

**ESTUDO FENOMENOLÓGICO DO ESPALHAMENTO  
ELÁSTICO KÁON-PRÓTON  
EM ALTAS ENERGIAS**

*Roberto José Maria Covolan*

*Este exemplar corresponde à redação final da tese  
defendida pelo aluno sr. Roberto José Maria Covolan  
e aprovada pela comissão julgadora*

*cidade Universitária, 12 de maio de 1989*

*J. Bellandi*

Tese apresentada ao Instituto de Física  
"Gleb Wataghin" para a obtenção do título  
de Doutor em Física.

**Orientador:** Prof. Dr. José Bellandi Filho

**DEPARTAMENTO DE RAIOS CÓSMICOS, CRONOLOGIA,  
ALTAS ENERGIAS E LÉPTONS - UNICAMP**

**CAMPINAS - 1989**

CLASSIF. \_\_\_\_\_  
AUTOR \_\_\_\_\_  
V. \_\_\_\_\_ EX. \_\_\_\_\_  
TOMBO BCI/0690

M

**I. FÍSICA - UNICAMP**

n.º classif. TD  
n.º autor C  
\_\_\_\_\_ ed. v. \_\_\_\_\_ ex. \_\_\_\_\_  
n.º tomo. TD1750  
10103189

UNICAMP

Aos meus pais  
e à Welma.

## Agradecimentos

Gostaria de expressar minha gratidão às pessoas com as quais tive oportunidade de conviver e trabalhar no Departamento de Raios Cósmiticos desde os tempos de mestrado, e que contribuíram para a minha formação científica e para a elaboração deste trabalho.

Meus sinceros agradecimentos

Ao Prof. José Bellandi Filho, pela orientação científica, pelo constante estímulo que me ofereceu durante a elaboração desta tese e pelo zelo profissional com que sempre tratou todas as questões relativas ao desenvolvimento da pesquisa;

Aos profs. José Augusto Chinellato, Carola Dobrigkeit, César M. G. Lattes, Ammiraju Pemmaraju, Bruto M. Pimentel, Edson Shibuya e Armando Turtelli Jr. pelo apoio e pelo auxílio que me prestaram em diversas oportunidades;

Aos colegas Sérgio Querino Brunetto e Antonio Braz de Pádua, pelas discussões, sugestões e pela colaboração constante;

Aos colegas Luís Carlos Ferreira, Márcio J. Menon, Maria de Lourdes T. Menon, Sérgio Monsanto, José Carlos de Souza e José Tadeu S. Paes, pela convivência amigável e pelo apoio;

Às secretárias Marilena Borelli e Sandra Fonseca, pelo gentil auxílio e solicitude que sempre me dispensaram;

Aos demais colegas, professores e funcionários do Departamento de Raios Cósmiticos pela preciosa cooperação e convivência cordial;

À Maria de Lourdes Soares da Silva pelo desvelo e presteza na edição deste trabalho;

À FAPESP pelo apoio financeiro.

# ÍNDICE

<b>Introdução</b> .....	i
<b>Capítulo 1. Dados Experimentais e Aspectos Fenomenológicos</b> .....	1
1.1. Seção de Choque Total .....	1
1.2. Seção de Choque Elástica Total .....	8
1.3. Seção de Choque Diferencial Elástica .....	13
1.3.1. Região de Interferência Coulomb–Nuclear .....	13
1.3.2. Região do Pico de Difração .....	18
1.3.3. Região de Estrutura .....	21
<b>Capítulo 2. Parametrização da Seção de Choque Diferencial</b> .....	26
2.1. Dados de $d\sigma/dt$ .....	26
2.2. Método de Ajuste .....	44
2.3. Ajuste–Teste .....	46
<b>Capítulo 3. Análise na Representação de Parâmetro de Impacto</b> .....	47
3.1. Formalismo da Representação de Parâmetro de Impacto .....	47
3.2. Análise da Reação Káon–Próton .....	51
3.2.1. Dependência Energética .....	59
3.2.2. Raio Efetivo de Interação .....	72
3.2.3. Testes de <i>Geometrical Scaling</i> .....	76
3.2.4. Modelos de <i>Eikonal</i> Fatorável .....	80
3.3. Conclusões .....	83

<b>Capítulo 4. Modelo Chou–Yang</b> .....	84
4.1. Formulação do Modelo Chou–Yang .....	85
4.2. Raio e Fator de Forma do Káon .....	88
4.3. Modelo Chou–Yang Modificado .....	99
4.4. Conclusões .....	108
<b>Capítulo 5. Modelo Burrely–Soffer–Wu</b> .....	109
5.1. Descrição do Modelo .....	110
5.2. Aplicação do Modelo BSW ao Espalhamento Káon– Próton .....	114
5.2.1. Seção de Choque Total e $\rho$ .....	115
5.2.2. Seção Choque Elástica, Razão $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ e <i>Slope</i> .....	118
5.2.3. Seção Choque Diferencial .....	121
5.3. Crítica do Modelo BSW .....	124
5.4. Conclusão .....	128
<b>Capítulo 6. Conclusões Gerais</b> .....	130
<b>Apêndice I</b> .....	133
<b>Apêndice II</b> .....	135
<b>Referências</b> .....	138

# Relação de Tabelas

<b>Tabela 1.</b> Compilação de dados de $d\sigma/dt$ para $K^+p$ .....	27
<b>Tabela 2.</b> Compilação de dados de $d\sigma/dt$ para $K^-p$ .....	27
<b>Tabela 3.</b> Valores de $\sigma_{tot}, \rho$ e ponto óptico para $K^+p$ .....	28
<b>Tabela 4.</b> Valores de $\sigma_{tot}, \rho$ e ponto óptico para $K^-p$ .....	28
<b>Tabela 5.</b> Parâmetros de ajuste para $K^+p$ .....	45
<b>Tabela 6.</b> Parâmetros de ajuste para $K^-p$ .....	46
<b>Tabela 7.</b> Parâmetros de ajuste para $K^+p$ a 50 GeV/c usando dados de $t$ pequeno .	46
<b>Tabela 8.</b> Seções de choque obtidas para $K^+p$ .....	58
<b>Tabela 9.</b> Seções de choque obtidas para $K^-p$ .....	58
<b>Tabela 10.</b> Valores de $G_{in}$ calculados para determinados parâmetros de impacto em função de $p_{lab}$ .....	62
<b>Tabela 11.</b> Valores de $G_{el}$ calculados para determinados parâmetros de impacto em função de $p_{lab}$ .....	62
<b>Tabela 12.</b> Raios elástico e inelástico .....	74
<b>Tabela 13.</b> Parâmetros de ajuste dos raios elástico e inelástico .....	74
<b>Tabela 14.</b> Razão $B(s, t = 0)/\sigma_{tot}(s)$ para $K^\pm p$ .....	77
<b>Tabela 15.</b> Parâmetros de ajuste para $pp$ .....	89
<b>Tabela 16.</b> Constantes de absorção .....	93
<b>Tabela 17.</b> Raio r.m.s. ....	93
<b>Tabela 18.</b> Valores publicados de raio r.m.s. do káon .....	93
<b>Tabela 19.</b> Parâmetros dos fatores de forma .....	96
<b>Tabela 20.</b> Constantes de absorção obtidas através de (4.23) .....	99
<b>Tabela 21.</b> Parâmetros do modelo BSW .....	111
<b>Tabela 22.</b> Parâmetros do modelo BSW para $Kp$ .....	114

# Relação de Figuras

Figura 1. Seção de choque total .....	3
Figura 2. Seção de choque total de diversas reações hádron-próton .....	4
Figura 3. Seção de choque total incluindo dados mais recentes do ISR e do Collider para $\bar{p}p$ .....	5
Figura 4. Diferença $\Delta\sigma_{tot} = \sigma_{tot}(\bar{p}p) - \sigma_{tot}(pp)$ em função da energia .....	6
Figura 5. Dados experimentais de seção de choque total $K^\pm p$ .....	8
Figura 6. Seção de choque elástica e razão $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ .....	10
Figura 7. Dados de seção de choque elástica $K^\pm p$ .....	12
Figura 8. Compilação de dados de $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ para as reações $K^\pm p$ .....	12
Figura 9. Seção de choque diferencial $pp$ na região de interferência Coulomb-nuclear	15
Figura 10. Razão $\rho$ em função do momento de laboratório .....	16
Figura 11. Razão $\rho$ para as reações $K^\pm p$ .....	17
Figura 12. Dependência do <i>slope</i> com $p_{lab}$ para várias reações .....	19
Figura 13. Comparação dos picos de difração de $pp$ e $\bar{p}p$ .....	20
Figura 14. Compilação de dados de <i>slope</i> de $d\sigma/dt$ para $K^\pm p$ .....	21
Figura 15. Seção de choque diferencial $pp$ .....	22
Figura 16. Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico $pp$ a 53 GeV .....	23
Figura 17. Seção de choque diferencial elástica méson- próton .....	25
Figura 18. Dados de $d\sigma/dt$ para $K^\pm p$ .....	29
Figura 19. Função de <i>overlap</i> inelástica da reação $pp$ .....	50
Figura 20. Variação da função de <i>overlap</i> inelástica em função do parâmetro de impacto .....	51
Figura 21. Razão entre as funções $G_{in}$ obtidas com os parâmetros das Tabs. 5 e 7 .	54

<b>Figura 22.</b> O mesmo da Fig. 21 para as funções $G_{el}$ .....	55
<b>Figura 23.</b> Função de <i>overlap</i> total, inelástica e elástica e o limite de Pumplin para a reação $K^+p$ .....	56
<b>Figura 24.</b> Funções de <i>overlap</i> total, inelástica e elástica e o limite de Pumplin para a reação $K^-p$ .....	57
<b>Figura 25.</b> Função de <i>overlap</i> inelástica para $K^-p$ e $K^+p$ em função de $p_{lab}$ .....	61
<b>Figura 26.</b> Variação da função de <i>overlap</i> inelástica entre duas energias .....	64
<b>Figura 27.</b> Variação da função de <i>overlap</i> elástica entre duas energias .....	65
<b>Figura 28.</b> Variação da função de <i>overlap</i> inelástica para várias energias .....	67
<b>Figura 29.</b> Razão $G_{tot}(K^-p)/G_{tot}(K^+p)$ em função do parâmetro de impacto .....	68
<b>Figura 30.</b> Diferença $G_{tot}(K^-p) - G_{tot}(K^+p)$ em função do parâmetro de impacto .....	70
<b>Figura 31.</b> Razão $G_{tot}(pp)/G_{tot}(K^+p)$ em função do parâmetro de impacto .....	71
<b>Figura 32.</b> Raios elástico e inelástico em função de $b_{max}$ .....	73
<b>Figura 33.</b> Raios elástico e inelástico em função de $p_{lab}$ .....	75
<b>Figura 34.</b> Teste de <i>Geometrical Scaling</i> para $G_{in}(K^+p)$ .....	79
<b>Figura 35.</b> Teste de <i>Geometrical Scaling</i> para $G_{in}(K^-p)$ .....	80
<b>Figura 36.</b> Razão entre as opacidades de diferentes energias .....	82
<b>Figura 37.</b> Seção de choque diferencial $pp$ .....	90
<b>Figura 38.</b> Fatores de forma do $K^-$ , do $K^+$ e do próton .....	95
<b>Figura 39.</b> Fatores de forma de $K^-$ , $K^+$ e $p$ comparados com parametrizações .....	97
<b>Figura 40.</b> Seção de choque diferencial calculada através do modelo Chou–Yang ..	100
<b>Figura 41.</b> Módulo de $\tilde{\Omega}(t)$ para $K^+p$ a 50 GeV/c .....	105
<b>Figura 42.</b> Seção de choque diferencial de diversas razões obtidas através do modelo Chou–Yang modificado .....	107
<b>Figura 43.</b> Resultados do modelo BSW para $pp$ e $\bar{p}p$ .....	113

<b>Figura 44.</b> Seção de choque total e $\rho$ calculados através do modelo BSW para $K^\pm p$ .....	116
<b>Figura 45.</b> Região de interferência Coulomb-nuclear .....	117
<b>Figura 46.</b> Seção de choque elástica e $d\sigma/dt$ .....	120
<b>Figura 47.</b> <i>Slope</i> de $d\sigma/dt$ .....	121
<b>Figura 48.</b> Curvas de $d\sigma/dt$ calculadas pelo modelo BSW em comparação com os dados .....	122
<b>Figura 49.</b> Variação da função de <i>overlap</i> inelástica .....	126
<b>Figura 50.</b> $\Delta G_{in}(K^+p)$ calculado na presente análise em confronto com a previsão do modelo BSW .....	128

## RESUMO

O espalhamento elástico káon-próton em altas energias é analisado através de três diferentes enfoques: Representação de Parâmetro de Impacto, modelo Chou-Yang e modelo Bourely-Soffer-Wu. Os dados de seção de choque diferencial utilizados estão no intervalo de energia de centro de massa  $8 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 22$  GeV. A análise através das funções de *overlap* revela melhor concordância com o *Geometrical Scaling* do que com modelos de *eikonal* fatorável. O modelo Chou-Yang é empregado no sentido de obter informações sobre o raio r.m.s. e o fator de forma do káon. Uma descrição global dos dados experimentais é obtida através do modelo Bourely-Soffer-Wu.

## ABSTRACT

High-energy kaon-proton elastic scattering is analysed by three different approaches: Impact Parameter Representation, Chou-Yang model, and Bourely-Soffer-Wu model. The differential cross section data used are in the centre-of-mass energy range  $8 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 22$  GeV. The overlap function analysis reveals better agreement with Geometrical Scaling than with factorizing eikonal models. The Chou-Yang model is used to gain informations about kaon r.m.s. radius and form factor. An over-all description of the experimental data is obtained by Bourely-Soffer-Wu model.

# Introdução

As interações elásticas constituem-se em parcela significativa da seção de choque total dos processos hadrônicos e, junto com as demais reações *soft* (baixo  $p_T$ ), representam quase que a totalidade dos dados experimentais existentes para esses processos. Não obstante isso, a Cromodinâmica Quântica (QCD), considerada atualmente a principal candidata a uma teoria explicativa das interações hadrônicas, permite descrever apenas os processos de grande  $p_T$ , que se acredita serem provenientes da interação direta entre constituintes e aos quais podem ser aplicados cálculos perturbativos.

Em razão das dificuldades em se obter uma teoria geral dos processos hadrônicos, o estudo teórico das reações elásticas tem se desenvolvido através de modelos que procuram descrever as propriedades fenomenológicas dessas interações.

Esses modelos fenomenológicos de interações elásticas são construídos em conformidade com certos princípios gerais, como unitaridade e analiticidade, e com os teoremas assintóticos, sendo que o emprego de tais modelos concentra-se no estudo das reações  $pp$  e  $\bar{p}p$ , para as quais os dados experimentais são mais abundantes.

Dada a relativa escassez de dados, as reações elásticas méson-próton tem sido menos estudadas, persistindo ainda ausência de um modelo que permita descrever de forma unificada as interações elásticas hádron-próton.

O presente trabalho procura oferecer algumas contribuições no sentido de superar esta lacuna, analisando as reações elásticas  $K^\pm p$  e comparando, sempre que possível, com resultados já obtidos para  $pp$ .

Este estudo se utiliza de três enfoques diferentes: a análise na representação de parâmetro de impacto, o modelo Chou-Yang e o modelo Bourrely-Soffer-Wu.

A análise na representação de parâmetro de impacto permite investigar, por exem-

plo, se a evolução energética das funções de *overlap* inelástica é de caráter central ou periférico. Este tipo de análise possibilita também verificar se são favorecidos os modelos de *eikonal* fatorável ou o *Geometrical Scaling*. Este tipo de discussão é realizada para  $K^\pm p$  utilizando dados de seção de choque diferencial no intervalo  $32 \lesssim p_{lab} \lesssim 250$  GeV/c.

O modelo Chou-Yang é empregado no sentido de obter informações a respeito do fator de forma e do raio de káon.

Portanto, os dois primeiros enfoques são utilizados no sentido de extrair dos dados experimentais informações a respeito de determinadas grandezas físicas.

O modelo Bourrely-Soffer-Wu, por sua vez, apresenta uma formulação completa que inclui tanto a dependência energética quanto a dependência com relação ao momento transferido, além do que, a amplitude proposta por esse modelo é complexa. Isto permite calcular qualquer grandeza relacionada ao espalhamento elástico káon-próton e comparar com os dados experimentais.

A aplicação deste modelo na descrição simultânea dos dados de  $pp$  e  $\bar{p}p$  obtidos no ISR e no Collider foi bem sucedida, resultado que poucos modelos conseguiram igualar.

O presente trabalho foi feito em continuidade à tese de mestrado<sup>1</sup> que teve como título “Espalhamento elástico  $K^- p$  a altas energias” e na qual foi utilizado apenas o modelo Chou-Yang.

No Capítulo 1 apresenta-se um resumo das principais informações experimentais utilizadas em análises fenomenológicas de interações hadrônicas elásticas. No Capítulo 2 são estabelecidas as parametrizações de seção de choque diferencial a serem utilizadas nas análises através da representação de parâmetro de impacto e do modelo Chou-Yang, Capítulos 3 e 4 respectivamente. No Capítulo 5 é apresentado o estudo feito através do modelo Bourrely-Soffer-Wu. No final dos Cps. 3, 4 e 5 são apresentadas as conclusões

de cada um destes capítulos. As conclusões gerais são apresentadas no Cap. 6.

# Capítulo 1

## Dados Experimentais e Aspectos Fenomenológicos

O objetivo deste capítulo é dar uma visão geral dos dados experimentais dos principais observáveis utilizados no estudo das interações hadrônicas elásticas. Serão apresentados os dados mais significativos para as reações  $pp(\bar{p})$ ,  $\pi p$  e  $Kp$  acompanhados de breves comentários à respeito do comportamento de certos aspectos fenomenológicos revelados por essas reações. Em certos casos serão comentados também alguns dos principais teoremas relacionados a estes observáveis.

Serão apresentados também com destaque os dados referentes a reação káon-próton utilizados em todo o curso deste trabalho.

De maneira geral, as principais quantidades físicas serão colocadas em termos das variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$ , descritas no Apêndice I.

### 1.1 Seção de Choque Total ( $\sigma_{tot}$ )

A seção de choque total corresponde à soma das seções de choque individuais de todos os processos que podem ocorrer a partir da colisão entre duas determinadas partículas a uma dada energia. Apesar da complexidade dos processos elementares que constituem a seção de choque total, esta pode ser obtida de maneira simples através

do teorema óptico que estabelece uma relação entre o seu valor e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástico na direção dianteira, ou seja,

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \text{Im}f(s, t = 0). \quad (1.1)$$

Com relação à dependência energética, a seção de choque total apresenta duas regiões de comportamento claramente diferenciado: região de ressonâncias e região de altas energias.

A região de ressonâncias corresponde a energias no sistema de centro de massa (SCM) inferiores a 3 GeV ou  $p_{lab} \lesssim 5 \text{ GeV}/c$  ( $p_{lab}$ : momento linear da partícula incidente no referencial de laboratório). Como pode ser visto na Fig. 1, nesta região a seção de choque total apresenta variações bruscas com a energia e os picos que aparecem são normalmente associados à criação de “partículas” extremamente instáveis denominadas ressonâncias.

Em contraste, na região de altas energias ( $p_{lab} > 5 \text{ GeV}/c$ )  $\sigma_{tot}$  varia suavemente com a energia. As curvas da Fig. 1 representam o comportamento dos dados experimentais antes de 1972. Imaginava-se então que a seção de choque total tenderia a um valor assintótico constante, a despeito das indicações em contrário fornecida por raios cósmicos<sup>2</sup>, pelo comportamento crescente de  $\sigma_{tot}(K^+p)$ , considerado apenas transitório, e apesar de algumas previsões teóricas<sup>3</sup> que indicavam o crescimento de  $\sigma_{tot}$  com a energia.

Os dados obtidos com a entrada em operação do ISR (Intersecting Storage Rings) no CERN confirmaram de forma definitiva o crescimento de  $\sigma_{tot}$  com a energia.

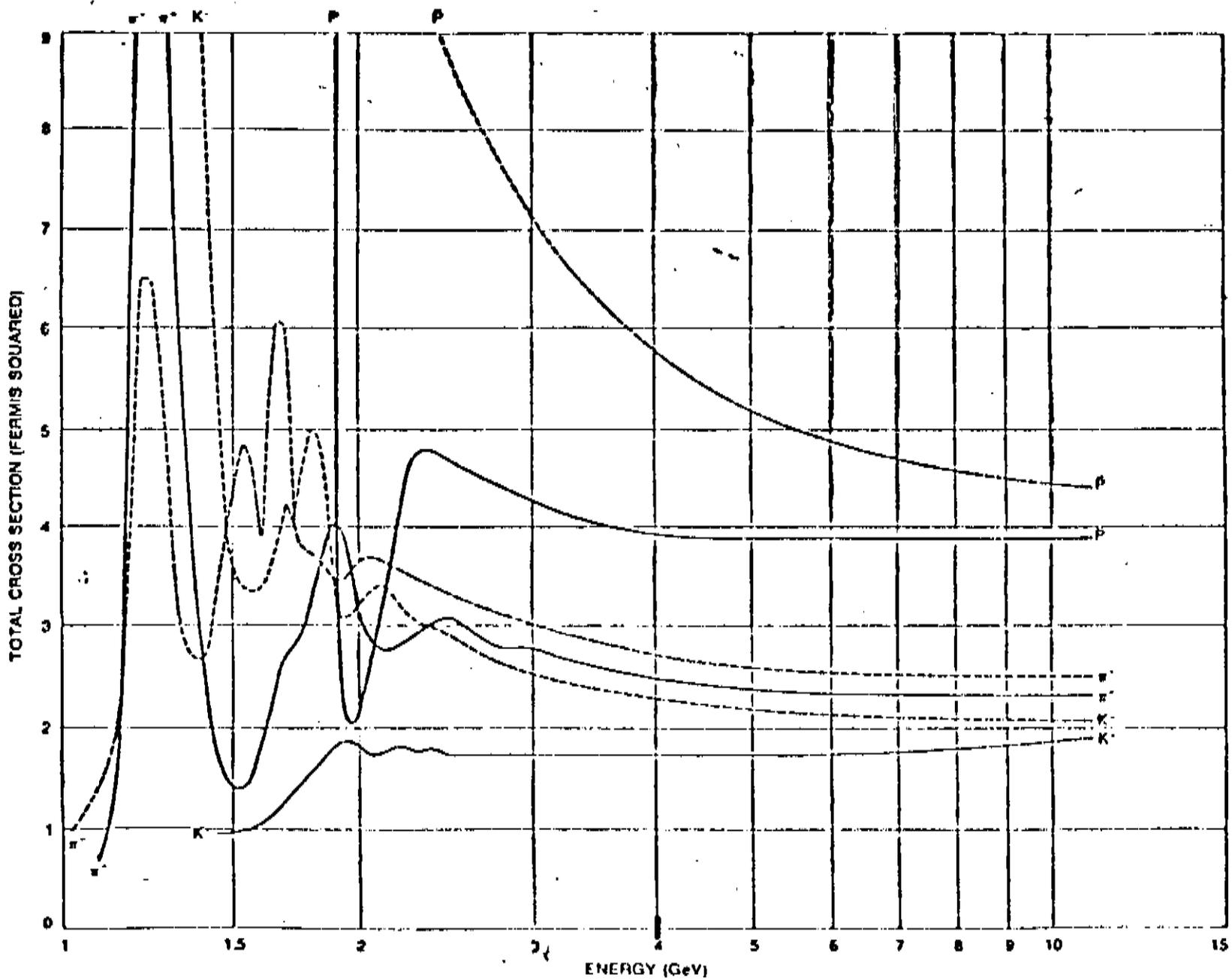


Fig. 1 – Seção de choque total. As curvas representam o comportamento dos dados experimentais antes de 1972.

Um panorama atualizado do comportamento de  $\sigma_{tot}$  com a energia para diversas reações hádron-próton pode ser vistas nas Figs. 2 e 3. Note-se que o comportamento de  $\sigma_{tot}$  com a energia é plenamente compatível com o limite de Froissant-Martin<sup>4</sup>, pelo qual

$$\sigma_{tot}(s) \leq \frac{\pi}{m_{\pi}^2} \ln^2(s/s_0) \quad (1.2)$$

$$\lesssim 60 \ln^2(s/s_0) \text{ [mb]},$$

já que uma parametrização<sup>5</sup> para os dados de  $pp$ , como

$$\sigma_{tot}(pp) \simeq 38.3 + 0.43 \ln^2(s/s_0) \text{ [mb]}, \quad (1.3)$$

apresenta o coeficiente do termo logarítmico bastante inferior ao preconizado por (1.2).

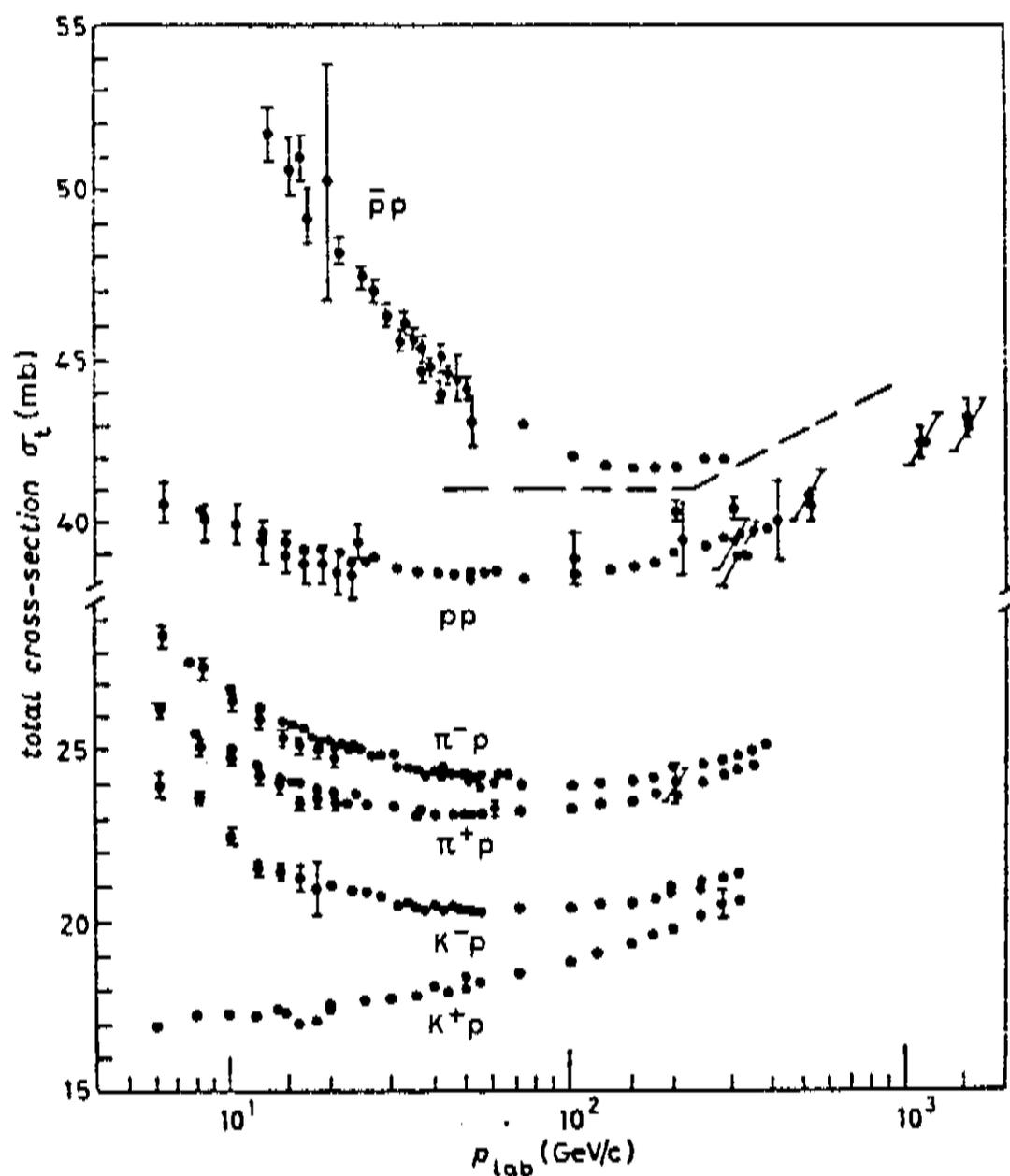


Fig. 2 – Seção de choque total de diversas reações hádron-próton (Ref. 5).

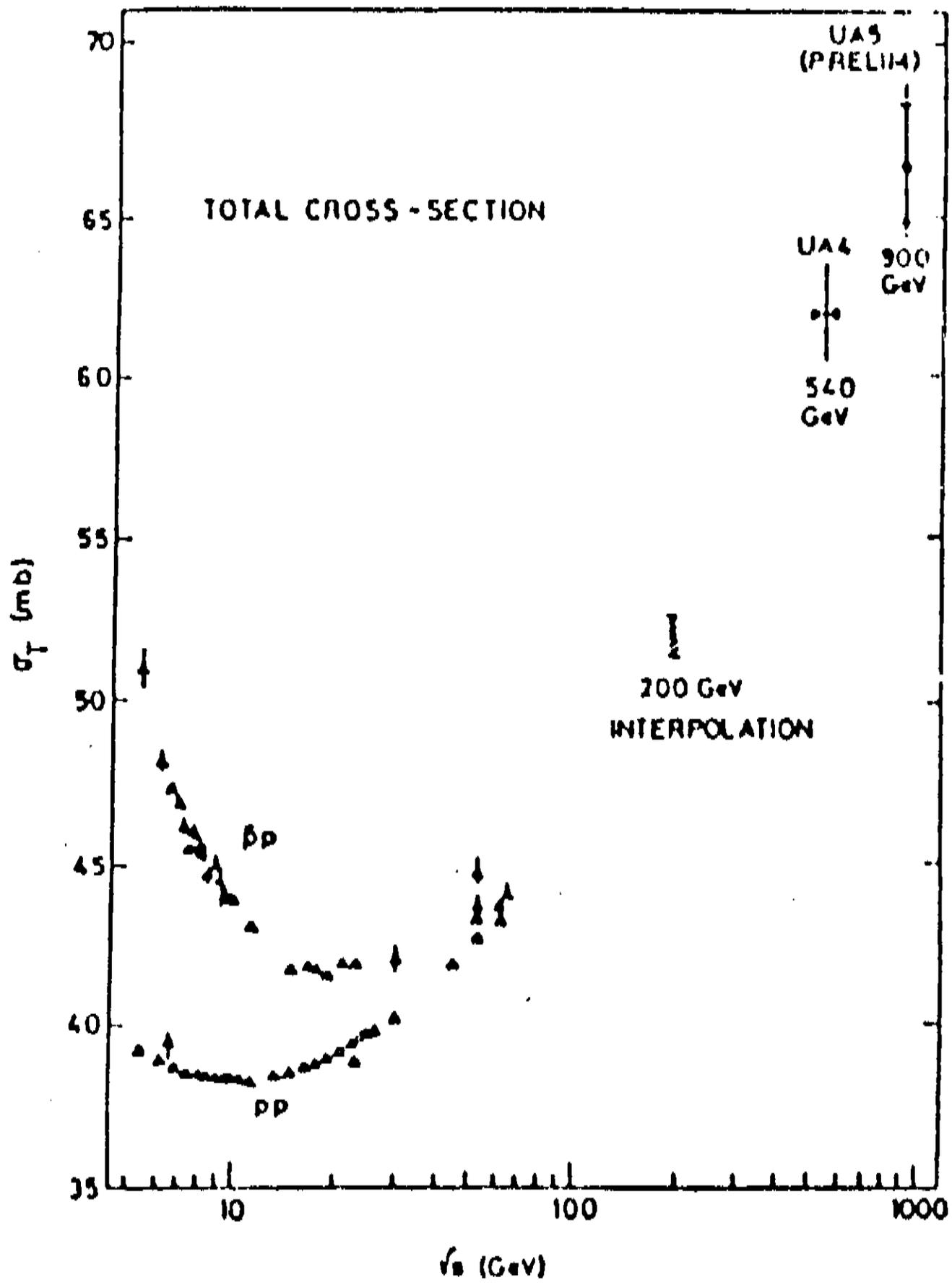


Fig. 3 - Seção de choque total incluindo dados mais recentes do ISR e do Collider para  $\bar{p}p$  (Ref. 6).

Por outro lado, é possível ver nas mesmas figuras que as seções de choque totais  $\sigma_{tot}(\bar{h}p)$  e  $\sigma_{tot}(hp)$ ,  $h = p, \pi$  e  $K$ , aproximam-se continuamente com crescimento da energia como previsto pelo teorema de Pomeranchuk<sup>7</sup>, pelo qual quando  $s \rightarrow \infty$ ,

$$\sigma_{tot}(\bar{a}b)/\sigma_{tot}(ab) \rightarrow 1. \quad (1.4)$$

Cabe notar que a expressão (1.3) não significa necessariamente que

$$\Delta\sigma = \sigma_{tot}(\bar{a}b) - \sigma_{tot}(ab) \rightarrow 0, \quad (1.5)$$

embora uma indicação deste fato pode ser vista na Fig. 4.

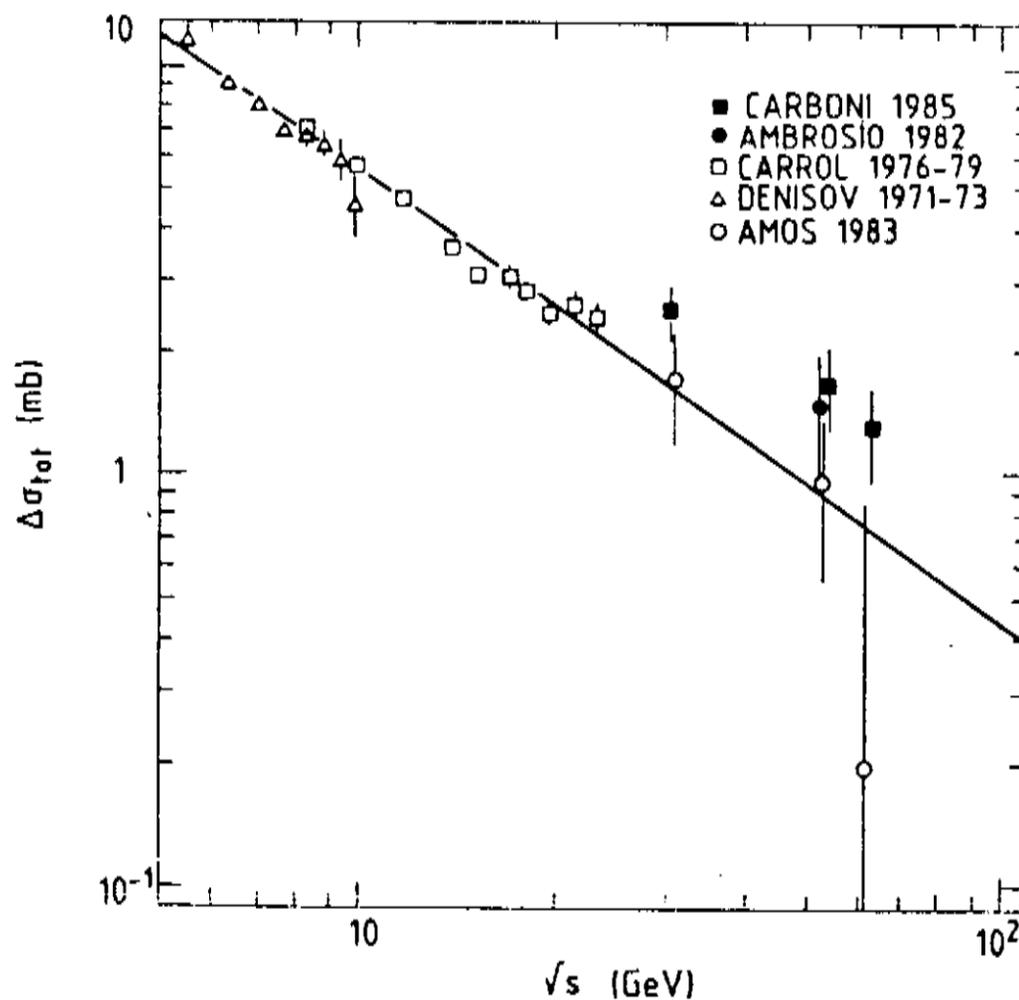


Fig. 4 - Diferença  $\Delta\sigma_{tot} = \sigma_{tot}(\bar{p}p) - \sigma_{tot}(pp)$  em função da energia (Ref. 8).

Com respeito ao crescimento de  $\sigma_{tot}$  com a energia, deve-se notar que não obstante um grande esforço teórico tenha sido feito, até hoje este comportamento permanece sem uma explicação definitiva. Quase que a totalidade da seção de choque total é composta por reações *soft* (baixo  $p_T$ ), portanto fora da região de validade da Cromodinâmica Quântica perturbativa.

Na linguagem do modelo de polos de Regge<sup>9</sup>, se diz que tais processos *soft* são dominados pela troca de Pomeron (trajetória de Regge com números quânticos do vácuo). Nesse contexto, a seção de choque total varia como

$$\sigma_{tot}(s) \sim \beta_p(0)s^{\alpha_p(0)-1} \quad (1.6)$$

onde  $\beta_p$  e  $\alpha_p$  designam a função resíduo e a trajetória do Pomeron, respectivamente. Antes dos dados do ISR supunha-se que  $\alpha_p(0) = 1$ , o que definiria o limite assintótico constante para  $\sigma_{tot}$ . Para dar conta do crescimento de  $\sigma_{tot}$  foi necessário admitir-se o Pomeron “supercrítico”, isto é,  $\alpha_p(0) = 1 + \epsilon$ , com  $\epsilon$  pequeno e maior que zero. Porém, definir o que é exatamente o Pomeron ainda continua a ser um grande desafio<sup>10</sup>.

Diversas parametrizações tem sido propostas para descrever os dados de  $\sigma_{tot}^{11}$ . Uma das mais recentes<sup>12</sup> apresenta a seguinte formulação

$$\sigma_{tot}(s) = \sigma_0 + A s^{-1/2} + 0.388 \ln^2(s/44.44) \quad (1.7)$$

Reação	$\sigma_0$ (mb)	A (mb. GeV)
$K^+ p$	18.2	- 3.0
$K^- p$	"	18.5
$\pi^+ p$	21.4	14.0
$\pi^- p$	"	23.0
$pp$	36.1	19.5
$\bar{p}p$	"	74.25

Nota-se nesta parametrização que o termo logarítmico, responsável pelo crescimento, é o mesmo para todas as reações o que na linguagem da Reggeologia significa que a troca de Pomeron seria universal para todas as reações.

Este será um dos pontos discutidos neste trabalho.

Na Fig. 5 aparecem os dados experimentais de  $\sigma_{tot}$  para a reação káon-próton utilizados ao longo da presente análise.

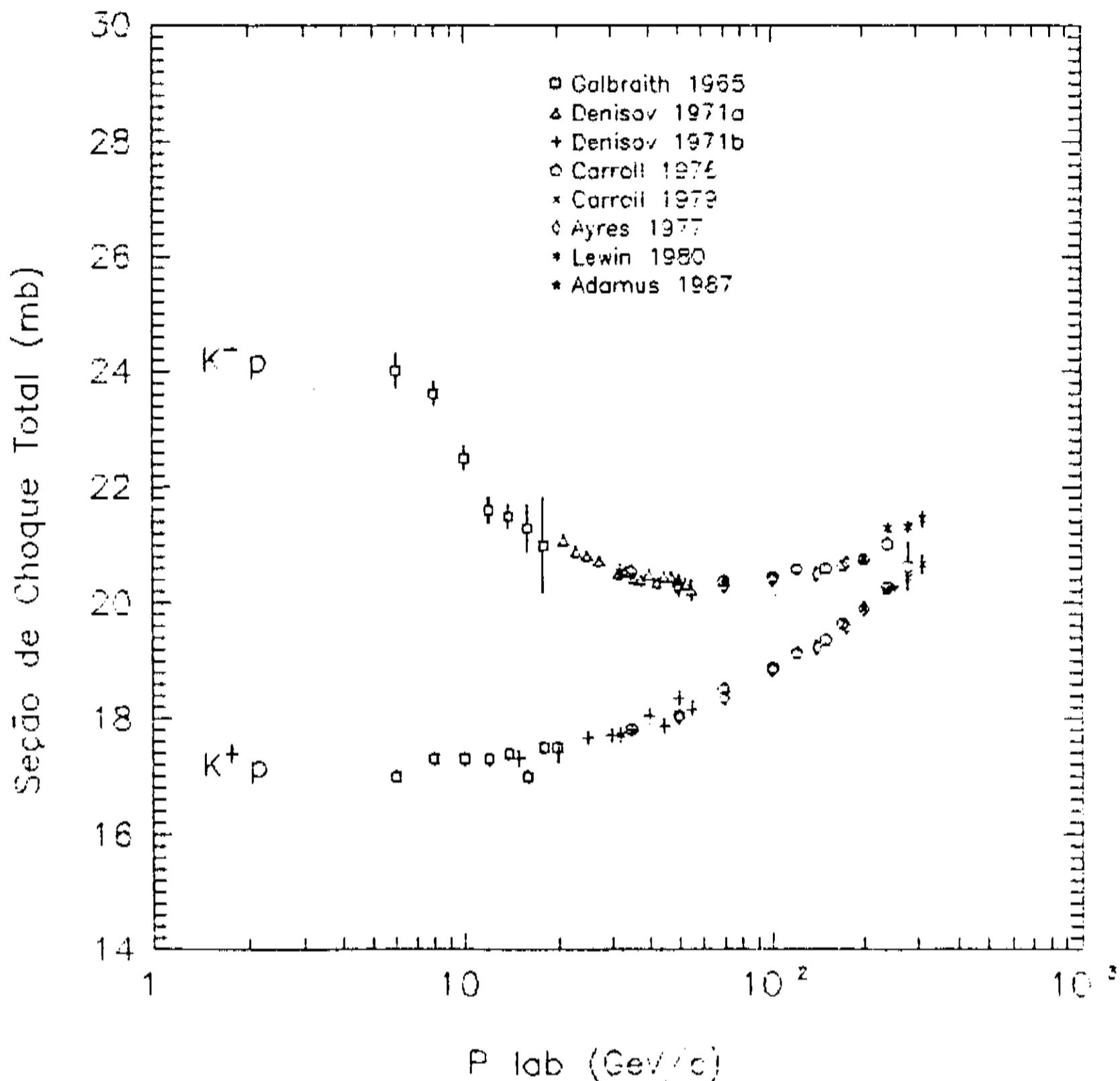


Fig. 5 - Dados experimentais de seção de choque total  $K^\pm p$  utilizados neste trabalho (Refs. 13-19).

## 1.2 Seção de Choque Elástica Total ( $\sigma_{el}$ )

A seção de choque elástica total é definida como  $\int (d\sigma/dt)dt$ , onde  $d\sigma/dt$  é a seção de choque diferencial elástica de um dado processo.

Para a obtenção de  $\sigma_{el}$ , o que em geral se faz é estabelecer uma parametrização para  $d\sigma/dt$  e calcular a integral acima no intervalo de  $t$  medido. Como muitas vezes os dados

de  $d\sigma/dt$  são escassos nas regiões de  $t$  muito pequeno e de  $t$  grande, são introduzidos grandes erros nos cálculos devido às extrapolações necessárias.

Uma compilação de valores de  $\sigma_{el}$  para diversas reações pode ser vista na Fig. 6a. Deve-se destacar no entanto que a grandeza realmente importante é  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  ou, mais precisamente, a sua dependência com a energia que é determinante para estabelecer diferenças entre os diversos modelos existentes (Fig. 6b). As diferenças de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  para as diversas reações são uma indicação de que a opacidade do próton depende da partícula incidente.

No modelo de polos de Regge<sup>9</sup>, a previsão para  $\sigma_{el}$  é algo do tipo

$$\sigma_{el} \sim \frac{\beta_{\mathbf{p}}^2(0)}{2\alpha'_{\mathbf{p}}} \frac{s^{2\alpha_{\mathbf{p}}(0)-2}}{\ln(s/s_0)}. \quad (1.8)$$

onde  $\alpha'_{\mathbf{p}}$  é a declividade da trajetória do Pomeron.

Para o Pomeron crítico ( $\alpha_{\mathbf{p}}(0) = 1$ ), quando  $s \rightarrow \infty$ ,  $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \rightarrow 0$ .

Para o modelo do *Geometrical Scaling*<sup>20</sup> a opacidade hadrônica é suposta constante sendo que o crescimento de  $\sigma_{tot}$  e  $\sigma_{el}$  é atribuído ao alargamento do raio de interação, i. e.,  $R(s) \sim \ln s$ .

Já que tanto  $\sigma_{tot}$  quanto  $\sigma_{el}$  são diretamente proporcionais a  $R^2(s)$ , a razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  tenderia a uma constante quando  $s \rightarrow \infty$ .

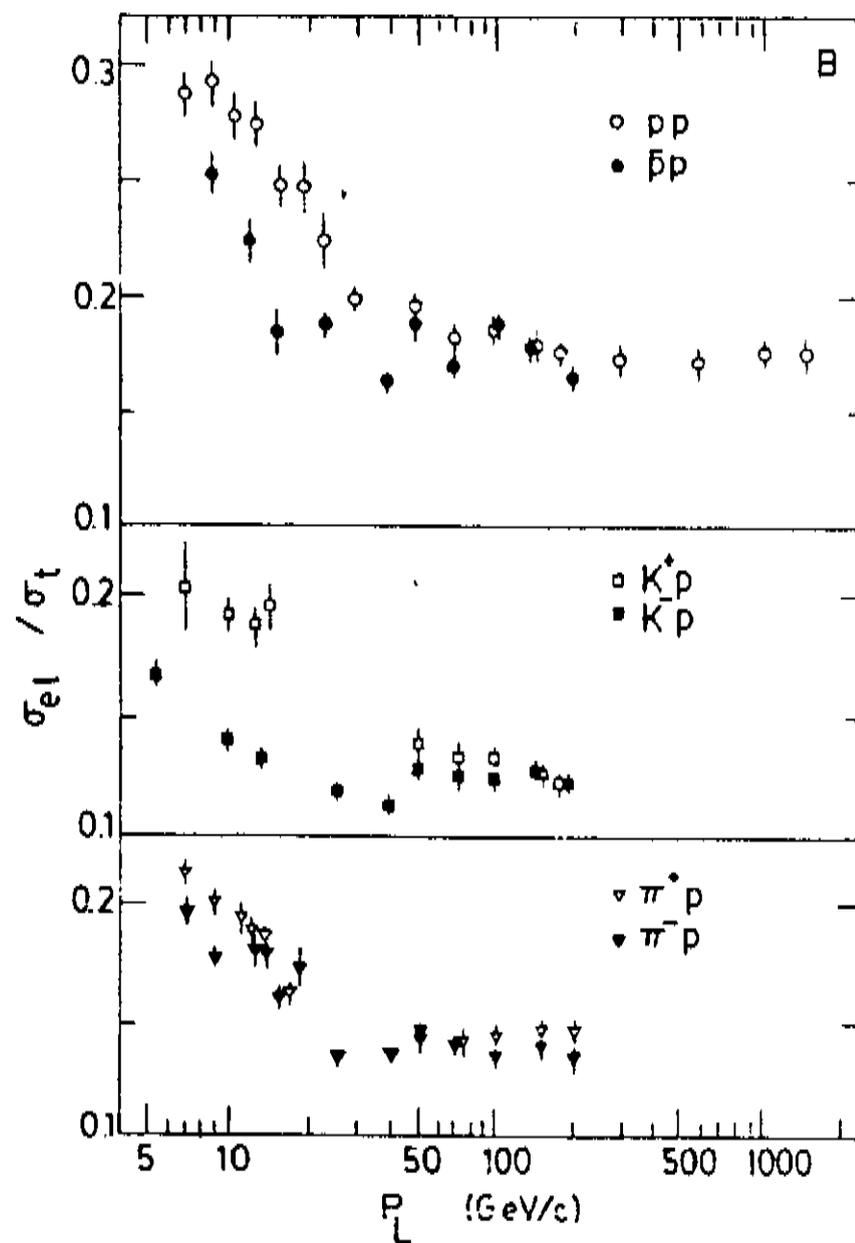
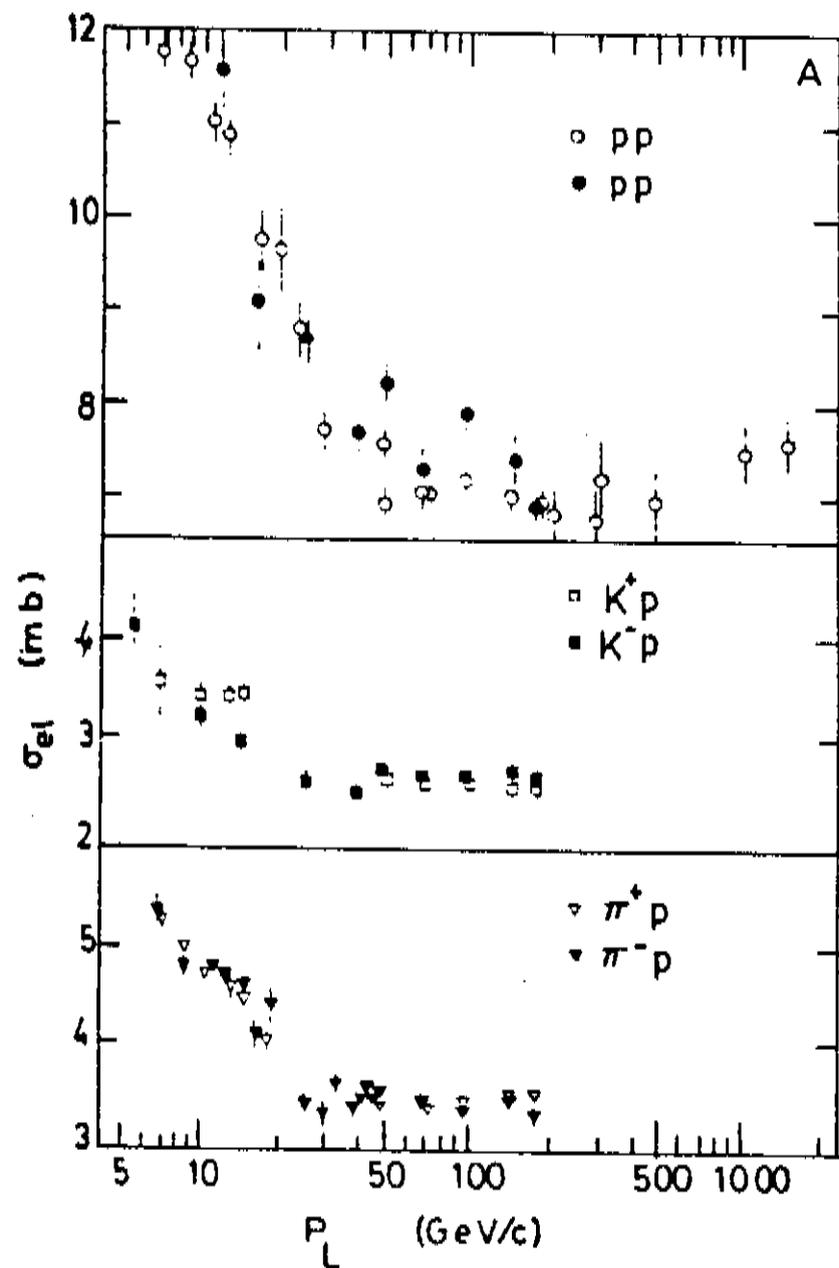


Fig. 6 - a) Seção de choque elástica. b) Razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  (Ref. 11).

Por sua vez os modelos ópticos<sup>21</sup> prevêm para altas energias que  $\sigma_{el} \approx \sigma_{inel}$ , e assim  $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \rightarrow 1/2$ .

Os resultados obtidos para a reação  $pp$  no ISR apresentaram um valor médio de  $0.175 \pm 0.002$  para  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ , e opacidade central praticamente constante num largo intervalo de energia, favorecendo o esquema do *Geometrical Scaling* (Ref. 22). Porém, o *SPS  $\bar{p}p$  Collider* apresentou um valor de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.215 \pm 0.005$  em  $\sqrt{s} = 546$  GeV, indicando um aumento da opacidade com a energia e implicando em quebra de *scaling* (Ref. 24).

Este resultado favoreceu de maneira clara a classe dos modelos ópticos em detrimento do *Geometrical Scaling* que passou a ser visto apenas como um fenômeno transitório, contrariando a expectativa de que o regime assintótico tivesse sido atingido na faixa do ISR.

No contexto de polos de Regge este resultado favoreceu a idéia do Pomeron supercrítico com  $\alpha_P(0) = 1 + \epsilon$ .

Abaixo são apresentados alguns valores de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  previstos através do modelo Chou–Yang<sup>25</sup>, um dos chamados modelos ópticos.

$\sigma_{tot}(mb)$	38.9	43	60	80	100	$\infty$
$\sigma_{el}/\sigma_{tot}$	0.165	0.179	0.226	0.269	0.300	0.5

Dado que no Collider obteve-se  $\sigma_{tot}(546 \text{ GeV}) \simeq 60 \text{ mb}$  para  $\bar{p}p$ , as previsões a partir do modelo acima indicam que o regime assintótico em interações hadrônicas se situaria em energias muito mais elevadas.

Os dados experimentais de  $\sigma_{el}$  e  $\sigma_{tot}$  utilizados neste trabalho são mostrados nas Figs. 7 e 8.

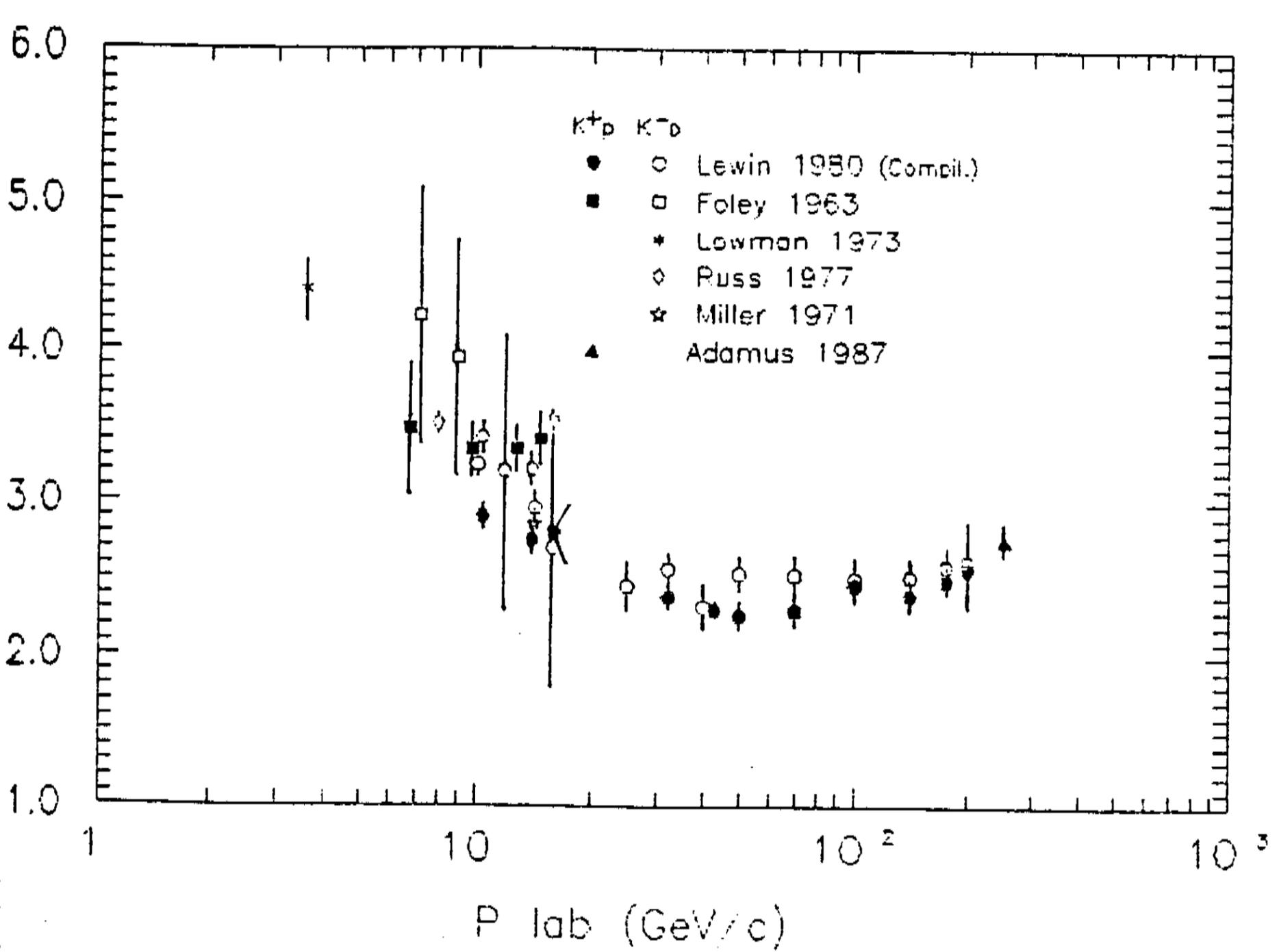


Fig. 7 - Dados da seção de choque elástica  $K^\pm p$  usados neste trabalho (Refs. 18, 23, 26,30).

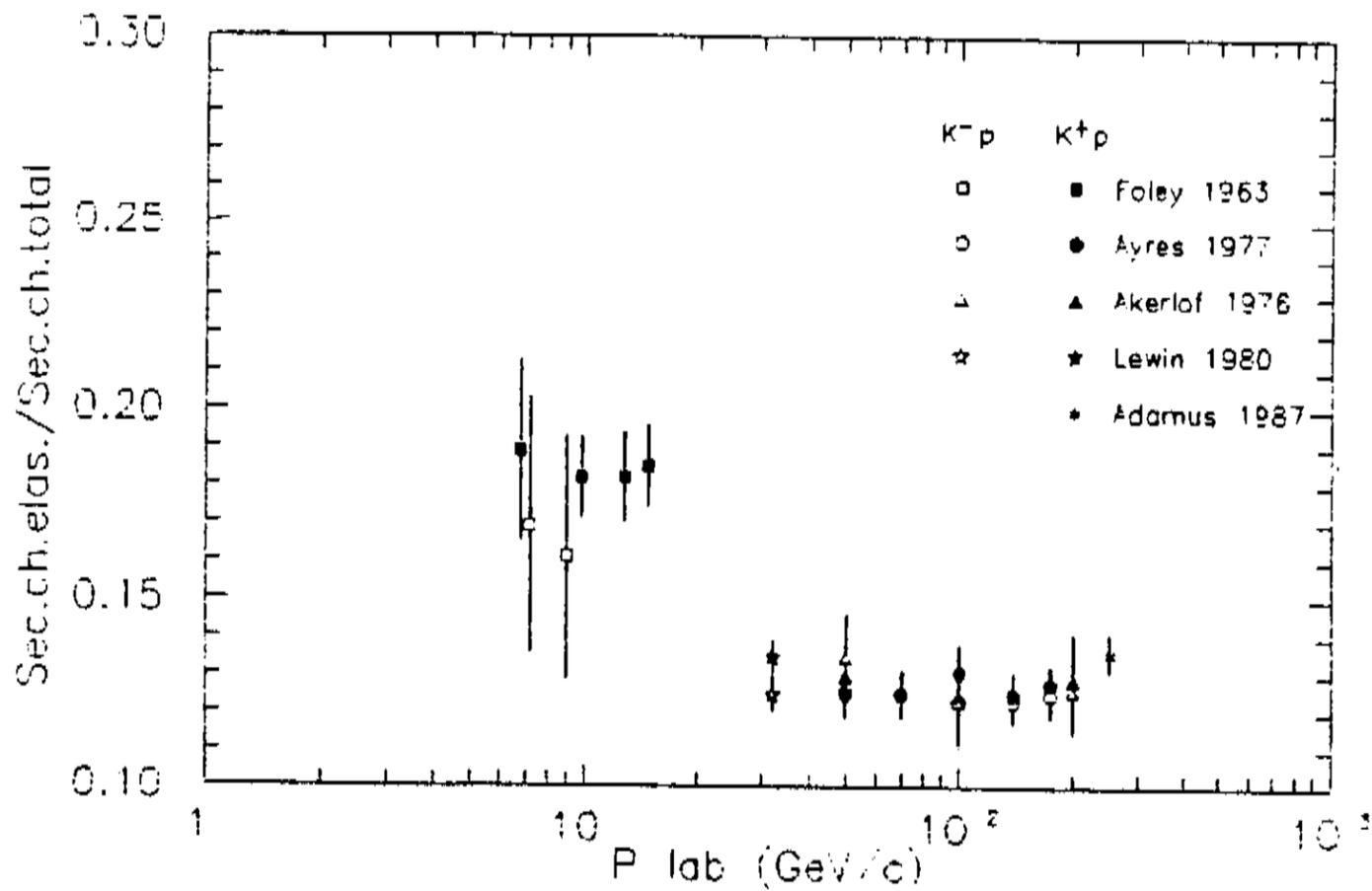


Fig. 8 - Compilação de dados de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  para as reações  $K^\pm p$  (Refs. 17, 18, 23, 26-30).

## 1.3 Seção de Choque Diferencial Elástica ( $d\sigma/dt$ )

A seção de choque diferencial é função de duas variáveis, energia e ângulo, normalmente expressas em termos de  $s$  (quadrado da energia total no SCM) e  $t$  (quadrado do quadrimomento transferido).

Para efeito de estudo a dependência em  $t$  pode ser dividida em regiões que apresentem aspectos fenomenológicos característicos.

### 1.3.1 Região de Interferência Coulomb–Nuclear:

Situa-se aproximadamente no intervalo  $0.001 \lesssim |t| \lesssim 0.01 (GeV/c)^2$ .

A seção de choque diferencial nesta região é formada de duas componentes, a amplitude coulombiana

$$f_C = \frac{2\sqrt{\pi}\alpha G_A(t)G_B(t)}{|t|} \quad (1.9)$$

e a amplitude nuclear (hadrônica)

$$f_N = \frac{(\rho + i)\sigma_{tot}e^{Bt/2}}{4\sqrt{\pi}}, \quad (1.10)$$

resultando

$$\frac{d\sigma}{dt} = |f_C e^{i\alpha\phi(t)} + f_N|^2 \quad (1.11)$$

$$= \left| -(\pm)G_A(t)G_B(t)\frac{2\alpha}{|t|}e^{i\alpha\phi(t)} + (\rho + i)\frac{\sigma_{tot}}{4\pi}e^{Bt/2} \right|^2. \quad (1.12)$$

Nas expressões acima  $G_A(t)$  e  $G_B(t)$  são os fatores de forma das partículas interagentes,  $\alpha$  é a constante de estrutura fina,  $\alpha\phi(t)$  é a fase de West e Yennie<sup>31</sup> e

$$\rho = Re f_N(s, 0)/Im f_N(s, 0) \quad (1.13)$$

é a razão entre a parte real e a parte imaginária da amplitude hadrônica para  $|t| = 0$ . Em (1.12) o sinal superior refere-se ao espalhamento de partículas de mesma carga, o sinal inferior a partículas de cargas diferentes.

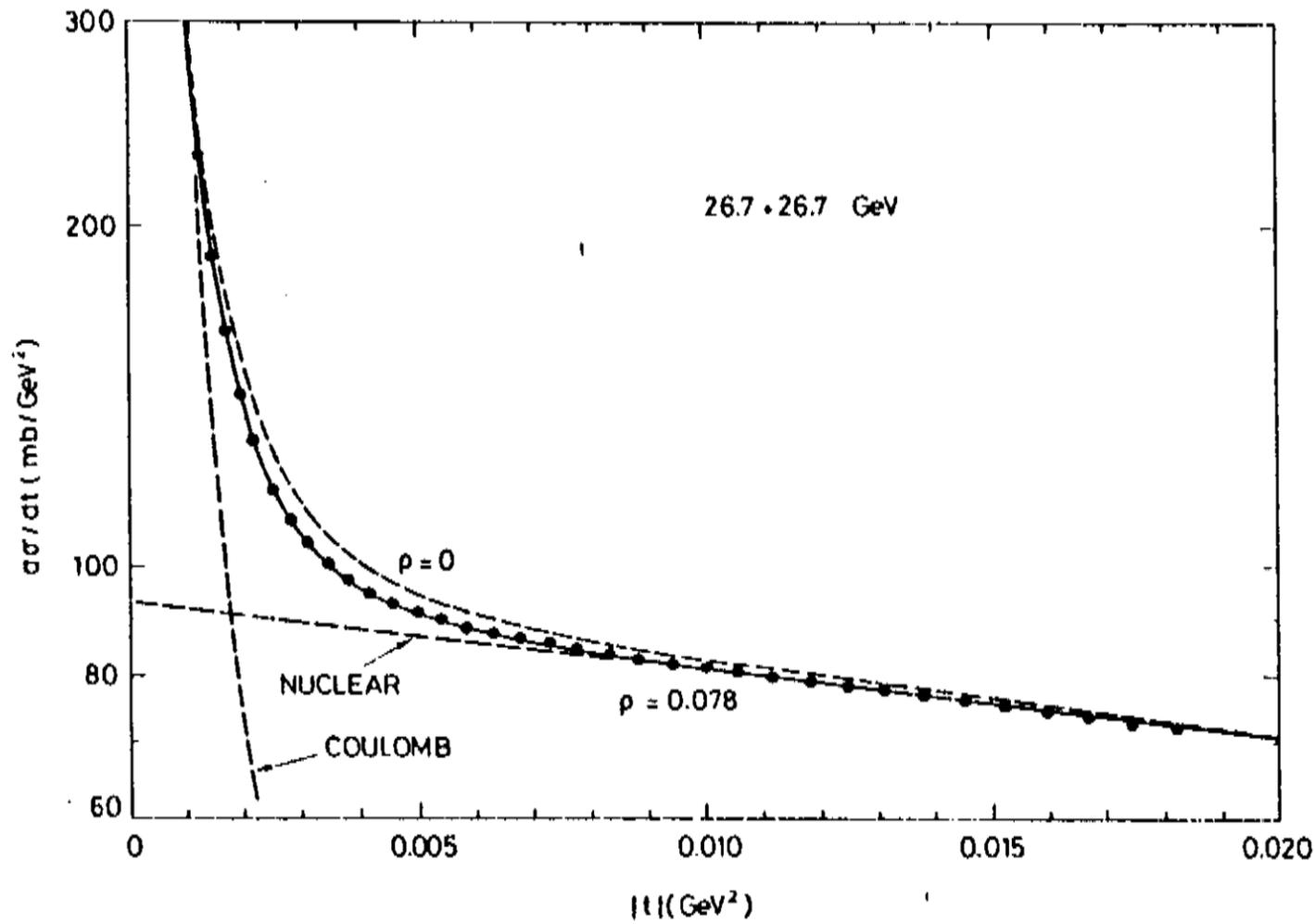
Na expressão (1.12) o termo de interferência é máximo quando

$$|t|_{int} \simeq \frac{8\pi\alpha}{\sigma_{tot}} = \frac{0.0714}{\sigma_{tot}(mb)} \quad (1.14)$$

para  $|t|$  em  $(\text{GeV}/c)^2$ .

Na Fig. 9 pode ser vista a região de interferência Coulomb-nuclear para dados de  $pp$  a 53 GeV.

Vê-se aí o ajuste dos dados experimentais através da expressão (1.10) do qual se obtém o valor “experimental” de  $\rho$ . Está implícito neste procedimento que a variação de  $\rho$  com  $t$  nesta região é totalmente desprezível.



**Fig. 9** – Seção de choque diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 53$  GeV na região de interferência Coulomb-nuclear (Ref. 32).

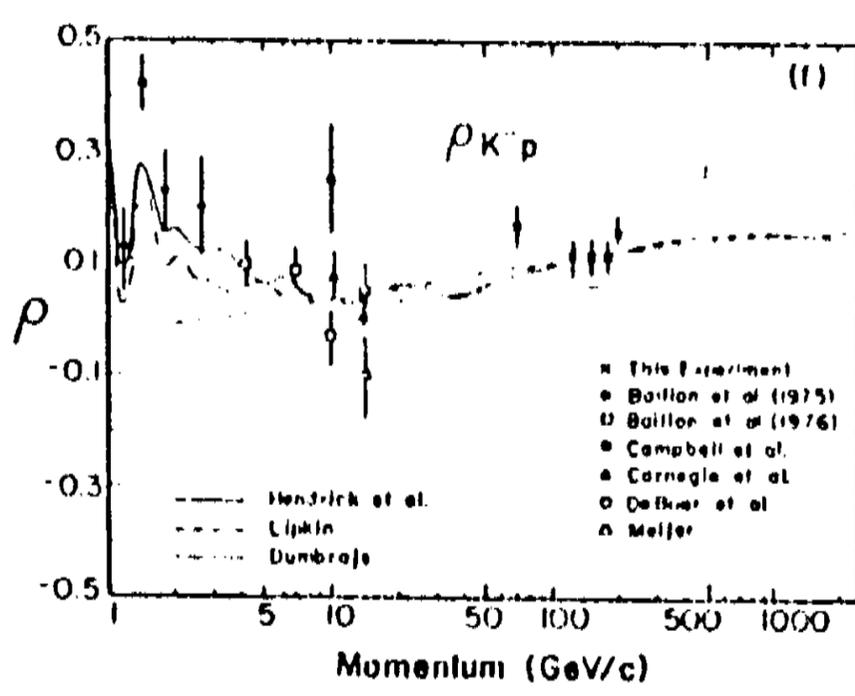
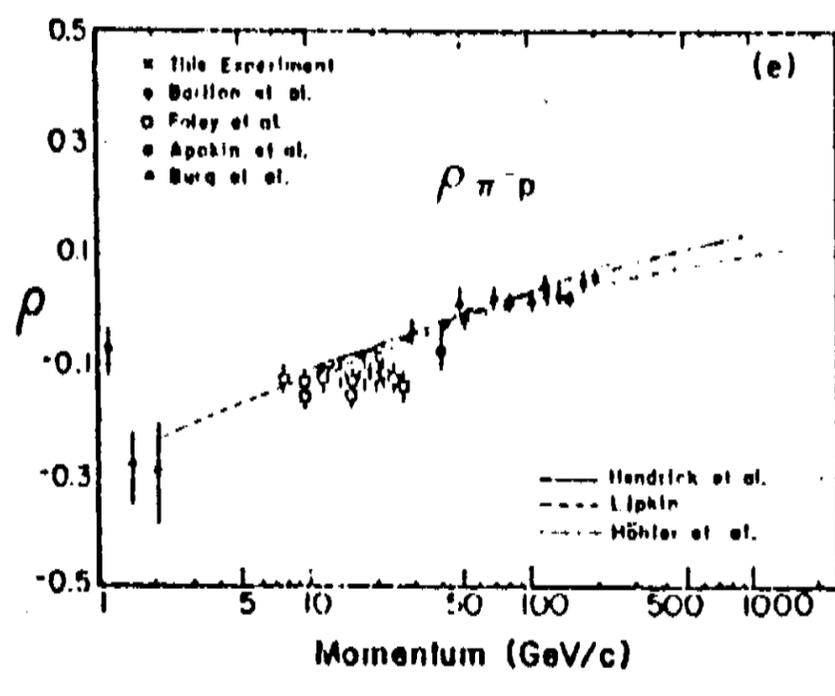
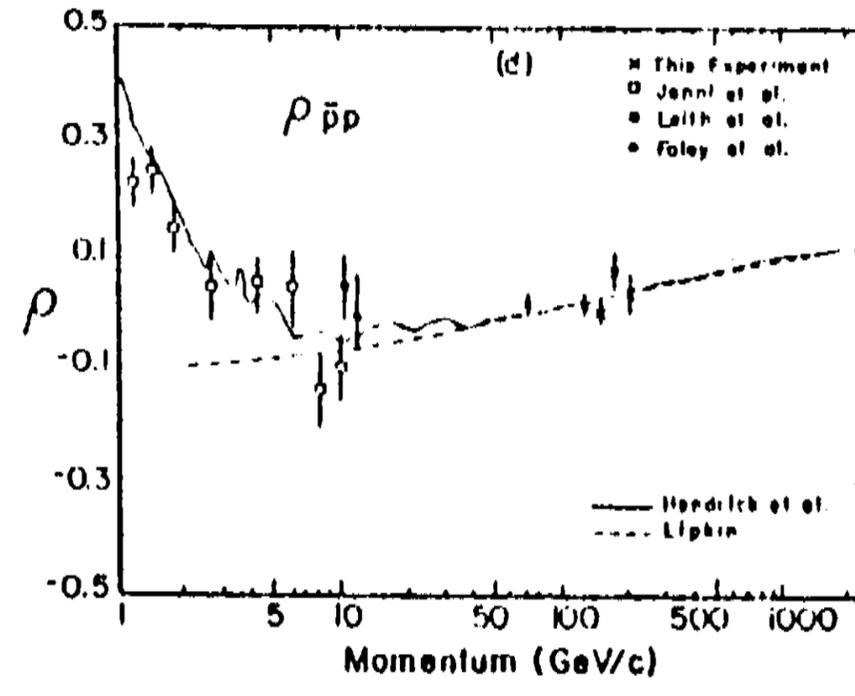
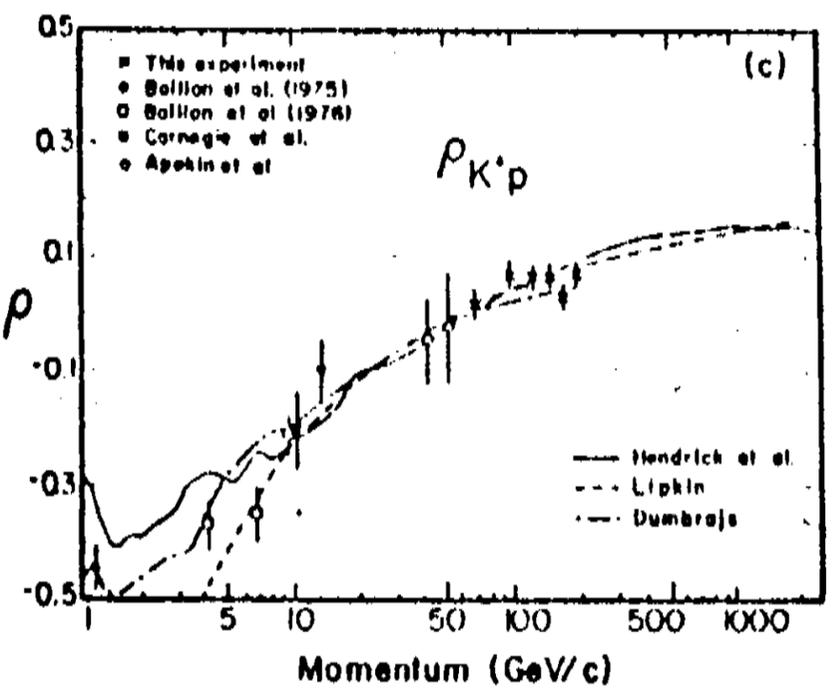
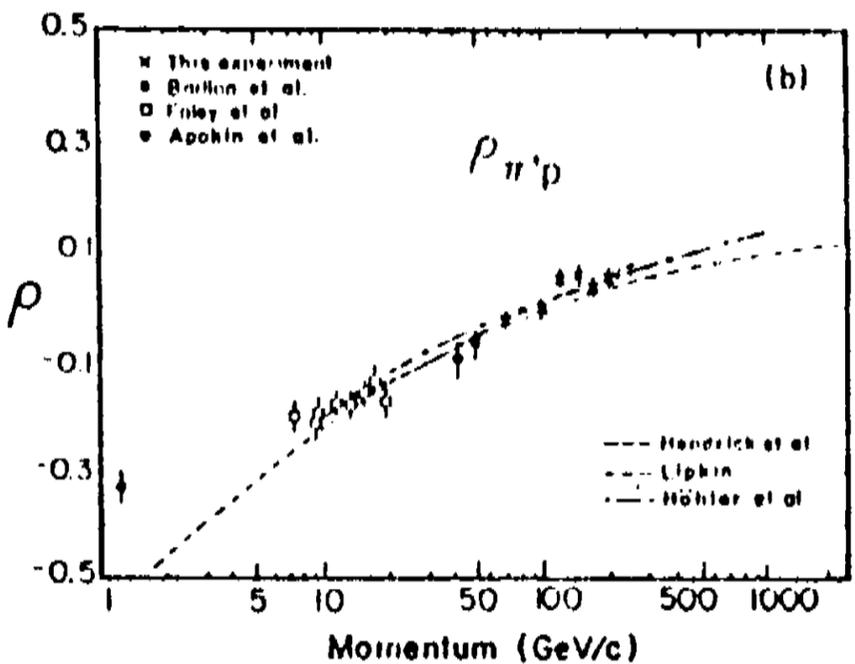
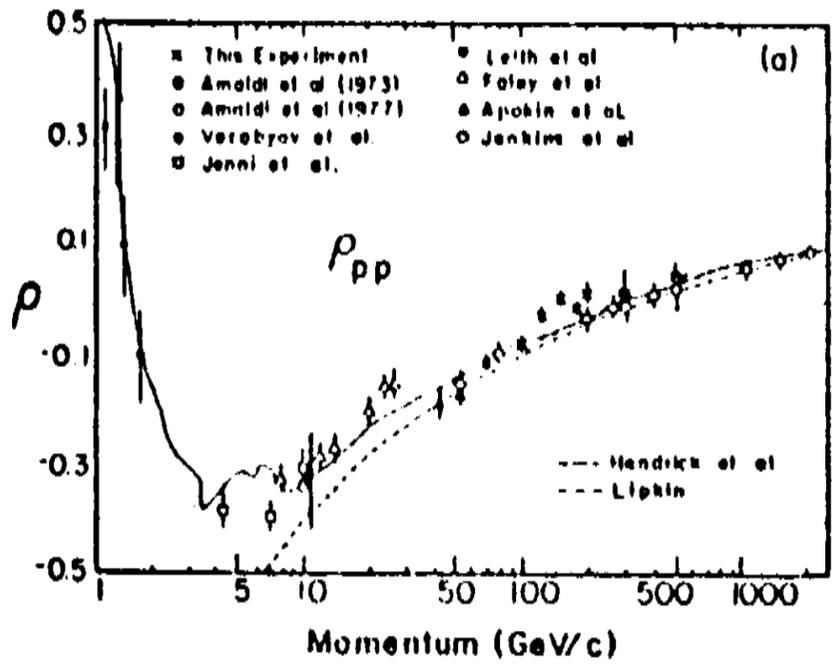


Fig. 10 - Razão  $\rho$  em função do momento de laboratório (Ref. 33).

Uma visão global da dependência de  $\rho$  com a energia pode ser vista na Fig. 10.

Uma outra suposição implícita na expressão (1.10) é que tanto a parte real quanto a parte imaginária da amplitude hadrônica obedecem a uma dependência exponencial em  $t$  com a mesma declividade  $B$ . Esta hipótese passou a ser questionada<sup>34</sup> sobretudo depois de medidas no Collider<sup>35</sup> a 546 GeV resultarem  $\rho = 0.24 \pm 0.04$ , considerado um valor muito alto já que todas as previsões indicavam algo em torno de 0.15.

Outra questão importante refere-se à tendência assintótica de  $\rho$  da qual se pode obter indicações da seguinte forma: a parte real da amplitude pode ser relacionada através de relações de dispersão à parte imaginária, e esta, por sua vez, à seção de choque total via teorema óptico. Dessa forma pode-se obter o valor de  $\rho$  como uma integral da seção de choque total na dependência energética. A expressão assim obtida por ser aproximada por uma relação local colocando  $\rho$  em termos da derivada de  $\sigma_{tot}$  em relação à energia<sup>36</sup>

$$Re f(0) \simeq \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln s} [Im f(0)]$$

$$\rho(s) \simeq \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sigma_{tot}(s)} \frac{d\sigma_{tot}(s)}{d \ln s}. \quad (1.15)$$

Supondo que assintoticamente  $\sigma_{tot} \sim \ln^2 s$ , obtém-se  $\rho(s) \sim \pi / \ln s$ . Portanto  $\rho$  tenderia assintoticamente a zero a partir de valores positivos. Esta tendência ainda não se verifica já que os valores de  $\rho$  obtidos nas energias mais altas ainda são crescentes (Fig. 10).

A Fig. 11 apresenta os dados de  $\rho$  para  $K^\pm p$  usados neste trabalho.

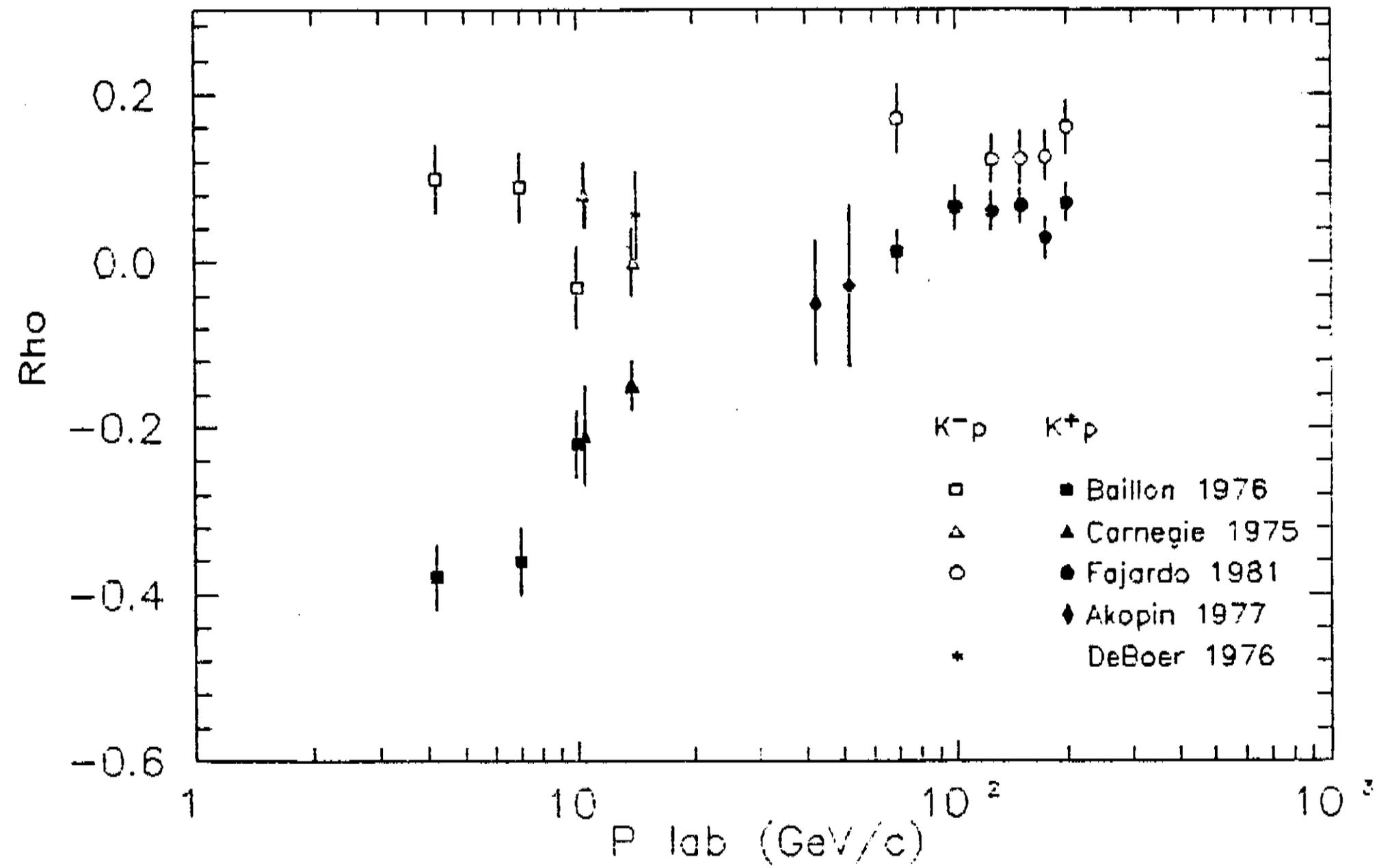


Fig. 11 - Razão  $\rho$  para as reações  $K^\pm p$  neste trabalho (Refs. 33, 37-40).

### 1.3.2 Região do Pico de Difração:

Estende-se no intervalo  $0.01 \lesssim |t| \lesssim 0.5 (GeV/c)^2$ . A principal característica da seção de choque diferencial nesta região é a queda exponencial em  $t$ . Em razão disso usualmente se empregam as parametrizações

$$d\sigma/dt = A e^{Bt} \quad (1.16)$$

ou

$$d\sigma/dt = A e^{(Bt+ Ct^2)} \quad (1.17)$$

nesta região. Pelo fato de haver um desvio do comportamento exponencial exato, se define uma declividade (= *slope*) local do pico de difração,

$$B(t) \equiv \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{d\sigma}{dt}\right), \quad (1.18)$$

para uma reação específica a uma dada energia. Normalmente se observa um desvio mais acentuado em  $|t| \simeq 0.1 (GeV/c)^2$ , o que é chamado de quebra de *slope*.

A dependência do *slope* com a energia pode ser vista na Fig. 12. A tendência de crescimento de  $B$  com a energia observada para todas as reações caracteriza o chamado encolhimento (*shrinkage*) do pico de difração, e implica num crescimento do raio de interação.

O modelo de Regge fornece uma boa descrição da dependência energética do *slope*. Considerando o Pomeron dominante, pode-se escrever

$$\frac{d\sigma}{dt} = A e^{B_0 t} (s/s_0)^{2\alpha_P(t)-2} \quad (1.19)$$

e

$$B(s, t) = B_0 + 2\alpha'_P \ln(s/s_0). \quad (1.20)$$

que concorda bem com os dados da Fig. 12.

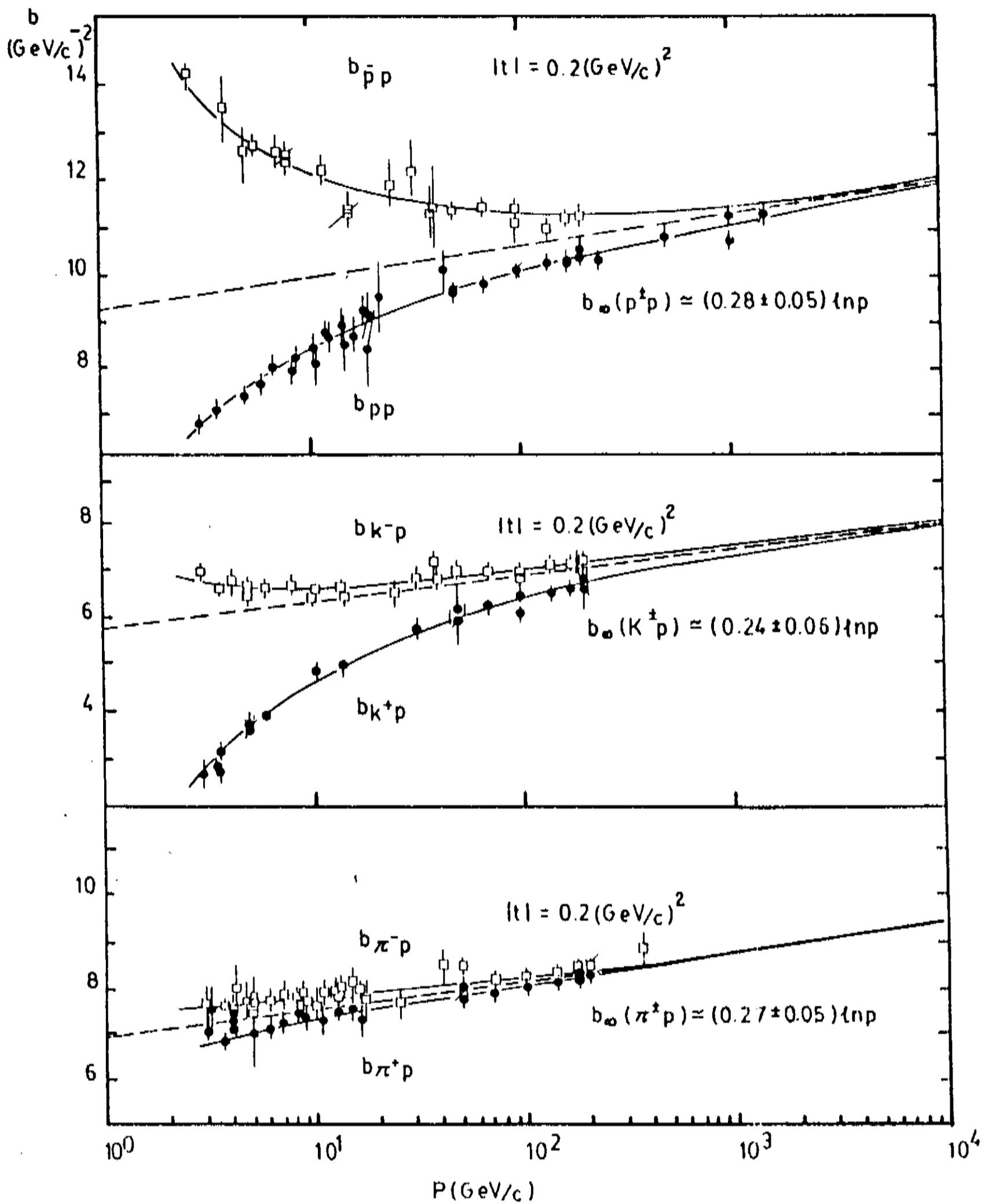


Fig. 12 - Dependência do *slope* com  $p_{lab}$  para várias reações (Ref. 11).

Com o aumento da energia, o teorema de Cornille–Martin<sup>41</sup> pelo qual, quando  $s \rightarrow \infty$ ,

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{a}b)/\frac{d\sigma}{dt}(ab) \rightarrow 1 \quad (1.21)$$

tende a se verificar. Isto pode ser visto na Fig. 13.

Duas conseqüências deste teorema são ( $s \rightarrow \infty$ )

$$B(\bar{a}b)/B(ab) \rightarrow 1 \quad (1.22)$$

e

$$\sigma_{el}(\bar{a}b)/\sigma_{el}(ab) \rightarrow 1, \quad (1.23)$$

que aparecem nas Figs. 12 e 6, respectivamente.

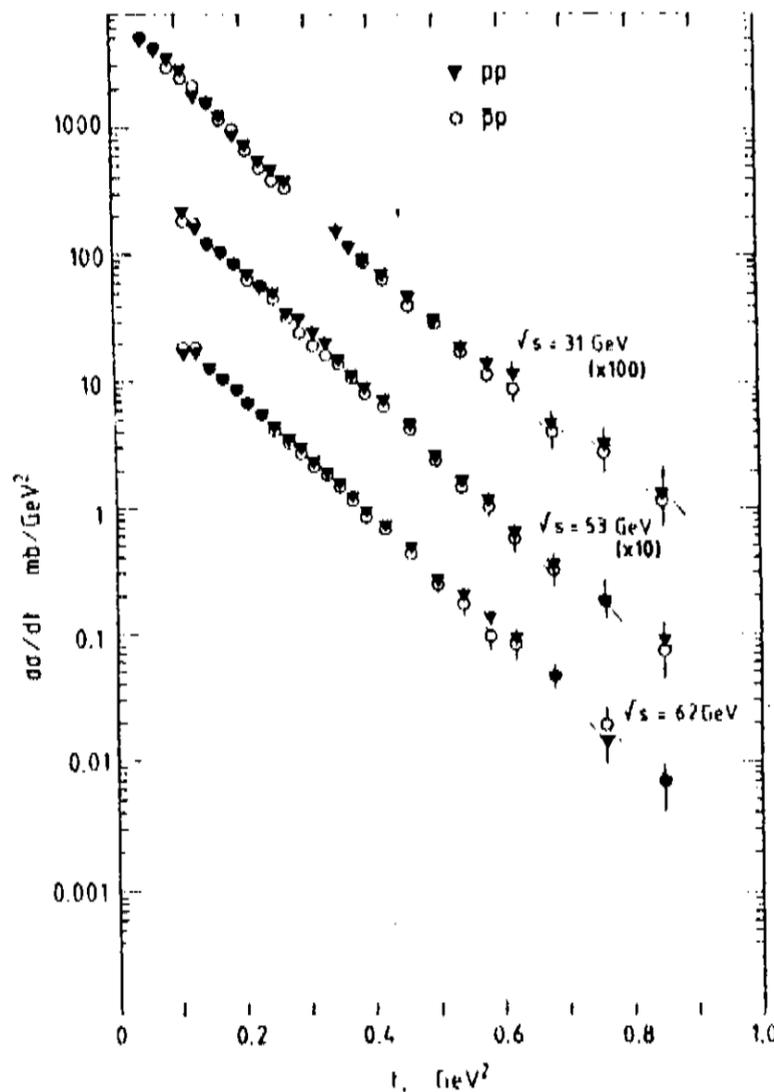


Fig. 13 – Comparação dos picos de difração de  $pp$  e  $\bar{p}p$  (Ref. 42).

A Fig. 14 apresenta uma compilação de valores de *slope* da seção de choque diferencial para  $K^\pm p$  em função de  $p_{lab}$ .

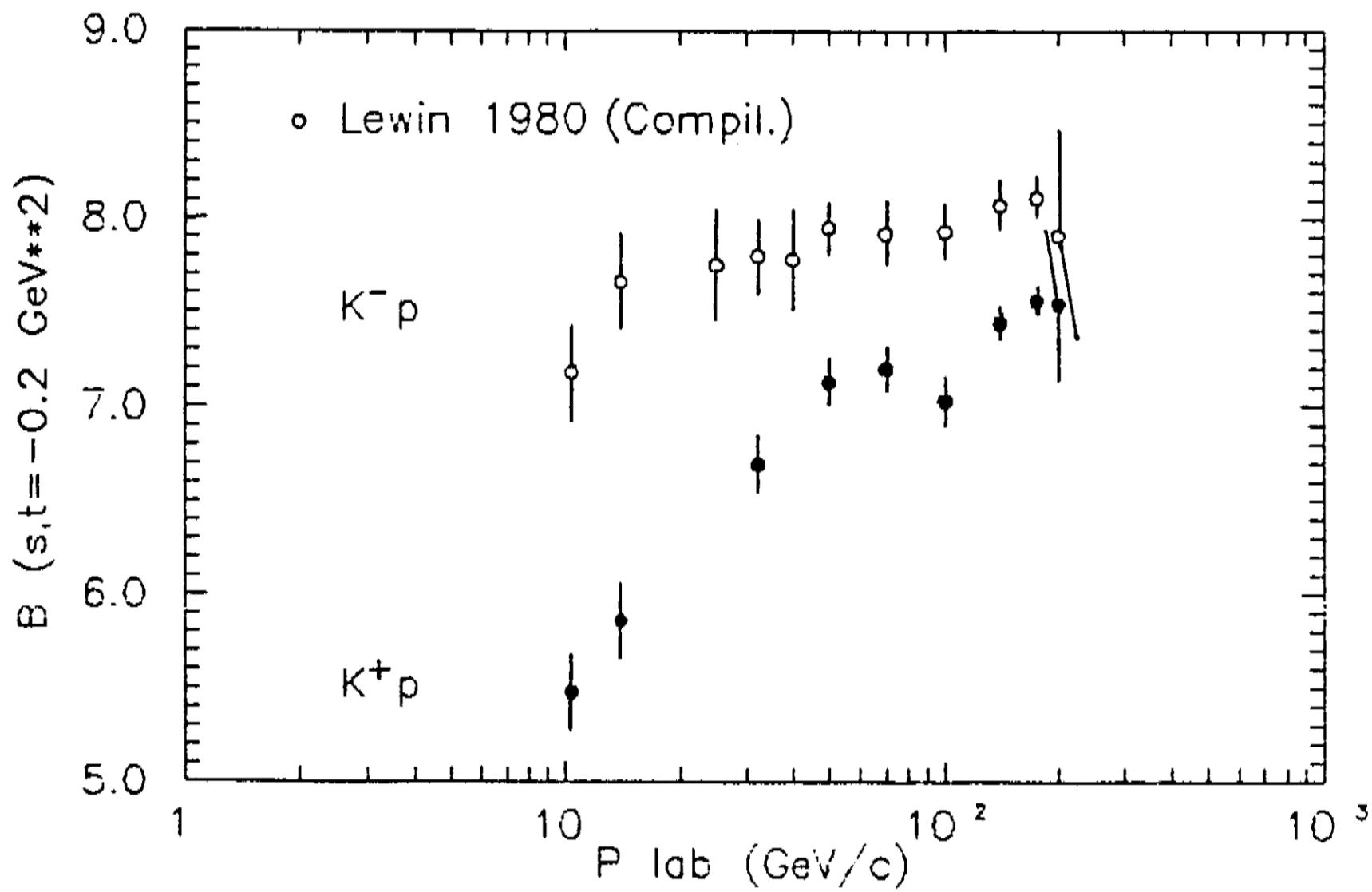


Fig. 14 – Compilação de dados de *slope* de  $d\sigma/dt$  para  $K^\pm p$  (Ref. 18).

### 1.3.3 Região de Estrutura:

Esta região de  $d\sigma/dt$  aparece ao final do pico de difração que em geral termina em um mínimo local (*dip*), ao qual se segue um segundo pico, ocorrendo então uma queda suave. Nem sempre o *dip* é muito pronunciado; muitas vezes existe apenas uma forte mudança na declividade de  $d\sigma/dt$  (*shoulder*).

No caso das reações elásticas  $p^\pm p$  a região de estrutura aparece no intervalo  $1 \lesssim |t| \lesssim 3 \text{ (GeV/c)}^2$ , com a posição do *dip* bem determinada nos dados de  $pp$  do ISR,  $|t| \simeq 1.4 \text{ (GeV/c)}^2$ .

A Fig. 15a apresenta dados de  $d\sigma/dt$  para  $pp$  nesta região abrangendo um amplo intervalo de energia. É possível ver o desenvolvimento do *dip* à medida em que cresce a energia. Na Fig. 15b vê-se os dados do ISR para  $pp$ .

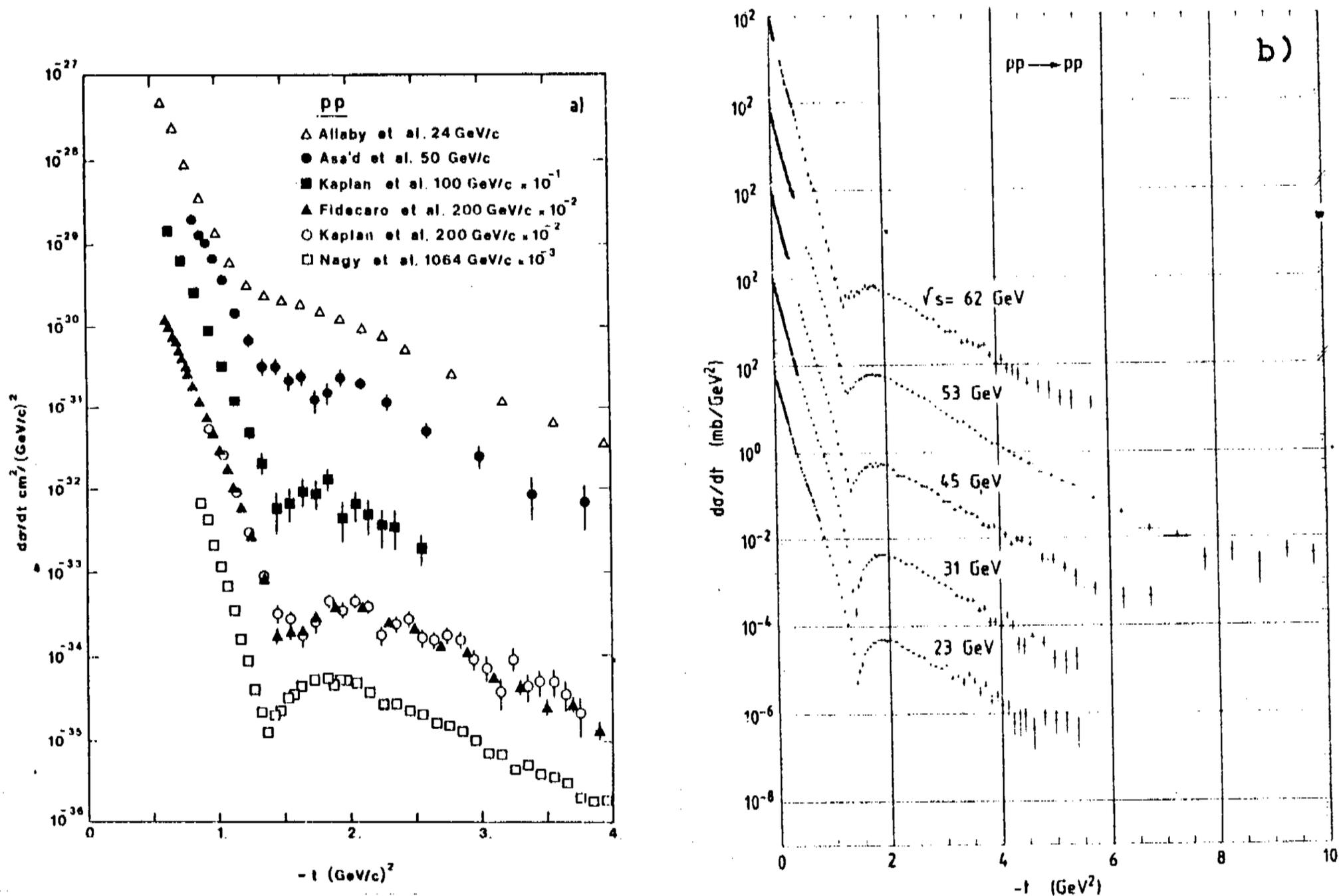
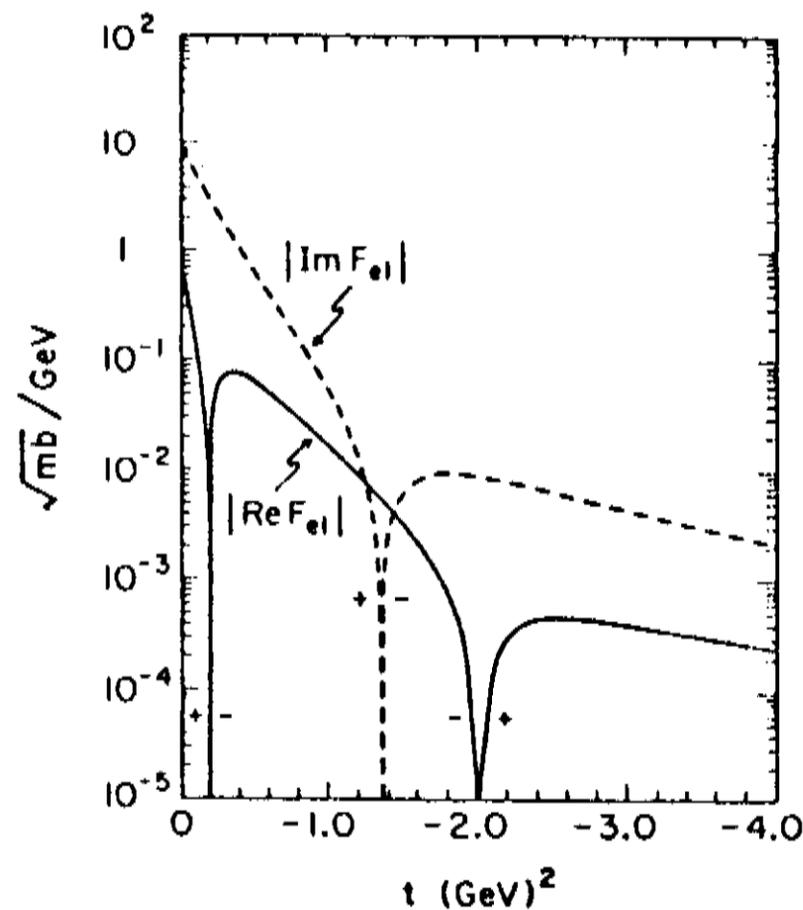


Fig. 15 – Seção de choque diferencial  $pp$  (Ref. 43).

Nota-se que há um preenchimento do *dip* a medida em que cresce a energia. Em alguns modelos isto é uma decorrência do crescimento de  $\rho$  com a energia nessa faixa. A Fig. 16 ilustra o comportamento da parte real e da parte imaginária da amplitude para  $pp$ , obtido através de relações de dispersão. Nota-se que a contribuição da parte real é dominante apenas na região do *dip*.



**Fig. 16** – Partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástico  $pp$  a 53 GeV. (Ref. 44).

No espalhamento elástico méson-próton também aparece a região de estrutura mas para  $|t|$  maior, conforme comprovado recentemente (Ref. 45). Tanto para  $\pi p$  quanto  $Kp$  esta região situa-se no intervalo  $3 \lesssim |t| \lesssim 5 (GeV/c)^2$  com o *dip* ocorrendo em  $|t| \approx 4 (GeV/c)^2$ . O fato do pico de difração ser mais largo no caso de espalhamento méson-próton do que em  $pp$  pode ser considerado uma consequência de que os mésons possuem raio menor.

A Fig. 17a mostra a evolução do *dip* em  $\pi^- p$  enquanto a Fig. 17b apresenta uma comparação entre  $K^+ p$  e  $\pi^+ p$  a 50 GeV/c. Deve-se salientar que os dados de  $K^+ p$  a 50 GeV/c apresentam a única medida experimental de *dip* na reação káon-próton existente até hoje, ainda assim com dados muito escassos na região de estrutura.

O mecanismo que provoca o aparecimento do *dip* em  $d\sigma/dt$  não teve ainda explicação definitiva dado que existem interpretações diferentes para a sua ocorrência, dependendo do modelo utilizado para descrever os dados. O *Geometrical Scaling*<sup>20</sup> por

exemplo supõe que a parte imaginária da amplitude é dominante a menos da região do *dip*, onde vai a zero. Nessa região quem domina é a parte real, preenchendo o *dip*. Este mesmo tipo de descrição é dada por modelos de *eikonal* fatorável como o de Bourrely-Soffer-Wu<sup>34</sup>.

Já no modelo de Donnachie-Landshoff<sup>45</sup> o *dip* é produzido principalmente pela interferência destrutiva entre as contribuições de trocas simples e duplas de Pomeron. Em outro modelo, o de Islam<sup>46</sup>, a interferência que provoca o *dip* ocorre entre o termo de espalhamento difrativo e o de espalhamento duro entre os caroços dos hádrons, formados pelos quarks de valência.

No caso do *dip* de reações méson-próton o problema se complica devido à escassez de dados experimentais. Este pode ser considerado ainda um problema aberto e será discutido mais adiante.

Os dados de  $d\sigma/dt(K^\pm p)$  utilizados neste trabalho limitam-se às regiões de interferência coulomb-nuclear e do pico de difração, com exceção de  $K^+p$  a 50 GeV/c (já mencionado) que inclui a região de estrutura. Estes dados são mostrados no capítulo seguinte (Figs. 18a - o) que trata do procedimento de ajuste de  $d\sigma/dt$ .

Concluindo este capítulo é necessário dizer que o seu conteúdo oferece apenas um referencial básico para a discussão dos capítulos seguintes. Informações mais completas sobre o mesmo assunto podem ser obtidas nas Refs. 5, 11, 43, 44, 48 e 49.

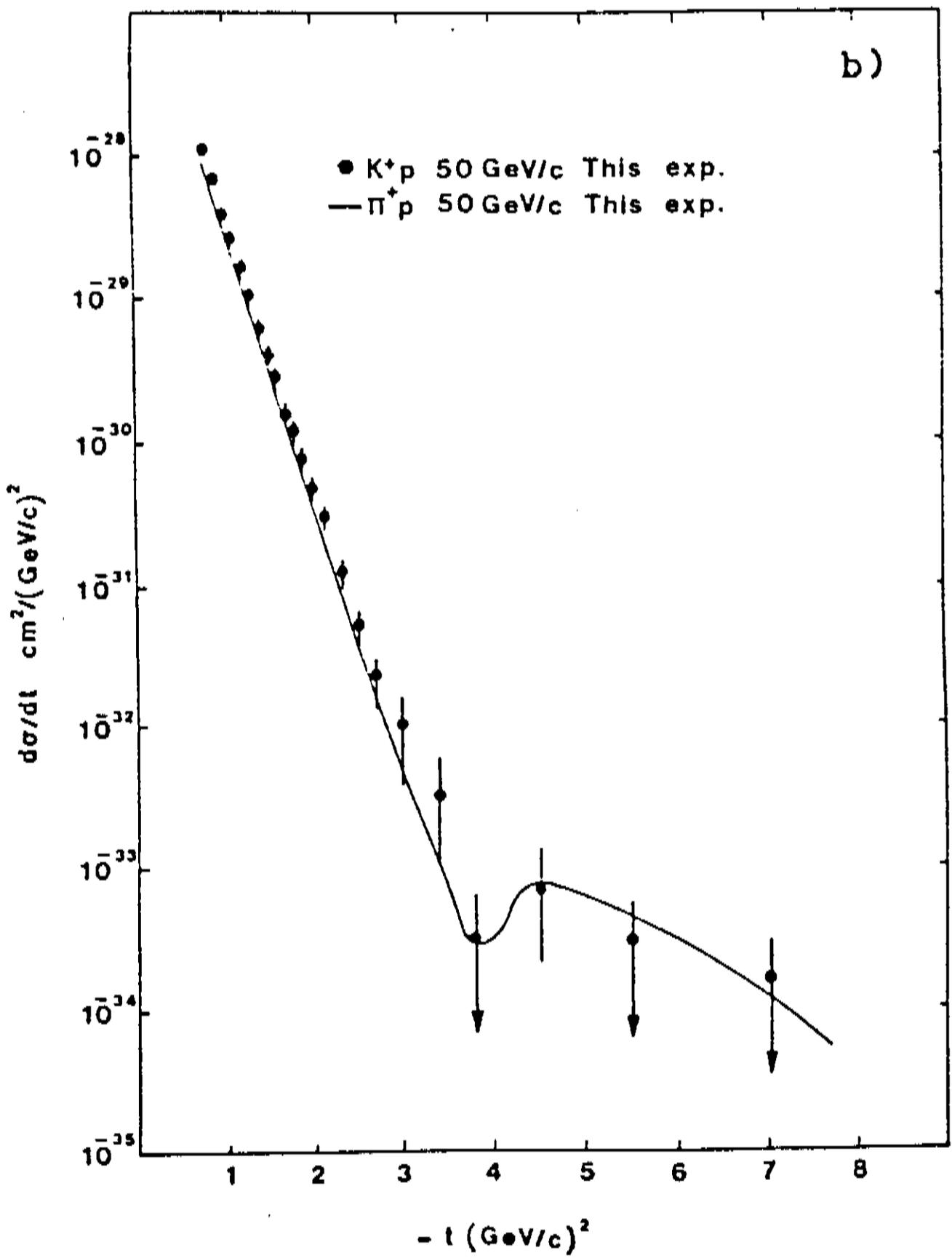
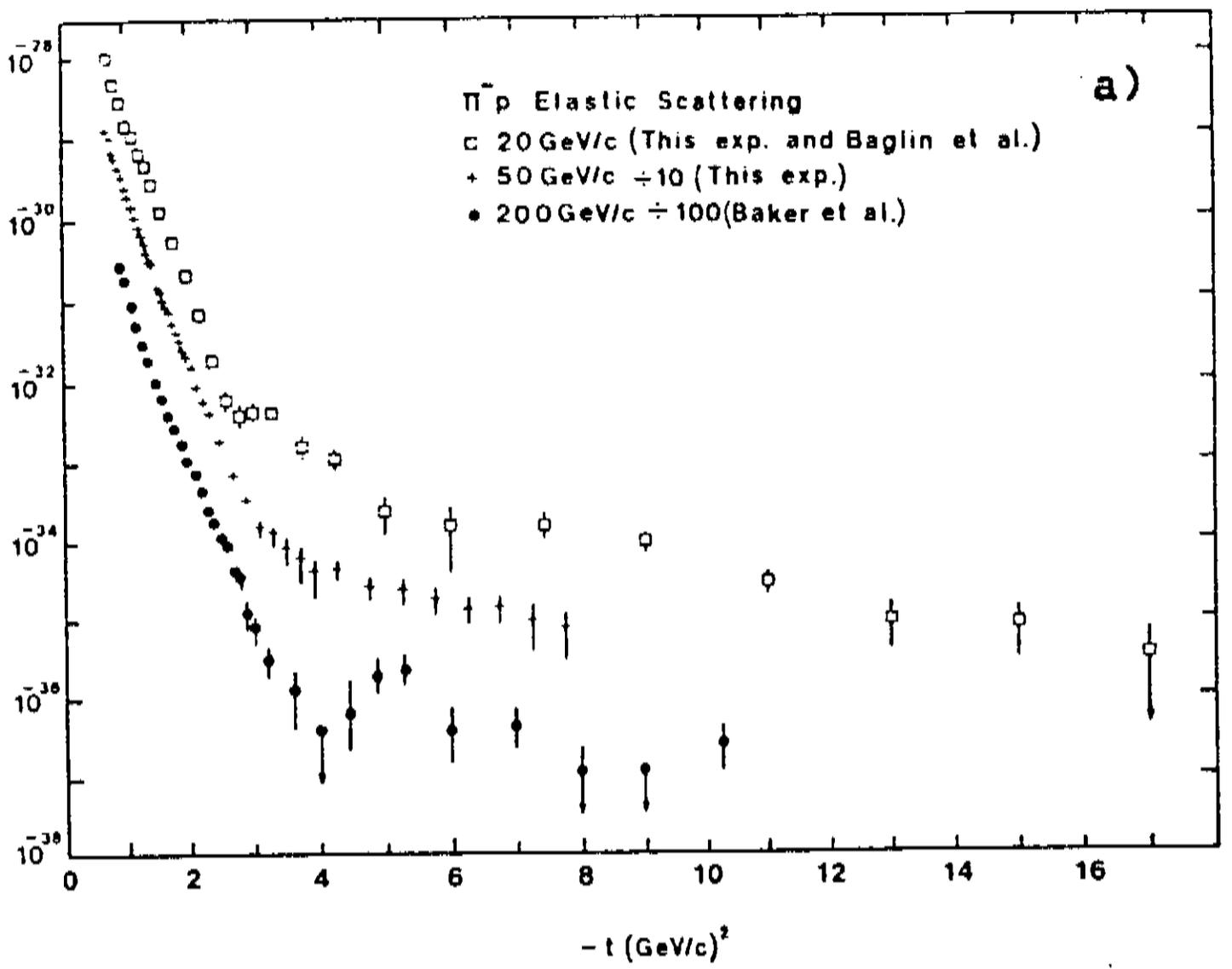


Fig. 17 – Seção de choque diferencial elástica méson-próton (Ref. 47).

# Capítulo 2

## Parametrização da Seção de Choque Diferencial

Um dos objetivos deste trabalho é discutir a dependência energética dos diversos observáveis descritos no capítulo anterior e de outras quantidades físicas obtidas a partir deles, para a reação káon-próton.

Os dados de seção de choque diferencial escolhidos para isso foram parametrizados segundo o procedimento descrito neste capítulo. As parametrizações obtidas foram utilizadas para estudar as reações  $K^\pm p$  na representação do parâmetro de impacto e através do modelo Chou–Yang, cuja discussão será apresentada em capítulos seguintes.

### 2.1 Dados de $d\sigma/dt$

Foram utilizados dados de  $d\sigma/dt$  no intervalo 32 – 250 GeV/c para  $K^+ p$  e 32 – 200 GeV/c para  $K^- p$ . Nas tabelas 1 e 2 são apresentados os conjuntos de dados de cada reação.

Aqui aparece uma das principais dificuldades do presente estudo: a relativa escassez de dados para as reações elásticas káon–próton. Nota-se pelas Tabs. 1 e 2 a falta de homogeneidade nos intervalos de  $|t|$  entre as diferentes energias, para ambas as reações.

Acresce o fato de que para muitos conjuntos de dados existe uma grande dispersão nos valores de  $d\sigma/dt$ , ou seja, os dados não se apresentam “alinhados” como para  $pp$ , por exemplo.

Mais adiante a discussão sobre estes pontos será retomada.

Tabela 1 – Compilação de dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$ .

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\sqrt{s}$ (GeV)	intervalo de $ t $ (GeV/c) <sup>2</sup>	Nº de dados	Refs.
32.1	7.83	0.06 – 1.44	49	18
50	9.75	0.0375 – 0.70	16	17
		0.7 – 8.0	23	47
70	11.51	0.0375 – 0.65	16	17
100	13.74	0.075 – 1.40	35	30
	13.74	0.55 – 2.15	16	51
140	16.24	0.075 – 0.70	16	17
175	18.15	0.0375 – 0.75	17	17
200	19.40	0.075 – 1.40	24	30
		0.95 – 2.35	12	51
250	21.69	0.06 – 0.98	18	23

Tabela 2 – Compilação de dados de  $d\sigma/dt$  para  $k^-p$ .

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\sqrt{s}$ (GeV)	intervalo de $ t $ (GeV/c) <sup>2</sup>	Nº de dados	Refs.
32.1	7.83	0.06 – 1.44	49	18
50	9.75	0.075 – 0.75	14	17
50		0.075 – 1.40	26	30
70	11.51	0.0375 – 0.45	12	17
100	13.74	0.075 – 1.70	42	30
100		0.55 – 2.45	20	51
140	16.24	0.075 – 0.60	13	17
175	18.15	0.075 – 0.75	15	17
200	19.40	0.075 – 1.00	17	30
		0.95 – 2.15	8	51

A cada conjunto de dados foi acrescentado o ponto óptico calculado através da expressão

$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t = 0) = \frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi} (1 + \rho^2). \quad (2.1)$$

Os valores de  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  utilizados bem como as referências e os valores de ponto óptico obtidos são mostrados nas tabelas 3 e 4. Para as energias em que não havia medida experimental de  $\rho$ , estes foram estimados através da parametrização de Lipkin (ref. 50), razão pela qual aparecem sem erro experimental.

Tabela 3 – Valores de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e ponto óptico para  $K^+p$ .

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\sigma_{tot}$ (Ref.) (mb)	$\rho$ (Ref.)	Ponto Óptico [mb/(GeV/c) <sup>2</sup> ]
32.1	17.72 ± 0.12 (18)	-0.068 (50)	16.16 ± 0.22
50	18.06 ± 0.08 (15)	-0.020 (50)	16.67 ± 0.15
70	18.52 ± 0.08 (15)	0.013 ± 0.026 (33)	17.53 ± 0.15
100	18.88 ± 0.07 (15)	0.065 ± 0.026 (33)	18.29 ± 0.14
140	19.23 ± 0.10 (17)	0.059 (50)	18.96 ± 0.20
175	19.59 ± 0.10 (17)	0.029 ± 0.024 (33)	19.62 ± 0.20
200	19.91 ± 0.11 (16)	0.071 ± 0.021 (33)	20.35 ± 0.23
250	20.27 ± 0.04 (19)	0.091 (50)	21.16 ± 0.08

Tabela 4 – Valores de  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  e ponto óptico para  $K^-p$ .

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\sigma_{tot}$ (Ref.) (mb)	$\rho$ (Ref.)	Ponto Óptico [mb/(GeV/c) <sup>2</sup> ]
32.1	20.54 ± 0.13 (18)	0.77 (50)	21.68 ± 0.27
50	20.30 ± 0.10 (15)	0.092 (50)	21.23 ± 0.21
70	20.38 ± 0.05 (15)	0.171 ± 0.040 (33)	21.84 ± 0.11
100	20.45 ± 0.06 (15)	0.113 (50)	21.64 ± 0.13
140	20.50 ± 0.10 (17)	0.122 (50)	21.79 ± 0.21
175	20.70 ± 0.10 (17)	0.125 ± 0.029 (33)	22.23 ± 0.22
200	20.79 ± 0.05 (16)	0.161 ± 0.032 (33)	22.65 ± 0.11

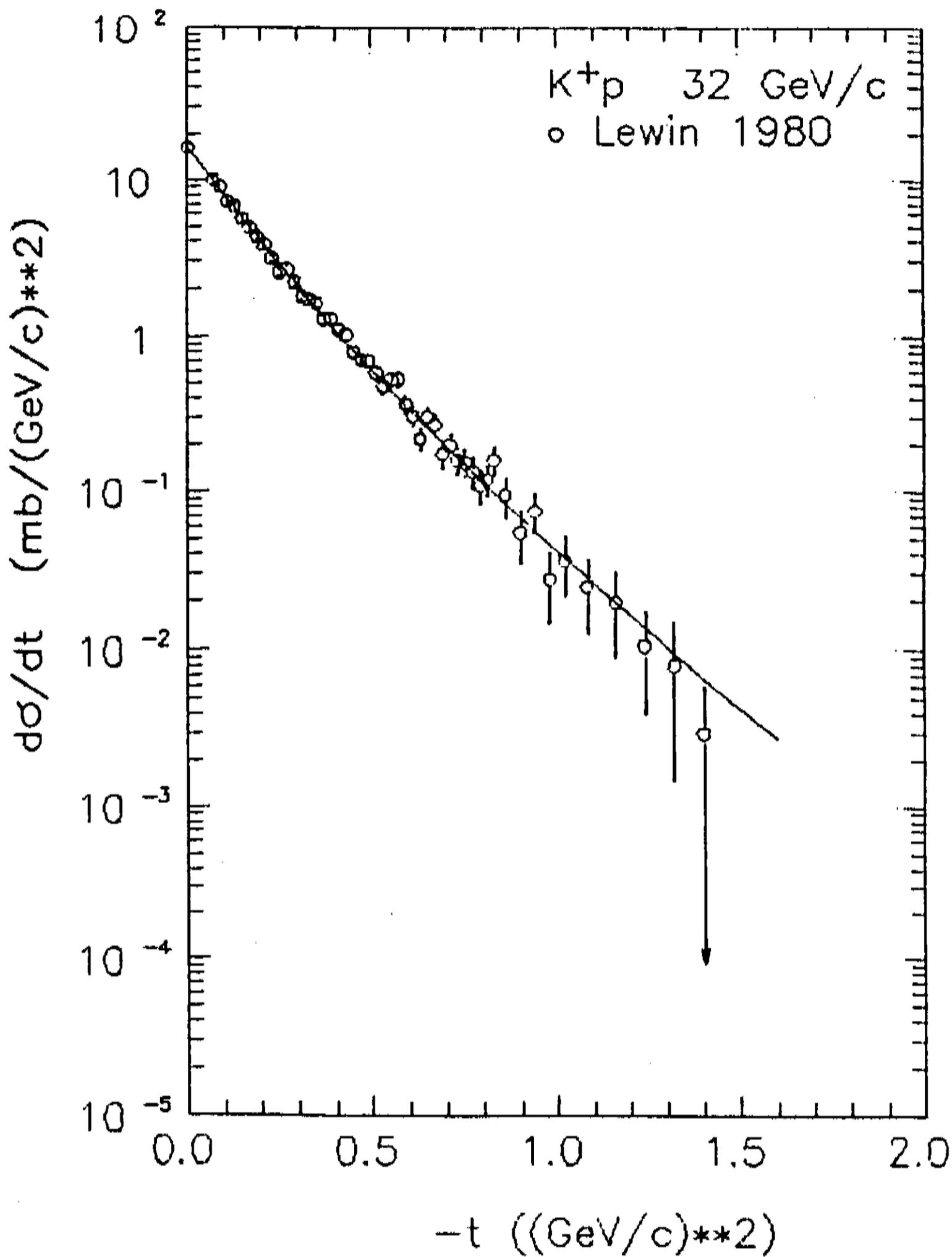


Fig. 18a - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 32.1 GeV/c (Ref. 18).

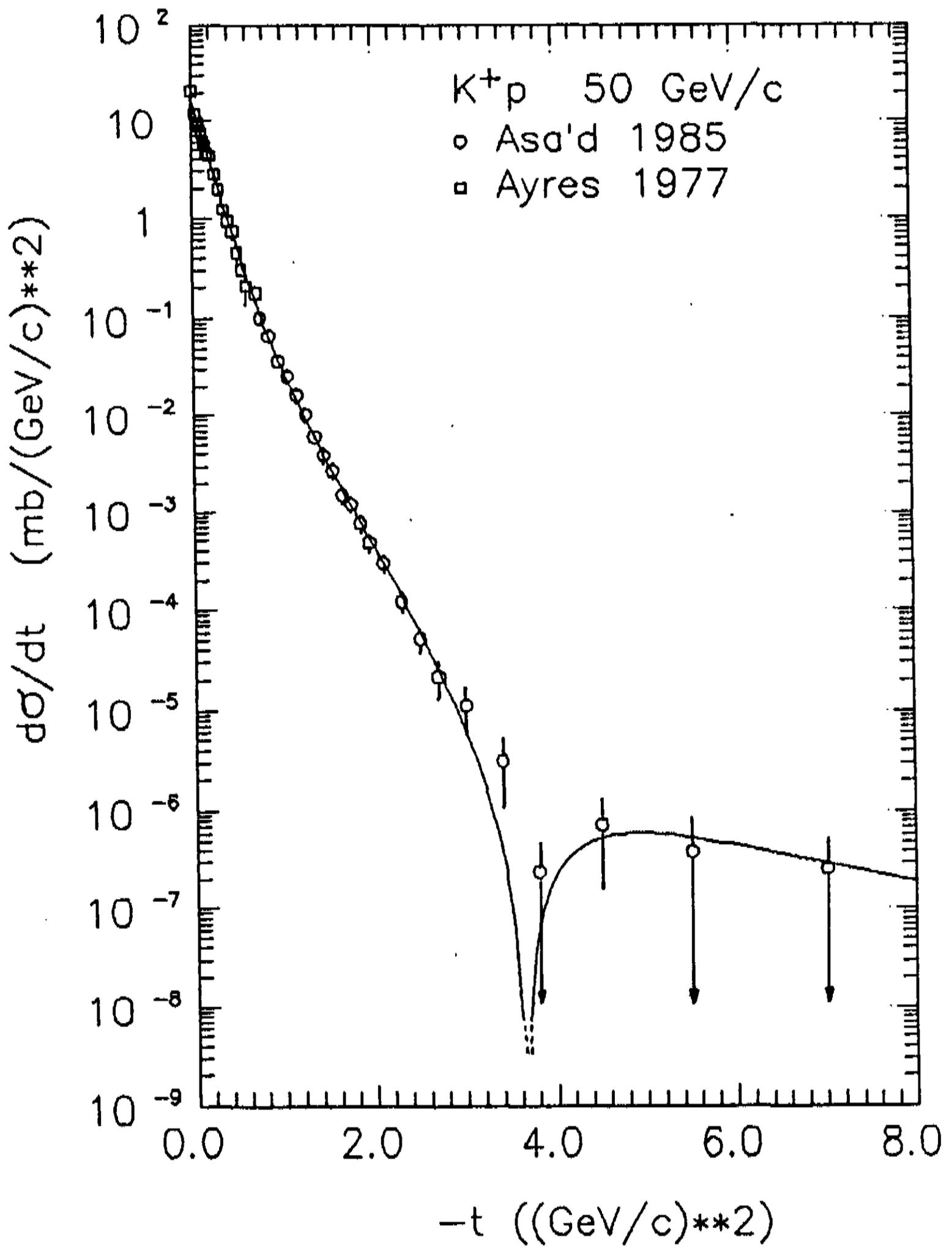


Fig. 18b - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 50 GeV/c (Refs. 17 e 47).

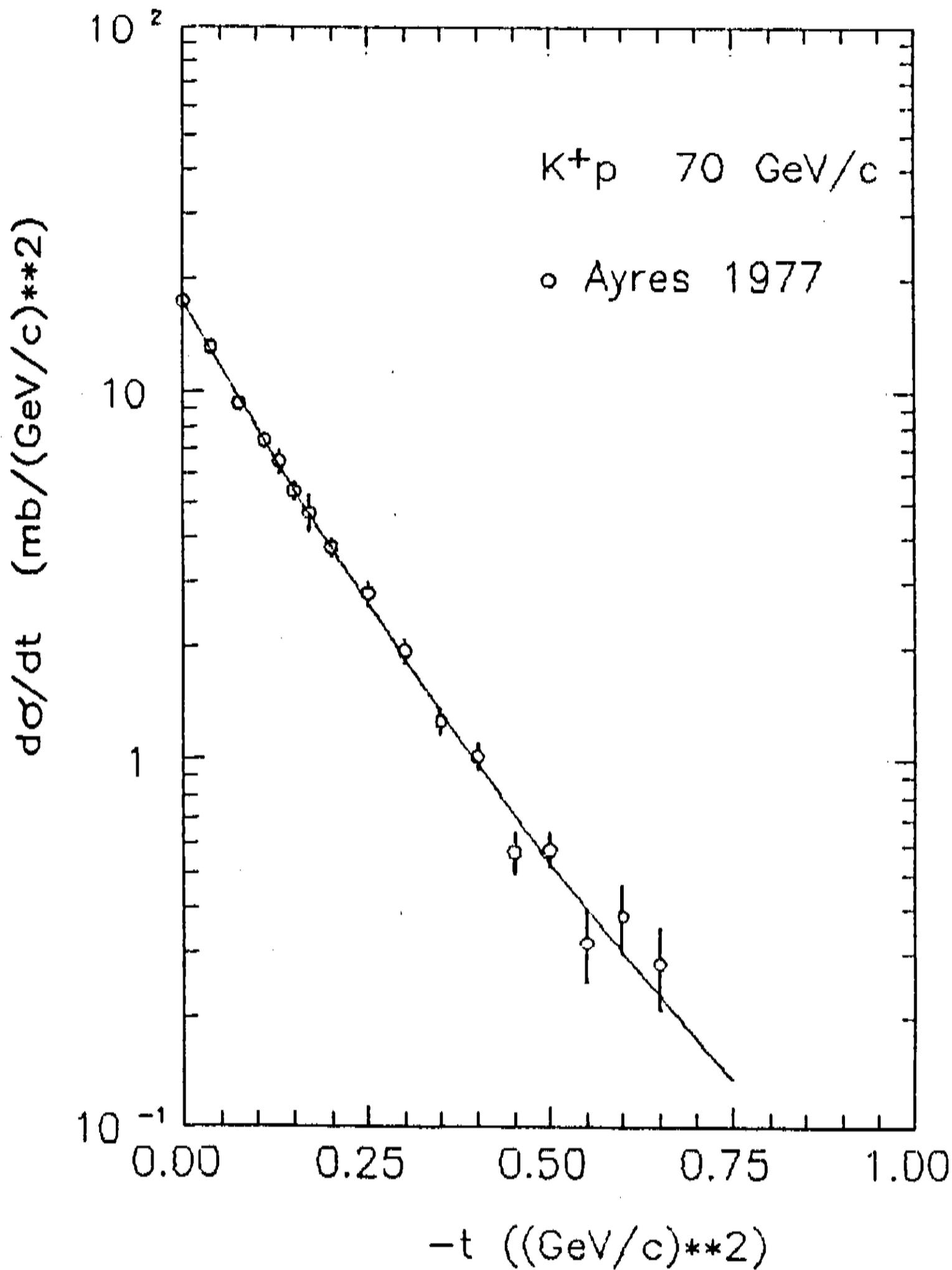


Fig. 18c - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 70 GeV/c (Ref. 17).

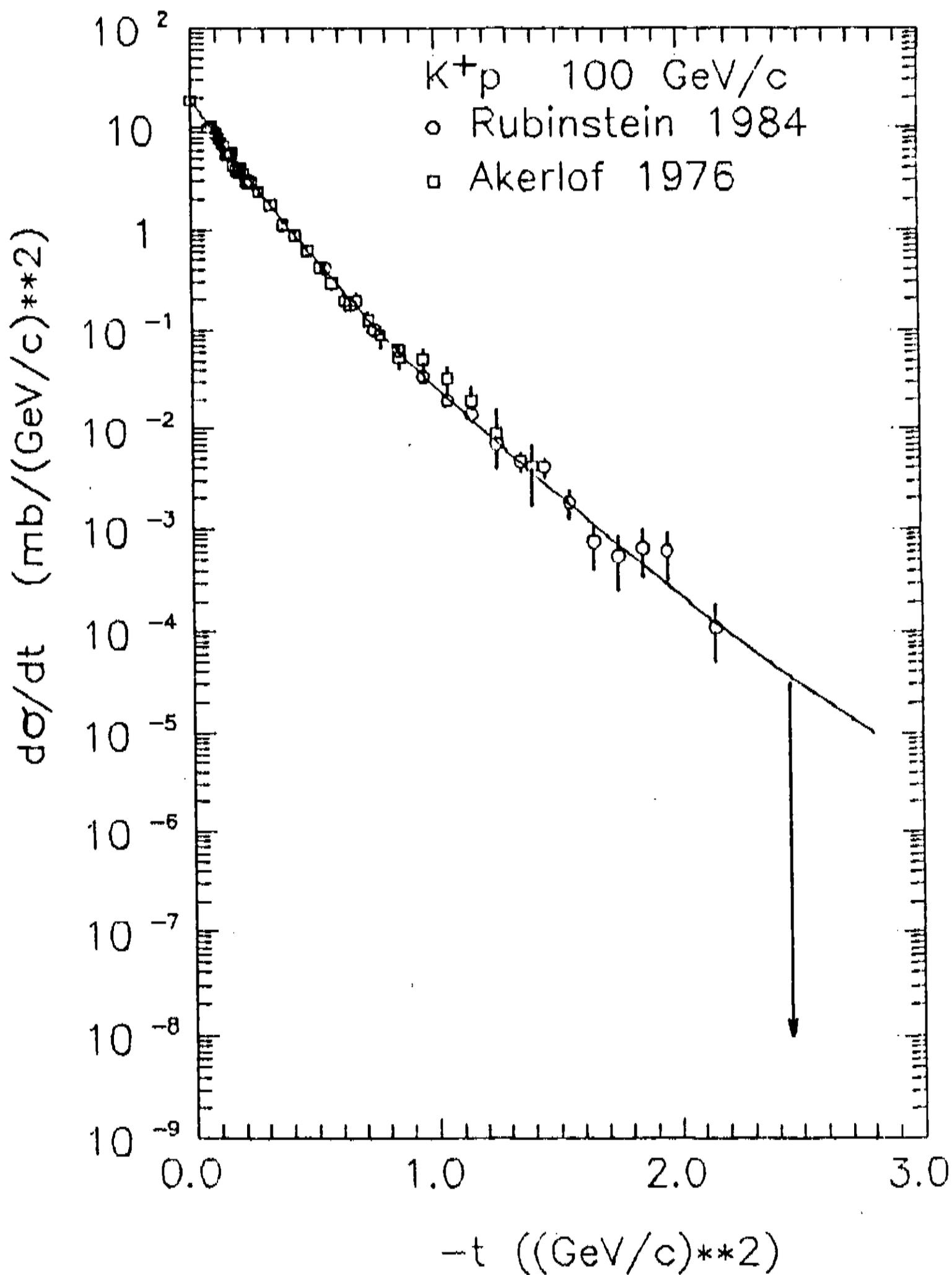


Fig. 18d - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 100 GeV/c (Refs. 30 e 51).

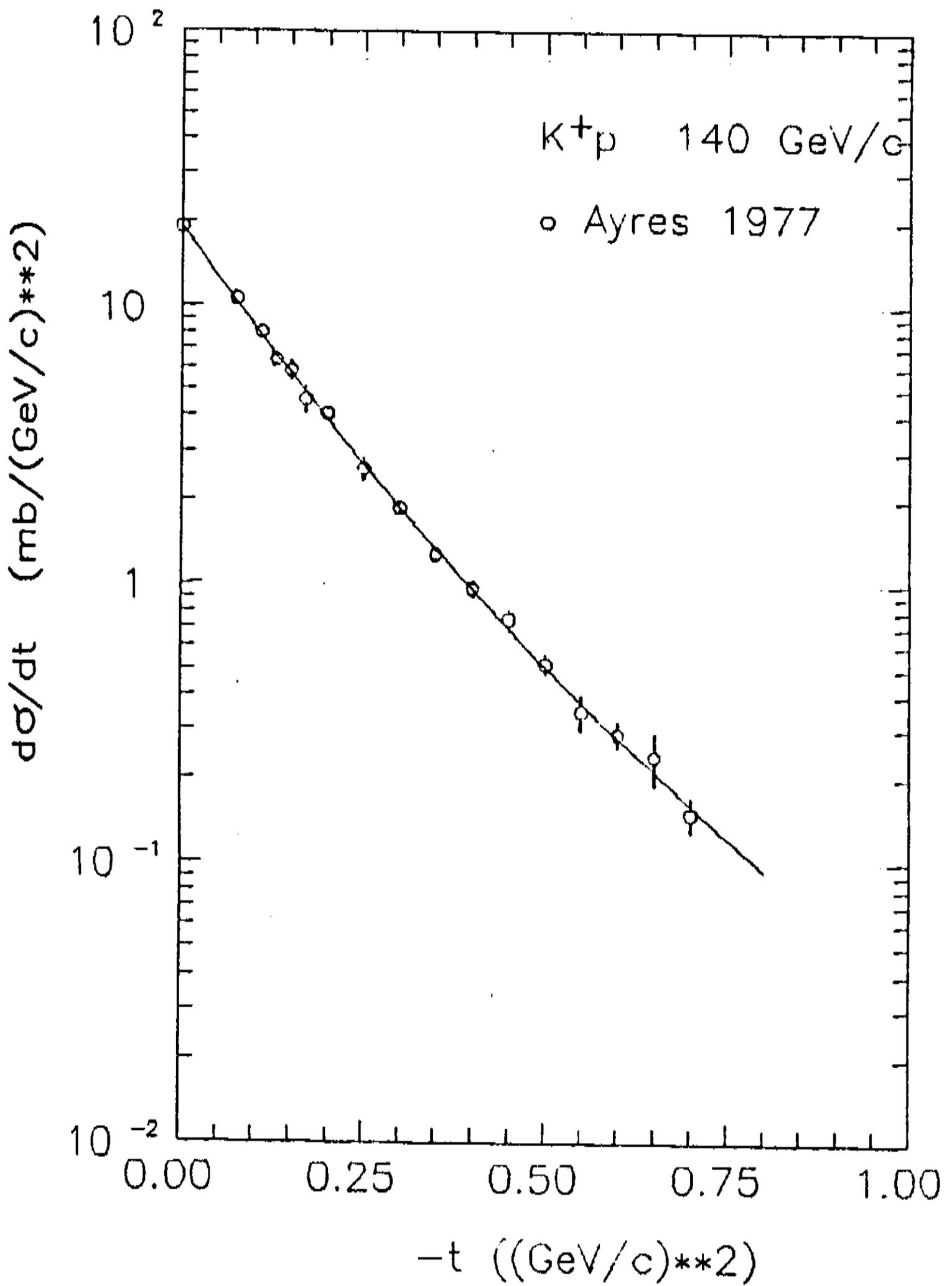


Fig. 18e - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 140 GeV/c (Ref. 17).

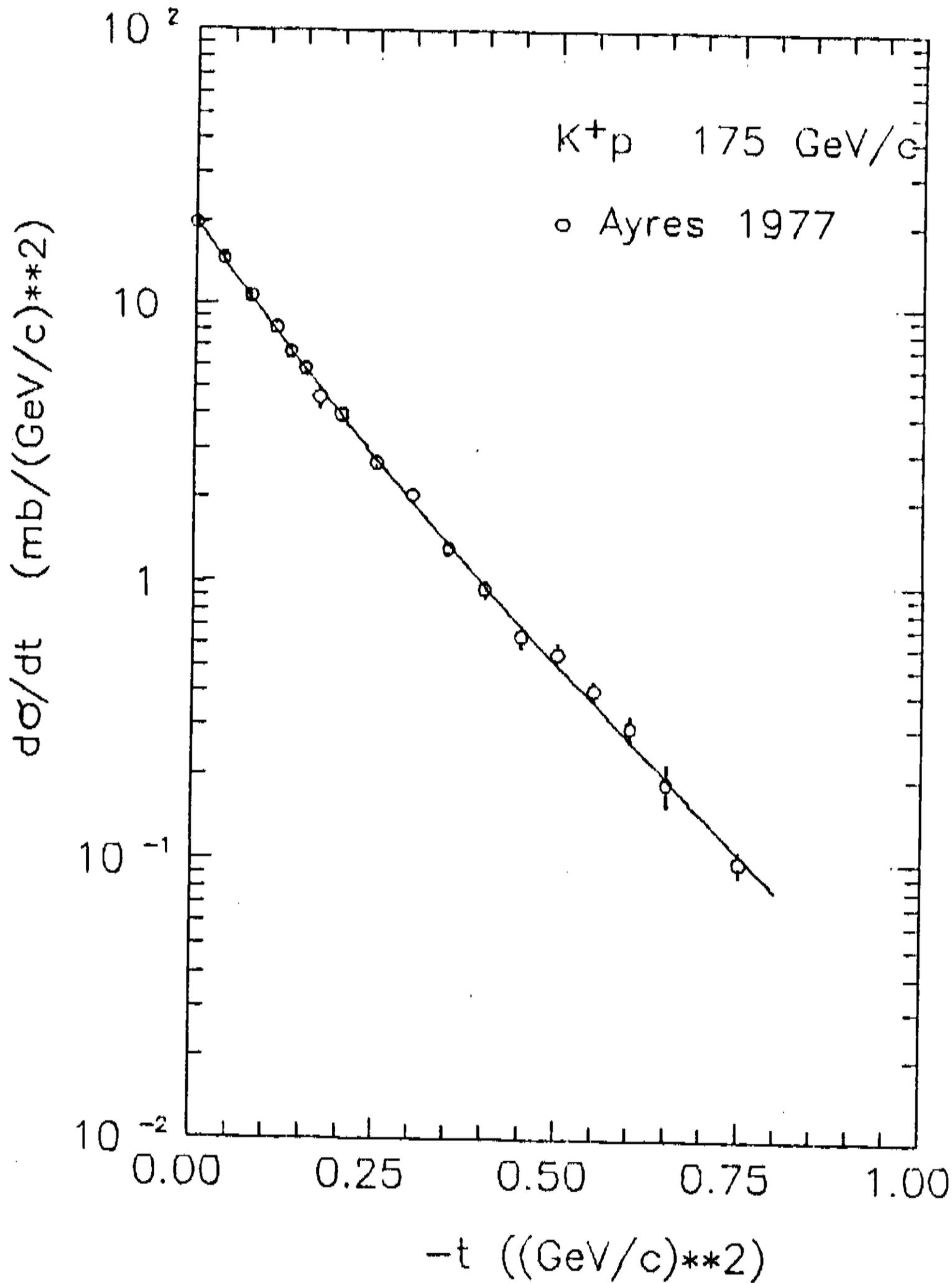


Fig. 18f - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 175 GeV/c (Ref. 17).

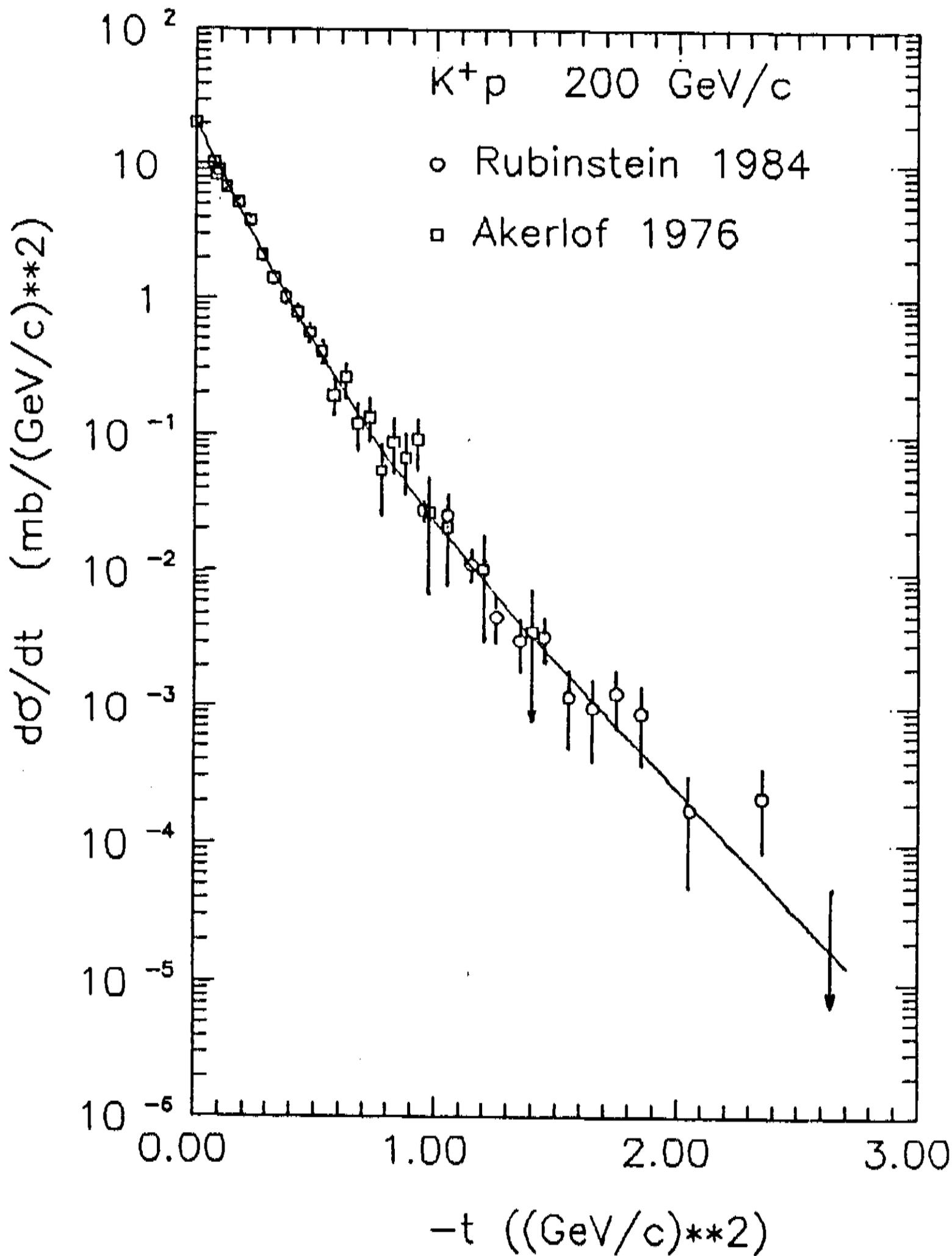


Fig. 18g - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+ p$  a 200 GeV/c (Refs. 30 e 51).

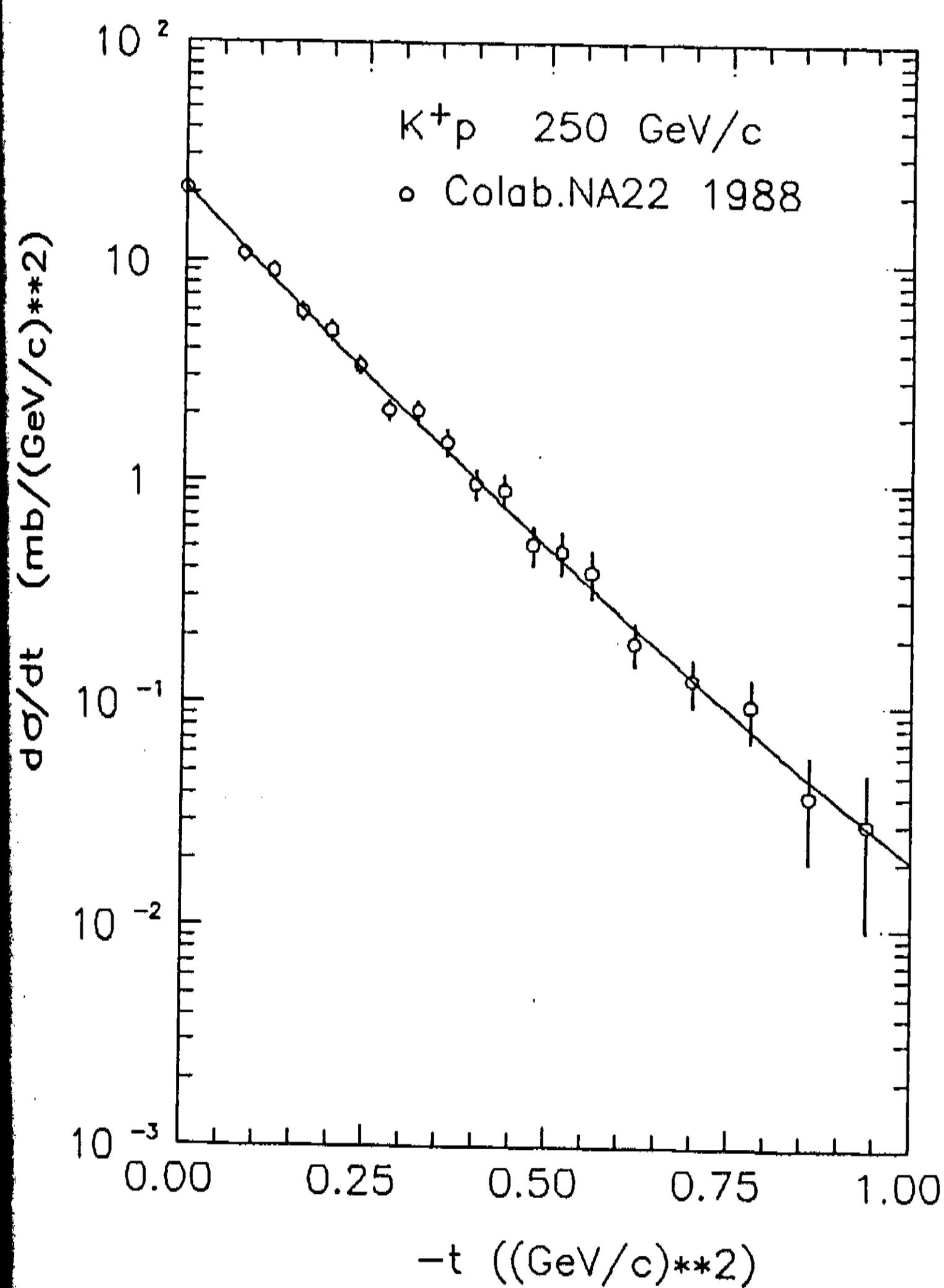


Fig. 18h - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  a 250 GeV/c (Ref. 23).

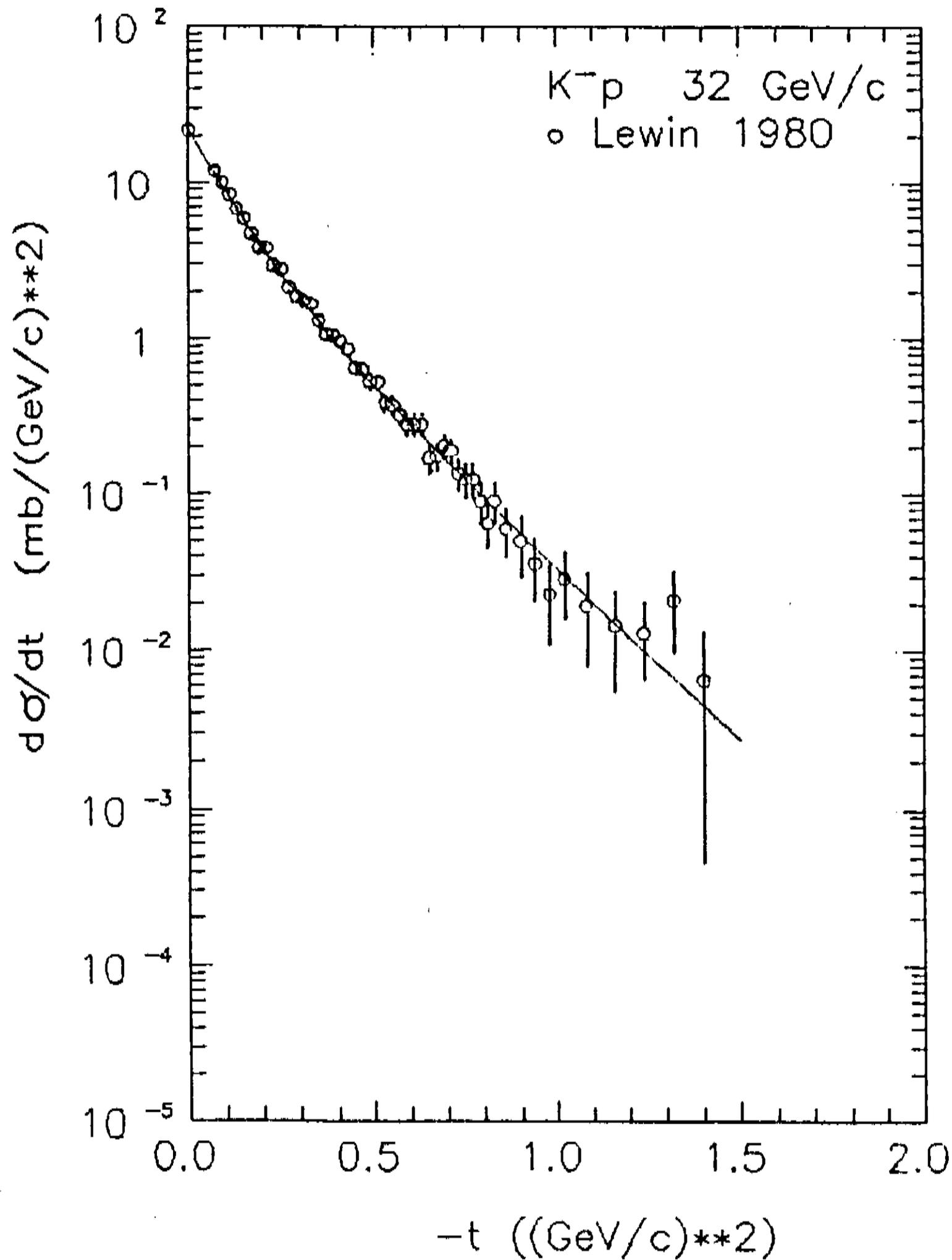


Fig. 18i - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 32.1 GeV/c (Ref. 18).

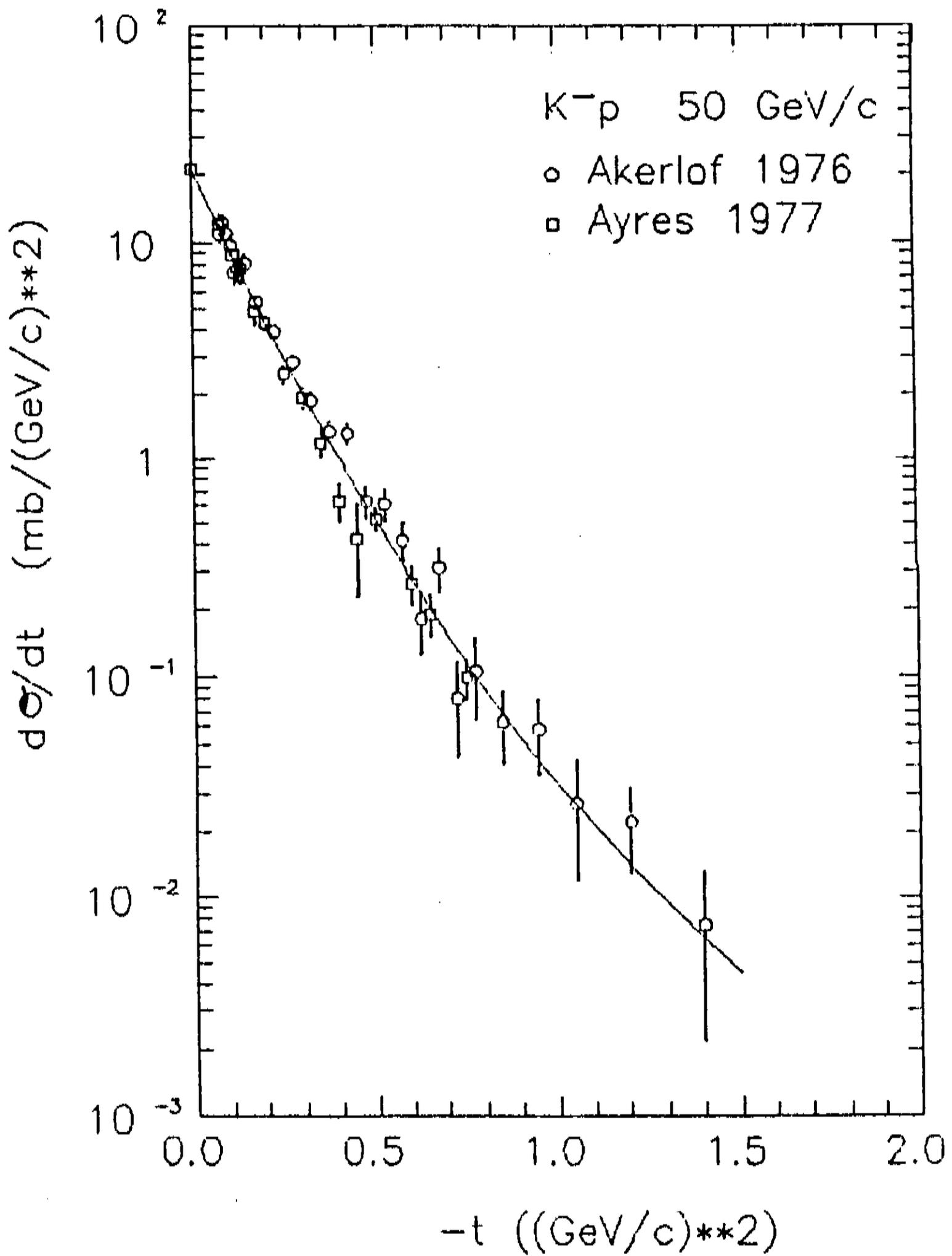


Fig. 18j - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 50 GeV/c (Refs. 17 e 30).

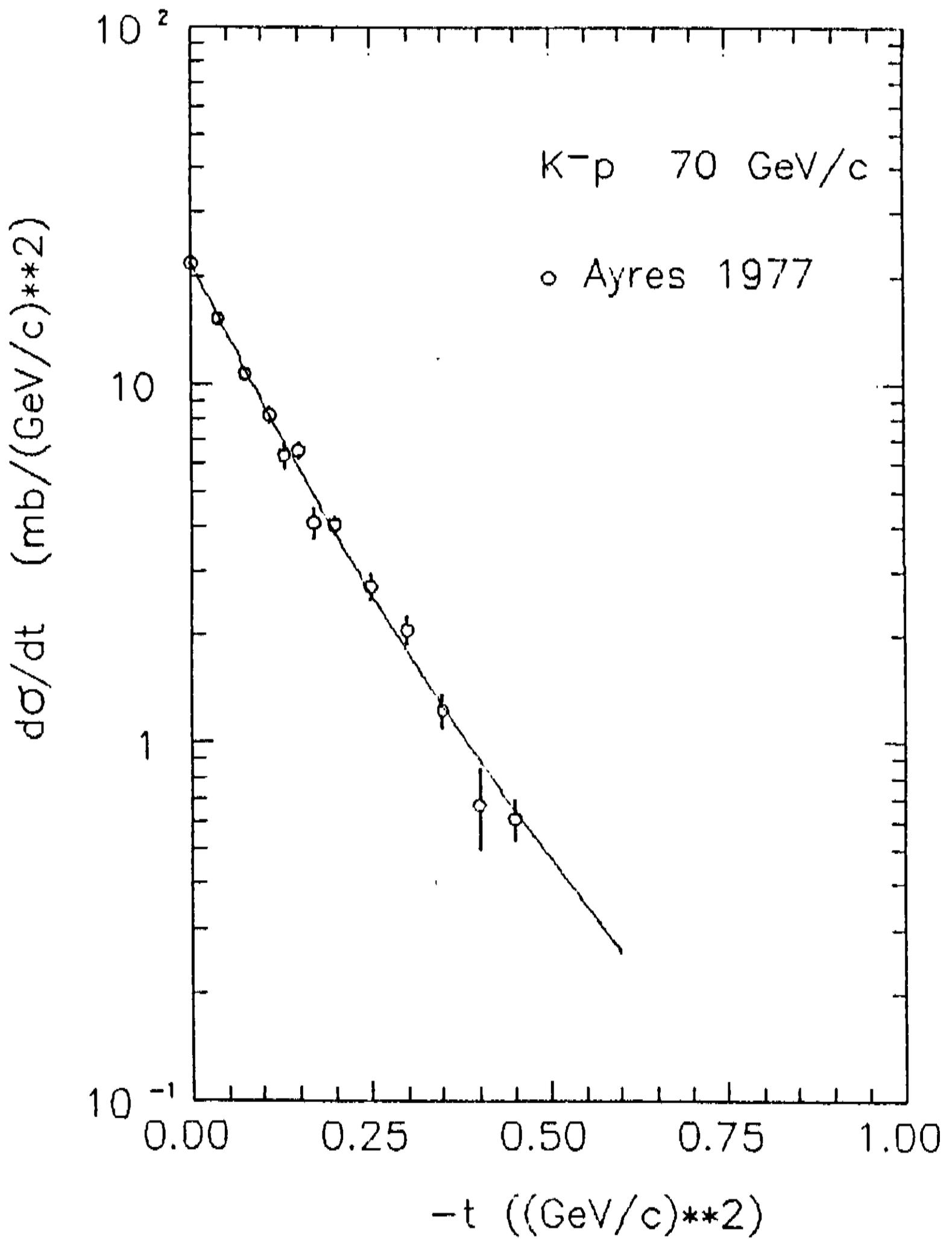


Fig. 18k - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 70 GeV/c (Ref. 17).

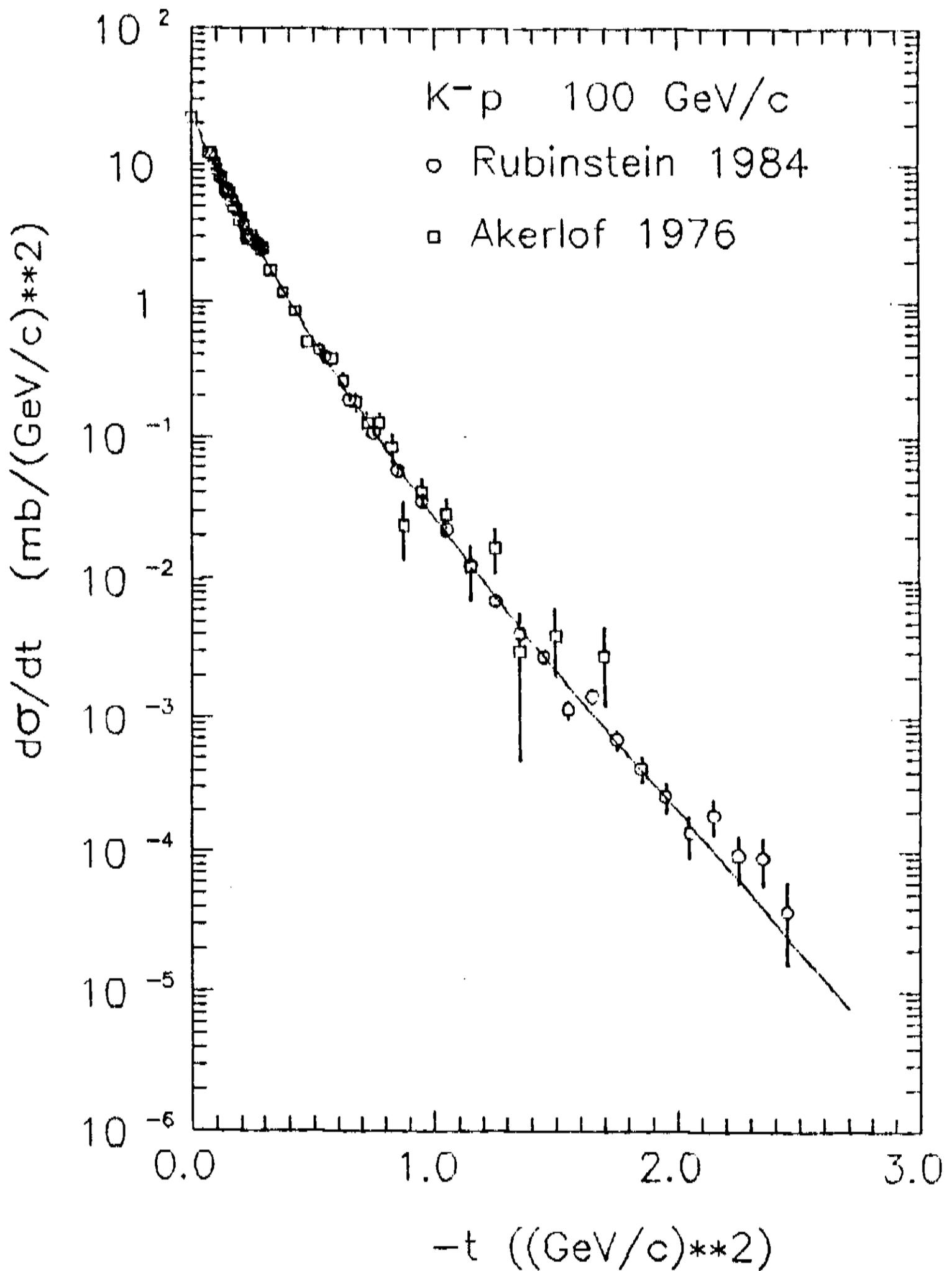


Fig. 181 - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a  $100 \text{ GeV}/c$  (Refs. 30 e 51).

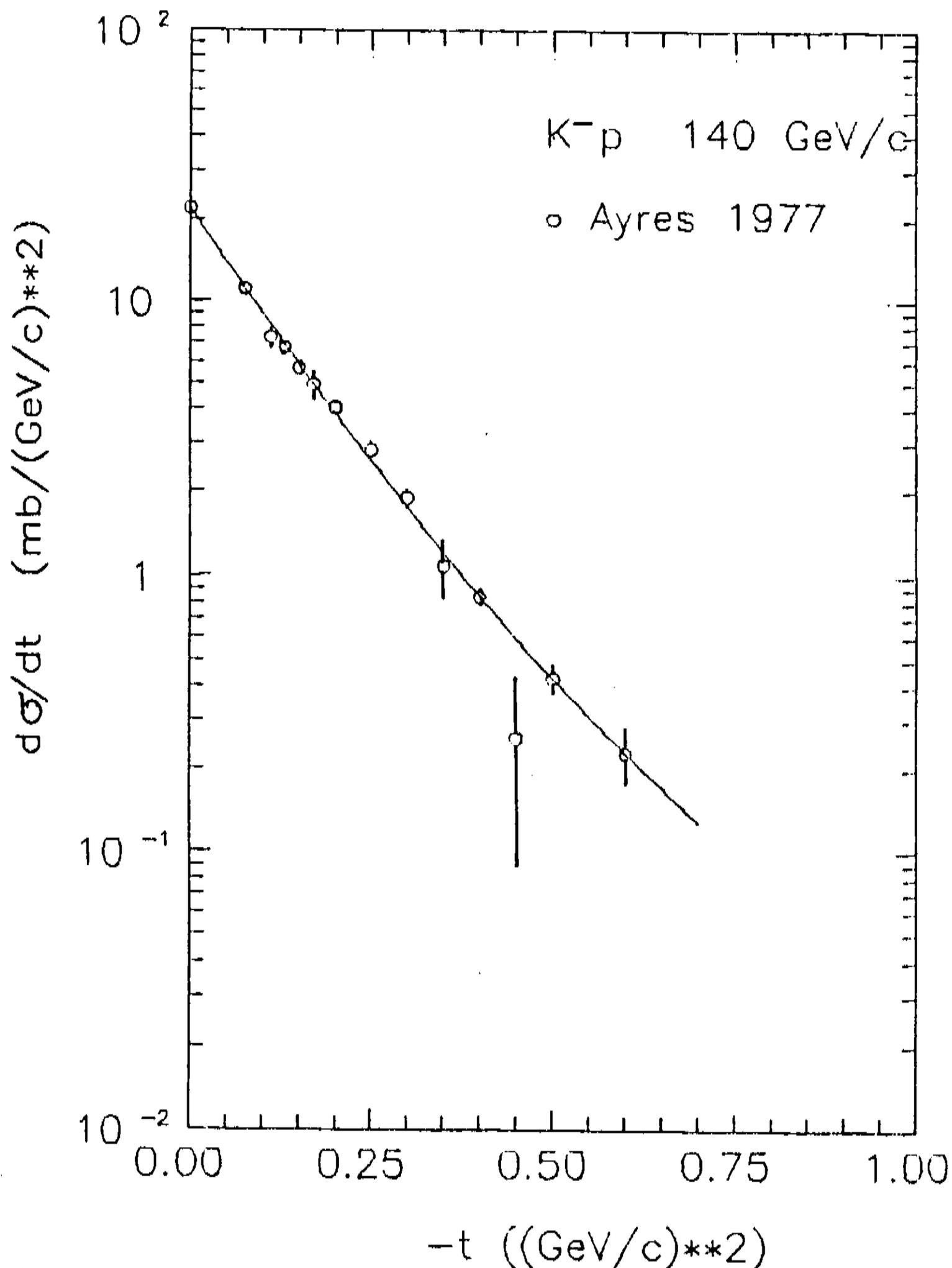


Fig. 18m - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 140 GeV/c (Ref. 17).

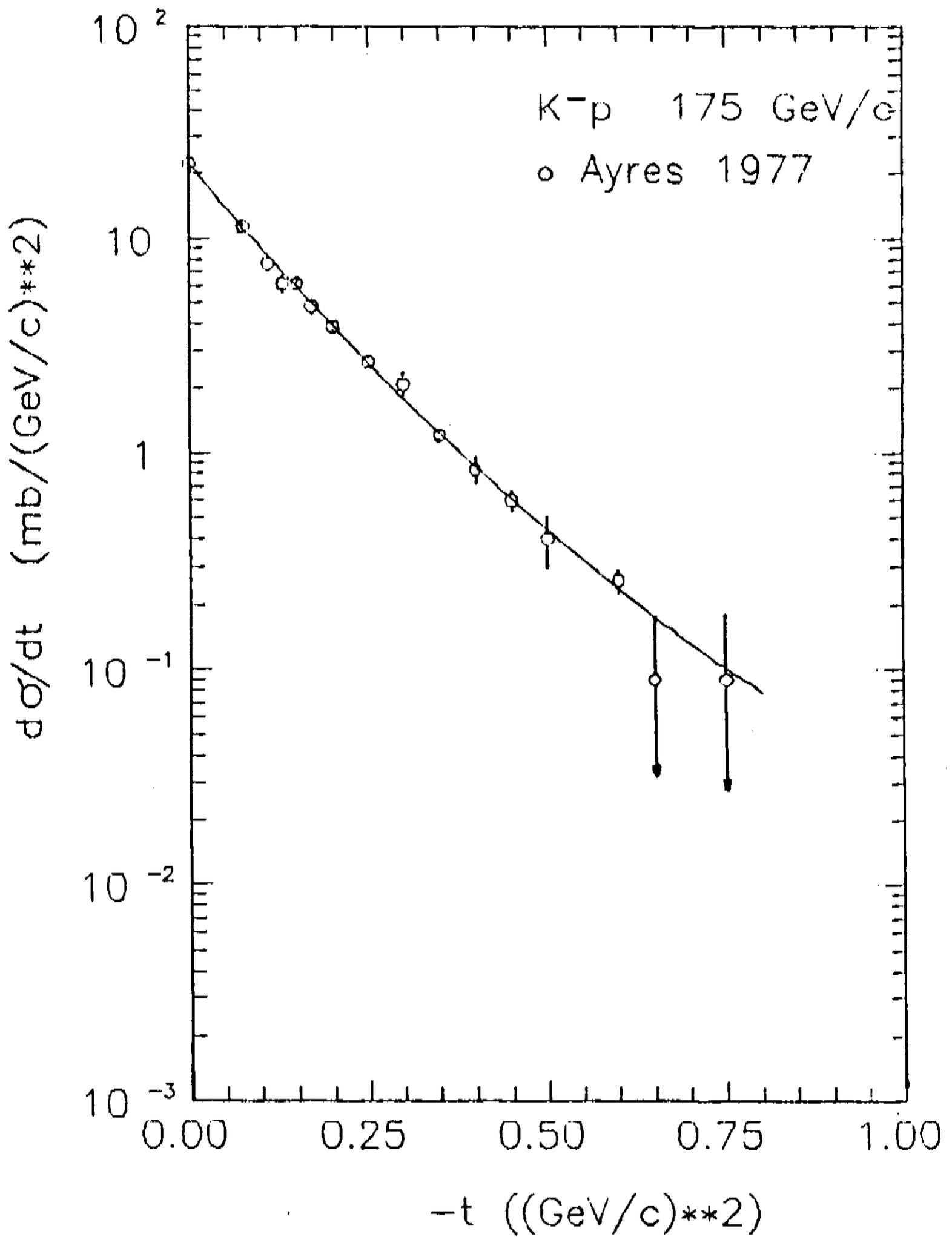


Fig. 18n - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 175 GeV/c (Ref. 17).

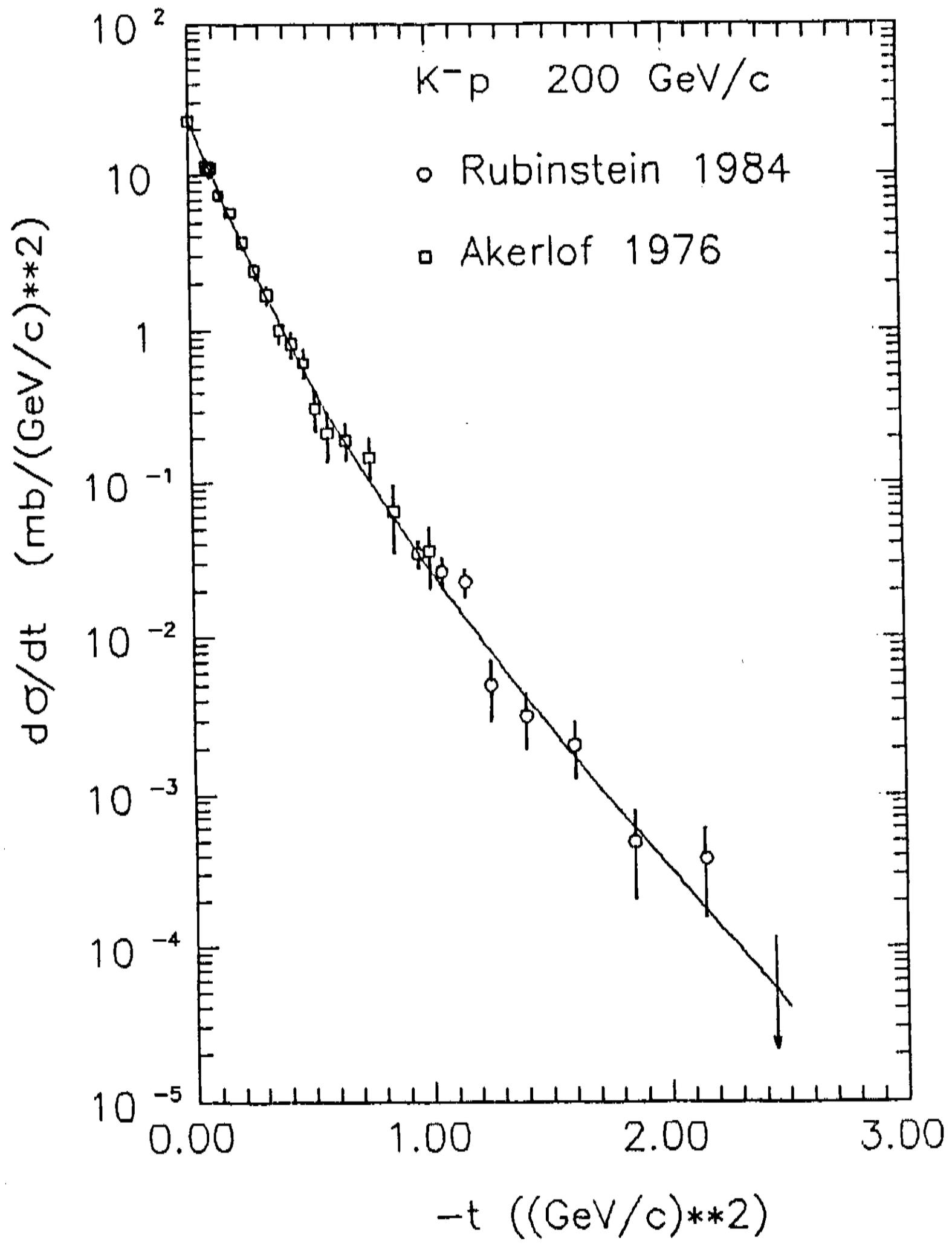


Fig. 18o - Dados de  $d\sigma/dt$  para  $K^-p$  a 200 GeV/c (Refs. 30 e 51).

Os conjuntos de dados experimentais de  $d\sigma/dt$  utilizados são mostrados nas Figs. 18a–o com as respectivas curvas de ajuste, cujo procedimento é discutido a seguir. Cabe notar que 250 GeV/c para  $K^+p$  e 200 GeV/c para  $K^-p$  correspondem aos atuais limites superiores de energia para os quais existem dados de  $d\sigma/dt$ .

## 2.2 Método de Ajuste

Ao longo deste trabalho a seção de choque diferencial será expressa em termos da amplitude  $f(s, t)$  com a seguinte normalização

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f(s, t)|^2. \quad (2.2)$$

Para obter uma parametrização simples de  $d\sigma/dt$  foi considerado que a contribuição da parte real da amplitude é desprezível frente à parte imaginária em todo o intervalo de  $t$  considerado.

Esta hipótese é apoiada em parte pelas estimativas da parte real feitas através de relações de dispersão, em parte pelos valores experimentais de  $\rho$ .

A Fig. 16 mostra uma comparação entre as partes real e imaginária da amplitude para  $pp$  a 53 GeV. Nota-se que a contribuição da parte real só é significativa na região do *dip*.

De outra parte, vê-se pelas Tabs. 3 e 4 que o maior valor de  $\rho$  utilizado na presente análise é  $\rho = 0.171 \pm 0.040$  para  $K^-p$  a 70 GeV/c, e neste caso a contribuição da parte real para o ponto óptico é inferior a 3%. Esta é a situação de maior contribuição da parte real; sendo menor em todos os outros conjuntos de dados. Apesar de se mostrar através destes argumentos justificável a exclusão da parte real da amplitude, este assunto será retomado no próximo capítulo.

Com base nestas hipóteses a amplitude foi parametrizada através de uma soma de

exponenciais em  $t$ ,

$$f(s, t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{\beta_i t} \quad (2.3)$$

Para obtenção dos parâmetros foi usado o método numérico de minimização de  $\chi^2$  descrito no Apêndice II. Os parâmetros obtidos estão nas tabelas 5 e 6, todos em unidades de  $(\text{GeV}/c)^{-2}$ . A última coluna destas tabelas dá o valor de  $\chi^2$  por grau de liberdade ( $n^{\circ}$  de pontos menos  $n^{\circ}$  de parâmetros).

No ajuste de  $K^+p$  a 50 GeV/c foi utilizado um maior número de parâmetros (8) já que os dados deste conjunto cobrem uma região mais extensa em  $t$ . Os valores destes parâmetros aparecem na parte inferior da Tabela 5.

Vê se pelas Tabs. 5 e 6 que os piores ajustes em termos de  $\chi^2/gd\ell$  referem-se a reação  $K^-p$  a 50, 70 e 100 GeV/c. Pelas figuras correspondentes pode se atribuir este fato à já referida “dispersão” dos dados experimentais. Apesar deste senão, os ajustes podem ser considerados de maneira geral bastante satisfatórios, sobretudo o de  $K^+p$  a 50 GeV/c.

Tabela 5 - Parâmetros de ajuste para  $K^+p$ .

$pl_{ab}$ (GeV/c)	$\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1$	$\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$\chi^2/gd\ell$
32.1	$1.057 \pm 0.011$	$2.577 \pm 0.016$	$1.977 \pm 0.030$	$4.200 \pm 0.035$	36/46
70	$1.540 \pm 0.013$	$2.245 \pm 0.015$	$2.209 \pm 0.059$	$5.43 \pm 0.12$	11/13
100	$1.047 \pm 0.010$	$2.818 \pm 0.013$	$2.178 \pm 0.020$	$4.557 \pm 0.042$	41/48
140	$1.332 \pm 0.017$	$2.608 \pm 0.030$	$2.150 \pm 0.043$	$5.247 \pm 0.069$	8/13
175	$2.618 \pm 0.013$	$1.397 \pm 0.017$	$2.942 \pm 0.024$	$6.98 \pm 0.16$	13/14
200	$0.916 \pm 0.017$	$3.155 \pm 0.021$	$2.086 \pm 0.038$	$4.884 \pm 0.083$	35/33
250	$0.996 \pm 0.009$	$3.157 \pm 0.009$	$2.41 \pm 0.11$	$4.422 \pm 0.087$	11/15
50	$\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1$ $3.139 \pm 0.015$ $\beta_1 \pm \Delta\beta_1$ $4.106 \pm 0.029$	$\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2$ $1.8108 \pm 0.0038$ $\beta_2 \pm \Delta\beta_2$ $1.4821 \pm 0.0015$	$\alpha_3 \pm \Delta\alpha_3$ $-1.2589 \pm 0.0035$ $\beta_3 \pm \Delta\beta_3$ $1.4186 \pm 0.0020$	$\alpha_4 \pm \Delta\alpha_4$ $(-2.25 \pm 0.39) \times 10^{-3}$ $\beta_4 \pm \Delta\beta_4$ $0.219 \pm 0.040$	19/32

Tabela 6 - Parâmetros de ajuste para  $K^-p$ 

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1$	$\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$\chi^2/gdl$
32.1	$1.956 \pm 0.013$	$2.260 \pm 0.021$	$2.484 \pm 0.023$	$6.745 \pm 0.086$	37/46
50	$0.654 \pm 0.014$	$3.515 \pm 0.019$	$1.627 \pm 0.069$	$4.570 \pm 0.055$	61/37
70	$1.563 \pm 0.010$	$2.660 \pm 0.010$	$2.31 \pm 0.11$	$6.05 \pm 0.16$	18/9
100	$1.353 \pm 0.007$	$2.850 \pm 0.001$	$2.334 \pm 0.007$	$5.095 \pm 0.029$	98/59
140	$1.098 \pm 0.016$	$3.121 \pm 0.019$	$2.075 \pm 0.088$	$5.462 \pm 0.093$	11/10
175	$1.097 \pm 0.014$	$3.166 \pm 0.018$	$2.049 \pm 0.066$	$5.463 \pm 0.066$	10/12
200	$0.972 \pm 0.010$	$3.330 \pm 0.010$	$2.048 \pm 0.044$	$4.95 \pm 0.11$	19/22

## 2.3 Ajuste-Teste

Para verificar até que ponto a falta de dados experimentais para grandes  $t$ 's pode afetar os resultados obtidos através das parametrizações apresentadas, foi feita uma outra parametrização para  $K^+p$  a 50 GeV/c, com dados apenas na região de  $t$  pequeno.

Neste caso foram utilizados os dados que estão no intervalo  $0.0375 \leq |t| \leq 0.7$  (GeV/c)<sup>2</sup> da Ref. 17 (cf. Tab. 1). Com isso se pode comparar os resultados obtidos através do conjunto completo de dados com este conjunto "parcial" e estimar a magnitude do erro que se comete ignorando os dados de grandes  $t$ 's.

Esta parametrização foi feita nos moldes anteriores, ou seja, através das expressões (2.2) e (2.3). Os parâmetros obtidos são apresentados na Tab. 7 abaixo, com a indicação 50p na coluna de  $p_{lab}$ .

Tabela 7 - Parâmetros de ajuste para  $K^+p$  a 50 GeV/c obtidos conforme texto da seção 2.3

$p_{lab}$ (GeV/c)	$\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1$	$\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$\chi^2/gdl$
50p	$1.435 \pm 0.015$	$2.256 \pm 0.015$	$2.573 \pm 0.086$	$4.53 \pm 0.11$	10/13

Este ajuste será utilizado mais adiante para se discutir as limitações das parametrizações das Tabs. 5 e 6.

# Capítulo 3

## Análise na Representação de Parâmetro de Impacto

A representação de impacto estabelece uma ligação entre a amplitude de espalhamento dada em termos do momento transferido e a probabilidade de interação expressa no espaço de parâmetro de impacto<sup>48,52</sup>. Esta ligação pode ser utilizada em duas vias. Por um lado ela permite obter informações a respeito da estrutura dos hádrons a partir dos dados da seção de choque diferencial elástica. No sentido inverso pode-se, a partir de hipóteses a respeito da probabilidade de interação no espaço de parâmetro de impacto, obter correspondentes previsões para a dependência em  $t$  da seção de choque diferencial.

Neste capítulo utiliza-se a primeira possibilidade para obter dos dados de  $d\sigma/dt$ , parametrizados no capítulo anterior, informações a respeito das funções de *overlap*.

### 3.1 Formalismo da Representação de Parâmetro de Impacto

A amplitude de espalhamento na expansão de ondas parciais é dada por<sup>53</sup>

$$f(s, \theta) = \frac{1}{k} \sum_{\ell} (2\ell + 1) f(s, \ell) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (3.1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento no SCM,  $\ell$  indica a  $\ell^{\text{ésima}}$  onda parcial e  $k$  o momento incidente no SCM, e

$$f(s, \ell) = \frac{\eta_\ell(s) e^{2i\delta_\ell(s)} - 1}{2i} \quad (3.2)$$

é a amplitude de espalhamento elástico para a  $\ell^{\text{ésima}}$  onda parcial.  $\eta_\ell(s)$  é o fator de absorção da  $\ell^{\text{ésima}}$  onda parcial e situa-se no intervalo  $0 \leq \eta_\ell(s) \leq 1$ .

Através de uma aproximação semi-clássica pode-se expressar (3.1) em termos do parâmetro de impacto  $b$ , utilizando-se a relação

$$L = bkh \simeq (\ell + 1/2)\hbar,$$

e portanto

$$b \simeq (\ell + 1/2)/k \quad (3.3)$$

onde  $L$  é o momento angular da  $\ell^{\text{ésima}}$  onda parcial no limite de altas energias.

Através de (3.3) vê-se que para altas energias o número de ondas parciais é grande, de forma que pode-se aproximar a soma em (3.1) por um integral.

Usando-se

$$P_\ell(\cos \theta) \simeq J_0[2(\ell + 1/2) \text{sen } \theta/2] \simeq J_0(b\sqrt{-t}) \quad (3.4)$$

e introduzindo-se

$$\Gamma(s, b) = 1 - \eta(s, b) e^{2i\delta(s, b)}$$

pode-se escrever

$$f(s, t) = i \int_0^\infty b db \Gamma(s, b) J_0(b\sqrt{-t}). \quad (3.5)$$

Na expressão (3.4) acima usou-se  $-t = 4k^2 \text{sen}^2(\theta/2)$  (Apêndice I).

$\Gamma(s, b)$  é usualmente chamada função de perfil e estabelece a representação de parâmetro de impacto para  $f(s, t)$  (unidades em que  $\hbar = c = 1$ ).

Usando-se  $-t = q^2$ , com  $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$  sendo o tri-momento transferido no SCM,

pode-se explicitar  $\Gamma(s, b)$  tomando-se a transformada inversa de Hankel em (3.5),

$$\Gamma(s, b) = -i \int_0^\infty q dq f(s, q^2) J_0(bq). \quad (3.6)$$

Por outro lado, como uma consequência da unitariedade, o teorema óptico (1.1) pode ser generalizado para  $t \neq 0$  como

$$Im f(s, t) = [G_{el}(s, t) + G_{in}(s, t)]/4\pi \quad (3.7)$$

onde  $G_{el}$  e  $G_{in}$  são as funções de *overlap* elástica e inelástica introduzidas por Van Hove<sup>54</sup>.

A expressão (3.7) pode ser escrita no espaço de parâmetro de impacto como

$$2 Re \Gamma(s, b) = |\Gamma(s, b)|^2 + G_{in}(s, b), \quad (3.8)$$

onde a normalização é tal que

$$\sigma_{tot}(s) = 4\pi \int_0^\infty Re \Gamma(s, b) b db, \quad (3.9a)$$

$$\sigma_{el}(s) = 2\pi \int_0^\infty |\Gamma(s, b)|^2 b db, \quad (3.9b)$$

$$\sigma_{in}(s) = 2\pi \int_0^\infty G_{in}(s, b) b db. \quad (3.9c)$$

Usualmente se define

$$G_{tot}(s, b) \equiv 2 Re \Gamma(s, b) \quad (3.10a)$$

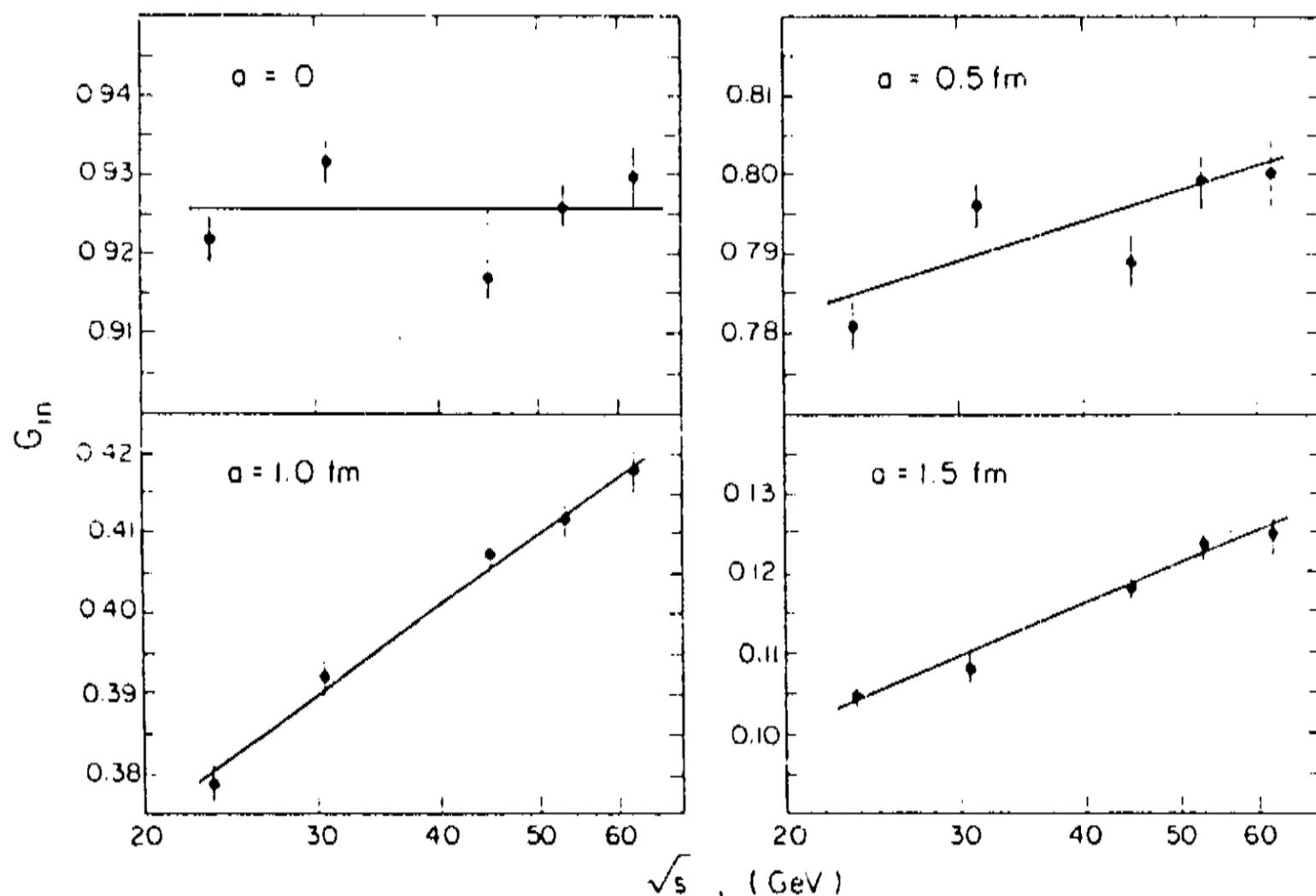
e

$$G_{el}(s, b) \equiv |\Gamma(s, b)|^2. \quad (3.10b)$$

Amaldi e Schubert<sup>22</sup> elaboraram um trabalho através deste formalismo analisando os dados de *pp* obtidos no ISR que é considerado padrão.

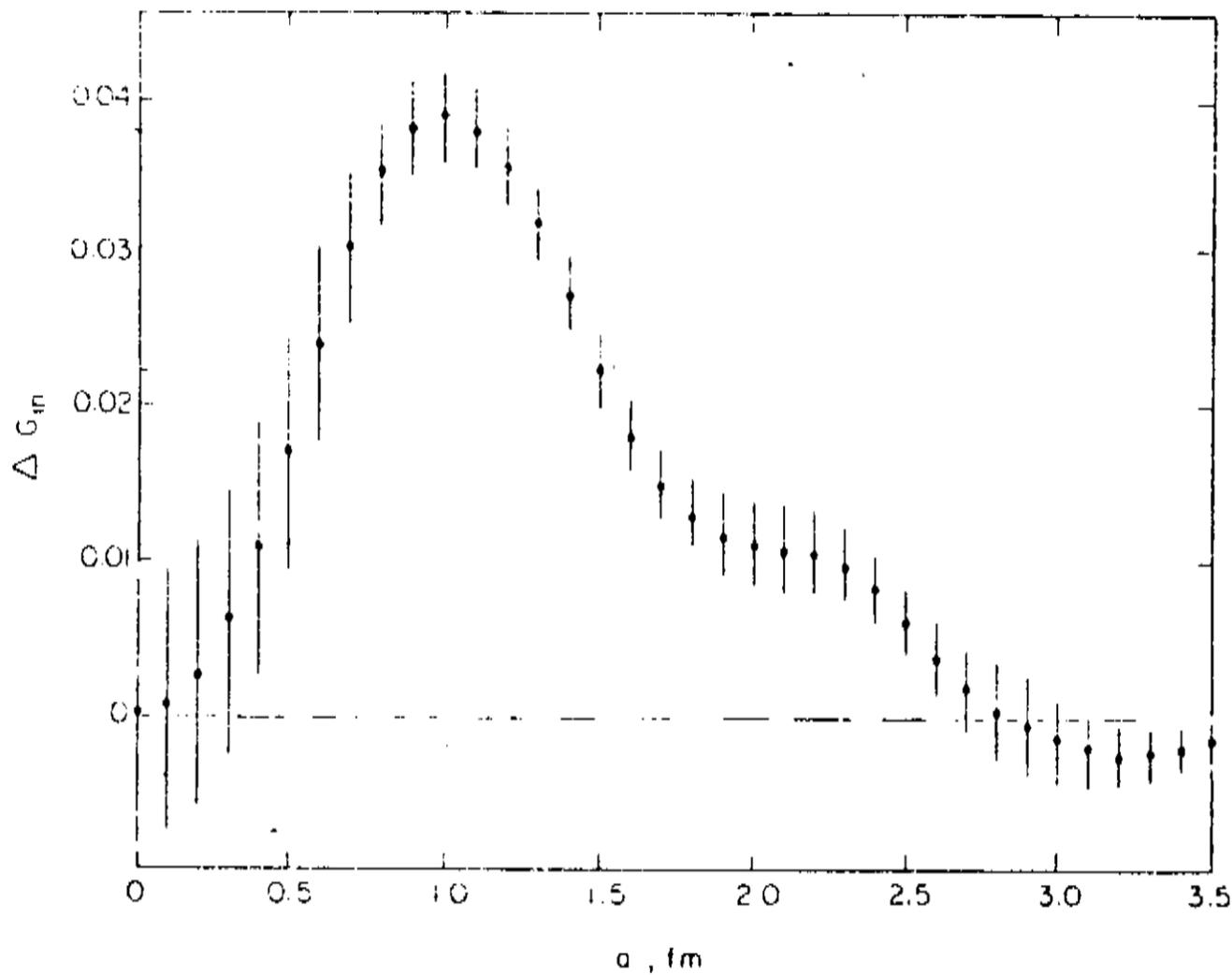
Suas principais conclusões podem ser resumidas nas Figs. 19 e 20. Na primeira, a

função de *overlap* inelástica é praticamente constante na região central ( $b = 0$ ) enquanto que na região periférica cresce aproximadamente como  $\ln s$ .



**Fig. 19** – Função de *overlap* inelástica da reação  $pp$  como função da energia para parâmetro de impacto fixo (Ref. 22).

A Fig. 20 mostra o aumento da função  $G_{in}$  como função do parâmetro de impacto entre as energias extremas do ISR, 23 e 62 GeV no SCM. Nota-se um crescimento acentuado em torno de  $b = 1$  fm.



**Fig. 20** – Variação da função de *overlap* inelástica em função do parâmetro de impacto (Ref. 22).

Uma outra quantidade que pode ser calculada na representação de parâmetro de impacto é o limite superior da função de *overlap* para processos difrativos inelásticos, conhecido como limite de Pumplin<sup>55</sup>. Este limite corresponde à condição:

$$G_{dif}(s, b) \leq G_{tot}(s, b)/2 - G_{el}(s, b) = G_{dif}^{max}(s, b). \quad (3.11)$$

## 3.2 Análise da Reação Káon-Próton

Nesta seção é apresentado um estudo das reações  $K^\pm p$  através da representação de parâmetro de impacto fazendo-se uso das parametrizações da amplitude de espalhamento.

Efetuando-se a transformada (3.6) sobre a parametrização (2.3) resulta

$$Re \Gamma(s, b) = \sum_i \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-b^2/4\beta_i}, \quad (3.12)$$

já que a parte real da amplitude no espaço de momento transferido foi desprezada e, em consequência,  $Im \Gamma(s, b) = 0$ .

De (3.8) obtém-se

$$G_{in}(s, b) = 2 Re \Gamma(s, b) - [Re \Gamma(s, b)]^2 \quad (3.13)$$

e de (3.10b)

$$G_{el}(s, b) = [Re \Gamma(s, b)]^2. \quad (3.14)$$

Com as expressões (3.12) – (3.14) pode-se obter todas as informações a respeito das funções de *overlap* usando-se os parâmetros apresentados anteriormente (Tabs. 5 e 6).

Porém, antes de proceder a esta análise cabe lembrar que existem dois fatores de imprecisão nos resultados obtidos.

Um deles provém da suposição de que

$$|\Gamma(s, b)| = Re \Gamma(s, b), \quad (3.15)$$

adotada em função de não existirem meios seguros de se obter  $\rho(s, t)$  e propagar seus efeitos para o espaço de parâmetro de impacto. Contudo, uma estimativa de D. S. Ayres et al. (ref. 56) indica que o erro global introduzido com esta hipótese é inferior a 3%.

O outro resulta dos conjuntos de dados com reduzido intervalo de  $t$ . Nesse caso, para se ter uma idéia da magnitude dos erros foram tomadas as parametrizações de  $K^+p$  a 50 GeV/c obtidas com o conjunto completo de dados (Tab. 5) e com o conjunto parcial (Tab. 7) e calculou-se a razão entre as funções  $G_{in}$  calculadas com cada uma dessas parametrizações. O mesmo foi feito para  $G_{el}$ .

Os resultados dessas duas razões estão nas Figs. 21 e 22. Pode-se ver que no caso de  $G_{in}$  o quociente oscila em torno de 1 com variações inferiores a 6% no intervalo

$0 \leq b \leq 1.5$  fm que é a região relevante para se computar tanto os processos inelásticos quanto os elásticos. Conforme se verá posteriormente estes são mais centrais que aqueles já que o limite de 1.5 fm corresponde a cerca de três vezes o raio médio de  $G_{el}$  e de duas vezes o raio médio de  $G_{in}$ .

No caso de  $G_{el}$  (Fig. 22) os erros são maiores e estão concentrados na região central. Na região periférica ( $0.5 < b < 1.5$  fm) as discordâncias são inferiores a 3%.

Embora seja difícil se estimar com segurança, pode-se supor que as imprecisões contidas na análise de  $G_{in}$  não atinjam a 10% mesmo na situação mais desfavorável, sendo que para aqueles conjuntos de dados em que o intervalo de  $t$  vai além de  $0.7$  (GeV/c)<sup>2</sup> e que a contribuição da parte real é muito pequena este percentual de incerteza seria bem menor. Para o caso de  $G_{el}$  os erros seriam superiores na região central e inferiores na região periférica.

Nas Figs. 23 e 24 apresenta-se as funções de *overlap* total, inelástica e elástica calculadas para  $K^+p$  a 250 GeV/c e  $K^-p$  a 200 GeV/c através de (3.12) – (3.14). Os erros que aparecem nas funções de *overlap* apresentadas e nos demais resultados deste capítulo são provenientes das incertezas nos parâmetros de ajuste (Apêndice II).

Nas mesmas figuras são mostrados os limites de Pumplin para a difração inelástica que apresentam um comportamento mais periférico quando comparados às funções de *overlap* elástica e inelástica.

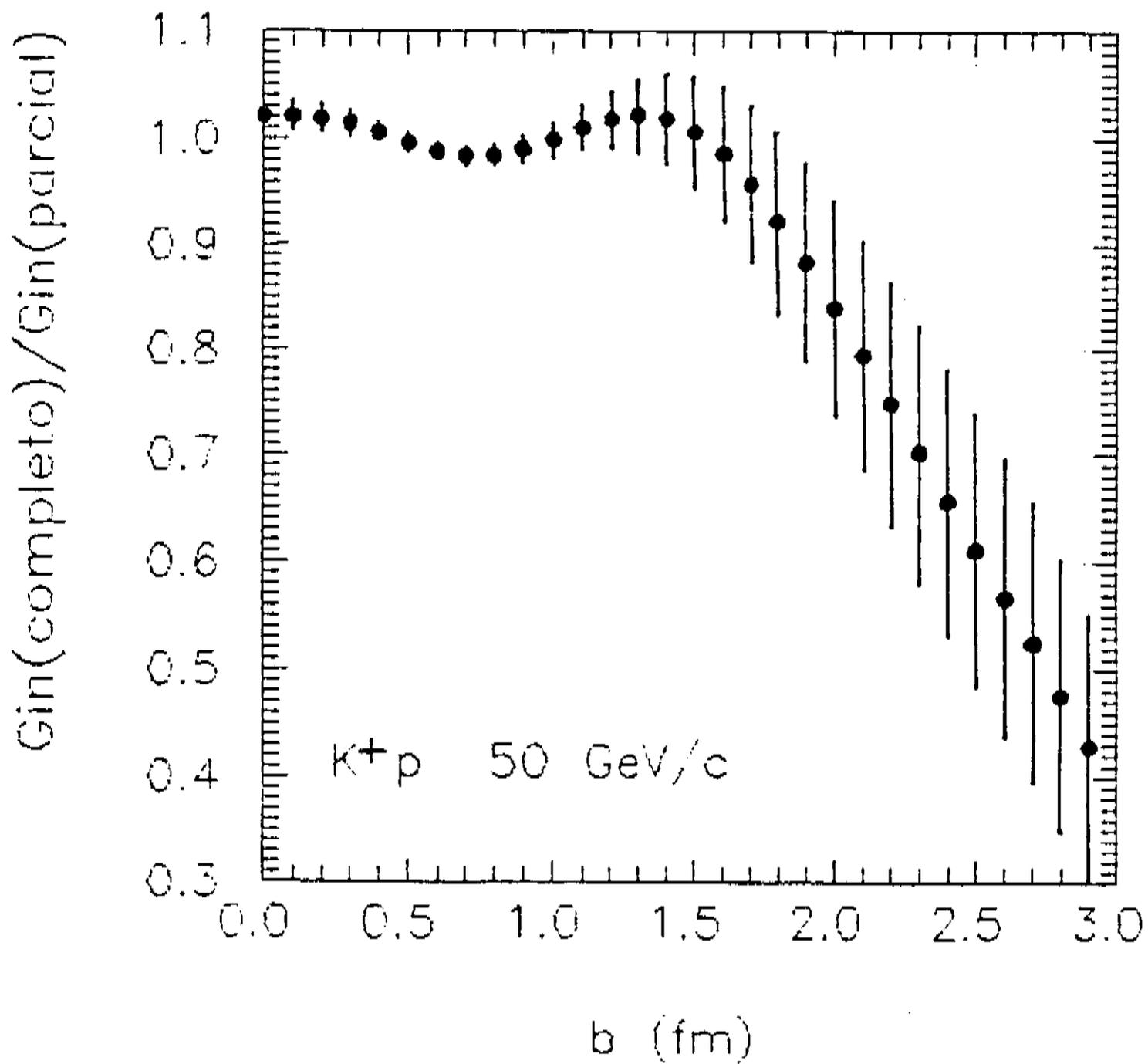


Fig. 21 – Razão entre as funções  $G_{in}$  obtidas com os parâmetros das Tabs. 5 e 7 para  $K^+p$  a 50 GeV/c.

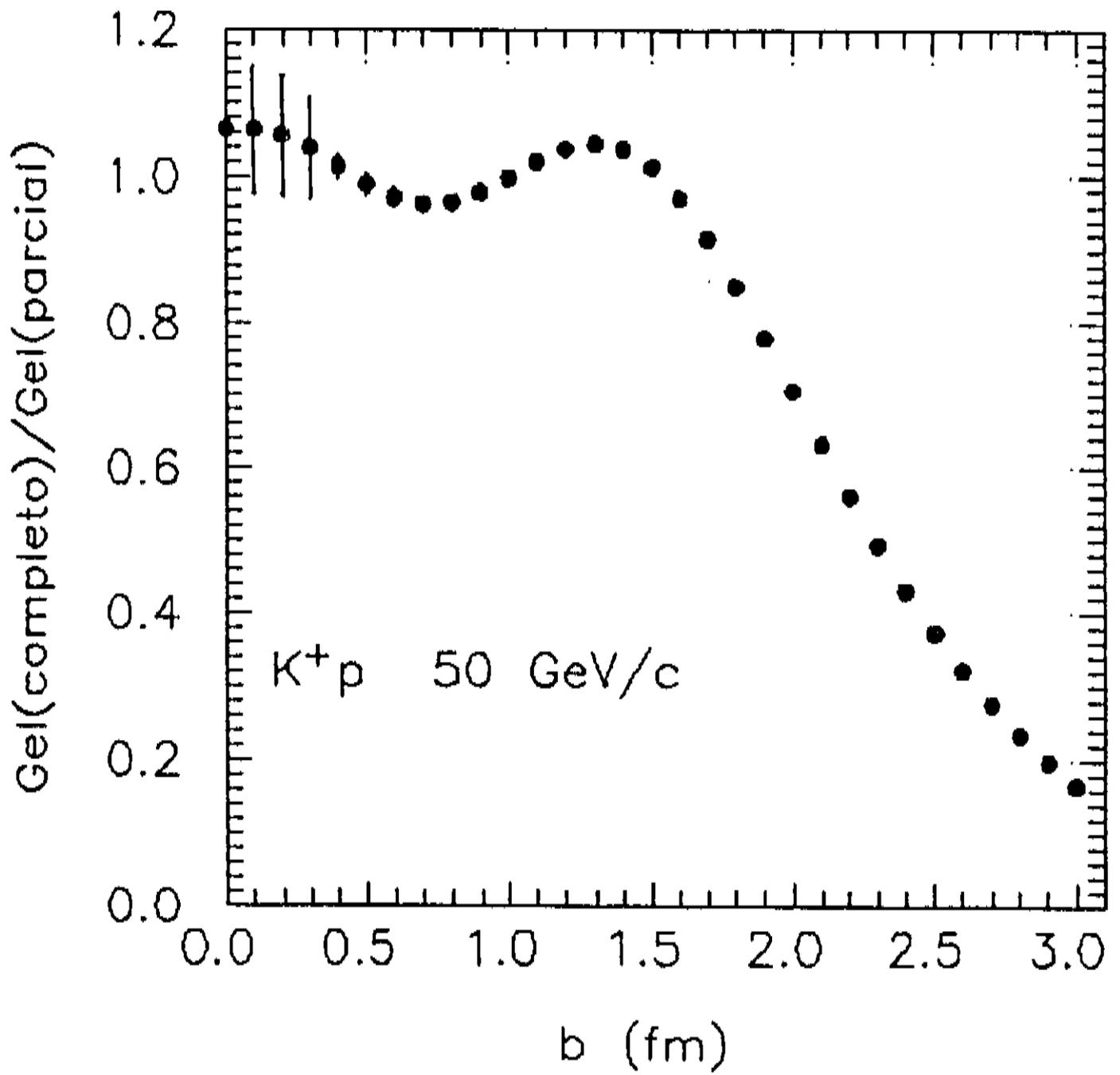


Fig. 22 - O mesmo da Fig. 21 para as funções  $G_{el}$ .

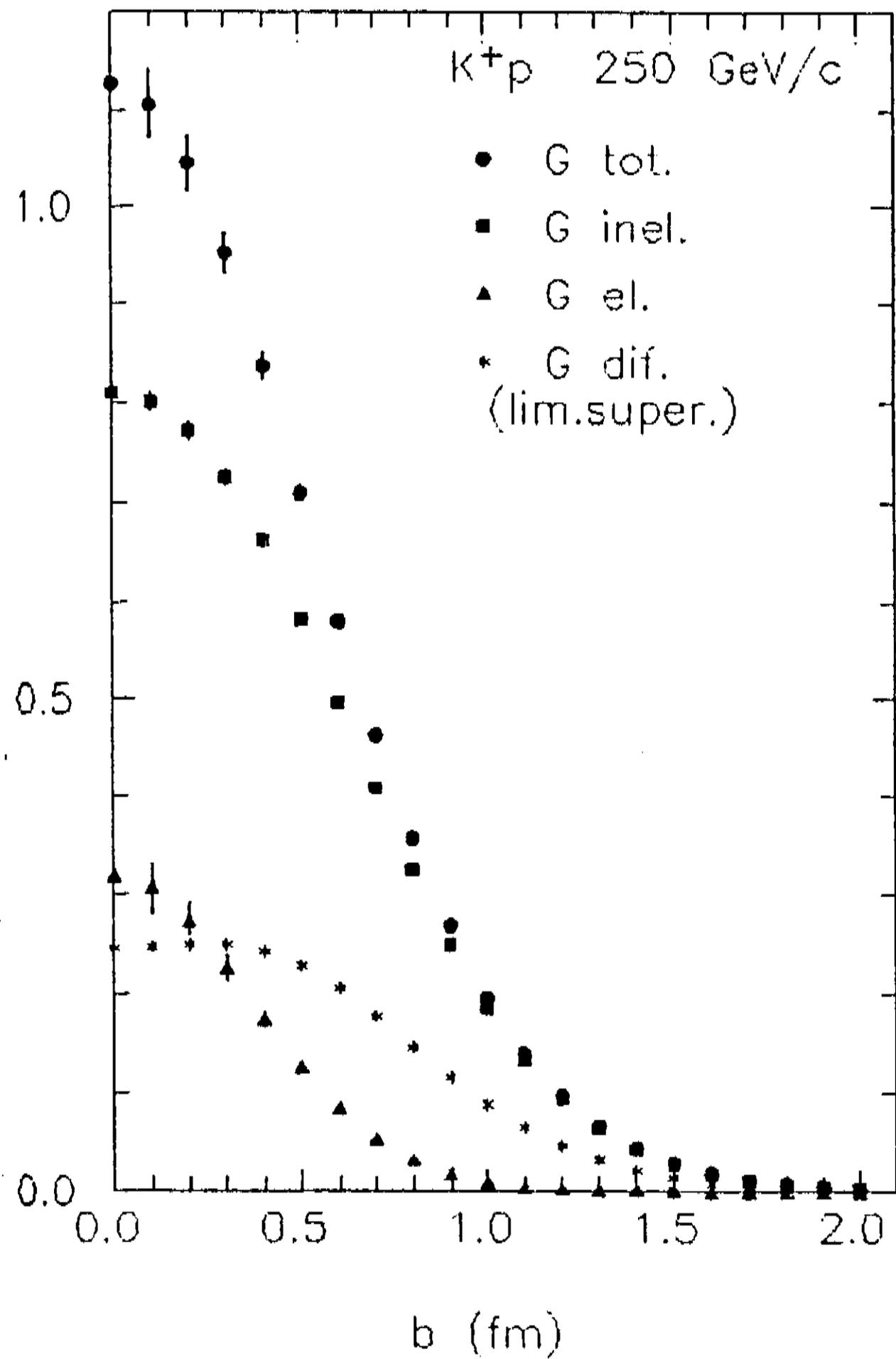


Fig. 23 - Funções de *overlap* total, inelástica e elástica e o limite de Pumplin para a reação  $K^+p$ .

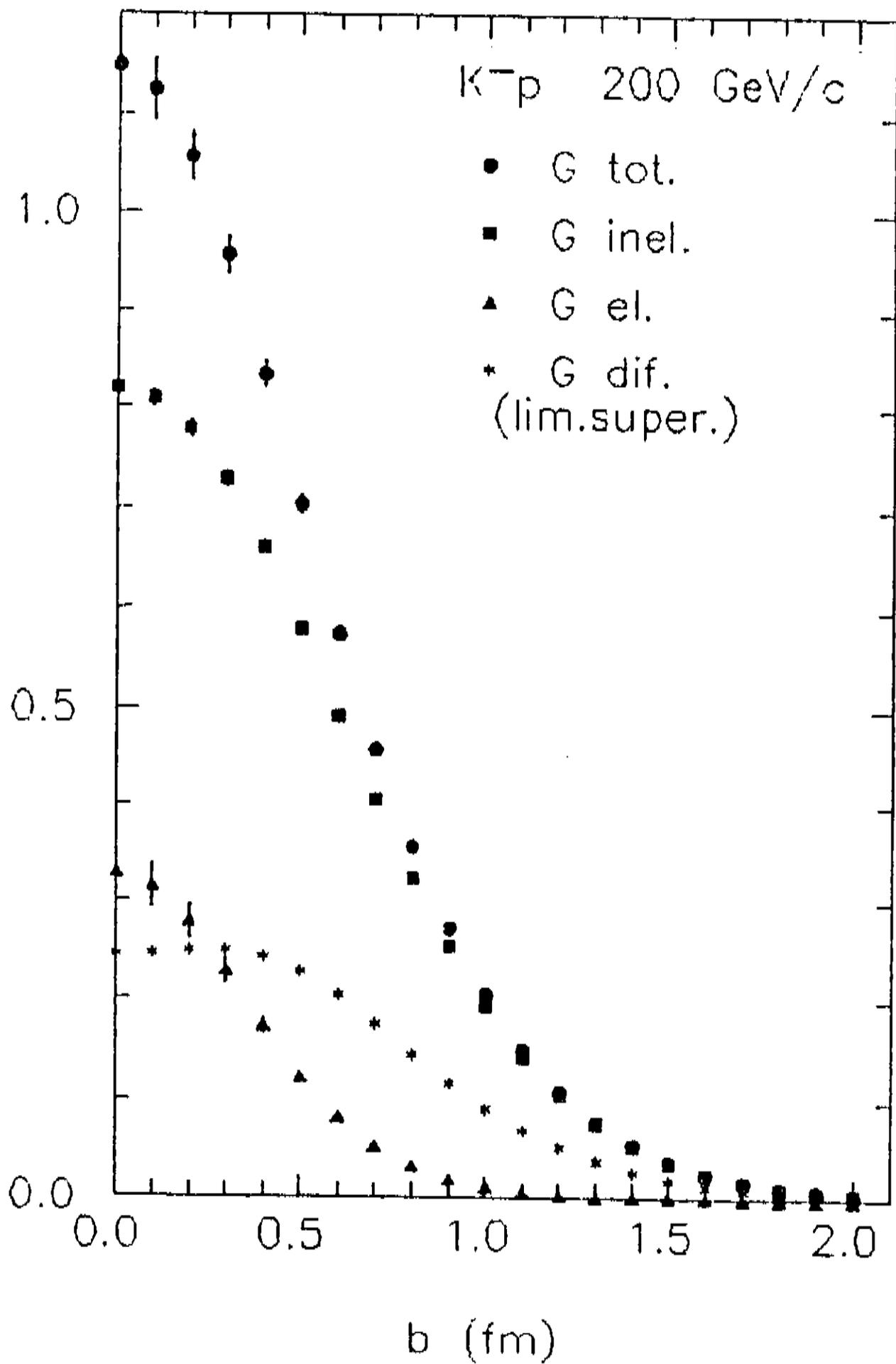


Fig. 24 - Funções de *overlap* total, inelástica e elástica e o limite de Pumplin para a reação  $K^-p$ .

Nas tabelas 8 e 9 abaixo são apresentadas as grandezas obtidas através de (3.9a - c) utilizando-se os parâmetros de ajuste.

Tabela 8 - Seções de choque obtidas para  $K^+p$

$p_{lab}(\text{GeV}/c)$	$\sigma_{el}(\text{mb})$	$\sigma_{in}(\text{mb})$	$\sigma_{tot}(\text{mb})$	$\sigma_{el}/\sigma_{tot}$
32.1	$2.39 \pm 0.02$	$15.39 \pm 0.07$	$17.78 \pm 0.09$	$0.134 \pm 0.001$
50	$2.32 \pm 0.02$	$15.74 \pm 0.06$	$18.06 \pm 0.08$	$0.128 \pm 0.001$
50p	$2.29 \pm 0.03$	$15.77 \pm 0.07$	$18.06 \pm 0.10$	$0.127 \pm 0.002$
70	$2.33 \pm 0.03$	$16.19 \pm 0.07$	$18.52 \pm 0.10$	$0.126 \pm 0.002$
100	$2.45 \pm 0.02$	$16.47 \pm 0.06$	$18.92 \pm 0.08$	$0.129 \pm 0.001$
140	$2.45 \pm 0.02$	$16.83 \pm 0.09$	$19.28 \pm 0.11$	$0.127 \pm 0.001$
175	$2.50 \pm 0.02$	$17.15 \pm 0.08$	$19.65 \pm 0.10$	$0.127 \pm 0.001$
200	$2.51 \pm 0.04$	$17.41 \pm 1.10$	$19.92 \pm 0.14$	$0.126 \pm 0.002$
250	$2.76 \pm 0.04$	$17.57 \pm 0.03$	$20.32 \pm 0.07$	$0.136 \pm 0.002$

Tabela 9 - Seções de choque obtidas para  $K^-p$

$p_{lab}(\text{GeV}/c)$	$\sigma_{el}(\text{mb})$	$\sigma_{in}(\text{mb})$	$\sigma_{tot}(\text{mb})$	$\sigma_{el}/\sigma_{tot}$
32.1	$2.58 \pm 0.02$	$18.05 \pm 0.10$	$20.63 \pm 0.12$	$0.125 \pm 0.001$
50	$2.72 \pm 0.03$	$17.68 \pm 0.08$	$20.40 \pm 0.11$	$0.133 \pm 0.002$
70	$2.58 \pm 0.03$	$18.09 \pm 0.04$	$20.67 \pm 0.07$	$0.125 \pm 0.002$
100	$2.72 \pm 0.02$	$17.84 \pm 0.05$	$20.57 \pm 0.07$	$0.132 \pm 0.001$
140	$2.56 \pm 0.03$	$18.09 \pm 0.09$	$20.65 \pm 0.12$	$0.124 \pm 0.002$
175	$2.61 \pm 0.03$	$18.25 \pm 0.08$	$20.86 \pm 0.11$	$0.125 \pm 0.002$
200	$2.79 \pm 0.04$	$18.27 \pm 0.03$	$21.06 \pm 0.07$	$0.132 \pm 0.002$

Os resultados apresentados na Tab. 8 estão em boa concordância com os dados experimentais. Isto pode ser visto comparando-se os valores  $\sigma_{tot}$  com aqueles da Tab. 3. Os valores de  $\sigma_{el}$  também estão em bom acordo com a compilação da Ref. 18. Sob

indicação  $50p$  aparecem os resultados obtidos com a parametrização do conjunto parcial de  $K^+p$  a  $50 \text{ GeV}/c$ .

Algo interessante de ser notado é que a razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  se mantém praticamente constante no intervalo  $50 \leq p_{lab} \leq 200 \text{ GeV}/c$ . Esta é uma característica do *Geometrical Scaling* conforme foi mencionado no Cap. 1.

Os mesmos comentários não podem ser repetidos para os resultados da Tab. 9 referentes à reação  $K^-p$ . A concordância com os resultados experimentais não é tão boa. Além disso, não se verifica a constância na razão  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  observada para  $K^+p$ .

Deve ser lembrado, no entanto, que os três piores ajustes em termos de  $\chi^2/gd\ell$  referem-se a  $p_{lab} = 50, 70$  e  $100 \text{ GeV}/c$  para  $K^-p$ .

Os resultados de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  para  $K^+p$  podem estar sugerindo a existência de *Geometrical Scaling* até cerca de  $200 \text{ GeV}/c$ , sendo violado para energias maiores a exemplo do que acontece para  $pp(\bar{p})$  na passagem do ISR para o Collider. Tal idéia, porém, não é confirmada com os resultados de  $K^-p$ .

Com isso, apenas com mais e melhores dados experimentais se poderá confirmar a suspeita aqui levantada de que o *Geometrical Scaling* existe como fenômeno transitório na reação káon-próton da mesma forma que em  $pp$  e  $\bar{p}p$ , só que para energias bem inferiores.

Este assunto será retomado adiante.

### 3.2.1 Dependência Energética

Para verificar a dependência energética das funções de *overlap* inelástica e elástica foram calculados seus valores para as diferentes energias estudadas em determinados parâmetros de impacto ( $b = 0, 0.5, 1.0, 1.5 \text{ fm}$ ).

Os valores de  $G_{in}$  são mostrados nas Figs. 25 a–d. As Tabs. 10 e 11 apresentam os valores de  $G_{in}$  e  $G_{el}$ , respectivamente.

Nota-se que na região central (Fig. 25a) os valores obtidos para ambas as reações não apresentam um comportamento muito bem definido mas, pode-se dizer, são compatíveis com uma constante. Na região periférica porém (Figs. 25 b-d) pode-se ver um comportamento médio crescente com a energia ( $p_{lab}$ ), mais acentuado no caso de  $K^+p$ .

De uma maneira geral o comportamento obtido aqui para káon-próton é semelhante ao que Amaldi e Schubert<sup>22</sup> observaram para próton-próton com dados do ISR (Fig. 19).

Para a função de *overlap* elástica o resultado é qualitativamente semelhante ao obtido para  $G_{in}$  (Tab. 11).

É usual se definir transparência<sup>17</sup> de uma interação como  $1 - G_{in}(b = 0)$ , que corresponde à probabilidade de não ocorrer absorção em uma colisão frontal. Nas reações estudadas a transparência é 20% para  $K^+p$  e 19% para  $K^-p$ .

Uma outra forma de se ver a dependência energética das funções de *overlap* consiste em se calcular as diferenças entre essas funções para duas dadas energias.

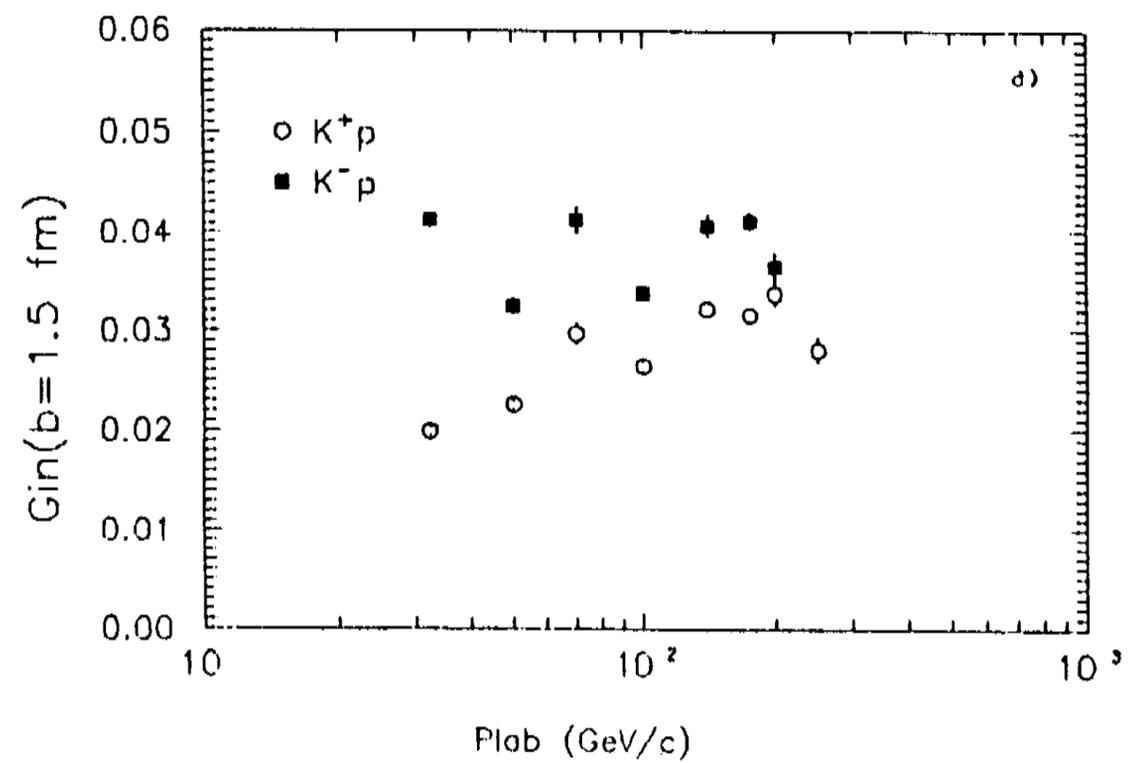
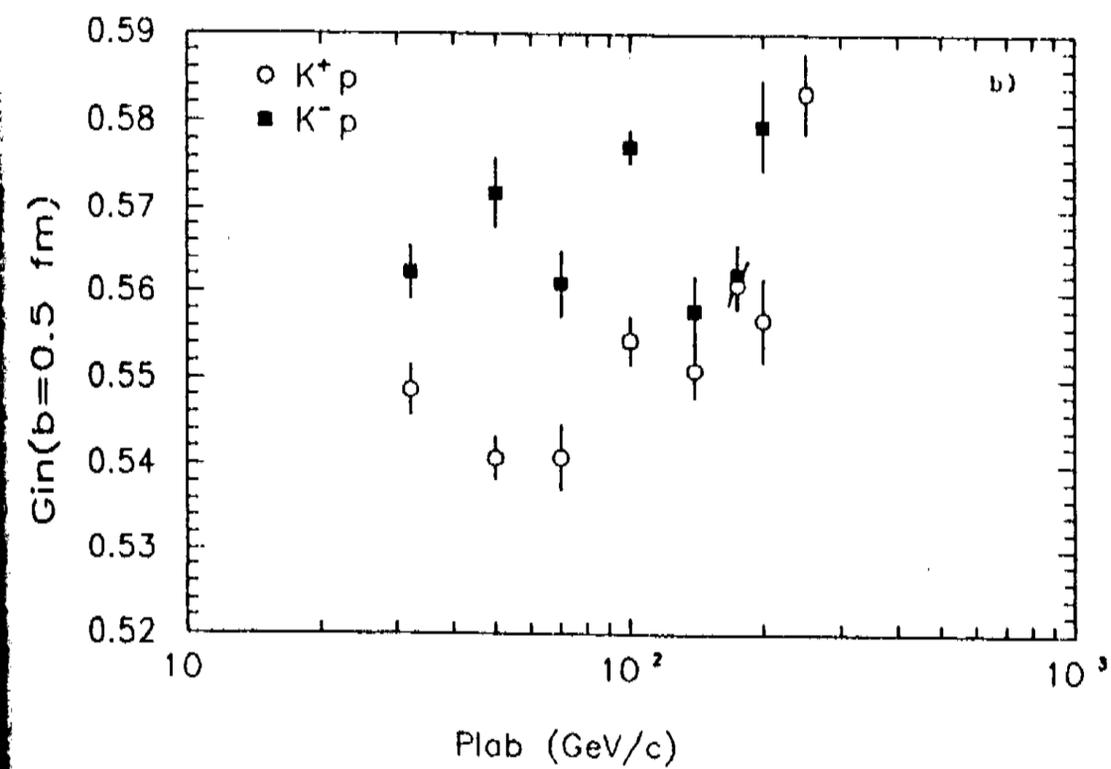
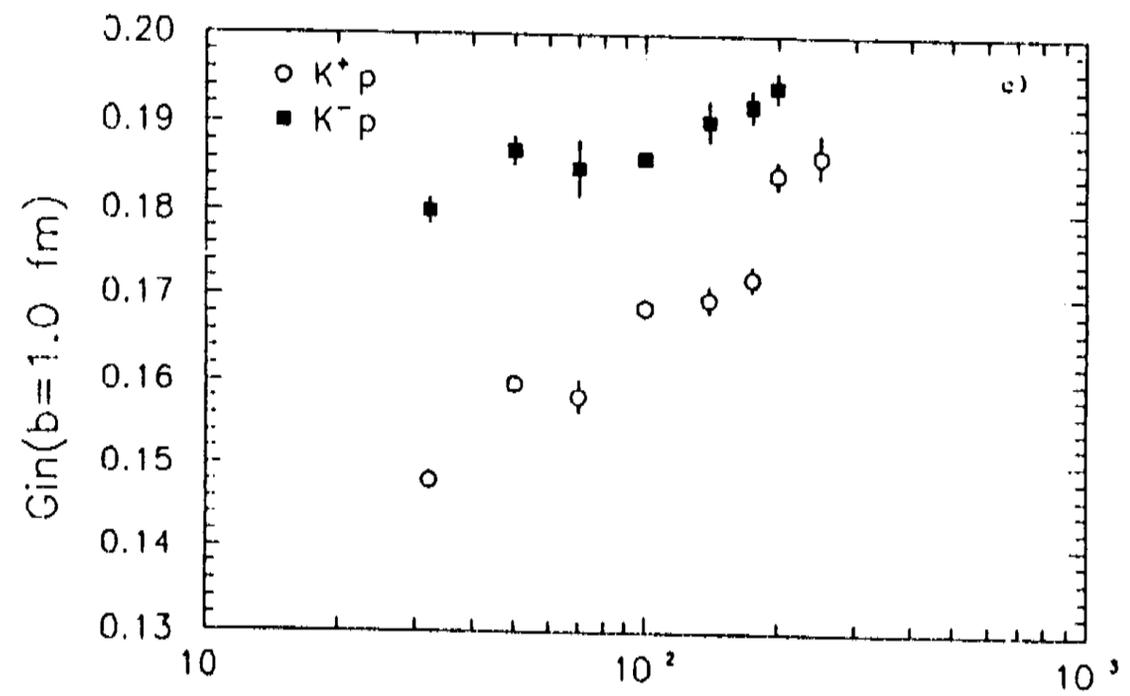
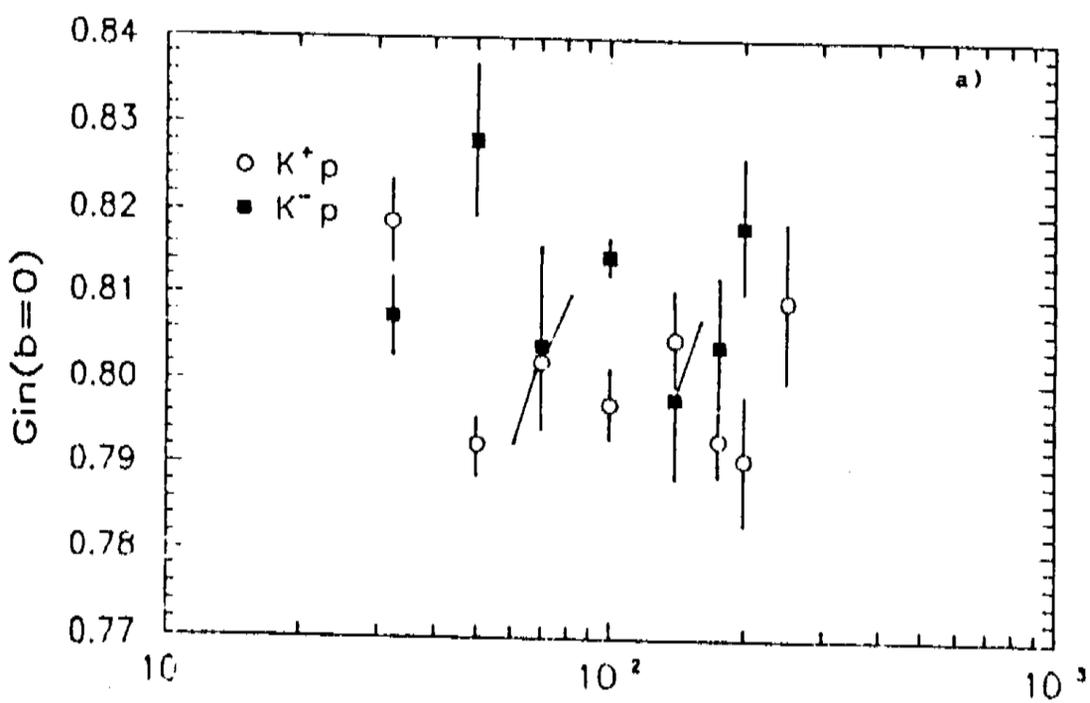


Fig. 25 - Função de *overlap* inelástica para  $K^-p$  e  $K^+p$  em função de  $p_{lab}$ .

Tabela 10 - Valores de  $G_{in}$  calculados para determinados parâmetros de impacto em função de  $p_{lab}$ .

Para cada  $p_{lab}$  os valores superiores referem-se a  $K^+p$  e os inferiores a  $K^-p$ .

$p_{lab}$	$b = 0$	$b = 0.5 \text{ fm}$	$b = 1.0 \text{ fm}$	$b = 1.5 \text{ fm}$
32.1	$0.8188 \pm 0.0048$	$0.5486 \pm 0.0028$	$0.1479 \pm 0.0011$	$0.0199 \pm 0.0004$
	$0.8075 \pm 0.0045$	$0.5623 \pm 0.0031$	$0.1799 \pm 0.0014$	$0.0413 \pm 0.0007$
50	$0.7924 \pm 0.0036$	$0.5407 \pm 0.0024$	$0.1596 \pm 0.0009$	$0.0226 \pm 0.0004$
	$0.8282 \pm 0.0086$	$0.5718 \pm 0.0040$	$0.1869 \pm 0.0015$	$0.0324 \pm 0.0009$
70	$0.8022 \pm 0.0079$	$0.5408 \pm 0.0036$	$0.1581 \pm 0.0019$	$0.0297 \pm 0.0010$
	$0.8042 \pm 0.0116$	$0.5610 \pm 0.0038$	$0.1849 \pm 0.0031$	$0.0413 \pm 0.0013$
100	$0.7972 \pm 0.0041$	$0.5544 \pm 0.0027$	$0.1686 \pm 0.0010$	$0.0264 \pm 0.0005$
	$0.8146 \pm 0.0022$	$0.5772 \pm 0.0018$	$0.1861 \pm 0.0007$	$0.0337 \pm 0.0004$
140	$0.8050 \pm 0.0055$	$0.5510 \pm 0.0031$	$0.1696 \pm 0.0015$	$0.0322 \pm 0.0007$
	$0.7979 \pm 0.0093$	$0.5579 \pm 0.0039$	$0.1903 \pm 0.0021$	$0.0407 \pm 0.0011$
175	$0.7930 \pm 0.0040$	$0.5609 \pm 0.0028$	$0.1720 \pm 0.0013$	$0.0316 \pm 0.0007$
	$0.8042 \pm 0.0079$	$0.5622 \pm 0.0034$	$0.1920 \pm 0.0017$	$0.0412 \pm 0.0008$
200	$0.7907 \pm 0.0074$	$0.5568 \pm 0.0048$	$0.1843 \pm 0.0015$	$0.0337 \pm 0.0011$
	$0.8183 \pm 0.0078$	$0.5796 \pm 0.0050$	$0.1941 \pm 0.0015$	$0.0364 \pm 0.0015$
250	$0.8095 \pm 0.0094$	$0.5833 \pm 0.0044$	$0.1864 \pm 0.0022$	$0.0281 \pm 0.0012$

Tabela 11 - Valores de  $G_{el}$  calculados para determinados parâmetros de impacto em função de  $p_{lab}$ .

Para cada  $p_{lab}$  os valores superiores referem-se a  $K^+p$  e os inferiores a  $K^-p$ .

$p_{lab}$	$b = 0$	$b = 0.5 \text{ fm}$	$b = 1.0 \text{ fm}$
32.1	$0.3298 \pm 0.0125$	$0.1077 \pm 0.0010$	$(0.5915 \pm 0.0022) \times 10^{-2}$
	$0.3150 \pm 0.0106$	$0.1145 \pm 0.0014$	$0.8908 \pm 0.0033) \times 10^{-2}$
50	$0.2964 \pm 0.0071$	$0.1039 \pm 0.0010$	$(0.6931 \pm 0.0019) \times 10^{-2}$
	$0.3428 \pm 0.0259$	$0.1194 \pm 0.0021$	$(0.9643 \pm 0.0051) \times 10^{-2}$
70	$0.3084 \pm 0.0212$	$0.1039 \pm 0.0019$	$(0.6794 \pm 0.0050) \times 10^{-2}$
	$0.3109 \pm 0.0327$	$0.1138 \pm 0.0024$	$(0.9439 \pm 0.0127) \times 10^{-2}$
100	$0.3022 \pm 0.0088$	$0.1105 \pm 0.0012$	$(0.7777 \pm 0.0023) \times 10^{-2}$
	$0.3243 \pm 0.0049$	$0.1223 \pm 0.0008$	$(0.9574 \pm 0.0013) \times 10^{-2}$
140	$0.3118 \pm 0.0143$	$0.1088 \pm 0.0014$	$(0.7875 \pm 0.0038) \times 10^{-2}$
	$0.3030 \pm 0.0243$	$0.1123 \pm 0.0021$	$(1.0037 \pm 0.0080) \times 10^{-2}$
175	$0.2970 \pm 0.0093$	$0.1138 \pm 0.0014$	$(0.8112 \pm 0.0034) \times 10^{-2}$
	$0.3108 \pm 0.0210$	$0.1145 \pm 0.0017$	$(1.0227 \pm 0.0065) \times 10^{-2}$
200	$0.2943 \pm 0.0160$	$0.1117 \pm 0.0024$	$(0.9381 \pm 0.0046) \times 10^{-2}$
	$0.3291 \pm 0.0233$	$0.1236 \pm 0.0035$	$(1.0463 \pm 0.0063) \times 10^{-2}$
250	$0.3176 \pm 0.0269$	$0.1256 \pm 0.0033$	$(0.9600 \pm 0.0092) \times 10^{-2}$

Nas Figs. 26a e 26b são mostradas as variações

$$\Delta G_{in}^{250-32} = G_{in}(250 \text{ GeV}/c, b) - G_{in}(32 \text{ GeV}/c, b) \quad (3.16)$$

e

$$\Delta G_{in}^{200-50} = G_{in}(200 \text{ GeV}/c, b) - G_{in}(50 \text{ GeV}/c, b) \quad (3.17)$$

para as  $K^+p$  e  $K^-p$ , respectivamente.

Nota-se que o crescimento da função de *overlap* inelástica com a energia é sobretudo periférico, sendo mais pronunciado em torno de 0.7 fm. Este crescimento é maior para o  $K^+p$  como já foi apontado na Fig. 25 e está em conformidade com aumento em  $\sigma_{in}$  registrado nas Tabs. 8 e 9. Para  $K^+p$  este crescimento, entre as energias consideradas em (3.16), é maior que 2 mb enquanto que para  $K^-p$  é da ordem de 0.5 mb.

Na região central ( $b = 0$ ) é observado uma diminuição no valor de  $G_{in}$  com o aumento da energia em ambos os casos, mas os erros calculados nesta região são relativamente grandes tornando  $\Delta G_{in}(b = 0)$  compatível com zero.

Os resultados de  $\Delta G_{in}$  aqui apresentados possuem características semelhantes àquele da Fig. 22 referente ao trabalho de Amaldi e Schubert com  $pp$  para os dados ISR, embora as formas de obtenção desta grandeza tenham sido diferentes.

Da função de *overlap* elástica foram calculados  $\Delta G_{el}^{250-32}$  e  $\Delta G_{el}^{200-50}$  para  $K^+p$  e  $K^-p$ , respectivamente (Figs. 27a a 27 b).

No primeiro caso (Fig. 27a) nota-se que  $\Delta G_{el}$  é também periférico mas seu máximo se localiza em torno de 0.5 fm e é menor em comparação com o  $\Delta G_{in}$  correspondente (Fig. 26a). Da Tab. 8 se vê que o crescimento de  $\sigma_{el}$  entre 32 e 250 GeV/c é inferior a 0.4 mb.

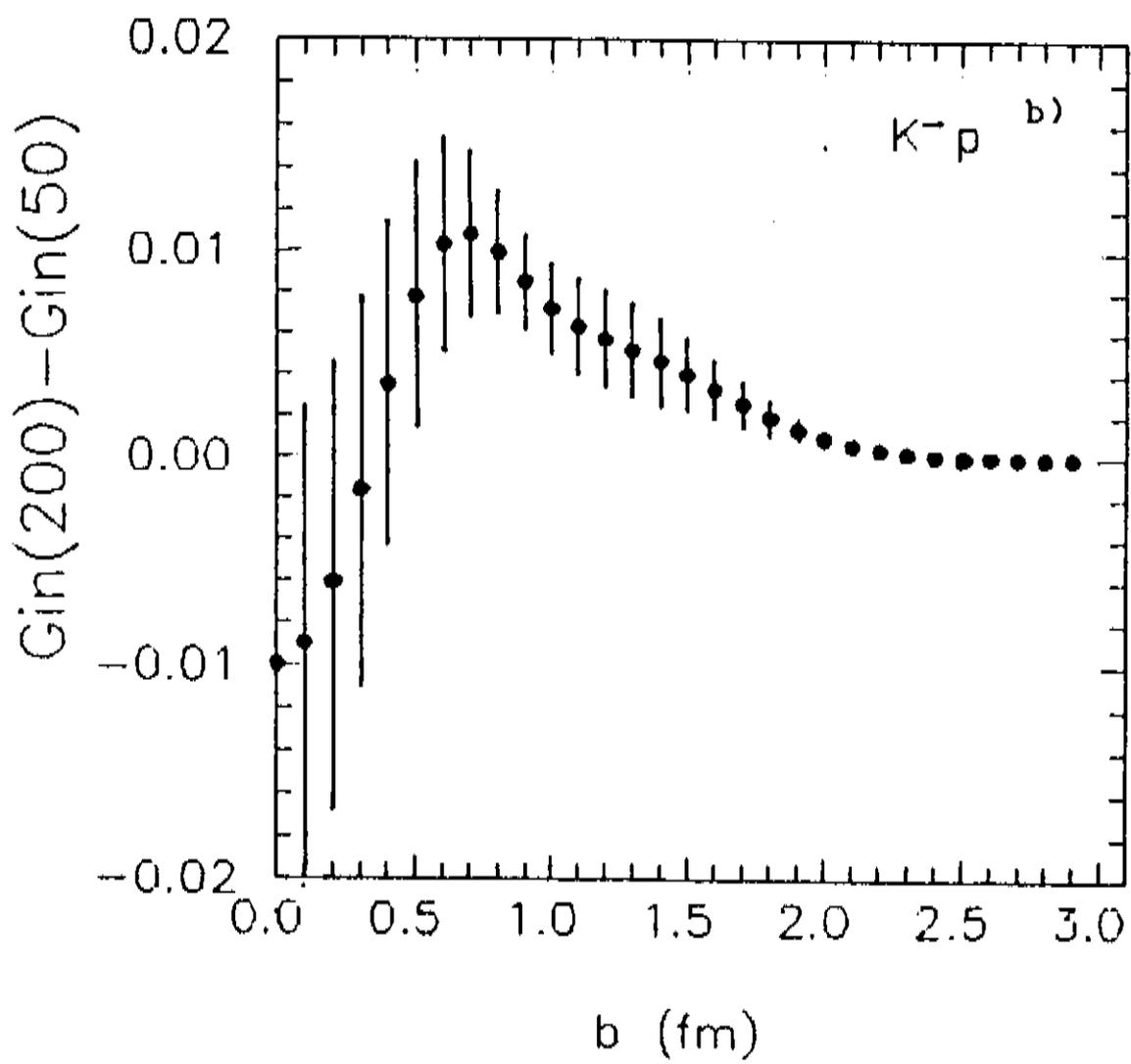
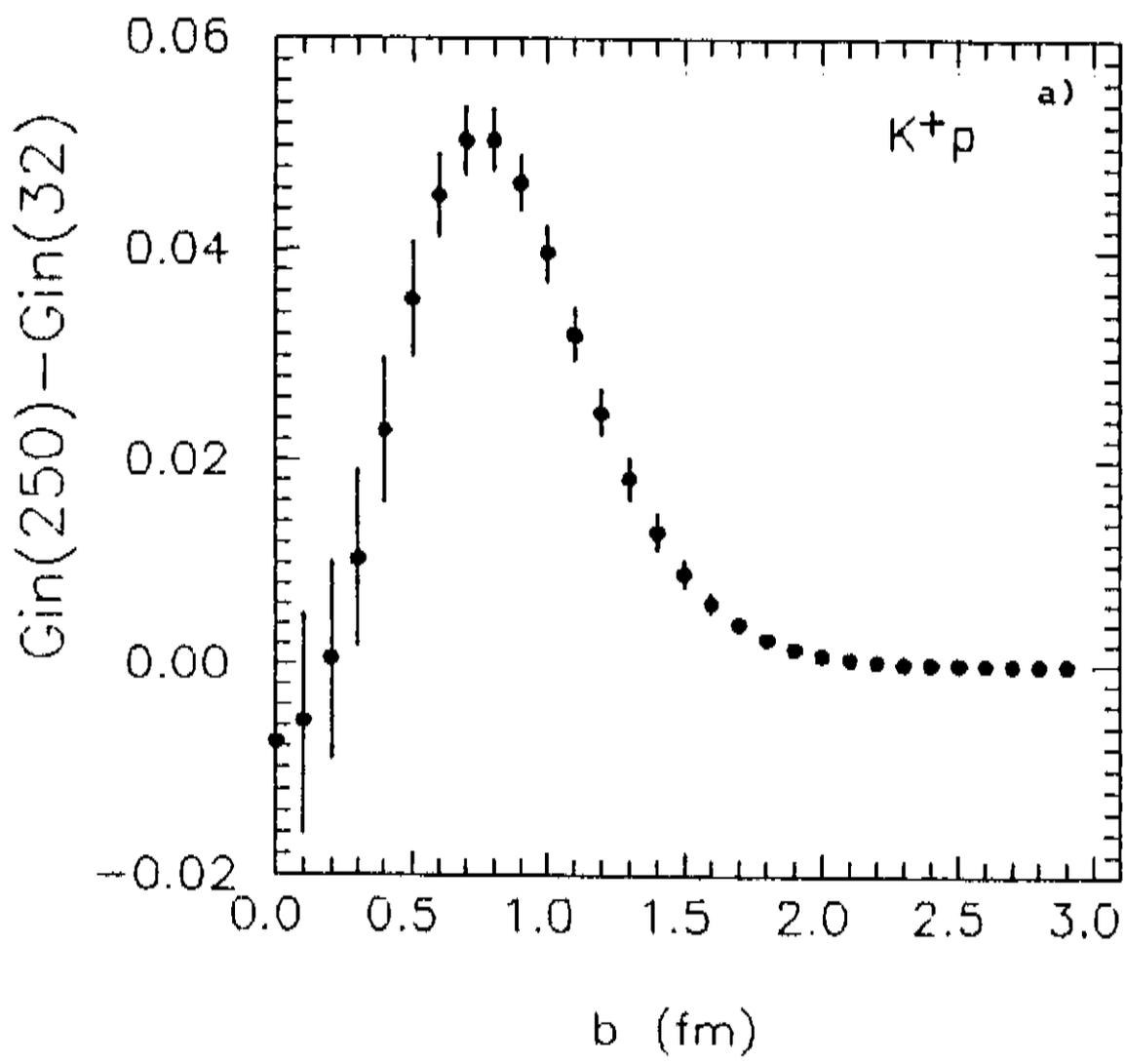


Fig. 26 - Variação da função de *overlap* inelástica entre duas dadas energias.

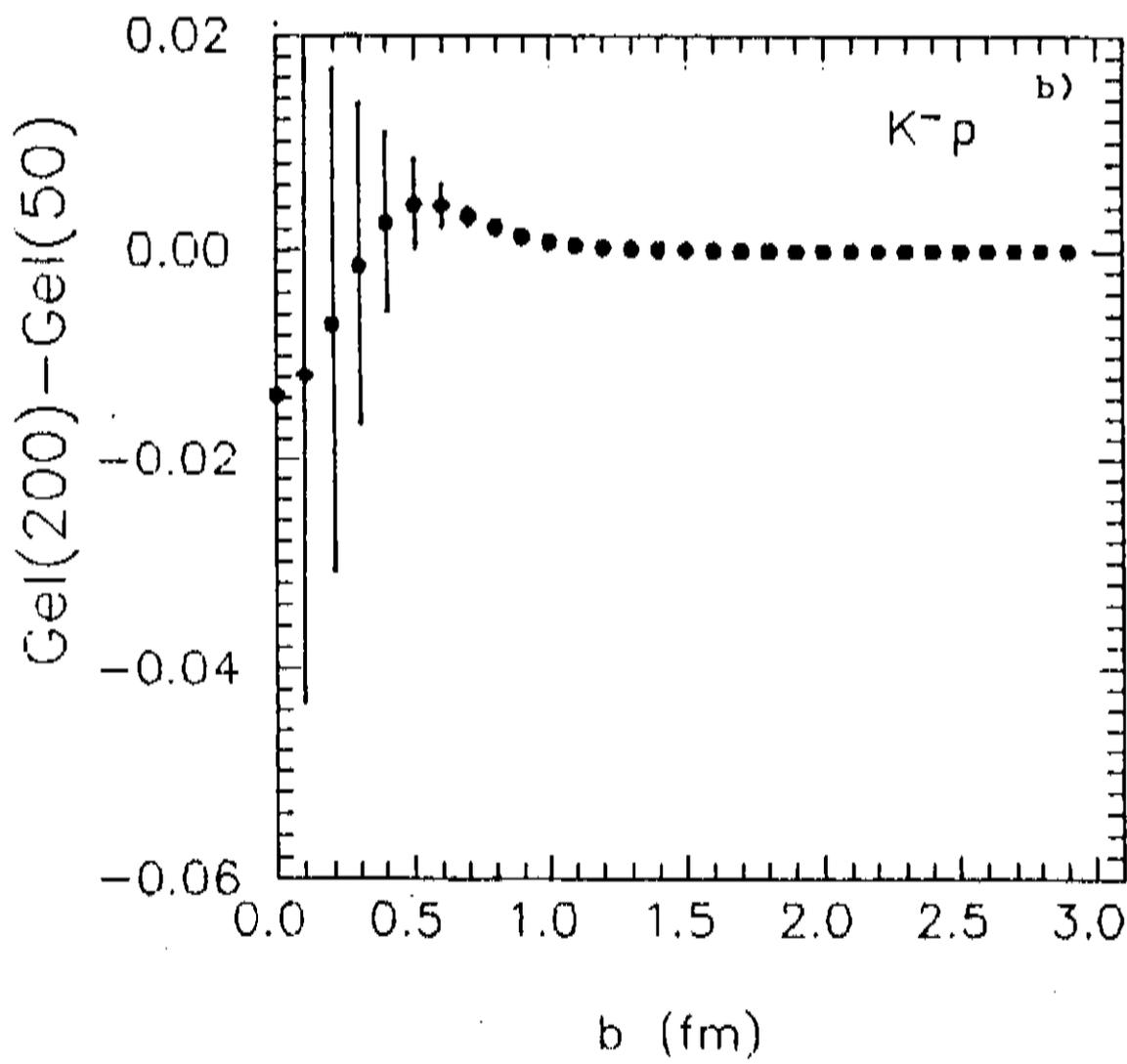
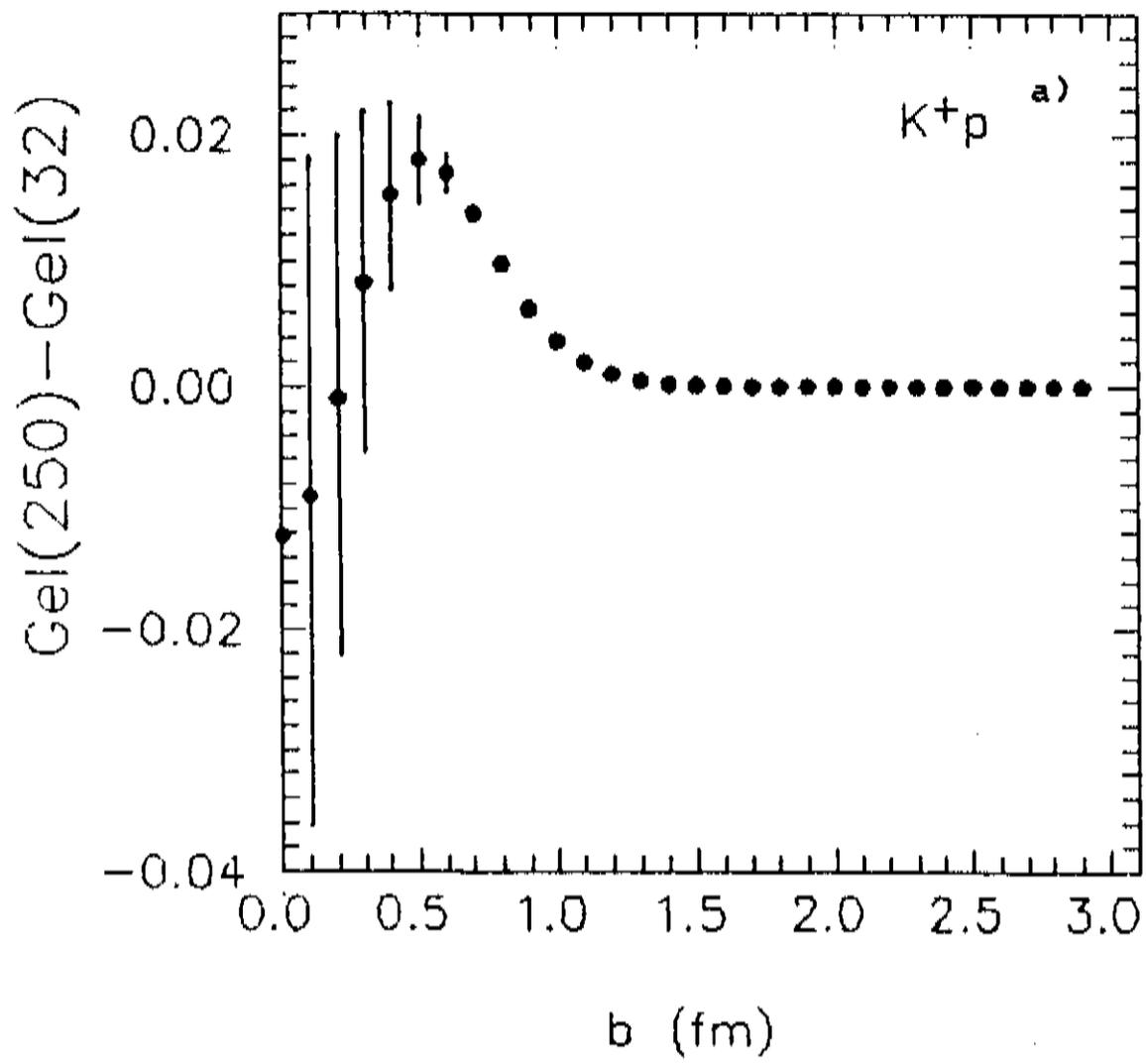


Fig. 27 - Variação da função de *overlap* elástica entre duas dadas energias.

Para  $K^-p$  o aumento em  $\sigma_{el}$  entre 50 e 200 GeV/c é quase zero, ou seja, da ordem dos erros da Tab. 9. Isto é o que reflete a Fig. 27b apresentando  $\Delta G_{el}^{200-50}$  compatível com zero em toda a extensão calculada de parâmetro de impacto.

As Figs. 28a e 28b permitem visualizar no espaço de parâmetro de impacto os resultados apresentados na Fig. 25 e Tab. 10.

Na Fig. 28a se apresenta o resultado de

$$\Delta G_{in} = G_{in}(p_{lab}) - G_{in}(32) \quad (3.18)$$

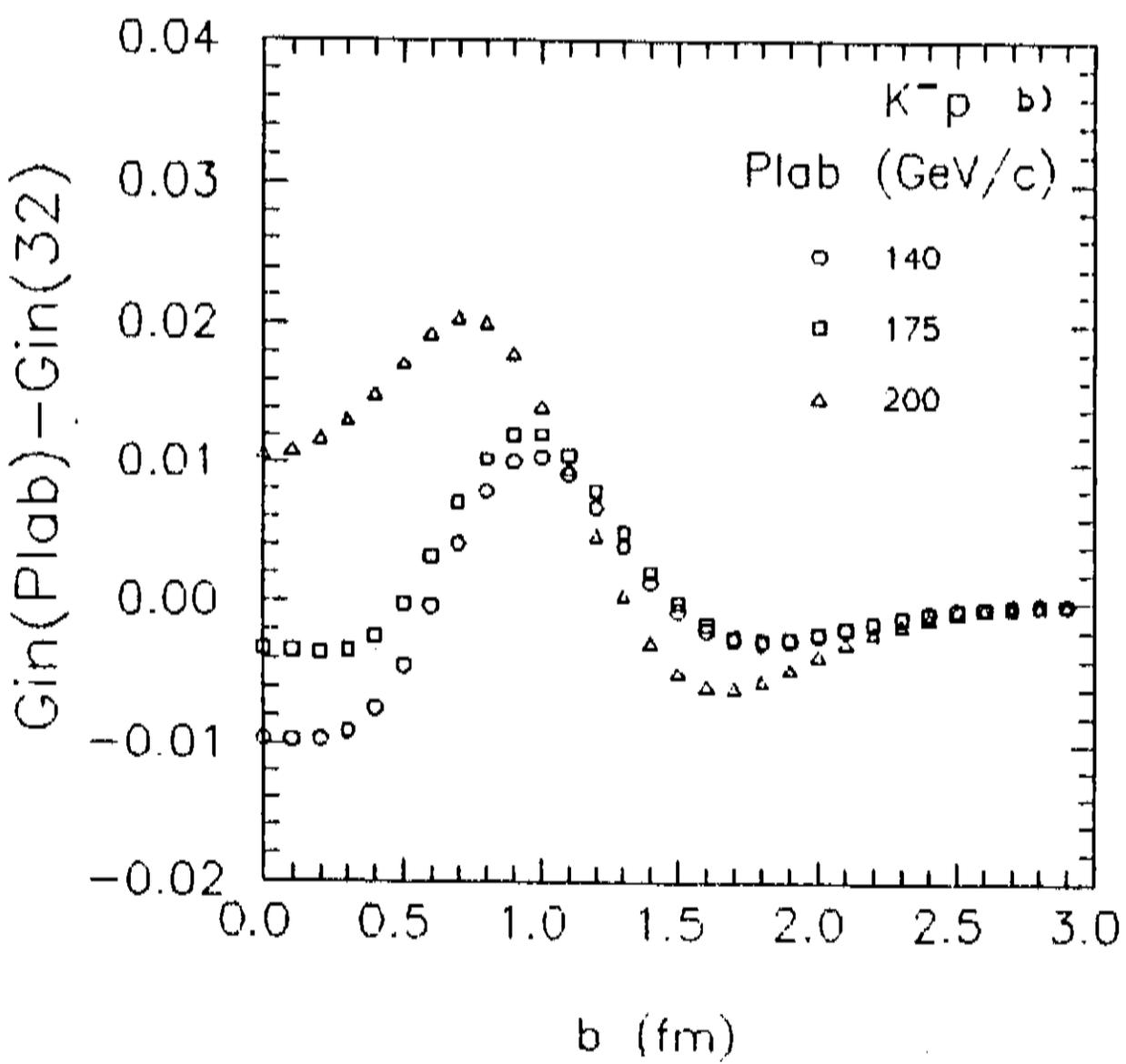
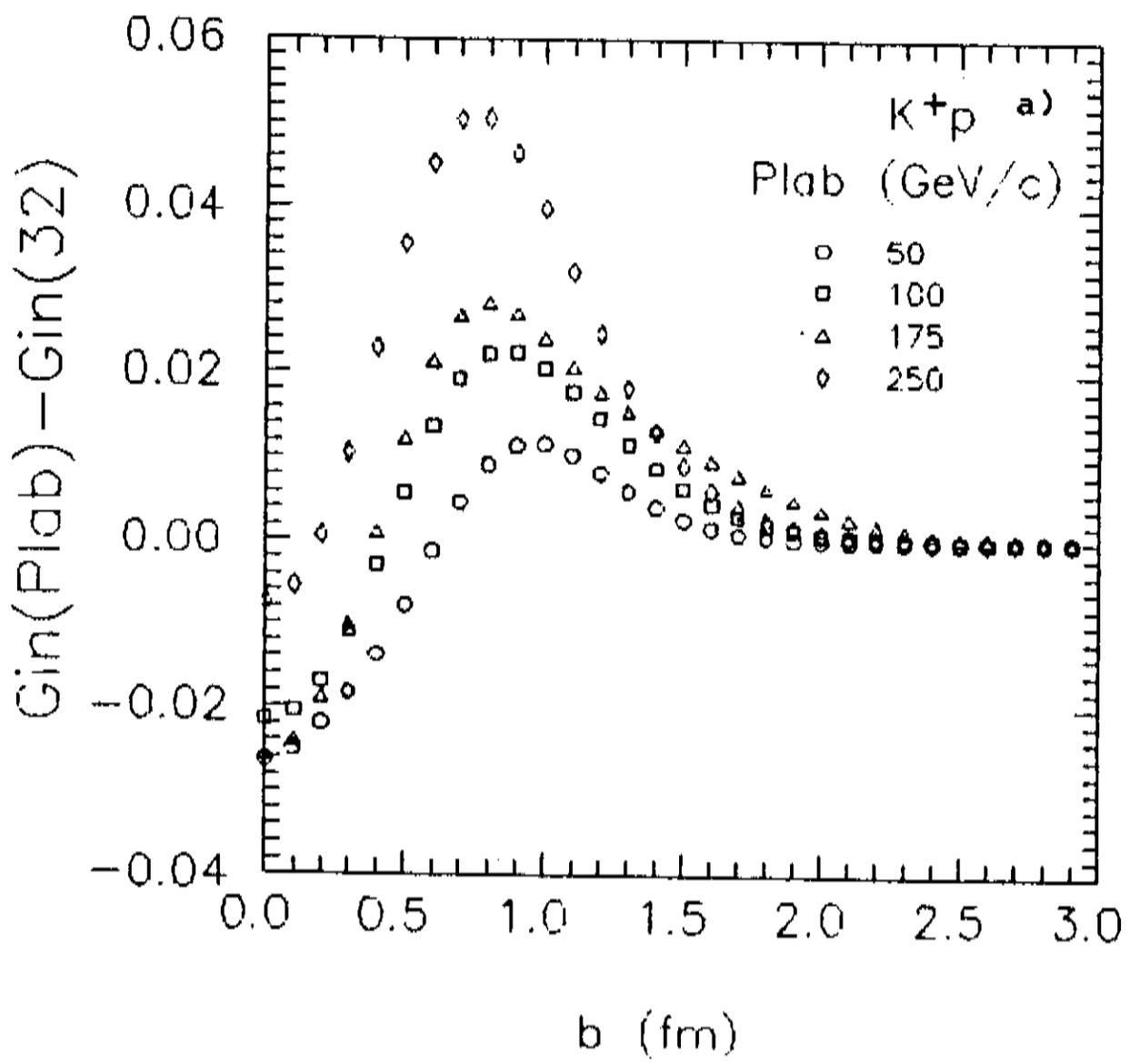
para a reação  $K^+p$ . Observa-se que com  $p_{lab}$  crescente, aumenta  $\Delta G_{in}$  enquanto o máximo se desloca gradualmente de  $\sim 1$  fm para  $\sim 0.7$  fm. Os erros não são mostrados nesta figura para facilitar a visualização dos resultados, mas são da ordem daqueles vistos nas figuras anteriores.

Resultados semelhantes são observados para  $K^-p$  na Fig. 28b.

Foi dito no Cap. 1 que a evolução da seção de choque total hádron-próton com o aumento da energia revela, além de crescimento, a tendência de que  $R_\sigma = \sigma_{tot}(\bar{x}p)/\sigma_{tot}(xp) \rightarrow 1$ , preconizada pelo teorema de Pomneranchuck.

No caso específico de interação káon-próton a razão acima é  $R_\sigma = 1.16 \pm 0.01$  a 32 GeV/c, caindo para  $R_\sigma = 1.04 \pm 0.01$  a 200 GeV/c. A diferença entre  $\sigma_{tot}(K^-p)$  e  $\sigma_{tot}(K^+p)$  observada a “baixas” energias pode ser atribuída à existência de canal de aniquilação para  $K^-p$  que, com o aumento da energia, gradualmente perde sua importância frente a outros processos geradores do crescimento de  $\sigma_{tot}$ . Acredita-se que os constituintes de mar, sobretudo glúons, seriam os responsáveis por este efeito (Ref. 57).

Pode-se analisar esta questão a partir da função de *overlap* total. A Fig. 29 mostra a razão  $R_G = G_{tot}(K^-p)/G_{tot}(K^+p)$  calculada para duas energias correspondentes a 32 GeV/c e 200 GeV/c.



**Fig. 28** – Variação da função de *overlap* inelástica para várias energias.

Para 32 GeV/c,  $R_G$  é da ordem de 1 até  $b \simeq 0.5$  fm, crescendo rapidamente para parâmetros de impacto maiores. Já para 200 GeV/c esta razão resulta  $\sim 1.05$  para  $b = 0$  e é praticamente constante, crescendo muito pouco na região periférica.

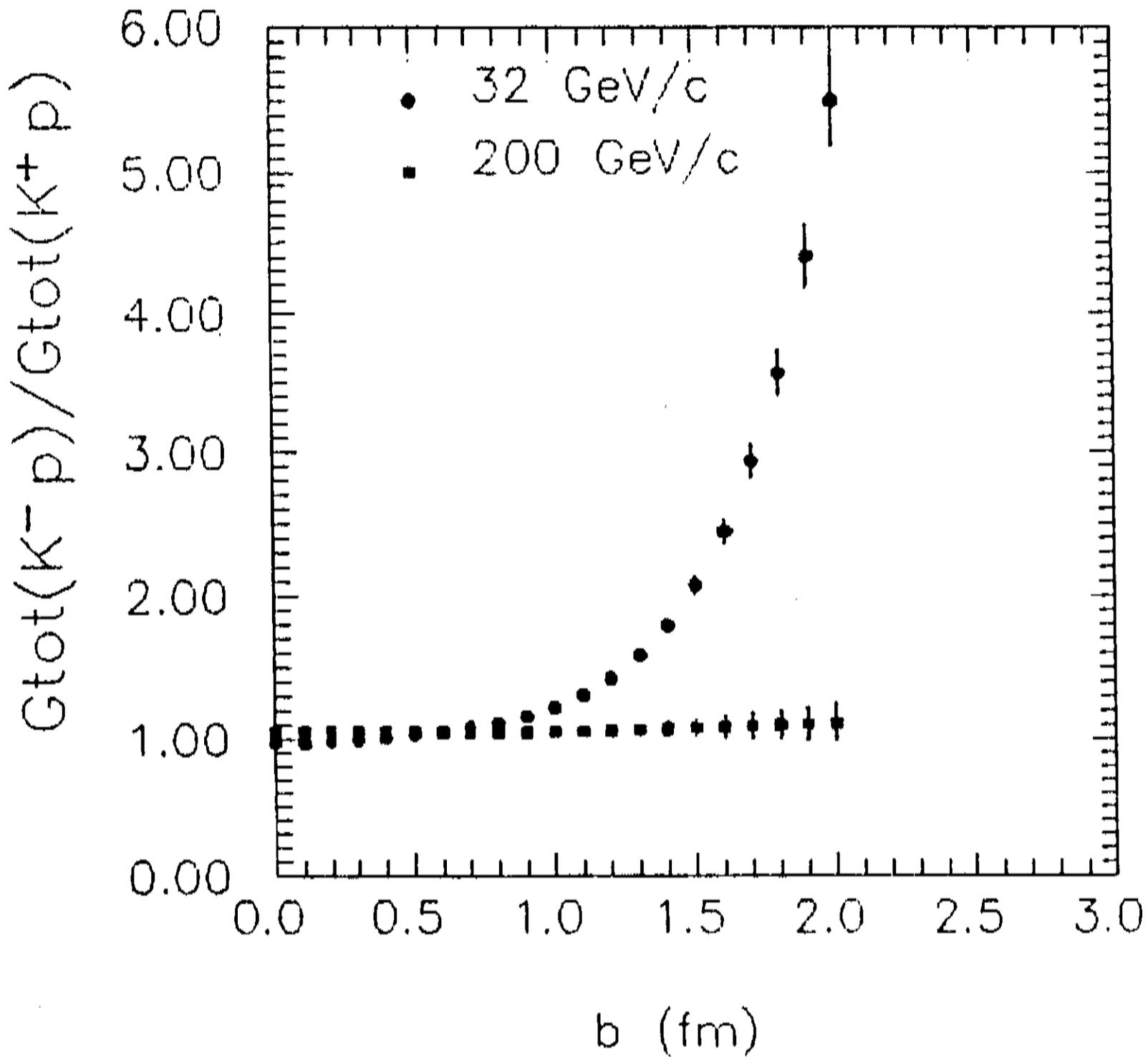


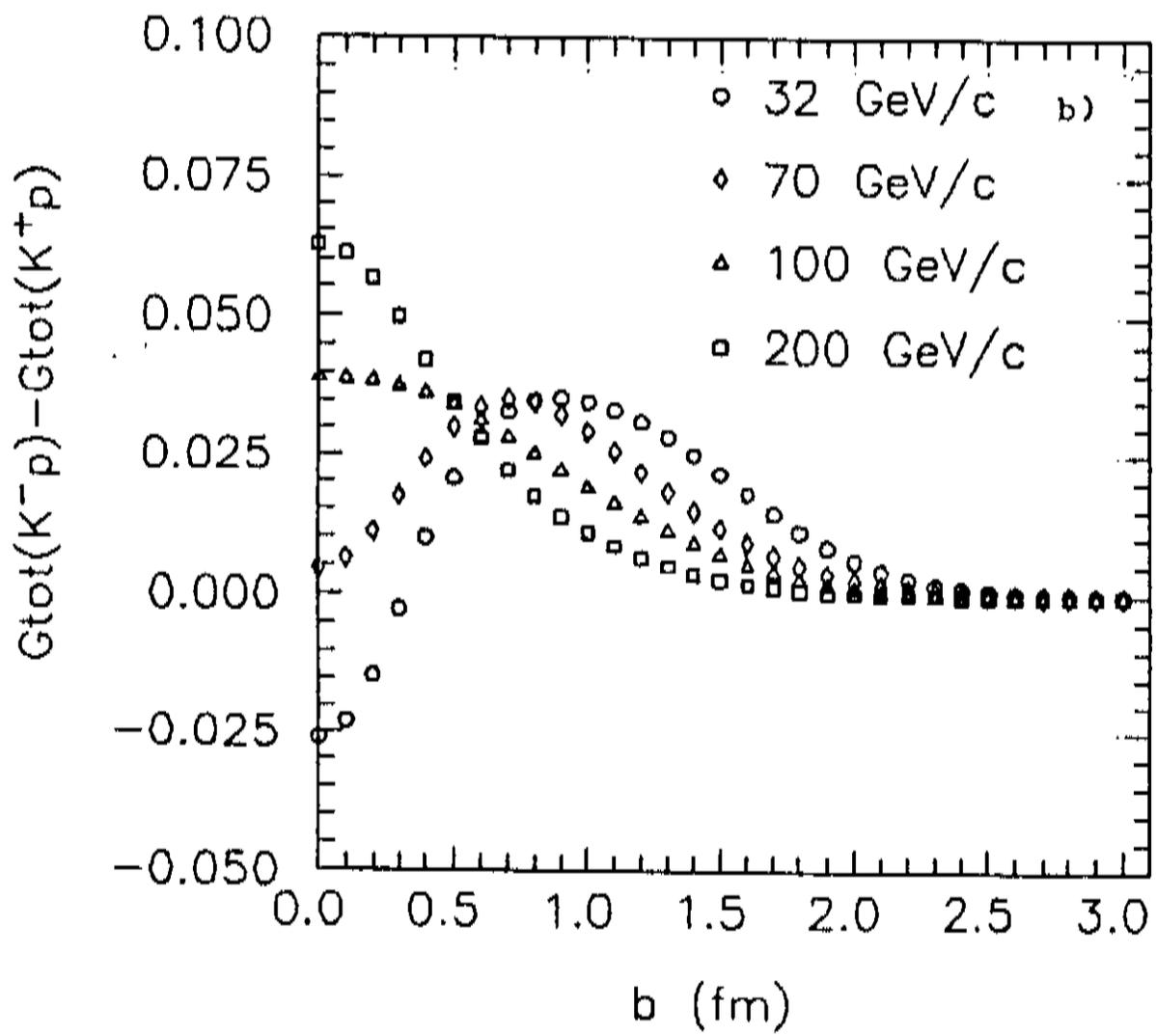
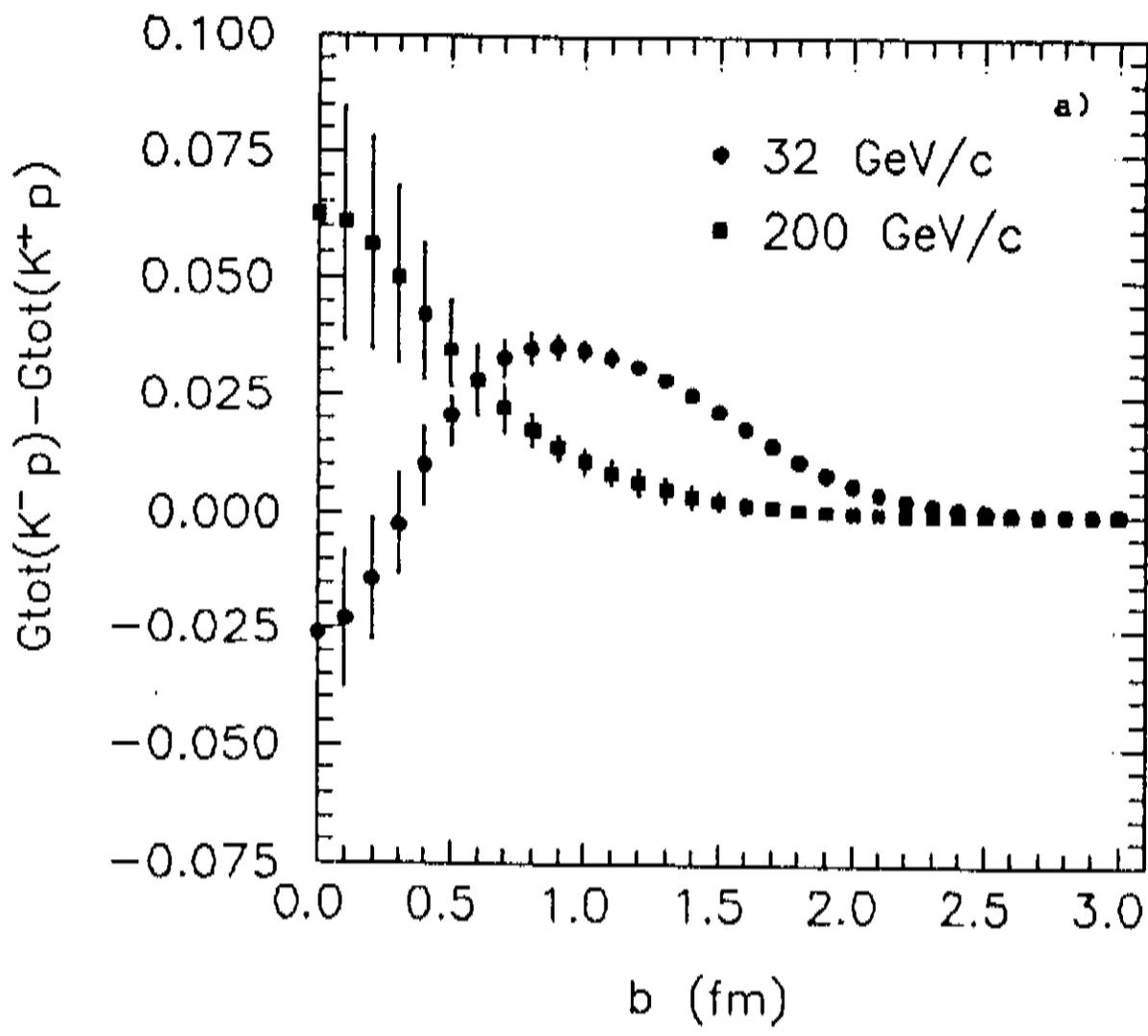
Fig. 29 - Razão  $G_{tot}(K^-p)/G_{tot}(K^+p)$  em função do parâmetro de impacto.

O resultado da Fig. 29 indica que os mecanismos de interação que diferenciam  $\sigma_{tot}(K^-p)$  de  $\sigma_{tot}(K^+p)$  ocorrem em regiões diferentes de parâmetro de impacto, dependendo da energia da interação.

A diferença  $\Delta\sigma_{tot} = \sigma_{tot}(K^-p) - \sigma_{tot}(K^+p)$  cai de  $(2.82 \pm 0.18)$  mb a 32 GeV/c

para  $(0.88 \pm 0.12)$  mb a 200 GeV/c. Calculando-se as diferenças correspondentes  $\Delta G = G_{tot}(K^- p) - G_{tot}(K^+ p)$  no espaço de parâmetro de impacto obtém-se os resultados mostrados na Fig. 30a.

Nota-se nesta figura que a diferença  $\Delta G$  a 32 GeV/c se distribui em torno de  $b = 1$  fm ao passo que para 200 GeV/c é máxima para  $b = 0$ . Isto mostra que a medida em que cresce a energia da interação são os processos centrais que passam a determinar a diferença  $\Delta\sigma_{tot}$ . Como esta diferença tende a zero, pelas medidas atuais, pode-se considerar que há uma crescente importância dos glúons nos mecanismos de interação em detrimento dos quarks de valência. Na Fig. 30b é mostrada a evolução de  $\Delta G$  para várias energias onde se vê o crescimento da parte central com a simultânea diminuição da parte periférica. Os erros de  $\Delta G$  a 70 e 100 GeV/c são da mesma ordem dos apresentados para 32 e 200 GeV/c na Fig. 30a.



Figs 30 - Diferença  $G_{tot}(K^-p) - G_{tot}(K^+p)$  em função do parâmetro de impacto.

Uma outra questão importante refere-se a comparação direta entre interação káon-próton e próton-próton. A seção de choque total  $pp$  é, grosso modo, o dobro do  $Kp$  no intervalo de energias aqui considerado.

Não obstante isso, quando se calcula a razão  $R_G = G_{tot}(pp)/G_{tot}(K^+p)$  em função do parâmetro de impacto, o resultado não difere muito de  $3/2$  na região central em acordo com o *additive quark model*. Porém, para  $b > 0.5$  fm, esta razão cresce rapidamente com o parâmetro de impacto (Fig. 31).

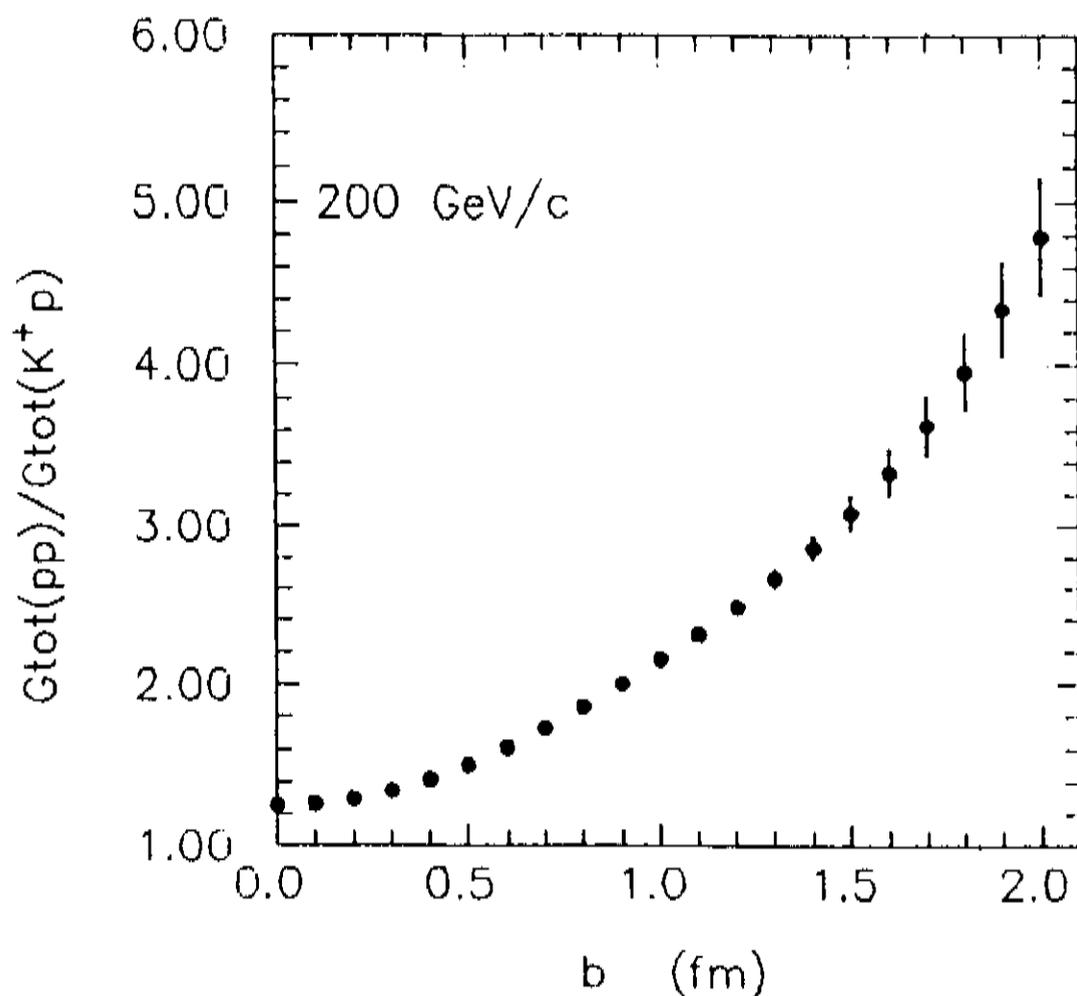


Fig. 31- Razão  $G_{tot}(pp)/G_{tot}(K^+p)$ .  $G_{tot}$  foi obtido dos parâmetros de ajuste apresentados no Cap. 4.

### 3.2.2 Raio Efetivo de Interação

O raio quadrado médio de interação é calculado através da função de *overlap* pela definição

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^{b_{\max}} b^2 G(b) b db / \int_0^{b_{\max}} G(b) b db. \quad (3.19)$$

O raio efetivo de interação,  $R \equiv \sqrt{\langle r^2 \rangle}$ , depende de  $b_{\max}$ , de cuja escolha discordam diversos autores. Por exemplo, na Ref. 56 se faz uso de  $b_{\max} = 1.6$  fm, enquanto que Amaldi e Schubert<sup>22</sup> utilizam o valor obtido de  $G_{in}(s, b_{\max}) = 0.085 G_{in}(s, 0)$ .

No presente trabalho fez-se um estudo do raio  $R$  em função de  $b_{\max}$  que pode ser visto na Fig. 32. Nota-se que, tanto para  $G_{el}$  quanto  $G_{in}$ , inicialmente  $R$  cresce com  $b_{\max}$  atingindo em certo ponto um patamar, além do qual independe de  $b_{\max}$ . Este ponto ocorre em torno de 1.5 fm para o raio elástico, e de 2.0 fm para o inelástico, ou seja, dentro de limites razoáveis de parâmetro de impacto.

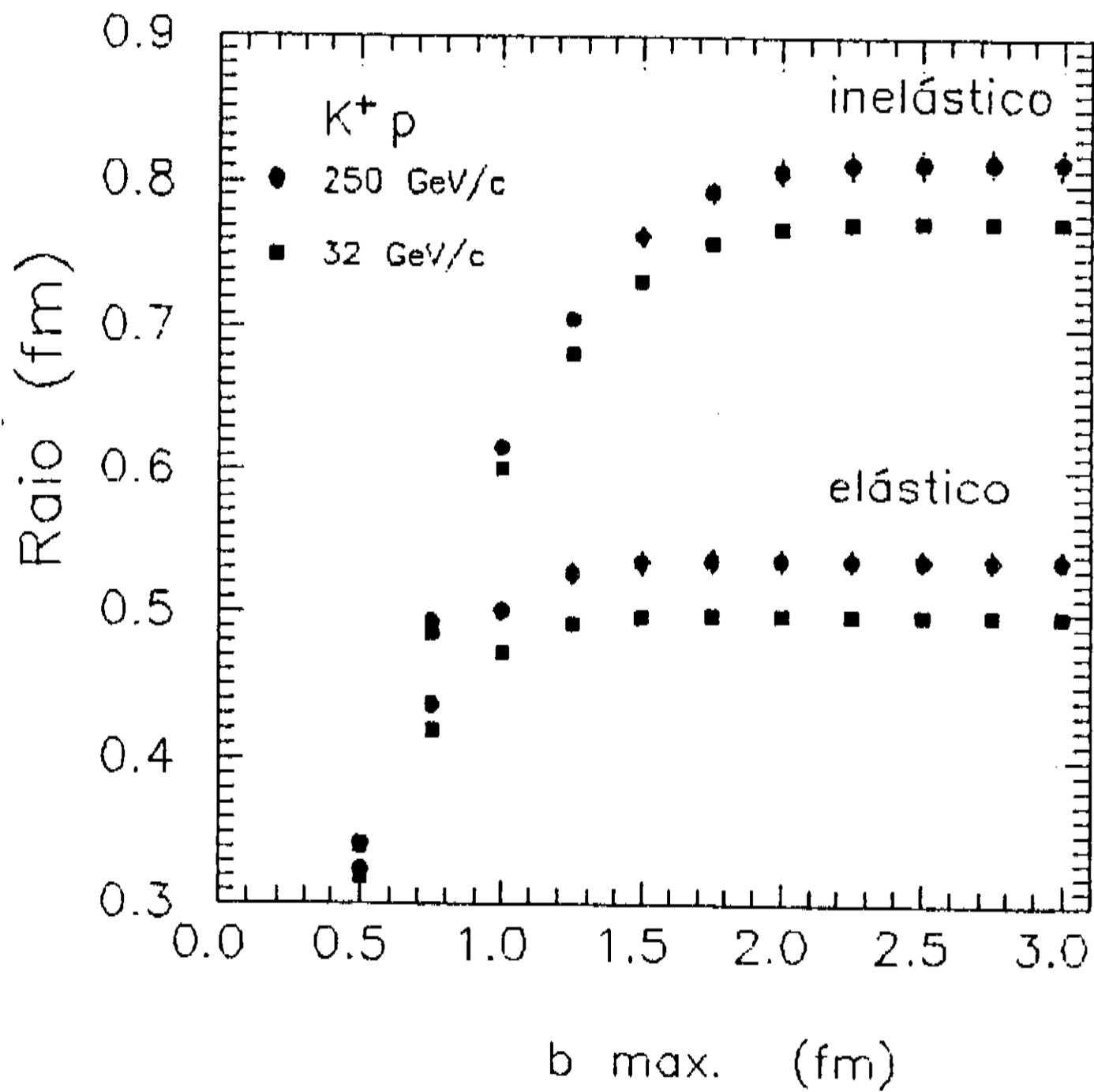


Fig. 32 - Raios elástico e inelástico calculado através de (3.19) em função de  $b_{max}$ .

Foram calculados então os raios correspondentes a  $G_{el}$  e  $G_{in}$  em todas as energias para  $K^+p$  e  $K^-p$ , utilizando-se  $b_{max} = \infty$ . Os resultados são mostrados na Tab. 12 e Figs. 33 a e b.

Tabela 12 - Raios elástico e inelástico

$p_{lab}(\text{GeV}/c)$	$R_{el}(K^+p)$ (fm)	$R_{in}(K^+p)$ (fm)	$R_{el}(K^-p)$ (fm)	$R_{in}(K^-p)$ fm
32.1	$0.498 \pm 0.006$	$0.774 \pm 0.006$	$0.541 \pm 0.007$	$0.897 \pm 0.009$
50	$0.516 \pm 0.005$	$0.791 \pm 0.005$	$0.534 \pm 0.008$	$0.832 \pm 0.008$
70	$0.516 \pm 0.008$	$0.833 \pm 0.009$	$0.546 \pm 0.008$	$0.886 \pm 0.010$
100	$0.525 \pm 0.005$	$0.810 \pm 0.006$	$0.538 \pm 0.004$	$0.842 \pm 0.004$
140	$0.527 \pm 0.007$	$0.840 \pm 0.008$	$0.552 \pm 0.008$	$0.877 \pm 0.009$
175	$0.532 \pm 0.006$	$0.855 \pm 0.008$	$0.551 \pm 0.007$	$0.877 \pm 0.008$
200	$0.544 \pm 0.009$	$0.844 \pm 0.010$	$0.545 \pm 0.008$	$0.850 \pm 0.010$
250	$0.536 \pm 0.007$	$0.814 \pm 0.009$	-	-

Cada um dos raios da Tab. 12 foi parametrizado pela expressão

$$R(s) = A + B \ln(s/s_0) \quad (3.20)$$

com  $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$ . As curvas que aparecem nas Figs. 33a e b referem-se a essas parametrizações e os valores  $A$  e  $B$  são dados na Tab. 13.

Tabela 13 - Parâmetros de ajuste dos raios elásticos e inalásticos através de (3.20)

	$R_{el}(K^+p)$	$R_{in}(K^+p)$	$R_{el}(K^-p)$	$R_{in}(K^-p)$
A (fm)	$0.429 \pm 0.018$	$0.643 \pm 0.019$	$0.512 \pm 0.023$	$0.880 \pm 0.028$
B (fm)	$0.0181 \pm 0.0034$	$0.0332 \pm 0.0038$	$0.0058 \pm 0.0045$	$-0.0046 \pm 0.0054$

Com base nos parâmetros da Tab. 13 e nas respectivas curvas da Fig. 33, duas observações podem ser feitas:

- i) Na reação  $K^+p$ , tanto  $R_{el}$  quanto  $R_{in}$  apresentam um comportamento médio crescente com a energia;

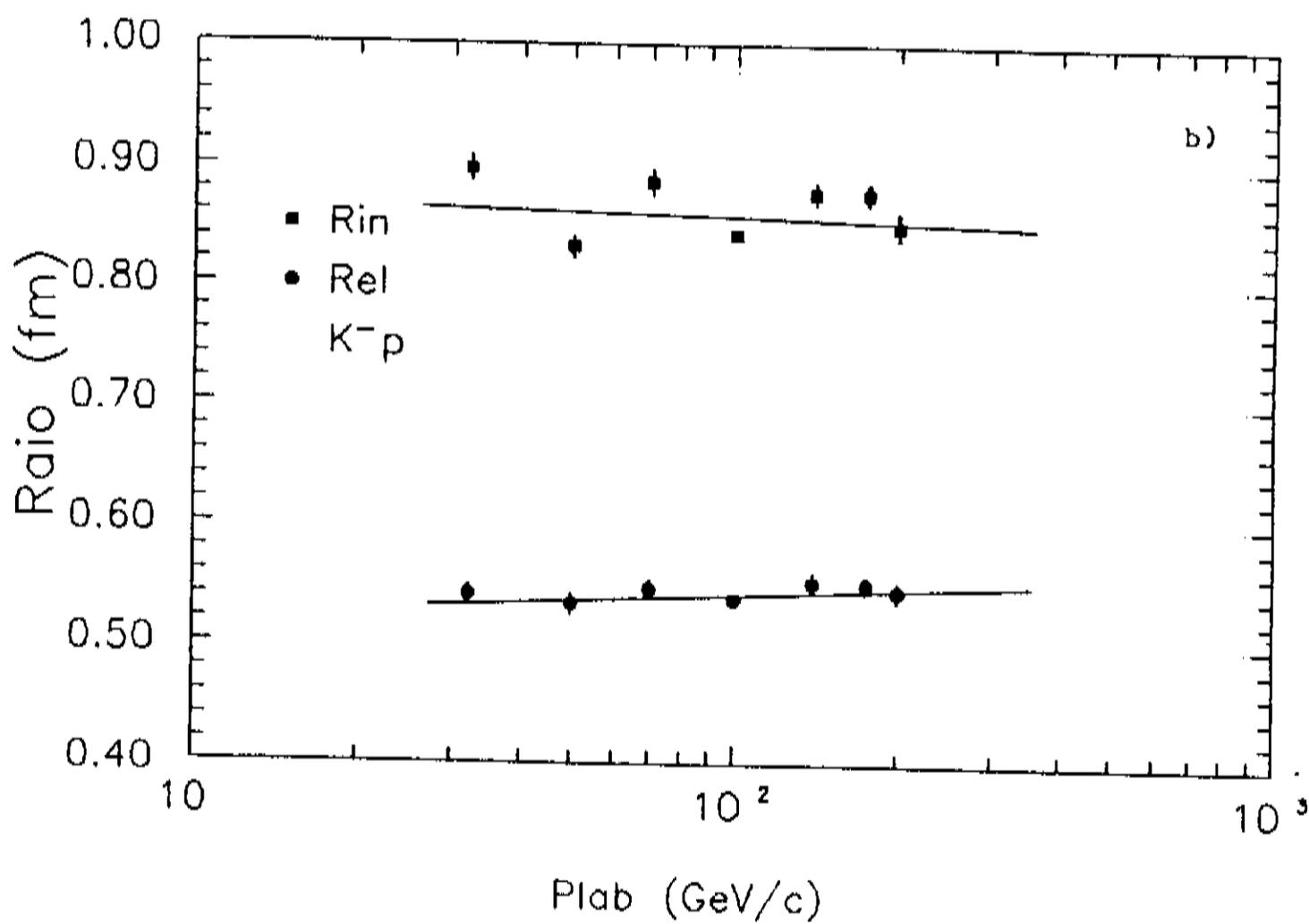
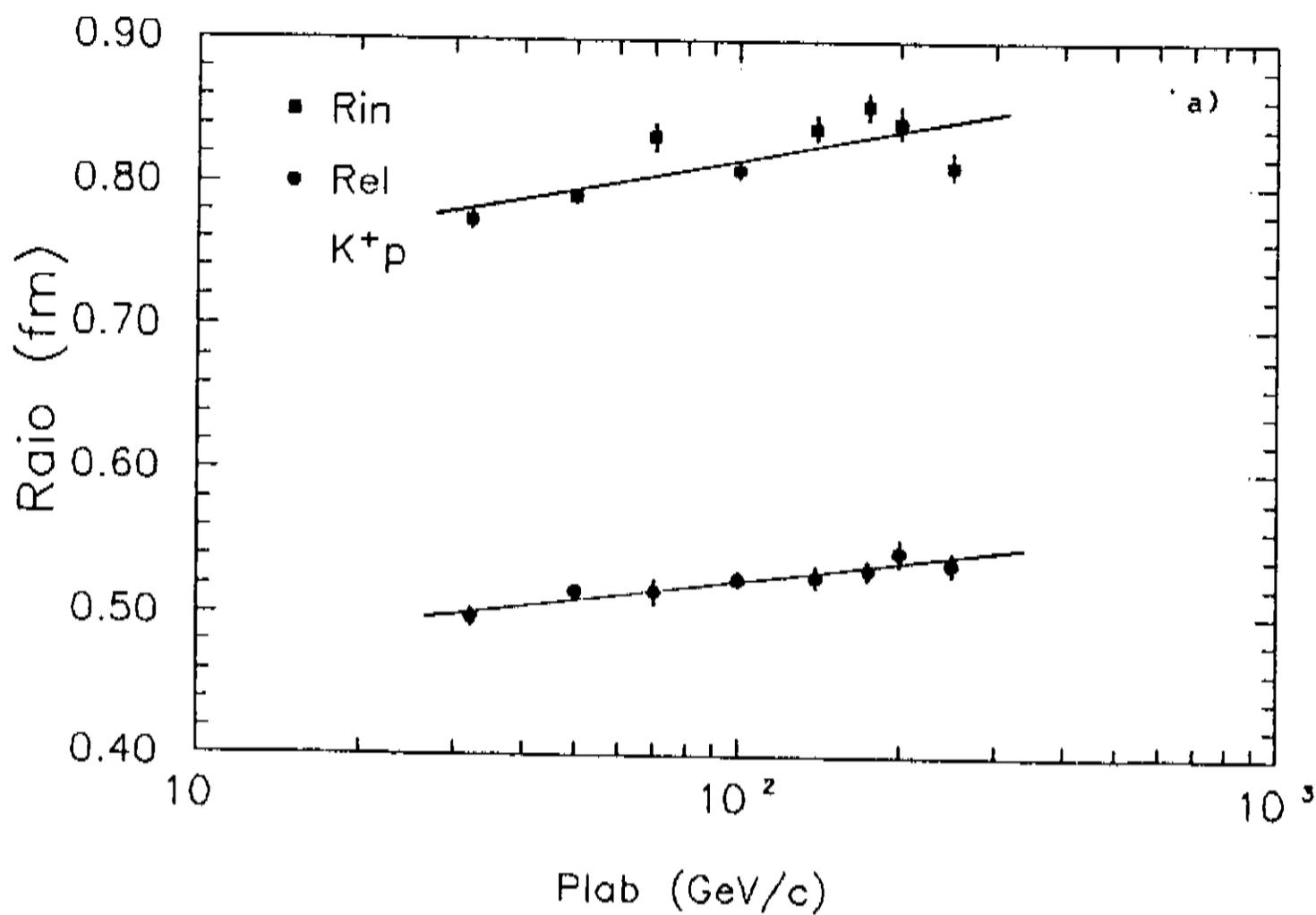


Fig. 33 - Raios elástico e inelástico calculados através de (3.19).

ii) Para  $K^-p$ ,  $R_{el}$  aumenta muito pouco e  $R_{in}$  diminui muito lentamente com o aumento da energia, a ponto de se poder considerar que ambos os raios praticamente não variam com a energia no intervalo de energias estudado.

Estes resultados, em última análise, refletem o comportamento de  $\sigma_{tot}$  em cada reação pois, entre os extremos de energia aqui utilizados,  $\sigma_{tot}(K^+p)$  cresce quase 15% enquanto  $\sigma_{tot}(K^-p)$  varia em pouco mais de 2%.

### 3.2.3 Testes de *Geometrical Scaling*

O modelo do *Geometrical Scaling* (Ref. 20) estabelece que a função de *overlap* inelástica  $G_{in}(s, b)$  é constante com a energia, quando expressa em termos de  $b/r(s)$ , onde  $b$  é o parâmetro de impacto e  $r(s)$  é um fator de escala que depende da energia. Em geral, se relaciona este fator a  $\sigma_{tot}(s)$  ou  $\sigma_{in}(s)$ , ou ainda ao *slope*  $B(s)$ , definido no Cap. 1.

Assim, tomando-se o fator de escala ligado a  $\sigma_{tot}$ , deve-se obter

$$\Delta G_{in}^{s-s_0}(b/r(s)) = 0, \quad (3.21)$$

com

$$r(s) = [\sigma_{tot}(s)/\sigma_{tot}(s_0)]^{1/2}. \quad (3.22)$$

Obviamente, para que esta hipótese esteja correta é necessário que  $G_{in}(s, b=0)$  seja constante com a energia. Amaldi e Schubert<sup>22</sup> concluíram que esta condição é satisfeita pela interação  $pp$  no ISR, embora haja discordância de outros autores quanto a este ponto, pois acreditam que os dados não descartam uma suave variação com a energia (p. ex. Ref. 58).

Conforme foi visto na seção 3.2.1, resultados qualitativamente semelhantes aos de Amaldi e Schubert foram obtidos neste trabalho para  $K^\pm p$ .

Pelos resultados da Tab. 8, obteve-se também que  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  é aproximadamente constante no intervalo  $50 \leq p_{lab} \leq 200$  GeV/c para  $K^+p$ , em acordo com outra das previsões do *Geometrical Scaling* (Seção 1.2). Para o  $K^-p$ , os resultados aqui obtidos (Tab. 9) não confirmam a constância de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  no mesmo intervalo. Contudo, a compilação da Fig. 8 dá indicações disto.

Outra grandeza que o *Geometrical Scaling* prevê constante com a energia é a razão  $B(s)/\sigma_{tot}(s)$  (B: slope de  $d\sigma/dt$ ). Na tabela 14 são apresentados valores desta razão para  $K^\pm p$ , calculados com base nos valores de  $B(s, t = 0)$  das Refs. 18 e 23, e nos valores de  $\sigma_{tot}$  das Tabs. 8 e 9.

Tabela 14 - Razão  $B(s, t = 0)/\sigma_{tot}(s)$  para  $K^\pm p$

$p_{lab}$ (GeV/c)	$B/\sigma_{tot}(K^+p)$	$B/\sigma_{tot}(K^-p)$
32.1	$0.156 \pm 0.005$	$0.167 \pm 0.006$
50	$0.164 \pm 0.007$	$0.171 \pm 0.006$
70	$0.170 \pm 0.006$	$0.168 \pm 0.008$
100	$0.161 \pm 0.006$	$0.171 \pm 0.008$
140	$0.168 \pm 0.004$	$0.173 \pm 0.006$
175	$0.167 \pm 0.004$	$0.173 \pm 0.009$
200	$0.159 \pm 0.007$	$0.165 \pm 0.010$
250	$0.150 \pm 0.006$	-

Nota-se que os valores da Tab. 14 não diferem muito entre si, resultando nas seguintes médias ponderadas:

$$\overline{B/\sigma_{tot}(K^+p)} = 0.163 \pm 0.002$$

$$\overline{B/\sigma_{tot}(K^-p)} = 0.170 \pm 0.003.$$

Os valores da Tab. 14 apresentam boa concordância com as respectivas médias dentro dos limites de erro, com exceção dos obtidos para  $K^+p$  a 32 e 250 GeV/c. Note-se

que para estas mesmas duas energias se obteve resultados de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  mais diferenciados dos demais (Tab. 8).

Em resumo, vários dos pontos abordados acima dão indicações, com maior ou menor grau de confiabilidade, de que o regime de *Geometrical Scaling* ocorre para  $K^\pm p$  no intervalo de energias estudado. Falta testar se a condição (3.21) é observada, o que será feito a seguir.

Na Fig. 34a é mostrada a diferença

$$\Delta G_{in}^{250-32}(b) = G_{in}^{250}(b) - G_{in}^{32}(b/r) \quad (3.23)$$

com

$$r = \left[ \frac{\sigma_{tot}(250)}{\sigma_{tot}(32)} \right]^{1/2} = 1.07 \quad (3.24)$$

para a reação  $K^+p$ . Vê-se que (3.21) não é observada sobretudo em torno de 0.7 e 1.5 fm. Na Fig. 34b é mostrado

$$\Delta G_{in}^{200-50}(b) = G_{in}^{200}(b) - G_{in}^{50}(b/r) \quad (3.25)$$

com

$$r = \left[ \frac{\sigma_{tot}(200)}{\sigma_{tot}(50)} \right]^{1/2} = 1.05. \quad (3.26)$$

Nesse caso a condição (3.21) é observada, dentro dos limites de erro, em quase todo o intervalo de  $b$  calculado. Apenas numa pequena região em torno de 1.4 fm a diferença (3.25) resulta levemente maior do que zero.

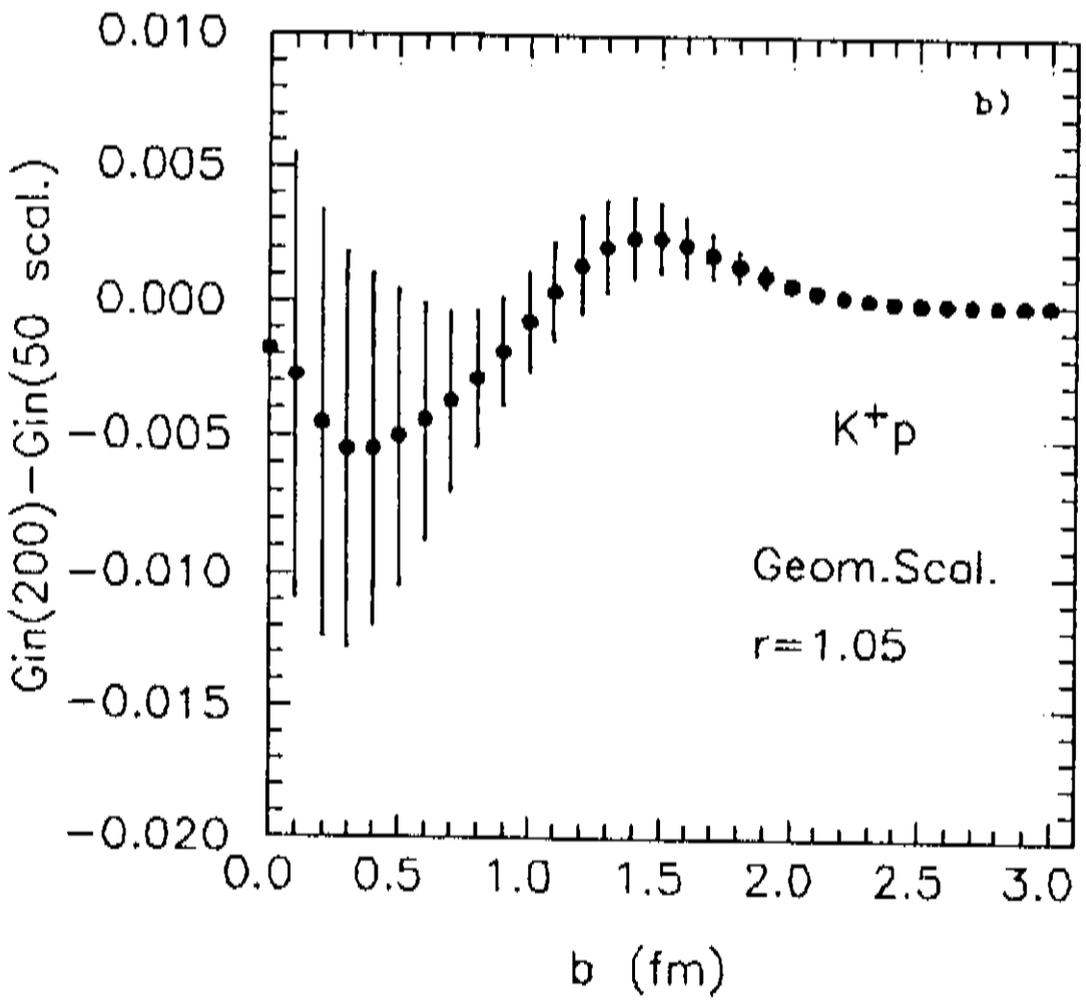
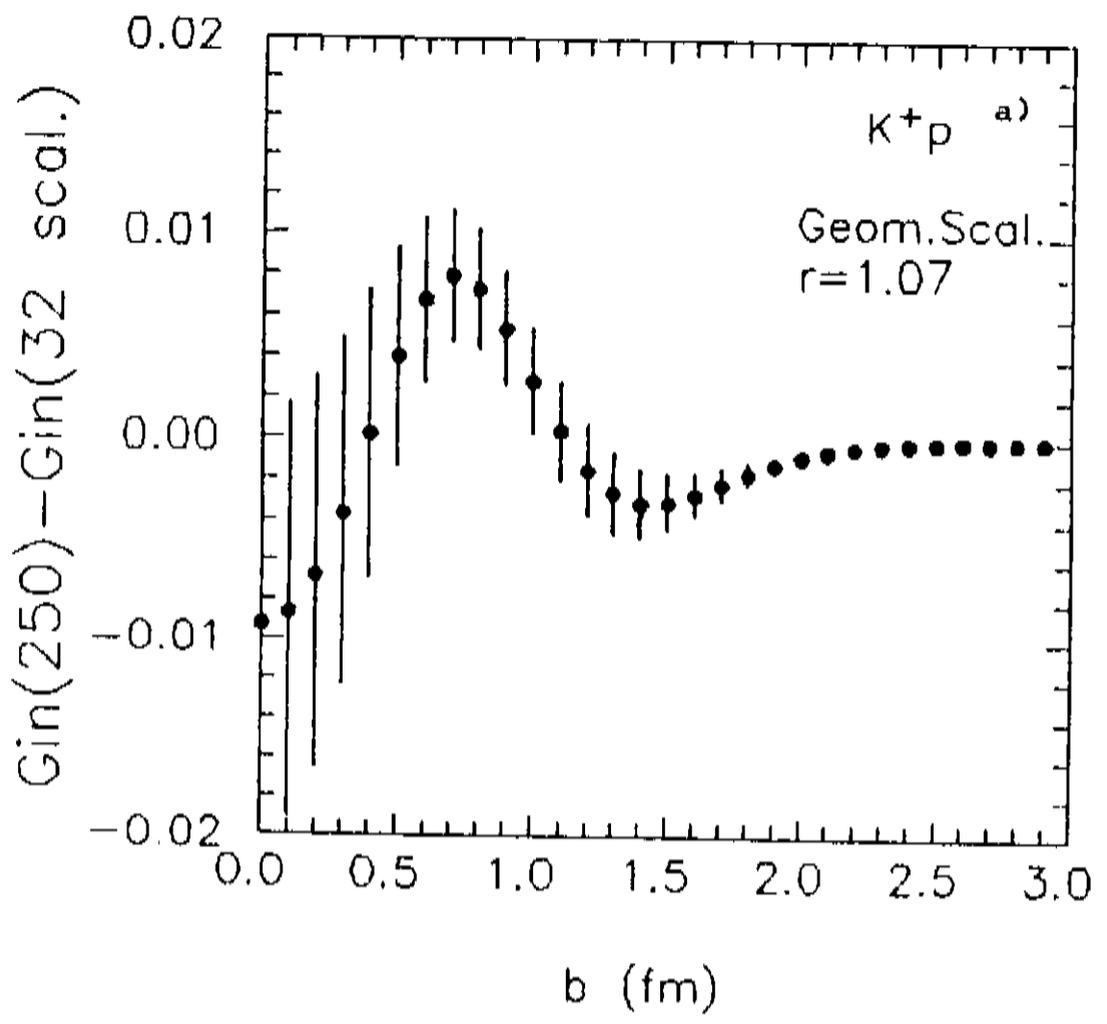


Fig. 34 - Teste de Geometrical Scaling para  $G_{in}(K^+p)$ .

Para a reação  $K^-p$ , o *Geometrical Scaling* é verificado pelo mesmo procedimento entre 200 e 50 GeV/c (Fig. 35).

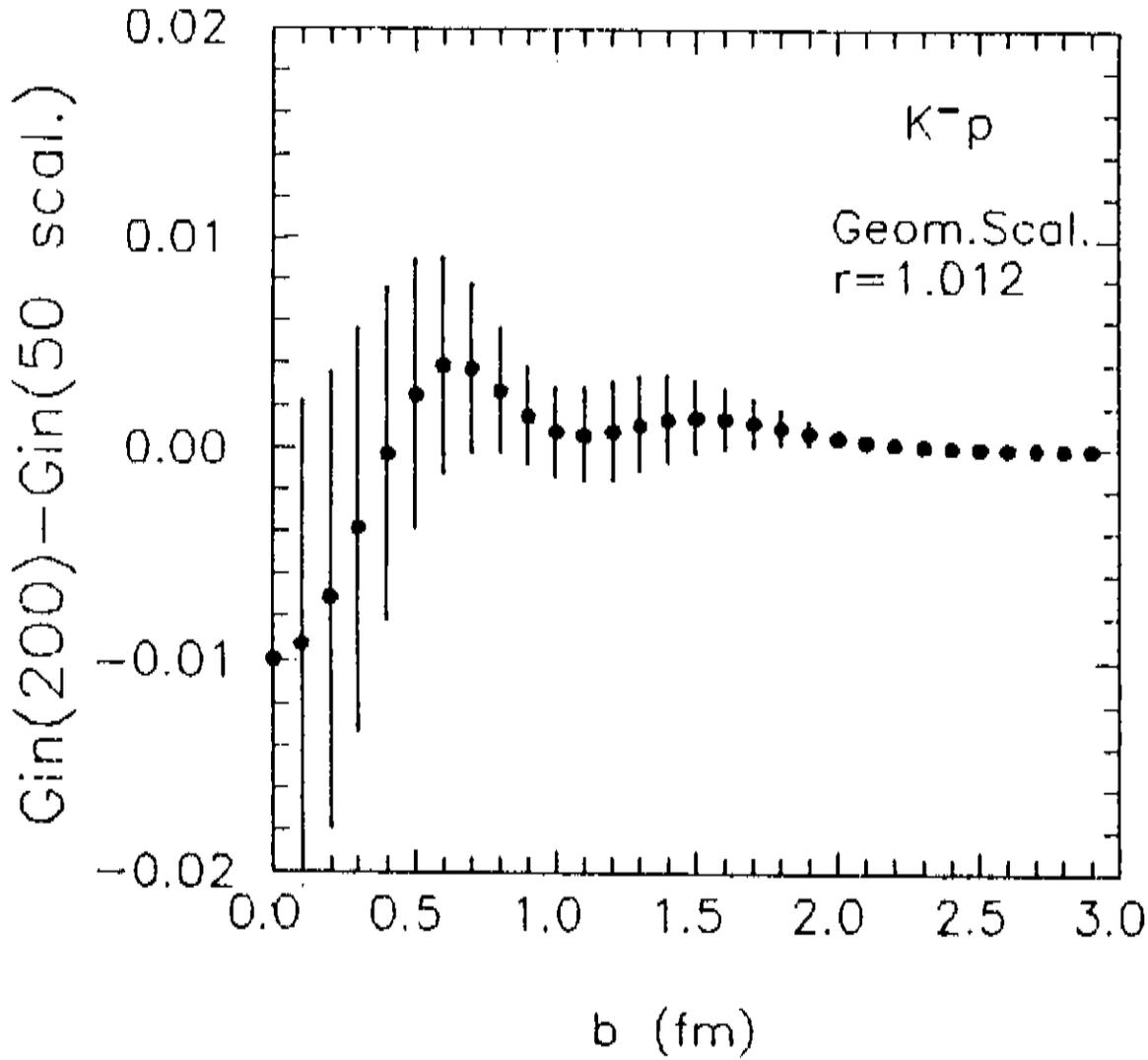


Fig. 35 – Teste de *Geometrical Scaling* para  $G_{in}(K^-p)$ .

### 3.2.4 Modelos de Eikonal Fatorável

Em geral, se relaciona a função complexa eikonal  $\chi(s, b)$  à função de perfil da seguinte forma:

$$\Gamma(s, b) = 1 - e^{i\chi(s, b)} \quad (3.27)$$

Se a amplitude de espalhamento elástica  $f(s, t)$  é suposta puramente imaginária, isto implica, através de (3.6) e (3.27), que  $\chi(s, b)$  também é puramente imaginária. É usual chamar de opacidade  $\Omega(s, b)$  a

$$\Omega(s, b) = \text{Im}\chi(s, b) \quad (3.28)$$

de forma que, na condição em que  $Re f(s, t) = 0$ , a função de perfil é

$$\Gamma(s, b) = 1 - e^{-\Omega(s, b)}. \quad (3.29)$$

Dessa forma, na representação eikonal a amplitude puramente imaginária é escrita como

$$f(s, t) = i \int_0^\infty b db [1 - e^{-\Omega(s, b)}] J_0(b\sqrt{-t}). \quad (3.30)$$

Hayot e Sukhatme<sup>59</sup> propuseram uma generalização do modelo Chou-Yang<sup>25</sup> através da qual a opacidade é fatorada em uma função dependente apenas da energia e outra, apenas do momento transferido, tal que

$$\Omega(s, b) = K(s)F(b). \quad (3.31)$$

Uma consequência imediata da hipótese acima é que a razão entre duas opacidades de energias diferentes não pode depender do parâmetro de impacto, ou seja,

$$\frac{\Omega(s_2, b)}{\Omega(s_1, b)} = \frac{K(s_2)}{K(s_1)}. \quad (3.32)$$

Esta hipótese foi testada por Amaldi e Schubert<sup>22</sup> com os dados do ISR e a condição (3.32) não foi observada.

Aqui é feito um teste semelhante para os dados de káon-próton. As opacidades para as diferentes energias são obtidas através das relações (3.6) e (3.29) a partir dos parâmetros de ajuste.

Na Fig. 36a mostra-se a razão (3.32) para  $K^+p$  entre 32 e 250 GeV/c, onde observa-se um crescimento suave com o parâmetro de impacto. O mesmo ocorre para  $K^-p$  (Fig. 36b), mas o crescimento é menos acentuado do que para  $K^+p$ .

Dessa forma, se obtém, sobretudo para  $K^+p$  resultados qualitativamente semelhantes aos de Amaldi e Schubert para  $pp$ , em detrimento dos modelos de *eikonal* fatorável.

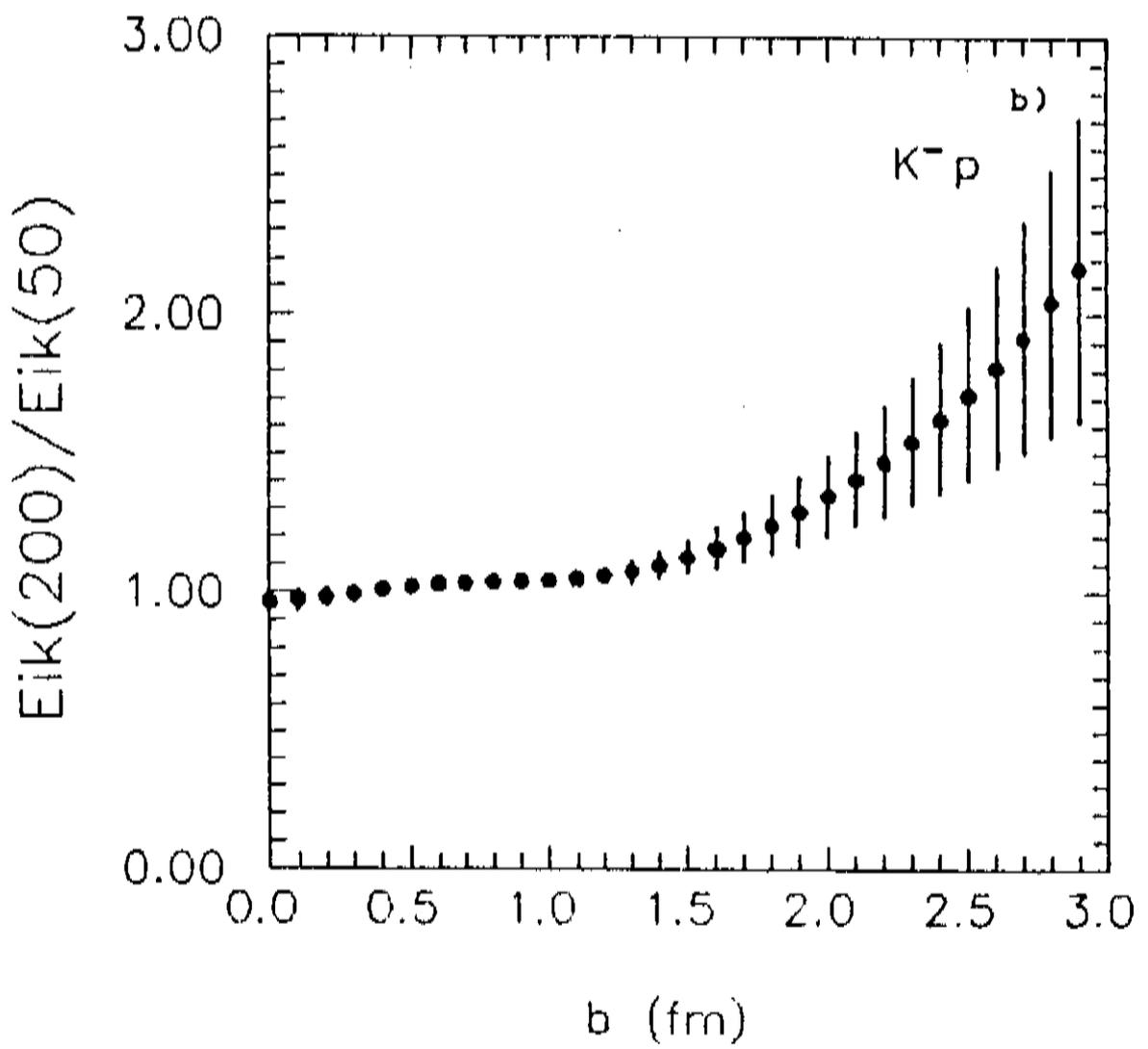
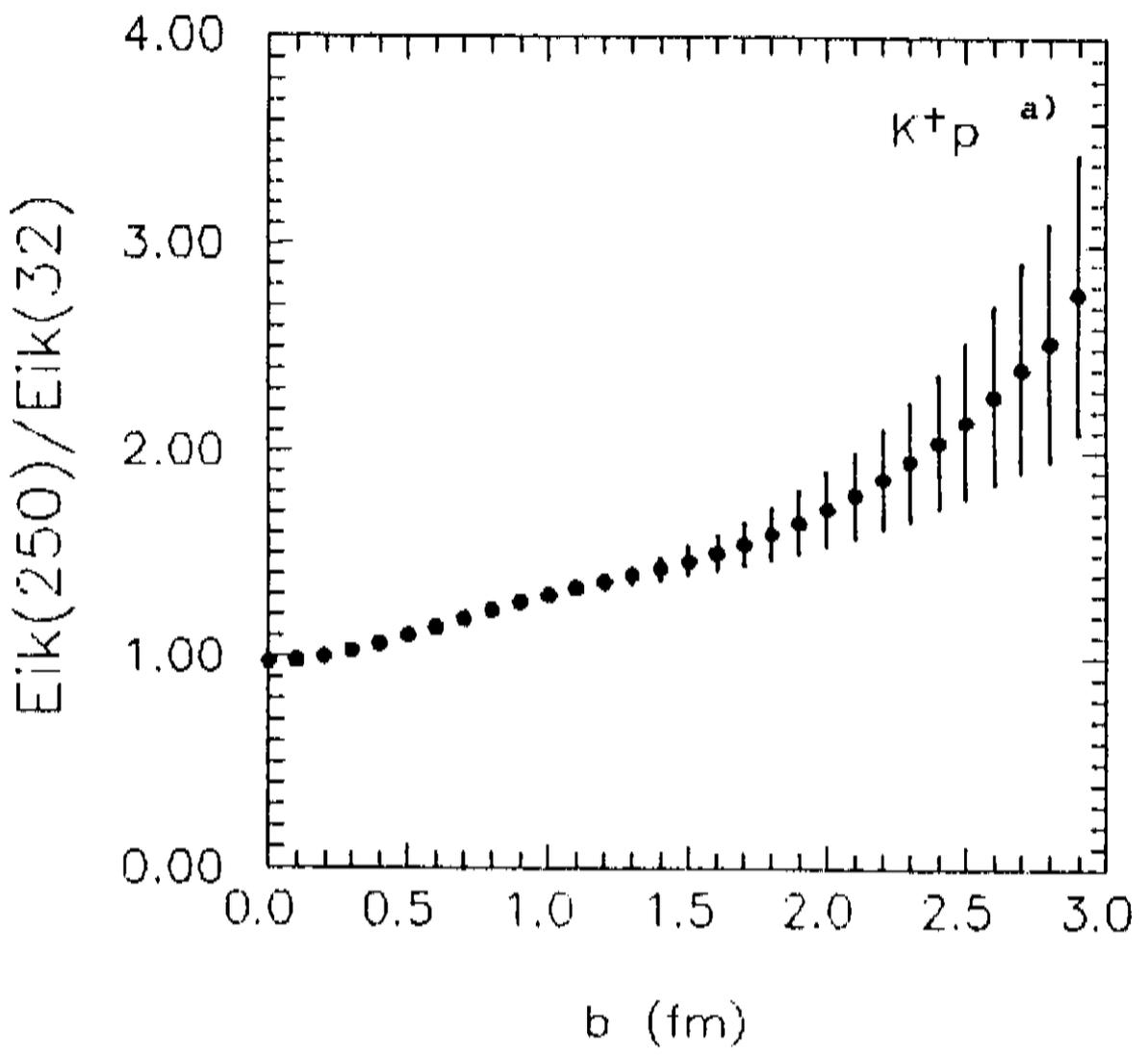


Fig. 36 – Razão entre opacidades de diferentes energias.

### 3.2.5 Conclusões

O estudo da reação káon-próton na representação de parâmetro de impacto apresentado neste capítulo permite tirar as seguintes conclusões:

- i) As funções de *overlap* elástica e inelástica possuem um máximo em  $b = 0$  que se mantém aproximadamente constante no intervalo de energias estudadas;
- ii) Tanto  $G_{el}$  quanto  $G_{in}$  apresentam um comportamento médio crescente com o aumento da energia na região periférica;
- iii) A transparência da interação káon-próton para  $b = 0$  é cerca de 20%;
- iv) Os raios efetivos de  $G_{el}$  e  $G_{in}$  apresentam um crescimento logarítmico com a energia para a razão  $K^+p$ , enquanto que para  $K^-p$  são aproximadamente constantes;
- v) O esquema proposto pelo *Geometrical Scaling* é favorecido em detrimento dos modelos de *eikonal* fatorável.

Com respeito a essas conclusões, se de um lado não se pode conferir a elas um caráter absoluto no tocante aos resultados numéricos, tendo em vista a escassez de dados experimentais e as limitações discutidas no início deste capítulo, por outro lado deve-se ressaltar que qualitativamente concordam com os resultados obtidos para  $pp$  na faixa do ISR.

É interessante notar que os dados de  $pp$  no ISR foram medidos para  $23 \leq \sqrt{s} \leq 62$  GeV, ao passo que os dados de  $Kp$  usados nesta análise estão limitados a  $7.8 \leq \sqrt{s} \leq 21.7$  GeV.

# Capítulo 4

## Modelo Chou–Yang

O modelo Chou–Yang<sup>25,60</sup> parte do pressuposto de que os hádrons são partículas de extensão espacial definida que, ao colidirem, se atravessam de forma que as interações entre seus constituintes resultam em produção e emissão de partículas secundárias.

Do ponto de vista ondulatório, este processo corresponde ao de uma onda incidente que é atenuada ao atravessar determinado obstáculo absorvedor. A parcela absorvida corresponde às reações inelásticas e a parcela difratada, às reações elásticas. Neste modelo, o espalhamento elástico equivale à “sombra” da absorção (ref. 62).

A intensidade da absorção é dada pela opacidade  $\Omega(s, b)$ , que se supõe seja proporcional à quantidade de matéria hadrônica interpenetrada na colisão e que, no esquema do modelo Chou–Yang é calculada a partir dos fatores de forma das partículas interagentes.

Este modelo pertence à classe dos modelos de *eikonal* fatorável criticados no capítulo anterior. No entanto, deve-se considerar que tais críticas dirigem-se sobretudo à generalização proposta em (3.31), o que não implica na impossibilidade de se utilizar o modelo Chou–Yang para obter informações, por ex., dos fatores de forma das partículas interagentes.

É nesta perspectiva que o modelo Chou–Yang é aqui empregado, já que são extremamente escassos os dados experimentais de fator de forma do káon. Calcula-se também

o raio do káon em diversas energias e, ao final do capítulo, são discutidas possíveis modificações do modelo.

Além das Refs. 25 e 60 que contém as principais idéias do modelo Chou–Yang, a Ref. 61 apresenta um panorama global do modelo e suas consequências, acompanhada de uma coletânea de *papers* sobre o assunto.

## 4.1 Formulação do Modelo Chou–Yang

Na colisão entre dois hádrons, supõe-se que cada um possua uma estrutura interna definida em termos de uma densidade de matéria hadrônica  $\rho(x, y, z)$ , sendo  $\rho$  esfericamente simétrica.

Para cada ponto de uma partícula incidente ao longo do eixo  $z$ , o alvo parece-se, devido à contração de Lorentz, com um disco que se aproxima sendo que, ao cruzá-lo, este ponto encontrará uma densidade de opacidade bidimensional

$$D(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z) dz. \quad (4.1)$$

Dessa forma, a opacidade resultante numa colisão entre duas partículas,  $A$  e  $B$ , em um determinado parâmetro de impacto é

$$\Omega(\vec{b}) = K_{AB} \int \int D_A(\vec{b} - \vec{b}') D_B(\vec{b}') d^2 b' \quad (4.2)$$

onde  $K_{AB}$  é uma constante que depende da interação.

O significado físico da integral de convolução acima é que a opacidade de dois discos colidentes, cujos centros estão separados por uma distância  $\vec{b}$ , depende das densidades locais em cada ponto de contato.

Aplicando-se o teorema da convolução pode-se reescrever a Eq. (4.2) da seguinte forma

$$\langle \Omega(\vec{b}) \rangle = 2\pi K_{AB} \langle D_A(\vec{b}) \rangle \langle D_B(\vec{b}) \rangle, \quad (4.3)$$

onde  $\langle \chi \rangle$  denota a transformada de Fourier de  $\chi$  do espaço de parâmetro de impacto  $(\vec{b})$  para o espaço de momento transferido  $(\vec{q})$ .

Utilizando-se a representação integral de  $J_0$  (função de Bessel de primeira espécie)

$$J_0(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\lambda \cos \phi} d\phi \quad (4.4)$$

pode-se escrever o primeiro membro de (4.3) em termos de uma transformada de Hankel de ordem zero. Invertendo-se esta transformada obtém-se

$$\Omega(b) = 2\pi K_{AB} \int_0^\infty q dq J_0(bq) \langle D_A \rangle \langle D_B \rangle. \quad (4.5)$$

Na aproximação de pequenos ângulos de espalhamento, em que  $q_z \simeq 0$ , pode-se relacionar a transformada de Fourier bidimensional  $\langle D \rangle$  com o fator de forma de partícula da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3r \\ &= \int \int dx dy e^{i(q_x x + q_y y)} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y, z) dz. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Da Eq. (4.1), vê-se que

$$F(q^2) = \langle D(x, y) \rangle. \quad (4.7)$$

Substituindo-se (4.7) em (4.5), obtém-se

$$\Omega(s, b) = K_{AB}(s) \int_0^\infty q dq J_0(bq) F_A(q^2) F_B(q^2) \quad (4.8)$$

onde o fator  $2\pi$  foi absorvido na constante  $K_{AB}$  e supõe-se que esta seja responsável pela dependência energética de  $\Omega(s, b)$ .

As expressões (4.8) e (3.30) permitem definir completamente a amplitude de espalhamento no esquema do modelo Chou-Yang. Na concepção original do modelo, a constante  $K_{AB}(s)$  é o único parâmetro livre, sendo fixado pela seção de choque total através do teorema óptico.

Conhecendo-se os fatores de forma das partículas interagentes pode-se, em princípio, calcular a opacidade (4.8). Através de (3.30) obtém-se a amplitude e, então, a seção de choque diferencial.

O uso do modelo Chou–Yang neste sentido, i.e., partindo dos fatores de forma para chegar à seção de choque diferencial permitiu fazer a previsão de existência de *dip* em  $d\sigma/dt$  para  $pp$  [Ref. 63] cerca de cinco anos antes deste ter sido observado experimentalmente.

Com relação a este ponto, um dos problemas deste modelo é que além do *dip* que aparece em  $|t| \simeq 1.4(GeV/c)^2$  em  $pp$ , ele prevê a existência de outros *dips* não observados experimentalmente. Não obstante isso, o modelo permite uma boa descrição do pico de difração e da posição do mínimo em  $d\sigma/dt$ .

O modelo Chou–Yang pode ser utilizado também no sentido inverso, ou seja, partindo-se dos dados experimentais de  $d\sigma/dt$  pode-se obter informações a respeito dos fatores de forma dos hádrons e, conseqüentemente, dos raios hadrônicos. Este enfoque é utilizado neste capítulo para estudar o fator de forma e o raio do káon.

Utilizando-se (3.29) e (3.12), a opacidade pode ser calculada em termos dos parâmetros de ajuste de  $d\sigma/dt$  (Tabs. 5 e 6) através de

$$\Omega(s, b) = -\ln\left(1 - \sum_i \frac{\alpha_i}{2\beta_i} e^{-b^2/4\beta_i}\right). \quad (4.9)$$

Invertendo-se a transformada (4.8) resulta

$$K_{AB}(s)F_A(q^2)F_B(q^2) = \int_0^\infty bdbJ_0(bq)\Omega(s, b) \quad (4.10)$$

e, para  $q^2 = 0$ ,

$$K_{AB}(s) = \int_0^\infty bdb\Omega(s, b). \quad (4.11)$$

Para partículas idênticas como no caso do espalhamento elástico  $pp$ , pode-se calcular o fator de forma do próton usando-se (4.10) e (4.11), ou seja,

$$F_p(q^2) = \left\{ \int_0^\infty bdbJ_0(bq)\Omega_{pp}(s, b) / \int_0^\infty bdb\Omega_{pp}(s, b) \right\}^{1/2}, \quad (4.12)$$

onde  $\Omega_{pp}(s, b)$  é obtido através de (4.9).

De maneira análoga, pode-se obter o fator de forma do káon a partir de dados da reação elástica káon-próton através de

$$F_K(q^2) = \int_0^\infty b db J_0(bq) \Omega_{Kp}(s, b) / \left\{ F_p(q^2) \int_0^\infty b db \Omega_{Kp}(s, b) \right\}. \quad (4.13)$$

Das expressões para fator de forma pode-se calcular o raio *r.m.s.* da maneira tradicional<sup>21</sup>,

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = \left\{ -6 \frac{dF(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} \right\}^{1/2}. \quad (4.14)$$

## 4.2 Raio e Fator de Forma do Káon

Quando se emprega o procedimento acima para se obter o fator de forma de determinado hádron a partir da parametrização de  $d\sigma/dt$  ( $hp \rightarrow hp$ ), deve-se utilizar como *input* o fator de forma do próton como em (4.13). Para isso são utilizadas com frequência parametrizações do fator de forma eletromagnético do próton, sendo que uma das mais empregadas é a tradicional fórmula de dipolo

$$F_p(q^2) = [1 + q^2/\mu^2]^{-2}, \quad (4.15)$$

com  $\mu^2 = 0.71(\text{GeV}/c)^2$ .

Contudo, conforme mostrou-se nos trabalhos da Ref. 64, o parâmetro  $\mu^2$  deve variar com a energia para que se obtenha uma descrição razoável dos dados de  $pp$  e  $\bar{p}p$  obtidos no ISR e Collider. Além disso, não existem evidências de que a distribuição de matéria hadrônica no interior de uma partícula seja exatamente igual à distribuição de carga ou de magnetização<sup>65</sup>.

Em razão disto, optou-se neste trabalho por calcular o fator de forma hadrônico do próton através de (4.12) e, então, utilizar o resultado em (4.13) para obter o fator de forma do káon. Para isso, através do procedimento de ajuste apresentado no Cap. 2,

foram parametrizados os dados de  $d\sigma/dt(pp)$  para as energias correspondentes a  $p_{lab} = 50, 100$  e  $200$  GeV/c (Figs. 37a–c). Os parâmetros de ajuste, em unidades de  $(\text{GeV}/c)^{-2}$ , são mostrados na Tab. 15.

Tabela 15 – Parâmetros de ajuste para  $pp$

$p_{lab}(\text{GeV}/c)$	50	100	200
$\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1$	$6.800 \pm 0.021$	$6.676 \pm 0.018$	$6.810 \pm 0.021$
$\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2$	$1.285 \pm 0.012$	$1.4144 \pm 0.0074$	$1.1055 \pm 0.0063$
$\alpha_3 \pm \Delta\alpha_3$	$-0.1206 \pm 0.0029$	$-0.1363 \pm 0.0031$	$-0.1047 \pm 0.0011$
$\alpha_4 \pm \Delta\alpha_4$	$-0.0215 \pm 0.0028$	$-0.0974 \pm 0.0031$	$-0.0194 \pm 0.0011$
$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$5.241 \pm 0.016$	$5.562 \pm 0.011$	$5.979 \pm 0.017$
$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$2.850 \pm 0.016$	$2.7159 \pm 0.0083$	$2.7444 \pm 0.0054$
$\beta_3 \pm \Delta\beta_3$	$1.095 \pm 0.015$	$1.459 \pm 0.022$	$1.2493 \pm 0.0072$
$\beta_4 \pm \Delta\beta_4$	$1.067 \pm 0.080$	$1.478 \pm 0.032$	$1.191 \pm 0.035$

A seguir (Tabs. 16 e 17) são apresentados os resultados de constante de absorção e raio *r.m.s.* obtidos através de (4.11) e (4.14), respectivamente. Nas mesmas tabelas são também apresentados os valores encontrados para  $pp$  com os parâmetros da Tab. 15.

As integrais que aparecem em (4.11)–(4.13) e, implicitamente, em (4.14) foram calculadas numericamente através da subrotina D01AMF da NAG<sup>66</sup>.

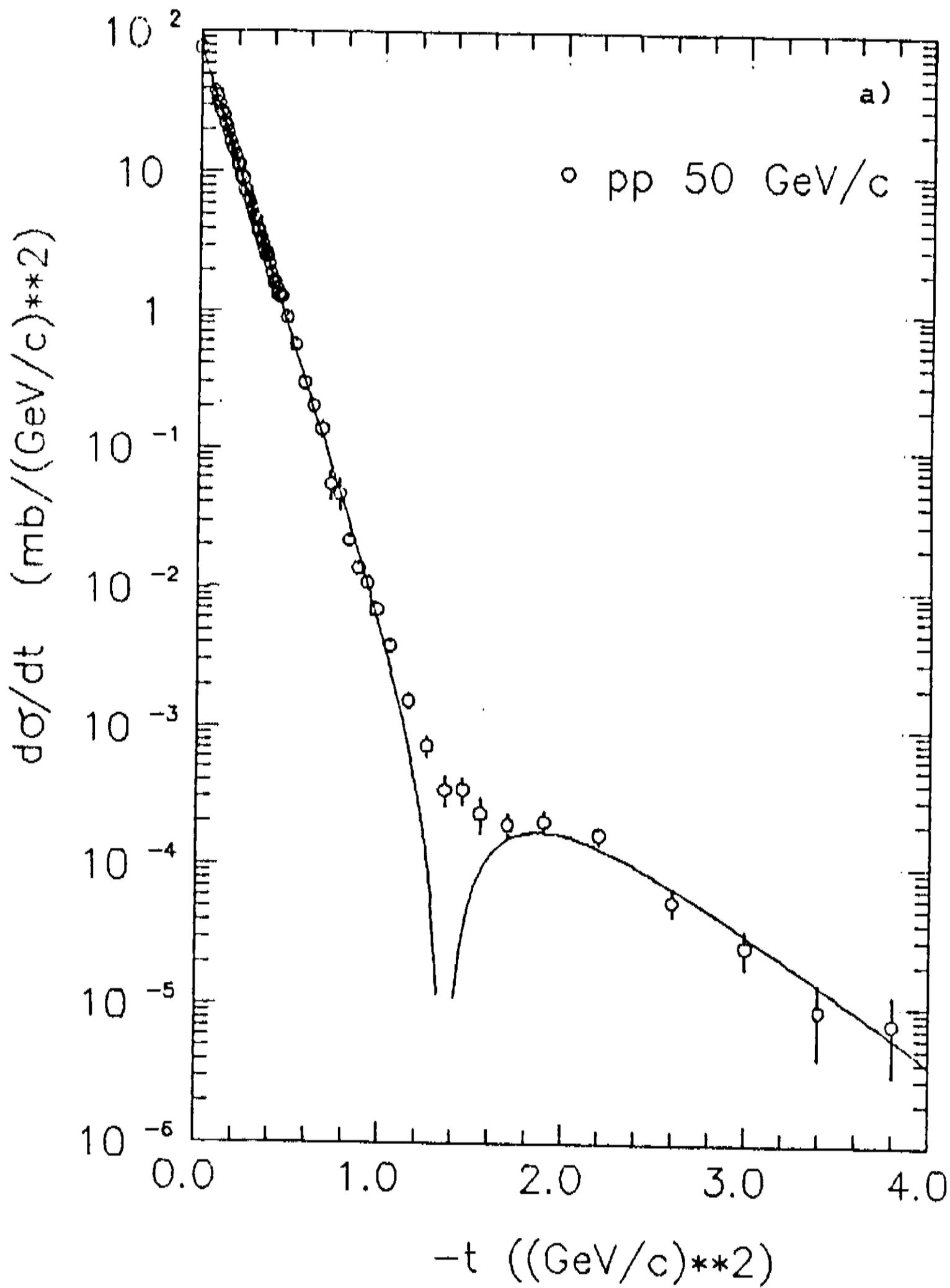


Fig. 37a – Seção de choque diferencial  $pp$  a 50 GeV/c. Dados das Refs. 30 e 47.

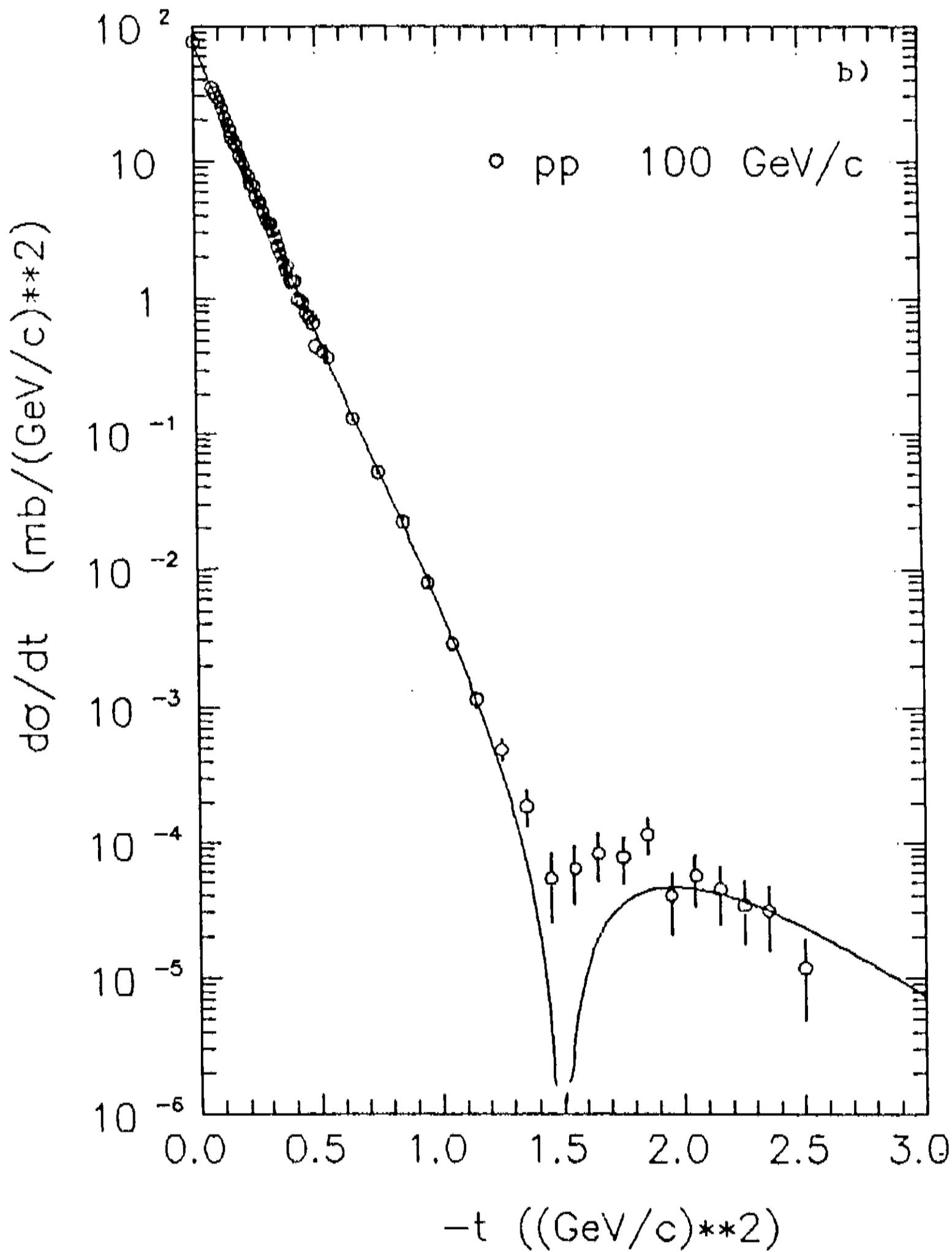


Fig. 37b - Seção de choque diferencial  $pp$  a 100 GeV/c. Dados das Refs. 30 e 51.

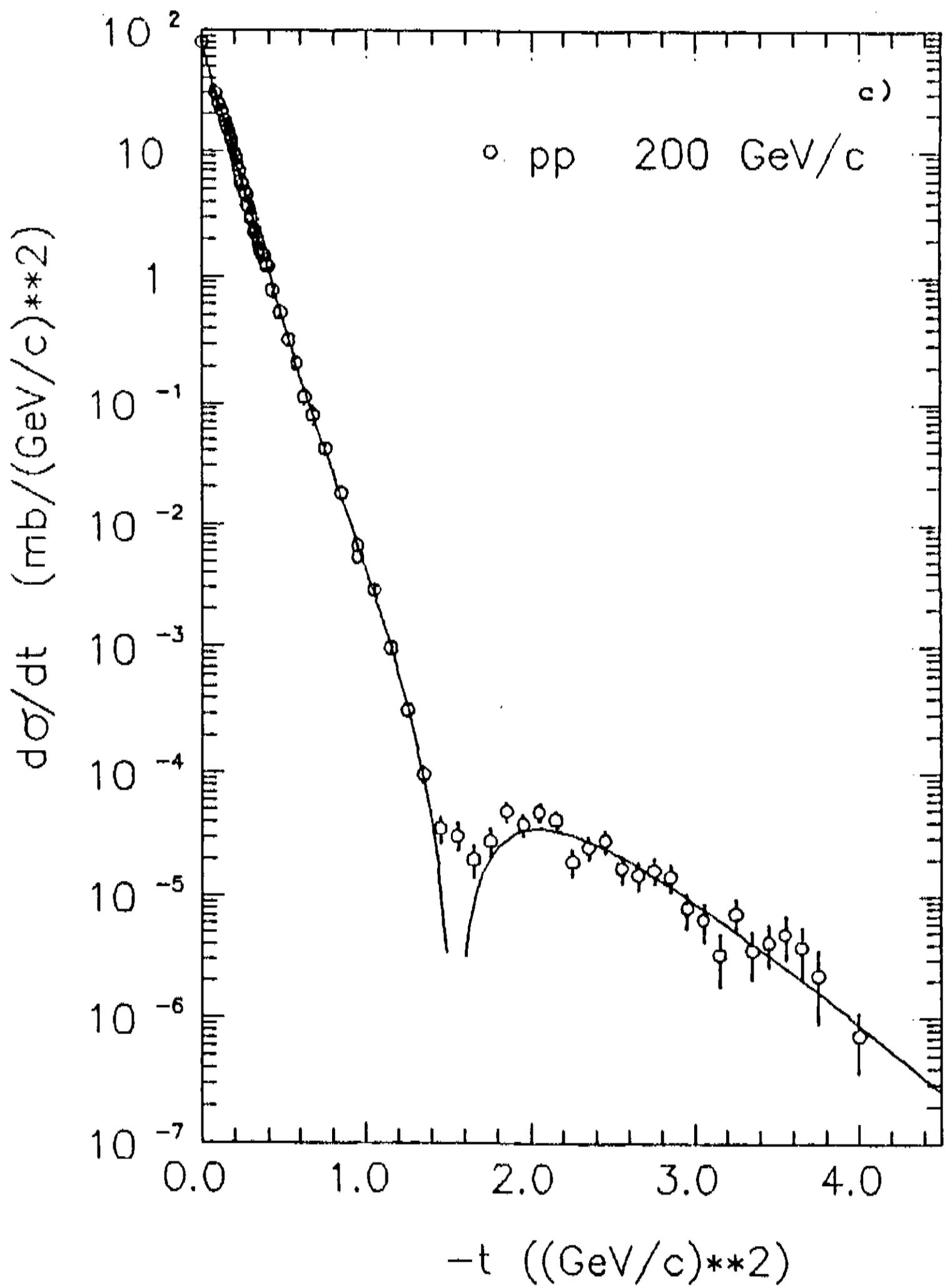


Fig. 37c - Seção de choque diferencial  $pp$  a 200 GeV/c. Dados das Refs. 30 e 51.

Tabela 16 – Constante de absorção, em unidades de  $(\text{GeV}/c)^{-2}$

$p_{lab} (\text{GeV}/c)$	50	100	200
$K_{pp}$	$10.781 \pm 0.056$	$10.414 \pm 0.041$	$10.190 \pm 0.041$
$K_{k^+p}$	$4.327 \pm 0.023$	$4.542 \pm 0.025$	$4.758 \pm 0.041$
$K_{k^-p}$	$4.937 \pm 0.038$	$4.967 \pm 0.048$	$5.084 \pm 0.029$

Tabela 17 – Raio *r.m.s.* (em Fermis)

$p_{lab} (\text{GeV}/c)$	50	100	200
$\langle r^2 \rangle_p^{1/2}$	$0.69 \pm 0.17$	$0.72 \pm 0.16$	$0.75 \pm 0.17$
$\langle r^2 \rangle_{K^+}^{1/2}$	$0.56 \pm 0.10$	$0.57 \pm 0.07$	$0.59 \pm 0.11$
$\langle r^2 \rangle_{K^-}^{1/2}$	$0.62 \pm 0.12$	$0.61 \pm 0.05$	$0.59 \pm 0.10$

Os valores de raio da Tab. 17 apresentam erros bastante grandes, bem maiores do que as diferenças entre esses mesmos valores, de forma que não se pode inferir uma dependência energética. Tomando-se a média ponderada dos valores calculados, obtém-se para  $K^+$

$$\overline{\langle r^2 \rangle_{K^+}^{1/2}} = 0.57 \pm 0.05 \text{ fm}, \quad (4.16)$$

e para  $K^-$

$$\overline{\langle r^2 \rangle_{K^-}^{1/2}} = 0.61 \pm 0.04 \text{ fm}. \quad (4.17)$$

Estes resultados podem ser comparados com os valores obtidos através de medidas experimentais e de outras aplicações do modelo Chou-Yang.

Tabela 18 – Valores de raio *r.m.s.* do káon publicados

$\langle r^2 \rangle_{k^+}^{1/2} (\text{fm})$	$\langle r^2 \rangle_{K^-}^{1/2} (\text{fm})$	Ref.	Método
-	$0.53 \pm 0.05$	67	espalhamento
-	$0.58 \pm 0.04$	68	$K^- e$
$0.68 \pm 0.04$	$0.51 \pm 0.04$	69	Modelo Chou-Yang
$0.32^{+0.13}_{-0.23}$	$0.53^{+0.13}_{-0.18}$	70	
$0.57 \pm 0.05$	$0.62 \pm 0.07$	71a	
$0.45 \pm 0.06$	$0.52 \pm 0.08$	71b	

As medidas experimentais são efetuadas através de espalhamento direto de  $K^-$  em elétrons de um alvo de hidrogênio líquido. O resultado (4.17) é compatível com a medida mais recente (Ref. 68).

Quanto a outros cálculos de raio feitos através do modelo Chou-Yang, os valores aqui obtidos concordam mais com os resultados da Ref. 71. Neste trabalho, T. T. Chou calcula os raios de mésons tomando para raio do próton dois *inputs* diferentes. No primeiro deles (71a), segue um procedimento análogo ao empregado aqui, calculando o raio de próton pelo próprio modelo. No segundo (71b), o raio do próton utilizado é o correspondente à fórmula de dipolo (4.15), que é uma parametrização apenas razoável dos dados de espalhamento  $ep$ <sup>72</sup>.

O primeiro método empregado por Chou na Ref. 71 é o que está em melhor concordância com os resultados aqui obtidos.

Quanto aos fatores de forma, obteve-se uma concordância bastante boa entre os valores calculados para as três energias (Figs. 38a - c).

O modelo de dominância vetorial<sup>73</sup> prevê para os fatores de forma dos mésons um comportamento do tipo  $t^{-1}$ , para  $t \rightarrow \infty$ . Por exemplo, para o pión o termo principal é  $F_\pi(t) = (1 - t/m_\rho^2)^{-1}$ , onde  $m_\rho$  é a massa do méson  $\rho$ . Para o próton, a expressão mais amplamente utilizada é a fórmula de dipolo (4.15), que resulta  $F_p(t) \sim t^{-2}$ , para  $t \rightarrow \infty$ .

Este tipo de comportamento dos fatores de forma eletromagnéticos é generalizado com a idéia de quarks, através da qual se prevê uma dependência do tipo  $F(t) \sim t^{-n_e}$ , onde  $n_e$  é o número de quarks espectadores (não interagentes),  $n_e = 2$  para bárions e  $n_e = 1$  para mésons (Ref. 74).

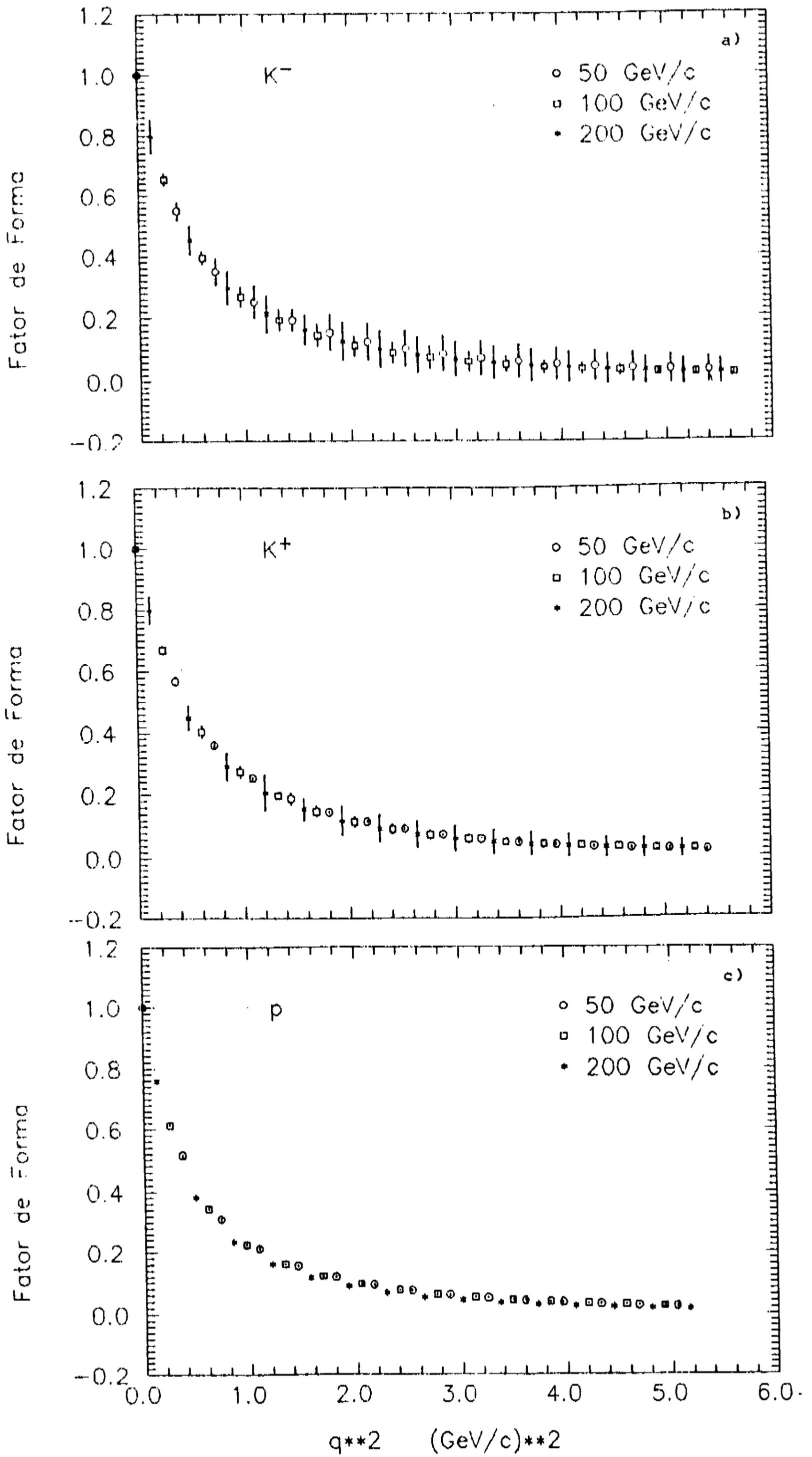


Fig. 38 – Fatores de forma do  $K^-$  (a), do  $K^+$  (b) e do próton (c).

Uma maneira de representar os comportamentos descritos acima é escrever os fatores de forma através das fórmulas de monopolo e dipolo,

$$F_M(q^2) = [1 + q^2 \langle r^2 \rangle / 6]^{-1} = [1 + q^2 / \nu^2]^{-1} \quad (4.18)$$

e

$$F_D(q^2) = [1 + q^2 \langle r^2 \rangle / 12]^{-2} = [1 + q^2 / \lambda^2]^{-2}, \quad (4.19)$$

que estão em conformidade com a expressão para cálculo do raio *r.m.s.* (4.14).

Os parâmetros  $\nu^2$  e  $\lambda^2$  obtidos através dos raios (4.16) e (4.17) estão na tabela abaixo.

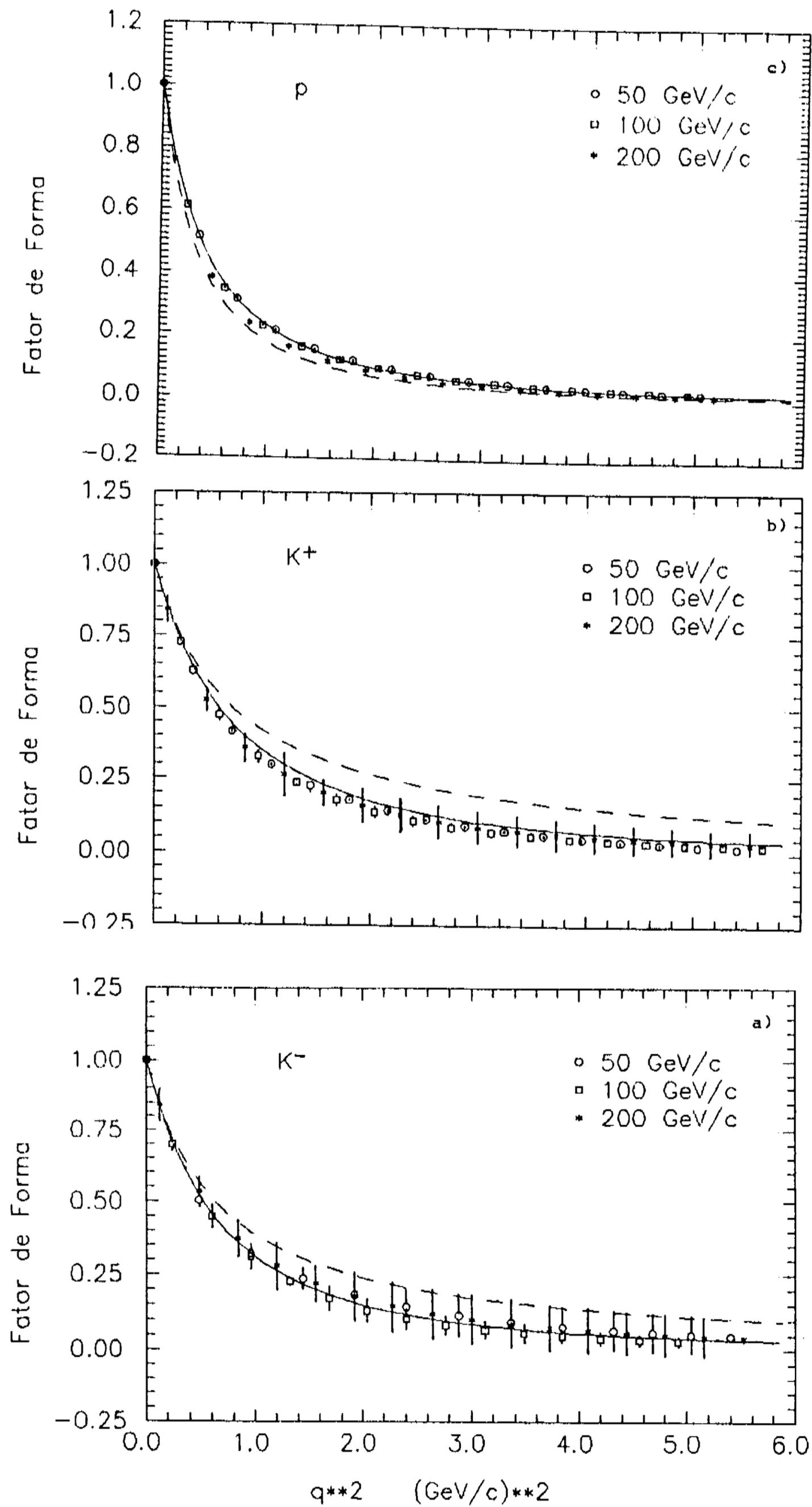
Tabela 19 – Parâmetros dos fatores de forma segundo as expressões (4.18) e (4.19).

parâmetros	$K^+$	$K^-$
$\nu^2 \text{ (GeV/c)}^2$	0.72	0.63
$\lambda^2 \text{ (GeV/c)}^2$	1.44	1.26

As parametrizações (4.18) e (4.19) com os valores da Tab. 20 são comparadas com os respectivos fatores de forma do  $K^+$  e do  $K^-$  nas Figs. 39a e 39b. As curvas tracejadas referem-se à Eq. (4.18) e as contínuas, à Eq. (4.19).

Vê-se que, em contraposição à previsão dos modelos de dominância vetorial e de quarks, os resultados do modelo Chou–Yang concordam melhor com a fórmula de dipolo.

Para o fator de forma do próton (Fig. 39c), os valores obtidos pelo modelo Chou–Yang são comparados com a fórmula de dipolo com  $\mu^2 = 0.71(\text{GeV}/c)^2$  (curva tracejada) e com  $\mu^2 = 0.90(\text{GeV}/c)^2$  (curva contínua), favorecendo este último parâmetro, calculado através da média ponderada dos valores de raio do próton (Tab. 17).



**Fig. 39** – Fatores de forma de  $K^-$ ,  $K^+$  e  $p$  comparados com as parametrizações descritas no texto.

A fim de testar a consistência desses resultados pode-se calcular a seção de choque diferencial, utilizando o modelo Chou-Yang no percurso inverso ao empregado na obtenção dos fatores de forma, e comparar com os dados experimentais.

Para isso é necessário calcular a opacidade (4.8) utilizando-se as parametrizações de fatores de forma discutidos acima. Tomando-se, então, para o fator de forma do próton a fórmula de dipolo (com parâmetro  $\mu^2$ ) e para o káon, a fórmula de monopolo (4.18), obtém-se

$$\Omega_{mon}(s, b) = K(s) \frac{\mu^4 \nu^2}{(\nu^2 - \mu^2)^2} \left\{ K_0(\nu b) - K_0(\mu b) + \frac{(\nu^2 - \mu^2)}{2\mu} b K_1(\mu b) \right\} \quad (4.20)$$

Considerando-se alternativamente o fator de forma do káon dado por (4.19), obtém-se

$$\Omega_{dip}(s, b) = K(s) \frac{\mu^4 \lambda^4}{(\lambda^2 - \mu^2)^2} \left\{ \frac{b}{2} \left[ \frac{K_1(\mu b)}{\mu} + \frac{K_1(\lambda b)}{\lambda} \right] + \frac{2}{(\lambda^2 - \mu^2)} |K_0(\lambda b) - K_0(\mu b)| \right\} \quad (4.21)$$

onde  $K_n(z)$  são funções modificadas de Bessel de segunda espécie.

Com as opacidades dadas por (4.20) e (4.21),  $\mu^2 = 0.90 \text{ (GeV/c)}^2$  para o próton e, para o kaón, os demais parâmetros da Tab. 19, é necessário fixar as constantes de absorção  $K(s)$ .

Isto é feito através de

$$\sigma_{tot} = 4\pi \int_0^\infty [1 - e^{-\Omega(s,b)}] b db, \quad (4.22)$$

obtida através de (3.30) e do teorema óptico.

Usando-se para  $\sigma_{tot}$  o valor experimental, foram calculadas as constantes de absorção para várias reações  $Kp$ . Na Tab. 20 são mostrados os valores obtidos com as indicações  $K_M$  (referente a 4.20),  $K_D$  (ref. a 4.21). Na última coluna  $K_A$ , são mostrados para comparação os valores obtidos através dos parâmetros de ajuste (Tab. 16).

Tabela 20 – Constantes de absorção (em  $(\text{GeV}/c)^{-2}$ ) obtidos através de (4.23).

reação - $p_{lab}$	$K_M$	$K_D$	$K_A$
$K^+p$ - 50 GeV/c	4.357	4.328	$4.327 \pm 0.023$
$K^+p$ - 200 GeV/c	4.892	4.855	$4.758 \pm 0.041$
$K^-p$ - 100 GeV/c	5.000	4.958	$4.967 \pm 0.048$
$K^-p$ - 200 GeV/c	5.100	5.058	$5.084 \pm 0.029$

As Figs. 40a–d comparam os dados experimentais de  $d\sigma/dt$  e as curvas calculadas para as reações relacionadas na Tab. 20. Nessas figuras, as curvas tracejadas foram obtidas usando-se para o fator de forma do káon a fórmula de monopolo, as curvas contínuas foram calculadas a partir da fórmula de dipolo.

Nota-se em todas elas que a fórmula de monopolo leva a uma concordância razoável com os dados apenas na região de  $t$ 's pequenos, ao passo que para  $|t| \gtrsim 0.5 (\text{GeV}/c)^2$  a fórmula de dipolo é nitidamente favorecida nas comparações.

Dessa forma, o modelo Chou–Yang indica que os káons, a exemplo dos prótons, possuem fatores de forma com dependência tipo  $t^{-2}$  (para  $t \rightarrow \infty$ ). Este tipo de dependência em  $t$  para os fatores de forma de píons e káons foi apontado também por uma variante do modelo de variância vetorial (Ref. 75).

Resultados semelhantes aos aqui obtidos para os káons foram também encontrados para o pión negativo (Ref. 76).

### 4.3 Modelo Chou–Yang Modificado

Não obstante os bons resultados obtidos na seção anterior ao calcular a seção de choque diferencial  $Kp$ , através do modelo Chou–Yang, com fator de forma de dipolo tanto para o próton quanto para o káon, nota-se na Fig. 40a que o *dip* em  $d\sigma/dt$  não é reproduzido. Este é um dos

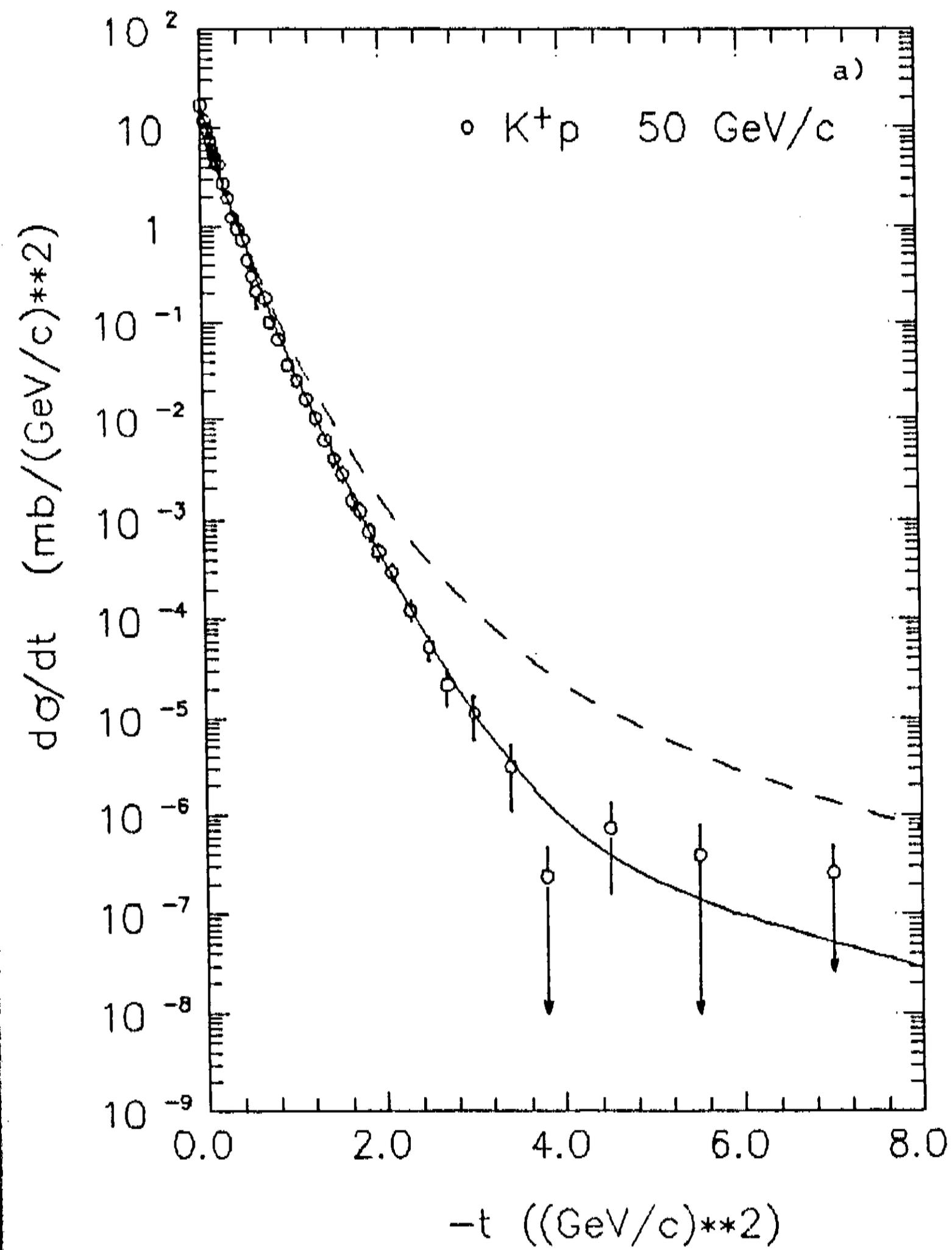


Fig. 40a - Seção de choque diferencial obtida através do modelo Chou-Yang para  $K^+p$  a 50 GeV/c.

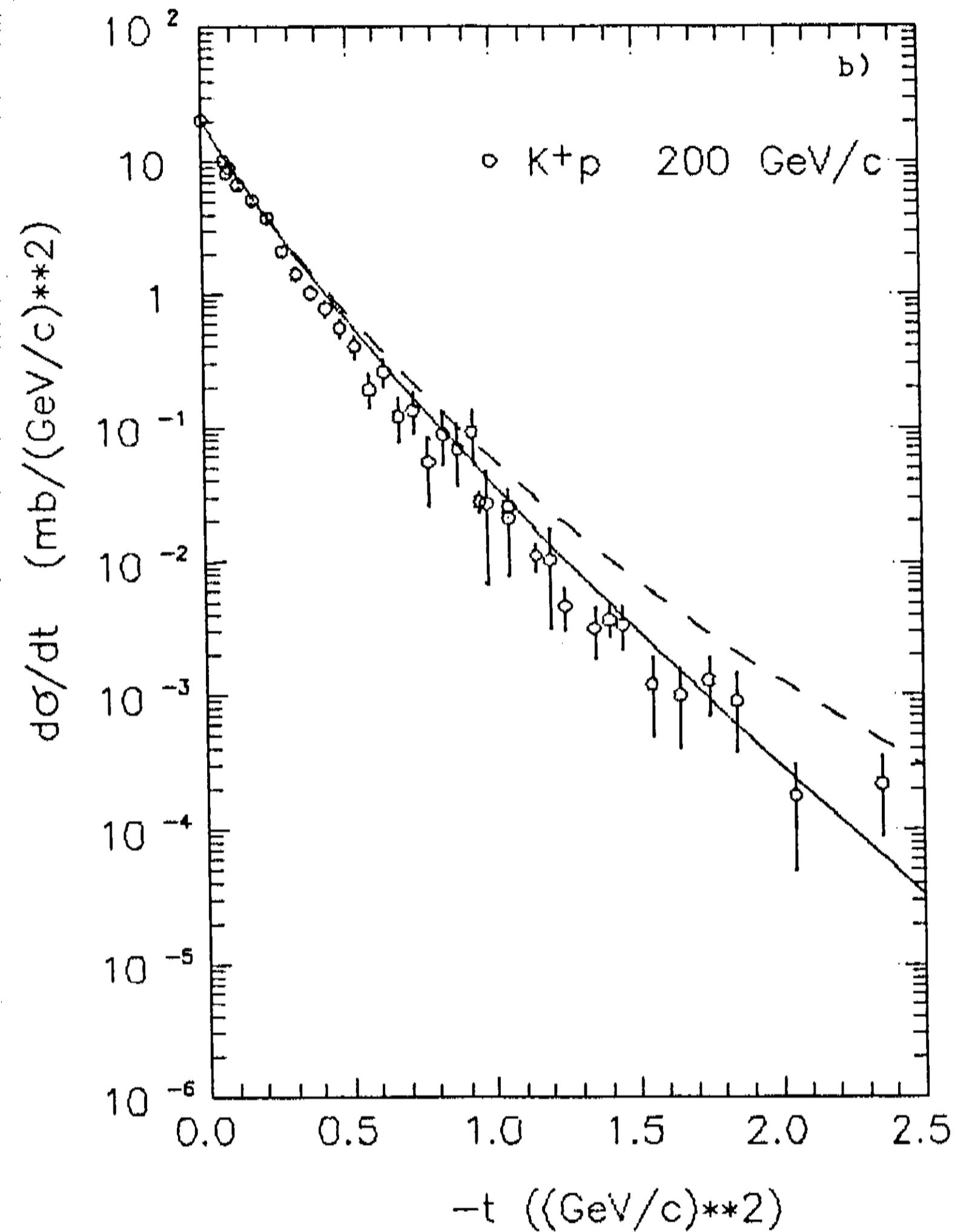


Fig. 40b – Seção de choque diferencial obtida através do modelo Chou-Yang para  $K^+p$  a 200 GeV/c.

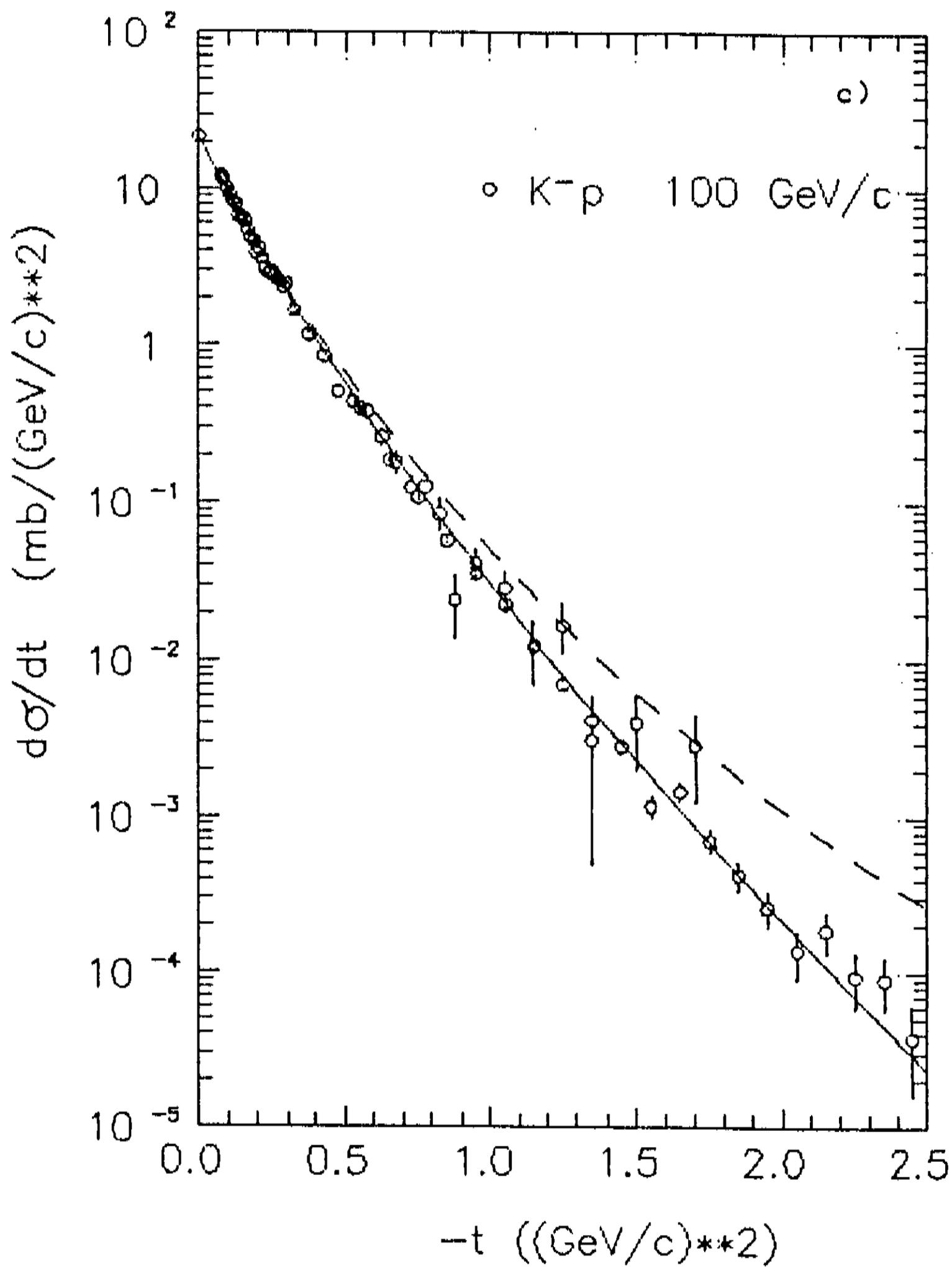


Fig. 40c - Seção de choque diferencial obtida através do modelo Chou-Yang para  $K^-p$  a 100 GeV/c.

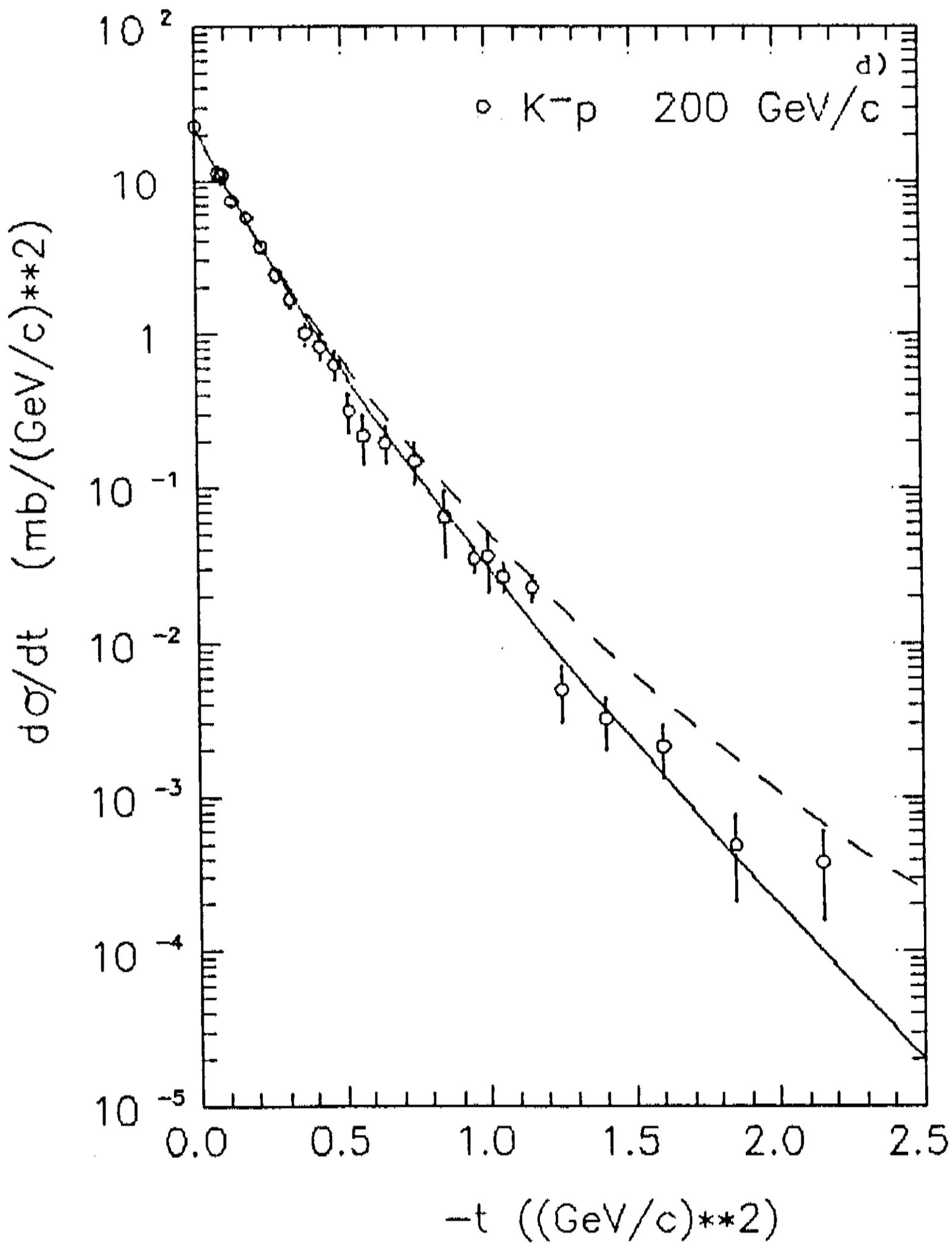


Fig. 40d - Seção de choque diferencial obtida através do modelo Chou-Yang para  $K^-p$  a 200 GeV/c.

problemas apresentados pelo modelo Chou-Yang na sua formulação tradicional: não descreve a estrutura de  $d\sigma/dt$  para reações méson-próton<sup>76</sup>.

Num estudo recente<sup>77</sup>, Kamran e Qureschi fazem uso de diversas parametrizações para os fatores de forma do próton e do pión, mas nenhuma consegue descrever o *dip* de  $d\sigma/dt(\pi^-(p))$  a 200 GeV/c.

Por outro lado, para as reações  $pp$  e  $\bar{p}p$  o problema do modelo Chou-Yang é que prevê a existência de múltiplos *dips* não observados experimentalmente.

Dificuldades desta natureza e mais a observação de que quando se calcula

$$\tilde{\Omega}(s, t) = \int_0^\infty b db J_0(bq) \Omega(s, b), \quad (4.23)$$

em geral se observa a existência de um zero<sup>78</sup> em  $\tilde{\Omega}(s, t)$  (fig. 41) no espaço dos  $t$ 's, levaram a se propor uma mudança no modelo Chou-Yang, mudança esta inspirada no modelo Bourrely-Soffer-Wu<sup>79</sup>.

Tal mudança consiste basicamente em escrever

$$\Omega(s, b) = K(s) \int_0^\infty q dq J_0(bq) F_A(q^2) F_B(q^2) f_{AB}(q^2) \quad (4.24)$$

onde  $F_{A,B}(q^2)$  são os fatores de forma e  $f_{AB}(q^2)$  é uma função colocada *ad hoc* para produzir o zero referido acima.

Na proposta original da Ref. 79 esta função é dada por

$$f(q^2) = \frac{1 - q^2/a^2}{1 + q^2/a^2} \quad (4.25)$$

sendo  $a^2$  um parâmetro independente da energia.

Dado que a introdução de  $f_{AB}(q^2)$  em (4.24) permite reproduzir o zero observado em  $\tilde{\Omega}(s, t)$ , procurou-se então dar um sentido para essa função no contexto do modelo

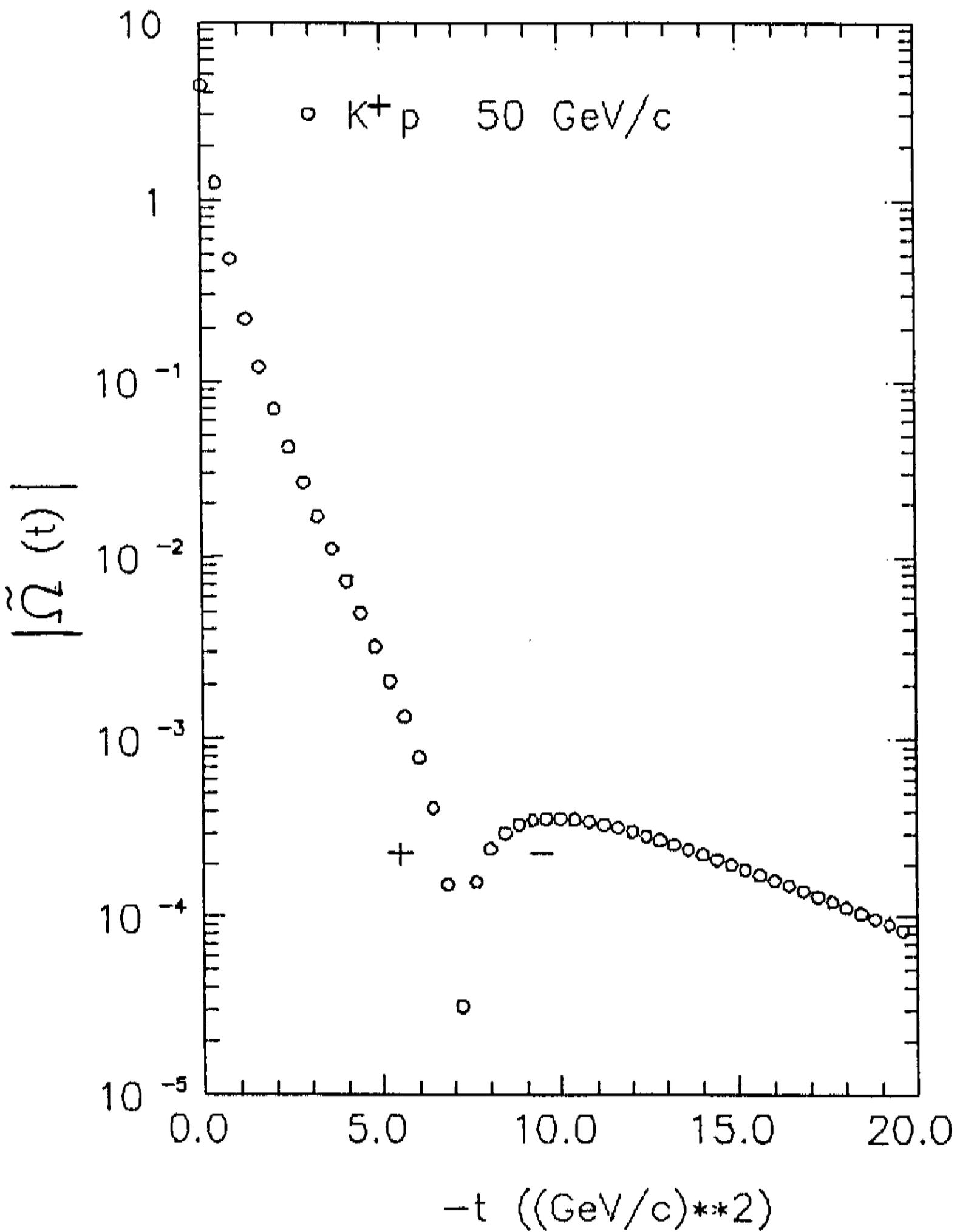


Fig. 41 - Módulo de  $\tilde{\Omega}(t)$  para  $K^+p$  a 50 GeV/c, calculado através dos parâmetros da Tab. 5.

Chou–Yang (Ref. 80).

Foi escolhida a parametrização

$$f(q^2) = \frac{1 - q^2/a^2}{1 + q^4/a^4}, \quad (4.26)$$

semelhante a (4.25), mas que, ao contrário desta, possui transformada para o parâmetro de impacto e introduz uma espécie de não-localidade nas interações.

Os fatores de forma utilizados neste trabalho (Ref. 80) possuem a forma de duplo polo,

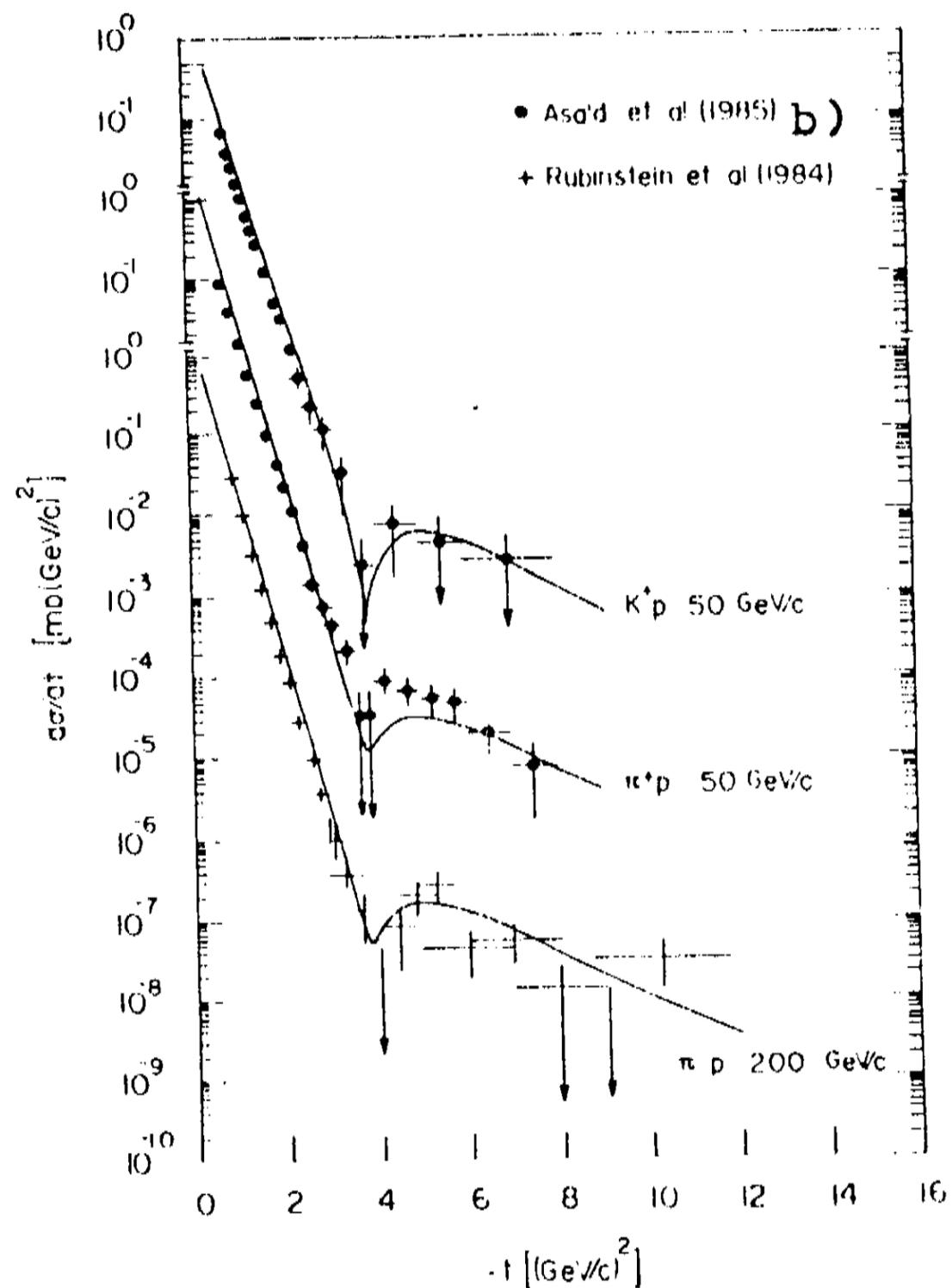
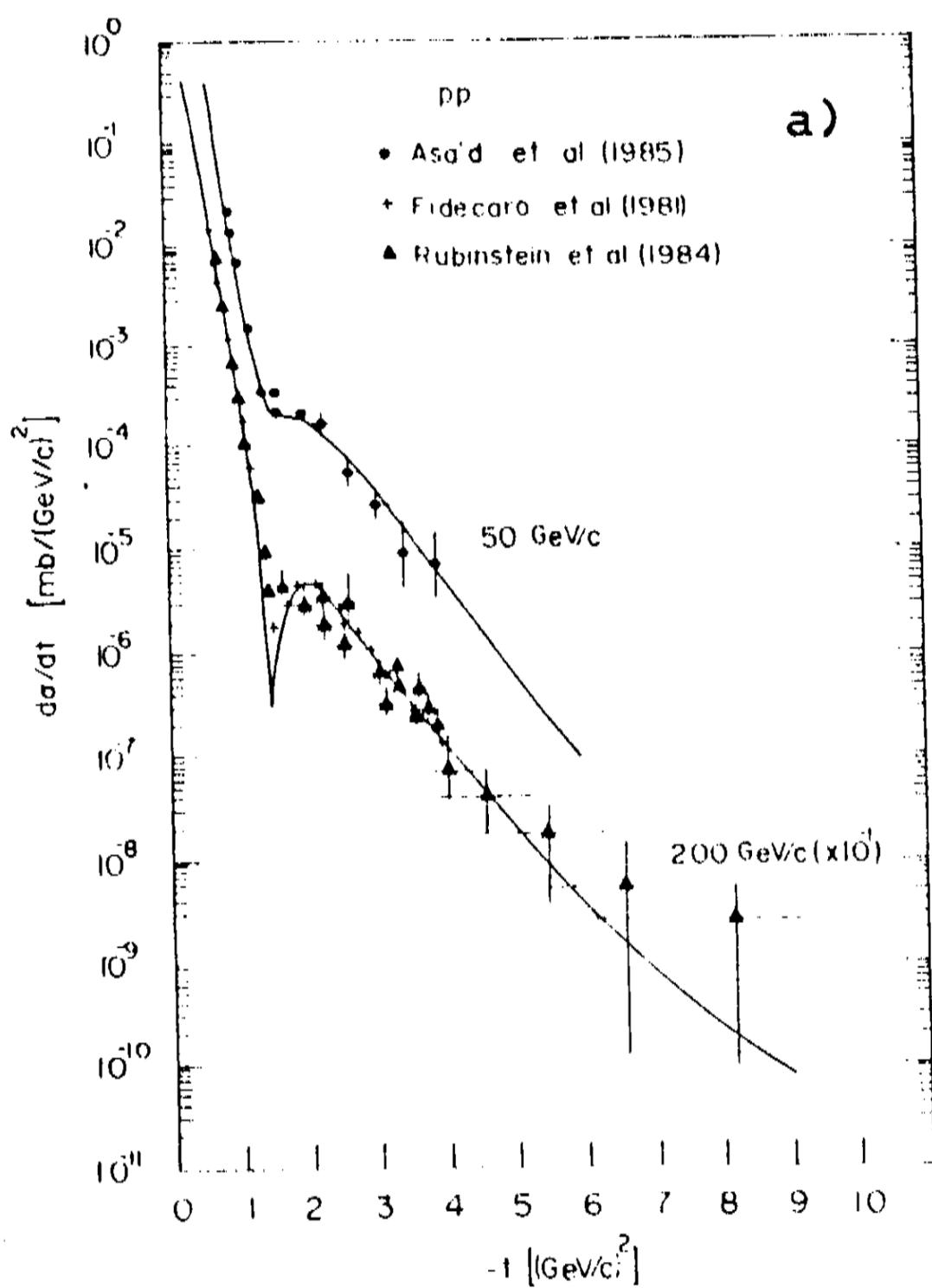
$$F(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{\alpha^2}\right)^{-1} \left(1 + \frac{q^2}{\beta^2}\right)^{-1}. \quad (4.27)$$

Foram estudadas as reações  $pp$ ,  $K^+p$  e  $\pi^+p$  a 50 GeV/c e  $\pi^-p$  e  $pp$  a 200 GeV/c. Os resultados obtidos são mostrados nas Figs. 42a e b.

Foi observado que para descrever adequadamente o comportamento dos dados pelo menos um dos parâmetros do fator de forma deve variar com a energia. Alguns autores advogam que, na verdade, a posição do zero, ou seja, o valor de  $a^2$  é que deve variar com a energia.

Na realidade, é extremamente difícil se determinar de forma inequívoca quais parâmetros devam variar com a energia e em que medida. Um estudo a esse respeito foi feito para  $pp$  e  $\bar{p}p$  (Ref. 81).

A despeito destas dificuldades é importante observar que a introdução da função  $f_{AB}(q^2)$  em (4.24) permite solucionar qualitativamente dois problemas do modelo Chou–Yang tradicional: a produção de múltiplos *dips* na reação  $pp$  e a descrição do *dip* em reações méson-próton.



**Fig. 42** – Seção de choque diferencial de diversas reações obtidas através do modelo Chou–Yang modificado (Ref. 80).

## 4.4 Conclusões

A análise da reação káon-próton através do modelo Chou-Yang permitiu obter os seguintes resultados:

- i) O káon positivo possui um raio levemente inferior ao do káon negativo; os valores encontrados foram  $\tau_{K^+} = 0.57 \pm 0.05$  fm e  $\tau_{K^-} = 0.61 \pm 0.04$  fm;
- ii) A média ponderada do raio do próton resulta  $0.72 \pm 0.10$  fm, inferior ao que se obtém em espalhamento  $ep$  ( $\sim 0.81$  fm);
- iii) O fator de forma do káon é melhor descrito, na região de grandes momentos transferidos pela fórmula de dipolo;
- iv) A utilização da fórmula de dipolo para representar os fatores de forma do káon e do próton possibilita obter  $d\sigma/dt(Kp)$  em boa concordância com os dados experimentais até  $|t| \approx 3$  (GeV/c)<sup>2</sup>, mas não descreve o *dip*;
- v) A descrição do *dip* em interação méson-próton pode ser obtida introduzindo-se uma modificação no modelo Chou-Yang, pela qual a transformada da opacidade para o espaço de momento transferido passe a apresentar um zero.

Um aspecto que deve ser ressaltado nos trabalhos das Refs. 64 e 80 é que, para se obter uma boa concordância com os dados experimentais, foi necessário variar os parâmetros relativos aos fatores de forma com a energia. Com isso, abandonou-se o esquema de fatoração da opacidade (3.31) efetuado pela análise de Arnaldi e Schubert<sup>22</sup>.

# Capítulo 5

## Modelo Bourrely–Soffer–Wu

Os dados experimentais obtidos no SPS  $\bar{p}p$  Collider permitiram testar de forma crucial os diversos modelos fenomenológicos utilizados em física de altas energias que ofereciam uma boa descrição dos dados do ISR. Um dos únicos modelos que resistiram a este teste foi o modelo Bourrely–Soffer–Wu<sup>79,82</sup>.

O modelo Bourrely–Soffer–Wu (BSW) conseguiu descrever o crescimento de  $\sigma_{tot}, \sigma_{el}/\sigma_{tot}$ , *slope* e as mudanças observadas em  $d\sigma/dt$  (Ref. 82) na passagem do ISR para o Collider.

O modelo BSW é um modelo completo no sentido de que, fixados os seus parâmetros, qualquer grandeza relacionada ao espalhamento hadrônico elástico pode ser calculada.

Apesar deste sucesso, não existe na literatura nenhum estudo ligando o modelo BSW ao espalhamento elástico méson–próton.

Neste capítulo analisa-se a aplicabilidade do modelo BSW ao espalhamento elástico káon–próton e busca-se através deste modelo, a descrição global de todos os observáveis das reações elásticas  $K^\pm p$ . Inicialmente apresenta-se uma descrição do modelo, vindo a seguir a aplicação ao espalhamento káon–próton. Ao final é feita uma discussão crítica do modelo BSW.

## 5.1 Descrição do Modelo

O modelo BSW expressa a amplitude independente de spin através do formalismo de modelos *eikonais*,

$$a_0(s, t) = is \int_0^\infty J_0(b\sqrt{-t}) [1 - e^{-\Omega_0(s, b)}] b db, \quad (5.1)$$

sendo que, nesta normalização,

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{s^2} |a_0(s, t)|^2. \quad (5.2)$$

A *eikonal* é definida como a soma de dois termos,

$$\Omega_0(s, b) = S_0(s)F(\mathbf{b}^2) + R_0(s, \mathbf{b}), \quad (5.3)$$

o primeiro, responsável pela componente difrativa do espalhamento, está associado à troca de pomeron, enquanto que o segundo, designado *background* de Regge, corresponde à troca de reggeons. O primeiro termo é o dominante em altas energias, sendo que o segundo é necessário para dar conta dos dados de “baixas” energias.

A dependência energética do termo difrativo,  $S_0(s)$ , é inspirada em resultados assintóticos da QED “massiva” obtidas por Cheng e Wu<sup>83</sup> no início dos anos 70, e é dada por uma expressão simétrica por *crossing*,

$$S_0(s) = \frac{s^c}{(\ln s)^{c'}} + \frac{u^c}{(\ln u)^{c'}}, \quad (5.4)$$

onde  $u$  é a terceira variável de Mandesltam. A parte dependente do parâmetro de impacto  $F(\mathbf{b}^2)$  é semelhante ao modelo Chou–Yang, ou seja, a sua transformada de Fourier,  $\tilde{F}(t)$ , é dada pelo produto dos fatores de forma vezes uma função que varia suavemente em  $t$  e que possui um zero real,

$$\tilde{F}(t) = f[G(t)]^2 \frac{a^2 + t}{a^2 - t}, \quad (5.5)$$

onde o fator de forma do próton (ou antipróton) é representado por

$$G(t) = \frac{1}{(1 - t/m_1^2)(1 - t/m_2^2)}. \quad (5.6)$$

O segundo termo representa de uma forma concisa as trocas de reggeons através da expressão

$$\tilde{R}_0(s, t) = [C_+ + C_- e^{-i\pi\alpha(t)}] s^{\alpha(t)}, \quad (5.7)$$

dando conta globalmente das trocas de assinatura par e ímpar, com uma trajetória degenerada  $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha't$ .

Com a normalização utilizada a transformada de Fourier de (5.3) é expressa por

$$\tilde{\Omega}(s, t) = isS_0(s) \tilde{F}(t) + \tilde{R}_0(s, t). \quad (5.8)$$

Este modelo, apresentado originalmente na Ref. 79, teve mais tarde (Ref. 82) seus parâmetros levemente alterados para melhor descrever os dados do Collider. Ambas as parametrizações são apresentadas na Tab. 21.

Tabela 21 - Parâmetros do modelo BSW

parâmetros	Ref. 79	Ref. 82
$c$	0.151	0.167
$c'$	0.756	0.748
$m_1$ (GeV)	0.619	0.586
$m_2$ (GeV)	1.587	1.704
$a$ (GeV)	2.257	1.953
$f$ (GeV <sup>-2</sup> )	8.125	7.115

Os demais parâmetros permanecem inalterados em ambas referências, com os seguintes valores:  $C_+ = -39$ ,  $C_- = 1.8$  e  $\alpha(t) = 0.352 + 0.694t$ .

As Figs. 43a-d apresentam os principais resultados do modelo BSW com os parâmetros da Ref. 82. Nas Figs. 43a e b os pontos cheios referem-se a  $pp$  e os

vazios a  $\bar{p}p$ . A Fig. 43c apresenta os resultados de  $d\sigma/dt(pp)$  nas energias do ISR (a curva tracejada refere-se a  $\bar{p}p$ ) e a Fig. 43d é o resultado para  $\bar{p}p$  com os dados do Collider.

Como se vê por estas figuras, o modelo BSW descreve de forma notável uma grande variedade de dados experimentais num amplo intervalo de energias.

Um dos grandes sucessos do modelo está na concordância obtida simultaneamente com os dados de  $d\sigma/dt$  do ISR e do Collider, embora a Fig. 43d apresente a curva um pouco superior aos dados para  $|t| \gtrsim 0.8(\text{GeV}/c)^2$ . A maior parte dos modelos falhou neste ponto (ver Fig. 9 da Ref. 82).

Contudo, existe uma discrepância entre a previsão de  $\rho(\sqrt{s} = 546 \text{ GeV})$  feita através do modelo e o valor experimental obtido recentemente pela Colaboração UA4 no CERN. Esta questão será retomada um pouco mais adiante.

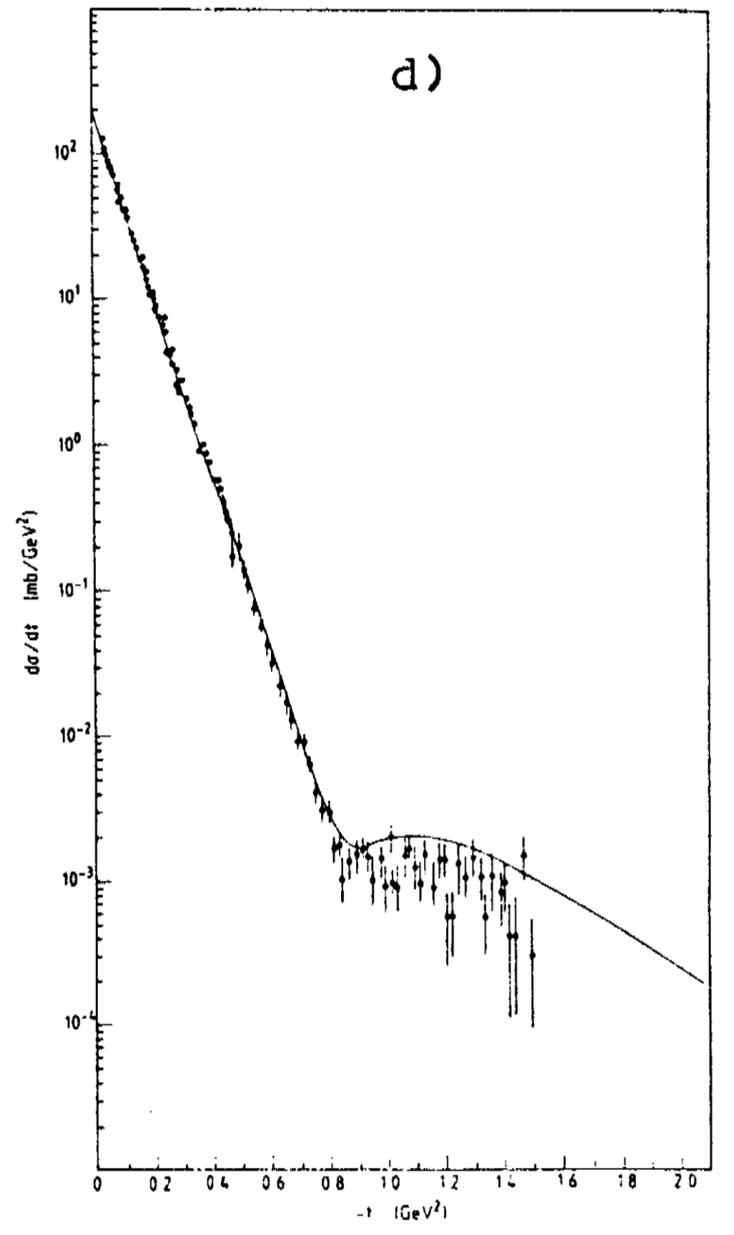
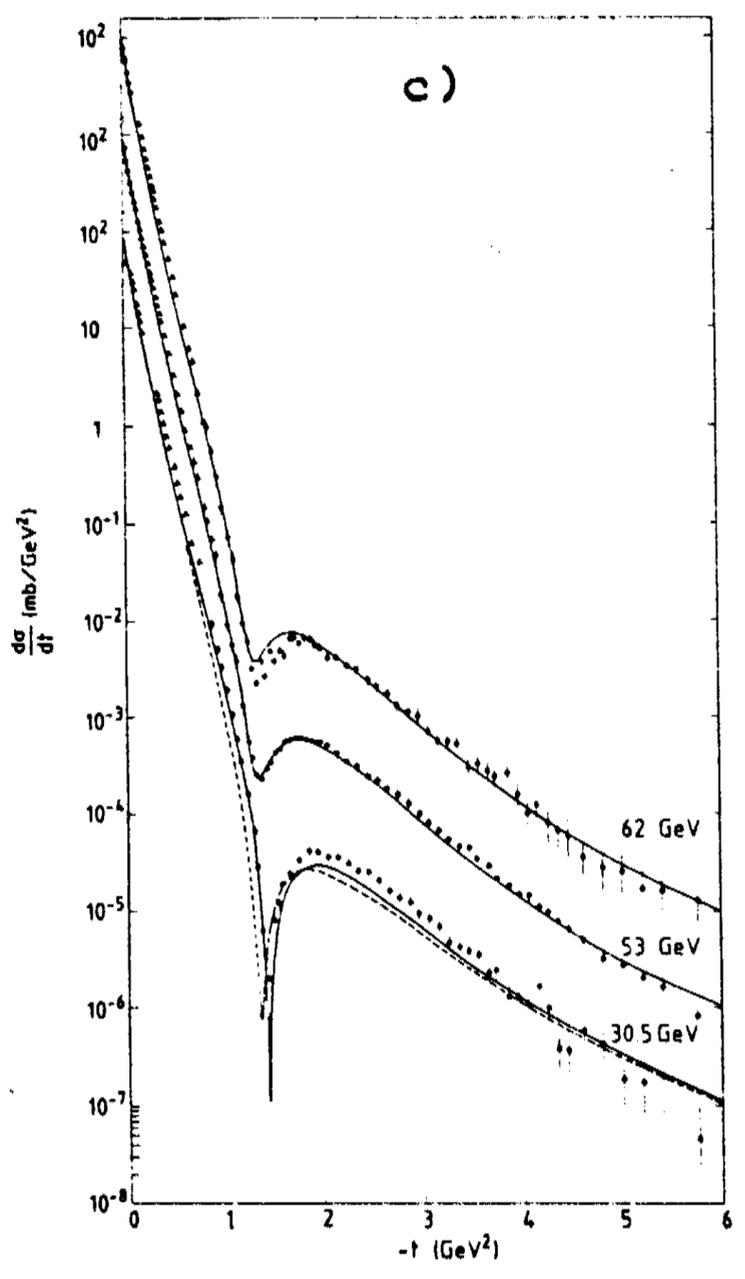
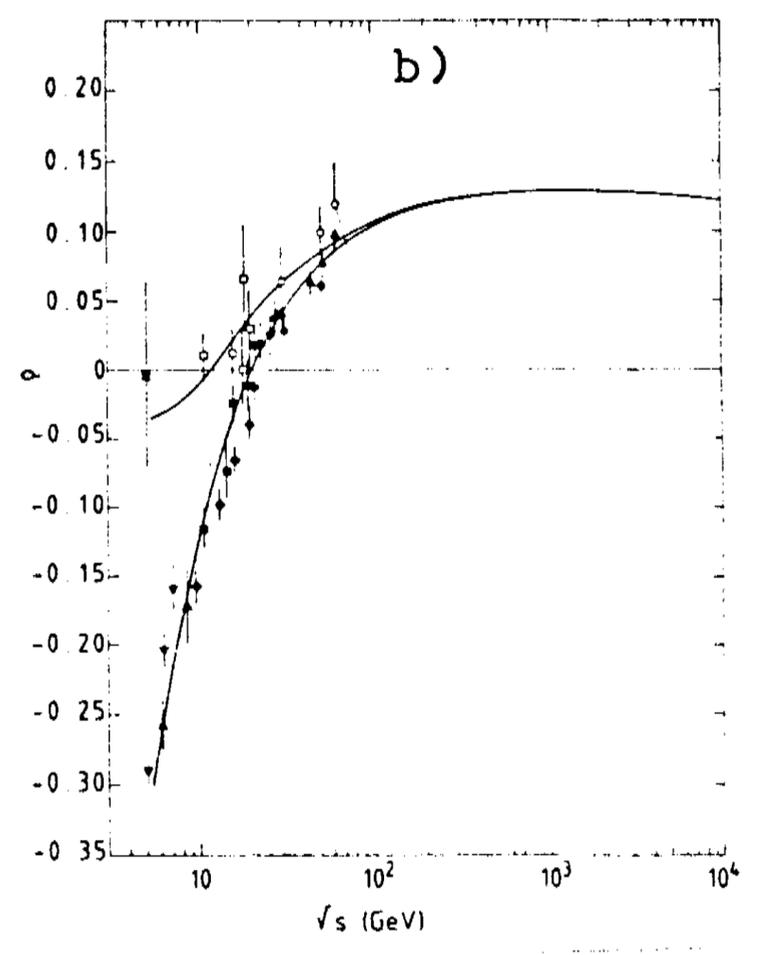
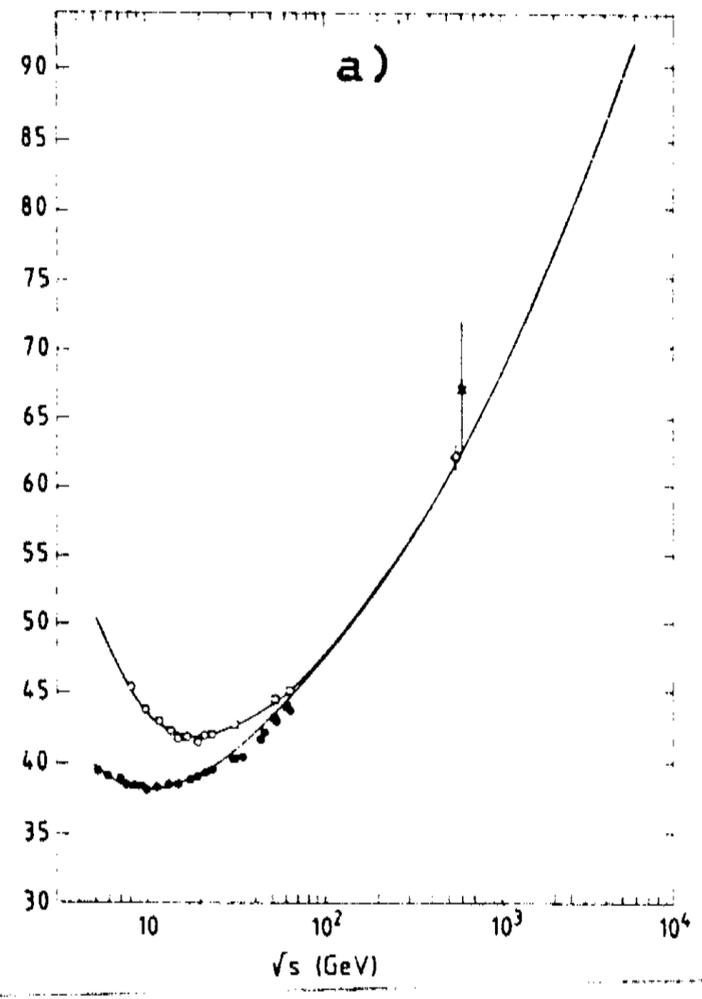


Fig. 43 – Resultados do modelo BSW para  $pp$  e  $\bar{p}p$  (Ref. 82).

## 5.2 Aplicação do Modelo BSW ao Espalhamento Káon–Próton

A aplicação do modelo BSW às reações elásticas  $K^\pm p$  implica no acréscimo de dois parâmetros referentes ao fator de forma do káon, para o qual se adotou também a expressão (5.6). Os parâmetros deste fator de forma serão designados aqui por  $\mu_1$  e  $\mu_2$ . Na sequência é apresentado o procedimento seguido para a fixação de todos os parâmetros do modelo para as reações  $K^\pm p$ .

Para descrever as trocas de reggeons optou-se por uma trajetória degenerada mais consentânea às massas dos principais mésons de troca ( $f, \omega, A_2$  e  $\rho$ ). A trajetória escolhida foi  $\alpha(t) = 0.47 + 0.89t$ .

A obtenção dos parâmetros que afetam mais diretamente a dependência energética do modelo ( $c, c', f, C_+$  e  $C_-$ ) foi feita através de um ajuste simultâneo dos dados de  $\sigma_{tot}$  e  $\rho$  de ambas reações.

Com relação à dependência em  $t$ , para o fator de forma do próton foram mantidos os parâmetros da Ref. 79; o valor do parâmetro  $a^2$  que fixa a posição do zero em (5.5) foi obtido de  $\tilde{\Omega}(s, t)$  mostrado na Fig. 41, e os parâmetros do fator de forma do káon foram determinados pelo ajuste de  $d\sigma/dt(K^+ p)$  a 50 GeV/c.

Os parâmetros assim obtidos estão listados na Tab. 22 e, juntos com a trajetória de Regge referida acima, determinam completamente o modelo.

Tabela 22 – Parâmetros do Modelo BSW para  $Kp$ .

$c$	0.172	$m_1(\text{GeV}/c)$	0.619
$c'$	0.581	$m_2(\text{GeV}/c)$	1.587
$f(\text{GeV}/c)^2$	2.153	$\mu_1(\text{GeV}/c)$	1.010
$C_+$	-6.33	$\mu_2(\text{GeV}/c)$	3.550
$C_-$	0.25	$a(\text{GeV}/c)$	2.739

Na sequência são apresentadas as principais grandezas físicas calculadas através do

modelo BSW com os parâmetros da Tab. 22 para as reações elásticas  $K^\pm p$ .

### 5.2.1 Seção de Choque Total e $\rho$

Como foi visto no Cap. 1, a seção de choque total, depende, pelo teorema óptico, diretamente da parte imaginária da amplitude em  $t = 0$ , e o valor de  $\rho$  é definido como a razão entre as partes real e imaginária da amplitude também em  $t = 0$ . As curvas para essas duas grandezas são apresentadas nas Figs. 44a e b, respectivamente, em confronto com os dados experimentais.

A concordância da curva teórica de  $\sigma_{tot}(K^- p)$  com os dados experimentais é muito boa para  $p_{lab} > 10$  GeV/c. No caso de  $K^+ p$ , os dados crescem um pouco mais rapidamente com a energia que a curva teórica, no intervalo  $200 \lesssim p_{lab} \lesssim 300$  GeV/c, embora o parâmetro  $c$ , que determina o regime assintótico de crescimento com a energia, seja superior ao mesmo parâmetro obtido para  $pp(\bar{p})$  (cf. Tab. 21).

Além disso, o parâmetro  $c'$  obtido para  $Kp$  é inferior aos valores correspondentes da Tab. 21, o que reforça a tendência de crescimento mais rápido com a energia de  $\sigma_{tot}(K^+ p)$  do que  $\sigma_{tot}(pp)$ .

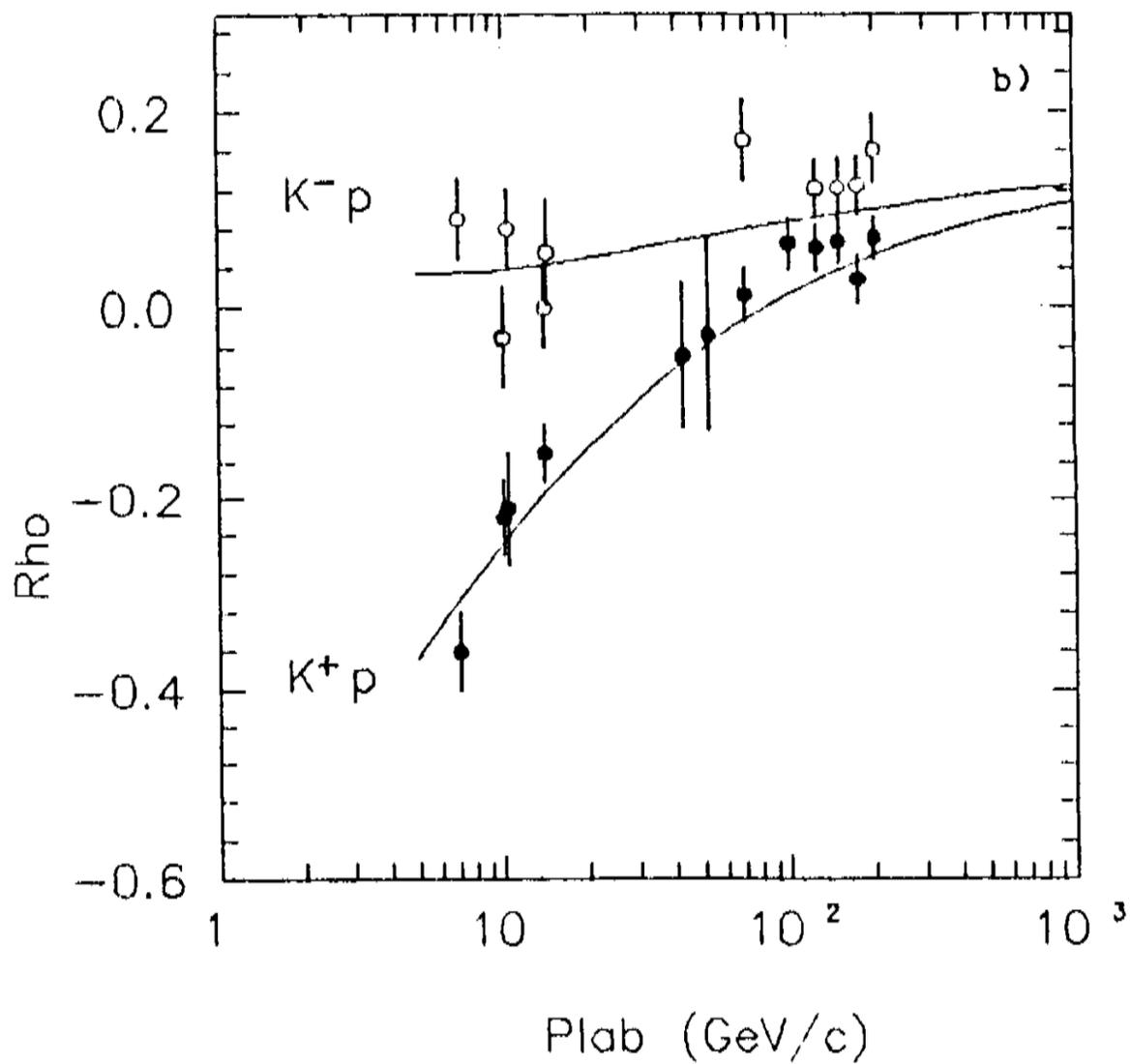
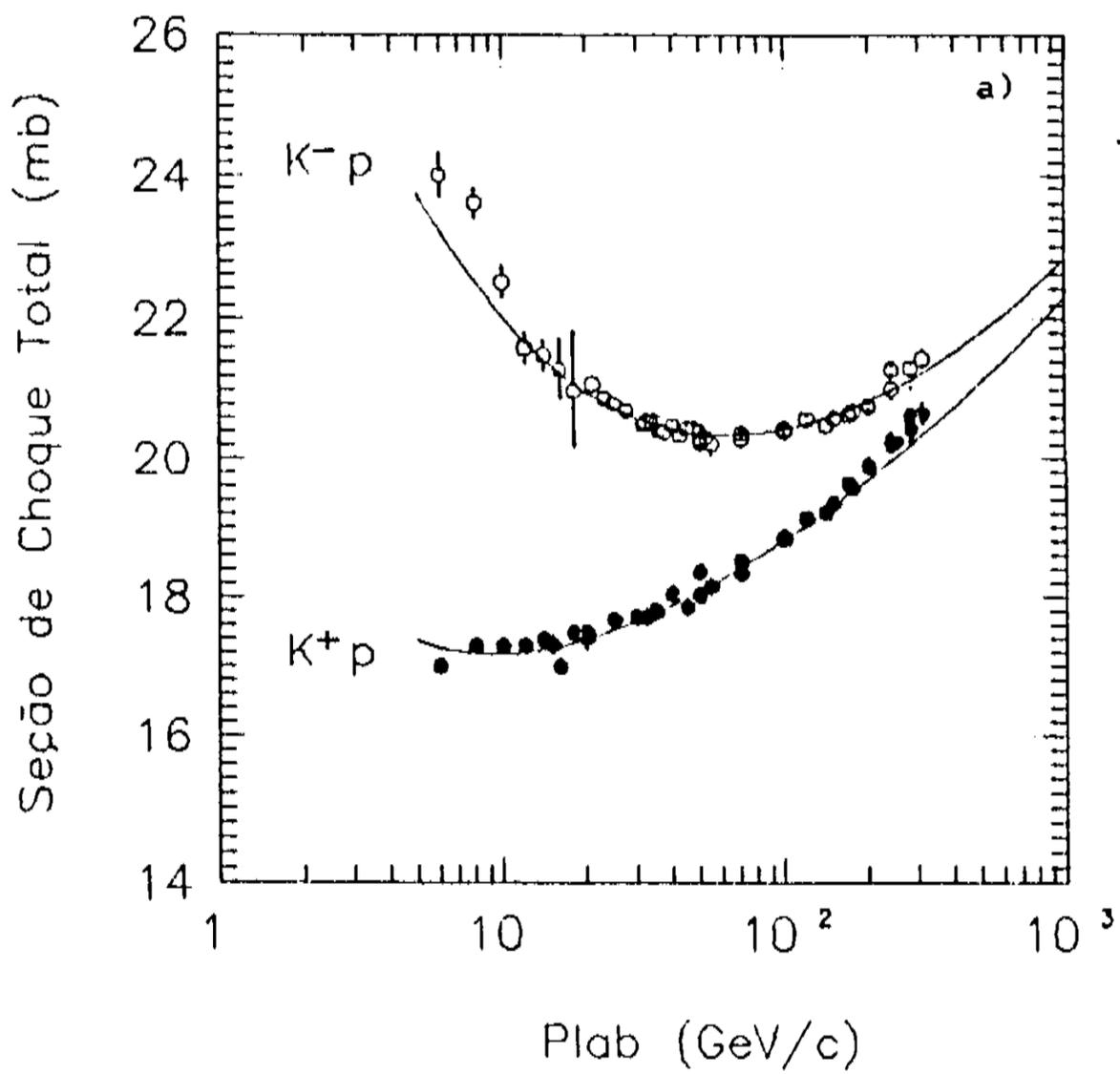


Fig. 44 - Seção de choque total (a) e  $\rho$  (b) calculados através do modelo BSW com os parâmetros da Tab. 22.

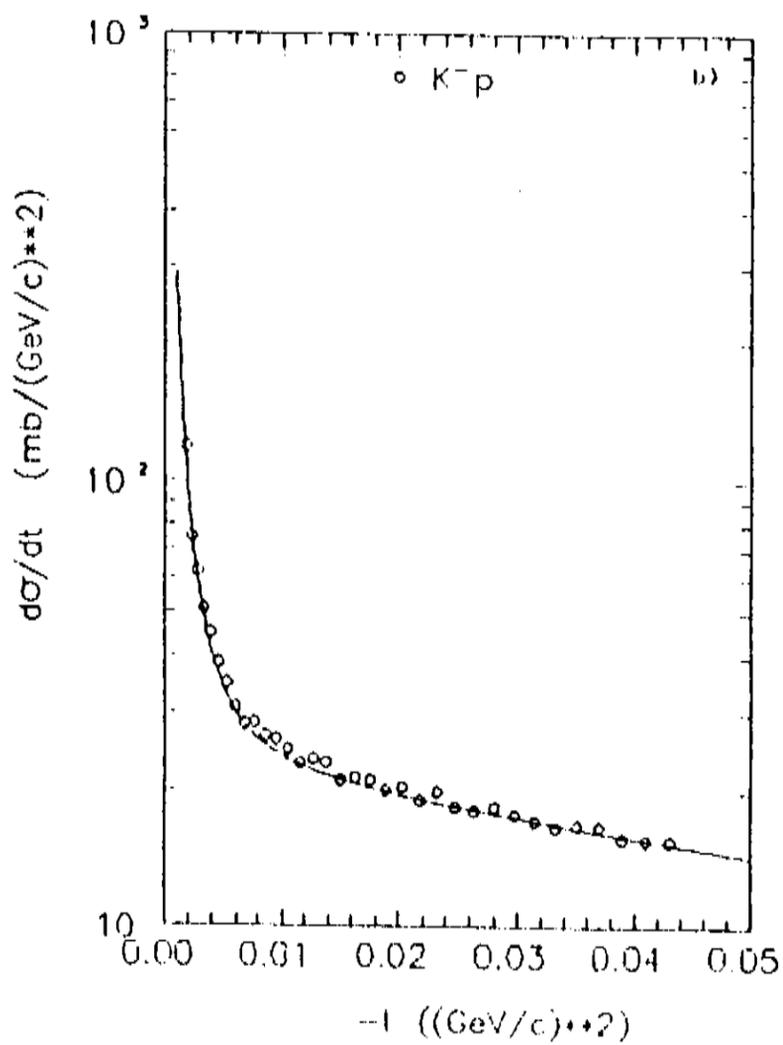
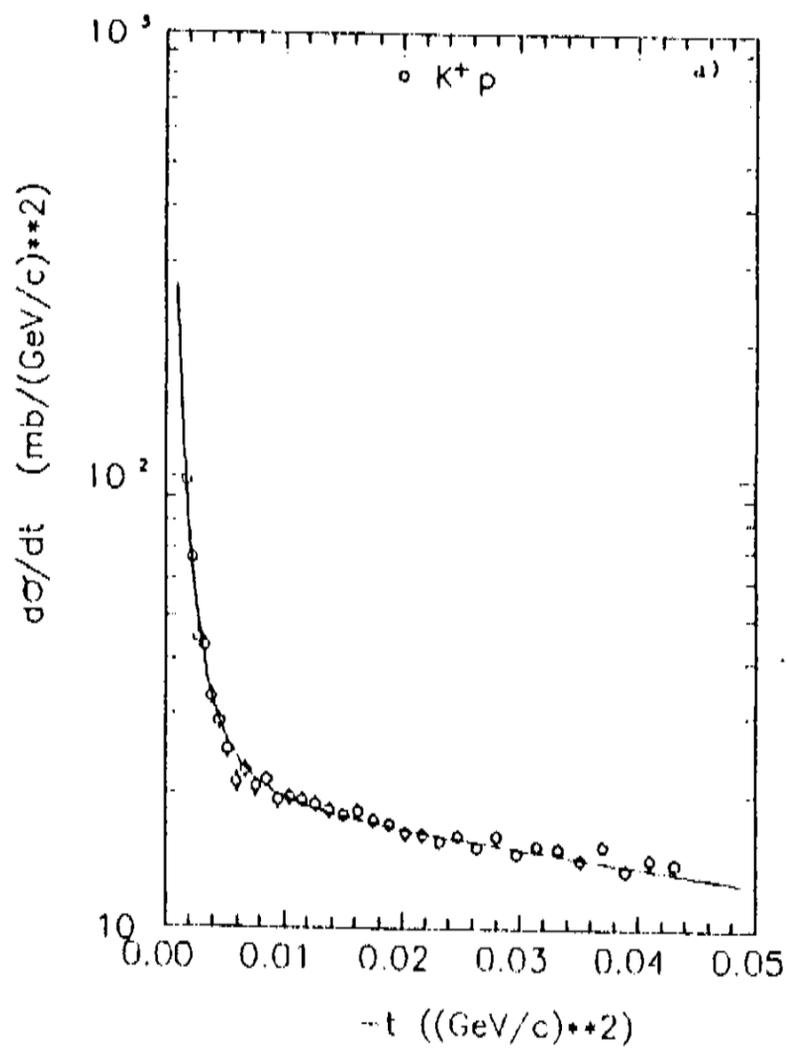


Fig. 45 - Região de interferência Coulomb-nuclear ( $P_{lab} = 200 \text{ GeV}/c$ ). Dados da Ref. 33.

Com relação a grandeza  $\rho$  (Fig. 44b), a concordância com os dados é razoavelmente boa, embora estes sejam um pouco superiores às curvas teóricas no intervalo  $100 \lesssim p_{lab} \lesssim 200 \text{ GeV}/c$ .

O comportamento de  $\rho$  previsto através do modelo leva a um máximo em torno de 0.13, decrescendo muito lentamente em seguida, de forma muito semelhante ao calculado para  $pp(\bar{p})$  na Ref. 82 (Fig. 43b).

Existe atualmente na literatura uma acirrada discussão em torno do valor de  $\rho$  recentemente obtido no Collider<sup>35</sup> para  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ ,  $0.24 \pm 0.04$ , enquanto a maior parte das estimativas apontavam para algo em torno de 0.15.

Bourrely *et al.* mostraram<sup>84</sup> que o modelo BSW descreve muito bem os dados da região de interferência Coulomb-nuclear em  $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ , dos quais foi obtido o valor de  $\rho$  acima referido. Ocorre que no modelo BSW as partes real e imaginária da amplitude apresentam declividades diferentes, enquanto que o procedimento tradicional para obtenção de  $\rho$  supõe que sejam iguais (ver seção 1.3.1).

Alguns autores como M. Jacob<sup>85</sup>, consideram a questão do  $\rho$  um problema aberto. No entanto, as curvas de  $\rho$  obtidas pelo modelo BSW, de uma maneira global, descrevem bem os dados existentes para  $K^\pm p$ .

O mesmo se observa com a região de interferência Coulomb-nuclear mostrada nas Figs. 45a e b.

### 5.2.2 Seção de Choque Elástica, Razão $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ e *Slope*

A seção de choque elástica é obtida através de  $\int (d\sigma/dt) dt$ . As Figs. 46a–d apresentam os resultados de  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ .

Vê-se pelas figuras que as curvas teóricas obtidas para  $K^- p$  apresentam boa concordância com os dados. O mesmo não acontece para  $K^+ p$ , sobretudo na região de

energias mais baixas, onde os dados são bem mais elevados do que a curva teórica.

Neste resultados pode se ver uma das principais limitações do modelo BSW. Trata-se da fatoração entre a dependência energética e dependência em  $t$  do termo de pomeron. Esta fatoração leva uma “rigidez” do pico de difração que não acompanha o movimento de “encolhimento” (*shrinkage*) apresentado pelos dados experimentais.

Dessa forma, se o modelo descreve bem o *slope* num determinado intervalo de energia, não descreverá igualmente bem em outro. Isto pode ser visto na Fig. 47, que mostra as curvas de *slope* calculadas pelo modelo em confronto com os dados experimentais.

Vê se que há uma correlação entre a concordância (ou discordância) destas curvas com os dados experimentais e aquela obtida nas Figs. 46a-d. A curva relativa a  $K^-p$  se encontra em média, mais próxima dos dados e isto se traduz numa melhor concordância das curvas de  $\sigma_{el}$  e  $\sigma_{tot}$  com os dados (Figs. 46a e c).

A curva correspondente ao *slope* do  $K^+p$ , na região de energia mais baixa, é muito mais elevada do que os dados experimentais, significando que, pelo modelo, a seção de choque diferencial cai mais rápido em  $t$  do que o medido experimentalmente. Como  $\sigma_{el}$  é obtida pela integração de  $d\sigma/dt$ , isto acaba implicando num valor subestimado para a seção de choque elástica.

O intervalo  $50 \lesssim p_{lab} \lesssim 200$  GeV/c, onde a curva obtida pelo modelo melhor concorda com os dados do *slope* do  $K^+p$ , corresponde justamente ao intervalo em que previsão e dados de  $\sigma_{el}(K^+p)$  e  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}(K^+p)$  estão mais próximos (Figs. 46b e d).

De um ponto de vista global, deve-se ressaltar que o modelo BSW não permite descrever o movimento de *shrinkage* do pico de difração, resultando em um *slope* quase que constante num amplo intervalo de energias (Fig. 47).

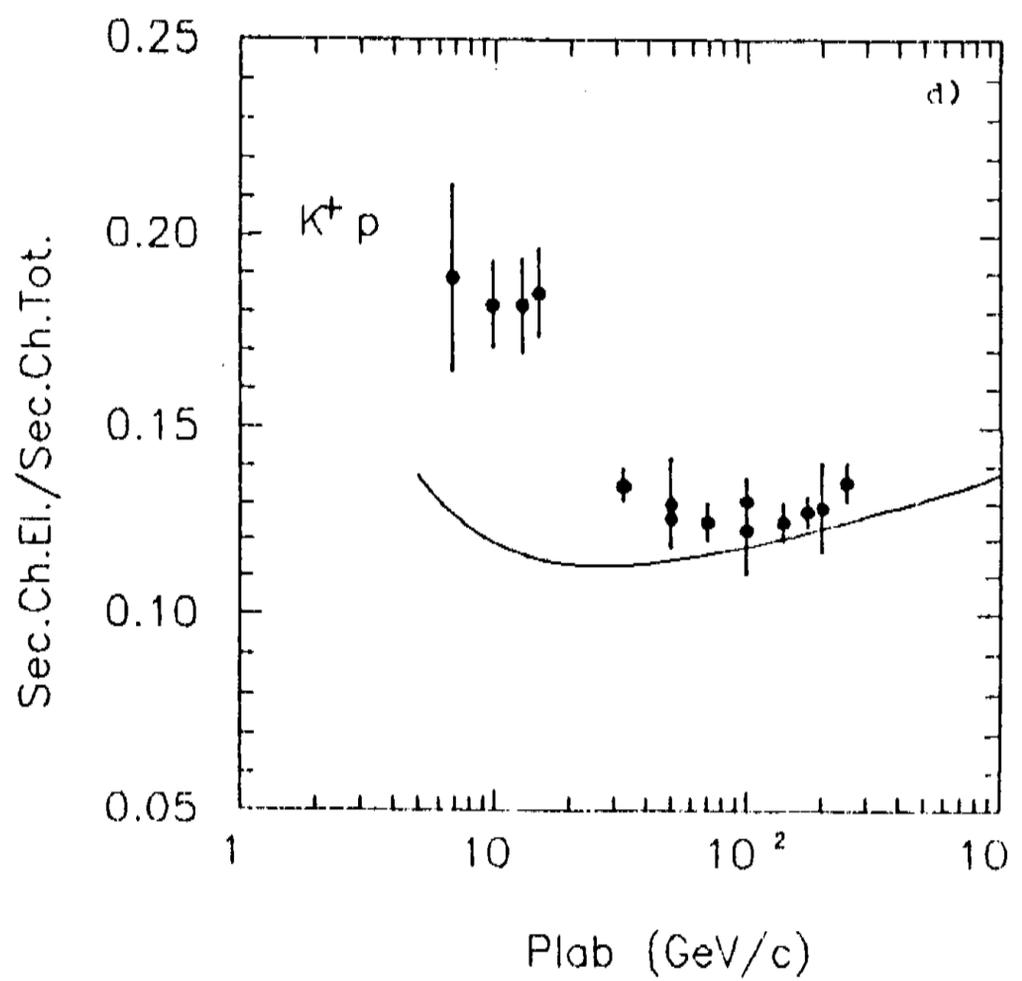
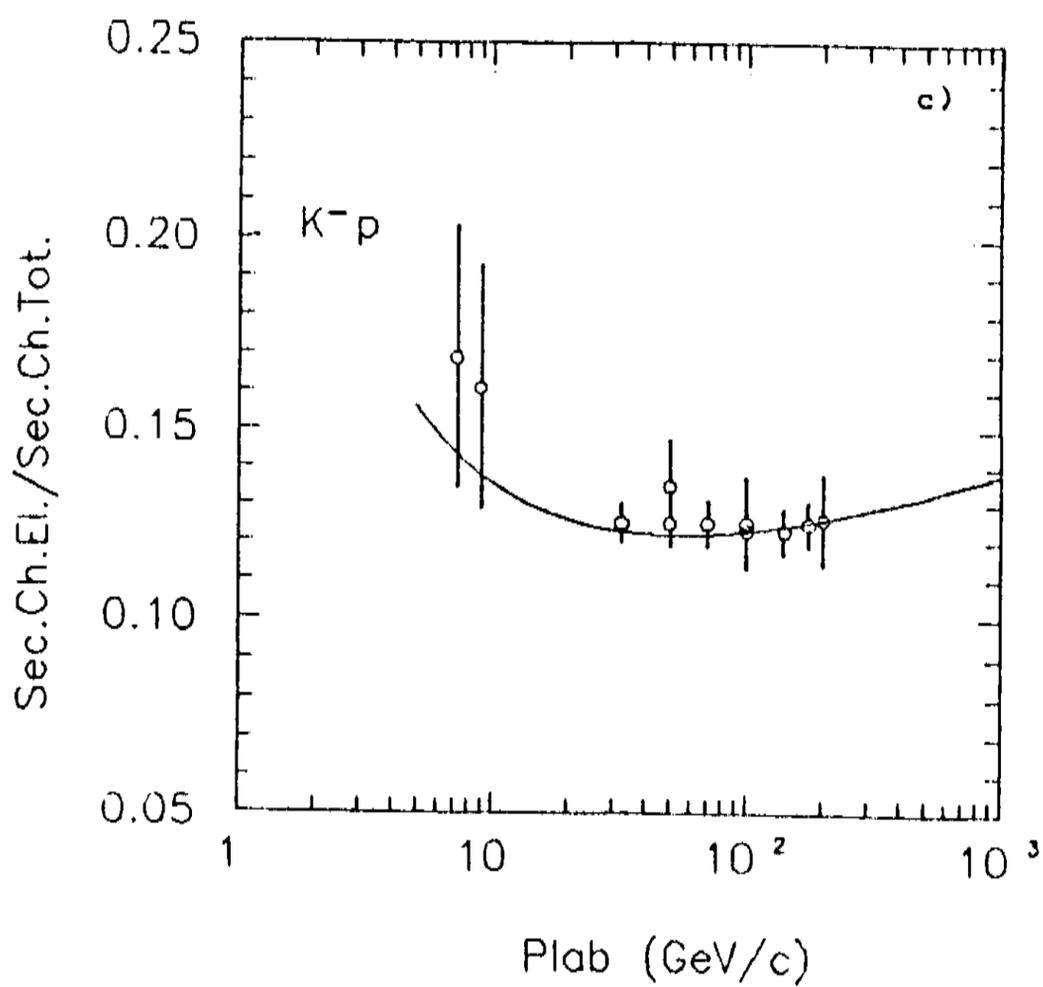
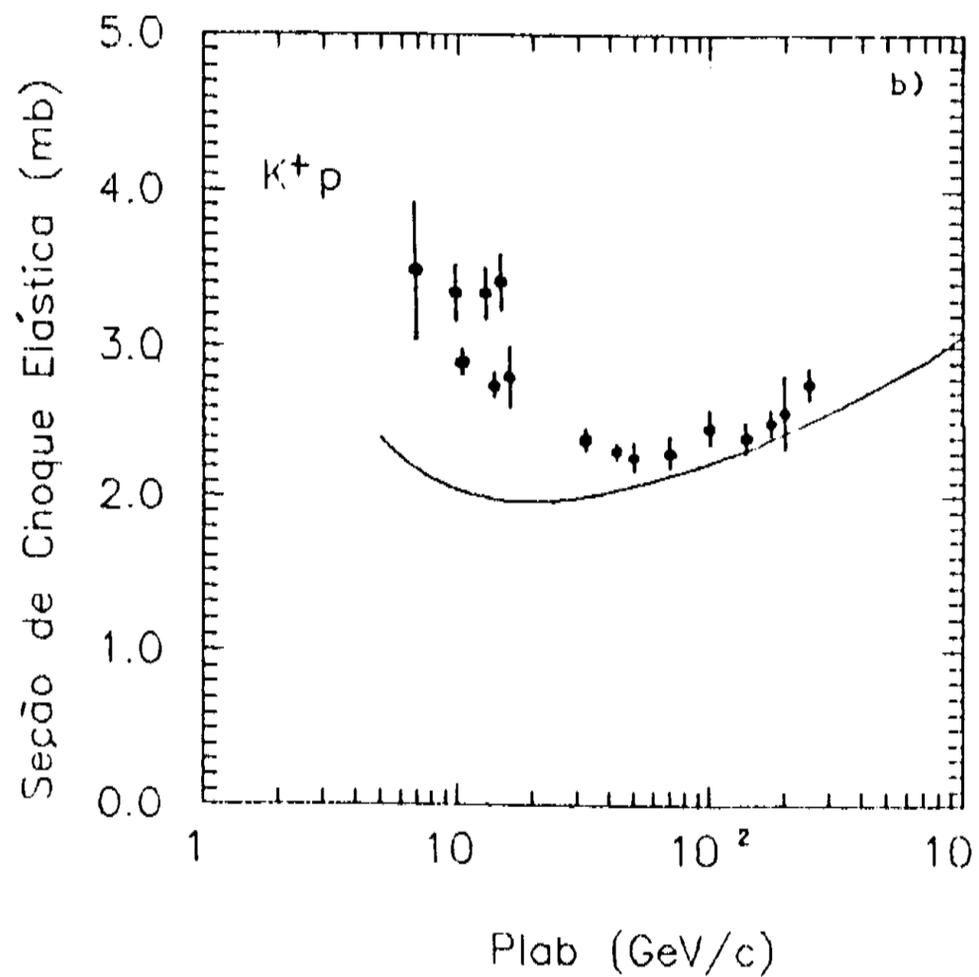
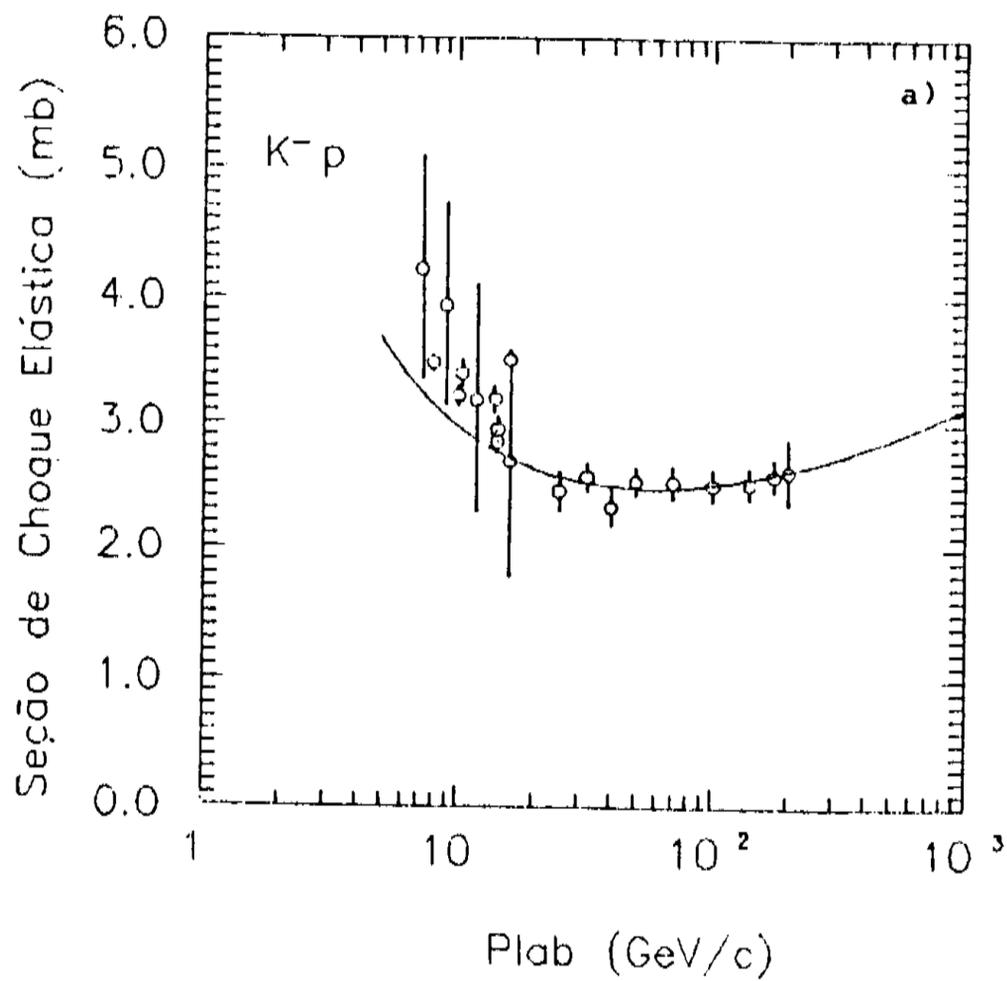


Fig. 46 – Seção de choque elástica e  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$ .

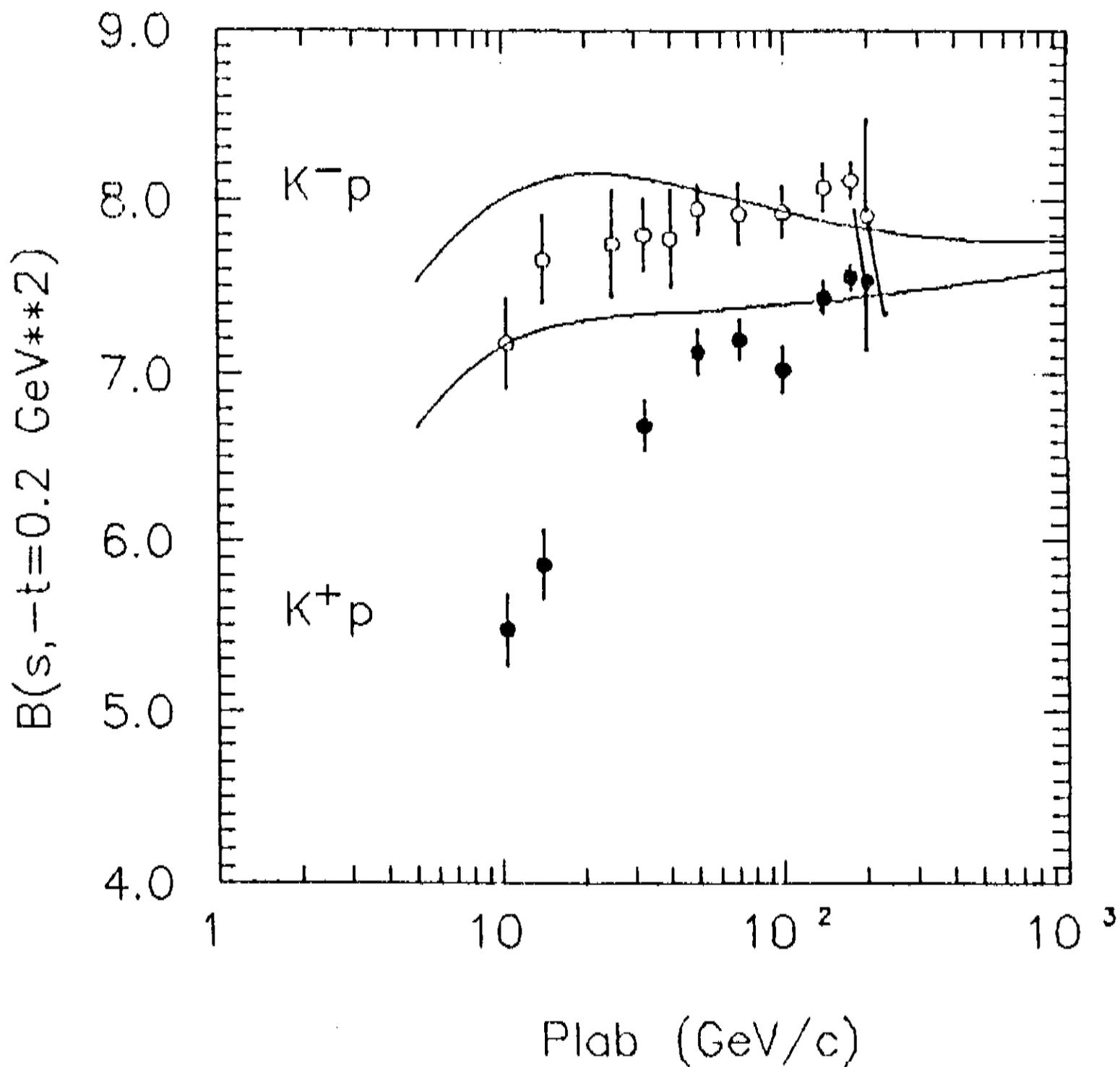


Fig. 47 - Slope de  $d\sigma/dt$ .

### 5.2.3 Seção de Choque Diferencial

A despeito das observações feitas acima a respeito do *slope* de  $d\sigma/dt$ , quando se calcula a seção de choque diferencial, numa região  $t$  grande, os resultados são muito bons.

As Figs. 48a e b apresentam as curvas de  $d\sigma/dt$  para  $K^+p$  e  $K^-p$  a 50 GeV/c e 200 GeV/c, respectivamente. Deve-se observar, no entanto, que nessas energias o *slope* calculado não difere muito do medido.

Certamente em energias mais baixas, sobretudo no caso do  $K^+p$ , não se pode esperar uma descrição tão boa dos dados de  $d\sigma/dt$ .

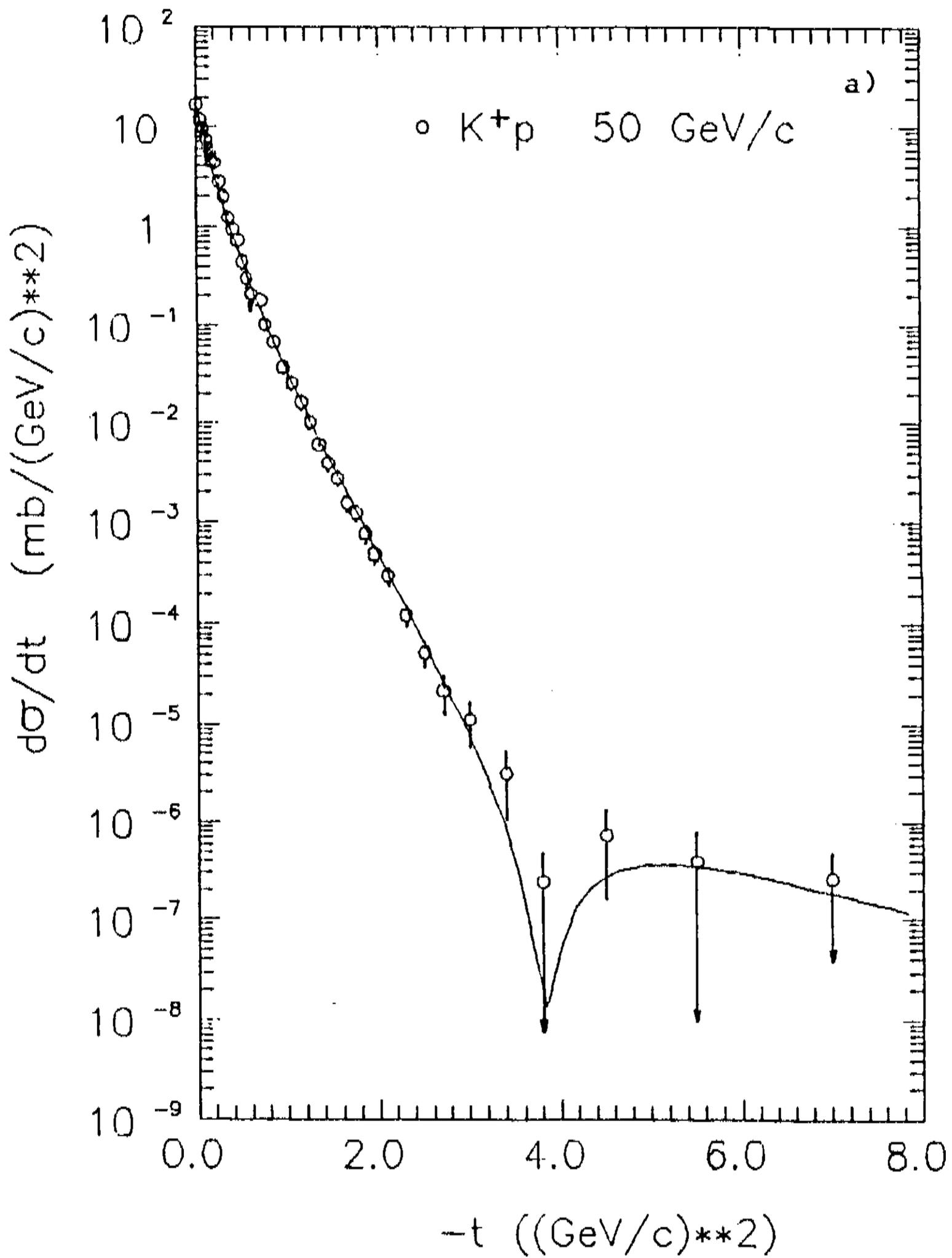


Fig. 48a - Curva de  $d\sigma/dt$  calculada pelo modelo BSW em comparação com dados.

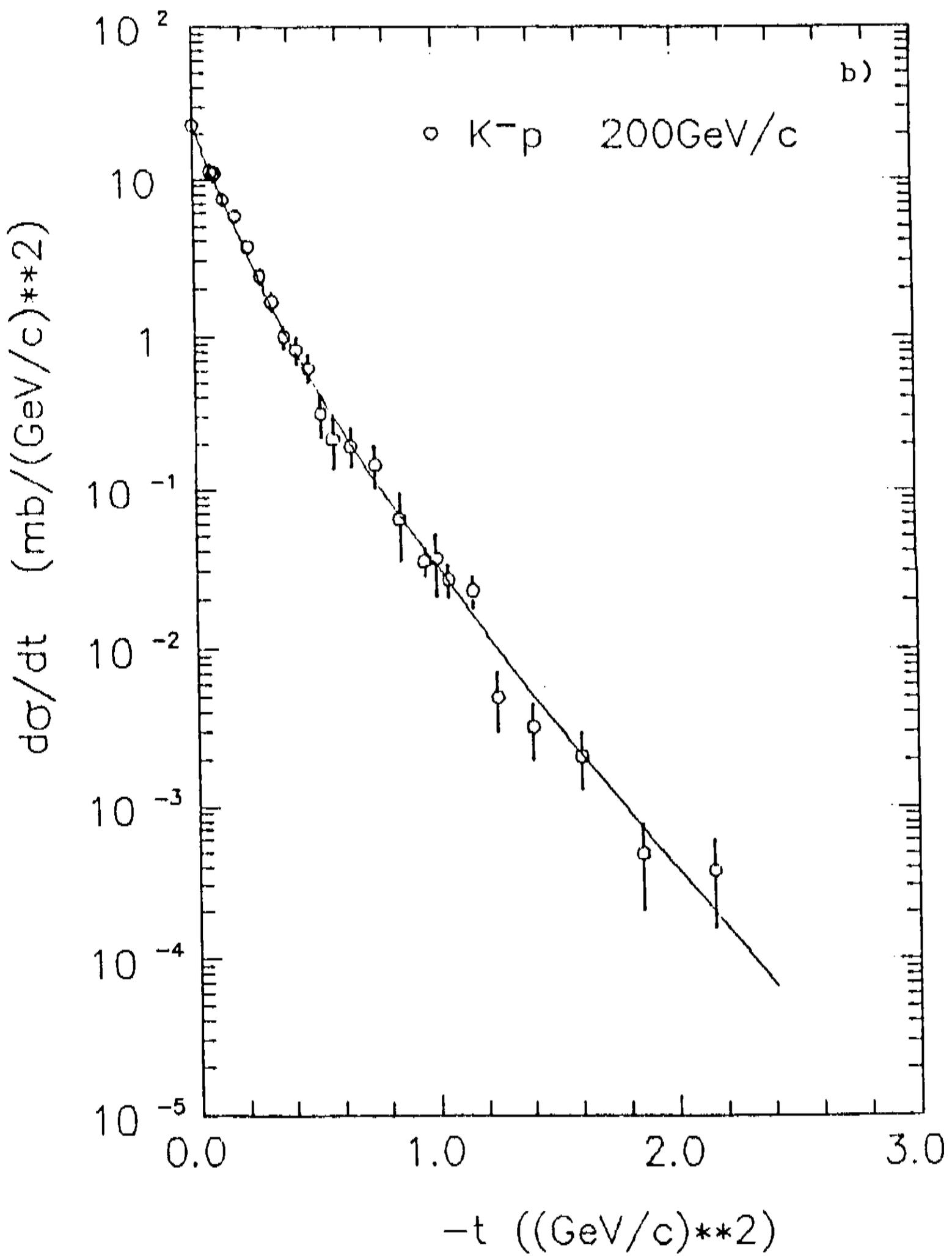


Fig. 48b - Curva de  $d\sigma/dt$  calculada pelo modelo BSW em comparação com dados.

### 5.3 Crítica do Modelo BSW

O modelo BSW se inclui entre os poucos que permitem uma boa descrição global do espalhamento elástico hadrônico num amplo intervalo de energias. A maioria dos modelos, a exemplo do modelo Chou-Yang, necessita de parâmetros a serem determinados em cada energia estudada.

É notável, por exemplo que as trocas reggeônicas sejam levadas em conta através de uma expressão muito simplificada (5.7) e se obtenha a correta identificação das partículas de feixe ( $K^+$  e  $K^-$ ). Este termo é o responsável pela separação entre as curvas de  $\sigma_{tot}(K^+p)$  e  $\sigma_{tot}(K^-p)$  já que o termo de pomeron é simétrico. Nota-se pelas Figs. 44a e b que esta separação é muito bem determinada.

Quanto ao termo relativo ao pomeron, observa-se que os parâmetros obtidos neste trabalho para  $Kp$  diferem substancialmente dos registrados nas Refs. 79 e 82 para  $pp$  e  $\bar{p}p$ .

Disto se conclui que se o pomeron é funcionalmente bem descrito pelo modelo BSW, o mecanismo de troca não é universal para as interações hádron-hádron. Ou então, deveria existir um outro termo, não considerado pelo medido, relativo ao chamado odderon, *partner* do pomeron com assinatura oposta (ver por ex. Refs. 86).

Contudo, os dados experimentais colhidos para  $pp$  e  $\bar{p}p$  no ISR não foram suficientes para estabelecer ou refutar de forma clara a existência do odderon. Apenas novas experiências poderão dirimir esta dúvida.

Além dessa questão, existe um ponto que pode estar induzindo a não-universalidade do termo de troca de pomeron. Este ponto refere-se a fatoração no termo do pomeron.

Um fato que ficou bastante evidente na análise de parâmetro de impacto (Cap. 3) é que as mudanças nas funções de *overlap* ocorrem de forma dominante na região pe-

riférica. Isto foi observado para  $pp$  na faixa do ISR<sup>22</sup> e para  $Kp$ , neste trabalho.

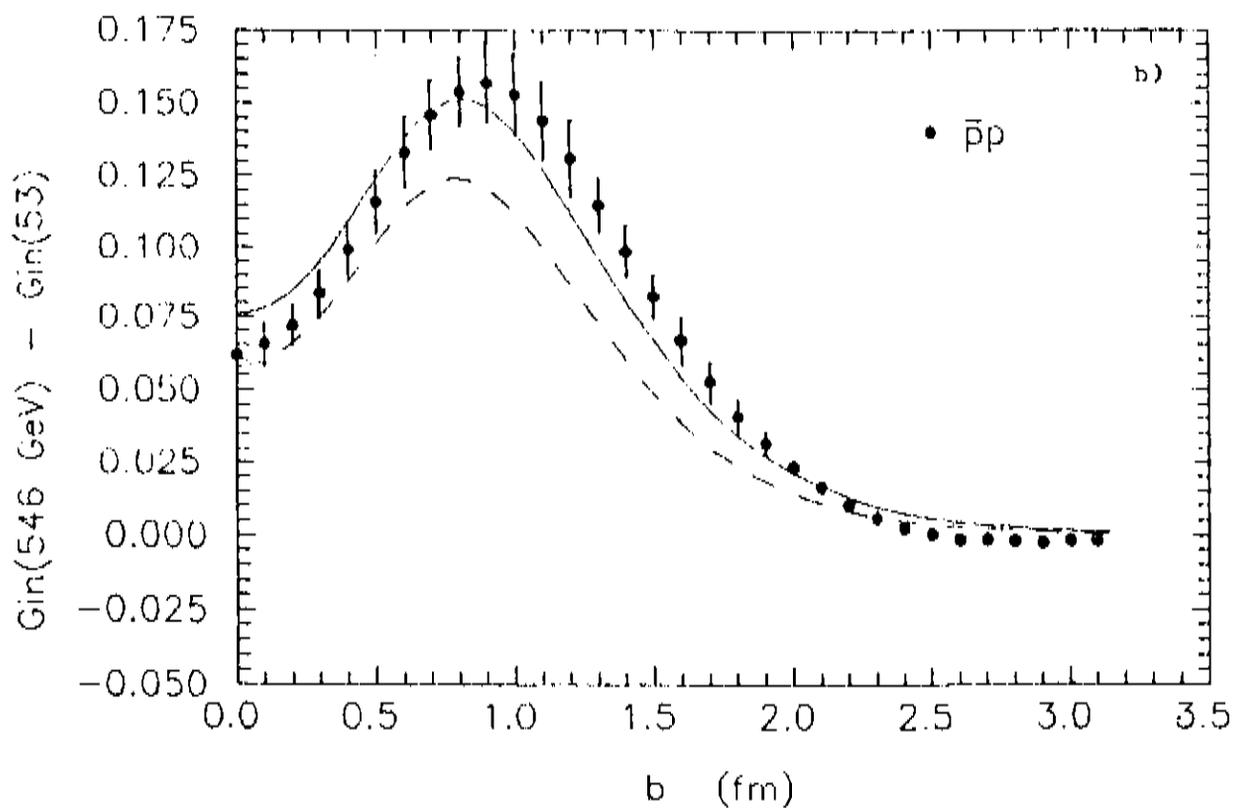
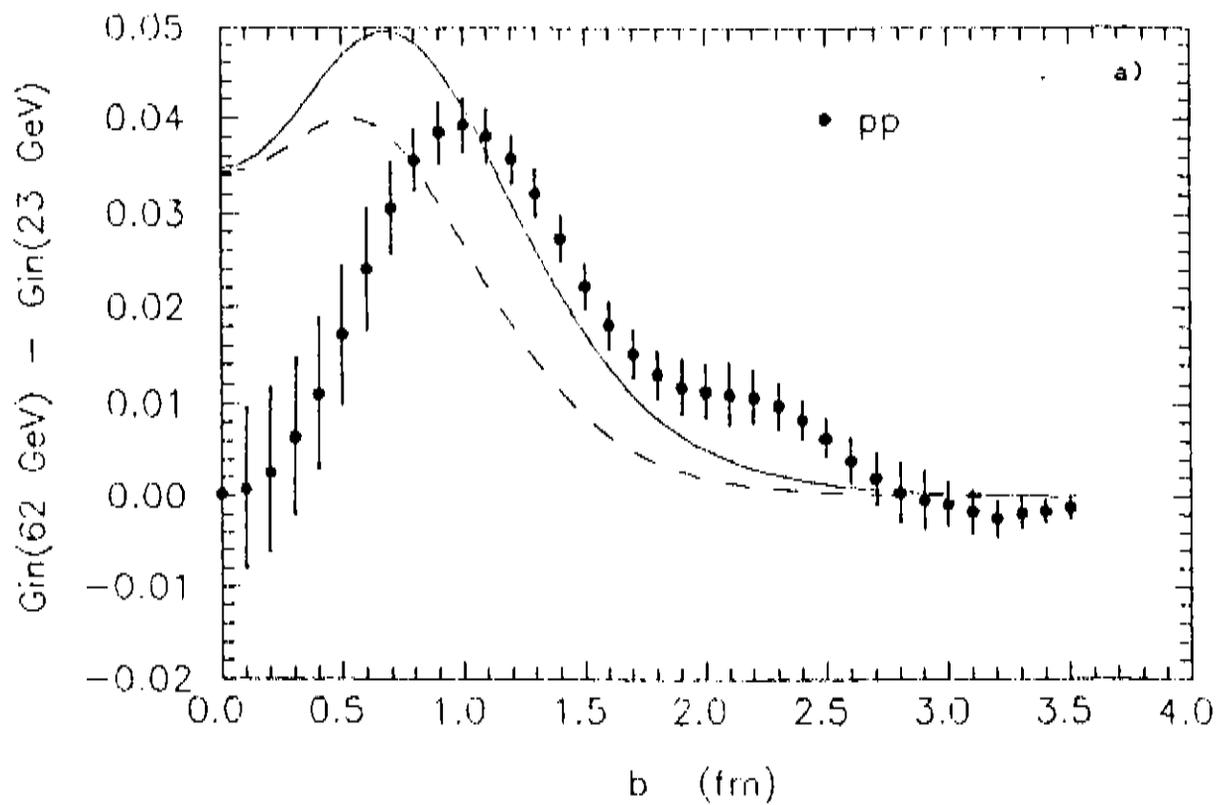
Este resultado, conforme já foi discutido, favorece a idéia do *Geometrical Scaling*, que considera o crescimento de grandezas como  $\sigma_{tot}$ ,  $\sigma_{el}$  e *slope* (com a energia) como uma consequência do aumento do raio hadrônico. Nos modelos de *eikonal* fatorável, tal crescimento provém, sobretudo, do aumento da opacidade central.

Dizer que o *Geometrical Scaling* é favorecido em determinada circunstância significa dizer que nesta situação há um compromisso entre as dependências em  $t$  e  $s$ , de forma que não se pode separá-las por simples fatoração. Por este motivo, as variáveis de *scaling* empregadas usualmente são do tipo  $t\sigma_{tot}$ ,  $t\sigma_{in}$  ou  $tlns$ . É também por este motivo que, nos trabalhos das Refs. 64 e 80, quando se buscou dar uma melhor descrição de  $d\sigma/dt$ , através de uma versão modificada no modelo Chou-Yang, foi necessário permitir que os parâmetros de fatores de forma (dependência em  $t$ ) variassem com a energia.

No modelo BSW, à medida em que cresce a energia, mais e mais o termo de pomeron se torna dominante, prevalecendo assim as características dos modelos de *eikonal* fatorável, o que favorece um pronunciado crescimento da opacidade na região central.

O reflexo deste efeito na função de *overlap* inelástica pode ser visto calculando-se  $G_{in}$  através do modelo BSW. Isto é mostrado nas Figs. 49a e b em termos de  $\Delta G_{in}$ .

Na Fig. 49a é apresentado o resultado da análise de Amaldi e Schubert<sup>22</sup> para  $pp$  em confronto com as previsões feitas através do modelo BSW. A curva tracejada foi obtida com a primeira parametrização (Ref. 79), a curva contínua com a segunda (Ref. 82). A Fig. 49b mostra o mesmo tipo de comparação para  $\bar{p}p$ , sendo que os pontos foram obtidos da análise de Fearnley<sup>88</sup>.



**Fig. 49** – Variação da função de *overlap* inelástica. Os pontos foram obtidos das análises de Amaldi e Schubert (a) e de Fearnley (b). As curvas foram calculadas através do modelo BSW (curva tracejada: Ref. 79; curva contínua: Ref. 82).

Fica claro da Fig. 49a que ocorre um forte aumento na região central de  $G_{in}$  prevista pelo modelo, enquanto que a análise dos dados apresentou variação nula para  $b = 0$ . É interessante observar que a curva da segunda parametrização implica num crescimento de  $\sigma_{in}$  além do previsto pela análise experimental, e isto pode ser observado na curva de  $\sigma_{tot}$  da Fig. 43a.

A Fig. 46b mostra uma concordância muito boa entre previsão do modelo e o resultado obtido da análise de Fearnley.

Estas figuras mostram que o modelo prevê acertadamente as mudanças que ocorrem na passagem do ISR para o Collider (Fig. 46b) quando, deve-se ressaltar, o *Geometrical Scaling* é violado.

Mas, no *range* de energias do ISR em que o crescimento de  $G_{in}$  é exclusivamente periférico, e no qual funciona o *Geometrical Scaling*, o modelo BSW prevê incorretamente o aumento de  $G_{in}$  em  $b = 0$ .

Um resultado semelhante é observado na presente análise. Na Fig. 50 é apresentado o confronto entre o resultado de  $\Delta G_{in}(K^+p)$  obtido no Cap. 3 e o cálculo da mesma grandeza feita através do modelo BSW com os parâmetros da Tab. 22.

Deste resultado (Fig. 50) se depreende que os mesmos problemas do modelo BSW com respeito aos dados do ISR se repetem com os dados de  $Kp$  aqui analisados.

Este problema decorre, conforme já foi dito, do esquema de fatoração empregado no termo de pomeron. Isto se reflete nas dificuldades de descrever a variação do *slope* de  $d\sigma/dt$  com a energia (Fig. 47) e, conseqüentemente, nos resultados de  $\sigma_{el}$  e  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  (Figs. 46).

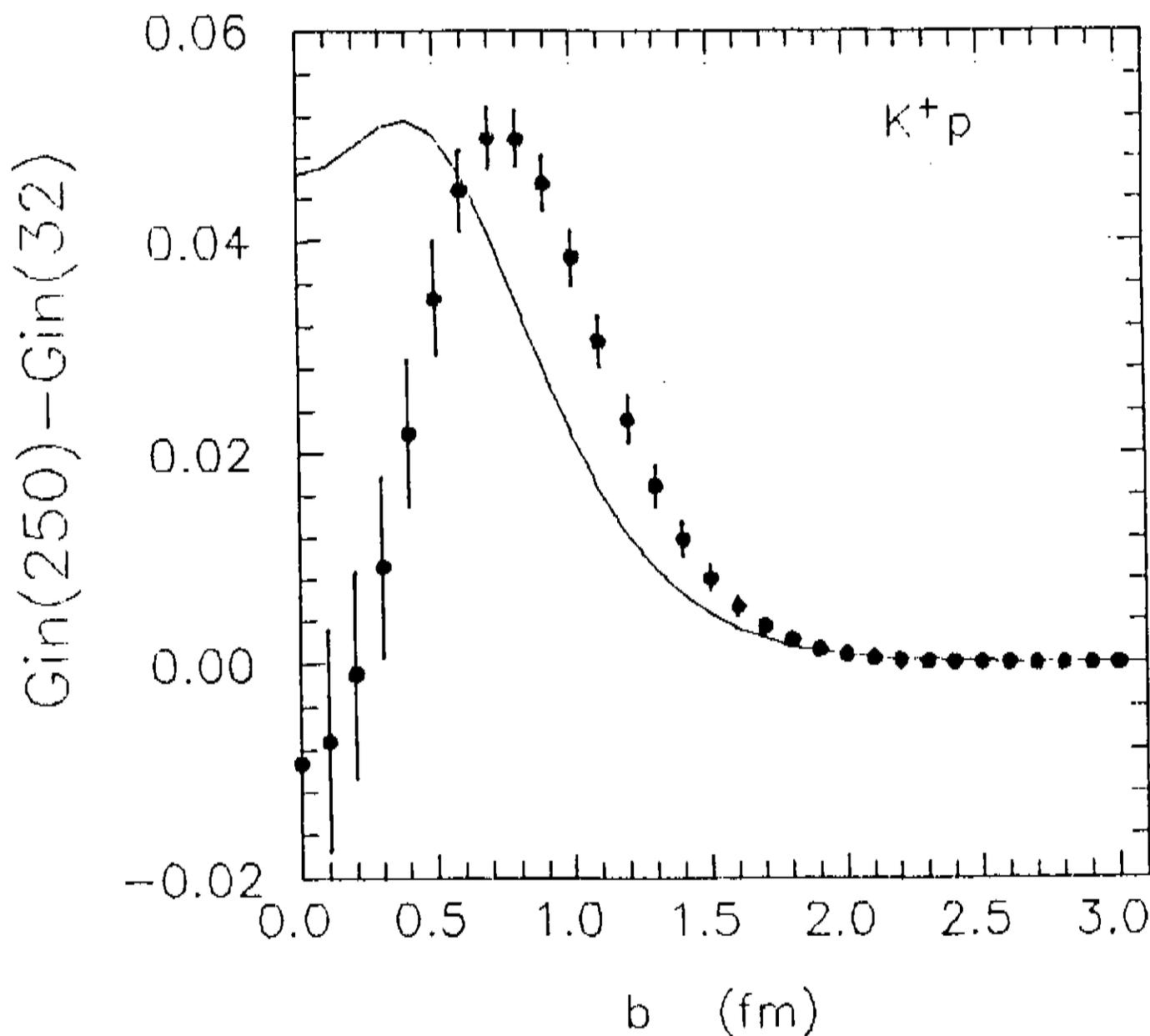


Fig. 50 -  $\Delta G_{in}(K^+p)$  calculado na presente análise (pontos) em confronto com a previsão do modelo BSW (curva).

## 5.4 Conclusão

O modelo BSW permite descrever de uma maneira geral, uma grande variedade de dados experimentais do espalhamento káon- próton.

No entanto, surgem algumas dificuldades quando se estuda mais detalhadamente certas grandezas "sensíveis" como a dependência energética do *slope* ou quando se confronta as previsões do modelo com os resultados da análise de parâmetro de impacto.

Estas dificuldades provém do emprego de *eikonal* fatorada em regimes em que funciona o *Geometrical Scaling*, uma vez que este modelo (G.S.) estabelece um forte compromisso entre as dependências em  $t$  e  $s$ .

Dessa forma, para que um modelo possa oferecer uma descrição precisa das reações

elásticas é necessário que incorpore os resultados do *Geometrical Scaling*.

Cabe notar, no entanto, que em energias na faixa do Collider ou pós-Collider o *Geometrical Scaling* é violado e é possível, então, que o esquema de eikonal fatorada possa funcionar<sup>88</sup>.

# Capítulo 6

## Conclusões Gerais

Neste trabalho foi feito um estudo fenomenológico do espalhamento elástico káon-próton a partir de três diferentes enfoques.

Nos dois primeiros, representação de parâmetro de impacto e modelo Chou Yang, buscou-se extrair dos dados experimentais de  $K^{\pm}p$  o comportamento de diversas grandezas físicas, enquanto no terceiro procurou-se, através do modelo BSW, estabelecer a descrição global dos principais observáveis ligados ao espalhamento elástico.

Na análise através da representação de parâmetro de impacto observou-se que a variação de  $G_{el}$  e  $G_{in}$  com a energia ocorre sobretudo na região periférica. Apesar da imprecisão proveniente dos dados experimentais, foi possível verificar um regime de *Geometrical Scaling* nas reações estudadas e constatar que resultados obtidos para  $pp$  na faixa do ISR (23 - 62 GeV) se repetem, em termos qualitativos, para  $Kp$  no intervalo de energias estudadas (8 - 22 GeV).

Isto sugere a possibilidade de que novos resultados como a violação de *scaling*, efeitos *semi-hard* e produção de minijatos, que atualmente estão sendo estudados através das reações  $pp$  e  $\bar{p}p$  com dados do ISR e do Collider, venham a ocorrer em interações méson-próton em energias mais baixas.

Através do modelo Chou-Yang foi possível obter informações, ainda que aproxi-

mas, a respeito do raio do káon e da dependência em  $t$  do fator de forma do káon. Viu-se que, contrariamente à dependência usualmente estabelecida ( $F_k(t) \sim t^{-1}$ ) pelos modelos de dominância vetorial e modelo a quarks, no contexto do modelo Chou-Yang é claramente favorecida a dependência tipo  $t^{-2}$ . No entanto, este resultado deve ser tomado com certas reservas já que o modelo Chou-Yang representa uma aproximação do termo de pomeron.

A tentativa de modificar o modelo Chou-Yang, introduzindo uma função que produz um zero real na transformada da opacidade para o espaço de momento transferido, foi bem sucedida do ponto de vista qualitativo, na descrição do *dip* de  $d\sigma/dt$  em reações méson próton, mas permanece a dificuldade de estabelecer a dependência energética dos parâmetros dos fatores de forma e da posição do zero.

Contudo, é importante observar que para bem descrever  $d\sigma/dt$ , é necessário que tais parâmetros variem com a energia.

O estudo feito a seguir, através do modelo BSW, foi particularmente importante por permitir o estudo global e simultâneo das principais grandezas físicas medidas nas reações elásticas  $K^\pm p$ . Isto possibilitou uma análise mais completa, tanto das dependências em  $s$  quanto em  $t$ , o que é muito pouco encontrado na literatura para  $Kp$ .

Foi possível obter uma boa descrição da variação energética da seção de choque total para ambas as reações. Os resultados indicam um acentuado crescimento de  $\sigma_{tot}$ , sobretudo para  $K^+p$ . A razão  $\sigma_{tot}^{K^+p}/\sigma_{tot}^{pp}$ , que é 0.47 em 50 GeV/c cresce para 0.53 em  $p_{lab} = 1000$  GeV/c, segundo extrapolação feita através do modelo. Esta estimativa, pode-se dizer, está subestimada já que os dados parecem indicar um crescimento mais rápido do que a curva teórica obtida pelo modelo.

Apesar de não se ter obtido uma boa descrição de  $\sigma_{el}$  e  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  nas energias mais baixas, os dados em energias mais altas estão razoavelmente bem descritos, e os resul-

tados do modelo apresentam  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  crescente com a energia.

Através do modelo BSW mostrou-se também que é possível descrever a seção de choque diferencial káon-próton tanto em  $t$  muito pequenos, na região de interferência Coulomb-nuclear, como no pico de difração e na região de estrutura.

Contudo, a impossibilidade de descrever a variação energética do *slope* de  $d\sigma/dt$  revelou, através de um teste mais rigoroso, que o modelo BSW apresenta certas limitações na sua formulação.

Essas limitações são consequência de o modelo apresentar, com o aumento da energia, um crescimento central na opacidade. Isto quando os dados experimentais revelam uma variação mais acentuada da opacidade na região periférica, favorecendo modelos como o *Geometrical Scaling* que preconizam um vínculo entre as dependências em  $t$  e  $s$ .

Portanto, para que o modelo BSW permitisse uma descrição mais perfeita dos dados experimentais, seria necessário introduzir uma modificação no termo de pomeron, eliminando o esquema de fatoração utilizado e incorporando uma dependência energética a *la Geometrical Scaling*.

Deve-se ter em conta que nos próximos anos serão obtidos dados experimentais de interações méson-próton em energias mais altas do que os atualmente existentes, já que, na União Soviética, está em construção o complexo de aceleradores UNK, que planeja obter feixes de mésons de até 2000 GeV/c (Ref. 89). Com isso se disporá de medidas experimentais na mesma faixa de energias em que foram obtidos os dados de  $pp$  e  $\bar{p}p$  no ISR.

O presente trabalho mostra a necessidade (e indica um caminho) de se obter descrições mais abrangentes e, ao mesmo tempo, mais precisas de interações elásticas tipo méson-próton. Isto possibilitará, através do confronto com novos dados experimentais e com os estudos experimentais e teóricos realizados para  $pp$  e  $\bar{p}p$ , investigar a emergência de novos fenômenos em reações méson-próton, a exemplo do que já verificou na passagem do ISR para o Collider.

# Apêndice I

## Unidades e Relações Cinemáticas

### I-1: Unidades

Em todo o desenvolvimento deste trabalho foi utilizado o chamado sistema natural de unidades, pelo qual  $\hbar = c = 1$ . Neste sistema usualmente energia e massa são dadas em MeV ou GeV e momento, em MeV/c ou GeV/c.

Abaixo são listadas algumas relações muito usadas.

$$1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm} = 5.068 \text{ GeV}^{-1}$$

$$1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2 = 2.568 \text{ GeV}^{-2}$$

$$\text{massa do káon carregado} = 0.494 \text{ GeV}$$

$$\text{massa do próton} = 0.938 \text{ GeV}$$

### I-2: Relações cinemáticas

Considere-se uma reação de dois corpos  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ . Sendo  $P_i$  o quadri-momento e  $m_i$  a massa de repouso de cada partícula, as variáveis de Mandelstam são dadas por:

$$\begin{aligned} s &= (P_1 + P_2)^2 \\ t &= (P_1 - P_3)^2 \\ u &= (P_1 - P_4)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Note se que } s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2.$$

Sejam os quadrimomentos definidos no sistema de laboratório por  $P_i = (E_i, \vec{p}_i)$  e no sistema de centro de massa por  $P_i = (\epsilon_i, \vec{k}_i)$ .

Quando se trata de uma reação elástica tem-se

$$m_1 = m_3, \quad m_2 = m_4, \quad |\vec{k}_1| = |\vec{k}_3| \quad \text{e} \quad |\vec{k}_2| = |\vec{k}_4|.$$

No sistema de laboratório, a partícula 1 pertence ao feixe incidente e a partícula 2 pertence ao alvo em repouso.

Nessas condições, com relação a  $s$  pode-se escrever

$$s = (P_1 + P_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1m_2 = (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2;$$

portanto,  $s$  é o quadrado da energia total no sistema de centro de massa.

Quando a energia é muito grande ( $s \rightarrow \infty$ ), pode-se desprezar as massas na expressão acima, de forma a obter

$$s \simeq 2Mp_{lab},$$

onde  $M = m_2$  é a massa da partícula-alvo e  $p_{lab} = |\vec{p}_1|$  é o momento linear das partículas do feixe incidente.

Sendo  $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_3| = k$  e  $\theta$  o ângulo entre  $\vec{k}_1$  e  $\vec{k}_3$ , ou seja,  $\cos \theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_3 / (|\vec{k}_1| |\vec{k}_3|)$ , pode-se mostrar que

$$t = (P_1 - P_3)^2 = -2k^2(1 - \cos \theta) = -4k^2 \sin^2(\theta/2)$$

Por outro lado, sendo  $\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$  e tratando-se de colisões elásticas, pode-se obter  $-t = q^2$ , ou seja,  $-t$  é igual ao quadrado do tri-momento transferido no sistema de centro de massa.

## Apêndice II

### Método de Ajuste e Cálculo de Erros

#### II-1: Método de Ajuste

Para obter os parâmetros de ajuste da seção de choque diferencial apresentados no Cap. 2, Tabs. 5, 6 e 7, foi utilizado o método de minimização de  $\chi^2$  para funções arbitrárias chamado GRIDLS, publicado em "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences" (Mc Graw-Hill Book Co., N.Y., 1969) de autoria de Philip R. Bevington.

Na sequência apresenta-se uma síntese deste método.

O valor de  $\chi^2$  é definido como

$$\chi^2 \equiv \sum_i \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} \left[ Y_i - Y(x_i) \right]^2 \right\},$$

onde  $\sigma_i$  são as incertezas dos dados  $Y_i$  e  $Y(x_i)$  é o valor da função de ajuste na abscissa  $x_i$ , correspondente a  $Y_i$ . A função  $Y$  é dada em termos de um conjunto de parâmetros de ajuste  $\{a_j\}$ .

De acordo com o método dos mínimos quadrados, os valores otimizados dos parâmetros  $a_j$  são aqueles obtidos pela minimização de  $\chi^2$  com respeito a cada um dos parâmetros simultaneamente.

O procedimento utilizado para chegar a esta otimização consta dos seguintes passos:

1 - Um parâmetro  $a_j$  é incrementado pela quantidade  $\Delta a_j$ , onde a magnitude e o sinal desta quantidade devem ser tais que  $\chi^2$  decresce.

2 - O parâmetro  $a_j$  é repetidamente incrementado pela mesma quantidade de  $\Delta a_j$  até que  $\chi^2$  comece a aumentar.

3 - Supondo-se que a variação de  $\chi^2$  próximo ao mínimo pode ser descrita em termos de uma função parabólica do parâmetro  $a_j$ , pode-se usar os valores de  $\chi^2$  correspondentes aos três últimos valores de  $a_j$  para determinar o mínimo desta parábola

$$a_j(3) = a_j(2) + \Delta a_j = a_j(1) + 2\Delta a_j$$

$$\chi^2(3) > \chi^2(2) \leq \chi^2(1)$$

4 - O mínimo da parábola é dado por

$$a_j(\min) = a_j(3) - \Delta a_j \left[ \frac{\chi^2(3) - \chi^2(2)}{\chi^2(3) - 2\chi^2(2) + \chi^2(1)} + \frac{1}{2} \right].$$

5 -  $\chi^2$  é minimizado para cada parâmetro por vez.

6 - O parâmetro acima é repetido até que a última iteração resulte em um decréscimo de  $\chi^2$  desprezivelmente pequeno.

A incerteza nos parâmetros  $\sigma_{a_j}$  é calculada através da matriz de erro  $\epsilon$ , definida como

$$\epsilon \equiv \alpha^{-1}, \quad \alpha_{jk} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_j \partial a_k}$$

$$\alpha_{jk} \simeq \sum_i \left[ \frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial Y(x_i)}{\partial a_j} \frac{\partial Y(x_i)}{\partial a_k} \right]$$

A incerteza é obtida pelos elementos diagonais de  $\epsilon$ ,  $\sigma_{a_j}^2 = \epsilon_{jj}$ . Os elementos fora da diagonal determinam a covariância entre dois dados parâmetros,  $\epsilon_{jk} = cov(a_j, a_k)$ , uma vez que estes parâmetros não são independentes.

## II-2: Cálculo de Erros

Para se obter os desvios das grandezas calculadas em termos dos parâmetros de ajuste, utilizou-se uma analogia que consistiu em considerar esses parâmetros,  $\bar{a}_j$ , como correspondentes à valores médios de medidas experimentais, e as variâncias e covariâncias dadas pela matriz de erro foram utilizadas para fazer a propagação das incertezas, como é feito para o caso de medidas experimentais.

Dessa forma, se uma grandeza  $g$  depende da variável  $x$  e dos parâmetros  $a_j$ , sua variância no ponto  $x_i$  é dada por

$$\sigma_g^2(x_i) \simeq \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left. \frac{\partial g(x_i)}{\partial a_j} \right|_{a_j=\bar{a}_j} \left. \frac{\partial g(x_i)}{\partial a_k} \right|_{a_k=\bar{a}_k} cov(\bar{a}_j, \bar{a}_k).$$

A fórmula acima é uma expressão geral. Fórmulas mais específicas são dadas no quarto capítulo do livro acima citado, que trata de propagação de erros.

## References

1. R.J.M. Covolan, Tese de Mestrado, IFGW - UNICAMP (1985).
2. Colab. Brasil-Japão, Progr. Theor. Phys. Suppl. 47, 1, (1971).
3. H. Cheng e T.T. Wu, Phys. Rev. Lett. 24, 1456 (1970).
4. M. Froissart, Phys. Rev. 123, 1053 (1961); A. Martin, Phys. Rev. 129, 1432 (1963); N. Cim. 42, 930 (1966).
5. M. Giffon e E. Predazzi, Riv. N. Cim. 7, 1 (1984).
6. J.G. Rushbrooke, Preprint CERN EP/85 - 178 (1985).
7. I. Ia. Pomeranchuk, Sov. Phys. JETP, 7, 499 (1958); J. Fischer, Phys. Rep. 76, 157 (1981).
8. G. Carboni et al., Preprint CERN EP/84 - 163 (1984).
9. P.B.D. Collins, An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics, (Cambridge Univ. Press - 1977).
10. M. Jacob e P.V. Landshoff, Rep. Prog. Phys. 50, 1387 (1987).
11. M. Kamran, Phys. Rep. 108, 275 (1984).
12. A.O. Barut e S. Boukraa - Preprint IC/87/83 - Trieste (1987).
13. W. Galbraith et al., Phys. Rev. 138, B913 (1965).
14. S.P. Denisov et al., a) Nucl. Phys. B65, 528 (1971); b) Phys. Lett. 36B, 415 (1971).

15. A.S. Carroll et al., Phys. Lett. 61B, 303 (1976).
16. A.S. Carroll et al., Phys. Lett. 80B, 423 (1979).
17. D.S. Ayres et al., Phys. Rev. D15, 3105 (1977).
18. C. Lewin et al., Z. Phys. C3, 275 (1980).
19. M. Adamus et al., Colab. NA22, Phys. Lett. 186B, 223 (1987).
20. A.J. Buras e J. Dias de Deus, Nucl. Phys. B71, 481 (1974); V. Barger et al., Nucl. Phys. B88, 237 (1975).
21. M.L. Pearl, High Energy Hadron Physics, (John Wiley & Sons. - N.Y. - 1974).
22. U. Amaldi e K.R. Schubert, Nucl. Phys. B166, 301 (1980).
23. Colab. NA22, Sov. J. Nucl. Phys. 47, 462 (1988).
24. M. Bozzo et al., Phys. Lett. 147B, 392 (1984).
25. T.T. Chou e C.N. Yang, Phys. Rev. 170, 1591 (1968).
26. K.J. Foley et al., Phys. Rev. Lett. 11, 503 (1963).
27. A.W. Lowman e N.A. Mc Cubbin, Nucl. Phys. B61, 296 (1973).
28. J.S. Russ et al., Phys. Rev. D15, 3139 (1977).
29. R.J. Miler et al., Phys. Lett. 34B, 230 (1971).
30. C.W. Akerlof et al., Phys. Rev. D14, 2864 (1976).
31. G.B. West e D. Yennie, Phys. Rev. 172, 1413 (1968).

32. U. Amaldi et al., Phys. Lett. 66B, 390 (1977).
33. L.A. Fajardo et al., Phys. Rev. D24, 46 (1981).
34. C. Bourrely et al., Z. Phys. C37, 369 (1968).
35. Colab. UA4, D. Barnard et al., Phys. Lett. B198, 583 (1987).
36. J.B. Bronzan et al., Phys. Lett. 49B, 272 (1974).
37. P. Baillon et al., Nucl. Phys. B107, 189 (1976).
38. R.K. Carnegie et al., Phys. Lett. 59B, 308 (1975).
39. V.D. Akopin et al., Sov. J. Nucl. Phys. 25, 51 (1977).
40. R.J. De Boer et al., Nucl. Phys. B106, 125 (1976).
41. H. Cornille e A. Martin, Nucl. Phys. B77, 141 (1974).
42. A. Breakstone et al., Nucl. Phys. B248, 253 (1984).
43. R. Castaldi e G. Sanguinetti, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35, 351 (1985).
44. G. Alberi e G. Goggi, Phys. Rep. 74, 1 (1981).
45. A. Donnachie e P.V. Landshoff, Nucl. Phys. B231, 189 (1984).
46. M. Islam et al., N. Cim. 81A, 737 (1984).
47. Z. Asa'd et al., Nucl. Phys. B255, 273 (1985).
48. U. Amaldi et al., Ann. Rev. Nucl. Sci. 26, 385 (1976).
49. G. Giacomelli, Phys. Rep. 23, 123 (1976).

50. H. J. Lipkin, Phys. Rev. D17, 366 (1978).
51. R. Rubinstein et al., Phys. Rev. D30, 1413 (1984).
52. M.M. Block e R.N. Cahn, Rev. Mod. Phys. 57, 563 (1985).
53. H.D. Perkins, Introduction to high energy physics, (Addison-Wesley Pub., Massachusetts, 1982).
54. L. van Hove, Rev. Mod. Phys. 36, 655 (1964).
55. J. Pumplin, Phys. Rev. D8, 2899 (1973).
56. D.S. Ayres et al., Phys. Rev. D14, 3092 (1976).
57. S.S. Gershtein e A.A. Logunov, Sov. J. Nucl. Phys. 44, 813 (1986).
58. R. Ilenzi e P. Valin, Phys. Lett. 160B, 167 (1985).
59. F. Hayot e U.P. Sukhatme, Phys. Rev. D10, 2183 (1974).
60. T.T. Chou e C.N. Yang, Phys. Rev. D19, 3268 (1979).
61. S.Y. Lo, Geometrical Pictures in Hadronic Collisions, (World Scient. Pub. Co., Singapore, 1987).
62. U. Amaldi, Sov. Phys. Usp. 21, 328 (1978).
63. T.T. Chou e C.N. Yang, Phys. Rev. Lett. 20, 1213 (1968).
64. J. Bellandi F<sup>0</sup> et al., Hadronic J., 10, 95, 149 (1987).
65. H.M. França et al., N. Cim. A59, 53 (1980).

66. NAG – Fortran Library Manual, The Nuemrical Algorithms Group, (Downets Grove III, USA, 1978).
67. E.B. Dally et al., Phys. Rev. Lett. 45, 232 (1980).
68. S.R. Amendolia et al., Phys. Lett. 198B, 435 (1986).
69. E. Kovacs e S.Y. Lo, Phys. Rev. D16, 2251 (1977).
70. R.J. Lombard e C. Wilkin, J. Phys. G3, L5 (1977).
71. J.J. Chou, Phys. Rev. D19, 3327 (1979).
72. F. Borkowsky et al., Nucl. Phys. B93, 461 (1975).
73. M. Gourdin, Phys. Rep. 11C, 29 (1974).
74. S.J. Brodsky e G.R. Farrar, Phys. Rev. D11, 1309 (1975).
75. N. Zovko, Phys. Lett. 51B, 54 (1974).
76. J. Bellandi  $F^O$  et al., Hadronic J. 9, 311 (1986).
77. M. Kamran e I.E. Qureschi, Phys. Lett. 188B, 122 (1987).
78. S. Saniclevici e P. Valin, Phys. Rev. D32, 586 (1985).
79. C. Bourrely, J. Soffer e T.T. Wu, Phys. Rev. D19, 3249 (1979).
80. J. Bellandi  $F^O$  et al., Hadronic J. 11, 17 (1988).
81. M.J. Menon, Tese de Doutorado, IFGW - UNICAMP (1988).
82. C. Bourrely et al., Nucl. Phys. B247, 15 (1984).

83. H. Cheng e T.T. Wu, Phys. Rev. Lett. 24, 1456 (1970); Phys. Rev. D1, 2775 (1970).
84. C. Bourrely et al., Z. Phys. C37, 369 (1988).
85. M. Jacob, Preprint CERN - TH. 5156/88 (1988).
86. L.L. Jenkovszky et al., Z. Phys. C36, 495 (1985); P. Gauron e B. Nicolescu, Nucl. Phys. B299, 640 (1988).
87. T. Fearnley, Preprint CERN EP/85 - 137 (1985).
88. J. Dias de Deus e J. Kwiecinski, Phys. Lett. B196, 537 (1987).
89. L.L. Jenkovsky, Riv. N. Cim. 10, 1 (1987).