

CÁLCULO DE CORRENTE LIMIAR EM LASERS SEMICONDUCTORES DE DIVERSAS ESTRUTURAS

Sieghard Weinketz

Orientador: Francisco Carlos de Prince

Este exemplar corresponde à versão definitiva
da tese defendida pelo aluno, contendo
as alterações sugeridas durante a defesa da
tese pela banca examinadora.

Francisco C. Prince

4 - Jan - 89

Orientador do Candidato.

Tese apresentada ao Instituto de Física 'Gleb Wataghin'
da Universidade Estadual de Campinas como parte dos
requisitos à obtenção do título de Mestre em Ciências -
Setembro de 1988

*À velha república da Rua 4, no. 40, Vila São João,
Barão Geraldo, Campinas (1984-1986).
A um sonho e um ideal que se foi, mas que ficou.*

The road goes ever on and on,
Down from the door where it began.
Now far ahead the road has gone,
And I must follow if I can.

Pursuing it with weary feet,
Until it joins some larger way,
Where many paths and errands meet.
And wither then? I cannot say.

J.R.R. Tolkien, in *The Lord of the Rings*

Resumo

São feitos estudos de simulação de lasers semicondutores visando a obtenção do valor corrente limiar em função das dimensões do dispositivo, para o caso de lasers de *InP/InGaAsP* emitindo em $1,3 \mu m$.

Os tipos de estruturas estudadas são a heteroestrutura de confinamento separado, a heteroestrutura enterrada, e após a obtenção da expressão para o ganho óptico no caso do poço-quântico, são estudadas as características de lasers de heteroestrutura de confinamento separado de poço-quântico.

Conteúdo

Resumo	iii
Conteúdo	iv
1 Introdução	1
2 Confinamento Óptico e Corrente Limiar em Lasers de Confinamento Separado de Área Larga	3
2.1 Introdução	3
2.2 Soluções para a Guia de Onda Infinita - Modos TE Pares	5
2.3 Confinamento Óptico	10
2.4 Resultados Numéricos para o Confinamento Óptico	11
2.5 Ganho Óptico e Corrente Limiar - Resultados Numéricos	13
2.6 Modos Ímpares	17
3 Confinamento Óptico e Corrente Limiar em Lasers de Heteroestrutura Enterrada	19
3.1 Introdução	19
3.2 Soluções para a Guia de Onda Retangular	20
3.3 Corrente Limiar - Resultados Numéricos	25
4 Ganho em Heteroestruturas de Poço-Quântico	30
4.1 Introdução	30
4.2 Aproximação de Poço-Quântico e Densidade de Estados Bi-Dimensional	31
4.3 Probabilidade de Transição - Transições Interbandas	33
4.4 Ganho em Transições Interbandas	38
4.5 Resultados Numéricos para $InGaAsP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$)	43
4.6 Limite Macroscópico	48
4.7 Relações entre Ganho e Densidade de Portadores	49

5 Laser de Heteroestrutura de Confinamento Separado de Poço-Quântico	55
5.1 Introdução	55
5.2 Efeito da Variação da Largura do Poço	56
5.3 Efeito da Variação da Largura da Cavidade	60
6 Conclusão	62
Bibliografia	a
Lista de Figuras	e
Agradecimentos	f

Capítulo 1

Introdução

No projeto de lasers semicondutores é sempre conveniente o estudo teórico do dispositivo, podendo-se desse modo obter informações sobre o seu comportamento em função de seus parâmetros e dimensões, podendo-se fazer uma otimização 'teórica' de determinadas características, que apesar de inexata, permitiria uma indicação confiável para o procedimento experimental a ser seguido.

Neste trabalho são estudadas estruturas de lasers semicondutores visando-se obter uma minimização da corrente limiar¹ em função de suas dimensões e parâmetros. Isto é feito em primeiro lugar resolvendo-se o problema de uma guia de onda óptica, após o que a densidade de portadores na região ativa é obtida usando-se a relação entre o ganho óptico e a densidade de portadores, obtendo-se diretamente a corrente limiar. Todos os cálculos são feitos para o *InGaAsP* ($\lambda = 1,3 \mu\text{m}$, no *bulk*).

No capítulo 2 é estudado o caso laser de heteroestrutura de confinamento separado (SCH), em que à região ativa são adicionadas duas camadas transparentes à radiação laser, de índice de refração menor que o da região ativa e maior que o do substrato. Isto faz com que a radiação seja basicamente confinada pela guia de onda composta pela região ativa mais as camadas adjacentes, enquanto que os portadores são confinados pela região ativa, implicando em um possível aumento do fator de confinamento óptico (dependendo da espessura das camadas). São obtidos o confinamento óptico e a densidade de corrente limiar, considerando-se um dispositivo de área larga, em função das larguras da região ativa e das camadas adjacentes.

No capítulo 3 é visto um modelo para o laser de heteroestrutura enterrada (*buried*), onde a aproximação para a região ativa é feita tomando-se esta como um núcleo retangular de *InGaAsP* imerso em *InP*, e fazendo-se uma segunda apro-

¹A corrente injetada no dispositivo necessária para que este funcione em regime de emissão estimulada.

ximação para a solução do problema óptico (guia de onda retangular, sem solução exata) como um produto de duas soluções desacopladas que são posteriormente 'reacopladas'. São obtidos o confinamento óptico e a corrente limiar em função da largura e da espessura da região ativa, comparando-se os resultados com dados experimentais.

No capítulo 4 é estudado o caso em que a espessura da região ativa é muito pequena (valores típicos: 50-100 Å), tal que as relações ganho \times densidade de portadores convencionais (*bulk*) não são mais válidas. Este é o caso chamado 'poço-quântico'. Aqui será obtido, a partir de um modelo de 'primeiros princípios' simplificado a dependência do ganho óptico da energia do photon, da densidade de portadores e da largura da região ativa, além dos parâmetros materiais (tomados do *InGaAsP*, $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$, no limite do *bulk*).

A expressão para o ganho óptico do poço-quântico é utilizada no cap. 5 para o estudo de lasers de heteroestrutura de poço-quântico de confinamento separado, onde se utilizou o desenvolvimento para a parte óptico feito no cap. 2, mostrando-se a variação da corrente limiar e da frequência de emissão variando-se a largura da região ativa ou a largura da cavidade óptica. Uma breve conclusão e propostas para linhas de trabalho futuras são dadas em 6.

Capítulo 2

Confinamento Óptico e Corrente Limiar em Lasers de Confinamento Separado de Área Larga

2.1 Introdução

O laser de heteroestrutura de confinamento separado (*SCH - Separate Confinement Heterostructure*) é uma variação do laser convencional de heteroestrutura dupla (DII), em que à região ativa são adicionadas duas camadas transparentes à radiação laser, mas não emissoras, com índice de refração menor que o da região ativa e maior do que o *bulk* (fig. 2.1).

O efeito disso é um aumento do confinamento óptico (fração da radiação contida na região ativa), e uma conseqüente diminuição da corrente limiar de operação do dispositivo final, valores que podem ser otimizados em função das espessuras das camadas [26,3,5]. O nome de confinamento separado deriva do fato de que enquanto os portadores estão confinados na região ativa, só havendo emissão estimulada nesta, a radiação está confinada pela guia de onda composta pela região ativa mais as camadas laterais adjacentes (guia de onda de três camadas).

A estrutura a ser estudada está esquematizada na fig. 2.1, em que temos um laser de *InP/InGaAsP* de 'área larga' (*broad area*) [35,7], emitindo no comprimento de onda $\lambda = 1.3 \mu m$, com uma espessura de região ativa d e camadas adjacentes de espessura t , tal que a espessura final da guia de onda é $w = 2t + d$ (a estrutura é simétrica).

Na seção 2 será obtida, a partir da equação de onda, a equação transcendental que tem como soluções os vários modos TE pares possíveis (consideram-se apenas os modos TE porque os modos TM não são suficientemente retroalimentados pela reflexão dos espelhos, e os modos pares porque nos interessa apenas o modo fun-

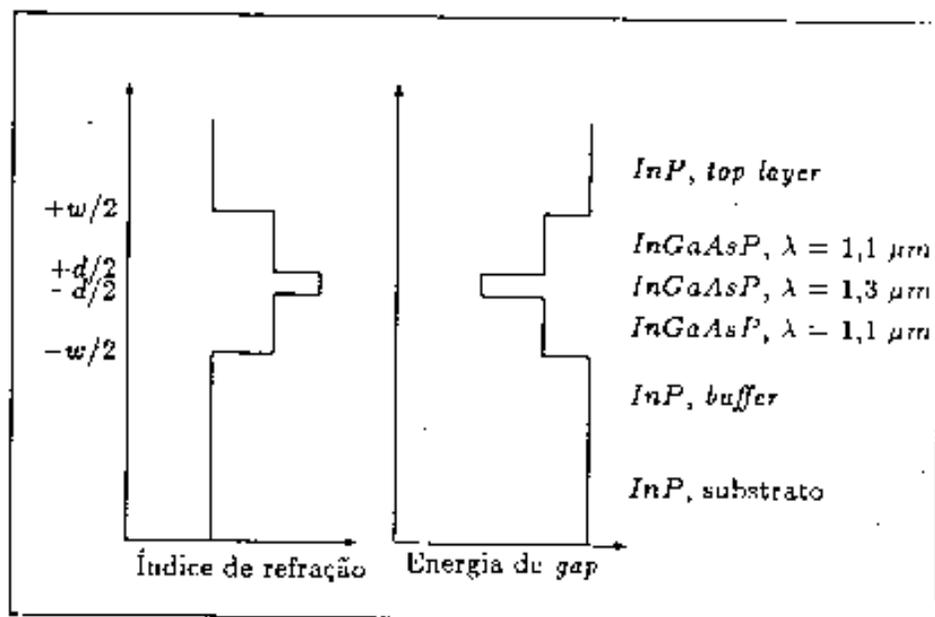


Figura 2.1: Estrutura da guia de onda e das energias de *gap* de um laser de confinamento separado.

damental). A partir deste resultado pode-se fazer o cálculo para o confinamento óptico, o que é feito em 3. Em 4, são mostrados os resultados numéricos para o confinamento óptico Γ em função de vários valores de d e t . O ganho óptico em função da corrente injetada é tratado em 5, tomando-se por base o problema óptico resolvido nas seções anteriores, sendo mostrados os resultados numéricos para a corrente limiar. Na seção 6 é tratado o problema dos modos ímpares, e feito o mapeamento de estruturas $[d, t]$ que não apresentam outros modos que não o fundamental.

2.2 Soluções para a Guia de Onda Infinita - Modos TE Pares

Seja uma guia de onda infinita e homogênea nas direções \hat{y} e \hat{z} , tal que o índice de refração \bar{N} seja uma função por partes somente da coordenada x , na forma (fig. 2.2)

$$\bar{N} = \begin{cases} \bar{N}_1, & |x| \leq d/2 \\ \bar{N}_2, & d/2 < |x| \leq w/2 = d/2 + t \\ \bar{N}_3, & w/2 < |x|, \end{cases}$$

onde \bar{N}_1 é o índice de refração da região ativa, \bar{N}_2 das camadas confinantes e \bar{N}_3 do substrato (\bar{N} é da forma $\bar{N} = n + ik$, i.e., uma parte real mais uma parte imaginária, esta correspondendo à absorção). Aqui será utilizada a notação do livro de Casey e Panish [5].

As equações de onda para os campos elétrico e magnético em um material dielétrico não-magnético, obtidas a partir das equações de Maxwell são

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \vec{H} &= \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Como a guia de onda é infinita e homogênea em y ,

$$\partial/\partial y = 0.$$

Seja uma onda eletromagnética que se propaga na direção \hat{z} , com comprimento de onda no vácuo λ_0 , então, tomando-se apenas os modos TE (transversais

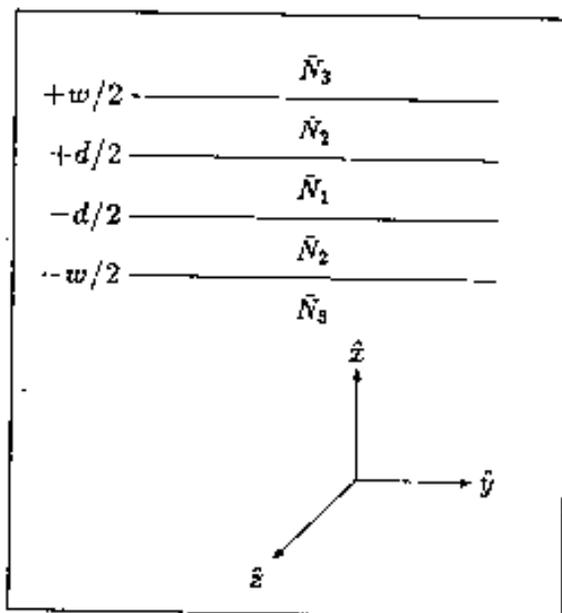


Figura 2.2: Representação do sistema de coordenadas e dos índices de refração da guia de onda.

elétricos), pois os modos TM (transversais magnéticos) são desprivilegiados devido à sua menor refletividade dos espelhos,

$$\mathcal{E}_x = 0,$$

e a partir das leis de Faraday e Ampère-Maxwell, obtém-se,

$$\mathcal{E}_z = \mathcal{H}_y = 0,$$

e portanto a equação de onda para o campo elétrico, reduzido a uma única componente, é

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial t^2}.$$

Tomando-se \mathcal{E}_y como

$$\mathcal{E}_y = E_y(x) e^{i(\omega t - \beta z)},$$

onde ω é a frequência da onda ($\omega = c/\lambda_0$), tem-se

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} - \beta^2 E_y = i\mu_0 \sigma E_y - \omega^2 \mu_0 \epsilon E_y = -k_0^2 \bar{N}^2 E_y,$$

onde $k_0 = 2\pi/\lambda_0$.

No material considerado, a parte imaginária k do índice de refração (devido à absorção) pode ser desprezada em relação à parte real [5],

$$\bar{k}^2 \ll \bar{n}^2,$$

então, $\bar{N} \rightarrow \bar{n}$ (ou equivalentemente, $\sigma \rightarrow 0$), tal que o problema se resume a um problema de autovalores unidimensional real,

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} + k_0 \bar{n}^2(x) E_y(x) - \beta^2 E_y(x) = 0,$$

onde

$$\begin{aligned} \bar{n}(x) &= \bar{n}_1, & |x| \leq d/2 \\ &= \bar{n}_2, & d/2 < |x| \leq w/2 \\ &= \bar{n}_3, & w/2 < |x|, \end{aligned}$$

respeitando-se a condição de que $\bar{n}_1 \geq \bar{n}_2 \geq \bar{n}_3$, e $\bar{n}_1 > \bar{n}_3$, para que haja confinamento efetivo.

O problema cai agora em análogo ao caso de potencial unidimensional em Mecânica Quântica básica, tal que para as soluções confinadas devem-se considerar dois casos para as soluções dos modos pares

$$a) \bar{n}_3 k_0 < \beta < \bar{n}_2 k_0$$

Aqui assume-se uma solução do tipo

$$E_\nu(x) = \begin{cases} A \cos(\kappa_1 x) & , |x| \leq d/2 \\ B \cos(\kappa_2 x) + C \sin(\kappa_2 x) & , d/2 < x \leq w/2 \\ D \exp(-\gamma_3 x) & , w/2 < x \end{cases}$$

onde $\kappa_1 = \sqrt{k_0^2 \bar{n}_1^2 - \beta^2}$, $\kappa_2 = \sqrt{k_0^2 \bar{n}_2^2 - \beta^2}$ e $\gamma_3 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \bar{n}_3^2}$.

A obtenção dos autovalores possíveis de β e das amplitudes B , C e D em função de A segue a partir da exigência de continuidade de E_ν e dE_ν/dx nas interfaces (ou, equivalentemente, da continuidade das componentes tangenciais de \vec{E} e \vec{H}). Como a guia de onda é simétrica, só serão tomadas as interfaces em $x = d/2$ e $x = w/2$.

Considerando-se as duas interfaces

i) em $x = d/2$:

$$\begin{aligned} A \cos(\kappa_1 d/2) &= B \cos(\kappa_2 d/2) + C \sin(\kappa_2 d/2) \\ -A \kappa_1 \sin(\kappa_1 d/2) &= -B \kappa_2 \sin(\kappa_2 d/2) - C \kappa_2 \cos(\kappa_2 d/2) \end{aligned}$$

ii) em $x = w/2$:

$$\begin{aligned} B \cos(\kappa_2 w/2) + C \sin(\kappa_2 w/2) &= D \exp(-\gamma_3 w/2) \\ -B \kappa_2 \sin(\kappa_2 w/2) - C \kappa_2 \cos(\kappa_2 w/2) &= -D \gamma_3 \exp(-\gamma_3 w/2) \end{aligned}$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos(\kappa_1 d/2) & -\cos(\kappa_2 d/2) & -\sin(\kappa_2 d/2) & 0 \\ \kappa_1 \sin(\kappa_1 d/2) & -\kappa_1 \sin(\kappa_2 d/2) & \kappa_2 \cos(\kappa_2 d/2) & 0 \\ 0 & \cos(\kappa_2 w/2) & \sin(\kappa_2 w/2) & -\exp(-\gamma_3 w/2) \\ 0 & -\kappa_2 \sin(\kappa_2 w/2) & \kappa_2 \cos(\kappa_2 w/2) & \gamma_3 \exp(-\gamma_3 w/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0.$$

Este sistema só tem solução quando o determinante da matriz for nulo, i.e., a equação transcendental para β é

$$\begin{aligned} F(\beta < k_0 \bar{n}_2) &= \kappa_2 \cos(\kappa_2 t) [\gamma_3 \cos(\kappa_1 d/2) + \kappa_1 \sin(\kappa_1 d/2)] \\ &\quad - \sin(\kappa_2 t) [\kappa_2^2 \cos(\kappa_1 d/2) - \kappa_1 \gamma_3 \sin(\kappa_1 d/2)] = 0 \end{aligned}$$

obtendo-se os valores de β como um zero de $F(\beta)$ por um método numérico.

Para um dado resultado de β , as soluções de B , C e D em função de A são

$$B = [\cos(\kappa_1 d/2) \cos(\kappa_2 d/2) - (\kappa_1/\kappa_2) \sin(\kappa_1 d/2) \sin(\kappa_2 d/2)] A$$

$$C = [\cos(\kappa_1 d/2) \sin(\kappa_2 d/2) - (\kappa_1/\kappa_2) \sin(\kappa_1 d/2) \cos(\kappa_2 d/2)] A$$

$$D = \exp(\gamma_3 w/2) [B \cos(\kappa_2 w/2) - C \sin(\kappa_2 w/2)]$$

Note-se que $F(\beta)$ possui um zero trivial para $\beta \rightarrow k_0 n_2$ (ou $\kappa_2 \rightarrow 0$), sem sentido físico, pois as soluções para B e C divergem.

$$b) k_0 \bar{n}_2 < \beta < k_0 \bar{n}_1$$

Neste caso a solução para $E_y(x)$ é da forma:

$$E_y(x) = \begin{cases} A \cos(\kappa_1 x) & , |x| \leq d/2 \\ B \exp(\gamma_2 x) + C \exp(-\gamma_2 x) & , d/2 < |x| \leq w/2 \\ D \exp(-\gamma_3 x) & , w/2 < |x| \end{cases}$$

onde $\gamma_2 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \bar{n}_2^2}$, $\gamma_3 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \bar{n}_3^2}$.

Considerando-se as continuidades de E_y e dE_y/dx nas interfaces:

i) em $|x| = d/2$

$$\begin{aligned} A \cos(\kappa_1 d/2) &= B \exp(\gamma_2 d/2) + C \exp(-\gamma_2 d/2) \\ -\kappa_1 A \sin(\kappa_1 d/2) &= \gamma_2 B \exp(\gamma_2 d/2) - \gamma_2 C \exp(-\gamma_2 d/2) \end{aligned}$$

ii) em $|x| = w/2$

$$\begin{aligned} B \exp(\gamma_2 w/2) + C \exp(-\gamma_2 w/2) &= D \exp(-\gamma_3 w/2) \\ \gamma_2 B \exp(\gamma_2 w/2) - C \gamma_2 \exp(-\gamma_2 w/2) &= -\gamma_3 D \exp(-\gamma_3 w/2) \end{aligned}$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos(\kappa_1 d/2) & -\exp(\gamma_2 d/2) & \exp(-\gamma_2 d/2) & 0 \\ \kappa_1 \sin(\kappa_1 d/2) & \gamma_2 \exp(\gamma_2 d/2) & -\gamma_2 \exp(-\gamma_2 d/2) & 0 \\ 0 & \exp(\gamma_2 w/2) & -\exp(-\gamma_2 w/2) & -\exp(-\gamma_3 w/2) \\ 0 & \kappa_2 \exp(\gamma_2 w/2) & -\gamma_2 \exp(-\gamma_2 w/2) & \gamma_3 \exp(-\gamma_3 w/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0.$$

Tomando-se o determinante da matriz, obtém-se a equação transcendental

$F(\beta > k_0 \bar{n}_2)$

$$\begin{aligned} &= [\cos(\kappa_1 d/2) (\gamma_2^2 - \gamma_2 \gamma_3) + \sin(\kappa_1 d/2) \kappa_1 (\gamma_3 - \gamma_2)] \exp(\gamma_2 (d-w)/2) \\ &+ [\cos(\kappa_1 d/2) (\gamma_2^2 + \gamma_3 \gamma_2) - \sin(\kappa_1 d/2) \kappa_1 (\gamma_3 + \gamma_2)] \exp(\gamma_2 (w-d)/2) = 0, \end{aligned}$$

e os coeficientes B, C e D são:

$$\begin{aligned} B &= \frac{e^{\gamma_2 d/2}}{2} [\cos(\kappa_1 d/2) - (\kappa_1/\gamma_2) \sin(\kappa_1 d/2)] A \\ C &= \frac{e^{-\gamma_2 d/2}}{2} [\cos(\kappa_1 d/2) + (\kappa_1/\gamma_2) \sin(\kappa_1 d/2)] A \\ D &= \frac{1}{2} [(B e^{\gamma_2 w} + C) + (\gamma_2/\gamma_3)(C - B e^{\gamma_2 w})] , \end{aligned}$$

Note-se que a equação transcendental, considerando-se os dois casos, tem uma solução trivial em $\beta = k_0 \bar{n}_2$, sem sentido físico. Para determinados valores de $d, l, \bar{n}_1, \bar{n}_2$ e \bar{n}_3 interessa a obtenção do maior valor possível de β (não trivial), que é o que corresponde ao modo fundamental.

2.3 Confinamento Óptico

O confinamento óptico Γ é definido como a fração contida na região ativa do fluxo de energia eletromagnética na direção- \hat{z} , i.e., a componente- \hat{z} do vetor de Poynting \vec{S}, S_z . O vetor de Poynting é dado por

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^* ,$$

e a sua componente- \hat{z} é

$$S_z = -E_y H_x^* ,$$

onde

$$H_x = -\frac{i}{\mu_0 \omega} \frac{\partial}{\partial z} E_y = -\frac{\beta}{\mu_0 \omega} E_y ,$$

tal que

$$S_z = -\frac{\beta}{\mu_0 \omega} |E_y|^2 .$$

O valor de Γ para a guia de onda estudada é

$$\Gamma = \frac{\int_0^{d/2} |E_y(x)|^2 dx}{\int |E_y(x)|^2 dx} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3} ,$$

onde

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \int_0^{d/2} |E_y(x)|^2 dx, \\ \Gamma_2 &= \int_{d/2}^{w/2} |E_y(x)|^2 dx, \\ \Gamma_3 &= \int_{w/2}^{\infty} |E_y(x)|^2 dx.\end{aligned}$$

Os termos Γ_1 , Γ_2 e Γ_3 são dados por

$$\Gamma_1 = \left[\frac{d}{4} + \frac{\sin(\kappa_1 d)}{4\kappa_1} \right] |A|^2;$$

se $\beta \leq k_0 \bar{n}_2^2$ então

$$\begin{aligned}\Gamma_2 &= \frac{w-d}{4} (B^2 - C^2) \\ &+ \frac{\sin(\kappa_2 d) - \sin(\kappa_2 w)}{4\kappa_2} (B^2 - C^2) \\ &+ \frac{\sin^2(\kappa_2 w/2) - \sin^2(\kappa_2 d/2)}{2\kappa_2} BC,\end{aligned}$$

caso contrário ($\beta \geq k_0 \bar{n}_2^2$),

$$\begin{aligned}\Gamma_2 &= \frac{e^{\gamma_2 w} - e^{-\gamma_2 d}}{\gamma_2} B^2 \\ &+ \frac{e^{-\gamma_2 w} - e^{-\gamma_2 d}}{\gamma_2} C^2 \\ &+ (w-d)BC;\end{aligned}$$

$$\Gamma_3 = \frac{e^{-\gamma_3 w}}{\gamma_3} D^2.$$

2.4 Resultados Numéricos para o Confinamento Óptico

Aquí foram utilizados, para os índices de refração os valores: $\bar{n}_1 = 3,48$, $\bar{n}_2 = 3,29$ e $\bar{n}_3 = 3,20$, para um comprimento de onda $\lambda_0 = 1,3 \mu m$ [7].

Para cada par de valores d e t ($d > 0$, $t \geq 0$) foi obtido o valor de β , dividindo-se o intervalo $(k_0 \bar{n}_3, k_0 \bar{n}_1)$ em N subintervalos, e verificando-se em quais deles há uma troca de sinal da função transcendental $F(\beta)$. Após isto, toma-se o intervalo de mudança de sinal mais próximo de $k_0 \bar{n}_1$ contanto que a solução trivial não caia dentro, após o que esta é encontrada por meio de um procedimento de zero de funções.

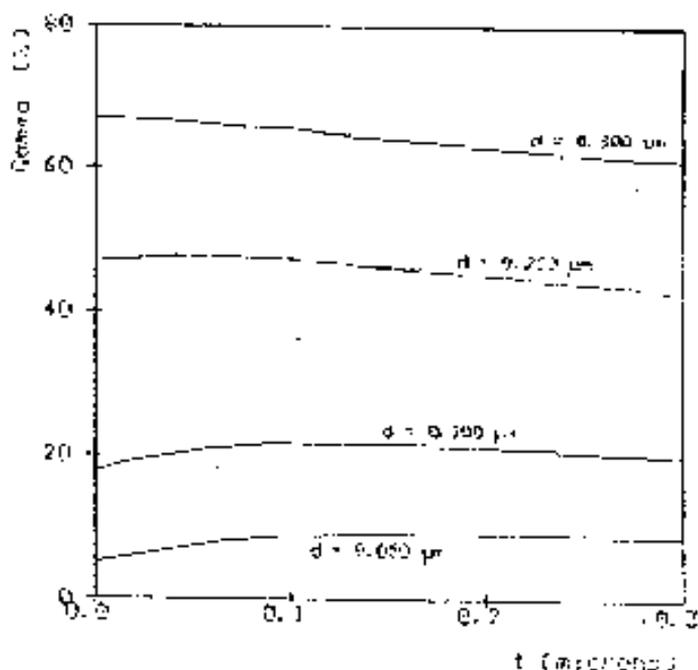


Figura 2.3: Confinamento Óptico em função de t para diferentes valores de d como parâmetro, tomando-se $\lambda = 1,3 \mu m$, $\bar{n}_1 = 3,48$, $\bar{n}_2 = 3,29$ e $\bar{n}_3 = 3,20$.

Na fig. 2.3 estão os resultados do confinamento óptico para $0 \leq t \leq 0,3 \mu m$ para alguns valores de d . Note-se que para cada d , começando em $t = 0$, um acréscimo de camadas laterais, pode, até uma certa espessura colaborar com o aumento do confinamento óptico Γ , a partir do que há uma queda suave até um valor constante. De fato, com t muito grande ($t \rightarrow \infty$), tem-se uma situação equivalente à de uma guia de onda composta por um núcleo de espessura d e índice de refração \bar{n}_1 em um meio infinito com índice de refração \bar{n}_2 . Dado que $(\bar{n}_1 - \bar{n}_2) < (\bar{n}_1 - \bar{n}_3)$, o confinamento óptico é menos efetivo com $t \rightarrow \infty$ do que com $t = 0$.

Note-se também que Γ aumenta diretamente com o aumento de d ($\Gamma \rightarrow 1$ quando $d \rightarrow \infty$), sendo este aumento cada vez menos dependente de t para d crescente.

2.5 Ganho Óptico e Corrente Limiar - Resultados Numéricos

Aqui se assume que só haja ganho dentro da região ativa, i.e., com $|x| < d/2$. Assim, pode-se definir um ganho modal g_m como sendo a integração do ganho sobre a seção transversal da guia de onda, pesado pela distribuição do campo, ou seja

$$g_m = \frac{\int_{r_0} S_z(x) g dx}{S_z(x) dx} = g \frac{\int_{r_0} S_z(x) dx}{S_z(x) dx} = g \Gamma.$$

Este é o cálculo usualmente feito [5]. De fato, o ganho deve alterar a distribuição dos campos, mas esta alteração pode ser desprezada. Um argumento para o resultado utilizado acima é se utilizar o ganho (ou a parte imaginária do índice de refração) como uma perturbação em primeira ordem sobre o campo óptico resolvido (que no caso representa o componente passivo) [12,11].

Assim, considerando-se que só haja ganho na região ao redor de $\lambda = \lambda_0$, obtém-se a corrente limiar J_{th} a partir da também freqüentemente utilizada expressão

$$g_m = g \Gamma = \frac{\sum_i \Gamma_i \alpha_i}{\sum_i \Gamma_i} + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}, \quad i = 1, 2, 3,$$

que significa que com este valor de ganho as perdas são totalmente compensadas, onde α_1, α_2 e α_3 são os coeficientes de absorção óptica (inverso do ganho) nas regiões de índices \bar{n}_1, \bar{n}_2 e \bar{n}_3 , L é o comprimento da cavidade óptica e R é a refletividade modal, aqui definida por

$$R = \frac{\sum_i \Gamma_i R_i}{\sum_i \Gamma_i},$$

onde $R_i = (\bar{n}_i - 1)^2 / (\bar{n}_i + 1)^2$ são os coeficientes de Fresnel para reflexão de uma onda TE diretamente incidente sobre uma interface plana entre um meio com índice \bar{n}_1 e o ar ($\bar{n}_{ar} = 1$).

Aqui pode-se afirmar sem muito erro que

$$\alpha_1 \sim \alpha_2 \sim \alpha_3 \sim 0,$$

tal que o ganho limiar pode ser definido como

$$g_{th} = g = \frac{1}{\Gamma L} \ln \frac{1}{R}.$$

O ganho óptico é fundamentalmente dependente da densidade de portadores presente na região ativa, o que depende diretamente da densidade de corrente injetada no laser.

Para o ganho é utilizada a relação [7], válida para $\lambda = 1,3\mu\text{m}$,

$$g = an + b,$$

onde n é a densidade de portadores na região ativa, $a = 1,3 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ e $b = 150 \text{ cm}^{-1}$.

A corrente injetada está relacionada com a densidade de portadores n de acordo com a relação:

$$J(n)/ed = An + Bn^2 + Cn^3 + Dn^{5.5},$$

onde A e B são os coeficientes linear e quadrático de recombinação radiativa, C é o coeficiente de espalhamento Auger e D é o coeficiente devido à corrente de fuga [34], onde se tomou $A = 1,7 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$, $B = 0,3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{s}$, $C = 3,5 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^6/\text{s}$ e $D = 2 \cdot 10^{-75} \text{ cm}^{13.5}/\text{s}$ [7].

O que foi feito foi, a partir da solução do problema óptico, se obter o ganho necessário para a condição limiar, após o que se obtém J_{th} através de n_{th} que é o valor de n que satisfaz a condição limiar.

Note-se que Γ é crescente com d , tal que g_{th} e n_{th} são portanto decrescentes com d . J_{th} é diretamente proporcional a d e crescente com n_{th} (que depende de d via Γ). De fato, com $d \rightarrow 0$, $\Gamma \rightarrow 0$ e então n , $J_{th} \rightarrow \infty$, o que mostra uma operação impossível, pois o valor de J_{th} seria tal que danificaria totalmente o laser. No outro extremo, com $d \rightarrow \infty$, $\Gamma \rightarrow 1$, n_{th} tende a um valor constante e $J_{th} \propto d$. Logo, devem haver valores definidos de d e t tal que J_{th} seja mínimo.

Os comportamentos descritos acima podem ser vistos, juntamente com a influência de t , na fig. 2.4, onde se utilizou $L = 400 \mu\text{m}$, em que se pode verificar a existência de um mínimo de J_{th} , $0,94 \text{ kA/cm}^2$, para $d = 0,16 \mu\text{m}$ e $t = 0,09 \mu\text{m}$.

Na fig. 2.5 estão representados os valores de J_{th} para $w = d + 2t = 0,4 \mu\text{m}$ em função de d , onde a curva contínua representa o cálculo com os termos A, B, C e D definidos acima, e a curva tracejada usando $A = 3,7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$, $B = 3,4 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^3/\text{s}$, $C = 3 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ e $D = 10^{-75} \text{ cm}^{13.5}/\text{s}$ [34], podendo-se concluir que os resultados são muito dependentes dos parâmetros da função $J(n)$, tal que estes devem ser reajustados a cada tipo de dispositivo.

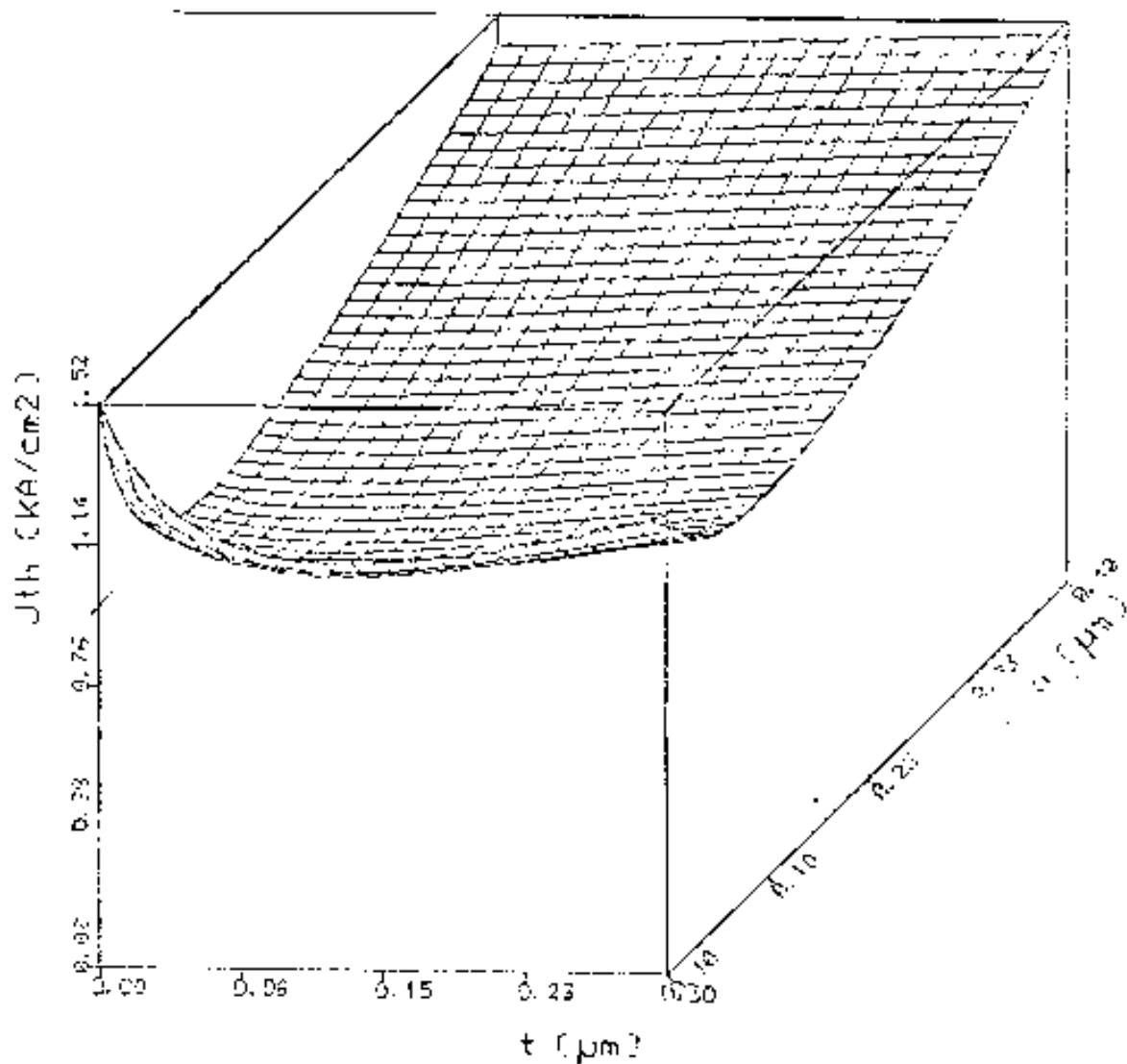


Figura 2.4: Corrente linear J_{th} em função de d e t como variáveis, para $L = 400 \mu m$. O mínimo de J_{th} nesta região é de $0,94 kA/cm^2$, com $d = 0,16 \mu m$ e $t = 0,09 \mu m$.

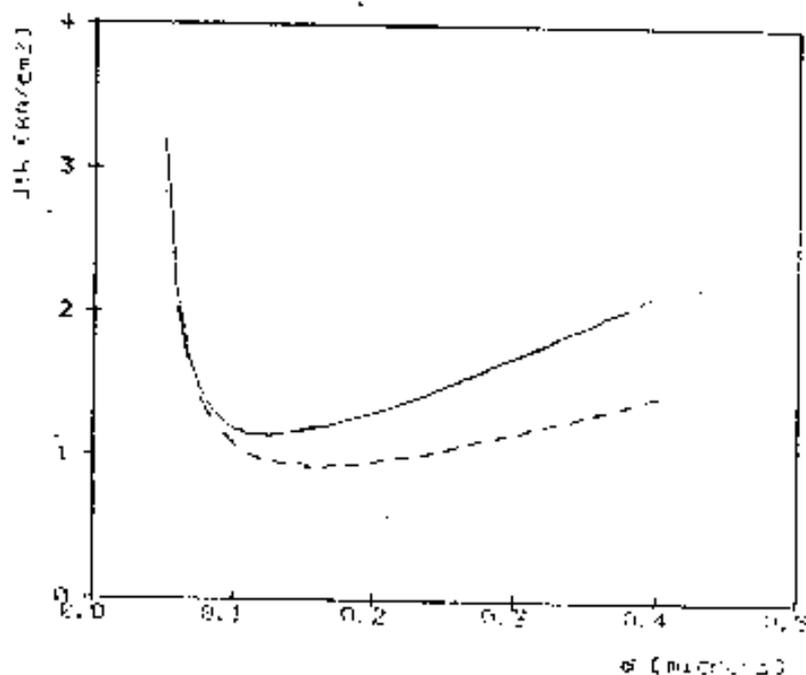


Figura 2.5: Corrente limiar J_{th} em função de d e t , usando-se $A = 1,7 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$, $B = 0,3 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$, $C = 3,5 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ e $D = 2 \cdot 10^{-75} \text{ cm}^{13,5}/\text{s}$ (linha contínua) e $A = 3,7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$, $B = 3,4 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$, $C = 3 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ e $D = 10^{-75} \text{ cm}^{13,5}/\text{s}$ (linha tracejada), para $w = d + 2t = 0,4 \text{ } \mu\text{m}$ ($L = 400 \text{ } \mu\text{m}$).

2.6 Modos Ímpares

Existe interesse em que a estrutura considerada comporte um único modo transversal, para que não hajam emissões em outros modos de ordem mais alta e transições entre eles.

Em relação à distribuição do campo elétrico da seção 2, os modos ímpares são obtidos fazendo-se:

$$E_y(x) = A \sin(\kappa_1 x), \quad \text{para } |x| \leq d/2 \\ = \text{igual a anteriormente, para } |x| > d/2.$$

A equação transcendental pode ser facilmente obtida fazendo-se as substituições na equação transcendental para os modos pares

$$\begin{aligned} \cos(\kappa_1 d/2) &\rightarrow \sin(\kappa_1 d/2) \\ -\kappa_1 \sin(\kappa_1 d/2) &\rightarrow \kappa_1 \cos(\kappa_1 d/2), \end{aligned}$$

de onde se obtém

i) com $\beta < k_0 \bar{n}_2$

$$F(\beta) = \kappa_2 \cos(\kappa_2 t) (\kappa_3 \sin(\kappa_1 d/2) - \kappa_1 \cos(\kappa_1 d/2)) \\ - \sin(\kappa_2 t) (\kappa_2^2 \sin(\kappa_1 d/2) - \kappa_1 \kappa_3 \cos(\kappa_1 d/2)) = 0$$

ii) com $\beta > k_0 n_2$

$$F(\beta) = (\sin(\kappa_1 d/2) (\gamma_2 \gamma_3 - \gamma_2^2) - \cos(\kappa_1 d/2) \kappa_1 (\gamma_3 - \gamma_2)) e^{-\gamma_1 t} \\ + \sin(\kappa_1 d/2) (\gamma_2^2 - \gamma_2 \gamma_3) + \cos(\kappa_1 d/2) \kappa_1 (\gamma_3 + \gamma_2) e^{\gamma_1 t},$$

com κ_1 , κ_2 ou γ_2 e γ_3 definidos como na seção 2. Note-se que, do mesmo modo que antes, há uma solução trivial em $\beta = k_0 \bar{n}_2$.

O único resultado que interessa aqui é saber se uma dada estrutura (d, t) possui ou não um modo ímpar, i.e., se a equação transcendental possui ou não zeros não-triviais.

Seja t_0 o valor de t tal que com $d = 0$, $t > t_0$ permita a existência de outros modos fora o fundamental. Assim, para $0 \leq t \leq t_0$ pode-se encontrar uma curva $d(t)$ tal que para $d > d(t)$ passem a existir modos de ordem superior.

O resultado para as guias de onda em índices de refração anteriormente definidos é mostrado na fig. 2.6, onde se pode ver que a estrutura que minimiza J_{1h} cai abaixo da curva, sendo portanto uma estrutura com um único modo transversal.

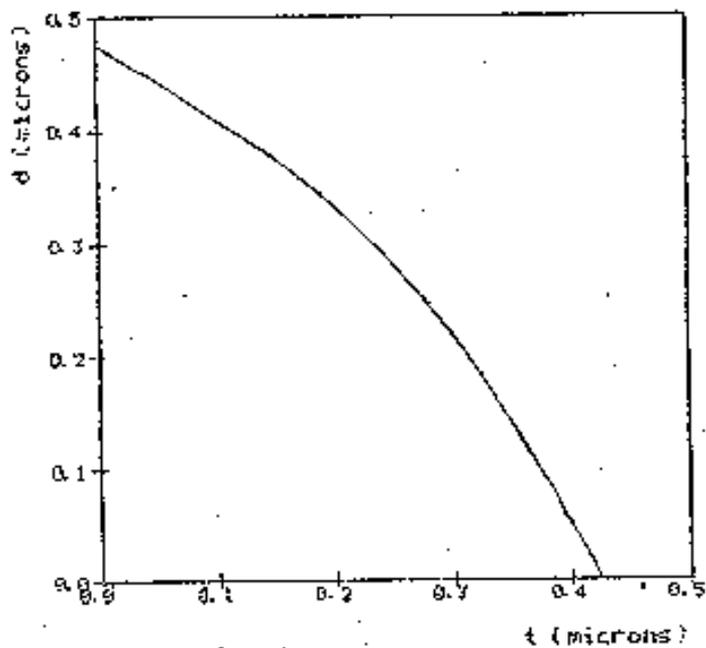


Figura 2.6: Estruturas que suportam um único modo transversal

Capítulo 3

Confinamento Óptico e Corrente Limiar em Lasers de Heteroestrutura Enterrada

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o cálculo do confinamento óptico e da corrente limiar para um laser de heteroestrutura enterrada, fazendo-se um análogo ao caso do laser de heteroestrutura dupla (DH) [5], porém considerando-se uma guia de onda dielétrica com núcleo retangular como aproximação.

Um laser do tipo heteroestrutura enterrada de duplo canal (*Double Channel Planar Buried Heterostructure Laser Diode - DCPBH-LD*) [25] está esquematizada na figura 3.1 [25], em que se veem as várias camadas de *InP* e uma pequena região ativa, aproximadamente retangular, de *InGaAsP*. A característica do laser *buried* é que praticamente toda a corrente é confinada sobre a região ativa, devido às junções reversas presentes nos canais.

A aproximação feita aqui é considerarem-se apenas dois índices de refração, o da região ativa de *InGaAsP* ($\lambda = 1,3 \mu\text{m}$), como núcleo retangular, e o resto da guia de onda de *InP*, desprezando-se os degraus de índice de refração e de absorção devidos às diferentes dopagens das camadas de *InP*. Foram desprezados também as camadas de *InGaAsP* nos extremos laterais do laser, devido à distância da região ativa. A estrutura está esquematizada na figura 2, onde w e d são respectivamente a largura e espessura da região ativa.

O problema da guia de onda dielétrica retangular não possui solução analítica, logo, aqui foi utilizado um método numérico aproximativo baseado em Marcatilli [22], em que o problema é desacoplado em duas soluções em função de x e y , com o argumento de que praticamente toda a energia se concentra no núcleo. Um método alternativo, a ser utilizado seria o de Goell [14], onde é feita uma análise numérica baseada na expansão em harmônicos circulares, mas este não se mostrou

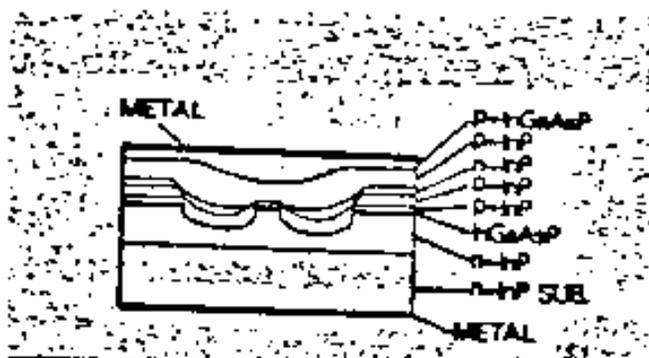


Figura 3.1: Estrutura de um laser de heteroestrutura enterrada de duplo canal.

conveniente. Um cálculo baseado em Marcatilli foi anteriormente utilizado para análise de lasers de ganho invertido [12,13], obtendo-se resultados compatíveis.

O cálculo será desenvolvido nas seções subseqüentes, de forma análoga ao capítulo anterior.

3.2 Soluções para a Guia de Onda Retangular

O problema aqui consiste em uma guia de onda retangular, definida na forma (fig. 3.2)

$$\begin{aligned} n(x, y) &= \bar{n}_1, \quad |x| \leq d/2 \text{ e } |y| \leq w/2 \\ &= \bar{n}_2, \quad \text{caso contrário,} \end{aligned}$$

onde $\bar{n}(x, y)$ é a parte real do índice de refração (parte imaginária desprezada), com $\bar{n}_1 > \bar{n}_2$. A região ativa aqui é definida pela região central de índice de refração n_1 , onde se supõe que exista todo o ganho.

As equações de onda para os campos elétrico e magnético são dadas por

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

onde se considerou o material não-magnético e não carregado.

Fazendo-se

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y) e^{i(\omega t - \beta z)},$$

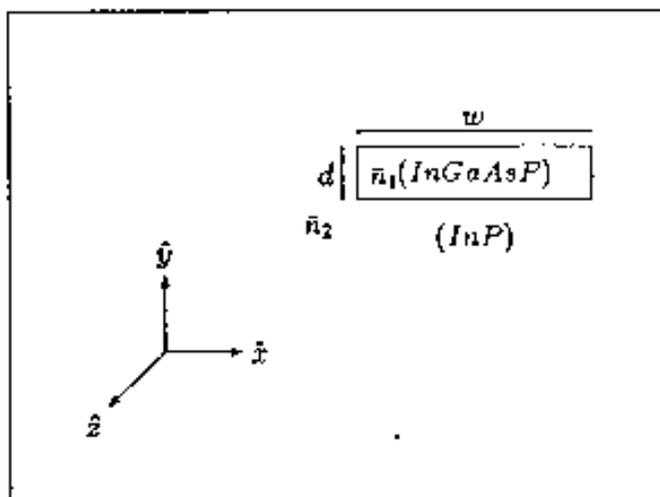


Figura 3.2: Estrutura da guia de onda retangular utilizada como aproximação.

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y)e^{i(\omega t - \beta z)},$$

obtem-se

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 \vec{E} + k_0^2 \bar{n}^2(x, y) \vec{E} &= \beta \vec{E} \\ \nabla_t^2 \vec{H} + k_0^2 \bar{n}^2(x, y) \vec{H} &= \beta \vec{H}, \end{aligned}$$

onde

$$k_0^2 \sim \omega^2 \mu_0 \epsilon - i \mu_0 \sigma \sim \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (\sigma \sim 0),$$

$$k_0 = 2\pi/\lambda_0 = \omega/c,$$

e

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

O problema de auto-valores aqui apresentado para \vec{E} e \vec{H} não pode ser separado analiticamente em dois problemas unidimensionais independentes para x e y , ou outro par de variáveis conjugadas. Poder-se-ia utilizar um método numérico que resultasse numa distribuição de campos numericamente 'exata', no caso, o método de Coell [14], em que é feita uma expansão dos campos em séries de harmônicos circulares, nas duas regiões, após o que os campos são casados em uma série de

pontos predeterminados nas interfaces, com o que se cai em um problema de autovalores matricial. Este método tem a vantagem de ser exato até a precisão que se queira, mas tem como desvantagem o fato de ser muito complexo e muito lento, sendo muito difícil a convergência, além de não permitir uma separação entre os modos TE e TM, o que na realidade é correto, mas não facilita muito a análise de um ponto de vista intuitivo.

O que se fez então foi utilizar, como aproximação, baseada em Marcatilli [22], uma solução em que \vec{E} e \vec{H} são descritos como produtos de funções independentes para x e y , soluções de problemas unidimensionais do tipo heteroestrutura dupla, baseados nas dimensões da região ativa. Ou seja, definindo-se dois tipos de modos:

a) tipo-TE, com

$$H_z(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} A \cos(k_{x1}x), \quad |x| \leq w/2 \\ B \exp^{-k_{x2}x}, \quad |x| > w/2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} C \cos(k_{y1}y), \quad |y| \leq d/2 \\ D \exp^{-k_{y2}y}, \quad |y| > d/2 \end{array} \right\}$$

e

$$E_z(x, y) = 0;$$

b) tipo-TM, onde se substitui H_z por E_z e vice-versa.

Considerando-se agora somente os modos tipo-TE (de um modo equivalente ao capítulo anterior os modos tipo-TM são desprezados), obtemos, para estes, a partir das equações de Maxwell:

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{-i\beta}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_y &= \frac{-i\beta}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ E_x &= \frac{-i\omega\mu_0}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ E_y &= \frac{i\omega\mu_0}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \end{aligned}$$

considerando-se em todos a mesma dependência em z e ω , $e^{i(\omega t - \beta z)}$.

Os termos k_{x1} e k_{x2} estão relacionados por meio da equação transcendental para o caso unidimensional [5],

$$\tan(k_{x1}w/2)k_{x1} = k_{x2} ,$$

onde

$$k_{x2} = \sqrt{k_0^2(\bar{n}_1^2 - \bar{n}_2^2) - k_{x1}^2} ,$$

sendo que o modo fundamental corresponde à menor solução possível k_{x1} .

Do mesmo modo,

$$\tan(k_{y1}d/2)k_{y1} = k_{y2} ,$$

onde

$$k_{y2} = \sqrt{k_0^2(\bar{n}_1^2 - \bar{n}_2^2) - k_{y1}^2} .$$

As soluções são acopladas por

$$\begin{aligned} k_{x1}^2 + k_{y1}^2 &\equiv k_0^2\bar{n}_1^2 - \beta^2 \\ k_{x2}^2 + k_{y2}^2 &\simeq \beta^2 - k_0^2\bar{n}_2^2 , \end{aligned}$$

supondo-se que é válida a relação

$$k_{x1}, k_{x2}, k_{y1}, k_{y2} \ll \beta .$$

Os coeficientes B e D são dados em função de A e C como

$$\begin{aligned} B &= e^{k_{x1}w/2} \\ D &= e^{k_{y1}d/2} , \end{aligned}$$

na mesma aproximação.

A componente- z do vetor de Poynting é dada por

$$\begin{aligned} S_z &= E_x H_y^* - E_y H_x^* \\ &= \frac{\beta^2 \mu_0^2 \omega}{(k_0^2 \bar{n}^2 - \beta^2)^2} \left[\left(\frac{\partial H_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} \right)^2 \right] . \end{aligned}$$

Note-se que para os lasers tipo *buried* a largura da região ativa (w) é sempre muito maior do que a espessura (d) (valores típicos, $d \sim 0,1 \mu\text{m}$, $w \simeq 1,5\text{-}2 \mu\text{m}$ [25]).

Assim, a aproximação pode ser justificada se se considerar o fato de que o problema tende a um problema de camadas infinitas (ou DH), com $w \gg d$. Deste modo, a variação do índice de refração na direção- \hat{y} é muito maior do que na direção- \hat{x} , tal que, para os modos tipo-TE,

$$\left| \frac{\partial H_z}{\partial y} \right| \gg \left| \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|,$$

ou então, que

$$|E_x| \gg |E_y| \text{ e } |H_y| \gg H_x,$$

i.e., que a propagação deve estar fortemente polarizada ao longo da direção- \hat{x} , de um modo semelhante ao de um laser de área larga. Medidas de polarização da luz emitida por lasers de heteroestrutura enterrada mostraram exatamente este tipo de comportamento, mostrando que a suposição de se desprezar os modos tipo-TM é correta.

O confinamento óptico é definido como a fração da radiação presente na região ativa ($|x| \leq d/2$, $|y| \leq w/2$),

$$\Gamma = \frac{\int_{ra} S_x(x, y) dx dy}{\int |S_x(x, y)|^2 dx dy} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4},$$

onde

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \int_0^{w/2} dx \int_0^{d/2} dy S_x(x, y) \\ &= \frac{\beta \mu_0 \omega}{(k_0^2 \bar{n}_1^2 - \beta^2)^2} A^2 C^2 \left[k_{y1}^2 \left(\frac{w}{4} + \frac{\sin(k_{x1} w)}{4k_{x1}} \right) \left(\frac{d}{4} - \frac{\sin(k_{y1} d)}{4k_{y1}} \right) \right. \\ &\quad \left. + k_{x1}^2 \left(\frac{w}{4} - \frac{\sin(k_{x1} w)}{4k_{x1}} \right) \left(\frac{d}{4} + \frac{\sin(k_{y1} d)}{4k_{y1}} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \int_0^{w/2} dx \int_{d/2}^{\infty} dy S_x(x, y) \\ &= \frac{\beta \mu_0 \omega}{(k_0^2 \bar{n}_1^2 - \beta^2)^2} A^2 D^2 \left[k_{y2}^2 \left(\frac{w}{4} + \frac{\sin(k_{x1} w)}{4k_{x1}} \right) + k_{x1}^2 \left(\frac{w}{4} - \frac{\sin(k_{x1} w)}{4k_{x1}} \right) \right] \frac{e^{-k_{y2} d}}{2k_{y2}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_3 &= \int_{w/2}^{\infty} dx \int_0^{d/2} dy S_z(x, y) \\ &= \frac{\beta \mu_0 \omega}{(k_0^2 \bar{n}_1^2 - \beta^2)^2} B^2 C^2 \left[k_{y1}^2 \left(\frac{d}{4} - \frac{\sin(k_{y1} d)}{4k_{y1}} \right) + k_{y2}^2 \left(\frac{d}{4} + \frac{\sin(k_{y1} d)}{4k_{y1}} \right) \frac{e^{-k_{z2} w}}{2k_{z2}} \right], \\ \Gamma_4 &= \int_{w/2}^{\infty} dx \int_{d/2}^{\infty} dy S_z(x, y) \\ &= \frac{\beta \mu_0 \omega}{(k_0^2 \bar{n}_1^2 - \beta^2)^2} B^2 D^2 (k_{y1}^2 + k_{y2}^2) \frac{e^{-k_{z2} w} e^{-k_{z1} w}}{4k_{z2} k_{y2}}. \end{aligned}$$

O confinamento óptico foi calculado numericamente pelo modo dado acima, para guias de onda em lasers semicondutores de $InP/InGaAsP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$), considerando-se $\bar{n}_1 = 3,52$ e $\bar{n}_2 = 3,21$ [27].

Na figura 3.3 está representado o comportamento geral de Γ em função de w e d . Note-se que na região considerada, em que w é muito maior que d ($d = 0,05-3 \mu m$, $w = 1-2 \mu m$), Γ é muito mais dependente de d do que de w , porque como se parte de um modelo de soluções desacopladas, Γ (para um determinado d , fixo) cai no limite assintótico em w , de um modo equivalente ao caso unidimensional (DH), sendo que toda a dependência passa a ser de d .

3.3 Corrente Limiar - Resultados Numéricos

A suposição feita para o ganho óptico é que este só ocorre no domínio da região ativa. Assim, como no capítulo anterior, o ganho modal é dado por

$$g_m = \frac{\int_{ra} S_z(x, y) g dx dy}{\int S_z(x, y) g dx dy} = g\Gamma,$$

considerando-se que a condição de emissão estimulada ocorre quando

$$g_m = g\Gamma = \frac{\sum_i \Gamma_i \alpha_i}{\sum_i l_i} + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}, \quad (i = 1, \dots, 4),$$

tal que desprezando-se os α_i 's, obtém-se o ganho limiar

$$g_{th} = g = \frac{1}{\Gamma L} \ln \frac{1}{R},$$

onde

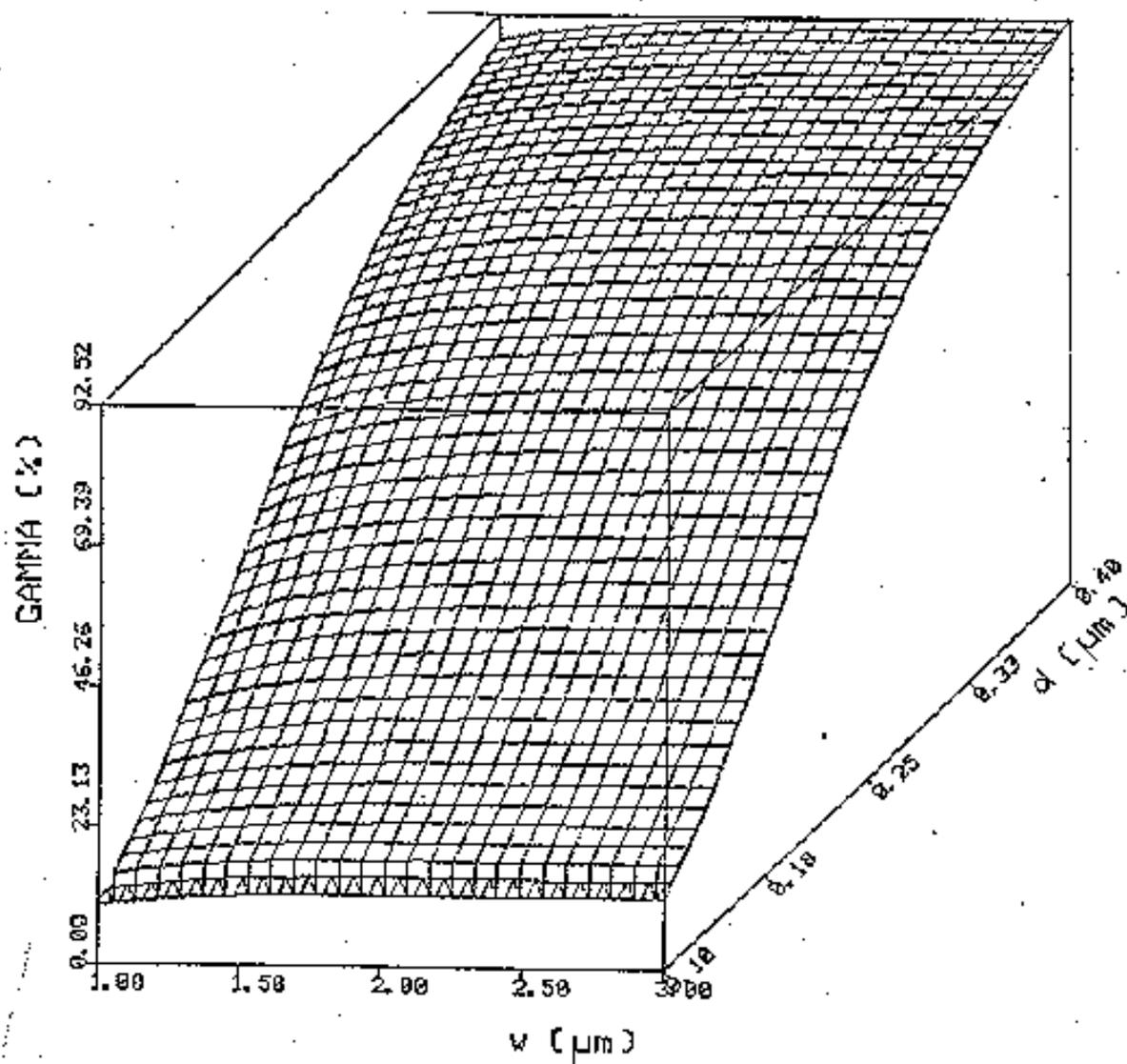


Figura 3.3: Comportamento geral do confinamento óptico Γ em função de d e w .

$$R = \frac{\sum_i \Gamma_i R_i}{\sum_i \Gamma_i},$$

sendo $R_i = (n_i + 1)^2 / (n_i - 1)^2$ os coeficientes de Fresnel para reflexão.

A dependência do ganho óptico com a densidade de portadores injetada é dada por

$$g = an - b$$

sendo $a = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^2$ e $b = 150 \text{ cm}^{-1}$ [7]. Do mesmo modo relaciona-se a corrente injetada com a densidade de portadores na região ativa por [34]

$$I(n) = (An + Bn^2 + Cn^3 + Dn^{5.5})edwL,$$

sendo $A = 1,7 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$, $B = 0,3 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^3/\text{s}$, $C = 3,5 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ e $D = 2 \cdot 10^{-75} \text{ cm}^{13.5}/\text{s}$ [7]. Os resultados numéricos para a corrente limiar I_{th} , a corrente injetada que satisfaz a condição de ganho limiar, com os parâmetros acima em função de d e w ($d = 0,1-0,4 \mu\text{m}$, $w = 1-3 \mu\text{m}$), considerando-se $L = 400 \mu\text{m}$ são mostrados na figura 3.4.

Note-se que I_{th} diverge quando d se torna muito pequeno; isto deriva da dependência de Γ de d , como visto na seção anterior, que $\Gamma \rightarrow 0$ quando $d \rightarrow 0$ para um dado w . Neste limite, o modelo perderia o seu sentido físico, pois implicaria em correntes extremamente altas. No outro extremo, o confinamento óptico 'saturaria' em função de d ($\Gamma \rightarrow \Gamma(w)$, quando $d \rightarrow \infty$), o que implica que I_{th} passa a ser linear com d . Por outro lado, como Γ é pouco dependente de w nessa região, i.e., passa a ser 'saturado', I_{th} é também linear em w . No entanto, com $w \rightarrow 0$, cai-se no mesmo caso que para d e I_{th} também diverge. Isto implica que deve existir um mínimo de I_{th} em função de d e w , para um dado L . Neste caso, ($L = 400 \mu\text{m}$), este foi obtido como $3,64 \text{ mA}$, para $d = w = 0,356 \mu\text{m}$.

A figura 3.5 mostra a corrente limiar obtida para d entre $0,1 \mu\text{m}$ e $0,4 \mu\text{m}$, $w = 2 \mu\text{m}$, com $L = 250 \mu\text{m}$, usando-se a relação entre corrente injetada e densidade de portadores n definida acima em função dos parâmetros A , B , C e D (linha contínua) e usando-se a relação

$$I = \frac{nedwL}{\tau_s},$$

onde $\tau_s = (B_{eff}n)^{-1}$, tomando-se $B_{eff} = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ [30] (linha tracejada). Os pontos representam valores de I_{th} para lasers de estrutura enterrada com w entre

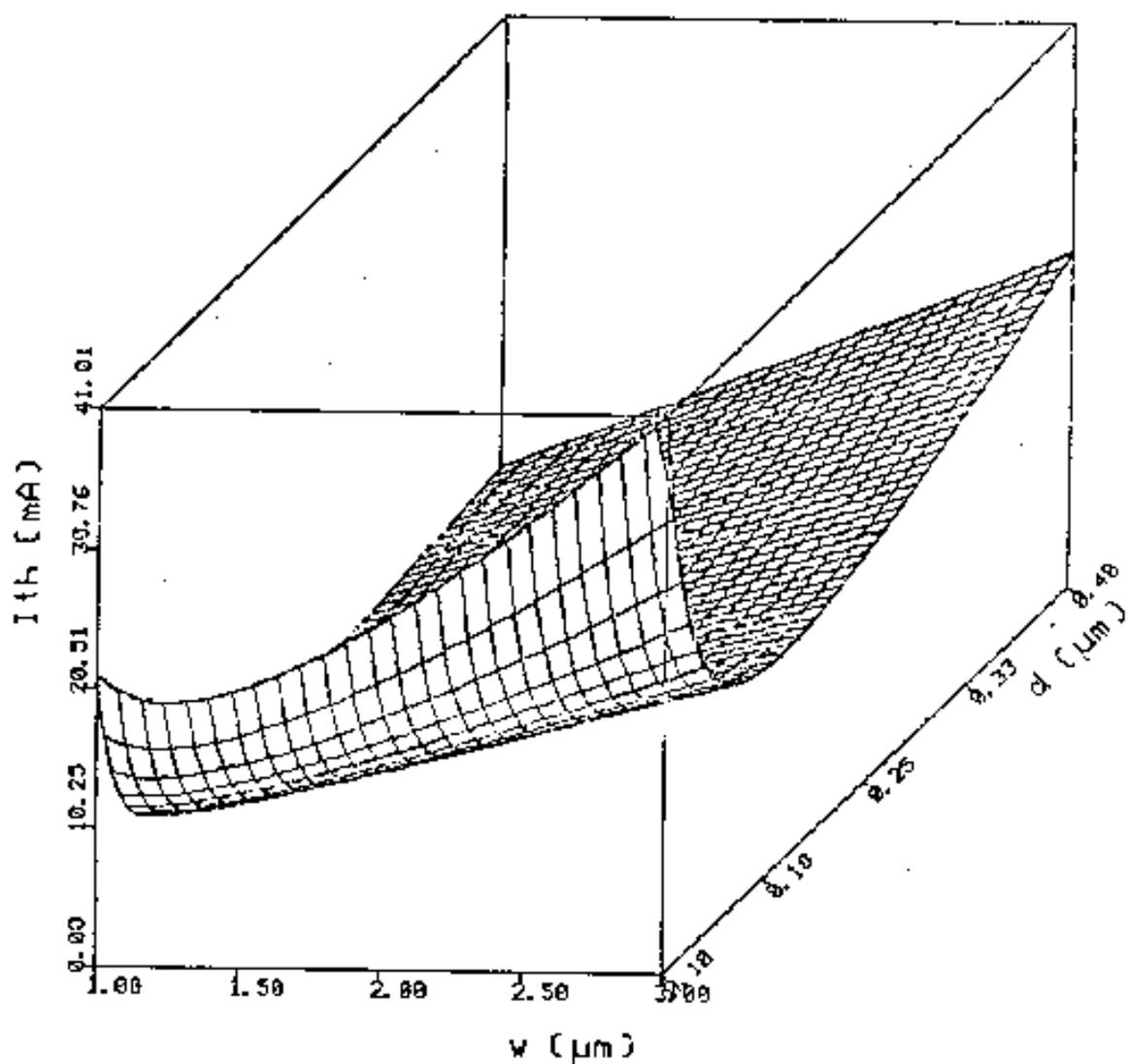


Figura 3.4: Comportamento geral da corrente limiar I_{th} em função dos parâmetros d e w ($L = 400 \mu\text{m}$).

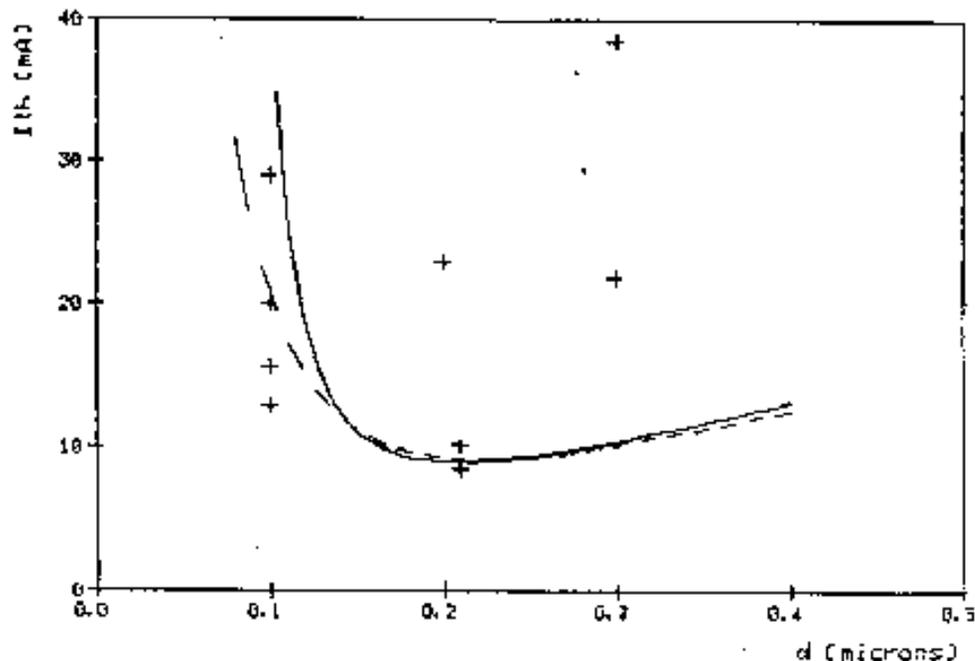


Figura 3.5: Comparação entre os resultados de I_{th} para $I = (An+Bn^2+Cn^3+Dn^{5.5})edLw$ (curva contínua), $I = B_{eff}n^2edLw$ (curva tracejada) e dados experimentais normalizados (+) ($L = 250 \mu m$)

1,7 e 2,3 μm , L entre 250 e 300 μm , obtidos da literatura [25,10,32] ou fornecidos pelo CPqD-Telebrás, normalizados para $w = 0,2 \mu m$ (por normalização entende-se aqui que como neste limite $I_{th} \propto w$, é tomado o valor de I_{th} que corresponderia a $w = 2 \mu m$).

Os parâmetros A , B , C e D (curva contínua) foram obtidos da fitagem de lasers de área larga de confinamento separado [7]. Note-se que, à exceção de $d < 0,1 \mu m$, quando I_{th} começa a divergir, os resultados são satisfatórios, o que indica que o modelo óptico está bom. Quando o valor de d cai muito, a queda de Γ não é muito acentuada, o mesmo devendo ocorrer com o aumento de n . No entanto, os termos de ordem mais alta de $I(n)$ contribuem cada vez mais. Isto significa que os parâmetros A , B , C e D foram, ou não muito apropriados para o caso do confinamento separado, ou então deveriam ser reobtidos, principalmente os dois últimos, para o caso mais específico das estruturas enterradas. A expressão utilizada para a curva tracejada foi obtida para lasers de estrutura enterrada de $InGaAsP$, porém com $\lambda = 1,6 \mu m$, e mostram um resultado mais satisfatório, principalmente para d pequeno.

Capítulo 4

Ganho em Heteroestruturas de Poço-Quântico

4.1 Introdução

Em heteroestruturas de semicondutores foi observado que quando a espessura L_z de camadas de menor *gap* de energia era da ordem do comprimento de onda de de Broglie dos elétrons (ou buracos) no semicondutor, $L_z \sim \lambda \sim h/p$, obtinham-se efeitos de confinamento quântico de portadores ou efeito de dimensão quântica (*quantum-size effect*) [6].

Isto significa que existem subdivisões das bandas de energia (subbandas), ao invés do quasi-contínuo observado quando a espessura é suficientemente larga (em que se observam as propriedades do *bulk*), tal que, separando-se o Hamiltoniano na direção perpendicular às heterojunções cai-se no bem conhecido problema do poço-quântico [18]. Para cada nível discreto deste (ou subbanda correspondente) obtém-se o chamado 'gás eletrônico bi-dimENSIONAL' (2DEG), que pode apresentar características bem diversas das do *bulk* [17].

A pesquisa experimental em estruturas de poço-quântico foi basicamente feita a partir do desenvolvimento dos sistemas de crescimento epitaxial de MOCVD e MBE, na metade da década de 1970, com o que foi possível o controle de composição e dopagem de espessuras de até 50 ou 100 Å, com casamento de rede de 10^{-3} - 10^{-4} , em ligas ternárias ou quaternárias de compostos III-V [24].

No caso aqui considerado, foi possível a fabricação de lasers semicondutores de *GaAs/GaAlAs* e *InP/InGaAsP* com estrutura de poço quântico ($L_z \leq 500$ Å), tendo-se obtido operação contínua à temperatura ambiente, com corrente limiar extremamente baixa [15,16].

Aqui será obtido o ganho óptico de uma heteroestrutura de no limite de dimensão quântica usando-se uma aproximação de poço-infinito (por simplicidade),

em função do comprimento de onda e da densidade de portadores, tendo-se como parâmetros a largura do poço e a temperatura, além dos parâmetros do material.

Na seção 2 serão obtidos os níveis de energia do poço e a densidade de estados bi-dimensional. Na seção 3 será vista a relação entre o ganho e a probabilidade de transição entre dois estados eletrônicos, e na seção 4 será calculado o ganho considerando-se somente transições inter-bandas com alargamento do espectro devido à relaxação intra-banda.

Na seção 5 será feito numericamente o cálculo do ganho/absorção em função das energias dos photons, para algumas densidades de corrente, considerando-se ou não o alargamento de linha, e mostrando-se a evolução geral do espectro para $InGaAsP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$). Na seção 6, como exemplo, é feito o cálculo no limite macroscópico, i.e., tendendo às dimensões do *bulk*, comparando-se com os resultados de ganho específicos para este caso, e na seção 7 é considerada a evolução dos máximos do espectro de ganho com o aumento da densidade de portadores.

4.2 Aproximação de Poço-Quântico e Densidade de Estados Bi-Dimensional

A aproximação utilizada para o cálculo dos níveis de energia discretos no caso do efeito de 'dimensão quântica' é supor que o potencial na direção perpendicular às heterojunções tem a forma de um 'poço quadrado' unidimensional, definido pelas discontinuidades das bandas, com largura dada pela espessura da camada L_z , e altura definida pelas discontinuidades ΔE_c (para a banda de condução) ou ΔE_v (para a banda de valência). Note-se que para a banda de valência (buracos leves e pesados), os poços são invertidos, pois estes estão baseados na estrutura de bandas do *bulk*.

Assim, o Hamiltoniano de um único portador pode ser separado em uma componente perpendicular às heterojunções (z) e uma componente paralela (x, y) (A aproximação é válida dado que L_x, L_y (as dimensões do cristal) são muito maiores que L_z [18]). Logo,

$$\hat{H} = \hat{H}_z + \hat{H}_{x,y},$$

obtendo-se os níveis de energia como

$$E_j(\vec{k}_x, \vec{k}_y, n) = E_{jn} \pm \frac{\hbar^2}{2m_{j,x,y}^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N),$$

onde E_{jn} são os auto-valores do poço unidimensional, \vec{k}_x e \vec{k}_y , $m_{j,x,y}^*$ é a massa efetiva nas direções x e y ($m_{j,x}^* = m_{j,y}^*$), sendo $j = e$ (elétrons), p (buracos pesados) ou l

(buracos leves). N é o número máximo de níveis dentro do poço. Note-se que para os elétrons a energia cinética tem o sinal positivo, enquanto que para os buracos, ela é subtraída, pois $E_j(\vec{k} = 0, \pi)$ é o máximo (mínimo) da subbanda de condução (valência).

Supondo-se a espessura do poço muito maior do que o parâmetro de rede, a função de onda de um portador confinado no poço pode ser escrita por [2,31]

$$\Psi_{jn}(\vec{r}, \vec{k}) = \Phi_{jn}(z) u_{j\vec{k}} e^{i\vec{k}_{xy}\vec{r}}, \quad \vec{r} = \vec{x} + \vec{y},$$

onde $\Phi_{jn}(z)$ é a função 'envelope' obtida da solução do problema unidimensional e $u_{j\vec{k}}$ é a parte periódica da função de Bloch para o *bulk* ($u_{j\vec{k}}$ e $\Psi_{jn}(z)$ são supostas normalizadas).

Apesar da altura do poço ser finita ($\Delta E_{c,v}$), freqüentemente se considera uma altura infinita, tal que os níveis discretos são dados por

$$E_{jn} = \frac{\hbar^2}{2m_{jt}^*} \frac{\pi^2 n^2}{L_z^2},$$

com uma função de onda obtida fazendo-se

$$\Psi_{jn} = \begin{cases} \sqrt{2\Omega/V} \sin(n\pi/L_z), & 0 \leq x \leq L_z \\ 0, & 0 < x < x > L_z, \end{cases}$$

onde V e Ω são os volumes da região ativa e da célula unitária.

A aproximação do poço infinito pode ser usada porque ela não induz em erro significativo para os primeiros níveis, que são os com maior densidade de ocupação (para $\Delta E_{c,v} \gg kT$). Isto significa em muitos casos uma grande simplificação dos cálculos, sem erro considerável.

A utilização da função de Bloch do *bulk*, $u_{jn}(\vec{k})$, significa que nas direções \hat{x} e \hat{y} continua a existir uma periodicidade 'cristalina', tal que existem níveis (quasi-) contínuos de energia nestas direções para cada nível discreto (subbanda), só que agora em duas dimensões. Esta é a chamada densidade de estados bi-dimensional (gás eletrônico bi-dimensional!).

A densidade de estados de um gás eletrônico bi-dimensional pode ser obtida considerando-se o espaço recíproco do cristal, tal que a área de uma célula neste espaço é dada por

$$A_k = \frac{(2\pi)^2}{L^2},$$

onde L^2 é a área do cristal (ou da camada crescida).

Seja $Z(k)$ o número de estados possíveis entre $|\vec{k}| = 0$ e k , então $Z(k)$ é dado por

$$Z(k) = \frac{2\pi k^2}{A_k} = \frac{k^2 L^2}{2\pi},$$

com derivação semelhante ao caso tridimensional [29].

A energia em função de k é dada por

$$E_n(k) = \frac{\hbar^2}{2m_{j,xy}^*} (k_x^2 + k_y^2) + E_{zn},$$

sendo a densidade de estados em função da energia definida por

$$g_j = g_n(E) = \frac{1}{L^2} \frac{dZ(k)}{dE_n(k)},$$

tal que a densidade de estados por unidade de energia, por unidade de área e por spin é dada por

$$g_n(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2},$$

i.e., obtém-se agora uma densidade de estados independente da energia para cada subbanda [17].

Uma limitação no valor de L_x para este modelo é assumir que a separação entre os níveis é suficientemente larga em comparação com \hbar/τ , onde τ é o intervalo de tempo de espalhamento dos elétrons [9].

4.3 Probabilidade de Transição - Transições Interbandas

Nesta seção será utilizada a notação do livro de Casey e Panish [5], utilizando-se também de maneira direta alguns de seus resultados. Sejam dois níveis eletrônicos, de energias E_1 e E_2 , em um material semiconductor, o primeiro pertencendo à banda de condução e outro pertencendo à banda de valência, tal que sejam possíveis transições entre eles, com a absorção e/ou emissão de um photon de energia $\hbar\omega_{21} = E_{21} = E_2 - E_1$.

A taxa de ocorrência de absorção de um photon de frequência $\hbar\omega_{21}$, com transição eletrônica de um nível E_1 para um nível E_2 , é dependente de uma série de fatores tais como:

- a probabilidade, por unidade de tempo de que a transição possa ocorrer, B_{12} ;
- a probabilidade do estado E_1 estar ocupado, f_1 ;
- a probabilidade do estado E_2 estar desocupado, $[1 - f_2]$;
- a densidade de photons com energia E_{21} , $P(E_{21})$,

tal que a taxa de transições 'para cima' é dada por

$$r_{12} = B_{12} f_1 [1 - f_2] P(E_{21}),$$

onde f_1 e f_2 são dados pela estatística de Fermi-Dirac para os elétrons

$$f_1 = \frac{1}{e^{(E_1 - F_1)/kT} + 1}$$

e

$$f_2 = \frac{1}{e^{(E_2 - F_2)/kT} + 1},$$

sendo F_1 e F_2 os quasi-níveis de Fermi para a banda de condução e a banda de valência.

Além disso, um photon incidente pode estimular a emissão de um photon similar por uma transição eletrônica de E_2 para E_1 , sendo a taxa de transição 'para baixo' dada por

$$r_{21} = B_{21} f_2 [1 - f_1] P(E_{21}).$$

Este processo é chamado de emissão estimulada.

Existe ainda uma taxa de emissão espontânea, com transição eletrônica de E_2 para E_1 , sem interação com a radiação eletromagnética, e esta é dada pela taxa de transições espontâneas 'para baixo'

$$r_{21}^{(esp)} = A_{21} f_2 [1 - f_1]$$

Em equilíbrio termodinâmico a taxa total de transições para cima deve ser igual à taxa de transições para baixo,

$$r_{12} = r_{21} + r_{21}^{(esp)},$$

e além disso, os quasi-níveis de Fermi devem ser iguais,

$$F_1 = F_2,$$

tal que, combinando-se as duas relações e desenvolvendo-se, obtém-se

$$P(E_{21})(B_{21}e^{E_{21}/kT} - B_{21}) = A_{21}.$$

Tomando-se $P(E)$ como

$$P(E) = \frac{8\pi}{h^3 c^3} \frac{\bar{n}^3 E^2}{e^{E/kT} - 1},$$

onde \bar{n} é o índice de refração do material. Esta relação é obtida a partir da distribuição de corpo negro da energia dos photons em uma cavidade [5,33].

Substituindo-se e desenvolvendo-se, obtém-se a seguinte igualdade:

$$(B_{12}e^{E_{21}/kT} - B_{21}) \frac{8\pi}{h^3 c^3} \bar{n}^3 E_{21}^2 = A_{21}(e^{E_{21}/kT} - 1),$$

tal que, igualando-se os termos dependentes da temperatura e os não dependentes, obtém-se as relações

$$B_{12} = B_{21}$$

$$A_{21} = \frac{8\pi}{h^3 c^3} \bar{n}^3 E_{21}^2 B_{21},$$

que são as relações de Einstein, que mostram como se relacionam a emissão estimulada, a absorção e a emissão espontânea.

A taxa de absorção total é definida pela diferença entre a taxa de transição para cima e a taxa de transição para baixo,

$$r_{12}^{(abs)} = r_{12} - r_{21} = B_{12}[f_1 - f_2]P(E_{21}).$$

Por outro lado, esta também pode ser definida como o coeficiente de absorção α , multiplicado pelo fluxo de photons, $F(E)$, definido como

$$F(E) = P(E)v_g,$$

onde v_g é a velocidade de grupo. Então

$$r_{12}^{(abs)} = B_{12}[f_1 - f_2]P(E_{12}) = \alpha(E_{12})P(E_{21})v_g,$$

tal que tem-se o coeficiente de absorção entre os níveis E_1 e E_2 como

$$\alpha(E_{21}) = B_{21}[f_1 - f_2]/v_g.$$

A velocidade de grupo v_g é definida como

$$v_g = \frac{d\omega}{dk},$$

tal que com $k = \bar{n}k_0 = \bar{n}\omega/c$

$$v_g = \frac{c}{\bar{n}},$$

e o coeficiente de absorção é

$$\alpha(E_{21}) = B_{21}|f_1 - f_2| \frac{\bar{n}}{c}.$$

O valor de B_{21} pode ser obtido a partir de considerações sobre a interação entre o campo eletromagnético e os estados eletrônicos, aplicando-se teoria de perturbação dependente do tempo.

Seja o Hamiltoniano de um elétron se movendo em um potencial eletromagnético não-conservativo dependente do tempo

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{1}{2m} \cdot (i\hbar\nabla - e\vec{A})^2 + V(\vec{r}) \\ &= \frac{1}{2m} (-\hbar^2\nabla^2 + e^2\vec{A}^2 - 2ie\hbar\vec{A} \cdot \nabla) + V(\vec{r}), \end{aligned}$$

tal que desprezando-se o termo em \vec{A}^2 , tem-se o Hamiltoniano na forma

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int},$$

onde $\hat{H}_0 = -(\hbar^2/2m)\nabla^2 + V(\vec{r})$ é o potencial do sistema cristalino e $\hat{H}_{int} = -(ie\hbar/m)\vec{A} \cdot \nabla$ é o potencial de interação eletromagnético, que aqui é considerado como uma perturbação sobre \hat{H}_0 , cujos autoestados são conhecidos (a estrutura de bandas até aqui tratada).

A componente-z do vetor potencial é da forma

$$\vec{A}_z = -\frac{\partial \vec{A}_z}{\partial t} = i\omega \vec{A}_z,$$

sendo o campo magnético dado por

$$\vec{H}_z = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}^{(z)} = -\frac{i}{\mu_0} (k_y \hat{x} - k_x \hat{y}) A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}.$$

O vetor de Poynting então é

$$\vec{S}^{(z)} = \vec{E} \times \vec{H} = -\frac{\omega}{\mu_0} (k_y \hat{x} - k_x \hat{y}) A^2 e^{2i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}.$$

Calculando-se, do mesmo modo, $\vec{S}^{(x)}$ e $\vec{S}^{(y)}$, obtém-se, como generalização

$$\vec{S} = \vec{S}^{(x)} + \vec{S}^{(y)} + \vec{S}^{(z)} = -\frac{2\omega}{\mu_0} \vec{k} A^2 e^{2i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})},$$

sendo o módulo de \vec{S} então

$$|\vec{S}| = \frac{2\omega k}{\mu_0} A^2 = \frac{\bar{n}\omega^2}{\mu_0 c} A^2.$$

O módulo do vetor de Poynting é equivalente à intensidade do fluxo de photons, dado pela energia do photon multiplicado pela velocidade de grupo,

$$|\vec{S}| = \hbar\omega \frac{c}{\bar{n}} = \frac{2\hbar\omega^2}{\mu_0 c} A^2,$$

e então obtemos

$$A^2 = \frac{\hbar}{2\epsilon_0 \bar{n}^2 \omega},$$

ou seja, agora o Hamiltoniano de interação é

$$H_{int} = -\frac{ie\hbar}{m} \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\epsilon_0 \bar{n}^2 \omega}} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \hat{n} \cdot \nabla.$$

A partir da teoria de perturbação dependente do tempo, em primeira ordem, pode-se demonstrar que a probabilidade de transição entre dois níveis E_1 e E_2 devido à interação com um potencial dependente do tempo na forma $V(t) = V e^{i\omega t}$ é dada por [19]

$$T_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i | V | f \rangle|^2 \delta(|E_i - E_f| - \hbar\omega),$$

ou seja, B_{12} é dado por

$$B_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_1 | V | \Psi_2 \rangle|^2 \delta(E_2 - \hbar\omega) \\ \frac{\pi e^2 \hbar}{m^2 \epsilon_0 \tilde{n}^2 \hbar \omega} |M_{12}|^2 \delta(E_2 - \hbar\omega),$$

onde M_{12} é o elemento de matriz

$$M_{12} = \langle \Psi_1, -i\hbar | \nabla | \Psi_2 \rangle = \langle \Psi_1 | \hat{p} | \Psi_2 \rangle,$$

onde a dependência radial $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ foi desprezada porque o intervalo em que $|\Psi_1(\vec{r})|$ e $|\Psi_2(\vec{r})|$ tem valor significativo é muito menor que λ , i.e., $\vec{k}\cdot\vec{r} \ll 1$.

4.4 Ganho em Transições Interbandas

O coeficiente de absorção obtido na seção anterior, $\alpha(E_{12})$, relaciona-se somente a transições entre dois níveis E_1 e E_2 definidos. Assim, a absorção total para photons de uma dada energia $\hbar\omega$ será a soma de todas as possíveis transições que envolvam esta diferença de energia.

Em um meio convencional (não poço-quântico) a absorção total para photons de energia $\hbar\omega$ é [5]

$$\alpha(\hbar\omega) = \int \int dE_1 dE_2 \rho_v(E_v - E_1) \rho_c(E_2 - E_c) \alpha(\hbar\omega = E_2 - E_1),$$

onde ρ_c e ρ_v são as densidades de estados para as bandas de valência e condução, e E_v e E_c são o topo da banda de valência e o fundo da banda de condução.

No caso do poço-quântico pode-se definir a densidade de estados como uma "função escada" [17]. Para a banda de condução,

$$\rho_c(E) = \sum_n H(E - E_{cn} - E_c) g_c,$$

onde $H(\epsilon)$ é a função de Heaviside (ou função "degrau"), $g_c = (m_{c,xv}^*/\pi\hbar^2)$ é a densidade de estados bi-dimensional em cada subbanda de condução definida pelo índice n (v. seção 2).

Do mesmo modo, para a banda de valência (buracos pesados),

$$\rho_v(E) = \sum_m H(E_v - E_{vm} - E) g_p,$$

com $g_p = m_{p,xv}^*/\pi\hbar^2$.

As subbandas de buracos leves tem uma forma semelhante, mas aqui elas são desprezadas porque a sua densidade de estados é muito menor que a densidade de estados dos buracos pesados (i.e., $m_{i,xy}^* \ll m_{p,xy}^*$) [2].

Substituindo-se obtém-se a absorção como

$$\begin{aligned} \alpha(\hbar\omega) &= \int \int dE_1 dE_2 \sum_m H(E_c - E_{pm} - E) g_p \sum_n H(E - E_{en} - E_c) g_e \\ &= \frac{\pi e^2 \hbar}{m_0^2 \epsilon_0 \bar{n}^2 (\hbar\omega)} |M_{12}|^2 \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega) [f_v(E_1) - f_c(E_2)] \frac{\bar{n}}{c}, \end{aligned}$$

onde

$$f_c(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - E_c)/kT} + 1}$$

e

$$f_v(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - E_v)/kT} + 1},$$

onde E_v e E_c são os quasi-níveis de Fermi para as bandas de valência e condução. Assim, desenvolvendo-se e impondo-se os limites de integração pelas funções degrau e mudando-se a notação

$$\begin{aligned} \alpha(\hbar\omega) &= \frac{e^2 m_{e,xy}^* m_{p,xy}^*}{\pi \hbar^3 m_0^2 \epsilon_0 \bar{n}^2 (\hbar\omega)} \sum_{mn} H(\hbar\omega - E_{mn}) \int_{E_c - E_{cn}}^{\infty} d\epsilon_n \int_{-\infty}^{E_v - E_{pm}} d\epsilon_m \\ &|M_{mn}|^2 \delta(\epsilon_n - \epsilon_m - \hbar\omega) [f_v(\epsilon_m) - f_c(\epsilon_n)], \end{aligned}$$

onde $\epsilon_m = E_v - E_{pm} - \hbar^2 k_v^2 / (2m_{p,xy}^*)$ e $\epsilon_n = E_c + E_{cn} + \hbar^2 k_c^2 / (2m_{e,xy}^*)$ (como dados na seção 2) e $E_{mn} = E_c - E_v - E_{cn} - E_{pm}$, a diferença entre o topo da subbanda de valência ($k_v = 0$) e o fundo da subbanda de condução ($k_c = 0$). O termo $|M_{mn}|^2$ é o elemento de matriz óptico entre um estado da subbanda m de valência (com energia ϵ_m) e um estado da subbanda n de condução (com energia ϵ_n).

Note-se que para cada termo do somatório,

$$\hbar\omega \geq E_{mn} = (E_c - E_v) + E_{cn} + E_{pm},$$

para que hajam transições devido a estes pares de subbandas, ou seja a absorção é descontínua nestes pontos. Ou então que, a mínima energia de absorção é

$$\hbar\omega \geq E_{11} = (E_c - E_v) + E_{e1} + E_{p1},$$

sendo a mínima energia de absorção para o poço-quântico maior que no caso convencional.

Então, sendo o ganho e a absorção relacionados apenas por um fator de sinal,

$$g(\hbar\omega) = -\alpha(\hbar\omega),$$

i.e., existe absorção quando o ganho é negativo, e vice-versa, tal que um laser de poço-quântico deve emitir em frequências maiores que um laser semiconductor convencional do mesmo material, sendo estas dependentes basicamente da espessura da região ativa (ou largura do poço L_z). Então,

$$g(\hbar\omega) = \frac{e^2 m_{e,xv}^* m_{p,xv}^*}{\pi \hbar^3 m_0^2 \epsilon_0 c \tilde{n}(\hbar\omega)} \sum_{mn} H(\hbar\omega - E_{mn}) \int_{E_c + E_{en}}^{\infty} d\epsilon_n \int_{-\infty}^{E_v - E_{pm}} d\epsilon_m |M_{mn}|^2 \delta(\epsilon_n - \epsilon_m - \hbar\omega) [f_c(\epsilon_n) - f_v(\epsilon_m)],$$

Considerando-se o elemento de matriz $|M_{mn}|$ entre os estados ϵ_n e ϵ_m , sendo as funções de onda (na representação das coordenadas)

$$\Psi_m(\vec{r}, \vec{k}) = \Phi_{vm}(z) u_{k_x}(\vec{\rho}) e^{i(\vec{k}_v \cdot \vec{\rho})}, \quad \vec{k}_v = \vec{k}_{vx} \vec{k}_{vy}$$

e

$$\Psi_n(\vec{r}, \vec{k}) = \Phi_{cn}(z) u_{k_x}(\vec{\rho}) e^{i(\vec{k}_c \cdot \vec{\rho})}, \quad \vec{k}_c = \vec{k}_{cx} \vec{k}_{cy},$$

$$\vec{\rho} = \vec{x} + \vec{y}.$$

Então,

$$\begin{aligned} M_{mn} &= \int d^3r \Psi_m^*(\vec{r}, \vec{k}) (i\hbar \nabla) \Psi_n(\vec{r}, \vec{k}) \\ &= -i\hbar \hat{z} \int dz \Phi_{vm}^* \frac{d}{dz} \Phi_{cn} \int d^2\rho u_{k_x}^* e^{-i\vec{k}_v \cdot \vec{\rho}} u_{k_x} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{\rho}} \\ &+ -i\hbar \hat{\rho} \int dz \Phi_{vm}^* \Phi_{cn} \int d^2\rho u_{k_x}^* e^{-i\vec{k}_v \cdot \vec{\rho}} \nabla_{xy} (u_{k_x} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{\rho}}). \end{aligned}$$

Dado que Φ_{cn} varia muito mais lentamente com z do que $u_{k_x} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{\rho}}$, o primeiro termo da soma pode ser desprezado em comparação com o segundo [2]. Considerando-se então somente o segundo termo, a primeira integral (em z) deve resultar

aproximadamente em um termo δ_{mn} , dado que o potencial para elétrons e buracos tem a mesma simetria (isto é especialmente válido para os primeiros níveis de cada poço, em que é válida a aproximação de poço infinito).

Na segunda integral o termo $u_{k_c} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}}$ tem a periodicidade da rede cristalina [21], i.e.,

$$\nabla_{x,y} u_{k_c} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}} \propto u_{k_c} e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}},$$

e dado que u_{k_c} e u_{k_v} tem a mesma forma, esta segunda integral pode ser aproximada por um termo proporcional a $\delta_{\vec{k}_c, \vec{k}_v}$ ou $\delta(\vec{k}_c - \vec{k}_v)$, i.e., as transições obedecem aproximadamente à regra de seleção- \vec{k} , não havendo transições indiretas (com transferência de momento).

Assim, o elemento de matriz pode ser aproximado por [9]

$$|M_{mn}|^2 \sim |M_b|^2 \frac{2\pi}{L_x} \delta_{mn} \delta(\vec{k}_c - \vec{k}_v),$$

onde $|M_b|^2$ é tomado do modelo de Kane para bandas em semicondutores (bulk) [9,1],

$$|M_b|^2 = \frac{m_0 E_g (E_g + \Delta)}{12 m_e^* (E_g + \frac{2}{3} \Delta)} = \zeta m_0 E_g,$$

sendo m_e^* a massa efetiva dos elétrons no fundo da banda de condução e Δ é o termo de acoplamento spin-órbita [5,4]. A regra de seleção δ_{mn} é frequentemente assumida, apesar de não ser exatamente válida [15,16,2]. Existem evidências de que a regra de seleção- \vec{k} também não seja correta [28,20], o que levaria a uma diminuição do ganho efetivo, devido à existência de transições indiretas.

Aplicando-se este resultado ao cálculo do ganho, e notando-se que agora obtêve-se um termo $|M_b|^2$ independente da energia, obtêm-se após algum desenvolvimento

$$g(\hbar\omega) = \frac{2e^2 m_r}{\hbar m_0^2 \epsilon_0 c \tilde{n} L_x (\hbar\omega)} |M_b|^2 \sum_n H(\hbar\omega - E_{nn}) \left[f_c \left(E_c + E_{cn} + \frac{m_r}{m_{e,xy}^*} (\hbar\omega - E_{nn}) \right) - f_v \left(E_v + E_{vn} - \frac{m_r}{m_{p,xy}^*} (\hbar\omega - E_{nn}) \right) \right],$$

onde $\epsilon = (\hbar^2/2m_r)k^2 (\vec{k} - \vec{k}_c + \vec{k}_v)$ e $m_r = (1/m_{e,xy}^* + 1/m_{p,xy}^*)^{-1}$, é a massa reduzida.

A derivação aqui feita é consistente com o cálculo de Dutta [9], considerando elemento de matriz com regra de seleção- \vec{k} estrita ($\Delta\vec{k} = 0$).

O resultado aqui pode ser generalizado incluindo-se o efeito de relaxação intra-bandas, i.e., seja τ o intervalo de tempo médio de espalhamento eletrônico dentro das subbandas, de tal modo que isto crie um efeito de alargamento de linha da ordem de $\Delta E = \hbar/\tau$.

Assim, sendo $g_0(\hbar\omega)$ a expressão anteriormente obtida para o ganho, obtém-se o ganho final fazendo-se a convolução

$$g(\hbar\omega) = \int dE g_0(E) \frac{1}{\pi} \frac{\Delta E}{(E - \hbar\omega)^2 + \Delta E^2},$$

lembrando-se que

$$\lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\Delta E}{(E - \hbar\omega)^2 + \Delta E^2} = \delta(\hbar\omega - E).$$

Substituindo-se e desenvolvendo-se, obtém-se o ganho final como

$$g(\hbar\omega) = \frac{2e^2 m_r}{\hbar m_0^2 c \epsilon_0 \tilde{n} L_z(\hbar\omega)} |M_b|^2 \sum_n H(\hbar\omega - E_{nn}) \int_0^\infty dE \frac{1}{\pi} \frac{\Delta E}{(E - \hbar\omega)^2 + \Delta E^2} \left[f_c \left(E_c + E_{cn} + \frac{m_r}{m_{i,rv}^*} E \right) \cdot f_v \left(E_v - E_{vn} - \frac{m_r}{m_{p,rv}^*} E \right) \right],$$

lembrando-se que para cada par nn de subbandas só existiam transições com $\hbar\omega \geq E_{nn}$. Resultados semelhantes a este, na forma, são encontrados frequentemente [23,1].

A condição para a existência de ganho é

$$f_c > f_v,$$

logo, considerando-se que $E \simeq \hbar\omega - E_{nn}$ é o máximo da Lorentziana, tem-se como resultado final que

$$E_c - E_v > \hbar\omega,$$

i.e., que a separação entre os quasi-níveis de Fermi seja maior que a energia do photon. Ou então, que o ganho é dependente da densidade de portadores (elétrons e buracos) presentes na região ativa (relacionada com a densidade de corrente injetada).

Assim, para uma região ativa não dopada (intrínseca), a densidade de portadores deve ser dada pela integração da densidade de estados sobre todo o domínio de energia, pesada pela probabilidade de ocupação (função de Fermi). Assim, para os elétrons

$$\begin{aligned} n &= \int dE \rho_c(E) f_c(E) \\ &= \frac{m_{c,z}^* kT}{\pi \hbar^2 L_z} \sum_n \ln \left(1 + e^{(E_c - E_c - E_{cn})/kT} \right), \end{aligned}$$

e para os buracos

$$\begin{aligned} p &= \int dE \rho_v(E) [1 - f_v(E)] \\ &= \frac{m_{p,z}^* kT}{\pi \hbar^2 L_z} \sum_n \ln \left(1 + e^{(E_v - E_{pn} - E_v)/kT} \right), \end{aligned}$$

$n \approx p$.

4.5 Resultados Numéricos para $InGaAsP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$)

Aqui foi feito numericamente o cálculo do ganho óptico em heteroestruturas de $InGaAsP/InP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$) no limite do *bulk*, segundo o desenvolvimento feito nas seções anteriores. Foram considerados para os parâmetros materiais $E_g = 0,953$ eV, para $T = 300$ K, $m_{c,z}^* = m_{c,xv}^* = 0,053 m_0$, $m_{p,z}^* = m_{p,xv}^* = 0,50 m_0$, $A = 0,254$ eV e $\bar{n} = 3,52 [27]$.

O primeiro passo foi a obtenção dos níveis discretos E_{cn} , E_{pn} e E_{mn} , a partir do que se obtiveram os quasi-níveis de Fermi F_c e F_v por procedimentos de zeros de funções, para uma dada densidade de portadores n . Em seguida o espectro foi obtido, ponto a ponto, considerando-se somente transições que satisfizessem a regra de seleção δ_{mn} , sem alargamento de linha.

O alargamento de linha foi incluído fazendo-se uma integração sobre o espectro de energia como descrito na seção anterior. Dado que a integração é em energia sobre um domínio infinito, o que não é possível numericamente, o que se fez foi considerar que para cada ponto E_i do intervalo de definição do espectro, deveriam estar definidos pontos por um intervalo δE de cada lado, dentro do qual a integração foi feita de forma 'bruta', e sobre os quais o espectro foi obtido sem alargamento de linha. δE deve ser tal que, considerando-se que a função é uma Lorentziana,

$$\frac{\Delta E}{(\hbar\omega - E)^2 + \Delta E^2}$$

pode-se mostrar que esta função cai aproximadamente por um fator x de seu máximo em $E = \hbar\omega$ à distância $|E - \hbar\omega| \simeq \sqrt{x}\Delta E$. Tomando-se, assim, $x = 10000$, o espectro deve ser estendido de aproximadamente $\delta E = 10\Delta E$ para se ter um erro de 10%.

A figura 4.1 mostra os resultados obtidos para o espectro de ganho/absorção em função da energia dos photons para $n = 5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. A curva tracejada representa o espectro 'abrupto' (i.e., sem alargamento de linha) e a curva contínua o espectro alargado, usando-se um alargamento de linha de $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$. Note-se que o único efeito do alargamento de linha é 'arredondar' o espectro. No eixo das abscissas estão representadas as posições da energia de *gap* e dos primeiros intervalos E_{nn_1} que correspondem aos picos do espectro. Para energias menores do que E_{11} não há absorção ou ganho. Então, com n suficientemente grande, há ganho até uma determinada energia, a partir da qual só há absorção. Na região de ganho, este sobe em 'degraus', ao passo que na região de absorção esta cresce do mesmo modo.

Na figura 4.2 está representado o ganho óptico para diversas densidades de estados, desconsiderando-se a parte de absorção (ganho < 0), em função das energias. Note-se que para n crescente a largura do espectro de ganho é crescente, com o surgimento de novos picos do espectro à medida em que este alarga. Isto seria de se esperar, por que à medida que a densidade de estados aumenta as subbandas de ordem mais alta passam a estar suficientemente populadas para permitir transições em regime de emissão estimulada.

Os limites do espectro de ganho são definidos, afora os efeitos de alargamento de linha, no limite inferior por E_{11} e no limite superior pela condição de inversão de população, que afirma que só haverá ganho para uma determinada energia $\hbar\omega$ se

$$\hbar\omega = F_c - F_v,$$

de onde se pode ver que se $F_c - F_v < E_{11}$ não haverá ganho em nenhum ponto do espectro. Na figura 4.3 está representada esta condição (curva superior) em comparação com o máximo em energia do espectro de ganho (curva inferior), mostrando que a condição não é quebrada.

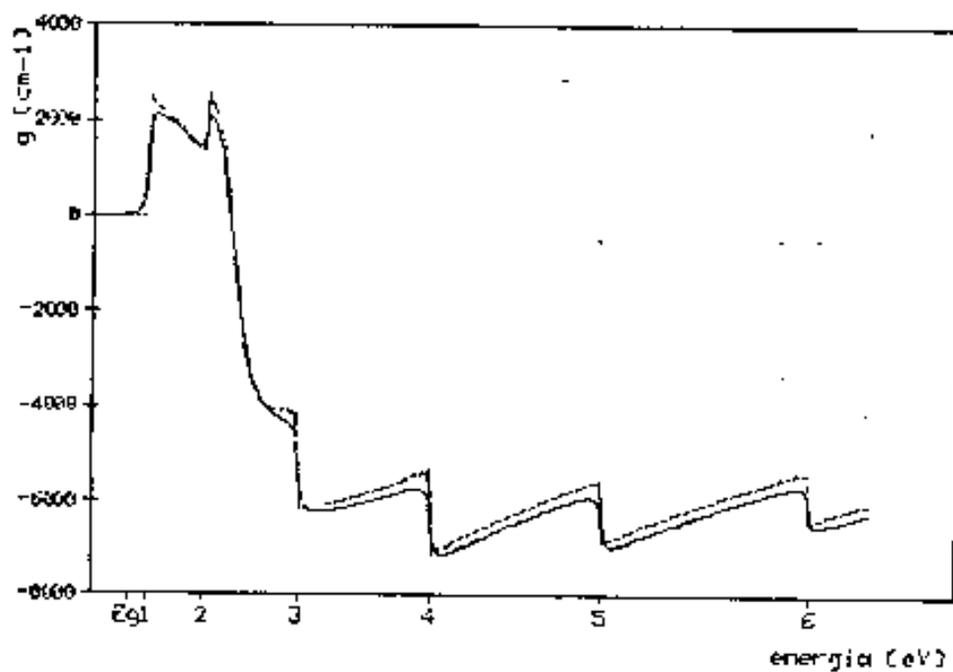


Figura 4.1: Espectro de ganho/absorção com $L_x = 100 \text{ \AA}$, $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$ e $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

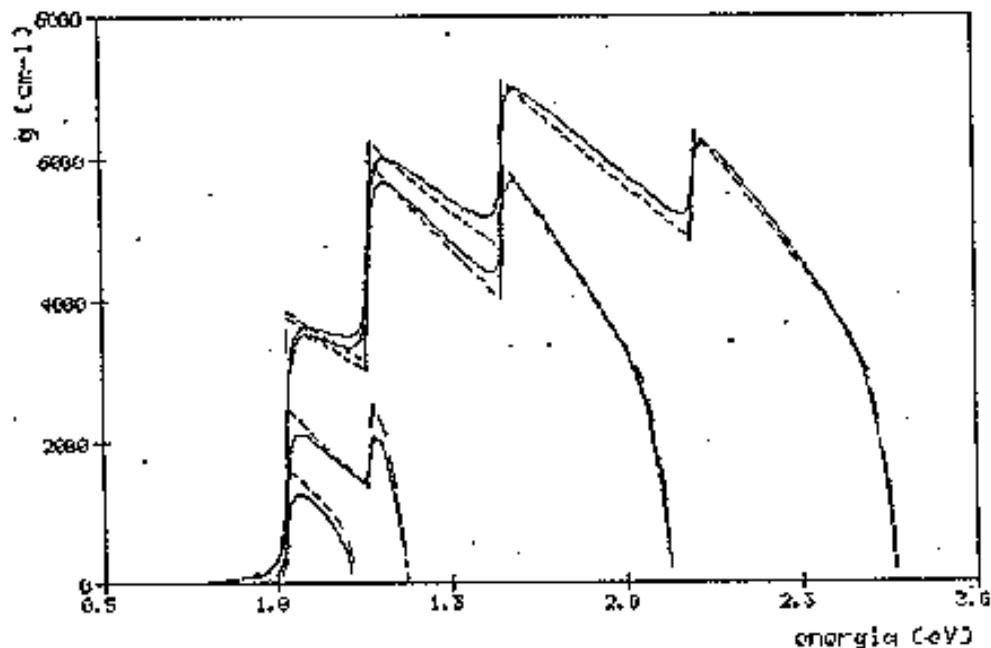


Figura 4.2: Evolução da parte positiva do espectro de ganho para as densidades de portadores crescentes $n = 5 \cdot 10^{18}$, 10^{19} , $5 \cdot 10^{19}$ e 10^{20} cm^{-3} . As linhas contínuas representam o espectro sem alargamento de linha, e as tracejadas incluindo este ($L_x = 100 \text{ \AA}$, $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$).

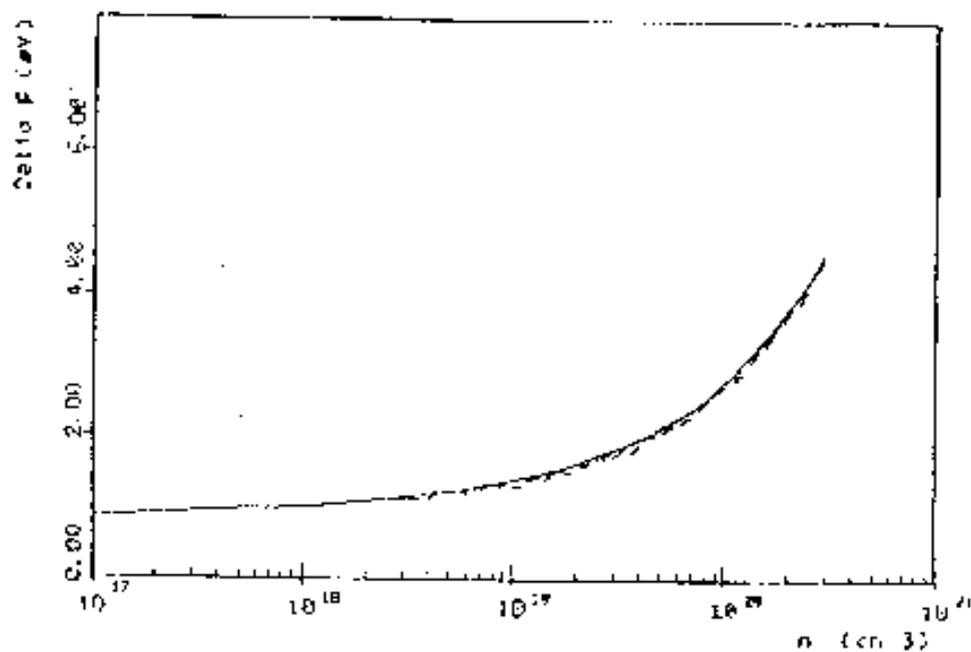


Figura 4.3: Comparação entre o limite máximo do espectro de ganho (linha tracejada, ou inferior) e a diferença entre os quasi-níveis de Fermi (linha contínua, superior), mostrando que a condição de inversão de população não é quebrada.

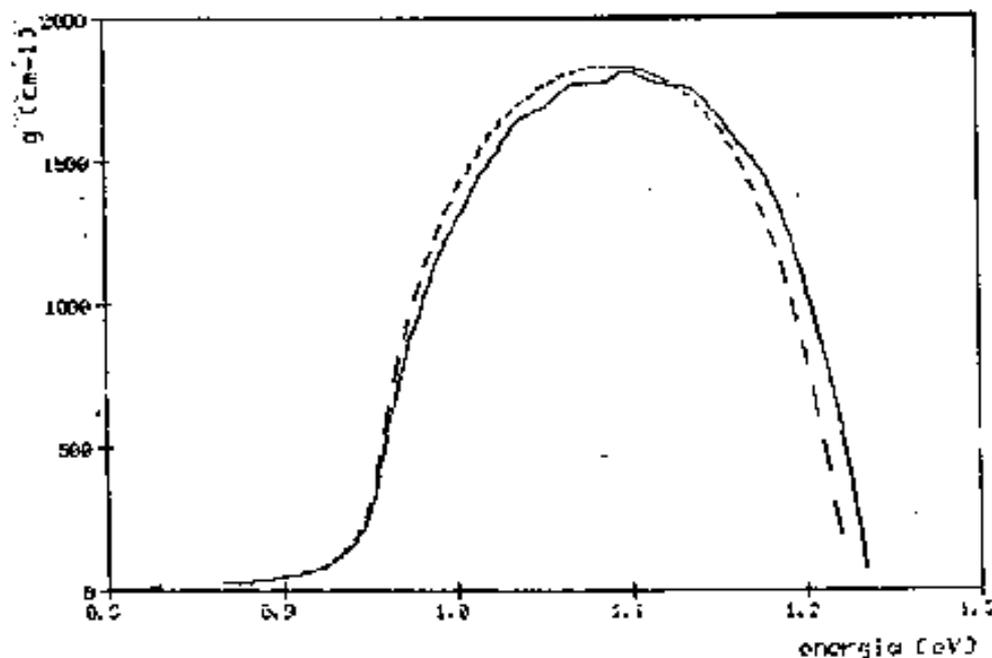


Figura 4.4: Comparação entre os espectros de ganho obtidos tomando-se $L_z = 600$ (linha contínua) e 5000 \AA (linha tracejada).

4.6 Limite Macroscópico

Aqui foi feita a 'extensão macroscópica' do cálculo do espectro de ganho, i.e., como este se comportaria no limite do *bulk*. Isto é feito considerando-se L_z extremamente largo ($\sim 1000\text{-}5000 \text{ \AA}$), com um número suficiente de subbanda dentro do poço.

Na figura 4.4 está representado o espectro de ganho para $n = 8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, com $L_x = 600 \text{ \AA}$ (linha contínua) e $L_z = 5000 \text{ \AA}$ (linha tracejada), com um máximo de 10000 subbandas consideradas. Note-se que nos espectros não existe diferença considerável, o que significa que o limite do *bulk* foi atingido (supondo-se o modelo válido). Pode-se observar também que existe uma queda na diferença $F_c - F_v$, de $1,243 \text{ eV}$ para $1,231 \text{ eV}$, o que é entendível considerando-se que as subbandas estão mais 'compactadas'.

Na realidade, o modelo não tem sentido físico neste limite. Uma de suas suposições básicas era de que o Hamiltoniano do sistema eletrônico pudesse ser separado na direção perpendicular às heterojunções, o que seria válido se a diferença de energia entre dois níveis fosse grande em relação a $\hbar/2\pi r = \Delta E$, onde r é o intervalo

de tempo de espalhamento médio eletrônico (seção 2). Isto leva à condição

$$\frac{\hbar^2}{8m_{e,x}^*L_z^2} > \frac{\hbar}{2\pi\tau} = \Delta E,$$

ou então que

$$L_z < \sqrt{\frac{\hbar^2}{8m_{e,x}^*\Delta E}},$$

tal que $L_z \leq 250 \text{ \AA}$.

Em um cálculo real, as suposições do modelo de poço-quântico não são válidas, ocorrendo uma possibilidade muito maior de transições. Uma comparação entre um resultado de cálculo real para $InGaAsP$ ($\lambda = 1,3 \mu m$) [8] e uma extensão imprópria do modelo de poço-quântico para $L_z = 5000 \text{ \AA}$ é dado pela comparação entre as figuras 4.5 e 4.6. Note-se que ganho obtido no caso poço-quântico é muito menor, além de que a densidade de portadores injetada deve ser maior para que haja ganho.

4.7 Relações entre Ganho e Densidade de Portadores

Uma das informações principais para o modelamento de lasers semicondutores é a relação entre o ganho óptico e a densidade de portadores injetados na região ativa. Esta relação é em geral assumida como a relação entre o máximo de ganho do espectro em função da densidade de portadores envolvida.

No caso do poço-quântico, como se pode ver na figura 4.2, não existe, em geral um único máximo ou pico, i.e., com o aumento de n pode haver o aparecimento de novos picos, mas também estes podem ficar mais altos do que os anteriores, que devem assim se 'saturar'.

Aqui foi obtido, calculando-se para cada n o espectro de ganho (com alargamento de linha) o valor do ganho nos primeiros máximos locais ($g > 0$). O resultado está mostrado na figura 4.7 para os três primeiros picos em uma heteroestrutura com $L_z = 100 \text{ \AA}$, usando-se $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$, com n entre 10^{18} e 10^{21} cm^{-3} . A figura 4.8 mostra a posição em energia dos picos.

Note-se que cada um dos máximos cresce quase linearmente até um patamar em que se satura, e coerentemente com a figura 4.2, o surgimento dos picos de ordem mais alta é progressivo com o aumento de n . Isso indica que, com n crescente,

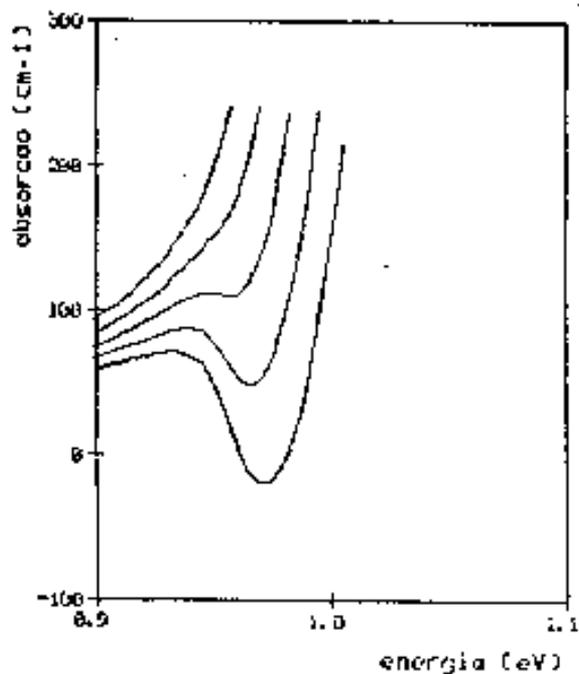


Figura 4.5: Cálculo no 'limite macroscópico' do espectro de ganho/absorção usando-se $L_z = 5000 \text{ \AA}$ para $n = 10^{18}$, $1,2 \cdot 10^{18}$, $1,4 \cdot 10^{18}$, $1,6 \cdot 10^{18}$ e 10^{19} cm^{-3} . As curvas correspondentes são crescentes.

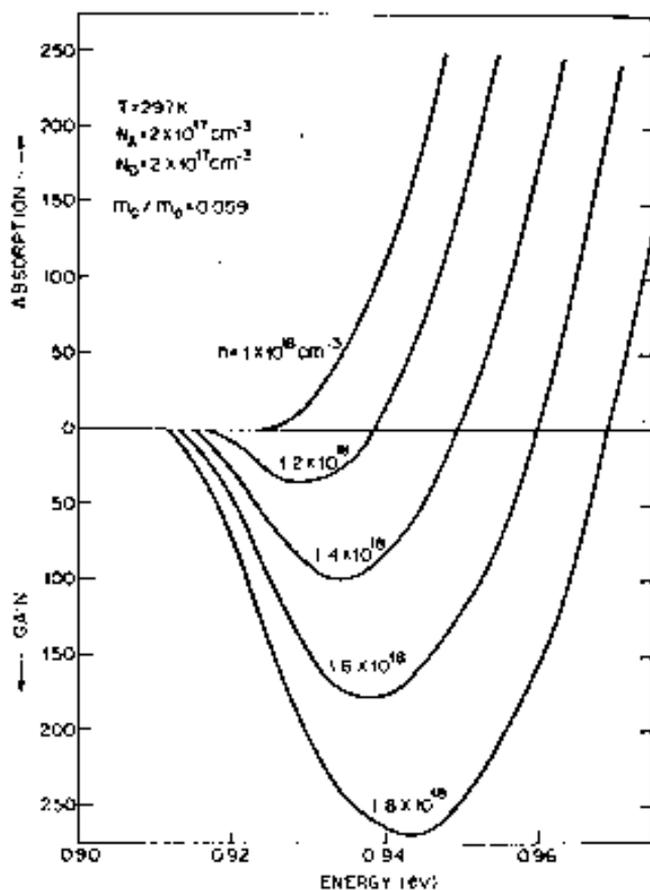


Figura 4.6: Cálculo do espectro de ganho/absorção feito para o bulk de InGaAsP ($\lambda = 1,3\ \mu\text{m}$) usando-se os mesmos valores da figura anterior (N.K. Dutta, *J. App. Phys.* 53(11), pp.7211-14, Nov. 1982).

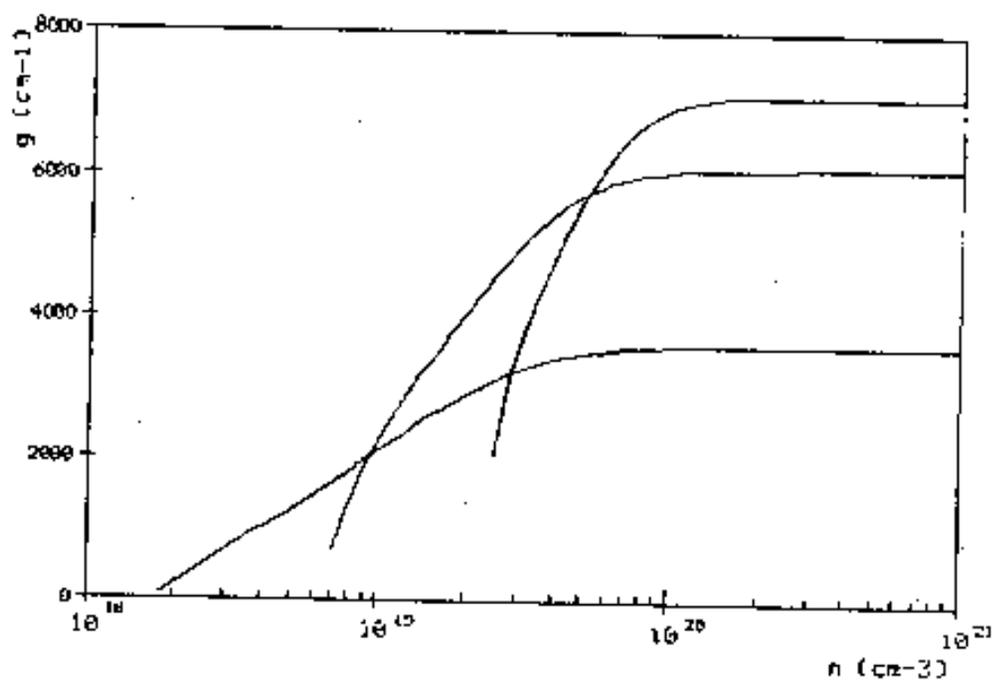


Figura 4.7: Variação dos três primeiros máximos locais do espectro de ganho em função da densidade de portadores n .

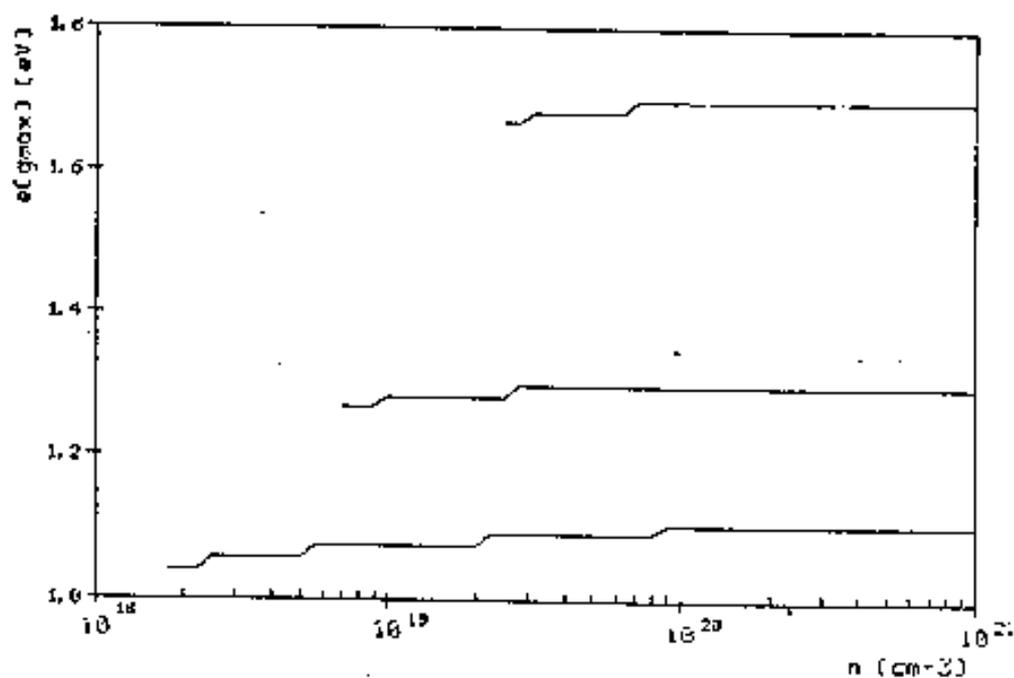


Figura 4.8: Posições dos três primeiros máximos locais do espectro de ganho em função da densidade de portadores n .

os estados de energia mais alta passam a ficar mais populados e contribuir mais para as transições ópticas, primeiro dentro das mesmas subbandas e depois nas subbandas seguintes.

Isto pode resultar em um caso interessante, por exemplo, em que o ganho limiar necessário para um laser de poço-quântico esteja acima do patamar do primeiro pico, mas não do segundo, i.e., este funcionaria (seu espectro de emissão seria máximo) em frequências próximas ao do segundo pico, tal que aumentando-se a corrente injetada, este passasse a funcionar nas frequências do terceiro pico. Deste modo, com cuidadosa manipulação dos parâmetros do laser, poder-se-iam projetar dispositivos que funcionassem tanto no primeiro pico em diante, como do segundo em diante, etc.

Capítulo 5

Laser de Heteroestrutura de Confinamento Separado de Poço-Quântico

5.1 Introdução

Aqui será vista a aplicação do cálculo de ganho óptico para heteroestruturas de poço-quântico obtido anteriormente (cap. anterior) em lasers de heteroestrutura de confinamento separado de área larga (*broad area*).

O desenvolvimento feito (cap. 2) para o laser de confinamento separado é utilizado aqui de maneira direta no tocante à sua parte óptica (confinamento óptico), para lasers com parâmetros $[d, t, L]$, sendo que a relação entre o ganho óptico e a densidade de portadores na região ativa é obtida a partir dos resultados para heteroestruturas do tipo poço-quântico de largura L_x .

Os resultados aqui apresentados não tem interesse em ser realistas no sentido que partindo de uma série de aproximações e simplificações teria perdido uma boa parte de sua confiabilidade, pretendendo mostrar como seria o comportamento de uma laser de poço-quântico com uma determinada geometria (no caso, o confinamento separado), em função da variação de seus parâmetros, que podem influenciar tanto no espectro de ganho como no confinamento e perdas ópticas.

Na seção 2 serão vistos os resultados para um laser de heteroestrutura de confinamento separado de poço-quântico, variando-se a largura do poço L_x (ou região ativa d), considerando-se diferentes valores de espessura das camadas adjacentes t . Em 3 serão vistos resultados similares, porém variando-se a largura da cavidade L , o que implica em uma variação das perdas ópticas para confinamento óptico e espectro de ganho constantes.

5.2 Efeito da Variação da Largura do Poço

O procedimento aqui utilizado foi que para cada conjunto de parâmetros [$d \equiv L_x, t, L$] fosse obtido o confinamento óptico $\Gamma(d, t)$ devido a uma estrutura de confinamento separado (cap. 2), após o que foi obtido o ganho limiar necessário para um comprimento de cavidade L , usando-se a já 'clássica' relação

$$g_{th} = \frac{1}{\Gamma(d, t)L} \ln(1/R) ,$$

sendo a definição de R a mesma dada anteriormente. O ganho óptico é função da largura do poço L_x (ou região ativa d) e da densidade de portadores injetada n , e é tomado como o máximo do espectro de ganho para cada n e L_x . Assim, a densidade de portadores limiar n_{th} é tomada como a densidade de portadores n que resulta em um ganho óptico g_{th} , i.e.,

$$g_{th} = g(n_{th}, L_x) .$$

Este procedimento é feito como um procedimento de zero de funções numérico, de uma função 'transcendental' (numérica) em função da variável n , notando-se que o ganho só é interessante quando é positivo, logo, o cálculo é facilitado considerando-se que para haver ganho a diferença entre os quasi-níveis de Fermi deve ser

$$F_c - F_v > E_{11} ,$$

e que o ganho (positivo) é limitado por

$$E_{11} \leq \hbar\omega \leq F_c - F_v ,$$

que são os limites em que deve ser encontrado o máximo, se este existir, caso contrário pode ser definido como nulo.

A corrente limiar é obtida a partir da densidade de portadores limiar como [5]

$$J_{th} = \frac{n_{th} e d}{\tau_e} ,$$

onde e é a carga eletrônica e τ_e é o tempo de vida médio dos portadores dentro da região ativa, que pode ser dado por [2]

$$\tau_e = (B_{eff} n_{th})^{-1} ,$$

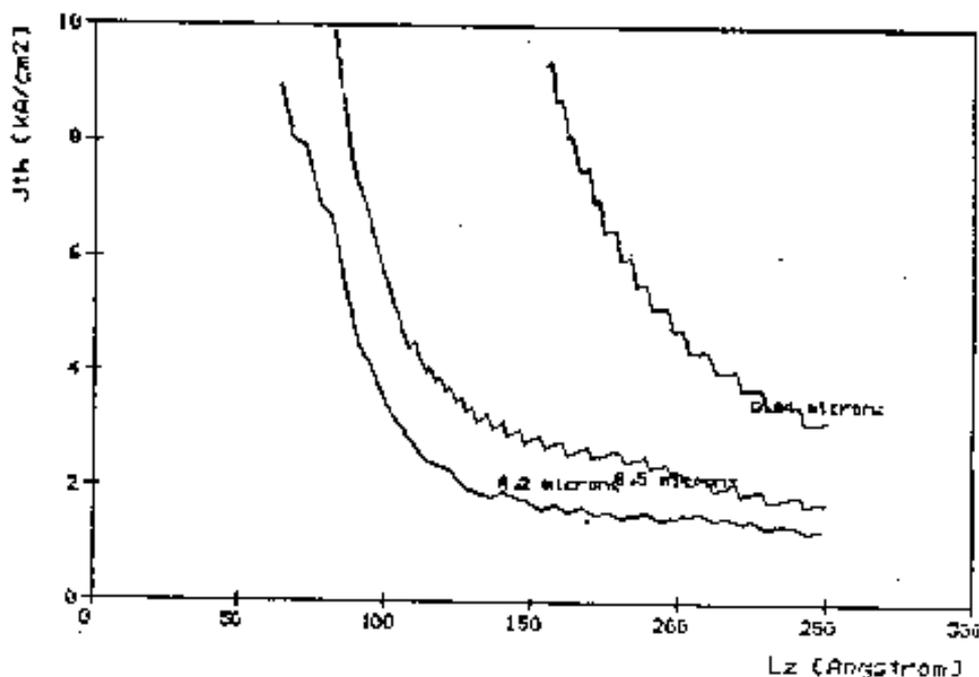


Figura 5.1: Corrente limiar em função da largura da região ativa para diferentes valores de espessura das camadas adjacentes. De baixo para cima, $t = 0,2, 0,5$ e $0,8 \mu\text{m}$.

sendo B_{eff} o coeficiente de recombinação radiativa, independente da temperatura, e que deve levar em conta todos os efeitos de transições radiativas, não radiativas e de corrente de fuga, tal que agora

$$J_{th} = B_{eff} e d n_{th}^2.$$

Nos resultados abaixo foram utilizados os mesmos parâmetros do capítulo anterior além de $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$ e $B_{eff} = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-10} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ [30]. O termo B_{eff} aqui utilizado foi para a relação entre ganho e densidade de portadores em lasers de heteroestrutura enterrada de InGaAsP ($\lambda = 1,5\text{-}1,6 \mu\text{m}$), e se mostrou bastante adequado para o cálculo do mesmo tipo de heteroestrutura com $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ feito (cap. 3), logo ele pode ser suposto adequado aqui.

A figura 5.1 mostra os resultados obtidos para a corrente limiar J_{th} com L_z entre 50 e 500 Å, usando-se diferentes larguras das camadas confinantes t , o que mostra que se pode obter por uma variação do confinamento óptico uma variação do ganho limiar g_{th} e correspondentemente de n_{th} e J_{th} .

No limite de L_z muito pequeno é fácil ver que Γ também é pequeno, e portanto J_{th} deve ser sempre crescente com L_z decrescente. No outro extremo, sabendo-se

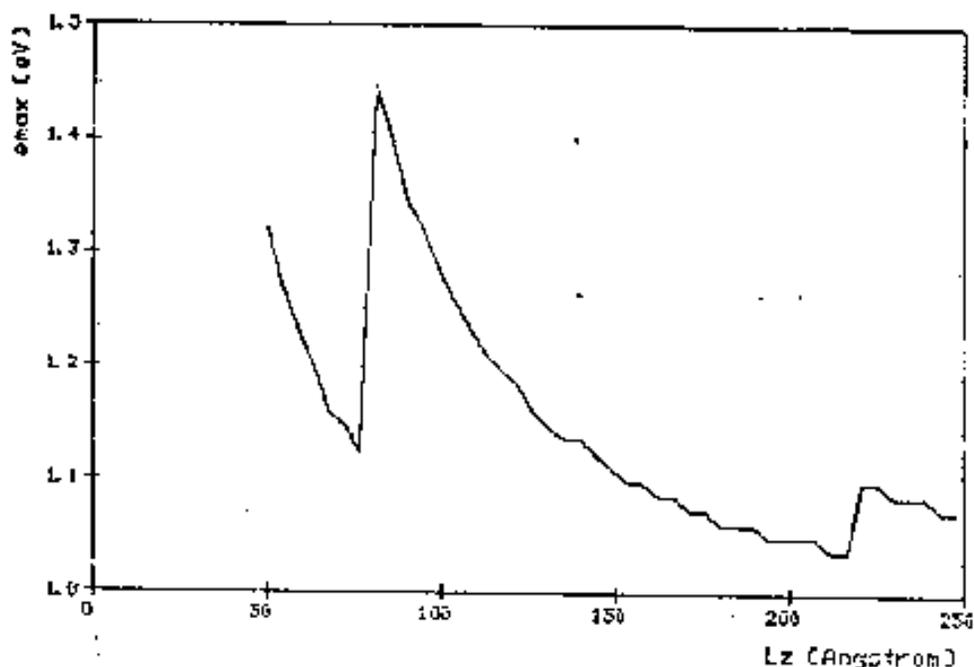


Figura 5.2: Localização dos máximos do espectro de emissão para $t = 0,2 \mu m$, em função da largura da região ativa.

que o espectro de ganho passa a ser cada vez invariante em relação a L_z , i.e.,

$$\left. \frac{\partial g(n, L_z, \hbar\omega)}{\partial L_z} \right|_{L_z > 600 \text{ \AA}} = 0,$$

então, com L_z crescente Γ é crescente até se satura em d , e por outro lado $J_{th} \propto d$. Portanto, em algum ponto à direita, depois de um mínimo, J_{th} deve voltar a crescer. No entanto, note-se que o cálculo é limitado pela validade da aproximação do modelo de poço-quântico neste limite, sendo visto no cap. anterior que ele é válido com

$$L_z < 250 \text{ \AA}.$$

A figura 5.2 mostra os resultados obtidos para a localização, no espectro de ganho, dos máximos de ganho necessários para igualar o ganho limiar (ou equivalentemente, onde seria o máximo do espectro de emissão do laser) em função da largura da região ativa L_z , considerando-se $t = 0,2 \mu m$, com $L = 400 \mu m$.

Aqui pode-se ver que, com o aumento de L_z existem dois fenômenos simultâneos: em primeiro lugar que as subbandas passam a estar cada vez mais comprimidas,

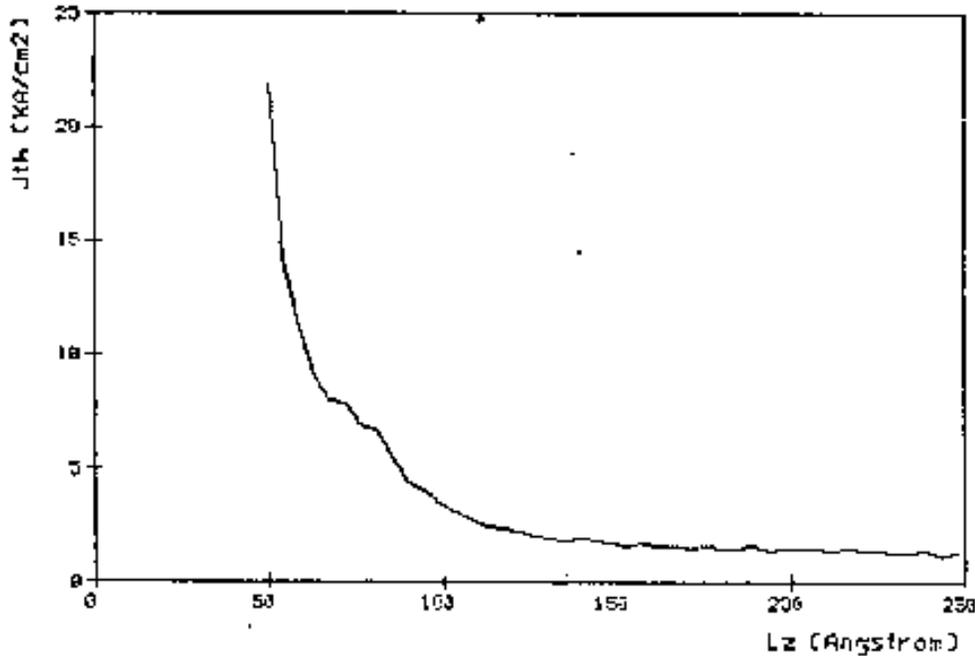


Figura 5.3: Cálculo da densidade de corrente limiar correspondente à figura anterior.

fazendo com que a localização dos picos do espectro de ganho se desloquem para valores menores; ao mesmo tempo pode ocorrer que para um determinado L_z , o valor do ganho limiar necessário seja satisfeito por dois picos do espectro para determinada densidade de portadores, tal que com um pequeno aumento de L_z o pico de ordem mais baixa se satura em n e o ganho limiar passa a ser satisfeito pelo segundo pico, havendo assim um salto no máximo do espectro de emissão. Na figura 5.3 está representado o cálculo da densidade de corrente limiar correspondente, notando-se que nos pontos em que há transição há também uma discontinuidade na derivada $\partial J_{th}/\partial L_z$, o que significa que a relação

Comparando-se os valores típicos para a densidade de corrente limiar J_{th} obtidos aqui com os resultados para o laser de confinamento separado convencional obtidos anteriormente (cap. 2), pode-se ver que, ao contrário do que acontece com os lasers de *GaAs* [15,16] a passagem para o limite de poço-quântico no caso do *InGaAsP* aqui tratado não diminui apreciavelmente a corrente limiar [36].

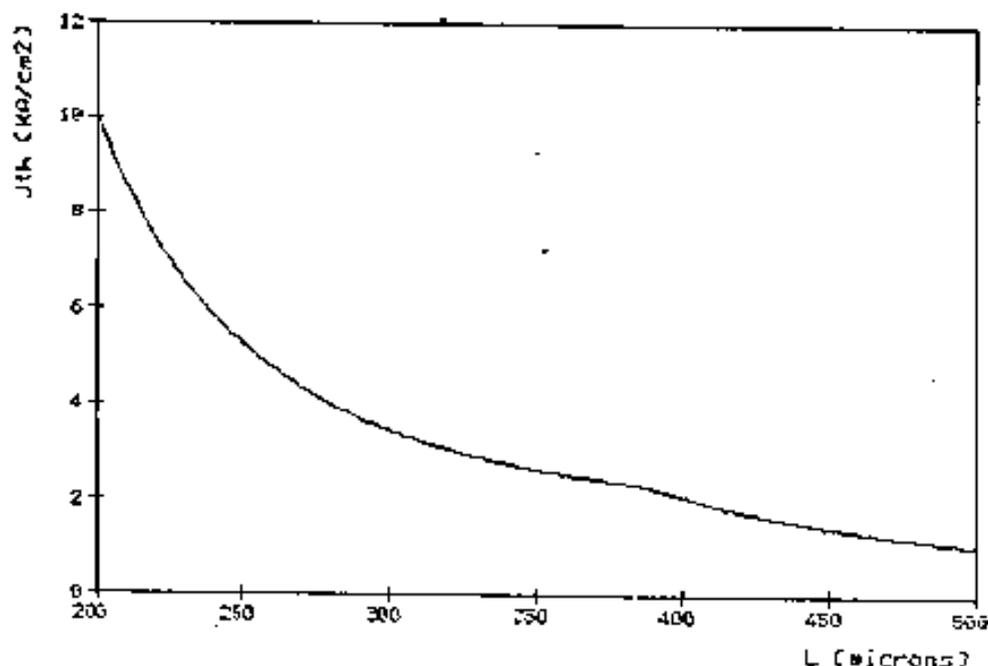


Figura 5.4: Variação da densidade de corrente limiar com o comprimento da cavidade óptica.

5.3 Efeito da Variação da Largura da Cavidade

Aqui foi feito o mesmo procedimento, com a diferença que o parâmetro mudado foi a largura da cavidade óptica L , que muda o ganho limiar diretamente, sem envolver o confinamento óptico, e mantendo inalterado o espectro de ganho.

O resultado para a J_{th} é mostrado na fig. 5.4, com $L_s = 100 \text{ \AA}$ e $t = 0,2 \mu m$. Aqui é fácil ver que com o aumento de L há uma diminuição do ganho necessário, fazendo que J_{th} caia, e no sentido inverso o contrário. Note-se que há uma discontinuidade na derivada da curva, tal que, observando-se a figura 5.5 (que representa, para o mesmo cálculo, a posição do máximo do espectro de emissão do laser) pode se ver que existe uma discontinuidade nesta, no mesmo ponto, isto devido ao fato de que um ganho limiar mais baixo é satisfeito por um pico do espectro de ordem mais baixa, tal que este se satura em função de n , fazendo que com o aumento do ganho limiar (L menor), seja necessária a excitação de outro pico, observando que ambos tem relações ganho \times corrente diferentes.

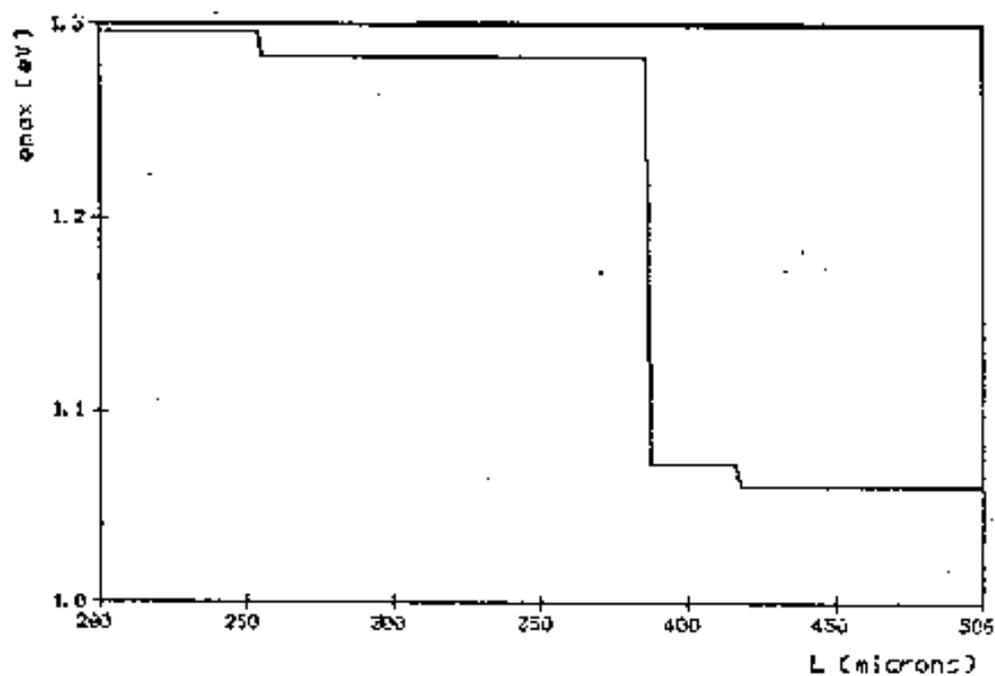


Figura 5.5: Posição dos máximos do espectro de emissão em correspondentes à figura anterior.

Capítulo 6

Conclusão

O trabalho aqui realizado permite concluir que é possível a descrição teórica de lasers semicondutores partindo de modelos simples, podendo-se utilizar esta descrição como primeira informação para um cálculo mais refinado e/ou um procedimento experimental que objetive confirmar os resultados obtidos. O mesmo raciocínio é válido se o interesse for obter a otimização de uma determinada característica do dispositivo final, como o que foi feito aqui para a corrente limiar.

Deste modo, existe interesse no caso do laser de heteroestrutura enterrada (*buried*), de se estudarem novas características, tais como modos transversais de ordem mais alta e utilizar-se este modelo como base para o cálculo de características de lasers DFB, tomando-se por base o modelo óptico desenvolvido aqui.

O trabalho realizado com estruturas de poço-quântico desenvolvido aqui tem um interesse apenas demonstrativo, tendo se mostrado entretanto coerente com observações experimentais. O estudo feito do confinamento óptico do mesmo modo, tem interesse apenas como técnica auxiliar, não sendo inovante. Este poderia ser combinado com o laser de estrutura enterrada, permitindo a simulação de um tipo muito comum de estrutura.

Deve ser considerado ainda que o desenvolvimento aqui feito é diretamente aplicável para outras ligas de *InGaAsP* e *GaAs/GaAlAs*, por uma extensão direta, apenas se trocando os parâmetros materiais e as relações ganho \times densidade de portadores e densidade de corrente injetada \times densidade de portadores.

Bibliografia

- [1] Y. Arakawa e A. Yariv, "Theory of gain, modulation response and spectral linewidth in $AlGaAs$ quantum well lasers", *IEEE J. Quantum Electr.* QE-21(10), pp. 1666-74, Oct. 1985.
- [2] M. Asada, A. Kameyama e Y. Suematsu, "Gain and intervalence band absorption in quantum-well lasers", *IEEE J. Quantum Electr.* QE-20(7), pp. 745-53, Jul. 1984.
- [3] H.C. Casey, Jr., M.B. Panish, W.O. Schlosser e T.L. Paoli, "GaAs - $Al_xGa_{1-x}As$ heterostructure laser with separate carrier and optical confinement", *J. App. Phys.* 45 (1), pp. 322-33, Jan. 1974.
- [4] H.C. Casey, Jr. e F. Stern, "Concentration-dependent absorption and spontaneous emission of heavily doped GaAs", *J. App. Phys.* 47 (2), pp. 631-43, Feb. 1976.
- [5] H.C. Casey e M.B. Panish, *Heterostructure Lasers, Part A: Fundamental Principles*, Academic Press, New York, 1978.
- [6] R. Dingle, "Confined carrier quantum states in ultrathin semiconductor heterostructures", in *Festkörperprobleme - Advances in Solid State Physics, vol. XV*, H.J. Queisser ed., Pergamon-Vieweg, New York, 1975.
- [7] L.M. Dolginov *et al.*, "CW $InGaAsP/InP$ injection lasers with very low threshold current density at room temperature", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-21 (6), pp. 646-49, Jun. 1985.
- [8] N. K. Dutta, "Calculated absorption, emission and gain in $In_{0.72}Ga_{0.28}As_{0.6}P_{0.4}$ ", *J. App. Phys.* 51 (12), Dez. 1980.
- [9] N.K. Dutta, "Calculated threshold current of GaAs quantum well lasers", *J. App. Phys.* 53 (11), pp. 7211-14, Nov. 1982.

- [10] N.K. Dutta, "InGaAsP laser with semi-insulating current confining layers", *Appl. Phys. Lett.* 48 (23), pp. 1572-73, Jun. 1986.
- [11] N.C. Frateschi e A.R.B. de Castro, "Perturbation theory and the 'effective refractive index' approach", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-22 (1), Jan. 1986, pp. 12-15.
- [12] N.C. Frateschi, *Estudo de Técnicas Perturbativas para Aplicação a Lasers Semicondutores*, Tese de Mestrado, IFGW-UNICAMP, Outubro 1986.
- [13] N.C. Frateschi e A.R.B. de Castro, "Calculation of threshold current in a diode laser and design of a laser-array", *Rev.Fís.Apl. e Instr.* 2 (1), pp. 44-57, 1987.
- [14] J.E. Goell, "A circular harmonic analysis of rectangular dielectric waveguides", *The Bell Sys.Tech.J.* 48, pp.2133-60, Set. 1969.
- [15] N. Holonyak, Jr., R.M. Kolbas, R.D. Dupuis e P.D. Dapkus, "Quantum well heterostructure lasers", *IEEE J.Quantum Electr.* QE-16(2), pp. 170-86, Fev. 1980.
- [16] N. Holonyak, Jr, "Quantum well semiconductor lasers (review)", *Sov.Phys. Semicond.* 19(9), pp. 943-58, Set. 1985.
- [17] M.J. Kelly e R.J. Nicholas, "The physics of quantum well structures", *Rep. Prog. Phys.* 48, pp. 1699-1741, 1985.
- [18] H.M. Kolbas e N. Holonyak, Jr., "Man-made quantum-wells: a perspective on the finite square-well problem", *Am.J.Phys.* 52(5),pp. 431-37, Maio 1984.
- [19] L.D. Landau e E. Lifchitz, *Mécanique Quantique*, Mir, Moscou, 1966.
- [20] P.T. Landsberg, M.S. Abrahams e M. Osifski, "Evidence of no k -selection rule in gain spectra of quantum well AlGaAs laser diodes", *IEEE J. Quantum Electr.* QE-21 (1), pp.24-28, Jan. 1985.
- [21] O. Madelung, *Festkörpertheorie I*, Springer Verlag, Heidelberg, 1972.
- [22] E.A.J. Marcatilli, "Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics", *The Bell Sys.Tech.J.* 48, pp.2071-2102, Set. 1969.
- [23] P.W.A. McIlroy, A. Kurobe e Y. Uematsu, "Analysis and theoretical gain curves to the design of multi-quantum well lasers", *IEEE J. Quantum Electr.* QE-21(12), pp.1958-63, Dez. 1985.

- [24] A. G. Milnes, "Semiconductor heterojunction topics: introduction and overview", *Solid State Electr.* 29 (2), pp. 99-121, Fev. 1986.
- [25] I. Mito *et al.*, "InGaAsP Double-Channel-Planar Buried heterostructure laser diode (DC-PBH-LD) with effective current confinement", *J. Lightw. Tech.* LT-1 (1), pp. 195-202, Mar. 1984.
- [26] M.B. Panish, H.C. Casey, Jr., S. Sumski e P.W. Foy, "Reduction of threshold current density in GaAs - Al_xGa_{1-x}As heterostructure lasers by separate optical and carrier confinement", *App.Phys.Lett.* 22 (11), pp. 590-91, 1 Jun. 1973.
- [27] *GaInAsP Alloy Semiconductors*, J.P. Pearsall ed., John Wiley & Sons Ltd, 1982.
- [28] B. Saint-Cricq, F. Lozes-Dupuy e G. Vassilieff, "Well width dependence of gain and threshold current in GaAlAs single quantum well lasers", *IEEE J. Quantum Electr.* QE-22 (5), pp.625-30, Maio 1986.
- [29] K.V. Shalimova, *Física de los Semiconductores*, Mir, Moscou, 1975.
- [30] K. Stubkjaer, M. Asada, S. Arai e Y. Suematsu, "The effect of loss and non-radiative recombination on the temperature dependence of threshold current in 1.5-1.6 μm GaInAsP/InP lasers", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-19, pp. 917-23, Jun. 1981.
- [31] A. Sugimura, "Threshold currents for AlGaAs quantum well lasers", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-20 (7), pp. 336-43, Abr. 1984.
- [32] K. Tanaka *et al.* "Semi-insulator-embedded InGaAsP/InP flat-surface buried heterostructure laser", *Appl. Phys. Lett.* 48 (23), pp.1572-73, Jun. 1986.
- [33] G.H.B. Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, John Wiley, 1980.
- [34] G.H.B. Thompson, "Analysis of radiative and nonradiative recombination law in lightly doped InGaAsP/InP lasers", *Electron. Lett.* 19 (5), pp. 12-15, 3 Mar. 1983.
- [35] M.G. Vasil'ev, "Three-layer waveguide InGaAsP/InP injection lasers", *Sov.J. Quantum Electron.* 14 (3), pp. 431-32, Mar. 1984.
- [36] C. Weisbuch e J. Nagle, "The physics of the quantum well laser", *Physica Scripta* 36, 1987.

Lista de Figuras

2.1	Estrutura da guia de onda e das energias de <i>gap</i> de um laser de confinamento separado.	4
2.2	Representação do sistema de coordenadas e dos índices de refração da guia de onda.	6
2.3	Confinamento Óptico em função de <i>t</i> para diferentes valores de <i>d</i> como parâmetro, tomando-se $\lambda = 1,3 \mu m$, $n_1 = 3,48$, $n_2 = 3,29$ e $n_3 = 3,20$	12
2.4	Corrente limiar J_{th} em função de <i>d</i> e <i>t</i> como variáveis, para $L = 400 \mu m$. O mínimo de J_{th} nesta região é de $0,94 kA/cm^2$, com $d = 0,16 \mu m$ e $t = 0,09 \mu m$	15
2.5	Corrente limiar J_{th} em função de <i>d</i> e <i>t</i> , usando-se $A = 1,7 \cdot 10^8 s^{-1}$, $B = 0,3 \cdot 10^{-10} cm^3/s$, $C = 3,5 \cdot 10^{-30} cm^6/s$ e $D = 2 \cdot 10^{-75} cm^{13,5}/s$ (linha contínua) e $A = 3,7 \cdot 10^7 s^{-1}$, $B = 3,4 \cdot 10^{-11} cm^3/s$, $C = 3 \cdot 10^{-29} cm^6/s$ e $D = 10^{-75} cm^{13,5}/s$ (linha tracejada), para $w = d + 2t = 0,4 \mu m$ ($L = 400 \mu m$).	16
2.6	Estruturas que suportam um único modo transversal	18
3.1	Estrutura de um laser de heteroestrutura enterrada de duplo canal.	20
3.2	Estrutura da guia de onda retangular utilizada como aproximação.	21
3.3	Comportamento geral do confinamento óptico Γ em função de <i>d</i> e <i>w</i>	26
3.4	Comportamento geral da corrente limiar I_{th} em função dos parâmetros <i>d</i> e <i>w</i> ($L = 400 \mu m$).	28
3.5	Comparação entre os resultados de I_{th} para $I = (An + Bn^2 - Cn^3 - Dn^{6,5})edLw$ (curva contínua), $I = B_{eff}n^2edLw$ (curva tracejada) e dados experimentais normalizados (+) ($L = 250 \mu m$)	29
4.1	Espectro de ganho/absorção com $L_x = 100 \lambda$, $\Delta E = 0,01 eV$ e $n = 10^{19} cm^{-3}$	45

4.2	Evolução da parte positiva do espectro de ganho para as densidades de portadores crescentes $n = 5 \cdot 10^{18}$, 10^{19} , $5 \cdot 10^{19}$ e 10^{20} cm^{-3} . As linhas contínuas representam o espectro sem alargamento de linha, e as tracejadas incluindo este ($L_z = 100 \text{ \AA}$, $\Delta E = 0,01 \text{ eV}$).	46
4.3	Comparação entre o limite máximo do espectro de ganho (linha tracejada, ou inferior) e a diferença entre os quasi-níveis de Fermi (linha contínua, superior), mostrando que a condição de inversão de população não é quebrada.	47
4.4	Comparação entre os espectros de ganho obtidos tomando-se $L_z = 600$ (linha contínua) e 5000 \AA (linha tracejada).	48
4.5	Cálculo no 'limite macroscópico' do espectro de ganho/absorção usando-se $L_z = 5000 \text{ \AA}$ para $n = 10^{18}$, $1,2 \cdot 10^{18}$, $1,4 \cdot 10^{18}$, $1,6 \cdot 10^{18}$ e 10^{18} cm^{-3} . As curvas correspondentes são crescentes.	50
4.6	Cálculo do espectro de ganho/absorção feito para o bulk de InGaAsP ($\lambda = 1,3 \mu\text{m}$) usando-se os mesmos valores da figura anterior (N.K. Dutta, <i>J. App. Phys.</i> 53(11), pp.7211-14, Nov. 1982).	51
4.7	Variação dos três primeiros máximos locais do espectro de ganho em função da densidade de portadores n	52
4.8	Posições dos três primeiros máximos locais do espectro de ganho em função da densidade de portadores n	53
5.1	Corrente limiar em função da largura da região ativa para diferentes valores de espessura das camadas adjacentes. De baixo para cima, $t = 0,2$, $0,5$ e $0,04 \mu\text{m}$	57
5.2	Localização dos máximos do espectro de emissão para $t = 0,2 \mu\text{m}$, em função da largura da região ativa.	58
5.3	Cálculo da densidade de corrente limiar correspondente à figura anterior.	59
5.4	Variação da densidade de corrente limiar com o comprimento da cavidade óptica.	60
5.5	Posição dos máximos do espectro de emissão em correspondentes à figura anterior.	61

Agradecimentos

Ao Prof. Francisco Carlos de Prince, pela idéia e orientação deste trabalho.

Ao amigo Newton Cesário Frateschi, por muitas das discussões iniciais deste trabalho, e ao amigo João Hermes Clerice por outras tantas.

Ao Prof. Bernardo Laks, por ter me mostrado um caminho de se fazer as coisas.

À CPG pelo apoio, e ao Centro de Computação do IFGW pelo suporte recebidos.

Ao CNPq e à CAPES pelo financiamento.

Ao VAX-11/780 do IFGW-UNICAMP.