

"O MÉTODO da CONTRA CORRENTE :
EXTENSÃO e RESULTADOS EXPERIMENTAIS"

RENATO de FIGUEIREDO JARDIM

ORIENTADOR : Dr. CLAUDIO SANTOS

*Este exemplar corresponde
à redação final da tese
defendida pelo aluno Renato
de Figueiredo Jardim e
aprovada pela comissão julgadora.*

Campinas, 31/03/86

[Assinatura]
Claudio Santos

Tese apresentada no Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do grau de "Mestre em Física".

Fevereiro, 1986

Para Maria Vilela, América Barreto
e Suelli Gaspar : amores infinitos.

AGRADECIMENTOS

- Ao Cláudio Santos, pela orientação deste trabalho

- Ao Bernardo Laks, pela co-orientação

- Ao Guillermo Cabrera, Reiko Turtelli, Sérgio Cama e

Oscar Ferreira, pelas discussões interessantes

- Aos técnicos Walter e Orival, pelos serviços e discussões da parte mecânica

- Ao Mecchi, pelas discussões eletrônicas

- Ao pessoal das Baixas Temperaturas, pela convivência

- Aos amigos (insubstituíveis), pelo cotidiano agradável

- Aos órgãos financiadores : CAPES e FAPESP

RESUMO

No presente trabalho são discutidos métodos experimentais utilizados para a determinação de resistividade elétrica em metais. O método convencional (método das quatro pontas ou potenciométrico) é discutido rapidamente, sendo dada maior atenção aos métodos indutivos : o método da amostra girante, o método da impedância mútua e, particularmente, o método da contra corrente.

Este é estudado sob novo aspecto, não desprezando o comportamento magnético do metal, e extendido para amostras que apresentam geometria tipo cilindro circular oco em duas situações distintas : alimentação da bobina primária por fonte de corrente e por fonte de tensão.

Para avaliar este procedimento são construídos três sistemas de bobinas distintos e medidas de resistividade elétrica, à temperatura ambiente e à temperatura de nitrogênio líquido, são efetuadas em amostras de nióbio purificado pelo processo eletrolítico em sais fundidos, de cobre, de alumínio, de latão e de bronze. Estes resultados são comparados com medidas efetuadas pelo método convencional, apresentando concordância dentro de erro máximo de 5%.

INTRODUÇÃO

O projeto de caracterização de pureza de nióbio eletrolítico, do qual esta tese constitui a fase inicial, tem por objetivo o desenvolvimento de um equipamento que permita determinar resistividade elétrica de nióbio eletrolítico ultra puro através de medidas rápidas e simples.

Escolhemos o método da contra corrente por não exigir uma geometria particular da amostra e por não envolver contatos mecânicos entre amostra e detetor, o que é crucial quando se trata de amostras puras.

Fizemos uma análise do método potenciométrico e dos métodos indutivos existentes. Fizemos uma rápida revisão da teoria existente para o método da contra corrente. O fato de as amostras de nióbio eletrolítico terem a forma geométrica original do tipo cilindro circular oco, levou-nos à extensão da teoria existente para este tipo de geometria; calculamos a permeabilidade magnética para amostras metálicas com esta geometria usando-se uma excitação que simula o decaimento de um campo magnético; consideramos os casos de bobina primária alimentada por fonte de corrente e por fonte de tensão.

Em seguida descrevemos a construção dos sistemas de bobinas e dos equipamentos eletrônicos e criogênicos utilizados.

Apresentamos os resultados de medidas de resistividade

elétrica, à temperatura ambiente e à temperatura do nitrogênio líquido, obtidas pelo método da contra corrente e pelo método potenciométrico, para amostras de nióbio eletrolítico, alumínio, cobre, latão e bronze. A comparação entre essas duas séries de medidas e aquelas apresentadas pela literatura mostram concordância dentro de um erro máximo de 5%.

O prosseguimento do presente trabalho incluirá medidas de resistividade elétrica, de metais e ligas supercondutoras, à temperatura do hélio líquido.

CAPÍTULO I - RESISTIVIDADE em METAIS

1.1	- Resistividade em metais não magnéticos	1
1.2	- Mecanismos de espalhamento dos elétrons de condução	4
	- Referências	9

CAPÍTULO II - MÉTODOS UTILIZADOS para DETERMINAÇÃO de RESISTIVIDADE em METAIS

11.1	- O método potenciométrico	10
11.2	- Os métodos indutivos	14
11.2.1	- O método da amostra girante	15
11.2.2	- O método da indutância mútua	17
11.2.3	- O método da contra corrente	20
11.2.3.1	- Teoria do método da contra corrente	23
	- Referências	26

CAPÍTULO III- EXTENSÃO do MÉTODO da CONTRA CORRENTE

111.1	- Introdução	28
111.2	- Permeabilidade magnética de um cilindro oco	31
111.3	- Bobina primária alimentada por fonte de corrente	40
111.4	- Bobina primária alimentada por fonte de tensão	45
	- Referências	51

CAPÍTULO IV - MONTAGEM EXPERIMENTAL	
IV.1 - Construção dos sistemas de bobinas	53
IV.2 - Equipamento utilizado	56
CAPÍTULO V - RESULTADOS EXPERIMENTAIS e ANÁLISES	59
CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO	64
- Referências	66
CAPÍTULO VII- PROBLEMAS PROPOSTOS	67
APÊNDICE I - PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS	68

CAPÍTULO I

RESISTIVIDADE em METAIS

1.1- RESISTIVIDADE em METAIS não MAGNÉTICOS

A resistividade elétrica de um condutor é definida como sendo a resistência deste ao fluxo de corrente elétrica, quando submetido a qualquer tipo de excitação externa; é o espalhamento dos elétrons de condução no interior do material. Para qualquer tipo de condutor, a resistividade é uma das mais importantes constante de transporte, ao lado da constante de Hall.

De um modo geral, a resistividade é função de parâmetros termodinâmicos como temperatura, pressão, campo magnético, etc; entretanto a teoria para um único elétron sujeito a um potencial periódico, com barreiras retangulares e as condições de contorno cíclicas de Von Karman fornece resistividade nula, ou seja, condutividade infinita [ref.1]. Este resultado já evidencia a influência que deve ter a interação dos elétrons de condução entre si, com imperfeições estruturais da rede e impurezas químicas, visto que as medidas de resistividade sempre acusam valores diferentes de zero (excluindo a supercondutividade, que é acompanhada do diamagnetismo perfeito), mesmo para temperaturas nas vizinhanças do zero absoluto.

Se assumirmos a resistividade apenas como função da temperatura, podemos escrevê-la como a soma de duas funções

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_i(T) \quad (1.1.1)$$

onde ρ_0 é chamada de resistividade residual e $\rho_i(T)$ de resistividade ideal. Este procedimento é conhecido na literatura como regra de Mathiessen [ref.2] que define a resistividade residual como sendo a resistividade do material para temperaturas na vizinhança do zero absoluto e a resistividade ideal, que é função da temperatura, como a contribuição dos espalhamentos dos elétrons de condução pelas vibrações térmicas da rede (os fônons) e pelos próprios elétrons entre si.

A regra de Mathiessen tem sido confirmada em experimentos onde o aumento da resistividade de um metal é independente da temperatura, quando pequenas concentrações de impurezas metálicas são adicionadas [ref.3]. Quando um átomo estranho ou defeito está presente, a periodicidade do campo na rede é quebrada neste ponto; os elétrons são espalhados e a resistividade aumenta, mesmo na ausência de excitações térmicas da rede.

Em metais amorfos e ligas desordenadas o espalhamento dos elétrons de condução por imperfeições estruturais adquirem maior importância na contribuição da resistividade, frente a contribuição devido as excitações térmicas da rede, em uma larga faixa de temperatura. Por este motivo, a dependência da resistividade com a temperatura para estes materiais é, de um modo geral, menor que 20% para intervalos de temperatura de até 800 K [ref.4].

Por outro lado, em um metal puro, o espalhamento por im-

perfeições estruturais é tão pequeno que, exceto para baixas temperaturas, ele é completamente mascarado pelo espalhamento devido as vibrações térmicas da rede. A dependência da resistividade com a temperatura para estes materiais é, em geral, linear para as temperaturas próximas a ambiente e função de T^5 para baixas temperaturas. Este resultado é conhecido como relação de Gruneisen [ref.5] e prevê, no limite de $T \rightarrow 0$, a resistividade como sendo a própria resistividade residual.

Desta forma, a razão dos valores das resistividades à temperatura ambiente e à temperaturas próximas de 0 K cresce com a pureza do metal e tem sido utilizada como um critério para a avaliação de seu grau de pureza [ref.6].

1.2- MECANISMOS de ESPALHAMENTO dos ELÉTRONS de CONDUÇÃO

De acordo com a equação (1.1.1) a resistividade elétrica de um metal pode ser escrita usando-se a relação de Mathiessen. Para um maior entendimento da resistividade ideal de um metal não magnético podemos descrever de uma forma mais geral os mecanismos de espalhamento dos elétrons de condução.

Em primeiro lugar é interessante salientar que as propriedades elétricas dos metais são determinadas pela topologia da superfície de Fermi, uma vez que a corrente elétrica é devida a variações de ocupação nos estados próximos desta superfície [ref.7]. Desta forma, para a determinação das diversas contribuições para a magnitude da resistividade elétrica dos metais são assumidos alguns mecanismos de espalhamento dos elétrons de condução.

O primeiro termo que contribui para a resistividade é o termo constante da resistividade residual, ρ_0 , que é inerente a todo metal que não seja completamente puro e estruturalmente perfeito. Para temperaturas entre 1 e 10 K, a resistividade elétrica de um metal é totalmente dominada pela resistividade residual e, geralmente, independe da temperatura. Quando o metal encontra-se em uma temperatura comparável à sua temperatura de Fermi o espalhamento dos elétrons de condução por imperfeições estruturais e impurezas químicas pode ser função da temperatura.

Para os metais alcalinos, chamados de metais simples, a teoria de férmions independentes funciona e explica as propriedades físicas relacionadas ao termo cinético do Hamiltoniano como a resistividade elétrica, a condutividade calorífica e, de um modo geral, todas as propriedades de difusão.

O modelo de férmions independentes assume que os elétrons de condução não interagem nem entre si nem com os centros iônicos da rede cristalina, são partículas livres e o Hamiltoniano que descreve o sistema apresenta apenas o termo cinético. A superfície de Fermi para este modelo é uma esfera no espaço recíproco (espaço de "momentum") e a resistividade pode ser determinada através da velocidade dos elétrons de condução na superfície e da concentração eletrônica [ref.8]. Entretanto, este modelo é muito simples e não fornece informações precisas para a maioria dos metais, logo uma extensão deste modelo é necessária, principalmente no termo potencial do Hamiltoniano. Quando introduzimos a interação eletrostática-coulombiana entre os elétrons de condução a teoria é estendida e a distribuição eletrônica de Fermi-Dirac assume participação fundamental no processo de colisões.

Para que ocorra colisões é necessário que exista inicialmente uma superfície de Fermi esférica no espaço de "momentum" como no modelo de férmions independentes; entretanto a distribuição eletrônica não é total, ou seja, existem estados ocupados e "buracos" (estados desocupados). Como a superfície é esférica, existe uma casca de largura kbT (k : constante de Boltzman e T : temperatura) onde a probabilidade de se encontrar estados preenchidos (completos) ou "buracos" com energias comparáveis é muito

grande. Uma parte substancial das colisões entre dois elétrons nesta casca será admitida pelo princípio da exclusão de Pauli e ocuparão estados distintos do estado inicial, conservando a casca sempre preenchida (conservando a energia do espalhamento).

A contribuição deste mecanismo de espalhamento é significativa para a faixa de baixas temperaturas e contribui com um termo de T^2 para alguns metais. Para metais não magnéticos esta dependência de T tem sido observada apenas em W (tungstênio), Nb (nióbio), Pd (paládio) e Pt (platina) e não parece evidente que este mecanismo de espalhamento elétron-elétron seja importante para outros metais de transição [ref.8].

Um outro tipo de espalhamento tem sido utilizado, principalmente, para explicar as propriedades dos metais refratários (Nb, Ta, etc) e foi proposto por Mott [ref.10] em 1935.

Para que este tipo de espalhamento seja relevante o metal deve apresentar duas bandas de condução: uma que contenha elétrons com baixas velocidades (elétrons itinerantes), chamada de banda d e uma outra com elétrons de altas velocidades, chamada de banda s. De acordo com o modelo proposto, a banda d deve acelerar elétrons de condução espalhados por vibrações térmicas da rede (fônons), ou seja, o espalhamento é caracterizado via fônon. A banda d atua como armadilha para estes elétrons espalhados (conhecido na literatura como espalhamento s-d) e este mecanismo fornece, para temperaturas acima da temperatura de Debye, um termo proporcional a T na resistividade do metal.

Com uma restrição sobre a distribuição eletrônica, este mecanismo prevê que a resistividade seja proporcional ao mínimo

de "quanta" das vibrações térmicas da rede; logo, para temperaturas suficientemente baixas para decompor as vibrações da rede num sistema de ondas de som, a resistividade varia com T^3 . Nestes dois limites (altas e baixas temperaturas) o comportamento da resistividade é independente de detalhes no espectro das vibrações da rede.

Para o cálculo da magnitude e do comportamento da resistividade sobre todo o domínio da temperatura Wilson [ref.11] assumiu a distribuição de Debye de excitações térmicas da rede e duas bandas de condução esféricas, a banda d e a banda s, como definido anteriormente. Os fônons causam as transições entre as duas cascas das superfícies de Fermi, porém deve existir um vetor de onda de fônon mínimo para que haja a transição entre as bandas e que defina uma temperatura mínima, abaixo da qual esta transição s-d desaparece exponencialmente. Nesta aproximação apenas os fônons longitudinais produzem flutuações no potencial da rede e portanto causam transições.

Este espalhamento fornece, para altas temperaturas, um termo com T na resistividade e, para baixas temperaturas, um termo com T^3 .

Um último tipo de espalhamento a ser considerado é o conhecido termo de Block-Grunneisen para a resistividade. Esta contribuição é causada pelo espalhamento dos elétrons de condução pelas excitações térmicas da rede, em um modelo de banda de condução esférica. Assume-se a distribuição espectral de fônons de Debye e a resistividade é função de T para altas temperaturas e, T^5 , no limite de baixas temperaturas [ref.12].

Algumas deficiências nos cálculos matemáticos deste tipo de espalhamento são bem conhecidas, entretanto as dependências da temperatura têm sido comprovadas experimentalmente para metais simples.

REFERÊNCIAS

- 1- Ashcroft, N. W. and Mermin, N. D., "Solid State Physics", Holt, Rinehart and Winston, New York (1976).
- 2- Mathiessen, A., Ann. Phys. Chem. (Pogg. Folge) 110, 190 (1860)
- 3- Abraham, J. M., Tate, C. et Deviot, B., Jour. of Less-Common Metals, 37, 181 (1974).
- 4- Cochrane, R. W. and Strom-Olsen, J. O., Phys. Review B1, 1088 (1984).
- 5- Gruneisen, E., Ergebn Exakt Naturw, 21, 50 (1950).
- 6- Clinard, F. W. and Kempter, C. P., Jour. of Less-Common Metals, 37, 181 (1968).
- 7- Meaden, G. T., "Electrical Resistance of Metals", Plenum Press, New York (1965).
- 8- Kittel, C., "Introduction to Solid State Physics", John Wiley & Sons, Inc., (1971).
- 9- Colquitt, L. J., Jour. Appl. Phys., 8, 36, 2454 (1965).
- 10- Mott, N. F., Proc. Roy. Soc. (London) A153, 669 (1935).
- 11- Wilson, A. H., Proc. Roy. Soc. (London) A167, 580 (1938).
- 12- Webb, G. W., Phys. Review, 181, 3, 1127 (1969).

CAPÍTULO II

MÉTODOS UTILIZADOS para a DETERMINAÇÃO de RESISTIVIDADE ELÉTRICA em METAIS

11.1- O MÉTODO POTENCIOMÉTRICO

Para medidas de resistividade elétrica em metais são usados dois tipos distintos de métodos experimentais : os métodos potenciométricos (método quatro pontas) e os métodos de indução.

Dentre os métodos potenciométricos o mais utilizado é o método potenciométrico D.C (corrente contínua). Estes métodos relacionam a resistividade com função das medidas de corrente elétrica, diferença de potencial e geometria da amostra metálica, ou seja, a precisão nos valores encontrados está intimamente relacionada com estas medidas. Existem algumas desvantagens substanciais dos métodos potenciométricos em relação aos métodos indutivos em geral. A mais importante vem do fato de que nos métodos potenciométricos há contatos elétricos com as amostras, proporcionando efeitos de correntes de superfície e difusão de impurezas. Um outro problema está relacionado com a dependência da resistividade com a geometria da amostra, principalmente para metais de difícil trato mecânico.

Abraham et al. [ref.1] mediram a resistividade elétrica do nióbio segundo montagem descrita na figura 2.1, utilizando o método potenciométrico.

A resistência elétrica do nióbio é determinada com precisão de 10^{-3} , onde a corrente que alimenta o sistema deve ser es-

colhida como função do diâmetro e da temperatura da amostra.

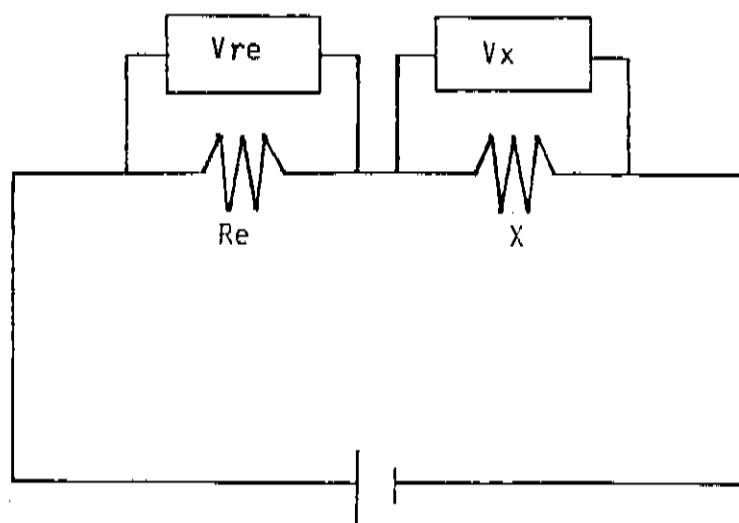


Figura 2.1- Desenho esquemático da montagem do método potenciométrico.

O valor da resistência é determinado por conservação de energia do sistema :

$$X = \frac{V_x}{V_{re}} R_e \quad (2.1.1)$$

onde X é a resistência da amostra metálica, V_x é a diferença de potencial entre seus terminais e V_{re} a diferença de potencial entre os terminais de uma resistência padrão R_e . A resistência padrão utilizada para estes experimentos é, geralmente, uma liga

metálica amorfa que apresente pequenas variações da resistividade com a temperatura na faixa de medidas. Para a eliminação das FEM parasitas as medidas são efetuadas fazendo a corrente elétrica percorrer a amostra nos dois sentidos.

A dependência da resistência com a resistividade é função da geometria da amostra, ou seja,

$$\rho(T) = \frac{R_T}{K} \quad (2.1.2)$$

onde R_T é a resistência da amostra para uma dada temperatura T , e K o seu coeficiente geométrico.

O coeficiente geométrico é dado por

$$K = \frac{L}{A} \quad (2.1.3)$$

onde L é o comprimento entre os pontos de potencial e A a área da secção transversal da amostra.

Para a determinação do coeficiente geométrico de um lote de amostras, supostamente homogêneo, utiliza-se uma amostra padrão, que apresente maior diâmetro (uma amostra de 5 mm). As medidas de comprimento apresentam maior precisão que as de secção transversal logo a determinação da secção transversal desta amostra é obtida através da densidade e com precisão de 10^{-3} . Para a determinação dos coeficientes das outras amostras mais finas é utilizada a regra de Mathiessen [ref.2],

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_i(T) \quad (2.1.4)$$

onde $\rho_i(T)$ é a resistividade ideal e, ρ_0 , a resistividade residual. Desta forma K é dado por :

$$K = \frac{\rho_{273}}{\rho_{77}} = \frac{\rho_{77}}{\rho_{77}} = \frac{\rho_{273} - \rho_{77}}{\rho_{273} - \rho_{77}} \quad (2.1.5)$$

Na equação (2.1.5), o denominador é obtido pelas medidas diretas de resistividade de uma amostra de, aproximadamente 5 mm, permitindo a determinação do coeficiente geométrico com a precisão de 10^{-3} . É conveniente notar que os efeitos da dilatação térmica são desprezados e que este método pressupõe a validade da regra de Matthiessen entre 77 e 273 K.

Desta forma, o método potenciométrico tem sido amplamente utilizado com uma precisão de 1 a 5% em suas condições mais favoráveis, ou seja, amostras de pureza não muito grande e medidas efetuadas na faixa de altas temperaturas.

11.2- OS MÉTODOS INDUTIVOS

Os métodos indutivos para a determinação de resistividade elétrica são de grande utilidade nas medidas de metais de alta pureza e faixas de temperaturas compreendidas entre 0 e 100 K. Estes métodos apresentam a vantagem de não utilizarem contatos elétricos com as amostras, evitando problemas de difusão de impurezas e correntes superficiais. Dentre estes métodos, Meaden [ref.3] listou três dos mais importantes : o método da amostra girante, desenvolvido por Zabara et al. [ref.4], o método da impedância mútua, Zimmerman [ref.5] e o método da contra corrente ou corrente de Foucault, Bean et al. [ref.6]. Pippard et al. [ref.7] apresentaram uma revisão desses métodos e evidenciaram sistemas montados por Chambers et al. [ref.8] e Daybell [ref.9], entre vários outros.

Os três métodos listados por Meaden são descritos posteriormente; maior atenção será dispensada ao método da contra corrente ou corrente de Foucault.

11.2.1- O MÉTODO da AMOSTRA GIRANTE

Neste método a resistividade da amostra metálica é determinada através da magnitude do momento de forças M , atuando sobre uma esfera condutora de raio R e velocidade angular ω , introduzida em um campo magnético de amplitude H_0 . A relação entre a condutividade elétrica e o momento de forças é determinada pela relação

$$M = \frac{3\pi\sigma\omega H_0^2 R^5}{2c^2} \times \frac{t(\sinh 2t + \sin 2t) - (\cosh 2t - \cos 2t)}{t^4(\cosh 2t - \cos 2t)} \quad (2.2.1)$$

onde

$$t = \frac{(2\pi\omega\sigma)^{1/2} R}{c} \quad (2.2.2)$$

ou seja,

$$M = \frac{3R^2 H_0^2 N(t)}{4} \quad (2.2.3)$$

No caso limite de $t \ll 1$,

$$M = \frac{2\pi\sigma\omega H_0^2 R^5}{15c^2} \quad (2.2.4)$$

Esta relação é válida quando os efeitos de indução de

auto-correntes, que são muito pequenos, são desprezados. Resistividades da ordem de 10^6 até 10^{-4} micro-ohm-cm podem ser determinadas por este método, que fornece precisão de 1%, considerada menor que o método convencional (potenciométrico). Para medidas efetuadas em uma larga faixa de temperatura a precisão decresce para 6-8% devido a grande sensibilidade do método para variações nas dimensões da amostra.

O aparato experimental consiste de um fino cilindro metálico que apresenta em uma extremidade a amostra metálica, esta é posicionada no interior de uma bobina que fornece um campo magnético constante. Na outra extremidade é construída a parte mais importante do equipamento, chamada de suspensão magnética [refs.10, 11]. Esta suspensão consiste de um cilindro ferromagnético atado ao cilindro metálico, posicionado entre um solenóide e um suporte de bobina. A suspensão magnética do ferromagnético pode ser mantida em posição estável (1-2 mm) acima do suporte de bobina através de um regulador de corrente descrito com detalhes por Esel'son [ref.12]. A variação da velocidade angular da suspensão é detectada com um fotomultiplicador e, desta forma, determina-se a resistividade da amostra. A frequência de rotação da amostra no campo varia de 1-10 ciclos/segundo e a condição para $t \ll 1$ limita a dimensão do raio da esfera. Cálculos para amostras com geometrias cilíndricas foram efetuados por Frenkel [ref.13] e fornecem o resultado

$$R_1 = \pi \omega \mu_0^2 R^2 l / 4c^2$$

$$(2.2.5)$$

11.2.2- MÉTODO da INDUTANCIA MÚTUA

Este método foi utilizado por Zimmerman [ref.5] e Chambers et al. [ref.8] para a determinação de resistividade elétrica em amostras de cobre, ligas de cobre-manganês (Cu-Mn) e ligas diluídas de mercúrio-cádmio (Hg-Cd). O método consiste de uma montagem análoga a um sistema de determinação de susceptibilidade magnética, onde a auto-indutância de uma bobina, ou a indutância mútua de duas bobinas, é reduzida quando um condutor não magnético é introduzido em uma delas. A variação da impedância do sistema, ou seja, a variação da resistência elétrica e indutância, é proporcional à resistividade da amostra.

O aparato utilizado para este método é relativamente simples, constituído de dois circuitos R-L em série, onde as bobinas são introduzidas invertidas. Um dos circuitos apresenta resistência e indutância fixas, o outro com indutância e resistência variáveis. Este sistema é "zerado" e alimentado por um oscilador de áudio com larga faixa de frequência. A introdução de uma amostra metálica no circuito R-L fixo provoca uma variação da impedância no sistema como um todo, anteriormente "zerado". A varredura de frequência do oscilador fornece uma dependência com a variação na impedância, onde uma das constantes é a resistividade.

Expressões precisas para a variação da resistência (R')

• Indutância (L') para amostras com geometria tipo cilindro circular maciço são obtidas de forma simples

$$\alpha \frac{R'}{w\mu_0} = \frac{2 M_i(x)}{x M_o(x)} \sin [H_i(x) - H_o(x) - 3/4\pi] \quad (2.2.6)$$

onde

$$x = (w\mu\sigma)^{1/2}a \quad (2.2.7)$$

$$\alpha \frac{L'}{L_o} = \frac{2 M_i(x)}{x M_o(x)} \cos [H_i(x) - H_o(x) - 3/4\pi] - 1 \quad (2.2.8)$$

onde a é o raio do cilindro, σ sua condutividade e μ a permeabilidade. $M_o(x)$, $H_o(x)$, $M_i(x)$ e $H_i(x)$ são as componentes polares das funções de Bessel $J_0(jx)$ e $J_1(jx)$, tabeladas por McLachlan [ref.14].

Para amostras com geometria esférica sujeitas a um campo uniforme direcionado ao longo do eixo do esferóide

$$\alpha \frac{R'}{w\mu_0} = \frac{6}{y^2} \left[1 - \frac{y \sinh y + \cosh y}{2 \cosh y - \cosh y} \right] \quad (2.2.9)$$

$$\alpha \frac{L'}{L_o} = \frac{3 \sinh y - \cosh y}{y \cosh y - \cosh y} - 1 \quad (2.2.10)$$

onde

$$y^2 = 2x^2 = 2\omega\sigma\mu a^2 \quad (2.2.11)$$

e a é o raio do esferóide.

A dependência de R' e L' com a resistividade depende da faixa de frequência, entretanto algumas simplificações são obtidas para frequências muito altas ou muito baixas, onde o "skin depth" é pequeno ou grande, respectivamente, comparado com o raio da amostra. No limite de altas frequências R' é proporcional a $\sigma^{1/2}$ e L' a $(1-\beta\sigma^{1/2})$, β constante. Para baixas frequências R' é proporcional $1/\rho$ e L' a ρ^{-2} .

11.2.3- O MÉTODO da CONTRA CORRENTE

Este método foi, primeiramente, utilizado por Bean et al. [ref.6] para a determinação da Razão de Resistividade Residual (RRR) para o cobre e alumínio. O efeito físico que norteia o experimento é simples, consistindo de retirar-se abruptamente um campo magnético uniforme e constante de uma amostra metálica, causando o aparecimento de contra correntes induzidas nesta. O campo magnético gerado por estas contra correntes é contrário ao campo externo aplicado e tende a zero para intervalos de tempos que dependem da geometria da amostra, sua resistividade, sua permeabilidade e sua temperatura.

Este estado pode ser estudado quantitativamente através de simples manipulações das equações de Maxwell (assumindo a permeabilidade e resistividade como isotrópicas, e desprezando as correntes de deslocamentos). A razão da mudança de densidade de fluxo é governada por uma equação do tipo difusão [ref.15] :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{10^9 \rho}{4\pi \mu} \nabla^2 H \quad (2.2.12)$$

onde H é a densidade de fluxo, ρ é a resistividade elétrica em ohm-cm, e μ a permeabilidade. A difusividade magnética, $\frac{10^9 \rho}{4\pi \mu}$, é função da permeabilidade e da resistividade, podendo ser um sensor para a determinação da homogeneidade da amostra, princi-

palmente em processos industriais. Para metais não magnéticos ou fracamente magnéticos (permeabilidade constante e igual a unidade), a difusividade é governada apenas pela resistividade e pode ser utilizada para a determinação desta.

A difusividade pode ser medida segundo o arranjo mostrado na figura 2.2. Duas bobinas coaxiais são nucleadas pela amostra metálica a ser medida. Uma das bobinas, a primária, é conectada a uma fonte de corrente. A mudança de corrente na primária altera o campo magnético na amostra e causa o aparecimento de contra correntes induzidas, resultando em uma voltagem na bobina secundária. Esta voltagem é causada pela penetração do fluxo na amostra e pode ser usada para a medida da difusividade e, por conseguinte, da resistividade.

Existem muitas vantagens deste tipo de técnica sobre a técnica convencional (método das quatro pontas) utilizada para a determinação de resistividade. A ausência de contatos com a amostra, a não necessidade de uma geometria com particular tamanho ou forma (preferência de amostras grossas sobre fios é conveniente) e a determinação de resistividade local (uma vez que a bobina secundária é muito sensível ao material que ela envolve). Para metais ferromagnéticos e supercondutores o método também é utilizado, desde que os campos de saturação ferromagnética e de quebra do estado supercondutor estejam presentes. Para estes materiais, dependendo do valor do campo externo, torna-se necessária a construção do tensor resistividade devido à magnetoresistência [ref.16].

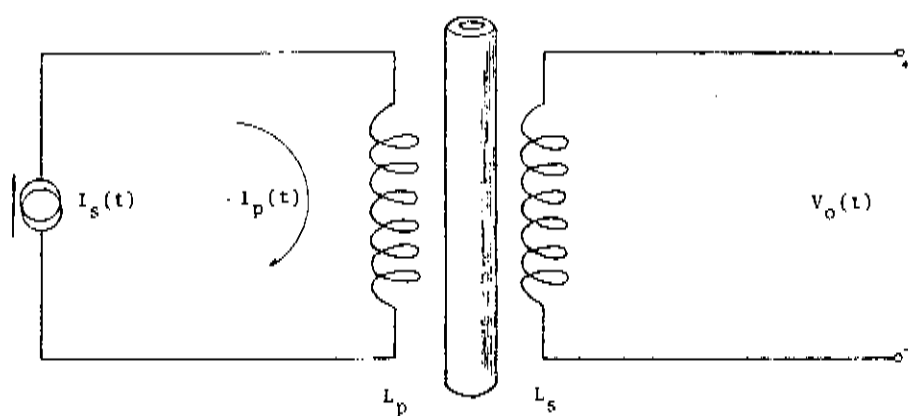


Figura 2.2- Montagem experimental do método da contra corrente.

11.2.3.1- TEORIA do MÉTODO da CONTRA CORRENTE

A teoria do método é baseada na solução da equação (2.2.12) tabelada na literatura de um modo geral [ref.18], para condições de contorno compatíveis com a teoria de difusão e transporte de calor. Se nos restringirmos para amostras com geometrias apresentando secção transversal constante e, postularmos que o campo magnético é aplicado ao longo da direcção z, perpendicular à secção transversal, então a equação (2.2.12) torna-se escalar para H_z .

Para uma secção transversal dada e com as condições de continuidade do campo retirado abruptamente, podemos calcular a densidade de fluxo como função do espaço e tempo no interior da amostra. A voltagem na bobina secundária é proporcional à uma média da razão da mudança da densidade de fluxo com o tempo na amostra, e é dada por

$$V(t) = N \int dx \int dy \frac{dH(x,y,t)}{dt} \cdot 10^{-8} \quad (2.2.13)$$

onde $V(t)$ é medido em volts e N o número de espiras da bobina secundária. A integração para uma amostra com secção transversal circular maciça foi calculada por Wwedensky [ref.19], ou seja,

$$\int ds \frac{dH(r,t)}{dt} = 10^9 \rho H_0 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\lambda_n^2 \alpha t) \quad (2.2.14)$$

onde

$$\alpha = \frac{10^9 \rho}{4\pi \mu R^2} \quad (2.2.15)$$

•

$$\lambda_1 = 2.405, \lambda_2 = 5.520, \lambda_3 = 8.654, \text{ etc} \quad (2.2.16)$$

que são os sucessivos zeros da função de Bessel de ordem zero. Para tempos relativamente grandes a soma descrita pela equação (2.2.14) tende à um único termo, correspondendo ao menor valor da raiz de Bessel, fornecendo uma exponencial simples

$$V(t) \rightarrow 10N\rho H_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.2.17)$$

onde

$$\tau = 2.17 \mu R^2 10^{-9} / \rho \quad (2.2.18)$$

O resultado acima é estendido para secções que não são uniformes implicando em sinais que não são exponenciais simples; entretanto informação sobre a pureza de amostras pode ser obtida através da Razão de Resistividade Residual (RRR) onde o fator geométrico não influencia.

Neighbor [ref.17] tratou a construção do tensor resistividade anisotrópica para amostras com secções transversais retangulares e quadradas, quando medidas pelo método da contra corrente.

O método permite detectar resistividades da ordem de 10^{-11} ohm-cm para amostras com diâmetros maiores que 5×10^{-2} cm.

REFERENCIAS

- 1- Abraham, J. M. et Deviot, B., Jour. of Less-Common Metals, 29, 311 (1972).
- 2- Mathiessen, A., Ann. Phys. Chem. (Pogg. Folge) 110, 190 (1860).
- 3- Meaden, G. T., "Electrical Resistance of Metals", Plenum Press, New York (1965).
- 4- Zabara, M. Ya. and Khotevich, V. I., Cryogenics, 3, 33 (1963).
- 5- Zimmerman, J. E., Rev. Sci. Instrum., 32, 4 (1961).
- 6- Bean, C. P., DeBlois, R. W. and Nesbitt, L. B., Jour. of Appl. Phys., 30, 12 (1959).
- 7- Pippard, A. B. and Delaney, J. A., Rep. Prog. Phys., 35, 7 (1972).
- 8- Chambers, R. G. and Jones, B. K., Proc. Roy. Soc., A270, 417 (1962).
- 9- Daybell, M. D., Rev. Sci. Instrum., 38, 1412 (1967).
- 10- Beans, J. W., Electronics, 27, 3, 153 (1954).
- 11- Beans, J. W., Hulbert, C. W., Lotz, W. E. and Montague, R. M., Rev. Sci. Instrum., 26, 1191 (1955).
- 12- Esel'son, B. K., Thesis (Munkov, 1958).
- 13- Frenkel, Ya. I., Electrodynamics, 2, 424 (1935).
- 14- Milachian, N. W., "Bessel Functions for Engineers",

Clarendon Press, Oxford, 1955.

15- Smyth, W. R., "Static and Dynamic Electricity", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1950.

16- Felicov, L. M., "Notes on Magnetism", San Diego, 1974.

17- Neighbor, J. E., Jour. Appl. Phys., 40, 8, 3078 (1969).

18- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., "Conduction of Heat in Solids", Oxford University Press, London, 1959.

19- Deednesky, B., Ann. Phys., 64, 609 (1921).

CAPÍTULO III

EXTENSÃO do MÉTODO da CONTRA CORRENTE

III.1- INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi apresentado o método da contra corrente de forma superficial, com discussões baseadas na montagem apresentada por Bean et al. [ref.1]. Alguns autores, entretanto, trataram o mesmo problema de formas distintas. Cotti [ref.2] calculou o livre caminho médio de finas placas de índio, através de uma extensão do método, onde a revistidade é uma funcional de l/d (l é o livre caminho médio e d a espessura da placa). A montagem experimental utilizada é diferenciada da utilizada por Bean et al., uma vez que foi construído um circuito R-C com constante de tempo na faixa da constante de tempo do decaimento das contra correntes. A descarga do circuito é simultânea com o decaimento da voltagem na bobina e os dois sinais são comparados no osciloscópio. É importante salientar que a funcional da resistividade utilizando-se o método convencional apresenta dependência distinta da calculada por Fuchs [ref.3].

Rihert et al. [ref.4] determinaram a Razão de Resistividade Residual (RRR) para molibdênio e rênio, fotografando o decaimento da voltagem na bobina secundária.

Clark et al. [ref.5] apresentaram um aparato que contém uma chave linear (dl/dt) para cortar abruptamente o fornecimento de corrente para a bobina primária e um atenuador para a voltagem da bobina secundária. Um circuito "Delay", com trigger acoplado a

chave linear e o atenuador, fornece os distintos tempos de decaimentos, determinados pelas raízes de Bessel de ordem zero.

Estes autores, incluindo Bean, construíram aparatos onde a bobina primária é alimentada por fonte de corrente, ou seja, a corrente na bobina primária não é afetada pelo comportamento magnético da amostra. A constante de tempo característica do circuito primário é assumida como sendo constante e igual a zero. Outros autores, entretanto, analisaram o caso para constantes de tempo arbitrárias,

$$\tau_p = \frac{L_p}{R_p} \quad (3.1.1)$$

onde L_p é a indutância total, em série, do circuito primário e, R_p a resistência total, em série, do mesmo circuito, na ausência da amostra. Stern et al. [ref.6] construíram um aparato onde a bobina primária é alimentada por fonte de tensão e a amostra metálica é assumida como tendo um tempo de decaimento próprio, simulado por um circuito R-L. LePage et al. [ref.7] construíram equipamento com fonte de corrente, embora também assumam a amostra como um circuito R-L e um sistema de equações diferenciais acopladas para a determinação do tempo de decaimento.

Callarotti et al. [ref.8] apresentaram tratamento interessante para uma montagem experimental com fonte de corrente, onde a permeabilidade magnética de amostras com geometria tipo cilindro circular maciço é incluída na determinação do tempo de decaimento. Em outra comunicação, Callarotti et al. [ref.9] utilizaram o método da contra corrente para a determinação de espes-

sura de filmes de cobre depositados sobre um substrato com geometria cilíndrica.

Na secção III.2 nós calculamos a permeabilidade magnética de amostras metálicas não magnéticas e com geometria tipo cilindro circular oco, para uma excitação que simula o decaimento de um campo magnético. Na secção III.3 nós discutimos o caso de Bean et al. [ref.1] para amostras com geometria tipo cilindro circular oco, ou seja, circuito primário alimentado por fonte de corrente (tempo de decaimento do primário é nulo). Na secção III.4 nós fazemos o mesmo tratamento, porém para o circuito primário alimentado por fonte de tensão.

III.2- PERMEABILIDADE MAGNÉTICA de um CILINDRO CIRCULAR OCO

O decaimento de um campo magnético induzido em uma amostra metálica com geometria tipo cilindro circular maciço após a retirada abrupta do campo magnético indutor externo, é um problema análogo ao problema de condução ou difusão térmica e reduz-se a um problema padrão de autovalores que foi amplamente tratado na literatura [refs.10,11,12,13].

Para geometrias tipo cilindro circular oco a imposição da continuidade das componentes tangenciais dos campos magnético e elétrico na superfície interna leva à condições muito diferentes daquelas da condução e difusão térmica, envolvendo derivadas do campo médio sobre toda a superfície interna. O tratamento para este tipo de geometria foi tratado na literatura [ref.14,15,16]; o caso da geometria tipo cilindro elíptico oco também já foi estudado [ref.17].

Como estamos interessados em respostas transientes devemos escrever a excitação na forma

$$H(t) = H_0 \exp(-st) \quad (3.2.1)$$

onde a permeabilidade relativa da amostra metálica é definida como

$$\mu = \frac{\langle H \rangle}{H_0} \quad (3.2.2)$$

Para encontrarmos a permeabilidade de um cilindro circular oco devemos resolver as equações de Maxwell nas regiões 1 e 2, como mostra a figura 3.1. O campo assumido tem a forma

$$H(t) = H_0 \exp(-st) \quad (3.2.3)$$

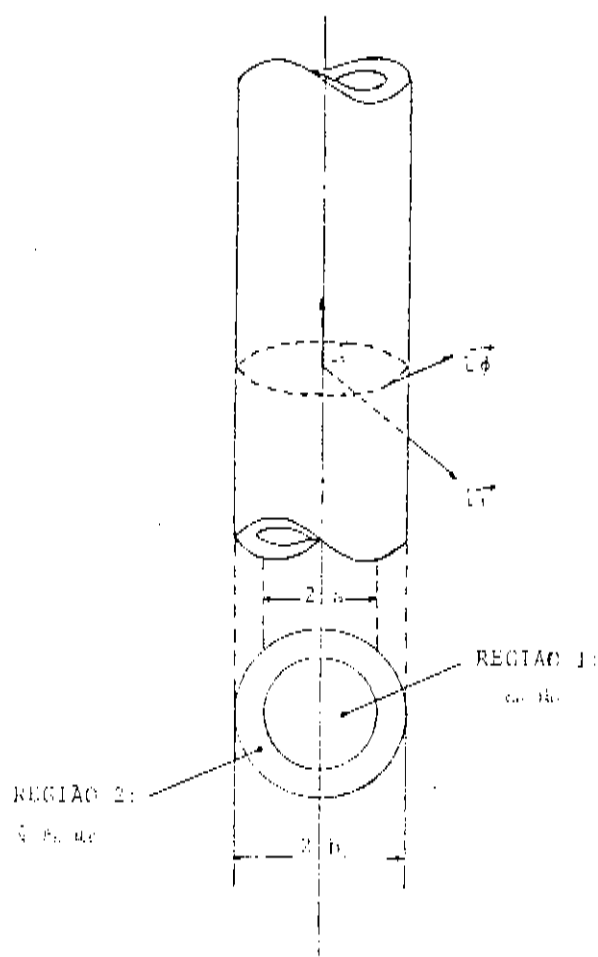


Figura 3.1- Configuração geométrica das amostras estudadas.

As equações de Maxwell pertinentes para a região 1 são

$$\vec{\nabla}_x \vec{E}_1 = - \mu_0 \frac{\partial \vec{H}_1(t)}{\partial t} \quad (3.2.4)$$

$$\vec{\nabla}_x \vec{H}_1(t) = \sigma \vec{E}_1 + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \quad (3.2.5)$$

onde μ_0 e ϵ_0 são, respectivamente, a permeabilidade e a permissividade do espaço livre, e σ a condutividade elétrica do amostra. Assumindo a dependência temporal na forma $\exp(-st)$ e considerando as simetrias ($H_1(t) = H_1(r) \hat{z}$ e $\vec{E}_1 = E_1(r) \phi$) as equações (3.2.4) e (3.2.5) podem ser combinadas e fornecem

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dH_1}{dr} \right) + s \mu_0 (\sigma - s \epsilon_0) H_1 = 0 \quad (3.2.6)$$

Uma vez que a condutividade na região 1 é nula, a equação (3.2.6) é modificada imediatamente

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dH_1}{dr} \right) - s^2 \epsilon_0 \mu_0 H_1 = 0 \quad (3.2.7)$$

e fornece a solução exata

$$H_1(r) = A I_0(R_1 r) + B K_0(R_1 r) \quad (3.2.8)$$

onde

$$k_1 = 5(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2} \quad (3.2.9)$$

A e B são constantes à serem determinadas, e I_0 e K_0 são as funções de Bessel modificadas de ordem zero e um, respectivamente. Callarotti et al. [ref.9] trataram de forma interessante esta solução ao considerar o valor máximo do argumento de $I_0(k_1 r)$ (uma vez que $B=0$, pois K_0 é infinita na origem).

O valor máximo do argumento de $I_0(k_1 r)$ é $k_1 a$. Como estamos considerando amostras com raios da ordem de 1 cm, e se considerarmos as menores constantes de tempo que podemos medir da ordem de 10^{-8} s, então o valor máximo do argumento de I_0 será :

$$(k_1 a) = S_1 (\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} a = (\epsilon)^{-1} a (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2} \quad (3.2.10)$$

$$(k_1 a) = 0.33 \times 10^{-2} \ll 1 \quad (3.2.11)$$

Logo, se I_0 tende à 1, para pequenos argumentos [ref.18], em toda a faixa de interesse, a equação (3.2.8) pode ser aproximada por

$$H_1(r) = A \quad (3.2.12)$$

Esta mesma solução pode ser desprezada se desprezarmos as correntes de deslocamento na equação (3.2.6), ou seja,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dH_1}{dr} \right) = 0 \quad (3.2.13)$$

que apresenta solução geral da forma

$$H_1(r) = A + B \ln r \quad (3.2.14)$$

A infinidade da função logaritmo na origem requer que $B=0$, tal que as equações (3.2.12) e (3.2.14) permaneçam idênticas.

A equação do campo magnético na região 2 pode ser escrita utilizando um procedimento análogo ao utilizado na região 1, apenas negligenciando-se as correntes de deslocamento. Desta forma,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dH_2}{dr} \right) + s \mu_0 \sigma H_2 = 0 \quad (3.2.15)$$

A solução da equação acima é

$$H_2(r) = C I_0(k_2 r) + D Y_0(k_2 r) \quad (3.2.16)$$

onde

$$k_2 = (s \mu_0 \sigma)^{1/2} \quad (3.2.17)$$

C e D são constantes.

As constantes A, C e D são calculadas pela imposição das condições de contorno do problema, à saber :

a) A continuidade do campo magnético tangencial em $r=a$,

$$A = C J_0(k_2 a) + D Y_0(k_2 a) \quad (3.2.18)$$

e $r=b$

$$H_0 = C J_0(k_2 b) + D Y_0(k_2 b) \quad (3.2.19)$$

b) A continuidade do campo elétrico em $r=a$

$$\left. \frac{dH_2(r)}{dr} \right|_{r=a} = - \frac{\epsilon \mu_0 r}{a} \int_0^a H_1(r) r dr \quad (3.2.20)$$

ou

$$\frac{A k_2 a}{2} = C J_1(k_2 a) + D Y_1(k_2 a) \quad (3.2.21)$$

As equações (3.2.18), (3.2.19) e (3.2.21) formam um sistema simples de equações que determina as constantes A, C e D. A permeabilidade pode ser escrita, conhecidas as soluções para os campos nas regiões 1 e 2

$$\mu(-s) = \frac{2}{b^2 \mu_0} \left[\int_0^a H_1(r) r dr + \int_a^b H_2(r) r dr \right] \quad (3.2.22)$$

A expressão para um cilindro circular oco de condutividade é então escrita

$$\mu(-s) = \frac{2}{k_2 b} \frac{[J_1(k_2 a) Y_0(k_2 a)] - 4/k_2^2 ab [J_1(k_2 b) Y_1(k_2 a) - J_1(k_2 a) Y_1(k_2 b)]}{[J_0(k_2 b) Y_0(k_2 a) - Y_0(k_2 b) J_0(k_2 a)]} \cdot \frac{e}{k_2 a} [J_0(k_2 b) Y_1(k_2 a) - Y_0(k_2 b) J_1(k_2 a)] \quad (3.2.23)$$

Este resultado da permeabilidade pode ser reescrito quando assumimos numerador e denominador como produto de seus zeros. Desta forma,

$$\prod_{n=1}^{\infty} (x - x_n) = \frac{2}{k_2 b} [J_1(k_2 a) Y_0(k_2 a)] - \frac{4}{k_2^2 a b} [J_1(k_2 b) Y_1(k_2 a) - J_1(k_2 a) Y_1(k_2 b)] \quad (3.2.24)$$

onde os x_n são os zeros do numerador e

$$\prod_{d=1}^{\infty} (x - x_d) = [J_0(k_2 b) Y_0(k_2 a) - Y_0(k_2 b) J_0(k_2 a)] - \frac{2}{k_2 a} [J_0(k_2 b) Y_1(k_2 a) - Y_0(k_2 b) J_1(k_2 a)] \quad (3.2.25)$$

onde os x_d são os zeros do denominador; e por conveniência definimos

$$\chi^2 = 5 \mu_0 \sigma b^2 \quad (3.2.26)$$

e

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad (3.2.27)$$

A expressão para a permeabilidade pode ser definida como

$$\mu(x) = \left[\prod_{n=1}^{\infty} (x - x_n) \right] \left[\prod_{d=1}^{\infty} (x - x_d) \right]^{-1} \quad (3.2.28)$$

Observamos, através do uso da subrotina IMSL e do computador VAX-11/780, pertencente ao IFGW da Universidade Estadual de Campinas, que os zeros do numerador são bem espaçados, bem como os zeros do denominador, assim como os zeros de cada um comparado

com o outro (ver programas no apêndice 1). Podemos observar que, escrevendo a equação (3.2.23) como função de x , ou seja,

$$\mu(x) = \frac{\frac{2}{x} [J_1(\alpha x) Y_0(\alpha x)] - \frac{4}{x^2} [J_1(x) Y_1(\alpha x) - J_1(\alpha x) Y_1(x)]}{[J_0(x) Y_0(\alpha x) - Y_0(x) J_0(\alpha x)] - \frac{2}{x} [J_0(x) Y_1(\alpha x) - Y_0(x) J_1(\alpha x)]} \quad (3.2.29)$$

encontramos os mesmos zeros, para a faixa de $0.00 < \alpha < 0.90$, encontrados por Weinstein [ref.16,17]. Até o momento não calculamos os valores de $\alpha \rightarrow 1$, ou seja, a aproximação para uma casca cilíndrica. A tabela 3.1 fornece os valores das primeiras raízes de (3.2.23) para diversos valores de α . No limite de $\alpha \rightarrow 0.00$, ou seja, quando tentamos reproduzir o cilindro circular maciço, encontramos descontinuidade no valor da permeabilidade, que também foi encontrada por Weinstein [ref.16] assumindo a permeabilidade constante e igual a 1. Este resultado não é inesperado, uma vez que as condições de contorno na superfície interna do cilindro são muito fortes.

RAIO INTERNO/RAIO EXTERNO	RAIZ MODIFICADA
0.00	2.4048
0.05	2.4048
0.10	2.4051
0.15	2.4063
0.20	2.4096
0.25	2.4160
0.30	2.4272
0.35	2.4448
0.40	2.4703
0.45	2.5061
0.50	2.5543
0.55	2.6184
0.60	2.7028
0.65	2.8143
0.70	2.9629
0.75	3.1663
0.80	3.4560
0.85	3.8988
0.90	4.6685

Tabela 3.1- Razão entre os raios internos e externos da geometria tipo cilindro circular oco e suas raízes.

III.3- BOBINA PRIMÁRIA ALIMENTADA por FONTE de CORRENTE ($\bar{L}_p=0$)

A figura 3.2 mostra o desenho esquemático do arranjo experimental analisado por Bean et al. [ref.1], onde o tempo de decaimento característico da bobina primária é nulo, ou seja, $\bar{L}_p=0$. Vamos considerar que os solenóides discutidos aqui são suficientemente longos comparados com seus raios, de tal forma que possamos assumir a solução do campo de um solenóide infinitamente longo. Assim sendo

$$H(t) = \frac{N_p}{l_p} i_p(t) \quad (3.3.1)$$

onde N_p é o número de espiras da bobina primária e l_p o seu comprimento. A voltagem induzida na bobina secundária, na presença de amostra, é escrita

$$V_o(t) = - N_s A_x \mu_o \mu \frac{d i(t)}{dt} - N_s (A_s - A_x) \mu_o \frac{d H(t)}{dt} \quad (3.3.2)$$

onde N_s é o número de espiras da bobina secundária, A_x é a área da secção transversal da amostra [$\pi (b^2 - a^2)$], A_s é a área da secção transversal da bobina secundária,

$$V_o(t) = - \left(\frac{d i_p(t)}{dt} \right) (k_1 \mu + k_2) \quad (3.3.3)$$

onde

$$R_1 = (N_S N_P A_x \mu_0) / l_p \quad (3.3.4)$$

$$R_2 = (N_S N_P \mu_0) (A_S - A_x) l_p \quad (3.3.5)$$

e μ é o valor dado por (3.2.29).

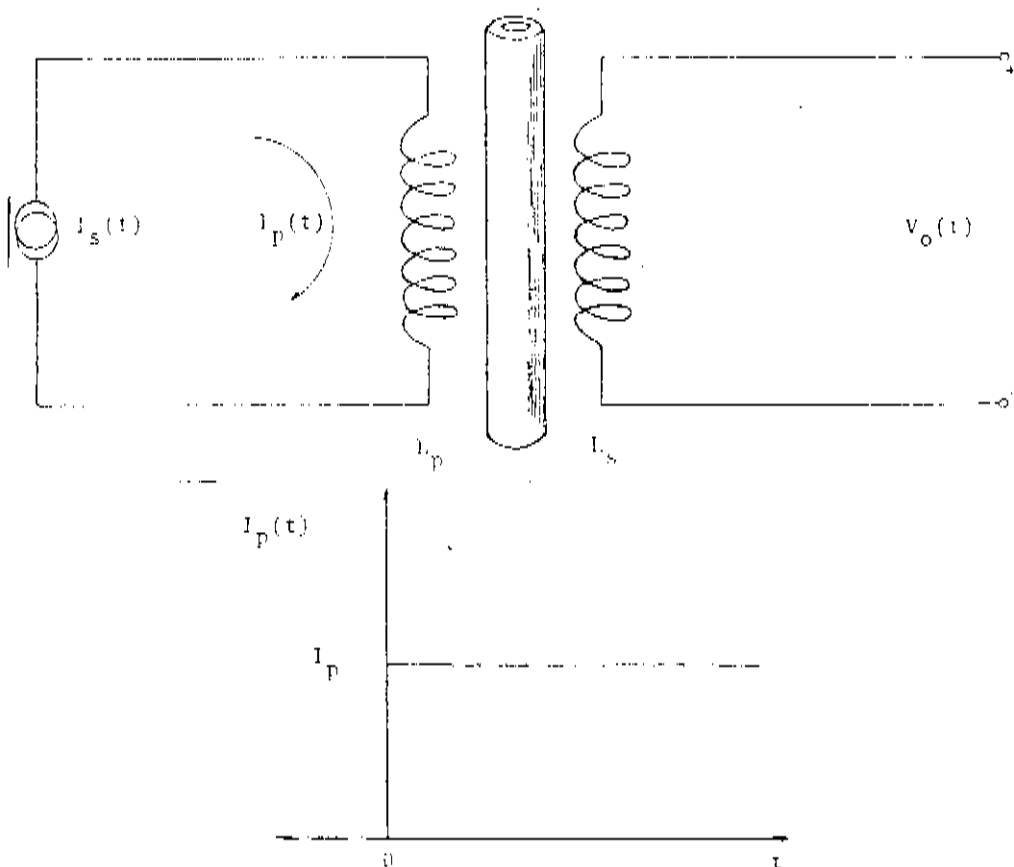


Figura 3.2- Desenho esquemático do circuito de detecção onde a bobina primária é alimentada por fonte de corrente.

O nosso interesse está em calcularmos a voltagem da bobina secundária como função do tempo; a excitação, normalmente utilizada na literatura, é uma função degrau, ou seja,

$$i_p(t) = I_p u_{-1}(t) \quad (3.3.6)$$

Na prática, é funcional resolvermos a voltagem de saída no domínio da frequência, $V_o(s)$,

$$V_o(s) = - I_p (1/s) S (R_1 \mu + R_2) \quad (3.3.7)$$

onde $V_o(t)$ é obtida através da transformada inversa de Laplace de $V_o(s)$, simbolizada por

$$V_o(t) = \mathcal{L}^{-1} V_o(s) \quad (3.3.8)$$

Este procedimento foi efetuado por Guillemín [ref.19] com o auxílio de propriedades básicas de transformadas de Laplace e seguindo as seguintes etapas :

a) Cálculo da função transformada quando todo o sistema está sujeito a uma excitação do tipo $\exp(-st)$. Logo,

$$V_o(-s) = - [I_p/(-s)](-s) [R_1 \mu(-s) + R_2] \quad (3.3.9)$$

onde $\mu(-s)$ é dada por (3.2.23) ou (3.2.29).

b) Cálculo da transformada inversa, $V_o(s)$, sabendo que o uso da propriedade de escala ("scaling property") fornece

$$\mathcal{L}^{-1} V_0(s) = -V_0(-t) \quad (3.3.10)$$

c) Substituição da variável t por $-t$, uma vez que o sistema é invariante por translação temporal.

O resultado para a voltagem na bobina secundária pode ser escrito

$$V_0(-s) = -I_p [k_1 \mu(-s) + k_2] \quad (3.3.11)$$

$$-V_0(-t) = \mathcal{L}^{-1} V_0(s) = -I_p k_2 \mu_0(t) - I_p k_1 \mathcal{L}^{-1} \mu(-s) \quad (3.3.12)$$

A transformada inversa da permeabilidade pode ser escrita se truncarmos a expansão definida na equação (3.2.28) em algum ponto conveniente, tal que possamos expandi-la em frações parciais :

$$-V_0(t) = -k_2 I_p \mu_0(t) - k_1 I_p \sum_n \frac{A_n}{s - s_n} \quad (3.3.13)$$

Os coeficientes A_n da expansão podem ser facilmente determinados e os s_n são escritos como função dos zeros da permeabilidade como segue

$$X_d^2 = s_n \mu_0 \sigma b^2 \quad (3.3.14)$$

e a transformada inversa pode ser determinada,

$$-V_0(-t) = -R_2 I_p u_0(t) - K_1 I_p \sum_n A_n \exp(s_n t) \quad (3.3.15)$$

e na sua forma final

$$V_0(t) = R_2 I_p u_0(t) + K_1 I_p \sum_n A_n \exp(-s_n t) \quad (3.3.16)$$

Uma vez que os zeros do denominador da expressão da permeabilidade são bem espaçados, independentemente do valor de α , a voltagem observada depois de um intervalo de tempo suficientemente longo pode ser escrita, com excelente precisão, como

$$V_0(t) = K_1 I_p A_1 \exp(-s_1 t) \quad (3.3.17)$$

e a constante de tempo τ_B , que corresponde a menor raiz x (dada pela tabela 3.1)

$$\tau_B = \frac{1}{s_1} = \frac{(x)^2}{\mu_0 \sigma b^2} \quad (3.3.18)$$

A medida de um tempo de decaimento característico em uma amostra metálica com α bem definido, ou seja, x bem definido, nos leva à determinação da resistividade ρ , através da equação (3.3.18).

III.4- BOBINA PRIMÁRIA ALIMENTADA por FONTE DE TENSÃO ($\bar{\epsilon}_p \neq 0$)

A geometria e o desenho esquemático para este caso é mostrado na figura 3.3. A equação para a bobina primária é

$$i_p(-s) = \frac{V_s(-s)}{R_p - S\bar{\epsilon}_p[(1-\Delta)\mu(-s) + \Delta]} \quad (3.4.1)$$

onde Δ é a fração da área da bobina primária que não é ocupada pela amostra metálica

$$\Delta = \frac{\pi[r_p^2 - (b^2 - a^2)]}{\pi r_p^2} \quad (3.4.2)$$

tal que $\Delta = 1$ fornece o caso da ausência da amostra e $\Delta = 0$, a ocupação total do primário. A permeabilidade, $\mu(-s)$, é fornecida pelas equações (3.2.23) e (3.2.29).

A voltagem na bobina secundária é então

$$V_o(-s) = - \left\{ \frac{[K_3 + K_4 \mu(-s)](-s) V_s(-s)}{1 - S\bar{\epsilon}_p[(1-\Delta)\mu(-s) + \Delta]} \right\} \quad (3.4.3)$$

onde

$$K_3 = (R_p)^{-1} N_s N_p (l_p)^{-1} \pi [r_p^2 - (b^2 - a^2)] \quad (3.4.4)$$

$$R_u = (R_p)^{-1} N_s N_p (l_p)^{-1} \pi (b^2 - a^2) \quad (3.4.5)$$

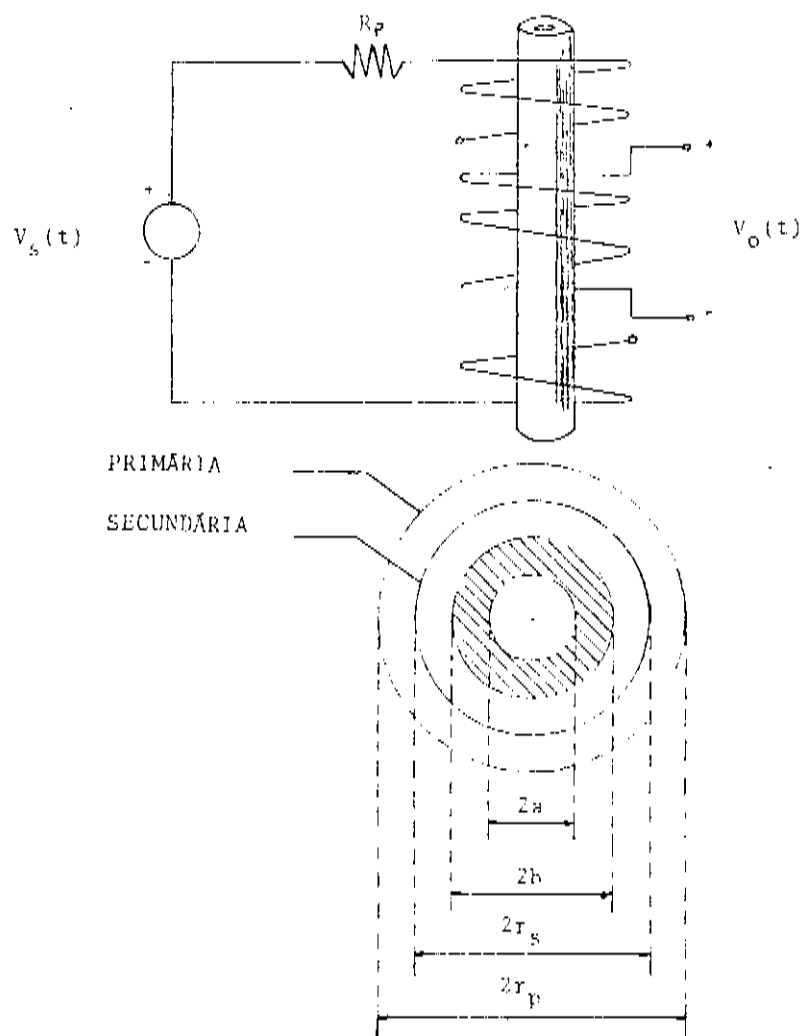


FIGURA 3.3- Circuito utilizando fonte de tensão.

Neste caso o interesse está na resposta do sistema para uma excitação tipo degrau de voltagem com magnitude V , tal que

$$V_s(t) = V u_{-1}(t) \quad (3.4.6)$$

$$V_0(s) = - (V/s) \quad (3.4.7)$$

$$-V_0(s) = V \frac{k_3 + k_4 \mu(-s)}{1 - s\tilde{\sigma}_p[(1-\Delta)\mu(-s) + \Delta]} \quad (3.4.8)$$

A definição do denominador da equação (3.4.8) de um nova função $Q(s)$

$$Q(s) = 1 - s\tilde{\sigma}_p[(1-\Delta)\mu(-s) + \Delta] \quad (3.4.9)$$

fornece a voltagem no secundário,

$$-V_0(-s) = V [k_3 + k_4 \mu(-s)] / Q(s) \quad (3.4.10)$$

O numerador de (3.4.10) apresenta ordem menor em s que o denominador, tal que uma expansão em frações parciais em termos dos zeros de $Q(s)$ é possível. Denominamos então S_m todos os valores para que

$$Q(s) = 0 \quad (3.4.11)$$

e possamos escrever

$$Q(s) = \prod_{m=1}^{\infty} (s - S_m) \quad (3.4.12)$$

$$-V_0(-s) = V \prod_{m=1}^{\infty} \frac{B_m}{s - S_m} \quad (3.4.13)$$

onde os B_m são os coeficientes da expansão.

A transformada inversa pode ser facilmente calculada e fornece a voltagem da bobina secundária como função do tempo

$$-V_o(-t) = -V \sum_m B_m \exp(s_m t) \quad (3.4.14)$$

então

$$V_o(t) = V \sum_m B_m \exp(-s_m t) \quad (3.4.15)$$

onde $s_m = \tau_m^{-1}$. Como no caso discutido anteriormente, se mostrarmos que os zeros de $Q(s)$ são bem espaçados um dos outros, depois de um tempo suficientemente longo somente uma exponencial será dominante na voltagem do secundário e pode ser escrita como

$$V_o(t) = V B_1 \exp(-t/\tau_1) \quad (3.4.16)$$

onde τ_1 é a menor raiz de $Q(s)=0$.

A determinação da menor raiz é feita através da resolução gráfica da equação

$$1 - S \tau_p [(1-\Delta) \mu(x) + \Delta] = 0 \quad (3.4.17)$$

Esta equação pode ser reescrita na forma

$$\mu(x) - 1 = \frac{\tau_p^2}{b^2 - a^2} \left[\tau_1/\tau_p - 1 \right] \quad (3.4.18)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} \quad (3.4.19)$$

$$\mu(x) = K + D/x^2 \quad (3.4.20)$$

onde $K = \left(1 - \frac{r_p^2}{b^2 - a^2}\right)$, $D = \frac{r_p^2 b^2 G \mu_0}{(b^2 - a^2) \bar{\epsilon}_p}$, e x é dado por (3.2.26).

Mostramos na figura 3.4 a equação (3.4.20) para o caso de $\alpha = 0.5$. É necessário observar que, independentemente dos valores de K e D , a primeira raiz encontra-se sempre no intervalo $0 < x < 2.5543$, uma vez que a intersecção sempre ocorre no primeiro ramo da curva de $\mu(x)$. Outra observação é que os zeros são bem espaçados.

Para altos valores de D , ou seja, quando $\bar{\epsilon}_p \rightarrow 0$, que representa o caso do primário ser alimentado com fonte de corrente, a intersecção deve ocorrer para altos valores de $\mu(x)$.

Para o caso onde $\bar{\epsilon}_p$ é significativo o procedimento para a determinação da condutividade deve obedecer as seguintes etapas:

- Medida de $\bar{\epsilon}_p$ observando o decaimento da voltagem do secundário na ausência de amostra.
- Medida de $\bar{\epsilon}$, observando o decaimento da voltagem do secundário na presença de amostra.
- Medida dos raios : a , b e r_p .

De posse destes resultados, $\mu(x)$ e α são determinados e, com o auxílio do computador (ver apêndice 1), encontramos a raiz modificada, x_1 , de acordo com a equação (3.4.18), seguindo a determinação da resistividade,

$$\rho = \frac{\mu_0 b^2}{x_1^2 \epsilon_1} \quad (3.4.21)$$

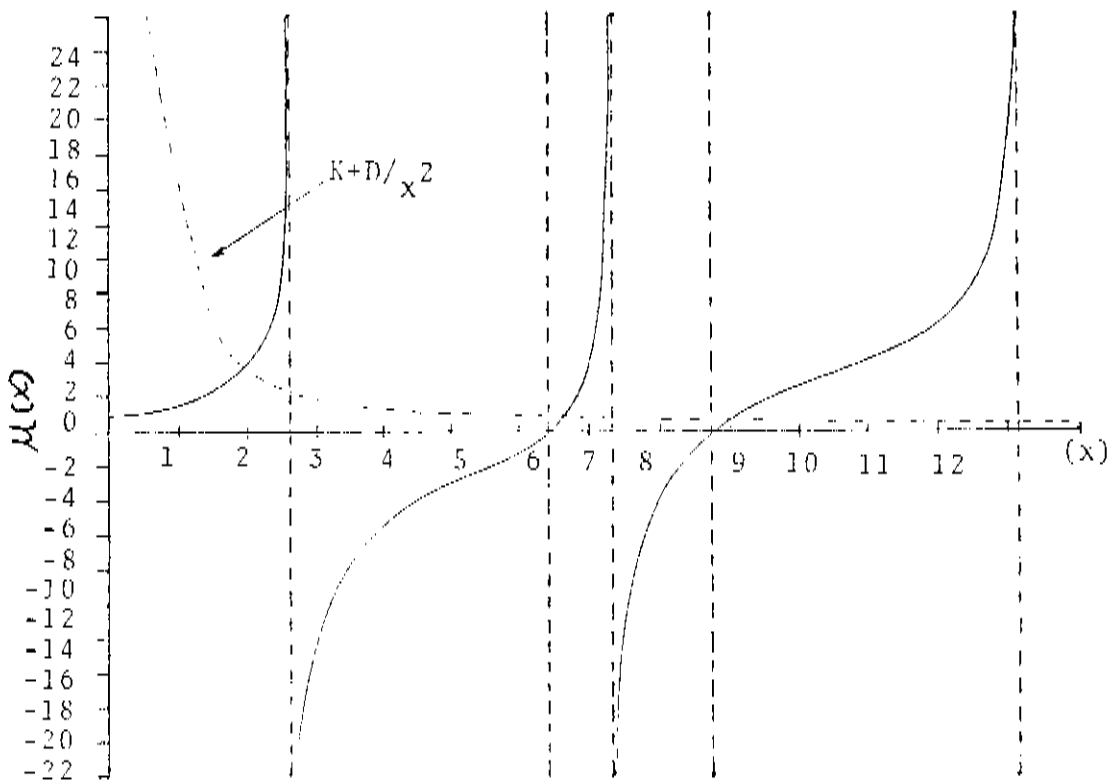


Figura 3.4- Solução gráfica de (3.4.20) para $\mu_0 = 0.50$. São mostradas três raízes, sendo que a primeira está relacionada ao tempo de localização.

REFERÊNCIAS

- 1- Bean, C. P., DeBlois, R. W. and Nesbitt, L. B., Jour. Appl. Phys., 30, 12, 1976 (1959).
- 2- Cotti, P., Phys. Lett., 4, 2, 114 (1963).
- 3- Fuchs, K., Proc. Cambridge Phil. Soc., 34, 100 (1938).
- 4- Ribert, M. C. and Scheiber, R., Jour. Appl. Phys., 44, 11 (1973).
- 5- Clark, A. F., Deason, V. A. and Powell, R. L., Cryogenics, 2, 35 (1972).
- 6- Stern, R., Levy, M., Kagiwada, R. and Rudnick, I., Jour. Appl. Phys., 2, 4, 80 (1963).
- 7- LePage, J., Bernalte, A. and Lindholm, D. A., Rev. Sci. Inst., 39, 7, 1019 (1968).
- 8- Callarotti, R. C. and Alfonzo, M., Jour. Appl. Phys., 43, 7, 1019 (1972).
- 9- Callarotti, R. C., Schmidt, P. and Arqué, H., Jour. Appl. Phys., 43, 10, 3952 (1972).
- 10- Zimmerman, J. E., Rev. Sci. Instrum., 32, 4 (1961).
- 11- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., "Conduction of Heat in Solids", Oxford University Press, London (1959).
- 12- Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., "Electrodynamics of Continuous Media", Addison-Wesley Publishing Company, Inc.,

Reading, Massachusetts (1960).

13- McLachlan, N. F., "Theory and Application of Mathieu Functions", Oxford University Press, London (1948).

14- Carslaw, H. C. and Jaeger, J. C., "Operational Methods in Applied Mathematics, Oxford University Press, London (1948).

15- Smithe, W. R., "Static and Dynamic Electricity", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York (1950).

16- Weinstein, M. A., Jour. Appl. Phys., 33, 762 (1962).

17- Weinstein, M. A., Jour. Appl. Phys., 37, 248 (1966).

18- Abramowitz, M. and Segun, Ia., "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publishers, New York (1965).

19- Guillemin, E. A., "Theory of Linear Physical Systems", Willey, New York (1963).

CAPÍTULO IV

MONTAGEM EXPERIMENTAL

IV.1- CONSTRUÇÃO dos SISTEMAS de BOBINAS

O dimensionamento e construção do sistema de bobinas representa uma das principais características do método da contra corrente. Tendo conhecimento da importância deste aspecto, a primeira preocupação está relacionada com o material utilizado para a construção destas bobinas :

- a) não deve apresentar propriedades magnéticas relevantes, uma vez que o método é, essencialmente, magnético e este comportamento pode mascarar as medidas de tempo de decaimento
- b) não deve apresentar altas variações volumétricas, quando sujeito a baixas temperaturas, pois as espiras estão em contato com o material.

Dois materiais que apresentam estas propriedades são o celeron e o fenolite.

Nós construímos três sistemas distintos de bobinas, caracterizados na tabela 4.1, utilizando como material o fenolite. Além de preencher os dois requisitos listados acima, o fenolite apresenta uma capacidade calorífica muito baixa, fator fundamental para a economia de líquidos criogênicos. Uma outra característica dos sistemas é a existência de "passos" no enrolamento das bobinas secundárias para otimização do tempo de decaimento. As bobinas primárias foram construídas com fio # 32 de cobre comercial, enquanto as secundárias com fio # 42 do mesmo material.

A figura 4.1 mostra um dos sistemas de bobinas construídos.

Para a construção dos suportes de amostras nós utilizamos o celeron, uma vez que o fenolite comercial, geralmente, apresenta geometria tipo cilindro circular oco, inconveniente para nossas necessidades. A figura 4.2 mostra dois suportes preenchidos com amostras de nióbio eletrolítico.

SISTEMA Nº1				
BOBINA	Nº ESPIRAS	RESISTÊNCIA	RAIO INTERNO	COMPRIMENTO
SECUNDARIA	0--2000	416,0 ohm	6.304 mm	61.90 mm
	0--2500	523.6 ohm		
	0--3000	628.2 ohm		
	0--3500	736.1 ohm		
PRIMARIA	307	17.9 ohm	15.000 mm	71.05 mm
SISTEMA Nº2				
BOBINA	Nº ESPIRAS	RESISTÊNCIA	RAIO INTERNO	COMPRIMENTO
SECUNDARIA	0--1500	285.8 ohm	5.250 mm	55.30 mm
	0--1700	324.7 ohm		
	0--1900	363.7 ohm		
	0--2100	402.3 ohm		
	0--2300	443.0 ohm		
	0--2500	482.7 ohm		
PRIMARIA	280	8.7 ohm	8.635 mm	63.76 mm
SISTEMA Nº3				
BOBINA	Nº ESPIRAS	RESISTÊNCIA	RAIO INTERNO	COMPRIMENTO
SECUNDARIA	0--2000	311.4 ohm	4.104 mm	54.22 mm
	0--2500	391.6 ohm		
	0--3000	473.9 ohm		
PRIMARIA	280	6.7 ohm	6.485 mm	60.06 mm

Tabela 4.1- Características geométricas e resistência ôhmica dos sistemas de bobinas utilizados para as medidas de tempo de decaimento.

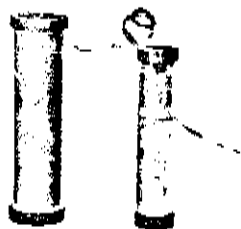


Figura 4.1- Sistema de bobinas (primária e secundária) utilizado na detecção de contra correntes.

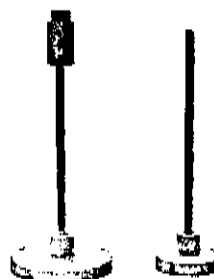


Figura 4.2- Suporte para amostras com geometria tipo cilindro circular oco.

IV.2- EQUIPAMENTO UTILIZADO

A montagem experimental utilizada para a determinação de tempos de decaimento de contra correntes é mostrada na figura 4.3, onde substituímos a fonte de tensão proposta no capítulo anterior por um gerador de pulsos CRONETICS PG 13C para a alimentação da bobina primária, geradora do campo magnético.

A substituição de uma fonte de tensão por um gerador de pulsos pode, em princípio, confrontar a teoria que apresenta como hipótese inicial um campo magnético constante, aplicado em um intervalo de tempo suficiente para o equilíbrio termodinâmico da amostra; entretanto, se a largura do pulso for suficiente, o resultado das medidas deve ser o mesmo. Uma outra condição necessária para a utilização do gerador é a de que o período do pulso deve ser suficientemente longo para que o decaimento não seja parcial, aniquilando parte da exponencial dominante.

Os terminais da bobina secundária, detectora das contra correntes, são conectados no amplificador do osciloscópio TEKTRONIX 7633 com câmara polaroide acoplada.

Para as medidas efetuadas na temperatura do nitrogênio líquido foi utilizado um criostato da Oxford Instruments, com bobina supercondutora de 50 KGauss (figura 4.4), adaptado com uma válvula "comporta" para a flange superior (figura 4.5).

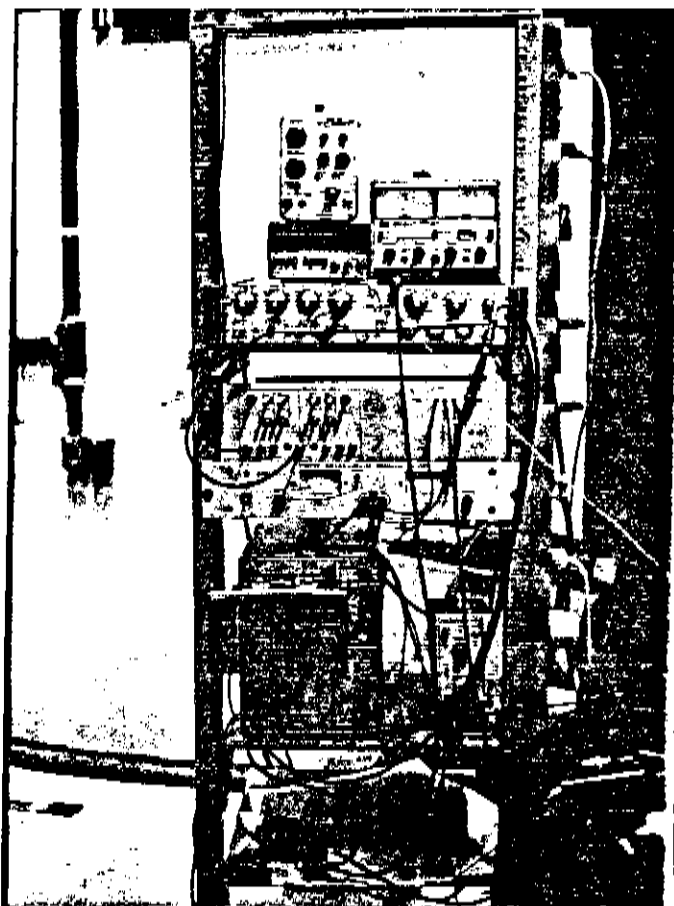


Figura 4.3- Equipamento utilizado para determinação de tempos de decaimento de correntes.

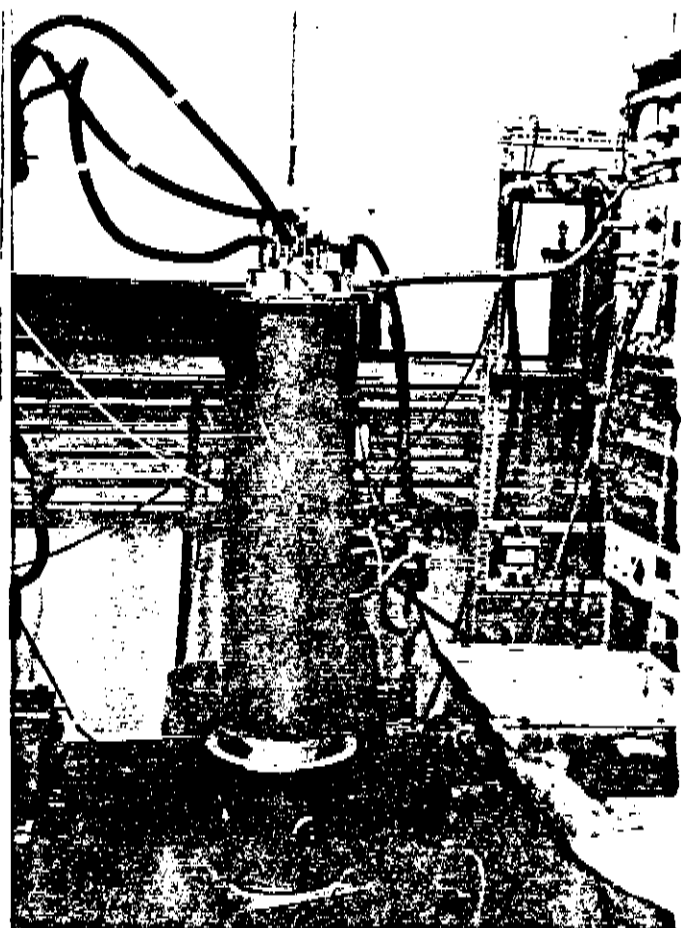


Figura 4.4- Criostato utilizado para as medidas na faixa de baixas temperaturas.

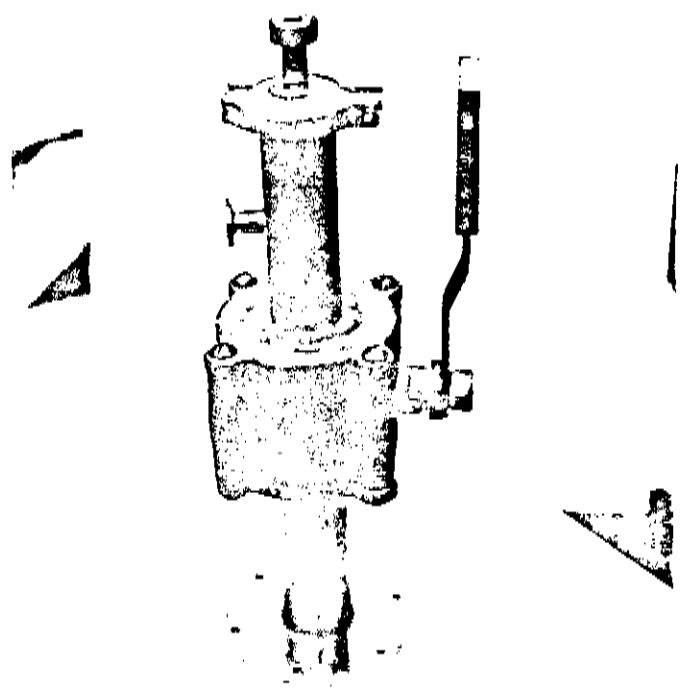


Figura 4.5- Adaptador tipo comporta para a flange superior do criostato.

CAPÍTULO V

RESULTADOS EXPERIMENTAIS e ANÁLISES

Nós realizamos experimentos em uma larga faixa de valores de

$$\tau/\tau_p \quad (5.1)$$

e

$$\frac{\tau_p^2}{b^2 - a^2} \quad (5.2)$$

utilizando os sistemas caracterizados na tabela 4.1, com o objetivo de avaliar a teoria desenvolvida no capítulo III.

Para comprovação complementar esta teoria, fizemos medidas de tempo de decaimento para cinco tipos diferentes de materiais, nas temperaturas ambiente e do nitrogênio líquido, cobrindo duas ordens de grandeza nos valores de resistividade. Com estes procedimentos nós variamos todos os parâmetros descritos na teoria.

As amostras de cobre, latão, alumínio e bronze comerciais e nióbio eletrolítico de alta pureza (produzidas no laboratório de Baixas Temperaturas), apresentando raios externos da ordem de 0.8 cm, raios internos da ordem de 0.4 cm e comprimentos de 6.0 cm, também foram submetidas ao processo de medida do método potenciométrico. Para estas medidas utilizamos um nanovoltímetro 148 KEITHLEY e uma fonte de corrente 225 da mesma empresa.

O desenho esquemático do aparato utilizado para as medidas de tempo de decaimento é mostrado na figura 5.1, onde foram

observadas excitações em uma larga faixa de variação, com ondas quadradas apresentando largura de 50 nano seg.->100 micro seg., frequências de 100->1500 Hz e amplitudes de 2.5->25.0 Volts, sem alteração da constante de tempo do decaimento.

Para estas medidas nós utilizamos bobinas secundárias com número de espiras distintos, ou seja,

- a) Sistema Nº1 - Bobina secundária com 2000 espiras
- b) Sistema Nº2 - Bobina secundária com 1900 espiras
- c) Sistema Nº3 - Bobina secundária com 2000 espiras.

Os decaimentos das contra correntes são fotografados na tela do osciloscópio com câmara Polaroid acoplada (filme Kodak 667 de alta sensibilidade) e as fotografias são medidas com auxílio de um microscópio, como mostrado na figura 5.2. As curvas obtidas são sujeitas a uma regressão linear e os melhores resultados são mostrados nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

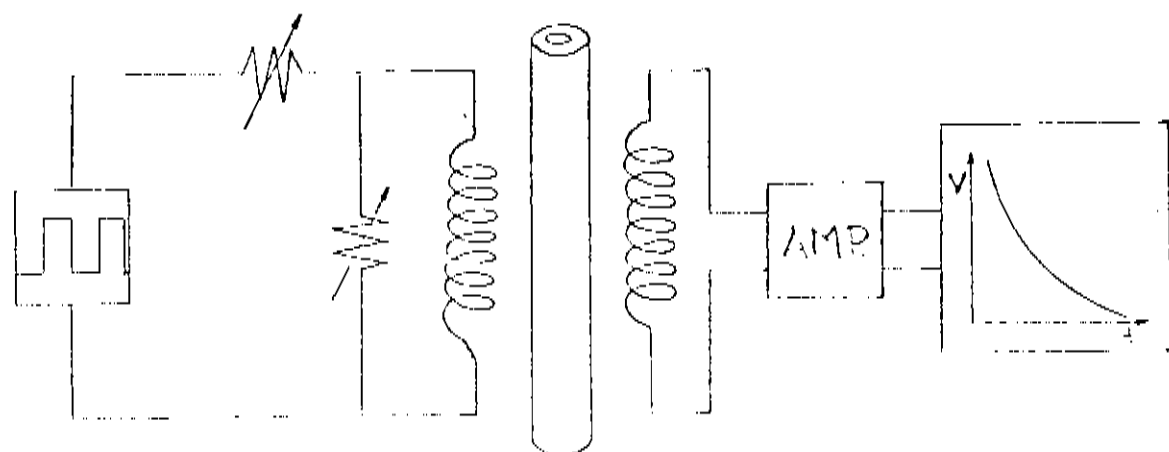


Figura 5.1- Desenho esquemático da montagem experimental utilizada. O gerador de ondas Chronetics PG 13C alimenta a bobina primária. A bobina secundária é conectada a um pré-amplificador Tektronix 7031A, que fornece a FEM ao osciloscópio Tektronix 7633 com câmara polaroid acoplada.

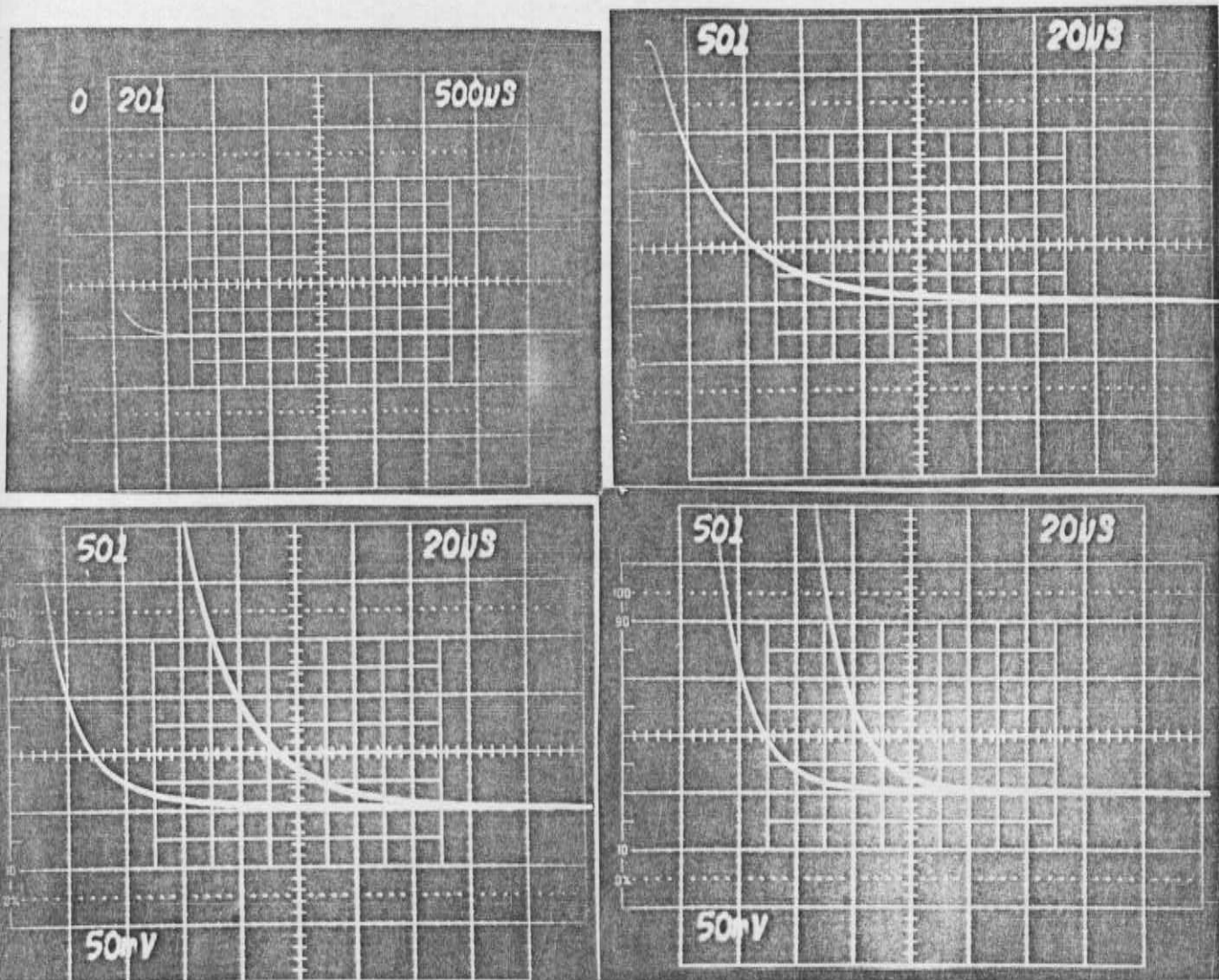


Figura 5.2- Fotografias de alguns decalmentos da FEM induzida por contra correntes. Da esquerda para a direita : cobre com $\alpha = 0.55$, sistema N^o3, temperatura 77 K; alumínio com $\alpha = 0.547$, sistema N^o1, temperatura 300 K; nióbio com $\alpha = 0.511$, sistema N^o3, temperatura 77 K; bronze com $\alpha = 0.520$, sistema N^o2, temperatura 77 K.

SISTEMA Nº1								
METAL	TEMP.	α	τ_p	τ_1	X	ρ_{ind}	ρ_{pot}	ERRO %
ALUMÍNIO	300 K	0.500	134.4	154.5	2.228	2.47	2.62	-5.48
	300 K	0.547	134.4	147.6	2.237	2.61	2.75	-5.09
	77 K	0.500	321.5	418.7	2.409	0.779	0.745	+4.68
	77 K	0.547	321.5	421.4	2.470	0.750	0.763	-1.60
COBRE	300 K	0.500	134.4	162.2	2.353	1.85	1.92	-3.29
	300 K	0.550	134.4	171.3	2.430	1.88	1.72	+7.76
	300 K	0.570	134.4	165.7	2.473	1.77	1.84	-3.55
	300 K	0.585	134.4	158.5	2.460	1.815	1.90	-4.43

Tabela 5.1- Resultados experimentais obtidos para o sistema Nº1. ρ_{ind} é a resistividade determinada através dos tempos de decaimento (micro ohm-cm); ρ_{pot} é a resistividade medida pela técnica convencional (micro ohm-cm); α é a razão dos raios da amostra; τ_p é o tempo de decaimento do secundário na ausência de amostra; τ_1 é o tempo de decaimento da amostra; X é a raiz encontrada e $ERRO\% = (100) * [(\rho_{ind} - \rho_{pot}) / \rho_{pot}]$.

SISTEMA Nº2								
METAL	TEMP.	α	τ_p	τ_1	X	ρ_{ind}	ρ_{pot}	ERRO %
ALUMÍNIO	300 K	0.500	37.9	112.9	2.482	2.72	2.62	+3.82
	300 K	0.547	37.9	110.8	2.540	2.67	2.75	-1.87
	77 K	0.500	108.7	395.7	2.502	0.765	0.745	+2.68
	77 K	0.547	108.7	390.2	2.558	0.755	0.763	-0.984
BRONZE	300 K	0.520	37.9	41.8	1.814	13.00	12.74	+2.04
	300 K	0.585	37.9	41.2	1.872	12.06	13.03	-7.41
	77 K	0.520	108.7	129.1	2.072	3.22	3.21	+0.508
	77 K	0.585	108.7	127.7	2.159	2.93	2.94	-0.241
COBRE	300 K	0.500	37.9	163.7	2.507	1.865	1.92	-2.86
	300 K	0.550	37.9	160.4	2.574	1.79	1.75	+2.57
	300 K	0.585	37.9	150.1	2.631	1.67	1.90	-11.93
LATÃO	300 K	0.500	37.9	50.2	2.230	7.64	7.39	+3.40
	300 K	0.560	37.9	50.9	2.242	7.42	7.25	+2.36
	77 K	0.500	108.7	122.3	1.844	4.58	4.82	-4.97
	77 K	0.560	108.7	120.9	1.905	4.32	4.65	-6.93
NÍOBIO	300 K	0.511	37.9	41.5	1.777	13.57	13.72	-1.09
	300 K	0.490	37.9	42.7	1.809	14.27	13.58	+5.09
	300 K	0.520	37.9	41.8	1.750	13.84	13.87	-0.145
	77 K	0.511	108.7	142.1	2.223	2.51	2.42	+3.89
	77 K	0.490	108.7	160.2	2.274	2.36	2.27	+4.21
	77 K	0.520	108.7	138.5	2.204	2.60	2.74	-4.97

Tabela 5.2- Resultados experimentais obtidos para o sistema Nº2. ρ_{ind} é a resistividade determinada através dos tempos de decaimento (micro ohm-cm); ρ_{pot} é a resistividade medida pela técnica convencional (micro ohm-cm); α é a razão dos raios da amostra; τ_p é o tempo de decaimento do secundário na ausência de amostra; τ_1 é o tempo de decaimento da amostra; X é a raiz encontrada e $ERRO\% = (100) * [(\rho_{ind} - \rho_{pot}) / \rho_{pot}]$.

SISTEMA N°3								
METAL	TEMP.	α	τ_p	τ_1	X	ρ_{ind}	ρ_{pot}	ERRO %
ALUMÍNIO	300 K	0.500	32.1	120.0	2.447	2.57	2.62	-1.90
	300 K	0.547	32.1	117.6	2.522	2.57	2.75	-6.22
	77 K	0.500	87.9	408.7	2.486	0.750	0.745	+0.704
	77 K	0.547	87.9	415.3	2.546	0.716	0.763	-6.09
BRONZE	300 K	0.520	32.1	39.1	1.900	12.66	12.74	-0.627
	300 K	0.585	32.1	37.2	1.885	13.17	13.03	+1.12
COBRE	300 K	0.500	32.1	165.9	2.492	1.85	1.92	-3.59
	300 K	0.550	32.1	159.2	2.554	1.83	1.75	+4.96
	300 K	0.570	32.1	154.0	2.586	1.74	1.84	-5.10
	300 K	0.585	32.1	145.1	2.608	1.76	1.90	-7.25
	77 K	0.500	87.9	1012.3	2.530	0.296	0.291	+1.76
	77 K	0.550	87.9	1170.4	2.598	0.241	0.234	+3.20
	77 K	0.570	87.9	979.6	2.625	0.266	0.272	-2.05
	77 K	0.585	87.9	962.6	2.651	0.257	0.280	-8.21
LATAO	300 K	0.500	32.1	52.3	2.227	7.35	7.39	-0.483
	300 K	0.560	32.1	50.6	2.286	7.18	7.25	-0.955
	77 K	0.500	87.9	110.8	1.916	4.69	4.82	-2.70
	77 K	0.560	87.9	108.2	1.965	4.54	4.65	-2.26
NÍQUEL	300 K	0.511	32.1	38.1	1.818	14.02	13.72	+2.18
	300 K	0.490	32.1	40.3	1.874	14.09	13.58	+3.75
	300 K	0.520	32.1	38.2	1.844	13.48	13.87	-2.76
	77 K	0.511	87.9	145.1	2.269	2.36	2.42	-2.33
	77 K	0.490	87.9	161.8	2.276	2.37	2.27	+4.40
	77 K	0.520	87.9	132.7	2.218	2.68	2.74	-2.06

Tabela 5.3- Resultados experimentais obtidos para o sistema N°3. ρ_{ind} é a resistividade determinada através dos tempos de decaimento (micro ohm-cm); ρ_{pot} é a resistividade medida pela técnica convencional (micro ohm-cm); X é a razão dos raios da amostra; τ_p é o tempo de decaimento do secundário na ausência de amostra; τ_1 é o tempo de decaimento da amostra; X é a raiz encontrada e $ERRO\% = (100) * [(\rho_{ind} - \rho_{pot}) / \rho_{pot}]$.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

O método da contra corrente mostrou ser um bom método para as medidas de resistividade através de processos indutivos. Para o caso onde o sistema de bobinas é alimentado com fonte de corrente a resistividade do material é definida por

$$\rho = \frac{\mu_0 b^2}{x^2 \epsilon_0} \quad (6.1)$$

onde x é função da geometria da amostra e é mostrado na tabela 3.1.

Para o caso onde o sistema de bobinas é alimentado por fonte de tensão, a resistividade é obtida por

$$\rho = \frac{\mu_0 b^2}{x_1^2 \epsilon_1} \quad (6.2)$$

onde x_1 é a menor raiz da equação

$$\mu(x) = 1 + \frac{\epsilon_p^2}{b^2 a^2} \left[\epsilon_1 / \epsilon_p - 1 \right] \quad (6.3)$$

Para a determinação numérica de x_1 , nós desenvolvemos um programa computacional mostrado no apêndice I, para uma dada geometria, caracterizada pelo parâmetro κ .

Como mostrado nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, os valores encontrados para a resistividade através do método da contra corrente apresentam oscilações na faixa de $\pm 5\%$ em relação as medidas efetuadas através do método convencional. Este erro é muito pequeno se considerarmos o erro na determinação de x_1 (a equação

(6.3) envolve medidas geométricas do sistema e amostra) e o erro nas medidas da resistividade através do método convencional (calibração de corrente, medidas geométricas).

Os valores de resistividade encontrados para o cobre, alumínio e nióbio apresentam concordância com a literatura em geral (tabela 6.1).

METAL	TEMP. (K)	ρ_{ind}	REF.1	REF.2	REF.3	REF.4	REF.5
ALUMÍNIO	300	2.67	2.69	2.74	2.65		
	77	0.716				0.705	
COBRE	300	1.67	1.67	1.70	1.67	1.73	
	77	0.241				0.203	
NIÓBIO	300	14.27					14.58
	77	2.37					2.38

Tabela 6.1- Tabela comparativa dos valores de resistividade listados na literatura com os obtidos pelo método da contra corrente (ρ_{ind}).

REFERÊNCIAS

- 1- Smithells, C. J., "Metals Reference Book", London Butterworths, 4th ed., 1967.
- 2- Meaden, G. T., "Electrical Resistance of Metals", Plenum Press, New York, 1965.
- 3- Handbook of Chemistry and Physics, The Chemical Rubber Co., Ohio, 1966.
- 4- Callarotti, R. C. and Alfonzo, M., Jour. Appl. Phys., 43, 7, 3040 (1972).
- 5- Abraham, J. M. and Deviot, B., Jour. Less-Common Metals, 29, 311 (1972).

CAPÍTULO VII

PROBLEMAS PROPOSTOS

Uma vez concluído, este trabalho forneceu grande potencial para a realização de futuros projetos, tanto sob o ponto de vista experimental, como teórico :

a) Problemas experimentais

1) Construção de um amplificador logarítmico para gerar exponenciais e compará-las com o decaimento das contra correntes. Pelos resultados obtidos (através de fotografias deste decaimento) é evidente que a precisão é inferior a um circuito analógico.

2) Construção de uma chave para monitorar o corte de alimentação da bobina primária, tanto no caso de fonte de corrente, como no caso de fonte de tensão.

b) Problemas teóricos

1) Cálculo da resistividade anisotrópica (através desta típica excitação) para amostras com geometrias tipo cilindro circular maciço e oco, cilindro elíptico maciço e oco, e também geometrias esféricas.

2) Cálculo análogo ao apresentado no presente trabalho para amostras com geometrias tipo cilindro elíptico maciço e oco, e também esféricas.

APÊNDICE I

PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS

Para a determinação do decaimento de contra correntes em amostras com geometrias tipo cilindro circular oco, nós temos desenvolvido um programa utilizando a subrotina IMSL do computador VAX-11/780, pertencente ao IFGW da Universidade Estadual de Campinas. Esta subrotina calcula as funções de Bessel de ordem zero e um para uma larga faixa de argumentos.

O nosso programa tem como objetivo principal a determinação do comportamento da permeabilidade magnética de amostras com geometrias tipo cilindro circular oco em relação a variável x , como descreve a equação (3.2.29). A execução deste programa para um dado fornece um arquivo de dados, que é graficado com a "linkagem" de um programa gráfico. Estes dois programas são mostrados em suas versões originais.

C

```

CALCULO DA PERMEABILIDADE MAGNETICA DE UM CILINDRO OCO
PARAMETER (NPTG=502)
PARAMETER (J1=1, J2=1)
DIMENSION XX(J1, J2, NPTG), YY(J1, J2, NPTG), KF(J1, J2), NPOL(J1), NPG(J1)
DIMENSION B(4), C(4), Y0(4), Y1(4)
CHARACTER DESE*1, DESO*1
NPTT=NPTG-2
TYPE *, 'DAR NPT, AK, X1, DX          NPT <', NPTT
ACCEPT 1, NPT, AK, X1, DX
1  FORMAT(14, 3G)
X=X1
TYPE *, 'DESEJA VER NO TERMINAL VALORES FUC. BESSEL (S/N)'
ACCEPT 33, DESO
DO 10 I=1, NPT
X=X+DX
X1=AK*X
CALL MMBSJN(X, 2, B, IER1)
CALL MMBSJN(X1, 2, C, IER2)
CALL MMBSYN(X, 0, 2, Y0, IER3)
CALL MMBSYN(X1, 0, 2, Y1, IER4)
A=B(1)
B1=Y0(1)
C1=B(3)
D=Y0(3)
E=C(3)
F=Y1(3)
G=C(1)
H=Y1(1)
IF(DESO.EQ. 'S') THEN
TYPE *, IER1, IER2, IER3, IER4
TYPE *, A, B1, C1, D, E, F
END IF
T1=(A*H-B1*G)
T2=-1.0*(A*F-B1*E)/(0.5*AK*X)
T=T1+T2
TT1=(E*H-G*D)/(0.5*X)
TT2=-1.0*(C1*F-E*D)/(0.25*AK*X**2)
T3=(G*B1-A*H)*(0.5*AK*X)
T4=(E*B1-A*F)
T5=T3/T4
T6=C1/(0.5*X*A)
YY(1, 1, I)=TT1/T+TT2/T
YY(1, 2, I)=T5
YY(1, 3, I)=T6
P=YY(1, 1, I)
XX(1, 1, I)=X
DO JJ=1, J2
IF(ABS(YY(1, JJ, I)).GT.5.) THEN
IF(YY(1, JJ, I).GT.0.) YY(1, JJ, I)=+5.0
IF(YY(1, JJ, I).LT.0.) YY(1, JJ, I)=-5.0
END IF
END DO
B(1)=0.
C(1)=0.
C(3)=0.
Y0(1)=0.
Y1(1)=0.
Y1(3)=0.
B(3)=0.

```

13

```

10  CONTINUE
    TYPE *, 'DESEJA VER VALORES DOS DENOMINADORES ? (S/N)'
    ACCEPT 33, DESE
33  FORMAT(A1)
    IF(DESE EQ 'N') GO TO 44
    WRITE(5, 95)
95  FORMAT(4X, 'VALOR X', BX, 'VALOR Y')
    WRITE(5, 100)(XX(1, 1, I1), YY(1, 1, I1), I1=1, NPT)
    WRITE(5, 95)
    WRITE(5, 100)(XX(1, 1, I1), YY(1, 2, I1), I1=1, NPT)
    WRITE(5, 95)
    WRITE(5, 100)(XX(1, 1, I1), YY(1, 3, I1), I1=1, NPT)
100 FORMAT(2(X, 1PE14. 6))
44  CONTINUE

    DO J=1, J2
    DO I=1, NPT
    XX(1, J, I)=XX(1, 1, I)
    END DO
    END DO
    DO I=1, J2
    KF(1, I)=NPT
    END DO
    NPG(1)=J2
    NPOL(1)=1
    NC=1
    CALL GRAPHIKOS(YY, XX, KF, NPG, NC, NPOL, J1, J2)
    STOP
    END

```

VERSAO I11

* ULTIMA ALTERACAO 18/12/85

n = identifica o conjunto de curvas
i = identifica dentro do conjunto, a curva especifica
j = armazena os ptos. da curva

pi = variavel dependente pi(n,i,j)
t = variavel independente T(n,i,j)
kf(n,i) = numero de ptos. referente a curva i, do conjunto n
NPG(N) = numero de curvas POR conjunto, ONDE N ESPECIFICA
 UM DETERMINADO CONJUNTO
nc = numero de conjuntos
J1,J2 = DEFINE A DIMENSAO DOS VETORES
NPOL(N) = DEFINE SE O GRAFICO SERA :
 EM COORDENADAS CARTESIANAS (+1)
 OU EM ESCALA MONO-LOG (+2)
RE = FATOR DE REDUCAO < 1.0

---=====*) OBSERVACAO IMPORTANTE <=====---

O NUMERO MAXIMO DE PTOS. A SEREM GRAFICADOS POR CURVA E 300.
O NUMERO MAXIMO DE CURVAS POR GRAFICO E DADO POR J2, O QUAL,
DEPENDERA DO VALOR DESTES, DEFINIDO NO PROGRAMA PRINCIPAL;
ACONSELHAMOS DA ORDEM DE 10 DEVIDO A CAPACIDADE DA MAGUINA.
O NUMERO MAXIMO DE CONJUNTO DE CURVAS E DADO POR J1, TAMBEM
DEFINIDO NO PROGRAMA PRINCIPAL, IGUALMENTE ACONSELHAMOS QUE
ESTE SEJA DA ORDEM DE 10, DEVIDO AOS MESMOS PROBLEMAS.

subroutine GRAPHIKOS(p1,t,kf,NPG,NC,NPOL,J1,J2)
dimension pi(J1,J2,1),t(J1,J2,1),kf(J1,1),pip(5004),tp(5004)
dimension tmax(10),TMIN(10),NPG(J1),NPOL(J1)
dimension pimax(10),pimin(10)
CHARACTER CHA(5)*70,ESCO*1
DIMENSION TX(4)
CHARACTER*30 OFL,LABELX,LABELY
CHARACTER TITLE(4)*17,DATA*9,TEMPO*8

1100 FORMAT(A30)
WRITE(6,1200)
1200 FORMAT(1H , 'ENTRE COM NOME DO FILE PARA SAIDA --> ', \$)
ACCEPT 1100,OFL

OPEN(UNIT=55,FILE=OFL,STATUS='NEW')

WRITE(6,51)
51 FORMAT(1H ,3X, 'FAZER QUAIS GRAFICOS ? ', /,
1 6X, 'TODOS = 1', 5X, 'NAO TODOS = -1')
ACCEPT *, NGRAF

IC=0
IF(NGRAF.EQ.1) THEN

```

NC2=NC
ELSE
WRITE(6,*) 'QUANTOS GRAFICOS DESEJA ?'
ACCEPT *, KGRAF
GO TO 10
END IF
CONTINUE
20
C
do n=NC1,NC2
TYPE 6
FORMAT(/, '----> FATOR DE REDUÇAO: SEMPRE < OU = 1.0',/)
ACCEPT *, RE
RA=0.09
IF(RE.EQ.1.)GO TO 111
RA=0.075/RE
111 CONTINUE
if((ic.gt.1).AND.(NPOL(N-1).NE.2)) THEN
WRITE(55,50)
END IF
50 format(1h1)
TYPE 24
FORMAT(/, '----> DESEJA LEGENDA ?',/)
TYPE 25
FORMAT(10X, 'S  SIM = 1',/,10X, '*  NAO = -1',/)
ACCEPT *, ILENG
IF(NPOL(N).EQ.2) THEN
C
IF(ILENG.EQ.1) THEN
WRITE(6,1300)
1300 FORMAT(1H, 'DAR NOME DO EIXO-X [A30]==>',$(
WRITE(6,1350)
ACCEPT 1100,LABELX
WRITE(6,1400)
1400 FORMAT(1H, 'DAR NOME DO EIXO-Y ==> ',$(
WRITE(6,1350)
1350 FORMAT(1H, '-----+-----*-----+-----*-----+-----* ')
ACCEPT 1100,LABELY
C
DO IT=1,4
WRITE(6,1950) IT
1950 FORMAT(3X, 'TITULO-',I1, ' ==>',$(
ACCEPT 1100,TITLE(IT)
END DO
C
ELSE
DO IT=1,4
TITLE(IT)=' '
END DO
LABELX=' '
LABELY=' '
C
END IF
C
WRITE(6,1500)
1500 FORMAT(1H, 'DAR VALOR INICIAL DO EIXO-X [REAL]==>',$(
ACCEPT 1600,X0
1600 FORMAT(F10.0)
WRITE(6,1700)
1700 FORMAT(1H, 'DAR INCREMENTO F, CADA 5 DIV. DO EIXO-X [REAL]==>',$(
ACCEPT 1600,DX
WRITE(6,1800)
1800 FORMAT(1H, 'DAR INDICE INICIAL DO EIXO LOG-Y [INTEIRO]==>',$(
ACCEPT 1650, INITY
1650 FORMAT(I10)
C

```



```

CALL FACTOR(RE)
CALL MONOLOG(LABELX, LABELY, XO, DX, INITY)
JT=3
IS=0
DO I=1, NPG(N)
WRITE(6, 9)
9  FORMAT(1H, 3X, 'GRAFICA: ', /, 5X, 'SOMENTE OS PTOS CALCULADOS',
1  ' = -1', /, 5X, 'SOMENTE A CURVA = 0', /,
2  5X, 'OS PTOS E A CURVA = 1', /)
ACCEPT *, MODO
IF((MODO.EQ. -1). OR. (MODO.EQ. 1)) THEN
IS=IS+1
IF(IS.EQ. 1) THEN
WRITE(6, 1620)
1620  FORMAT(1H, 'DAR TAMANHO DO SIMBOLO (GERALMENTE=0.1)'
1  ', /, ' EM POLEGADAS [REAL] ==>', $)
ACCEPT 1600, OKISA
END IF
DO 4100 IA=1, KF(N, I)
PIP(IA)=- (ALOG10(PI(N, I, IA))-FLOAT(INITY))*2.458
TP(IA)=(T(N, I, IA)-XO)*(5.0/DX)/2.54
Y=PIP(IA)
X=TP(IA)
CALL SYMBOL(Y, X, OKISA, CHAR(JT), 90., -1)
4100  CONTINUE
ELSE
DO IA=1, KF(N, I)
PIP(IA)=- (ALOG10(PI(N, I, IA))-FLOAT(INITY))*2.458
TP(IA)=(T(N, I, IA)-XO)*(5.0/DX)/2.54
END DO
END IF
PIP(KF(N, I)+1)=0.
TP(KF(N, I)+1)=0.
PIP(KF(N, I)+2)=1.
TP(KF(N, I)+2)=1.
IF((MODO.EQ. 1). OR. (MODO.EQ. 0)) CALL LINE(PIP, TP, KF(N, I), 1, 0, 0)
IF(I.EQ. 1) JT=-1
JT=JT+1
IF(JT.EQ. 3) JT=JT+1
END DO

C
DO 5000 IB=1, 4
TX(IB)=-9.64+(FLOAT(IB)-1.0)*0.2
CALL SYMBOL(TX(IB), 5.34, 0.15, TITLE(IB), 90.0, 1)
5000  CONTINUE
CALL DATE(DATA)
CALL SYMBOL(-7.9, 7.16, 0.1, DATA, 90.0, 1)
CALL TIME(TEMPO)
CALL SYMBOL(-7.9, 5.34, 0.1, TEMPO, 90.0, 1)
CALL SYMBOL(-8.1, 6.36, 0.1, OFL, 90.0, 1)
CALL SYMBOL(-8.1, 5.34, 0.1, 'OFL =', 90.0, 1)
CALL PLOT(0.0, 0.0, 999)

C
ELSE

C
IF(ILENG.EQ. 1) THEN
TYPE 1
1  FORMAT(/, '----> NOME EIXO-X =', $)
ACCEPT 1501, CHA(1)
1501  FORMAT(A80)
TYPE 211
211  FORMAT(/, '----> NOME EIXO-Y =', $)
ACCEPT 1501, CHA(2)
TYPE 3
3  FORMAT(/, '----> NOME DO PROGRAMA', /)

```

```

TYPE 4
4  FORMAT(/, '----> OBSERVACOES: 1', /)
  ACCEPT 1501, CHA(4)
  TYPE 511
511  FORMAT(/, '----> OBSERVACOES 2', /)
  ACCEPT 1501, CHA(5)

C
  ELSE
  DO ICHA=1,5
  CHA(1CHA)=' '
  END DO
  END IF
  TYPE *, 'ESCALA AUTOMATICA OU INTRODUIDA PELO TERMINAL ? (A/I)'
  ACCEPT 129, ESCO
129  FORMAT(A1)
  IF(ESCO.EQ. 'I') THEN
  TYPE *, 'DAR VALOR INICIAL XO'
  ACCEPT *, TP(3)
  TYPE *, 'DAR DELTA-X '
  ACCEPT *, TP(4)
  TYPE *, 'DAR VALOR INICIAL YO'
  ACCEPT *, PIP(3)
  TYPE *, 'DAR DELTA-Y'
  ACCEPT *, PIP(4)
  END IF

C
  CALL PLOTS(10.,13.,55)
  CALL FACTOR(RE)

C
  CALL PLOT(1.,1.,-3)
  CALL PLOT(8.,0.,-3)
  CALL PLOT(0.,11.,-3)
  CALL PLOT(-8.,0.,-3)
  CALL PLOT(0.,-11.,-3)
  CALL PLOT(7.,1.,-3)
  CALL SYMBOL(.6,4.5,.15,cha(1),90.,1)
  CALL SYMBOL(-.7,-.8,.15,cha(2),180.,1)
  CALL PLOT(0.,0.,3)
  CALL SYMBOL(-7.5,-1.,.15,'JARDIM',90.,1)
  CALL SYMBOL(-7.1,-1.,.15,' ',90.,1)
  CALL SYMBOL(-7.1,1.7,.12,CHA(3),90.,1)
  CALL SYMBOL(.8,0.,.1,'OBSERVACOES 1:',90.,1)
  CALL SYMBOL(.8,1.4,RA,CHA(4),90.,1)
  CALL SYMBOL(1.,0.,.1,'OBSERVACOES 2:',90.,1)
  CALL SYMBOL(1.,1.4,RA,CHA(5),90.,1)

C
  IF(ESCO.EQ. 'I') GO TO 444

  do IA=1,NPG(N)
  tmax(IA)=t(n,IA,1)
  pimax(IA)=pi(n,IA,1)
  tmin(IA)=t(n,IA,1)
  pimin(IA)=pi(n,IA,1)
  do j=1,KF(N,IA)
  if(tmax(IA).lt.t(n,IA,j))tmax(IA)=t(n,IA,j)
  if(pimax(IA).lt.PI(n,IA,j))pimax(IA)=pi(n,IA,j)
  if(tmin(IA).gt.t(n,IA,j))tmin(IA)=t(n,IA,j)
  if(pimin(IA).gt.pi(n,IA,j))pimin(IA)=pi(n,IA,j)
  end do
  end do
  TMAXA=TMAX(1)
  TMINA=TMIN(1)
  PIMAXA=PIMAX(1)
  PIMINA=PIMIN(1)
  DO ID=1,NPG(N)

```

```

IF(TMINA.GT.TMIN(ID))TMINA=TMIN(ID)
IF(PIMAXA.LT.PIMAX(ID))PIMAXA=PIMAX(ID)
IF(PIMINA.GT.PIMIN(ID))PIMINA=PIMIN(ID)
END DO

```

```

C
TP(1)=TMINA
TP(2)=TMAXA
PIP(1)=PIMINA
PIP(2)=PIMAXA

```

```

C
CALL SCALE(tp,9,8,2,1)
call scale(pip,6,8,2,1)
444 CALL AXIS(0.,0.,',',-1,9,8,90.,TP(3),TP(4))
CALL AXIS(0.,0.,',',1,6,8,180.,PIP(3),PIP(4))

```

```

C
TP21=TP(3)
TP22=TP(4)
PIP21=PIP(3)
PIP22=PIP(4)

```

```

C
jt=3
IS=0
do i=1,NPG(N)
do j=1,KF(N,I)
tp(j)=t(n,i,j)
pip(j)=pi(n,i,j)
end do
tp(j)=tp21
tp(j+1)=tp22
pip(j)=pip21
pip(j+1)= -pip22
type 2

```

```

2 FORMAT(/,'----> GRAFICA: ',/)
TYPE 22

```

```

22 FORMAT(10X,'* SOMENTE OS PTOS. CALCULADOS = -1')
TYPE 23

```

```

23 FORMAT(10X,'* SOMENTE A CURVA = 0')
TYPE 7

```

```

7 FORMAT(10X,'* OS PTOS. CALCULADOS E A CURVA = 1',/)
accept *,jp
IF((JP.EQ.1).OR.(JP.EQ.-1)) THEN
IF(IS.EQ.0) THEN
IS=IS+1
WRITE(6,*) 'DAR TAMANHO DO SIMBOLO ( GERALMENTE = 0.1)

```

```

1 EM POLEGADAS [REAL] '
ACCEPT 1600,OKISA

```

```

END IF
DO K=1,KF(N,I)
Y=(PIP(K)-PIP21)/(-PIP22)
X=(TP(K)-TP21)/TP22
CALL SYMBOL(Y,X,OKISA,CHAR(JT),90.,-1)
END DO
END IF
IF((JP.EQ.1).OR.(JP.EQ.0)) CALL LINE(PIP,TP,KF(N,I),1,0,0)
IF(I.EQ.1) JT=-1
JT=JT+1
IF(JT.EQ.3) JT=JT+1
end do
CALL PLOT(0.,0.,999)
END IF

```

```

C
IC=IC+2
END DO

```

```

C
10 CONTINUE

```

```
WRITE(6,*) 'COLOQUE O NUM. DO GRAFICO'  
ACCEPT *,NC2  
NC1=NC2  
NCONT=NCONT+1  
GO TO 20  
END IF
```

```
C  
CLOSE(UNIT=55)  
RETURN  
END
```

```
C  
C FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM FIM
```