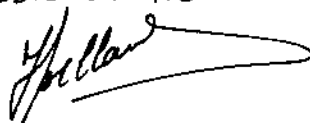


Este exemplar corresponde à redação final
da Tese de mestrado do Sr. Roberto José Maria
Covolan, defendida em 29/08/85 e aprovada
pela comissão julgadora

cidade Universitária "Zeferino Vaz"
30 de agosto de 1985.



"ESPALHAMENTO ELÁSTICO K^-p

A ALTAS ENERGIAS"

Roberto José Maria Covolan

Dissertação apresentada ao Institu
to de Física "Gleb Wataghin" para
a obtenção do título de MESTRE

Orientador: Prof.Dr. José Bellandi Filho

DEPARTAMENTO DE RAIOS CÓSMICOS, CRONOLOGIA,
ALTAS ENERGIAS E LEPTONS - UNICAMP
CAMPINAS - 1985

Os meus sinceros agradecimentos

Ao prof. José Bellandi Filho, que me orientou, pela consideração, apreço e pelo zelo profissional transmitidos durante a elaboração deste trabalho,

Ao prof. Ammiraju Pemmaraju, pela solicitude nas discussões científicas e pelo constante estímulo,

Aos colegas José Tadeu de S. Paes, Antonio Braz de Pãdua, Sérgio Querino Brunetto, Márcio José Menon, José Carlos de Souza e Sérgio Monsanto pela amizade cordial e pelo apoio e ajuda inestimáveis,

Aos demais colegas, funcionários e professores do Departamento de Raios Cósmicos pela preciosa colaboração e pela convivência amiga,

Aos profs. Petrônio Pulino e José Mário Martinez do Departamento de Matemática Aplicada pelo auxílio prestado no tocante aos métodos computacionais utilizados,

Aos profs. Yojiro Hama e Humberto França da USP e ao prof. Bruto M.E. Pimentel do IFT pelas discussões esclarecedoras,

À Marilena A. Borelli pela diligência e presteza nos trabalhos datilográficos,

Ao CNPq e à FAPESP pelo apoio financeiro.

ÍNDICE

Lista de ilustrações.....	1
Lista de tabelas.....	iii
Sumário e abstract.....	iv
Introdução.....	1
Capítulo I - DADOS EXPERIMENTAIS E ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS.....	5
1.1 - Seção de Choque Total.....	5
1.2 - Seção de Choque Elástica Total.....	7
1.3 - Seção de Choque Diferencial Elástica.....	8
1.4 - Descrição da região de $ t $ pequeno.....	10
1.5 - O Modelo Ótico.....	15
Capítulo II - MODELO CHOU-YANG.....	25
2.1 - Derivação do Modelo.....	26
2.2 - Algumas observações sobre o modelo.....	31
Capítulo III - APLICAÇÃO DO MODELO.....	35
3.1 - Dados Experimentais e Ajuste.....	35
3.2 - Fator de Forma e Raio Quadrático Médio.....	47
Capítulo IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	50
4.1 - Fator de Forma do Káon negativo.....	50
4.2 - O raio quadrático médio do Káon negativo....	52
4.3 - Discussão do Fator de Forma.....	55
4.4 - Seção de Choque Diferencial.....	58
Capítulo V - CONCLUSÕES.....	72
Apêndice I - Método de Ben Israel.....	74
Referências Bibliográficas.....	76

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	- Comportamento esperado em Altas Energias.....	2
Figura 2	- Seções de Choque Total e Elástica de K^+p	5
Figura 3	- Seções de Choque Totais.....	6
Figura 4	- Seções de Choque Elásticas e Razão σ_{el}/σ_{tot}	7
Figura 5	- Queda exponencial de $d\sigma/dt$ versus $-t$	11
Figura 6	- Compilação de dados do parâmetro de inclinação ...	12
Figura 7	- $d\sigma/dt$ versus $ t $ para $P_{lab} \leq 10$ GeV/c	14
Figura 8	- $d\sigma/dt$ versus $-t$ para $P_{lab} = 20$ GeV/c	14
Figura 9	- Onda plana incidente sobre um disco	18
Figura 10	- Exemplos de funções de perfil e amplitudes	21
Figura 11	- Efeito "cross-over"	23
Figura 12	- Colisão hadrônica	25
Figura 13	- Gráfico de ρ para K^+p	38
Figura 14	- Parte real e parte imaginária da amplitude	38
Figura 15	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 10$ GeV/c	40
Figura 16	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 14,3$ GeV/c	41
Figura 17	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 32,1$ GeV/c	42
Figura 18	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 40,1$ GeV/c	43
Figura 19	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 50$ GeV/c	44
Figura 20	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 100$ GeV/c	45
Figura 21	- Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 200$ GeV/c	46
Figura 22	- Curvas do Fator de Forma	51

Figura 23 - Fator de Forma do K^- : dados experimentais e ajuste de dipolo	53
Figura 24 - Fator de Forma do K^- para 100 e 200 GeV/c comparado com ajustes	56
Figura 25 - Fator de Forma do K^- para 100 e 200 GeV/c comparado com ajustes	57
Figura 26 - Fator de Forma de dominância vetorial comparado com ajustes	57
Figura 27 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab} = 10$ GeV/c.	61
Figura 28 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=14,3$ GeV/c.	62
Figura 29 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=32,1$ GeV/c.	63
Figura 30 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=40,1$ GeV/c.	64
Figura 31 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=50$ GeV/c...	65
Figura 32 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=100$ GeV/c..	66
Figura 33 - Seção de Choque Diferencial para $P_{lab}=200$ GeV/c..	67
Figura 34 - Comparação da seção de choque diferencial do π^-p e do K^-p	68
Figura 35 - Previsão da Seção de Choque Diferencial para $P_{lab} \approx 800$ GeV/c	69
Figura 36 - Comparação entre as Seções de Choque Diferenciais de $P_{lab} = 200$ GeV/c e $P_{lab} \approx 800$ GeV/c	70
Figura 37 - Seções de Choque Diferenciais calculadas para diferentes constantes de absorção.....	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comportamento previsto de σ_{tot} e $\sigma_{\text{el}}/\sigma_{\text{tot}}$	8
Tabela 2 - Seção de Choque Diferencial	36
Tabela 3 - Seção de Choque Total	37
Tabela 4 - Parâmetros de ajuste	39
Tabela 5 - Constantes de absorção	50
Tabela 6 - Raio r.m.s. do K^-	52
Tabela 7 - Raio r.m.s. do K^-	53
Tabela 8 - Raio quadrático médio e raio r.m.s. do K^-	54
Tabela 9 - Constantes de absorção	60

SUMÁRIO

Estuda-se o espalhamento elástico K^-p no intervalo de energia $4,5 \leq \sqrt{s} \leq 19,5$ GeV. Supõe-se a amplitude de espalhamento puramente imaginária e faz-se um ajuste numérico dos dados experimentais da seção de choque diferencial. Usando-se o modelo Chou-Yang estuda-se o fator de forma e o raio quadrático médio do K^- comparando-se com os dados experimentais existentes.

ABSTRACT

The K^-p elastic scattering is analysed in the following energy range $4,5 \leq \sqrt{s} \leq 19,5$ GeV. The scattering amplitude is supposed pure imaginary and a numerical fit of the differential cross section is made. By means of the Chou-Yang model is obtained the form factor and the mean square radius of the K^- and compared with the experimental data.

INTRODUÇÃO

Durante os anos 60 surgiram vários modelos fenomenológicos que procuravam dar conta das observações feitas em Física de Altas Energias. O desenvolvimento desses modelos visava a obtenção de uma descrição satisfatória dos dados experimentais e, conseqüentemente, um melhor entendimento das interações fortes.

Um dos aspectos importantes das interações fortes é o comportamento da seção de choque a altas energias, cujas expectativas quanto ao comportamento assintótico dos dados experimentais em colisões hadrônicas se resumiam em três pontos (Fig. 1):

i) as seções de choque totais deveriam decrescer com o aumento da energia, convergindo para um valor constante diferente de zero;

ii) a razão ρ entre a parte real e a parte imaginária da amplitude de espalhamento para frente deveria crescer com o aumento da energia, tendendo a zero a partir de valores negativos;

iii) a seção de choque diferencial continuaria apresentando um comportamento quase exponencial em t , aumentando lentamente a inclinação com o crescimento da energia.

No início da década de 70, com a entrada em operação de aceleradores de grande porte, o quadro geral das observações experimentais sofreu consideráveis alterações.

Primeiramente, as medidas realizadas mostraram que algumas seções de choque não decresciam tão rápido quanto se esperava e, mais tarde, observou-se que a seção de choque total aumentava (Serpukhov: 1969-1972, CERN-ISR: 1973). Dados anteriormente obtidos com a radiação cósmica [1] já mostravam esse comportamento. Alguns trabalhos teóricos [2], também, já previam essa tendência.

As medidas da seção de choque diferencial para o espalha

mento elástico pp apresentaram mudança de declividade em $|t| \approx 0,13 \text{ (GeV/c)}^2$, um mínimo em torno de $-t = 1,5 \text{ (GeV/c)}^2$ e encolhimento do pico de difração com o aumento da energia. Quanto à razão ρ observou-se que se tornava positiva (CERN-ISR: 1972-1973).

Em meados dos anos 70, com as medidas realizadas no CERN e no Fermilab, chegou-se à situação esboçada nos gráficos da parte inferior da Fig. 1.

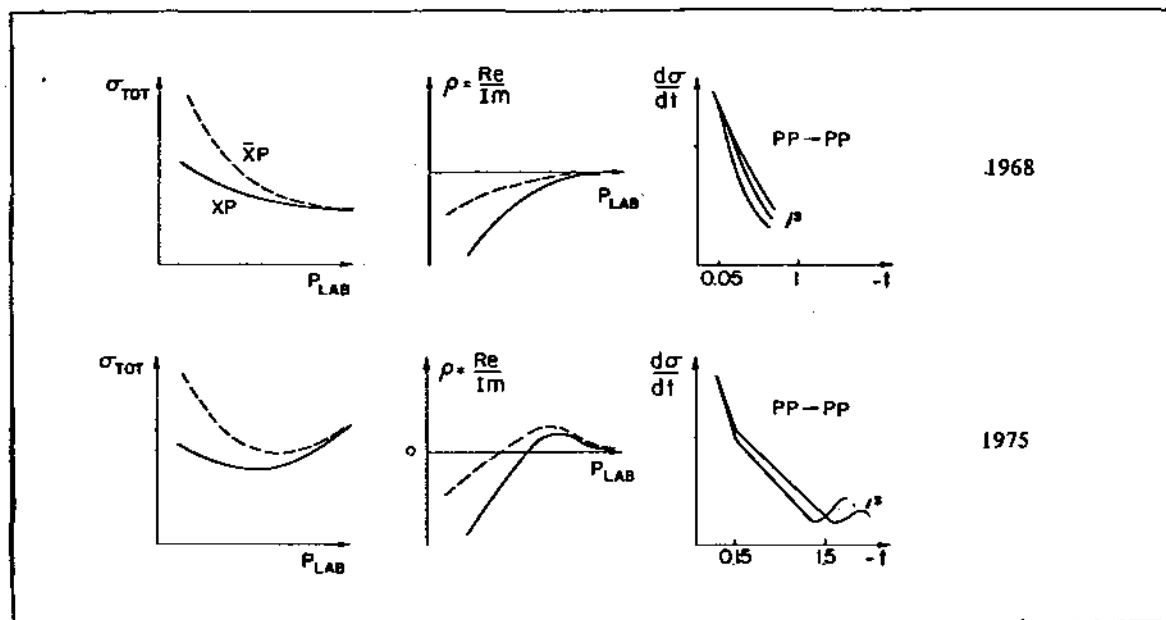


Fig. 1 - Comportamento esperado em Altas Energias
Figura extraída da Ref. 3

Durante este período foi desenvolvido um modelo fenomenológico do tipo eiconal, proposto por T.T.Chou e C.N.Yang [4,5], cuja função opacidade (ou eiconal) é calculada em termos dos fatores de forma das partículas envolvidas na reação. Este modelo foi bem sucedido na descrição da dependência angular da seção de choque diferencial pp, chegando mesmo a prever a posição do primeiro mínimo [6].

Após um sucesso inicial surgiram alguns problemas com esse modelo, pois ele preve o aparecimento de mínimos secundários na seção de choque diferencial, que até hoje não foram observados e também o fato de que não apresenta uma dependência explícita com relação à energia.

A despeito dessas dificuldades, o modelo Chou-Yang continua a ser atraente do ponto de vista fenomenológico, por se tratar de um modelo bastante simples e intuitivo, e pelos bons resultados apresentados principalmente na região de baixos ângulos.

O problema do espalhamento elástico K^-p é tratado neste trabalho no contexto do modelo Chou-Yang no intervalo de energias entre $4,5 < \sqrt{s} < 19,5$ GeV.

Primeiramente fez-se para cada faixa de energia análise de um ajuste numérico da amplitude de espalhamento obtida dos dados experimentais da seção de choque diferencial, supondo que a amplitude é puramente imaginária. Esta suposição é feita com base no fato de que, para esta reação, a razão ρ entre a parte real e a parte imaginária da amplitude é muito pequena.

A fórmula utilizada para ajustar a amplitude de espalhamento é dada pelo produto de um parâmetro, que depende apenas da energia (s), por uma somatória de exponenciais dependentes do momentum transferido (t). Através da amplitude ajustada numericamente usou-se o modelo Chou-Yang para calcular o fator de forma do K^- . Obteve-se também as constantes de absorção e o raio quadrático médio do K^- .

O fator de forma parametrizado foi comparado com os únicos dados experimentais provenientes de medida direta do fator de forma do K^- . Uma comparação entre o fator de forma parametrizado e aquele proposto pelo modelo de dominância meson vetorial também foi feita.

Procurou-se então estabelecer uma expressão simples, do

tipo dipolo, para o fator de forma parametrizado a partir da qual fosse possível aplicar o modelo Chou-Yang da maneira convencional, a fim de prever-se o comportamento da seção de choque diferencial para além dos dados experimentais, mas dentro do limite de $|t|$ pequeno.

No Capítulo 1, apresenta-se um resumo das principais informações experimentais utilizadas nas análises fenomenológicas, destacando os dados referentes à reação $\bar{\kappa}p$. No final desse capítulo descreve-se a analogia ótica e discute-se o modelo do disco cinza. No Capítulo 2 apresenta-se o modelo Chou-Yang e faz-se algumas considerações a cerca de suas limitações. No Capítulo 3 descreve-se os dados experimentais utilizados e o modelo é adequado às aplicações que serão feitas. Os resultados são apresentados no Capítulo 4. As discussões finais serão apresentadas no Capítulo 5.

CAPÍTULO I

DADOS EXPERIMENTAIS E ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS

1.1 - Seção de Choque Total (σ_{tot})

Na colisão entre duas partículas, a seção de choque total é função apenas do quadrado da energia total dessas partículas no sistema de centro da massa.

Grosso modo, pode-se dividir a seção de choque total em duas regiões: Região de Ressonâncias e Região de Altas Energias.

A região de Ressonâncias compreende o intervalo de energias correspondentes a $P_{lab} \lesssim 5 \text{ GeV/c}$ (P_{lab} = momentum da partícula incidente no referencial de laboratório). Nessa Região, a seção de choque total do espalhamento K^-p apresenta variações bruscas com a energia e os picos que aparecem são normalmente associados à criação de partículas extremamente instáveis denominadas ressonâncias (Fig. 2).

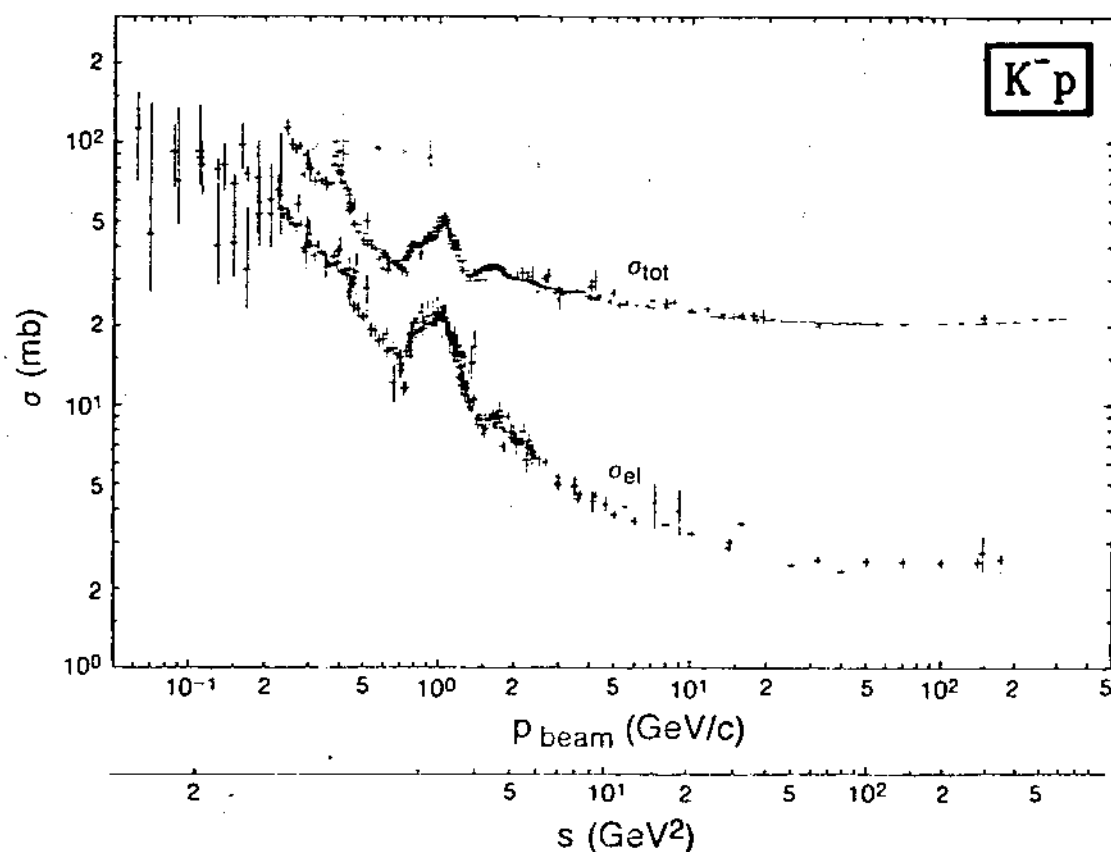


Fig. 2 - Seções de Choque Total e Elástica de K^-p

Figura extraída da Ref. 8

Na Região de Altas Energias (Fig. 3), correspondente a $P_{lab} > 5 \text{ GeV/c}$, todas as seções de choque totais de colisões hádron-próton variam suavemente com a energia. A seção de choque K^-p diminui lentamente com a energia atingindo um mínimo extenso para P_{lab} entre 30 - 80 GeV/c além do qual começa a aumentar suavemente.

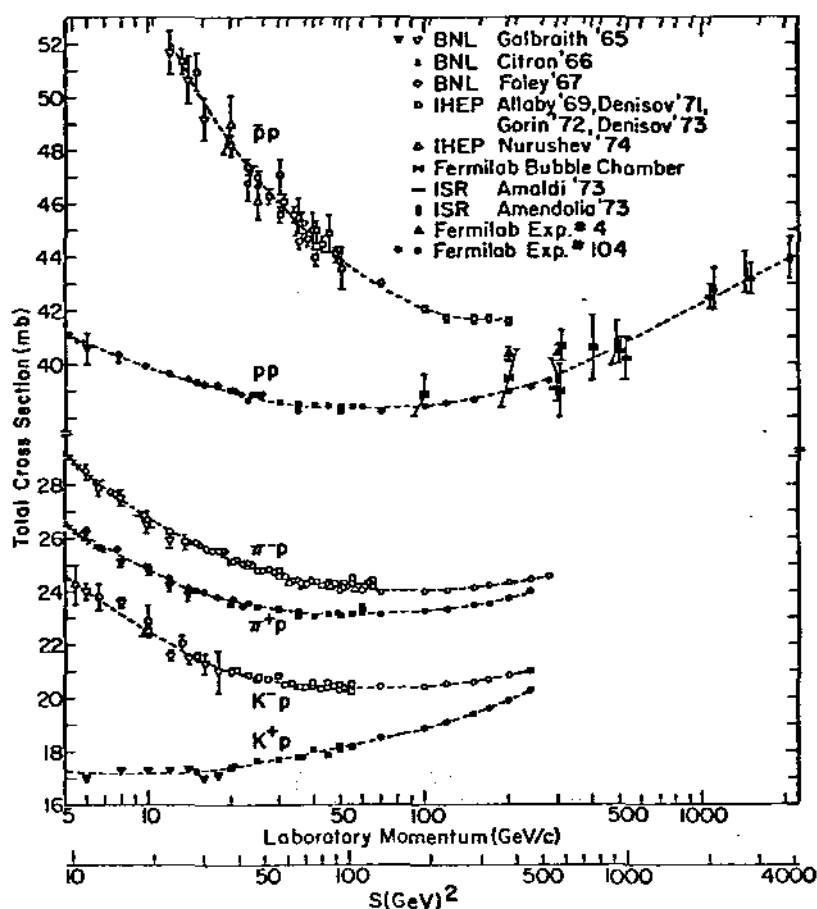


Fig. 3 - Seções de Choque Totais
Figura extraída da Ref. 3

Note-se que as seções de choque totais $\sigma_{tot}(\bar{x}p)$ e $\sigma_{tot}(xp)$ aproximam-se continuamente, tendendo para um mesmo comportamento funcional com relação a s , para altas energias.

1.2 - Seção de Choque Elástica Total (σ_{el})

A seção de choque elástica total é usualmente obtida da integração da seção de choque diferencial no intervalo angular completo. Como os dados são escassos para algumas regiões de $|t|$, são introduzidos grandes erros nos cálculos devido às extrapolações que se fazem necessárias.

Uma compilação desses resultados pode ser vista na Fig. 4 e para o K^-p também na Fig. 2.

Nota-se que todas as seções de choque elásticas decrescem com o aumento de P_{lab} até a região entre 20 e 30 GeV/c a partir da qual pouco variam. Para o caso da reação pp , cujos dados vão além de 200 GeV/c, observa-se um aumento gradual de σ_{el} com a energia a partir desse ponto, o que faz presumir que a mesma deva ocorrer para as demais reações.

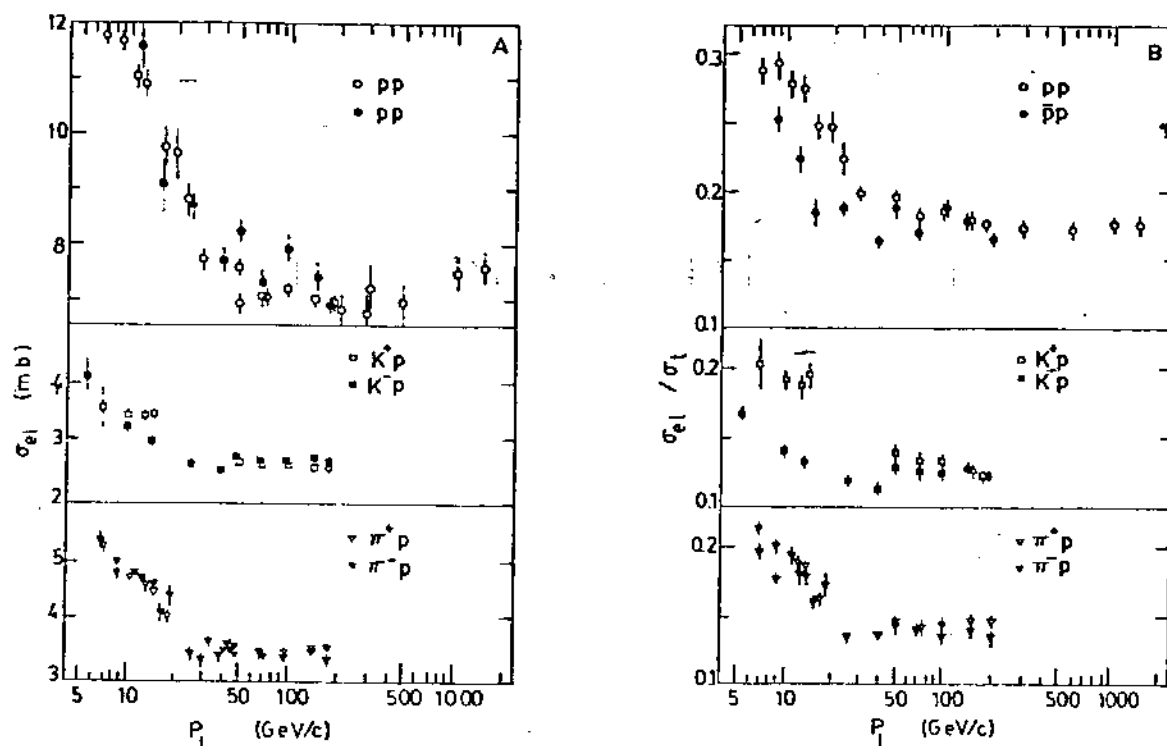


Fig. 4 - A) Seções de Choque Elásticas
B) Razão σ_{el}/σ_{tot}

Figura extraída da Ref. 9

O comportamento da razão σ_{el}/σ_{tot} (Fig. 4B) é semelhante: para todas as reações ela tende para um valor constante à partir de 20 - 30 GeV/c. A constância nos valores de $\sigma_{el}(pp)$ se estende de 80 a 1500 GeV/c; a partir daí existem indicações de aumento com a energia.

As diferenças de σ_{el}/σ_{tot} para as diversas reações é uma indicação de que a opacidade do próton difere para as várias partículas.

Os diferentes modelos fenomenológicos prevêm que esta razão varia entre os limites $0 \leq \sigma_{el}(s)/\sigma_{tot}(s) \leq 1/2$. O modelo Chou-Yang preve o crescimento de σ_{el}/σ_{tot} com o aumento da energia, tendendo para o valor 1/2 quando $\sigma_{tot} \rightarrow \infty$. A Tabela 1 dá uma idéia de como essas previsões do modelo evoluem com o aumento de σ_{tot} , para o espalhamento pp.

$\sigma_{tot} \text{ (mb)}$	38.9	43	60	80	100	∞
σ_{el}/σ_{tot}	0,165	0,179	0,226	0,269	0,300	0,5

Tabela 1 - Comportamento previsto de σ_{tot} e σ_{el}/σ_{tot}

1.3 - Seção de Choque Diferencial Elástica ($d\sigma/dt$)

A seção de choque diferencial elástica da colisão entre duas partículas é uma função de duas variáveis independentes. Uma delas é a energia, normalmente representada por s (quadrado da energia total no sistema de centro de massa). A outra é uma variável angular; usualmente se emprega a variável t que corresponde ao quadrado do quadrimomentum transferido.

Para efeito de estudo, pode-se dividir a seção de choque diferencial de duas partículas a uma dada energia em quatro regiões angulares, conforme proposta de Kamran [9]:

1) Região de interferência Coulomb-nuclear: situa-se aproximadamente no intervalo $0,001 \lesssim |t| \lesssim 0,01 \text{ (GeV/c)}^2$, sendo chamada muitas vezes de região de $|t|$ muito pequeno. Os dados medidos nessa região são utilizados para a obtenção da razão ρ .

2) Região de $|t|$ pequeno: abrange o intervalo de $0,01 \lesssim |t| \lesssim 5 \text{ (GeV/c)}^2$ e pode ser dividida em duas sub-regiões: a região do pico de difração ($0,01 \lesssim |t| \lesssim 0,5 \text{ (GeV/c)}^2$) e a região além do pico de difração ($0,5 \lesssim |t| \lesssim 5 \text{ (GeV/c)}^2$). Na primeira sub-região a inclinação do pico de difração é o parâmetro mais importante. Aí aparece também o efeito "cross-over", cruzamento entre as curvas de seção de choque diferencial para reações xp e $\bar{x}p$. A segunda sub-região apresenta valores muito baixos para a seção de choque diferencial e é caracterizada pela presença de picos e depressões referidos na literatura como estrutura de "dip-bump".

3) Região de $|t|$ grande: é também chamada região de ângulos grandes e é afetada fortemente pelos que se acreditam ser os constituintes dos hádrons.

4) Região de $|u|$ pequeno: conhecida também como região de espalhamento para trás, corresponde aos espalhamentos próximos de 180° (exceção feita ao pp). Nessa região as seções de choque são muito pequenas e geralmente apresentam uma elevação próximo de $u = 0$.

Este trabalho compreende basicamente a Região 2, por isso, na seção seguinte será feita uma descrição sucinta do comportamento da seção de choque diferencial elástica do espalhamento Káon-próton nessa região.

1.4 - Descrição da região de $|t|$ pequeno

a) Região do pico de difração.

O pico de difração é assim chamado porque refere-se à parte da curva da seção de choque diferencial versus $|t|$ cujo formato se assemelha muito à queda brusca observada na curva de intensidade de ondas luminosas difratadas por um obstáculo.

Essa semelhança inspirou a analogia entre espalhamento elástico e difração ótica na qual se fundamentam os modelos óticos como o de Chou-Yang.

Observa-se que esta queda na seção de choque diferencial aparece em todas as reações elásticas e se comporta como uma exponencial até $|t| = 0,5 - 1,0 \text{ (GeV/c)}^2$. Isto implica que um gráfico de $\ln(d\sigma/dt)$ versus $-t$ se apresenta como uma linha reta, conforme pode ser visto na Fig. 5. O parâmetro de inclinação b dessa reta é obtido ajustando-se $d\sigma/dt$, na região do pico de difração, por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = A e^{bt}$$

Da expressão acima, o parâmetro b é definido como:

$$b \equiv (d/dt) (\ln (d\sigma/dt))$$

Verifica-se empiricamente que o valor de b depende dos seguintes fatores [9] :

- i) da reação específica,
- ii) da energia,
- iii) e do intervalo de $|t|$ no qual se efetua o ajuste.

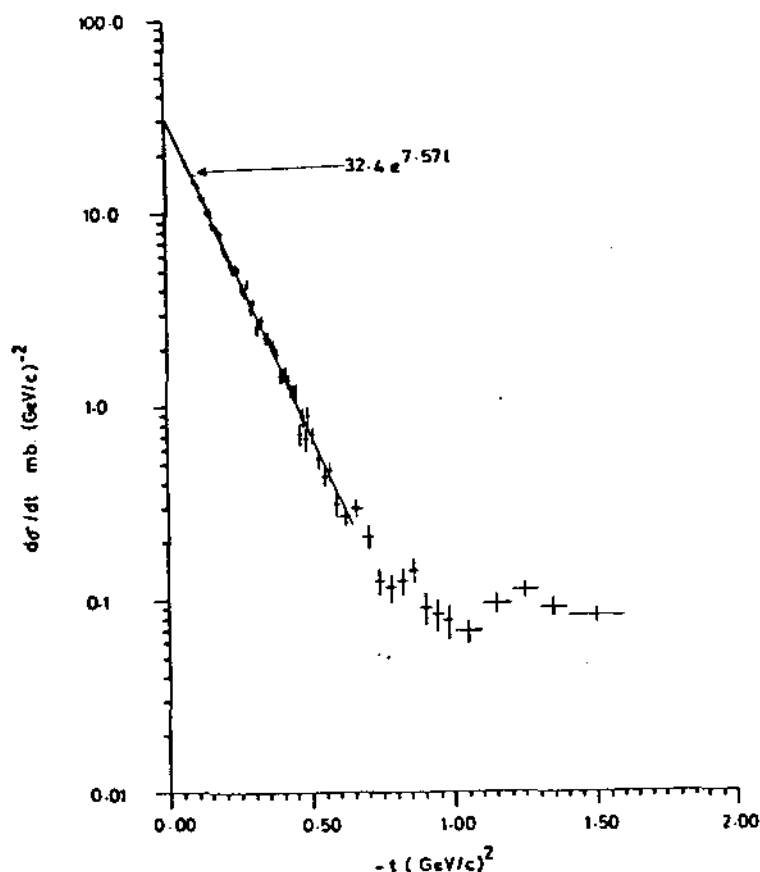


Fig. 5 - Queda exponencial de $d\sigma/dt$ versus $-t$
 Figura extraída da Ref. 50.

Uma vez que o intervalo de $|t|$ seja fixado, pode-se estudar a dependência energética de b para as diferentes reações. Uma compilação de todos os dados existentes de b para $|t| = 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$ é apresentada na Fig. 6.

Observa-se que quando b aumenta com o P_{lab} ocorre um encolhimento do pico de difração.

Observando, em especial, o comportamento de b para as reações $K^\pm p$, pode-se destacar os seguintes pontos:

i) O $b(K^+p)$ apresenta forte dependência com o momento incidente, apresentando encolhimento;

ii) O $b(K^-p)$ varia muito pouco com P_{lab} ;

iii) Pode-se notar a seguinte tendência assintótica:

$$b(K^+p) \rightarrow b(K^-p).$$

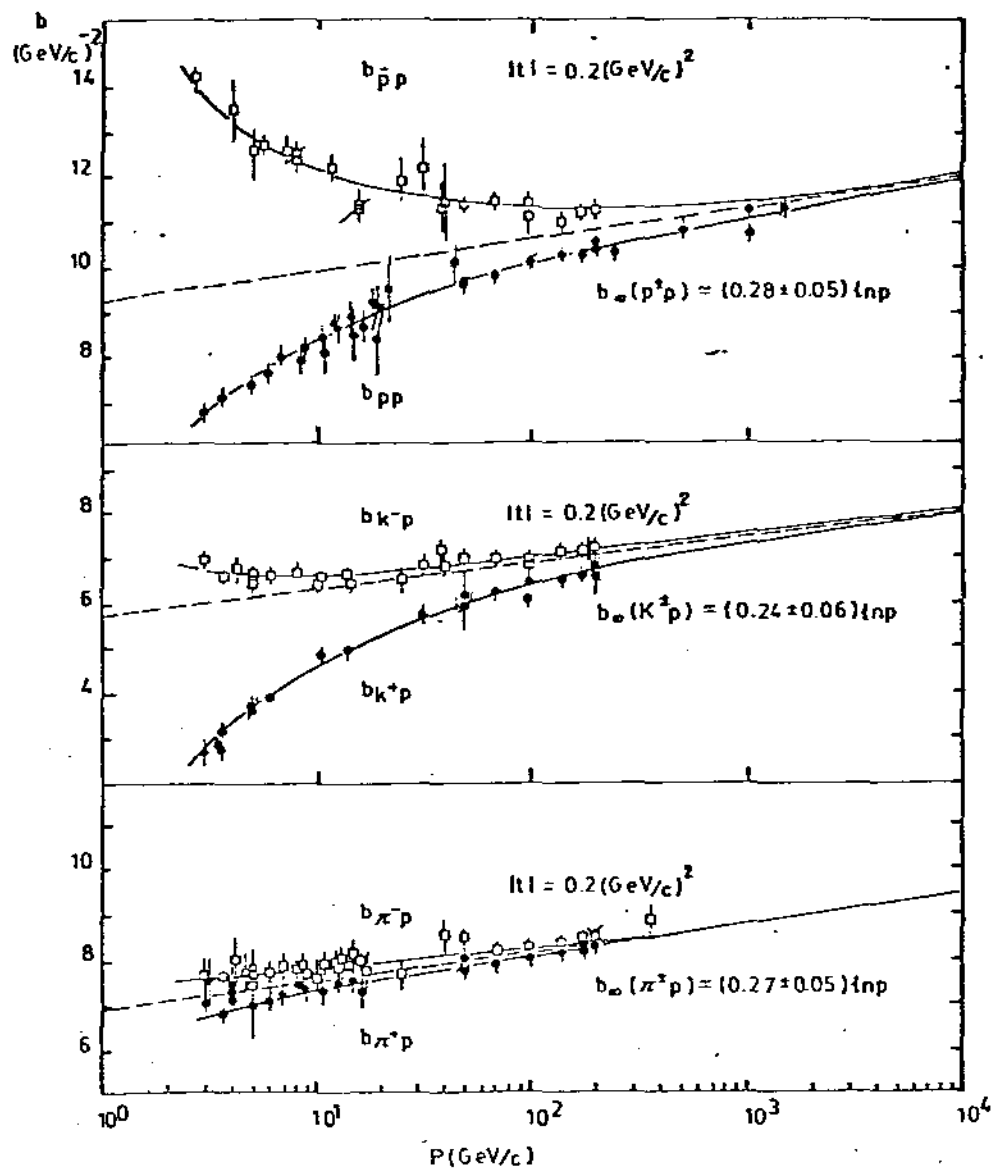


Fig. 6 - Compilação de dados do parâmetro de inclinação
 Figura extraída da Ref. 9

Assim, para valores de P_{lab} acima de 200 GeV/c, $b(K^+p) \approx b(K^-p)$ e continuariam crescendo suavemente com a energia.

Um detalhe a ser observado é o de que o parâmetro de inclinação b está ligado ao raio de interação r . No modelo ótico com opacidade constante a relação entre eles é:

$$r = 2 \sqrt{b} .$$

Dessa forma, o crescimento do parâmetro de inclinação com a energia implica no aumento do raio de interação.

b) Região além do pico de difração

Em geral, a maioria dos autores [3] estabelece $-t \approx 1 - 2 \text{ (GeV/c)}^2$ como limite superior para a região de $|t|$ pequeno. No entanto, Kamran [9] chama a atenção para o fato de que, recentemente, as seções de choque diferenciais das reações, πp e Kp , em altas energias, têm apresentado estrutura de "dip-bump" na região de $-t \approx 3 - 5 \text{ (GeV/c)}^2$. Se essas estruturas forem interpretadas como um efeito difrativo, este autor sugere que a região de $-t$ pequeno (ou de difração, como também é chamada) seja estendida até $-t \approx 5 \text{ (GeV/c)}^2$. Além disso, os chamados "modelos de grandes ângulos" parecem trabalhar apenas além desse ponto. Por esses motivos, consideramos neste trabalho a região além do pico de difração ($0,5 \lesssim |t| \lesssim 5 \text{ (GeV/c)}^2$) como pertencente à região de $|t|$ pequeno.

Nessa região, a seção de choque diferencial de K^-p apresenta estrutura na região de $|t| \lesssim 2 \text{ (GeV/c)}^2$, para $P_{lab} \lesssim 10 \text{ GeV/c}$. A ocorrência de um "dip" é observada em torno de $|t| \approx 0,8 \text{ (GeV/c)}^2$; no entanto, este dip se reduz a uma suave inflexão para valores pouco acima de 10 GeV/c (Fig. 7). As medidas

J.R. Campbell et al., K^-p elastic scattering

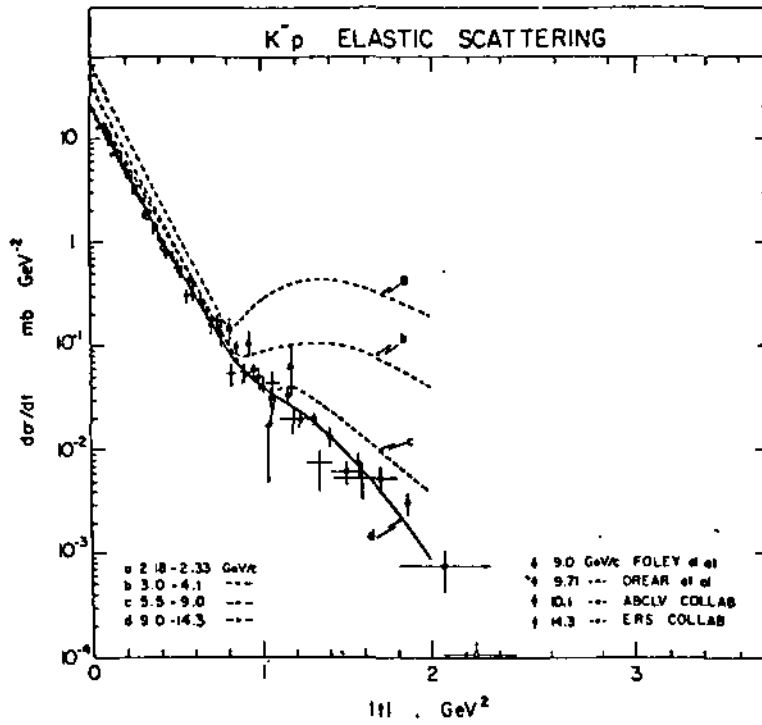


Fig. 7 - $d\sigma/dt$ versus $|t|$ para $P_{lab} \leq 10$ GeV/c
Figura extraída da Ref.26

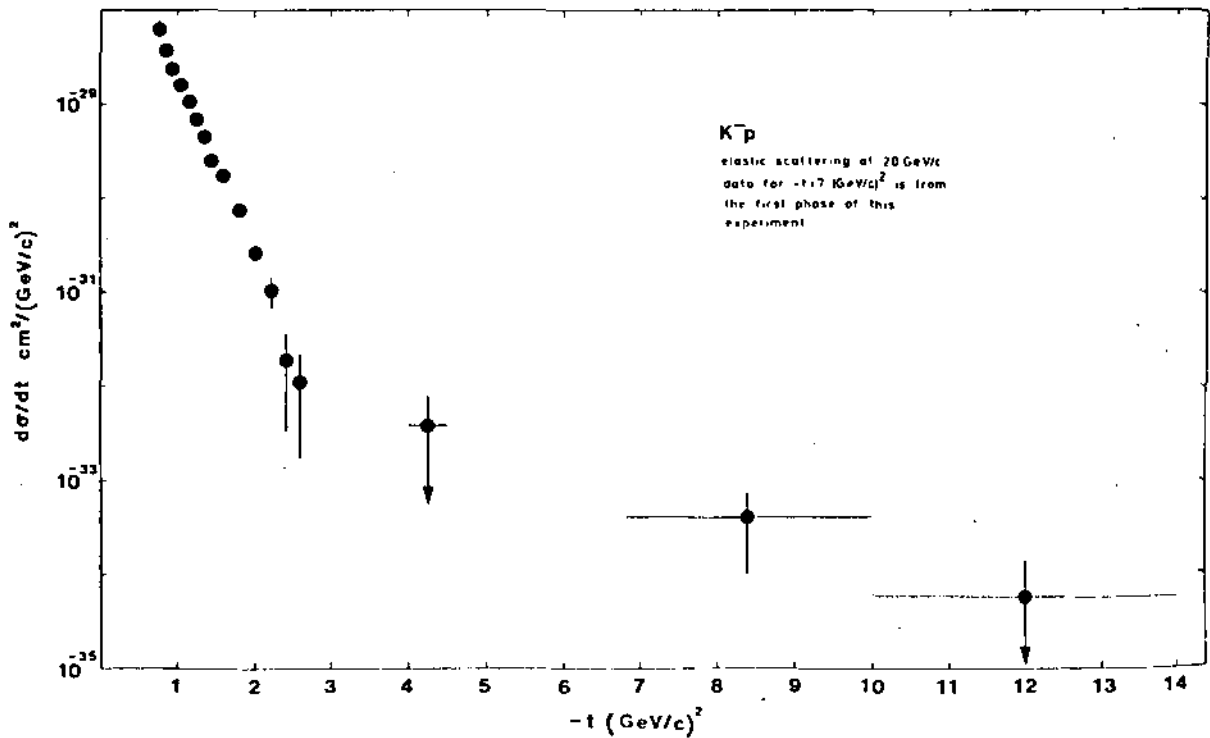


Fig. 8 - $d\sigma/dt$ versus $-t$ para $P_{lab} = 20$ GeV/c

Figura extraída da Ref. 11

ã energias superiores, indo até $P_{lab} = 200 \text{ GeV/c}$, revelam uma seção de choque diferencial sem estrutura.

Em 1982, Asad et al. [11] encontraram uma forte mudança de inclinação na seção de choque diferencial do K^-p a 20 GeV/c , em torno de $|t| \approx 3 \text{ (GeV/c)}^2$ (Fig. 8). Porém, os dados são bastante escassos nessa região para se apontar algum indício de um dip.

1.5 - O Modelo Ótico [12,13]

Uma maneira simples de se descrever os dados experimentais de colisões hadrônicas em altas energias, como os que foram apresentados até aqui, pode ser obtida através do modelo ótico.

Este modelo resulta de uma analogia entre a descrição da difração de ondas luminosas a partir do princípio de Huygens e a descrição do espalhamento elástico hadrônico na região de pequenos ângulos na aproximação de Born.

Na Ótica clássica, o fenômeno da difração ocorre quando um feixe de ondas luminosas encontra um obstáculo (ou uma passagem) de dimensões comparáveis às do comprimento das ondas incidentes. Em Física de Altas Energias encontra-se uma situação semelhante a esta pois, em geral, o comprimento das ondas associadas às partículas colidentes é da ordem das dimensões do alvo. Para uma constatação disso basta comparar o comprimento de onda de De Broglie que, em fermis, é dado por:

$$\lambda = \frac{1}{k} \approx \frac{0.2}{k} \text{ F}$$

onde k está em GeV/c , com as dimensões de alguns alvos frequentemente usados:

Raio r.m.s. da distribuição de carga do próton $\approx 0,8 \text{ F}$

Raio de núcleos grandes de nº de massa $A \approx 1,1 A^{1/3} \text{ F}$

Raio do Deuteron $\approx 2,7 \text{ F}$

Este tipo de analogia é utilizada há bastante tempo pois características típicas de fenômenos óticos como o pico de difração já eram observadas [14] décadas atrás em espalhamento de partículas por alvos nucleares, dado que o pico de espalhamento na região de pequenos ângulos parecia reproduzir o aspecto geral da curva teórica do espalhamento difrativo por um disco negro, quer dizer, por um potencial absorvedor de alcance bem definido.

Para implementar esta analogia como a Ótica pode-se esboçar um tratamento não relativístico para o espalhamento e fazer uma comparação com o problema do disco absorvedor através da amplitude de espalhamento.

Considere-se duas partículas colidentes de massas m_1 e m_2 , interagindo através de um potencial $V(\vec{r})$, sendo $\vec{r}$ a coordenada relativa entre elas.

Supondo que as partículas não tenham spin, a equação de Schrödinger no referencial de centro de massa pode ser escrita como

$$\{\nabla^2 + k^2\} \psi(\vec{r}) = U(\vec{r}) \psi(\vec{r}) \quad (1.1)$$

onde:

$$U(\vec{r}) = 2 m V(\vec{r}), \quad (1.2)$$

$$k^2 = 2 m E, \quad (1.3)$$

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{é a massa reduzida,}$$

E é a energia cinética total do sistema

Supõe-se ainda que o potencial caia mais rapidamente do que $1/r$ e possua simetria cilíndrica em relação à direção de incidência.

Nessas condições a solução assintótica da Eq. (1.1) é da forma:

$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (1.4)$$

que corresponde à situação experimental na qual, após o espalhamento e longe da região de influência do potencial, tem-se um feixe incidente numa direção (e^{ikz} , por conveniência) e uma onda espalhada em todas as direções descrita em (1.4) pelo 2º termo, onde $f(\theta, \phi)$ é a amplitude de espalhamento. Uma solução formal para a Eq. (1.1) é do tipo [15]:

$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} - \frac{1}{4\pi} \int d^3r' U(\vec{r}') \psi(\vec{r}') \frac{\exp[ik|\vec{r}-\vec{r}'|]}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (1.5)$$

onde $\vec{r}'$ é a coordenada que varre a região do potencial.

Em geral, se faz uma aproximação do potencial Eq.(1.5) substituindo a função de onda do integrando pela onda incidente e^{ikz} , que é conhecida como a primeira aproximação de Born. Assim tem-se

$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} - \frac{1}{4\pi} \int d^3r' U(\vec{r}') e^{ikz'} \frac{\exp[ik|\vec{r}-\vec{r}'|]}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (1.6)$$

Tomando-se o limite assintótico da Eq.(2.6) e comparando-se o resultado com a Eq. (1.4), obtém-se:

$$f(\theta, \phi) = - \frac{1}{4\pi} \int d^3r' e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}'} U(\vec{r}') \quad (1.7)$$

onde $\hbar\vec{k}$ e $\hbar\vec{k}'$ correspondem ao momentum inicial e final sendo que $k \equiv |\vec{k}| = |\vec{k}'|$.

A partir das expressões (1.6) e (1.7) pode ser obtida a analogia com a Ótica. Isto é feito comparando-se a função de onda de um feixe de luz dispersado levemente por um obstáculo com a função de onda espalhada da Eq. (1.6).

Considere-se um disco plano de raio R e de espessura muito pequena, caracterizado por um coeficiente de absorção $\Gamma(\vec{b}, z)$ onde $\vec{b}$ é um vetor situado no plano Σ do disco. Supondo-se que o feixe de luz desloca-se na direção z normal ao plano do disco pode-se obter a função de onda do feixe de luz espalhado, através do princípio de Huygens, como (cf. refs. 12):

$$\psi_{\text{ESP}}(\vec{r}) = \frac{-ik}{4\pi} \int_{\Sigma} d^3r' (1 + \cos \theta') (-\Gamma(b')) e^{ikz'} \exp \frac{(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (1.8)$$

onde k é o número de onda e $\vec{r}' = (\vec{b}', z)$ conforme a figura abaixo.

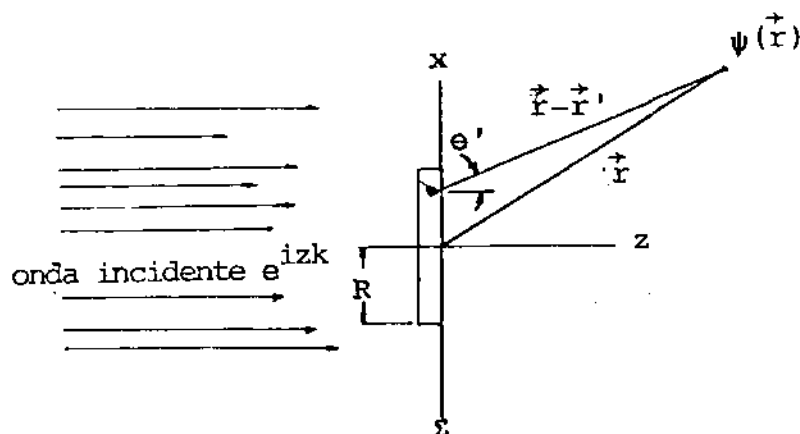


Fig. 9 - Onda plana incidente sobre um disco

Na região assintótica, $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|$, tem-se

$$k |\vec{r} - \vec{r}'| = kr - k \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r} + \frac{k r'^2}{2r} \quad (1.9)$$

Se o último termo da expansão acima puder ser desprezado, ou seja,

$$\frac{k R^2}{2 r} \sim \frac{k R^2}{D} \ll 1 \quad (1.10)$$

onde D é a distância do disco ao detetor, então a difração encontra-se em regime de Fraunhofer.

Caso ocorra a condição em que $kR^2/D \sim 1$, este termo terá de ser incluído o que significa que se está no regime de difração de Fresnel. Em Altas Energias, a condição (1.10) (regime de Fraunhofer) sempre é satisfeita. Por exemplo, para a colisão Kp com $\sqrt{s} \sim 4,5$ GeV ($k = 10$ GeV/c), $R = 0,5$ fm e $D = 1$ cm, $kR^2/D \sim 10^{-12}$.

As relações básicas do Modelo Ótico são obtidas aplicando-se a expansão sugerida por (1.9) e (1.10) e considerando-se θ' muito pequeno, ou seja, $(1 + \cos \theta') \approx 2$. Comparando-se este resultado com o segundo termo da Eq.(1.6), temos:

$$U(\vec{r}) = -2 i k \Gamma(\vec{r}) \quad (1.11)$$

ou seja,

$$V(\vec{r}) = -i \frac{k}{m} \Gamma(\vec{r}) \quad (1.12)$$

e

$$f(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \Gamma(\vec{r}) \quad (1.13)$$

onde $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$ é o trimomentum transferido.

O coeficiente de absorção Γ é uma função real e neste modelo está limitada para $0 \leq \Gamma \leq 1$, sendo que $\Gamma = 1$ corresponde à absorção total.

Com a identificação (1.12) nota-se que V é imaginário e é chamado de potencial absorvedor. Este caráter absorvedor pode ser constatado analisando o que ocorre com o fluxo das partículas

logo após a interação.

O fluxo ou densidade de corrente no ponto $\vec{r}$, $\vec{J}(\vec{r})$ é dado por:

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{1}{2mi} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) \quad (1.14)$$

e seu divergente neste ponto é

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \frac{1}{2mi} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) \quad (1.15)$$

A expressão acima é calculada substituindo $\nabla^2 \psi$ e seu complexo conjugado tirados da Eq. (1.1), trocando-se V por $ik/m \Gamma$. Se este potencial fosse real encontrar-se-ia o divergente igual a zero, ou seja, conservação de fluxo. Nesse caso, porém, obtém-se

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -2 \frac{k}{m} \Gamma(\vec{r}) |\psi(\vec{r})|^2 \quad (1.16)$$

Dessa forma, conclui-se que ocorre uma diminuição no fluxo, ou seja, uma parte da corrente é absorvida e isso deve-se ao fato de V ser imaginário, em função da analogia.

Na Ótica, a absorção corresponde à energia que é retirada do feixe incidente e reaparece em outra forma como, por exemplo, energia térmica do material absorvedor. Já no espalhamento de partículas essa energia absorvida aparece na transformação de partículas do feixe original em partículas diferentes presentes no feixe espalhado. Isso implica em que a parte absorvida das ondas incidentes está relacionada à ocorrência de reações inelásticas.

No regime de aproximação em que se está trabalhando é muito comum supor-se que o ângulo de espalhamento seja pequeno a ponto do momentum transferido $\vec{q}$ situar-se sobre o plano transver-

sal ao feixe incidente. Nesse caso, assumindo-se simetria azimutal, a expressão (1.13) pode ser restrita como:

$$f(q) = i k \int J_0(bq) \Gamma(b) b db \quad (1.17)$$

A função $\Gamma(b)$ é comumente chamada de função de perfil. Dependendo da forma dessa função pode-se classificar as amplitudes em centrais ou periféricas. Alguns exemplos podem ser vistos nas figuras abaixo.

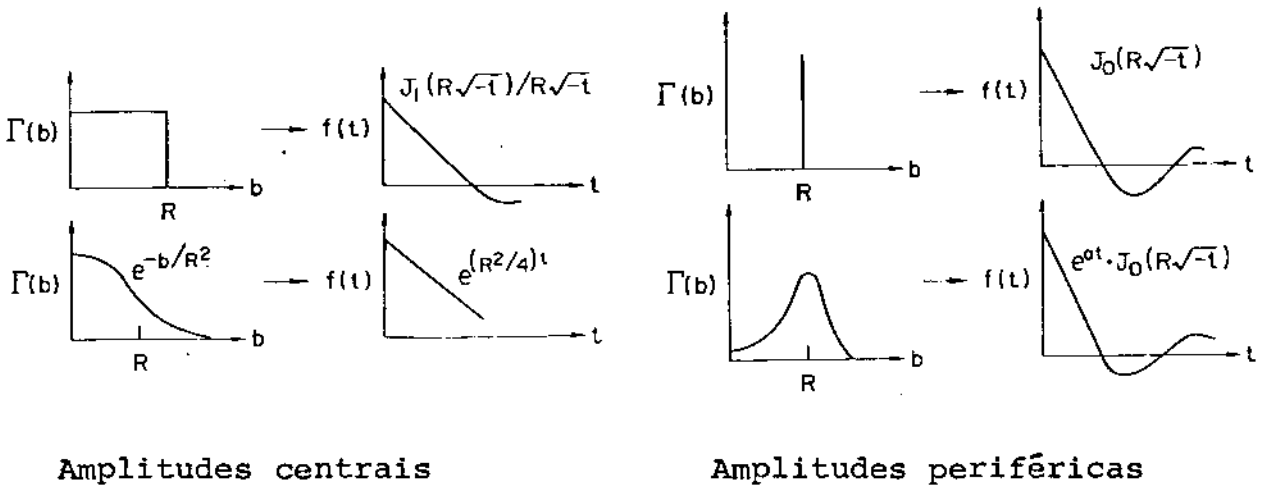


Fig. 10 - Exemplos de funções de perfil e amplitudes
Figura extraída da Ref. 13

O primeiro exemplo da esquerda é o do modelo do disco cinza (ou disco negro para $\Gamma = 1$) que sendo o mais simples e mais antigo dos modelos óticos traduz a essência dessa classe de modelos. Sua função de perfil é:

$$\begin{aligned}\Gamma(b) &= \beta & , b \leq R \\ &= 0 & , b > R\end{aligned}$$

onde β é constante e ≤ 1 e R o raio do disco.

Através de (1.17) pode-se obter (cf. Perl (1974)):

$$a) \quad \frac{d\sigma}{dt} = \pi \beta^2 R^4 \left\{ \frac{J_1(R \sqrt{-t})}{R \sqrt{-t}} \right\}^2$$

b) $f(q)$ é imaginário

$$c) \quad \text{o parâmetro de inclinação é } b = \frac{R^2}{4}$$

$$d) \quad \sigma_{el} \approx \pi \beta^2 R^2$$

$$e) \quad \sigma_{inel} \approx (2\beta - \beta^2) \pi R^2$$

$$f) \quad \sigma_{tot} \approx 2\beta \pi R^2$$

Esses resultados do modelo revelam um comportamento interessante.

Se o raio R aumentasse com a energia seria provocado um aumento no parâmetro de inclinação b (c), o que corresponde ao encolhimento do pico de difração, e ocorreria também um aumento na seção de choque total σ_{tot} (f). Esses comportamentos são observados experimentalmente, por exemplo, no espalhamento pp na faixa

de energias do ISR.

Para uma colisão pp com $P_{lab} = 100 \text{ GeV/c}$ o parâmetro de inclinação é $b \approx 10 \text{ GeV/c}^{-1}$, o que implica através de (c) que $R \approx 1,2 \text{ fm}$; um número bastante razoável pelo que se sabe do raio de interação nucleon-nucleon da Física Nuclear.

Nessa mesma energia tem-se $\sigma_{tot} \approx 38,5 \text{ mb}$ e $\sigma_{el} \approx 8 \text{ mb}$. Com esses dados e mais o valor de R pode-se testar mais uma vez o modelo. Através de (f) obtém-se $\beta \approx 0,425$; aplicando esse valor em (d) encontra-se $\sigma_{el} \approx 8,2 \text{ mb}$, que também é um resultado bom.

Para $R \approx 1 \text{ fm}$ e $|t| < 0,3$ pode-se aproximar $J_1(R \sqrt{-t})$ por uma gaussiana e de (a) obter:

$$\frac{d\sigma}{dt} \approx \frac{\pi R^4}{4} \exp[- (R/2)^2 |t|]$$

Substituindo R dado por (f) na expressão acima, obtém-se

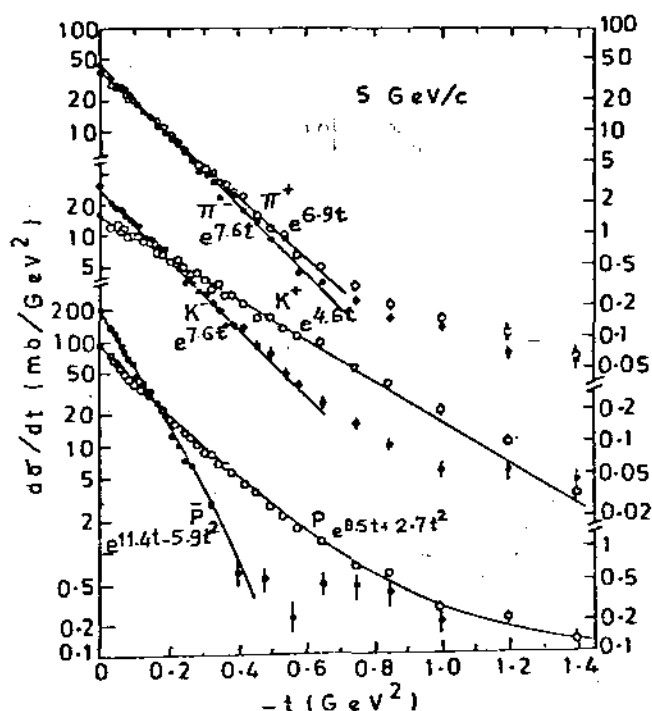


Fig. 11 - Efeito "cross-over"

Figura extraída da Ref. 9

$$\frac{d\sigma}{dt} \approx \frac{\sigma_{tot}^2}{16 \pi} \exp \left[- \frac{\sigma_{tot}}{8\pi\beta} |t| \right]$$

Essa expressão pode oferecer uma interpretação simples para o efeito "cross-over" registrado na Fig.11. Até as energias em que existem medidas, $\sigma_{tot}(\bar{x}p) > \sigma_{tot}(xp)$; portanto, $(d\sigma/dt)(\bar{x}p) > (d\sigma/dt)(xp)$ em $t = 0$. Mas, pela expressão acima $(d\sigma/dt)(\bar{x}p)$ cai mais rapidamente com $|t|$ e então ocorre o "cross-over".

Apesar desses bons resultados, o modelo do disco cinza apresenta um sério problema. A seção de choque diferencial expressa em (a) preve que deviam existir sucessivos "dips" nos zeros de J_1 , que são:

$$R \sqrt{-t} = 3.8; 7.0; 10.2; \dots$$

ou

$$-t = 0.8; 1.4; 2.9; \dots (\text{GeV}/c)^2$$

Como já foi dito, as observações experimentais revelaram apenas um "dip" até hoje e este ocorre em torno de $-t \approx 1.4(\text{GeV}/c)^2$

A despeito desse resultado, os modelos óticos abriram caminho na pesquisa fenomenológica para modelos mais elaborados, porém, dentro desse mesmo espírito. É o caso do modelo Chou-Yang que será discutido na próxima seção.

CAPÍTULO II

MODELO CHOU-YANG

No modelo geométrico de Chou-Yang [4,5], supõe-se que os hádrons colidentes sejam partículas de extensão espacial definida. Ao colidirem, eles se atravessam de forma que seus constituintes podem interagir, resultando em produção e emissão de partículas secundárias (Fig.12). A onda incidente é assim atenuada devido à absorção de parte dela em reações inelásticas.

A intensidade da absorção é dada pela função opacidade $\Omega(s,b)$ (ou eiconal) que se supõe proporcional à quantidade de matéria hadrônica interpenetrada na colisão.

Nesse modelo, o espalhamento elástico é considerado como sendo a "sombra" da absorção, ou seja, corresponde às colisões periféricas nas quais é muito pequena a probabilidade de ocorrer interação entre os constituintes sendo dominante o processo difrativo.

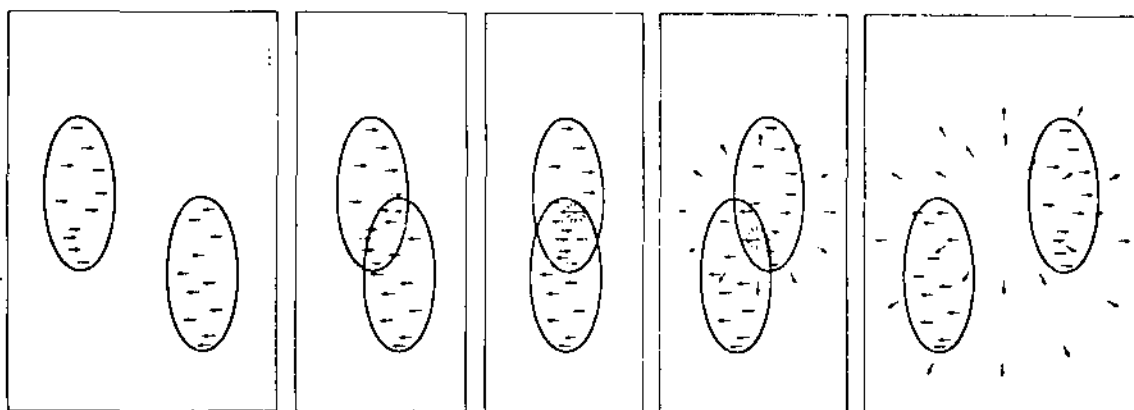


Fig. 12 - Colisão hadrônica

Figura extraída da Ref. 16

2.1 - Derivação do Modelo.

Na sua proposta original [4,5], o modelo Chou-Yang considera desprezíveis os efeitos de spin. A seção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |a(s, \theta)|^2 \quad (2.1)$$

e a amplitude de espalhamento expressa em termos da expansão em ondas parciais é:

$$a(s, \theta) = i/k^2 \sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + 1/2) P_{\ell}(\cos \theta) (1 - S_{\ell}) \quad (2.2)$$

onde S_{ℓ} é coeficiente de transmissão e depende do tipo de reação. Em geral, $|S_{\ell}| \leq 1$ e na ausência de absorção (ou seja, de reações inelásticas) $|S_{\ell}| = 1$.

Para expressar (2.2) em termos do parâmetro de impacto b utiliza-se a relação

$$L = b k \hbar \approx (\ell + 1/2) \hbar$$

da aproximação semi-clássica, onde L é o momento angular da onda parcial no limite de altas energias.

Portanto,

$$b \approx 1/k (\ell + 1/2) \quad (2.3)$$

e o coeficiente de transmissão pode ser escrito como função apenas do parâmetro de impacto

$$S_{\underline{l}} + S(b) .$$

Em altas energias existe um número muito grande de ondas parciais e a soma na Eq. (2.2) pode ser aproximada por uma integral. Por outro lado, utilizando-se a fórmula de Hilb [17] para $\underline{l}$ grande e θ pequeno, tem-se

$$P_{\underline{l}}(\cos \theta) \approx J_0 \left[(\underline{l} + 1/2) \theta \right] = J_0 (b \sqrt{-t}) ,$$

onde J_0 é a função de Bessel de ordem zero e

$$-t = 4 k^2 \sin^2 (1/2 \theta) .$$

Assim, a expressão (2.2) pode ser reescrita como:

$$a(s,t) = i \int_0^\infty [1 - S(b)] J_0 (b \sqrt{-t}) b db . \quad (2.4)$$

Utilizando-se a representação integral para J_0 ,

$$J_0(\lambda) = 1/2\pi \int_0^{2\pi} e^{i\lambda \cos \phi} d\phi , \quad (2.5)$$

em (2.4), temos:

$$a(s,t) = i/2\pi \int_0^\infty [1 - S(b)] \int_0^{2\pi} \exp[ib \sqrt{-t} \cos \phi] d\phi b db \quad (2.6)$$

No referencial do centro de massa a componente de energia do quadrimomentum transferido é zero e se θ é pequeno o bastante para que se considere $q_z \approx 0$, então

$$-t = (0, q_x, q_y, 0)^2 = \vec{q}^2$$

Utilizando o resultado acima, a Eq. (2.6) pode ser escrita como uma transformada de Fourier bidimensional

$$a(s,t) = i/2\pi \int [1 - S(\vec{b})] e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} d^2b \quad (2.7)$$

onde o momentum transferido bidimensional $\vec{q}$ forma um ângulo θ com o parâmetro de impacto $\vec{b}$, no plano perpendicular ao feixe incidente.

Na formulação de Chou-Yang, o coeficiente de transmissão $S(\vec{b})$ pode ser expresso do seguinte forma

$$S(\vec{b}) = e^{-\Omega(\vec{b})} \quad (2.8)$$

onde $\Omega(\vec{b})$ é chamada de opacidade e está ligada à função eiconal no modelo de Glauber [5,18].

Para interpretar fisicamente o significado de $S(\vec{b})$ no seu modelo, Chou-Yang apresentam o seguinte exemplo [5]. Considere-se uma placa de espessura g . Se a placa absorve e dispersa uma onda incidente, o coeficiente de transmissão para a onda atravessando a placa é

$$S = e^{-\alpha g}$$

Assim, a quantidade $-\ln S$ sendo proporcional à espessura da placa pode ser considerada a opacidade da placa para a onda. Para o espalhamento de ondas por objetos esfericamente simétricos, a quantidade $\Omega(\vec{b}) = -\ln S(\vec{b})$ é, da mesma forma, a opacidade no parâmetro de impacto $\vec{b}$.

Nas colisões entre hádrons, supõe-se que cada um possua uma estrutura interna definida em termos da densidade de matéria hadrônica, $\rho(x,y,z)$, sendo ρ esfericamente simétrico.

Para cada ponto de uma partícula incidente ao longo do eixo z , o alvo parece-se, devido à contração de Lorentz, com um disco que se aproxima sendo que, ao cruzá-lo, este ponto encontrará uma densidade de opacidade bidimensional.

$$D(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y,z) dz \quad (2.9)$$

Dessa forma, a opacidade resultante para um parâmetro de impacto $\vec{b}$ para a colisão entre uma partícula A e uma partícula B é

$$\Omega(\vec{b}) = C \iint D_A(\vec{b} - \vec{b}') D_B(\vec{b}') d^2 b' \quad (2.10)$$

onde C é uma constante. Esta é a suposição básica do modelo Chou-Yang.

O significado físico da integral de convolução acima é que a opacidade de dois discos colidentes, cujos centros estão separados por uma distância $\vec{b}$, depende do produto das densidades locais em cada ponto de contato (Fig. 12).

O modelo relaciona a opacidade com os fatores de forma das partículas interagentes. Para isso mais uma suposição fundamental é feita: considera-se que as densidades de matéria hadrônica sejam iguais às densidades de carga.

Com a aplicação do teorema da convolução pode-se reescrever a Eq. (2.10) da seguinte forma:

$$\langle \Omega(\vec{b}) \rangle = 2\pi C \langle D_A \rangle \langle D_B \rangle \quad (2.11)$$

onde $\langle x \rangle$ denota a transformada de Fourier de x do espaço dos $\vec{b}$ para o espaço dos $\vec{q}$.

Usando-se a Eq. (2.5) e a Eq.(2.11), pode-se escrever

$$\Omega(b) = 2\pi C \int_0^\infty q \, dq \, J_0(qb) \langle D_A \rangle \langle D_B \rangle \dots \quad (2.12)$$

Na aproximação de pequenos ângulos de espalhamento, quando $q_z \approx 0$, pode-se relacionar a transformada de Fourier bidimensional $\langle D \rangle$ com o fator de forma da partícula:

$$F(q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3r$$

$$F(q^2) = \iint dx \, dy \, e^{i(q_x x + q_y y)} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z) dz$$

Da Eq. 2.9, vê-se que:

$$F(q^2) \approx \langle D(x, y) \rangle \quad (2.13)$$

Substituindo (2.13) em (2.12), temos:

$$\Omega(s, b) = C \int_0^\infty q \, dq \, J_0(qb) F_A(q^2) F_B(q^2) \quad (2.14)$$

onde o fator 2π foi absorvido na constante C .

Colocando a Eq.(2.4) em termos da opacidade, tem-se

$$a(s, t) = 1 \int_0^\infty (1 - e^{-\Omega(s, b)}) J_0(b \sqrt{-t}) b \, db \quad (2.15)$$

As Eqs. (2.14) e (2.15) são expressões completas do modelo Chou-Yang, para o qual C (constante de absorção) é um parâmetro a ser determinado pela seção de choque total via teorema óptico.

Assim, o modelo Chou-Yang prediz a seção de choque diferencial para um processo elástico $AB \rightarrow AB$ dadas a seção de choque total medida experimentalmente e a forma funcional dos fatores de forma hadrônicos de A e B .

2.2 - Algumas observações sobre o modelo.

1) Momentum transferido.

Conforme foi dito na seção anterior, a componente de energia do quadrimomentum transferido é nula, pois:

$$P_A - P'_A = (E_A, \vec{P}_A) - (E'_A, \vec{P}'_A) = (0, \vec{q})$$

Também a componente de $\vec{q}$ paralela a $\vec{P}_A$ foi desprezada por ser considerada muito pequena frente a $|\vec{q}|$. Como isto foi usado na derivação do modelo, é importante verificar em quais condições esta aproximação é válida. Para tanto, será calculada a razão

$$R_q = q_z / |\vec{q}| \quad [19].$$

$$R_q = \frac{q_z}{|\vec{q}|} = \frac{\vec{q} \cdot \vec{P}_A}{|\vec{P}_A| |\vec{q}|} = \frac{(\vec{P}_A - \vec{P}'_A) \cdot \vec{P}_A}{P_A}.$$

$$\frac{1}{|(\vec{P}_A - \vec{P}'_A)|^2}^{1/2}$$

No referencial de centro de massa a razão R_q é dada por:

$$R_q = \frac{q_z}{|\vec{q}|} = \frac{p^{*2} (1 - \cos \theta^*)}{p^*} \frac{1}{[2 p^{*2} (1 - \cos \theta^*)]^{1/2}}$$

$$R_q^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta^*)$$

Como $t = - (\vec{p}_A - \vec{p}'_A)^2 = -2p^{*2} (1 - \cos \theta^*)$, então $R_q^2 = \frac{-t}{4p^{*2}}$

Em energia muito altas, $E^* \approx p^*$; portanto

$$R_q^2 \approx -t/s$$

No referencial de laboratório,

$$S = (p_A + p_B)^2 = m^2 + M^2 + 2E_A M$$

Em altas energias, $S \approx 2 p_{lab} M$; dessa forma:

$$R_q^2 \approx \frac{-t}{2p_{lab} M} \quad (2.16)$$

Calculando a razão para a maior energia deste trabalho na qual $p_{lab} = 200 \text{ GeV/c}$, e para o limite da região de $|t|$ pequeno, $-t = 5 (\text{GeV/c})^2$, obtém-se o resultado

$$R_q = 0,11$$

que permite trabalhar nesses limites até próximo da taxa de 10% de erro.

Agora, se repetirmos o mesmo cálculo para $p_{lab} = 10 \text{ GeV/c}$, teremos:

$$R_q \approx 0,52$$

que obviamente estará implicando num erro muito grande.

ii) Fator de Forma.

Quase a totalidade dos dados experimentais sobre colisões hadrônicas elásticas é proveniente de reações que envolvem o próton.

Na derivação do modelo, a ligação entre fator de forma e distribuição de carga é de particular importância e nesse ponto existe uma ambiguidade [5] sobre qual fator de forma se deva usar para o próton: o fator de forma de Sachs $G_E(q^2)$ ou de Dirac $F_1(q^2)$.

O trabalho de Leader et al [20] faz uma abordagem crítica desse problema mostrando que a opacidade de próton e a densidade de carga são fortemente dependentes da escolha entre $G_E(q^2)$ ou $F_1(q^2)$.

Contudo, na maioria dos trabalhos utiliza-se a conhecida fórmula de dipolo:

$$F_P(q^2) = \frac{1}{(1 + \frac{q^2}{\mu^2})^2}, \text{ com } \mu^2 = 0,71 \cdot (\text{GeV}/c)^2, \quad (2.17)$$

que dá uma boa descrição dos dados, especialmente para $q^2 < 1$ $(\text{GeV}/c)^2$. Há também aqueles que usam a fórmula de dipolo modificada [21].

iii) Dependência Energética.

Já foi mencionado que o modelo Chou-Yang apresenta bons resultados com respeito à dependência em t , mas não prevê a dependência com respeito à energia, observada nos dados experimentais.

Diversas tentativas foram feitas com o intuito de contor

nar esse problema através dos chamados modelos de eiconal fatorizável [22] nos quais a "constante" de absorção (Eq. 2.14) é escrita como um fator dependente da energia, $C(s)$.

Leader et al [20] observaram que, no espalhamento pp, esta suposição leva a um crescimento muito rápido com a energia da altura do segundo máximo, situado próximo de $-t \approx 1.8 (\text{GeV}/c)^2$, sendo que este crescimento não é compatível com as observações feitas no intervalo de energias do ISR. Eles fazem uma proposta na qual a opacidade é ainda determinada pela densidade de carga mas acrescentam um segundo termo que dá a dependência energética e que seria o responsável pelo crescimento da seção de choque total.

Em outra proposta, França e Hama [7,23] sugerem que a opacidade seja parametrizada como

$$\chi(s,b) = \chi_f(b) + \ln(s/s_0) \chi_0(b) \quad (2.18)$$

onde χ é proporcional à distribuição de matéria das partículas colidentes, segundo a proposta original do modelo.

Nessa descrição, $\chi_0(b)$ é muito menor do que $\chi_f(b)$ e $\chi_0(b)$ é mais periférico comparado a $\chi_f(b)$.

Uma proposta mais recente feita pelos próprios autores do modelo [24], na tentativa de adequá-lo para descrever o espalhamento $\bar{p}p$ com dados do "Collider", sugere que a opacidade em qualquer energia seja obtida pela expressão.

$$\Omega(s,b) = A(s/s_0)^{(0,0104 \text{ GeV})b} \Omega_0(b) \quad (2.19)$$

onde $\Omega_0(b)$ é a opacidade do pp em $s = s_0 = (23,5 \text{ GeV}/c)^2$ e A é uma constante determinada pela seção de choque total.

Essa modificação não foi bem aceita, pois confere à opacidade em $\sqrt{s} = 23,5 \text{ GeV}$ uma posição de privilégio sem que haja

CAPÍTULO III

APLICAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo serão apresentados os dados experimentais utilizados e a fórmula pela qual eles foram ajustados e introduzidos no modelo. São também derivadas as equações, em termos dos parâmetros de ajuste, que permitem calcular o fator de forma e o raio quadrático médio do kãon.

3.1 - Dados Experimentais e Ajuste.

i) Seção de Choque Diferencial.

A tabela 2 se refere aos dados experimentais de seção de choque diferencial. São apresentadas as faixas de energia analisadas neste trabalho, os artigos de onde foram coletados os dados e os intervalos de $-t$ nos quais eles se situam.

Observou-se uma boa concordância entre os dados de seção de choque diferencial de uma dada energia, proveniente de mais de um trabalho, nas regiões onde havia interpenetração de suas distribuições angulares.

Todas as distribuições angulares de dados apresentam um comportamento suave, quase exponencial; sem que haja qualquer indicio de estrutura, sendo que se observa uma dispersão maior entre os dados de seção de choque diferencial das três maiores energias.

ii) Seção de Choque Total.

Na tabela 3 são apresentados os dados de seção de choque total.

P_{lab} (GeV/c)	$\sqrt{s}$ (GeV)	REFERÊNCIAS	$-t$ (GeV/C) ²	nº de dados
10	4,5	Bartsch et al. (1971)[25]	0,07 - 2,15	29
		Campbell et al.(1973)[26]	0,007- 2,10	42
		Berglund et al.(1980)[27]	0,19 - 2,70	50
14,3	5,3	Drevillon et al(1975)[28]	0,01 - 0,52	27
		De Boer et al. (1976)[29]	0,04 - 2,32	63
32,1	7,8	Lewin et al. (1980)[30]	0,07 - 1,40	49
40,1	8,7	Antipov et al. (1973)[31]	0,07 - 0,78	38
50	9,7	Akerlof et al. (1976)[32]	0,07 - 1,40	26
		Ayres et al. (1977)[33]	0,07 - 0,75	14
100	13,7	Akerlof et al.(1976)[32]	0,07 - 1,70	45
		Ayres et al.(1977)[33]	0,03 - 0,75	16
		Rubinstein" " (1984)[34]	0,55 - 2,45	20
200	19,4	Akerlof et al.(1976)[32]	0,07 - 1,00	17
		Rubinstein" " (1984)[34]	0,95 - 2,15	9

Tabela 2 - Seção de Choque Diferencial

P_{lab} (GeV/c)	σ_{tot} (mb)	Referências
10	$22,5 \pm 0,2$	Galbraith et al. (1965) [35]
14,3	$21,5 \pm 0,2$	Galbraith et al. (1965) [35]
32,1	$20,54 \pm 0,13$	Lewin et al. (1980) [30]
40,1	$20,49 \pm 0,08$	Denisov et al. (1971) [36]
50	$20,30 \pm 0,10$	Carrol et al. (1976) [37]
100	$20,45 \pm 0,06$	Carrol et al. (1976) [37]
200	$20,79 \pm 0,05$	Carrol et al. (1979) [38]

Tabela 3 - Seção de Choque Total

iii) Ajuste.

As informações experimentais da seção de choque diferencial são introduzidas no modelo através de um ajuste da amplitude de espalhamento, que é obtida da expressão:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |a(s,t)|^2 \quad (3.1)$$

fazendo-se a suposição de que a amplitude é puramente imaginária.

Só existem informações diretas sobre a parte real da amplitude de espalhamento na direção para frente, através da razão $\rho = \text{Re } a(s,0) / \text{Im } a(s,0)$. No intervalo de energias estudado neste trabalho o valor do parâmetro ρ situa-se em torno de 0,1 (Fig.13), ou seja, a contribuição da parte real da amplitude na seção de choque diferencial para frente é de cerca de 1%. Para as outras direções existem expressões obtidas através de relações de dispersão [39] que permitem avaliar a parte real da amplitude. Estes cálculos indicam que, para espalhamento pp, a parte real da amplitude

é significativa apenas na região do mínimo (Fig.14). No espalhamento K^-p os dados experimentais não revelam a presença de mínimo na seção de choque diferencial. Portanto, a suposição de que a amplitude é puramente imaginária parece não introduzir erros consideráveis nos resultados.

O ajuste dos dados da amplitude, obtidos pela Eq.(3.1), foi feito através da seguinte parametrização [23]:

$$a(s,t) = a(s,0) \sum_i \alpha_i \exp(\beta_i t) \quad (3.2)$$

O parâmetro $a(s,0)$ é determinado pela seção de choque total através do teorema ótico. Os parâmetros de ajuste, α_i e β_i , foram determinados pelo método de quadrados mínimos de Ben Israel [40] cuja descrição está no Apêndice I.

Os parâmetros de ajuste obtidos para cada energia encontram-se na Tabela 4 e os resultados dos ajustes em termos de $d\sigma/dt$ versus $-t$ podem ser vistos nas Figs. 15 a 21.

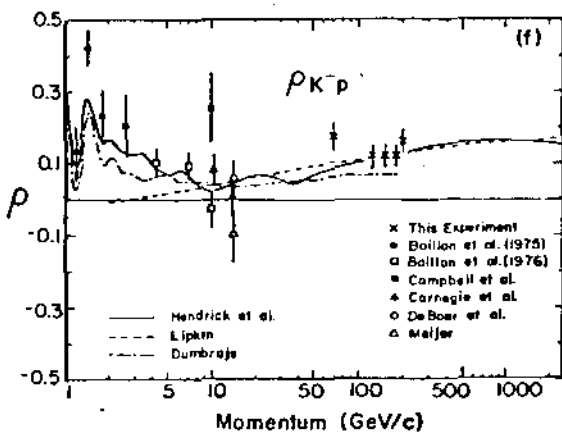


Fig. 13 - Gráfico de ρ para K^-p
Figura extraída da Ref. 9

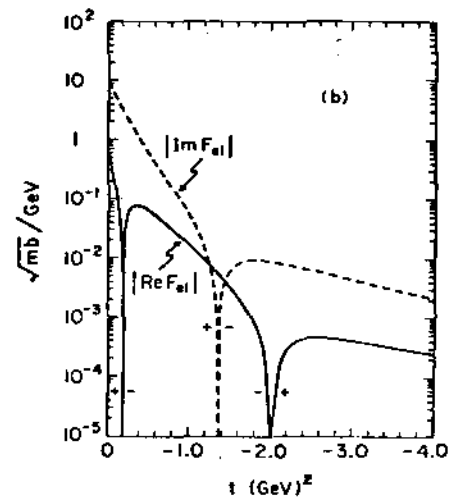


Fig. 14 - Parte real e parte imaginária da amplitude. Figura extraída da Ref.3

$P_{lab} \text{ (GeV/c)}$	10	14,3	32,1	40,1	50	100	200
$a(s,0) \text{ (GeV/c)}^2$	4,596	4,393	4,196	4,186	4,147	4,177	4,247
α_1	0,087736	0,509960	0,533590	0,252119	0,922678	0,803889	0,902523
α_2	0,805220	0,365189	0,466410	0,548713	0,077322	0,196111	0,097477
α_3	0,107044	0,124851	-	0,199168	-	-	-
β_1	12,867670	4,414751	6,711395	7,807837	4,336295	4,739733	4,433342
β_2	4,152678	4,434812	2,482848	3,526307	0,935332	1,894492	1,368270
β_3	1,338058	1,392892	-	3,218277	-	-	-

Tabela 4 - Parâmetros de ajuste

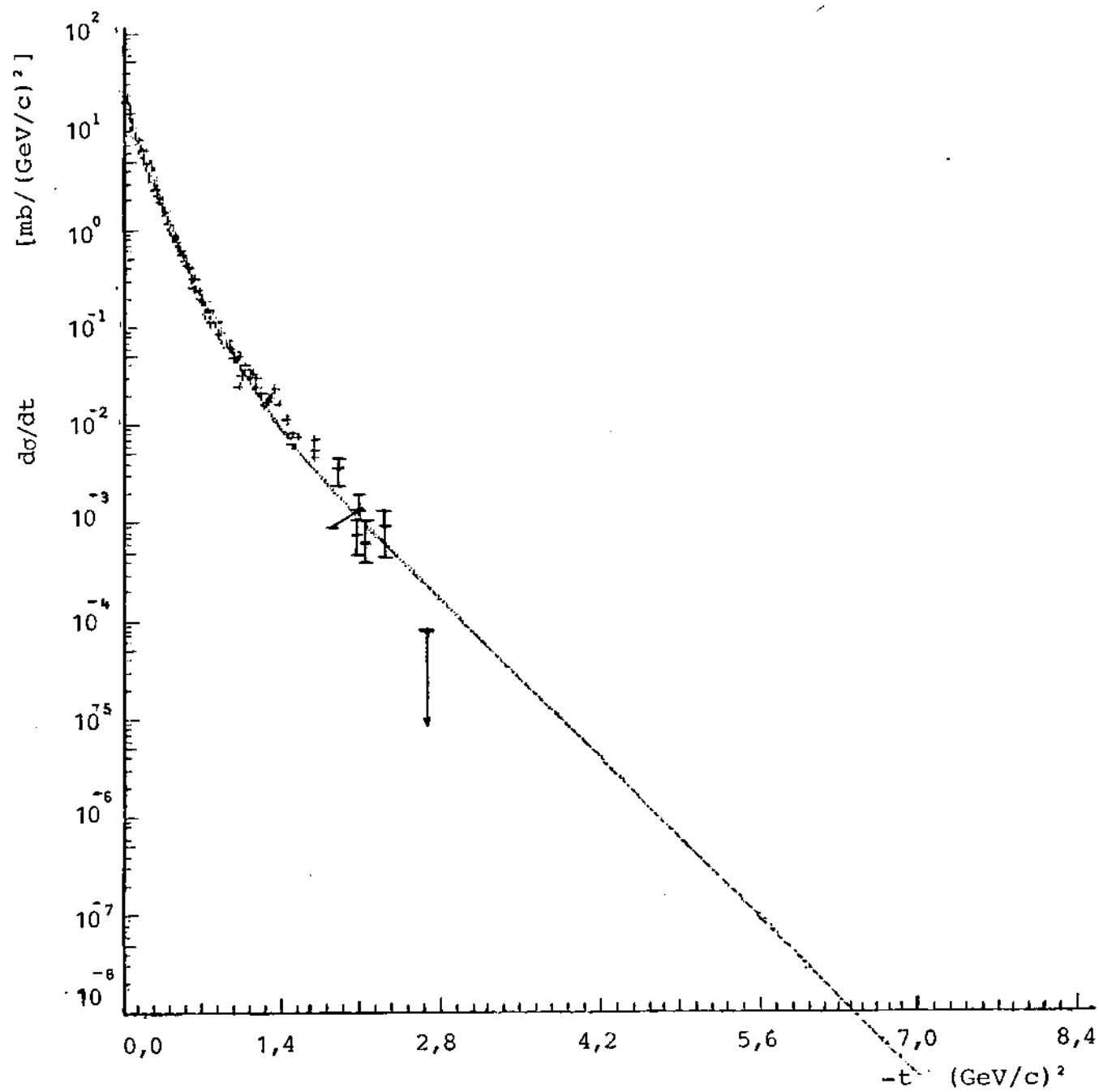


Fig. 15 - Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 10$ GeV/c

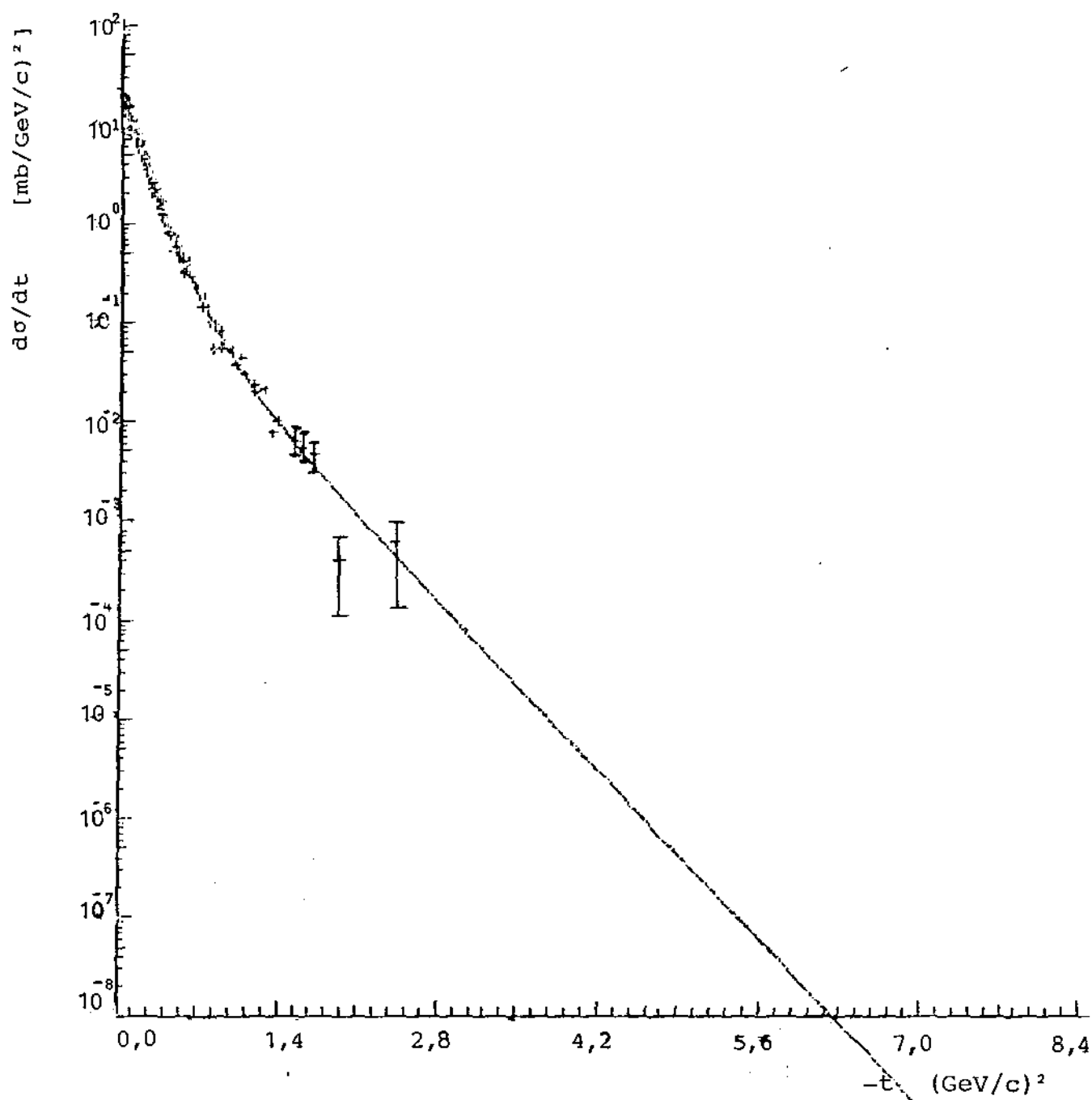


Fig. 16 - Gráfico de ajuste para $P_{\text{lab}} = 14,3 \text{ GeV}/c$

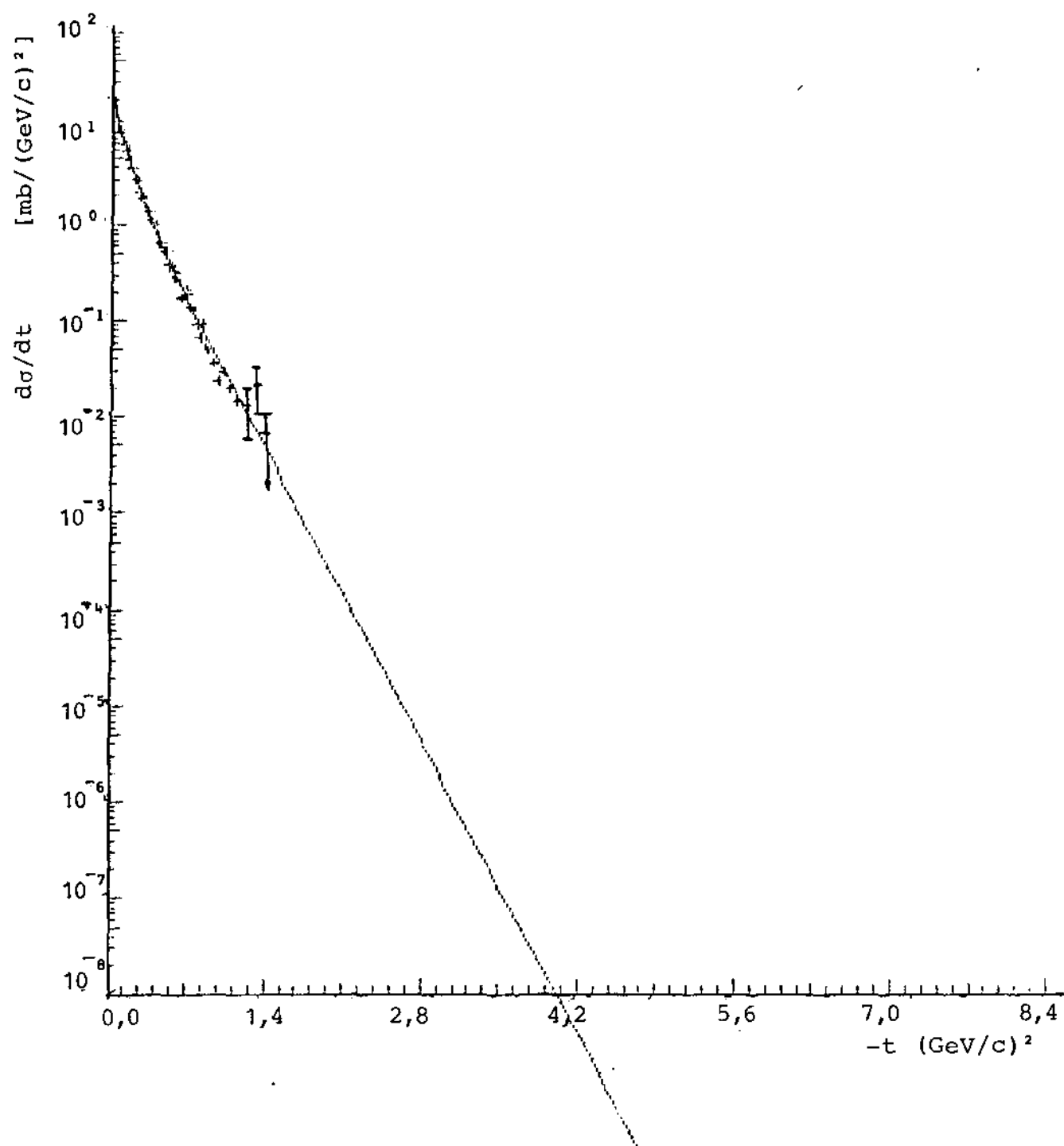


Fig. 17 - Gráfico de ajuste para $P_{\text{lab}} = 32,1 \text{ GeV}/c$

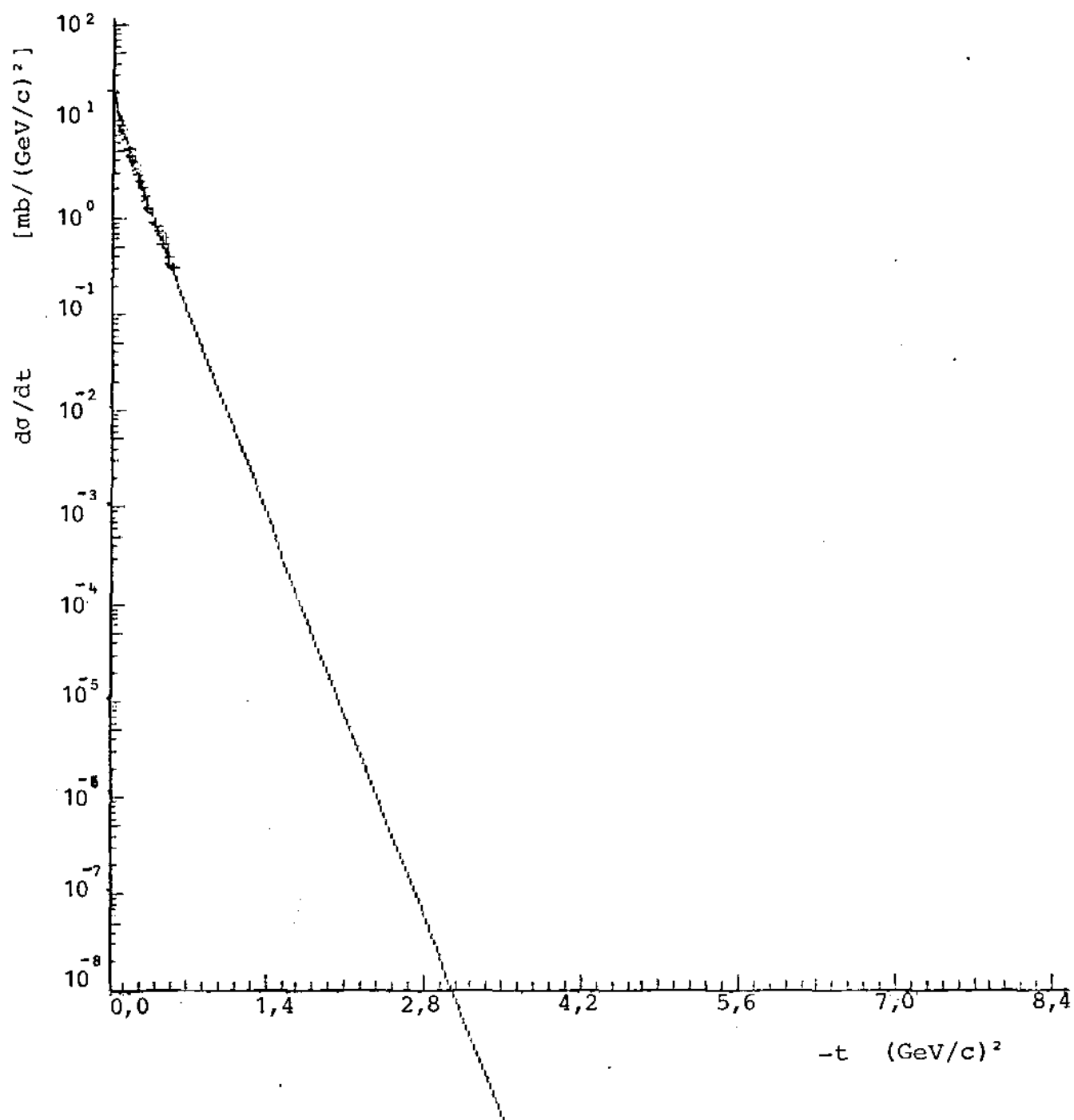


Fig. 18 - Gráfico de ajuste para $P_{\text{lab}} = 40.1 \text{ GeV/c}$

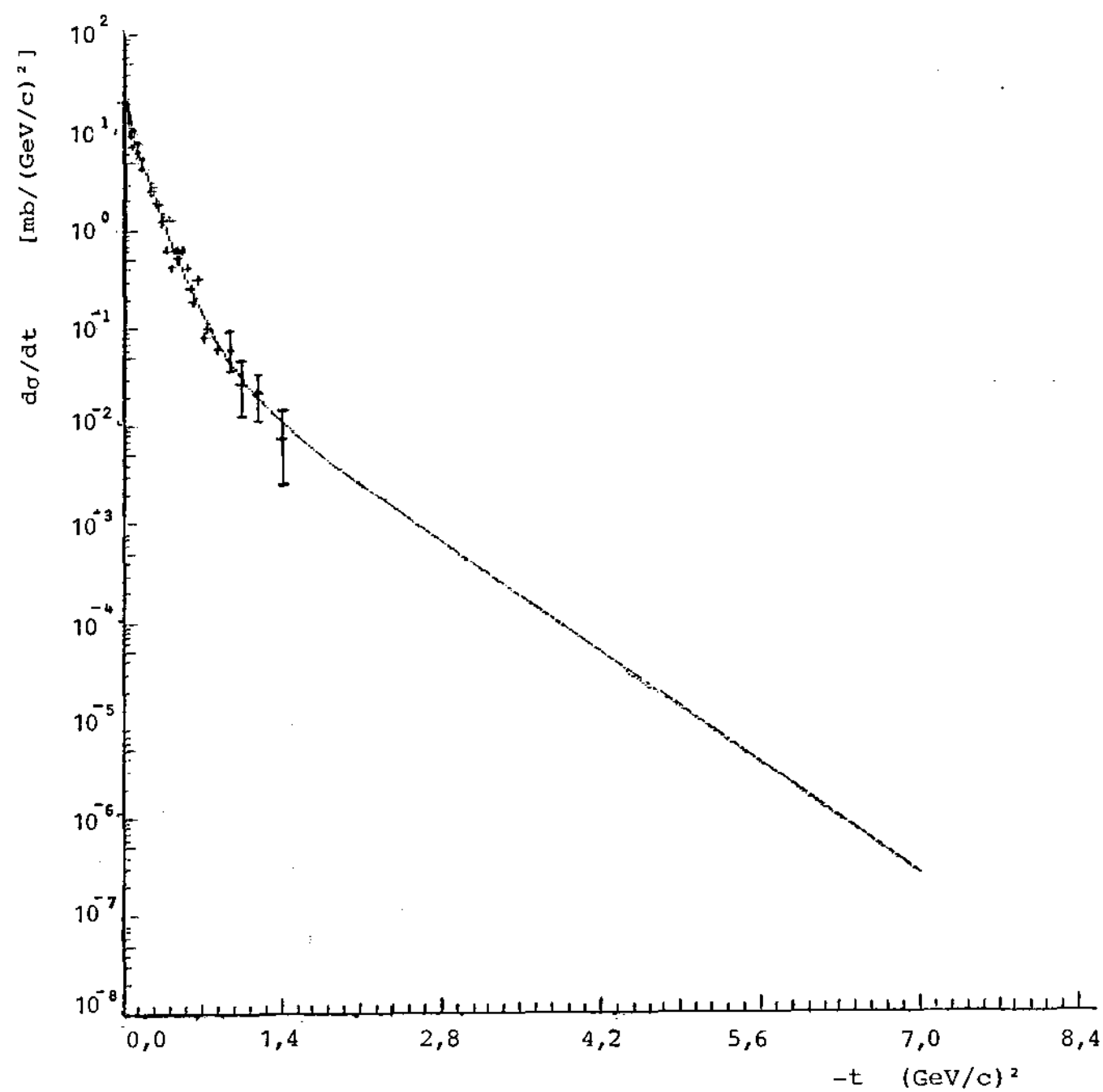


Fig. 19 - Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 50$ GeV/c

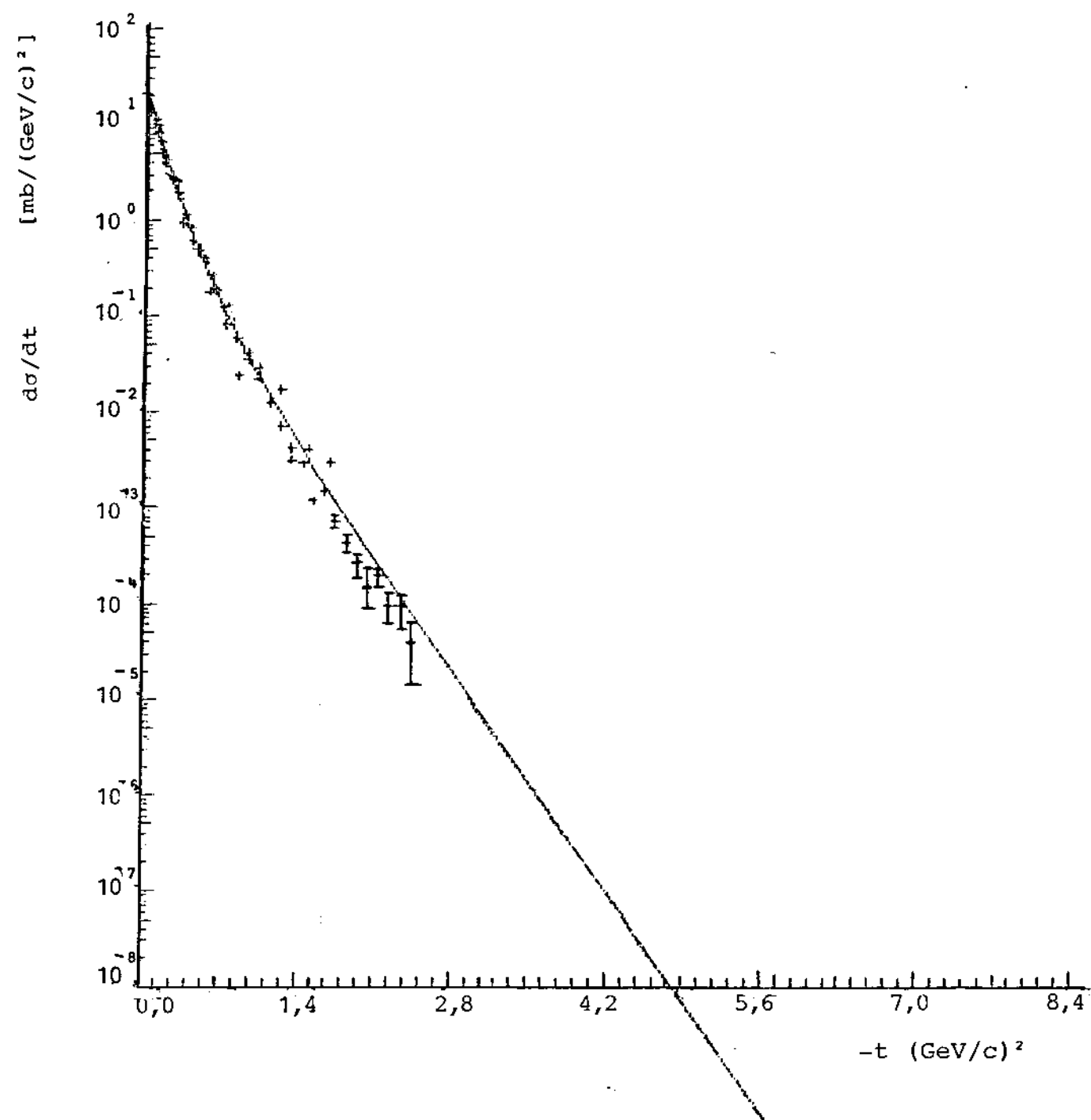


Fig. 20 - Gráfico de ajuste para $P_{lab} = 100$ GeV/c

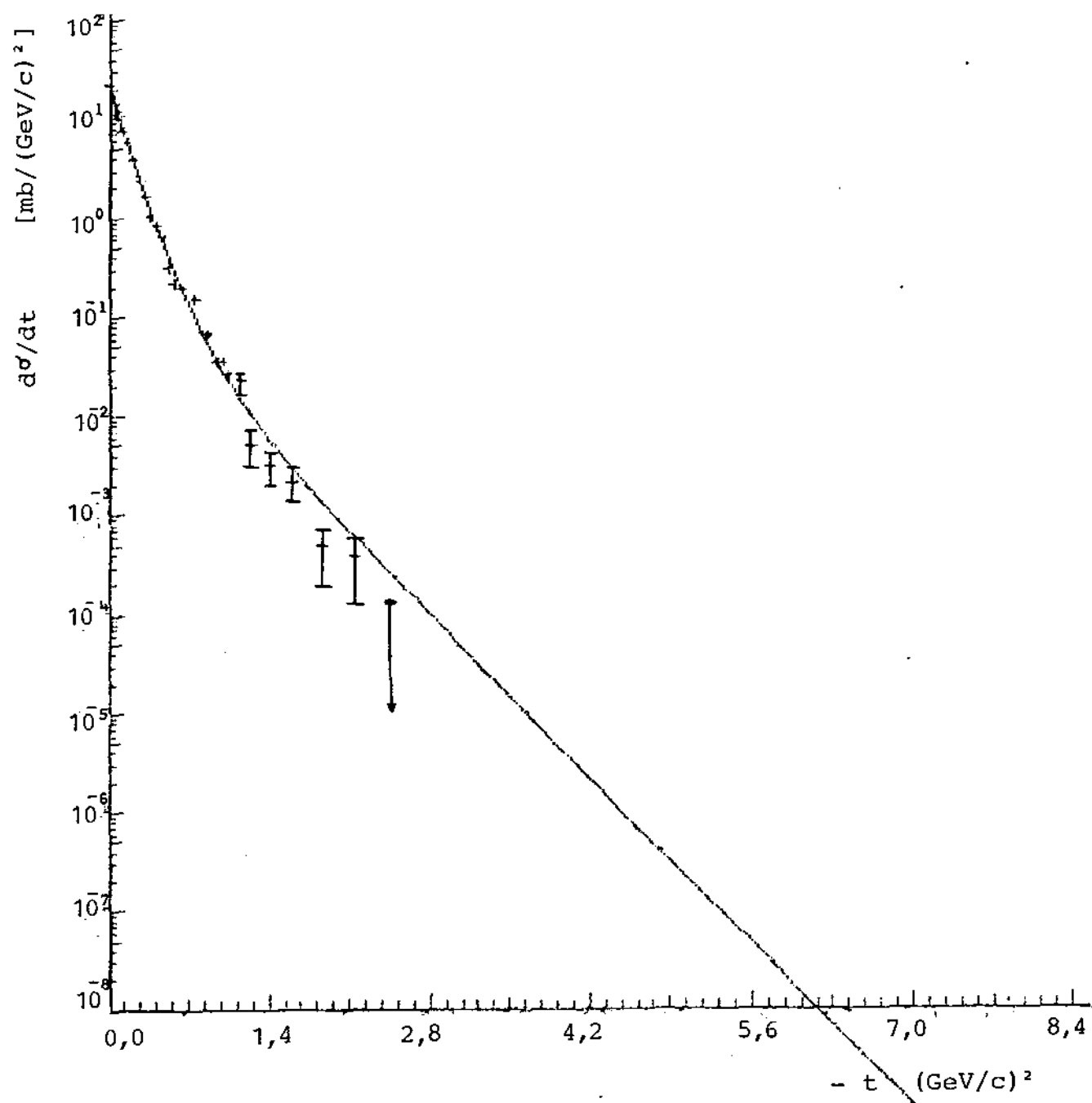


Fig. 21 - Gráfico de ajuste para $P_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV}/c$

3.2 - Fator de Forma e Raio Quadrático Médio

Nesta seção calcula-se a expressão a partir da qual pode ser obtido o fator de forma do Kãon bem como o seu raio quadrático médio.

Considerando-se a amplitude dada pela Eq.(2.15) como puramente imaginária pode-se escrever:

$$a(s,t) = \int_0^{\infty} (1 - e^{-\Omega(s,b)}) J_0(b\sqrt{-t}) b db \quad (3.2)$$

Invertendo-se a transformada acima, obtêm-se

$$(1 - e^{-\Omega(s,b)}) = \int_0^{\infty} a(s,q^2) J_0(bq) q dq = \tilde{a}(s,b) \quad (3.3)$$

onde $q^2 = -t$

A fórmula utilizada para o ajuste é:

$$a(s,t) = a(s,0) \sum_i \alpha_i e^{\beta_i t} \quad (3.4)$$

ou

$$a(s,q^2) = a(s,0) \sum_i \alpha_i e^{-\beta_i q^2} \quad (3.5)$$

Substituindo a Eq. (3.5) na Eq.(3.3) e integrando,

tem-se:

$$\tilde{a}(s,q^2) = a(s,0) \sum_i \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-\frac{b^2}{4\beta_i}} \quad (3.6)$$

Por outro lado, da Eq.(3.3) pode ser obtida a relação:

$$\Omega(s,b) = - \ln |1 - \tilde{a}(s,b)| \quad (3.7)$$

Utilizando-se a expressão acima na Eq.(2.14) pode-se escrever

$$C F_k(q^2) F_p(q^2) = - \int b db J_0(bq) \ln |1 - \tilde{a}(s,b)| \quad (3.8)$$

Substituindo-se a Eq.(3.6) na Eq.(3.9), a integral pode ser resolvida expandindo-se o logaritmo e o fator de forma de Káon é obtido através de:

$$\begin{aligned} F_k(q^2) = \frac{1}{C F_p(q^2)} & \left\{ a(s,0) \sum_i \alpha_i e^{-\beta_i q^2} + \right. \\ & + \frac{a^2(s,0)}{4} \sum_{ij} \frac{\alpha_i \alpha_j}{S_{ij}} \exp \left(- \frac{\beta_i \beta_j}{S_{ij}} q^2 \right) + \\ & + \frac{a^3(s,0)}{12} \sum_{ijk} \frac{\alpha_i \alpha_j \alpha_k}{S_{ijk}} \exp \left(- \frac{\beta_i \beta_j \beta_k}{S_{ijk}} q^2 \right) + \\ & + \frac{a^4(s,0)}{32} \sum_{ijkl} \frac{\alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l}{S_{ijkl}} \exp \left(- \frac{\beta_i \beta_j \beta_k \beta_l}{S_{ijkl}} q^2 \right) + \dots \left. \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde

$$S_{ij} = \beta_i + \beta_j$$

$$S_{ijkl} = S_{ij} \beta_k + \beta_i \beta_j$$

$$S_{ijkl} = S_{ijk} \beta_l + \beta_i \beta_j \beta_k$$

A constante de normalização C é obtida através da Eq.

(3.9) fazendo-se $F_k(0) = F_p(0) = 1$.

Tendo-se obtido o fator de forma $F_k(q^2)$, o raio quadrático médio do Káon pode ser obtido por:

$$\langle r^2 \rangle = -6 \frac{d F_k(q^2)}{d q^2} \bigg|_{q^2 = 0} \quad (3.10)$$

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

4.1 - Fator de Forma do Káon negativo.

Nesta seção são apresentadas as curvas do fator de forma calculadas para todas as energias analisadas neste trabalho. Para isso foi utilizada a Eq.(3.9) com 6 termos na expansão e os parâmetros de ajuste da Tabela 4. Para o fator de forma do próton $F_p(q^2)$ foi empregada a fórmula de dipolo (2.17). A constante de absorção C foi calculada impondo-se a condição de normalização, $F_p(0) = F_k(0) = 1$ e os resultados estão na Tabela 5.

$P_{lab} \text{ (GeV/c)}$	10	14,3	32,1	40,1	50	100	200
$C \text{ (GeV/c)}^{-2}$	5,53	5,28	4,91	4,88	4,91	4,92	5,02

Tabela 5 - Constantes de absorção

As curvas do fator de forma do k^- são mostradas na Fig.

22.

Conforme pode ser visto, o comportamento dessas curvas é bastante semelhante na região de baixo momentum transferido, até $q^2 \approx 0,4 \text{ (GeV/c)}^2$. Além desse ponto as curvas divergem entre si, sobretudo a curva de 50 GeV/c que a partir de $q^2 \approx 1 \text{ (GeV/c)}^2$ apresenta os valores mais elevados, e a curva de 40 GeV/c que em todo o intervalo apresenta os valores mais baixos.

Essas discrepâncias podem ser atribuídas em parte às dificuldades do modelo Chou-Yang apontadas na seção 2.2(i), com a suposição de ser nula a componente do momentum transferido paralela à direção do feixe incidente. De fato, constatou-se que para $P_{lab} < 200 \text{ GeV/c}$ o erro introduzido com essa consideração é apreciável.

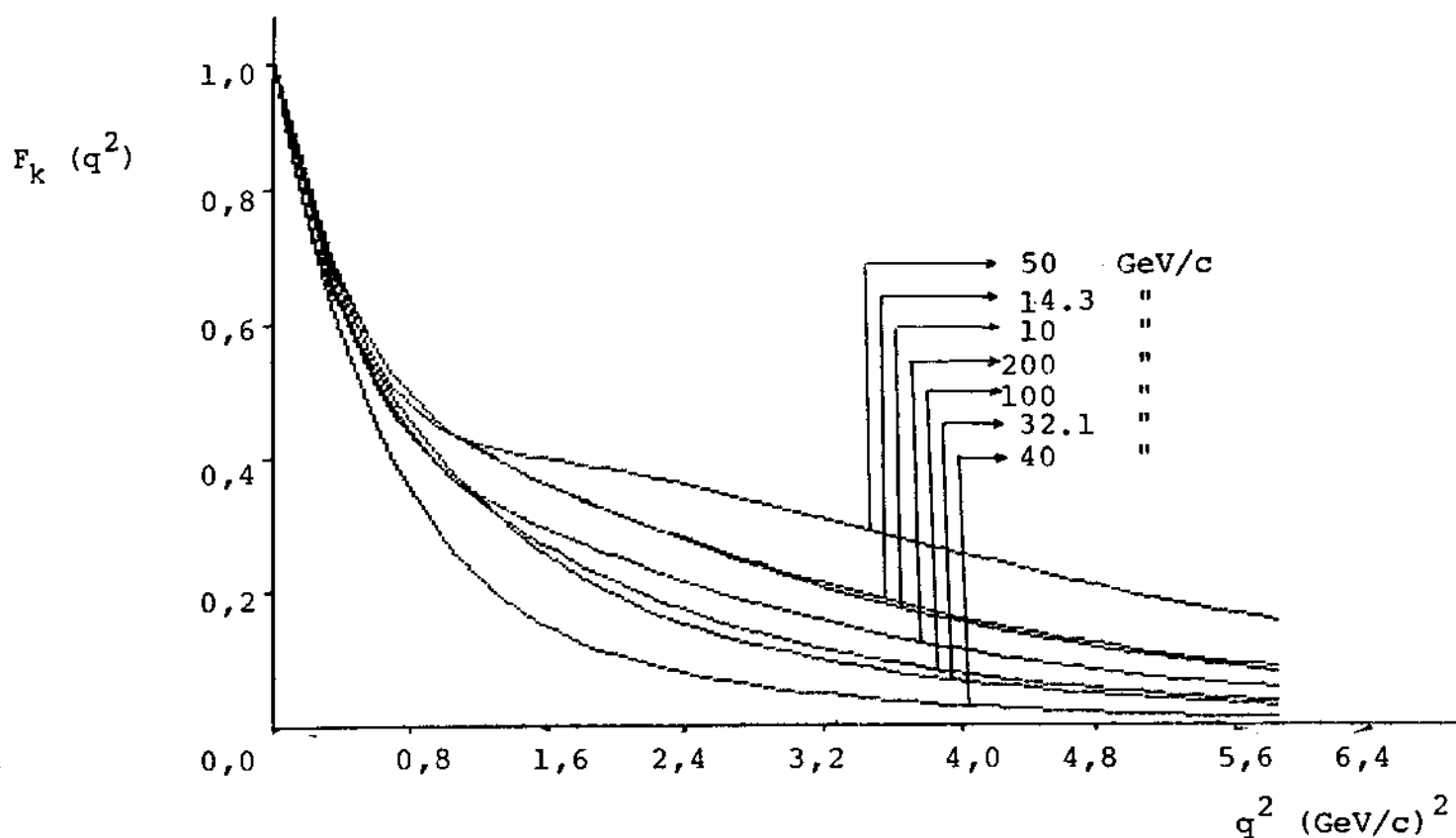


Fig. 22 - Curvas do Fator de Forma

A principal razão, porém, para esse comportamento anômalo das curvas de fator de forma é a carência de dados da seção de choque diferencial que são bastante escassos para $|t| > 1 \text{ GeV}/c$. Essa falta de dados experimentais se reflete nas curvas de ajuste que apresentam ao seu final uma declividade bastante diferenciada para as diversas energias (Fig. 15 a 21).

Para análise do fator de forma do Káon serão utilizadas as curvas das energias maiores, 100 e 200 GeV/c, para as quais o problema da componente longitudinal do momentum transferido é minimizado, além do que apresentam uma boa concordância entre si e são provenientes dos dados mais recentes que se estendem até cerca de $|t| \approx 3 \text{ GeV}/c$.

4.2 - O raio quadrático médio do káon negativo.

Informações a respeito do raio das partículas elementares são obtidas através de fatores de forma, geralmente medidos em espalhamento elástico de elétrons por essas partículas.

O Káon, devido à sua instabilidade, não pode ser usado como alvo em espalhamento elástico de elétrons. Por esse motivo, o estudo experimental da estrutura do káon depende da obtenção de feixes de altas energias que possam ser empregados no espalhamento elástico por elétrons atômicos. No único experimento desse tipo [48] realizado até hoje, foi utilizado um feixe de kâons com $P_{lab} = 250 \text{ GeV/c}$ espalhado por elétrons de um alvo de hidrogênio líquido.

O fator de forma para o K^- medido nessa experiência se encontra na Fig. 23. O raio obtido através de uma ajuste de polo simples foi

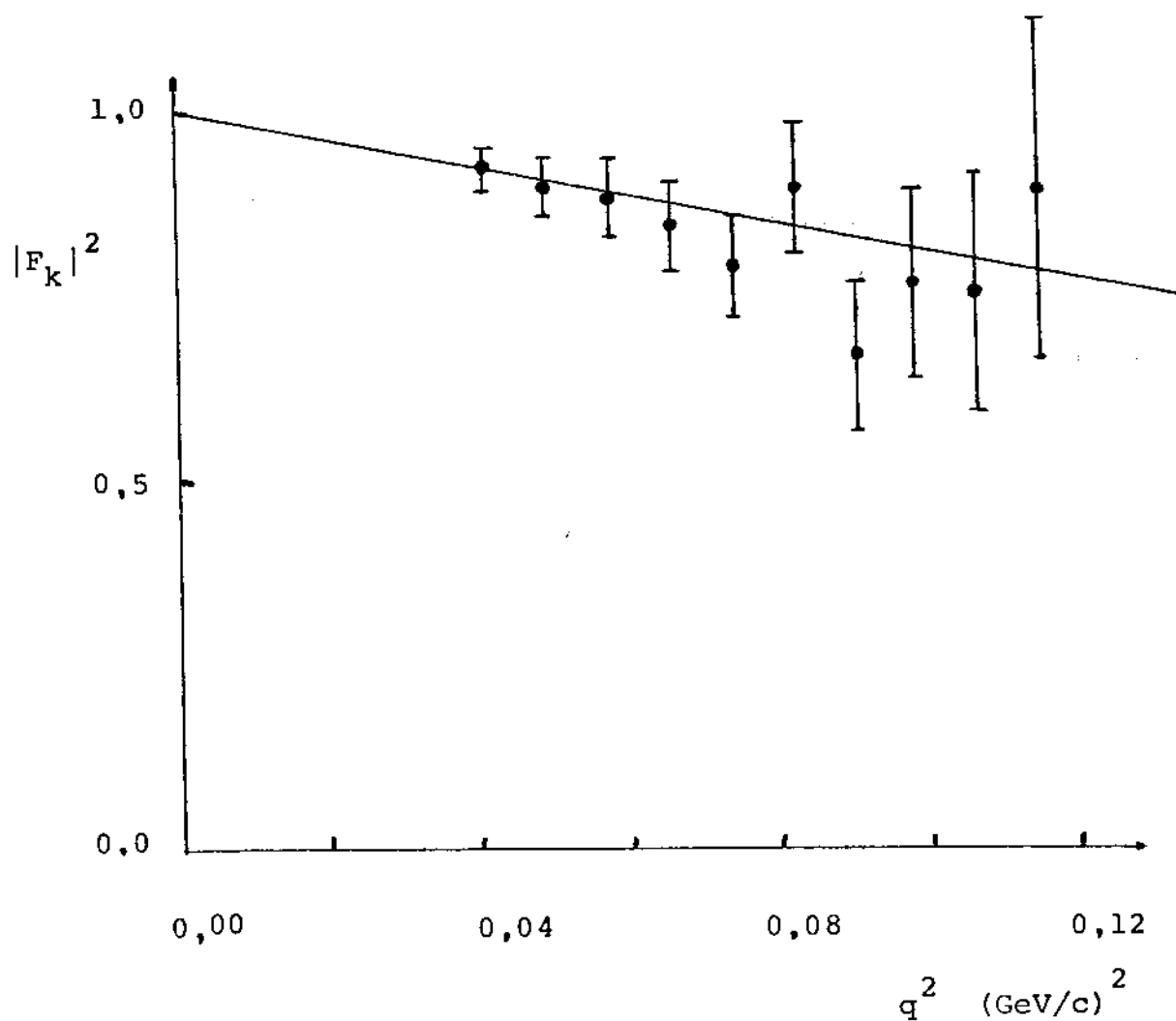
$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,53 \pm 0,05 \text{ F.}$$

Com a utilização de diferentes modelos, várias tentativas que foram feitas para determinação do raio do Káon se encontram na Tabela 6. Com a aplicação do modelo Chou-Yang obteve-se também alguns valores para o raio que se encontram na Tabela 7.

$\langle r^2 \rangle^{1/2} \text{ (F)}$	Referências
0,58	Kroll et al. (1967) [41]
0,62	Zovko (1974) [42]
$0,62 \pm 0,04$	Blatnik et al. (1979) [43]
0,56	Felicetti et al. (1981) [44]

Tabela 6 - Raio: r.m.s. do K^-

$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (F)	Referências
$0,53 \pm 0,13$ $- 0,18$	Lombard et al.(1977) [45]
$0,51 \pm 0,04$	Kovacs et al.(1977) [46]
$0,57 \pm 0,13$	Chou (1979) [47]

Tabela 7 - Raio r.m.s. do K^- Fig. 23 - Fator de Forma do K^- : dados experimentais e ajuste de dipolo

Os valores de raio quadrático médio obtidos para todas as faixas de enrgia analisadas neste trabalho são apresentados na Tabela 8.

P_{lab} (GeV/c)	$\langle r^2 \rangle$ (F^2)	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (F)
10	0,300	0,548
14,3	0,189	0,435
32,1	0,344	0,587
40,1	0,311	0,558
50	0,203	0,450
100	0,228	0,477
200	0,218	0,467

Tabela 8 - Raio quadrático médio e raio r.m.s. do K^-

Esses resultados foram obtidos a partir da expressão (3.10), sendo que a derivada do fator de forma é calculada usando-se a Eq.(3.9). Foram utilizados os valores da constante de absorção da Tabela 5 e o fator de forma elétrico do próton dado pela Eq. (2.17)

Efetuando-se a média dos valores apresentados na Tabela 8, obteve-se os seguintes resultados:

$$\langle r^2 \rangle_{K^-} = 0,26 \pm 0,06 F^2$$

e

$$\langle r^2 \rangle_{K^-}^{1/2} = 0,51 \pm 0,06 F$$

onde o erro atribuído a $\langle r^2 \rangle$ foi calculado pelo desvio quadrático médio.

Como pode ser visto, estes resultados estão em boa concordância com os demais resultados apresentados, praticamente coincidindo com aquele encontrado por Kovacs et al. [46] e diferindo muito pouco do resultado obtido através de espalhamento K^- e por Dally et al [48].

4.3 - Discussão do Fator de Forma.

A partir do raio quadrático médio calculado na seção anterior pode-se inferir um comportamento para o fator de forma do Káon. Isto pode ser feito, por exemplo, através de parametrizações do tipo da fórmula de polo simples ou da fórmula de dipolo, na região em que $q \langle r^2 \rangle^{1/2} \ll 1$.

i) Polo simples.

$$F(q^2) \approx 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle \approx \frac{1}{1 + \frac{\langle r^2 \rangle}{6} q^2} = \frac{1}{1 + \frac{q^2}{v^2}} \quad (4.1)$$

$$\langle r^2 \rangle = 0,26 F^2 \rightarrow v^2 = 0,90 \text{ (GeV/c)}^2$$

ii) Dipolo.

$$F(q^2) \approx 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle q^2 \approx \frac{1}{(1 + \frac{r^2}{12} q^2)^2} = \frac{1}{(1 + \frac{q^2}{\lambda^2})^2} \quad (4.2)$$

$$\langle r^2 \rangle = 0,26 F^2 \rightarrow \lambda^2 = 1,79 \text{ (GeV/c)}^2$$

Essas duas parametrizações estão em boa concordância com as curvas de 100 e 200 GeV/c para $q^2 < 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$ (Fig. 24).

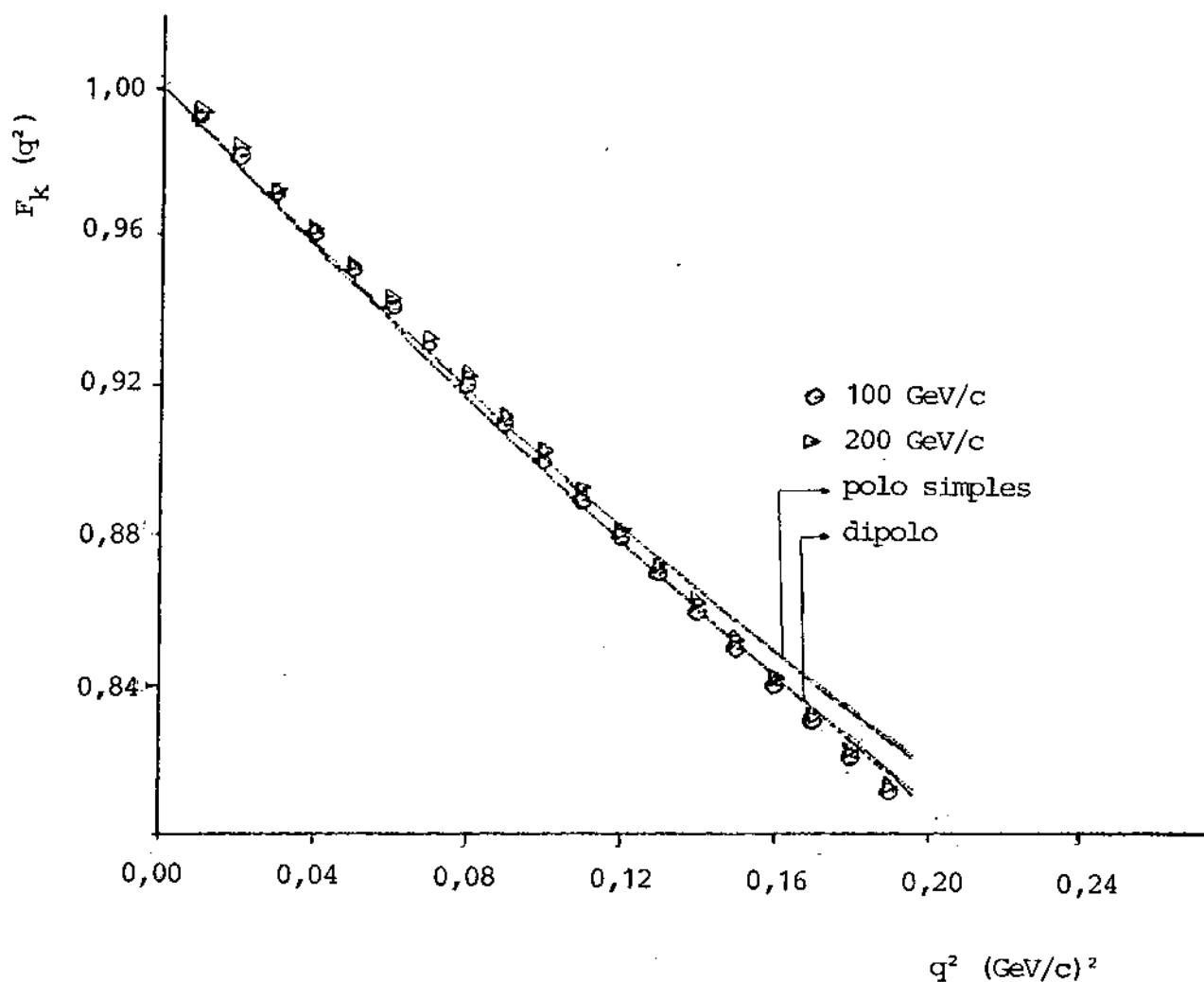


Fig. 24 - Fator de Forma do K^- para 100 e 200 GeV/c comparado com ajustes

Supondo que as parametrizações (4.1) e (4.2) sejam válidas para a região de grande momentum transferido e estendendo-se suas curvas até $q^2 = 6 \text{ (GeV/c)}^2$, verifica-se que a fórmula de dipolo é a que melhor se adapta às curvas de 100 e 200 GeV/c (Fig. 25).

Na Fig. 26 as duas parametrizações, de polo simples e de dipolo, são comparadas com o fator de forma eletromagnético do

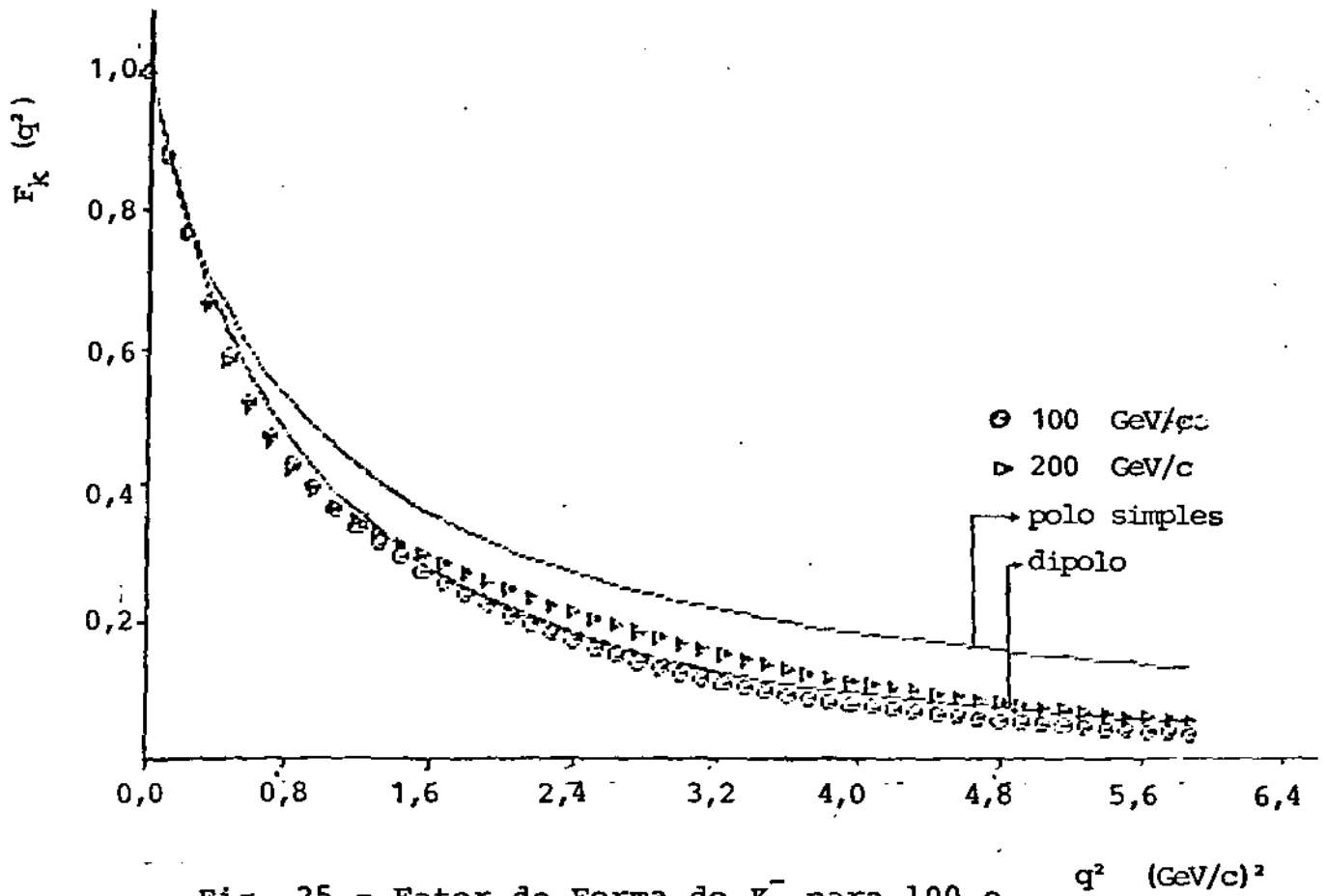


Fig. 25 - Fator de Forma do K^- para 100 e 200 GeV/c comparado com ajustes

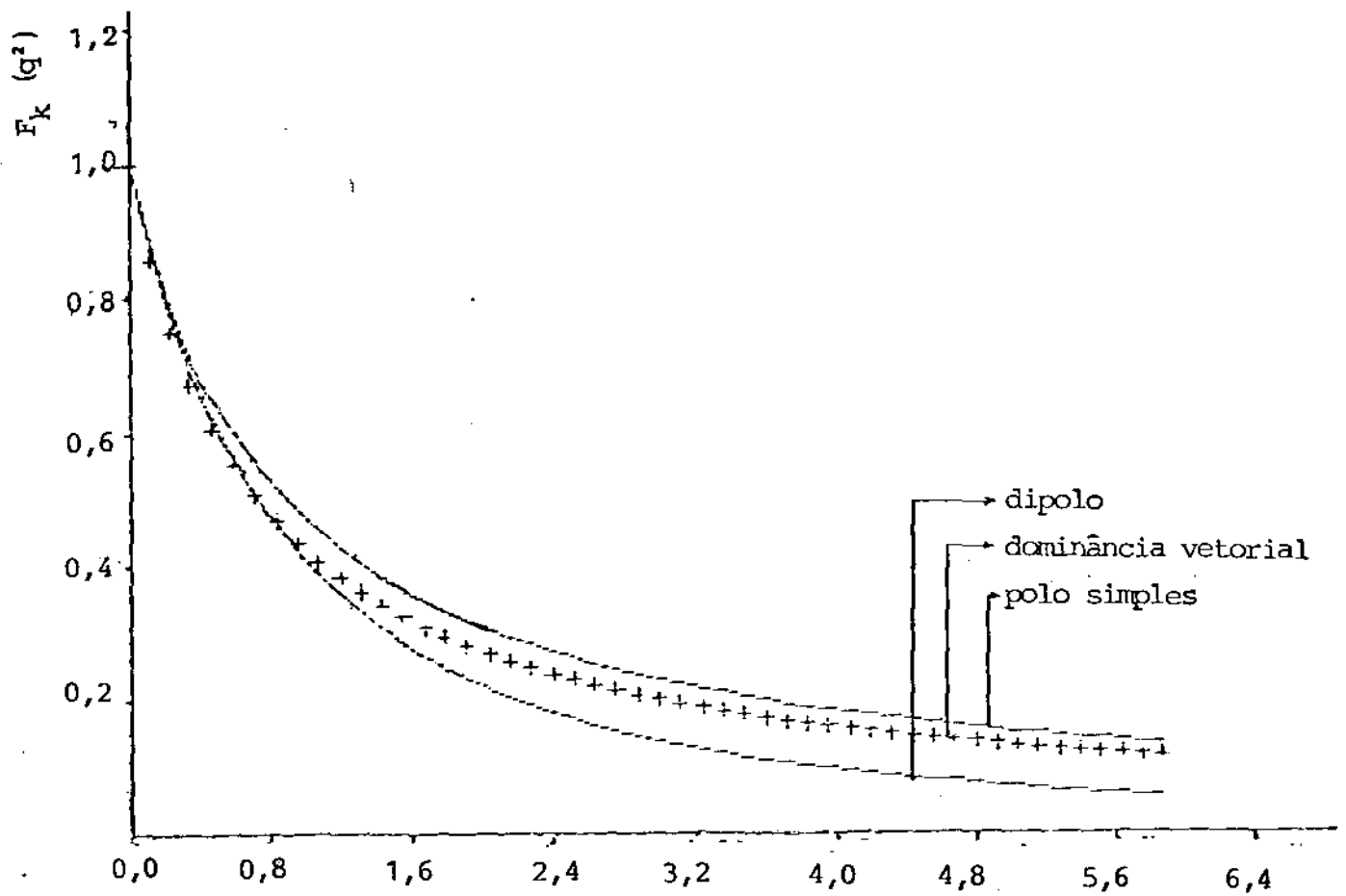


Fig. 26 - Fator de Forma de dominância vetorial comparado com ajustes

Kãon dado pela expressão:

$$F_K(q^2) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{q^2}{m_\rho^2}\right)^{-1} + \frac{1}{8} \left(1 + \frac{q^2}{m_\omega^2}\right)^{-1} + \frac{3}{8} \left(1 + \frac{q^2}{m_\phi^2}\right)^{-1} \quad (4.3)$$

derivada a partir do modelo de dominância vetorial [41], que apresenta um comportamento semelhante.

Por estes resultados pode-se dizer que a parametrização que melhor descreve as curvas do fator de forma do Kãon de 100 e 200 GeV/c é a fórmula de dipolo (4.2). A Fig. 23 mostra a curva do fator de forma do Kãon segundo a fórmula de dipolo comparada com os dados experimentais de $|F_K|^2$ obtidos pelo espalhamento K^-e .

4.4 - Seção de Choque Diferencial

Para testar a consistência desses resultados pode-se calcular a seção de choque diferencial a partir dos fatores de forma do Kãon e do próton comparando-a com os dados experimentais.

Sejam, então, dados os fatores de forma do Kãon e do próton segundo as fórmulas de dipolo.

$$F_P(q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{q^2}{\mu^2}\right)^2} \quad \text{e} \quad F_K(q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{q^2}{\lambda^2}\right)^2}$$

com $\mu^2 = 0,71 \text{ (GeV/c)}^2$ e $\lambda^2 = 1,79 \text{ (GeV/c)}^2$.

A eiconal é calculada através da Eq. (2.14):

$$\Omega(s, b) = C \int_0^{\infty} F_p(q^2) F_k(q^2) J_0(bq) q \, dq$$

$$\Omega(s, b) = C \mu^4 \lambda^4 \int_0^{\infty} \frac{J_0(bq) q \, dq}{(\mu^2 + q^2)^2 (\lambda^2 + q^2)^2}$$

Integrando-se a expressão acima, obtêm-se a eiconal:

$$\begin{aligned} \Omega(s, b) = & \frac{C \mu^4 \lambda^4}{(\lambda^2 - \mu^2)^2} \left\{ \frac{b}{2} \left[\frac{K_1(\mu b)}{\mu} + \frac{K_1(\lambda b)}{\lambda} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{2}{(\lambda^2 - \mu^2)} \left[K_0(\lambda b) - K_0(\mu b) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde os $K_m(z)$ são funções modificadas de Bessel de segunda espécie.

A constante de absorção C já foi calculada em termos dos parâmetros de ajuste através da normalização de $F_p(q^2)$ e $F_k(q^2)$ em $q^2 = 0$ e os resultados estão na Tabela 5. Outra maneira de calcular essa constante é através do teorema ótico, usando-se a eiconal obtida em (4.4). Para isso, utiliza-se a expressão:

$$\sigma_T = 4\pi \operatorname{Im} a(s, 0) = 4\pi \int_0^{\infty} (1 - e^{-\Omega}) b \, db \quad (4.5)$$

Os resultados obtidos através da Eq. (4.5) estão na Tabela 9. Note-se que, em geral, eles diferem muito pouco daqueles da Tabela 5.

$P_{lab} \text{ (GeV/c)}$	10	14,3	32,1	40,1	50	100	200
$C \text{ (GeV/c)}^{-2}$	5,56	5,27	4,98	4,97	4,91	4,96	5,05

Tabela 9 - Constantes de absorção

Substituindo-se a Eq. (4.4) na Eq.(2.15), foi calculada a amplitude de espalhamento através de integração numérica utilizando-se a subrotina D01AMF da NAG-FORTRAN [49]. Da amplitude de espalhamento calculou-se a seção de choque diferencial para todas as energias (Fig. 27 a 33) usando para constante de absorção os valores da Tabela 5.

Observa-se uma concordância muito boa entre as curvas da seção de choque diferencial e os dados experimentais, notadamente nas regiões de baixo ângulo. Para além dos dados experimentais as curvas apresentam uma queda suave.

Os dados experimentais de π^-p apresentam um comportamento muito semelhante aos do K^-p , conforme pode ser visto na Fig.34. Com base nessa semelhança espera-se que a seção de choque diferencial K^-p venha apresentar um mínimo em torno de $|t| \approx 4 \text{ (GeV/c)}^2$, que já foi observado recentemente [11] em espalhamento K^+p a 50 GeV/c. Portanto, a queda suave observada ao final das curvas de seção de choque diferencial calculadas através da eiconal (4.4) pode não corresponder ao comportamento esperado pelos dados experimentais.

É possível se fazer uma estimativa do aparecimento do "dip" na seção de choque diferencial, usando-se a eiconal dada pela Eq.(4.4). Por exemplo, para a seção de choque total $\sigma_{tot}=23,3mb$, que corresponde a $P_{lab} \approx 850 \text{ GeV/c}$, com a constante de absorção calculada $C = 5,82$, observa-se na Fig. 35 a presença de um mínimo em torno de $|t| \approx 4 \text{ (GeV/c)}^2$.

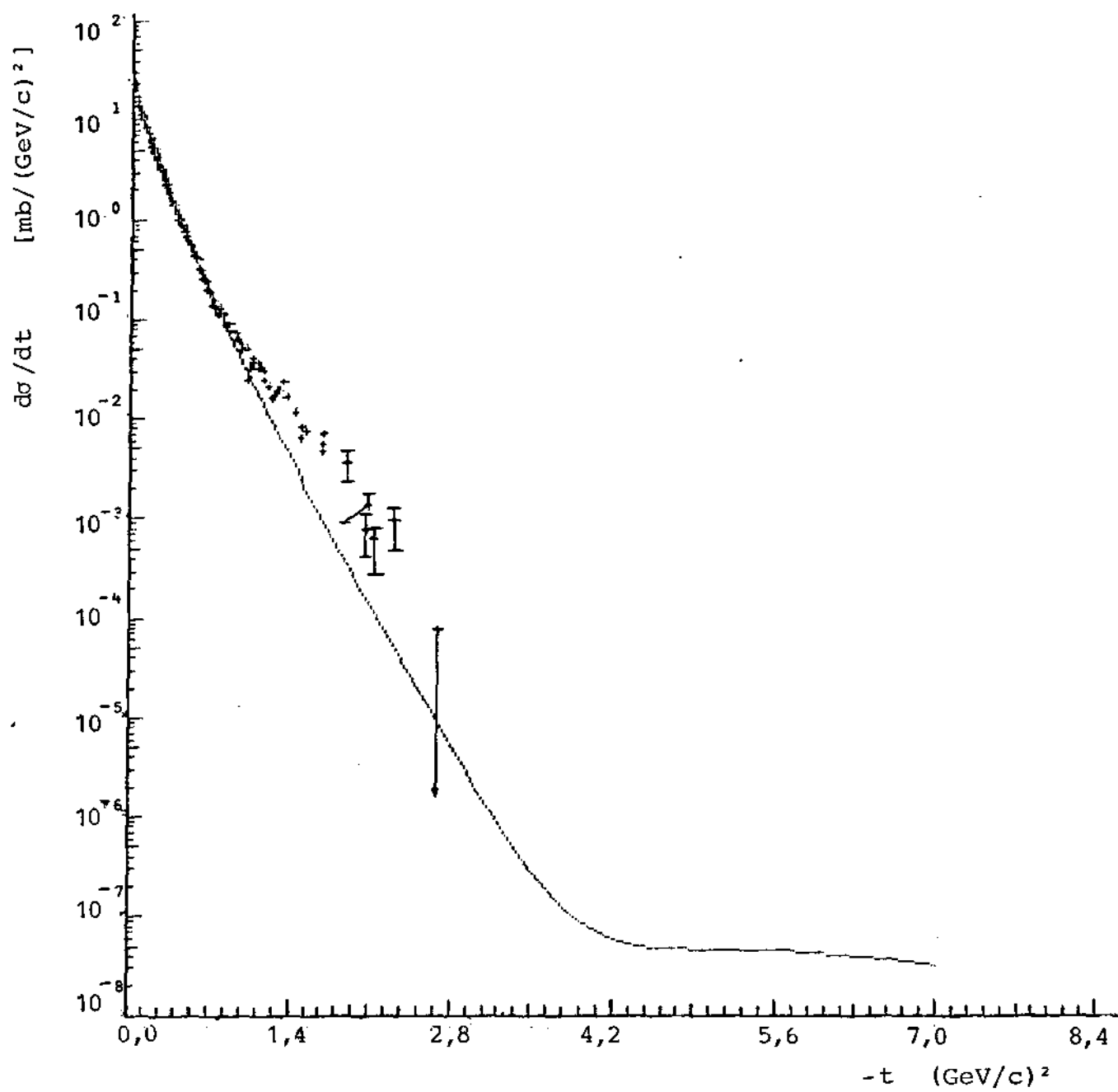


Fig. 27 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}}=10 \text{ GeV}/c$

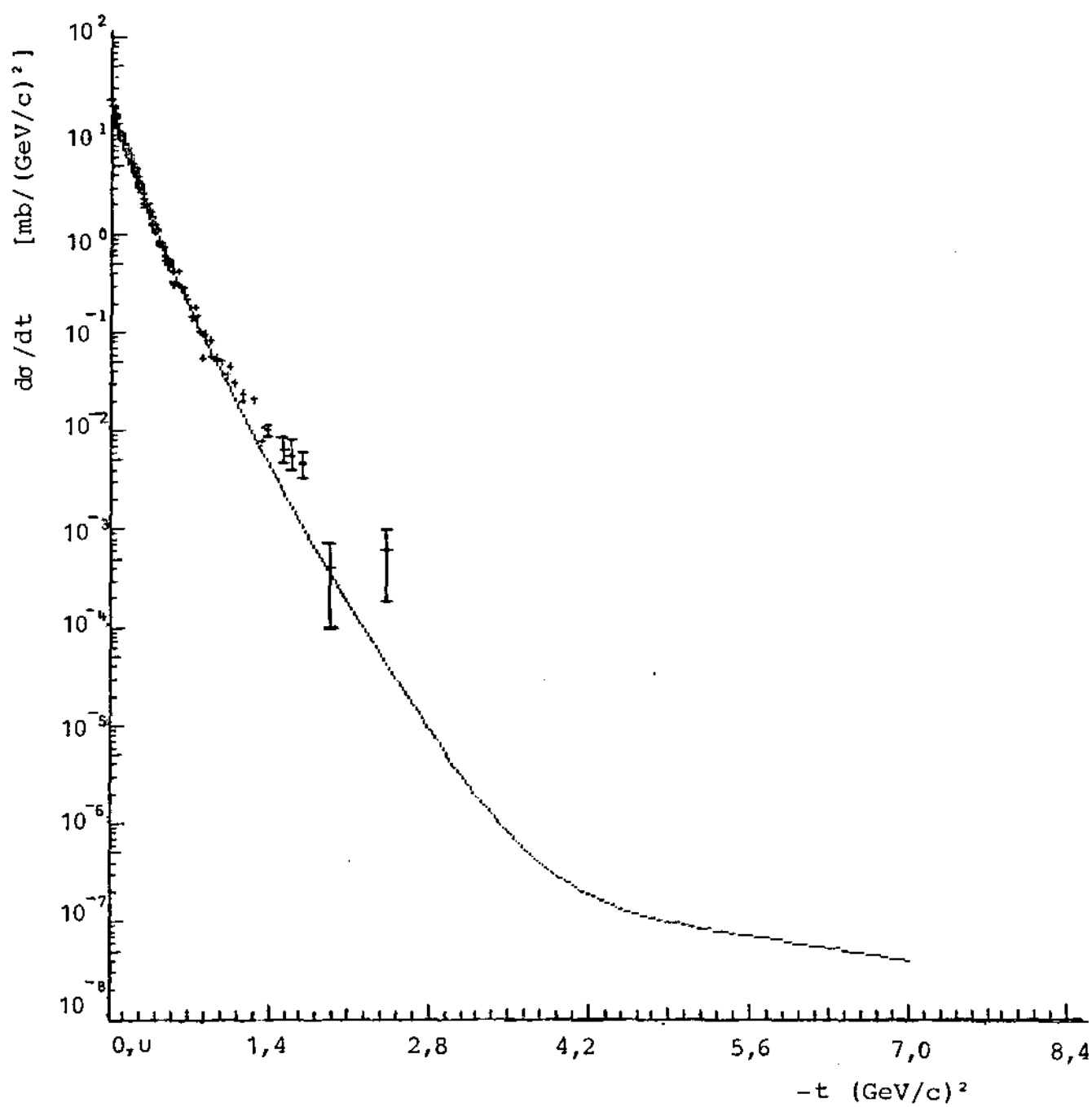


Fig. 28 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}} = 14,3 \text{ GeV}/c$

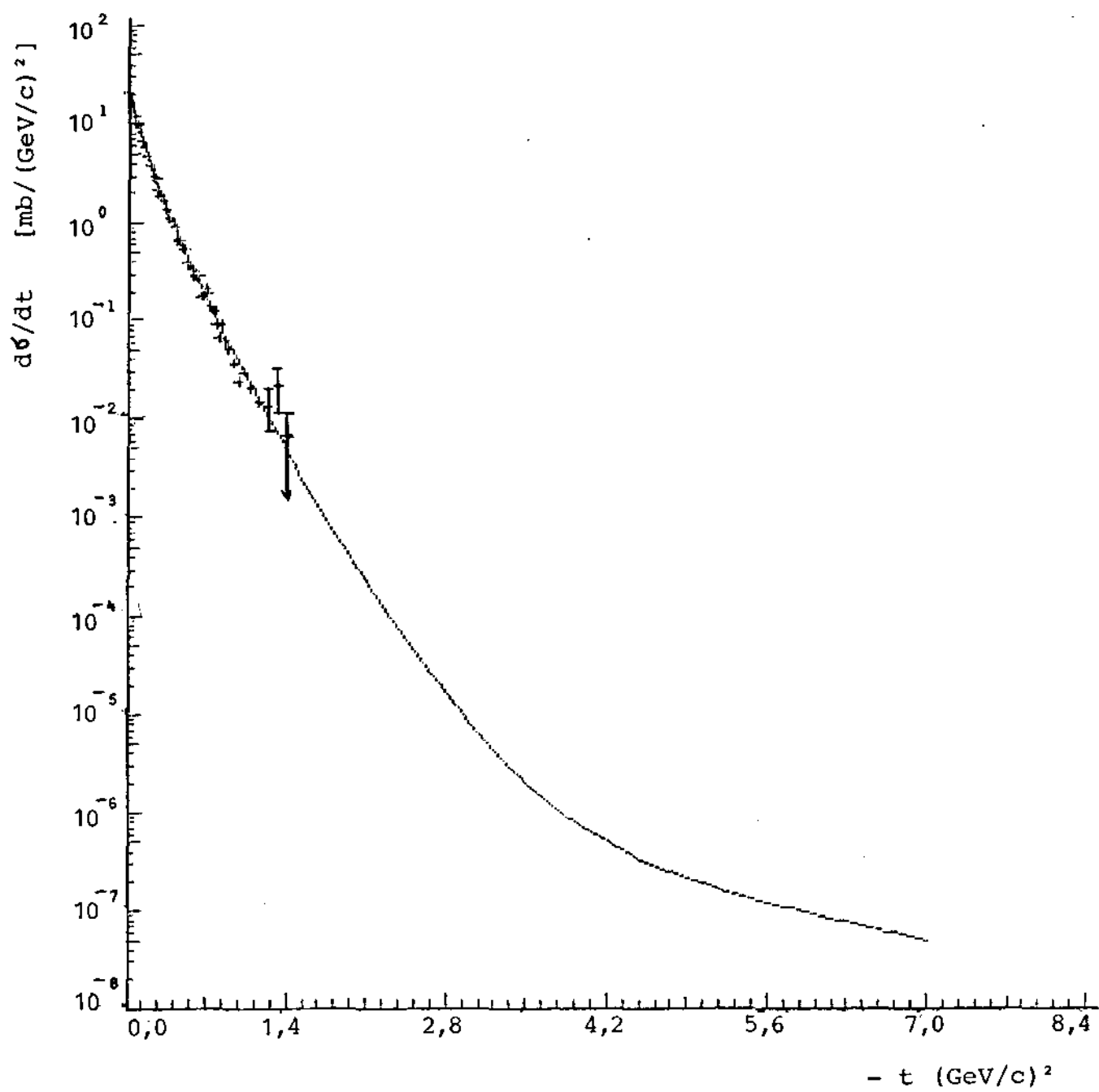


Fig. 29 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}}=32,1 \text{ GeV}/c$

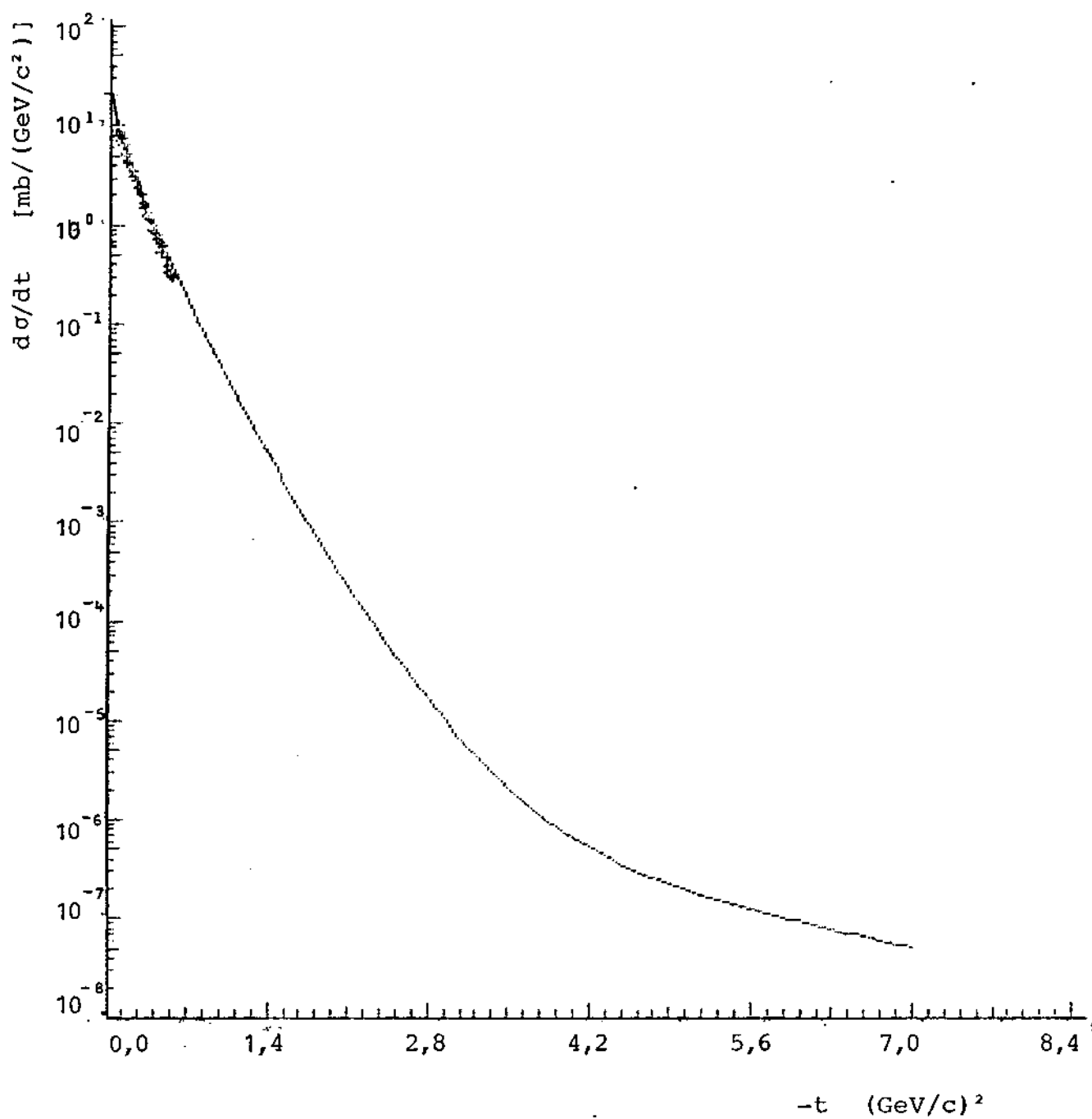


Fig. 30 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}} = 40,1 \text{ GeV}/c$

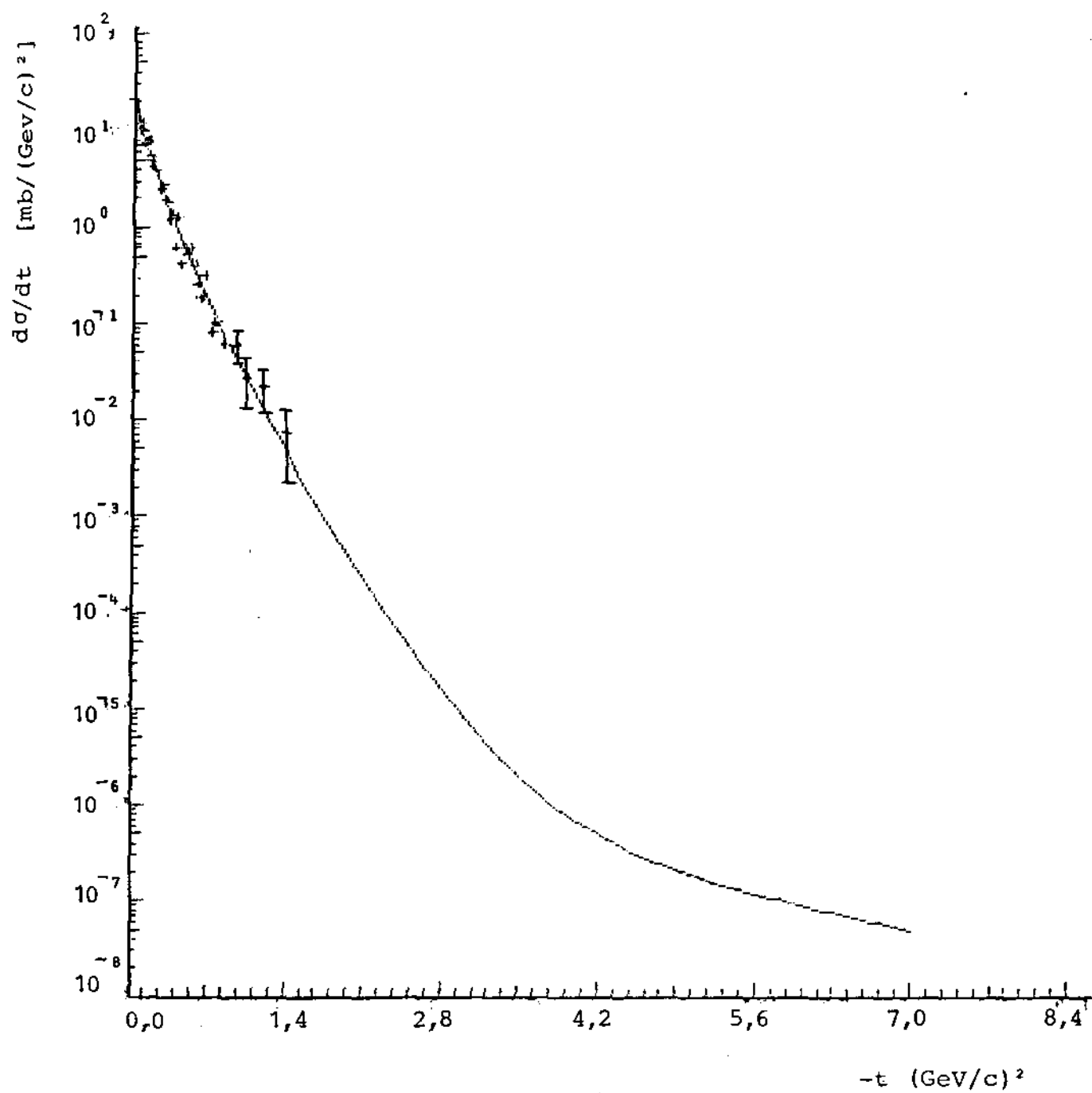


Fig. 31 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}} = 50 \text{ GeV}/c$

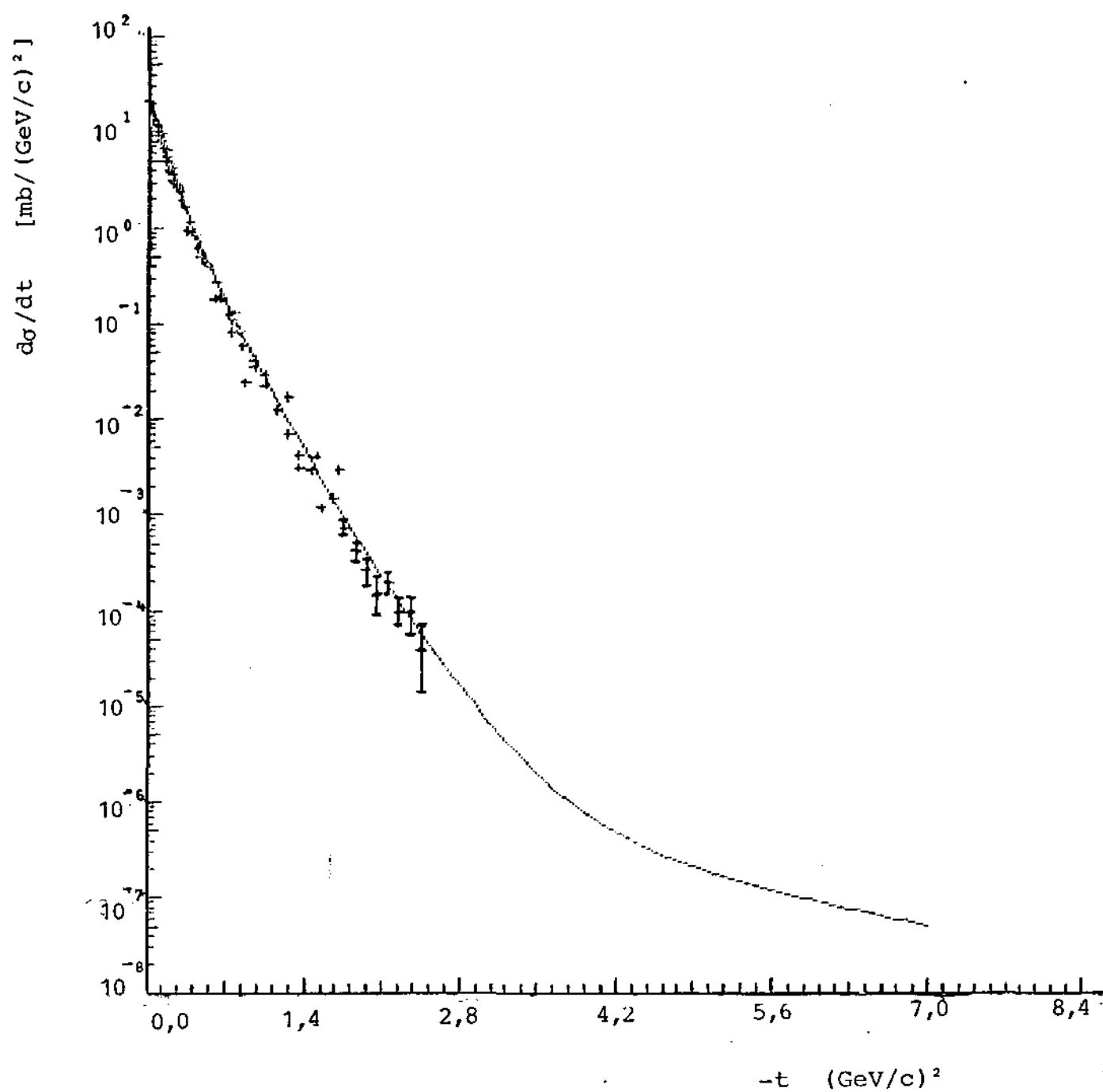


Fig. 32 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}} = 100 \text{ GeV}/c$

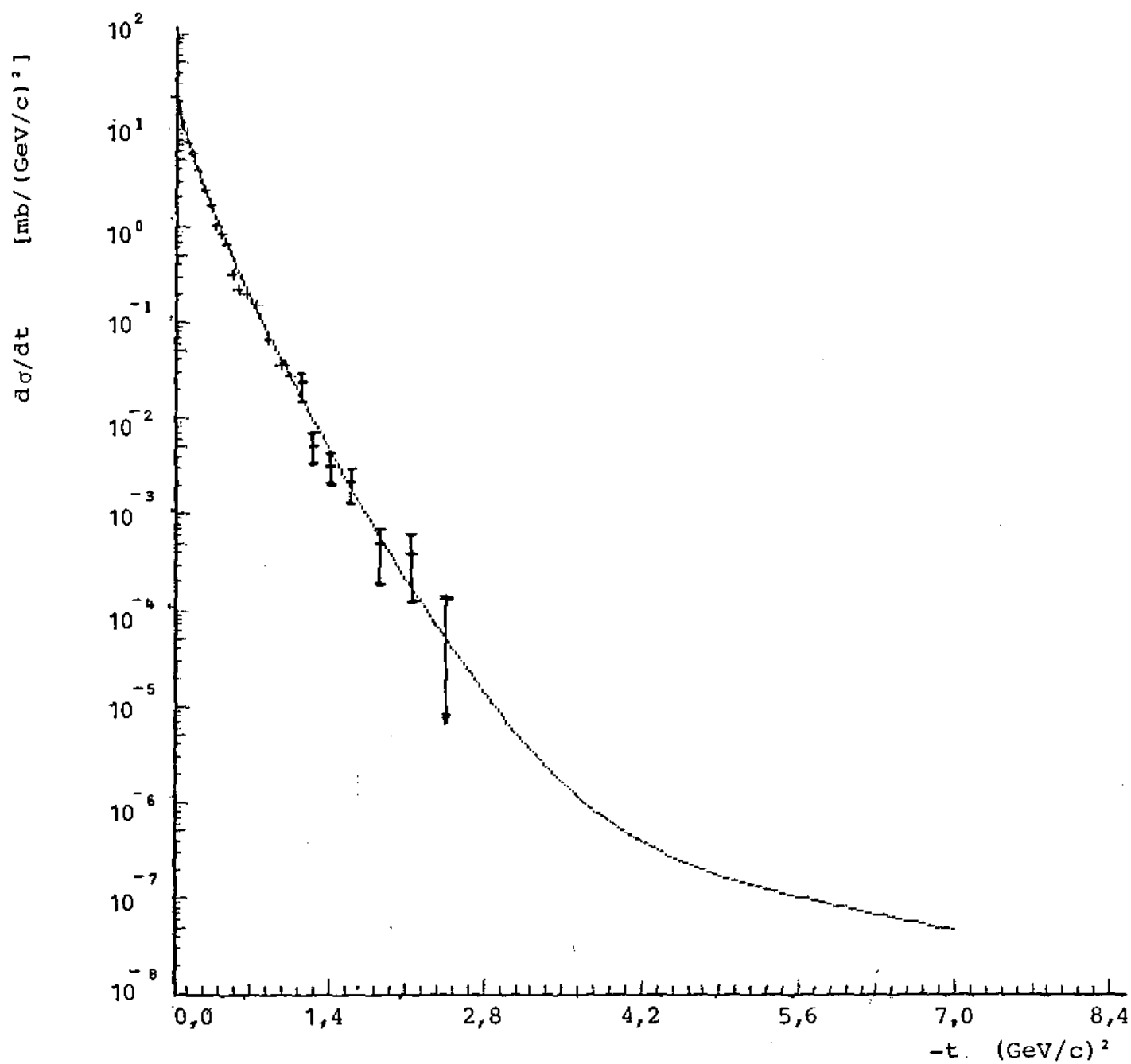


Fig. 33 - Seção de Choque Diferencial para $P_{\text{lab}}=200$ GeV/c

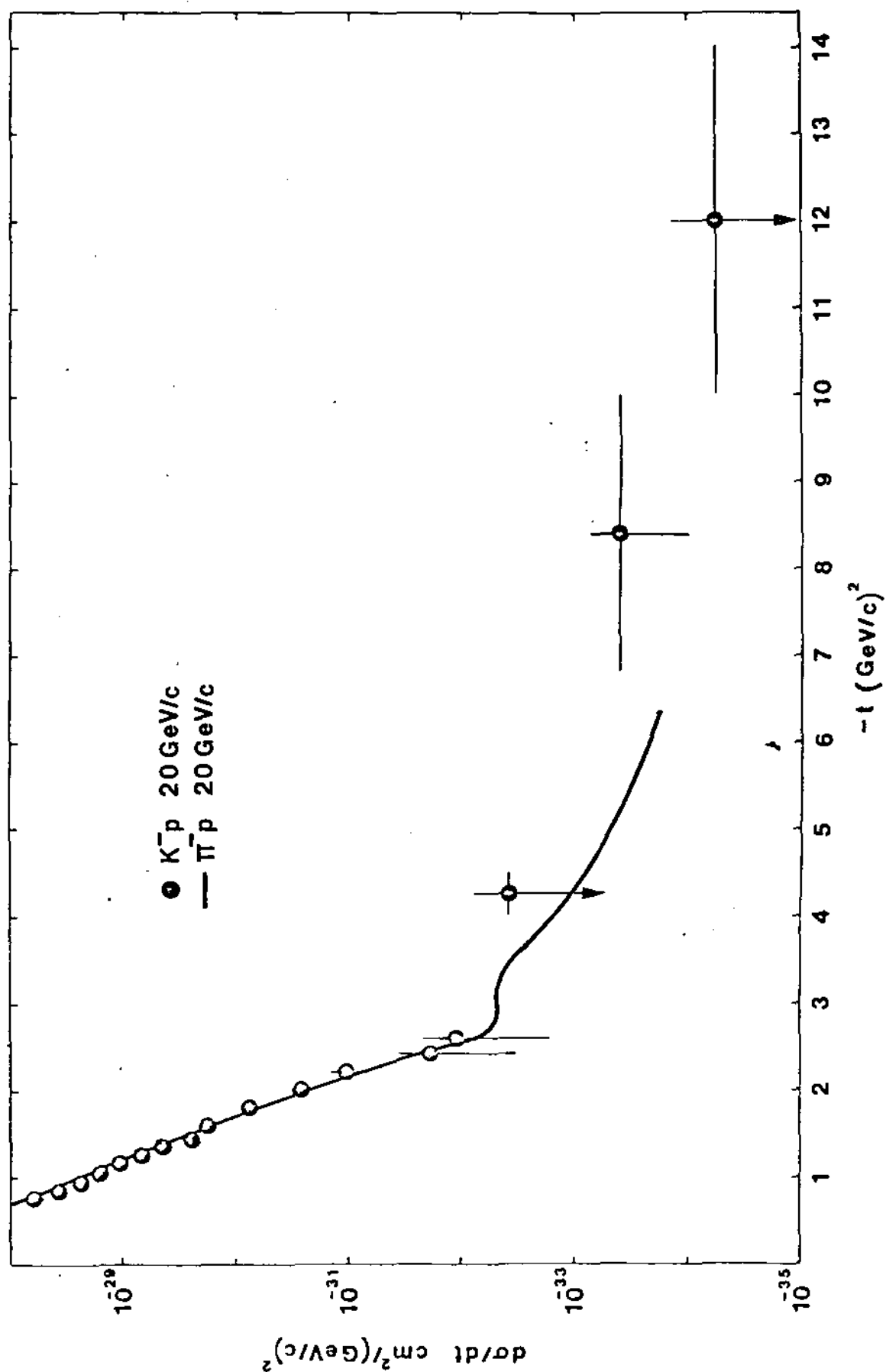


Fig. 34 - Comparação da Seção de Choque Diferencial do π^-p e do K^-p . Figura extraída da Ref. 51

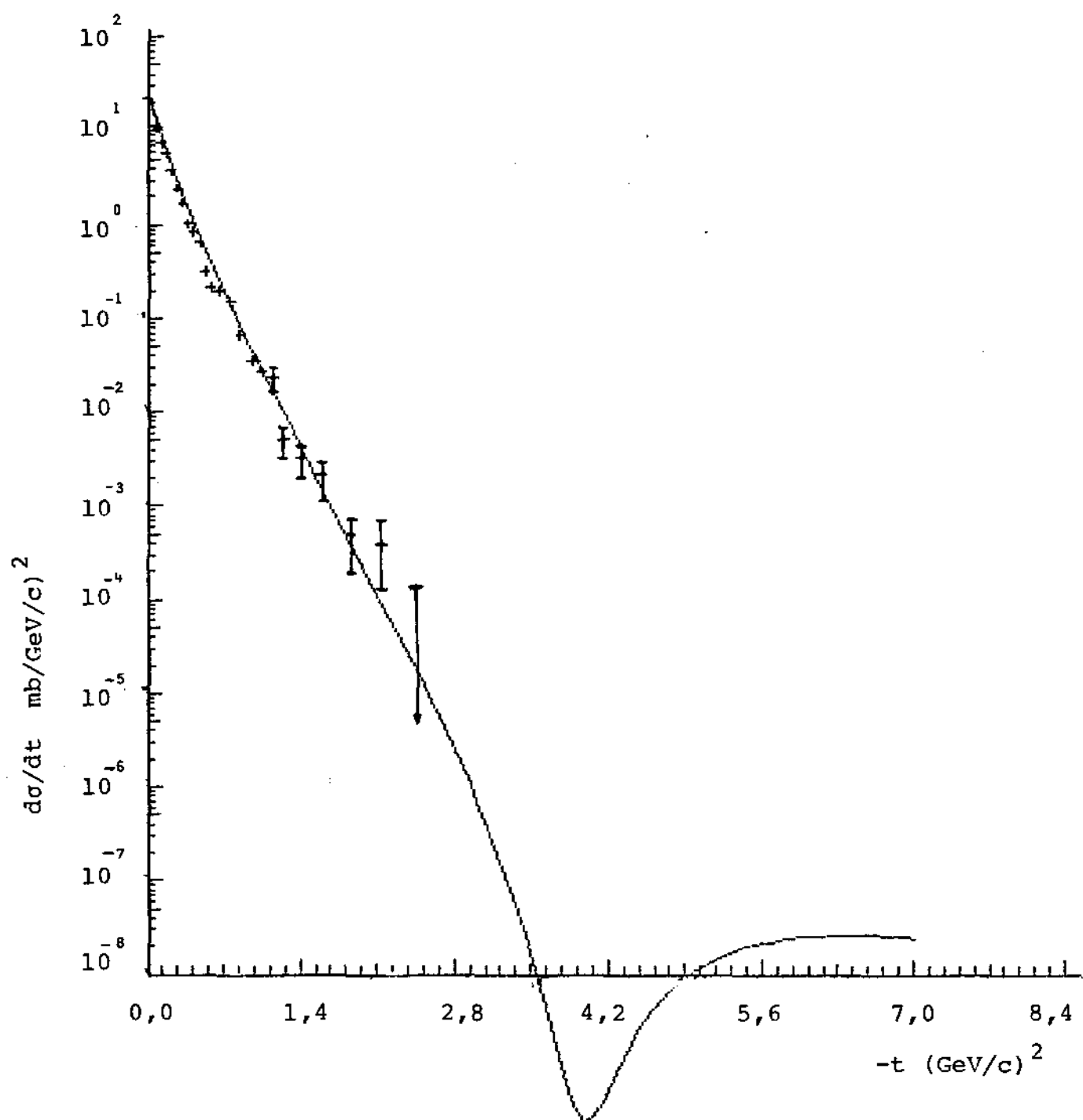


Fig. 35 - Previsão da Seção de Choque Diferencial para
 $P_{\text{lab}} \approx 850 \text{ GeV}/c$

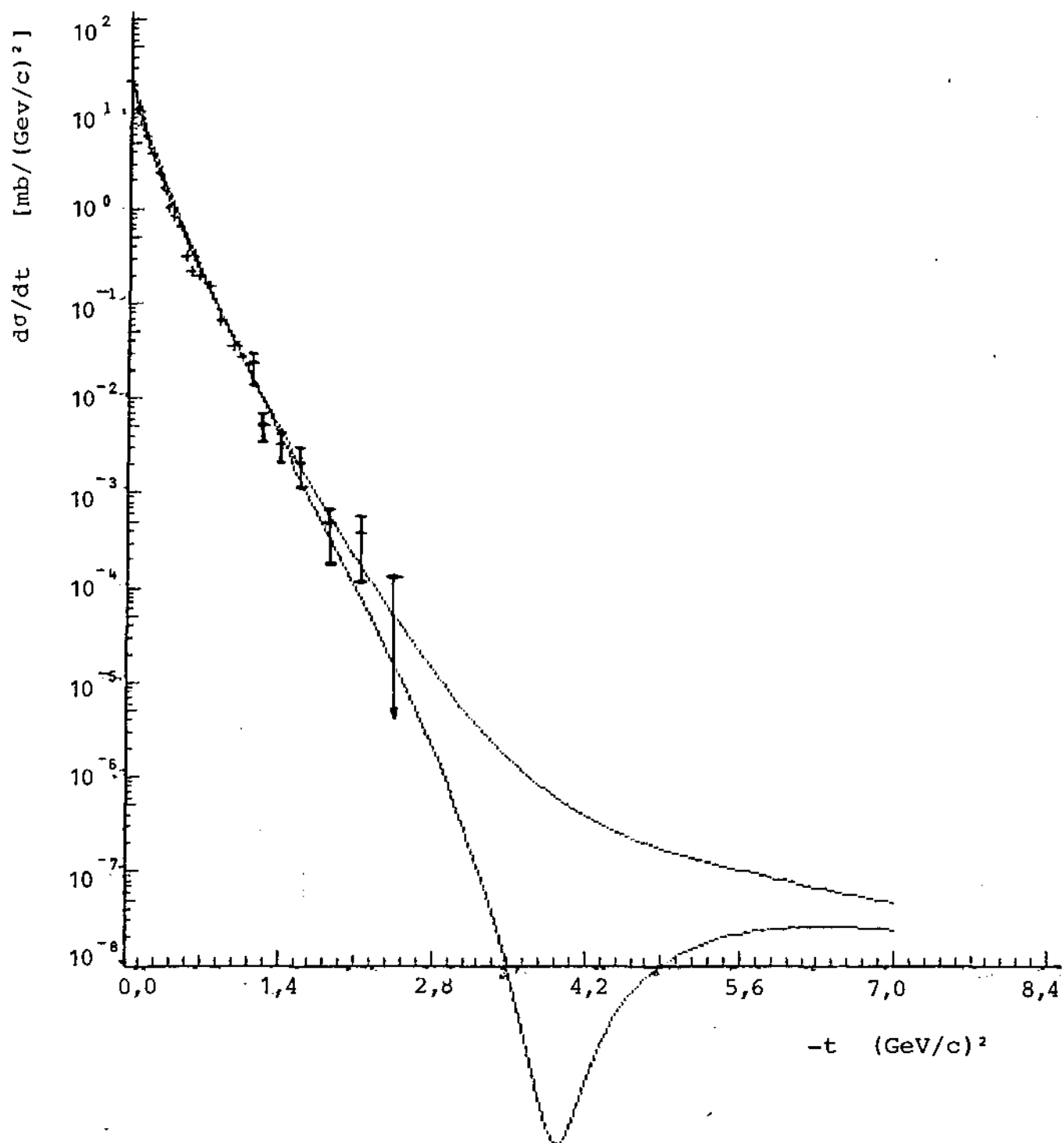


Fig. 36 - Comparação entre as Seções de Choque Diferenciais
de $P_{\text{lab}} = 200 \text{ GeV}/c$ e $P_{\text{lab}} \approx 850 \text{ GeV}/c$

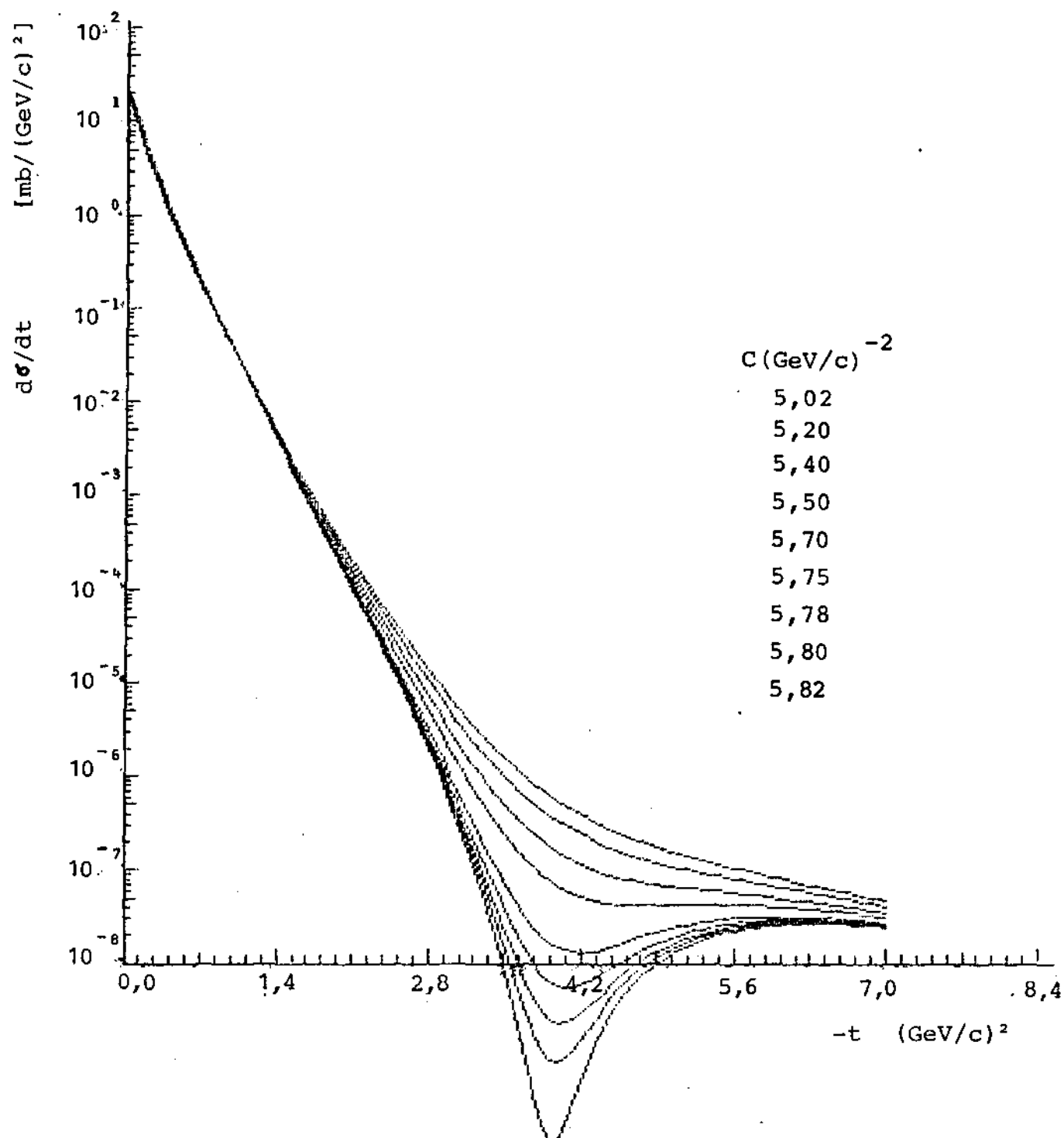


Fig. 37 - Seções de Choque Diferenciais calculadas para diferentes constantes de absorção. O dip aparece e aumenta a profundidade à medida que a constante de absorção aumenta.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

A aplicação do modelo Chou-Yang no espalhamento K^-p apresentou bons resultados na região de $|t| < 1 (\text{GeV}/c)^2$ para todas as energias estudadas. A concordância com os dados de seção de choque diferencial além de $|t| \approx 1 (\text{GeV}/c)^2$ é melhor para as maiores energias, 100 e 200 GeV/c.

O valor encontrado para o raio r.m.s. do K^- , que depende basicamente dos dados experimentais a baixos ângulos, concorda bem com os resultados publicados nos quais se utilizou o modelo Chou-Yang e está muito próximo daquele obtido através de espalhamento Kãon-elétron.

Quanto ao fator de forma, apesar de não haver dados experimentais suficientes para corroborar o comportamento previsto pela fórmula de dipolo (4.2), essa parametrização proporcionou bons resultados no cálculo da seção de choque diferencial via eiconal, notadamente para 100 e 200 GeV/c.

Conhecendo-se os fatores de forma das partículas interagentes, o único parâmetro que varia no cálculo da seção de choque diferencial é a constante de absorção. A Fig. 36 mostra que um aumento na constante C afeta muito pouco a curva de $d\sigma/dt$ versus t na região de $|t| < 2 (\text{GeV}/c)^2$, mas muda drasticamente na região em torno de $|t| = 4 (\text{GeV}/c)^2$.

Isto sugere que a falta de informação experimental na região onde deveria existir o "dip" afeta particularmente a constante de absorção. É de se supor que se houvessem dados experimentais na região de $3 \lesssim |t| \lesssim 5 (\text{GeV}/c)^2$, os parâmetros adicionais necessários para o ajuste desses pontos implicaria num aumento dos valores calculados para a constante de absorção.

Apesar dos bons resultados obtidos neste trabalho com o modelo Chou-Yang vários aspectos concernentes a esse modelo não foram analisados.

Fica em aberto ainda o problema da dependência da eiconal com a energia, que no modelo Chou-Yang é colocada "ad hoc" na forma de uma parametrização fatorada, que aqui aparece explícita na constante de absorção. O modelo é bastante sensível com relação a essa constante como se vê pela Fig. 37.

Outro aspecto importante a ser analisado é quanto ao fator de forma de matéria das partículas envolvidas, se são do tipo fator de forma de carga ou magnético. Isto deve ser feito à luz dos dados experimentais que infelizmente, para a reação Kp , são escassos.

A discussão teórica das dúvidas apontadas neste trabalho será uma consequência natural que lhe dará continuidade, bem como uma análise do espalhamento elástico K^+p e sua comparação com os resultados aqui obtidos.

APÊNDICE I

Método de Quadrados Mínimos Não-Linear
de Ben Israel*

Dada uma função $f(x)$ na forma discreta

x	x_1	x_2	x_3		x_n
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$		$f(x_n)$

sendo f uma função real de variável real, obtida através de n observações. Deseja-se aproximá-la por uma função $\tilde{f}(x, \lambda)$ sendo $\lambda \in R^m$ e $\tilde{f}$ uma função não linear em λ , ou seja, $f(x_i) = \tilde{f}(x_i, \lambda)$ para $i = 1, 2, \dots, n$.

No sentido dos quadrados mínimos o que se quer determinar é

$$\min \{ ||\tilde{f}(x, \lambda) - f(x)||^2 \} = \min \sum_{i=1}^n \{ \tilde{f}(x_i, \lambda) - f(x_i) \}^2$$

Seja definida a seguinte função resíduo

$$F_i(\lambda) = \tilde{f}(x_i, \lambda) - f(x_i)$$

para $i=1, 2, \dots, n$, sendo $F_i: R^m \rightarrow R$ uma função não linear em λ . Assim, tem-se o seguinte problema de minimização

$$\min \{ ||\vec{F}(\lambda)||^2 \} \quad \text{com} \quad \lambda \in R^m \quad \text{e}$$

* Este resumo do método Ben-Israel foi gentilmente cedido pelo prof. Petrônio Pulino do Departamento de Matemática Aplicada do IMECC-UNICAMP.

$$\vec{F}(\lambda) = (F_1(\lambda), F_2(\lambda), \dots, F_n(\lambda))^T \in \mathbb{R}^n.$$

O método de Ben Israel consiste em considerar-se a expansão em série de Taylor até primeira ordem da função $\vec{F}(\lambda)$ em torno de uma aproximação inicial $\lambda \in \mathbb{R}^m$,

$$\vec{F}(\lambda) \cong \vec{F}(\lambda^0) + F'(\lambda^0) \cdot (\lambda - \lambda^0)$$

implicando no seguinte problema de minimização

$$\min \{ || \vec{F}(\lambda^0) + F'(\lambda^0) (\lambda - \lambda^0) ||^2 \}$$

$$\text{onde } F'(\lambda^0) = \frac{\partial F_i(\lambda^0)}{\partial \lambda_j} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, m$$

é a matriz jacobiana de $\vec{F}(\lambda)$ e $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$.

Isto é equivalente à resolução do seguinte sistema linear superdeterminado

$$F'(\lambda^0) (\lambda - \lambda^0) = -\vec{F}(\lambda^0)$$

Desse modo, obtém-se a solução aproximada através do seguinte processo iterativo

$$F'(\lambda^k) \Delta \lambda^k = -F(\lambda^k) \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots \text{ onde}$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \Delta \lambda^k$$

e λ^0 é uma aproximação inicial conveniente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. COLABORAÇÃO BRASIL-JAPÃO: Progress of Theoretical Physics Suppl. 47,1 (1971)
2. H.CHENG e T.T.WU, Phys.Rev. Lett. 24,1456 (1970)
3. G.GIACOMELLI, Phys. Reports 23,123 (1976)
4. T.T.CHOU e C.N. YANG, in "High Energy Physics and Nuclear Structure", editado por G.Alexander, pp.348-359 (1967)
5. T.T.CHOU e C.N.YANG, Phys.Rev. 170,1591 (1968)
6. T.T.CHOU e C.N.YANG, Phys.Rev.Lett. 20,1213 (1968)
7. H.M.FRANÇA e Y.HAMA, Rev.Bras.Fis. 8,127 (1978)
8. PARTICLE DATA GROUP, Rev.Mod.Phys.56, (1984)
9. M.KAMRAN, Phys.Reports 108,275 (1984)
10. A.MARTIN, in "Third Topical Workshop on proton-antiproton collider physics",pp.351-371 (1983)
11. Z.ASA'D ET AL., Phys.Lett. 123B,265 (1983)
12. K.GOTTFRIED, CERN 72-70 (Nov.) (1972)
M.L.PERL, "High Energy Hadron Physics" (J.Wiley & S., N.Y., 1974)
U.AMALDI ET AL., Am. Rev.Phys. 26,385 (1976)
13. G.ALBERI e G.GOGGI, Phys.Reports 74,1 (1981)
14. S.FERNBACH ET AL., Phys.Rev. 75,1352 (1949)
15. A.MESSIAH, "Quantum Mechanics" (North-Holland, Amsterdam, 1961)
L.I.SCHIFF, "Quantum Mechanics" (Mc Graw Hill, N.Y., 1968)
16. H.B. NIELSEN e P.OLESEN, Phys.Lett. B43,37 (1973)
17. J.BELLANDI Fº., "Funções Especiais" (Papirus; Campinas (1985)

18. R.J.GLAUBER, "High Energy Collision Theory", in "Lectures in Theoretical Physics", editado por W.E.Britin et al (Interscience Publishers, Inc.N.Y.,1959)
19. P.M.KARCHIN - Tese de Doutorado - Universidade de Cornell (1982)
20. LEADER ET AL., Phys.Rev. D14,755 (1976)
21. MAXWELL KAC., Nucl.Phys. B62,402 (1973)
C.BOURRELY ET AL., Phys.Rev. D19,3249 (1979)
22. F.HAYOT e U.P.SUKHATME, Phys.Rev. D10,2138 (1974)
R.HENZI ET AL., Phys.Rev.Lett. 32,1077 (1974)
C.BOURRELY ET AL., J.Phys.G3,295 (1977)
23. H.M.FRANÇA e Y.HAMA, Phys.Rev.D19,3261 (1979)
24. T.T.CHOU e C.N.YANG, Phys.Lett. 128B,457 (1983)
25. J.BARTSCH ET AL., Nucl.Phys. B29,398 (1971)
26. J.R.CAMPBELL ET AL., Nucl.Phys. B64,1 (1973)
27. A.BERGLUND ET AL., Nucl.Phys. B176,346 (1980)
28. B.DREVILLON ET AL., Nucl.Phys. B97,392 (1975)
29. R.J.DE BOER ET AL., Nucl.Phys. B106,125 (1976)
30. C.LEWIN ET AL., Z.Physik C 3, 275 (1980)
31. Y.M.ANTIPOV ET AL., Sov.J.Nucl.Phys. 18, 182 (1974)
32. C.W.AKERLOF ET AL., Phys.Rev. D14,2864 (1976)
33. D.S.AYRES ET AL, Phys. Rev. D15,3105 (1977)
34. R.RUBINSTEIN ET AL., Phys.Rev.D30,1413(1984)
35. W.GALBRAITH ET AL,Phys.Rev. 138, B913 (1965)
36. S.P.DENISOV ET AL., Phys.Lett. 36B,528 (1971)
37. A.S.CARROL ET AL, Phys. Lett. 61B,303 (1976)

38. A.S.CARROL ET AL., Phys.Lett. 80B,423 (1979)
39. J.B.BRONZAN ET AL., Phys.Lett, 49B,272 (1974)
40. A.BEN ISRAEL, J.Math.Anal.Appl. 15,243 (1966)
41. N.M. KROLL ET AL., Phys.Rev. 157,1376 (1967)
42. N.ZOVKO, Phys. Lett. 51B,54 (1974)
43. S.BLATNIK ET AL. , Lett.Nuovo Cim. 24,39 (1979)
44. F.FELICETTI ET AL., Phys.Lett 107B,227 (1981)
45. R.J.LOMBARD e C.WILKIN, J.Phys. G3, L5 (1977)
46. E.KOVACS e S-Y LO, Phys.Rev. D16,2251 (1977)
47. T.T.CHOU, Phys.Rev. D19,3327 (1979)
48. E.B.DALLY ET AL., Phys.Rev. Lett. 45,232 (1980)
49. NAG FORTRAN Library Manual, "The Numerical Algoitms Groups
(USA) Inc.", Downens Grove, vol., , 1982
50. A.W.LOWMAN ET AL., Nucl.Phys. B61,296 (1973)
51. Z.ASA'D ET AL., CERN-EP/84-144