

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN"

*Este exemplar corresponde à redação final
da Tese defendida pelo aluno - e
aprovado pela Comissão Julgadora.*

4 de setembro de 1984.

Harvey R. Brown

"PROBLEMAS COM REALISMO EM MECÂNICA QUÂNTICA
- Uma Análise de Resultados Recentes - "

Sílvio Seno Chibeni

Orientador: Prof. Dr. Harvey Robert Brown

Tese apresentada ao Instituto de
Física "Gleb Wataghin" da Univer-
sidade Estadual de Campinas, como
requisito parcial para a obtenção
do grau de Mestre em Física.

CAMPINAS, 1984

Aos meus pais
e à Sílvia

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. H. R. Brown, pela inestimável assistência, pelo encorajamento constante, pela dedicação e eficiência com que me iniciou no campo de estudos desta Dissertação;

Aos meus pais, pelo apoio incondicional de todos os instantes;

Aos Professores Newton Bernardes, Roberto de A. Martins, Antônio F. S. Penna, Fernando Cerdeira e J. Busnardo Neto, pelo incentivo à realização deste curso de Mestrado;

Ao Prof. Vincent Buonomano, pela cessão de importante material bibliográfico;

Ao CNPq, pelo suporte financeiro concedido.

ÍNDICE

SUMÁRIO	vi
RESUMÉ	viii
CAPÍTULO I : INTERPRETAÇÕES DA MECÂNICA QUÂNTICA	1
1. Distinção Formalismo-Interpretação	1
2. Realismo e Interpretação Estatística	3
3. Fenômenos de Interferência e Interpretação de Copenhagen	17
CAPÍTULO II : RESULTADOS ALGÉBRICOS CONTRÁRIOS AO REALISMO	24
1. Teorias de Variáveis Ocultas — Características Gerais	24
2. A Prova de von Neumann	25
3. Os Resultados de Gleason-Belinfante e de Bell	30
4. O Resultado de Kochen e Specker	38
5. Assunções Problemáticas dos Resultados Algébricos	41
6. Contextualismo	49
CAPÍTULO III : CORRELAÇÕES QUÂNTICAS E NÃO-LOCALIDADE	53
1. A Desigualdade de Bell	53
2. Outras Formas da Desigualdade de Bell	57
3. Resenha dos Experimentos	63
4. O "Realismo Real" de Arthur Fine	69
5. As Propostas de Stapp, Eberhard e Redhead	74

CAPÍTULO IV : INTERLIGAÇÃO DAS ABORDAGENS	
ALGÉBRICAS E DA NÃO-LOCALIDADE	80
1. As Contribuições de Fine de 1982	80
2. A Nova Abordagem de Heywood e Redhead	86
3. Comentários Gerais e Conclusões	91
APÊNDICES	
A. Núcleo da Prova Algébrica de Bell	99
B. Testes Experimentais das Teorias Realistas Locais	101
C. Glossário de Termos Matemáticos	108
D. Condições Físicas Sobre Teorias de Variáveis Ocultas (sumário)	116
NOTAS	119
REFERÊNCIAS	137

SUMÁRIO

Uma série de resultados teóricos e experimentais recentes sobre as Teorias de Variáveis Ocultas reavivaram o interesse nos Fundamentos da Mecânica Quântica. Mostram, em seu conjunto, que qualquer atribuição completa de valores aos observáveis da Mecânica Quântica não pederá incorporar todas as premissas do realismo clássico de partículas. Na presente Dissertação empreende-se uma análise crítica e comparada desses resultados, após os contornos do programa realista em Mecânica Quântica terem sido definidos através de um exame dos argumentos tradicionais dos fundadores da Mecânica Quântica.

O Capítulo I é dedicado à questão das interpretações da Mecânica Quântica. Nele procura-se mostrar que a interpretação realista defendida por Einstein e outros tem a seu favor uma série consistente de argumentos explícitos que a colocam em vantagem sobre a interpretação ortodoxa em algumas das mais relevantes situações físicas. No caso dos fenômenos de interferência, no entanto, essas posições parecem invertidas.

No Capítulo II são analisados os resultados algébricos de von Neumann, Gleason-Belinfante, Bell e Kochen e Specker contra as Teorias de Variáveis Ocultas não-contextuais. Dá-se ênfase no exame da estrutura interna e na eliciação das pressuposições de cada um desses resultados, o que permite a avaliação de suas forças relativas. Observa-se que a consequência líquida deles é que, para sistemas físicos cujo espaço de Hilbert tem dimensão maior que dois, qualquer atribuição completa de valores tem de ser contextualista, o que implica na incorporação de elementos de um holismo semelhante ao encontrado na interpretação de Niels Bohr.

A possibilidade de comparação empírica entre teorias realistas locais e as previsões estatísticas da Mecânica Quântica surgiu com o advento da Desigualdade de Bell e seus aperfeiçoamentos subsequentes. Experimentos recentes

trouxeram fortes evidências contra aquelas teorias. No Capítulo III, os desenvolvimentos teóricos relacionados à Desigualdade de Bell são analisados, bem como alguns esquemas de atribuição completa de valores que, ao preço de artificialidade, escapam a esses resultados. É fornecida ainda uma resenha de todos os testes experimentais já realizados.

No Capítulo IV são expostos e examinados alguns importantes resultados formais obtidos em 1982 por Arthur Fine, estabelecendo algumas conexões entre determinadas premissas dos resultados algébricos e das desigualdades de Bell, bem como um engenhoso teorema mostrando que qualquer dessas desigualdades possui uma característica comum. Por fim, recebe atenção um importante trabalho de 1983 de Heywood e Redhead, que inaugurou uma nova linha de ataque ao realismo local, imune a certas críticas levantadas anteriormente contra aquela que resultou da Desigualdade de Bell. São exibidas as consequências desse trabalho para o esclarecimento de importantes questões conceituais ligadas ao contextualismo e à localidade. Na última seção do capítulo é fornecida uma visão panorâmica de todo o campo de estudo das Teorias de Variáveis Ocultas depois desses resultados recentes, o que permite perceber quão fortes são as evidências para uma reformulação substancial de algumas das mais acalentadas concepções humanas acerca do mundo.

RESUMÉ

A recent series of theoretical and experimental results has rekindled interest in the foundations of Quantum Mechanics. These results, taken as a whole, demonstrate that no complete value assignment for the observables of a quantum system can incorporate all the premisses of classical (particle) realism. An attempt is made in this dissertation to provide a critical analysis of these results, once the contours of the realist programme in Quantum Mechanics have been set out via an examination of the traditional arguments of the founders of the theory.

Chapter I is concerned with the question of the "interpretation" of Quantum Mechanics. It is argued here that the realist interpretation defended by Einstein and others is, in relation to a number of important quantum phenomena, clearly superior to the orthodox interpretation. However, in the case of interference phenomena, the situation would appear to be the opposite.

In Chapter II the algebraic results of von Neumann, Gleason-Belinfante, Bell, and Kochen and Specker against non-contextualist hidden variable theories are analysed. Emphasis is given to the examination of the internal structure of and to the elucidation of the assumptions associated with each one of these results, which allows for evaluation of their relative strengths. It is noted that the net consequence of these results is that, for systems whose Hilbert Spaces have dimension greater than two, any complete value assignment must be contextualist. This implies the incorporation of a certain kind of "wholism", which is closely related to that found in the interpretation of Niels Bohr.

The possibility of empirical tests between local realist theories and the statistical predictions of Quantum Mechanics arose with the discovery of the Bell Inequality and its subsequent improvements. Recent experiments have

furnished strong evidence against local realist theories. In Chapter II, the theoretical developments associated with the Bell Inequality are analysed, as well as some complete value assignment schemes which by way of their artificiality are capable of avoiding these negative results. Also, a review of all the experimental tests performed to date is provided.

Some important formal results obtained in 1982 by Fine which establish connections between certain assumptions associated with the algebraic results and the Bell Inequalities are examined in Chapter IV. This is followed by examination of an elegant theorem of Fine showing that all these Inequalities share an important common feature. Then, attention is given to the 1983 result of Heywood and Redhead, which inaugurated a new line of attack on local realism, one immune to the criticisms, discussed earlier, against the original line which followed from the Bell Inequalities. The consequences of this result for our understanding of the issues of contextualism and locality are spelt out. Finally, in the last section of the Chapter, a panoramic view is given of the whole terrain of hidden variables in the light of these recent results. This allows for an appreciation of the weight of evidence in favour of a substantial reformulation of some of our most entrenched notions of the world.

CAPÍTULO I

INTERPRETAÇÕES DA MECÂNICA QUÂNTICA

I.1 DISTINÇÃO FORMALISMO-INTERPRETAÇÃO

Por ocupar posição proeminente nas principais discussões nos Fundamentos da Mecânica Quântica, constituindo mesmo a base de muitas delas, a questão da interpretação do formalismo quântico forçosamente deveria figurar como nosso ponto de partida. Àquele fato acresce que a falta de esclarecimento sobre tal ponto é causa de freqüentes mal entendidos entre os próprios físicos acerca das singulares características da Mecânica Quântica (MQ).¹

Assim, é conveniente estabelecer a distinção, na MQ e nas demais teorias físicas, entre o formalismo matemático e a sua interpretação. Consiste o primeiro num conjunto de conceitos primitivos, inter-relacionados por uma lei dinâmica. A interpretação consiste em regras de correspondência entre os conceitos do formalismo e a realidade empírica.²

Embora o formalismo quântico só excepcionalmente seja alvo de controvérsias, faz-se mister apresentá-lo aqui em linhas gerais³ e em forma adequada às discussões posteriores.

Estado e observável são os conceitos primitivos básicos. Os observáveis são representados por operadores auto-adjuntos num espaço de Hilbert⁴. No caso do operador ter espectro discreto⁵, sua representação espectral será

$$A = \sum_n a_n P_{a_n} ,$$

onde os a_n 's são os autovalores e P_{a_n} é o operador de projeção sobre o subespaço gerado por a_n :

$$P_{a_n} = \sum_K |K; a_n\rangle \langle K; a_n|$$

(o índice K dá conta de possível degenerescência do autovalor a_n ; $|K; a_n\rangle$ são, naturalmente, os autovetores associados a a_n).

Os estados são representados por operadores estatísticos (ou de densidade), que são operadores positivos-defini-

dos da classe de traço, podendo, portanto, ser sempre colocados na forma

$$W = \sum_n \omega_n |\phi_n\rangle \langle \phi_n| ,$$

com $0 \leq \omega_n \leq 1$ e $\sum_n \omega_n = 1$. No caso em que $W^2 = W$, apenas um dos ω_n 's será não-nulo (e, portanto, igual a 1), e assim $W = |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$. Tais estados são ditos puros. Um estado puro pode, pois, ser representado por um vetor no espaço de Hilbert.⁶ Estados não-puros são ditos mistos.

O valor médio (ou esperados) $\langle A \rangle$ de um observável A no estado W é dado por

$$\langle A \rangle = \text{Traço} (WA)$$

Se o estado é puro, essa expressão reduz-se à familiar relação

$$\langle A \rangle = \langle \phi | A | \phi \rangle ,$$

obtida a partir da Regra de Born.

A lei dinâmica, que dá a evolução temporal do estado, é

$$W(t) = U W(t_0) U^{-1}$$

onde U é um operador unitário, que carrega informação acerca do sistema físico em consideração.

Quando se fala em interpretações da MQ (ou melhor, do formalismo da MQ), fala-se, na verdade, das interpretações do conceito de estado, pois é aí que reside a quase totalidade das divergências e se delineiam as diferentes posições filosóficas quanto à MQ.

A fonte primária das dificuldades está em que para qualquer estado Ψ ⁷ existirão sempre observáveis⁸ perfeitamente legítimos cujos valores não estarão bem caracterizados por Ψ , a saber, aqueles observáveis incompatíveis com aqueles outros cujos correspondentes operadores têm Ψ como autovetor.

Apresenta-se aqui uma encruzilhada principal:⁹ se a descrição por Ψ for entendida como a descrição mais completa possível de estados de sistemas individuais, ter-se-á de admitir que em MQ há grandezas físicas quantitativas ordinárias que não possuem valores (no sentido clássico) em determinados sistemas físicos; semelhante situação, é claro, não encontra

paralelo na Física Clássica e, de certo modo, contraria a noção clássica de realidade. Por outro lado, se se entender Ψ como fornecendo a descrição apenas de estados de ensembles de sistemas similarmente preparados, incompleta com relação a sistemas individuais, deixa-se aberta a possibilidade de se reter a visão "realista" clássica, uma vez que os valores das quantidades físicas não especificados por Ψ poderão ser tidos como simplesmente desconhecidos, não prescritos pela MQ. Essas duas posições radicalmente opostas serão explicadas e detalhadamente examinadas nas Seções seguintes.

1.2 REALISMO E INTERPRETAÇÃO ESTATÍSTICA

É parte essencial do modo clássico e intuitivo de ver o mundo a assunção de que as regularidades observadas na Natureza decorrem da existência de uma realidade exterior, cujas propriedades independem de sua observação por agentes conscientes. O papel desses últimos consiste tão-somente em descobrir como é a realidade, formulando teorias que forneçam uma descrição verdadeira da realidade, e que permita prever os fatos, que são considerados inerentes à Natureza, e independentes da teoria empregada.

Essas idéias caracterizam uma posição filosófica conhecida como realismo.¹⁰ No âmbito da Microfísica, é de interesse uma forma particularmente simples de realismo, a que se pode chamar Realismo Clássico de Partículas, ou Realismo Ingênuo.¹¹ Assume que os objetos que compõem a realidade exterior são partículas, que possuem propriedades intrínsecas que, quando mensuráveis em princípio, sempre têm valores bem definidos e únicos, para um dado estado, e que se revelam através de um ato de medida.

Já está visível a afinidade entre essa doutrina e a segunda das interpretações acima mencionadas para o vetor de estado. Após Ballentine(1970), tal interpretação popularizou-se na literatura sob o nome de Interpretação Estatística. Pode dizer-se que é essencialmente a interpretação adotada por

Einstein, e por um grupo de importantes físicos, destacando-se, entre outros, J.C. Slater, E.C. Kemble, P. Langevin, D.I. Blokhitsev, A. Landé.

Embora historicamente desfavorecida pela preferência dos físicos, seria incorreto supor que a Interpretação Estatística esteja em conflito direto com o formalismo quântico. Igualmente errônea é a tão popularizada idéia de que Einstein teria rejeitado a MQ qua teoria que permite fazer previsões corretas acerca de processos naturais, bem como a regra probabilística de Born e as relações de indeterminação de Heisenberg.¹² Procuremos, a seguir, desfazer tais equívocos, com base em estudo de diversos argumentos apresentados por Einstein e outros ao longo dos anos a favor da Interpretação Estatística. Veremos, então, que são argumentos sólidos, persuasivos, e bem fundamentados, ao contrário do mito de que se baseavam tão-somente no famoso "Deus não joga dados".¹³

Antes, porém, de passar a essa tarefa, é conveniente falar um pouco mais¹⁴ sobre a Interpretação Estatística e, para que o contraste se estabeleça, sobre sua rivais. Consideremos, para tanto, as seguintes questões:

'Que valor tem um observável (Q , seja) quando o estado do sistema não é um autoestado do correspondente operador?'

'Que acontece quando uma medida de Q é realizada sobre um tal sistema?'

As respostas mais comuns, e que definem as três linhas de interpretação mais importantes da MQ são:

A - Q tem um valor preciso, embora não fornecido pela MQ; a medida revela este valor pré-existente.

B - Q tem um valor não-preciso, "potencial", "latente"; a medida torna atual este valor.

C - O valor de Q é não-definido, sem sentido; na medida este valor torna-se definido.

A posição A é a da Interpretação Estatística. Nela, como já vimos, a descrição fornecida pelo vetor de estado é considerada incompleta no que concerne a sistemas individuais, sendo, porém, completa com relação a ensembles de sistemas similarmente preparados. Ou seja, Ψ é a descrição matemática

do processo experimental de preparação de estado,¹⁵ e permite o cálculo de propriedades estatísticas do ensemble. A MQ teria, neste caso, muito em comum com a Mecânica Estatística Clássica.

A posição B é essencialmente a de Heisenberg e H. Margenau, o primeiro com a noção de valores "potenciais", o segundo com a dos valores "latentes".

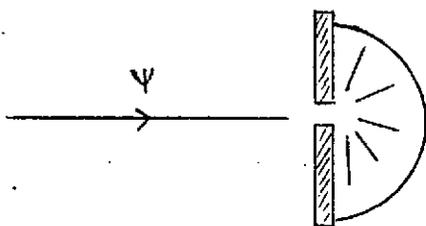
A posição C é a de Niels Bohr, e tem em comum com a posição anterior o anti-realismo¹⁶ e a assunção de que ψ descreve completa e exaustivamente o estado de sistemas individuais. Isso faz com que a distinção entre ambas nem sempre seja enfatizada, ou mesmo lembrada, o que não será nocivo quando o que estiver em discussão for a completeza da descrição quântica. A ampla aceitação da interpretação bohriana, conhecida como "de Copenhague", fez com que fosse considerada "ortodoxa".

Um dos elementos centrais no pensamento de Bohr, tornado explícito a partir dos debates com Einstein em 1935,¹⁷ era a "totalidade do fenômeno quântico": é o arranjo experimental inteiro — objeto quântico, aparelhagem de medida e de preparação de estado — que irá definir os conceitos pelos quais o fenômeno quântico será descrito, ou seja, que irá definir os limites de utilização legítima de conceitos físicos tais como posição, momento, energia, etc. Para um dado arranjo experimental alguns destes conceitos poderão ser empregados na descrição do fenômeno, enquanto que outros, complementares a eles, não encontrarão aplicação legítima, não tendo sentido as proposições sobre seus valores. (Para um exemplo, ver discussão da Seção seguinte da experiência da fenda dupla.) Enquanto o arranjo experimental inteiro não for especificado, não se poderá dizer nada sobre os observáveis pertinentes ao sistema; após a especificação, apenas parte deles terá emprego legítimo; há, portanto, limites impostos à descrição da realidade. Aliás, para Bohr a tarefa da Física não é descobrir como é essa realidade; a Física "trata do que podemos dizer sobre a Natureza."¹⁸

Provavelmente, o primeiro especialista em MQ a aderir

à Interpretação Estatística foi Slater, que já em 1928 dizia que "a mecânica ondulatória é uma extensão não da mecânica newtoniana ordinária, mas da mecânica estatística; e esta simples observação basta para explicar muitas de suas intrigantes características."¹⁹ A posição de Einstein é bem caracterizada por estas suas palavras: "Chegar-se-á a concepções teóricas muito implausíveis se se tenta manter que a teoria quântica é em princípio capaz de produzir uma descrição completa de um sistema físico individual. Por outro lado, essas dificuldades de interpretação teórica desaparecem se se toma a descrição da Mecânica Quântica como a descrição de ensembles de sistemas."²⁰

Na 5ª Conferência de Solvay (Bruxelas, 1927), Einstein apresentou uma situação física na qual a assunção de que a função de onda representa a descrição mais completa possível de sistemas individuais leva a sérios embaraços, no sentido de requerer a intervenção de um mecanismo de ação-a-distância; em linhas gerais, a situação é a seguinte:²¹ um feixe de elétrons incide sobre um anteparo com uma pequena abertura; a função de onda Ψ , suposta uma onda plana, difrata-se, assumindo forma esférica.



Se se assume que Ψ descreve exhaustivamente o estado de cada elétron, então seria possível que um mesmo elétron fosse detectado em qualquer região de um filme fotográfico em forma de hemisfério colocado após o anteparo, como ilustra a figura acima, uma vez que $|\Psi|$ é não-nulo em qualquer região do filme. Como a partícula obviamente é detectada em um só ponto, deve haver um mecanismo muito peculiar de ação-a-distância que previna a onda Ψ de produzir efeito em mais de um ponto do filme; no exato momento em que um dado ponto acusa o recebimento da partícula, todos os outros estarão absoluta-

mente proibidos de fazê-lo também.

Na Interpretação Estatística, o formalismo quântico é considerado um algoritmo pelo qual se pode calcular, para um dado ensemble de sistemas, as frequências relativas dos diferentes comportamentos possíveis dos sistemas individuais. Por exemplo, no caso de o sistema ser uma única partícula, $|\Psi(\vec{r})|^2 d\vec{r}$ representa a probabilidade, definida como a frequência relativa num ensemble de tais sistemas, caracterizado por $\Psi(\vec{r})$, de a partícula ser encontrada no elemento espacial $d\vec{r}$ em torno de \vec{r} numa medida de posição realizada sobre o sistema; apesar de $\Psi(\vec{r})$ estender-se por uma região mais ou menos ampla dos espaço, a partícula sempre terá uma posição bem definida, revelada no ato de medida.

(Deve haver cuidado em não confundir o ensemble, que é um conjunto conceitual com um número infinito de elementos, que são réplicas do sistema físico em consideração, com feixe de partículas, que outro tipo de sistema físico. Um feixe pode simular um ensemble de sistemas de uma única partícula se suas características são tais que não há interação de magnitude relevante entre as partículas, como está implícito no exemplo de Einstein que estamos discutindo.)

No caso específico da situação imaginada por Einstein, a Interpretação Estatística assume que cada partícula que logra atravessar a abertura seguirá uma trajetória bem definida, embora desconhecida até que seja detectada; ela nunca se "espalha" no espaço como faz a onda Ψ ; $|\Psi(\vec{r})|^2 d\Omega$ representa apenas a probabilidade de um elemento do ensemble seguir através do ângulo sólido $d\Omega$ em torno de \vec{r} .

Uma situação semelhante a esta que vem de ser considerada é aquela na qual um feixe de partículas encontra um espelho semi-transparente; como a função de onda divide-se em duas partes, se se considera que ela representa completamente o comportamento de uma única partícula, então um mecanismo de ação-a-distância deve intervir para impedir que a partícula seja detectada em dois lugares. Com a Interpretação Estatística não há dificuldades; sua explicação é natural.

Einstein considerava, porém, que o "mais belo" argumento em favor da tese da incompletude da descrição quântica era o do "Gato de Schrödinger". Schrödinger imaginou, em 1935, a seguinte situação: um gato encontra-se numa câmara na qual existe também uma garrafa de gás letal, um átomo radiativo e um mecanismo que quebrará a garrafa quando o átomo decair. Se se descreve este sistema inteiro de acordo com a MQ, após um intervalo de tempo igual à meia-vida da substância radiativa o vetor de estado que descreve o sistema será uma combinação linear de iguais partes de vetores para "gato vivo" e para "gato morto". Se a descrição quântica é entendida descrever completa e exhaustivamente aquele sistema individual, então é forçoso reconhecer que o gato estará, no instante em questão, meio-morto-meio-vivo, o que parece absurdo.

Esse exemplo de Schrödinger é, na verdade, apenas uma representação pitoresca de um dos problemas centrais na teoria da medida quântica.²² Em linhas simplificadas, pois um tratamento rigoroso não caberia aqui, a formalização do problema é a seguinte. Seja $\{\phi_i\}$ o conjunto de autovetores correspondentes a um conjunto completo de observáveis compatíveis, em relação a um dado sistema quântico I. Seja $\{\psi_i\}$ o conjunto de autovetores de um aparelho de medida (sistema II), cujos autovalores associados são as diferentes "posições do ponteiro". Se uma interação entre I e II tiver de ser considerada uma medida, então deve estabelecer uma correspondência unívoca entre o estado inicial de I e o estado final de II.

Se inicialmente I está em um de seus autoestados (e.g. ϕ_k), e o estado inicial de II for representado por ψ_0 , então o ato de medida será formalmente representado por (considerando-se a possibilidade de o estado de I vir a ser alterado na medida):

$$U(\phi_k \otimes \psi_0) = \xi^{(k)} \otimes \psi_k$$

onçe

$$\xi^{(k)} = \sum_i c_i^{(k)} \phi_i$$

($c_i^{(k)}$'s complexos), e $U = U(t_1, t_2)$ é o operador unitário que descreve a evolução temporal de I+II durante o intervalo de

tempo $[t_1, t_2]$ no qual os sistemas estão interagindo.

Até aqui nada de problemático. Mas se o estado inicial de I for um estado geral:

$$\phi = \sum_i a_i \phi_i$$

(a_i 's complexos), a medida será representada por

$$\begin{aligned} U(\phi \otimes \psi_0) &= U(\sum_i a_i \phi_i \otimes \psi_0) = \sum_i a_i U(\phi_i \otimes \psi_0) \\ &= \sum_i a_i \xi^{(i)} \otimes \psi_i \end{aligned}$$

onde

$$\xi^{(i)} = \sum_k c_k^{(i)} \phi_k$$

Agora a dificuldade com a assunção de que a descrição da MQ é a descrição completa de sistemas individuais aparece claramente: se de fato $\sum_i a_i \xi^{(i)} \otimes \psi_i$ representa o estado do sistema individual composto I+II, qual é, então, a indicação do ponteiro, uma vez que II não está em um de seus autoestados? É bom rememorar as posições dos "ortodoxos" nestas situações em que o sistema não está em um autoestado: Bohr, com seus limites de definibilidade dos conceitos físicos; Heisenberg, com seus valores "potenciais". Isto é pelo menos concebível enquanto se está no domínio microscópico; mas aqui trata-se de uma indefinição nos valores de observáveis de um objeto macroscópico. Será que não se estaria saindo do âmbito do razoável ao se manter que a posição do ponteiro é conceito ilegítimo, inaplicável naquelas condições experimentais? Será de bom senso manter que o ponteiro encontra-se "em potência" em várias posições ao mesmo tempo?

Para remediar esta situação-problema, os defensores da Interpretação de Copenhagen recorreram ao chamado "colapso da função de onda". Este seria um novo postulado a ser introduzido ao lado dos da MQ, e segundo o qual no instante de uma medida ocorre uma evolução estocástica do estado do sistema, evolução portanto não regida pela Equação de Schrödinger, na qual a função de onda "colapsa" para um dos autovetores do sistema. As dificuldades com que se defronta ao introduzir-se esse "postulado de projeção" não são poucas,²³ mas aqui serão mencionadas brevemente apenas duas. Uma, de ordem metodológica: por que introduzir hipóteses ad hoc modificando o formalismo,

mormente quando se referem a interações pouco explicadas, quando, através da Interpretação Estatística, encontra-se explicação simples e natural para os resultados empíricos à luz do formalismo da MQ? A outra é a seguinte: aplicando-se o postulado de projeção ao sistema I, poder-se-ia dizer que durante o ato de medida o estado $\phi = \sum_i a_i \phi_i$ "reduz-se", devido a alguma interação desconhecida, a algum tipo de perturbação, para um dos autovetores do observável em questão, ϕ_K , seja. Então o valor medido será o autovalor associado a ϕ_K . Mas a evolução da MQ leva I+II ao estado $\sum_i a_i \xi^{(i)} \otimes \psi_i$, como já vimos. Para resolver essa dicotomia, von Neumann (que foi quem concebeu o "colapso") introduziu um terceiro sistema, o observador humano, que realizaria a "medida" sobre I+II, reduzindo o estado $\sum_i a_i \xi^{(i)} \otimes \psi_i$ para $\xi^{(\phi)} \otimes \psi_K$ (onde $\xi^{(\phi)}$ é um estado geral de I). Mas isto faz do mero ato de observação por um ser humano um elemento essencial ao funcionamento do formalismo da MQ; a simples observação do aparelho de medida determinaria o "colapso", afetando o estado do sistema. No caso do gato, a simples inspeção do interior da câmara retiraria o gato do bizarro estado em que se encontrava, seja tornando-o verdadeiramente vivo, seja matando-o de vez!

Inobstante a "beleza" do argumento de Schrödinger, o desafio mais sério à Interpretação de Copenhagen surgiria de um trabalho conjunto de Einstein e seus jovens colegas Boris Podolsky e Natan Rosen, publicado em 1935. A importância desse resultado, conhecido como "de EPR", pode ser avaliada não só pelo seu poder de persuasão, mas também por ter forçado Bohr no aprimoramento de suas idéias, e por ter servido de inspiração a J. Bell na obtenção de seu famoso teorema.²⁴

O resultado de EPR desencadeou uma avalanche de comentários, críticas e discussões, e até hoje as publicações especializadas repletam-se de artigos sobre ele, em sua maioria pretendendo refutá-lo.²⁵ Logo após sua publicação, Einstein recebeu muitas cartas de físicos apontando os "erros" do argumento.²⁶ Mas, para sua diversão, os motivos alegados eram os mais diversos e contraditórios. Referindo-se a esse fato,

Brown²⁷ comenta, irônico, que mostra claramente a "homogeneidade" da escola ortodoxa.

Apesar de toda a celeuma que produziu, o argumento é simples, e forte o suficiente para que seus autores nunca se tenham deixado convencer por qualquer contra-argumentação. Pode dizer-se que se assenta essencialmente na concepção de um critério plausível para a existência de um "elemento de realidade física": "Se, sem de nenhum modo perturbar um sistema, pudermos prever com certeza (i.e., com probabilidade igual à unidade) o valor de uma quantidade física, então existe um elemento de realidade física correspondendo a essa quantidade física."²⁸

EPR exibem então uma situação real e bem conhecida na qual observáveis incompatíveis (posição e momento) são simultaneamente elementos de realidade. Embora tal já bastasse para colocar em dificuldades a Interpretação de Copenhagen, os autores acrescentam ainda que uma condição necessária à completeza de uma teoria física é que "a cada elemento da realidade física corresponda uma contraparte na teoria".²⁹ Com isso, concluem pela incompletêza da MQ, uma vez que nela não há meios de atribuir simultaneamente valores precisos a observáveis incompatíveis.

Para as nossas discussões, preferiremos uma versão do argumento apresentada por D. Bohm em 1951³⁰ que, além de mais simples e isenta de uma dificuldade técnica inerente à particular escolha de EPR do par de observáveis incompatíveis, introduz a situação física utilizada no Teorema de Bell.

Seja um par de partículas (I e II) de spin 1/2 que em um dado instante encontram-se interagindo, e num estado de momento angular total nulo. A parte do spin da função de onda desse estado será

$$\Psi_{\text{sing}} = 1/\sqrt{2} (|n+\rangle \otimes |n-\rangle - |n-\rangle \otimes |n+\rangle)$$

onde $|n+\rangle$ e $|n-\rangle$ são autofunções de $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ com autovalores +1 e -1, respectivamente, e \hat{n} é uma direção arbitrária. É um resultado da MQ³¹ que Ψ_{sing} continua sendo a descrição quântica do estado do sistema I+II mesmo quando, num instante posterior,

o par separa-se espacialmente por um processo espontâneo; em tais condições, os resultados de medidas de $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ efetuadas sobre cada um dos componentes do par estarão correlacionados:³² se um resultados for ± 1 , o outro será ∓ 1 . Portanto, aplica-se aqui o critério de EPR: uma vez que a medida de $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ sobre I não perturba o sistema II, separado de I por uma distância arbitrariamente grande, a quantidade física $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ será elemento de realidade de II. Mas a medida em I poderia ter sido ao longo de outra direção $\hat{n}' \neq \hat{n}$ (pois o estado singlete Ψ_{sing} é esfericamente simétrico), o que levaria à conclusão de que $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}'$ é elemento de realidade de II. Ora, como "nenhuma definição razoável de realidade"³³ poderia permitir que a realidade em II dependesse daquilo que o experimentador decidir fazer em I, tem-se que ambos, $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ e $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}'$, são elementos de realidade de II,³⁴ embora a descrição quântica não forneça o valor simultâneo dessas duas grandezas.³⁵

Este não é o lugar de analisar a resposta mais importante a EPR: a de Bohr³⁶. Mas mencionaremos apenas que, sendo correta a lógica do argumento, qualquer crítica decente teria de incidir sobre suas premissas. De fato, o que Bohr faz em sua réplica é, essencialmente, rejeitar o critério de EPR para a existência de um elemento de realidade, escudando-se em sua concepção da "totalidade do fenômeno quântico". Bohr descarta explicitamente³⁷ a existência de uma perturbação mecânica entre os dois sistemas, mas considera a "questão da influência nas condições mesmas que definem os possíveis tipos de predição quanto ao comportamento futuro do sistema".³⁸ Assim, o referido critério de EPR "contém uma ambiguidade na expressão 'sem de nenhum modo perturbar o sistema'".³⁹

"A essência da posição de Bohr, em relação a sistemas com correlação tipo EPR, é de que a possibilidade de definição de atributos de realidade do sistema II deve ser considerada inextricavelmente associada com o "fenômeno" definido para a unidade I+II pela medida escolhida em I. A medida, digamos, da posição de I, define um "fenômeno quântico" para o sistema composto que permite, na terminologia típica de Bohr, o legítimo

emprego futuro da noção da coordenada espacial de II, nas não do momento. Em suma, falar sem cuidado sobre conjuntos de propriedades objetivas de microsistemas leva, na opinião de Bohr, a ambiguidades. Portanto, a teoria quântica, enquanto uma linguagem de realidade física independente, trata essencialmente de processos físicos inteiros." ⁴⁰

O tipo de correlação explorada por EPR é naturalmente explicada, sem a necessidade (como queria Bohr) de uma "revisão radical de nossa atitude quanto à realidade física",⁴¹ ou da intervenção de qualquer mecanismo de ação-a-distância (como não queria Einstein), se se assume que propriedades físicas tais como posição, momento, polarização, spin, etc., são propriedades objetivas, sempre bem definidas e com valores precisos. No caso em foco, os valores das componentes de spin das partículas seriam determinados e fixados quando elas ainda interagiam, e as respostas dos aparelhos de medida seriam decididas localmente por tais valores. Em MQ, todavia, esses valores permanecem não-definidos⁴² até o instante da medida.⁴³ Isto suscita a questão de se saber como pode o resultado de uma das medidas ser compatível⁴¹ com o da outra, dado que esses eventos de medida poderão até mesmo ter separação "space-like".

Assim, é-se levado naturalmente a conjecturar acerca da existência de certos parâmetros, a que se convencionou chamar Parâmetros Ocultos (ou Variáveis Ocultas), "ocultos" por serem ignorados pela MQ, e que governariam o comportamento das partículas de modo a produzirem-se as correlações observadas. É óbvio que a existência dessas variáveis só é cabível dentro de uma interpretação da MQ que assuma a incompletude da descrição quântica de sistemas individuais, como a Interpretação Estatística, muito embora tal Interpretação não requeira aquela existência. Uma teoria que incorpore variáveis ocultas, que possibilitem uma atribuição completa de valores aos observáveis, é chamada genericamente uma Teoria de Variáveis Ocultas (TVO).

Além daquela fornecida pelo argumento de EPR, a busca de TVO's tem ainda as seguintes motivações: (1) Restabeleci-

mento do determinismo⁴⁵; um estado puro quântico representaria um ensemble não-puro relativamente às variáveis ocultas; (2) re-unificação das teoria físicas, de outro modo divididas nos domínios clássico e quântico; essa motivação estética-metodológica sobrepuja as demais, na opinião de muitos. Bell, por exemplo, em um artigo de 1971,⁴⁶ diz: "para mim, a possibilidade de restituir o determinismo compete menos que a possibilidade de ter um mundo só ao invés de dois."

A "divisão do mundo" forçada pela (Interpretação ortodoxa da) MQ constitui a fonte primária da insatisfação de Einstein com a Teoria Quântica, e a busca de "unidade lógica"⁴⁷ foi o motor de seus esforços intensos de décadas na busca de uma teoria física unificada. Ressaltem-se, porém, dois pontos. Primeiro, que Einstein considerava, como já dissemos, correta a MQ.⁴⁸ Segundo, que embora não sendo contrário à idéia, não era propriamente um advogado das TVO's. Para ele, os progressos futuros da Física Teórica se dariam não através de "apêndices" adicionados à MQ, mas da tomada de um outro ponto de partida, no qual o conceito de campo seria central.⁴⁹

Note-se que teorias que pressupõem a existência de certas variáveis "ocultas" são tão antigas quanto o pensamento em Física. A História da Ciência oferece muitos exemplos de tais teorias. Casos notórios foram a doutrina dos quatro elementos, de Empédocles, e a própria teoria atomista, até o início deste século; o acalorado debate dos fins do século XIX entre os proponentes da teoria cinética (sob a liderança de Boltzmann) e os seus críticos encontra paralelo na controvérsia sobre as TVO's na MQ. Mas o fato de a corrente "ocultista" de Boltzmann ter saído vitoriosa daquela disputa não é indicação alguma de que as TVO's da MQ também o serão; apenas serve para desfazer preconceitos contra teorias que se baseiam em parâmetros ocultos.

Conforme havíamos prometido, finalizaremos esta Seção tecendo alguns comentários acerca das relações de indeterminação de Heisenberg. Nosso propósito é o de (seguindo uma crescente tendência da literatura, e que vem se tornando dominante

especialmente a partir da década passada) mostrar que tais relações não necessariamente devem ser interpretadas segundo a visão clássica, popularizada pelos manuais de Física, inspirada nas famosas experiências de pensamento de Heisenberg.

Antes de tudo, convém observar que a interpretação a que chamamos "clássica" muito longe está de ser uniforme e homogênea, sendo talvez mais apropriado falar em "interpretações clássicas". A idéia comum, porém, tem a ver com algo como "a impossibilidade de medida simultânea e precisa" de observáveis cujos operadores não comutam, ou mesmo "a impossibilidade de se atribuir simultaneamente valores a tais observáveis". Deve estar claro que, pelo menos do segundo desses pontos de vista, o programa realista em MQ estaria fadado prima facie ao insucesso, razão por que julgamos indispensáveis os esclarecimentos a seguir.

As origens histórico-conceituais das "interpretações clássicas" das relações de Heisenberg foram admirável e exaustivamente analisadas por M. Jammer,⁵⁰ e delas não nos ocuparemos aqui. Lembramos, todavia, que de regra pretende-se basear tais interpretações seja em uma análise ingênua dos pacotes de onda, com sua identificação literal, ou quase literal, com a partícula, seja na "incontrolável perturbação no ato de medida". Contudo, é de sua importância notar que nada disso é derivável do formalismo da MQ. O que dele resulta é, como mostrou pela primeira vez Howard P. Robertson em 1929,⁵¹ que o produto dos desvios-padrão de dois operadores autoadjuntos nunca é menor do que a metade do valor absoluto do valor esperado de seu comutador. Esse resultado formal rigoroso foi generalizado um ano mais tarde por Schrödinger,⁵² que mostrou que para dois operadores autoadjuntos quaisquer, A e B,

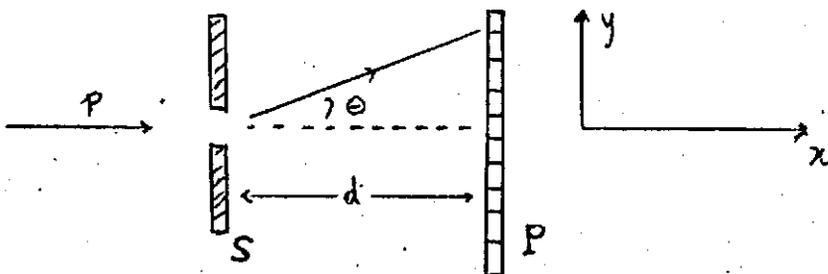
$$(\Delta A)^2 (\Delta B)^2 \geq \left| \frac{1}{2} \langle [A, B] \rangle \right|^2 + \left(\frac{1}{2} \langle AB + BA \rangle - \langle A \rangle \langle B \rangle \right)^2$$

A interpretação natural desse resultado é encontrada dentro da Interpretação Estatística:⁵³ os ensembles quânticos são tais que o produto dos desvios padrão de certos observáveis tem um limite inferior positivo ($h/2$, no caso de observáveis canonicamente conjugados). Está claro que ele não im-

plica a impossibilidade de medidas simultâneas e precisas de quaisquer observáveis: as medidas de A e B necessárias para o cálculo de ΔA e ΔB podem ser obtidas através de medidas de A sobre uma dada porção do ensemble quântico e de B sobre membros de uma outra porção do mesmo ensemble, medidas essas obviamente independentes.

As diferenças entre essa interpretação e as "interpretações clássicas" são marcantes e cruciais, pois nela as quantidades ΔA e ΔB não têm nenhuma ligação direta com qualquer característica dos processos de medida, mas sim com o de preparação de estado. Como já dissemos, a completa compreensão desses dois processos é um ingrediente básico no estudo dos Fundamentos da MQ. Sendo assim, é curioso notar que somente a partir da década de sessenta, depois dos trabalhos extremamente lúcidos de Margenau, Park e Prugovečky,⁵⁴ tenha-se reconhecido a importância de estabelecer essa diferenciação. Com base nela pode-se fácil e inequivocamente reconhecer que o que as experiências "gedanken" invocadas para justificar⁵⁵ as interpretações clássicas" das relações de indeterminação na verdade corroboram é o fato de não ser possível preparar um ensemble no qual o produto dos desvios-padrão do momento e da posição é menor que $h/2$, não tendo nenhuma conexão com a mensurabilidade simultânea de posição e momento.⁵⁶

Acresça-se a isto a existência na literatura⁵⁷ de várias experiências de pensamento em que o conhecimento preciso e simultâneo de posição e momento é mostrado possível. Em Ballentine (1970), por exemplo, encontramos a seguinte: uma partícula com um momento conhecido p atravessa um pequeno orifício em uma placa rígida S , como ilustra a figura abaixo, e difrata-se, indo colidir com um anteparo P , formado de uma malha de detectores, cada um com uma dimensão vertical δ_y .



Como evidentemente δy não precisa ter nenhum limite inferior,⁵⁸ a posição y da partícula imediatamente antes de atingir P pode ser determinada com precisão arbitrária. Mas essa medida de posição também permite a determinação do componente p_y do momento da partícula imediatamente antes de atingir P:

$$p_y = p \operatorname{sen} \theta = p \operatorname{sen} [\operatorname{tg}^{-1} (y/d)]$$

Como a distância d pode ser arbitrariamente grande, o erro na medida de p_y pode ser feito arbitrariamente pequeno. Logo, $\delta p_y \delta y$ pode ser feito arbitrariamente pequeno. Note-se que o que se realizou não foi a preparação de um ensemble onde

$\Delta p_y \Delta y \ll h$, pois a partícula foi absorvida em P. Se tentássemos produzir um tal ensemble, retirando o detector "y" para inferir da possível resposta negativa de todos os outros que a posição da partícula em P era y , os efeitos de difração no "buraco" assim formado fariam com que após a partícula passar por P a quantidade δp_y seria tal que $\delta y \delta p_y \gg h$.

Para não nos afastarmos demasiadamente do curso de nossa exposição, finalizaremos aqui esses esclarecimentos acerca das relações de Heisenberg. Embora rapidamente, procuramos mostrar que suas "interpretações clássicas", além de não serem obteníveis a partir do formalismo quântico e de apoiarem-se em uma confusão entre medida e preparação de estado, não são necessárias, tendo-se em vista a interpretação alternativa que apresentamos, esta sim com suportes teórico e experimental. Remetemos o leitor à vasta literatura existente para uma argumentação mais extensiva sobre esses pontos.⁵⁹

I.3 FENÔMENOS DE INTERFERÊNCIA QUÂNTICA E INTERPRETAÇÃO DE COPENHAGEN

É bem sabido o fato de que inexistiam, à época em que L. de Broglie propôs a existência de ondas de matéria (1924), evidências experimentais que a confirmassem. de Broglie parece ter sido heurísticamente levado a esta concepção

por considerações de ordem estética, buscando a contraparte das características corpusculares da radiação, que se já haviam revelado através das análises de Planck e Einstein da radiação de corpo negro e do efeito fotoelétrico, respectivamente, bem como dos resultados experimentais de Frank e Hertz e de Compton.

Foi Einstein, porém, quem chamou a atenção da comunidade dos físicos para a idéia de de Broglie, ao explorar as possibilidades de aplicação concreta dos "pacotes de onda", em 1925. É interessante notar que neste mesmo ano Einstein trouxe novas evidências em corroboração à tese da existência de ondas de matéria, mostrando que a expressão para as flutuações da energia em torno de seu valor de equilíbrio para um gás quântico (tipo Bose-Einstein) continha, ao lado do esperado termo molecular, um termo ondulatório.

Em 1927, graças a um acidente de laboratório, Davisson e Germer obtiveram a primeira demonstração experimental da idéia de de Broglie, através da observação de difração de elétrons em cristais de níquel. Com isso de Broglie ganhou o Prêmio Nobel, e a Física um intrigante problema.

As características ondulatórias da matéria representam um enorme desafio às formas clássicas do pensamento em Física. A representação de uma partícula por um pacote de ondas traz, de imediato, um grave problema. Segue trivialmente da teoria clássica de ondas (análise de Fourier) que, na medida em que uma perturbação ondulatória ("pacote") for tornando-se bem localizada no espaço, a faixa de freqüências das ondas monocromáticas que o compõem irá se ampliando correspondentemente; por outro lado, ao mesmo tempo em que se restringe aquela faixa de freqüências, a perturbação estende-se no espaço. Ora, se se correlacionar momento com freqüência através das relações de Einstein-de Broglie,

$$E = h\nu \quad e \quad p = h/\lambda ,$$

obter-se-á, pela identificação da partícula com o pacote, uma representação essencialmente não-clássica da mesma. Quanto mais precisa a sua localização no espaço físico, menos precisa

a sua localização no espaço de momento, e vice-versa.

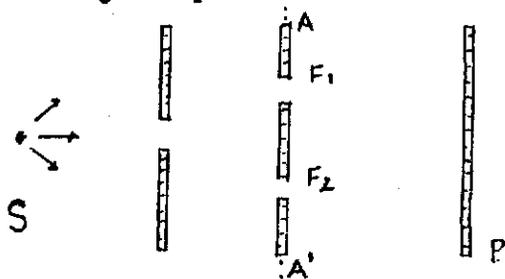
Semelhante raciocínio forneceu as primeiras bases a Bohr na concepção de sua doutrina da complementaridade. A identificação da partícula com o pacote acarreta indeterminações nas próprias definições de posição e momento; essa abordagem bohriana é bem diversa da de Heisenberg, de perturbações mecânicas incontrolláveis durante o ato de medida acarretando indeterminações nas variáveis dinâmicas do sistema quântico. Na resposta a EPR, em 1935, Bohr introduz, porém, elementos desta idéia de Heisenberg, ao mesmo tempo em que começa a dar ênfase na "totalidade do fenômeno quântico", ênfase essa que se tornará plena um pouco mais tarde, com o abandono definitivo da noção de perturbação mecânica incontrollável no processo de medida. Isto mostra de algum modo a marcante oscilação no pensamento de Bohr.

Convém notar, todavia, com Ballentine, que a identificação literal da partícula com o pacote é a assunção da Interpretação de Copenhagen de que a função de onda descreve exaustivamente as propriedades individuais da partícula "resultam na mesma coisa",⁶⁰ com relação à questão de que se está aqui tratando. Após este comentário, Ballentine, porta-voz autorizado da Interpretação Estatística, levanta um forte argumento contra estas suposições, que é o do espelho semi-transparente, já mencionado acima. "A partícula será ou refletida ou transmitida, sem perda de energia, enquanto que o pacote de ondas é dividido, metade de sua amplitude sendo transmitida e metade sendo refletida. Uma aplicação consistente da Interpretação Estatística fornece a conclusão correta de que a divisão do pacote de ondas dá as probabilidades relativas de transmissão e reflexão das partículas."

Os fenômenos de difração e interferência de partículas, porém, contrariam de modo fragoroso a intuição física ordinária. A interferência, em particular, veio trazer dificuldades de grande monta à tese do realismo ingênuo. Tal fenômeno aparece em vários experimentos, como por exemplo, o da fenda dupla, o do interferômetro de Michelson, o de Pflieger

& Mandel. Mas a natureza da dificuldade é essencialmente a mesma em todos eles. Portanto, uma análise da experiência da fenda dupla bastará para ilustrar o ponto.

O arranjo experimental é o esquematizado abaixo:



A dificuldade aparece nos experimentos de baixa intensidade, nos quais apenas uma partícula por vez está entre a fonte emissora, S, e o anteparo registrador, P. Nessas condições, é bem sabido que interferência ainda é observada, como mostraram pela primeira vez Dempster e Batho, em 1927. Segundo o realismo, a trajetória será sempre bem definida, a partícula passando ou por F_1 ou por F_2 . A função de onda forneceria a distribuição de probabilidades num ensemble, distribuição esta que reproduz o padrão de interferência obtido em P. Até aqui tudo bem. Acontece, porém, que obstruindo-se uma das fendas, as franjas de interferência peculiares à experiência da fenda dupla desaparecerão em P, que registrará a figura de difração de fenda única. Chega-se, assim, à estranha conclusão de que ao atravessar F_1 (F_2) a partícula "sabe" se F_2 (F_1) está aberta ou fechada, ou, em termos menos informais, o comportamento da partícula após atravessar uma fenda depende do fato de a outra estar aberta ou fechada.

O realista poderia defender sua posição invocando um possível mecanismo físico pelo qual a condição de uma das fendas se refletisse de algum modo sobre o comportamento de uma partícula passando pela outra fenda. Pode-se, por exemplo, admitir que a presença de um objeto obstruindo a fenda altere algum campo de forças com efeito sobre a partícula. Mas é difícil mesmo imaginar uma interação desse tipo, pois a forma, tamanho, constituição do objeto são irrelevantes, além de sua presença não alterar o padrão de fenda dupla, contanto que não esteja exatamente sobre a fenda. Outra possibilidade que

tem sido explorada⁶¹ é imaginar um meio, um "éter", que tivesse a propriedade de reter informações sobre a passagem de uma partícula: se elas vêm sistematicamente de uma só das fendas, o meio modificar-se-ia de tal modo a influenciar o comportamento das partículas que chegassem posteriormente. Ainda aqui as dificuldades parecem de difícil superação, quando se cogita de um deslocamento de toda a aparelhagem através do suposto meio; a informação teria de se propagar de maneira peculiaríssima, ou o meio teria de ser arrastado com a aparelhagem.⁶²

Os mesmos problemas surgem com o interferômetro de Michelson. As experiências de Pfleeger & Mandel, de 1967,⁶³ parecem ainda mais intrigantes: mostram interferência entre fótons de dois "lasers" independentes. Assim, os fótons teriam de "saber" se o outro "laser" está ou não ligado.

É bem conhecido o fracasso de Einstein ao tentar demonstrar, através de uma experiência de pensamento, que as trajetórias poderiam ser observadas mesmo quando franjas de interferência fossem obtidas. Einstein pretendia que, desconectando-se o diafragma que contém as fendas de seu suporte, de modo a permitir-lhe pequenos movimentos na direção AA' (indicada na figura acima), poder-se-ia determinar a trajetória de uma partícula que incidisse sobre a região mais ou menos central de P: se aquele diafragma sofre um recuo "para cima", isto indicaria que a partícula veio de F₁; se o recuo foi "para baixo", ela veio de F₂. A idéia é simples, mas Bohr mostrou sua inoperância. Pôde mostrar que, para que a informação acerca do recuo do diafragma ao longo de AA' seja relevante para os propósitos de Einstein, deve haver um limite superior (cujo valor calculou) para a indeterminação em seu momento ao longo de AA'; então, considerando o diafragma um objeto quântico (apesar de ser macroscópico), sujeito, portanto, às relações de indeterminação de Heisenberg, deve haver uma indeterminação mínima em sua posição (e, conseqüentemente, na posição das fendas), indeterminação esta suficiente para

obliterar o padrão de interferência em P.

Nesta situação específica, as idéias não-realistas da Interpretação de Copenhagen parecem ser menos embaraçosas.⁶⁴ Bohr argumenta que o contexto experimental no qual se obtém interferência (diafragma e anteparo fixos) é diferente e incompatível com aquele no qual trajetórias podem ser observadas; em cada um destes contextos o conjunto de conceitos que encontra aplicação legítima é diferente; quando o arranjo é apropriado à obtenção de interferência, a posição da partícula no diafragma é conceito ilegítimo, sendo desprovidas de significado as proposições que a ele se referirem. A abordagem de Heisenberg é bem outra: no caso de obtenção de interferência, cada uma das partículas estaria "potencialmente" presente nas duas fendas; quando, porém, se efetua uma medida de posição, como no experimento de Einstein, a partícula sairia deste estado "potencial" para um estado atual, com conseqüente introdução de perturbações mecânicas que irão destruir o padrão de interferência em P.

Seria injusto, porém, deixar sem menção aquela que é uma das mais explícitas tentativas de conciliar a ocorrência de interferência com uma visão mais clássica das partículas que satisfaça aos requisitos da Interpretação Estatística. Trata-se do ambicioso programa de Alfred Landé de deduzir toda a teoria quântica a partir de alguns princípios simples e gerais de simetria, continuidade e invariância. Landé buscou inspiração para o seu programa na "interpretação corpuscular" dos fenômenos de difração e interferência da luz, proposta por Duane, em 1923, e cuja idéia básica é a da transferência quantizada de momento entre a radiação e um objeto material com estrutura periódica, a qual permite a dedução correta da Lei de Bragg.

Landé denominou o seu programa de "interpretação corpuscular unitária" (unitary particle interpretation), em contraposição à "interpretação ondulatória unitária" de Schrödinger, e à "interpretação dualista onda-partícula", de

Bohr. Tal programa enquadra-se perfeitamente dentro da Interpretação Estatística, mas é contrário às TVO's; para Landé, não-determinismo é uma característica essencial e irreduzível do microcosmo; pretendeu explicá-lo através do "princípio de continuidade causa-efeito", já presente no pensamento de Leibniz.

Os fenômenos tipo ondulatório observados com partículas encontrariam, dentro da "interpretação corpuscular unitária", uma explicação natural em termos de interações mecânicas com transferência quantizada de momento entre as partículas e estruturas cristalinas, não havendo necessidade de se invocar qualquer natureza dual para as partículas,⁶⁵ e sem a necessidade de confundir o objeto com suas propriedades; no experimento da fenda dupla, o diafragma, com sua estrutura de fenda, se comportaria como o objeto com periodicidade que a teoria requer.

Embora atraente — na opinião entusiasmada de W. Yourgrau, "um verdadeiro requeim para a dualidade"⁶⁶ —, o programa de Landé não está ainda plena e satisfatoriamente desenvolvido, e nem imune a críticas. Para responder a uma objeção de H. V. Stopes-Roe acerca da experiência da fenda dupla, por exemplo, Landé viu-se na contingência de ter de invocar algum tipo de comunicação instantânea entre certas partes do sistema. Dificuldades como essa repercutem negativamente na doutrina do realismo, que poderia encontrar no programa de Landé um ponto de apoio.

CAPÍTULO II

RESULTADOS ALGÉBRICOS CONTRÁRIOS AO REALISMO

II.1 TEORIAS DE VARIÁVEIS OCULTAS - CARACTERÍSTICAS GERAIS

Em MQ são muitos os tipos de TVO's propostas. Porém, a idéia fundamental é a de fornecer uma atribuição completa de valores aos observáveis da MQ, i.e., atribuir valores aos observáveis também nos estados não-autoestados dos correspondentes operadores, de maneira compatível com a atribuição parcial de valores da MQ.⁶⁷

Não interessará aos objetivos deste trabalho a análise das particularidades de cada um dos vários esquemas de atribuição de valores,⁶⁸ mas sim suas características gerais,⁶⁹ pois é com base nessas características que as TVO's serão classificadas em diferentes categorias, e examinada a exeqüibilidade de sua implementação. Até a Seção II.6, porém, não iremos nos preocupar senão com uma dessas categorias, viz., a que representa melhor as pretensões realistas.⁷⁰

O plano geral de uma TVO desse tipo é o seguinte.

A cada estado quântico ψ associa-se um conjunto Λ de variáveis ocultas, que serão denotadas por λ , inobstante poderem consistir de um número qualquer de parâmetros. A cada observável A da MQ associa-se uma função-resposta

$$[A]: \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$$

tal que $[A](\lambda)$ dá o valor de A no estado (oculto) λ . Sobre a σ -álgebra $\mathcal{C}(\Gamma)$ dos subconjuntos Γ de Λ é definida uma medida de probabilidade μ , tal que $\mu(\Gamma)$ dá a probabilidade de o estado oculto de um membro do ensemble caracterizado por ψ pertencer ao subconjunto Γ de Λ .⁷¹

A concordância com as previsões da MQ⁷² é obtida através das seguintes exigências:

MEDIDA FIEL (MF): qualquer medida de um observável A revela o valor $[A]$ que A tinha imediatamente antes da medida.

REGRA DO ESPECTRO (RE): ⁷³

$$\{[A](\lambda) \mid \lambda \in \Lambda\} = \{x \mid P_A^\Psi(x) \neq 0\}$$

onde $P_A^\Psi(s)$ é a probabilidade quântica de uma medida de A no estado Ψ dar um valor no subconjunto Borel S de \mathbb{R} :

$$P_A^\Psi(s) = \langle \Psi \mid \chi_s(A) \mid \Psi \rangle$$

(onde χ_s é a função característica de S). Essencialmente, essa regra restringe a atribuição de valores de um observável ao seu espectro de autovetores e, para um dado Ψ , àqueles autovalores com probabilidade não-nula de resultarem em uma medida.

REGRA DA VARIÁVEL ALEATÓRIA (RVA): ⁷⁵

$$\mu\{[A]^{-1}(s)\} = P_A^\Psi(s)$$

REGRA DA DISTRIBUIÇÃO CONJUNTA (RDC):

$$\mu\{[A]^{-1}(s) \cap [B]^{-1}(t)\} = P_{A,B}^\Psi(s \times t)$$

para quaisquer A, B tais que $[A, B] = 0$

onde

$$P_{A,B}^\Psi(s \times t) = \langle \Psi \mid \chi_s(A) \chi_t(B) \mid \Psi \rangle$$

Essas duas últimas regras asseguram a concordância das distribuições de probabilidades para os valores possuídos e para os resultados de medida previstos pela MQ.

II.2 A PROVA DE VON NEUMANN

Em 1932, J. von Neumann apresentou um resultado formal da "impossibilidade" das TVO's, e que logo alcançou fama. Destinava-se a influenciar profundamente a história das TVO's. O livro que contém a prova ⁷⁶ representou o primeiro tratado rigoroso sobre a matemática da MQ, e até hoje é muito influente, dada a sua abrangência e precisão. É portanto, de imaginar o impacto causado e o grau de persuasão do referido resultado, que von Neumann, do alto de sua autoridade, anunciava informalmente, após a prova matemática, nos seguintes termos:

"Deve-se notar que não precisamos ir mais longe no (estudo do) mecanismo dos 'parâmetros ocultos', já que agora sabemos que os resultados estabelecidos

da Mecânica Quântica jamais poderão ser reobtidos com seu auxílio (...). Não se trata, pois, como frequentemente se assume, de uma questão de reinterpretação da Mecânica Quântica, — o atual sistema (da MQ) teria de ser objetivamente falso para que outra descrição dos processos elementares (...) fosse possível." 77

von Neumann coloca a questão da existência de TVO's em termos da questão equivalente da existência de ensembles sem dispersão, i.e., ensembles para os quais, para todo observável A ,

$$(II-1) \quad \mathcal{E}_{sp}(A^2) = [\mathcal{E}_{sp}(A)]^2$$

onde ' \mathcal{E}_{sp} ' denota o valor esperado (para resultados de medida).

Antes do resultado formal referido, von Neumann apresenta um argumento informal, baseado na teoria de perturbação no ato de medida,⁷⁸ pelo qual conclui ser impossível preparar ensembles sem dispersão.⁷⁹ Segundo E.P. Wigner,⁸⁰ seu amigo pessoal, era esse argumento, e não o outro, que persuadia von Neumann da "inexistência" das TVO's. Essa observação é corroborada pela análise do texto de von Neumann, onde, fazendo o intrólito para o resultado formal, refere-se à "ficção" de ainda se tentar, mesmo conceitualmente, subdividir um ensemble quântico em duas (ou mais) partes.

von Neumann começa notando que um dado ensemble pode ser caracterizado completamente por uma função, " \mathcal{E}_{sp} ", que dê os valores esperados de todos os observáveis. Sendo assim, decide investigar a forma mais geral possível de uma tal função. Toma por base as seguintes pressuposições:⁸¹

- i) A correspondência entre operadores autoadjuntos e observáveis é biunívoca;
- ii) (I) Se um observável é representado pelo operador R então uma função f daquele observável é representada por $f(R)$;
- iii) (II) A soma de vários observáveis representados por R, S, \dots é representada pelo operador $R + S + \dots$, comutem ou não mutuamente esses operadores;
- iv) (A') Se o observável R é "por natureza" não-negativo (e.g., se é o quadrado de um outro), então $\mathcal{E}_{sp}(R) \geq 0$;

v) (B') se R, S, \dots são observáveis arbitrários e a, b, \dots são reais, então

$$E_{\chi p}(aR + bS + \dots) = a E_{\chi p}(R) + b E_{\chi p}(S) + \dots$$

Com essas premissas, prova então o teorema principal de que para um observável qualquer, A ,

$$E_{\chi p}(A) = \text{Traço}(WA)$$

onde W é um operador positivo definido, da classe de traço e independente de A , i.e., é um operador estatístico.

Esse importante resultado tem alcance que transcende a questão das TVO's, pois mostra que a expressão usual para valores médios da MQ, e, portanto, a regra probabilística de Born, não precisa ser introduzida como um postulado adicional se se toma por base as premissas i) a v). Sua aplicação ao caso das TVO's é feita por von Neumann da seguinte forma:

seja $A = |\phi\rangle\langle\phi|$, onde $\langle\phi|\phi\rangle = 1$. Usando o teorema na expressão (II-1), obtém-se

$$\text{Traço}(WA) = [\text{Traço}(WA)]^2$$

ou seja,

$$\langle\phi|W|\phi\rangle = [\langle\phi|W|\phi\rangle]^2$$

Logo, $\langle\phi|W|\phi\rangle$, vale 1 ou 0. Como ϕ pode, mantendo-se a condição $\langle\phi|\phi\rangle = 1$, variar continuamente entre ϕ' e ϕ'' ,⁸² $\langle\phi|W|\phi\rangle$ também varia continuamente, neste caso. É, pois, constante, pois $\langle\phi|W|\phi\rangle$ é sempre 1 ou 0. Daí se conclui que $W=0$ ou $W=1$, para ensembles sem dispersão. Ora, $W=0$ tem de ser descartado, porque daria $E_{\chi p}(A)=0$ para qualquer A . E também $W=1$ não serve, pois $\text{Traço}(1) = d$ (=dimensão do espaço, em geral maior do que 1).

Este resultado de von Neumann foi tido como correto pela grande maioria dos físicos durante mais de três décadas, não sendo irrelevante para esta aceitação quase geral a grande autoridade de von Neumann. Apesar, porém, desta prova de "impossibilidade", vários modelos matematicamente consistentes de TVO's foram propostos durante esse período, e mesmo antes do resultado de von Neumann, fornecendo algum indício de que algo estava errado com a prova.

Em 1926-27, L. de Bröglie propôs uma interpretação

alternativa da função de onda, que a presumia um campo físico real propagando-se segundo a Equação de Schrödinger, intimamente acoplado à partícula (que tinha sempre posição e momento bem definidos) e que lhe servia de "guia"; os efeitos de difração e interferência podiam ser explicados através deste acoplamento entre a partícula e sua "onda piloto". Essa interpretação, que, na verdade é uma TVO, foi abandonada pelo próprio Schrödinger devido às dificuldades que surgiram no tratamento de sistema de mais de uma partícula.

O primeiro modelo de TVO que alcançou notoriedade surgiu em 1951, com D. Bohm, e fazia uso do "potencial quântico" $U(x) = -\hbar^2/2m (\nabla^2 R(x) / R(x))$, onde $R(x)$ é a amplitude da função de onda e x (posição) é a variável oculta. Esse potencial, agindo conjuntamente com os potenciais clássicos, produziria os efeitos quânticos. A partir deste trabalho de Bohm, reavivou-se o interesse pelas TVO's, e o resultado de von Neumann foi-se tornando mais e mais suspeito.

As críticas à prova de von Neumann, porém, datam de épocas anteriores. Jammer refere-se⁸³ ao trabalho de Grete Hermann, de 1935, em que acusava von Neumann de haver cometido um petitio principii: teria introduzido nas premissas da prova uma logicamente equivalente à tese a ser provada, a saber, a que assume a linearidade dos valores esperados dos observáveis (condição (v), acima). Hermann nota que o fato de tal propriedade ser válida quando os valores esperados são calculados sobre ensembles quânticos não implica que deva também ser válida para possíveis sub-ensembles especificados por algum tipo de variável oculta, apresentando menor dispersão, ou nenhuma dispersão. De fato, é curioso notar que von Neumann avança como justificativa para aquela premissa exatamente a sua validade no caso da MQ.⁸⁴ Embora a crítica de Hermann tenha incidido sobre o elemento problemático da prova, aparentemente não exerceu influência significativa nos desenvolvimentos posteriores.

Um aspecto muito criticado na prova de von Neumann é que ela é entendida eliminar a possibilidade de TVO's

formuladas dentro da estrutura formal da MQ, de operadores autoadjuntos em espaços de Hilbert, não sendo correto inferir de sua (contrafactual) validade a impossibilidade de TVO's formuladas dentro de estruturas matemáticas diferentes daquela. Esta objeção (que também se aplica aos demais resultados negativos discutidos no presente Capítulo) foi lembrada pela própria G. Hermann, por Jean Ullmo e Hans Reichenbach, entre outros; embora correta, não tem exercido maiores influências na prática, dada a inexistência, até o presente, de alternativas matemáticas viáveis.

Em 1964, Bell remeteu um importante artigo sobre o problema das variáveis ocultas em MQ à *Reviews of Modern Physics*, e que só foi publicado dois anos mais tarde, primeiro por ter sido devolvido pelo "referee" (!), e depois por ter sido mal classificado nos arquivos da revista. Neste artigo,⁸⁵ referindo-se às tentativas de refutação da prova de von Neumann, Bell declara que "pôde rever a posição com tal clareza e simplicidade que todas as discussões anteriores serão eclipsadas".⁸⁶ E, de fato, essa mal disfarçada "modéstia" de Bell mostrá-se plenamente justificada.

Principia o artigo propondo uma TVO para um sistema de spin $1/2$ e que, não obstante sua consistência matemática, reproduz todas as predições estatísticas da MQ. Após isto, aborda e resolve com "clareza e simplicidade" o problema da prova de von Neumann, mostrando que sua premissa de linearidade é fisicamente insustentável, por não ser válida em ensembles sem dispersão, no caso de observáveis incompatíveis. "À primeira vista", considera Bell, "a requerida aditividade dos valores esperados parece assaz razoável,"⁸⁷ e é indiscutivelmente válida para ensembles quânticos. No entanto, a peculiaridade de tal propriedade pode ser reconhecida ao se atentar para o fato de não ser válida para medidas individuais de observáveis incompatíveis. Bell dá um exemplo trivial: a medida do componente S_x do spin de uma partícula requer um dado arranjo experimental; a de S_y , outro arranjo diferente; e a de $(S_x + S_y)$ ainda um outro diferente dos dois primeiros,

não se devendo esperar seja possível correlacionar os três resultados. Por exemplo, no caso de spin $1/2$, os possíveis resultados de medida do observável $(S_x + S_y)$ são os autovalores $\pm(\sqrt{2}/2)\hbar$, que não são exprimíveis como a soma dos possíveis resultados de medida de S_x e S_y , $\pm h/2$. O fato de a média $\text{Exp}(S_x + S_y)$ de $(S_x + S_y)$, obtida através de uma série de muitos experimentos de um dado tipo, ser igual à soma das médias de S_x e S_y , $\text{Exp}(S_x) + \text{Exp}(S_y)$, obtidas através de experimentos de outros tipos, "é uma propriedade muito peculiar dos estados quânticos".⁸⁸

Desde que em um ensemble sem dispersão o valor esperado de um observável será um de seus autovalores, e como autovalores de operadores que não comutam entre si não são aditivos, como ilustra o exemplo de Bell, acima, segue-se necessariamente que a condição de linearidade não pode ser verdadeira em ensembles sem dispersão. Como esta condição foi assumida também para observáveis compatíveis, para os quais não elimina ab initio a possibilidade de ensembles sem dispersão, não se pode dizer que a prova de von Neumann seja a rigor circular, mas apenas inválida.

II.3 OS RESULTADOS DE GLEASON-BELINFANTE E DE BELL

Em 1957, A.M.Gleason,⁸⁹ em resposta a um desafio feito no mesmo ano pelo matemático G.W.Mackey, provou um importante resultado na axiomática da MQ: toda medida μ sobre os subespaços fechados de um espaço de Hilbert \mathcal{X} (real ou complexo) de dimensão maior ou igual a três é da forma

$$\mu(\Gamma) = \text{Traço}(W P_\Gamma)$$

onde P_Γ é a projeção ortogonal de \mathcal{X} em Γ , e W é um operador positivo definido da classe de traço.

Gleason obteve, assim, o resultado pretendido por von Neumann,⁹⁰ mas agora sem a utilização da linearidade dos valores médios. Na verdade, a abordagem de Gleason é bem diversa; faz uso das (por ele) denominadas "funções referencial" (frame functions):

"Uma função referencial de peso ω , para um espaço de Hilbert separável \mathcal{H} , é uma função f de valores reais definida sobre a (superfície) da esfera unitária em \mathcal{H} , tal que se $\{\phi_i\}$ é uma base de \mathcal{H} então

$$\sum_i f(\phi_i) = \omega. \quad "91$$

Embora não tivesse em vista o problema das variáveis ocultas, Gleason, com seu trabalho, acabou, como consequência marginal, abrindo uma nova linha de ataque às TVO's.⁹² Ocorre que um lema provado no decorrer do texto, embora sem receber denominação ou destaque,⁹³ veio a mostrar-se de importância para a questão da existência das TVO's, quando posteriormente "descoberto" e trabalhado por Bell e Belinfante:⁹⁴ Seja \mathcal{H}_3 um subespaço tridimensional qualquer de \mathcal{H} , i.e., o espaço formado pelos vetores $\phi = \sum_{i=1}^3 c_i \phi_i$, onde $\{\phi_i\}$ é uma base qualquer de \mathcal{H} e os c_i 's complexos. Seja \mathcal{R}_3 um subespaço "real" qualquer de \mathcal{H}_3 , i.e., o espaço formado pelos vetores $\phi' = \sum_{i=1}^3 r_i \phi_i'$ onde $\{\phi_i'\}$ é uma base qualquer de \mathcal{H}_3 , e os r_i 's reais. O lema é então que

"qualquer função referencial não negativa $f(\phi')$ em \mathcal{R}_3 é necessariamente uma função contínua dos coeficientes r_i , que determinam ϕ' por intermédio da expressão $\phi' = \sum_{i=1}^3 r_i \phi_i'$."

Para ver a relevância desse lema para a questão das variáveis ocultas, precisamos introduzir o conceito de função-verdade,⁹⁵ que também será útil em discussões posteriores, e que faz parte de uma outra maneira de abordar o problema das TVO's.

De início, seguiremos de perto Belinfante(1973),⁹⁶ Porém, apontaremos as deficiências de sua apresentação, e procuraremos eliciar cuidadosamente as pressuposições "ocultas", muito importantes para a avaliação da força relativa do argumento.

"Uma proposição, em MQ, é uma declaração de que um sistema físico está num estado correspondente a um vetor de Hilbert num dado subespaço do espaço de Hilbert." No caso de tais subespaços serem unidimensionais,⁹⁷ as proposições serão declarações do tipo: 'Se pudéssemos verificar isto através de uma mensuração adequada, encontraríamos o sistema no estado ϕ_n '.

"Jauch e Piron(1963) e Kochen e Specker(1967) assumiram que, em qualquer TVO, as variáveis ocultas necessariamente poderiam dizer se uma tal proposição é 'verdadeira' ou 'falsa'. Isto é, de acordo com eles, deveria ser possível, para qualquer estado de uma TVO, (Ψ, λ) , atribuir a qualquer vetor de Hilbert ϕ_n um 'valor de verdade' \mathcal{V} tal que $\mathcal{V}=1$ significaria que a proposição acima mencionada, relativa ao sistema estar em ϕ_n , seria verdadeira, enquanto que $\mathcal{V}=0$ significaria que ela é falsa. Esse \mathcal{V} , então, dependeria somente de Ψ , λ e do estado ϕ_n sobre o qual a declaração é feita:

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}(\phi_n; \Psi, \lambda)."$$

Essa função-verdade satisfaria ainda a seguinte condição:⁹⁸

$$(S) \quad \sum_n \mathcal{V}(\phi_n) = 1, \quad \text{para qualquer base } \{\phi_n\} \text{ de } \mathcal{H}.$$

É imediato ver que o lema de Gleason elimina esse tipo de TVO, uma vez que a função-verdade é uma função referencial (de peso 1). Teria, pois, que ser contínua: entre ϕ e ϕ' com $\mathcal{V}(\phi)=0$ e $\mathcal{V}(\phi')=1$ deveria haver um ϕ'' tal que $0 < \mathcal{V}(\phi'') < 1$, o que contraria a definição de \mathcal{V} . Logo, é impossível definir uma tal função-verdade.

Uma dificuldade que salta à vista nesse esquema de TVO é a relativa à ambiguidade na definição de uma proposição. Se o estado (completo) do sistema já é descrito pelo par (Ψ, λ) , que inclui o estado quântico Ψ , como pode então falar-se em o sistema 'estar ou não no estado ϕ_n '? Se, como parece ser o caso, Belinfante pretende que ϕ_n seja o estado pós-medida (de um observável que tenha ϕ_n como autovetor), resolve-se a ambiguidade, mas através do controverso postulado de projeção. Há, ademais, o fato, reconhecido explicitamente por Belinfante,⁹⁹ de que as medidas geralmente destroem o sistema.

Seja como for, a verdadeira intenção é a de prever se o valor de um observável A que tem ϕ_n como autovetor é ou não o autovalor correspondente. Assim:

$$\mathcal{V}(\phi_n) = 1 \Rightarrow [A] = a_n \quad (A \phi_n = a_n \phi_n)$$

Note-se, porém, que

$$[A] = a_n \not\Rightarrow \mathcal{V}(\phi_n) = 1$$

ou, equivalentemente,

$$\mathcal{V}(\phi_n) = 0 \not\Rightarrow [A] \neq a_n$$

pois a_n pode ser degenerado, caso em que existirá $\phi_n' \neq \phi_n$, $A\phi_n' = a_n \phi_n'$, e assim $[A] = a_n$ pode significar tanto $\mathcal{V}(\phi_n) = 1$ como $\mathcal{V}(\phi_n') = 1$. (Evidentemente, se a_n não é degenerado, então $\mathcal{V}(\phi_n) = 1 \Leftrightarrow [A] = a_n$.)

Percebe-se, assim, que nesta abordagem pretende-se chegar à atribuição de valores aos observáveis por um caminho indireto, via uma função-verdade definida sobre a esfera unitária do espaço de Hilbert. Essa abordagem, todavia, só fará sentido se as dificuldades que enumeramos a seguir puderem ser satisfatoriamente solucionadas.

Se dentre os infinitos operadores que têm ϕ_n como autovetor nenhum corresponder a um observável, não haverá razões físicas para definir \mathcal{V} sobre esse ϕ_n , e a prova de Gleason-Belinfante (que assume que o domínio de \mathcal{V} é toda a esfera unitária S) poderia ser rejeitada como destituída de fundamentação física. Destarte, é necessário assumir, naquela prova, que

(CORR^{*}): Pelo menos um dos operadores que têm ϕ_n como autovetor corresponde a um observável.

Resta ainda justificar a condição (S), ou seja,

para qualquer base $\{\phi_i\}$: $\left\{ \begin{array}{l} \text{i) } \exists \phi_k \in \{\phi_i\} \mid \mathcal{V}(\phi_k) = 1 \text{ e} \\ \text{ii) } \mathcal{V}(\phi_j) = 0 \end{array} \right.$

Mas claramente isto só poderá ser feito se se introduzir uma condição suficiente para $\mathcal{V}(\phi_n) = 1$. (Relembrando: a existência de um observável A que tenha ϕ_n como autovetor, assegurada por CORR^{*}; e $[A] = a_n$ são condições necessárias para $\mathcal{V}(\phi_n) = 1$.)

Resulta da discussão acima que a condição suficiente mais fraca possível é que

(CORR^m): Para cada base $\{\phi_i\}$, pelo menos um dos operadores maximais que têm $\{\phi_i\}$ por conjunto completo de autovetores¹⁰⁰ corresponde a um observável.

Prova: Da referida discussão, tem-se que $[A] = a_n \Rightarrow \mathcal{V}(\phi_n) = 1$ se e somente se a_n é não-degenerado. Por-

tanto, o operador (A) exigido por CORR^* deve ter o autovalor (a_n) associado a ϕ_n não-degenerado; pois do contrário perde-se a condição suficiente para $V(\phi_n)=1$. Mas isso ainda não basta para a obtenção de (S), pois se $[A] \neq a_n$ então $V(\phi_n)=0$ e nada garante que $V(\phi_j)$ seja 1 para algum outro membro ϕ_j de $\{\phi_i\}$. A menos que os membros de $\{\phi_i\}$ sejam os autovetores de algum operador maximal B que corresponda a um observável. Pois nesse caso, pela Regra do Espectro $[B] = b_\kappa$ para um (e só um) autovalor b_κ ($B \phi_\kappa = b_\kappa \phi_\kappa$); assim, $V(\phi_\kappa)=1$. E como $[B] \neq b_j$, $j \neq \kappa$, tem-se também que $V(\phi_j)=0$.

Há ainda outra dificuldade, decorrente da possível existência de mais de um operador maximal que tenha ϕ_n como autovetor e corresponda a um observável (operadores "da classe OMn"). Pois pode acontecer que para dois operadores da classe OMn tenha-se

$$[A] = a_n \quad (A \phi_n = a_n \phi_n)$$

e, ao mesmo tempo,

$$[B] = b_{\kappa \neq n} \quad (B \phi_\kappa = b_\kappa \phi_\kappa)$$

Em tal situação, V seria multivalorada. Para evitar isso é preciso então assumir, para qualquer classe OMn, que se A e B são de uma classe OMn, então $[A] = a_n \Leftrightarrow [B] = b_n$, ou seja,

(CC^S): Se A e B são maximais, correspondem a observáveis, $A \phi_n = a_n \phi_n$ e $B \phi_n = b_n \phi_n$, então $[A] = a_n \Leftrightarrow [B] = b_n$.

Como pode existir um operador C não-maximal que corresponde a um observável e tem ϕ_n como autovetor, deve-se, na verdade, assumir a condição mais forte

(CC'): Se A e C correspondem a observáveis, $A \phi_n = a_n \phi_n$, $C \phi_n = c_n \phi_n$ e A é maximal, então $[A] = a_n \Rightarrow [C] = c_n$.

Um caso especial importante de CC^S é quando A e B estão associados a bases diferentes, em que equivale a dizer que

(NC): $\nu(\phi_j)$ não depende da base $\{\phi_i\}$ que contém ϕ_j e que é autobase do operador que corresponde ao observável usado para tornar ν (satisfazendo a condição (S)) bem definida.

Pode-se mostrar que CC^S tem como consequência

(M-FUNC): Se A e $g(A)$ são maximais e correspondem a observáveis, então $[g(A)] = g([A])$.

Prova:

$$A = \sum a_i P[\phi_i]$$

$$\Rightarrow g(A) = \sum g(a_i) P[\phi_i]$$

A e $g(A)$ maximais implica então, por CC^S , que para qualquer k ,

$$\nu(\phi_k) = 1 \Leftrightarrow [A] = a_k$$

e

$$\nu(\phi_k) = 1 \Leftrightarrow [g(A)] = g(a_k)$$

o que dá, então, o resultado requerido.

-o-o-o-o-

No já citado artigo de 1966, Bell, motivado pelo trabalho de Gleason, apresenta um novo argumento contra a possibilidade de ensembles sem dispersão, argumento esse provado de maneira mais simples que (e independente do) lama de Gleason, cuja prova é muito complexa.

Reapresentaremos, a seguir, esse argumento. Além de, como sempre, procurar tornar explícitas as pressuposições "ocultas", recorreremos a outra notação: Bell usa para a função referencial $f(\phi)$ o funcional $\langle P[\phi] \rangle$, que deve ser entendido como o valor esperado da projeção $P[\phi]$ no subespaço unidimensional ϕ de \mathcal{H} , num ensemble qualquer. O símbolo ' $\langle \rangle$ ', porém, pode dar a impressão de que tais funcionais têm a ver com propriedades dos valores esperados quânticos, o que não é o caso.¹⁰¹

Para uma base qualquer $\{\phi_i\}$, tem-se que

$$(II-2) \quad \sum P[\phi_i] = 1 \quad ;$$

assumindo então a linearidade dos valores esperados para observáveis compatíveis apenas, i.e.,

(v') Se R, S, \dots são observáveis compatíveis dois-a-dois, então $E_{xp}(aR + bS + \dots) = a E_{xp} R + b E_{xp} (S) + \dots$,

obtém-se, de (II-2),

$$(II-3) \quad \sum \text{Exp} (P_{[\phi_i]}) = 1.$$

Abrimos aqui um parêntese para fazer duas observações importantes. A primeira é a de que nessa passagem estão implícitas duas assunções:

$$(II-4) \quad \text{Exp} (1) = 1$$

e

(CORR') Todo operador de projeção sobre subespaços unidimensionais de \mathcal{X} corresponde a um observável.

Depois, queremos enfatizar que a condição (v') é uma assunção adicional e independente. Evidentemente, o fato de observáveis incompatíveis não satisfazerem à condição de linearidade de von Neumann para ensembles sem dispersão não implica que os compatíveis a satisfarão. Bell está interessado no caso de ensembles sem dispersão, caso em que $\text{Exp} (A) = [A]$ e (II-3) fica

$$(RS') \quad \sum [P_{[\phi_i]}] = 1.$$

É fácil ver que RS' não pode ser obtida de (II-2) sem a introdução de uma assunção adicional (além, é claro, de RE e CORR'). Basta considerar um estado (Ψ, λ) onde Ψ não é autovetor simultâneo dos $P_{[\phi_i]}$'s. (E.g. $\alpha\phi_1 + \beta\phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \dots$, onde $\alpha, \beta \neq 0, 1$) Nesse caso a MQ não dá os valores $[P_{[\phi_k]}]$, que deverão ser especificados pelo parâmetro complementar λ , e tal especificação pode ser tal que dois ou mais desses valores sejam 1, ou que nenhum seja 1.

Como os operadores de projeção são "por natureza" não-negativos, os seguintes resultados podem ainda ser obtidos, assumindo a condição (iv) de von Neumann:

(A) Se, para algum vetor ϕ , $\text{Exp} (P_{[\phi]}) = 1$ para um dado estado,¹⁰² então $\text{Exp} (P_{[\psi]}) = 0$ para qualquer ψ ortogonal a ϕ .

A prova disso é elementar.

(B) Se, para um dado estado, $\text{Exp} (P_{[\phi_1]}) = \text{Exp} (P_{[\phi_2]}) = 0$ para algum par ϕ_1, ϕ_2 de vetores ortogonais, então $\text{Exp} (P_{[\alpha\phi_1 + \beta\phi_2]}) = 0$ para quaisquer reais α e β .

A prova de (B) é importante, porque nela entra implicitamente uma assunção básica, na passagem que abaixo identificaremos por um asterístico, para posterior referência. Se ψ_1 e ψ_2 formam outra base para o subespaço gerado por ϕ_1 e ϕ_2 (membros de $\{\phi_i\}$), então, de (II-3),

$$E_{\chi_P}(P[\psi_1]) + E_{\chi_P}(P[\psi_2]) = 1 - \sum_{i \neq 1,2} E_{\chi_P}(P[\phi_i])$$

e também

$$E_{\chi_P}(P[\phi_1]) + E_{\chi_P}(P[\phi_2]) = 1 - \sum_{i \neq 1,2} E_{\chi_P}(P[\phi_i]).$$

Logo, (*)

$$E_{\chi_P}(P[\psi_1]) + E_{\chi_P}(P[\psi_2]) = E_{\chi_P}(P[\phi_1]) + E_{\chi_P}(P[\phi_2]).$$

Como ψ_1 pode ser expresso como $\alpha \phi_1 + \beta \phi_2$ e cada um dos termos da expressão acima é não-negativo, se o seu membro direito for nulo obtém-se $E_{\chi_P}(P[\alpha \phi_1 + \beta \phi_2]) = 0$. Q.E.D.

Bell usa agora (A) e (B) para provar que se ϕ e ψ são dois vetores tais que, para um dado estado,

$$E_{\chi_P}(P[\psi]) = 1$$

$$E_{\chi_P}(P[\phi]) = 0,$$

então

$$\|\phi - \psi\| > \frac{1}{2} \|\psi\|,$$

ou seja, ϕ e ψ não podem estar arbitrariamente "próximos".¹⁰³

Considerando agora ensembles sem dispersão, Bell aplica o seguinte raciocínio. Para tais ensembles, $E_{\chi_P}(P[\phi])$ vale 1 ou 0, para qualquer ϕ . De (II-3) "tem-se que ambos esses valores devem ocorrer e, desde que não há outros valores possíveis, deve haver pares ψ , ϕ arbitrariamente próximos com diferentes valores $[P[\psi]]$ e $[P[\phi]]$. Mas vimos acima que tais pares não poderiam estar arbitrariamente próximos. Logo, não há ensembles sem dispersão."¹⁰⁴

(Chamamos a atenção para que nesse raciocínio está implícita a validade de CORR'. Fine e Teller(1978) mostraram que essa assunção pode, nessa passagem, ser substituída por outra muito mais fraca, como veremos na Seção II.5.)

Observamos que para ensembles sem dispersão $E_{\chi_P}(P[\psi])$ é uma função-verdade:

$$E_{\chi_P}(P[\psi]) = v(\psi).$$

Isso faz com que a assunção implícita em (*), acima, seja, essencialmente, (NC), i.e., de que $E_{\chi\rho}(P[\phi])$ independe da base $\{\phi_i\}$ da qual ϕ é membro.

Como se vê, a prova de Bell só se especializa para ensembles sem dispersão em sua última etapa. Analisando-a, porém, nota-se que isto poderia ter sido feito desde o início. E nada se perderia, pois, afinal, é no caso de ensembles sem dispersão que reside o interesse. Assim, a condição (v') não é exigida em toda a sua plenitude; a assunção mínima requerida é um seu caso especial, a saber, a já mencionada

$$(RS^*) \quad \sum [P[\phi_i]] = [\sum P[\phi_i]] = 1$$

Essa constatação será importante para a comparação da força relativa das diversas provas algébricas.

Por fim, notamos que uma diferença importante entre a prova de Gleason-Belinfante e a de Bell é que a prova de que a função-verdade é contínua (lema de Gleason) é substituída pela prova muito mais simples de que vetores com diferentes valores de verdade não podem estar arbitrariamente próximos.

II.4 O RESULTADO DE KOCHEN & SPECKER

Em 1967, S. Kochen e E.P. Specker apresentaram uma prova de "impossibilidade" de TVO's a partir de uma nova abordagem, e que tem sido considerado o mais forte dos argumentos algébricos já apresentados.

Começam por fazer notar que o conjunto \mathcal{O} dos observáveis de uma teoria física apresentam uma estrutura algébrica, imposta pelo fato de existirem relações funcionais entre eles (e.g. A^2 e A), e que tal estrutura é independente da teoria em questão. Em particular, uma TVO deve preservar a estrutura algébrica dos observáveis da MQ. Através de uma construção simples, mostraram que se tal exigência não for preenchida¹⁰⁵ sempre será formalmente possível introduzir uma TVO.

Uma condição necessária para que essa estrutura algébrica seja preservada é, segundo Kochen e Specker, que

(FUNC) $[g(A)] = g([A])$ para qualquer função Borel g , qualquer observável A e qualquer estado completo (ψ, λ) .

Ou seja, os valores dos observáveis devem obedecer às mesmas relações funcionais que os observáveis.

A estrutura algébrica a ser preservada é formalizada através do conceito de álgebra parcial de operadores. O conjunto \mathcal{O} dos observáveis da MQ é mostrado então formar uma álgebra parcial \mathcal{Q} sobre o campo dos reais, e a relação FUNC implica que uma condição necessária para a existência de uma TVO é a existência de um "imbedding" dessa álgebra parcial numa álgebra comutativa (como o conjunto das funções resposta $[]: \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$).

Um álgebra parcial sobre o campo Z_2 de dois elementos é chamada uma álgebra booleana parcial. O conjunto dos elementos idempotentes de \mathcal{Q} (i.e., os operadores de projeção) forma uma álgebra booleana parcial \mathcal{B} . (Por poderem assumir apenas dois valores, os operadores de projeção têm sido interpretados como as "proposições" da MQ. Essa definição é essencialmente a mesma que apresentamos na Seção anterior.) Também necessária para a existência de uma TVO é a existência de um "imbedding" de \mathcal{B} numa álgebra booleana.

Um teorema de Kochen e Specker¹⁰⁶ estabelece então que uma condição necessária e suficiente para existir um "imbedding" de uma álgebra parcial booleana \mathcal{N} numa álgebra booleana \mathcal{B} é que para cada par de elementos distintos a e b de \mathcal{N} exista um homomorfismo $h: \mathcal{N} \rightarrow Z_2$ tal que $h(a) \neq h(b)$.

Deixando em suspenso por um tempo a estrutura algébrica dos operadores autoadjuntos, Kochen e Specker mostram, através de uma engenhosa construção geométrica, que há uma sub-álgebra finita \mathcal{D} da álgebra parcial booleana $\mathcal{B}(E^3)$ dos subespaços lineares de um espaço euclidiano tridimensional E^3 para a qual nenhum desses homomorfismo é possível.

Assumindo que existe um homomorfismo $h: \mathcal{D} \rightarrow Z_2$ (o que levará a uma contradição), para três subespaços unidimensionais mutuamente ortogonais S_1, S_2 e S_3 de \mathcal{D} ,

tem-se que¹⁰⁷

$$h(s_1) \cup h(s_2) \cup h(s_3) = h(s_1 \cup s_2 \cup s_3) = h(E^3) = 1$$

e

$$h(s_i) \cap h(s_j) = h(s_i \cap s_j) = h(0) = 0, \text{ para } 1 \leq i \neq j \leq 3.$$

Assim, exatamente um dos subespaços será levado a 1 e dois a 0. Ou seja, há uma atribuição de valores 0 e 1 aos elementos da esfera unitária S de E^3 tal que para qualquer base dois vetores têm o valor 0 e o outro tem o valor 1. Pela escolha de 117 direções de S , Kochen e Specker mostraram que essa atribuição de valores é inconsistente.¹⁰⁸

O passo seguinte consiste em mostrar que existe um "imbedding" \int de $\mathcal{B}(E^3)$ na álgebra booleana parcial \mathcal{B} das proposições quânticas, o que completa então a prova, pois isto implica que não existirá nenhum homomorfismo de \mathcal{B} em Z_2 . Para esse desiderato, Kochen e Specker consideram a transformação $T: \mathcal{B}(E^3) \rightarrow \mathcal{B}$ definida da seguinte maneira. Seja P o operador de projeção no autoespaço N do operador \vec{J}^2 (onde \vec{J} é o operador de momento angular total) correspondente ao autovalor $2\hbar^2$. (Esse autovalor de \vec{J}^2 tem degenerescência 3: seus autovetores são funções de onda com $n=2$ e $j=1$.) Para qualquer subespaço linear unidimensional de E^3 , α , e qualquer subespaço linear bidimensional de E^3 , β , tal que α é o complemento ortogonal de β , seja (fazendo $\hbar=1$)

$$T(\alpha) = PJ_\alpha^2$$

$$T(\beta) = P - PJ_\alpha^2$$

$$T(E^3) = P$$

$$T(0) = 0$$

onde J_α é o componente de \vec{J} ao longo da direção definida por α .

Pelas definições de um homomorfismo entre duas álgebras parciais¹⁰⁹ segue então que uma condição suficiente para que T seja o "imbedding" \int procurado é que para quaisquer subespaços lineares unidimensionais de E^3 mutuamente ortogonais, λ e κ , tenha-se

$$(II-5) \quad [J_\lambda^2, J_\kappa^2] = 0, \quad 1 \leq \lambda, \kappa \leq 3$$

que de fato estas relações valem quando o número quântico azimutal j é igual a 1, pode-se verificar tomando

as matrizes de J_x , J_y e J_z na representação usual em que \vec{J}^2 e J_z são diagonais:

$$J_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad J_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad J_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kochen e Specker dão também uma prova de (II-5) que independe da representação.¹¹⁰

Podemos também colocar o resultado de Kochen e Specker em uma forma mais intuitiva. Através de uma TVO deve ser possível atribuir valores (0 e 1) aos componentes quadrados de \vec{J} (J_x^2 , J_y^2 e J_z^2) para qualquer triáde de direções perpendiculares $\{x, y, z\}$, sendo que o valor atribuído a J_x^2 não depende da escolha das outras direções da triáde, e analogamente para J_y^2 e J_z^2 . (Identificamos aqui a assunção NC, dos resultados de Gleason-Belinfante e de Bell.) Mas então a relação $\vec{J}^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$, a Regra da Soma (ver p. 44) e RE implicam conjuntamente que $[J_x^2] + [J_y^2] + [J_z^2] = 2$. Isto significa (por RE) que exatamente dois dos observáveis J_x^2 , J_y^2 e J_z^2 devem ter valores atribuídos 1, e o outro, 0. Naturalmente, pode-se formalmente redefinir esses valores¹¹¹ de modo a que (essencialmente) a cada direção da triáde atribui-se um valor 1 ou 0, e a soma de tais valores é 1, para qualquer triáde. Mas é precisamente esse homomorfismo que Kochen e Specker explicitamente mostraram inconsistente, para um conjunto de 117 direções.

II. 5 ASSUNÇÕES PROBLEMÁTICAS DOS RESULTADOS ALGÉBRICOS

Desejamos discutir brevemente nesta Seção algumas assunções utilizadas nos resultados algébricos que representam, por assim dizer, os "pontos fracos" onde o realista poderá buscar uma saída.

A linearidade dos valores médios dos observáveis só é empregada na prova de von Neumann, e não será mais considerada, pois já vimos ser insustentável fisicamente.

De mais interesse são as várias regras que associam operadores autoadjuntos a observáveis: $CORR^m$, $CORR'$ e $CORR$, onde essa última faz parte da condição (i) de von Neumann:

(CORR): A cada operador autoadjunto corresponde um observável.

$CORR^m$ e $CORR'$ são empregadas, respectivamente, nos resultados de Gleason-Belinfante e de Bell. Com relação a $CORR'$, Ballentine diz que "como todo operador hermitiano é uma combinação linear de operadores de projeção que comutam mutuamente, (tal condição) é essencialmente equivalente à assunção ($CORR$)".¹¹² Notamos, porém, que esta assertiva só se justifica condicionalmente. Suponhamos, por exemplo, que temos o operador $A = \sum \alpha_i P_{[\phi_i]}$, que não sabemos se é ou não observável. Pela assunção $CORR'$ podemos calcular a quantidade $\sum \alpha_i [P_{[\phi_i]}]$ usando FUNC obteríamos que tal quantidade é igual a $\sum [\alpha_i P_{[\phi_i]}]$. Usando agora um resultado de Fine e Teller (1978) a ser discutido logo mais, viz., que FUNC é equivalente à chamada Regra da Soma, teríamos, finalmente, que uma nova aplicação de FUNC dá $\sum \alpha_i [P_{[\phi_i]}] = [A]$, se sabemos que é um observável. Mas se não sabemos, podemos quando muito usar essa expressão para definir o observável A . Essa maneira de definir A será sempre compatível com a possibilidade de A já ser observável (por outros meios), desde que se assuma a Regra da Soma. Um argumento análogo aplica-se para $CORR^m$, uma vez que qualquer operador autoadjunto pode ser expresso como uma função de algum operador autoadjunto maximal. Entretanto, estamos aqui diante de uma questão muito delicada, pois está em jogo uma ampliação do próprio conceito de 'observável', de o de uma quantidade física que pode em princípio ser medida através de um determinado procedimento experimental para o de uma grandeza representada por um operador autoadjunto cujos valores são obtidos indiretamente, através da medida de outra grandeza física. De fato, é prática corrente esse método de "medida"; a questão é de se saber se sua aplicação pode ser assumida irrestritamente.

Em um artigo de 1953¹¹³ em que D.Bohm faz uma lúcida defesa de sua "interpretação causal da Mecânica Quântica",¹¹⁴

levanta objeções a CORR: "(A hipótese de que) existem operações físicas que permitiriam a observação de um operador hermiteano arbitrário ainda não dispõe de suporte experimental adequado. De fato, os únicos observáveis conhecidos até agora são posição, momento angular, umas poucas funções da posição, tais como momento de dipolo e de quadrupolo, energia e spin." E ainda: "a teoria (quântica) não contém prescrições de como se poderia proceder à verificação de tal postulado."¹¹⁵

A crítica de Ballentine a CORR vai ao longo das seguintes linhas: "Não estamos pensando nas restrições à observação comparativamente triviais impostas pelas regras de superseleção,¹¹⁶ mas na questão de se um operador tal como $\chi^2 \rho_x^3 \chi^2$ representa realmente uma quantidade observável".¹¹⁷

Felizmente, parte da relevância dessa difícil discussão¹¹⁸ é perdida quando se observa que o resultado de Kochen e Specker não recorre a CORR, nem a nenhuma assunção similar, fato esse apontado por eles como a grande vantagem de sua prova.

Fine e Teller(1978) comentam que essa alegação de Kochen e Specker de que seu resultado é superior é infundada, pois o resultado de Bell de um ano antes também mostra a inconsistência do homomorfismo $h: S \rightarrow \{0,1\}$. Essa assertiva de Fine e Teller padece, todavia, de alguns defeitos, por passar por cima de alguns pontos fundamentais. Primeiro, que o que Bell prova é (essencialmente) que se $[P_{I\psi}] = 1$ e $[P_{I\phi}] = 0$ então $\|\psi - \phi\| > \frac{1}{2} \|\psi\|$. Esse resultado pode, então, como mostraram os próprios Fine e Teller, ser utilizado para mostrar a inconsistência do referido homomorfismo, através de um número finito de direções.¹¹⁹ Mas isso só depois do resultado de Kochen e Specker. Segundo, que embora esse aperfeiçoamento torne dispensável o uso de CORR' nesta última etapa da prova de Bell (relembremos: Bell usa aquele resultado em conjunção com CORR' para mostrar que não pode haver ensembles sem dispersão), na obtenção da relação (II-3) CORR' é assumida impli

citamente, como fizemos notar acima. E, o que é mais, foram somente Kochen e Specker que mostraram explicitamente que a sub-álgebra D das 117 direções pode ser "imbedded" em uma álgebra de observáveis legítimos da MQ. Todavia, se, como observamos anteriormente, reescrevermos a prova de Bell para ensembles sem dispersão, esse segundo uso de CORR' é substituído por RS', e temos então que o resultado de Bell pode de fato ser modificado de modo a só requerer RS'. Como esta última condição é uma consequência da Regra da Soma, e esta de FUNC, a condição FUNC é vital às provas algébricas. Determos um pouco sobre as críticas a essa importante assunção, abundantes na literatura.¹²⁰

Em Fine(1974), Fine afirma,¹²¹ sem justificar, que Kochen e Specker utilizam apenas duas consequências diretas¹²² de FUNC:

REGRA DA SOMA (RS): $[A+B](\lambda) = [A](\lambda) + [B](\lambda)$ } Para todo $\lambda \in \Lambda$
 e todos A, B
REGRA DO PRODUTO (RP): $[AB](\lambda) = [A](\lambda) [B](\lambda)$ } tais que $[A, B] = 0$

Afirma também que só RS basta para a inconsistência de uma TVO. Para esta última assertiva, dá uma prova obtida pela mistura dos resultados de Bell e Gleason.¹²²

Fine e Teller mostraram que RS, conjuntamente com RE, implica FUNC.¹²³ Assim, a discussão acerca da validade de FUNC pode, equivalentemente, ser feita acerca da validade de RS, o que já vinha sendo feito na literatura mesmo antes do advento desse importante resultado de Fine e Teller. Não caberia aqui reproduzirmos toda a longa série de argumentos pró e contra. Mencionaremos apenas os principais.¹²⁴

Kochen e Specker avançam um argumento inconclusivo para FUNC. Assumindo que um observável é definido pela função P^Y (i.e., se $P_A^Y(s) = P_B^Y(s)$ para qualquer subconjunto Borel S de \mathbb{R} , então $A = B$), a relação

$$P_{g(A)}^Y(s) = P_A^Y(g^{-1}(s))$$

define $g(A)$. "Assim, a mensuração de uma função $g(A)$ de um observável A é independente da teoria considerada — simplesmente escreve-se $g(a)$ para o valor de $g(A)$ se a é

o valor medido de A ."¹²⁵

Esse processo indireto de medir A realmente é de uso corrente em MQ. Porém, a definição acima de $g(A)$ não implica a rigor a validade de FUNC, que é uma relação entre os valores reais de A e $g(A)$, ainda que se assuma o princípio da Medida Fiel. Este ponto ficará claro quando na Seção II.6 discutirmos o esquema de van Fraassen, e, na Seção III.4, os modelos "conspiradores" de Fine.

A posição de Fine, o grande opositor de FUNC, pode ser sumarizada assim. RS deve ser rejeitada porque permite os resultados anti-realistas (!). Essa rejeição não está em conflito com a MQ: se ϕ é autoestado de A e B com autovalores a e b , respectivamente, então ϕ será outoestado de $A + B$ com autovalor $a + b$; de modo que, por RE, vale RS. Mas se ϕ não é autoestado desses operadores, então a MQ não impõe restrições aos valores de A , B e $A + B$ obtidos numa medida individual.¹²⁶ "Só em tais casos é que RS falha".¹²⁷ Ou seja, RS é uma extensão da MQ, um postulado adicional. Também os resultados experimentais não são incompatíveis com o abandono de RS. Embora quando $[A, B] = 0$ haja especificações experimentais de como medir simultaneamente A e B , "em geral" não há tais especificações para medir também $A + B$; "não pude encontrar nenhum caso na literatura", afirma Fine; "o que há é a declaração (claim) de comensurabilidade, que, quando examinada, resulta estar baseada em calcular, por meio de RS ou algum equivalente, o valor de uma ou mais quantidades a partir dos valores medidos das outras; (...) assim, RS é não-verificável tanto na teoria como na prática."¹²⁸

Fine nota ainda que a falha de RS já poderia ser pressentida pela regra que Bell abstrai de sua discussão da premissa (v) de von Neumann, em seu artigo de 1966: — Não generalizar relações válidas para autoestados. Pois para A , B e C tais que $[A, B] = 0$, $[B, C] = 0$ e $[A, C] \neq 0$ tem-se, pela Regra da Soma, que

$$[A + B] = [A] + [B]$$

e

$$[B + C] = [B] + [C],$$

donde segue a relação

$$[A+B] + [C] = [B+c] + [A]$$

que é uma relação suspeita, por relacionar valores de observáveis incompatíveis.

Glymour(1977) argumenta que através de um certo tipo de experimento de espalhamento Compton — o experimento de Cross-Ramsey — pode-se obter suporte empírico para RS. Fine(1977) replica, alegando que no contexto do referido experimento RS é um teorema da MQ (juntamente com RE), pois os estados envolvidos são autoestados dos operadores. Cartwright (1977), através de uma discussão minuciosa do experimento de Cross-Ramsey, apóia Fine. Esse debate, porém, só seria decidido por Redhead(1981). Ali, são expostas prescrições precisas para que um experimento possa, em princípio, testar RS. Por meio delas, Redhead conclui que RS não pode ser testada em experimentos de espalhamento. Essa confirmação da tese de Fine, todavia, é obtida independentemente, e de maneira muito mais satisfatória; de fato, Redhead mostra também que Fine e Glymour não haviam compreendido bem a física do experimento, tendo, por isso, cometido erros em seus argumentos.

Disso que vimos, a questão da validade de RS permanece inteiramente aberta. Sua rejeição não é nem exigida nem proibida pelo que se conhece atualmente. O realista poderia, então, rejeitar RS, sem que isto represente conseqüências indesejáveis, com o que evitaria os resultados algébricos. É precisamente isso que faz Arthur Fine.

Ironicamente, porém, um resultado recente do próprio Fine, que discutiremos na Seção IV.1, veio mostrar que a rejeição de RS tem, na verdade, uma séria conseqüência no caso de certa classe de observáveis.¹²⁹

Para tais classes, Fine mostrou o surpreendente resultado¹³⁰

$$(II-6) \quad RDC \implies FUNC^{q.s.}$$

Assim, a rejeição de FUNC significa a rejeição de RDC. Acontece, todavia, que RDC tem recebido forte suporte empírico

através dos recentes experimentos de correlação (que analisaremos no Capítulo III).

Antes de finalizarmos esta Seção, apresentaremos ainda outros resultados muito relevantes de Fine e Fine e Teller. O primeiro, de Fine (1974), é que

$$(II-7) \quad RDC \iff RP^{q.s.}$$

Para as provas remetemos o leitor ao artigo original, por serem muito longas e requererem a introdução de outros conceitos que não nos interessarão. Note-se que como $FUNC^{q.s.} \implies RP^{q.s.}$; (II-7) implica que também

$$(II-8) \quad FUNC^{q.s.} \implies RDC$$

O segundo resultado, apresentado por Fine e Teller (1978), diz respeito ao que chamam "funções de valoração" (valuation functions), que nada mais são do que funcionais que atribuem valores a todos os observáveis. Assim, a função $[]: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ de que vimos tratando é uma tal função de valoração. Apenas \mathcal{V} é mais geral do que $[]$, pois não faz referência à maneira pela qual os valores são atribuídos. Fine e Teller lançam mão de um fabuloso truque para mostrar que a existência de uma função de valoração que satisfaz RP implica a existência de uma função de valoração que satisfaz RS. Representemos isso por

$$(II-9) \quad \exists (\mathcal{V}, RP) \implies \exists (\mathcal{V}', RS)$$

Daremos a seguir a prova do resultado um pouco mais forte

$$(II-10) \quad \exists (\mathcal{V}, RP^{q.s.}) \implies \exists (\mathcal{V}', RS^{q.s.})$$

Definamos \mathcal{V}' como

$$\mathcal{V}'(A) = \ln \mathcal{V}(e^A)$$

onde A é um observável. Como o espectro de e^A é positivo, RE implica que $\mathcal{V}(e^A)$ será positivo, e, assim, \mathcal{V}' é bem definida. E da forma particular da definição de \mathcal{V}' , segue que $\mathcal{V}'(A)$ estará sempre no espectro de A . Para A e B compatíveis, o emprego de $RP^{q.s.}$ a \mathcal{V} dá, então,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{V}'(A+B) &= \ln \mathcal{V}(e^{(A+B)}) = \ln \mathcal{V}(e^A e^B) \\
 &\stackrel{q.s.}{=} \ln \{ \mathcal{V}(e^A) \mathcal{V}(e^B) \} \\
 &= \ln \mathcal{V}(e^A) + \ln \mathcal{V}(e^B) = \mathcal{V}'(A) + \mathcal{V}'(B).
 \end{aligned}$$

Outro resultado fundamental de Fine e Teller(1978) é o já referido

$$(II-11) \quad RS \implies FUNC$$

(assumindo RE). A prova disso é obtida através de vários lemas, que não reproduziremos aqui. Como também $FUNC \implies RS$, tem-se o resultado

$$(II-12) \quad RS \iff FUNC .$$

Observamos ainda que a conjunção de (II-7), (II-10) e (II-11) dá o resultado

$$(II-13) \quad \exists (\mathcal{V}, RDC) \implies \exists (\mathcal{V}', FUNC^{q.s.}) ,$$

que também pode ser obtido indiretamente através do resultado mais recente (II-6), para a classe de observáveis em que esse último é provado.

Como Hellman(1980) provou o resultado de Kochen e Specker a partir de tão-somente $FUNC^{q.s.}$, (II-13) implica que qualquer \mathcal{V} satisfazendo RDC é inconsistente, pois, pelo resultado de Kochen-Specker-Hellman, toda \mathcal{V} satisfazendo $FUNC^{q.s.}$ é inconsistente. A relevância disto será discutida mais adiante.

Concluindo, temos então que embora $CORR'$ não apareça na prova de Kochen e Specker e possa retrospectivamente ser eliminada da prova de Bell, essas provas assumem, respectivamente, $FUNC$ (ou RS) e RS' . Embora seja óbvio que RS implica RS' , o inverso aparentemente não é válido. Se tal for o caso, a prova de Bell, quando reconstruída como indicamos acima, é mais forte do que a de Kochen e Specker.

Deixamos para uma seção especial a discussão de outra pressuposição dos resultados algébricos, devido à sua importância.

II.6 CONTEXTUALISMO

Há outra pressuposição nos resultados de Gleason-Belinfante, Bell e Kochen e Specker da qual pouco temos falado e que tem sido questionada: NC, uma abreviação para 'Não-Contextualismo'. Na presente Seção procuraremos, para introduzir a questão, ser mais fiéis ao desenvolvimento histórico, pois esta é a maneira mais natural de fazê-lo. Na Seção IV.2, veremos, juntamente com Heywood e Redhead, como é possível tornar mais precisos e rigorosos os conceitos aqui introduzidos.

Naturalmente, essa condição é parte indispensável do programa realista de atribuição de valores intrínsecos às grandezas físicas. Inobstante a descaracterização desse programa forçada pelo abandono de NC, esta alternativa tem sido considerada por muitos¹³¹ como a saída "menos pior" para os resultados algébricos. Tenta-se, nesse caso, procurar um meio-termo entre a posição extrema da Interpretação de Copenhague e o realismo.

Embora não reste dúvida de que o abandono de NC implica a impossibilidade de uma TVO como a que vimos discutindo, não há inteira concordância quanto ao que colocar em seu lugar. Iniciaremos com um esquema formulado por B.C. van Fraassen em um artigo extremamente técnico sobre a "análise semântica da lógica quântica",¹³² desenvolvido posteriormente por Healey (1979), Redhead(1981) e Heywood e Redhead(1983), principalmente.

A idéia básica é a de modificar a corriqueira assunção de que cada observável corresponde univocamente a um operador autoadjunto, substituindo-a pela seguinte:¹³³

A cada operador autoadjunto (a.a.) maximal corresponde no máximo um observável. Se ao operador a.a. maximal \hat{M} corresponde o observável M , então, para cada função Borel f , $f(M)$ será, por definição, um observável, e representado por $f(\hat{M})$. No caso de f não possuir inversa, pode acontecer que $f(\hat{M}) = g(\hat{M}') \equiv \hat{A}$ para algum outro operador a.a. maximal \hat{M}' e alguma função borel g . $g(\hat{M}')$ também representa um observável: $g(M')$. Porém, no esquema de van Fraassen $g(M') \neq f(M)$.

Isso porque nele um observável que corresponde a um operador a.a. não-maximal $f(\hat{M})$, \hat{M} maximal, é identificado não só pelo operador $f(\hat{M})$, mas também pelas relações funcionais entre seus valores e os valores do observável M que corresponde a \hat{M} , assim:

$$(II-14) \quad [f(M)] = f([M]). \quad 134$$

Deste modo, na situação exposta acima, o operador $f(\hat{M}) = g(\hat{M}')$ (\hat{M} e \hat{M}' maximais e $\hat{M} \neq \hat{M}'$) representa dois observáveis: $f(M) \equiv A_M$ e $g(M) \equiv A_{M'}$, diferenciados pelas relações funcionais (II-14) e

$$[g(M')] = g([M']).$$

Note-se que a condição FUNC não é válida nesse esquema: embora seja válida por definição dentro do conjunto de funções Borel de cada observável maximal, não é necessariamente o caso que

$$[A_M] = [A_{M'}]$$

como seria requerido por FUNC. Isso bloqueia o argumento de Kochen e Specker.

Dificuldade óbvia: relacionar essa nova ontologia com a realidade empírica. Qual dos vários observáveis A_B , A_C , etc. associados ao operador a.a. não-maximal \hat{A} está de fato sendo medido quando se emprega o procedimento experimental entendido como mensurador do usualmente único observável A associado a \hat{A} ?

O artigo original de van Fraassen não contém uma resposta a essa questão, mas Healey(1979) e van Fraassen(1979) sugerem a seguinte: o observável associado a \hat{A} será A_M se e somente se \hat{M} for um operador a.a. maximal cuja autobase $\{\phi_i\}$ é a autobase do conjunto completo de operadores que comutam mutuamente que têm \hat{A} como membro e cujos demais operadores representam os demais observáveis que estiverem sendo medidos no arranjo experimental em questão.

Em outras palavras, a questão acima é respondida através do "contexto" experimental de medida: esse contexto especifica um operador a.a. maximal \hat{M} (ou, para ser ^{mes} mais

preciso, especifica uma base $\{\phi_i\}$ que é autobase de uma classe de operadores a.a. maximais que inclui \hat{M}_i) que, a seu turno, define qual observável está sendo representado por \hat{A} .

Vê-se, agora, a razão pela qual denominamos a condição que diz que a função verdade não depende dos demais membros da base que contém o elemento ao qual se refere de 'não contextualismo' (NC). Chegou o momento de introduzir uma primeira dicotomia na denominação de uma TVO. As teorias analisadas até a Seção anterior são ditas TVO's não-contextuais, pois incorporam NC. O esquema de van Fraassen, por outro lado, representa uma TVO contextual: cada observável recebe um valor preciso e bem definido, mas o próprio conceito de 'observável' é dependente do contexto experimental de medida. Evidentemente, esse tipo de TVO longe está de satisfazer as pretensões realistas, pois torna as propriedades de um sistema quântico de certo modo dependentes do procedimento experimental de medida.

A idéia primitiva e mais popularizada de uma TVO contextual é a de que a um operador a.a. não-maximal corresponde apenas um observável, mas cujo valor não é uma propriedade intrínseca do sistema quântico ao qual pertence; ao invés, é um atributo da relação entre esse sistema e a aparelhagem de medida. (Isto, evidentemente, é apenas outra interpretação do esquema de van Fraassen.)

Embora antedatando os resultados de Gleason, Bell e Kochen e Specker, a TVO de Bohm(1952a, 1952b) estava protegida contra eles, exatamente por ser contextual. Também desse tipo é a TVO de Bohm e Bub(1966). Isto era mesmo de suspeitar, pois tais teorias são matematicamente consistentes. Na primeira delas, o contextualismo é introduzido via espaço de fase Λ , que é feito depender dos observáveis que serão medidos. Na segunda, é a função-resposta que incorpora o contextualismo: depende da base $\{\phi_i\}$ discutida logo acima. É instrutivo observar estes trechos de Bohm(1952b):

"von Neumann mostra¹³⁵ que seria inconsistente com as regras usuais de cálculo das probabilidades quânticas assumir a existência, no sistema observado,

de um conjunto de parâmetros ocultos que simultaneamente determinassem os resultados de medida dos 'observáveis' de posição e momento. Com essa conclusão estamos de acordo. No entanto, em nossa sugerida interpretação da teoria (quântica),¹³⁶ os chamados 'observáveis' são (...) não propriedades pertencentes ao sistema observado somente, mas potencialidades (potentialities) cujo desenvolvimento preciso depende tanto do aparelho de observação como do sistema observado. (...) Nela, a distribuição dos parâmetros ocultos varia conforme os diferentes e mutuamente exclusivos arranjos experimentais. (...) Nesse ponto estamos de acordo com Bohr, que repetidamente enfatiza o papel fundamental do aparelho de medida com parte inseparável do sistema observado. Discordamos, porém, de Bohr naquilo em que propusemos um método pelo qual o papel do aparelho pode ser analisado e descrito de uma maneira precisa, enquanto que Bohr assevera que, como questão de princípio, a concepção precisa dos detalhes do processo de medida é inatingível."¹³⁷

A necessidade de incorporação de elementos da filosofia bohriana para "salvar" o programa das TVO's, cuja principal motivação estava justamente em evitar essa posição anti-realista, representa uma interessante ironia histórica.¹³⁸

O maior golpe ao programa realista seria desferido, porém, por Bell, em 1964, juntamente com os resultados experimentais posteriores acerca de correlações não-absolutas em sistemas tipo EPR. É o que veremos no próximo Capítulo.¹³⁹

CAPÍTULO III

CORRELAÇÕES QUÂNTICAS E NÃO-LOCALIDADE

III.1 A DESIGUALDADE DE BELL

Em seus estudos sobre os resultados algébricos contra as TVO's, que redundaram no artigo de 1966, John Bell ficou intrigado com uma "característica curiosa" das TVO's de de Broglie e Bohm: para poderem reproduzir as predições quânticas para sistemas compostos tipo EPR, "um mecanismo causal explícito existe pelo qual a disposição de um dos aparelhos (de medida de spin) afeta os resultados obtidos com o outro aparelho, que está distante."¹⁴⁰

É que nessas teorias um campo real efetivo é associado, de um modo ou de outro, à função de onda Ψ , o que se traduz, através das equações de movimento de cada partícula, em uma dependência explícita da trajetória de cada uma delas da função de onda dos sistema composto. Como em geral essa função de onda não é fatorizável em um produto de partes que dependem de um e de outro sistema,¹⁴¹ tem-se, dada a forma das equações de movimento,¹⁴² que "a trajetória de 1 depende então de uma maneira complicada, da trajetória e da função de onda de 2, e, portanto, dos campos dos aparelhos analisadores agindo sobre 2, não importando quão distantes se encontrem de 1".¹⁴³ Bohm estava ciente dessa característica de sua teoria,¹⁴⁴ mas não forneceu uma explicação convincente.¹⁴⁵

Esse caráter não-local é partilhado por todas as TVO's consistentes já formuladas.¹⁴⁶ Bell finaliza seu artigo de 1966 lançando um desafio: será possível provar, através de algum teorema, que toda TVO que reproduza todas as predições quânticas é não-local?

O já mencionado atraso de mais de dois anos na publicação desse artigo tornou sem efeito o desafio de Bell, pois já em 1964 era publicado o seu artigo célebre¹⁴⁷ sobre não-localidade, com o teorema requerido.

Trata-se de uma desigualdade, que expressa um limite,

imposto pelas premissas do realismo local,¹⁴⁸ a certas correlações em sistemas tipo EPR. O que torna isso relevante é que: (i), a MQ prevê uma superação desse limite em determinados casos, e, (ii), desenvolvimentos teóricos posteriores¹⁴⁹ mostraram ser, em princípio, possível decidir experimentalmente esse dilema.

Esse resultado de Bell é de conseqüências amplas e profundas para os Fundamentos da MQ. Por conseguinte, para a própria visão humana do mundo, dado que envolve algumas das mais importantes questões já abordadas pelo homem, tais como a do realismo e a do uso de conceitos espaço-temporais na ordenação de dados sensórios.

Com a notação adaptada, daremos agora a derivação original de Bell, devido ao seu interesse histórico e teórico, deixando para a Seção seguinte o estudo das outras desigualdades que nela se inspiraram, e de maior relevância para a verificação experimental. As TVO's consideradas serão não-contextuais. A razão disso e a explicação de por que neste caso não há problemas com os resultados algébricos serão dadas no final desta Seção.

Como já dissemos, a situação experimental é a do argumento de EPR, na versão de Bohm. Um par de partículas de spin 1/2 no estado singleto

$$(III-1) \quad \Psi_{\text{sing.}} = 1/\sqrt{2} \{ |n+\rangle \otimes |n-\rangle - |n-\rangle \otimes |n+\rangle \}$$

separa-se espontaneamente, medindo-se em cada partícula o observável $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$. Introduziremos a seguinte notação simplificadora: os "braços" do experimento serão denotados por 'A' e 'B'. O observável $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ relativo à partícula do braço A (partícula A) será denotado por A_n ; B_n é definido de maneira análoga.

Para duas direções quaisquer \hat{a} e \hat{b} , a MQ prevê,¹⁵⁰ para o estado (III-1),

$$(III-2) \quad \langle A_a \otimes B_b \rangle = \langle \Psi | A_a \otimes B_b | \Psi \rangle = -\hat{a} \cdot \hat{b} \equiv E^{MQ}(a, b)$$

O valor esperado do produto $A_a \otimes B_b$ pode também ser calculado na TVO:

$$(III-3) \quad E_{(a,b)}^{TVO} = \int_{\Lambda} [A_a \otimes B_b](\lambda) \mu(\lambda) d\lambda,$$

onde a medida de probabilidade μ satisfaz, naturalmente, a condição de normalização

$$(III-4) \quad \int_{\Lambda} \mu(\lambda) d\lambda = 1.$$

Bell assume agora, sem nenhuma justificativa, que

$$(III-5) \quad [A_a \otimes B_b](\lambda) = [A_a](\lambda) [B_b](\lambda).$$

Clauser e Shimony(1978) dizem que essa expressão traduz a condição de localidade. Porém isso é falso. Observando-se cuidadosamente o artigo de Bell nota-se que a localidade é introduzida de maneira aparentemente inócua: simplesmente enfatizando que $[A_a](\lambda)$ não depende da direção b do outro aparelho, e vice-versa. Mas isso já está embutido na notação usada por Bell, bem como em toda a literatura. Esse é um fato lamentável, que contribui para muita confusão. Por simplicidade, no entanto, preferimos seguir o uso unânime da literatura até a Seção IV.2, onde estas questões ficarão mais claras. Quanto à relação (III-5), concordamos plenamente com a observação quase ignorada de Fine (1974) de que expressa na verdade a Regra do Produto (RP).

A Regra do Espectro¹⁵¹ assegura que

$$(III-6) \quad [A_a](\lambda), [B_b](\lambda) \in \{-1, 1\}.$$

Um caso particular de (III-2) é

$$(III-7) \quad E_{(a,a)}^{MQ} = -1.$$

Bell assume que a TVO deve reproduzir essa condição, de modo que

$$(III-8) \quad [A_a](\lambda) = -[B_a](\lambda)$$

Sejam agora três direções \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} . Por

(III-3), e usando (III-5), tem-se que

$$(III-9) \quad \begin{aligned} E_{(a,b)}^{TVO} - E_{(a,c)}^{TVO} &= \int_{\Lambda} \{ [A_a](\lambda) [B_b](\lambda) - [A_a](\lambda) [B_c](\lambda) \} \mu(\lambda) d\lambda \\ &= - \int_{\Lambda} \{ [A_a](\lambda) [A_b](\lambda) - [A_a](\lambda) [A_c](\lambda) \} \mu(\lambda) d\lambda \\ &= - \int_{\Lambda} [A_a](\lambda) [A_b](\lambda) \{ 1 - [A_b](\lambda) [A_c](\lambda) \} \mu(\lambda) d\lambda, \end{aligned}$$

onde a última igualdade sai de $[A_b](\lambda) [A_b](\lambda) = 1$, que é uma consequência imediata de (III-6), que também permite concluir de (III-9) que

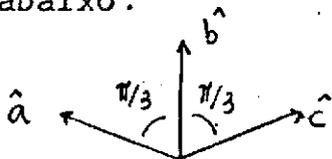
$$\begin{aligned} |E^{TV0}_{(a,b)} - E^{TV0}_{(a,c)}| &\leq \int_{\Lambda} \{1 - [A_b](\lambda) [A_c](\lambda)\} \mu(\lambda) d\lambda \\ &= 1 - \int_{\Lambda} [A_b](\lambda) [A_c](\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \end{aligned}$$

onde usou-se (III-4) na obtenção da igualdade. Essa expressão pode ser reescrita como

$$(III-10) \quad |E^{TV0}_{(a,b)} - E^{TV0}_{(a,c)}| \leq 1 + E^{TV0}_{(b,c)},$$

que é a famosa Desigualdade de Bell.

É fácil encontrar três direções \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} tais que a previsão quântica (III-2) viole essa desigualdade. Por exemplo, sejam \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} coplanares e formando ângulos entre si como na figura abaixo:



Com isso, $\hat{a} \cdot \hat{b} = \hat{b} \cdot \hat{c} = 1/2$ e $\hat{a} \cdot \hat{c} = -1/2$. Levando em (III-2) obtém-se

$$|E^{MQ}_{(a,b)} - E^{MQ}_{(a,c)}| = 1$$

e

$$1 + E^{MQ}_{(b,c)} = 1/2,$$

em clara violação da Desigualdade de Bell.¹⁵²

É interessante ver as conclusões de Bell, pois apontam para pontos importantes e que serão discutidos mais adiante.

"Em uma teoria na qual adicionam-se parâmetros à Mecânica Quântica com a finalidade de determinarem-se os resultados de medidas individuais, sem alterar as previsões estatísticas, terá de haver um mecanismo pelo qual o ajuste de um aparelho de medida pode influenciar a resposta de um outro instrumento a uma distância qualquer. E mais: o sinal envolvido deve propagar-se instantaneamente, de modo que uma tal teoria não poderá ser Lorentz-invariante. A situação será outra, é claro, se as previsões da Mecânica Quântica são de validade limitada. Podem, concebivelmente, aplicar-se somente a experimentos nos quais os ajustes dos aparelhos são feitos com suficiente antecedência, de modo a permitir que alguma relação se estabeleça entre eles pela troca de um sinal com velocidade menor ou igual à da luz.

A esse respeito, são cruciais os experimentos do tipo proposto por Bohm e Aharonov, nos quais os ajustes dos aparelhos são alterados durante o tempo de vôo das partículas."¹⁵³

Para finalizar esta Seção, fazemos ainda duas observações. Primeiro, que embora tenhamos utilizado a linguagem de valores intrínsecos dos observáveis, Bell emprega a das previsões teóricas dos resultados de medida. Introduzimos essa alteração para manter a coerência com a linguagem desta Dissertação. Vale notar que quando se assume (como sempre o faremos) o princípio MF as duas linguagens são equivalentes, a não ser quando se admite a introdução de características muito estranhas nas TVO's (a serem discutidas na Seção III.4).

Mais importante é esta última observação. À primeira vista, causa estranheza o fato de Bell não fazer nenhuma menção em seu artigo de 1964 às teorias contextuais, exatamente quando em seu artigo anterior (de 1966 !) havia apontado essa como a saída para a dificuldade algébrica com as teorias não contextuais. Acontece, todavia, que para os sistemas físicos envolvidos na Desigualdade de Bell, a assunção de localidade automaticamente elimina a possibilidade de contextualismo. Pois os sistemas sendo de spin $1/2$, os observáveis individuais envolvidos ($\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$) são localmente máximos. Assim, a dependência do contexto, se houvesse, só poderia incidir sobre um contexto "distante". Mas é exatamente isso que a localidade proíbe.¹⁵⁴ Também deve-se observar que os resultados algébricos não causam problemas aqui, pois só se aplicam para sistemas cujo espaço de Hilbert tem dimensão maior que três.

III.2 OUTRAS FORMAS DA DESIGUALDADE DE BELL

A partir do trabalho pioneiro de Bell, várias outras formas de desigualdade foram obtidas por diferentes pesquisadores, através de abordagens diversas e atendendo a fins diversos. Analisaremos especialmente três desses resultados, dois na presente Seção e o outro na Seção III.5.

Em 1971, Bell¹⁵⁵ introduziu uma modificação trivial

em sua prova de 1964, mas de grande interesse teórico, pois parece¹⁵⁶ permitir a conclusão de que o que produz o conflito entre as previsões de uma TVO e as da MQ não é o determinismo das primeiras.

Uma reconstrução¹⁵⁷ do argumento é a seguinte. Uma TVO estocástica não dá necessariamente os valores exatos dos observáveis, mas apenas as probabilidades de cada valor.¹⁵⁸ Denotando por λ' as variáveis ocultas de uma tal teoria,¹⁵⁹ tem-se, então, que λ' não determina obrigatoriamente os valores $[A_a](\lambda)$, $[B_b](\lambda)$, ... dos observáveis A_a , B_b , ..., mas seus valores médios $\bar{A}_a(\lambda')$, $\bar{B}_b(\lambda')$, ... no ensemble sub-quântico com dispersão, caracterizado por λ' .

O que Bell faz é utilizar esses valores médios em uma construção formal semelhante à de sua prova de 1964, para obter a desigualdade¹⁶⁰

$$(III-11) \quad |E'(a,b) - E'(a,b')| + |E'(a',b) + E'(a',b')| \leq 2,$$

onde

$$(III-12) \quad E'(x,y) = \int_{\Lambda'} (\overline{A_x \otimes B_y})(\lambda') \mu'(\lambda') d\lambda'$$

$$= \int_{\Lambda'} \bar{A}_x(\lambda') \bar{B}_y(\lambda') \mu'(\lambda') d\lambda'.$$

A expressão matemática da localidade deve agora ser interpretada como a independência das probabilidades introduzidas pela TVO dos parâmetros relativos ao sistema distante. (Isso acarreta, por exemplo, que $\bar{A}_a(\lambda')$ não depende da direção b escolhida no outro aparelho.)¹⁶¹

Os últimos aspectos a serem notados são que na TVO estocástica a expressão de "correlação total", (III-7), e a decorrente da Regra do Espectro, (III-6), são perdidas. A primeira perda é contornada por uma ligeira modificação na construção formal,¹⁶² e a segunda pela utilização das relações

$$(III-13) \quad |\bar{A}_a(\lambda')| \leq 1, \quad |\bar{B}_b(\lambda')| \leq 1, \quad \text{etc.}$$

Também é fácil ver que para TVO's deterministas a desigualdade (III-11) reduz-se à desigualdade original, (III-10).

A segunda desigualdade que analisaremos com alguma extensão é a obtida por Clauser e Horne (1974). Sua importância

está em que constitui a forma mais apropriada aos testes experimentais. Não poderemos discuti-la, pois, sem antes fornecer alguns detalhes dos experimentos e mostrar os problemas teóricos e práticos que surgem para a adequação da desigualdade às limitações impostas por suas imperfeições.

Antes de mais nada, deve ser dito que embora a inspiração desses experimentos seja a versão de Bohm do argumento de EPR, onde os sistemas envolvidos são pares de partículas de spin $1/2$, revelou-se mais conveniente para a realização dos testes trabalhar com pares de fótons produzidos em cascatas atômicas.¹⁶³ Neste caso, os observáveis que desempenham o papel dos componentes de spin são polarizações lineares ao longo de diferentes direções, que igualmente apresentam correlações do tipo requerido pela Desigualdade de Bell.¹⁶⁴

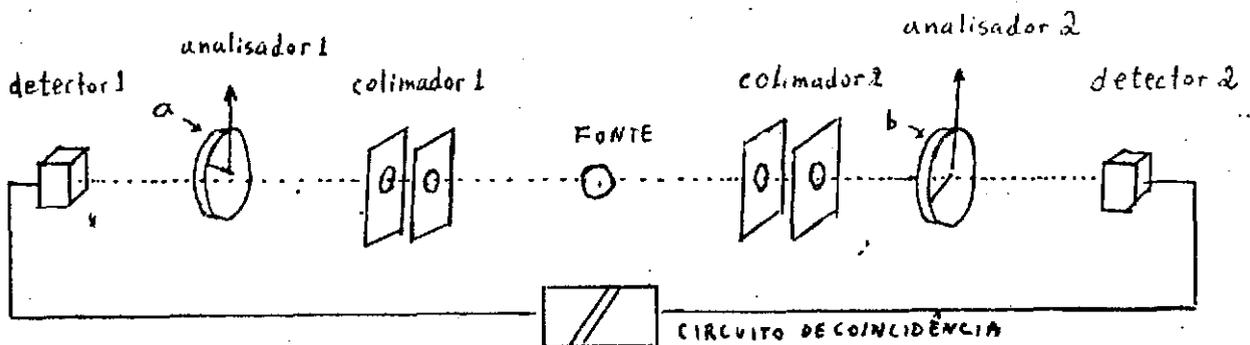
A fonte primária das dificuldades¹⁶⁵ está em que os analisadores (polarizadores) e os detectores (fotomultiplicadores) não são 100% eficientes. Os primeiros nunca atingem o ideal de deixar passar sem atenuação partículas em certos estados e obstar totalmente a passagem daquelas em estados ortogonais, enquanto que os segundos nunca detectam a totalidade das partículas recebidas.

Sendo assim, pode concebivelmente dar-se o caso de estas imperfeições estarem de alguma forma ligadas ao estado oculto λ , de modo a que as falhas no sistema analisador/detector dependam seletivamente de λ . Esse acoplamento pode "conspirar" de tal forma que os resultados empíricos sempre confirmem as previsões quânticas. Outra maneira de expressar este problema consiste em dizer que o ensemble representado por Ψ é subdividido, segundo os valores de λ e de certos parâmetros "conspiradores" próprios do arranjo experimental, em quatro sub-ensembles: um no qual ambas as partículas são observadas, outro no qual ambas não são, e outros dois em cada um dos quais uma das partículas do par é observada enquanto que a outra não é.

Como a obtenção das desigualdades de Bell, (III-10) e (III-11), e de Clauser et al. (1969) a condição de norma-

lização (III-4) é utilizada, e como nela são contados também os estados λ dos três sub-ensembles que contêm partículas não observáveis, não é lícito comparar as predições de tais desigualdades com resultados empíricos.

Para contornar essa dificuldade, Clauser et al. (1969) propuseram a utilização do arranjo experimental esquematizado na figura abaixo, e a introdução de uma hipótese auxiliar, não contida nas premissas do realismo local. No entanto, essa hipótese foi substituída por uma mais plausível¹⁶⁶ por Clauser e Horne (1974). Discutiremos, pois, este último resultado, em que o arranjo é o mesmo que o de Clauser et al. Omitiremos a maior parte dos detalhes técnicos.



Para cada N pares emitidos pela fonte, sejam $N_1(a)$ e $N_2(b)$ os números de detecções (contagens) nos aparelhos 1 e 2, respectivamente, e $N_{1,2}(a,b)$ o número de detecções simultâneas ('coincidentes',¹⁶⁷), onde a e b são os parâmetros a justáveis (ângulos de orientação) dos analisadores, conforme indica a figura.

Para N suficientemente grande, as probabilidades dessas detecções são dadas por

$$P_1^{\text{exp}}(a) = N_1(a)/N \quad ; \quad P_2^{\text{exp}}(b) = N_2(b)/N \quad \text{e} \quad P_{1,2}^{\text{exp}}(a,b) = N_{1,2}(a,b)/N$$

onde o subscrito 'exp' indica que se trata de probabilidades experimentais.

Por outro lado, uma TVO estocástica deverá ser capaz de prever essas probabilidades,¹⁶⁸ previsões que denotaremos por $p_1(a)$, $p_2(b)$ e $p_{1,2}(a,b)$, respectivamente.

Para um dado estado λ , sejam $p_1(a,\lambda)$, $p_2(b,\lambda)$ e $p_{1,2}(a,b,\lambda)$ as probabilidades de que um par caracterizado por λ

produza contagem nos aparelhos 1, 2 e $1e2$, respectivamente. Note-se que tais probabilidades não dependem tão-somente do caráter intrinsecamente estocástico da TVO, mas também do contexto experimental, que, além dos parâmetros a e b , inclui necessariamente a particular geometria empregada (ângulos subentendidos pelos detectores) e fatores relativos ao tipo de decaimento que produz o par, e ainda pode incluir possíveis parâmetros "cospiradores" dos aparelhos, não indicados explicitamente em nossa notação.

A importante condição de localidade é traduzida matematicamente por Clauser e Horne (e, essencialmente, também por Bell(1971)) na expressão

$$(F) \quad p_{12}(a, b, \lambda) = p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda) .$$

Clauser e Horne assumiram que essa condição é necessária para a condição de localidade, sob a justificativa de que decorre do fato de localidade implicar que $p_1(a, \lambda)$ não depende do contexto do aparelho 2, e vice-versa.¹⁶⁹

Evidentemente,

$$(III-14) \quad \begin{cases} p_1(a) = \int_{\Lambda} p_1(a, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda \\ p_2(b) = \int_{\Lambda} p_2(b, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda \end{cases} e$$

$$(III-15) \quad p_{12}(a, b) = \int_{\Lambda} p_{12}(a, b, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda = \int_{\Lambda} p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda .$$

onde nesta última expressão usou-se (F) na última igualdade.

Para a' e b' duas direções alternativas dos analisadores 1 e 2, respectivamente, Clauser e Horne mostraram que

$$(III-16) \quad -1 \leq p_{12}(a, b, \lambda) - p_{12}(a, b', \lambda) + p_{12}(a', b, \lambda) + p_{12}(a', b', \lambda) - p_1(a', \lambda) - p_2(b, \lambda) \leq 0 .$$

Essas desigualdades decorrem trivialmente de (III-15) e do seguinte lema provado em seu Apêndice A:

se x, x', y, y', X e Y são números reais satisfazendo $0 \leq x, x' \leq X$ e $0 \leq y, y' \leq Y$ então $-XY \leq xy - xy' + x'y + x'y' - Yx' - Xy \leq 0$.

Multiplicando (III-16) por $\mu(\lambda)$ e integrando sobre Λ , obtém-se

$$(III-17) \quad -1 \leq p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') + p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b') - p_1(a') - p_2(b) \leq 0 .$$

Note-se que a (indesejável) condição de normalização foi utilizada para a obtenção do limite inferior da desigualdade, mas não para a obtenção do limite superior. A desigualdade da direita pode ser reescrita como

$$(III-18) \quad \frac{p_{12}(a,b) - p_{12}(a,b') + p_{12}(a',b) + p_{12}(a',b')}{p_1(a') + p_2(b)} \leq 1$$

Um fato de crucial importância para o teste das previsões da TVO é que essa desigualdade não depende de N ; assim, apenas as razões dos números de contagens terão que ser conhecidas.

No entanto, Clauser e Horne mostraram, através da construção de um modelo específico de TVO,¹⁷⁰ que as limitações experimentais atuais tornam impossível, para os experimentos de cascata atômica, a violação de (III-18) pelas previsões da MQ,¹⁷¹ a menos que se introduza a seguinte hipótese auxiliar: Para cada emissão λ , a probabilidade de uma contagem com um polarizador no lugar é menor ou igual à probabilidade com o polarizador removido.

Essa hipótese pode ser expressa como

$$(III-19) \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq p_1(a,\lambda) \leq p_1(\infty,\lambda) \\ 0 \leq p_2(b,\lambda) \leq p_2(\infty,\lambda) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{para todos } a, b \\ \text{e } \lambda, \end{array}$$

onde o símbolo ' ∞ ' indica 'polarizador removido'.

Com essas desigualdades no lugar das tacitamente assumidas na obtenção de (III-17), a saber,

$$0 \leq p_1(a,\lambda) \leq 1 \quad \text{e} \quad 0 \leq p_2(b,\lambda) \leq 1,$$

obtém-se, por procedimento análogo,

$$(III-20) \quad -p_{12}(\infty,\infty) \leq p_{12}(a,b) - p_{12}(a,b') + p_{12}(a',b) + p_{12}(a',b') \\ - p_{12}(a',\infty) - p_{12}(\infty,b) \leq 0$$

ou, pondo $p_{12}(\infty,\infty) \equiv p_0$

$$(III-21) \quad -1 \leq \frac{p_{12}(a,b)}{p_0} - \frac{p_{12}(a,b')}{p_0} + \frac{p_{12}(a',b)}{p_0} + \frac{p_{12}(a',b')}{p_0} - \frac{p_{12}(a',\infty)}{p_0} - \frac{p_{12}(\infty,b)}{p_0} \leq 0$$

que são, finalmente, as desigualdades que satisfazem aos requisitos de violação pela MQ e testabilidade com a atual tecnologia.

III.3 RESENHA DOS EXPERIMENTOS

Antes de descrevermos sucintamente o panorama atual dos testes experimentais da Desigualdade de Bell, é indispensável desenvolver um pouco mais a noção de localidade, pois há dois sentidos bem distintos em que o termo pode ser entendido. Essa diferenciação já foi apontada como importante por Bell nas conclusões de seu artigo pioneiro, que transcrevemos no final da Seção III.1.

Localidade pode ser entendida como a impossibilidade de alteração, num instante t , do valor¹⁷² de um observável pela alteração da disposição de um aparelho de medida distante quando:

i) à luz da Física atual nenhuma interação houver que possa produzir a referida alteração. A isso chamaremos localidade fraca; ou

ii) o instante t estiver fora do cone de luz definido pelo evento — alteração da disposição do aparelho. A isso chamaremos localidade forte.

Os experimentos já idealizados para testar as predições do realismo local diferem amplamente, seja pelo tipo de sistema escolhido, seja por uma série de detalhes experimentais, um dos quais é o de poder ou não testar teorias que incorporam localidade forte.

De acordo com o parâmetro físico relevante e o tipo de sistema utilizado, podem agrupar-se nas seguintes classes os experimentos já idealizados:

A) Polarização linear; fótons de baixa energia provenientes de uma cascata atômica ($J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ ou $J=1 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$).

B) Polarização linear; fótons de alta energia resultantes de aniquilação de positrônio.

C) Componentes de spin; espalhamento próton-próton.

D) Componentes de spin; fragmentos de dissociação de moléculas metaestáveis.

Somente os experimentos da classe D ainda não foram concretizados em pelo menos um teste. Os da classe A são os

que melhor se prestam aos testes, pois as hipóteses auxiliares requeridas por eles são as menos questionáveis, como veremos abaixo.

De um modo geral, as seguintes condições têm de ser alcançadas, ou quase alcançadas para que um experimento possa ser considerado um teste das predições da TVO: 1) alta eficiência de detecção; 2) previsão de correlação forte pela MQ; 3) ensemble de pares produzidos com alta pureza quântica; 4) analisadores com elevada transmitância para certos estados e transmitância nula para estados ortogonais; 5) colimadores e filtros com alta transmitância e que não despolarizam as emissões; 6) pares sendo produzidos via decaimento de dois corpos.

Segundo essas exigências, classificam-se os casos experimentais em três grupos:

I) ideal, ou quase ideal; típico da classe D;

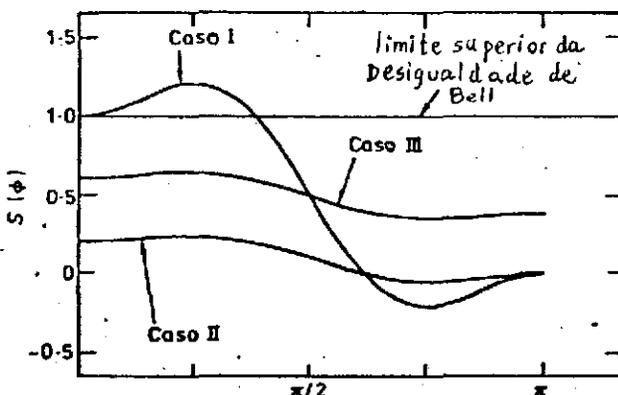
II) falha de uma ou mais das condições: 1, 5 ou 6; típico da classe A;

III) falha de uma ou mais das condições: 2,3, 4 ou 5; típico das classes B e C.

Para uma escolha de ângulos que já se tornou padrão, considerações de simetria permitem reescrever a Desigualdade de Clauser e Horne (III-18) em função de um único parâmetro experimental (um certo ângulo ϕ):

$$S(\phi) \leq 1$$

Clauser e Shimony (1978) fornecem um gráfico ilustrativo do comportamento típico dos casos experimentais, segundo as previsões da MQ:



Nota-se desde logo que nos casos II e III não se verifica violação da desigualdade (III-22) para nenhum valor do ângulo ϕ .

Nos experimentos da classe A, que correspondem ao caso II, o efeito das hipóteses auxiliares de Clauser et al. (1969) e de Clauser e Horne (1974) é o de produzir uma alteração na amplitude de $S(\phi)$ de modo a que haja violação para uma certa faixa de valores de ϕ .

Já vimos qual é a hipótese de Clauser e Horne (relações (III-19)). A de Clauser et al. (1969) é de que uma vez que um par de fótons passa pelos analisadores, a probabilidade de sua detecção conjunta independe das orientações dos analisadores. Tal hipótese está baseada na pressuposição de que se pode falar inequivocamente em "passagem" e "não-passagem" de fótons através de polarizadores. Isso, porém, pode concebivelmente ser falso, tanto que uma teoria física existe (a teoria semi-clássica da radiação) em que o conceito de passagem não é apropriado, havendo o fenómeno de passagem parcial, e que também depende da orientação dos polarizadores.

Embora mais plausível, a hipótese de Clauser e Horne também pode concebivelmente ser falsa, tanto que a inserção de um polarizador diagonalmente orientado entre dois polarizadores cruzados evidentemente aumenta a probabilidade de passagem de um fóton. Na prática, o que se supõe é que nos experimentos em questão não haja elementos ópticos com comportamento de polarizadores nos percursos dos fótons.¹⁷³

No caso da classe B as hipóteses auxiliares a serem introduzidas são consideravelmente mais implausíveis. Assume-se, inter alia, que a MQ correlaciona corretamente os resultados obtidos com polarizadores ideais e com polarizadores reais; isto, porém, assume que os fótons que entram nos polarizadores estão em estado de polarização definida, o que contradiz tanto as pressuposições do realismo, quanto as da MQ. Para a classe C, encontram-se dificuldades muito semelhantes às da classe B.¹⁷⁴

Os experimentos da classe D, embora ainda não se te-

Nota-se desde logo que nos casos II e III não se verifica violação da desigualdade (III-22) para nenhum valor do ângulo ϕ .

Nos experimentos da classe A, que correspondem ao caso II, o efeito das hipóteses auxiliares de Clauser et al. (1969) e de Clauser e Horne (1974) é o de produzir uma alteração na amplitude de $S(\phi)$ de modo a que haja violação para uma certa faixa de valores de ϕ .

Já vimos qual é a hipótese de Clauser e Horne (relações (III-19)). A de Clauser et al. (1969) é de que uma vez que um par de fótons passa pelos analisadores, a probabilidade de sua detecção conjunta independe das orientações dos analisadores. Tal hipótese está baseada na pressuposição de que se pode falar inequivocamente em "passagem" e "não-passagem" de fótons através de polarizadores. Isso, porém, pode concebivelmente ser falso, tanto que uma teoria física existe (a teoria semi-clássica da radiação) em que o conceito de passagem não é apropriado, havendo o fenómeno de passagem parcial, e que também depende da orientação dos polarizadores.

Embora mais palusível, a hipótese de Clauser e Horne também pode concebivelmente ser falsa, tanto que a inserção de um polarizador diagonalmente orientado entre dois polarizadores cruzados evidentemente aumenta a probabilidade de passagem de um fóton. Na prática, o que se supõe é que nos experimentos em questão não haja elementos ópticos com comportamento de polarizadores nos percursos dos fótons.¹⁷³

No caso da classe B as hipóteses auxiliares a serem introduzidas são consideravelmente mais implausíveis. Assume-se, inter alia, que a MQ correlaciona corretamente os resultados obtidos com polarizadores ideais e com polarizadores reais; isto, porém, assume que os fótons que entram nos polarizadores estão em estado de polarização definida, o que contradiz tanto as pressuposições do realismo, quanto as da MQ. Para a classe C, encontram-se dificuldades muito semelhantes às da classe B.¹⁷⁴

Os experimentos da classe D, embora ainda não se te-

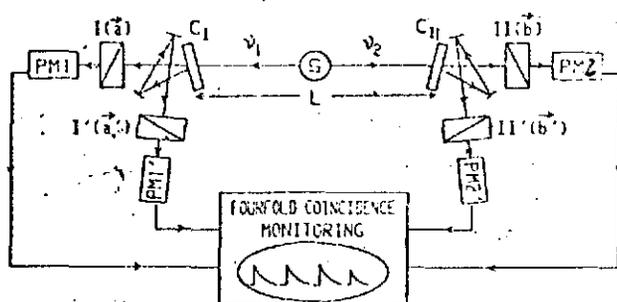
nham concretizado, são os mais interessantes, pois dispensam qualquer hipótese auxiliar. Isto porque reúnem a um tempo as mais importantes características de um bom teste: decaimento de dois corpos, analisadores praticamente sem atenuação e vazamento (aparelhos de Stern-Gerlach) e detectores altamente eficientes (ionizadores de superfície). O primeiro (e único) projeto completo de um experimento deste tipo foi proposto por Lo e Shimony(1981). A idéia básica é a de utilizar pares de átomos de Na no estado singleto produzidos pela dissociação de moléculas de Na_2 através de efeito Raman induzido. Cálculos detalhados realizados pelos autores acerca das previsões quânticas e dos vários parâmetros experimentais mostram que o experimento é em princípio realizável com a atual tecnologia, e dispensa qualquer hipótese auxiliar. Não temos notícia, porém, de nenhum projeto em implementação. A única — e muito séria — limitação deste tipo de experimento é a de não poder (pelo menos dentro de um futuro previsível) incorporar localidade forte no teste. A razão disso ficará clara quando mais abaixo analisarmos o experimento de A. Aspect.

Damos, no Apêndice B os resultados dos experimentos "convencionais" (i.e., que não testam localidade forte) já realizados. Como aí se pode observar, a situação é favorável à MQ. A isto acresçam-se dois reforços epistemológicos: a) os resultados favoráveis estão em excelente concordância quantitativa com a MQ; b) a MQ prevê correlações mais fortes que a desigualdade de Bell; erros experimentais sistemáticos são esperados destruir correlação. No experimento de Holt e Pipkin posteriormente descobriu-se um bulbo "pirex" que funcionava como polarizador, o que tira a confiança nesse resultado favorável às TVO's.

Os experimentos até aqui examinados deixam aberta uma importante saída para o realismo ingênuo local, uma vez que a localidade no sentido forte não foi neles incorporada, os analisadores permanecendo fixos por largos períodos de tempo. Destarte, haveria tempo suficiente para que algum tipo de informação sobre a orientação de um analisador fosse

transmitida por alguma interação física desconhecida propagando-se a velocidades subluminais ao outro braço do experimento, concebivelmente alterando os resultados de maneira a concordarem com a MQ.

Para eliminar essa possibilidade, seria preciso que o ajuste das direções (α e β) dos analisadores fosse feito com grande rapidez, de modo que o ajuste de α (sistema I) seja um evento com separação "space-like" do evento de análise e detecção da partícula em II, e vice-versa. Recentemente, Aspect e alguns colaboradores realizaram um experimento que concretizou, ou quase concretizou, este plano.¹⁷⁵ O artifício de que lançaram mão para obter-se o rápido ajuste dos analisadores foi a introdução de um mecanismo de comutação (switch) que desvia os fótons para um ou para outro de dois polarizadores em direções diferentes. O esquema simplificado da aparelhagem desse experimento é a seguinte:



Os comutadores são mecanismos acusto-ópticos, que exploram as interações entre luz e ondas acústicas na superfície da água. No caso em foco, tais aparelhos consistem de ondas estacionárias de ultra-som em água, resultantes da superposição de duas ondas propagando-se em direções opostas, produzidas por conversores eletroacústicos acionados por geradores de RF. Para o ângulo de incidência (na superfície) $\theta = \lambda_{acúst} / \lambda_{opt.} = 5 \times 10^{-3} \text{ rad}$ encontra-se que a luz é completamente transmitida quando a amplitude da onda é nula, e difratada a um ângulo de 2θ quando a amplitude é máxima.¹⁷⁶ Os fótons utilizados provinham da cascata $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ de átomos de Ca, tendo comprimentos de onda 422,7 nm e 551,3 nm. Neste experimento a comutação entre os dois canais ocorre a cada

10 ns, aproximadamente. Como a distância L entre os comutadores é de cerca de 6 m ($\Rightarrow L/c \approx 40\text{ns}$), os eventos de detecção em um lado e de ajuste no outro são "space-like" separados, também o sendo os de emissão (há um intervalo de 5 ns entre a emissão dos dois fótons do par) e detecção.

No que tange às limitações advindas da não-idealidade da aparelhagem, o experimento em questão é inferior aos melhores realizados anteriormente, conforme reconhecem os próprios autores, uma vez que a introdução dos comutadores exigiu uma redução na divergência dos feixes. Como peculiaridade, duas outras imperfeições: primeiro, que a comutação não é completa, sendo perdida uma parte dos fótons nos intervalos entre transmissão e deflexão totais. "Porém, uma grande fração dos pares sofre comutação forçada. Se as desigualdades de Bell fossem obedecidas por estes pares, seria difícil crer que não tivéssemos observado uma discrepância estatisticamente significativa entre nossos resultados e as previsões da MQ", observam Aspect et al.¹⁷⁷ Segundo, que os comutadores operam quase periodicamente, quando deveriam fazê-lo aleatoriamente. Todavia, é fato importante a independência dos geradores de RF; eles operam em frequências diferentes (23,9 e 24,24 MHz), que naturalmente podem flutuar.¹⁷⁸ As dificuldades com essa imperfeição desaparecem se se introduz a assunção suplementar de que "os polarizadores não têm 'memória', i.e., podem ser influenciados por sinais recebidos dos comutadores em um certo tempo (...) mas não podem armazenar toda esta informação por um longo tempo e extrapolar para o futuro".⁽¹⁷⁹⁾

Aspect et al. relatam os resultados numéricos referentes a duas "rodadas" de 12000 s de duração cada, e com orientações absolutas dos polarizadores diferentes; a média delas foi obtida como $S_{\text{exp}} = 0,101 \pm 0,020$, o que viola a desigualdade de Bell por cinco desvios padrão. A seu turno, a MQ prevê $S_{\text{MQ}} = 0,112$. Estes resultados estão, pois, em muito boa concordância. Uma outra rodada com diferentes orientações relativas dos polarizadores foi realizada, todos os resultados sendo exibidos no gráfico abaixo.

Resultado do experimento
de Aspect et al. (1982b);
o realismo local prevê
 $S(\phi) \leq 0$.

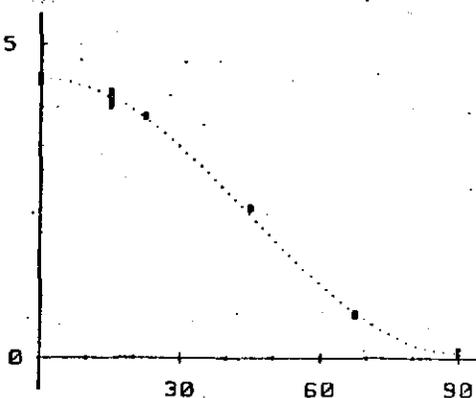


FIG. 4. Average normalized coincidence rate as a function of the relative orientation of the polarizers. Indicated errors are ± 1 standard deviation. The dashed curve is not a fit to the data but the predictions by quantum mechanics for the actual experiment.

III-4 O "REALISMO REAL" DE ARTHUR FINE

Examinaremos nesta Seção aquilo que, uma vez aceito o veredito experimental a favor da MQ fornecido pelos testes da Desigualdade de Bell, constitui a única atribuição completa de valores já proposta que satisfaz a condição de localidade e que é matematicamente consistente. Evidentemente, essa atribuição completa de valores não poderá satisfazer todas as premissas do realismo ingênuo (RE, MF, RVA, RDC, NC). Porém, sendo uma atribuição completa de valores, pode, de algum modo, ser chamada "realista". A esse "realismo" Fine dá o nome de realismo real.¹⁸⁰

Fine (1974) lança sérias críticas ao resultado de Bell (1964) e a um resultado equivalente, obtido por Wigner (1970).^{181,182} Surpreendentemente, a razão das críticas é o fato de assumirem, respectivamente, a validade de $RP^{q.s.}$ e RDC ¹⁸³ (que, como já vimos, são provadas equivalentes no mesmo artigo de Fine). O motivo da surpresa é que RDC é uma exigência aparentemente indispensável a qualquer TVO.

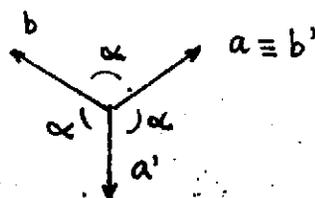
Pois bem! Fine propõe o abandono de RDC! Evidentemente, querendo a obtenção das predições quânticas para resultados de medida, Fine tem de obtê-las de algum modo pela TVO. Uma opção seria rejeitar MF. A outra, preferida

por Fine, é a de rejeitar o processo usual das TVO's operarem, através da introdução de um espaço de fase clássico $\langle \Lambda, \sigma(r), \mu \rangle$ e de funções-resposta $[] : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$.

Como principal argumento a favor dessa rejeição, Fine dá o de que a introdução dessa estrutura automaticamente torna bem definida uma distribuição conjunta de probabilidades para todos os observáveis envolvidos.¹⁸⁴ Mas para pares de observáveis incompatíveis a MQ não fornece uma distribuição conjunta e, ademais, há resultados na literatura¹⁸⁵ no sentido de que as probabilidades e distribuições conjuntas de uma família F de observáveis da MQ só poderiam ser fornecidas pelas probabilidades e distribuições conjuntas de variáveis aleatórias sobre um espaço comum quando F é abeliana.¹⁸⁶ Voltaremos a esse ponto na Seção III.6.

Veremos, a seguir, pelo que Fine substitui esse esquema-padrão de TVO's. A estratégia básica é a de, dada a descrição de um experimento de correlação, com respectivas previsões quânticas acerca dos resultados de medida, encontrar um modelo que atribua valores a todos os observáveis e que, ao mesmo tempo, forneça previsões experimentais coincidentes com as da MQ. Dos resultados de Bell e Wigner aprendeu-se que tais modelos terão de incorporar certas sofisticações. Em Fine(1982c) estes modelos são grupados em duas classes, de acordo com o tipo de sofisticação introduzida.

Em Fine(1979), Fine apresenta um ensemble de pares com valores para todos os observáveis envolvidos no experimento de correlação, que fornece as previsões estatísticas da MQ.. O truque consiste em explorar inteligentemente a incompatibilidade quântica de certos arranjos experimentais. O experimento considerado é o típico, em que as direções dos analisadores são distribuídas de acordo com a figura abaixo.



Devido ao fato de α coincidir com b' , experimentos

poderão revelar os valores de no máximo três dos quatro observáveis. Fine invoca então um curioso processo da Natureza pelo qual os elementos do ensemble quântico são divididos em quatro classes, denotadas por $\langle 1, 1; 1, 0 \rangle$, $\langle 1, 1; 0, 1 \rangle$, $\langle 1, 0; 1, 1 \rangle$ e $\langle 0, 1; 1, 1 \rangle$. Pares do tipo $\langle 0, 1; 1, 0 \rangle$ são tais que não produzirão contagem simultânea quando a direção do aparelho A for a , por uma falha do detector A. Pares do tipo $\langle 1, 0; 1, 1 \rangle$ não produzirão contagem simultânea quando a direção do aparelho A for a' , também por falha do detector A; e analogamente para $\langle 1, 1; 0, 1 \rangle$ e $\langle 1, 1; 1, 0 \rangle$ para b e b' , por falha do detector B.

O ensemble, com suas subdivisões, é o seguinte:¹⁸⁷

$\langle 1, 1; 1, 0 \rangle$	$\langle 1, 1; 0, 1 \rangle$	$\langle 1, 0; 1, 1 \rangle$	$\langle 0, 1; 1, 1 \rangle$
+ + + -	+ - - -	+ - + -	+ + + +
+ + + -	+ - - -	+ - + -	+ + + +
+ + + -	+ - - -	+ - + -	+ + + +
+ + - -	+ + - -	+ + - -	+ + - -
- - + +	- - + +	- - + +	- - + +
- - - +	- + + +	- + - +	- - - -
- - - +	- + + +	- + - +	- - - -

Como há quatro "+" e quatro "-" em cada coluna, as probabilidades individuais quânticas ($=1/2$) são trivialmente obtidas. As distribuições conjuntas também são obtidas. Por exemplo, a probabilidade de obter experimentalmente $A_a = +$ e $B_b = +$, denotada por $P(a,b)$,¹⁸⁸ é obtida como o limite da razão entre o número de pares onde $A_a = +$ e $B_b = +$ das classes onde medidas desses observáveis são eficientes ($\langle 1, 1; 1, 0 \rangle$ e $\langle 1, 1; 0, 1 \rangle$), pelo número de pares dessas classes. Para $4N$ emissões,

$$P(a,b) = \frac{\frac{3}{8}N + \frac{3}{8}N}{N + N} = \frac{3}{8} = P_{A_a B_b}^{\Psi}(1,1)$$

As demais probabilidades são obtidas analogamente, todas concordando com as probabilidades quânticas.

É evidente que tal processo de detecção seletiva só é possível devido à baixa eficiência dos detectores atualmente utilizados. Nas experiências idealizadas por Lo e Shimony

tal modelo não funcionaria. Também é gritante a artificialidade desse modelo, que pressupõe uma espécie de "conspiração" da Natureza, pela qual as distribuições reais dos valores nunca se revelam no nível empírico. (Notar que a distribuição de valores "possuídos" no ensemble não corresponde à encontrada experimentalmente. Observar ainda que a atribuição de valores viola as leis de conservação, embora essa violação não apareça nunca experimentalmente.)

Fine (1982c) formaliza os modelos deste tipo, denominando-os Modelos Prisma (Prism Models). Introduce um "espaço de fase" Λ , porém as funções-resposta $A_i(\lambda)$ e $B_j(\lambda)$ não são definidas para todo Λ , como se faz nas TVO's ordinárias. Ao contrário, Λ é dividido em categorias (categories), denotadas por $\sigma(A_i)$ e $\sigma(B_j)$ (que podem ter interseções não-vazias). Em um par cuja variável oculta é λ , só os observáveis cujas categorias contêm λ poderão ser medidos com sucesso. As probabilidades quânticas são obtidas então como probabilidades condicionais, condicionais com as várias categorias de medida. Assim:

$$P_{A_i}(i) = \text{Prob.} [A_i(\lambda) = 1 \mid \lambda \in \sigma(A_i)]$$

$$P_{B_j}(j) = \text{Prob.} [B_j(\lambda) = 1 \mid \lambda \in \sigma(B_j)]$$

$$P_{A_i B_j}(ij) = \text{Prob.} [A_i(\lambda) = 1 \wedge B_j(\lambda) = 1 \mid \lambda \in \sigma(A_i) \cap \sigma(B_j)]$$

Embora simples, não reproduziremos aqui, devido à sua extensão, as duas construções de espaços de fase e respectivas categorias e funções-resposta que Fine elabora, mostrando que podem existir. Ao invés disto, passaremos ao segundo tipo de modelo do realismo real de Fine, apresentados em seu (1982c) sob o nome de Modelos de Sincronização (Synchronization models).

Nesse tipo de modelo, as funções-resposta são definidas para todo Λ . O truque está em explorar a possibilidade de as duas partículas do par serem retardadas diferentemente ao passarem pelos analisadores e/ou em seus trajetos subsequentes até os detectores (esse efeito podendo depen-

der inclusive das orientações dos analisadores). Fine introduz um coeficiente de sincronização, C_{ij} , definido assim:

$C_{ij}(\lambda)$ = probabilidade de um par de partículas no estado λ produzir uma contagem de coincidência quando o analisador A está em sua i -ésima posição e o analisador B em sua j -ésima posição, dado que as duas partículas passaram pelos respectivos analisadores.

As seguintes probabilidades são introduzidas:

$P_A(\lambda, i)$ = probabilidade de uma contagem no braço A, para uma partícula no estado λ , quando o analisador A está em sua i -ésima posição.

$P_B(\lambda, j)$ = (definida analogamente)

$P_{AB}(\lambda, ij)$ = probabilidade de uma contagem de coincidência quando um par no estado λ é emitido e os analisadores A e B estão, respect., nas posições i e j .

Naturalmente, $P_A(\lambda, i) = A_i(\lambda)$

$P_B(\lambda, j) = B_j(\lambda)$.

Clauser e Horne expressaram a condição de localidade através da condição (F), citada na página 61, acima. Essa condição é uma condição de independência estatística. No modelo de sincronização ela não pode ser válida; em seu lugar Fine coloca

$$(F') \quad P_{AB}(\lambda, ij) = P_A(\lambda, i) P_B(\lambda, j) C_{ij}(\lambda),$$

que é a relação de define um modelo como de sincronização, quando C_{ij} não é identicamente igual à unidade.

Nos modelos de sincronização deve-se ter

$$\int_{\Lambda} A_i(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda = P_{A_i}^Y(1) = 1/2$$

$$\int_{\Lambda} B_j(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda = P_{B_j}^Y(1) = 1/2$$

$$\int_{\Lambda} A_i(\lambda) B_j(\lambda) C_{ij}(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda = P_{A_i B_j}^Y(1, 1)$$

Através de uma construção, Fine mostra então que existem modelos de sincronização. Marginalmente, isso mostra que a condição de localidade não implica necessariamente a de independência estatística, (F), pois neste modelo esta última é violada embora ainda se tenha localidade.

Por fim, notamos que a validade dos modelos de sincronização depende de certos limites impostos sobre os coeficientes de sincronização. Medidas dos tempos de trânsito e de retardação poderiam mostrar que esses limites são violados.

III.5 AS PROPOSTAS DE STAPP, EBERHARD e REDHEAD

A principiar por um artigo de 1971,¹⁸⁹ H.P. Stapp vem defendendo uma versão do teorema de Bell que, se correta, mostraria nada mais nada menos que qualquer teoria que reproduz corretamente as previsões estatísticas da MQ (independentemente de ser ou não uma TVO, e de ser ou não determinista) seria não-local, no sentido de violar o seguinte princípio:

- (L') Um objeto macroscópico não pode ter seu estado clássico alterado pelo ajuste de um aparelho de medida distante.¹⁹⁰

Evidentemente, a própria MQ seria não-local, nesse sentido. Essa conclusão é de fato defendida explicitamente por Stapp e outros autores comprometidos com sua abordagem, e tida por eles como a grande consequência do trabalho de Bell.

No entanto, veremos mais abaixo que tal abordagem recebeu críticas aparentemente fatais de Clauser e Shimony, Redhead e Fine. Antes disso, porém, notamos que o teorema de Stapp foi aperfeiçoado por Eberhard(1977), que o colocou na forma de uma desigualdade. A estrutura matemática dessa prova de Eberhard foi aproveitada por Redhead(1983), que lhe deu uma interpretação diferente, isenta dos problemas da interpretação de Stapp.

Esse trabalho de Redhead é particularmente interessante, pois, elegância à parte, aparentemente representa uma resposta às objeções de Fine às derivações tradicionais das Desigualdades de Bell, que empregam a estrutura dos espaços de fase/variáveis aleatórias. Isso porque, embora sem corroborar as conclusões fortes de Stapp et alii acerca da não-localidade de qualquer teoria reproduzindo os resultados estatísticos da MQ para os experimentos de correlação, ainda permite

a conclusão de que aquela estrutura é dispensável para a obtenção de uma desigualdade tipo Bell. Reproduziremos a seguir o argumento de Redhead, com uma ligeira modificação no significado de certas grandezas introduzidas.

A situação experimental é aquela da versão de Bohm do argumento de EPR. Uma fonte (S) produz pares de partículas no estado singlete; dois medidores de componentes de spin, A e B, medem essas grandezas sobre as partículas quando estas já se encontram separadas, ao longo de direções a ou a' (para o medidor A) e b ou b' (para o medidor B). Assume-se que somente uma componente de spin poderá ser medida para cada partícula.

Considere agora uma seqüência de N emissões de pares. A escolha entre as quatro possibilidades de medida (a e b ; a e b' ; a' e b ; a' e b') para cada um dos pares é feita completamente ao acaso. Com uma aparelhagem de medida ideal, uma tabela com os resultados, nos moldes da fornecida abaixo, poderá ser construída (com a seguinte notação: a_n é o valor medido da componente de spin do braço A do n -ésimo par ao longo de a quando A está ajustado em a ; similarmente para a'_n , b_n e b'_n ; os valores são expressos em unidades de $h/2$).

	I		II		III		IV	
n								
1	a_n	b_n	a_n	b'_n	a'_n	b_n	a_n	b'_n
2			+1	-1				
3							-1	-1
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Muito embora seja operacionalmente irrealizável o preenchimento total de cada uma das linhas da tabela, o princípio realista de que cada observável possui em cada instante um valor bem definido permite a definição da quantidade

$$(III-21) \quad \chi_n = a_n b_n + a_n b'_n + a'_n b_n - a'_n b'_n,$$

onde agora os a_n 's, b_n 's, etc., são entendidos como os valores dos componentes de spin fornecidos pela TVO.¹⁹¹

Assumindo a hipótese da localidade pode-se verificar que

(III-23)

$$|\gamma_n| \leq 2.$$

De fato, cada um dos termos do membro direito de (III-22) só pode em princípio, valer +1 ou -1; a hipótese de localidade implica que os a_n 's, b_n 's, etc., que aparecem em (III-22) duas vezes cada, têm, de fato os mesmos valores numéricos (e.g., a_n não depende de qual observável está sendo medido em B; lembrar que a TVO é contextual; essa hipótese de localidade equivale à eliminação da possibilidade de que um "contexto distante" influencie nos valores dos observáveis); isso cria uma vinculação entre os termos do segundo membro de (III-22), que pode então ser reescrita como

$$(III-24) \quad \gamma_n = a_n (b_n + b_n') + a_n' (b_n - b_n'),$$

o que torna evidente a validade de (III-23).

Considere-se a média de (III-22) sobre N pares:

$$(III-25) \quad \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n b_n + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n b_n' + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n' b_n - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n' b_n'.$$

Tomando-se o módulo desta expressão e usando (III-23), e definindo

$$(III-26) \quad c(a, b) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n b_n,$$

obtém-se, com definições análogas para $c(a, b')$, $c(a', b)$ e $c(a', b')$, a desigualdade

$$(III-27) \quad |c(a, b) + c(a, b') + c(a', b) - c(a', b')| \leq 2$$

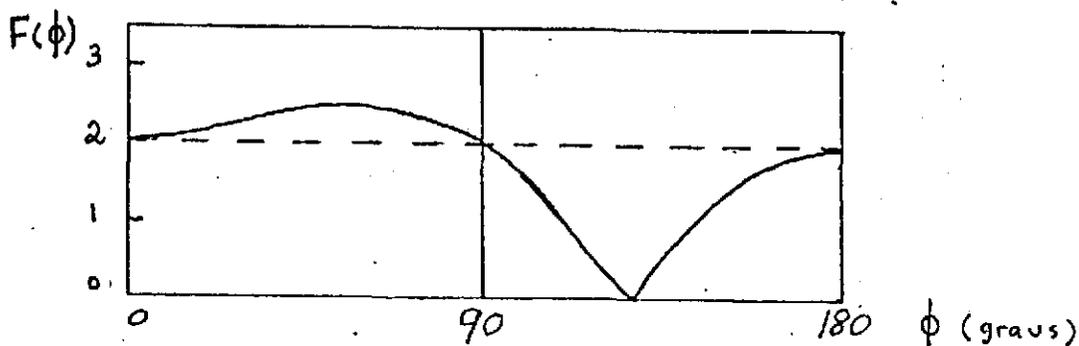
que é a versão de Redhead da Desigualdade de Bell. O conflito com a MQ evidencia-se a partir do fato de que a MQ permite o cálculo dos coeficientes de correlação $c(a, b)$, etc., dando

$$(III-28) \quad c(a, b)_{MQ} = -\cos \theta_{ab}$$

onde θ_{ab} é o ângulo entre a e b . Escolhendo a , a' , b e b' coplanares, $\theta_{ab} = 0$ e pondo $\theta_{ab'} = \theta_{a'b} = \phi$, $\theta_{a'b'}$ será 2ϕ e o membro esquerdo de (III-27) pode ser avaliado como

$$(III-29) \quad |1 + 2 \cos \phi - \cos 2\phi| \equiv F_{MQ}(\phi)$$

(o símbolo 'MQ' adicionado a F nesta expressão e em (III-28) evidencia o fato de que são resultados da MQ). Um esboço da função $F(\phi)$ é feito na figura abaixo:

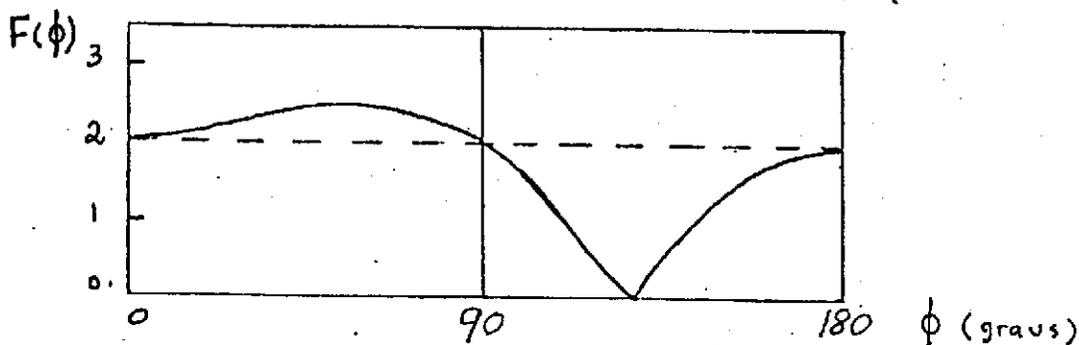


Esse gráfico mostra a violação da desigualdade de Redhead, obtida a partir dos pressupostos do realismo e da localidade, para ângulos entre 0 e 90°.

É importante observar que assumiu-se tacitamente na prova que, para efeito de comparação da desigualdade de Redhead com as predições da MQ, as médias (III-26) têm seus valores inalterados quando, ao invés de serem calculadas sobre $N(\rightarrow\infty)$ termos, o são sobre os $N/4(\rightarrow\infty)$ termos que são em princípio obtíveis experimentalmente (os que constam na tabela da p. 75). Essa assunção é muito natural em vista do fato de a escolha entre os quatro tipos de arranjos experimentais para cada uma das observações ser efetuada inteiramente ao acaso. Quando se levam em conta as limitações experimentais, porém, a tabela de resultados apresenta um grande número de linhas "em branco", pois elevada percentagem das emissões que penetram a abertura dos aparelhos simplesmente não são registradas. É exatamente este o ponto explorado por Fine em seus Modelos Prisma. Redhead rejeita explicitamente esta "saída" de Fine, por considerar que representa uma inaceitável "conspiração" por parte da Natureza.

Rejeitando esses modelos de Fine, Redhead afirma ter dado o "golpe de misericórdia" nas objeções de Fine às demonstrações da desigualdade de Bell-Wigner, por utilizarem o maquinismo de espaço de fase variáveis aleatórias. Diz ele:

"Note que não assumimos que, por exemplo, os a_n 's e a_n^1 's têm uma distribuição conjunta de probabilidades bem definida; os coeficientes de correlação que usamos na derivação da desigualdade de Bell referem-se sempre a observáveis compatíveis. Em particular, não assumimos que $1/N \sum_{n=1}^{\infty} a_n a_n^1$ tem algum limite bem definido quando $N \rightarrow \infty$. É este um importante aspecto em que a prova acima é superior à prova



Esse gráfico mostra a violação da desigualdade de Redhead, obtida a partir dos pressupostos do realismo e da localidade, para ângulos entre 0 e 90°.

É importante observar que assumiu-se tacitamente na prova que, para efeito de comparação da desigualdade de Redhead com as previsões da MQ, as médias (III-26) têm seus valores inalterados quando, ao invés de serem calculadas sobre $N(\rightarrow\infty)$ termos, o são sobre os $N/4(\rightarrow\infty)$ termos que são em princípio obtíveis experimentalmente (os que constam na tabela da p. 75). Essa assunção é muito natural em vista do fato de a escolha entre os quatro tipos de arranjos experimentais para cada uma das observações ser efetuada inteiramente ao acaso. Quando se levam em conta as limitações experimentais, porém, a tabela de resultados apresenta um grande número de linhas "em branco", pois elevada percentagem das emissões que penetram a abertura dos aparelhos simplesmente não são registradas. É exatamente este o ponto explorado por Fine em seus Modelos Prisma. Redhead rejeita explicitamente esta "saída" de Fine, por considerar que representa uma inaceitável "conspiração" por parte da Natureza.

Rejeitando esses modelos de Fine, Redhead afirma ter dado o "golpe de misericórdia" nas objeções de Fine às demonstrações da desigualdade de Bell-Wigner, por utilizarem o maquinismo de espaço de fase variáveis aleatórias. Diz ele:

"Note que não assumimos que, por exemplo, os a_n 's e a_n^1 's têm uma distribuição conjunta de probabilidades bem definida; os coeficientes de correlação que usamos na derivação da desigualdade de Bell referem-se sempre a observáveis compatíveis. Em particular, não assumimos que $1/N \sum_{n=1}^{\infty} a_n a_n^1$ tem algum limite bem definido quando $N \rightarrow \infty$. É este um importante aspecto em que a prova acima é superior à prova

original de Bell."¹⁹²

Por fim, resta ver qual é a abordagem de Stapp-Eberhard, e mencionar brevemente as objeções de Redhead, Clauser e Shimony e Fine.

Stapp e Eberhard adotam uma posição instrumentalista, e interpretam os números a_n , a'_n , b_n e b'_n como resultados de medida. Mas como somente dois dos observáveis $\vec{\sigma} \cdot \vec{a}$, $\vec{\sigma} \cdot \vec{a}'$, $\vec{\sigma} \cdot \vec{b}$ e $\vec{\sigma} \cdot \vec{b}'$ podem ser medidos, aqueles autores têm de recorrer ao seguinte princípio, que Redhead denomina "Principle of Local Counterfactual Definiteness":

(PLCD) "O resultado de uma medida que poderia ter sido realizada (mas que não foi) sobre um microsistema é bem definido e não depende do ajuste de um aparelho distante."

Dentro do contexto de uma TVO determinista do tipo da considerada na prova de Redhead, esse Princípio é uma consequência (quando se assume MF) da condição de localidade usual:

(L) "O valor de um observável não pode ser alterado pelo ajuste de um aparelho distante."

Stapp e Eberhard, porém, precisam assumir, a fim de obterem suas conclusões fortes, que PLCD seja válido independentemente de qualquer hipótese sobre microssistemas. Pretendem justificá-lo apelando à condição de localidade (L'). Assim, a violação da desigualdade obtida usando PLCD mostraria que a teoria empregada viola (L').

Acontece, porém, que considerando o caso de teorias estocásticas, Redhead mostrou,¹⁹³ através de um sofisticado argumento, que $L' \not\Rightarrow$ PLCD, pondo destarte em dúvida a alegação de generalidade da prova de Stapp-Eberhard da violação de L'.

Um argumento mais intuitivo havia sido apresentado anteriormente por Clauser e Shimony (1978); esse argumento, porém é dependente da interpretação adotada por Stapp a partir de 1978¹⁹⁴ para o conjunto de números a_n , a'_n , b_n e b'_n . Adotando a interpretação da MQ proposta por Everett em 1957

(a chamada "Many World Interpretation"), Stapp considera que cada uma das escolhas ($\langle \vec{\sigma} \cdot \hat{a}, \vec{\sigma} \cdot \hat{b} \rangle$; $\langle \vec{\sigma} \cdot \hat{a}, \vec{\sigma} \cdot \hat{b}' \rangle$; ...) é de fato realizada, mas em diferentes "mundos". Clauser e Shimony questionam então que se assim é, por que é que deve existir algum tipo de localidade entre esses vários "mundos", como exige o argumento de Stapp-Eberhard?

Veremos na Seção seguinte que Fine obteve um resultado que parece lançar por terra qualquer alegação de que se obteve uma desigualdade tipo Bell sem pressupor uma estrutura de espaço de fase/variáveis aleatórias, o que implica, inter alia, a falsidade da alegada generalidade das provas de Stapp e Eberhard. Convém ainda mencionar que Hellman(1982) contém uma crítica independente e bastante técnica dessa alegação.¹⁹⁵

CAPÍTULO IV

INTERLIGAÇÃO DAS ABORDAGENS ALGÉBRICAS E DA
NÃO-LOCALIDADE

IV.1 AS CONTRIBUIÇÕES DE FINE DE 1982

Em 1982, A. Fine publicou um par de artigos¹⁹⁶ nos quais apresenta um surpreendente resultado que aparentemente mina a alegada superioridade da prova de Redhead da Desigualdade de Bell. Na verdade, tais artigos trazem também uma série de outros resultados importantes, que, em seu conjunto, constituem uma das maiores contribuições para os Fundamentos da MQ desde o trabalho de Bell de 1964.

Apresentaremos agora sucintamente e com algumas modificações os resultados de Fine(1982a), fazendo a seguir alguns comentários sobre as demonstrações, e indicando aquelas que foram generalizadas em Fine(1982b).

Fine(1982a) trata exclusivamente dos observáveis A , A' , B e B' dos experimentos de correlação. Seja uma TVO como a introduzida na Seção II.1, mas com as funções-resposta denotadas por $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, etc., ao invés de $[A](\lambda)$, $[B](\lambda)$, etc., porém onde por ora não exigimos RVA nem RDC, atentos à possibilidade de as probabilidades quânticas não serem as corretas. Usamos a seguinte notação (modificada): Para um observável S (A , A' , B ou B'), $P(S)$ denota a probabilidade, prevista pela TVO, de $S(\lambda)=1$; $P(\bar{S})$ denota a probabilidade, prevista pela TVO, de $S(\lambda)=-1$ (\bar{S} é o "complemento" de S : $S=1 \iff \bar{S}=-1$); $P(ST)$ é a probabilidade, prevista pela TVO, de $S=1$ e $T=1$; analogamente para $P(RST)$ e $P(QRST)$. Evidentemente,

$$\begin{aligned} P(S) &= \int_{\Lambda} \tilde{S}(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \\ P(ST) &= \int_{\Lambda} \tilde{S}(\lambda) \tilde{T}(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \\ P(RST) &= \int_{\Lambda} \tilde{R}(\lambda) \tilde{S}(\lambda) \tilde{T}(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \\ P(QRST) &= \int_{\Lambda} \tilde{Q}(\lambda) \tilde{R}(\lambda) \tilde{S}(\lambda) \tilde{T}(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \end{aligned}$$

onde $\tilde{S}(\lambda)=1$ se $S(\lambda)=1$ e $\tilde{S}(\lambda)=0$ se $S(\lambda)=-1$, e sempre que um "complemento" \bar{S} aparece no membro esquerdo, no membro direi-

to aparece $1 - \tilde{S}(\lambda)$ ao invés de $\tilde{S}(\lambda)$.

Uma TVO estocástica fornece, ao invés das funções-resposta $S(\lambda)$, as probabilidades $P(s, \lambda)$, e será dita fatorizável¹⁹⁷ se, para todos S , T e λ ,

$$P(sT, \lambda) = P(s, \lambda) P(T, \lambda).$$

É claro que

$$P(s) = \int_{\Lambda} P(s, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda,$$

e, se a TVO é fatorizável,

$$P(sT) = \int_{\Lambda} P(s, \lambda) P(T, \lambda) \mu(\lambda) d\lambda.$$

(Aqui também suspendemos por ora a necessidade de essas probabilidades da TVO concordarem com as da MQ.)

Finalmente, definimos as probabilidades

$$P_e(A), P_e(A'), P_e(B) \text{ e } P_e(B');$$

e, para os pares compatíveis,

$$P_e(AB), P_e(AB'), P_e(A'B) \text{ e } P_e(A'B')$$

como as probabilidades experimentais dos valores dos observáveis entre parênteses serem +1. (com a mesma convenção anterior para os "complementos").

Fine prova então que as seguintes proposições são equivalentes (sempre para os observáveis A , A' , B e B').

- I) Existe uma TVO determinista satisfazendo $P(A) = P_e(A)$, ..., $P(AB) = P_e(AB)$, ...;
- II) Existe uma TVO estocástica ^{fatorizável} satisfazendo $P(A) = P_e(A)$, ...; $P(AB) = P_e(AB)$, ...;
- III) Existe uma distribuição conjunta de probabilidades ($\bar{P}(AA'BB')$) para os quatro observáveis do experimento que dá (return) as probabilidades individuais $P_e(A)$, etc. e as distribuições conjuntas para pares compatíveis, $P_e(AB)$ etc., como marginais;¹⁹⁸
- IV) Existem distribuições conjuntas triplíceis $\bar{P}(AA'B)$ e $\bar{P}(A'BB')$ cujos marginais são as probabilidades individuais, $P_e(A)$, etc., as distribuições conjuntas para pares compatíveis, $P_e(AB)$, etc. e uma mesma distribuição conjunta ($\bar{P}(BB')$) para o par incompatível BB' ;
- V) Valem as Desigualdades de Bell/Clauser e Horne para as probabilidades experimentais, i.e.,

$$\begin{aligned}
 -1 &\leq P_e(AB) + P_e(AB') + P_e(A'B) - P_e(A'B') - P_e(A) - P_e(B') \leq 0, \\
 -1 &\leq P_e(A'B) + P_e(A'B') + P_e(AB) - P_e(AB') - P_e(A) - P_e(B') \leq 0, \\
 -1 &\leq P_e(AB') + P_e(AB) + P_e(A'B) - P_e(A'B') - P_e(A) - P_e(B) \leq 0, \\
 -1 &\leq P_e(A'B') + P_e(A'B) + P_e(AB) - P_e(AB') - P_e(A) - P_e(B) \leq 0.
 \end{aligned}$$

Algumas dessas demonstrações são triviais, outras são conseqüências de trabalhos anteriores. Vejamos isso.

I \Rightarrow II: Trivial; toda TVO determinista é uma TVO estocástica fatorizável onde todas as probabilidades são 1 ou 0.

I \Rightarrow III: Basta definir $\bar{P}(AA'BB')$ através de

$$\bar{P}(AA'BB') \equiv P(AA'BB') = \int_{\Lambda} \tilde{A}(\lambda) \tilde{A}'(\lambda) \tilde{B}(\lambda) \tilde{B}'(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda.$$

I \Rightarrow IV: Basta definir

$$\begin{aligned}
 \bar{P}(ABB') &\equiv P(ABB') = \int_{\Lambda} \tilde{A}(\lambda) \tilde{B}(\lambda) \tilde{B}'(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda, \quad e \\
 \bar{P}(A'BB') &\equiv P(A'BB') = \int_{\Lambda} \tilde{A}'(\lambda) \tilde{B}(\lambda) \tilde{B}'(\lambda) \mu(\lambda) d\lambda.
 \end{aligned}$$

I \Rightarrow V: Dado que Clauser e Horne (1974) mostraram que II \Rightarrow V, isso segue de I \Rightarrow II.

As maiores contribuições de Fine são as provas dos inversos dessas implicações (algumas das quais são obtidas in diretamente). Assim,

IV \Rightarrow III: Basta definir $\bar{P}(AA'BB') = \bar{P}(ABB') \bar{P}(A'BB') / \bar{P}(BB')$, pondo $\bar{P}(AA'BB') = 0$ se $\bar{P}(BB') = 0$.

II \Rightarrow III: Basta definir

$$\bar{P}(AA'BB') \equiv P(AA'BB') = \int_{\Lambda} P(A, \lambda) P(A', \lambda) P(B, \lambda) P(B', \lambda) \mu(\lambda) d\lambda.$$

III \Rightarrow I: Dada $\bar{P}(AA'BB')$, constrói-se uma TVO determinista

fazendo: $\Lambda = \{ \lambda \mid \lambda \equiv \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle ; a_1, a_2, a_3, a_4 = \pm 1 \}$;

$$A(\lambda) = a_1 ; A'(\lambda) = a_2 ; B(\lambda) = a_3 ; B'(\lambda) = a_4 ;$$

onde $\mu(\lambda) = \mu(a_1, a_2, a_3, a_4) = \bar{P}(A_1 A_2' B_3 B_4')$,

$$S_i = S \quad \text{se } a_i = 1$$

$$e \quad S_i = \bar{S} \quad \text{se } a_i = -1$$

V \Rightarrow I: Para a prova desse importante e surpreendente resultado, remetemos o leitor ao artigo de Fine, pois a prova é longa demais. Observamos, contudo, que se baseia em um procedimento de construção perfeitamente legítimo e claro.

Pode-se verificar facilmente que está assim completa a prova da cadeia de equivalências. Antes de passarmos às generalizações de algumas delas, contidas em Fine(1982b), comentamos, em passant, que há propostas anteriores de provas da equivalência de I e II.¹⁹⁹ Porém, como observa Fine(1982a), estas "provas" são equívocos, pois apenas mostram que certas classes de desigualdades lineares valem em um caso se e somente se valem no outro.

III \Leftrightarrow IV: generalizada para um número qualquer de observáveis quaisquer, segundo as seguintes correspondências:

$$\left. \begin{array}{l} A, A' \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n \\ B, B' \rightarrow B_1, B_2, \dots, B_m \end{array} \right\} [A_i, B_j] = 0, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad j=1, 2, \dots, m$$

$P_e(AB), \dots \rightarrow P_x(A_i B_j)$, P_x qualquer distribuição pré-fixada;

$\bar{P}(AA'BB') \rightarrow \bar{P}(A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m)$;

$\bar{P}(ABB')$, $\bar{P}(A'BB')$ $\rightarrow \bar{P}(A_i, B_1, \dots, B_m)$, $i=1, 2, \dots, n$;

$\bar{P}(BB') \rightarrow \bar{P}(B_1, \dots, B_m)$.

III \Leftrightarrow V: generalizada para um número qualquer de observáveis bivalentes A, A', B e B' .²⁰⁰

I \Leftrightarrow III: generalizada para um número qualquer de observáveis quaisquer.

Embora Fine não mencione isto, é fácil ver que a equivalência de I e II pode ser generalizada para qualquer número de observáveis quaisquer, porque II \Rightarrow III pode assim ser generalizada por uma extensão imediata da prova de Fine(1982a) desse resultado.

Antes de dar as conclusões de Fine, vejamos ainda outros resultados de Fine(1982b). Trata-se de uma conexão entre as Desigualdades de Bell e o resultado de Kochen e Specker.

Fine denomina uma TVO igual à que definimos na Seção II.1, mas em que não se exige RDC, de uma "TVO fraca"; e um conjunto \mathcal{O} de observáveis "grande o suficiente" se

- i) sempre que $A \in \mathcal{O}$ e $B \in \mathcal{O}$ e $AB = BA$ então $AB \in \mathcal{O}$ e existe um observável $C \in \mathcal{O}$ tal que $A = f(C)$ e $B = g(C)$ para funções Borel f e g ; e
- ii) sempre que $A \in \mathcal{O}$ então $\chi_s(A) \in \mathcal{O}$, para um conjun

to borel S qualquer.

Fine prova então que se \mathcal{O} é grande o suficiente, as seguintes proposições são equivalentes (onde subentende-se que as TVO's reproduzem corretamente as probabilidades quânticas):

- α) Existe uma TVO determinista para \mathcal{O} (i.e., uma TVO fraca que satisfaz RDC);
- β) Existe uma TVO fraca para \mathcal{O} que satisfaz $\text{FUNC}^{q.s.}$.
- γ) Existe uma TVO fraca para \mathcal{O} que satisfaz $\text{RP}^{q.s.}$.

A prova de $\gamma \iff \alpha$ segue do resultado de Fine(1974) de que $\text{RDC} \iff \text{RP}^{q.s.}$. A prova de $\beta \implies \gamma$ é simples, mas pelo que sabemos, nunca antes havia sido explicitada na literatura; segue de $\text{FUNC}^{q.s.} \implies \text{RP}^{q.s.}$ 201

Embora, como já vimos, o resultado de Fine(1974) de que $\text{RDC} \iff \text{RP}^{q.s.}$ e o resultado de Fine e Teller(1978) de que $\exists(L, \text{RP}) \implies \exists(L', \text{RS})$ conjuntamente impliquem $\alpha \implies \beta$ (o que surpreendentemente não é dito por Fine!), Fine apresenta uma outra prova. De fato, é a prova de um resultado muito mais forte (o que também surpreendentemente não é dito por Fine!); a saber, que $\text{RDC} \implies \text{FUNC}^{q.s.}$ em um conjunto grande o suficiente de observáveis. Essa prova é extremamente inteligente:

A tese a ser provada é $f(A)(\lambda) \stackrel{q.s.}{=} f(A(\lambda))$,

ou seja, $\mu\{\lambda \mid f(A)(\lambda) \neq f(A(\lambda))\} = 0$. Seja y um número no espectro de $f(A)$ e sejam $S = \{\lambda \mid f(A)(\lambda) = y\}$ e $T = \{\lambda \mid f(A(\lambda)) = y\}$. A tese é então $\mu\{\bar{S} \cap T\} = 0 = \mu\{S \cap \bar{T}\}$, e estará provada se $\mu\{S\} = \mu\{T\} = \mu\{S \cap T\}$. Que isso de fato decorre das hipóteses (RDC, RVA, grande o suficiente) verifica-se assim:

$$\begin{aligned} \mu\{T\} &= \mu\{\lambda \mid A(\lambda) \in f^{-1}(y)\} = P_A^\Psi(f^{-1}(y)) = \\ &= P_{f(A)}^\Psi(y) = \mu\{\lambda \mid f(A)(\lambda) = y\} = \mu\{S\}. \end{aligned}$$

Usando agora a representação espectral de A, tem-se que $\chi_D(A) \cdot \chi_{f(D)}(f(A)) = \chi_D(A)$ para qualquer conjunto Borel D.

Portanto

$$P_{A, f(A)}^\Psi(D \times f(D)) = \langle \psi \mid \chi_D(A) \mid \psi \rangle = P_A^\Psi(D).$$

Assim,

$$P_{A, f(A)}^\Psi(f^{-1}(y) \times \{y\}) = P_A^\Psi(f^{-1}(y)) = \mu\{S\} = \mu\{T\}.$$

Mas também, por hipótese,

$$P_{A, f(A)}^Y (f^{-1}(y) \times \{y\}) = \mu \{S \cap T\} \quad \text{Q.E.D.}$$

Notamos que está provada não só a cadeia de equivalência considerada por Fine, mas também o resultado mais forte

$$RP^{q.s.} \iff RDC \iff FUNC^{q.s.},$$

onde somente a implicação $RDC \Rightarrow FUNC^{q.s.}$ está restrita a um conjunto grande o suficiente de observáveis.

Colocamos agora nos seguintes termos a essência das conculões de Fine de todos esses resultados:²⁰²

1. Há uma importante característica comum a todas as derivações da Desigualdade de Bell/Clauser e Horne: as pressuposições de cada uma delas são suficientes para que uma distribuição conjunta de probabilidades para todos os observáveis possa ser definida. (Comentaremos na Seção IV.3 o aparecimento de uma nova réplica de Redhead defendendo a sua prova contra essa conclusão de Fine.) Mas já sabíamos, pelos resultados de Nelson e Cohen, que tal distribuição não pode concordar com as distribuições quânticas. Assim, o Teorema de Bell é um mero corolário do Teorema de Nelson-Cohen.

2. Como o resultado $\beta \Rightarrow \alpha$, juntamente como o resultado $I \Rightarrow III$ e as evidências confirmando experimentalmente as probabilidades quânticas, implica que uma condição necessária para a existência de uma TVO fraca satisfazendo FUNC é a existência de uma distribuição conjunta de probabilidades concordes com as probabilidades quânticas, o resultado de Kochen e Specker também tem sua "chave" nos resultados de Nelson e Cohen.

3. Portanto, o realismo quântico não pode ser tão simples como o realismo ingênuo. O elemento essencial do realismo que deve e pode (cf. modelos da Seção III.4) ser preservado "é que o resultado de uma medida seja devido, substancialmente, a alguma propriedade real pré-existente do objeto medido."²⁰³

IV.2 A NOVA ABORDAGEM DE HEYWOOD E REDHEAD

Peter Heywood e M.L.G.Redhead publicaram em 1983 um artigo²⁰⁴ contendo uma nova demonstração da incompatibilidade entre realismo e localidade. Essa prova não é obtida via uma desigualdade tipo Bell, mas sim através de uma contradição formal tipo Kochen e Specker. Notamos desde logo a relevância disso para a interpretação de Fine das desigualdades de Bell, comentada no final da Seção anterior. Evidentemente, se o resultado de Heywood e Redhead(HR) for aceito, a posição de Fine é seriamente abalada: a "causa do problema" não poderia estar na (ou somente na) possibilidade de obtenção, a partir das desigualdades, de uma distribuição conjunta de probabilidades; haveria de estar ou no realismo, ou na localidade.²⁰⁵

Além dessa importante conclusão que o resultado de HR permite se tire, a maneira pela qual é obtido projeta novas e intensas luzes sobre as muito delicadas questões do significado preciso dos conceitos de contextualismo e de localidade.

É essencial ao argumento de HR o estabelecimento de uma clara diferenciação entre dois sentidos bem distintos de 'contextualismo', até então confundidos na literatura, cada um deles estando associado a tipos bem distintos de localidade.

Na presente Seção o centro de nossas atenções residirá nesses esclarecimentos, pois isso é de fundamental importância para toda a discussão do problema do realismo em MQ. Indicaremos, todavia, as linhas-mestres da prova de HR, demasiadamente longa e sofisticada para que com proveito fosse transcrita integralmente aqui. Além do que, o mais interessante é a análise das premissas da prova, e não a prova em si, que claramente é matematicamente correta.

Os sistemas físicos considerados são análogos aos das Desigualdades de Bell, com a importante diferença de que as partículas são agora de spin 1. A discussão da Seção II.6 facilitará bastante a nossa tarefa aqui.

Sendo de spin 1 os sistemas,²⁰⁶ fazia-se mister não

incluir no argumento todas as premissas usadas por Kochen e Specker, pois tal importaria em uma contradição ab initio. Assim, o primeiro passo de HR é adotar o esquema de van Fraassen, permitindo que operadores a.a. não-maximais representem vários observáveis,²⁰⁷ diferenciados uns dos outros pelas relações funcionais entre seus valores e os valores dos observáveis associados aos operadores a.a. maximais dos quais aquele operador a.a. não-maximal é função.²⁰⁸ HR introduzem uma primeira modificação na notação que utilizamos na Seção II.6, com vistas a uma simplificação: como já vimos, os observáveis A_M e $A_{M'}$, onde \hat{M} e \hat{M}' são operadores a.a. maximais com a mesma base de autovetores, são, na verdade, um único observável. Então é conveniente introduzir o símbolo ' $\{M\}$ ' para representar a classe de operadores a.a. maximais que têm a mesma base de autovetores que \hat{M} . Assim, no caso acima,

$$A_M = A_{M'} = A_{\{M\}}$$

As alterações introduzidas pelo esquema de van Fraassen estão ligadas, segundo HR, a um tipo de contextualismo por eles denominado Contextualismo Ontológico, que não se deve, ainda segundo eles, relacionar com nenhum aspecto ligado ao contexto experimental de medida. Associado a essa forma de contextualismo está um princípio de localidade a que chamam Localidade Ontológica, expresso da seguinte forma:

OLOC : Se \hat{X} e \hat{Y} são operadores maximais em $\mathcal{X}_I \otimes \mathcal{X}_{II}$ e \hat{A} é um operador maximal em \mathcal{X}_I , então

$$[A \otimes I]_{\{X\}} = [A \otimes I]_{\{Y\}}.$$

(Note-se que os símbolos de contexto foram, por simplicidade, colocados fora dos colchetes indicadores da função de valoração.²¹⁰) A interpretação de OLOC é que observáveis localmente maximais não podem ser "divididos" pelo contextualismo ontológico relativo à especificação de diferentes observáveis maximais para o sistema composto. Tal princípio de localidade é bem distinto do envolvido nas Desigualdades de Bell, onde o que está em jogo é a possibilidade de uma interação física não-quântica entre um aparelho de medida e o sistema microscópico que está sendo medido, interação essa que ocorre antes

do ato de medida. Associado a essa noção mais física de localidade está o que HR denominam Contextualismo Ambiental,²¹¹ que envolve a idéia de uma interação entre o sistema microscópico e a sua "ambiência", ou "vizinhança". A natureza de semelhante interação não é presentemente conhecida, mas o experimento de Aspect parece indicar que teria de operar a velocidades superluminares.

A introdução desse contextualismo ambiental requer uma alteração na notação. Se o aparelho de medida está ajustado para medir o observável maximal B , o valor de observável $A_{\{M\}}$ será denotado por

$$[A]_{\{M\}}(B).$$

É interessante notar que se $B \notin \{M\}$ esse valor nunca poderá ser determinado experimentalmente, pois os arranjos experimentais para medir B e para medir qualquer membro de $\{M\}$ são incompatíveis. Observemos ainda que a presença desses contrafatuais aparentemente representa um ponto fraco da prova de HR. Como, porém, estamos lidando com teorias realistas, tais quantidades aparecem como perfeitamente legítimas e naturais.

Estamos agora em condições de enunciar o princípio de Localidade Ambiental:

ALOC : Se I e II são dois sistemas espacialmente separados, Q um observável de I e X e Y observáveis maximais relativamente ao sistema I+II, então, se a diferença entre o aparelho para medir X e o aparelho para medir Y estiver tão-somente na parte relativa ao sistema II,

$$[Q \otimes I]_{\{X\}}(X) = [Q \otimes I]_{\{Y\}}(Y).$$

Como já deve estar claro, ALOC significa que o valor de um observável não pode ser alterado pela modificação do ajuste de um aparelho distante que constitui parte do contexto de medida para o sistema conjunto. HR fazem notar que ALOC não pressupõe OLOC.

Com isso, encerramos a parte conceitual do argumento de HR.²¹² Sua parte técnica envolve o estabelecimento de duas regras novas: FUNC* e REC.

FUNC^* é uma restrição de FUNC , imposta pela introdução de contextualismo ontológico. Como já vimos na Seção II.6, FUNC não vale irrestritamente no esquema de van Fraassen; vale apenas (e por definição) dentro da classe de observáveis com um mesmo operador maximal. Levando ainda em conta que não há razões para que valha em diferentes contextos ambientais, HR usam apenas a seguinte regra:

FUNC^* : Se \hat{B} , \hat{C} , \hat{A} e \hat{D} são operadores a.a. (e \hat{B} e \hat{C} são maximais) tais que para funções h , f e g tem-se $\hat{A} = f(\hat{B})$, $\hat{D} = g(\hat{B})$ e $\hat{A} = h(\hat{D})$, então

$$[A]_{\{B\}}(c) = h([D]_{\{B\}}(c)).$$

A Regra do Espectro é igualmente adaptada para

RE^* : Se R é um observável maximal, então

$$P_R^Y(x) = 0 \Rightarrow R \neq x.$$

(Note-se que como R é maximal não há necessidade de especificar um contexto ontológico. Também que se $[\hat{R}, \hat{P}] \neq 0$ RE^* nada diz sobre $[R](p)$.)

HR mostraram então que

$$(\text{RE} \wedge \text{FUNC}^*) \Rightarrow \text{REC},$$

onde $\text{REC}^{213,214}$ é a regra:

REC : Se \hat{Q}_1 e \hat{Q}_2 comutam e R é um operador a.a. maximal tal que $\hat{Q}_1 = f(\hat{R})$ e $\hat{Q}_2 = g(\hat{R})$, então

$$P_{\hat{Q}_1, \hat{Q}_2}^Y(x, y) = 0 \Rightarrow \neg ([Q_1]_{\{R\}}(R) = x \wedge [Q_2]_{\{R\}}(R) = y).$$

O resultado principal é então que

$$(\text{REC} \wedge \text{OLOC} \wedge \text{ALOC}) \Rightarrow \text{contradição},$$

onde essa contradição é uma contradição tipo Kochen e Specker, i.e., obtém-se, a partir da conjunção de REC , OLOC e ALOC , um homomorfismo da esfera unitária de E^3 em $\{0, 1\}$, obedecendo as condições de que para cada triáde de direções perpendiculares a soma dos valores atribuídos é 1, e de que o valor atribuído a uma direção não depende da escolha da triáde da qual faz parte.

Usando FUNC^* para reescrever OLOC , as condições

REC, OLOC e ALOC lêem, no espaço de Hilbert $\mathcal{H}_I \otimes \mathcal{H}_E$ do sistema composto:

Para todos os observáveis Q, A, B, C, D e E , onde $\hat{Q} = h(\hat{A})$ e $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ e \hat{E} são maximais,

$$\text{REC : } P_{Q \otimes I, I \otimes Q'}^\Psi(x, y) = 0 \Rightarrow \neg ([Q \otimes I]_{\{A, B\}}(A, B) = x \wedge [I \otimes Q']_{\{A, B\}}(A, B) = y);$$

$$\text{OLOC : } [Q \otimes I]_{\{A, B\}}(D, E) = [Q \otimes I]_{\{A, C\}}(D, E);$$

$$\text{ALOC : } [Q \otimes I]_{\{A, B\}}(D, E) = [Q \otimes I]_{\{A, B\}}(D, C).$$

Os operadores maximais utilizados são todos Hamiltonianos do tipo $\hat{H}_j = a \hat{J}_x^2 + b \hat{J}_y^2 + c \hat{J}_z^2$, e os operadores \hat{Q} são componentes quadrados do momento angular ao longo de um certo conjunto de direções.

Das conclusões de Heywood e Redhead destacamos:

1. Como RE* e FUNC* presumivelmente devem ser aceitas por qualquer realista,²¹⁵ tem-se que ele deve também aceitar a violação de pelo menos um dos princípios de localidade.

2. A violação de OLOC acarreta um tipo de holismo, muito similar ao defendido por Bohr.

3. Assim, sem OLOC a violação de ALOC não é propriamente uma questão de não-localidade, pois os observáveis já seriam, por sua própria natureza, não-locais.

4. Nas provas das Desigualdades de Bell sempre se assume, efetiva e tacitamente, a validade de OLOC.²¹⁶

5. O fato de que tanto a violação de OLOC como a de ALOC traduzem-se, quando expressas em termos dos resultados de medida, numa dependência do resultado de uma medida sobre um subsistema do ajuste do aparelho de medida do outro subsistema explica por que esses dois princípios tão diferentes conceitualmente têm sido confundidos na literatura.

IV.3 COMENTÁRIOS GERAIS E CONCLUSÕES

É fato bem conhecido que questões formuladas estritamente dentro de uma única teoria podem, em princípio, ser respondidas através de análise lógica. As regras de dedução fornecidas pela teoria permitem a obtenção de teoremas a partir do conjunto de axiomas. Também é lugar-comum dizer que há uma certa liberdade na escolha dos axiomas: teoremas podem ser substituídos no lugar dos axiomas, e vice-versa. Mas uma vez definidos esses axiomas, qualquer pessoa que saiba usar corretamente as regras de dedução concordará quanto ao valor de verdade de uma dada proposição formulada dentro da teoria.

Como deve ser óbvio, o objeto de estudo desta Dissertação envolve questões que não podem ser solucionadas da mesma maneira em que se solucionam aquelas cujos enunciados se referem a uma única teoria. O motivo mais evidente para isso é que aqui estamos lidando com várias teorias. Depois, há o fato de no centro das discussões figurarem conceitos — realismo e localidade, principalmente — que, inobstante sua importância para a Física e para a própria concepção humana do mundo, não são suficientemente precisos, ou, em outros termos, são passíveis de receberem múltiplas interpretações.

Essa ausência de uma base comum para as discussões inevitavelmente acarreta indefinições quanto à interpretação e avaliação dos resultados. Todavia, não se deve em hipótese alguma inferir daí a irrelevância dessas discussões. Mesmo a mais superficial análise da História da Ciência pode corroborar a posição da moderna Filosofia da Ciência de que é precisamente através do confronto de teorias rivais, e do emaranhado de conceitos vagos, e mesmo de princípios metafísicos nele presentes que a Ciência realiza seus maiores avanços.

Observe-se, todavia, que igualmente infundada seria a inferência de que em tais discussões da "ciência revolucionária" não há critérios suficientemente objetivos que

auxiliem a tomada de decisões e a definição de rumos. É da seguinte perspectiva que julgamos justo considerar o tipo de trabalho aqui desenvolvido: uma série de resultados formais rigorosos foram examinados; pudemos observar que esses resultados acabaram contribuindo sobretudo para o estreitamento da faixa de interpretações possíveis dos próprios conceitos neles envolvidos; depois deles ficamos conhecendo melhor os vários preços da manutenção e da rejeição, da maior ou menor artificialidade de vários princípios importantes.

Vimos no Cap. I que o debate em torno do realismo entre os fundadores da MQ era bastante vivo,²¹⁷ e que se processava essencialmente através da concepção de experiências "gedanken". Quisemos mostrar quão fortes e persuasivos eram os argumentos a favor do realismo e quão grandes as dificuldades para os seguidores da linha de Copenhagen. Isto na grande maioria das situações físicas consideradas. No caso dos fenômenos de interferência,²¹⁸ no entanto, as posições parecem invertidas.

Desse debate destacamos os seguintes pontos: i) é muito difícil, com base nele, optar por uma ou por outra das linhas de interpretação da MQ; ii) porém, os desenvolvimentos recentes na Interpretação Estatística, com Popper, Margenau, Park, Ballentine, entre outros, introduzeiram uma linguagem mais precisa e mais coerente nas discussões sobre os Fundamentos da MQ, tendo sido apontada uma série de confusões e de usos impróprios de conceitos, que contribuíram muito para obscurecer as discussões anteriores. A observação de que há uma interpretação mínima para o vetor de onda, viz., a de que descreve ensembles de sistemas similarmente preparados e a clara diferenciação entre os processos de medida e de preparação de estado, por exemplo, só podem ser bem-vindas, e não necessariamente têm de ser abandonadas no caso de se adotar uma posição anti-realista; iii) em especial, é notável o poder heurístico do argumento de EPR, que acabou levando ao desenvolvimento das Desigualdades de Bell.

No Cap. II, procedemos à análise crítica dos resul-

tados algébricos contra as TVO's não-contextuais, procurando eliciar as "pressuposições ocultas" em cada um deles. Olhando-os agora retrospectivamente, podemos fazer alguns comentários esclarecedores; em uma espécie de reconstrução racional, relaxando a fidelidade estrita aos trabalhos originais.

O ponto comum de todos eles (exceção ao de von Neumann, que não mais será considerado) é a aprovação da inconsistência de uma atribuição de valores 1 e 0 às direções da esfera unitária de E^3 tal que a soma dos valores atribuídos aos membros de qualquer tríade de direções perpendiculares é 1 ("condição S"). Belinfante obtém isso recorrendo ao lema de Gleason, de que toda função-referencial é contínua, e mostrando que a função-verdade que realiza a referida atribuição de valores é uma função-referencial; Bell utiliza a inteligentíssima construção geométrica de que tratamos no Apêndice A; e Kochen e Specker recorrem a uma construção semelhante, porém muito complicada, usando 117 direções.

Os grandes problemas surgem quando do estabelecimento de uma ligação entre essa prova — que em princípio não tem nada a ver com a questão das variáveis ocultas — e a atribuição de valores (reais, não-contextuais) aos observáveis da MQ, e de encontrar uma justificativa para a Condição S. Belinfante faz isso através das funções -verdade definidas para as proposições quânticas; mostramos que para tanto duas pressuposições têm de ser feitas: $CORR^m$ e $FUNC^m$. Bell emprega os operadores de projeção como observáveis; mostramos que tem de assumir no mínimo RS' . Por fim, Kochen e Specker oferecem dois caminhos: um, formal e geral, bastante rigoroso e complexo, através da introdução das álgebras parciais booleanas; outro, informal, porém bem mais simples, que considera os componentes de spin de um átomo de ortohélio no estado $n=2, j=1$. Em ambos os casos vê-se que nenhuma pressuposição do tipo de $CORR$ é assumida; porém $FUNC$ deve ser assumida (explicitamente no resultado geral, implicitamente — como RS — no caso do ortohélio).

À luz de nossas análises, proporíamos para o mais forte e mais simples resultado algébrico aquele que se pode

formar pela justaposição do raciocínio de Kochen e Specker acerca do ortohélio com a prova de inconsistência de Bell. Nesse resultado misto a pressuposição empregada é somente FUNC (além, é claro, de não-contextualismo).

Vimos rapidamente que FUNC tem sido questionada, especialmente por Fine. Porém o seu próprio resultado de 1982 de que $RDC \Rightarrow FUNC$ para um conjunto "grande o suficiente" de observáveis torna muito problemática a rejeição de FUNC, quando se admite a evidência experimental recente a favor das premissões quânticas sobre probabilidades conjuntas de observáveis compatíveis nos experimentos de correlação. Inobstante pagando um preço tão alto, vimos também que é essa a opção de Fine. Voltaremos a isso mais adiante.

No Cap. III, analisamos a desigualdade original de Bell e seus desenvolvimentos posteriores. Se é certo que os resultados algébricos colocam a questão da possibilidade de TVO's em termos formais e gerais — em contraposição com os debates anteriores, onde situava-se nos limites de experiências de pensamento isoladas —, e permitiram a conclusão de que TVO's não-contextuais são inconsistentes quando a dimensão do espaço de Hilbert for maior do que dois, não menos certo é que somente a partir do trabalho de Bell é que surgiu a possibilidade de, em princípio, colocar sob teste experimental direto as previsões de TVO's em que uma condição muito natural de localidade é assumida.

É importante notar que o resultado de Bell não se baseia sobre a validade geral da MQ, como sói acontecer com os resultados algébricos. As Desigualdades de Bell expressam limites sobre certos coeficientes de correlação, limites esses que embora em determinadas situações sejam violados pela MQ, poderiam em princípio ser tanto violados como corroborados empiricamente. Nessa última hipótese, as previsões quânticas é que estariam em erro. Isso não seria inconsistente com o extraordinário sucesso anterior da MQ, pois a situação física aqui considerada é muito particular, bem podendo ser precisamente nela que a MQ falhasse.

Como vimos, hoje em dia a evidência empírica contra as TVO's locais é extremamente forte.²¹⁹ Procuramos, porém, fazer notar que as limitações experimentais deixam ainda abertas pequenas brechas ao realista. Como mostraram os modelos de Fine, que discutimos na Seção III.4, a exploração desses pontos fracos só se obtém às expensas de um extremo artificialismo.

Mesmo deixando de lado esse caminho duro, a interpretação dos resultados tem sido alvo de aceso debate na literatura. De nossas conclusões anteriores e da consideração de alguns elementos novos, elaboramos a seguinte análise sucinta das principais causas dessas divergências.

Desde 1974, Fine vinha defendendo a posição de que (essencialmente) é a maneira pela qual as TVO's consideradas nas provas eram introduzidas é que estava errada: sendo utilizado o maquinismo de variáveis aleatórias sobre um espaço de fase comum para fornecer as funções-resposta, resultava automaticamente que uma distribuição conjunta de probabilidades para os observáveis envolvidos estava bem definida, o que já se sabia pelos resultados de Nelson e Cohen implicar a impossibilidade de concordância das distribuições quânticas e as da TVO, no caso de observáveis incompatíveis. Somos forçados a reconhecer que Fine foi brilhante nessa defesa, que culminou com a obtenção de seu inusitado resultado de 1982 de que a partir da Desigualdade de Clauser e Horne é sempre possível construir uma distribuição conjunta de probabilidades retornando as probabilidades quânticas como marginais.

Inobstante o rigor desse resultado, o trabalho notável de Heywood e Redhead, de 1983, veio trazer um obstáculo provavelmente intransponível à tese específica de Fine, pois nele o conflito entre realismo local e MQ não é obtido através de qualquer desigualdade. A construção de Fine de uma distribuição desconjunta de probabilidades não se aplica, pois.

Devemos ainda acrescentar que, não obstante o rigor dos argumentos de Fine, Redhead levanta, em um artigo recente ainda não publicado,²²¹ sérias dúvidas sobre a sua validade geral. Central nessa objeção é uma análise cuidadosa das relações entre estruturas abstratas de probabilidades do tipo Kolmogorov (envolvidas no argumento de Fine), e modelos de frequências relativas dessas estruturas (envolvidos na prova de Redhead da Desigualdade de Bell). Redhead argumenta que existem seqüências com frequências relativas que não são modelos completos da estrutura de Kolmogorov em questão e, portanto, não possuem limites para as distribuições conjuntas; assim, a proposição de Fine não se aplicaria ao teorema de Redhead.

Uma segunda fonte de divergência é o uso da condição F de fatorizabilidade para expressar matematicamente a condição L de localidade em TVO's estocásticas. Embora sua defesa por Clauser e Horne (1974) e Clauser e Shimony (1978) pareçam bastante convincentes, existe uma vasta literatura questionando esse uso. Porém, há uma ampla discordância quanto à natureza da dificuldade. Note-se que o que torna relevante essa questão para a avaliação das desigualdades de Bell é o fato de que caso F não possa ser justificada pela condição de localidade, então a fonte do conflito entre realismo local e MQ pode ser imputada ao determinismo das TVO's,²²² uma vez que não se teriam mais desigualdades para TVO's estocásticas locais.

Os primeiros a levantarem objeções foram Selleri e Tarozzi (1980), que concluíram nada mais nada menos que pela falsidade de F, ao fornecerem uma teoria estocástica local para um dado sistema físico em que F não vale. Uma inspeção cuidadosa desse contraexemplo revela, porém, que a maneira muito particular em que a "estocasticidade" é introduzida elimina F ab initio.²²³ Garuccio e Rapisarda (1981) pretenderam mostrar que $L \not\Rightarrow F$. Todavia, o modelo de teoria que empregam para mostrar isso padece do mesmo defeito do de Selleri e Tarozzi. Essa alegação de que F não é condição

necessária para L foi sustentada também por Hellman(1982b), sob argumentos bem diferentes, porém tão obscuros e indiretos que fica difícil avaliar sua validade. As críticas mais incisivas e claras partiram de Fine,²²⁴ e têm por base a apresentação ostensiva de modelos realistas locais estocásticos em que F não vale, viz., os modelos de sincronização que propôs em 1982. Esse ponto de Fine está correto. Stapp(1982), que contém uma série de críticas infundadas aos surpreendentes resultados de Fine do mesmo ano, traz, no entanto, a observação justa de que não necessariamente devemos aceitar modelos tão artificiais; pelo contrário, a atitude mais sadia é a sua rejeição. Nesse caso, pode-se continuar mantendo que $L \Rightarrow F$, exceto em teorias pouco razoáveis fisicamente.

Por fim, aquela que temos como a maior causa de dificuldades na interpretação das Desigualdades de Bell, e também do resultado de Heywood e Redhead. Trata-se de um problema tipo "Duhem-Quine", produzido pelo fato de ser somente a conjunção de realismo e localidade que leva a resultados empíricos falsos.

Pelos motivos expostos na Seção III.5, consideramos fracassada a tentativa de Stapp e seus seguidores de mostrar que só localidade já é suficiente. Porém, mesmo desconsiderando essa literatura,²²⁵ ainda são grandes as divergências. Assim, enquanto uns defendem, sob variados motivos, que é a condição de localidade que falha,²²⁶ ou que é mais provável que a falha esteja nela,²²⁷ outros optam pela rejeição do realismo.²²⁸ Há mesmo quem argumente, em evidente equívoco, que as desigualdades de Bell "não nos dizem nada sobre variáveis ocultas, nem tampouco sobre não-localidade".²²⁹

É importante notar que qualquer que seja a opção, dificuldades de interpretação ainda estarão presentes, devidas principalmente às divergências quanto aos significados de 'não-realismo' e de 'não-localidade'. Por exemplo, a questão de saber se a não-localidade possivelmente indicada pelos desenvolvimentos das Desigualdades de Bell é ou não incom-

patível com a Teoria da Relatividade Especial tem sido objeto de estudo, e envolve naturalmente a questão ainda não muito esclarecida de se a existência de táquions é incompatível com aquela teoria.²³⁰

A análise dos significados e implicações de não-realismo e de não-localidade constitui um fértil e florescente campo de investigação, que porém já foge ao escopo de nosso trabalho. Observamos apenas que em qualquer caso pelo menos alguma dentre as mais acalentadas concepções da mente humana terá de ser substancialmente modificada.

APÊNDICE A

NÚCLEO DA PROVA ALGÉBRICA DE BELL

Queremos apresentar neste Apêndice a prova de Bell de que, dadas as condições (A) e (B) (p. 36), então

$$(A.1) \quad \{ \text{Exp}(P_{[\psi]})=1 \wedge \text{Exp}(P_{[\phi]})=0 \} \Rightarrow \|\phi-\psi\| > \frac{1}{2} \|\psi\|.$$

Na verdade, essa prova constitui a mais simples e mais elegante prova já fornecida da inconsistência matemática de (efetivamente) uma atribuição de valores 1 e 0 aos vetores do espaço euclidiano de três dimensões (E^3) que obedeça a condição de que a soma dos valores atribuídos aos vetores de qualquer triáde de vetores perpendiculares em E^3 é 1. Como veremos, este é o ponto comum e a essência de todos os resultados algébricos contra as TVO's.

Sejam ψ e ϕ os vetores do antecedente de (A.1), e ψ normalizado; seja ϕ escrito como

$$(A.2) \quad \phi = \psi + \varepsilon \psi'$$

onde ψ' é ortogonal a ψ ($\psi' \perp \psi$), $\|\psi'\|=1$, e ε é um número real qualquer.

(Note-se que essa maneira em que Bell escreve ϕ impõe uma restrição sobre a inicialmente considerada arbitrariedade dos vetores ψ e ϕ , viz., a de que $\psi \cdot \phi > 0$. Tal restrição, no entanto, não tem efeito sobre a prova, pois, caso violada, a prova já se obteria.)

Seja agora um ψ'' tal que $\psi'' \perp \psi$ e $\psi'' \perp \psi'$. (É aqui que necessita-se de um espaço de dimensão maior ou igual a três.) É claro que então $\psi'' \perp \phi$. Como, por hipótese,

$\text{Exp}(P_{[\psi]})=1$, a condição (A) dá

$$\text{Exp}(P_{[\psi']})=0 \quad \text{e} \quad \text{Exp}(P_{[\psi'']})=0.$$

Então, como $\text{Exp}(P_{[\phi]})=0$ (também por hipótese), a condição

(B) fornece

$$\text{Exp}(P_{[\phi + \gamma^{-1} \varepsilon \psi'']})=0$$

$$e \quad \text{Exp} (P_{[-\varepsilon \psi' + \delta \varepsilon \psi'']}) = 0,$$

onde δ é um número real qualquer.

Dado que $(\phi + \delta^{-1} \varepsilon \psi'') \perp (-\varepsilon \psi' + \delta \varepsilon \psi'')$, essas relações implicam, por (B), que

$$\text{Exp} \{ P_{[(\phi + \delta^{-1} \varepsilon \psi'') + (-\varepsilon \psi' + \delta \varepsilon \psi'')]} \} = \text{Exp} \{ P_{[\psi + \varepsilon (\delta + \delta^{-1}) \psi'']} \} = 0$$

É fácil ver que se ε é menor que $1/2$, então há dois números reais γ e γ' tais que

$$\varepsilon (\gamma + \gamma^{-1}) = 1$$

$$e \quad \varepsilon (\gamma' + (\gamma')^{-1}) = -1.$$

E nesse caso tem-se

$$\text{Exp} (P_{[\psi + \psi'']}) = 0$$

$$e \quad \text{Exp} (P_{[\psi - \psi'']}) = 0$$

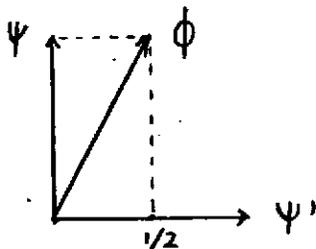
Mas como $(\psi + \psi'') \perp (\psi - \psi'')$, o uso de (B) dá

$$\text{Exp} (P_{[(\psi + \psi'') + (\psi - \psi'')]}) = \text{Exp} (P_{[\psi]}) = 0,$$

uma contradição com a hipótese $\text{Exp} (P_{[\psi]}) = 1$. Logo, $\varepsilon > 1/2$.

E isso, por (A.2), implica o resultado desejado, (A.1).

A seguinte construção torna clara essa inferência:



Permite ainda enunciar o resultado de Bell em uma forma mais apropriada às discussões da Seção II.5:

$$\{ \text{Exp} (P_{[\psi]}) = 1 \wedge \text{Exp} (P_{[\phi]}) = 0 \} \Rightarrow \Theta(\psi, \phi) > \text{tg}^{-1}(1/2),$$

onde $\Theta(\psi, \phi)$ é o ângulo entre ψ e ϕ .

APÊNDICE B

TESTES EXPERIMENTAIS DAS TEORIAS REALISTAS LOCAIS (localidade fraca)

B.1 Experimentos Com Pares de Fótons do Espectro Visível Produzidos em Cascatas Atômicas (Classe "A").

Conforme dissemos na Seção III.3, os experimentos desta classe são os que melhor se prestam aos testes das Desigualdades de Bell, pois a hipótese auxiliar requerida por eles é a mais plausível.

Até o presente, seis experimentos dessa classe foram realizados (sem contar o experimento especial de Aspect et al., que apresentamos separadamente na Seção III.3). Todos, exceto o mais recente, utilizaram arranjos experimentais do tipo do proposto por Clauser et al. (1969), esquematizado na figura da página 60. Reproduzimos, a seguir, o esquema (ainda muito simplificado) do experimento de Freedman e Clauser (1972), com o fito de ilustrar mais alguns detalhes desse tipo de experimento.

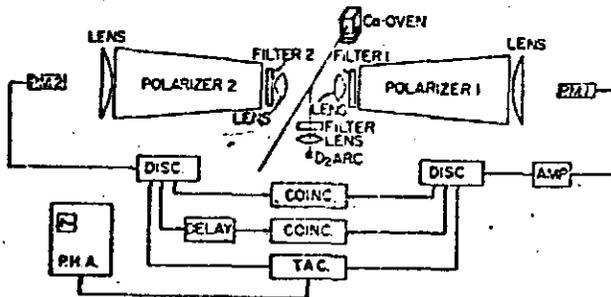


FIG. 1. Schematic diagram of apparatus and associated electronics. Scalers (not shown) monitored the outputs of the discriminators and coincidence circuits during each 100-sec count period. The contents of the scalars and the experimental configuration were recorded on paper tape and analyzed on an IBM 1620-II computer.

Aspect et al. (1982a) realizaram o primeiro (e único) teste com fótons visíveis utilizando um arranjo experimental com polarizadores de dois canais, procurando, com isso, maior fidelidade ao esquema original de EPR. São discutidas

no artigo deles as várias vantagens desse tipo de arranjo. Em essência, dispensando a realização de contagens com polarizadores removidos, e tratando polarizações ortogonais de maneira simétrica, evita alguns erros sistemáticos possíveis e permite o controle de um maior número de parâmetros experimentais. Reproduzimos abaixo o esquema simplificado deste importante experimento, que representa o melhor teste da Desigualdade de Bell já realizado (com "localidade fraca", evidentemente).

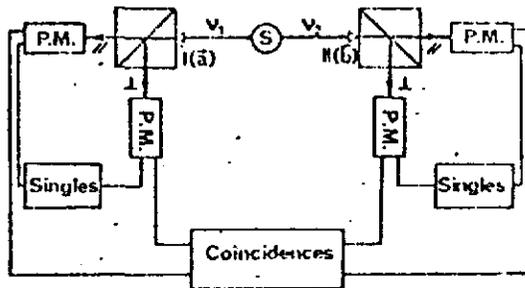


FIG. 2. Experimental setup. Two polarimeters I and II, in orientations \bar{a} and \bar{b} , perform true dichotomic measurements of linear polarization on photons ν_1 and ν_2 . Each polarimeter is rotatable around the axis of the incident beam. The counting electronics monitors the singles and the coincidences.

Reunimos na Tabela da página seguinte alguns dados dos experimentos de que vimos tratando, juntamente com os resultados, que reproduzimos como se encontram nos artigos originais. Esses resultados são referentes a uma escolha-padrão das orientações dos analisadores (para a qual é máximo o conflito com a MQ), e a uma forma compacta da Desigualdade de Bell obtida por Freedman(1972) ²³¹ (obtida da Desigualdade (III-18):

$$\delta(\phi) \leq 0,$$

exceção feita ao experimento de Aspect et al(1982a), onde a desigualdade usada é

$$|S(\phi)| \leq 2,$$

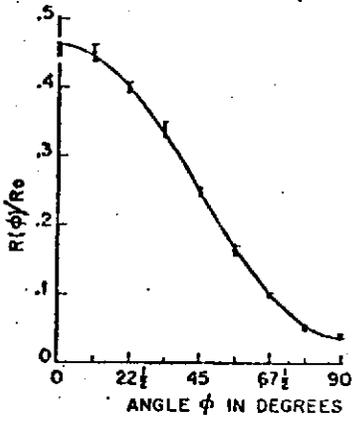
obtida da Desigualdade (III 11).

Os testes foram também realizados com outras orientações dos analisadores. Na página 104, abaixo, reproduzimos os gráficos assim obtidos, que permitem visualizar bem a comparação com as previsões quânticas. ²³²

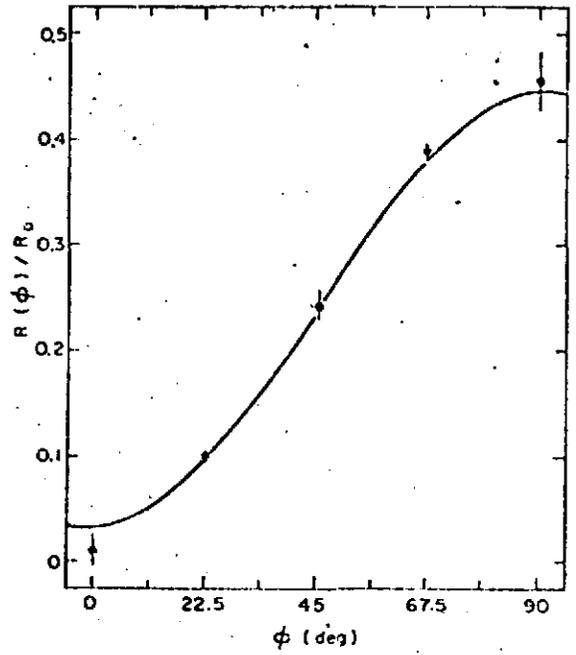
AUTORES	LOCAL	ANO PUBL.	FONTE	MECANISMO EXCITAÇÃO	POLARIZADORES	TEMPO DE INTEGRAÇÃO	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	PREVISÃO MQ	REALISMO LOCAL
Freedman e Clauser	Berkeley	72	átomos de Ca emitidos por um forno	arco D ₂	"pile-of-plates"	200 h	.050 ± .008	.051 ± .007	≤ 0
Holt e Pipkin	Harvard	(73)	¹⁹⁸ Hg confinado num bulbo	feixe de elétrons de 100eV	calcita	154,5 h	-.034 ± .013	.016	≤ 0
Clauser	Berkeley	76	²⁰² Hg confinado num bulbo	feixe de elétrons de 100eV	"pile-of-plates"	412 h	.0385 ± .0093	.0348	≤ 0
Fry e Thompson	Texas.	76	²⁰⁰ Hg emitido por um forno	dye laser	"pile-of-plates"	80 min	.046 ± .014	.044 ± .007	≤ 0
Aspect, Grangier e Roger	Orsay	81	Ca emitido por um forno	dye laser e Kr laser	"pile-of-plates"	(?)	5.72 × 10 ⁻² ± .43 × 10 ⁻²	5.8 × 10 ⁻² ± .2 × 10 ⁻²	≤ 0
Aspect, Grangier e Roger	Orsay	82	Ca emitido por um forno	dye laser e Kr laser	cubos polarizadores usando filme fino	500 s	2.697 ± .015	2.70 ± .05	≤ 2

Tabela com os resultados dos experimentos da Classe "A".

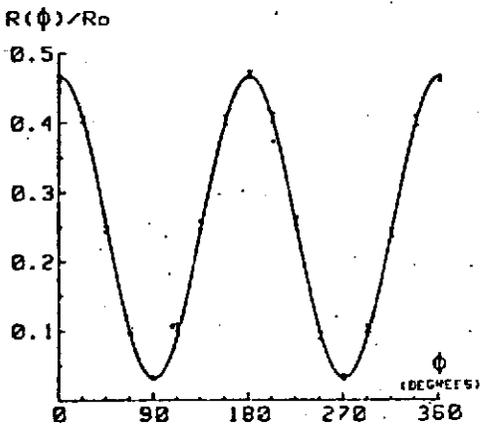
Gráficos disponíveis dos experimentos da Classe A.



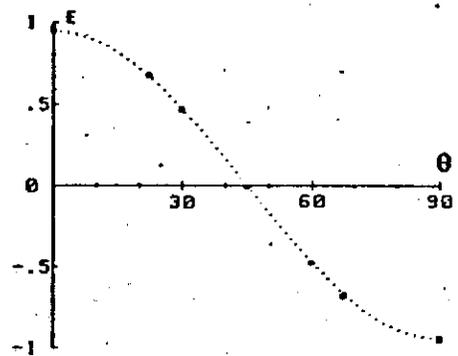
Freedman e Clauser(1972)



Clauser(1976)



Aspect et al.(1981)



Aspect et al.(1982a)

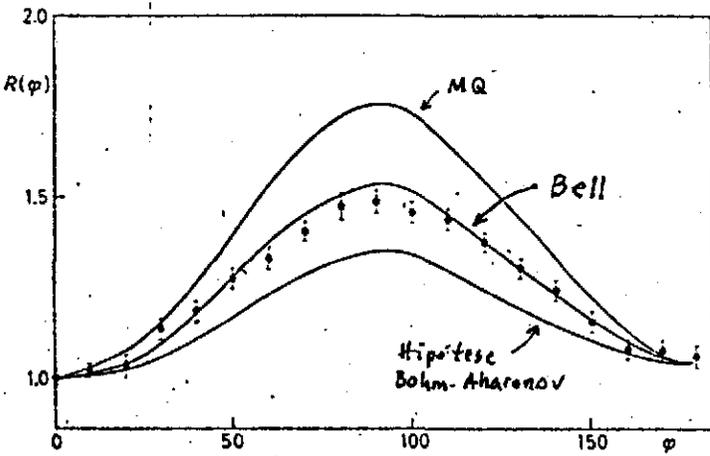
Fazemos ainda três observações. Primeiro, que é notável a diminuição do tempo de "integração" obtida por Fry e Thompson, e, especialmente, por Aspect et al. (1981a), graças ao emprego de mecanismos de excitação especiais. Segundo, que o experimento de Aspect et al. (1981) verificou possíveis alterações nos resultados com a variação da distância entre os analisadores até uma distância de 13 metros (enorme, quando comparada às dos demais testes), não sendo detectada nenhuma. E, terceiro, que o experimento de Clauser foi especialmente projetado para reproduzir o de Holt e Pipkin, que apresentara resultados discrepantes; no artigo, embora declarando que não pôde localizar a causa do "erro", Clauser avança hipóteses muito plausíveis,²³³ entre as quais a presença de "stress" no bulbo da fonte de Holt e Pipkin, o que o tornava birrefringente.

B.2 Experimentos com Pares de Raios Gama Resultantes de Aniquilação de Positrônio (Classe "B").

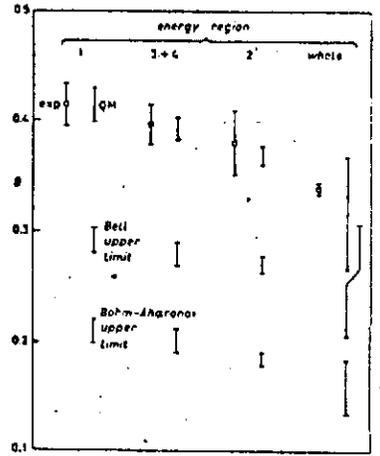
Embora menos confiáveis que os da Classe A (pelo motivo exposto no texto), não poderíamos deixar sem menção os experimentos com fótons de alta energia. Cinco testes já foram realizados, apenas um satisfazendo o limite da Desigualdade de Bell. Esse experimento discordante foi escrutinado por Kasday et al. (1975), que nele encontrou vários importantes parâmetros deixados fora de controle, e que muito plausivelmente poderiam ter ocasionado o "erro"; entre eles, está o efeito de acumulação de energia nos analisadores, que não foi levado em conta.

Todos os experimentos dessa classe utilizam polarizadores de dois canais. Como somente os artigos de Bruno et al. e de Bertolini et al. trazem resultados numéricos explícitos para ângulos de máxima violação da Desigualdade de Bell, preferimos apresentar os resultados em gráficos, que são fornecidos por todos os autores. Reproduzimo-los nas pp.106 e 107. Ressaltamos, entretanto, que Wilson et al. não efetuaram me-

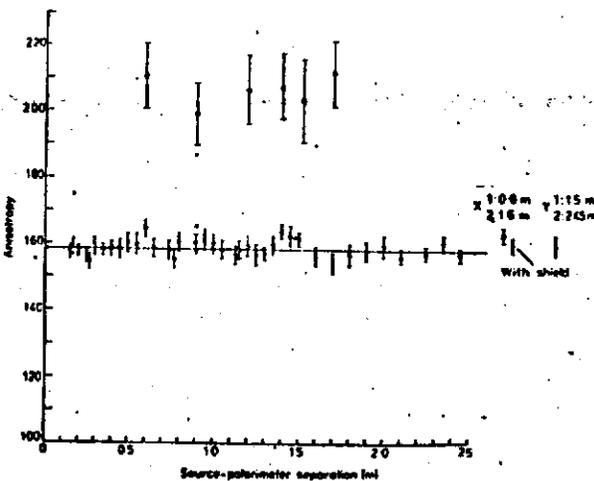
didados dos valores absolutos dos coeficientes de correlação; seu objetivo foi o de verificar o efeito observado por Faraci et al. de diminuição da correlação com o aumento da distância fonte-polarizadores. Tal efeito, previsto pelas premissas do realismo local e proibido pela MQ, não foi observado, como se vê pelo gráfico de Wilson et al., que reproduzimos abaixo, e onde estão os resultados com a utilização de dois tipos diferentes de polarizadores.



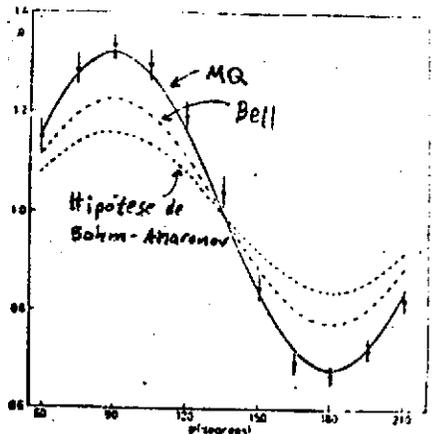
Faraci et al. (1974)



Kasday et al. (1975)

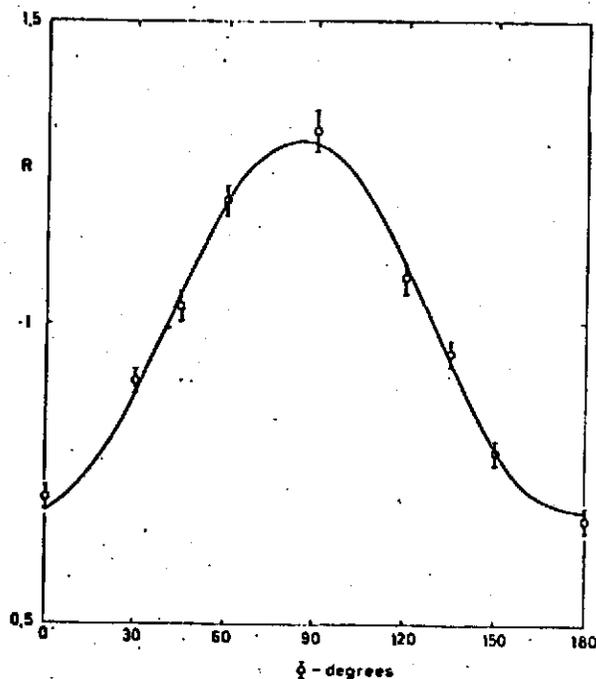


wilson et al. (1976)



Bruno et al. (1977)

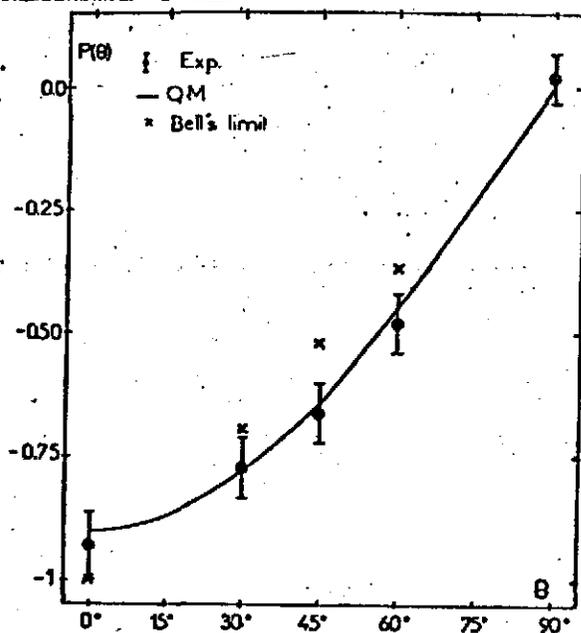
(Classe B, continuação)



Bertolini et al.

B.3 Experimento com Espalhamento Próton-próton (Classe "C")

Essa classe conta com apenas um teste já realizado, em boa concordância com a MQ. As mesmas observações feitas para os experimentos da Classe B valem aqui. O resultado desse experimento de Laméhi-Rachti e Mittag, realizado na França em 1976 é dado no gráfico que reproduzimos abaixo



APÊNDICE C

GLOSSÁRIO DE TERMOS MATEMÁTICOS

Fornecemos neste Apêndice definições de alguns termos matemáticos empregados nesta Dissertação. O imperativo de não torná-lo demasiadamente extenso determinou, evidentemente, uma seleção dos conceitos abordados àqueles menos familiares, bem como brevidade nas definições.

ANEL. Um conjunto R para o qual a "soma" $a+b$ e o "produto" ab de quaisquer dois de seus elementos são definidos é chamado um anel se as seguintes condições forem satisfeitas:

- (i) Fechamento: se $a, b \in R$ então $a+b, ab \in R$;
- (ii) Unicidade: se $a = a'$ e $b = b'$ então $a+b = a'+b'$ e $ab = a'b'$;
- (iii) Comutatividade da adição: Para todos $a, b \in R$, $a+b = b+a$;
- (iv) Associatividade da adição e da multiplicação: Para todos $a, b, c \in R$, $a+(b+c) = (a+b)+c$ e $a(bc) = (ab)c$;
- (v) Distributividade: Para todos $a, b, c \in R$, $a(b+c) = ab+ac$;
- (vi) Existência do zero: R contém um elemento '0' tal que $a+0 = a$ para todo $a \in R$.

ANEL COMUTATIVO. R é um anel comutativo se R é um anel e para dois quaisquer de seus elementos, a e b , $ab = ba$.

CAMPO. Um anel comutativo K com mais de um elemento e no qual existe uma unidade multiplicativa, i.e., existe $e \in K$ tal que $ea = ae = a$ para todo $a \in K$, é dito um campo se, para todo $b \in K$ e $b \neq 0$, existe $b^{-1} \in K$ tal que $bb^{-1} = b^{-1}b = e$.

ÁLGEBRA PARCIAL. Um conjunto A forma uma álgebra parcial sobre um campo K se existe uma relação binária ' φ '

(que Kochen e Specker tomam como a relação de comensurabilidade) sobre A (i.e., $\varphi \subseteq A \times A$), operações de adição e multiplicação de $K \times A$ a A e um elemento 1 de A , satisfazendo as seguintes condições:

- (i) A relação φ é reflexiva e simétrica, i.e., $a \varphi a$ e $a \varphi b$ implica $b \varphi a$ para todos $a, b \in A$;
- (ii) Para todo $a \in A$, $a \varphi 1$;
- (iii) A relação φ é fechada com relação às duas operações, i.e., se $a_i \varphi a_j$ para todo $1 \leq i, j \leq 3$ então $(a_1 + a_2) \varphi a_3$, $(a_1 a_2) \varphi a_3$ e $\lambda a_1 \varphi a_3$ para todo $\lambda \in K$;
- (iv) Se $a_i \varphi a_j$ para todo $1 \leq i, j \leq 3$, então os valores dos polinômios em a_1, a_2 e a_3 formam uma álgebra comutativa sobre K .

ÁLGEBRA PARCIAL BOOLEANA. Uma álgebra parcial sobre o campo \mathbb{Z}_2 de dois elementos é uma álgebra parcial booleana.

HOMOMORFISMO (entre álgebras parciais). Uma transformação $h: U \rightarrow V$ entre duas álgebras parciais U e V sobre um campo comum K é um homomorfismo se para todos $a, b \in U$ tais que $a \varphi b$ e todos $\mu, \lambda \in K$, $h(a) \varphi h(b)$;

$$h(\mu a + \lambda b) = \mu h(a) + \lambda h(b); \quad h(ab) = h(a)h(b) \quad \text{e} \quad h(1) = 1.$$

ÁLGEBRA BOOLEANA. Um conjunto não-vazio A de subconjuntos de um conjunto U é uma álgebra booleana (de conjuntos) (ou um anel de conjuntos) se

- (i) $S \cup T \in A$ quando $S \in A$ e $T \in A$; e
- (ii) $S' \in A$ quando $S \in A$.

Será uma σ -álgebra booleana de conjuntos (ou um σ -anel de conjuntos) se ainda tiver a propriedade de que $\bigcup_{\kappa=1}^{\infty} S_{\kappa} \in A$ para qualquer conjunto enumerável S_1, S_2, \dots de elementos de A .

FUNÇÃO MEDIDA. Uma função medida μ é uma função de conjunto de valores reais cujo domínio de definição é uma σ -álgebra booleana A , e que satisfaz estas três condições:

$$(i) \mu(\emptyset) = 0,$$

$$(ii) \mu(S) \geq 0 \text{ para todo } S \in \mathcal{A};$$

$$(iii) \mu\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} S_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu(S_k) \text{ se os conjuntos } S_1, S_2, \dots$$

são disjuntos dois-a-dois. Se, além disso, a condição de normalização $\mu(\mathcal{U}) = 1$ for satisfeita, μ será uma função medida de probabilidade.

QUASE SEMPRE ("almost everywhere"). Para um dado conjunto \mathcal{U} e função medida μ sobre a σ -álgebra booleana dos subconjuntos de \mathcal{U} , se uma certa propriedade P vale para todos os elementos de \mathcal{U} exceto possivelmente em elementos pertencentes a um conjunto de medida nula, diz-se que P vale quase sempre (q.s.) em \mathcal{U} .

CONJUNTO DE BOREL. O menor conjunto \mathcal{B} de subconjuntos de \mathbb{R}^n que é um σ -anel e que contém todos os subconjuntos abertos de \mathbb{R}^n é chamado o σ -anel de Borel de \mathbb{R}^n e os seus elementos Δ são os conjuntos de Borel de \mathbb{R}^n .

FUNÇÃO DE BOREL. Uma função de Borel é uma função $f: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ tal que, para todo conjunto de Borel Δ de \mathbb{R}^1 , $f^{-1}(\Delta)$ é também um conjunto de Borel.

FUNÇÃO CARACTERÍSTICA. A função χ_{Δ} associada ao conjunto de Borel Δ ,

$$\chi_{\Delta}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \Delta \\ 0, & \text{se } x \notin \Delta \end{cases},$$

é chamada a função característica de Δ ; é uma função de Borel.

VARIÁVEL ALEATÓRIA. Uma tripla $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mu \rangle$, onde Ω é um conjunto, \mathcal{F} uma σ -álgebra booleana de subconjuntos de Ω e μ uma medida de probabilidade sobre \mathcal{F} , é chamada um espaço de probabilidade. Uma variável aleatória real sobre $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mu \rangle$ é uma função R de valores reais definida sobre Ω tal que, para qualquer subconjunto de Borel B de \mathbb{R}^1 , o conjunto $\{\omega: R(\omega) \in B\}$ pertence a \mathcal{F} . As variáveis aleatórias R_1, R_2, \dots, R_n sobre o espaço de probabilidade comum $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mu \rangle$ são ditas independentes

se, e somente se, para todo conjunto $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ de subconjuntos de Borel de \mathbb{R}^1 vale que

$$\mu\{w: R_1(w) \in B_1 \wedge R_2(w) \in B_2 \wedge \dots \wedge R_n(w) \in B_n\} = \mu\{w: R_1(w) \in B_1\} \cdot \mu\{w: R_2(w) \in B_2\} \cdot \dots \cdot \mu\{w: R_n(w) \in B_n\}$$

ESPAÇO EUCLIDEANO. Um espaço linear E é dito um espaço euclideano se estiver definida uma função que associa a cada par x, y de elementos de E um número complexo (x, y) , chamado o produto interno de x e y , que satisfaz as seguintes propriedades:

- (i) $(x, x) \geq 0$; $(x, x) = 0$ se e somente se $x = 0$;
- (ii) $(x, y) = (y, x)^*$;
- (iii) $(x, cy) = c(y, x)$, onde $c \in \mathbb{C}^1$; e
- (iv) $(x, y_1 + y_2) = (x, y_1) + (x, y_2)$.

ESPAÇO NORMADO ("Normed Space"). Um espaço linear N é dito um espaço normado se a cada $x \in N$ estiver associado um número real não-negativo $\|x\|$, chamado a norma de x , tal que

- (i) $\|x\| = 0$ se e somente se $x = 0$;
- (ii) $\|cx\| = |c| \|x\|$ para todo $c \in \mathbb{C}^1$; e
- (iii) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

ESPAÇO MÉTRICO. Um conjunto não-vazio M é chamado um espaço métrico se a cada par x, y de elementos de M estiver associado um número $d(x, y)$, chamado a distância entre x e y , tal que, para todos $x, y, z \in M$,

- (i) $0 \leq d(x, y) < +\infty$;
- (ii) $d(x, y) = 0$ se e somente se $x = y$;
- (iii) $d(x, y) = d(y, x)$; e
- (iv) $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$.

SEQÜÊNCIA DE CAUCHY. Uma seqüência $\{x_n\}$ de elementos de um espaço métrico M com função distância d é chamada uma seqüência de Cauchy se, para todo $\varepsilon > 0$, existe um número N_ε tal que $d(x_p, x_q) < \varepsilon$ para $p, q > N_\varepsilon$.

ESPAÇO MÉTRICO COMPLETO. Um espaço métrico M é dito completo se toda seqüência de Cauchy de elementos de M converge

para um ponto de M .

TEOREMA. Todo espaço normado é um espaço métrico, pois pode-se mostrar que $\|x-y\|$ é uma função distância $d(x,y)$.

TEOREMA. Todo espaço euclidiano é um espaço normado, pois pode-se mostrar que a função $\sqrt{(x,x)}$ é uma norma $\|x\|$.

COROLÁRIO. Todo espaço euclidiano é um espaço métrico, com a função distância definida por $d(x,y) = \|x-y\| = \sqrt{(x-y, x-y)}$.

ESPAÇO DE HILBERT. Um espaço euclidiano completo é chamado um espaço de Hilbert.

SUBESPAÇOS DENSOS E FECHADOS (de um espaço métrico). Um subconjunto S de um espaço métrico M é denso em M se para qualquer $\varepsilon > 0$ e qualquer $x \in M$ existe $y \in S$ tal que $d(x,y) < \varepsilon$. M é o fechamento ("closure") de S se S é denso em M , o que denota-se por $M = \bar{S}$. se $S = \bar{S}$ então S é dito fechado.

ESPAÇO EUCLIDEANO SEPARÁVEL. Um espaço euclidiano é dito separável se existe uma seqüência enumerável $\{x_n\}$ de elementos de E que é densa em E .

ESFERA UNITÁRIA (de um espaço normado). O conjunto $\{x_i\}$ de elementos de um espaço normado N tais que $\|x_i\| = 1$ para cada x_i é dito a esfera unitária de N .

DIMENSÃO (de um espaço euclidiano). Uma seqüência $\{x_n\}$ de elementos de um espaço euclidiano E é dita linearmente independente se $\sum_n \lambda_n x_n = 0$ (λ_n 's complexos) implica $\lambda_n = 0$ para todo n . O número máximo de elementos linearmente independentes de E é a sua dimensão.

BASE (em um espaço euclidiano). Dois elementos x e y de um espaço euclidiano E são ditos ortogonais se $(x,y) = 0$. Um subconjunto $\{x_i\}$ de E no qual cada x_i é ortogonal a cada um dos demais elementos é dito um sistema ortogonal. Se cada um desses elementos for normalizado, i.e., se

$\|x_i\| = \sqrt{(x_i, x_i)} = 1$ para todo i , então o sistema será dito ortonormal. O espaço linear (S) gerado pelo subespaço S de E é o subespaço mínimo de E que contém S . O espaço linear fechado $[S]$ gerado por S é o subespaço fechado mínimo de E que contém S . Um conjunto ortonormal de elementos de E é uma base (ortonormal) em E se $[S] = E$.

OPERADOR LINEAR. Sejam L e L' dois espaços lineares. Suponha que existe uma correspondência que associa a cada elemento x de um dado subconjunto D_A de L um elemento x' de L' . Tal correspondência define um operador (linear) A de L a L' com domínio D_A , escrevendo-se $x' = Ax$. O subconjunto R_A de L' formado por todos os elementos de L' tais que são a imagem de pelo menos um elemento $x \in D_A$ é chamado a imagem ("range") de A . Se L' é o conjunto dos números complexos, \mathbb{C}' , o termo 'funcional' (linear) é usado no lugar de 'operador', e escreve-se $x' = f(x)$ ao invés de $x' = Ax$.

OPERADOR AUTOADJUNTO (em um espaço de Hilbert). seja A um operador linear cujo domínio D_A é denso em um espaço de Hilbert \mathcal{H} . Seja y um elemento de \mathcal{H} tal que existe $z \in \mathcal{H}$ satisfazendo a relação $(y, Ax) = (z, x)$ para todo $x \in D_A$. Então z é unicamente determinado por y e escreve-se $A^\dagger y = z$. O operador linear A^\dagger é chamado o adjunto de A . Um operador é dito autoadjunto se $A = A^\dagger$.

OPERADOR POSITIVO DEFINIDO. Um operador linear A é dito positivo definido se $(x, Ax) \geq 0$ para todo $x \in \mathcal{H}$.

OPERADOR UNITÁRIO. Um operador linear sobre um espaço de Hilbert \mathcal{H} é dito unitário se deixa invariante o produto interno e se seu domínio e sua imagem coincidem com \mathcal{H} .

OPERADOR DE PROJEÇÃO. Seja M um subespaço fechado de um espaço de Hilbert \mathcal{H} . O complemento ortogonal M^\perp de M é o conjunto $M^\perp = \{x : (x, y) = 0, y \in M\}$.

Para qualquer $x \in \mathcal{H}$ existe então um único $x' \in \mathcal{H}$ tal que

PRODUTO TENSORIAL. O espaço linear \mathcal{S} gerado pelo conjunto de todos os funcionais multilineares de um dado produto topológico $\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times \dots$ admite uma métrica (função distância) induzida do modo familiar pelo produto interno definido por

$$(f(\xi), f(\eta)) = (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) \cdot \dots$$

quando \mathcal{S} obedece às condições que o fazem completo (com relação a essa métrica), será um espaço de Hilbert, cujo dual é chamado o produto tensorial de $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots$, denotado por $\mathcal{X}_1 \otimes \mathcal{X}_2 \otimes \dots$. Além disso, o produto tensorial de $x_1, x_2, \dots, x_i \in \mathcal{X}_i$, denotado por $x_1 \otimes x_2 \otimes \dots$, é o elemento de $\mathcal{X}_1 \otimes \mathcal{X}_2 \otimes \dots$ que corresponde (através do dualismo entre \mathcal{S} e $\mathcal{X}_1 \otimes \mathcal{X}_2 \otimes \dots$) ao funcional multilinear em \mathcal{S} que transforma cada $\eta = \{y_1, y_2, \dots\}$ em $\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times \dots$ no número $(x_1, y_1)(x_2, y_2) \dots$. Sejam A_1, A_2, \dots, A_n operadores lineares limitados agindo sobre $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_n$, respectivamente. O produto tensorial de A_1, A_2, \dots, A_n é o operador linear limitado em $\mathcal{X}_1 \otimes \mathcal{X}_2 \otimes \dots$ que age sobre $x_1 \otimes x_2 \otimes \dots$, $x_i \in \mathcal{X}_i$, da seguinte maneira:

$$(A_1 \otimes A_2 \otimes \dots \otimes A_n)(x_1 \otimes x_2 \otimes \dots \otimes x_n) = A_1 x_1 \otimes A_2 x_2 \otimes \dots \otimes A_n x_n.$$

APÊNDICE D

CONDIÇÕES FÍSICAS SOBRE TEORIAS DE VARIÁVEIS OCULTAS (sumário)

Neste Apêndice damos os enunciados sucintos das condições físicas exigidas nos vários tipos de Teorias de Variáveis Ocultas discutidos no texto, juntamente com a indicação das páginas em que ocorrem, no intuito de facilitar sua localização. Lembramos, porém, que o texto deve ser consultado para uma melhor compreensão do significado de cada uma dessas condições. Só serão enumeradas abaixo as condições que recebem nomes particulares, a maior parte deles já tornados padrão na literatura.

ALOC (Localidade Ambiental) - p. 88.

Se I e II são sistemas quânticos espacialmente separados, Q um observável de I e X e Y observáveis maximais relativamente ao sistema I+II, então, se a diferença entre o aparelho para medir X e o aparelho para medir Y estiver tão-somente na parte relativa ao sistema II,

$$[Q \otimes I]_{\{X\}}(X) = [Q \otimes I]_{\{X\}}(Y).$$

CC^S - p. 34.

Se A e B são operadores maximais, correspondem a observáveis, $A\phi_n = a_n\phi_n$, $B\phi_n = b_n\phi_n$, então $[A] = a_n \iff [B] = b_n$

CC' - p. 34.

Se A e C correspondem a observáveis, $A\phi_n = a_n\phi_n$, $C\phi_n = c_n\phi_n$ e A é maximal, então $[A] = a_n \implies [C] = c_n$

CORR - p. 42.

A cada operador autoadjunto corresponde um observável.

CORR' - p. 36.

Todo operador de projeção sobre subespaços unidimensionais de \mathcal{H} corresponde a um observável.

CORR* - p. 33.

Pelo menos um dos operadores que têm ϕ_n (argumento da função-verdade) como autovetor corresponde a um observável.

CORR^m - p. 33.

Para cada base $\{\phi_i\}$, pelo menos um dos operadores maximais que têm $\{\phi_i\}$ como conjunto completo de autovetores corresponde a um observável.

F (Condição de Fatorizabilidade) - p. 61.

$$p_{12}(a, b, \lambda) = p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda).$$

F' - p. 73.

$$p_{12}(a, b, \lambda) = p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda) C_{ij}(\lambda).$$

FUNC (Relação Funcional) - p. 39.

Para qualquer função de Borel g , qualquer observável A e qualquer estado completo (ψ, λ) , $[g(A)](\lambda) = g([A](\lambda))$.

L (Localidade) - p. 78.

O valor de um observável não pode ser alterado pelo ajuste de um aparelho distante.

L' (Localidade de Stapp et al.) - p. 74.

Um objeto macroscópico não pode ter seu estado clássico alterado pelo ajuste de um aparelho distante.

MF (Medida Fiel) - p. 24.

Qualquer medida de um observável A revela o valor $[A]$ que A possuía imediatamente antes da medida.

NC (Não-contextualismo ontológico) - p. 35.

$\mathcal{V}(\phi_j)$ (ou $\mathcal{E}_{\mathcal{X}_P}(P_{\{\phi_j\}})$) não depende da base $\{\phi_i\}$ que contém ϕ_j e que é autobase do operador que corresponde ao observável empregado para tornar \mathcal{V} (ou $\mathcal{E}_{\mathcal{X}_P}$) bem definida.

OLOC (Localidade Ontológica) - p. 87.

Se X e Y são observáveis maximais em $\mathcal{X}_I \otimes \mathcal{X}_{II}$ e A é um observável maximal em \mathcal{X}_I , então

$$[A \otimes 1]_{\{X\}} = [A \otimes 1]_{\{Y\}}.$$

PLCD ("Principle of Local Counterfactual Definiteness", de Stapp) - p. 78.

O resultado de uma medida que poderia ter sido realizada (mas que não foi) sobre um microsistema é bem definido e não depende do ajuste de um aparelho distante.

RDC (Regra da Distribuição Conjunta) - p. 25.

$$\mu \{ [A]^{-1}(s) \cap [B]^{-1}(r) \} = P_{A,B}^{\Psi}(s \times r).$$

RE (Regra do Espectro) - p. 25.

$$\{ A(\lambda) \mid \lambda \in \Lambda \} = \{ x \mid P_A^{\Psi}(x) \neq 0 \}.$$

RP (Regra do Produto) - p. 44.

Para todo estado (Ψ, λ) e todos observáveis A e B tais que $[A, B] = 0$, $[AB](\lambda) = [A](\lambda)[B](\lambda)$.

RS (Regra da Soma) - p. 44.

Para todo estado (Ψ, λ) e todos observáveis A e B tais que $[A, B] = 0$, $[A+B](\lambda) = [A](\lambda) + [B](\lambda)$.

RS' - pp 36 e 38.

Para qualquer base $\{\phi_i\}$, $\sum_{i=1}^n [P_i \phi_i] = 1$.

RVA (Regra da Variável Aleatória) - p. 25.

$$\mu \{ [A]^{-1}(s) \} = P_A^{\Psi}(s).$$

S - p. 32.

Para qualquer base $\{\phi_i\}$, $\sum_{k=1}^n \nu(\phi_k) = 1$.

NOTAS

1. Nesta Dissertação trataremos exclusivamente da Mecânica quântica não-relativista.
2. Para maiores detalhes sobre esse ponto, ver e.g. Ballentine (1970), Margenau(1963), Park e Margenau(1968), Prugovecki(1966), Jammer(1974).
3. Para maiores detalhes, ver e.g. Ballentine(1970), Jammer(1974).
4. Quando o contexto bastar para a diferenciação, denotaremos observável e correspondente operador por uma mesma letra.
5. Limitar-nos-emos a tais casos; operadores com espectros contínuos não acrescentam senão complicações desnecessárias nas discussões dos Fundamentos da MQ.
6. Qualquer elemento de um mesmo raio em \mathcal{H} representa um mesmo estado quântico.
7. Consideraremos apenas os estados puros; estados mistos são utilizados para permitir a introdução de ignorância clássica acerca do estado puro do sistema.
8. Observáveis são interpretados como grandezas físicas que podem, em princípio, ser medidas. Ver Seção II.5 para alguns comentários sobre a interpretação de 'observável'.
9. Outras "ramificações" menores serão consideradas mais adiante.
10. Ressalte-se que em Filosofia a doutrina do Realismo apresenta inúmeras variantes (ver e.g. Horwich(1982)). Para os nossos propósitos, porém, é suficiente o esboço das características gerais que apresentamos acima.
11. No sentido encontrado em Healey(1979): "natural, unaffected, simple, artless"; (p. 142, Nota 2).
12. Deixamos para o final desta Seção nossas observações sobre tais relações, salientando que não necessariamente implicam a inconsistência do Realismo Ingênuo.
13. Ver Einstein(1949), Brown(1981), Ballentine(1972).
14. Um esclarecimento mais completo irá sendo alcançado na medida em que examinarmos situações concretas, mais abaixo.
15. Para o importante conceito de preparação de estado e da

nítida diferença entre ele e o processo de medida, ver Ballentine(1970), Margenau(1963) e Prugovečki(1967).

16. Aqui e doravante sempre que falarmos em realismo estaremos nos referindo ao Realismo Ingênuo. A posição B poderia, sob um certo aspecto, ser classificada dentro de um tipo sofisticado de realismo (por vezes referido como "realismo disposicional"), porque nela são ainda atribuídas propriedades intrínsecas aos objetos.

17. Um detalhado tratamento histórico-analítico dos famosos e importantes debates entre Einstein e Bohr encontra-se em Brown(1981).

18. Apud Brown(1981), p. 78.

19. Apud Jammer(1974), p. 442.

20. Apud Jammer(1974), p. 440, e Ballentine(1972), p. 1763.

21. Para maiores detalhes, ver Ballentine(1972).

22. Para uma discussão ampla e detalhada dos problemas de medida em MQ, ver Brown(1978), (1984).

23. Ver e.g. Ballentine(1970), Brown(1978).

24. Ver Seção III.1.

25. Page(1982) é um exemplo típico desses artigos, que em geral primam pela precariedade da compreensão do argumento e da contra-argumentação, quase sempre escritos sob o influxo de uma exaltação de ânimo e de idéias pré-concebidas.

26. Jammer(1974), p. 187.

27. Brown(1981), p. 73, nota 89.

28. Einstein et al.(1935), p. 777.

29. Ibidem, p. 777.

30. Bohm(1951).

31. A famosa hipótese de Furry-Bohm-Aharonov, de que ψ transforma-se em um estado fatorizável na medida em que o par separa-se foi severamente criticada por Bohm e Aharonov(1957), com base em evidências experimentais, que posteriormente se fizeram conclusivas. (Ver Clauser e Shimony(1978), Kasday(1971) e Kasday et al.(1975).) É interessante notar que apesar de seu nome, essa hipótese não foi defendida nem por Furry e muito menos por Bohm e Aharonov, mas por Schrödinger, em 1935.

32. Essa conclusão obtém-se a partir da forma de Ψ , pela aplicação da regra de Born generalizada. Ver Brown(1981), Apêndice.

33. Einstein et al.(1935), p. 780.

34. E também de I; o raciocínio é simétrico, evidentemente.

35. Redhead(1983) aponta um fato importante, que, embora trivial, parece não ter sido notado anteriormente. É que o simples fato de se poder prever o valor de $\vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ em II já indica a incompletude da MQ, pois Ψ_{sing} não é autoestado desse observável.

36. Bohr(1935), p. 700.

37. Ibidem, p. 700.

38. Ibidem, p. 700.

39. Ibidem, p. 700.

40. Brown(1981), p. 75.

41. Bohr(1935), p. 702.

42. A não ser em condições especiais, o que não é o caso aqui.

43. Isto decorre da simetria esférica da função de onda do estado singlete.

44. No sentido de obedecer à correlação prevista pela MQ.

45. Essa é a idéia original de uma TVO. Posteriormente, dificuldades com as TVO's deterministas levaram ao estudo de TVO's estocásticas. Analisaremos essas questões mais adiante.

46. Bell(1971), p. 172.

47. Essa expressão e esse ponto são repetidos ad nauseum em seu artigo de 1949 (Einstein(1949)).

48. Vejam-se, por exemplo, Einstein(1949), pp. 374, 375 e 378, e a análise de Brown(1981).

49. Vejam-se estas afirmações de Einstein em Einstein(1949):

"Provavelmente nunca houve antes uma teoria que tenha dado a chave para a interpretação e cálculo de um grupo tão heterogêneo de fenômenos, como a Teoria Quântica. A despeito disso, porém, creio que tal teoria possa levar-nos a erro na busca de uma base uniforme para a Física, pois, como penso, é uma representação incompleta das coisas reais ... (p. 374). Não há dúvidas de que a Mecânica Quântica apreendeu uma bela fatia da verdade ...; porém não creio que venha a ser o

ponto de partida na procura (da base teórica futura)." (p. 378).

50. Jammer(1974). Ver também Brown(1981).

51. Robertson(1929).

52. Ver Jammer(1974) para referências e breve esboço da prova.

53. O primeiro a notar isto foi Karl Popper (um dos "pais" da Interpretação Estatística), em seu clássico "Logik der Forschung", de 1934.

54. Margenau(1958) e (1963), Park e Margenau(1968), Prugovečki (1966).

55. É interessante notar que a defesa das "interpretações clássicas" das relações de Heisenberg pelos proponentes da Interpretação de Copenhagen baseia-se em análises de situações particulares, o que certamente representa um ponto desfavorável. Aliás, a Interpretação de Copenhagen como um todo apóia-se heurísticamente nesse tipo de análise.

56. Ver, por exemplo, o tratamento detalhado de Ballentine (1970) da experiência do microscópio de raios gama.

57. Ballentine(1969) e (1970), Billete(1969), Robinson(1969).

58. Usamos o símbolo ' δ ' para denotar a imprecisão na medida em um sistema individual, e ' Δ ' para denotar o desvio-padrão em um ensemble.

59. Para comentários gerais e referências, ver e.g. Ballentine (1970) e (1972); para uma análise histórico-conceitual e extensa bibliografia, ver Jammer(1974) e também Brown(1981); para as conexões entre o formalismo quântico e a mensurabilidade simultânea de variáveis canonicamente conjugadas, em que se mostra que não são incompatíveis, ver os trabalhos pioneiros de Prugovečki(1966) e Park e Margenau(1968), que contém ainda análises muito esclarecedoras de tópicos correlacionados; para uma análise crítica da doutrina da perturbação no ato de medida, assim como de outras objeções a essa doutrina levantadas anteriormente, ver Brown e Redhead(1980).

60. Ballentine(1970), p. 365.

61. Ver Buonomano(1978) e (1980), onde a chamada "Interpretação Estatística Não-ergódica da Mecânica Quântica" é proposta e analisadas as suas vantagens e desvantagens.

62. Com o resultado experimental recente de A. Aspect (a ser discutido na Seção III.3), as dificuldades com esse tipo de teoria parecem insuperáveis, pois implica que em certos contextos experimentais (Cap. III) essa informação teria de propagar-se a velocidades superluminares.
63. Ver Brown(1981), nota 48, e Belinfante(1977), nota 1.
64. Note-se, todavia, que a classificação dupla de Bohr da placa que contém as fendas, ora como objeto clássico (quando é tida como objeto de medida), ora como objeto quântico (ao refutar o argumento de Einstein), é, pelo menos, surpreendente.
65. "The supernatural forth-and-back transmutation by a mysterious 'dual manifestation' "; Landé, apud Jammer(1974), p. 461.
66. Apud Jammer(1974), p. 461.
67. Pode dizer-se que quando ψ é autoestado de um operador A, associado ao autovalor \underline{a} , o observável A "possui", pela MQ, o valor \underline{a} .
68. Isto é feito admiravelmente em Belinfante(1973).
69. Essencialmente, as expressas nestas três dicotomias: deterministas/estocásticas; não-contextuais/contextuais e local/não-local. Ver Seções II.6, III.1 e III.2 para definições.
70. Determinista, não-contextual e local. Só nos preocuparemos com os qualificativos quando se fizerem necessários.
71. Ao contrário da maioria dos autores, preferimos não sobrecarregar a notação com a repetitiva e uniforme aposição do símbolo ' ψ ' a \wedge , [] e μ (assim: \wedge^ψ , [] $^\psi$, μ^ψ), advertindo o leitor de que a referência está implícita.
72. A possibilidade de que, para determinados fenômenos, as previsões em questão discordem, e a necessidade de decisão empírica desse dilema, foram levantadas pelo trabalho de Bell de 1964. Quando dele tratarmos, uma das condições abaixo (viz., RDC) terá naturalmente de ser relaxada.
73. Os únicos esquemas realistas de atribuição de valores que não adotam esta regra são os singulares "modelos conspiradores"; de Fine, que analisaremos na Seção III.4.

74. É fácil mostrar que tal condição é equivalente a esta outra: $P_A^\Psi(s) = 1 \iff [A]^{-1}(s) = \Lambda.$

75. Esta regra torna a função [] uma variável aleatória sobre o espaço de fase clássico $\langle \Lambda, \mathcal{G}(\Gamma), \mu \rangle.$

76. von Neumann(1955) (tradução inglesa).

77. pp. 324 e 325.

78. Para uma crítica dessa teoria, ver Brown e Redhead(1980).

79. Para as sérias objeções levantadas por Schrödinger e Clauser a esse argumento de von Neumann, ver Jammer(1974), pp. 266 e 267.

80. Wigner(1970).

81. Entre parênteses colocamos as denominações originais; a primeira pressuposição não é identificada, e encontra-se na página 313 da edição usada.

82. von Neumann(1955), nota 170.

83. Ver Jammer(1974), pp. 272 a 275.

84. von Neumann(1955), p. 309.

85. Bell(1966).

86. Ibidem, p. 447.

87. Ibidem, p. 449.

88. Idem, ibidem, p. 449.

89. Gleason(1957).

90. Basta tomar a resolução espectral de um observável A e usar a linearidade do traço:

$$\text{Tr}(WA) = \text{Tr}\left(W \sum_n a_n P_{a_n}\right) = \sum_n a_n \text{Tr}(W P_{a_n}) = \sum_n a_n \mu(\Gamma_n) = \langle A \rangle.$$

91. Gleason(1957), p. 886.

92. Além; é claro, de seu resultado principal permitir a aplicação do argumento de von Neumann contra a existência de ensembles sem dispersão.

93. Gleason(1957), p. 889. Comparar com Belinfante(1973), p.44.

94. Bell(1966), Belinfante(1973).

95. "Truth function"; conceito devido a Jauch e Piron. Ver Belinfante(1973), p. 40.

96. pp. 40 et seqs. As citações dos dois próximos parágrafos são da p. 40.

97. A discussão subsequente se limitará a tais subespaços.
98. Omitiremos, por simplicidade e sempre que possível, ψ e λ do argumento de \mathcal{V} .
99. Belinfante(1973), p. 6, nota 3.
100. Qualquer base $\{\phi_\lambda\}$ é o conjunto completo de autovetores de infinitos operadores autoadjuntos maximais (i.e. com espectros não-degenerados). Essa restrição a operadores maximais, embora indispensável para a consistência do presente programa de TVO's (especialmente para a justificação de (S)), ainda não foi explicitada na literatura.
101. Esta observação é devida a Brown(1978), p. 298, nota 1.
102. Nota-se aqui a mesma dificuldade que apontamos em Belinfante (ver p. 32).
103. Ver Apêndice A, onde reproduzimos e comentamos essa prova.
104. Bell(1966), p. 451.
105. Como exemplo, consideram uma TVO idêntica à que introduzimos na Seção II.1, exceto em que RDC está ausente; em Fine (1982b) tal TVO é chamada "fraca".
106. Kochen e Specker(1967), p. 67 ("Teorema 0").
107. Para uma álgebra booleana parcial, as operações de Boole \cap e \cup podem ser definidas em termos das operações de anel, da maneira usual:
- $$a \cap b = ab \quad e \quad a \cup b = a + b - ab.$$
- Na verdade, foi este fato que sugeriu o nome "álgebra parcial booleana".
108. Apresentam também outra construção que utiliza apenas 17 direções. Belinfante(1973), Apêndice B, proclama ter dado uma prova mais simples, com somente oito direções. Porém essa sua prova assenta-se sobre uma assunção topológica errada: essencialmente, a de que entre duas áreas finitas, a menor delas contém um menor número de pontos. Para outras propostas de simplificação, ver Brown(1978), p. 300, nota 1.
109. Consulte-se, para isso, Kochen e Specker(1967), p. 66.
110. Kochen e Specker(1967), p. 71. Ver também Belinfante (1973), p. 35.

111. Por exemplo fazendo $[J_x^2]^1 = 1 - [J_x^2]$, etc.
112. Ballentine(1970), p. 376.
113. Bohm(1953).
114. Referência à sua TVO de 1952; (Bohm(1952a) e (1952b)).
115. Bohm(1953), pp. 277 e 281, respectivamente.
116. Estas restrições são analisadas brevemente em Ballentine (1970), p. 376.
117. Ballentine(1970), p. 376.
118. Para outros comentários e referências bibliográficas sobre CORR, ver Brown(1978), § 4.2.2.
119. Aliás, esse resultado de Fine e Teller não é original. Belinfante(1973), Parte I, Apêndice C, o havia mostrado recorrendo a apenas 12 direções.
120. Fine(1974), (1977), (1979), (1982a), 1982b), Fine e Teller(1978).
121. P. 257.
122. Pp. 257 e 258.
123. Embora não seja difícil, a prova é longa, pelo que não a reproduziremos aqui. Ver Fine e Teller(1978), pp. 634 e 635.
124. Vejam-se Kochen e Specker(1967), Glymour(1977), Fine (1974), (1977), (1979), Cartwright(1977), Healey(1979), Redhead(1981). Outras referências encontram-se em Brown(1981), § 4.3.1, que também traz uma discussão sobre FUNC.
125. Kochen e Specker(1967), p. 63.
126. Evidentemente a MQ prevê $\langle A+B \rangle = \langle A \rangle + \langle B \rangle$.
127. Fine(1974), p. 258.
128. Idem, ibidem, pp. 259 e 260.
129. Classes "grande o suficiente" (large enough); ver Seção IV.1, abaixo.
130. "q.s." : "quase sempre" (almost everywhere).
131. Na verdade, parece que apenas Fine não quer abrir mão dela, preferindo descartar RS.
132. van Fraassen(1973).
133. Diferencamos nesta seção os operadores dos observáveis, colocando um ' ^ ' sobre os primeiros.
134. Valores de observáveis correspondendo a operadores

autoadjuntos maximais continuam a ser definidos e denotados como antes: [].

135. Naturalmente, àquela época Bohm tinha como válido o resultado de von Neumann.

136. Bohm, assim como muitos, fala em TVO's como "interpretações da MQ. Do que expusemos no Cap. I, deve estar claro que essa maneira de falar é inadequada.

137. Bohm(1952), pp. 187 e 188. Destaques nossos.

138. Porém, é preciso ter o cuidado, como esclarece Bohm no final do supracitado trecho, para não extrapolar desse fato para a conclusão injustificada de que as TVO's contextuais representam um retorno total à doutrina da complementariedade. Nelas, por exemplo, o conhecimento dos parâmetros ocultos e do arranjo experimental permite a previsão dos resultados de medida de todos os observáveis. Para uma discussão mais ampla das diferenças, ver Bohm(1953) e Bub(1969).

139. Outros aspectos do contextualismo serão analisados no Cap. IV.

140. Bell(1966), p. 452.

141. Ver nossos comentários sobre EPR, Seção I.2.

142. Consultem-se Bell(1966), p. 452; Bohm(1952a), pp. 174 e 175.

143. Bell(1966), p. 452.

144. Bohm conclui assim o tratamento do problema de muitos corpos (Bohm(1952a), §6): "... a força entre duas partículas quaisquer pode depender significativamente da localização de cada uma das outras partículas do sistema."

145. Logo após a citação da nota anterior, Bohm acrescenta : "Um exemplo dos efeitos de uma tal força é fornecido pelo princípio de exclusão."

146. Excetuando-se, é claro, as TVO's não-contextuais para uma única partícula de spin $1/2$, como as encontradas em Bell(1966) e (1964), e em Kochen e Specker(1967). Vejam-se: Bohm(1952a), (1952b), (1952c); Bohm e Bub(1966). A "TVO" de de Broglie é comentada e.g. em Bohm(1952b), Apêndice B, e em Belinfante(1973), Parte II, Cap. I. Para um tratamento deta-

lhado da TVO de Wiener e Siegel, de 1953-55, ver Belinfante, op. cit., Parte II, Cap. 3.

147. Bell(1964).

148. Isto é , a conjunção de realismo e localidade. O conceito de 'localidade' será mais precisado no desenvolvimento posterior desta Dissertação.

149. Ver Seção III.2.

150. Utilizando a mesma notação empregada na Expressão (III-1), tem-se que

$$\vec{\sigma} \cdot \hat{n} = |n_+\rangle\langle n_+| - |n_-\rangle\langle n_-|$$

Usando agora as amplitudes (ver e.g. Feynman(1965), Cap. 6)

$$\langle a_+|b_+\rangle = \cos \alpha/2 ; \langle a_+|b_-\rangle = \sin \alpha/2 ; \langle a_-|b_+\rangle = -\sin \alpha/2 ; \langle a_-|b_-\rangle = \cos \alpha/2,$$

onde α é o ângulo entre \hat{a} e \hat{b} , cálculos algébricos simples, porém longos, fornecem o resultado desejado. Para outra demonstração, ver Harrison(1981).

151. Não explicitada por Bell.

152. Tomando a média de $E_{(a,b)}^{M_A}$ e $E_{(a,b)}^{TVO}$ sobre pequenos cones em torno de direções fixas, Bell mostra então que esses valores médios não podem concordar com as predições quânticas, mesmo que somente com uma precisão arbitrariamente pequena.

153. Bell(1964), p. 199.

154. Note-se que os observáveis $\vec{\sigma} \cdot \hat{n} \otimes 1$ e $1 \otimes \vec{\sigma} \cdot \hat{n}$ são degenerados, podendo, pois, ser "divididos", pelo esquema de van Fraassen, em vários outros, dependendo da base especificada para o espaço de Hilbert do sistema composto,

155. Bell(1971).

156. Ver nota 169, e Seção III.6.

157. A prova de Bell, além de ser calcada na linguagem de previsões de resultados de medida, é explicitamente dirigida para o caso de o comportamento estocástico provir de variáveis ocultas não controláveis associadas aos aparelhos de medida.

158. Isto não é em princípio incompatível com a existência de valores precisos para cada observável. Uma TVO estocástica pode ser considerada uma teoria em que as variáveis ocultas não são de fato as "verdadeiras" variáveis ocultas.

159. Já na próxima discussão deixaremos de empregar, por simplicidade, essa notação diferenciada.
160. Também violada pela MQ. Ver e.g. o artigo original ou Clauser e Shimony(1978).
161. Ver nota 169 e discussão que no texto a antecede.
162. A primeira prova da incompatibilidade entre as predições quânticas e as de uma TVO não utilizando (III-7) foi dada por Clauser et al.(1969), que obtiveram (essencialmente) a forma (III-11) da Desigualdade de Bell.
163. Esta sugestão deve-se a Clauser et al.(1969). Veremos na Seção seguinte que alguns experimentos foram realizados em que esses fótons eram produzidos por aniquilamento de positrônio; também que há um experimento que emprega o sistema original de Bohm.
164. Para uma análise cuidadosa deste ponto, ver e.g. Clauser e Shimony(1978).
165. Outras serão mencionadas na próxima Seção.
166. Para uma análise crítica comparada dessas duas hipóteses, ver Clauser e Horne(1974), e Clauser e Shimony(1978).
167. Clauser e Horne(1974) mostraram (nota 9) que as condições experimentais podem ser escolhidas de tal modo que a influência do tamanho do "time window" empregado na definição de 'coincidente' torna-se, para determinada faixa de magnitudes, sem importância.
168. Quando acima introduzimos as TVO's estocásticas, fizemo-las fornecendo os valores médios dos observáveis. Mas obviamente poderíamos, equivalentemente, tê-las feito fornecendo as probabilidades de cada valor.
169. A condição (F) tem sido muito discutida hoje em dia. Argumentam alguns (e.g. Garuccio e Rapisarda(1981), Garuccio e Selleri(1978), Fine(1982c),(1982a), Selleri e Tarozzi(1980), Hellman(1982b)) que não é necessária para localidade, mas a nosso ver os argumentos são, ou inconclusivos, ou claramente errados (e.g. Selleri e Tarozzi(1980)). (Tem-se também dito que (F) não é suficiente para localidade (Fine(1982a)), mas esta questão não é relevante para a prova de Clauser e

Horne.) Se, realmente puder ser mostrado que localidade não implica (F), então estaremos na situação de só dispor de desigualdades mostrando a incompatibilidade de TVO's deterministas com a MQ. Essa possibilidade voltará à discussão na Seção IV.3.

170. Esse modelo é artificial, mas isto não vem ao caso.

Ver Seções III.3 e III.6.

171. Essas predições, para os vários casos experimentais de interesse, encontram-se calculadas em Clauser e Shimony(1978), além, é claro, dos artigos originais dos experimentos.

172. Ou de sua probabilidade, para um dado estado λ de uma TVO estocástica. Deixaremos isto sempre implícito nas discussões subseqüentes.

173. Veremos que isto de fato ocorreu nos experimentos de Holt e Pipkin e de Clauser, onde tais elementos foram encontrados em um bulbo de vidro e em uma lente submetida a tensões, respectivamente.

174. Ver Clauser e Shimony(1978), §§ 6.2 e 6.4.

175. Aspect et al.(1982b) e (1982c).

176. Aspect et al. verificaram que para ângulos de incidência diferindo de Θ por no máximo 10^{-3} radianos a fração da luz direcionada para os maximos secundários de difração é menor do que 1%.

177. Aspect et al.(1982b), p. 7.

178. Aspect(1976) refere-se à possibilidade de se introduzirem artificialmente flutuações pseudo-aleatórias nas frequências dos geradores, muito embora considerando tal providência difícil de realizar. Aspect et al.(1982b) e (1982c) não indicaram explicitamente se o experimento que realizaram incorporou esse aperfeiçoamento; porém o silêncio constitui, em tal caso, forte evidência de que não.

179. Aspect(1976), p. 1949.

180. Fine(1979), p. 148, refere-se a um defensor de sua linha como "a real realist".

181. De fato, as críticas de Fine incidem sobre qualquer das formas da Desigualdade de Bell já obtidas.

182. Esse resultado de Wigner é particularmente interessante devido à sua simplicidade. Em síntese, uma reconstrução do argumento em termos de espaço de fase seria a seguinte: i) é sempre possível atribuir valores a um observável A associando a cada valor um domínio D_i de Λ tal que $[A] = a_i$ se $\lambda \in D_i$; as probabilidades podem ser feitas concordantes com as da MQ simplesmente postulando $\mu(D_i) = P_A^\Psi(a_i)$; ii) Esse mesmo processo pode ser estendido para um número qualquer de observáveis, simplesmente tomando para Λ o produto dos espaços de fase de cada observável e postulando $\mu\{D_i^{(1)} \cap D_j^{(2)} \cap \dots\} = P_{A^{(1)}}^\Psi(a_i) P_{A^{(2)}}^\Psi(a_j) \dots$; iii) No entanto, para sistemas tipo EPR em que em cada "lado" há três observáveis distintos (dois já bastariam), a introdução de localidade implica que muitos desses domínios têm de ser identificados, i.e., são essencialmente os mesmos. (De 4^9 passa-se para 2^6 domínios diferentes.) iv) Wigner mostra então que para o estado singleto essa restrição torna impossível reproduzir as probabilidades quânticas por qualquer atribuição de probabilidades a esses 2^6 domínios.

183. O resultado de Bell emprega RP, como já fizemos notar. Fine(1974) foi o primeiro a observar isso, bem como o fato de o resultado de Wigner pressupor RDC.

184. Variáveis aleatórias sobre um espaço comum têm sempre uma distribuição conjunta de probabilidades. Ver Buonomano (1980), § 5.8.

185. Cohen(1966); Margenau e Cohen(1967); Nelson(1967).

Empregamos a forma do futuro do pretérito — poderiam — devido ao fato de não estar absolutamente claro que todas as restrições matemáticas que esses autores impõem sobre uma distribuição conjunta encontram justificativa física. Notamos ainda que esses resultados têm sido interpretados como uma outra linha de ataque às TVO's, aparentemente independente das demais. (Ver, porém Seção IV.1) Para uma discussão breve, ver Ballentine(1970), §5. Buonomano(1980) contém uma interessante discussão desses resultados, que mostra que não se podem aplicar à Interpretação Estatística

Não-ergódica da MQ, apresentada naquele artigo.

186. Os referidos resultados também mostram o inverso.

187. Por simplicidade, colocamos ' + ' e ' - ' para + 1 e -1, respectivamente.

188. $P(x,y)$ indicará sempre a probabilidade de que os valores de A_x e de B_y encontrados experimentalmente sejam + e + ; igual convenção vale para $P_{A_x}(z)$, onde o subscrito A_x foi introduzido para diferenciar o braço.

189. Stapp(1971).

190. O artigo original de 1971 não contém explicitamente essa conclusão forte, embora seja facilmente inferida de suas pressuposições; nele a ênfase está em que qualquer TVO, determinista ou não, que reproduz as previsões da MQ é não-local. O primeiro a notar que as pressuposições de Stapp poderiam ser de fato utilizadas para a obtenção do resultado mais forte foi Eberhard(1977). A partir de então, Stapp e vários outros autores passaram a defender essa versão mais forte do argumento.

191. Aqui reside a aludida modificação que introduzimos, com o propósito de tornar mais uniforme a linguagem de nosso trabalho: ao invés de valores dos observáveis fornecidos pela TVO, Redhead fala em previsões dos resultados de medida pela TVO. Evidentemente, se se assume MF a nossa interpretação se reduz à dele.

192. Redhead(1983), p. 12.

193. Ibidem, pp. 14 a 16.

194. Stapp(1978).

195. Apenas para não deixar sem menção, deve-se dizer que a literatura conta ainda com outra proposta de derivação de uma desigualdade tipo Bell sem o emprego de espaço de fase; a saber, a de Healey(1979). Trata-se de uma elegante obtenção da desigualdade de Clauser e Horne através de uma adaptação do resultado de Wigner(1970). Essencialmente, Healey propõe, como Redhead, o emprego de frequências relativas num ensemble para aproximar as probabilidades, fazendo exatamente o mesmo comentário que faz Redhead, transcrito acima, de que os li-

mites que se supõe existir são apenas os dos pares compatíveis. Fine(1979), porém, afirma peremptoriamente que Healey usa um formalismo que claramente implica a existência dos limites que Healey diz pressupor não existirem. Ao nosso ver, porém, esse fato (se é que é um fato) não é assim tão óbvio. Em qualquer caso, veremos na Seção IV.1 que Fine aparentemente pôde provar a sua assertiva, em seus trabalhos de 1982.

196. Fine(1982a) e (1982b).

197. Essa propriedade é introduzida por Clauser e Horne(1974) para significar localidade. (Ver a expressão F, p. 61.)

198. Por exemplo:

$$\bar{P}(AA'BB') + \bar{P}(AA'\bar{B}B') + \bar{P}(AA'BB\bar{B}') + \bar{P}(AA'\bar{B}\bar{B}') = \bar{P}(AB) = P_e(AB)$$

199. Garuccio e Selleri(1978), (1980); Garuccio e Rapisarda (1981).

200. Garg e Mermin(1982) criticaram (essencialmente; seu artigo é muito confuso) o fato de Fine não ter fornecido uma prova de que a satisfação das desigualdades de Bell/Clauser e Horne por todos os observáveis obtidos como combinações lineares (em cada subespaço) dos quatro observáveis normalmente considerados é suficiente para a obtenção de uma distribuição conjunta de probabilidades para todos esses observáveis. Em sua réplica (Fine(1982e)) Fine diz que a prova dada por ele é suficiente para dar conta de todos os experimentos já realizados, e, portanto, muito relevante. Nisto Fine está certo. Ele expressa também suas esperanças de que a referida generalização possa ser obtida.

201. Para A e $B \in \mathcal{O}$, existem funções borel f e g e um observável $C \in \mathcal{O}$ tais que $A = f(C)$ e $B = g(C)$.

Então, por FUNC (a condição q.s. fica implícita) temos

$A(\lambda) = f(C(\lambda))$ e $B(\lambda) = g(C(\lambda))$. Donde, usando de novo FUNC,

$$AB(\lambda) = (fg(C))(\lambda) = fg(C(\lambda)) = f(C(\lambda))g(C(\lambda)) = A(\lambda)B(\lambda)$$

Q.E.D. (Notar que uma construção semelhante dá também a prova de que FUNC implica RS.)

202. Fine(1974), (1979), (1982a), (1982b), (1982c), (1982d),

(1982e).

203. Fine(1979), p. 147.

204. Heywood e Redhead(1983).

205. A menos que se possa mostrar que a partir das premissas do argumento de Heywood e Redhead é possível obter uma tal distribuição.

206. Até a etapa final da prova, a discussão não necessariamente se limita a tais sistemas.

207. Em lugar de 'observável', HR empregam o termo 'physical magnitude', sob a justificativa de que isso ajuda a tornar clara a distinção entre operadores autoadjuntos e as quantidades físicas que representam, além de evitar qualquer conotação anti-realista adstrita ao termo 'observável'. A esse respeito, é interessante notar que no "preprint" do artigo a distinção operador-observável nem era enfatizada pela notação!

208. Por simplicidade, falaremos, no que se vai seguir, em "observável maximal" para significar um observável representado por um operador a.a. maximal.

209. Aqui e no que segue, sempre que uma expressão for enunciada para um observável de \mathcal{X}_I , fica implícito que expressão análoga vale para observáveis de \mathcal{X}_{II} . Assim, por exemplo, OLOC também significa $[1 \otimes B]_{\{X\}} = [1 \otimes B]_{\{Y\}}$.

210. Heywood e Redhead sobrecarregam sua notação colocando o superscrito ' ϕ ' no símbolo da função de valoração. Ver nota 71.

211. "Environmental Contextuality"; é interessante notar que no "preprint" do artigo o termo empregado é "measurement contextuality".

212. Não estamos seguindo a ordem de apresentação de HR.

213. "Commeasurable Value Rule"; HR chamam RE de "Value Rule".

214. O artigo publicado acrescenta, em relação ao "preprint", a prova de que FUNC* é consistente e independente de RE*, prova essa que HR creditam a Fine. Na verdade, a própria necessidade de introduzir FUNC* nos argumentos foi apontada pelo "eagle-eyed" Arthur Fine (ver HR(1983), notas 11 e 14).

215. P. 84.

216. P. 84.

217. Tratamentos extensivos desse debate encontra-se e.g. em Jammer(1974) e Brown(1981). Ver também Ballentine(1970)e(1972).

218. A mais bem articulada análise das dificuldades que os fenômenos de interferência trazem à doutrina realista é, ao que sabemos, Belinfante(1977).

219. Uma crítica interessante foi feita por Franson(1982), que, considerando a extensão espacial dos fótons, argumentou que devido à pequena distância entre os analisadores nos experimentos com fótons, a hipótese de localidade não havia ainda sido rigorosamente testada. Observamos, no entanto, que no experimento de Aspect et al. de 1981 essa distância é maior do que a distância mínima proposta por Franson.

220. Notamos, todavia, que um outro resultado recente da literatura, inobstante formulado sem que se tivesse em vista a tese de Fine, pode ser utilizado em seu desfavor, embora de uma maneira menos incisiva que a de Heywood e Redhead. É que Mermin(1980) e Mermin e Schwarz(1982)mostraram que desigualdades com o mesmo efeito das de Bell podem ser obtidas para sistemas de spin genérico. Como a construção de Fine pressupõe observáveis bivalentes, não se aplicam às desigualdades de Mermin e Schwarz para $s > 1/2$.

221. Agradecemos ao Professor H. Brown por nos haver fornecido essa informação.

222. Note-se que se $L \not\Rightarrow F$ então a pretendida maior generalidade da desigualdade de Clauser e Horne e similares é infundada.

223. Para nossa surpresa, essa constatação parece não ter sido feita anteriormente.

224. Fine(1982a), (1982c) e (1982d). Esses artigos fornecem várias outras referências.

225. Vejam-se, por exemplo, Stapp(1971), (1972), (1974), (1979 , (1980), (1982); Eberhard(1977) e (1982); Peres(1978); Rastal(1982). Observando Rastal(1983), parece que esse autor revisou sua posição.

226. Por exemplo, Beauregard(1980), Sutherland(1983).
227. E.g. d'Espagnat(1975), (1979) e (1981); Redhead(1983).
228. E.g. Healey(1979), Belinfante(1973), Hellman(1982a) e (1982b).
229. Brody e de la Peña Auerbach(1979).
230. Veja-se o detalhado estudo de Redhead(1983), em que argumenta favoravelmente à "coexistência pacífica" entre a não-localidade da Desigualdade de Bell e a Teoria da Relatividade Restrita.
231. Em artigo não-publicado;valem-nos de informações de Freedman e Clauser(1972) e em Fry e Thompson(1976).
232. Fry e Thompson e Holt e Pipkin não colocam as previsões quânticas em seus gráficos. Não os reproduziremos, pois.
233. P. 1226, nota 11.

REFERÊNCIAS

- ASPECT, A. (1976) Phys.Rev. D, 14, 1944.
- ASPECT, A. et al. (1981) Phys. Rev. Lett., 47, 460.
 (1982a) Phys.Rev. Lett., 49, 91.
 (1982b) "Preprint" de ASPECT et al.(1982c).
 (1982c) Phys. Rev. Lett., 49, 1804.
- BALLENTINE, L. E. (1969) Can. J. Phys., 47, 2417.
 (1970) Rev. Mod. Phys., 42, 358.
 (1972) Am. J. Phys., 40, 1763.
- BEAUREGARD, O. C. (1980) Foundations of Physics, 10, 513.
- BELINFANTE, F. J. (1973) "A Survey of Hidden Variables Theories", Pergamon Press.
 (1978) Am. J. Phys., 46, 329.
- BELL, J. S. (1964) Physics (U.S.), 1, 195.
 (1966) Rev. Mod. Phys., 38, 447.
 (1971) in d'ESPAGNAT (1971), p. 171.
- BERTOLINI, G. et al. () "Preprint", Joint Research Centre, Ispra Establishment.
- BILLETE, J. J. et al. (1969) Can. J. Phys., 47, 2415.
- BOHM, D. (1951) "Quantum Theory" Prentice Hall, N.Y.
(1952a) Phys. Rev., 85, 166.
(1952b) Phys. Rev., 85, 180.
(1952c) Phys.Rev., 89, 458.
(1953) Prog. Theoretical Phys., 9, 273.
- BOHM, D. e AHARONOV, Y. (1957) Phys. Rev., 108, 1070.
- BOHM, D. e BUB, J. (1966) Rev. Mod. Phys., 38, 453.
- BOHR, N. (1935) Phys. Rev., 48, 696.
- BRODY, T. A. e de la Peña Auerbach, L. (1979) Nuovo Ci-
 mento, 54B, 455.
- BROWN, H. R. (1978) Tese de Doutorado apresentada na
 Universidade de Londres.
(1981) Cadernos de História e Filosofia da
 Ciência, 2, 51.
(1984) "Preprint", a sair em Cadernos de His-

tória e Filosofia da Ciência, Vol. 6.

BROWN, H. R. e REDHEAD, M. L. G. (1981) Foundations of Physics, 11, 1.

BRUNO, M. et al. (1977) Nuovo Cimento 40B, 143.

BUB, J. (1969) Int. J. Theoretical Phys., 2, 101.

BUONOMANO, V. (1978) Ann. Inst. Henri Poincaré Sect. A, 29, 379.

. (1980) Nuovo Cim., 57B, 146.

CARTWRIGHT, N. (1977) Philosophy of Science, 44, 107.

CLAUSER, J. F. (1976) Phys. Rev. Lett., 36, 1223.

CLAUSER, J. F. e HORNE, M. A. (1974) Phys. Rev. D, 10, 526.

CLAUSER, J. F. et al. (1969) Phys. Rev. Lett., 23, 880.

CLAUSER, J. F. e SHYMONY, A. (1978) Rep. Prog. Phys., 41, 1881.

COHEN, L. (1966) J. Math. Phys., 7, 781.

d'ESPAGNAT, B. (ed.) (1971) "Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi', Course 49", Academic press, N.Y.

. (1975) Phys. Rev. D, 11, 1424.

. (1979) Scientific American, Novembro, p. 128.

. (1980) Foundations of Physics, 11, 205.

EBERHARD, P. H. (1977) Nuovo Cim. 38B, 75.

. (1982) Phys. Rev. Lett., 49, 1474.

EINSTEIN, A. (1949) J. Franklin Institute, Março, p. 349.

EINSTEIN, A., PODOLSKY, B. e ROSEN, N. (1935) Phys. Rev., 47, 777.

FARACI, G. et al. (1974) Lettere Nuovo Cimento, 9, 607.

FEYNMAN, R.P. (1965) "Lectures on Physics", Vol.3. Addison-Wesley.

FINE, A. (1974) Synthese, 29, 257. Reeditado com correções em "Logic and Probability in Quantum Mechanics", editado por P. Suppes. Reidel, Dordrecht, 1976, p. 249.

. (1977) Philosophy of Science, 44, 95.

. (1979) Synthese, 42, 145.

. (1982a) Phys. Rev. Lett., 48, 291.

. (1982b) J. Math. Phys., 23, 1306.

- (1982c) *Synthese*, 50, 279.
- (1982d) *Phys. Rev. Lett.*, 49, 243.
- (1982e) *Phys. Rev. Lett.*, 49, 1536.
- FINE, A. e TELLER, P. (1978) *Foundations of Physics*, 8, 629.
- FRANSON, J. D. (1982) *Phys. Rev. D*, 26, 787.
- FREEDMAN, S. J. e CLAUSER, J. F. (1972) *Phys. Rev. Lett.*,
28, 938.
- FRY, E. S. e THOMPSON, R. C. (1976) *Phys. Rev. Lett.* 37, 465.
- GARG, A. e MERMIN, N. D. (1982) *Phys. Rev. Lett.*, 49, 242.
- GARUCCIO, A. (1978) *Lett. Nuovo Cimento*, 23, 559.
- GARUCCIO, A. e SELLERI, F. (1978) *Lett. Nuovo Cimento*, 23,
555.
- (1980) *Foundations of Physics*, 10, 209.
- GARRUCCIO, A. e RAPISARDA, V. A. (1981) *Lett. Nuovo
Cimento*, 30, 443.
- GLEASON, A. M. (1957) *J. Math. Mech.*, 6, 885.
- GLYMOUR, C. (1977) *Philisophy of Science*, 44, 86.
- HARRISON, D. (1982) *Am. J. Phys.*, 50, 811.
- HEALEY, R. (1979) *Synthese*, 42, 121.
- HELLMAN, G. (1980) *Synthese*, 44, 495:
. (1982a) *Synthese*, 53, 445.
. (1982b) *Synthese*, 53, 461.
- HEYWOOD, P. e REDHEAD, M. L. G. (1983) *Foundations of
Physics*, 13, 481.
- HOLT, R. A. e PIPKIN, F. M. () "Preprint" Universidade
de Harvard (não publicado).
- HORWICH, P. (1982) *Synthese*, 51, 181.
- JAMMER, M. (1974) "The Philosophy of Quantum Mechanics",
John Wiley.
- KASDAY, L. R. (1971) in d'ESPAGNAT(1971)
- KASDAY, L. R. et al. (1970) *Bull. Am. Phys. Soc.*, 15, 586.
. (1975) *Nuovo Cimento* 25B, 633.
- KOCHEN, S. e SPECKER, E. P. (1967) *J. Math. Mech.*, 17, 59.
- LAMEHI-RACHTI, M. e MITTIG, W. (1976) *Phys. Rev. D*, 10, 2543.
- LO, T. K. e SHIMONY, A. (1981) *Phys. Rev. A*, 23, 3003.

- MARGENAU, H. (1958) philosophy of science, 25, 23.
 (1963) Ann. Phys. (N.Y.), 23, 469.
- MARGENAU, H. e COHEN, L. (1967) in "Quantum Theory and Reality", editado por Bunge, M. - Springer, N.Y., p. 71.
- MERMIN, N. D. (1980) Phys. Rev. D, 22, 356.
- MERMIN, N. D. e SCHWARZ, G. M. (1982) Foundations of Physics, 12, 101.
- NELSON, E. (1967) "Dynamical Theories of Brownian Motion", Princeton Un. Press.
- PAGE, D. N. (1982) Physics Letters, 91A, 57.
- PARK, J. L. e MARGENAU, H. (1968) Int. J. Theoretical Phys. 1, 211.
- PERES, A. (1978) Am. J. Phys., 46, 745.
- PRUGOVEČKI, E. (1966) J. Math. Phys., 7, 1054.
 (1967) Can. J. Phys., 45, 2173.
- RASTAL, P. (1982) Physics Letters, 87A, 279.
 ; (1983) Foundations of Physics, 13, 555.
- REDHEAD, M. L. G. (1981) Philosophy of Science, 48, 50.
 (1983) in "Space, Time and Causality", editado por Swinburne, R.
- ROBERTSON, H. P. (1929) Phys. Rev., 34, 163.
- SELLERI, F. (1978) Nuovo Cim. 48B, 120.
- SELLERI, F. e TAROZZI, G. (1980) Lett. Nuovo Cimento, 29, 533.
 (1981) Rivista del Nuovo Cimento, 4, 1.
- SUTHERLAND, R. I. (1983) Int. J. Theoretical Phys., 22, 377.
- STAPP, H. P. (1971) Phys. Rev. D, 3, 1303.
 (1972) Am. J. Phys., 40, 1098.
 (1979) Foundations of Physics, 9, 1.
 (1980) Foundations of Physics, 10, 767.
 (1982) Phys. Rev. Lett., 49, 1470.
- VAN FRAASSEN, B. C. (1973) in "Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Mechanics", editado por Hooker, C. A. (Reidel Pub. Comp., Dordrecht), p. 80.
 (1979) Synthese, 42, 155.

VON NEUMANN, J. (1955) "Mathematical Foundations of Quantum Mechanics", Princeton U. Press.

WIGNER E. P. (1970) Am. J. Phys., 38, 1005.

WILSON, A. R. et al. (1976) J. Phys. G, 2, 613.