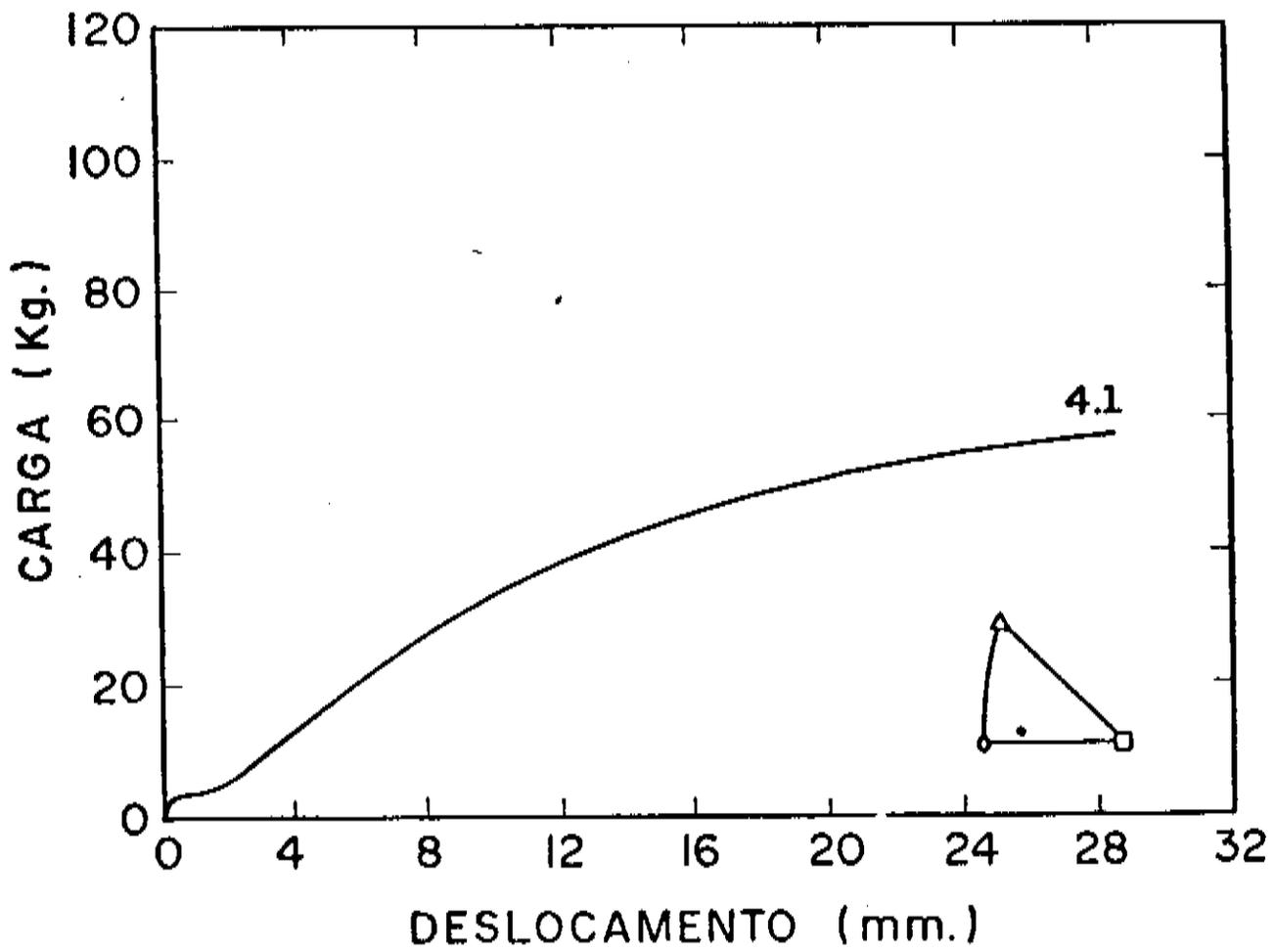
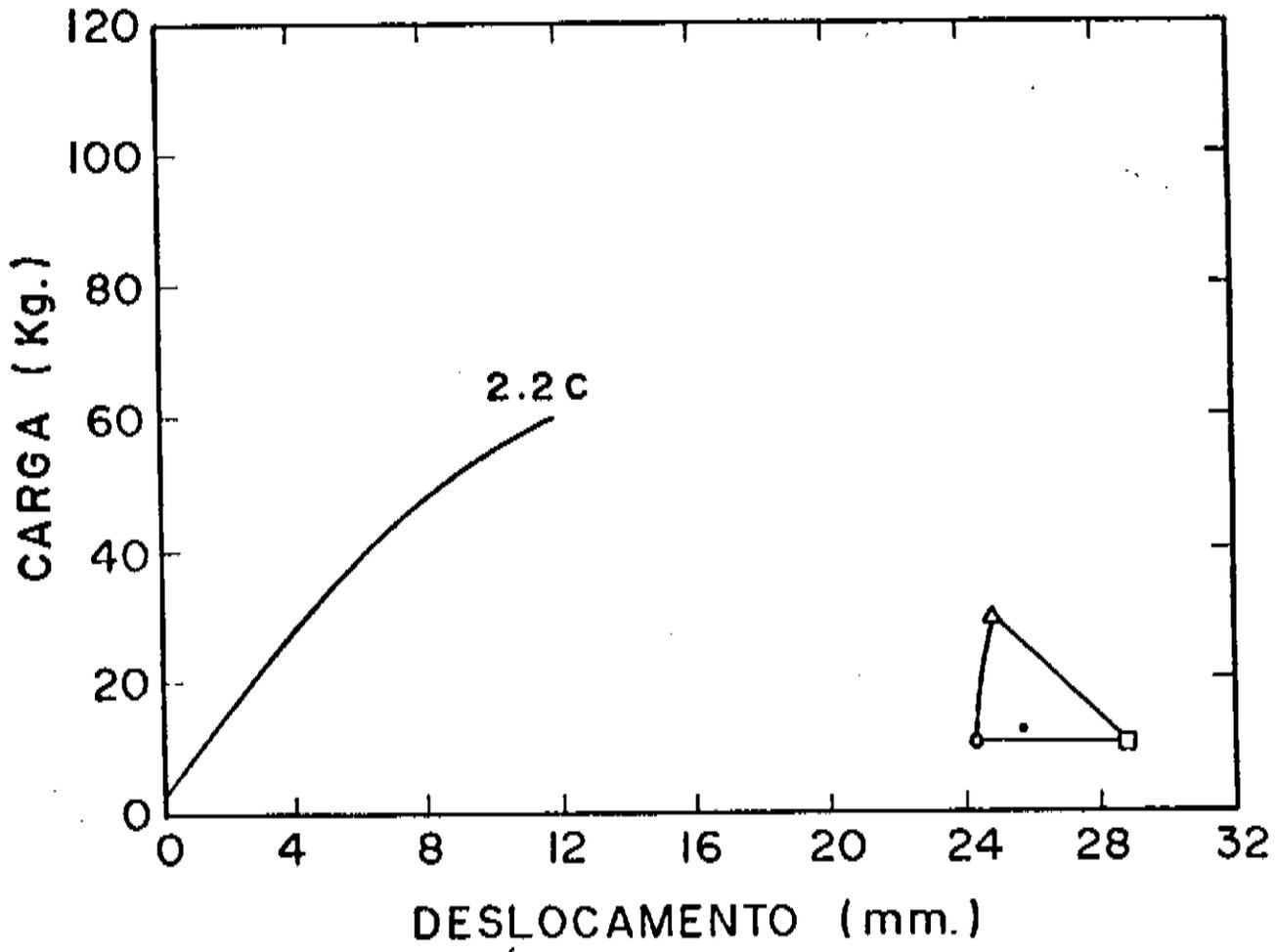
Nesses ensaios nós utilizamos o equipamento representado na figura 6.3.7.4.

Foram tracionados monocristais laminares de 1mm de espessura. Esta espessura está baseada no nosso modelo experimental, que considera o livre caminho médio das discordâncias da ordem de 1mm (válido somente na etapa I).

As curvas obtidas do ensaio estão representadas na figura 7.2.1, onde 1.1, 1.2, 2.1 e 2.2 (parafuso) e 2.2C, 4.1, 4.2 e 6.1 (cunha). Os números anexos as várias curvas são arbitrários, usados apenas para diferenciá-las e identificá-las.







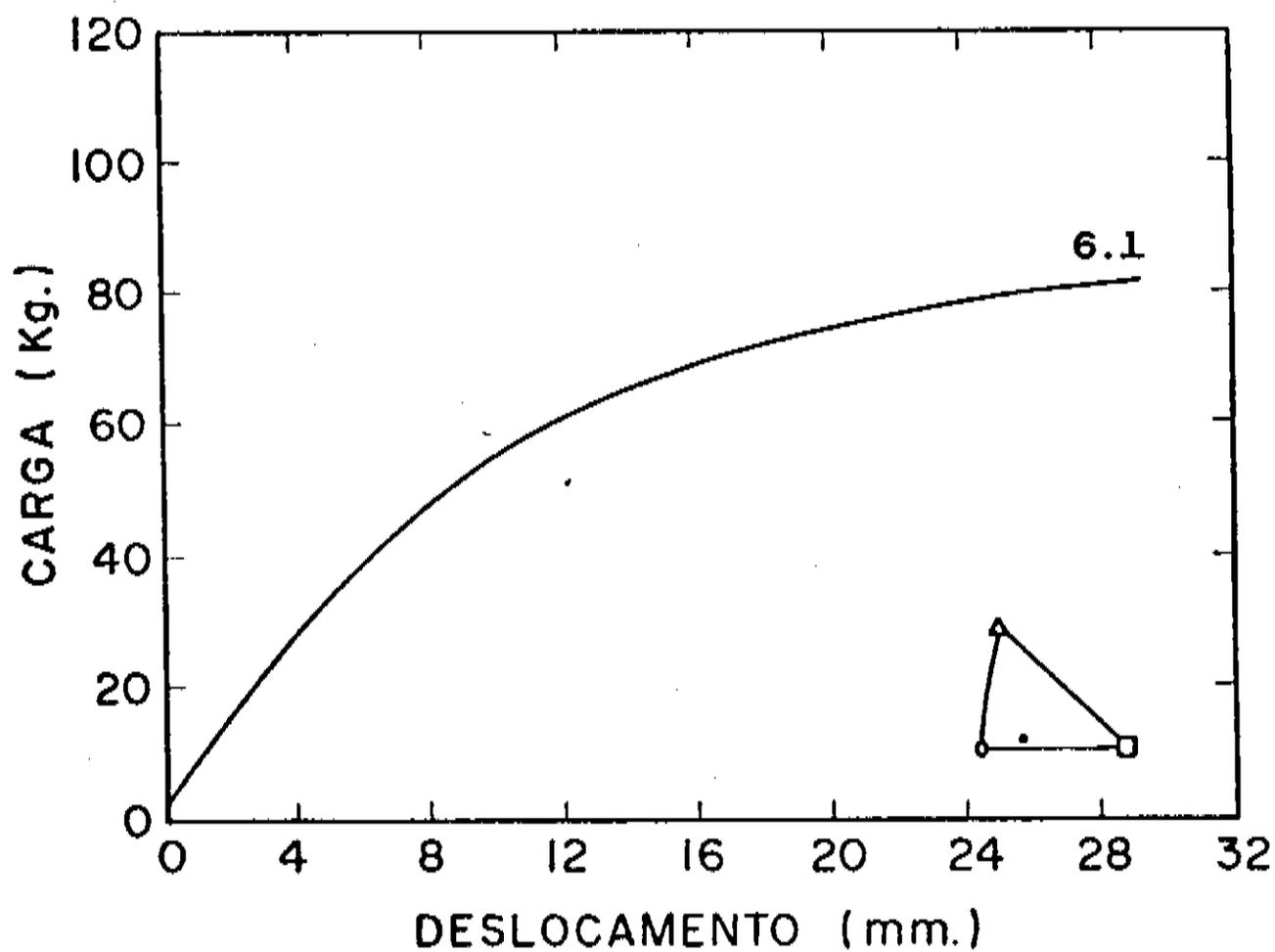
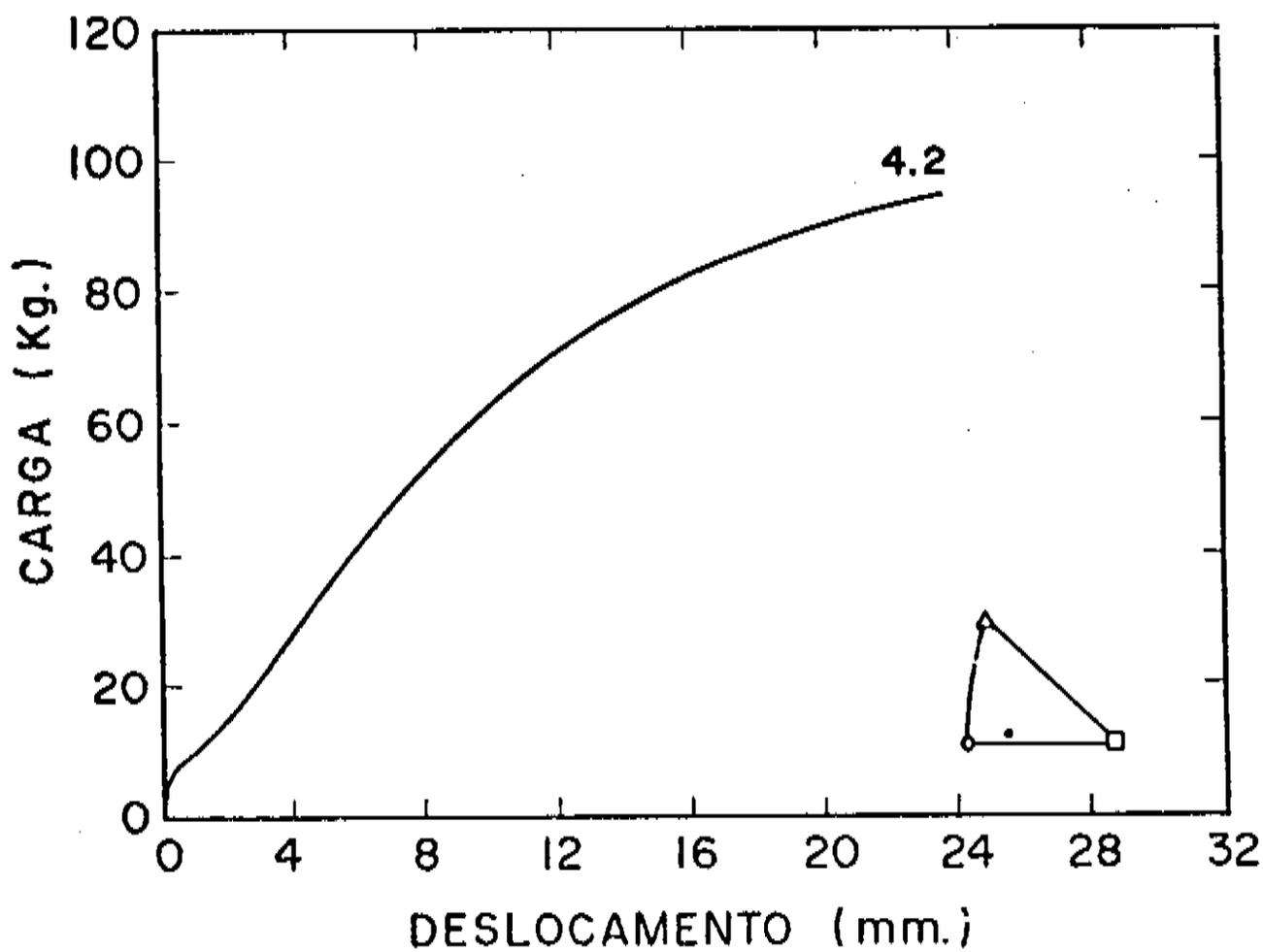


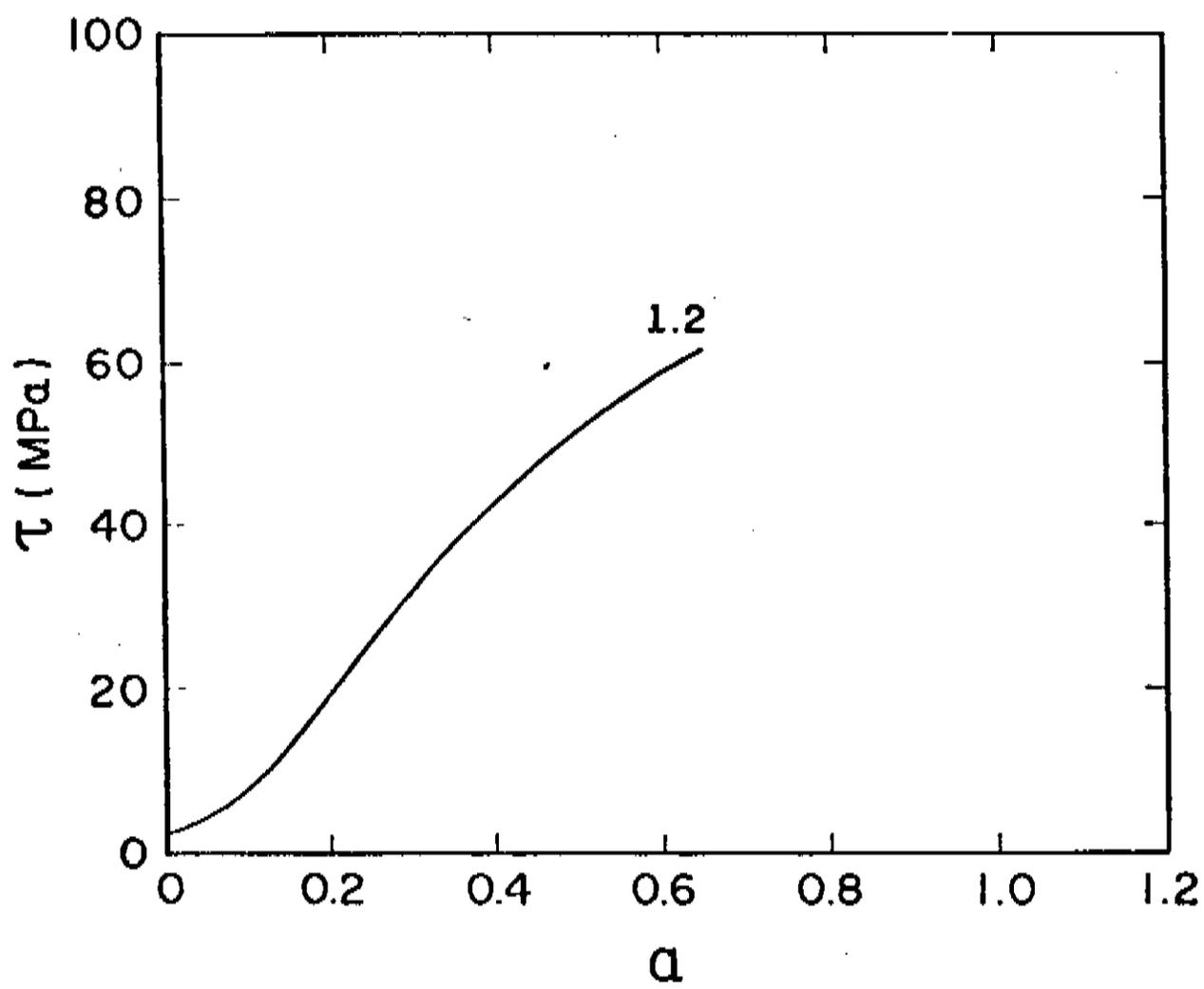
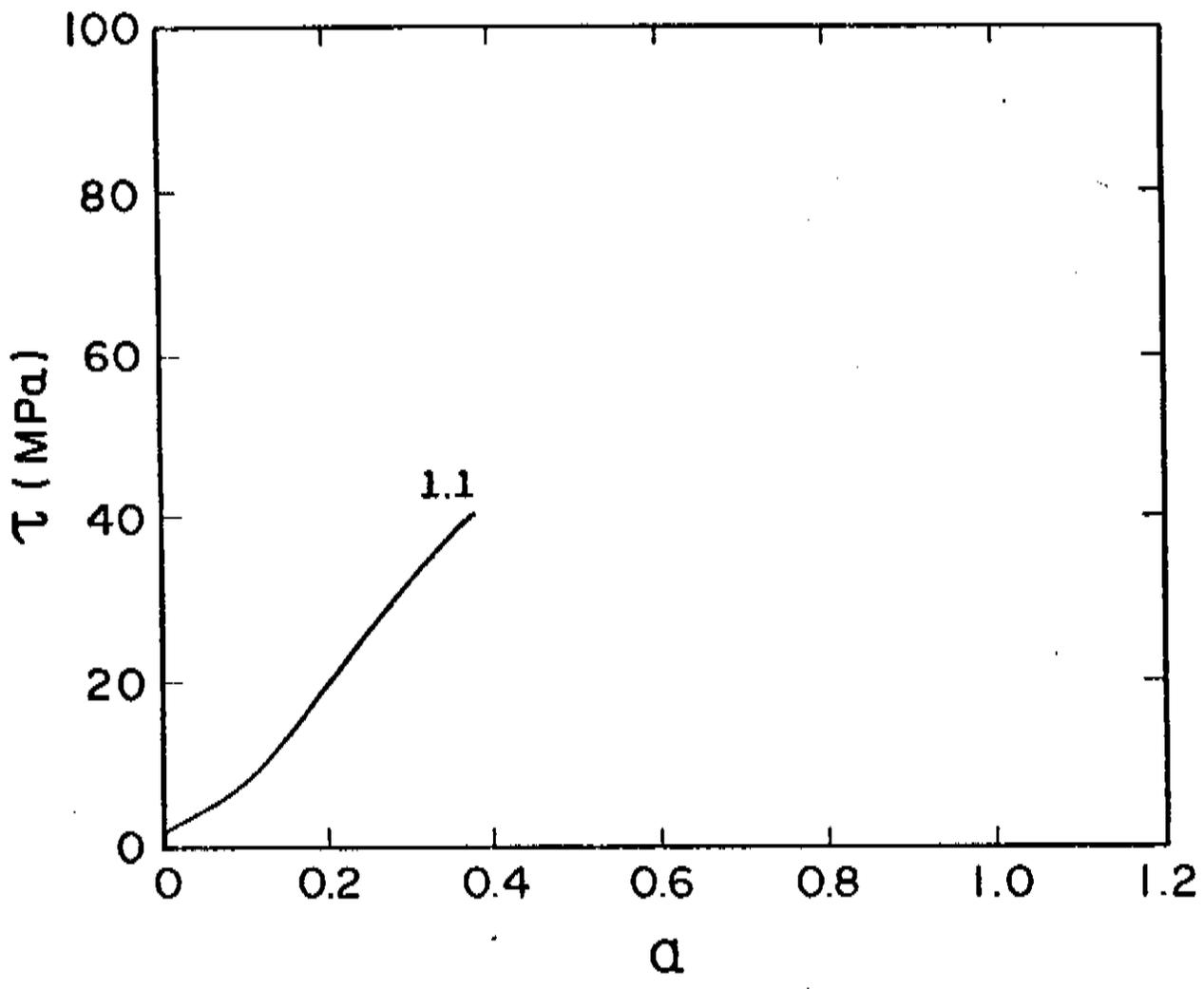
FIGURA - 7.2.1 - Curvas obtidas de carga - deslocamento, através dos ensaios na M.T.S..

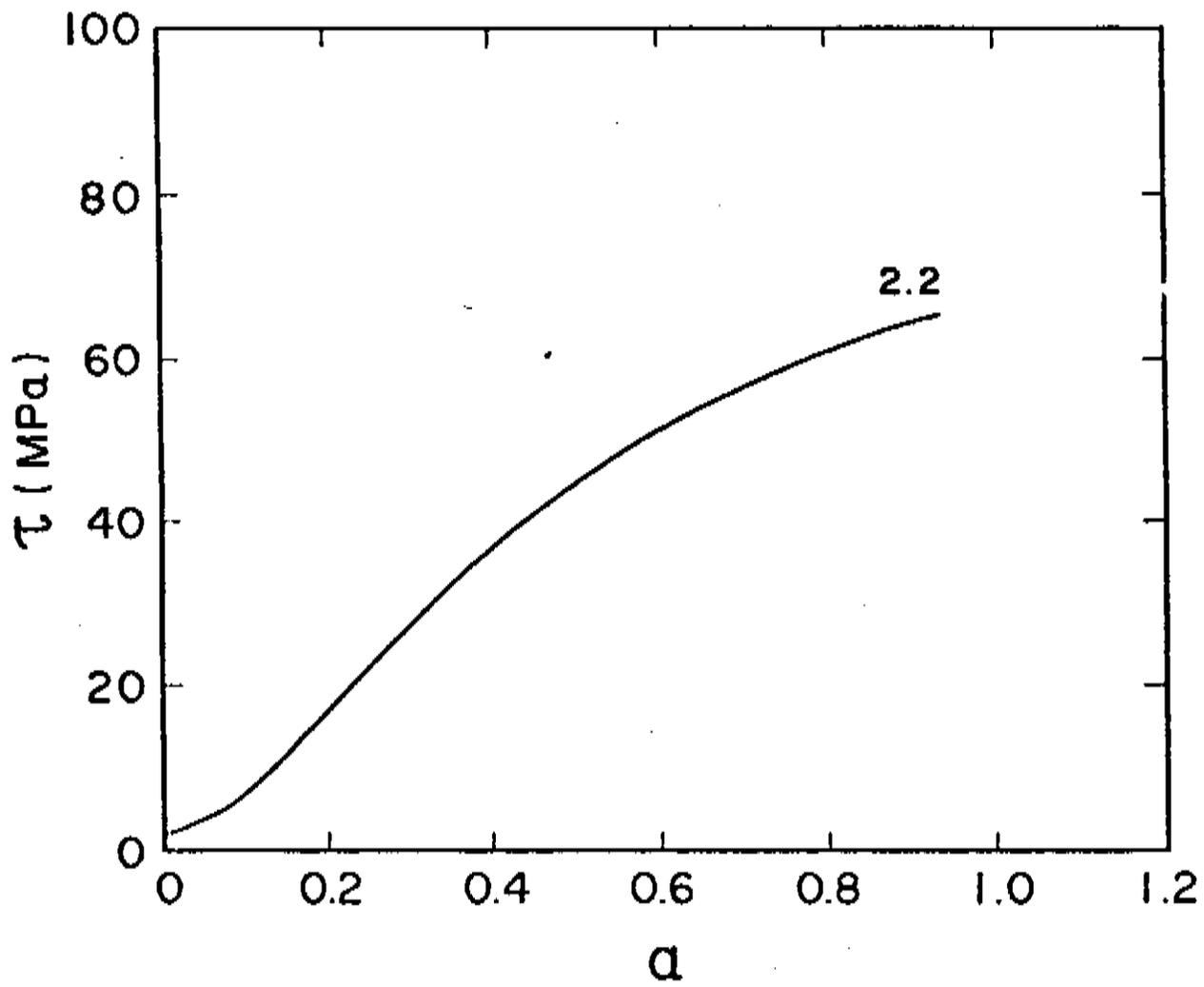
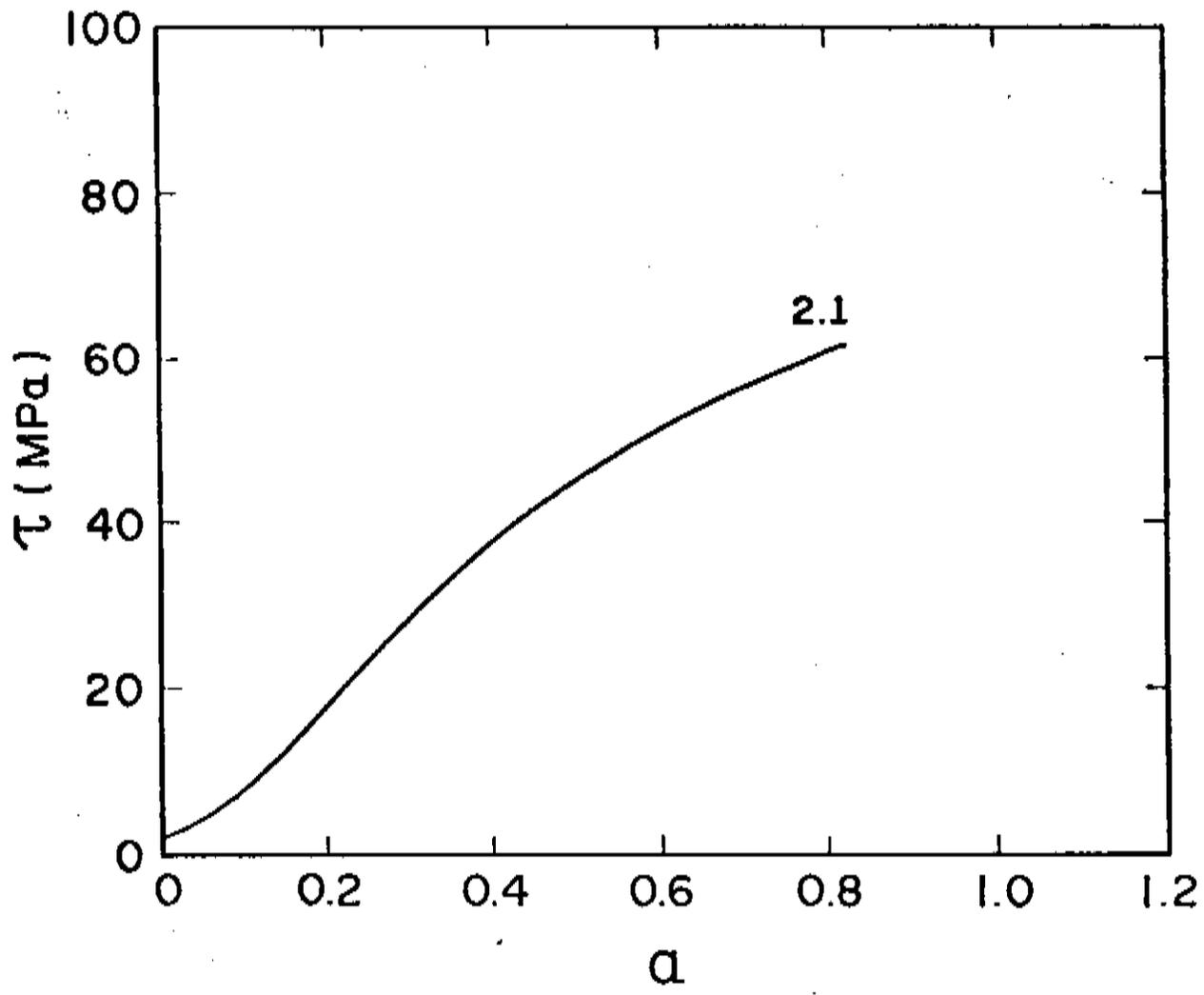
A seguir, utilizando-se as relações 3.3.3.3 e 3.3.3.7 (ponto a ponto) obtivemos as curvas representadas na figura 7.2.2.

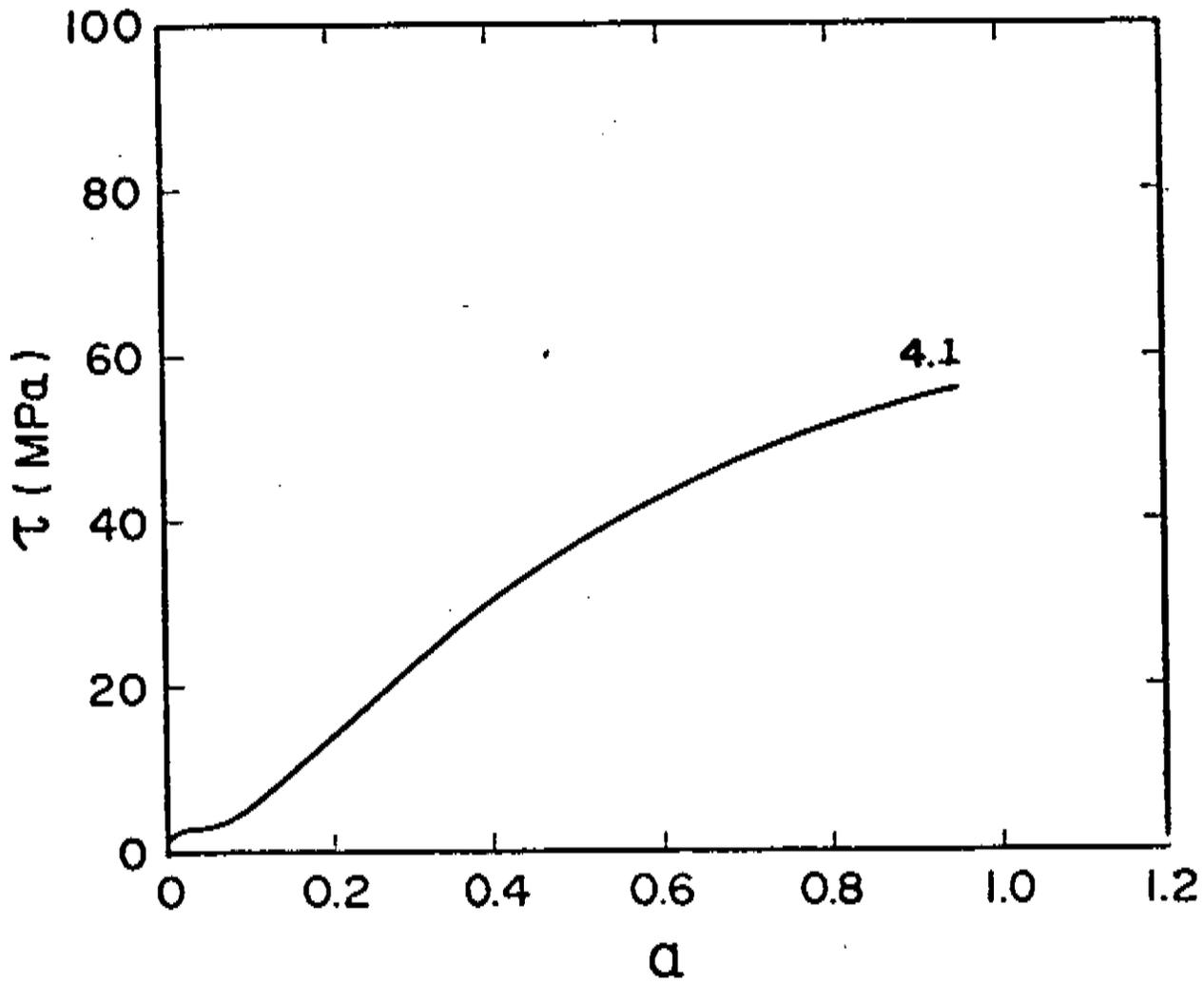
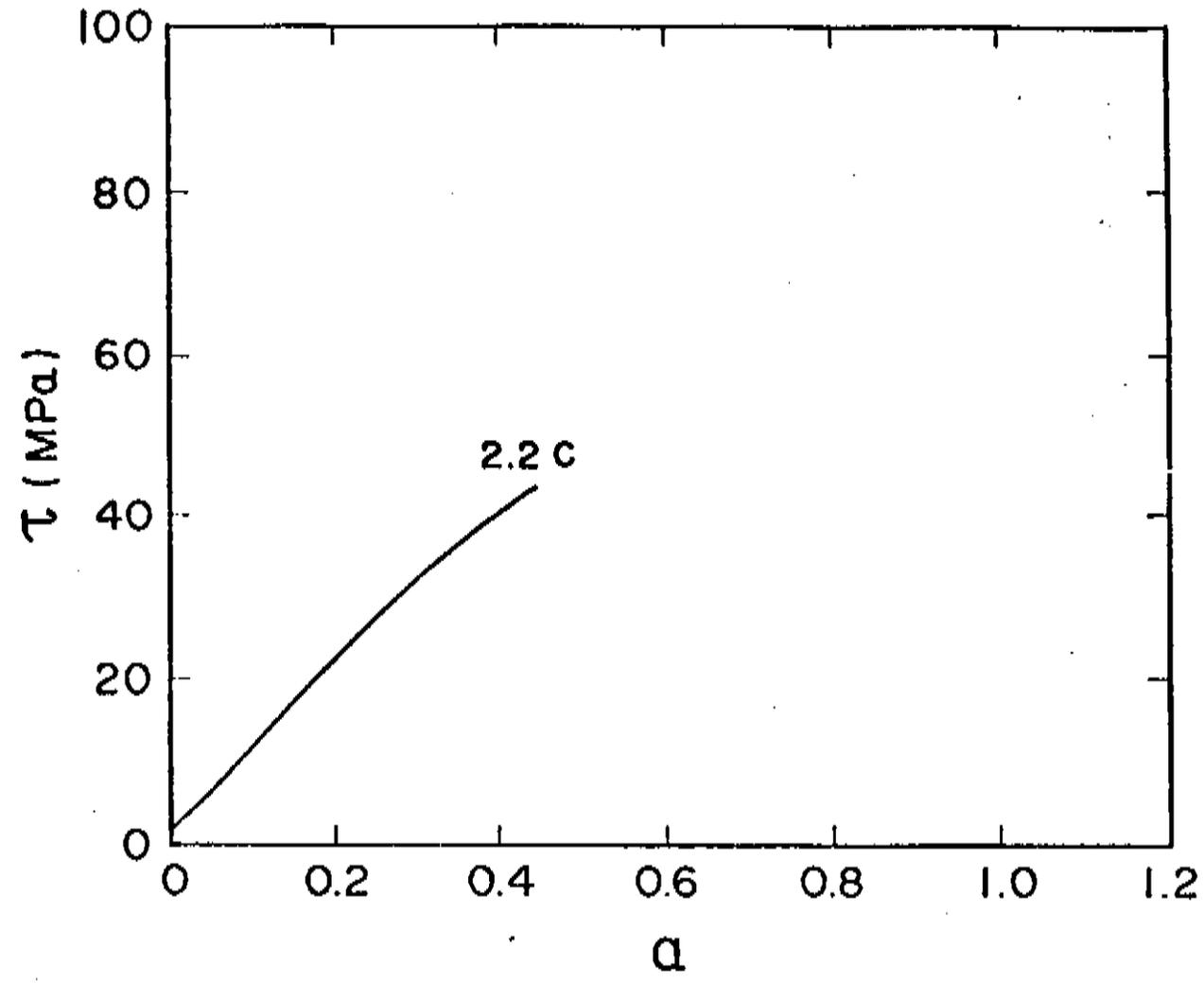
A tabela 7.2.1 contém os valores das seções transversais de área  $A_0$  e dos comprimentos iniciais  $l_0$  de cada uma das amostras utilizadas.

AMOSTRAS	$A_0$ (mm <sup>2</sup> )	$l_0$ (mm)
1.1	8.2048	50.7
1.2	6.6626	50,8
2.1	8.4700	50.9
2.2	7.9911	50.8
2.2C	6.8030	50.7
4.1	6.7983	51.0
4.2	9.3500	50.9
6.1	8.1070	50.8

TABELA - 7.2.1 - Seções transversais de Area  $A_0$  e comprimentos iniciais  $l_0$  de cada uma das amostras utilizadas.







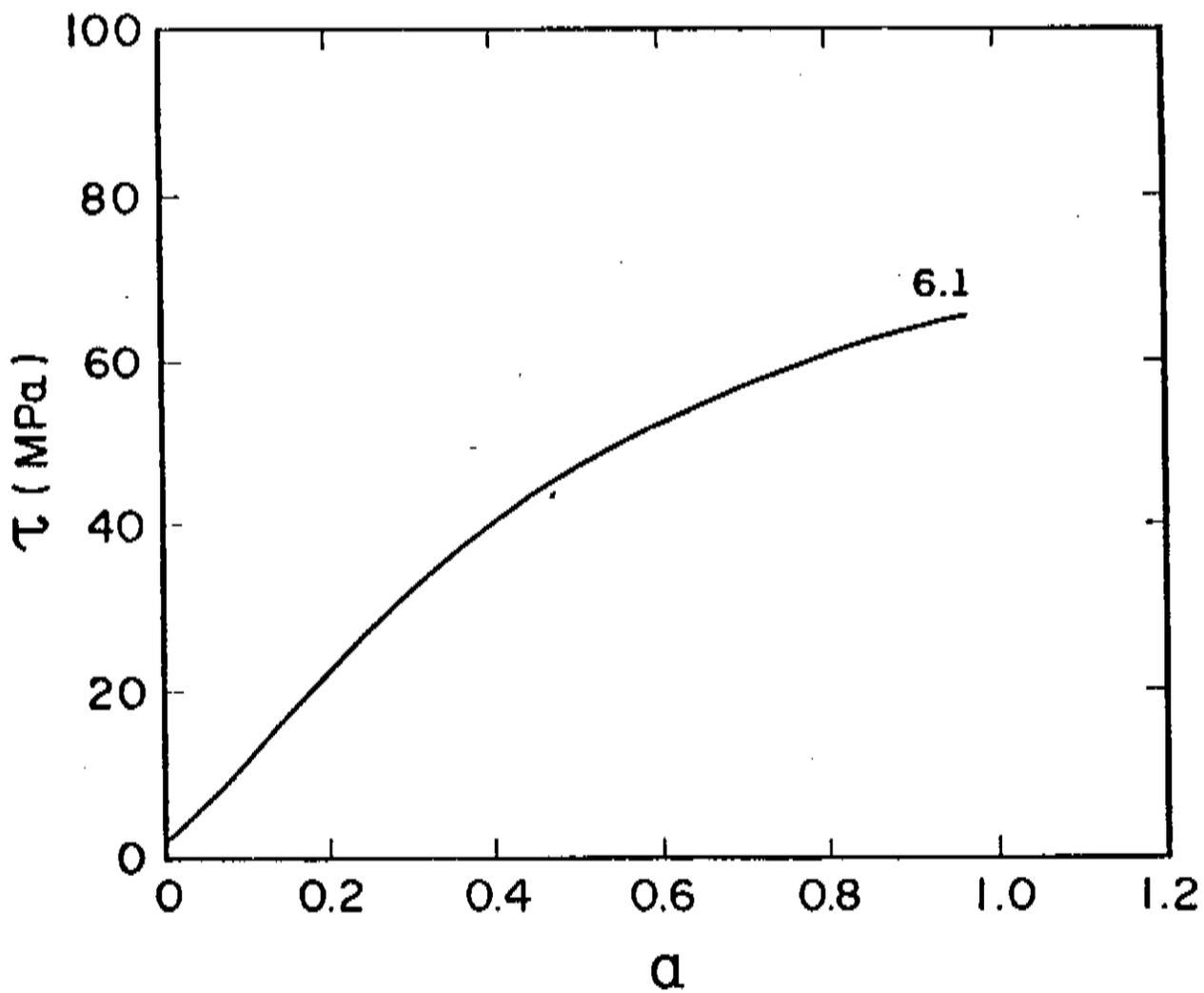
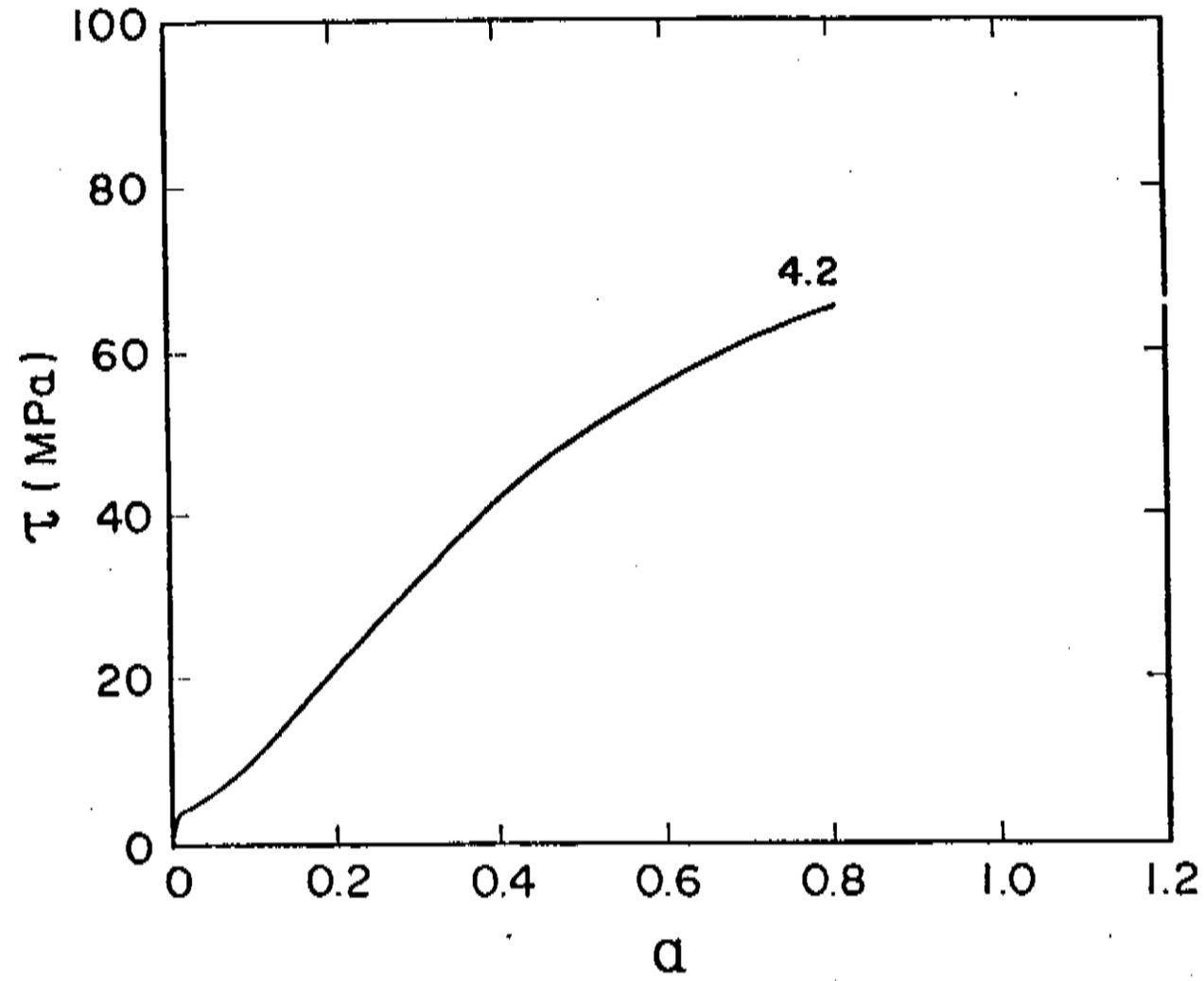


FIGURA - 7.2.2 - Curvas tensão - deformação para monocristais laminares de cobre.

No ensaio de tração na M.T.S., a velocidade do pistão foi de  $5 \times 10^{-3}$  mm/s.

Na figura 7.2.3.a estão representadas as curvas para amostras com discordâncias principalmente em parafuso e na figura 7.2.3.b estão as que têm em cunha.

Na figura 7.2.4 está representada a curva obtida para a amostra 4.1 (cunha). Por apresentar um comportamento diferente das demais, ela foi colocada separadamente. Este resultado específico será analisado e justificado no Capítulo 8.

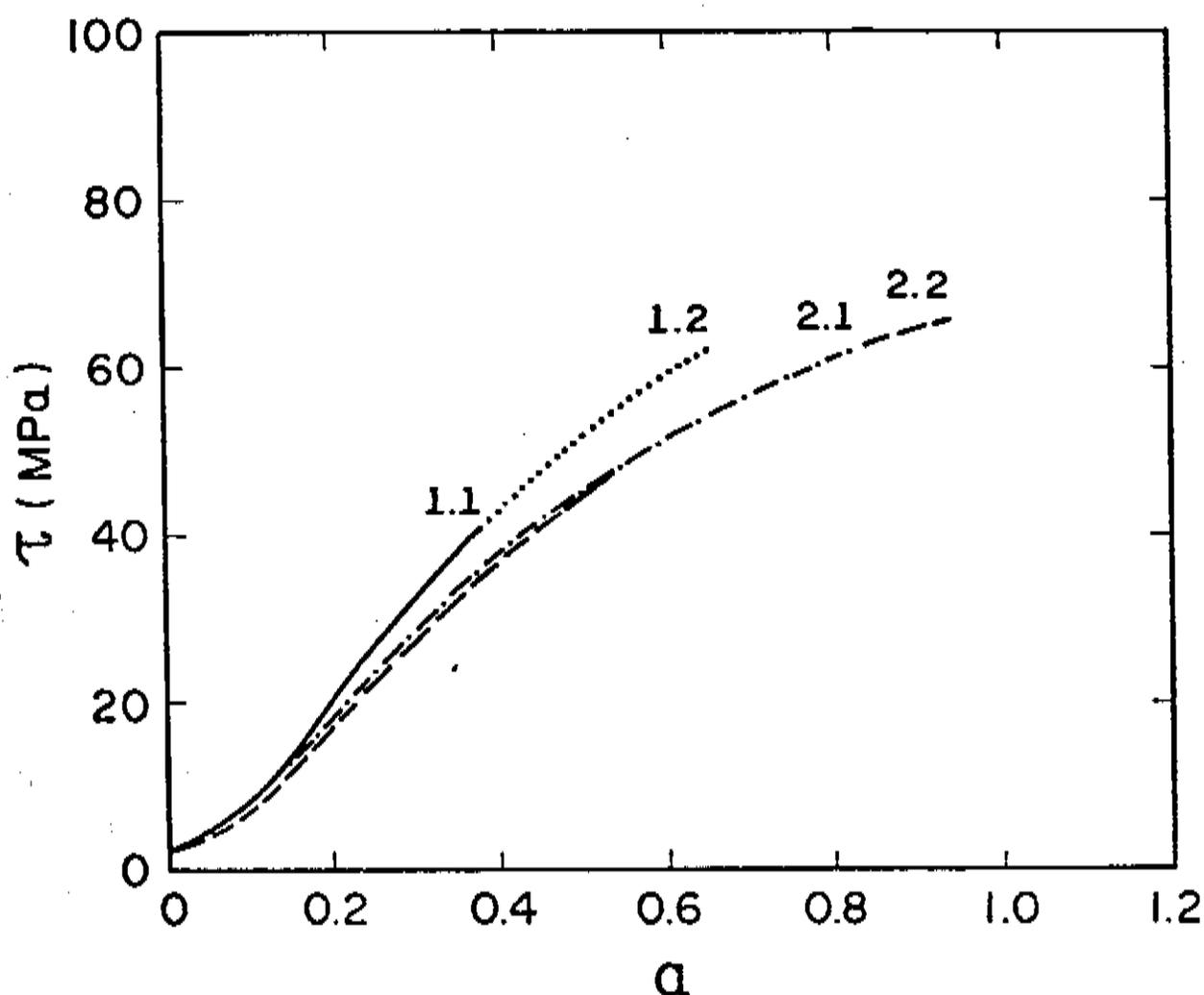


FIGURA - 7.2.3.a - Curva tensão-deformação para monocristais de cobre com discordâncias em parafuso.

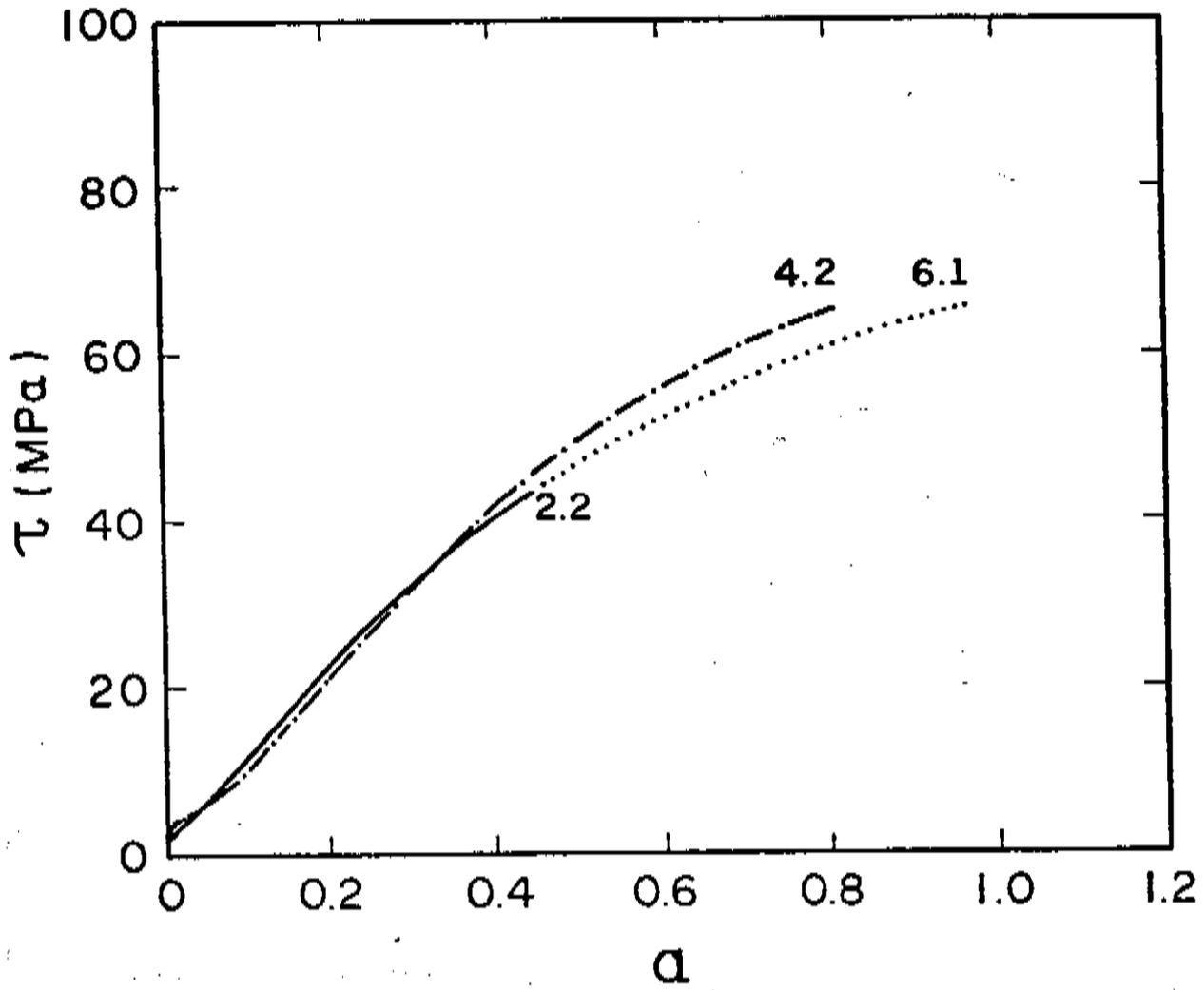


FIGURA- 7.2.3.b - E com discordâncias em cunha.

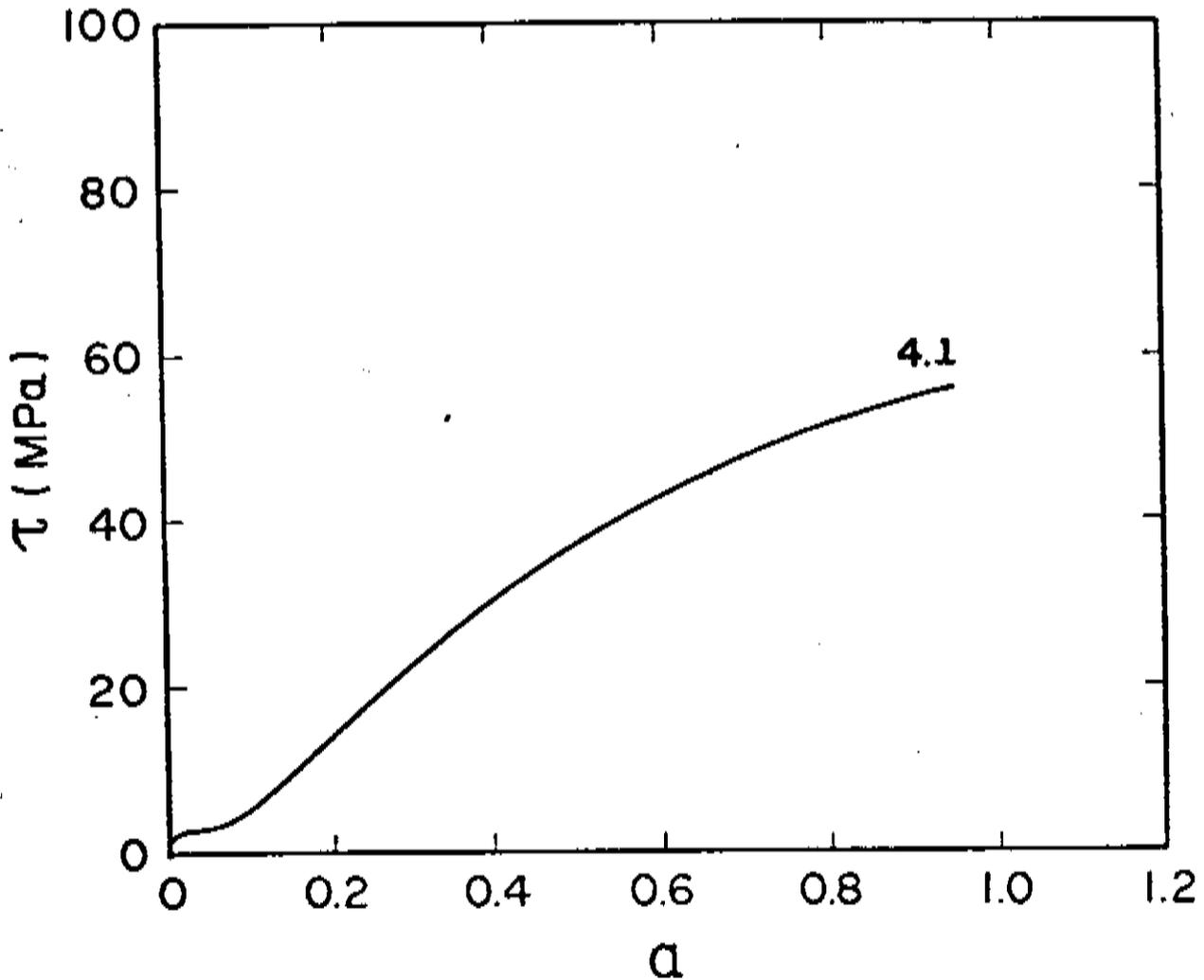


FIGURA - 7.2.4 - Curva tensão-deformação para amostra 4.1 (cunha).

## CAPÍTULO 8

## 8. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Considerando-se os resultados da figura 7.2.3, foi determinado que os cristais com discordâncias em parafuso tem menor tensão crítica de cisalhamento que os em cunha (Tabela 8.1).

Na figura 8.1 estão representadas as curvas médias dos cristais com discordâncias em parafuso e cunha e uma curva obtida por Rosi<sup>[33]</sup> (amostra 42).

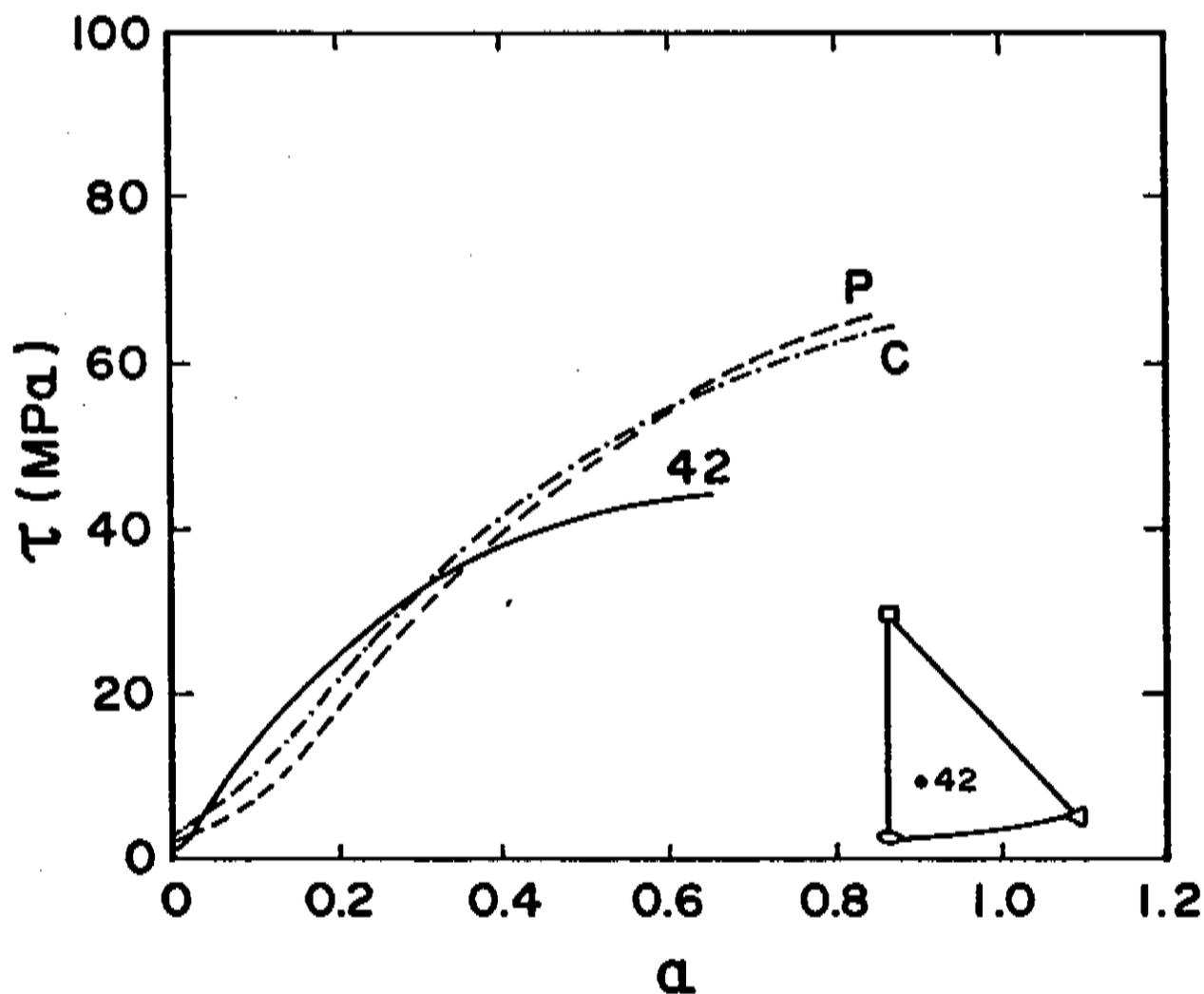


FIGURA - 8.1 - Curvas médias parafuso e cunha e amostra 42 (Rosi).

Os valores das tensões críticas obtidas das curvas de tensão-deformação da figura 8.1 são apresentados na tabela 8.1.

amostra	$\tau_0$ (MPa)
parafuso	1.61
cunha	2.28
amostra 42	1.01

TABELA- 8.1 - Tensão crítica de cisalhamento resolvida (início estágio I).

A tensão crítica de cisalhamento resolvida é determinada por extrapolação, traçando-se uma tangente à curva até atingir o eixo das ordenadas. O ponto extrapolado no eixo vertical corresponde à tensão de cisalhamento do início do estágio I<sup>[33]</sup>.

Os altos valores que nós obtivemos, podem ser devidos à pequena deformação acidental no manuseio da amostra antes dos ensaios (mesmo com todos os cuidados já mencionados no Capítulo 6), ou ao método de produção do monocristal como podemos observar na tabela 8.2, que mostra resultados existentes na literatura.

Pureza do material	Método de produção do monocrystal	$\tau_0$ (MPa)	Literatura
99.98% (OFHC)	solidificação no vácuo	0.94	Rosi
99.98% (OFHC)	solidificação no vácuo	1.00	Sachs e Weerts
99.98% (OFHC)	solidificação em nitrogênio	1.56	Hibbard
99.999 (spectroscopic)	solidificação no vácuo	0.65	Rosi

TABELA - 8.2 - Comparação com outros resultados de tensão crítica de cisalhamento.

Nota-se da figura 8.1 que a tensão de escoamento para cristais com discordâncias em parafuso é menor que para cristais com discordâncias em cunha, e que o estágio I é mais extenso para amostras com discordâncias principalmente em parafuso.

Este resultado  $\tau_p < \tau_c$  é difícil de ser entendido com base nos resultados discutidos na literatura. Não pode ser atribuído a processos térmicos porque ele ocorre nas mais variadas temperaturas [31].

Na figura 8.2 estão representados os resultados

obtidos para monocristais laminares de alumínio [31].

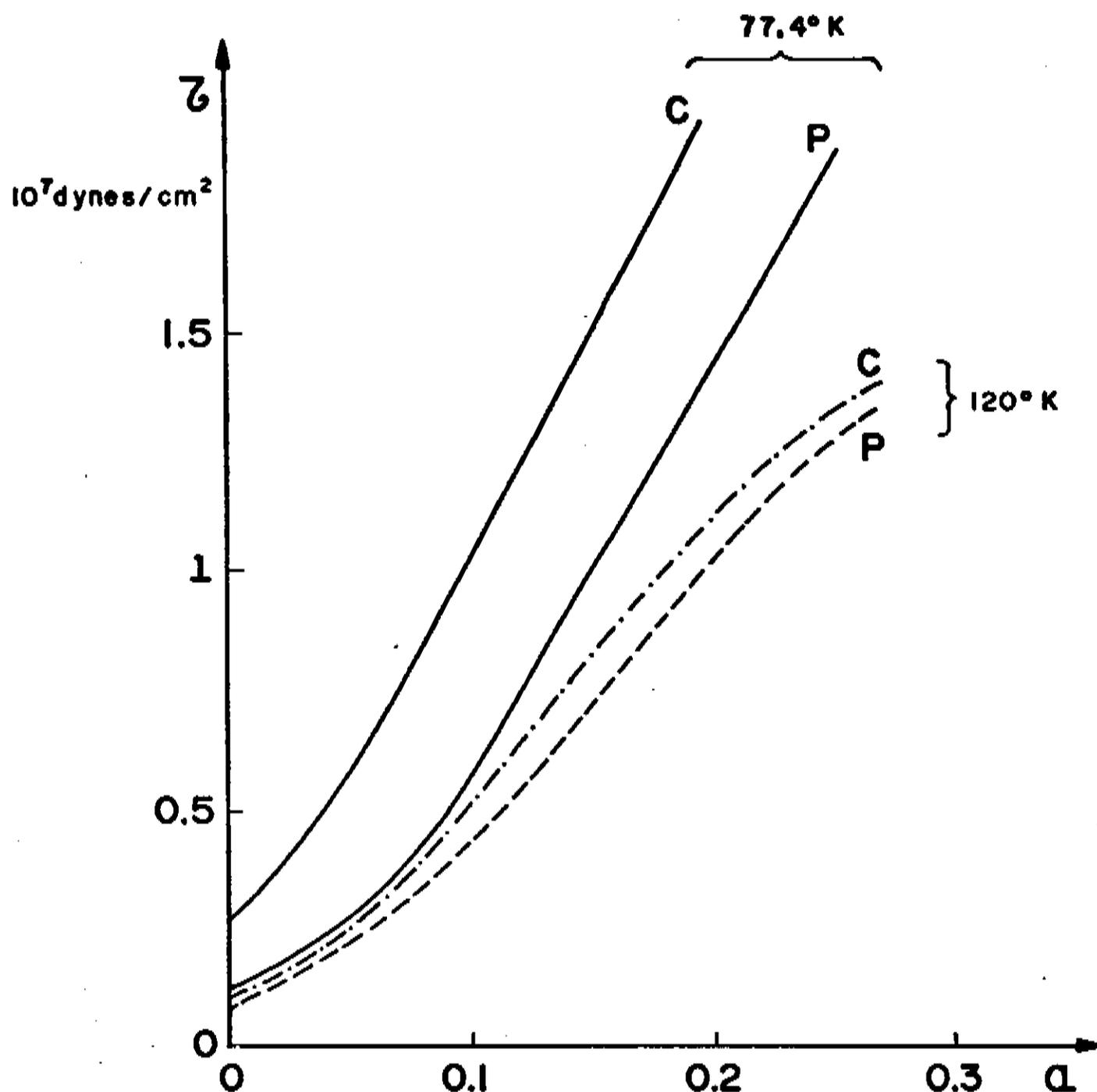


FIGURA- 8.2 - Curva tensão - deformação para monocristais laminares de alumínio.

Essa figura mostra as curvas médias para cristais com discordâncias em parafuso e cunha; para ensaios realizados a 77.4°K e 120°K.

Podemos observar que no ensaio realizado à temperatura de 120°K o estágio I é mais extenso e que a tensão crítica de cisalhamento é menor para cristais com discordâncias em parafuso.

Considerando-se as curvas tensão-deformação obtidas, podemos notar a quase inexistência do estágio I nos cristais com discordâncias em cunha. Isso poderia ser atribuído a formação de barreiras de Hirth (combinação de discordâncias no sistema primário e crítico mostrados na figura 3.4.1) durante a deformação no sistema crítico, mas essa deformação é muito pequena e logo o eixo de tensão se move diminuindo o fator de Schmid nesse sistema crítico, tornando-se desfavorável a este tipo de reação [31].

O estágio I é devido exclusivamente ao movimento de discordâncias em parafuso e o baixo coeficiente de endurecimento por trabalho nesta etapa é devido à aniquilação mútua de discordâncias deste tipo por atração entre elas [31].

Para temperaturas mais altas o coeficiente de endurecimento por trabalho é menor [31]. Isso poderia ser atribuído ao deslizamento cruzado de discordâncias em parafuso que ocorreria a uma tensão menor nesta região de temperaturas.

Para Rosi que fez ensaios em cobre, o estágio I aumenta quando diminui pureza dos cristais com orientações similares. Ele também aumenta quando as orientações dos cristais não estão próximas a  $[100]$  ou da linha  $[100]$ - $[111]$ . Este resultado obtido por Rosi de que o estágio I aumenta com diminuição da pureza, está em contradição com o resultado obtido por Diehl representado na figura 9.1 [34] (Capítulo 9).

Vimos na figura 7.1.1 que alguns cristais deslizaram inicialmente num sistema de deslizamento diferente do sistema primário. No entanto, segundo a Lei de Schmid isto não ocorre

reria, pois o sistema de deslizamento que possui a máxima tensão de cisalhamento deformaria primeiro. Esta lei tem a suposição implícita que a tensão crítica é a mesma para todos os sistemas de deslizamento.

Para entendermos o comportamento anormal apresentado por estes cristais utilizamos o fato já comprovado, que a tensão de escoamento para os cristais com discordâncias em parafuso ( $\tau_p$ ) é menor que para os cristais com discordâncias em cunha ( $\tau_c$ ); isto é  $\tau_p < \tau_c$  [31].

Na figura 8.3 estão representadas as fotografias obtidas por Raios-X de amostras monocristalinas de alumínio [32].

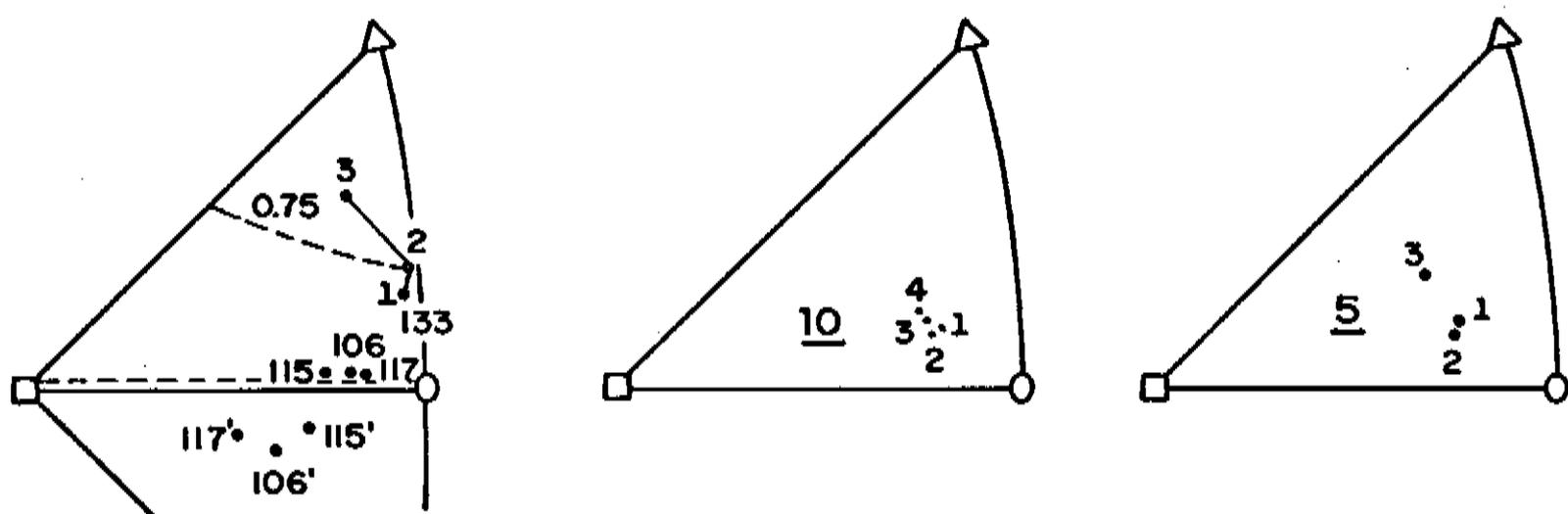


FIGURA - 8.3 - Raios-X de lâminas monocristalinas de alumínio.

Podemos notar que usando lâminas monocristalinas de alumínio, os raios-X obtidos também mostram que alguns cristais deslizaram inicialmente num sistema de deslizamento diferente do sistema primário. (ítem 5.2).

Antes dos monocristais de cobre serem deformados

pela M.T.S. nós tiramos diagramas dessas amostras no Raios-X e medimos  $\lambda_0$ . Após a deformação repetimos a operação e medimos  $\lambda_1$ . A seguir, usando a relação  $1 + e = \frac{\text{sen } \lambda_0}{\text{sen } \lambda_1}$ , calculamos  $\lambda_1$ . Os resultados obtidos estão na tabela 8.3.

Amostra	$\lambda_0$	$\lambda_1$ (medido)	$\lambda_1$ (calculado)	$e = \frac{\Delta l}{l_0}$
1.1	49 °	40 °	40.31 °	0.16667
1.2	49 °	--	32 °	0.52953
2.1	47 °	30 °	29.63 °	0.47937
2.2	47 °	29 °	28.13 °	0.55118
2.2C	50 °	39 °	38.7 °	0.22485
4.1	52 °	26 °	30.34 °	0.55992
4.2	52 °	33 °	32.6 °	0.46365
6.1	53 °	30 °	30.47 °	0.57480

TABELA - 8.3 - Medidas obtidas por Raios-X antes e após a deformação das amostras.

Notamos que os valores de  $\lambda_1$  medido e  $\lambda_1$  calculado estão muito próximos, exceto para a amostra 4.1.

Vimos anteriormente na figura 7.2.4 que a amostra 4.1 apresentou um comportamento diferente das demais, este comportamento também apareceu aqui, Essa amostra deve ter iniciado o deslizamento num sistema que tem orientação mais próxima à aquela dos cristais em parafuso no sistema primário, e não no sistema primário que teria uma configuração com maior número de discordâncias em cunha.

## CAPÍTULO 9

### 9. CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE NOVOS TRABALHOS

Neste trabalho mostramos que o comportamento mecânico das discordâncias observado em cristais de alumínio, é similar em cristais de cobre de mesma orientação. Os cristais de cobre com orientação em parafuso tem menor tensão de escoamento que os cristais com orientação em cunha.

Observamos também que a tensão crítica de cisalhamento resólvida é menor para os cristais com discordâncias em parafuso do que para os cristais com discordâncias em cunha.

As anomalias encontradas na Lei de Schmid para cristais laminares de alumínio foram também encontradas nos cristais de cobre. Alguns cristais começaram a se deformar inicialmente não no plano primário, e até mudaram de triângulo. Em outros, o efeito de mudança de orientação medida foi pequeno.

O fato do cobre ter apresentado um comportamento similar ao alumínio significa que os efeitos superficiais que ocorrem no alumínio não devem ser fundamentais.

Uma outra questão é que as discordâncias no cobre são dissociadas em parciais, o que não ocorre no alumínio. No entanto, nossos resultados sugerem que esta dissociação não modificaria as conclusões tiradas para ambas as matérias, ou seja que os cristais com discordâncias em parafuso se movimentam com menor ten-

são de escoamento que os em cunha.

Realizando ensaios de deformação com alumínio, Chalmers chegou a conclusão que esses cristais à temperatura ambiente não apresentam a região linear. Para que apareça essa região os ensaios devem ser feitos à temperatura de nitrogênio líquido.

Na figura 9.1 estão representadas as nossas curvas médias para os cristais com discordância em parafuso e cunha, e a curva obtida por Diehl usando monocristal de cobre puro [34].

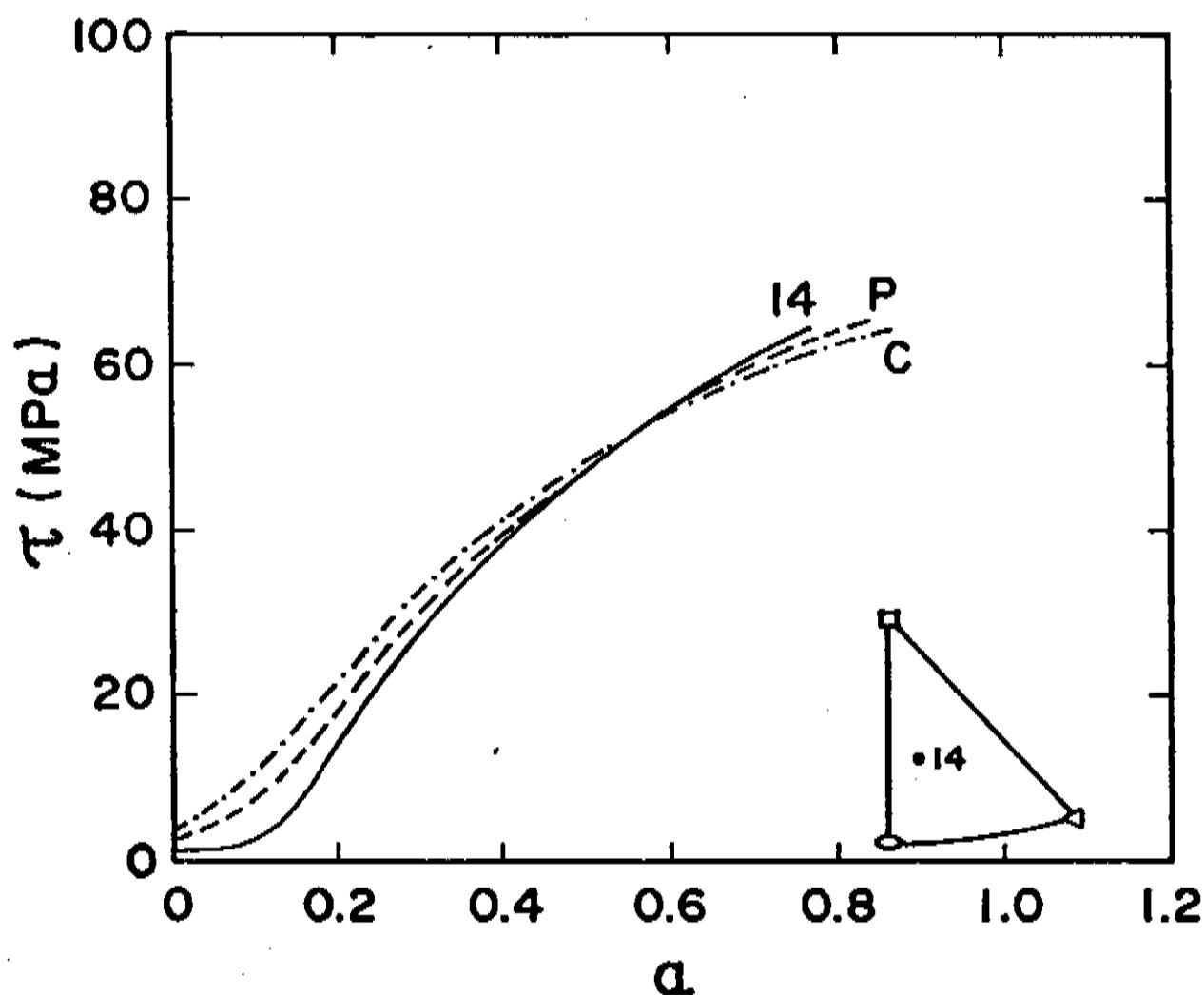


FIGURA - 9.1 - Curvas médias que nós obtivemos para monocristais laminares de cobre e, curva obtida por Diehl utilizando monocristal de cobre puro (14).

Finalmente, analisando-se a figura 9.1 concluímos que, a obtenção de um estágio I (região de validade de nosso modelo experimental) mais extenso poderia ser conseguida usando-se uma amostra de cobre mais puro e realizando-se os ensaios à temperaturas mais baixas que a ambiente. A comprovação desta idéia será o objetivo de um próximo trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

1. O. MUGGE, News Jahrb. Min. 13(1883).
2. A. EWING and W. ROSENHAIN, Phil. Trans. Roy. Soc. A139, 353 (1899).
3. M. POLANYI, Z. Phys 89, 660(1934).
4. E. OROWAN, Z. Phys 89, 605 e 634(1934).
5. G. I. TAYLOR, Proc. Roy. Sc. A145, 362 (1934).
6. A. H. COTTRELL, "Dislocations and Plastic Flow in Crystals", Oxford U. Press, Londres (1953).
7. J. WEERTMAN and J. R. WEERTMAN, "Elementary Dislocations Theory", Mac-Millan, Nova York, (1964).
8. S. TIMOSHENKO, "Theory of Elasticity", Mc Graw-Hill, Nova York (1951).
9. G. SINES, "Elasticity and Strenght", Allyn and Bacon, Boston (1969).
10. M. A. MEYERS e K.K. CHAWLA, "Princípios de Metalurgia Mecânica", Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1982).
11. B. D. CULLITY, "Elements of X-Rays Diffraction", Addison-Wesley (1956).
12. SCHMID y BOAS, "Kristallplastizitat", Springer, Berlim (1935).
13. L. M. CLAREBROUGH e M. E. HARGREAVES, "Progress in Materials Science", Vol.8, Pergamon Press, Londres (1959).
14. B. CHALMERS, Can. Jour. Phys., 31, 132 (1953).
15. M. KANTHAL, aços Kanthal Ltda - São Paulo.
16. C. S. BARRET, "Struture of Metals", Mc Graw-Hill (1952).

17. J. FRIEDEL, "Dislocations", Pergamon Press, Nova York (1964)
18. F. R. NABARRO, "Theory of Dislocations", Oxford Press, Oxford (1967).
19. A. SEEGER, H. KRONMULLER, S. MADER e H. TRAUBLE, Phil.Mag., 6, 939, (1961).
20. A. SEEGER, S. MADER e H. KRONMULLER, in "Eletron Microscopy and Strenght of Crystals", G. Thomas e J. Washburn (eds.), Wiley - Interscience, Nova York, p.665, (1963).
21. N. F. MOTT, Phil. Mag., 43, (1151 (1952)).
22. S. MADER, A. SEEGER e H. M. THIERINGER, J. App. Phys., 34, 3376 (1963).
23. A. SEEGER, in "Dislocations and Mechanical Properties of Crystals", John Wiley, Nova York, p.243, (1957).
24. D. KUHLMANN-WILSDORF, Trans. AIME, 224, 1047 (1962).
25. P. B. HIRSCH, Dis. Faraday Soc., 38, 110 (1964).
26. T. E. MITCHELL, Progress in Appl. Matter. Pes. 6, 117 (1964).
27. D. KUHLMANN-WILSDORF, Met. Trans. 1, 3173 (1970).
28. J. F. BELL, Phil. Mag. 10, 107 (1964).
29. D. KUHLMANN-WILSDORF, in "Work Hardening in Tension and Fatigue", A. W. Thompson (ed.), TMS-AIME, Nova York, p.1 (1977).
30. J. Diehl, M. KRAUSE, W. OFFNHAUSE, W. STAUBWASSER, Z. Metall., 45, 489 (1954).
31. R. E. MEDRANO, Tese de doutorado, Univ. Cuyo, Argentina, (1967).
32. R. E. MEDRANO e G. SCHOECK, Phys, Stat. Sol.(a) 5, 147 (1971).

33. F. D. ROSI, Trans. Amer. Inst, Min. (metall.) Engrs 200,  
1009 (1954).
34. J. Z. DIEHL, Metallk, 47, 331 (1956); 47, 411 (1956).