

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN  
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA QUÂNTICA

**INTERAÇÃO LASER-RUÍDO EM FIBRAS ÓPTICAS NO  
REGIME PULSADO:  
APLICAÇÃO NA CONSTRUÇÃO DE MAPAS DE  
DISPERSÃO DE ALTA ORDEM**

JUAN ANDRES CASTAÑEDA TUTESTAR

**Orientador: Prof Dr Hugo Luis Fragnito**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA AO INSTITUTO DE FISICA “GLEB  
WATAGHIN” PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM FISICA



*Este exemplar corresponde á versão final da Dissertação de Mestrado Defendida pelo  
aluno, e orientada pelo Prof.Dr. Hugo Luis Fragnito*



---

CAMPINAS, 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR  
VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW  
UNICAMP

C275i Castañeda Tutestar, Juan Andrés, 1987-  
Interação laser-ruído em fibras ópticas no regime pulsado:  
aplicação na construção de mapas de dispersão de alta  
ordem / Juan Andrés Castañeda Tutestar.– Campinas, SP :  
[s.n.], 2012.

Orientador: Hugo Luis Fragnito.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Fibras ópticas. 2. Interação laser-ruído. 3. Ótica  
não linear. 4. Mistura de quatro ondas. 5. Mapa de  
dispersão de alta ordem. I. Fragnito, Hugo Luis, 1950-  
II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física  
"Gleb Wataghin". III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** Pulsed laser-noise interaction in optical fibers: application in maps of high-order dispersion

**Palavras-chave em inglês:**

Optical fibers

Laser-noise interaction

Nonlinear optics

Four-wave mixing

High-order dispersion map

**Titulação:** Mestre em Física

**Banca Examinadora:**

Hugo Luis Fragnito [Orientador]

Ana María Cárdenas Soto

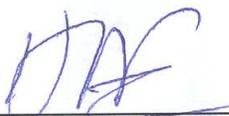
Gustavo Silva Wiederhecker

**Data da Defesa:** 20-01-2012

**Programa de Pós-Graduação em:** Física

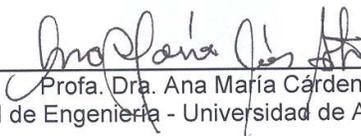
MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **JUAN ANDRES CASTAÑEDA TUTESTAR – R.A. 098214** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 20 / 01 / 2012.

**COMISSÃO JULGADORA:**



---

Prof. Dr. Hugo Luis Fragnito - Orientador do Candidato  
DEQ/IFGW/UNICAMP



---

Profa. Dra. Ana María Cárdenas Soto  
Facultad de Ingeniería - Universidad de Antioquia - Colômbia



---

Prof. Dr. Gustavo Silva Wiedenhecker – DFA/IFGW/UNICAMP

## AGRADECIMENTOS

Sinto que chegar até aqui não significa atingir uma meta, mas simplesmente é mais um passo na travessia da minha vida. Minha viagem pelo mar do conhecimento tem sido agradável demais, uma viagem que tem permitido a minha imaginação ser livre e despossuída de qualquer limite. É graças à minha imaginação que consigo conceber a idéia do total e puramente benévolo; é através dela que consigo ver a DEUS, mas não o DEUS justiceiro e humanizado que alguns professam, mas sim o DEUS que irriga de energia todo o conhecido e desconhecido. Obrigado DEUS por tudo o que significado que me tens trazido para a minha vida. Um dos grandes presentes que me tens dado foi a minha avó Rosa (tudo o bom que tenho é graças a você “*abuela*”), que sempre estimulou e promoveu meu amor por os livros... Eu tenho certeza que onde quer que estejas as minhas palavras e o eco do meu coração tocaram tua alma. Um simples obrigado não é suficiente para te agradecer todo o que fizeste por mim, mas espero que pelo menos seja um motivo de satisfação para ti. Obrigado Mãe por me ter dado a vida e o tesouro de valor imensurável: as minhas irmãs. Que brilhe para ti a felicidade e amor que tanto mereceste. Só amor no meu coração, guardo por você Mãe. Sinto-me profundamente agradecido com a minha família, em particular meus Tios Harold, Nídia, Rosalba, Lucía e Socorro, por todas as coisas boas que fizeram e continuam fazendo por nós. Meus primos também ajudaram a fazer minha vida mais amena em quanto tivemos a oportunidade de compartilharmos nosso tempo. Agradeço a minhas irmãs por todo o carinho e confiança que brindam para mim... Obrigado Virginia e Maurício, por ter me presenteado com as minhas duas lindas sobrinhas.

Agradeço imensamente ao Professor Hugo Luis Fragnito, por ter me dado a oportunidade de aprender tanto. Obrigado por ter orientado meu trabalho e inspirar meu crescimento intelectual. Obrigado por toda a confiança que você tem depositado em mim. Espero que este seja só o começo de um longo trabalho feito sob sua orientação. Agradeço ao pessoal do laboratório Diego, Wagner, Paulo, Rafael, Jessica... ao pessoal da secretaria Simone, Thalita e Eliane por sua colaboração. Ao Brasil, à

Unicamp e ao CNPq pela oportunidade de realizar meus estudos de pós-graduação e pelo apoio financeiro. Agradeço também ao pessoal da secretaria da pós-graduação Armando, Gilvanni e toda sua equipe.

Quero dedicar um especial agradecimento a meu amor Cristiane por ter compartilhado seu coração e sentimentos comigo... Pela paciência e espera... Somente espero que cada dia seja melhor e agora ainda mais com a chegada do nosso tesouro. Obrigado à toda a família de meu amor pelo seu carinho e a confiança que me brindam desde o primeiro momento que nos conhecemos. Muito obrigado.

Por último, mas não menos especial, eu quero agradecer a meus amigos: Esneyder, Enrique, el Toddy, Julito, Dianita, Yamit, Jhonattan, Claudia, el Alex (Tiger), Yovanni, William, Alex (asere) e Maria Inés e... Faltam-me muitos por mencionar, mas eles sabem que são parte deste trabalho também.

## RESUMO

Estudamos a interação entre laser e ruído em fibras ópticas, sua dependência com dispersão cromática e sua aplicação para caracterizar flutuações dos parâmetros de dispersão ao longo da fibra. A interação é governada pela polarização não-linear de terceira ordem e, nesta tese, consideramos especificamente o processo de mistura de quatro ondas ou FMW (de *Four-Wave Mixing*) descrito por termos de ordem cúbica na amplitude do campo elétrico aplicado. Em particular, nós estamos interessados em termos que são lineares na amplitude do laser e quadráticos na do ruído. Devido a este processo, são geradas novas ondas que apresentam picos bem definidos no espectro e muito sensíveis aos parâmetros de dispersão de alta ordem (até quarta ordem é demonstrada nesta tese). Medidas com pulsos de curta duração ( $\sim 100$  ps para o laser e  $\sim 40$  ps para o ruído em nossos experimentos) nos permitem caracterizar como os parâmetros de dispersão variam ao longo da fibra com boa resolução espacial ( $< 1$  km). Apresentamos também uma resolução numérica das equações exatas para determinar como os parâmetros de dispersão, em fibras de perfil de índice degrau, dependem do raio do núcleo da fibra. Encontramos que variações de  $0.1 \mu\text{m}$  ( $\pm 1\%$ ) do raio do núcleo da fibra produzem mudanças no comprimento de onda de dispersão nula ( $\lambda_0$ ) e no pico de FWM ( $\lambda_{\text{FWM}}$ ) que são consistentes com os resultados experimentais. Também verificamos a existência de um valor do raio do núcleo da fibra o qual oferece propriedades de dispersão robustas para processos paramétricos. Este trabalho visa contribuir para a compreensão dos processos não-lineares e campos estocásticos e, do ponto de vista prático, para o desenvolvimento de um método eficiente para medir variações na dispersão de alta ordem ao longo da fibra.

## ABSTRACT

We study the interaction between laser and noise in optical fibers, its dependence on chromatic dispersion and its application to characterize the parameters of dispersion fluctuations along the fiber. The interaction is governed by the nonlinear polarization of the third-order and, in this thesis, we consider specifically the process of four-wave mixing (FWM) described by cubical terms in the amplitude of the applied electric field. In particular, we concern linear terms in the amplitude of the laser and quadratic in the noise. Due to this process, new waves are generated that have well-defined peaks in the spectrum and very sensitive to the parameters of high-order dispersion (up to fourth order is demonstrated in this thesis). Measurements with pulses of short duration ( $\sim 100$  ps for the laser and  $\sim 40$  ps for the noise in our experiments) allow us to characterize how the dispersion parameters vary along the fiber with good spatial resolution ( $< 1$  km). We also present an exact numerical solution of the equations to determine how the parameters of dispersion, in a step-index fiber, depending on the radius of the fiber core. We found that variations of  $0.1 \mu\text{m}$  ( $\pm 1\%$ ) of the fiber core radius produce changes in the wavelength of zero dispersion ( $\lambda_0$ ) and at the peak of FWM ( $\lambda_{\text{FWM}}$ ) that are consistent with experimental results. We also verified the existence of a value of the radius of the fiber core which provides robust dispersion properties for parametric processes. This work aims to contribute to the understanding of nonlinear processes and stochastic fields, and the practical point of view, to develop an efficient method for measuring variations in the high-order dispersion along the fiber.

## Conteúdo

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Interação laser-ruído em fibras ópticas .....	3
1.1.1 Interação laser-ruído com ruído de baixa intensidade .....	5
1.1.2 Interação laser-ruído com ruído como bombeio: medição de dispersão de alta ordem.....	10
1.2 Motivação e objetivos.....	12
1.3 Esquema da Tese.....	15
1.4 Referências .....	17
2. PROPRIEDADES E CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS FIBRAS.....	21
2.1 Fibra óptica.....	22
2.2 Propriedades não lineares: efeito Kerr óptico e mistura de quatro ondas.....	28
2.2.1 Polarização não linear para o processo FWM .....	30
2.3 Equação de propagação linear: parâmetros de dispersão para uma fibra de perfil de índice degrau .....	32
Apêndice 2.A: Propriedades da susceptibilidade não linear de terceira ordem.....	40
Apêndice 2.B: Equações de Maxwell.....	43
Apêndice 2.C: Solução para os Modos de propagação numa Fibra Óptica .....	46
Referências.....	49
3. MODELO TEÓRICO PARA A INTERAÇÃO LASER-RUÍDO .....	51
3.1 Ruído modelado como um processo aleatório estacionário no sentido amplo, ergódico e Gaussiano .....	51
3.1.1 Análise espectral dos processos aleatórios.....	52
3.1.2 Representação analítica e o momento de quarta ordem para um processo aleatório estacionário complexo Gaussiano .....	54
3.2 Equação de propagação não linear: potência espectral para o campo gerado pelo FWM entre laser e ruído .....	55
3.3 Condição de casamento de fase.....	63
Apêndice 3.A: Solução para campo gerado pelo FWM.....	69
Apêndice 3.B: Equação de ganho para o amplificador paramétrico a fibra (FOPA) de um bombeio .....	72
Referências.....	75
4. INTERAÇÃO LASER-RUÍDO: EXPERIMENTOS.....	77
4.1 Experimentos com fontes de onda contínua .....	77

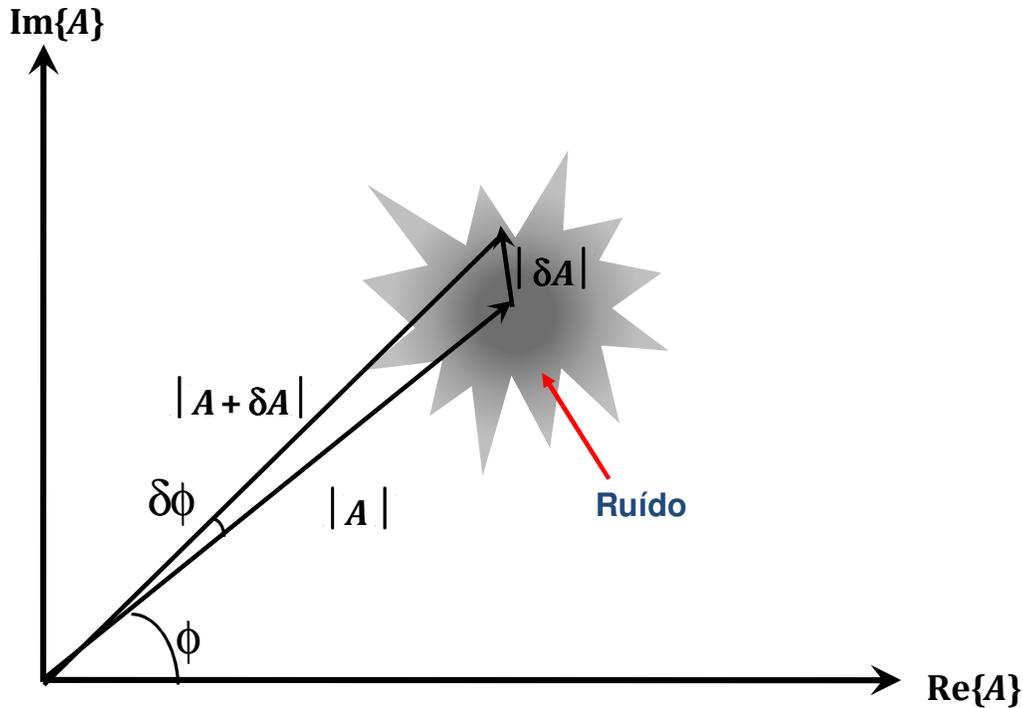
4.1.1	Montagem e método experimental.....	78
4.1.2	Parâmetros das fibras em estudo .....	79
4.1.3	Resultados Experimentais para a fibra A .....	81
4.1.4	Resultados para a fibra B.....	88
4.2	Experimentos com fontes pulsadas: mapas de dispersão .....	90
4.2.1	Montagem e método experimental.....	93
4.2.2	Mapa de dispersão para a fibra A .....	94
4.2.3	Mapa de dispersão para a fibra B .....	101
4.3	Impacto de mudanças no raio da fibra no pico de FWM.....	108
4.4	Referências .....	114
5.	CONCLUSÕES.....	115



# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentamos uma breve descrição dos fenômenos ópticos relacionados com a interação entre luz coerente (por exemplo, lasers) e incoerente (ruído) em fibras ópticas. Em particular, nesta tese estudamos a interação laser-ruído mediada pelo efeito de mistura de quatro ondas (ou FWM, *Four-Wave Mixing*) e que dá origem a vários fenômenos tais como a instabilidade modulacional (MI, *Modulational Instability*), jitter temporal e outros efeitos discutidos neste capítulo. O tema central de estudo desta tese é um tipo de FWM entre um laser fraco e um campo de ruído de alta intensidade com largura espectral de banda significativamente grande. Esta interação estimulada por um campo estocástico (ruído) leva a uma resposta igualmente aleatória do meio (através da polarização não linear, o momento dipolar por unidade de volume). Porém, a presença dum campo laser conduz à geração duma nova onda com frequência bem definida (pico de FWM). Essa frequência é determinada essencialmente pela frequência do laser e pelos parâmetros de dispersão da fibra (associados com derivadas da constante de propagação em relação à frequência). Isso implica que mudanças dos parâmetros de dispersão ao longo da fibra provocaram variações na frequência do pico gerado pelo FWM. Portanto, o novo campo de FWM gerado na interação laser-ruído fornece, em princípio, uma maneira de determinar flutuações dos parâmetros de dispersão em função da posição na fibra (mapa de dispersão).

A interação laser-ruído em fibras ópticas é de muita importância para o desempenho dos sistemas de comunicação óptica [1-2]. Em geral, a presença de ruído perturba de maneira aleatória tanto a amplitude ( $A$ ) quanto a fase ( $\phi$ ) do sinal transmitido (ver figura 1.1). Quando o laser ( $A$ ) e o ruído ( $\delta A$ ) se propagam na fibra no regime linear, os campos se propagam independentemente, mas interagem sempre no receptor durante o processo de foto-deteção já que a corrente detectada é proporcional a  $|A + \delta A|^2$  (detector quadrático). Na foto-corrente, além da corrente do sinal desejado (termo proporcional ao  $A^2$ ) há um ruído adicional representado pelos



**Figura 1.1** Perturbação da amplitude  $A$  ( $\delta A$ ) e a fase  $\phi$  ( $\delta\phi$ ) do sinal causado pelo ruído. O campo do ruído,  $\delta A$ , flutua aleatoriamente no tempo dentro da região em cinza [4].

termos do tipo  $A\delta A$  e  $\delta A^2$ . Isso, portanto, produz flutuações na corrente do foto-detector que impactam negativamente o funcionamento do sistema.

Entre as principais fontes de ruído estão a emissão espontânea inerente que acompanha os lasers (*SSE, Source Spontaneous Emission*), a emissão espontânea nos amplificadores (*ASE, Amplified Spontaneous Emission*), flutuações quânticas do vácuo; o ruído de fundo devido por fontes de luz externas, e o ruído térmico causado pelo circuito do receptor, o qual produz flutuações na corrente elétrica ainda quando o sinal óptico tem potência constante [3-5]. O ruído térmico é de fundamental importância para sinais que trabalhem na faixa de radio frequências, mas para sistemas ópticos, é de pouca relevância [6]. No detector as flutuações do vácuo se traduzem na geração aleatória de portadores de carga (processo descrito pela estatística do Poisson), o qual conduz a flutuações na foto-corrente e é conhecido na literatura como ruído *Shot* [4]. A aleatoriedade que acompanha o sinal (laser) no processo de foto-deteção tem um impacto direto na relação sinal-ruído (SNR, de *Signal-to-Noise Ratio*) do sistema de

detecção. A SNR, que indica a razão entre o quadrado da corrente média gerada pelo sinal e a variância da corrente provocada pelo ruído conduz a penalizações no processo de detecção do sinal [3,4]. O problema é ainda maior no caso de sistemas de longo alcance, onde o sinal deve viajar distâncias muito longas e ser amplificado em repetidas ocasiões (por exemplo, através de amplificadores a fibra dopada com Érbio, EDFA). Dessa maneira, o ruído por emissão espontânea introduzido por esses amplificadores se torna a fonte dominante de ruído nesse tipo de sistemas de comunicação.

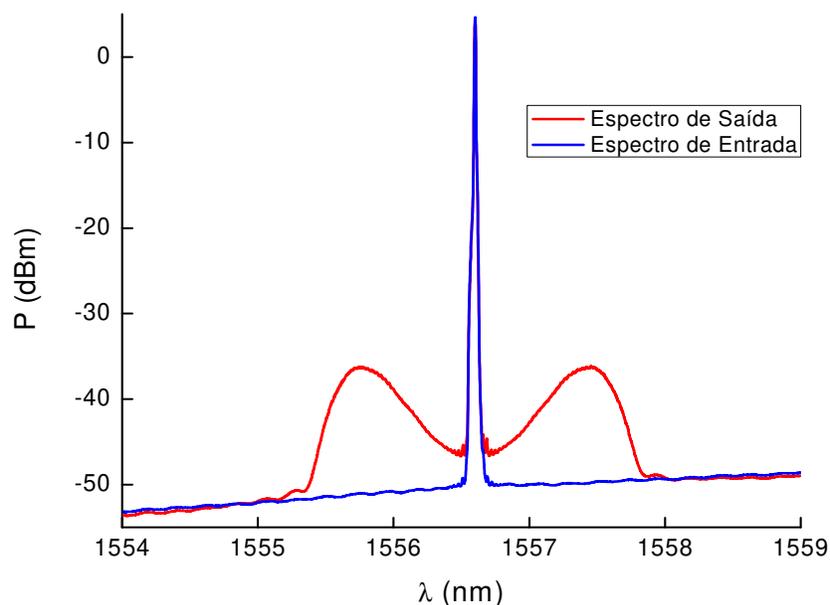
## 1.1 Interação laser-ruído em fibras ópticas

Notemos que nos sistemas lineares, o ruído é considerado como um campo aditivo, isto é, que se soma ao campo do sinal e que só interage com este último somente no detector. Porém, quando consideramos efeitos da óptica não linear, os campos do sinal e do ruído interagem já na própria fibra óptica. Essa interação é consequência do fato que à alta intensidade há uma mudança no índice de refração que é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico aplicado. Isto é conhecido como efeito Kerr óptico (EKO) [7].

O EKO se manifesta de várias maneiras, sendo que as mais importantes em fibras são a automodulação de fase (SPM, de *Self-Phase Modulation*), a modulação de fase cruzada (XPM, de *Cross-Phase Modulation*), e a FWM. Na SPM a variação temporal na intensidade de uma onda leva a mudanças temporais na fase da mesma quando se propaga por um meio não linear. Na XPM, quando várias ondas se propagam simultaneamente através de um meio não linear, a variação temporal da intensidade de uma onda conduz a mudanças temporais na fase das outras. Na FWM, quando quatro ondas se misturam num meio não linear, cada par interfere e forma uma grade de fase, da qual uma terceira onda é difratada para produzir a quarta [3]. Dessa maneira, a FWM é a responsável pela geração de novos campos à saída da fibra através da troca de energia entre campos presentes inicialmente na entrada da fibra [7]. A FWM entre laser e ruído conduz a mudanças aleatórias na frequência do laser em qualquer tipo de sistemas de comunicação, o qual se traduz em flutuações na sua

velocidade de grupo. Com isto, o tempo de arribo ao foto-detector de qualquer sinal codificado no laser flutua, o qual é conhecido como jitter temporal [8]. Esse jitter degenera a SNR do sinal já que flutuações no tempo de amostragem causam flutuações adicionais na amplitude do sinal, e em casos extremos, isso pode provocar a sobreposição de pulsos adjacentes e perda de informação [9,10].

O efeito de interação laser-ruído mais conhecido é o MI [10]. Quando ruído se propaga com um laser, a FWM acopla o laser com as componentes espectrais do ruído localizadas na vizinhança do laser conduzindo à amplificação dessas componentes do ruído e a formação de lóbulos de ruído amplificado localizados simetricamente ao redor da frequência do laser. Na figura 1.2. são mostrados os resultados experimentais (obtidos no nosso laboratório) do espectro de entrada (azul) e do espectro de saída (vermelho). O MI pode impactar negativamente o desempenho dos sistemas de comunicação degradando a SNR quando o sinal se propaga na região de dispersão anômala (isto é, na região espectral onde a velocidade de grupo aumenta com o comprimento de onda) [4]. No entanto, o efeito de MI pode ser utilizado para medir a dispersão [12,13] e determinar o coeficiente não linear das fibras óptica [14].



**Figura 1.2** Espectro de MI (espectro vermelho, faixas laterais) quando um laser (espectro azul) se propaga simultaneamente numa fibra óptica com ruído. O  $\lambda_0$  da fibra está em 1550 nm e seu comprimento 25 km. Resultado experimental obtido por nós no laboratório.

### 1.1.1 Interação laser-ruído com ruído de baixa intensidade

A interação laser-ruído também tem sido estudada no contexto dos amplificadores paramétricos ópticos a fibra (FOPAs, de *Fiber-Optical Parametric Amplifiers*) [15]. Um FOPA usa o fenômeno de FWM para transferir energia de uma ou duas ondas de alta potência (campos de bombeio), para campos ópticos de baixa potência (campo sinal) localizados dentro da faixa espectral de amplificação [3]. Na prática, a faixa de amplificação de interesse dos FOPAs geralmente excede os centos de nanômetros, a qual pode ser estudada experimentalmente usando uma fonte óptica sintonizável (usada como sinal para amplificar) que emita luz num espectro amplo de comprimentos de onda compatíveis com a faixa de amplificação dos FOPAs. No entanto, encontrar uma fonte de luz adequada é uma tarefa difícil. Por isso, é costume substituir a luz a ser amplificada por ruído ASE, o qual pode possuir um espectro contínuo e amplo o bastante para experimentos de ganho em FOPAs [15].

Na referência [15], um laser pulsado com uma potência pico de 12 W se propaga junto com ruído ASE através de uma fibra de dispersão deslocada (DSF, de *Dispersion-Shifted Fiber*) e gerou à saída da fibra lóbulos amplificados do ruído localizados simetricamente ao redor do laser. A figura 1.3 mostra os espectros teóricos para o ruído amplificado à saída duma fibra DSF típica ( $\lambda_0 = 1550$  nm,  $\beta_3 = 0.114$  ps<sup>3</sup>/km,  $\beta_4 = -5 \times 10^{-4}$  ps<sup>4</sup>/km e  $\gamma = 2.3$  W<sup>-1</sup>/km) de comprimento  $L = 200$  m, para vários comprimentos de onda do laser  $\lambda_p$  (1550.2 nm, 1549.5 nm e 1547 nm). A aparição desses picos pode ser explicada a partir da teoria dos FOPAs de um bombeio só [15-17]. Considerando um campo laser de bombeio  $E_p(z)$  de alta potência e frequência  $\omega_p$  interagindo não linearmente com o campo de ruído  $E_s(z)$  na frequência  $\omega_s$  conduz à geração de um novo campo  $E_i(z)$  na frequência  $\omega_i = 2\omega_p - \omega_s$ . A teoria revela a existência de ganho paramétrico que amplifica os campos na frequência  $\omega_s$  e  $\omega_i$ , o qual é caracterizado através do ganho de potência dado por (vide demonstração no apêndice 3.B):

$$G_s(L) = \frac{|E_s(L)|^2}{|E_s(0)|^2} = 1 + 2 \left| \frac{2\gamma P_0}{g} \sinh\left(\frac{gL}{2}\right) \right|^2 \quad (1.1)$$

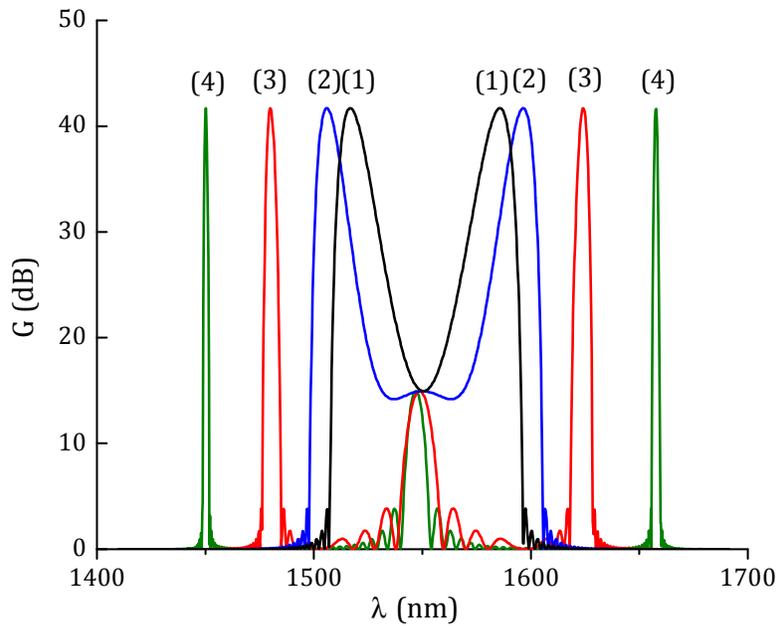
onde  $\gamma$  é o coeficiente não linear da fibra,  $P_0$  a potência do laser, e  $g$  sendo o ganho paramétrico dado por [16]

$$g = \sqrt{-\Delta\beta(\Delta\beta + 4\gamma P_0)}. \quad (1.2)$$

Aqui  $\Delta\beta$  é conhecido como o *descasamento de fase* dado por  $\Delta\beta = \beta_s + \beta_i - 2\beta_p$ , onde  $\beta_p$ ,  $\beta_s$ , e  $\beta_i$ , correspondem às constantes de propagação do laser e das duas componentes do ruído, respectivamente. A eficiência de conversão do idler em  $\omega_i$  é calculado a partir de  $G_i(L) = G_s(L) - 1$ . A largura de banda do ganho corresponde ao caso quando  $g$  é real, o que implica que  $-4\gamma P_0 \leq \Delta\beta \leq 0$ . A localização e a largura espectral do ganho podem ser obtidas expandindo  $\beta$  em series de Taylor ao redor de  $\omega_p$ . Considerando somente as dispersões de segunda e quarta ordem é obtida a seguinte expressão para o descasamento de fase do processo

$$\Delta\beta = \beta_2 (\Delta\omega_s)^2 + \beta_4 (\Delta\omega_s)^4 / 2 \quad (1.3)$$

onde  $\Delta\omega_s = \omega_s - \omega_p$ , e  $\beta_2$  (ou  $\beta_4$ ) denotam a segunda (quarta) derivada de  $\beta$  em  $\omega_p$ . No caso onde o laser de bombeio está localizado na frequência de dispersão nula (é dizer,  $\omega_p = \omega_0$  e  $\beta_2 = 0$ ) ou na região de dispersão anômala ( $\omega_p < \omega_0$  e  $\beta_2 < 0$ ), a largura de banda do ganho  $\Delta\omega_s$  é determinada pela quarta raiz do inverso de  $\beta_4$  ou pela raiz quadrada do inverso de  $\beta_2$ , respectivamente. Esse caso é ilustrado na figura 1.3 pelo espectro (1). No caso geral onde  $\omega_p$  está na região de dispersão normal ( $\omega_p > \omega_0$  e  $\beta_2 > 0$ ) mas o suficientemente perto de  $\omega_0$  tal que tanto  $\beta_2$  quanto  $\beta_4$  devem ser levados em conta, existe uma região espectral estreita cuja localização em relação ao laser de bombeio fica definida em função da raiz quadrada da razão  $-\beta_2/\beta_4$  e é independente da potência do laser. A largura espectral dessa região é definida essencialmente pelo inverso de terceira potência de sua separação espectral com relação ao laser. Devido a isso, pode ser visto que a largura espectral do ganho decresce rapidamente com a distância desde o laser de bombeio, como mostra a figura 1.3 para os espectros (2) até o (4). Notemos que a localização dos picos (2)-(4) ilustrados na figura 1.3 depende exclusivamente da frequência do laser de bombeio e dos parâmetros dispersivos da fibra ( $\lambda_0$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_4$ ). O caso contrário também é válido: conhecendo a localização espectral

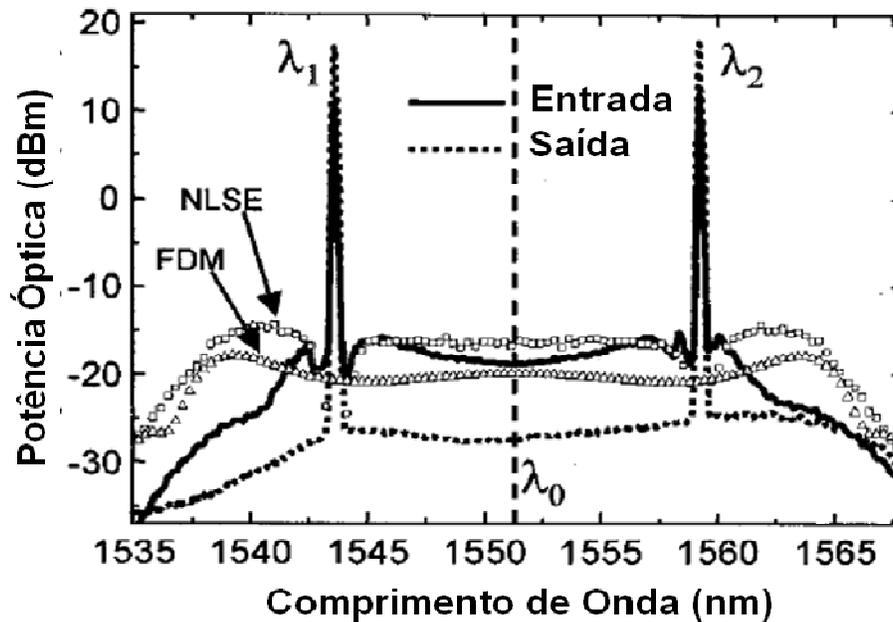


**Figura 1.3** Espectros calculados para uma fibra DSF típica. Os  $\lambda_p$  são: (1) 1550.5 nm; (2) 1549.9 nm; (3) 1548.7 nm; (4) 1547 nm.

dos picos podem ser determinados, em princípio, os parâmetros dispersivos e a frequência do laser. Essa situação é o eixo fundamental desta dissertação no caso em que campo laser de bombeio é substituído por ruído e um dos picos por um laser de baixa intensidade.

Um fato importante a ser ressaltado é a penalidade que impõem as flutuações ao longo da fibra do  $\lambda_0$  e os parâmetros de dispersão como  $\beta_2$  e  $\beta_4$ . Isso é causado pelas variações aleatórias do tamanho e forma do raio do núcleo ao longo da fibra durante o processo de fabricação [18]. Já que a relação de descasamento de fase depende do  $\lambda_0$ , e o ganho paramétrico é muito sensível aos parâmetros de dispersão da fibra, ainda pequenas mudanças no comprimento de onda de dispersão nula ( $< 0.1$  nm) produzem grandes mudanças no espectro de ganho [18]. O efeito direto disso é a diminuição do ganho paramétrico e a limitação da largura de banda útil do FOPA [19]. Daí a importância de conhecer a funcionalidade dos parâmetros de dispersão com a distância de propagação numa fibra óptica.

Outro tipo de interação de FWM entre luz coerente e ruído, é o caso onde dois lasers sintonizados quase simetricamente ao redor do  $\lambda_0$  amplificam ruído numa faixa



**Figura 1.4** Espectros experimentais na entrada e na saída de fibra, para dois lasers em  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  localizados simetricamente em relação ao  $\lambda_0$ . É clara a amplificação catastrófica do ruído na saída da fibra, principalmente na região entre os dois lasers. É mostrado também, resultados das simulações feitas usando um modelo teórico no domínio da frequência (FDM) e outro usando as soluções da equação não linear de Schrödinger, os quais concordam muito bem com os resultados experimentais. O ganho excede os 15 dB [19].

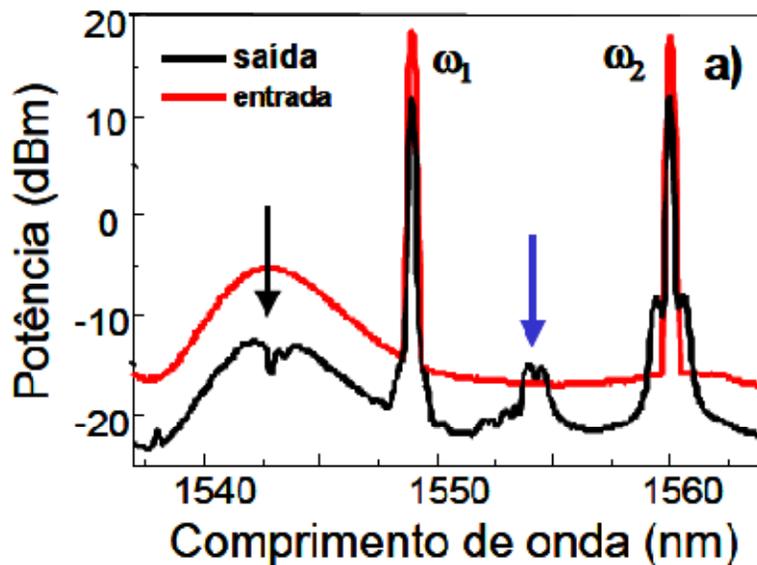
espectral bastante larga [19]. Esse feito é causado pelo processo de FWM entre dois lasers com frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$  e uma componente de Fourier do ruído na frequência  $\omega'$  acoplados com a componente em  $\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega'$ . Esse processo de FWM esta quase-casado em fase sobre uma vasta faixa espectral quando os lasers são sintonizados quase simetricamente ao redor da frequência de dispersão nula, isto é, quando  $\omega_0 \approx (\omega_1 + \omega_2)/2$ . A análise feita para este caso difere de aquela descrevendo um FOPA com dois lasers de bombeio pelo fato que o campo de ruído tem uma largura de banda bastante grande e é estocástico, enquanto o campo do sinal fraco é estreito e coerente. A figura 1.4 mostra os resultados experimentais encontrados na referência [19], no caso de dois lasers com potência de 18 dBm e comprimentos de onda em  $\lambda_1 = 1543.5$  nm e  $\lambda_2 = 1559.2$  nm aproximadamente simétricos em relação ao  $\lambda_0 = 1551.35$ . A fibra na qual eles se propagaram tinha um comprimento de 25 km. Nesse mesmo

trabalho foi apontado o fato que as flutuações do  $\lambda_0$  reduzem o ganho do ruído, mas preservam a forma espectral do ganho.

Continuando com os processos de FWM com dois lasers de bombeio interagindo não linearmente com luz incoerente de baixa intensidade em fibras ópticas, temos o estudo realizado nas referências [20,21] onde é gerado um buraco e um pico no espectro de saída do ruído. O espectro de saída mostra que a energia é redistribuída de tal forma que a maior parte da energia é transferida desde componentes de Fourier com alta potência para aquelas com mais baixa energia [21]. A interação faz que dois lasers com frequências em  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , com  $\omega_2 < \omega_0 < \omega_1$ , e potências iniciais de  $P_{01}$  e  $P_{02}$  (um dos lasers está na região de dispersão normal e o outro na anômala), induzam um buraco espectral em  $\omega_d = 2\omega_0 - \omega_2$  e um pico em  $\omega_a = 2\omega_0 - \omega_1$ . O pico e o buraco espectral são causados por processos de FWM casados em fase. A figura 1.5 apresenta um dos resultados experimentais onde pode ser observada a aparição de um buraco e de um pico no espectro de saída do ruído [21]. Além disso, os espectros revelam a presença de flutuações do  $\lambda_0$  ao longo de fibra através da aparição de vários pares de picos e buracos. Isso indica que este fenômeno, em princípio, poderia ser usado para estimar o mapa de dispersão ao longo das fibras se a interação pudesse ser localizada em diferentes regiões dentro da fibra.

Como vimos, as flutuações das propriedades dispersivas das fibras têm um impacto negativo sobre o ganho da amplificação dos processos paramétricos. Quando um fibra apresenta ao longo dela um  $\lambda_0$  constante, o ganho resulta ser bastante amplo e uniforme. Mas se a fibra apresenta flutuações do  $\lambda_0$ , isso causa que  $\beta_2$  também varie aleatoriamente ao longo da fibra, com o qual resulta difícil manter o ganho paramétrico constante na fibra toda e como resultado disso, o ganho dos FOPAs se torna consideravelmente não uniforme [17-22]. Se pudesse ser conhecida a forma como varia a dispersão ao longo da fibra, isto é, o mapa de dispersão, essa informação poderia ser usada para selecionar seções específicas da fibra e concatenar segmentos com propriedades dispersivas iguais ou muito parecidas, conseguindo assim resolver a não uniformidade na dispersão [23,24]. Por esse motivo, é importante conhecer não só o valor médio de  $\lambda_0$ , mas também em função da posição da fibra. Existem varias

formas de conseguir construir o mapa de dispersão das fibras ópticas que podem ser encontradas na literatura, como por exemplo, o uso da técnica da superposição de pulsos para gerar FWM em regiões bem definidas da fibra com o qual tem sido possível obter resoluções espaciais desde 2 a 700 m, dependendo se os pulsos se propagam na mesma direção e são ou não assistidos por um pulso de bombeio propagando-se no sentido oposto [24-26]. Outro método para obter o mapa de dispersão da fibra é conhecido como o problema inverso, no qual é usado o espectro de saída da onda gerada pelo FWM para obter uma fase  $\phi(z)$  relacionada diretamente com a dispersão ao longo da fibra; isso é parecido a um tipo de transformada de Fourier inversa com a qual é possível conseguir resoluções espaciais de  $\sim 100$  m [27-29].



**Figura 1.5** Espectros de entrada e saída onde aparece o buraco (seta preta) e o pico (seta azul) no espectro do ruído por emissão espontânea [21].

### 1.1.2 Interação laser-ruído com ruído como bombeio: medição de dispersão de alta ordem

Retomando mais uma vez a discussão da interação não linear laser-ruído, é importante destacar que pouco tem sido estudado em relação ao processo de FWM onde o campo gerado depende de forma quadrática da potência do campo do ruído,

isto é, quando o campo do ruído age como bombeio nos processos paramétricos [30]. Esse tipo de processo pode ser de muita utilidade em FOPAs já que eles oferecem ganho independente da polarização [31]. Em 2010 foi publicado um artigo sobre um amplificador paramétrico a fibra óptica com bombeio incoerente [32]. Nesse trabalho foi encontrado que apesar do bombeio incoerente transferir flutuações na intensidade e na fase para o sinal amplificado, o ganho é maior que no caso de bombeio com luz coerente para níveis de potência equivalentes. Esse fato foi atribuído à estatística das flutuações na intensidade do bombeio.

Posteriormente outro trabalho baseado na interação de FWM entre ruído ASE de alta intensidade e um laser mostrou que numa fibra de dispersão deslocada o laser é atenuado, em lugar de ser amplificado, e seu espectro alargado na saída da fibra [33]. Isso foi causado pela geração de novas frequências ao redor do laser devido ao processo de FWM entre o laser amplificado e as componentes espectrais laterais ao laser (o qual alarga o espectro do laser). A análise feita lá mostrou que a eficiência no processo de FWM entre o laser (antes de ser amplificado) e o ruído ASE de alta intensidade, é menor que a eficiência apresentada pelo FWM entre o laser (depois de ser amplificado) e as componentes espectrais do ruído que o acompanham. Isto leva, portanto, ao consumo de energia e esgotamento da energia do laser.

A interação laser-ruído com ruído agindo como campo de bombeio, também tem proporcionado aplicações úteis para medir o quociente entre a dispersão de terceira e quarta ordem  $\beta_3/\beta_4$  como foi mostrado na referência [34]. Nesse trabalho, um laser e ruído filtrado sintonizável (ambos de onda contínua) são usados no experimento. Em particular, o espectro do ruído é largo e idealmente plano. A frequência do ruído é sintonizada perto do zero de dispersão da fibra, enquanto a frequência do laser é escolhida longe dessa região com o fim de garantir que os picos de FWM gerados no processo sejam suficientemente estreitos. A condição que permite a máxima potência de saída para o campo de FWM gerado na interação faz possível a medição da razão entre a dispersão de terceira e quarta ordem com alta precisão ( $\beta_3/\beta_4$ ). Esse método tem as vantagens de precisar de potências muito baixas (< 6 mW, para o laser e da ordem de < 100 mW para o ruído), por ter uma boa precisão (erros de < 3%) e a possibilidade de medir fibras tão curtas como fibras de 10 metros de comprimento

[34]. Outro fato interessante a ser ressaltado é o de conseguir visualizar e quantificar as flutuações das propriedades dispersivas nas fibras ópticas. Isso acontece porque o espectro do FWM não apresenta um pico só (caso de uma fibra ideal uniforme), senão uma complexa distribuição de picos de FWM sobre faixas espectrais que podem alcançar até alguns nanômetros. Isso foi atribuído principalmente às flutuações que experimenta o  $\lambda_0$  desprezando as contribuições que possam ter as variações da dispersão de alta ordem como  $\beta_3$  e  $\beta_4$ , sobre a condição de casamento de fase.

Poucos trabalhos são encontrados na literatura sobre a medição dos parâmetros de dispersão de alta ordem. Porém, o trabalho elaborado por Auguie *et. al.* [35] merece destaque já que o método proposto lá permite a medida simultânea não só do comprimento de onda de dispersão nula e o parâmetro de dispersão  $\beta_2$ , mas também de  $\beta_3$  e  $\beta_4$ . Para conseguir isso, eles usaram a dependência sobre propriedades dispersivas que apresenta a condição de casamento de fase para o efeito de MI (tanto no regime de dispersão normal quanto no anômalo) e para a emissão de ondas dispersivas emitidas por fissão de sólitons [36]. Usando o algoritmo de Gauss-Newton, eles conseguiram fazer um ajuste não linear dos dados experimentais com as expressões teóricas para o casamento de fase e assim obterem os parâmetros de dispersão das fibras sob estudo. Os resultados mostraram que o método permite medir  $\beta_4$  com uma precisão de aproximadamente 2%. No entanto, um inconveniente que apresenta a técnica experimental é o uso fontes laser de alta intensidade (~ 800 mW) [35].

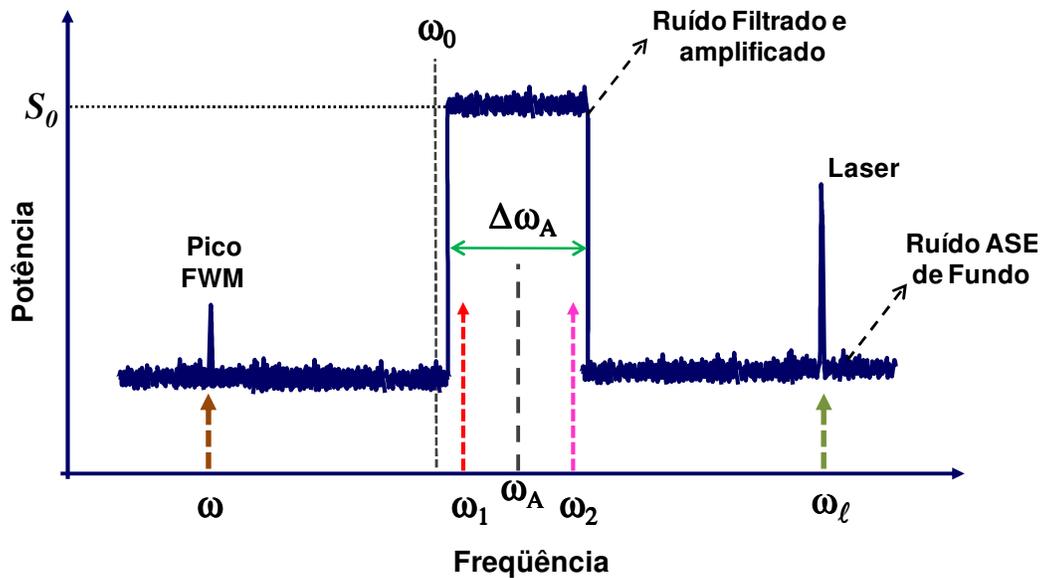
## 1.2 Motivação e objetivos

Esta tese tem como objetivo principal o estudo da interação não linear laser e ruído através do processo de FWM no regime pulsado, no qual o ruído é usado como bombeio, isto é, quando o campo estocástico tem uma potência de entrada que não pode ser considerada como desprezível em relação à potência do laser. Isso faz que a onda gerada produto do FWM dependa quadraticamente da potência do ruído e seja linear na potência do laser. A metodologia teórica e experimental usado neste trabalho

de tese continua, estende e clarifica mais a fundo o estudo feito na referência [33]. Como falamos antes, lá ficou claro que flutuações do  $\lambda_0$  poderiam ser as responsáveis pela geração de múltiplos picos de FWM no espectro de saída, sem dar argumentos para desprezar as contribuições que possam ter as variações de  $\beta_3$  e  $\beta_4$  sobre esse fenômeno. Além disso, lá também não é claro a forma como as flutuações se apresentam ao longo da fibra ficando tudo o estudo baseado somente nas propriedades dispersivas que tem a fibra como um todo.

Por outro lado, aqui nós estudamos e medimos a forma como os picos de FWM são distribuídos ao longo da fibra através do uso de fontes pulsadas em lugar de fontes contínuas. Nós usamos uma fonte pulsada de ruído (gerado por emissão espontânea) amplificado, filtrado e sintonizável (centrada em  $\omega_A$ ) com um espectro estreito ( $0.18 \text{ nm} < \Delta\lambda_A < 6 \text{ nm}$ ), de perfil idealmente retangular e com uma potência pico ( $S_0$ ) muito maior que o ruído de fundo ( $\sim 40 \text{ dB}$  maior) junto um laser pulsado sintonizável (em  $\omega_l$ ) de baixa potência tal que os efeitos não lineares como o SPM e o XPM pudessem ser considerados desprezíveis. A figura 1.6 mostra o espectro do laser, do FWM gerado e do perfil espectral ideal do ruído usado no nosso estudo. O ruído é sintonizado perto da frequência de dispersão nula e o laser é posto longe dessa região. Desde o ponto de vista quântico, a interação acontece entre um fóton do laser e pares de fótons do ruído localizados simetricamente em relação à  $\omega_A$ , o qual gera um fóton em  $\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_l$ . A utilização das fontes pulsadas permite que a interação dos pulsos seja localizada dentro de regiões bem definidas da fibra, o qual é conseguido pelo fato que a interação somente acontece quando os pulsos estão superpostos. Devido à diferença das velocidades de grupo dos pulsos (já que  $\omega_A \neq \omega_l$ ), a região onde a interação acontece é controlada através do atraso temporal entre os pulsos.

Seguindo a metodologia experimental da referência [34] em cada seção da fibra escolhida, podemos usar a condição de casamento de fase do processo de FWM para encontrar o cociente  $\beta_{30}/\beta_{40}$ . A medição dos parâmetros de dispersão de alta ordem tem muita importância visando o incremento da largura de banda dos atuais sistemas de comunicação óptica. Num futuro não muito longe, espera-se trabalhar com toda a



**Figura 1.6** Representação da interação pelo FWM entre ruído filtrado-amplificado centrado em  $\omega_A$  e um laser com freqüência  $\omega_l$ , o qual gera um pico na saída da fibra na freqüência  $\omega$ . O ruído é sintonizado perto da freqüência de dispersão nula  $\omega_0$ .

largura de banda oferecida pelas fibras ópticas o qual corresponde à faixa de 1.0 – 1.7  $\mu\text{m}$  [37]. Dessa forma, será muito relevante no desenho de sistemas de comunicação ópticos o conhecimento da dispersão de alta ordem com o fim de elaborar técnicas para a compensação da dispersão. Igualmente nos FOPAs, o conhecimento do mapa de dispersão de fibras ópticas tem chamado a atenção recentemente já que isso permitiria a construção de fibras bastante uniformes a partir de uma concatenação de varias outras fibras com características dispersivas similares com o qual seria possível obter ganhos mais uniformes e com largura de banda maior às atuais [24,38].

Assim, esta tese tem seu foco tanto no ponto de vista fundamental quanto no prático como os seguintes objetivos:

- Estudar e entender desde o ponto de vista fundamental a interação laser-ruído já que ela impõe um limite fundamental ao desempenho dos sistemas de comunicação óptica.

- Localizar espacialmente dentro da fibra a dispersão de alta ordem e o comprimento de onda de dispersão nula usando fontes pulsadas. A partir disso é possível construir o mapa de dispersão de alta ordem numa fibra.
- Elaborar uma base teórica sobre o impacto que têm as flutuações do raio do núcleo da fibra sobre os parâmetros de dispersão e como isso afeta a frequência do produto do FWM gerado na interação não linear entre laser e ruído.

### 1.3 Esquema da Tese

A continuação no Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão sobre as principais características tanto lineares quanto não lineares das fibras ópticas. A polarização não linear de terceira ordem, como fonte dos efeitos não lineares, é apresentada junto com suas principais propriedades. Logo, os modos de propagação para uma fibra óptica de perfil de índice degrau e a expressão para o cálculo da constante de propagação para fibras monomodo é mostrada lá. Os resultados analíticos desse capítulo são relevantes já que eles permitem calcular a dependência dos parâmetros de dispersão como  $\lambda_0$ ,  $\beta_3$  e  $\beta_4$  em função do raio do núcleo da fibra. Isso nos permite depois indagar sobre o impacto que têm as flutuações do raio do núcleo sobre a frequência do pico do FWM gerado na interação não linear laser e ruído.

Logo, no Capítulo 3 é introduzida a teoria detalhada sobre a interação não linear entre um laser e luz incoerente. É apresentado todo o formalismo teórico que deve ser levado em conta no momento de tratar com campos estocásticos que no caso representa o ruído óptico. Resultados para a potência do sinal FWM e a condição de casamento de fase são discutidos lá.

No capítulo 4, é apresentada a montagem e a metodologia experimental usada para o estudo da interação laser – ruído, tanto no caso onde as fontes são contínuas quanto quando são pulsadas. A forma de usar a informação contida no espectro do pico do FWM, principalmente na condição de casamento de fase, é apresentada; isso

nos permite medir indiretamente os valores da razão  $\beta_3/\beta_4$  da fibra. Igualmente, mostramos tudo o esquema usado para localizar a interação não linear entre os pulsos e desse modo, construir o mapa de dispersão das fibras. Depois, apresentamos os resultados experimentais para duas fibras ópticas com diferentes comprimentos e propriedades dispersivas. Mostramos os espectros obtidos para os picos do FWM gerados nas fibras junto com os mapas de dispersão construídos para elas. Por último estão os resultados teóricos do estudo do impacto das flutuações do raio da fibra sobre a variação dos picos do FWM no espectro de saída das fibras com perfil de índice degrau, com o fim de corroborar a nossa interpretação (flutuação do raio do núcleo da fibra) sobre nossos resultados experimentais.

Por último, no capítulo 5 expomos as principais conclusões e perspectivas desta tese.

## 1.4 Referências

- [1] J.M. Senior, Optical Fiber Communications: Principles and Practice, Pearson Edu., London, 2009.
- [2] J.T. Kringlebotn, K. Bløtekjaer, e C.N. Pannell, "Field Statistics Modelling of Beat Noise in an Optical Amplifier", IEE Proc.-Optoelectron., 141, 185 (1994).
- [3] B.E.A. Saleh e M.C. Teich, Fundamentals of Photonics, Wiley Series in Pure and Applied Optics, New Jersey, 2007.
- [4] G.P. Agrawal, Lightwave Technology: Communication Systems, Wiley Series, New York, 2005.
- [5] A. Yariv e P. Yeh, Photonics: Optical Electronics in Modern Communications, Oxford University Press, New York, 2007.
- [6] D. Marcuse, Principles of Quantum Electronics, Academic Press, New York, 1980.
- [7] J. Toulouse, "Optical Nonlinearities in Fibers: Review, Recent Examples, and Systems Applications", J. of Light. Tech., 23, 3625 (2005).
- [8] A.N. Pinto, e G.P. Agrawal, "Nonlinear Interaction Between Signal and Noise in Optical Fibers", J. of Light. Tech., 26, 1847 (2008).
- [9] G.P. Agrawal, Fiber-Optic Communication Systems, Wiley-Interscience, New York, 2002.
- [10] P.C. Becker, N.A. Olsson, e J.R. Simpson, Erbium-Doped Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology, Academic Press, San Diego, 1999.
- [11] M. Karlsson, "Modulational Instability in Lossy Optical Fibers", J. Opt. Soc. Am. B, 12, 2071 (1995).
- [12] B. Augu e, A. Mussot, et al., "Ultralow Chromatic Dispersion Measurement of Optical Fibers with a Tunable Fiber Laser", IEEE Photonics Tech. Letters, 18, 1825 (2006).
- [13] J. Fatome, S. Pitois, and G. Millot, "Measurement of Nonlinear and Chromatic Dispersion Parameters of Optical Fibers Using Modulation Instability", Opt. Fib. Technol., 12, 243 (2006).
- [14] C. Mazzali, D.F. Grosz, and H.L. Fragnito, "Simple Method for Measuring Dispersion and Nonlinear Coefficient Near the Zero-Dispersion Wavelength of Optical Fibers", IEEE Photon. Technol. Lett., 11, 251 (1999).
- [15] M.E. Marhic, et. al., "Wide-Band Tuning of the Gain Spectra of One-Pump Fiber Optical Parametric Amplifiers", IEEE J. of Sel. Top. in Quant. Elec., 10, 1133, 2004.
- [16] M.E. Marhic, et. al., "Broadband Fiber Optical Parametric Amplifiers", Optics Letters, 21, 573, 1996.

- [17] M.E. Marhic, *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [18] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Elsevier Inc., New York, 2007.
- [19] J.M. Chávez Boggio, S. Tenenbaum, e H.L. Fragnito, "Amplification of Broadband Noise Pumped by Two Lasers in Optical Fibers", *J. Opt. Soc. Am. B*, 18, 1428 (2001).
- [20] J.M. Chávez Boggio, S. Tenenbaum, e H.L. Fragnito, "Four Wave Mixing Induced Changes in the Noise Spectrum in an Optical Fiber," in *Optical Fiber Communication Conference, OSA technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001)*, WDD24.
- [21] J.M. Chávez Boggio, *Efeitos Não Lineares em Fibras Ópticas de Dispersão Deslocada*, Tese de Doutorado, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, 2001.
- [22] F. Yaman, et al., "Impact of Dispersion Fluctuations on Dual-Pump Fiber-Optic Parametric Amplifiers", *IEEE Photonics Tech. Letters*, 16, 1292 (2004).
- [23] K. Inoue, "Arrangement of Fiber Pieces for a Wide Wavelength Conversion Range by Fiber Four-Wave Mixing", *Optics Letters*, 19, 1189, 1994.
- [24] E. Myslivets, et. al., "A New Class of High-Resolution Measurements of Arbitrary-Dispersion Fibers: Localization of Four-Photon Mixing Process", *J. of Light. Tech.*, 27, 364 (2009).
- [25] M. Eiselt, et. al., "Nondestructive Position-Resolved Measurement of the Zero-Dispersion Wavelength in an Optical Fiber", *J. of Light. Tech.*, 15, 364 (1997).
- [26] E. Myslivets, N. Alic, e S. Radic, "Spatially Resolved Measurement in Waveguides with Arbitrary Chromatic Dispersion", *IEEE Photonics Tech. Letters*, 20, 1793 (2008).
- [27] I. Brener, et. al., "High-Resolution Zero-Dispersion Wavelength Mapping in Single-Mode Fiber", *Optics Letters*, 23, 1520, 1998.
- [28] M. González-Herráez, et. al., "Retrieval of the Zero-Dispersion Wavelength Map of an Optical Fiber from Measurement of Its Continuous-Wave Four-Wave Mixing Efficiency", *Optics Letters*, 27, 1546, 2002.
- [29] M. González-Herráez, et. al., "Enhanced Method for the Reconstruction of Zero-Dispersion Wavelength Maps of Optical Fibers by Measurement of Continuous-Wave Four-Wave Mixing Efficiency", *Applied Optics*, 41, 3796, 2002.
- [30] J. Schröder, et al., "Interplay of Four-Wave Mixing Processes with a Mixed Coherent-Incoherent Pump", *Optical Express*, 18, 25833 (2010).
- [31] Y. Tian, P. Dong, e C. Yang, "Polarization Independent Wavelength Conversion in Fibers Using Incoherent Pumps", *Optical Express*, 16, 5493 (2008).
- [32] Y.Q. Xu, and S.G. Murdoch, "Gain Spectrum of an Optical Parametric Amplifier with a Temporally Incoherent Pump", *Optics Letters*, 35, 169 (2010).

- [33] Y. Yang, and C. Yang, "Four-Wave Mixing Between Coherent Signal and Incoherent Pump Light in Nonlinear Fiber", *J. of Light. Tech.*, 27, 4954 (2009).
- [34] J.M. Chávez Boggio, e H.L. Fragnito, "Simple Four-Wave-Mixing-Based Method for Measuring the Ratio Between the Third- and Fourth-Order Dispersion in Optical Fibers", *J. Opt. Soc. Am. B*, 24, 2046 (2007).
- [35] B. Auguie, et. al., "Ultralow Chromatic Dispersion Measurement of Optical Fibers with a Tunable Fiber Laser", *IEEE Phot. Tech. Lett.*, 18, 1825 (2006).
- [36] A. Mussot, et. al., "Spectral Broadening of a Partially Coherent CW Optical Beam in Single-Mode Fibers", *Opt. Exp.*, 12, 2838 (2004).
- [37] E.B. Desurvire, "Capacity Demand and Technology Challenges for Lightwave Systems in the Next Two Decades", *J. of Light. Tech.*, 24, 4697 (1996).
- [38] L.H. Gabrielli, H.E. Hernández-Figueroa, and H.L. Fragnito, "Robustness Optimization of Fiber Index Profiles for Optical Parametric Amplifiers", *J. of Light. Tech.*, 27, 5571 (2009).



## 2 PROPRIEDADES E CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS FIBRAS

Neste capítulo são apresentadas as principais características lineares e não lineares das fibras ópticas. Começamos descrevendo as características geométricas de uma fibra de perfil de índice degrau introduzindo os conceitos de atenuação e dispersão para uma fibra.

São descritos os principais fenômenos não lineares que acontecem nas fibras ópticas, enfatizando os efeitos de troca de energia entre ondas, que serão exploradas nesta tese. A fonte principal desse tipo de fenômenos é a polarização não linear de terceira ordem, cujas propriedades, descritas principalmente pela susceptibilidade não linear corresponde, são apresentadas brevemente neste capítulo. Em geral, o efeito não linear de mais baixa intensidade, mas que requer lasers contínuos ou pulsos longos ( $> 100$  ns), é o espalhamento Brillouin, fenômeno pelo qual a luz se acopla aos fônons acústicos e eventualmente leva ao espalhamento Brillouin estimulado (SBS, *Stimulated Brillouin Scattering*). A luz também se acopla às vibrações moleculares, no caso de fontes de luz de alta intensidade, dando lugar ao espalhamento Raman e, eventualmente, à sua versão estimulada (SRS, *Stimulated Raman Scattering*). Mas o efeito explorado nesta tese é o fenômeno de mistura de quatro ondas (FWM, *Four Wave Mixing*), de origem puramente eletrônica.

O formalismo matemático que descreve o fenômeno de FWM e a equação de onda que governa a evolução temporal e espacial das ondas ao longo duma fibra óptica é apresentado. Inicialmente, estudamos a propagação de luz em fibras ópticas de perfil de índice degrau no regime linear com o objetivo de chegar à equação modal que permite calcular a constante de propagação  $\beta$  em função do raio do núcleo da fibra, da diferença relativa de índice refração núcleo-casca  $\Delta$ , e do comprimento de onda da luz  $\lambda$ . O conhecimento de  $\beta$  permite o cálculo de suas derivadas (dispersão) e do comprimento de onda de dispersão nula  $\lambda_0$  (comprimento de onda onde  $d^2\beta/d\omega^2 = 0$ ) em função das propriedades geométricas da fibra, principalmente do raio do núcleo.

Determinar a dispersão e o  $\lambda_0$  em função do raio da fibra é de muita importância para o estudo das flutuações nos parâmetros geométricos da fibra, especialmente o raio, e seu impacto na FWM. Nos próximos capítulos, onde se estabelece a condição de casamento de fase em função da dispersão de alta ordem e o  $\lambda_0$ , este modelo teórico é de muita ajuda para entender como mudanças no raio da fibra podem impactar as interações não lineares entre laser e ruído. Por último, o modelo de fibra de índice degrau (ou fibra padrão) foi escolhido porque ele oferece soluções exatas para a constante de propagação  $\beta$  que são mais simples de serem analisados que no caso de fibras com perfis mais complicados.

## 2.1 Fibra óptica

A fibra de vidro de sílica se tornou o meio mais importante para a transmissão de informação sobre longas distâncias e a altas taxas (tipicamente da ordem de 10 – 40 Gb/canal) [1-2]. Entre suas vantagens estão sua baixa atenuação (tipicamente  $\sim 0.02$  dB/km), pequeno tamanho (diâmetro externo  $\sim 125 \mu\text{m}$ ), baixo peso, sua ampla largura de banda e seu isolamento elétrico [3]. Em sua forma mais simples uma fibra óptica consiste de um núcleo cilíndrico de vidro de sílica rodeado por uma casca cujo índice de refração é menor do que o do núcleo [4]. A luz é confinada no núcleo por refração interna total na interface núcleo casca, pelo qual a fibra atua como uma guia de onda. Esse tipo de fibras, onde há uma mudança abrupta do índice de refração na interface núcleo-casca, é conhecido como *fibra de perfil de índice degrau* (em inglês, *step-index*), o qual é o tipo de fibra mais utilizado para telecomunicações. Na figura 2.1 se mostra esquematicamente o perfil de índice e a seção transversal para o caso da fibra de índice degrau.

Uma fibra com índice degrau é caracterizada pela seguinte distribuição do índice de refração (ver figura 2.1):

$$n(r) = \begin{cases} n_1 & \text{se } 0 \leq r \leq a \text{ (núcleo)} \\ n_2 & \text{se } a < r \text{ (casca)} \end{cases} \quad (2.1)$$

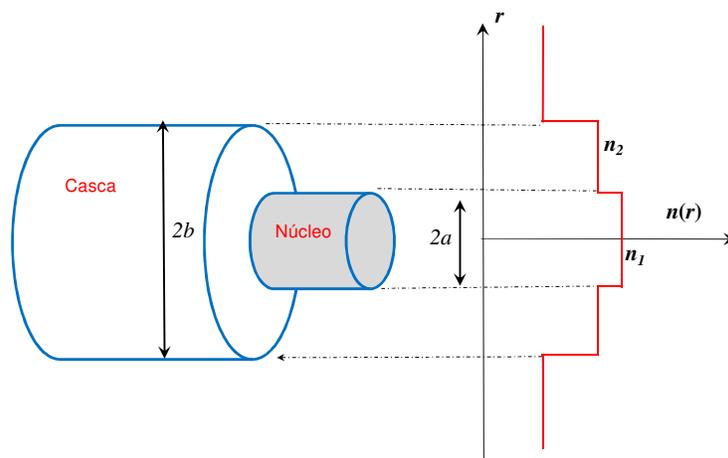
Dois parâmetros que caracterizam uma fibra óptica são a *diferença relativa de índice núcleo-casca*

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (2.2)$$

e o chamado parâmetro de *freqüência normalizada V* definida como

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (2.3)$$

onde  $k_0 = 2\pi c/\lambda$ ,  $a$  é o raio do núcleo, e  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz no vácuo [5]. O parâmetro  $V$  determina o número de modos suportados pela fibra. Como veremos mais para frente, as fibras ópticas de índice degrau permitem a propagação de um único modo quando  $V < 2.405$ . Neste caso se diz que a fibra é *monomodo*. Se o parâmetro  $V$  excede esse valor passa a suportar mais de um modo (fibras multimodo). A principal diferença entre fibras monomodo e multimodo é o tamanho do núcleo. O raio do núcleo  $a$  é tipicamente  $25 \mu\text{m}$  para fibras multimodo. No entanto, fibras com  $\Delta \approx 0.003$  requerem que  $a$  seja  $< 5 \mu\text{m}$  para ser monomodo. O valor numérico do raio externo  $b$  é menos crítico enquanto seja o suficientemente grande como para confinar os modos da fibra completamente; seu valor padrão nas fibras para telecomunicações é  $b = 62.5 \mu\text{m}$ .



**Figura 2.1** Estrutura de uma fibra com perfil de índice degrau. A região central é o núcleo, o qual está rodeado pela casca. Mostra-se também perfil do índice de refração em função do raio da fibra. O índice de refração muda na direção radial  $r$ . No núcleo onde é maior do que na parte externa (casca).

Uma importante propriedade de toda fibra óptica é a perda de potência que uma onda óptica experimenta quando é transmitida ao longo do meio. Se  $P_0$  é a potência na entrada da fibra de comprimento  $L$ , a potência transmitida  $P_T$  é dada por

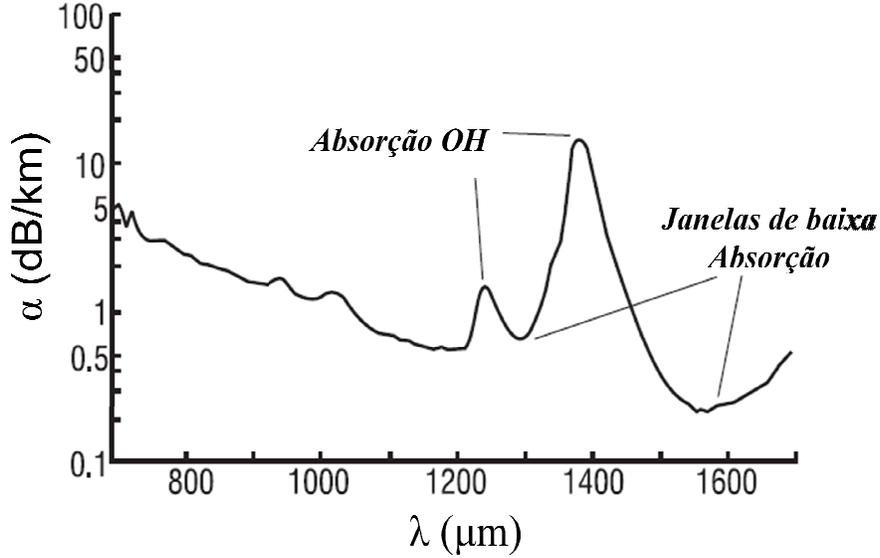
$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L), \quad (2.4)$$

onde a *constante de atenuação*  $\alpha$  é uma medida da perda total da fibra (nepper/km). É costume expressar a perda em unidades de dB/km usando

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left( \frac{P_T}{P_0} \right) = 4.343\alpha. \quad (2.5)$$

Na figura 2.2 se mostra o espectro de perda de uma fibra monomodo típica [6]; o seu mínimo absoluto de perda é de 0.2 dB/km perto de 1.55  $\mu\text{m}$ , mas são consideravelmente maiores em comprimentos de onda mais curtos, alcançando o nível de uns poucos dB/km na faixa do visível. Parte das perdas se deve à absorção: uma faixa de absorção no infravermelho (IV) que resulta das transições vibracionais e outra na faixa do ultravioleta (UV) que é originada pelas transições eletrônicas. Outro efeito importante que contribui à atenuação da luz nas fibras ópticas é o espalhamento Rayleigh, o qual tem origem nas variações aleatórias da densidade e da composição do vidro, criando assim mudanças não homogêneas do índice de refração que agem como centros de espalhamento. Fontes extrínsecas de atenuação são as faixas de absorção que resultam da presença de impurezas principalmente traças de íons metálicos e radicais  $\text{OH}^-$  ligados à matriz vítrea do vidro durante o processo de fabricação.

Quando uma onda eletromagnética se propaga num dielétrico ela é afetada não só pelas perdas, mas também, pela dispersão. Isso acontece porque a resposta do meio ao campo aplicado não é instantânea o que leva a seu índice de refração depender, em geral, da frequência óptica  $\omega$  da onda. Essa propriedade é chamada *dispersão cromática*. As principais fontes de dispersão em fibras ópticas monomodo são a *dispersão material* ( $D_M$ ) e a *dispersão de guia de onda* ( $D_M$ ). A primeira delas tem sua origem nas frequências ressonantes nas quais o meio absorve radiação através das oscilações de elétrons ligados. Longe das ressonâncias do meio, o índice de refração para a Sílica pura ( $\text{SiO}_2$ ) e Sílica dopada com  $\text{GeO}_2$  (materiais comumente usados na



**Figura 2.2** Coeficiente de atenuação  $\alpha$  da sílica versus o comprimento de onda  $\lambda$ . Há um mínimo local em  $1.3 \mu\text{m}$  ( $\alpha_{\text{dB}} \approx 0.6 \text{ dB/km}$ ) e um mínimo absoluto em  $1.55 \mu\text{m}$  ( $\alpha_{\text{dB}} \approx 0.2 \text{ dB/km}$ ) [6].

fabricação das fibras) é bem aproximado pelos três primeiros termos da *equação modificada de Sellmeier* [7]

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{[A_j^S + X(A_j^G - A_j^S)]\lambda^2}{\lambda^2 - [\lambda_j^S + X(\lambda_j^G - \lambda_j^S)]^2}, \quad (2.6)$$

onde  $A^S$ ,  $\lambda^S$ ,  $A^G$ ,  $\lambda^G$  são os coeficientes de Sellmeier para vidros  $\text{SiO}_2$  e  $\text{GeO}_2$ , respectivamente, e  $X$  é a fração molar de  $\text{GeO}_2$  na sílica. Na tabela 2.1 são apresentados os coeficientes de Sellmeier para a Sílica pura ( $\text{SiO}_2$ ) e o dióxido de germânio puro ( $\text{GeO}_2$ ). A equação 2.6 é válida na faixa entre  $0.3 \mu\text{m} - 4.0 \mu\text{m}$  com um erro de aproximadamente  $< 2 \times 10^{-5}$  para o índice de refração [7]. Essa equação não leva em conta as variações com a temperatura dos coeficientes de Sellmeier. Isso porque à temperatura ambiente e com variações relativamente pequenas desse parâmetro, os coeficientes de Sellmeier são essencialmente constantes [8].

Por outro lado, a dispersão de guia de onda é resultado da dependência da distribuição de campo na fibra óptica com a razão entre o radio do núcleo e o comprimento de onda comprimento de onda ( $a/\lambda$ ) [9]. As frações relativas da potencia

Coeficientes de Sellmeier	SiO <sub>2</sub>	GeO <sub>2</sub>
$A_1$	0.69616630	0.80686642
$\lambda_1$ (μm)	0.06840430	0.06897261
$A_2$	0.40794260	0.71815848
$\lambda_2$ (μm)	0.11624140	0.15396605
$A_3$	0.89747940	0.85416831
$\lambda_3$ (μm)	9.89616100	11.841931

**Tabela 2.1** Coeficientes de Sellmeier para a SiO<sub>2</sub> e GeO<sub>2</sub> puros. Os sobrescritos S ou G os coeficientes na equação 1.5 fazem referência ao SiO<sub>2</sub> ou ao GeO<sub>2</sub>, respectivamente. [7].

óptica no núcleo e na casca (conhecido como o fator de confinamento) dependem do  $\lambda$ . Agora, já que as velocidades de fase no núcleo e o revestimento são diferentes a velocidade de grupo do modo muda dependendo se a onda se propaga majoritariamente no núcleo ou na casca, qual implica a sua vez, que a dispersão depende do comprimento de onda. Mesmo que a dispersão de guia de onda seja geralmente menor que a dispersão material, isso é suficiente para que comprimento de onda onde a dispersão material é nula (denotado como  $\lambda_0$ ) seja deslocado.

Matematicamente, os efeitos da dispersão da fibra são estudados expandindo em uma serie de Taylor a constante de propagação  $\beta$  do modo ao redor da frequência  $\omega_0$  na qual um pulso óptico esta centrado:

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (2.7)$$

onde

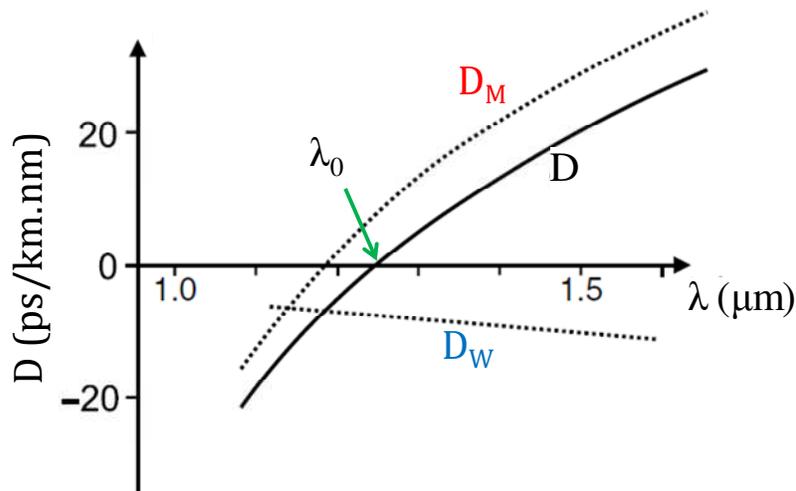
$$\beta_m = \left( \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m=0,1,2,\dots). \quad (2.8)$$

Os parâmetros  $\beta_1$  e  $\beta_2$  representam o inverso da velocidade de grupo e a dispersão da velocidade de grupo, respectivamente. Fisicamente falando, quando um

pulso óptico se propaga na fibra, sua envolvente viaja com velocidade de grupo  $v_g = 1/\beta_1$ , enquanto o parâmetro  $\beta_2$  dá conta pelo seu alargamento temporal. Este último fenômeno é conhecido como dispersão da velocidade de grupo (GVD, de *Group Velocity Dispersion*), e  $\beta_2$  é o parâmetro GVD. O parâmetro de dispersão  $D$ , definido como  $d\beta_1/d\lambda$ , é mais usado na prática e está relacionado com  $\beta_2$  através de

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (2.9)$$

A figura 2.3 mostra como muda a dispersão com o comprimento de onda para a sílica pura  $D_M$ , o guia de onda  $D_W$ , e a dispersão total  $D$  [10]. Uma característica notável é que  $D$  (ou  $\beta_2$ ) é zero em  $1.27 \mu\text{m}$  e muda de sinal para comprimentos de onda maiores. Esse comprimento de onda é conhecido como o *comprimento de onda de dispersão nula* e é indicado como  $\lambda_0$  (ou frequência de dispersão nula  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ ). Os efeitos de dispersão não somem completamente em  $\lambda_0$ . Pulsos ópticos ainda sofrem alargamento devido aos efeitos de dispersão de mais alta ordem ( $\beta_3, \beta_4, \dots$ ) [11]. A inclusão dos parâmetros de dispersão de alta ordem é importante nos casos onde o comprimento de onda da luz esteja longe do  $\lambda_0$ ; como exemplos, estão os sistemas que usam pulsos ultracurtos ou a técnica de multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM, de *Wavelength-Division-Multiplexing*).



**Figura 2.3** Dispersão total  $D$  é resultado da contribuição do material  $D_M$  e do guia de onda  $D_W$ . O comprimento de onda de dispersão nula da fibra é deslocado em relação ao esperado do  $D_M$  por si só, como consequência da contribuição do  $D_W$  [10].

## 2.2 Propriedades não lineares: efeito Kerr óptico e mistura de quatro ondas

A resposta de qualquer dielétrico à luz se torna não linear para campos eletromagnéticos muito intensos [11]. As fibras ópticas, além de estar fabricada a base de um material dielétrico (Sílica), uma de suas características mais notórias é a baixa potência necessária para observar efeitos não lineares [12]. Isso é devido principalmente ao fato de terem áreas muito pequenas ( $\sim 80 \mu\text{m}^2$ ) que podem produzir altas intensidades com potências moderadas, e por causa de seus longos comprimentos. O estudo da não linearidade é baseado na resposta não linear da polarização total  $\mathbf{P}$  ao campo elétrico  $\mathbf{E}$ , dada aproximadamente pela seguinte expressão (tratamento mais rigoroso é abordado na seção 2.21):

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots), \quad (2.10)$$

onde  $\varepsilon_0$  é a permissividade do vácuo, e  $\chi^{(j)}$  é o tensor susceptibilidade de ordem- $j$  do dielétrico. A susceptibilidade  $\chi^{(1)}$  representa a contribuição dominante para o  $\mathbf{P}$  e seus efeitos são incluídos através do índice de refração  $n(\omega)$  e o coeficiente de atenuação  $\alpha(\omega)$  (vide seção 2.3).  $\chi^{(2)}$  é responsável pelos efeitos não lineares tais como soma e diferença de frequência e geração de segundo harmônico. Já que um meio feito de sílica possui a simetria de inversão espacial (isto é, se o campo elétrico é invertido espacialmente, a polarização ou resposta do material deve se inverter também), as fibras ópticas normalmente não apresentam efeitos não lineares de segunda ordem [11]. Isto pode ser observado analisando o segundo termo à direita da equação 2.10: se o vetor do campo elétrico é invertido ( $\mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E}$ ), então a polarização deve trocar de sinal, mas devido à funcionalidade quadrática com o campo, a única maneira disso ser satisfeito é que  $\chi^{(2)}$  seja nulo. Por tanto, a contribuição de menor ordem que predomina é a cúbica, descrito por  $\chi^{(3)}$  o qual dá origem a efeitos não lineares provocados por mudanças do índice de refração (efeito Kerr óptico). O efeito Kerr óptico consiste na dependência do índice de refração com a intensidade do campo no meio [13]

$$\text{índice de refração} = n + n_2 I \quad (2.11)$$

onde  $I$  é a intensidade da luz,  $n_2$  é o índice de refração não linear da fibra e  $n$  é o índice de refração linear já discutido. O índice de refração não linear está relacionado como a susceptibilidade de terceira ordem através de:

$$n_2 = \frac{3 \text{Re}(\chi^{(3)})}{4\epsilon_0 c n_L^2} \quad (2.12)$$

A ordem de grandeza do coeficiente  $n_2$  (em unidades de  $\text{m}^2/\text{W}$ ) é de  $10^{-17}$  a  $10^{-20}$  em vidros ( $3.2 \times 10^{-20}$ , para sílica pura),  $10^{-14}$  a  $10^{-22}$  em polímeros, e  $10^{-17}$  a  $10^{-21}$  em cristais [14]. Como consequência do efeito Kerr, a não linearidade muda a fase das ondas quando se propagam numa fibra óptica. Assim, quando a intensidade de uma onda óptica é modulada isso conduz, simultaneamente, à modulação da sua própria fase. Esse efeito é conhecido como automodulação de fase (SPM, de *Self-Phase Modulation*). Por outro lado, quando duas ondas se propagam simultaneamente na fibra, a modulação de intensidade de uma das ondas resulta na modulação de fase da outra, o qual recebe o nome de modulação de fase cruzada (XPM, de *Cross-Phase Modulation*). Tanto no caso da SPM quanto no XPM, a modulação de fase se traduz numa modulação da frequência que alarga o espectro dos campos envolvidos no processo.

O efeito Kerr óptico também é responsável pelo fenômeno da mistura de quatro ondas (FWM, de *Four-Wave Mixing*), um processo paramétrico que envolve a transferência de energia entre ondas e não simplesmente a modulação do índice de refração. Geralmente, no processo de FWM participam quatro ondas ópticas uma das quais é gerada a partir da interação não linear das outras três inicialmente presentes na entrada da fibra [1]. Se as frequências e as constantes de propagação das três ondas são  $(\omega_1, \beta_1)$ ,  $(\omega_2, \beta_2)$ ,  $(\omega_3, \beta_3)$ , então a frequência e constante de propagação da quarta onda  $(\omega, \beta)$  pode ser escrita como:

$$\omega = \omega_1 \pm \omega_2 \mp \omega_3, \quad (2.13)$$

$$\beta = \beta_1 \pm \beta_2 \mp \beta_3, \quad (2.14)$$

onde a última equação corresponde à condição de casamento de fase, que expressa o requerimento que as ondas que participam no processo tenham as mesmas velocidades de fase [12]. Em geral, existem muitas possíveis combinações de processos de FWM, cada um conduzindo a geração de uma nova onda. Porém, em sistemas de comunicação e especialmente sistemas WDM, onde muitos canais separados compactamente se propagam simultaneamente, é de grande interesse o caso onde as quatro ondas estão na mesma ou numa faixa de frequência similar. Dessa maneira, as interações ficam reduzidas aos casos quando

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3, \quad (2.15)$$

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 - \beta_3. \quad (2.16)$$

### 2.2.1 Polarização não linear para o processo FWM

O processo FWM envolve a interação não linear de quatro ondas onde um fóton na frequência  $\omega$  é gerado a partir de três fótons com frequências  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_3$  na entrada da fibra e que satisfazem a conservação da energia  $\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$  [15]. A fonte responsável pelo processo de FWM é a polarização não linear de terceira ordem que no domínio do tempo é escrita como:

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 dt_2 dt_3 R^{(3)}(t_1; t_2; t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_3) \quad (2.17)$$

onde  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_j)$  é o campo elétrico no instante  $t - t_j$  e  $R^{(3)}$  é o tensor função resposta não linear do meio. Pelo principio de causalidade temos que o  $R^{(3)}$  deve cumprir com:

$$R^{(3)}(t_1; t_2; t_3) = \begin{cases} \neq 0, & \text{se } t \leq t_k \text{ (} k = 1, 2 \text{ ou } 3) \\ = 0, & \text{se } t_k > t \end{cases} \quad (2.18)$$

Já que as relações constitutivas são geralmente escritas no domínio da frequência, introduzimos a transformada de Fourier (TF) duma função do tempo,  $f(t)$ , na seguinte definição:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{f}(\omega) \exp(-i\omega t) \quad (2.19)$$

sendo a transformada inversa escrita como:

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \exp(i\omega t) \quad (2.20)$$

Tomando as TFs nos dois lados da equação 2.17 obtemos a seguinte expressão útil:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{\epsilon_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \chi^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) : \\ & \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_1) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_2) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega_3) \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde

$$\begin{aligned} \chi^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 dt_2 dt_3 R^{(3)}(t_1; t_2; t_3) \times \\ & \exp[i\omega t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3] \end{aligned} \quad (2.22)$$

é a susceptibilidade não linear de terceira ordem. Expressando a equação 2.21 em coordenadas cartesianas, a componente  $P_i^{(3)}$  da polarização não linear de terceira ordem fica:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i^{(3)}(\omega) = & \frac{\epsilon_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) \\ & \tilde{E}_j(\omega_1) \tilde{E}_k(\omega_2) \tilde{E}_l(\omega_3) \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde é usada a notação de Einstein nos índices  $\{j, k, l\} = 1, 2, 3$ . O tensor  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  é um tensor de quarta ordem com 81 elementos os quais são geralmente funções das frequências envolvidas. Já que a sílica é um material isotrópico sua simetria reduz o

número a somente 21 elementos não nulos, dos quais somente três são independentes [15]. Além disso, o número de elementos independentes é ainda menor se todas as freqüências estão longe das ressonâncias do meio, o qual é aproximadamente válido para fibras ópticas de sílica e comprimentos de onda usados em telecomunicações (ver apêndice A). Devido a isso, a susceptibilidade não linear de terceira ordem é independente da freqüência e possui um elemento independente só dado por [14]:

$$\chi_{1122}^{(3)} = \chi_{1212}^{(3)} = \chi_{1221}^{(3)} = \frac{\chi_{1111}^{(3)}}{3}. \quad (2.24)$$

### 2.3 Equação de propagação linear: parâmetros de dispersão para uma fibra de perfil de índice degrau [6,11]

Em meios não magnéticos, sem de cargas nem correntes elétricas livres, com perdas desprezíveis (como as fibras ópticas usadas em telecomunicações) e não lineares a equação que governa a propagação da luz é dada por (ver apêndice B):

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + k^2(\omega) \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 \omega^2 \tilde{\mathbf{P}}_{NL}, \quad (2.25)$$

onde  $k = \omega n/c$  ( $n$  sendo o índice de refração do material),  $\omega$  é a freqüência da onda,  $c$  a velocidade da luz no vácuo,  $\mu_0$  permeabilidade do vácuo e  $\tilde{\mathbf{P}}_{NL}$  corresponde à polarização não linear de terceira ordem dada pela equação 2.21. Com o fim de determinar as propriedades dispersivas para a fibra de perfil de índice degrau (i.e.,  $\beta(\omega)$ ), inicialmente vamos substituir na equação 2.25  $\tilde{\mathbf{P}}_{NL} = 0$ , para obtermos a equação escalar de Helmholtz:

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + k^2(\omega) \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (2.26)$$

A equação 2.26 é resolvida em coordenadas cilíndricas usando o método de separação de variáveis para as componentes  $\tilde{E}_z$  e  $\tilde{H}_z$  do campo elétrico e magnético, respectivamente; o resto de componentes,  $\tilde{E}_r$ ,  $\tilde{E}_\varphi$ ,  $\tilde{H}_r$  e  $\tilde{H}_\varphi$ , ficam completamente determinadas em termos das duas primeiras usando as quatro equações de Maxwell.

Satisfazendo as condições de contorno que exige a continuidade dos componentes  $\tilde{E}_\varphi$ ,  $\tilde{E}_z$ ,  $\tilde{H}_\varphi$  e  $\tilde{H}_z$  em  $r = a$  (na superfície que limita o núcleo e a casca), chegamos à equação modal que permite determinar a relação de dispersão,  $\beta(\omega)$ , para cada solução da equação 2.26 ou modo da fibra (veja apêndice C):

$$\left[ \frac{J'_l(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{K'_l(qa)}{qaK_l(qa)} \right] \left[ \frac{n_1^2 J'_l(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{n_2^2 K'_l(qa)}{qaK_l(qa)} \right] = l^2 \left[ \left( \frac{1}{qa} \right)^2 + \left( \frac{1}{ha} \right)^2 \right]^2 \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (2.27)$$

onde

$$\begin{aligned} r < a &\Rightarrow h^2 = k_1^2 - \beta^2 > 0 \rightarrow \beta < k_1 \\ a < r &\Rightarrow q^2 = \beta^2 - k_2^2 > 0 \rightarrow \beta > k_2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde  $k_j = n_j \omega / c$  é o número de onda na região com índice de refração  $n_j$  ( $n_1$  pertence ao núcleo e  $n_2$  à casca);  $l$  é um número inteiro;  $k_0 = \omega / c$ ;  $\varepsilon_1 = (n_1)^2$ ,  $\varepsilon_2 = (n_2)^2$ ,  $J'_l(x) = dJ_l(x)/dx$  e  $K'_l(x) = dK_l(x)/dx$ . Das equações 2.28 pode ser demonstrado que:

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0 \quad (2.29)$$

A equação 2.27 tem várias soluções para  $\beta$  por cada número inteiro  $l$ . Usualmente essas soluções são enumeradas como  $\beta_{nl}$ , onde  $l$  e  $n$  são inteiros. Cada  $\beta_{nl}$  corresponde a um único modo guiado pela fibra. Existem dois tipos de modos na fibra, chamados modos  $HE_{ln}$  e  $EH_{ln}$ . Para  $l = 0$ , esses modos são análogos aos modos transversos-elétricos (TE) e transversos-magnéticos (TM) de um guia de onda planar, onde as componentes longitudinais do campo  $\tilde{E}_z$  ou  $\tilde{H}_z$ , respectivamente, são nulas. No entanto, para  $l > 0$  os modos se tornam híbridos, isto é, todas as seis componentes do campo são diferentes de zero. Porém, é importante esclarecer que no caso quando  $\Delta = n_1 - n_2 \ll 1$  (válido para fibras ópticas) as componentes longitudinais dos campos se tornam muito pequenas em relação às componentes transversais, e assim o modo é essencialmente transversal [6,16].

O número de modos guiados por uma fibra óptica numa frequência dada depende de seus parâmetros estruturais, como o radio do núcleo  $a$  e a diferença do índice de refração entre o núcleo e a casca  $n_1 - n_2$ . Uma frequência importante para cada modo é a frequência de corte a qual corresponde ao mínimo valor do parâmetro  $V$  para o qual o modo pode ser guiado pela guia. Essa frequência é determinada pela condição  $q = 0$ . Para esse valor o campo na casca não é nulo no limite  $r \rightarrow \infty$  ( $K_1(0) \neq 0, \forall r$ ) o qual implica que modo deixa de ser um modo guiado pela fibra [11]. Uma fibra óptica guia somente um modo chamado modo fundamental ou simplesmente  $HE_{11}$  quando  $0 < V < V_c$ , onde  $V_c = 2.405\dots$  (primeira raiz de  $J_0$ ), indicando a condição de corte para o segundo modo ( $TE_{01}$ ). Finalmente, a solução para uma fibra óptica monomodo onde é válido  $\Delta \ll 1$ , o campo elétrico no núcleo do modo  $HE_{11}$  pode ser assumido com um estado de polarização  $\hat{e}$  e assim sua dependência espacial pode ser escrita como [11]:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \hat{e} \{ \tilde{A} F_\omega(x, y) \exp(i\beta z) \} \quad (2.30)$$

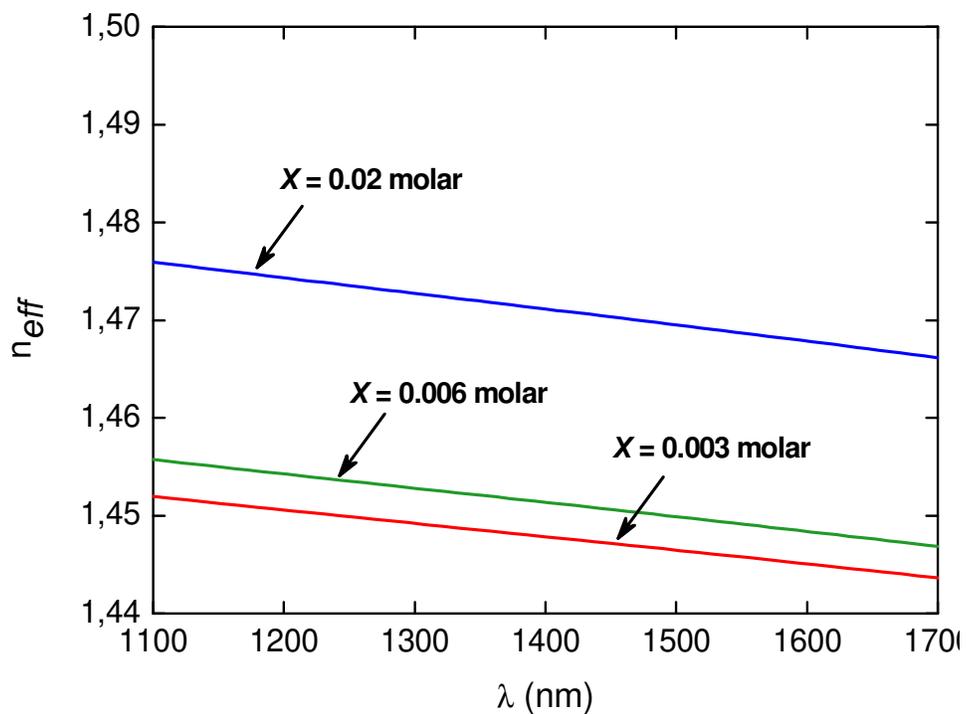
onde  $\tilde{A}$  é a amplitude do modo e  $F_\omega$  corresponde à parte transversa do campo (que depende da frequência  $\omega$ ) descrita por

$$F_\omega(x, y) = J_0(hr) \quad (2.31)$$

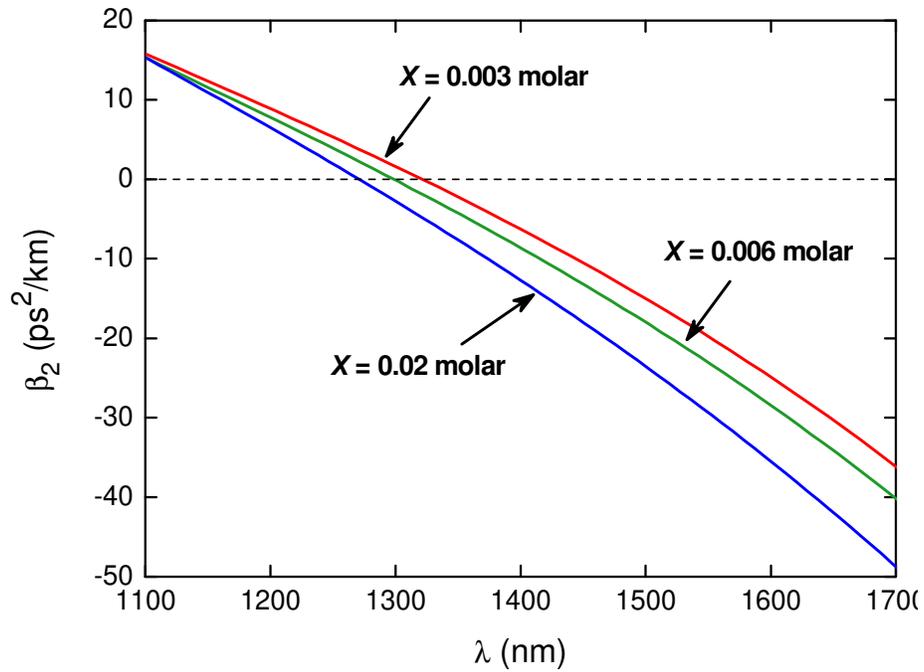
com  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ .

Usando o pacote de programação MATLAB e o código denominado Optical Fiber Toolbox [18], junto com os resultados desta seção, é possível calcular o índice refração efetivo  $n_{eff} = \beta/k_0$  e, portanto o  $\beta$ , em função do comprimento de onda da luz  $\lambda$  como é se mostra na figura 2.4. Com esse resultado foi então suficientes diferencia em função da frequência a constante de propagação para determinar os parâmetros de dispersão  $\beta_2, \beta_3,$  e  $\beta_4$  em função do comprimento de onda da luz  $\lambda$  como mostram as figuras 2.5 – 2.7. Lá, os resultados são para um fibra de índice degrau com raio interno  $a = 4 \mu\text{m}$ , com sua casca de sílica pura e seu núcleo de sílica dopada com três diferentes concentrações molares de  $\text{GeO}_2$  (veja-se a equação 2.6 e tabela 2.1): 2 % na cor azul ( $X = 0.02$ ), 0.6 % na cor verde ( $X = 0.006$ ) e 0.3 % na cor vermelha ( $X = 0.003$ ).

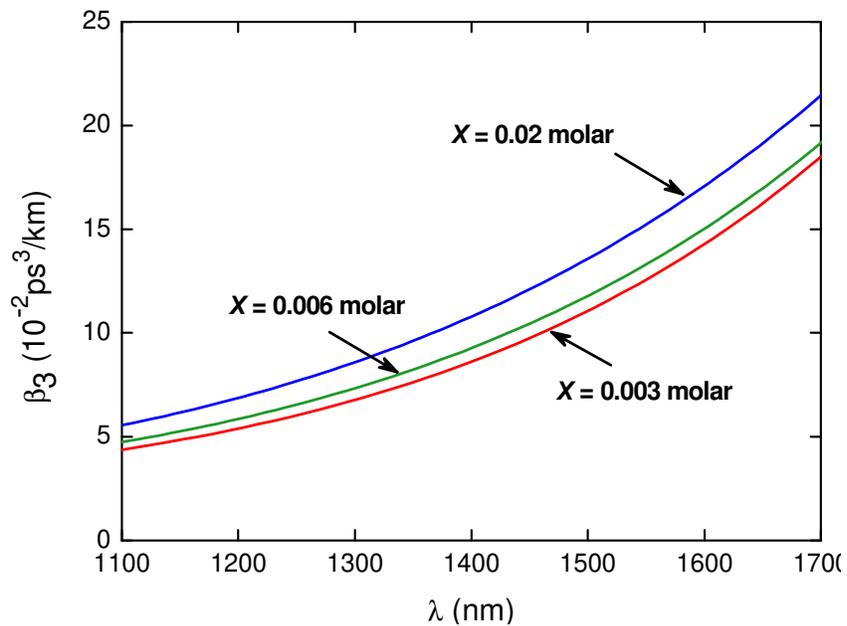
Escolhendo com frequência de corte como  $\lambda_{\text{corte}} = 1250 \text{ nm}$ , o raio para qual a fibra é monomodo é 4.1, 2.95 e 1.6  $\mu\text{m}$  para  $X = 0.03$ , 0.06 e 0.2, respectivamente. Esses resultados são coerentes com os obtidos na referência [19] para o caso de fibra de índice degrau.



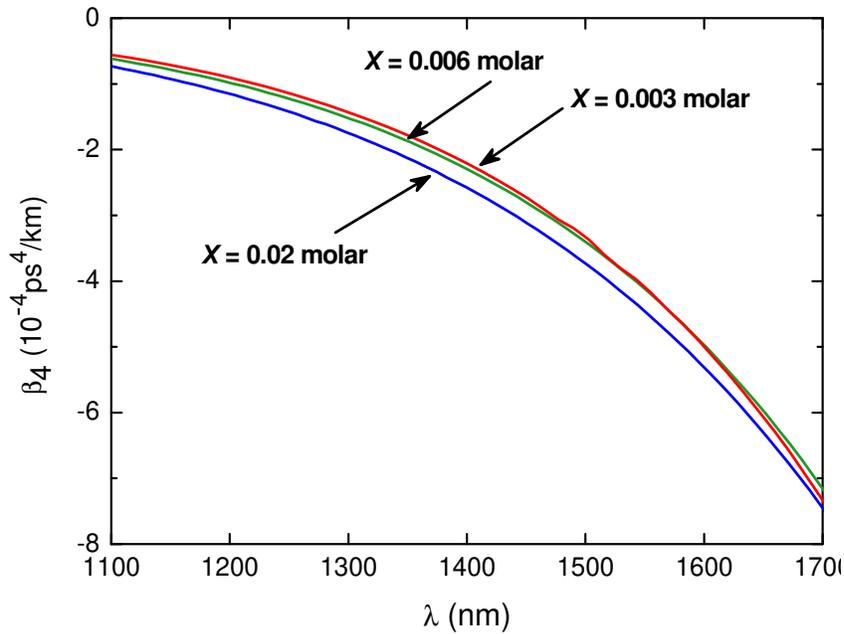
**Figura 2.4** O índice de refração efetivo em função do comprimento de onda para uma fibra com radio interno de 4  $\mu\text{m}$ . Sua casca é de Sílica e seu núcleo é dopado com  $\text{GeO}_2$  com três concentrações molares diferentes (ver informação no gráfico ).



**Figura 2.5** Parâmetro de dispersão  $\beta_2$  em função do comprimento de onda. As curvas apresentam valores nulos no comprimento de onda de dispersão nula  $\lambda_0$ , o qual depende da concentração molar de  $\text{GeO}_2$  na Sílica.



**Figura 2.6** Parâmetro de dispersão de terceira ordem  $\beta_3$  em função do comprimento de onda. Os resultados mostram que é sempre positivo no domínio do gráfico e aumenta para concentrações molares de  $\text{GeO}_2$  maiores.

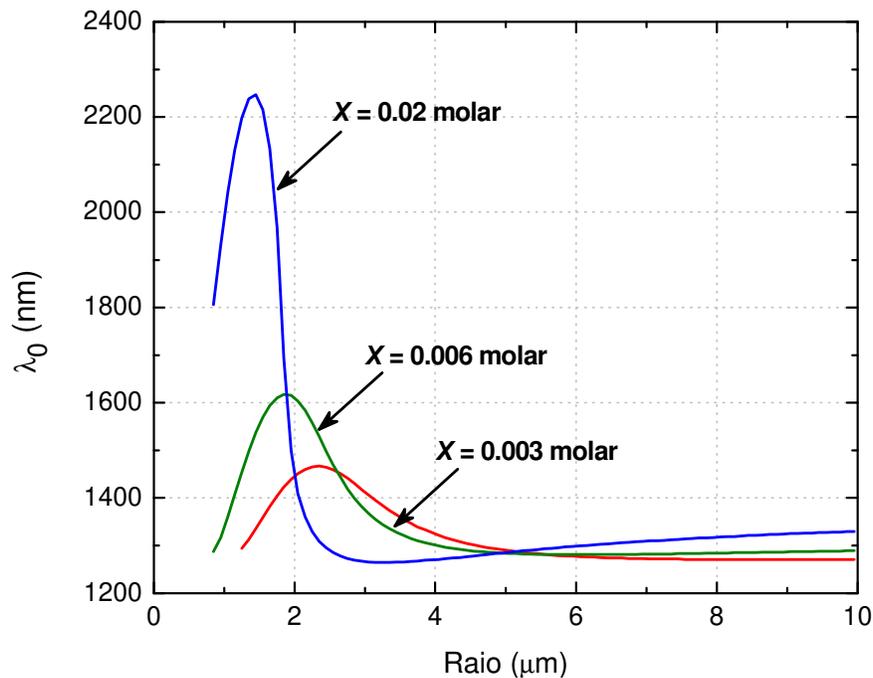


**Figura 2.7** Parâmetro de dispersão de quarta ordem  $\beta_4$  em função do comprimento de onda. Mesmo com leves variações,  $\beta_4$  se torna menor com o aumento da concentração molar de  $\text{GeO}_2$  na Sílica.

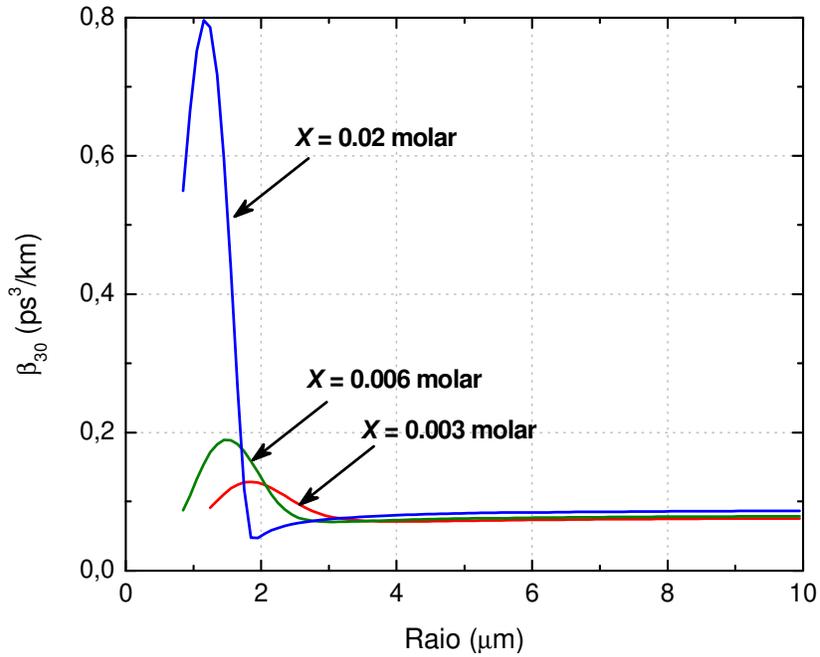
No entanto, é interessante conhecer as mudanças que experimentam esses mesmos parâmetros de dispersão não só em função do comprimento de onda ou da concentração de  $\text{GeO}_2$  ( $X$ ), mas também em função do raio do núcleo da fibra. A importância disso radica no fato que nas fibras reais o raio não é constante ao longo da fibra e experimenta variações aleatórias durante o processo de fabricação [17]. Isso faz que seja necessário ter modelos teóricos que levem em conta esse tipo de variações com o fim de descrever e entender melhor os fenômenos físicos que acontecem nas fibras. As figuras 2.8 - 2.10 mostram os parâmetros de dispersão  $\{\lambda_0, \beta_{30}, \beta_{40}\}$  em função do raio do núcleo da fibra para as mesmas três concentrações de  $\text{GeO}_2$  na Sílica (lá  $\beta_{30}$  e  $\beta_{40}$  indicam que  $\beta_3$  e  $\beta_4$  são calculados em  $\lambda_0$ ). É claro das figuras que a concentração de  $\text{GeO}_2$  tem um forte impacto sobre os parâmetros de dispersão na medida seu valor que ele é acrescentado. Podemos ver também que existem valores do raio onde as variações desses parâmetros são muito pequenas (os picos extremos apresentados por cada um dos gráficos) e tendem a serem constantes (para raios  $> 5 \mu\text{m}$ , aproximadamente). Assim, se nós estivermos interessados em

regiões robustas sobre variações do raio da fibra, os anteriores resultados devem ser levados em conta.

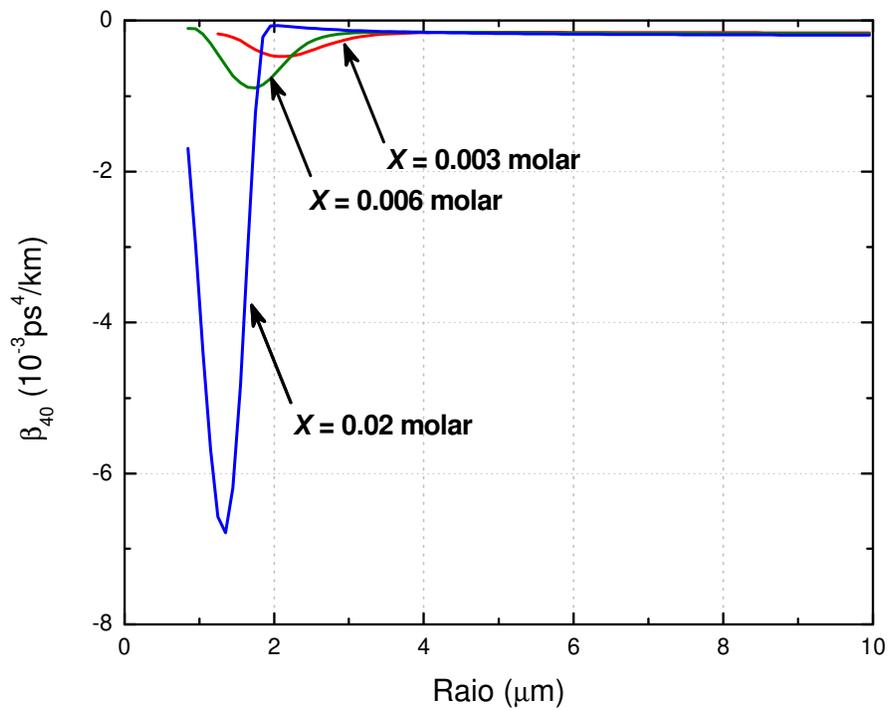
Os resultados deste capítulo são aproveitados na análise da condição de casamento de fase, um conceito que é estudado no capítulo 3. Essa condição depende da dispersão de alta ordem tal como  $\beta_{30}$  e  $\beta_{40}$ , e do comprimento de onda de dispersão nula  $\lambda_0$  (ZDW), podendo todos eles serem calculados conhecendo a constante de propagação  $\beta$  do modo fundamental da fibra. Dessa forma, o modelo da fibra de índice degrau oferece a possibilidade de estudar a condição de casamento de fase em função dos parâmetros geométricos e estruturais da fibra, como o raio do seu núcleo e da concentração molar de  $\text{GeO}_2$  na Sílica.



**Figura 2.8** Comprimento de onda de dispersão nula em função do raio do núcleo da fibra para três concentrações diferentes molares de  $\text{GeO}_2$  em sílica. O máximo valor atingido por cada curva depende da concentração de  $\text{GeO}_2$ .



**Figura 2.9** Parâmetro de dispersão de terceira ordem no comprimento de onda de dispersão nula, em função do raio para três concentrações molares de  $\text{GeO}_2$  em sílica.



**Figura 2.10** Parâmetro de dispersão de quarta ordem no comprimento de onda de dispersão nula em função do raio do núcleo da fibra para três concentrações molares de  $\text{GeO}_2$  em sílica.

## Apêndice 2.A: Propriedades da susceptibilidade não linear de terceira ordem

A continuação é indicada algumas propriedades formais da susceptibilidade não linear [13]. O conhecimento de tais propriedades é essencial, já que através de seu uso é possível reduzir consideravelmente o número de termos independentes na equação 2.23.

### ➤ *Realidade dos campos*

A polarização não linear e o campo elétrico são quantidades reais. Seguindo as equações 2.19, 2.20 e 2.23, podemos ver que

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(-\omega, -\omega_1, -\omega_2, -\omega_3) = \chi_{ijkl}^{(3)*}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) \quad (\text{A.1})$$

### ➤ *Simetria de permutação intrínseca*

Já que os índices  $j$ ,  $k$ , e  $l$ , são índices mudos, a expressão 2.23 não mudará sob a troca de índices do tipo  $j \leftrightarrow k$  se simultaneamente  $\omega_1 \leftrightarrow \omega_2$

$$\begin{aligned} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \chi_{ikjl}^{(3)}(\omega; \omega_2, \omega_1, \omega_3) \\ &= \chi_{ilkj}^{(3)}(\omega; \omega_3, \omega_2, \omega_1) \\ &= \chi_{ijlk}^{(3)}(\omega; \omega_1, \omega_3, \omega_2) \\ &= \dots \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

### ➤ *Simetria para meios sem perdas*

Dois adicionais simetrias do tensor de susceptibilidade não linear acontecem para meios sem perda. A primeira estabelece que para um meio sem perda todas as susceptibilidades não lineares são reais. A segunda é a simetria de permutação global. Essa condição estabelece que todos os argumentos de frequência da susceptibilidade não linear podem ser trocados livremente, enquanto os índices cartesianos correspondentes sejam trocados simultaneamente. Essa propriedade agrega à simetria de permutação intrínseca as relações do tipo

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \chi_{jikl}^{(3)}(-\omega_1; -\omega, \omega_2, \omega_3), \quad (\text{A.3})$$

a qual de acordo com a equação A.1 e a realidade da susceptibilidade pode ser escrita como

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \chi_{jikl}^{(3)}(\omega_1; \omega, -\omega_2, -\omega_3). \quad (\text{A.4})$$

➤ *Simetria de Kleinman*

Se todas as freqüências envolvidas no processo não linear (campo elétrico e polarização) estão localizadas longe das freqüências de ressonância do meio, isso tem duas conseqüências importantes. Por um lado, o material se comporta como um meio sem perda e assim a propriedade de simetria expressada na equação (A.4) é válida; por outro lado, pode se considerar como uma boa aproximação o fato da susceptibilidade não linear ser independente da freqüência. Essa última propriedade, junto com as relações A.3 e A.4 conduzem ao fato que a susceptibilidade não linear é invariante sob a permutação completa dos índices cartesianos sem precisar trocar as correspondentes freqüências

$$\begin{aligned} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \chi_{ijkl}^{(3)} \\ &= \chi_{jikl}^{(3)} = \chi_{ikjl}^{(3)} = \chi_{ilkj}^{(3)} \\ &= \chi_{jilk}^{(3)} = \chi_{ijlk}^{(3)} = \dots \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

➤ *Simetria para meios isotrópicos*

Para um meio material isotrópico cada eixo coordenado deve ser equivalente. Isso leva a que dos 81 elementos iniciais do tensor de susceptibilidade somente 21 sejam não nulos. Esses elementos são:

$$\chi_{1111}^{(3)} = \chi_{2222}^{(3)} = \chi_{3333}^{(3)}, \quad (\text{A.6})$$

$$\chi_{1122}^{(3)} = \chi_{1133}^{(3)} = \chi_{2211}^{(3)} = \chi_{2233}^{(3)} = \chi_{3311}^{(3)} = \chi_{3322}^{(3)}, \quad (\text{A.7})$$

$$\chi_{1121}^{(3)} = \chi_{1313}^{(3)} = \chi_{2323}^{(3)} = \chi_{2121}^{(3)} = \chi_{3131}^{(3)} = \chi_{3232}^{(3)}, \quad (\text{A.8})$$

$$\chi_{1221}^{(3)} = \chi_{1331}^{(3)} = \chi_{2112}^{(3)} = \chi_{2332}^{(3)} = \chi_{3113}^{(3)} = \chi_{3223}^{(3)}, \quad (\text{A.9})$$

Os quatro tipos de elementos não nulos que aparecem nas equações A.6-A.9 não são independentes um do outro e de fato estão relacionados pela equação

$$\chi_{1111}^{(3)} = \chi_{1122}^{(3)} + \chi_{1212}^{(3)} + \chi_{1221}^{(3)}. \quad (\text{A.10})$$

Os resultados dados pelas equações A.6-A.10 podem ser resumidos em forma compacta mostrando que a susceptibilidade de terceira ordem tem três elementos independentes para o caso geral em que as frequências dos campos são arbitrárias

$$\chi_{1111}^{(3)} = \chi_{1122}^{(3)} + \chi_{1212}^{(3)} + \chi_{1221}^{(3)}. \quad (\text{A.11})$$

Assim, para fibras ópticas a base de Sílica e comprimentos de onda usados em telecomunicações (de 800 a 1600 nm) onde a simetria de Kleinman é aplicável com razoável aproximação temos que

$$\chi_{1122}^{(3)} = \chi_{1212}^{(3)} = \chi_{1221}^{(3)} = \frac{\chi_{1111}^{(3)}}{3}. \quad (\text{A.12})$$

Portanto, podemos considerar que nas fibras ópticas é uma boa aproximação considerar os campos com a mesma polarização, e a partir disso, quantificar os efeitos de polarizações diferentes simplesmente como médias do primeiro caso.

## Apêndice 2.B: Equações de Maxwell

Como em todos os fenômenos eletromagnéticos, a propagação de campos ópticos é governada pelas equações de Maxwell [10]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f, \quad (\text{B.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.4})$$

onde  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  são os vetores de campo elétrico e magnético, respectivamente, e  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{B}$  são as correspondentes densidades de fluxo elétrico e magnético. O vetor de densidade de corrente  $\mathbf{J}$  e a densidade de carga  $\rho_f$  representa as fontes para o campo eletromagnético. Para um meio livre de cargas e correntes, tal como uma fibra óptica temos,  $\mathbf{J} = 0$  e  $\rho_f = 0$ .

As densidades de fluxo  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{B}$  surgem da resposta não instantânea aos campos elétricos e magnéticos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  que se propagam no meio e se relacionam através das relações constitutivas,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (\text{B.6})$$

onde  $\varepsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo,  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo, e  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{M}$  são as polarizações elétrica e magnética induzidas. Já que as fibras ópticas são feitas de matérias não magnéticas,  $\mathbf{M} = 0$ .

A partir das equações de Maxwell, é possível de forma direta obter a equação de onda que descreve a propagação da luz:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (\text{B.7})$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Se considerarmos só os efeitos não lineares até terceira ordem, a polarização induzida total é:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{B.8})$$

onde a polarização não linear  $\mathbf{P}_{NL}$  está relacionada com campo elétrico pela equação 2.17, enquanto a linear é:

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt' R^{(1)}(t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t-t'), \quad (\text{B.9})$$

sendo  $R^{(1)}(t')$  a função resposta linear do meio. As expressões 2.17 e B.9 são válidas na aproximação elétrico-dipolar e assumem que a resposta do meio é local. A transformada de Fourier (TF) da equação B.9 é:

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{\mathbf{P}}_L(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) \quad (\text{B.10})$$

As TFs da polarização linear e o campo elétrico aplicado ao meio estão relacionados através de:

$$\tilde{\mathbf{P}}_L(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (\text{B.11})$$

$$\chi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' R^{(1)}(t') \exp(i\omega t'), \quad (\text{B.12})$$

onde  $\chi^{(1)}(\omega)$  é a susceptibilidade linear do meio. Usando a transformada de Fourier da equação B.8 com ajuda das expressões B.10-B11 e 2.19-2.20 a equação B.7 no espaço de Fourier fica

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)) &= \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \chi(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) + \mu_0 \omega^2 \tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) + \mu_0 \omega^2 \tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

A constante dielétrica complexa  $\varepsilon(\omega)$  é definida como

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega), \quad (\text{B.12})$$

e suas partes real e imaginária podem ser relacionadas com o índice de refração  $n(\omega)$  e com o coeficiente de absorção (ou atenuação)  $\alpha(\omega)$  usando a definição

$$\varepsilon(\omega) = \left( n + i\alpha c / 2\omega \right)^2. \quad (\text{B.13})$$

onde

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \right], \quad (\text{B.14})$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \text{Im} \left[ \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \right]. \quad (\text{B.15})$$

Logo, considerando que a faixa de comprimento de onda de interesse apresenta baixas perdas então é válido  $\varepsilon(\omega) \approx n^2(\omega)$ . Logo, já que  $n(\omega)$  é independente das coordenadas espaciais tanto no núcleo quanto na casca para fibras de índice de passo (a descontinuidade está somente na interface núcleo-casca), pode se usar o fato que  $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = 0$  e com isso é válido:

$$\nabla \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) \equiv \nabla (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}) - \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} = -\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} \quad (\text{B.16})$$

Com isso, a equação B.11 fica:

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + k^2(\omega) \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 \omega^2 \tilde{\mathbf{P}}_{NL}, \quad (\text{B.17})$$

onde,  $k = \omega n/c$ .

## Apêndice 2.C: Solução para os Modos de propagação numa Fibra Óptica

É bem conhecido que as fibras ópticas podem propagar um número finito de modos guiados cuja distribuição espacial  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$  é uma solução da equação de onda 2.26 e satisfaz todas as condições de contorno correspondentes. Para conhecer o tipo de solução ou modo propagado dentro das fibras com perfil de índice degrau, usamos sua simetria cilíndrica para expressar a equação 2.26 em termos das coordenadas cilíndricas  $r$ ,  $\varphi$  e  $z$ :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z^2} + k^2(\omega) \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (\text{C.1})$$

onde  $\tilde{\mathbf{E}}$  é a transformada de Fourier do campo elétrico  $\mathbf{E}$  definida na equação 2.19. Relações iguais existem para o campo magnético  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ . Já que os campos, elétrico e magnético satisfazem as equações de Maxwell, somente duas componentes das seis são independentes [10]. Geralmente, se escolhem as componentes  $\tilde{E}_z$  e  $\tilde{H}_z$  para serem independentes enquanto  $\tilde{E}_r$ ,  $\tilde{E}_\varphi$ ,  $\tilde{H}_r$  e  $\tilde{H}_\varphi$  ficam em termos das duas primeiras. Considerando a propagação ao longo do eixo  $\hat{z}$  numa fibra de perfil de índice degrau (ver figura C.1) e depois de alguma álgebra [6], se têm as seguintes soluções para as componentes paralelas ao eixo  $\hat{z}$  do campo elétrico e magnético:

$$r < a \rightarrow \begin{cases} \tilde{E}_z(\mathbf{r}, \omega) = A_1(\omega) J_l(hr) \exp(i(\beta z + l\varphi)) \\ \tilde{H}_z(\mathbf{r}, \omega) = C_1(\omega) J_l(hr) \exp(i(\beta z + l\varphi)) \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

$$a < r \rightarrow \begin{cases} \tilde{E}_z(\mathbf{r}, \omega) = A_2(\omega) K_l(qr) \exp(i(\beta z + l\varphi)) \\ \tilde{H}_z(\mathbf{r}, \omega) = C_2(\omega) K_l(qr) \exp(i(\beta z + l\varphi)) \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

onde  $\{A_1(\omega), C_1(\omega), A_2(\omega), C_2(\omega)\}$  são constantes que só dependem da frequência da onda;  $l$  é um número inteiro;  $J_l(x)$  e  $K_l(x)$  é a função de Bessel e a função modificada

de Bessel de segundo tipo, de ordem  $l$ ;  $\beta$  é a constante de propagação do modo dentro da fibra na direção  $\hat{z}$ ; enquanto  $h$  e  $q$  satisfazem as seguintes relações:

$$\begin{aligned} r < a &\Rightarrow h^2 = k_1^2 - \beta^2 > 0 \rightarrow \beta < k_1 \\ a < r &\Rightarrow q^2 = \beta^2 - k_2^2 > 0 \rightarrow \beta > k_2 \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

onde  $k_j = n_j \omega / c$  é o número de onda na região com índice de refração  $n_j$  ( $n_1$  pertence ao núcleo e  $n_2$  à casca). O resto de componentes pode ser calculado a partir das equações C.2 e C.3 junto com as seguintes expressões:

$$\tilde{E}_r(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-i\beta}{k^2 - \beta^2} \left( \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu_0}{\beta r} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{C.5})$$

$$\tilde{E}_\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-i\beta}{k^2 - \beta^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \varphi} - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} \right) \quad (\text{C.6})$$

$$\tilde{H}_r(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-i\beta}{k^2 - \beta^2} \left( \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} - \frac{\omega \varepsilon}{\beta r} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{C.7})$$

$$\tilde{H}_\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-i\beta}{k^2 - \beta^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \varphi} + \frac{\omega \varepsilon}{\beta} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} \right) \quad (\text{C.8})$$

Além disso, a condição de contorno exige que os campos  $\tilde{E}_\varphi$ ,  $\tilde{E}_z$ ,  $\tilde{H}_\varphi$  e  $\tilde{H}_z$  devem ser contínuos em  $r = a$ . Isso leva a um sistema de equações homogêneas 4x4 dado por

$$M \begin{pmatrix} A_1 \\ C_1 \\ A_2 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{C.9})$$

com

$$M = \begin{pmatrix} J_1(ha) & 0 & K_1(qa) & 0 \\ \frac{il}{h^2a} J_1(ha) & \frac{\omega\mu_0}{h\beta} J_1'(ha) & \frac{il}{q^2a} K_1(qa) & \frac{\omega\mu_0}{q\beta} K_1'(qa) \\ 0 & J_1(ha) & 0 & K_1(qa) \\ \frac{\omega\varepsilon_1}{h\beta} J_1'(ha) & \frac{il}{h^2a} J_1(ha) & \frac{\omega\varepsilon_2}{q\beta} K_1'(qa) & \frac{il}{q^2a} K_1(qa) \end{pmatrix} \quad (C.10)$$

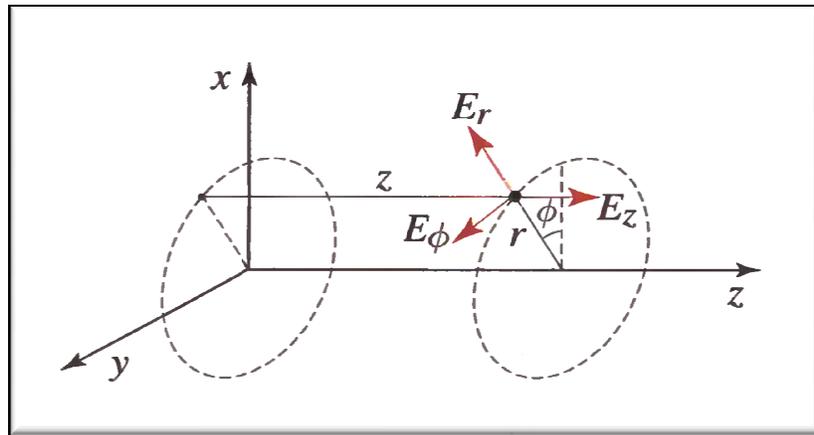
onde  $\varepsilon_1 = (n_1)^2$ ,  $\varepsilon_2 = (n_2)^2$ ,  $J_1'(x) = dJ_1(x)/dx$  e  $K_1'(x) = dK_1(x)/dx$ .

Para que esse sistema de equações tenha soluções não triviais para  $A_1$ ,  $C_1$ ,  $A_2$  e  $C_2$ , o determinante da matriz  $M$  deve ser zero. Esse requerimento leva à equação modal que permite determinar a dispersão,  $\beta(\omega)$ , para cada modo da fibra:

$$\left[ \frac{J_1'(ha)}{haJ_1(ha)} + \frac{K_1'(qa)}{qaK_1(qa)} \right] \left[ \frac{n_1^2 J_1'(ha)}{haJ_1(ha)} + \frac{n_2^2 K_1'(qa)}{qaK_1(qa)} \right] = l^2 \left[ \left( \frac{1}{qa} \right)^2 + \left( \frac{1}{ha} \right)^2 \right]^2 \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (C.11)$$

onde  $k_0 = \omega/c$  e

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0 \quad (C.12)$$



**Figura C.1** Sistema de referência usada para o estudo da propagação de luz numa fibra óptica. O eixo  $z$  é paralelo ao eixo de propagação na fibra.

## Referências

- [1] A. Yariv, *Optical Electronics in Modern Communications*, Oxford University Press, New York, 1997.
- [2] S. Yao, "Polarization in Fiber Systems: Squeezing Out More Bandwidth", *The Photonics Handbook*, Laurin Publishing, 2003.
- [3] Chih-Cheng Chou, *Numerical Modeling for the Propagation Characteristics of Optical Fibers with Arbitrary Index Profiles*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de I-Shou, 2009.
- [4] G.P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, Wiley Series, New York, 1997.
- [5] R.L. Sutherland, *Handbook of Nonlinear Optics*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
- [6] A. Ghatak, *Introduction to Fiber Optics*, Cambridge University Press, UK, 1998.
- [7] J.W. Fleming, "Dispersion in GeO<sub>2</sub> - SiO<sub>2</sub> Glasses", *Appl. Opt.*, 23, 24, 1984.
- [8] G. Ghosh, M. Endo, e T. Iwasaki, "Temperature-Dependent Sellmeier Coefficients and Chromatic Dispersions for some Optical Fiber Glasses", *J. Appl. Phys*, 49, 5098 (1978).
- [9] B.E.A. Saleh e M.C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley Series in Pure and Applied Optics, New Jersey, 2007.
- [10] F. Mitschke, *Fiber Optics: Physics and Technology*, Springer Heidelberg Dordrecht, London, 2009.
- [11] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Elsevier Inc., USA, 2007.
- [12] J. Toulouse, "Optical Nonlinearities in Fibers: Review, Recent Examples, and Systems Applications", *J. of Light. Tech*, 23, 3625, 1990.
- [13] André Guimarães, *Interação Sinal-Ruído em Fibras de Baixa Dispersão*, Tese de Mestrado, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, 2001.
- [14] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Elsevier Inc., London, 2008.
- [15] K.O. Hill, D.C. Johnson et al., "CW Three-Wave Mixing in Single-Mode Optical Fibers", *J. Appl. Phys*, 49, 5098 (1978).
- [16] D. Gloge, "*Weakly Guiding Fibers*", *Applied Optics*, 10, 2252 (1971).
- [17] M.E. Marhic, *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [18] Fibres Team, Meschede Group, Uni Bonn, 2008–2010, [http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27819-optical-fibre-toolbox/all\\_files](http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27819-optical-fibre-toolbox/all_files).

[19] L. Gabrielli, H.E.H Figueroa, e H.L. Fragnito, "Robustness Optimization of Fiber Index Profiles for Optical Parametric Amplifiers", J. of Light. Tech, 27, 5571, 2009.

### 3 MODELO TEÓRICO PARA A INTERAÇÃO LASER-RUÍDO

Neste capítulo analisamos a interação entre laser e ruído. A idéia é usar ruído gerado por emissão espontânea (ruído produzido, por exemplo, em amplificadores a fibra dopada com Érbio), filtrado (usando um filtro passa faixa) e com densidade de potência espectral  $S_0$  maior que o ruído de fundo e idealmente constante dentro da faixa espectral do filtro  $\Delta\omega_A$ . A frequência central do filtro (ruído)  $\omega_A$  é sintonizada perto da frequência de dispersão nula  $\omega_0$ , enquanto que a frequência do laser  $\omega_l$  é escolhida longe de  $\omega_0$ . Essa última condição permite que o espectro do campo gerado pelo FWM seja estreito o bastante para medir facilmente sua frequência com pouco erro. Para estimar a potência espectral desse pico gerado por FWM, é importante levar em conta as propriedades estatísticas do ruído [1]. Como veremos, a potência espectral do campo gerado pelo processo de FWM, depende criticamente da assim chamada condição de casamento de fase que está relacionada com a dispersão do meio. O estudo é desenvolvido no domínio da frequência e usando a representação analítica de sinais complexos [2].

#### 3.1 Ruído modelado como um processo aleatório estacionário no sentido amplo, ergódico e Gaussiano

Em geral o campo óptico gerado por emissão espontânea nos lasers contínuos, amplificadores e fontes térmicas (ruído) é descrito por um processo ergódico, porém, muitas características que utilizamos neste trabalho são mais gerais e se aplicam a processos estacionários no sentido amplo. Se o campo eletromagnético do ruído é representado pela função aleatória  $u(t)$ , o processo associado a ela é chamado de estacionário no sentido amplo se o valor meio sobre o ensemble  $\langle u(t) \rangle$  independe do tempo e sua função de autocorrelação não depende da origem do tempo [1,3]. Já que a média é independente do tempo (obviamente nula no caso de um campo óptico) [1], o um processo estacionário no sentido amplo é descrito matematicamente como:

$$\langle u(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} du p(u; t) u(t) = 0 \quad (3.1.a)$$

$$\langle u^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} du p(u) u^2(t) = \text{const} \quad (3.1.b)$$

onde  $p(u; t)$  é a distribuição de probabilidade associada ao processo (neste caso, Gaussiana). Para a função de autocorrelação temos:

$$\begin{aligned} \Gamma(t_1, t_2) &= \langle u^*(t_1) u(t_2) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 du_2 p(u_1, u_2; t_1, t_2) u_1 u_2 \\ &= \langle u^*(t_1) u(t_1 + \tau) \rangle = \Gamma(\tau) \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde a diferença temporal dos eventos é  $\tau = t_2 - t_1$ . Já que o campo eletromagnético associado ao ruído é o resultado de muitas contribuições de fótons gerados aleatoriamente, conforme o teorema central do limite, a distribuição de probabilidade da soma de muitas variáveis aleatórias estatisticamente independentes é uma Gaussiana [3]. Daí que a distribuição de probabilidade associada ao campo do ruído seja bem descrita por uma função estatística Gaussiana. Além disso, assumindo que o processo é ergódico, a média temporal da função aleatória  $u(t)$  é igual à média feita sobre todo o ensemble (isto é, igual à equação 3.1.a)

$$\langle u \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt \quad (3.3)$$

### 3.1.1 Análise espectral dos processos aleatórios

Uma das propriedades mais importantes dos processos aleatórios estacionários  $u(t)$  é seu espectro. Geralmente ele é proporcional ao quadrado da transformada de Fourier (TF) da função  $u(t)$ . Porém, já que a densidade de probabilidade associada à função aleatória é invariante com relação à translação da origem do tempo,  $u(t)$  não é nem quadrado-integrável nem absolutamente integrável e, portanto no sentido rigoroso a TF da função não necessariamente existe [2]. Por outro lado, embora  $u(t)$

não tenha TF, ela possui uma potência média finita definida para uma função truncada dada por [1]

$$u_T(t) = \begin{cases} u(t), & \text{se } -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

com

$$\langle u \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt \quad (3.5)$$

para a qual a TF existe, denotada como  $U_T(\omega)$  e é dada por [2]

$$U_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_T(t) \exp(i\omega t) dt \quad (3.6)$$

Com isso, calculamos a média sobre o ensemble do produto  $U_T^*(\omega)U_T(\omega')$ ,

$$\langle U_T^*(\omega)U_T(\omega') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle u_T^*(t)u_T(t') \rangle \exp[i(\omega't' - \omega t)] dt dt' \quad (3.7)$$

mas se  $t' = t + \tau$ , então:

$$\begin{aligned} \langle U_T^*(\omega)U_T(\omega') \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle u_T^*(t)u_T(t') \rangle \exp(-i\omega\tau) \exp[i(\omega' - \omega)t] dt d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle u_T^*(t)u_T(t + \tau) \rangle \exp(-i\omega\tau) \exp[i(\omega' - \omega)t] dt d\tau \\ &= 2\pi \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_T(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau \right] \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(\omega' - \omega)t] dt \right] \\ &= 2\pi S_T(\omega) \delta(\omega - \omega') \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde  $\Gamma_T(t)$  é a função de autocorrelação da função truncada e  $S_T(\omega)$  é definida como [1,2]:

$$S_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_T(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (3.9)$$

Agora fazendo o limite de  $T \rightarrow \infty$  na equação 3.9 então,

$$\begin{aligned}\langle U^*(\omega)U(\omega') \rangle &\equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \langle U_T^*(\omega)U_T(\omega') \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} 2\pi S_T(\omega) \delta(\omega - \omega') \\ &= 2\pi S(\omega) \delta(\omega - \omega')\end{aligned}\tag{3.10}$$

onde temos usado o teorema de Wiener-Khintchine na equação 3.9 (no limite  $T \rightarrow \infty$ ) para *densidade espectral de potência* da função aleatória estacionária  $u(t)$ .

Dessa forma, a densidade espectral de potência  $S(\omega)$  para um processo aleatório estacionário e ergódico pode ser calculada removendo a singularidade em  $\omega = \omega'$  através de uma integral ao redor de uma pequena região que contenha a  $\omega$ . Assim é atingida a expressão para  $S(\omega)$  [2]

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \int_{\omega - \Delta\omega/2}^{\omega + \Delta\omega/2} \langle U^*(\omega)U(\omega') \rangle d\omega'\tag{3.11}$$

### 3.1.2 Representação analítica e o momento de quarta ordem para um processo aleatório estacionário complexo Gaussiano

Nesta tese, um caso particularmente importante é quando a função aleatória estacionária (e Gaussiana)  $u(t)$  é a representação analítica complexa de um processo aleatório estacionário Gaussiano de valor real  $u^{(r)}(t)$ . A representação analítica complexa é escolhida tal que sua parte real seja  $u^{(r)}(t)$ , a qual realmente tem significado físico. Essa representação analítica tem a vantagem que sua transformada de Fourier (TF) contém somente frequências positivas, com o qual nos aproximamos mais da realidade e simplifica muitos problemas de óptica não linear. Para esse tipo de processos, a densidade espectral de potência do processo real  $S^{(r)}(\omega)$  está relacionada com a densidade espectral de potência da representação analítica  $S(\omega)$  a través de [1]

$$S(\omega) = \begin{cases} 4S^{(r)}(\omega), & \omega \geq 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases}\tag{3.12}$$

Uma característica importante da representação analítica de processos aleatórios estacionários complexos Gaussianos é o fato de satisfazer as condições para ser um *processo aleatório complexo circular* [1,2]. Nesse tipo de processos a densidade de probabilidade para a parte real e a imaginária da função aleatória complexa  $u(t)$  obedecem a uma distribuição Gaussiana com igual variância e valor médio. Já que a parte real  $u^{(r)}$  e a imaginária  $u^{(i)}$  de  $u(t)$  são independentes, sua densidade probabilidade conjunta é simplesmente o produto das densidades de probabilidade de  $u^{(r)}$  e de  $u^{(i)}$ . Como consequência disso, a densidade de probabilidade conjunta é também uma Gaussiana. Dessa maneira, no plano complexo  $(u^{(r)}, u^{(i)})$  os contornos de probabilidade constante são círculos, por isso esse tipo de processos são chamados de processos aleatórios complexos Gaussianos *circulares*. Como consequência de todo isso, na representação analítica o momento de quarta ordem para processos aleatórios estacionários complexos Gaussianos pode ser escrita em termos de produtos das funções de autocorrelação [1]:

$$\langle u^*(t_1)u^*(t_2)u(t_3)u(t_4) \rangle = \Gamma(\tau_{13})\Gamma(\tau_{42}) + \Gamma(\tau_{14})\Gamma(\tau_{23}) \quad (3.13)$$

onde  $\tau_{ij} = t_j - t_i$  (para  $i, j = \{1, 2, 3, 4\}$ ). A equação 3.13 é importante nas próximas seções quando seja calculada a potência espectral de campos aleatórios gerados a partir do FWM entre luz laser e ruído.

### 3.2 Equação de propagação não linear: potência espectral para o campo gerado pelo FWM entre laser e ruído

Nesta tese é assumido que a componente longitudinal (ou axial)  $E_z$  do campo eletromagnético permanece o suficientemente pequena que ela pode ser ignorada em relação com as componentes transversais (aproximação escalar). Além disso, é suposto que o campo elétrico está polarizado no eixo  $\hat{x}$  e que conserva seu estado de polarização ao longo da fibra. Isso na realidade não é certo, mas funciona muito bem na prática [4]. No domínio da frequência, a equação que governa o comportamento dinâmico do campo elétrico  $\vec{E}(\mathbf{r}, \omega)$  quando a onda se propaga no eixo  $\hat{z}$  é [5]:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2(\omega) \right] \tilde{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-\omega^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.14)$$

onde  $\varepsilon_0$  é a permissividade do vácuo,  $\omega$  é a frequência angular de onda,  $c$  é a velocidade da luz; a constante de propagação complexa é  $k(\omega) = \beta(\omega) - i\alpha/2$ ,  $\beta(\omega)$  é a constante de propagação do modo,  $\tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}, \omega)$  é a polarização não linear de terceira ordem que pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(\mathbf{r}, \omega_1) E(\mathbf{r}, \omega_2) E(\mathbf{r}, \omega_3) \times \\ & \times \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde a função delta aparece para garantir a conservação de energia do processo ( $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ ). Na equação 3.15 temos usado a simetria para meios isotrópicos e a simetria de Kleinman. Ambas são aproximadamente válidas no contexto de fibras ópticas de Sílica, como discutimos no capítulo 2. Na ausência de não linearidade, o modo fundamental  $HE_{11}$  (vide equação 2.30) pode ser escrito como:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \omega) = \tilde{A}(\omega) F_\omega(x, y) \exp[i\beta(\omega)z], \quad (3.16)$$

sendo  $\tilde{A}$  uma constante,  $F_\omega(x, y)$  uma função que descreve a forma da distribuição transversa do campo elétrico dentro da fibra correspondendo ao modo de propagação  $HE_{11}$ . Agora, assumindo que a não linearidade não afeta significativamente a forma transversa e que só introduz uma pequena dependência da amplitude com a posição, então a solução para a equação 3.14 pode ser escrita como:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{A}(z) F_\omega \exp[i\beta z]. \quad (3.17)$$

onde temos assumido a dependência do  $F_\omega$  com as coordenadas transversas. Note que em 3.17,  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{A}$ ,  $F_\omega$  e  $\beta$  são função de  $\omega$ . Substituindo a equação 3.17 na equação 3.14, supondo que as perdas da fibra são muito baixas tal que  $k(\omega) \approx \beta(\omega)$  e assumindo a dependência da polarização não linear  $\tilde{P}^{(3)}$  com a frequência obtemos:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2i\beta \frac{\partial}{\partial z} \right] \tilde{A}(z) F_\omega \exp(i\beta z) = \frac{-\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}), \quad (3.18)$$

Esta expressão pode ser simplificada ainda mais se é assumido que a amplitude  $\tilde{A}(\omega)$  varia suavemente no espaço em relação à variação que experimenta o campo num comprimento de onda, o qual significa que

$$\left| \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \right| \ll \left| k \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \right| \quad (3.19)$$

Desprezando então a derivada espacial de segunda ordem, a equação 3.18 fica

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} F_\omega = -\frac{i\omega}{2n(\omega)\epsilon_0 c} \tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}) \exp(-i\beta z), \quad (3.20)$$

onde se  $n(\omega)$  é o índice modal efetivo da fibra definido como  $n(\omega) = \beta(\omega)c/\omega$ . Agora, substituindo a equação 3.17 na equação 3.15 então:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(3)}(\mathbf{r}) = & \frac{\epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)}}{(2\pi)^2} |F_\omega|^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{A}(z, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_3) \times \\ & \times \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \exp[i(\beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) + \beta(\omega_3))z] d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Portanto substituindo a anterior equação na equação 3.20, e logo multiplicando nos dois lados por  $F_\omega$  e integrando sobre as coordenadas transversas  $x$  e  $y$ , é obtida a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = & -\frac{i\omega \chi_{xxxx}^{(3)}}{2(2\pi)^2 n(\omega) c A_{eff} \eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(z, \omega_1) \tilde{A}(z, \omega_2) \tilde{A}(z, \omega_3) \times \\ & \times \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)z] \\ & \eta_1 \eta_2 \eta_3 d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3, \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde

$$A_{eff} = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy |F_{\omega}(x, y)|^4} \quad (3.23)$$

$$\Delta\beta(\omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) + \beta(\omega_3) - \beta(\omega) \quad (3.24)$$

sendo  $A_{eff}$  a área efetiva da fibra e  $\Delta\beta$  é o chamado descasamento de fase. Observemos que  $\Delta\beta$  está associado com a diferença de fase que existe entre a polarização não linear e o campo que ela gera na frequência  $\omega$ . Com o fim de simplificar um pouco a nomenclatura na equação 3.22, temos assumido que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy |F_{\omega}(x, y)|^2 = 1 \quad (3.25)$$

$$\tilde{A}(z, \omega_j) \rightarrow \eta_j \tilde{A}(z, \omega_j) \quad (3.26)$$

onde

$$\eta_j = \sqrt{\frac{2}{n(\omega_j)\epsilon_0 c}}, \quad (3.27)$$

onde  $\omega_j$  representa a onda com frequência  $\{\omega, \omega_1, \omega_2, \text{ ou } \omega_3\}$ . A partir disso, é possível demonstrar de forma direta que a potência instantânea da onda é tal que  $P = |A(z, t)|^2$ , onde envolvente do campo elétrico  $A(z, t)$  é a TF inversa de  $\tilde{A}(z, \omega)$ .

Agora, a envolvente  $A(z, t)$  pode ser expressa em termos de sua representação analítica  $\mathcal{E}(z, t)$  da seguinte forma [2]:

$$A(z, t) = \frac{1}{2} [\mathcal{E}(z, t) + \mathcal{E}^*(z, t)] \quad (3.28)$$

Tomando a TF da equação 3.28 então:

$$\tilde{A}(z, \omega) = \frac{1}{2} [\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega) + \tilde{\mathcal{E}}^*(z, -\omega)] \quad (3.29)$$

onde  $\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega)$  deve satisfazer

$$\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega) = \begin{cases} 2\tilde{A}(z, \omega), & \text{se } \omega > 0 \\ \tilde{A}(z, \omega), & \text{se } \omega = 0 \\ 0, & \text{se } \omega < 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Substituindo a equação 3.29 na equação 3.22 e considerando somente os processo paramétricos do tipo  $\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_\ell$  (i.e., onde dois fótons do ruído são destruídos,  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , para a criação de um fóton do laser,  $\omega_\ell$ , e outro na frequência  $\omega$ ) encontramos a expressão para o campo gerado pelo FWM laser-ruído na saída de uma fibra de comprimento  $L$  (veja apêndice A):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(L, \omega) = & -i \frac{3\omega \chi_{xxxx}^{(3)} L \eta^2}{32\pi n c A_{eff}} E_\ell^* \int_0^\infty d\omega_1 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \times \\ & \times \text{sinc}\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \exp\left(\frac{i\Delta\beta L}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Onde  $E_\ell$  é o campo do laser e  $\tilde{\mathcal{E}}_A(\omega)$  é o campo do ruído na frequência  $\omega$ ;  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$  e o descasamento de fase da interação é definida como:

$$\Delta\beta \equiv \beta(\omega) + \beta(\omega_\ell) - \beta(\omega_1) - \beta(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \quad (3.32)$$

Na equação 3.31 assumimos que o índice de refração independe da frequência com o qual  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta = (2/nc\epsilon_0)^{1/2}$ .

O processo de FWM gerado a partir de luz incoerente, também é incoerente [7]. Assim as propriedades estocásticas do ruído que foram discutidas na seção 3.1, devem ser levadas em consideração para o cálculo da densidade espectral de potência tanto para o campo do ruído quanto para o sinal FWM. Usando a equação 3.10, a *densidade espectral de potência óptica* para o campo  $\tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(z, \omega)$ ,  $S_{FWM}(\omega)$ , pode ser calculada de

$$\langle \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(\omega) \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}^*(\omega') \rangle = 2\pi S_{FWM}(\omega) \delta(\omega - \omega'), \quad (3.33)$$

Substituindo a equação 3.31 na 3.33 obtemos

$$S_{FWM}(\omega)\delta(\omega-\omega')=K\int_0^\infty\int_0^\infty d\omega_1d\omega_2\text{sinc}\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right)\text{sinc}\left(\frac{\Delta\beta' L}{2}\right)\times$$

$$\left\langle\tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega'+\omega_\ell-\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1)\tilde{\mathcal{E}}_A(\omega+\omega_\ell-\omega_1)\right\rangle\times$$

$$\exp\left(i(\Delta\beta-\Delta\beta')\frac{L}{2}\right), \quad (3.34)$$

onde

$$\Delta\beta=\beta(\omega)+\beta(\omega_\ell)-\beta(\omega_1)-\beta(\omega+\omega_\ell-\omega_1), \quad (3.35)$$

$$\Delta\beta'=\beta(\omega')+\beta(\omega_\ell)-\beta(\omega_2)-\beta(\omega'+\omega_\ell-\omega_2), \quad (3.36)$$

$$K=\frac{\omega\omega'\eta^4}{2\pi}\left|\frac{3\chi_{xxxx}^{(3)}LE_\ell}{32\pi n c A_{eff}}\right|^2 \quad (3.37)$$

Agora, o termo que aparece dentro da média do ensemble pode ser calculado da seguinte forma: primeiro se calcula o mesmo termo, mas usando a equação 3.6 para a TF da função truncada:

$$\left\langle\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}^*(\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}^*(\omega'+\omega_\ell-\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}(\omega_1)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}(\omega+\omega_\ell-\omega_1)\right\rangle=$$

$$=\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty dt_1dt_2dt'_1dt'_2\exp\left[i(\omega t_1+\omega'_1t'_1-\omega_2t_2-\omega'_2t'_2)\right]\times$$

$$\left\langle\mathcal{E}_{T,2}^*(t_2)\mathcal{E}_{T,2}'^*(t'_2)\mathcal{E}_{T,1}(t_1)\mathcal{E}_{T,1}'(t'_1)\right\rangle \quad (3.38)$$

mas usando a equação 3.13, então:

$$\left\langle\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}^*(\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}^*(\omega'+\omega_\ell-\omega_2)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}(\omega_1)\tilde{\mathcal{E}}_{T,A}(\omega+\omega_\ell-\omega_1)\right\rangle=$$

$$=\Gamma(\tau_1)\Gamma(\tau_2)+\Gamma(\tau_3)\Gamma(\tau_4) \quad (3.39)$$

onde  $\tau_1=t_1-t_2$ ,  $\tau_2=t_1'-t_2'$ ,  $\tau_3=t_1'-t_2$ , e  $\tau_4=t_1-t_2'$ . Procedendo de forma análoga às contas feitas para obter a equação 3.10, e depois de fazer o limite de  $T\rightarrow\infty$ , é obtido o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
\langle \tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega_2) \tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega' + \omega_\ell - \omega_2) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \rangle = \\
= (2\pi)^2 S_A(\omega_1) S_A(\omega'_1) [\delta(\omega_1 - \omega_2) \delta(\omega'_1 - \omega'_2) + \dots \\
\delta(\omega_1 - \omega'_2) \delta(\omega'_1 - \omega_2)]
\end{aligned} \quad (3.40)$$

com  $\omega_1 = \omega + \omega_\ell - \omega_1$  e  $\omega_2 = \omega + \omega_\ell - \omega_2$ . Assim, substituindo a equação 3.40 na equação 3.34 e integrando nos dois lados sobre  $\omega$  e depois sobre a variável  $\omega_2$ , obtemos a densidade espectral de potência para o campo gerado pelo FWM:

$$S_{FWM}(\omega) = 2\pi\omega^2\eta^4 \left| \frac{3\chi_{xxxx}^{(3)}LE_\ell}{32\pi n c A_{eff}} \right|^2 \int_0^\infty d\omega_1 \frac{S_A(\omega_1) S_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1)}{n(\omega_1)n(\omega + \omega_\ell - \omega_1)} \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \quad (3.41)$$

onde  $S_A(\omega)$  é a densidade espectral de potência do ruído. A potência espectral medida num analisador de espectro óptico para o laser ( $P_\ell$ ), o ruído ( $S_o$ ) e do campo de FWM ( $P_{FWM}$ ) dentro da janela de resolução do aparelho  $\delta\omega$  é [8]:

$$P_{FWM}(\omega) = S_{FWM}(\omega) \delta\omega \quad (3.42)$$

$$S_o = S_A \delta\omega \quad (3.43)$$

$$P_\ell = |E_\ell|^2 \delta\omega \quad (3.44)$$

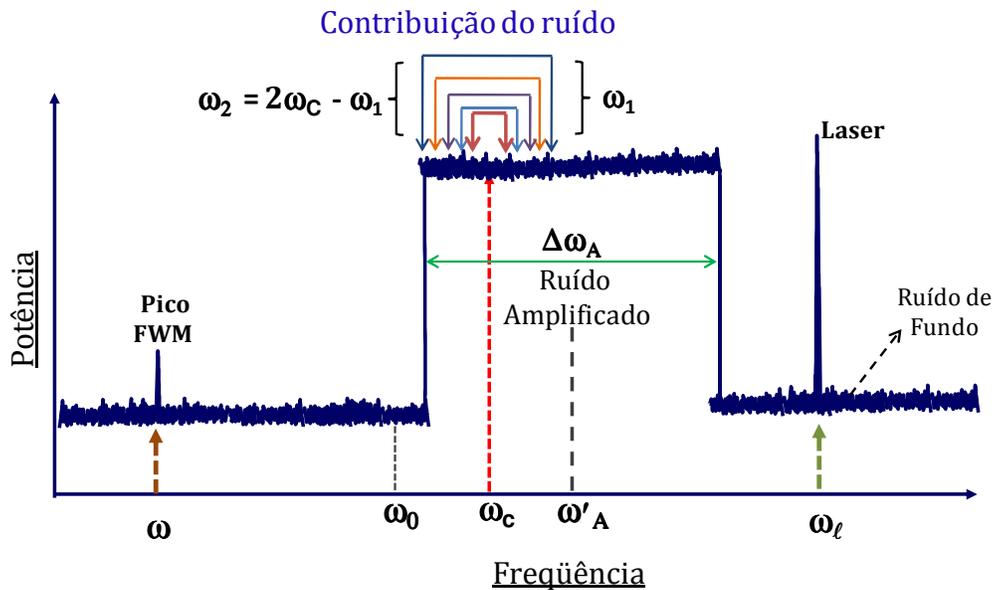
Lembrando que a potência do ruído é alta somente dentro faixa  $\omega_A \pm \Delta\omega_A/2$  e o fato que a densidade espectral de potência de representação analítica é 4 vezes à correspondente ao processo físico real (equação 3.12), substituímos as equações 3.42-3.44 na 3.41 para obtermos finalmente a potência espectral do campo de FWM:

$$P_{FWM}(\omega) = \frac{2(\gamma L)^2 P_\ell}{\pi\delta\omega} \int_{\omega_A - \Delta\omega_A}^{\omega_A + \Delta\omega_A} d\omega_1 S_o(\omega_1) S_o(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \quad (3.45)$$

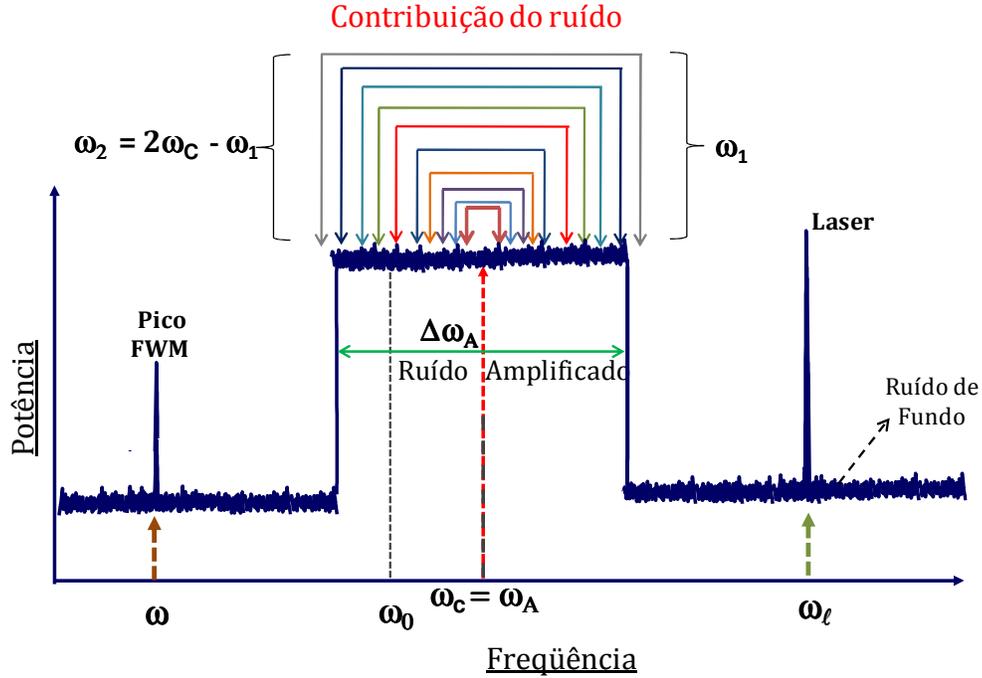
onde o coeficiente não linear da fibra é representado por:

$$\gamma = \frac{3\omega\chi_{xxxx}^{(3)}}{4\epsilon_0 n^2 c^2 A_{eff}} \quad (3.46)$$

Note que  $\omega_A - \Delta\omega_A \leq \omega_1 \leq \omega_A + \Delta\omega_A$ , onde  $\omega_A$  corresponde à frequência na qual o ruído está centrado sendo  $\Delta\omega_A$  sua largura espectral. É importante destacar da equação 3.45, que a contribuição do campo estocástico no processo de FWM é feita através de pares de fótons localizados simetricamente ao redor da frequência  $\omega_c \equiv (\omega + \omega_l)/2$  e, devido à conservação de energia do processo ( $\omega_2 = \omega + \omega_l - \omega_1$ ) é satisfeita a relação  $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_c$ . As figuras 3.1 e 3.2 ilustram a forma como contribuem as componentes espectrais do ruído a um pico de FWM em  $\omega$  (interagindo com um laser em  $\omega_l$ ), para duas frequências angulares distintas do centro do ruído  $\omega'_A$  e  $\omega_A$ . Podemos ver que muitos mais pares de fótons estão contribuindo no caso onde o centro do ruído é igual à  $\omega_c$  que no caso quando está deslocada dessa frequência. Isso faz que a potência gerada pelo FWM seja maior no primeiro caso. No anterior, temos assumido que a função  $\text{sinc}(x) = 1$ , o qual é conseguido quando  $\Delta\beta = 0$ . Na próxima seção é analisada essa característica da interação, a qual é comumente chamada condição de casamento de fase.



**Figura 3.1** Pares espectrais do ruído contribuindo no campo de FWM com frequência  $\omega$ . Os pares de fótons que entram no processo de FWM estão simetricamente distribuídos nos dois lados da frequência  $\omega_c$ .



**Figura 3.2** Pares espectrais do ruído contribuindo no campo de FWM com frequência  $\omega$ . Os pares de fótons que entram no processo de FWM estão simetricamente distribuídos nos dois lados da frequência  $\omega_c = \omega_A$ . Note que neste caso, o número de pares de fótons é maior que no caso onde  $\omega_A$  não coincide com  $\omega_c$ .

### 3.3 Condição de casamento de fase

Para entender um pouco mais sobre o efeito que têm a dispersão sobre a condição de casamento de fase, as constantes de propagação em 3.35 podem ser expandidas em serie de Taylor ao redor da frequência  $\omega_A$  do centro do ruído

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_A) + \beta_{1A}(\omega - \omega_A) + \frac{1}{2}\beta_{2A}(\omega - \omega_A)^2 + \frac{1}{6}\beta_{3A}(\omega - \omega_A)^3 + \frac{1}{24}\beta_{4A}(\omega - \omega_A)^4 + \frac{1}{120}\beta_{5A}(\omega - \omega_A)^5 + \dots \quad (3.47)$$

onde

$$\beta_{kl} \equiv \left. \frac{\partial^k \beta}{\partial \omega^k} \right|_{\omega = \omega_l} \quad (3.48)$$

Agora, substituindo a equação 3.47 na 3.35, então é obtido

$$\Delta\beta \approx \Delta\beta_1 + \Delta\beta_2 + \Delta\beta_3 + \Delta\beta_4 + \Delta\beta_5 \quad (3.49)$$

onde

$$\Delta\beta_m = \frac{1}{m!} \beta_{mA} \left\{ (\omega - \omega_A)^m + (\omega_\ell - \omega_A)^m - (\omega_1 - \omega_A)^m - (\omega_2 - \omega_A)^m \right\} \quad (3.50)$$

sendo  $\omega_2 = \omega + \omega_\ell - \omega_1$ , e  $m = \{1,2,3,4,5\}$ . Agora, no nosso experimento nós procuramos maximizar o pico de FWM que aparece no espectro de saída sintonizando a frequência central do ruído amplificado  $\omega_A$ , tal que ela coincida exatamente com a frequência  $\omega_\ell$ , que como vimos na seção anterior, corresponde ao caso de máxima contribuição de fótons do ruído ao pico de FWM. Dessa maneira temos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= \omega + \omega_\ell \\ &= 2\omega_A \end{aligned} \quad (3.51)$$

a qual é substituída na equação 3.50 para obtermos:

$$\Delta\beta_m = \frac{1}{m!} \beta_{mA} \left\{ (\omega_A - \omega_\ell)^m + (\omega_\ell - \omega_A)^m - (\omega_1 - \omega_A)^m - (\omega_A - \omega_1)^m \right\} \quad (3.52)$$

de onde podemos ver, que para  $m$  ímpar  $\Delta\beta_m = 0$ . Porém, para  $m$  par o descasamento de fase  $\Delta\beta$  na equação 3.49, pode ser escrito como:

$$\Delta\beta = \beta_{2A} \left[ (\omega_\ell - \omega_A)^2 - (\omega_1 - \omega_A)^2 \right] + \frac{1}{12} \beta_{4A} \left[ (\omega_\ell - \omega_A)^4 - (\omega_1 - \omega_A)^4 \right]. \quad (3.53)$$

Visando termos no nosso experimento picos de FWM com largura espectral estreita que nos permita medir com precisão a frequência deles, devemos garantir que a função  $\text{sinc}(x)$  na equação 3.45 seja estreita também. Isso é atingido se a largura de banda do ruído amplificado satisfaz  $\Delta\omega_A \ll |\omega_\ell - \omega_A|$  e, portanto  $|\omega_1 - \omega_A| \ll |\omega_\ell - \omega_A|$ . A figura 3.3 mostra a forma espectral do FWM em função da diferença de comprimento de onda em relação ao pico máximo, produto da interação do ruído com

um laser que esta perto (em azul) e longe dele (em vermelho). No primeiro caso o ruído e o laser estão separados por ~ 10 nm, enquanto no segundo, por ~ 60 nm. Disso é claro que um incremento do  $|\omega_\ell - \omega_A|$ , afina o espectro do FWM o qual pode facilitar, experimentalmente, a sua identificação. Do anterior, a expressão em 3.53 fica:

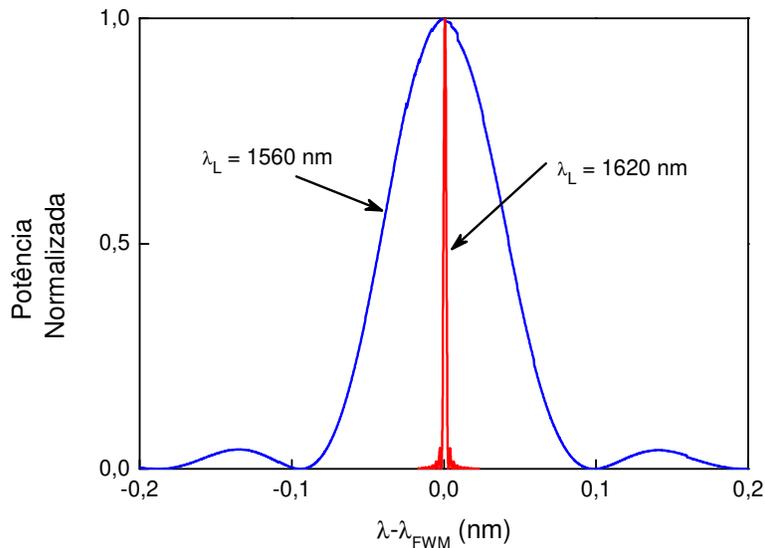
$$\Delta\beta = \frac{\beta_{2A}}{4}(\omega - \omega_\ell)^2 + \frac{1}{192}\beta_{4A}(\omega - \omega_\ell)^4 \quad (3.54)$$

Se o espectro do ASE está perto da frequência de zero de dispersão  $\omega_0$  ( $\beta_2(\omega) = 0$ ), então  $\beta_{2A} \approx \beta_{30}(\omega + \omega_\ell - 2\omega_0)/2$  e  $\beta_{4A} \approx \beta_{40}$ . Assim 3.54 é escrita como:

$$\Delta\beta = \frac{\beta_{30}}{8}(\omega + \omega_\ell - 2\omega_0)(\omega - \omega_\ell)^2 + \frac{1}{192}\beta_{40}(\omega - \omega_\ell)^4 \quad (3.55)$$

Por último, a condição de casamento de fase  $\Delta\beta = 0$  a qual é responsável pela geração do pico do FWM, então implica

$$(\omega - \omega_\ell)^2 + \frac{24\beta_{30}}{\beta_{40}}(\omega + \omega_\ell) - \frac{48\beta_{30}}{\beta_{40}}\omega_0 = 0 \quad (3.56)$$

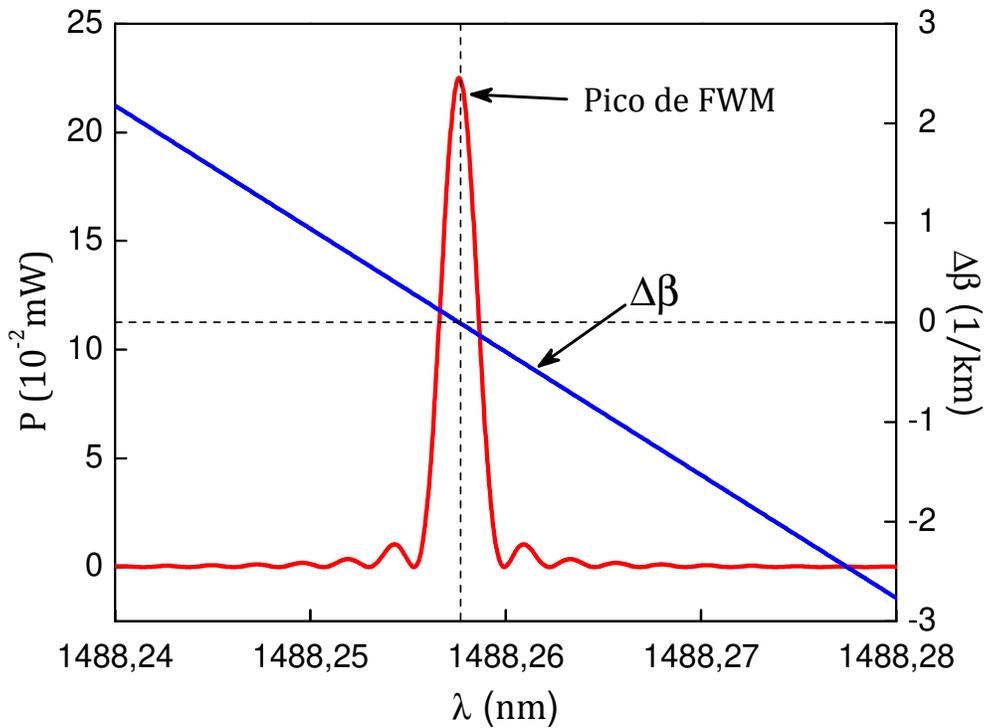


**Figura 3.3** Espectros normalizados produto do FWM laser-ruído para dois comprimentos de onda diferentes do laser: 1620 nm (azul) e 1560 nm (vermelho). Os comprimentos de onda do ruído são 1548.85 nm e 1549.8 nm, respectivamente.

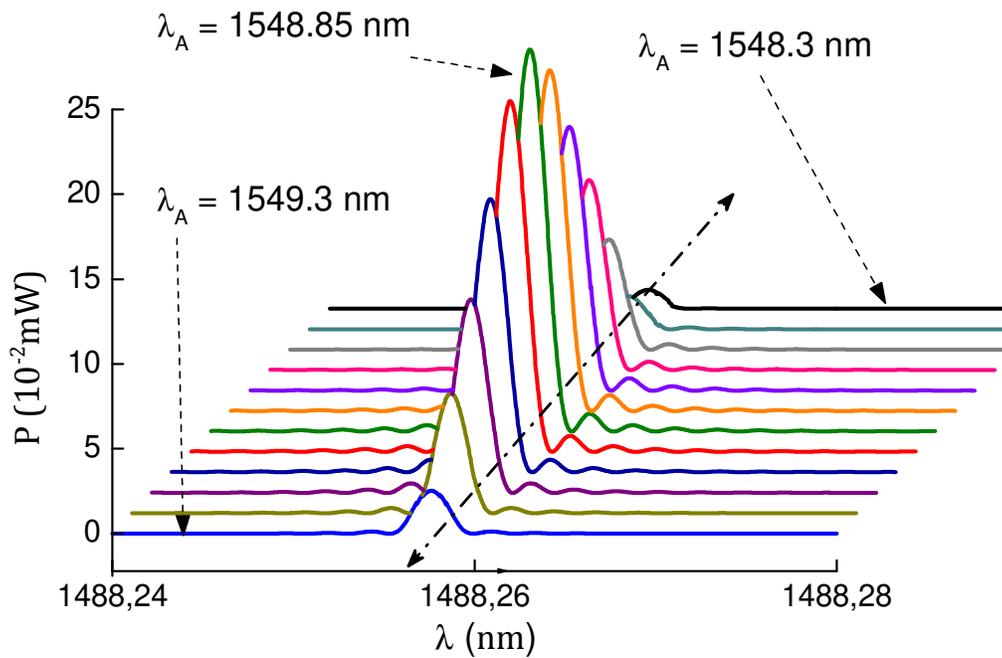
Claramente pode ser visto que se o laser é sintonizado longe do comprimento de onda do ruído, o espectro do FWM é mais estreito.

Para entender um pouco melhor isso, a figura 3.4 mostra a potência espectral ( $P_{\text{FWM}}$ ) e o descasamento de fase ( $\Delta\beta$ ) para o FWM gerado pela interação laser-ruído onde usamos as equações 3.45 e 3.55. O ruído está centrado em 1548.85 nm, com largura espectral de 1 nm e potência 45 mW. O laser está sintonizado em 1614 nm com uma potência total de 10 mW. A fibra tem comprimento de  $L = 7$  km, com parâmetros de dispersão  $\lambda_0 = 1550$  nm,  $\beta_{30} = 0.123$  ps<sup>3</sup>/km e  $\beta_{40} = -5.4 \times 10^{-4}$  ps<sup>4</sup>/km; o coeficiente não linear da fibra é  $\gamma = 2$  W<sup>-1</sup>/km. Podemos ver que quando é satisfeita condição de casamento de fase ( $\Delta\beta = 0$ ), o espectro do FWM atinge seu máximo valor, decaindo seu valor rapidamente com o incremento do  $\Delta\beta$ . É importante aclarar que o comprimento de onda do pico do FWM ( $\lambda_{\text{FWM}}$ ) não depende de maneira nenhuma da frequência do ruído amplificado (ou do comprimento de onda do ruído,  $\lambda_A$ ); seu valor depende exclusivamente dos parâmetros de dispersão da fibra e do comprimento de onda do laser ( $\lambda_l$ ). O único efeito que tem a posição espectral do ruído amplificado no o pico do FWM é sobre a potência de saída, como vimos nas figuras 3.1 e 3.2. Usando os mesmos parâmetros da figura 3.4, mas variando  $\lambda_A$  (entre 1548.3 e 1549.3 nm), obtivemos o espectro de saída do FWM como mostra a figura 3.5. Podemos ver que o pico do FWM não muda seu comprimento de onda e só varia a potência com a variação do  $\lambda_A$ .

Se a interação não linear entre laser e ruído acontece numa fibra ideal, isto é, onde os parâmetros de dispersão como  $\beta_{30}$ ,  $\beta_{40}$  e  $\omega_0$  não mudam ao longo da fibra, somente um pico de FWM deve aparecer no espectro de saída. Porém, no mundo real as fibras apresentam mudanças aleatórias tanto no seu radio e forma quanto na sua composição durante o processo de fabricação [9]. Isso conduz à aparição de múltiplos picos de FWM na saída da fibra o quais podem ser maximizados de forma independente, como no nosso caso, simplesmente mudando a  $\omega_A$  com  $\omega_l$  fixo.



**Figura 3.4** Descasamento de fase e potência espectral do FWM gerado pela interação laser-ruído, em função do comprimento de onda. O valor máximo do espectro é atingido quando  $\Delta\beta=0$ .



**Figura 3.5** Espectro do FWM em função do seu comprimento de onda ( $\lambda$ ) e do comprimento de onda do ruído ( $\lambda_A$ ). O comprimento de onda onde aparece o pico

não depende do  $\lambda_A$ . O único efeito da variação do  $\lambda_A$  é sobre a potência de saída do pico de FWM localizado em 1488.258 nm.

### Apêndice 3.A: Solução para campo gerado pelo FWM

Então, substituindo a equação 3.29 na equação 3.22 obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} [\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega) + \tilde{\mathcal{E}}^*(z, -\omega)] = & -\frac{i\omega\chi_{xxxx}^{(3)}}{8(2\pi)^2 n(\omega) cA_{eff}\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \eta_1 \eta_2 \eta_3 \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \times \\ & [\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_1) + \tilde{\mathcal{E}}^*(z, -\omega_1)] [\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_2) + \tilde{\mathcal{E}}^*(z, -\omega_2)] \times \\ & [\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_3) + \tilde{\mathcal{E}}^*(z, -\omega_3)] \exp[i\Delta\beta(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3)z] \times \\ & d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3, \end{aligned} \quad (A.1)$$

de onde resultam dos tipos processos paramétricos: (1) associado com a geração de luz com frequência  $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$  e (2) com frequência  $\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$ . A interação laser-ruído que nós estamos estudando corresponde ao caso (2) onde dois fótons do ruído são destruídos para a criação de um fóton do laser e outro na frequência  $\omega$ . Assim igualando as frequências positivas e negativas em ambos os lados da equação A.1, e integrando sobre a frequência  $\omega_3$  obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}(z, \omega)}{\partial z} = & -\frac{3i\omega\chi_{xxxx}^{(3)}}{8(2\pi)^2 n(\omega) cA_{eff}\eta} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_1) \tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_2) \tilde{\mathcal{E}}^*(z, \omega_1 + \omega_2 - \omega) \times \\ & \exp[i\Delta\beta(\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2 - \omega)z] \eta_1 \eta_2 \eta_3 d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (A.2)$$

Na equação imediatamente anterior, o campo gerado pela interação laser-ruído é  $\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega)$ ; as componentes espectrais do ruído são representadas por  $\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_1)$  e  $\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_2)$ , enquanto o laser é dado por  $\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega_1 + \omega_2 - \omega)$ . No problema a ser resolvido, o campo gerado pelo FWM,  $\tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(z, \omega)$ , é nulo na entrada da fibra e só existe o campo do laser e o um campo do ruído. No entanto, o campo total na fibra para  $z > 0$  pode ser escrito como:

$$\tilde{\mathcal{E}}(z, \omega) = 2\pi E_l \delta(\omega - \omega_l) + \tilde{\mathcal{E}}_A(z, \omega) + \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(z, \omega) \quad (A.3)$$

onde  $2\pi E_l \delta(\omega - \omega_l)$  representa a TF do laser e  $\tilde{\mathcal{E}}_A(z, \omega)$  é o campo do ruído (confinado na faixa espectral  $\omega_A \pm \Delta\omega_A/2$ ) na posição  $z = 0$ . Nos nossos experimentos, o laser e o

ruído têm potências relativamente baixas, pelo qual pode ser assumido que eles se propagam no regime linear (isso é, os efeitos de automodulação de fase e modulação de fase cruzada são desprezíveis). Assim os campos que correspondem ao laser e ao ruído podem ser considerados independentes do  $z$  (essa aproximação é conhecida como bombeio sem esgotamento de potência [6]). Então, substituindo a equação A.3 na equação A.2, e levando em conta que o campo gerado por FWM,  $\tilde{\mathcal{E}}_{FWM}$ , é usualmente muito fraco comparado com os outros dois campos que participam da interação, além de assumir que o índice de refração é independente da frequência (com isso,  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta = (2/nc\epsilon_0)^{1/2}$ ) é obtido o seguinte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(\omega)}{\partial z} = & -\frac{3i\omega\chi_{xxxx}^{(3)}\eta^2}{8(2\pi)^2 ncA_{eff}} \times \\ & \left[ 8\pi^3 |E_\ell|^2 E_\ell \delta(\omega_\ell - \omega) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_\ell, \omega_\ell, 2\omega_\ell - \omega)z] + \dots \right. \\ & 8\pi^2 |E_\ell|^2 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega, \omega_\ell, \omega_\ell)z] + \dots \\ & 4\pi^2 E_\ell^2 \tilde{\mathcal{E}}_A^*(2\omega_\ell - \omega) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_\ell, \omega_\ell, 2\omega_\ell - \omega)z] + \dots \\ & 2\pi E_\ell^* \int_0^\infty d\omega_1 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_1, \omega + \omega_\ell - \omega_1, \omega_\ell)z] + \dots \\ & 2\pi E_\ell \int_0^\infty d\omega_1 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega_1 + \omega_\ell - \omega) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_\ell, \omega_1, \omega_\ell + \omega_1 - \omega)z] + \dots \\ & 2\pi E_\ell \int_0^\infty d\omega_2 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_2) \tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega_2 + \omega_\ell - \omega_1) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_\ell, \omega_2, \omega_\ell + \omega_2 - \omega)z] + \dots \\ & \left. \int_0^\infty \int_0^\infty d\omega_1 d\omega_2 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_2) \tilde{\mathcal{E}}_A^*(\omega_1 + \omega_2 - \omega) \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2 - \omega)z] \right] \end{aligned} \quad (A.4)$$

Levando em conta que o processo de FWM que se está estudando é gerado numa frequência fora do espectro do ruído amplificado (já que o laser também está longe dessa faixa), o único termo não nulo na expressão anterior é somente o quarto termo. Portanto a equação A.4 fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(\omega)}{\partial z} = & -\frac{3i\omega\chi_{xxxx}^{(3)}\eta^2}{16\pi ncA_{eff}} E_\ell^* \int_0^\infty d\omega_1 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \times \\ & \exp[i\Delta\beta(\omega; \omega_1, \omega + \omega_\ell - \omega_1, \omega_\ell)z] \end{aligned} \quad (A.5)$$

Posto que na entrada da fibra de comprimento  $L$  o campo do FWM é nulo, a equação A.5 pode ser resolvida diretamente

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}_{FWM}(L, \omega) = & -i \frac{3\omega \chi_{xxxx}^{(3)} L \eta^2}{32\pi n c A_{eff}} E_\ell^* \int_0^\infty d\omega_1 \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega_1) \tilde{\mathcal{E}}_A(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \times \\ & \times \text{sinc}\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \exp\left(\frac{i\Delta\beta L}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

onde  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$  e descasamento de fase da interação é

$$\Delta\beta \equiv \beta(\omega) + \beta(\omega_\ell) - \beta(\omega_1) - \beta(\omega + \omega_\ell - \omega_1) \quad (\text{A.7})$$

### Apêndice 3.B: Equação de ganho para o amplificador paramétrico a fibra (FOPA) de um bombeio

Uma breve demonstração da expressão do ganho paramétrico para o FOPA de um bombeio (onde o bombeio é um laser de alta intensidade) descrito no capítulo 1 (equação 1) é apresentada neste apêndice. No FOPA, um laser com frequência bem definida em  $\omega_p$  (contrário ao caso do bombeio com ruído centrado em  $\omega_A$ , mas com largura de banda finita  $\Delta\omega_A$ ) interage através de FWM com uma componente espectral do ruído de fundo na frequência  $\omega$  para gerar um novo campo na frequência  $\omega' = 2\omega_p - \omega$ . Assumindo que o campo elétrico do laser seja muito maior que o campo do ruído ( $E_p \gg \tilde{\epsilon}_R$ ), o campo total para  $z > 0$  é:

$$\tilde{\epsilon}(z, \omega) = 2\pi E_p(z) \delta(\omega - \omega_p) + \tilde{\epsilon}_R(z, \omega) \quad (\text{B.1})$$

onde  $2\pi E_p(z) \delta(\omega - \omega_p)$  representa a TF do laser e  $\tilde{\epsilon}_R(z, \omega)$  é o campo do ruído. Para o laser consideramos o caso onde a propagação acontece sem o esgotamento significativo da potência devido à interação, sem perdas e com uma mudança não linear na fase tal que o campo pode ser escrito como:

$$E_p(z) = E_0 \exp(-i\gamma P_0 z) \quad (\text{B.2})$$

onde  $P_0 = |E_p|^2$  é a potência na entrada da fibra e  $\gamma$  é o coeficiente não linear da fibra. Como uma primeira aproximação, podemos assumir que o índice de refração é independente da frequência (com isso,  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta = (2/nc\epsilon_0)^{1/2}$ ) na equação A.2. Substituindo as equações B.1 e B.2 na expressão A.2, e considerando somente os termos quadráticos no campo elétrico do laser e integrando em  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , a equação A.2 fica:

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}_R(\omega)}{\partial z} = -i\gamma P_0 \left[ 2\tilde{\epsilon}_R(z, \omega) + \tilde{\epsilon}_R^*(z, 2\omega_p - \omega) \exp(i[\Delta\beta + 2\gamma P_0]z) \right] \quad (\text{B.3})$$

onde o descasamento de fase  $\Delta\beta$  é:

$$\Delta\beta \equiv \beta(\omega) + \beta(2\omega_p - \omega) - 2\beta(\omega_p) \quad (\text{B.4})$$

Se definirmos:

$$\tilde{\epsilon}_R(z, \omega) = \tilde{\epsilon}_{FWM}(z, \omega) \exp[-i2\gamma P_0 z] \quad (\text{B.5})$$

podemos escrever a equação B.3 tanto para o campo do ruído na frequência  $\omega$  e quanto na  $2\omega_p - \omega$  como:

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{FWM}(\omega)}{\partial z} = -i\gamma P_0 \tilde{\epsilon}_{FWM}^*(z, 2\omega_p - \omega) \exp[i(\Delta\beta + 2\gamma P_0)z] \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{FWM}(2\omega_p - \omega)}{\partial z} = -i\gamma P_0 \tilde{\epsilon}_{FWM}^*(z, \omega) \exp[i(\Delta\beta + 2\gamma P_0)z] \quad (\text{B.7})$$

o qual constitui um sistema de duas equações diferenciais acopladas. Esse sistema pode ser resolvido para  $\tilde{\epsilon}_{FWM}(\omega)$  desacoplando as equações. Se derivarmos com relação a  $z$  à equação B.6 e substituirmos nela a equação B.7 obtemos uma equação de diferencial de homogênea de segunda ordem para o campo  $\tilde{\epsilon}_{FWM}(\omega)$ . Por sua vez, essa equação de segunda ordem pode ser resolvida diretamente considerando como condição inicial a presença somente de ruído plano na entrada da fibra (para mais detalhes vide referência [5]). Tendo em consideração a natureza aleatória do ruído através da equação 3.10, a densidade de potência espectral  $S(L, \omega)$  à saída duma fibra de comprimento  $L$  é:

$$S(L, \omega) = S(0, \omega) + (\gamma P_0 L)^2 \left| \frac{\sinh(gL/2)}{gL/2} \right|^2 [S(0, \omega) + S(0, 2\omega_p - \omega)] \quad (\text{B.8})$$

onde  $S(0, \omega)$  é a densidade de potência espectral inicial do ruído e  $g$  é o ganho paramétrico dado por:

$$g = \sqrt{-\Delta\beta(\Delta\beta + 4\gamma P_0)} \quad (\text{B.9})$$

Já que assumimos que o campo do ruído é inicialmente plano, então  $S(0, \omega) = S(0, 2\omega_p - \omega)$ . Com isso, o ganho do FOPA,  $G$ , fica:

$$G(L) = \frac{|S(L, \omega)|^2}{|S(0, \omega)|^2} = 1 + 2 \left| \frac{2\gamma P_0}{g} \sinh(gL/2) \right|^2 \quad (\text{B.10})$$

Dessa maneira podemos ver que as equações que governam a interação laser-ruído no caso onde a interação é quadrática no campo do ruído (que é o tema central desta dissertação) descrevem paralelamente ao FOPA dum bombeio.

## Referências

- [1] J. Goodman, *Statistical Optics*, John Wiley & Sons Inc., USA, 2000.
- [2] L. Mandel, and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, USA, 1995.
- [3] C.H. Henry, "Theory of Spontaneous Emission Noise in Open Resonators and Its Application to Lasers and Optical Amplifiers", *J. of Light. Tech.*, LT-4, 288 (1986).
- [4] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Elsevier Inc., USA, 2007.
- [5] André Guimarães, *Interação Sinal-Ruído em Fibras de Baixa Dispersão*, Tese de Mestrado, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, 2001.
- [6] Jorge Diego Marconi, *Estudo de Amplificadores Paramétricos para Sistemas de Comunicações Ópticas de Altas Taxas de Transmissão*, Tese de Doutorado, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, 2006.
- [7] Y.S. Yang, and Y.C. Chung, "Four-Wave Mixing of Incoherent Light in a Dispersion-Shifted Fiber Using a Spectrum-Sliced Fiber Amplifier Light Source", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 10, 218 (1998).
- [8] M.E. Marhic, *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillator and Related Devices*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [9] M. Karlsson, "Four-Wave Mixing in Fibers with Randomly Varying Zero-Dispersion Wavelength", *J. Opt. Soc. Am. B*, 15, 2269 (1998).



## 4 INTERAÇÃO LASER-RUÍDO: EXPERIMENTOS

Neste capítulo apresentamos os experimentos da interação laser–ruído em fibras ópticas usando tanto fontes contínuas como pulsadas. As medições foram feitas em duas fibras diferentes (A e B), escolhidas por apresentarem flutuações características bem diferentes de seus parâmetros de dispersão. Começamos caracterizando os parâmetros de dispersão introduzidos no capítulo 3 ( $\lambda_0$  e  $\Omega_{34} \equiv \beta_{30}/\beta_{40}$ ) usando somente fontes contínuas. Observamos espectros de FWM compostos de vários picos que se distribuem numa faixa de 0.5 nm na fibra A e de uns 6 nm na fibra B. Como já comentamos no capítulo 3, a distribuição contínua dos picos é devido às flutuações dos parâmetros de dispersão. A nossa interpretação física desse fato, é que variações no raio da fibra alteram aleatoriamente os parâmetros de dispersão ao longo da fibra. Determinamos os parâmetros  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$  para os principais picos do FWM que aparecem no espectro de saída da fibra A. Vemos que o método é altamente preciso para medir  $\Omega_{34}$  e variações relativas do  $\lambda_0$ , mas não determinar seu valor absoluto.

No caso de fontes pulsadas, obtemos o mapa de dispersão para cada uma das fibras. Observamos que os espectros encontrados para o FWM variam duma região a outra da fibra. Apresentamos uma análise numérica do impacto que têm as mudanças do radio da fibra sobre  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$ , para o caso de uma fibra monomodo com perfil de índice degrau usando as soluções exatas para a constante de propagação do capítulo 2. Os resultados experimentais como numéricos são consistentes com a nossa interpretação sobre a origem física dos picos de FWM.

### 4.1 Experimentos com fontes de onda contínua

A figura 4.1 mostra a montagem experimental usando fontes de luz contínuas. A fonte de ruído é ASE (emissão espontânea amplificada) gerada num EDFA banda C (isso é, na faixa de 1540 – 1565) sem sinal, filtrado com um passa-faixa sintonizável (1525 nm – 1565 nm) com largura de banda que pode variar entre os 0.18 nm e 6 nm. A relação de potência entre o ruído filtrado e o ruído de fundo na saída do filtro é de ~

40 dB. O ruído filtrado é logo amplificado por um segundo EDFA. Como fonte de luz coerente nós usamos um laser sintonizável (1520 nm – 1630 nm) com potência de saída de 6 dBm até 14 dBm. Usando um acoplador 50/50 o laser e o ruído filtrado foram acoplados dentro da fibra óptica em estudo. Os espectros de saída foram visualizados e registrados num analisador de espectro óptico (OSA, de *Optical Spectrum Analyzer*) com uma resolução de 0.01 nm.

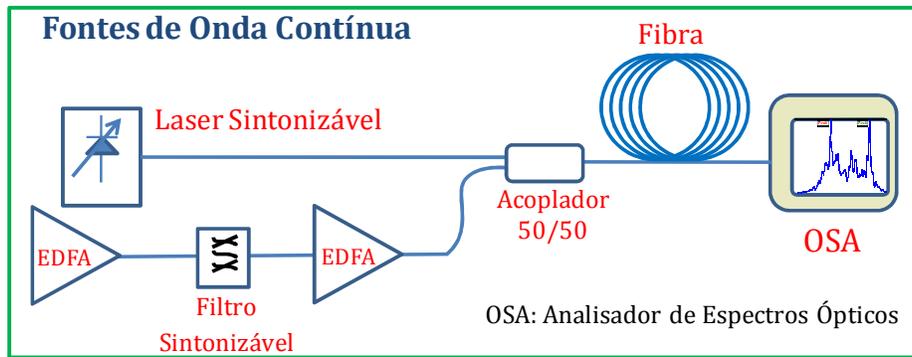
#### 4.1.1 Montagem e método experimental

O filtro do ruído é sintonizado de tal forma que seu centro ( $\omega_A$ ) fique perto da frequência de dispersão nula ( $\omega_0$ ). Por outro lado, a frequência do laser ( $\omega_\ell$ ) é ajustada longe de  $\omega_0$ . Na saída da fibra é gerado um pico de FWM na frequência  $\omega$ , o qual atinge sua potência máxima quando a frequência central do ruído é  $\omega_A = (\omega + \omega_\ell)/2$  (ver equação 3.44). Deixando  $\omega_A$  fixa e variando  $\omega_\ell$ , a frequência do pico de FWM varia como mostra a figura 4.2. Para cada valor de frequência do laser  $\omega_\ell^{(j)}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) temos para pico de FWM  $\omega^{(j)} = 2\omega_A - \omega_\ell^{(j)}$ . Dessa maneira é possível fazer uma coleção de dados de  $\omega$  em função de  $\omega_\ell$ .

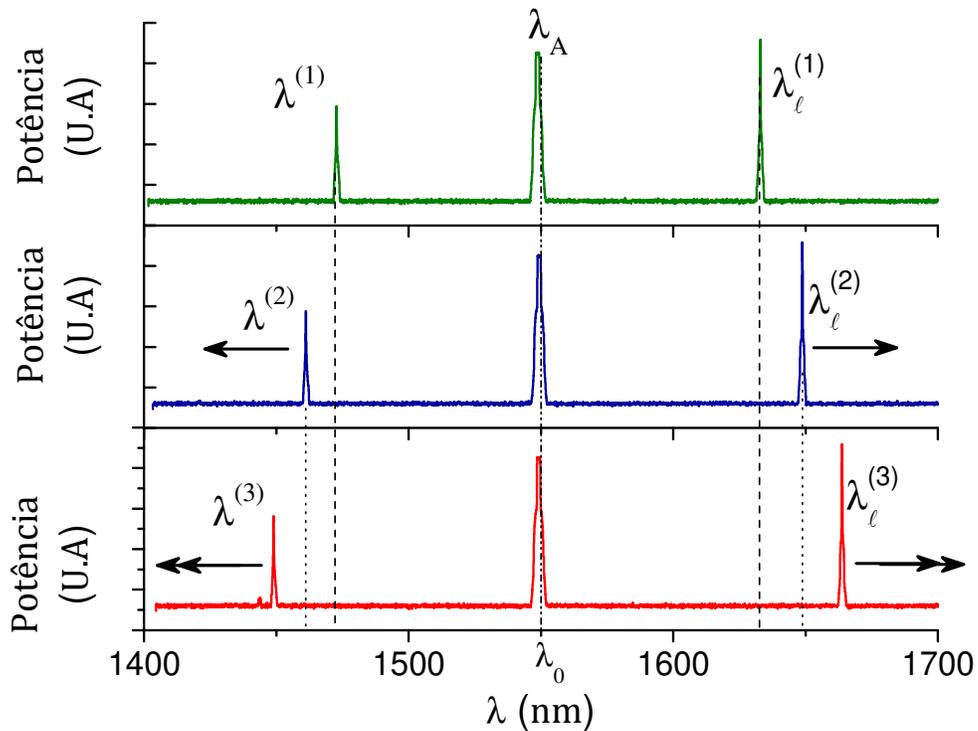
Agora, se escrevemos a equação (3.56) de forma linear temos

$$Y = A + \Omega_{34} \cdot X \quad (4.1)$$

onde  $Y = (\omega - \omega_\ell)^2$ ,  $X = -24(\omega + \omega_\ell)$ ,  $\Omega_{34} = \beta_{30}/\beta_{40}$  e  $A = 48\Omega_{34}\omega_0$ . Podemos então fazer um ajuste linear dos dados registrados de  $Y$  em função de  $X$ , e obtermos (do coeficiente angular) a razão entre os coeficientes  $\beta_{30}/\beta_{40}$ , e do coeficiente linear a frequência de dispersão nula  $\omega_0$  ( $\omega_0 = A/48\Omega_{34}$ ).



**Figura 4.1** Montagem experimental com fontes contínua. Usamos um laser sintonizável como fonte de luz coerente e o EDFA como fonte de luz incoerente.

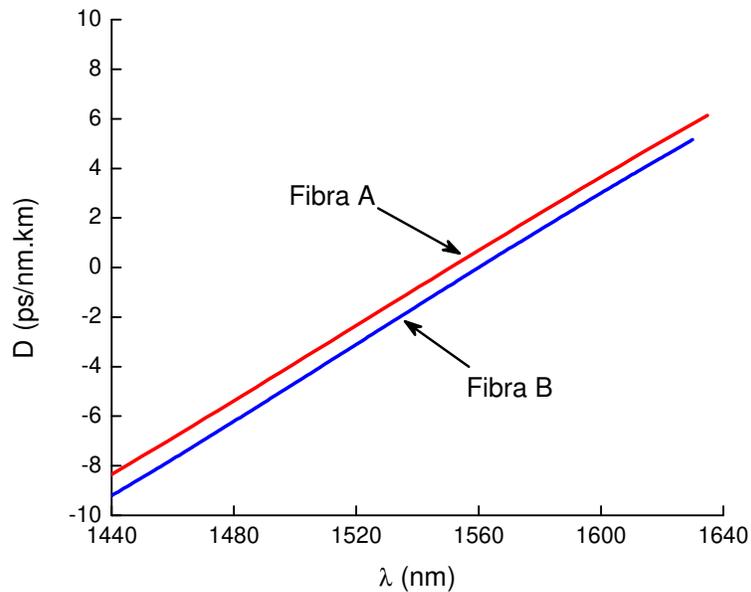


**Figura 4.2** Metodologia experimental. Picos de FWM obtidos para três comprimentos de onda (frequências) do laser.  $\lambda_0 = 1550$  nm.

#### 4.1.2 Parâmetros das fibras em estudo

No nosso experimento usamos dois tipos de fibras de dispersão deslocada (com dispersão nula perto dos 1550 nm, e denotas pelas letras A e B) com comprimentos e

características dispersivas diferentes. A tabela 4.1 mostra as características mais importantes dessas fibras ópticas. Esses parâmetros foram medidos através de um instrumento de medição de dispersão cromática (Modelo 2800 Chromatic Dispersion Measurement System, Photon Kinetics), com um erro de  $\pm 1\%$  nos resultados. As curvas de dispersão para cada fibra foram capturadas e resumidas na figura 4.3. É importante dizer que todas as medidas são somente os valores médios e que a dispersão em geral muda aleatoriamente nas fibras como foi discutido no capítulo 3. Porém, eles permitem identificar a região onde a dispersão é zero e assim sintonizar o filtro perto dela.



**Figura 4.3** Dispersão cromática medida para as fibras A e B. O comprimento de onda de dispersão nula para a fibra A é  $\lambda_0 = (1551.0 \pm 0.5)$  nm, enquanto para a fibra B é  $\lambda_0 = (1560.0 \pm 0.5)$  nm.

Nome da Fibra	Comprimento, L (km)	$\langle \lambda_0 \rangle$ (nm)	$\langle \beta_{30} \rangle$ (ps <sup>3</sup> /km)
A	7.0	$1550.0 \pm 0.5$	$0.123 \pm 0.002$
B	4.3	$1560.0 \pm 0.5$	$0.128 \pm 0.002$

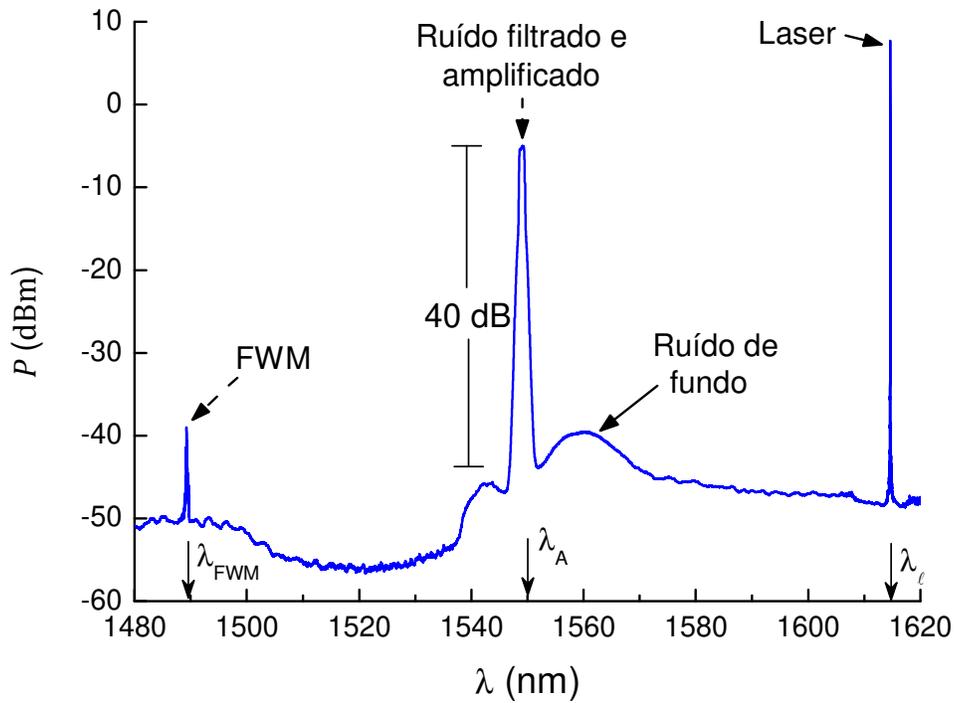
**Tabela 4.1** Parâmetros de dispersão e comprimento de cada fibra usada no nosso experimento. Os valores médios são expressos como  $\langle \square \rangle$ .

### 4.1.3 Resultados Experimentais para a fibra A

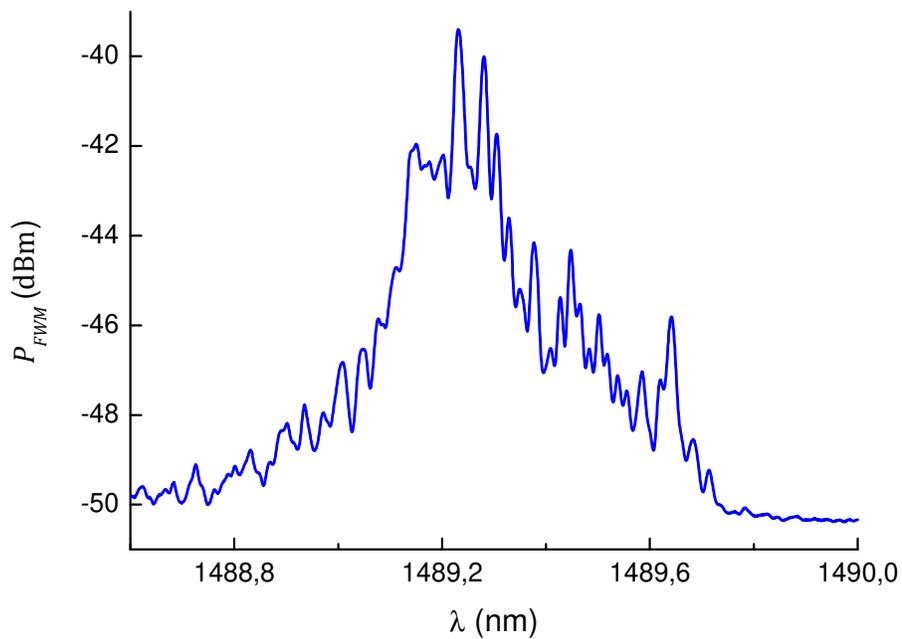
Na entrada de fibra as potências do ruído filtrado e do laser foram  $P_A = 30.4$  mW e  $P_\ell = 6.3$  mW, respectivamente. O laser tinha um comprimento de onda de  $\lambda_\ell = 1614.6$  nm e o espectro do ruído tem uma largura de banda de  $\Delta\lambda_A = 0.8$  nm e está centrado inicialmente em  $\lambda_A = 1549$  nm (perto do  $\lambda_0$  da fibra) e relação entre a potência óptica do ruído filtrado e o ruído de fundo era de  $\sim 40$  dB (figura 4.4). Neste caso observamos um pico de FWM na região de  $\lambda_{FWM} = 1489$  nm. No entanto, se nós fazemos um “zoom” nessa região, encontramos que na verdade existe uma distribuição contínua de picos como mostra a figura 4.5.

Logo de conseguirmos observar o conjunto de picos do FWM, maximizamos independentemente cada um deles com o fim de identificar o (ou os) de maior potência. Para realizar isso, deixamos  $\lambda_\ell$  fixo em 1614.6 nm e mudamos o comprimento de onda  $\lambda_A$  do espectro do ruído na faixa dos 1548.7 nm aos 1550 nm. O que nós encontramos foi que os picos de FWM de maior potência eram possíveis de serem localizados se sintonizávamos o centro do filtro na faixa entre  $\lambda_A = 1549.3$  nm até  $\lambda_A = 1549.9$  nm. Assim que decidimos tomar somente os espectros dessa região os quais estão resumidos na figura 4.6. O comprimento de onda dos maiores picos de FWM são 1489.29 nm e 1489.65 nm. As figuras 4.7 e 4.8 mostram os picos de FWM gerados para  $\lambda_A = 1549.4$  nm e  $\lambda_A = 1549.6$  nm que maximizam os picos de FWM os picos em 1489.29 nm e 1489.65 nm, respectivamente.

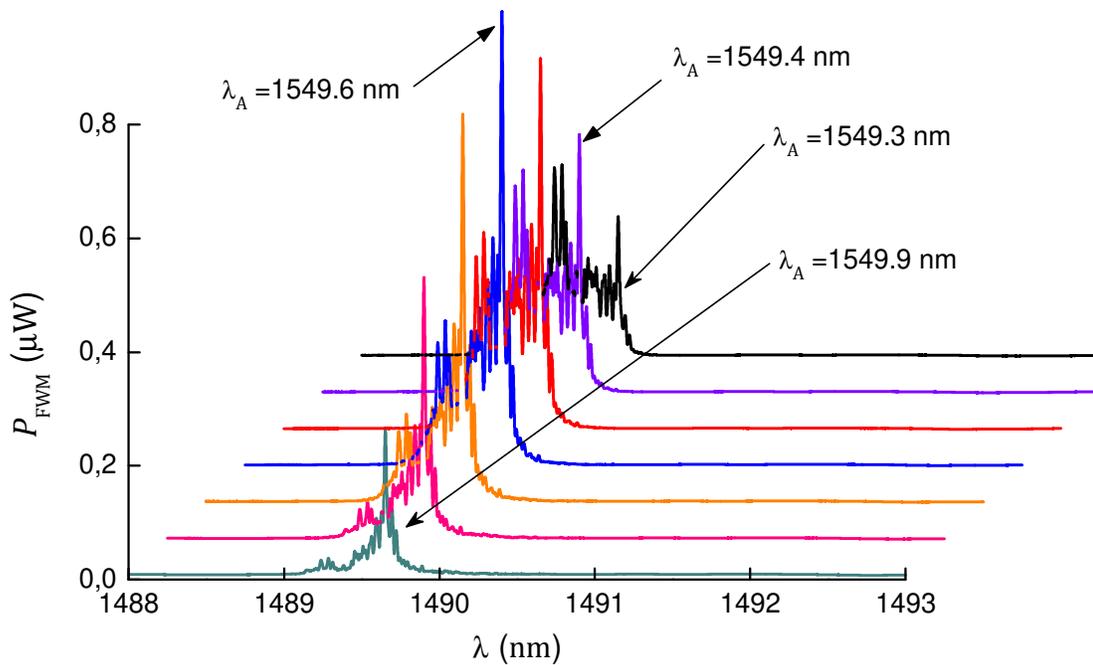
A fim de determinar  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  com precisão, fixamos na posição que maximiza o pico que queremos caracterizar ( $\lambda_A = 1549.29$  nm ou 1489.65 nm) e sintonizamos finamente o laser (em intervalos de 0.15 nm) para registrar os espectros do FWM e do laser em função da frequência ( $f$ ) como mostram as figuras 4.9 e 4.10 respectivamente (ou 4.11 e 4.12, respectivamente). Dessa forma foi possível obtermos uma lista de valores de  $\omega$  (frequência do pico do FWM) em função de  $\omega_\ell$  (frequência do laser).



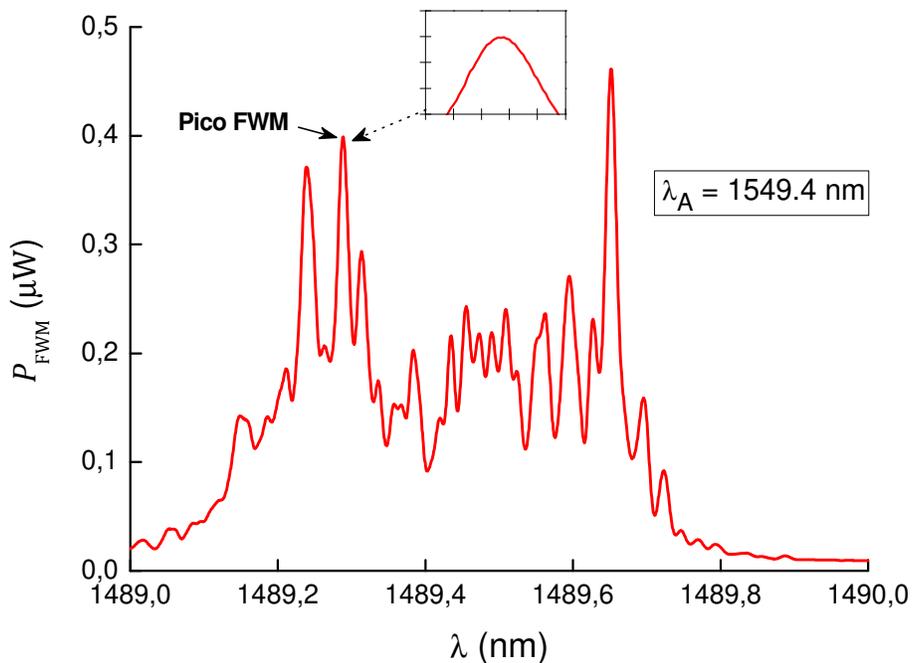
**Figura 4.4** Espectro de saída da fibra A. Note que além dos picos do ruído filtrado e do laser, aparece o produto de FWM gerado pela interação não linear (resolução de 0.01).



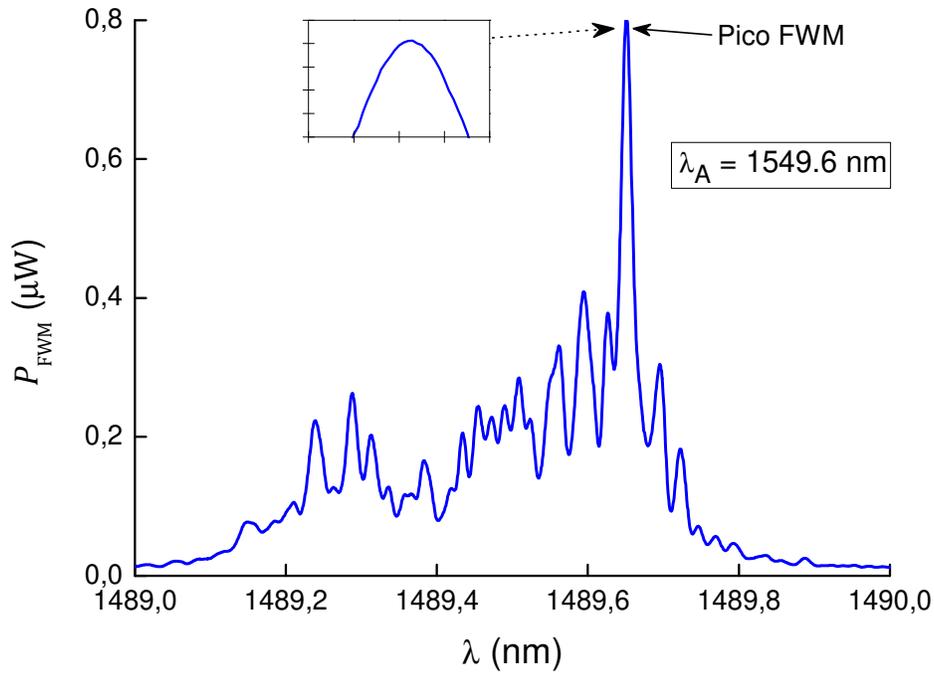
**Figura 4.5** Espectro do FWM da figura 4.4. Uma distribuição de picos de FWM aparece no espectro de saída como resultado da aleatoriedade dos parâmetros de dispersão ao longo da fibra (resolução de 0.01).



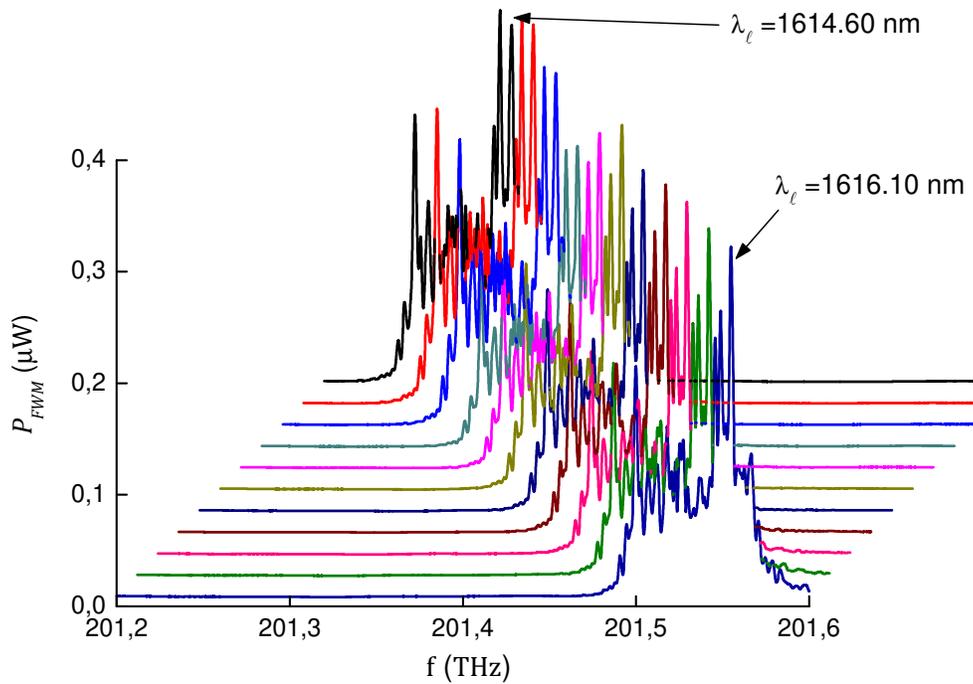
**Figura 4.6** Espectros do FWM para vários valores do comprimento de onda central do filtro do ruído ( $\lambda_A$ ) entre 1549.3 e 1549.9 nm em passos de 0.1 nm. O  $\lambda_c$  é 1614.6 nm.



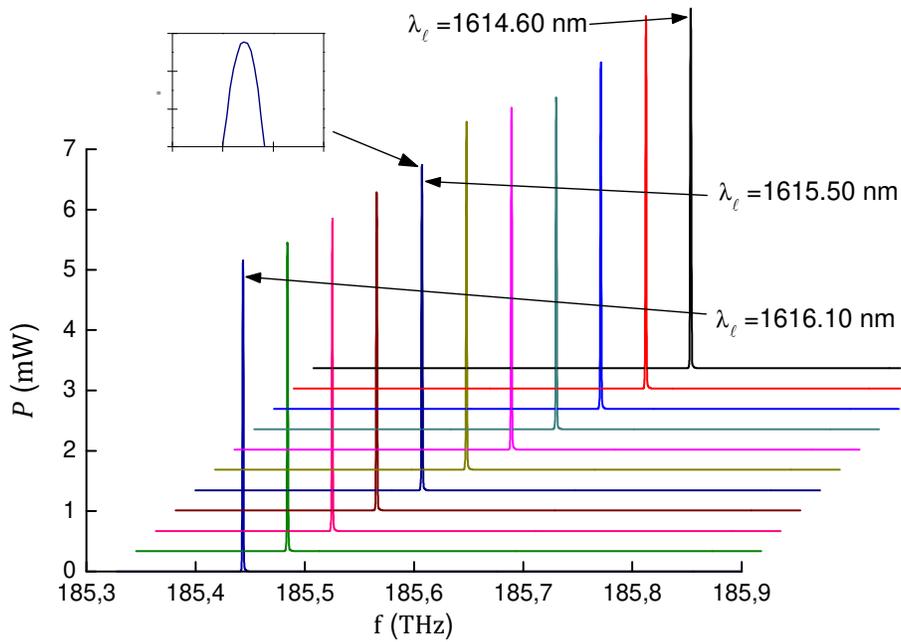
**Figura 4.7** Espectro do FWM para o caso  $\lambda_A = 1549.4$  nm, que maximiza o pico de FWM indicado. O quadro mostra o pico de FWM perto de 1489.29 nm (unidades horizontais são 0.005 nm e verticais 0.05  $\mu$ W). O  $\lambda_c$  é 1614.6 nm.



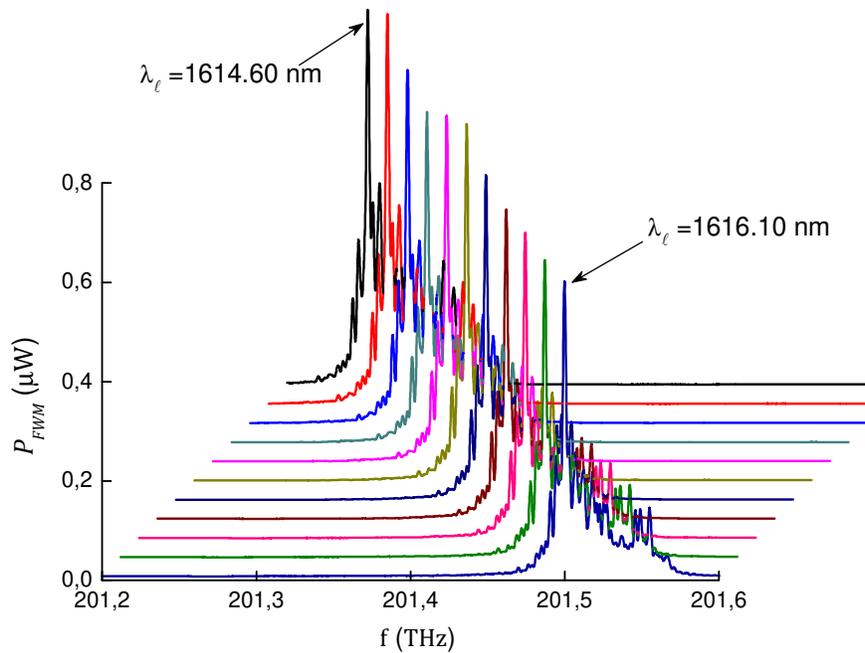
**Figura 4.8** Espectro do FWM para o caso  $\lambda_A = 1549.6 \text{ nm}$ , que maximiza o pico de FWM indicado. O quadro mostra o pico de FWM perto de 1489.65 nm (unidades horizontais são 0.005 nm e verticais 0.05  $\mu\text{W}$ ). O  $\lambda_\ell$  é 1614.6 nm.



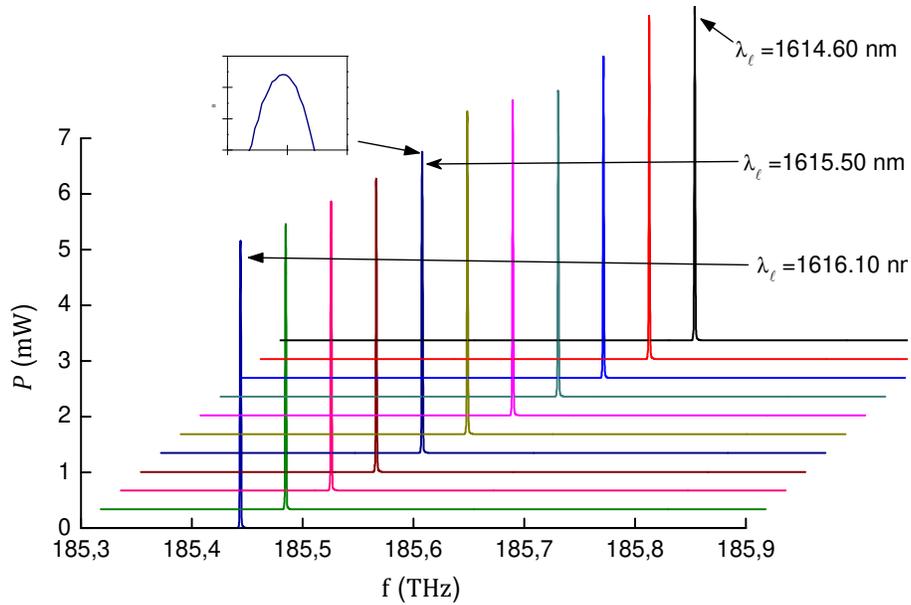
**Figura 4.9** Espectro do FWM para o caso onde  $\lambda_A = 1549.4 \text{ nm}$  e  $\lambda_\ell$  variando entre 1614.6 nm e 1616.10 nm em passos de 0.15 nm.



**Figura 4.10** Espectros do laser para vários valores do comprimento de onda ( $\lambda_\ell$ ) entre 1614.6 e 1616.10 nm (em passos de 0.15 nm) correspondentes aos espectros do FWM da figura 4.9. O quadro mostra um zoom do pico, onde a escala horizontal é de 0.01 nm e a vertical 0.5 mW.

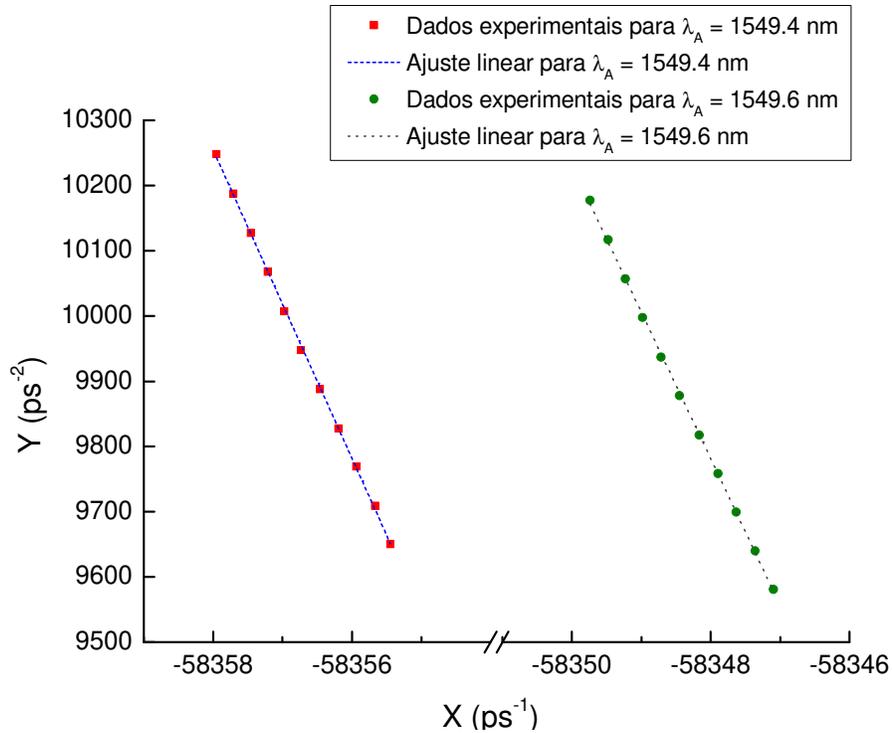


**Figura 4.11** Espectro do FWM para o caso onde  $\lambda_A = 1549.6$  nm e  $\lambda_\ell$  variando entre 1614.6 nm e 1616.10 nm em passos de 0.15 nm.



**Figura 4.12** Espectros do laser para vários valores do comprimento de onda ( $\lambda_\ell$ ) entre 1614.6 e 1616.10 nm (em passos de 0.15 nm) correspondentes aos espectros do FWM da figura 4.11. O quadro mostra um zoom do pico, onde a escala horizontal é de 0.01 nm e a vertical é 0.5 mW.

Usando os dados de  $\omega$  e  $\omega_\ell$  para  $\lambda_A$  fixo construímos um gráfico de Y vs. X, onde  $Y = (\omega - \omega_\ell)^2$  e  $X = -24(\omega + \omega_\ell)$ . Na figura 4.13 mostramos os resultados junto com um ajuste linear para os casos de  $\lambda_A = 1549.4$  e  $1549.6$ . Com ajuda da equação 4.1 e os resultados do ajuste linear de nossos dados, conseguimos determinar  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$  para cada um dos dois picos e cujos resultados encontram se resumidos na tabela 4.2. Os resultados são muito precisos para a medida da razão entre a dispersão de terceira e quarta ordem  $\Omega_{34}$ . Seu erro é menor ao 1%. Por outro lado, medir o valor médio do comprimento de onda de dispersão nula,  $\lambda_0$ , por meio deste método produz resultados com erro ( $\pm 10$  nm) muito maior que os já reportados na literatura ( $< 0.1$  nm) [1]. No entanto é importante esclarecer que, embora o método contenha pouca informação com relação ao valor verdadeiro do  $\lambda_0$ , ele permite conhecer com muita exatidão a flutuação do  $\lambda_0$  ( $\Delta\lambda_0 = 0.27$  nm) com erro menor a 0.01 nm (dado pela precisão na medição do pico de FWM).



**Figura 4.13** Conjunto de dados de Y vs X junto com o ajuste linear para  $\lambda_A = 1549.4$  nm e 1549.6 nm.

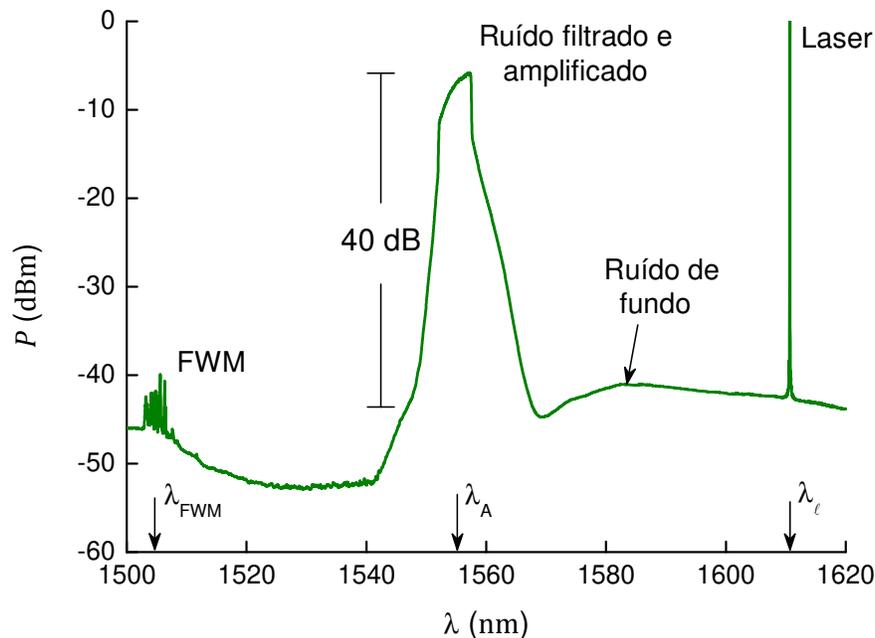
$\lambda_{\text{FWM}}$ (nm)	$\Omega_{34}$ (ps <sup>-1</sup> )	$\lambda_0$ (nm)
1489.29	$-236 \pm 2$	1550.47
1489.65	$-224 \pm 2$	1550.74

**Tabela 4.2** Resultados da análise para os dois picos do FWM mais importantes encontrados para fibra A.

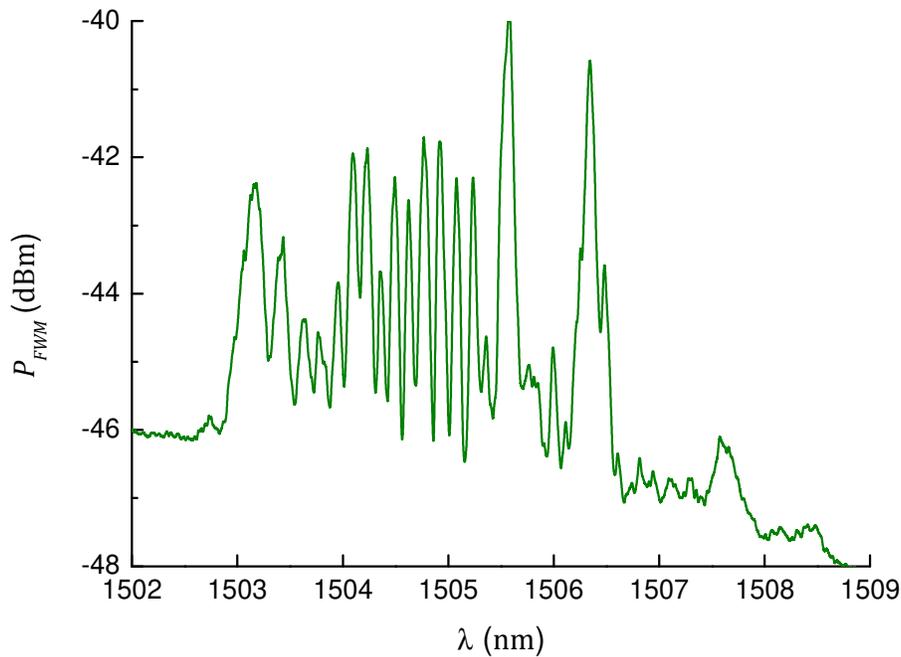
É importante ressaltar que a faixa de comprimentos de onda (ou freqüências) na qual os picos de FWM estão distribuídos é uma evidencia da forma como flutuam  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$  ao longo da fibra [2]. Assim entre maior seja essa faixa, maior serão as flutuações dos parâmetros de dispersão ao longo da fibra óptica. Em termos gerais é possível dizer que a fibra A é uma boa fibra no sentido que a variação da dispersão resulta ser relativamente pequena se a comparamos com a fibra B a ser analisada na seguinte seção.

#### 4.1.4 Resultados para a fibra B

Na entrada da fibra óptica temos uma potência de  $P_A = 34.7$  mW e  $P_\ell = 6$  mW para o ruído e o laser, respectivamente. De forma análoga ao estudo da fibra A, sintonizamos o filtro do ruído de modo que o centro ( $\lambda_A$ ) é perto do  $\lambda_0$  da fibra. Neste caso a largura espectral do ruído filtrado era de 6 nm com potência em relação ao ruído de fundo de 40 dB. Inicialmente o laser tinha um comprimento de onda de  $\lambda_\ell = 1614.6$  nm, enquanto para o ruído era de  $\lambda_A = 1557$  nm. O espectro na saída foi registrado na figura 4.14. O produto do FWM aparece perto da região de 1505 nm. A razão óptica entre o a potência do pico do FWM e o ruído de fundo é de 10 dB, o qual permite sua clara identificação. Igual que no caso da fibra A, fazer um zoom na região de 1505 nm revela a presença de uma distribuição contínua de picos de FWM, como mostra a figura 4.15. No entanto, esta vez a faixa na qual eles estão espalhados ( $\sim 6$  nm) é muito maior que a correspondente à fibra A ( $\sim 0.5$  nm). Isso mostra a menor uniformidade das propriedades de dispersão da fibra B em relação à fibra B.

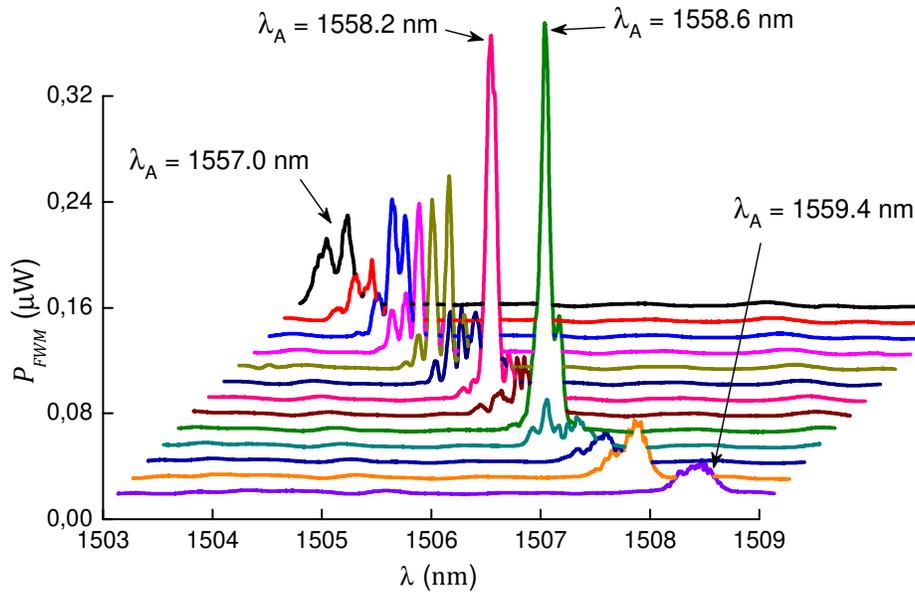


**Figura 4.14** Espectro de saída da fibra B. Note que além dos picos do ruído filtrado e do laser, aparece o produto de FWM gerado pela interação não linear (resolução de 0.01).



**Figura 4.15** Espectro do FWM da figura 4.14. Uma distribuição de picos de FWM aparece no espectro de saída como resultado da aleatoriedade dos parâmetros de dispersão ao longo da fibra (resolução de 0.01).

Deixando o comprimento de onda do laser fixo em 1614.6 nm, sintonizamos a largura espectral do filtro em 0.3 nm do ruído na faixa onde era possível observar o FWM. Essa faixa ia desde 1557.0 nm até 1559.4 nm. Na figura 4.16 apresentamos os espectros obtidos. Dois picos se destacam: um em  $\lambda = 1505.58$  nm (que é maximizado em  $\lambda_A = 1558.2$ ) e outro em  $\lambda = 1506.35$  nm (em  $\lambda_A = 1558.6$ ). Vemos que a potência dos picos de FWM é menor em relação à potência encontrada para a Fibra A, embora as potências de entrada do ruído e do laser sejam praticamente iguais. Isso é devido do fato que o comprimento da fibra B (4.3 km) é menor que o da fibra A (7 km), i.e., a distancia na qual as ondas interagem é menor na fibra B. Quando estudemos a dispersão em função da posição (mapa de dispersão) analisaremos quantitativamente as características dispersivas da fibra B. Por enquanto é suficiente identificar a região onde se distribuem os picos de FWM para possíveis comparações.



**Figura 4.16** Espectros do FWM para vários valores do comprimento de onda central do filtro do ruído ( $\lambda_A$ ) entre 1557.0 e 1559.4 nm em passos de 0.2 nm. O  $\lambda_c$  é 1614.6 nm.

## 4.2 Experimentos com fontes pulsadas: mapas de dispersão

Como discutimos no final do capítulo 3 numa fibra óptica ideal, onde  $\{\omega_0, \beta_{30}, \beta_{40}\}$  são constantes ao longo da fibra somente um pico de FWM deveria ser observado para valores fixos de  $\omega_A, \omega_i$ . No entanto numa fibra real, onde existem flutuações dos parâmetros de dispersão, vários picos de FWM são observados no espectro de saída. Eles podem ser visualizados facilmente se o ruído tem uma largura de banda o suficientemente grande como para conter todas as frequências que satisfazem a condição de casamento de fase. Cada pico pode ser maximizado independentemente dos outros usando um filtro estreito para o ruído.

Com o objetivo de mapear a dispersão ao longo da fibra usamos pulsos de luz de curta duração para localizar a interação dentro da mesma, o qual acontece somente quando os pulsos se superpõem. Com relação à figura 4.17, o pulso do ruído é atrasado em relação ao pulso do laser. A duração de cada pulso é denotada como,  $\tau_c$  e  $\tau_A$ , para o laser e para o ruído respectivamente. Devido à dispersão que apresenta a

fibra, as velocidades de grupo para o laser e o ruído são diferentes, e suponhamos  $v_A > v_\ell$ . Se o pulso ASE entra na fibra num tempo  $\tau$  posterior ao ingresso do pulso do laser, eventualmente os pulsos vão se encontrar na posição  $z_i$  e vão interagir numa região de comprimento  $\Delta\ell$  até se separar completamente na posição  $z_f$ . As expressões para  $z_i$ ,  $z_f$  e  $\Delta\ell$  podem ser calculadas de forma direta da seguinte forma: a posição onde os pulsos se encontram é simplesmente dada pelo produto do inverso da diferença de velocidades de grupo do pulso do ruído e do laser vezes  $\tau - \tau_\ell$  o qual pode ser escrito:

$$z_i = \frac{v_A v_\ell}{v_A - v_\ell} (\tau - \tau_\ell) \quad (4.2)$$

A posição onde os pulsos se separam completamente é dada pelo produto do inverso da diferença de velocidades de grupo do pulso do ruído e do laser vezes  $\tau + \tau_A$ , dando como resultado:

$$z_f = \frac{v_A v_\ell}{v_A - v_\ell} (\tau + \tau_\ell) \quad (4.3)$$

No entanto, a diferença do inverso da velocidade de grupo esta relacionada com a dispersão da fibra e a diferença entre os comprimentos de onda dos dois pulsos através da seguinte expressão:

$$\frac{v_A - v_\ell}{v_A v_\ell} = \beta_1(\lambda_A) - \beta_1(\lambda_\ell) \approx D(\lambda_m)(\lambda_\ell - \lambda_A) \quad (4.4)$$

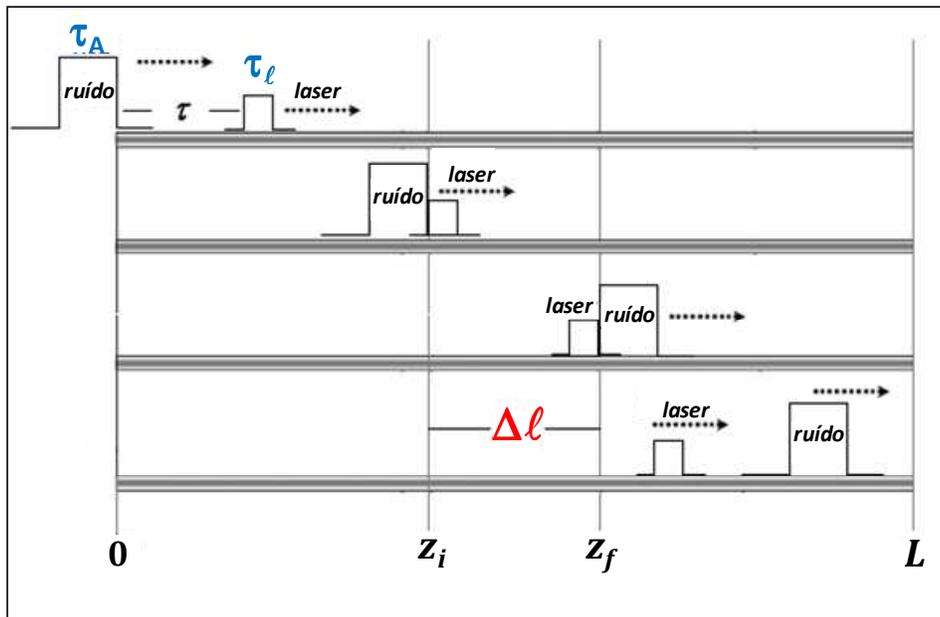
onde  $\beta_1$  é a derivada da constante de propagação em relação à frequência e  $D$  é a dispersão no comprimento de onda  $\lambda_m = (\lambda_A + \lambda_\ell)/2$ . Com isso então, a resolução espacial,  $\Delta\ell$ , e as equações 4.2 e 4.3 ficam:

$$z_f = \frac{(\tau + \tau_A)}{D(\lambda_\ell - \lambda_A)} \quad (4.5)$$

$$z_i = \frac{(\tau - \tau_\ell)}{D(\lambda_\ell - \lambda_A)} \quad (4.6)$$

$$\Delta \ell = z_f - z_i = \frac{(\tau_A + \tau_\ell)}{D(\lambda_\ell - \lambda_A)} \quad (4.7)$$

Aqui  $\Delta \ell$  determina a resolução espacial de nossas medições a qual depende somente da duração dos pulsos, da dispersão e separação em comprimento de onda dos pulsos. Visando ter uma melhor resolução espacial nas nossas medições, seria ideal ter pulsos de curta duração, com comprimentos de ondas bem diferentes, e obviamente fibras altamente dispersivas. Uma limitação que tivemos para melhorarmos a resolução do nosso experimento foi o fato de não conseguirmos usar um comprimento de onda maior para o laser. Isso porque ele devia ser amplificado por um EDFA na banda L antes de entrar no modulador de intensidade, mas se o comprimento de onda ultrapassava os 1617 nm a amplificação resultava ser fraca.



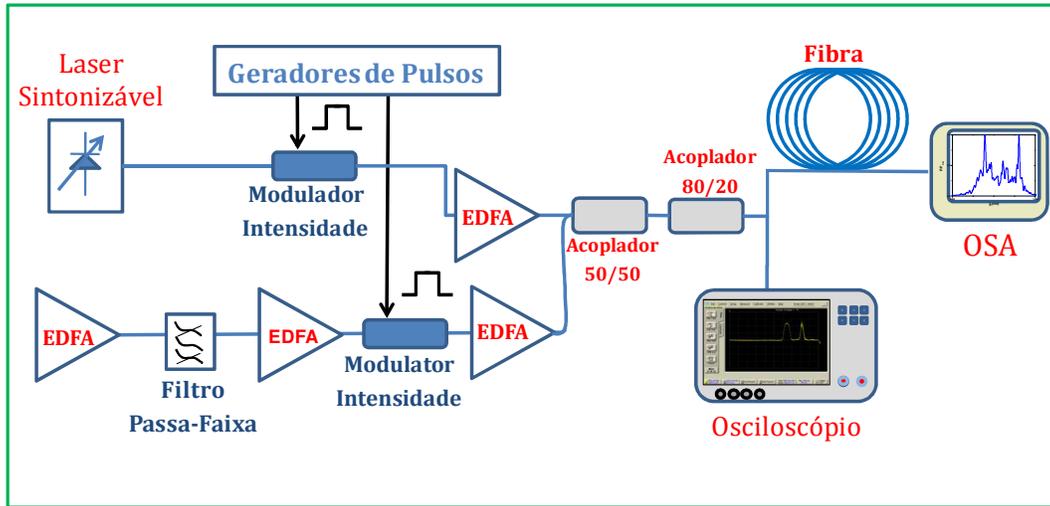
**Figura 4.17** Técnica usada para localizar a interação dentro da fibra. O único requerimento para os pulsos se cruzarem é que suas velocidades de grupo sejam diferentes.

### 4.2.1 Montagem e método experimental

A montagem experimental usada para o estudo da interação laser-ruído no regime pulsado é mostrado na figura 4.18. O esquema é muito similar ao usado no caso de fontes contínuas. A diferença está no fato que a luz é modulada em intensidade antes de entrar à fibra. Isso é feito através de dois moduladores de intensidade tipo interferômetro Mach-Zehnder. Eles são controlados e sincronizados por meio de dois geradores de pulsos de radio frequência (RF, *Radio Frequency*). Um dos geradores de RF (controlando o modulador que pulsa a luz laser) pode gerar pulsos elétricos de até 80 ps a uma taxa de 625 MHz com voltagem pico a pico de 2 V. O outro gerador que modulador produz pulsos elétricos de 35 ps a 156 MHz com voltagem pico a pico de até 3 V. Ele também é usado para sincronizar e controlar o atraso temporal entre os pulsos ópticos gerados nos moduladores de intensidade. Os pulsos ópticos são posteriormente amplificados por dois EDFAs nas bandas L e C correspondentes as faixas de frequência do laser e do filtro do ruído, respectivamente. Logo, os pulsos são acoplados (através do acoplador 50/50) dentro de um segundo acoplador (acoplador 80/20) que acopla 80% da potência dentro da fibra e o restante na entrada óptica do osciloscópio. Esse osciloscópio que nós usamos tem largura de banda de 45 Gb/s. Além de permitir medir a potência e de monitorar os pulsos no domínio do tempo, ele permite medir a duração e o atraso temporal ( $\tau$ ) dos pulsos. Por último, os espectros de saída da fibra foram capturados num analisador de espectro óptico com uma resolução de 0.01 nm.

Conhecendo a dispersão para a fibra A e B (figura 4.3) e comprimento de onda de cada pulso é possível calcular através da equação 4.7 a resolução espacial em cada caso. Da mesma forma, é possível calcular a localização da interação não linear através das equações 4.5 e 4.6 para cada valor de  $\tau$ . O que nós fizemos foi estudar a fibra por regiões de comprimento  $\Delta\ell$  começando desde um dos extremos da fibra e registrar numa tabela as coordenadas  $z_i$  e  $z_f$  de cada uma. Depois disso foi só empregar a mesma metodologia experimental usada no caso de fontes contínuas (discutida na seção 4.1.1) para cada segmento de fibra, onde registramos as frequências do pico de

FWM  $\omega$  em função da frequência do laser  $\omega_l$ , para logo fazemos um ajuste linear através da equação 4.1.



**Figura 4.18** Montagem experimental para a formação de sinais pulsados. Os pulsos ópticos são gerados por dois moduladores de intensidade.

#### 4.2.2 Mapa de dispersão para a fibra A

Os pulsos ópticos do ruído e do laser tinham na entrada da fibra uma potência pico de 62 e 46 mW, respectivamente. O ruído era de duração  $\tau_A = 40$  ps, com comprimento de onda de  $\lambda_A = 1549$  nm e largura espectral de 0.3 nm. Enquanto para o pulso laser tínhamos  $\tau_l = 100$  ps e  $\lambda_l = 1615.5$  nm. A resolução espacial para a fibra A (usando equação 4.7) é  $\Delta\ell = 0.92$  km. Devido à limitação em comprimento de onda que apresentava o amplificador óptico do laser, sintonizamos o esse último entre 1614.6 e 1616.1 nm, uma região na qual conseguimos ter potência suficiente para empregar no nosso esquema experimental. Com toda a informação anterior, estudamos a fibra por regiões de comprimento  $\Delta\ell$  como mostra a tabela 4.3, onde também podemos ver o nome que recebe cada segmento e o atraso temporal  $\tau$  que devia existir entre os pulsos para localizar a interação laser e ruído entre as posições  $z_i$

e  $z_f$ . Na figura 4.19 mostramos os pulsos de entrada na fibra para cada atraso  $\tau$  escolhido.

Fixando o laser no comprimento de onda 1614.6 nm e, para cada região da fibra, sintonizamos o ruído de tal forma que pudéssemos escolher o pico de FWM que tivesse a maior potência nessa região da fibra. Na figura 4.20 mostramos os picos de FWM para cada região da fibra. Observemos que na região SA4 aparece um pico muito agudo com comprimento de onda igual a 1489.65 nm. Esse pico coincide exatamente com aquele encontrado nas medidas feitas com fontes contínuas (figura 4.8) e que também lá era o de maior peso em termos de potência. Assim mesmo, aparecem no espectro uma serie de picos de menor intensidade na região dos 1489.3 nm. Eles também caem na mesma faixa que os picos encontrados quando estudamos a fibra com fontes contínuas. Se a nossa interpretação for correta (i.e. que cada pico de FWM corresponde a um ou vários segmentos da fibra), então os resultados para os parâmetros de dispersão no caso de fontes contínuas e no caso de fontes pulsadas devem coincidir para picos de FWM iguais.

Para cada região repetimos o mesmo processo realizado no caso de fontes contínuas para obtermos os dados da frequência do pico do FWM ( $\omega$ ) em função da frequência do laser ( $\omega_L$ ). Como exemplo dos resultados obtidos, mostramos nas figuras 4.20 e 4.21 os espectros do FWM e do laser, respectivamente, para a região de fibra SA2. Usando os dados de  $\omega$  e  $\omega_L$  construímos os gráficos respectivos de Y vs. X, onde  $Y = (\omega - \omega_L)^2$  e  $X = -24(\omega + \omega_L)$ , para parte da fibra. De novo e como maneira de exemplo, usamos os dados experimentais e o ajuste linear deles para o segmento de fibra SA2, e os ilustramos o gráfico na figura 4.23. Com ajuda da equação 4.1 e os resultados do nosso ajuste linear, determinamos  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$  para todos os segmentos da fibra e os resultados encontram se listados na tabela 4.4 e na figura 4.24, respectivamente. Vemos que os  $\lambda_0$  se distribuem na região perto de 1550 nm, precisamente o valor médio que a fibra registra com outros métodos (tabela 4.1). Também, os valores encontrados oscilam numa faixa de  $\Delta\lambda_0 = 0.24$  nm o qual é consistente com os resultados para o caso de fontes contínuas ( $\Delta\lambda_0 = 0.27$  nm). Para

$\Omega_{34}$  os erros oscilam entre 1 e 4% devido ao fato que o erro no ajuste linear dependia fortemente da

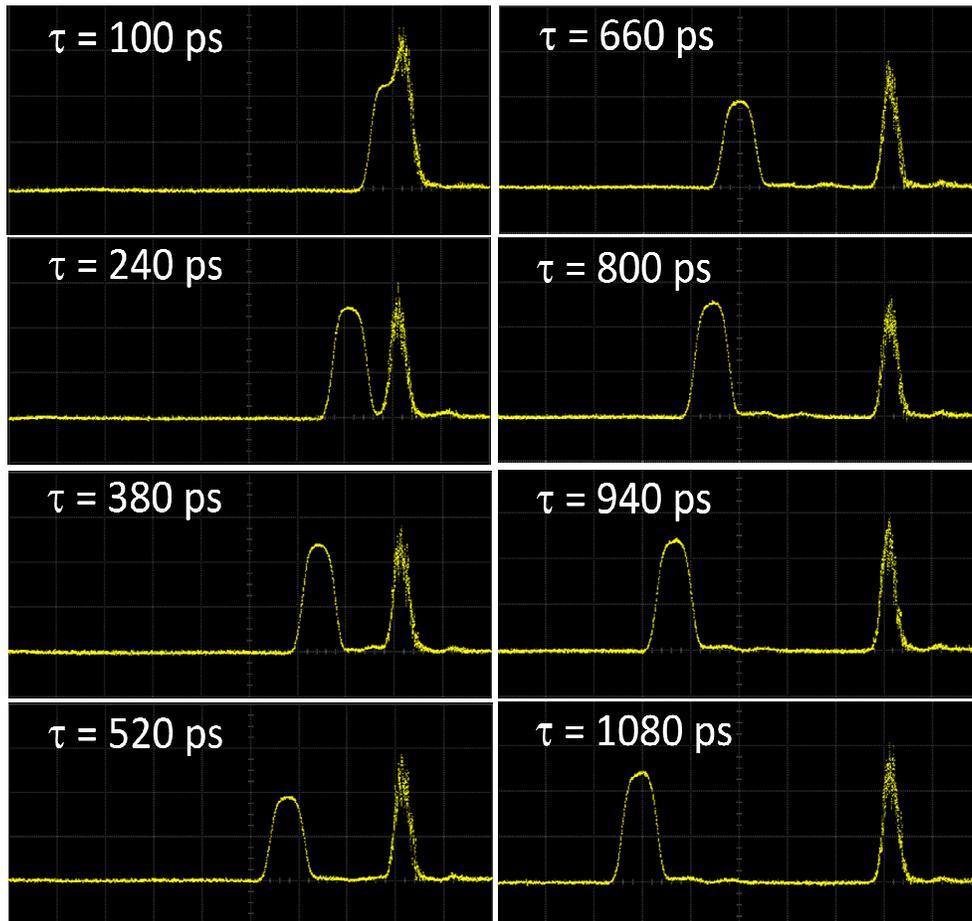
Região	Localização (km)	$\tau$ (ps) $\pm 0.01$
SA1	0 – 0.92	100
SA2	0.92 – 1.84	240
SA3	1.84 – 2.76	380
SA4	2.76 – 3.68	520
SA5	3.68 – 4.60	660
SA6	4.60 – 5.52	800
SA7	5.52 – 6.44	940
SA8	6.44 – 7.00	1080

**Tabela 4.3** Regiões nas quais estudamos a fibra A para a análise da interação não linear laser-ruído. O tempo  $\tau$  é o atraso temporal que deve ter o pulso do ruído em relação ao pulso laser na entrada da fibra.

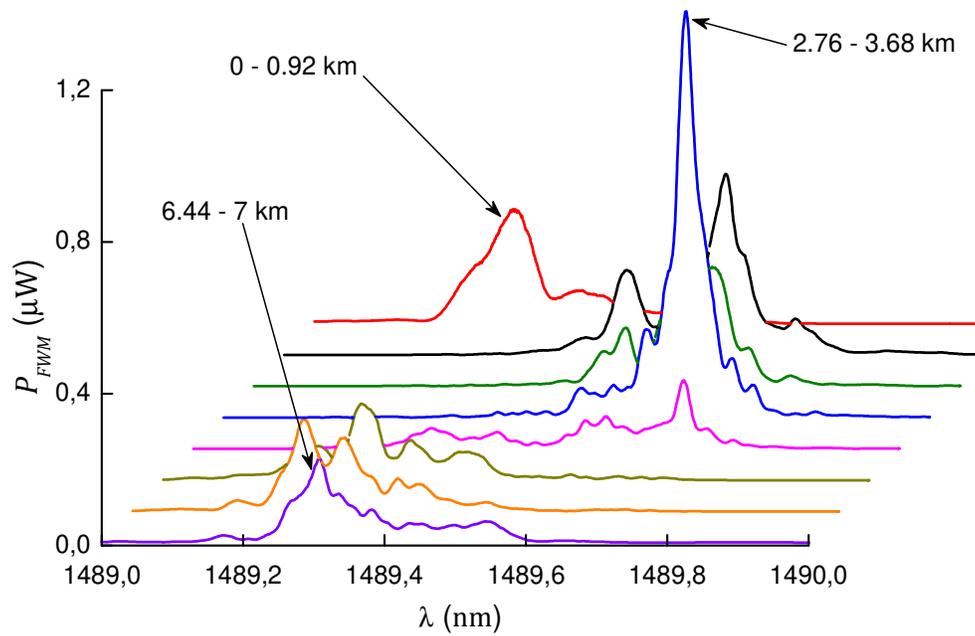
precisão na identificação das frequências  $\omega$  e  $\omega_\ell$ . Na região SA4 o valor de  $\Omega_{34}$  que encontramos coincide, dentro do erro experimental, com o valor encontrado para o mesmo pico de FWM para o caso de fontes contínuas (seção 4.1.3). Isso é consistente a nossa interpretação que picos de FWM diferentes são gerados em regiões da fibra que têm parâmetros de dispersão distintos.

Supondo que  $\beta_{30}$  ao longo da fibra é constante e usando o valor do  $\langle \beta_{30} \rangle$  (0.123 ps<sup>3</sup>/km) para a fibra A, obtemos o valor de  $\beta_{40}(z)$  para todas as regiões da fibra e assim construímos o mapa de dispersão ilustrado na figura 4.25. Assumir que o  $\beta_{30}$  não muda significativamente ao longo da fibra é algo drástico, já que vimos na figura 2.9 que o  $\beta_{30}$  depende fortemente do raio e, portanto de suas possíveis flutuações. Mas, desde o ponto de vista prática, conhecer o  $\langle \beta_{30} \rangle$  nos permite aceder a um valor de  $\beta_{40}$ , que em

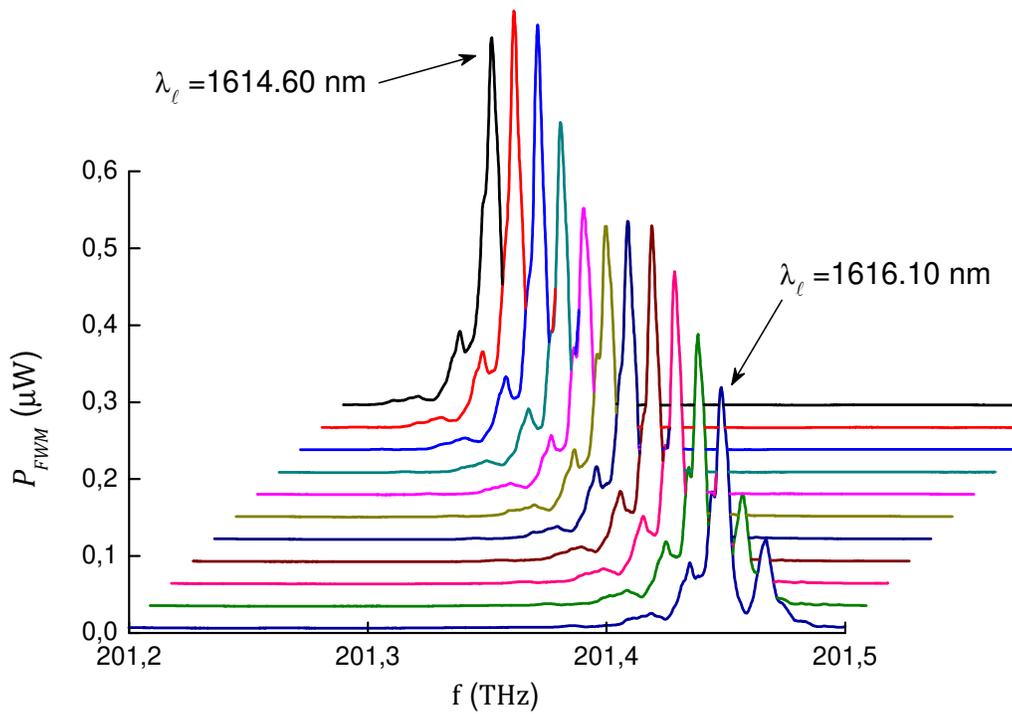
princípio não conhecíamos e não era possível conhecer com outros métodos ou instrumentos. Notemos que a dispersão está concentrada principalmente perto dos  $5.4 \text{ ps}^4/\text{km}$  que é precisamente o valor que corresponde ao pico de FWM máximo na região de SA4. Se nós desejamos uma fibra de menor tamanho e com um valor bem uniforme do  $\beta_{40}$  (por exemplo, para aplicações em amplificadores paramétricos), a melhor escolha seria cortar o segmento de fibra entre 2.76 e 3.68 km. A uniformidade que apresenta a dispersão da fibra A, é uma característica consistente com os resultados obtidos com fontes contínuas, já que a variação dos picos está concentrada numa faixa bem estreita de comprimentos de onda ( $\sim 0.5 \text{ nm}$ ).



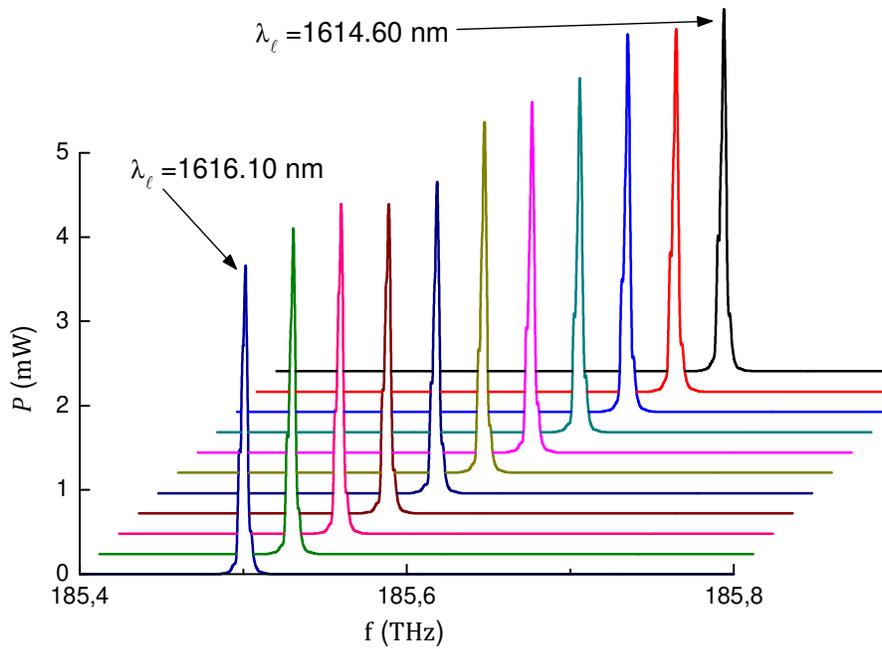
**Figura 4.19** Pulsos na entrada da fibra A para cada atraso  $\tau$ . O pulso laser é o do lado esquerdo e o do ruído o do lado direito.



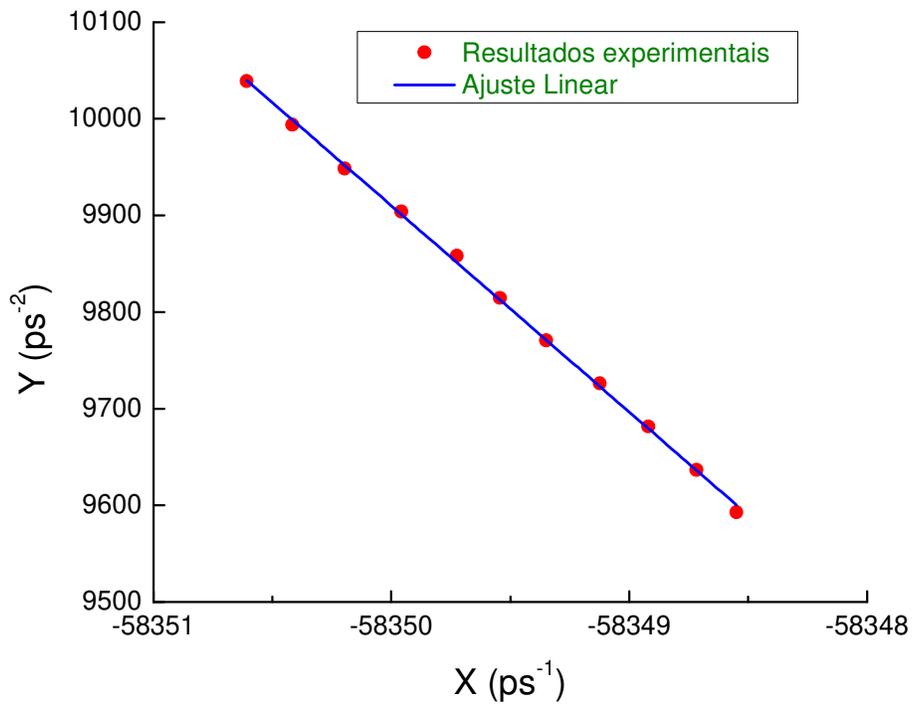
**Figura 4.20** Espectros do FWM medidos para cada região estudada da fibra A.



**Figura 4.21** Espectros do FWM medidos para a região SA2 em função do  $\lambda_\ell$  (variando entre 1614.6 nm e 1616.10 nm em passos de 0.15 nm).



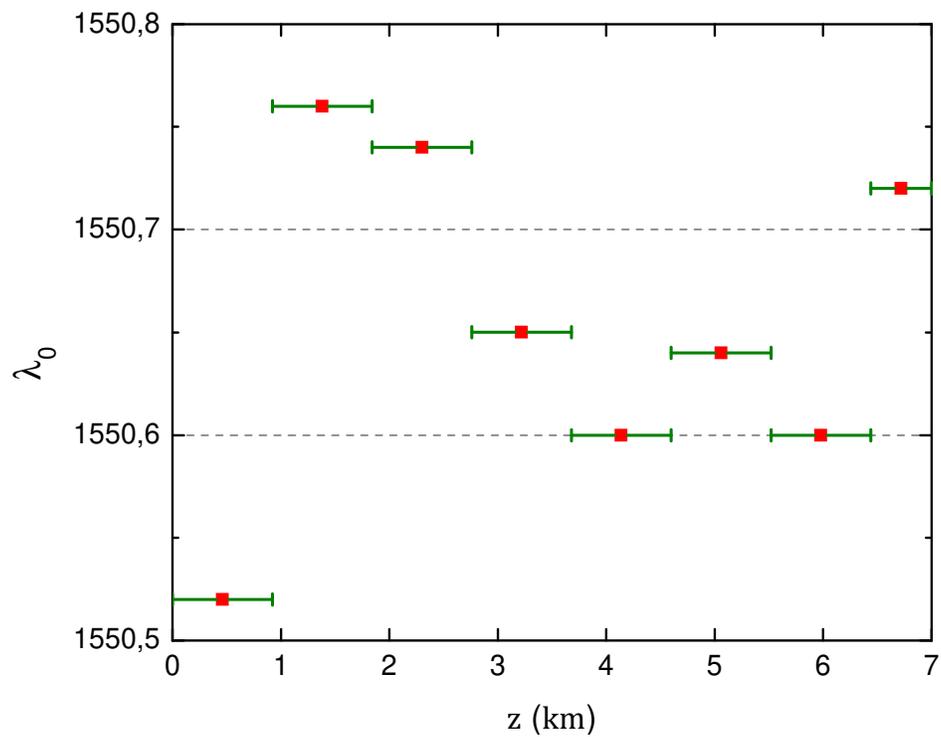
**Figura 4.22** Espectros do laser para vários valores do comprimento de onda ( $\lambda_\ell$ ) entre 1614.6 e 1616.10 nm (em passos de 0.15 nm) correspondentes aos espectros do FWM da figura 4.21.



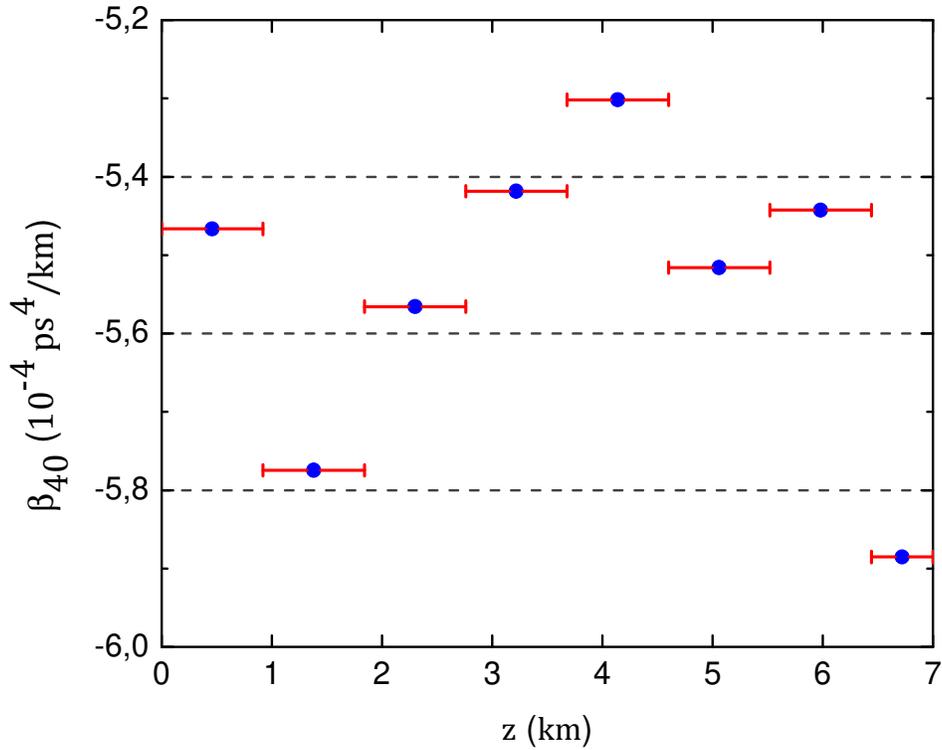
**Figura 4.23** Conjunto de dados de Y vs X e o ajuste linear para a região SA2.

Localização (km)	$\Omega_{34}$ (ps <sup>-1</sup> )
0 – 0.92	-225 ± 5
0.92 – 1.84	-213 ± 2
1.84 – 2.76	-221 ± 8
2.76 – 3.68	-227 ± 6
3.68 – 4.60	-232 ± 4
4.60 – 5.52	-223 ± 4
5.52 – 6.44	-226 ± 3
6.44 – 7.00	-209 ± 6

**Tabela 4.4** Resultados para o parâmetro de dispersão  $\Omega_{34}$  em função da região na qual acontecia a interação não linear laser - ruído.



**Figura 4.24** Mapa do  $\lambda_0$  para a fibra A.



**Figura 4.25** Mapa da dispersão de quarta ordem  $\beta_{40}$  para a fibra A.

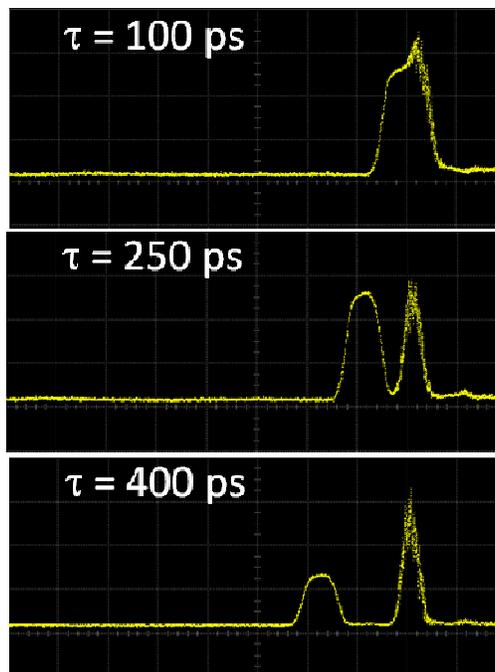
### 4.2.3 Mapa de dispersão para a fibra B

Para a fibra B trabalhamos com pulsos de duração  $\tau_A = 42$  ps e  $\tau_\ell = 100$  ps para o ruído e o laser, respectivamente. Os comprimentos de onda foram de  $\lambda_A = 1558$  nm e de  $\lambda_\ell = 1614.6$  nm. A largura espectral do filtro do ruído era 0.2 nm. O pulso do ruído na entrada da fibra tinha uma potência pico de  $P_A = 49$  mW, enquanto o pulso laser tinha  $P_\ell = 44$  mW. Igual que na seção 4.2.1, calculamos a resolução espacial das nossas medições com a ajuda da equação 4.7 e a curva de dispersão da figura 4.3, cujo resultado foi  $\Delta\ell = 1.4$  km. A resolução é menor que a que tivemos no caso da fibra A devido à menor dispersão da fibra B. De esta maneira, estudamos a fibra em três regiões de comprimento  $\Delta\ell$  em função do atraso temporal  $\tau$  entre os pulsos; com ajuda das equações 4.5 e 4.6 conseguimos determinar as regiões onde nosso estudo

era feito, como mostra a tabela 4.5. Na figura 4.26 mostramos os pulsos do ruído e do laser na entrada de fibra óptica.

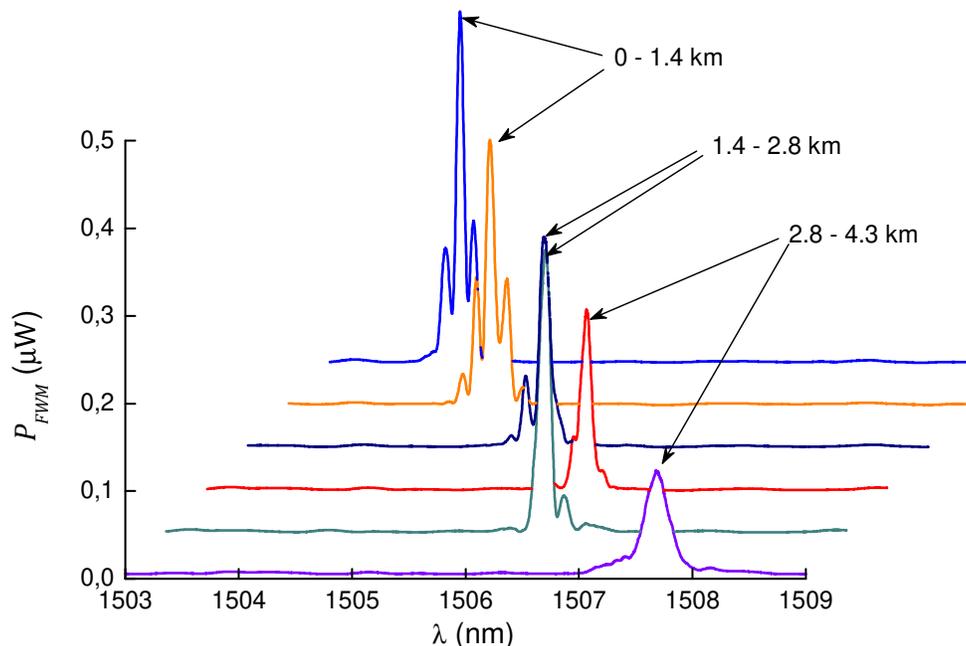
Região	Localização (km)	$\tau$ (ps) $\pm 0.01$
SB1	0 – 1.40	100
SB2	1.40 – 2.80	250
SB3	2.80 – 4.3	400

**Tabela 4.5** Regiões nas quais caracterizamos a fibra B para os respectivos valores do atraso temporal  $\tau$  do pulso do ruído em relação ao pulso laser na entrada da fibra.



**Figura 4.26** Pulsos na entrada da fibra B para cada atraso  $\tau$ . O pulso laser é o do lado esquerdo e o do ruído o do lado direito.

Determinamos a dispersão de quarta ordem para região da fibra, deixando inicialmente o  $\lambda_c$  fixo em 1614.6 nm e sintonizando o comprimento de onda do ruído com o objetivo de maximizar aqueles picos de FWM que tinham a maior potência. Na figura 4.27 resumimos os espectros do FWM para as três regiões da fibra B que analisamos. Vemos que por cada região temos dois picos do produto do FWM. Encontramos que o espectro que pertence à região entre SB2 tem dois picos em  $\lambda = 1505.59$  nm e  $\lambda = 1506.35$  nm que coincidem quase exatamente com aqueles encontrados na fibra quando usamos seu total comprimento (fontes contínuas). O mesmo acontece com a região entre SB3 a qual também contém o pico do FWM com comprimento de onda  $\lambda = 1506.35$  nm. De novo, isto é um fato que as nossas interpretações são corretas. Observemos também que a distribuição dos produtos do FWM é maior que no caso da fibra A. Aqui temos uma faixa de  $\sim 4$  nm onde os picos podem ser encontrados. Tudo isso indica que as flutuações da dispersão ao longo da fibra são maiores no caso da fibra B que na A.

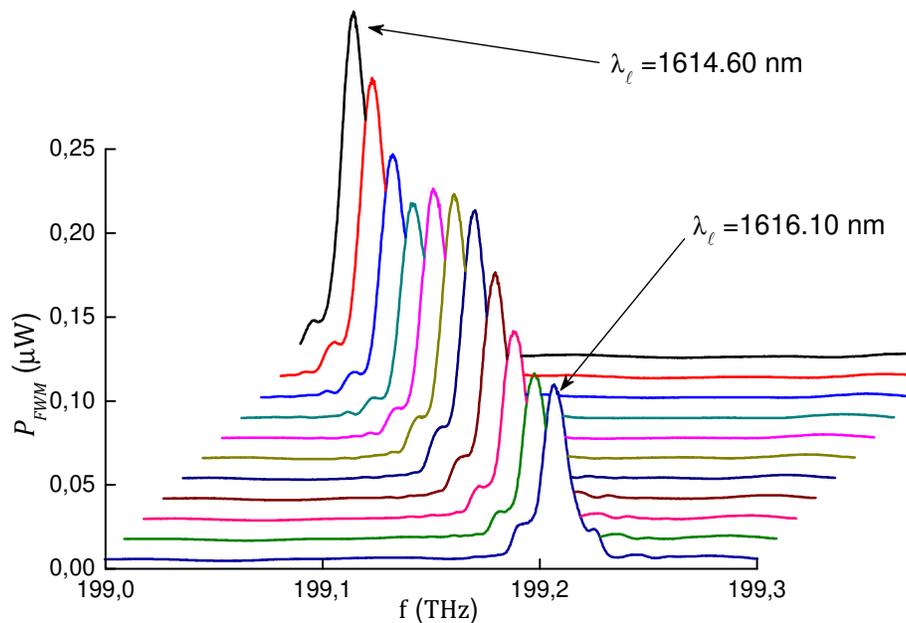


**Figura 4.27** Espectros do FWM medidos para cada região estudada da fibra B. Vemos que neste caso conseguimos identificar dois picos de considerável importância em cada segmento de fibra.

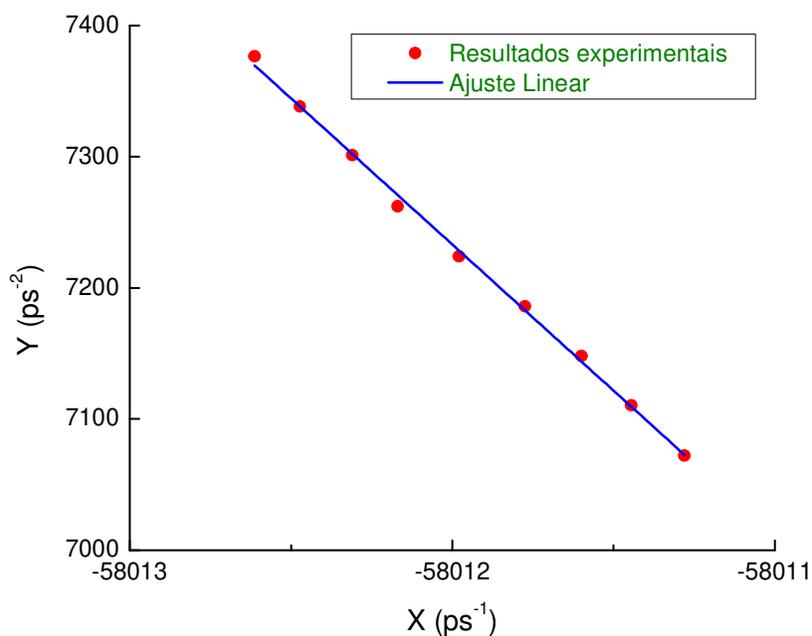
Deixando fixo o comprimento de onda do filtro ( $\lambda_A$ ) para cada um dos picos do FWM, repetimos o mesmo processo que usamos na fibra A para construir a lista de dados de  $\omega$  (frequência do pico do FWM) em função do  $\omega_L$  (frequência do laser). Como um exemplo dos resultados que obtivemos a figuras 4.28 mostra o espectro do pico do FWM com comprimento de onda 1506.35 nm para a região SB2. Com os valores de  $\omega$  e  $\omega_L$  para cada pico de cada seção de fibra, construímos os gráfico Y vs X e fizemos o ajuste linear desses dados experimentais como mostra a figura 4.29 para o caso do pico do FWM em 1506.35 nm na região em SB2. Usando a equação 4.1 e os resultados do nosso ajuste linear, determinamos  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$  para cada pico do FWM em cada uma das regiões da fibra. Os resultados disso encontram se resumidos na tabela 4.6 e na figura 4.30. Da figura 4.30 vemos que os  $\lambda_0$  se distribuem na região perto de 1559 nm, valor muito perto que o  $\langle \lambda_0 \rangle$  (1560 nm) medido para a fibra B com outros métodos comerciais (tabela 4.1). Como vimos antes, embora essa a coincidência dos nossos resultados, o erro que nós temos para determinar  $\lambda_0$  é grande demais ( $\pm 10$  nm), o qual faz do nosso método inviável para determinar dito parâmetro. No entanto, nosso método é capaz de determinar o valor das flutuações do  $\lambda_0$  com alta precisão ( $> 0.01$  nm). Vemos que os valores encontrados para a fibra B oscilam numa faixa de  $\Delta\lambda_0 = 2.5$  nm, um valor dez vezes maior que o encontrado para a fibra A ( $\Delta\lambda_0 = 0.24$  nm).

Região	Localização	$\lambda_{\text{FWM}}$ (nm)	$\Omega_{34}$ (ps <sup>-1</sup> )
SB1	0 – 1.40 km	1504.15	-339 ± 9
		1504.78	-219 ± 8
SB2	1.40 – 2.80 km	1505.59	-280 ± 7
		1506.35	-222 ± 4
SB3	2.80– 4.30 km	1506.35	-225 ± 5
		1507.68	-166 ± 6

**Tabela 4.6** Resultados para o parâmetro de dispersão  $\Omega_{34}$  em função da região na qual acontecia a interação e do  $\lambda_{\text{FWM}}$ .

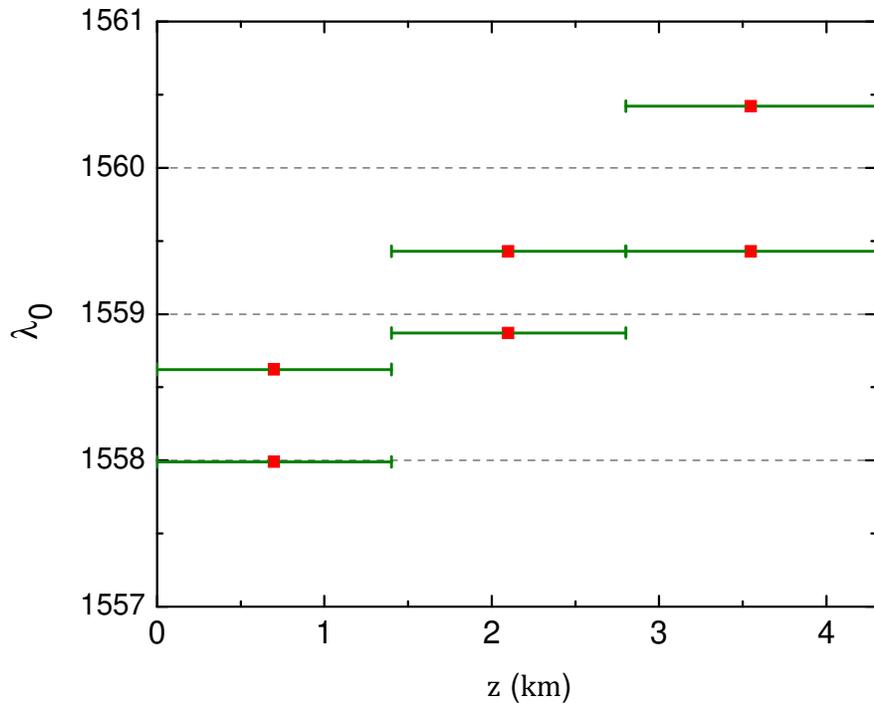


**Figura 4.28** Espectros do FWM medidos para os pulsos interagindo na região entre 1.40 e 2.80 km para valores de  $\lambda_\ell$  variando entre 1614.6 e 1616.1 nm em passos de 0.15 nm.

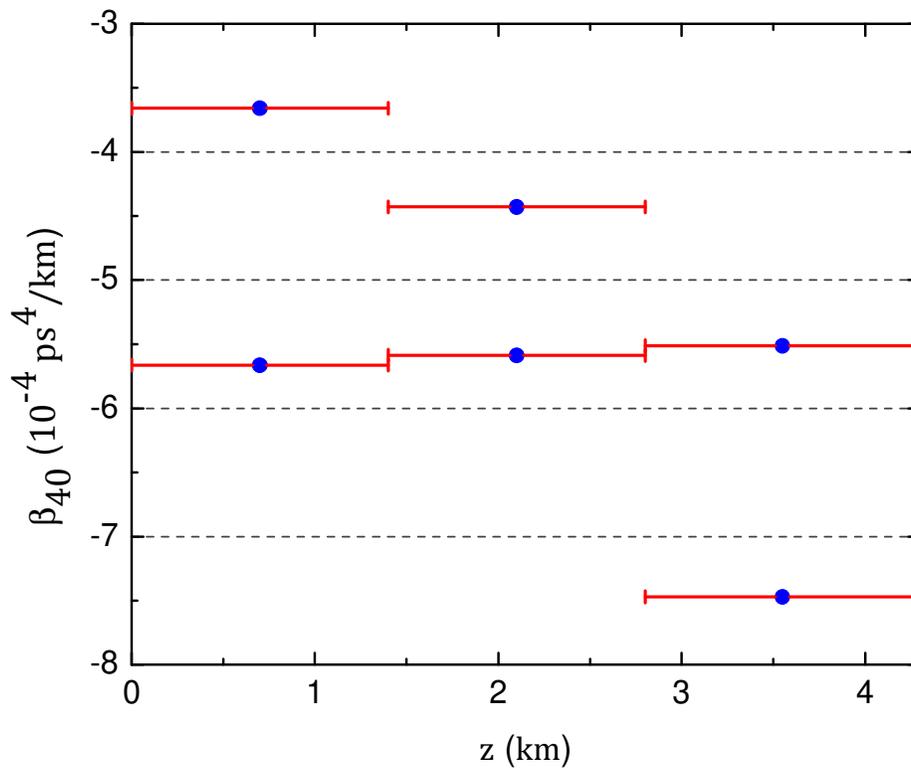


**Figura 4.29** Conjunto de dados de  $Y$  vs  $X$  e o ajuste linear para a região SB2, correspondente ao pico de FWM em 1506.35 nm.

Usando o valor médio da dispersão de terceira ordem da fibra B,  $\langle\beta_{30}\rangle = (0.128 \pm 0.002) \text{ ps}^3/\text{km}$ , e supondo que seu valor não muda ao longo da fibra podemos obter o valor de  $\beta_{40}(z)$  para as regiões da fibra nas quais medimos  $\Omega_{34}$ . Como falamos anteriormente, embora a forte dependência de  $\beta_{30}$  com as flutuações do raio da fibra, desde o ponto de vista prático, podemos assumir que ele é constante ao longo da fibra, e assim termos um valor estimativo para  $\beta_{40}$ . O mapa de dispersão de quarta ordem é ilustrado na figura 4.31. A fibra B apresenta valores de  $\beta_{40}$  em torno dos  $-5.5 \text{ ps}^4/\text{km}$ , mas também tem valores muito longe desse valor como é o caso da seção entre SB3 onde  $\beta_{40} = -7.5 \text{ ps}^4/\text{km}$ . Essas flutuações para o comprimento de onda dos picos do FWM ou equivalentemente, para a condição de casamento de fase, têm sido explicadas na literatura em favor das flutuações que experimenta  $\lambda_0$  ao longo da fibra [2-6]. As flutuações do  $\lambda_0$  são causadas principalmente pelas variações aleatórias que o diâmetro do núcleo da fibra experimenta durante o processo de fabricação devido a fatores externos como vibrações da torre de puxamento, variações de temperatura e alterações na homogeneidade da pré-forma [2]. Aquelas flutuações nos parâmetros da fibra podem acontecer em distâncias curtas (0.1 – 10 m) ou longas (0.1 – 1 km) [5]. Em geral, essas últimas têm um impacto maior na condição de casamento de fase para processos não lineares tais como o FWM [2]. Na seção a continuação investigamos um pouco mais a fundo sobre o impacto que tem as variações no raio da fibra (tipicamente  $\pm 1\%$ ) sobre os parâmetros  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$ , com o fim de ter um argumento plausível para avaliar o peso relativo das flutuações dos parâmetros de dispersão na variações dos picos do FWM. Para isso usamos o modelo da fibra de índice degrau que estudamos no capítulo 2 com as soluções exatas para a constante de propagação, isto é, a dispersão.



**Figura 4.30** Mapa do  $\lambda_0$  para a fibra B.



**Figura 4.31** Mapa da dispersão de quarta ordem  $\beta_{40}$  para a fibra B e os picos principais do espectro de FWM.

### 4.3 Impacto de mudanças no raio da fibra no pico de FWM

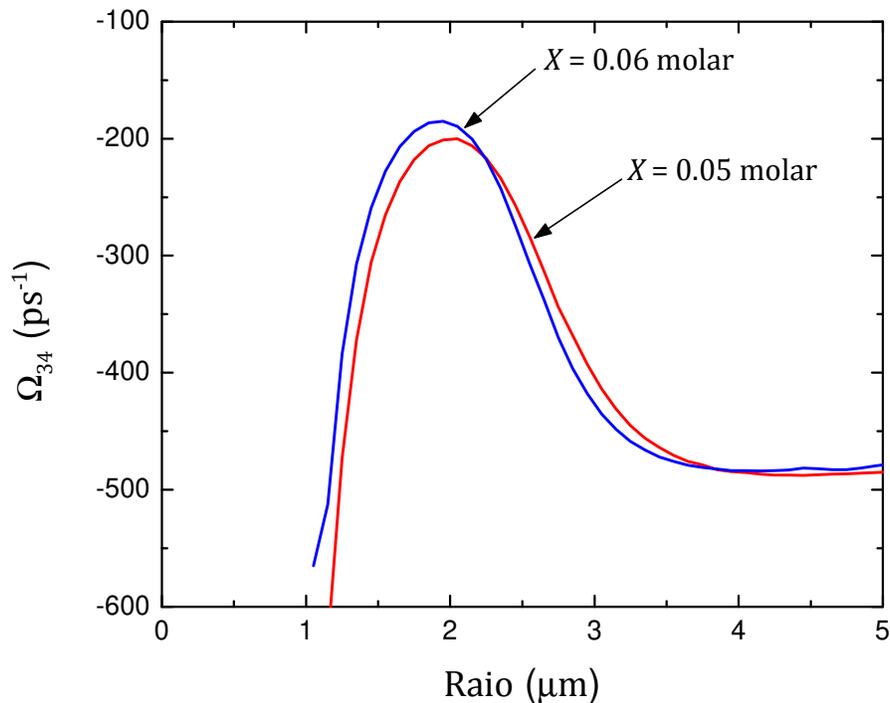
Nesta última seção estudamos as variação da dispersão para uma fibra com perfil de índice degrau com seu núcleo de sílica ( $\text{SiO}_2$ ) dopado com duas concentrações diferentes de dióxido de germânio ( $\text{GeO}_2$ ), 5 e 6 % molar ( $X = 0.05$  e  $0.06$ ), as quais são concentrações de interesse para fibras usadas em sistemas de comunicação [7]. Essas composições geram três distintos parâmetros para a diferença relativa de índice núcleo-casca  $\% \Delta = \{0.5\%, 0.6\%$  na faixa de comprimentos de onda entre 1250 nm aos 1700 nm. Esses números nós calculamos usando a equação 2.2 junto com a expressão 2.6 (equação de Sellmeier) e os dados tabulados na tabela 2.1 para cada fração molar de  $\text{GeO}_2$ . Usando como comprimento de onda de corte  $\lambda_{\text{corte}} = 1250$  nm e para garantir a condição de monomodo da fibra, o raio máximo de corte é  $3.3 \mu\text{m}$  e  $3.0 \mu\text{m}$  para  $X = 0.05$  e  $0.06$ , respectivamente. Nós decidimos usar essas duas concentrações para o núcleo da fibra e, não aquelas indicadas no capítulo 2, porque os parâmetros de dispersão que apresenta a fibra estão em conformidade com os nossos resultados experimentais:  $\lambda_0 \sim 1550$  nm e valores do  $\Omega_{34} \sim -210 \text{ ps}^{-1}$ . Dessa forma temos uma ferramenta que nos permite estudar um pouco mais a fundo os nossos resultados.

Utilizando o pacote de programação MATLAB para resolver a equação modal da fibra [8], calculamos o parâmetro de dispersão  $\Omega_{34}$  e o  $\lambda_0$  em função do raio da fibra para o modo fundamental. Na figura 4.32 e 4.33 mostramos  $\Omega_{34}$  e  $\lambda_0$ , respectivamente, em função do raio da fibra para as duas dopagens de germânio  $X = 0.05$  e  $0.06$  molar. Observemos que as variações desses parâmetros são maiores e seus máximos ocorrem em regiões de menor raio quando a concentração molar do germânio aumenta. Uma característica importante vem do fato deles apresentarem regiões (máximos de cada curva) onde a fibra é robusta contra mudanças no raio da fibra. Para fibras ópticas com raios que estejam nessas regiões ou que fiquem nos extremos das curvas é possível atingir a condição de casamento de fase de forma uniforme ao longo da fibra. Esses resultados estão em completa conformidade com os encontrados na referência [9], onde regiões com valores pequenos e estáveis dos parâmetros de dispersão de alta ordem são de extrema importância para os amplificadores paramétricos ópticos [9-11].

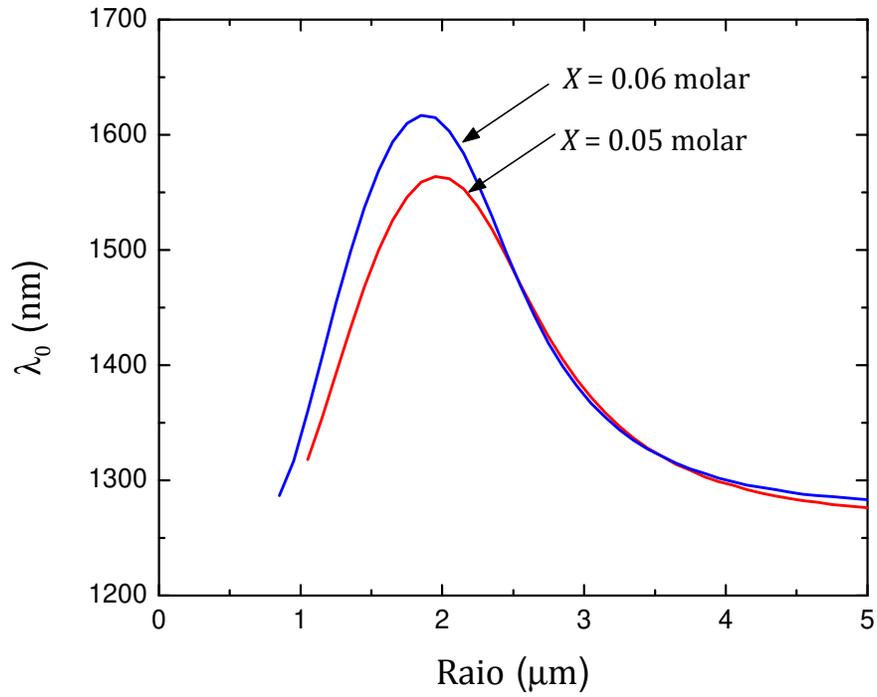
Conhecendo a dependência com o raio do núcleo da fibra dos parâmetros  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$ , calculamos a variação do comprimento de onda do pico de FWM gerado no processo não linear laser – ruído em função do raio da fibra. Para isso usamos a equação 3.60 para a condição de casamento de fase do processo e resolvemos para  $\omega$  (frequência do pico de FWM), a qual também fica em função do raio através da funcionalidade dos parâmetros de dispersão. O comprimento de onda do laser  $\lambda_\ell$  foi escolhido tal que fosse igual a do nosso experimento, isto é,  $\lambda_\ell = 1614.5$  nm. Na figura 4.34 apresentamos a variação do pico de FWM,  $\lambda_{\text{FWM}}$ , para cada concentração de germânio em sílica em função do raio do núcleo da fibra. A linha horizontal a traços (ponteadas) faz referência ao valor do comprimento de onda do pico de FWM em 1489 nm (ou 1506 nm) encontrado experimentalmente. Podemos ver que as duas linhas cortam as curvas em dois valores diferentes do raio. No entanto, procurando termos valores do  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  muito próximos aos nossos resultados experimentais, no caso da concentração  $X = 0.05$  e para o pico de FWM em 1489 nm (ou 1506 nm) o raio que melhor se ajusta é  $2.16 \mu\text{m}$  (ou  $1.96 \mu\text{m}$ ). No caso de  $X = 0.06$ , para o pico em 1489 nm (ou 1506 nm) esse raio é  $2.27 \mu\text{m}$  (ou  $1.52 \mu\text{m}$ ). Nas tabelas 4.7 e 4.8 estão listados os resultados para  $X = 0.05$  e  $0.06$  molar, respectivamente.

Como falamos anteriormente, a condição de casamento de fase para o processo de FWM não é mantida ao longo da fibra devido às flutuações que apresentam as fibras ópticas principalmente em seu diâmetro [2]. Na literatura, a variação no raio de uma fibra para telecomunicações pode atingir aproximadamente  $\pm 0.1 \mu\text{m}$  [2]. Usando esse dado e os resultados imediatamente anteriores para o  $\lambda_{\text{FWM}}$ ,  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  em função do raio da fibra, calculamos as variações percentuais desses parâmetros em função do raio da fibra como mostram as figuras 4.35 - 4.36 para cada concentração de  $\text{GeO}_2$  em sílica. Notemos que a variação do pico de FWM exibe um mínimo absoluto em  $1.95 \mu\text{m}$  e  $1.85 \mu\text{m}$  para as concentrações de  $X = 0.05$  e  $0.06$  molar, respectivamente. Isso significa que fibras com esse raio e essas concentrações são robustas contra variações do raio do núcleo de  $\pm 0.1 \mu\text{m}$  permitindo que a condição de casamento de fase seja mantida uniformemente ao longo da fibra e assim gerar processos paramétricos eficientes. É importante dizer que a variação relativa do

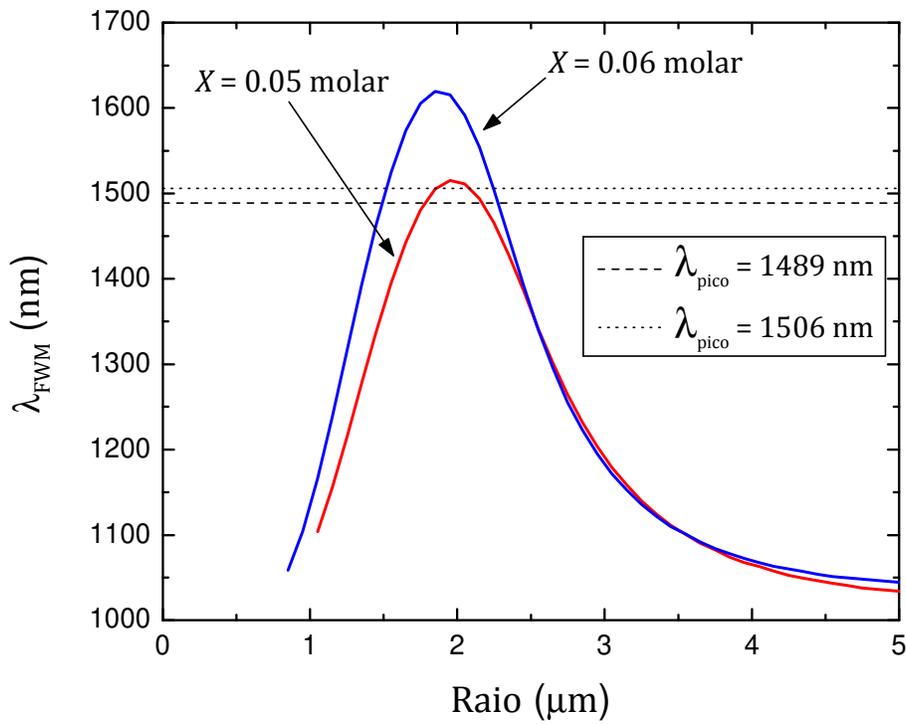
parâmetro  $\Omega_{34}$  é evidentemente maior que a variação relativa registrada para o  $\lambda_0$  (~ 7 vezes maior), isto é, em termos relativos  $\Omega_{34}$  é mais sensível a mudanças no raio da fibra. Por outro lado, as variações relativas do pico de FWM são aproximadamente o dobro das variações relativas do  $\lambda_0$ . Nós conferimos isso experimentalmente para o pico de FWM da fibra A em ~ 1489 nm: o pico do FWM flutua 0.5 nm, com o qual  $\% \Delta \lambda_{\text{FWM}} / \lambda_{\text{FWM}} = 0.033\%$ , enquanto, para o  $\lambda_0 = 1550$  nm o qual flutua 0.25 nm temos  $\% \Delta \lambda_0 / \lambda_0 = 0.016\%$ . Esses valores pequenos também sugerem que o raio da fibra A deve estar bem próximo ao raio de mínimo absoluto de  $\% \Delta \lambda_{\text{FWM}} / \lambda_{\text{FWM}}$ . Para a fibra B nós encontramos dos nossos resultados experimentais que  $\% \Delta \lambda_{\text{FWM}} / \lambda_{\text{FWM}} = 0.16\%$  e  $\% \Delta \lambda_0 / \lambda_0 = 0.26\%$ , mostrando assim que o pico de FWM da fibra B é ~ 5 vezes mais sensível às variações do raio da fibra. Isso pode ser devido ao fato de ter seu raio menos uniforme (variações do raio  $> \pm 1\%$ ) ou ter um raio que fica mais afastado do raio do mínimo de variações. A partir dos resultados desta seção, podemos ver que os nossos resultados experimentais são consistentes com a teoria para a fibra de perfil de índice degrau.



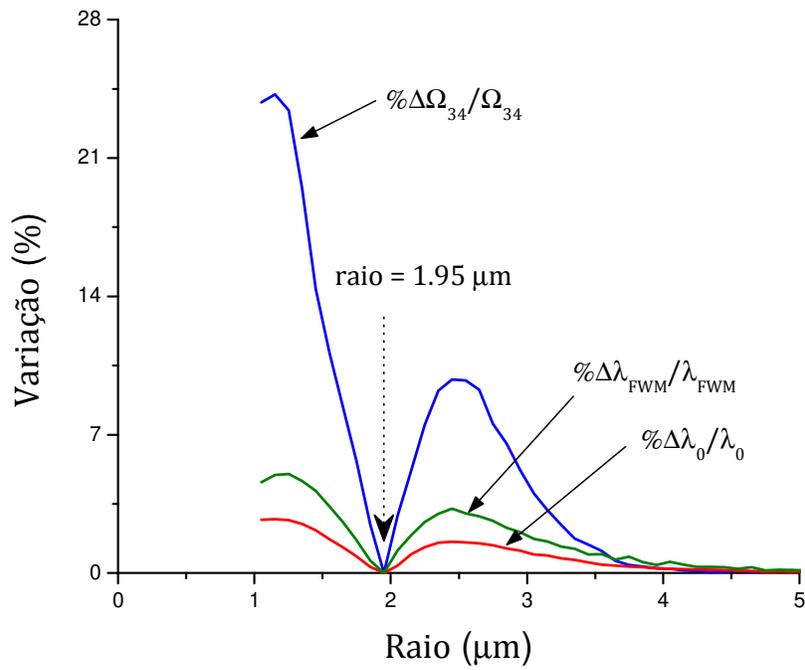
**Figura 4.32** Razão dos parâmetros de dispersão de quarta e terceira ordem  $\Omega_{34}$  no comprimento de onda de dispersão nula em função do raio do núcleo da fibra.



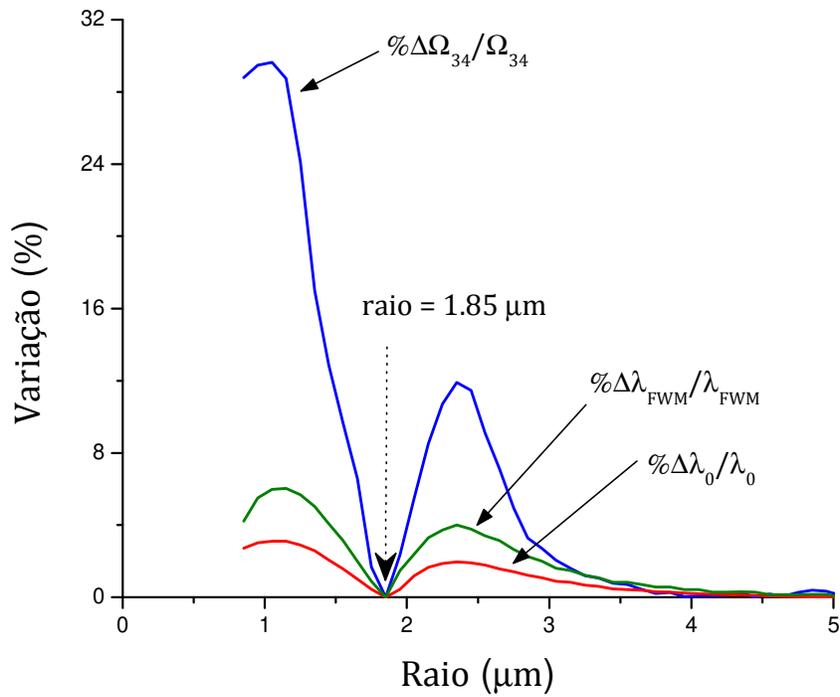
**Figura 4.33** Comprimento de onda de dispersão nula  $\lambda_0$  em função do raio do núcleo da fibra.



**Figura 4.34** Comprimento de onda do pico de FWM em função do raio do núcleo da fibra.



**Figura 4.35** Variação percentual de  $\lambda_{FWM}$ ,  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  em função do raio do núcleo da fibra para a concentração de  $X = 0.05$  no caso onde o raio da fibra muda  $\pm 0.1 \mu\text{m}$ .



**Figura 4.36** Variação percentual de  $\lambda_{FWM}$ ,  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  em função do raio do núcleo da fibra para a concentração de  $X = 0.06$  no caso onde o raio da fibra muda  $\pm 0.1 \mu\text{m}$ .

$\lambda_{\text{FWM}}$ (nm)	$\lambda_0$ (nm)	$\Omega_{34}$ (ps <sup>-1</sup> )
1489	1550.5	-218
1506	1559	-210

**Tabela 4.7** Resultados para o  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  em função do  $\lambda_{\text{FWM}}$ , para X = 0.05 molar.

$\lambda_{\text{FWM}}$ (nm)	$\lambda_0$ (nm)	$\Omega_{34}$ (ps <sup>-1</sup> )
1489	1551	-224
1506	1559.1	-238

**Tabela 4.8** Resultados para o  $\lambda_0$  e  $\Omega_{34}$  em função do  $\lambda_{\text{FWM}}$ , para X = 0.06 molar.

## 4.4 Referências

- [1] B. Auguié, A. Mussot, et al., “Ultralow Chromatic Dispersion Measurement of Optical Fibers with a Tunable Fiber Laser”, IEEE Photonics Tech. Letters, 18, 1825 (2006).
- [2] M. Karlsson, “Four-Wave Mixing in Fibers with Randomly Varying Zero-Dispersion Wavelength”, J. Opt. Soc. Am. B, 15, 2269 (1998).
- [3] F. Yaman, Q. Lin, e S. Radic, “Impact of Dispersion Fluctuations on Dual-Pump Fiber-Optic Parametric Amplifiers”, IEEE Photonics Tech. Letters, 16, 1292 (2004).
- [4] P. Velanas, A. Bogris, e D. Syvridis, “Impact of Dispersion Fluctuations on the Noise Properties of Fiber Optic Parametric Amplifiers”, J. of Light. Tech., 24, 2171 (2006).
- [5] M. Farahmand, e M. de Sterke, “Parametric Amplification in Presence of Dispersion Fluctuations”, Optical Express, 12, 136 (2004).
- [6] M. Chertkov, et. al., “Pinning Method of Pulse Confinement in Optical Fiber with Random Dispersion”, J. Opt. Soc. Am. B, 19, 2538 (2002).
- [7] J.W. Fleming, “Dispersion in GeO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> Glasses”, Applied Optics, 23, 4486 (1984).
- [8] Fibres Team, Meschede Group, Uni Bonn, 2008–2010, [http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27819-optical-fibre-toolbox/all\\_files](http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27819-optical-fibre-toolbox/all_files)
- [9] L.H. Gabrielli, H.E. Hernández-Figueroa, e H.L. Fragnito, “Robustness Optimization of Fiber Index Profile for Optical Parametric Amplifiers”, J. of Light. Tech., 27, 5571 (2009).
- [10] J. Hansryd, et. al., “Fiber-Based Optical Parametric Amplifiers and Their Applications”, Journal of Selected Topics in Quant. Elect., 8, 506 (2002).
- [11] F. Yaman, et. al., “Impact of Dispersion Fluctuations on Dual-Pump Fiber-Optic Parametric Amplifiers”, Phot. Tech. Lett., 16, 1292 (2004).

## 5 CONCLUSÕES

Nesta tese apresentamos a modelagem teórica completa para o estudo da interação não linear de mistura de quatro ondas (FWM) entre laser e ruído de alta potência no caso onde a polarização não linear de terceira ordem depende de forma quadrática do ruído e linearmente do campo do laser. Vimos que a geração de luz neste tipo de interação depende fortemente das propriedades dispersivas da fibra, isto é, do comprimento de onda de dispersão nula  $\lambda_0$  e os parâmetros de dispersão de alta ordem  $\beta_3(\lambda_0)$  e  $\beta_4(\lambda_0)$ . Se as fibras ópticas são consideradas idealmente como meios com propriedades dispersivas uniformes, um único pico de FWM é gerado no espectro de saída. No entanto, nas fibras reais essas propriedades flutuam ao longo da fibra produto de alterações aleatórias de seus parâmetros geométricos, como por exemplo, o raio do seu núcleo. Como consequência disso, em nossos resultados experimentais foram encontrados vários picos de FWM distribuídos uniformemente sobre faixas espectrais amplas ( $\sim 0.5$  nm até  $\sim 4$  nm). A fim de explicarmos teoricamente esse fenômeno em termos das mudanças do raio do núcleo das fibras, usamos os resultados para constante de propagação do modo fundamental para a fibra de perfil de índice degrau. Isso nos permitiu calcular o  $\lambda_0$ ,  $\beta_3(\lambda_0)$  e  $\beta_4(\lambda_0)$  em função do raio da fibra e de sua diferença de índice de refração núcleo-casca. Lá nós conseguimos mostrar a consistência dos nossos resultados experimentais com o modelo de variações do raio da fibra de  $\pm 1\%$ .

Com relação aos nossos resultados experimentais, as conclusões mais importantes que podemos enumerar são:

- A interação não linear laser-ruído com fontes pulsadas pode ser usada para medir a razão entre as dispersões de terceira e quarta ordem em fibras ópticas: valores para  $\beta_3/\beta_4$  podem ser medidas com boa precisão (entre 2% e  $\sim 4\%$ , quando ).
- Usando pulsos de  $\sim 40$  ps para o ruído e  $\sim 100$  ps para o laser, demonstramos que é possível construir um mapa de dispersão com

resolução espacial de 0.92 km, que pode aumentar ou diminuir dependendo se a dispersão da fibra é maior ou menor. Isso pode ser melhorado usando pulsos de mais curta duração e com uma diferença maior entre as frequências do laser e do ruído.

- A utilização de fontes de ruído com uma largura espectral suficientemente ampla, permite a fácil visualização das flutuações dos parâmetros dispersivos ( $\omega_0$ ,  $\beta_{30}$ ,  $\beta_{40}$ ).
- O uso de uma fonte laser em lugar do ASE permitiria, em princípio, uma melhor identificação e medição dos picos de FWM.