Rosa de Lourdes Aguilar Verástegui

A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA EM BERTRAND RUSSELL ENTRE OS ANOS 1903-1956

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação do Prof. Dr. Michael B. Wrigley.

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida e aprovada pela Comissão Julgadora em 09/12/1998.

Banca:

Prof. Dr. Michael B. Wrigley.

Profa. Dra. Ítala M. Loffredo D'Ottaviano.

Prof. Dr. Walter A. Carnielli.

Prof. Dr. Elias U. Alves.

Dezembro / 1998

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFCH - UNICAMP

Aguilar Verástegui, Rosa de Lourdes
Ag 93 n A natureza da proposição lógica em Bertrand Russel entre os anos 1903 até 1959 / Rosa de Lourdes Aguilar Verástegui. - - Campinas, SP : [s. n.], 1998.

Orientador: Michael Wrigley.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Russell, Bertrand, 1872 - 1970. 2. Proposição (Lógica). 3. Lógica. 4. Filosofia. I. Wrigley Michael. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III.Título.

AGRADECIMENTOS

Quero expressar meus agradecimentos as seguintes pessoas que contribuíram para a realização deste trabalho:

A meu orientador Professor Dr. Michael Wrigley pela sua paciência e seu encaminhamento que me levaram a fazer possível a conclusão deste trabalho.

À Professora Dra. Ítala D'Ottaviano pelas seus ensinamentos e o incentivo à realização desta dissertação.

Ao Professor Dr. Walter Carnielli pela leitura atenta que fez de meu trabalho e pelas numerosas observações que me ajudaram a concluir esta dissertação.

Ao Professor Dr. Carlos Lungarzo pelas suas importantes críticas e sugestões realizadas.

A meu colega Milton por suas revisões do português e a Rosimeri Kulka e Joselia de Nascimento pelas suas observações do português.

Por último, quero agradecer ao CNPq que me proporcionou a bolsa de mestrado.

ÍNDICE

CRONOLOGIA DE RUSSELL: DE 1900 ATÉ 1959

1900 Russell publicou *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz.*

Primeiro período 1903:

1903 Russell publicou *The Principles of Mathematics.*

Segundo período 1905 até 1912:

1905 publicação de 'On Denoting'.

1908 publicação de 'Mathematical Logic as Based on the Theory of Types'.

1910 maio, publicação de 'The Theory of Logical Types'.

1910 novembro, publicação de 'On the Nature of Truth and Falsehood'.

1910 dezembro, publicação do primeiro tomo dos *Principia Mathematica.*

1911 outubro, primeiro encontro com Wittgenstein.

1911 março, publicação de 'Analytic Realism', 'The Philosophical Importance of Mathematical Logic'.

1912 janeiro, publicação de *The Problems of Philosophy.*

Terceiro período correspondente aos anos 1912 até 1919:

1912 abril, publicação do segundo tomo dos *Principia Mathematica.*

1912 outubro, publicação de 'What is logic?'.

1913 abril, publicação do terceiro tomo dos *Principia Mathematica* e um esboço de *Theory of Knowledge.*

1913 setembro a outubro, Wittgenstein visitou e ditou a Russell "Notes on Logic".

1913 publicação de 'Logical Data'.

1914 desde agosto, Russell perde contato com Wittgenstein.

1914 março, Russell ministrou a palestra sobre *Our Knowledge of The External World.*

1914 agosto, publicação de *Our Knowledge of The External World.*

1914 publicação de 'Scientific Method in Philosophy'.

1918 março, Russell ministrou a palestra sobre 'The Philosophy of Logical Atomism'.

1919 publicação de *Introduction to Mathematical Philosophy.*

No quarto período: desde 1919 até os seus últimos escritos sobre lógica: 1959.

1927 publicação de *The Analysis of Matter.*

1937 publicação de 'Introdução à segunda edição' dos *Principles.*

1940 publicação de *An Inquiry into Meaning and Truth.*

1950 publicação de 'Logical Positivism'.

1950/52? publicação de 'Is Mathematics Linguistic?'.

1959 publicação de *My Philosophical Development.*

INTRODUÇÃO

Da vasta obra lógica de Bertrand Russell, pretendemos introduzir-nos num ponto específico: a natureza da proposição lógica a partir da visão logicista, que vai de 1903 até 1959. Lembremos que Russell é um dos fundadores do logicismo, isto é, da tese que afirma que a matemática pura pode ser reduzida à lógica; sua proposta logicista foi apresentada pela primeira vez nos *Principles of Mathematics* (1903):

> The present work has two main objects. One of these, the proof that all pure mathematics deals exclusively with concepts definable in terms of a very small number of fundamental logical concepts, and that all its propositions are deducible from a very small number of fundamental logical principles. (...) The other object of this work (...) is the explanation of the fundamental concepts which mathematics accepts as indefinable (RUSSELL, 1903, p. xv).

A proposta russelliana de redução logicista da matemática propõe que todos os conceitos matemáticos podem ser definidos em termos de conceitos da lógica e as proposições da matemática demonstradas unicamente a partir de proposições lógicas, de maneira tal que não precisem de qualquer terminologia extra-lógica.

Fazem parte da matemática pura: a aritmética, a análise e a geometria. Isto significa que: "Although the translation of a complicated mathematical formula into such simple notions cannot actually be carried through because of the limitations of man's technical abilities, the statement that such a translation can be carried through *in principle* represents a logical insight of an amazing depth" (REICHENBACH 1951, p 28).

Russell considerou o logicismo como: "one of the greatest discoveries of our age"(RUSSELL, 1903, p. 4), ao qual dedicou grandes esforços e que constitui um dos poucos aspectos permanentes na sua filosofia; como fica claro quando 34 anos depois ele afirmou na introdução à segunda edição dos ***Principles***: "The fundamental thesis of the following pages, that mathematics and logic are identical, is one which I have never since seen any reason to modify" (RUSSELL, 1903, V).

O que pretendemos tratar na presente dissertação são as características que Russell atribui às proposições da lógica, que trazem como conseqüência determinadas implicações filosóficas à redução logicista. E a partir destas características ressaltar qual era o interesse filosófico que subjaz na proposta logicista de Russell. De fato não há uma resposta única a esta questão, porque Russell mudou várias vezes a sua perspectiva sobre a natureza da lógica e estas mudanças foram em alguns casos sobre aspectos fundamentais.

Nós identificamos quatro fases no pensamento logicista de Russell no decorrer dos anos 1903 até 1959:

- A primeira fase dos *Principles of Mathematics* (1903).
- À segunda fase, de 1905 até 1912, correspondem a este período: **'On Denoting' (1905), 'Mathematical Logic as Based on the Theory of Types' (1908), 'The Theory of Logical Types' (1910), 'Analytic Realism' (1911), 'The Philosophical Importance of Mathematical Logic' (1911a),** ***The Problems of Philosophy*** (1912) e a obra escrita em parceria com Whitehead: ***Principia Mathematica*** (1910, Primeiro Tomo).
- À terceira fase, correspondente aos anos 1912 até 1919, pertencem: **'What is logic?'** (1912a), **'Logical Data'** (1913), ***Our Knowledge of The External World*** (1914), **'The Philosophy of Logical Atomism'** (1918), ***Introduction to Mathematical Philosophy*** (1919).
- Da quarta fase, que consideramos desde 1919 até os seus últimos escritos sobre lógica em 1959, utilizaremos a 'Introdução à segunda edição' dos ***Principles*** (1937), ***An Inquiry into Meaning and Truth*** (1940), 'Logical Positivism' (1950), 'Is Mathematics Linguistic?' (1950/52?) e ***My Philosophical Development*** (1959).

Queremos ressaltar também um fato acontecido na época em que ele estava concluindo os ***Principles of Mathematics*** (1903) e que marcou decisivamente as mudanças tanto na sua ontologia como na própria apresentação técnica do logicismo russelliano: o descobrimento do paradoxo.

1. A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA NOS *PRINCIPLES OF MATHEMATICS* (1903)

Nos *Principles* Russell atribui diversas propriedades às proposições lógicas, a saber elas são:

(i) sintéticas *a priori*,

(ii) necessárias e,

(iii) completamente gerais.

Nosso objetivo é identificar qual ou quais caraterísticas têm um papel importante no logicismo e ressaltar a conseqüência filosófica que tais características dão ao projeto logicista, para que possamos ver se Russell conseguiu o objetivo filosófico que queria atingir com o logicismo.

1.1. AS PROPOSIÇÕES DA LÓGICA SÃO SINTÉTICAS *A PRIORI*

Antes de ver o que quer dizer sintético e analítico em Russell é importante esclarecer a distinção que fazem Frege e Kant dos termos analítico e sintético, para poder mostrar que a concepção russelliana é diferente de ambas. Não pretendemos tratar a proposta kantiana com rigor, tentaremos fazer uma exposição da crítica russelliana a Kant (o qual põe ênfase na crítica sobre a noção do espaço e do tempo). Evitando entrar em detalhes deixaremos de lado as máximas da razão e os princípios do entendimento.

a) Kant faz a seguinte distinção entre juízos analíticos e sintéticos:

> Em todos os juízos em que for pensada a relação de um sujeito com o predicado (se considero apenas os juízos afirmativos, pois a aplicação aos negativos é posteriormente fácil), essa relação é possível de dois modos. Ou o predicado B pertence ao sujeito A como algo contido (ocultamente) nesse conceito A, ou B jaz completamente fora do conceito A, embora esteja em conexão com o mesmo. No primeiro caso denomino o

juízo analítico, no outro sintético (KANT, 1991, p. 29).

Os juízos analíticos, segundo Kant, nada acrescentam ao conceito de sujeito e se fundam apenas na análise dos conceitos envolvidos, *i.e.*, analisando-se o conceito de sujeito dos juízos analíticos podemos ver que está envolvido o conceito do predicado: faz parte destes juízos a lógica. Por outro lado, Kant considera os juízos sintéticos como aqueles que não se sujeitam ao esquema anterior, seguindo a definição antes citada. Sendo assim, estes juízos incrementam ao sujeito um predicado novo que não estava contido nele nem poderia ser extraído a partir dele, *i.e.*, estes juízos estendem nossos conhecimentos. Entre os juízos sintéticos Kant inclui os matemáticos:

> *Juízos matemáticos são todos sintéticos.* (...) Antes de tudo precisa-se observar que proposições matemáticas em sentido próprio são sempre juízos *a priori* e não empíricos, porque trazem consigo necessidade, que não pode ser tirada da experiência (KANT, 1991, p. 30).

O que tentamos ressaltar na tese kantiana é que o conhecimento sintético *a priori* está condicionado pelas condições formais *a priori* da intuição: o espaço e o tempo. Por outro lado, no caso dos juízos analíticos, da lógica formal, estes não podem restringir as suas asserções às relações de tempo.

Cremos que Kant faz estas distinções entre os juízos analíticos e sintéticos devido ao fato que sua preocupação filosófica está relacionada com o esclarecimento das condições necessárias para poder alcançar o saber empírico.

b) A definição fregeana dos juízos analíticos e sintéticos é completamente diferente, apesar de Frege ressaltar que "não quer introduzir um novo sentido" (FREGE, 1988, p. 2) à caracterização kantiana de tais termos.

A definição de verdade analítica, em Frege, nos remete à procura da origem das proposições:

> Importa então encontrar sua demonstração e nela remontar até as verdades primitivas. Se neste caminho esbarra-se apenas em leis lógicas gerais e definições tem-se uma verdade analítica (FREGE, 1884, p. 210).

A condição para que uma proposição seja analítica é que ela possa ser originada unicamente a partir de definições e leis lógicas gerais; tal é o caso das proposições da aritmética, as quais devem deduzir-se das leis lógicas.

Sobre as proposições sintéticas, este autor afirma:

> Se não é possível, porém, conduzir a demonstração sem lançar mão de verdades que não são de natureza lógica geral, mas que remetem a um domínio científico particular, a proposição é sintética (FREGE, 1884, p. 211).

Assim, vemos que para Frege, as proposições sintéticas se caracterizam basicamente por pertencer a um domínio específico, por exemplo as proposições da geometria cujo domínio são os objetos espaciais. Em realidade, este filósofo considera como sintéticas todas as demais proposições com exclusão das proposições da lógica.

Frege caracteriza de tal maneira os juízos analíticos e sintéticos porque pretende determinar o status epistemológico da aritmética estabelecendo "que as leis da aritmética sejam juízos analíticos" (FREGE, 1884, p. 271) e evitar qualquer invasão da psicologia na matemática:

> Tanto mais deve pois a matemática recusar qualquer subsídio por parte da psicologia, tanto menos pode renegar sua conexão íntima com a lógica (FREGE, 1884, p. 207).

Fazendo explícita a relação da aritmética com a lógica Frege pode garantir a analiticidade das proposições daquela disciplina e, assim, afastar toda possibilidade de ceticismo com relação a elas. Para isto, este autor apresenta a aritmética como dedutível de premissas indubitáveis e necessárias, as quais são sentenças da lógica pura.

Frege e Kant caracterizam de maneiras diferentes as noções de sintético e analítico, porque eles tinham diferentes interesses filosóficos. Concordamos com a afirmação de Currie sobre a preocupação filosófica de Frege a qual tinha: "[an] essentially epistemological purpose; that of making statements certain by showing them to follow from statements whose certainty is already clear" (CURRIE, 1982, p. 28).

c) De maneira diferente a Frege, Russell concorda com a definição kantiana de juízos analíticos:

> An analytic judgment is one in which the predicate is contained in the subject (RUSSELL, 1900, p. 17).

Como exemplos de juízos analíticos temos: "o retângulo equilátero é um retângulo" ou, as puras tautologias como: "A é A" e "serei o que serei" que em nada incrementam a nossos conhecimentos. Assim afirma Russell sobre estes juízos:

> [Analytic judgments] (...) are tautologous, and <u>so not properly propositions at all</u> [Grifo nosso] (RUSSELL, 1900, p. 16-17).

Apesar que Russell coincide com Kant na definição de proposição analítica, para ele este tipo de proposições não têm a importância que Kant lhes atribui, estas não seriam propriamente proposições. Nesta citação Russell está fazendo uso do sentido pré-wittgensteiniano e não teórico de tautologia, a qual se caracteriza por sua forma reiterativa e trivial, sendo assim, destes juízos não se podem deduzir outras proposições verdadeiras que incrementem nossos conhecimentos.

Russell considera que "the propositions of Arithmetic, as Kant discovered are one and all synthetic" (RUSSELL, 1900, p. 21) e a lógica também deve ser sintética. Assim nos diz:

> (...) logic is just as synthetic as all other kinds of truth.

(RUSSELL, 1903, p. 457)

Nesta citação, podemos distinguir duas afirmações de Russell, de um lado que a lógica é sintética e, de outro, que esta característica não é exclusiva da lógica. Nos *Principles*, Russell não leva a efeito uma maior explicação sobre o caracter sintético das proposições da matemática (e lógicas), *i.e.*, que elas incrementam nossos conhecimentos; ele considera que a aritmética é inegavelmente sintética o que se pode observar melhor: "in the case of Geometry, which Leibniz also regards as analytic, the opposite view is even more evidently correct" (RUSSELL, 1900, p. 21).

Para Russell, o fato de ser sintética *a priori* não é a característica mais importante das proposições da lógica, porque não é uma característica exclusiva desta, dado que, segundo a concepção dos *Principles*, qualquer proposição verdadeira em virtude de não ser trivial, não puramente repetitiva, tem que ser sintética. Então, vejamos outra característica das proposições da lógica para ver se esta é a que Russell considera de maior importância e, se esta traz implicações filosóficas à redução logicista.

1.2. A NECESSIDADE DAS PROPOSIÇÕES DA LÓGICA

Nos *Principles* (1903) Russell parece não dar importância à necessidade como característica da proposição lógica; sem embargo, na *The Philosophy of*

Leibniz (1900) ele afirma:

> It must be admitted that arithmetical propositions are both necessary and synthetic, and this is enough to destroy the supposed connection of the necessary and analytic (RUSSELL, 1900, p. 24).

Lembremos que nesta obra Russell pretende analisar e criticar a filosofia de Leibniz, daí que ele ressalte nesta citação a existência de juízos que são ao mesmo tempo necessários e sintéticos e, com isto, provar que a identificação leibniziana de juízo analítico como o único necessário é falsa.

Mas, logo nos *Principles* Russell não faz maior referência à necessidade como característica da lógica, unicamente se refere à necessidade numa citação um tanto obscura:

> The only logical meaning of necessity seems to be derived from implication. A proposition is more or less necessary according as the class of propositions for which it is a premiss is greater or smaller. In this sense the propositions of logic have the greatest necessity, and those of geometry have a high degree of necessity (RUSSELL, 1903, p. 454).

Russell não considera a necessidade como uma característica exclusiva das proposições sintéticas *a priori* da lógica; por esse motivo dizemos que esta característica não tem uma importância teórica nos *Principles*. E ficamos de acordo com Hylton quando afirma: "The idea that the truths of logic are necessary is also one which, in *Principles*, carries little significance sense and no explanatory power" (HYLTON, 1990, p.197).

1.3. A GENERALIDADE DAS PROPOSIÇÕES DA LÓGICA

A generalidade das proposições da lógica não é uma característica em favor da qual Russell argumenta explicitamente, mas ele deixa implícita esta característica na suas propostas dos *Principles*:

> Symbolic Logic is essentially concerned with inference in general, and is distinguished from various special branches of mathematics mainly by its generality (RUSSELL, 1903, p.11).

A generalidade é uma característica que distingue as proposições da lógica das outras proposições. Temos de observar que esta deve ser uma distinção unicamente de grau, o que não quer dizer que as proposições da lógica são as únicas que possuem generalidade, mas somente que são aquelas que possuem o grau máximo de generalidade. Assim, por exemplo, temos proposições que são gerais como as leis da física "a toda ação sucede uma reação": o domínio desta proposição é amplo, ainda assim ela é aplicada unicamente ao movimento dos corpos; enquanto que uma proposição lógica $A \vee \sim A$ é completamente geral, sua aplicação não se limita a determinados objetos.

Para esclarecer a natureza das proposições da lógica temos que ter em conta que estas são: "The class of propositions containing only variables and logical constants" (RUSSELL, 1903, p. 9), na qual "a variable is not *any term* simply, but any term as entering into a propositional function" (ibid, p. 94) e "the logical constants themselves are to be defined only by enumeration" (ibid, p. 8) porque são noções fundamentais, Russell enumera algumas das constantes lógicas: "implication, the relation of a term to a class of which it is a member, the notion of *such that*, the notion of relation, and such further notions as are involved in formal implication" (RUSSELL, 1903, p. 106).

A generalidade das proposições da lógica pode ser vista com mais clareza a partir do domínio das variáveis. Tomemos por exemplo a proposição: "se *x* é um homem e todos os homens são mortais, então, *x* é mortal" a qual na visão russelliana não é uma proposição da lógica porque depende do significado dos termos, "homem" e "mortal". Mas, se nós tiramos o conteúdo particular desta proposição resulta que:

> So long as any term in our proposition can be turned into a variable, our proposition can be generalized (RUSSELL, 1903, p. 7).

Assim podemos obter uma proposição cujo conteúdo é completamente geral, na qual *H* e *M* são classes, e se *H* se encontra contida em *M*, então "se *x* é um *H*, implica *x* é um *M*", que é uma proposição da lógica, cujas variáveis são completamente gerais. E sobre o domínio das variáveis da lógica Russell afirma:

> In every proposition of pure mathematics, when fully stated, the variables have an absolutely unrestricted field; any conceivable entity may be substituted for any one of our variables without impairing the truth of our proposition (RUSSELL, 1903, p. 7).

Russell deixa claro que unicamente as proposições da lógica possuem variáveis cujo domínio do discurso é um universo irrestrito. Para Russell o universo do discurso da lógica é "*o* universo", que compreende tudo. Este domínio das variáveis da lógica permite que elas possam ser substituídas por qualquer termo, mantendo sempre a validade da proposição, garantindo a completa generalidade das proposições da lógica.

1.4. CRÍTICA À TEORIA MATEMÁTICA DE KANT

Um dos objetivos filosóficos fundamentais de Russell ao apresentar o seu logicismo é destruir a metafísica kantiana, por meio da teoria matemática de Kant que, segundo Russell, "concluded that the propositions of mathematics all deal with something subjective, which he calls a form of intuition" (RUSSELL, 1903, p. 456).

Além disso Russell, ao apresentar o logicismo, pelo menos nos *Principles* é ontológico, *i.e.* estabelecer que a matemática ao ser redutível à lógica é da mesma natureza lógica: independente de qualquer fato sobre as nossas formas de intuição do espaço e do tempo, refutando assim a teoria kantiana.

Kant considera a lógica como analítica e a matemática sintética *a priori* e sobre esta última afirma que:

> A matemática se ocupa com objetos e conhecimentos apenas na medida em que se deixam apresentar na intuição (KANT, 1991, p. 28).

A concepção da matemática kantiana considera que tempo e espaço são formas puras de toda intuição sensível, que permitem gerar o conhecimento sintético dentro do qual ele considera o conhecimento matemático:

> Tempo e espaço são, portanto, duas fontes de conhecimento das quais se pode tirar *a priori* diferentes conhecimentos sintéticos; sobretudo a matemática pura fornece um esplêndido exemplo disso (KANT, 1991, p 48).

O tempo é para Kant a forma do sentido interno no qual se ordenam nossas representações, de tal maneira que se faz indispensável para nosso conhecimento:

> A partir do princípio do sentido interno posso então dizer universalmente: todos os fenômenos em geral, isto é, todos os objetos dos sentidos são no tempo e estão necessariamente em relações de tempo (KANT, 1991, 46).

O tempo é a condição da diversidade, dado que graças ao tempo o nosso espírito pode distinguir as impressões sucessivas. Graças a nossa intuição do tempo é que podemos ter a noção de sucessão, de série, que nos permite apreender a aritmética como uma sucessão de grandezas no tempo.

Para destruir a metafísica kantiana, Russell vai atacar a teoria do espaço e tempo que constituem os: "two pillars of the Kantian edifice can be pulled down, we shall have successfully played the part of Samson toward his disciples" (RUSSELL, 1903, p. 457). Russell na sua *History of Western Philosophy* explica como funcionam o espaço e o tempo de Kant, os quais não são conceitos, são formas da intuição, são subjetivos e fazem parte de nosso aparelho de percepção. Russell explica com um exemplo como funcionam estas formas de intuição: seria como se sempre usássemos óculos azuis de tal maneira que sempre veríamos tudo azul, de modo semelhante é a visão espacial de nossa mente proposta por Kant, que impõe espaço a tudo o que vemos (RUSSELL, 1946, pp. 712-713).

Para Kant, a matemática não tem natureza lógica e, embora os teoremas matemáticos resultem de axiomas de acordo com princípios lógicos, os axiomas e teoremas da matemática não são eles mesmos princípios lógicos ou aplicação de tais princípios. Kant considera que a matemática é sintética *a priori*, descritiva, enquanto que a lógica é analítica. Contrariamente à distinção que faz Kant entre a lógica e a matemática, Russell afirma que ambas são da mesma natureza:

> All mathematics, we may say—and in proof of our assertion we have the actual development of the subject— is deducible from the primitive propositions of formal logic: these being admitted, no further assumption are required (RUSSELL, 1903, p. 458).

Com o logicismo Russell pretende provar que a lógica e a matemática são da mesma natureza, *i.e.*, que além de ser sintéticas *a priori*, são absolutamente gerais de tal maneira que são um conhecimento incondicional. Sendo assim, o conhecimento matemático não pode estar condicionado, como afirma Kant, pelas formas de intuição *a priori*:

> Kant (...) concluded that the propositions of mathematics all deal with something subjective, which he call a form of intuition (RUSSELL, 1903, p. 456).

A crítica russelliana à teoria da matemática vai atingir às formas de intuição: o espaço e o tempo. Na teoria kantiana as formas da intuição são as que condicionam todo conhecimento sintético *a priori*, no qual estaria incluído o conhecimento da matemática. Contrariamente, Russell explica que matemática é independente do tempo, como segue:

> And as regards the opinion that Arithmetic depends upon time, (...) I hope, has been answered by accounts of the relation of Arithmetic to Logic (RUSSELL, 1903, p. 458).

Esta argumentação contra a teoria da matemática de Kant é uma conseqüência da proposta russelliana sobre a natureza da lógica, assim ficamos de acordo com Hylton quando afirma que para Russell: "Logicism is thus to constitute a definitive refutation of Kant's view of mathematics" (HYLTON, 1990, p. 179); temos que ter em conta que quando Russell afirma haver refutado a teoria kantiana, é a interpretação russelliana de Kant a que ele está refutando.

Concluindo, o argumento russelliano contra a metafísica kantiana propõe que:

- A matemática e a lógica devem ser conhecimentos genuínos, i.e., a suas proposições não são triviais, pelo contrário, elas possuem conteúdo e incrementam nossos conhecimentos. Esta pressuposição está presente na visão de Russell quando afirma que a lógica é sintética *a priori* (RUSSELL, 1903, p. 457).
- O logicismo afirma que a lógica e a matemática possuem a mesma natureza: elas estão constituídas por proposições sintéticas *a priori* as quais são absolutamente gerais, o que garantem sua incondicionalidade, sua total independência do espaço, do tempo e de nossa atividade cognitiva; contrariamente à concepção kantiana que afirma que as proposições

sintéticas *a priori* estão condicionadas pelas formas de intuição, o espaço e o tempo.

Russel afirma que toda a matemática pura (incluindo a geometria) se desenvolve a partir da lógica, constitui —na visão russelliana— um duro golpe à metafísica kantiana.

2. O IMPACTO DO PARADOXO SOBRE A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA

O paradoxo conhecido como paradoxo de Russell ou das classes foi descoberto em junho de 1901 (RUSSELL, 1959, p.13). A descoberta deste paradoxo na apresentação do logicismo teve enorme repercussão. Como Russell comenta: "Frege was so disturbed by this contradiction that he gave up the attempt to deduce arithmetic from logic, to which, until then, his life had been mainly devoted. Like the Pythagoreans when confronted with the incommensurable, he took refuge in geometry and apparently considered that his life's work up to that moment had been misguided" (RUSSELL, 1959, p. 58).

Com o fim de evitar o paradoxo, Frege fez modificações ao axioma V, que afirma que dois cursos de valores são idênticos se e só se as funções correspondentes são tais que elas tomam nos mesmos valores aos mesmos argumentos. Mas, ao modificar tal axioma este deixou de ser um princípio geral evidente e a dificuldade mais importante que Frege enfrentou foi que, apesar de que estas modificações eliminavam a contradição original, descoberta por Russell, originavam novas contradições (CURRIE, 1982, p.134). Como Frege não conseguiu elaborar uma nova proposta consistente, abandonou toda tentativa de refazer o seu sistema formal. Já a atitude de Russell frente ao paradoxo foi outra, ele dedica-se à procura de uma solução que possa fazer consistente o seu sistema e persiste na sua proposta logicista.

Nós consideramos neste capítulo o impacto que provocou o paradoxo no logicismo de Russell, o qual originou as primeiras modificações na concepção russelliana sobre a natureza da lógica e as quais nunca cessaram, desde 1903 até 1959, como veremos no desenvolvimento deste trabalho.

Dividimos este capítulo em três partes: primeiro, a descoberta do paradoxo de Russell; segundo, a tentativa de solução dada por Russell e terceiro, as conseqüências da solução ao paradoxo.

2.1. O PARADOXO DE RUSSELL

A descoberta do paradoxo de Russell aconteceu quando este filósofo aplicou o raciocínio cantoriano às classes, como ele menciona:

> I may mention that I was led to it [paradox] in the endeavor to reconcile Cantor's proof that there can be no greatest cardinal number with the very plausible supposition that the class of all terms (which we have seen to be essential to all formal propositions) has necessarily the greatest possible number of numbers (RUSSELL, 1903, p. 101).

De um lado temos as classes A das quais é verdade que $A \ \varepsilon A$, por exemplo, a classe de todas as classes é uma classe e pertence a si mesma. Por outro lado, temos as classes A das quais $A \ \varepsilon A$ é falso, por exemplo a classe de todas as mesas não é uma mesa e portanto não pertence a si mesma. Tomemos agora a classe de todas as classes que não se pertencem a si mesmas e as denominamos por B, obtemos então:

$$A \ \varepsilon B \equiv -(A \ \varepsilon A)$$

Isto é, a classe A pertence à classe de todas as classes que não se pertencem a si mesmas se e somente se, não é certo que tal classe pertença a si mesma; se é assim, a classe de todas as classes que não se pertencem a si mesmas pertence à classe de todas as classes que não se pertencem a si mesmas, se e somente se não é certo que a classe de todas as classes que se pertencem a si mesmas pertence à classe de todas as classes que não se pertencem a si mesmas, desta maneira:

$$B \, \varepsilon \, B \equiv -(B \, \varepsilon \, B)$$

Assim, a classe de todas as classes que não pertencem a si mesmas pertence a si mesma se e somente se não pertence a si mesma. Nesta última afirmação chegamos a uma contradição.

Russell percebe que o paradoxo das classes é um entre os vários paradoxos que podiam surgir a partir das propostas dos *Principles*. Outra versão do paradoxo de Russell é o paradoxo dos predicados:

> If *x* be a predicate, *x* may or may not be predicable of itself. Let us assume that "not-predicable of oneself" is a predicate. Then to suppose either that this predicate is, or that it is not, predicable of itself, is self-contradictory. The conclusion, in this case, seems obvious: "not-predicable of oneself" is not a predicate (RUSSELL, 1903, p.102).

As propriedades que se aplicam a si mesmas são as propriedades predicáveis, são aquelas que admitem que *F (F)* seja verdadeiro, por exemplo a propriedade de ser concebível é concebível; aquelas propriedades que não se aplicam a si mesmas ou impredicáveis são aquelas onde *F (F)* é falso, por exemplo a propriedade de ser uma casa não é uma casa. Agora bem, o que acontece com a propriedade de ser impredicável? Se ser impredicável é predicável, então aplica-se a si mesma e é portanto impredicável. Mas, se ser impredicável é impredicável, então não se aplica a si mesma e é então predicável. A propriedade de ser impredicável é, assim, predicável se e somente se é impredicável, isto é, se e somente se não é predicável. Chegamos desta maneira a uma contradição.

Numa carta de Russell a Frege, ele explica como se pode evitar os paradoxos:

> Let *w* be the predicate: to be a predicate that cannot be a predicated of itself. Can *w* be predicated of itself? From each answer its opposite follows. Therefore we must conclude that *w* is not a predicate. Likewise there is no class (as totality) of those classes which, each taken as a totality, do not belong to themselves. From this I conclude that under certain circumstances a definable collection [Menge] does not form a totality" [Carta a Frege, 16 de Junho de 1902] (HEIJENOORT, 1977, p. 125).

Como vemos o paradoxo das classes não é o único que pode surgir a partir das propostas dos ***Principles***, mas que: "In terms of classes the contradiction appears even more extraordinary" (RUSSELL, 1903, p. 102).

2.2. A SOLUÇÃO QUE RUSSELL PROPÔS AO PARADOXO

Entre junho e novembro de 1902 Russell escreveu um capítulo relativo ao paradoxo e a uma tentativa de solução que denominou "teoria dos tipos", que foi inserida aos *Principles* (RODRíGUEZ CONSUEGRA, 1989, p. 134). Esta teoria é conhecida como "teoria dos tipos simples".

A teoria dos tipos, de maneira geral, consiste na necessidade de distinguir uma hierarquia entre as entidades, assim:

> Terms, classes of terms, classes of classes, classes of couples of terms and so on; and that a propositional function φx in general requires, if it is to have any meaning, that x should belong to some one type (RUSSELL, 1903, p.107).

Mediante a teoria dos tipos Russell evita considerar todos os indivíduos ou as propriedades como formando um único universo e distribui tais entidades em vários universos dispostos numa ordem hierárquica. Nesta hierarquia cada nível se denomina tipo. Um tipo é definido como a classe de objetos que pertencem a um domínio de significação de uma função proposicional dada. O resultado da hierarquia dos tipos é como segue: o nível inferior, o tipo 0, é o tipo de todos os indivíduos simples ou qualquer objeto que não é ele mesmo uma classe: "objects designated by single words, whether things or concepts" (RUSSELL, 1903, p. 523). A este segue em nível ascendente o tipo 1, que é o tipo de todas as classes de indivíduos; o próximo tipo, o tipo 2 consiste das classes de classes de indivíduos e assim em diante.

No seguinte esquema trataremos de apresentar como se distribuem os tipos na teoria simples:

. . . .

. . . .

. . . .

tipo 3: F^3, G^3, H^3, ...

tipo 2: F^2, G^2, H^2, ...

tipo 1: F^1, G^1, H^1, ...

tipo 0: a, b, c, ...; x, y, z, ...

Em virtude desta hierarquia uma entidade só pode ter propriedades de tipo superior próximo. Se a entidade é de tipo n as propriedades deverão ser de tipo $n + 1$; se a entidade é de tipo $n + 1$ as propriedades deverão ser de tipo $n + 2$ e assim sucessivamente.

A hierarquia dos tipos evita expressões como "$x \varepsilon x$", que foram as que levaram ao paradoxo:

> (...) $x \varepsilon x$ was held to be meaningless, because ε requires that the relatum should be a class composed of objects which are of the type of the referent (RUSSELL, 1903, p.107).

A teoria dos tipos introduz restrições nas regras de formação das fórmulas bem formadas, de tal maneira que as expressões que dão origem às contradições são consideradas fórmulas mal formadas porque transgridem tais regras. Sendo assim, esta teoria nega o sentido daquelas sentenças que não se ajustam à hierarquia estabelecida, tais sentenças não serão consideradas nem verdadeiras nem falsas, mas logicamente mal construídas, desprovidas de sentido. Estes sem-sentido indicam que: the division (...) into true and false is not sufficient; that a third category must be introduced which includes *meaningless* expressions (REICHENBACH 1951, p. 37).

A teoria dos tipos é um instrumento para obter uma linguagem consistente. Expressões tais como: "$x \varepsilon x$" não são formuláveis; sendo que "ε " não pode estar entre dois nomes de classes do mesmo tipo, senão de tipos diferentes, tal que no primeiro espaço deva estar um argumento de tipo n e no segundo espaço um argumento do tipo $n + 1$:

$$(a^{n})\varepsilon(a^{n+1}).$$

A teoria dos tipos não poderá permitir a presença de qualquer conjunto que tenha elementos de tipos diferentes do que a do tipo imediatamente abaixo ao tipo do próprio conjunto.

O paradoxo russelliano das propriedades surgiu por haver-se atribuído uma propriedade a si mesma: a propriedade de ser impredicável. Mediante a teoria dos tipos resulta que a expressão 'o impredicável é impredicável" não pode formular-se, portanto o paradoxo das propriedades não poderá derivar-se dentro da lógica russelliana.

A teoria dos tipos elaborada nos *Principles* é considerada por Russell somente um "esboço" de solução, ainda que era muito prematuro propor uma solução definitiva para este problema. Mas, nesta teoria já estão presentes alguns dos elementos da teoriá dos tipos que Russell mais tarde vai expor (1908) e que depois foi incorporada aos *Principia Mathematica* (em 1910).

2.3. CONSEQÜÊNCIAS DO PARADOXO

Lembremos que o paradoxo de Cantor foi descoberto em 1896. Mas, porque Cantor não se considerou ameaçado ante a descoberta do paradoxo? A resposta óbvia é porque não era logicista. De fato os paradoxos constituíam um inconveniente na teoria de conjuntos, mas, para o logicismo foi um descobrimento nefasto ou como diz Copi: "Frege acknowledged that Russell's paradox 'shook the foundations' of his carefully worked out logico-mathematical system" (COPI, 1971, p. 19).

O surgimento do logicismo esteve ligado ao papel cada vez mais importante que a teoria de conjuntos estava adquirindo, pode-se dizer que a teoria de conjuntos era um ingrediente indispensável do logicismo. O paradoxo trouxe como conseqüência a separação entre a teoria de conjuntos e a lógica, ainda que ambas continuaram operando: o cálculo de primeira ordem é a base das axiomatições habituais na teoria de conjuntos e, a teoria de conjuntos é a base da semântica formal e da teoria de modelos (FERREIROS, 1994, p. 270). Mas, as pretensões iniciais do logicismo se desvaneceram.

Apesar das conseqüências do paradoxo, Russell tenta manter o logicismo e tratou de consertar os estragos que o paradoxo gerou formulando a sua teoria dos tipos; que estabelece uma hierarquia na qual cada tipo possui uma determinada classe de elementos que o formam, de tal maneira que já não se pode considerar um universo de todos objetos.

Devido à teoria dos tipos, quando se fala de todos os elementos nos referimos a todos os elementos de um determinado tipo; já não existe um único universo no qual se encontram todos os indivíduos e as propriedades. Esta teoria considera um número infinito de universos de discurso, ou tipos. Russell necessitou especificar que tipo de objetos podem constituir o universo, ou para dize-lo melhor: limitou os objetos de cada universo, porque já não podemos falar de um único universo.

Nos *Principles* o logicismo se estabelece sobre a característica de generalidade absoluta da lógica, a qual precisa de um universo que contém tudo sem que nada escape a ele. A fragmentação do universo estabelecida pela teoria dos tipos significa uma contradição com a proposta russelliana, que afirma que o universo da lógica é "o" universo, único e absoluto.

Para concluir, uma das conseqüências mais indesejáveis para a proposta da natureza da lógica russelliana foi que a solução que Russell deu ao paradoxo trouxe como resultado que a universalidade da lógica é insustentável.

3. A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA (1905- 1912)

Neste capítulo trataremos do status da lógica apresentada por Russell entre os anos 1905 até 1912. Durante estes anos Russell precisou fazer mudanças na apresentação da sua proposta logicista para livrar-se do paradoxo. Estas modificações vão atingir a natureza da proposição lógica.

Correspondem a este período as seguintes obras: **'On Denoting'** (1905); **'Mathematical Logic as Based on the Theory of Types'** (1908); **'The Theory of Logical Types'** (1910); **'The Philosophical Importance of Mathematical Logic'**

(1911) e *The Problems of Philosophy* (1912) [1] e a obra escrita em parceria com Whitehead: *Principia Mathematica* (1910, Primeiro Tomo).

Durante este período, Russell mantém o caráter sintético *a priori* da lógica, mas ele faz modificações que requerem uma nova explicação da natureza absolutamente geral da lógica. Para mostrar isso dividimos este capítulo em: primeiro a lógica é sintética *a priori* e necessária; segundo, a teoria dos tipos e suas conseqüências e, por último, a generalidade da lógica.

3.1. A LÓGICA É SINTÉTICA *A PRIORI* E NECESSÁRIA

No período de 1905 até 1912 Russell continua afirmando que a lógica é um conhecimento sintético *a priori*. Vejamos como isto é possível:

> [Logical principles] are not trivial to the philosopher, for they show that we may have indubitable knowledge which is in no way derived from objects of sense (RUSSELL, 1912, p 72).

Em realidade, Russell considera que a lógica está formada por proposições que possuem conteúdo. Mas, além de sintéticas: "all pure mathematic is *a priori*, like

---

[1] Segundo a cronologia apresentada nos *Logical and Philosophical Papers 1909-1913* os *Problems of Philosophy* foi concluído em Agosto de 1911 .

logic" (RUSSELL, 1912, p 77). O fato de serem sintéticas *a priori* faz com que as proposições da lógica sejam distintas das tautologias, estas últimas são completamente triviais posto que apresentam o predicado contido no sujeito. Observemos que esta caracterização de 'tautologia' é, como diz Clements, num sentido:

> Préwittgensteinien du mot— et pour mieux faire ressortir, par contraste, le contenu authentiquement informatif des propositions de la logique, qui n'est pas moindre, contrairement à ce qu'affirmait Kant, que celui des propositons mathématiques" (CLEMENTZ, 1988, p. 526).

Neste período a tautologia não tem para Russell a importância teórica que Wittgenstein dará ao termo e, a preocupação filosófica na apresentação do seu logicismo está na solução do paradoxo, ainda que continue sendo antikantiano.

Russell considera que a lógica é sintética, tem conteúdo, mas este conteúdo se adquire de forma *a priori*, como diz Russell:

> The fact is that, in simple mathematical judgments such as "two and two are four", and also in many judgments of logic, we can know the general proposition without inferring it from instances (RUSSELL, 1912, p. 79).

Para Russell as proposições da lógica são *a priori* porque não se inferem da experiência. Ao conhecer este tipo de proposições nós descobrimos nelas uma certa "necessidade" que nos é imposta imediatamente e evita que duvidemos da sua verdade, de tal maneira que não precisemos de novos exemplos ou mais evidencias a fim de aceitá-las como verdadeiras. Esta necessidade da matemática tem um caráter epistemológico. Sobre esta necessidade comenta Russell:

> Moreover, we feel some quality of *necessity* about the proposition 'two and two are four', which is absent from even the best attested empirical generalizations (RUSSELL, 1912, p. 78).

Assim, no caso de '2+2=4' não é preciso reforçar esta afirmação com outros exemplos, isto porque a asserção não se refere a pares particulares e sim a respeito do "par" universal que possui todas as características que dele se predicam.

Neste período Russell ressalta a "necessidade" como uma característica das proposições da matemática sempre unida à característica de ser *a priori*, a qual não se preocupa por explicar, seguramente porque deve ser para ele bastante óbvio.

3.2. A TEORIA DOS TIPOS DE *PRINCIPIA MATHEMATICA* E SUAS CONSEQÜÊNCIAS

Depois da primeira versão da teoria dos tipos dos *Principles* (1903), Russell apresentou num artigo intitulado **'Mathematical Logic as Based on the Theory of Types'** (1908) uma nova versão mais elaborada: a "teoria dos tipos ramificada", que logo foi incorporada aos *Principia Mathematica* (1910-1913).

A teoria dos tipos surge como uma necessidade para evitar o paradoxo e consiste num conjunto de regras sintáticas que estabelecem uma hierarquia no uso das funções, evitando os enunciados que mencionem totalidades irrestritas, que possam conter membros definidos em termos de si mesmos:

> We shall, therefore, have to say that statements about "all propositions" are meaningless. More generally, given any set of objects such that, if we suppose the set to have a total, it will contain members which presuppose this total, then such a set cannot have a total (WHITEHEAD & RUSSELL, 1910, p. 37).

Nos *Principia Mathematica*, devido à necessidade de evitar o paradoxo, alguns dos aspectos da universalidade da lógica são modificados mediante a estratificação do universo em tipos:

> A set has "no total" (...) It is necessary to break up our set into smaller sets, each of which is capable of a total. This is what the theory of types aims at effecting (WHITEHEAD & RUSSELL, 1910, p. 37).

Uma das conseqüências da teoria dos tipos é que fica abalada a característica de generalidade máxima da lógica, mesmo assim, obtemos um universo estratificado, que ainda é *o* universo, não um universo de discurso mutável à vontade (HEIJENOORT, 1967, p.326).

Trataremos de explicar como funciona a teoria dos tipos ramificada (COPI, 1971, p. 87):

	Ordem 1	Ordem 2	Ordem 3	...
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Tipo 3:	${}^1F^3,\ {}^1G^3,\ {}^1H^3,\ldots;$	${}^2F^3,\ {}^2G^3,\ {}^2H^3,\ldots;$	${}^3F^3,\ {}^3G^3,\ {}^3H^3,\ldots$	
Tipo 2:	${}^1F^2,\ {}^1G^2,\ {}^1H^2,\ldots;$	${}^2F^2,\ {}^2G^2,\ {}^2H^2,\ldots;$	${}^3F^2,\ {}^3G^2,\ {}^3H^2,\ldots$	
Tipo 1:	${}^1F^1,\ {}^1G^1,\ {}^1H^1,\ldots;$	${}^2F^1,\ {}^2G^1,\ {}^2H^1,\ldots;$	${}^3F^1,\ {}^3G^1,\ {}^3H^1,\ldots$	

A teoria dos tipos ramificada divide cada tipo em ordens, esta divisão é requerida pelo princípio do círculo vicioso e impõe certas restrições que não nos permitem considerar as entidades de todos os tipos conjuntamente, nem poder formular expressões tais como: $x \varepsilon x$.

O princípio do círculo vicioso eqüivale à rejeição daquelas definições não predicativas, definições que ao definirem algo referem-se a alguma totalidade a que o algo definido pertence. A nova proposta logicista de Russell, além destas restrições, tem que introduzir alguns princípios que permitam a derivação da matemática. Sem eles, por exemplo, seria impossível falar da totalidade das propriedades, que é fundamental na matemática; a identidade não poderia ser definida adequadamente; o princípio de indução matemática não poderia aplicar-se estritamente, posto que não poderíamos falar de um número dado como tendo todas as propriedades que tem o 0 e, unicamente deveríamos referir-nos a todas as propriedades de uma certa ordem. Enfim, os teoremas mais importantes da teoria dos números reais perderiam sentido.

Uma outra das conseqüências desagradáveis a que deu origem a teoria dos tipos está relacionada com a infinidade dos números naturais. Os números naturais foram definidos como certos conjuntos de conjuntos. Segundo a teoria dos tipos os elementos dos conjuntos que são elementos dos números naturais devem ser entidades do mesmo tipo. Consideremos o tipo 1, se existisse apenas um número finito de entidades desse tipo mais baixo, existiria uma grandeza máxima, finita, para o conjunto de tais entidades; nesse caso, existiria um maior número natural. Acontece que existe uma lei da teoria dos números que estabelece a inexistência de um maior número natural. Para que essa lei fosse deduzível Russell teve que admitir como axioma dos ***Principia Mathematica***: o axioma do infinito.

O axioma do infinito afirma a existência de um número infinito de entidades de um tipo mais baixo. Mas, axiomas de existência não são axiomas lógicos, por isso este axioma não satisfaz as pretensões logicistas de Russell. Assim comenta Russell sobre este axioma:

The axiom of infinity must of course be true. But if it be

> not case (...). But whether the axiom is true of false, there seems no know a method of discovering (RUSSELL, 1919, pp.142-143).

Russell não só nos manifesta que este axioma não é de natureza lógica senão que provavelmente seja falso.

Na teoria dos tipos a formulação do conjunto universal, o conjunto vazio e o conjunto complementar trouxeram problemas. Resulta que existe uma série infinita de "conjuntos universais", um de cada tipo, e uma série análoga de conjuntos vazios, um de cada tipo. O complemento de um dado conjunto não pode conter os não elementos de um conjunto dado, só pode conter os não elementos que sejam do tipo imediatamente inferior. Ainda que tenha que fazer uma repetição infinita dos números naturais.

Vejamos ainda um outro problema que surge com a teoria dos tipos: o número um é um conjunto de conjuntos unitários. Segundo a teoria dos tipos os conjuntos unitários devem ser todos do mesmo tipo e é preciso que tenhamos um número um correspondente a cada nível da hierarquia dos tipos, o mesmo aconteceria com os demais números. Os números naturais deixam portanto de serem únicos; com o fim de eliminar esta dificuldade Russell introduz um axioma adicional aos axiomas lógicos: o axioma da redutibilidade:

$$(Ef) : \phi x \equiv_x f \,!\, x$$

Este axioma permite que a noção de identidade seja definível de forma consistente, estabelecendo que para toda função de qualquer ordem existe sempre uma função de primeira ordem 'f' extensionalmente equivalente à dada. Como resultado, todas as funções proposicionais de primeiro ordem permitem alcançar todos os resultados possíveis usando funções de qualquer tipo. Assim, a noção de identidade é agora consistentemente definível como segue:

$$x = y \,.\equiv .\, (\varphi)\,(\varphi\,!\,x \equiv \varphi\,!\,y)$$

O axioma da redutibilidade foi duramente criticado, inclusive por Wittgenstein:

> Pode-se pensar em um mundo onde não valha o "axiom of reducibility". É claro, porém, que a lógica nada tem a ver com a questão de saber se nosso mundo realmente é ou não assim (WITTGENSTEIN, 1991, 6.1232).

Tal axioma não pode ser uma proposição lógica pois "mesmo que uma proposição não mencione explicitamente nenhum constituinte particular do universo, sua verdade ou falsidade pode ainda assim depender dos fatos que contingentemente têm lugar nesse universo, e que a mera generalidade não se confunde com a necessidade que se exige das proposições da lógica" (MARQUES, 1992, p. 9). O axioma da redutibilidade não é uma proposição lógica senão uma proposição fatual.

O fato de ter que aceitar o axioma da redutibilidade não converte este axioma em lógico, Russell não o considerou assim. Sobre a justificação do axioma da redutibilidade ele manifesta:

> (...) The axiom of reducibility (...) has a purely pragmatic justification: it leads to the desired results, and to no others. But clearly it is not the sort of axiom with which we can rest content (WHITEHEAD & RUSSELL, 1910, p. xiv)

Russell reconhece o status não lógico de tal axioma. Isto nos conduz a considerar a dificuldade que teve a versão logicista de Russell e o status dos princípios a partir dos quais se deduzem todas as verdades matemáticas. Lembremos que na formulação do programa logicista se exigia a derivação da totalidade da matemática pura exclusivamente a partir de princípios lógicos. Não há dúvida que a realização efetiva de tal programa desemboca na transgressão das premissas básicas do mesmo: a dedução das verdades matemáticas requer a introdução de princípios extralógicos.

3.3. A GENERALIDADE DA LÓGICA

Russell considera que a lógica consiste em proposições gerais que são ao mesmo tempo sintéticas *a priori*. Este ponto é importante para Russell porque ele vai tratar de fazer uma distinção entre as proposições da lógica e um outro tipo de proposições sintéticas. A distinção é que se bem nas proposições das ciências naturais podemos ter um certo grau de generalidade, na lógica esta generalidade é absoluta; de tal maneira que as ciências naturais afirmam uma regularidade que depende dos fatos; enquanto que na lógica a generalidade é absoluta e independe da realidade física, transcende a ela. Esta diferença permite que as proposições da lógica sejam *a priori*, ou como diz Russell:

> Thus difference between an *a priori* general proposition and an empirical generalization does not come in the *meaning* of the proposition; it comes in the *evidence* for it. In the empirical case, the evidence consist in the particular instance. (...) The ultimate ground remains inductive, *i.e.*, derived from instance, and not an *a priori* connection of universals such as we have in logic and mathematics (RUSSELL, 1912, p. 107).

Para argumentar a diferença que existe entre a generalidade da lógica e as generalizações empíricas (das ciências naturais) Russell recorre a um argumento epistemológico: o *a priori*. Ele não encontra uma característica objetiva comum às proposições da lógica e da matemática, que as diferencie das outras proposições sintéticas (das ciências naturais). Isto é explicável devido a que a teoria dos tipos abalou não só a generalidade da lógica, mas levou Russell a admitir proposições existenciais para poder derivar a matemática da lógica.

Apesar de não poder elaborar uma argumentação coerente a favor da generalidade da lógica, Russell ainda rejeita a versão psicologista da lógica, segundo a qual elas seriam "leis do pensamento" ou da maneira como se originam nossos pensamentos:

> The name "laws of thought" is also misleading, for what

> is important is not the fact that we think in accordance with these laws, but the fact that things behave in accordance with them; in other words, the fact that when we think in accordance with them we think truly (RUSSELL, 1912, p. 73).

O argumento continua sendo antikantiano: as leis lógicas não podem ser consideradas leis do pensamento. O fato de nosso aparelho cognitivo ser como é, é só um fato contingente e não podemos ter certeza de que isto continue sendo assim. Se aceitamos que a matemática depende das formas de intuição ou do funcionamento de nosso aparelho cognitivo, pode chegar um dia em que nossa natureza mude de tal forma que "dois mais dois sejam cinco". Sendo assim, a matemática estaria dependendo de um fato contingente, uma mudança fisiológica ou funcional, que é um absurdo para Russell.

Até agora Russell fez varias modificações para evitar o paradoxo e a suas conseqüências, mas a sua postura antikantiana se mantém. O fato é que Russell não soportava aquilo que ele denominava "o elemento subjetivo" que Kant trata de introduzir na matemática e, como relata Alan Wood sobre uma conversação com Russell na qual este último afirmou: "Kant me punha doente" (RUSSELL, 1959, p.280)[2]. Possivelmente essa postura antikantiana mantinha Russell fiel à característica da lógica como sendo sintética *a priori*, distanciando-o da visão

---

[2] Ao final de *My Philosophical Development* tem um artigo de Alan Wood, que o própio Russell

kantiana para quem a lógica era analítica.

Agora surge um problema: como pode Russell conciliar as características de universalidade da lógica e o fato de não serem vazias, depois do descobrimento do paradoxo? Já que, devido a sua generalidade, a lógica não menciona objetos particulares, isto exige que:

> Mathematics, (...) is wholly composed of propositions which only contain variables and logical constants, that is to say, purely formal propositions — for the logical constants are those which constitute form [grifo nosso] (RUSSELL, 1911, p. 36).

Nas proposições formais a validade depende unicamente da sua forma, tomemos o exemplo: 'Se x é um α e se todos os α são β, então x é um β'; as constantes lógicas são: '*é-um*', '*todos*', '*se-então*', sendo que x, α e β são variáveis.

Vimos que o programa logicista de Russell fracassou, se temos em conta que o projeto original pretendia derivar a matemática pura mediante a utilização exclusiva de axiomas e regras lógicas. Além disto Russell mantém uma postura inconsistente com respeito ao status da proposição lógica, de um lado, este filósofo considera que a lógica é sintética, que tem conteúdo, mas, de outro, ele afirma que a lógica e a matemática são puramente formais. Como podemos entender esta ambivalência da lógica? Tudo indica que Russell não tem clareza para definir quais

---

incluiu no livro.

são as características que fazem que uma proposição possa ser considerada como proposição lógica.

4. A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA (1912-1919), PRIMEIRA FASE DA INFLUÊNCIA DE WITTGENSTEIN

Neste capítulo trataremos das mudanças na concepção sobre a natureza da lógica em Russell a partir de 1912 (depois da escrita dos *Problems*) e observaremos que suas mudanças teóricas são principalmente produto das observações feitas por Wittgenstein. Neste sentido diz Russell:

> Wittgenstein's doctrines influenced me profoundly. I

> have come to think that on many points I went too far in agreeing with him (RUSSELL, 1959, p. 83).

A influência de Wittgenstein sobre Russell pode-se dividir em duas fases: a primeira, denominada pre-*Tractatus*, que vai desde 1911 até 1919 e a segunda, pós-*Tractatus*, que vai desde 1919 até seus últimos escritos sobre lógica (1959). Nesta primeira fase de Russell, podemos citar os seguintes livros de Wittgenstein: *Notes dictated to G.E. Moore* (1914), *Notes on Logic* (1913/14), *Notebooks* (1914/16/17) e *Letters to Russell, Keynes & Moore*. Nesta fase o *Tractatus Logico-Philosophicus* ainda não estava escrito.

Os textos de Russell que correspondem a esta fase são: **'What is logic?'** (1912a), **'Logical Data'** (1913), *Our Knowledge of The External World* (1914), **'The Philosophy of Logical Atomism'** (1918), *Introduction to Mathematical Philosophy* (1919).

Para tratar das mudanças sobre a natureza da lógica em Russell durante esta primeira fase, dividiremos o presente capítulo da seguinte maneira: na primeira seção veremos como Wittgenstein entende a noção de tautologia; na segunda seção trataremos como Russell modifica a sua teoria da lógica à luz das idéias de Wittgenstein.; na terceira seção veremos o que significa para Russell o fato da tautologia ser identificada unicamente pela sua forma e, na última seção trataremos como, apesar de Russell assumir a natureza tautológica da lógica, ele mantém a generalidade como característica da lógica.

4.1. A INFLUÊNCIA DE WITTGENSTEIN

Neste período, que vai de 1912 (imediatamente depois da escrita dos *Problems*) até 1919 (ano em que foi publicado *Introduction to Mathematical Philosophy*, que foi escrito em 1918, Russell só conhecia as idéias de Wittgenstein expostas nas: *Notes dictated to G.E. Moore* (1914), *Notes on Logic* (1913/14), *Notebooks* (1914/16/17) e na correspondência que mantiveram até agosto de 1914.

Russell modifica sua concepção sobre a natureza da proposição lógica, por influência de Wittgenstein e passa a considerá-la como "tautológica". Sobre isto nos comenta Russell:

> The importance of "tautology" for a definition of mathematics was pointed out to me by my former pupil Ludwig Wittgenstein, who was working on the problem. I do not know whether he has solved it, or even whether he is alive or dead (RUSSELL, 1919, [escrito em 1918] nota da p. 205).

A influência de Wittgenstein se manifesta na importância teórica que alcança o termo tautologia. A preocupação de Wittgenstein radica em esclarecer a natureza da lógica. Assim, numa carta de 22 de junho de 1912, este autor afirma que a natureza da lógica é tal que:

> Logic must turn out to be of a TOTALLY different kind than any other science (WITTGENSTEIN, 1974, p.10).

A lógica é diferente das outras ciências, ela tem uma natureza tautológica, ou como Wittgenstein afirma numa carta datada de 15 de Dezembro de 1913:

> [...] The nature of tautology [...] that question is fundamental to the whole of logic (WITTGENSTEIN, 1974, p. 45).

Uma expressão tautológica há de sê-lo só em virtude da sua forma; isto permite-lhe ser sempre verdadeira sem ter em conta o valor de verdade de seus componentes. A natureza tautológica, no sentido wittgensteineano, significa que as proposições da lógica são vazias e identificáveis unicamente por sua forma.

Já Frege e Russell tinham como principal característica da lógica a sua absoluta generalidade. Entre novembro-dezembro de 1913, Wittgenstein fala das tautologias:

> All the propositions of logic are generalizations of tautologies and all generalizations of tautologies are propositions of logic (WITTGENSTEIN, 1974, p. 41).

Sobre esta citação Barker comenta: "The hallmark of the propositions of logic is that they are essentially true generalizations, and only generalizations of tautologies can have this character" (BAKER, 1988, p. 186). Observamos que Wittgenstein introduz um novo sentido à natureza das proposições da lógica: ele as considera tautologias; como comenta Russell na correspondência que mantiveram até agosto de 1914, data em que eles perdem contato devido à guerra.

4.2. AS PROPOSIÇÕES LÓGICAS COMO TAUTOLOGIAS

Já neste período, depois da influência de Wittgenstein, Russell assume uma nova concepção com respeito à natureza da lógica. A partir dos escritos russellianos de 1912, a lógica deixa de ser sintética *a priori* para ser considerada analítica e, não só é essa a mudança, ele introduz também modificações na noção que até então tinha de proposições analíticas, que vinha sendo usada desde 1900 na ***Critical Philosophy of Leibniz*** (veja capítulo 1, seção 1.1). Assim ele diz:

> It is clear that the definition of "logic" or "mathematics" must be sought by trying to give a new definition of the old notion of "analytic" propositions. Although we can no longer be satisfied to define logical propositions as those that follow from the law of contradiction, we can and must still admit that they are a wholly different class of propositions from those that we come know empirically (RUSSELL, 1919, p. 204).

Anteriormente à influência de Wittgenstein, Russell considerou às tautologias pouco interessantes e sua teoria sobre a natureza da lógica estava baseada essencialmente no grau de generalidade que estas possuíam. Apesar que Russell se encontra inseguro com respeito às tautologias, como manifesta: "For the moment, I do not know how to define 'tautology'" (RUSSELL, 1919, p. 205), ele assume a natureza tautológica da lógica e admite que esta é de natureza completamente diferente das proposições empíricas ou descritivas.

As proposições lógicas, as tautologias, devem ter uma característica que permita reconhecê-las, distingui-las das outras proposições. Estas proposições devem ter alguma forma diferente das outras. Russell propõe a observação da "forma lógica" como um meio de diferenciar as proposições lógicas das não lógicas.

Neste ponto nós percebemos que Russell não define a noção de forma, a pesar do importante papel que cumpre com respeito à diferenciação entre as proposições lógicas e as outras proposições. Segundo Russell, podemos representar a forma lógica da seguinte maneira:

> The natural way to symbolize a form is to take some phrase in which actual entities are put together in that form, and replace all these entities by 'variables' , i.e. by letters having no meaning (RUSSELL, 1913, p. 98).

Vejamos isto com um exemplo: *se Sócrates é humano e ser humano implica ser mortal, então Sócrates é mortal.* Quando substituimos "Sócrates", "humano" e "mortal" pelas variáveis: x, α e β. Obtemos: "para qualquer x e qualquer α e qualquer β, se x é um α e qualquer que é um α é um β então x é um β"; observemos que mediante esta expressão obtivemos o que se denomina a forma da proposição. Se uma proposição da lógica pode ser expressa a partir de variáveis e constantes lógicas, esta é uma característica necessária mas não suficiente. O importante é que as proposições da lógica têm que ter uma forma tautológica.

Em realidade vemos Russell procurar algo que seja característico das proposições da lógica e, assim, ele encontra que enquanto as proposições empíricas possuem forma e constituintes, a proposição lógica possui unicamente forma. Então será que podemos dizer que a própria forma é um constituinte da proposição lógica? Vejamos que nos diz Russell a respeito:

> It is not a very easy thing to see what are the constituents of a logical proposition. When one takes 'Socrates loves Plato', 'Socrates' is constituent, 'love' is a constituent, and 'Plato' is a constituent. Then you turn 'Socrates' into *x*, 'loves' into *R*, and 'Plato' into *y*. *x* and *R* and *y* are nothing, and they are not constituents, so it seems as though all the propositions of logic were entirely devoid of constituents. I do not think that can quite be true [grifo nosso] (RUSSELL, 1918, p. 239).

Neste período observamos que para Russell, tratar sobre os constituintes da proposição lógica constitui um problema .

Quando falamos da forma das proposições devemos ter presente que:

> The *form* is not a constituent, but the way the constituents are put together" (RUSSELL, 1912a, p. 55).

Obviamente nesta citação Russell está referindo-se a uma proposição descritiva, porque as proposições da lógica não possuem constituintes, são vazias. Mas que aconteceria se consideramos a forma como um constituinte da proposição?— como: o sol, quente, Sócrates, mortal, etc.—, então, isto nos leva a uma outra forma que mostre a maneira de relacionar-se os constituintes da proposição e, se esta por sua vez é um constituinte isto nos conduz a uma regressão até o infinito. Desta maneira, vemos que a forma não pode ser um constituinte da proposição, nem daquela que tem conteúdo nem da proposição lógica.

Russell distancia as proposições que possuem conteúdo ou são descritivas das proposições da lógica; estas últimas só utilizam:

> Such words as *or, not, if, there is, identity, greater, plus nothing, everything, function,* and so on, are not names of definite objects, like "John" or "Jones" (...) all of them are *formal*, that is to say their occurrence indicates a certain form of proposition, not a certain constituent. "Logical constants", in short, are not entities. (Russell, 1914, p. 213).

As proposições formais, próprias da lógica, não descrevem nada, por isso não podem utilizar nomes que remetem objetos, senão unicamente constantes lógicas. Mas então, podemos saber quais são os constituintes da proposição lógica? Sobre isto diz Russell:

> The problem is: "What are the constituents of a logical proposition?" I do not know the answer (...) (RUSSELL, 1919, p. 198).

De um lado, vemos que Russell não pode aceitar que a forma seja um constituinte da proposição porque cairíamos em uma regresso ao infinito, mas, de outro, recusa-se a aceitar que a forma é nada. Tudo indica que Russell é consciente do problema que a noção de forma lógica acarreta, mas, que não tem uma solução satisfatória. Mais uma vez Russell manifesta sua falta de clareza com respeito à natureza da lógica.

Para Russell a proposição lógica só pode ser identificada pela sua forma e a forma é vazia, as palavras que encontramos numa proposição lógica pertencem a uma pura sintaxe:

> All (...) words that come in the statement of a pure logical proposition are words really belonging to syntax (RUSSELL, 1918, p.184).

Se a lógica não possui conteúdo, será que a forma lógica é meramente um símbolo vazio? Russell nos diz ao respeito:

> A *form* is not a mere symbol: a symbol composed entirely of variables symbolizes a form, but is not a form (RUSSELL, 1912a, p. 56).

Russell ressalta a natureza tautológica da lógica, cuja validade radica na sua forma, mas, ele não considera que a lógica seja um simbolismo vazio, um puro formalismo. Russell rejeita que a *forma* seja unicamente um símbolo ou um constituinte da proposição na qual aparece.

4.3. A MÁXIMA GENERALIDADE DA LÓGICA

Neste período, como já enfatizamos, a influência de Wittgenstein se percebe na mudança que faz Russell ao deixar de conceber a lógica como sintético *a priori*, para passar a considerá-la tautológica. Sem embargo, para Russell a "*suma generalidade*" continua sendo uma característica muito notável das proposições lógicas, ou como nos diz:

> Every logical notion, in a very important sense, is or involves a summum genus, and results from a process of generalization which has been carried to its utmost limit. <u>This is a peculiarity of logic, and a touchstone by which logical propositions may be distinguished from all others</u> [grifo nosso] (RUSSELL, 1913, p. 95).

Russell continua considerando o "*summum genus*" da lógica uma característica importante para distinguir as proposições da lógica das "outras proposições". Aparentemente ele não se decide se é o fato de serem tautológicas ou é a suma generalidade o que distingue as proposições da lógica das outras proposições. Neste sentido, quando Russell afirma:

> That is one of the characteristics of logical propositions, that they mention nothing (RUSSELL, 1918, p.184).

A suma generalidade da lógica faz com que suas proposições não tenham conteúdo descritivo. Esta característica permite que as proposições lógicas possam ser aplicadas a todas as coisas, como diz Russell:

> [The logical] proposition is absolutely general: it applies to all things and all properties and it is quite self evident (RUSSELL, 1914, p. 66).

Mas, Russell não explica como concilia esta identificação da lógica, devido à sua generalidade, com a característica de ser tautológica. Podemos notar que este filósofo não afirma uma única característica que identifique a natureza da lógica e a diferencie das outras proposições. Russell não consegue explicitar de maneira coerente "a" característica distintiva da lógica.

Então, será que Russell está completamente convencido que a lógica não descreve nada? Se é afirmativa a resposta, como devemos entender a seguinte citação sobre as leis da lógica:

> Logic is concerned with the real world just as truly as zoology, though with its more abstract and general feature (RUSSELL, 1919, p. 169).

Russell considera que a lógica trata das verdades mais gerais, vemos assim que ele continua mantendo a suma generalidade como uma característica própria da lógica, apesar dele ter assumido a natureza tautológica desta. Possivelmente ele não abandonou a generalidade porque encontrou muitas duvidas em relação a tautologia, principalmente com respeito à forma lógica; enquanto que a generalidade da lógica nunca foi questionada por ele.

Por um lado, Russell considera as proposições da lógica como vazias, elas não possuem conteúdo, unicamente *forma*. Neste ponto este filósofo se encontra num problema aparentemente insolúvel: de um lado ele admite que a forma lógica não pode ser considerada como um constituinte da proposição, porque isto o levaria a uma regressão ao infinito e, de outro lado, ele não se conforma em pensar que a proposição lógica não tenha constituintes —este último levaria a assumir que a forma é um símbolo sem referente.

Concluindo, apesar que Russell afirma que a lógica possui unicamente sintaxe, ele se nega a admitir que a forma é unicamente um símbolo e a lógica um mero formalismo; por esse motivo, ele dá à lógica um certo conteúdo (absolutamente geral) que o faz semelhante às proposições descritivas. Este período parece um dos mais obscuros do pensamento logicista de Russell, porque ele próprio manifesta não saber com certeza o significado ou as implicações da natureza tautológica da lógica.

5. A NATUREZA DA PROPOSIÇÃO LÓGICA DEPOIS DA INFLUÊNCIA DO *TRACTATUS* (1919), SEGUNDA FASE DA INFLUÊNCIA DE WITTGENSTEIN

Neste capítulo trataremos da natureza da proposição lógica em Russell entre os anos 1919 até 1956. Utilizaremos basicamente *Analysis of Matter* (1927); a 'Introdução à segunda edição' dos *Principles* (1937); *An Inquiry into Meaning and Truth* (1940); 'Logical Positivism' (1950), 'Is Mathematics Linguistic?' (1950/2?) e

My Philosophical Development (1959).

Durante este período Russell é notavelmente influenciado pelo *Tractatus Logico-Philosophicus.* A influência do *Tractatus* se remonta a junho de 1919, data em que Wittgenstein envia a Russell da Italia um manuscrito cujo conteúdo será o futuro *Tractatus*, que foi publicado pela primeira vez em 1921, nos *Annalen der Naturphilosophie* —com a Introdução de Russell.

Russell deixa explícito na citação que segue a influência de Wittgenstein com relação à natureza tautológica da lógica:

> Wittgenstein maintains that logic consists wholly of tautologies. I think he is right in this, although I did not think so until I read what he had to say on the subject (RUSSELL, 1959, p. 88).

Russell considera a lógica como sendo de natureza tautológica e, devido a seu logicismo, afirma que também a matemática é tautológica:

> Mathematics has ceased to seem to me non-human in its subject-matter. I have come to believe, though very reluctantly, that it consists of tautologies (RUSSELL, 1959, p. 157).

A influência wittgensteineana não se estendeu ao logicismo, pois Wittgenstein estava convencido que havia uma distinção básica entre matemática e lógica, como diz no *Tractatus*:

> As proposições da lógica são tautologias (WITTGENSTEIN, 1991, 6.1).

Enquanto que:

> As proposições da matemática são equações; portanto pseudoproposições (WITTGENSTEIN, 1991, 6.2).

Já Russell mantém-se fiel a suas propostas logicistas, que ele nunca viu necessidade de abandonar.

Para ver qual é a proposta russelliana sobre o status da lógica durante o período correspondente a 1919 até 1956, dividimos este capítulo da seguinte maneira: primeiro trataremos da influência do *Tractatus* na natureza da lógica de Russell; numa segunda seção veremos a relação entre tautologia, simbolismo e forma; e por último, na terceira seção trataremos de uma característica difícil de conciliar com a natureza tautológica da proposição lógica: a suma generalidade.

5.1. A INFLUÊNCIA DO *TRACTATUS*

Wittgenstein influencia Russell sobre tudo em relação à noção de tautologia (WITTGENSTEIN, 1991, 6.1) e a importância da sintaxe na lógica. No *Tractatus* considera que:

> Pode-se calcular se uma proposição pertence à lógica calculando-se as propriedades lógicas do símbolo

> (WITTGENSTEIN, 1991, 6.126).
>
> As proposições da lógica portanto não dizem nada (São as proposições analíticas) (WITTGENSTEIN, 1991, 6.11).

A definição de tautologia sobre a base de tabelas de verdade parece haver sido idéia de Wittgenstein. Na teoria de Wittgenstein existem três possibilidades de uma função de verdade (contingência, contradição e tautologia), a tautologia não descarta nenhuma possibilidade, sendo sempre verdadeira, enquanto que a contradição descarta todas as possibilidades e portanto nunca é verdadeira. As tautologias e as contradições correspondem aos casos limites das funções de verdade, decorre disto que elas carecem de conteúdo fatual. Sobre isto diz Wittgenstein:

> A proposição mostra o que diz, a tautologia e a contradição não dizem nada (WITTGENSTEIN, 1991, 4.461).

Assim, a tautologia 'p ou não-p' não descreve nada e é sempre verdadeira porque não descarta nenhuma possibilidade de ser verdadeira, com efeito, será verdadeira seja 'p' verdadeira ou seja 'p' falsa. Por outro lado uma contradição como 'p e não-p' será sempre falsa, porque descarta qualquer possibilidade de ser verdadeira, seja 'p' verdadeira ou seja falsa. Isto nos mostra como diz Wittgenstein que: "a tautologia e a contradição são vazias de sentido"(WITTGENSTEIN, 1991, 4.461). Esta falta de sentido não significa que sejam absurdas, pelo contrário, elas não são figurações da realidade, elas expressam conexões necessárias entre outras proposições, ou: "the necessity of logical formulae derives from the fact that they are true whatever be the truth values of their constituents" (REICHENBACH, 1951, pp. 26-27).

A incondicionalidade nas combinações de verdade da tautologia pode ser considerada como uma degeneração das combinações de verdade, porém é algo característica da lógica, como comenta Baker:

> In this way the *Tractatus* displays the essential truth of the propositions of logic and their difference from all other propositions (BAKER, 1988, p. 71).

O *Tractatus* assinala uma total distinção entre as proposições da lógica e as outras proposições, *i.e.*, entre proposições tautológicas e não tautológicas. A invenção das tabelas de verdade teve um papel fundamental para que Wittgenstein pudesse ressaltar a diferença que existe entre as proposições fatuais e as tautológicas (ou da lógica). As tabelas permitem expressar o valor de verdade de qualquer proposição, tornando mais evidente a diferença entre as tautologias e as outras proposições, ou como diz Baker:

> What is philosophically significant about this notation is that it exhibits the possibility of expressing propositions in such a way that whether a proposition is a tautology or not can be seen from simply looking at the symbol (BAKER, 1988, p. 254).

Desta maneira, qualquer tabela de verdade que apresenta como resultado final de suas combinações unicamente verdades, obviamente não diz nada, porque é incondicionalmente verdadeira. Mas, esta tabela —correspondente a uma tautologia— representa algo que é próprio da lógica: a *necessidade*, assim diz Wittgenstein:

> Não há necessidade que não seja lógica. (WITTGENSTEIN, 1991, 6.37).

A necessidade é um traço distintivo da lógica, Wittgenstein ressalta esta característica própria da lógica. Segundo Pears: "Wittgenstein havia descoberto que Russell não tinha conseguido dar adequada explicação da necessidade lógica e acreditou que a única maneira de chegar a essa explicação da necessidade lógica seria remontar aos primórdios da lógica, examinar-lhe a fonte através da natureza essencial das proposições" (PEARS, 1971, p. 48).

Para Wittgenstein a lógica abrange tudo o que é necessariamente verdadeiro, de tal maneira que, se uma proposição é absolutamente geral não é necessariamente uma proposição lógica. Wittgenstein considera que se uma proposição é lógica ela é também necessária.

5.2. A TAUTOLOGIA, A FORMA E O SIMBOLISMO EM RUSSELL

Neste período (1919-1956), depois da influência do ***Tractatus Logico-Philosophicus***, Russell afirma a natureza tautológica da lógica:

> Propositions which form part of logic, or can be proved by logic, are all *tautologies* — *i.e.*, they show that certain different sets of symbols are different ways of saying the same thing, or that one set says part of what the other says (RUSSELL, 1927, p. 171).

Russell adota o sentido wittgensteiniano de "tautologia", o qual ressalta o papel da *forma* para identificar as proposições lógicas. Sobre a forma da tautologia diz Russell:

> Truth, in this sphere, is discoverable by studying the *form* of the proposition concerned; there is no need to go outside to something that the proposition 'means' or 'asserts' (RUSSELL, 1940, p. 133).

Para entender melhor o papel da forma na tautologia veremos o seguinte silogismo: "se todos os homens são mortais e Sócrates é um homem, então Sócrates é mortal", onde podemos observar que "se ... então" não afirma nada particular; portanto, "Sócrates" e "mortal" podem ser substituídos por outros particulares quaisquer, sem afetar a validade universal do silogismo. Assim, qualquer substituição no conteúdo de uma proposição que seja considerada tautológica não afeta sua validade, pois a lógica é válida unicamente em virtude de sua "forma". Apesar de Russell ter à mão um exemplo tão simples de uma tautologia, ele ressalta a dificuldade que tem para dar um significado à expressão: "verdadeiro em virtude de sua forma". Como Russell diz:

> It is hard to say what makes a propositions true in virtue of its form (RUSSELL, 1937, p. xii).

> I confess, however, that I am unable to give any clear account of what is meant by saying that a proposition is "true in virtue of its form". But this phrase, inadequate as it is points, I think, to the problem which must be solved if an adequate definition of logic is to be found (RUSSELL, 1937, p. xii).

Esta é a última referencia relevante com relação à forma lógica (RODRÍGUEZ-CONSUEGRA, 1992, p. 895), porque percebemos que apesar de Russell aceitar a natureza tautológica da lógica, ele ainda não pode dar uma clara resposta com relação à forma lógica nem à natureza das constantes lógicas.

Em realidade Russell ainda não tem muito clara a natureza da lógica e suas consequências, posto que esta natureza da lógica faz com que ela seja de uma classe totalmente diferente das outras proposições; de tal maneira que as proposições da lógica não descrevem nada.

Mas, apesar das dúvidas que possa ter Russell com referência à forma lógica, ele aceita as considerações lingüísticas que os positivistas lógicos haviam imposto, por este motivo se desfaz rapidamente das constantes lógicas como algo que forma parte da linguagem. Para Russell a lógica é "only concerned with symbolic manipulation" (RUSSELL, 1927, p. 171), ou como diz Wittgenstein: as proposições da lógica "pertencem ao simbolismo" (WITTGENSTEIN, 1991, 4.461), sendo que as tautologias assim como as contradições são "casos-limites da união de signos" (WITTGENSTEIN, 1991, 4.466). Russell aceita a validade da lógica como propriedade dos símbolos:

> In logic and mathematics, the view that 'truth' is a syntactical concept is correct, since it is syntax that guarantees the truth of tautologies (RUSSELL, 1940, p.133).

Para Russell as proposições da lógica são proposições lingüísticas cuja verdade depende puramente da sintaxe e não do vocabulário; por exemplo, na expressão "todos os solteiros são não casados" a verdade dela depende do significado dos termos "solteiro" e "não casado". Já na expressão "todo cachorro pequeno é um cachorro" a verdade desta proposição depende unicamente da sintaxe, ainda que nos seja desconhecido o significado das palavras "cachorro" e "pequeno".

Sobre a importância da sintaxe na natureza da lógica Russell afirma:

> The propositions of logic and mathematics are purely linguistic, and they are concerned with syntax (RUSSELL, 1950/52?, p. 306).

Todo indica que Russell está convencido da natureza totalmente sintática da lógica, e portanto a natureza das constantes lógicas também deve ser lingüística. As constantes lógicas representam a forma da proposição e, sobre estas constantes, Russell faz a seguinte questão:

> Are there logical constants? There is one sense of this question in which we can give a perfectly definite affirmative answer: in the linguistic or symbolic expression of logical proposition, there are words or symbols which play a constant part, *i.e.*, make the same contribution to the significance of propositions wherever they occur (RUSSELL, 1937, p. ix).

As constantes lógicas, neste período, são concebidas como parte da linguagem: "Logical constants, therefore, if we are to be able to say anything definite about them, must be treated as part of the language, not as part of what the language speaks about" (RUSSELL, 1937, p. xi). Mas então, que são essas constantes lógicas?

É claro que Russell reconhece que as constantes lógicas já não têm essa natureza absolutamente "real' que imaginava nos *Principles* (1903):

> Not even the most ardent Platonist would suppose that the perfect "or" is laid up in heaven, and that the "or's" here on earth are imperfect copies of the celestial archetypes (RUSSELL, 1937, p. ix).

Por esta época, Russell considera que a disjunção "ou" é parte da linguagem, que contribui a dar um significado à sentença, sem que funcione como nome de algum objeto. Russell já tinha dado um primeiro passo nesta direção, quando formulou a teoria das descrições, na qual considerou a existência dos símbolos incompletos, que não representam objetos existentes. Além disso, devido à influência de Wittgenstein, a concepção sobre a natureza da lógica de Russell evoluiu, como diz:

> At the time when I wrote the ***Principles***, I shared with Frege a belief in the Platonic reality of numbers, which, in my imagination, peopled the timeless real of Being. It was a comforting faith, which I later abandoned with regret (RUSSELL, 1937, p. x).

Estas mudanças na sua concepção da natureza da proposição, que ele denomina como um "retreat from Pythagoras" (RUSSELL, 1959, p. 208), partiram de uma natureza abstrata, "real", até uma natureza "purely linguistic" (RUSSELL, 1950/52?, p. 306). Sobre esta mudança Russell comenta:

> Pythagoras thought that mathematics is the study of numbers, and that each number is a separate eternal entity dwelling in a super-sensible heaven. When I was young I believed something like this; so did Frege to the end of this days. But study gradually dispelled this belief (RUSSELL, 1950/52?, p. 300).
>
> (...) <u>All the proposition of mathematics and logic are assertions as to the correct use of a certain small number of words.</u>
>
> This conclusion, if valid, may be regarded as an epitaph

> on Pythagoras [Grifo nosso] (RUSSELL, 1950/52?, p. 306).

As mudanças que levaram Russell a abandonar o realismo inicial dos *Principles* — que também ele denomina: "realismo no sentido medieval" (RUSSELL, 1937, p. xiv) despojaram a lógica de todo conteúdo ficando unicamente com a forma. Neste sentido Russell afirma:

> The fundamental characteristic of logic, obviously, is that which is indicated when we say that logical propositions are true in virtue of their form (RUSSELL, 1937, p. xii).

Mas, será que Russell considera a natureza da lógica como sendo puramente formal? A resposta a isto parece dar-nos Russell ao manter a natureza absolutamente geral da lógica.

5.3. A GENERALIDADE DAS PROPOSIÇÕES LÓGICAS

Russell mantém ainda a característica de *suma generalidade* da proposição lógica, e neste sentido afirma:

> To define logic, or mathematics, is therefore by no means easy except in relation to some given set of premises. A logical premise must have *certain* characteristics which can be defined: it must have complete generality, in the sense that it mentions no particular thing or quality; and it must be true in virtue of its form [Grifo nosso] (RUSSELL, 1937, p. xii).

A generalidade absoluta da lógica faz com que ela: "does not mention any particular object or any particular property" (RUSSELL, 1950/52?, p. 302). Obviamente a generalidade a que se refere Russell não depende de fatos empíricos, tanto assim que nem a existência do Universo, que é um fato empírico, seria condição para a existência da lógica. Sendo assim, os enunciados da lógica são tais que afirmam que uma proposição lógica é sempre verdadeira; ainda no caso em que o mundo não existisse, todos os enunciados absolutamente gerais da lógica seriam verdadeiros.

A lógica se refere a qualquer propriedade ou qualquer objeto os quais são representados por variaveis, da seguinte maneira: "se *p* implica *q*, e *q* implica *r*, então *p* implica *r*" tem a característica de possuir unicamente variáveis, o que lhe permite ser absolutamente geral.

A suma generalidade da lógica, proposta por Russell, implica que não se mencione qualquer objeto ou qualidade particular, tudo indica que a lógica tem alguma espécie de "conteúdo completamente geral". Aparentemente Russell quer dar um certo conteúdo às proposições da lógica; mas, com isto contradiz à natureza tautológica e vazia proposta por Wittgenstein.

No *Tractatus* Wittgenstein rejeita a noção de generalidade da lógica concebida por Russell:

> O indício da proposição lógica não é a validade geral.
> Ser geral quer dizer apenas: valer casualmente para todas as coisas (...) (WITTGENSTEIN, 1991, 6.123).

O *Tractatus* não influenceu Russell no referente à generalidade, posto que Russell continua considerando a máxima generalidade uma característica da lógica.

Mas, para Russell as proposições da lógica além de absolutamente gerais são "puramente lingüísticas" (RUSSELL, 1959, p. 77); ele trata de conciliar sua visão tradicional com aquela nova visão lógica do *Tractatus* e nesta tarefa não consegue resultados satisfatórios. Por isso, Russell manifesta ainda não ter uma clara noção do que significa que a tautologia é "valida em virtude da sua forma". De tal maneira que: "Logical constants seem to Russell to disappear between actual things (the reference of language) on the one hand, and the formal properties of language itself on the other" (FEIBLEMAN, 1951, p. 164).

Se bem que Russell aceita a natureza tautológica da lógica, ele ainda mantém a suma generalidade como uma característica fundamental da lógica. Isto obscurece o status da lógica porque, de um lado, sua natureza tautológica a distancia absolutamente das outras proposições e, de outro, sua generalidade traz em mente uma ordenação na qual a lógica apresenta o maior grau de generalidade com respeito a qualquer outra proposição, sendo a diferença unicamente de grau, não de natureza. Isto entra numa espécie de contradição com a afirmação de que a natureza tautológica da lógica a faz completamente diferente das outras proposições.

6. CONCLUSÕES FINAIS

Inicialmente a proposta logicista de Russell tem como motivação uma refutação ao que ele denomina "idealismo kantiano". Os ***Principles*** (1903) se enquadram dentro de um realismo e giram ao redor da natureza da lógica, a qual inicialmente é considerada como possuindo conteúdo *i.e.* sendo sintética *a priori* e sobretudo tendo o grau máximo de generalidade. Esta última característica é fundamental para Russell e, a partir dela, ele vai tratar de refutar a concepção matemática de Kant.

Nos ***Principles*** Russell considera a existência de seres sem nenhuma distinção ontológica, todos no mesmo nível ontológico. A única distinção entre as proposições da lógica e as outras proposições é que a lógica tem o máximo grau de generalidade. A proposta logicista dos *Principles* durou pouco porque Russell descobriu nela um paradoxo, conhecido como "paradoxo das classes". Russell nunca abandonou o logicismo e sempre procurou melhorar suas propostas nesta área do conhecimento.

Entre os anos de 1905 e 1912 o logicismo russelliano passou por uma série de mudanças, as quais surgiram com o fim de evitar o paradoxo. Russell continua propondo a natureza sintética *a priori* e a absoluta generalidade da lógica como sua principal característica. Mas, ele introduz modificacões ontológicas que abalam a natureza geral da lógica.

A partir de 1912 —depois da publicação dos *Problems*— até 1919 —antes da publicação do *Tractatus*—, Russell tem uma notável mudança na sua concepção sobre a lógica, devido à influência de Wittgenstein; passando a considerar as proposições lógicas como tautologias. Neste período Russell mostra muitas dúvidas sobre as implicações que a "nova" noção de proposição lógica pode trazer. O próprio Wittgenstein ainda não está claro sobre a natureza da lógica. Podemos considerar este período como um dos mais obscuros com respeito ao status da lógica.

Por último, imediatamente depois que Wittgenstein escreve o *Tractatus* e Russell pôde lê-lo, ele parece compreender e aceitar a natureza tautológica da lógica proposta por Wittgenstein. Mas encontramos que Russell ainda não consegue ter uma noção clara da natureza tautológica da lógica, devido basicamente a três pontos:

- Primeiro, Russell não obtém uma clara concepção sobre a natureza da lógica e isso podemos notar na dúvida que ele deixa com relação à tautologia, a qual é "valida em virtude da sua forma". Russell confessa não ter uma explicação satisfatória sobre o que isto quer dizer.

- Segundo, Russell parece que não consegue explicar a "necessidade" da lógica a Wittgenstein, *i.e.* como sendo unicamente característica da lógica. Para Wittgenstein não existe necessidade que não seja lógica e Russell simplesmente omite falar disto.

- Terceiro, Russell mantém a característica de suma generalidade da lógica, com isto ele parece recusar-se a assumir a noção da lógica como tautologia; posto que é a generalidade a característica que distingue a lógica do resto de proposições , mas esta é unicamente uma distinção de grau (de generalidade). Ao ressaltar a generalidade da lógica Russell esquece que as proposições da lógica são de natureza completamente diferente das demais proposições, a saber, as proposições da lógica são vazias (sem conteúdo).

Observando o percurso das modificações russellianas com respeito à lógica, notamos que o seu realismo inicial dos *Principles* (1903) se vai restringindo cada vez mais. Nos *Principia,* se bem que Russell resolve eliminar a existência das classes como entidades reais, ele segue admitindo um universo não nominalista no qual se aceitam as funções proposicionais (como entidades distintas dos indivíduos).

Russell inicialmente manteve uma visão realista ou, como comenta Baker & Hacker:

> Russell could not appreciate that the peculiar status of logical truths turned solely on features of symbols; although he adopted Wittgenstein's view as his official creed, he persisted in thinking that logical truth was mysterious property of Platonic entities (BAKER & HACKER, 1984, p. 373).

Mas, no desenvolvimento da concepção russelliana sobre a natureza da lógica —que ele descreve como um "retreat from Pythagoras"— o platonismo inicial é deixado de lado e a lógica adota uma natureza lingüística, sintática.

Com relação a sua concepção ontológica, Russell não afirmou nunca que abandonou o realismo, mas, unicamente que se foi afastando gradualmente do realismo original que ele expôs nos *Principles*. Sobre estas mudanças Russell faz um comentário:

> The changes in my philosophy [...] swept away many apparent entities, such as classes, points and instants. Broadly, the result is an outlook which is less Platonic, or less realist in the medieval sense of the world. How far it is possible to go in the direction of nominalism remains, to my mind, an unsolved question (...) (RUSSELL, 1937, p. xiv).

Nesta citação Russell não está assumindo uma atitude nominalista, unicamente está descrevendo a trajetória que seguiu sua concepção com respeito à ontologia. Estas mudanças no pensamento russelliano a respeito da natureza da lógica parecem ir "em direção a um nominalismo"; mas Russell não assume um nominalismo.

Todas estas modificações que Russell apresentou com relação à natureza da lógica, constituem uma difícil questão que não encontrou uma resposta adequada na proposta logicista russelliana.

7. BIBLIOGRAFIA

AYER, A. J. *As Idéias de Bertrand Russell.* Tradução de Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota . São Paulo: Ed. Cultrix, 1974.

________ *Russell and Moore: The Analytical Heritage,* London: The Macmillan Press Ltd. 1973.

BAKER, G. P. *Wittgenstein, Frege and the Vienna Circle,* New York: Basil Blackwell, 1988.

BAKER G. P. & HACKER P. M. S. *Frege: Logical Excavations,* Oxford: Oxford University Press. 1984.

CLEMENTZ, F. "Russell sur la Connaissance Mathématique et le Synthétique *a priori*" in *Les Études Philosophiques,* Octobre-Decembre, pp.521-537, 1988.

COPI, I . *The Theory of Logical Types,* London: Routledge & Kegan Paul, 1971.

CURRIE, G. *Frege, an Introduction to his Philosophy,* New Jersey: Barnes & noble Books, 1982.

FEIBLEMAN, "A Reply to Bertrand Russell's Introduction to the Second Edition of *The Principles of Mathematics*" in *The Philosophy of Bertrand Russell*, vol.1, Paul Arthur Schilpp (ed.) New York: Harper & Row, Publishers Incorporated, 1963.

FERREIROS, J. "Lógica, Conjuntos y Logicismo: Desarrollos Alemanes de 1870 a 1908" in *Mathesis,* v.10, pp. 255-272, 1994.

GRIFFIN, "Russell on the Nature of Logic (1903-1913)" in *Synthese,* v. 45, pp.117-188, 1980.

GOLDFARB, W. "Logicism and Logical Truth" in *The Journal of Philosophy,* vol. 79, No 11, pp.692-695, 1982.

HYLTON, P. "Logic in Russell's Logicism" in *The Analytical Tradition: Meaning, Thought and Knowledge,* Oxford: Blackwell, 1991 (Bell, D. & Cooper, N. (eds.)

_________ *Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy,* Oxford: Clarendon Press., 1990.

_________ "Russell's Substitutional Theory" in *Synthese,* v. 45, pp. 31- 42, 1980.

KANT, I . *Crítica da Razão Pura* (1787), tradução de Valerio Rohden & Udo Baldur Moosbruger, col. Os Pensadores, São Paulo: Ed. Nova Cultura, 1991, vol.1.

MARQUES, J. O. "Waismann, Ramsey, Wittgenstein e o Axioma da Redutibilidade" in *Cadernos de História e Filosofia da Ciência,* Campinas, série 3, v. 2, n. 1, janeiro a junho, 1992, pp.5-48.

PAP, A. *Teoria Analítica del Conocimiento*, tradução: Gracia Guillen, Madrid: Ed. Tecnos, 1964.

REICHENBACH "Bertrand Russell's Logic" in *The Philosophy of Bertrand Russell*, vol.1, Paul Arthur Schilpp (ed.), New York: Harper & Row, Publishers, Incorporated, 1963.

RODRíGUEZ-CONSUEGRA, F. "Russell's of Types, 1901-1910: Its Complex Origins in the Unpublished Manuscripts" in *The History and Philosophy of Logic,* New York, vol. 10, No. 2, 1989, pp. 131-164.

__________ "El Impacto de Wittgenstein sobre Russell: Últimos Datos y Visión Global" in *Theoria,* España, vol. vii, No. 16-17-18, tombo B, 1992, p.875-911.

RUSSELL, B. *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz* (1900), Great Britain, Redwood Press. Limited, 1992.

__________ *The Principles of Mathematics* (1903), London: George Allen & Unwin Ltd., 1985. (2da edição, 1937)

__________ "On Denoting (1905)" in *Logic and Knowledge, essays 1901-1950,* London, R. Ch. Marsh, 1992.

__________ "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types (1908)" in *Logic and Knowledge: essays 1901-1950,* R. Marsh (ed.), London: Allen & Unwin, 1992.

__________ "The Theory of Logical Types (1910)" in *Logical and Philosophical Papers 1909-13*, John G. Slater (ed.), London: Routledge, 1992.

__________ "On the Nature of Truth and Falsehood (1910a)" in *Logical and Philosophical Papers 1909-13*, John G. Slater (ed.), London: Routledge, 1992.

__________ "The Philosophical Importance of Mathematical Logic (1911)" in *Logical and Philosophical Papers 1909-13*, John G. Slater (ed.), London: Routledge, 1992.

__________ *The Problems of Philosophy* (1912). London: Oxford University Press, 1976.

__________ "What is Logic? (1912a)" in *Logical and Philosophical Papers 1909-13*, John G. Slater (ed.), London: Routledge, 1992.

__________ "Logical Data (1913)" in *Theory of Knowledge: The 1913 Manuscript*, Elizabeth Ramsden Eames & Kenneth Blackwell (eds.), London: George Allen & Unwin, 1984.

__________ *Our Knowledge of the External World* (1914), London: George Allen & Unwin, 1972.

__________ "Scientific Method in Philosophy (1914a)" in *Logic and Knowledge: essays 1901-1950,* R. Marsh (ed.), London: Allen & Unwin, 1992.

__________ "The Philosophy of Logical Atomism (1918)" in *Logic and Knowledge: essays 1901-1950,* R. Marsh (ed.), London: Allen & Unwin, 1992.

__________ *Introduction to Mathematical Philosophy* (1919), London: George Allen & Unwin, 1967.

__________ *The Analysis of Matter* (1927). U.S.A.: Dover Publications,1954.

__________ *An Inquiry into Meaning and Truth* (1940). Australia: Pelican Books, 1963.

__________ *History of Western Philosophy*. (1946) New york, Simon and Schuster, 1955.

__________ "Logical Positivism (1950)" in *Logic and Knowledge: essays 1901-1950,* R. Marsh (ed.), London: Allen & Unwin, 1992.

__________ "Is Mathematics Linguistic? (1950/2)" in *Essays in Analysis*. London, Ed. D. Lackey, 1973.

__________ *My Philosophical Development* (1959). London: Unwin Books, 1975.

__________ *Autobiografia.* Tradução de Rio de Janeiro: Ed. Civilização Brasileira, 1967.

SAINSBURY, M. *Paradoxes.* Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

__________ *Russell.* London: Routledge & Kegan Paul, 1985.

VAN HEIJENOORT, J. (org.) *From Frege to Gödel.* U.S.A.:Harvard University Press., 1977.

_______________ "Logic as Language and Logic as Calculus" in *Syntese,* vol.17, pp.324-330, 1967.

WHITEHEAD & RUSSELL *Principia Mathematica* (1910). Primeiro Tombo, New York: The Syndics of the Cambridge University Press., 1967.

WITTGENSTEIN, L. *Letters to Russell, Keynes & Moore.* G. H. von Wright & Mc Guinness (eds), Oxford: Blackweell, 1974.

________________ *Tractatus Logico Philosophicus* (1919), Tradução: Luis Henrique Lopes dos Santos, São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1993.

WRIGLEY, M. "A Concepção Fregeana da Lógica" in *Século XIX: O Nascimento da Ciência Contemporânea,* Fátima R. Évora (ed.), Coleção CLE, UNICAMP, vol. 11, pp.23-33, 1992.