



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”

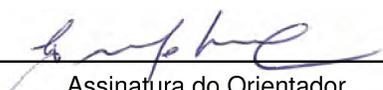
Da Deflexão de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos no Campo Magnético Galáctico

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física
“Gleb Wataghin” da Universidade Estadual de Campinas para a
obtenção do título de Mestre em Física

Aluno:
Rafael Alves Batista

Orientador:
Prof. Dr. Ernesto Kemp

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação
defendida pelo aluno, e orientada pelo Prof. Dr. Ernesto Kemp.



Assinatura do Orientador

Campinas
2012

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW
UNICAMP**

B32d Batista, Rafael Alves, 1987-
 Da deflexão de raios cósmicos ultra-energéticos no campo
 magnético galáctico / Rafael Alves Batista.-- Campinas, SP :
 [s.n.], 2012.

Orientador: Ernesto Kemp.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Física “Gleb Wataghin”.

1. Raios cósmicos ultra-energéticos. 2. Campo magnético
galáctico. 3. Wavelets. 4. Campos magnéticos cósmicos.
I. Kemp, Ernesto, 1965- II. Universidade Estadual de
Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: On the deflection of ultra-high energy cosmic rays in the galactic magnetic field

Palavras-chave em inglês:

Ultra-high energy cosmic rays

Galactic magnetic field

Wavelets

Cosmic magnetic fields

Titulação: Mestre em Física

Banca Examinadora:

Ernesto Kemp [Orientador]

Rogério Menezes de Almeida

Carola Dobrigkeit Chinellato

Data da Defesa: 03-02-2012

Programa de Pós-Graduação em: Física

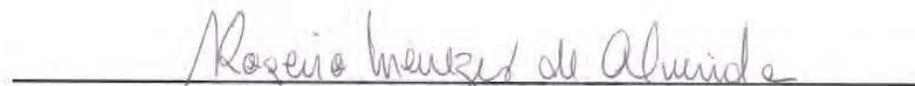


MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **RAFAEL ALVES BATISTA – R.A. 045830** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 03 / 02 / 2012.

COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Ernesto Kemp - Orientador do Candidato
DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Rogério Menezes de Almeida
EEIMVR/UFF



Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato – DRCC/IFGW/UNICAMP

AGRADECIMENTOS

Durante a longa trajetória até aqui, muitas pessoas contribuíram para minha formação não só acadêmica, mas também pessoal. Certamente, neste espaço dedicado a expressar minha gratidão a estes indivíduos, esquecerei de citar alguns nomes, e desde já peço desculpas a estes.

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Prof. Ernesto Kemp pelos três anos de orientação durante a iniciação científica, e mais dois durante o mestrado. Sua paciência, apoio e amizade foram cruciais para que eu chegasse até aqui. Não poderia deixar de citar aqui o Rogério Menezes de Almeida, dedicado coorientador e amigo que muito me ajudou no início dos trabalhos de iniciação científica, e cujo auxílio foi essencial para meu aprendizado científico.

Gostaria de agradecer muito à minha mãe Helena Maria Alves, que sempre apoiou todas as minhas decisões e forneceu, juntamente com meu pai, Francisco Batista, todo o suporte necessário para trilhar este caminho.

Agradeço também à Luciana, que durante todo o mestrado me apoiou, incentivou e inspirou, que esteve presente nas várias madrugadas em que passei escrevendo esta dissertação e me questionando “será que isto sai?”. Aproveito aqui para agradecer a todos os meus ainda amigos de infância, cujos nomes vou omitir para evitar delongas.

Meus agradecimentos a todos aqueles amigos de Campinas que me ajudaram todos estes anos, que me acompanharam nos fins de semana estudando para as provas. Em especial, agradeço ao meu companheiro de sala, Bruno Daniel, que tem me acompanhado desde o início da graduação, até hoje.

É importante mencionar a contribuição do Marcelo Zimbres, cujo auxílio com o ferramental computacional foi de fundamental importância para o trabalho. Estendo os agradecimentos também ao pessoal responsável pelo *cluster* de processamento do IFSC/USP, que foi muito útil.

Por fim, agradeço também a todos aqueles que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização deste trabalho, e à FAPESP pela bolsa concedida, que permitiu que eu me dedicasse exclusivamente à pesquisa.

*“ O mistério das cousas, onde está ele?
Onde está ele que não aparece
Pelo menos a mostrar-nos que é mistério?
Que sabe o rio disso e que sabe a árvore?
E eu, que não sou mais do que eles, que sei disso?
Sempre que olho para as cousas e penso no que os homens pensam delas,
Rio como um regato que soa fresco numa pedra.”*

Alberto Caeiro (Fernando Pessoa)

Resumo

Campos magnéticos cósmicos são ubíquos e estão presentes em todas as escalas, desde os planetas até os superaglomerados de galáxias. Sabe-se que o campo magnético da Via Láctea possui uma componente regular, que tem uma estrutura espiral, e uma componente aleatória. Muitas questões acerca do magnetismo galáctico ainda permanecem sem respostas, e o modelo de espiral mais adequado para descrever as observações é incógnito. Uma possibilidade pouco explorada para estudar o campo magnético da Via Láctea é utilização de informações relacionadas à propagação de partículas carregadas através da mesma. Neste contexto estão inseridos os raios cósmicos ultra-energéticos, as partículas mais energéticas do universo, cuja origem, composição química e mecanismos de aceleração e propagação não são bem compreendidos. A deflexão de partículas provenientes da mesma fonte no campo magnético galáctico pode gerar estruturas filamentosas com eventos ordenados por energia, os chamados multipletos, sendo esta uma assinatura única deixada pelo campo em mapas contendo direções de chegada de raios cósmicos. Neste trabalho é apresentado um método inédito para estudos do campo magnético galáctico, através da identificação e análise da orientação de multipletos nestes mapas. Este método baseia-se na transformada de *wavelets* na esfera, que permite amplificar a razão sinal-ruído e fazer reconhecimento de padrões, de forma a identificar multipletos imersos em ruído de natureza estocástica. Na primeira parte do trabalho o método foi aplicado a dados simulados visando obter a orientação esperada para multipletos oriundos de fontes em diversas partes da esfera celeste, segundo diferentes modelos de campo magnético galáctico. Na segunda parte do trabalho, aplicou-se o método a eventos detectados pelo Observatório de Raios Cósmicos Pierre Auger. A confrontação dos resultados de dados reais e simulações permite restringir modelos de campo magnético galáctico.

Abstract

Cosmic magnetic fields are ubiquitous and are present in all size scales, from planets to superclusters of galaxies. The magnetic field of the Milky Way has a regular component, with a spiral structure, and a random component. Many questions concerning galactic magnetism still remain unanswered, and the spiral model which best fits the observations is unknown. An underexplored possibility to probe these fields is to use information related to the propagation of charged particles through them. In this context, an interesting probe are the ultra-high energy cosmic rays, the most energetic particles in the universe, whose origin, chemical composition and mechanisms of acceleration and propagation are not well-understood. The deflection of particles coming from the same source can generate threadlike structures with events ordered by energy, the so-called multiplets, which imprints a unique signature of the galactic magnetic field in maps containing arrival directions of cosmic rays. In the present work it is presented a novel method to probe the galactic magnetic field, by identifying and analysing the orientation of multiplets in these maps. This method relies on the spherical wavelet transform, which is capable of amplifying the signal-to-noise ratio and perform pattern matching, so that it is possible to identify multiplets embedded in a stochastic background. In the first part of this work the method is applied to simulated data, aiming to obtain the expected orientations for multiplets associated to sources in several regions of the celestial sphere, according to different models of galactic magnetic field. In the second part of the work the method was applied to events detected by the Pierre Auger Observatory. A confrontation between the results using real and simulated data allows one to impose constraints to galactic magnetic field models.

SUMÁRIO

Introdução	2
1 Campos Magnéticos Cósmicos	3
1.1 Métodos de Medição	3
1.1.1 Polarização da Luz Estelar	3
1.1.2 Efeito Zeeman	4
1.1.3 Emissão de Radiação Síncrotron	4
1.1.4 Rotação de Faraday	6
1.2 Campos Magnéticos em Aglomerados de Galáxias	9
1.3 Campos Magnéticos Além dos Aglomerados de Galáxias	10
1.4 Campos Magnéticos em Outras Galáxias	10
1.5 Campo Magnético da Via Láctea	11
1.5.1 Modelos para a Componente Regular do Campo Magnético Galáctico	12
Modelo de Stanev	12
Modelo de Harari, Mollerach, Roulet	12
Modelo de Tinyakov e Tkachev	13
Modelo de Prouza-Šmída	14
Modelo de Kalchauer, Serpico e Teshima	14
Modelo de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin	14
1.5.2 O Campo Magnético na Região do Centro Galáctico	15
1.5.3 Reversões no Sentido do Campo	15

1.6	Magnetogênese Cosmológica	16
1.6.1	Campos Magnético Primordiais	16
1.6.2	Origem do Campo Magnético Galáctico	18
1.7	Deflexão de Partículas Carregadas nos Campos Magnéticos Galáctico e Extragaláctico	20
2	Raios Cósmicos	21
2.1	Um Breve Panorama Histórico	21
2.2	Espectro de Energia	23
2.2.1	O “Joelho”	24
2.2.2	O “Tornozelo”	25
2.2.3	O Domínio GZK	25
2.3	Interação	26
2.4	Origem e Aceleração dos UHECRs	27
2.4.1	Mecanismo de Fermi de Segunda Ordem	27
2.4.2	Mecanismo de Fermi de Primeira Ordem	29
2.4.3	Diagrama de Hillas	30
2.4.4	Modelos <i>Bottom-Up</i>	30
	Estrelas de Nêutrons	30
	Magnetares	31
	Núcleos Galácticos Ativos	32
	Surtos de Raios Gama	32
2.4.5	Modelos <i>Top-Down</i>	33
2.5	Composição	34
3	O Observatório Pierre Auger	37
3.1	Detectores de Superfície	38
3.1.1	Reconstrução	38
3.2	Detectores de Fluorescência	40
3.2.1	Reconstrução	42
3.3	Modo Híbrido	43
3.3.1	Reconstrução	43
3.4	Extensões do Observatório Pierre Auger	44

4	Reconhecimento de Padrões com a Transformada de Wavelets na Esfera	47
4.1	Introdução	47
4.2	A Transformada Contínua de Wavelets	48
4.3	Wavelets na Esfera	49
4.4	Noções Básicas da Transformada de Wavelets na Esfera	50
4.5	Reconhecimento de Padrões com a Transformada de Wavelets na Esfera	51
4.6	Aplicações	53
5	Identificação de Multipletos: Uma Nova Abordagem	55
5.1	Multipletos de UHECRs	55
5.2	Método da Árvore Geradora Mínima	56
5.3	Um Novo Método para a Identificação de Multipletos	57
5.4	Reconstrução da Posição da Fonte	58
5.5	Exemplo de Aplicação	60
6	Análise da Influência do Campo Magnético Galáctico sobre a Orientação de Multipletos	63
6.1	Revisitando os Modelos para o Campo Magnético Galáctico	63
6.2	Simulações	65
6.3	Resultados da Análise	68
7	Busca de Multipletos Ordenados por Energia em Dados do Observatório Pierre Auger	73
7.1	Busca de Multipletos em Dados do Observatório Pierre Auger	73
7.1.1	Método de Busca	73
7.1.2	Candidatos a Multipletos	74
7.1.3	Reconstrução da Posição das Fontes	75
7.2	Restringindo Modelos de Campo Magnético Galáctico	78
7.3	Comparação com Resultados Obtidos pela Colaboração Pierre Auger	80
8	Conclusões e Perspectivas	83
	Apêndice A: Formalismo da Transformada de Wavelets na Esfera	87
	Apêndice B: Propagação de Partículas Carregadas através do Campo Magnético Galáctico com o CRT	95

INTRODUÇÃO

Campos magnéticos são ubíquos, estando presentes em planetas, estrelas, galáxias, aglomerados de galáxias e também nas maiores estruturas do universo, as “grandes paredes”. A intensidade destes campos varia desde 10^{-9} G até 10^{15} G em magnetares, que são os objetos com maior campo magnético conhecido.

A existência de campos magnéticos na Via Láctea¹ foi verificada inicialmente em 1949 por Hiltner, através da polarização de grãos de poeira, efeito que só fora explicado posteriormente, em 1951, por Davis e Greenstein, e desde então um panorama global para descrever o campo magnético desta tem sido buscado. Foi verificada a existência de uma componente turbulenta, atuante em pequenas escalas, e de uma componente regular que atua na macroescala galáctica. Diversos modelos tentam descrever esta componente de larga escala, e alguns destes prevêem um padrão espiral que pode ou não ter seu sentido invertido nos dois hemidiscos galácticos, dependendo da paridade da transformação $\theta \rightarrow \theta + \pi$, e/ou na parte superior e inferior do mesmo, dependendo da paridade da transformação $z \rightarrow -z$. Não obstante existam modelos para descrever a componente regular do campo, os métodos observacionais disponíveis não são capazes de apontar qual destes modelos é mais adequado para descrever a realidade.

As primeiras observações do campo magnético galáctico, como as de Hiltner, foram feitas medindo a polarização da luz estelar. Outros métodos, utilizando a emissão síncrotron por elétrons relativísticos, foram desenvolvidos posteriormente, o que permitiu medir o campo de forma indireta. Desde 1957, quando a aplicação do efeito Zeeman para determinação de campos magnéticos cósmicos foi proposta, medidas *in situ*, i. e., diretamente na fonte, tornaram-se possíveis. A grande dificuldade deste método é sua forma de medição, que só é propiciada em densas nuvens de hidrogênio molecular. A medida da rotação de Faraday foi, sem dúvida, o que permitiu estudos sistemáticos e detalhados dos campos magnéticos cósmicos, fornecendo informações não só sobre a direção do campo, mas também sobre sua intensidade integrada ao longo da linha de visada. Foram as medidas de rotação de Faraday que verificaram que a componente regular do campo magnético galáctico tem um padrão espiral e intensidade tipicamente da ordem de 1-10 μ G (exceto nos filamentos presentes próximos ao centro galáctico, cuja intensidade é três ordens de magnitude maior). Uma possibilidade interessante e pouco explorada para estudar o campo magnético da Via Láctea é utilizar a propagação de partículas carregadas através deste. A propagação de raios cósmicos, especificamente os carregados, através da galáxia, pode contribuir para compreender não somente a componente regular do campo, mas também a turbulenta.

¹ Ainda hoje há discussões acerca da nomenclatura utilizada para descrever esta galáxia. Via Láctea refere-se à densa região estrelada do céu observada desde a Antiguidade. O que hoje é chamado de Via Láctea, para alguns historiadores da ciência, deveria ser chamado de “Galáxia” (com ‘G’ maiúsculo). No entanto, por razões históricas o termo “Via Láctea” evoluiu de modo a designar toda a galáxia, e é esta assunção que será utilizada neste trabalho.

Raios cósmicos são partículas provenientes do espaço, com diversas energias, que atingem a Terra². Dentre todas as partículas extraterrestres que atingem a Terra, destacam-se as que possuem energia muito alta, os raios cósmicos ultra-energéticos³ (UHECRs).

Hoje, quase um século após a descoberta dos raios cósmicos, pouco se sabe sobre a origem, composição química e mecanismos de aceleração e propagação dos UHECRs. No entanto, a deflexão destas partículas nos campos magnéticos intervenientes é compreendida se a estrutura destes campos for conhecida. Sendo assim, é notória a existência de uma relação bidirecional: a propagação de UHECRs na galáxia pode trazer informações sobre o campo magnético galáctico e o conhecimento do campo magnético galáctico pode contribuir para a compreensão dos mecanismos de propagação dos UHECRs.

A deflexão de UHECRs no campo magnético galáctico é proporcional ao inverso da energia da partícula, de forma que para uma mesma fonte emitindo UHECRs com diversas energias, formar-se-ão estruturas filamentosas contendo partículas ordenadas por energia, os chamados multipletos⁴.

Neste trabalho é apresentado um método inédito para estudos do campo magnético galáctico, através da identificação e análise da orientação de multipletos em mapas contendo direções de chegada de UHECRs. Este método está fundamentado na transformada de *wavelets* na esfera, que permite amplificar a razão sinal-ruído e fazer reconhecimento de padrões, de forma a identificar multipletos imersos em ruído. Na primeira parte do trabalho o método foi aplicado a dados simulados, e na segunda parte a eventos detectados pelo Observatório de Raios Cósmicos Pierre Auger. Com isto, espera-se poder fazer restrições de modelos de campo magnético galáctico.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

- no **capítulo 1** é feita uma introdução aos principais métodos de estudo de campos magnéticos cósmicos, e apresentado um breve panorama geral sobre o conhecimento atual sobre estes campos, particularmente o galáctico;
- no **capítulo 2** é apresentado o estado-da-arte da física e astrofísica de UHECRs;
- no **capítulo 3** é descrito o Observatório Pierre Auger e seus métodos de detecção;
- no **capítulo 4** descreve-se o método utilizado para identificação de multipletos, com a transformada de *wavelets* na esfera, com o cuidado de manter todas as elucubrações matemáticas inerentes ao formalismo apresentado no **apêndice A**;
- no **capítulo 5** é descrito o método de identificação de multipletos;
- no **capítulo 6** são realizadas simulações utilizando o programa descrito no **apêndice B** com a finalidade de testar o método e parametrizar a orientação do multipletos em cada setor, a fim de confrontá-las posteriormente com dados reais;
- no **capítulo 7** são apresentados os resultados da análise de dados obtidos pelo Observatório Pierre Auger, e estes são confrontados com as simulações, a fim de restringir modelos de campo magnético galáctico;
- por fim, no **capítulo 8**, são apresentadas as conclusões e possíveis desdobramentos do trabalho.

²Um tema que suscita celeuma é a definição de raios cósmicos. Alguns consideram raios cósmicos apenas como partículas carregadas de origem extraterrestre que atingem a Terra, excluindo assim os nêutrons, radiação gama, neutrinos, etc. No presente trabalho a definição será ampliada, de modo a abarcar qualquer partícula com energia acima de 10^9 eV que atinja a Terra, incluindo as eletricamente neutras.

³Não há uma definição precisa para designar raios cósmicos de energias ultra-altas. Considerar-se-á raio cósmico ultra-energético aquele com energia superior a 10^{18} eV.

⁴Define-se multipletos como um conjunto de eventos provenientes de uma mesma fonte. Neste trabalho, por simplicidade, o termo multipletos refere-se a eventos ordenados por energia provenientes de uma mesma fonte.

CAPÍTULO 1

CAMPOS MAGNÉTICOS CÓSMICOS

1.1 Métodos de Medição

1.1.1 Polarização da Luz Estelar

A estrutura em larga escala da Via Láctea e de galáxias próximas é evidenciada através da observação da polarização da luz emitida por estrelas. A primeira evidência observacional desta polarização foi feita por Hiltner [1, 2] e Hall e Mikesell [3]. O primeiro modelo para descrever esta polarização, conectando-a ao campo magnético da galáxia, foi desenvolvido por Davis e Greenstein [4], que sugeriram que grãos de poeira não-esféricos teriam seu momento angular alinhado com o campo magnético externo, causando uma absorção da luz estelar incidente e espalhamento dependente da direção [5, 6].

No modelo de Davis e Greenstein, grãos de poeira em rotação alinham-se ao longo das linhas de campo magnético e absorvem preferencialmente a componente da luz com campo elétrico \vec{E} paralelo ao eixo maior deste grão, de forma que a luz tende a polarizar-se na mesma direção do campo [4, 6]. A conclusão do trabalho dos supracitados autores prevê a existência de um campo magnético interestelar na Via Láctea, que está orientado ao longo do plano galáctico [4, 7].

Estudos realizados por Mathewson e Ford [8] corroboram as conclusões advindas do modelo de Davis e Greenstein. Através da observação de 1800 estrelas na Via Láctea, concluiu-se que o campo magnético é alinhado com o plano da galáxia, conforme mostrado na figura 1.1. Observações mais recentes de outras galáxias espirais demonstram a estrutura magnética espiral das mesmas através da medida da polarização da luz estelar [6].

Apesar de ser um poderoso método para testar a direção do campo magnético galáctico, a polarização da luz estelar não fornece o valor do módulo do campo [7]. Outra limitação do método está relacionada à observação de campos extragalácticos. O espalhamento anisotrópico¹ no meio interestelar pode ocasionar uma polarização e afetar a medida esperada [6]. Além disto, o mecanismo preciso pelo qual grãos de poeira se alinham com o campo não é bem compreendido [6].

¹O espalhamento anisotrópico é caracterizado pela dependência direcional da fase, de forma que a onda espalhada tem intensidade diferente em cada direção.

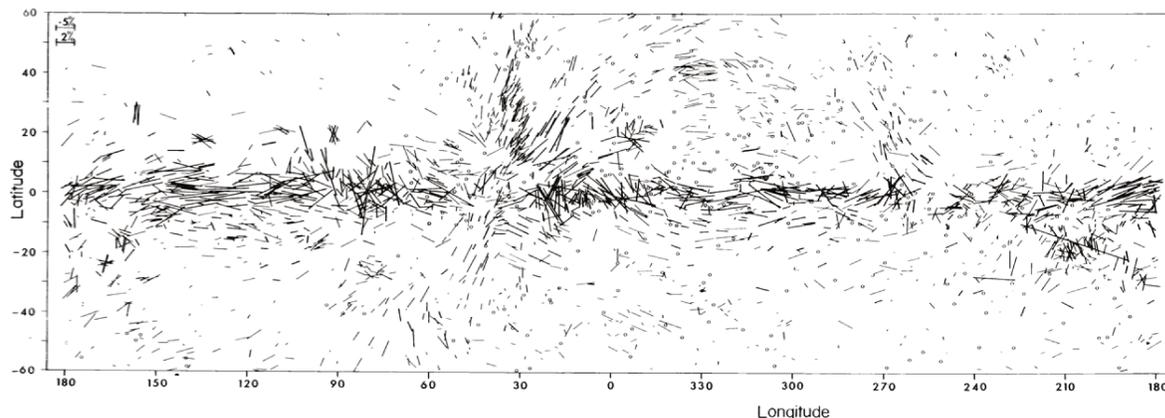


Figura 1.1: Resultados da observação da polarização da luz de 1800 estrelas, localizadas no centro de cada linha cujo comprimento é proporcional à polarização; figura extraída de [8].

1.1.2 Efeito Zeeman

O efeito Zeeman é o desdobramento dos níveis de energia atômicos ou moleculares na presença de um campo magnético externo. No contexto deste trabalho, o efeito Zeeman pode ser compreendido como o desdobramento das linhas espectrais devido à existência de dois modos (circulares) de polarização [7].

Um meio direto para medição do campo magnético na galáxia é medir o desdobramento Zeeman de uma transição no gás que compõe o meio interestelar. Matematicamente [5]:

$$\omega = \omega_{mn} \pm \frac{eB}{4\pi m_e c} Hz, \quad (1.1)$$

onde m_e é a massa do elétron, ω_{mn} é uma transição entre os níveis m e n , e $\nu = \omega/2\pi$ é a frequência observada.

A vantagem deste método é que o desdobramento Zeeman fornece o campo magnético *in situ*, isto é, diretamente na fonte, diferentemente de outros métodos tais como a rotação de Faraday, que fornece uma componente do campo integrada ao longo da linha de visada.

A medida de \vec{B} através do efeito Zeeman é extremamente difícil, uma vez que o desvio de frequência causado pelo campo é baixo em comparação à largura térmica das linhas, de forma que é necessário que hajam regiões de baixa temperatura e altamente magnetizadas para que a medida seja bem-sucedida [9]. Dada a dificuldade da medida, campos magnéticos extragalácticos nunca foram medidos por este método, devido à deformação das linhas de rádio causada por efeitos dinâmicos e à baixa intensidade dos campos [5].

Bolton e Wild [10] foram os primeiros a propor, em 1957, que seria possível estimar o campo magnético através do desdobramento Zeeman. Devido às dificuldades intrínsecas à medida, a primeira medida bem-sucedida só foi efetuada em 1968 por Davies *et al.* [11] e Verschuur [12].

1.1.3 Emissão de Radiação Síncrotron

Os campos magnéticos em galáxias e outros objetos celestes podem ser medidos através da emissão de radiação síncrotron [6, 13, 14], produzida por elétrons relativísticos espiralando em linhas de campos magnético [6].

Para um elétron de energia E em um campo magnético \vec{B} , a emissividade pode ser expressa como

$$J(\nu, E) \propto B_{\perp} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{\frac{1}{3}} f \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right), \quad (1.2)$$

onde B_{\perp} é a componente do campo magnético perpendicular à linha de visada, ν_c é a frequência crítica e $f(x)$ é uma função que tende a 1 para $x \rightarrow 0$ e decresce rapidamente para $x \gg 1$ [6]. A frequência crítica em termos do campo magnético, da massa eletrônica m_e e da frequência de Larmor ν_L é

$$\nu_c = \nu_L \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2, \quad (1.3)$$

com ν_L dado por

$$\nu_L = \frac{eB_{\perp}}{2\pi mc}. \quad (1.4)$$

Seja $n_e(E)$ a densidade de elétrons de uma determinada fonte. Pode-se assumir que esta distribuição tem um espectro que segue uma lei de potência da forma

$$n_e(E)dE = n_e(E_0) \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma} dE, \quad (1.5)$$

com γ sendo o índice espectral, cujo valor é aproximadamente 3 para galáxias espirais [6]. Então pode-se obter a emissividade total a partir da seguinte relação:

$$j_{\nu} = \int J(\nu, E) n_e(E) dE. \quad (1.6)$$

Como a emissão síncrotron é dominada por elétrons relativísticos de energia $m_e c^2 (\nu/\nu_c)^{1/2}$, se $\nu \approx \nu_c$, então $J(\nu, E) \propto B_{\perp} \nu_c \delta(\nu - \nu_c)$, de forma que com a equação 1.5 pode-se obter

$$j_{\nu} \propto n_e(E_0) \nu^{\frac{1-\gamma}{2}} B_{\perp}^{\frac{1+\gamma}{2}}. \quad (1.7)$$

Para obter a intensidade do campo, também é necessária a densidade total de energia, que é dada por

$$\epsilon_{tot} = (1+k)\epsilon_{re} + \epsilon_B, \quad (1.8)$$

onde k é a energia total de núcleos pesados e elétrons [15, 16], ϵ_B é a densidade de energia magnética [6, 15] e ϵ_{re} é

$$\epsilon_{re} = \int n_e(E) E dE. \quad (1.9)$$

Neste ponto deve-se assumir alguma hipótese para estimar a intensidade do campo: (i) a energia é igualmente dividida entre energia magnética e energia cinética dos elétrons [15, 17], ou (ii) a densidade de energia total é minimizada com relação ao campo magnético [15, 16]. Neste trabalho será adotado o desenvolvimento de Widrow [6], utilizando a fórmula revisada de equipartição de energia apresentada por Beck & Krause [18].

Integrando a expressão 1.9 no intervalo de frequências $\nu_L \leq \nu \leq \nu_U$:

$$\epsilon_{re} = \int_{\nu_L}^{\nu_U} E n(\nu_c) d\nu_c \propto B^{-\frac{3}{2}} \Theta^2 S_{\nu}(\nu_0), \quad (1.10)$$

onde Θ é o tamanho angular da fonte, S_ν é a densidade de fluxo e ν_0 é a frequência característica entre ν_L e ν_U . Integrando sobre um intervalo de energias fixo e assumindo a hipótese de equipartição de energia, obtém-se que

$$\epsilon_{re} \propto \Theta^2 S_\nu B^{-\frac{\gamma+1}{2}}, \quad (1.11)$$

o que resulta em

$$B_\perp \propto ((1+k)j_\nu)^{\frac{2}{\gamma+5}}. \quad (1.12)$$

1.1.4 Rotação de Faraday

A rotação de Faraday é um efeito optomagnético que surge da interação entre uma onda eletromagnética e o campo magnético em um meio. Uma onda linearmente polarizada pode ser descrita como a combinação linear de duas ondas circularmente polarizadas com helicidades opostas. Durante a propagação no meio, as componentes circularmente polarizadas têm diferentes velocidades de fase e esta defasagem gera uma rotação no plano de polarização, como mostrado na figura 1.2.

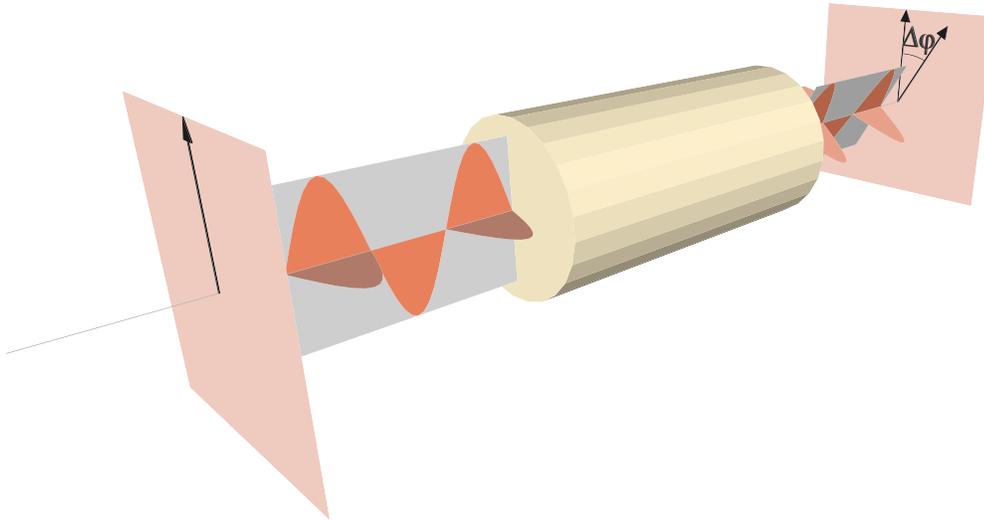


Figura 1.2: Representação pictórica da rotação do plano de polarização de uma onda eletromagnética ao atravessar um meio (efeito Faraday).

No meio interestelar, elétrons livres causam uma diferença no índice de refração visto por estes dois diferentes modos de propagação. No caso de pulsares, a dispersão causada pela existência de elétrons livres na linha de visada resulta em um atraso entre pulsos de diferentes comprimentos de onda. Esta dispersão é conhecida como *dispersion measure* (DM).

A expressão da força de Lorentz é

$$\vec{f} = q (\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}), \quad (1.13)$$

onde \vec{v} é a velocidade, q é a carga da partícula em questão (para o elétron, $q = -e$), \vec{E} é o campo elétrico e \vec{B} é o campo magnético da onda eletromagnética incidente.

A equação de movimento para a ação de um campo externo é dada por

$$m_e \ddot{\vec{s}} + f \dot{\vec{s}} = -e \vec{E} + e \vec{B} \times \dot{\vec{s}}, \quad (1.14)$$

Campos Magnéticos Cósmicos

onde \vec{s} é o deslocamento e m_e é a massa do elétron. Por simplicidade, adotar-se-á $\vec{B} = B_0 \hat{z}$, $\vec{s} \perp \hat{z}$ e $\vec{E} \perp \hat{z}$. Ademais, assume-se que o campo elétrico pode ser escrito como

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}. \quad (1.15)$$

Será utilizado o *ansatz*

$$\vec{s} = \vec{s}_0 e^{-i\omega t}. \quad (1.16)$$

Após alguns cálculos, pode-se escrever a equação de movimento em termos de cada componente:

$$m\dot{s}_x + fs_x = -eE_x - eB_0 s_y \quad (1.17)$$

$$m\dot{s}_y + fs_y = -eE_y + eB_0 s_x \quad (1.18)$$

Sendo $\omega_c = eB_0/m$ a frequência cíclotron e $\omega_0^2 = f/m$, então:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) s_x = -\frac{e}{m_e} E_x + \frac{e}{m_e} B_0 s_y i\omega \quad (1.19)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) s_y = -\frac{e}{m_e} E_y - \frac{e}{m_e} B_0 s_x i\omega \quad (1.20)$$

Para desacoplar as equações introduziremos $s_{\pm} = s_x \pm is_y$ e $E_{\pm} = E_x \pm iE_y$. Portanto

$$(\omega_0^2 - \omega^2 - \omega_c \omega) s_+ = -\frac{e}{m_e} E_+ \quad (1.21)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2 + \omega_c \omega) s_- = -\frac{e}{m_e} E_- \quad (1.22)$$

Portanto

$$s_{\pm} = \frac{-\frac{e}{m} E_{\pm}}{\omega_0^2 - \omega^2 \mp \omega_c \omega}. \quad (1.23)$$

O vetor deslocamento elétrico é dado por

$$D_{\pm} = \epsilon_0 E_{\pm} + P_{\pm} = \epsilon_{\pm} \epsilon_0 E_{\pm}, \quad (1.24)$$

onde ϵ_0 é a constante de permissividade elétrica do vácuo, ϵ é a constante de permissividade elétrica do meio. O vetor polarização pode ser expresso como:

$$P_{\pm} = -en_e s_{\pm}, \quad (1.25)$$

onde n_e é a densidade eletrônica do meio. Das equações 1.24 e 1.25, é possível obter ϵ_{\pm} através da substituição de s_{\pm} , fornecido pela equação 1.23. Assim, tem-se que:

$$\epsilon_{\pm} = 1 + \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 \mp \omega_c \omega} \equiv n_{\pm}^2(\omega), \quad (1.26)$$

onde $n_{\pm}(\omega)$ é o índice de refração do meio, para cada um dos dois modos de polarização. Podemos definir o índice de refração médio como

$$n = \frac{1}{2} (n_+ + n_-). \quad (1.27)$$

Campos Magnéticos Cósricos

Assumindo que $\omega_c \ll \omega$ e que ω não está próximo da frequência de ressonância ω_0 , pode-se demonstrar que

$$n \approx \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (1.28)$$

De maneira análoga, pode-se calcular a diferença entre os índices de refração correspondentes a cada polarização

$$n_+ - n_- \approx \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e} \frac{\omega \omega_c}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \quad (1.29)$$

Para calcular a medida de dispersão será utilizada a relação

$$\frac{c}{c'} dz = \sqrt{\epsilon_{\pm}} \epsilon_0 dz, \quad (1.30)$$

onde c' é a velocidade da luz no meio. Se o meio em questão é um plasma tênue, pode-se fazer a aproximação $n \approx 1$ e $\omega_0 = 0$. Assim

$$\frac{c}{c'} = \int_R^0 dz \left(1 - \frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0 \omega^2} \right). \quad (1.31)$$

Portanto

$$ct(\omega) = R - \frac{e^2}{2\epsilon_0 m_e \omega^2} \int_0^R n_e(z) dz, \quad (1.32)$$

onde pode-se identificar a medida de dispersão como

$$DM = \int_0^R n_e(z) dz, \quad (1.33)$$

com R representando a distância até a fonte.

O ângulo de polarização φ é dado por

$$\varphi = \arctan \left(\frac{E_y}{E_x} \right), \quad (1.34)$$

com

$$E_x = E_0 \cos \left(\frac{\omega}{c} (n_{\pm} z - ct) \right) \quad (1.35)$$

$$E_y = E_0 \sin \left(\frac{\omega}{c} (n_{\pm} z - ct) \right). \quad (1.36)$$

Portanto

$$\varphi = \frac{\omega}{2c} (n_+ + n_-) z. \quad (1.37)$$

Diferenciando com relação a z , tem-se que

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\omega}{2c} \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \frac{e B_0}{m_e \omega^2}. \quad (1.38)$$

Assim, obtém-se a seguinte expressão

$$\Delta\varphi \approx \frac{n_e e^3}{2\epsilon_0 m_e^2 c \omega^2} \int_0^R B_{\parallel}(z) n_e(z) dz. \quad (1.39)$$

A medida de rotação (RM) está relacionada a $\Delta\varphi$ da seguinte forma:

$$RM = \frac{\Delta\varphi}{\lambda^2}, \quad (1.40)$$

onde λ é o comprimento de onda da fonte emissora.

A componente paralela do campo magnético é $B_{\parallel} = RM/DM$. Portanto o campo é [16, 19]

$$\frac{B_{\parallel}}{\mu G} = 1,232 \frac{RM}{DM}. \quad (1.41)$$

É importante notar que os objetos que possibilitam a medição do campo via rotação de Faraday são tipicamente pulsares, no caso da galáxia, e fontes de rádio, para campos extragalácticos. Os pulsos emitidos por pulsares com comprimentos de onda mais longos se propagam mais lentamente no meio interestelar, sendo medidos com um atraso em relação aos pulsos de comprimentos de onda menores.

1.2 Campos Magnéticos em Aglomerados de Galáxias

As galáxias tendem a agrupar-se em estruturas maiores, os aglomerados de galáxias, cujas dimensões são tipicamente da ordem de 10^2 Mpc [20]. Há fortes evidências experimentais para a existência de campos magnéticos em tais aglomerados. Observa-se nestes aglomerados os rádio-halos, que são produzidos por emissão de radiação síncrotron por elétrons relativísticos. Tais rádio-halos estão distribuídos de forma semelhante ao gás observado em raios X numa região conhecida como ICM (*Intra Cluster Medium*, do inglês meio intra-aglomerado) [21]. Outra evidência experimental a favor da existência de tais campos em aglomerados de galáxias são medidas de rotação de Faraday do ICM [21, 22]. Há também observações de radiorrelíquias, que são estruturas com dimensões tipicamente \sim Mpc com propriedades semelhantes aos rádio-halos, diferindo na polarização e morfologia [23, 24]. Tais radiorrelíquias localizam-se nas regiões externas do aglomerado, normalmente nas extremidades das regiões emissoras de raios X [23].

A primeira evidência experimental para campos magnéticos em aglomerados ocorreu com a detecção de um halo de radiação síncrotron nos aglomerados de Coma [25]. Medidas posteriores neste mesmo aglomerado [26–28] e em outros tais como Abell 754 [29], Abell 2256 [30] e Abell 2319 [31] forneceram estimativas para os campos magnéticos em aglomerados, uma vez que a medida precisa requer conhecimento da densidade eletrônica no plasma [5]. Medidas recentes do campo no aglomerado de Coma, baseadas em modelos de campo magnético, apontaram um campo total médio de $4,7 \mu G$ [23]. O campo magnético total em rádio-halos é tipicamente $\sim 0,1-1,0 \mu G$ [32], sendo $0,4 \mu G$ para este aglomerado [33]. Kim *et al.* [28] determinaram RM para 18 objetos atrás do aglomerado de Coma e obtiveram um campo magnético $B \simeq 2,5(L/10 \text{ kpc})^{-1/2} \mu G$, onde L é a escala na qual há reversão do sentido do campo [6].

Dolag *et al.* [34] mostraram que existe uma correlação entre a emissão de raios X por aglomerados de galáxias e o rms (*root mean square*, do inglês valor quadrático médio) da RM do aglomerado, indicando que o valor do campo decresce com a distância ao centro. As regiões centrais podem alcançar campos de até $40 \mu G$ com comprimento de coerência² de 50 kpc [35].

Estudos detalhados contendo medições de RM em núcleos de aglomerados de galáxias indicam campos magnéticos $\sim 10 \mu G$ [36]. Medições de RM em outras regiões de aglomerados, não apenas em seus núcleos,

²O comprimento de coerência de uma onda está associado à distância na qual esta mantém um determinado grau de coerência, isto é, a distância a partir da qual ela passa a interferir com si mesma. No caso específico de campos magnéticos, pode ser pensada como a distância típica de células unitárias dentro das quais o campo é coerente.

apontam campos magnéticos $\sim \mu\text{G}$ [37–40]. Medições de RM dos aglomerados de Abell indicam que os campos magnéticos são da ordem de $2 \mu\text{G}$ com comprimento de coerência $\sim 10 \text{ kpc}$ [20]. Em aglomerados irregulares, o valor do campo nas regiões centrais é $5 \mu\text{G}$, e $10\text{-}30 \mu\text{G}$ em aglomerados regulares [20, 41].

1.3 Campos Magnéticos Além dos Aglomerados de Galáxias

Kim *et al.* [42] encontraram indícios da existência de campos magnéticos em uma escala ainda maior, a dos superaglomerados. Foi detectada uma fraca emissão de rádio na frequência de 327 MHz em uma região entre os aglomerados de Coma e Abell 1367, que distam 40 Mpc entre si. A intensidade de tal campo seria $\sim 0,2\text{-}0,6 \mu\text{G}$ [6]. Outras medições em diferentes frequências indicam um campo magnético entre aglomerados de galáxias $\sim 0,01 \mu\text{G}$ em regiões onde choques em grande escala podem estar ocorrendo [43].

Outras evidências para campos magnéticos além de aglomerados de galáxias foram apontadas por Enßlin *et al.* [44]. A rádio-galáxia NGC 315 apresenta peculiaridades que poderiam ser explicadas por um movimento através de uma onda de choque cosmológica duas ordens de grandeza maior que a dimensão típica de um aglomerado. As medidas indicam um campo magnético de larga escala que estaria associado às emissões polarizadas de rádio [43].

Apesar de diversas medidas indicarem a existência de campos magnéticos além de aglomerados de galáxias, tais campos ainda não foram detectados na região conhecida como vazio³ de Boieiro. O limite superior para o campo magnético nesta região é $0,1 \mu\text{G}$, para a componente regular [45, 46].

1.4 Campos Magnéticos em Outras Galáxias

O campo magnético nas galáxias espirais segue aproximadamente a distribuição de matéria de seus braços. Padrões espirais de campo magnético são observados na estrutura em larga escala de galáxias de diversos tipos, incluindo irregulares [20]. Neininger *et al.* através de medidas de rotação de Faraday mostraram que o campo magnético da galáxia espiral M83 segue a orientação do mesmo, com um grande comprimento de coerência [47]. Medidas polarimétricas da galáxia espiral NGC 1068 indicam um alinhamento entre as linhas de campo magnético e a distribuição de matéria nesta galáxia [48]. Apesar desta relação entre a distribuição de matéria nos braços espirais e o campo magnético, em algumas galáxias as linhas de campo da componente regular do campo magnético localizam-se na região entre os braços espirais, demonstrando que tais campos não estão necessariamente associados à distribuição de matéria [49]. Os campos regulares nestas regiões são normalmente $\simeq 15 \mu\text{G}$ [49]. Nas galáxias espirais NGC 6946 e M51 tais campos também são intensos, sendo respectivamente $13 \mu\text{G}$ e $15 \mu\text{G}$. Medidas do campo magnético na galáxia espiral NGC 2276 revelam que a componente regular do campo é $\simeq 10 \mu\text{G}$ [50]. O campo deste objeto é mais intenso que o campo das demais galáxias do mesmo tipo, provavelmente devido à sua localização dentro de um aglomerado de galáxias, fator que pode contribuir para o aumento da intensidade do campo [51]. Pesquisas recentes com diversas galáxias espirais revelam que o campo magnético médio destas galáxias é $\langle B \rangle \simeq 9 \mu\text{G}$ [17, 52].

Em galáxias elípticas os campos magnéticos medidos via rotação de Faraday são $\sim \mu\text{G}$. No entanto, não são detectadas emissões de radiação síncrotron polarizada e nenhuma outra manifestação de um campo magnético regular [6]. Apesar de os campos terem a mesma intensidade que os campos de galáxias espirais, o comprimento de coerência neste tipo de galáxia é menor, podendo ser menor que a própria galáxia [6].

³Superaglomerados agrupam-se em estruturas filamentosas conhecidas como 'filamentos' ou 'paredes'. Vazios (comumente designados pelo termo em inglês *voids*) são as regiões pouco populadas entre os filamentos.

Em galáxias irregulares tais como a galáxia anã NGC 4449, campos magnéticos foram observados através de medidas de rotação de Faraday. A componente regular do campo nesta galáxia é 6-8 μG , valor próximo ao encontrado nas galáxias espirais [6, 53]. Neste objeto o campo possui duas componentes: um anel magnetizado de raio 2,2 kpc que indica a existência de uma componente regular espiral para o campo magnético e uma componente de estruturas magnéticas que se afastam da região de formação estelar oscilatoriamente [6, 45, 53].

Na Grande Nuvem de Magalhães, galáxia irregular pertencente ao Grupo Local de galáxias, o campo magnético médio medido através de RM foi $\langle B \rangle \simeq 6 \mu\text{G}$ [45]. Vallée *et al.* mostraram que o RM no norte e no sul da Grande Nuvem de Magalhães são opostos, assim como no leste e no oeste [54], sugerindo uma estrutura de campo magnético espiral bissimétrica. Na Pequena Nuvem de Magalhães, foi encontrado apenas uma pequena polarização linear que indica um campo magnético desorientado [45, 55] com intensidade média $\simeq 6 \mu\text{G}$.

Outras galáxias irregulares apresentam campos magnéticos variados. Na galáxia 0020+59 há um campo médio $\simeq 14 \mu\text{G}$, possivelmente associada a uma alta taxa de formação estelar [45, 56]. A galáxia NGC 6822 apresenta um campo magnético com intensidade $\simeq 2 \mu\text{G}$ [45, 56].

Em galáxias do tipo *starburst*⁴ os campos magnéticos médios são $\simeq 30\text{-}50 \mu\text{G}$ e nas regiões centrais podem atingir até 100 μG [20]. A galáxia NGC 5128 (Centaurus A), conhecida por possuir um núcleo ativo, foi estudada por Sarma *et al.* [57] e o campo encontrado tem intensidade $\langle B_{rms} \rangle \approx 7 \mu\text{G}$ na região circular de 100 pc ao redor do núcleo [45].

1.5 Campo Magnético da Via Láctea

A Via Láctea é uma galáxia espiral de raio aproximadamente 15 kpc, que faz parte do Grupo Local de galáxias. Seu campo magnético pode ser decomposto em duas componentes [19, 58]:

- componente regular: permeia toda a galáxia e tem comprimento de coerência da ordem de dezenas de kpc;
- componente turbulenta: campos aleatórios de pequenos comprimentos de coerência distribuídos nos braços espirais.

O campo magnético em galáxias espirais pode ser descrito por duas grandes classes de modelos: axissimétrico (ASS, do inglês *AxisSymmetric Spiral*) e bissimétrico (BSS, do inglês *BisSymmetric Spiral*). Com relação à transformação do ângulo azimutal $\theta \rightarrow \theta + \pi$, os modelos ASS são pares e os BSS são ímpares [59].

Pode-se dividir os modelos ASS e BSS em duas subclasses de modelos: o simétrico (S) e o antissimétrico (A). Estas subclasses estão associadas à transformação $z \rightarrow -z$ em relação ao plano da galáxia [59, 60].

Em geral, modelos espirais para o campo magnético podem ser descritos por espirais logarítmicas da forma

$$r = r_0 \exp(\theta \tan p), \quad (1.42)$$

onde r_0 é um parâmetro dependente da galáxia, e p é um ângulo característico de espirais logarítmicas, chamado ângulo de *pitch*⁵.

⁴Galáxias *starburst* são caracterizadas por uma alta taxa de formação de estrelas.

⁵Define-se o ângulo de *pitch* em um determinado ponto situado a uma distância r de uma espiral logarítmica, como o ângulo formado pela intersecção da reta tangente à circunferência de raio r de mesmo centro que a espiral, e a reta tangente à espiral neste mesmo ponto.

1.5.1 Modelos para a Componente Regular do Campo Magnético Galáctico

Modelo de Stanev

Visando estudar a deflexão de prótons ultra-energéticos em diferentes modelos de campo magnético galáctico, Stanev [61] introduziu dois modelos, um do tipo ASS-A e outro BSS-S⁶. Estes modelos abarcam as observações experimentais disponíveis [5, 60].

Nos dois modelos propostos por Stanev, assim como nos demais modelos espirais de campo aqui utilizados, pode-se decompor o campo magnético na região do disco na direção radial e azimutal:

$$\vec{B}(r, \theta) = B(r, \theta) \cos p\hat{\theta} + B(r, \theta) \sin p\hat{r}. \quad (1.43)$$

Note que não há dependência na direção z na descrição do campo na região do disco. Adota-se o valor de p como 10° e $r_0=10,55$ kpc.

A componente do campo na direção z pode ser descrita como

$$B_z(z) = \exp\left(-\frac{|z|}{z_0}\right), \quad (1.44)$$

onde z_0 é 1 kpc se $-0,5$ kpc $< z < 0,5$ kpc e 4 kpc caso contrário.

No modelo ASS-A, semelhante ao proposto por Han & Qiao [62] tem-se que a intensidade do campo magnético num dado ponto do disco galáctico com coordenadas polares (r, θ) é

$$B(r, \theta) = B_0(r) \left| \cos\left(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right) \right|. \quad (1.45)$$

Assumindo o modelo BSS-S, tem-se a seguinte expressão para o campo magnético do disco galáctico:

$$B(r, \theta) = B_0(r, \theta) \cos\left(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right). \quad (1.46)$$

No trabalho de Stanev foi adotado:

$$B_0(r) = \frac{3R}{r} \mu G, \quad (1.47)$$

com a distância do sistema solar ao centro galáctico sendo $R=8,5$ kpc, conforme sugerido por Sofue & Fujimoto [63], o que é consistente com medidas de RM de pulsares [64].

Modelo de Harari, Mollerach, Roulet

Harari, Mollerach e Roulet [59] (HMR) propuseram quatro classes de modelos para o campo magnético galáctico, sendo estas: ASS-S, ASS-A, BSS-S e BSS-A. Para modelos BSS o campo na região do disco é dado por:

$$B(r, \theta) = B_0(r) \cos\left(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right), \quad (1.48)$$

e, no caso de modelos ASS,

$$B(r, \theta) = B_0(r) \cos^2\left(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right). \quad (1.49)$$

⁶Stanev originalmente referia-se a estes modelos como ASS-S e BSS-A, considerando a transformação $z \rightarrow ze^{i\pi}$.

No trabalho de Harari, Mollerach e Roulet, adota-se

$$B_0(r) = \frac{3r_0}{r} \tanh^3\left(\frac{r}{r_1}\right) \mu G, \quad (1.50)$$

onde $r_0=10,55$ kpc e $r_1=2$ kpc.

A contribuição do halo depende da simetria (A ou S) do modelo adotado. Para modelos simétricos, tem-se que

$$B_z(z) = \left[\frac{1}{2 \cosh\left(\frac{z}{z_0}\right)} + \frac{1}{2 \cosh\left(\frac{z}{z_1}\right)} \right], \quad (1.51)$$

e para modelos antissimétricos

$$B_z(z) = \left[\frac{1}{2 \cosh\left(\frac{z}{z_0}\right)} + \frac{1}{2 \cosh\left(\frac{z}{z_1}\right)} \right] \tanh\left(\frac{z}{z_2}\right), \quad (1.52)$$

onde $z_0=4$ kpc, $z_1=0,3$ kpc e $z_2 = 20$ pc.

A classe de modelos HMR é interessante pois adota uma abordagem semelhante à apresentada por Stanev [61], que está de acordo com algumas observações, e evita efeitos das descontinuidades no campo e suas derivadas, que existem nos modelos de Stanev.

Modelo de Tinyakov e Tkachev

Tinyakov e Tkachev [65] modelaram o campo magnético do disco galáctico através da seguinte expressão:

$$B(r, \theta) = B_0(r) \cos\left(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right). \quad (1.53)$$

Neste caso, diferentemente dos modelos de Stanev e Harari, Mollerach e Roulet, o ângulo p vale -8° . A dependência radial do campo é

$$B(r) = B_0 \frac{R}{r \cos\left[\frac{1}{\tan p} \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right) - \frac{\pi}{2}\right]}, \quad (1.54)$$

com $B_0=1,4$ μG , $d=-0,5$ kpc e $r_0=10,55$ kpc. Nota-se que a magnitude do campo decresce com r^{-1} . Assume-se também que o campo na região do centro galáctico ($r < 4$ kpc) é constante.

Para o campo no halo em modelo simétrico, tem-se que:

$$B_z(z) = \exp\left(-\frac{|z|}{z_0}\right), \quad (1.55)$$

onde adota-se $z_0=1,5$ kpc. Para um modelo antissimétrico tem-se a expressão

$$B_z(z) = \text{sign}(z) \exp\left(-\frac{|z|}{z_0}\right), \quad (1.56)$$

onde $\text{sign}(z)$ é a função sinal.

Modelo de Prouza-Šmída

No trabalho de Prouza e Šmída [66] o campo no disco 3:

$$\vec{B}(r, \theta) = B_0(r) \cos \left[\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0} \right] \cos p \hat{\theta} + \cos \left[\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0} \right] \sin p \hat{r}, \quad (1.57)$$

onde

$$B_0(r) = 3 \frac{R}{r}. \quad (1.58)$$

Considerando a coordenada z , tem-se que

$$B_z(z) = \exp \left(-\frac{|z|}{z_0} \right). \quad (1.59)$$

Ao campo inicial s3o adicionados campos toroidais e dipolares. O campo toroidal consiste em discos circulares acima e abaixo do plano gal3ctico, com um perfil lorentziano na dire33o z . Pode-se descrev3-lo como:

$$\vec{B}_{tor} = -B_T \sin \phi \hat{x} + B_T \cos \phi \hat{y}, \quad (1.60)$$

onde

$$B_T = \begin{cases} B_{max} \frac{1}{1 + \left(\frac{z-H}{P}\right)^2} & x^2 + y^2 < R_g^2 \\ B_{max} \frac{1}{1 + \left(\frac{z-H}{P}\right)^2} \exp \left(-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R} \right) & x^2 + y^2 > R_g^2 \end{cases}, \quad (1.61)$$

onde $H=1,5$ kpc, $P=0,3$ kpc, $R_g=15$ kpc e o m3ximo valor do campo, $B_{max}=1$ μ G. Nesta representa33o, x e y s3o as coordenadas no plano gal3ctico.

O campo poloidal 3 da forma:

$$\vec{B}_{pol} = \frac{-3K}{2R^3} K \cos \zeta \sin \zeta \sin \theta \hat{x} + \frac{-3K}{2} R^3 \cos \zeta \sin \zeta \cos \theta \hat{y} + \frac{-K}{R^3} (1 - 3 \cos^2 \zeta) \hat{z}, \quad (1.62)$$

onde K 3 uma constante, θ 3 o 3ngulo azimutal e ζ o 3ngulo zenital.

Modelo de Kalcheries, Serpico e Teshima

O modelo de Kalcheries, Serpico e Teshima (KST) [67] 3 uma modifica33o do modelo BSS-A de Prouza e Šmída. A principal diferen3a entre este modelos 3 a depend3ncia radial do campo, que neste caso 3

$$B_{T,max}(r) = 1,5 \left[\Theta(R-r) + \Theta(r-R) e^{\frac{R-r}{R}} \right] \mu G, \quad (1.63)$$

onde Θ 3 a fun33o degrau de Heaviside, que torna a contribui33o do halo desprezível para $r \gg R$.

Modelo de Sun, Reich, Waelkens e EnBlin

Sun, Reich, Waelkens e EnBlin [68] (SRWE) propuseram alguns modelos para explicar as observa33es de r3dio realizadas. Um destes 3 um modelo modelo ASS-S com revers3es do campo em an3is conc3ntricos

centrados no centro galáctico. Assim, o campo no disco é dado por:

$$\vec{B}(r, \theta) = \begin{cases} B_0 \Xi(r) \exp\left(-\frac{r-r_0}{r_0}\right) \sin p\hat{r} - r_0 \Xi(r) \exp\left(-\frac{r-r_0}{r_0}\right) \cos p\hat{\theta} & r > R_c \\ B_0 & r \leq R_c \end{cases} \quad (1.64)$$

onde

$$\Xi(r) = \begin{cases} +1 & r > 7,5 \text{ kpc} \\ -1 & 6 < r \leq 7,5 \text{ kpc} \\ +1 & 5 < r \leq 6 \text{ kpc} \\ -1 & r \leq 5 \text{ kpc} \end{cases} \quad (1.65)$$

Para o correto ajuste das medidas experimentais, os parâmetros r_0 e B_0 devem assumir os seguintes valores: $r_0=10$ kpc $B_0=2$ μ G.

O segundo modelo é um BSS-S, com campo na região do disco dado por:

$$\vec{B}(r, \theta) = B_0 \cos\left(\theta + \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}\right). \quad (1.66)$$

O campo tem intensidade $B_0=2$ μ G, $r_0=9$ kpc e $p=-10^\circ$ para $r < 6$ kpc, e $r_0=6$ kpc e $p=-15^\circ$ para $r \geq 6$ kpc.

A dependência em z é da forma

$$B_z(z) = \exp\left(-\frac{|z|}{z_0}\right), \quad (1.67)$$

onde $z_0=1$ kpc.

1.5.2 O Campo Magnético na Região do Centro Galáctico

Próximo ao centro galáctico há um sistema de estruturas filamentosares polarizadas, designadas genericamente por NTFs (filamentos não-térmicos, do inglês *Non-Thermal Filaments*), mostrados na figura 1.3. Dentre estes NTFs, destaca-se o GCRA (Rádio-Arco do Centro Galáctico, do inglês *Galactic Center Radio Arc*), ou simplesmente o "Arco", localizado em $0,2^\circ$ de longitude galáctica e estendendo-se por 3° na direção perpendicular ao plano [69–71]. Medidas de polarização indicam que os NTFs consistem em elétrons relativísticos espiralando ao longo das linhas de campo magnético [72]. É interessante notar que quase todos os NTFs estão alinhados perpendicularmente ao plano galáctico [69], indicando a possível existência de um dipolo magnético no centro galáctico. Ademais, a não distorção dos filamentos permite impor limites inferiores para a intensidade do campo magnético na região. Segundo Morris e Serabyn [73], $B \simeq$ mG.

Medidas de efeito Zeeman em nuvens de gás próximas ao centro galáctico revelam que a intensidade do campo nesta região é da ordem de mG [75, 76]. No entanto, outras medidas indicam que o campo médio na região de SgrA⁷ é $< 0,4$ mG [77].

1.5.3 Reversões no Sentido do Campo

O modelo ASS é um dos modelos mais simples para descrever o campo magnético da galáxia. Ele é compatível com uma origem através de um mecanismo de dínamo [78, 79]. Este modelo é suportado por diversas evidências obtidas através de medidas de rotação de Faraday, e seus diferentes modos podem acomodar até

⁷O centro galáctico também é conhecido como *Sagittarius A*, abreviado por SgrA.

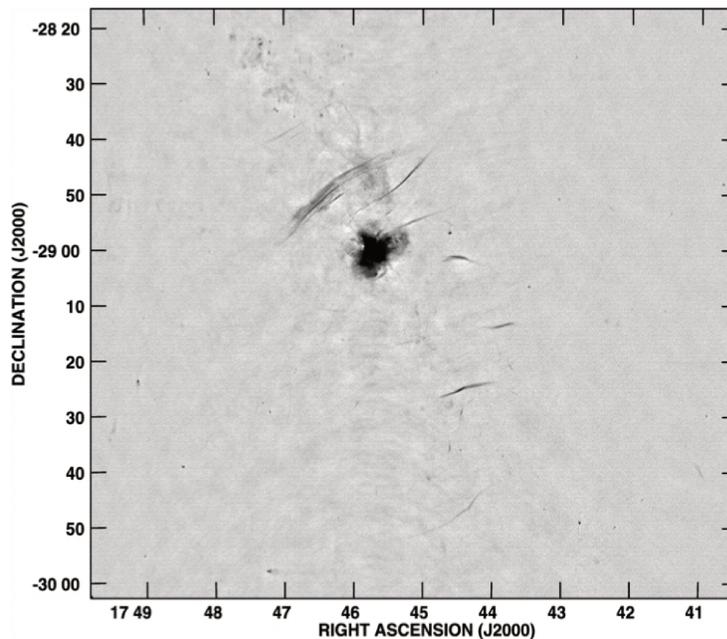


Figura 1.3: Região em torno do centro galáctico, na faixa do rádio (90 cm), mostrando o GCRA. Note os NTFs são aproximadamente alinhados entre si, perpendicularmente ao plano galáctico. Figura extraída de [74].

três reversões de campo [46]. Por outro lado, o modelo BSS acomoda diversas reversões de campo, mas tem dificuldades para explicar algumas medidas de rotação [46].

Quanto à existência de reversões no sentido do campo, sabe-se que à distância de 10 kpc do centro galáctico, no braço espiral de Perseu, o campo magnético está orientado no sentido horário⁸ e tem intensidade de aproximadamente $2 \mu\text{G}$ [80]. À distância de 8 kpc, no braço de Órion, estima-se que o campo magnético também esteja orientado no sentido horário e tenha módulo $3 \mu\text{G}$. No entanto, no braço de Sagitário, localizado a 6,5 kpc do centro galáctico, estima-se que o campo seja aproximadamente $6 \mu\text{G}$ e esteja orientado no sentido anti-horário [80, 81]. No braço de Escudo (distante 5,5 kpc do centro galáctico) tem-se um campo orientado no sentido anti-horário [82] e possui um módulo de aproximadamente $2 \mu\text{G}$ [83]. Uma compilação destes dados é apresentada na figura 1.4.

1.6 Magnetogênese Cosmológica

1.6.1 Campos Magnético Primordiais

Os modelos de magnetogênese cosmológica podem ser divididos em dois grupos: origem primordial e origem associada à formação de galáxias [5]. Os mecanismos de origem primordial prevêm a criação dos campos magnéticos que compõem o universo a grandes *redshifts*. Os campos magnéticos primordiais podem ter intensidades muito baixas, pois o mecanismo de dínamo pode amplificá-los muitas ordens de magnitude [84]. Diversos modelos descrevem como estes campos poderiam surgir, e sua evolução é dada pelas conhecidas leis da magnetohidrodinâmica (MHD) [9]. Os principais modelos deste tipo para a origem dos campos magnéticos nos primórdios do universo são [85]:

⁸Considere sentido horário e anti-horário em relação a um observador situado no polo norte galáctico ($b=90^\circ$).

Campos Magnéticos Cósmicos

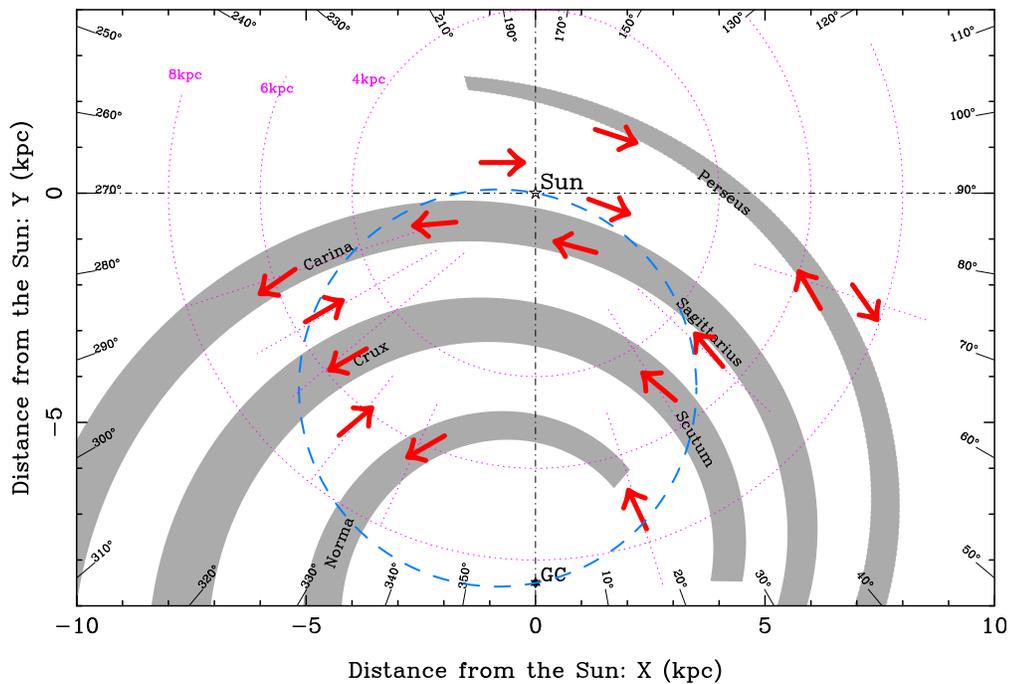


Figura 1.4: Visão esquemática, conforme visto a partir do polo norte galáctico, do sentido do campo magnético nos braços e entre eles. Figura extraída de [82].

- vórtice primordial [86, 87];
- transição de fase quark-hádron [88];
- transição de fase eletrofraca [89];
- helicidade magnética e bariogênese eletrofraca [90];
- origem inflacionária [91];
- cordas cósmicas [92, 93].

Nenhum destes modelos é suficiente para explicar os campos magnéticos observados hoje. Sendo assim, ainda restam muitas questões, conforme apontado por Widrow [6]:

- Quando surgiram os primeiros campos magnéticos cósmicos?
- Eles estavam presentes durante a nucleossíntese/formação das galáxias/recombinação?
- Qual era o espectro (intensidade e comprimento de coerência) dos primeiros campos magnéticos?
- O dínamo galáctico foi semeado por campos subgaláctico, galácticos ou supergalácticos? (Seriam os campos gerados conforme modelos *bottom up* ou *top-down* de geração de campos magnéticos)
- Existe uma conexão entre os primeiros campos e a formação das estruturas de larga escala?
- A ação de dínamos é necessária para amplificar o campo magnético primordial?

Zel'Dovich [94] notou que o modelo cosmológico de Friedmann permite a existência de um campo magnético uniforme como uma condição inicial, no Big Bang. Tal campo nunca foi detectado e seu limite superior é $\sim 10^{-7}$ G [60], de forma que este afetaria a nucleossíntese primordial e a expansão do universo de forma anisotrópica [85, 95]. Segundo resultados de Ruzmaikin e Sokoloff [96], tal limite superior seria $10^{-9} - 10^{-10}$ G. A existência deste campo leva a processos de *spin-flip* (transição entre quiralidades) em neutrinos. É possível estimar um limite superior para o campo através da abundância de neutrinos de mão-direita na nucleossíntese, o que resulta em um campo $\sim 10^{-13}$ G [60].

Depois da geração dos campos primordiais, apesar dos processos difusivos serem quase insignificantes, em certos momentos da história do universo a energia dos campos magnéticos foi convertida em calor através de processos de amortecimento magnetohidrodinâmicos [97]. No entanto, esta dissipação de energia dificulta a formação de campos magnéticos galácticos, a menos que haja um mecanismo de dínamo capaz de amplificar tais campos. Assumindo a existência de um dínamo galáctico capaz de amplificar o campo magnético cosmológico primordial em até 30 ordens de magnitude, este pode ter o valor de $\sim 10^{-23}$ G [98]. Rejeitando o mecanismo de dínamo, os campos primordiais devem ter intensidades $\sim 10^{9-12}$ G.

1.6.2 Origem do Campo Magnético Galáctico

Apesar de campos magnéticos serem essenciais para regular a dinâmica de formação estelar e do meio interestelar nas galáxias, acredita-se que estes tenham sido apenas coadjuvantes no processo de formação das galáxias [98]. No entanto, se campos de intensidade \sim nG-pG forem observados em nuvens protogalácticas, talvez o papel destes tenha sido mais importante na formação galáctica, podendo até mesmo ter participado de seu processo de formação [99, 100]. Sabe-se hoje que campos magnéticos cósmicos são capazes de gerar estruturas em pequena escala após o período da recombinação. Sendo assim, eles são capazes de afetar a distribuição de matéria bariônica no universo [98].

As duas principais correntes para explicar a origem e manutenção do campo magnético em galáxias são as teorias de dínamo e teorias de origem primordial. Em uma teoria de origem primordial, os campos magnéticos presentes hoje seriam relíquias de um campo coerente existente anteriormente à formação das galáxias. Tal campo magnético teria suas linhas de campo deformadas e curvadas ao redor de seu centro devido a movimentos de gás associados ao colapso de protogaláxias. Em teorias de dínamo, como a MFD (*Mean Field Dynamo*, dínamo de campo médio), a difusividade magnética das galáxias é alta e o campo rapidamente decairia caso não fosse realimentado pelo movimento de fluidos. Em teorias primordiais, a difusividade das galáxias é baixa e o fluxo magnético é aproximadamente constante nas galáxias, de forma que o campo deve ter sido criado no passado.

Em uma teoria de dínamo, a evolução do campo magnético galáctico, em larga escala, é governada pela seguinte equação:

$$\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\langle \vec{v} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle) + \vec{\nabla} \times \vec{\varepsilon}, \quad (1.68)$$

onde $\vec{\varepsilon} = \langle \delta \vec{v} \times \delta \vec{B} \rangle$ é a força eletromotriz devido a movimentos turbulentos. Pode-se expressar a força eletromotriz como

$$\varepsilon_i = \alpha_{ij} \langle B_j \rangle + \beta_{ijk} \frac{\partial \langle B_j \rangle}{\partial x_k}, \quad (1.69)$$

onde α é um tensor que descreve a advecção do campo magnético devido à turbulência, e β é o tensor que descreve a difusão magnética [101]. É através deste processo que um campo magnético existente no início do universo pode ser amplificado, em um efeito conhecido como efeito alfa. Um exemplo do processo de evolução

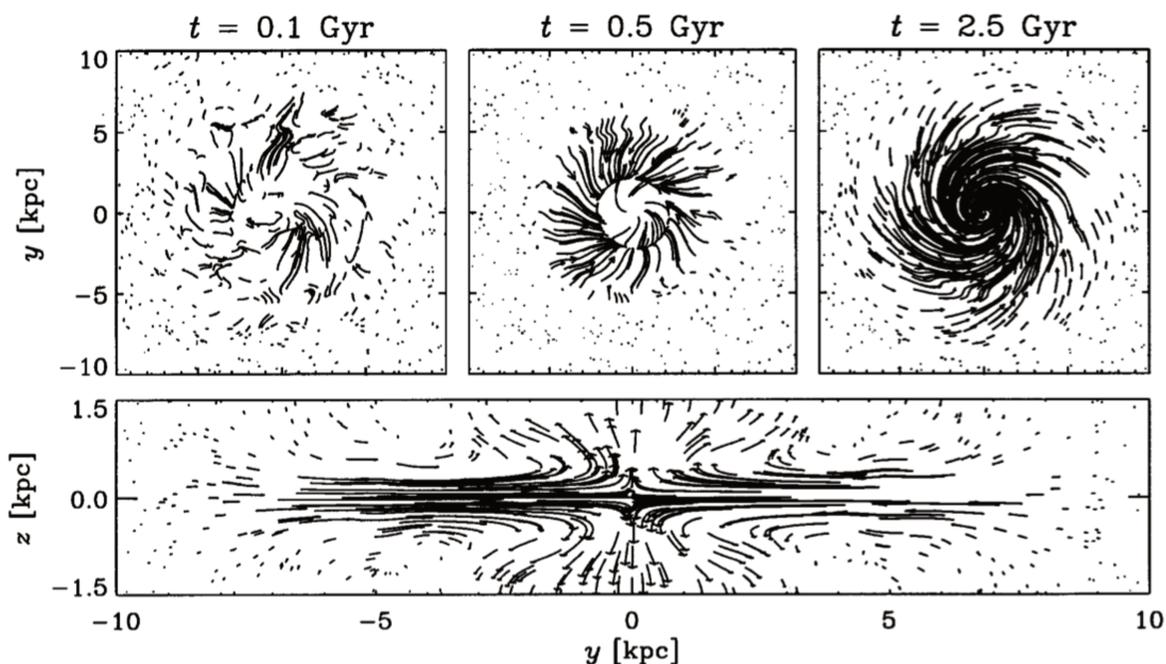


Figura 1.5: Modelo mostrando a visualização frontal da evolução do campo magnético da galáxia espiral M83 (quadro acima); visualização lateral do campo magnético a galáxia para $t=8,1$ Gyr. Imagem extraída de [60].

pode ser visto na figura 1.5, para a galáxia espiral M83.

Todos os modelos de dínamo (clássicos) prevêem uma estrutura em larga escala para o disco com uma simetria de quadrupolo na parte externa do disco de galáxias espirais, o que implica que as componentes radial (B_r) e azimutal (B_ϕ) do campo são pares com respeito à reflexão sobre o eixo central, enquanto a componente vertical (B_z) é ímpar. Nas regiões mais internas, próximas ao eixo de rotação do disco, as componentes B_ϕ e B_r podem ter paridades ímpares com relação à reflexão sobre o eixo z , enquanto B_z pode ter paridade par. No entanto, estes modos são dominantes para um disco, mas não para uma esfera [60].

A MFD e as teorias de campo primordial prevêem paridades opostas para a componente vertical do campo, com relação ao plano galáctico, sugerindo um importante teste observacional. No entanto, como a componente vertical do campo é pequena na maioria das galáxias espirais, faz-se necessário um outro método de verificação. A observação da paridade do campo com respeito a rotações de π pode contribuir para a compreensão da origem do campo magnético galáctico. Teorias de campo primordial sugerem uma simetria do tipo BSS com reversão do campo entre os braços espirais, enquanto a maioria dos modelos de dínamo, incluindo o modelo MFT prevêem uma simetria ASS [102].

No caso da Via Láctea, sabe-se da existência de duas regiões com reversão do campo, entre os braços espirais. Vallée [103] argumenta que o modelo BSS não é totalmente compatível com estas observações, uma vez que se espera diversas reversões do campo. O modelo ASS produzido com uma teoria de dínamo prevê a existência de algumas (poucas) reversões do campo entre os braços espirais, conforme observados na Via Láctea [104] e parece compatível com as medidas de rotação de pulsares.

1.7 Deflexão de Partículas Carregadas nos Campos Magnéticos Galáctico e Extragaláctico

O campo magnético galáctico possui duas componentes: a regular e a turbulenta. A deflexão sofrida por um núcleo carregado de energia E e número atômico Z em sua trajetória até a Terra, devido à componente regular do campo é [105]

$$\delta_{reg} \approx 8,1^\circ 40Z \frac{E \text{ eV}}{E} \left| \int_0^L \frac{d\vec{r}}{3 \text{ kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2 \mu\text{G}} \right|, \quad (1.70)$$

onde \vec{B} é o campo magnético. Pode-se assim definir o poder de deflexão \mathcal{D} , como

$$\mathcal{D} = 8,1^\circ 40Z \left| \int_0^L \frac{d\vec{r}}{3 \text{ kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2 \mu\text{G}} \right| \text{ EeV}. \quad (1.71)$$

Desta forma:

$$\delta_{reg} \approx \frac{\mathcal{D}}{E}. \quad (1.72)$$

Sendo assim, espera-se que a deflexão angular das partículas seja inversamente proporcional à sua energia.

Para a componente turbulenta do campo magnético galáctico, pode-se avaliar o valor RMS, que é dado pela seguinte expressão [105]:

$$\delta_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{ZeB_{rms}}{E} \sqrt{LL_c} \approx 5,8^\circ \left(\frac{10^{19} \text{ eV}}{E/Z} \right) \left(\frac{B_{rms}}{4 \mu\text{G}} \right) \sqrt{\frac{L}{3 \text{ kpc}}} \sqrt{\frac{L_c}{50 \text{ pc}}}, \quad (1.73)$$

onde B_{rms} é o RMS da componente turbulenta do campo magnético galáctico, L_c é o comprimento de correlação ($L \gg L_c$), tipicamente da ordem de 50 pc [105].

Partículas carregadas se propagando através do campo magnético extragaláctico (EGMF) por uma distância D sofrerão uma deflexão devido à componente de larga escala do campo extragaláctico, dada por [106]

$$\delta_{EGMF} \approx 0,53^\circ Z \left(\frac{D}{100 \text{ Mpc}} \right) \left(\frac{100 \text{ EeV}}{E} \right) \left(\frac{\langle B \rangle}{10^{-2} \text{ nG}} \right). \quad (1.74)$$

A deflexão esperada para o campo extragaláctico turbulento, modelado de acordo com uma distribuição gaussiana de média zero, é [107]:

$$\delta_{rms} = 0,01^\circ Z \frac{L_c}{L} \left(\frac{\text{EeV}}{E} \right) \left(\frac{B_{rms}}{5 \mu\text{G}} \right) \left(\frac{L}{2 \text{ kpc}} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{50 \text{ pc}}{L_c}}, \quad (1.75)$$

onde L_c é o comprimento de correlação do campo.

CAPÍTULO 2

RAIOS CÓSMICOS

2.1 Um Breve Panorama Histórico

Em 1900 Elster e Geitel [108], e independentemente Wilson [109], notaram que mesmo sem a existência de uma fonte de radiação ionizante, corpos eletrizados (no caso, eletroscópios) descarregavam-se ao entrar em contato com o ar, indicando a presença de íons livres neste meio. Isto motivou investigações subsequentes, e em 1909 a possível origem extraterrestre desses íons era calorosamente debatida no meio científico. Foi proposto que a origem destes íons poderia ser o Sol, ou até mesmo o manto da Terra. Para verificar esta proposta, foram conduzidos experimentos subaquáticos e em balões [110].

Em 1911 o físico austríaco Victor Hess realizou uma série de experimentos com eletroscópios a bordo de um balão. Hess esperava que devido ao aumento da distância entre o eletroscópio e as fontes naturais de raios gama existentes na Terra, o efeito da radiação ionizante observada seria minimizado. Experimentos semelhantes já haviam sido realizados por Wulf e Gockel [110, 111], mas os resultados não foram conclusivos. Em 1912, após diversas medidas, Hess verificou que o poder de ionização aumentava com a altitude, levando-o a concluir que a radiação ionizante detectada teria origem extraterrestre [110, 112], resultado que viria a ser confirmado em 1913-1914 por W. Kolhörster [110, 113]. Apesar desta confirmação, dúvidas acerca da origem extraterrestre da radiação ionizante ainda persistiam. Millikan realizou um estudo semelhante em ambiente subaquático e verificou que o poder desta radiação decrescia com a profundidade, reforçando a hipótese de uma origem extraterrestre. Em 1925 ele sentiu-se confiante para afirmar que existe *“uma evidência indubitável da existência destes raios etéreos duros de origem cósmica penetrando na atmosfera uniformemente em todas as direções.”* [114]. Foi neste mesmo ano que Millikan cunhou o termo “raios cósmicos”. Por fim, em 1926, Skobeltzyn [115] obteve um registro fotográfico da trajetória da radiação cósmica enquanto realizava um experimento com trajetórias de raios gama em uma câmara de nuvens¹.

Em 1933, Arthur Compton demonstrou que os raios cósmicos eram influenciados pela latitude magnética da Terra, demonstrando a possível natureza elétrica destes raios. Em 1938, os físicos Pierre Auger e Roland Maze observaram que partículas de raios cósmicos separadas por até 20 metros chegavam em coincidência em

¹A câmara de nuvens, inventada por Wilson em 1900, permite visualizar trajetórias de partículas, que deixam um rastro ao atravessar vapor de água condensado.

contadores Geiger-M3ller², indicando que estas eram part3culas secund3rias de uma fonte comum. Segundo relatos de Nagano e Watson [116] tal fen3meno fora observado anteriormente em 1934 por Bruno Rossi. Este foi o marco da descoberta dos chuveis atmosf3ricos extensos, ou EAS (do ingl3s *extensive air showers*), ilustrados na figura 2.1.

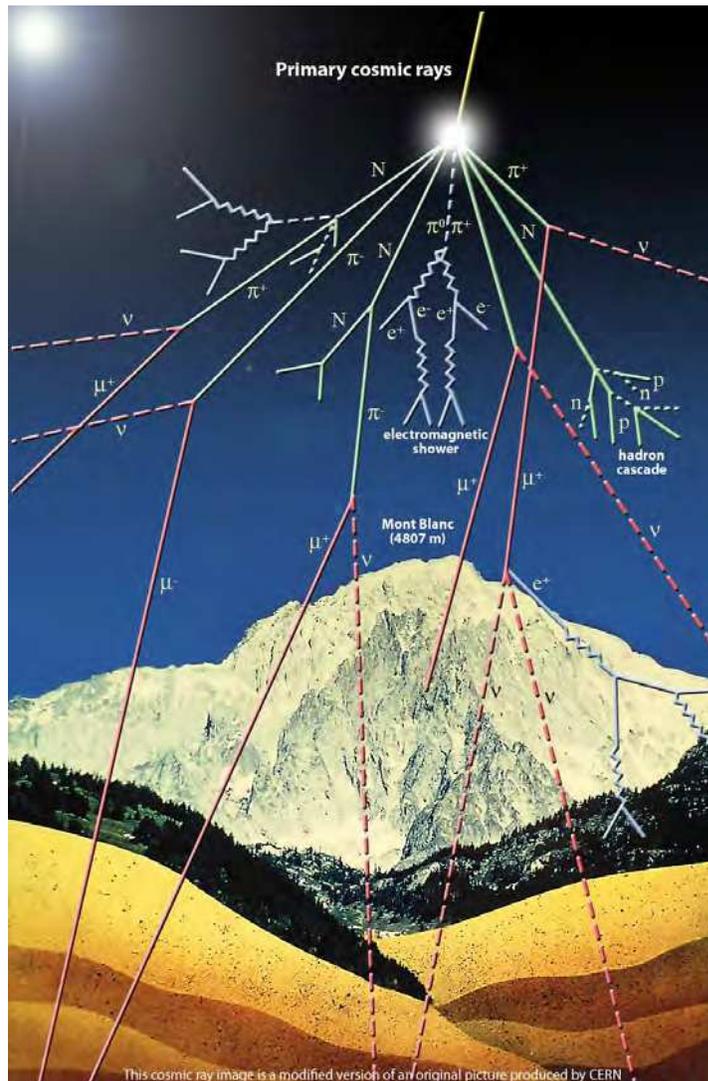


Figura 2.1: Ilustra33o de um chuveiro atmosf3rico extenso, formado a partir da intera33o de um raio c3smico prim3rio com mol3culas presentes na atmosfera.

Em 1965, Penzias e Wilson verificaram a exist3ncia da radia33o c3smica de fundo em microondas [117]. No ano seguinte Greisen e independentemente Zatsepin e Kuz'min estudaram o poss3vel efeito da radia33o c3smica de fundo na propaga33o de raios c3smicos ultra-energ3ticos [118, 119].

²Um contador Geiger-M3ller 3 um tipo de detector de part3culas que mede radia33o ionizante.

2.2 Espectro de Energia

A Figura 2.2 mostra o espectro de energia da radia33o c3smica, a partir de uma compila33o de resultados de diversos experimentos, dentre eles: Akeno [120], AGASA [121], Haverah Park [122], Fly's Eye [123], Yakutsk [124], Auger [125], HiRes [126], KASCADE [127], CASA-BLANCA [128], H.E.S.S [129], DICE [130], CAPRICE [131], experimentos com bal33es [132] e dados dos sat33lites LEAP [133] e Proton [134].

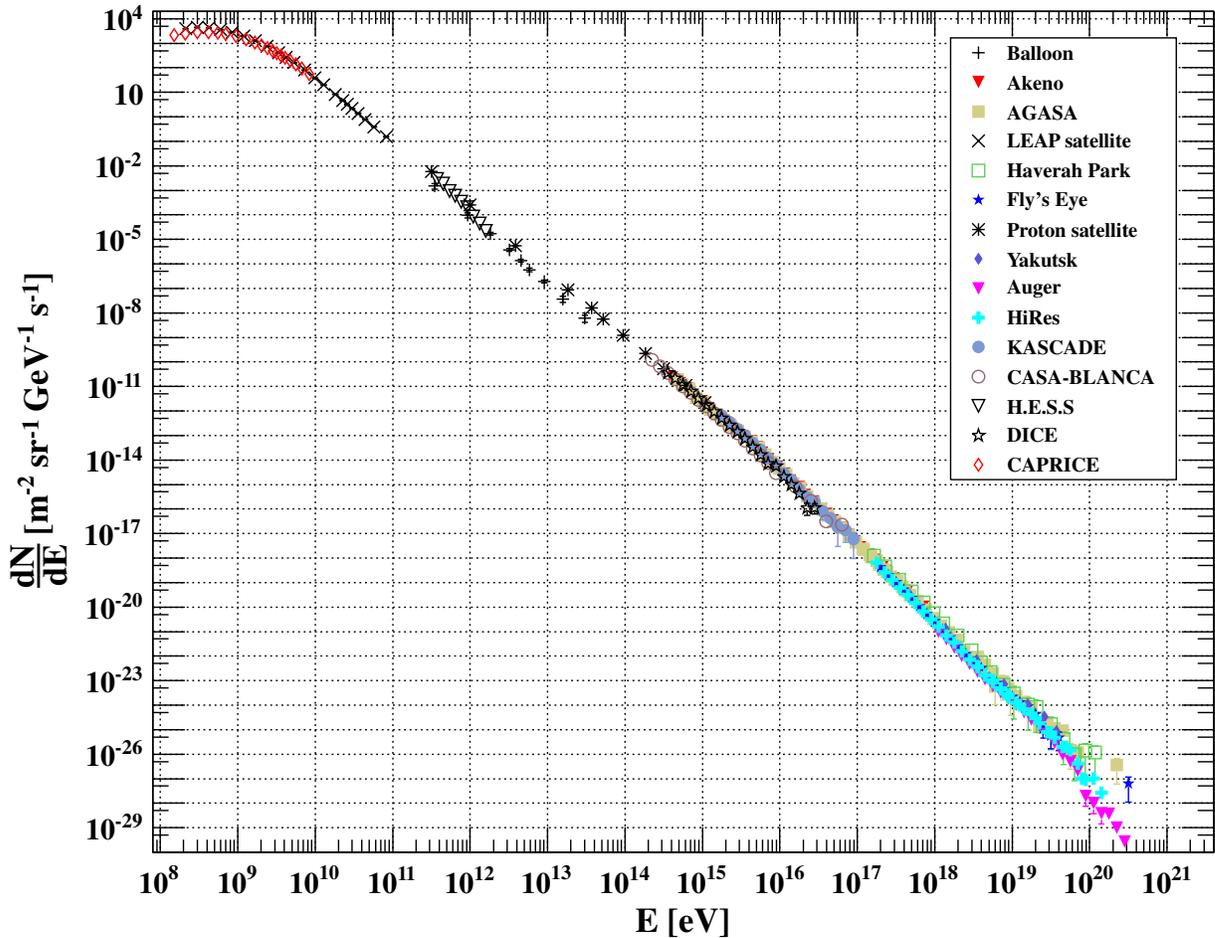


Figura 2.2: Espectro de energia dos raios c3smicos.

Tal fluxo, em fun33o da energia, segue uma lei de pot33ncia, dada por:

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha} \quad (2.1)$$

onde N 33 o n33mero de part33culas, E 33 a energia e α 33 uma quantidade conhecida como 33ndice espectral.

O espectro de energia dos raios c3smicos apresenta algumas caracter33sticas not33veis, conhecidas como "joelho" (ou *knee*), entre 10^{15} e 10^{16} eV, e o "tornozelo" (ou *ankle*), entre 10^{18} e 10^{19} eV. Estas regi33es s33o caracterizadas pela mudan33a do 33ndice espectral α . Em aproximadamente 3×10^{15} eV, na regi33o do "joelho", α muda de -2,7 para -3,1. Na regi33o do tornozelo, 33 energia de aproximadamente 3×10^{18} eV, o 33ndice espectral retorna ao valor inicial de -2,7 [112].

A lei de pot33ncia sofre alguns desvios de seu comportamento padr33o. Estas caracter33sticas podem ser melhor

visualizadas em gr3aficos em que o fluxo 3e ponderado por E^3 , como o mostrado na figura 2.3. Nesta figura as barras de ei

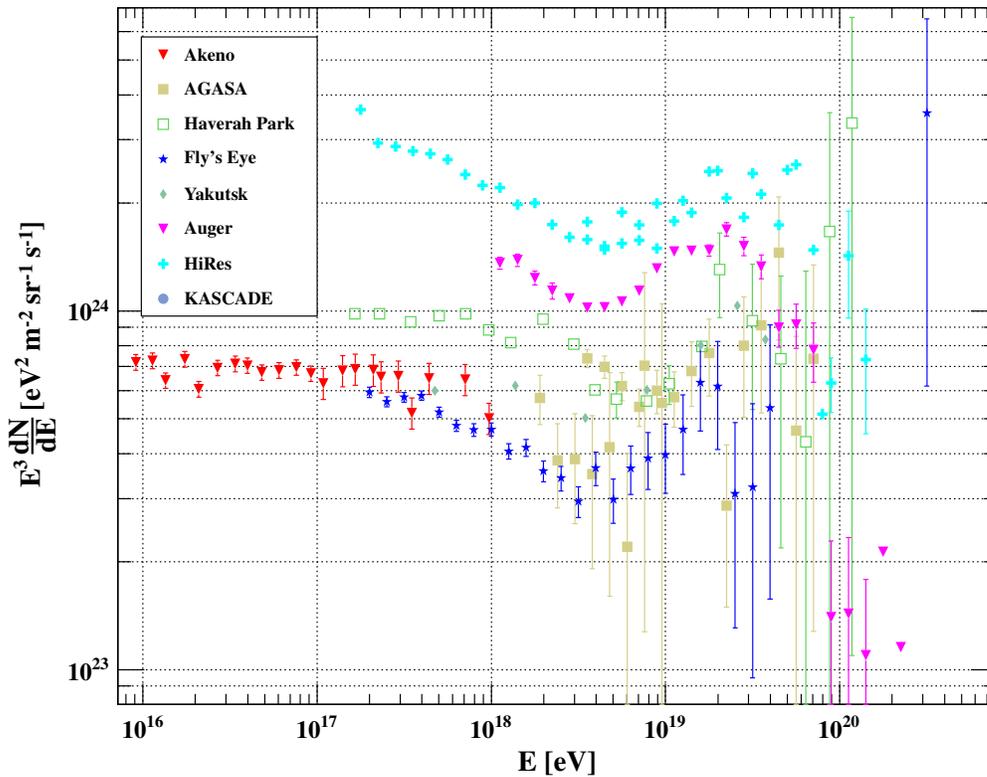


Figura 2.3: Fluxo de raios c3smicos ponderado por E^3 , em funç3o da energia, conforme medidas de diversos experimentos.

2.2.1 O “Joelho”

Existem diversos modelos para explicar a origem do “joelho”. Um deles explica a mudanç3a do 3ndice espectral dos raios c3smicos na regi3o em quest3o como sendo devido a uma mudanç3a no regime de difus3o das part3culas no campo magn3tico gal3ctico. Outros modelos explicam o “joelho” atrav3s de caracter3sticas intr3secas ao pr3prio mecanismo de aceleraç3o [135]. Neste modelo, quando o raio de Larmor descrito por um raio c3smico torna-se compar3vel ao tamanho do s3tio acelerador, o mecanismo de aceleraç3o torna-se ineficiente. Outros atribuem esta caracter3stica a uma mudanç3a no desenvolvimento do chuveiro na atmosfera [136].

Apesar dos diversos modelos existentes, 3e poss3vel notar alguma relaç3o entre part3culas aceleradas por supernovas e o “joelho”. O raio de Larmor³ para um pr3ton, assumindo um campo magn3tico gal3ctico de 3 μG , 3e aproximadamente 0,5 parsec 3a energia de aproximadamente 10^{15} eV. O tamanho de estruturas no meio interestelar induzidas por supernovas 3 da ordem de parsec. Assim, a difus3o no meio interestelar 3 menos eficiente para part3culas mais energ3ticas com maiores raios de Larmor. Segundo estimativas, a energia m3xima de part3culas aceleradas por ondas de choque de supernovas 3 desta mesma ordem, indicando uma poss3vel correlaç3o entre o “joelho” do espectro total de raios c3smicos, e o fim do espectro de raios c3smicos gal3cticos [137, 138].

³O raio de Larmor 3 o raio associado 3 trajet3ria de uma part3cula em um campo magn3tico.

2.2.2 O “Tornozelo”

A origem do “tornozelo” no espectro de raios c3smicos, assim como a origem do “joelho”, n3o est3 bem definida. Uma poss3vel interpreta33o dada por Aloisio [139] assume uma composi33o majoritariamente prot3nica para raios c3smicos de origem extragal3ctica, e considera esta caracter3stica como sendo oriunda da produ33o de pares quando da intera33o entre os raios c3smicos e a radia33o c3smica de fundo em microondas (CMB) [138].

Outros modelos assumem composi33o prot3nica para os raios c3smicos e explicam o “tornozelo” como a transi33o de eventos gal3cticos para extragal3cticos [140–142]. Um destes modelos, apesar de assumir uma composi33o prot3nica para as part3culas de raios c3smicos, 3 igualmente capaz de explicar esta regi3o para uma composi33o majoritariamente de n3cleos de ferro [140, 141].

2.2.3 O Dom3nio GZK

Em 1965, Penzias e Wilson observaram a exist3ncia da radia33o c3smica de fundo em microondas [117]. No ano seguinte Greisen [118], Zatsepin e Kuz'min [119] estudaram o poss3vel efeito da radia33o c3smica na propaga33o de raios c3smicos ultra-energ3ticos. Para energias superiores a 6×10^{19} eV, a intera33o dos raios c3smicos com os f3tons da radia33o c3smica de fundo induzir3 3 perda de energia destes raios c3smicos, podendo esta rea33o ocorrer por dois canais:



Isto impor3a um corte no espectro de energia, de tal forma que part3culas provenientes de fontes que distam mais que aproximadamente 200 Mpc da Terra, com energia superior a 6×10^{19} eV, n3o seriam capazes de atingir a Terra. Entretanto, o experimento de Volcano Ranch, em 1962, detectou um evento com energia de 10^{20} eV, superior 3 energia prevista pelo corte GZK [143]. Mais de 40 anos depois da previs3o do corte GZK, j3 foram detectadas centenas de eventos acima de 10^{19} eV, indicando que as fontes destas part3culas devem estar numa esfera de raio 175 Mpc da Terra, conforme mostrado na figura 2.4.

Em 1998 a colabora33o do experimento japon3s AGASA⁴ publicou resultados que n3o indicavam a supress3o do espectro de raios c3smicos [145]. Posteriormente, em 2008, resultados do experimento HiRes⁵ clamavam pela observa33o do corte GZK em seu espectro [126]. Apesar dos resultados publicados pela colabora33o Pierre Auger [146] serem compat3veis os resultados de HiRes, a observa33o do efeito GZK n3o 3 explicitamente mencionada. Com uma estat3stica de eventos muito maior que HiRes e AGASA, a colabora33o Auger observou uma supress3o no fluxo de raios c3smicos a energias ultra-altas, assim como HiRes. Note na figura 2.3 que o espectro de AGASA n3o apresenta uma queda na regi3o de energias mais altas, como acontece com os espectros de Auger e HiRes, indicando a n3o observa33o do limiar GZK por este experimento.

⁴Acr3nimo de *Akeno Giant Air Shower Array*.

⁵*High Resolution Fly's Eye*, experimento situado nos Estados Unidos.

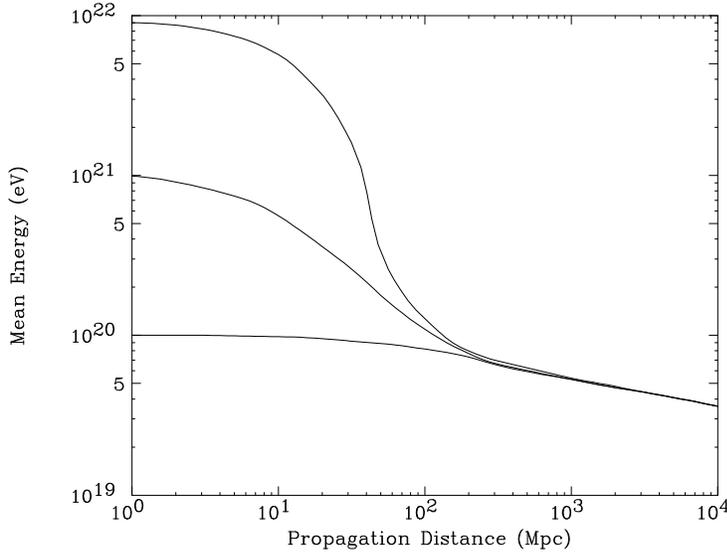


Figura 2.4: Energia m3dia dos pr3tons em propaga33o, em termos da dist3ncia percorrida. Cada uma das tr3s curvas indica uma diferente energia inicial para o pr3ton: 10^2 , 10^3 e 10^4 EeV. Figura extra3da de [144].

2.3 Intera33o

A intera33o de raios c3smicos com a radia33o e os campos magn3ticos que permeiam o universo s3o importantes processos pois ocasionam perda e/ou ganho de energia, afetando a trajet3ria da part3cula. Para energias ultra-altas ($E > 1$ EeV), os principais processos que ocasionam a perda de energia de pr3tons s3o [147]:

- fotoprodu33o de p3ions;
- processos de Bethe-Heitler;
- expans3o do universo.

A fra33o de energia perdida por um pr3ton devido a intera333es com a radia33o c3smica de fundo 3 [148]:

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{c}{2\gamma^2} \int_{\epsilon_{th}}^{\infty} d\epsilon_0 \sigma(\epsilon_0) f(\epsilon_0) \epsilon_0 \int_{\frac{1}{2\gamma}\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon \frac{n_\gamma(\epsilon)}{\epsilon^2}, \quad (2.4)$$

onde γ 3 o fator de Lorentz do pr3ton, ϵ_0 3 a energia do f3ton da radia33o c3smica de fundo no referencial de repouso do pr3ton, ϵ_{th} 3 o limiar de energia da rea33o neste mesmo referencial, $\sigma(\epsilon_0)$ 3 a se33o de choque 3 energia ϵ_0 , $f(\epsilon_0)$ 3 a fra33o m3dia de energia perdida durante a colis3o entre o pr3ton e o f3ton de energia ϵ da radia33o c3smica de fundo (no referencial de laborat3rio), e $n_\gamma(\epsilon_0)$ 3 a densidade destes f3tons.

A equa33o 2.4 depende da se33o de choque. Esta tem contribui33o da fotoprodu33o de p3ions ($p + \gamma \rightarrow N + \pi$) e da produ33o de pares ($p + \gamma \rightarrow p + e^+ + e^-$). Para cada um destes processos f 3 diferente⁶. Para a produ33o de pares (processo de Bethe-Heitler), tem-se que:

$$f_{pair} = \frac{2m_e}{2m_e + m_p}, \quad (2.5)$$

⁶Para uma demonstra33o detalhada da obten33o destas quantidades, veja a refer3ncia [148]

onde m_p e m_e s3o, respectivamente, as massas do pr3on e do el3tron. No caso da fotoprodu33o de p3ons de massa m_π , tem-se que:

$$f_{pion} = \frac{m_\pi}{m_\pi + m_p}. \quad (2.6)$$

O terceiro processo de perda energia ocorre devido 3 expans3o do universo. Part3culas que se propagam por dist3ncias cosmol3gicas tendem a perder energia. A escala de tempo que a part3cula sofreria perda total de energia 3 [147]

$$\tau_H = \left(\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} \right)^{-1} \approx H_0^{-1}, \quad (2.7)$$

sendo $H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ a constante de Hubble. Assim, o comprimento t3pico de perda 3 $L(z=0) = c\tau_H = 0 = c/H_0 \approx 4000 \text{ Mpc}$.

Os processos de perda de energia acima descritos ocorrem para pr3ons. Para n3cleos, as principais intera33es que ocasionam perda de energia s3o [147, 149]:

- fotodesintegra33o;
- processos de Bethe-Heitler;
- fotoprodu33o de p3ons;
- expans3o do universo.

A fotodesintegra33o 3 o processo dominante a alt3ssimas energias e consiste na absor33o de um f3ton, gerando um estado inst3vel, que decai em um n3cleo mais leve atrav3s da emiss3o de nucleons.

2.4 Origem e Acelera33o dos UHECRs

2.4.1 Mecanismo de Fermi de Segunda Ordem

O mecanismo de Fermi foi proposto pelo f3sico italiano Enrico Fermi em 1949 [150], e consiste num processo estoc3stico que permite acelerar part3culas a altas energias atrav3s da colis3o entre estas e uma nuvem magnetizada de plasma [149, 151].

No modelo original proposto por Fermi as part3culas s3o refletidas por irregularidades na estrutura de um campo magn3tico, conforme mostrado na figura 2.5. Estas irregularidades podem ser compreendidas como “espelhos” que refletem as part3culas incidentes. Cada um destes “espelhos” move-se aleatoriamente e n3o h3 perda de energia (neste referencial). Sejam E_i e \vec{p}_i a energia e o momentum linear da part3cula antes da colis3o, no referencial da nuvem, e E_f e \vec{p}_f a energia e o momentum linear da part3cula ap3s a colis3o, neste mesmo referencial. Considere que o 3ngulo de incid3ncia 3 denotado por θ_i e o 3ngulo de sa3da 3 denotado por θ_f . Assuma que as grandezas representadas com uma linha s3o as respectivas grandezas no referencial do observador (sistema de laborat3rio).

Pode-se fazer uma transforma33o de Lorentz para obter a energia inicial da part3cula no referencial da nuvem:

$$E'_i = \gamma E_i (1 - \beta \cos \theta_i), \quad (2.8)$$

onde $\beta = v/c$ e γ 3 o fator de Lorentz, dado por $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Ap3s a sa3da da part3cula da nuvem, sua energia no referencial de laborat3rio 3:

$$E_f = \gamma E'_f (1 + \beta \cos \theta'_f). \quad (2.9)$$

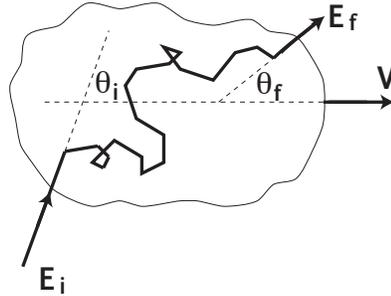


Figura 2.5: Representa33o de um ciclo de acelera33o de uma partcula com energia inicial E_i interagindo com uma "nuvem" que se move com velocidade V , e adquirindo energia E_f aps a intera33o.

No referencial da nuvem n3o h3a mudan33a de energia, portanto $E'_i = E'_f$. Calculando o ganho de energia em cada colis33o, tem-se que:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E_f - E_i}{E_i} = \frac{\gamma E'_f (1 + \beta \cos \theta'_f) - \frac{E'_i}{\gamma} \frac{1}{1 - \beta \cos \theta_i}}{\frac{E'_i}{\gamma} \frac{1}{1 - \beta \cos \theta_i}}. \quad (2.10)$$

Reescrevendo de forma mais conveniente:

$$\frac{\Delta E}{E} = (1 - \beta \cos \theta_i + \beta \cos \theta'_f - \beta^2 \cos \theta_i \cos \theta'_f) - 1. \quad (2.11)$$

Como a partcula 3e espalhada magnetohidrodinamicamente por irregularidades no campo magn33tico, este espalhamento 3e aproximadamente aleat33rio, e portanto o aumento m33dio na energia pode ser obtido por uma m33dia sobre os 3ngulos. No referencial da nuvem a partcula 3e espalhada aleatoriamente em todas as dire33o33es, de forma que $\langle \cos \theta'_f \rangle = 0$. O valor m33dio de $\cos \theta_i$, depende de considera33o33es geom33tricas. A probabilidade de colis33o depende do 3ngulo θ_i e do 3ngulo s33lido, que contribui com um fator $d(\cos \theta_i)$, e 3e proporcional a $1 - \beta \cos \theta_i$. Calculando o valor m33dio de $\cos \theta_i$ no intervalo de 0 a π , sendo $x = \cos \theta_i$, obt33m-se que:

$$\langle \cos \theta_i \rangle = \frac{\int_{-1}^1 x(1 - \beta x) dx}{\int_{-1}^1 (1 + \beta x) dx} = -\frac{\beta}{3}. \quad (2.12)$$

Sendo assim:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \gamma^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{3} \right), \quad (2.13)$$

que no limite de baixas velocidades ($\beta \ll 1$) se reduz a

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle \approx \frac{4}{3} \beta^2. \quad (2.14)$$

Este 3e o mecanismo de Fermi de segunda ordem pois o ganho de energia depende da segunda pot33ncia de β . Note que como $\langle \Delta E/E \rangle > 0$, h3a um ganho de energia, mas a condi33o imposta (baixas velocidades) torna este ganho pequeno.

O espectro de energia associado a este mecanismo de acelera33o 3 uma lei de pot3ncia⁷, da forma:

$$N(E) \propto E^{-\alpha}, \quad (2.15)$$

onde α 3 o 3ndice espectral.

2.4.2 Mecanismo de Fermi de Primeira Ordem

As energias atingidas por part3culas aceleradas pelo mecanismo de Fermi de segunda ordem s3o limitadas, motivando o desenvolvimento de mecanismos mais eficientes de acelera33o. Desta forma, foi desenvolvido [152–154] o mecanismo de Fermi de primeira ordem, que ocorre em supernovas e outros s3itos astrof3sicos com fortes choques [151].

O racioc3nio aplicado aqui baseia-se nas equa33es 2.8 e 2.9. Se a part3cula se mover com velocidade V_p e o choque com velocidade V_s , a part3cula pode interagir com a frente de onda do choque de duas maneiras: (i) movimentando-se no mesmo sentido do choque ($|\vec{V}_p| \parallel |\vec{V}_s|$); (ii) movimentando-se contrariamente ao sentido do choque ($|\vec{V}_p| \parallel -|\vec{V}_s|$). Ent33o esta intera33o desta part3cula com irregularidades, tais como as nuvens magnetizadas citadas no mecanismo de Fermi de segunda ordem, produz um ganho energ3tico, conforme mostrado na figura 2.6.

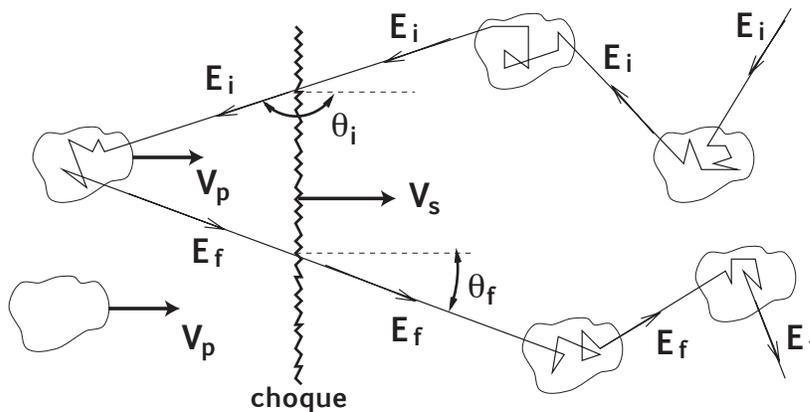


Figura 2.6: Representa33o da acelera33o de uma part3cula com energia inicial E_i interagindo com um choque cuja velocidade 3 V_s .

A velocidade do choque depende da velocidade do material ejetado, V_p , e da raz3o de compress3o R , associada 3 raz3o dos calores espec3ficos, Γ . Particularmente, para um choque de supernova o g3s monoat3mico ($\Gamma=5/3$) ao redor da moribunda estrela 3 ionizado, e o fator de compressibilidade assume o valor $R=4$.

De forma an3loga ao mecanismo de Fermi de segunda ordem, para choques n3o relativ3sticos ($V_s \ll c$), pode-se mostrar⁸ que o ganho m3dio de energia por colis3o 3

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{4}{3}\beta, \quad (2.16)$$

⁷Os c3lculos para a obten33o do espectro de energia podem ser vistos em detalhes na refer3ncia [151].

⁸Para um tratamento mais detalhado deste processo, veja as refer3ncias [149] e [151].

onde $\beta = V_p/c$.

Por se tratar de um processo de primeira ordem, este mecanismo 3 e mais eficiente que o mecanismo de Fermi de segunda ordem, e fornece um espectro diferencial de energia da forma

$$\frac{dN(E)}{dE} \propto E^{\frac{R+2}{R-1}}. \quad (2.17)$$

Note que, no caso particular de supernovas, o 3ndice espectral assume um valor $\alpha = (R+2)/(R-1)$ igual a 2.

2.4.3 Diagrama de Hillas

A explica33o mais simples para UHECRs, que n3o faz uso de nenhuma f3sica desconhecida 3 a de que raios c3smicos s3o acelerados por campos eletromagn3ticos. Em 1984 A. M. Hillas mostrou que 3 poss3vel utilizar o raio de Larmor de uma part3cula para restringir as regi3es capazes de acelerar os raios c3smicos [155]. Quando o raio de Larmor de uma part3cula (R_L) assume valores pr3ximos ao do acelerador, part3culas carregadas n3o mais ficar3o confinadas dentro da regi3o aceleradora, de forma que o processo de acelera33o destas part3culas cessar3. Esta condi33o, conhecida como “condi33o de Hillas” pode ser expressa por:

$$E_{max} \sim 2\beta cZeBR_L \quad (2.18)$$

onde E_{max} 3 a energia m3xima atingida, B 3 o campo magn3tico, β 3 a raz3o entre a velocidade do choque e a velocidade da luz, e Z 3 o n3mero at3mico do n3cleo em acelera33o. Esta rela33o pode ser visualizada na figura 2.7, para diversos objetos astrof3sicos candidatos a acelerarem raios c3smicos a alt3ssimas energias.

O diagrama de Hillas enquadra-se na categoria dos modelos *bottom-up* para explicar a origem dos UHECRs. Esta categoria prev3 que a acelera33o destas part3culas ocorre em ambientes astrof3sicos extremos. Uma segunda classe de modelos atribui a exist3ncia de raios c3smicos de tais energias a decaimentos de part3culas conhecidas ou entidades conjecturais, tais como defeitos topol3gicos, *Z-bursts*, monopolos magn3ticos e cordas c3smicas, tornando necess3ria a exist3ncia de uma nova f3sica, al3m do modelo padr3o [156, 157].

2.4.4 Modelos *Bottom-Up*

Dentre os ambientes astrof3sicos capazes de acelerar raios c3smicos a energias ultra-altas destacam-se [151, 158, 159]:

- estrelas de n3utrons;
- magnetares;
- n3cleos gal3cticos ativos;
- surtos de raios gama.

Estrelas de N3utrons

Estrelas de n3utrons s3o objetos compactos em r3pida rota33o ($\sim 3000 \text{ rad s}^{-1}$) com campos magn3ticos intensos ($\gtrsim 10^{12} \text{ G}$) [159]. Blasi *et al.* [160] mostraram que estrelas de n3utrons magnetizadas satisfazem a

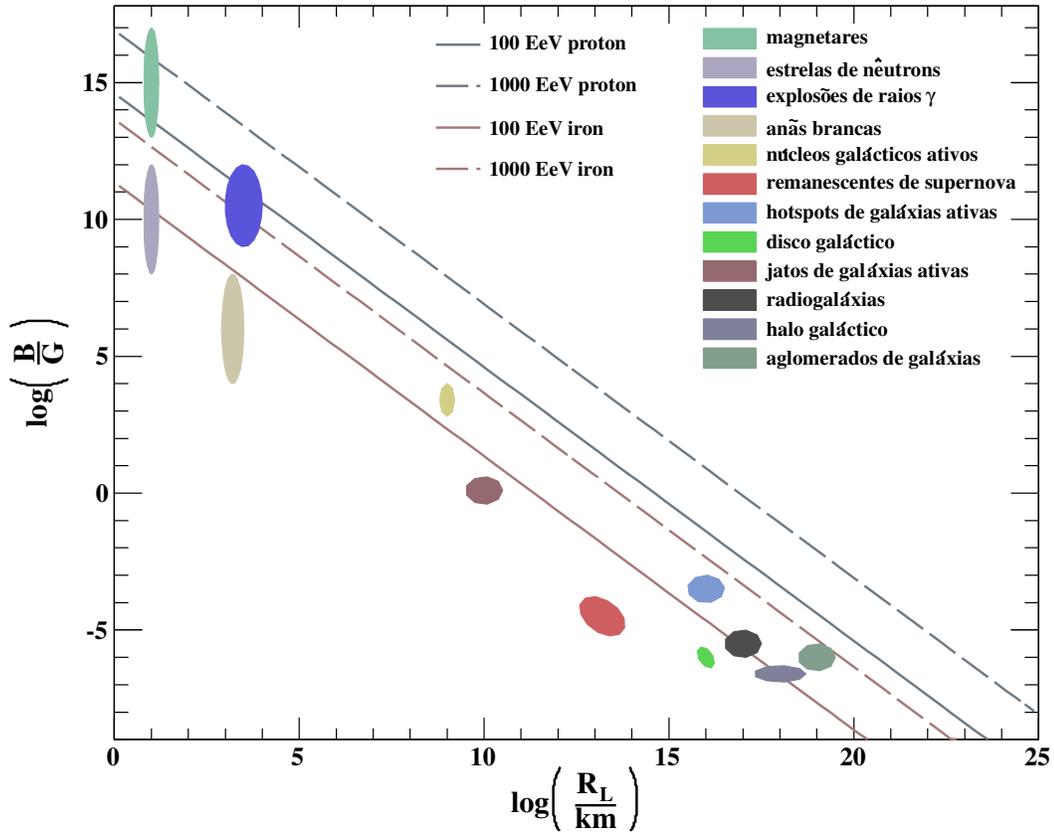


Figura 2.7: Diagrama de Hillas, indicando possíveis fontes astrofísicas capazes de acelerar raios cósmicos a altíssimas energias.

condição de Hillas e portanto podem acelerar partículas a

$$E_{max} = 8 \times 10^{20} \left(\frac{Z}{26} \right) \left(\frac{B}{10^{13} \text{ G}} \right) \left(\frac{\Omega^2}{3000 \text{ rad s}^{-1}} \right) \text{ eV}, \quad (2.19)$$

onde Z é o número atômico, Ω é a frequência angular de rotação do objeto, e B é a intensidade do campo magnético.

Outros mecanismos foram desenvolvidos teorizando a aceleração de UHECRs por estes objetos [49, 161]. Um resultado interessante foi obtido pela colaboração do experimento HEGRA, que encontrou uma correlação entre raios gama de TeV e o objeto Cygnus OB2 [159], um plerion, também conhecido como nebulosa de vento de pulsar, ou PWN (acrônimo de *Pulsar Wind Nebula*). O resultado de HEGRA, que não poderia ser explicado de forma convencional, poderia ser resultado da interação de hádrons de energias ultra-altas e o entorno do pulsar.

Magnetares

Um caso particularmente interessante de estrelas de nêutrons são os magnetares, que são caracterizados por campos magnéticos muito intensos ($\gtrsim 10^{15}$ G). A primeira proposta de aceleração UHECRs por estes objetos foi feita por Arons [162], e prevê que a energia máxima atingida por partículas aceleradas por tais objetos é:

$$E_{max} = 3 \times 10^{22} \left(\frac{Z}{26} \right) \left(\frac{B}{10^{15} \text{ G}} \right) \left(\frac{\Omega_i}{\text{rad s}^{-1}} \right) \text{ eV}, \quad (2.20)$$

onde Z 3e o n3mero at3mico do n3cleo acelerado, B 3e a intensidade campo magn3tico no s3tio acelerador, e Ω_i 3e um par3metro associado 3a frequ3ncia angular de rota33o da estrela.

Segundo os modelos atuais, magnetares est3o associados a objetos que repetidamente emitem raios gama, chamados SGRs (do ingl3s *Soft Gamma Repeaters*) [163, 164]. No final de 2004 houve um SGR extremamente brilhante [165], que poderia ter emitido UHECRs [166] os quais poderiam ser detectados por observat3rios de raios c3smicos, conforme apontado por Torres e Anchordoqui [159]. Trabalhos internos publicados na colabora33o Pierre Auger excluem esta possibilidade [167, 168] para n3utrons.

N3cleos Gal3cticos Ativos

J3 foi teorizado que UHECRs poderiam ser acelerados por quasares, blazares, n3cleos gal3ctico ativos, BL Lacs, gal3xias Seyfert, radiogal3xias, e diversos outros tipos de objetos. Atualmente todos estes objetos s3o agrupados em uma 3nica classe: n3cleos gal3cticos ativos, ou AGNs, pois eles correspondem ao mesmo tipo de objeto visto sob diferentes 3ngulos [169]. Estes objetos t3m campos ~ 1 G e dimens3es t3picas de $\sim 10^{10}$ km e portanto s3o candidatos a acelerarem UHECRs a energias $\gtrsim 100$ EeV.

Trabalhos de Farrar e Biermann [170] indicaram a exist3ncia de uma correla33o direcional entre objetos quasi-estelares (QSOs, ou *Quasi-Stellar Objects*) e UHECRs. A chance desta correla33o ocorrer ao acaso seria menos de 0,5%. Outros autores [171] repetiram a an3lise incluindo dados de outros experimentos e encontraram uma probabilidade de 27% desta correla33o surgir ao acaso.

Conforme apontado por Mannheim [172], o espectro de raios gama obtido pelo experimento EGRET 3e compat3vel com o espectro esperado para pr3tons de energias ultra-altas com 3ndice espectral -2, a 10^{20} eV. Neste cen3rio, os f3tons seriam produzidos pelo decaimento de p3ons resultantes de intera33es sofridas pelos pr3tons acelerados.

Tinyakov e Tkachev encontraram uma correla33o entre BL Lacs e UHECRs [173]. Nesta an3lise foram utilizados objetos do cat3logo Ver3n-Cetty e Ver3n com $z > 0,1$. Seis eventos do experimento AGASA e dois do Yakutsk situam-se em uma janela de $2,5^\circ$ ao redor dos BLLacs. A probabilidade desta correla33o ocorrer ao acaso 3e cerca de 2×10^{-5} . An3lises posteriores feitas por Torres *et al.* [174] com dados dos experimentos de Volcano Ranch e Haverah Park indicam que o resultado de Tinyakov e Tkachev n3o s3o estatisticamente significativos.

Sem d3vida, o resultado mais interessante acerca de UHECRs e AGNs foi obtido pela colabora33o Pierre Auger, em 2007, indicando a exist3ncia de uma correla33o entre as dire33es de chegada de raios c3smicos com energia acima de 6×10^{19} eV e posi33es de n3cleos gal3cticos ativos, distantes at3 75 Mpc da Terra, conforme mostrado na figura 2.8. Neste trabalho a hip3tese de uma distribui33o isotr3pica de raios c3smicos 3e rejeitada com um n3vel de confian3a de 99% [175]. No entanto, resultados mais recentes do mesmo experimento indicam uma diminui33o nesta correla33o, mas ainda rejeitam a possibilidade de isotropia com um n3vel de confian3a de 99% [176].

Surtos de Raios Gama

Os surtos de raios gama, ou GRBs (do ingl3s *Gamma Ray Bursts*) consistem em intensas emiss3es de radia33o de alta energia em um curto per3odo de tempo, com causa ainda desconhecida [149]. Esta intensa emiss3o de energia, juntamente com a curta dura33o e grande variabilidade temporal destes fen3menos fazem dos GRBs fortes candidatos 3a acelera33o de UHECRs.

O principal modelo fenomenol3gico para GRBs [177] prev3 a acelera33o de part3culas atrav3s da expans3o

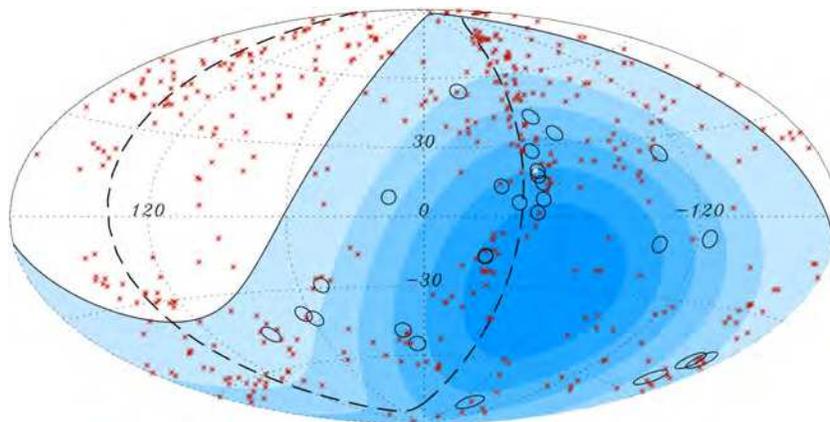


Figura 2.8: Projeç3o Aitoff do c3eu em coordenadas gal3cticas. As posiç3es dos AGNs, distantes at3 75 Mpc da Terra, s3o marcados com estrelas. Os c3rculos de $3,1^\circ$ est3o centrados na direç3o dos 27 eventos detectados pelo Observat3rio Pierre Auger, com energias maiores que $E > 57$ EeV. As posiç3es dos 472 AGNs do cat3logo considerado para an3lise (Ver3n-Cetty e Ver3n) distantes menos de 75 Mpc da Terra s3o representados por asteriscos vermelhos. A linha s3lida indica os limites do campo de vis3o (3ngulos zenitais inferiores a 60°) visto pelo observat3rio, que tem diferentes exposiç3es relativas para diferentes tonalidades de azul (cores claras indicam menor exposiç3o e vice-versa). A linha pontilhada indica o plano supergal3ctico e o asterisco branco indica a posiç3o do AGN mais pr3ximo conhecido, Centaurus A. Figura extra3da de [175].

do vento de plasma, i. e., uma “bola de fogo”⁹, cujas causas s3o ainda desconhecidas [159]. Neste modelo ocorre um choque entre a “bola de fogo”, que expulsa grande quantidade de massa do meio e diminui o campo magn3tico, e el3trons, que por sua vez produzem radiaç3o gama \sim MeV atrav3s de emiss3o s3ncrotron. Neste processo, pr3tons podem ser acelerados a energias de $\gtrsim 10^{19}$ eV e podem interagir com os f3tons, produzindo neutrinos¹⁰. 3 interessante notar que o 3ndice espectral para a aceleraç3o de part3culas por GRBs 3 $-2,3 \pm 0,5$, o que condiz com o espectro observado de UHECRs [157].

2.4.5 Modelos *Top-Down*

Nos modelos *top-down*, os raios c3smicos n3o s3o acelerados, mas s3o resultado do decaimento de part3culas massivas. As principais subclasses de modelos *top-down* envolvem os defeitos topol3gicos, produzidos durante uma transiç3o de fase logo ap3s o Big Bang, e decaimentos de part3culas supermassivas. Defeitos topol3gicos surgiriam homogeneamente no universo e decairiam em quarks e l3ptons que poderiam decair em pr3tons e f3tons [179]. Estas part3culas ent3o se propagariam pelo universo, interagindo com a radiaç3o c3smica de fundo, e atingindo a Terra. A vantagem destes modelos 3 a incorporaç3o do limiar GZK, que foi observado pelos experimentos HiRes [126] e Auger [180].

Outra classe de modelos prediz que UHECRs s3o produzidos a partir de part3culas supermassivas geradas no universo primordial. Tais part3culas poderiam corresponder 3 mat3ria escura. Um aspecto interessante destes modelos 3 a n3o exist3ncia do corte GZK, uma vez que as part3culas estariam no halo gal3ctico e n3o se propagariam por dist3ncias cosmol3gicas at3 atingir a Terra [179].

⁹Na literatura internacional, esta “bola de fogo” 3 referida atrav3s de sua express3o em l3ngua inglesa: *fireball*.

¹⁰Sabe-se que neutrinos s3o produzidos a partir da interaç3o entre pr3tons e f3tons atrav3s dos canais: (i) $p + \gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-$ ou (ii) $\gamma + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \pi^+ + n \rightarrow$. Os p3ons resultantes podem decair atrav3s dos seguintes canais: $\pi^+ \rightarrow \nu_\mu + \mu^+$ e $\pi^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$. Os m3ons, por sua vez, decaem da seguinte forma: $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$ e $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$. Sendo assim, part3culas de alt3ssimas energias podem ser produzidas a partir destas reaç3es. Postulando a aç3o de um Mecanismo de Fermi de Primeira Ordem, o espectro esperado seria compat3vel com o de uma fonte que possui um 3ndice espectral de -2. Isto levou Waxman e Bahcall [178] a estimarem um limite superior para o fluxo de neutrinos provenientes desta fonte, conhecido como limite de Waxman-Bahcall, que ainda n3o foi observado.

Diversos modelos *top-down* j3 foram exclu3dos por resultados do Observat3rio Pierre Auger [146, 181, 182], atrav3s do c3lculo do limite superior da fra33o de f3tons. Conforme mostrado na figura 2.9, grande parte dos modelos envolvendo part3culas de mat3ria escura supermassivas n3o s3o capazes de explicar o espectro de UHECRs. Os cen3rios envolvendo defeitos topol3gicos, por sua vez, n3o puderam ser totalmente exclu3dos, conforme mostrado na figura 2.10.

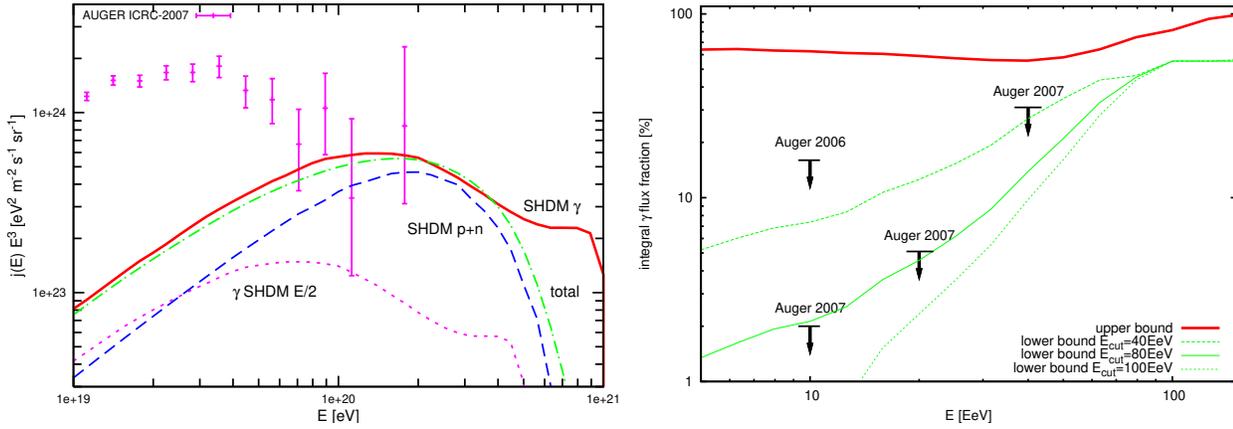


Figura 2.9: 3 esquerda: espectro esperado para o produto do decaimento de part3culas supermassivas de mat3ria escura, ajustado para o espectro do Observat3rio Pierre Auger. As linhas indicam o fluxo de f3tons (linha s3lida), n3cleons (linha tracejada), f3tons reconstru3dos como pr3tons (linha pontilhada) e o espectro total (linha com pontos e tra3os). 3 direita: limites superiores para a fra33o de f3tons em rela33o ao espectro total de UHECRs, integrados acima de uma energia E. Figuras extra3das de [179].

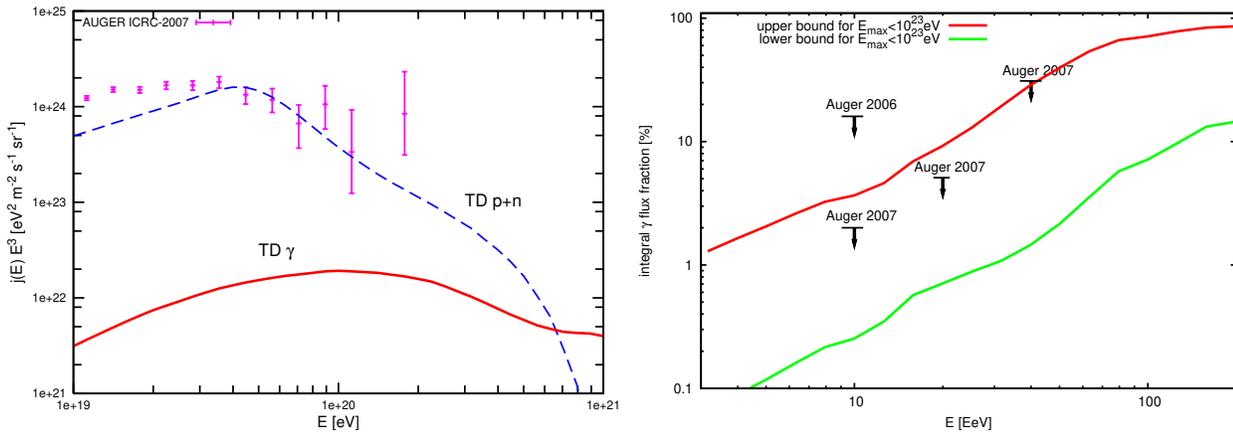


Figura 2.10: 3 esquerda: exemplo de um ajuste do espectro do Observat3rio Pierre Auger para n3cleons (linha tracejada) e f3tons (linha s3lida), devido a um defeito topol3gico ~ 40 EeV. 3 direita: fra33o de f3tons em rela33o ao espectro total de UHECRs para part3culas supermassivas de massa $M_{SH} = 2E_{max} < 2 \times 10^{23}$. Figuras extra3das de [179].

2.5 Composi33o

A energias mais baixas, at3 cerca de 100 TeV, a composi33o qu3mica dos raios c3smicos pode ser inferida diretamente. No entanto, a energias ultra-altas, a medida da composi33o qu3mica dos UHECRs 3 praticamente

imposs3vel dado o baixo fluxo da part3cula prim3ria, que dificulta sua medi3o3o direta. Sendo assim, para inferir a composi3o3o do raio c3smico prim3rio 3 necess3rio o conhecimento de modelos de intera3o3o hadr3nica que permitam descrever a intera3o3o da part3cula prim3ria com a atmosfera.

Poss3veis observ3veis para estudos de composi3o3o s3o a quantidade de m3ons no chuveiro, que depende da massa da part3cula prim3ria, e a profundidade do m3ximo, ou $\langle X_{max} \rangle$, que indicam a altura onde a quantidade de part3culas no chuveiro 3 m3xima.

Resultados recentes do experimento HiRes indicam uma composi3o3o predominante prot3nica para os UHE-CRs [183], enquanto o experimento Auger notou uma tend3ncia de pr3ton para n3cleos mais pesados, a energias mais altas [184], assumindo os modelos de intera3o3o hadr3nica EPOS 1.99, QGSjet II e Sibyll 2.1, conforme mostrado na figura 2.11. Vale ressaltar que estes resultados dependem do modelo de intera3o3o hadr3nica adotado, e que estes modelos s3o constru3dos a partir da extrapola3o3o de resultados de aceleradores de part3culas, que n3o atingem energias superiores a EeV.

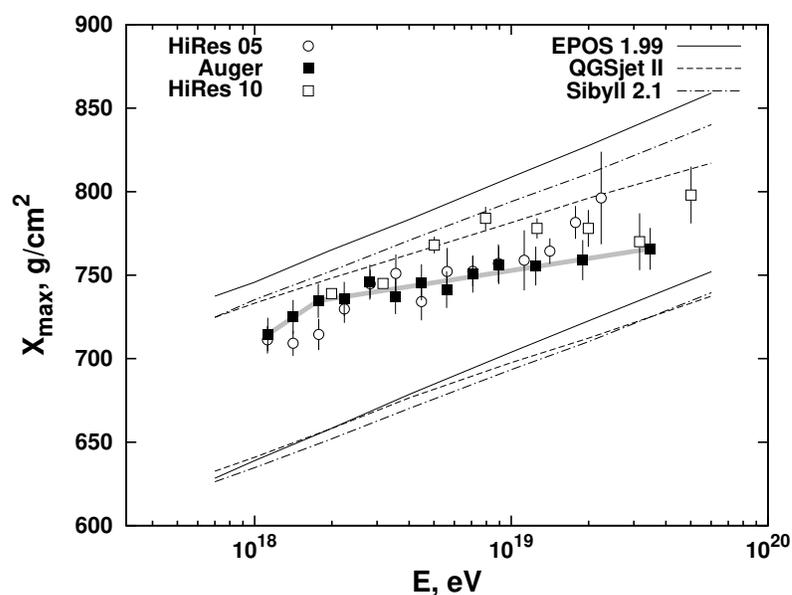


Figura 2.11: Profundidade do m3ximo em fun3o3o da energia do chuveiro, segundo resultados dos experimentos HiRes e Auger, utilizando os tr3s modelos de intera3o3o hadr3nica indicados na legenda, 3 direita, para os dados de HiRes e Auger. Figura extra3da de [185].

CAPÍTULO 3

O OBSERVATÓRIO PIERRE AUGER

Situado em Malargüe, província de Mendoza, Argentina, o Observatório Pierre Auger é produto de uma colaboração entre dezenove países, dentre eles o Brasil, e é pioneiro na utilização da técnica híbrida de detecção: detectores de fluorescência e detectores de superfície. O conjunto dos detectores de superfície cobre uma área de aproximadamente 3000 km², sendo constituído por 1660 detectores Cherenkov regularmente espaçados em uma rede de triângulos equiláteros com 1,5 km de lado. O detector de fluorescência é um conjunto de quatro “olhos” com 6 telescópios cujo campo de visão cobre a área total do conjunto de detectores de superfície, mais uma estação contendo 3 telescópios, detectando eventos com alta elevação. Na figura 3.1 é mostrada a região coberta pelos detectores.

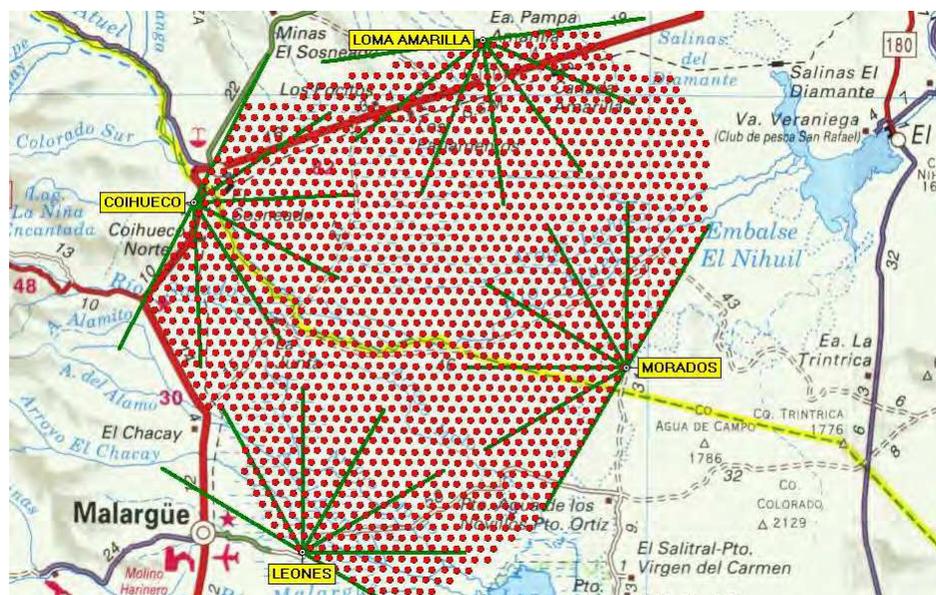


Figura 3.1: Região coberta pelo Observatório Pierre Auger.

3.1 Detectores de Superfície

Os módulos do detector de superfície [186, 187] são compostos por tanques cilíndricos com 3,6 m de diâmetro e 1,5 m de altura. Eles contêm aproximadamente 12000 litros de água desmineralizada e com alta pureza. O volume de água é monitorado por três PMTs (do inglês *PhotoMultiplier Tubes*) instaladas no topo do tanque. Partículas do EAS (*extensive air shower*, ou chuva atmosférica extensa), ao interagirem com a água do tanque, produzem radiação Cherenkov¹ que é coletada pelos PMTs. Cada tanque possui uma unidade eletrônica para processamento local dos sinais gerados pelos PMTs, que posteriormente, em caso de um evento de interesse, envia os dados para uma central via rádio. Cada tanque é uma unidade autônoma, que produz sua própria energia com painéis solares. Quando vários tanques disparam simultaneamente, indicando a passagem de um EAS, a central do laboratório recebe um sinal para armazenamento dos dados de cada tanque. Posteriormente, em análise *offline*, as medidas da diferença de tempo de disparo dos tanques fornecem a geometria do EAS, indicando a direção do céu de onde o evento é proveniente, enquanto a intensidade dos sinais, analisada no conjunto de tanques disparados, fornece a energia da partícula primária. A figura 3.2 mostra um dos 1660 tanques detectores de superfície do Observatório Pierre Auger. A figura 3.3 ilustra os principais componentes do tanque.



Figura 3.2: Detector de superfície do Observatório Pierre Auger.

3.1.1 Reconstrução

A reconstrução do chuva é feita baseando-se na diferença de tempo em que diferentes estações detectam a frente de um chuva. Considere o diagrama mostrado na figura 3.4. Neste diagrama \vec{x}_0 ² representa o baricentro de um chuva com eixo de orientação na direção \hat{a} ³. A estação identificada pelo índice k com vetor posição \vec{x}_k emite um sinal S_k no instante t_k . Em primeira aproximação, considerando a frente de onda como sendo plana. Pode-se determinar o baricentro através da média ponderada do sinal de cada tanque pela sua distância ao eixo

¹Radiação Cherenkov é produzida quando uma partícula carregada atravessa um meio com velocidade maior do que a da luz neste meio.

²Formalmente, este ponto deveria ser representado de uma forma diferente, visto que é um ponto e não um vetor. No entanto, para

³O símbolo do acento circunflexo sobre uma determinada variável designa vetores unitários.

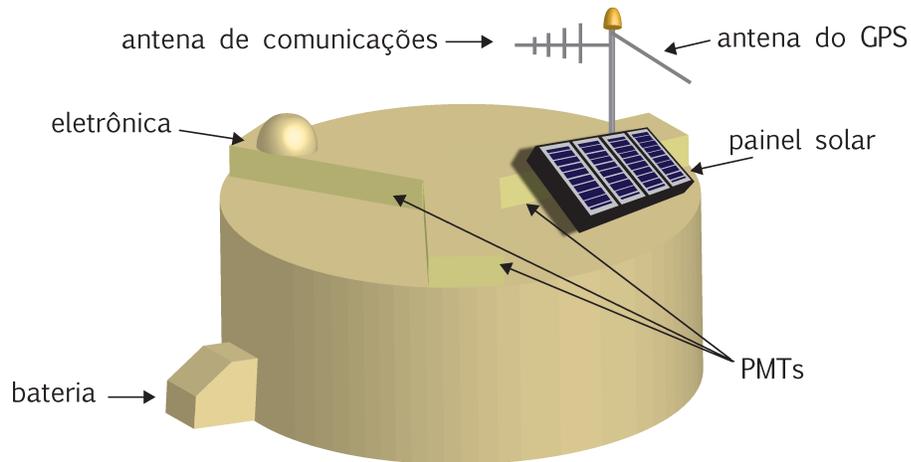


Figura 3.3: Constituintes do tanque detector de superfície.

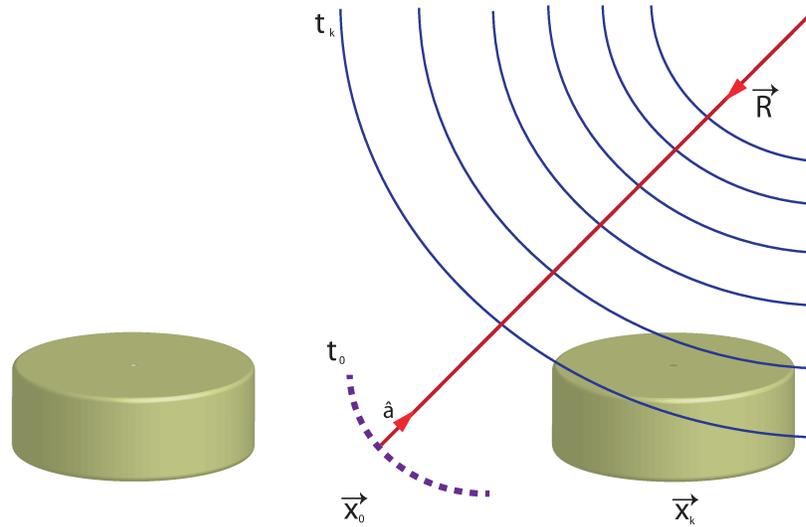


Figura 3.4: Representação esquemática da frente de um chuveiro atmosférico extenso atingindo os detectores de superfície.

do chuveiro, i.e. [7]:

$$\vec{x}_0 = \frac{\sum_k \sqrt{S_k} \vec{x}_k}{\sum_k \sqrt{S_k}}. \quad (3.1)$$

Note que o sinal S em questão está elevado à potência de 0,5. Foi demonstrado que este valor é ótimo para a ponderação da posição das estações [188].

O instante em que a frente do chuveiro atinge a coordenada baricêntrica é [189]

$$t_0 = \frac{\sum_k \sqrt{S_k} t_k}{\sum_k \sqrt{S_k}}. \quad (3.2)$$

A evolução temporal do chuvaeiro, em termos da coordenada baricêntrica, é dada por

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + c(t - t_0)\hat{a}. \quad (3.3)$$

Sendo assim, a frente do chuvaeiro atinge cada estação no instante

$$t(\vec{x}_k) = t_0 - \frac{1}{c} (\vec{x}_k - \vec{x}_0) \cdot \hat{a} \quad (3.4)$$

e a direção do chuvaeiro pode ser obtida minimizando a grandeza

$$\chi^2 = \sum_k \frac{1}{\sigma^2(t_k)} \left[t_k - t_0 + \frac{1}{c} (\vec{x}_k - \vec{x}_0) \cdot \hat{a} \right]^2, \quad (3.5)$$

onde $\sigma^2(t_k)$ é a incerteza temporal da k-ésima estação.

Uma vez indentificado o eixo do chuvaeiro, através da aproximação de onda plana, pode-se reconstruir o chuvaeiro com maior precisão considerando uma onda esférica. Neste caso, a equação 3.4 é [189]:

$$t(\vec{x}_k) = t_0 + \frac{1}{c} \left| \vec{R} - \vec{x}_k \right|, \quad (3.6)$$

onde \vec{R} , mostrado na figura 3.4, indica a origem do chuvaeiro. Desta forma, a equação 3.5 para uma frente de onda esférica é dada por

$$\chi^2 = \sum_k \frac{1}{\sigma^2(t_k)} \left[t_k - t_0 + \frac{1}{c} \left| |\vec{R}| \cdot \hat{a} - \vec{x}_k \right| \right]^2, \quad (3.7)$$

Uma vez reconstruída a direção do chuvaeiro, deve-se calcular a função de distribuição lateral (LDF, acrônimo de *lateral distribution function*), que leva em conta efeitos do espalhamento coulombiano entre a partícula do EAS e o ar, e tem a forma [190]:

$$f_{LDF}(r) = \left(\frac{r}{1000} \right)^\beta \left(\frac{r + r_s}{1000 + r_s} \right)^{\beta + \gamma}, \quad (3.8)$$

onde r , em unidades de metro, representa a distância ao eixo do chuvaeiro, r_s é uma constante (aproximadamente 700 m) [7]. β é função do ângulo zenital θ e γ é um parâmetro de achatamento. Um determinado sinal observado, em termos da LDF, pode ser escrito como:

$$S(r) = S(1000)f_{LDF}(r), \quad (3.9)$$

com $S(1000)$ sendo o sinal detectado por uma estação localizada a mil metros do centro do chuvaeiro. A figura 3.5 mostra os sinais de diferentes estações ajustados por uma LDF adequada.

3.2 Detectores de Fluorescência

Quando partículas carregadas atravessam a matéria elas podem perder energia excitando um átomo/molécula, ou através da emissão da radiação de freamento⁴. No regime altamente energético, o mecanismo de perda de energia predominante é o de *bremmsstrahlung*, no qual a perda de energia é proporcional a esta. A energias mais baixas, o mecanismo principal de perda é a ionização, que varia logarithmicamente com a energia [113].

⁴Radiação de freamento é também conhecida como *bremmsstrahlung* e surge devido à rápida desaceleração do elétron quando este interage com os demais componentes do átomo através de interação coulombiana.

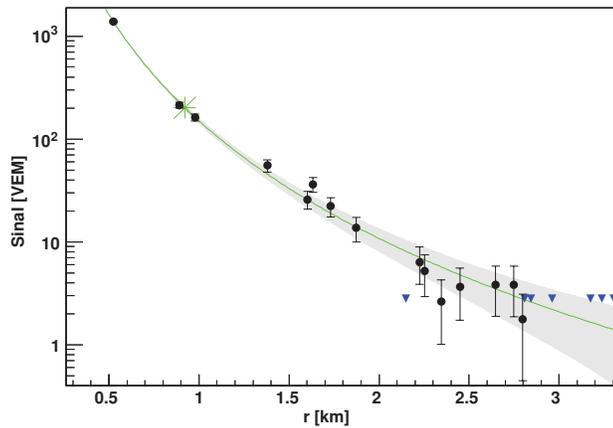


Figura 3.5: Exemplo do ajuste do sinal de diferentes estações por uma LDF.

Os telescópios de fluorescência [187] foram construídos para detectar a luz gerada na atmosfera, no rastro do EAS, pela de-excitação das moléculas de nitrogênio após colidirem com as partículas que compõem o EAS. Os telescópios, dessa forma, podem medir o desenvolvimento do EAS ao longo da atmosfera, e fornecer a energia da partícula primária através da relação de proporcionalidade entre o número total de fótons coletados e sua energia. O uso de vários telescópios operando em coincidência também permite uma reconstrução estereoscópica da geometria do EAS indicando a direção de origem do primário.

O Observatório conta com 4 estações (“olhos”), compostas por 6 telescópios cada, cobrindo 30° em elevação e 180° em azimute. A figura 3.6 mostra um dos detectores de fluorescência, cujo esquema é mostrado na figura 3.7.

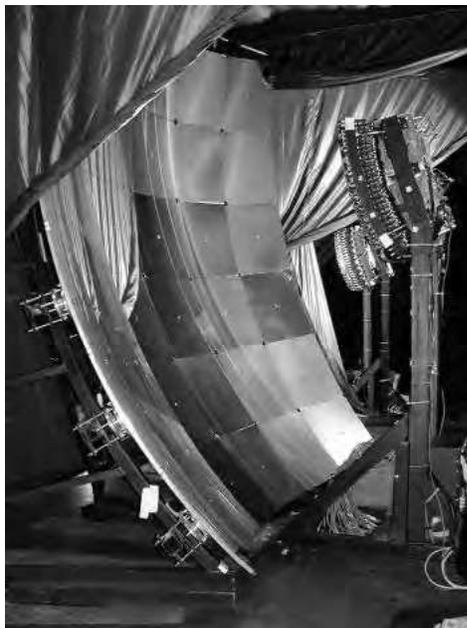


Figura 3.6: Um dos detectores de fluorescência do Observatório Pierre Auger.

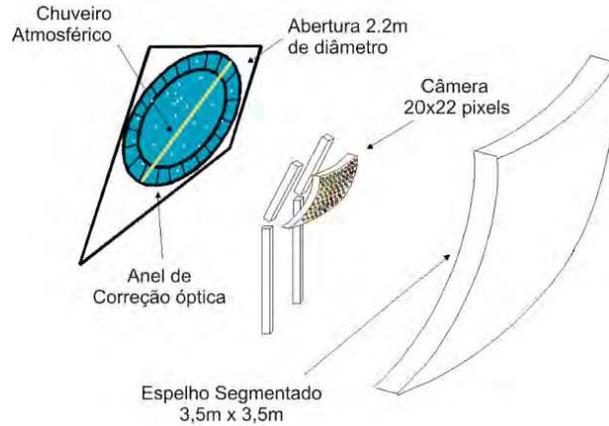


Figura 3.7: Constituintes do detector de fluorescência; figura extraída de [191].

3.2.1 Reconstrução

O número de fótons de fluorescência gerados a partir da interação de partículas carregadas com moléculas da atmosfera é

$$\frac{dN_\gamma}{dl} = Y_f N_c, \quad (3.10)$$

onde dl é a distância pela qual a partícula se propagou, Y_f é um fator conhecido como razão de fluorescência, expresso em unidades de fótons por metro e N_c é o número de partículas carregadas.

A reconstrução com os detectores de fluorescência pode ser compreendida a partir da figura 3.8. A direção do eixo do chuveiro depende do parâmetro de impacto R_p , do ângulo entre o eixo do chuveiro e o solo, χ_0 , e do ângulo associado à elevação do pixel da PMT, χ_k . Assim, o instante de chegada do fóton de fluorescência à PMT é [192]

$$t(\chi_k) = T_0 + \frac{R_p}{c} \tan\left(\frac{\chi_0 - \chi_k}{2}\right), \quad (3.11)$$

onde T_0 é o instante em que o chuveiro está à distância R_p do detector.

O procedimento para determinar os parâmetros R_p , $\psi = \pi - \chi_0$ e T_0 consiste na minimização de

$$\chi^2 = \sum_{k=0}^N \frac{1}{\sigma^2(t_k)} (t(\chi_k) - t'_k)^2, \quad (3.12)$$

onde t'_k é o instante de tempo associado ao pulso do pixel de índice k com erro $\sigma(t_k)$.

O perfil longitudinal do chuveiro, $N(X)$, é descrito por um função de Gaisser-Hillas [193]

$$N(X) = \left(\frac{dE}{dX}\right)_{\max} \left(\frac{X - X_0}{X_{\max} - X_0}\right)^{\frac{X_{\max} - X_0}{\lambda_{GH}}} \exp\left(\frac{X_{\max} - X}{\lambda_{GH}}\right), \quad (3.13)$$

onde λ_{GH} é uma constante relacionada à seção de choque da partícula primária, e X_0 é um parâmetro de modelagem. Este ajuste só é realizado para chuveiros cujo máximo esteja dentro do campo de visão dos telescópios de fluorescência e que deixem um rastro com comprimento longo. A energia total calorimétrica do chuveiro é

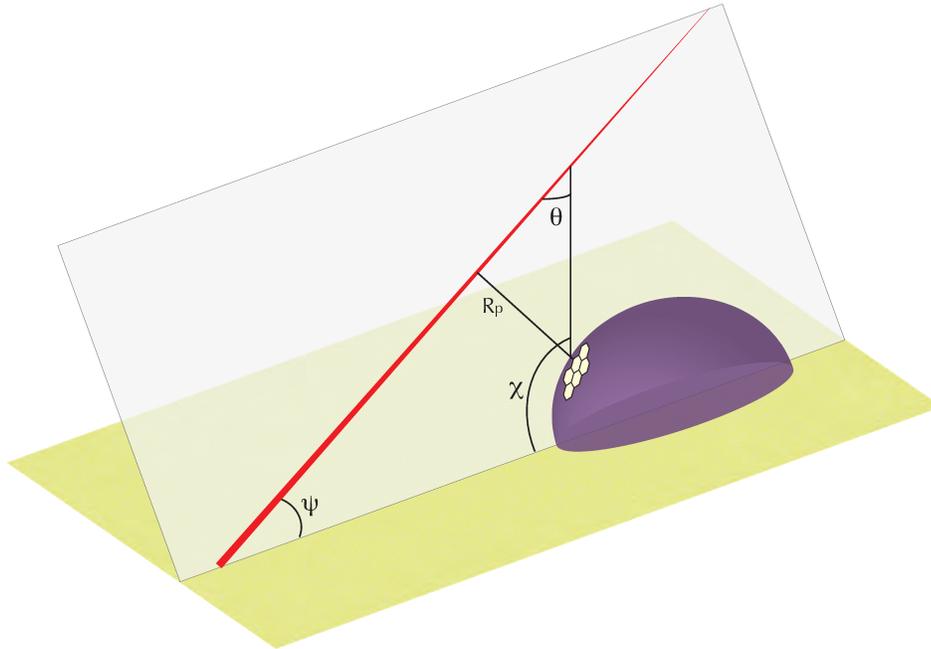


Figura 3.8: Representação esquemática de um chuvaire atmosférico extenso sendo detectado por um dos detectores de fluorescência.

dada por

$$E = \int_0^{\infty} N(X) dX. \quad (3.14)$$

Correções através do método Monte Carlo refinam os resultados considerando perdas de energia causada por múons e neutrinos [7].

3.3 Modo Híbrido

A detecção híbrida é um modo de operação conjunta, e é um diferencial do Observatório Pierre Auger em relação a outros experimentos, pois permite combinar as vantagens das duas técnicas e reduzir os erros sistemáticos inerentes aos modos de operação, separadamente.

A estimativa de energia do SD, por si só, depende de simulações de Monte Carlo. No entanto, a energia com o FD é obtida diretamente. Como o SD tem um ciclo de funcionamento de 100%, e o FD funciona apenas cerca de 13% do tempo, a constante de calibração de energia utilizando os parâmetros $S(1000)$ e S_{38° tornam as estimativas de energia independentes de simulações, mesmo para eventos do SD. Desta forma, o Observatório é capaz de funcionar 100% do tempo e estimar a energia de maneira precisa.

3.3.1 Reconstrução

A estimativa da energia da partícula primária no modo híbrido é feita de acordo com o método de cortes de intensidade constante (CIC, do inglês *Constant Intensity Cuts*) [15, 194–196]. Neste método é utilizada a

energia medida pelo FD e o parâmetro $S(1000)$ do SD. Para uma dada energia o sinal de $S(1000)$ é reduzido proporcionalmente ao ângulo zenital θ , devido à atenuação do chuveiro na atmosfera [15, 180].

Pode-se introduzir um novo estimador, independente do ângulo zenital, que é o S_{38° . Este estimador pode ser escrito como

$$S_{38^\circ} = \frac{S(1000)}{CIC(\theta)}, \quad (3.15)$$

onde $CIC(\theta)$ vale

$$CIC(\theta) = 1 + a(\cos^2 \theta - \cos^2 38^\circ) + b(\cos^2 \theta - \cos^2 38^\circ)^2. \quad (3.16)$$

Comparando este estimador com a reconstrução individual do mesmo evento detectado tanto pelo SD quanto pelo FD, conforme mostrado na figura 3.9, obtém-se uma expressão linear para a energia da partícula primária, em termos do estimador S_{38° [180]:

$$E = 0,149 (S_{38^\circ})^{1,8} \text{ EeV}. \quad (3.17)$$

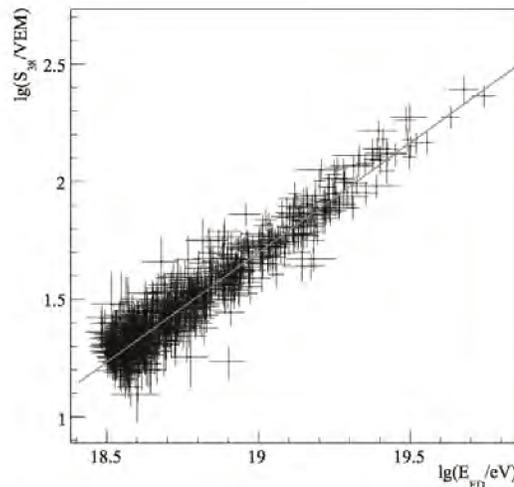


Figura 3.9: Exemplo da curva de calibração apresentando $\log(S_{38^\circ}/VEM)$ em termos de $\log(E_{FD}/eV)$; figura extraída de [197].

3.4 Extensões do Observatório Pierre Auger

Uma extensão do Observatório Pierre Auger é o HEAT [198] (*High Elevation Auger Telescope*), mostrado na figura 3.10 que consiste em três telescópios de fluorescência adicionais. Tais telescópios estão inclinados cerca de 29° em relação ao plano do solo, o que permite observar chuveiros cuja profundidade do máximo está acima do campo de visão dos demais detectores de fluorescência. Desta forma, o HEAT possibilita o estudo de eventos de energia mais baixa (10^{17} eV). Desde 2010 o HEAT está completo e totalmente operacional.

Os telescópios de fluorescência do HEAT observam a região acima de um subconjunto dos detectores de superfície chamado AMIGA (*Auger Muons and Infill for the Ground Array*), que preenche as regiões entre os tanques do conjunto principal dos detectores de superfície, conforme mostrado na figura 3.11. Os tanques do AMIGA estão dispostos de forma hexagonal, com 750 m ou 433 m de lado, de forma a propiciar a detecção de chuveiros de energia mais baixa (10^{17} eV). O AMIGA conta também com detectores de múons enterrados⁵

⁵Os contadores de múons são enterrados a fim de utilizar a atenuação do próprio solo para medir a componente muônica individualmente,



Figura 3.10: Fotografia do HEAT; figura extraída de [198].

perto de algumas estações, de forma a possibilitar medidas da componente muônica do chuva. Até meados de 2011, cinquenta e três dos sessenta e um tanques do subconjunto de detectores espaçados de 750 m do AMIGA já haviam sido instalados [199].

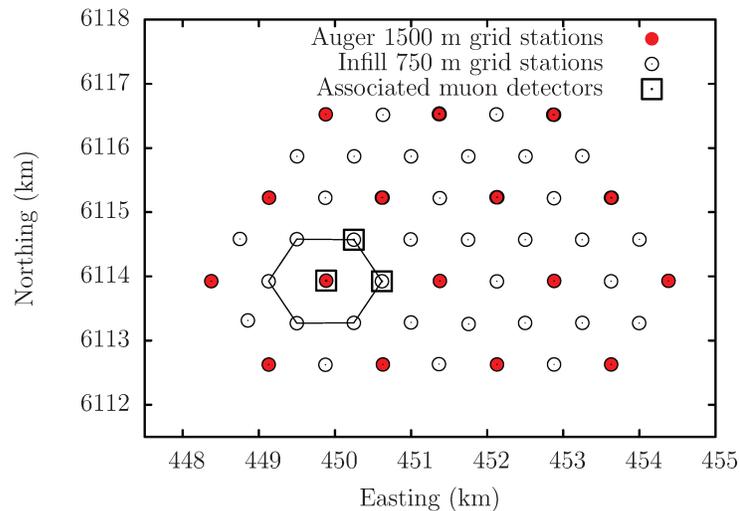


Figura 3.11: Esquema do conjunto de detectores do AMIGA até Abril de 2011. São mostradas as estações separadas por 750 m, juntamente com os detectores de múons associados. O protótipo dos detectores de múons consistirá em sete contadores localizados nos locais indicados com um quadrado. Figura extraída de [199].

O AERA [200] (*Auger Engineering Radio Array*) está sendo construído com a finalidade de estudar EAS através da emissão de ondas de rádio na região de 30 a 80 MHz, geradas a partir da interação entre a componente eletromagnética do chuva com o campo geomagnético. O primeiro estágio de desenvolvimento do AERA consistiu na instalação de 21 detectores de rádio distribuídos em uma rede triangular de 150 m de espaçamento. Pretende-se ampliar a área coberta por estes detectores para até 20 km², conforme indicado na figura 3.12.

blindando-os das demais componentes.

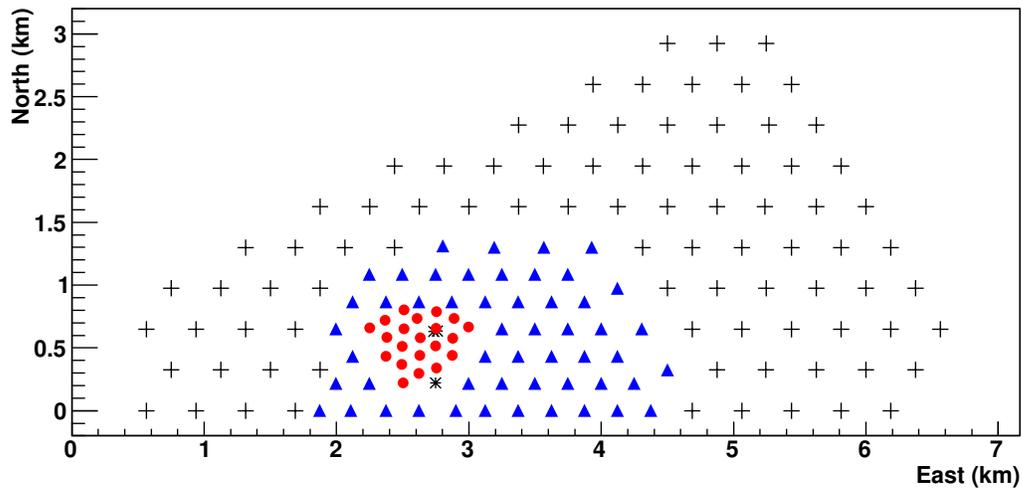


Figura 3.12: Conjunto de detectores do AERA. Os círculos indicam o primeiro estágio de desenvolvimento. Futuramente, os detectores de rádio poderão cobrir uma área de até 20 km^2 , conforme indicado pelos triângulos sólidos e cruzes. Figura extraída de [200].

Os detectores do HEAT, AMIGA e AERA estendem o espectro até cerca de 10^{17} eV, o que permite realizar estudos de composição química na região do “tornolezo”, e também elucidar a transição entre raios cósmicos galácticos e extragalácticos [200]. Estas extensões do Observatório são importantes para estudar raios cósmicos a energias ligeiramente mais baixas que EeV. O AERA, particularmente, pode ser extremamente útil para garantir a reconstrução de eventos híbridos (SD+AERA) e super-híbridos (SD+FD+AERA), visto que pode operar quase 100% do tempo.

CAPÍTULO 4

RECONHECIMENTO DE PADRÕES COM A TRANSFORMADA DE WAVELETS NA ESFERA

4.1 Introdução

A conhecida transformada de Fourier consiste na expansão de um sinal em uma série de senos e cossenos. A desvantagem desta expansão está relacionada à impossibilidade de se obter resolução em tempo para o sinal, sendo obtida apenas resolução em frequência. Em outras palavras, a decomposição de um sinal em diversas componentes possibilita observar todas as frequências presentes no sinal, perdendo a informação do tempo em que cada uma está presente [201].

A transformada de *wavelets* foi desenvolvida com o intuito de permitir a representação do sinal nos domínios de frequência e tempo, simultaneamente. Através da decomposição do sinal de interesse em diversas partes, é possível analisar cada uma destas separadamente. No entanto esta decomposição não é uma tarefa simples. Suponha que a janela de convolução seja uma distribuição delta de Dirac. Decompor o sinal significa convoluí-lo com a janela de corte. A convolução no domínio temporal é equivalente, em termos de transformada de Fourier, à multiplicação no domínio de frequências. A transformada de Fourier de uma distribuição delta de Dirac faz com que o eixo das frequências passe a conter todos os componentes desta.

O problema acima descrito é análogo ao princípio da incerteza, porém aplicado ao processamento de sinais. Ou seja, é impossível medir exatamente uma dada frequência e seu instante de ocorrência, o que significa que um sinal não pode ser representado como um ponto no espaço tempo-frequência [201].

A análise de *wavelets* soluciona o problema relacionado à escolha de uma janela de corte adequada para a decomposição do sinal. O uso de uma janela de tamanho variável que varre todo o sinal em intervalos arbitrários permite obter o espectro. Ao final do processo obtém-se uma coleção de representações tempo-frequência, com diferentes resoluções. Isto permite que se fale em análise de multiresoluções, que é a maior potencialidade da análise de *wavelets*.

Até agora foram tratadas representações no espaço de tempo-frequência, que são representações típicas da análise de Fourier. No contexto da transformada de *wavelets* são utilizadas representações de tempo-escala [201]. A utilização da transformada de *wavelets* no âmbito da física de raios cósmicos está relacionada às suas grandes potencialidades para análise e processamento de imagens. Tais imagens, no contexto de raios cósmicos, são mapas contendo direções de chegada de eventos. Nestes, a transformada de *wavelets* permite identificar sinais imersos em diversos tipos de ruído, evidenciando possíveis fontes pontuais de raios cósmicos, devido à amplificação da razão sinal-ruído.

4.2 A Transformada Contínua de Wavelets

A transformada contínua de *wavelets*, pode ser formalmente escrita como:

$$\Phi(s, \tau) = \int f(t) \Psi_{s,\tau}^*(t) dt, \quad (4.1)$$

onde $s (s > 0, s \in \mathbb{R})$ e $\tau (\tau \in \mathbb{R})$ são, respectivamente, os parâmetros de escala (dilatação) e translação. A equação 4.1 pode ser interpretada como a decomposição de uma função $f(t)$ em bases $\Psi_{s,\tau}(t)$. A transformada inversa é dada por:

$$f(t) = \int \int \Phi(s, \tau) \Psi_{s,\tau}(t) d\tau ds. \quad (4.2)$$

Estas *wavelets* $\Psi_{s,\tau}$ são geradas a partir de uma *wavelet* $\Psi(t)$, chamada *wavelet*-mãe, através de processos de dilatação e translação com os parâmetros s e τ . Matematicamente:

$$\Psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right). \quad (4.3)$$

As *wavelets* devem satisfazer algumas propriedades. Primeiramente, elas devem ser funções de quadrado integrável, isto é, devem pertencer ao espaço de Hilbert, no qual o produto interno entre duas funções f e g é definido como:

$$\langle f, g \rangle = \int f(t)^* g(t) dt, \quad (4.4)$$

onde $f(t)$ e $g(t) \in \mathbb{L}^2$.

Outra propriedade, chamada condição de admissibilidade, que garante a reconstrutibilidade da função decomposta, pode ser escrita como:

$$\int \frac{|\Psi(\eta)|^2}{|\eta|} d\eta < \infty \quad (4.5)$$

onde $\Psi(\eta)$ é a transformada de Fourier de $\Psi(t)$. Da condição de admissibilidade observa-se que a transformada de Fourier de $\Psi(t)$ deve anular-se para a frequência zero, isto é:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} |\Psi(\eta)|^2 = 0. \quad (4.6)$$

Note que esta condição implica que a *wavelet* deve ter um espectro da forma de um filtro passa-banda [202].

Em duas dimensões, pode-se escrever a transformada contínua de *wavelets* como [203]

$$\Phi(s, \tau_1, \tau_2) = \int \int f(t, u) \Psi_{s, \tau_1, \tau_2}^*(t, u) dt du, \quad (4.7)$$

onde s ($s > 0, s \in \mathbb{R}$) é o fator de escala e τ_1 e τ_2 ($\tau_i \in \mathbb{R}$) são parâmetros de translação. Assim, nota-se que a transformada contínua de *wavelets* em duas dimensões decompõe uma função $f(t, u)$ em uma base de *wavelet* $\Psi_{s, \tau_1, \tau_2}(t, u)$.

A função $\Psi_{s, \tau_1, \tau_2}(t, u)$ é obtida por meios de translações e dilatações/contrações de uma “*wavelet*-mãe” Ψ :

$$\Psi_{s, \tau_1, \tau_2}(t, u) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t - \tau_1}{s}, \frac{u - \tau_2}{s}\right). \quad (4.8)$$

4.3 Wavelets na Esfera

Em diversos ramos da Física, particularmente Astrofísica e Cosmologia, os sinais de interesse distribuem-se sobre uma esfera. Neste sentido, a transformada de *wavelets* na esfera mostrou-se útil em estudos da radiação cósmica de fundo em microondas, pois pode-se pensar nesta radiação como uma única realização de um processo aleatório gaussiano e estacionário, isto é, homogêneo e isotrópico, de forma que ela pode ser estudada através de medidas de temperatura e polarização (espectro angular de potência) [204].

Wavelets são poderosas ferramentas para processamento de sinais devido à sua capacidade de fornecer informações sobre um dado sinal nos domínios de espaço e escala, simultaneamente. A extensão de *wavelets* do espaço euclidiano \mathbb{R}^n , onde n é a dimensão do espaço, para uma 2-esfera, \mathbb{S}^2 (doravante designada simplesmente por esfera) foi desenvolvida em diversos contextos. Transformadas discretas focadas em análise multirresolucional foram desenvolvidas por Schröder e Sweldens [205]. No entanto, conforme apontado por Sweldens [206], a discretização pode implicar em uma base instável. No contexto da transformada contínua de *wavelets* na esfera, algumas construções baseadas em harmônicos esféricos ou polinômios de Legendre foram feitas [207], mas suas propriedades de localização são inferiores e faz uso de um parâmetro de dilatação abstrato que implica em diversas suposições *ad hoc*. Holschneider [208] desenvolveu uma extensão da transformada contínua de *wavelets* para a esfera, mas esta também requer um parâmetro abstrato de dilatação, implicando em suposições *ad hoc*. Muitos destes autores consideram apenas *wavelets* azimutalmente simétricas e não fazem a extensão de modo a possibilitar uma análise direcional [209].

Em uma aproximação teórica sob a ótica de teoria de grupos, uma extensão da transformada de *wavelets* para a esfera foi desenvolvida por Antoine e Vandergheynst [210], incorporando propriedades direcionais. Ainda no contexto de teoria de grupos, diversos trabalhos [210–214] incorporaram o caráter direcional e não se restringiram a *wavelets* azimutalmente simétricas. Uma construção alternativa baseada em um operador de dilatação foi apresentada por Sanz *et al.* [215], e esta tem a vantagem de as funções serem definidas diretamente na esfera, eliminando a necessidade de fazer a projeção estereográfica do plano para a esfera. No entanto, esta construção é aplicável somente a *wavelets* azimutalmente simétricas.

Para aplicações em estudos da radiação cósmica de fundo em microondas o método apresentado por Wiaux *et al.* [214] que permite uma análise de escala e espaço mostrou-se bem sucedido [216–219]. Neste formalismo, que também será adotado neste trabalho, a análise de um sinal é feita calculando o seu coeficiente de *wavelet*, resultado da correlação direcional entre o sinal com um filtro direcional sujeito a operações de rotação, translação e dilatação [204].

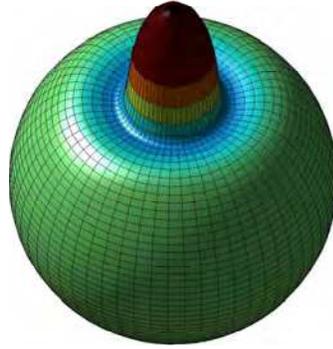


Figura 4.1: *Wavelet* de Chapéu Mexicano em sua representação na esfera. Figura extraída de [220].

4.4 Noções Básicas da Transformada de Wavelets na Esfera

A análise de um sinal na esfera utilizando *wavelets* permite obter um conjunto de coeficientes de *wavelets*. As *wavelets*, neste contexto, são funções locais de análise, e a partir do produto escalar de uma de suas versões rotacionadas e dilatadas¹ pode-se obter informações sobre a morfologia do sinal. Uma família particularmente interessante de *wavelets*, obtida a partir de sucessivas aplicações do laplaciano à gaussiana em duas dimensões, é a Família de *Wavelets* de Chapéu Mexicano (MHWF, do inglês *Mexican Hat Wavelet Family*), cuja representação na esfera de um membro da família é mostrada na figura 4.1.

O sinal a ser analisado, $f(\theta, \varphi)$ pertence ao espaço das funções de módulo quadrático integrável, isto é, \mathbb{L}^2 . A função de análise, $\Psi(\theta, \varphi)$, ou “*wavelet*-mãe”, é definida inicialmente no polo norte da esfera. Esta *wavelet* pode ser dilatada por um fator $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$. A *wavelet* dilatada, Ψ_a pode cobrir pequenas (altas frequências) ou grandes (baixas frequências) regiões da esfera. Utilizando um operador de rotação em três dimensões apropriado, a *wavelet* pode ser rotacionada sobre si mesma de um ângulo $\chi \in [0, 2\pi)$, sendo denotada por Ψ_χ . Como a *wavelet* inicialmente está sobre o polo norte da esfera, ela pode ser transladada de $\omega_0 = (\theta_0, \varphi_0)$ a qualquer ponto da esfera, gerando uma *wavelet* transladada Ψ_{ω_0} . Os coeficientes de *wavelet* W_Ψ^f podem ser calculados através da correlação direcional entre $f(\theta, \varphi)$ e Ψ_{a,χ,ω_0} , através da seguinte expressão [221]

$$W_\Psi^f = \langle \Psi_{a,\chi,\omega_0} | f \rangle = \int_{\mathbb{S}^2} d(\cos \theta) d\varphi \Psi_{a,\chi,\omega_0}^*(\theta, \varphi) f(\theta, \varphi). \quad (4.9)$$

No entanto, a condição de admissibilidade para *wavelets* na esfera é difícil de ser provada para a função candidata, de forma que a construção de *wavelets* diretamente na esfera é uma tarefa complexa [220]. O princípio da correspondência para *wavelets* [214] garante que a projeção estereográfica de uma *wavelet* no plano gera uma *wavelet* na esfera, o que torna operações com *wavelets* na esfera mais fácil.

¹A este tipo de *wavelets* dá-se o nome de *wavelets* direcionáveis (*steerable wavelets*) com a qual é possível obter medidas morfológicas do sinal [219].

4.5 Reconhecimento de Padrões com a Transformada de Wavelets na Esfera

Neste trabalho é apresentada uma aplicação da transformada de *wavelets* na esfera como um algoritmo de reconhecimento de padrões, que pode ser útil na identificação de estruturas em mapas contendo direções de chegada de raios cósmicos. Um tratamento detalhado do formalismo da transformada de *wavelets* na esfera é apresentado no apêndice A.

Sejam $f(\theta, \varphi)$ e $h(\theta, \varphi)$ duas funções definidas na esfera. Assuma que h seja uma versão rotacionada de f , tal que $f = \Lambda(g)h$, para $g \in SO(3)$, onde Λ é o operador de rotação em $SO(3)$. Para encontrar a orientação de um padrão rotacionado de f presente em h , pode-se calcular a correlação entre estas funções [222]:

$$C(g) = \int_{\mathbb{S}^2} f(\omega) \overline{\Lambda(g)h(\omega)} d\omega, \quad (4.10)$$

de forma que basta encontrar g que maximize esta integral.

A fim de reduzir o tempo computacional do cálculo da equação 4.10, pode-se calcular esta correlação no espaço harmônico, utilizando as seguintes expansões:

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{B-1} \sum_{|m| \leq l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (4.11)$$

$$h(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{B-1} \sum_{|m| \leq l} b_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (4.12)$$

onde a_{lm} e b_{lm} são coeficientes da expansão em harmônicos esféricos Y_{lm} .

É possível mostrar que, desta forma, o cálculo de C se reduz a um somatório de combinações lineares de funções-D de Wigner:

$$C(g) = \sum_{l=0}^{B-1} \sum_{|m| \leq l} \sum_{|m'| \leq l} \overline{a_{lm'}} b_{lm} D_{mm'}^l(\alpha, \beta, \gamma), \quad (4.13)$$

onde α , β e γ são ângulos de Euler. Este algoritmo é conhecido como *Fast Rotational Matching* (FRM) e reduz significativamente o tempo de processamento [222].

No caso específico da transformada de *wavelets*, pode-se realizar um procedimento análogo. Seja $h = \Psi$, onde Ψ é a função local de análise. Pode-se definir a *wavelet* no espaço harmônico e escolher *wavelets* fatoráveis, de forma que o coeficiente b_{lm} da função h apresentada na equação 4.12 pode ser escrito como

$$b_{lm} = k(l) S_{lm}, \quad (4.14)$$

onde o núcleo $k(l)$ é responsável por dilatações e S_{lm} corresponde às propriedades direcionais da *wavelet*.

Se B designa o limite de banda, o número de escalas da análise de *wavelets* é dado por

$$J(\alpha) = \log_{\alpha} B. \quad (4.15)$$

Neste trabalho, $\alpha=2$ e o limite de banda é 256, implicando que a profundidade máxima de análise é $J=8$.

O valor do kernel ($k(l)$) para cada escala j é nulo fora do suporte da *wavelet*. O suporte é definido como o intervalo de frequências entre 2^{J-j-1} e 2^{J-j+1} , e pode ser visualizado na figura 4.2.

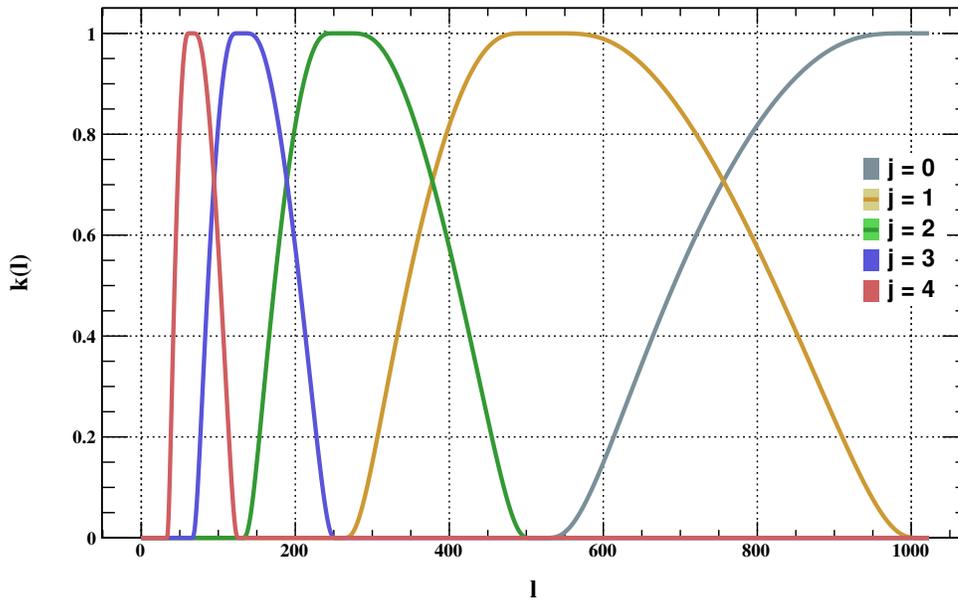


Figura 4.2: Núcleos de *wavelets* de escala discreta para um fator de dilatação da base $\alpha = 2$ para profundidades de análise $0 \leq j \leq 4$ e varrendo um intervalo de frequências l de 1 a 1024 (limite de banda $B = 1024$).

A conversão entre frequência l e escala angular s é dada por

$$s = \frac{360^\circ}{2l}. \tag{4.16}$$

Na tabela 4.1 é mostrado o tamanho angular das *wavelets* s e precisão s_{min} , para diversos valores de profundidade de análise j .

Tabela 4.1: Valores da profundidade de análise j , seu suporte associado $(2^{J-j-1}, 2^{J-j+1})$, e a escala angular máxima (s_{max}) e mínima (s_{min}).

j	suporte	s_{max} ($^\circ$)	s_{min} ($^\circ$)
0	(256,128)	1,4	0,7
1	(256,64)	2,8	0,7
2	(128,32)	5,6	1,4
3	(64,16)	11,3	2,8
4	(32,8)	22,5	5,6
5	(16,4)	45,0	11,3
6	(8,2)	90,0	22,5
7	(4,1)	180,0	45,0
8	(2,1)	180,0	90,0

A sensibilidade da *wavelet* em encontrar um determinado ângulo χ está relacionada ao limite de banda azimutal N , associado à parte direcional do núcleo da transformada, S_{lm} . Quanto menor o limite de banda azimutal N , menor a precisão na identificação da orientação de estruturas. O maior valor do limite de banda azimutal é $N = 2^{J-j+1}$, e a precisão da análise é $\Delta\chi = 180^\circ/N$.

4.6 Aplicações

O SWAT² (*Spherical Wavelet Analysis Tool*) é um *software* livre que implementa o algoritmo apresentado por Wiaux *et al.* [221]. Seu desenvolvimento foi motivado pelo problema da identificação de multipletos em dados detectados pelo Observatório Pierre Auger, e baseia-se totalmente no pacote ROOT³. O SWAT adota o pacote HEALPix⁴ (*Hierarchical Equal Area Isolatititude Pixelization*) para pixelização dos mapas. Em todos os exemplos de aplicações mostrados nas seções subsequentes foi utilizado o SWAT.

A seguir será ilustrada a aplicação da transformada de *wavelets* na esfera na identificação de padrões. Na figura 4.3 à esquerda é mostrado um sinal simulado, e à direita um determinado ruído. Da soma dos dois mapas da figura 4.3 obtém-se um mapa da soma, mostrado na figura 4.4 ao qual será aplicada a transformada de *wavelets* na esfera, visando identificar as estruturas presentes no mapa.

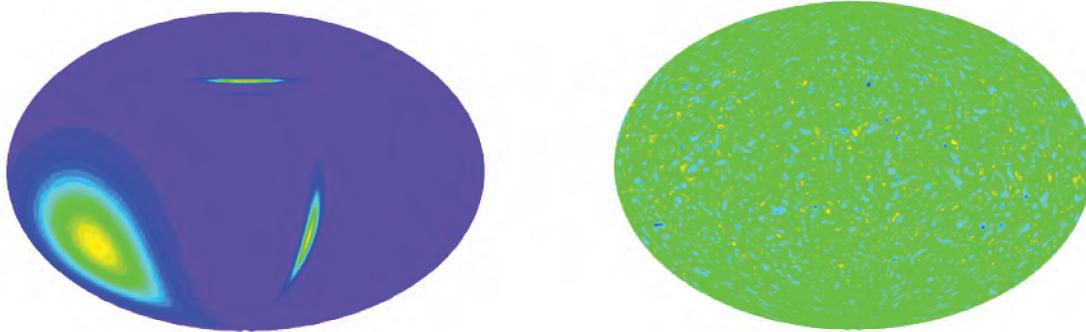


Figura 4.3: Projeção Aitoff do sinal (à esquerda) e do ruído (à direita) simulados.

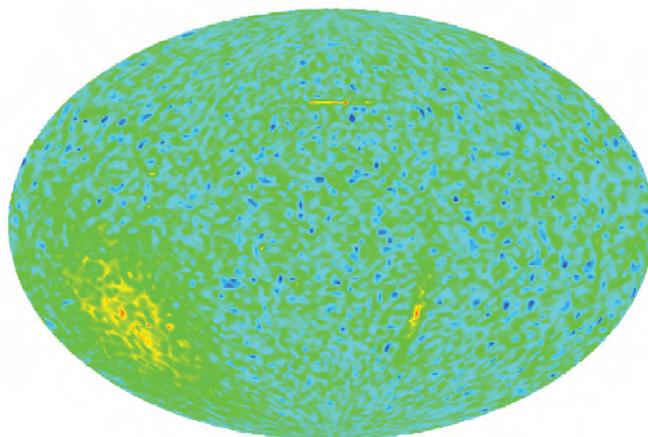


Figura 4.4: Projeção Aitoff do mapa simulado, contendo um sinal imerso em um fundo de natureza estocástica.

²Disponível em www.ifi.unicamp.br/~mzimbres.

³Pacote para análise de dados desenvolvido primariamente para aplicações em física de altas energias, com diversas outras aplicações. Disponível em root.cern.ch.

⁴Disponível em <http://healpix.jpl.nasa.gov/>.

Aplicando o procedimento descrito anteriormente, com *wavelets* direcionáveis e núcleos de escala discreta, pode-se amplificar a razão sinal-ruído do mapa apresentado na figura 4.4. Para um limite de banda azimutal $N = 5$ e diferentes valores de profundidade de análise (j), foi efetuada a transformada de *wavelets* na esfera ao supracitado mapa. A figura 4.5a mostra o resultado da transformada no espaço harmônico, para $j = 0$. Note que a estrutura de menor tamanho angular é identificada. Se a profundidade de análise utilizada for $0 \leq j \leq 3$, consegue-se identificar as duas estruturas de menor escala angular, conforme mostrado na figura 4.5. A estrutura de maior tamanho angular pode ser identificada utilizando $5 \leq j \leq 7$, como pode ser visto na figura 4.6a. Por fim, na figura 4.6b é mostrada a reconstrução para todas as profundidades de análise ($0 \leq j \leq 7$).



Figura 4.5: Projeção Aitoff da transformada de *wavelets* na esfera do mapa mostrado na figura 4.4. O limite de banda azimutal é $N = 5$ e a profundidade de análise é: (a) $j = 0$ (à esquerda) e (b) $0 \leq j \leq 3$ (à direita).

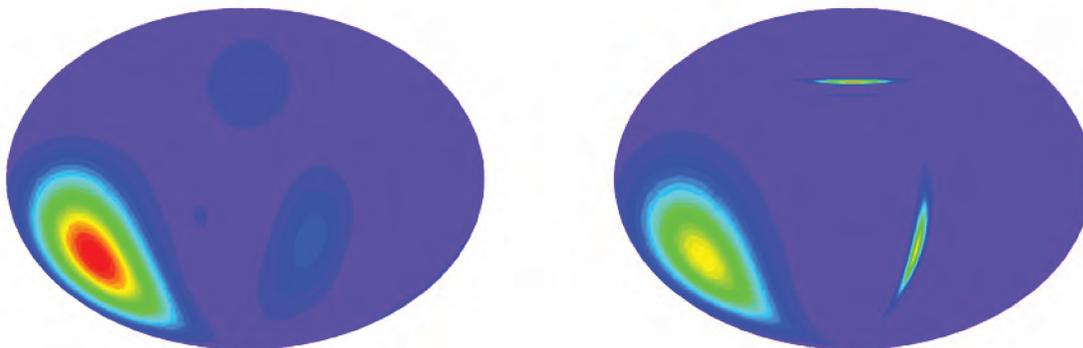


Figura 4.6: Projeção Aitoff da transformada de *wavelets* na esfera do mapa mostrado na figura 4.4. O limite de banda azimutal é $N = 5$ e a profundidade de análise é: (a) $5 \leq j \leq 7$ (à esquerda) e (b) $0 \leq j \leq 7$ (à direita).

CAPÍTULO 5

IDENTIFICAÇÃO DE MULTIPLETOS: UMA NOVA ABORDAGEM

5.1 Multipletos de UHECRs

Multipletos consistem em um acúmulo estatisticamente significativo ao redor de certas direções do céu [223]. No contexto deste trabalho, serão considerados apenas os multipletos ordenados por energia oriundos dos diferentes raios de Larmor descritos por UHECRs devido à ação de campos magnéticos cósmicos. Conforme descrito no capítulo 1, a deflexão angular de um raio cósmico pela componente regular do campo magnético galáctico é dada por [105]

$$\delta_{reg} \approx 8,1^{\circ} 40Z \frac{\text{EeV}}{E} \left| \int_0^L \frac{d\vec{r}}{3 \text{ kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2 \mu\text{G}} \right|. \quad (5.1)$$

O poder de deflexão \mathcal{D} é dado por

$$\mathcal{D} \approx 8,1^{\circ} 40Z \left| \int_0^L \frac{d\vec{r}}{3 \text{ kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2 \mu\text{G}} \right| \text{EeV}, \quad (5.2)$$

onde Z é o número atômico da partícula carregada, pode-se concluir que

$$\delta_{reg} \approx \frac{\mathcal{D}}{E}. \quad (5.3)$$

Sendo assim, espera-se que a deflexão angular das partículas seja inversamente proporcional à sua energia¹.

A contribuição da componente turbulenta do campo magnético galáctico é menor, visto que seu comprimento de correlação é pequeno (~ 50 pc) comparado ao raio de Larmor descrito pela partícula, que é compatível com

¹Esta equação depende da aproximação: $\left| \int_0^L \frac{d\vec{r}}{3 \text{ kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2 \mu\text{G}} \right| \approx \text{constante}$. No entanto, esta aproximação deixa de ser válida para energias inferiores a cerca de 20 EeV, quando a integral da componente ortogonal do campo magnético (em relação à linha de visada) não mais pode ser considerada constante e efeitos de turbulência começam a ser consideráveis.

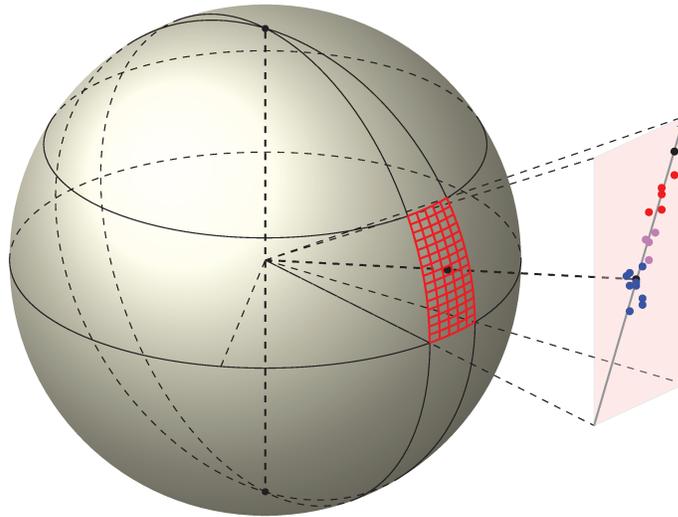


Figura 5.1: Representação pictórica de um multipletto em um plano tangente à esfera celeste. Os pontos coloridos representam eventos ordenados por energia: da maior (vermelha) para a menor (azul). O ponto preto indica a posição da fonte.

o comprimento de correlação da componente regular do campo (~ 100 kpc).

A identificação de multipletos com alta significância estatística é viabilizada por três fatores [223]:

- um pequeno número de fontes com grande multiplicidade²;
- pouco ruído (ausência de fontes difusas e/ou fontes emitindo apenas um evento);
- razão moderada entre espalhamentos magnéticos incoerentes e coerentes.

Representando as direções de chegada de eventos de UHECRs em uma variedade esférica, eventos com diferentes energias iriam ser defletidos no plano tangente à esfera, ordenados por energia (maior energia menor deflexão, e vice-versa), conforme mostrado na figura 5.1

5.2 Método da Árvore Geradora Mínima

Um método para a identificação de multipletos é o MST³ [224]. A árvore geradora mínima para um conjunto de eventos é construída ligando eventos aos seus vizinhos próximos. Em seguida, procura-se o evento mais próximo que não faz parte do primeiro conjunto ligado, e este por sua vez é ligado com o evento pertencente à árvore geradora que esteja mais próximo, e assim sucessivamente, até que todos os eventos estejam ligados. A árvore gerada consiste em uma estrutura singular, sem laços e com o menor comprimento possível.

Para verificar se um dado subconjunto de N eventos alinhados no céu é proveniente de uma única fonte, basta verificar se estes eventos satisfazem a condição de que a deflexão é proporcional ao inverso da energia, através do cômputo do coeficiente de correlação. Este coeficiente é calculado encontrando um novo conjunto de eixos que maximize a correlação. Seja (x, y) um sistema de coordenadas arbitrário localizado no plano tangente

²No contexto deste trabalho, entende-se por multiplicidade o número de eventos pertencentes ao multipletto.

³Acrônimo para *Minimum Spanning Tree*, ou árvore geradora mínima.

da esfera celeste, centrado na posição média dos eventos do referido subconjunto. Para maximizar o coeficiente de correlação entre a posição dos eventos e o inverso de sua energia, calcula-se a covariância:

$$\text{Cov}\left(x, \frac{1}{E}\right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{E_i} - \left\langle \frac{1}{E} \right\rangle \right) (x_i - \langle x \rangle). \quad (5.4)$$

O mesmo cálculo é realizado para o eixo y , de maneira análoga. O ângulo α , que indica o ângulo de rotação a ser utilizado para encontrar um novo sistema de coordenadas, é dado por [225]

$$\chi = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Cov}(x, 1/E)}{\text{Cov}(y, 1/E)} \right), \quad (5.5)$$

e indica a rotação que deve ser aplicada ao sistema original de eixos para que esta maximize a correlação. Obtém-se assim um novo conjunto de eixos (x', y') , onde x' está alinhado com o eixo maior do multipeto. O coeficiente de correlação entre a posição do evento e o inverso da energia é dado pelo coeficiente de Pearson entre x' e E^{-1} :

$$C\left(x', \frac{1}{E}\right) = \frac{\text{Cov}(x', 1/E)}{\sqrt{\text{Var}(x')\text{Var}(E^{-1})}}. \quad (5.6)$$

Recentemente este método foi aplicado pela colaboração Pierre Auger a um conjunto de eventos de energia maior que 20 EeV, visando obter a componente ortogonal do campo magnético ao longo da linha de visada, associado ao poder de deflexão \mathcal{D} , e reconstruir a posição da fonte, conforme descrito por Golup *et al.* [226]. No entanto, nenhuma evidência significativa da presença de multipletos foi encontrada [225], dado que a probabilidade de um alinhamento como os encontrados surgir ao acaso é alta⁴ [225].

Uma limitação deste método seria aplicá-lo a uma grande quantidade de eventos. Isto aconteceria, por exemplo, se o limiar de energia fosse diminuído, de forma a aumentar o número de eventos de fundo (ruído) misturados ao sinal de interesse. Isto justifica o desenvolvimento de novos métodos para identificar multipletos, que permitam diminuir o limiar de energia, e/ou utilizar conjuntos com grande número de eventos que incluam ruído.

5.3 Um Novo Método para a Identificação de Multipletos

Propõe-se aqui um novo método para a identificação de multipletos em mapas contendo direções de chegada de UHECRs. Este método baseia-se na transformada de *wavelets* na esfera, descrita no capítulo 4, dadas as diversas vantagens da mesma. Uma destas vantagens é que qualquer função pode ser representada exatamente através de seus coeficientes de *wavelet*. Além disto, *wavelets* são capazes de evidenciar características locais presentes em um sinal, de forma que apenas alguns coeficientes de *wavelet* são necessários para representar tal característica, além de proporcionar uma análise multirresolucional, permitindo estudar componentes de diferentes escalas separadamente. No caso específico de *wavelets* na esfera, não há necessidade de se preocupar com o erro inserido pela aproximação do plano tangente, visto que todos os cálculos são efetuados direta ou indiretamente na esfera.

Para um conjunto de eventos de UHECRs, pode-se construir um mapa celeste contendo as direções de chegada de cada partícula. Antes de iniciar a análise, deve-se ajustar os parâmetros da transformada. Com a escolha adequada da profundidade de análise e do limite azimutal de banda, é possível realizar diversos tipos de

⁴No referido trabalho a probabilidade é calculada simulando diversos mapas com o mesmo número de eventos isotropicamente no céu, levando em conta a exposição do Observatório Pierre Auger. As mesmas energias dos eventos do conjunto de dados são atribuídas aleatoriamente a cada evento simulado.

estudos. A escolha de um valor baixo de N , como $N = 3$, pode ser feita se não se deseja obter a orientação de um sinal. Um valor mais alto para a profundidade de análise j deve vir atrelada à busca por estruturas de larga escala. No caso particular de multipletos, deseja-se buscar estruturas com dimensões tipicamente da ordem de $2^\circ \times 10^\circ$. Para isto, deve-se escolher, de acordo com a tabela 4.1, $j < 3$, compatível com as dimensões do multipleto. O limite de banda azimutal N pode ser escolhido conforme a precisão desejada.

Uma vez ajustados os parâmetros j e N , efetua-se a transformada de *wavelets* na esfera. Utilizando uma função de análise compatível com o sinal procurado, espera-se altos valores para o coeficiente de *wavelet*, de forma que o equivalente ao mapa de eventos no espaço de *wavelets* fornece a direção da fonte e , caso N tenha sido escolhido adequadamente, a orientação do multipleto. Estes três parâmetros, θ , φ e χ , no espaço real, estão associados às coordenadas do maior valor do coeficiente de *wavelet*, e à orientação em relação ao plano equatorial da esfera celeste.

O próximo passo é identificar os eventos pertencentes ao candidato a multipleto. Para isto, conta-se o número de eventos dentro de várias faixas com diferentes orientações, ao redor do ponto onde o coeficiente de *wavelet* é máximo, como mostrado na figura 5.2.

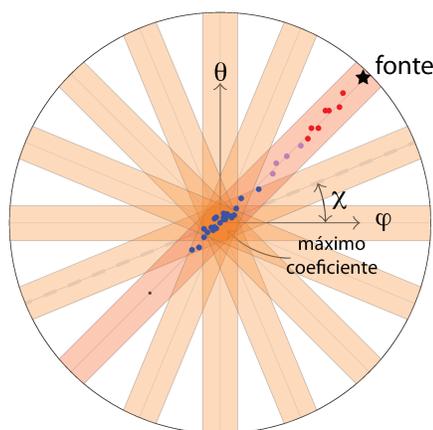


Figura 5.2: Ilustração de um multipleto encontrado com a análise de *wavelets*, e o uso de faixas ao redor do ponto de máximo coeficiente de *wavelet* para a contagem de eventos. Os pontos representam eventos ordenados por energia: da maior (vermelha) para a menor (azul).

A última etapa da análise é verificar se o sinal é realmente um multipleto. Para isto, espera-se que a deflexão seja proporcional ao inverso da energia, conforme esperado pela equação 5.3. Sendo assim, o coeficiente de Pearson C , associado à correlação entre δ e E^{-1} demonstrará o quanto a deflexão está correlacionada ao inverso da energia. Para que um multipleto seja identificado como tal, considerar-se-á, arbitrariamente⁵, que seu coeficiente de correlação deve ser, em valor absoluto, maior que 85%.

5.4 Reconstrução da Posição da Fonte

Outra potencialidade dos multipletos é a possibilidade de se reconstruir a posição da fonte⁶ a partir da deflexão das partículas de diferentes energias.

⁵Formalmente, este coeficiente deveria ser obtido através da simulação de conjuntos de eventos isotropicamente distribuídos, e a posterior minimização da probabilidade de detecção de falsos multipletos gerados aleatoriamente.

⁶Esta reconstrução, como aqui demonstrada, só é possível para pequenas escalas angulares ($\lesssim 20^\circ$), visto que depende da aproximação do plano tangente. Este valor, *a priori*, é alto. No entanto, o erro introduzido pela aproximação do plano tangente para esta escala angular é da mesma ordem de grandeza da resolução angular do Observatório Pierre Auger.

Identificação de Multipletos: Uma Nova Abordagem

Sabe-se que, para pequenos ângulos, a deflexão das partículas carregadas provenientes de uma mesma fonte pode ser aproximada pela seguinte expressão [226]:

$$\delta_{src} = \delta_{evt} + \frac{\mathcal{D}}{E}, \quad (5.7)$$

onde δ_{evt} representa a distância angular da direção de chegada de um determinado evento em relação a um ponto arbitrário e δ_{src} representa a direção da fonte. Reescrevendo esta equação obtem-se:

$$\delta_{evt} = \delta_{src} - \frac{\mathcal{D}}{E}. \quad (5.8)$$

Conforme mostrado por Golup *et al.*, um ajuste linear desta relação permite obter δ_{src} e \mathcal{D} .

Considere o multipletto representado na figura 5.3. Sabe-se que, negligenciando efeitos de turbulência e

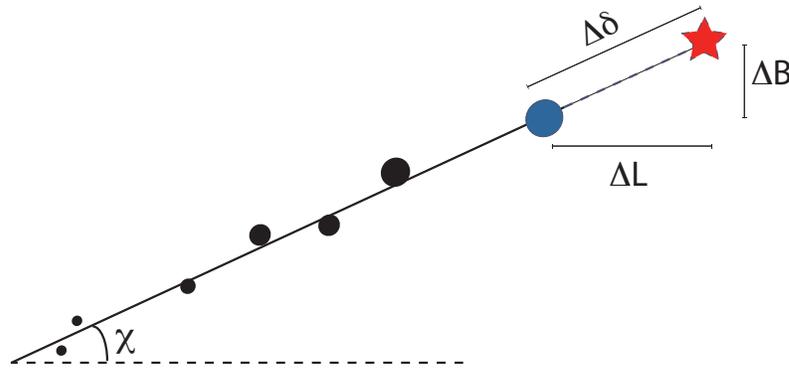


Figura 5.3: Ilustração de um multipletto no céu e as variáveis envolvidas no processo de reconstrução da posição da direção da fonte. Os círculos representam eventos cuja energia é proporcional ao seu diâmetro. O círculo azul representa a direção de chegada do evento de maior energia e a estrela representa a posição da fonte.

efeitos de ordens superiores, o multipletto é aproximadamente filamentar. Portanto, espera-se que tanto a fonte quanto os eventos estejam aproximadamente orientados ao longo da mesma linha imaginária. Sendo assim, uma vez realizado o ajuste linear e obtidos os coeficientes linear e angular da equação 5.8, pode-se utilizar o valor da energia E_{max} do evento mais energético⁷ para obter sua deflexão em relação a um determinado ponto de referência. Esta deflexão será designada por δ_{max} ($\delta_{max} = \delta_{evt}$).

A diferença entre δ_{src} e δ_{max} , representada por $\Delta\delta$, juntamente com a orientação χ do multipletto obtida através da análise de *wavelets*, permite reconstruir aproximadamente a posição da fonte. Sejam $(l, b) = (L_{src}, B_{src})$ as coordenadas galácticas da fonte, e $(l, b) = (L_{max}, B_{max})$ as coordenadas do evento mais energético, separado da fonte por uma distância angular $(\Delta L, \Delta B)$. Utilizando trigonometria simples⁸, nota-se que:

$$\cos(\chi) = \frac{L_{src} - L_{max}}{\delta_{src} - \delta_{max}} \quad (5.9)$$

e

$$\sin(\chi) = \frac{B_{src} - B_{max}}{\delta_{src} - \delta_{max}}. \quad (5.10)$$

⁷ Espera-se que o evento mais energético seja menos afetado por efeitos de turbulência e que, portanto, sua energia e localização sejam parâmetros mais robustos para a reconstrução da posição da fonte.

⁸ Esta aproximação é válida apenas para pequenos ângulos. Para um tratamento exato, deve-se utilizar trigonometria esférica.

Portanto, a partir das equações 5.9 e 5.10 obtém-se as expressões que fornecem a longitude galáctica

$$L_{src} = L_{max} + \Delta\delta \cos(\chi) \quad (5.11)$$

e a latitude galáctica

$$B_{src} = B_{max} + \Delta\delta \sin(\chi) \quad (5.12)$$

da fonte.

Conforme mencionado no capítulo 4, a transformada de *wavelets* na esfera fornece a orientação do multipleto no intervalo $[0^\circ, 180^\circ)$, impossibilitando a distinção de ângulos que diferem de 180° . A reconstrução da posição da fonte permite quebrar esta degenerescência, identificando a direção do multipleto através do ordenamento em energia, e permitindo obter χ no intervalo de -180° a 180° .

5.5 Exemplo de Aplicação

Como exemplo da aplicação do método, foi simulada uma fonte com coordenadas galácticas $(l, b) = (135^\circ, -10^\circ)$, situada a 20 kpc do centro da galáxia, com um espectro de energia que segue uma lei de potência de índice espectral -2,7, emitindo prótons com energias variando entre 20 e 200 EeV, utilizando o CRT⁹ [227], um código aberto para realizar propagação de UHECRs através de diferentes modelos de campos magnéticos. No total foram simulados 10^5 eventos, dos quais apenas 53 atingiram a Terra¹⁰, propagando-se em um modelo de campo ASS+RING de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin. O mapa contendo as direções de chegada pode ser visto na figura 5.4.

Visualmente, a partir da figura 5.4, nota-se uma estrutura alongada ordenada por energia. Aplicando-se a transformada de *wavelets* na esfera com parâmetros¹¹ $j = 1$ e $N = 61$, obteve-se uma orientação para o multipleto de $(71 \pm 3)^\circ$. No entanto, este valor obtido está definido no intervalo de 0° a 180° e, para quebrar esta degenerescência, é necessário analisar o ordenamento de energia dos eventos. Esta análise pode ser feita reconstruindo a posição da fonte, utilizando as equações 5.11 e 5.12.

Deve-se verificar também se há uma correlação entre a deflexão angular das partículas e o inverso da energia, conforme esperado para um genuíno multipleto de UHECRs. Este gráfico é mostrado na figura 5.5. O coeficiente de correlação obtido, neste caso, foi 0,95, indicando uma forte correlação entre a deflexão angular e o inverso da energia dos eventos.

Neste exemplo particular, o ajuste linear utilizando a equação 5.8 forneceu os seguintes parâmetros: $\delta_{src} = -5,12 \pm 0,03$ e $\mathcal{D} = 742 \pm 8$. Sendo assim, tem-se a seguinte equação:

$$\delta_{max} = -5,12^\circ - \frac{742^\circ \text{EeV}}{E}. \quad (5.13)$$

Como a energia do evento mais energético pertencente a este multipleto é 96,13 EeV, pode-se mostrar que a posição reconstruída da fonte difere em menos de 2% de sua posição real.

⁹Como o CRT foi utilizado extensivamente no presente trabalho, dedicou-se um apêndice (Apêndice B) para descrevê-lo mais detalhadamente.

¹⁰Considera-se que um evento atingiu a Terra quando ele atinge uma janela angular de $0,05^\circ$ ao redor da direção desta.

¹¹O parâmetro j é escolhido de acordo com a tabela 4.1, correspondendo à largura típica do multipleto. O parâmetro N é escolhido, de acordo com a precisão desejada para orientação da estrutura identificada.

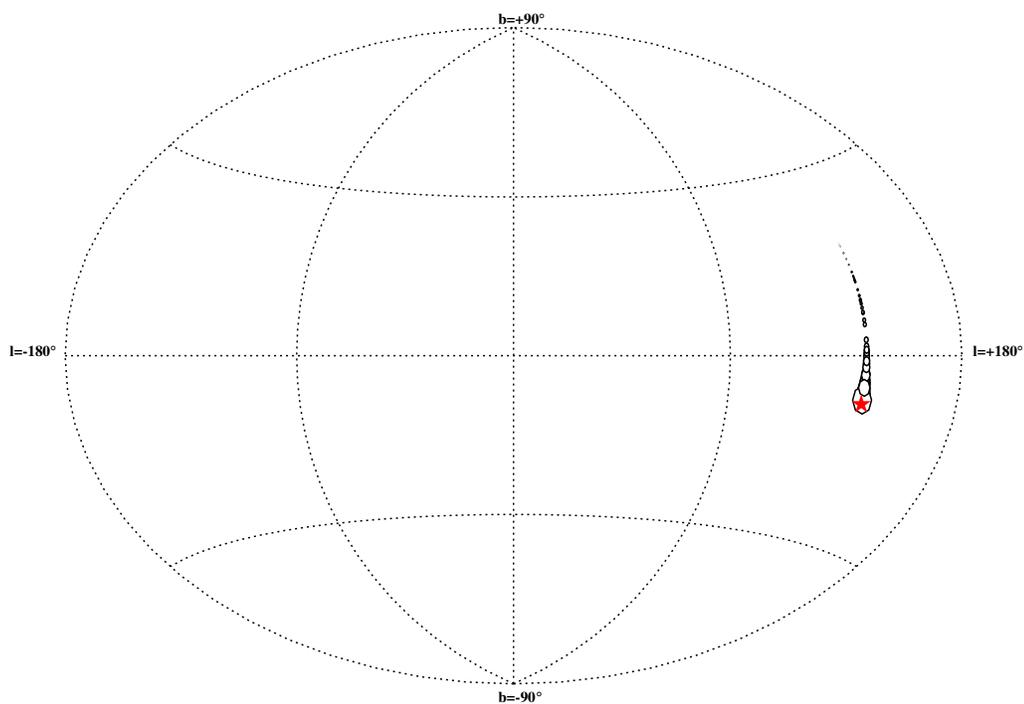


Figura 5.4: Projeção Aitoff do mapa contendo as direções de chegada dos eventos simulados. Os círculos representam eventos cujo diâmetro é proporcional à energia, e a estrela indica a posição da fonte simulada.

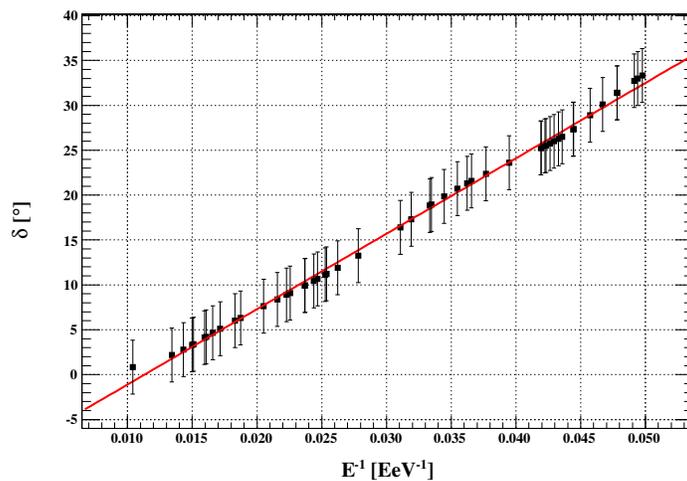


Figura 5.5: Gráfico da deflexão angular (δ) em termos do inverso da energia (E^{-1}) de cada evento. O coeficiente de correlação entre estas grandezas foi estimado em 0,968.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO CAMPO MAGNÉTICO GALÁCTICO SOBRE A ORIENTAÇÃO DE MULTIPLETOS

6.1 Revisitando os Modelos para o Campo Magnético Galáctico

Os modelos da componente regular do campo magnético galáctico foram introduzidos no capítulo 1. Vale lembrar que a nomenclatura dos modelos segue a seguinte convenção (XSS-Y): i) XSS refere-se à simetria em relação à transformação $\theta \rightarrow \theta + \pi$, sendo ASS o modelo par e BSS o ímpar frente a esta transformação; (ii) -Y refere-se à simetria em relação à transformação $z \rightarrow -z$, de forma que -S refere-se a modelos simétricos em relação a esta transformação e -A a modelos antissimétricos.

Neste trabalho serão utilizados os seguintes modelos para o campo magnético galáctico:

- a) Stanev: ASS-A;
- b) Stanev: BSS-S;
- c) Harari, Mollerach e Roulet (HMR): ASS-A;
- d) Harari, Mollerach e Roulet (HMR): ASS-S;
- e) Harari, Mollerach e Roulet (HMR): BSS-A;
- f) Harari, Mollerach e Roulet (HMR): BSS-S;
- g) Sun, Reich, Waelkens e Enßlin (SRWE): ASS-S+anéis;
- h) Sun, Reich, Waelkens e Enßlin (SRWE): BSS-S.

A fim de observar o padrão de deflexão de partículas carregadas nestes modelos, foram escolhidas cem mil direções de chegada, de acordo com uma distribuição uniforme. Em cada uma destas direções foi emitido,

Análise da Influência do Campo Magnético Galáctico sobre a Orientação de Multipletos

a partir da Terra¹, um antipróton com energia entre 20 e 200 EeV, sorteada de acordo com um espectro de potência de índice espectral -2,7, propagando-se até o limite da Via Láctea (aproximadamente de 20 kpc do centro da galáxia, em coordenadas cilíndricas), onde foram registradas suas novas coordenadas galácticas. A partir destas novas coordenadas, foi possível construir os mapas mostrados em 6.1 a 6.4. Esta simulação foi feita com o código CRT, descrito em detalhes no apêndice B.

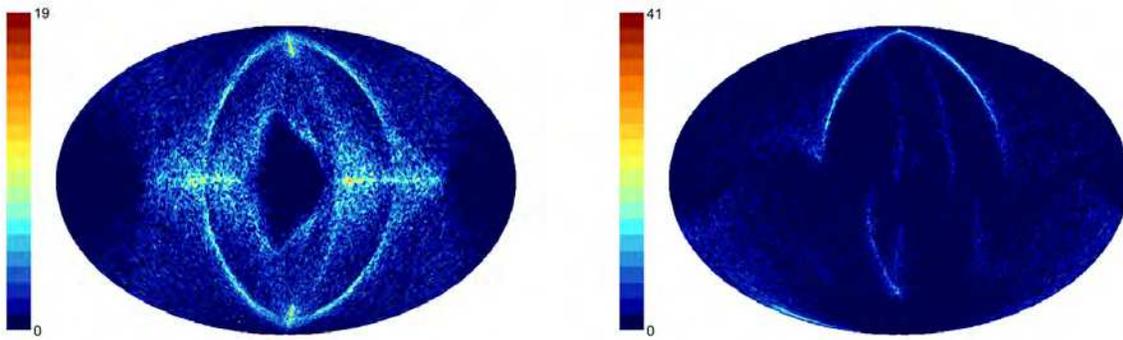


Figura 6.1: Mapas celestes representando as coordenadas galácticas de cem mil antiprótons lançados a partir da Terra, em todas as direções, que foram retrotraçados até uma distância de 20 kpc do centro galáctico e defletidos por um campo magnético descrito pelos modelos ASS-A (à esquerda) e BSS-S (à direita) de Stanev. A escala de cores à esquerda de cada mapa indica o número de eventos em cada bin de $1,0^\circ \times 0,5^\circ$.

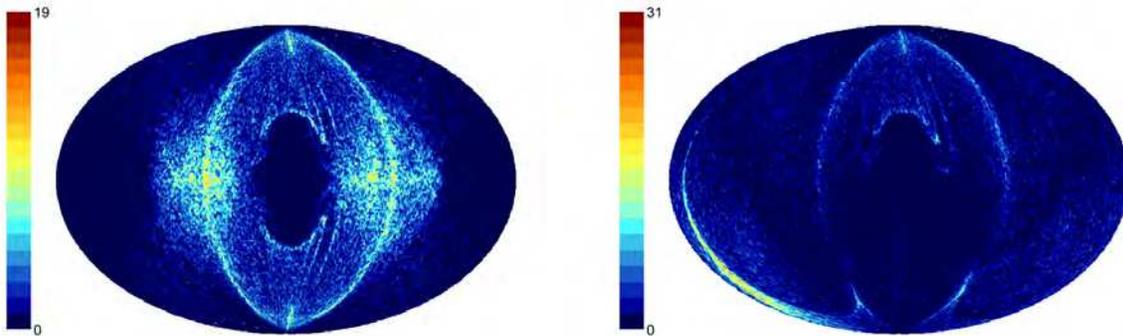


Figura 6.2: Mapas celestes representando as coordenadas galácticas de cem mil antiprótons lançados a partir da Terra, em todas as direções, que foram retrotraçados até uma distância de 20 kpc do centro galáctico e defletidos por um campo magnético descrito pelos modelos ASS-A (à esquerda) e ASS-S (à direita) de Harari, Mollerach e Roulet. A escala de cores à esquerda de cada mapa indica o número de eventos em cada bin de $1,0^\circ \times 0,5^\circ$.

Para as supracitadas simulações, a distribuição das deflexões é apresentada na figura 6.5. Nota-se que nos modelos ASS-A e ASS-S de Harari, Mollerach e Roulet, existem mais eventos sofrendo grandes deflexões angulares, diferentemente dos modelos ASS+RING e BSS de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin, nos quais as deflexões são mais baixas ($< 10^\circ$). Na figura 6.6a é apresentado o comportamento do valor médio das deflexões,

¹Na prática, no caso de *backtracking*, considera-se o local de injeção (no caso, a Terra), como uma fonte pontual.

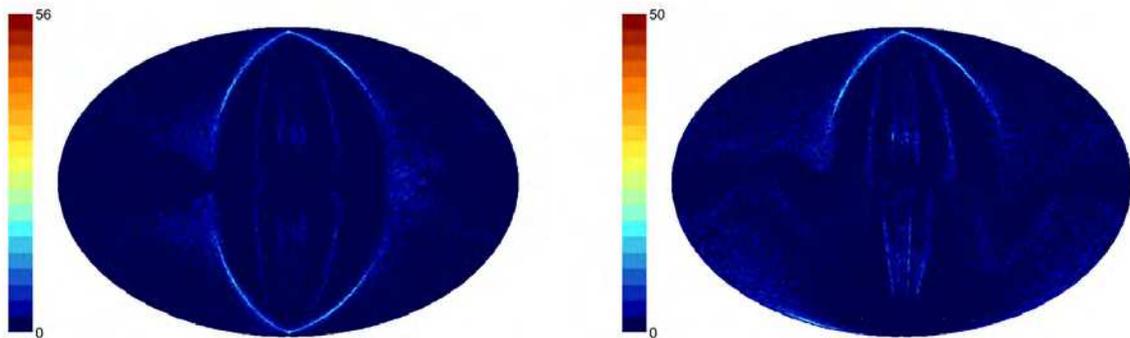


Figura 6.3: Mapas celestes representando as coordenadas galácticas de cem mil antiprótons lançados a partir da Terra, em todas as direções, que foram retrotraçados até uma distância de 20 kpc do centro galáctico e defletidos por um campo magnético descrito pelos modelos BSS-A (à esquerda) e BSS-S (à direita) de Harari, Mollerach e Roulet. A escala de cores à esquerda de cada mapa indica o número de eventos em cada bin de $1,0^\circ \times 0,5^\circ$.

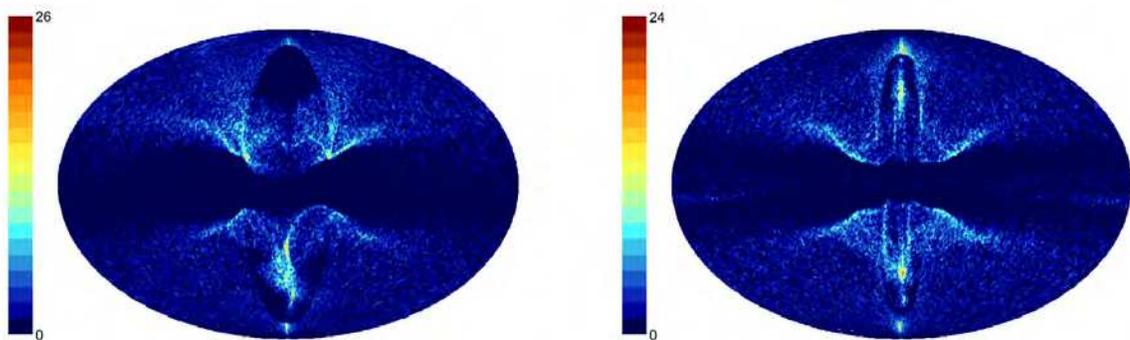


Figura 6.4: Mapas celestes representando as coordenadas galácticas de cem mil antiprótons lançados a partir da Terra, em todas as direções, que foram retrotraçados até uma distância de 20 kpc do centro galáctico e defletidos por um campo magnético descrito pelo modelos ASS+RING (à esquerda) e BSS (à direita) de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin. A escala de cores à esquerda de cada mapa indica o número de eventos em cada bin de $1,0^\circ \times 0,5^\circ$.

e na figura 6.6b, seu desvio quadrático médio. Nota-se que, para energias mais altas, o valor médio das deflexões diminui, tornando-se praticamente uniforme acima de 120 EeV. Este comportamento é esperado uma vez que a deflexão angular é inversamente proporcional à energia da partícula.

6.2 Simulações

Espera-se que a orientação de multipletos gerados por uma mesma fonte, para diferentes modelos de campo magnético galáctico, possa permitir restringir alguns modelos de campo. Isto pode ser observado nas figuras 6.7 e 6.8.

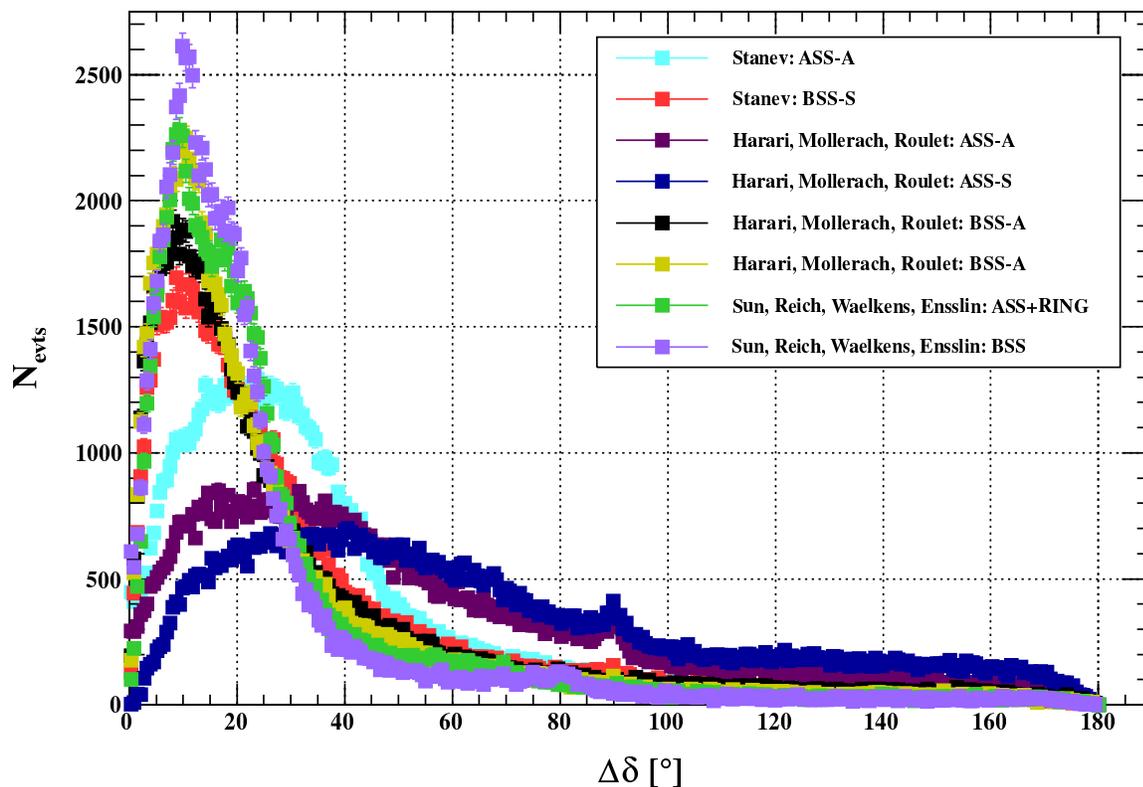


Figura 6.5: Distribuição das deflexões angulares para os cem mil eventos simulados isotropicamente, de acordo com os diferentes modelos adotados

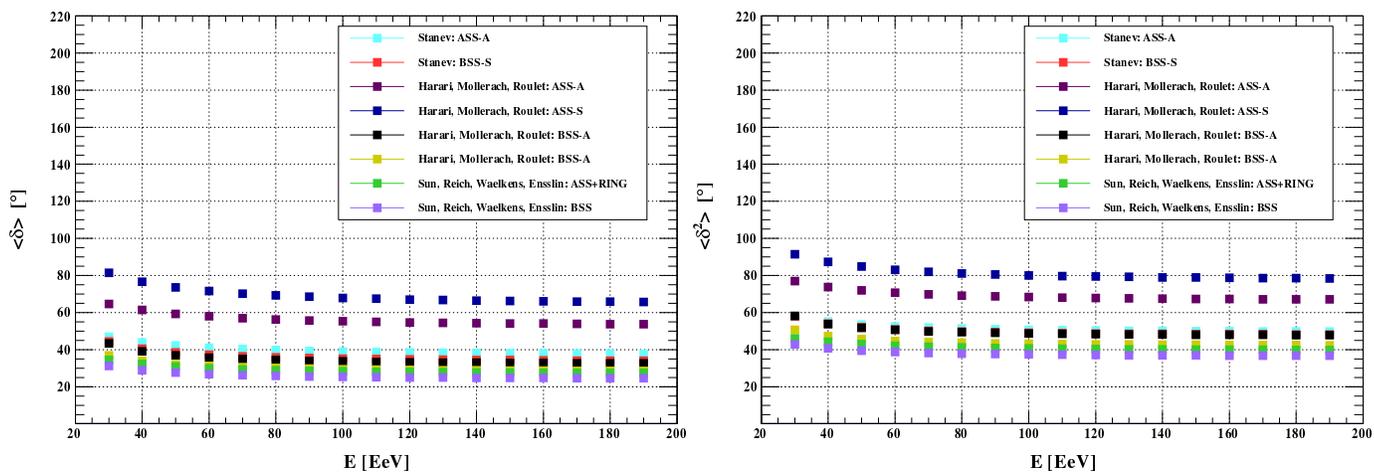


Figura 6.6: Gráfico do (a) valor médio das deflexões ($\langle \delta \rangle$) para as diferentes faixas de energia, e (b) desvio quadrático médio das deflexões ($\langle \delta^2 \rangle$), para os diferentes modelos utilizados.

Visando estudar a deflexão de UHECRs em diversos modelos do campo magnético galáctico, foram realizadas diversas simulações de multipletos utilizando o CRT. Estas fontes localizam-se em diversas posições do céu, dadas pela combinação de latitudes e longitudes galácticas. Estas coordenadas têm os seguintes valores:

- **longitude:** varia de -180° a $+180^\circ$, em intervalos de 45° ;
- **latitude:** varia de -0° a $+90^\circ$, em intervalos de 45° .

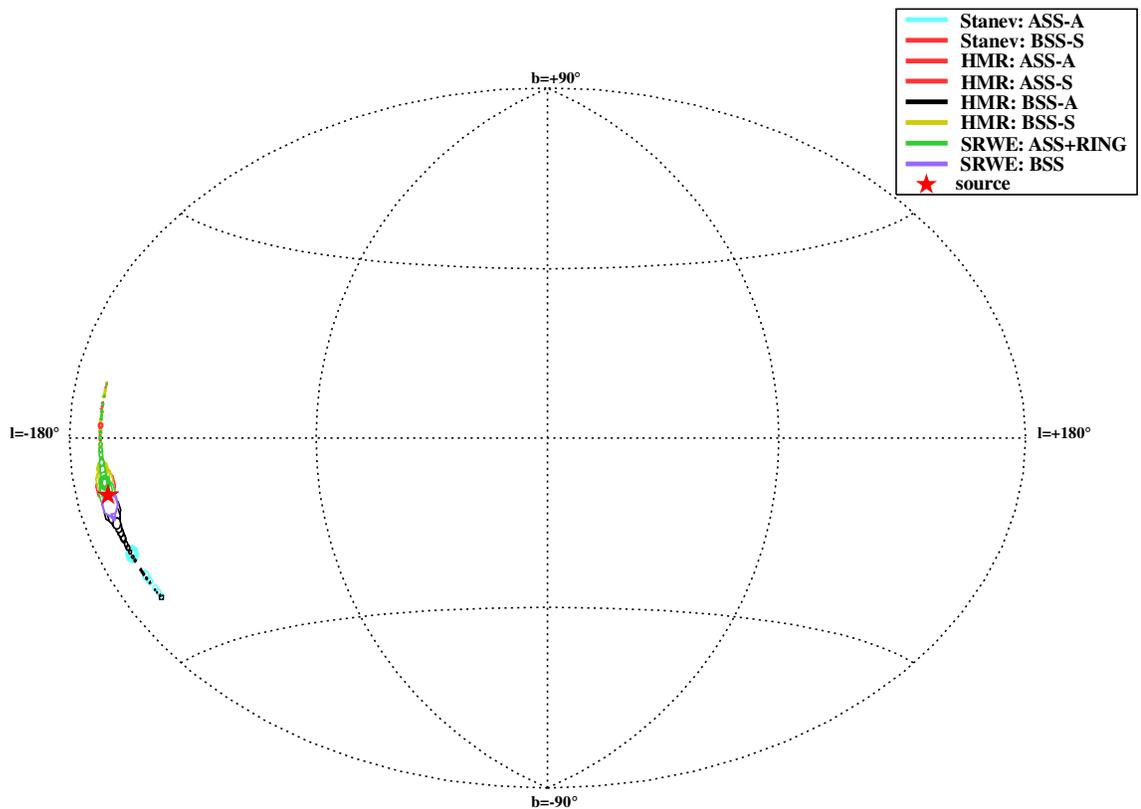


Figura 6.7: Multipletos formados pela deflexão de antiprótons com energia sorteada de acordo com um espectro que segue uma lei de potência de índice espectral -2,7 e energias máxima e mínima de 200 e 20 EeV, respectivamente, disparados na direção $(l, b) = (-165^\circ, -10^\circ)$, propagando-se em diferentes modelos de campo magnético galáctico até uma distância de 20 kpc do centro da galáxia. Os eventos aqui mostrados distam menos de 20° da fonte simulada. A estrela indica a direção em que os eventos foram lançados, e suas novas coordenadas, após as deflexões, são indicadas no mapa através de círculos cujo raio é proporcional à energia do evento.

A fim de estudar melhor a região próxima ao disco galáctico, além dos setores formados pela combinação das coordenadas acima, foi adotada uma setorização adicional, cujas coordenadas são:

- **longitude:** varia de -180° a $+180^\circ$, em intervalos de 15° ;
- **latitude:** assume os valores -10° , 0° e $+10^\circ$.

Foram simulados 50 eventos (antiprótons) os quais foram disparados, a partir da Terra, na direção do céu correspondente às coordenadas centrais de cada setor, e acompanhados com o método de *backtracking* até uma distância de 20 kpc do centro galáctico. A energia destes eventos foi sorteada, no intervalo entre 20 e 200 EeV, de acordo com uma lei de potência de índice espectral -2,7. Para fins de estudo da orientação do multipletos, o índice espectral adotado não afeta a orientação do multipletos, visto que ele apenas alteraria a distribuição das deflexões e o tamanho angular do multipletos, não afetando a orientação do mesmo.

Um corte adotado nesta análise está relacionado ao coeficiente de correlação (C). Neste trabalho, candidatos a multipletos devem ter coeficientes de correlação cujo módulo é maior que 0,85. Note que a colaboração Auger adota um limiar ligeiramente superior, $C > 0,90$ [225].

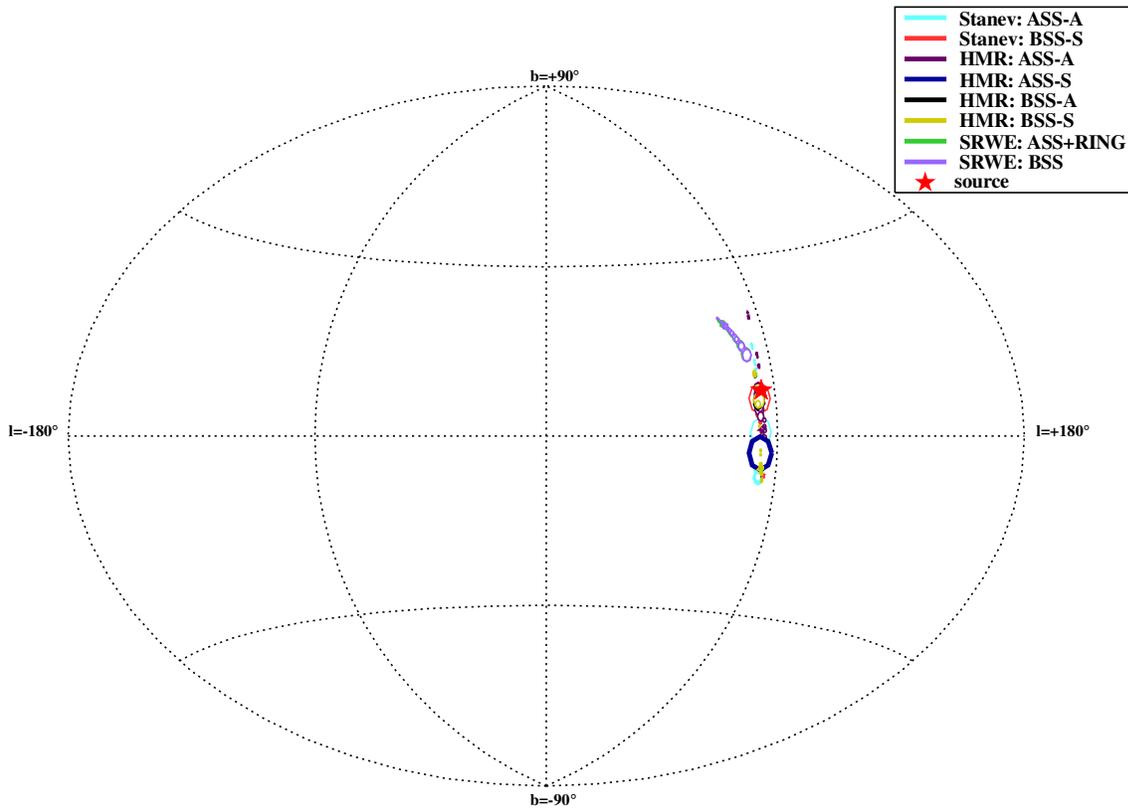


Figura 6.8: Multipletos formados pela deflexão de antiprótons com energia sorteada de acordo com um espectro que segue uma lei de potência de índice espectral $-2,7$ e energias máxima e mínima de 200 e 20 EeV, respectivamente, disparados na direção $(l, b) = (60^\circ, -10^\circ)$, propagando-se em diferentes modelos de campo magnético galáctico até uma distância de 20 kpc do centro da galáxia. Os eventos aqui mostrados distam menos de 20° da fonte simulada. A estrela indica a direção em que os eventos foram lançados, e suas novas coordenadas, após as deflexões, são indicadas no mapa através de círculos cujo raio é proporcional à energia do evento.

6.3 Resultados da Análise

Às simulações descritas anteriormente, foi aplicada a transformada de *wavelets* na esfera visando obter a orientação do multipletos².

A fim de sistematizar os resultados, é interessante fixar a latitude galáctica, b , e variar a longitude galáctica l , visando observar como a orientação do multipletos para diferentes modelos depende de sua localização. Para isto, fixou-se a latitude galáctica em três valores, próximos ao disco galáctico: $b = -10^\circ$, $b = 0^\circ$ e $b = +10^\circ$. Para cada modelo, os gráficos obtidos são mostrados nas figuras 6.9 a 6.16. As barras de erro das supracitadas figuras refletem, unicamente, o erro sistemático do método utilizado, que depende do limite de banda azimutal N da transformada de *wavelets* na esfera. Analisando estes gráficos é possível notar a formação de estruturas, indicando que existe uma relação clara entre orientação de multipletos e sua longitude galáctica. Esta relação é

²Naturalmente, como o mapa de eventos contém apenas eventos provenientes da fonte, não é necessário aplicar, necessariamente, a transformada de *wavelets* na esfera, visto que não há ruído, e todos os eventos são provenientes da fonte. Sendo assim, a orientação poderia ser obtida por meios geométricos. No entanto, os resultados obtidos com o método são precisos e não há razões para não utilizá-lo.

bem clara para os modelos SRWE.

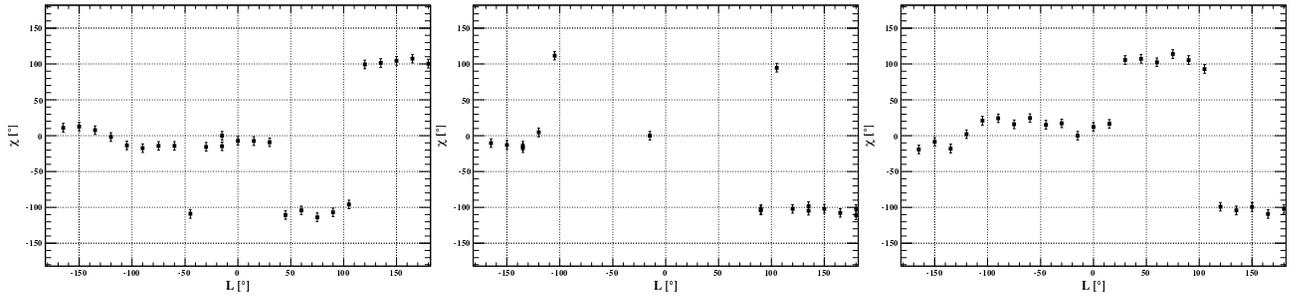


Figura 6.9: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo ASS-A de Stanev, (a) para $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

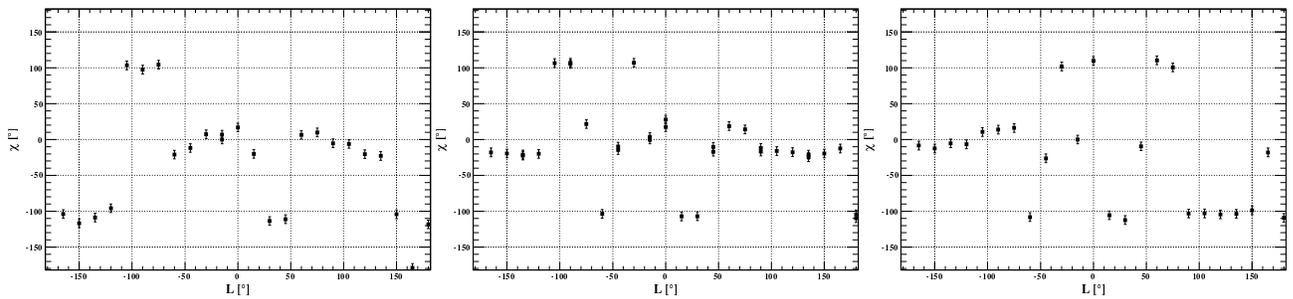


Figura 6.10: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo BSS-S de Stanev, (a) para $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

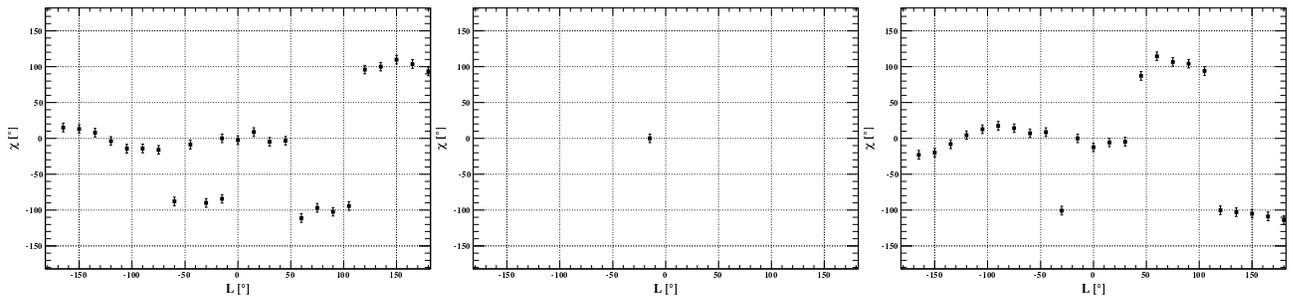


Figura 6.11: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo ASS-A de Harari, Mollerach e Roulet, (a) para $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

Uma análise global de cada modelo pode ser feita com o auxílio de mapas de orientação, que indicam a orientação esperada para o multiplete nos diferentes setores considerados. Estes gráficos são mostrados nas figuras 6.17 a 6.20.

Note que para os modelos -A, para uma mesma faixa de longitude galáctica, há uma inversão no sentido do campo (a orientação muda seu sinal de positivo para negativo, ou vice-versa) acima e abaixo do disco. Isto pode ser claramente observado nas figuras 6.17a, 6.18a e 6.19a. Estruturas “triangulares” com orientações negativas (cores frias) localizadas abaixo do disco galáctico ($b < 0^\circ$), ao alcançarem a posição aproximada do disco galáctico, passam a indicar orientações positivas (cores quentes) (figuras 6.17a e 6.18a), e vice-versa.

Nos modelos -S, não há indícios de inversão do sentido do campo acima e abaixo do plano da galáxia, conforme indicado nas figuras 6.17b a 6.20b e 6.20a. Isto é esperado, uma vez que o modelo simétrico (-S) não

Análise da Influência do Campo Magnético Galáctico sobre a Orientação de Multipletos

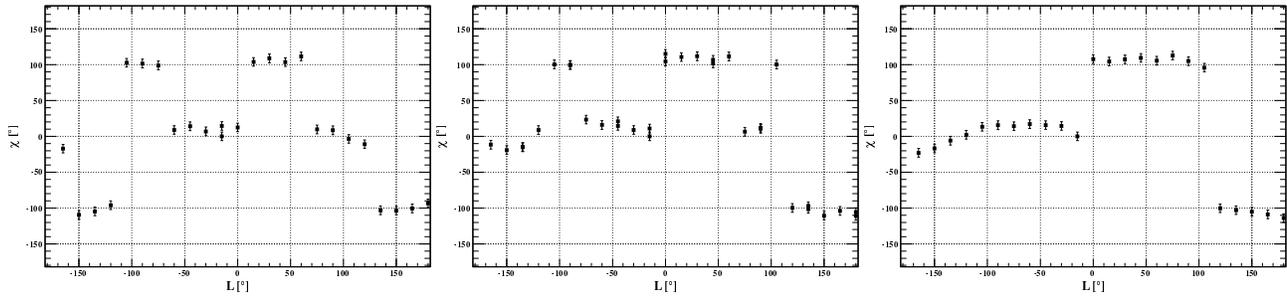


Figura 6.12: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo ASS-S de Harari, Mollerach e Roulet, (a) para $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

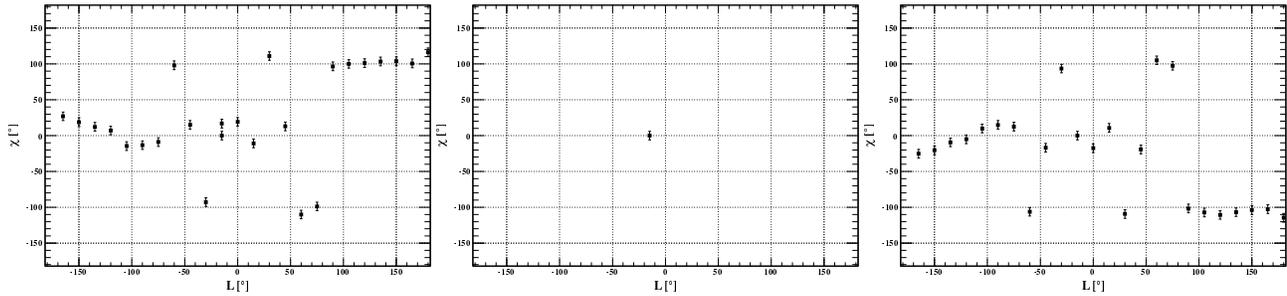


Figura 6.13: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo BSS-A de Harari, Mollerach e Roulet, para (a) $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

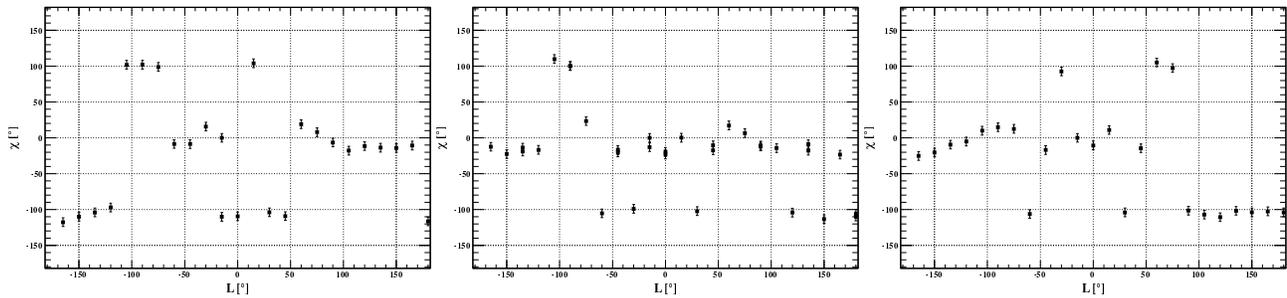


Figura 6.14: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo BSS-S de Harari, Mollerach e Roulet, para (a) $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

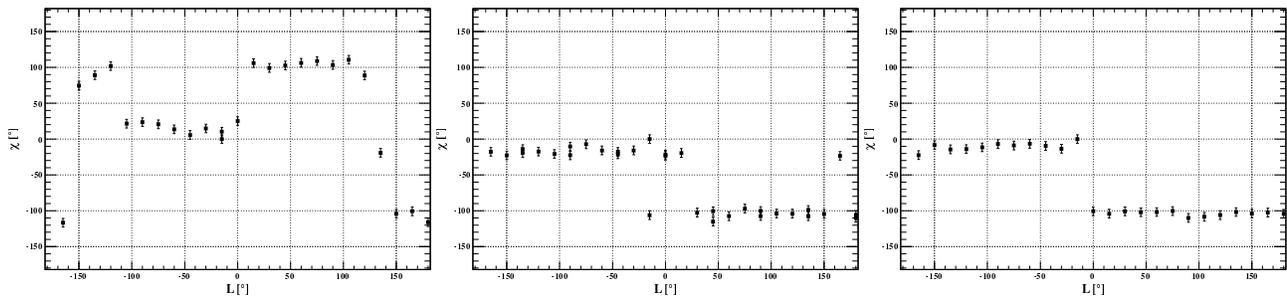


Figura 6.15: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo ASS-S+RING de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin, para (a) $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

Análise da Influência do Campo Magnético Galáctico sobre a Orientação de Multipletos

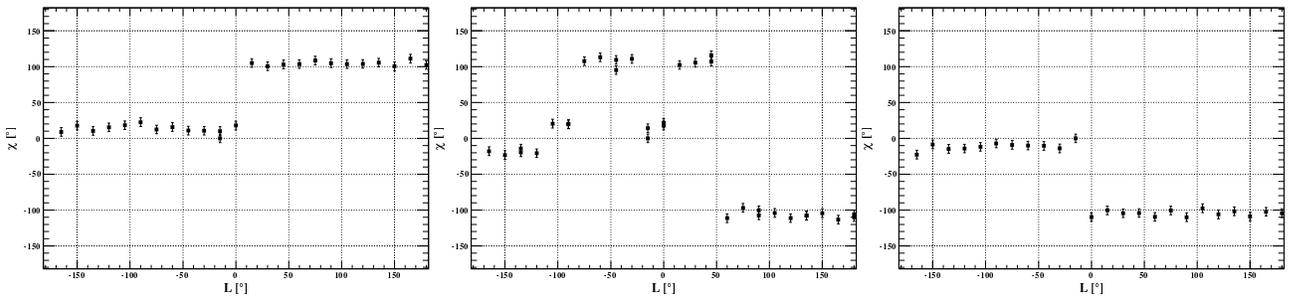


Figura 6.16: Comportamento da orientação do multiplete em função da longitude galáctica para o modelo BSS de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin, para (a) $b = -10^\circ$ (à esquerda), (b) $b = 0^\circ$ (ao centro) e (c) $b = +10^\circ$ (à direita).

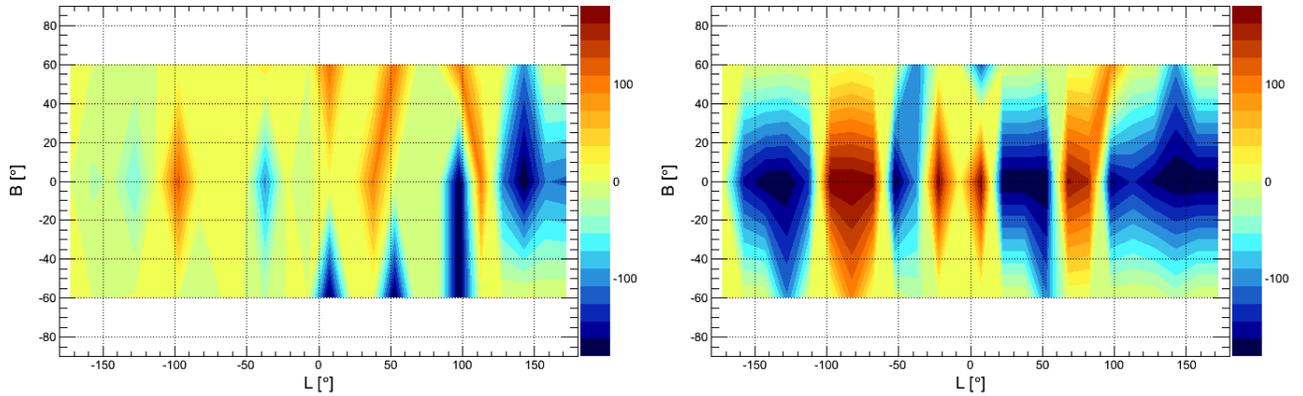


Figura 6.17: Comportamento da orientação do multiplete em todo o céu, para os modelos (a) ASS-A (à esquerda) e (b) BSS-S (à direita) de Stanev.

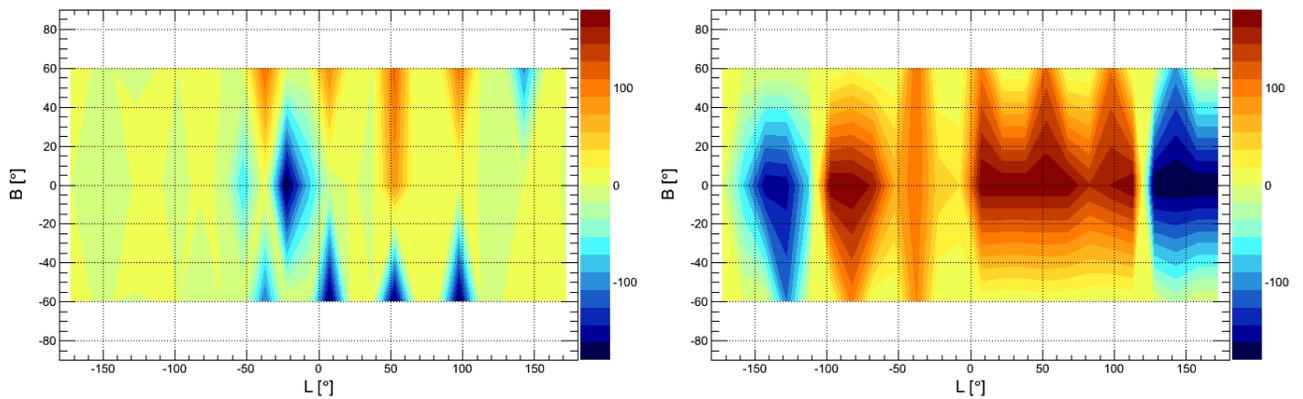


Figura 6.18: Comportamento da orientação do multiplete em todo o céu, para os modelos (a) ASS-A (à esquerda) e (b) ASS-S (à direita) de Harari, Mollerach e Roulet.

prevê inversão do campo acima e abaixo do disco galáctico.

Outra possibilidade é a observação da simetria axial dos modelos espirais de campo. Nos modelos ASS não há inversão do sentido do campo para $l < 0^\circ$, em relação a $l > 0^\circ$. Nota-se nas figuras 6.17a e 6.18a que o campo

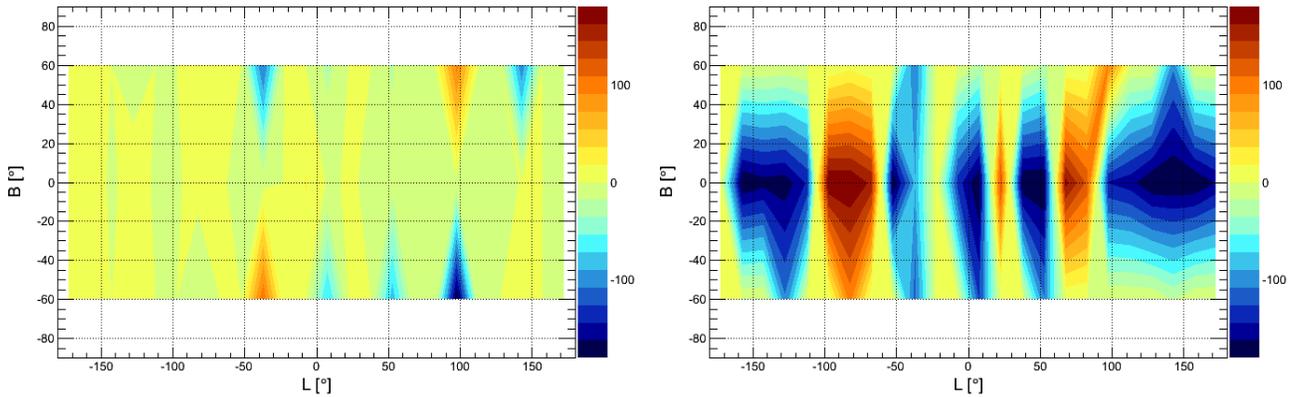


Figura 6.19: Comportamento da orientação do multiplete em todo o céu, para os modelos (a) BSS-A (à esquerda) e (b) BSS-S (à direita) de Harari, Mollerach e Roulet.

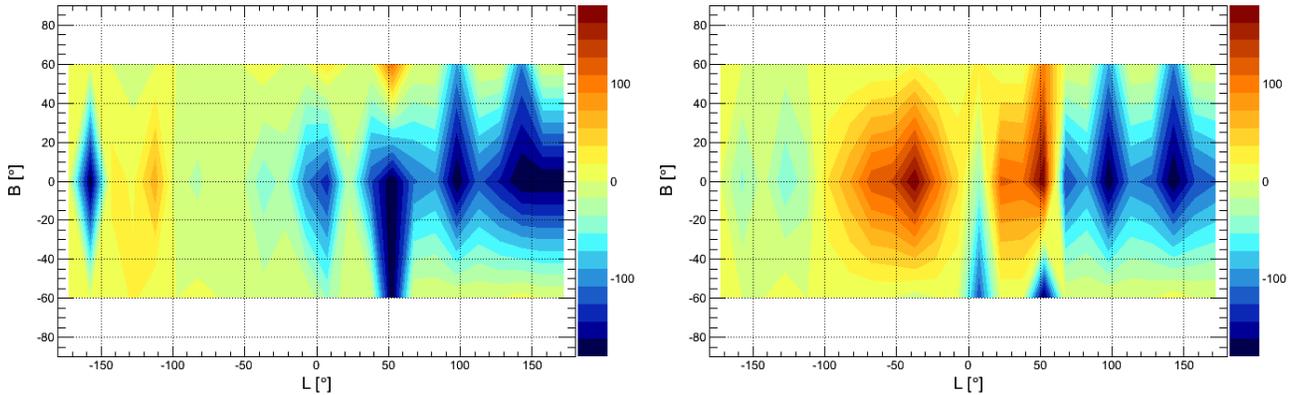


Figura 6.20: Comportamento da orientação do multiplete em todo o céu, para os modelos (a) ASS+RING (à esquerda) e (b) BSS (à direita) de Sun, Reich, Waelkens e Enßlin.

para $l < 0^\circ$ e $l > 0^\circ$ não apresenta inversões significativas, ou seja, para uma mesma faixa de latitude galáctica o campo é simétrico nos dois hemisférios da galáxia. Na figura 6.20, espera-se um resultado semelhante para a orientação do campo nos dois hemisférios. No entanto, este modelo é combinado com um modelo de anéis que inverte o sentido do campo entre cada um dos anéis, de forma que a análise é mais complexa. Como há reversões de campo, para um mesmo anel, em um hemisfério da galáxia o campo aponta em uma direção e possui uma componente paralela à linha de visada, enquanto o mesmo braço espiral no outro hemisfério da galáxia terá uma componente antiparalela à linha de visada. Visto isto, espera-se que caso o modelo possua uma reversão de campo, esta reversão implicará em uma mudança na orientação do multiplete em um hemisfério, em relação ao outro, o que pode explicar as características da figura 6.20.

Nos modelos BSS mostrados nas figuras 6.17b, 6.19a, 6.19b e 6.20b, espera-se que para $l < 0^\circ$ haja uma reversão no sentido do campo em relação ao ponto diametralmente oposto no hemisfério $l > 0^\circ$, podendo haver numerosas reversões de campo. Esta característica é bem notável em todas as figuras acima referidas. Nota-se padrões de alternância entre cores quentes e frias, indicando que a orientação do multiplete é invertida em cada uma das regiões onde isto ocorre.

CAPÍTULO 7

BUSCA DE MULTIPLETOS ORDENADOS POR ENERGIA EM DADOS DO OBSERVATÓRIO PIERRE AUGER

7.1 Busca de Multipletos em Dados do Observatório Pierre Auger

7.1.1 Método de Busca

Visando restringir modelos de campo magnético galáctico, foi realizada uma busca de multipletos em dados detectados pelo Observatório Pierre Auger. Para isto, foi aplicada a transformada de *wavelets* na esfera no conjunto de dados detectados pelo Observatório Pierre Auger no período compreendido entre janeiro de 2004 e dezembro de 2012, em diversas faixas de energia (todas acima de 20 EeV). A profundidade de análise utilizada foi $j = 1$ e o limite de banda azimutal $N = 91$, sendo as dimensões de cada faixa continente de eventos igual a $20^\circ \times 2^\circ$ ¹. O mapa contendo todos os eventos detectados com energia superior a 20 EeV é mostrado na figura 7.1.

A análise foi realizada em diversas faixas de energia: $E > 20$ EeV (4325 eventos), $20 \text{ EeV} < E \leq 30$ EeV (2489 eventos), $30 \text{ EeV} < E \leq 40$ EeV (876 eventos), $40 \text{ EeV} < E \leq 50$ EeV (373 eventos), $50 \text{ EeV} < E \leq 60$ EeV (169 eventos), $20 \text{ EeV} < E \leq 40$ EeV (3368 eventos) e $40 \text{ EeV} < E \leq 80$ EeV (699 eventos). Os eventos analisados satisfazem o critério T5, que obedece a duas condições:

- após a reconstrução do chuveiro, o centro geométrico deste deve estar localizado no interior de um triângulo formado unicamente por estações ativas no instante de detecção do evento;
- a estação do detector de superfície com sinal mais intenso deve estar localizada no interior de um hexágono formado por, pelo menos, cinco estações ativas.

¹Para fins de completudeza, deveria ser realizado um estudo através de simulações de eventos, a fim de verificar qual o tamanho angular da janela mais adequada para minimizar a probabilidade de um multipletos surgir ao acaso, conforme feito pela Colaboração Pierre Auger [225]. Neste trabalho a escolha desta janela foi arbitrária.

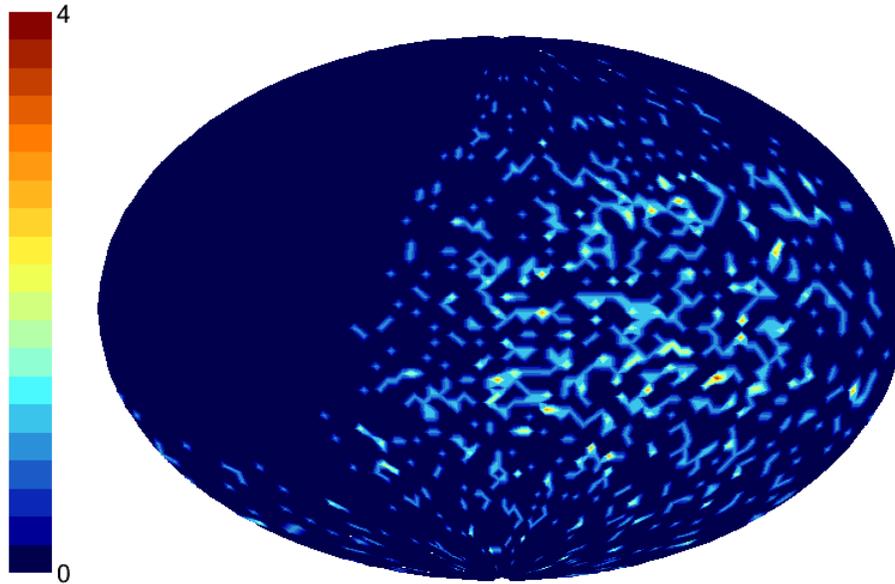


Figura 7.1: Mapa contendo o conjunto completo de eventos utilizados para análise. A escala de cores indica número de eventos em cada *bin* de tamanho $1^\circ \times 1^\circ$. Neste mapa, $l = 180^\circ$ está na extremidade esquerda e $l = -180^\circ$ na extremidade direita.

7.1.2 Candidatos a Multipletos

Para cada uma das faixas de energia, foram buscados multipletos nos locais onde o coeficiente de *wavelet* era máximo. Os resultados constam na tabela 7.1.

Tabela 7.1: Orientação (χ), coeficiente de correlação (C) e multiplicidade (n) dos candidatos a multipletos encontrados na faixa de energia entre E_{min} e E_{max} .

E_{min} (EeV)	E_{max} (EeV)	$\chi \pm \Delta\chi$	$ C $	n
20	∞	$(-46 \pm 1)^\circ$	0,38	18
20	∞	$(-49 \pm 1)^\circ$	0,34	16
20	∞	$(-21 \pm 1)^\circ$	0,40	21
20	∞	$(38 \pm 1)^\circ$	0,11	18
20	∞	$(-23 \pm 1)^\circ$	0,15	23
20	∞	$(-45 \pm 1)^\circ$	0,57	12
20	30	$(60 \pm 1)^\circ$	0,16	17
20	30	$(-44 \pm 1)^\circ$	0,67	13
20	30	$(66 \pm 1)^\circ$	0,20	19
20	30	$(-20 \pm 1)^\circ$	0,13	18
20	30	$(10 \pm 1)^\circ$	0,52	13
20	30	$(44 \pm 1)^\circ$	0,14	9

Busca de Multipletos Ordenados por Energia em Dados do Observatório Pierre Auger

Tabela 7.1: Orientação (χ), coeficiente de correlação (C) e multiplicidade (n) dos candidatos a multipletos encontrados na faixa de energia entre E_{min} e E_{max} .

E_{min} (EeV)	E_{max} (EeV)	$\chi \pm \Delta\chi$	$ C $	n
20	40	$(-46 \pm 1)^\circ$	0,24	13
20	40	$(-23 \pm 1)^\circ$	0,21	16
20	40	$(-47 \pm 1)^\circ$	0,37	13
20	40	$(-23 \pm 1)^\circ$	0,25	12
20	40	$(40 \pm 1)^\circ$	0,15	10
20	40	$(-154 \pm 1)^\circ$	0,01	12
30	40	$(-150 \pm 1)^\circ$	0,46	8
30	40	$(-150 \pm 1)^\circ$	0,69	8
30	40	$(-73 \pm 1)^\circ$	0,29	9
30	40	$(15 \pm 1)^\circ$	0,22	10
30	40	$(-100 \pm 1)^\circ$	0,63	9
30	40	$(-72 \pm 1)^\circ$	0,11	8
40	50	$(-156 \pm 1)^\circ$	0,17	10
40	50	$(-125 \pm 1)^\circ$	0,25	5
40	50	$(-108 \pm 1)^\circ$	0,85	4
40	50	$(-126 \pm 1)^\circ$	0,23	5
40	80	$(-78 \pm 1)^\circ$	0,31	6
40	80	$(-73 \pm 1)^\circ$	0,36	5
40	80	$(158 \pm 1)^\circ$	0,99	4
40	80	$(11 \pm 1)^\circ$	0,20	6
40	80	$(-65 \pm 1)^\circ$	0,72	7
40	80	$(-73 \pm 1)^\circ$	0,45	5
50	60	$(-10 \pm 1)^\circ$	0,86	4
50	60	$(-10 \pm 1)^\circ$	0,41	5
50	60	$(-22 \pm 1)^\circ$	0,94	3
50	60	$(-9 \pm 1)^\circ$	0,05	5

Os mapas contendo os eventos referentes aos candidatos a multipletos apresentados nas tabelas são mostrados nas figuras 7.2 a 7.5.

Conforme pode ser visto na tabela ??, foram encontrados quatro candidatos a multipletos cujo módulo do coeficiente de correlação é superior a 0,85. Na figura 7.6 são mostrados os gráficos da deflexão em termos do inverso da energia de cada evento, sendo o erro da deflexão associado ao erro da transformada de *wavelets*. Espera-se que os pontos deste gráfico possam ser ajustados por uma reta nas faixas de energia consideradas.

7.1.3 Reconstrução da Posição das Fontes

A reconstrução da posição da fonte foi feita utilizando as equações 5.11 e 5.12, utilizando o coeficiente linear obtido pelo ajuste dos pontos dos gráficos apresentados na figura 7.6 com um polinômio de ordem um. Os erros da reconstrução são provenientes do ajuste dos pontos e do método de identificação da orientação utilizado.

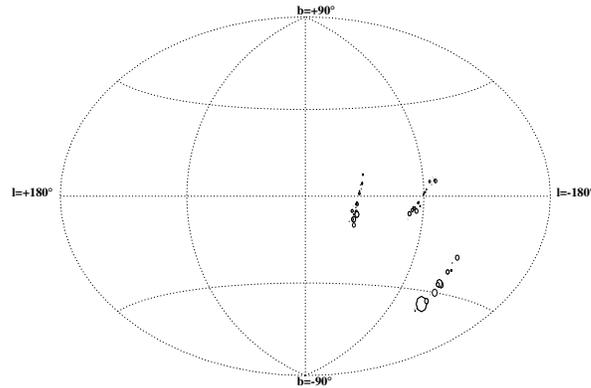


Figura 7.2: Mapa contendo os eventos candidatos a multipletos para a faixa de energia $E > 20$ EeV. O tamanho dos círculos pretos é proporcional à energia do evento.

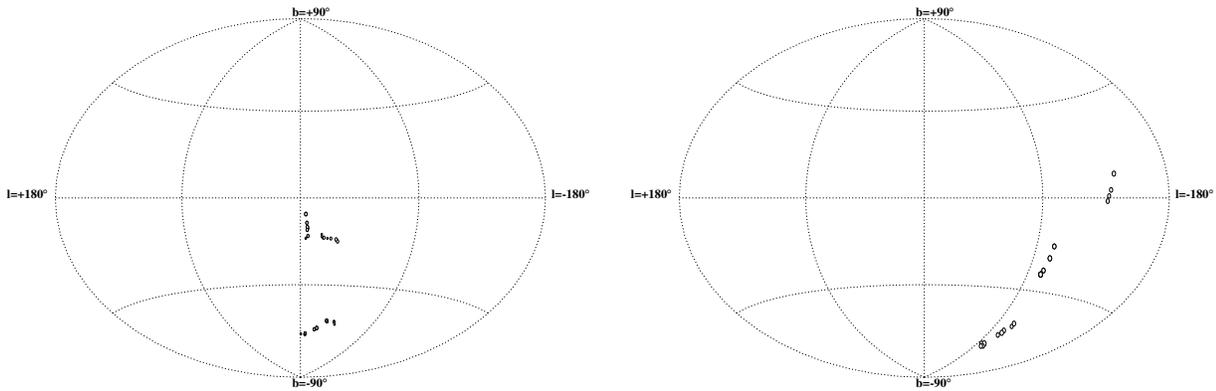


Figura 7.3: Mapa contendo os eventos candidatos a multipletos para a faixa de energia $30 \text{ EeV} < E \leq 40 \text{ EeV}$ (à esquerda) e $40 \text{ EeV} < E \leq 50 \text{ EeV}$ (à direita). O tamanho dos círculos pretos é proporcional à energia do evento.

Tabela 7.2: Resultados da posição reconstruída da fonte, para diversas faixas de energia, para os candidatos a multipletos de multiplicidade n .

E_{min} (EeV)	E_{max} (EeV)	l ($^\circ$)	b ($^\circ$)	χ ($^\circ$)	n
40	50	$(-152 \pm 3)^\circ$	$(28 \pm 4)^\circ$	$(-148 \pm 1)^\circ$	4
40	80	$(-146 \pm 4)^\circ$	$(44 \pm 4)^\circ$	$(-18 \pm 1)^\circ$	4
50	60	$(-84 \pm 3)^\circ$	$(-45 \pm 3)^\circ$	$(-11 \pm 1)^\circ$	4
50	60	$(-81 \pm 3)^\circ$	$(-39 \pm 3)^\circ$	$(-11 \pm 1)^\circ$	3

Para os quatro candidatos a multipletos, a tabela 7.2 apresenta sua orientação e a posição reconstruída da fonte, para cada faixa de energia. Os eventos reconstruídos são mostrados nas figuras 7.7 e 7.8.

É interessante observar que na figura 7.8 os dois multipletos identificados são o mesmo, e este foi identificado duas vezes pois a transformada de *wavelets* resultou em dois coeficientes de *wavelet* com valores altos na mesma região. Sendo assim, é interessante rejeitar o 3-pleto da figura 7.8 e manter apenas o 4-pleto, que tem multiplicidade maior.

Resta agora verificar a probabilidade de que estes multipletos surjam ao acaso, a partir de uma distribuição

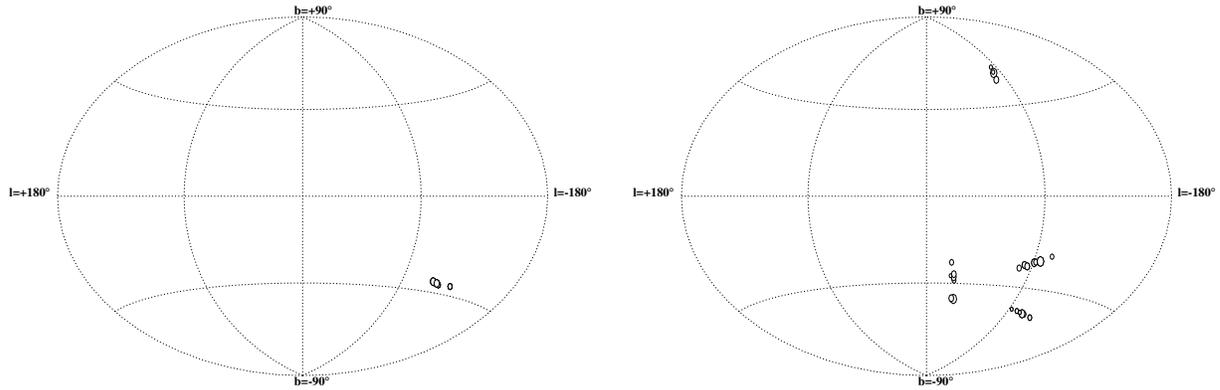


Figura 7.4: Mapa contendo os eventos candidatos a multipletos para a faixa de energia $50 \text{ EeV} < E \leq 60 \text{ EeV}$ (à esquerda) e $40 \text{ EeV} < E \leq 80 \text{ EeV}$ (à direita). O tamanho dos círculos pretos é proporcional à energia do evento.

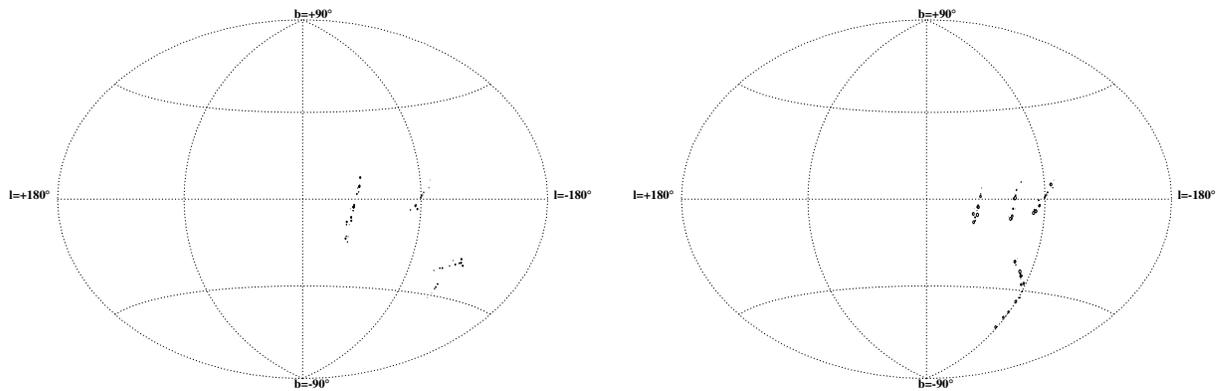


Figura 7.5: Mapa contendo os eventos candidatos a multipletos para a faixa de energia $20 \text{ EeV} < E \leq 30 \text{ EeV}$ (à esquerda) e $20 \text{ EeV} < E \leq 40 \text{ EeV}$ (à direita). O tamanho dos círculos pretos é proporcional à energia do evento.

isotrópica. Conforme mostrado pela colaboração Pierre Auger [225], a probabilidade de um multipletos surgir ao acaso depende da largura angular da janela de busca, conforme mostrado na figura 7.9. Portanto, este resultado pode ser extrapolado para a situação dos candidatos a multipletos aqui detectados. Nota-se nesta figura que para multipletos de multiplicidade $n = 8$ a probabilidade de que estes surjam ao acaso, para uma janela angular de largura fixa, é maior que para multiplicidades maiores, como $n = 14$. Então, espera-se que análises envolvendo multipletos de multiplicidade baixa, como $n = 4$, necessitem de uma janela angular extremamente estreita, menor que $0,4^\circ$ ², o que é muito inferior à resolução angular do Observatório Pierre Auger, que é ligeiramente menor que 1° [228] para eventos satisfazendo ao critério T5 utilizado. Visto isto, os candidatos a multipletos aqui identificados têm grande probabilidade de terem surgido ao acaso e, portanto, não se pode afirmar que são multipletos.

²Este limite superior é aplicável para multipletos com coeficiente de correlação superior a 0,9 e multiplicidade $n = 8$. Dado o comportamento das curvas da figura 7.9, pode-se afirmar que para $n = 4$ a largura angular da janela será menor que para $n = 8$.

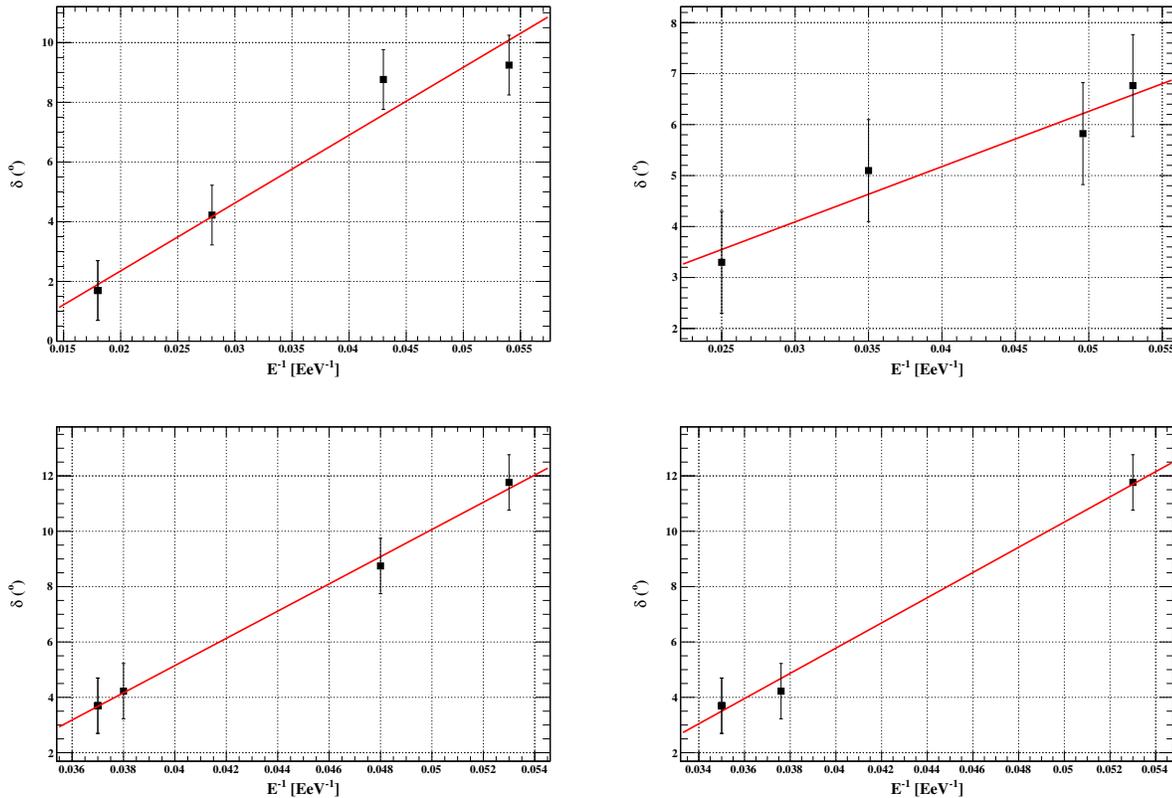


Figura 7.6: Gráficos da deflexão em função do inverso da energia de cada evento para os candidatos a multipletos. À esquerda, acima: candidato a multipleto com multiplicidade 4 e coeficiente de correlação 0,85, na faixa de energia $40 \text{ EeV} < E \leq 50 \text{ EeV}$. À direita, acima: candidato a multipleto com multiplicidade 4 e coeficiente de correlação 0,91, na faixa de energia $40 \text{ EeV} < E \leq 80 \text{ EeV}$. À esquerda, abaixo: candidato a multipleto com multiplicidade 3 e coeficiente de correlação 0,86, na faixa de energia $50 \text{ EeV} < E \leq 60 \text{ EeV}$. À direita, abaixo: candidato a multipleto com multiplicidade 4 e coeficiente de correlação 0,94, na faixa de energia $50 \text{ EeV} < E \leq 60 \text{ EeV}$.

7.2 Restringindo Modelos de Campo Magnético Galáctico

Apesar dos resultados indicarem que a probabilidade dos multipletos aqui identificados surgirem ao acaso é alta, eles ainda sim podem ser genuínos, e é baseado nesta hipótese que a análise e discussão a seguir foram desenvolvidas.

No capítulo 6 foram realizadas simulações de multipletos associados a fontes em diferentes regiões (setores) do céu, e foi obtida sua orientação. Pode-se comparar estes resultados com os da tabela 7.2, que apresenta as posições reconstruídas das possíveis fontes e as respectivas orientações dos multipletos associados. Verificando em qual setor do céu encontra-se cada fonte, pode-se comparar sua orientação com a orientação esperada segundo os diferentes modelos de campo magnético considerados, conforme apresentado na tabela 7.3.

Para a faixa de energia de 40 a 50 EeV, como pode ser visto na tabela 7.3, a orientação de nenhum dos multipletos simulados é próxima à do candidato a multipleto encontrado. O mesmo é válido para a faixa de energia de 40 a 80 EeV. No entanto, levando em conta as orientações, nota-se que o candidato a multipleto na faixa de energia de 50 a 60 EeV tem orientação compatível com a orientação esperada para multipletos gerados segundo os modelos ASS-A e BSS-S de Stanev, e ASS-A e BSS-S de Harari, Mollerach e Roulet. Portanto,

Busca de Multipletos Ordenados por Energia em Dados do Observatório Pierre Auger

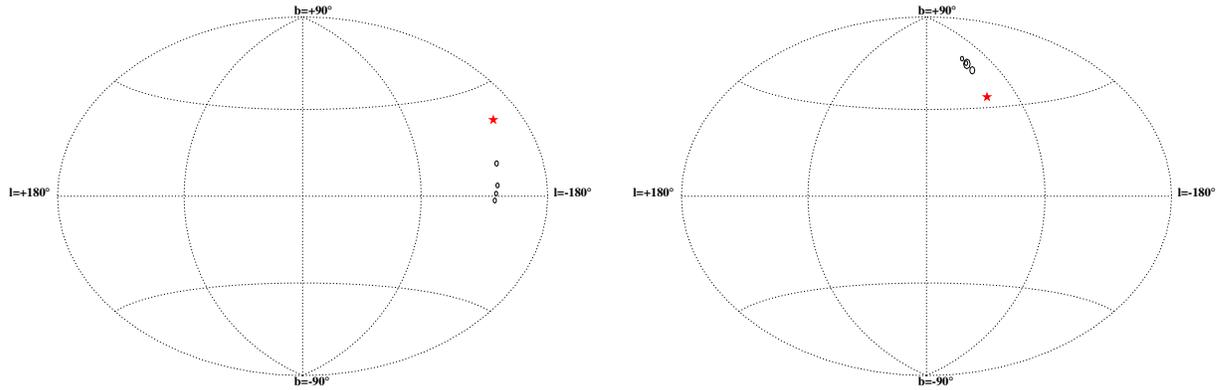


Figura 7.7: Mapas celestes indicando os eventos pertencentes aos candidatos a multipletos (círculos de diâmetro proporcional à energia) e as posições reconstruídas das fontes (estrelas), para as faixas de energia $40 \text{ EeV} < E \leq 50 \text{ EeV}$ (à esquerda) e $40 \text{ EeV} < E \leq 80 \text{ EeV}$ (à direita).

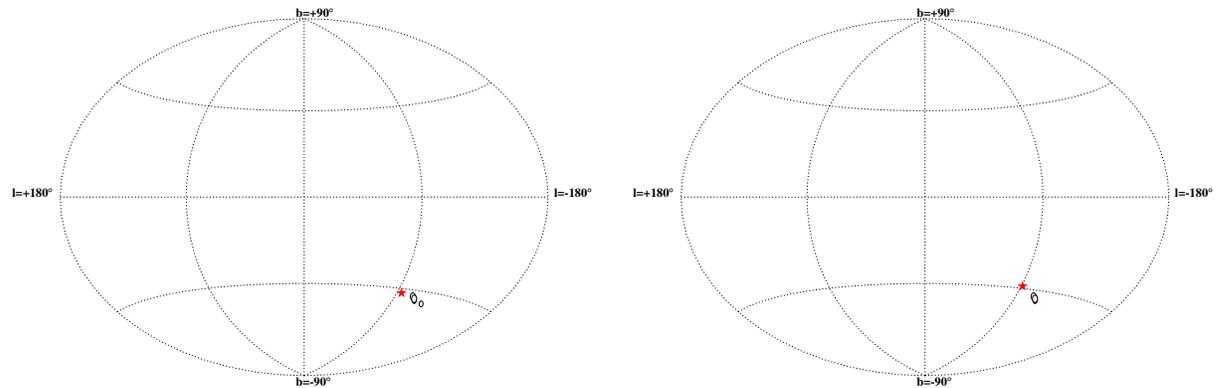


Figura 7.8: Mapas celestes indicando os eventos pertencentes aos candidatos a multipletos (círculos de diâmetro proporcional à energia) e as posições reconstruídas das fontes (estrelas), para a faixa de energia $50 \text{ EeV} < E \leq 60 \text{ EeV}$.

Tabela 7.3: Orientações dos candidatos a multipletos encontrados, e suas orientações esperadas segundo os modelos: (a) Stanev ASS-A; (b) Stanev BSS-S; (c) Harari, Mollerach e Roulet ASS-A; (d) Harari, Mollerach e Roulet ASS-S; (e) Harari, Mollerach e Roulet BSS-A; (f) Harari, Mollerach e Roulet BSS-S; (g) Sun, Reich, Waelkens e Enßlin ASS+RING; (h) Sun, Reich, Waelkens e Enßlin BSS. O erro de χ é de 1° para a análise de dados do Auger, e 3° para as simulações.

E_{min} (EeV)	E_{max} (EeV)	χ ($^\circ$)	χ_a ($^\circ$)	χ_b ($^\circ$)	χ_c ($^\circ$)	χ_d ($^\circ$)	χ_e ($^\circ$)	χ_f ($^\circ$)	χ_g ($^\circ$)	χ_h ($^\circ$)
40	50	-148	-3	-3	-1	-1	-2	-3	-6	-6
40	80	-18	-3	-3	-1	-1	-2	-3	-6	-6
50	60	-11	-12	-13	-13	97	-10	97	4	2

claramente duas simetrias são favorecidas, caso estes multipletos sejam genuinamente provenientes da mesma fonte: simetrias ASS-A e BSS-S.

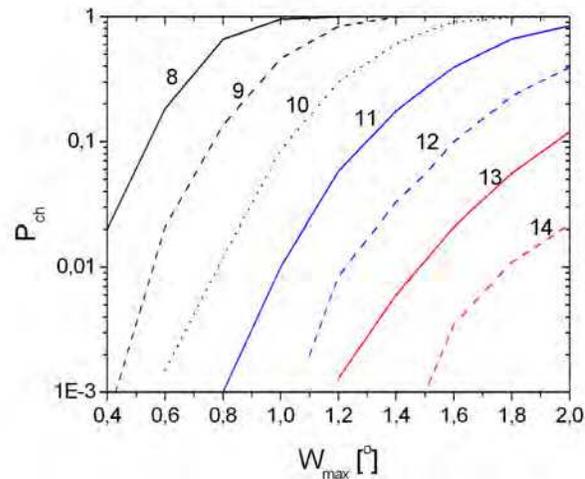


Figura 7.9: Probabilidade (P_{ch}) de um n -pleto, onde n é a multiplicidade do multipleto (indicada acima das respectivas curvas), surgir ao acaso a partir de uma distribuição isotrópica de eventos, em função da metade da largura (W_{max}) da janela de observação, para um coeficiente de correlação de 0,90.

7.3 Comparação com Resultados Obtidos pela Colaboração Pierre Auger

Os resultados obtidos neste trabalho foram comparados com o resultado de busca de multipletos publicado recentemente [225]. Neste artigo a colaboração Pierre Auger encontrou alguns candidatos a multipletos, mostrados na figura 7.10. Esta análise foi feita utilizando dados detectados pelo Observatório Pierre Auger no período de 01 de janeiro de 2004 a 31 de dezembro de 2010, com energia acima de 20 EeV. As posições reconstruídas das possíveis fontes são mostradas na tabela 7.4.

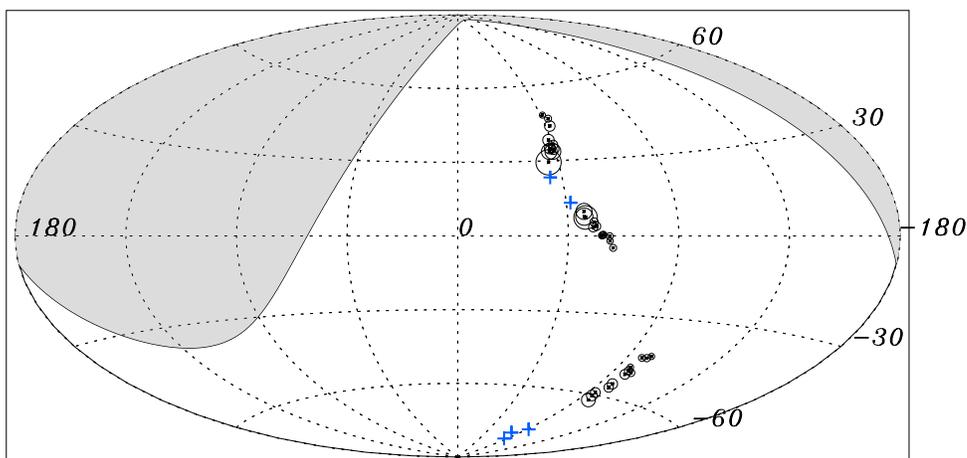


Figura 7.10: Mapa em coordenadas galácticas dos multipletos de multiplicidade maior que 10 identificados pela colaboração Pierre Auger. O tamanho dos círculos é proporcional à energia do evento. Sinais de mais indicam as posições reconstruídas das possíveis fontes do multipleto. O aparente multipleto no sul do hemisfério sul do mapa é composto por três multipletos formados por dez eventos. A linha sólida representa os limites do campo de visão do Observatório para ângulos zenitais menores que 60° , e a região sombreada (em cinza) indica a região fora do campo de visão. Figura extraída de [225].

Busca de Multipletos Ordenados por Energia em Dados do Observatório Pierre Auger

Tabela 7.4: Posições reconstruídas dos potenciais candidatos a multipletos em coordenadas galácticas (l, b) para cada multipletos de multiplicidade n .

n	l ($^{\circ}$)	b ($^{\circ}$)
12	-46,7	13,2
10	-39,9	23,4
10	-85,6	-80,4
10	-79,6	-77,9
10	-91,5	-75,7

O método aplicado pela colaboração Pierre Auger foi o MST, descrito no capítulo 5. Utilizou-se uma janela para a busca de dimensões $3^{\circ} \times 20^{\circ}$ e buscou-se por multipletos com coeficiente de correlação maior, em módulo, que 0,9.

Comparando as tabelas 7.2 e 7.4, nota-se que nenhum dos candidatos a multipletos identificados pela colaboração Auger foi identificado através do método aqui apresentado. No entanto, vale ressaltar que a comparação visual das figuras 7.3 (à direita) e 7.10 indica que o potencial multipletos formado pelos eventos de menor latitude galáctica foi identificado em ambas as análises, o que verifica a eficácia da aplicação da transformada de *wavelets* na esfera à detecção de estruturas filamentosas em mapas contendo direções de chegada de UHECRs.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O campo magnético da Via Láctea possui uma componente regular, que tem uma forma espiral. Entretanto, a simetria desta espiral é ainda desconhecida e os métodos convencionais de estudos do campo magnético galáctico não são capazes, no momento, de solucionar este problema. Visto isto, neste trabalho foi proposta uma nova abordagem para estudar o campo magnético da Via Láctea, utilizando a deflexão de raios cósmicos ultra-energéticos neste pervasivo campo.

Inicialmente, desenvolveu-se um método para identificação de multipletos em mapas contendo direções de chegada de UHECRs. Este método consiste em correlacionar a representação da esfera celeste que contém as direções de chegada de raios cósmicos, com uma outra esfera contendo o padrão buscado (no caso uma estrutura alongada, correspondente aos multipletos ordenados por energia). Se o padrão de interesse é descrito por *wavelets*, pode-se correlacionar o mapa de eventos com versões rotacionadas, dilatadas e transladadas da esfera que contém a *wavelet*, de forma que coordenadas na esfera celeste cujos valores dos coeficientes de *wavelet* são altos indicam uma similaridade entre o padrão buscado e o sinal. A propriedade mais relevante deste método proposto é a possibilidade de se obter diretamente a orientação do multipletto, ou seja, o ângulo que este forma com o plano galáctico. Desta forma, uma vez identificados os multipletos com este método, é possível estabelecer uma sistemática de estudo dos campos magnéticos através das orientações encontradas.

Espera-se que a energias ultra-altas a deflexão angular seja inversamente proporcional à energia, e esta relação linear é o critério que determina se um candidato a multipletto deve ou não ser admitido como tal. A correlação entre a deflexão e o inverso da energia é o coeficiente de Pearson associado ao ajuste linear dos eventos pertencentes a este multipletto. É imposta a condição de que o módulo deste coeficiente seja maior que 0,85, de modo a garantir que os eventos sejam provenientes da mesma fonte e não são causados por espúrias flutuações estatísticas. Requerer que os eventos do multipletto satisfaçam condições mais rígidas, como um coeficiente de correlação de 0,99, seria tão restritivo que tornaria praticamente impossível a detecção de multipletos, visto que pequenos desvios da linearidade são previstos devido à ação da componente turbulenta do campo magnético galáctico.

Na segunda parte deste trabalho setorizou-se o céu em 112 partes, visando estudar a deflexão de UHECRs em cada uma destas, para oito modelos de campo magnético (regular) galáctico: ASS-A e BSS-S de Stanev, ASS-A, ASS-S, BSS-A e BSS-S de Harari, Mollerach e Roulet, ASS+RING e BSS de Sun, Reich, Waelkens

e EnBlin. Para isto, foram simulados 50 eventos de UHECRs com energias variando entre 20 e 200 EeV, de acordo com um espectro de potência de índice espectral $-2,7$. Tais eventos consistem em antiprótons disparados a partir da Terra, e retrotraçados até uma distância de 20 kpc do centro da galáxia. A deflexão destas partículas na componente regular do campo magnético galáctico gerou multipletos ordenados em energia e a orientação destes multipletos com relação ao plano galáctico foi obtida nos diferentes setores, indicando que este observável pode ser útil para restringir modelos da componente regular do campo magnético galáctico. A deflexão destas partículas na esfera celeste da fonte, é equivalente à deflexão das mesmas na esfera celeste da Terra, uma vez que, para efeitos de deflexão, um próton se propagando em uma direção e sofrendo a ação de um determinado campo magnético é equivalente a um antipróton descendo a trajetória no sentido oposto, sob a ação do mesmo campo. Conforme o esperado, foram formados multipletos. No entanto, para alguns setores e modelos de campo, as deflexões formaram arcos e outras estruturas filamentosas com topologias curvilíneas, prejudicando, mas não impossibilitando, a análise. Com os resultados da análise destas simulações foi possível construir um mapa de deflexões, indicando qual a deflexão esperada em cada setor do céu, para cada modelo.

Este método foi também aplicado a eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger no período compreendido entre janeiro de 2004 e dezembro de 2011. A análise foi realizada em diversas faixas de energia: $E > 20$ EeV (4325 eventos), $20 \text{ EeV} < E \leq 30$ EeV (2489 eventos), $30 \text{ EeV} < E \leq 40$ EeV (876 eventos), $40 \text{ EeV} < E \leq 50$ EeV (373 eventos), $50 \text{ EeV} < E \leq 60$ EeV (169 eventos), $20 \text{ EeV} < E \leq 40$ EeV (3368 eventos) e $40 \text{ EeV} < E \leq 80$ EeV (699 eventos). Foram encontrados vários candidatos a multipletos, mas apenas três¹ satisfazendo à restrição imposta pelo coeficiente de correlação (maior que 0,85, em módulo). O primeiro destes é um 4-pleto na faixa de energia entre 40 e 50 EeV, com coeficiente de correlação 0,85 e orientação $(-148 \pm 1)^\circ$, cuja posição reconstruída da fonte é $(l, b) = (-152^\circ, 28^\circ) \pm (3^\circ, 4^\circ)$. O segundo candidato a multipletos é também um 4-pleto com coeficiente de correlação 0,91 orientado em $(-18 \pm 1)^\circ$, na faixa de energia entre 40 e 80 EeV. Para este 4-pleto, a fonte reconstruída tem coordenadas $(l, b) = (-146^\circ, 44^\circ) \pm (4^\circ, 4^\circ)$. O último candidato a multipletos encontrado é um outro 4-pleto formado por eventos de energia entre 50 e 60 EeV, com coeficiente de correlação 0,86. A orientação dele é $(-11 \pm 1)^\circ$ e a posição da fonte foi reconstruída em $(l, b) = (84^\circ, -45^\circ) \pm (3^\circ, 3^\circ)$. No entanto, a probabilidade de que estes multipletos tenha surgido ao acaso é alta.

Assumindo que estes candidatos a multipletos sejam genuínos e não uma simples flutuação estatística do fundo, foi possível restringir modelos para o campo magnético galáctico através do confronto com as simulações. Dos três candidatos a multipletos encontrados, apenas o multipletos na faixa de energia de 50 a 60 EeV tem orientação compatível com a obtida pelas simulações. Neste caso, a orientação deste multipletos favorece os modelos ASS-A e BSS-S de Stanev, e ASS-A e BSS-S de Harari, Mollerach e Roulet, e exclui os demais modelos considerados na análise.

Em caso de observação da paridade da componente regular do campo magnético galáctico com relação a rotações de π (modelos ASS), isto seria um forte indício a favor de uma teoria de dínamo para explicar a origem do campo magnético galáctico. Caso esta paridade seja ímpar (modelos BSS), isto forneceria evidências a favor de uma origem primordial para o campo. É importante conhecer a origem do campo magnético galáctico pois este pode oferecer respostas a questões ainda em aberto, acerca da origem, manutenção e evolução dos campos magnéticos no universo, e qual o papel deles na formação das estruturas conhecidas.

Os resultados obtidos com este trabalho são importantes também para a física de raios cósmicos, uma vez que o desenvolvimento de um método de identificação de multipletos permite reconstruir a posição da fonte emissora destas partículas, contribuindo para solucionar um problema ainda em aberto, relacionado à identificação de sítios aceleradores de UHECRs.

¹Na realidade, quatro multipletos foram encontrados satisfazendo às condições impostas, mas dois destes são formados pelos mesmo eventos, com fontes reconstruídas em posições semelhantes e, portanto, foram considerados como sendo apenas um multipletos.

Conclusões e Perspectivas

Possíveis extensões deste trabalho incluem aumentar o número de setores no céu, o uso de mais modelos de campo, e uma análise para mais baixas energias. A dificuldade de realizar esta análise a energias menores que 20 EeV, reside no fato que $|\int \vec{B} \times d\vec{l}|$ não é mais constante, de forma que o tratamento deve levar em conta a contribuição de termos de ordem superior. Uma outra possível extensão deste trabalho é a adaptação do ferramental computacional para identificação de estruturas não filamentosas, que podem resultar de efeitos de lentes magnéticas. Outro desdobramento é a caracterização do poder de deflexão de cada modelo, uma vez que esta grandeza está diretamente ligada ao tamanho angular do multiplete no céu.

As conclusões astrofísicas do presente trabalho, particularmente a exclusão e limitação de modelos de campo magnético galáctico, dependem do cálculo da probabilidade do multiplete ser genuíno ou não. Tal cálculo depende de simulações de eventos, que para energias de até 40-50 EeV podem ser isotrópicas. Entretanto, para energias superiores, a distribuição de UHECRs é sabidamente anisotrópica, conforme demonstrado pela própria colaboração Auger. Visto isto, calcular a probabilidade de um multiplete ser genuíno não é uma tarefa trivial, porém é necessária para a obtenção de resultados fidedignos.

Conclusões e Perspectivas

APÊNDICE A: FORMALISMO DA TRANSFORMADA DE WAVELETS NA ESFERA

Neste capítulo será apresentado o formalismo de transformada de *wavelets* introduzida por Wiaux *et al.* [221]. Inicialmente serão apresentadas as premissas teóricas para a construção de uma transformada de *wavelets* na esfera. Em seguida, *wavelets* direcionáveis² com suporte harmônico compacto³ são construídas, juntamente com núcleos dilatáveis de *wavelets*. A partir da transformada contínua de *wavelets* é obtida uma transformada de escala discreta, a qual está relacionada à primeira através da integração dos fatores de dilatação.

Seja uma 2-esfera \mathbb{S}^2 de raio unitário, definida num sistema tridimensional de coordenadas cartesianas centrado na origem, com o polo norte orientado na direção \hat{z} . Todo ponto ω nesta esfera pode ser definido através de suas coordenadas esféricas correspondentes (θ, φ) , onde $\theta \in [0, \pi]$ é a colatitude (ou ângulo polar), e $\varphi \in [0, 2\pi]$ é a longitude (ou ângulo azimutal). Doravante será designado por F um sinal qualquer e por Ψ uma função de análise local, com F e Ψ pertencendo ao espaço de Hilbert das funções de módulo quadrático integrável, i. e., $\mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$, onde a medida invariante $d\Omega$ é $d\Omega = d\cos\theta d\varphi$, e o produto escalar é definido como

$$\langle F_1 | F_2 \rangle = \int_{\mathbb{S}^2} d\Omega F_1^*(\omega) F_2(\omega). \quad (1)$$

Para analisar um determinado sinal no domínio de escala-coordenada, transformações afins tais como rotação, translação e dilatação na esfera devem ser aplicadas à função de análise.

O operador de translação $R(\omega_0)$ efetua uma translação de amplitude $\omega_0 = (\theta_0, \varphi_0)$ sobre uma função $G \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ e atua da seguinte forma:

$$[R(\omega_0)G](\omega) = G(R_{\omega_0}^{-1}\omega), \quad (2)$$

onde $R_{\omega_0}(\theta, \varphi) = [R_{\varphi_0}^{\hat{z}} R_{\theta_0}^{\hat{\varphi}}](\theta, \varphi)$ e $R_{\varphi_0}^{\hat{z}}$ e $R_{\theta_0}^{\hat{\varphi}}$ são matrizes de rotação atuando sobre coordenadas cartesianas

²Não foram encontradas referências em língua portuguesa para o termo *steerable wavelets*. Portanto, adotou-se como tradução o termo “*wavelets* direcionáveis”.

³Uma função $G \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ tem suporte harmônico no intervalo $l \in ([\alpha^{-1}B], B)$, $\forall B \in \mathbb{N}^0$ e $\alpha > 1$ se $\hat{G}_{lm} = 0 \forall l, m$, com $l \notin ([\alpha^{-1}B], B)$, onde $[x]$ denota o maior valor inteiro menor que $x \in \mathbb{R}$.

(x, y, z) associadas a $\omega = (\theta, \varphi)$.

O operador de rotação $R^{\widehat{\chi}}G$ atua conforme a equação:

$$\left[R^{\widehat{\chi}}G \right] (\omega) = G \left(R^{\widehat{\chi}^{-1}} \omega \right), \quad (3)$$

de forma que $R^{\widehat{\chi}}(\theta, \varphi) = (\theta, \varphi + \chi)$ define a ação de uma matriz de rotação $R^{\widehat{\chi}}$ sobre as coordenadas cartesianas (x, y, z) associadas a $\omega = (\theta, \varphi)$.

O operador de dilatação $D(a)$, com parâmetro de dilatação $a \in \mathbb{R}_+^*$, sobre funções $\mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ é definido em termos da inversa da correspondente dilatação estereográfica D_a sobre pontos na esfera. Matematicamente, tem-se que a operação de dilatação é expressa por:

$$[D(a)G](\omega) = \lambda^{1/2}(a, \theta) G(D_a^{-1} \omega). \quad (4)$$

O parâmetro λ , que mantém a unitariedade do operador de dilatação, está relacionado à colatitude θ através da seguinte expressão:

$$\lambda^{1/2}(a, \theta) = \frac{1}{a} \frac{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \frac{1}{a^2} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (5)$$

O ponto dilatado é dado por $D_a(\theta, \varphi) = (\theta_a(\theta), \varphi)$ e satisfaz à relação de linearidade $\tan(\theta_a(\theta)/2) = a \tan(\theta/2)$. Portanto, o operador de dilatação mapeia a esfera sobre si mesma, sem o polo sul, i.e., $\theta_a(\theta) : \theta \in [0, \pi) \rightarrow \theta_a \in [0, \pi)$. A dilatação de pontos sobre a esfera deve ser radial (afetando somente a coordenada θ , independentemente de φ), conforme (preservando a medida dos ângulos no plano tangente a cada ponto), e difeomorfa (bijeção continuamente diferenciável). Note que a dilatação estereográfica mantém a estrutura de grupo para a lei de composição do operador de dilatação $D(a)$. Ademais, este operador também apresenta um homomorfismo com relação à operação de multiplicação por escalar. Outra observação interessante é que no limite euclidiano em que a função está localizada numa pequena região da esfera, esta região é assimilada pelo plano tangente, de forma que a dilatação estereográfica é equivalente a uma dilatação no plano, conforme o esperado no limite assintótico.

É interessante notar que no espaço das funções de módulo quadrático integrável, uma base ortonormal consiste nos harmônicos esféricos, que podem ser expressos como

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (6)$$

onde $l \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}$, $|m| \leq l$, e $P_l^m(\cos \theta)$ são os polinômios associados de Legendre. Note que nesta representação l representa uma frequência em toda a esfera, $|m|$ representa uma frequência associada à coordenada azimutal φ . Portanto, toda função $G \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ pode ser unicamente descrita como uma combinação linear de harmônicos esféricos, da seguinte forma:

$$G(\omega) = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| \leq l} \widehat{G}_{lm} Y_{lm}(\omega), \quad (7)$$

onde o coeficiente de harmônico esférico é dado por

$$\widehat{G}_{lm} = \langle Y_{lm} | G \rangle. \quad (8)$$

A equação 7 define a transformada inversa de harmônicos esféricos, e a equação 8 define a transformada direta de harmônicos esféricos. Nesta notação, a projeção, como a da equação 8, pode ser definida como

$$\langle F_2 | F_1 \rangle = \int_{\mathbb{S}^2} d\Omega F_2^*(\omega) F_1(\omega), \quad (9)$$

com F_1 e F_2 sendo duas funções genéricas pertencentes a $\mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$.

Através da correlação direcional $\langle \Psi_{\rho,a} | F \rangle$ entre um sinal $F(\omega)$ e versões rotacionadas da função de análise, $\Psi(\omega)$ pode ser calculada da seguinte forma:

$$W_{\Psi}^F(\rho, a) = \langle \Psi_{\rho,a} | F \rangle = \int_{\mathbb{S}^2} \Psi^*(R_{\rho}^{-1}\omega) F(\omega), \quad (10)$$

onde $\Psi_{\rho,a} = R(\rho)\Psi_a$ e $\rho = (\theta, \varphi, \chi)$. Portanto, em cada escala, o coeficiente de *wavelet* $W_{\Psi}^F(\rho, a)$ são funções de módulo quadrático integrável no grupo de rotações em três dimensões, $SO(3)$.

Qualquer rotação em $SO(3)$ pode ser expressa em termos de ângulos de Euler $\rho = (\theta, \varphi, \chi)$, com $\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ e $\chi \in [0, 2\pi)$. Seja $H(\rho)$ uma função de módulo quadrático integrável em $SO(3)$, i. e., $H(\rho) \in \mathbb{L}^2(SO(3), d\rho)$. Define-se as funções-D de Wigner como o elemento de matriz da representação unitária irredutível de peso l do grupo $\mathbb{L}^2(SO(3), \rho)$. O teorema de Peter-Weyl⁴ garante que os elementos de matrix D_{mn}^{l*} também formam uma base ortogonal em $\mathbb{L}^2(SO(3), \rho)$. Tais elementos de matrix podem ser expressos em termos das funções-d de Wigner ($d_{mn}^l(\theta)$) e exponenciais complexas $\exp(-im\varphi)$ e $\exp(-in\chi)$, conforme a expressão:

$$D_{mn}^l(\varphi, \theta, \chi) = e^{-im\varphi} d_{mn}^l(\theta) e^{-in\chi}, \quad (11)$$

com $l \in \mathbb{N}$, $m, n \in \mathbb{Z}$ e $|m|, |n| \leq l$. As funções-d de Wigner são dadas por

$$d_{mn}^l(\theta) = \sum_{t=c_1}^{c_2} \frac{(-1)^t \sqrt{(l+m)!(l-m)!(l+m)!(l-m)!}}{(l+m-t)!(l-n-t)!t!(t+n-m)!} \left(\frac{1}{2}\right)^{2l+1} (\cos \theta)^{2l+m-n-2t} (\sin \theta)^{2t+n-m}, \quad (12)$$

onde $c_1 = \max(0, m-n)$ e $c_2 = \min(l+m, l-n)$ são definidos de forma a manter fatoriais de inteiros positivos, apenas.

Note que nesta notação l designa a frequência em $SO(3)$, e $|m|$ e $|n|$ designam as frequências associadas às variáveis φ e χ . Portanto, pode-se descrever $H(\rho)$ como uma combinação linear de funções-D de Wigner:

$$H(\rho) = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| \leq l} \sum_{|n| \leq l} \frac{2l+1}{8\pi^2} \hat{H}_{mn}^l D_{mn}^{l*}(\rho). \quad (13)$$

A equação 13 define a transformada de Wigner inversa e a transformada direta é dada por [230]:

$$\hat{H}_{mn}^l = \int_{SO(3)} d\rho D_{mn}^l(\rho) H(\rho). \quad (14)$$

⁴O teorema de Peter-Weyl diz respeito a grupos compactos e pode ser formulado com base em uma álgebra de Lie. Seja G um grupo de Lie com representação ρ em \mathbb{C} ($n \in \mathbb{N}$), que é contínua. Então, para cada $v \in \mathbb{C}^n$ e para cada $\alpha \in (\mathbb{C}^n)^*$, a função $G \rightarrow \mathbb{C}$ definida por $g \mapsto \alpha(\rho(g)v)$ é contínua. O espaço vetorial destas funções é chamado de espaço das funções representativas. O teorema de Peter-Weyl enuncia que: (i) os coeficientes de matrix das representações irredutíveis de G são densos no espaço $C(G)$ das funções complexas em G , e portanto também o serão no espaço $\mathbb{L}^2(G)$ das funções de módulo quadrático integrável; (ii) as funções representativas são densas no espaço $\mathbb{L}^2(G)$ das funções de quadrado integrável, com respeito à medida de Haar em G ; (iii) a representação regular de G em $\mathbb{L}^2(G)$ pode ser decomposta em uma soma direta de representações unitárias irredutíveis [229].

Com relação à correlação direcional entre $\langle R(\rho)\Psi|F\rangle$, os coeficientes das funções-D de Wigner, $\widehat{\langle R\Psi|F\rangle}_{mn}^l$ localizados em $SO(3)$ são obtidos do produto entre os coeficientes de harmônicos esféricos \widehat{F}_{lm} e $\widehat{\Psi}_{ln}^*$. Assim, a seguinte relação de correlação é válida:

$$\langle R(\rho)\Psi|F\rangle = \sum_{l \in \mathbb{N}} \frac{2l+1}{8\pi^2} \sum_{|m| \leq l} \sum_{|n| \leq l} \widehat{\langle R\Psi|F\rangle}_{mn}^l D_{mn}^{l*}(\rho), \quad (15)$$

onde

$$\widehat{\langle R\Psi|F\rangle}_{mn}^l = \widehat{\langle W_{\Psi}^F\rangle}_{mn}^l = \frac{8\pi^2}{2l+1} \widehat{\Psi}_{ln}^* \widehat{F}_{lm}. \quad (16)$$

Note que, como $\widehat{\Psi}_{ln}^*$ e \widehat{F}_{lm} são harmônicos esféricos, então a relação de Plancherel é válida, isto é,

$$\langle R\Psi|F\rangle = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| \leq l} \widehat{R\Psi}_{lm}^* \widehat{F}_{lm}. \quad (17)$$

Desta forma, a ação do operador $R(\rho)$ de uma função $G(\omega) \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ pode ser compreendida em termos dos coeficientes de harmônicos esféricos como:

$$\widehat{\langle R(\rho)G\rangle}_{lm} = \sum_{|n| \leq l} D_{mn}^l(\rho) \widehat{G}_{ln}. \quad (18)$$

Substituindo a equação 18 em 17, obtém-se o resultado desejado.

A correlação direcional $\langle R(\omega_0)\Psi|F\rangle$ em \mathbb{S}^2 pode ser decomposta em termos de coeficientes de harmônicos esféricos. No entanto, no caso de filtros que não possuem simetria axial, a maneira mais simples de expressar tal correlação no espaço harmônico é considerando $\chi = 0$.

A noção de direcionabilidade de um filtro foi primeiramente introduzida por Freeman [231]. Um filtro $G \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ é direcionável se qualquer rotação da função sobre si mesma pode ser escrita como uma combinação linear de um número finito M de funções base G_p [214], i. e.:

$$G_{\chi}(\omega) = \sum_{p=0}^{M-1} k_p(\chi) G_p(\omega), \quad (19)$$

onde as funções $k_p(\chi)$, alcunhadas pesos de interpolação, são de módulo quadrático integrável no círculo \mathbb{S}^1 , com $1 \leq m \leq M$, e $M \in \mathbb{N}^0$. Em alguns casos particulares, o filtro de base pode ser uma rotação de um ângulo χ_m do filtro original, i.e., $\Psi_m = R^{\widehat{\chi}_m} \Psi$.

Uma propriedade interessante dos filtros direcionais é que seu tamanho angular é não-nulo na coordenada azimutal, o que torna estes filtros sensíveis a diversas direções. No espaço de harmônicos esféricos isto corresponde a um limite de banda azimutal N ($N \in \mathbb{N}$) na frequência m associada à variável azimutal φ . Sendo assim,

$$\widehat{G}_{lm} = 0 \quad \forall l, m, \text{ com } |m| \geq N. \quad (20)$$

Normalmente, o valor de M das funções interpoladoras é da mesma ordem de magnitude do limite de banda N .

As derivadas de ordem N_d na direção \widehat{x} de funções radiais no plano são *wavelets* direcionáveis. Foi mostrado que as propriedades direcionais são mantidas através da dilatação do núcleo de *wavelets* direcionáveis fatoráveis com suporte harmônico compacto.

Uma função $G \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ é dita fatorável no espaço harmônico se puder ser escrita como

$$\widehat{G}_{lm} = \tilde{K}_G(l) S_{lm}^G, \quad (21)$$

onde \widehat{G}_{lm} é o coeficiente de harmônico esférico, o núcleo $\tilde{K}_G(k) \in \mathbb{R}_+$ representa uma função geradora de uma variável contínua $k \in \mathbb{R}_+$, S_{lm}^G são os coeficientes de direcionalidade, $l \in \mathbb{N}$ e $|m| \leq l$. Note que se G é real, a relação $S_{lm}^{G*} = (-1)^m S_{l(-m)}^G$. Pode-se também impor a relação

$$\sum_{|m| \leq l} |S_{lm}^G|^2 = 1, \quad (22)$$

para os quais l é não-nulo para pelo menos um valor de m .

Aplicando a noção de dilatação do núcleo (fatoração da função no espaço harmônico) a funções direcionais $\Psi \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ com suporte harmônico compacto, obtém-se

$$\widehat{\Psi}_{lm} = \tilde{K}_\Psi(l) S_{lm}^\Psi \quad (23)$$

para um núcleo contínuo definido pela função $\tilde{K}_\Psi(k)$ e para os coeficientes de direcionalidade S_{lm}^Ψ . O núcleo $\tilde{K}_\Psi(k)$ tem suporte harmônico compacto no intervalo $l \in ([\alpha^{-1}B], B)$ se a compaticidade é

$$c(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha - 1}, \quad (24)$$

com $c(\alpha) \in [1, \infty)$. A direcionalidade da *wavelet* com limite de banda azimutal N é garantida pois $S_{lm}^\Psi = 0 \forall l, m$, com $|m| \geq N$ e

$$\sum_{|m| \leq \min(N-1, l)} |S_{lm}^\Psi|^2 = 1, \quad (25)$$

$\forall l \in \mathbb{N}^0$. No caso particular de *wavelets* axissimétricas $A(\theta)$, $S_{lm}^A = \delta_{m0} \forall l \in \mathbb{N}^0$.

Wavelets de escala discreta⁵, doravante representadas por $\Gamma \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$, podem ser obtidas através da fatoração de *wavelets* direcionáveis com suporte harmônico compacto, através da integração dos fatores de dilatação $a \in \mathbb{R}_+^*$. Pode-se escrever Γ como

$$\widehat{\Gamma}_{lm} = \tilde{K}_\Gamma(l) S_{lm}^\Gamma, \quad (26)$$

para um núcleo de escala discreta $\tilde{K}_\Gamma(k) \in \mathbb{R}_+$ e coeficientes de direcionalidade S_{lm}^Γ .

O núcleo de escala discreta $\tilde{K}_\Gamma(k)$ é obtido a partir de um núcleo contínuo $\tilde{K}_\Psi(k)$ através da integração do parâmetro de dilatação a do formalismo contínuo de transformada de *wavelets*. Note que as mesmas propriedades direcionais do formalismo contínuo são mantidas no formalismo de *wavelets* de escala discreta, pois $S_{lm}^\Gamma = S_{lm}^\Psi$.

Seja $\tilde{\Phi}_\Gamma(k) \in \mathbb{R}_+$, com $k \in \mathbb{R}_+$, uma função de escala, com parâmetro $a \in (1, \infty)$. A função geradora para $k \in \mathbb{R}_+^*$ é

$$\tilde{\Phi}_\Gamma^2(k) = \frac{1}{C_\Psi} \int_1^\infty \frac{da}{a} \tilde{K}_\Psi^2(ak) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{(\alpha^{-1}B, B) \cap (\alpha^{-1}k, \infty)} \frac{dk'}{k'} \tilde{K}_\Psi^2(k'), \quad (27)$$

⁵Na literatura em língua portuguesa, não foram encontradas traduções para o termo *scale discretized wavelets* e decidiu-se por traduzi-lo literalmente.

onde C_Ψ é

$$0 < C_\Psi = \int_{(\alpha^{-1}B, B)} \frac{dk'}{k'} \tilde{K}_\Psi^2(k') < \infty \quad (28)$$

e representa a condição de admissibilidade.

Para obter o núcleo discreto $\tilde{K}_\Gamma(k)$ a partir do núcleo contínuo $\tilde{K}_\Psi(k)$ e da função geradora $\Phi_\Gamma(k)$, pode-se aplicar uma decomposição de Littlewood-Paley para definir o núcleo discreto $\tilde{K}_\Gamma(k)$, através da subtração da função de escala $\tilde{\Phi}_\Gamma(k)$ por sua versão contraída, $\tilde{\Phi}_\Gamma(\alpha^{-1}k)$. O núcleo de escala discreta pode ser compreendido como uma integração sobre $a \in (\alpha^{-1}, 1)$ para o fator de dilatação, ou equivalentemente sobre $k \in \mathbb{X} = (\alpha^{-1}B, B) \cap (\alpha^{-1}k, k)$ do suporte harmônico compacto. Assim:

$$\tilde{K}_\Gamma^2(k) = \tilde{\Phi}_\Gamma^2(\alpha^{-1}k) - \tilde{\Phi}_\Gamma^2(k) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{\alpha^{-1}}^1 \frac{da}{a} \tilde{K}_\Psi^2(ak) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{\mathbb{X}} \frac{dk'}{k'} \tilde{K}_\Psi^2(k'). \quad (29)$$

O núcleo de escala discreta, portanto, tem um suporte compacto no intervalo $k \in (\alpha^{-1}B, \alpha B)$. Este suporte é maior que o suporte do núcleo contínuo e da função de escala, de forma que o suporte harmônico compacto da *wavelet* de escala discreta Γ é definido no intervalo $l \in ([\alpha^{-1}B], [\alpha B])$. Sendo assim, a compaticidade pode ser escrita como

$$c(\alpha^2) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}. \quad (30)$$

A *wavelet* de escala discreta pode ser dilatada por um fator α^j a partir do núcleo $\tilde{K}_\Gamma(\alpha^j k)$ para uma profundidade de análise de $j \in \mathbb{N}$. O suporte harmônico de cada núcleo é $k \in (\alpha^{-(1+j)}B, \alpha^{(1-j)}B)$ e seu máximo ocorre para $k = \alpha^{-j}B$, com $\tilde{K}_{\Gamma_{\alpha^j}}(\alpha^{-j}B) = 1$.

A condição de admissibilidade, mostrada na equação 28, está associada à identidade

$$\tilde{\Phi}_\Gamma^2(\alpha^J l) + \sum_{j=0}^J \tilde{K}_\Gamma^2(\alpha^j l) = 1, \quad (31)$$

para frequências abaixo do limite de banda de um conjunto de *wavelets* dilatadas com várias profundidades de análise $0 \leq j \leq J$, e para um função de escala com profundidade de análise $J \in \mathbb{N}$.

Pode-se definir a profundidade máxima de análise $J_B(\alpha)$ como o menor inteiro tal que $\alpha^{-J_B(\alpha)}B \leq 1$. Assim:

$$J_B(\alpha) = \lceil \log_\alpha B \rceil. \quad (32)$$

A reconstrução de um sinal F limitado por uma banda, a partir de seus coeficientes de *wavelet*, pode ser feita em termos da soma de $J + 1$ fatores de dilatação discretos:

$$F(\omega) = [\Phi_{\alpha^J} F](\omega) + \sum_{j=0}^J \int_{SO(3)} d\rho W_\Gamma^F(\rho, \alpha^j) [R(\rho) L^d \Gamma_{\alpha^j}] (\omega). \quad (33)$$

A parte do sinal analisada pela função de escala $\tilde{\Phi}_\Gamma(\alpha^J l)$ está associada à aproximação $[\Phi_{\alpha^J} F](\omega)$. De maneira semelhante, a parte do sinal analisada pelas *wavelets* pode ser escrita como

$$[\Phi_{\alpha^J} F](\omega) = 2\pi \int_{\mathbb{S}^2} d\Omega_0 W_\varphi^F(\omega_0, \alpha^J) [R(\omega_0) L^d \Phi_{\alpha^J}] (\omega). \quad (34)$$

Neste formalismo, o operador $L^d \in \mathbb{L}^2(\mathbb{S}^2, d\Omega)$ é definido através de sua ação sobre os coeficientes dos harmônicos esféricos das funções:

$$\widehat{L^d G}_{lm} = \frac{2l+1}{8\pi^2} \quad (35)$$

Equivalentemente, a decomposição da equação 33 em harmônicos esféricos é

$$\widehat{F}_{lm} = [\widehat{\Phi}_{\alpha^J F}]_{lm} + \frac{2l+1}{8\pi^2} \sum_{j=0}^J \sum_{|n| \leq \min(N-1, l)} (\widehat{\Gamma}_{\alpha^j})_{ln} (\widehat{W}_{\Gamma}^F)_{mn}^l(\alpha^j), \quad (36)$$

onde

$$[\widehat{\Phi}_{\alpha^J F}]_{lm} = \tilde{\varphi}_{\Gamma}^2(\alpha^J l) \widehat{F}_{lm}. \quad (37)$$

Portanto, um número finito de fatores de dilatação discretos são necessários para a análise e reconstrução do sinal limitado por uma banda B . Desta forma, o sinal é reconstruído exatamente, pois $\bar{F}(\omega_i)$ pode ser obtido através de uma transformada inversa de harmônicos esféricos. Naturalmente, este procedimento depende da pixelização utilizada. No caso de pixelizações equiangulares ou de Gauss-Legendre, este procedimento reconstrói o sinal exatamente. As pixelizações do pacote HEALPix⁶ fornecem um resultado muito próximo ao exato, com pequenas diferenças [204].

⁶Disponível em <http://healpix.jpl.nasa.gov/>.

APÊNDICE B: PROPAGAÇÃO DE PARTÍCULAS CARREGADAS ATRAVÉS DO CAMPO MAGNÉTICO GALÁCTICO COM O CRT

O CRT⁷ [227] é um programa escrito em C++ que permite realizar a propagação de partículas carregadas através do campo magnético galáctico. Com o CRT é possível disparar partículas a partir de uma direção do céu e acompanhar sua propagação até a Terra (*forwardtracking*) ou disparar partículas a partir da Terra e acompanhá-las até determinado ponto no espaço (*backtracking*).

Existem outros códigos para realizar propagação de partículas carregadas através de campos magnéticos, tais como o GALPROP [232, 233] e o DRAGON [234], que realizam a propagação no campo magnético galáctico através da solução numérica de equações de difusão, levando em conta processos que ocasionam perda de energia. No entanto, estes códigos só são aplicáveis a raios cósmicos de mais baixa energia. A altíssimas energias, um outro código largamente utilizado é o CRPropa [235], que leva em consideração interações e deflexões da partícula primária em campos magnéticos extragalácticos. O CRT difere dos supracitados códigos pois não leva em conta perdas de energia, apenas deflexões ocasionadas por campos magnéticos intervenientes.

Processos de perda de energia através de fotoprodução de píons ou fotodesintegração são negligenciados na galáxia pois a densidade de fótons no meio é da ordem de 1 partícula por cm^3 ⁸. Efeitos de perda de energia via emissão síncrotron são também desprezíveis a estas energias ($\sim \text{EeV}$). Ademais, espalhamento Compton inverso tem uma seção de choque extremamente pequena a energias ultra-altas.

A detecção no CRT ocorre através de um disco posicionado na localização do Sol e orientado de tal forma que a superfície deste disco esteja perpendicular à trajetória da partícula, conforme mostrado na figura 1.

Alguns modelos de campo magnético estão implementados na distribuição (espiral, dipolo, toróide, turbulento, uniforme, anel), mas outros podem ser facilmente adicionados. As partículas podem ser emitidas por uma fonte

⁷Disponível em <https://delos.mps.ohio-state.edu/CRT/releases/>.

⁸Para a radiação cósmica de fundo em microondas, este número é da ordem de 400 partículas por cm^3 .

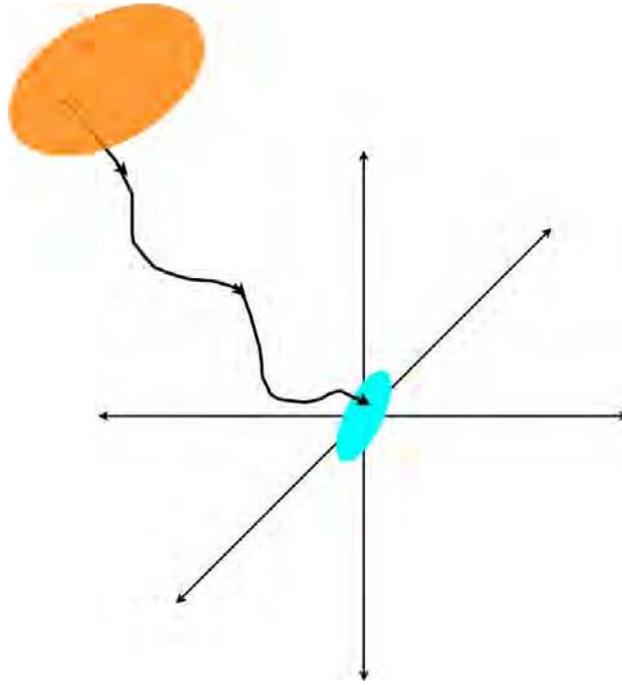


Figura 1: Representação esquemática da trajetória descrita por uma partícula desde a fonte (representado pelo disco laranja) até o detector (Terra) representado pelo disco (azul). Figura extraída de [227].

com uma mesma energia, ou de acordo com um espectro que segue uma lei de potência da forma

$$\frac{dN}{dE} = E^{-\alpha}. \quad (38)$$

O CRT adota dois sistemas de coordenadas: o sistema-A e o sistema de coordenada espiral. O sistema-A é centrado no Sol, e as coordenadas cartesianas do centro galáctico são (8,5 kpc, 0, 0). A direção \hat{x} é $(l, b) = (0^\circ, 0^\circ)$, a direção \hat{y} é $(l, b) = (90^\circ, 0^\circ)$. O eixo \hat{z} é perpendicular ao plano do disco, e aponta para $b = 90^\circ$.

A trajetória das partículas é calculada através da força de Lorentz:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{\gamma m} \vec{v} \times \vec{B}, \quad (39)$$

onde

$$\vec{x} = \vec{x} + \vec{v} \delta t, \quad (40)$$

e

$$t = t + \delta t, \quad (41)$$

sendo δt o tamanho do intervalo escolhido para a integração.

A integração é feita com o método adaptativo de Runge-Kutta de 5ª ordem. O erro é calculado ao final de cada intervalo de tempo, de forma que deve ser inferior a um determinado valor. Caso contrário, o cálculo é realizado novamente utilizando um intervalo de tempo (δt) menor, e assim sucessivamente, até que o erro seja aceitável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W. A. Hiltner. Polarization of Light from Distant Stars by Interstellar Medium. *Science*, 109:165, February 1949.
- [2] W. A. Hiltner. On the Presence of Polarization in the Continuous Radiation of Stars. II. *The Astrophysical Journal*, 109:471, May 1949.
- [3] J. S. Hall and A. H. Mikesell. Observations of polarized light from stars. *Astronomical Journal*, 54:187–188, September 1949.
- [4] L. Davis Jr. and L. Greenstein. The Polarization of Starlight by Aligned Dust Grains. *The Astrophysical Journal*, 114:206, September 1951.
- [5] P. P. Kronberg. Extragalactic magnetic fields. *Reports on Progress in Physics*, 57:325–382, April 1994.
- [6] L. M. Widrow. Origin of galactic and extragalactic magnetic fields. *Rev. Mod. Phys.*, 74(3):775–823, Jul 2002.
- [7] M. Sutherland. A Method for Establishing Constraints on Galactic Magnetic Field Models Using Ultra High Energy Cosmic Rays and Results from the Data of the Pierre Auger Observatory, 2010.
- [8] D. S. Mathewson and V. L. Ford. Polarization observations of 1800 stars. *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, 74:139, 1970.
- [9] E. Armengaud. *Propagation et distribution sur le ciel des rayons cosmiques d'ultra haute Énergie*. PhD thesis, UFR de Physique, Université Paris 7, 2006.
- [10] J. G. Bolton and J. P. Wild. On the Possibility of Measuring Interstellar Magnetic Fields by 21-CM Zeeman Splitting. *The Astrophysical Journal*, 125:296, January 1957.
- [11] R. D. Davies, R. S. Booth, and A. J. Wilson. Interstellar Magnetic Fields determined from Zeeman Effect Measurements. *Nature*, 220:1207–1210, December 1968.
- [12] G. L. Verschuur. Positive Determination of an Interstellar Magnetic Field by Measurement of the Zeeman Splitting of the 21-cm Hydrogen Line. *Physical Review Letters*, 21:775–778, September 1968.
- [13] A. A. Ruzmaikin, A. M. Shukurov, and D. D. Sokoloff. *Magnetic Fields in Galaxies*. Kluwer, 1988.
- [14] R. Beck. Galactic and extragalactic magnetic fields. *AIP Conference Proceedings*, 1085(1):83–96, 2008.
- [15] M. Hussain. Ultra-High Energy Cosmic Rays and Galactic Magnetic Field, 2009.
- [16] R. Beck. Galactic and Extragalactic Magnetic Fields. *Space Science Reviews*, 99:243–260, 2001. 10.1023/A:1013805401252.

Referências Bibliográficas

- [17] R. Beck. Observations of magnetic fields in galaxies. In Elisabete M. de Gouveia Dal Pino, Germán Lugones, and Alexander Lazarian, editors, *AIP Conference Proceedings*, volume 784, pages 343–353. AIP, 2005.
- [18] R. Beck and M. Krause. Revised equipartition and minimum energy formula for magnetic field strength estimates from radio synchrotron observations. *Astronomische Nachrichten*, 326(6):414–427, 2005.
- [19] J. Han. Magnetic Fields in Our Galaxy: How much do we know? III. Progress in the Last Decade. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics Supplement*, 6(2):020000–217, December 2006.
- [20] E. M. de Gouveia Dal Pino. Cosmic Magnetic Fields: from Stars and Galaxies to the Primordial Universe. *ArXiv e-prints*, March 2010.
- [21] T. Enßlin, C. Vogt, and C. Pfrommer. Magnetic Fields in Clusters of Galaxies. In K. T. Chyzy, K. Otmianowska-Mazur, M. Soida, and R. J. Dettmar, editor, *The Magnetized Plasma in Galaxy Evolution*, pages 231–238, June 2005.
- [22] M. Scuderi. *Ultra-High Energy Cosmic Ray Propagation in the Large-Scale Galactic Magnetic Field*. PhD thesis, Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali-Università Degli Studi di Catania, 2008.
- [23] A. Bonafede *et al.* Galaxy cluster magnetic fields from radio polarized emission. *ArXiv e-prints*, September 2010.
- [24] C. Ferrari *et al.* Observations of Extended Radio Emission in Clusters. *Space Science Reviews*, 134:93–118, February 2008.
- [25] M. A. G. Willson. Radio observations of the cluster of galaxies in Coma Berenices - the 5C4 survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 151:1–44, 1970.
- [26] W. J. Jaffe, E. A. Vallentijn, and G. C. Perola. A Westerbork survey of rich clusters of galaxies. III - Observations of the Coma Cluster at 610 MHz. *Astronomy and Astrophysics*, 49:179–192, June 1976.
- [27] R. J. Hanisch, T. A. Matthews, and M. M. Davis. Diffuse radio emission in the Coma cluster of galaxies. *The Astrophysical Journal*, 84:946–950, July 1979.
- [28] K. T. Kim *et al.* The halo and magnetic field of the Coma cluster of galaxies. *The Astrophysical Journal*, 355:29–37, May 1990.
- [29] H. Waldthausen. PhD thesis, Universität Bonn, 1980.
- [30] A. H. Bridle *et al.* The radio properties of the X-ray cluster Abell 2256. *Astronomy and Astrophysics*, 80:201–211, December 1979.
- [31] D. E. Harris and G. K. Miley. Westerbork observations of five fields centered on Abell clusters of galaxies. *Astronomy and Astrophysics Supplements*, 34:117–128, October 1978.
- [32] L. Feretti. Observational Properties of Diffuse Halos in Clusters. *ArXiv Astrophysics e-prints*, June 2000.
- [33] G. Giovannini *et al.* The halo radio source Coma C and the origin of halo sources. *The Astrophysical Journal*, 406:399–406, April 1993.
- [34] K. Dolag *et al.* Correlation of the magnetic field and the intra-cluster gas density in galaxy clusters. *Astronomy and Astrophysics*, 378:777–786, November 2001.
- [35] G. B. Taylor and R. A. Perley. Magnetic Fields in the Hydra A Cluster. *The Astrophysical Journal*, 416:554, October 1993.
- [36] L. Feretti and M. Johnston-Hollitt. Magnetic fields in clusters of galaxies. *New Astronomy Reviews*, 48(11-12):1145 – 1150, 2004. Science with the Square Kilometre Array.
- [37] L. Feretti *et al.* The magnetic field in the Coma cluster. *Astronomy and Astrophysics*, 302:680, October 1995.

Referências Bibliográficas

- [38] L. Feretti *et al.* The radio galaxies and the magnetic field in Abell 119. *Astronomy and Astrophysics*, 344:472–482, April 1999.
- [39] F. Govoni *et al.* Radio galaxies and magnetic fields in A514. *Astronomy and Astrophysics*, 379:807–822, December 2001.
- [40] G. B. Taylor *et al.* Magnetic fields in the 3C 129 cluster. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 326:2–10, September 2001.
- [41] F. Govoni. Observations of magnetic fields in regular and irregular clusters. *Astronomische Nachrichten*, 327:539, June 2006.
- [42] K. T. Kim *et al.* Discovery of intergalactic radio emission in the Coma-A1367 supercluster. *Nature*, 341:720–723, October 1989.
- [43] P. P. Kronberg. Extragalactic magnetic fields in the extragalactic universe and scenarios since recombination for their origin. *Highlights of Astronomy*, 12:701–705, 2002.
- [44] T. A. Enßlin *et al.* Signatures in a Giant Radio Galaxy of a Cosmological Shock Wave at Intersecting Filaments of Galaxies. *The Astrophysical Journal Letters*, 549:L39–L42, March 2001.
- [45] J. P. Vallée. Cosmic magnetic fields - as observed in the Universe, in galactic dynamos, and in the Milky Way. *New Astronomy Reviews*, 48:763–841, September 2004.
- [46] J. P. Vallée. Upper limits to the magnetism of the shell around the Bootes Void. *Astrophysics and Space Science*, 178:41–44, April 1991.
- [47] N. Neininger *et al.* Correlation of magnetic and optical structure in the barred spiral galaxy M83. *Nature*, 352:781–783, August 1991.
- [48] S. M. Scarrott. Optical polarization studies of astronomical objects. *Vistas in Astronomy*, 34:163–177, 1991.
- [49] E. M. de Gouveia Dal Pino and A. Lazarian. Constraints on the Acceleration of Ultra-High-Energy Cosmic Rays in Accretion-induced Collapse Pulsars. *The Astrophysical Journal*, 560:358–364, October 2001.
- [50] E. Hummel and R. Beck. Magnetic fields in interacting galaxies: NGC 2276. *Astronomy and Astrophysics*, 303:691, November 1995.
- [51] S. Niklas, U. Klein, and R. Wielebinski. The radio-FIR correlation of galaxies in the Virgo Cluster. *Astronomy and Astrophysics*, 293:56–63, January 1995.
- [52] R. Beck. Magnetic Visions: Mapping Cosmic Magnetism with LOFAR and SKA. In *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, volume 36 of *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, pages 1–8, August 2009.
- [53] K. T. Chyzy *et al.* Regular magnetic fields in the dwarf irregular galaxy NGC 4449. *Astronomy and Astrophysics*, 355:128–137, March 2000.
- [54] J. P. Vallée. Galactic dynamics and galactic dynamos: evidence for a bond. *Astronomy and Astrophysics*, 301:11, September 1995.
- [55] R. F. Haynes *et al.* A radio continuum study of the Magellanic Clouds. I - Complete multi-frequency maps. *Astronomy and Astrophysics*, 252:475–486, December 1991.
- [56] K. T. Chyzy *et al.* Magnetic fields and ionized gas in the local group irregular galaxies IC 10 and NGC 6822. *Astronomy and Astrophysics*, 405:513–524, July 2003.
- [57] A. P. Sarma, T. H. Troland, and M. P. Rupen. VLA H I Zeeman Observations of Centaurus A. *The Astrophysical Journal*, 564:696–703, January 2002.

Referências Bibliográficas

- [58] J. Han. Magnetic fields in our Galaxy: How much do we know? (II) Halo fields and the global field structure. In S. Cecchini and S. Cortiglioni and R. Sault and C. Sbarra, editor, *Astrophysical Polarized Backgrounds*, volume 609 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 96–101, March 2002.
- [59] D. Harari, S. Mollerach, and E. Roulet. The toes of the ultra high energy cosmic ray spectrum. *Journal of High Energy Physics*, 8:22, August 1999.
- [60] R. Beck *et al.* Galactic Magnetism: Recent Developments and Perspectives. *Annual Review on Astronomy and Astrophysics*, 34:155–206, 1996.
- [61] T. Stanev. Ultra–High–Energy Cosmic Rays and the Large–Scale Structure of the Galactic Magnetic Field. *The Astrophysical Journal*, 479:290, April 1997.
- [62] J. L. Han and G. J. Qiao. The magnetic field in the disk of our Galaxy. *Astronomy and Astrophysics*, 288:759–772, August 1994.
- [63] Y. Sofue and M. Fujimoto. A bisymmetric spiral magnetic field and the spiral arms in our Galaxy. *The Astrophysical Journal*, 265:722–729, February 1983.
- [64] R. J. Rand and A. G. Lyne. New Rotation Measures of Distant Pulsars in the Inner Galaxy and Magnetic Field Reversals. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 268:497, May 1994.
- [65] P. G. Tinyakov and I. I. Tkachev. Tracing protons through the Galactic magnetic field: a clue for charge composition of ultra-high-energy cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 18:165–172, October 2002.
- [66] M. Prouza and R. Šmída. The Galactic magnetic field and propagation of ultra-high energy cosmic rays. *Astronomy and Astrophysics*, 410:1–10, October 2003.
- [67] M. Kachelrieß, P. D. Serpico, and M. Teshima. The Galactic magnetic field as spectrograph for ultra-high energy cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 26:378–386, January 2007.
- [68] X. H Sun *et al.* Radio observational constraints on Galactic 3D-emission models. *Astronomy and Astrophysics*, 477:573–592, January 2008.
- [69] R. Beck. Galactic and Extragalactic Magnetic Fields. *Space Science Reviews*, 99:243–260, October 2001.
- [70] J. H. Seiradakis *et al.* A new symmetrical polarization structure near the galactic centre. *Nature*, 317:697–699, October 1985.
- [71] M. Pohl, W. Reich, and R. Schlickeiser. Synchrotron modelling of the 400 PC spur at the galactic center. *Astronomy and Astrophysics*, 262:441–454, September 1992.
- [72] M. Tsuboi *et al.* Prominent polarized plumes in the galactic center region and their magnetic field. *The Astrophysical Journal*, 92:818–824, October 1986.
- [73] M. Morris and E. Serabyn. The Galactic Center Environment. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 34:645–702, 1996.
- [74] G. Novak. Magnetic Fields in the Galactic Center. In E. M. de Gouveia dal Pino and G. Lugones, and A. Lazarian, editor, *Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures.*, volume 784 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 329–342, September 2005.
- [75] R. L. Plante *et al.* The Magnetic Field at the Galactic Center: Detection of HI Zeeman Splitting. In R. Genzel, A. I. Harris, editor, *NATO ASIC Proc. 445: The Nuclei of Normal Galaxies: Lessons from the Galactic Center*, page 205, 1994.
- [76] F. Yusef-Zadeh, M. Wardle, and D. Roberts. Detection of Ionized Gas toward an OH/IR Star: A Measure of the UV Radiation Field near the Galactic Center. *The Astrophysical Journal Letters*, 458:L21+, February 1996.

Referências Bibliográficas

- [77] W. Reich. High Frequency Radio Observations of Polarized Emission in the Galactic Center. In R. Genzel & A. I. Harris, editor, *NATO ASIC Proc. 445: The Nuclei of Normal Galaxies: Lessons from the Galactic Center*, page 55, 1994.
- [78] A. Poezd, A. Shukurov, and D. Sokoloff. Global Magnetic Patterns in the Milky-Way and the Andromeda Nebula. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 264:285, September 1993.
- [79] B. Ruiz-Granados, J. A. Rubiño-Martín, and E. Battaner. Constraining the regular Galactic magnetic field with the 5-year WMAP polarization measurements at 22 GHz. *Astronomy and Astrophysics*, 522:A73+, November 2010.
- [80] J. P. Vallée. Can the large-scale magnetic field lines cross the spiral arms in our Milky Way galaxy? *The Astronomical Journal*, 95:750–754, March 1988.
- [81] M. Simard-Normandin and P. P. Kronberg. New large-scale magnetic features of the Milky Way. *Nature*, 279:115–118, May 1979.
- [82] J. L. Han. New knowledge of the galactic magnetic fields. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 175:62–69, January 2008.
- [83] J. P. Vallée, M. Simard-Normandin, and R. C. Bignell. Excess rotation measure and large-scale magnetic field in the Scutum spiral arm of our Galaxy. *The Astrophysical Journal*, 331:321–324, August 1988.
- [84] R. M. Kulsrud. A Critical Review of Galactic Dynamos. *Annual Review on Astronomy and Astrophysics*, 37:37–64, 1999.
- [85] D. Grasso and H. R. Rubinstein. Magnetic fields in the early Universe. *Physics Reports*, 348:163–266, July 2001.
- [86] E. R. Harrison. Generation of magnetic fields in the radiation ERA. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 147:279, 1970.
- [87] E. R. Harrison. Magnetic fields in the early Universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 165:185, 1973.
- [88] J. M. Quashnock, A. Loeb, and D. N. Spergel. Magnetic field generation during the cosmological QCD phase transition. *The Astrophysical Journal Letters*, 344:L49–L51, September 1989.
- [89] G. Baym, D. Bödeker, and L. McLerran. Magnetic fields produced by phase transition bubbles in the electroweak phase transition. *Physical Review D*, 53:662–667, January 1996.
- [90] J. M. Cornwall. Speculations on primordial magnetic helicity. *Physical Review D*, 56:6146–6154, November 1997.
- [91] M. S. Turner and L. M. Widrow. Inflation-produced, large-scale magnetic fields. *Physical Review D*, 37:2743–2754, May 1988.
- [92] T. Vachaspati and A. Vilenkin. Large-scale structure from wiggly cosmic strings. *Physical Review Letters*, 67:1057–1061, August 1991.
- [93] P. P. Avelino and E. P. S. Shellard. Dynamical friction on cosmic string motion and magnetic field generation. *Physical Review D*, 51:5946–5949, May 1995.
- [94] Y. B. Zel'Dovich. Magnetic Model of the Universe. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 21:656, September 1965.
- [95] B. Cheng and A. V. Olinto. Primordial magnetic fields generated in the quark-hadron transition. *Physical Review D*, 50:2421–2424, August 1994.
- [96] A. A. Ruzmaikin and D. D. Sokolov. The interpretation of rotation measures of extragalactic radio sources. *Astronomy and Astrophysics*, 58:247–253, June 1977.

Referências Bibliográficas

- [97] K. Jedamzik, V. Katalinić, and A. V. Olinto. Damping of cosmic magnetic fields. *Physical Review D*, 57:3264–3284, March 1998.
- [98] A. V. Olinto. Cosmological Magnetic Fields. In A. V. Olinto, J. A. Frieman, & D. N. Schramm, editor, *Eighteenth Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*, page 88, 1998.
- [99] I. Wasserman. On the origins of galaxies, galactic angular momenta, and galactic magnetic fields. *The Astrophysical Journal*, 224:337–343, September 1978.
- [100] E. J. Kim, A. V. Olinto, and R. Rosner. Generation of Density Perturbations by Primordial Magnetic Fields. *The Astrophysical Journal*, 468:28, September 1996.
- [101] K. Ferrière. Galactic magnetic fields.
- [102] E. G. Zweibel and C. Heiles. Magnetic fields in galaxies and beyond. *Nature*, 385:131–136, January 1997.
- [103] J. P. Vallée. Magnetic field reversals in the Milky Way- "cherchez le champ magnetique". *Astronomy and Astrophysics*, 308:433–440, April 1996.
- [104] J. P. Vallée. Reversing the axisymmetric ($m = 0$) magnetic fields in the Milky Way. *Astrophysical Journal*, 366:450–454, January 1991.
- [105] G. Giacinti, X. Derks, and D. V. Semikoz. Search for single sources of ultra high energy cosmic rays on the sky. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 3:22, March 2010.
- [106] A. Achterberg *et al.* Intergalactic Propagation of UHE Cosmic Rays. *ArXiv Astrophysics e-prints*, July 1999.
- [107] D. Harari *et al.* Lensing of ultra-high energy cosmic rays in turbulent magnetic fields. *Journal of High Energy Physics*, 3:45, March 2002.
- [108] H. Geitel. Weitere Versuche über Elektrizitätszerstreuung in abfescholossenen Luftmengen. *Zeitschrift für Physik*, 2:560–563, 1901.
- [109] C. T. R. Wilson. On the leakage of electricity through dust-free air. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 11:32, 1900.
- [110] V. Cirkel-Bartelt. History of Astroparticle Physics and its Components. *Living Reviews in Relativity*, 11:2, May 2008.
- [111] H. Schneuwly. *Albert Gockel et la découverte du rayonnement cosmique*. Discours universitaires: Nouvelle série. Editions universitaires, 1990.
- [112] D. B. Tridon. Study of the Anisotropies in the Arrival Directions of High Energy Cosmic Rays, 2006.
- [113] W. J. M. de Mello Jr. A Observação da Distribuição Lateral de Chuveiros Atmosféricos Extensos pelo Detector de Fluorescência, 2003.
- [114] R. A. Millikan and G. H. Cameron. High Frequency Rays of Cosmic Origin III. Measurements in Snow-Fed Lakes at High Altitudes. *Physical Review*, 28:851–868, November 1926.
- [115] D. Skobelzyn. Distribution of Intensity in the Spectrum of γ -Rays. *Nature*, 118:553–554, October 1926.
- [116] M. Nagano and A. A. Watson. Observations and implications of the ultrahigh-energy cosmic rays. *Reviews of Modern Physics*, 72:689–732, July 2000.
- [117] A. A. Penzias and R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142:419–421, July 1965.
- [118] K. Greisen. End to the cosmic-ray spectrum? *Phys. Rev. Lett.*, 16:748–750, Apr 1966.
- [119] G. T. Zatsepin and V. A. Kuz'min. Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 4:78, August 1966.

Referências Bibliográficas

- [120] M. Nagano *et al.* Energy spectrum of primary cosmic rays between $10^{14.5}$ and 10^{18} eV. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 10:1295–1310, September 1984.
- [121] M. Nagano *et al.* Energy spectrum of primary cosmic rays above $10^{17.0}$ eV determined from extensive air shower experiments at Akeno. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 18:423–442, February 1992.
- [122] M. A. Lawrence, R. J. Reid, and A. A. Watson. The cosmic ray energy spectrum above 4×10^{17} eV as measured by the Haverah Park array. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 17:733–757, May 1991.
- [123] D. J. Bird *et al.* The cosmic-ray energy spectrum observed by the Fly's Eye. *The Astrophysical Journal*, 424:491–502, March 1994.
- [124] The Yakutsk Collaboration. Spectrum of Cosmic Rays with Energy above 10^{17} EV. *International Journal of Modern Physics A*, 20:6878–6880, 2005.
- [125] Pierre Auger Collaboration. The Pierre Auger Observatory I: The Cosmic Ray Energy Spectrum and Related Measurements. *ArXiv e-prints*, July 2011.
- [126] HiRes Collaboration. First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression. *Physical Review Letters*, 100(10):101101, March 2008.
- [127] KASCADE Collaboration. KASCADE measurements of energy spectra for elemental groups of cosmic rays: Results and open problems. *Astroparticle Physics*, 24:1–25, September 2005.
- [128] J. W. Fowler *et al.* A measurement of the cosmic ray spectrum and composition at the knee. *Astroparticle Physics*, 15:49–64, March 2001.
- [129] H.E.S.S Collaboration. *Astronomy and Astrophysics*, 508:561–564, December 2009.
- [130] D. B. Kieda, C. Larsen, and S. P. Swordy. Reanalysis of Energy Spectrum and Composition in the DICE Experiment. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 1 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 134–136, 2001.
- [131] CAPRICE Collaboration. The Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra between 0.4 and 200 GV. *The Astrophysical Journal*, 518:457–472, June 1999.
- [132] K. Yoshida *et al.* Cosmic-ray spectra of primary protons and high altitude muons deconvolved from observed atmospheric gamma rays. *Physical Review D*, 74(8):083511, October 2006.
- [133] Seo *et al.* Measurement of cosmic-ray proton and helium spectra during the 1987 solar minimum. *The Astrophysical Journal*, 378:763–772, September 1991.
- [134] N. L. Grigorov *et al.* Energy Spectrum of Primary Cosmic Rays in the 10^{11} - 10^{15} eV According to the Data of Proton-4 Measurements. (Abstract). In *International Cosmic Ray Conference*, volume 1 of *International Cosmic Ray Conference*, page 170, 1971.
- [135] T. K. Gaisser. Cosmic Rays at the Knee. In K. Sato & J. Hisano, editor, *Energy Budget in the High Energy Universe*, pages 45–55, March 2007.
- [136] V. B. Petkov. The Knee of EAS Size Spectrum, Missing Component and Very High Energy Muons. *International Journal of Modern Physics A*, 20:6846–6848, 2005.
- [137] S. Eidelman *et al.* Review of Particle Physics. *Physics Letters B*, 592:1+, 2004.
- [138] N. Busca. The Ultra High Energy Cosmic Ray Flux from the Southern Pierre Auger Observatory Data, 2006.
- [139] R. Aloisio *et al.* A dip in the UHECR spectrum and the transition from galactic to extragalactic cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 27:76–91, February 2007.
- [140] D. Allard *et al.* UHE nuclei propagation and the interpretation of the ankle in the cosmic-ray spectrum. *Astronomy and Astrophysics*, 443:L29–L32, December 2005.

Referências Bibliográficas

- [141] D. Allard, E. Parizot, and A. V. Olinto. On the transition from galactic to extragalactic cosmic-rays: Spectral and composition features from two opposite scenarios. *Astroparticle Physics*, 27:61–75, February 2007.
- [142] T. Wibig and A. W. Wolfendale. At what particle energy do extragalactic cosmic rays start to predominate? *Journal of Physics G*, 31(3):255, 2005.
- [143] J. Linsley. Evidence for a Primary Cosmic-Ray Particle with Energy 10^{20} eV. *Physical Review Letters*, 10:146–148, February 1963.
- [144] J. Cronin. The highest-energy cosmic rays. *Nuclear Physics B*, 138:465–491, 2005.
- [145] AGASA Collaboration. Extension of the cosmic-ray energy spectrum beyond the predicted greisen-zatsepin-kuz'min cutoff. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1163–1166, Aug 1998.
- [146] Pierre Auger Collaboration. Upper limit on the cosmic-ray photon flux above 10^{19} eV using the surface detector of the Pierre Auger Observatory. *Astroparticle Physics*, 29:243–256, May 2008.
- [147] L. A. Anchordoqui. Ultrahigh Energy Cosmic Rays: Facts, Myths, and Legends. *ArXiv e-prints*, April 2011.
- [148] V. Berezhinsky, A. Gazizov, and S. Grigorjeva. On astrophysical solution to ultrahigh energy cosmic rays. *Physical Review D*, 74(4):043005, August 2006.
- [149] R. J. Protheroe. Acceleration and interaction of ultra high energy cosmic rays. In M. A. Duvernois, editor, *Topics in Cosmic-Ray Astrophysics*, page 247, 1999.
- [150] E. Fermi. On the Origin of the Cosmic Radiation. *Physical Review*, 75:1169–1174, April 1949.
- [151] M. S. Longair. *High Energy Astrophysics*, volume 2. 1994.
- [152] W. I. Axford, E. Leer, and G. Skadron. The acceleration of cosmic rays by shock waves. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 11 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 132–137, 1977.
- [153] G. F. Krymskii. A regular mechanism for the acceleration of charged particles on the front of a shock wave. *Soviet Physics Doklady*, 22:327, June 1977.
- [154] A. R. Bell. The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 182:147–156, January 1978.
- [155] A. M. Hillas. The Origin of Ultra-High Energy Cosmic Rays. *Annual Reviews of Nuclear Science*, 22:425–444, 1984.
- [156] N. Busca, D. Hooper, and E. W. Kolb. Pierre Auger data, photons, and top-down cosmic ray models. *Physical Review D*, 73:123001, Jun 2006.
- [157] Pijushpani Bhattacharjee and Guenter Sigl. Origin and propagation of extremely high-energy cosmic rays. *Physics Reports*, 327(3-4):109 – 247, 2000.
- [158] V. Berezhinsky *et al.* *Astrophysics of Cosmic Rays*. 1990.
- [159] D. F. Torres and L. A. Anchordoqui. Astrophysical origins of ultrahigh energy cosmic rays. *Reports on Progress in Physics*, 67:1663–1730, September 2004.
- [160] P. Blasi, R. I. Epstein, and A. V. Olinto. Ultra-High-Energy Cosmic Rays from Young Neutron Star Winds. *The Astrophysical Journal*, 533:L123–L126, April 2000.
- [161] W. Bednarek, M. Giller, and M. Zielinska. Images of very high energy cosmic ray sources in the Galaxy: I. A source towards the galactic centre. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 28:2283–2296, August 2002.
- [162] J. Arons. Magnetars in the Metagalaxy: An Origin for Ultra-High-Energy Cosmic Rays in the Nearby Universe. *Astrophysical Journal*, 589:871–892, June 2003.

Referências Bibliográficas

- [163] C. Thompson and R. C. Duncan. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 275:255–300, July 1995.
- [164] C. Thompson and R. C. Duncan. The Soft Gamma Repeater as Very Strongly Magnetized Neutron Stars. II. Quiescent Neutrino, X-Ray, and Alfvén Wave Emission. *Astrophysical Journal*, 473:322, December 1996.
- [165] K. Hurley *et al.* An exceptionally bright flare from SGR 1806-20 and the origins of short-duration γ -ray bursts. *Nature*, 434:1098–1103, April 2005.
- [166] K. Asano, R. Yamazaki, and N. Sugiyama. Possibility of Ultra High-Energy Cosmic Rays from the Giant Flare in Soft Gamma Repeater 1806-20. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 58:L7–L10, February 2006.
- [167] R. M. de Almeida, E. Kemp, and R. Alves Batista. Search of UHECRs from SGR 1806-20 with Pierre Auger Observatory. Technical Report GAP 2008-029, Pierre Auger Observatory, 2008.
- [168] R. M. de Almeida, E. Kemp, R. Alves Batista, and B. Daniel. Constraints on Astrophysical Variables of the SGR 1806-20. Technical Report GAP 2010-036, Pierre Auger Observatory, 2008.
- [169] C. Urry. AGN Unification: An Update. In G. T. Richards & P. B. Hall, editor, *AGN Physics with the Sloan Digital Sky Survey*, volume 311 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 49, June 2004.
- [170] G. R. Farrar and P. L. Biermann. Correlation between Compact Radio Quasars and Ultrahigh Energy Cosmic Rays. *Physical Review Letters*, 81:3579–3582, October 1998.
- [171] G. Sigl *et al.* Testing the correlation of ultrahigh energy cosmic rays with high redshift sources. *Physical Review D*, 63(8):081302, April 2001.
- [172] K. Mannheim. Possible Production of High-Energy Gamma Rays from Proton Acceleration in the Extragalactic Radio Source Markarian 501. *Science*, 279:684, January 1998.
- [173] P. G. Tinyakov and I. I. Tkachev. BL Lacertae are Probable Sources of the Observed Ultrahigh Energy Cosmic Rays. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 74:445–448, November 2001.
- [174] D. F. Torres *et al.* On the Cross-Correlation between the Arrival Direction of Ultra-High-Energy Cosmic Rays, BL Lacertae Objects, and EGRET Detections: A New Way to Identify EGRET Sources? *The Astrophysical Journal*, 595:L13–L16, September 2003.
- [175] Pierre Auger Collaboration. Correlation of the Highest-Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects. *Science*, 318:938–, November 2007.
- [176] Pierre Auger Collaboration. Update on the correlation of the highest energy cosmic rays with nearby extragalactic matter. *Astroparticle Physics*, 34:314–326, December 2010.
- [177] P. Meszaros and M. J. Rees. Delayed GeV Emission from Cosmological Gamma-Ray Bursts - Impact of a Relativistic Wind on External Matter. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 269:L41, July 1994.
- [178] E. Waxman and J. Bahcall. High energy neutrinos from astrophysical sources: An upper bound. *Physical Review D*, 59(2):023002, January 1999.
- [179] D. Semikoz. Constraints on top-down models for the origin of UHECRs from the Pierre Auger Observatory data. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 4 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 433–436, 2008.
- [180] Pierre Auger Collaboration. Observation of the suppression of the flux of cosmic rays above 4×10^{19} eV. *Physical Review Letters*, 101:061101, Aug 2008.

Referências Bibliográficas

- [181] Pierre Auger Collaboration. An upper limit to the photon fraction in cosmic rays above 10^{19} eV from the Pierre Auger Observatory. *Astroparticle Physics*, 27:155–168, March 2007.
- [182] Pierre Auger Collaboration. Upper limit on the cosmic-ray photon fraction at EeV energies from the Pierre Auger Observatory. *Astroparticle Physics*, 31:399–406, July 2009.
- [183] HiRes Collaboration. Indications of Proton-Dominated Cosmic-Ray Composition above 1.6 EeV. *Physical Review Letters*, 104(16):161101, April 2010.
- [184] Pierre Auger Collaboration. Measurement of the Depth of Maximum of Extensive Air Showers above 10^{18} eV. *Physical Review Letters*, 104(9):091101, March 2010.
- [185] T. Stanev. Ultra high energy cosmic rays: A review. *ArXiv e-prints*, November 2010.
- [186] I. Allekotte *et al.* The surface detector system of the Pierre Auger Observatory. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 586:409–420, March 2008.
- [187] Pierre Auger Collaboration. Properties and performance of the prototype instrument for the Pierre Auger Observatory. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 523:50–95, May 2004.
- [188] M. Horvat and D. Veberič. On Optimal Barycenter Estimation. Technical Report GAP 2007-035, Pierre Auger Observatory, 2007.
- [189] D. Veberič and M. Roth. Offline Reference Manual: SD Reconstruction. Technical Report GAP 2005-035, Pierre Auger Observatory, 2005.
- [190] K. Kamata and J. Nishimura. The Lateral and the Angular Structure Functions of Electron Showers. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 6:93–155, 1958.
- [191] R. M. de Almeida. *Estudo de Anisotropias de UHECRs em Dados do Observatório Pierre Auger*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2009.
- [192] P. Sokolsky. *Introduction to ultrahigh energy cosmic ray physics*. Westview, 2004.
- [193] T. K. Gaisser and A. M. Hillas. Reliability of the method of constant intensity cuts for reconstructing the average development of vertical showers. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 8 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 353–357, 1977.
- [194] J. Hersil *et al.* Observations of Extensive Air Showers near the Maximum of Their Longitudinal Development. *Physical Review Letters*, 6:22–23, January 1961.
- [195] M. Roth. Measurement of the UHECR Energy Spectrum using data from the Surface Detector of the Pierre Auger Observatory. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 4 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 327–330, 2008.
- [196] A. A. Watson. Highlights from the Pierre Auger Observatory - the birth of the hybrid era. *ArXiv e-prints*, January 2008.
- [197] M. Scuderi. *Constraining Cosmic Magnetic Fields by a Measurement of Energy-Energy-Correlations with the Pierre Auger Observatory*. PhD thesis, Aachen University, 2011.
- [198] T. Hermann-Josef Mathes for the Pierre Auger Collaboration. The HEAT Telescopes of the Pierre Auger Observatory Status and First Data. volume 3 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 148–151, 2011.
- [199] F. Sánchez for the Pierre Auger Collaboration. The AMIGA detector of the Pierre Auger Observatory: an overview. volume 3 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 144–147, 2011.
- [200] J. L. Kelley for the Pierre Auger Collaboration. AERA: the Auger Engineering Radio Array. volume 3 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 112–115, 2011.

Referências Bibliográficas

- [201] C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guo. *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms, A Primer*. Prentice-Hall, 1997.
- [202] G. Kaiser. *A Friendly Guide to Wavelets*. Birkhäuser, 1994.
- [203] R. Alves Batista *et al.* Wavelets applied to the detection of point sources of UHECRs. *Physicæ Proceedings*, 1(EJP 2010), 2011.
- [204] Y. Wiaux *et al.* Fast Directional Correlation on the Sphere with Steerable Filters. *The Astrophysical Journal*, 652:820–832, November 2006.
- [205] P. Schröder and W. Sweldens. Spherical wavelets: efficiently representing functions on the sphere. In *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '95, pages 161–172, New York, NY, USA, 1995. ACM.
- [206] W. Sweldens. The lifting scheme: A construction of second generation wavelets. *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, 29(2):511–546, 1997.
- [207] W. Freeden and U. Windheuser. Combined spherical harmonic and wavelet expansion - a future concept in the Earth's gravitational determination. *Applied Computational Harmonic Analysis*, 4:1–37, 1997.
- [208] M. Holschneider. Continuous wavelet transforms on the sphere. *Journal of Mathematical Physics*, 37:4156–4165, August 1996.
- [209] J. McEwen. *Analysis of Cosmological Observations of the Celestial Sphere*. PhD thesis, University of Cambridge, 2006.
- [210] J.-P. Antoine and Pierre Vandergheynst. Wavelets on the 2-sphere: A group-theoretical approach. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 7:262–291, 1999.
- [211] J. -P. Antoine *et al.* Wavelets on the sphere: implementation and approximations. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 13(3):177 – 200, 2002.
- [212] I. Bogdanova *et al.* Stereographic wavelet frames on the sphere. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 19(2):223 – 252, 2005.
- [213] L. Demanet and P. Vandergheynst. Gabor wavelets on the sphere. *Proceedings of SPIE*, 5207:208–215, 2003.
- [214] Y. Wiaux, L. Jacques, and P. Vandergheynst. Correspondence Principle between Spherical and Euclidean Wavelets. *The Astrophysical Journal*, 632:15–28, October 2005.
- [215] J. L. Sanz *et al.* Wavelets on the sphere. Application to the detection problem. *ArXiv Astrophysics e-prints*, September 2006.
- [216] J. D. McEwen *et al.* Non-Gaussianity detections in the Bianchi VII_h corrected WMAP 1-year data made with directional spherical wavelets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 369(4):1858–1868, 2006.
- [217] J. D. McEwen *et al.* Cosmological applications of a wavelet analysis on the sphere. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 13(4):495–510, invited contribution, 2007.
- [218] J. D. McEwen *et al.* A high-significance detection of non-Gaussianity in the WMAP 5-year data using directional spherical wavelets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 388(2):659–662, 2008.
- [219] J. D. McEwen *et al.* Probing dark energy with steerable wavelets through correlation of wmap and nvss local morphological measures. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 384(4):1289–1300, 2008.
- [220] J. D. McEwen. Detecting dark energy with wavelets on the sphere. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6701 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, October 2007.

Referências Bibliográficas

- [221] Y. Wiaux *et al.* Exact reconstruction with directional wavelets on the sphere. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 388:770–788, August 2008.
- [222] P. Kostelec and D. Rockmore. Ffts on the rotation group. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 14:145–179, 2008. 10.1007/s00041-008-9013-5.
- [223] P. Billoir. Searching for Threadlike Multiplets. Technical Report GAP 2006-071, Pierre Auger Observatory, 2006.
- [224] D. Harari, S. Mollerach, and E. Roulet. Detecting filaments in the ultra-high energy cosmic ray distribution. *Astroparticle Physics*, 25:412–418, July 2006.
- [225] Pierre Auger Collaboration. Search for signatures of magnetically-induced alignment in the arrival directions measured by the Pierre Auger Observatory. *Astroparticle Physics*, 35:354–361, January 2012.
- [226] G. Golup *et al.* Source position reconstruction and constraints on the galactic magnetic field from ultra-high energy cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 32:269–277, December 2009.
- [227] M. S. Sutherland, B. M. Baughman, and J. J Beatty. CRT: A numerical tool for propagating ultra-high energy cosmic rays through Galactic magnetic field models. *Astroparticle Physics*, 34:198–204, November 2010.
- [228] C. Bonifazi for the Pierre Auger Collaboration. The angular resolution of the Pierre Auger Observatory. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 190:20–25, May 2009.
- [229] T. Coquand and B. Spitters. A constructive proof of the peter-weyl theorem. *Mathematical Logic Quarterly*, 51(4):351–359, 2005.
- [230] Y. Wiaux, J. D. McEwen, and P. Vielva. Complex data processing: fast wavelet analysis on the sphere. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 13(4):477–493, invited contribution, 2007.
- [231] W. T. Freeman and E. H. Adelson. The design and use of steerable filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13:891–906, 1991.
- [232] A. W. Strong and I. V. Moskalenko. The GALPROP program for cosmic-ray propagation: new developments. In *International Cosmic Ray Conference*, volume 4 of *International Cosmic Ray Conference*, pages 255–258, August 1999.
- [233] A. W. Strong *et al.* The GALPROP Cosmic-Ray Propagation Code. *ArXiv e-prints*, July 2009.
- [234] C. Evoli *et al.* Cosmic Ray propagation in the Galaxy and diffuse gamma-ray emission. In F. A. Aharonian, W. Hofmann, & F. Rieger, editor, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1085 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 380–383, December 2008.
- [235] E. Armengaud *et al.* CRPropa: A numerical tool for the propagation of UHE cosmic rays, γ -rays and neutrinos. *Astroparticle Physics*, 28:463–471, December 2007.