UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
CENTRO DE LÓGICA, EPISTEMOLOGIA E HISTÓRIA DA CIÊNCIA

"De Divina Proportione"

de Luca Pacioli

(Tradução Anotada e Comentada)

Versão Final da Tese
(Doutorado em Filosofia – CLE/IFCH/UNICAMP)

Aluno: Fábio Maia Bertato (R.A. : 014779)
Orientadora: Profa. Dra. Itala Maria Loffredo D'Ottaviano

Campinas - 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IFCH - UNICAMP

Bertato, Fábio Maia
B461d **A "De Divina Proportione" de Luca Pacioli – Tradução anotada e comentada / Fábio Maia Bertato. - - Campinas, SP : [s. n.], 2008.**

Orientador: Itala Maria Loffredo D'Ottaviano..

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Matemática – História – Séc. XV-XVI. 2. Razão e proporção. I. D'Ottaviano, Itala Maria Loffredo. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III. Título.

(msh)

Título em inglês: The "De Divina Proportione" of Luca Pacioli – Annoted and commented translation into Portuguese.

Palavras chaves em inglês (keywords) : **Mathematics – History – XV-XVI centuries.**
Ratio and proportion.

Área de Concentração: Filosofia

Titulação: Doutor em Filosofia

Banca examinadora: **Itala Maria Loffredo D'Ottaviano, Ubiratan D'Ambrosio, Sergio R. Nobre, Pablo R. Mariconda, Carlos Henrique B. Gonçalves.**

Data da defesa: 11-06-2008

Programa de Pós-Graduação: Filosofia

Fábio Maia Bertato

A "De Divina Proportione" de Luca Pacioli – Tradução Anotada e Comentada.

Tese apresentada para obtenção do grau de Doutor ao Departamento de Filosofia do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profa. Dra. Ítala Maria Loffredo D'Ottaviano.

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida e aprovada pela Comissão Julgadora em 11/06/2008

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Ítala Maria Loffredo D'Ottaviano (Orientadora)

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio (Titular)

Prof. Dr. Sergio R. Nobre (Titular)

Prof. Dr. Pablo R. Mariconda (Titular)

Prof. Dr. Carlos Henrique B. Gonçalves (Titular)

Suplentes

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Prof. Dr. Eduardo Sebastiani Ferreira
Prof. Marcelo Steban Coniglio

RESUMO

Luca Pacioli (1445 - 1517), famoso matemático renascentista, escreveu "Summa di Arithmetica Geometria Proportione e Proportionalità" (1494), o que podemos considerar a obra que sintetiza todo o conhecimento matemático europeu acumulado até 1500. Não obstante, sua outra obra,"De Divina Proportione" (1509), é a que contém, dentre as teorias das proporções, aqueles temas que mais lhe interessavam e que ele considerava "secretissima scientia": a "Divina Proporção", isto é, a "razão áurea".

Os resultados contidos na obra, o papel que propunha para a Matemática ante as demais áreas do saber, bem como todas as suas concepções místicas, muito atraíram a atenção de artístas, nobres e intelectuais.

Nosso trabalho consiste de uma tradução anotada e comentada da referida obra, a partir do manuscrito que se encontra na Biblioteca Ambrosiana de Milão.

ABSTRACT

Luca Pacioli (1445 - 1517), famous Renaissance mathematician, wrote *"Summa de Arithmetica Geometria Proportione e Proportionalità"* (1494). One can consider *Summa* a kind of encyclopedia in which Pacioli treats of almost all mathematical knowledge accumulated in Europe until the early 16th century. However, his other work *"De Divina Proportione"* (1509) contains, among the Theories of Proportions, the most important to him: the *"Divine Proportion"*, i. e., the *"Golden Ratio"*.

The proposed role of Mathematics in respect of the others branches of knowledge, the mystical conceptions and the mathematical results presented in *De Divina Proportione* had attracted the attention of artists and intellectuals.

This thesis consists of an Annoted and Commented translation into Portuguese of *De Divina Proportione*, based on the manuscript that belongs to *Biblioteca Ambrosiana di Milano*.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa Suzana Rodrigues Pires Bertato, fonte de inspiração e da luz que ilumina meus dias, que tanto me apoiou com paciência, amor e carinho.

À minha filha Paola Giovanna Pires Bertato, cuja vida é um milagre, por alegrar todos com sua presença alegre.

Ao meu filho Pietro Pires Bertato, cujo nascimento espero ansiosamente.

Aos meus pais Sr. Oswaldo Bertato e Sra. Vera Lúcia Maia Bertato, pessoas que sempre foram exemplos de coragem, amor, honestidade, laboriosidade e perseverança.

Aos meus sogros Sr. Luiz Carlos Pires e Sra. Maria Rodrigues da Cruz Pires, que sempre me receberam de braços abertos e que, carinhosamente, me tratam como a um filho.

À Profa. Dra. Itala Maria Loffredo D'Ottaviano, modelo de educadora e intelectual, por sua paciência, dedicação e respeito. Suas observações pertinentes, seu entusiasmo com o tema são fatores decisivos para a realização desta tese.

Ao Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre, grande educador, atencioso e paciente, foi quem me introduziu no tema estudado. Em momentos de incertezas sempre me recebeu com presteza e foi conselheiro sem par.

À Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni, modelo de ser humano, que me amparou nos momentos mais difíceis e a quem muito devo.

Ao Prof. Marcos Vieira Teixeira, excelente professor, pelos livros e tempo a mim emprestados.

À Profa. Ms. Marlene Carolina de Souza, pela amizade e paciência em ler a tradução.

Ao Prof. Dr. Rubens G. Lintz, que participou da Banca de Qualificação e fez importantes observações na versão preliminar desta tese.

Aos membros da Banca de Defesa, ao Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio, ao Prof. Dr. Pablo R. Mariconda, ao Prof. Dr. Carlos Henrique B. Gonçalves, ao Prof. Dr. Eduardo Sebastiani Ferreira e ao Prof. Dr. Iran Abreu Mendes, pelas observações, sugestões e incentivos.

Aos professores do Departamento de Filosofia da Unicamp, em particular ao Prof. Dr. Walter Carnielli e o Prof. Dr. Marcelo Steban Coniglio, pelas excelentes aulas e estimulantes conversas.

Para concluir gostaria de agradecer a Frà Luca Pacioli e a Deus, o grande homenageado de sua obra.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Nosso primeiro contato direto com os escritos de Luca Pacioli se deu, no primeiro ano de graduação em Matemática na UNESP, por sugestão do Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre. O Prof. Nobre gentilmente aceitou ser o orientador de nossa pesquisa de Iniciação Científica, que consistia na análise do conteúdo matemático da obra *De Divina Proportione*,[*] financiada primeiramente pelo PET/CAPES/SESU e, posteriormente, pela FAPESP, durante o período de 1999 a 2001.

Tanto a História quanto os Fundamentos da Matemática sempre nos fascinaram, daí o desejo de ingressarmos no mestrado em Filosofia (Lógica) no CLE/IFCH/UNICAMP, em 2002. Fomos agraciados com a orientação da Profa. Dra. Itala Maria Loffredo D'Ottaviano, que aceitou supervisionar a realização de uma tradução comentada da *De Divina Proportione*.

Cogitamos a possibilidade de tratar de algum tema relacionado à Lógica contemporânea, porém, nosso desejo íntimo era o de dar continuidade, na tese de doutorado, aos trabalhos realizados na graduação. Participamos de Congressos e Seminários, com trabalhos publicados nos Anais do V Seminário Nacional de História da Matemática[1] e nos *Proceedings* do *Fourth Summer University History and Epistemology of Mathematics.*[2] Na Suécia, onde permanecemos com estadia paga pela organização do evento, pudemos contatar diversos pesquisadores da área de História da Matemática. Após apresentação do trabalho, recebemos incentivos para que continuássemos a pesquisa sobre a obra de Pacioli, um convite pessoal para passarmos uma temporada no Canadá e a solicitação de uma tradução da *De Divina Proportione* para o inglês, já que não há tradução alguma nesse idioma, a não ser a promessa de vários anos de uma publicação pela editora *Abaris Books*. Os trabalhos apresentados renderam dois artigos publicados na Revista Brasileira de História da Matemática,[3] em 2005, que recebeu uma menção no periódico sueco *ACTUALITATES*[4] e sua disponibilização on-line no site da *Svenska Sällskapet för Interlíngua*[5] e em 2007. Após o retorno do HPM 2004, entramos em contato com outros pesquisadores do Brasil, Itália e Austrália, que também nos estimularam e, finalmente, juntamente com a Profa. D'Ottaviano, decidimos enfrentar o desafio de efetivar a tradução comentada da referida obra.

Esta tese está dividida em duas partes e Apêndices. Na Parte I, encontram-se algumas considerações sobre Luca Pacioli e sua obra, uma breve história do *Quadrivium* e a participação do frade no que denominamos *"Querela da Perspectiva"*. A Parte II consiste da tradução da *De Divina Proportione* e dos Comentários e Notas. Os Apêndices são os fac-símiles da primeira parte da versão impressa e da edição dos *Elementos*, preparada por Pacioli.

[*] Costuma-se empregar, em italiano, o artigo definido masculino *"il"* para o tratado *De Divina Proportione* ("*il tratatto"*, *"il libro"*, *"il compendio"*). Não obstante, preferimos utilizar em português, o artigo definido feminino "a", subentendendo "a obra", "a Divina Proporção". Portanto, em nosso texto, trataremos a obra de Pacioli por "a *De Divina Proportione*".

[1] BERTATO, 2003.

[2] BERTATO, 2004.

[3] BERTATO, 2005; BERTATO & D'OTTAVIANO, 2007.

[4] ENFORS, 2005.

[5] http://www.interlingua.nu/elibros/Fratre%20Pacioli.pdf

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE LUCA PACIOLI E SUA OBRA[6]

O autor: Frà Luca Pacioli

O frade italiano Luca Pacioli nasceu em Borgo San Sepolcro,[7] em 1445. Dentre seus conterrâneos destaca-se o grande artista e matemático Piero della Francesca, de quem foi discípulo e amigo. Manteve contato com Federico di Montefeltro, duque de Urbino, e com seu filho Guidobaldo. Os progressos de Pacioli em Matemática e outras ciências foram tão notáveis que, com apenas dezenove anos, já se encontrava como preceptor dos filhos de Antonio Rompiasi, um rico comerciante veneziano. Durante sua permanência em Veneza, pôde desenvolver-se no conhecimento sobre comércio e assistir as lições de Domenico Bragadino.

No ano de 1470, Pacioli escreveu um tratado de álgebra, dedicado aos três filhos de Rompiasi, e nessa época foi para Roma, onde permaneceu como hóspede de Leon Battista Alberti. Tornou-se frade na Ordem dos Franciscanos Menores, talvez influenciado por Alberti. Por volta de 1475 escreveu um tratado de aritmética. Durante sua vida, lecionou em diversos lugares como na Universidade de Perugia, em Zara,[8] na Sapienza em Roma, em Nápoles, em Pádua, em Milão, dentre outros.

Em Zara, Pacioli escreveu um tratado de álgebra. Em 1494, publicou sua obra intitulada *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità,* que apresentou ao mundo o método das Partidas Dobradas, rendendo-lhe o título de "Pai da Contabilidade".

Fez parte da corte de Ludovico Sforza, duque de Milão, onde conheceu e fez grande amizade com Leonardo Da Vinci. Este consultava Pacioli nos assuntos relacionados à Matemática. Em dezembro de 1498, Pacioli concluiu sua obra *De Divina Proportione*, com cerca de sessenta ilustrações feitas por Leonardo.

Quando os franceses derrubaram Ludovico do poder, em setembro de 1499, Pacioli e Leonardo fugiram e passaram a viver juntos em Florença. Em 1500, Pacioli foi indicado para ensinar geometria na Universidade de Pisa, que havia se transferido para Florença devido à revolta ocorrida nesta região em 1494. Posteriormente voltou a ensinar em Perugia e Bolonha.

Luca Pacioli fez a primeira tradução para o italiano dos *Elementos* de Euclides*,* baseado na versão latina de Campano.[9] Em 1509, publicou a *De Divina Proportione,* na oficina de Paganino de' Paganini em Veneza, já com outras duas partes e com o alfabeto paciolano. Após esse período, foi eleito superior do convento de sua cidade natal. Veio a falecer após 1514 (possivelmente em 1517), já que há notícias suas até 30 de agosto deste ano.

Dentre as possíveis pessoas influenciadas pelas obras de Pacioli podemos citar Leonardo Da Vinci, Albrecht Dürer, Girolamo Cardano, Nicolò Tartaglia, Rafael Bombelli e Pedro Nunes.

---

[6] Parte substancial do presente texto corresponde a BERTATO 2005. Observamos que, neste trabalho, as citações da *De Divina Proportione* em português são de tradução nossa.
[7] Atual Sansepolcro.
[8] Atual Zadar, Croácia. Neste período, esta cidade era território de Veneza.
[9] Cf. PACIOLI, 1942, p. 16 e TAYLOR, 1942, p. 311.

Figura 1 - *Ritratto di Fra Luca Pacioli con un allievo* (1495) – atribuído a Jacopo De Barbari. Museo e Gallerie di Capodimonte, Nápoles.

A obra: *De Divina Proportione*

O primeiro códice da *De Divina Proportione,* concluído em 9 de dezembro de 1498, foi dedicado ao Duque Ludovico Sforza e, pouco depois, outro viria a ser preparado para Galeazzo da Sanseverino, general do duque. O primeiro manuscrito encontra-se na *Bibliothèque Publique et Universitaire de Genève* e o segundo na *Biblioteca Ambrosiana di Milano.*[10] Pacioli contou com a amizade e proteção de Pier Soderini, autoridade de Florença, a quem provavelmente ofereceu um terceiro códice de sua obra, hoje totalmente perdido.

O conteúdo original desses códices consta basicamente da primeira parte da obra completa que foi impressa em 1509. Podemos afirmar que Leonardo Da Vinci foi autor das ilustrações da *De Divina Proportione* baseados nas próprias palavras de Pacioli:

> *"(...) o pequeno livro intitulado Divina Proporção. E com tanto entusiasmo que nele incluí esquemas feitos pela mão de nosso Leonardo Da Vinci, para fazê-lo mais instrutivo à vista".* (Pacioli, 1509, p. A ii recto)

O texto da versão impressa pode ser dividido em três partes principais, além do alfabeto paciolano.

A primeira parte é a que mais merece o título da obra, pois trata da razão áurea, ou o que Pacioli denomina "Divina Proporção". Contém um sumário das proposições dos *Elementos* de Euclides relacionados com a razão áurea, um estudo das propriedades dos poliedros regulares e a descrição de poliedros semi-regulares. Nos primeiros capítulos dessa parte, o autor trata da importância fundamental e universal da Matemática, além de dar alguns detalhes sobre o ambiente da Corte de Milão e apresentar os pré-requisitos para a compreensão da obra. Totaliza setenta e um capítulos. Devemos observar que Pacioli recomenda ao leitor o uso dos *Elementos* de Euclides como "guia indispensável".

A segunda parte é um tratado de arquitetura, baseado em Vitruvius, que considera medidas e proporções do corpo humano como regras para as construções dos edifícios e suas partes. Este tratado foi inspirado nos pedidos dos escultores e arquitetos, alunos de Pacioli, para que este mostrasse e ensinasse como aplicar em suas profissões aquilo que aprendiam sobre aritmética e geometria. Totaliza vinte capítulos.

A terceira parte é uma tradução, do latim para o italiano, do *Libellus de Quinque Corporibus Regularibus* de Piero della Francesca. Esta obra contém uma série de casos e problemas relacionados aos polígonos, aos poliedros regulares e outros poliedros. Totaliza 138 casos divididos em três tratados menores.

Ao final da obra encontram-se as ilustrações dos poliedros, algumas ilustrações referentes à arquitetura, e o alfabeto apresentado por Pacioli e por ele denominado *"alphabeto dignissimo antico"*. Tal alfabeto é uma tentativa de fornecer regras e princípios para a construção das letras que italianos e estrangeiros encontravam ao estudar os monumentos antigos. Pacioli não copiou o único alfabeto conhecido de Damianus Moyllus, publicado em 1480 e nem pôde copiar o manuscrito de Felice Feliciano de Verona, concluído em 1482. O frade é um dos primeiros que buscam proporções e comparações

[10] V. Obras de Luca Pacioli, p. xix.

com o corpo humano e que utiliza unicamente a régua e o compasso para ensinar aos seus alunos a reconstrução das inscrições.[11]

O livro foi escrito em dialeto italiano e possui citações e trechos em latim. É uma obra escrita com grande preocupação em ser clara, objetiva e didática. Suas fontes teóricas mais importantes foram os *Elementos* de Euclides, o *Timeu* de Platão, as obras de Vitrúvio, as idéias dos neoplatônicos florentinos, e outras obras da Idade Média, do mundo clássico e do Humanismo da época, cujos nomes não são mencionados explicitamente.

Neste trabalho, deter-nos-emos exclusivamente ao conteúdo da primeira parte da *De Divina Proportione*, isto é, ao conteúdo do manuscrito.

Sobre o título da obra

Pacioli acreditava que a razão áurea era uma manifestação do próprio Deus. Afirma que dentre as semelhanças que encontrou, bastam quatro para justificar esta afirmação:

1 - Esta proporção (razão) é uma e nada mais que uma. Segundo toda escola teológica e filosófica, esta unidade é o próprio epíteto de Deus.
2 - Correspondência com a Santíssima Trindade. Como *in divinis* há uma mesma substância entre três pessoas, isto é, Pai, Filho e Espírito Santo, da mesma forma uma mesma proporção (razão) deste tipo pode sempre ser encontrada entre três termos.
3 - Como Deus não pode ser definido e nem compreendido por palavras, também este tipo de proporção não pode ser determinado por número inteligível, nem ser representado por número racional.
4 - Assim como Deus não pode mudar, e é tudo em tudo e está em todas as partes, esta proporção também é invariável em toda quantidade.

Pacioli é adepto da concepção platônica de que a cada elemento da natureza corresponde um poliedro regular: fogo/tetraedro, terra/hexaedro, ar/octaedro, água/icosaedro e quinta-essência/dodecaedro. Como o dodecaedro não pode ser formado sem a razão áurea, ele compara a necessidade dessa razão para formar este poliedro, com a necessidade de Deus para criar e formar o universo.

Os "efeitos" da Divina Proporção

Pacioli lista algumas propriedades e resultados da Divina Proporção e batiza-os de *effecti*. Tais efeitos são descritos e tratados do Capítulo VII ao XXIII. O autor afirma que existem infinitos efeitos, porém, elege apenas treze, *"em reverência do grupo dos doze e de Seu Santíssimo mestre, Nosso Redentor Jesus Cristo"* (Cap. XXIII). Na verdade, o frade considera as primeiras proposições contidas no Livro XIII dos *Elementos* de Euclides, substituindo as demonstrações geométricas por exemplos numéricos. Cada um dos efeitos recebe um nome particular: *primeiro, essencial, singular, inefável, admirável, inominável, recíproco do precedente, inestimável, excelso, supremo, excelentíssimo, incompreensível e digníssimo*.

A seguir, apresentamos os treze efeitos:

[11] Cf. MORISON, 1933.

Capítulo VII - "DO PRIMEIRO EFEITO DE UMA LINHA DIVIDIDA SEGUNDO NOSSA PROPORÇÃO. Quando uma linha reta é dividida segundo a proporção que tem meio e dois extremos (...) se a sua maior parte se agrega a metade de toda a linha assim proporcionalmente dividida, seguirá necessariamente que o quadrado de seu conjunto sempre será o quíntuplo, isto é, cinco vezes o quadrado da dita metade inteira".

Capítulo XI - "DE SEU SEGUNDO ESSENCIAL EFEITO.[12] *Se uma quantidade é dividida em duas partes, e a uma soma-se uma quantidade, tal que o quadrado do dito conjunto seja o quíntuplo do quadrado da quantidade acrescida, segue necessariamente que a dita quantidade acrescida é a metade da primeira quantidade dividida nas duas ditas partes, e que aquela a qual se acrescenta é a sua maior parte, e que toda ela está dividida segundo nossa proporção.".*

Capítulo XII - "DE SEU TERCEIRO SINGULAR EFEITO. Se uma quantidade é dividida segundo a nossa proporção e a sua menor parte se acrescenta a metade da maior, então o quadrado do conjunto será sempre o quíntuplo do quadrado da metade da dita maior".

Capítulo XIII - "DE SEU QUARTO INEFÁVEL EFEITO. Se uma quantidade se divide segundo a nossa divina proporção e se a toda dita quantidade se acrescenta a sua maior parte, então o dito conjunto e a dita maior parte serão partes de uma quantidade assim dividida, e a maior parte desta segunda quantidade, assim dividida, será sempre toda a primeira quantidade".

Capítulo XIV - "DE SEU QUINTO ADMIRÁVEL EFEITO. Se uma quantidade se divide segundo a nossa dita proporção, o conjunto do quadrado da menor parte com o quadrado de toda a quantidade íntegra será sempre o triplo do quadrado da maior parte".

Capítulo XV - "DE SEU SEXTO INOMINÁVEL EFEITO. Nenhuma quantidade racional pode dividir-se segundo a nossa dita proporção sem que cada uma de suas partes seja irracional, chamada resíduo".

Capítulo XVI - "DE SEU SÉTIMO INESTIMÁVEL EFEITO. Se o lado do hexágono eqüilátero se une ao lado do decágono eqüilátero, entendo ambos como inscritos em um mesmo círculo, seu conjunto sempre será uma quantidade dividida segundo a nossa dita proporção e a maior parte será o lado do hexágono.".

Capítulo XVII - "DO OITAVO EFEITO, RECÍPROCO DO PRECEDENTE. Se uma linha é dividida segundo a proporção que tem o médio e dois extremos, a maior parte é sempre o lado do hexágono daquele círculo e a menor é o lado do decágono do mesmo".

Capítulo XVIII - "DE SEU NONO EFEITO, O MAIS EXCELSO DE TODOS. Se no círculo se forma o pentágono eqüilátero e de dois ângulos propínquos se subtenda duas linhas retas movidas dos términos de seus lados, necessariamente aquelas se dividirão segundo a

[12] Proposição falsa que deve ser reescrita. V. Nota 99 da tradução.

nossa proporção, e cada uma de suas maiores partes sempre será o lado do dito pentágono".

Capítulo XIX - "DO SEU DÉCIMO SUPREMO EFEITO. Se uma quantidade é dividida segundo a antedita proporção, todos os efeitos que dela e de suas partes podem resultar, em mesma habitude, número, espécie e gênero, resultarão de qualquer outra quantidade assim dividida".

Capítulo XX - "DE SEU DÉCIMO PRIMEIRO EXCELENTÍSSIMO EFEITO. Se se divide o lado de um hexágono eqüilátero segundo a nossa divina proporção, sempre a sua maior parte, necessariamente, será o lado do decágono circunscrito no mesmo círculo que o hexágono".

Capítulo XXI - "DE SEU DÉCIMO SEGUNDO QUASE INCOMPREENSÍVEL EFEITO. Se se divide uma quantidade segundo a nossa dita proporção, a raiz do conjunto do quadrado de toda a quantidade e do quadrado de sua maior parte, sempre será, em proporção com a raiz do conjunto do quadrado da dita quantidade e o quadrado de sua menor parte, como o lado do cubo com o lado do triângulo do corpo de vinte bases".

Capítulo XXII – "DE SEU DÉCIMO TERCEIRO DIGNÍSSIMO EFEITO. (...) *não é de pouca admiração que sem seu sufrágio não se possa nunca formar o pentágono.*[13]

Exatamente cinco *ad decorem universi*

Do Capítulo XXIV ao XXXI, o frade trata dos *corpos regulares* ou sólidos de Platão. Demonstra que não pode haver mais do que cinco poliedros regulares e apela para a correspondência já mencionada:

> *"Pois bem, os ditos são chamados regulares porque são de lados, ângulos e bases iguais, e um está contido exatamente no outro como se mostrará, e correspondem aos cinco corpos simples na natureza, a saber, terra, água, ar, fogo e quinta-essência, isto é, virtude celeste que sustenta em seu ser todos os demais. E como estes simples são bastantes e suficientes na natureza, se fosse de outra maneira seria argüir que Deus proveu em excesso ou em falta à necessidade natural, o que é absurdo, como afirma o Filósofo, dizendo que Deus e a Natureza não operam em vão, isto é, não faltam à necessidade e não a excedem. De maneira semelhante ocorre com as formas destes cinco corpos".*

Pacioli ensina como construir cada um desses poliedros inscritos em uma esfera. A partir do Capítulo XXXIV, trata das inscrições de poliedros regulares uns nos outros.

[13] Pacioli afirma que na proposição 10 do Livro IV dos *Elementos*, temos um procedimento para *"construir um triângulo de forma que um dos ângulos da base seja o dobro do outro"* e para tal fim necessitamos dividir um segmento em extrema e média razão (ou segundo a divina proporção).

Capítulo XXXIV – Octaedro inscrito no tetraedro.
Capítulo XXXV – Tetraedro inscrito no cubo.
Capítulo XXXVI – Octaedro inscrito no cubo.
Capítulo XXXVII – Hexaedro inscrito no octaedro.
Capítulo XXXVIII – Tetraedro inscrito no octaedro.
Capítulo XXXIX – Dodecaedro inscrito no icosaedro.
Capítulo XL – Icosaedro inscrito no dodecaedro.
Capítulo XLI – Cubo inscrito no dodecaedro.
Capítulo XLII – Octaedro inscrito no dodecaedro.
Capítulo XLIII – Tetraedro inscito no dodecaedro.
Capítulo XLIV – Cubo inscrito no icosaedro.
Capítulo XLV – Tetraedro inscrito no icosaedro.

Podemos notar que todos os demais poliedros regulares podem ser inscritos no dodecaedro. Devido a esse fato, afirma o frade, Platão atribuiu ao dodecaedro a correspondência com o universo. É de muito interesse que tais proposições encontram-se nos Livros XIV e XV de pseudo-autoria de Euclides.

Os corpos "dependentes"

Nos Capítulos XLVIII ao LIII, Pacioli descreve vários poliedros, dentre os quais alguns são semi-regulares. Tais descrições são acompanhadas de uma enumeração correspondente às ilustrações encontradas no final do texto.

Em geral, os poliedros obtidos de alguma forma pelo processo de truncar os corpos regulares, Pacioli denomina-os *Abscisus*, os obtidos pelo processo de composição (estrelados) de *Elevatus* e os regulares de *Planus*. Os corpos sólidos são chamados *Solidus* e os "esqueletos" *Vacuus*. Cinco dos poliedros de Arquimedes e a *Stella Octangula* de Kepler já aparecem entre as ilustrações. Este último poliedro é denominado *Octahedron Elevatum Solidum*.[14]

Sólidos e construção de edifícios

No Capítulo LIV, Pacioli trata do poliedro hoje conhecido como esfera de Campano. Este poliedro é formado por 48 faces quadriláteras não-regulares e por 24 triângulos isósceles. Tal corpo é classificado como não-dependente, isto é, não podemos obtê-lo a partir dos regulares.

O autor declara que tal corpo foi freqüentemente utilizado por arquitetos contemporâneos nas edificações, pois sua forma revela-se de grande utilidade para a construção de tribunas, abóbodas ou céus. Declara que o Panteão, em Roma, a igreja de San Satiro (ou Santa Maria presso San Satiro) e a tribuna do altar maior de Santa Maria delle Grazie, em Milão, foram construídos inspirados nesse corpo de setenta e duas faces.

Segundo Antonio M. González, este capítulo constitui, em si mesmo um pequeno tratado de arquitetura e que tais afirmações

[14] Na nomenclatura dos poliedros e colunas há variações entre a versão impressa e o manuscrito, onde encontramos *Octocedron Elevatus Solidus*.

> *“(...) no deja de ser sorprendente, pues un atento examen de los referidos edificios no permite una constatación literal con lo manifestado en el texto. De ser cierta, se trataria de una de las mayores novedades para nuestro conocimiento de la teoria arquitectonica del Renacimiento”* (Pacioli, 1991, p. 24).

O frade ataca os *“arquitetos modernos”* que, segundo ele, ignoravam a obra de Vitruvius e empreendiam em uma arte que não conheciam. Afirma que também o alfaiate e o sapateiro utilizam a geometria sem o saber, bem como toda a classe de trabalhadores, pois como já havia afirmado, *“tudo consiste em número, peso e medida”*.

É possível que Pacioli se refira a um grupo específico de arquitetos bem conhecido, já que não menciona nomes explicitamente, podendo ser o grupo responsável (estilo gótico) pelas ruínas nas obras realizadas em Milão durante o domínio de Ludovico Sforza. Afirma que por causa dos erros de alguns construtores, os custos para reparação e reconstruções são maiores do que os gastos para a construção e que tais indivíduos se denominam *“arquitetos e nunca viram nem pela capa o excelentíssimo volume de nosso digníssimo arquiteto e grande matemático Vitruvius”*.

Até o Capítulo LXV, trata sobre pirâmides e colunas e nos capítulos seguintes descreve como calcular o volume desses sólidos.

No Capítulo LXIX, Pacioli esclarece que basta o que escreveu sobre os corpos e que muito mais pode ser encontrado em sua obra *Summa*. Neste capítulo faz inúmeros elogios a Ludovico. O franciscano pede que o leitor não atribua o discurso à adulação, pois não é de “*adular tanto pela natureza, como pela profissão”*. No Capítulo LXX, o autor esclarece como encontrar as ilustrações através dos números correspondentes e no seguinte encontramos um pequeno vocabulário de termos utilizados.

Após o *"FINIS"*, na versão manuscrita, há o poema, que também se encontra em um manuscrito de Leonardo Da Vinci, com variações na escrita, e figura no início da versão impressa em 1509, juntamente com outras. Nesta última, formando corpo com a primeira, encontramos a segunda parte, que trata da arquitetura, e depois a tradução do *Libellus* de Francesca, o alfabeto paciolano e as xilogravuras feitas a partir das ilustrações de Leonardo.

Podemos inferir que Frà Luca Pacioli contava com grande prestígio entre seus contemporâneos, tanto pelos ilustres indivíduos com quem se relacionava, como Leonardo Da Vinci, Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Jacopo de Barbari, as cortes de Milão e Urbino, etc, quanto pelos lugares onde lecionou ou permaneceu, como Perugia, Veneza, Pádua, Milão, Florença e Roma, dentre outros. De fato, Pacioli era considerado um ótimo professor e expositor. Tal era sua fama que foi retratado lecionando sobre os poliedros regulares (Figura 1) e em um célebre quadro de Piero della Francesca (Figura 2).

O frade não economizava elogios a seus protetores e amigos, como também não economizava críticas àqueles que ignoravam os conhecimentos que ele acreditava ser de suma importância para qualquer indivíduo. Por sua formação e estilo, Pacioli precisava apresentar um conjunto de idéias e expor todo o *"mysterium"* por trás do conteúdo de sua obra. Além do conteúdo matemático, apresenta sua concepção mística, faz citações de filósofos e autores da Antigüidade e da Patrística, demonstrando sua cultura e dados biográficos através de recordações pessoais. A sua visão mística concordava com o ambiente renascentista. O conteúdo de sua obra, juntamente com suas idéias, criava um clima de *"Geometria Sagrada"*, que tanto interessava aos artistas da época e, neste contexto, Mestre Luca tornava-se o *"sacerdote da matemática"*. Tais conhecimentos atraíram Albrecht Dürer, que ansiava por dominar essa *"secretíssima ciência"*. Podemos dizer que sua obra *De Divina Proportione* foi escrita para ser uma obra de acessível leitura, podendo ser rápida e facilmente consultada quando necessário.

Fig. 2 - *"La Madonna col Bambino, Santi e Angeli e il duque Federico II da Montefeltro"* (Piero della Francesca, Pinacoteca de Brera, Milão). Pacioli é retratado como São Pedro (em cima, o segundo da direita para esquerda).

Obras de Luca Pacioli

Manuscritos

1. Tratado de álgebra. Dedicado aos filhos de Antonio Rompiasi. 1470. Paradeiro desconhecido.

2. *Tractatus ad discipulos Perusinos*. Ms. Vat. Lat. 3129, Perugia, 1476. *Biblioteca Vaticana*.

Obra sobre Aritmética, Geometria, Álgebra, etc. (SÁ, 2005, p. 61). Dedicatória a seus discípulos de Perugia em latim: *"Suis carissimis discipulis. egregiis clarisque iuvenibus perusinis nec non ceteris quibuscumque auditoribus dignissimis. eiusdem civitatis auguste Frate Lucas de Burgo Sancti Sepulcri provincie seraphici patris. nostri Sancti Francisci S(alutem) P(lurimam) D(icit)"*. Texto em italiano.

Manuscrito citado por Pacioli em *Summa*: *"commo nelli altri nostri quatro volumi de simili discipline per noi cõpilate hauemo vsati: cioe in quello che ali gioueni de peroscia in titulati nel 1476"* (PACIOLI, 1496, f. 67v).

3. Tratado de aritmética. Ms. Zara, 1481. Paradeiro desconhecido.

4. *De Divina Proportione*. Ms. *Bibliothèque Publique et Universitaire de Genève*. 9 dez. 1498.

Manuscrito dedicado a Ludovico Sforza, duque de Milão. O códice Sforzesco está encadernado em pergaminho branco e consta de 132 páginas, das quais, 2 constituem a dedicatória, 120 o texto, 9 o índice e uma em branco. Junto ao manuscrito estão os 60 desenhos coloridos de Leonardo da Vinci. Nota: *"Legue a la Bibliotheque par Ami Lulli – 1756"*.

5. *De Divina Proportione*. Ms. 170 sup.. *Biblioteca Ambrosiana* de Milão. 14 dez. 1498.

Manuscrito presenteado a Giangaleazzo da Sanseverino. Versão fac-símile publicada por Silvana Editoriale em 1982, 1986 e 2004.

6. *De Divina Proportione*. Ms. dedicado Pier Soderini. Paradeiro desconhecido.

7. *De Viribus Quantitatis.* Códice n. 250. *Biblioteca Universitaria di Bologna*. 309 folios.

Obra dividida em três partes:

Primeira: *Delle forze naturali cioé de Arithmetica.*
Segunda: *Della virtu et forza lineale et geometria.*
Terceira: *De documenti morali utilissimi.*

Manuscrito composto possivelmente entre os anos de 1496 e 1509, já que cita a *De Divina Proportione*, mas não a versão impressa:

"Et non mancho anchora in la sublime altra nr'a opera. detta della diuina proportione nelli anni similmente salutiferi. 1496. alo Ex.^{mo} et pontent^{mo} Duca de Milano Ludouico Maria. S F. dicata et con digniβima gratitudine præsentata [...]*"* (De Viribus Quantitatis, f. 1r.).

Esse manuscrito é proveniente da Biblioteca de Giovanni Giacomo Amadei (m. 1768), cônego de *Santa Maria Maggiore* de Bolonha.

Baldassare Boncompagni publicou a epístola dedicatória desse manuscrito em seu *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, vol. XII, 1879.

8. *De ludo scacchorum* ou *Schifanoia*. Ms. Dedicado ao Marquês de Mântua, Francesco Gonzaga, e sua esposa, Isabella d'Este.

Manuscrito sobre o jogo de xadrez, descoberto na biblioteca da *Fondazione Palazzo Corini Cronberg di Gorizia*, que conta com cerca de 20 mil volumes. O bibliófilo e historiador Duillio Contin identificou a obra entre os manuscritos do Conde Guglielmo Coronini (1905 - 1990). Casualmente, Serenella Ferrari Benedetti, coordenadora da Fundação, apresentou-lhe um manuscrito de autor anônimo. A descoberta foi confirmada pelo exame do paleógrafo Attilio Bartoli Langeli e de Enzo Mattesini, docente de Lingüística italiana na *Università di Perugia*. O manuscrito *De Ludo scacchorum* foi comprado pelo Conde Guglielmo Coronini, em 1963, na livraria que foi propriedade do poeta e bibliófilo Giuseppe Malattia della Vallata.[15]

Obras Impressas

1. *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportion*alità. Veneza: Paganinus de Paganini, 20 de nov. 1494.

Obra escrita em italiano e impressa com tipo *"rotonda"* (MORISON, 1933, p. 91). Dedicada a Guidobaldo da Montefeltro (1472 – 1508), duque de Urbino. Primeira edição. Taylor registra a existência de 99 exemplares até 1942 (TAYLOR, 1942, p. 339).

Diversas edições da *De computis et scripturis* foram publicadas, em italiano e em traduções. Corresponde à parte de Contabilidade da *Summa*, fols. 197v - 210v.

2. *De Divina Proportione*. Veneza: Paganinus de Paganini, 1 jun. 1509.

Dedicada a Ludovico Sforza, duque de Milão. Alguns exemplares não possuem o Tratado de Arquitetura (*"Libellus in tres partiales diuisus"*, cf. TAYLOR, 1942, p. 254) e há outras variações (cf. MORISON, 1933, p. 96). O exemplar da Biblioteca da *Universidad*

[15] Cf. *The Times*, 10 de março de 2008; *International Herald Tribune*, 14 de março de 2008.

de Sevilla possui uma introdução de geometria que o exemplar da microficha do CLE não tem.

3. *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità*. Toscolano: Paganinus de Paganini, 10 nov. – 20 dez. 1523.

Segunda edição de Summa. Em sua época, Taylor registra a existência de 36 cópias dessa edição (TAYLOR, 1942, p. 339). A página inicial difere da edição de 1494. Há pequenas alterações e algumas letras iniciais são idênticas as da obra *De Divina Proportione* de 1509.

4. *Euclidis Megarensis Philosophi acuratissimi... a Campano... tralata.* Veneza: Paganinus de Paganini, 11 jun. 1509.

A primeira edição impressa dos Elementos (Veneza, 1482) foi a tradução feita no século XIII a partir do texto árabe. Essa edição foi muito criticada por Bartolomeo Zamberti, quando este publicou sua tradução para o latim a partir do grego, em 1505. Pacioli publicou sua edição latina, baseada na de Campano, com emendas e notas. Jayawardene afirma sobre essa obra:

"It was published in order to vindicate Campanus, apparently at the expense of Ratdolt, the publisher of Campanus' translation". (GILLESPIE, 1970, p. 276).

5. Tradução para o italiano dos *Elementos de Euclides*. [1509]. Nenhum exemplar conhecido.

Referência do próprio Pacioli:

"[...] *e. ditto ali non mediocri affani posta gia la extrema mano con la egregia per noi similmente traductione de latino in uulgare de uerbo ad uerbum del maximo Monarcha dele Mathe*[ci] *discipline megarense. Euclide* [...]". (*De Viribus Quantitatis*, f. 2r).

Traduções da *De Divina Proportione*

Francês:

- *La Divine Proportion: oeuvre nécessaire à tous les esprits perspicaces et curieux...* Trad. G. Duschesne e M. Giraud com a colaboração de M. T. Sarrade. Paris: Librairie du Compagnonnage, 1980.

Alemão:

- *Fra Luca Pacioli, Divina Proportione: Die Lehre vom Goldenen Schnitt, nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 herausgegeben und übersetzt.* Trad. e ed. Constantin Winterberg. Wien: Carl Graeser, 1889.

Transcrição do original italiano e tradução para o alemão.

Espanhol:

- *La Divina Proporción.* Trad. Ricardo Resta. Buenos Aires: Editorial Losada, 1942.

Tradução argentina a partir do exemplar de 1509 da Biblioteca do Dr. Teodoro Becu, com Prólogo de Aldo Mieli.

- *La Divina Proporción.* Trad. Juan Calatrava. Madrid: AKAL, 1991.

Tradução espanhola a partir do exemplar manuscrito existente na Biblioteca Ambrosiana de Milão.

Luca Pacioli e a "Querela da Perspectiva": As Classificações das Matemáticas da Antigüidade Clássica ao fim do *Quattrocento*.[16]

Muitas foram as classificações das ciências ao longo da história. Até hoje, discute-se um critério de demarcação que permita discernir o que deve e o que não deve chamar-se ciência e como distingui-la quanto a sua natureza.

No mundo medieval, os ramos do conhecimento que formavam a base da educação do indivíduo consistiam das chamadas *Artes Liberales*. Estas serviam para a formação do homem livre (lat. *liber*), em contraste com as *Artes Iliberales*, cultivadas com fins econômicos.

As artes liberais podem ser divididas em dois grupos: o *Trivium* (ou *Artes Sermocinales* ou *triviales*) e o *Quadrivium* (ou *Artes Reales* ou *Physicae,* ou ainda *quadriviales*). O *Trivium*, que significa "cruzamento de três caminhos", era constituído pela Gramática, Retórica e Dialética (ou Lógica), artes consideradas mais elementares. As disciplinas matemáticas Aritmética, Geometria, Astronomia e Música compunham o *Quadrivium*, que por sua vez significa "cruzamento de quatro caminhos". As artes do *Quadrivium* eram consideradas intermediárias, sendo o objetivo final a aquisição de uma forma de conhecimento superior, através da Filosofia e da Teologia. São bem conhecidos os versos mnemônicos de circulação medieval, que resumem as funções das Artes Liberais:

> *Gram loquitur, Dia verba docet, Rhet verba colorat,*
> *Mus canit, Ar numerat, Geo ponderat, Ast colit astra*
> (LEWIS,1994, p. 186).[17]

Naturalmente, qualquer classificação dos ramos do saber, a despeito de sua grande influência, não poderia ser unanimemente aceita. Frà Luca Pacioli (1445 – 1517?), no epicentro do advento da Perspectiva Linear, defendia a inclusão desta nas artes do *Quadrivium*:

> *"Porém, nosso juízo, ainda que baixo e incapaz, reduzem-nas a três ou cinco, isto é, Aritmética, Geometria e Astronomia, excluindo-se destas a Música, por tantas razões quanto as que eles dão para excluírem das cinco a Perspectiva, ou agregando esta às quatro, por tantas razões quanto são as que agregam às nossas três a Música.* [...] *Estimo que tantos sábios não devam estar errados, porém, apesar de seus dizeres, minha ignorância não cede"* (PACIOLI, 1498, f.VIIIIv – Xr).[18]

Em uma curiosa mescla de teimosia intelectual e humildade franciscana, as palavras de Pacioli nos introduzem em uma disputa acerca do status da Perspectiva e da Pintura em fins do *Quattrocento*, da qual participou também seu amigo Leonardo Da Vinci (1452 - 1519). Dentre várias considerações a serem realizadas no estudo do Renascimento, não é de se desprezar dois marcos, a saber, o retorno à Antigüidade e o desenvolvimento da Perspectiva como interpretação da realidade.

---

[16] O texto que apresentamos a seguir corresponde, com algumas alterações, a BERTATO & D'OTTAVIANO 2007.

[17] *"A Gramática fala, a Dialética ensina as palavras, a Retórica colore as palavras, a Música canta, a Aritmética conta, a Geometria pesa, a Astronomia se ocupa dos astros."*

[18] *"Ma el nostro iudicio benche imbecille et basso sia o tre o cinque ne constringe. cioe Arithmetica. Geometria. e astronomia excludendo la musica da dicte per tante ragioni quante loro dale .5. La prospectiua e per tante ragione quella agiognendo ale dicte quatro per quante quelli ale dicte nostre .3. la musica.* [...] *pur existimo tanti saui non errare. E per lor dicti la mia ignoranza non si suelle."*

O objetivo deste capítulo é apresentar a discussão de Luca Pacioli sobre a relevância da Perspectiva como disciplina matemática. Iniciamos com uma breve história do *Quadrivium*, sua origem, seu desenvolvimento e seu estabelecimento.

1 - Antigüidade Clássica

Denominamos por Antigüidade Clássica a civilização grego-romana existente entre os séculos VI a.C. e V d.C. Poderíamos dizer, em linhas gerais, que o mundo grego desenvolveu um modelo de cultura e de reflexão intelectual que foi absorvido pelos romanos e que, consequentemente, muito influiu em caracterizações gerais da civilização ocidental.

O classicista alemão Werner Jaeger chega a afirmar que *"por muito elevadas que julguemos as realizações artísticas, religiosas e políticas dos povos anteriores, a história daquilo que podemos com plena consciência chamar de cultura só com os Gregos começa"*.[19] (JAEGER, s/d , p.4). Bertrand Russel, afirma *"Philosophy and science as we know them are Greek inventions. The rise of Greek civilization which produced this outburst of intellectual activity is one of the most spectacular events in history. Nothing like it has ever occurred before or since"* (RUSSELL, 2003, p. 20). Não discutiremos tais asserções, mas elas evidenciam a importância dada aos desenvolvimentos obtidos pelos gregos, por considerável número de autores.

A seguir, faremos um breve estudo sobre alguns termos empregados pelos gregos para designar os tipos de conhecimento relacionados com sua matemática.

1.1 - *Τέχνη καὶ ἐπιστήμη* (*Téchne* e *Epistéme*)

Costuma-se traduzir a palavra grega *τέχνη* (*téchne*) por "arte", mas, dentre suas outras acepções, poderíamos destacar "arte manual", "indústria", "ofício", "conhecimento teórico" e "método". *Téchne* denotava uma habilidade manual ou uma habilidade do espírito, um ramo do conhecimento, uma ciência prática. *'Επιστήμη* (*Epistéme*), por sua vez, também poderia ser traduzida por "arte" ou ainda por "habilidade", "conhecimento", "saber" ou "ciência". Se *téchne* é a ciência prática, *epistéme* é a ciência teórica, o conhecimento verdadeiro, em oposição à opinião (*δόξα*) irrefletida (cf. PLATÃO, *Republica* V, 477b). Como é bem sabido, é difícil dar uma definição precisa desses termos, pois, a semântica depende do período estudado, do autor considerado e da evolução de seu pensamento. Entre *epistéme* e *téchne* existe uma relação íntima e também um contraste fundamental, ora são utilizados sem distinção, ora com sentido diverso (cf. PARRY, 2003).

Aristóteles faz uma clara distinção entre as *epistémai* e as *téchnai* em sua *Ética a Nicômaco*, ainda que tal distinção não seja sempre observada na totalidade de sua obra. Juntamente com a *φρόνησις* (*phrónesis*, prudência), a *σοφία* (*sophia*, sabedoria) e a *νοῦς* (*noûs*, razão pura), outras atividades derivadas da racionalidade da alma constituem as chamadas virtudes intelectuais. As *téchnai* estão mais próximas da experiência, não focalizam o conhecimento em si, são atividades sobre o que é não-necessário. Ocupam-se

[19] *"So hoch wir auch die künstlerische, religiöse und politische Bedeutung der früheren Völker schätzen mögen, beginnt doch die Geschichte dessen, was wir als Kultur in unserem bewussten Sinne bezeichnen können, nicht eher als bei den Griechen."* (JAEGER, 1973, p. 3).

da reprodução de conhecimentos verificáveis empiricamente, sem a busca por explicações, isto é, as *téchnai* estão voltadas para a produção (*ποίησις*, *poiésis*), não sendo em si e por si um fim. As *epistémai* voltam-se para o conhecimento do universal, do necessário, do absoluto, buscam a causa para melhor compreender e operam com a demonstração.

Em geral, considera-se que, para os gregos, havia certa identificação entre ciência e filosofia. Portanto, ao tratarmos da divisão das ciências, na cultura helênica, tratamos também da divisão da filosofia.

1.2 – *Μαθηματική* (*Mathematiké*) e as origens do *Quadrivium*

A palavra grega *μαθήματα* (*mathémata*), que costuma ser traduzida por "matemática", é o plural de *μάθημα* (*máthema*), que poderia ser traduzida por "estudo", "ciência" ou "conhecimento". Essas palavras estão relacionadas com o verbo *μανθάνω* (*mantháno,* "aprender", "estudar", "instruir-se") e com *μαθηματικός* (*mathematikós*, "que se dá ao estudo"). Em Platão, o termo *máthema* é empregado em um sentido muito mais amplo, para qualquer objeto de estudo ou instrução. Segundo Sir Thomas Heath, *"the words μαθήματα* and *μαθηματικός do not appear to have been definitely appropriated to the special meaning of mathematics and mathematicians or things mathematical until Aristotle's time"* (HEATH, 1981, p.10).

Em um fragmento atribuído a Arquitas de Tarento (c. 428 - c. 347 a.C.), filósofo-rei amigo de Platão, encontra-se o emprego do termo *mathémata* no sentido de ciências matemáticas (cf. verbete *μάθημα* em LIDDELL, 1940):

> *"Let us now cite the words of Archytas the Pythagorean, whose writings are said to be mainly authentic. In his book On Mathematics right at the beginning of the argument he writes thus:*
>
> *"The mathematicians seem to me to have arrived at true knowledge, and it is not surprising that they rightly conceive the nature of each individual thing; for, having reached true knowledge about the nature of the universe as a whole, they were bound to see in its true light the nature of the parts as well. Thus they have handed down to us clear knowledge about the speed of the stars, and their risings and settings, and about geometry, arithmetic and sphaeric, and, not least, about music; for these studies* [*μαθήματα*] *appear to be sisters"* (THOMAS, 1991, p. 5).[20]

Neste trecho do chamado Fragmento 1 (Frag. 1), Arquitas lista quatro ciências (*mathémata*), a saber, geometria, aritmética, astronomia (*esférica*) e música, configurando, dessa maneira, o mais antigo testemunho da existência de um *quadrivium* pitagórico.[21] Como veremos, o programa de formação do filósofo apresentado na *República* de Platão, reflete a classificação das *mathémata* apresentada por Arquitas. É de se notar que, nessa obra, Sócrates fale sobre a Astronomia e a Harmonia como irmãs, em explícita referência aos Pitagóricos (PLATÃO, *Republica*, VII, 530d). Paul Shorey considera que o Frag. 1 é uma cópia desse trecho da *República* (PLATÃO, 1969).

---

[20] Citado por Porfírio em seu comentário sobre a *Harmonica* de Ptolomeu (MULLACH, 1860, p. 564). Acerca da autenticidade e formas variantes do Frag. 1, v. HUFFMAN, 1985 e para maiores detalhes sobre Arquitas e seus escritos v. HUFFMAN, 2004.

[21] Identifica-se a *esférica* com a astronomia (cf. HEATH, 1981, p. 11 e HUFFMAN, 2004, p. 243).

Santo Anatólio de Alexandria (séc. III d. C.), afirma que os Pitagóricos foram os primeiros a empregar o termo *μαθηματική* (*mathematiké*, feminino de *mathematikós*), exclusivamente para a geometria e a aritmética:[22]

> *"Why is mathematics* [*μαθηματική*] *so named?*
> *"The Peripatetics say that rhetoric and poetry and the whole of popular music can be understood without any course of instruction, but no one can acquire knowledge of the subjects called by the name of* mathematics *unless he has first gone through a course of instruction in them; and for this reason the study of these subjects was called* mathematics. *The Pythagoreans are said to have given the special name* mathematics [*μαθηματική*] *only to geometry and arithmetic; previously each had been called by its separate name, and there was no name common to both"* (THOMAS, 1991, p. 3).

Parece razoável que o uso de *mathematiké*, para designar as ciências matemáticas, seja devido à escola de Pitágoras, já que como nos relatam Porfírio (c. 234 – c. 305 d.C.) e Jâmblico (c. 245 - c. 325 d.C.), seus discípulos eram divididos em dois grupos: os *μαθηματικοί* (*mathematikoí*), que aprendiam uma versão mais elaborada da doutrina, e os *ἀκουσματικοί* (*akousmatikoí*, derivado de *ʼακούω,* "ouvir"), que eram discípulos exotéricos, que somente podiam ouvir os ensinamentos de Pitágoras, sem vê-lo (cf. PORFÍRIO, 1816, p. 68; JÂMBLICO, 1989, p. 35; MCKIRAHAN, 1994, p. 89 - 91).

Outro testemunho, um pouco mais tardio, desta classificação pitagórica, bem como a existência de outras classificações das matemáticas, podem ser encontrados na obra de Proclus (412 – 485 d.C.). Citemos um trecho de seu Comentário ao Livro 1 dos *Elementos* de Euclides:

> *"The Pythagoreans considered all mathematical sciences to be divided into four parts: one half they marked off as concerned with quantity (*ποσόν*), the other half with magnitude (*πηλίκον*); and each of these they posited as twofold. A quantity can be considered in regard to its character by itself or in its relation to another quantity, magnitudes as either stationary or in motion. Arithmetic, then, studies quantity as such, music the relations between quantities, geometry magnitude at rest, spherics magnitude inherently moving"* (PROCLUS, 1992, p. 29 - 30).
> *"But others, like Geminus, think that mathematics should be divided differently* [...]" (PROCLUS, 1992, p. 31).

De acordo com Proclus, o estóico Geminus (c. 10 a.C. – c. 60 d.C.) considera, em sua divisão das matemáticas, por um lado, as ciências concernentes com as coisas inteligíveis, Aritmética e Geometria e, por outro, as concernentes com as coisas sensíveis,

---

[22] Santo Anatólio foi bispo de Laodicéia, na Síria, por volta de 283 d.C. É citado por Eusébio de Cesaréia: *"Eusebius, who had come from the city of Alexandria, ruled the parishes of Laodicea after Socrates.* [...] *Anatolius was appointed his successor; one good man, as they say, following another. He also was an Alexandrian by birth. In learning and skill in Greek philosophy, such as arithmetic and geometry, astronomy, and dialectics in general, as well as in the theory of physics, he stood first among the ablest men of our time, and he was also at the head in rhetorical science. It is reported that for this reason he was requested by the citizens of Alexandria to establish there a school of Aristotelian philosophy"* (EUSÉBIO, 1890, p. 318, *Hist. Eccl.*, VII, 32). A citação apresentada encontra-se nas *Definitiones* de Heron de Alexandria (c. 10 – c. 75 d. C.), que viveu dois séculos antes de Anatólio! Para maiores detalhes v. TANNERY, 1887 p. 177.

Mecânica, Astronomia, Ótica, Geodésia, Canônica e Logística (cf. TANNERY, 1887, p. 38 - 52). Anatólio faz a mesma classificação (cf. THOMAS, 1991, p. 19 e TANNERY, 1887 p. 42 - 43).

1.3 - Platão

Platão, em sua obra *Político*, divide a ciência (*epistéme*) em *πρακτική* (*praktiké*), que é a prática ou ciência da ação, como a arquitetura, e *γνωστική* (*gnostiké*), que é a ciência do conhecer ou teórica, como a aritmética.[23] Poderíamos considerar essa a sua divisão da ciência. Todavia, como observam alguns autores, Platão não apresenta em seus escritos uma divisão da Filosofia de forma explícita e, a partir de testemunhos mais antigos, seu sistema pode ser dividido em três partes: Dialética, a ciência da Idéia em si; Física, o conhecimento da Idéia como incorporada no mundo dos fenômenos, e a Ética, ou ciência da Idéia incorporada na conduta humana e na sociedade humana (TURNER, 1911; PECK, 1898; SCHWGLER, 1856, p.82-83). Para Platão, as matemáticas compunham a propedêutica à Filosofia.

"Ninguém desprovido de geometria pode entrar".[24] Diz-se que esta célebre sentença estava escrita no pórtico de entrada da Academia de Platão. Tal exigência serve para ilustrar a bem conhecida importância dada por Platão às matemáticas, em particular à Geometria, visto que "Deus sempre geometriza".[25] Verifica-se no *curriculum* de formação dos filósofos-governantes (Guardiões), proposto por Platão no Livro VII da *República*, o papel fundamental das matemáticas. O objetivo de seu programa era o preparo do espírito para o cultivo da Dialética, cujo fim é o conhecimento do Bem (cf. 533b-e). Os futuros governantes deveriam ter um conhecimento exato das matemáticas, que muito acima de sua utilidade, na guerra por exemplo, facilitariam a passagem da alma da mutabilidade à verdade e à essência (cf. 525c), reavivando um órgão, cuja salvação importa mais do que mil órgãos da visão (cf. 527e).

Eis a seqüência de estudos (*mathemáta*) aos quais os Guardiões, entre vinte e trinta anos de idade, deveriam se dedicar após dois anos de formação em Música e Ginástica (II, 376e): Aritmética (522c)[26], Geometria (526c), Estereometria (528a), Astronomia (528e) e *Harmonia*[27] (530d). Temos aqui os mesmos componentes (*téchnai*) do ulteriormente chamado *Quadrivium*, com um acréscimo, a Estereometria. Se considerarmos que a geometria dos sólidos já havia sido estudada pelos pitagóricos, por Demócrito (c. 460 a.C. – c. 370 a.C.) e outros, a distinção entre a Geometria e a Estereometria torna-se apenas uma formalidade, para evidenciar os poucos avanços realizados, na época, nesta "nova ciência" (cf. HEATH, 1981, p. 12). Com efeito, podemos averiguar a incorporação da Estereometria à Geometria, realizada por Platão em sua obra *Leis* (VII, 817e):

---

[23] *"ταύτῃ τοίνυν συμπάσας ἐπιστήμας διαίρει, τὴν μὲν πρακτικὴν προσειπών, τὴν δὲ μόνον γνωστικήν"* [*"In this way, then, divide all science in two parts, calling the one practical, and the other purely intellectual"*] (*Politicus*, 258e).

[24] Segundo o escritor bizantino Johannes Tzetzes (c. 1110 – c.1180), *"Πρὸ τῶν προθύρων τῶν αὐτοῦ γράψας ὑπῆρχε Πλάτων· 'Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην'"* [*"Over his front doors Plato wrote: 'Let no one unversed in geometry come under my roof'"*] (THOMAS, 1991, p. 386 - 387). Frequentemente citada em uma versão mais resumida: *"ἀγεωμέτρητος μηδεις εἰσίτω"*.

[25] *"ἀεὶ Θεὸς γεωμετρεῖ"* (cf. THOMAS, 1991, p. 387; PLUTARCO, *Convivalium Disputationem,* VIII, 2).

[26] *Λογιστική* ("arte do cálculo") *καὶ ἀριθμητική* ("teoria dos números"). Cf. HEATH, 1981, p. 13.

[27] Platão emprega o termo *ἁρμονία* (*harmonia*) em contraste com *μουσική* (*mousiké*) como música popular dos mestres de lira (cf. THOMAS, 1991, p. 7).

> *"Then there are, of course, still three subjects [τρία μαθήματα] for the freeborn to study. Calculations and the theory of numbers form one subject; the measurement of length and surface and depth make a second; and the third is true relation of the movement of the stars one to another"* (THOMAS, 1991, p. 21).

Além de corroborar com a veracidade da conclusão sobre a Geometria como ciência do plano e dos sólidos, este trecho é mais um exemplo que pode reforçar o emprego da palavra *mathémata* no sentido tratado na seção 1.2. Segundo Heath, a preeminência dada às matemáticas, no esquema educacional platônico, pode ter encorajado o hábito de tratá-las por *mathémata* (HEATH, 1981, p. 10). Nota-se também a particularidade de tais assuntos serem explicitamente classificados como objetos de estudo de homens livres, concordando com a concepção de artes liberais já mencionada.

Segundo Jaeger, foram os sofistas que incluíram as *mathémata*, identificadas com o *Quadrivium*, na mais alta cultura grega (JAEGER, s/d, p. 341). É difícil saber de que forma Platão as recebeu, o que sabemos realmente é que, outros já as expuseram como fundamentais na educação.[28] Protágoras, no diálogo de Platão que recebe seus nome, expõe a educação proposta por outros sofistas, contra a sua baseada na arte da política, para formar bons cidadãos:

> *"For Hippocrates, if he comes to me, will not be treated as he would have been if he had joined the classes of an ordinary sophist. The generality of them maltreat the young; for when they have escaped from the arts [τήχναι] they bring them back against their will and force them into arts [τήχναι], teaching them calculation [λογισμός], astronomy and geometry and music"* (PLATÃO, *Protagoras*, 318d-e).

O classicista escocês James Adam considera este trecho como um registro do uso do termo "arte" (*téchne*) aplicado por excelência ao *Quadrivium*, no tempo de Platão. Segundo ele, as artes propedêuticas de Platão, apresentadas na *República*, são essencialmente as mesmas do *Quadrivium* medieval (ADAM, 1901, p. 220).

1.4 - Aristóteles

"*Todos os homens desejam por natureza o saber*".[29] É com essa sentença que Aristóteles inicia a sua Metafísica. Segundo o Estagirita, pela admiração teve início o filosofar[30] e, por esse desejo natural de saber, juntamente com o ócio de homens livres, os sacerdotes egípcios se admiraram com certos fenômenos celestes e da sua busca por explicações nasceram as artes (*téchnai*) matemáticas.[31] É sobre sua autoridade (não

---

[28] Cf. *Hippias Major*, 285b; *Theaetetus*, 145a-d. Sobre o contato de Platão com os pitagóricos v. CÍCERO,1877, p. 25, *Tusculanae Disputationes*, I, 17.

[29] *"Πάντες ἄνθρωποι τοῦ εἰδέναι ὀρέγονται φύσει"* (*Metaphysica*, I, 1, 980a, 1). Para a tradução do grego dos trechos citados, nos baseamos nas traduções que constam da Bibliografia e utilizamos PERSCHBACHER, 1996 e os excelentes recursos do *Word Study Tool* do *The Perseus Digital Library* (http://www.perseus.tufts.edu/).

[30] *"διὰ γὰρ τὸ θαυμάζειν οἱ ἄνθρωποι καὶ νῦν καὶ τὸ πρῶτον ἤρξαντο φιλοσοφεῖν"* ["*Foi pela admiração que os homens, assim hoje como no início, começaram a filosofar"*] (*Metaphysica* I, 2, 982b, 12).

[31] *"διὸ περὶ Αἴγυπτον αἱ μαθηματικαὶ πρῶτον τέχναι συνέστησαν, ἐκεῖ γὰρ ἀφείθη σχολάζειν τὸ τῶν ἱερέων ἔθνος"* [*"Assim, em diversas partes do Egito, se originaram pela primeira vez as artes matemáticas, porque aí se consentiu que a casta sacerdotal vivesse no ócio"*] (*Metaphysica*, I, 1, 981b, 23-24).

exclusivamente) que aqueles que o chamam de *o Filósofo* se baseiam ao iniciar uma obra, durante o Medievo e Renascimento.[32]

A divisão do saber ou classificação das atividades intelectuais de Aristóteles é constituída por três grupos:[33]

- *Poiéticas* ou *produtivas* (*ποιητικαί, poietikai*), que estudam as obras da inteligência produzidas com materiais preexistentes (objetos e obras de arte): poética, retórica e lógica;
- *Práticas* (*πρακτικαί*, *praktikai*), que investigam a ação do homem em suas diversas formas: ética, política e economia;
- *Ciências teóricas* ou *especulativas* (*θεωρητικαί, theoretikai*), as mais elevadas, se ocupam dos princípios da existência e à especulação: matemática, física e ciência primeira (metafísica ou teologia).[34]

Aristóteles estabelece uma hierarquia entre as ciências em que as especulativas têm primazia[35] e, como podemos ver, em sua classificação, a matemática é uma ciência especulativa[36].

1.5 Artes Liberais

O grande apreço dos gregos pelas atividades puramente intelectuais, conduziu-os a um certo desprezo pelas atividades manuais. Esse contraste resultou em uma classificação do saber amplamente aceita na Antigüidade, naquelas que os romanos denominaram *"artes liberales"* e *"artes vulgares"*[37]. Como observa Władysław Tatarkiewicz, a distinção entre elas apareceu muito cedo, tornando impossível determinar seu autor (TATARKIEWICZ,

---

[32] O título de "o Filósofo" era atribuído ao Estagirita por autores, como Tomás de Aquino (cf. *Summa Theologiae*, I q. 1, a. 1, a. 3, a. 4 etc). Com muita freqüência, encontram-se no início das obras de autores medievais e renascentistas citações de Aristóteles (cf. *"Il Convivo"* de Dante). Tal uso corrente de citações, particularmente em obras fabulosas e profanas, mereceu menção de Miguel de Cervantes, no Prólogo de seu livro *Don Quijote de la Mancha*: " (...) *tan llenos de sentencias de Aristóteles, de Platón y de toda la caterva de filósofos, que admiran a los leyentes y tienen a sus autores por hombres leídos, eruditos y elocuentes?"*. Dos matemáticos renascentistas citamos dois italianos e um português. Assim inicia Luca Pacioli o Capítulo II de sua *De Divina Proportione*: *"Propter admirari ceperunt philosophari. Vole Ex^{o} D. la proposta auctorita del Maestro de color che sanno che dal uedere hauesse initio el sapere..."* (PACIOLI, 1498, f. IIIIr). Niccolò Tartaglia, em sua tradução dos *Elementos*, escreve: *"Tvtti gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere"* (TARTAGLIA, 1565 , f. 3r, sob o título *Lettione de Nicolo Tartalea Brisciano, sopra tvtta la opera di Evclide Megarense, acvtissimo mathematico*). O português Gaspar Nicolas escreve em seu *Tratado de Pratica Darysmetica*: *"Todos hos homeēs naturalmente ylustre senhor desejam saber: segūdo aristotiles no prymeyro da metafisyca [e]t como quer que as artes liberaes ha arismetyca seja fundamento de todas..."* (NICOLAS, 1519, *Prologo*). Até o início do século XII, o pensamento de Aristóteles era conhecido basicamente através das obras (traduções, comentários, etc.) de Boécio (480 - 524). Outros de seus tradutores que merecem destaque são Guillermo de Moerberke (1215 - 1286) e Cardeal Giovanni Bessarione (1402 - 1472).

[33] *"ὥστε εἰ πᾶσα διάνοια ἢ πρακτικὴ ἢ ποιητικὴ ἢ θεωρητική* (...)*"* [*"Portanto se toda atividade intelectual é ou prática ou produtiva ou especulativa*...] (*Metaphysica* VI, 1, 1025b, 26). Curiosamente, Diógenes Laércio (c. 200 – c. 250) atribui essa divisão a Platão (cf. DIÓGENES LAÉRCIO, 1862, p. 87). Talvez esta tenha sido adotada na Academia no tempo de Diógenes.

[34] *"ὥστε τρεῖς ἄν εἶεν φιλοσοφίαι θεωρητικαί, μαθηματική, φυσικέ, θεολογικέ"* [*"Deve haver então três filosofias especulativas, matemática, física e teologia"*] (*Metaphysica*, VI, 1, 1026a, 18-19). Ptolomeu, no início de seu *Almagesto*, confirma que a autoria desta subdivisão das filosofias teóricas é de Aristóteles.

[35] *"θεωρητικαὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν αἱρετώταται"* [*"As especulativas são preferíveis a todas as demais ciências"*] (*Metaphysica*, VI, 1, 1026a, 23). Dentre as ciências especulativas a teologia é a primaz.

[36] *"ἀλλ᾽ ἔστι καὶ μαθηματικὴ θεωρητική"* [*"mas a matemática também é especulativa"*] (*Metaphysica*, VI, 1, 1026a, 9).

[37] Também chamadas de *βαναυσικάι* ,*" illiberales"* ou *"sordidae"*. Podemos considerar que ao homem livre, cultivador das artes liberais, atribui-se o *"otium"* (ócio, em grego, *σχολή*).

1963 – p. 233). Podemos considerar que havia uma equivalência de acepções entre os termos *epistéme* e *téchne* dos gregos e a *scientia* ("ciência") e *ars* ("arte") dos latinos, respectivamente (cf. LEWIS & SHORT, 1879; KRISTELLER, 1951, 498).

Galeno (c. 129 – c. 216), em sua obra *Protrepticus*, considera a Medicina, a Retórica, a Música, a Geometria, a Aritmética, a Filosofia, a Astronomia, a Literatura e a Jurisprudência como "artes veneráveis", em contraposição com as "artes desprezíveis", dependentes de trabalho manual. Galeno afirma, hesitante, que a pintura e a escultura também poderiam ser consideradas como pertencentes a primeiro grupo (GALENO, 1930, *Protrepticus*, 14).

O registro mais antigo do emprego de *"artes liberales"* pode ser encontrado na obra de Cícero (106 a.C. – 43 a.C.), particularmente em *De Oratore*, onde contrasta as artes que são dignas do homem livre (*"artes quae sunt libero dignae"*) com as artes servis (*"artes serviles"*)(CÍCERO, 1830, p. 35, *De Oratore*, III, 16). Como liberais, Cícero enumera a Geometria, a Literatura, a Poesia, a Ciência Natural, a Ética e a Política, todavia, não fornece uma lista completa.

Às artes *liberales* e *vulgares*, Sêneca (4 a.C. - 65 d.C), baseado em Posidonius (c. 135 a.C. - 51 a.C.), acrescenta as *"artes pueriles"*, destinadas a instrução, e as *"artes ludicrae"*, destinadas à diversão (SÊNECA, 1842, p. 438, *Epistolae Morales*, XIII, 3). Sêneca ainda inclui entre as Artes Liberais a Medicina e nega o mesmo status à Pintura e à Escultura:

> *"I will not be induced to admit that painters or sculptors practise a liberal art, or the other ministers of luxury"* (SÊNECA, 1842, p. 436, *Epistolae Morales*, XIII, 3).[38]

É de se notar que os romanos não tinham a mesma admiração pelas matemáticas que os gregos, pois aqueles estavam mais interessados no cultivo da *"Humanitas"*, em especial, da Gramática e da Retórica. Outro fato a se observar é que no latim tardio, *mathematicus* era empregado em um sentido vulgar, significava adivinho, astrólogo, mago (cf. STO AGOSTINHO, *De Genesi ad Litteram*, II, xvii, 37).

A organização definitiva das Artes Liberais nasce da obra do enciclopedista pagão Marciano Capella (séc. V), ainda que classificações semelhantes das artes tenham sido realizadas antes. Nos dois primeiros livros de sua obra *De Nuptiis Philologiae et Mercurii et de septem Artibus liberalibus libri novem*, Capella apresenta alegoricamente as sete Artes Liberais como virgens à noiva Filologia e, nos sete livros seguintes, trata particularmente de cada uma delas.

2. Idade Média e os "Sete Pilares da Sabedoria"[39]

Como herdeiros das teorias elaboradas pelos antigos, podemos dizer que, com relação à divisão do saber, os autores medievais seguiam duas grandes tradições: a que denominamos platônica divide a Filosofia em Física, Ética e Lógica, e a que denominamos aristotélica divide a Filosofia em Teórica, Prática e Poiética.

---

[38] "[...] *non enim adducor ut in numerum liberalium artium pictores recipiam, non magis quam statuarios aut marmorarios aut ceteros luxuriae ministros"*.

[39] Interessante relação pode ser feita entre as Sete Artes Liberais e os significados dos números 3, 4 e 7, para os cristãos, particularmente com a seguinte sentença de Provérbios X, 1: *"Sapientia aedificavit sibi domum excidit columnas septem"*.

Na *De institutione arithmetica* de Boécio (c. 480 – c. 524) encontramos o primeiro registro do uso do termo *"Quadrivium"*, distinguindo a Aritmética, a Geometria, a Música e a Astronomia, como indispensáveis para a aquisição do *saber* (*"sapere"*), que é ao mesmo tempo um conhecimento intelectual e prático:

> *"Se o investigador carece dessas quatro partes, não poderá encontrar o que é verdadeiro, e sem essa especulação da verdade nada pode ser retamente sabido* [...] *Este, pois é o Quadrivium"* (BOÉCIO, 1867, p.9, *De institutione arithmetica*, I, 1).[40]

Foi Cassiodoro (c. 485 – c. 585), discípulo e amigo de Boécio, quem incorporou as Artes Liberais nos estudos dos monges, nas obras *Institutiones divinarum et saecularum litterarum* e *De artibus ac disciplinis liberalium litterarum*. Santo Isidoro de Sevilha (560 - 636) definiu-as, em suas *Etymologiae*,[41] da seguinte maneira:

> *"Sete disciplinas compõem as Artes Liberais. A primeira é a Gramática, o conhecimento da língua. A segunda é a Retórica, que pelo brilho e abundância de sua eloqüência é considerada necessária sobretudo nas questões civis. A terceira é a Dialética, conhecida também como Lógica, que separa nas disputas mais sutis o verdadeiro do falso. A quarta é a Aritmética, que contém as relações dos números e sua divisão. A quinta é a Música, que consiste na arte do poema e do canto. A sexta é a Geometria, que compreende as medidas e dimensões da terra. A sétima é a Astronomia, que contém as leis dos astros"* (ISIDORO, *Etymologiae*, I, 2).[42]

Isidoro afirma que, segundo alguns autores, pode ser considerado *ars* aquilo que consiste das regras e dos preceitos de uma arte[43] e *disciplina* uma ciência completa[44]. Também atribui a Platão e Aristóteles a seguinte distinção: tem-se *ars* quando se trata de algo verossímil ou opinável e *disciplina*, quando algo é discutido com argumentações verdadeiras sobre coisas que não podem se comportar de outra maneira. Tais definições são encontradas nas obras de Cassiodoro, com referências a outros autores como Santo Agostinho e Capella (cf. CASSIODORO, *Institutiones*, II, 2, 17; II, 3, 20).

Hugo de São Vítor (1096 - 1141) também retoma tais definições em sua obra intitulada *Didascalicon* (cf. HUGO DE SÃO VÍTOR, *Didascalicon*, II, 1). Sua inovação reside no fato de acrescentar à Filosofia algumas artes vulgares, por ele denominadas Mecânicas (*mechanicae*). Eis sua divisão da Filosofia e suas subdivisões:[45]

- *Teórica* (*Theorica*): Teologia, Matemática e Física;
- *Prática* (*Practica*): Solitária (Ética), Privada (Econômica) e Pública (Política);

[40] *"Quibus quattuor partibus si careat inquisitor, verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est* [...] *Hoc igitur illud quadrivium est"*.
[41] Para um estudo sobre a História da Matemática contida nas *Etymologiae* v. NOBRE, 2005.
[42] *"Disciplinae liberalium artium septem sunt. Prima grammatica, id est loquendi peritia. Secunda rhetorica, quae propter nitorem et copiam eloquentiae suae maxime in civibibus quaestionibus necessaria existimatur. Tertia dialectica cognomento logica, quae disputationibus subtilissimis vera secernit a falsis. Quarta arithmetica, quae continet numerorum causas et divisiones. Quinta musica, quae in carminibus cantibusque consistit. Sexta geometrica, quae mensuras terrae dimensionesque conplectitur. Septima astronomia, quae continet legem astrorum"*.
[43] *"Ars vero dicta est, quod artis praeceptis regulisque consistat"* (ISIDORO, *Etymologiae* I, 1, 2).
[44] *"quia discitur plena"* (ISIDORO, *Etymologiae* I, 1, 1).
[45] *"Philosophia divitur in theoricam, practicam, mechanicam, logicam"*. (*Didascalicon*, II, 1).

- *Mecânica* (*Mechanica*): *Lanificium* (Manufatura de lã), *Armatura* (Fabricação de armas), Navegação, Agricultura, Caça, Medicina e *Theatrica* (Ciência do Teatro);
- *Lógica* (*Logica*): Gramática e *Ratione disserendi* (Teoria da Argumentação).

O que Hugo denomina Matemática é exatamente o *Quadrivium* e as artes do *Trivium* estão nas subdivisões da Lógica. Afirma que as Artes Liberais são como instrumentos ótimos pelos quais ao espírito é preparada a via para o pleno conhecimento da verdade filosófica e que, em tempos antigos, ninguém seria digno de se chamar Mestre se não conseguisse mostrar o conhecimento dessas sete ciências.[46]

Não discutiremos aqui, mas merecem atenção o desenvolvimento curricular das escolas medievais, das universidades nascentes e o contributo feito pelos árabes para o estabelecimento ou novas interpretações do *Quadrivium*.

Influenciados pela interpretação árabe da classificação aristotélica do conhecimento, a partir do século XII, alguns autores europeus, começaram a aceitar as artes mecânicas como aplicações das teóricas (cf. WHITNEY, 1990, p. 131).

3. Perspectivas

Estabeleceu-se uma tradição historiográfica de que a "Perspectiva Linear" foi desenvolvida em Florença no início do *Quattrocento* por Filippo Brunelleschi (1377 - 1446).[47] A partir do fim dos anos 50, do século passado, os historiadores da arte propõem novas hipóteses sobre a existência de uma perspectiva antiga assentada sobre princípios redescobertos no Renascimento. Destas, destacamos a chamada "Hipótese de Oxford" (*L'Hypothèse d'Oxford*) de Dominique Raynaud, que defende que a invenção da perspectiva ocorreu no século XIII, fundamentada pelos filósofos de Oxford, como Roger Bacon (1214 - 1292) e John Peckham (m. 1292) (RAYNAUD, 1998).

É possível distinguir, em textos medievais e renascentistas, diversas concepções da Perspectiva: a *perspectiva naturalis*, como "Ciência da Visão" (Ótica), a *perspectiva artificialis ou prospectiva pingendi*, como "Técnica de Representação", a *perspectiva pratica*, como "Técnica de medição" e a *perspectiva aedificandi*, voltada para as aplicações arquitetônicas (CAMEROTA, 2006, p. 8). Da mesma maneira que os demais termos já analisados, podemos encontrar em um mesmo autor acepções distintas para a Perspectiva.

Desenvolveu-se, em Florença, uma transformação da concepção de arte. Os principais envolvidos são Filippo Brunelleschi, Donatello (1386 - 1466) e Masaccio (1401 - 1428) e Leon Battista Alberti (1404 -1472). Alberti escreveu tratados de Pintura, Arquitetura e Escultura e foi o responsável pela teorização da Perspectiva, particularmente através de sua obra *De Pictura*. Nessas obras enuncia princípios e descreve os processos dos projetos para as obras de arte.

Segundo Giulio Carlo Argan, o pensamento dos Humanistas modificou profundamente as concepções do espaço e do tempo:

---

[46] *"Suntenim quase optima quaedam instrumenta et rudimenta quibus via paratur animo ad plenam philosophicae veritatis notitiam* [...] *Nemo tunc temporis nomine magistri dignus videbatur, qui non harum septem scientiam profiteri posset"* (*Didascalion,* III, 3).

[47] Tal tradição tem suas raízes nas biografias de Brunelleschi escrita por Antonio di Tuccio Manetti (1423 - 1497) e por Giorgio Vasari (1511 - 1574) e confirmada por Erwin Panofsky em seu célebre ensaio *"Die Perspektive als 'symbolische Form'"* (1924).

> *"A forma ou a representação segundo a razão do espaço é a Perspectiva; a forma ou a representação segundo a razão da sucessão dos eventos é a História. Uma vez que essa ordem não está nas coisas, mas é imposta às coisas pela razão humana que as pensa, não há diferença entre a construção e a representação do espaço e do tempo. A Perspectiva dá o verdadeiro espaço, isto é, uma realidade da qual é eliminado tudo o que é casual, irrelevante ou contraditório; a História dá o verdadeiro tempo, isto é, uma sucessão de fatos da qual é eliminado o que é ocasional, insignificante, irracional"* (ARGAN, 2003, p. 131-132).

O sistema perspéctico do *Quattrocento* é a redução à unidade de todos os modos de visão possíveis: o ponto de localização ideal é o frontal, isto é, aquele que põe como contrapostos, mas paralelos, o sujeito e o objeto. Considerando que a Perspectiva construía racionalmente a representação da realidade natural, podemos afirmar que inaugurava, além de uma nova fase artística, uma fase em que a realidade tornava-se compreendida em termos matemáticos.

Na classificação humanista das disciplinas, a Perspectiva, como ciência da visão, ainda era uma disciplina filosófica subalterna às artes do *Quadrivium*. Na universidade européia do século XV, a Perspectiva era geralmente classificada como um caso de Geometria Prática.

A posição subalterna da Perspectiva começou a ser reconsiderada a partir do século XII. Domingo Gundisalvo (c. 1100 - 1181), em sua obra *De Divisione Philosophiae* (c. 1150), considera a Filosofia dividida em *scientiae* e a Filosofia Prática além da Ética, Política e Economia, da tradição aristotélica, inclui as disciplinas práticas que estão relacionadas com a Matemática. Nesta, inclui também a Perspectiva (WHITNEY, 1990, p. 133).

Domenico da Chivasso (c. 1350) também propõe sua inclusão entre as artes do *Quadrivium*.[48] Outros que defendiam esta posição foram Michele Savonarola (c. 1385 - 1468), Marsilio Ficino (1433 - 1499), Girolamo Savonarola (1455 - 1498), Luca Pacioli e Leonardo Da Vinci (1452 - 1519). Denominaremos o debate sobre a inclusão da Perspectiva nas Artes do *Quadrivium* de "Querela da Perspectiva".

4. Matemática e Perspectiva segundo Luca Pacioli

Em sua obra *De Divina Proportione*, publicada em 1509, Pacioli explica que o vocábulo *μαθηματικός*, deriva do grego e que, em seu idioma, equivale a "disciplinável" (*"discipinabile"*). Considera que as ciências e disciplinas matemáticas (*"scientie e discipline"*) são, para seu propósito, Aritmética, Geometria, Astrologia (ou Astronomia), Música, Perspectiva, Arquitetura, Cosmografia e qualquer outra dependente destas (PACIOLI, 1498, *De Divina Proportione*, III, f. 9r-v). Como podemos ver, esta lista é muito mais ampla que o *Quadrivium*, considerando também as disciplinas subalternas. Para ele, as ciências matemáticas são o fundamento e escada para se chegar ao conhecimento de qualquer outra ciência, pois, estão no primeiro grau de certeza.[49] Sem seu conhecimento, é

[48] *"Est sciendum quaod quinque su[n]t scientiae mathematicae, scilicet arismetrica, geometria, musica, astrologia et perspectiva"* (*Quaestiones super perspectivam*, q. I, f. 44r -v).

[49] *"Concio sia che ditte mathematici sieno fondamento e scala de peruenire ala notitia de ciascuna altra scientia : per esser loro nel primo grado dela certezza affermandolo el philosopho cosi dicendo mathematice enim scientie sunt in*

impossível entender bem qualquer outra ciência, pois, tudo o que está distribuído no universo inferior e superior, reduz-se necessariamente ao número, peso e medida.

Tanto no Capítulo II da *De Divina Proportione* quanto na Epístola a Guidobaldo da Montefeltro (*Alo Illu^{mo}. Principe Gui.Baldo. Duca de Urbino. Epistola*), que faz parte da *Summa*, Pacioli afirma que as disciplinas matemáticas são aplicadas nas seguintes áreas: 1) Astrologia; 2) Arquitetura; 3) Perspectiva; 4) Escultura; 5) Música; 6) Cosmografia; 7) Comércio; 8) Arte Militar; 9) Gramática; 10) Retórica; 11) Poesia; 12) Dialética; 13) Filosofia; 14) Medicina; 15) Direito Civil e Canônico e 16) Teologia (cf. PACIOLI, 1494, f. 2r; PACIOLI, 1498, f. 4r-9r).[50] Torna-se clara a preocupação com a aplicabilidade da Matemática e a superioridade desta com relação às demais, pois, segundo ele, somente as ciências e disciplinas matemáticas podem ser chamadas certezas (*De Divina Proportione*, I, f. 3v), sendo as demais apenas opiniões.

Pacioli divide as ciências e disciplinas matemáticas em Prática e Especulativa. A Álgebra, denominada por ele *Pratica Speculativa*, é um caso de Prática de Aritmética e de Geometria. A Arte Maior é a Álgebra e a Arte Menor é a *Pratica Negotiaria* (Prática Comercial).[51]

Em sua obra *Summa*, na *Distinctio Octava* dedicada a questões de Geometria, Pacioli trata de uma questão pertinente à Perspectiva, onde afirma que esta é uma disciplina subalterna a Geometria e a Aritmética:

> *"Saiba que esta questão é de Perspectiva, mas como esta ciência é subalterna à Geometria e Aritmética, a resolveremos"* (PACIOLI, 1494, *Summa*, *Distinctio octava*, Cap. II, f. 65r).[52]

É na *De Divina Proportione* que Luca Pacioli apresenta explicitamente suas concepções místicas acerca da Razão Áurea ou "Divina Proporção". Também é nessa obra que introduz sua posição acerca da "Querela da Perspectiva".

4.2 O *Quadrivium* e a "Querela da Perspectiva"

Como já dissemos, Pacioli defende a elevação da Perspectiva ao mesmo *status* das artes do *Quadrivium*. Dentre os argumentos que apresenta em defesa da Perspectiva, podemos destacar a exaltação da visão:

> *"E dentre nossos sentidos, os sábios concluem que a visão é a mais nobre. Daí, que vulgarmente se diga, não sem fundamento, que o olho é a primeira*

---

primo gradu certitudinis & naturales sequuntur eas. Sonno como e dicto le scientie e mathematici discipline nel primo grado dela certezza e loro sequitano tutte le naturali : e senza lor notitia fia impossibile alchunaltra bene intendere" (*Divina Proportione*, II, f. 5r). V. Nota 44 da tradução.

[50] A mesma estrutura de argumentação é encontrada nos discursos de Niccolò Tartaglia (*Lettione de Nicolo Tartalea Brisciano, sopra tutta la opera di Evclide Megarense, acvtissimo mathematico*) que se encontram no início de sua tradução dos *Elementos*, além de referências ao frade.

[51] *"Non mi pare ormai piu douer diferire la p[ar]te maxime necessaria ala pratica de arithmetica e anche de geometria detta dal vulgo cõmunemente. Arte magiore ouer. La regola de la cosa ouer. Algebra. E almucabala secõdo noi detta pratica speculativa. Per che in lei piu alte cose che in larte minore ouer pratica negotiaria si cõtiene"* (PACIOLI, *Summa*, f. 111v).

[52] *"Sapi che questa domanda è de perspectiva, ma perché questa scientia è subaltternata a geometria e aritmetrica si la solveremo"*.

porta pela qual o intelecto entende e gosta” (PACIOLI, *De Divina Proportione*, f. 4r).[53]

Pacioli chama a visão de “primeira porta pela qual o intelecto entende e gosta”.[54] Semelhante argumentação é apresentada por Leonardo Da Vinci, em seu *“Paragone”*[55], onde afirma que o olho, *“que se diz janela da alma”*, é a principal via por onde se pode considerar as infinitas obras da natureza.[56] Para Pacioli e Leonardo, a visão é o princípio do conhecimento, pois “nada há no intelecto que não passe primeiro pelos sentidos”, e o primeiro dos sentidos é a visão. Para Leonardo, é o olho que abraça toda a beleza do mundo, o olho é o “Príncipe das matemáticas”. Para ambos, não havia sentido em considerar a Música como disciplina matemática e ignorar a Perspectiva.

O Capítulo I da *De Divina Proportione* apresenta ao leitor uma descrição do ambiente da corte de Milão, na época de Ludovico Sforza.[57] Neste Capítulo, Pacioli relembra o *“scientifico duello”*, um debate ocorrido em 9 de fevereiro de 1498, com a participação de ilustres indivíduos do período, dentre os quais, destaca-se Leonardo Da Vinci. Pacioli lhe dedica grandes elogios e afirma que este já havia concluído “o digno livro de Pintura e dos movimentos humanos”.[58]

É importante observar que o *“scientifico duello”* de Pacioli e o *“Paragone”* de Leonardo parecem se complementar. Nota-se diversas similaridades e podemos supor que a corte de Milão tenha sido palco de uma série de debates sobre qual das ciências ou artes seria a mais importante. Infelizmente, apesar da razoável riqueza de detalhes dos capítulos iniciais de *De Divina Proportione*, desconhecemos a existência de algum texto onde Pacioli apresente argumentações mais amplas e elaboradas sobre a “Querela da Perspectiva”, como as realizadas por Leonardo acerca da “Disputa das Artes”.

Monica Azzolini, em dois recentes trabalhos (AZZOLINI 2004 e 2005), faz uma interessante análise da dinâmica do patronato científico no Renascimento e das mudanças sociais e econômicas dos envolvidos, a partir do *“scientifico duello”* e do *“Paragone”*. Segundo ela, *“by participating in the duel, Leonardo and Pacioli challenged the traditional hierarchy of disciplines and, at the same time, the social, economical and intellectual status that indissolubly came with it”* (AZZOLINI, 2004, p. 128). Apesar da grande relevância de sua abordagem, tais discussões fogem do escopo deste texto, por isso recomendamos fortemente a leitura de seus artigos para uma maior compreensão da “Querela da Perspectiva”.

“Que não me leia quem não for matemático”.[59] Tal asserção, semelhante a inscrição do pórtico da Academia de Platão, evidencia o papel da Matemática na obra de

[53] “*E deli nostri sensi per li sauii el uedere piu nobile se conclude. Onde non immeritamente anchor de uulgari fia detto lochio esser la prima porta per la qual lo intellecto intende e gusta”.*

[54] V. Nota 37 da tradução.

[55] Denomina-se *Paragone* a seqüência de disputas polêmicas entre a Pintura e algumas das demais artes que se encontra nas edições do *Trattato della Pittura* de Leonardo.

[56] *“L'occhio, che si dice finestra del'anima e la principal via donde il comune senso po piú coppiosa e magnificamente considerare le infinite opere de natura e l'orecchio è il secondo il quale si fa nobbile per le cose raconte le quali ha veduto l'occhio. Se uoi istoriograffi, ò poeti ò, altri matematici, non havestiue con l'occhio visto le cose male le potresti uoi rifferire per le scritture* (...)*”* (LEONARDO DA VINCI, *Trattato della Pittura*, 15, *Codex Urbinas Latinus 1270*, f. 8r).

[57] Trata-se da carta-dedicatória ao duque intitulada *“Excellentissimo Principi Ludovico Mariae Sforciae Anglo Mediolanensium Duci, Pacis et Belli Ornamento, Fratris Lucae Pacioli ex Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum, Sacrae Theologiae Professoris, De Divina Proportione Epistola”.*

[58] V. Nota 20 da tradução.

[59] *“Nõ mi leggha chi non è matematicho nelli mia prîcipi”* (LEONARDO DA VINCI, 1883, p. 11, W. 19118v).

Leonardo Da Vinci. Para ele, *"nenhuma investigação humana pode chamar-se verdadeira ciência se não passa através de demonstrações matemáticas"*.[60] Para Leonardo, a Pintura é verdadeira *"scientia"* e, fundamenta-se sobre bases matemáticas.

Podemos perceber uma mudança no pensamento de Leonardo acerca da Perspectiva. Ora a Perspectiva é "filha da Pintura", ora é sua "rédea e leme". Em outro lugar afirma que *"a Pintura é baseada na Perspectiva, que nada mais é que um conhecimento minucioso do olho"*.[61]

Apesar de inúmeros autores, debates e posicionamentos ao longo da História, acerca da classificação das matemáticas e da ciência, o *Quadrivium* em suas diversas acepções e interpretações, exerce um papel fundamental nesta discussão e no pensamento contemporâneo.

Procuramos evidenciar a origem pitagórica do *Quadrivium*, sua assimilação no pensamento platônico e neoplatônico, para contextualizar a discussão que se fortalece no Renascimento, especialmente nas obras de Luca Pacioli e Leonardo Da Vinci.

Acreditamos que a teorização da Perspectiva teve amplas repercussões no pensamento científico, permitindo o desenvolvimento da Geometria Projetiva e apresentando uma nova concepção de espaço, necessária para o desenvolvimento da ciência moderna.

A posição de Pacioli, Leonardo da Vinci e outros, acerca da Matemática e da Perspectiva pode ser considerada precursora da concepção sumarizada por Galileu: *"La matematica è l'alfabeto nel quale Dio ha scritto l'universo"*.

* * *

---

[60] *"Nissuna humana inuestigatione si po dimandare uera scientia se essa nõ passa per le matematiche dimostrationi"* (LEONARDO DA VINCI, *Trattato della Pittura*, I, *Codex Urbinas Latinus 1270*, f. 1v).

[61] *"La pittura è fondata sulla prospettiva: non è altro che sapere bene figurare lo vfitio dell'ochio"* (LEONARDO DA VINCI, 1883, v.I, p. 29, A. 3r).

Apresentação da Tradução, Notas e Comentários.

Esta é a primeira tradução diretamente do texto paciolano para o português da *De Divina Proportione* e a segunda tradução feita a partir do Códice Ambrosiano.[62]

Traduzir a obra de Pacioli não é tarefa fácil, pois este utiliza de um dialeto quase exclusivo, em um estilo que parece reproduzir suas lições orais, pleno de reminiscências pessoais, pleonasmos, concordâncias errôneas, prolepses e os característicos superlativos do italiano.

Se frade Luca era reputado como grande matemático, tal não era sua fama com relação ao uso do vernáculo. O poeta e matemático Bernardino Baldi (1553 - 1617) dedica um bom trecho da biografia de Pacioli na crítica de seu idioma:

> *"Scrisse frate Luca nela sua lingua materna, come si disse, accioché da' mercatanti et artefeci l'opera sua potesse essere studiata et intesa, nondimeno poco felicemente gli successe poiché il suo dire è di maniera barbaro, irregolato, rozo et infelice che rende nausea a quelli che leggono le cose sue, e certo che sotto cotanta sordidezza di parole non vi fossero considerationi così belle et utili, non sarebbe quell'opera degna de la luce, laonde veramente si può dire che chi studia l'opera sua raccolga le gemme da l'immonditie come già disse Virgilio al proposito d'Ennio. Mescola egli le frasi latine con le volgari, e stoppia e l'une e l'altre; l'idioma poi benché per lo più sia materno Borghese, che per se stesso è brutto et odioso, è mescolato di Venetiano e di tutte le lingue italiane peggiori. La cagione di ciò credo che sia da recarsi al non haver egli giamai dato opera a le belle lettere latine e volgari, ma sempre essere stato immerso ne le specolationi matematiche, onde non è maraviglia che non s'acquistino quell'arti a le quali altri non attende. Parte de la colpa devesi anco a quel secolo, nel quale se bene la lingua latina era appresso i buoni molto affinata, la volgare se ne stava poco meno che nascosta nel fango"* (BALDI, 2007).

Como nossa tradução é feita em uma perspectiva quase literal, esperamos que sejam perdoados os nossos barbarismos, cometidos na tentativa de preservar ao máximo todo o estilo do autor e de simular a sensação de estranheza de quem lê o original. Pela ausência de pontuação bem empregada por Pacioli, a tradução sofre pela presença de enormes parágrafos e sentenças. Quando a tradução literal origina menor clareza, optamos por uma maior liberdade, contudo, preservamos na maioria dos casos, os modos, os tempos e aspectos verbais empregados no original.

A tradução é feita a partir de PACIOLI, 1498, cotejada com PACIOLI, 1509. Estas são referidas no texto como "manuscrito" e "versão impressa", respectivamente. Trechos que não se encontram em alguma das versões são destacados entre chaves ("{" e "}") e palavras da tradução que não constam do original ente colchetes ("[" e "]").

---

[62] A primeira é a tradução espanhola (PACIOLI, 1991).

As notas de rodapé são reservadas para notas relativas à tradução, aos termos originais e às obras mencionadas por Pacioli. Tais notas são numeradas utilizando-se algarismos romanos.

As notas de comentários são numeradas utilizando-se algarismos indo-arábicos e encontram-se ao final da tradução. Em tais notas constam notas elucidativas e comentários propriamente ditos.

O texto de Pacioli fala por si mesmo, superando nossas capacidades o número de comentários que poderiam ser feitos a essa obra. Que nosso trabalho seja uma humilde homenagem a Frà Luca de Borgo Sansepolcro, matemático e franciscano. *Pax et Bonum!*

Diuina proportione

Obra necessária a todos os engenhosos, perspicazes e curiosos, com a qual todo estudioso de Filosofia, Perspectiva, Pintura, Escultura, Arquitetura, Música e outras disciplinas Matemáticas conseguirá suavíssima, sutil e admirável doutrina e se deleitará com várias questões de secretíssima ciência.

"De Divina Proportione" de Frà Luca Pacioli -
Tradução do Frontispício da Edição de 1509

CAPÍTULO I

a

EXCELLENTISSIMO PRINCIPI LUDOVICO MARIAE SFORCIAE ANGLO MEDIOLANENSIUM DUCI, PACIS ET BELLI ORNAMENTO, FRATRIS LUCAE PACIOLI EX BURGO SANCTI SEPULCHRI ORDINIS MINORUM, SACRAE THEOLOGIAE PROFESSORIS, DE DIVINA PROPORTIONE EPISTOLA.[I]

Correndo, oh Excelso Duque,[1] o ano de nossa Salvação de 1498, no dia 9 de fevereiro, na inexpugnável fortaleza de vossa ínclita cidade de Milão, digníssimo lugar de vossa acostumada residência, fui constituído com vossa presença em louvável e científico duelo, com o concurso de toda sorte de celebérrimos sábios, tanto religiosos como leigos, dos quais assiduamente abunda a vossa magnífica corte. Destes, ademais das Reverendíssimas Senhorias dos bispos, protonotários e abades, estiveram presentes, de nossa sagrada e seráfica Ordem, o Reverendo Padre e sublime teólogo Mestre Gometio,[2] com o digníssimo pregador da Sagrada Escritura frei Domenico, de sobrenome Ponzone,[3] o *F. Dominicus Ponzon.* Reverendíssimo Padre Francesco Busti, atualmente regente deputado *M.Franciscus Busti* em nosso[II] digno convento de Milão[4] e, dentre os leigos, primeiro meu particular protetor, o Ilustre Senhor Galeazzo Sforza VI,[III] o Senhor *Ill. D. Galeacius sf. V.SS.* [Galeazzo da] San Severino,[5] valorosíssimo general de Vossa Ducal Alteza,[IV] capitão nas armas, hoje a ninguém inferior e solerte seguidor de nossa disciplina.

peso e altura do cavalo

Estiveram também, de mui preclaras potências, egrégios oradores de Medicina e Astronomia; o indagador das coisas superiores e intérprete das coisas futuras, Ambrogio Rosa,[6] acutíssimo *Ambrosius Rosatus.* investigador de Serapião[7] e Avicena,[8] o doutíssimo Alvise Marliano,[9] *Aluisius marlianus* que cura todos os males, e o perspicaz Gabriel Pirovano,[10] estudioso *Gabriel pirouanus* de todos os campos da Medicina. E Nicolau Cusano,[11] pelos presentes *Nicolaus cusanus* muito admirado e venerado em todas as premissas, com o peritíssimo

[I] *"Ao Excelentíssimo Príncipe Ludovico Maria Sforza, Duque de Milão, Ornamento da paz e da guerra, Epístola sobre a Divina Proporção, do Frade Luca Pacioli de Borgo San Sepolcro, da Ordem dos Menores, professor da Sagrada Teologia".*

[II] No manuscrito: "*Vosso*".

[III] No manuscrito: "*.S. Galeazo sf. V. S. seuerino*". Na versão impressa: "*Illustre .S. Galeaçço Sfor. VI. S. Seuerino*".

[IV] No original "*V. D. celsi.*" ou "*Vostra Ducale celsitudine*". A tradução literal seria "Vossa Ducal Excelsitude". Preferimos o termo "Alteza" que é o equivalente mais usual em português nessa forma de tratamento.

b

Andreas nouariensis
Leonardus Vincius
Equestris statua
Franciscus.sf.
Phydias
Praxiteles
Templum gratias
Apelles
Miro
Policretus
Iacobus andreas Ferarien.
Victruuius architect.
Aurea Verba Ducis

das mesmas profissões, Andrea Novarese.[12] E outros mui exímios e expertos doutores *utriusque iuris*,[V] bem como, conselheiros, secretários e chanceleres de vossa honorável magistratura e em companhia dos perspicazes arquitetos, engenheiros e assíduos inventores de coisas novas. Destes, nosso compatriota florentino Leonardo Da Vinci,[13] cujo nome é reconhecido em todas as suas obras de escultura, fundição e pintura. Assim como a admirável e estupenda estátua eqüestre, cuja altura da cabeça até o plano da terra é de 12 braças, isto é, 37 4/5 da presente linha *ab* [VI] e toda a sua massa é de cerca de 200000 libras, de doze onças comuns cada libra, dedicada a sua felicíssima e invicta memória paterna,[14] obra que nada tem a invejar das de Fídias e Praxíteles em Monte Cavallo,[15] ou também o formoso simulacro do ardente desejo de nossa Salvação no digno lugar de corporal e espiritual consolação, o templo das Graças,[16] pintado por suas mãos, ante o qual Apeles,[17] Mirón,[18] Polícleto[19] e demais devem hoje claramente se render. E não satisfeito com isso, havendo já terminado com toda diligência o digno livro de pintura e movimentos humanos,[20] empenha-se em conduzir ao devido fim, com todo estudo, sua inestimável obra do movimento local, das percussões e pesos e de todas as forças, isto é, dos pesos acidentais. Esteve também Giacomo Andrea da Ferrara,[21] por vós querido como um irmão, acurado seguidor das obras de Vitruvius,[22] sem menoscabo de sua singular aptidão militar.

Vossa Alteza, com áureas e melífluas palavras, disse então que era digno de toda consideração de Deus e do mundo, aquele que, dotado de alguma virtude, voluntariamente a comunica aos demais, sendo para o próximo, fonte de caridade, e de louvor e honra para si mesmo, conforme o sagrado ditado: *quod ne sine figmento didici et sine invidia libenter communico*.[VII] Tão firmemente retive o sentido destas suavíssimas palavras em minha mente, que jamais se gravou em mármore, inscrição mais resistente. Ainda que antes, quase pela natureza, fosse a mim inato praticar com todos de forma semelhante, sobretudo com relação às faculdades que ao Altíssimo, por Sua benignidade, agradou dotar-me, isto é, as necessárias ciências e digníssimas disciplinas matemáticas, não obstante, fatigado pelos laboriosos afãs, diurnos e noturnos, tanto corporais quanto espirituais (o que é sabido por quem haja

---

[V] "*em ambos os direitos*", isto é, Doutores em Direito Civil e Direito Canônico.

[VI] Em ambas as versões há uma linha junto ao texto com a medida indicada. No fac-símile do manuscrito mede cerca de 20 cm e a altura do cavalo é indicada como sendo "36 vezes a presente linha *ab*".

[VII] "*Aquilo que aprendi sem fingimento, sem inveja reparto com muito gosto*". Variação do texto latino do livro bíblico da Sabedoria 7, 13: "*quam sine fictione didici et sine invidia communico et honestatem illius non abscondo*".

examinado com diligência nossa grande obra sobre semelhantes disciplinas e faculdades, consagrada ao magnânimo duque de Urbino Guido Ubaldo, afim de Vossa Alteza, juntamente com as outras que se incluem em sua quinta seção),[23] já me havia posto com os demais, em lugar aberto ao sol, a recontar os anos. Porém, grandemente excitado com aquelas palavras, retomei alento na encosta deserta[24] para compor uma outra obra de ciências e disciplinas matemáticas, para sumo gosto e deleite de Vossa Alteza e utilidade de vossos reverentes súditos. Servirá para a honra e perfeito ornamento, ao dispor em vossa digníssima biblioteca, repleta de inumeráveis volumes de todas as faculdades e doutrinas, este breve compêndio e utilíssimo tratado, chamado *De divina proportione*.[VIII] E este tratado, com todas as formas materiais dos corpos que nele se encontram, não menor admiração causará aos que aquela biblioteca visitarem, do que todos os outros volumes com seus excelentes conteúdos, por haverem sido ocultas as ditas formas aos viventes até hoje. Neste livro, trataremos de coisas elevadas e sublimes que são, verdadeiramente, teste e copela[25] de todas as excelentes ciências e disciplinas e das quais derivam todas as outras especulativas operações, científicas, práticas e mecânicas. Sem cujo conhecimento e pressuposto não é possível, como se demonstra, entender bem nem executar nenhuma das coisas humanas. E por isso, Vossa Ducal Alteza, com avisada inteligência, exortará seus familiares e outros reverentes súditos a que discorram sobre a obra com deleite e sumo prazer e com utilíssimo fruto, pois não são fábulas senis nem outros ridículos e falsos gracejos, nem tampouco mendácias e incríveis invenções poéticas, que enganam nossos ouvidos.[26] E, ainda que as coisas falsas, segundo o Filósofo,[27] sejam úteis pelo conhecimento das verdadeiras que as seguem, como do reverso ao direito e a cada coisa o seu oposto, as coisas verdadeiras nos serão ainda mais úteis e profícuas, porque estas não provêem o não-verdadeiro.[28] Porém dentre as verdades, como afirmam Aristóteles e Averróis, [29] nossas matemáticas são as mais verdadeiras e estão no primeiro grau de certeza e a estas seguem todas as demais ciências naturais.[30]

Guido Vbaldus.Dux Vrbini

Ducalis Bibliotheca copiosa

Phylosophus AR.

AR.
Auerois

Baste isso como introdução aos argumentos que daqui se seguem.[31] {Porém, parece claro que as outras ciências, Excelso Duque, são opiniões e somente aquelas devem chamar-se certezas, visto que dentre os médicos Avicena,[32] Galeno[33] e Hipócrates[34] e os demais, acontece que uns dizem que a vida do homem está no coração, outros que está no cérebro e outros no sangue, aduzindo razões e argumentos para sua corroboração. Assim, não é bom deixar as coisas certas pelas

VIII *"Sobre a Divina Proporção"*.

duvidosas, que são chamadas vãs pelos sábios, daí o verso: *Non dent certa pro vanis relinqui*[IX]}.[X]

Sempre com humildade e devida reverência a Vossa Ducal Alteza, a quem me recomendo continuamente. *Quae felicissime ad vota valeat.*[XI]

CAPÍTULO II

REVERENDI. P. M. LUCAE PACIOLI DE BURGO, S. S. ORDINIS MINORUM, ET SACRAE THEOLOGIAE PROFESSORIS IN COMPENDIUM DE DIVINA PROPORTIONE EX MATHEMATICIS DISCIPLINIS PREFATIO.[XII]

Aristoteles phs.

Propter admirari coeperunt philosophari.[XIII] [35] Segundo, oh Excelso Duque, a reconhecida autoridade do mestre daqueles que sabem,[XIV] da visão iniciou-se o saber, tal como ele mesmo afirma em outro lugar, dizendo que *nihil est in intellectu quin prius fuerit in sensu*, isto é, que nada há no intelecto que primeiro não seja de algum modo oferecido aos sentidos.[36] E dentre nossos sentidos, os sábios concluem que a visão é a mais nobre.[37] Daí, que vulgarmente se diga, não sem fundamento, que o olho é a primeira porta pela qual o intelecto entende e gosta.[38]

Sacerdotes egyptii

Como escrito naquele lugar,[39] ao verem o eclipse da Lua, os sacerdotes do Egito[40] ficaram muito admirados e, buscando a razão daquilo, descobriram com ciência verdadeira, que o mesmo ocorria naturalmente, pela interposição da Terra entre o Sol e a Lua, com que ficaram satisfeitos. Desde então, seus sucessores, aguçando cada vez mais as cinco janelas do intelecto, deixaram, para nossa utilidade, uma grande quantidade de volumes de suas profundas ciências. Da mesma forma, assim como de um pensamento surge outro, daquele feito nasceram muitos outros. Pensando nisso, resolvi escrever este utilíssimo compêndio das ciências matemáticas e, juntamente com ele, dar com minhas próprias mãos, para utilidade de todos, a devida e apropriada forma material de seus corpos, para que pudesse oferecê-los a Vossa Ducal Alteza.[41] Não duvido de que, por seu inusitado

---

[IX] "*Não se deve deixar o certo pelo duvidoso*". Variação do texto latino "*Non igitur debent pro vanis certa relinqui*" da versão latina da Fábula de Esopo, "o cão que levava a carne" ("*De cane carnem ferente*"), em que um ambicioso cão deixa cair um pedaço de carne em um rio ao atacar seu reflexo, julgando que este fosse outro cão com um pedaço maior que o dele (GUALTERIUS ANGLICUS, 1, 5).

[X] Este trecho não se encontra no manuscrito.

[XI] Saudação final que traduzimos por "*os mais felicíssimos votos. Vale!*"

[XII] "*Prefácio do Reverendíssimo Padre Mestre Luca Pacioli de Burgo, da Ordem dos Menores, Professor da Sagrada Teologia, no Compêndio sobre a Divina Proporção de Disciplinas Matemáticas*".

[XIII] "*Pelo admirar teve início o filosofar*" (cf. *Metaphysica* I, 2, 982b, 12).

[XIV] Refere-se a Aristóteles. No original "*maestro di color che sanno*" (cf. *Inferno* - Canto IV, 131).

aspecto, como coisa em nossos tempos vinda do céu, seu gracioso e perspicaz intelecto encontrará nele um grandíssimo prazer, máxime quando, com a mencionada luz e não com menor indagação que aqueles antigos egípcios no dito eclipse, encontrará as causas de tais formas e de sua dulcíssima harmonia, com a ajuda e sufrágio do presente tratado. Por isso estou certo de que, se no passado ofereceu vasto e amplo apoio a quem conhecesse alguma parte de tais ciências e disciplinas, no futuro deverá se mostrar ainda mais magnânimo e amplíssimo e de que com todo diligente cuidado exortará a adquiri-las a seus caros familiares, reverentes súditos e outras pessoas queridas.[42]

Visto que as ditas ciências matemáticas são fundamento e escada para se chegar ao conhecimento de qualquer outra ciência,[43] por estarem no primeiro grau de certeza, afirma o Filósofo: *Aristoteles phs.* *Mathematicae enim scientiae sunt in primo gradu certitudinis et naturales sequuntur eas*. Isso significa que as ciências e disciplinas matemáticas estão no primeiro grau de certeza e a estas seguem todas as ciências naturais.[44] E, sem seu conhecimento, é impossível entender bem qualquer outra, pois está escrito na Sabedoria: *omnia consistunt in numero, pondere et mensura*,[XV] isto é, que tudo o que está distribuído no universo inferior e superior, reduz-se necessariamente ao número, peso e medida. E nestas três coisas, Aurélio Agostinho[45] *Augustinus Doctor.* disse, em *De Civitate Dei*, que o Supremo Artífice é sumamente louvado, porque nelas *fecit stare quae non erant*.[XVI] [46] Por esta amorosa exortação, compreendo que muitos daqueles que ignoram a utilidade de tal suavíssimo fruto, devem despertar-se do torpor e do sono mental e dedicar-se com todo estudo e solicitude a inquirir tais coisas, dando ocasião que em seu tempo se renove o século, e para levar com maior realidade e presteza à perfeição em todos os seus estudos de qualquer ciência.

E ademais da fama e digno renome de Vossa Ducal Alteza, em seu excelso domínio se acrescentará sua não pouca probidade em seus caros familiares e diletos súditos, sempre dispostos a defendê-lo, não menos do que pela própria pátria fez o nobre e engenhoso geômetra e digníssimo arquiteto Arquimedes.[47] *Archimedes Geometra.* Este, como está escrito, com suas novas e várias invenções de máquinas, por longo tempo salvou incólume a cidade siracusana contra o *Syracusana Ciuitas* ímpeto e belicoso avanço dos romanos, quando abertamente tentaram expugná-la, sob o comando de Marco Marcelo.[48] *Marcus Marcellus Ro.* Por quotidiana experiência não é oculto a Vossa Ducal Alteza (já que por muitos anos, sua claríssima memória paterna foi autor, *Franciscus sfortia.*

[XV] "*tudo consiste em número, peso e medida*". Variação do texto latino do Livro da Sabedoria 11, 21: "*sed omnia mensura et numero et pondere disposuisti*".
[XVI] "*criou o que não existia*" (Lit.: "*fez ser o que não era*").

Archimenides syracusan.
Bellica istrumenta
Fortilicium gna.
Antiqui Romani.
Vegetius.
Frontinus.
T. Liuius parauinus
Dyonisius.
Plinius
Rubertus Valtorrius Ariminen.
Ill.D.Sigismondus pan.
Federicus feltrensis Dux Vrbini
Excellens edificium Vrbini
Tudertum ciuitas Vmbrie.
Franciscus sfortia.

preceptor e norma para toda a Itália e ambas Gálias, Cisalpina e Transalpina)[49] que a defesa das grandes e pequenas repúblicas, por outro nome conhecida como arte militar, não é possível exercer com excelência, nobreza e utilidade sem o conhecimento de Geometria, Aritmética e Proporção. E jamais nenhum digno exército, enviado para um assédio ou defesa definitivos, poderá dizer-se equipado de todo, se nele não se encontram engenheiros e algum novo maquinador, particularmente encarregado como o geômetra Arquimedes em Siracusa, mencionado há pouco. Se bem observado, em geral, todas as artilharias, quaisquer que sejam, como bastiões e outros reparos, bombardas, *briccole*, trabucos, manganelas, ronféias, balistas, catapultas, aríetes, testudos, *grelli gatti* com outras inumeráveis máquinas, engenhos e instrumentos, sempre se encontram fabricados e formados com a força dos números, medidas e de suas proporções. Que outras coisas são fortalezas, torres, revelins, muros, antemuros, fossos, torreões, merlões, manteletes e outras fortificações nos campos, cidades e castelos, senão tudo geometria e proporções, com seus devidos níveis e arcos, pêndulos, nivelados e ajustados? Não por outro motivo foram tão vitoriosos os antigos romanos, como escrevem Vegécio,[50] Frontino[51] e outros egrégios autores, senão pelo grande cuidado e diligente preparação de engenheiros e outros especialistas de terra e de mar, cuja suficiência não teria sido possível sem as disciplinas matemáticas, isto é, aritmética, geometria e proporções, como demonstram de modo claro e manifesto as antigas histórias de Lívio,[52] Dionísio,[53] Plínio[54] e outros. Das quais, Roberto Valturio,[55] peritíssimo riminense, obteve todas as que figuram em sua digna obra intitulada *De instrumentis bellicis*,[56] dedicada ao ilustre Senhor Sigismundo Pandolfo.[57] E através das ditas máquinas e instrumentos, ordenada e fielmente, tal como põe no livro o dito riminense, e de muitas outras mais, a felicíssima memória do parente e estreito afim de Vossa Alteza, Federico Feltrense,[58] ilustríssimo Duque de Urbino, colocou em pé todo o estupendo edifício de seu nobre e admirável palácio em Urbino, circundando-o com decoração de viva e bela pedra, pelas mãos de digníssimos lapicidas e escultores.[59] [O mesmo diga-se, entre outras coisas, da artificiosa ponte de Júlio César,[60] tal como se lê em seus *Commentarii*[61] e,][XVII] também até hoje, na digna cidade tudertina de Úmbria, na igreja de San Fortunato,[62] nosso sacro convento, vossa santíssima e paterna memória, mandou dispor devidamente uma

[XVII] Esse trecho não se encontra no manuscrito.

grande quantidade de grossíssimas maromas para uma ponte sobre o Tibre, a fim de lograr sua famosa vitória.[63]

Tyberis fluuius.

Não por outros meios chega às grandes especulações de sagrada teologia nosso sutilíssimo Escoto,[64] senão pelo conhecimento das disciplinas matemáticas, como é evidente em todas as suas obras sagradas. Máxime se bem se observa a questão de seu segundo livro das Sentenças, quando pergunta se o anjo tem próprio e determinado lugar para sua existência, no qual bem demonstra haver entendido todo o volume de nosso perspicacíssimo filósofo megarense Euclides.[65] Igualmente, os textos do príncipe daqueles que sabem,[XVIII] *Physica*, *Metaphysica*, *Posteriora*, e os demais, mostram-se difíceis, senão pela ignorância das mencionadas disciplinas. Nem por outra razão há penúria de bons astrônomos, senão pelo defeito de aritmética, geometria, proporções e proporcionalidades. E de dez, nove, em seus juízos, regem-se por tábuas, cadernos de apontamentos e outros dados calculados por Ptolomeu,[66] Abulmasar,[67] Ali,[68] Alfragano,[69] Geber,[70] Afonso,[71] Bianco,[72] Prosdócimo[73] e outros que, pelo pouco cuidado dos copistas, podem estar maculados e viciados. Por conseqüência, fiando-se em grandíssimos e evidentes erros, dão não poucos danos e prejuízos àqueles que neles confiam. Também a sutileza suprema de todas as leis municipais consiste, segundo mais de uma vez me expuseram os peritos nelas, em julgar os aluviões e circunluviões das águas, com suas excessivas inundações, como no particular tratado que sobre elas compôs o exímio Bartolo da Sassoferrato,[74] que o intitulou *Tiberina*,[75] e em cujo proêmio muito exaltou a geometria e a aritmética, afirmando que as aprendeu de um frade nosso, chamado Guido, professor de Sagrada Teologia, naquele tratado sobre agregação e desagregação de terras que às vezes produz o Tibre, com sua inundação, máxime naquelas terras de Perugia que contêm seu curso. Naquele tratado, sempre se serviu de figuras geométricas retilíneas e curvilíneas, citando continuamente nosso perspicaz filósofo Euclides, e concluiu sua obra com grandíssima sutileza.

Io. Scotus doctor subtilis.

Euclides megarensis.

AR. phs.

Ptholomeus.
Albumasar.
Ali.
Alfraganus.
Geber.
Alphonsus.
Blanchinus.
Prosdocimus pata.

Bartholus de saxoferrato

M. Guido or. minor.

Euclides

Nada digo da doce e suave harmonia musical, nem da suma beleza e intelectual conforto da perspectiva e da diligentíssima disposição da arquitetura, nem da descrição do universo marítimo e terrestre, nem da doutrina dos corpos e aspectos celestiais, porque o dito até agora está claro. Deixo, para menos cansar o leitor, outras ciências assaz práticas e especulativas com todas as artes mecânicas, necessárias nas coisas humanas, sem cujo sufrágio não é possível

Musica
Prospectiua
Cosmographia

Astronomia

[XVIII] Refere-se a Aristóteles.

alcançar, nem nestas manter a devida ordem. E não é de causar admiração que sejam poucos, em nosso tempo, os bons matemáticos, pois a causa é a escassez de bons preceptores, com a gula, o sonho e as plumas ociosas e, em parte, a debilidade dos recentes engenhos. Daí que, entre os sábios, por comum provérbio, magistralmente se costumava dizer: *Aurum probatur igni et ingenium mathematicis*, isto é, que a bondade do ouro a demonstra o fogo e, o peregrinismo do engenho, as disciplinas matemáticas. Esta sentença quer dizer que o bom espírito apto para as matemáticas, também o é para as demais ciências, já que aquelas são de grandíssima abstração e sutileza, porque sempre devem considerar-se fora da matéria sensível. E verdadeiramente são tais que, como por toscano provérbio costuma-se dizer, cortam o pêlo no ar.[XIX] Por isso o antigo e divino filósofo Platão,[76] não sem fundamento, negava o acesso aos inexpertos em geometria a seu celebérrimo Ginásio,[77] sobre cuja porta principal, colocou com letras grandes e inteligíveis uma breve inscrição com estas formais palavras: *Nemo huc geometriae expers ingrediatur*.[XX] Isto é, que quem não fosse bom geômetra ali não entrasse. Fez isso, porque nela se encontra oculta toda outra ciência. E antes, pleno de suavíssima doçura, o diligente contemplador da natureza, Pitágoras,[78] pela descoberta do ângulo reto, segundo dele se lê, e segundo conta Vitruvius,[79] com grandíssima festa e júbilo aos deuses fez sacrifício de cem bois, como abaixo se dirá.[XXI] E seja isso, no presente, suficiente recomendação dos matemáticos, cujo número, em vossa ínclita cidade, já começa a crescer não pouco hoje em dia, graças a Vossa Ducal Alteza, pela assídua leitura pública que voltou a introduzir, com proveito dos egrégios ouvintes, aos quais, conforme a graça a mim claramente concedida pelo Altíssimo, exponho com toda diligência (a juízo deles) o volume do mencionado Euclides sobre as ciências de aritmética, geometria, proporções e proporcionalidades. E já pus fim a seus digníssimos dez livros, introduzindo sempre em sua teoria também a nossa prática,[80] para maior utilidade e ampla inteligência deles, e dedicando o resto do tempo à redação do presente tratado.

Mathematicorum raritas

Prouerbium

Tuscum prouerbium.
Plato philosophus.

Breue platonicum.

Pyctagoras phs.
Victruuius architectus.

Auctoris diligentia

XIX "*Spaccano el pelo in laire*".

XX "*Ninguém entre aqui desprovido de geometria*"

XXI "como abaixo se dirá", i.e., no Capítulo LIV (Cf. *De Architectura*, IX, 1, 9).

CAPÍTULO III

TERMINADO O PROÊMIO, SEGUE O ESCLARECIMENTO DO QUE SE DEVE ENTENDER PELO NOME MATEMÁTICO.

Este vocábulo, Excelso Duque, é derivado do grego *μαθηματικός*,[XXII] que em nossa língua equivale a dizer disciplinável e para nosso propósito, ciências e disciplinas matemáticas, entendem-se: Aritmética, Geometria, Astrologia, Música, Perspectiva, Arquitetura e Cosmografia, e qualquer outra dependente destas. Não obstante, os sábios costumam chamar dessa maneira as quatro primeiras, isto é, Aritmética, Geometria, Astronomia e Música e as outras são ditas subalternas, ou seja, dependentes destas.[81] Assim querem Platão e Aristóteles, Isidoro[82] em suas *Ethimologiae*,[83] e Severino Boécio[84] em sua *Arithmetica*.[85] Porém, nosso juízo, ainda que baixo e incapaz, reduzem-nas a três ou cinco, isto é, Aritmética, Geometria e Astronomia, excluindo-se destas a Música, por tantas razões quanto as que eles dão para excluírem das cinco a Perspectiva, ou agregando esta às quatro, por tantas razões quanto são as que agregam às nossas três a Música.

Discipline mathematice

S. Boetius Seuerinus
S. Ysidorus

Se disserem que a Música contenta o ouvido, um dos sentidos naturais, também a Perspectiva agrada a visão, que é muito mais digna, já que é a primeira porta do intelecto. Se disserem que aquela se remete ao número sonoro e à medida do tempo de suas prolações, também esta se refere ao número natural segundo todas as suas definições e à medida da linha visual. Se aquela recreia o ânimo pela harmonia, também esta muito deleita com a devida distância e variedade de cores. Se aquela considera suas proporções harmônicas, também esta considera as aritméticas e geométricas. E, *breviter*, Excelso Duque, há muitos anos tenho isso em mente, ninguém conseguiu aclarar-me por que devam ser quatro e não três ou cinco. Estimo que tantos sábios não devam estar errados, porém, apesar de seus dizeres, minha ignorância não cede.

Oh! Deus! Quem vendo uma graciosa figura, bem disposta, com seus devidos alinhamentos, à qual só lhe aparenta faltar o alento, não a julgaria coisa mais divina que humana? A pintura imita a natureza de maneira ilimitada.[86] Isso se apresenta evidentemente aos nossos olhos no excelente simulacro do ardente desejo de nossa salvação, em que não é possível imaginar os apóstolos com maior atenção, ao som da voz de inefável verdade, quando disse: *unus vestrum me traditurus*

Simulacrum nre. salutis.

[XXII] No manuscrito o espaço reservado para o termo grego encontra-se em branco.

est.[XXIII] Onde com atos e gestos, parece que falam uns aos outros, com viva e aflita admiração - tão dignamente, com sua graciosa mão, dispôs nosso Leonardo. Assim lemos, em *De picturis* de Plínio, que Zêuxis[87] e Parrásio[88] concorreram em um mesmo exercício.[XXIV] Desafiando Parrásio, Zêuxis fez uma cesta de uvas com seus pâmpanos e, que exposta em público, fez os pássaros lançarem-se sobre ela como se fosse verdadeira. Parrásio fez um véu e colocando-o em público, disse-lhe Zêuxis, crendo que fosse um véu que cobria a obra: "tira o véu e deixa todos verem a tua [obra], como eu fiz com a minha". E assim foi vencido, porque ele enganou os pássaros, animais irracionais, e o outro, um racional e mestre, se não me engana o grande deleite e sumo amor que sinto pela pintura (ainda que ignorante dela). E, universalmente, não é um espírito gentil aquele que não se deleita com a pintura, quando esta atrai tanto o animal racional quanto o irracional. Daí que, por ora, se não ocorre outra, ficarei com essa idéia: são três as principais ciências e as outras são subalternas, ou são cinco as principais, se a Música for assim considerada. De maneira alguma me parece que se deva postergar a Perspectiva, visto que não seja menos digna de louvor. E estou certo de que, por não ser artigo de fé, ser-me-á tolerado. E isto é quanto ao dito nome se refere.

Leonardus Vincius.
Xeusus
Plinius
Parrasius

CAPÍTULO IV

DAS COISAS QUE O LEITOR DEVE OBSERVAR PARA INTELIGÊNCIA DESTE TRATADO.

A seguir, para maior facilidade, é preciso notar que quando mencionamos, por exemplo, a primeira do primeiro, a quarta do segundo, a décima do quinto, a vigésima do sexto e assim, sucessivamente, até o décimo quinto, deve-se entender, pela primeira citação, o número das conclusões e, pela segunda, o número dos livros de nosso filósofo Euclides, a quem imitamos como arquimandrita dessa faculdade. Isto é, ao dizer "pela quinta do primeiro", queremos dizer "pela quinta conclusão de seu primeiro livro", e assim para os outros livros parciais de seu livro total sobre os elementos e primeiros princípios de aritmética e geometria. Porém, quando a autoridade por nós aduzida for de outra obra sua, ou de outro autor, nomearemos essa obra e esse autor.[89]

Euclides phs.

Ademais, utilizaremos uma grande variedade de caracteres e abreviações, que em tais faculdades é costume usar, máxime para nós,

---

[XXIII] "*Um de vós há de me trair*" (Mt 26, 21).
[XXIV] Cf. Plínio, o Velho, *Historia Natural*, XXXV, 36.

como se requer também para todas as demais. Assim a medicina usa seus caracteres para escrúpulos, onças, dracmas e manípulos, os prateiros e joalheiros usam para grãos, denários e quilates, os astrólogos para Júpiter, Mercúrio, Saturno, Sol, Lua e, os mercadores, para liras, soldos, grossos e denários, usados por brevidade. E isso para evitar a prolixidade da escritura e também da leitura, pois, de outra maneira se encheria de tinta o papel. Do mesmo modo, também nós nas matemáticas, para a álgebra, isto é, a prática especulativa, usamos outros caracteres que denotam *cosa*, *censo, cubo* e os demais termos como em nossa mencionada obra. {Alguns deles também os usaremos aqui e estes são os caracteres colocados na tabela do início}.[XXV] Dos quais alguns também aqui usaremos, aduzidos comumente como a seguir, *videlicet*:[XXVI]

℞,isto é, sinal de uma Raiz
℞℞,isto é, sinal de Raiz de Raiz
ⓜ, isto é, menos em qualquer quantidade
p̃, isto é, mais *similiter* em qualquer quantidade
q^{ta}, isto é, quantidade ou quantidades se o -a é trocado pelo -e
po^{a}, isto é, potência ou potências se o -a é trocado por -e
li^{a} , isto é, linha ou linhas se o -a é trocado por -e
Geo^{a}, isto é, geometria; geo^{ca}. isto é, geométrica
$Arith^{ca}$. isto é, Aritmética; Aritméticas por a/e
$Propor^{e}$ isto é, proporção e proporções se o -e pelo -i
N^{o}, isto é, número; números se o -o pelo -i
$\square^{o}$, isto é quadrado; quadrada; quadrados se o -o por -a ou -e
Dŕa , isto é, diferença; diferenças se o -a por -e
p^{o}, isto é, primeiro; primeira; primeiras; primeiros se o -o por a/e/i/o
2^{o}, isto é, segundo; segunda; segundas; segundos se o -o por a/e/i/o
mcato, isto é, multiplicado; multiplicada se o -o por a/o
mcare, isto é, multiplicar
s. $ppor^{e}$ h el m .e doi ex^{i} cioe secondo la $propor^{e}$ hauente el mezzo e doi extremi.[XXVII]

Assim, estes nomes: multiplicação, produto e retângulo significam a mesma coisa e, também quadrado e potência de alguma quantidade são a mesma coisa, pois a potência da linha é seu quadrado, pela última do primeiro. Além disso, determinar a potência

---

[XXV] Sentença exclusiva da versão impressa.

[XXVI] Em nossa tradução só utilizamos a notação p̃ para adição, ⓜ para subtração e ℞ para raiz quadrada. Traduzimos o trecho original para que se registrem as abreviações utilizadas por Pacioli.

[XXVII] No Capítulo XXXI, Pacioli utiliza a abreviação *s.p.h.m.d.q.ex^{t}* que corresponde a *"secundum proportionem habens medium duoque extrema"*.

de uma linha é determinar seu quadrado.[XXVIII] E é conveniente observar estas coisas no curso de nossa obra para que não haja equívoco sobre o sentido das palavras.

CAPÍTULO V

DO ADEQUADO TÍTULO DO PRESENTE TRATADO.

Parece-me, oh Excelso Duque, que o título adequado a nosso tratado deve ser *la divina proportione*.[XXIX] E isto por muitas *correspondências*,[XXX] que encontro em nossa proporção[90] e, que em nosso utilíssimo discurso, entendemos que se referem, por semelhança, ao próprio Deus. Das quais, dentre outras, consideraremos quatro como suficientes para o nosso propósito. A primeira é que ela é somente uma e não mais e, não é possível atribuir-lhe outras espécies, nem diferenças. E esta unidade é o supremo epíteto de Deus, segundo toda escola teológica e também filosófica. A segunda correspondência é a da Santa Trindade, isto é, assim como *in divinis* há uma mesma substância em três pessoas, Pai, Filho e Espírito Santo, da mesma maneira, uma mesma proporção desta sorte sempre se encontrará em três termos e nunca em mais ou em menos, como se dirá. A terceira correspondência é que assim como Deus, propriamente, não se pode definir, nem por nós pode ser entendido por palavras, da mesma maneira, esta nossa proporção não pode ser determinada por número inteligível, nem ser expressa por quantidade racional, sendo sempre oculta e secreta e, pelos matemáticos, chamada irracional. A quarta correspondência é que, assim como Deus jamais pode mudar e é tudo em tudo e está em tudo em toda parte, da mesma maneira, a nossa presente proporção sempre, em toda quantidade contínua ou discreta, seja grande ou pequena, é a mesma e sempre invariável e de nenhum modo pode mudar, nem tampouco pode apreendê-la de outro modo o intelecto, como nosso processo

---

XXVIII No original: "*E piu che possa la linea fia el suo quadrato*" (Lit.: "*E mais que potencie [possa] a linha seja o seu quadrado*"). O verbo latino *possum* (poder, ser capaz de) é empregado como uma tradução do verbo grego *δύναμαι* (poder, ser elevado ao quadrado). Os verbos portugueses *poder* e *potenciar* e o verbo italiano *potere* derivam de *possum*. O sentido da frase parece ser: "*potenciar*" significa "*quadrar*". O verbo *potere* (ou *possum*) é usado também com esse sentido por Campano (cf. EUCLIDES, 1482, Liber II, prop. 12) e por Tartaglia (cf. EUCLIDES, 1565, f. 47v).

XXIX "*A divina proporção*".

XXX Traduzimos o termo "*convenientia*" por "*correspondência*". A palavra italiana "*conveniènza*" pode significar "correspondência de elementos", "simetria" e "conveniência" e a palavra latina "*convenientia*" pode também ser traduzida por "conformidade", "harmonia" ou "proporção". Talvez Pacioli empregue o termo aqui em um sentido mais profundo (cf. AQUINO, 2001, p. 78).

demonstrará. A quinta correspondência pode, não sem fundamento, agregar-se às anteriormente citadas, isto é, assim como Deus confere o ser à virtude celeste, por outro nome chamada quinta-essência e, mediante ela, aos quatro corpos simples, isto é, aos quatro elementos, terra, água, ar e fogo e, por meio destes, confere o ser a cada uma das outras coisas da natureza, da mesma maneira, nossa santa proporção dá o ser formal, segundo o antigo Platão em seu *Timeu*,[91] ao próprio céu, atribuindo-lhe a figura do corpo dito dodecaedro, ou corpo de doze pentágonos, o qual, como abaixo se mostrará, não é possível formar sem nossa proporção. Da mesma maneira, a qualquer um dos outros elementos assinalam-se suas formas respectivas, de nenhum modo coincidentes, isto é, ao fogo assinala-se a figura piramidal chamada tetraedro, à terra a figura cúbica chamada hexaedro, ao ar a figura chamada octaedro e à água a chamada icosaedro.[92] E estas formas e figuras, os sábios declaram que são todos os corpos regulares, como de cada uma abaixo se dirá. E logo, mediante estes, uma infinidade de outros corpos ditos dependentes são formados. Não é possível proporcionar entre si os cinco corpos regulares, nem entender que se possam circunscrever pela esfera, sem nossa dita proporção. E tudo isso aparecerá abaixo. Sejam suficientes essas correspondências assinaladas, ainda que se possam aduzir muitas outras, para a adequada denominação do presente compêndio.[93]

CAPÍTULO VI

DE SUA DIGNA RECOMENDAÇÃO

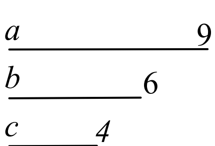
Esta nossa proporção, oh Excelso Duque, é mui digna de prerrogativa e excelência ilimitada, com respeito a sua infinita potência, visto que sem seu conhecimento muitíssimas coisas dignas de admiração, nem em filosofia nem em alguma outra ciência, jamais poderiam vir à luz. E, certamente, isso é reconhecido como dom pela invariável natureza dos princípios superiores, como diz o grande filósofo Campano,[94] nosso famosíssimo matemático, sobre a décima do décimo quarto. Máxime quando se vê que ela gera tanta diversidade de sólidos, seja por tamanho, seja por quantidade de bases, seja ainda por suas figuras e formas, com certa irracional sinfonia dentre seus acordes, como em nosso processo se entenderá, pondo os estupendos efeitos de uma linha dividida segundo essa proporção; efeitos estes que não devem chamar-se naturais, mas sim, divinos.[95] {Dos quais, para enumerá-los, vem a seguir o primeiro deles.}[XXXI]

CAPÍTULO VII

DO PRIMEIRO EFEITO DE UMA LINHA DIVIDIDA SEGUNDO NOSSA PROPORÇÃO.

Quando uma linha é dividida segundo a proporção que tem médio e dois extremos (que assim, por outro nome, é chamada pelos sábios a nossa excelente proporção), se à sua maior parte se agrega a metade de toda a linha assim proporcionalmente dividida, seguirá necessariamente, que o quadrado de seu conjunto sempre será o quíntuplo, isto é, cinco vezes[XXXII] o quadrado da dita metade inteira. Antes de prosseguir, é necessário declarar como se deve entender e interpor a dita proporção entre as quantidades e como é chamada pelos sapientíssimos em seus volumes. Digo que a chamam *proportio habens medium et duo extrema*, isto é, proporção que tem médio e dois extremos, que é o que ocorre a todo ternário, pois qualquer que seja o ternário escolhido, sempre terá o médio com seus dois extremos, porque nunca se entenderá o médio sem eles. Ensina-se a dividir de tal modo uma quantidade na vigésima nona do sexto, havendo antes sido explicado, na terceira definição do sexto, como se deve entender tal divisão. Ainda que no segundo, pela décima primeira, seja demonstrado como dividir a linha por essa mesma virtude e força, a proporção não é mencionada até passar o quinto. Campano a considera entre os números na décima sexta do nono. E isso com relação a sua denominação.

COMO SE ENTENDEM SEU MÉDIO E SEUS EXTREMOS. (MESMO CAPÍTULO).



Entendido como a nossa proporção é particularmente denominada, resta esclarecer como se deve entender o dito médio e também os extremos em qualquer quantidade e que condições são necessárias para que entre elas se encontre a dita divina proporção. Por isso, é preciso saber, como dito no quinto, que entre três termos de um mesmo gênero sempre há, necessariamente, duas relações, isto é, proporções, uma entre o primeiro termo e o segundo, outra entre o

---

XXXI Esta última sentença não se encontra no manuscrito.

XXXII No original: *"5 tanto del quadrato"*.

segundo e o terceiro. *Verbi gratia*:[XXXIII] sejam três quantidades do mesmo gênero (que de outra maneira não se entende que haja entre elas proporção). Seja a primeira .a. e 9 por número, a segunda seja .b. e 6 e a terceira seja .c. e 4. Digo que entre elas há duas proporções, uma entre .a. e .b., isto é, entre 9 e 6, a qual, dentre as comuns, em nossa obra chamamos sesquiáltera, que é quando o maior termo contém o menor uma vez e meia, pois o 9 contém o 6 e também o 3, que é a metade de 6 e por isso se chama sesquiáltera.[XXXIV] Mas não intentamos aqui falar das proporções em geral, por já havermos tratado ampla e completamente delas, junto com as proporcionalidades, em nossa obra antes citada. Por isso, não cuido de estender-me sobre elas, sempre pressupondo tudo que em comum delas foi dito, com suas definições e divisões. E somente sobre esta única proporção será nosso presente discurso, por não se encontrar alguém que tenha tratado dela com tão utilíssimo processo. Agora, voltando ao nosso inicial propósito das três quantidades, seja, ademais, a [proporção] entre a segunda .b. e a terceira .c., isto é, entre 6 e 4, outra proporção similarmente sesquiáltera. Se estas são semelhantes ou dessemelhantes não cuidaremos agora, pois, nosso intento é esclarecer como é necessário encontrar entre três termos do mesmo gênero duas proporções. Igualmente, digo que nossa divina [proporção] observa as mesmas condições, isto é, que sempre entre seus três termos, o médio e os dois extremos, invariavelmente há duas proporções de mesma denominação. E isso, para as outras, sejam contínuas ou descontínuas, pode ocorrer de infinitos modos, pois, às vezes, entre seus três termos será dupla, outras vezes tripla, e *sic in ceteris*[XXXV] para todas as espécies comuns. Porém entre o médio e os extremos desta nossa [proporção] não é possível que haja variações, como se dirá. Por isso, com razão, faço a quarta correspondência com o Sumo Artífice,**96** considerando-a entre as outras proporções, sem espécies ou outras diferenças, observando as condições de suas definições. Nisso assemelha-se a Nosso Salvador, que veio, não para abolir a Lei, mas sim para cumpri-la[XXXVI] e que, feito homem entre os homens, submeteu-Se e foi obediente a Maria e a José.[XXXVII] **97** Assim esta nossa proporção do céu mandada, acompanha com as outras em definição e condições e não as degrada, pelo contrário, as magnifica ainda mais, tendo o Principado da unidade entre todas as quantidades, indiferentemente, nunca

---

XXXIII "*Por exemplo*".
XXXIV Do latim *sesquialter, era, erum* ("que contém outro tanto e mais metade; um e meio")
XXXV "*assim quanto ao resto*".
XXXVI Mateus V, 17: "*nolite putare quoniam veni solvere legem aut prophetas non veni solvere sed adimplere*".
XXXVII Possível referência à Lucas II, 51: "*et descendit cum eis et venit Nazareth et erat subditus illis*".

mudando, como do grande Deus disse nosso Santo Severino: *Stabilisque manens dat cuncta moveri*.[XXXVIII] É necessário saber, para reconhecê-la entre as quantidades que se apresentem, que sempre entre seus três termos encontra-se disposta em proporcionalidade contínua, da seguinte maneira: que o produto do menor extremo pelo conjunto do menor e médio é igual ao quadrado do médio. Em conseqüência da décima definição do quinto, o dito conjunto será necessariamente o seu maior extremo e, quando se encontrem assim ordenadas três quantidades de qualquer gênero, diz-se que estão segundo a proporção que tem o médio e dois extremos. Seu maior extremo é sempre o conjunto do menor e médio e podemos dizer que o dito maior extremo é toda a quantidade dividida naquelas duas partes, isto é, menor extremo e médio daquela condição. Deve-se notar por que a dita proporção não pode ser racional e por que o menor extremo, com relação ao médio, não pode denominar-se por número algum, sendo o maior extremo racional, pois, sempre serão irracionais, como abaixo se dirá. Nisso, da terceira maneira, concorda com Deus, *ut supra*.[XXXIX]

CAPÍTULO VIII

COMO SE ENTENDE A QUANTIDADE DIVIDIDA SEGUNDO A PROPORÇÃO QUE TEM MÉDIO E DOIS EXTREMOS.

Devemos saber que, entendendo bem, dividir uma quantidade segundo a proporção que tem médio e dois extremos quer dizer: fazer daquela duas partes desiguais tais que o produto da menor por toda a dita quantidade indivisa seja quanto o quadrado da maior parte, como pela terceira definição do sexto,[98] declara nosso filósofo.[XL] Porém, mesmo que não se dissesse para dividir a dita quantidade segundo a proporção que tem médio e dois extremos, mas somente se quisesse fazer duas partes com a condição de que o produto de uma por toda a dita quantidade seja igual ao quadrado da outra parte, quem entenda bem e na arte seja experto deve reduzir o propósito a dita proporção nossa, pois de outro modo não se pode interpretar.

XXXVIII *"E permanecendo estável permite que todas as coisas se movam"*. Referência a trecho da obra de Severino Boécio: *"Terrarum caelique Sator, qui tempus ab aevo / Ire iubes stabilisque manens das cuncta moveri"*. (*De Consolatione Philosophiæ*, III, m. 9)

XXXIX *"Como acima"*.

XL Segundo a definição supracitada, na tradução de Campano editada por Pacioli: *"Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium Et duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad minorem"*.

Verbi gratia. A quem se dissesse: “Faça-se de 10 duas partes tais que multiplicada uma por 10, seja quanto a outra multiplicada por si mesma”, operando neste caso e em outros similares segundo os ensinamentos dados por nós na prática especulativa, chamada álgebra e almucabala, por outro nome a regra da coisa, apresentada na nossa referida obra, encontrará como solução que uma parte, a saber a menor, é 15.ⓜ.℞125. e a outra maior é ℞125.ⓜ.5. E tais partes assim descritas são irracionais e na arte se chamam resíduos, cujas espécies, como assinala nosso filósofo na septuagésima nona do décimo, são 6. E vulgarmente as ditas partes se enunciam assim: a menor, quinze menos raiz de cento e vinte e cinco, que quer dizer que tomada a raiz de 125, que é pouco mais de 11, e subtraída de 15, restará pouco mais de 3, ou, digamos, pouco menos de 4. E a maior se enuncia raiz de cento e vinte e cinco menos cinco e quer dizer que tomada a raiz de 125, que é pouco mais de 11, como dito, desta subtrai-se 5, restando pouco mais de 6, ou, digamos, pouco menos de 7, para a dita maior parte. Mas tais atos de multiplicar, somar, subtrair, dividir resíduos, binômios e raízes e todas as demais quantidades racionais e irracionais, inteiras e quebradas, em todos os modos, por os haver demonstrado completamente na nossa mencionada obra, não cuido de repeti-las, e somente me ocupa de dizer coisas novas e não as já ditas e reiteradas.

Assim dividida toda quantidade, teremos sempre três termos ordenados em proporcionalidade contínua, em que uma será toda a quantidade assim dividida, isto é, o maior extremo, como aqui no caso proposto, 10; a outra é a maior parte, isto é, o médio, como ℞125.ⓜ.5.; e a terceira, a menor, 15.ⓜ.℞125. Entre estas há uma mesma proporção, isto é, do primeiro ao segundo como do segundo ao terceiro e, assim, a inversa, do terceiro ao segundo como do segundo ao primeiro. E tanto faz multiplicar o menor, isto é, 15.ⓜ.℞125. pelo maior, que é 10, quanto multiplicar o médio por si mesmo, isto é, ℞125. ⓜ.5., pois tanto um quanto o outro produto dá 150.ⓜ.℞12500., assim como busca nossa proporção.

Por isso é dito que 10 está dividido segundo a proporção que tem médio e dois extremos, e sua maior parte é ℞125.ⓜ.5., e a menor é 15. ⓜ.℞125., sendo ambas necessariamente irracionais, como se prova pela sexta do décimo terceiro e, também, na décima primeira do segundo e na décima sexta do nono.

E isso basta para o conhecimento da quantidade assim dividida.

CAPÍTULO IX

O QUE É RAIZ DE UM NÚMERO E DE OUTRA QUANTIDADE.

Como em nosso processo amiúde mencionaremos raízes, parece-me importante esclarecer aqui o assunto, porém sucintamente, visto que se tratou disso amplamente e de todos os modos em nossa obra. Digo, sem embargo, que raiz de uma quantidade é também uma quantidade tal que, multiplicada por si mesma, dá aquela quantidade da qual se diz raiz e essa multiplicação por si mesma chama-se quadrado da dita raiz. Assim como dizemos que a raiz de 9 é 3, a de 16 é 4 e a de 25 é 5, assim para os outros, o 9, o 16 e o 25 são chamados quadrados. E é necessário saber que há algumas quantidades que não têm raiz que por número se possa indicar exatamente. Assim, 10 não tem nenhum número que multiplicado por si mesmo dê exatamente o 10, e assim 11, 12, 13 e outros similares. Portanto, existem e originam-se duas sortes de raízes, uma dita discreta ou, podemos dizer, racionais e que por número exato se pode indicar, como de 9 a raiz é 3; e a outra surda e é a que não se pode dar exatamente por um número, como havíamos dito da raiz de 10 e de outros. E estas, por outro nome, são ditas irracionais, pois todas as quantidades que não podem ser indicadas por um número exato são denominadas, na arte, irracionais, e aquelas que podem ser dadas por números são ditas racionais.

E baste isso, para nosso propósito, sobre as raízes.

CAPÍTULO X

CONSEQÜÊNCIA DO PRIMEIRO EFEITO PROPOSTO.

Estas coisas bem consideradas, voltemos ao primeiro efeito proposto, esclarecendo-o com exemplos evidentes. Para elucidação, retomemos o mesmo caso de 10, aduzido naquele lugar, sem nos afligir em outras laboriosas quantidades, pois com todas ocorre o mesmo que se diz para este. E por meio da Aritmética, para maior conhecimento de Vossa Alteza, seguiremos a todos os demais, pressupondo sempre que as provas científicas de tudo que nosso processo conterá e que aduziremos de nosso filósofo Euclides estão com toda diligência geométrica determinadas segundo a oportuna exigência das conclusões. Digo, pois, que dividido 10 segundo nossa proporção, sua maior parte será ℞125. ⓜ.5. sobre a qual, pelo dito efeito, somando 5, isto é, metade de todo o 10, dará ℞125. exatamente, visto que aquele ⓜ.5. se restaura e se completa com ℘.5, metade de 10. Este conjunto, isto é, ℞125., que multiplicado por si mesmo dá 125, tem um quadrado 5 vezes o quadrado da metade de 10, que é 5 e seu quadrado 25. Donde 125 é exatamente o quíntuplo do dito 25, quadrado da dita metade de 10, como foi dito. E este efeito tem lugar em toda quantidade, de qualquer natureza, como evidentemente demonstra a primeira do décimo terceiro de nosso guia.

CAPÍTULO XI

DE SEU SEGUNDO ESSENCIAL EFEITO.

Se uma quantidade é dividida em duas partes, e a uma soma-se uma quantidade, tal que o quadrado do dito conjunto seja o quíntuplo do quadrado da quantidade acrescida, segue necessariamente que a dita quantidade acrescida é a metade da primeira quantidade dividida nas duas ditas partes, e que aquela à qual se acrescenta é a sua maior parte, e que toda ela está dividida segundo nossa proporção.[99]

Verbi gratia: Tome-se 15.ⓜ.℞125. e ℞125.ⓜ.5. como as duas partes integrais de uma quantidade e sobre uma, isto é, ℞125.ⓜ.5. somado 5, como terceira quantidade, o conjunto é ℞125., cujo quadrado é 125, e o quadrado da quantidade acrescida é 25. Donde 125 é o quíntuplo de 25, quadrado da quantidade acrescida. Digo que a ℞25., isto é, 5, é a metade da primeira quantidade dividida naquelas duas partes, e que aquela a qual se acrescentou é a maior parte da dita primeira quantidade dividida segundo nossa proporção que tem médio e dois extremos, isto é, de 10. E este efeito é o recíproco do precedente, assim como conclui geometricamente a segunda do décimo terceiro.

CAPÍTULO XII

DE SEU TERCEIRO SINGULAR EFEITO.

Se uma quantidade é dividida segundo a nossa proporção e a sua menor parte se acrescenta a metade da maior, então o quadrado do conjunto será sempre o quíntuplo do quadrado da metade da dita maior.

Verbi gratia: Seja 10 a quantidade dividida segundo a nossa divina proporção, da qual uma parte, isto é, a maior será R125.ⓜ.5. e a menor 15.ⓜ.℞125. Digo que se a 15.ⓜ.℞125., que é a menor, se acrescenta a metade de ℞125.ⓜ.5., que é a maior, então o conjunto da menor e da dita metade, multiplicado por si mesmo, será 5 vezes o quadrado da metade da dita maior, e assim apresenta-se, pois a metade de ℞125.ⓜ.5. e ℞31¼.ⓜ.2½., e somada a 15.ⓜ.℞125., que é a menor, dá 12½.ⓜ.℞31¼.. Donde multiplicado 12½.ⓜ.℞31¼ por 12½.ⓜ.℞31¼. dá 187½.ⓜ.℞19531¼., e seja dito que este é o quadrado do conjunto. Em seguida, quadre-se ainda a metade da dita maior, isto é, multiplique-se ℞31¼.ⓜ.2½. por ℞31¼.ⓜ.2½. e dará 37½.ⓜ.℞781¼., e seja dito que este é o quadrado da metade da maior, que é exatamente 1/5 do quadrado do conjunto e, por conseguinte, o dito quadrado do conjunto é o quíntuplo do quadrado da metade da dita parte maior de 10, assim dividido. Esta virtude é de muito se estimar, com as demais, como geometricamente se prova pela terceira do décimo terceiro de nosso mestre.

CAPÍTULO XIII

DE SEU QUARTO INEFÁVEL EFEITO.

Se uma quantidade se divide segundo a nossa divina proporção e se a toda dita quantidade se acrescenta a sua maior parte, então o dito conjunto e a dita maior parte serão partes de uma quantidade assim dividida, e a maior parte desta segunda quantidade, assim dividida, será sempre toda a primeira quantidade.

Verbi gratia: Seja 10 a quantidade dividida segundo nossa única proporção, tal que sua maior parte seja ℞125.ⓜ.5. e a menor 15.ⓜ.℞125. Donde, se a 10, primeira quantidade, soma-se ℞125.ⓜ.5., maior parte, dará uma segunda, isto é, ℞125.℘.5. E esta segunda quantidade, isto é, ℞125.℘.5. digo que é, similarmente, dividida segundo a nossa proporção nas ditas duas partes, isto é, ℞125. ⓜ.5., maior parte da primeira e, em 10, que foi a primeira quantidade e é a maior parte desta segunda quantidade. É dessa maneira, pois o produto de ℞125.ⓜ.5., que era a maior parte da primeira e agora é a menor desta segunda, por toda esta segunda, isto é, ℞125.℘.5., dá quanto o quadrado do médio, isto é, a parte maior da segunda, que é 10, pois ambos fazem exatamente 100, como se requer para a dita proporção. E esta virtude se manifesta, geometricamente, na quarta do décimo terceiro.

CAPÍTULO XIV

DE SEU QUINTO ADMIRÁVEL EFEITO.

Se uma quantidade se divide segundo a nossa dita proporção, o conjunto do quadrado da menor parte com o quadrado de toda a quantidade íntegra será sempre o triplo do quadrado da maior parte.

Verbi gratia: Seja 10 a quantidade dividida como dissemos, tal que uma parte seja 15.ⓜ.℞125., isto é, a menor, e a outra ℞125.ⓜ.5., isto é, a maior. Digo que o quadrado de 15.ⓜ.℞125 .junto com o quadrado de 10, que é toda a quantidade, resulta um conjunto que será triplo, isto é, três vezes o quadrado da maior parte, isto é, de ℞125. ⓜ.5. Donde o quadrado de 15. ⓜ.℞125. é 350. ⓜ.℞112500., e o quadrado de 10 é 100, que junto com 350. ⓜ.℞112500. dá 450. ⓜ.℞112500., para o dito conjunto. E o quadrado de ℞125.ⓜ.5. é 150. ⓜ.℞12500., que, como se vê é 1/3 do dito conjunto, pois multiplicado 150.ⓜ.℞12500. por 3 dará exatamente 450.ⓜ.℞112500. Logo, o dito conjunto é o triplo do dito quadrado, como dissemos. Este efeito conclui, geometricamente, a quinta do décimo terceiro.

CAPÍTULO XV

DE SEU SEXTO INOMINÁVEL EFEITO.

Nenhuma quantidade racional pode dividir-se segundo a nossa dita proporção sem que cada uma de suas partes seja irracional, chamada resíduo.

Verbi gratia: Seja 10 a quantidade racional que deve ser dividida segundo a razão que tem o médio e dois extremos. Digo que necessariamente qualquer uma das partes deve ser resíduo. Donde uma será 15.ⓜ.℞125., isto é, a menor, e a outra, a maior, será ℞125.ⓜ.5., e se vê por que cada uma delas é resíduo, assim chamada na arte, segundo a septuagésima nona do décimo. E, este efeito obtemos da sexta do décimo terceiro.

CAPÍTULO XVI

DE SEU SÉTIMO INESTIMÁVEL EFEITO.

Se o lado do hexágono eqüilátero se une ao lado do decágono eqüilátero, entendendo ambos como inscritos em um mesmo círculo, seu conjunto sempre será uma quantidade dividida segundo a nossa dita proporção e a maior parte será o lado do hexágono.

Verbi gratia: Seja ℞125.ⓜ.5. o lado de um hexágono eqüilátero traçado no círculo e o lado do decágono eqüilátero no mesmo círculo seja 15.ⓜ.℞125.. De tal círculo, o diâmetro será ℞500.ⓜ.10. Digo que o conjunto de ℞ 125. ⓜ.5. com 15. ⓜ.℞125., que é 10, está dividido segundo a nossa proporção, e sua maior parte é ℞125.ⓜ.5. e a menor é 15. ⓜ.℞125., como várias vezes dissemos dividir 10. E isto se manifesta, geometricamente, pela nona do décimo terceiro.

CAPÍTULO XVII

DO OITAVO EFEITO, RECÍPROCO DO PRECEDENTE.

Se uma linha é dividida segundo a proporção que tem o médio e dois extremos, a maior parte é sempre o lado do hexágono daquele círculo e a menor é o lado do decágono do mesmo.

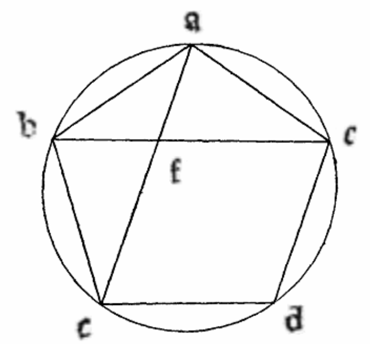
Verbi gratia: Se a linha dividida é 10, a sua maior parte, que é ℞125. ⓜ.5., sempre será o lado do hexágono de um círculo, cujo diâmetro será o dobro de ℞125. ⓜ.5., isto é, ℞500. ⓜ.10.. Digo que, daquele mesmo círculo, 15. ⓜ.℞125., a menor parte, é o lado do decágono colocado naquele. E desta recíproca serve-se muito Ptolomeu, no nono capítulo da primeira parte de seu *Almagesto*,[100] para demonstrar a quantidade dos arcos do círculo, como similarmente se demonstra, geometricamente, na citada nona do décimo terceiro.

CAPÍTULO XVIII

DE SEU NONO EFEITO, O MAIS EXCELSO DE TODOS.

Se no círculo se forma o pentágono eqüilátero e de dois ângulos propínquos se subtenda duas linhas retas movidas dos términos de seus lados, necessariamente aquelas se dividirão segundo a nossa proporção, e cada uma de suas maiores partes sempre será o lado do dito pentágono.

Verbi gratia: Seja o pentágono .abcde., e de seus extremos .c. e .a. tire-se a corda .ac., subtendido ao ângulo .b., e dos extremos .b. e .e. tire-se outra corda .be., subtendido ao ângulo .a.. Digo que estas duas linhas .ac. e .be. dividem-se no ponto .f. segundo a proporção que tem o médio e dois extremos, e a maior parte de cada uma é exatamente o lado do dito pentágono. Donde, da linha .ac., a maior parte é .cf., e a maior da linha .be. é .ef.. E cada uma destas é sempre igual ao lado do dito pentágono, e os matemáticos chamam estas duas linhas, por outro nome, cordas do ângulo pentagônico. Assim, se as ditas cordas fossem, cada uma, 10, porque serão iguais, visto que o seu pentágono no círculo é eqüilátero, .cf. seria ℞125.ⓜ.5., .af., 15.ⓜ.℞125., a parte .ef. seria, de modo semelhante, ℞125.ⓜ.5., .bf. seria 15.ⓜ.℞125., e o lado do pentágono seria, de modo semelhante, ℞125.ⓜ.5. Tudo isso, de belo modo, demonstra geometricamente a décima primeira do décimo terceiro. E por este efeito podemos, conhecendo o lado, chegar ao conhecimento de todas as suas cordas e de todas as suas partes. E, pela recíproca, pelo conhecimento das cordas, podemos chegar ao conhecimento do lado e das partes das ditas cordas, operando aritmética e geometricamente, como ensinamos, na nossa obra aduzida acima, a manejar com toda a diligência, binômios e outras linhas irracionais, das quais trata nosso filósofo em seu décimo, e linearmente demonstra na décima primeira do segundo e na vigésima nona do sexto. Assim, chega-se facilmente a conhecer a ambos de todos os modos, o que é de grandíssima utilidade em nossas científicas e especulativas necessidades.



CAPÍTULO XIX

DO SEU DÉCIMO SUPREMO EFEITO.

Se uma quantidade é dividida segundo a predita proporção, todos os efeitos que dela e de suas partes podem resultar, em mesma habitude, número, espécie e gênero, resultarão de qualquer outra quantidade assim dividida.

Verbi gratia: Sejam duas linhas assim divididas, isto é, uma .ab., dividida em .c., e sua maior parte seja .ac., e a outra .de., e sua maior parte .df.. E o que dizemos destas duas entendemos de infinitas outras, que facilmente podem determinar-se por meio da aritmética. Pondo para .ab. 10, .ac. seria ℞125.ⓜ.5. e a outra, 15.ⓜ.℞125. e pondo para .de. 12, .df. seria ℞180.ⓜ.6. e a outra seria 18.ⓜ.℞180..Digo que tudo aquilo que se pode dar a uma das ditas linhas, comparadas,

multiplicadas, divididas ou operadas em todos os demais modos, o mesmo se dá sempre a uma outra, isto é, a proporção de cada uma com relação a sua maior parte é a mesma proporção com relação a sua menor parte. E assim, pela recíproca, acontece para cada uma de suas partes com relação a elas todas, e assim para o produto de uma por suas partes e, reciprocamente, para as ditas partes, como para a divisão e subtração. Donde a proporção que há de 10 para sua maior parte, ℞125.ⓜ.5., é a mesma que há de 12 para sua maior parte ℞180.ⓜ.6., e a proporção que há do conjunto de 10 e ℞125.ⓜ.5. para ℞125.ⓜ.5. é a mesma do conjunto de 12 e ℞180.ⓜ.6. para ℞180.ⓜ.6.. E assim, *breviter*, tomadas e revoltas ao infinito, *quomodocumque et qualitercumque*[XLI] pela proporcionalidade, por permutação, inversão, conjunção, disjunção, eversão e igualação, sempre convirão a uma mesma denominação e aos mesmos efeitos intensos, o que, infalivelmente, demonstra grandíssima harmonia em toda quantidade assim dividida, como abaixo se verá nos corpos regulares e dependentes. E tudo isso conclui em substância, geometricamente, a segunda do décimo quarto.

CAPÍTULO XX

DE SEU DÉCIMO PRIMEIRO EXCELENTÍSSIMO EFEITO.

Se se divide o lado de um hexágono eqüilátero segundo a nossa divina proporção, sempre a sua maior parte, necessariamente, será o lado do decágono circunscrito no mesmo círculo que o hexágono.

Verbi gratia: Se o lado de hexágono fosse 10, dividido do dito modo, sua maior parte seria ℞125.ⓜ.5., o qual digo que é exatamente o lado de decágono circunscrito no mesmo círculo, cujo diâmetro viria a ser 20, e isso se conclui pela terceira do décimo quarto. Donde, é evidente que, obtido o lado de um, facilmente se encontra o lado de outro. Assim, obtido o diâmetro do círculo ou sua circunferência, ou sua área, ou qualquer parte sua, sempre, por aquele, podemos chegar ao conhecimento de um por meio do outro. E assim, reciprocamente, em todos os modos do círculo, do hexágono, do decágono e também do triângulo, operando aritmética e geometricamente, que é utilíssima coisa, como acima foi dito no nono efeito do pentágono.

[XLI] *"De qualquer maneira".*

CAPÍTULO XXI

DE SEU DÉCIMO SEGUNDO QUASE INCOMPREENSÍVEL EFEITO.

Se se divide uma quantidade segundo a nossa dita proporção, a raiz do conjunto do quadrado de toda a quantidade e do quadrado de sua maior parte, sempre será, em proporção com a raiz do conjunto do quadrado da dita quantidade e o quadrado de sua menor parte, como o lado do cubo com o lado do triângulo do corpo de vinte bases.

Verbi gratia: Seja 10 a quantidade dividida segundo a proporção que tem o médio e dois extremos, tal que uma parte, isto é, a maior será, como várias vezes foi dito, ℞125.ⓜ.5., e a menor 15.ⓜ.℞125.. Agora, quadre-se, isto é, multiplique por si mesma a dita quantidade aduzida, isto é, 10, dará 100, e ademais, quadre-se sua maior parte, isto é, ℞125.ⓜ.5., que multiplicada por si mesma dará 150.ⓜ.℞12500., e quadre-se também a menor parte, isto é, 15.ⓜ.℞125., que multiplicada por si mesmo dá 350.ⓜ.℞112500.. Agora, ao quadrado da maior parte, isto é, 150.ⓜ.℞12500., acrescente-se o quadrado de toda a quantidade, isto é, de 10 que é 100, e dará 250.ⓜ.℞12500.. O mesmo quadrado da dita quantidade, isto é, também 100, acrescente-se ao quadrado da menor parte, a qual encontramos que é 350. ⓜ.℞112500., e acrescentando-se 100 dará 450. ⓜ.℞112500.. Agora, digo que a proporção da raiz de um conjunto, isto é, de 250.ⓜ.℞12500., obtido do quadrado da dita quantidade e de sua maior parte, com relação à raiz do outro conjunto obtido do quadrado da dita quantidade e de sua menor parte, isto é, de 450. ⓜ.℞112500., é exatamente como a proporção do lado do cubo com o lado do triângulo do corpo de vinte bases, quando ambos os corpos estão circunscritos ou circundados por uma mesma esfera, e tais raízes dos conjuntos são chamadas linhas potentes sobre os ditos conjuntos, isto é, ℞ de 250. ⓜ. ℞ 12500., quer dizer uma quantidade cuja potência ou quadrado é exatamente o dito conjunto, e assim a ℞ de 450. ⓜ. ℞ 112500., quer dizer uma quantidade cuja potência, ou quadrado, é exatamente 450.ⓜ.℞112500.. Estas raízes são chamadas, por outro nome, pelos versados, raízes universais ou raízes ligadas, como aparece em nossa citada obra, no terceiro tratado de sua oitava *distinctione*, começando pelo fólio 120 do dito volume. E estas quantidades são de sutilíssima perscrutação e competem à prática especulativa, como amplamente discutido no dito volume. E estas tais, Excelso Príncipe, não é possível nomeá-las com denominações mais baixas. Todo este efeito especulativo se demonstra, geometricamente, pela nona do décimo quarto, juntamente com outras, aduzidas por Campano.

CAPÍTULO XXII

DE SEU DÉCIMO TERCEIRO DIGNÍSSIMO EFEITO.

Por seu décimo terceiro efeito não é de pouca admiração que sem seu sufrágio não se possa nunca formar o pentágono, isto é, a figura de cinco lados iguais, mencionada acima no nono efeito e que ademais abaixo se aduzirá. Sem tal pentágono, como se dirá, não é possível formar, nem imaginar, o corpo nobilíssimo sobre todos os outros, chamado dodecaedro, isto é, o corpo de doze pentágonos eqüiláteros e eqüiângulos, por outro nome chamado corpo de doze bases pentagonais, cuja forma, como se dirá, o divino Platão atribui à quinta-essência, isto é, ao céu por convenientíssimas razões. Donde o nosso filósofo, no quarto livro, pela décima, nos ensina a fazer um triângulo de tal condição, isto é, que cada um de seus dois ângulos que estão na base seja o dobro do outro. E isso fez porque, querendo nós saber como formar o pentágono eqüilátero e eqüiângulo, inscrevê-lo e circunscrevê-lo no círculo, não seria possível se antes, ele não nos houvesse ensinado a fazer o dito triângulo, como se vê pela décima primeira e décima segunda do dito quatro. E para fazer o dito triangulo é necessário dividir uma linha segundo nossa divina proporção, como pela dita décima do quarto ele nos mostra, ainda que naquele lugar não se diga que tal linha se divide, segundo a dita proporção e nem suas condições, por não nos haver dado ainda conhecimento do que é proporção, o qual se reserva para seu quinto, pois não é seu costume induzir em suas demonstrações as coisas seguintes, das quais ainda não se tenha notícia, mas somente usa os antecedentes, e esta ordem se encontra em todos os seus quinze livros. Portanto, a propósito do dito triângulo, não diz que se divide essa linha segundo a proporção que tem o médio e dois extremos, e sim que, segundo a décima primeira do segundo, se façam dela duas partes tais, que o quadrado de uma seja igual ao produto da outra parte por toda a dita linha.

Isso, por força, não quer dizer outra coisa senão dividi-la segundo a dita proporção, como se vê pela terceira definição do sexto e pela vigésima nona do mesmo, e, ademais acima neste [tratado] já dissemos, quando declaramos como se entendem o médio e seus extremos com relação ao seu primeiro efeito considerado.

CAPÍTULO XXIII

COMO, POR REVERÊNCIA DE NOSSA SALVAÇÃO, TERMINAM OS DITOS EFEITOS.

Não me parece oportuno, Excelso Duque, estender-me mais em seus infinitos efeitos, pois o papel não bastaria à tinta para expressá-los todos, mas somente estes treze, entre os outros, elegemos em reverência do grupo dos doze e de seu Santíssimo mestre, Nosso Redentor Jesus Cristo. Tendo atribuído-lhes o nome de divinos, é necessário terminar com o número de nossa Salvação, dos treze artigos,[XLII] e dos doze apóstolos unidos a Nosso Salvador, cujo colégio entendo que Vossa Ducal Alteza tem singular devoção, por havê-lo feito dispor no mencionado lugar, o Sacratíssimo templo das Graças, por nosso já citado Leonardo com seu gracioso pincel.

Não obstante, no processo seguinte não se deixará de aduzir outros mais, segundo as ocorrências, visto que, como se dirá, não é possível formar nem imaginar a harmonia e digna correspondência recíproca entre os corpos regulares e seus dependentes, para cujo fim já propomos, para que suas conseqüências sejam mais claras.

CAPÍTULO XXIV

COMO OS DITOS EFEITOS CONCORREM À COMPOSIÇÃO DOS CORPOS REGULARES E SEUS DEPENDENTES.[XLIII]

E agora, Excelso Duque, a virtude e potência de nossa referida proporção com seus singulares efeitos, máxime como acima dissemos, manifesta-se na formação e composição dos corpos, tanto regulares como dependentes. Destes, a fim de que melhor se aprenda, falaremos ordenadamente a seguir, e antes dos cinco essenciais, os quais por outro nome são chamados regulares, e logo, sucessiva e suficientemente, de alguns egrégios dependentes destes. Mas antes, é necessário esclarecer porque são denominados corpos regulares. Em segundo lugar, é necessário provar como na natureza não é possível formar um sexto. Pois bem, os ditos são chamados regulares porque são de lados, ângulos e bases

---

[XLII] No manuscrito: doze. Correspondem aos treze artigos o *Símbolo dos Apóstolos*, conhecido por *Credo*.

[XLIII] No manuscrito: "*Cõmo ditti effecti concorino ala compositione deli corpi*".

iguais, e um está contido exatamente no outro como se mostrará, e correspondem aos cinco corpos simples na natureza, a saber, terra, água, ar, fogo e quinta-essência, isto é, virtude celeste que sustenta em seu ser todos os demais. E como estes simples são bastantes e suficientes na natureza, se fosse de outra maneira seria argüir que Deus proveu em excesso ou em falta à necessidade natural, o que é absurdo, como afirma o Filósofo, dizendo que Deus e a Natureza não operam em vão, isto é, não faltam à necessidade e não a excedem. De maneira semelhante ocorre com as formas destes cinco corpos. Dos quais é necessário dizer que são cinco *ad decorem universi*,[XLIV] e não podem ser mais pelo que se seguirá. Por isso, não sem fundamento, como se dirá abaixo, o antigo Platão, em seu *Timeu*, atribuiu as figuras dos ditos regulares aos cinco corpos simples, como foi dito acima, na quinta correspondência do divino nome atribuído a nossa proporção. E isso quanto a sua denominação.

CAPÍTULO XXV

COMO NÃO PODE HAVER MAIS DE CINCO CORPOS REGULARES.

Convém agora mostrar como não podem ser mais do que cinco tais corpos na natureza, isto é, aqueles cujas bases são iguais entre si e de ângulos sólidos e planos iguais e, similarmente, de lados iguais. Assim se apresenta, pois para a construção de cada ângulo sólido é necessário ao menos o concurso de três ângulos superficiais, porque um ângulo sólido não pode ser determinado somente por dois ângulos superficiais. Ocorre visto que três ângulos de cada hexágono eqüilátero são iguais a quatro ângulos retos e, ademais, no heptágono, isto é, figura de sete lados, e em geral em toda figura eqüilátera e também eqüiângula de mais lados, três ângulos são sempre maiores que quatro retos, tal como se apresenta evidentemente na trigésima segunda do primeiro, e cada ângulo sólido é menor que quatro ângulos retos, como atesta a vigésima primeira do décimo primeiro. Portanto, é impossível que três ângulos do hexágono, do heptágono e, em geral, de qualquer figura de mais lados eqüilátera e também eqüiângula formem um ângulo sólido. Por isso se manifesta que nenhuma figura sólida eqüilátera e de ângulos iguais não se pode formar a partir de superfícies hexagonais ou, verdadeiramente, de mais lados, pois se três ângulos do hexágono eqüilátero e eqüiângulo são maiores que um ângulo sólido, segue que

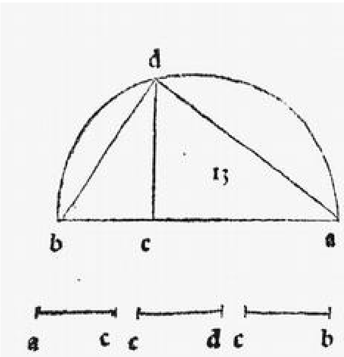
---

XLIV *"Para adorno do Universo"*.

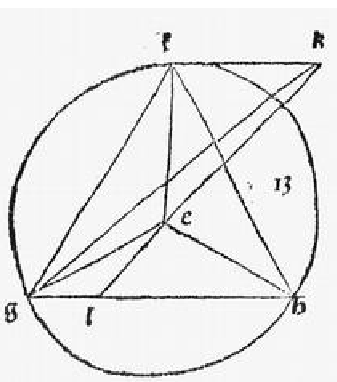
quatro ou mais, com mais razão, excederão o dito ângulo sólido. Porém, três ângulos do pentágono eqüilátero e eqüiângulo é manifesto que são menores que quatro ângulos retos e quatro são maiores que quatro retos. Donde, com três ângulos de um pentágono eqüilátero e eqüiângulo pode-se formar o ângulo sólido, porém, com quatro de seus ângulos, ou com mais, não é possível formar ângulo sólido. Portanto, somente um corpo pode ser formado com pentágonos eqüiláteros e eqüiângulos, o qual é chamado dodecaedro ou, de outra maneira, corpo de doze pentágonos, pelos filósofos. Neste, os ângulos dos pentágonos, três a três, formam e contêm todos os ângulos sólidos do dito corpo. A mesma razão se dá nas figuras quadriláteras de lados e ângulos iguais, como foi dito para os pentágonos, pois toda figura quadrilátera, se for eqüilátera e também de ângulos iguais, por definição será quadrada, porque todos os seus ângulos serão retos, como se mostra pela trigésima segunda do primeiro. Donde, com três ângulos de tal figura superficial é possível formar um ângulo sólido, mas com quatro ou mais deles é impossível. Por isso, com tais figuras superficiais, sabendo que são quadriláteros eqüiláteros e de ângulos iguais, pode-se formar um sólido, a que chamamos cubo e que é um corpo contido por seis superfícies quadradas e tem doze lados e oito ângulos sólidos. Dos triângulos eqüiláteros, seis ângulos são iguais a quatro retos, pela citada trigésima segunda do primeiro. Dessa maneira, menos de seis são maiores que quatro retos e mais de seis são maiores que quatro retos. Portanto, com seis ou mais ângulos de tais triângulos não se pode formar um ângulo sólido, porém, com cinco, com quatro e com três se pode formar. E visto que três ângulos do triângulo eqüilátero contêm um ângulo sólido, logo com triângulos eqüiláteros se forma o corpo de quatro bases triangulares de lados iguais, denominado tetraedro. E quando concorrem quatro de tais triângulos, forma-se o corpo de oito bases denominado octaedro, e se cinco triângulos eqüiláteros contêm um ângulo sólido, forma-se o corpo denominado icosaedro, de vinte bases triangulares e de lados iguais. Donde, por que são tantos e tais corpos regulares e, ainda, por que não são mais, é o que se manifesta completamente pelo que foi dito.

CAPÍTULO XXVI

DE FABRICA SEU FORMATIONE EORUM QUINQUE REGULARIUM ET DE PROPORTIONE CUISQUE AD DIAMETRUM SPHAERAE ET PRIMO DE TETRACEDRON.[XLV]



Visto e entendido quais e quantos são exatamente os corpos regulares, é necessário dizer agora como se formam, para que sejam circundados exatamente por uma esfera e, ademais, que proporção e denominação há entre eles ou seus lados, com relação ao diâmetro da esfera que exatamente os circunda, mediante o qual se chega ao conhecimento deles todos. E por isso, trataremos primeiro do tetraedro, isto é, do [corpo] de quatro bases triangulares, eqüiláteras, e depois de cada um dos outros sucessivamente e por ordem. Digo, pois, que tal corpo deve se formar assim: tome-se, primeiro, o diâmetro da esfera em que intentamos colocá-lo, o qual consideremos que seja a linha .ab., e que esta se divida no ponto .c., de modo que a parte .ac. seja o dobro da parte .bc., e faça-se sobre ela o semicírculo .adb., tire-se a linha .ab. e tirem-se as linhas .bd. e .da.. Depois, faça-se o círculo .fgh. sobre o centro .e., cujo semidiâmetro seja igual a linha .cd.. Neste círculo, faça-se depois um triângulo eqüilátero, segundo o que ensina a segunda do quarto, e este triângulo seja .fgh., e do centro a seus ângulos tirem-se as linhas .ef., .eg., .eh.. Em seguida, sobre o centro .e., eleve-se a linha .ek., perpendicular à superfície do círculo .fgh., como ensina a décima segunda do décimo primeiro, e esta perpendicular tome-se igual à linha .ac., e do ponto k deixem-se cair as hipotenusas .kf., .kg. e .kh.. Observadas exatamente estas coisas, digo que está acabada a pirâmide de quatro bases triangulares de lados iguais, e esta estará exatamente circunscrita pela esfera daquele diâmetro .ab.. E digo, para a proporção entre o diâmetro da esfera e o lado da pirâmide fabricada, que o quadrado do dito diâmetro é sesquiáltero com relação ao quadrado do lado da dita pirâmide, isto é, que o quadrado do diâmetro contém o quadrado do lado da pirâmide uma vez e meia, ou seja, como 3 com relação a 2 e 6 a 4, e quer dizer que, se o quadrado do diâmetro fosse 6, o quadrado do lado da pirâmide seria 4. E assim se encontra provado em geometria.

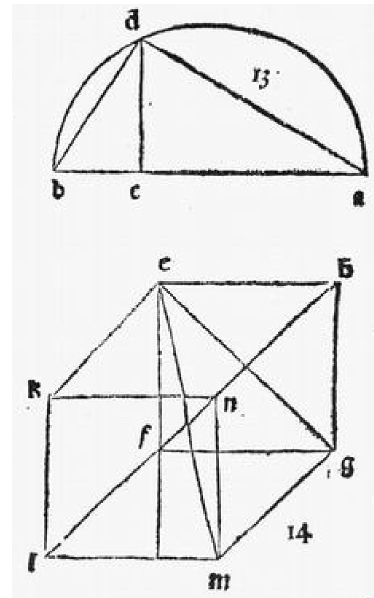


XLV *"Da fábrica ou formação dos cinco corpos regulares e da proporção de cada um com relação ao diâmetro da esfera. Primeiramente o tetraedro".*

CAPÍTULO XXVII

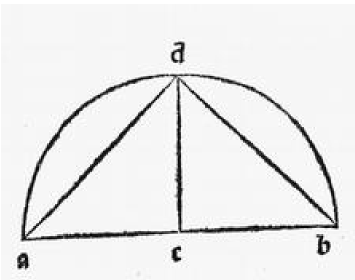
DA FÁBRICA DO CUBO E SUA PROPORÇÃO COM RELAÇÃO À ESFERA.

É necessário demonstrar como se forma o cubo e qual é a proporção entre seu lado e o diâmetro da esfera que o circunda exatamente. Para tal, digo que o dito cubo deve se formar assim: tome-se o diâmetro da esfera em que intentamos colocá-lo com exatidão e seja esta a linha .ab. sobre a qual farei o semicírculo .adb.. Depois dividirei o diâmetro no ponto .c., tal como fiz na formação da pirâmide precedente, isto é, que a parte .ac. seja o dobro da parte .bc.. Tire-se a linha .cd. perpendicular à linha .ab. e tirem-se ainda as linhas .db. e .da.. Depois, faça-se um quadrado do qual todos os lados são iguais à linha .bd. e seja tal quadrado .efgh., e sobre seus ângulos se elevem quatro linhas perpendiculares à superfície do dito quadrado, como ensina a décima segunda do décimo primeiro, e estas perpendiculares sejam postas também iguais à linha .bd. e sejam estas quatro perpendiculares .ek., .fl., .gm. e .hn.. E serão estas quatro perpendiculares todas eqüidistantes entre si, pela sexta do dito décimo primeiro. E os ângulos contidos por aquelas e pelos lados do quadrado são retos, pela definição da linha perpendicular à superfície. Depois, unam-se as extremidades destas perpendiculares tirando as linhas .kl., .lm., .mn. e .nk.. Observadas exata e diligentemente essas coisas, estará acabado o cubo que buscávamos formar, contido por seis superfícies quadradas, o que se prova pela trigésima quarta do primeiro. As quatro superfícies que são aquelas cujos lados opostos são as quatro perpendiculares, são todas quadradas. Que a base seja quadrada se manifesta de nossa posição e, ademais, que a suprema superfície também seja quadrada, isto é, .klmn., demonstra-se ainda pela trigésima quarta do primeiro e pela décima do décimo primeiro. Ademais, pela quarta do dito décimo primeiro se manifesta, que todos os lados do dito cubo estão ortogonalmente sobre as duas superfícies opostas. E este tal estará circunscrito exatamente pela esfera do proposto diâmetro. Donde, o dito diâmetro será sempre o triplo em potência, com relação ao lado do dito cubo, isto é, que o quadrado do dito diâmetro, será sempre três vezes o quadrado do lado do cubo. Dessa maneira, se o diâmetro fosse ℞300, o lado conviria a ser exatamente 10. E este conhecimento, a muitos casos necessário, é oportuno.

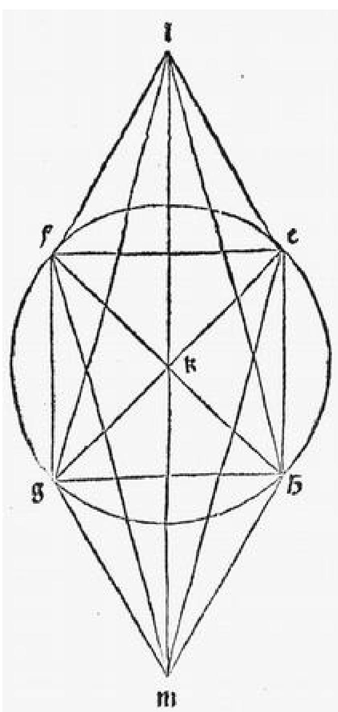


CAPÍTULO XXVIII

COMO SE FORMA O OCTAEDRO COLOCÁVEL EXATAMENTE NA ESFERA E SUA PROPORÇÃO COM A ESFERA.



Em terceiro lugar sucede a fábrica do corpo de oito bases triangulares denominado octaedro, tal que similarmente por uma proposta esfera seja exatamente circundado. De tal esfera, somente o diâmetro seja conhecido. E se faz deste modo: toma-se o diâmetro da esfera e seja esta a linha .ab., a qual se divida por igual no ponto .c., e sobre toda a linha faça-se o semicírculo .adb. e tire-se .cd. perpendicular à linha .ab.. Depois, una-se o ponto .d. com a extremidade do dito diâmetro, isto é, com .a. e com .b.. Depois, faça-se um quadrado .efgh., e neste quadrado tirem-se dois diâmetros dos quais um seja .eg. e outro .fh., os quais se dividem no ponto .k.. Donde, pela quarta do primeiro é manifesto, cada um destes diâmetros é igual à linha .ab., que foi posta diâmetro da esfera, visto que o ângulo .d. é reto, pela primeira parte da trigésima do terceiro. Ademais, cada um dos ângulos .e., .f., .g. e .h. é reto pela definição do quadrado e ainda é manifesto que aqueles dois diâmetros .eg. e .fh. dividem-se por igual, no ponto .k., e se vê facilmente pela quinta, trigésima segunda e sexta do primeiro, por dedução. Agora, eleve-se sobre .k. a linha .kl., perpendicular à superfície do quadrado, e esta perpendicular ponha-se igual à metade do diâmetro .eg. ou .fh., depois deixem-se cair as hipotenusas .le., .lf., .lg. e .lh., e todas estas hipotenusas, pelo dito e proposto, mediante a penúltima do primeiro, replicada quantas vezes forem necessárias, serão iguais entre si e, ademais, iguais aos lados do quadrado. Logo, temos, até aqui, uma pirâmide de quatro bases triangulares de lados iguais constituída sobre o dito quadrado, e esta pirâmide é a metade do corpo de oito bases que buscamos. Depois, abaixo do dito quadrado, faremos uma outra pirâmide semelhante a esta, do seguinte modo: tiraremos a dita linha .lk. furando e penetrando o dito quadrado até o ponto .m., de modo que a linha .km., que está debaixo do quadrado, seja igual à linha .lk., que está acima do dito quadrado. Depois unirei o ponto .m. com todos os ângulos do quadrado, tirando outras quatro linhas, hipotenusas, as quais são .me., .mf. .mg. e .mh., e também se prova que estas são iguais entre si, como também o são os lados do dito quadrado, pela penúltima do primeiro e outras já aduzidas, como foi provado para as outras hipotenusas sobre o quadrado. E assim, sempre observadas com diligência tais coisas, estará acabado o corpo de oito bases triangulares de lados iguais, o qual estará exatamente circunscrito pela esfera. A proporção entre a esfera e o dito corpo é que

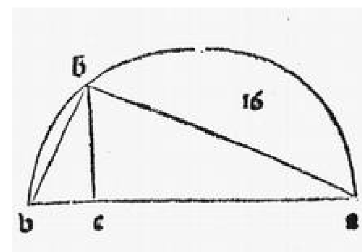


o quadrado do diâmetro da esfera com relação ao quadrado do lado do dito corpo é exatamente o dobro, isto é, se o dito diâmetro fosse 8, o lado do [corpo] de oito bases seria ℞32, cujas potências entre si estão em dupla proporção, isto é, que o quadrado do diâmetro é o dobro do quadrado do lado do dito corpo. E assim temos a fábrica e a proporção com respeito à esfera.

CAPÍTULO XXIX

DA FÁBRICA E CRIAÇÃO[XLVI] DO DITO ICOSAEDRO.

Como fazer o corpo de vinte bases triangulares eqüiláteras que seja circundado exatamente por uma dada esfera, que tenha o diâmetro racional.



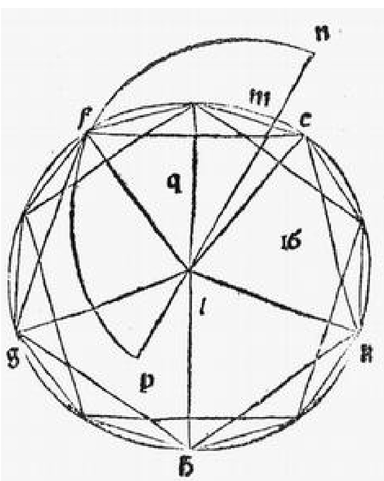
O lado do dito corpo será, evidentemente, uma linha irracional, isto é, a que é denominada linha menor.

Verbi gratia: Seja, também aqui, o diâmetro da dada esfera .ab., supondo-o irracional, ou em comprimento ou somente em potência, e divida-o no ponto .c., de modo que .ac. seja quádruplo, quer dizer, quatro vezes .cb. e faça-se sobre ele o semicírculo .adb., e tire-se .cd. perpendicular a .ab. e tire-se a linha .db.. Depois, segundo a quantidade da linha .db., faça-se o círculo .efghk. sobre o centro .l., ao qual se inscreva um pentágono eqüilátero com mesma notação a seus ângulos, desde o centro .l., levem-se as linhas .le., .lf., .lg., .lh. e .lk.. No mesmo círculo, faça-se um decágono eqüilátero. Dividam-se todos os arcos em partes iguais, dos quais as cordas são os lados do pentágono, e dos pontos médios aos extremos de todos os lados do pentágono inscrito levantem-se as linhas retas, e ademais sobre todos os ângulos do dito pentágono levante-se o cateto, como ensina a décima segunda do décimo primeiro, dos quais cada um seja também igual à linha .bd.. Unam-se as extremidades destes cinco catetos com cinco coraustos[XLVII] e, pela sexta do décimo primeiro, os cinco catetos assim levantados serão eqüidistantes entre si, visto que são iguais, pela trigésima terceira do primeiro, também os cinco coraustos que unem suas extremidades serão iguais aos lados do pentágono. Deixa, pois, cair, de cada extremo dos catetos, duas hipotenusas aos dois ângulos circunstantes do decágono inscrito, e as extremidades destas dez hipotenusas que descem das cinco extremidades dos catetos aos cinco pontos, que são, cada um, ângulos médios do decágono inscrito, una-os formando neste círculo um outro pentágono, que também será eqüilátero pela vigésima terceira do terceiro. E quando hajas feito isso,

---

[XLVI] Na versão impressa: "*formatione*".
[XLVII] Ver definição correspondente no Capítulo LXXI.

verás que terás feito dez triângulos cujos lados são as dez hipotenusas, os cinco coraustos e os cinco lados deste pentágono inscrito. E que estes triângulos são eqüiláteros o saberás assim: visto que tanto o semidiâmetro do círculo descrito quanto cada um dos catetos levantados serão iguais à linha .bd., pela hipótese, e, pelo corolário da décima quinta do quarto, cada um dos catetos será igual ao lado do hexágono eqüilátero feito no círculo cujo diâmetro é igual à linha .bd. e, como, pela penúltima do primeiro, cada uma das dez hipotenusas tem uma potência maior que a do cateto tanto quanto é potência do decágono e, pela décima do décimo terceiro, o lado do pentágono tem uma potência maior que a do cateto tanto quanto é a potência do mesmo lado do decágono, cada uma destas hipotenusas será, por ciência comum, igual ao lado do pentágono. Os coraustos, já foi demonstrado, são iguais ao lado do pentágono. Donde, todos os lados destes dez triângulos ou são lados do pentágono eqüilátero inscrito no círculo na segunda vez ou são iguais a estes. Os ditos triângulos são, pois, eqüiláteros. Ainda mais: sobre o centro do círculo, que é o ponto .l., levanta um outro cateto igual aos primeiros, e seja .lm., e sua extremidade superior, que é o ponto .m., une-o a cada extremidade dos primeiros com cinco coraustos e, pela sexta do décimo primeiro, este cateto central, isto é, levantado do centro, será eqüidistante a cada um dos catetos angulares. E pela trigésima terceira do primeiro, estes cinco coraustos serão iguais ao semidiâmetro do círculo e, pelo corolário da décima quinta do quarto, cada um é como o lado do hexágono. Pois bem, ao dito cateto central, de uma e outra parte, une-se uma linha igual ao lado do decágono, isto é, por cima unindo-se .mn. até acima, e debaixo do círculo, une-se até abaixo, do centro do círculo, .lp.. Depois, deixem-se cair do ponto .n., cinco hipotenusas até os cinco ângulos superiores dos dez triângulos que estão em torno do círculo, e do ponto .p., outras cinco hipotenusas até os outros cinco ângulos inferiores. Estas dez hipotenusas serão iguais entre si e iguais aos lados do pentágono inscrito, pela penúltima do primeiro e pela décima do décimo terceiro, como se demonstrou acima para as dez hipotenusas. Tens, portanto, o corpo de vinte bases triangulares e eqüiláteras, das quais todos os lados são iguais aos lados do pentágono, e seu diâmetro é a linha .np.. Destes vinte triângulos, dez estão sobre o círculo e cinco se elevam concorrentes no ponto .n., e os outros cinco concorrem no ponto .p., abaixo do círculo. E este corpo chamado icosaedro assim formado de tal modo que é manifesto que a dada esfera a circunda exatamente. Visto que a linha .lm. é igual ao lado do hexágono e a linha .mn. ao lado do decágono, eqüiláteros e circunscritos ambos pelo mesmo círculo .efg., toda a linha se dividirá, pela nona do décimo terceiro, segundo a proporção que tem meio e

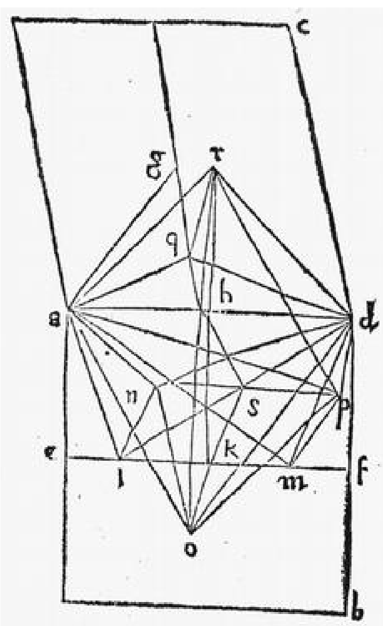


dois extremos no ponto .m., e sua maior parte será a linha .lm.. Divida-se então .lm. em partes iguais no ponto .q. e .pq. será, por comum ciência, igual a .qn., já que .pn. foi suposto igual ao lado do decágono, com .mn.. Donde .qn. é a metade de .np., assim como .qm. é a metade de .ml.. Visto que o quadrado de .nq. é, pela terceira do décimo terceiro, o quíntuplo do quadrado de .qm., o quadrado de .pn. será, pela décima quinta do quinto, o quíntuplo do quadrado de .lm., pois, pela quarta do segundo, o quadrado de .pm. é o quádruplo do quadrado de .qn. e, pela mesma, também o quadrado de .lm. é o quádruplo do quadrado de .qm.. E o quádruplo está para o quádruplo como o simples está para o simples, como afirma a décima quinta do quinto. E o quadrado de .ab. é o quíntuplo do quadrado de .bd., pela segunda parte do corolário da oitava do sexto, e pelo corolário da décima sétima do mesmo, visto que .ab. é também o quíntuplo de .bc., já que fiz .ac. quádruplo da mesma. E assim como .lm. é, por hipótese, igual a .bd., .ab. será, por comum ciência, igual a .np., donde, se sobre a linha .np., traça-se o semicírculo e o faz girar em torno até que volte ao lugar original em que começou a se mover, a esfera que se construirá mediante este movimento será igual à esfera proposta pela definição de tais esferas iguais. E, dado que a linha .lm. ocupa o lugar de média proporcional entre .ln. e .nm. e, portanto, entre .ln. e .lp. cada um dos semidiâmetros do círculo estará também na média proporcional entre .lm. e .lp., visto que .lm. é igual ao semidiâmetro do círculo. Donde segue que o semicírculo descrito sobre .pn. passará por todos os pontos da circunferência do círculo .efg., e, portanto, também por todos os ângulos do sólido construído que se encontram naquela circunferência. E como, pela mesma razão, todos os coraustos que continuam ou unem os extremos dos catetos angulares com o extremo do central estão na média proporcional entre .pm. e .mn., já que cada um deles é igual a .lm., segue-se dele que o mesmo círculo passa também pelos demais ângulos da figura icosaédrica assim construída. O dito corpo é, portanto, inscritível ou situável na esfera cujo diâmetro é .ab. e digo que o lado desta figura sólida é a linha menor, pois é manifesto que a linha .bd. é racional em potência, visto que seu quadrado é o subquíntuplo ou o quinto do quadrado da linha .ab., que foi suposta racional em comprimento ou somente em potência. Donde o semidiâmetro ou os semidiâmetros do círculo .efg. são também racionais em potência, pois seu semidiâmetro é igual a .bd.. Portanto, pela décima segunda do décimo terceiro, o lado do pentágono eqüilátero inscrito neste círculo é a linha menor. E também, tal como se mostrou no processo dessa demonstração, o lado desta figura é igual ao lado do pentágono. Logo, o lado desta figura de vinte bases triangulares eqüiláteras é a linha menor como pressuposto.

CAPÍTULO XXX

{DO NOBILÍSSIMO CORPO REGULAR CHAMADO DODECAEDRO.} [XLVIII]

Saberemos agora como se constrói o corpo de doze bases pentagonais eqüiláteras e eqüiângulas de modo tal que a esfera proposta o circunde ou circunscreva. O lado do dito corpo será, evidentemente, irracional, e é denominado resíduo. Faça-se um cubo segundo ensina o modo dado, de tal maneira que a esfera assinalada o circunde exatamente, e sejam .ab. e .ac. as superfícies deste cubo. Imaginemos agora que .ab. seja sua superfície superior e .ac. uma das laterais, e seja a linha .ad. comum a ambas superfícies. Dividam-se então, na superfície .ab., os dois lados opostos, isto é, .db. e o lado a ele oposto, em partes iguais, e continuem-se, mediante a linha .ef., os pontos da divisão. Do mesmo modo, dividam-se em partes iguais também o lado .ad. e o que lhe é oposto na superfície .ac. e continuem-se os pontos da divisão mediante uma linha reta, cuja metade seja .gh., e seja .h. o ponto médio da linha .ad.. Similarmente, divida-se a linha .ef. em partes iguais pelo ponto .k. e tire-se a linha .hk.. Então, dividirás cada uma das três linhas .ek., .kf. e .gh. segundo a proporção que tem o médio e dois extremos pelos pontos .l., .m. e .q., e sejam suas partes maiores .lk., .km. e .gq., que serão, manifestamente, iguais, visto que todas as linhas divididas são iguais, isto é, cada uma delas é metade do lado do cubo. Depois, trace-se a partir dos pontos .l. e .m. as perpendiculares à superfície .ab., como ensina a décima segunda do décimo primeiro, e sejam estas .lm. e .mp., as quais serão iguais à linha .kl.. Similarmente, a partir do ponto .q., trace-se .qr. perpendicularmente à superfície .ac., que será igual a .qg.. Tirem-se, então, as linhas .al., .am., .an., .ap., .dm., .dp., .dl., .dn., .ar., .aq., .dr. e .dq.. É manifesto, então, pela quinta do décimo terceiro, que as duas linhas .ke. e .el. são em potência o triplo da linha .kl., e, portanto, também da linha .ln., visto que .kl. e .ln. são iguais; também .ke. é igual a .ea.. Então, as duas linhas .ae. e .el. são em potência, o triplo da linha .ln. Donde, pela penúltima do primeiro, .al. é em potência o triplo de .ln. e, portanto, pela mesma, .an. é em potência o quádruplo de .ln.. e visto que, cada linha é em potência o quádruplo de sua metade, segue-se, por comum ciência, que .an. é o dobro em comprimento de .ln.. E, como .lm. é o dobro de .lk. e .kl. e .ln. são iguais, .an. será igual a .lm.,



[XLVIII] Este título foi omitido na versão impressa.

visto que suas metades são iguais. Como, pela trigésima terceira do primeiro, .lm. é igual a .np., .an. será igual a .np.. Do mesmo modo, provarás que as três linhas .pd., .dr. e .ra. são iguais entre si e às duas preditas. Assim, pois, com estas cinco linhas, temos o pentágono eqüilátero que é .anpdr.. Porém, talvez dirás que não se trata de um pentágono, pois, talvez não esteja todo em uma mesma superfície, coisa necessária para que seja pentágono. Poderás comprovar que todo ele está em uma mesma superfície: Nasça ou saia do ponto .k. a linha .ks. , perpendicular à superfície .ab., que será igual a .lk. e, portanto, igual a cada uma das duas linhas .ln. e .mp.; e , dado que pela sexta do décimo primeiro é eqüidistante a cada uma delas e, por conseguinte, está na mesma superfície que as duas pela definição de linhas eqüidistantes, o ponto .s. se encontrará necessariamente na linha .np., dividindo-a em partes iguais. Tirem-se logo as duas linhas .rh. e .hs.. Donde os dois triângulos .ksh. e .qrh. estão constituídos sobre um ângulo, isto é, .khq., e a proporção de .kh. para .qr. é como a de .ks. para .qh.; pois, como .gh. [está] para .qr. assim [está] .kh. para .qr., pela sétima do quinto, e como .rq. para .qh. assim .ks. para .qh., pela mesma. Porém, .gh. [está] para .qr. como .qr. para .qh., pois, .qr. é igual a .gq.. Assim, pois, pela trigésima do sexto, a linha .rhs. será uma só, donde, pela segunda do décimo primeiro, todo pentágono do qual disputamos se encontrará em uma mesma superfície. E digo ainda que é eqüiângulo, como se verá. Assim, visto que .ek. está dividido segundo a proporção que tem médio e dois extremos e .km. é igual a sua parte maior, também toda .em., pela quarta do décimo terceiro, estará dividida segundo a proporção que tem médio e dois extremos e sua maior parte será a linha .ek.. Logo, pela quinta do décimo terceiro, as duas linhas .em. e .mk., e, portanto, também .em. e .mp., visto que .mp. é igual a .mk., são em potência o triplo da linha .ek. e, por conseguinte, também da linha .ae. , já que esta é igual a .ek.. Donde as três linhas .ae., .em. e .mp. são, em potência, o quádruplo da linha .ae.. É claro ainda que, pela penúltima do primeiro, duas vezes citada, a linha .ap. é em potência igual às três linhas .ae., .em. e .mp., do qual segue que .ap. é em potência o quádruplo da linha .ae.. E, visto que o lado do cubo é o dobro da linha .ae., este é em potência o quádruplo daquela, pela quarta do segundo. Então, por comum ciência, .ap. é igual ao lado do cubo e, visto que, .ad. é um dos lados do cubo, .ap. será igual a .ad. e, portanto, pela oitava do primeiro, o ângulo .ard. é igual ao ângulo .anp.. Do mesmo modo, provarás que o ângulo .dnp. é igual ao ângulo .dra., pois demonstrarás que a linha .dn. é em potência o quádruplo da metade do lado do cubo e, visto que, pelas coisas ditas, o pentágono é eqüilátero e tem três ângulos iguais, será eqüiângulo, pela décima sétima do décimo terceiro. Então se desta maneira ou mediante uma razão similar, fabricarmos um pentágono eqüilátero e eqüiângulo sobre cada um dos outros lados do cubo, completaremos um sólido de doze superfícies pentagonais eqüiláteras e também eqüiângulas, visto que o cubo tem doze lados. Resta agora, demonstrar que tal sólido é exatamente circundado pela esfera dada, como se verá. Tirem-se, pois, da linha .sk., duas superfícies que dividam o cubo passando uma delas pela linha .hk. e a outra pela linha .ef.; teremos, pela quadragésima do décimo primeiro, que a seção comum destas duas superfícies divide o diâmetro do cubo. E assim vice-versa, isto é, reciprocamente, já que por sua vez fica dividida em partes iguais pelo dito diâmetro. Seja, pois, a linha .ko. sua seção comum até o diâmetro do cubo, de tal modo que o ponto .o. seja o centro do cubo, e tirem-se as linhas .oa., .on., .op., .od. e .or. . É claro que cada uma das duas linhas .oa. e .od. é um semidiâmetro do cubo e, portanto, são iguais. Também é claro que a linha .ok., pela quadragésima do décimo primeiro, é igual a .ek., isto é, a metade do lado do cubo. E, visto que .ks. é igual a .km., .os. será dividida no ponto .k. segundo a proporção que tem médio e dois extremos, e sua parte maior será a linha .ok., que é igual à linha .ek.. Donde, pela quinta do décimo terceiro, as linhas .os. e .sk. e, também .os. e .sp. dado que .sp. (ao que não se estende esta demonstração) é igual a .ks., serão o triplo em conseqüência da linha .ok. e, por conseguinte, da metade do lado do cubo. Logo, pela penúltima do primeiro, a linha .op. é em potência o triplo da metade do lado do cubo. E, pelo corolário da décima quarta do décimo terceiro, manifesta-se que o semidiâmetro da esfera é o triplo em potência do lado do cubo que é circunscrito pela mesma esfera. Donde .op. é igual ao semidiâmetro da esfera que circunda exatamente o cubo proposto. Pela mesma razão são todas as linhas tiradas do ponto .o. até cada um dos ângulos dos pentágonos formados sobre os lados do cubo, isto é, os ângulos que são próprios aos pentágonos e não aqueles que são comuns aos ditos pentágonos e às superfícies do cubo, ou seja, ângulos próprios tais como os três ângulos .n., .p. e .r. no pentágono formado. E com relação às linhas que vão do ponto .o. a todos os ângulos dos pentágonos comuns aos ditos pentágonos e às superfícies do cubo, como são no presente pentágono os ângulos .a. e .d., é claro que são iguais ao semidiâmetro da esfera que circunda exatamente o cubo, pois são diâmetros do cubo, pela quadragésima do décimo primeiro. Porém, o semidiâmetro do cubo é igual ao da esfera que o circunda, como se apresenta pelo raciocínio da décima quarta do décimo terceiro. Portanto, todas as linhas traçadas do ponto .o. a todos os ângulos do dodecaedro, isto é, do sólido contido por doze superfícies pentagonais e eqüiláteras e eqüiângulas, que assim se chama em grego, são iguais entre si e ao semidiâmetro da esfera. Donde [segue que] se ao semicírculo traçado sobre todo o diâmetro da esfera ou do cubo, se faz girar, passará por todos seus ângulos. Logo, por definição, ele é circundado exatamente pela esfera assinalada. Digo ainda que o lado desta figura é uma linha irracional, isto é, aquela que se chama resíduo, se o diâmetro da esfera que exatamente o circunda é racional em comprimento ou em potência. Visto que, pela décima quarta do décimo terceiro é o triplo em potência do lado do dito cubo, o lado do cubo será racional em potência se o diâmetro da esfera é racional em comprimento ou em potência. E pela décima do décimo terceiro, fica claro que a linha .rp. divide a linha .ad., que é um lado do cubo, segundo a proporção que tem médio e dois extremos, e que sua parte maior é igual ao lado do pentágono. E, dado que sua parte maior é resíduo pela sexta do décimo terceiro, manifesta-se que o lado da figura denominada dodecaedro é resíduo, o que queríamos demonstrar.

CAPÍTULO XXXI

{COMO ENCONTRAR OS LADOS DE TODOS OS CINCO CORPOS REGULARES.}[XLIX]

Saber encontrar os lados dos cinco corpos preditos, todos circunscritos exatamente por uma mesma esfera, da qual só conheçamos o diâmetro.

Verbi gratia: seja .ab. o diâmetro proposto de alguma esfera, pela qual tenhamos de encontrar os lados dos cinco mencionados corpos, que se entendem colocados todos em uma mesma esfera, tal que, se um de seus ângulos a toca, também a toquem os demais; isto é, que estejam todos exatamente circundados por ela. Isso se fará assim: dividamos este diâmetro no ponto .c., de modo que .ac. seja o dobro de .cb., e no ponto .d. por partes iguais. Tracemos sobre este o semicírculo .afb., a cuja circunferência tirem-se duas linhas perpendiculares à linha .ab., sendo estas .ce. e .df.. Unamos .e. com .a. e com .b. e .f. com .b.. É manifesto então, pela demonstração de décima terceira do décimo terceiro, que .ac. é o lado da figura de quatro bases triangulares e eqüiláteras; e pela demonstração da décima quarta do dito [livro], que .eb. é o lado do cubo; e pela demonstração da décima quinta, que .fb. é o lado da figura de oito bases triangulares e eqüiláteras. Seja, pois, .ag. a linha perpendicular no ponto .a. à linha .ab., e igual a ela. Una-se .g. com .d. e seja .h. o ponto no qual .gd.

[XLIX] Este título não se encontra no manuscrito.

divide a circunferência do semicírculo; eleve-se .hk. perpendicular a .ab. Como .ga. é o dobro de .ad., .hk. será, pela quarta do sexto, o dobro de .kd., pois são os dois triângulos .gad. e .hkd. eqüiângulos, pela trigésima segunda do primeiro, visto que o ângulo .a. do maior é igual ao ângulo .k. do menor, por serem ambos retos, e o ângulo .d. é comum aos dois triângulos. Então, pela quarta do segundo, o quadrado de .hk. é em potência o quádruplo do quadrado de .kd., e portanto, pela penúltima do primeiro, .hd. é em potência o quíntuplo de .kd.. E visto que .db. é igual a .hd. (por ser .d. o centro do semicírculo) também será .db. em potência o quíntuplo de .kd. E visto que toda a linha .ab. é o dobro da linha .bd., assim como .ac., extraída da primeira .ab., é o dobro de .cb. tirada da segunda .bd., e pela décima nona do quinto .bc., resíduo da primeira, será o dobro de .cd., resíduo da segunda; portanto, toda .bd. é o triplo de .dc.. Então, o quadrado de .bd. é o nônuplo, isto é, nove vezes o quadrado de .cd., e como aquele era somente o quíntuplo do quadrado de .kd., teremos que, pela segunda parte da décima do quinto, o quadrado de .dc. será menor que o quadrado de .kd. e, portanto, .dc. será menor que .kd.. Seja, pois, .dm. igual a .kd. e tire-se .mn. até a circunferência, de modo que seja perpendicular a .ab., e una-se .n. com .b.. Visto que .dk. e .dm. são iguais, as duas linhas .hk. e .mn. serão, pela definição do que significa linhas eqüidistantes do centro, igualmente distantes do centro e iguais entre si, pela segunda parte da décima terceira do terceiro e pela segunda parte da terceira do dito. Donde .mn. é igual a .mk., já que .hk. era igual a ela; e, posto que .ab. é o dobro de .bd. e .km. é o dobro de .dk. e o quadrado de .bd., quíntuplo do quadrado de .dk., também, pela décima quinta do quinto, o quadrado de .ab. será o quíntuplo do quadrado de .km., pois o quadrado do dobro [está] para o quadrado do dobro como o quadrado assim como o quadrado do simples para o quadrado do simples. E pela demonstração da décima sexta do décimo terceiro[L] é manifesto que o diâmetro da esfera é, em potência, o quíntuplo do lado do hexágono do círculo da figura de vinte bases. Logo, .km. é igual ao lado do hexágono do círculo da figura de vinte bases, pois o diâmetro da esfera, que é .ab., é em potência o quíntuplo tanto do lado do hexágono do círculo daquela figura como de .km.. E, ademais, pela demonstração da mesma, é manifesto que o diâmetro da esfera é composto pelo lado do hexágono e por dois lados do decágono do círculo da figura de vinte bases. E assim, como .km. é igual ao lado do hexágono e, ademais, .ak. é igual a .mb., por serem resíduos ou remanentes de linhas iguais, será .mb. igual ao lado do decágono. Assim, como .mn. é como o lado do

---

[L] *"Décimo terceiro"*: não consta na versão impressa.

hexágono, por ser igual a .km., .nb. será, pela penúltima do primeiro e pela décima do décimo terceiro, igual ao lado do pentágono no círculo da figura de vinte bases. E como, pela demonstração da décima sexta do dito [livro], resulta que o lado do pentágono do círculo da figura de vinte bases é o lado da mesma figura de vinte bases, está claro que a linha .nb. é o lado desta figura. Divida-se então .eb. (que é o lado do cubo exatamente circundado pela proposta esfera) segundo a proporção que tem médio e dois extremos no ponto .p. e seja .pb. sua parte maior. Está claro então, pela demonstração da precedente, que .pb. é o lado da figura de doze bases. Encontramos assim os lados dos cinco corpos antepostos unicamente mediante o diâmetro da esfera, os quais são: .ae., [lado] da pirâmide de quatro bases; .eb., lado do cubo; .fb. lado do [corpo] de oito bases; .nb., lado do [corpo] de vinte bases e a linha .pb., lado do [corpo] de doze bases. E quais são maiores que os outros lados apresenta-se assim: é claro que .ae. é maior que .fb., pois o arco .ae. é maior que o arco .fb., e também que .fb. é maior que .eb. e .eb. é maior que .nb.. Digo ademais que .nb. é maior que .pb., pois, como .ac. é o dobro de .cb., o quadrado de .ac. será, pela quarta do segundo, o quádruplo do quadrado .cb. e, pela segunda parte do corolário da oitava do sexto e pelo corolário da décima sétima do dito [livro], está claro que o quadrado de .ab. é o triplo do quadrado de .be.. Porém, pela vigésima primeira do sexto, o quadrado de .ab. [está] para o quadrado de .be. como o quadrado de .be. para o quadrado de .cb., pois a proporção de .ab. para .be. é como a de .be. para .bc., pela segunda parte do corolário oito do sexto. Donde, pela décima primeira do quinto, o quadrado .be. é o triplo do quadrado .cb. e, como o quadrado .ac. é o quádruplo do mesmo quadrado, como foi demonstrado, o quadrado de .ac., pela primeira parte da décima do quinto, será maior que o quadrado .be.. Portanto, a linha .ac. é maior que a linha .be. e, por conseguinte, .am. será ainda maior, e pela nona do décimo terceiro já é manifesto que se se divide a linha .am. segundo a proporção que tem médio e dois extremos, sua parte maior era a linha .km., que é igual a .mn., e também quando .be. se divide segundo a mesma proporção, isto é, segundo a proporção que tem médio e dois extremos, sua parte maior será a linha .pb.. Visto que toda .am. é maior que toda .be., então .mn., que é igual à parte maior de .am., será maior que .pb., que é a parte maior de .eb. Isso é manifesto pela segunda do décimo quarto livro, que com firme demonstração se fortifica sem a ajuda de nenhuma das que a seguem. Então, pela décima nona do primeiro, com muito mais razão .nb. é maior que .pb..

Donde resulta que os lados dos cinco corpos preditos estão dispostos [quase] com a mesma ordem que entre si se sucedem; só há uma exceção, é que não se observa tal ordem no cubo e no octaedro ou no [corpo de] oito bases, pois o lado do [corpo de] oito bases antecede ao lado do cubo, enquanto que o cubo antecede ao octaedro na fábrica e formação, como se apresenta no décimo terceiro, não sem mistério. Daí que em sua formação o cubo preceda ao octaedro, pois na mesma divisão do diâmetro da esfera proposta encontra-se o lado da pirâmide de quatro bases triangulares e o lado do cubo. Então, .ae., lado da pirâmide, será maior que o lado de todos os demais corpos. Depois dela, .fb., lado do [corpo de] oito bases é maior que os lados dos demais corpos que o seguem. Em terceiro lugar, segue em tamanho .eb., lado do cubo; em quarto lugar está .nb., lado do [corpo de] vinte bases, isto é, o icosaedro. O menor de todos é .pb., lado do dodecaedro, isto é, do [corpo de] doze bases pentagonais.

CAPÍTULO XXXII

DA PROPORÇÃO DOS DITOS [CORPOS] REGULARES ENTRE SI E SEUS DEPENDENTES.

Entendido a suficiência dos ditos cinco corpos regulares e mostrado a impossibilidade de que sejam mais que cinco, e de que modo seus dependentes procedem ao infinito, devemos dar modo a suas proporções recíprocas, com relação à capacidade e cabida e com relação a sua superfície, e às inclusões recíprocas, antes de sua área corporal. As proporções de um a outro serão sempre irracionais devido a nossa proporção acima aduzida, a qual se interpõe em sua composição e formação, como foi dito, exceto do tetraedro, do cubo e do octaedro, pela exata precisão de suas proporções com relação ao diâmetro da esfera na qual se inscrevem, poderão às vezes ser racionais, porém aquela do icosaedro e a do dodecaedro às quais se queira comparar, nunca podem ser racionais, pela dita razão. E, portanto, não me parece, Excelso Duque, ser necessário dizer mais, porque seria crescer o volume de infinitas irracionalidades com que o intelecto mais se confundiria do que encontraria prazer, que é o fim a que nosso estudo sempre intenta. E que a respeito, parece-me que deve ser suficiente o que foi dito em nosso particular tratado sobre os ditos corpos, composto na nossa dita obra, a qual, pela multidão comunicada ao universo, é fácil de se recorrer. E mediante suas dimensões, posto naquele lugar segundo o peregrinismo do engenho, sempre resultará em utilidade e grande deleite. O mesmo digo de todos os seus dependentes, dos quais alguns foram postos naquele lugar. Pela décima do décimo quarto, a proporção do dodecaedro ao icosaedro, quando ambos são feitos na mesma esfera, conclui-se que é exatamente como aquela de todas as superfícies daquele [dodecaedro] com relação a todas as superfícies deste [icosaedro] reunidas. E a décima sexta do dito diz que o octaedro é divisível em duas pirâmides de igual altura, equivalente ao semidiâmetro da esfera onde foi fabricado, e suas bases são quadradas. E seu quadrado superficial é a metade do quadrado do diâmetro da esfera. Este conhecimento é de grande utilidade para sua medida e, mediante ela, pode-se chegar a muitas outras.

CAPÍTULO XXXIII

DA PROPORÇÃO RECÍPROCA DE TODAS AS SUAS SUPERFÍCIES.

Suas superfícies, Excelso Duque, podemos dizer que são proporcionais entre si como foi dito de sua massa corpórea, isto é, pela malícia da figura pentagonal que se interpõe no dodecaedro. Porém, as [superfícies] das outras podem às vezes ser racionais, como as do tetraedro, do cubo e do octaedro, por serem triangulares ou quadradas e conhecidas em proporção com o diâmetro da esfera na qual se formam, como visto acima. A oitava do décimo quarto conclui que todas as superfícies do [corpo] de doze bases pentagonais [estão] para todas as superfícies do [corpo] de vinte bases triangulares - isto é, que as do dodecaedro [estão] para as do icosaedro - como a do lado do cubo [está] para o lado do triângulo do corpo de vinte bases, quando todos os ditos corpos estão exatamente contidos ou circunscritos por uma mesma esfera. Portanto, não me parece adequado passar em silêncio a admirável correspondência de suas bases, isto é, que as bases do dodecaedro e as do icosaedro estão circunscritas exatamente por um mesmo círculo, como mostra a quinta do dito décimo quarto. Isto é digno de nota quando estão fabricadas na mesma esfera. Entre as superfícies do tetraedro e as do octaedro, dá-se a proporção conhecida pela décima quarta do dito décimo quarto, visto que uma das bases do tetraedro é uma vez e um terço das bases do octaedro, isto é, está em proporção sesquitércia, a qual se dá quando o maior contém o menor uma vez e um terço, assim como 8 a 6 e a de 12 a 9. A proporção de todas as superfícies do octaedro, tomadas em conjunto, com relação às do tetraedro, tomadas em conjunto, é sesquiáltera, isto é, uma vez e meia, como se as do octaedro fossem 6 e aquelas 4, que é quando o maior contém o menor uma vez e meia, que se dá quando são de uma mesma esfera. E todas estas do tetraedro unidas com as do octaedro compõem uma superfície, denominada medial, como quer a décima terceira do dito décimo quarto. E todas as superfícies do hexaedro, isto é, do cubo, se igualam ao dobro do quadrado do diâmetro da esfera que o circunscreve, e a perpendicular que se tira do centro da esfera a cada uma das bases do dito cubo é sempre igual à metade do lado do dito cubo, pela última do décimo quarto. Ou seja, se o dito diâmetro fosse 4, todas as ditas superfícies seriam 32, e se a dita perpendicular fosse 1, o lado do cubo seria 2. Como de tais proporções e superfícies já tratamos amplamente em nossa obra, serão suplemento a este tratado, juntamente com as dos corpos dependentes, em todos os modos, operando diligentemente com álgebra.

CAPÍTULO XXXIV

DAS INCLUSÕES DOS CINCO REGULARES, UNS NOS OUTROS. QUANTAS SÃO NO TOTAL E O PORQUÊ.

Devemos agora esclarecer como destes cinco corpos essenciais, isto é, regulares, um está contido no outro, quais estão e quais não, e o porquê. Donde, falando primeiro do tetraedro, mostra-se que este não pode, de modo algum, receber em si outro que não seja o octaedro, isto é, o [corpo] de oito bases triangulares e de seis ângulos sólidos, pois, neste não há lados, nem bases, nem ângulos, em que os lados do cubo, seus ângulos ou superfícies possam se apoiar de modo que os toquem igualmente, segundo se requer para sua verdadeira inscrição, como sua forma material demonstra aos olhos e por ciência verdadeira, manifesta-se na primeira do décimo quinto. O mesmo vale para os outros dois, a saber, o icosaedro e o dodecaedro. Assim, quando quisermos inscrever ou formar o dito octaedro no dito [corpo de] quatro bases, ou tetraedro, faremos do seguinte modo: Primeiro, fabricaremos o dito tetraedro como acima ensinamos. Feito isso, depois dividiremos cada um de seus lados por igual e continuaremos seus pontos médios todos entre si com linhas retas. Com isso feito, sem dúvida, teremos situado exatamente aquele corpo de tal modo que seus seis ângulos sólidos se apóiem igualmente sobre os seis lados do dito tetraedro. Isso é desvelado pela experiência material e pela segunda do décimo quinto.

CAPÍTULO XXXV

COMO O DITO TETRAEDRO SE FORMA E SE COLOCA NO CUBO.

O dito tetraedro se colocará no cubo deste modo: primeiro, faremos o cubo segundo os modos acima dados. Em seguida, em cada uma de suas seis superfícies quadradas, tiraremos a diagonal, ou diâmetro, e assim conclui-se o propósito, como demonstra a primeira do décimo quinto, pois o referido tetraedro, como foi dito, tem seis lados correspondentes ao número das seis superfícies do cubo e que vêm a ser as suas seis diagonais traçadas nas ditas superfícies. Os quatro ângulos da pirâmide se firmam em quatro dos oito ângulos do dito cubo. Isso também se torna claro, pela mestra de todas as coisas, a santa experiência, em suas [formas] materiais.

CAPÍTULO XXXVI

DA INCLUSÃO DO OCTAEDRO NO CUBO.

Querendo formar o [corpo de] oito bases, isto é, o octaedro, no hexaedro, primeiro é necessário haver fabricado no cubo a pirâmide triangular eqüilátera, cujos lados, como foi dito, são os seis diâmetros de suas bases. Portanto, se dividirmos, por igual, cada um dos ditos diâmetros, unindo seus pontos médios com linhas retas, sem dúvida, teremos formado exatamente no cubo proposto o octaedro e todos os seus ângulos sólidos se firmarão exatamente nas bases do dito cubo, pela terceira do décimo quinto.

CAPÍTULO XXXVII

DA FÁBRICA DO HEXAEDRO NO OCTAEDRO.

O hexaedro, ou cubo, será inscrito no octaedro do seguinte modo: Primeiro, faremos o dito octaedro segundo os ensinamentos dados acima. Assim formado, de cada uma de suas bases triangulares, pela quinta do quarto, encontre o centro. Uniremos estes oito centros, uns com os outros, mediante doze linhas retas. Assim, teremos concluído o intento, e cada um dos ângulos sólidos do cubo virá a se firmar sobre a base do dito octaedro, como declara a quarta do décimo quinto.

CAPÍTULO XXXVIII

DA INSCRIÇÃO DO TETRAEDRO NO OCTAEDRO

{Se queremos formar no octaedro a pirâmide triangular eqüilátera, isto é,tetraedro, primeiro faremos o cubo segundo o que foi dito acima no precedente. Depois,}[LI] no dito cubo se fará o dito tetraedro, do modo dado. Dessa maneira, teremos, analogamente, colocado o dito tetraedro no octaedro, como diz a quinta do décimo quinto.

CAPÍTULO XXXIX

DA FORMAÇÃO DO DODECAEDRO NO ICOSAEDRO.

O icosaedro, como foi dito, tem doze ângulos sólidos, cada um deles contido por cinco ângulos superficiais dos seus cinco triângulos. Portanto, se se deseja fazer nele o dodecaedro, convém primeiro, segundo o ensinado neste, fazer o icosaedro, e quando este estiver assim devidamente disposto, de cada uma de suas bases triangulares encontre-se seu centro, pela quinta do quarto, os quais, a seguir, uniremos entre si com trinta linhas retas, de modo que se formarão necessariamente doze pentágonos, cada um oposto a um ângulo sólido do dito icosaedro. E cada um dos lados dos ditos pentágonos é oposto em cruz a cada um dos lados do dito icosaedro. E assim como no dito icosaedro há doze ângulos sólidos, da mesma maneira no dodecaedro há doze pentágonos, e assim como naquele há vinte bases triangulares, da mesma maneira no dito dodecaedro há vinte ângulos sólidos formados na dita base mediante as ditas linhas. E assim como naquele há trinta lados, da mesma maneira no dodecaedro há trinta lados opostos em cruz àqueles como foi dito e como sua forma o manifesta, como conclui a sexta do décimo quinto.

[LI] Trecho erroneamente omitido na versão impressa.

CAPÍTULO XL

DA COLOCAÇÃO DO ICOSAEDRO NO DODECAEDRO.

Quando se quiser formar o icosaedro no dodecaedro, primeiro fabricaremos aquele, segundo o ensinamento dado acima neste e encontraremos o centro dos doze pentágonos que o contêm, segundo ensina a décima quarta do quarto, e estes centros os uniremos entre si com trinta linhas, de modo que em si se originem vinte triângulos e doze ângulos sólidos, contidos, cada um, por cinco ângulos superficiais dos ditos triângulos. Suas pontas estarão em doze centros dos doze pentágonos e, analogamente, estas trinta linhas se oporão em cruz às trinta do dodecaedro, como foi dito deste naquele, pela sétima do dito décimo quinto.

CAPÍTULO XLI

DA SITUAÇÃO DO CUBO NO DODECAEDRO.

Faremos também facilmente o cubo no dito dodecaedro, já que este se forma sobre os doze lados do cubo como na décima sétima do décimo terceiro. Pois, se a cada um de seus doze pentágonos, segundo a exigência do dito, tiram-se doze cordas, sem dúvida, se formarão seis superfícies quadrangulares eqüiláteras e, a cada uma destas, serão opostos dois ângulos sólidos do dito dodecaedro, e em oito dos seus ângulos estarão formados os oito do cubo inscrito, de modo que sobre cada uma das bases do cubo obtém-se quase a forma do corpo serrátil. Tudo é claro pela oitava do décimo quinto.

CAPÍTULO XLII

DE COMO SE FORMA O OCTAEDRO NO DODECAEDRO.

Se no dodecaedro se dispuser primeiro o cubo, como foi dito no precedente, facilmente se formará no dito dodecaedro o octaedro. Pois, dividiremos os seis lados do dodecaedro opostos às seis superfícies do cubo por igual, isto é, aqueles lados que culminam no serrátil, que são exatamente seis. Destes, uniremos entre si os seis pontos médios com doze linhas retas, de modo que venham a formar seis ângulos sólidos, contidos cada um por quatro ângulos superficiais dos quatro triângulos do octaedro, e cada um deles toca um dos ditos seis lados do dodecaedro. Por conseguinte, manifesta-se concluído o quesito como apresentado pela nona do décimo quinto.

CAPÍTULO XLIII

DA INCLUSÃO DO TETRAEDRO NO DITO DODECAEDRO.

O tetraedro também se colocará no mesmo dodecaedro se primeiro neste se forma o cubo, como foi dito. A seguir, no dito cubo coloca-se o tetraedro, como também se mostrou. Feito isso, claramente se verá que teremos concluído nosso propósito, da seguinte maneira: visto que os ângulos sólidos do cubo apóiam-se nos ângulos sólidos do dodecaedro e os ângulos sólidos do tetraedro firmam-se nos do cubo, segue que o dito tetraedro está devidamente incluído no proposto dodecaedro, o que se manifesta na nossa experiência pelas [formas] materiais por nós compostas e obladas às mãos de Vossa Alteza, e na científica demonstração da décima do dito décimo quinto.

CAPÍTULO XLIV

DA FÁBRICA DO CUBO NO ICOSAEDRO.

Forma-se o cubo no icosaedro, se primeiro naquele se fizer o dodecaedro, como antes dissemos e, a seguir, neste dodecaedro se fizer o cubo do modo dado. Feito isso, ver-se-á que o intento estará alcançado pelas coisas antes ditas. Pois todos os ângulos sólidos do dodecaedro caem no centro das bases do icosaedro, e os ângulos sólidos do cubo caem nos ditos sólidos do dodecaedro. E, conseqüentemente, o intento está atingido, como também declarado pela décima primeira do décimo quinto.

CAPÍTULO XLV

DO MODO DE FORMAR O TETRAEDRO NO ICOSAEDRO.

Sem dúvida, forma-se o dito icosaedro como acima ensinado. A seguir, no próprio cubo se fabrica o tetraedro, que necessariamente também estará inscrito no dito icosaedro, pois os ângulos sólidos da pirâmide de quatro bases triangulares tocam os sólidos do cubo, e aqueles do cubo tocam os do icosaedro, segue que do primeiro ao último, aqueles do tetraedro tocam, em pares, os do icosaedro. E, por conseguinte, nosso propósito é concluído, pela décima segunda do décimo quinto. E isso com relação à proposta inclusão esperada.

CAPÍTULO XLVI

POR QUE AS DITAS INSCRIÇÕES NÃO PODEM SER MAIS.

Pelo discurso, portanto, manifesta-se, Excelso Duque, que, sendo cinco os corpos regulares, se se supuser que em cada um deles é possível formar devidamente os demais, seguiria que cada um recebe em si quatro e, por conseguinte, entre todas, seriam vinte inscrições, isto é, quatro vezes cinco. Porém, como cada um não recebe a todos, como aduzido, não há senão doze inscrições, a saber, uma, a do octaedro no tetraedro, duas no cubo, isto é, a do tetraedro e a do octaedro, duas no octaedro, isto é, uma do cubo e uma do tetraedro, e as do icosaedro são três, isto é, uma do dodecaedro, uma do cubo e a outra do tetraedro, e as do dodecaedro são quatro, isto é, uma do icosaedro, outra do cubo, outra do octaedro e a quarta do tetraedro. Todas estas são doze. Pois, na pirâmide de quatro bases não há lados, nem ângulos, nem superfícies nos quais se possam apoiar os ângulos dos outros três regulares, que não sejam os do octaedro. Também o cubo pode receber em si somente a pirâmide e o octaedro. O octaedro, somente o cubo e a pirâmide, e em nenhum destes é possível colocar algum dos outros dois, isto é, o icosaedro e o dodecaedro. Enquanto o icosaedro dá acolhida aos três corpos, somente ao octaedro lhe nega, e isto sucede por respeito ao glorioso signo que faz tremer a todos os demônios, isto é, o da Santa Cruz. As três linhas que se cortam em ângulo reto, puxadas diametralmente de um ângulo a outro, não há lugar em si que se possa puxá-las devidamente para a disposição do dito octaedro. Porém o dodecaedro, por ser dentre os outros, dotado de singular prerrogativa, a nenhum proibiu ou vetou alojamento como receptáculo de todos. Por isso, o antigo Platão o atribui, junto com os outros aduzidos, ao universo.

CAPÍTULO XLVII

COMO SE FORMA A ESFERA EM CADA UM DOS DITOS REGULARES.

Como foi visto acima, Excelso Duque, demonstramos que cada um dos ditos corpos regulares é inscritível na esfera proposta e por esta circunscritível. Resta agora demonstrar convenientemente como a dita esfera pode também se inscrever em cada um destes. No que se segue, aduziremos com evidente clareza que, por sua vez, a esfera pode se inscrever em cada um deles, o que se apresenta assim: do centro da esfera que circunscreve cada um destes tais corpos, saiam ou tirem-se as perpendiculares de todas as bases de todos eles, as quais cairão necessariamente dentro do centro dos círculos que circunscrevem exatamente as ditas bases. E visto que todos os círculos que circunscrevem exatamente as ditas bases são iguais, serão iguais as ditas perpendiculares. Donde, segundo a quantidade de uma delas, se descrevemos o círculo sobre o centro da esfera que o circunscreve, e giramos o seu semicírculo até que torne ao lugar donde começou a se mover, como é necessário que ele passe por todas as extremidades de todas as perpendiculares, nos convenceremos, pelo corolário da décima quinta do décimo terceiro, que a esfera descrita pelo movimento deste semicírculo toca exatamente todas as bases do corpo em que concorrem as perpendiculares. Com efeito, a esfera não pode tocar as bases do corpo mais que o semicírculo toca quando se move. Donde é manifesto no corpo indicado, como era proposto fazer.

CAPÍTULO XLVIII

DA FORMA E DISPOSIÇÃO DO TETRAEDRO PLANO SÓLIDO OU VÁCUO, DO ABSCISSO SÓLIDO PLANO OU VÁCUO E DO ELEVADO SÓLIDO OU VÁCUO.[LII]

I - II.[LIII] O tetraedro plano sólido ou vácuo é formado por seis linhas iguais que contêm doze ângulos superficiais e quatro sólidos, que formam entre si quatro bases eqüiláteras e eqüiângulas.

[LII] Neste trecho os fólios do manuscrito estão fora de ordem: LV, LIIII, LIII, LVIII, LVII, LVI, LVIIII. Talvez por isso tenham ocorrido as omissões nos Capítulos XLVIII e L na versão impressa.

III - IV. Do truncado[LIV] ou abscisso.

O tetraedro truncado ou abscisso, sólido, plano ou vácuo, está contido por dezoito linhas que originam trinta e seis ângulos superficiais e doze sólidos, e oito bases o circundam, das quais quatro são hexagonais, isto é, de seis lados {iguais, e quatro são triângulos igualmente eqüiláteros e também eqüiângulos. Das ditas dezoito linhas, doze são comuns às bases triangulares e às hexagonais, sendo próprias dos ditos hexágonos, pois, necessariamente, esses quatro hexágonos unidos uns com os outros geram aqueles quatro triângulos, assim como a experiência em sua própria for}ma[LV] material se manifesta claro aos nossos olhos. E nasce do precedente pelo corte uniforme em três de seus lados,

V - VI. O tetraedro elevado, ou pontudo sólido, ou vácuo, de maneira semelhante, possui dezoito linhas, das quais seis são comuns, e possui trinta e seis ângulos superficiais e oito sólidos, dos quais quatro são cones[LVI] das pirâmides superficiais e quatro são comuns às cinco pirâmides, isto é, aquela interior que o olho não pode ver, mas somente o intelecto a capta, e as outras quatro exteriores. Estas cinco pirâmides compõem o dito corpo quando são entre si triângulos eqüiláteros e eqüiângulos, como demonstra sua forma material própria. As superfícies que o revestem, impropriamente denominadas bases, são em total doze e todas triangulares. Deste [corpo] não se pode de modo algum determinar o elevado abscisso, pelo defeito dos hexágonos que não formam ângulos sólidos.

CAPÍTULO XLIX

DO HEXAEDRO PLANO SÓLIDO OU VÁCUO, ABSCISSO SÓLIDO OU VÁCUO, ELEVADO PLANO E ELEVADO ABSCISSO.

VII-VIII. O hexaedro, ou seja, o cubo, plano sólido ou vácuo, possui doze linhas ou lados, ou costelas, vinte e quatro ângulos superficiais e oito sólidos, e seis bases ou superfícies que o contêm, todas quadradas, eqüiláteras e eqüiângulas, semelhantes à forma do diabólico instrumento denominado dado ou *taxillo*.

IX-X. Do truncado e abscisso.

O hexaedro truncado ou abscisso plano, sólido ou vácuo possui vinte e quatro linhas que originam em torno de si quarenta e oito

---

[LIII] Os números romanos ao início de cada parágrafo correspondem às ilustrações das figuras associadas. No manuscrito, tais números encontram-se à margem. V. Cap. LXX.

[LIV] No original: *scapezzo*.

[LV] Trecho erroneamente omitido na versão impressa.

[LVI] Ver definição correspondente no Capítulo LXXI.

ângulos superficiais, dos quais vinte e quatro são retos e os outros agudos. Possui doze [ângulos] sólidos e está contido por quatorze superfícies ou bases, isto é, por seis quadrados e oito triângulos. Todas estas linhas são comuns às [bases] quadradas e às triangulares, porque as seis quadradas, unidas entre si, *angulariter*,[LVII] necessariamente formam oito triângulos, tal como se fez com os hexágonos no tetraedro abscisso. Este [corpo] nasce do cubo, cortado uniformemente na metade de seus lados, como se demonstra aos olhos com sua forma material própria.

XI-XII. Do elevado.

Para o hexaedro elevado, sólido ou vácuo, em sua constituição concorrem necessariamente trinta e seis linhas, as quais unidas, originam setenta e dois ângulos superficiais e seis sólidos piramidais, cada um contido por quatro [ângulos] superficiais. [Este] é vestido por vinte e quatro superfícies triangulares, as que propriamente não são denominadas bases. Daquelas linhas, doze são comuns a todos os triângulos superficiais que o contêm e o circundam. Tal corpo é composto de seis pirâmides lateradas[LVIII] quadriláteras extrínsecas, as quais se apresentam aos olhos segundo a situação do corpo. Com relação ao cubo intrínseco sobre o qual as ditas pirâmides apóiam-se, somente o intelecto o imagina, pois se escondem aos olhos pela sobreposição das ditas pirâmides, suas seis superfícies quadradas são bases das ditas seis pirâmides, que são de mesma altura, e se escondem aos olhos e circundam ocultamente o dito cubo.

XIII-XIV. O hexaedro abscisso elevado, sólido ou vácuo, possui setenta e duas linhas ou lados ou costelas. Estes formam cento e quarenta e quatro ângulos superficiais e quatorze sólidos, todos piramidais. Destes, seis são pirâmides lateradas quadrangulares e oito pirâmides triangulares. Das ditas linhas, vinte e quatro são comuns às pirâmides triangulares e quadrangulares. [Este corpo] possui quarenta e oito faces ou superfícies que o circundam, todas triangulares e se compõe do hexaedro cortado, sólido, intrínseco, perceptível apenas ao intelecto, e de quatorze pirâmides, como foi dito. Acomodado no plano, apóia-se sempre sobre três cones piramidais ou pontos, como [sua] forma o demonstra.

LVII *"angularmente"*, *"formando ângulos"*.

LVIII No original: *laterata*.

CAPÍTULO L

DO OCTAEDRO PLANO SÓLIDO OU VÁCUO, E ABSCISSO SÓLIDO OU VÁCUO, E DO ELEVADO SÓLIDO OU VÁCUO.

XV – XVI. O octaedro plano, sólido ou vácuo, recebe em si doze linhas, vinte e quatro ângulos superficiais e seis sólidos. Está contido por oito bases triangulares e eqüiláteras e eqüiângulas, como se nos apresenta sua forma material própria.

XVII – XVIII. O octaedro abscisso ou cortado plano, sólido ou vácuo, possui trinta e seis linhas que formam setenta e dois ângulos superficiais, isto é, quarenta e oito são dos hexágonos e vinte e quatro dos quadrados. Contém vinte e quatro [ângulos sólidos] e possui quatorze bases, das quais oito são hexagonais, isto é, de seis lados, e seis são tetragonais, isto é, quadradas. Das ditas linhas, vinte e quatro são comuns, isto é, aos quadrados e aos hexágonos. Tais quadrados se formam dos hexágonos, quando uniformemente todos os oito se tocam, como claramente se vê em sua forma material e faz conhecida a verdade ao intelecto. Também deste, não é possível formar seu elevado que se apresente uniforme, pelo semelhante defeito dos hexágonos, os quais, como foi dito do tetraedro abscisso, não é {possível que originem ângulo sólido, e se forma do precedente por corte uniforme de cada um de seus lados na terça parte.

XIX – XX. O octaedro elevado, sólido}[LIX] ou vácuo, possui trinta e seis linhas de igual comprimento, e setenta e dois ângulos superficiais e oito sólidos piramidais. Está contido por vinte e quatro superfícies triangulares, eqüiláteras e eqüiângulas, que o circundam exatamente. Destas linhas, doze são comuns a todos os ângulos das pirâmides. Tal corpo é composto de oito pirâmides lateradas triangulares, eqüiláteras e eqüiângulas, de mesma altura, que aparecem por fora, e, ademais, do octaedro intrínseco, perceptível ao intelecto somente mediante a imaginação. De tal octaedro, as bases são as bases daquelas oito pirâmides, como nos manifesta sua forma material.

[LIX] Trecho omitido acidentalmente na versão impressa. No fim da tabela *Nomina et numerus corporum*, há a seguinte nota: *"Lectore le sequenti parole porrai formaliter nel.Cap.L. Al fin de la colona doue dici absciso fo detto nõ e sequitã queste possibile che causino angulo solido e formase dal precedente nella terça parte deciascû suo lato vniforme tagliato &cetera.XIX.XX. Loctocedron eleuato solido &c. Puoi sequita el principio dela sequente colõna videlicet lido ouer vacuo fo per errore scorso"*.

CAPÍTULO LI

DO ICOSAEDRO PLANO SÓLIDO OU VÁCUO, ABSCISSO SÓLIDO OU VÁCUO E DO ELEVADO SÓLIDO OU VÁCUO.

XXI – XXII. O icosaedro plano, sólido ou vácuo, contém trinta linhas ou lados, todos iguais entre si, os quais originam nele sessenta ângulos superficiais e doze sólidos. Formam também nele, vinte bases, todas triangulares eqüiláteras e eqüiângulas, e cada um dos ângulos sólidos está feito ou contido por cinco ângulos superficiais das ditas bases triangulares, como o demonstra, similarmente, sua figura material.

XXIII – XXIV. O icosaedro abscisso plano, sólido ou vácuo,[LX] possui noventa lados ou linhas e cento e oitenta ângulos superficiais. Destes, cento e vinte são dos triângulos que concorrem a sua composição e sessenta são dos pentágonos que àquela convergem, os quais são todos eqüiláteros. Estas linhas formam em torno do dito corpo, trinta e duas bases, dos quais vinte são hexágonos, isto é, de seis lados iguais, e doze são pentagonais, isto é, de cinco lados iguais.

E todas são, em seu grau, eqüiláteras entre si, e também eqüiângulas, isto é, todos os hexágonos são entre si de ângulos iguais, e assim também os pentágonos são entre si de ângulos iguais. Ademais, todos os lados, tanto dos pentágonos quanto dos hexágonos, são todos iguais entre si. Somente nos ângulos são diferentes os pentágonos e os hexágonos. Este corpo, assim feito, nasce do precedente regular quando cada um de seus lados é cortado uniformemente em sua terça parte. E de tais cortes se originam vinte hexágonos e doze pentágonos, como foi dito, e trinta[LXI] ângulos corpóreos ou sólidos. Das ditas linhas, sessenta são comuns aos hexágonos e aos pentágonos, pois os vinte hexágonos unidos, uniformemente, necessariamente originam doze pentágonos. Tampouco deste se pode dar o elevado, pelo defeito do dito hexágono, como do tetraedro abscisso e do octaedro abscisso dissemos acima.

XXV – XXVI. Do sólido elevado.

O icosaedro elevado, sólido ou vácuo, contém em si noventa linhas e cento e oitenta ângulos superficiais e vinte sólidos piramidais. Possui sessenta bases ou superfícies que o circundam, todas triangulares eqüiláteras e eqüiângulas. Das noventa linhas, trinta são comuns a cada uma das superfícies de suas vinte pirâmides. Este

---

[LX] No manuscrito: "*Loycocedron absciso. piano ouer solido*". Na versão impressa: "*Lo ycocedrõ absciso pião solido ov. vacuo*".

[LXI] "Trinta": não consta no manuscrito.

corpo é composto por vinte pirâmides lateradas triangulares, eqüiláteras e eqüiângulas, de igual altura, e pelo icosaedro íntegro interior, perceptível ao intelecto somente pela imaginação, e cujas bases são também bases das ditas vinte pirâmides. Isso tudo se apresenta pela sua forma material própria.

CAPÍTULO LII

DO DODECAEDRO PLANO SÓLIDO OU VÁCUO, ABSCISSO SÓLIDO OU VÁCUO, DO ELEVADO SÓLIDO OU VÁCUO E DO ABSCISSO ELEVADO SÓLIDO OU VÁCUO. SUA ORIGEM OU DEPENDÊNCIA.

XXVII – XVIII. O dodecaedro plano, sólido ou vácuo, possui trinta linhas iguais ou lados, que nele originam sessenta ângulos superficiais, e possui doze bases ou superfícies que o contêm. Estes são todos pentágonos de lados e ângulos iguais entre si, como se apresenta em sua forma.

XXIX – XXX. Do abscisso ou truncado. O dodecaedro truncado ou abscisso plano, sólido ou vácuo, possui sessenta linhas, todas de igual comprimento e cento e vinte ângulos superficiais e trinta sólidos. Dos cento e vinte superficiais, sessenta são dos triângulos e sessenta dos pentágonos. Tais triângulos se originam necessariamente dos ditos pentágonos se unidos angularmente entre si, como foi dito para a origem daqueles [triângulos] do tetraedro e do octaedro abscissos, que se formam de hexágonos, quadrângulos e triângulos. Também naqueles do icosaedro abscisso de hexágonos e pentágonos, como demonstra a figura material. Cada um dos ditos ângulos sólidos é feito e contido por quatro ângulos superficiais, dos quais dois são de triângulos e dois são dos pentágonos, concorrentes a um mesmo ponto. Todas as suas linhas ou lados são comuns aos triângulos e aos pentágonos, pois se são unidos devidamente entre si, uns são causa dos outros, isto é, os triângulos dos pentágonos e os pentágonos dos triângulos. E assim como os doze pentágonos eqüiláteros, angularmente unidos, formam no dito corpo vinte triângulos, assim também podemos dizer que vinte triângulos eqüiláteros, angularmente unidos entre si, originam doze pentágonos igualmente eqüiláteros. Por isso se vê que todas as ditas linhas entre si são comuns, como foi dito. E as superfícies que circundam o dito [corpo] são trinta e duas, doze das quais são pentágonos, eqüiláteros e eqüiângulos, e vinte são triângulos também eqüiláteros e eqüiângulos.[LXII]

XXXI – XXXII. O dodecaedro elevado sólido ou vácuo possui noventa linhas e cento e oitenta ângulos superficiais, doze sólidos elevados piramidais e ademais vinte ângulos[LXIII] sólidos hexagonais. Possui sessenta superfícies, todas triangulares, eqüiláteras e eqüiângulas. Porém, das ditas noventa linhas, doze são comuns às doze bases das pirâmides pentagonais, às quais de maneira semelhante, convém que sejam pentagonais. E essas bases são do dodecaedro regular intrínseco que concorrem a sua composição, o qual o intelecto compreende somente pela imaginação. Estas trinta linhas comuns concorrem somente à formação dos vinte ângulos sólidos deprimidos que, como foi dito, são hexagonais, isto é, que em sua formação concorrem seis linhas. E forma-se o dito corpo do dodecaedro regular intrínseco mencionado e por doze pirâmides lateradas pentagonais, eqüiláteras e eqüiângulas, de altura igual, cujas bases são as mesmas do [corpo] intrínseco, *ut supra.*

XXXIII – XXXIV. O dodecaedro abscisso elevado, sólido ou vácuo possui cento e oitenta lados ou linhas, das quais sessenta são elevadas para a formação das pirâmides pentagonais, sessenta são elevadas para a constituição das pirâmides triangulares e as outras sessenta são bases, lados de cada uma das ditas pirâmides, isto é, dos pentágonos e dos triângulos. Este corpo assim formado se compõe do dodecaedro cortado plano intrínseco, que se oferece ao intelecto apenas pela imaginação. Das trinta e duas pirâmides, das quais doze são pentagonais e de igual altura, as outras vinte são triangulares, também de igual altura. As bases destas pirâmides são as superfícies do dito dodecaedro truncado e cada uma delas corresponde a seu corpo respectivo, isto é, as triangulares às pirâmides triangulares e as pentagonais às pirâmides pentagonais. E caindo no plano, este [corpo] sempre se firma em seis pontos ou cones piramidais. Destes, um é da pirâmide pentagonal e os outros são das pirâmides triangulares. Ademais, parece aos olhos, absurdo que tais pontas estejam em um mesmo nível. E isso, Excelso Duque, é de grandíssima abstração e de profunda ciência e quem entende não me deixa mentir. A sua dimensão se chega com sutilíssima prática, máxime com o conhecimento de álgebra e almucabala, que pode ser aprendida por vias facílimas como demonstramos em nossa obra. De maneira semelhante procede-se com o icosaedro cortado, no qual hexágonos e pentágonos dificultam todas as medidas.

[LXII] Na versão impressa falta *equiangoli*.
[LXIII] No manuscrito: *basi*.

CAPÍTULO LIII

DO CORPO DE VINTE E SEIS BASES, PLANO SÓLIDO OU VÁCUO E DO ELEVADO SÓLIDO OU OCO. SUA ORIGEM.

XXXV – XXXVI. Outro corpo, Excelso Duque, assaz distinto dos já citados é o chamado [corpo] de vinte e seis bases, derivado de princípio e origem formosíssimos. Destas [bases], dezoito são quadradas, eqüiláteras e retângulas e oito são triangulares eqüiláteras e eqüiângulas. Este [corpo] possui quarenta e oito lados ou linhas, e noventa e seis ângulos superficiais dos quais setenta e dois são todos retos e são os das dezoito[LXIV] bases quadradas e vinte e quatro são agudos, e são os de seus oito triângulos eqüiláteros. Esses noventa e seis ângulos concorrem entre si, formando nele vinte e quatro ângulos sólidos, cada um dos quais consta de um ângulo superficial do triângulo e três ângulos retos de três quadrados. Das quarenta e oito linhas, vinte e quatro são comuns aos triângulos e aos quadrados, pois de seus dezoito quadrados, devidamente unidos entre si, necessariamente resultam aqueles oito triângulos, formados da maneira que foi dito acima dos outros abscissos. A origem deste [corpo] é o hexaedro uniformemente cortado em todas suas partes, assim como sua forma material demonstra aos olhos. Seu conhecimento é utilíssimo em muitas considerações a quem tenha de aplicá-lo, máxime em arquitetura. Isso é o que se refere ao conhecimento de seu sólido, plano ou vácuo.

XXXVII – XXXVIII. O [corpo de] vinte e seis bases, sólido ou vácuo, elevado, tem em sua formação cento e quarenta e quatro linhas que, unidas segundo a oportuna exigência, originam nele duzentos e oitenta e oito ângulos superficiais e vinte e seis [ângulos] sólidos elevados, piramidais, dos quais dezoito estão contidos por quatro ângulos agudos, superficiais, e oito estão contidos por três agudos. Tal corpo é composto por vinte e seis pirâmides lateradas, das quais dezoito são quadrangulares e oito triangulares, que externamente estão todas à vista, e pelo mencionado [corpo de] vinte e seis bases, sólido, plano e interior, compreendido somente pela imaginação. Suas vinte e seis bases são também as bases das vinte e seis pirâmides, isto é, as dezoito quadrangulares[LXV] das dezoito pirâmides lateradas quadrangulares e as oito triangulares das oito pirâmides triangulares. De qualquer modo que se apóie sobre um plano, se firma sobre três pontas ou cones piramidais, segundo a experiência de sua [forma] material mostrará aos olhos.

[LXIV] Na versão impressa: *8*.

[LXV] "*quadrangulares*": não consta no manuscrito.

CAPÍTULO LIV

DO CORPO DE SETENTA E DUAS BASES PLANO SÓLIDO E VÁCUO.

XXXIX – XL. Entre estes corpos, Excelso Duque, convém colocar o corpo de setenta e duas bases que nosso filósofo megarense descreve amplamente na décima quarta de seu décimo segundo. Este corpo, ainda que tenha suas bases planas laterais, angulares e disformes, não se pode dizer que dependa ou derive de nenhum dos regulares, senão que se forma e se cria, segundo o que no dito lugar demonstra nosso filósofo, mediante a figura dodecagonal, isto é, de doze lados iguais. Das mencionadas bases, quarenta e oito[LXVI] são quadrangulares, não eqüiláteras nem eqüiângulas, e possuem os dois lados opostos dirigidos a um ou outro pólo ou cone, iguais entre si. Suas outras vinte e quatro bases são triangulares, similarmente não eqüiláteras. Doze delas estão em torno de um dos cones e doze do outro. Cada uma delas tem dois lados iguais, isto é, aquelas que se dirigem ao ponto do pólo inferior e superior. Deste [corpo] sempre se pode formar ainda o seu elevado, como se fez com os outros, porém, pela deformidade de suas bases, será difícil seu conhecimento, mesmo que aos olhos rendesse não medíocre beleza. Nele se originariam setenta e duas pirâmides, segundo o número de suas setenta e duas bases, cujas bases seriam as mesmas deste [corpo], imaginado dentro daquele. Não cuidei de deduzir materialmente a forma desse elevado, para deixar a tarefa ao leitor, de cujo engenho não desconfio. Tal [corpo de] setenta e duas bases é muito empregado pelos arquitetos em suas disposições de edifícios por ser forma assaz útil, máxime onde é necessário fazer tribunas ou outras abóbadas ou céus. Ainda que nem sempre se empreguem tantas faces nos ditos edifícios, sem embargo, [os arquitetos] se valem de semelhantes, tomando sua quarta ou terceira parte, em todas as formas, segundo o lugar e a posição onde intentam edificar muitíssimas construções, dispostas em diversas partes, como o inestimável templo antigo Panteão,**[101]** que hoje os cristãos chamam *la Rotonda*, na capital do mundo. Este foi disposto com tanta solerta indústria e observância de proporções que a luz de uma só abertura em seu fastígio basta para torná-lo esplêndido e luminoso. Passo por alto muitas outras famosas e ínclitas cidades como Florença, Veneza, Pádua, Nápole e Bolonha, nas quais se construíram muitos edifícios, sacros e profanos, grandes ou pequenos, segundo o modelo desse [templo]. Também aqui em sua Milão, no devoto lugar de *San Scetro*,**[102]** a esplêndida capela está formada por uma parte cortada desse

---

[LXVI] No manuscrito: *46*.

[templo], com a reserva de que foi adaptada a curvatura da parede, agregando-se uma roseta em cada uma de suas bases, como adorno. E em Vosso devoto e sacratíssimo templo das Graças, a tribuna do Altar Principal e as laterais não são senão uma parte similar desse [templo] também com os mesmos agregados para maior beleza. Ainda que muitos fabriquem e tirem formas a seu arbítrio, pois não têm mais conhecimento de Vitruvius que de qualquer outro arquiteto, sem embargo usam a arte, mesmo que não o saibam, do mesmo modo que Aristóteles diz dos rústicos camponeses: *solegizant et nesciunt se solegizare*, assim estes *utunt arte et nesciunt se uti*. Também o alfaiate e o sapateiro usam a geometria e não o sabem. Do mesmo modo, pedreiros, carpinteiros, ferreiros e todos os artífices usam a medida e a proporção sem o saber, pois, como outras vezes já foi dito, tudo consiste em número, peso e medida. Mas o que diremos dos modernos edifícios, em seu gênero, ordenados e dispostos com vários e diversos modelos que aos olhos parecem belos por sua pequenez e que quando são construídos não suportam o peso e longe de durar mil anos, já ao terceiro estão em ruínas? Por não entenderem nada, fazem gastar mais em refazer que para fazer, chamando-se arquitetos e nunca viram nem pela capa o excelentíssimo volume de nosso digníssimo arquiteto e grande matemático Vitruvius, que escreveu sobre Arquitetura com supremos ensinamentos para toda classe de estrutura. Quem dele se aparta, cava na água e funda na areia e prontamente malogra a arte. Há arquitetos de renome que não sabem a diferença entre ponto e linha, mesmo que saibam a dos ângulos. Sem tais [conhecimentos] não é possível edificar bem, e isso se demonstra, como diz o citado Vitruvius, pelo grande júbilo e suma letícia que manifestou Pitágoras quando, com ciência correta, encontrou a verdadeira proporção de duas linhas retas que contém o ângulo reto do esquadro, pelo qual, fazendo grande sacrifícios aos deuses, imolou cem bois.[LXVII] Este ângulo é de tanta excelência que nunca pode variar e por outro nome os perfeitos geômetras o chamam *angulum iustitiae*,[LXVIII] pois sem seu conhecimento não é possível distinguir o bem do mal em nenhuma de nossas proporções e sem ele não se pode dar alguma medida certa. Daí que os modernos remendões,[LXIX] em seus edifícios, parecem não fazer nada, apartando-se da reta e antiga norma, não introduzem alguma inconveniência de suas tolices, censurando aqueles que ainda se encontram e que seguem o verdadeiro e antigo modo. Há também

[LXVII] Cf. VITRUVIUS, 2006, p. 327, *Tratado de Arquitetura*, IX, 67.
[LXVIII] *"ângulo da justiça"*.
[LXIX] No original: *ciabatieri*. No italiano moderno *ciabattaio* é aquele que fabrica ou vende *Ciabatta* (sapato, chinelo, pantufa). *Ciabattino* é o sapateiro e em sentido figurado remendão, trapalhão, aquele que em qualquer arte é pouco experto.

aqueles que se deleitam com nossas disciplinas matemáticas, imitando o verdadeiro guia de todos os edifícios na obra de Vitruvius. E por apartar-se dele se vê como estão nosso edifícios, divinos e profanos, o que não está torcido está retorcido. Por isso é convenientíssima a palavra de Vossa Alteza e seu efeito nesta cidade, continuando no já feito, em breve sua Milão não será menos bela que Florença, removendo a abominável e inepta influência desses autores. Pois, em verdade, [Vossa Alteza] entende mais de tais coisas dormindo do que eles velando com mil olhos, tal como demonstrou seu estreito parente, o ilustríssimo Duque de Urbino, na admiranda construção do mencionado digno Palácio. E isso com o perdão daqueles que levarem a mal o que até aqui se disse, para seu ensino. Seja isso o suficiente acerca do dito corpo.

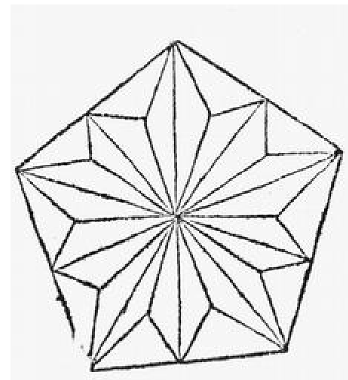
CAPÍTULO LV

DO MODO DE SE FORMAR OS OUTROS [CORPOS] ALÉM DOS MENCIONADOS E COMO SUAS FORMAS PROCEDEM AO INFINITO.

Não me parece, oportuno, Excelso Duque, estender-me sobre tais corpos, visto que seu processo tende ao infinito pelo contínuo e sucessivo corte de seus ângulos sólidos, com que suas formas se multiplicam. Dessa maneira, [Vossa Alteza] poderá seguir, pois o caminho para os já ditos [corpos] está aberto, como sempre foi dito, *quod facile est inventis addere*,[LXX] não é difícil agregar ao que já se encontrou, portanto, tirando ou agregando em mais ou em menos as mencionadas [formas], será fácil para todo propósito. Até agora prosseguimos somente com o fim de mostrar como as virtudes desses cinco [corpos] regulares sempre se destilam nos outros dependentes, de maneira semelhante aos cinco simples que concorrem à formação de todo composto criado. Por isso, segundo indicado acima, Platão foi impelido a atribuir as cinco formas regulares aos cinco corpos simples, isto é, terra, ar, água, fogo e céu, como amplamente aparece no Timeu, onde se trata da natureza do universo. Ao elemento terra atribui a forma cúbica, isto é, a do hexaedro, visto que nenhuma figura necessita de maior violência para se mover e, dentre todos os elementos que existem, nenhum é mais fixo, constante e firme do que a terra. A forma do tetraedro atribui ao elemento fogo, pois este, voando para cima, origina a forma piramidal, tal como se apresenta aos olhos, pois vemos que largo e uniforme por baixo, sempre se degrada de modo que sua flama, no alto, termina em um ponto como o cone de toda pirâmide. A forma do octaedro a

[LXX] *"pois é fácil acrescentar algo ao já inventado"*.

atribui ao ar, pois assim como o ar, para um pequeno movimento, segue ao fogo, assim a forma octaédrica, por sua habilidade de movimento, segue a forma da pirâmide. A figura de vinte bases, isto é, o icosaedro, associa à água, visto que é circundada por mais bases do que qualquer outra, pareceu-lhe que se adaptava na esfera mais ao movimento da coisa que desce derramando do que a que ascende. A forma de doze bases pentagonais atribui ao céu, assim como este é receptáculo de todas as coisas, da mesma maneira o dodecaedro é receptáculo e albergue de todos os outros quatro corpos regulares, como se vê pelas inscrições de um nos outros e, ademais, como diz Alcínoo[103] sobre o Timeu de Platão, porque assim como no céu há doze signos do zodíaco e cada um deles se divide em trinta partes iguais, sendo toda a sua anual revolução de trezentos e sessenta, da mesma maneira este dodecaedro tem doze bases pentagonais, e cada uma tem em si cinco triângulos com a ponta no meio e cada um dos ditos triângulos divide-se em seis escalenos, o que dá trinta triângulos em cada base, que entre todas são trezentos e sessenta, como no zodíaco. Tais formas são muito recomendadas pelo celebérrimo filósofo Calcídio,[104] em sua exposição do citado Timeu, e também por Macróbio,[105] Apuleio[106] e muitíssimos outros, pois em verdade são dignos de toda recomendação, pelas razões aduzidas em sua fabricação, que mostram a suficiência das ditas cinco formas, como também dos cinco corpos simples não podem ser mais. Assim como o número dos ditos simples não pode aumentar na natureza, do mesmo modo não é possível assinalar, além dos cinco regulares, outros que sejam de bases, lados e ângulos iguais que colocados na esfera, tocando um ângulo, todos tocam. Com efeito, se na natureza se pudesse indicar um sexto corpo simples, o Sumo Artífice seria menoscabado e julgado por falta de prudência por não haver previsto desde o princípio todas as necessidades oportunas. Por isso, certamente, e não por outro motivo, entendo que Platão, tal como foi dito, atribui a cada um dos mencionados simples, argumentando como boníssimo geômetra e profundíssimo matemático. Vendo que as cinco distintas formas destes [corpos] não podem de modo algum imaginar-se nem formar como tendendo ao [corpo] esférico, com lados, bases e ângulos como foi dito, como mostra a penúltima do décimo terceiro, oportunamente a nós indicado, não imerecidamente, argumenta que tais [formas] nos levam aos cinco simples e que delas depende toda outra forma. Ainda que somente estes cinco [corpos] são chamados regulares, não se exclui que a esfera seja a mais regular de todos e que todo outro [corpo] derive dela como a mais sublime causa das causas. Nela não há variedade alguma, senão uniformidade por todas as partes, e em cada lugar tem seu princípio e fim, sua direita e esquerda.



A seguir, pondo fim aos ditos dependentes, diremos onde se origina sua forma e trataremos sucessivamente de todos outros corpos oblongos, isto é, mais longos que largos.

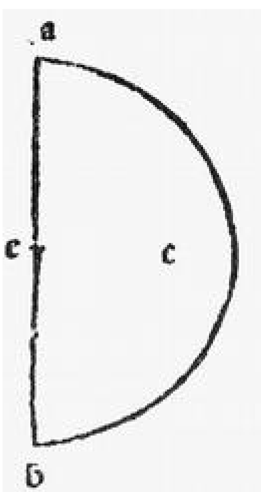
CAPÍTULO LVI

DO CORPO ESFÉRICO E DE SUA FORMAÇÃO.

LIX. Muitos definiram o que é esfera, máxime Dionísio, digno matemático. Nosso autor a descreve também, com suma brevidade em seu décimo primeiro e tal descrição é por todos posteriores aduzida. Diz assim:

{O vestígio do meio círculo gera a esfera.}[LXXI]

"Esfera é aquele [corpo] que contém o vestígio do arco da circunferência do meio círculo, sempre que, de qualquer modo, se tome o semicírculo firmando a linha do diâmetro, gire em torno o dito arco até que retorne ao lugar donde começou a se mover". Quer dizer, feito o semicírculo sobre uma linha qualquer, firmando esta, conduza o semicírculo em torno com toda sua revolução, e tal corpo assim descrito se chama esfera. Seu centro é o centro do dito semicírculo assim rotacionado.



{Demonstração da dita definição.}[LXXII]

Seja o semicírculo .c. feito sobre a linha .ab., com centro no ponto .e. e seja todo o seu arco a parte da circunferência .adb.. Digo que, firmando a dita linha .ab., diâmetro do dito semicírculo, rotacionando-o em torno dela, começando do ponto .d., seguindo até a parte inferior e voltando até a superior com seu arco, até o dito ponto .d., donde iniciou a se mover ou, ao contrário, seguindo até a superior e voltando até a inferior,[LXXIII] também com o arco, até o dito ponto .d., tal [corpo] redondo formado pelo dito semicírculo e sua revolução é dito corpo esférico ou esfera, imaginando como se deve, que o dito semicírculo é, *gratia exempli*, uma meia tábua material, pois de outro modo não formaria corpo algum, já que rotacionando somente o arco, não deixaria vestígio, por ser linha sem amplitude nem profundidade. E baste isso para conhecimento e origem do dito corpo.

[LXXI] Sentença omitida na versão impressa.

[LXXII] idem.

[LXXIII] No manuscrito: *superiore*.

CAPÍTULO LVII

COMO SE COLOCAM NA ESFERA TODOS OS CINCO CORPOS REGULARES.

Nesta esfera, Excelso Duque, imagina-se todos os cinco corpos regulares do seguinte modo. Primeiro o tetraedro. Se sobre a sua superfície, isto é, sobre seu revestimento, marcamos ou imaginamos quatro pontos eqüidistantes um do outro e os unimos com seis linhas retas, que necessariamente passariam dentro da esfera, formar-se-á nela o dito corpo. E se com a imaginação cortássemos [a esfera] com uma superfície plana por todo lado, segundo as ditas linhas retas, restaria exatamente o dito tetraedro. Se a esfera – isso para que os outros melhor aprendam – fosse uma pedra de bombarda e sobre ela fossem marcados quatro pontos eqüidistantes, e um lapicida ou canteiro, com suas ferramentas, a escapelasse ou esfolasse, deixando exatamente os quatro pontos, teria transformado a pedra no tetraedro. De igual maneira, se na superfície esférica se marcam oito[LXXIV] pontos eqüidistantes entre si e se os une com doze linhas retas, a figura colocada na esfera pela imaginação será o segundo corpo regular dito hexaedro ou cubo, isto é, figura do diabólico instrumento chamado dado. Se estes pontos são marcados também em uma pedra de bombarda, do modo dito, e um lapicida os une na forma acima indicada, terá reduzido a dita bola à forma cúbica. E se nesta superfície se marcam seis pontos, também eqüidistantes entre si, como foi dito, e se continuam, ou seja, se unem por meio de doze linhas retas, ter-se-á construído exatamente na esfera o terceiro corpo regular dito octaedro. Se o lapicida faz em uma pedra, como dito acima, terá feito de uma bola o corpo de oito bases triangulares. Da mesma maneira, se doze pontos naquela são continuados por trinta linhas retas, ter-se-á colocado, *similiter*,[LXXV] na dita esfera o quarto corpo dito icosaedro. Similarmente, o lapicida terá reduzido a pedra ao corpo de vinte bases triangulares. E se vinte pontos são marcados do modo dito e continuados também com trinta linhas retas, formar-se-á na dita esfera o quinto e nobilíssimo corpo regular, dito dodecaedro, isto é, corpo de doze bases pentagonais e, assim, o lapicida teria feito a mesma forma. Dessa maneira, com semelhante imaginação, todos [os corpos] seriam colocados na esfera, de modo que seus pontos angulares estariam situados na superfície esférica e se um de seus ângulos toca a esfera, também a tocam os demais. E não é possível de modo algum que um toque, sem que os outros a toquem, quando o dito corpo é colocado na

LXXIV No manuscrito consta, erroneamente, "4".
LXXV "Semelhantemente".

esfera. Com esta ciência infalível Vossa Alteza poderá, às vezes, como já o fizemos, expor a ignorância dos ditos lapicidas do seguinte modo: ordenando que de pedras semelhantes a estas façam alguma forma de lados, faces e ângulos iguais e que nenhuma seja semelhante aos cinco regulares, obrigando-os, *verbi gratia*, a fazer um capitel, uma base ou um cimásio para alguma coluna, que seja de quatro ou de seis faces iguais, do modo indicado e que as da forma de quatro não sejam triangulares ou que as da forma de seis não sejam quadradas. O mesmo de oito e vinte faces e que nenhuma seja triangular, ou ainda de doze e que nenhuma seja pentagonal, coisas que são impossíveis. Porém eles, como temerários fanfarrões, prometerão mundos e fundos, mares e montes, pois muitos há que não sabem nem cuidam de aprender, contra o preceito moral que diz: *Ne pudeat quae nescieris te velle doceri*.[LXXVI] Como aquele carpinteiro que perguntado sobre o que faria se não tivesse plaina, respondeu que faria uma com outra [plaina]. Outro carpinteiro disse que seu esquadro era muito grande para ajustar um esquadro pequeno, propondo que os ângulos retos variam entre si. E outro pôs duas varetas iguais diante dos olhos em forma de tau, isto é, assim: T, e julgava que ora uma, ora outra, era mais longa. Cabeçudos assim há muitos. Confabulando com um destes, no tempo em que se edificava em Roma o palácio do Conde Girolamo,**[107]** de boa memória, como em sua presença se discorria sobre a construção e, estando lá em sua comitiva grande número de dignas [pessoas] de diversas faculdades, dentre outros, o então renomado pintor Melozzo da Forlì,**[108]** pelo prazer de especular, Melozzo e eu exortamos ao conde que mandasse fazer certo capitel em uma destas formas, sem aclarar-lhe a dificuldade, mas somente que seria coisa digna [de se ver]. Assentindo, o duque chamou o mestre e lhe perguntou se ele o sabia fazer. Aquele respondeu que era de pouca dificuldade e que já havia feito outras vezes, ao que o conde duvidou de que fosse algo que valesse a pena, como lhe assegurávamos. Nós insistimos no mesmo, agregando abertamente que não poderia fazê-lo pela impossibilidade aduzida acima. E chamando novamente o dito lapicida, que naquele tempo também era renomado, [o duque] lhe perguntou novamente se o faria, então [o lapicida] quase mofando sorriu, *breviter*, que tanto para o sim como para o não estava sempre disposto a se comprometer. O conde lhe disse: “Se não o fizerdes, que quereis perder?”, e ele prudentemente respondeu: “Senhor, o mesmo tanto que de Vossa Ilustríssima Senhoria eu possa ganhar”. E ficando de acordo, [o conde] concedeu-lhe o término de vinte dias e ele

---

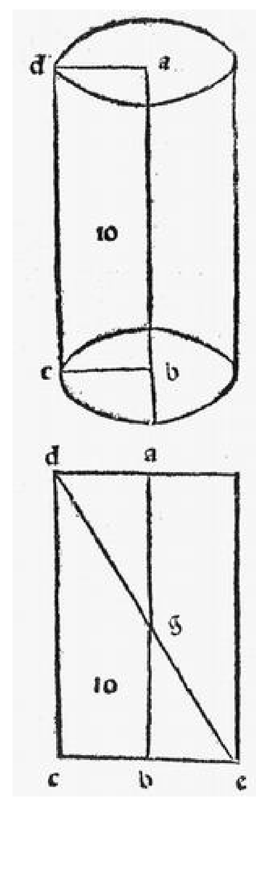
LXXVI *“Non pudeat, quae nescieris, te velle doceri. Scire aliquid laus est, culpa est nil discere velle”* (*“Não te envergonhes de querer que te ensinem o que não sabes. Saber algo é motivo de louvor, mas indesculpável é nada querer aprender”*, Catonis Disticha IV, 29).

pedindo quatro. Sucedeu que gastou muitos mármores sem êxito[LXXVII], *finaliter* o conde não o obrigou senão a pagar o custo das pedras e [o lapicida] quedou humilhado. Porém, não cessou em averiguar a origem da proposta. Soube que havia sido o frade, de modo que não pouco rancor guardou de mim e encontrando-me disse: "*Messer*, *Messer*, eu não vos perdôo a injúria feita se não me ensinais o modo de fazê-lo". Eu me ofereci em tudo quanto pude e quedando-me em Roma, não lhe fui grosseiro e revelei estas e outras coisas que lhe interessavam. Ele quis cortesmente que eu levasse uma valiosa capa como recordação. Por isso digo que coisas semelhantes podem proporcionar a Vossa Alteza a ocasião de conscientizar os outros de seus erros e que não venham com tanta jactância com um conspecto que quase desdenha a todos os demais. Assim fez Hierão[109] com o poeta Simônides,[110] segundo conta Cícero em *De Natura deorum*. Simônides temerariamente se comprometeu a dizer com exatidão, no término de um dia, o que era Deus, afirmando que não era difícil saber o que os outros diziam a respeito. Terminado o prazo, Hierão lhe perguntou se havia encontrado, [Simônides] disse que ainda não e que lhe concedesse algum tempo a mais. Depois disso, voltou a perguntar-lhe e, *breviter*, vários prazos interpostos, aquele confessou que entendia menos do que antes e quedou confuso com sua temeridade.[LXXVIII] E isto é o que se refere à esfera e à colocação dos corpos.

CAPÍTULO LVIII

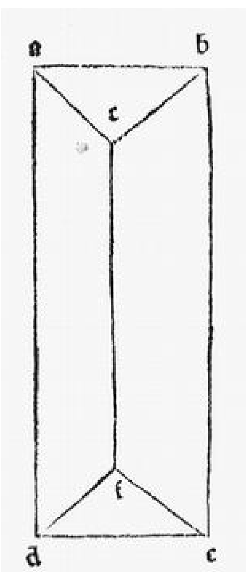
DOS CORPOS OBLONGOS, ISTO É, MAIS LONGOS OU ALTOS QUE LARGOS.

A seguir, oh Excelso Duque, para pleno conhecimento deste nosso tratado, devemos dizer algo sobre os corpos oblongos, isto é, aqueles que são mais longos ou altos que largos, como as colunas e suas pirâmides. Destas se encontram diversas sortes. Primeiro falaremos das colunas e de sua origem, depois de suas pirâmides. As colunas são de duas sortes, a saber, redondas e lateradas, assim como entre as figuras planas, algumas são curvilíneas, que são aquelas contidas por linhas curvas ou tortas, e outras são retilíneas, que são aquelas contidas por linhas retas. A coluna redonda é um corpo contido entre duas bases circulares iguais, que são eqüidistantes. Esta foi definida por nosso filósofo, no décimo primeiro, assim: "a figura redonda corpórea cujas bases na extremidade são dois círculos planos iguais em grossura, ou seja, altura, é o vestígio do paralelogramo



[LXXVII] "*feci un o piu abaco*", lit.: "*fez um ou mais ábacos*". Possivelmente o significado desta frase é: "*computou os prejuízos do fracasso*".
[LXXVIII] Cf. CÍCERO, *De Natura Deorum* I, 22.

retângulo firmado o lado que contém o ângulo reto e tal superfície rota até que volte ao seu lugar”. Esta figura se chama coluna redonda. Donde a coluna redonda, a esfera e o círculo terão o mesmo centro. *Verbi gratia*: seja o paralelogramo .abcd., isto é, uma superfície quadrangular de lados eqüidistantes e de ângulos retos[LXXIX]. Firme-se o lado .ab. e, uma vez firmado, gire o paralelogramo até que volte ao lugar onde começou a se mover. A figura corpórea descrita pelo movimento deste paralelogramo se chama coluna redonda e suas bases são dois círculos. Seja .b. o centro [de um deles]; o outro [círculo] é o que resulta da linha .da. quando se move ou gira e seu centro é o ponto .a.. O eixo desta coluna é a linha .ab., que está firme no movimento do paralelogramo. Se imaginarmos o paralelogramo .abcd., quando com seu girar chegue até o sítio .abef., se prolonga até o sítio donde começou a se mover, segundo a continuação da superfície plana, isto é, formando todo um paralelogramo .dcef., e supondo que tenhamos conduzido nele o diâmetro .de., tal diâmetro .de. também será diâmetro da coluna. Quando se diz que a coluna, a esfera e o círculo têm o mesmo centro, deve-se entender quando têm o mesmo diâmetro; teremos dito, *verbi gratia*, que .de. é o diâmetro desta coluna, logo a esfera e o círculo cujo diâmetro é a linha .de. terão necessariamente o mesmo centro que o da coluna proposta. Seja, portanto, a linha .de. que divide a linha .ab. no ponto .g.; g será centro da coluna, pois divide o eixo da coluna por igual e também divide o diâmetro da coluna por igual, o que se prova pela vigésima sexta do primeiro, pois os ângulos que estão em .g. são iguais pela décima quinta do primeiro, e os ângulos que estão em .a. e em .b. são retos pela hipótese. Ademais, a linha .ad. também é igual à linha .be., donde .dg. é igual a .eg. e do mesmo modo .ag. é igual a .gb.. Visto que os ângulos .e. e .f. são retos, se sobre o ponto .g., segundo o espaço .dg., e ademais sobre a linha .de. se se faz um círculo, este passará pelos pontos .e. e .f., pela recíproca da primeira parte da trigésima do terceiro. Desse modo, o ponto .g. é o centro do círculo cujo diâmetro é o diâmetro da coluna e, portanto, da esfera. Donde se manifesta que a todo paralelogramo retângulo pode-se circunscrever o círculo e a toda coluna, a esfera. Assim, fica claro o que quis nos propor este teorema de nosso filósofo na dita definição da coluna redonda. De tal fim seja suficiente e seguindo, falaremos das [colunas] lateradas como foi prometido.

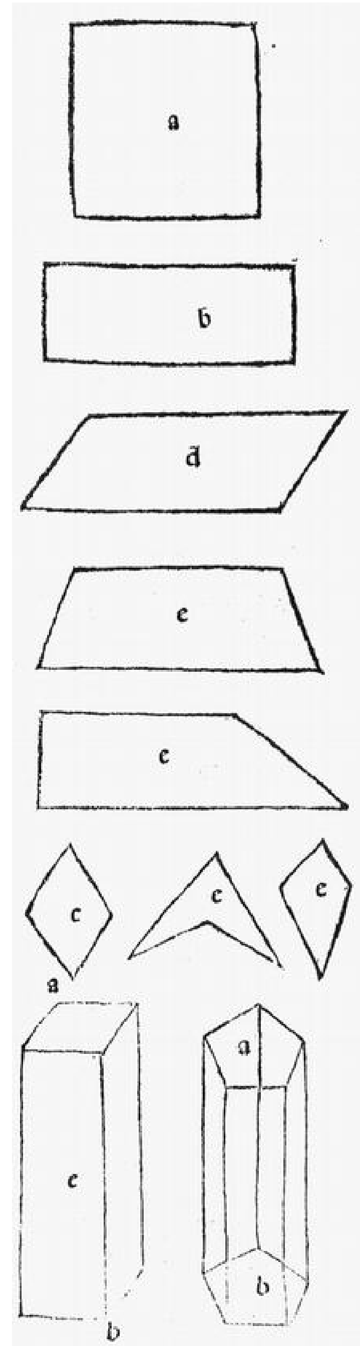


[LXXIX] A expressão *“e de angoli recti”* não se encontra no manuscrito.

CAPÍTULO LIX

DAS COLUNAS LATERADAS E PRIMEIRAMENTE DAS TRILÁTERAS.

LI – XLII. Outra espécie ou sorte de colunas são as chamadas lateradas, das quais a primeira é triangular e suas bases, isto é, a superior e a inferior, são dois triângulos eqüidistantes entre si segundo a altura da coluna, como aqui representada. A base[LXXX] superior é o triângulo .abc. e a inferior o triângulo .def.. Esta figura, diz nosso autor, é o corpo serrátil e que é semelhante ao cume de um telhado de uma casa que tenha quatro faces ou paredes cujo telhado deságüe somente por duas vertentes e, como se demonstra aos olhos, as bases podem ser eqüiláteras e não-eqüiláteras. As três faces de tais colunas são sempre paralelogramos, isto é, de quatro lados e retangulares. Assim, o dito corpo serrátil está contido por cinco superfícies, dos quais três são quadrangulares e dois são triangulares.



CAPÍTULO LX

DAS COLUNAS LATERADAS QUADRILÁTERAS.

XLV – XLVI. A segunda sorte de colunas lateradas são as quadriláteras que têm as duas bases quadrangulares e as outras quatro superfícies que as circundam são também quadriláteras, eqüidistantes entre si segundo sua posição. Do mesmo modo estas são às vezes eqüiláteras e às vezes ineqüiláteras, segundo a disposição de suas bases, pois dentre as figuras planas, retilíneas e quadriláteras se assinala quatro sortes. Uma, chamada quadrado, é aquela que tem todos os lados iguais e os ângulos retos, como a figura .A.,[LXXXI] ao lado. Outra, denominada tetrágono longo, é aquela que tem os lados opostos iguais e os ângulos igualmente retos, porém é mais longa que larga, como a figura .B., ao lado. A terceira sorte se chama *elmuaym*, figura eqüilátera, mas não retangular e por outro nome se chama rombo, como a figura .C.. A quarta sorte é a dos semelhantes ao *elmuaym*[LXXXII] ou, por outro nome, rombóide[LXXXIII], cujos lados opostos são iguais e eqüidistantes entre si e não têm ângulos retos, como se vê na figura .D.. Fora destas, as figuras que são de quatro lados são chamadas *elmuarisse*, isto é, irregulares, como as figuras assinaladas

---

[LXXX] No manuscrito: *abscissa*. Na versão impressa: *basa*.
[LXXXI] No manuscrito as letras de referência são maiúsculas e, como se pode ver, na versão impressa minúsculas.
[LXXXII] No original: *simile alelmuaym*.
[LXXXIII] No manuscrito: *rombo*. Na versão impressa: *romboide*.

com .E.. Então, todas as colunas quadriláteras podem variar segundo a diversidade destas bases, porém de qualquer maneira, deve-se entender por altura a eqüidistância entre suas bases. Estas colunas, podemos chamá-las regulares, à semelhança de suas bases e as outras de irregulares[LXXXIV] ou *elmuarisse*.

CAPÍTULO LXI

DAS COLUNAS LATERADAS PENTAGONAIS.

XLIX – L. Em terceiro lugar estão as colunas lateradas pentagonais, isto é, as de cinco faces, como aqui a figura .AB.. Cada uma [destas faces] é tetragonal ou quadrilátera e as bases destas colunas são sempre dois pentágonos, isto é, duas figuras retilíneas de cinco lados e cinco ângulos, pois em todas as figuras retilíneas o número dos ângulos se iguala ao número de seus lados, e de outra maneira não poderia ser. Estas colunas são, ademais, eqüiláteras ou ineqüiláteras, segundo o que suas bases permitam, como pouco antes se disse das lateradas quadriláteras. Com efeito, alguns pentágonos são eqüiláteros e eqüiângulos, e outros ineqüiláteros e, conseqüentemente, ineqüiângulos; porém todo pentágono que tenha três ângulos iguais entre si, se for eqüilátero necessariamente será também eqüiângulo, como demonstra a sétima do décimo terceiro. Dissemos isso porque poderia ser que o pentágono tivesse lados iguais, com dois ângulos iguais entre si, porém que não fosse todo eqüiângulo. E estes dois pentágonos, isto é, o superior e o inferior, também se entendem que são eqüidistantes pela altura na dita coluna, tanto se as colunas são eqüiláteras como ineqüiláteras. As espécies de colunas, Excelso Duque, podem crescer ao infinito segundo a variedade de figuras retilíneas de mais, ou menos lados, pois em toda coluna laterada as duas bases, superior e inferior, devem ser necessariamente duas figuras retilíneas semelhantes, isto é, que concordam no número de lados (não fosse uma triangular e a outra tetrágona), e ademais eqüiláteras e eqüiângulas entre si, para uniformidade das colunas, mesmo que originem outra variedade [de formas], às vezes eqüiláteras e às vezes ineqüiláteras. Por isso não me parece necessário estender-me mais sobre as ditas [colunas], senão induzir à memória que sua denominação sempre deriva das bases, isto é, segundo sejam as bases, assim serão chamadas as ditas [colunas]. *Verbi gratia*: se as bases são triângulos, como acima para o corpo serrátil, chamar-se-ão

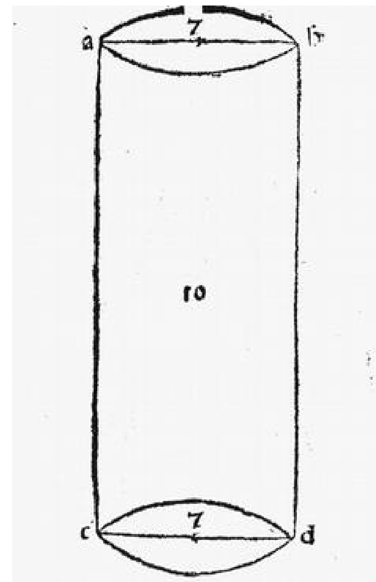
---

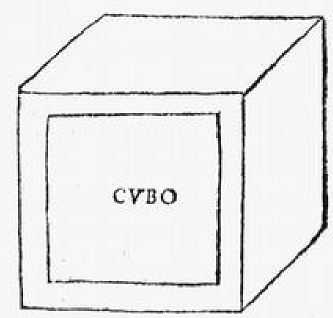
LXXXIV No manuscrito: *irregulari*. Na versão impressa: *regulari*.

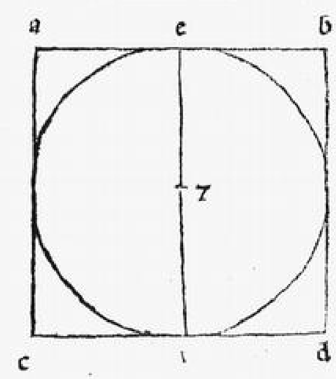
triangulares; se forem tetrágonos ou quadriláteros, chamar-se-ão quadrangulares, se são pentagonais serão pentagonais e se são de seis lados chamar-se-ão hexagonais, *et sic de singulis*. Porém qualquer que seja a qualidade das bases, as faces de toda [coluna] serão sempre tetragonais retangulares. Para esse fim, as formas materiais mostram aos olhos aquilo que se disse em seus números colocados na tabela. Vossa Alteza também poderá ver as figuras planas em perspectiva, no mesmo número.

CAPÍTULO LXII

DO MODO DE MEDIR TODA SORTE DE COLUNAS E PRIMEIRAMENTE AS REDONDAS.







Agora me parece necessário considerar o modo conveniente de medir toda sorte de colunas. Ainda que já o tenhamos tratado plenamente em nossa grande obra, aqui darei sucintamente a Vossa Alteza uma breve referência. Antes de tudo, das [colunas] redondas, para as quais esta regra é geral. Primeiro meça-se uma de suas bases, quadrando-a, segundo o modo aproximado descoberto pelo nobre geômetra Arquimedes, colocado em seu volume sob a rubrica de *quadratura circuli* e em nossa grande obra aduzida com sua demonstração, assim: encontre-se o diâmetro da base e multiplique-se por si mesmo; do produto tome-se os $^{11}/_{14}$, isto é, os onze quatorze avos[LXXXV], e depois os multiplique pela altura da coluna. Este último produto é a massa corpórea de toda a coluna. *Verbi gratia*, para que se aprenda melhor: seja a coluna redonda .abcd., cuja altura .ac. ou .bd. seja 10 e os diâmetros das bases, um .ab. e o outro .ed., sejam 7 cada um. Digo que para quadrar esta e qualquer semelhante, se toma um dos ditos diâmetros, qualquer que seja, .ab. ou .cd., pois não importa, sendo iguais, isto é, 7, e este 7 deve-se multiplicar por si mesmo, resultando 49. E deste tome-se os $^{11}/_{14}$, o que são 38½. Multiplique-se pela altura ou comprimento de toda a coluna, isto é, por .bd. ou .ac. que colocamos como 10, o que resultará em 385. Diremos que esta é toda a capacidade ou área corporal da dita coluna. Este caso quer dizer, Excelso Duque, que se aqueles números representam braças, de qualquer sorte que se queira, nela haverá 385 quadradinhos cúbicos, isto é, como dados, que em todo sentido [medirão] uma braça, isto é, uma braça de comprimento, uma braça de largura e uma braça de

---

[LXXXV] No original: *undici quatordicesimi ouer quatordecimi*.

altura, como a figura lateral aqui demonstra. Assim, se esses números representam pés, serão outros tantos, como se disse das braças. E se são passos, serão passos, e se são palmos, palmos, *et sic de singulis*. Resolvendo a dita coluna em cubos, faríamos 385 [cubos] e isso baste para o intento presente. Mesmo que para a quadratura e dimensões das ditas bases circulares se dêem muitos outros modos, todos se reduzem a um só, o que aduzimos por ordem em nossa dita obra. O motivo de se tomar os $^{11}/_{14}$, isto é, [onze] das quatorze partes da multiplicação do diâmetro por si mesmo, e isso em todo círculo, é porque Arquimedes encontrou, com muita aproximação, que o círculo em comparação com o quadrado de seu diâmetro está como 11 para 14. Ou seja, se o quadrado do diâmetro fosse 14, o círculo seria 11, mesmo que não tenha sido ainda [estabelecido] com precisão por nenhum sábio. Todavia, varia pouco, como aos olhos se apresenta aqui na figura, que falta ao círculo em relação ao dito quadrado somente os ângulos do quadrado que o círculo perde em seu espaço. Tais ângulos de todo o quadrado são os $^{3}/_{14}$, isto é, três das quatorze partes, e as 11 estão compreendidas pelo espaço circular, como se apresenta no quadrado .abcd., cujos lados se igualam ao diâmetro do círculo, isto é, à linha .ef. que o divide pelo meio passando pelo ponto .g., chamado centro do dito círculo, como no princípio de seu primeiro expôs nosso filósofo. E isso [baste] sobre as [colunas] redondas.

CAPÍTULO LXIII

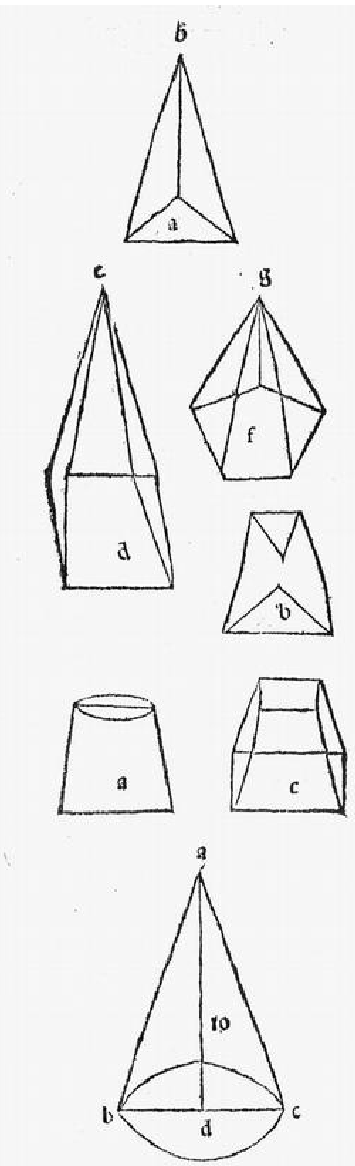
DO MODO DE SABER MEDIR TODAS AS COLUNAS LATERADAS.

XLV – XLVI. Indicado o modo para a dimensão das [colunas] redondas, segue o das lateradas. Também para estas a regra é geral e precisa, isto é, sempre se quadra uma de suas bases, qualquer que seja, e multiplica-se pela altura ou comprimento da dita coluna. Este último produto será exatamente sua massa corporal ou capacidade e, de quantas faces forem, nunca falha. *Verbi gratia*: seja a coluna laterada tetrágona .ab., sua altura seja 10 e suas bases 6 cada uma, em todo sentido. Digo que se deve quadrar uma das ditas bases, que por serem eqüiláteras, multiplicar-se-á um dos lados por si mesmo, isto é, 6 por 6, que dá 36. Este é exatamente o espaço da base. Agora, digo que este [resultado] se multiplica pela altura ou comprimento de toda a dita coluna, isto é, por 10, e resultará em 360. Essas serão exatamente as braças ou os pés da quadratura da dita coluna, do modo que acima se disse para as redondas. E assim seria se suas bases fossem ineqüiláteras ou de outra maneira irregulares, também segundo as normas dadas por nós na dita obra, sempre se quadrariam e se multiplicaria o produto pela altura, obtendo-se infalivelmente em cada uma o resultado procurado. Esta mesma regra se aplicaria também para todas as demais, sejam triangulares, pentagonais, hexagonais ou heptagonais, *et sic de singulis*. Quer dizer que segundo a exigência de suas bases devem medir-se antes estas. Se são triângulos pela regra dos triângulos; se são pentágonos pela regra dos pentágonos e o mesmo se são hexágonos. As regras destas formas e figuras são indicadas em nossa dita obra, que por ser de fácil acesso, dado o copioso número de impressos e sua já divulgação universal, não cuido de repeti-las. Assim, colocamos fim e, a seguir, falaremos de suas pirâmides.

CAPÍTULO LXIV

DAS PIRÂMIDES E TODAS SUAS VARIEDADES.

LVIII. Na seqüência, Excelso Duque, devemos tratar das pirâmides e suas diversidades. Em primeiro lugar, das que se chamam pirâmides redondas e depois, sucessivamente de todas as demais. Para pleno conhecimento, diremos, com nosso filósofo em seu décimo primeiro, que a pirâmide redonda é uma figura sólida e é o vestígio de um triângulo retângulo firmado um de seus lados que contenha o ângulo reto, girado até que retorne ao lugar donde começou a se mover. Se o lado firmado é igual ao lado que gira, a figura será retangular; se é mais longo, será acutângula, e se é mais curto, será obtusângula. O eixo da dita figura é o lado fixo ou firmado, e sua base é um círculo. Este [corpo] chama-se pirâmide da coluna redonda. *Verbi gratia*, para que melhor se aprenda: seja o triângulo .abc., cujo ângulo .b. é reto e seja .ab. o lado que se firma. Firmando tal lado, gire-se o triângulo até que retorne ao lugar donde começou a se mover. Logo, tal figura corpórea descrita ou formada pelo movimento deste triângulo é chamada pirâmide redonda, da qual há três variedades ou espécies. Com efeito, uma é retângula, outra é acutângula e a terceira é obtusângula. A primeira se forma quando o lado .ab. é igual ao lado .bc.. temos então que a linha .bc., com o giro do triângulo chega ao sítio da linha .bd., de modo que o ponto .c. caia sobre o ponto .d. e se tornam uma mesma linha. Entende-se que ela então se conecta ao sítio do qual começou a se mover, segundo a retitude. Esta será a linha .bcd.. Como pela trigésima segunda do primeiro e pela quinta do dito [livro] o ângulo .cab. é a metade de um reto, o ângulo .cad. será reto e, portanto, esta pirâmide será chamada pirâmide retangular. Porém se o lado .ab. é mais longo que o lado .bc., será acutângula, pois então, pela trigésima segunda do primeiro e pela décima nona do dito [livro], o ângulo .cad. será menor que a metade do reto, e portanto, todo o ângulo .cad. será menor que um reto, ou seja, agudo. Donde a dita pirâmide será acutângula. Se seu lado .ab. é menor que o lado .bc., o ângulo .cab. será maior que a metade do reto, pela trigésima segunda do primeiro e pela décima nona do dito [livro], e todo .cad., que é o dobro de .cab., será maior que um reto, ou seja, obtuso. Então a pirâmide será convenientemente chamada obtusângula e a linha .ab. será o eixo de tal pirâmide; sua base será o círculo descrito pela linha .bc. quando gira como dito acima, sobre o centro .b.. Esta se chama pirâmide da coluna redonda, isto é, daquela que resultaria do paralelogramo que nascesse das duas linhas .ab. e .bc., estando fixo o lado .ab. , como acima dissemos da coluna redonda. E isso satisfaça ao propósito das pirâmides redondas e suas variedades. E falemos das outras.



CAPÍTULO LXV

DAS PIRÂMIDES LATERADAS E SUAS DIVERSIDADES.

XLIII – XLIV. As pirâmides lateradas, Excelso Duque, são de infinitas sortes, assim como a variedade de suas colunas donde se originam, em breve concluiremos. Porém, primeiramente, citemos a declaração de nosso filósofo posta em seu décimo primeiro, onde diz que a pirâmide laterada é uma figura corpórea contida por superfícies que, a partir da outra, se elevam até um ponto oposto acima. Com efeito, é de notar que em toda pirâmide laterada, todas as superfícies que as circundam, exceto sua base, elevam-se a um ponto que se chama cone da pirâmide. Todas estas superfícies laterais são triângulos e a maioria das vezes sua base não é triangular; como se vê aqui na pirâmide .A., triangular, cujo cone é .B., na pirâmide .D., quadrilátera, cujo cone é .E. e na pirâmide pentagonal .F., cujo cone é .G.. E assim, seguindo em todas, o que é melhor [visto] em suas próprias formas materiais, sólidas e vácuas, nos números LI, LII, LIII, LIV, LV e LVI[LXXXVI] e ao fim[LXXXVII] deste [tratado], no plano em perspectiva com os mesmos números. Tais [pirâmides] derivam das colunas lateradas, de que falamos acima e que nascem do seguinte modo: firmando um ponto atualmente em uma das bases da coluna laterada, ou imaginemo-lo. Unamos este [ponto], mediante linhas retas, com cada um dos ângulos retilíneos da outra base oposta da dita coluna. Então será formada exatamente a pirâmide da dita coluna, contida por tantas superfícies quantas sejam as linhas ou lados da base da dita coluna. A coluna e

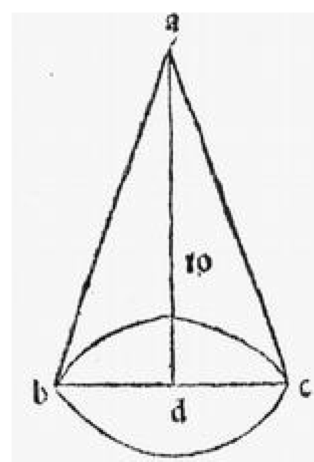
[LXXXVI] Na versão impressa falta o número LVI.
[LXXXVII] No manuscrito consta *di sotto* e na versão impressa *disopra*.

sua pirâmide serão denominadas pelos mesmos números, isto é, se tal coluna laterada é trilátera ou triangular, também sua pirâmide será chamada *trigona* ou triangular, se a dita coluna é quadrilátera, também sua pirâmide será chamada quadrilátera, se pentagonal, pentagonal, *et sic de reliquis*. Se assim se manifesta, como antes dissemos, que suas espécies podem multiplicar-se ao infinito segundo a diversidade e variação de suas bases retilíneas; assim dizemos que deve ocorrer com suas pirâmides lateradas, visto que a cada coluna ou cilindro corresponde a sua pirâmide, seja redonda, seja laterada. Aquele ponto assim firmado sobre sua base[LXXXVIII] não necessita estar situado exatamente no meio da dita base, de tal forma que não saia dela, não importa, pois com as ditas linhas traçadas, sempre causa uma pirâmide. Aquela que é tirada exatamente do ponto médio se chama pirâmide reta ao nível, e as outras se chamam declinantes ou inclinadas. Há algumas outras chamadas pirâmides cortadas ou truncadas e são aquelas que não chegam exatamente ao cone, mas lhes falta a cima e se chamam decapitadas[LXXXIX] ou talhadas. Há tantas sortes destas quanto suas [pirâmides] íntegras e assim também os nomes, redondas ou lateradas, como aqui figuram a redonda truncada .A., a cortada triangular .B. e a talhada quadrangular .C.. e isto me parece que seja suficiente para seu conhecimento. A seguir, falaremos de suas graciosas medidas.

CAPÍTULO LXVI

DO MODO E VIA PARA MEDIR TODA PIRÂMIDE.

A quantidade e medida justa e precisa de toda pirâmide íntegra, Excelso Duque, seja redonda ou laterada, será obtida da quantidade de sua coluna, deste modo: primeiro encontramos a área ou espaço da base da pirâmide que queremos medir, por meio das regras dadas acima, quando encontramos a massa corporal de todas as colunas redondas e lateradas. Uma vez encontrada, a multiplicaremos pelo eixo, isto é, pela altura da dita pirâmide, e o resultado será a capacidade de toda a sua coluna. Desta última multiplicação tomaremos sempre $^1/_3$, isto é, sua terceira parte, e este será exatamente a quantidade corporal da dita pirâmide e nunca falha. *Verbi gratia*. Seja a pirâmide redonda .abc., cuja base é o círculo .bc., cujo diâmetro é 7 e seu eixo .ad., que é 10. Digo que o primeiro se quadra à base, como acima foi feito para a coluna redonda, pois, como foi dito, das colunas e das pirâmides, as bases e as alturas são as mesmas. Teremos para a



LXXXVIII No original: *E quel ponto cosi nella sua basa fermato.*
LXXXIX No original: *scapezze.*

superfície da base 38½, que multiplicado pelo eixo .ad., isto é, por 10, resultará 385 para a capacidade de toda a sua coluna. Agora, digo, tome-se $^1/_3$ deste, o que resulta $128^1/_3$, e esta será a quantidade da dita pirâmide. Com efeito, é de notar que para a precisão aduzida nas redondas, devem corresponder a um número segundo a proporção que encontramos até agora entre o diâmetro e a circunferência e que acima dita entre 11 e 14. Estas, como dissemos naquele lugar, não são precisas, mas pouco variam, como encontrada por Arquimedes. Mas isso não exclui aquilo que dissemos de que a pirâmide redonda em quantidade é exatamente $^1/_3$ de sua coluna redonda, ainda que pela ignorância da quadratura do círculo[111] não se possa com precisão exprimir por número, mas é de qualquer maneira seu $^1/_3$, a dita coluna é o triplo dela, isto é, três vezes sua pirâmide, como se prova pela nona do décimo segundo. Porém, todas as outras lateradas podem ser assinaladas por número exato, por serem retilíneas suas bases. E assim como foi feito para as redondas deve se observar para as lateradas, pois destas, na oitava da décima segunda, prova-se que são triplas, isto é, três vezes sua pirâmide. E isto seja suficiente para suas dimensões.

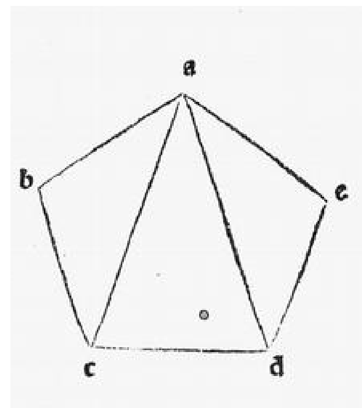
CAPÍTULO LXVII

COMO SE DEMONSTRA QUE TODA [PIRÂMIDE] LATERADA É A TERCEIRA PARTE[XC] DE SUA COLUNA.

Na sexta do décimo segundo, Excelso Duque, nosso filósofo conclui que o corpo serrátil, que é a primeira espécie das colunas lateradas, como foi dito acima, é divisível em três pirâmides iguais, cujas bases são triangulares e, por conseguinte, que o dito corpo é o triplo da cada uma delas. Com esta evidência se mostra que toda pirâmide é a terceira parte de seu cilindro ou coluna. Donde nasce a regra supracitada, de que a quantidade de toda coluna se toma $^1/_3$, o que está claro no caso das colunas retilíneas, pois todas são resolúveis em tantos corpos serráteis quantos são tais triângulos que possam se distinguir suas bases, estando aquelas sempre compostas de tantos [corpos serráteis] quantos são tais [triângulos], como se prova na oitava do décimo segundo. Dessa maneira, na coluna quadrilátera, cuja base por ser quadrilátera se resolve em dois triângulos, traçando naquela [base] a linha diagonal, isto é, de um ângulo ao outro oposto, sobre tais triângulos imaginando, e também atualmente, faz-se dois corpos serráteis. Como cada um é o triplo de sua pirâmide, segue que ambos são o triplo de suas pirâmides. Porém, os dois serráteis são toda

[XC] No original: *subtripla*.

a coluna quadrilátera e, portanto, as duas pirâmides dos dois serráteis são $^1/_3$ de toda a dita coluna, e estas duas pirâmides equivalem exatamente, no total, à [pirâmide] de toda a coluna,[XCI] assim como seus serráteis equivalem a toda a coluna, por serem as duas partes iguais integrantes da dita coluna. Assim, a regra dada, por todas as razões aduzidas, não pode falhar. E similarmente, como o mesmo efeito se manifesta em toda coluna laterada, também na terceira espécie, dita pentagonal, cuja base é resolúvel em três triângulos. E por isto foi dito que toda a coluna [se resolve] em três corpos serráteis, cada um dos quais é o triplo de sua pirâmide e, portanto todos os três são triplos com relação à suas três pirâmides. Estas [pirâmides] juntas equivalem à [pirâmide] de toda a coluna, assim como os três serráteis formam toda a coluna. E assim o mesmo discorrendo sobre todas as demais. Esta resolução das bases em triângulos se demonstra na trigésima segunda do primeiro, donde se conclui que toda figura poligonal, isto é, de vários ângulos e lados, são sempre resolúveis em tantos triângulos quantos sejam seus ângulos ou lados, menos dois. *Verbi gratia*: a [base] quadrilátera possui quatro ângulos e, por conseguinte, quatro lados; é resolúvel em dois triângulos, pelo menos, isto é, em sua menor resolução, que se dá se nesta figura se tira uma linha reta de um de seus ângulos ao outro oposto, como se vê aqui na figura do tetrágono .abcd., dividido em dois triângulos .abd. e .bcd. pela linha .bd.,[XCII] que na arte se chama linha diagonal e também diâmetro. Assim, a [base] pentagonal se resolve pelo menos em três triângulos, isto é, pela regra geral: em dois triângulos a menos que o número de seus ângulos ou lados. Isto se apresenta se de um de seus ângulos, qualquer que seja, se levam duas linhas retas a outros dois [ângulos] opostos, como é descrito aqui na figura pentagonal .abcde.. Esta, se de um ângulo .a. se tiram linhas aos dois opostos .c. e .d., quedará resoluta em três triângulos, .abc., .acd. e .ade., e cada uma das ditas linhas se chama na arte corda do ângulo pentagônico.[XCIII] Da mesma maneira, as [bases] hexagonais se resolvem em quatro triângulos, *et sic de reliquis*. Por isso, Excelso Duque, somos mui obrigados aos antigos, que com suas vigílias, nossas mentes elucidaram, máxime a nosso megarense Euclides, que ordenadamente recolheu tantas diligentes demonstrações dos passados, agregando as suas, nestas excelentíssimas disciplinas e ciências matemáticas, como se apresenta em todo seu sublime volume, no qual demonstra seu engenho mais divino que humano. Máxime em seu décimo [livro], em



[XCI] No original: "*E queste doi pyramidi sono una totale aponto de tutta la colonna*".
[XCII] A figura apresentada na versão impressa e aqui reproduzida tem a ordem dos vértices invertida, o que não ocorre no manuscrito.
[XCIII] No original: "*angolo pentagonico*".

que verdadeiramente o elevou tanto quanto é permitido ao [ser] humano e não pôde compreender que pudesse ser dito mais sobre aquelas linhas irracionais abstratíssimas, cuja ciência é a mais profunda de todas ao juízo de quem mais se dedica a ela. Isto coloque fim ao proposto acerca das pirâmides íntegras.

CAPÍTULO LXVIII

COMO SE MEDEM AS PIRÂMIDES CORTADAS.

A medida das pirâmides cortadas ou truncadas se encontra mediante a [medida] de suas [pirâmides] íntegras, as quais, como o imperfeito ao seu perfeito, se reduzem deste modo: primeiro, converteremos a dita [pirâmide] cortada em inteira chegando até o seu cone de acordo com o modo dado em nossa obra publicada. E mediremos tal pirâmide inteira com os modos antes ditos e teremos assim sua capacidade, a qual registraremos. Depois tomaremos a medida daquela pirâmide que foi agregada à truncada para fazer a inteira, também com os modos dados, e extraímos a quantidade desta pirâmide da quantidade de toda a grande, que havíamos registrado. O resto é necessariamente a quantidade exata da dita pirâmide truncada. Das demais vias, esta é a mais breve e segura, e tratando-se de [pirâmides] redondas ou lateradas, o mesmo se observa.

CAPÍTULO LXIX

A MEDIDA DE TODOS OS OUTROS CORPOS REGULARES E DEPENDENTES.

A seguir, devemos falar da dimensão dos corpos regulares e de seus dependentes. Onde não cuido de me estender aqui sobre os ditos regulares por haver já composto um particular tratado para o ilustríssimo Guido Ubaldo, afim de Vossa Ducal Alteza, em nossa obra dedicada a Sua Senhoria, sendo fácil ao leitor recorrer a ela por ser de utilidade comum, como dantes foi dito, e nesta Vossa ínclita cidade se encontram muitos exemplares. Esta medida é tanto mais especulativa quanto que aqueles corpos são mais excelentes e perfeitos que os demais, e esta matéria é, certamente de alto coturno e não para tolos. Naquele lugar falamos suficientemente acerca dela. O modo [de medir] os outros dependentes destes é semelhante ao que foi dado para as pirâmides cortadas, isto é, que é necessário convertê-los em seus [corpos] totais perfeitos, e logo medi-los com diligência com nossas regras dadas no lugar indicado, e registrar a quantidade obtida. Depois se mede à parte o complemento para seu [corpo] inteiro, mediante as regras das pirâmides, e extrai-se o resultado da quantidade de todo o seu [corpo] regular. O resto é exatamente a quantidade do dito dependente. Se o dito dependente fosse do número dos abscissos, como o tetraedro abscisso, ao qual lhe faltam, com respeito a seu íntegro, as pontas, que são todas pequenas pirâmides iguais e uniformes, então medindo uma [pirâmide] saberemos todas as demais, segundo o número de seus lados ou bases ou outros [elementos], conforme o que é sempre necessário reger-se na prática. Obtida aquela [medida das ditas pirâmides], a extrairá de seu inteiro, como foi dito. Porém, se o dito dependente fosse do número dos elevados, então para obter sua medida se agregará a seu [corpo] perfeito a quantidade de todas aquelas suas pequenas pirâmides, que necessariamente serão tantas quantas sejam as bases de seu [corpo] perfeito. Assim, brevemente, é necessário guiar-se com os ditos [corpos] segundo o lume de seus perfeitos, aos quais se agregam ou subtraem segundo as ditas ocorrências. Procedendo de outro modo se chegaria a um caos inextricável. Este é o ensinamento oportuno para os ditos [corpos], pois não desconfio dos peregrinos engenhos e especulativos intelectos prontos para esta faculdade e para qualquer outra, aos quais sempre temos pressupostos em nosso processo, máxime aquele que é, por excelência e antonomásia, o mais supremo de todos: o de Vossa Ducal Alteza, a quem não entendo haver falado como a ignaro, nem de tais [conhecimentos] nem de outros.[XCIV] Com efeito, este está dotado e ornado igualmente aos demais, de modo que se quisesse estender-me [acerca dele], não somente o papel seria insuficiente, mas também a vida. *Sed quod patet expresse non est probare necesse*. Com seu olhar, sana e alegra toda vista turbada, e é verdadeiramente como o Sol que aquece e ilumina um e outro pólo. E que mais hoje se pode dizer dele entre os mortais, senão que é quietude e refrigério, não só da Itália, senão de toda Cristandade? A todos se mostra, esplêndido, amplo, magnífico e magnânimo. Nele há misericórdia, piedade e magnificência. Nele se reúne toda a bondade na Criação. Demóstenes,**[112]** Cícero e Quintiliano**[113]** cedem ante sua boca,[XCV] que é fonte donde do falar verte largo rio, néctar para os bons

---

[XCIV] A partir deste ponto, Pacioli refere-se ao Duque utilizando o adjetivo e pronome demonstrativo "*quella*" e os adjetivos empregados estão todos no feminino. Como logo abaixo Pacioli dirige a palavra ao leitor, entendemos que de fato "*quella* (*celsitudine*)" se trata da 3ª pessoa do singular.

[XCV] No original: "*in quella e pietate: in quella magnificentia: in quella saduna quantunche in creatura de bontade. Ceda Demostene con Cicerone e quintiliano ala sua bocca* (...)". Nossa tradução concorda com a de Winterberg: "*In ihr vereinigt sich alles Gute in der Schöpfung. Demosthenes mit Cicero und Quintilian mögen gegen ihren Mund zurückstehen (...)*" (WINTERBERG, 1888, p. 280). Na e, para os réus, severo cutelo. Fiel observador da religião, não é somente restaurador de seus templos senão assíduo autor. Está sempre dedicado ao diurno e noturno ofício divino, não com menor reverência que neste professam sacratíssimos prelados, como manifesta sua digníssima devota capela, dedicada ao culto divino e ornada de digníssimos cantores, com suas outras peculiares devoções. A todo suplicante, máxime ao pio, sem demora presta seus piedosos ouvidos, e sua benignidade não só socorre a quem suplica, senão que muitas vezes liberalmente antecipa à súplica. Donde em nosso tempo, não imerecidamente, Aquele que jamais viu coisa nova singularmente o fez, dentre os demais, partícipe em todo o universo de Suas graças. Por isso, com não menor conveniência do que Otaviano,**[114]** que construiu em Roma, em seu tempo, [o altar] da paz universal,[XCVI] aquele construiu seu sacratíssimo [templo] das Graças, em memória de tantas [recebidas], e não se sacia de orná-la de todos os modos dia a dia e em socorrê-la em toda oportuna indigência. Rogo ao leitor que não atribua este sucinto discurso à adulação, à qual sou de todo alheio, tanto pela natureza quanto pela profissão, pois se fizesse de outra forma, não menos inveja e rancor de Sua Alteza haveria em ti, [leitor], do que em mim adulação, não estarias convicto e não sentirias admiração de tantos excelentes e celestes dons. *Sed quod oculis vidimus testamur*[XCVII] e não sozinho, mas com toda minha sacratíssima e seráfica ordem religiosa, com seu precípuo e singular chefe e pastor, nosso Reverendíssimo Padre M[onsenhor]. Francesco Sansone da Brescia,**[115]** digníssimo Geral daquela, no nosso Capítulo Geral celebrado aqui no presente ano, em sua ínclita cidade de Milão, com grandíssimo número de famosíssimos e celebérrimos doutores e bacharéis em Sagrada Teologia e outras ciências, de todo o universo e de toda nação que há sob o céu. Nele foram realizadas assíduas disputas catedráticas e públicas, sempre com a presença de multidão e, devoto a seus servos, com a condescendência de Sua Ducal Alteza, juntamente com a Reverendíssima Senhoria de seu cunhado,

---

tradução do argentino Ricardo Resta: "*En Vuestra Alteza hay misericordia, piedad, magnificencia. Aunque inferiores en la bondad de sus creaciones, DEMÓSTENES, CICERÓN e QUINTILIANO se unen en Vuestra Alteza, en su boca,* (...)" (PACIOLI, 1945?, p. 137). Com este último concorda o espanhol Juan Calatrava: "(...) *hay en vos misericordia, piedad y magnficencia. Aunque ceden en la bondad de sus oraciones, Demóstenes, Cicerón y Quintiliano se unen en vuestra boca* (...)". (PACIOLI, 1991, p. 125).

XCVI No original: "(...) *Ottauiano al suo tempo in roma de la pace uniuersali si fesse*". Winterberg transcreve: "*Octauiano el suo tempio in Roma dela pace vniuersal si fesse*". Ambas as edições hispânicas traduzem "*al suo tempo in roma de la pace uniuersali*" por "*en Roma su templo de la paz universal*". Cremos que tal tradução é errônea, visto que Pacioli deve se referir à *Ara Pacis Augustae* e não ao *Templum Pacis* de Vespasiano. Além disso, parece claro que "*al suo tempo*" se contrapõe com "*a nostri tempi*", logo acima.

XCVII Cf. João 3, 11.

Monsenhor Hipólito {diácono titular de Santa Lucia in Silice}[XCVIII] Cardeal Estense[116] e digníssimo arcebispo de Milão e muitos outros da comitiva de sua ornatíssima magistratura. Não trato da uberdade e fluente abundância em tudo prodigalizada pelas mãos de Sua Ducal Alteza para sustento de tão grande multidão, tal que foi suficiente não só para os então presentes senão também para os pósteros, por muitos meses. Por cuja saúde e felicidade a turba menor de mãos unidas eleva suas preces ao Altíssimo e, particularmente eu, mísero pecador que de contínuo encomendo-me devotamente a Vossa Ducal Alteza.

CAPÍTULO LXX

COMO ENCONTRAR TODOS OS CORPOS, ORDENADAMENTE, TAL COMO ESTÃO DISPOSTOS NESTE [TRATADO], FEITOS EM PERSPECTIVA E, ADEMAIS, SUAS FORMAS MATERIAIS SEGUNDO SUA TABELA PARTICULAR POSTA AO PÚBLICO.

Posto que onde não haja ordem há sempre confusão, para plena inteligência deste nosso compêndio, a fim de encontrar todas as figuras próprias propostas neste em perspectivo aspecto e também as [formas] materiais segundo sua pública tabela, Vossa Alteza observará o seguinte: quando leiais, acima, nos capítulos de suas criações e formações, olheis naquele lugar do livro o número assinalado por ábaco antigo, isto é, começando pelo primeiro ao quadragésimo oitavo capítulo, indicando I, II, III, IV, V e assim até terminar. Este mesmo número, trateis de encontrar mais abaixo[XCIX], onde neste os ditos corpos estão todos em ordem figurados, número que igualmente será colocado naquele lugar à margem, referindo I a I, II a II, III a III e assim todos. E tal figura será o dito corpo feito no plano com toda perfeição por perspectiva, como faz nosso Leonardo da Vinci. Estes mesmos números, ademais, procureis entre as formas materiais dos ditos corpos pendentes, com seu nome em grego e latim posto em um listel sobre cada [corpo] fixo em um cíngulo, entre dois âmbares negros, referindo também cada um, como foi dito, ao número posto à margem onde se trata daquele [corpo]. Vossa Alteza terá a sua disposição de uma e outra forma. Estes [corpos], em vez de serem de vil matéria, que por inópia fui forçado a empregar, mereciam ser de precioso metal e

---

[XCVIII] A referência à diaconia de Santa Lucia in Sílice só consta na versão impressa, que omite o arcebispado de Milão. Talvez, na revisão para a impressão, Pacioli considerasse que a primeira tinha primazia com relação à última, já que é uma das sete diaconias originais e um dos ***tituli.***
[XCIX] No manuscrito: *desotto*. Na versão impressa: *denanze*.

estar ornados com finas gemas.[C] Porém Vossa Alteza considerará o afeto e o ânimo de seu perpétuo servo.

CAPÍTULO LXXI

DO QUE SE ENTENDE PELOS SEGUINTES VOCÁBULOS USADOS ENTRE OS MATEMÁTICOS: HIPÓTESE, HIPOTENUSA, CORAUSTO, CONE PIRAMIDAL, CORDA PENTAGONAL, PERPENDICULAR, CATETO, DIÂMETRO, PARALELOGRAMO, DIAGONAL, CENTRO, SETA.

Há alguns vocábulos, Excelso Duque, empregados pelos sábios nas disciplinas matemáticas, para inteligência de suas partes, a fim de que em nenhuma haja equívoco, [vocábulos] que resultariam em aborrecimentos para quem não fosse muito experto nelas e que utilizamos com freqüência em nosso compêndio, como havereis comprovado ao lê-lo. Foram observados para não nos desviar dos antigos e não me parece sem utilidade dar ao leitor sucinta notícia deles, começando por hipótese.

Por hipótese entende-se o pressuposto admitido e concedido entre as partes, autor e adversário, mediante o qual se pretende concluir e que negado não segue conclusão. Porém, não se costuma admiti-lo se não é possível.

O QUE É HIPOTENUSA EM GEOMETRIA.

Por hipotenusa entende-se, máxime em todas as figuras retilíneas, a linha que é oposta ao maior ângulo destas. Porém, mais propriamente, costuma-se entender [por hipotenusa] o lado oposto ao ângulo reto nos triângulos retângulos ou ortógonos, como se chamam na arte, e que necessariamente são sempre a metade da figura quadrada, ou seja, do tetrágono longo, isto é, figura retangular de quatro lados mais longa do que larga.

O QUE É CORAUSTO ENTRE AS LINHAS RETAS.

Por corausto entende-se uma linha reta que une as extremidades de duas [retas] elevadas para cima. Os coraustos podem ser mais ou menos segundo o número das linhas elevadas.

DO CONE OU VÉRTICE PIRAMIDAL.

Cone da pirâmide quer dizer o ponto supremo da cima, donde concorrem as linhas que partem de sua base.

[C] Refere-se aos modelos em vidro presenteados ao duque juntamente com o manuscrito original.

DA CORDA PENTAGONAL.

Por corda pentagônica ou pentagonal, ou do ângulo pentagônico, entende-se uma linha tirada direita na figural pentagonal, desde qualquer um de seus ângulos ao outro oposto a ele, como mais vezes se fez.

PERPENDICULAR.

A perpendicular quer dizer uma linha reta elevada ou situada sobre uma outra, à esquadra, isto é, que faça um ou mais ângulos retos em torno de si, e assim também quando ela, no modo dito, se situe sobre uma superfície plana. Comumente se costuma encontrá-la nos triângulos para sua medida, como dissemos oportunamente em nossa dita obra.

CATETO.

Cateto significa o mesmo que a perpendicular e em vulgar é chamado nos triângulos *communiter* seta do triângulo, e deriva de um vocábulo grego.

DO DIÂMETRO.

Por diâmetro entende-se propriamente no círculo uma linha reta que passa por seu centro e com suas extremidades toca a circunferência em ambas as partes e divide o círculo em duas partes iguais. Porém, também se costuma dizer diâmetro [a propósito] dos quadrados e, portanto, para não haver equívoco, se diz diâmetro do círculo e diâmetro do quadrado, a fim de diferenciar um do outro.

DO PARALELOGRAMO.

Por paralelogramo entende-se uma superfície de lados eqüidistantes que são, propriamente, quadriláteras, isto é, aquelas quatro espécies que acima, no capítulo LXIX, chamamos quadrado, tetrágono longo, rombo e rombóide (e com outro nome o *elmuaym* e o similar ao *elmuaym*). Ainda que toda figura de lados pares tenha lados opostos eqüidistantes, como o hexágono, o octógono, o decágono, o dodecágono e outros similares, sem embargo entende-se particularmente aquelas de quatro [lados].

DO QUE É LINHA DIAGONAL.

Por diagonal entende-se principalmente uma linha reta tirada de um ângulo a outro oposto no tetrágono longo, tal que o divida em duas partes iguais, *ad rationem* do quadrado. Ademais, costuma-se chamá-la assim no rombo e no rombóide.

DO CENTRO DO CÍRCULO.

Centro do círculo é, propriamente, aquele ponto médio no qual firmando o pé imóvel do compasso e girando o outro se descreve o círculo com a linha chamada circunferência ou periferia. Todas as linhas traçadas deste ponto à circunferência são iguais entre si. Porém, costuma-se também chamar centro, nas outras figuras retilíneas, o ponto médio de suas superfícies, como nos triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e demais [figuras] eqüiláteras e eqüiângulas. As retas traçadas de cada um de seus ângulos ao dito ponto serão também iguais entre si.

SETA.

Seta se chama aquela linha reta que do ponto médio do arco de uma porção do círculo, se move e cai à esquadra no meio da corda. Chama-se seta com respeito à parte da circunferência que se chama arco, à semelhança do arco material que também usa três nomes, isto é, corda, arco e seta.

DOS OUTROS MUITOS VOCÁBULOS.

Ainda que sejam usados assaz outros vocábulos, dos quais tratamos amplamente em nossa grande obra, não cuido em aduzi-los aqui, pois me pareceu [oportuno] somente estes necessários à inteligência do presente compêndio, para Vossa Alteza. Se tal compêndio, com tão grande número de páginas, não está concluído, nem por isso são de menor substância e altura as especulações nele tratadas. Verdadeiramente, Excelso Duque, não minto a Vossa Alteza se digo que a especulação dos matemáticos não pode virtualmente chegar mais alto, pois às vezes as quantidades resultam maiores e menores. Neste [campo], nosso filósofo megarense conclui e terminou todo seu volume de Aritmética, Geometria, proporções e proporcionalidade, dividindo-o em quinze livros distintos, como é claro ao [leitor] inteligente. Portanto, não pouca graça e dignidade acrescentará a Vossa digníssima biblioteca, como antes em nossa epístola dissemos, por ser o único composto sobre tal ordem de matérias e por ninguém conhecido até agora em todo o universo, salvo por Vossa Alteza. Aqui, em vossa ínclita e magna cidade de Milão, com não medíocres afãs e longas vigílias sob sua sombra e de seu [querido] como um filho, meu imerecido particular e singular protetor, o Il[ustríssimo]. S[enhor]. Galeazzo S[forza]. S[everino]. de Aragonia, a ninguém inferior nas [matérias] militares e sumo amante de nossas disciplinas, máxime no dia de sua assídua lição, degustando de utilíssimo e suave fruto. E, para conclusão, de nosso processo, a humilde vênia e devida reverência deste perpétuo servo de Vossa Alteza que infinitamente e em todos os modos a Vós se encomenda. *Quae iterum atque iterum ad vota felicissime valeat.*

- F I N I S -

CORPORA AD LECTOREM

El dolci fructo uagho e si dilecto
Constrinse gia philosophi cercare
Causa de noi che pasci lintellecto

DISTICON

Querere de nobis fructus dulcissimus egit
Philosophos causam mens ubi leta man&

- F I N I S -

A 14 de dezembro, em Milão, em nosso almo convento, governando toda a província o Reverendo Padre Mestre Francesco Mozanica, professor da Sagrada Teologia, digníssimo ministro.
MCCCCLXXXXVIII, sedente o Sumo Pontífice Alexandre VI, no sétimo ano de seu pontificado.

Comentários e Notas Elucidativas

1. A obra é dedicada ao duque de Milão Ludovico Maria Sforza, il Moro (1451-1508). A história de sua família tem início com Giacomuzzo (Muzio) Attendolo (1369-1424), que adotou o termo "Sforza" como sobrenome devido a sua "força" excepcional. Muzio conquistou renome por suas campanhas militares. O poder dos Sforza em Milão começa em 1450, com seu filho, o *condottiero* Francesco I Sforza (1401-1466), que teve por esposa Bianca Maria Visconti (1425-1468). Francesco assume o ducado de Milão e dentre seus filhos estavam Galeazzo Maria Sforza (1444-1476), Ippolita Maria (1445-1488), Cardeal Ascanio (1455-1505) e Ludovico il Moro. Após a morte de Galeazzo Maria, Ludovico tornou-se o guardião de seu sobrinho Gian Galeazzo II Maria Sforza (1469-1494), que se tornou duque com apenas onze anos. Ludovico casou-se com Beatrice d'Este (1475-1497) e assumiu o poder oficialmente após a morte de Gian Galeazzo. O rei da França Luís XII (Duque de Orléans e descendente dos Visconti) reivindicou o ducado de Milão e em 1499 os franceses derrotaram Ludovico.

Pacioli contou com grande prestígio após a publicação de sua *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* em 1494 e tornou-se membro da Corte de Milão em 1496, por convite do duque. O período em que Pacioli permaneceu em Milão foi um dos mais importantes de sua vida.

Neste capítulo-epístola, Pacioli apresenta as circunstâncias que o levaram a compor a obra *De Divina Proportione*, salienta o clima propício para crescimento intelectual nas reuniões da corte e o anseio em divulgar as disciplinas matemáticas como pressuposto fundamental para qualquer estudioso.

2. Alguns anos mais tarde após a redação da *De Divina Proportione*, Pacioli teve alguns problemas no convento de Borgo San Sepolcro com um certo Fra Christofano, filho de Ambrogio, e ao recorrer junto às autoridades responsáveis, em um documento de 1511, cita como Padre Geral um tal Maestro Gometrio de Lisboa (TAYLOR, 1942, p. 368). É possível que esse Maestro Gometrio tenha sido o Geral da Ordem dos Menores durante os anos de 1511 a 1513. Talvez seja este o referido "sublime teólogo Mestre Gometio" presente na reunião de Milão.

3. O nome de um frade, chamado Domenico Ponzone, consta como um dos fundadores do Monte di Pietà de Reggio Emilia (1494), instituição que inicialmente fazia empréstimos de pequenas somas de dinheiro a baixos juros.

4. Taylor afirma que Pacioli provavelmente referia-se ao monastério de San Simpliciano no qual teria permanecido por algum tempo e que Gustavo Uzielli defende que o "digno convento" trata-se do monastério de Santa Maria delle Grazie, onde Pacioli teria permanecido como hóspede (TAYLOR, 1942, p. 243). Não obstante, o primeiro era um monastério beneditino e o segundo dominicano e pelo contexto podemos deduzir que Maestro Francesco Busti era um franciscano ("de nossa sagrada e seráfica Ordem", isto é, Ordem dos Frades Menores). Em nossa opinião, talvez o mencionado convento seja o franciscano de S. Maria della Pace ou o Sant' Angelo (o "Paradiso di Milano").

5. A família Sanseverino de Nápoles tinha uma ligação muito íntima com a família Sforza e Galeazzo Sanseverino (1458 - 1525) conseguiu impressionar Ludovico com suas capacidades como cavaleiro, sendo freqüentemente vitorioso nas competições em que participava. Tornou-se "capitão nas armas" do exército milanês e em 1489 casou-se com Bianca, filha de Ludovico, que contava apenas oito anos de idade. Como a esposa era uma criança o casamento só foi consumado cinco anos mais tarde. Galeazzo foi um generoso patrono de Leonardo Da Vinci e de Luca Pacioli e foi honrado por três reis da França, Carlos VIII, Luís XII e Francisco I.

Pacioli presenteou seu "particular protetor" com uma cópia do manuscrito original da *De Divina Proportione*. Essa obra encontra-se na *Biblioteca Ambrosiana* de Milão.

Galeazzo também é citado nos manuscritos de Leonardo: *"Ite adi 26 di gienaro seguēte, esendo io in chasa di messer galeazo dassanseverino ardina la festa della sua giostra, e spogliandosi cierti staffieri per prouarsi alchune veste d'omini saluatichi ch'a detta (lire 2 S 4) festa achadeano j iachomo sachosto allasscharsella d'uno di loro, la qual era ī sul letto chon altri panni, e tolse quelli dinari che dētro vi trovò"* (LEONARDO DA VINCI, C. 15v, transcrição em RICHTER, 1883, No. 1458).

("Item: No dia 26 de janeiro [1491], *estando eu na casa de Messer Galeazzo da San Severino para organizar a festa de seu torneio, alguns criados haviam se despido para experimentar as fantasias de selvagens que usariam no festival. Giacomo* [o jovem que vivia com Leonardo] *pegou a carteira de um deles, que estava sobre a cama com as outras roupas, e roubou todo o dinheiro que encontrou lá. – 2 liras, 4 soldi".)*

6. Ambrogio Rosa ou Ambrogio da Rosate (Ambrogio Varesi da Rosate, 1437-1522). Foi o médico e astrólogo de Gian Galeazzo e depois de Ludovico il Moro. Um dos mais influentes personagens da Corte de Milão e responsável pela educação no ducado. Graduou-se em medicina no *Studio* de Pávia em 1461 e foi contratado por Galeazzo Maria Sforza por volta de 1470. Azzolini afirma que há numerosas correspondências de Ambrogio preservadas no *Archivio di Stato di Milano* (AZZOLINI, 2004, p. 119).

7. Serapião foi um médico árabe que viveu entre os séculos VIII e IX d.C. Suas obras foram impressas em Veneza em 1497.

8. Avicena (*Abu Ali Al Hosain Ibn Abdalah Ibn Sina*, 980-1037), médico e filósofo árabe, nasceu em Khamaithen (Pérsia). Sua obra *Canon medicinae* (*Qanun*) serviu como paradigma para a medicina na Europa durante muitos séculos (até séc. XVIII). Escreveu também comentários sobre as obras de Aristóteles, dois tratados de aritmética e duas grandes enciclopédias *Al-s-chefa* e *Al-Nadja*. Suas obras foram impressas em latim em Veneza, nos anos 1493-95.

9. Alvise Marliano (ou Marliani) foi professor na Universidade de Pávia. Foi estudioso de filosofia, medicina e astronomia, e serviu vários duques. A família Marliani é mencionada por Leonardo: *"Alcibra ch'è apresso i Marliani fatta dal loro padre, - Dell'osso, de' Marliani"* (LEONARDO DA VINCI, C. A. 222r, transcrição em RICHTER, 1883, No. 1448). *(Uma álgebra que os Marliani possuem, escrita pelo pai deles, - Sobre o osso, dos Marliani.)*

10. Gabriel (ou Gabriele) Pirovano foi reitor da Universidade de Pávia e estudioso de medicina.

11. Nicolò Cusano**.** Geralmente identifica-se por esse nome o cardeal Nicolau Cusano, ou Nicolau de Cusa (Niclas von Cusse) (1401 - 1464). Cardeal alemão, filósofo, teólogo e matemático. Doutor em Direito pela Universidade de Pádua (1424). Em sua obra filosófica mais importante, *"De docta ignorantia"* (Sobre a douta ignorância), desenvolveu a tese de que Deus não pode ser conhecido como Ele é, escapando do entendimento humano finito, incapaz de captar o infinito, e que só pode ser intuído. Destacou-se por seus trabalhos em medicina, botânica e astronomia. Antecipou algumas das teses de Copérnico. Algumas de suas obras são *De docta ignorantia* (1440), *De circuli quadratura* (1450), *De visione Dei* (1453) e *De mathematica perfectione* (1458).

12. No original *"E dali presuti molto in tutte premesse admirato e venerato Nicolo cusano col peritissimo de medesime pfessioni Andrea nouarese"*. Fato surpreendente seria a presença de Nicolau de Cusa na reunião em questão, já que havia falecido em 1464! Se realmente se tratasse do cardeal alemão, possivelmente, a referência seria a uma presença em "autoridade de idéias", sendo representado por Andrea Novarese, como Serapião e Avicena são representados por Ambrogio Rosa e Vitruvius por Giacomo Andrea da Ferrara. Todos os presentes citados estão relacionados com algum campo em que Nicolau de Cusa atuou (Religião, Teologia, Filosofia, Matemática, Medicina e Astronomia). Porém, segundo Azzolini, havia na corte milanesa um médico e tutor dos filhos de Ludovico pouco conhecido chamado Nicolò Cusano (AZZOLINI, 2004, p.121).

13. Há algumas indicações de que Leonardo Da Vinci (1452-1519) tenha induzido Ludovico Sforza a convidar Pacioli para sua corte (TAYLOR, 1942, p. 206). Leonardo adquiriu um exemplar de *Summa* por 119 soldos e começou a transcrevê-lo em seus cadernos (*Codex Atlanticus*, 104r a).

14. Em 1473, sob comando do duque Galeazzo Maria, houve uma primeira tentativa de construir um monumento eqüestre em memória do pai de Ludovico, o grande *condottiero* Francesco Sforza. A tentativa de construí-la foi retomada por Ludovico após 1476. Esta obra chegou a ser modelada em argila por Leonardo Da Vinci em tamanho natural.

15. A *Piazza del Quirinale* (Roma) é também conhecida como *Monte Cavallo*, devido às estátuas de dois domadores de cavalos, juntos a uma fonte que se encontra no centro da praça. Nessas estátuas encontram-se as inscrições *Opus Phidiae* e *Opus Praxitelis*, ou seja, as estátuas são (duvidosamente) atribuídas a Fídias (n. 488 a.C.) e a Praxíteles (n. 339 a.C.), que são considerados os maiores escultores da Grécia.

16. Trata-se da *Última Ceia*, retratada no refeitório de Santa Maria delle Grazie. Tal obra é considerada o ápice da carreira de Leonardo Da Vinci.

17. Apeles foi o mais célebre pintor da Antigüidade (IV a.C.). Foi pintor de Alexandre o Grande. Não se conservou nenhuma de suas obras, todavia sua fama perdurou através dos séculos. É famosa a história de um quadro pintado por Apeles representando Alexandre montado a cavalo. Consta que Alexandre não ficara satisfeito com a obra e que seu cavalo, Bucéfalo, relinchara de prazer. Apeles teria dito: “Ainda que tu sejas rei, teu cavalo entende mais de pintura do que ti”. Seu trabalho incansável teria dado origem ao ditado *“Nulla dies sine linea” (“Nenhum dia sem linha”).*

18. Míron de Elêuteras (c. 470 – 440 a.C.). Escultor grego que floresceu no séc. V a.C. e que obteve glória devido às figuras de atletas fundidas em bronze, dentre as quais podemos destacar o *Discóbulo*, conhecido por meio de várias cópias.

19. Polícleto de Argos (c. 450-420 a.C.) foi contemporâneo de Fídias e o mais famoso escultor depois desse. Foi autor da estátua colossal de Hera feita em ouro e marfim, muito admirada na Antiguidade. Em sua estátua de um atleta, o *Doríforo*, fixa um cânon proporcional, isto é, “o princípio estrutural da figuração estatuária” (ARGAN, 2003, v.1, p. 83). Polícleto aplicou o sistema de proporções da figura humana que considerava ideal e escreveu um tratado homônimo.

20. Essa sentença é freqüentemente citada pelos historiadores interessados em Leonardo Da Vinci e suas obras (*“hauēdo gia cō tutta diligētia al degno libro de pictura e mouimenti humani posto fine”*). Segundo Clark, “esse livro se perdeu, mas entre os desenhos sobre anatomia conservados em Windsor há vários estudos do corpo humano que datam desse período e podem ser relacionados com esse tratado” (CLARK, 1939, p. 151). Os escritos de Leonardo encontram-se espalhados pelo mundo em diversos cadernos de notas e, em 1883, foram reunidos por Jean Paul Richter e publicados com o título *The Literary Works of Leonardo Da Vinci*. Richter, afirma, baseado na asserção de Pacioli, que as pesquisas de Leonardo sobre as proporções e movimentos da figura humana já deveriam estar, na maioria, acabadas e escritas em 1498 (RICHTER, 1883, Cap. VII). Vasari, em sua obra *Le Vite*, informa que alguns escritos de Leonardo, que tratavam da pintura e do método do desenho e uso das cores, estavam em propriedade de um pintor de Milão e este desejava publicá-los. (*“Come anche sono nelle mani di... pittor milanese alcuni scritti di Lionardo, pur di caratteri scritti con la mancina a rovescio, che trattano della pittura e de' modi del disegno e colorire. Costui non è molto, che venne a Fiorenza a vedermi, desiderando stampar questa opera, e la condusse a Roma per dargli esito, né so poi che di ciò sia seguito”*. Este trecho não se encontra em VASARI, 1550, somente em VASARI, 1568). Esses escritos podiam conter as notas de Leonardo que chegaram até nossos dias e dentre as quais se destacam as transcrições que se encontram na *Biblioteca Apostolica Vaticana* (*Codex Urbinas Latinus 1270*) e são conhecidas como *Tratatto della Pittura*. Na terceira parte dessa cópia, que trata do movimento e proporções do ser humano, encontram-se as seguintes palavras: *“e il resto si dira nella universale misura del huomo”*. Essa “universal medida do homem” pode tratar-se do “digno livro” mencionado por Pacioli.

21. Giacomo (ou Iacomo) Andrea foi um arquiteto de Ferrara e autor de um comentário sobre Vitruvius. Foi muito fiel à família Sforza e por eles estimado (“por vós querido como um irmão”). Após a invasão de Milão tentou conspirar contra os franceses e foi condenado à morte, sendo esquartejado e seus membros expostos em vários pontos da cidade.

Leonardo o cita algumas vezes em seus escritos:

"Messer Vĩcentio Aliplãdo, che sta presso all'osteria dell'Orso, à il .uetru. di Iacomo Andrea" (LEONARDO DA VINCI, K. 3 29v, transcrição em RICHTER, 1883, No. 1501).
("Messer Vicenzo Aliprando, que vive junto à hospedaria do Urso, tem o Vitruvius de Giacomo Andrea").

"Il dì seguente andai a ciena chon iachomo, Andrea e detto iachomo.; cienò per 2 e fece male per 4 , inperochè rupe 3 amole, versò il uino, e dopo questo vene a ciena doue me [...]*"* (LEONARDO DA VINCI, C. 15v, transcrição em RICHTER, 1883, No. 1458).
("No dia seguinte, fui cear com Giacomo Andrea e o dito Giacomo ceiou por dois e causou danos por quatro, pois quebrou três garrafas, derramou o vinho e depois disso veio para a ceia onde eu [...]*").*

22. V. nota 79. Segundo Vitruvius, baseado em fontes gregas, a beleza consiste na harmonia das proporções adequadas. Para Pacioli é inconcebível uma prática de arquitetura sem o conhecimento de suas obras, afirmando: *"Quem de Vitruvius se aparta, constrói na areia"*.

23. Trata-se de sua obra *Summa*, publicada em Veneza em 1494 e dedicada a Guidobaldo II da Montefeltro, duque de Urbino.

24. No original "*represi lena ala piagia diserta"*. Possível referência ao Canto I do Inferno de Dante Alighieri: *"ripresi via per la piaggia diserta"* (verso 28) e logo acima *"E come quei che con lena affannata"* (verso 22).

25. No original *"cimento e copella"*. A palavra "cimento", que designa uma mistura usada para testar ou purificar metais preciosos, pode ser traduzida por "prova" ou "verificação". "Copela" é um pequeno cadinho ou crisol usado na copelação ("processo de purificação"). A Matemática seria então o teste de pureza e/ou purificação das demais ciências.

26. Possível referência ao excerto *"sed secundum proverbium: Multa mentiuntur poëtae" ("segundo o provérbio: os poetas mentem muito")*, referente à *Metafísica*, I, 2, 983a, 3 (ARISTÓTELES, 1970, p. 17).

27. O título de "o Filósofo" era reservado para Aristóteles por autores medievais, como Tomás de Aquino (cf. *Summa Theologiae*, I q. 1, a. 1, a. 3, a. 4 etc). Aristóteles (384 - 322 a. C.) nasceu em Estagira, foi discípulo de Isócrates e de Platão, e preceptor de Alexandre, o Grande. Atuou em várias áreas: filosofia, anatomia, história, política, etc.

28. No original *"magiormente le cose vere sirão a noi vtili e proficue p.che di queste se nõ vero ne puene"*. Ricardo Resta traduz este trecho por *"lo verdadero nos será aun más útil y proficuo, aunque de ello provenga lo no verdadero"* (PACIOLI, 1946, p. 61). Juan Calatrava traduz por *"lo verdadero nos será, sin embargo, más útil e provechoso aunque de ello derive lo no verdadero"* (PACIOLI, 1991, p. 32). Cremos que ambas as traduções são errôneas, visto que Pacioli, como matemático, não poderia aceitar que através de deduções lógicas fosse possível obter conclusões falsas a partir de premissas verdadeiras, contradizendo a lógica aristotélica (cf. ARISTÓTELES, *Analytica Priora* II, 2, 53b, 7).

29. Averróis (Ibn Roschd) (1126-1198). Nasceu em Córdoba e morreu em Marraquesh. Foi grande admirador de Aristóteles e dedicou sua vida ao comentário de suas obras, o que lhe rendeu o título, na Idade Média, de “O Comentador”.

30. V. Nota 43.

31. Nesse primeiro capítulo Pacioli inicia a defesa de sua posição de que a matemática é fundamento para todas as demais ciências. Os argumentos para defender essa posição são expostos em maiores detalhes nos capítulos seguintes.

32. V. Nota 8.

33. Galeno (129-216). Médico e filósofo grego. Seu pensamento exerceu influência na medicina praticada no Império Bizantino e perseverou na Europa até os séculos XVII e XVIII. Galeno seguia os conceitos de Hipócrates.

34. Hipócrates (c. 460-377 a.C.). Considerado o Pai da Medicina, é o mais célebre médico da Antigüidade. Seu trabalho inaugura a prática baseada na observação clínica. Suas obras, reunidas em 72 livros do *Corpus Hippocraticum* tratam de epidemias, articulações e fraturas.

35. *“Propter admirari coeperunt philosophari”*. Essa sentença é uma variação da tradução latina de *“διὰ γὰρ τὸ θαυμάζειν οἱ ἄνθρωποι καὶ νῦν καὶ τὸ πρῶτον ἤρξαντο φιλοσοφεῖν”* (*Metaphysica* I, 2, 982b, 12). Na versão da *De Divina Proportione*, impressa em 1509, consta *“Propter admirari ceperūt pħari”*. Na tradução da Metafísica de Guillermo de Moerberke (1215 - 1286), *“Nam propter admirari homines nunc et primum incoeperunt philosophari”* (ARISTÓTELES, 1970, p.14) e na do Cardeal Giovanni Bessarione (1402 - 1472), *“pp admirationem .n. & nunc, & primo cœperunt homines philosophari”* (ARISTÓTELES, 1562, f. 2v).

36. A teoria platônica do conhecimento preexistente é recusada por Aristóteles. Para o *“mestre daqueles que sabem”*, é impossível a pré-aquisição do saber sem a sensação e a existência de algum conhecimento prévio ao nascer é absurda. O caminho é: sentido (*αἴσθησις*) – memória (*μνήμη*) – experiência (*ἐμπειρία*) – arte (*τέχνη*) – ciência (*ἐπιστήμη*) (cf. ARISTÓTELES, *Analytica Posteriora* II, 19, 100a, 4 e *Metaphysica* I, 1, 980a, 20 - 981a, 6). Portanto, para a maioria de seus adeptos, os sentidos eram o fundamento do conhecimento, uma verdade sumarizada na fórmula *“Nihil est in intellectu quod non sit prius in sensu”* (*“Nada há no intelecto que não passe primeiro pelos sentidos”*. cf. TOMÁS DE AQUINO, *De Veritate*, q.2, a.3, arg. 19).

37. A tradição helênica conduziu a uma exaltação da visão como primaz dentre os sentidos. Heráclito afirma que *“os olhos são testemunhas mais exatas que as orelhas”*.[163] Em Timeu de Platão encontramos: *“A visão, em minha opinião, é causa do maior proveito para nós”*.[164] Aristóteles diz que *“a visão é o sentido mais altamente desenvolvido”*[165] e

---

[163] *“ὀφθαλμοὶ γὰρ τῶν ὤτων ἀκριβέστεροι μάρτυρες”* (PLUTARCO, *Adversus Colotem*, 1118C).
[164] *“ὄψις δὴ κατα τὸν ἐμον λόγον αἰτία τῆς μεγίστης ὠφελιασ γέγονεν ἡμῖν”* (PLATÃO, *Timaeus*, 47a).

existem outras várias referências a respeito desse tema (cf. ARISTÓTELES, *De Generatione et Corruptione*, II, 2, 329b, 14; *Metaphysica*, I, 1, 980a, 25 e *Ethica Nicomachea*, X, 5, 1176a, 1). Para Pacioli, a admiração é possível através da visão, primeiro dos sentidos, e como *"pelo admirar teve início o filosofar"* daí vem a sentença *"da visão originou-se o saber"*, sustentado pela autoridade de Aristóteles. Pacioli utiliza essa primazia da visão para argumentar em defesa da inclusão da Perspectiva como disciplina matemática (cf. Cap. III).

38. Possível referência a *"Rappresentazione di Abramo e Isacco"* de Feo Belcari (1410 - 1484):

> *"Lo occhio si dice che è la prima porta*
> *Per la quale lo intellecto intende e gusta.*
> *La secunda è lo audire con voce scolta*
> *Che fa la nostra mente essere robusta".*

39. *"Como escrito naquele lugar..."*, isto é, no livro I da Metafísica: *"For it is owing to their wonder that men both now begin and at first began to philosophize; they wondered originally at the obvious difficulties, then advanced little by little and stated difficulties about the greater matters, e.g. about the phenomena of the moon and those of the sun and of the stars, and about the genesis of the universe"* (ARISTÓTELES, *Metaphysica*, I, 2, 982b, 12-17, tradução de W. D. Ross).

40. No referido trecho da Metafísica não figura alusão direta aos sacerdotes egípcios, somente em um trecho anterior lê-se: *"Hence when all such inventions were already established, the sciences which do not aim at giving pleasure or at the necessities of life were discovered, and first in the places where men first began to have leisure. This is why the mathematical arts were founded in Egypt; for there the priestly caste was allowed to be at leisure"* (ARISTÓTELES, *Metaphysica*, I, 1, 981b, 23-24, tradução de W. D. Ross).

41. Pacioli preparou modelos em vidro dos poliedros regulares e os presenteou ao duque, juntamente com o manuscrito original da *De Divina Proportione*.

42. Segundo Taylor, Ludovico Sforza restaurou a Universidade de Pávia, famosa desde o tempo dos Visconti e que havia sido negligenciada durante o ducado de seu irmão Galeazzo:

"A year later [1489] *Lodovico built a fine new Atheneum and housed the ninety professors and three thousand students of medicine, law, and liberal arts under one roof. He exempted all of the professors from taxation, raised their salaries, and invited distinguished scholars to join the faculty"* (TAYLOR, 1942, p. 232).

Pacioli foi convidado para lecionar na Universidade de Milão por Ludovico, que queria fazer com esta instituição o mesmo que havia feito em Pávia. O frade lecionava aritmética,

---

[165] *"As sight is the most highly developed sense..."* (ARISTÓTELES, *De Anima*, III, 3, 429a, 4, tradução de J. A. Smith).

geometria e táticas militares, tanto na universidade, como na Corte de Milão. O estudo rigoroso de matemática sempre foi parte do treinamento dos membros da Corte e dentre seus estudantes encontrava-se Galeazzo da Sanseverino (cf. TAYLOR, 1942, p. 233).

43. Pacioli continua a argumentação iniciada no capítulo anterior (v. Nota 31). Para ele, as disciplinas matemáticas formam o fundamento de todo o conhecimento. O discurso desse capítulo é muito semelhante à Epístola de Pacioli a Guidobaldo da Montefeltro (*Alo Illu^{mo}. Principe Gui.Baldo. Duca de Urbino. Epistola*), que faz parte da *Summa*, onde afirma que as disciplinas matemáticas são aplicadas nas seguintes áreas: 1) astrologia; 2) arquitetura; 3) perspectiva; 4) escultura; 5) música; 6) cosmografia; 7) comércio; 8) arte militar; 9) gramática; 10) retórica; 11) poesia; 12) dialética; 13) filosofia; 14) medicina; 15) direito civil e canônico e 16) teologia (cf. PACIOLI, 1494, f. 2r). A mesma estrutura de argumentação é encontrada nos discursos de Niccolò Tartaglia (*Lettione de Nicolo Tartalea Brisciano, sopra tutta la opera di Evclide Megarense, acvtissimo mathematico*) que se encontram no início de sua tradução dos *Elementos*, além de referências ao frade. Nesse discurso de apologia da matemática, Pacioli dá grande destaque a sua aplicabilidade, o que certamente também era de grande relevância para seus mecenas e leitores.

44. No original *"Mathematice .n. scientie sunt in primo gradu certitudinis & naturales sequuntur eas"*. Também na *Summa* lemos: *"E in la sua* [de Aristóteles] *Methaphysica afferma le scientie Mathematiche. essere nel primo grado de certeçça"* (PACIOLI, 1494, f. 2v). Pacioli atribui a autoria dessa sentença a Aristóteles, mesmo que anteriormente também refira-se a Averróis (cf. Cap. I, f. 1v). Na verdade esta é uma tradução de um trecho do comentário de Averróis sobre *Metaphysica*, II, 3, 995a, 15[166]: *"Demonstrationes .n. Mathematicę sūt in primo ordine certitudinis: & demōstrationes Naturales consequūtur eas ĩ hoc"* (ARISTÓTELES, 1562, f. 35v).

45. Santo Agostinho (354 - 431). Doutor da Igreja universalmente conhecido. Cidadão romano nascido no continente africano. Em sua obra *Confissões* narra a trajetória de sua conversão ao cristianismo. Inicialmente seduzido pelo maniqueísmo, é batizado por Santo Ambrósio em 387. Foi ordenado sacerdote em 391 e bispo de Hipona em 395. Autor de uma vasta obra tratou de teologia, filosofia, exegese, música etc. Na filosofia platônica encontrou um sistema que se servia a seu pensamento, adequando-a à doutrina cristã. Para ele, é em Deus que as Idéias subsistem, não existem em si.

46. Possível referência à *Civitate Dei* XI, 30: *"(...) and in this number of days God finished His work. And, therefore, we must not despise the science of numbers, which, in many passages of holy Scripture, is found to be of eminent service to the careful interpreter. Neither has it been without reason numbered among God's praises, 'Thou hast ordered all things in number, and measure, and weight'"* (Tradução de Marcus Dodds, D.D.).[167]

---

[166] *"The minute accuracy of mathematics is not to be demanded in all cases, but only in the case of things which have no matter"* (Tradução de W. D. Ross).

[167] *"...in quo perfecit Deus opera sua. Vnde ratio numeri contemnenda non est, quae in multis sanctarum scripturarum locis quam magni aestimanda sit elucet diligenter intuentibus. Nec frustra in laudibus Dei dictum est: Omnia in mensura et numero et pondere disposuisti"*.

47. Arquimedes (c. 287 – 212 a.C.). Matemático e inventor grego. Nasceu em Siracusa. Alguns fatos conhecidos sobre sua vida são encontrados na narração de Plutarco sobre a vida do general romano Marcelo. É possível que Arquimedes tenha, na juventude, passado algum tempo no Egito e estudado com os discípulos de Euclides de Alexandria. Suas invenções mecânicas ganharam notoriedade e são famosas algumas estórias sobre ele, como a da lei da alavanca e a do problema da coroa do rei Hiero de Siracusa, cuja solução teria feito Arquimedes saltar do banho e correr para casa nu, exclamando "Eureka!" (eu achei!). Arquimedes teria sido morto por um soldado romano, durante a conquista de Siracusa, apesar das ordens de Marcelo de capturá-lo vivo.

48. Marco Marcelo (*Marcus Claudius Marcellus*, c. 268 – 208 a.C.). Um dos generais romanos durante a Segunda Guerra Púnica e conquistador de Siracusa.

49. A partir de 1425, o pai de Ludovico, Francesco Sforza (1401 - 1466), esteve a serviço de Filippo Maria Visconti (1392 - 1447). Francesco demonstrou-se um grande comandante e salvou o ducado de Milão em diversas ocasiões. Como reconhecimento, Filippo lhe concede a mão de sua filha Bianca Maria (1425 - 1468). Após a morte de Filippo, que não tinha herdeiro do sexo masculino, Francesco assume o controle de Milão. Foi considerado um homem valoroso e grande príncipe de seu tempo, sendo citado por Maquiavel em sua obra, *"O Príncipe"*:

"Francesco, per li debiti mezzi & con una gran virtù, di privato diventò Duca di Milano; & quello che con mille affanni haveva acquistato, con poca fatica mantenne" (MAQUIAVEL, 1550, *Il Principe*, f. 15).

50. Flávio Vegécio (*Flavius Vegetius Renatus*, séc. IV d.C.). Célebre escritor militar romano. Sua obra *Epitoma rei militaris* (também conhecida como *De Re Militari*) foi um dos mais influentes tratados militares do mundo ocidental até o séc. XIX.

51. Frontino (*Sextus Iulius Frontinus*, c. 40 – 103 d.C). Engenheiro e autor romano. Foi responsável pelos aquedutos de Roma (*curator aquarum*) e escreveu a obra intitulada *De aquis urbis Romae*. Também escreveu um tratado intitulado *De Re Militari*.

52. Tito Lívio (*Titus Livius*, 59 a.C. – 17 d.C.). Historiador romano, autor de uma história da República Romana intitulada *Ab urbe condita*.

53. Dionísio de Halicarnasso (*Διονύσιος*, 54 a.C. – 8 d.C.). Historiador grego e professor de retórica. Escreveu a obra intitulada *Ρωμαική Αρχαιολογία* (Das Antiguidades Romanas) que trata da História de Roma desde suas origens até cerca de 264 a.C. Depois de Lívio, Dionísio é a melhor fonte sobre a história antiga de Roma.

54. Plínio, o Velho (*Gaius Plinius Secundus*, 23 d.C. – 79 d.C.). Militar, naturalista e historiador romano. Faleceu na erupção do Vesúvio na tentativa de observar o fenômeno e efetuar o resgate de alguns habitantes da costa. Foi autor da obra *Naturalis Historia.*

55. Roberto Valturio (1413 – 1483?). Escritor italiano. Foi membro da corte de Sigismondo Pandolfo Malatesta, de quem foi amigo e conselheiro. Valturio compôs uma obra denominada *De re militari*. Essa obra, concluída em 1455 e dedicada a Sigismondo, foi impressa em 1472, em Verona, sendo traduzida para a língua vulgar em 1483. Trata-se de um amplo tratado sobre a arte militar, engenharia, técnicas de assédio e armamentos bélicos. Encontram-se nessa obra várias ilustrações de armas da época.

56. Deve tratar-se da obra *De re militari*.

57. Sigismondo Pandolfo Malatesta (1417 - 1468). Governante de Rimini, Fano e Cesena, a partir de 1432. Foi considerado um valente *condottiero* e ampliou o domínio herdado, perdendo-o posteriormente, com exceção de Rimini, ante a disputa com o Papa Pio II. (Enea Silvio de' Piccolomini, 1405 - 1464). Foi acusado de assassinar suas duas primeiras esposas, Ginevra d'Este (1419 - 1940) e Polissena Sforza (1428 - 1449), irmã ilegítima de Ludovico. Após a morte da última, casou-se com sua amante Isotta degli Atti (1432 - 1474). Foi patrono de intelectuais e artistas. Sigismundo encarregou Leon Battista Alberti (1404 - 1472) de transformar a igreja de *San Francesco* em Rimini no Templo Malatestiano, o qual foi enriquecido com obra de Piero della Francesca (1420 - c.1492).

58. Federico Feltrense ou Federico II da Montefeltro (1422 - 1482). Grande *condottiero* e duque de Urbino. Nasceu em Gubbio. Filho ilegítimo de Guidantonio da Montefeltro (1378 - 1443). Deve parte de sua formação moral e intelectual a Vittorino da Feltre (Vittorino de' Rambaldoni, 1397 - 1446). Assumiu o ducado de Urbino após o assassinato de seu meio-irmão Oddantonio da Montefeltro (1426 - 1444). Foi inimigo de Sigismondo Malatesta e aliado da família Sforza. Sua primeira esposa foi Gentile Brancaleoni (m. 1457) e, após sua morte, casou-se com Battista Sforza (1447 - 1472), prima de Ludovico. Foi patrono de artistas e intelectuais, criou uma das maiores bibliotecas italianas de seu tempo. Baldassarre Castiglione (1478 - 1529) exalta a memória do duque de Urbino, em sua obra *Il libro del Cortegiano*: *"Ma non ricercando piú lontano, possiamo di questo far bon testimonio con la gloriosa memoria del duca Federico, il quale a' dí suoi fu lume della Italia; né mancano veri ed amplissimì testimonii, che ancor vivono, della sua prudenzia, della umanità, della giustizia, della liberalità, dell'animo invitto e della disciplina militare; della quale precipuamente fanno fede le sue tante vittorie, le espugnazioni de lochi inespugnabili, la súbita prestezza nelle espedizioni, l'aver molte volte con pochissime genti fuggato numerosi e validissimi eserciti, né mai esser stato perditore in battaglia alcuna; di modo che possiamo non senza ragione a molti famosi antichi agguagliarlo"* (CASTIGLIONE, 1528, I, 2). Federico foi muito importante na vida de Pacioli, pois lhe permitiu livre acesso a sua grande biblioteca.

59. Segundo Argan, o projeto do Palácio Ducal de Urbino não é fruto de um único indivíduo, mas produto de grande colaboração entre os envolvidos (ARGAN, 2003, v. 2, p. 307). Federico da Montefeltro foi celebrado por seus contemporâneos como grande arquiteto. Vespasiano da Bisticci (1421 - 1498), por exemplo, afirmou *"Sì che dell'architettura si mostra la sua Signoria averne avuta piena notizia. Di geometria e d'aritmetica n'aveva buona perizia; e aveva in casa sua uno maestro, Pagolo, tedesco, grandissimo filosofo e astrologo. E non molto tempo innanzi che si morisse, si fece leggere da maestro Pagolo opere di geometria e d'aritmetica, e parlava dell'una e dell'altra, come quello che n'aveva piena notizia"* (VESPASIANO DA BISTICCI, 1859, p. 93). A direção das obras do Palácio era de Federico e Leon Battista Alberti e Piero della Francesca eram seus consultores teóricos. Os principais responsáveis por seu projeto foram, inicialmente, Luciano Laurana (c. 1420 - 1479) e, mais tarde, Francesco di Giorgio Martini (1439 - 1501). A crítica atribui ao primeiro quase toda a construção (ARGAN, 2003, v.2, p. 308).

60. Júlio César (*Gaius Julius Caesar*, 102 – 44 a.C.). Grande militar e estadista romano. Suas conquistas na Gália estenderam o domínio de Roma até o Oceano Atlântico, sendo estas narradas em sua obra intitulada *De Bello Gallico*, clássico da literatura latina. Foi assassinado por um grupo de senadores e, após sua morte, iniciou-se um clima de instabilidade política que culminaria no fim da República e início do Império Romano.

61. Lemos na obra de Júlio César que, sob suas ordens, os romanos construíram uma ponte sobre o rio Reno em dez dias (cf. *De Bello Gallico*, IV, 17).

62. O Templo de San Fortunato encontra-se na cidade de Todi, Úmbria. Sua construção, em estilo gótico, foi iniciada no século XIII e concluída no início do século XV.

63. Sob ordens do Duque Filippo Maria Visconti, os *condottieri* Nicollò Fortebraccio (1375 - 1444) e Francesco Sforza atacaram os Estados Papais em 1434. Filippo queria se vingar do Papa Eugênio IV por ter apoiado Florença e Veneza contra suas ambições territoriais. Estrategicamente, Francesco mandou construir uma ponte com grossas cordas para facilitar o trânsito entre as margens do rio Tibre. Tal fato causou grande admiração na época.

64. João Duns Escoto ou John Duns Scotus (*Ioannes Duns Scotus, O.F.M.*, 1265 - 1308). Filósofo e teólogo escocês. Foi um dos maiores pensadores franciscanos da Escolástica. Estudou em Oxford, lecionou em Paris e em Colônia, onde morreu. Chamado por seus contemporâneos de *"Doctor Subtilis"* (*"Doutor Sutil"*) pela fineza de sua doutrina. As principais obras atribuídas a ele são: *Reportata parisiensa*, *Lecturae cantabrigenses* e *Ordinatio* (ou *Opus Oxoniense*). Foi beatificado pelo Papa João Paulo II em março de 1993.

65. Euclides de Mégara. Durante o Renascimento, confundia-se Euclides de Alexandria (c. 325 a.C. – c. 265 a.C.), autor dos *Elementos*, com Euclides de Mégara (c. 450 a.C. – c. 375 a.C.), discípulo de Sócrates. Tal engano só foi corrigido por Federico Commandino (1509 - 1575) no prefácio de sua tradução latina dos *Elementos*: *"Let us then free a number of people from the error by which they have been induced to believe that our Euclid is the same as the philosopher of Megara"* (EUCLIDES DE ALEXANDRIA, 1953, p.4).

66. Cláudio Ptolomeu (*Κλαύδιος Πτολεμαῖος*, 100 - 178). Astrônomo grego, formulador do modelo geocêntrico do sistema solar. Sua principal obra é o *Almagesto*.

67. Albumasar (*Ja'far ibn Muhammad Abu Ma'shar al-Balkhi*, 787 - 886). Astrônomo e astrólogo árabe. Sua obra *Introductorium Maius*, tradução latina de *Kitab al-mudkhal al-kabir ila 'ilm ahkam an-nujjum*, introduziu a física aristotélica na Europa.

68. Ali ibn Ridwan ou Haly Abenrudian (*Abu'l Hasan Ali ibn Ridwan Al-Misri*, 988 – c. 1061). Médico, astrólogo e astrônomo egípcio. Foi comentador das obras *Ars Parva* de Galeno e *Tetrabiblos* de Ptolomeu.

69. Alfragano (*Ahmad ibn Muhammad ibn Kathir al-Farghani*). Astrônomo árabe, autor de um compêndio do *Almagesto*, conhecido na Europa através da tradução de Gerardo da Cremona.

70. Geber (*Abu Musa Jabir ibn Hayyan*, c. 721 – c. 815). Considerado como o "Pai da Química árabe", foi alquimista, filósofo, astrônomo e médico.

71. Afonso X, o Sábio, ou o Astrólogo (Afonso X de Leão e Castela; *Alfonso, el sabio*, 1221 - 1284). Monarca espanhol, foi rei de Castela e Leão de 1252 a 1284. Intelectual, trovador e poeta de língua galego-portuguesa, realizou a primeira reforma ortográfica do castelhano, idioma que adotou como oficial de seu reino e formou a Escola de Tradutores de Toledo. Conhecedor da cosmologia de Ptolomeu, foi responsável pela composição das "Tábuas Afonsinas", tabelas astronômicas muito famosas na Europa até o século XVI.

72. Bianco. Deve tratar-se de Andrea Bianco. Navegador e cartógrafo italiano. Prestou serviço aos portugueses e foi autor de um portulano (manual de navegação) da Europa e África, composto em Londres, em 1448. Curiosamente, nesse mapa encontra-se a representação de uma ilha com a legenda *"Ixola Otinticha"*, a sudoeste do Cabo Verde. A partir de 1894 desenvolveu-se a discussão sobre se essa *"Ixola Otinticha"* não seria a costa nordeste do Brasil, configurando assim, o mencionado portulano, prova de um suposto descobrimento pré-colombiano da América.

73. Prosdócimo de Beldomandi (*Beldomandi, Beldemando, Beldimando,* c. 1370 - 1428). Astrônomo e matemático italiano. Lecionou em Pádua e foi autor de diversas tabelas astronômicas.

74. Bartolo da Sassoferrato (1314 - 1357). Um dos mais importantes juristas de seu tempo. Lecionou em Pisa e Perugia e foi conselheiro de Carlos IV. A influência de sua obra no pensamento das gerações posteriores pode ser percebida pela expressão *"nemo bonus iurista nisi bartolista"* (*"Ninguém pode ser um bom jurista ser não for bartolista"*).

75. Tiberina. Trata-se da obra *De fluminibus seu Tyberiadis*, também conhecida como *Tiberiade*.

76. Platão (c. 428 – 347 a.C.). Grande filósofo ateniense, discípulo de Sócrates. Durante a Idade Média, os latinos só conheciam sua obra *Timeu*. Mesmo assim, o pensamento de Platão exerceu grande influência no cristianismo oriental e ocidental, sendo considerado pelos cristãos dos primeiros séculos o "maior teólogo de todos os gregos". Durante o Renascimento italiano houve um reavivamento da filosofia platônica (Neoplatonismo) devido ao filósofo humanista Marsílio Ficino (1433 - 1499), sob mecenato dos Médicis, e aos neoplatonistas florentinos.

77. Platão fundou uma escola de filosofia nos jardins de Academos, chamando-a, por esse motivo, de Academia e seguia os moldes das escolas pitagóricas. A Academia de Platão foi precursora das universidades medievais e sobreviveu por mais de novecentos anos. Foi fechada pelo Imperador Justiniano em 529 d. C.

78. Pitágoras. Filósofo e matemático grego. Fundou comunidades ascéticas dedicadas ao estudo da filosofia e política. Nenhum escrito de sua autoria é conhecido. Encontram-se nos *Elementos* de Euclides teoremas oriundos da escola pitagórica.

79. Vitruvius (*Marcus Vitruvius Pollio*, séc. I a. C.). Engenheiro e arquiteto romano. Sua obra *De Architectura Libri Decem* (único tratado de arquitetura clássico que perdurou até nossos dias) muito influenciou os estudiosos renascentistas. Vitruvius considera, no início de sua obra, que o arquiteto deve ser detentor dos mais diversos conhecimentos sobre as ciências e as artes (cf. *De Architectura*, I, 1, 3). Leon Battista Alberti (1404 - 1472) estudou e criticou a obra de Vitruvius e pretendeu substituí-la com seus dez livros *De Re Aedificatoria* (1450). Alberti lamentava o fato de somente a obra de Vitruvius ter sobrevivido dentre os autores clássicos de arquitetura. Também criticava o estado em que seus escritos se encontravam e a forma inculta que Vitruvius utilizou para compô-los. Aldo Mieli afirma: *"Vitruvius, podemos reconocerlo ahora, no es en verdad ingeniero sobresaliente; saco sus conocimientos de Ktesibios, de Philon de Byzantion y de Heton* (...) *Vitruvius muchas veces no comprendió lo que copiaba, especialmente cuando se trataba de máquinas o de aparatos complicados. Pero en las partes técnicas sus expresiones contienen locuciones del arte, y fueron éstas las que los humanistas al principio no comprendían y las que hacían 'difíciles' sus escritos. Así, no obtuvo una recta interpretación de mayor parte de sus términos sino a fines del siglo XVI"* (PACIOLI, 1942, p. 34). A segunda parte da *De Divina Proportione*, impressa em 1509, é um tratado de arquitetura baseado nas obras de Vitruvius, onde Pacioli acrescenta suas próprias idéias e interpretações. Somente em 1556 foi publicada uma boa tradução para o vernáculo da *De Architectura*, feita por Daniele Bárbaro (1513 - 1570), portanto, o trabalho de Pacioli serviu como boa fonte teórica e prática para os arquitetos e artistas da época. Podemos dizer que, para Pacioli, o que Euclides representa para o estudioso de geometria, Vitruvius representa para o arquiteto.

80. Segundo Taylor, *"The statement, 'always adding our practice to his theory,' tells the story of Pacioli's success; it lifts him out of the Middle Ages and places him in modern times. He was one of the greatest teachers of mathematics the world has ever known"* (TAYLOR, 1942, p. 262).

81. Pacioli se empenhava na divulgação da matemática como instrumento para a solução de problemas práticos, como fonte de contemplação e deleite e não somente como uma ciência de pura especulação intelectual. Em seu discurso defende que a matemática tem certa primazia ou soberania com relação às demais áreas do conhecimento. A classificação das disciplinas matemáticas como as artes do *Quadrivium* não são suficientes para ele. Rompe com a tradição ao propor o reconhecimento da Perspectiva como disciplina matemática. Vitruvius considerava que o arquiteto ideal deveria ter uma formação universal: "[o arquiteto] *deverá ser versado em literatura, perito no desenho gráfico, erudito em geometria, deverá conhecer muitas narrativas de factos históricos. Ouvir diligentemente os* *filósofos, saber de música, não ser ignorante de medicina, conhecer as decisões dos jurisconsultos, ter conhecimento da astronomia e das orientações da abóbada celeste"* (VITRUVIUS, *Tratado de Arquitetura*, Livro I, 3, Trad. M Justino Maciel). Como o arquiteto de Vitruvius, o orador de Cícero também devia possuir um saber enciclopédico e, nessa mesma linha, o artista de Lorenzo Ghiberti (1378 - 1455), como apresenta em seus *Commentari* (c. 1450). Para Alberti, ao artista seria necessário conhecer primeiramente a geometria. A posição de Pacioli assemelha-se a de Alberti, sendo as disciplinas matemáticas o fundamento para que o indivíduo possa atingir a universalidade cultural exigida pelos anteriores.

82. Santo Isidoro de Sevilha (560 - 636). Doutor da Igreja, teólogo e historiador espanhol. Considerado sábio universal em seu tempo. Escritor fecundo compôs um dicionário de sinônimos, um tratado de astronomia e geografia, obras de história, vários tratados teológicos e as *Etymologiae* (*"Etimologias"*).

83. A obra mais célebre de Isidoro de Sevilha é intitulada *Etymologiae* ou *Origines*. Foi concluída pouco antes da morte de seu autor. Encontra-se nessa obra, de forma ordenada e condensada, vasta compilação do conhecimento de seu tempo, distribuída em seus vinte livros. Isidoro trata especificamente da matemática (ou das artes do *Quadrivium*) especificamente no Livro III.

84. Severino Boécio (*Anicius Manlius Severinus Boethius*, 480 - 524). Filósofo romano cristão. Foi mestre do palácio do rei godo Teodorico (454 - 526), em 520. Acusado de cumplicidade com Bizâncio, foi condenado à morte. Escreveu diversos tratados de teologia, sobre a música, a matemática, traduções e comentários de obras de Aristóteles etc. Sua obra mais célebre é a *De Consolatione Philosophiae* (*"A Consolação da Filosofia"*), escrita na prisão. A mais recente e pública referência a sua pessoa foi feita pelo Papa Bento XVI na Audiência Geral de 12 de março de 2008. Para o Papa, Boécio é *"símbolo de um número imenso de aprisionados injustamente de todos os tempos e de todas as latitudes"*.

85. Trata-se da obra *De Institutione Arithmetica* de Boécio.

86. Em seu *Trattato*, Leonardo afirma, em consonância com o frade: *"Quante pitture hanno conservato il simulacro di una divina bellezza di cui il tempo o morte in breve ha distrutto il naturale esempio, ed è restata più degna l'opera del pittore che della natura sua maestra!"*

87. Zêuxis (séc. V a.C.). Pintor grego. Natural de Heráclea, possivelmente localizada ao sul da Itália, viveu a maior parte de sua vida em Atenas. Argan sintetiza da seguinte maneira a a fama de Zêuxis: *"Quintiliano o celebra pelo modo com que soube reproduzir os efeitos de luz e de sombra; Luciano, pela genialidade inventiva e a novidade dos temas; Aristóteles, pela beleza ideal de suas figuras, que no entanto considera, quanto à majestade, inferiores às de Parrásio. Não há vestígios da sua pintura nas decorações cerâmicas"* (ARGAN, 2003, v.1, p. 131).

88. Parrásio de Éfeso (*Παρράσιος*, m. c.388 a.C.) Um dos principais pintores gregos que atuou entre 440 e 380 a.C.. A lenda narrada por Plínio, o Velho, mostra a sua fama e superioridade artística, segundo este, Parrásio alcançou a perfeição no contorno dos corpos e deu à pintura a norma da simetria.

89. Pacioli pressupõe que a leitura da *De Divina Proportione* deve ser feita tendo os *Elementos* em mãos. Na presente obra, ele não se preocupa em dar as demonstrações das proposições, que já constam da obra de Euclides. É de se notar que o recurso didático utilizado pelo autor é o de dar exemplos numéricos para cada resultado apresentado, bem como a repetição constante de conceitos, definições e tudo o que julga necessário para melhor compreensão do texto. Se aqui apresenta o conteúdo de "secretíssima ciência", o fato de ter escrito em vernáculo, esta e sua obra anterior, mostra que seu anseio é o da divulgação universal, retirando o obstáculo lingüístico que impedia o acesso às obras por pessoas como Leonardo Da Vinci. As anedotas e recordações pessoais de Pacioli, espalhadas por suas obras, nos evidenciam o ambiente em que ele vivia e o público que queria atingir: cultos e incultos.

90. O que denominamos *razão*, Pacioli denomina *proportione* e o que chamamos *proporção*, denomina *proportionalità*. Segundo David E. Smith, a palavra latina *ratio* era utilizada nas escolas, porém, fora desse ambiente era raramente utilizada no Medievo referindo-se à razão (SMITH, 1958, v.II, p. 478). Tratando-se de razão, os autores medievais e também renascentistas empregavam o termo *proportio* e para igualdade de razões empregavam *proportionalitas*. Jordanus Nemorarius (1225 - 1260) e Thomas Bradwardin (1290 - 1347), citados por Pacioli na *Summa*, e também Campano utilizavam *proportio* nesse sentido.

91. Timeu (*Τίμαιος* em grego, *Timaeus* em latim) é um tratado de Platão em forma de diálogo socrático, composto por volta de 360 a.C.. Trata da especulação sobre a natureza do mundo físico e busca explicar a sua ordem e beleza. O mundo inanimado é governado pela razão e moldado por um ser inteligente, o "Divino Artífice" ou "Demiurgo" (*Δημιουργός*, 28c), que fez o universo (*κόσμος*, *kosmos*) matematicamente ordenado, inspirado pelo imutável modelo, porque era bom e desejava construir um mundo tão bom quanto fosse possível. Durante os primeiros séculos da era cristã, o Timeu teve grande influência no pensamento de filósofos e teólogos. Salvo grandes diferenças (importância, unicidade, onipotência, criação *ex nihilo*, etc), o Divino Artífice de Platão assemelhava-se muito ao Deus cristão. *Timeu* tornou-se uma espécie de comentário ao Livro do Gênesis, o ápice da especulação intelectual de Platão e a base de toda a cosmologia ocidental medieval. Antes da re-introdução na Europa das obras gregas, a tradução parcial latina de Calcidius (séc. IV) era a única obra de Platão amplamente conhecida.

92. Pacioli atribui o título *De Divina Proportione* a seu tratado por razões místicas. Para ele, o que atualmente denominamos "razão áurea" corresponde à própria divindade. As quatro justificativas ou correspondências são, resumidamente, (i) a unicidade, (ii) a trindade, (iii) a irracionalidade e (iv) a imutabilidade, todas presentes segundo o autor, na divina proporção. Como pudemos observar, na argumentação em favor da Perspectiva e na defesa à soberania da Matemática, Pacioli fundamenta-se especialmente em Aristóteles, demonstrando certa predileção por sua filosofia. De fato, o Filósofo é seu autor preferido, pois, o próprio frade afirma que as obras do estagirita estão continuamente em suas mãos, mais do que as de outros autores (*"Presertim Aristotelis cuius opera pre aliis assidue* *premanibus habêtur"*, PACIOLI, 1509b, f. 30r). Todavia, no que diz respeito à divina proporção é o pensamento neoplatônico que tem destaque. A posição acerca da criação e ordem do Universo apresentada no diálogo *Timeu* parece a Pacioli a mais acertada, já que tudo que há no universo está constituído em número, peso e medida, ou seja, subordinado às leis matemáticas. A associação entre os poliedros regulares e os cinco elementos, apresentada por Platão no referido diálogo, constitui a quinta correspondência, que engloba todas as anteriores. Pacioli defende que o universo é composto pelos elementos terra, fogo, ar, água e quinta-essência e vê no fato de que só há cinco corpos regulares o motivo que levou Platão a fazer tal associação. Mais abaixo, no Capítulo LV, afirma: *"Com efeito, se na natureza se pudesse indicar um sexto corpo simples, o Sumo Artífice seria menoscabado e julgado por falta de prudência por não haver previsto desde o princípio todas as necessidades oportunas. Por isso, certamente, e não por outro motivo, entendo que Platão, tal como foi dito, atribui a cada um dos mencionados simples, argumentando como boníssimo geômetra e profundíssimo matemático"*. Já na sua *Summa*, o frade havia mencionado tal atribuição sem, contudo, mencionar a divina proporção: *"Di qsti fra phy. si fa grã discussioni. E maxime se bê el thymeo del diuin pho. Platone (secõdo lo Aurelio doctor sãcto Augustin) con diligentia satende. Doue de vniversi natura diffusamente parlãdo spesso a suo pposito li îduci. Attribuêdo lor forme separatamente ali .5. corpi semplici: cioe. Terra. Aqua. Aeri. Fuoco. E Cielo."* (PACIOLI, 1494, *Distinctio octaua De Corporibus regularibus*, f. 68v). Tal asserção encontra-se em uma espécie de interlúdio, dirigida a Galeazzo, duque de Urbino, que exorta ao estudo dos corpos regulares e é precedida (*Distinctio sexta*) de um tema muito apreciado por Pacioli e que impulsiona à redação de suas obras: a Teoria das Proporções. A penúltima citação encontra-se na famosa leitura pública do Livro V dos *Elementos* efetuada pelo frade, na Igreja de São Bartolomeu (Veneza, 1508). Nesta, trata exatamente desta teoria que, segundo Aldo Mieli, é da mais alta importância para o Renascimento, *"no solo en lo que concierne a la matemática sino en lo relativo a todas las ciencias y al concepto total del universo"* (PACIOLI, 1942, p. 23). Tais associações e interpretações eram freqüentes no pensamento renascentista e mesmo posterior. Recordemos que para Johannes Kepler (1571 - 1630), que também chamava a razão áurea de "divina", a esfera era imagem de Deus Criador, já que nela há três regiões, símbolos das três Pessoas da Santíssima Trindade – o centro, símbolo do Pai, a superfície, do Filho e o espaço intermediário, do Espírito Santo (KEPLER, 1993a, p. 853). Além disso, a existência de apenas cinco sólidos regulares servia para Kepler como explicação da existência de apenas seis planetas (os cinco sólidos são necessários para separar as seis esferas) e a geometria desses sólidos fornecia a distância entre eles (KEPLER, 1993a, p. 864).

93. Segundo André Chastel, *"A obra do franciscano Pacioli, discípulo de Piero della Francesca, constitui o exemplo mais claro desse alargamento em sentido esotérico e 'místico' da matemática artística. O seu* De Divina Proportione *desenvolve, para uso dos pintores, dos decoradores e dos arquitetos, os modos especulativos ´pitagóricos´ sobre os corpos puros e as analogias universais, astrológicas e teológicas, das quais são suscetíveis as formas e os números. Em Florença, como em Roma ou em Veneza, não se pode subestimar a importância dessas preocupações; elas cercam e estimulam o trabalho artístico, impõem-se nas formas da decoração e nos esquemas compositivos"* (CHASTEL, 2003, p. 386).

94. Campano da Novara (*Johannes Campanus*, 1220 - 1296). Matemático e astrônomo italiano. Foi Capelão do Papa Urbano IV (1195 - 1264) e médico pessoal do Papa Bonifácio VIII (1230 - 1303). Campano preparou uma tradução latina dos *Elementos* a partir da tradução árabe. Supõe-se que teve acesso à tradução de Adelardo de Bath (1080 - 1152). A edição dos *Elementos* de Campano foi a primeira obra relevante de Matemática a ser impressa. Foi o alemão Erhard Ratdolt (1442 - 1528) que resolveu o problema da reprodução das figuras e imprimiu tal volume em Veneza, em 1482. Bartolomeo Zamberti publicou sua tradução latina dos *Elementos* a partir do grego, em 1505. Zamberti fez duras críticas contra Campano, em particular ao uso dos termos *helmuain* e *helmuariphe* que considera bárbaro. Segundo Sir Thomas L. Heath, Zamberti parece não ter percebido que Campano não fez a tradução a partir do texto grego (EUCLIDES DE ALEXANDRIA, 1953, p. 98). Para Pacioli, Campano é o "mais fiel intérprete" de Euclides e em 1509 publica a sua edição dos *Elementos*, possivelmente patrocinado por Ratdolt. Para ele, o texto de Campano havia sido deformado por erro dos copistas e denomina-se *"Castigator"* de sua tradução. Há uma possível referência a Zamberti na dedicatória da obra: *"Oxalá os outros desejassem aprender, não para se ostentar ou se empenhar em vender o que eles não sabem como se fosse fumo"*. (*"*Atque *utinam E alii cognoscere vellêt nõ ostêtare aut ea q. nesciût veluti fumû vêditare nõ conarent´"*) (PACIOLI, 1509b, f. 2r).

95. Como já assinalamos cada um dos "efeitos" é uma das proposições do décimo terceiro livro dos *Elementos*.

96. No original *summo opefici*. Talvez seja uma alusão ao Demiurgo do Timeu.

97. Neste trecho pleno de citações bíblicas, poderíamos nos perguntar se Pacioli tinha em mente o início do Evangelho de João: *"In principio erat Verbum et Verbum erat apud Deum et Deus erat Verbum. Hoc erat in principio apud Deum. Omnia per ipsum facta sunt et sine ipso factum est nihil quod factum est"* (João, I, 1-3). Não teria ele identificado neste trecho o *Verbum* com a *Proportione*? Se conhecesse o texto grego, se depararia com um termo familiar e de sentido amplo: *λόγος* (*lógos*). Conhecedor dos *Elementos* que era, Pacioli encontraria relação entre a definição 3 do Livro V *"A ratio* [lógos] *is a sort of relation in respect of size between two magnitudes of the same kind"*, na tradução de Sir Heath (*"Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ἡ κατὰ πηλικότητα ποιὰ σχέσις"*) (EUCLIDES DE ALEXANDRIA, 1956, v.3, p. 114 e 116), com os versículos considerados? O fato é que o frade não menciona explicitamente tais relações e na verdade não dominava o grego como algumas vezes assevera.

98. A tabela a seguir apresenta as proposições e definições dos *Elementos* de Euclides mencionadas por Pacioli, ordenadamente por Capítulos, com a numeração equivalente segundo a versão de Heiberg. As linhas em que os números das proposições dos *Elementos* e os Capítulos da *De Divina Proportione* estão em negrito apresentam as correspondências diretas entre os dois, isto é, quais Capítulos da obra paciolana são praticamente traduções em vernáculo das mencionadas proposições do Livro XIII de Euclides e dos Livros XIV e XV de pseudo-autoria deste. Os enunciados da versão de Campano podem ser conferidos no Apêndice 2.

Campano	Heiberg	Capítulos
I. 47	=	IV
XIV.10	?	VI
VI.29	VI.30	VII
VI.def.3	=	VII
IX.16	=	VII
V.def.10	V.def.9	VII
VI.def.3	=	VIII
X.70	X.72	VIII
II.11	=	VIII
IX.6	=	VIII
XIII.1	=	**X**
XIII.2	=	**XI**
XIII.3	=	**XII**
XIII.4	XIII.5	**XIII**
XIII.5	XIII.4	**XIV**
X.70	X.73	XV
XIII.6	=	**XV**
XIII.6	=	**XVI**
XIII.9	=	**XVII**
XIII.11	XIII.8	**XVIII**
XI.2	=	XVIII
VI.29	VI.30	XVIII
XIV.2	?	**XIX**
XIV.3	?	**XX**
XIV.9	?	**XXI**
IV.11	=	XXII
IV.12	=	XXII
IV.10	=	XXII
II.10	=	XXII
VI.def.3	=	XXII
VI.29	VI.30	XXII
I.32	=	XXV
XI.21	=	XXV
IV.2	=	XXVI
XI.12	=	XXVI
XI.12	=	XXVII
XI.6	=	XXVII
I.34	=	XXVII
XI.10	=	XXVII
I.4	=	XXVIII
III.30	III.31	XXVIII
I.5	=	XXVIII
I.6	=	XXVIII
I.32	=	XXVIII

I.47	=	XXVIII
XI.12	=	XXIX
XI.6	=	XXIX
I.33	=	XXIX
III.23	=	XXIX
VI.15	VI.19	XXIX
XI.6	=	XXIX
I.33	=	XXIX
IV.15	=	XXIX
XIII.10	=	XXIX
XIII.9	=	XXIX
XIII.3	=	XXIX
V.15	=	XXIX
II.4	=	XXIX
V.15	=	XXIX
VI.8	=	XXIX
VI.17	=	XXIX
XIII.12	XIII.11	XXIX
XI.12	=	XXX
XIII.5	=	XXX
I.47	=	XXX
I.33	=	XXX
XI.6	=	XXX
VI.30	VI.32	XXX
XI.2	=	XXX
XIII.4	XIII.5	XXX
XIII.5	XIII.4	XXX
II.4	=	XXX
XIII.17	=	XXX
XI.40	XI.38	XXX
XIII.14	XIII.15	XXX
XIII.10	=	XXX
XIII.13	=	XXXI
XIII.14	XIII.15	XXXI
VI.4	=	XXXI
I.32	=	XXXI
II.4	=	XXXI
I.47	=	XXXI
V.19	=	XXXI
V.10	=	XXXI
III.13	=	XXXI
III.3	=	XXXI
V.15	VI.22	XXXI
XIII.16	=	XXXI
XIII.10	=	XXXI

II.4	=	XXXI
VI.8	=	XXXI
VI.17	VI.19	XXXI
VI.21	VI.22	XXXI
V.11	=	XXXI
V.10	=	XXXI
XIII.9	=	XXXI
IV.2	=	XXXI
I.19	=	XXXI
XIV.10	?	XXXII
XIV.16	?	XXXII
XIV.8	?	XXXIII
XIV.5	?	XXXIII
XIV.14	?	XXXIII
XIV.13	?	XXXIII
XIV.18	?	XXXIII
XV.1	?	XXXIV
XV.2	?	XXXIV
XV.1	?	XXXV
XV.3	?	XXXVI
IV.5	=	XXXVII
XV.4	?	XXXVII
XV.5	?	XXXVIII
IV.5	=	XXXIX
XV.6	?	XXXIX
IV.14	=	XXXIX
XV.7	?	XL
XIII.17	=	XLI
XV.8	?	XLI
XV.9	?	XLII
XV.10	?	XLIII
XV.11	?	XLIV
XV.12	?	XLIV
III.15	III.16	XLVII
XII.14	=	LIV
III.30	III.31	LVIII
I.26	=	LVIII
I.15	=	LVIII
XIII.7	=	LXI
I.32	=	LXIV
I.5	=	LXIV
I.19	=	LXIV
I.32	=	LXIV
XII.9	=	LXVI
XII.8	=	LXVI

XII.8	=	LXVII
I.32	=	LXVII

99. Resultado falso. Não é difícil encontrar um contra-exemplo de três grandezas que satisfazem as condições propostas e que não estão em relacionadas segundo a razão áurea.

100. Almagesto. Obra que rendeu fama a Ptolomeu. Seu título é a forma latina do nome árabe *al-kitabu-l-mijisti* (*"O Grande Livro"*) e é um dos únicos tratados compreensíveis da Astronomia grega que chegou aos nossos dias. Pacioli observa que no Livro I, Ptolomeu utiliza a divisão de um segmento em extrema e média razão no primeiro de seus resultados, relacionado ao comprimento de cordas em um círculo (PTOLOMEU, 1993, p. 14, *Almagesto*, I, 10). Possivelmente, dada a sua veneração por tal razão, Pacioli efetuasse a leitura atenta da obras dos autores sempre em busca de alusões à divina proporção.

101. O Panteão original foi construído em 27 a.C., durante o terceiro consulado de Marco Agripa. Destruído por um incêndio em 80 d.C., foi reconstruído em 125 d.C., no reinado de Adriano. A partir do século VII foi utilizado como templo cristão.

102. *San Scetro*. Trata-se de Santa Maria presso San Satiro, igreja construída em Milão em 879 e reconstruída por Donato Bramante (1444 - 1514) entre 1476 e 1482.

103. Alcínuo (*Ἀλκίνους*, séc. II) filósofo platonista, autor de *Ἐπιτομὴ τῶν Πλάτωνος δογμάτων*.

104. Calcídio (*Calcidius*, séc. IV). Sabe-se muito pouco sobre sua vida. Foi filósofo latino, tradutor do Timeu de Platão.

105. Macróbio (*Ambrosius Theodosius Macrobius*, séc. IV). Escritor e gramático romano, autor de *Commentarii in Somnium Scipionis*.

106. Apuleio (*Lucius Apuleius*, c. 125 - 180). Escritor latino. Estudou em Roma e Atenas. Sua obra mais famosa é *Metamorphoseon Libri XI*, conhecida como "O asno de ouro".

107. Girolamo Riario (1443 - 1488). Nobre italiano, senhor de Imola e de Forlì. Foi Sobrinho do Papa Sisto IV (1414 - 1484) e esposo de Caterina Sforza (1463 - 1509), filha ilegítima de Galeazzo Maria Sforza.

108. Melozzo da Forlì. (Michelozzo degli Ambrosi, 1438 - 1494). Famoso pintor italiano e admirador de Piero della Francesca. Iniciou sua carreira na corte de Urbino e atuou em Roma. Foi *pictor papalis* de Sisto IV e pintor do Cardeal Pietro Riario (1445 - 1474), irmão do Conde Girolamo.

109. Hierão I (*Ἰηρονος*,? - 467 a.C.). Tirano das colônias gregas, Gela (485 - 478 a.C.) e Siracusa (478 - 467 a.C.). Sua corte contava com filósofos e poetas.

110. Simônides de Ceos (*Σιμωνίδης*, 556 - 468 a.C.). Poeta grego, autor de diversos epigramas. Fez parte da corte de Hierão I.

111. A quadratura do círculo é um dos três problemas clássicos da geometria grega (juntamente com a trisecção do ângulo e duplicação do cubo). Consiste em se construir com régua (não-graduada) e compasso um quadrado com a mesma área de um dado círculo com um número finito de operações elementares. Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852 - 1939) provou em 1882 que π é transcendente, isto é, que π não é raiz de equação polinomial com coeficientes racionais. Tal fato estabelece a impossibilidade de se resolver o problema da quadratura do círculo.

112. Demóstenes (*Δημοσθένης*, 384 - 322 a.C.), orador e político grego de Atenas.

113. Quintiliano (*Marcus Fabius Quintilianus*, 35 – 95 d.C.). Orador e professor de Retórica. Sua fama decorre de sua *Institutio Oratoria*, obra enciclopédica que contém o necessário para formar um orador. Dizer que alguém supera o trio Demóstenes, Cícero e Quitiliano é o elogio máximo a um orador e retórico.

114. Otaviano ou Otávio Augusto (*Gaius Julius Caesar Octavianus*, 63 a.C - 14 d.C.) Primeiro imperador romano, filho de Caio Otávio (100 - 59 a.C) e sobrinho-neto de Júlio César. Acabou com um século de guerras civis instaurando em Roma um era de paz, denominada *Pax Romana* ou *Pax Augusta*. Vitruvius dedicou a ele a sua *De Architectura*.

115. Francesco Sansone da Brescia (1414 - 1499) – Teólogo. Ensinou em Veneza, Pávia e Siena, onde foi inquisidor. Foi Ministro Geral dos Menores entre os anos de 1475 e 1499. É autor da obra *Questionum omnium in phisicis contigentium breves & utilissime terminationes secundum Aristotelis, Averróis & Scoti doctrinam a Reverendíssimo minorum generali aedite* (ou simplesmente *Quaestiones super physicam Aristotelis*), publicado em 1496, em Veneza.

116. Hipólito, Cardeal d'Este ou Cardeal de Ferrara (Ippolito I d'Este, 1479 - 1520). Filho de Ercole I d'Este (1431 - 1505), duque de Ferrara, Modena e Reggio, e da Princesa Eleonora de Aragão (1450 - 1493). Foi educado na Hungria e por influência de sua tia Beatriz de Aragão, foi nomeado arcebispo de Esztergom com apenas nove anos, com a condição de que recebesse a consagração episcopal quando atingisse a idade canônica.

Considerações Finais

Podemos dizer que as obras de Pacioli representam todo conhecimento matemático europeu desenvolvido até a segunda década do *Cinquecento*. Além disso, motivaram a pesquisa de soluções gerais para as equações polinomiais, busca que culminou no advento dos números complexos e em importantes resultados, como o Teorema Fundamental da Álgebra.

Frade Luca foi grande divulgador da Matemática e grande educador matemático. Seus escritos são testemunhos de seu incansável esforço em prover material para o aprendizado de seus estudantes. Sua iniciativa em escrever em vernáculo, o uso de exemplos numéricos e repetições recorrentes mostram que deseja atingir grande público. Suas obras servem de ponte entre letrados e práticos, apresentando os resultados que interessavam a seus leitores, sempre exortando a leitura de textos mais avançados.

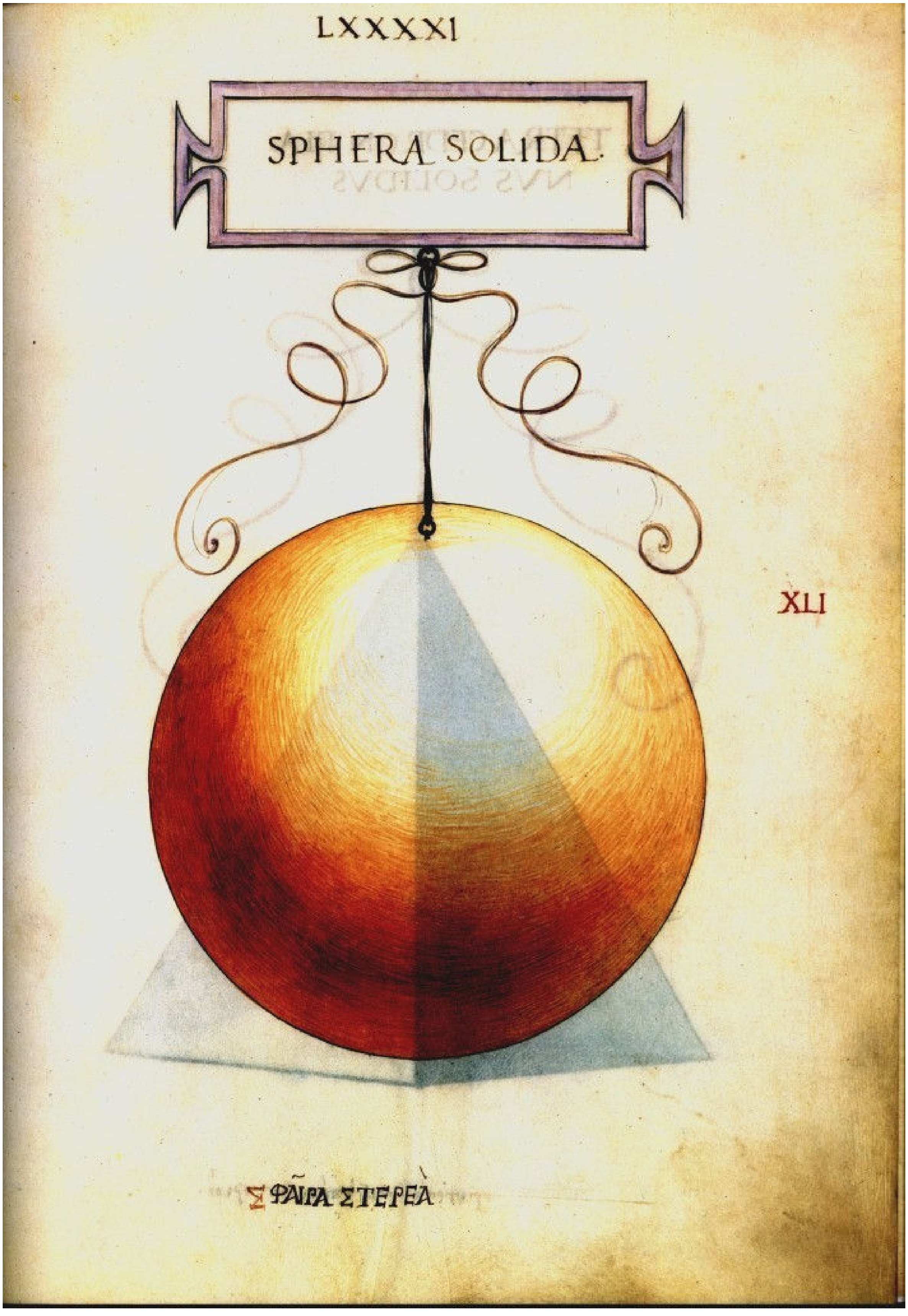
Atento às novidades e fiel seguidor da tradição dos “antigos”, Pacioli se envolve em diversas áreas do conhecimento e da técnica. É pioneiro no uso da imprensa na publicação de obras matemáticas e contribui à tipografia com seu alfabeto, em que as letras são compostas por meio de relações geométricas. Considerado o “Pai da Contabilidade”, é o primeiro a publicar o Método das Partidas Dobradas, utilizado ainda hoje por contadores do mundo inteiro. Cultivador da beleza, intercede a favor da Pintura e da Perspectiva, argumentando que são fundamentadas matematicamente. Seguidor de Vitruvius, defende que os edifícios devem ser construídos seguindo as proporções humanas. Homem da Igreja, se relaciona com religiosos e leigos, artistas e intelectuais, presente em importantes cortes italianas. Destaca-se ainda, o fato de ser amigo íntimo de Leonardo Da Vinci, a quem certamente muito ensinou e influenciou.

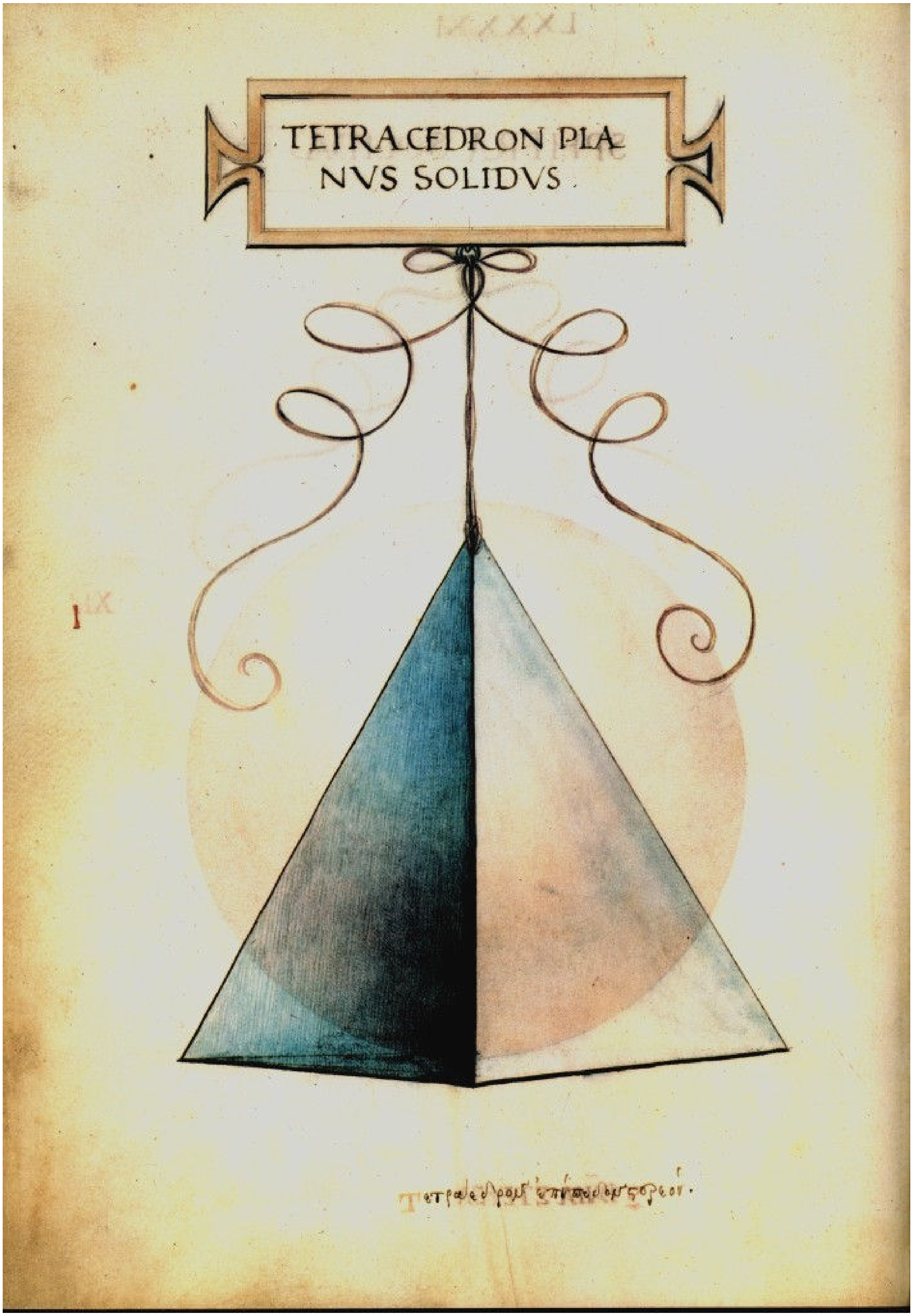
Concordamos com Argante Ciocci quando afirma que, do ponto de vista de uma História da Matemática que se ocupa em determinar os contributos originais de um autor para o desenvolvimento desta disciplina, a obra de Pacioli não oferece resultados sensacionais. A originalidade de sua obra consiste do projeto cultural que está em sua base, servindo para compreender a origem da “matematização” das ciências e das técnicas que se verifica nos séculos posteriores (CIOCCI, 2003, p. 273 e 277).

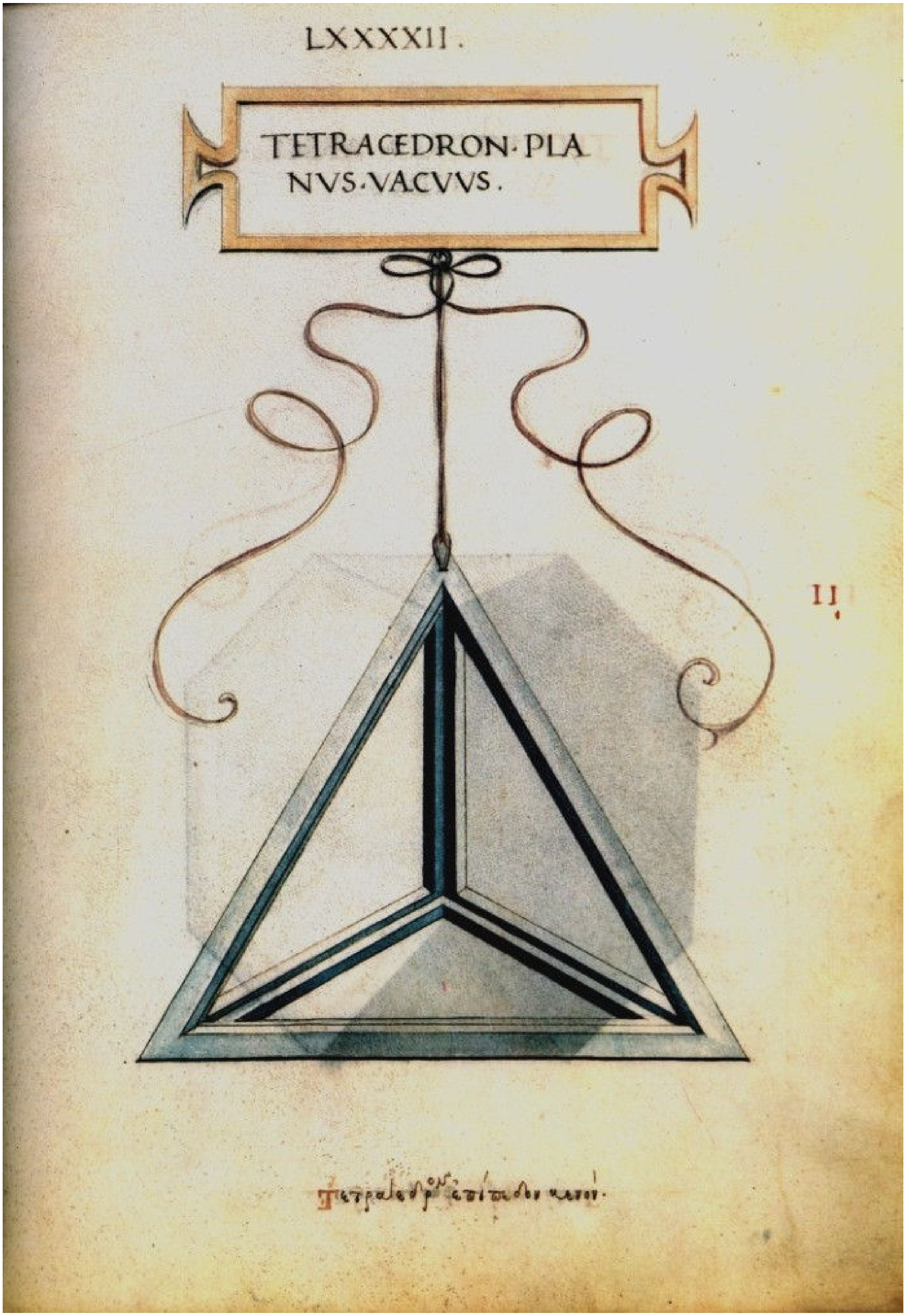
Em sua obra *Summa* introduz esse “projeto cultural” matematicista. Para ele, a chave de leitura da realidade é a teoria das Proporções e suas aplicações, já que por meio delas o Deus-Geômetra constituiu o Universo, submetendo-o ao número, peso e medida, como tantas vezes repete. Destas proporções, a mais simples é a proporção contínua de três termos que ante seus olhos assume o papel de uma manifestação divina por seus surpreendentes “efeitos”. Reinterpretando a cosmologia platônica, apresentada em *Timeu*, segundo um ponto de vista cristão, a “proporção que tem médio e dois extremos” é personagem central, pois concorre à formação dos poliedros regulares, arquétipos dos cinco elementos. É exatamente na *De Divina Proportione* que Pacioli desvela todo esse *“mysterium”*, que não deseja guardar como “tesouro recôndito”.

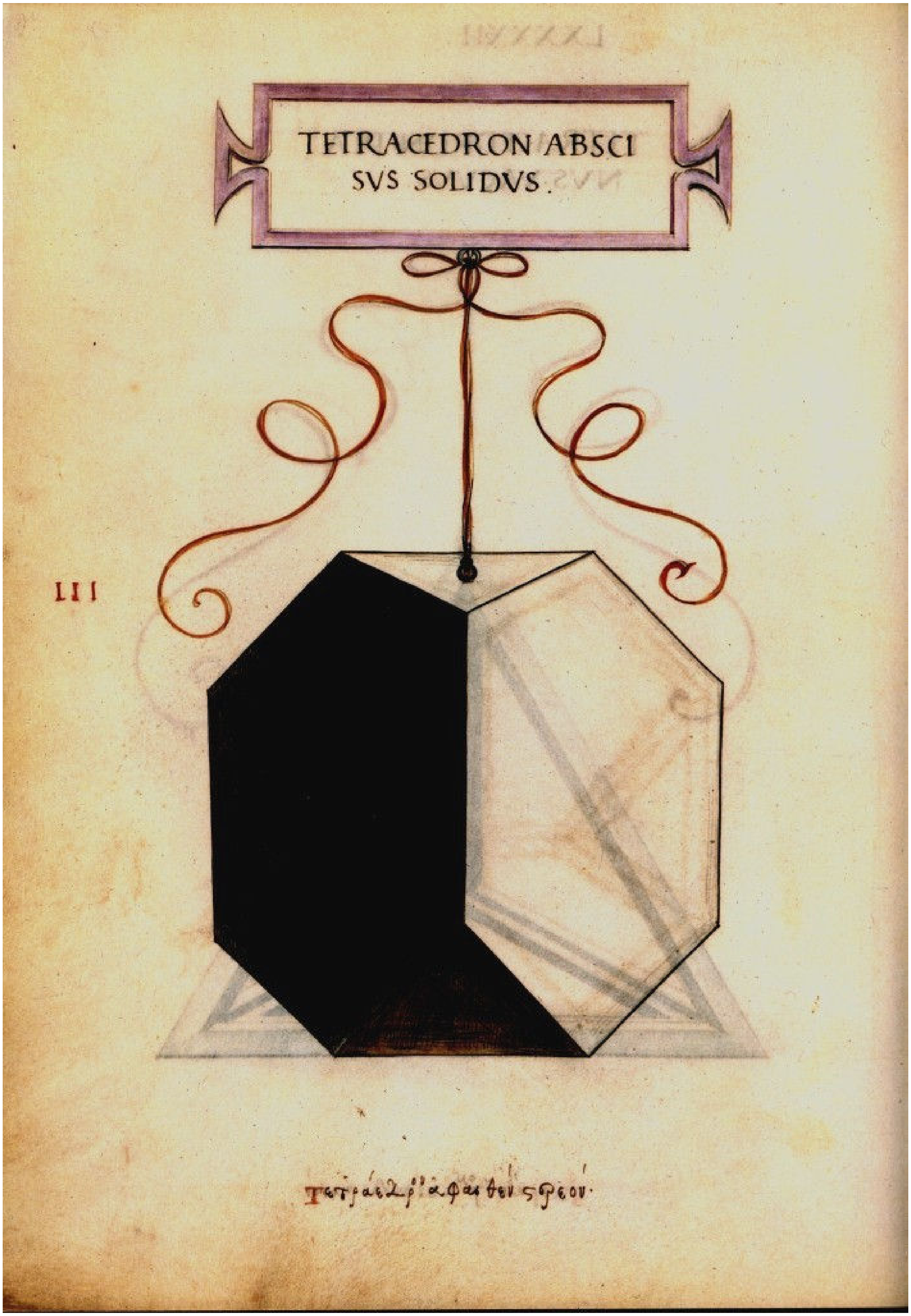
Em trabalhos futuros, desejamos investigar mais a fundo as relações entre Luca Pacioli e Leonardo Da Vinci, e sua influência em autores como Tartaglia e Cardano. Pretendemos, primeiramente, nos dedicar à tradução e ao estudo do *Libellus de Quinque Corporibus Regularibus* de Piero della Francesca, cotejando com a tradução paciolana. Para tanto, contamos com a ventura de poder acessar o fac-símile do manuscrito original, recentemente adquirido pela Biblioteca do Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, exemplar que muito provavelmente deve ser único na América Latina.

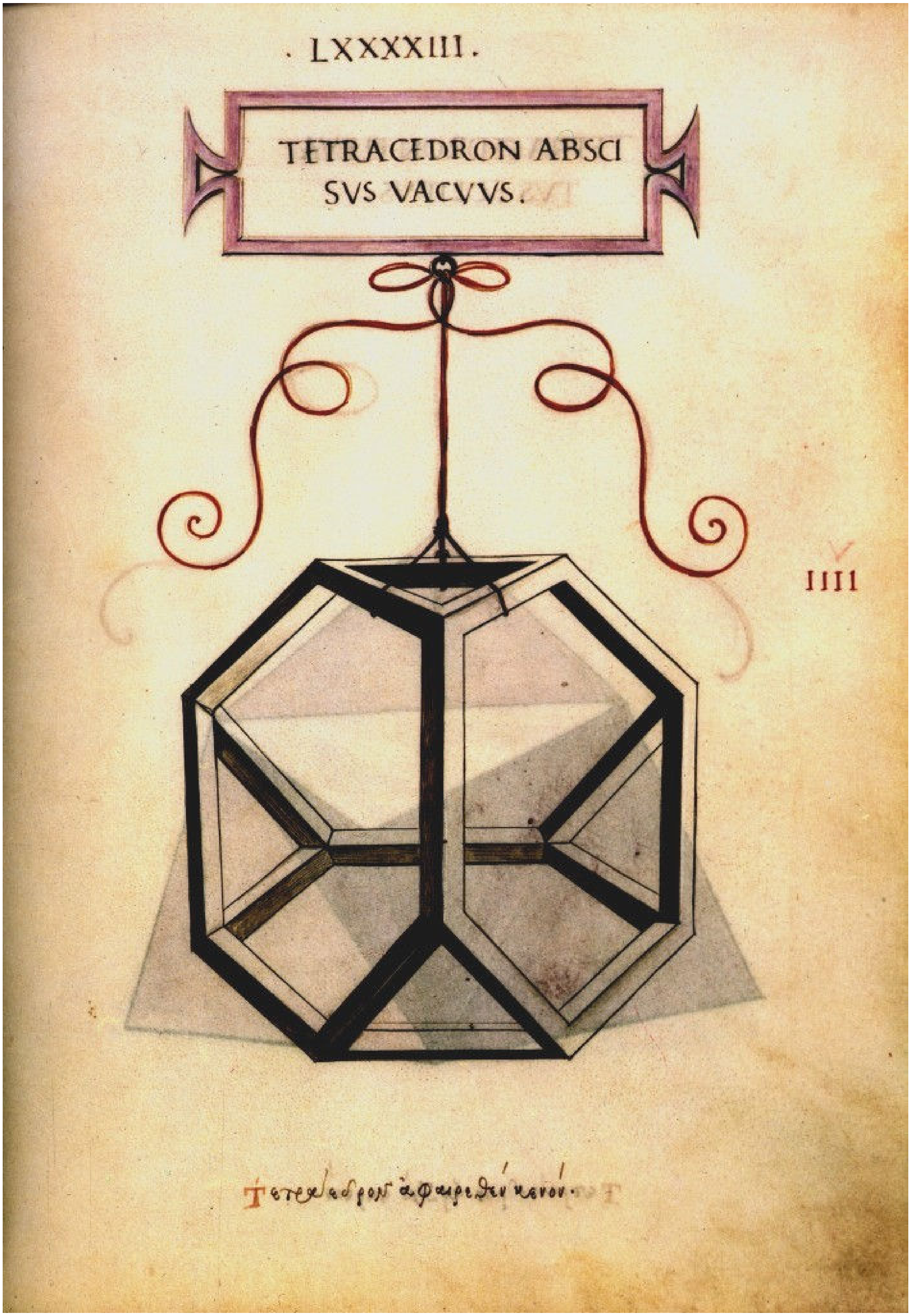
Ilustrações do Códice Ambrosiano


LXXXXI
SPHERA SOLIDA.
XLI
ΣΦΑΙΡΑ ΣΤΕΡΕΑ

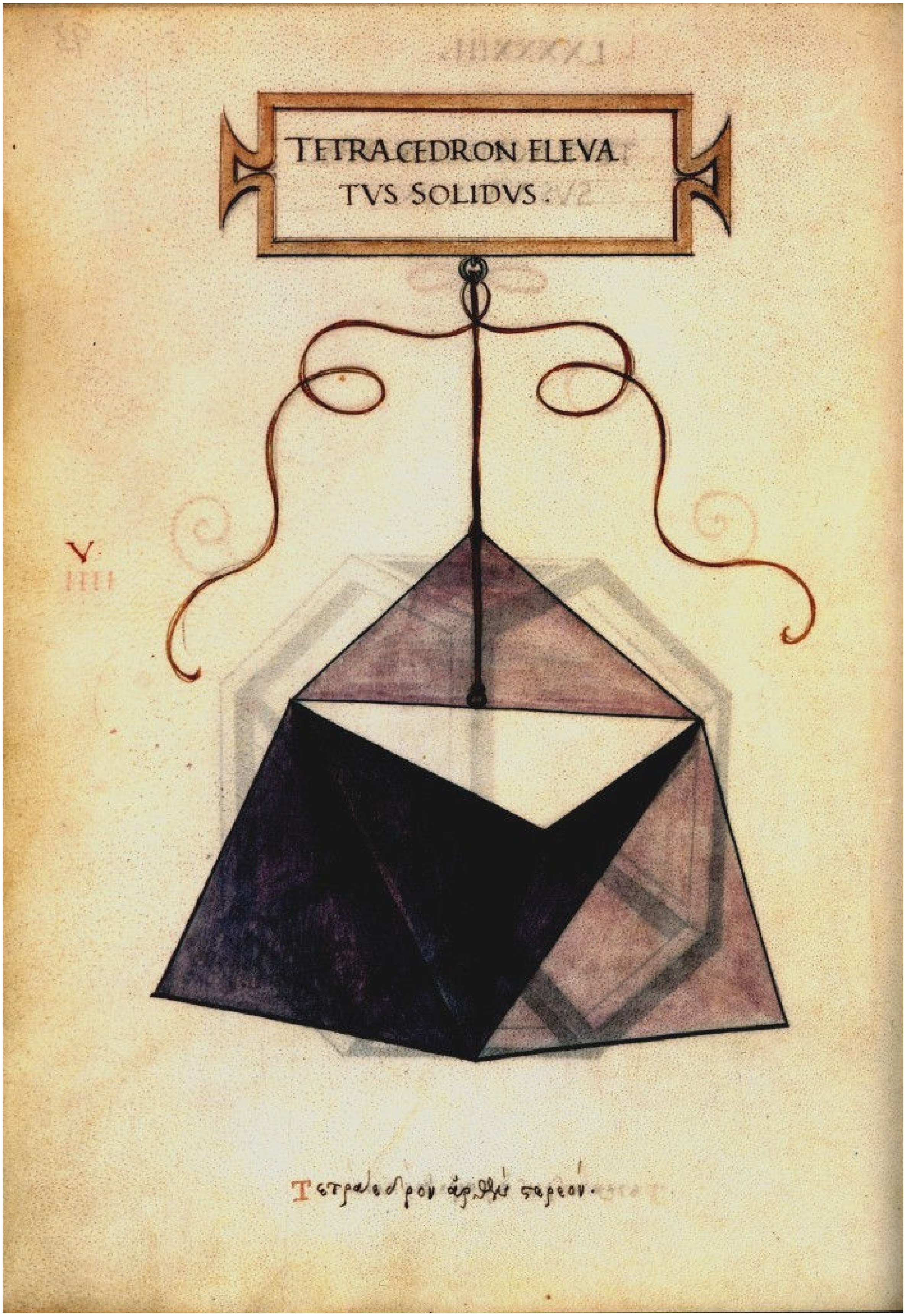

TETRACEDRON PLA
NVS SOLIDVS

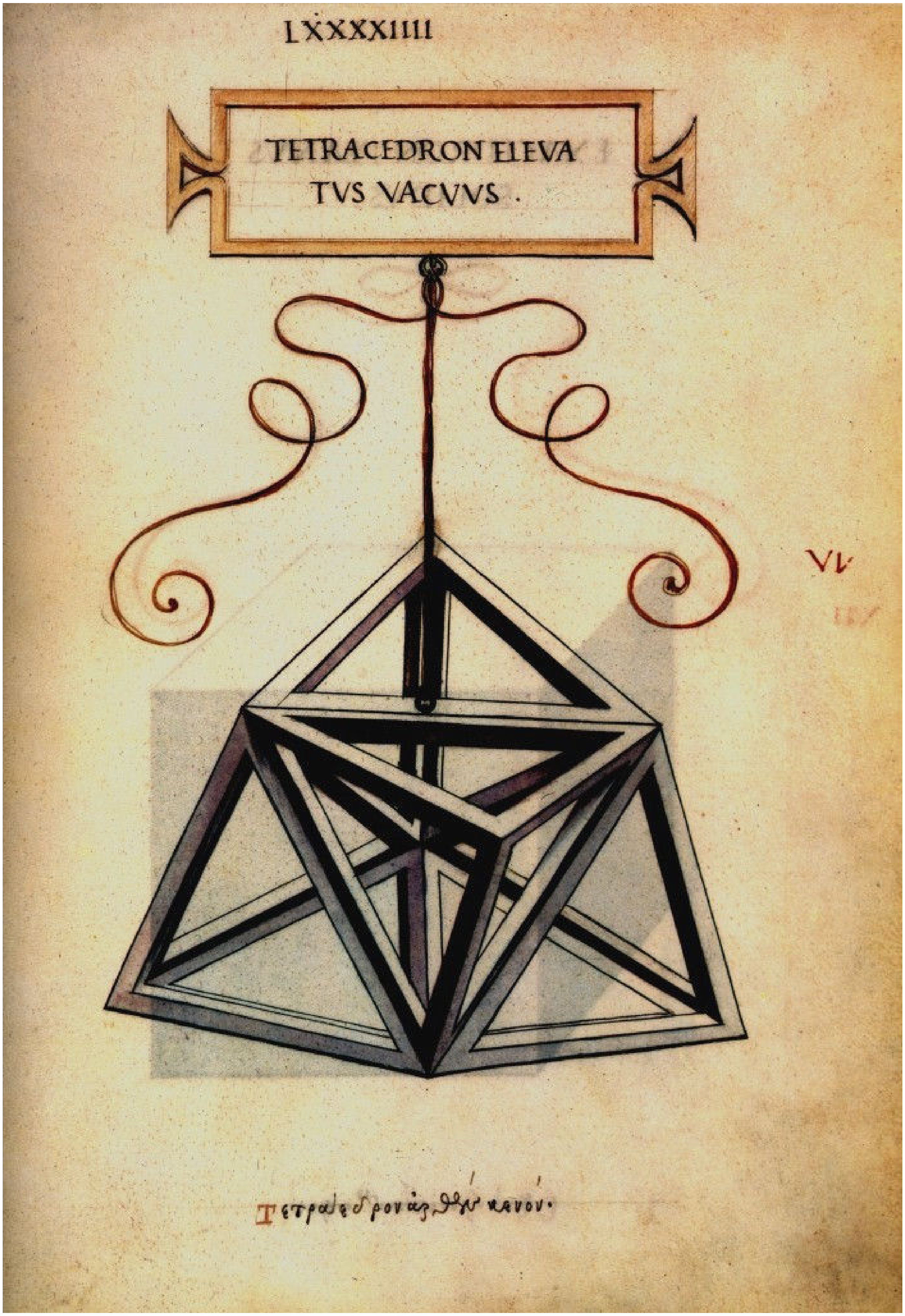

LXXXII.
TETRACEDRON·PLA
NVS·VACVVS.
II

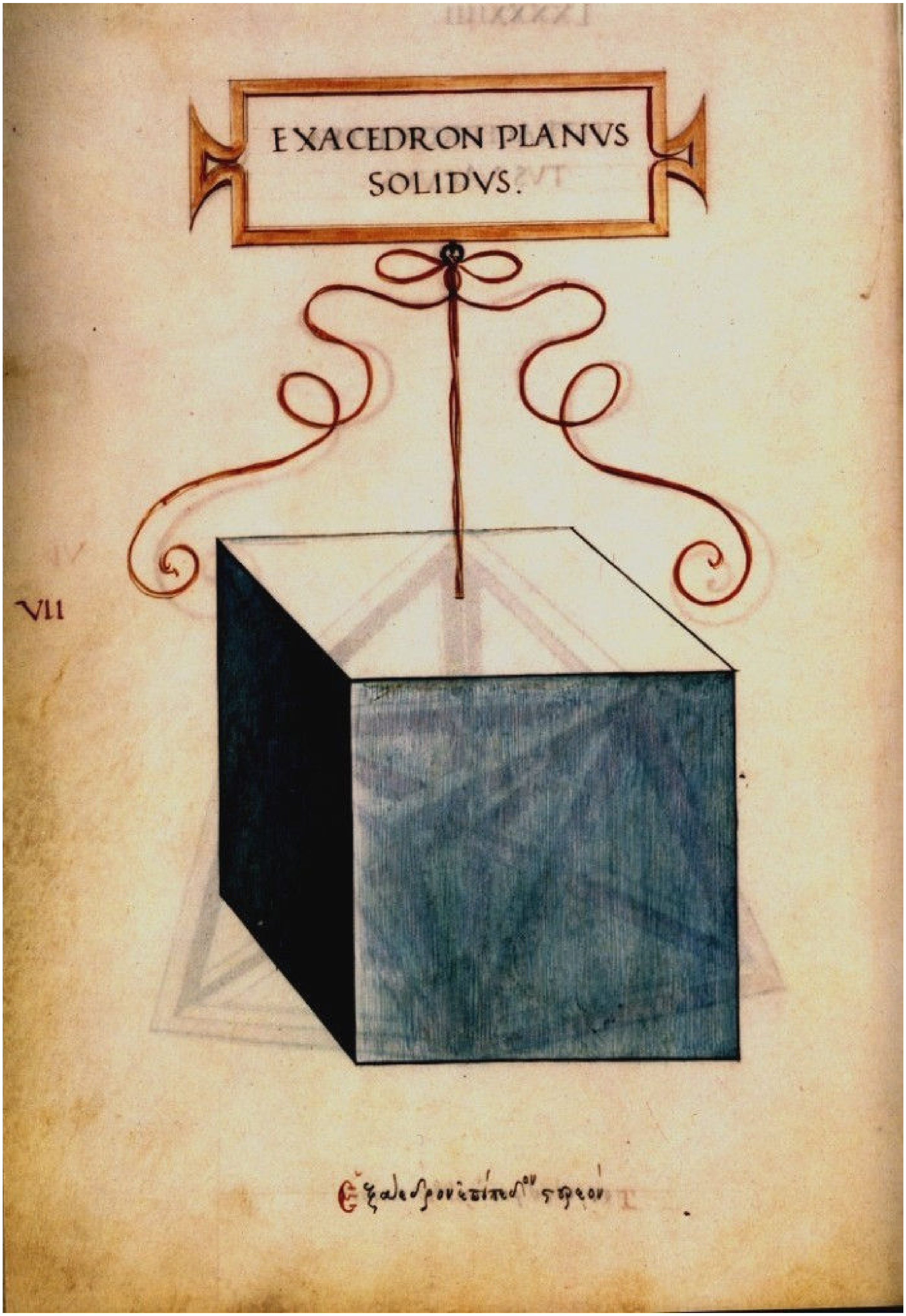

TETRACEDRON ABSCI
SVS SOLIDVS.
LII

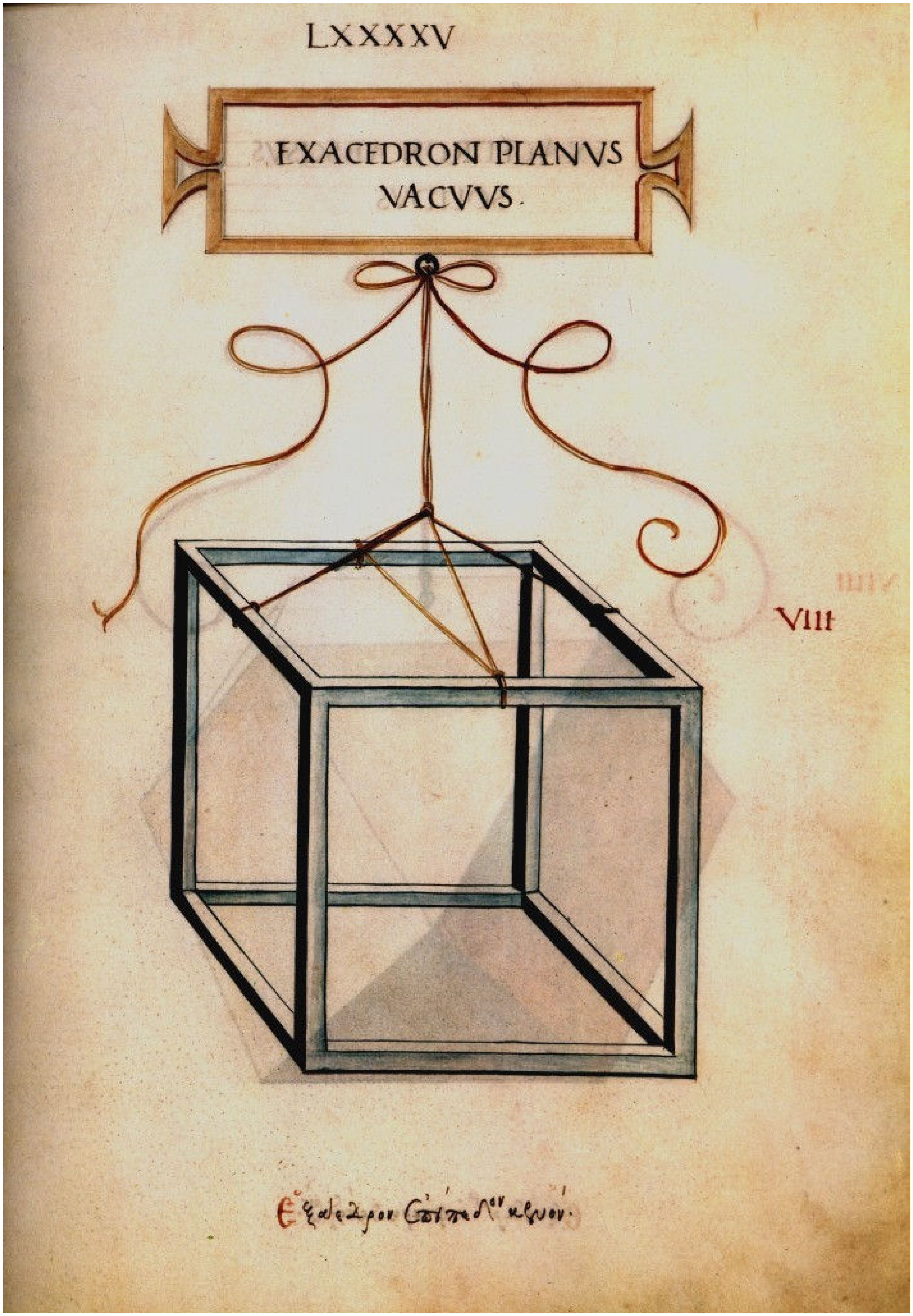


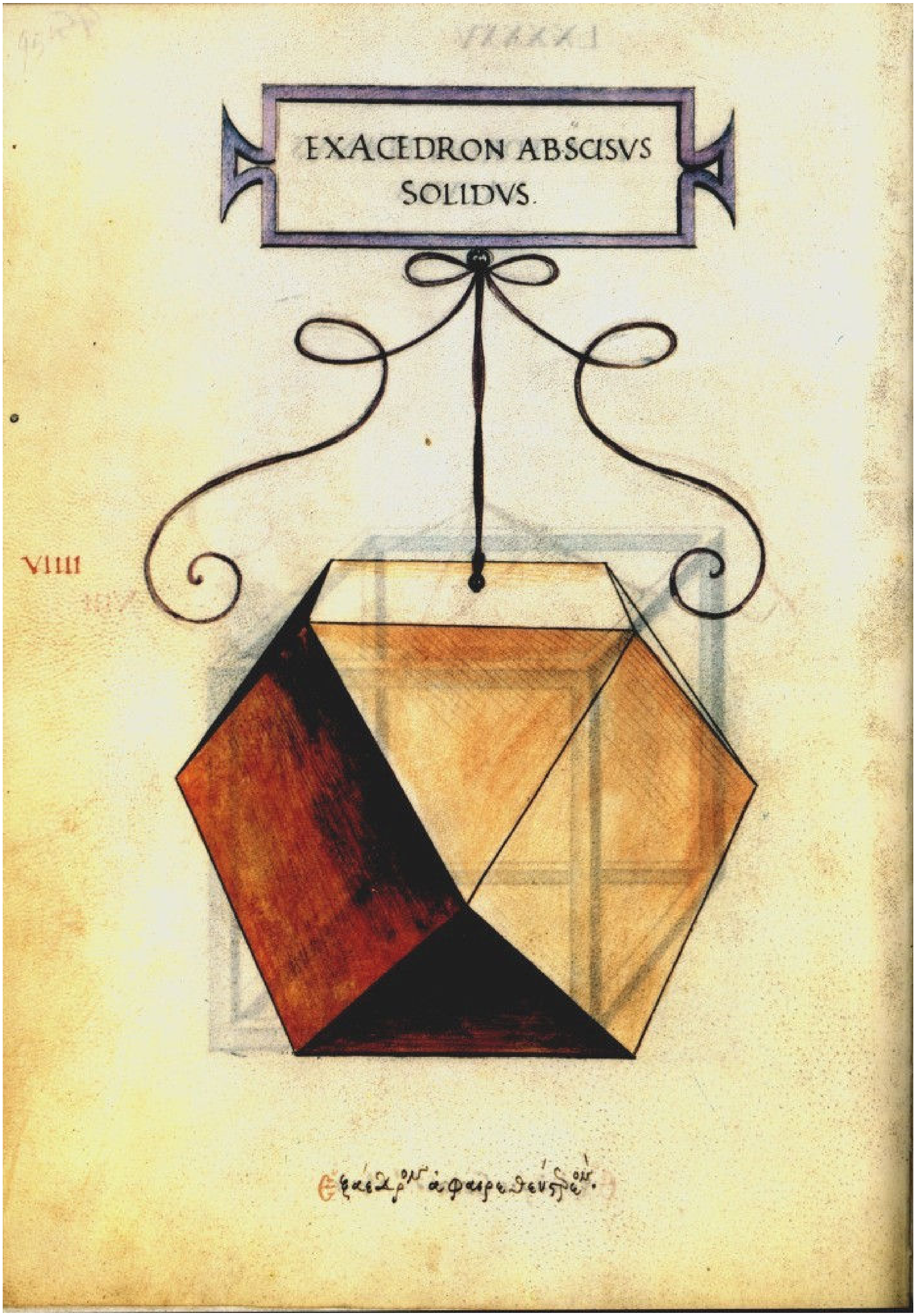
. LXXXIII .
TETRACEDRON ABSCI
SVS VACVVS.
IIII
Τετράεδρον ἀφαιρεθὲν κενόν.

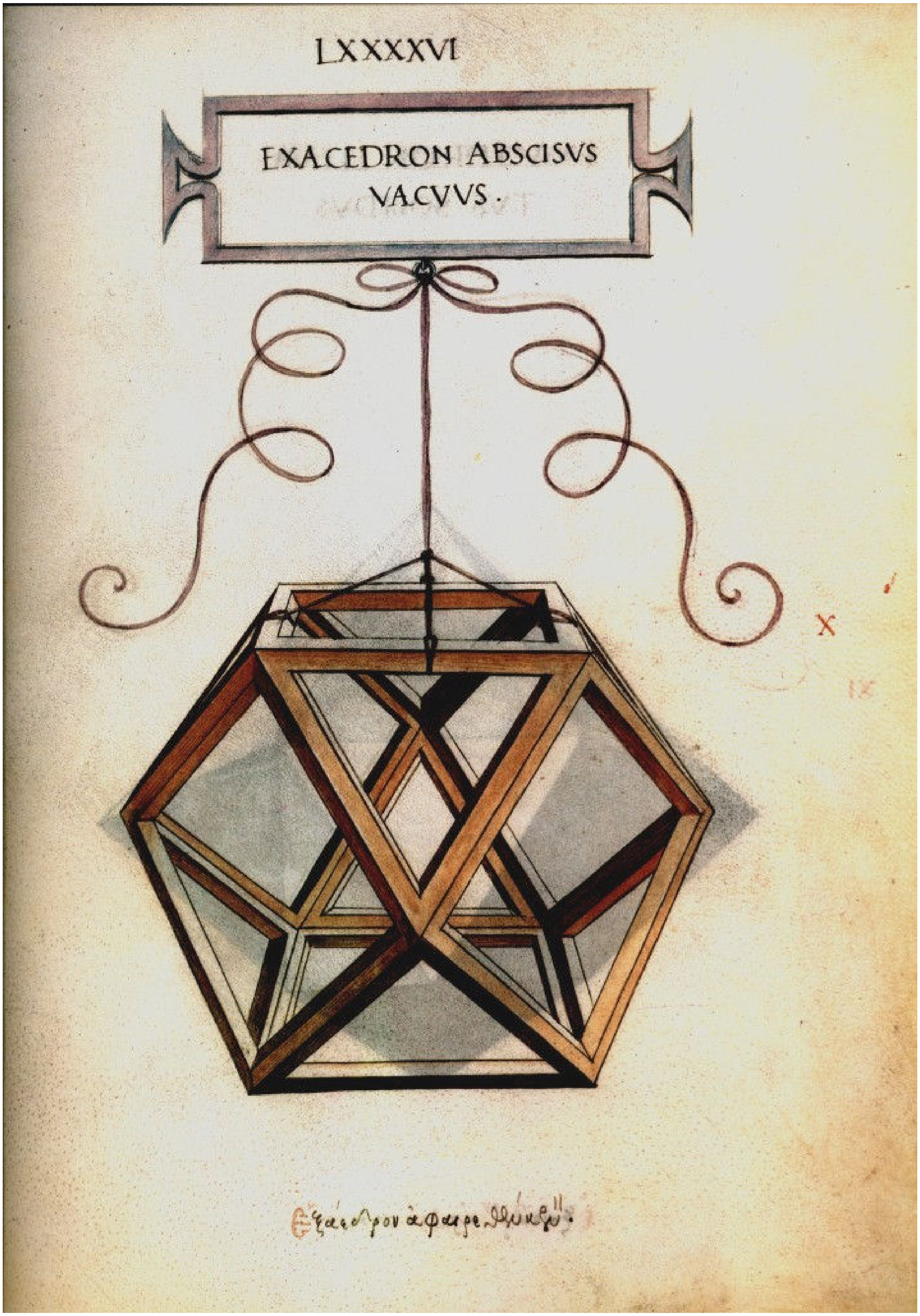

TETRACEDRON ELEVA
TVS SOLIDVS.
V.
IIII
Τετράεδρον ἀρθὲν στερεόν.

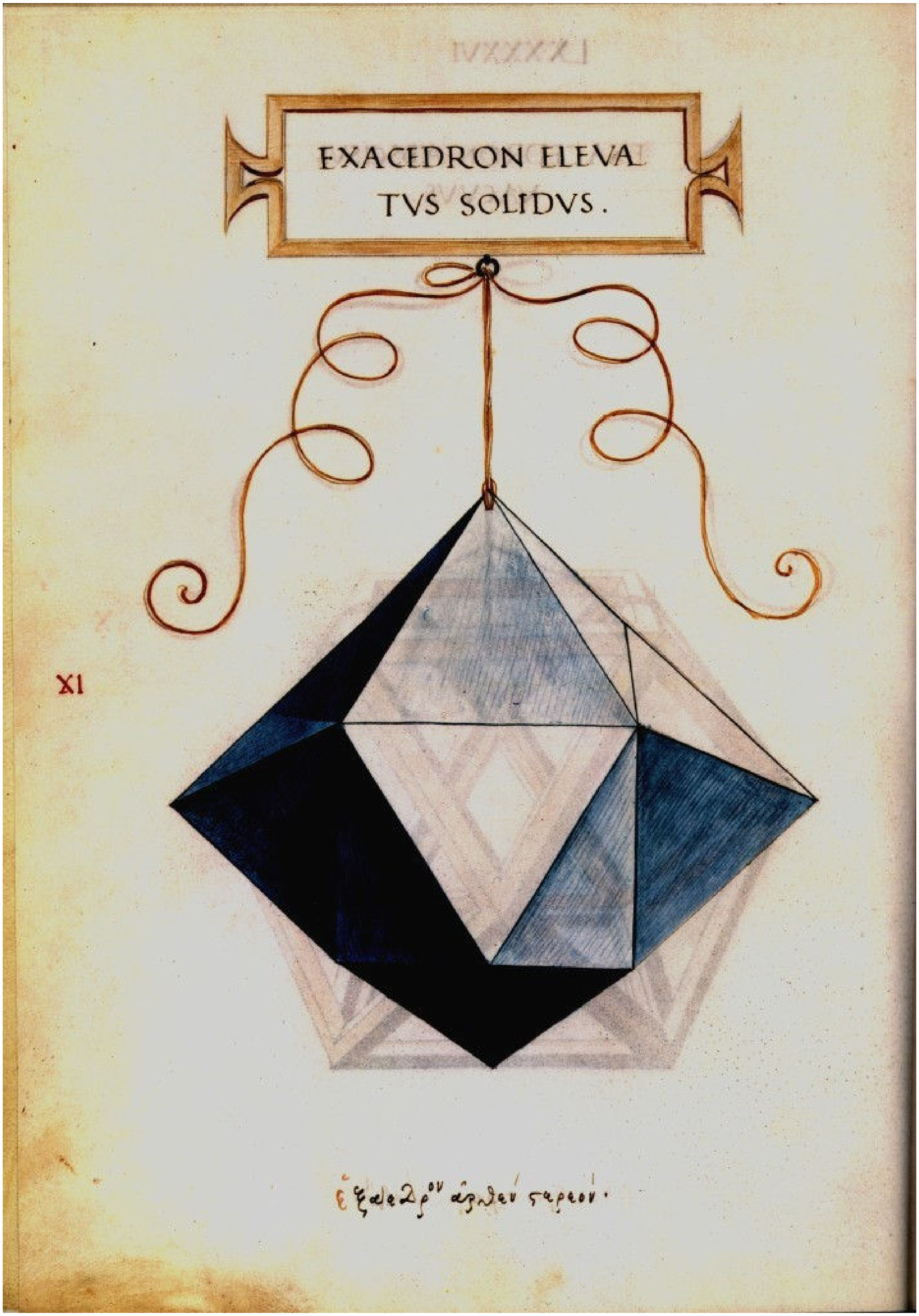

LXXXIIII
TETRACEDRON ELEVA
TVS VACVVS.
VI
Τετραεδρον ἐξηρθέν κενόν.

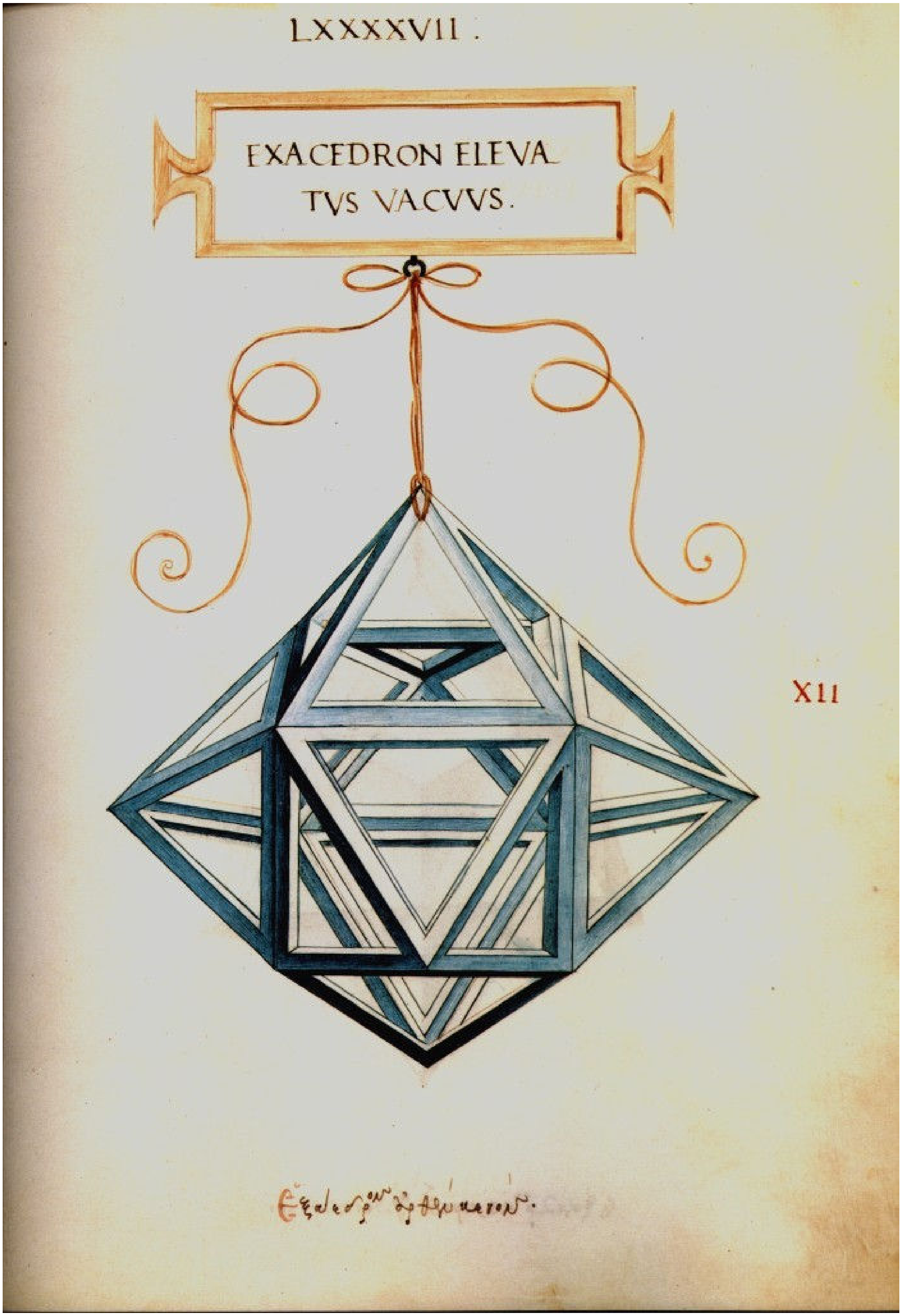

EXACEDRON PLANVS
SOLIDVS.
VII

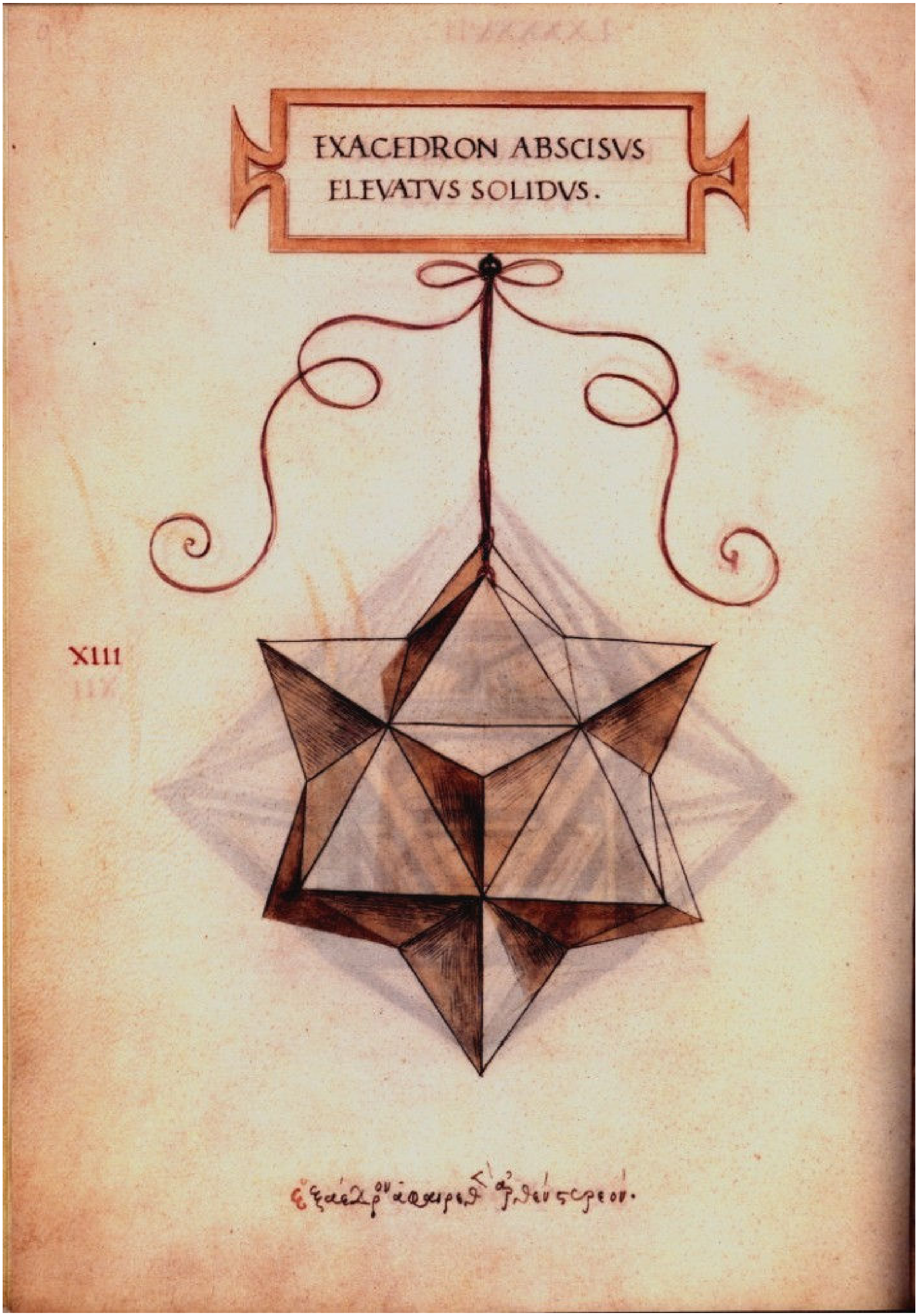

LXXXXV
EXACEDRON PLANVS VACVVS.
VIII

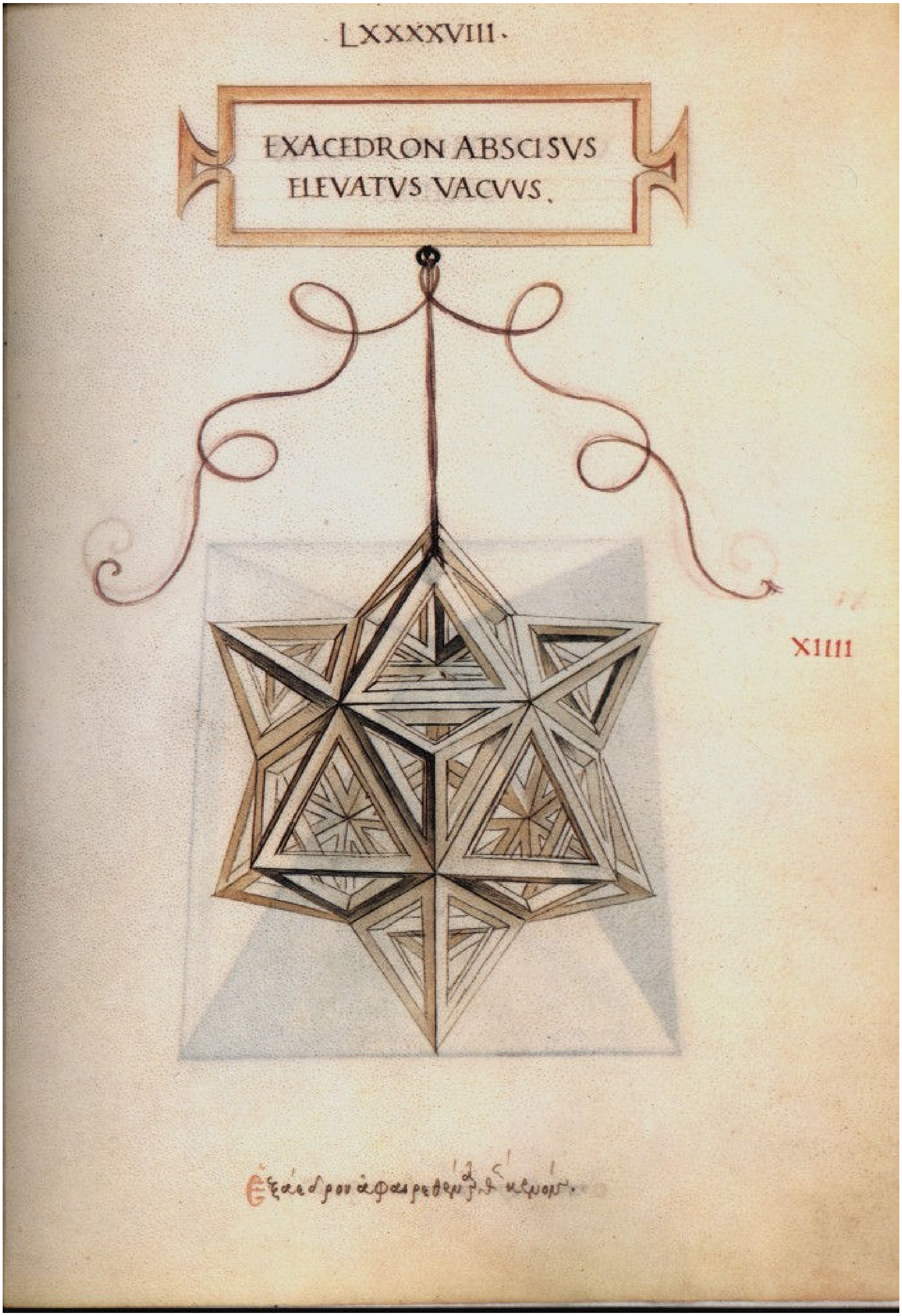

EXACEDRON ABSCISUS
SOLIDUS.
VIIII

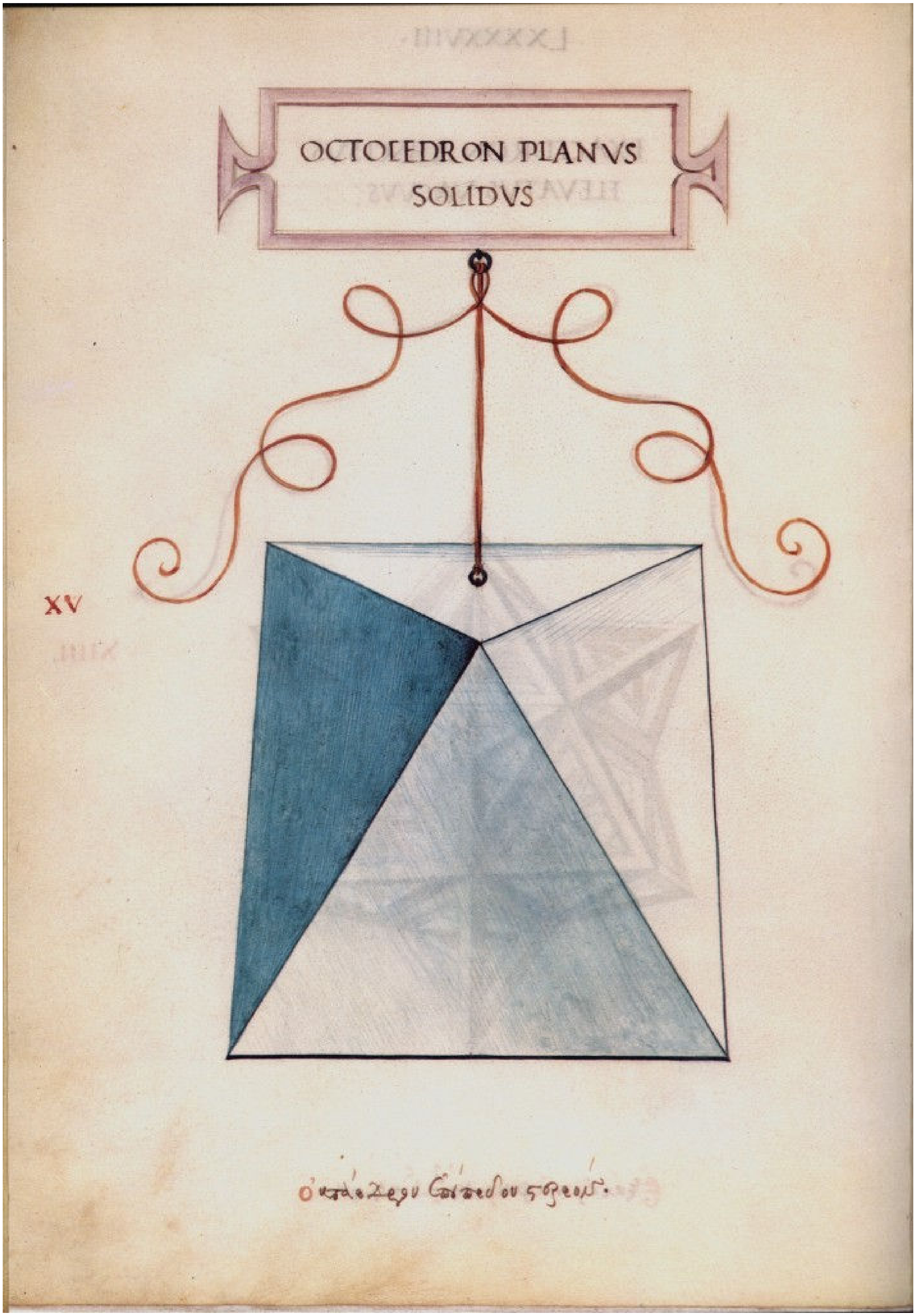

LXXXXVI
EXACEDRON ABSCISVS
VACVVS.

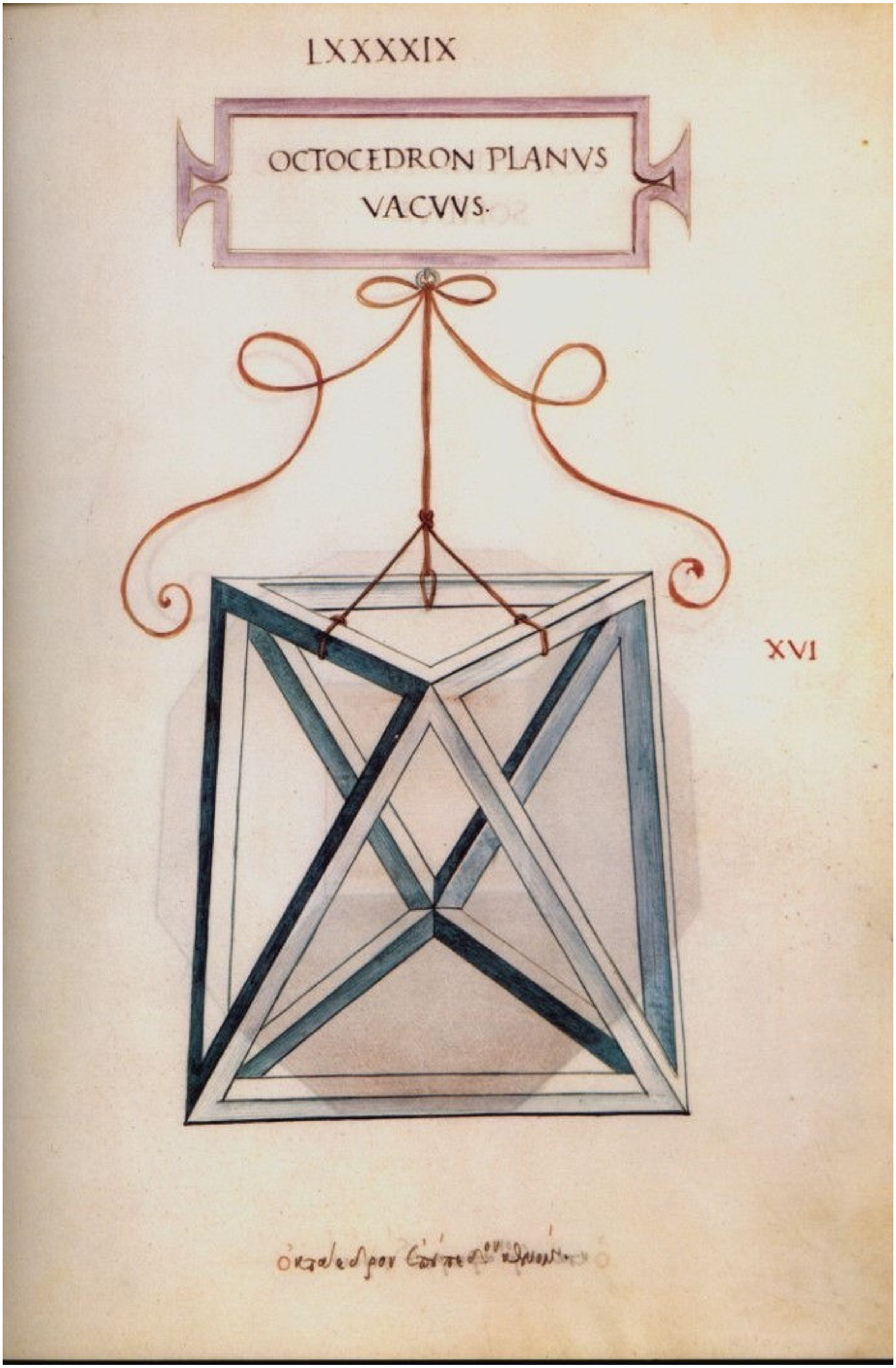

EXACEDRON ELEVA
TVS SOLIDVS.
XI

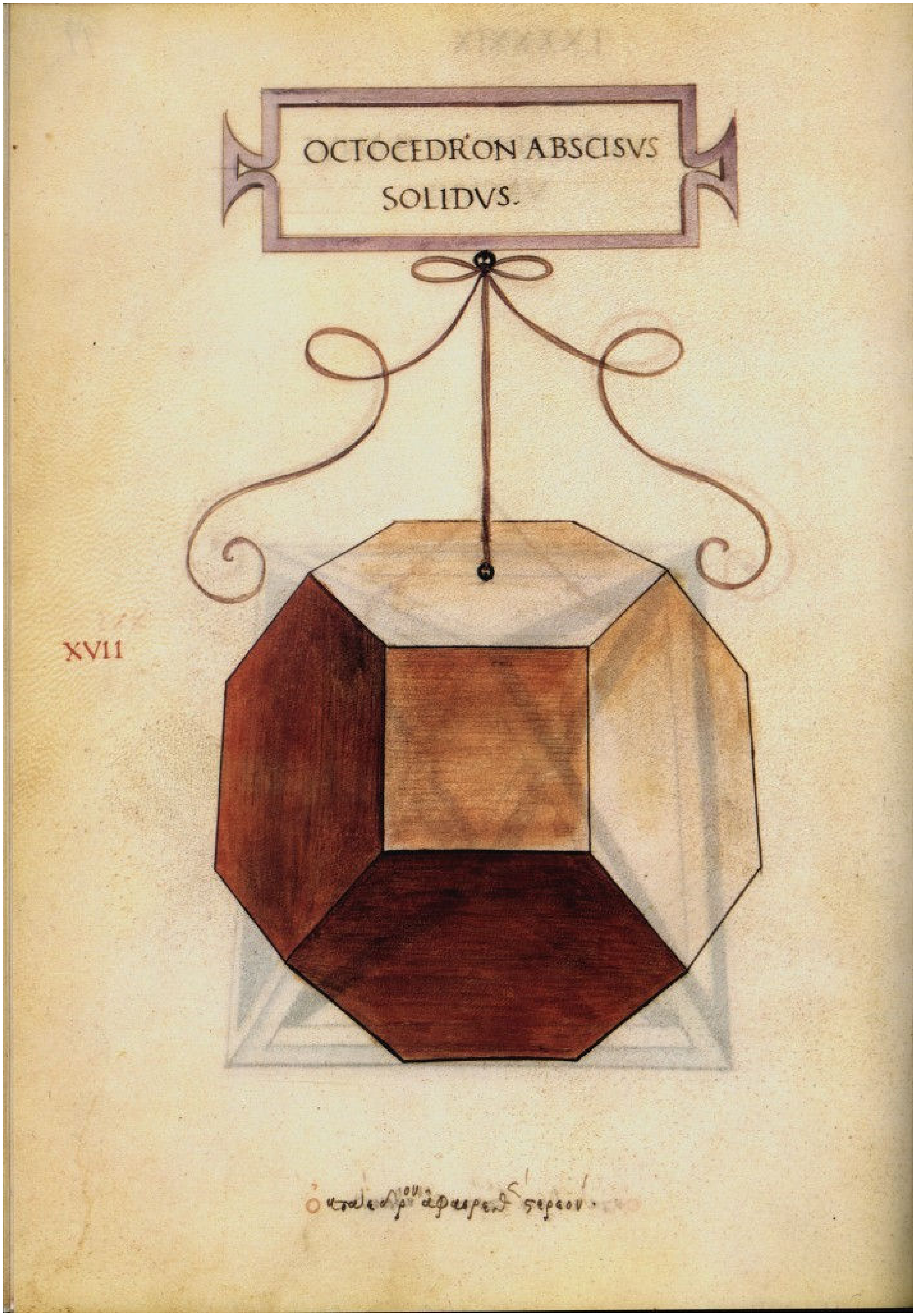

LXXXXVII.
EXACEDRON ELEVA
TVS VACVVS.
XII

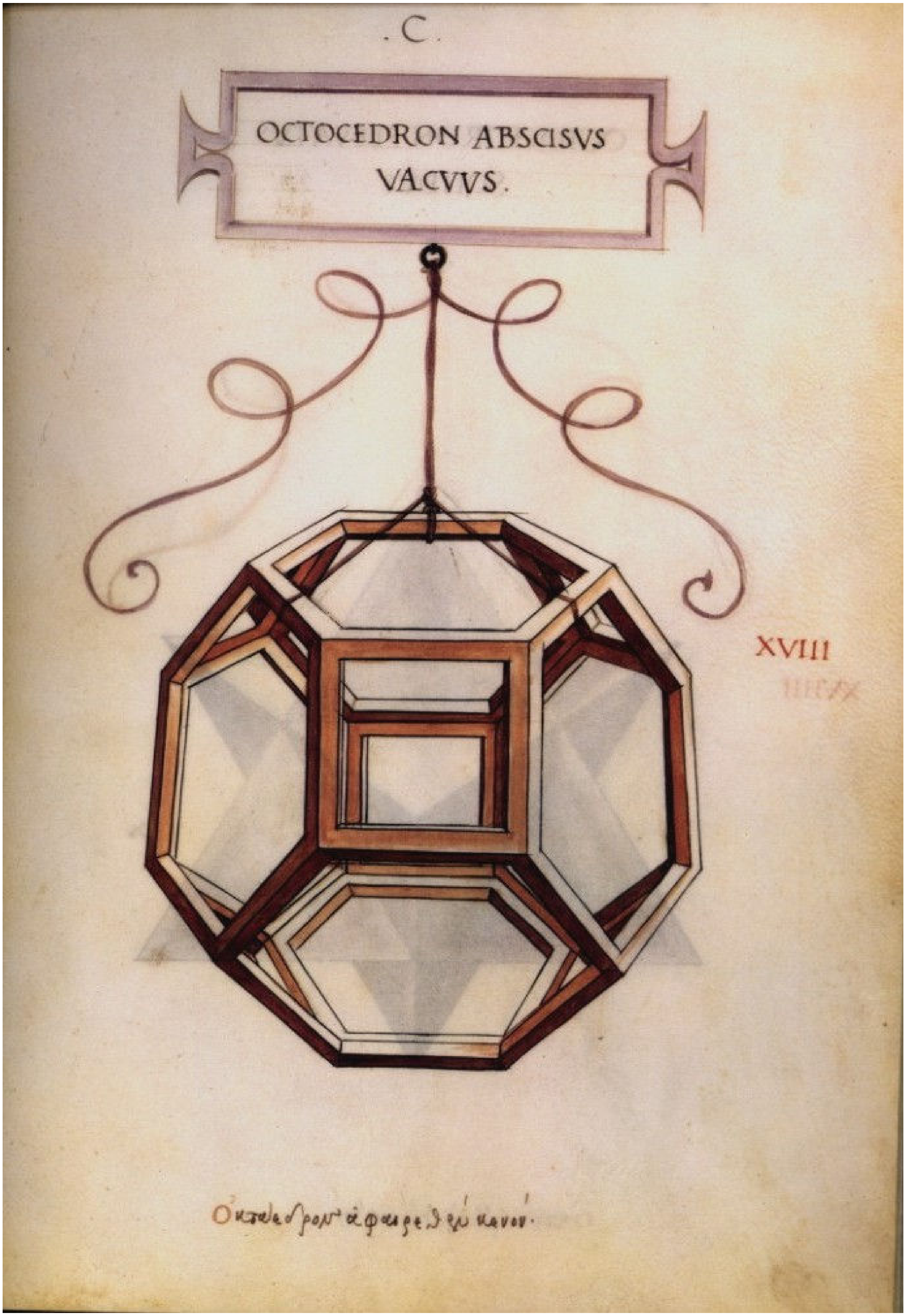

EXACEDRON ABSCISVS
ELEVATVS SOLIDVS.
XIII

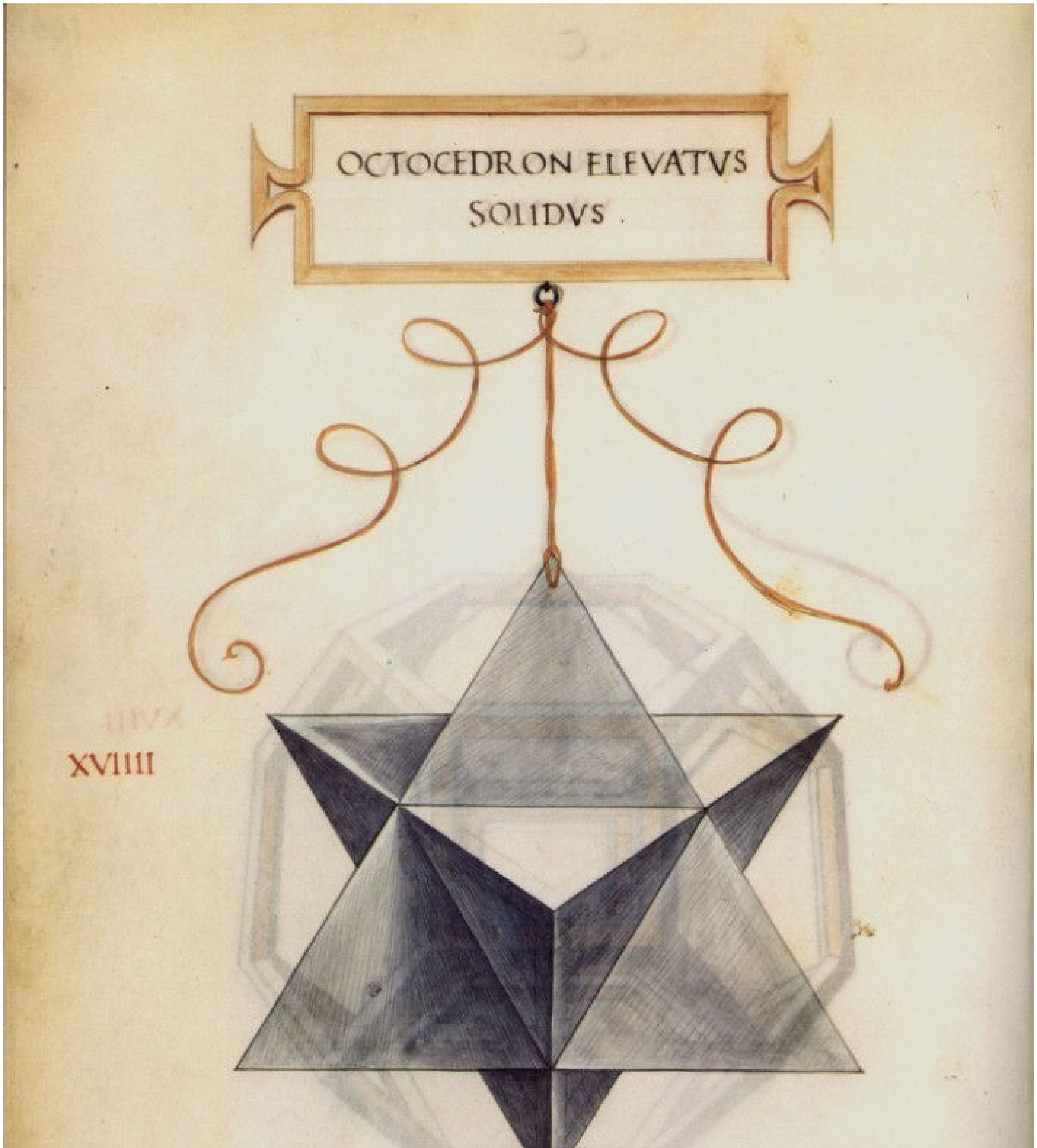

LXXXXVIII.
EXACEDRON ABSCISUS
ELEVATUS VACUUS.
XIIII
ἑξάεδρον ἀφαιρεθὲν ἐπηρμένον κενόν.

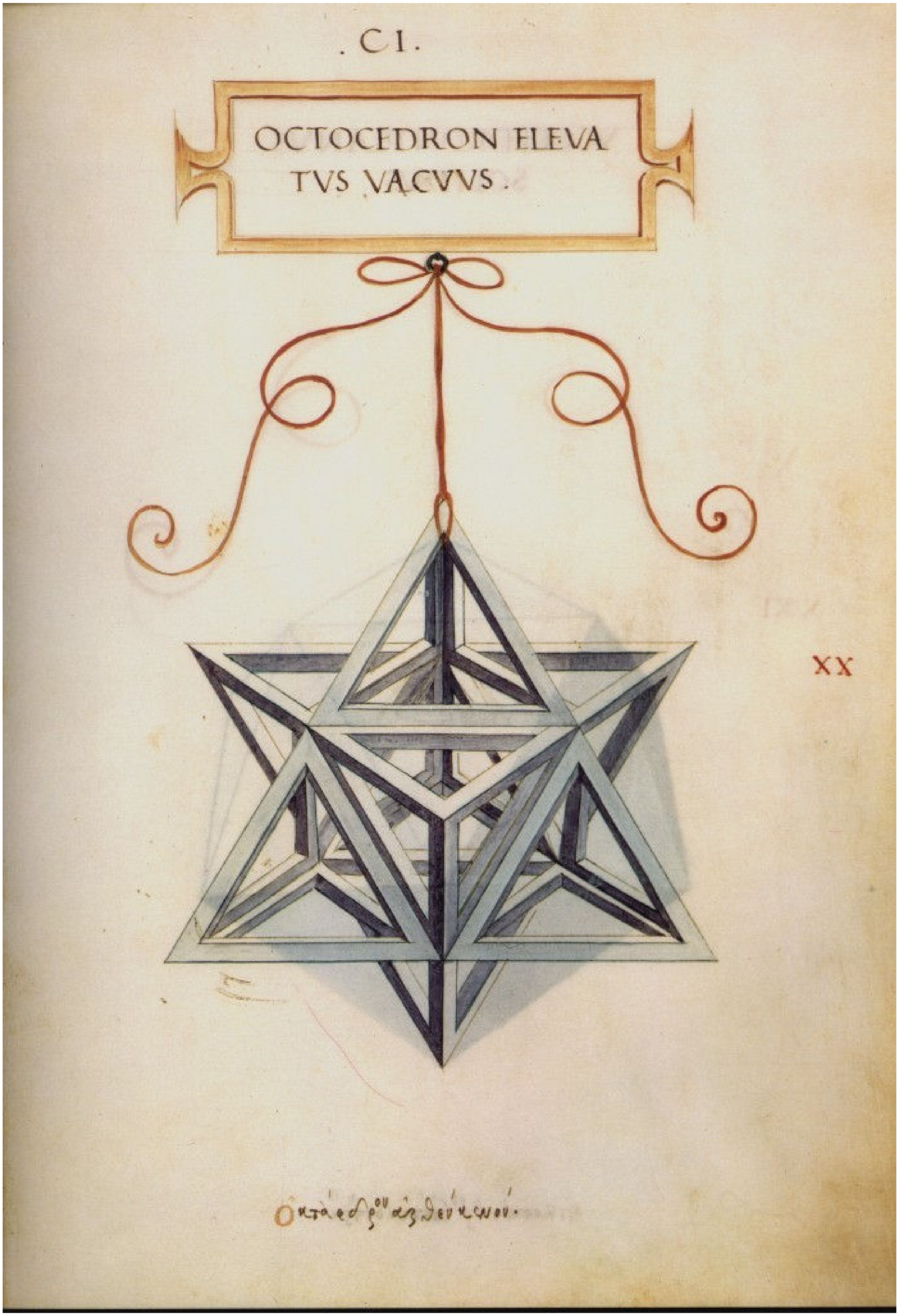

OCTOLEDRON PLANVS
SOLIDVS
XV

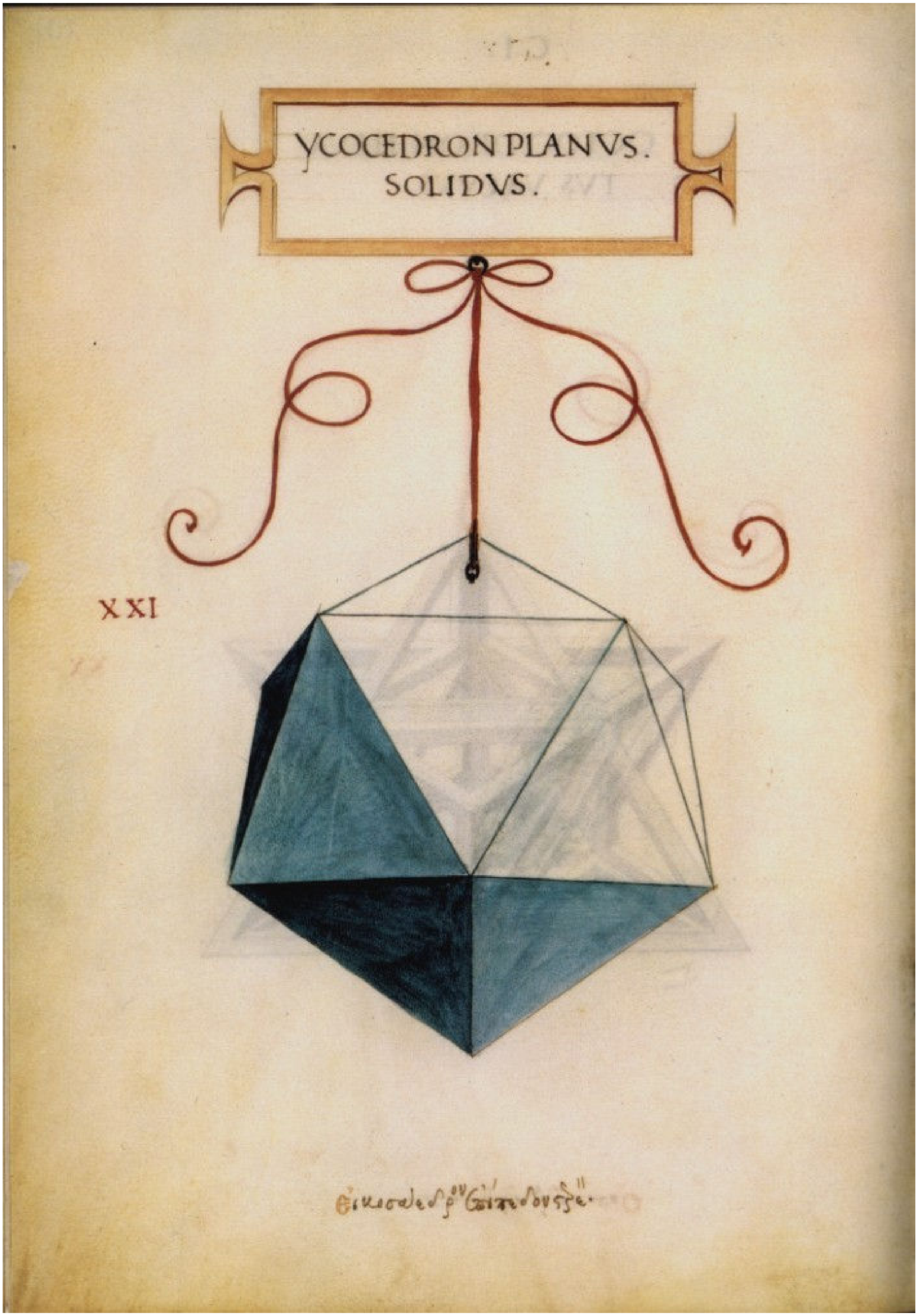

LXXXXIX
OCTOCEDRON PLANVS
VACVVS.
XVI

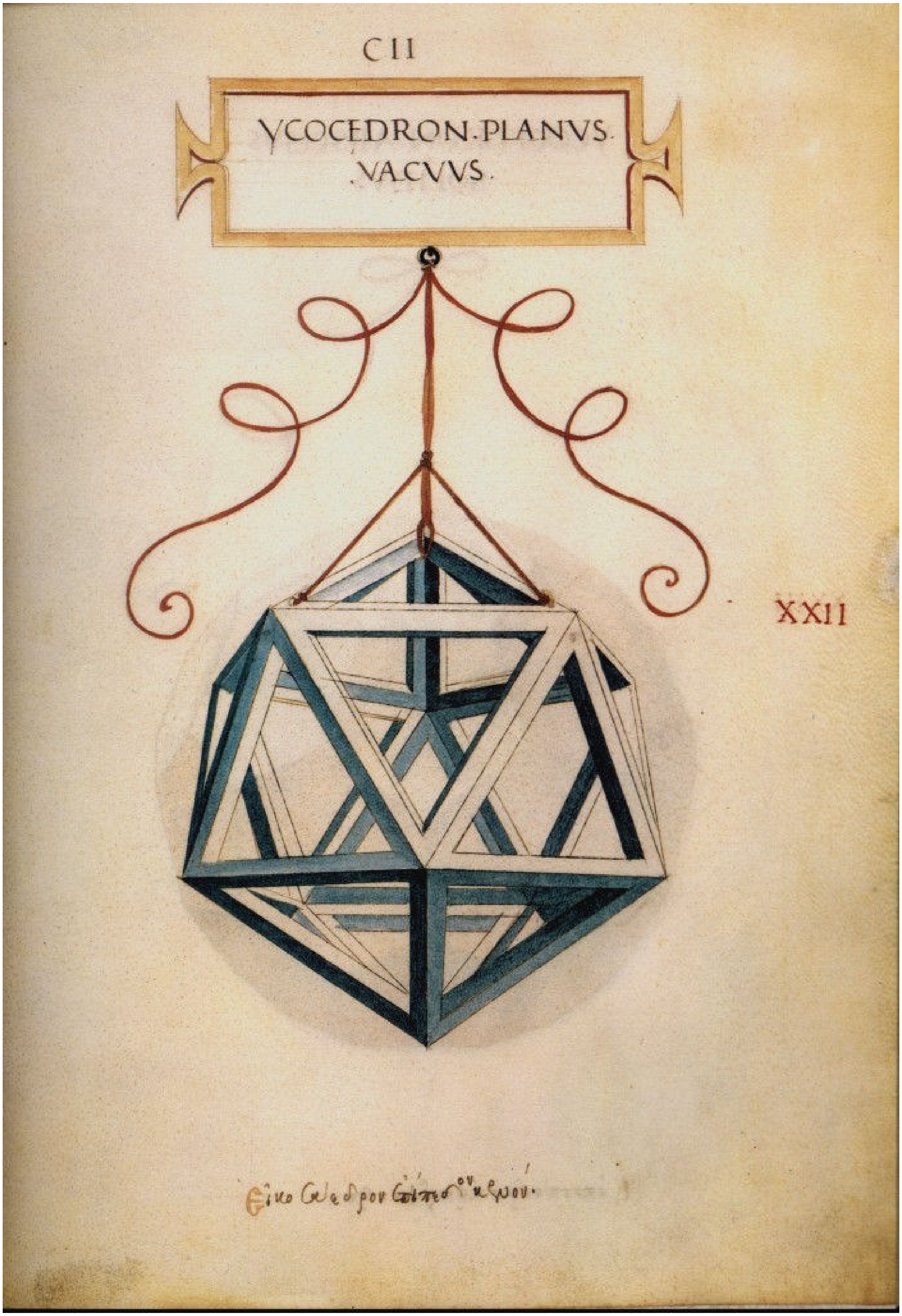

OCTOCEDRON ABSCISVS
SOLIDVS.
XVII

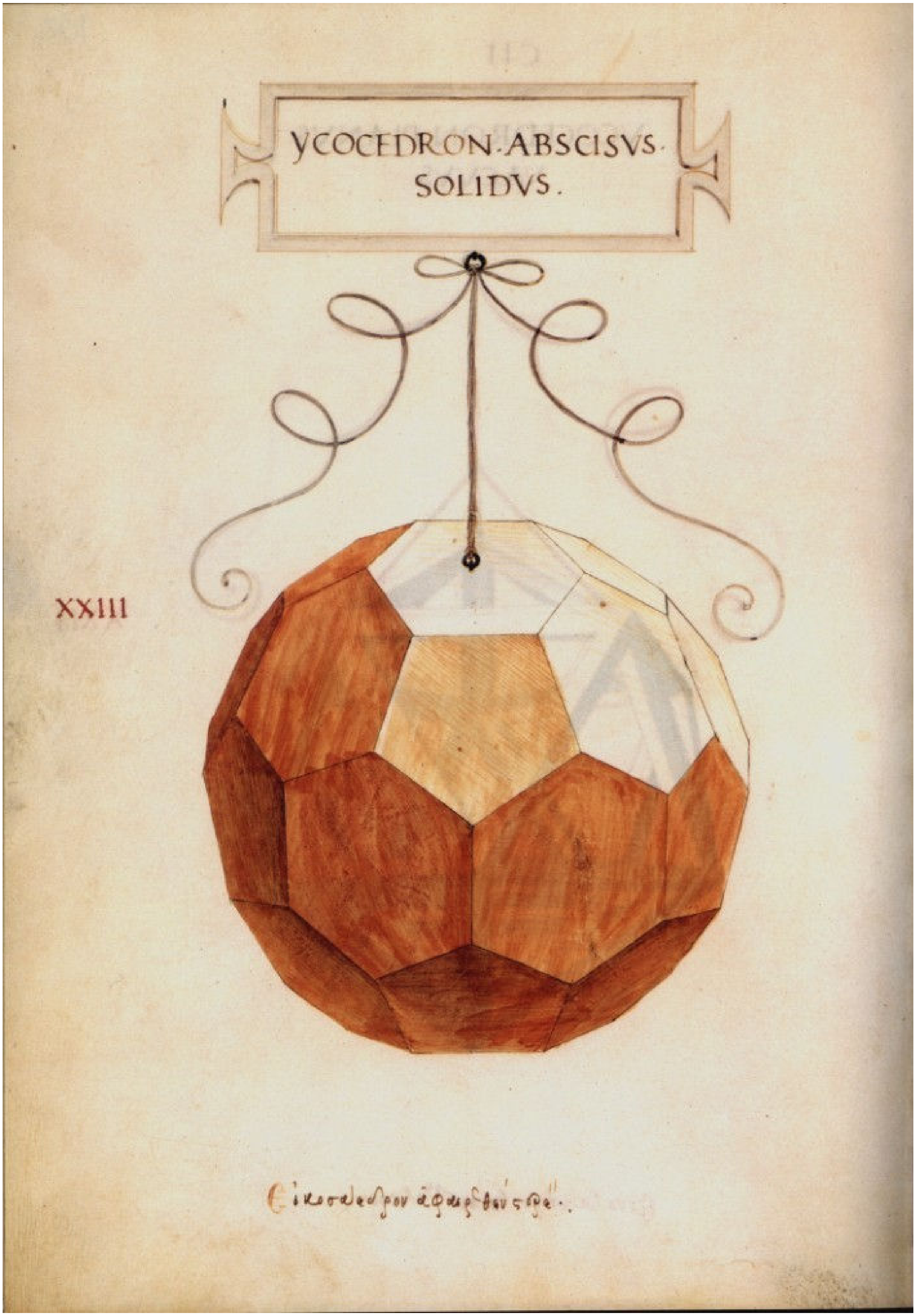

.C.
OCTOCEDRON ABSCISVS
VACVVS.
XVIII

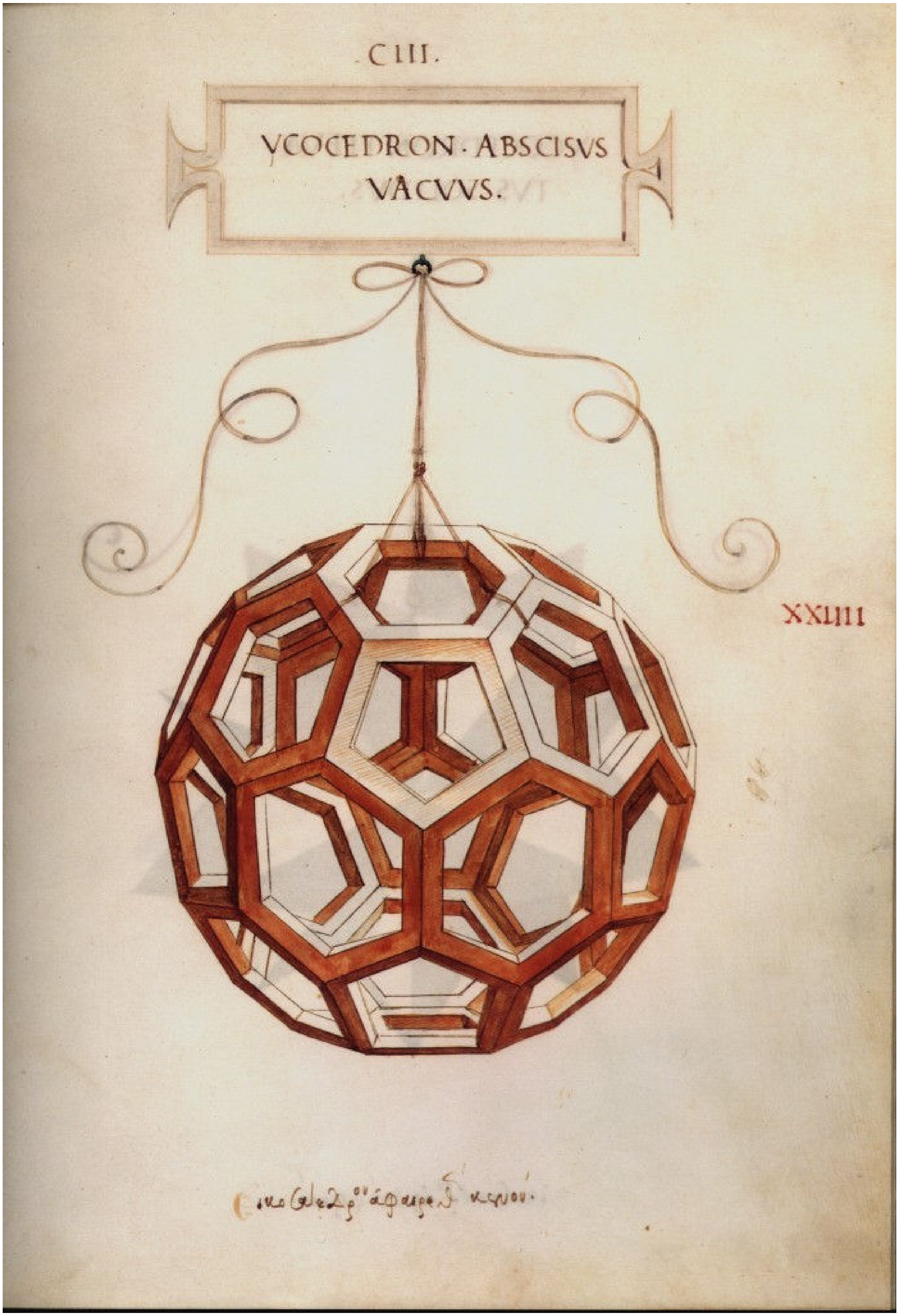

OCTOCEDRON ELEVATUS
SOLIDUS
XVIIII

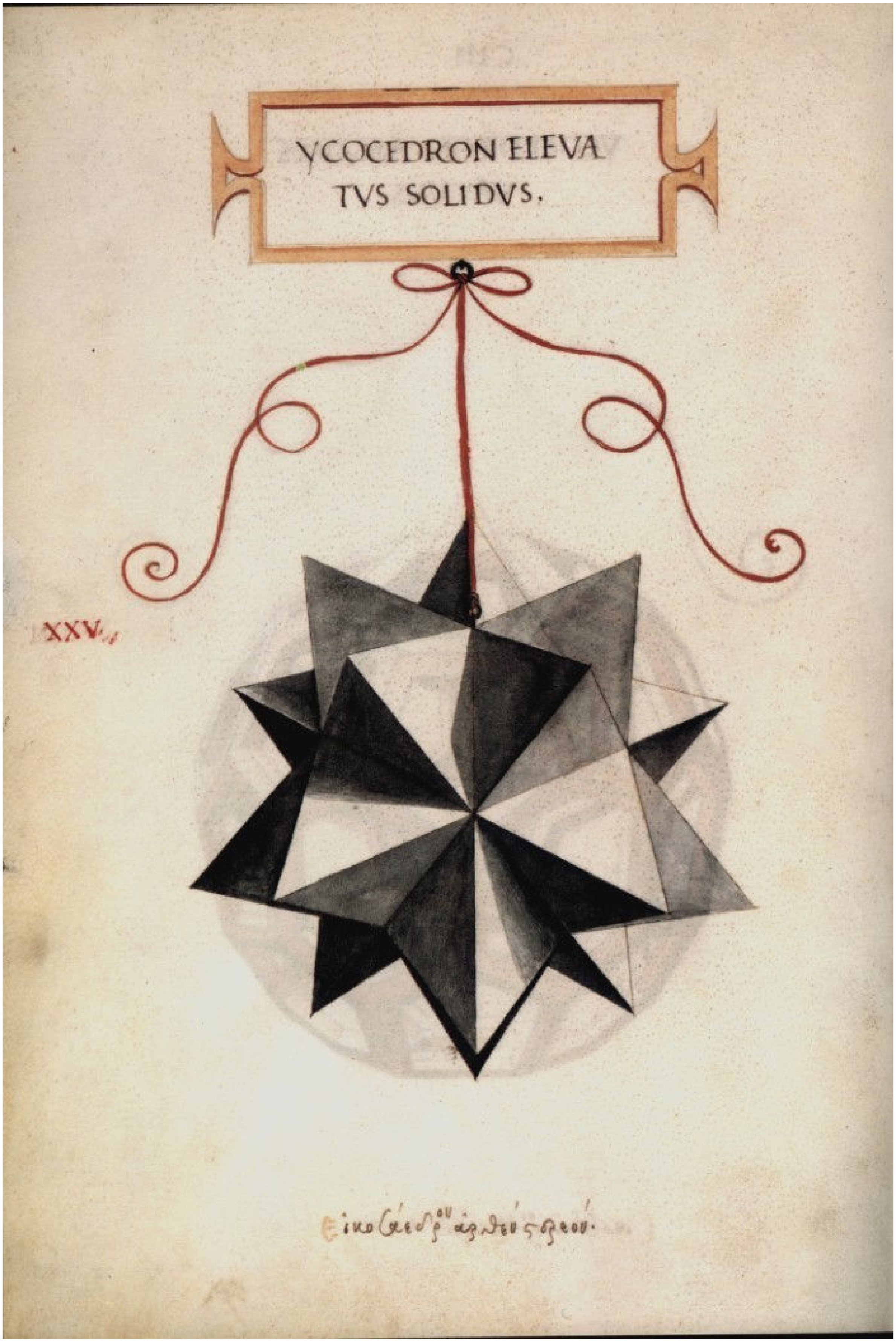

.CI.
OCTOCEDRON ELEVA
TVS VACVVS.
XX
Ὀκτάεδρον αὐξηθὲν κενόν.

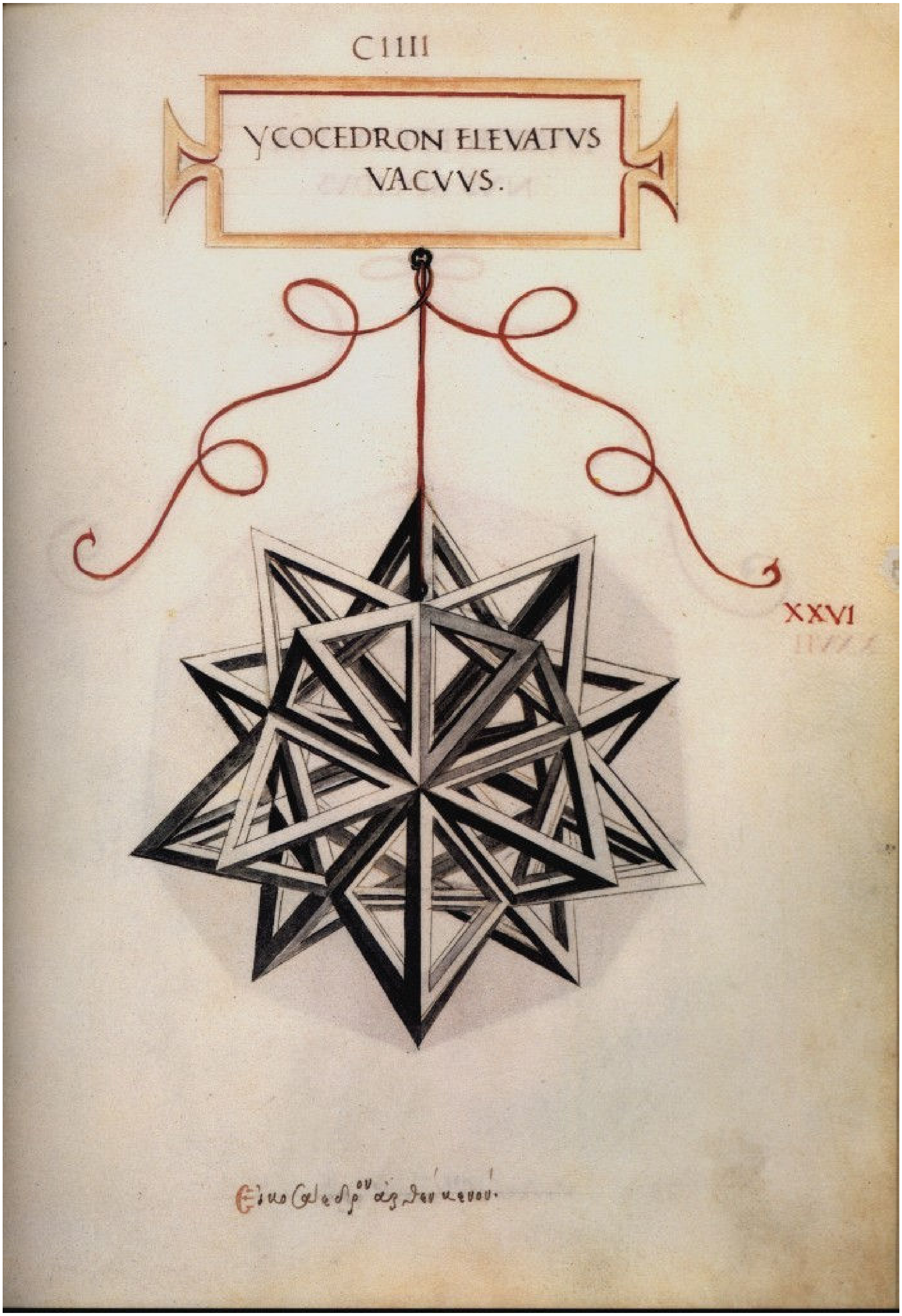

YCOCEDRON PLANVS.
SOLIDVS.
XXI

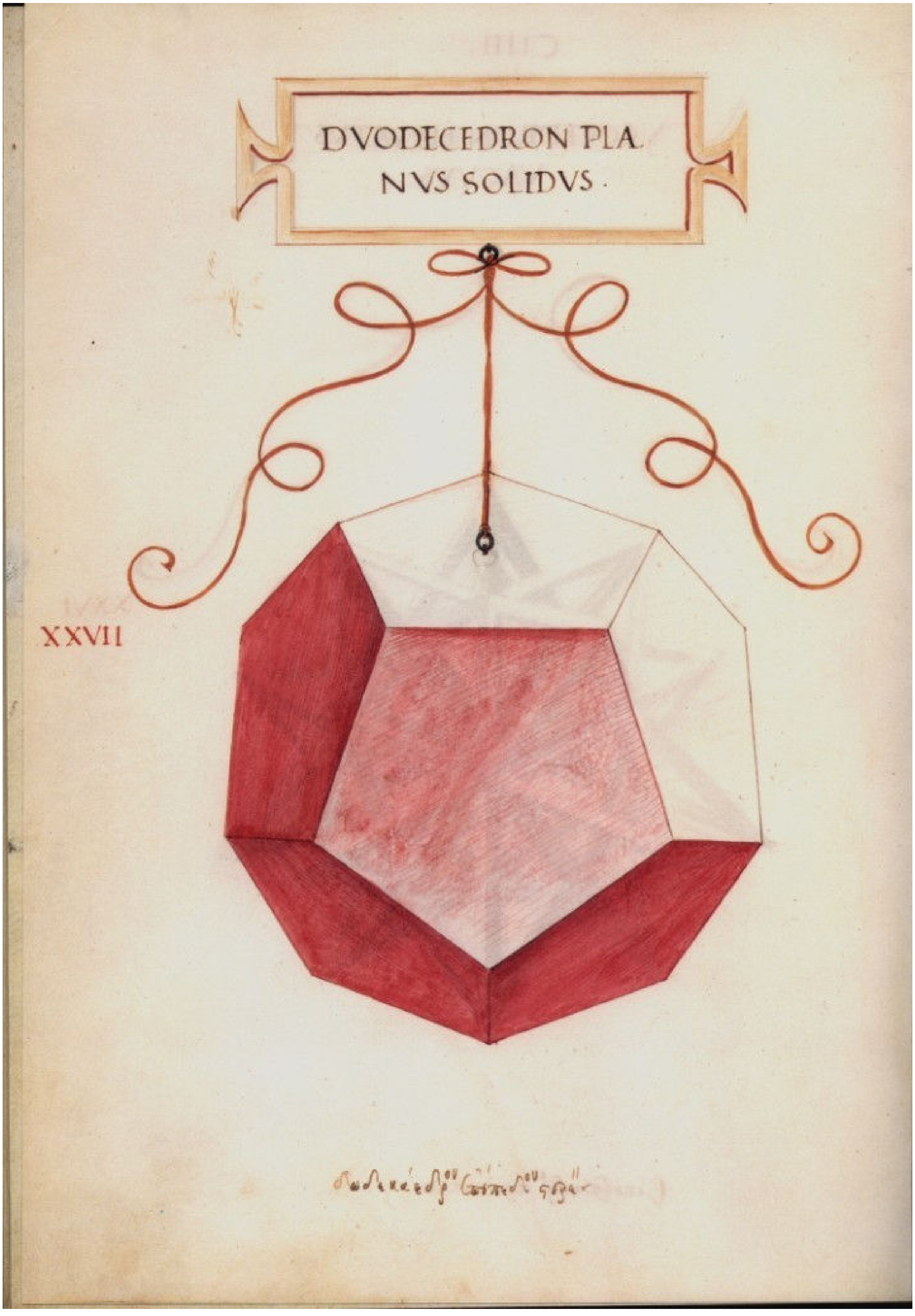

CII
YCOCEDRON.PLANVS.
.VACVVS.
XXII

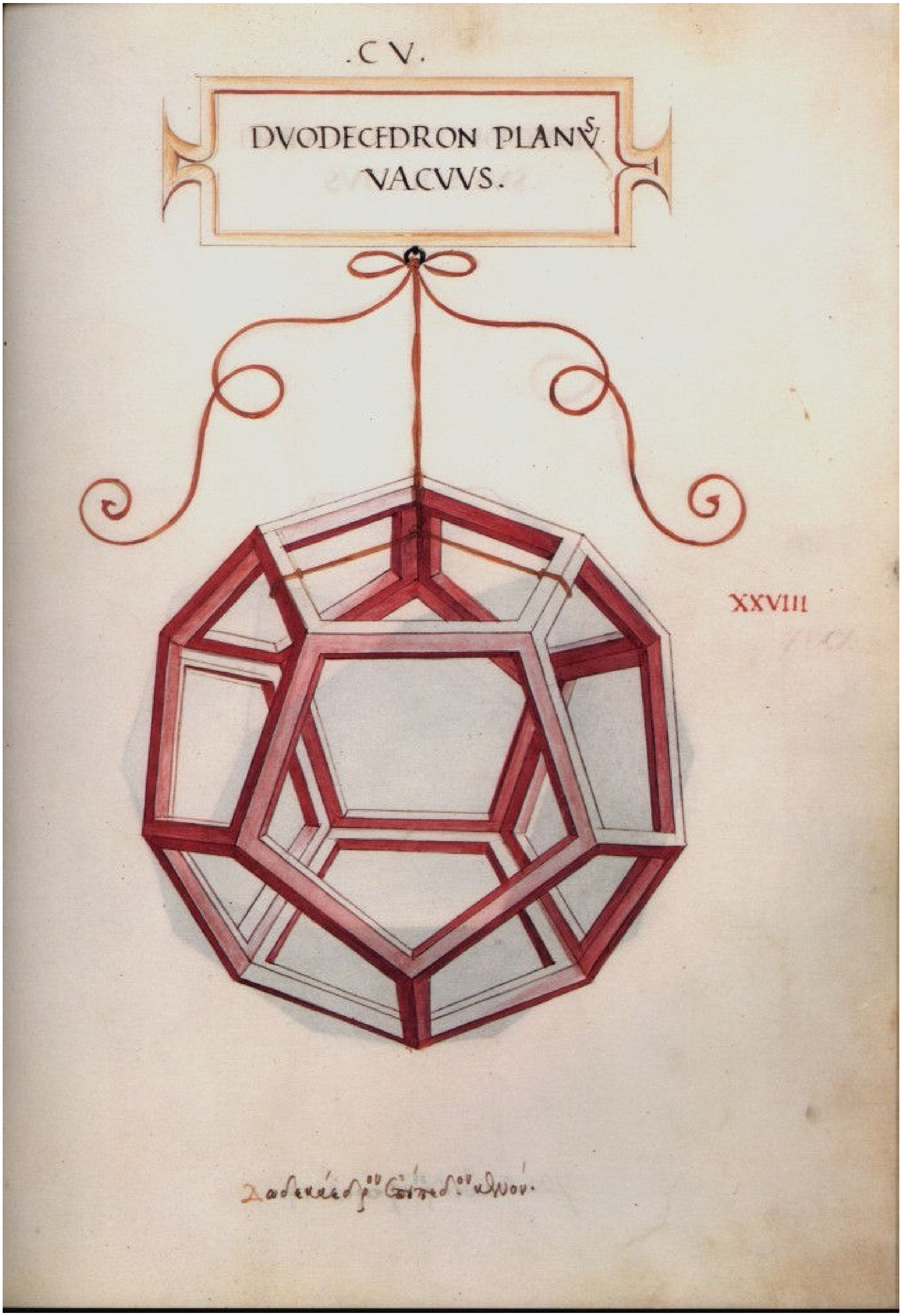

YCOCEDRON·ABSCISVS·
SOLIDVS.
XXIIII

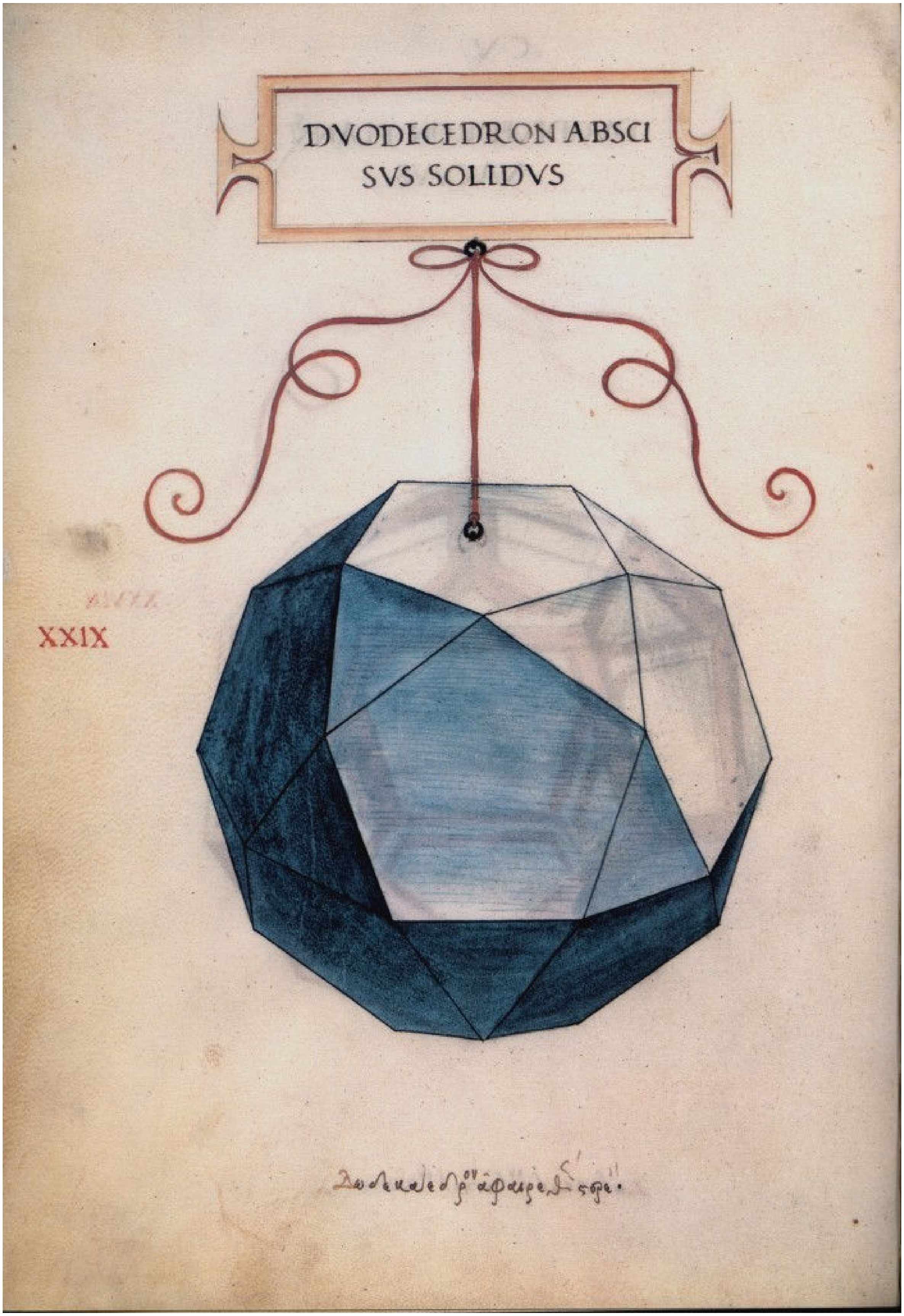

CIII.
YCOCEDRON · ABSCISVS
VACVVS.
XXIIII

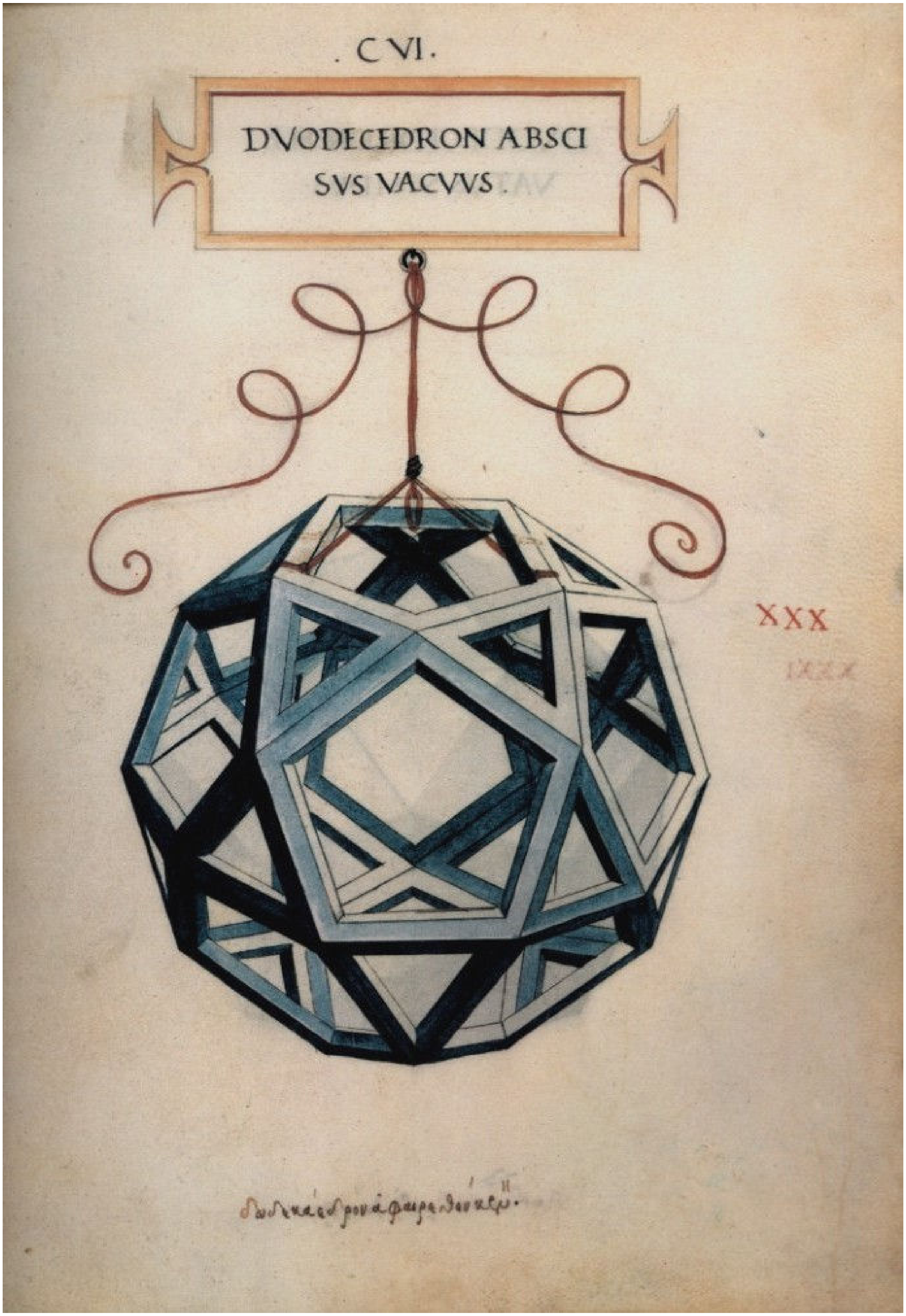

YCOCEDRON ELEVA
TVS SOLIDVS.
XXV

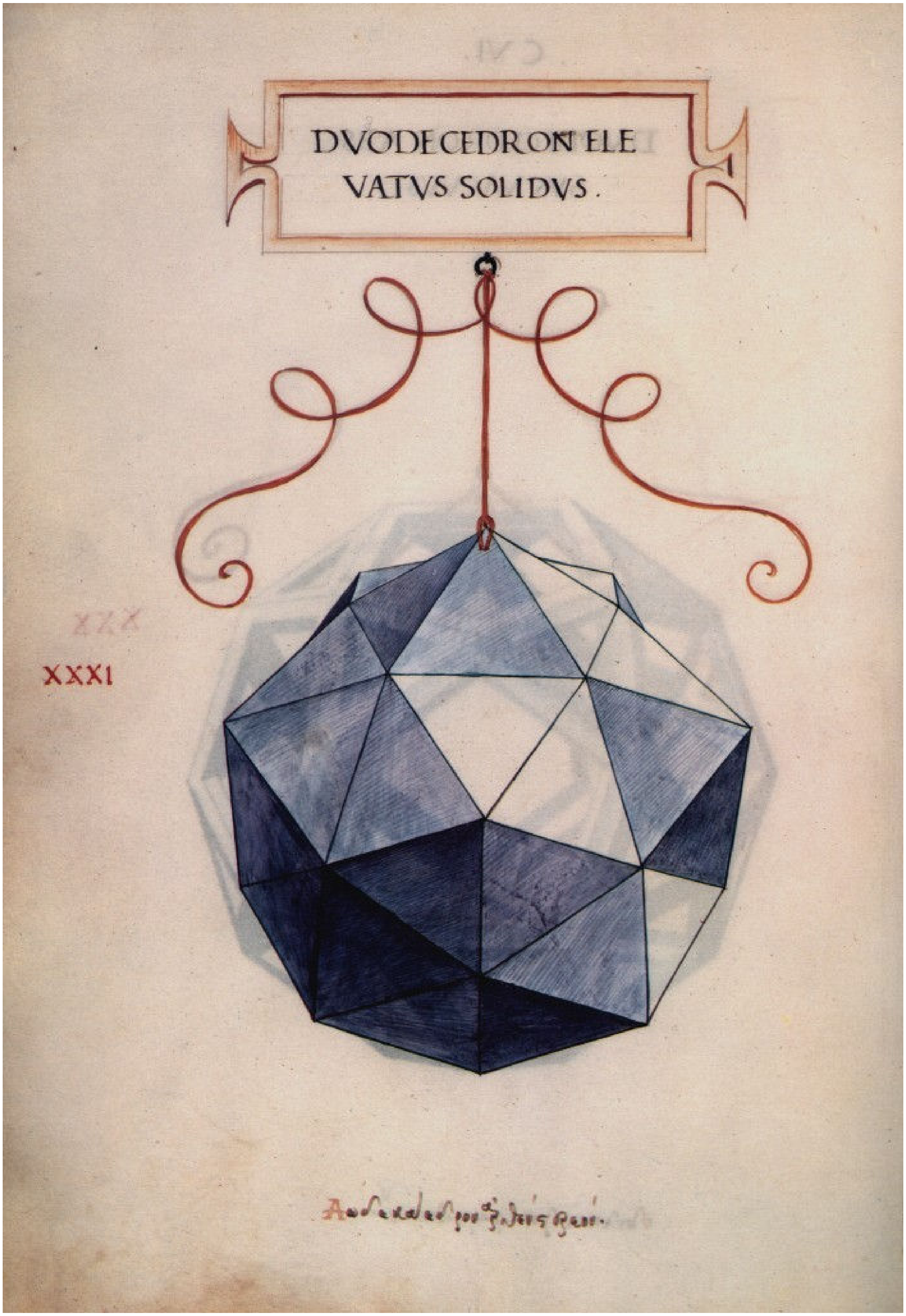

CIIII
YCOCEDRON ELEVATVS
VACVVS.
XXVI

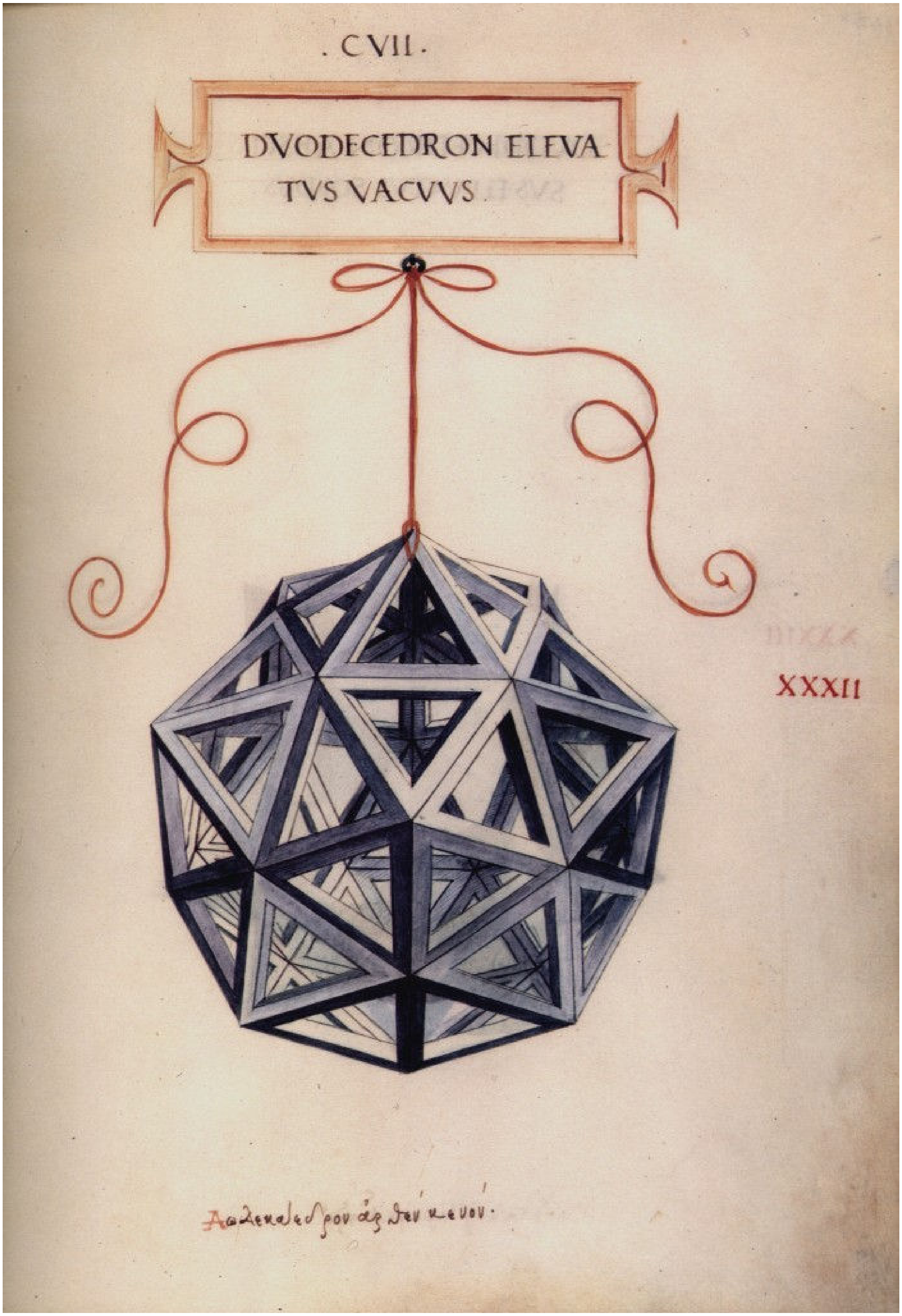

DVODECEDRON PLA
NVS SOLIDVS ·
XXVII

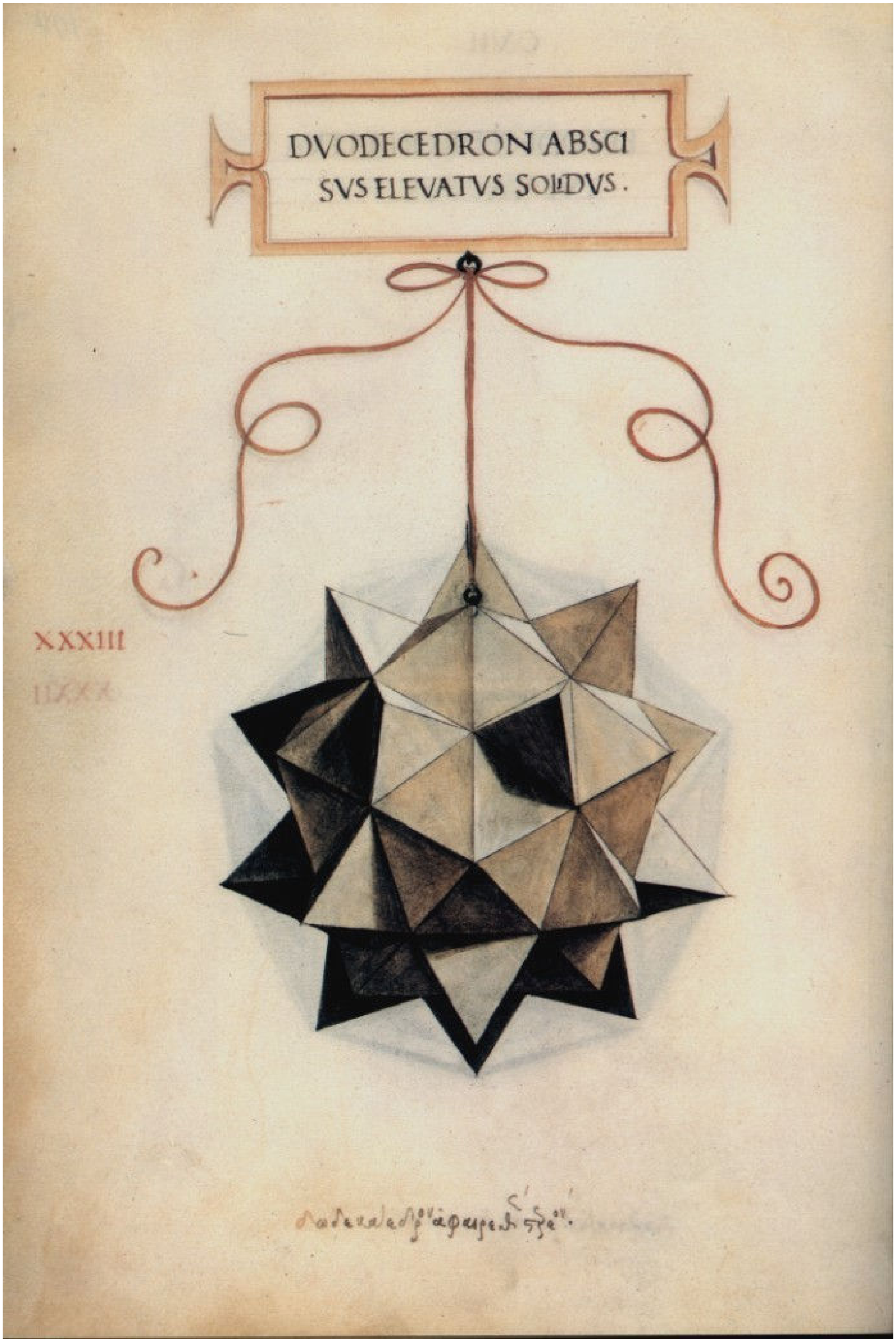

.CV.
DVODECEDRON PLANVS
VACVVS.
XXVIII


DVODECEDRON ABSCI
SVS SOLIDVS
XXIX

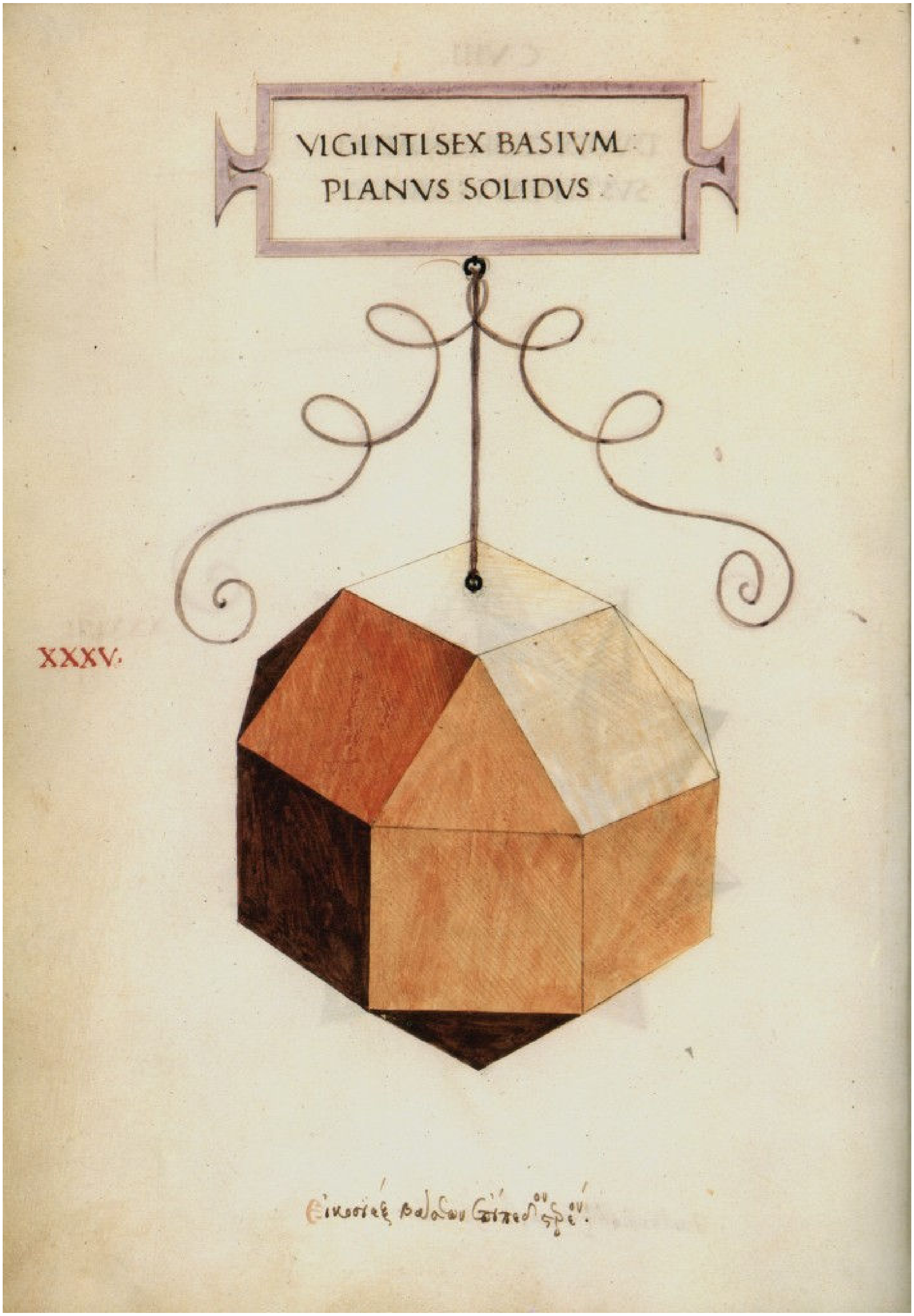

.CVI.
DVODECEDRON ABSCI
SVS VACVVS.
XXX

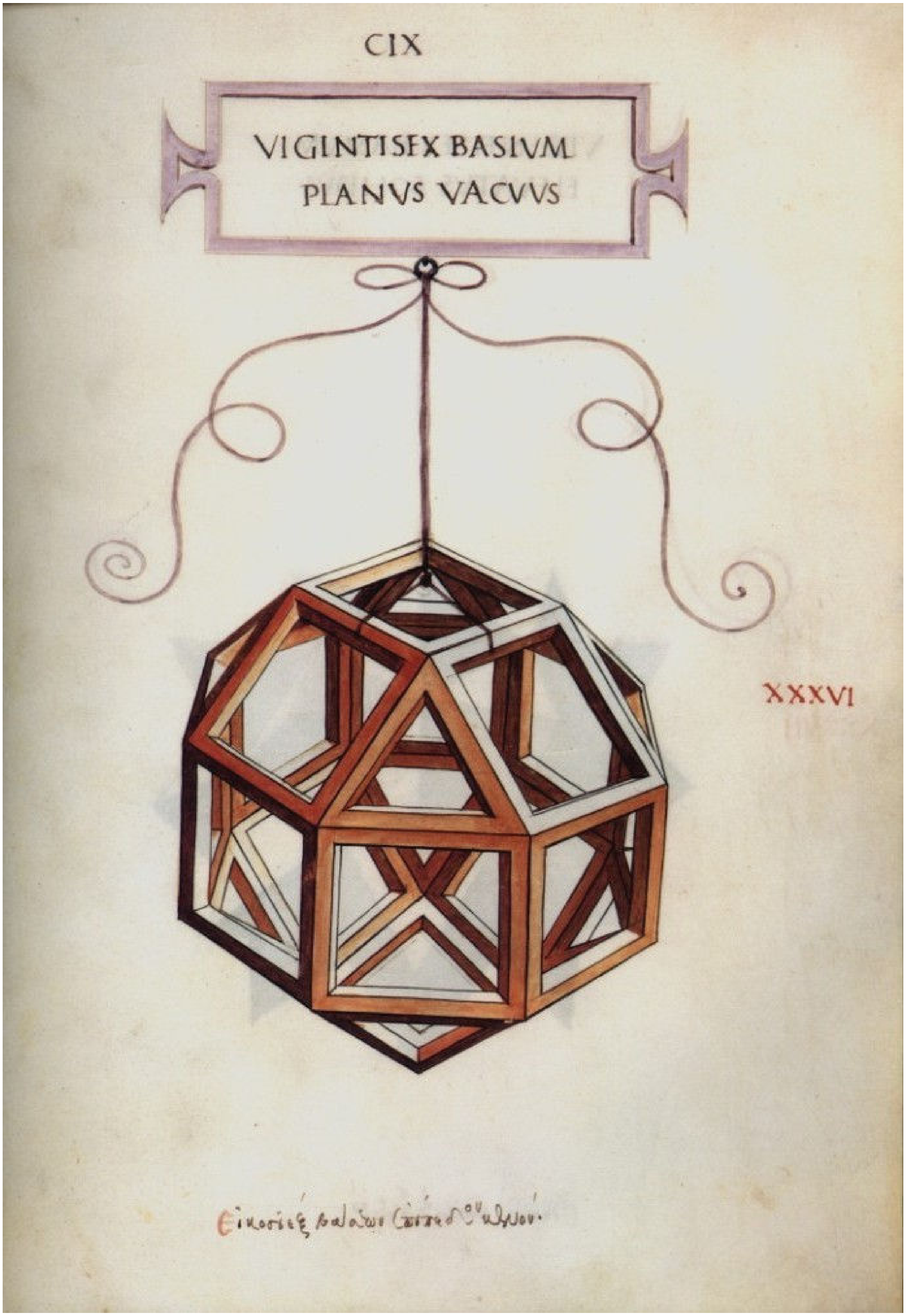

DVODECEDRON ELE
VATVS SOLIDVS .
XXXI

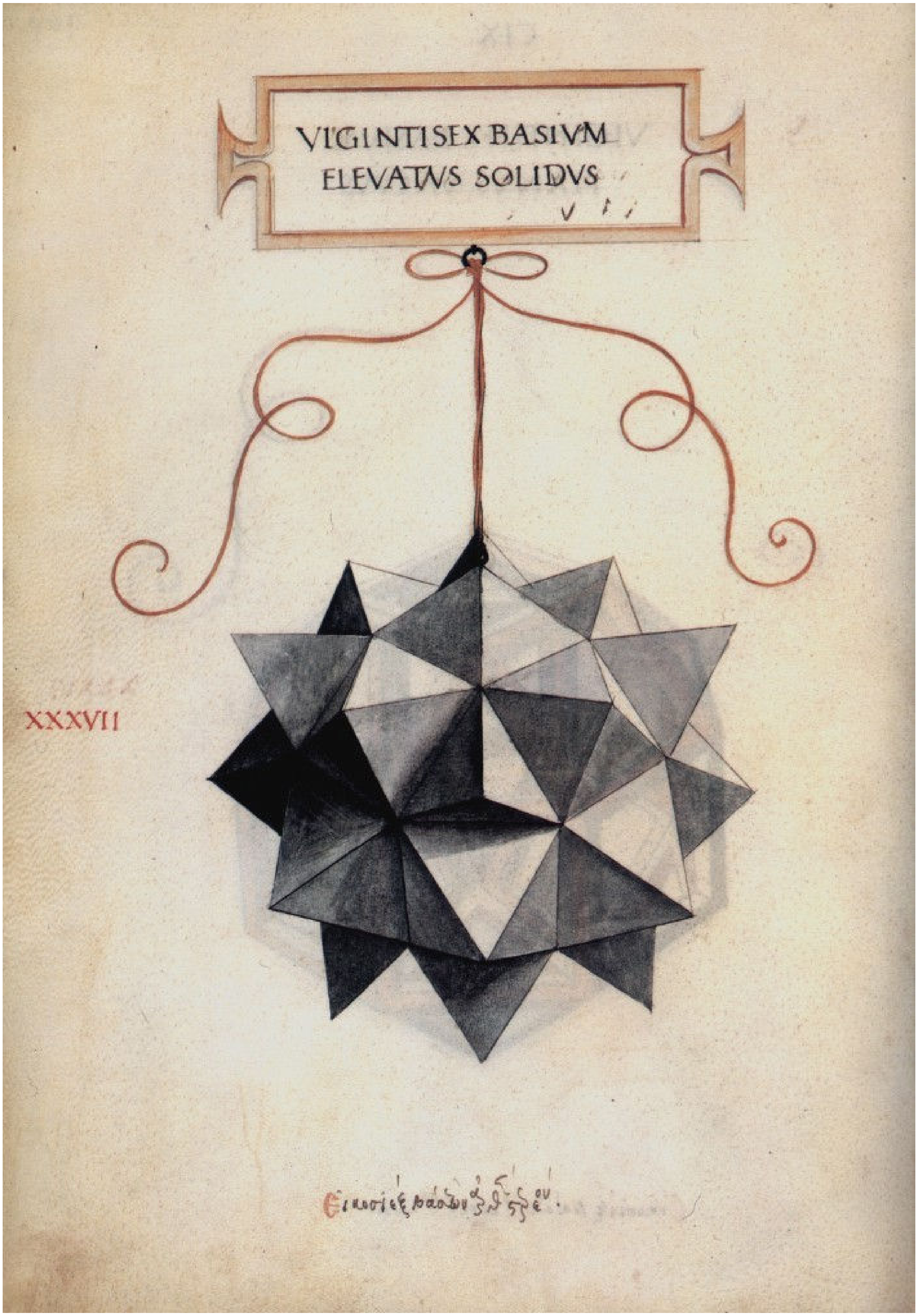

.CVII.
DVODECEDRON ELEVA
TVS VACVVS.
XXXII

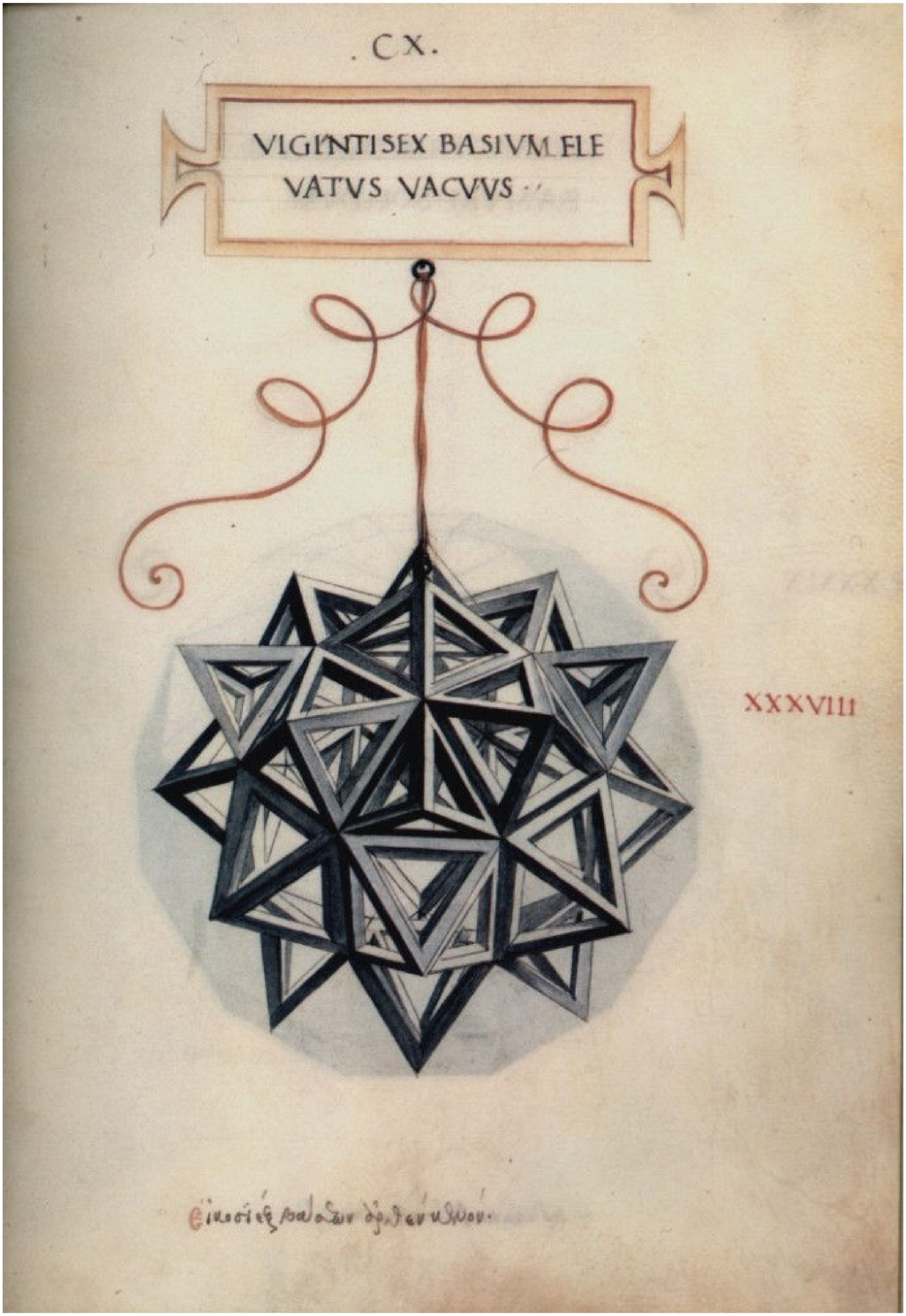

DVODECEDRON ABSCI
SVS ELEVATVS SOLIDVS.
XXXIII


.CVIII.
DVODECEDRON ABSCISVS ELEVATVS VACVVS.
XXXIIII


VIGINTI SEX BASIVM
PLANVS SOLIDVS
XXXV.

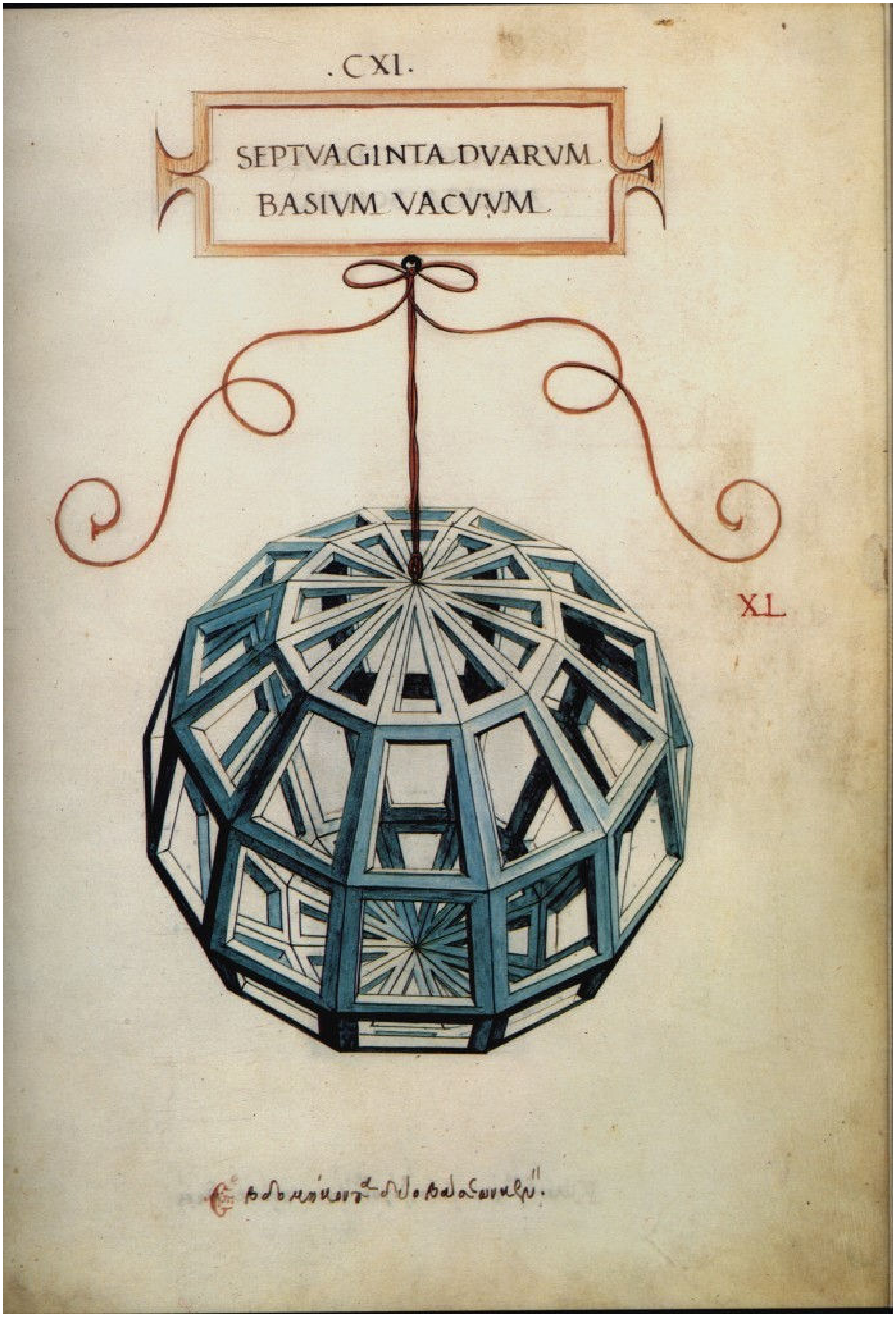

CIX
VIGINTISEX BASIVM
PLANVS VACVVS
XXXVI

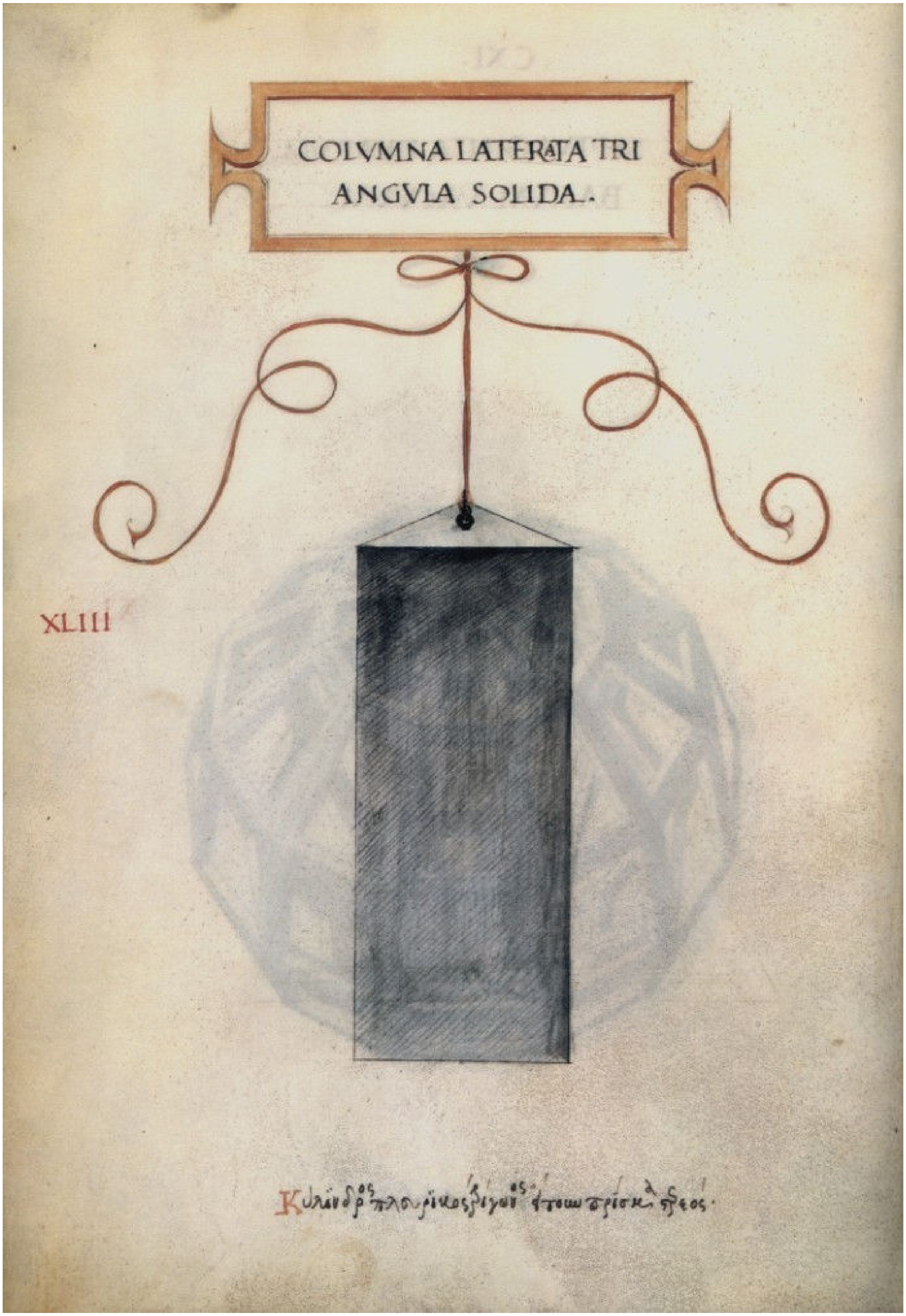

VIGINTISEX BASIVM
ELEVATVS SOLIDVS
XXXVII



.CX.
VIGINTISEX BASIVM ELE
VATVS VACVVS
XXXVIII

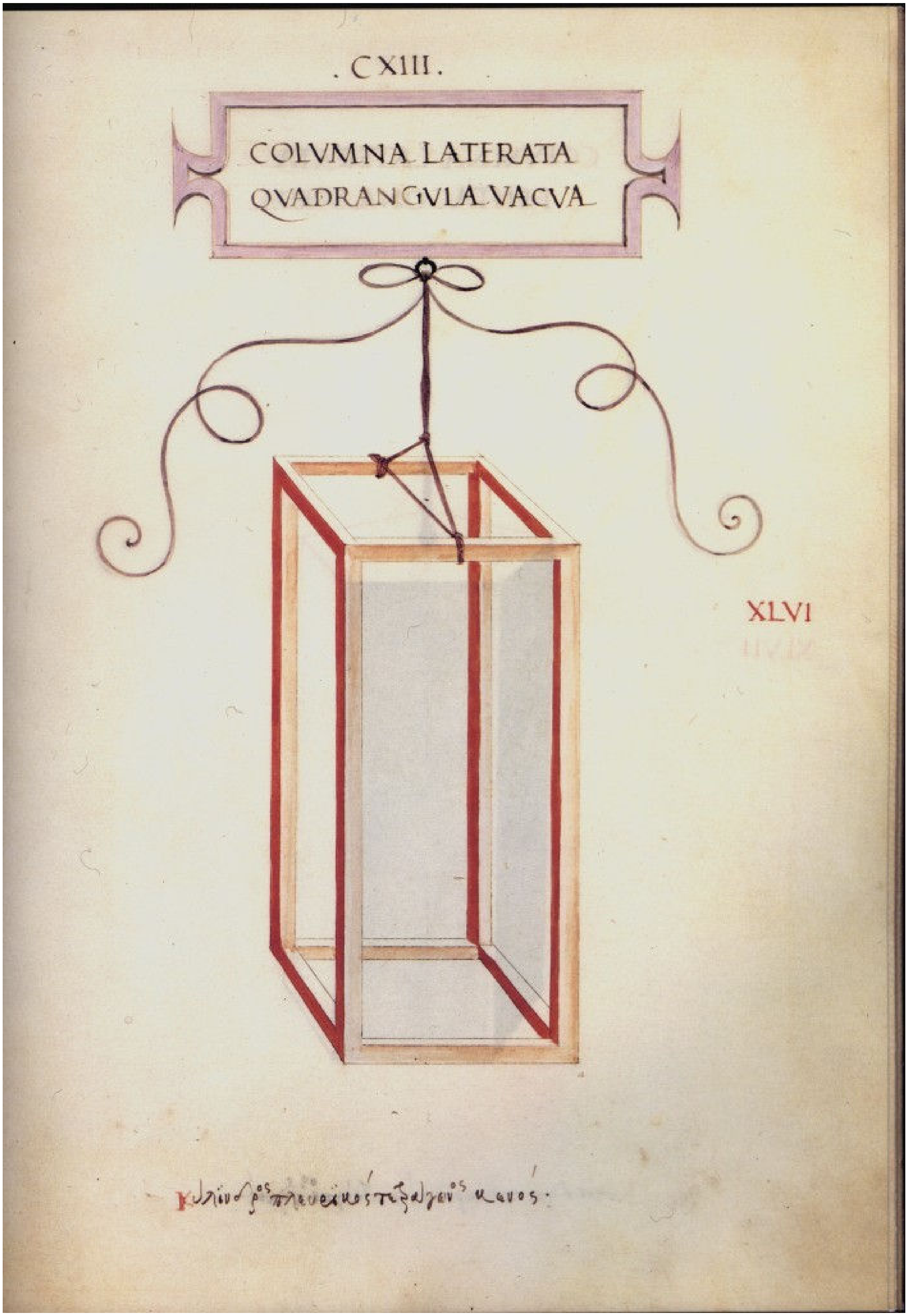

SEPTVAGINTA DVARVM.
BASIVM. SOLIDVM.
XXXIX

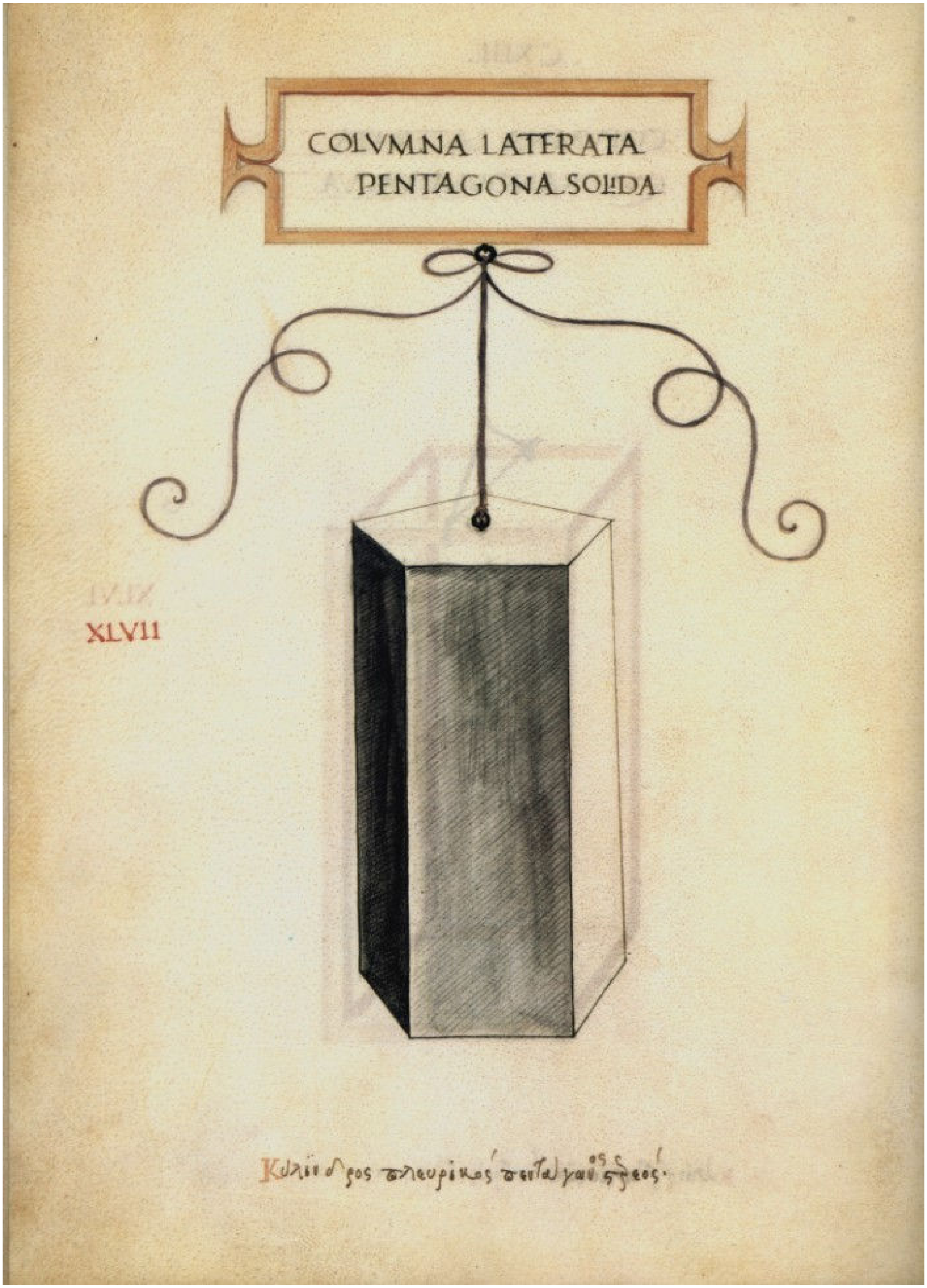

.CXI.
SEPTVAGINTA DVARVM
BASIVM VACVVM
XL

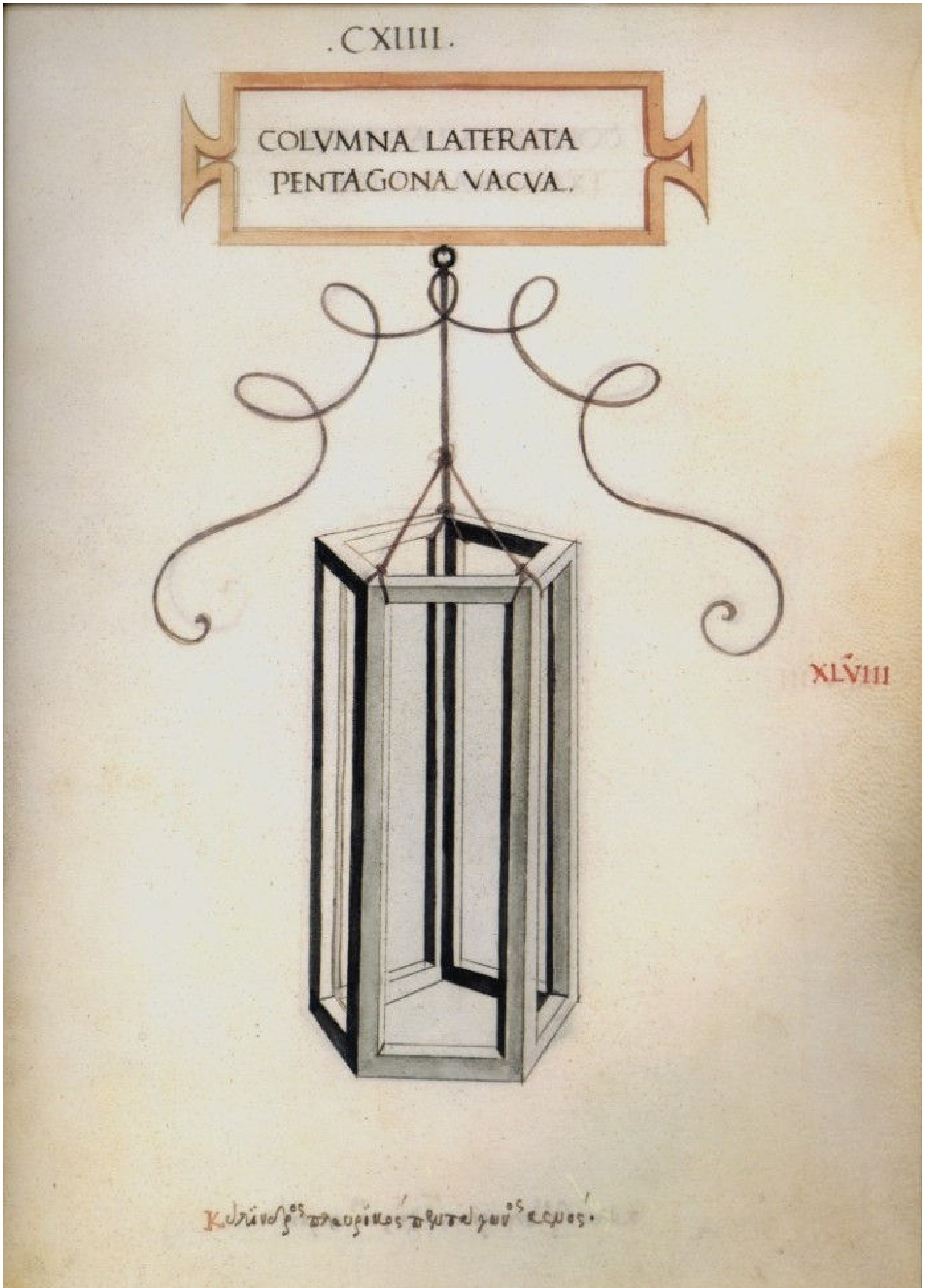

COLVMNA LATERATA TRI
ANGVLA SOLIDA.
XLIII

. CXII.
COLVMNA LATERATA TRI
ANGVLA VACVA
XLIIII


COLVMNA LATERATA
QVADRANGVLA SOLIDA
XLV


.CXIII.
COLVMNA LATERATA
QVADRANGVLA VACVA
XLVI
Κυλίνδρος πλευρικός τετράγωνος κενός.

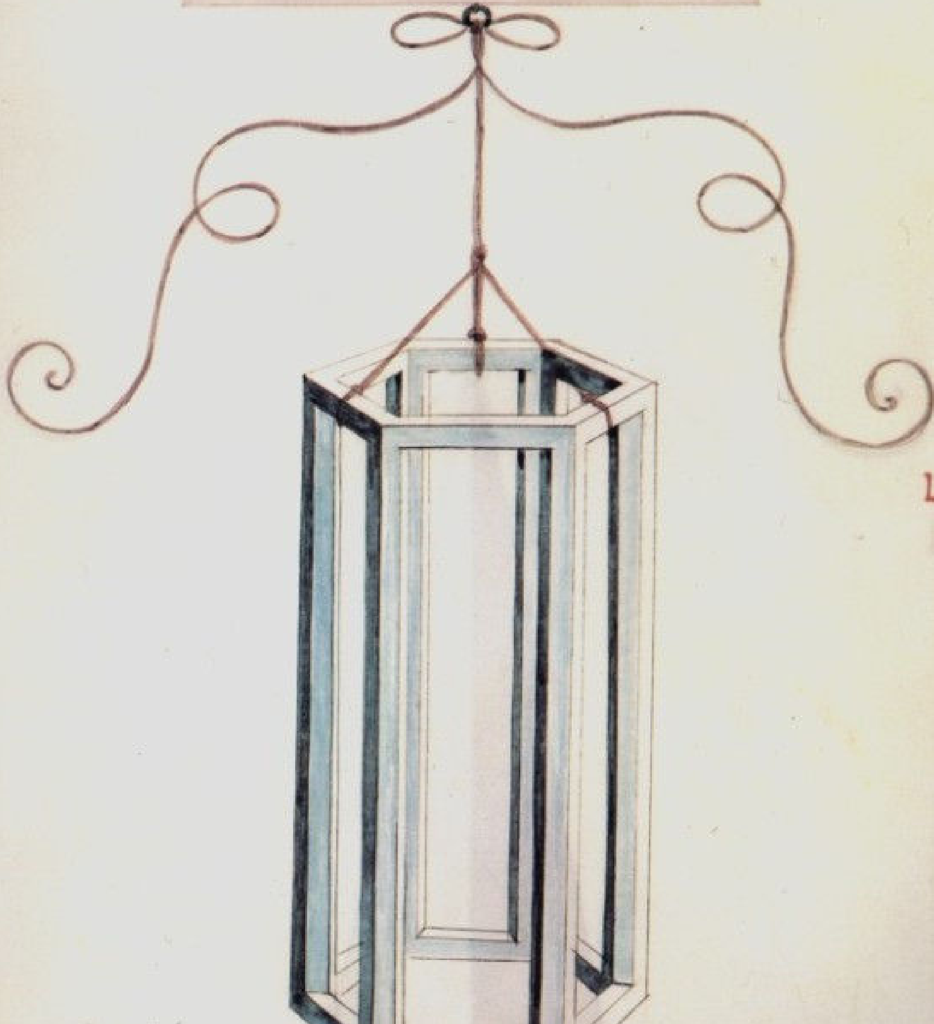

COLVMNA LATERATA
PENTAGONA SOLIDA
XLVII


.CXIIII.
COLVMNA LATERATA
PENTAGONA VACVA.
XLVIII
Κυλινδρος πλευρικος πενταγωνος κενος.


COLVMNA LATERATA
EXAGONA SOLIDA
XLVIIII
κυλινδρος πλευρικος ἑξαγωνος στερεος·

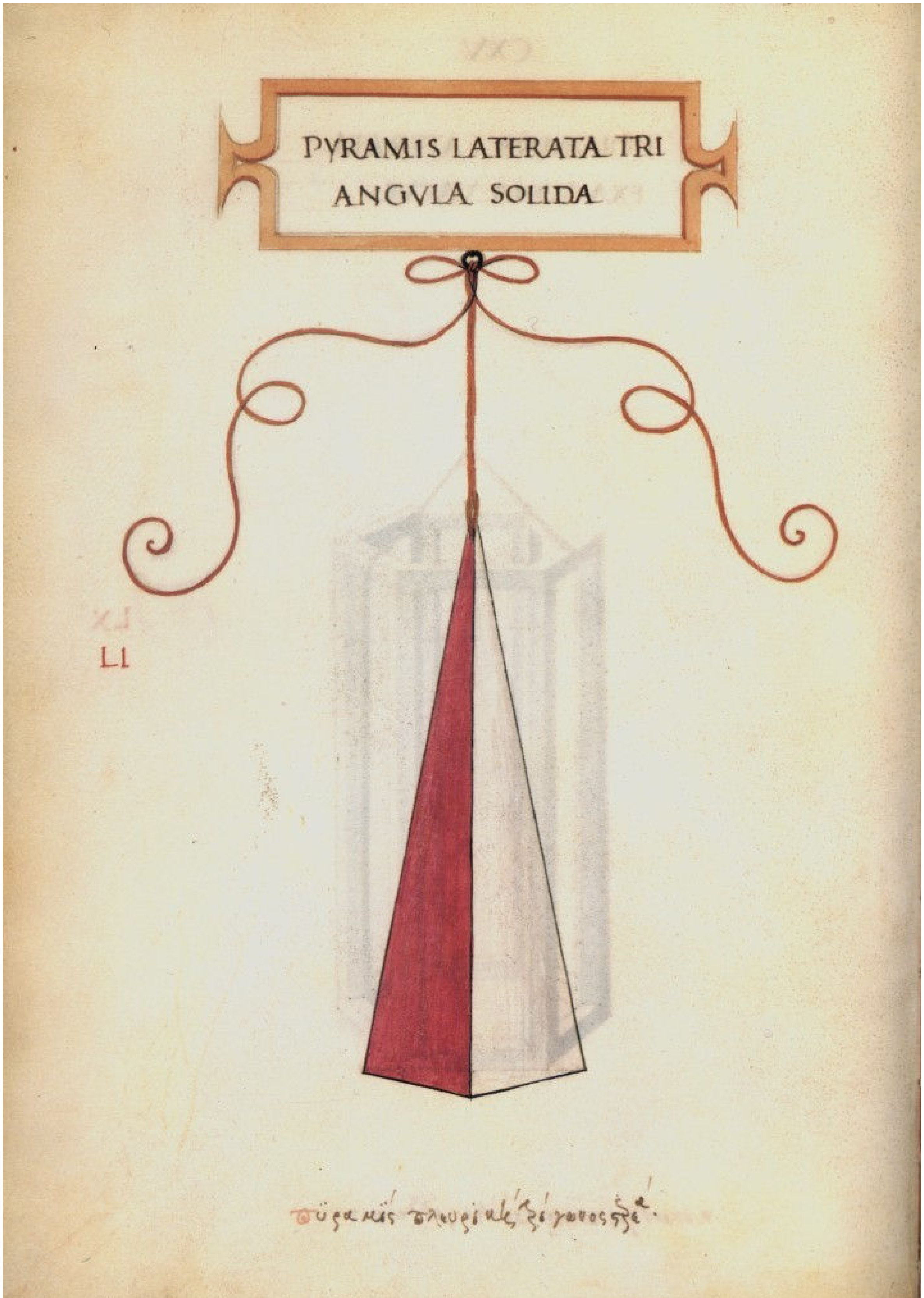
.CXV.

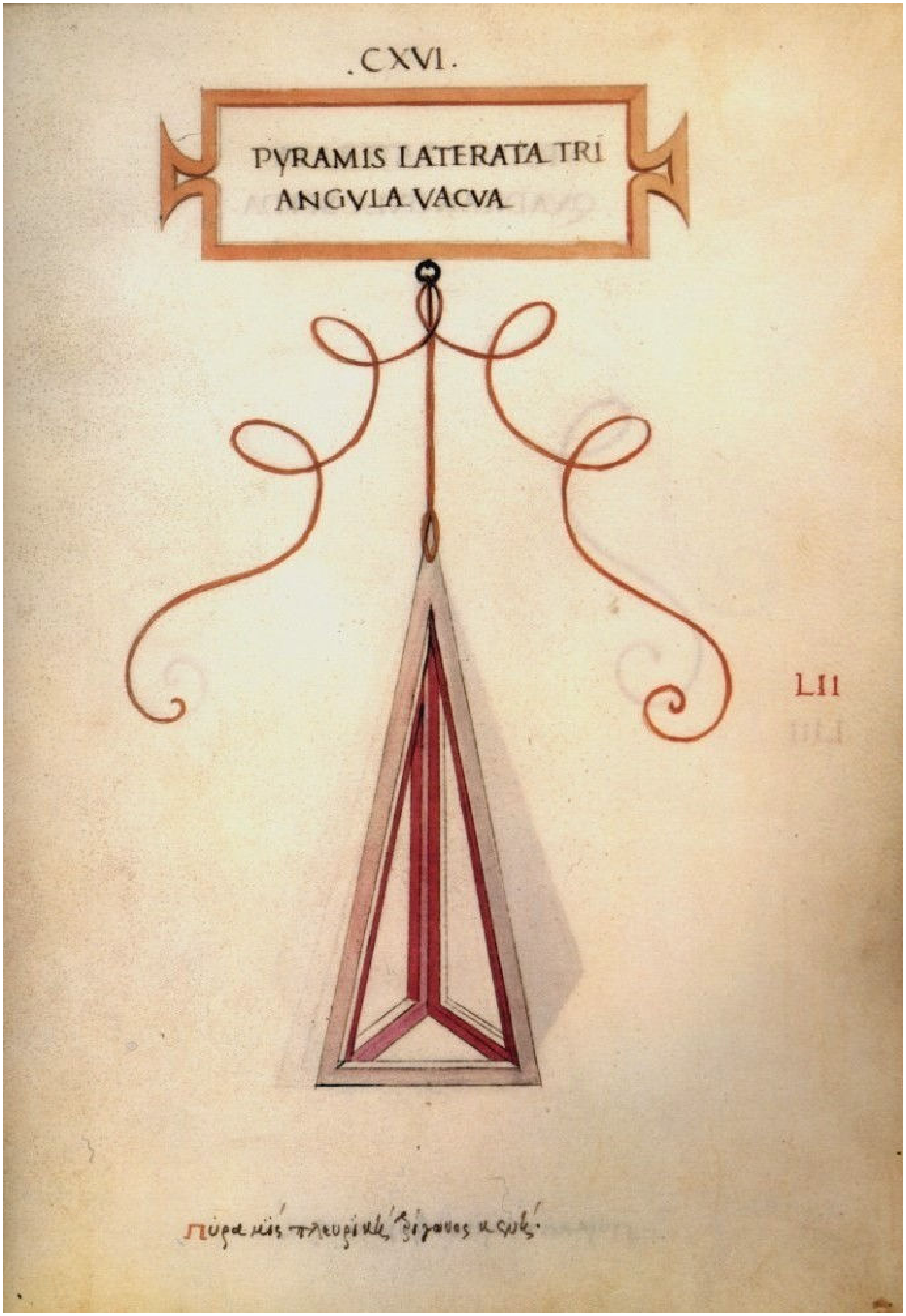
COLVMNA LATERATA
EXAGONA VACVA.



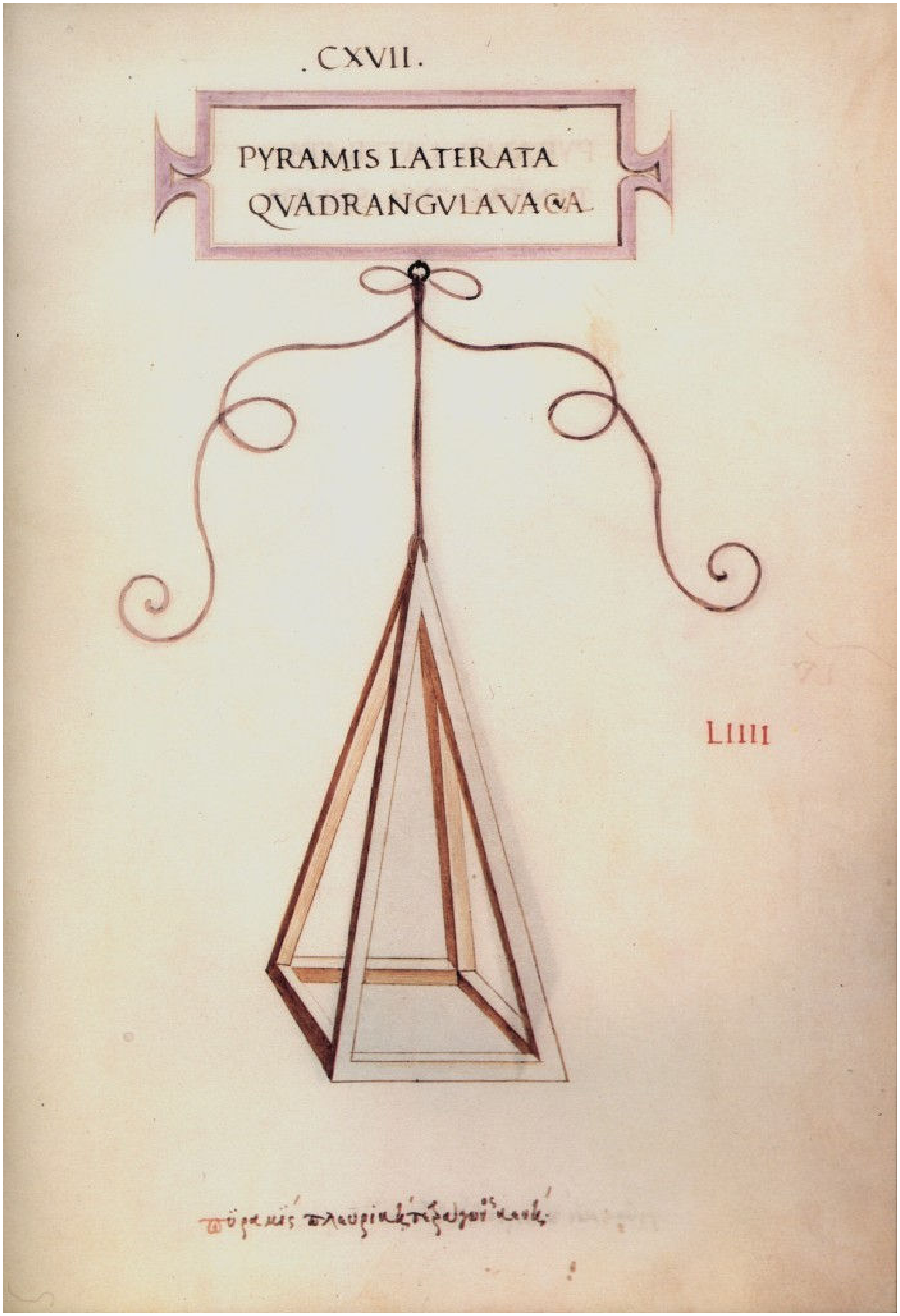
LX

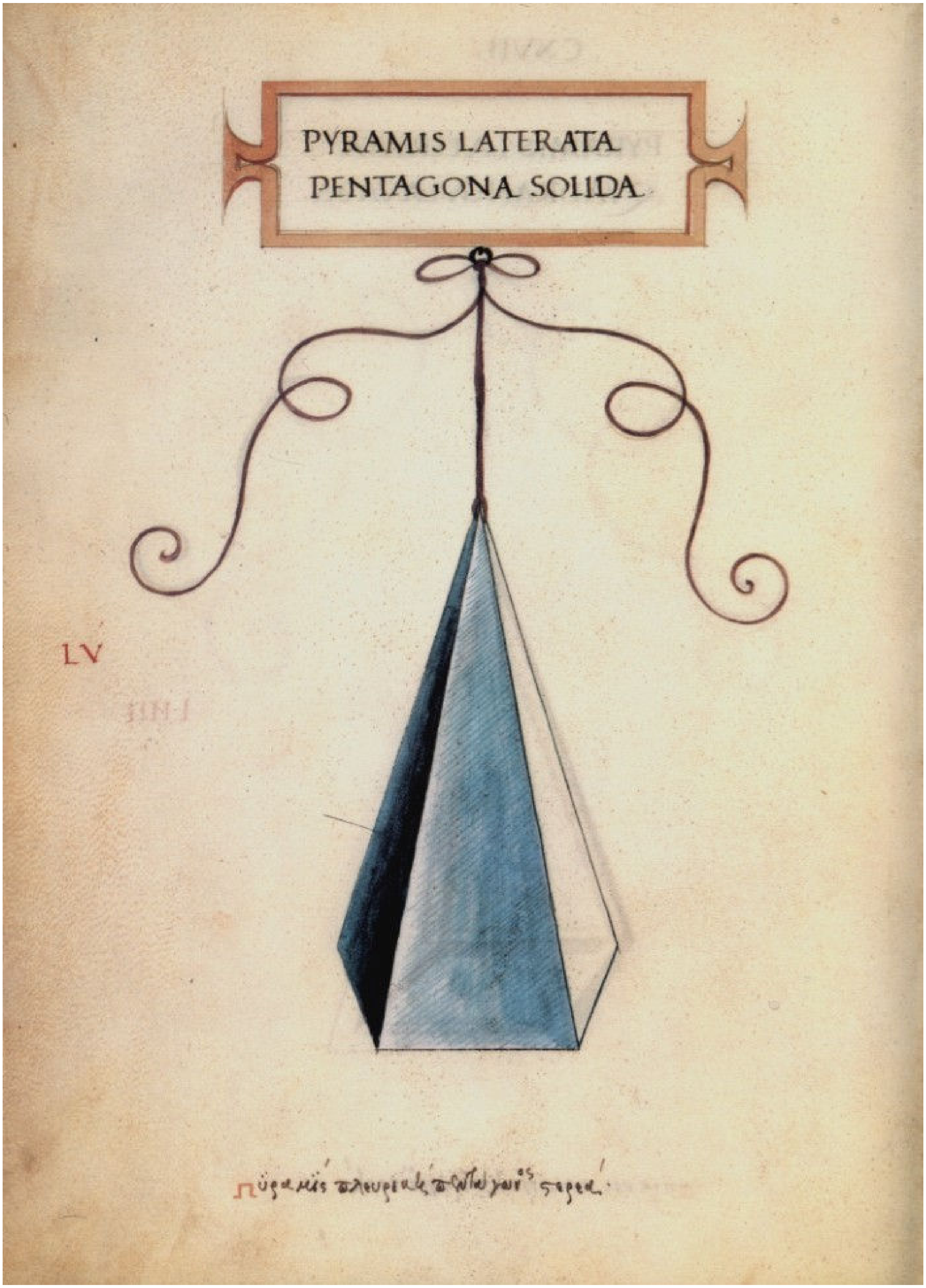
κυλινδρος πλευρικός ἑξαγωνος κενός·


PYRAMIS LATERATA TRI
ANGVLA SOLIDA
LI
πυραμὶς πλευρικὴ τρίγωνος στερεά


.CXVI.
PYRAMIS LATERATA TRI
ANGVLA VACVA
LII

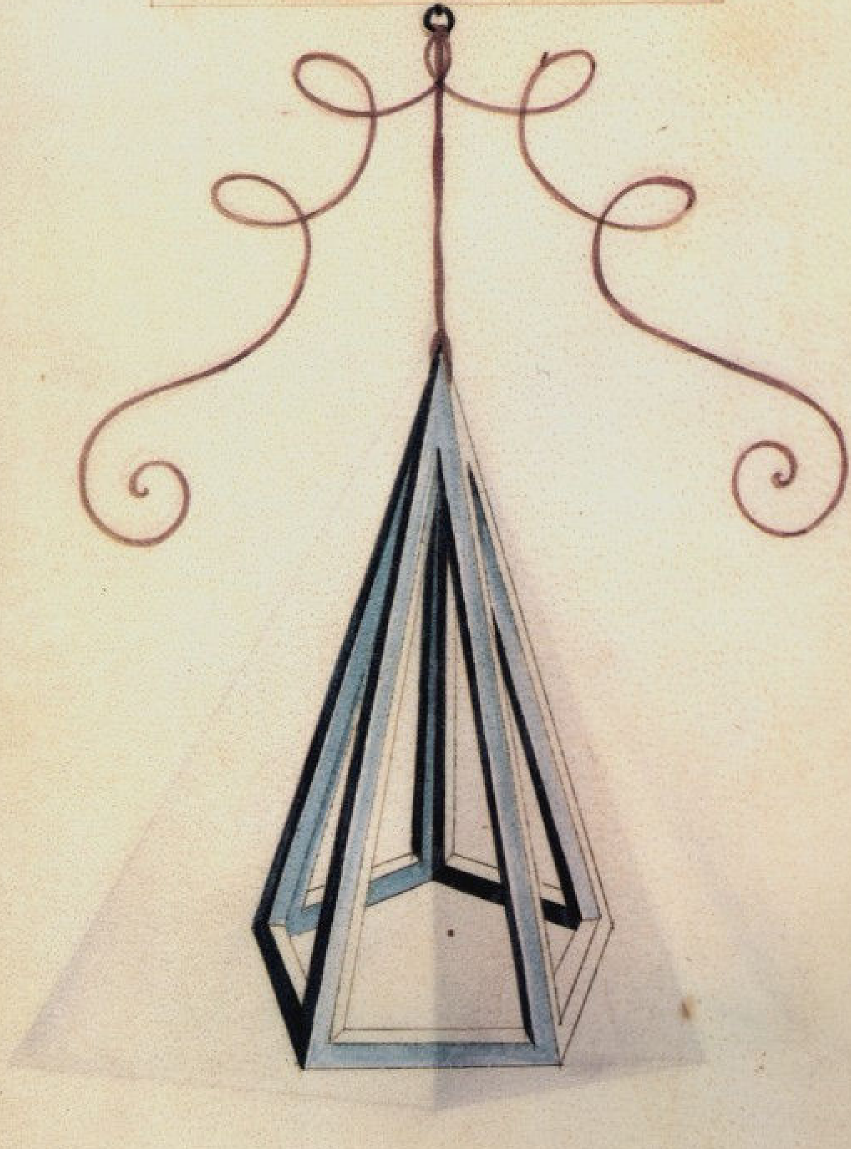

PYRAMIS LATERATA
QVADRANGVLA SOLIDA
LIII
Πυραμὶς πλευρικὰ τετράγωνος στερεά


.CXVII.
PYRAMIS LATERATA
QVADRANGVLA VACVA
LIIII


PYRAMIS LATERATA
PENTAGONA SOLIDA
LV
πύραμις πλευρικὴ πεντάγωνος στερεά

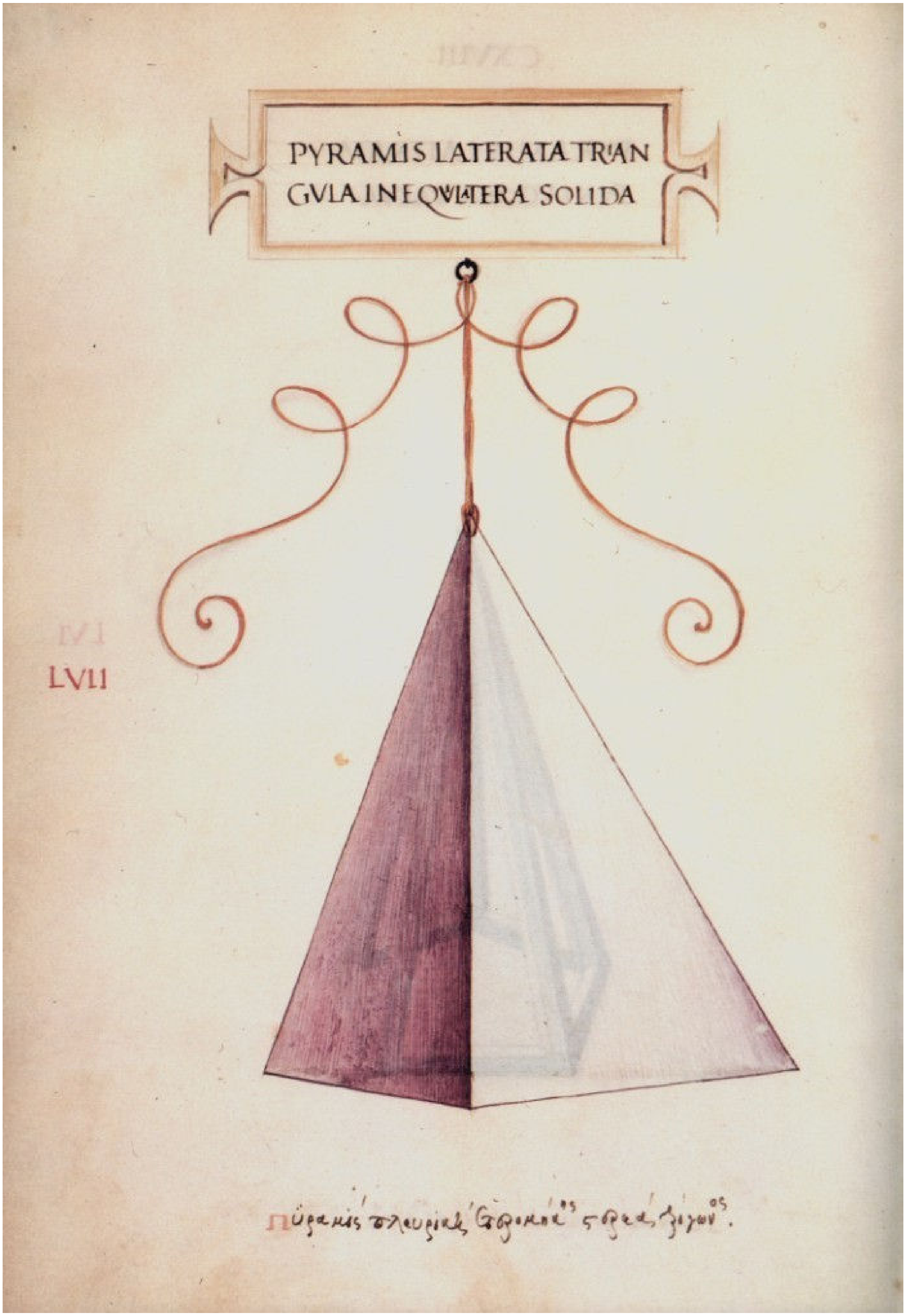
CXVIII.

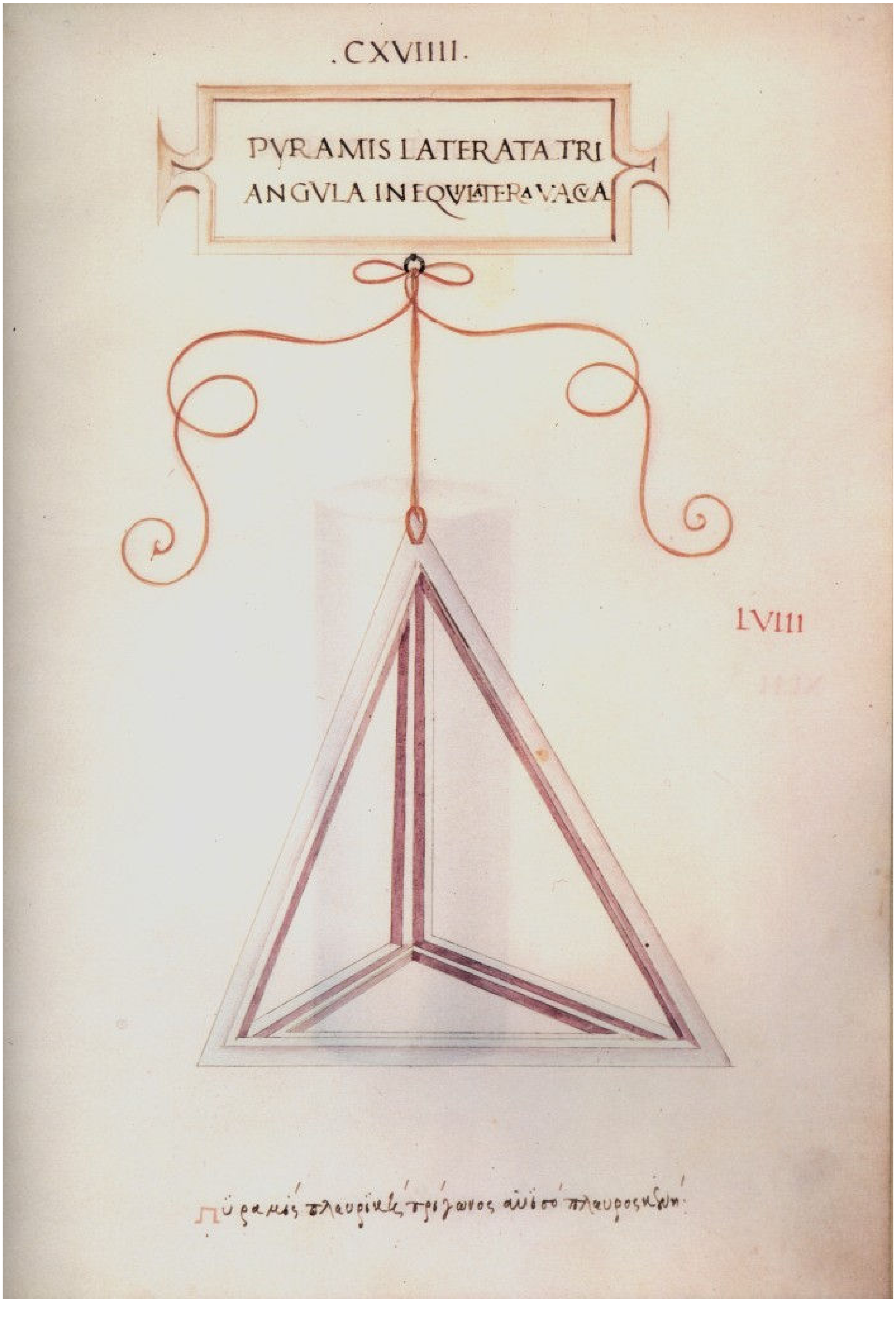
PYRAMIS LATERATA
PENTAGONA VACUA



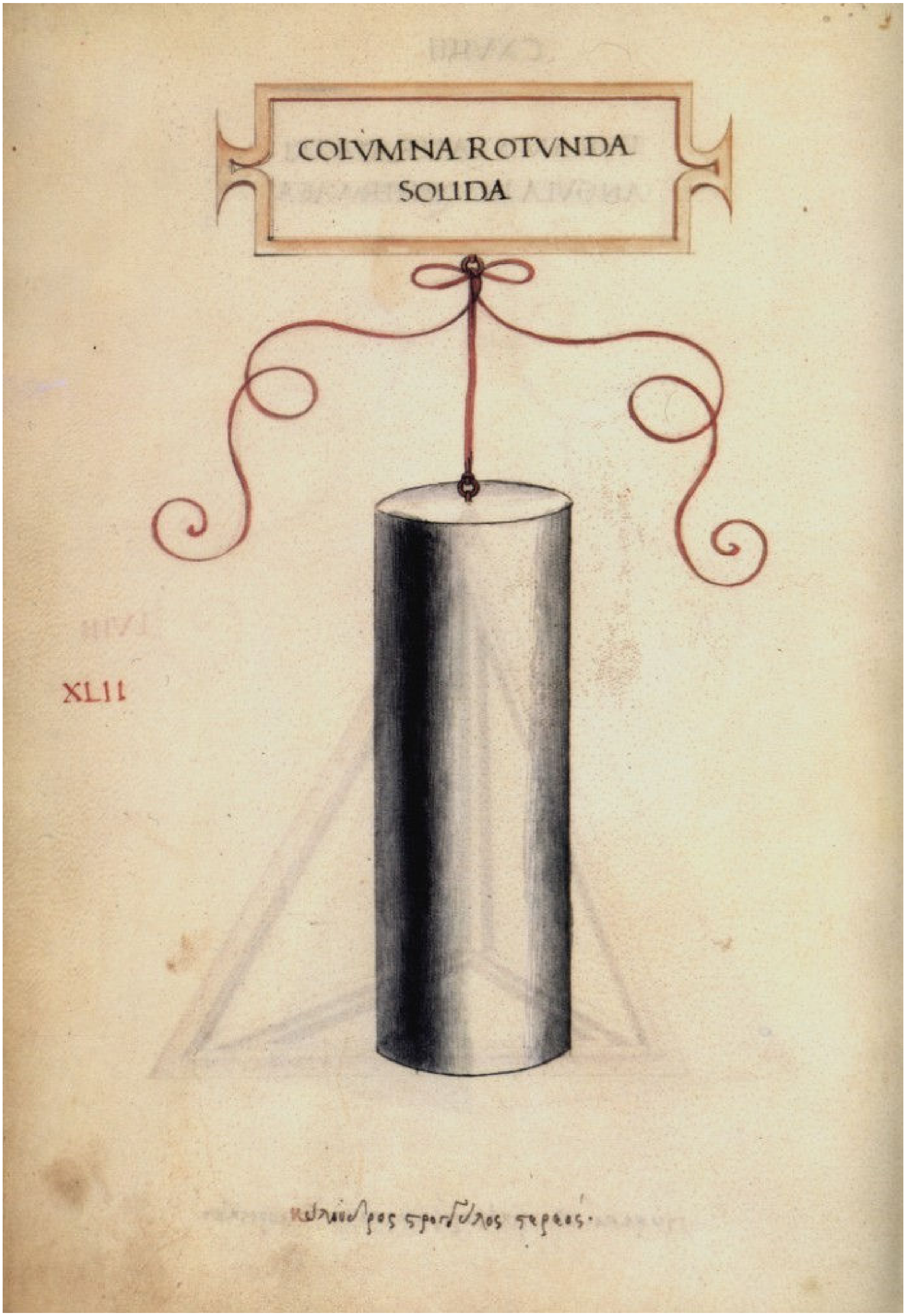
LVI

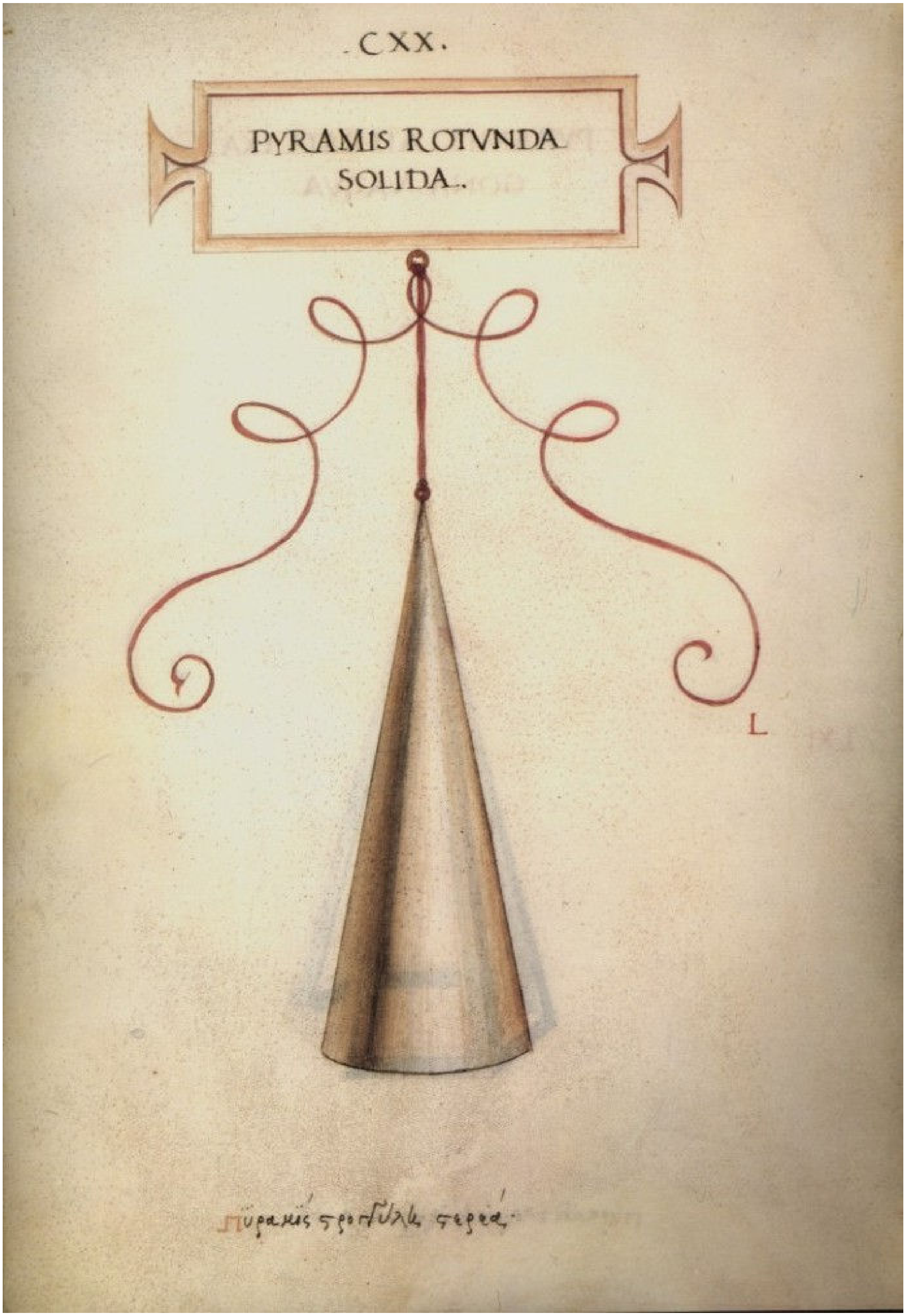
Πυραμὶς πλευρικὴ πενταγώνος κενή.


PYRAMIS LATERATA TRIAN
GVLA INEQVILATERA SOLIDA
LVII

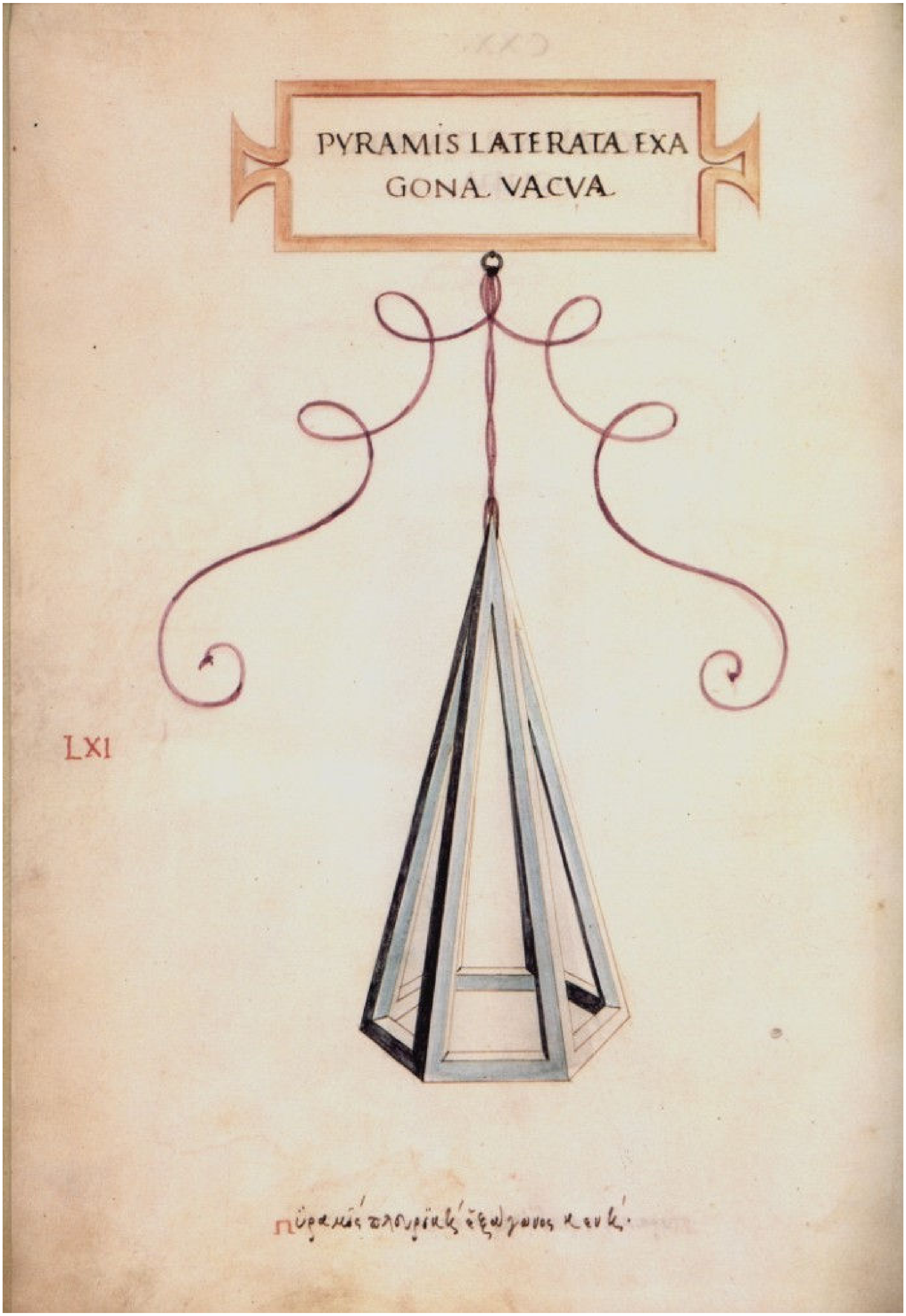


.CXVIIII.
PYRAMIS LATERATA TRI
ANGULA INEQUILATERA VACUA
LVIII
πύραμίς πλευρικὴ τρίγωνος ἀνισόπλευρος κενή:


COLVMNA ROTVNDA
SOLIDA
XLII
κυλινδρος στρογγυλος στερεός·



.CXX.
PYRAMIS ROTVNDA
SOLIDA.
L


PYRAMIS LATERATA EXA
GONA VACVA
LXI
πυραμὶς πλευρικὴ ἑξάγωνος κενή·

Apêndice 1:

Fac-símile da versão impressa em 1509 correspondente ao texto do manuscrito

Diuina
proportione

Opera a tutti glingegni perspi
caci e curiosi necessaria Oue cia
scun studioso di Philosophia:
Prospectiua Pictura Scultu
ra: Architectura: Musica: e
altre Mathematice: sua
uissima: sottile: e ad
mirabile doctrina
consequira: e de
lectarassi: cõ va
rie questione
de secretissi
ma scien
tia.

M. Antonio Capella eruditiss. recensente:
A. Paganius Paganinus Characteri
bus elegantissimis accuratissi
me imprimebat.

Chaues,

Danielis Caietani Cremonenſis Epigrãma

Natura omniparens produxit corpora quinque.
Simplicia hæc certo nomine dicta manent.
Compoſito in numerum Cõcurrũt addita cuiq;.
Atque inter ſe ſe Conſociata Vigent.
Condita principio pura & ſine labe fuere.
Noia ſunt aer Cœlum Aqua flama & humus.
Fœtibus innumeris Voluit plato maximus illa.
Eſſe: vbi eſt primum ſumpta figura: dare.
Sed quia naturæ lex nil conceditinane.
(In cœlo & Mundo dixit Ariſtoteles.)
Quodq; vnum ꝑ ſe poſitum ẽt Caret atq; figura.
Nulla ſubeſt oculi Suppoſito ſpecies.
Propterea Euclidæ ſublimius atque Platonis.
Ingenium excuſſit Sphærica quinque alia.
Iocunda aſpectu & multum irritantia Senſum.
Monſtrauere baſes vt latus omne docet.

Sonetto del auctore

Cinque corpi in natura ſon producti.
Da naturali ſemplici chiamati.
Perche aciaſcun compoſito adunati.
Per ordine concorran fra lor tutti.
Immixti: netti: e puri fur conſtructi.
Quattro elementi e ciel coſi nomati.
Quali Platone vol che figurati.
Leſſer dien a infiniti fructi.
Ma perche eluacuo la natura abhorre.
Ariſtotil in quel de celo & mundo.
Per ſe non figurati volſſe porre.
Pero lingegno geometra profondo
Di plato e de euclide piacque exporre.
Cinqualtri che in ſpera volgã tũdo.
Regolari: daſpeto iocundo.
Cõme vedi delati e baſi pare.
E vnaltro ſexto mai ſepo formare.

FINIS

Corpora ad lectorem.

El dolce fructo vago e ſi dilecto.
Cõſtrinſe gia i Philoſophi cercare.
Cauſa de noi che paſci lintellecto.

Diſticon ad idem

Quærerẽ de nobis fructus dulciſſĩus egit
Philoſophos cãm mẽs vbi læta mãet.

Corpora loquuntur

Qui cupitis Rerũ varias cognoſcere cãs
Diſcite nos: Cũctis hac patet vna via

FINIS

Excellētissimo Rei publicæ Florentinæ principi perpetuo. D. Petro Soderino. Frater Lucas Patiolus Burgensis Minoritanus & sacræ Theologie professor. F. D.

CVm in his disciplinis: quas græci Mathematica: apellant non mi-
nus vtilitati: quam voluptatis insit princeps patria ista clarissima
Dignissime: quod tibi qui eas in primis calles: quod fratri Cardi-
nali sapiētissimo: Et patrono singulari meo: quod Ioāni Victorio
I. V. eximio fratri optimo: quod Thomæ: Ioāni baptistæ nepoti
bus: quod Soderinæ deniq; familiæ omni: notissimum est: & qua
si hereditario iure proprium: vt in hac videlicet facultate omnes excellatis. Ideo no
uum: hoc opus quod iampridem parturiebam tibi vni dicare constitui. Vt cum
vobis omnibus semper carissimus vixerim habeam quo pacto satisfaciam in par-
te omnibus hæc igitur facultas: cum tanti fructus: tantæq; voluptatis sit: quantum
& ipse agnoscis & probas: mirum dictu q̄ paucos patronos peritos sui habeat. Ego
vero qui a teneris (vt aiunt) vnguiculis pertinacissimo studio in his aliquem pro-
fictum assecutus multorum iudicio viderer. Iampridem opus illud emiseram: in
quo omnem pene rationem huius disciplinæ cōplexus fueram vernacula lingua
quod Guidoni feltrio annis ab hinc aliquod dicatum a me: Venetiis impressum le
gitur. Accessit nunc ad eam curam: vt confluente studiosorum copia Megarensis
Euclidis elementa lingua patria donare coactus sim: cessit id diis bene iuuantibus
fælicissime. Nec vero multo post spe animos alētes libellum cui de diuina propor
tione titulus est: Ludouico Sphorciæ Duci mediolanensi nuncupaui. Tanto ardo
re vt schemata quoq; sua Vincii nostri Leonardi manibus scalpta: quod opticen in
structiorem reddere possent addiderim. Eum ego illi adhuc viuenti: magnis ab eo
donatus muneribus obtuleram. Feceranrq; donationem illam nostram Iucundio
rem Duo Romanæ ecclesiæ lūina: qui testes aderāt: Estensis. S. & sapientisimus fra
ter tuus Cardinales Francisco pepo ciue præstantissimo & tunc temporis cum fra-
tre tuo oratore Clarissimo. rem probante. Hunc vero tibi i præsentia: qui amissum
labente Ludouici principatu libellum recuperasti: Iure tuo vendicabis in quo sepo
sitis publicis curis: animum interdum oblectes & nequid sine auctario veniat libel
los duo velut appendices addidi alter veterum caracterum formam exactissimam
quandam continet: in quo lineæ curuæ & recte vis ostenditur. Alter quasi gradus
nescio quos architectis struit: & marmorariis nostratibus: qui & ipsi libelli familia-
rium tuorum nomine: & eorundemq; municipis meorum circumferatur. Vt cum
tibi omnia sua debeant: hac quoq; im parte tibi non possint non debere. Cæterum
tibi vni: Id totum nominatim inscribimus quo si vera fateri velim nihil habeant
mathematicæ disciplinæ: vel sublimius: vel rarius: vel vtilius. Hoc igitur opus ve
luti Thesaurum reconditum inclinante Iam ætate mea: posteritati inuidere nolui.
Cum præsertim tibi vni dicari posset. Qui præstantissimus omni virtutum gene-
re his & vitæ colore principes nostræ tempestatis facile excellas in hoc. n. finem ip-
sum quod ab omnibus expetitur assequere: cum actiuam partem ipsam in vniuer
sum attingerit. Qui tibi scio tanto iucundior erit: quo & schemata ipsa Domi in
dustria nostra habeas. Sed & res ipsa ingenii plena cōmendatiorem sese ipsa reddet.
Nec vero vernacula hæc & patria ipsa lingua te offendere debeat: cum tāto amplio
rem fructum allaturus hic sit: quāto plures illum legent. Cum præsertim ingenium
in his non eloquentiam requiras. Quod tu: Fraterq; tuus Cardinalis, Volceteranus:
Cui vitam ipsam debeo: tam bene nostis: q̄ ego bene vobis semper opto. Vale &
Salue. Venetiis. V. I dus Iunnii. M.D.VIIII.

¶ Magnifico & Clarissimo Andreæ Mocenico Veneto patricio Viro Magnifici
& generosissimi. D. Leonardi olim Serenissimi philosopho insigni atq; in omni
genere doctrinæ spectatissimo Danielis Caietani Epistolium.

Delectat me nimis fortuna sæculi hodierni. Magnifice Andrea. nu-
per edito libro de diuina proportione inscripto per Magistrum Lu-
cam paciolum a burgo Sancti Sepulchri maximum minoritanæ
sectæ ornamētum quoi ambigo an quempiam deinceps in arithme
tice parem Conspicaturi simus. Ecce cū primum affui (nanque vt
frequentissime soleo illum domi forte salutaueram.) offendi Cir-
ca repetionem libri occupatum rogo nunquid me velit. Cōtra ille nihil nisi vt me
ames & diuinam proportionem meam cognoscas quam chalcographi nūc premūt.
Gauisus sum ilico mirum in modum quod tanti tamq; rari atque incogniti arcani
thensauro Seculum nrm donetur In quo fama quidem authoris sed Sientia non
minus Crescit alienata adeo fideliter Subtiliter acute res altas atque aliorum Captu lō
ge Sepositas tractat enucleat: vt quod nullus in id genus professione ad hanc vsq; diē
aut compræhēdere potuit aut sciuit: hic Solus sui altissimi intellectus indagine Cō
quirit atq; vestigat. Dicit dispositie magna acrimonia maxima disciplina ad hanc
materiam: vt q in ea diutissime versati sint nō eant inficias Lucam paciolum esse
alterum nr̄e etatis Nicomachū q numeri & mēsuræ discipliam difusissime scripsit. Ita
que vt primum potui per occupationū mearum sequestram remissionem deliberaui I-
pætum incredibilis lætitiæ tibi Andrea vir rarissimæ probitatis & scientie hoc episto-
lio meo relaxare: magis tua causa haud sat scio q semper extitisti rerum optimarum si-
tientissimus lector & iudex indubitatus q̄ ipsius materie quæ rara est arguta Cal-
lida atq; argumentosa. Sed hoc præclarissimum opus de diuina proportiōe solius lu
cæ pacioli magistri in sacræ theologiæ adytis exquisitissimi atq; in numeraria di-
sciplina mirādi temporibus nostris sub tuæ cōscientiæ contēplatione tuæq; doctri-
næ censura acerrima laudatissimum exit in manus atq; in vulgatur aqua nihil vn
quam probatum fuit nisi quod laudatissimum esset hæc vna vel sola vel maxima
mihi fuit scribendi Causa qua te scilicet a profundo rerum publicarum extractum
ad capasendæ tantæ doctrinæ studium incitarem: quod eo facilius me impetraturum
confido quia tibi æui animiq; vigor obtigit integer ex quo pataium ad illū me
racissimum scientiæ fontem laudabili auiditate profectus cum ingenti totius gym
nasii applausu titulum veri atq; absolutissimi philosophi reportasti. In hoc autem
euigilatissimo tractatu non solum repeturus es ipse quod; discas sed & relaturus
fortasse quod doceas. Multa audisti multa per te ipse Conquisiuisti mathematico-
auspicatu optimo atq; physionomorum quos doctores miro studio æmulatus es.
Sed ad hanc materiam nullum facile iudices extitisse ad presens vsq; doctorē qui
huic in hoc genere conferendus sit (pace aliorum dixerim) Ad hoc ēt illud quod
subiectum certe formidandum tanta facilitate prosequitur vt a promptæ & planæ
disputationis comuniōe ne idiotarum quidem aut imperitorum siscitatiō repudie
tur: quemadmodum in Euclide cernere est quem de rhomano Vernaculum fecit ni
hil ab opinione Castigatissima domini Campani declinans quem sūmopere pro-
bat & sequitur Sed tandem Epistole manus extrema imponatur in qua pauca hæc
de intimis delibaui. Tu vero Censor maxime lege vt primum legeris Competenti
præconio extollenda iudicabis. Vale ex patauio. VII. Idus maias. M.D.VIIII.

NOMINA	ET NVMERVS	CORPORVM
Terahedron.	τετραεδρον.	Tetraedron.
1 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	Epipedon ſtereon.
2 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
3 Abſciſum ſolidum.	αποτετμημενον ϛερεον.	Apotetmimenon ſtereon.
4 Abſciſum vacuum.	αποτετμημενον κενον.	Apotetmimenon cenon.
5 Eleuatum ſolidum.	επηρμενον ϛερεον.	Epirmenon ſtereon.
6 Eleuatum vacuum.	επηρμενον κενον.	Epirmenon cenon.
Exahedron ſiue Cubus.	εξαεδρον. η κυβος	Hexaedron. I. cybos
7 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	epipedon ſtereon.
8 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
9 Abſciſum ſolidum.	αποτετμημενον ϛερεον.	Apotetmimenon ſtereon.
10 Abſciſum vacuum.	αποτετμημενον κενον.	Apotetmimenon cenon.
11 Eleuatum ſolidum.	επηρμενον ϛερεον.	Epirmenon ſtereon.
12 Eleuatum vacuum.	επηρμενον κενον.	Epirmenon cenon.
13 Abſciſum eleuatũ ſolidum.	αποτετμεμενον επηρμενον ϛερεον	Apotetmimenon epirmenon ſtereon.
14 Abſciſum eleuatum vacuum.	αποτετμημενον επηρμενον κενον	Apotetmimenon epirmenon cenon.
Octahedron.	οκταεδρον.	Octaedron.
15 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	Epipedon ſtereon.
16 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
17 Abſciſum ſolidum.	αποτετμημενον ϛερεον.	Apotetmimenon ſtereon.
18 Abſciſum vacuum.	αποτετμημενον κενον.	Apotetmimenon cenon.
19 Eleuatum ſolidum.	επηρμενον ϛερεον.	Epirmenon ſtereon.
20 Eleuatum vacuum.	επηρμενον κενον.	Epirmenon cenon.
Icoſahedron.	εικοσαεδρον.	Icoſaedron.
21 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	Epipedon ſtereon.
22 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
23 Abſciſum ſolidum.	αποτετμημενον ϛερεον.	Apotetmimenon ſtereon.
24 Abſciſum vacuum.	αποτετμημενον κενον.	Apotetmimenon cenon.
25 Eleuatum ſolidum.	επηρμενον ϛερεον.	Epirmenon ſtereon.
26 Eleuatum vacuum.	επηρμενον κενον.	Epirmenon cenon.
Dodecahedron.	δωδεκαεδρον.	Dodecaedron.
27 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	Epipedon ſtereon.
28 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
29 Abſciſum ſolidum.	αποτετμημενον ϛερεον.	Apotetmimenon ſtereon.
30 Abſciſum vacuum.	αποτετμημενον κενον.	Apotetmimenon cenon.
31 Eleuatum ſolidum.	επηρμενον ϛερεον.	Epirmenon ſtereon.
32 Eleuatum vacuum.	επηρμενον κενον.	Epirmenon cenon.
33 Abſciſum eleuatum ſolidum.	αποτετμημενον επηρμενον ϛερεον	Apotetmimenon epirmenon ſtereon.
34 Abſciſum Eleuatum vacuum.	αποτετμημενον επηρμενον κενον.	Apotetmimenon epirmenon cenon.
Vigintiſex baſium.	εικοσιεξαεδρον.	Icoſiexaedron.
35 Planum ſolidum.	επιπεδον ϛερεον.	Epipedon ſtereon.
36 Planum vacuum.	επιπεδον κενον.	Epipedon cenon.
37 Abſciſum eleuatum ſolidum.	αποτετμημενον επηρμενον ϛερεον	Apotetmimenon epirmenon ſtereon.
38 Abſciſum eleuatum vacuum.	αποτετμημενον επηρμενον κενον	Apotetmimenon epirmenon cenon.
39 Septuaginta duaꝝ baſiũ ſolidum.	εβδομηκονταδιςαεδρον ϛερεον.	Hebdomecontadiſſaedron ſtereon.
40 Septuagintaduaꝝ baſiũ vacuum.	εβδομηκονταδιςαεδρον κενον.	Hebdomecontadiſſaedron cenon.
41 Colũna laterata triãgula ſolida ſeu	κιων πλευρωδης ϛερεος	Cion pleurodis trigonos ſtereos.
corpus ſeratile.	η σωμα κλειϛον.	I ſoma cliſton.
42 Colũna laterata triãgula vacua.	πυραμις πλευρωδης τριγωνος ϛε	Pyramis pleurodis trigonos ſterea.
43 Pyramis laterata triãgula ſolida.	ρεα. κιον πλευροδης τριγονος κενη	Cion pleurodis trigonos ceni.
44 Pyramis laterata triangula vacua	πυραμις πλευρωδης τριγονος κενη	Pyramis pleurodis trigonos ceni.
45 Colũna laterata quadrãgula ſolida	κιων πλευρωδης τετραγωνος ϛερεος	Cion pleurodis tetragonos ſtereos.
46 Colũna laterata q̃drãgula vacua.	κιων πλευροδης τετραγονος κενος	Cion pleurodis tetragonos cenos.
47 Pyramis laterata q̃drãgula ſolida.	πυραμις πλευρωδης τετραγονος	Pyramis pleurodis tragonos ſterea.
48 Pyramis laterata q̃drãgula vacua.	ϛερεα. πυραμις πλευρωδης τε	Pyramis pleurodis tetragonos ceni.
49 Colũna laterata pẽthagona ſolida.	τραγωνος κενη.	Cion pleurodis pentagonos ſtereos.
	κιων πλευροδις πενταγονος ϛερεος	A iii

50 Colũna laterata pẽthagona vacua.
51 Pyramis laterata pẽthagona ſolida.
52 Pyramis laterata pẽrhagõa vacua.
53 Colũna laterata exagona ſolida.
54 Colũna laterata exagona vacua.
55 Pyramis laterata triangula inequi-
latera ſolida.
56 Pyramis laterata triangula inequi
latera vacua.
57 Colũna rotunda ſolida.
58 Pyramis rotunda ſolida.
59 Spera ſolida.
60 Pyramis laterata exagona ſolida.
61 Pyramis laterata exagona vacua.

κιον ϖλευροδ'ης ϖενταγονος κενος
ϖυραμις ϖλευρωδ'ης ϖενταγονος
ςερεα.
ϖυραμις ϖλευρωδ'ης ϖενταγονος
κενη.
κιων ϖλευροδ'ης εξαγωνος ςερεος.
κιων ϖλευροδ'ης εξαγωνος κενος.
ϖυραμις ϖλευςωδ'ης τριγωνος ανι
ςοϖλευρος ςερεα.
ϖυραμις ϖλευρωδ'ης τριγωνος ανι
ςοϖλευρος κενη.
κιων ςρογγυλος ςερεος.
ϖυραμις ςρογγυλη ςερεα.
ςφερας ςερεα.
ϖυραμης ϖλευρωδ'ης εξαγωνος ςε
ρεα.
ϖυραμις ϖλευροδ'ης εξαγονος κενη

Cion pleurodis pẽtagonos cenos.
Pyramis pleurodis pẽthagonos ſterea.
Pyramis pleurodis pentagonos ceni.
Cion pleurodis hexagonos ſtereos.
Cion pleurodis hexagonos cenos.
Pyramis pleurodes trigonos.
Nisopleuros ſterea.
Pyramis pleurodis trigonos anisopleu
ros ceni.
Cion ſtrongylos ſtereos.
Pyramis ſtrongyli ſterea.
Sphera ſterea.
Pyramis pleurodis exagonos ſterea.
Pyramis pleurodis hexagonos ceni.

¶ Lectore le ſequenti parole porrai formaliter nel. Cap. L, Al fin dela colona doue dici abſciſo fo detto nõ e ſequitã queſte poſſibile che cauſino angulo ſolido e formaſe dal precedente nella terça parte decia ſcũ ſuo lato vniforme tagliato & cetera. XIX. XX. ¶ Loctocedron eleuato ſolido &c. Puoi ſequita el principio dela ſequente colõna videlicet lido ouer vacuo fo per errore ſcorſo.

¶ Le ſequenti videlicet ſuperficie, E.24. piu. R.6912. e la quadratura e R.8192. Porrai infine del caſo. 4. del. 3. tractato a carti 22, doue dici e tal corpo tutto e R.40, e la &c. ſequita ſuperficie e. 24. & cetera e ſia finito el caſo ſeque el principio de laltra colonna. ¶ Lectore & cetera.

TAula dela presente opera e vtilissimo compendio detto dela diuina proportione dele mathematici discipline e lecto. Composto per lo Reuerendo patre de sacra theologia pfessore. M. Luca paciolo dal borgo Sã Sepolchro de lordine deli Minori e alo excellentissimo e potentissimo prencipo Ludouico. Ma. Sfor. Anglo. Duca de Milano dela. D. Cel. ornamẽto e de tutti lr̃ati e uirtuosi maxĩo fautor̃ dicato.

¶ Acio piu facilmente quel che inquesto se contene se habia ritrouare la sequente taula el lectore obseruara nellaquale prima sira la cosa che suole e poi el numero deli capituli aquantl'la sia.

¶ Tractatus actiue ꝑſcrutationis Corpoꝝ. D. pe. So. principi perpetuo
populi Flo. dicatus īmediate poſt Architecturam ſequitur.
¶ Lectore a tua comodita in ꝗſto ho voluto laſciare nelle margine am
plo ſpacio conſiderando che ſimili diſcipline ſempre ſe ſtudiano cō la pē
na in mano e mai al mathematico auāza campo. experto Credas ꝛc.
Per queſti carateri intenderai comme qui ſe dici videlicet. ◈. coſa coſe.
℞ ☐. cenſo. Cenſi. ℞. ℞. radici. ℞℞. radici de radici. ℞ ℞. cu. radici cuba
e coſi. ℞. q. ℞ cu. Cubo cubi ꝛc.

FINIS.

Excellentiſſimo principi Ludouico mariæ Sfor. Anglo Mediolanenſium duci: pacis & belli ornamento fratris Lucæ pacioli ex Burgo ſancti Sepulchri ordinis Minorum: Sacræ theologiæ pfeſſoris. De diuina proportione epiſtola.

Orrendo glianni de noſtra ſalute excelſo. D.1498. adi.9. de Febrario. Eſſendo nellinſpugnabil arce delinclita voſtra cita de Milano digniſſimo luogo de ſua ſolita reſidentia ala preſentia di q̃lla conſtituto in lo laudabile e ſcientifico duello da molti de ogni grado celeberrimi ſapientiſſimi acompagnata ſi religioſi cōmo ſeculari: deli quali aſſidue la ſua magnifica corte habūda. Del cui numero oltra le reuerendiſſime ſignorie de Veſcoui Protonotarii e abbati fuoron del noſtro ſacro ſeraphico ordine el reuerendo padre e ſublime theologo Maeſtro Gometio: col digniſſimo della ſacra ſcriptura precone frate Domenico per cognomento ponçone: el Reuereñ. P. M. Frāceſco buſti. Al preſente nel degno cōuento noſtro de Milano regente deputato. E de ſeculari prima el mio peculiar patrone Illuſtre. S. Galeaçço ſfor. V I. S. Seuerino fortiſſimo e generale de. v. D. celſi. capitano nellarmi ogi a nium ſecondo e de noſtre diſcipline ſolerto imitatore. E de clariſſime potentie egregii oratori: e dela medicina e aſtronomia ſupmi el clariſſimo e acutiſſimo de Serapione e Auicēna e de li corpi ſupiori indagatore e dele coſe future interprete Ambrogio roſa el doctiſſimo de tutti mali curatore Aluiſi Marliano e ſolertiſſimo dela medicina in ogni parte obſeruatore Gabriel pirouano. E dali prefati molto in tutte premeſſe admirato e venerato Nicolo cuſano col peritiſſimo de medeſime pfeſſioni Andrea nouareſe. E altri eximii conſultiſſimi vtriuſq; iuris doctori e de voſtro ornatiſſimo magiſtrato conſeglieri ſecretarii e cancelieri in conpagnia deli pſpicaciſſimi architecti e ingegnieri e di coſe noue aſſidui inuentori Leonardo da venci noſtro cōpatriota Fiorētino qual de ſcultura getto e pictura cō ciaſcuno el cognome verifica. Cōmo ladmirāda e ſtupenda eqſtre ſtatua. La cui alteçça dala ceruice a piana terra ſonno bracia.12. cioe $37\frac{1}{5}$. tāti dela q pñte līea. a. b. e tutta la ſua ennea maſſa alire circa.200000 aſcēde che di ciaſcuna loncia cumuna ſia el duodecimo ala feliciſſima inuicta voſtra paterna memoria dicata da linuidia di quelle de Fidia e Praſitele in monte cauallo altutto aliena. Colligiadro de lardente deſiderio de noſtra ſalute ſimulacro nel degno e deuoto luogo de corporale e ſpirituale refectiōe del ſacro templo dele gratie de ſua mano penolegiato. Al quale oggi de Apelle Mirone Policreto e glialtri cōuē che cedino chiaro el rendano. E non de q̃ſte ſatio alopa inextimabile del moto locale dele pcuſſiōi e peſi e dele força tutte cioe peſi accidētali (hauēdo gia cō tutta diligētia al degno libro de pictura e mouimēti humani poſto fine) q̃lla cō ogni ſtudio al debito fine attēde de cōdure. E ſuo quāto fratello Iacomo andrea da Ferara de lopere de Victruuio acuratiſſimo ſectatore. Nō pero dela ſingulare induſtria militare in alcuna coſa diminuto. Quella cō ſuōi auree e melliflue parolle diſſe eſſere de grādiſſima commēdatiōe degno apſſo dio el mōdo colui che dalcuna virtu dotato volentieri aglialtri la cōica. Di che nel pximo carita e a lui laude e honore ne reſulta imittādo el ſacro dicto: q̃d ne ſine figmēto didici & ſine inuidia libēter cōico. Dele quali ſuauiſſime parolle ſi fermo nela mēte el ſenſo apreſi che mai piu ſaldo in marmo nō ſe ſcripſe. E benche prima quaſi da natura innato mi foſſe el ſimile cō ciaſcūo vſitare maxime de q̃lle faculta dele quali fra glialtri

alaltissimo p sua imensa benignita piacq̄ doctarme. cioe dele necessarie
scientie e dignissime discipline mathematici. Non dimeno gia stracco p
li laboriosi affani si diurni e nocturni corporali cōmo anco spūali. El q̄l
tutto a chi cō dilligentia la grandopera nostra de simili discipline e facu'
culta cōpilata e al magnanimo de. v. celsitudine affine Duca de vrbino
Guido vbaldo dicata cōlaltre che nella q̄nta distinctiōe di q̄lla se inducāo
apto sia posto mera gia cō glialtri aluogo aprico gliāni recōtare. Ma da
q̄lle grandamēte excitato represi lena ala piagia diserta e p cōdimento de
ognaltra opa nostra de simili faculta cōposta e asummo e deleteuil gusto
de tutte le pfate scie e mathematici discipline a. V. D. celsitudine e autili'
ta de li reuerēti subditi di quella. A decore ancora e pfecto ornamento de
la sua dignissima bibliotheca de inumerabile multitudine de volumi in
ogni faculta e docttrina adorna a disponere q̄sto breue cōpendio e vtilis
simo tractato detto de diuina pportione. El q̄le cō tutte sue forme mate'
riali deli corpi che in ditto se cōtengono non menore admiratione a chi
q̄lla visitara darano che tutti glialtri volumi cō laltre sue dignissime cose
in q̄lla reposte si facino. Per esser dicte forme aliuiuēti finora state ascoste
Nel quale diremo de cose alte e sublimi quali veramēte sonno el cimento
e copella. de tutte le prelibate scientie e discipline e da quello ogni altra
speculatiua opatione scientifica pratica e mecanica deriua. Sença la cui
notitia e psuposito non e possibile alcuna cosa fra le humane bene inten-
dere operare cōmo se dimostra. E po. V. D. celsitudine cō acorta intelligē
tia exortara suoi ~~famillari e altri reuerēti subditi~~ quello cō dilecto e sūmo
piacere con vtilissimo fructo discorrere. Conciosia che nō sieno fanule an
nili ne altre rediculose e false facetie ne anco mendaci e icredibili poetice
inuentioni. Le q̄li solo per vn fume le orechie pascano. Auenga che le
cose false secōdo el pħo anoi per la cognatione dele vere che di lor seq̄tāo
sieno vtili si cōmo el reuerscio del deritto e vno opposito de laltro. e po
magiormente le cose vere sirāo a noi vtili e proficue p che di queste se nō
vero ne puene. Ma de leuere commo afferma a R. e Auerrois le nostre
mathematici sonno verissime e nel primo grado de la certeça e quelle seq̄
tano ogni altre naturali Onde p introductione e argumēto alequi sequē
ti questo sia bastante. e pero chiaro apare tutte laltre scie excelso. D. esere
opinioni e solo queste son da eser dicte certeççe. cōme fra li medici Auicē
na Galieno Ypocrate e li altri iteruene ch̄ luno dici la vita de lhomo eser
nel core e altri nel cerebro altri nel sangue aducēdo ragiōi e argomti asai
a loro cororboratiōe. Sich nō e mai bono lasciare le cose certe p le dubie
cōciosiacosa ch̄ q̄ste dali sauii sieno chiamate vane vn̄ ꝓfus. Nō dēnt certa
pu anis relinq̄ ꝛc. Cō hūilta semp̄ e debita reuerētia de. V. D. celsitudīe ala
q̄le sūmamēte de cōtinuo me recomādo. Q ue felicissime ad vota valeat.

¶ Reuendi. P. M. Luce pacioli de Burgo. S. S. Ordinis Minoꝝ. Et sacre
theologie professor in compendium de diuina proportione ex mathe-
maticis disciplinis prefatio. Cap. .II.

P
R opter admirari ceperūt pħari. Vole Excelso. D. la ppo
sita auctorita del maistro de color ch̄ sano che dal vedere
auesse initio el sape. Si cōmo el medesio i vn altro luogo
afferma dicendo. Q uod nihil est in intellectu q̄n prius sit
in sensu. Cioe che niuna cosa sia nel intellecto che quella
prima non se sia p alcun modo al sense offerta. E de li no'
stri sensi p li sauii el vedere piu nobilie se cōclude. Onde nō imeritamēte
ancor da vulgari sia detto locbio eser la prima porta p la qual lo intelle
cto intende e gusta. Cōme in quel luogo se cōtene vedēdo li sacerdoti de
Egipto la luna eclipsare molto stetero admiratiui e cercando la cagione
quello p vera scientia trouare naturalmente aduenire p la interpositione
de la terra infra el sole e la luna dich̄ rimaser satisfati. E da indi i q̄ demāo
in mano asutigliandosi lor successori col lume dele. 5. intellectual fenestre
impiero a nostra vtilita de lor psonde scientie inumerabile multitudine.

de volumi. Peroche si cõmo luno pensier da laltro scopia cosi naquer de
quello molti altri poi. La qual cosa fra mestesso pẽsando a questo vtilissi
mo cõpendio dele scie mathematici e lecto la pẽna prender deliberai. E
insiemi cõ quello de mia ꝓpria mano materialmẽte ꝑ la cõune vtilita in
forma ꝓpria li lor corpi debita mente formare. E quelli con lo presente cõ
pẽdio a. V. D. celsitudie offerirlo. Pel cui insitato aspecto cõmo cosa a nr̃i
tempi dal cel venuta non dubito el suo ligiadro e perspicaci intellecto
prenderne grandissimo piacere maxime quando con lo prefato lume nõ
con menore indagatione cheli antichi egiptii in dicto eclipsi di tal for
me sue cause e dolcissima armonia con laiuto e suffragio del presente tra
ctato retrouara. Diche certo me rendo se nel passato achi in parte di tal
scientie e discipline predicto quella larga e ampla li se offerta nel futuro
douerlise asai piu magnanima e amplissima mostrare e che piu fia con
ogni diligente cura alaquisto de quelle suoi cari familiari e reuerenti sub'
diti e altri beniuoli exortare. Conciosia che dicte mathematici sieno fon
damento e scala de peruenire a la notitia de ciascun altra sciẽtia per e ser
loro nel primo grado de la certeça affermandolo el pħo cosi dicendo
Mathematice. n. scientie sunt in primo gradu certitudinis ꝯ naturales se-
quuntur eas. Sonno cõmo edicto le scie e mathematici discipline nel pri
mo grado de la certeçça e loro sequitano tutte le naturali. E sença lor no
titia fia impossibile alcun altra bene intendere e nella sapientia ancora e
scripto. ꝙ omnia consistunt in numero pondere ꝯ mensura cioe che tutto
cioche per lo vniuerso inferiore e superiore si squatema quello de necessi'
ta al numero peso e mensura fia sottoposto. E in queste tre cose laurelio
Augustino in de ci. dei dici el summo opefici summamente esser laudato
per che in quelle fecit stare ea que non erant. Per la cui amoreuile exhorta
tione comprẽdo molti de tal fructo suauissimo de vtilita ignari douersi
dal topore e mental sonno exueghiare e con ogni studio e solicitudine
inquirer quelle al tutto darse. e fia cagione in esse el seculo al suo tem-
po renouarse. E con piu realita e presteça in cadun lor studio de qualunch
scientia ala perfection venire. E oltra la fama e degna cõmendatione a
V. D. celsitudine in suo excelso dominio acrescera probita non poca in
suoi cari familiari e dilecti subditi sempre ala defension de quello al tutto
parati non manco ch per la propria patria el nobile ingegnoso geometra
e dignissimo architetto Archimede fesse. El qual (commo e scripto)
con sue noue e varie inuentioni de machine per longo tpo la cita siracusa
na contra limpeto e belicoso successo de romani finche apertamente per
Marco Marcello ꝗ expugnarla cercarõ saluo icolume. E ꝑ qotidiana expe
riẽtia a. V. D. celsitudie nõ e ascosto. (auenga che per molti ãni gia la cla
rissima sua paterna memoria ali talia tutta e a luna e laltra galia transal
pina e cisalpina ne fosse auctore preceptore enorma; che la deffensione
de le grãdi e piccole republiche per altro nome arte militare appellata
non e possibile sença la notitia de Geometra Arithmetica e Proportione
egregiamente poterse con honore e vtile exercitare. E mai nium degno
exercito finalmente a obsidione o defensione deputato de tutto prouedu
to se po dire se in quello non se troui igegnieri e nouo machinatore parti
cular ordinato commo poco inançe del gran geometra Archimenide
a seracusa dicto habiamo. Se ben se gurada generalmente tutte sue arte'
gliarire prendise qual volglia commo bastioni e altri repari bombarde
briccole trabochi Mangani Robonfre Baliste Catapulte Arieti Testu'
dini Grelli Gatti. con tutte altre inumerabili machine ingengni e instru
menti sempre con força de numeri mensura e lor proportioni se trouaran
no fabricati e formati. Che altro sonno Rocche. Torri. Reuelini. Muri
Antemuri. Fosi. Turioni e Merli. Mantelecti. e altre forteççe nelle terri
cita e castelli che tutta geometria e prortioni con debiti liuelli e archi
pendoli librati e asettati? Non per altro si victoriosi furon li antichi
romani commo Vegetio frontino e altri egregii auctori scriuano

se nō p la gran cura e diligente prepatione de ingegnieri e altri armiragli
da terra eda mare quali sença le mathematici discipline cioe Arithmeti-
ca Geometria e pportioni lor sufficientia non e possibile le quali cose a
pieno le antiche ystorie de Liuio Dionisio Plinio e altri le rendano
chiare e māifeste. Da le quali. Ruberto valtorri pitissimo arimenese q̄lle
che in la degnopera sua de instr̄is bellicis intitulata e alo Illustre. S. Sigis
mōdo pandolfo dicata tutte trasse. E de dicte machine e instrumēti ad
lr̄am cōmo i suo libro dicto arimine se pone e de molte altre piu asai. La
felicissima memoria del cōgionto e stretto affine de. v. celsitudie Federi
co feltrēse Illustrissimo Duca de vrbino tutto el stupendo edificio del suo
nobile e admirādo palaçço in vrbino circūcirca da piede i vn fregio de
viua e bella pietra per man de dignissimi lapicidi e scultori ordinata
mente feci disporre. ⁋ Si commo fra glialtri de Iulio Cesaro de lar-
tificioso ponte in suoi commentarii si legi. E cōmo fin questo di nella
degna cita tudertina de vmbria nella chiesia de sancto fortunato nr̄o sa-
cro cōuento dela clarissima vostra paterna memoria ancora gran mul
titudine de grossissimi canapi publice pēdenti q̄li p vn pōte al teuere a sua
famosa cōsequuta victoria debitamēte dispose. ⁋ Non p altri meççi anco
ra ale grandi speculationi de sacra theologia el nostro subtilissimo Scoto
puene se non p la notitia de le mathematici discipline cōme p tutte sue sa
cre opere apare. Maxime se ben si guarda la questione del suo scd̄o libro
dele sententie quādo ingrendo domanda se langelo habia suo pprio ede-
terminato luogo a sua existētia i la q̄le ben demostra hauere inteso tutto
el sublime volume del nostro perspicacissimo megarense ph̄o Euclide.
Nō p altro similmēte li testi tutti del principo di color che sanno phyca
methafisica posteriora eglialtri se mostrāo difficili se nō p la ignorātia de
le gia dicte discipline. Non p altro e penuria de buoni astronomi se non
pel defecto de arithmetica geometria pportioni e pportionalita. E de li
10. li. 9. in lor Iudicii se regano p taule tacuini e altre cose calculate per Pto
lomeo Albumasar. Ali al fragano Gebe. Alfonso Biancho Prodocino.
e altri le q̄li p la poca aduertença de li scriptori possono essere maculate
e uitiate. E p cōsequente in q̄lle fidandose in grandissimi & euidēti errori p
uengano nō cō poco dāno e preiudecio de chi in loro se fidano. La sutili-
ta suprema ancora de tutte le legi municipali consiste scōdo piu volte da
in loro periti me exposto nel giudicare de la luuioni e circūluuioni de la-
que p la excessiua loro inundatione. Cōmo de q̄lle el loro eximio capo
Bartolo da saxo ferrato particular tractato cōpose e q̄llo Tiberina in titu
loe nel suo phemio molto geometria cō arithmetica extolse. Affirman-
do quelle similmēte da vn nostro fratre per nome Guido chiamato e di
sacra theologia pfessore hauerle aprese in qual tractato del dare e torre
che ale volte fa el teuere p sua inundatione in quelle p̄ti maxime de pero
sa verso deruta se cōtene. Doue sempre cō figure giometriche rectilinee e
curuilinee de pte in pte el nostro pspicacissimo ph̄o. Euclide alegādo se
resse e q̄llo cō grandissima subtilita cōcluse. Non dico de la dolce suaue
armonia musicale ne dela somma vagheça e intellectual cōforto prospe-
ctiuo e de la solertissima dispositione de architectura cō la descritione de
luniuerso maritimo e terestre e doctrina de corpi e celestiali aspecti p chi
di lor quel che finor se detto chiaro apare. Lascio p men tedio al lectore
scie altre asai pratiche e speculatiue con tutte larti mecaniche in le cose hu
mane necesarie. dele q̄lli sença el suffragio d q̄ste nō e possibile loro agsto
ne debito ordie in q̄lli seruare. E po non e da prēdere admiratiōe se pochi
sono a nostri tēpi buoni mathematici p che la rarita de buoni pceptori ne
fia cagiōe cō la gola sonno e otiose piume e i pte la debilita de li recētiori
igegni. Onde fra li saui p comū puerbio magestralm̄te se costūato a dire.
Aurū pbat igni & igeniū mathematicis cioe la bonta de loro demostra el
fuoco e la peregrineça del ingegno le mathematici discipline. Che in sen
tētia vol dire chel buono igegno ale mathematici fia aptissimo acadau-

che le sieno de grandissima abstractione e subtigliezza: perche sempre fuo
ra dela materia sensibile se hano a considerare. E veramente son quelle cõ
mo per Tusco pverbio se costuma che spaccano el pelo i laire. Per la qual
cosa lantico e diuin pho Platone non immeritamente ladito del suo ce
leberrimo Gymnasio ali de geometria inexpti denegaua quando vn bre
ue al sommo dela sua principal porta a lettere magne intelligibili pose de
queste formali parolle. videlicet. Nemo huc geometrie expers ingrediat.
Cioe chi non era buon geometra li non intrasse. El che feci perche in lei
ognaltra scientia occulta se retroua. Dela cui suauissima dolcezza innãze
lui repieno el solertissimo dela natura contemplatore. Pytagora per la in
uentione de langolo recto cõmo di lui si legi. e Vitruuio el recita cõ gran
dissima festa e giubilo de.100. buoi ali dei feci sacrificio. cõmo desotto se
dira. E questo al presente dele mathematici alor cõmendatione. Delequa
li gia el numero in questa vostra inclita cita ala giornata comẽza per gra
tia de. v. D. celsi. non poco acrescere per lassidua publica de lor lectura no
uellamente per lei introducta col proficere deli egregii audienti. secõdo la
gratia in quelle a me da laltissimo concessa chiaramente e con tutta dili
gentia (alor iudicio) el sublime volume del prefato Euclide in le scientie
de Arithmetica e Geometria. proportioni e pportionalita exponẽdoli.
E gia ali suoi. x. libri. dignissimo fine imposto interponẽdo sempre a sua
theorica ancora la pratica nostra a piu vtilita e ampla intelligẽtia de qlli.
e ala pñte expedition de questo el residuo del tẽpo deputando.

¶ Finito el phemio sequita chiarire quello che per questo nome Math
matico sabia intendere. Cap. III.

Questo vocabulo Mathematico excelso. D. sia greco deri
uato da [illegible] che in nostra lengua sona quanto a
dire disciplinabile. e al pposito nostro per scientie e disci
pline mathematici se itẽdano. Arithmetica. Geometria.
Astrologia. Musica. Prospectiua. Architectura. e Cosmo
graphia. e qualũcaltra da queste dependẽte. Nõ dimeno
cõmunamente per li saui. le quatro prime se prẽdano, cioe Arithmetica.
Geometria. Astronomia. e Musica. e laltre sienno dette subalternate cioe
da queste quatro dependenti. Cosi vol Platone e Aristo. e ysidoro i le sue
ethimologie. El seuerin Boetio in sua Arithmetica. Ma el nostro iudicio
benche imbecille e basso sia o tre o cinque ne cõstregni. cioe Arithmeti
ca. Geometria. e Astronomia excludendo la musica da dicte per tante ra
gioni quante loro dale.5. La prospectiua e per tante ragioni quella agiõ
gendo ale dicte quatro per quante quelli ale dicte nostre.3. la musica. Se
questi dicano la musica contentare ludito vno di sensi naturali. E quella
el vedere. quale tanto e piu degno quanto eglie prima porta alintellecto
se dichino quella satende al numero sonoro e ala mesura importata nel tẽ
po de sue prolationi. E quella al numero naturale secõdo ogni sua diffini
tione e ala mesura dela linea visuale. Se quella recrea lanimo per larmo
nia. E questa per debita distantia e varieta de colori molto delecta. Se ql
la suoi armoniche pportioni considera. E questa le arithmetici e geome
trici. E breuiter excel. D. finora e gia son piu anni che questo nel capo me
tẽzona. E da nullo cio me facto chiaro p che piu quatro che tre o cinque.
Pur existimo tanti saui non errare. E p lor dicti la mia ignoranza non si
suelle. Oime chi e quello che vedendo vna ligiadra figura con suoi debi
ti liniamenti ben disposta. a cui solo el fiato par che manchi. non la giu
dichi cosa piu presto diuina che humana? E tãto la pictura immita la na
tura quanto cosa dir se possa. El che agliochi nostri euidentemente apare
nel prelibato simulacro de lardente desiderio de nostra salute nel qual nõ
e possibile con magiore atentione viui li apostoli immaginare al suono
dela voce delinfallibil verita quando disse. vnus vestrum me traditurus
est. Doue con acti e gesti luno alaltro e laltro a luno cõ viua e afflicta ad
miratione par che parlino si degnamente con sua ligiadra mano el no

stro Lionardo lo dispose. Cõmo de Zeuso e Parrasio se leggi ĩ Plinio de picturis che siando a contrasto del medesimo exercitio con parrasio ĩsfidãdose de penello: quello feci vna cesta duua con suoi pãpane inserta e posta in publico gliucelli vinse cõmo auera a se getarse. E laltro feci vn velo alora Zeuso disse a parrhasio auẽdolo ancor lui posto in publico e credendo fosse velo che coprisse lopera sua facta a cõtrasto leua via el velo e lascia vedere la tua a ognuno cõmo so la mia e cosi rimase vincto. Perche se lui li vcelli animali irrationali e quello vno rationale e maestro inganno. se forse el gran dilecto el sũmamore a quella. (benche di lei ignaro) nõ minganna. E vniuersalmente non e gentile spirito achi la pictura nõ dilecta. Quando ancor luno e laltro animal rõnale ꝯ irrationali a se alice. Onde con questo ancor mi staro saltro nõ vene che le sien tre principali e laltre subalternate ouer cinque se quelli la musica cõnumerano e per niente mi pare la ꝓspectiua da postergare conciosia chella non sia de men laude degna. E son certo per non essere articolo de fede me sira tolerato. E questo quanto al dicto nome aspeti.

De quelle cose chel lectore ala intelligentia de questo debia obseruare. Capitulo. IIII.

APresso per men briga nel sequente e da notare quando se allegara alcuolte la prima del primo la quarta del secõdo la decima del q̄nto. la. 10. del. 6. e cosi scorrẽdo fin al quitodecimo sempre se debia intendere ꝑ la prima cotatione el numero dele conclusioni. E ꝑ la secõda cotatione el numero deli libri del nro philosopho Euclide quale al tutto imitamo cõmo archimandritta de queste faculta. Cioe dicendo ꝑ la quinta del primo vol dire per la quinta conclusione del suo primo libro: e cosi deglialtri libri partiali del suo libro totale deli elementi e primi principii de Arithmetica e Geometria. Ma quando lauctorita ꝑ noi aducta fosse daltra sua opera o daltro auctore quella tale e quel tale auctore nominaremo. Anchora per molti varii caratheri e abreuiature che in similĩ faculta se costumano vsitare maxime per noi cõmo se rechiede etiamdio a ciascunaltra. Onde la medicina vsa li suoi per scropoli: once: dragme: e manipoli. Li argentieri e gioilieri ꝑ grani dinari e caratti. li suoi li astrologi per Ioue Mercurio Saturno Sole Luna e glialtri similmente li loro. Eli mercanti per lire soldi grossi e denari parimẽte diuersi con breuita. E questo solo per euitare la prolixita del scriuere e anco del leggere che altramente facendo empirebono de inchiosto molta carta. A simili ancora noi in le mathematici per algebra cioe practica speculatiua altre che dinotano cosa censo e cubo egliatri termini commo in la predicta opera nostra se contene. Del numero deliquali ancora in questo alcuni ne vsaremo. e son quelli che dinançe in la tauola ponemmo. Similmente questi nomi. cioe multiplicatione producto rectangolo importano vna medesima cosa. E ancora questi cioe quadrato de vna quantita e potentia dalcuna quãtitã sonno vna medesima cosa: peroche la potẽtia dela linea fia respecto al suo quadrato per lultima del primo. E piu che possa la linea fia el suo quadrato. E queste cose conuen sieno obseruate alcuolte nel nostro processo: acio non se equiuochi nel senso dele parolle.

Del condecente titulo del presente tractato. Cap. V.

PArme del nostro tractato excelso. D. el suo condecente titulo douer essere dela diuina proportione. E questo per molte simili conuenientie quali trouo in la nostra ꝓportione delaquale in questo nostro vtilissimo discorso intẽdemo a epso dio spectanti. Delequali fra laltre quatro ne prendaremo a sufficientia del nostro proposito. La ꝑma e che lei sia vna sola e non piu. e nõ e possibile di lei asegnare altre spe

cie ne differentie. Laquale vnita sia el supremo epiteto de epso idio secon
do tutta la scola theologica e anche philosophica. ¶ La seconda conue
niētia e dela sancta trinita. Cioe si commo in diuinis vna medesima sub
stātia sia fra tre persone padre figlio e spirito sancto. Cosi vna medesima
proportione de questa sorte sempre conuen se troui fra tre termini. e mai
ne in piu ne in manco se po retrouare. cōmo se dira. ¶ La terça conuenie
tia e che si commo idio propriamente non se po diffinire ne per parolle
a noi intēdere. cosi questa nostra proportione non se po mai per numero
intendibile asegnare ne per quantita alcuna rationale exprimere: ma sem
pre sia occulta e secreta e dali Mathematici chiamata irrationale. ¶ La
quarta conuenientia e che si commo idio mai non se po mutare. e sia tut
to in tutto e tutto in ogni parte. cosi la presente nostra proportione semp
in ogni quantita continua e discreta o sienno grandi: o sienno picole sia
vna medesima e sempre inuariabile e per verun modo se po mutare ne an
co per intellecto altramāte apprendere. commo el nostro processo demo
strara. ¶ La quinta conuenientia se po non immeritamente ale predicte
arogere cioe. Si commo idio lessere confresci ala virtu celeste per altro
nome detta quinta essentia e mediante quella ali altri quatro corpi sem
plici. cioe ali quatro elementi. Terra. Aqua. Aire. E fuoco. E per questi
lessere a cadauna altra cosa in natura. Cosi questa nostra sancta porpor
tione lesser formale da (secondo lantico Platone in suo Timeo) a epso
cielo atribuendoli la figura del corpo detto Duodecedron. altramēte cor
po de. 12. pentagoni. El quale commo desotto se mostrara sença la nostra
proportione non e possibile poterse formare. E similmēte a ciascuno de
li altri elementi sua propria forma asegna fra loro per niun modo coinci
denti. cioe al fuoco la figura pyramidale detta Tetracedron. A latera la
figura cubica detta exacedrō. Alaire la figura detta octocedrō. E alaq̄ q̄lla
detta ycocedrō. E q̄ste tal forme e figure dali sapiēti tutti corpi regulari sō
nonūcupate. Cōmo sepatamēte disotto de cadauno se dira: E poi mediāti
sti a infiniti altri corpi detti depēdenti. Li q̄li. 5. regulari nō e possibile fra
loro poterse proportionare ne dala spera poterse intendere circōscriptibi
li sença la nostra detta proportione. El che desotto tutto apparera. Le qua
li conuenientie. benche altre assai se ne potesse adure. queste ala condecen
te denominatione del presente compendio sienno p sufficiētia assegnate.

¶ Dela sua degna commendatione. Cap. VI.

QVesta nostra proportione excelso. D. e de tanta prerogati
ua e de excellentia degna quanto dir mai se potesse per re
specto dela sua infinita potentia. conciosia che sença sua
notitia moltissime cose de admiratione dignissime ne in
philosophia ne in alcuna altra scientia mai a luce poterie
no peruenire. El qual dono certamēte dala inuariabile na
tura deli superiori principii. commo dici el gran philosopho Campanno
stro famosissimo mathematico sopra la decima del. 14. glie cōcesso. Maxi
me vedendo lei eser quella che tante diuersita de solidi si de grandeçe si
de moltitudine de basi: si ancora de figure et forme con certa irrationale
simphonia fra loro acordi. commo nel nostro proceso se intendera po
nendo li stupendi effecti quali (de vna linea secondo lei diuisa) non na
turali ma diuini veramēte sonno dappellare. Deli quali el primo a lor cō
numeratione sia questo.

¶ Del primo effecto de vna linea diuisa secondo la nostra proportio
ne. Capitulo VII.

QVando vna linea recta sia diuisa secondo la proportione
hauente el meço e doi extremi (che cosi per altro nome
dali sapienti sia nuncupata la nostra p̄libata p̄portiōe) se
ala sua magior p̄te se agiōga la mita de tuta la linea cosi p
portiōalmēte diuisa. Segra de necessita chel q̄drato de lor
cōgiōto semp̄ sia q̄ncuplo cioe. 5. tāto del q̄drato de dicta

mita itegrale. ¶ Nançe che piu oltra se ꝓceda e da chiarire cõmo dicta ꝓportione fra le quãtita la sabia intẽdere e interporre e cõmo dali sapiẽtissimi in lor volumi sia chiamata. Onde dico lei esser detta. Proportio habens medium & duo extrema cioe ꝓportione hauẽte el meçço e doi extremi: qual sia ꝓpria passione dogni ternario. Peroche qual voi ternario asegnato quello sempre hara el meçço cõ li doi suoi extremi. ꝑche mai el meçço sença lor se intende. E in tal modo se insegna diuidere vna quantita nella. 29. del. 6. hauendo prima descripto nella. 3. diffinitione del. 6. cõmo cosi diuiderla se debia intẽdere. Benche nel suo. 2. per la. ii. demostri diuidere la linea sotto la medesima virtu e força nõ altramente noiando proportione finchel. 5. non passasse. e dal Campano se aduci fra li numeri nella. 16. del. 9. E questo quanto ala sua denominatione.

¶ Cõme se intendino el suo meçço e li suoi extremi.

¶ Inteso comme la nostra ꝓportiõe per suo particular nome sia chiamata, resta a chiarire cõme dicto meçço e anco extremi in qual voi quãtita se habino a intẽdere e cõmo bisogna sienno conditionati: acio fra loro se habia a retrouare dicta diuina ꝓportione. Per laqual cosa e da sapere cõmo nel quinto se asegna che sempre fra tre termini de vn medesimo genere de necessita sonno doi habitudini o vogliam dire ꝓportioni cioe vna fral primo termino el secõdo. laltra fral secondo el terço. verbi gratia. Sienno tre quantita de medesimo genere (che altramente non se intẽde esserui fra loro ꝓportione). la prima sia. a. e sia. 9. per numero. la seconda. b. e sia. 6. la terça. c. e sia. 4. Dico che fra loro sonno doi ꝓportioni. luna dal. a. al. b. cioe dal. 9. al. 6. la quale fra le commune ꝑ lopera nostra chiamamo sexquialtera e sia quando el magior termino contene el menore vna uolta e meçça. Pero chel. 9. conten. 6. e ancor. 3. qual sia mita del. 6. e per questo sia detta sexquialtera. Ma perche qui non intendiamo dire dele ꝓportioni in genere per hauerne diffusamente apieno tractato e chiarito insiemi con le proportionalita nella preaducta opera nostra, pero qui de loro non me curo altramente extendere. ma sempre tutto quello in commune de lor dicto se habia con loro diffinitioni e diuisioni a persuporre. E solo de questa vnica al presente sia nostro discorso per non trouarse di lei con tale e tanto vtilissimo processo per alcuno esserne inançe tractato. Ora tornando alo incepto proposito dele tre quantita. e sia ancora dala seconda. b. ala terça. c. cioe dal. b. al. 4. vnaltra proportione similmente sexquialtera. Delequali o sienno simili o dissimili al ꝓsente non curiamo. Ma solo lo intento sia per chiarire. commo fra tre termini de medesimo genere se habia de necessita retrouare doi proportioni. Dico simillmente la nostra diuina obseruare le medesime conditioni. cioe che sempre fra li suoi tre termini. cioe meçço e doi extremi inuariabilmente contene doi ꝓportioni sempre de vna medesima denominatione. Laqual cosa de laltre o sienno continue ouer discontinue. po in infiniti varii modi aduenire. Pero che alcuolte fra lor tre termini sira dupla alcuna volta tripla: & sic in ceteris discorrendo per tutte le communi specie. Ma fral meçço e li extremi de questa nostra non e possibile poterse uariare commo se dira. Diche meritamente so la quarta conuenientia col summo opefici. e che la sia cõnumerata fra laltre proportioni sença specie o altra differentia seruãdo le condirioni de loro diffinitioni in questo la possiamo asimigliare al nostro saluatore qual venne non per soluere la legi ançi per adempirla e con glionimi conuerso facendose subdito e obediente a Maria e Ioseph. Cosi questa nostra proportione dal ciel mandata con laltre sacompagna i diffinitione e condictioni e non le degrada ançi le magnifica piu amplamẽte tenendo el principato de lunita fra tutte le quantita indiffrentemẽte e mai mutandose commo del grande idio dici el nostro sencto Seuerino. videlicet Stabilisq; manens dat cuncta moueri. Per la qual cosa e da sapere per poterla fra le occurrenti quãtita cognoscere che sempre fra li suoi tre termini inuariabilmente la se ritroua disposta in la continua ꝓportio nalita in questo modo·cioe chel ꝑducto del menore extremo nel cõgionto del menore e medio sia equale al quadrato del medio. E per consequẽte per la.10. diffinitione del qnto dicto congionto de necessita sira el suo magiore extremo. e quando cosi se trouino ordinate tre quantita in qual voi genere quelle son dicte secondo la ꝓportione hauente el meçço e doi extremi, el suo magior extremo sempre sia el congionto del menore e medio. Che possiamo dire dicto magiore extremo essere tutta la quantita diuisa in quelle doi tal parti cioe menor extremo e medio a quella cõductione, El perche e da notare dicta proportione non poter essere rationale, ne mai poterse el menore extremo nel medio per alcun numero denominare siando el magior extremo rationale. Pero che sempre siranno irrationali. commo de sotto aperto se dira, E questo al terço modo conuen con idio vt supra.

Comme se intendi la quantita diuisa secondo la proportione. h. el. m. e doi extremi. Cap. VIII.

DObiamo sapere che queste cose bẽ notate a diuidere vna quantita secondo la ꝓportione hauente el meçço e doi extremi. vol dir di quella far doi tal parti inequali chel producto dela menore in tutta dicta quãtita indiuisa sia quãto el quadrato dela magior parte. cõme ꝑ la.3. diffinitiõe del.6. dechiara el nostro ph̃o. E pero quãdo mai nel caso nõ se noiasse deuidere dicta quantita. S. la ꝑ. h. l. m. e doi extremi ma solo dicesse el caso farne doi parti cosi conditionate chel ꝑducto de luna in tutta dicta quantita saguagli al quadrato de laltra parte achi ben intende e in larte sia experto deue el ꝓposito a dicta nostra ꝓportione redure. pero che altramẽte nõ se po iterpretare. verbi gratia, Chi dicesse famme de.10. doi tal parti che multiplicata luna ꝑ.10. facia quãto laltra multiplicata in se medesima. Questo caso e altri simili operando secondo li documẽti da noi dati nella pratica speculatiua detta algebra & almucabala ꝑ altro nome la regola dela cosa posta in la ꝓalegata opa nostra se trouaua soluto. luna parte cioe la menore esser.15. m̃. ℞.125. e laltra magiore sia. ℞.125. m̃.5. Lequali parti cosi descripte sonno irrationali e nellarte se chiamano residui. Deliquali le spẽ asegna el nr̃o ph̃o nella.79. del.10. esser. 6. E vulgarmẽte dicte parti se ꝓferescano cosi la menore qndici meno radice de cẽto uinticinque, E vol dir tal parlare. Presa la. ℞. de.125. qual sia poco piu de 11. E qlla tracta de.15. che restara poco piu de.3. O vogliam dire poco mẽ de.4. E la magiore se proferesci. ℞. de.125. meno.5. E vol dire presa la radice de.125. qual e poco piu de.11. cõmo e dicto e di quella tracto.5. che restaria poco piu de.6. o vogliam dire poco meno de.7. per dicta magior parte. Ma simili acti de multiplicare, summare: sotrare: e partire de residui binomii e Radici e tutte altre quãtita rõnali e irrationali sani e rotti in tutti modi ꝑ hauerli nella ꝓfata opa nostra apieno dimostri in questo non curo replicarli. e solo se atẽde a dire cose noue e nõ legia dicte a reiterare. E cosi diuisa ogni quãtita sempre haremo tre termini ordinati in la continua ꝓportiõalita che luno sira tutta la quãtita cosi diuisa. cioe el magiore extremo. commo qui nel proposto caso.10. E laltro sia la magior parte cioe el medio. Cõme. e. ℞.125. m̃.5. el terço menor sia.15. m̃. ℞.125. fra li quali sia la medesima proportione. cioe dal primo al secondo: cõmo dal secõdo al terço. e cosi ꝑ ladurso cioe dal terço al secõdo cõmo dal secõdo al primo. E tanto fa multiplicare el menore cioe.15. m̃. ℞.125. via el magiore che e.10. quãto a multiplicare el medio i se. cioe. ℞.125. m̃.5. che luno e laltro ꝑducto fa.150. m̃. ℞.12500. fi commo recercha la nostra proportione. E per questo.10. sia dicto esser diuiso secondo la proportione hauente el meçço e doi extremi e la sua magior parte sia. ℞.125. m̃.5. e la menore sia.15. m̃. ℞.125. che luna e laltra de necessita sia irrationale. commo se proua ꝑ la sexta del terçodecimo, e ancora in la vndecima del secondo e.16. del.9. e questo a notitia dela quantita cosi diuisa.

¶ Che cosa sia radici de numero e de altra quantita. Cap. IX.

R Perche nel nostro processo spesso acadera nominare Radici pero sucinte qui me par chiarire q̃llo importi. anẽga che diffusamente nellopa nostra ne sia dicto in tutti modi. Nõ dimẽo dico la radice de vna q̃tita eẽre medesimamẽte vna q̃tita laq̃le meãta i se fa q̃lla q̃tita delaq̃le ella sia detta esser Radice e q̃lla tal multiplicatiõe facta i se se chiama q̃drato de dicta radice. Cõmo diciamo la.℞.de.9.esser.3.e de.16.esser.4.e de.25.esser.5.e cosi neglialtri e.9.e.16.e.25.sonno detti quadrati. E ꝑ questo e da sapere che sonno alcune quantita lequali non hano.℞.che ꝑ numero aponto se possa noĩare. Cõmo.10.non ha numero che in se multiplicato facia epso.10.a ponto.e cosi.11.12.13.e altri simili. E ꝑo sonno e nascano de doi sorte.℞.luna detta discreta o vogliam dire rõnale e sia q̃lla che ꝑ numero aponto se po asegnare cõmo de.9.la.℞.sia.3. E laltra e detta sorda.e sia q̃lla che ꝑ numero non se po apõto dare. Cõmo habiam detto dela.℞.de.10.e altri. E q̃ste ꝑ altro nõme son dette irrationali. impero che tutte q̃lle quãtita che ꝑ numero apõto nõ se possano asegnare in larte sonno dette irrõnali.e quelli che per numero se possano dare sonno dette rationali. E questo al proposito nostro dele.℞.basti.

¶ Sequela del primo proposto effecto. Cap. X.

L Equali cose ben notate al suo primo proposto effecto faciam regresso. E quello con euidẽti exẽpli rendiam chiaro e a sua delucidatiõe reꝑhẽdase el medesimo caso de.10.in quel luogo aducto.sença piu trauagliarse in altre laboriose quantita chel medesimo sempre in cadauna aduiene che in questo se dici. E ꝑ via de Arithmetica a piu piena notitia de.v.celsitudine li altri tutti andaremo sequitãdo ꝓsuponẽdo tutta via le sciẽtifiche ꝓue de quel tutto chel nr̃o ꝓcesso cõtirra nelli luoghi che aduremo dal nr̃o pħo Euclide essere cõ ogni solertia Geometrice asegnate secõdo la oportuna exigẽtia dele cõclusioni. Dico adõca che.10.diuiso secõdo la nr̃a ꝓportiõe la magior sua parte sia.℞.125.m̃.5.sopra laquale ꝑ dicto effecto posto.5.cioe la mita de tutto.10.fara.℞.125.apõto. Pero che quel.m̃.5.se vene a restorare e arempire cõ piu.5.mita de.10. Questo cõgiõto cioe.℞.125.in se multiplicato che fa.125.ꝑ lo suo q̃drato sia.5.tãto del q̃drato dela mita de.10.che e.5.el suo q̃drato.25. Onde.125.sia aponto q̄ncuplo al dicto.25.q̃drato de dicta mita de.10.cõmo fo dicto. E questo effecto ha luogo in ogni quantita di che natura sia commo aperto demostra la prima del.13.de nostra guida.

¶ Del suo secondo essentiale effecto. Cap. XI.

S El sira vna q̃tita i doi parti diuisa.e sopra luna posto vna q̃tita chel q̃drato de q̃sto cõgiõto sia q̄ncuplo al q̃drato de la q̃tita agiõta sequita de necessita la dicta q̃tita agiõta esser la mita dela ꝑma quantita in dicte doi parti diuisa. E quella a cui se agionse essere la sua magior parte e lei tutta in quelle esser diuisa secondo la nostra ꝓportione. ¶ Verbi gratia. Prendase.15.m̃.℞.125.e.℞.125.m̃.5.per le doi parti integrali de vna quantita e sopra luna cioe.℞.125.m̃.5.posto.5.per terça quantita el cõgionto sia.℞.125.el cui quadrato e.125.e lo quadrato dela quantita agionta e.25. Onde.125.sia quincuplo al.25.quadrato dela quantita agionta. Dico la.℞.25.cioe.5.esser mita dela prima quantita in quelle tal doi parti diuisa. E quella a cui sagionse essere la magior parte de dicta prima quantita diuisa secondo la nostra proportione.b.el.m.e doi extremi.cioe de.10. E questa sia conuerso del precedente effecto.si commo conclude la secõda del terçodecimo Geometrice.

¶ Del terço suo singulare effecto Cap. XII.

SE vna q̄tita sia diuisa secōdo la nr̄a ꝑportione se ala menor sua parte se agiōga la mita dela magiore sira poi el q̄drato semp̄ del cōgionto q̄ncuplo al quadrato dela mita de dicta magiore. ℭ Verbi gratia. Sia. 10. la quantita diuisa secōdo la nr̄a diuina ꝑportione che luna p̄te cioe la magiore sira. ℞. 125. m̄. 5. e la menor. 15. m̄. ℞. 125. Dico se sopra. 15. m̄. ℞. 125. che e la menore sagiōga la mita de. ℞. 125. m̄ 5. che e la magiore el cōgiōto poi dela menore e de dicta mita in se multiplicato sira. 5. tāto del q̄drato dela mita de dicta magiore e cosi apare. Peroche la mita de. ℞. 125. m̄. 5. e. ℞. 31¼. m̄. 2½. giōta cō. 15. m̄. ℞. 125. che e la mēore fa. 12½. m̄. ℞. 31¼. Oñ mcāto 12½. m̄. ℞. 31¼. via. 12½. m̄. ℞. 31¼. fa. 187½. m̄. ℞. 19531¼. E q̄sto sia dcō el q̄drato del cōgiōto. Poi q̄drise ācora la mita de dicta magiore cioe mcā. ℞. 31¼. m̄. 2½. via. ℞. 31¼. m̄. ½. fara. 37½. m̄ ℞. 781¼. E q̄sto sia detto el quadrato dela mita dela magiore quale apōto sia el. ⅕. del q̄drato del cōgionto. E ꝑ cōsequēte dicto q̄drato del cōgiōto e q̄ncuplo al q̄drato dela mita de dicta p̄te magiore de. 10. cosi diuiso. La q̄l força molto con laltre sia da stimare. cōmo tutto geometrice si proua ꝑ la terça del. 13. del nr̄o auctore.

ℭ Del quarto suo ineffabile effecto. Cap. XIII.

SE vna q̄tita se diuide secōdo la nr̄a diuina ꝑportione se a tutta dicta q̄tita se agionga la sua magior parte sirā poi dicto congiōto e dicta magior parte parti de vnaltra q̄tita cosi diuisa. E la magior p̄te de q̄sta secōda q̄tita cosi diuisa sempre sira tutta la p̄ma q̄tita. ℭ Verbi grā. Sia la q̄tita secōdo lunica nr̄a ꝑportiōe diuisa. 10. che la magior sua p̄te sira. ℞. 125. m̄. 5. e la menore. 15. m̄. ℞. 125. Oñ se sopra. 10. p̄ma q̄tita se pōga. ℞. 125. m̄. 5. magior parte e sara vna secōda. cioe. ℞. 125. piu. 5. E q̄sta secōda q̄tita cioe. ℞. 125. piu. 5. dico esser similmēte diuisa secōdo la nr̄a ꝑportiōe i le dicte doi parti: cioe in. ℞. 125. m̄. 5. magior dela prima e in. 10. qual fo la p̄ma q̄tita e sia la magior p̄te de q̄sta secōda q̄tita. E q̄sto apare cosi. Pero che el ꝑducto de. 125. m̄. 5. (che era la magior p̄te dela p̄ma e ora sia la menore de q̄sta secōda) i tutta q̄sta secōda. cioe in. ℞. 125. piu. 5. fa quāto el q̄drato dela media o vogliam dire magiore p̄te de q̄sta secōda che e. 10. che luno e laltro fanno apōto. 100. cōmo se rechiede ala dicta proportione. La qual força ancora ci manifesta geometrice la quarta del terçodecimo.

ℭ Del quinto suo mirabile effecto. Cap. XIIII.

SE vna quātita sia diuisa secōdo la nr̄a dicta ꝑportiōe sempre el cōgionto del q̄drato dela menor p̄te col q̄drato de tutta la q̄tita integra sira triplo al q̄drato dela magiore p̄te. ℭ Verbi. g. Sia. 10. la q̄tita diuisa: commo habiam dicto che luna p̄te sia. 15. m̄. ℞. 125. cioe la menore e laltra. ℞. 125. m̄. 5. cioe la magior. Dico chel q̄drato d. 15. m̄. ℞. 125. giōto cō lo q̄drato de. 10. tutta q̄tita e lor cōgiōto sira triplo cioe tre tāto del q̄drato dela magior p̄te. cioe de. ℞. 125. m̄. 5. Oñ el q̄drato de. 15. m̄. ℞. 125. e 350. m̄. ℞. 112500. e lo q̄dro de. 10. e. 100. ch giōto cō. 350. m̄. ℞. 112500. fanno 450. m̄ ℞. 112500. ꝑ dcō cōgiōto. E lo q̄drato d. ℞. 125. m̄. 5. e. 150. m̄. ℞. 12500 q̄l sia el. ⅓. de dicto cōgiōto cōmo apare. Pero che mcāto. 150. m̄. ℞. 12500. ꝑ. 3. fara apōto. 450. m̄. ℞. 112500. Donca dicto cōgiōto sia triplo al dicto q̄drato si cōmo dicēmo. El q̄le effecto geometrice cōclude la q̄nta del. 13.

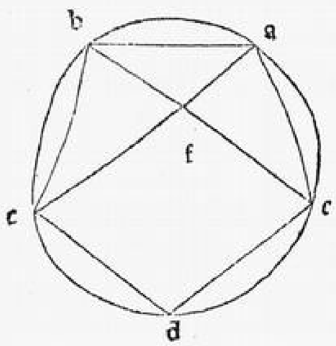
ℭ Del suo sexto, innominabile effecto. Cap. XV.

NIuna quātita rōnale mai e possibile diuiderse secon do la nostra dicta proportione che sia cadauna parte non sia irratiōale chiamata residuo. ℭ Verbi gratia. Sia. 10. la quātita rōnale. qual si habia a diuidere ꝑo la ꝑportiōe hauente el meçço e doi extremi. Dico de necessita ciascuna dele parti douer essere residuo Oñ luna sira. 15. m̄. ℞. 125. cioe la menore e laltra magior sia. ℞. 125. m̄. 5. El perche apare cadauna essere residuo. che cosi se chiamono nellarte secondo la.79.del.10. E questo tale effecto habiamo dala sexta del.13.

¶ Del septimo suo inextimabile effecto. Cap. XVI.

SEl lato delo exagono equilatero sagiogni al lato del decagono equilatero quali ambedoi se intendino in vn medesimo cerchio descriti. E lor congionto sempre sira vna quantita diuisa secõdo la dicta nostra proportione. Ela magior sua parte sira el lato delo exagono. Verbi gratia. Sia el lato de vno exagono equilatero nel cerchio segnato.℞.125.m̃.5. E il lato del decagono eq̃latero nel medesimo cerchio sia.15.m̃.℞.125. Del qual cerchio el diametro sira.℞.500.m̃.10. Dico chel congionto de.℞.125.m̃.5.con.15.m̃.℞.125.qual fia.10.esser diuiso secõdo la nostra proportione. ela magior sua parte fia.℞.125.m̃.5.ela menore.15.m̃.℞.125.commo piu volte se dicto diuider.10. E questo fia manifesto per la 9.del.13.geometrice.

¶ Del.8.effecto conuerso del precedente. Cap. XVII.



SE vna linea sia diuisa secondo la ꝓportiõe hauẽte el mezo e doi extremi sempre de quel cerchio delquale la magior parte fia lato delo exagono del medesimo la menore ne fia lato del decagono. ¶ Verbi grã. Se la liea diuisa fosse.10.la sua magior parte che e.℞.125.m̃.5.sempre sira el lato delo exagono de vn cerchio.delquale el diametro sira el doppio de.℞.125.m̃.5 cioe.℞.500 m̃.10.Dico che de quel medesimo cerchio.15.m̃.℞.125.menor parte ne fia lato del decagono equilatero in epso collocato. E de questo conuerso molto se ne serue Ptolomeo nel.9.capitulo dela prima directione del suo almegesto a demostrare la quãtita dele corde degliarchi del cerchio. Cõmo similmente aperto se demostra sopra la predicta.9 del.13.geometrice.

¶ Del suo.9.effecto sopra glialtri excessiuo. Cap. XVIII.

SE nel cerchio se formi el pentagono equilatero e ali suoi doi ꝓpinqui anguli se subtẽda doi linee recte mosse dali termini deli suoi lati de necessita quelle fra loro se diuiderãno secondo la nostra ꝓportiõe. E cadauna dele lor magior parti semꝑ sira el lato del dicto pẽtagono. ¶ Verbi grã. Sia el pentagono.a.b.c.d.e.e dali extremi.c.&.a.se tiri la corda.a.c.laqual subtẽde a langolo.b. E dali extremi.b.&.e.se tiri laltra corda.b.e.q̃l subtẽda a langolo.a. Dico che q̃ste doi linee.a.c.&.b.e.se diuidano fra loro nel põto.f.ꝑo la ꝓportõe.h.el.m.e doi extremi.e la magior parte de cadauna fia lato de dicto pẽtagono a põto. Onde dela linea.a.c. la magior parte fia.c.f.e la magior dela linea.b.e.fia.e.f. ognuna de q̃ste semꝑ fia.c.f. E la magior dela linea.b.e.fia.e.f. E ognuna de q̃ste semꝑ fia eq̃le al lato del pẽtagono detto. E dali Mathẽatici dicte doi linee ꝑ altro nome se chiamano corde delangolo pentagonico. Cõmo se le dicte corde ognuna fosse.10.perche siranno equali siando el lor pentagono nel cerchio equilatero.c.f.seria.℞.125.m̃.5.a.f.15.m̃.℞.125 ela parte.e.f.seria simelmẽte.℞.125.m̃.5.elo.b.f.seria.15.m̃.℞.125. Elo lato del pẽtagono seria similmẽte.℞.125.m̃.5.e q̃sto tutto cõ bel muodo demostra la.11.del.13.geometrice. E ꝑ q̃sto tale effecto possiamo per la notitia del lato peruenire ala notitia de tutte le sue corde e de tutte le lor parti. E cosi ꝑ lo aduerso ꝑ la notitia dele corde possiamo peruenire ala notitia del lato e dele parti de dicte corde. Operãdo arithmetice e geometrice cõmo habiamo nellopera nostra sopra aducta ĩsegnato de manegiarle con tutta diligentia de binomii e altre linee irratiõali delequali el nr̃o pħo tracta nel suo.10. e ꝑ linea lui el demostra nella.11.del.2.e in la.29.del.6. Si che facilmẽte se ꝑuene ala notitia de luna e de laltro in tutti modi che fia cosa de grandissima vtilita nelle nostre scientifiche e speculatiue occurrentie.

¶ Del.10.suo supremo effecto. Cap. XIX.

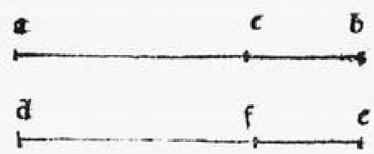
SE vna q̃tita sia diuisa secõdo la ꝑdicta ꝓportione tutti li effecti che di lei ele sue pti possino ꝑuenire q̃lli medessimi in habitudine nũero spetie e genere ꝑuengano de q̃lũche altra q̃tita cosi diuisa. ℣ Verbi grã Sienno doi linee cosi diuise cioe luna .a.b. diuisa in .c. e la sua magior pte sia .a.c. e laltra .d.e. e la sua magior pte sia .d.f. E cõmo diciamo de q̃ste doi cosi intendiamo de infinite altre le q̃li facil mẽte se possano ꝑ via de arithmetica asegnarle ponẽdo .a.b. 10. a.c. seria ℞.125. m̃.5. e laltra .15. m̃. ℞.125. E ponẽdo .d.e. 12. d.f. seria ℞.180. m̃.6. e laltra seria .18. m̃. ℞.180. Dico che tutto q̃llo che mai po auenire a vna de dicte liee cõparate mcãte partite e in tutti altri modi trauagliate. El simile aduene semp a laltra cioe da cadũa ala sua magior pte sia la medesima ꝓportiõe e cosi da caduna ala sua menor parte sia la medesima ꝓportione E cosi ꝑ cõuerso da caduna de le lor pti a esse tutte. e cosi el ꝓducto de luna nelle sue pti & ecõuerso ale dicte parti e cosi nel partire e sotrare acade. Onde la ꝓportione che e da .10. ala sua magior pte ℞.125. m̃.5. sia q̃lla medessima ch e da 12. ala sua magior parte ℞.180. m̃.6. e la ꝓportione che dal cõgionto de .10. a ℞.125. m̃.5. a ℞.125. m̃.5. q̃lla medesima sia del cõgiõto de .12. e ℞.180. m̃.6. a ℞.180. m̃.6. E cosi breuiter in isinito prese e reuoltate q̃uocũq; & q̃litercũq; per la ꝑmutata conuersa cõgionta disgionta euersa & equa ꝓportionalita sempre conuirra a vna medesima denoiatione e ali medessimi effecti intensiue la qual cosa sença fallo demostra grãdissima armonia in tutte q̃tita cosi diuise. Cõmo desocto aparera nelli corpi regulari e depẽdẽti. e tutto questo cõclude in substãtia la .2. del .14. geometrice.

Del suo .11. excellentissimo effecto. Cap. XX.

SEl se diuidera el lato de vno exagono eq̃latero secondo la nostra diuina ꝓportione sempre la sua magior parte de necessita sira el lato del decagono circũscricto dal medesimo cerchio che lo exagono. ℣ Verbi grã. Sel lato de lo exagono fose .10. deuiso a modo dicto la sua magior pte sira ℞.125. m̃.5. q̃l dico a ponto essere el lato del decagono dal cerchio medessimo circũscripto. Del q̃le el diametro verria esser .20. e questo sia cõcluso per la .3. del .14. Onde ꝑ euidẽtia auuto el lato de vno facilmente se troua el lato de laltro e cosi auuto el diametro del cerhio o vero sua circũferentia o v̄o la sua area ode q̃lunche altra parte sua sempre ꝑ quelle possiamo peruenire ala notitia de luno e laltro per luno e cosi per cõuerso i tutti li modi de cerchio exagono decagono e ancor triãgulo operando arithmetice & geometrice che vtilissima cosa sia si cõmo disopra nel .9. effecto del pentagono so decto. Ideo &c.

Del suo .12. quasi incomprehensibile effecto. Cap. XXI.

SEl se diuide vna q̃tita secondo la nostra ditta ꝓportione sempre la ℞. del cogionto del q̃drato de tutta la q̃tita e del q̃drato de la sua magior parte sira in ꝓportione ala ℞. del congionto del quadrato de dicta q̃tita e quadrato dela sua menor parte cõmo el lato del cubo al lato del triãgulo del corpo de .20. basi. ℣ Verbi grã. Sia .10. la q̃tita diuisa secondo la ꝓportione hauente el meço e doi extremi che luna parte cioe la maçore sira commo piu volte se detto ℞.125. m̃.5. e la menore .15. m̃. ℞.125. Or quadrise cioe multiplichise in se medesima la dicta q̃tita adducta cioe 10. fara .100. e ancora quadrise la sua magior parte cioe ℞.125. m̃.5. la qual mcãta in se fara .150. m̃. ℞.12500. e quadrise ancora la menor parte cioe .15. m̃. ℞.125. che mcãta i se fa .350. m̃. ℞.112500. Ora sopra el quadrato dela magior parte cioe sopra .150. m̃. ℞.12500. pongase el quadrato de tutta la q̃tita cioe de .10. ch e .100. fara .250. m̃. ℞.12500. el medesimo q̃drato de dicta q̃tita cioe pur .100. põgase sopra el quadrato dela menore pte qual trouamo essere .350. m̃. ℞.112500. sopra el quale gionto .100. fara .450. m̃. ℞.112500. Or dico che la ꝓportiõe dela ℞. de luno cõgionto cioe de .250. m̃. ℞.12500.



facto del quadrato de detta q̃tita e dela magior parte ala ℞.de laltro congionto facto del quadrato de dicta quãtita e de la sua menor ꝑte cioe de 450.m̃.℞.112500, sia aponcto cõmo la ꝓportione del lato del cubo al lato del triangulo del corpo de.20.basi quando ambi doi dicti corpi sienno da vna medesima spera ambe doi circũscripti ouer circũdati le quali ℞.de cõgionti sonno chiamate linee potenti sopra dicti cõgionti cioe la ℞.de.1.0.m̃.℞.11500.vol dire vna quantita lacui potentia ouer quadrato sia aponto dicto congionto. E cosi la ℞.de.450.m̃.℞.112500.vol dire vna q̃tita de la quale la potẽtia o volemo dire q̃drato sia a ponto.450.m̃.℞.112500.le q̃li ℞.ꝑ altro nome dali pratici sonno chiamate ℞.vniuersali o vero ℞.legate cõmo nel opera nostra preallegata nel.3.tractato de la sua 8.distinctione comẽçando a carti.110.de dicto volume apare. Le q̃li q̃tita sonno de subtilissima ꝑscrutatione e aspectanse ala pratica speculatiua cõmo difusamente in dicto volume apare. e questi tali Excelso Principe non e possibile nominarle cõ piu depresse denoiationi. E tutto questo speculatiuo effecto se demostra ꝑ la.9.del.14.geometrice con alcunaltre in quel luogo aducte dal Campano.

¶ Del.13.suo dignissimo effecto. Cap. .XXII.

PEr lo suo.13.effecto non e poca admiratione che sença el suo suffragio nõ se possa mai formare el pentagono cioe figura de.5.lati eq̃li sopra nel.9.effecto aducta e de socto ancora de adure sença el qual pentagono cõmo se dira nõ e possibile poterse formare ne immaginare el corpo nobilissimo sopra tutti glialtri regulari detto duodecedron cioe corpo de.12.pentagoni equilateri & equianguli per altro nome detto corpo de.12.basi pentagonali la cui forma cõmo se dira El diuin Platone atribui ala.5.essentia cioe al cielo ꝑ cõuenientissime ragioni. Onde el nr̃o ph̃o nel.4.libro per la.10.ce insegna saper fare vn triangulo de questa cõdictione. Cioe che caduno de li suoi doi anguli che stano in su la basa sia dopio alaltro. e questo lo feci pero che volendo noi saper formare el pentagono equilatero e ancora eqangulo e quello inscriuere e circũscriuere al cerchio cioe formarlo dentro e de fore a poncto al cerchio non era possibile se prima lui non ci hauesse amaestrato saper fare dicto triangolo Cõmo ꝑ la.11.e.12.de dicto.4.apare. e per far dicto triangulo bisogna de necessita diuidere vna linea secondo la nostra diuina proportione cõmo per dicta.10.del.4.lui ci mostra. Auenga che in quel luogo esso non dica dicta linea diuiderse socto dicta ꝓportione ꝑ sue cõditioni ꝑ nõ ci hauer ancora dato notitia che cosa sia ꝓportione de la quale nel suo.5.se reserba peroche non e suo costume indare in suoi demonstrationi le cose sequenti de le quali ancora non se ha notitia. Ma solo vsa le antecedenti e q̃sto ordine se comprehende per tutti li suoi.15.libri. e pero al ꝓposito de dicto triangulo non dici diuidere dicta linea secõdo la ꝓportione hauẽte el meço e doi extremi ma dici secondo la.11.del.2.farne di lei doi parti tali chel quadrato de luna sia equale al ꝓducto de laltra parte in tucta dicta linea la qual cosa in virtu non vol dir altro se non diuiderla secondo dicta ꝓportione cõmo apare per la.3.diffinitione del.6.e ꝑ la.29.del dicto e ancora noi di sopra in questo dicẽmo quando fo dechiarito cõmo se intenda el meço e li suoi extremi circa al primo suo effecto aducto.

¶ Commo per reuerentia de nostra salute terminano dicti effecti. Capitolo. .XXIII.

NOn me pare excelso Duca in piu suoi infiniti effecti al presente extendermeperoche la carta non supliria al negro a exprimerli tutti ma solo q̃sti.13.habiamo fra glialtri electi a reuerẽtia de la turba duodena e del suo sanctissimo capo nostro redemptore Xp̃o Y h̃u. pero che hauendoli atribuiti el nome diuino ancora pel nũero de nostra salute deli 12.articoli e.12.apostoli col nostro saluatore sabion a terminare del qual

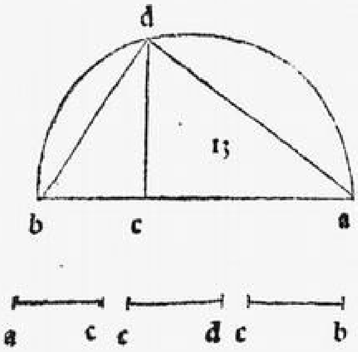
collegio cõprehẽdo.V. D. celsitudine hauere singular deuotione ꝑ ba'
uerlo nel ꝑaducto luogo sacratissimo tẽpio de gratie dal nr̃o ꝓfacto.Lio
nardo cõ suo ligadro penello facto di sporrenõ dimeno nel sequẽte ꝓcesso
nõ se restara piu altri secõdo le occurrençe adurne cõciosia cõmo se dira cħ
non sia possibile poter formare ne imaginare larmonia e degna cõueniẽ
tia fra loro de tutti li corpi regulari e loro dependẽti.al cui fine li gia dicti
babiamo proposti acio lor sequela piu chiara se renda.

¶ Cõmo li dicti effecti cõcorino ala compositione de tutti li corpi regu'
lari e lor dependenti. Cap. .XXIIII.

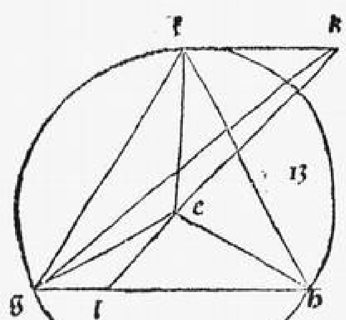
Ora excelso.D.la virtu e potẽtia de lantedicta nostra ꝓ'
portione cõ suoi singulari effecti maxime cõmo de sopra
dicẽmo se manifesta in la formatione e cõpositione de li
corpi si regulari cõmo dependenti. De li q̃li acio meglio
sa prenda qui sequẽte ordinatamẽte ne diremo. E prima
de li.5.essentiali quali ꝑ altro nome sono chiamati regu
lari. E poi successiuamente de alquãti abastança loro egregii dependenti
Ma prima e da chiarire ꝑ che sieno dicti corpi regulari. Secõdariamente
e da ꝓuare cõmo in natura non sia possibile formarne vn.6. Onde li di
cti sonno chiamati regulari ꝑ cħ sonno de lati e anguli e basi equali e lũo
da laltro a põcto se contiene cõmo se mostrara e cõrespondeno ali.5.cor'
pi semplici in natura cioe terra.aqua.airi fuco e q̃nta essentia cioe virtu ce
leste che tutti gli altri sustenta in suo essere. E si cõmo questi.5. semplici son
no bastanti e sufficienti in natura altramẽte seria arguire. I dio superfluo
ouero diminuto al bisogno naturale. La q̃l cosa e absurda cõmo afferma
el pħo che I dio e la natura non oꝑano in vano cioe non mãcano al biso
gno e non excedeno quello cosi asimili le forme de questi.5.corpi de li q̃lli
sa adire a põcto sonno.5.ad decorem vniuersi e nõ possano esser piu per
quel che sequira. E ꝑo non imeritamente cõmo se dira di socto lantico
Platone nel suo thymeo le figure de dicti regulari atribui ali.5. corpi sim
plici cõmo in la q̃nta cõuenientia del diuin nome ala nostra ꝓportione
atribuita de sopra fu decto e questo quanto ala loro denominatione.

¶ Cõmo non possino essere piu.5.corpi regulari. Cap. .XXV.

Onuiense ora mostrare cõmo nõ possino essere piu de.5.
tali corpi i natura cioe tutte lor basi sieno equalli fra loro
e de angoli solidi e piani equali e similmente de lati equali
la qual cosa cosi apare peroche ala constitutione de vno
angulo solido almãco e necessario el cõcorso de.3.anguli
superficiali per che solo de doi anguli suꝑficiali non se po
finire vn angol solido Onde ꝑ che li.3.anguli de caduno exagono eq̃la'
tero sonno eq̃li a.4.ãguli recti. E ãcora de lo eptagono cioe figura de.7.
lati e generalmẽte de cadũa figura de piu lati eq̃latera e anco eq̃angula li
3.suoi anguli sempre sonno magiori de.4.recti si cõmo ꝑ la.32.del primo
euidentemẽte apare e caduno angulo solido e menore de.4.anguli recti
cõmo testifica la.21.del.11. E pero sia impossibile che.3.anguli de lo exago
no e de lo eptagono e generalmente de qualunche figura de piu lati equi
latera e ancora equiangula formino vn angol solido. E per q̃sto se manife
sta che niuna figura solida equilatera e de anguli equali non si po forma'
re de superacie exagonali o veramẽte de piu lati. Pero che se li.3. angoli
de lo exagono eq̃latero e anco equiãgulo sonno magiori che vn angoli
solido.sequita che.4.e.piu molto magiormente excederano dicto angu
lo solido. Ma li.3.angoli del pentagono equilatero e anco equiangolo e
manifesto che sonno menori de .4. angoli recti. E li quatro sonno
magiori de.4.recti Onde de li.3. anguli de vn pentagono equila-
tero e anco equiangulo se po formare langulo solido. Ma de li suoi.4.
anguli o de piu non e possibile a formare angulo solido. E pero sola-
mente vn corpo de pentagoni equilateri e anco equianguli sia for-
mato.el qual e dicto duodecedron altramente corpo de.12.pentagoni



E pero ſolamente vn corpo de pentagoni equilateri e anco equiãgoli fia formato el quale dicto duodecedron altramente corpo de.12. pentagoni dali p̄hi. Nel quale li anguli deli pentagoni a.3.a.3. formano e contengano tutti li anguli ſolidi de dicto corpo. La medeſima ragiõe fia in le figure quadrilatere de lati e anguli eq̃li: cõmo in li pẽtagoni ſe dicto. Peroche ogni figura q̃drilatera ſe la ſira eq̃latera e anco de angoli eq̃li q̃lla p̄ la diffinitiõe ſira q̃drata. p̄che tutti li ſuoi angoli ſiranno recti. cõmo ſe moſtra p̄ la.32. del primo. Onde de.3. angoli adõca de tal figura ſup̄ficiale fia poſſibile formare unãgol ſolido. Ma de.4. ſuoi o de piu e ĩpoſſibile. Per laqual coſa de tali figure ſup̄ficiali eq̃li cõcioſiacoſa che le ſiẽno q̃drilatere eq̃latere e de angoli eq̃li ſene pō formare vn ſolido el q̃le noi chiamamo cubo elq̃le e vn corpo cõtenuto da.6. ſup̄ficie q̃drate e ha.12. lati.e.8. angoli ſolidi. E deli triãgoli eq̃lateri li.6. angoli ſonno eq̃li a.4. recti p̄ dicta.32. del p̄mo. A dõca mãco de.6. ſonno menori de.4. recti. e piu de.6. ſonno magiori de.4. recti. E p̄o de.6. angoli o de piu de ſimili triãgoli nõ ſe po formare vnãgolo ſolido. ma de.5. e de.4. e de.3. ſe po formare. E cõcioſia che 3. angoli del triãgolo eq̃latero cõtẽghino vnãgol ſolido p̄o de triãgoli eq̃lateri ſe forma el corpo de.4. baſi triãgulari de lati eq̃li dicto tetracedron. E q̃n cõcorgano.4. tali triangoli ſe forma el corpo de.8. baſi detto octocedrõ. E ſe.5. triãgoli eq̃lateri cõtẽgano vnãgol ſolido alor ſe forma el corpo detto ycocedrõ de.20. baſi triãgulari e de lati eq̃li. Onde p̄che ſienno tãti e tali li corpi regulari e p̄che ancora non ſienno piu p̄ quel che dicto habiamo a pieno fia manifeſto ꝛc.



De fabrica ſeu formatione eoꝝ.5. regularium ꝛ de proportione cuiuſq; ad diametꝝ ſpere ꝛ primo de tetracedron. Cap. XXVI.

Eduto e ĩteſo che ſiẽno li corpi regulari e quãti apõto ſeq̃ ora adire cõmo ſe formino acio ſiẽno apõto circũdati da vna ſpera e ancora che p̄portiõe e denoĩatõe da loro o ẽ ſuoi lati al dyametro dela ſpera che apõto li circundaſſe. mediãte laquale ſe vene in notitia de lor tutti. E p̄o p̄ma diremo del tetracedrõ. cioe del.4. baſi. triãgulari eq̃latero e poi de cadauno deli altri ſucceſſiuamẽte per ordine ſequendo ſe dira.

Dico adonca dicto corpo douerſe coſi formare. cioe prima ſe prẽda el dyametro dela ſpera in laquale noi intendiamo collocarlo qual poniamo che ſi la linea.a.b. E queſta ſe diuida nel põto.c. in modo che la parte.a.c. ſia dopia ala parte.b.c. E faciaſe ſopra lei el ſemicirculo.a.d.b. e tiriſe la linea c.d. perpendicular ſopra la linea.a.b. e tirinſe le linee.b.d. ꝛ.d.a. Dapoi ſe facia el cerchio.f.g.h. ſopra el cẽtro.e. del quale el ſemidiametro ſia equale ala linea.c.d. Nel qual cerchio poi ſe facia vn triangulo equilatero: ſecondo che inſegna la ſeconda del.4. E queſto triangulo ſia f.g.h. E dal centro ali ſuoi angoli ſe tirino le linee.e.f.e.g.e.h. Poſcia ſopra el centro.e. ſe leui la linea.e.k. perpendiculare ala ſuperficie del cerchio f.g.h. commo inſegna la.12. del.11. E queſta perpendiculare ponghiſe equale ala linea.a.c. E dal ponto.k. ſe laſcino le ypotomiſſe.k.f.k.g.k.h. Le q̃l coſe coſi aponto obſeruate dico eſſer finita la pyramide de.4. baſi triangulari de lati equali. E queſta aponto ſira circumſcripta dala ſpera di quel tal dyametro.a.b. E dico per la proportione fra'l dyametro dela ſpera el lato dela fabricata pyramide el quadrato de dicto dyametro eſſere ſexq̃altero al quadrato del lato de dicta pyramide. cioe ch'l quadrato del dyametro contiene el quadrato del lato dela pyramide vnauolta e meçça: cioe commo.3.a.2.e.6.a.4. E vol dire che ſel quadrato de dicto dyametro foſſe.6. el quadrato del lato dela pyramide ſeria.4. E coſi ſe troua prouato in geometria.

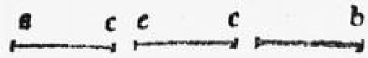
Dela fabrica del cubo e ſua proportione ala ſpera. Capitulo. XXVII.

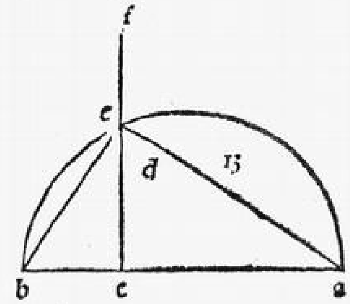
Eqta a demoſtrare cõmo ſe formi el cubo e q̃l ſia la ppor. fra'l lato ſuo e lo dyametro dela ſpera che a põtolo circũdaſſe. per la qual cosa dico dicto cubo douerse cosi formare cioe Prima se prenda el diametro dela spera. Ne la quale intẽdiamo aponto collocarlo. E questo sia la linea.a.b.sopra la quale faro el semicirculo.a.d.b. E poi diuidaro el diametro nel ponto.c. si cõmo feci in la formatione dela pyramide precedẽte. Cioe che la parte.a.c.sia dopia ala parte.b.c. E tirise la linea.c.d perpendiculare ala linea.a.b. E tirinse ancora le linee.d.b.&.d.a. Dapoi se facia vn quadrato del quale tutti li lati sienno equali.ala linea.b.d. E sia quel tal quadrato.e.f.g.h. E sopra li suoi.4.anguli se leuino.4.linee perpendiculari ala superficie del dicto quadrato commo insegna la.duodecima del vndecimo E questi tali perpendiculari ognuna sia posta ancora equale ala linea.b.d.e sienno le ditte.4.perpendiculari e.k.f.l.g.m.h.n. E siranno queste.4.perpendiculari ognuna equidistante alaltra fraloro per la sexta del dicto vndecimo. E li anguli da quelle e dali lati del quadrato contenuti sonno recti per la diffinitione de la linea perpendiculare ala superficie. Dapoi cõgiunghinse le extremita de queste perpendiculari tirando le linee.k.l.l.m.m.n.n.k. Le quali cose condiligentia a ponto seruate sira finito el cubo che circauamo de formare. da.6. superficie quadrate contenuto che se proua per la.34.del primo.le.4.superficie che lo circundano e sonno quelle dele quali li lati oppositi sonno le.4.perpendiculari sonno tutte quadrate. De la basa che la sia quadrata questo se manifesta per la nostra positione E ancora che la suprema superficie sia ancor lei quadrata cioe.k.l.m.n.se demostra ancora per la dicta.34.del primo e per la decima de lo vndecimo. E cosi ancora per la quarta del ditto vndecimo se manifesta tutti li lati de dicto cubo stare orthogonalmente sopra le sue doi superficie opposite. E questo tale aponto dala spera del proposto diametro sira circumscripto. Onde sempre dicto diametro sira triplo in potentia allato del ditto cubo cioe chel quadrato de ditto diametro sira tre tanto del quadrato dellato del cubo. Cõmo sel diametro fosse.℞.300.ellato del cubo conueria essere.10.aponto. La cui notitia a molti casi necessarii fia oportuna &c.

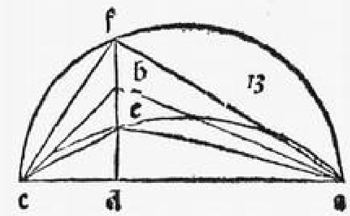
¶ Commo se formi lo octocedron in spera aponto collocabile e sua proportione ala sprea.

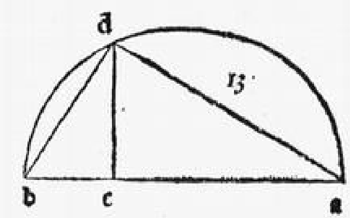
Capitulo XXVIIII.

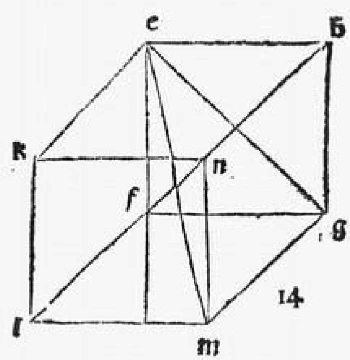
NEl terço luogo sucede in fabrica el corpo de.8.basi triãgulari detto octocedron ql similmente da vna pposta sphera sia aponto circumdato dela qual spera solo el diametro anoi sia noto. E fasse in questo modo. Prendase el diametro dela sphera qual sia la linea.a.b.la quale se diuida per equali nel ponto.c. E sopra tutta la linea se facia el semicirculo.a.d.b.e tirise.c.d. perpendiculare ala linea.a.b. e dapoi se gionga el ponto.d.con le extremita del ditto diametro cioe.cosi.a.e con.b. Dapoi faciasse vn quadrato del qual tutti li lati sienno equali a la linea.b.d. E sia questo quadrato.e.f.g.h. E in questo quadrato se tiri doi diametri deli quali luno sia.e.g.e laltro.f.h. Li quali fraloro se diuidino nel ponto.k. Onde per la quarta del primo fia manifesto che cadauno de questi diametri e equale ala linea.a.b.la quale fo posta diametro dela sphera conciosia che langulo.d.sia recto per la prima parte dela trigesima del terço. E ancora cadauno deli anguli.e.f.g.h.fia recto per la diffinitione del quadrato. E ancora fia manifesto che questi doi diametri.e.g.&.f.h.fraloro se diuidano per equali nel ponto.k. E apare per la quinta e trigesimasecunda e sexta del primo facilmente deducendo. Ora leui se sopra.k.la linea.k.l.perpendiculare ala superficie del quadrato. la qual perpendiculare se ponga equale ala mita del diametro.e.g.o vero.f.h. E poi se lascino le ypotomisse.l.e.l.f.l.g.l.h. E tutte queste ypotemisse per le cose dicte e prosuposte mediante la penultima del primo replicata quante volte fia bisogno fraloro siranno equali. E ancora equali ali lati del quadrato Adonca sinqua habiamo vna piramide de.4.basi triangu



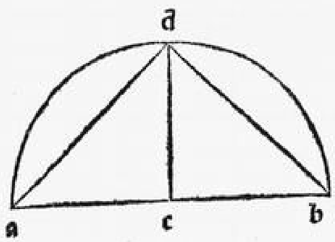








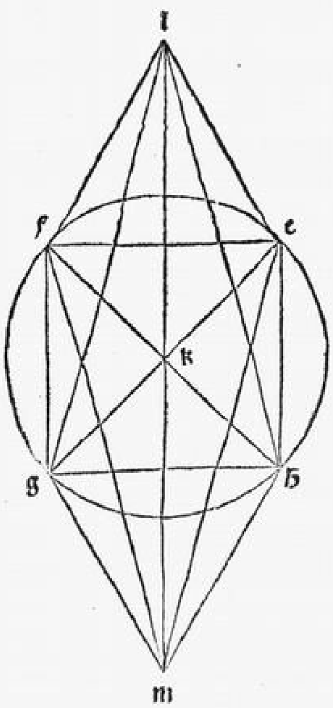
lari de lati equali constituta sopra el dicto quadrato la qual piramide sia la mita del corpo de.8.basi quale intendemo. Dapoi sotto dicto quadrato faremo vnaltra piramide simile aquesta in questo muodo cioe. ¶ Tiraremo la dicta linea.l.k.forando epenetrando el dicto quadrato fin al ponto.m.in modo che la linea.k.m.laqual sta sotto el quadrato sia equale ala linea.l.k.laqual sta desopra dicto quadrato E da poi giognero el ponto.m.contutti li anguli del quadrato tirando .4. altre linee ypotumisali le quali sonno.m.e.m.f.m.g.m.h. Equeste ancora se prouano esser equali fraloro e ancora ali lati de ditto quadrato per la penultima dei primo e laltre sopra aducte commo fo prouato de laltre ypotumisse sopra al quadrato Ecosi sempre con diligentia obseruate le sopra dicte cose sira finito el corpo de.8. basi triangulari de lati equali el quale apunto sira dala spera circumscripto La proportione fra la spera el dicto corpo sie chel quadrato del diametro dela spera al quadrato dellato de dicto corpo sia dopio aponto cioe sel dicto diametro fosse .8. el lato del octo basi seria . ℞ . 32 . lecui potentie fraloro sonno in dupla proportione cioe chel quadrato del diametro sia dopio al quadrato dellato del dicto corpo ecosi habiamo la fabrica ela proportione respecto la spera ꝛc.



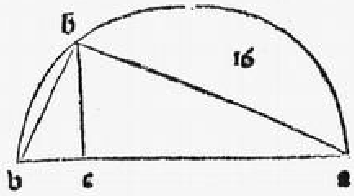
¶ De la fabrica e formatione del corpo detto ycocedron.

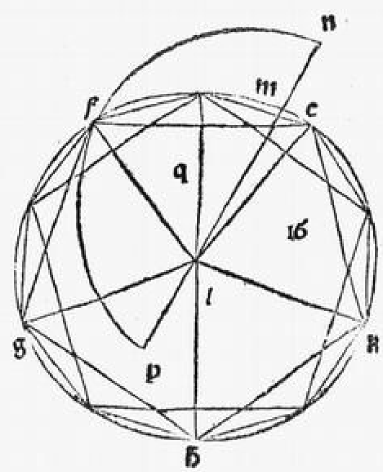
Capitulo XXIX.

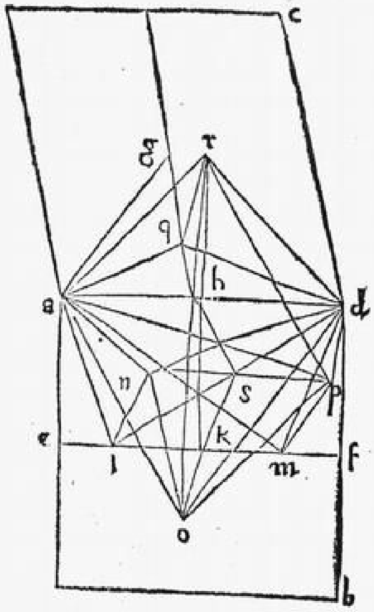
Aper fare el corpo de .20. basi triangulari equilateri che aponto da vna data spera che habia el diametro rationale sia circundato. E sira euidentemente ellato del dicto corpo vna linea irrationale cioe quella che sia dicta linea mẽore. ¶ Verbi gratia Sia ancora qui el diametro dela data spera.a.b.qual se ponga esser rationale o in longheçça o solo in la potença. Ediuidase nel ponto.c. In modo che .a.c. sia quadrupla del.c.b.efaciase sopra lei el semicirculo .a.d . b . etirise.c.d.perpendiculare.al.a.b.e tirise la linea.d.b. ¶ Dapoi secondo la quantita de la linea.d.b.se facia el cerchio .e.f.g.h.k.sopra el centro.l. al quale se inscriua vnpentagono equilatero de le medesime anotato. Ali anguli del qua e dal centro.l. semenino le linee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k. E ancora nel medesimo cerchio se faria vndecagono equilatero. ¶ Diuidinse adonca tutti li archi per equali de liquali le corde sonno li lati del pentagono E dali ponti medii alextremita de tuti li lati.de lo inscripto pentagono se deriçino le linee recte. E ancora sopra tutti li anguli del dicto pentagono se deriçi el cateto commo insegna la duodecima del vndecimo de li quali cadauno ancora sia equale ala linea . b . d . E congiongbinse le extremita de questi.5.cateti con.5.corausti E siranno per la.sexta del vndecimo li.5.cateti cosi deriçati fraloro equidistanti E conciosia che loro sienno equali siranno ancora per la tregesimaterça del primo li.5.corausti quali congiongano le loro extremita equali ali lati del pentagono. Lascia cadere adõca dacadaña sumita de tutti li cateti doi edoi ypotomise ali doi anguli circunstanti del decagão iscripto. E,le extremita de queste deci ypotomisse quali descendano dale.5.extremita de li cateti ali.5. ponti quali sonno cadauni anguli medii del decagono inscripto cõgiũgi fornnando vnoaltro pentagono nel dicto cerchio El quale ancora sira equilatero per la vigesimaterça del terço E quando arai facto questo vederai che arai facto.10.triãguli de li quali li lati sonno le.10. ypotemise eli.5.corausti.e li.5.lati de questo pentagono inscripto. E che questi trianguli sienno equilateri cosi lo aprenderai. Conciosia che tanto el semidiametro del cerchio descripto quanto che cadauno de li cateti deriçati sia equale ala linea.b.d.per La ypothesi sira per lo corelario de la.15.del.4. cadauno de li cateti equale allato delo exagono equilatero facto nel cerchio del quale el diametro sia equale ala linea.b.d. E perche per la penultima del primo cadauna dele.10.ypothemise tanto e piu potente del cateto quanto po ellato del decagono ancora per la decima del terçodeci



mo ellato del pentagono e tanto piu potente del medeſimo quanto po el medeſimo lato del decagono ſira per la comuna ſcientia cadauna de queſte ypotomiſe equale allato del pentagono. E deli corauſti gia e ſtato moſtro che loro ſienno equali ali lati del pentagono. Onde tutti li lati de queſti .10. trianguli o veramēte ſonno lati del pentagono eq̄latero la ſecunda volta al cerchio inſcripto o veramente aquelli equali. Sonuo adonca li dicti trianguli equilateri. Ancora piu ſopra el centro del cerchio qual ſia el ponto .l. deriça vnaltro catheto equale ali primi qual ſia l.m. E la ſua ſuperiore extremita qual ſia el ponto .m. giongni con cadauna extremita deli primi con .5. corauſti. E ſira per la ſexta del vndecimo queſto catheto centrale cioe che ſia deriçato nel centro equiſtante acada uno deli catheti angulari. E pero p̄ la trigeſimaterça del primo queſti .5. carauſti ſiranno equali al ſemidiametro del cerchio e per lo correlario de la decimaquinta del quarto cadauno ſia commo lato delo exagono. Adunca al dicto catheto centrale da luna elaltra parte ſa gionghi vna linea equale allato del decagono cioe de ſopra in ſu li ſagionga .m.n. E ſi giu ſotto al cerchio li ſa gionga dal centro del cerchio .l.p. Dapoi ſe laſcino cadere dal ponto .n. 5. ypotomiſe ali .5. anguli ſuperiori deli .10. trianguli quali ſonno intorno al arcuito. E dal ponto .p. altre .5. ali altri .5. anguli inferiori. E ſiranno queſte .10. ypothomiſe equali fra loro ali lati delo iſcripto pentagono per la penultima del primo e per la decima del terçodecimo ſi commo dele altre .10. ſo demoſtrato prima. Hai adonca el corpo de .20. baſi triangulari & equilatere del quale tutti li lati ſonno equali ali lati del pentagono. E lo ſuo diametro ſia la linea .n.p. E de q̄ſti .20. trianguli .10. ne ſtinno nel circuito ſopra el cerchio. E .5. ſe eleuano in ſu concurrenti al ponto .n. E li altri .5. concorrano de ſotto al cerchio nel pōto .p. E queſto corpo chiamato icocedron coſi formato che la data ſpera apōto el circundi coſi ſira manifeſto. Conciosia che la linea .l.m. ſia eq̄le allato delo exagono. E la linea .m.n. allato del decagono quali ſienno equilateri circumſcripti ambe doi dal medeſimo cerchio .e.f.g. tutta l.n. ſira per la nona del terçodecimo diuiſa ſecundo la proportione hauēte el meçço e doi extremi nel ponto .m. e la ſua magior parte ſira la linea l.m. diuidiſe adonca .l.m. per equali nel ponto .q. e ſira p̄ la comune ſcitia .p.q. equale al .q.n. peroche .p.l. ſia poſta equale al lato del decagono ſi commo .m.n. Onde .q.n. ſia la .½. de .n.p. ſi commo .q.m. ſia mita de m.l. Conciosia adoncha chel quadrato .n.q. ſia per la terça del terçodecimo quincuplo al quadrato .q.m. ſira ancora per la quintadecima del q̄nto el quadrato .p.n. quincuplo al quadrato .l.m. Peroche per la q̄rta del ſecondo el quadrato .p.m. ſia quadruplo al quadrato .q.n. E lo quadrato ancora .l.m. quadruplo al quadrato .q.m. per la medeſima. E lo quadruplo al quadruplo ſia commo el ſimplo: al ſimplo commo aferma la quītadecima del quinto. E lo quadrato .a.b. ſia quincuplo al quadrato .b.d. per la ſecunda parte del corelario dela octaua del ſexto. E p̄ lo correlarro dela decimaſeptima del medeſimo. Peroche .a.b. ancora equīcupla al .b.c. Peroche .a.c. ſo ala medeſima quadrupla. Perche adonca .l.m. ſia per la ypotheſi equale al .b.d. ſira per la cōe ſcia .a.b. equale al .n.p. Onde ſe ſopra la linea .n.p. ſe faria el ſemicirculo. El qual ſe mene intorno finche torni al primo luogo donde ſe conmeço amouere quella ſpera che ſira facta pel ſuo moto ſira (per la diffinitione dele ſpere equali) equale ala ſpera propoſta. E perche la linea .l.m. ſia nel medio luogo proportionale in fra .l.n. & .n.m. E pero infra .l.n. & .p.l. ¶ Sira ancora cadauno ſemidiametro del cerchio nel medio luogo proportionale infra .l.n. & .l.p. E conciosia che .l.m. ſia equale al ſemediametro del cerchio Onde el ſemicirculo deſcripto ſopra .p.n. paſſara per tutti li ponti dela circunferentia del cerchio .e.f.g. E pero ancora per tutti li anguli del fabricato ſolido quali ſtanno in quella circumferentia. E per che per la medeſima ragione tutti li corauſti (quali congiongano le extremita del'i







catheti angulari cō la extremita del centrale) sonno nel medio luogo pro
portionali infra.p.m.& .m.n. Impero che cadauno depsi sia equale.al
l.m. Seguita chel medesimo semicirculo passi ancora per li.altri angoli
dela figura ycocedra cosi fabricata Fia adunca questo tal corpo inscri-
ptibile in la spera dela quale el diametro sia.p.n. E pero ancora ala spe-
ra dela quale el diametro sia.a.b. Elo lato de questa solida figura dico es-
sere la linea menore. Pero che glie manifesto che la linea.b. d. sia ratio-
nale in potença conciosia chel suo quadrato sia el quinto del quadrato
de la linea.a .b. la qual fo posta rationale o in longheçça o vero solo in
potença. Onde el semidiametro eli semidiametri del cerchio.e.f.g.sia an
cora rationale in potença. Perochel suo semidiametro sia equale.al.b.
d. Adonca per laduodecima del decimotertio ellato del pentago-
no equilatero a questo cerchio inscripto sia la linea menore E ancora si
commo nel processo de questa demonstratione fo mostro ellato de que-
sta figura e quanto ellato del pentagono. Adōcha ellato de questa figu-
ra de.20.basi triāgulari eqlatere sia la linea mēore si cōmo se psupōe. Ca.
xxx. ¶ Saper fare el corpo de.12.basi pentagonali eqlatere & eqangule.
che de ponto la spera proposta lo circondi. E sira ellato del ditto corpo.
manifestamente irrationale quello che sia dicto residuo. ¶ Faciasse vn
cubo secondo che insegna el modo dato che la spera asegnata lo circondi
a ponto. E sienno de questo cubo le doi superficie.a.b.& .a.c. E ymagina-
mo adesso che.a.b.sia la supficie supma de questo E la supficie.a.c.sia vna
de le laterali. E sia la linea.a.d.comuna a queste doi superficie. ¶ Diui-
dinse adonca in la superficie.a.b.li doi lati oppositi per equali cioe.d.b.
elo lato alui opposito. E li ponti de la diuisione se continuino per la linea
e.f. Ello lato ancora.a.d.e quello che alui e opposito in la superficie.a.c.
¶ Diuidinse per equali eli ponti dela diuisiōe secontinuino per vna linea
recta dela quale la.½.sia g.h.e sia el ponto.h.el ponto medio dela linea.a.
d. ¶ Simelmente la linea.e.f.diuidise per equali nel ponto.k. Etirise.h.
k. ¶ Cadauna donca dele tre linee.e.k.k.f.& g.h.diuiderai secondo la
proportione hauente el meçço e doi extremi in li.3.ponti.l.m.q. E sien-
no le loro parti magiori.l.k.k.m.& .g.q. Le quali sia manifesto essere
equali conciosia che tutte le linee diuise sienno equali cioe cadauna depse
ala.½.dellato del cubo. ¶ Dapoi dali doi pōti.l.& .m.deriçça le perpendi
culari (commo insegna la duodecima del vndecimo) ala superficie.a.
b. dele quali cadauna porrai equale.ala linea.k.l. E sieno.l.n.& .m.
p. ¶ Similmente dal ponto.q.deriçça perpendicularmente.q.r.ala super
ficie.a.c.la quale porrai equale.al.g.q. ¶ Tira adunca le linee.a.la.n.a.m
a.p.d.m.d.p.d.l.d.n.a.r.a.q.d.r.d.q. ¶ Fia manifesto adonca per la.
quinta del terçodecimo che le doi linee.k.e.& .e.l.in potentia sonno tri-
plo ala linea.k.l. E pero ancora ala linea.l.n.conciosia che.k.l.& .l.n.sien-
no equali. E ancora.k.e.sia equale al.e.a. Adonca le doi linee.a.e.& .e.l.
sonno in potença triplo ala linea.l.n. Onde per la penultima del primo
a.l.sia in potença tripla al.l.n. E pero per la medesima.a.n.sia in potença
quadrupla al.l.n. E conciosia che ogni linea in potença quadrupla ala
sua mita sequita per la comune scientia che.a.n.sia dupla in longheçça.al
l.n. E perche.l.m. sia dupla al.l.k. E ancora.k.l & .l.n.sonno equali sira
a.n.equale al.l.m. Pero che le lor mita sonno equali. E perche per la tri-
gesima terça del primo.l.m.sia equale al.n.p. sira.a.n.equale al.n.p.
E per lo medesimo muodo prouarai.le.3.linee.p.d.d.r.& .r.a.essere alo fr
ro equali e ale doi predicte. ¶ Habiamo adonca p q̄ste.5.linee el pentago
no equilatero el quale.a.n.p.d.r. Ma forse tudirai chel non sia pentago-
no. Perche forse non e tutto in vna medesima superficie la qual cosa e ne-
cessaria acio chel sia pentagono. E chel sia tutto in vna medesima su-
perficie cosi lo aprenderai esca dal ponto.k.la linea.k.f.perpendi-
culare ala superficie.a.b.la qual sia equale.al.l.k. E sira per questo
equale a cadauna dele doi.l.n.& .m.p. E conciosia che la sia equidistan-

te acadaũa depſe per la ſexta del vndecimo. E pero con ambedoi in la me
deſima ſuperficie per la diffinitione dele linee eq̃diſtãti ſia neceſſario chel
ponto.ſ.ſia in la linea.n.p.E.che la diuida per equali. Tirinſe adonca le
duoi linee.r.h.&.h.ſ. Onde li doi trianguli.k.ſ.h.&.q.r.h. ſonno ſopra
vnangulo (cioe.k.h.q.) conſtituti. E ſia la ꝓportione del.k.h.al.q.r.cõ
mo del.k.ſ.al.q.h. Peroche ſi cõmo.g.h.al.q.r.coſi.k.h.al.q.r.per la.7.
del.5. E cõmo.r.q.al.q.h.coſi.k.ſ.al.q.h.per la medeſima. Ma.g.h.al.q.
r.cõmo.q.r.al.q.h. Imperoche.q.r.ſia equale al.g.q. Adõca per la.30 del
6.la linea.r.h.ſ.ſia linea vna. Onde per la.2.del.11.tutto el pentagono del
qual deſputamo ſia in vna medeſima ſuperficie. Dico ancora epſo eſſere
equiangulo che coſi aparera. Peroche conciosia chel.e.k.ſia diuiſa.ſ.p.h.
m.d.q.ex. E la.k.m.ſia equale ala ſua magior ꝑte ſira ancora per la.4.del
13.e tutta.e.m.diuiſa.ſ.p.h.m.d.q.ex.e la ſua magior parte ancora la li-
nea.e.k. E pero per la.5.le doi linee.e.m.&.m.k. E pero le doi.e.m.&.m.p.
Pero che.m.p.ſia equale.al.m.k.ſonno.in potentia triplo ala linea.e.k.
E pero ancora ala linea.a.e. Peroche.a.e.ſia equale al.e.k. Onde le.3.li-
nee.a.e.e.m.&.m.p.ſonno in potença quadruplo ala linea.a.e. Fia chia-
ro ancora per la penultima del primo doi volte replicata che la linea.a.
p.ſia in potentia equale ale.3.linee.a.e.e.m.&.m.p. Onde.a.p.ſia in potẽ
tia quadrupla ala linea.a.e. E lo lato del cubo conciosia chel ſia dopio ala
linea.a.e.ſia ancora in potentia quadruplo a epſa per la.4.de.2. Adonca
per la cõaſcia.a.p.ſia equale al lato del cubo. E conciosia che.a.d.ſia vno
deli lati del cubo ſira.a.p.equale al.a.d. E pero per la.8.del primo langulo
a.r.d.ſia equale al angulo.a.n.p. Al medeſimo modo prouerai langulo
d.n.p.eſſere equale alangulo.d.r.a. Perche tu prouerai la linea.d.n.eſſere
in potentia quadrupla ala.$\frac{1}{2}$.dellato del cubo. Conciosia adonca che per
queſte coſe dicte el pentagono ſia equilatero e habia.3.anguli eq̃li epſo ſi-
ra equiangulo per la.7.del.13. Se adonca per queſta via e conſimile ragio-
ne ſopra cadauno deli altri lati del cubo fabricaremo vn pentagono eq-
latero & equiangulo ſe finira vn ſolido de.12.ſupficie pentagone equilate
re e ancora equiangule cõtenuto. Pero chel cubo.ha.12.lati. Reſta ora de
moſtrare che queſto tal ſolido ſia aponto circundato dala ſpera data che
coſi aparera cioe. Tirinſe adonca dala linea.ſ.k.doi ſupficie quali diuidi-
no el cubo deli q̃li luna el diuida ſopra la linea.h.k.e laltra ſopra la linea.e
f. E ſira ꝑ la.40.del.11.che la cõe diuiſione de queſte doi ſuperficie diuida
el diametro del cubo e coſi per conuerſo che epſa ſia diuiſa dal dicto dia-
metro per eq̃li. Sia adonca la loro cõe diuiſione fin al diametro del cubo
la linea.k.o. In modo chel ponto.o.ſia cẽtro del cubo. Emeniſe le linee
o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. E ſia chiaro che cadaũa dele doi liee.o.a.&.o.d.ſia
ſemidiametro del cubo e pero ſonno eq̃li. E de la linea.o.k.ſia chiaro per
la.40.del.11.che lei ſia equale al.e.k.cioe ala.$\frac{1}{2}$.dellato del cubo. E perche
k.ſ.ſia equale al.k.m.ſira.o.ſ.diuiſa nel ponto.k.ſ.p.h.m.d.q.ex.e la ſua
magior parte ſia la linea.o.k.la quale ſia equale al.e.k. Onde per la.5.del
13.ſiranno le doi linee.o.ſ.&.ſ.k. E pero ancora.o.ſ.&.ſ.p. Peroche.ſ.p.
(ale quali q̃ſta demoſtratione non ſe extende) ſia equale al.k.ſ.triplo in
potẽtia ala linea.o.k. E pero ala.$\frac{1}{2}$.dellato del cubo. Oñ ꝑ la penultĩa del
1.la linea.o.p.ſia i potẽtia tripla ala.$\frac{1}{2}$.dellato del cubo. E pel corelario de
la.14.del.13.ſe manifeſta chel ſemediametro dela ſpera e triplo in potentia
ala.$\frac{1}{2}$.dellato del cubo el qual ſia circumſcripto dala medeſima ſpera. On
de.o.p.ſia quanto el ſemidiametro dela ſpera che circunda aponto el cu-
bo propoſto. Per la medeſima ragione tutte le linee tirate dal ponto.o.a
cadauno deli anguli de tutti li pentagoni formati ſopra li lati del cubo.
cioe a tutti li anguli q̃li ſonno ꝓprii ali pentagoni. E non a quelli che ſon
no cõi aloro e ale ſupficie del cubo cioe proprii de ponto ſi cõmo ſonno
li.3.anguli.n.p.r.nel formato pentagono. E de quelle linee che vengão
dal ponto.o.a tutti li anguli deli pentagoni li quali ſonno cõi ali pẽtago
ni e ale ſupficie del cubo ſi cõmo ſonno nel preſente pentagono li doi an
guli.a.&.d.ſia chiaro che loro ſonno equali al ſemidiametro dela ſpera

che aponto el cubo circõda. Peroche loro ſonno diametri del cubo perla 40.del.11. Ma el ſemidiãetro del cubo fia cõmo el ſemidiametro dela ſpera che apõto el circõda ſi cõmo apare perlo ragionamẽto dela.14.del.13. Adõca tutte le linee menate dal põto.o.a tutti li anguli del duodecedrõ cioe del ſolido cõtenuto da.12.ſuperficie pẽtagone eqlatere & equiangule che coſi ſe chiama i greco, ſõno equali fraloro e al ſemidiametro dela ſpera. Oñ ſel ſemicirculo lineato ſopra tutto el diametro dela ſpera o ꝟamẽte del cubo ſel ſe mena intorno paſſara per tutti li ſuoi anguli. Oñ ꝑ la diffinitione epſo fia circũdato aponto dala ſpera aſegnata. Dico ancora chel lato de q̃ſta figura fia linea irrõnale cioe q̃lla che ſe chiama reſiduo ſel diametro dela ſpera che aponto locircõda fia rõnale in longhezza o ꝟo in potentia che coſi apare. Cõcioſia chel diametro dela ſpera ꝑ la.14.del.13. ſia tripla in poᵃ. allato del cubo ſira ellato del cubo rõale in potẽtia ſel diametro dela ſpera ſira rõnale in lõghezza o ꝟo in poᵃ. E perla.11.del.13. fia chiaro che la linea.r.p.diuide la linea.a.d. La qual e lato del cubo.ſ.p.h.m.d.q.ex. E che la ſua magior parte fia equale allato del pẽtagono. E per che la ſua magior parte fia reſiduo ꝑla.6.del.13 ſe manifeſta ellato dela figura dicta duodecedrõ eſſere reſiduo la q̃l coſa habiã voluto demoſtrar̃.

¶ Atrouar li lati de tutti.5.corpi regulari. Cap. XXXI.

I lati deli.5.corpi añdicti circũſcripti tutti apõto da vna medeſima ſpera dela q̃le ſpera a noi el diametro ſolamẽte ſia ꝓpoſto e per dicto diametro ſapere trouar̃. ¶ Verbi.g. ſia.a.b.el diametro de alcũa ſpera a noi ꝓpoſto per lo q̃le a noi biſogni li lati deli 5.ꝓdicti corpi ritrouare quali tutti ſe intẽdino in vna medeſima ſpera collocati deli quali tocãdo vno de li ſuoi anguli tochino tutti cioe che apõto dicta ſpera tutti li circũdi. La qual coſa coſi farẽo cioe. Diuidiamo adõca q̃ſto diametro nel pũcto.c. I nmodo che.a.c.ſia dopia al.c.b. E ꝑ equali nel põto.d. E faremo ſopra epſa el ſemicirculo.a.f.b.ala circũferentia del quale ſe tirino doi linee perpendiculari ala linea.a.b.lequali ſiẽno.c.e.&.d.f. E giogñẽo e.con.a.& con.b.&.f.cõ.b. Eglie manifeſto adõca perla demonſtratione dela.13.del.13.che.a.e.fia lato dela figura de.4.baſi triãgule & equilatere. E per la demoſtratione dela.14.del dicto che.c.b.fia lato del cubo. E per la demonſtratione dela.15.che.f.b.fia lato dela figura de.8.baſi triangulari & equilatere. E ſia adonca dal ponto.a.la linea.a.g.perpendiculare al a.b.e ancora equale ala medeſima.a.b. E giongaſe.g.con.d.e ſia.h.el ponto nel quale.g.d.diuide la circumferentia del ſemicirculo. E meniſe.h.k.perpendiculare al.a.b. E perche.g.a.fia dupla al.a.d.ſira perla.4.del.6.h.k.dopia al.k.d. Peroche ſonno li doi trianguli.g.a.d.&.h.k.d.equianguli per la tregeſima ſecunda del primo. Imperoche langulo.a del magiore fia equale alangulo.k.del monore peroche cadauno e recto elangulo.d.fia commune aluno e laltro. Adonca perla quarta del ſecundo.h.k.fia quadrupla in potentia al.k.d. Adonca per la penultima del primo.h.d.fia in potentia quincupla al.k.d. E concioſiache.d.b.ſia equale.al.h.d. (Peroche.d.fia centro del ſemicirculo) ſira ancora.d.b.in potentia quincupla al.k.d. E concioſia che tutta.a.b.ſia dopia a tutto.b.d.ſi cõmo.a.c.cauata dela prima.a.b.fia dupla.al.c.b.tracta dela ſecunda.b.d. E ſira perla decimanona del quinto.b.c.remanente dela prima dopia al.c.d.reſidua dela ſecunda. E pero tutta.b.d.fia tripla.al.d.c. Adonca el quadrato b.d.fia nonuplo cioe noue tanto del quadrato.c.d. E perche epſo era ſolamente quincuplo al quadrato.k.d.ſira perla ſecunda parte dela decima del quinto el quadrato.d.c.menore del quadrato.k.d.e per queſto.d.c.menore del.k.d. Sia adonca.d.m.equale al.k.d. E vada.m.n.fin ala circumferentia la qual ſia perpendiculare al.a.b.e giongaſe.n.con.b. ¶ Concioſia adonca che.d.k.&.d.m.ſienno equali ſiranno per la diffinitione de quello che alcuna linea dal centro eſſer equidiſtante le doi linee.h.k.&.m.n.equalmente diſtanti dal cẽtro. E pero equali fraloro ꝑla.2.parte de

la.13.del.3.e perla.2.parte dela.3.del dicto. Onde.m.n.sia equale al.m.k.
Peroche.b.k.era equale alei. E perche.a.b.sia dopia al.b.d.e.k.m.dupia
al.d.k. Elo quadrato.b.d. quincuplo al quadrato.d.k. sira perla.15.del
quinto. el quadrato.a.b.similmente quincuplo al quadrato.k.m.ꝑoche
glie cosi chel quadrato del duplo al q̃drato del duplo. commo el quadra
to del simplo al quadrato del simplo. E ꝑ la demostratione dela.16. sia
manifesto chl dyametro dela spera sia in potẽtia q̃ncuplo cosi allato de
lo exagono del cerchio dela figura de.20.basi. Adõca.k.m.sia equale al
lato delo exagono del cerchio dela figura de.20. basi. Pero chel dyame
tro dela spera qual sia.a.b.sia in potẽtia quincuplo cosi al lato delo exa
gono del cerchio de q̃lla figura cõmo al.k.m. E ancora ꝑ la demostratõe
dela medesima sia manifesto chel dyametro dela spera sia cõposto del la
to delo exagono e de doi lati del decagono del cerchio dela figura de.20
basi. Cõciosia adonca che.k.m.sia cõmo el lato delo exagono. E ancora
a.k.sia equale al.m.b. Peroche loro sono li residui o voi dir remanẽti de
le equali.leuatone le equali sira.m.b.cõmo el lato del decagono. Perche
adonca.m.n.sia cõmo lato delo exagono ꝑoche epsa sia equale al. k.m.
sira ꝑ la penultima del p̃mo e ꝑ la.10.del.13.n.b.cõmo el lato del pẽtago
no dela figura del cerchio de.20.basi. E perche ꝑ la demostratiõe dela.16.
del dicto apare chel lato del pẽtagono del cerchio dela figura de.20. basi
sia lato dela medesima figura de.20. basi sia chiaro la linea.n.b.esser lato
de q̃sta figura. Diuidise adõca.e.b.(qual sia lato del cubo dala ꝓposta spe
ra apõto circõdato).s.p.b.m.d.q.extra nel põto.p.e sia la sua magior par
te.p.b.sia chiaro adonca ꝑ la demostratiõe dela p̃cedẽte che.p.b. sia lato
dela figura de.12.basi. Sonno adõca trouati li lati deli.5.corpi anteposti:
mediãte el dyametro dela spera solamente a noi ꝓposto.li quali lati son
no questi.cioe.a.c.dela pyramide de.4.basi e.b.lato del cubo. f.b.lato
del.8.basi.elo.n.b.lato del.20.basi.e la linea.p.b.lato.del.12. basi. E quali
sieno magiori de q̃sti lati deglialtri fra loro cosi apare. Pero cheglie chia
ro che.a.e.sia magiore del.f.b.peroche larco.a.e.sia magiore de larco.f.
b.e ancora.f.b.sia magiore del.e.b.elo.e.b.magiore del.n.b. E ancora di
co.n.b.esser magiore che.p.b. Peroche cõciosia che.a.c.sia dopia al.c.b.
sira ꝑ la quarta del.2.el quadrato.a.c.quadruplo al quadrato.c.b. E ꝑ la
secũda ꝑte del correlario dela.8.del.6. e ꝑ lo correlario dela.17. del dicto
sia chiaro chel q̃drato.a.b.sia triplo al quadrato.b.e. Ma ꝑ la.11.del.6. el
quadrato.a.b.al quadrato.b.e.sia cõmo el q̃drato.b.e. al quadrato.c.b.
ꝑo che la ꝓportiõe del.a.b.al.b.e.sia cõmo del.b.e.al.b.c.ꝑ la secõda par
te del correlario dela.8.del.6. Onde ꝑ la.11.del.5.el quadrato b.e. sia tri
plo al quadrato.c.b. E ꝑche el quadrato.a.c. sia quadruplo al medesimo
quadrato cõmo e stato mostrato sira ꝑ la p̃ma parte dela.10.del.5. el qua
drato.a.c.menore del quadrato b.e. E pero la linea.a.c.sia magiore dela
linea.b.e. E pero.a.m.molto piu magiore e gia e manifesto per la nona
del terçodecimo. che se la linea.a.m.sira diuisa.s.p.h.m.d.q. extrema si
ra la sua magior parte la linea.k.m.la qual sia equale al.m.n.e ancora
quando.b.e.se diuide secondo la medesima proportione.cioe.h.m.d.q.
extrema.la sua magior parte sia la linea.p.b. Conciosia adonca che tutta
a.m.sia magiore che tutta.b.e.sira.m.n.quale sia equale ala magior parte
a.m.magior che.p.b.laqual sia la magior parte del.e.b E questo sia ma
nifesto per la secõda del.14.libro.laquale sença aiuto de alcuna de quelle
che sequitano con ferma demostratione se fortifica. Adonca per la.19.del
primo molto piu forte.n.b.sia magiore che.p.b. Onde apare li lati deli
cinque corpi antedicti quasi con quel medesimo ordine che fra loro se se
quitano con quello fra loro se excedino. Solamente questo ha la instan
tia.cioe non se obserua tal ordine nel cubo e nel octocedron.cioe in lo
8.basi. Pero chel lato del octo basi ãncede al lato del cubo.auenga chel cu
bo ãnceda alo octocedrõ ĩ fabrica e formatione cõmo nel.13.apare e non e
sença mistiero. Onde in la formatiõe el cubo se p̃pone alo octocedrõ. ꝑche
ꝑ la medesima diuisione del dyametro dela spera ꝓposta se troua el lato

dela pyramide de.4.basi triãgulari elo lato del cubo. Fia adonca.a.e.lato dela piramide magiore delilati de tutti li altri corpi. E dapoi lui fia.f.b. Lato del.8.basi. magiore delilati de tutti li altri corpi che dappo lui se quitano. E nel.3.luogo sequita in grandeçça.e.b.lato del cubo. E nel.4.luogo fia.n.b.lato del.20.base cioe ycocedron. Elo minimo de tutti fia.p.b.lato del duodecedron cioe del.12.base pentagonali.

¶ Dela pportione de dicti regulari fraloro elor depẽdẽti. Ca.XXXII.

HAuẽdo inteso lasufficiẽtia deli dicti.5.corpi regulari e mostrata laimpossibilita a esserne piu de.5.col modo in loro dependenti aprocedere in infinito segue douer dar modo aloro proportioni fraluno e laltro elaltro eluno e quanto acapacita econtinẽtia equãto a loro supficie. E poi dele inclusioni delũo i laltro e p conuerso e prima de la loro aria corporale. ¶ Le pportioni de luno alalatro sempre sirãno irrationali per rispecto dela nr̃a pportione sopra aducta laq̃le i loro cõpositioni e formationi se interpone cõmo se detto excepto del tetracedron elo cubo elocto cedron p la precissione aponto deloro pportioni al dyametro dela spera nel laq̃le se inseruão porra aleuolte forse eẽre rõale ma q̃lla deloycocedrõ e q̃lla del duodecedron aq̃li siuoglia cõparati mai po essere rõale p la cagione dicta. E pero q non mi pare ex.D.altro douerne dire perche serebe crescere el volũe de infinite irrõalita in le q̃li piu presto lo itellecto seueria aconfondere che aprẽderne piacer t alcui fine el nr̃o studio sempre fia intẽto e quel tãto acio me pare douer esser bastãte che in lo pticular nr̃o tractato de dicti corpi cõposto nellopera nr̃a se detto al q̃l per la multitudine alũiuerso coicata facile fia el recorso. E mediãti loro dimẽsioni i quel luogo poste secũdo laperigrineçça deli igegni sempre seneporra cõ lutilita reportarne grã dilecto. E cosi similmẽte dico de tutti loro depẽdẽti deli q̃li in quel luogo at quãti vene sõno posti. Vero e.che p la.10.del.14.la pportione del duodecedron alo ycocedron qñ ambe doi sieno facti i la medesima spera se conclude eẽre aponto como q̃lla de tutte le sue superficie atutte le supficie di q̃llo isiemi gionte. Ela.16.del dicto dici lo octocedron eẽr diuisibile in.2.piramidi de alteçça eq̃li che fia para al semidiametro dela spera doue fosse fabricato ele lor basi sonno q̃drate. El q̃l q̃drato superficiale fia sul duplo al q̃drato del diametro dela spera. La q̃l notitia a noi p sua mesura asai gioua emediãte q̃lla amuolte altre sepo deuenire.

¶ Dela pportione de tutte loro superficie lune alaltre. Cap. XXXIII.

LE loro superficie ex.D.fraloro simelmente possiamo dire al medesimo modo eẽr pportiõali cõmo de lor massa corporea se dicto cioe irrõnali per la malitia dela figura pẽtagona che i lo duodecedrõ se iterpone. Ma delaltre possão aleuolte eẽre rõali como q̃lle del tetracedron cubo octocedron per eẽre triãgule eq̃drate e note i pportione cõlodiametro de la loro spa i la q̃le si formão cõmo se ueduto di sopra. Vero.e.che la.8.del.14.cõclude tutte le supficie del.12.basi pẽtagõe a tutte le supficie d̃l 20.basi triãgule cioe del duodecedron aq̃lle del ycocedrõ eẽre como q̃lla dellato del cubo allato del triãgulo del corpo de.20.basi qñ tutti dicti corpi siẽno apõto cõtẽuti o vo.circũscripti da vna medesĩa spa. El pche ñ me p e cõsilẽtio dapassare lamirabile conueniẽtia fraloro nelle loro basi cioe cħ le basi del duodecedrõ eq̃lle del ycocedrõ ognũa fia apõto circũscripta de vn medemo cerchio como mostra la.5 del dicto.14. laq̃l cosa fia denota degna eq̃sto qñ i la medesi ma spa sirã fabricati. E dele supficie tutte del tetracedrõ ale supficie tutte deloctacedrõ fia la pportiõe nota p la.14.del dicto.14.cõciosia che vna dele basi del tetracedron sia vn tãto e vn terço de vna dele basi deloctocedron cioe in sexqterça pportione che fia qñ el magior cõtene el mẽore vnauolta e vnterço si cõmo.8.a.6.e q̃lla de.12.a 9. Ela pportione de tutte le superficie del octocedron isiemi gionte a tutte q̃lle del tetracedron isiemi gionte fia sexqaltera cioe vntãto e meçço cõmo se q̃lle deloctocedron fosser.6.eq̃lle.4.che fia qñ el magior cõtene el mēor vnauolta e meçça qn̄ siēno de vna medesima spera. E tutte q̄lle del tetracedron gionte con q̄lle deloctocedron cōpongão vna sup̄ficie detta mediale cōmo vole la.13.del dicto.14. E tutte le superficie delo exacedrō cioe cubo se agualião al duplo del q̄drato del diametro dela spera che lo circūscriue e'la perpēdiculare che dal cētro dela spera a ciascuna dele basi del dicto cubo se tira semp̄ sia eq̄le ala mita dellato de dicto cubo p̄ la ultima del.14. cioe se dicto diametro fosse.4. tutte dicte superficie serebono.32. e se dcā p̄pēdiculare fosse.1. ellato del cubo seria.2. Dele q̄li p̄portioni e sup̄ficie p̄ haueme apiēo in lopera nr̄a tractato aq̄sto sieno suplemēto con q̄lle de li depēdēti in tutti modi condiligētia operãdo per algebra.

¶ Dele īclusioni deli.5. regulari vno in'laltro elaltro in luno equante siē-no in tutto eperche. Capitulo. XXXIIII.

SEquita ora chiarire cōmo lūo, de q̄sti.5. corpi essētiali cioe regulari lūo sia cōtenuto dalaltro eq̄li si e q̄li non eperche. Oñ prima deltetracedron parlãdo se mostra lui nō potere per alcū modo i se receuere altro che loctocedron cioe corpo de.8. basi triãgule ede.6. anguli solidi. Peroche in lui ñ sōno ne lati ne basi ne anguli nelli q̄li se possino li lati del cubo ne de suoi anguli ne superficie apogiare ī modo che tochino eq̄lmē te secōdo che rechiede la loro v̄a inscriptiōe cōmo la sua forma mãle alo chio cidemostra e p̄ scia v̄a nella.1.de.15. fia mãifesto. Ne ãco de niūo de li altri doi cioe ycocedrō e duodecedrō. Q ñ adōca vorrēo el dcō octocedron ī dicto.4. basi o v̄o tetracedron iscriuere o v̄o formare ī q̄sto muodo lo faremo cioe. Pria fabricarēo dicto tetracedron cōmo de sopra habiamo isegnato. El q̄le cosi facto poi diuideremo cadaūo suo lato per eq̄li eli lor ponti medii tutti continuaremo cō linee recte lū cō laltro elaltro conlūo. La q̄l cosa facta che sia sença dubio dicto corpo ī q̄llo aponto haremo situato in modo che li suoi.6. anguli solidi ī suli.6. lati del dicto tetracedron sirãno appogiati eq̄lmēte. La q̄l cosa la experiētia mãle rēdera aperta e la.2.de.15. manifesta. ¶ Commo dicto tetracedron se formi e collochi nel cubo. Capitulo XXXV.

IL detto tetracedrō nel cubo se collocara in q̄sto mō cioe Pria faremo el cubo secōdo li modi sopra dati poscia ī cadaūa dele sue.6. superficie q̄drate tiraremo la dyoagonale o v̄.diãetro e sira el p̄posito cōcluso cōmo la pria del.15. demostra peroche dicto tetracedron cōmo fo detto ha.6. lati cōrñdēti al numero dele.6. superficie del cubo e q̄lli vēgão a eēre le sue.6. dyagonali ī sue superficie protracte. E li.4. anguli de la pyramide siuēgano afermare.ī.4. deli.8. del dicto cubo. El che ancora la maestra de tutte le cose sancta experiētia in lor materiali chiaro el rende.

¶ Dela īclusione deloctocedron nel cubo. Cap. XXXVI.

EVolēdo locto basi cioe octocedron neloexacedrō formare. Pria bisogna nel cubo hauere la pyramide triãgula eq latera fabricata li cui lati cōmo fo detto sōno li.6. diãetri dele sue basi. E pero se cadaūo de dicti diametri per eq̄li diuideremo eq̄lli pōti medii cō linee recte lū con laltro congiongneremo sença dubio nel p̄posto cubo fia aponto lo octocedron formato e ogni suo angulo solido aponto si fermera nele basi de dicto cubo per la.3.del.15.

¶ la fabrica de lo exacedron nel octocedron. Cap. XXXVII.

LO exacedron o v̄.cubo nelloctocedron si fara ī q̄sto mō cioe. Pria faremo dicto occtocedron secondo li docūenti dati di sopra ī q̄sto. El q̄l cosi formato de ognuna dele sue basi triãgulari per la.5.del.4. troua el cētro. Li q̄li.8. cētri poi cōgiongeremo vno cōlaltro mediãti.12. linee recte. E hauerēo lo ītēto cōcluso. E cadaūo deli angoli solidi del cubo virra afermarse in su la basa del dicto octocedrō comola.4.del.15. dechiara. ¶ Dela iscriptiōe del tetracedrō ī loctocedrō. C. XXXVIII.

farai in q̃llo el cubo cõme di sopra e nel cubo el.4.base cõme dicto e sia facto. ¶ Dela formatiõe del duodecedrõ nello ycocedrõ. Ca.XXXIX.

¶ Lo ycoce.cõmo se detto.ha.12.anguli solidi cadaũo cõtenuto da.5.anguli supficiali de li.5.suoi triãguli. E p̃o avolere i epso far el duodecedrõ cõviẽse pria secõdo havẽo i q̃sto isegnato fare dicto ycocedrõ e q̃n cosi delitamẽ e sia disposto de cadaũa sua basa triãgular se trovi el cẽtro p̃ la.5.del 4.e q̃lli poi cõtinuaremo p̃.30.liñe recte tutti fraloro ĩ mõ ch̃ si formarão de necessita.12.pẽtagõi ogñũo opposito a vnãgulo solido del dicto ycocedrõ. E ogñũo deli lati de dicti pẽtagõi sia opposito ĩ croci acadaũo deli lati del dicto ycocedrõ. E si cõmo nel dicto ycocedrõ sõno.12.anguli solidi cosi nel duodecedrõ sõno.12.pẽtagoni. E sicõme ĩ epso sõno.20.basi triãgule cosi ĩ dicto duodecedrõ sõno.20.anguli solidi causati ĩ dicte basi mediãti dicte linee. E sicõme ĩ epso sõno.30.lati cosi ĩ lo duodecedrõ sonno.30.lati a q̃lli oppoiti ĩ croci cõmo e dicto che tutto la forma loro mãifesta cõmo anco la.6.del.15.cõclude. ¶ Della collocatione delo ycocedron nel duodecedron. Capitulo. XL.

¶ Q ñ se vorra nel duodecedrõ lo ycocedrõ formare pria q̃llo fabricaremo secõdo el documẽto sopra ĩ q̃sto dato. E de li suoi.12.pẽtagõi che lo cõtẽgão el cẽtro trouerẽmo p̃o isegna la.14.del.4. E q̃lli fraloro.cõ.30.linee cõgiognerẽo ĩ modo che ĩ epso se causarãno.20.triãguli e.12.anguli solidi ogñũo contẽuto da.5.anguli supficiali de dicti triãguli. Deli q̃li le lor pũcte sirãno neli.12.cẽtri deli suoi.12.pẽtagõi. E similmẽte q̃ste suoi.30.linee se oppõgão ĩ croci ale.30.del duodecedrõ si cõmo q̃lle aq̃ste fo detto ẽco p̃la.7.del dicto.15.ape. ¶ Dela situatiõe del cubo ĩ lo duodecc. C.XLI.

¶ El cubo ancora farẽo ĩ dicto duodecedrõ facilmẽte atese che lui si forĩ ĩ suli.12.lati del cubo cõmo ĩ la.17.del.13.secõtene. Perochẽ se acadaũo deli soi.12.pẽtagõi p̃o la exigẽtia del dicto si tiri.12.corde sẽça dubio se formerãno 6.supficie q̃drãgule eq̃latere e acadaũa de q̃lli sirã oppositi doi anguli solidi de dicto duodecedrõ e ĩ.8.suoi sirãno formati.8.del cubo ĩscripto ĩ mõ che ĩ su ciascũa basa del cubo vene aremanere la forma quasi del corpo seratile che tutto sia chiaro per la.8.del.15.

¶ Del octocedrõ nel duodecedron cõmo si formi. Cap. XLII.

¶ Se nel duodecedron pria el cubo se dispõga cõmo ĩ la p̃cedẽte se dicto facilmẽte ĩ lo dicto duodecedrõ si formara lo octocedrõ. Peroche noi dividerẽo li.6.lati opoiti del duodecedrõ ale.6.supficie del cubo p̃ eq̃li cioe q̃lli lati che q̃si fãno colmo al seratile q̃li apõto sõno.6. E q̃lli lor.6.põti medii continaremo p̃.12.linee recte tutti fraloro ĩ mõ che virãno acausare.6 angoli solidi contenuto ciascũo da.4.anguli supficiali deli.4.triãguli de lo octocedrõ. E cadaũo tocca vno deli dicti.6.lati del duodecedrõ e p̃ consequẽte se manifesta essere el q̃sito cõcluso si cõmo in la.9.del.15.secontene.

¶ Dela inclusione del tetracedron in dicto duodecedrõ. Ca.XLIII.

¶ El tetracedrõ ancora nel medesĩo duodecedrõ se collocara se pria ĩ lui se forĩ el cubo cõmo se dicto e poi nel dicto cubo se collochi el tetracedrõ cõmo ancora se mostro. Le q̃l cose facte che sirẽo chiaro apera eẽre el nr̃o p̃posito cõcluso ĩ q̃sto mõ cioe. Cõciosia che li anguli solidi del cubo se posino nelli anguli solidi del duodecedrõ. E li anguli solidi del tetracedrõ si fermĩo ĩ q̃lli del cubo seq̃ta el dicto tetracedrõ debitamẽte al p̃posto duodecedrõ eẽre ĩcluso che la nr̃a exp̃ientia ĩ li mãli p̃ noi cõposti e alemãi de v.celsitudie oblati el fa mãifesto cõla scientifica demostratiõe dela.10.del dicto.15. ¶ Dela fabrica del cubo in lo ycocedron. Cap. XLIIII.

¶ Formase el cubo nello ycocedrõ se pria ĩ q̃llo se faccia el duodecedron cõmo denãçe dicẽmo e poi ĩ epso duodecedrõ se facci el cubo al mõ dato. Le q̃l cose facte apera lo intẽto eẽre expedito p̃ le cose de nãçe dette. Pero che li ãguli solidi del duodecedrõ tutti cagião nel cẽtro dele basi delo ycocedrõ. E li anguli solidi del cubo cagião ĩ li dicti solidi del duodecedron e p̃ cõsequẽte ilo intento sia expedicto.che anco dala.11.del.15.cisia dechiarato. ¶ Del mõ aformare el tetracedron nello ycocedron. Ca.XLV.

¶ Nõ e dubio se ĩ lo dicto ycocedrõ se formi el cubo cõmo desopra inse-

gnãmo e poi ĩ epſo cubo ſe fabrichi el tetracedron de neceſſita q̃llo ancora
virra eẽre iſcripto al dicto ycocedrõ. Perochè li anguli ſolidi dela pyrami
de.4.baſi triãgulari toccão q̃lli ſolidi del cubo e q̃lli del cubo toccão q̃lli
delo ycocedrõ ſeq̃ta de prio ad vltimũ q̃lli del tetracedrõ toccare ꝑimẽte
q̃lli delo ycocedrõ. E ꝑ cõſequente el ꝓpoſito nr̃o cõcluſo ꝑ la.11 del 15. E q̃
ſto quanto ale lor propoſte incluſioni ſe aſpecta.

¶ Perche dicte inſcriptioni non poſſano eſſer piu. Cap. XLVI.

¶ Oñ ex.D.ꝑ le coſe diſcorſe ſe mã:feſta che ſiãdo.5.li corpi regulari ſe ca
d.ũo ĩ cadaũo debitamẽte cõmo ſe ꝓſupõe ſe poteſſe formare ſeq̃taria che
ognũo ne receueẽ.4. E ꝑ cõſequẽte fra tutti ꝟrião a eẽre.10.iſcriptiõi.cioe
.4.volte.5. Ma ꝑ che ognũo ñ receue ognũo cõmo ſe aducto ñ ſõno ſe ñ
11.iſcriptiõi. Cioe vna ſola deloctacedrõ nel tetracedron. E doi nel cubo
cioe q̃l tetracedrõ e del octocedrõ. E doi ãcora neloctocedrõ cioe vna del
cubo. E vna del tetracedrõ. E tre ſõno q̃lle delo ycocedron cioe vna del
duodecedrõ e vna del cubo e la latra del tetracedrõ. E.4.ſonno q̃lle dello
duodecedrõ cioe vna delo ycocedrõ laltra del cubo laltra deloctocedrõ
E la q̃rta del tetracedrõ. Q uali fra tutte ſõno.12.ꝑ nũero. Perche in la py
ramide.4.baſi nõ ſõno lati ne ãguli ne ſupficie i li q̃li ſe poſſino appogia
re li ãguli deli.3.altri regulari ſe nõ deloctoce. El cubo ancora ſolamẽte i ſe
po receuere. La pyramide e loctocedrõ. E loctocedrõ ſolamẽte el cubo e la
pyramide enim de q̃ſti nõ e poſſibile collocare alcũo deli altri doi cioe
ycocedrõ e duodecedrõ. E auẽga che lo ycocedron ali.3.dia receptο ſolo
q̃llo aloctocedrõ ha denegato e q̃ſto auene ꝑ reſpecto del glorioſo ſegno
che tutti li demonii fa tremare cioe dela ſctã croci el q̃le.le.3.linee che fra
loro ſe taglião a ſq̃dro ꝓtracte da vnangulo allatro dyametralmẽte nõ e
luogo i epſo che ſi poſſio debitamẽte ala diſpoſitiõe del dicto octocedrõ
ꝓtrahere. Ma el duodecedrõ ꝑ eſſer fraglialtri de ſingulare ꝓrogatiua do
ctato a niũo ha ꝓhibito o ꝟ.vetato alogiamẽto cõmo de tutti receptacu
lo. E ꝑ q̃ſto ãcora lãtico platõe iſiemi cõ laltre aducte lo atribui a lũiuerſo.

¶ Cõmo in ciaſcuno deli dicti regulari ſe formi la ſpera. Cap. XLVII.

¶ De ſopra cõmo ſeuiſto ex.D. hauemo ciaſcũo deli dicti.5.corpi regula
ri demoſtrato eẽre nella ꝓpoſta ſpera inſcriptibile e da q̃lla circũſcriptibi
le reſta ora cõuenientemẽte moſtrare cõmo ancora la dicta ſpera cadaũo
depſi ſi poſſa iſcriuere. El che q̃ ſequẽte aduremo cõ euidẽte chiareçça vice
ꝟſa la ſpera ĩ cadaũo di loro poterſe inſcriuere. La q̃l coſa coſi apera. Pe
roche dal cẽtro dela ſpera la q̃le circũſcriue cadaũo de q̃ſti tali corpi a tut
te q̃te le baſi de cadaũo depſi eſchino o ꝟ.tiriſe le ꝑpẽdiculari. Le q̃li dene
ceſſita caderãno dentro li cẽtri deli cerchi q̃li circũſcriueõ apõto dicte ba
ſi. E cõcioſia che tutti li cerchi q̃li apõto circũdão dicte baſi ſiẽno eq̃li ſirã
no q̃ſte ꝑpẽdiculari eq̃li. Oñ ſe ſo la q̃tita de vna depſe deſcriuereõ il cer
chio ſopra el cẽtro dela ſpera che li circũſcriue e lo ſuo ſemicirculo girareõ
atorno fin tãto che torni alluogo dõde cõmẽço amouerſe. Perche fia ne
ceſſario che lui paſſi ꝑ tutte le extremita de tutte le ꝑpẽdiculari cõuẽcereõ
per lo correlario dela.15 del.3. la ſpera deſcripta pel moto de q̃ſto ſemicir
culo cõtigere o ꝟ apõto tocare tutte le baſi del corpo aſegnato nel cõ cor
ſo dele ꝑpẽdiculare. Peroche la ſpera nõ po piu cõtingere dele baſi del cor
po chel ſemicirculo toccaſſe q̃ñ ſe mouiua. Oñ fia manifeſto noi hauere
inſcripto la ſpera alo ſegnato corpo ſi cõmo era propoſto fare.

¶ Dela forma e diſpoſitione del tetracedrõ pião ſolido o ꝟ.vacuo e del
abſciſo ſolido piano o ver vacuo e delo eleuato ſolido o ver vacuo.

.i.ii. Capitulo. XLVIII.

IL tetracedron piano ſolido o ꝟ vacuo ſia formato da.6.
linee equali quali cõtẽgão.12.anguli ſuperficiali.e.4.ſoli
di e ſãno fra loro.4.baſi triãgulari eq̃latere & equiangule.
¶ Del ſcapeçço o ꝟ abſciſo.iii.iiii. ¶ El tetracedrõ ſcapeç
ço o voliã dire abſciſo ſolido pião o ꝟ.vacuo ſia cõtẽnto
da.18.liee q̃li cauſão.36.ãguli ſupficiali.e.12.ſolidi.e.8.ba
ſi lo circũdano dele q̃li.4.ſonno exagõe e.4.trigõe eq̃latere cioe de.6.lati

ma mãle alochio nr̃o rẽde chiaro e nasci dal ꝓcedẽte neli suoi lati ꝑ terço vniformi tagliati. v. vi. ¶ El tetracedrõ eleuato o vogliãdir põtuto solido o ꝟ. vacuo ha similmẽte. 18. linee dele q̃li. 6. sõno cõe e ha. 36. anguli sup̱ficiali e. 8. solidi de li q̃li. 4. sõno coni dele pyramidi sup̱ficiali. e. 4. sõno cõi ale. 5. p̱amidi cioe aq̃lla iteriore che lochio non po veder ma solo lintellecto la prende e ale altre. 4. exteriori dele q̃li. 5 pyramidi dicto corpo fia cõposto q̃n le sieno fraloro eq̃latere triangule & eqangule cõmo la sua ꝓp̃a forma mãle a noi dimostra. E le sue sup̱fitie che lo vestẽo q̃li nõ ꝓp̱amẽte sõo dette basi i tutto sono. 12. ꝑ nũero tutte triãgule. E de q̃sto nõ sepo ꝑ alcũ mõ asegnar e lo eleuato absciso pel defecto deli exagõi che nõ fano anguli solidi. ¶ Delo exacedrõ pião solido o ꝟ. vacuo absciso solido o ver vacuo eleuato piano & eleuato absciso. vii. viii. Ca. XLIX.

LO exacedrõ o volião dir cubo pião solido o ꝟ. vacuo ha. 12. linee o ꝟ. lati o coste e. 24. anguli sup̱ficiali. e. 8. solidi e 6. basi o ꝟ. sup̱ficie q̃li lo cõtẽgano tutte q̃drate eq̃latere e anco eqangule simile ala forma del diabolico instrũ al ramẽte detto dado o ꝟ taxillo. ix. x. ¶ Lo exacedrõ sca peçço o ꝟ. absciso piano similmẽte solido o ꝟ. vacuo ha. 24. linee q̃li c[...] epso causano. 48. anguli sup̱ficiali deli q̃li. 24. sõno recti eli altri acuti. E hãe. 12. solidi e fia cõtenuto da. 14. sup̱ficie o ꝟ. basi cioe da 6. q̃drate e. 8. triãgule. E tutte le dicte linee sõno cõe ale q̃drate e ale trigone ꝑche q̃lle. 6. q̃drate giõte asiemi angulariter de necessita causano. 8. triãguli si cõmo fecero li exagõi nello tetracedrõ absciso. E nasci dal cubo tagliato vniforme nella mita de ciascũ suo lato cõmo demostra alochio la sua ꝓp̃a forma mãle. xi. xii. ¶ Lo exacedrõ eleuato solido o ꝟ. vacuo a sua cõstitutione de necessita cõcurrano. 36. linee le q̃li fraloro aplicate causano. 72. anguli sup̱ficiali. e. 6. solidi piramidali da. 4. sup̱ficiali cadaũo cõtenuto. E fia vestito da. 24. sup̱ficie triãgulari q̃li ꝓp̱amẽte nõ sõno dadir basi. E de q̃lle linee. 12. ne son cõe a tutti q̃lli triãguli sup̱ficiali che lo contẽgano e circũdano e fia cõposto dicto corpo de. 6. pyramidi laterate q̃drilatere extrinseci q̃li alochio tutte sap̱sentano secõdo la situatione del corpo. E ancora del cubo itrinseco sopra el q̃le dicte pyrãidi seposano e solo litellecto lo ymagia ꝑche alochio tutto sasscõde ꝑ la suppositione alui de dicte pyrãidi e di q̃l cubo le sue. 6. sup̱ficie q̃drate sõno basi de dicte. 6. pyrãidi ch sõno tutte de medesima alteça e sõno ascoste dalochio e circũdão occultamẽte dicto cubo. xiii. xiiii. ¶ Lo exacedrõ absciso eleuato solido o ꝟ. vacuo ha. linee o ꝟ. lati o coste. 72. e q̃ste fãno. 144. anguli sup̱ficiali e de solidi ne fãno. 14. tutti pyrãidali. De q̃i. 6. sõno de pyrãidi laterate q̃drãgule e. 8. de pyramidi trilatere e dele dicte linee. 24. ne sõno cõe ale pyramidi trigone e tetragõe. E ha. 48. faççe o ꝟ. sup̱ficie che lo circũdão tutte triangulari e q̃sto si facto corpo se cõpõe delo exacedrõ tagliato solido itrinseco ꝑ itellecto solo ꝑceptibile e de. 14. pyramidi cõmo e dicto egettato i pião spacio sẽp se ferra sopra. 3. coni pyrãidali o ꝟ. põti cõmo la fora demõstra ¶ Delo octocedron pião solido o vero vacuo e absciso solido o ver vacuo e delo eleuato solido o ver vacuo. xv. xvi. Capitulo. L.

LO octocedrõ pião solido o ꝟ. vacuo riceue in se. 12. linee e 24. anguli sup̱ficiali e de solidi ne ha. 6. e fia contẽuto da. 8 basi triãgulari eq̃latere e ꝑimẽte eqangule como nella ꝓp̃a sua forma mãle a noi sap̱nta. xvii. xviii. ¶ Lo octocedrõ absciso o ꝟ tagliato pião solido o ꝟ. vacuo. ha. linee. 36. che fãno. 72. anguli sup̱ficiali cioe. 48. sõno deli exagoni e. 24 deli q̃drati e contene. 24. solidi e. ha. 14. basi dele q̃li. 8. sõno exagone cioe de. 6. lati. e. 6. ne sõno tetragone cioe q̃drate. Ma de dicte liẽe. 24. ne sõno cõe cioe ali q̃drati e ali exagoni. E q̃lli tali q̃drati se formão dali exagoni q̃n vniformi tutti. 8. se contingino che di tutto lochio nela forma sua materiale chiaro al intellecto la verita fa nota E de questo ancora non e possibile se formi el suo eleuato che vniforme sapresenti per lo deffecto similmẽte deli exagoni quali commo del tetracedron absciso fu detto non e

lido o ver vacuo.ha.36.linee de equal longheçça e ha.72.anguli ſuperfi‑
ciali e.8.ſolidi pyramidali. E fia contenuto da.24.ſuperficie tutte trigone
equilatere & equiangule lequali apontoel circundano. Ma de quelle linee
12.ne ſonno commune attuti li trianguli de le pyramidi. E queſto tal corpo
ecõpoſto de.8.pyramidi laterate triãgule eqlatere & eqangule de medeſi
ma alteçça q̃li tutte de fore apano.e ancora del ottocedron ĩtrinſeco ꝑſola
ymaginatione da lintelletto ꝑceptibile del q̃le octocedron le baſi ſonno
baſi de le dicte.8.pyrãidi. Cõmo la fo͂ra ſua materiale a noi ſia manifeſto.

¶ De lo ycocedron piano ſolido o ver vacuo e delo abſciſo ſolido o ver
vacuo e delo eleuato ſolido o ver vacuo. xxi. xxii. Ca. LI.

LO ycocedron piano ſolido o ꝟ vacuo cõtene.30.linee o
ver lati tutte fraloro equali e q̃ſto in lui cauſano.60.angu
li ſuꝑficiali e.12.ſolidi. E anco formano in epſo.20.baſi tut
te triangulari equilatere & eqangule e ciaſcũo de dicti an
guli ſolidi ſon facti o ver cõtenuti da.5.anguli ſuperficiali
de dicte baſi triãgule che la ſua figura ſimilmẽte materiale
lo dimoſtra.xxiii.xxiiii. ¶ Lo ycocedrõ abſciſo pião ſolido o ꝟ vacuo
ha.90.lati o ver liee e ſi ha.180.anguli ſuperficiali. De li q̃li.120.ſonno de
li triãguli ala ſua cõpoſitione cõcurrenti e.60.ſonno deli pentagoni che
pur aq̃lla cõuengão quali tutti ſonno equilateri. E q̃ſte linee formano in
torno dicto corpo.32.baſi dele quali.20.ſonno exagone cioe de.6.lati eq̃
li e.12.ne ſon pẽtagõe cioe de.5.lati eq̃li. E cadaũe in ſuo grado ſonno fra
loro eqlatere e anco eqangule cioe che tutti li exagoni fraloro ſonno de
anguli eq̃li e coſi li pentagoni fraloro ſonno de angoli equali. Ma li lati
tutti ſi de pẽtagoni cõmo deli exagoni tutti fraloro ſonno eq̃li. Solo in li
angoli ſõno differẽti li pẽtagoni e li exagoni. E q̃ſto ſi facto corpo naſci
dal ꝑcedẽte regulare q̃n ciaſcun ſuo lato ne la ſua terça ꝑte vniforme ſe ta
glino. E di tal tagli ſe cauſão.20.exagõi e.12.pẽtagõi cõmo e ditto e.30.an
goli corporei o ver ſolidi. Ma de le dicte linee.60.ne ſon cõe ali exagoni
e pẽtagoni ꝑche de li.20.exagoni inſiemi vniformamẽte gionti de neceſ
ſita cãno.12.pẽtagoni e de q̃ſto ancora nõ ſe po dare lo eleuato ꝑ lo defe‑
cto del dicto exagono cõmo nel tetracedrõ abſciſo e delo octocedron ab
ſciſo di ſopra dicto habião.xxv.xxvi. ¶ Lo ycocedrõ eleuato ſolido o ꝟ
vacuo i ſe.ha.90.liee e.ha.180.anguli ſuꝑficiali e.20.ſolidi pyrãidali e ha.
60.baſi o ꝟ ſuꝑficie che lo circõdano tutte triãgulari eqlatere e anco eqan
gule. Ma dele.90.linee.30.ne ſonno cõe acadũa dele ſuꝑficie dele ſuoi.20
pyramidi. E fia cõpoſto dicto corpo de.20.pyramidi laterate triãgulari
eqlatere & eqangule de eq̃le alteçça e de lo ycocedron integro interiore ꝑ
ſola ymaginatiõe dalĩtellecto ꝑceptibile e le ſue baſi ſõno baſi ſimilmẽte
de dicte.20.pyramidi. Che tutto ancora la ꝓpria forma ſua mãle fa apto.

¶ Del duodecedron plano ſolido o ꝟ vacuo e delo abſciſo ſolido o ꝟ
vacuo e delo eleuato ſolido o ꝟ vacuo e delo abſciſo eleuato ſolido o ꝟ
vacuo e ſua origine o ver dependẽtia. xxvii.xxviii. Capitulo. LII.

EL duodecedrõ pião ſolido o ꝟ vacuo.ha.30.linee eq̃li o
ꝟ lati q̃li in lui cãno.60.anguli ſuꝑficiali e ha.20.ãguli ſo
lidi e.ha.12.baſi o ꝟ ſuꝑficie che lo cõtẽgano e q̃ſte ſõno
tutte pentagõe de lati e anguli fraloro tutti eq̃li cõmo aꝑe
xxix.xxx. ¶ El duodecedrõ ſcapeçço o ꝟ abſciſo pião ſo
lido o ꝟ vacuo ha.60.linee tutte de eq̃l lõggeçça e ha.120
ãgoli ſuꝑficiali e hãe.30.ſolidi. Ma deli.120.ſuꝑficiali.60.ſõno de triãguli
e.60.ſõno de pẽtagoni. E q̃lli triãguli de neceſſita ſe cãno da dicti pẽtagõi
ſe angularmẽte fraloro ſecongbino. Cõmo in la cãtiõe de q̃lli del tetrace
drõ & octocedrõ abſciſi fo detto q̃li da exagõi e q̃drãgoli e triãgoli ſe fo͂ra
uano e coſi i q̃lli delo ycocedrõ abſciſo da exagõi e pẽtagõi cõmo la figura
mãl demoſtra. E cadaũo de dicti angoli ſolidi fia facto e cõtenuto da.4.
anguli ſuꝑficiali de li q̃li.2.ſõno de trianguli e doi ſõno de pẽtagono cõ‑
currẽti ad vn medeſimo pũto. E tutte le ſue linee o ꝟ lati ſõno cõe ali triã
goli e ali pẽtagõi ꝑche lũo e gli altri iſiemi debitamẽte aplicati lũo ecã de

laltro cioe li triãguli deli pẽtagoni eli pẽtagõi deli triãguli. E ſi cõme li.12.
pẽtagõi eqlateri angularmẽte cõgiõti formão i dcõ corpo.20.triãguli co
ſi ancora poſſiã dire che.20.triãguli eqlateri angularmẽte fralor cõgionti
cauſino.12.pẽtagõi ſimilmẽte eqlateri. E ꝑ q̃ſto aꝑe tutte dicte linee fraloro
eẽr cõe cõmo e dicto. E le ſuꝑficie che q̃ſto circũdão ſono.32. Dele qua.12.
ſono pẽtagõe eqlatere & eqãgule.e.20.ſono triãgule pure eqlatere tutte fra
loro cõmo habiã detto reciprocamẽte cauſate. Ei ſua material forma aꝑe.
E q̃ſto deriua dal ꝑcedẽte i la mita deciaſcũ ſuo lato vniforme tagliato.
xxxi.xxxii. ¶ El duodecedrõ eleuato ſolido o ꝟ. vacuo ha.90.linee e.180.
anguli ſuꝑficiali e de ſolidi.12.eleuati pyrãidali pẽtagõali e hãe ãcora.20.
baſi pur corporei exagõi. E ha.60.ſuꝑficie tutte triãgule eqlatere & eqangu
le. Ma de dicte.90.linee.12.ſono cõe ale.12.baſi dele pyramidi pẽtagõe de
le q̃li le baſi ſimilmẽte cõuiẽ ſieno pẽtagõe. E ſono le baſe del duodecedrõ
regulare itriſeco che ala ſua cõpoſitiõe cõcorre q̃l lintellecto ꝑ ſola ymagi
natiõe cõprẽde eq̃ſte.30.linee cõe ſolo cõrrão ala cauſatiõe deli.20.anguli
ſolidi deꝑſſi q̃li cõmo e dicto ſono exagõali.cioe che aloro formatiõe cõ
corrão.6.linee. E formaſe dicto corpo dal dudecedrõ regulare itrinſeco ꝑ
dicto e da.12.pyramidi laterate pẽtagone eqlatere & eqangule ede altezza
eq̃le. E le loro baſi ſono le medeſime baſi delo intrinſeco vt ſupra.xxxiii.
xxxiiii. ¶ El duodecedrõ abſciſo eleuato ſolido o ꝟ. vacuo.ha.lati o ꝟ.li
nee nũero.180.dele q̃li.60.ſono eleuate ala cauſatiõe dele pyramidi pẽta
gone.60.ſono eleuato ala cõſtitutiõe dele pyramidi triãgule laltre.60.ſõ
no baſſe lati de cadaũa de dicte pyrãidi cioe dele pẽtagone ede triãgule.
E q̃ſto ſi facto corpo ſe cõpõe del duodecedrõ tagliato pião intriſeco ꝑ ſo
la ymaginatiõe alintellecto offerto. E de.32.pyramidi. Dele q̃li.12.ſono
pẽtagonali.de altezza fraloro eq̃li. E laltre.20.ſono triãgule pur de altezza
fraloro eq̃le. E le baſi de q̃ſte pyramidi ſono le ſuꝑficie del dicto duodece
drõ trõcato referẽdo ognũa ale ſuoi cioe le trigone ale pyramidi triãgule
ele pẽtagõali ale pyramidi pẽtagõe. E caſcãdo in pião q̃ſto ſemꝑ ſi ferma
ĩ.6.põte o ꝟ.coni pyramidali. Deli q̃li coni vno ſia de pyramide pẽtago
na eli altri.5.ſono dele pyramidi triãgule. La q̃l coſa i aiere ſuſpeſo ꝑe alo
chio abſurda che ſimil põte ſieno a vn po. E q̃ſto tale.ex. D.e de grãdiſſia
abſtratiõe ede ꝓfonda ſcia che chi itẽde ſono me laſciara mẽtire. E ala ſua
dimẽſiõe ſe ꝑuene cõ ſubtiliſſima pratica maxĩe de algebra & almucabala
arari nota e da noi nella nr̃a oꝑa bẽ demoſtra cõuiẽ facilime apoterla aꝑ
hẽdere. E ſimilmẽte q̃lla delo ycocedrõ tagliato nel q̃l exagoni e pẽtagõi
ſe iterpongão che tutte le meſure aſꝑ fanno. ¶ Del corpo de.26.baſi
e ſuo origine pião ſolido o ver vacuo e delo eleuato ſolido o ver vacuo.

xxxv. xxxvi. Capitulo. LIII.

VNaltro corpo.ex.D.dali gia dicti aſai diſſimile ſe troua
detto de.26.baſi. Da ꝑncipio e origĩe ligiadriſſimo deri
uãte. Deli q̃li.18.ſono q̃drate eqlatere e rectãgule e l.8.ſõ
no triãgule eqlatere ſimilmẽte & eqangule. E q̃ſto tale.ha
48.lati o ꝟo linee e ha.96.anguli ſuꝑficiali deli q̃li.72.ſõ
no tutti recti. E ſono q̃lli de le ſue.8.baſi q̃drate e.24.ſon
no acuti. E ſono q̃lli deli ſuoi.8.triãguli eqlateri. E q̃ſti 96.fraloro cõcor
rẽo ala cõpoſitiõe i epſo de.24.anguli ſolidi. Deli q̃li ciaſcũo cõſta de vno
angulo ſuꝑficiale del triãgulo e de.3.anguli recti.de.3.q̃drati. E dele.48.
ſue linee.24.ſono cõe ali trigoni e ali q̃drati ꝑoche de q̃lli.18.q̃drati aſiẽi
ſecõdo la debita oportunita agiõti de neceſſita ne reſultão q̃lli.8.triãguli
formati ſicõmo che deglialtri abſciſi de ſopra ſe detto. E lorigine de q̃ſto
ſia dalo exacedrõ vniforme ſecõdo ogni ſuoi ꝑti tagliato cõmo ſimilmẽ
te alochio la ſua material forma ci demoſtra. E ſia la ſua ſcia i molte conſi
derationi vtiliſſima achi bñ la acomodare maxime in architectura e que
ſto anotitia de ſuo ſolido piano eu acuo.xxxvii.xxxviii. ¶ El 26.baſi ſoli
do o ver vacuo eleuato receue in ſe a ſua formatiõe.144.linee le q̃li fralo
ro ſecõdo la oportũa exigẽtia aplicate i epſo cauſano.288.anguli ſuꝑficiali
E.26.ſolidi eleuati pyramidali. Deli quali.18.ſo no contenuti da.4.an

guli acuti ſuperficiali cioe cadaun di loro. E.8.ſonno cōtenuti da.3.acuti E fia cōpoſto dicto corpo de.26.pyramidi laterate. Dele q̄li.18.ſōno q̄drā gule e.8.triāgule q̄li tutte di fore in torno ſepoſſano dalochio diſcernere E del precedēte.26.baſi ſolido piāo intrinſeco ꝑ ymaginatiōe ſolamēte cō preheſo. E le ſue.26.baſi ſōno parimēte baſi dele ꝓdicte.26.pyramidi cioe Le.18.q̄drāgule dele.18.pyramidi laterate q̄drāgule e le.8.triāgule dele.8. pyramidi triāgulari. E in q̄lūche modo q̄ſto ſe getti in ſpatio piāo ſemꝑ in ſū.3.pōte o ꝟ.cōi pyramidali ſi ferma che la experiētia del ſuo māle ancora a lochio ſatiſfara. ¶ Del corpo de.72.baſi piano ſolido euacuo.

xxxix. xl. Capitulo. LIIII.

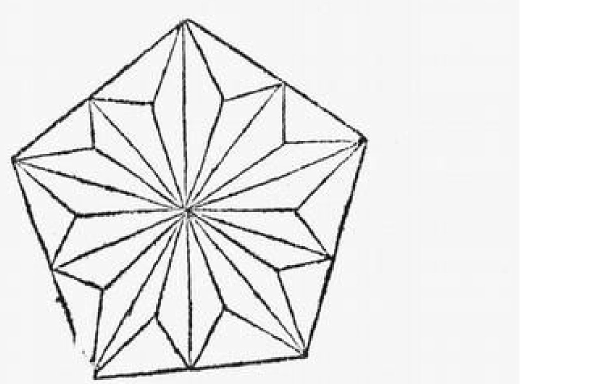
ERa q̄ſti cōdecētemēte Exc.D.fia dacollocare el corpo detto dele.72.baſi. Del q̄le el n̄ro megarēſe p̄ho nella.14.del ſuo.12.apiēo deſcriue. Queſto bēche habia ſue baſi piāe laterate e āgulari e di formi nō e da dire che ciaſcūo deli regulari habia depēdētia ne deriuatōe ma ſolo ſifor̄a e crea ſecōdo che in dicto luogo el n̄ro p̄ho demoſtra mediāte la figura duodecagōa cioe de.12.lati eq̄li. E dele ſuoi baſi ꝓdicte.48.ſōno q̄drāgule i eq̄latere e i eqangule. E ſolo hāo li doi lati oppoſiti ꝓtracti ꝟſo lūo e laltro polo o voglia dir cono e q̄li fra loro. E le altre ſuoi.24.baſi ſōno triāgulari in eq̄latere ſimilmēte. E di q̄ſte.12.ne ſtāno atorno. Lū dicōi e.12.dalaltro. E cadaūa depſe ha doi lati eq̄li cioe q̄lli che tendāo al pōto del polo i feriore e ſupiore. De q̄ſto ancora ſe porra ſemꝑ formare el ſuo elenato cōmo neglialtri ſe fcō ma ꝑ la diſor̄ita dele ſuoi baſi ſera difficile ſua ſcia quātunca alochio rēdeſſe nō mediocra vaghecça. E cauſariēſe in epſo 72.pyramidi ſecōdo el numero dele ſuoi.72.baſi dele q̄li pyramidi le baſi ſeriēno le medeſime di q̄llo. E lui dētro ymaginato la forma del q̄le eleuato ñ curai fra q̄ſte mālmēte dedure ꝑ laſiare la ꝑte ſua ancora allectore del cui ingegno nō mi diffido. E q̄ſto.72.baſi molto dali architetti fia frequētato i loro diſpoſitiōi de hedificii ꝑ eēr forma aſai acomodata maxīe done occurreſe fare tribūe o altre volte o voliāo dire cieli. E auēga che non ſemꝑ apōto ſe prēdino in detti hedifitii tāte facce pure aq̄lla ſimilitudine ſeregano ſquartādolo ſterçādolo i tutti modi ſecōdo el luogo eſito doue tal hedificio intēdan porre. A lacui cōueniētia aſaiſſimi in diuerſi ꝑti ſetrouāo diſpoſti e fabricati. Cōmo delo inextimabile antico tēplo pāntheon. E oggi da criſtiāi nel capo del mōdo. La rotōda chiamato fia manifeſto. El q̄l cōtanta ſolerta induſtria e de ꝓportioni obſeruantia fo diſpoſto chel lūe de vn ſolo ochietto nel ſuo faſtigio apto relicto tutto el rēde ſplēdido e luminoſo ¶ Laſcio de molte altre famoſe e inclite cita cōmo fiorētia Vinegia padūa neapoli e bologna. In le q̄li aſai hedifitii ſi ſacri cōmo ꝓfani o piccoli o grādi che ſiēno al ſpechio de q̄ſto ſōno facti. Ancora q nel ſuo Milāo nel degno ſacello de ſan ſcetro lornata capella fia vna ꝑte de q̄ſto ſpaccata ecō reſeruatiōe de alquāto cōuexo al muro aplicata e in ciaſcūa ſua baſa giōtoui vn roſone che adorna la rēde. E i lo deuoto e ſacratiſſimo v̄ro tēplo de le gr̄e la ſua tribūa al ꝑmo altare e laterali gia nō e ſe nō vna ꝑte a ſimil de q̄ſto pur i ſuoi baſi apiu vaghecça giōtoui q̄lli. E bēche molti fabrichio etirino le forme a lor arbitrio nō hauēdo piu de Victruuio che daltro architecto notitia nō dimēo larte vſāno bēche nol ſapio ſi cōmo deli roçi ruſtici dici a ꝑ. che ſollgeçāt & neſciūt ſe ſolegiçare Coſi q̄ſti tali vtunt arte & neſciūt ſe vti. Ancora el ſarto e calçolaro vſāo la geometria e nō ſāno che coſa ſia. El ſi murari legnaoli fabri e ogni artefici vſano la meſura e la ꝓportiōe e nō ſāno. Peroche cōmo altre volte e detto tutto cōſiſte nel nūero peſo e meſura. Ma che diremo deli moderni hediſitii i ſuo gener̄. Ordinati e diſpoſti cōuarii e diuerſi modelli q̄li alochio ꝑche al quāto rēdino vaghecça ꝑ lor eēr piccoli e poi nelle fabriche nō regāo el peſo. E nō che a millāni ariuāo nāçe al terço ruināo. E ꝑ el lor maleēre i teſi i refar̄ piu ch̄ i for̄ fāno ſpēder̄. Chiamādoſe arch. e mai ñ viddero le copte i cio delo excellētiſſio volūe del n̄ro digniſſio architecto e grā mathematico victruuio q̄le cōpoſe de architettura cōſupmi documēti

a ogni structura e chi da quel sediuia sappa in aqua e fonda in rena piupre
sto guasta larte che architecti nominati e non sanno la differentia dal pō
to ala linea commo saperanno quella degliangoli sença la quale non e
possibile bene bedifficare chel manifesta commo dici el prefato Victru
uio el gran iubilo e summa letitia che baue Pictagora quando con certa
scientia ebbe trouato lauera proportione dele doi linee recte che conten
gano langolo recto dela squadra per la qual cosa alidei facendo gran sa
crificio esesta immolo cento boi e questangolo e de tanta excellentia che
mai se po variare e per altro nome li perfecti geometrici el chiamano An
gulum iustitie pero che sença sua notitia non e possibile cognoscer ben
da male in alcuna nostra operatione ne mai sença epso se po dar mesu
ra certa per alcun modo. Onde li moderni ciabatieri in loro bedifitii nō
li par far nulla se for dela recta e debita antica norma non vinterponga
no alcuna inconuenientia de lor sciochegge biasimando quelli (che
pur alcuni se netrouano) che la vano reducendo aluero e antico mo
do. E sonno quelli che se delectano dele nostre discipline mathematici
immittando lauera guida de tutti edificii nellopore del predicto Victru
uio dalqual deuiando se uede cōmo stāno nostri bedifitii si, diuini cōmo
profani chi e torto e chi bistorto. E pero conuenientissimo fia el motto e
suo effecto de vostra celsitudine dela cetta che tutto el torto in tappe e cō
tinuando el gia incepto el suo Milano non amenor vaggeçça che sia Fio
rença in breue redura dala sua abomineuile e inepta impressione remo
uendo loro auctori. Perche in ꝟo meglio quella dormendo che lor con
millochi veggiando quelli intende cōmo el simile demostro el suo stret
to affine Illustrissimo Duca de vrbino nelladmiranda fabrica del suo de
gno preallegato pallaço. E q̄sto consuportatione de q̄lli che amal baues
sero quel che fin qua alor documento se detto e al dicto corpo sia al pro
posito sufficiente.

¶ Del modo asapeme oltra li dicti piu formare e commo loro forme in
infinito procedano.

Capitulo ·LV·

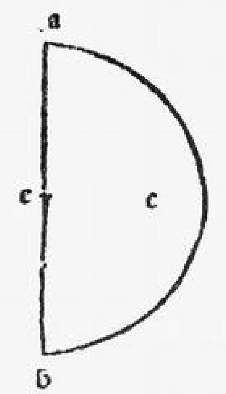
NOn me pare Excelso Duca in dicti corpi piu exten
derme conciosia chel lor processo tenda in infinito per la
continua e sucessiua abscisione de mano in mano, de li
suoi angoli solidi e secondo quella lor varie forme se ven
gano multiplicare. E q̄sto dasc̄iandoli lauia ꝑ li gia dicti
aperta porra sequirli perche sempre fia dicto q̄ facile est in
uentis addere. Non e difficile larogere ale cose trouate e pero piu eman
co leuando e giognendo ale predette sira facile a ogni proposito. E questo
solo habiamo fin or sequito per monstrare cōmo da quelli.5.regulari lauir
tu sempre neglialtri dependenti se distilla asimilitudine deli .5. semplici
che ala formatione de ogni creato composto concorrano. Per la qual co
sa (cōmo de sopra fo acenato) Platone fo constretto le prelibate.5.forme
regulari ali.5.corpi semplici atribuire. cioe ala terra aiere aqua fuoco e cie
lo cōmo difusamente apare nel suo Thimeo doue dela natura deluniuer
so tratto. E alo elemento dela terra atribui la forma cubica cioe quella de
lo exacedrō cōciosia che al moto niuna figura habia bisogno de magior
violença. E infra tutti li elementi che si troua piu fixa constante e ferma
che la terra. E quella del tetracedron la dette alo elemento del fuoco pero
che volando in su causa la forma pyramidale chel simile el nostro fuoco
alochio cil fa aperto peroche noi vediamo quello al piano e in basso lar
go e vniforme sempre in su degradare in modo che sua fiama la cima in
vn ponto termia si cōmo fa el cono de ogni pyramide la forma delocto
cedron la tribui alaere. Peroche si cōmo laiere a vn picol mouimento se
quita. el fuoco cosi la forma piramidale seqta per la habilita al moto la for
ma dela pyramide. E la figura del.20 basi cioe delo ycocedron ladeputo
alaqua. Peroche cōciosia che la sia circundata de piu basi che alcuna de lal



tre:li parse che la conuenisse in la spera piu presto al moto dela cosa che
spargendo scende:che de quella che ascende. Ela forma del.12.basi penta
gone atribui al cielo si commo a quello che e receptaculo de tutte le cose.
questo duodecedron el simile,sia receptaculo e albergo de tutti glialtri.4.
corpi regulari commo apare in le loro inscriptioni vno in laltro. E anco
ra commo dici Alcinouo sopra el Timeo de Platone:pche si commo nel
cielo sonno.12.segni nel suo çodiaco e ognuno de quelli in.30.equal parti
se diuide che tutta la sua annuale reuolutione sia.360. Cosi questo duode
cedron ha in se.12.basi pentagone de lequali ognuna in.5.triãguli resoluta
fermando el ponto in meçço e ognuno de dicti triangoli in .6. scaleni:
che in tutte basi son.30.triãgoli per vna:che fra tutte sonno.360. commo
dicto çodiaco. Ee queste tali forme da Calcidio celeberrimo philosopho
exponẽdo el dicto Timeo molto sonno cõmendate. E cosi da Macrobio
Apuleio e moltissimi altri:perche in vero sonno de ogni commendatio
ne degni.per le ragioni che in loro fabriche se aducano mostrando la suf
ficientia de ditte.5.forme si commo quella de li.5.corpi semplici non pote
re per alcun modo esser piu.e si commo el numero de dicti semplici non
si po in natura accrescere.cosi queste.5. regulari non e possibile asegname
piu che de basi e de lati e de anguli sienno equali: e che in spera collocati
toccando vnangolo tutti tocchino. Perche se in natura se potesse vn sex
to corpo semplici asegnare el summo opefici verebbe a esser stato ĩ le sue
cose diminuto e sença prudença da giudicarlo. non hauendo a principio
tutto el bisogno oportuno alei cognosciuto. E per questo certamẽte e nõ
per altro mosso comprendo Platone queste tali commo e dicto a ciascu
no deli dicti semplici atribuisse cosi argumentãdo:cioe commo buonis
simo geometra e pfondissimo mathematico. vedendo le. 5. varie forme
de questi non poter per alcun modo alcunaltra che al sperico tenda de la
ti basi e angoli commo e dicto equali ymaginarse ne formare commo in
la penultima del.13.se mostra e per noi al oportuno saduci non immerita
mente argui le ditte aduenire ali. 5. semplici. Eda quelle ognaltra forma
dependere. E auenga che questi.5.sienno soli chiamati regulari non pero
se exclude la spera che non sia sopra tutti regularissima.e ognaltro da quel
la deriuarse commo dala causa dele cause piu sublime: e in lei non e varie
ta alcuna ma vniformita per tutto e in ogni luogo ha suo principio e fine
e dextro e sinistro. La cui forma onde se causi qui sequente ponendo fine a
dicti dependẽti lo diremo e successiuamente de tutti glialtri corpi oblõ
ghi:cioe che piu longhi che larghi sonno.

Del corpo sperico la sua formatione. xl. Cap. LVI.

PEr.molti la spera e stata diffinita che cosa la sia. maxime
da Dionysio degno mathematico. Pure el nostro autho
re con summa breuita in lo suo.11. la descriue:e quella tal
descriptiõe da tutti posteriori se aduci: doue lui dici cosi.
¶ Spera sia quel che cõtene el vestigio delarco dela circũ
ferentia del meçço circhio ogni volta:e in qualunche mo
do se prenda el semicirculo fermando la linea del dyametro se volti ator
no el dicto arco. fin tanto che retorni al luogo donde se començo a moue
re. Cioe facto el semicirculo sopra qual voi linea fermãdo quella el dicto
semicirculo se meni atorno con tutta sua reuolutiõe quel tal corpo che co
si sia descripto se chiama spera. Del quale el centro sia el centro del dicto
semicirculo cosi circonducto.



¶ Commo sia el semicirculo .c. facto sopra la linea. a.b. facto centro el
ponto.e.e tutto larco suo sia la parte dela circunferentia. a.d.b. Dico che
fermãdo la dicta linea a.b. qual sia dyametro de dicto semicirculo.e qllo
lo sopra lei circũducendo.comẽçando dal ponto.d.andando verso la par
te inferiore e tornãdo verso la supiore con suo arco al dicto ponto. d. on
de prima se mosse. ouer p loppposito andãdo verso la superiore e tornãdo
verso la superiore pur cõlarco al dicto ponto.d. quel tal rotũdo facto da

D

dicto ſemicirculo in ſua reuolutione ſia dicto corpo ſperico. e ſpera yma
ginando cómo ſe deue che dicto ſemicirculo gratia exempli ſia vn meç
ço taglieri materiale che aliter non formaria corpo. peroche ſolo larco cir
cũducto non fa veſtigio ſiando linea ſença ampieça e ꝓfondita e queſto a
ſua notitia e cauſatione ſia detto.

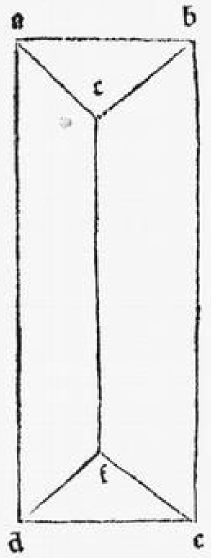
Cõmo in la ſpera ſe collochino tutti li.5.corpi regulari. Cap.LVII.

In queſta ſpera excelſo. D. ſe ymaginano tuti li.5.corpi re
gulari in q̄ſto mõ. prima del tetracedron ſe ſopra la ſua ſu
ꝑficie. cioe la ſua ſpoglia ouer veſte ſe ſeguino ouer yma
ginano.4. põti eq̄diſtãti ꝑ ogni verſo luno da laltro. e q̄l
li ꝑ.6. linee recte ſe cõgiongbino le q̄li de neceſſita paſſa
rãno dẽtro dala ſpera ſira formato apõto el corpo p̃detto
in epſa. E chi tiraſſe el taglio ꝑ ymaginatiõe cõ vna ſuꝑficie piana ꝑ ogni
verſo ſecõdo dicte linee recte protracte remarebe nudo aponto dicto te
tracedron. Cõmo (acio ꝑ queſto gliatri meglio ſe aprẽdino) ſe la dicta ſpe
ra foſſe vna pietra de bombarda e ſopra lei foſſero dicti.4. ponti con equi
diſtantia ſegnati ſe vno lapicida ouer ſcarpellino cõ ſuoi ferri la ſtempiaſ
ſe ouer ſfaciaſſe laſciando li dicti.4. ponti a põto de tutta dicta pietra are
be facto el tetracedron. Similmẽte ſe in dicta ſuꝑficie ſperica ſe ſegni.8. põ
ti equidiſtanti fra loro lun dalaltro e laltro daluno. E quelli con.12. linee
recte ſe congiongbino ſira ꝑ ymaginatione in dicta ſpera collocato el ſe
cõdo corpo regulare detto exacedrõ ouero cubo. cioe la figura del diabo
lico inſtrumento dicto taxillo. Liquali ponti ſimilmente ſegnati in vna
preta de bombarda a modo dicto. E quelli continuati ꝑ vn lapicida amo
do che diſopra ara redutta dicta balotta a forma a cubica. E ſe in dicta ſuꝑ
ficie ſe notino.6. ponti. pur ſecondo ogni loro eq̄diſtantia cõmo ſe dicto
chi q̄lli cõtinuara ouoi dir cõgiognera con.12. linee recte ſira aponto in di
cta ſpera facto el terço corpo regulare detto octocedron. Chel ſimile fa
cto in ſui vna detta pietra el lapicida duna balotta ara facto el corpo de
8. baſi triangulari. E coſi ſel ſi ſegnino.12. ponti q̄lli continuati per.30. recte
linee ara ſimiliter in dicta ſpera el quarto corpo detto ycocedron collo
cato. el ſimile el lapicida ara redocta la pietra al corpo de.20. baſi triangu
lari. E ſe.20. ponti ſe notino a modo dicto continuandoli pure con.30. li
nee recte ſira formato in dicta ſpera. El quinto e nobiliſſimo corpo regu
lare detto duodecedron cioe corpo de.12. baſi pentagonali. E coſi el lapi
cida de dicta balotta arebe facto la medeſima forma. Onde cõſimili yma
ginationi tutti ſeranno in la ſpera collocati in modo che le lor ponti an
gulari ſiranno in la ſuperficie ſperica ſituati e toccando vno deli loro an
goli in la ſpera ſubito tutti toccano. e non e poſſibile per alcũ mõ ch vno
tocchi ſença laltro qñ dicto corpo in ſpera ſia collocato. E ꝑ q̄ſta ſcia iſfalli
bile porra V. cel. ale volte (cõmo noi habiamo vſato) con dicti lapicidi
hauere ſolaçço in queſto modo arguãdo loro ignorãça. Ordinãdoli che
de queſte ſimil pietre ne facino qualche forma de lati facie e anguli equa
li. e che niuna ſia ſimile ale.5. deli regulari. verbi gratia obligãdoli a fare
vn capitello o baſa o cimaſa a qualche colonna che ſia de quatro o de ſei
facce equali a modo dicto e che quella dele.4. non ſiẽno triangule ouero
quelle dele.6. non ſienno quadrate. E coſi de.8. e.20 facce e niuna ſia trian
gula ouer de.12. e niuna ſia pentagona. lequali coſe tutte ſonno impoſſibi
le. Ma loro commo temerarii milantatori dirã de far Roma e toma ma
ria & montes che molti ſene trouano che non ſano ne curan de imparare.
contra el documento morale che dici. Ne pudeat quæ neſcieris te velle
doceri. El ſimile quel carpentieri domandato che farebe non ſi trouando
pialla. reſpoſe farne vna con vnaltra. E laltro marãgone diſſe la ſua ſqua
dra eſſere troppo grande per giuſtare vna piccola perſuponendo gliango
li recti fra loro variarſe. E quello che poſto li doi verghette equali in for

ma de tau. cioe cosi. T. in nançe ali occhi suoi. ora vna ora laltra piu lōga
giudicaua. E altri assai simili capassonii. Con uno de questi tali al tempo
dela fabrica del palaçço dela bona memoria del conte Girolymo in Ro
ma in sua presença confabulando commo acade dij correndo la fabrica
siandoui molti degni in sua comitiua de diuerse faculta fraglialtri a quel
tempo nominato pictore Meloçço da Frulli per dar piacere ala specula
tione exhortamo Meloçço e Io el conte che facesse fare vno certo capitel
lo in vna de queste forme non chiarendo noi al Conte la difficulta ma so
lo che seria degna cosa. E a questo asentendo el Conte chiamo a se el mae
stro e disselile se lui lo sapesse fare. quel rispose questo esser piccola facēda
e chenauia fatte piu volte. Diche el Conte dubito non fosse cosa degna
commo li cōmendauamo. Noi pur affermādo el medesimo giognendo
ui apertamente che non lo farebbe per la impossibilita sopra aducta. E re
chiamando a se dicto lapicida (che a quel tempo anco era denominati)
lo redomando se lo facesse. Alora quasi sbeffando surise breuiter al si e al
non sempre sia pnto lo impegnare El Conte li disse se tu nol fai che votu
perdere? E quello acorto respose nō male Signore quel tanto piu cha. V.
illustrissima Signoria pare de quel chio posso guadagnare e rimasero cō
tenti asegnatoli termene. 10. di. e lui chiedendo quatro. Acade che guasto
molti marmi e frci vn. o. p. abaco. finaliter el Cōte nō lobligo se nō al dā
no dele pietre e rimase scornato. Ma nō cesso mai che volse sape lorigine
delapposta. E seppe essere el frate in mō che nō poco rācore dapoi me por
to e trouandome me dixe meser meser io non vi perdono dela iniuria fa
cta se non me insegnate el muodo a farla e io meli offersi quanto valeuo
e per piu giorni soprastando in Roma non li fui vilano. e aprieli de que
ste e daltre cose a lui pertinenti. E quel cortese volse che vna degna cappa
a suo nome mene portasse. Cosi dico che ale volte simili a Vostra celsitu
dine sonno cagione fare acorti altri de loro errore e non con tante millan
tarie venirli alor conspecto quasi ognaltro spregiando. Cosi gia frci Hie
rone con Simonide poeta. commo recita Cicerone in quel de natura deo
rum. El qual Simonide temerariamente se obligo in termene de vno dia
le spacio saperli dire a ponto che cosa era dio e diceua non esser quella dif
ficulta chaltri dici a saperlo. Al quale Hierone finito el dicto termene do
mando se lauesse trouato quel disse ancora non e che li concedesse alquā
to piu spacio. Doppo el quale similmente li aduenne e breuiter piu ter
mini interposti. quel confesso manco intenderne che prima e rimase con
fuso con sua temerita. E questo quanto in la spera al loro locatione.

De li corpi oblonghi cioe piu longhi ouer alti che larghi. Cap. LVIII.

SEquita excelso. D. a piena notitia de questo nostro tracta
to douerse alcuna cosa dire alor notitia deli corpi oblon
ghi cioe de quelli che sonno piu longhi ouero alti che lar
ghi. Si commo sonno colōne e loro pyramidi. Dele qua
li piu sorte de lune e laltre se trouano. E pero prima diremo
dele colonne e suoi origine. poscia dele loro pyramidi.
Le colonne sonno de doi facte. cioe rotonde e laterate. si commo le figu
re piane. altre sonno curuilinee. e sonno quelle che da linee curue ouer tor
te sonno contenute. E altre sonno dette rectilinee. e sonno quelle che da li
nee recte sonno contente. La colonna rotonda e vn corpo contenuto fra
doi basi circulari equali. e sonno fra loro equidistanti la quale dal nostro
philosopho nel vndecimo cosi fia diffinita cioe la figura rotonda corpo
rea. delaqual le basi sonno doi cerchi piani in la extremita e crassitudine
cioe altecça eqli fia el uestigio del palelogrāmo rectāgolo fermato el lato
che cōtene lāgol recto. E la dcā supficie circūducta fin tāto che la torni al
luogo suo. E chiamase qsta figura colōna rotōda. Oñ dela colōna rotōda
e de la spa e del cerchio fia vn medesimo cētro. vbi grā. Sia el palelogrāo



a.b.c.d.cioe superficie quadrangola de lati equidistanti ede angoli recti.
E fermise el lato.a.b.el quale cosi fermato tutto el paralelogrāmo se meni
atorno fin tanto cheretorni al suo luogo onde començo a mouerse la fi'
gura adonca,corporea dal moto de questo paralelogrammo descripta se
chiama colonna rotonda.dela quale le basi sonno doi cerchi . elo centro
fia el ponto.b.elaltro e quello che fa la linea d.a. nel suo moto ouer gira
re.e lo suo cētro fia el pōto.a.e laxe de questa colōna e dicta la linea.a.b.
laqͥl sta ferma nel mouimēto del paralelogrāmo . E se noi ymaginaremo
el paralelogrāmo.a.b.c.d.quādo el puēga col suo girare al sito.a.b.e.f. co
si congiōga al sito donde començo a mouerse secondo la continuatione
de la superficie piana; cioe che tutto sia vn paralelogramo. d. c.e.f. & che
habiamo menato in epso el dyametro.d.e. el qual dyametro ancora.d.
e.sira dyametro dela colonna.Quello che se dici dela colōna e de la spe'
ra e del cerchio essere vn medesimo centro: se deue intendere quando de
questi sia vno medesimo diametro: verbi gratia; hauemo dicto che.d.e.
fia dyametro de questa colonna. Adonca la spera e lo cerchio deli quali
el dyametro ela linea.d. e. fia necessario che habino vn medesimo cen'
tro con lo centro dela proposta colonna. Sia adonca che la linea.d. e.di'
uida la linea.a.b. nel ponto.g. e. sira. g. centro dela colonna . Pero chel
diuide laxe dela colonna per equali e ancora el diametro dela colonna p
equali che se proua per la.26.del primo. per che li angoli che sonno al. g.
sonno equali per la.15.del primo. Eli angoli che sonno al.a.e al. b.sonno
recti per la ypothesi.Ela linea.a.d.fia ancora equale ala linea.b. e. Onde
d.g.fia equale al.e.g. E cosi.a.g. equale al.g. b. E conciosia che li angoli
c.&.f.sieno recti se sopra al ponto.g.secondo el spacio.d.g.e ancora sopra
la linea.d.e.se facia vn cerchio epso passara per la conuersa dela prima
parte dela trigesima del terço per li ponti.c.&.f. Onde el ponto.g.fia cen-
tro del cerchio del quale el dyametro e dyametro dela colōna. E pero an
cora e dela spera. E per questo se manifesta che a ogni paralelogrāmo re'
ctangolo el cerchio: e a ogni colonna la spera se po circumscriuere. E cosi
fia chiaro quello che ha voluto proponere a noi questo theorema del
nostro philosopho in dicta diffinitiōe dela colonna rotonda. Dela qua
le fin qua sia sufficiente e sequendo diremo dele laterate cōmo so pmesso.

Dele colonne laterate e prima dele trilatere. xlvi.xlvii. Cap. L I X.

Naltra specie ouer sorte de colōne sonno dette laterate.de
lequali la prima e triāgula dela quale le sue basi cioe supre
ma e isferiore: sonno doi triāgnli eqdistāti fra loro secōdo
lalteçça dela colōna cōmo la q figurata . Dela qͥle la basa
supma fia el triāgulo.a.b.c.ela inferiore el triāgulo.d.e.f.
E questa simil figura dici el nr̄o auctore esser dicta corpo
seratile e fia simile al colmo de vn tecto de vna casa che habia.4.facce ouer
pareti che solo da doi canti el suo tecto pioua: commo lochio demōstra
e possono essere le basi equilatere e non equilatere. E de simil colonne le
3.face sonno sempre paralelogrāme cioe de.4. lati e rectangole: si che di'
cto corpo seratile fia contenuto da.5.superficie delequali.3.sonno quadrā
gule ele doi sonno triangule.

Dele colonne laterate quadrilatere. xliii.xlvi. Cap. L X.

Ele laterate la seconda sorte sonno quadrilatere e son'
no quelle che hano le doi basi amodo dicto quadrangu
le e quatro altre superficie che la circundano sonno pur q̄
drilatere equidistāti fra loro secondo loro oppositione.
e queste similmēte sonno ale volte equilatere ale uolte i
equilatere secondo la dispositione dele lor basi.peroche
dele figure piane quadrilatere rectilinee sasegnano. 4.sorti: luna detta q̄'
drato.e fia quella che li lati tutti ha equali e li angoli recti commo qui
dacanto la figura. A. Laltra detta tetragon longo e fia quella che ha li la'
ti oppositi equali e li angoli simelmente recti; ma e piu longa che larga.

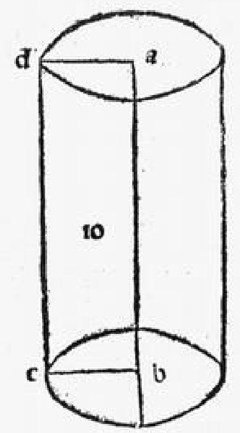
commo qui dacanto la figura. B. La terça sorte fia detta elmuaym. la quale e figura equilatera ma non rectangola e per altro nome fia detto rombo cõmo q la figura. C. La quarta sorte fia detta simile alelmuaym ouer romboide ꝑ altro nome. delaquale li lati solo oppositi sonno equali e fra loro eqdistanti e nõ ha angoli recti. cõmo apare la figura. D. Tutte laltre figure da queste in fore che sienno de. 4. lati sonno dette elmuariffe. cioe irregulari. commo son le figure segnate. E. Or secondo tutte queste diuersita de basi possano variarse dicte colonne quadrilatere. Ma cõmo se voglia sempre la eqdistantia fra le lor basi per altezza se deue intendere. E qste tali possiamo chiamar regulari a similitudie di lor basi. E laltre regulari ouer elmuariffe.

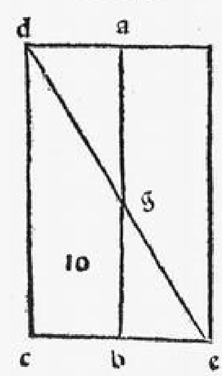
¶ Dele colonne laterate pentagone. xlix. l. Cap. LXI.

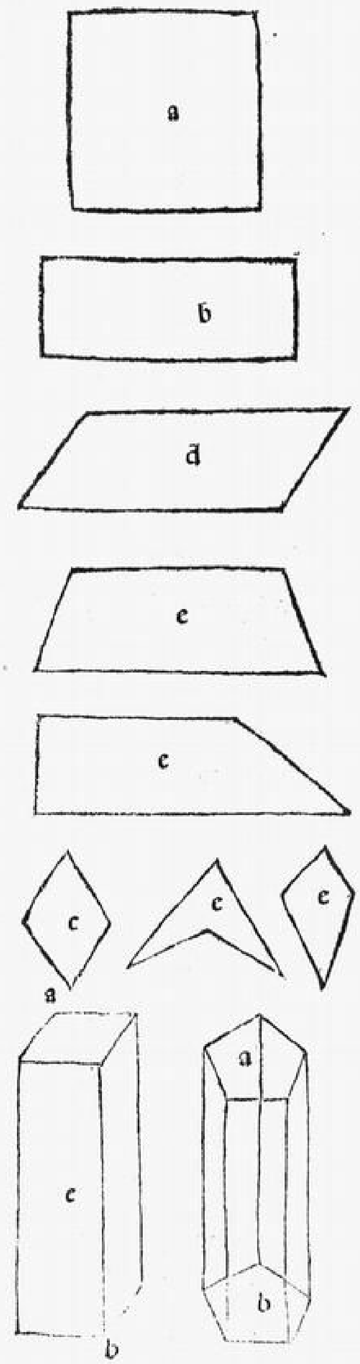
NEl terço luogo sonno le colonne laterate pentagone cioe quelle de. 5. facce. cõmo qui la figura. A. B. che ciascũa fia tetragona ouer quadrilatera. E le basi de queste simili colonne sempre sonno doi pentagoni. cioe doi figure rectilinee de. 5. lati ouer anguli. Peroche in tutte le figure rectilinee el nũero deli angoli se aguaglia al numero deli suoi lati. e altramente non possano stare. E queste ancora hano a essere equilatere e inequilatere secondo che le lor basi permetteranno: si commo poco inançe dele laterate quadrilatere se dicto. Conciosia che alcuni pentagoni sienno equilateri & eqanguli: e altri inequilateri e per consequẽte ineqanguli. Ma ogni pẽtagono che habia. 3. anguli fra loro equali sel sira equilatero de necessita sira ancora equiangulo. commo demostra la septima del. 13. Questo se dici ꝑche poteria el pentagono hauere lati equali cõ doi angoli fra loro equali. non pero serebe tutto equiangulo. E questi doi pẽtagoni. cioe supiore e inferiore pur similmẽte con la equidistantia de loro altezza in dicta colonna se hano a intendere. O sienno le colonne equilatere o inequilatere cõmo si voglino. ¶ E perche excelso. D. le specie dele colonne laterate possano in infinito acrescere secõdo le varieta dele figure rectilinee de piu e manco lati. Peroche de ogni colonna laterata conuengano le suoi doi basi, cioe suprema e inferiore de necessita essere doi figure rectilinee simili. cioe che conuẽghino nel numero de lati che nõ fosse vna triangola e laltra tetragona. e ancora eqlatere & eqangole fra loro ala vniformita dele colonne quãtunca diuersamẽte facino varieta in esse formandole alcuolte equilatere e alcuolte inequilatere. Per laqual cosa non me pare in dicte piu oltra extẽderme ma solo indure a memoria che la loro denominatione sempre deriua dale basi. cioe secondo serãno le basi. cosi sonno dette. verbi gratia. se le basi sonno triangule. commo fo disopra nel corpo seratile se dirãno triãgule. E se sirãno tetragone ouer quadrilatere sirãno dicte quadrangole. E se pentagone pentagone. E se de. 6. lati seranno chiamate exagone & sic de singulis. Ma siẽno le basi di che qualita se voglino sempre le facce da ciascuna sirãno tetragone rectãgole. E de luna e de laltra fin qua le lor forme materiali alochio demostrano quello se dicto al numero ꝑ loro taula posto. E anco in questo disotto in figura piana in ꝓspectiua al medesimo numero cõmo porra. v. celsi. vedere.

Del modo a mesurare tutte sorte colõne e prima dele rotõde. Ca. LXII.

COnueniẽtemẽte ormai el mõ asapere mesurare tutte sorte colonne me par se ponga. auẽga che apieno de cio nelo pera nr̃a grãde nabiam tractato. pur succincte q ꝑ vn cenno a. v. celsitudine lo induro e prima de tutte le tonde per le quali qsta sie regola generale. Prima se mesuri vna dele suoi basi recandola a quadrato: secondo el modo ꝓximano dal nobile Geometra Archimede trouato posto nel suo volume sub rubrica de quadratura circuli. e in lopera nostra grãde aducto cõ sua demostratione cioe cosi. Trouise el dyametro dela basa. e quello se multiplichi in se del producto se prenda li. $\frac{11}{14}$. cioe li vndeci quatordicesimi ouer qua







tordecimi.e quelli multiplicati per la'teça dela colonna queſtultimo pro ducto ſia la maſſa corporea de tutta la colonna. verbi gratia acio meglio ſaprenda. Sia la colonna rotonda.a.b.c.d.lacui alteçça.a.c ouer.b.d. ſia 10.Eli dyametri dele baſi.luno.a.b.e laltro.c.d.ognūo 7. Dico che a quadrare queſta e ognaltra ſimile ſe prenda vno de dicti dyametri qual ſe ſia a.b.ouer.c.d.che non ſa caſo ſiando equali.cioe.7.e queſto.7.ſe deue multiplicare in ſe medeſimo fara.49.e de queſto dico ſe prēda li.$\frac{11}{14}$.che ſonno 38$\frac{1}{2}$. E queſti dico ſe multiplichi cōtra lalteçça ouer longheçça de tutta la colonna.cioe cōtra.b.d.ouer.a.c.cōponemo.10.fara.385.e tanto diremo tutta la capacita ouer aria corporale de tutta dicta colonna. E vol dire q̄ſto caſo excelſo. D.che ſe quelli numeri īportano braccia diche ſorta ſe voglia in epſa ſirāno.385.quadretini cubici.cioe cōmo dadi ꝑ ogni verſo vn braccio.cioe longhi vn braccio larghi vn braccio. e alti vn braço. cōmo la figura q̄ lateral demoſtra. E coſi ſe dicti numeri īportino piedi tāti quāti deli braccia ſe detto.e ſe paſſa paſſa.e palmi palmi.& ſic de ſingulis. E reſoluendo dicta colōna in cubi ſe ne ſarebe.385. E queſta baſti alo intēto ꝓſente. Nō dimeno ala quadratura e dimēſione de dicte baſi,circulari molti altri modi ſe dāno che tutti in vn ritornano.quali ꝑ ordine ī dicta noſtra habiamo aducti. El ꝑche ſi prēda dicti.$\frac{11}{14}$.cioe dele.14.parti dela multiplicatiōe del dyametro in ſe in ogni cerchio ſi ſa.perche glie trouato cō molta aproximatiōe.ꝑ Archimede chel cerchio in cōparatione del q̄drato del ſuo dyametro ſia cōmo da.11.a.14. Cioe ſel q̄drato del dyametro foſſe.14.el cerchio ſerebe.11.benche nō ancora ꝑ alcun ſauio cō preciſiōe. ma poco variat cōmo qui alochio in la figura apare chel cerchio ſia manco che dicto quadrato quāto ſōno li anguli de dicto q̄drato chel cerchio del ſuo ſpacio ꝑde li quali anguli de tutto el q̄drato ſon li.$\frac{3}{14}$.cioe dele.14. parti le.3. Ele.11. vegnano a eſſere cōpreſe dal ſpacio circulare.cōmo apare nel q̄drato.a.b.c.d.che li ſuoi lati ſaguagliano al dyametro del cerchio cioe ala linea.e.f. che per meçço lo diuide paſſando ꝑ lo ponto. g.detto cētro del dicto cerchio commo nel ꝓncipio del ſuo primo ſi narra el pho noſtro. E queſto dele rotonde.

❡ Del mō a ſaper meſurare tutte colōne laterate.xlv.xlvi. Ca.LXIII.

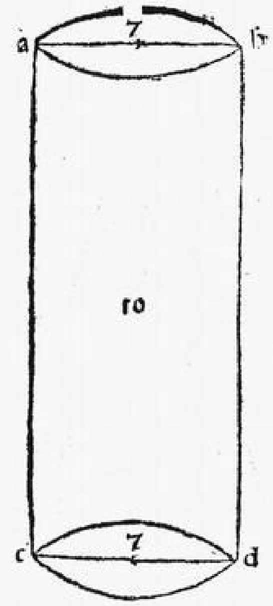
Moſtrato el mō ala dimēſiōe dele rotōde ſegue q̄llo dele laterate. Per leq̄li ſimilmēte queſta ſia regola generale e cōꝓciſione.cioe che ſempre ſe quadri vna dele ſuoi baſi qual ſe voglia e quel che ſa poi ſe multiplichi nellalteçça ouer longheçça de dicta colōna. E q̄ſto vltimo ꝓducto apōto ſia ſua corporal maſſa ouer capacita. E ſienno de quante ſe voglino facce e mai falla. Cōmo verbi gratia. ſia la colōna laterata tetragona.a.b.laqual ſia alta.10.e le ſuoi baſi cadauna ſia.6.ꝑ ogni verſo. Dico che ſe quadri ꝓma vna de dicte baſi.che per eſſere eq̄latere ſe mcāra vn di lati in ſe.cioe.6.in.6.fa.36.e queſto apōto ſia el ſpacio dela baſa. Ora dico che q̄ſto ſe multiplichi nellalteçça ouer lōgheçça de tutta dicta colōna.cioe in.10.fara.360. E tanti braccia ouer piedi aponto ſira quadra dicta colōna.a modo che diſopra dela rotōda ſe dicto. E coſi ſe le ſuoi baſi foſſero inequilatere o altramente irregulari pure ſecondo le norme date ꝑ noi nela dicta oꝑa ſempre ſe quadrino e in lor alteçça el ꝓducto ſe multiplichi. E araſſe el queſito infallibelmente in ciaſcuna. E per expeditione de tutte laltre queſta medeſima regola ſe deue ſeruare.o ſiēno trigōe o pētagone o exagone.ouero eptagone.& ſic de ſingulis.cioe che ſecōdo la exigentia dele lor baſi quelle ſe debino prima meſurare. Se ſonno triangole per la regola deli triangoli.e ſe pentagone per le regole de pentagoni. e ſe exagone ſimilmēte. Dele quali forme e figure le regole diffuſe in dicta noſtra opera ſonno aſſignate.ala quale per eſſer facile lo aceſſo per la lor copioſa multitudine ſtampata e per luniuerſo ormai diuulgata qui nō curo altramēte adurle e coſi a dicte colōne porremo fine e ſeq̄uēdo diremo de lor pyramidi.

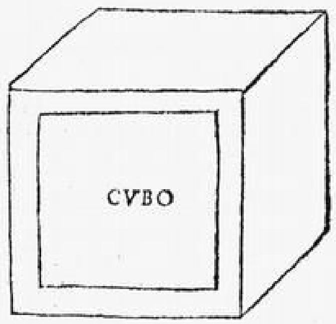
❡ Dele pyramidi e tutte loro dīfic.lviii. Cap.LXIIII.

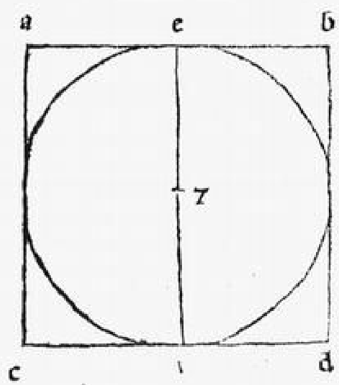
SEquita in ordine excelſo.D.douer dire dele pyramide e lor diuerſita. E p̄ma de q̄lle che ſonno dette pyramidi rotõde e poi ſucceſſiue de laltre tutte. E a piena notitia diremo col noſtro philoſopho nel ſuo.u. la pyramide tonda eſſere vna figura ſolida e fia el veſtigio de vn triangolo rectangolo fermato vno deli ſuoi lati che contẽgano langol recto e circonducto fin tãto che torni al luogo dõde ſe comẽço a mõuerſe e ſel lato fermo ſira equale al lato circunducto ſira la figura rectangola. E ſel ſira piu longo ſira acutiangola. e ſel ſira piu corto ſira obtuſiangola. E lo axe de dicta figura e il lato fixo ouer fermo. ela ſua baſe ſira vn cerchio. E chiamaſe q̄ſta piramide dela colõna rotõdo. Verbi gr̄a acio el dicto meglio ſaprẽda. Sia el triãgulo.a.b.c.del qual lãgol.b.ſia recto e ſia el lato che ſi ferma.a.b. elqual fermato voltiſe atorno dicto triãgolo fin tanto che torni al luogo onde comẽço a mouerſe. Q uella tal figura adõca corporea la q̄l fia deſcripta ouer formata dal mouimẽto de q̄ſto triangolo e dicta piramide rotonda. Dela q̄le ſonno 3. dr̄ie ouer ſp̄e. Peroche altra e rectãgola, altra acutiãgola, la terça obtuſiãgola. Ela p̄ma ſe forma q̄n el lato.a.b.foſſe eq̄le al lato.b.c. E ſia che la linea.b.c. q̄n cõ lo girare del triãgolo puẽga al ſito dela linea.b.d.i mõ chel põto.c. cagia ſopra el põto.d.e douẽti vna medeſima linea. E q̄ſto ſe itẽde che lei alora ſe cõgiõga al ſito dal q̄le la comẽço a mouerſe ſecõdo la rectitudine. E ſira q̄ſta linea q̄ſi la linea.b.c.d. E p̄che p̄ la.32.del p̄mo.e p̄ la.5.del dicto lãgolo.c.a.b.fia mita de recto.ſira lãgolo.c.a.d.recto.e pero q̄ſta tal piramide ſira detta piramide rectãgola. ma ſel lato.a.b.ſia piu lõgo del lato.b.c.ſira acutiãgola.p̄che alora p̄ la.32.del p̄mo. e p̄ la.19.del dicto ſira langol.c.a.d. menore dela mita del recto. E p̄o tutto lãgol.c.a.d.fia menore de recto e acuto. Oñ dicta piramide fia acutiãgola.e ſel lato.a.b.ſia menore del lato.b.c.ſira lãgol.c.a.b.magior dela mita de recto p̄ la.32. del p̄mo.e p̄ la 19.del dicto.e tutto.c.a.d.q̄l fia dopio a epſo.c.a.b.magiore de recto e obtuſo. A dõca la piramide alora cõueniẽtemẽte fia detta obtuſiãgola. E laxe de q̄ſta piramide fia detta la linea.a.b.ela ſua baſa el cerchio deſcripto dala linea.b.c. coſi circũducta ſopra el cẽtro. b. E fia detta q̄ſta piramide dela colõna rotõda, cioe de q̄lla che faria el paralelogrãmo che naſceſſe dele doi linee.a.b.&.b.c.ſtaẽdo fixo el lato.a.b.cõmo de ſopra dela colonna rotõda fo dicto. e q̄ſto dela piramide rõda e ſue dr̄ie al p̄poſito ſatiſfacia. E de laltre ſe dica.

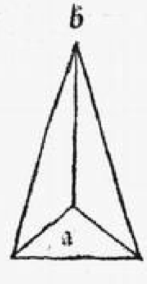
¶ Dele piramidi laterate e ſue diuerſita. xliii. xliiii. Ca. LXV.

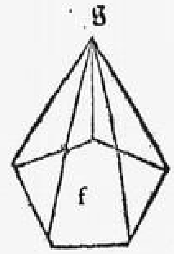
LE piramidi laterate excel.D. ſõno de iſinite ſorti ſi cõmo le varieta dele lor colõne dõde hano origine cõmo apſſo cõcluderemo. Ma p̄ma del nr̄o ph̄o poniamo ſua dechiaratiõe nel ſuo.u. poſta. Doue dici la piramide laterata eſſer vna figura corp̄ea cõtenuta dale ſup̄ficie le q̄li da vna in fore ſõno eleuate i ſu a vn põto oppoſito. El p̄che e da notare che in ogni piramide laterata tutte le ſup̄ficie che la circũdano excepta la ſua baſa ſe ſu leuano a vn ponto el q̄le fia dicto cono dela piramide. e tutte q̄ſte tali ſup̄ficie laterali ſonno triãgole. e al piu dele volte la lor baſa nõ e triãgola. cõmo q̄ in linea apare. la piramide. A. triangola dela q̄le el cono. B. ela piramide. D. q̄drilatera el ſuo cono. E. ela piramide pẽtagona. F. el ſuo cono. G. e coſi ſeq̄ndo i tutte e meglio i ſua p̄pria forma materiale ali nũeri. li. lii. liii. liiii. lv. de ſolide e vacue e di ſopra in q̄ſto i piano p̄ p̄ſpectiua ali medeſimi nũeri ela deriuatiõe de q̄ſte tali e dale colõne laterate. dele q̄li ſopra dicẽmo e naſcano i q̄ſto mõ. cioe fermãdo vn põto actualmẽte in vna dele baſi dela colõna laterata ouero imaginãdolo. e q̄llo cõgiognẽdo p̄ linee recte cõ cadaũo deli angoli rectilinei de laltra baſa de dicta colõna oppoſita. alora aponto ſira formata la piramide de dicta colõna da tãte ſup̄ficie triãgulari cõtẽuta quãte che i la baſa de dicta colõna ſirãno linee ouer lati. e ſirãno la colonna ela ſua piramide da

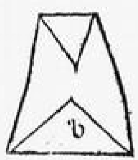


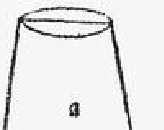


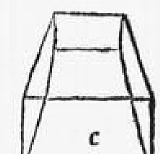


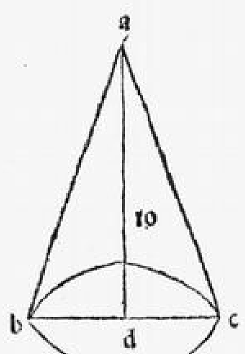












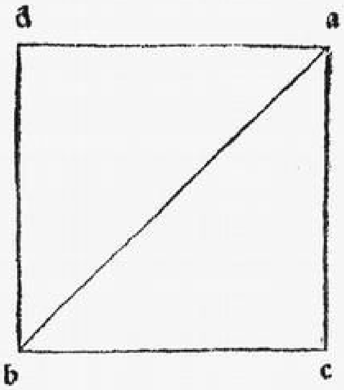
medeſimi numeri denoīate·cioe ſe tal colonna laterata ſira trilatera ouer triãgula La piramide ancora ſira dicta trigona ouer triãgulare. e ſe dicta colõna ſia quadrilatera ela ſua piramide ſira dicta q̃drilatera. e ſe pẽtagõa pẽtagõa.& ſic de reliqs. El che ſe mãifeſſta cõmo dinãçe de dicte colõne laterate fo detto lor ſpẽ i ĩfinito poterſe mcãre ſo la diuerſita e variatiõe de le loro baſi rectilinee coſi diciamo douere aduẽire dele loro piramidi laterate.conciosia che a ogni colõna ouer chilyndro reſponda la ſua pyramide o ſia rotonda o ſia laterata. E quel ponto coſi nela ſua baſa fermato nõ neceſſita.che de ponto ſia nel meçço de dicta baſa ſituato pur che di quella non eſca non importa.peroche con dicte linee protracte pur pyramide ſi cauſa.auenga che quella tirate apõto al ponto medio ſi chiami pyramide recta aliuello.e laltre ſe chiamino declinãti ouer chine. Sõno alcunaltre dette pyramidi curte ouer trõcate.e ſonno q̃lle che non ariuano de põto al cono.ma li mãca la cima e ſon dette ſcapeççe ouer tagliate e de tãte ſorti ſonno queſte ſimili quante le loro integre e coſi de nomi o tonde o laterate.cõmo qui in linee apare la tonda tronca. A· La corta triangola B.la tagliata quadrangola. C. E queſto mi pare ſia alor notitia ſufficiẽte. E ſequendo apreſſo diremo de loro ligiadra meſura.

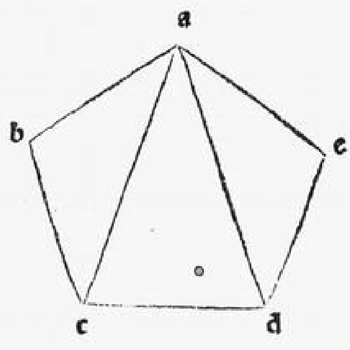
Del modo e via a ſaper meſurare ogni pyramide. Ca.LXVI.

LA quantita e meſura giuſta e preciſa. Excelſo.D.de cadauna pyramide integra o ſia tonda o laterata ſe hauera dela quantita dele loro colonne in queſto modo. Prima trouaremo larea ouer ſpacio dela baſa dela pyramide quale intendemo meſurare per via dele regole date diſopra nel trouare la maſſa corporale de tutte le colõne e tonde e laterate. E quella trouata multiplicaremo nel axe cioe alteçça de dicta pyramide. E quello che fara ſira la capacita de tutta la ſua colõna. E de queſta vltima multiplicatione ſempre prẽderemo el.$\frac{1}{3}$ cioe la ſua terça parte. e quel tanto aponto fia la quantita corporale dela detta pyramide e mai falla. verbi gr̃a.ſia la pyramide rotonda.a.b.c.delaquale la baſa fia el cerchio.b.c.el cui dyametro e 7.el ſuo axe.a.d.qual ſia.10.dico che prima ſe quadri la baſa cõmo diſopra in la colõna rotonda fo facto. peroche commo ſe dicto dele colonne e dele pyramidi fiẽno le medeſime baſi e le medeſime alteççe. Aremo p la ſuperficie dela baſa.38$\frac{1}{2}$. qual multiplicato per laxe.a.d.cioe p.10.fara.385.p la capacita de tutta la ſua colõna. Ora de q̃ſto dico che ſe prẽda el.$\frac{1}{3}$.ne uen.128$\frac{1}{3}$. E q̃ſto fia la quãtita de dicta pyramide El pche e da notare p la pciſione aducta che nelle rotonde a numero cõuengano reſpõdere ſecondo la pportione finora trouata,fara el dyametro ela circũferentia·E p quella de ſopra detta fra.11.e.14. Le quali cõmo in quel luogo ſe diſſe nõ ſonno cõ preciſione ma poco varia p Archimede trouata. Ma nõ reſta q̃llo che dicto habiamo che la pyramide rotõda in quãtita nõ ſia aponto el.$\frac{1}{3}$ dela ſua colõna rotõda. Bẽche aponto ancora p la ignorãtia dela quadratura del cerchio p numero nõ ſe poſſa con pciſione exprimere, ma el ſuo.$\frac{1}{3}$.e. E dicta colõna fia el ſuo triplo. cioe.3.tãto dela ſua pyramide. cõmo ſe pua p la.9.del.12. Ma le altre tutte laterate p numero aponto ſe poſſano aſſignare per eſſer le lor baſi rectilinee. E coſi cõmo dela rotõda ſe facto el ſimile de tutte laterate ſe debia obſeruare po che coſi de q̃ſte in la.8. del.12.ſe pua che le ſonno triple cioe.3.tãto dela loro pyramide. E queſto a loro ſufficiẽte dimẽſione ſia dicto.

Cõmo dele laterate aperto ſe moſtra ciaſcuna eſſere ſubtripla ala ſua colonna. Capitulo. LXVII.

NElla.6.del.12.excelſo.D. el nr̃o pho conclude el corpo ſeratile el quale e la prima ſpecie dele colõne laterate·cõmo deſopra fo detto q̃llo eſſere diuiſibile in.3.pyramidi eq̃li dele quali le baſi cadauna fia triangola. E p cõſequente el dicto corpo fia triplo a cadauna de q̃lle. E con queſta eui dẽtia ſe moſtra ogni pyramide eſſer ſubtripla al ſuo che lindro ouer colonna. E de qua nasci la regola sopra data che dela quanti ta de tutta la colõna se prẽde el.$\frac{1}{3}$.laqual cosa nelle colõne rectilinee chiaro appare. peroche tutte quelle sonno resolubili in tanti corpi seratili i quanti triangoli se possino le lor basi distinguere: e de tanti sempre quelle, tali sonno dicte esser cõposte cõmo i la.8.del.12.fia ꝓuato. Onde la colonna quadrilatera.delaquale la basa per esser quadrilatera se resolue in doi triangoli ꝓtrahendo in q̃lla la linea dyagonale.cioe da vnãgolo opposito a laltro. E sopra questi tali triangoli se ymaginano e anco actualmente se fa doi corpi seratili. E ꝑche ognũo fia triplo ala sua pyramide sequita ambedoi quelli esser tripli ad ambe due le suoi pyramidi. Ma ambedoi li seratili sonno tutta la colõna quadrilatera.adõca le doi pyramidi deli doi seratili sonno el.$\frac{1}{3}$.de tutta dicta colonna. E queste doi pyramidi sonno vna totale aponto de tutta la colõna si commo q̃lli lor.doi seratili sonno tutta la colõna.per esser quelli le doi parti equali e integrali de dicta colonna. Si che la regola data nõ po fallire ꝑ tutte le ragioni adducte. E similmẽte el medesimo effecto se manifesta.i cadaunaltra colõna laterata cõmo anco dela.3.lor specie detta pentagona delaquale la basa fia resolubile in.3.triangoli.e per quello se dicto tutta la colonna in.3.corpi seratili.deli quali ognuno e triplo ala sua pyramide. e per questo tutti.3. son tripli a tutte.3.lor pyramidi. e queste insiemi voglian dire vna de tutta la colõna.si commo li lor.3.seratili refanno tutta la colõna. E cosi el medesimo in tutte laltre discorrẽdo. E la dicta resolutione de basi in triãgoli in la.32.del primo se demostra. Doue se conclude ogni figura poligonia cioe de piu angoli e lati essere sempre resolubile in tanti triangoli quanti sonno li suoi angoli ouer lati men doi. verbi gr̃a. la quadrilatera ha.4.angoli.e per consequente.4.lati epsa fia resolubile in doi triangoli almãco. cioe ala menore sua resolutiõe che apare se in quella se tiri vna linea recta da vno deli suoi angoli oppositi a laltro. commo qui in la figura si vede del tetragono.a.b.c.d.el qual fia diuiso in li doi triangoli.a.b.d.⁊.b.c.d. dala linea.b.d.laquale in larte fia detta linea dyagonale e anco dyametro. E cosi la pentagona se resolue almanco in.3.triangoli. cioe per regola generale in doi triangoli meno che non sonno li suoi angoli ouer lati laqualcosa aparera se da vno (qual sia) deli suoi angoli ali doi altri oppositi se menino doi linee recte. Commo qui nella figura.a.b.c.d.e. pẽtagona descripta fia facto. Nella quale dal suo angolo.a.ali doi oppositi.c.⁊ d.ꝓtracte le linee fia resoluta in li.3.triãgoli.a.b.c.a.c.d.⁊.a.d.e. E ognuna de dicte linee nel larte si chiama corda de langolo pentagonico. E cosi le exagone se resoluano in.4.triangoli ⁊ sic in reliquis. Si che molto excelso.D.siamo obligati agli antichi che cõ lor vigilie le menti nr̃e hano delucidate maxime al nostro Megarense Euclide che insiemi ordinatamẽte recolse deli passati e dele suoi agionse in queste excellẽtissime discipline e sciẽtie mathematici contante diligẽti suoi demostratiõi. commo apare in tutto suo sublime volume. El cui ingegno non humano ma diuino se dimostra. Maxime nel suo decimo nel quale veramente tanto lo extolse quanto alo humano fia ꝑmesso e nõ so comprendere che piu alta mẽte hauesse possuto dire de quelle linee abstractissime irratiõali la cui scientia e ꝓfondissima sopra ognaltra al iudicio de chi piu ne sa. E dele pyramidi integre quanto al proposito aspecti qui sia fine.





Commo se mesurino le pyramidi corte. Cap.LXVIII.

PEr le pyramidi corte ouer scapeçe la loro mesura se troua mediante le loro integre. alequali commo lo imperfecto al suo perfecto se reducano in questo modo. Prima la dicta corta la reduremo alintera fin al suo cono col muodo dato in la nostra oꝑa publica. E quella tale intera mesuraremo per li modi denançe detti. e aremo chiaro tutta sua capacita qual saluaremo. Dapoi prenderemo la mesura de quella pyramidella che so agiõta ala scapeça per farla intera pur cõ li modi dati.ela quantita de questa pyramidella cauaremo dela quãtita de tutta la grãde che serbãmo. El rimanẽte de necessita viene a essere la q̃tita apõto dela dicta pyramide tronca e de laltre vie q̃sta fia la breuissima e piu secura. e sieno rotõde ouer laterate el medesimo se obserua ꝛc.

¶ Dela mesura de tutti li altri corpi regulari e depẽdẽti. Ca. LXIX.

SEgue a douerse dire dela dimẽsiõe deli corpi regulari e de loro depẽdẽti. Onde de dicti regulari non mi curo altramẽte q̄ extenderme ꝑ hauerme gia cõposto ꝑticular tractato alo illustris. affine de. v. D. celsitudine Guido vbaldo Duca de Vrbino nella nr̃a oꝑa a. S. S. dicata. e al lectore facile a q̃lla fia el recorso ꝑ essercala cõe vtilita peruenuta cõmo denãçe fo detto. Ei q̃sta vostra inclita cita asai sene trouano. La cui mesura tãto e piu speculatiua quãto piu deglialtri corpi sonno q̃lli piu excellẽti e ꝑfecti. Materia certamãte da coturno e nõ da sciocco. E in q̃l luogo a sufficientia ne fo detto. Ma el mõ deli altri da q̃lli depẽdẽti fia simile a q̃llo che dele pyramidi corte se dato. cioe che bisogna redurli ali suoi totali ꝑfecti e q̃lli ꝑ le regole nr̃e date al luogo detto cõ diligẽtia mesurarli. e q̃lla q̃tita serbare e poi el suplemẽto facto al suo itero da parte ꝑ le regole dele piramidi ancora mesurare. E q̃l che fa cauare dela q̃tita de tutto el suo regulare el rimnaẽte fia apõto la q̃tita de dicto depẽdẽte. q̃n dicto dependẽte fosse del nũero de abscisi. Cõmo el tetracedrõ absciso al q̃l manca le põti respecto al suo integro. leq̃li vẽgano a essere tutte pyramidelle eq̃li e vniforme. E ꝑo vna mesurata subito ꝑ q̃lla laltre tutte fiẽ note secondo el nũero che alor lati ouer basi o altri se posto fo elquale bisogna i la pratica sempre regerse. E q̃lle auute del suo intero cõmo e detto cauarai. Ma sel dicto depẽdẽte fosse del numero deli eleuati alora ꝑ hauer sua mesura al suo ꝑfecto agiognerasse la q̃tita de tutte q̃lle suoi pyramidelle. leq̃li vengano de necessita a esser tãte q̃te sõno le basi del suo perfecto. E cosi breuemẽte piu e meno i dicti bisogna guidarse ꝑo el lume de lor ꝑfecti a q̃lli giognendo e minuẽdo ꝑo le occurrẽtie dette. Altramẽte volẽdose regere se perueria in chaos iextricabile. E pero di loro q̃sto sia el documẽto oportũo nõ diffidãdome de i peregrini ingegni e speculatiui itellecti a q̃ste e aqualonq̃ caltra faculta ꝓnti. quali sempre i tutto nr̃o ꝓcesso habiamo ꝓsuposti. maxime per excellẽtia e anthonomosia fra tutti glialtri suꝑmo de q̃llo de. v. D. cel. Ala q̃le nel nr̃o discorso nõ itẽdo hauer parlato cõmo aignaro ne de simili ne de altri i niun mõ. Cõciosia che q̃lla idifferẽtemẽte de ognuna sia ꝑdita e ornata. nelequali volẽdome extẽdere nõ che la charta ma la vita nõ seria bastãte. Sed quod patet exꝓsse ñ ẽ ꝓbare necesse. Q ñ col suo sol guardo sana e alegra ogni vista turbata e veramẽte fia q̃l sole che scalda e lumina luno e laltro polo. E che piu di lei dir si po oggi fra mortali? se nõ che la sia sola q̃ete e refrigerio. nõ che de Italia ma de tutto el xpianisimo. Quella splẽdida ampla magnifica e magnanima a cadaun se mostra. In q̃lla e misericordia i quella e pietade. i quella magnificentia in q̃lla saduna quãtũche i creatura de bõtade ceda Demostene cõ Cicerõe e Q uitiliano ala sua bocca fonte che spãde de parlar si largo fiume nectar ai buoni e ai rei seuero coltello. Q uella de ogni religione obseruãtissima. e de lor tẽpli nõ solo restauratrice ma assidua auctrice. Q uella semꝑ al diurno e nocturno diuio officio al tutto dedita nõ cõ mãco reuerẽtia che i q̃llo ꝓfessi alor si faccino cõ sacratissimi ꝑlati che la dignissima sua deuota capella al diuin culto deputata e de dignissimi cãtori ornata con laltre sue peculiari deuotiõi el rẽdan mãifesto. Q uella a ogni supplicãte maxie pio sença idutio le sue piatose orechie sbarra. e la sua benignita achi domãda nõ pur sucorre ma piu dele volte liberamẽte al dimãdar ꝓcorre. Per le q̃le cose nõ imeritamẽte colui che mai vide cosa noua singularmẽte ai nr̃i tẽpi fra glialtri i tutto luniuerso dele suoi gr̃e la facta participe. Pero ñ cõ mãco cõueniẽtia che Octauiano al suo tẽpo i Roma dela pace vniuersal si fesse q̃lla el suo sacratissimo de gr̃e a memoria de tãte i sua inclita cita de Milano ha cõstructo. E q̃llo ala giomata ĩ tutti modi adomarlo nõ se rẽde satia e ĩ ogni sua oportuna ĩdigẽtia suuenirlo. E q̃sto sucinto discorso ꝑgo lectore che aladulatiõe nõ latribuesca. dala q̃le si ꝑ natura cõmo per la ꝓfessiõe so altutto aliẽo. Peroche saltro fessi ĩ nõ mãco tu de inuidia e li uore a sua celsitudie che io de adulatiõe cõuincto seresti nõ prẽdẽdo admi ratiõe de tãte sue excellẽtie e celesti doni. sed q̃d oculis vidimus testamur. e nõ solo a q̃sto ma cõ tutta la mia sacratissima seraphica religiõe col suo ꝑcipuo e singular capo e pastore reuerẽdissimo nr̃e padre. M. Frãcesco san sone da Brescia di q̃lla dignissimo gñale nel nr̃o general capitolo de lãno pñte q̃ in sua inclita cita de Milano celebrato al q̃le grãdissimo nũo de fa mosissimi e celeberrimi in sacra theo. e altre scientie doctori e bacelieri de tutto luniuerso e de ogni natiõe q̃ sub celo ẽ. Nel q̃l assidue ogni di cathe/ drali e publiche disputatiõi forõ facte cõ la ꝑsentia semꝑ dela imensa hũa nita e deuota ali suoi serui cõ descẽsiõe de sua. D. celsitu. insimi cõ la reue rẽdiss. S. de mõsignore suo cognato Hipolyto tituli. S. Lucie ĩ Silice dya cono Car. Estẽse e moltaltra de suo ornatissimo magistrato comitiua. La scio la vberta e lauffluẽte habũdãtia in ogni cosa dale mane de. S. D. cel. ala sustẽtatiõe de tãta multitudine emanata. laq̃l nõ che ali alora pñti ma ancora ali posteri ꝑ molti mesi fo bastãte. Per la cui salute e felice stato tut ta la turba minore alaltissimo sue ꝑci cõgionte mani expãde. E particular mẽte Io idegno e miser peccatore che dicõtinuo a. v. D. cel. se recomãda.

¶ Cõmo se habino aretrouare tutti li dicti corpi ordinatamẽte commo sonno posti in questo facti in ꝓspectiua e ancora le lor forme materiali se cõdo la lor taula particulare posta patente in publico. Cap. LXX.

PErche doue ñ e ordĩe semꝑ fia cõfusiõe. ꝑo a piu piena ĩtel ligẽtia de q̃sto nr̃o cõpẽdio ꝑ saper retrouare tutte le ꝓprie figure ĩ ꝓspectiuo aspecto ĩ q̃sto ꝑposte e anco le materia li fo lor publica taula la. v. cel. obseruara q̃sto mõ. cioe q̃n legiarete disopra ĩ lor capitoli de lor creatõi e formationi guardarete ĩ q̃l luogo del libro el nũo segnato ꝑ abaco an tico. cioe cosi comẽçãdo dal. 1. al. 48. cap. dicẽdo. i. ii. iii. iiii. v. e seq̃ndo' ſi ne alor termĩe. E q̃l medesimo nũo apõto farete de trouare denãçe doue ĩ q̃sto dicti corpi sono ꝑ ordĩe tutti figurati. El q̃l nũo similmẽte ĩ q̃l luogo sira posto. referẽdo. 1. a. 1. e. ii. a. ii. e. iii. a. iii. e cosi ĩ tutti. E q̃lla tal figura si/ ra del dcõ. corpo fcõ ĩ piano cõ tutta ꝑfectõe de ꝓspectiua cõmo sa el nr̃o Liõardo vici. E q̃sti medesimi nũi ãcora recercarete fra le forẽ mãli de di cti corpi pẽdẽti cõ lor nome ĩ greco e ĩ latĩo posti ĩ vn breue sopra ciascũo afixo nel suo cordiglio fra doi ãbre negre. pur referẽdo ognũo cõmo e di cto al nũo li posto doue di q̃l tal se tracta. e. V. cel. alũo e alaltro mõ hara lor dispositiõi. Le q̃li ñ de vil materia. (cõmo ꝑ iopia a me e stato força) ma de ꝑtioso metallo e fine gemme meritarieno essere ornati. Ma la. V. cel. considerara lo affecto e lanimo nel suo perpetuo seruo.

¶ De quello se itẽda ꝑ questi vocabuli fra le mathẽatici vsitati cioe ypo thesi ypothumissa corausto cono pyramidale corda pẽtagõica ꝑpẽdicula re catheto dyametro paralelogrãmo dyagõale cẽtro saetta. Ca. LXXI.

SOnno alcũi vocabuli ex. D. iducti dali sapiẽti fra le mathe/ matici disciplie ꝑ itelligẽtia de lor ꝑti acioĩ niuna se habia eq̃ uocare li q̃li achi in epsẽ nõ fosse molto expto darebõ noia. e sopra ĩ questo nr̃o cõpẽdio spesso iserti cõmo hauerete legen do trouato. E ꝑ nõ deuiare dali antichi li auemo obsuati. Deli q̃li ñ sença vtilita mi par qui sucinte al lectore dar notitia. E ꝑma dela ypothesi.

¶ Per la ypothesi se deue ĩtẽder el ꝓsuposito amesso e cõcesso fra le ꝑti. au ctore e aduersario mediãte el q̃le se ĩtẽde cõcludere. e negato nõ sequita cõ clusione. E pero non se costuma a meterlo sel non e possibile.

¶ Per la ypothumissa in tutte le figure rectilinee maxime se intẽde la li nea che al magior angulo de q̃lle fia opposita. Ma ꝓpriamẽte se costuma/ to intẽdere. El lato oposito alãgulo recto neli triãgoli rectãgoli ouer or

togonii che cosi se chiamano in larte. Quali de necessita sempre sonno la
mita dela figura quadrata ouero del tetragon longo cioe figura rectãgo
la de.4.lati piu longa che larga.

¶ Corausto se itẽde vna linea recta q̃le cõgiogni le extremita dele doi ĩ
alto eleuate. E possano li coraustri esser piu e meno secondo el numero
dele linee eleuate.

¶ Cono dela pyramide vol dir el ponto supremo dela cima oue le linee
che partano da la basa sua concorano.

¶ Corda pentagonica ouer pẽtagonale o vogliamo dire delãgolo pẽta
gõico tutto se intende vna linea tirata deritta nela figura pẽtagõa da vno
deli suoi q̃l si voglia ãguloa latro a q̃llo oppõito cõmo piu volte se facto.

¶ La ꝑpẽdiculare vol dir vna linea recta eleuata ouer situata sopra vnal
tra a squadro cioe che facia vno o,piu angoli recti ĩtorno a se. E cosi anco
ra quãdo ella stesse al mõ dicto situata in su vna pian superficie. E cõamẽ
te se costuma trouarla neli triãgoli ꝑ lor mesura commo in dicta nostra
opa a suo luogo dicẽmo.

¶ Catheto ĩporta el medesimo che la ꝑpẽdiculare e per li vulgari grossa
mẽte neli triãguli fia dcõ cõiter saetta del triãgulo e vene dal greco voca.

¶ Dyametro ꝓpriamẽte se itẽde nel cerchio vna linea recta che passa pel
suo cẽtro.e cõ le sue extremita tocca la circũferẽtia da ogni ꝑte e diuide el
cerchio ĩ doi parti eq̃li. Ma se costuma ancora neli quadrati dir el dyame
tro. E pero per nõ equiuocare se dici dyametro de cerchio e dyametro del
quadrato a differẽtia de luno e delaltro.

¶ Paralellogramo se itẽde vna sup̃ficie de lati eq̃distãti leq̃li ꝓpriamẽte
sonno q̃drilatere cioe q̃lle.4.spẽ che disopra aueste nel cap.59. dicte q̃dra
to tetragono lõgo rõbo e rõboide e ꝑ altro nome elmuaym e simile al el
muaym. E bẽche ogni figura de lati pari habia lati oppositi eq̃distanti cõ
mo lo exagono.octagono.decagono.duodecagono. e altre simili. non
dimeno quelle.4.se hano particularmente a intendere.

¶ Dyagonale ꝑnci palmẽte se intẽde vna linea recta tirata da vnangulo
alaltro opposito nel tetragono lõgo che lo diuida in doi parti eq̃li a dr̃a
del q̃drato. E ancora nel rombo e romboide se vsitato cosi chiamarla.

¶ Cẽtro ꝓpriamẽte fia dicto nel cerchio q̃l põto medio nel q̃l firmando
el pede ĩmobile del sexto laltro girãdo el cerchio se descriue cõ la linea di
cta circũferẽtia ouero periferia. E da q̃l ponto tutte le linee ala dicta circũ
ferẽtia menate fra loro sonno eq̃li. Ma se vsa ancora in laltre figure rectili
nee dir cẽtro el põto medio di lor sup̃ficie,cõmo neli triãgoli q̃drati pẽta
goni exagõi e altre eq̃latere e anco eq̃ãgole che da chadaũo de li loro an
goli al dicto põto le recte ꝓtracte tutte similmẽte fra loro siranno equali.

¶ Saetta fia dicta q̃lla linea recta che dal põto medio delarco dalcũa por
tiõe del cerchio si moue e cade a sq̃dro nel meçço dela sua corda. e dicisẽ
saetta respecto ala parte dela circũferẽtia che si chiama arco a similitudine
delarco materiale che anche vsa dicti.3.nomi.cioe corda.arco.e saetta.

¶ E benche asaissimi altri vocabuli siẽno vsitati deli q̃li apieno nela grã
dopera nr̃a habiamo tractato.nõ mi curo q̃ adurli ma solo q̃sti necessarii
ala intelligẽtia del p̃nte compẽdio a.v.cel.me parso adure el q̃le se con tã
to numero de carti nõ fia concluso.ma non de menore substãtia e altissi
me speculatiõi in epso se tractato. E veramẽte Excelso. D.non mẽtẽdo a
v.cel.dico la speculatõe deli mathematici non poterse piu alto virtualmẽ
te extẽderse.aucõga che alcuolte magiori e menori acagino le q̃tita. E in q̃
sti el nr̃o p̃bo Megarẽse concluse e termino tutto el suo volume de Arith
metica Geometria ꝓportiõi e ꝓportiõalita in.xv. libri partiali distincto
cõmo alo itelligẽte fia chiaro. E pero nõ poca gr̃a e dignita acrescera ala
vostra p̃nta dignissima bibliotheca cõmo dinãçe in la nr̃a epistola dicẽ
mo.ꝑ esser lui vnico e solo di tale ordĩe e mã cõposto.e a niun fin q̃ (sal
uo a.v.cel.) ĩ tutto lo vniuerso noto. E qui nela iclita magna vr̃a cita de
Milano nõ cõ mediocri affani e lõghe vigilie sotto lõbra de q̃lla.e del suo

quanto figliuolo mio immeritamente peculiare e singualre patrone Illu. S. Galeaçço. S. S. de Aragonia aniuno nele militari posponēdo. E dele nostre discipline summo amatore: maxime ala giornata dela assidua sua lectione di quelle gustando lutilissimo e suaue fructo. E sia ꝑ conclusione del nostro processo la humil venia e debita reuerētia del ꝑpetuo seruo de vostra celsitudine ala quale infinitamente, in tutti modi se recomanda. Que iteꝝ atq; iterum ad vota felicissime valet.

Finis adi. 14. decēbre in Milano nel nostro almo conuēto. M. cccxcvii. Sedēte summo pontifice Alexādro. vi. del suo pontificato anno. vii.

¶ Ali suoi caris. discipuli e alieui Cesaro dal saxo. Cera del cera. Rainer frācesco de pippo. Bernardio e Marsilio da mōte. e Hieronymo del seccia rino e cōpagni del borgo San Sepulchro degni lapicidi de scultura. e architectonica faculta solertissimi sectatori. Frate Luca paciuolo suo conteraneo ordinis Minorum ꝯ sacre theologie ꝓfessor. S. P. D.

ESsendo da voi piu volte pregato che oltra la prathica de Arithmetica e Geometria datoui insiemi ancora cō quelle dar viuolesse alcuna norma e modo a poter consequire el vostro disiato effecto de larchitectura non posso (quātunque occupatissimo ꝑ la commune vtilita deli ꝑsenti e futuri in la expeditione dele nostre ope e discipline Mathematici quali so con ogni solicitudine in ꝓcinto de loro impssiōe) che se non in tutto ma in parte non satisfacia ala vostra humana preghiera: maxime quanto cognoscero al ꝓposito vostro necessario. Onde conprēdo sença dubio (comme nel laltre commēdabili parti sempre ve sete con ogni studio exercitandoue delectati) cosi in questa con piu ardente desiderio siati disposti. Pero recusando ogni altra impsa mi son messo tutto ꝓntissimo volerue (comme e dicto) almāco in parte satisfarui. Non contēto al ꝑsente de simile arte: imo sciētia a pieno tractare reseruandomi cō laiuto delo altissimo a piu cōmodi tēpi e ocio che a tali discipline se spectano ꝑ esser materia da coturno e nō da socco. Si che vi ꝑgo che interim con qsto opando non ve sia tedio laspectare del qual (se pegio nō aduiene) spero in breue sirete apieno da me satisfacti: e anco con quella ꝓmetto darue piena notitia de ꝓspectiua medianti li documenti del nr̄o conterraneo e contēporale di tal faculta ali tempi nostri monarcha Maestro Petro de frāceschi dela qual gia feci dignissimo cōpēdio. e ꝑ noi bn̄ apso. E del suo caro quāto fratello Maestro Lorēço canoço da Lēdenara: qͥl medesimamēte in dicta faculta fo ali tēpi suoi supmo chl dimostrāo ꝑ tutto le sue famose ope si intarsia nel degno coro del Sācto a Padua e sua sacrestia. e in Vineçia ala Ca grāde cōme in la pictura neli medemi luoghi e altroue asai. E ancora al ꝑsente del suo figliuolo Giouanmarco mio caro cōpare. el qle summamēte patriça cōme lope sue in Roico el degno coro i nr̄o cōuēto Venegia e in la Mirādola de architectura la degna forteçça con tutta oportunita bene intesa e de continuo opando nel degno hedificio auite nel cauar canali in Vinegia se manifesta. Si che ciascuno di voi ne sira in tutto satisfacto: benche al presente ne sciate a sufficientia bē moniti ꝯc. Bene valete e a voi tutti me recomando. Ex Venetiis Kal. Maii. M.D.VIIII.

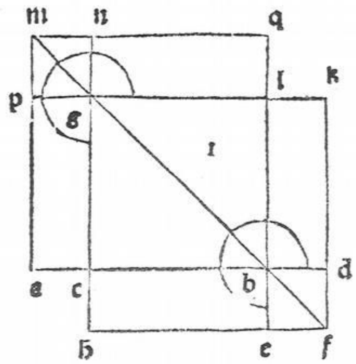
PEr ordine del vostro desiderio tiro lo infrascripto modo videlicet. Prima diuideremo larchitectura i tre parti pncipali de li luoghi publici che luna sia deli templi sacri. laltra de quelli deputati ala salute e defensione dele piccole e grādi republiche e deli luoghi ancora priuati e particulari la terça de quelli ala ꝓpria oportunita necessarii deli ꝓprii domicilii quali ci hano dale cose contrarie e ali corpi nr̄i nociue sempre a defendere. Pero che in queste e circa queste dicta faculta sue forçe extende ꝯc. ¶ In lequali dilectissimi mei al ꝑsente volēdo intrare troppo longo serebbe el ꝓcesso reseruandomi comme e dicto. Conciosia che deli

Apêndice 2:

Fac-símile dos Livros XIII, XIV e XIV dos Elementos de Euclides, editado por Pacioli

¶ Liber tertiuſdecimus Euclidis de admiranda vi linee ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſe & quinq; corporum regularium formatione ex perfecta Campani traductione. Magiſtro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum caſtigatore optimo Incipit.

Propoſitio .1.



CUm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema: ſi maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipſius linee proportionaliter diuiſe: quadratum linee ex eis duabus compoſite q̃drati medietatis eiuſdem linee diuiſe quincuplum eſſe neceſſe eſt.

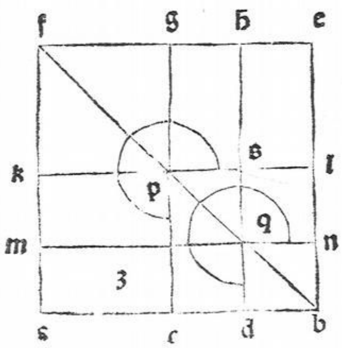
¶ Sit linea.a.b.diuiſa in puncto.c.p ut docet.29.ſexti.& ſit maior portio eius linea.b.c.cui.b.c.directe adiungatur linea.b.d.que ſit equalis medietati totius a.b.dico ꝙ quadratum linee.c.d.erit quncuplum ad quadratum linee.b.d. Quadrabo enim lineam.b.d.& ſit eius quadratum.d.e.& circumponam huic quadrato gnomonem ſecundum quantitatem linee.b.c.protracta diametro.f.b.g.ſitq; circumpoſitus gnomo.e.g.d.eritq; ex.22.ſexti ſuperficies inde compoſita que ſit.h.k.tanq̃ quadratum linee.c.d.Dico igitur quadratum.h.k. quincuplum eſſe ad quadratum.d.e. Sit igitur.e.l.quadratum circumpoſiti gnomonis ſibi q; circumponatur alius gnomo ad quantitatem linee.a.c.protracta diametro.f.b.vſq; ad.m.ſitq; hic gnomo.c.m.l.& protrahantur linee.c.n.& p.l.equidiſtanter lateribus oppoſitis ſecantes ſe ſuper diametrum.f.m.in puncto.g. Manifeſtum eſt autem ex.22.ſexti ꝙ compoſitum ex hoc ſecundo gnomone & quadrato.c.l.& ipſum quadratum ſit.a.q.eſt quadratum linee.a.b.quod ex quarta ſecũdi neceſſe eſt eſſe quadruplum ad quadratum.d.e.eo ꝙ linea.b.d.eſt medietas linee.a.b.cumq; ſit ex prima parte.16.ſexti ſuperficies.a.n.ideoq; per.43.primi ſuperficies.m.l.equalis quadrato.c.l.prouenit enim.a.n.ideoq; & m.l.ex.b.a.in.a.c.& c.l.prouenit ex.c.b.in ſe & cum ex prima ſexti ſit.a.l.dupla ad.l.d.ideoq; equalis.l.d.& c.e.pariter acceptis ex.43.primi erit ex hac cõmuni sciẽtia: ſi equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum.a.q.equale gnomoni.e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum.d.e.quemadmodum erat quadratum.a.q.itaq; totum quadratum.h.k.cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo erit ex cõmuni ſcientia quĩcuplum ad idem quod eſt propoſitum. Idem aliter ex quarta ſecundi conſtat ꝙ quadratum linee a.b.eſt quadruplum ad quadratum linee.b.d. At per ſecundam eiuſdem quod fit ex.a.b.i.b.c.& in.a.c.eſt equale quadrato.a.b.quod autem ex.a b.in.b.c.equum eſt ei quod ex.b.d.bis in.b.c.quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt cum.a b.ſit dupla ad.b.d. At vero quod ex.a.b.in.a.c.eſt ex prima parte.16.ſexti equale quadrato.b.c.itaq; per communem scientiam quod fit ex.b.d bis.in.b.c.& quod ex.b.c.in ſe eſt eq̃le quadrato.a.b.& ideo eſt quadruplum ad quadratum.b.d.quare ſuperaddito quadrato.b.d.erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum.b.d.videlicet illud quod fit ex.b d.bis in.b.c.cum quadrato.b.c.& quadrato.b.d.at quia ex quarta ſecundi hoc totum eſt equale quadrato.c.d.conſtat verum eſſe quod diximus.

Propoſitio .2.

q

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratũ quadrati alterutrius ſuarum portionum ſit quincuplum in longum ſibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadẽ duplex linea ſcd̃m proportionẽm habentem mediũ duoq; extrema diuiſa erit maiorq; portio eius erit linea media.

¶ Hec eſt conuerſa premiſſe duplici quoq; modo ſicut illa demonſtrabitur via retrograda eadem p̃rſus manente diſpõne. verbi grã. ſit quadratum.h.k. quincuplum ad quadratum.d.e. & linea.a.b. dupla ad lineam b.d. dico ꝙ linea.a.b. diuiſa eſt in puncto.c. ſm proportionem habentẽ medium & duo extrema & maior portio eius eſt linea media vt eſt.c.b. Conſtat aũt ex.4. ſecundi ꝙ quadratum.a.q. quadruplum eſt ad quadratum.d.e. itaq; gnomo.g.d.e. equalis eſt quadrato.a.q. quare duo ſupplementa.l.d. & c.e. pariter accepta ſunt quantum gnomo.c.m.l. Atq; eadẽ ſuppleměta pariter accepta ſunt ex prima ſexti quantum a.l. ideoq; quantum.c.q. ſequitur ꝙ.c.q. ſit equalis gnomoni.c.m.l. dempta igit ab vtroq; ſupficie.l.n. erit quadratum.c.l. equale ſuperficiei.a.n. cum igitur fiat ſupficies.a.n. ex.a.b. in.a.c. ſit aũt quadratum.c.l. quadratũ linee.c.b. erit ex ſcd̃a parte.16. ſexti pportio.a.b. ad.b.c ſicut.b.c. ad.c.a. ex diffinitione ergo linee ſm pportionem hñtem medium & duo extrema diuiſe poſitam in principio ſexti libri cõclude ppoſitũ. ¶ Item aliter cum quadratũ.c.d ſit ex ypotheſi quincuplũ ad quadratum b.d. quadratum vero.a.b. ſit ex quarta ſecũdi quadruplũ ad idem. at quadratũ.c.d. ſit ex eadem equale q̃drato.c.b & quadrato.b.d. & ei qđ fit ex b.d. bis in.c.b. ſequitur vt illud qđ fit ex.b.d. bis in.c b. cum quadrato c b. ſit equale quadrato.a.b. ſed ex b.d. bis in.c.b. tm̃ eſt quantum qđ ex.a.b in b c. eoꝙ a.b. dupla eſt ad b.d. ergo quod fit ex.a.b. in.b.c. cũ quadrato.b.c. eſt equale quadrato.a.b. & quia ex ſcd̃a ſcd̃i quod fit ex.a.b. in.b.c. & in.a.d. ẽ eq̃le quadrato.a.b. ſequit̃ ex cõi ſcientia vt quadratum linee.b.c. ſit equale ei quod fit ex.a.b. in.a.c. igitur ex ſecunda parte.16. ſexti & diffinitione cõſtat ppoſitum.



Propoſitio .3.

Cum diuiſa fuerit linea ſecũdum proportionem habentem medium & duo extrema ſi minori portioni tanq̃ dimidium maioris directe iniungatur: erit vt quadratum linee inde compoſite quincuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

¶ Sit linea.a.b. diuiſa in puncto.c. ſecundum pportionem hñtem medium & duo extrema. ſitq; eius maior portio linea.c.b q̃ diuidat̃ p equalia in.d. dico ꝙ quadratum linee.a.d. eſt quincuplum ad quadratum linee.c d. deſcribatur enim quadratum.a.b. quod ſit.a.e. in quo protrahatur diameter.b.f. & linee.g.c & d.h. itemq; k.l. & m.n. equidiſtãter lateribus oppoſitis ſecantes ſe inuicem ſuper diametrum in duobus punctis.p & q. & extra diametꝝ in duobus aliis locis.r. & ſ. manifeſtũ igitur eſt ex.22. ſexti vel ex correlario quarte ſecundi: ꝙ oẽs ſuperficies exiſtentes in quadrato a.e. quas diameter diuidit per medium ſunt quadrate: quatuor autem ſuperficies que ſunt.a.r.m.p.p.h. & ſ.e. conſtat ex.43. primi & prima ſexti eẽ adinuicem eq̃les. nam due poſtreme.p.h. & ſ.e. ſunt adinuicẽ equales ex prima ſexti quoniã igr̃ ex pñti ypotheſi & diffinitione linee ſm ꝙ pponitur diuiſe & pma parte.16. ſexti quadratum.c.l. eſt eq̃le ſuperficiei.a.g. ideoq; & gnomoni.r.f.ſ. pp id quod ſuperficies.a.r. eſt equalis ſupficiei.p.h. & qm̃ ex quarta ſecundi quadratum.c.l. eſt quadruplum ad quadratum.r.ſ. qđ eſt tanq̃ quadratum linee.c.d. ſequitur ex cõi ſcientia ꝙ quadratum.m.h. ſit quincuplum quadrati.r.ſ. cõſtat enim ex gnomone quadruplo & r.ſ. ſimplo. hoc aũt eſt propoſitũ. ¶ Idem aliter cum ſit linea.b.c. diuiſa p equalia in pũcto.d. & addita eſt ei linea.a.c. erit ex.6. ſecundi quod fit ex a.b.in.ā.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16.sexti: hoc aūt est quadruplum ad quadratum.c.d.manifeste patet veritas eius quod dr̃.Potes quoq; si libet ēt duplici modo ex consequente huius suū añs concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratū.m.h.qncuplū ad quadratū.r.s.eritq; gnomo.r.f.s.eq̃le q̃drato c.l.Vtrūq;.n.ē quadruplū ad q̃dratū.r.s.at qa supficies.a.g.ē equalis gnomoni pdicto necesse est vt supficies eadē sit equalis quadrato predicto.q̄re ex scd̃a parte.16.sexti.& diffinitione linea.a.b.ē diuisa in pūcto.c.fm pportionem hñtem medium & duo extrema: & maior portio eius est linea c.b. ¶ Idē aliter cū sit ex ypothesi quadratū linee.a.d.quincuplū ad quadratum linee.c.d.& ex.6.scd̃i idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b.in.a.c.cū quadrato.c.d.sequitur vt id quod fit ex.a.b.in.a.c.cū quadrato.c.d.sit quincuplum ad idem quadratū.c.d.ideoq; eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex.a.b.ī.a.c.quadruplum ad ipsum & qa ēt ex quarta secundi quadratum linee.c.b.est dradruplum ad idem necesse ē vt quod fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare itez ex secūda pte.16.sexti & diffinitione linea.a.b.est diuisa fm proportionē hñtem medium & duo extrema in puncto.c.& maior eius portio est linea.c.b.

Propositio .4.

Si secundum proportionem habentem medium & duo extrema quelibet linea fuerit diuisa eiq; in lōgum directe tanq̃ maior sectio adiiciatur: erit totā lineam inde compositam fm proportionem habētam medium & duo extrema diuisam esse & erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b.diuisa qua supponit̃ pportione in pūcto.c.& sit eius maior portio.c.b.totiq;.a.b.adiiciat̃ directe linea.b.d.q̄ sit equalis.c.b.dico q̄ tota.a.d.eadē pportiōe diuisa est in puncto.b.& maior eius portio ē linea.a.b.q̄ est linea prima. Est.n.ex diffinitiōe.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qa ex septima quīti.a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igit̃ ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d.sicut.b.c.ad.c.a.Quar̃ p cōuersam pportiōalitatē.b.d.ad b.a.sicut.a.c.ad.c.b.& cōiunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c.Cūq; sit ex septima q̄nti.a.b.ad.b.c.sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad a.b.sicut.a.b ad.b.d.Itaq; ex diffinitione linea.a.d.diuisa est in pūcto.b fm proportionem hñtem medium & duo extrema & maior portio eius ē linea.a.b.quod est propositum. Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportiōem diuise tanq̃ minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionē diuisa.eritq; maior portio eius linea detracta.verbi gr̃a.Sit liea.a.b.sicut proponitur in pūcto.c.diuisa sitq; maior portio.a.c.a qua detrahatur c.d.equalis.c.b.dico q̄.a.c.est diuisa fm proportionem eandem in puncto.d.& q̄ maior portio eius est linea.d.c.Cū enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdem.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.d.ideoq; p.19.quinti: sicut.c.b.residuum ad.d.a.residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq;.a.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d.a.ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcunq; vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.

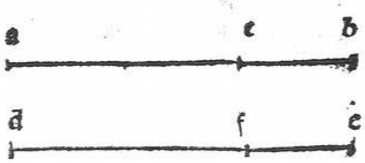
Propositio .5.

Si secundum proportionem habentem medium & duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea, quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuiſa per ſepe dictam proportionem in puncto.c.ſitq; maior portio eius linea.c.b.dico ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.&.c a.pariter accepta triplum ſunt ad quadratum linee.c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta ſunt ex ſeptima ſecundi quantum quadratum.c. b.&.duplum eius quod fit ex.a.b.in.a.c. Itemq; quia quod fit ex.a.b.in a.c.eſt equale quadrato.c.b.ex diffinitione & prima parte.16.ſexti: manifeſtum eſt propoſitum. Propoſitio .6.

Omnis rationalis linee ſecūdum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſe vtranq; portionem reſiduum eſſe neceſſe eſt.

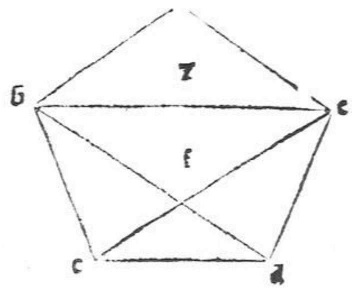
¶ Sit linea.a.b.ſecundum ſolitam proportionem diuiſam in puncto.c.rationalis.dico ꝙ vtraq; portio eius eſt reſiduū. Sit enim maior eius portio.a.c.cui directe adiiciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritq; etiam .d.a. rationalis ex.6. decimi libri & diffinitione. Conſtat autem ex prima huius ꝙ quadratum linee.d.c.quincuplum eſt ad quadratum linee.d.a. igitur linea.d.c.eſt communicans linee.d.a.in potentia ex diffinitione.ſed non in longitudine ex vltima parte.7.decimi quare per.68.decimi linea.a.c.eſt reſiduū cum due linee.c.d.&.d.a.ſint ambe rationales potentialiter tantum communicantes.& quia iterum ſi ad lineam rationalem a.b.adiungatur ſuperficies equalis quadrato linee.a.c.que ē reſiduum erit latus eius ſecūdū linea.c.b.ex prima parte.16.ſexti neceſſe eſt ex.92.decimi vt linea.c.b.ſit reſiduum primum. Quare conſtat propoſitum. Amplius autem ſi linee ſic diuiſe vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor reſiduum verbi gratia.ſit vt prius.a.b.diuiſa in c.ſecundum dictam proportionem & maior portio eius que eſt.a.c.ſit rationalis que diuidatur per equalia in.d.eritq; ex tertia huius quadratum d b.quincuplum ad quadratum.d. c.at quia.d.c.eſt rationalis cum ipſa ſit dimidium.a.c.ſequitur vt due linee.d.b.&.d.c.ſint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea.c.b.eſt reſiduum.at vero ſi linea rationalis in potentia tantum ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc neceſſe eſt vt vtraq; portio eius ſit reſiduum. Sit enim.a. b.rationalis in potentia tantum diuiſa ſicut proponitur in puncto.c.& ſumatur aliqua rationalis in longitudine que ſit.d.e.que etiam diuidatur in.f.ſecundum predictam proportionem. Manifeſtum eſt igitur ex ſecunda.14.libri que ſine adminiculo alicuius eorum que ſequuntur incōcuſſa demōſtratione roborat ꝙ proportio.a.b.ad.d.e.eſt ſicut.a.c.ad.d.f. & ſicut c.b.ad.f.e. Cum ergo.a.b.cōicet cū.d.e.in potentia ſequit̄ ex prima parte.10. decimi ꝙ.a.c.cōicet cū.d.f.&.c.b.cū.f.e.in potentia. Et quia vtraq; portio linee.d.e.eſt reſiduum vt patet ex predictis ſequitur ex.98.decimi vt vtraq; portio linee.a.b.ſit ēt reſiduum ſed nō eiuſdem ſpeciei vt ibidē demōſtratum eſt. Quare cōſtat ꝙ ōis linee rōalis in lōgitudine vel in potentia tm̄ ſm proportionem hn̄tem medium & duo extrema diuiſe vtraq; portio ē reſiduum. Et nota ꝙ prima pars pn̄tis demonſtratiōis qua demonſtrat̄ ꝙ maior portio linee diuiſe ſm proportiōem hn̄tem medium & duo extrema ſit reſiduū ſi tota linea ſit rōalis procedit ex ſufficientibus ſiue tota linea ponat̄ rōnalis in longitudine ſiue in potētia tm̄. Secūda vero pars qua demonſtrat̄ hoc de minori portione ꝙ ipſa quoq; ſit reſiduum ſi tota eſt rōalis non procedit ex ſufficientibus niſi tota ſit rōnalis in longitudine. Tertia aūt pars q̄ probatur ꝙ minor portio eſt reſiduum ſufficiēter procedit ſiue maior portio ſit rōnalis in longitudine ſiue in potentia tm̄. Ad concludendum igr̄ de maiori portiōe linee predicto modo diuiſe ꝙ ipſa ſit reſiduū ſufficit ponere totam lineam diuiſam eſſe rōnalem in potentia tm̄ ſed ad cōcludēdum quoq; hoc de minori portione mediante maiore ſufficit ponere portionē maiorem.ſimiliter rōnalem in potentia tm̄.ſed ad cōcludendum hoc de minori portione mediāte tota neceſſe eſt ponere totā lineam eſſe rōnalem in longitudine aut vtēdum eſt ſecunda.14.libri quēadmodū dcm̄ ē



Propoſitio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens
fuerit equilaterus equiangulus quoq; idem penta
gonus eſſe probatur.

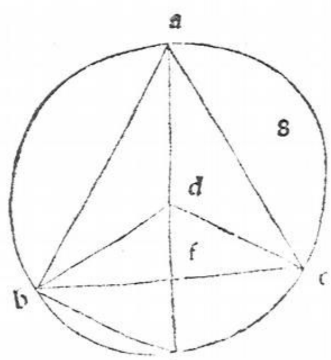
¶ Sit pentagonus.a.b.c.d.e.equilaterus.ſintq; ꝗlibet tres
eius anguli ſiue continue ſiue incontinue: ſumãtur adinui'
cem eq̃les & ſint prius incõtinue ſumpti.ſintq; anguli.a.c.d.
illi tres qui ponuntur adinuicẽ eq̃les dico totũ pentagonum eẽ equiangu
lum. His angulis ſubtendantur chorde.b.e.b.d.&.e.c.& totus pentagonus
diuidatur in trigonũ & quadrilateꝝ cuius due diagonales ſint chorde duo
rum ꝓximorum eq̃lium anguloꝝ ſecantes ſe intra quadrilateꝝ ipſum in
puncto.ſ.eritq; ꝑ quartam primi baſis.b.e.equalis baſi.b.d.& angulus.a.e
b.equalis angulo.c.d.b. Cũq; ꝑ quintã primi angulus.b.e.d ſit equalis an
gulo.b.d.e.eo ꝙ duo latera.b.e.&.b.d.ſunt equalia.erit ex cõi ſcia totalis
angulus.e.eq̃lis totali angulo.d. Silr̃ ꝓbabis totalẽ angulum.b.eſſe equa
lem angulo totali.c. Eſt.n.per quartam primi baſis.b.e.equalis baſi.c.e.
& angulus.a.b.e.equalis angulo.d.c.e.per quintam aũt eiuſdẽ.ſ.primi eſt
angulus.e.b.c.eq̃lis angulo.e.c.b.igit̃ ex cõi ſcia totalis angulus.b.ẽ eq̃lis
totali angulo.c. Sint itaq; tres anguli.b.c.d.cõtinue ſumpti equales & ſic
quoq; erit pentagonus equiangulus: erit enim ex.4.primi baſis.b.d.equa
lis baſi.c.e.&.angulus.c.d.b.angulo.d.e.c.& angulus.b.d.c angulo.e.c.d
quare per ſextam primi due linee.c.f.&.f.d.erunt equales cum duo anguli
trianguli.f.c.d.qui ſunt ad baſim.c.d.ſint equales. Igitur ex hac cõi ſcia
ſi ab eq̃libus erit linea.f.b.equalis linee.f.e.erat enim tota.b.d.equalis to
ti.c.e.ideoq; per quintã primi erit angulus.f.b.equalis angulo.f.e.b.ꝑ eã
dem aũt eſt angulus.a.b.e.equalis angulo.a.e.b. Itaq; per cõem ſciam an
gulus.b.totalis eſt equalis angulo.e.totali tres enim partiales anguli cõ'
ponentes vnũ ſunt equales tribus ꝑtialibus cõponentibus alium vnuſqſq;
ſuo relatiuo. Manifeſtum eſt igitur ꝙ tres anguli.e.b.c.non continue ſum
pti in propoſito pentagono ſunt equales. Cum aũt ſic demõſtratũ eſt to'
tum pentagonum eſſe equiangulum vtrolibet ergo mõ cõſtat ꝓpoſitum.



Propoſitio .8.

Omnis trianguli equilateri quod a latere ſuo qua'
dratum deſcribitur triplum eſt quadrato dimidii
diametri circuli a quo triãgulus ipſe circũſcribit̃.

¶ Sit triãgulus.a.b.c.equilaterus cui circumſcribatur.cir
culus.a.b.c.ſupra centrum.d.quemadmodum docet quin
ta quarti libri & protrahatur in eo diameter.a.d.e.dico ergo ꝙ quadratũ
linee.a.b.triplum eſt ad quadratum ſemidiametri.a.d. Ducãtur.n.due li'
nee.b.d.&.d.c.& arcui.b.e.ſubtendatur chorda b.e.eritq; ex octaua primi
angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimam ſexti arcus.b.e.ẽ
eq̃lis arcui.e.c. Et quia ex.27.tertii tres arcus.a.b.b.c.&.c.a.ſunt adinuicẽ
equales eo ꝙ eoꝝ chorde que ſunt latera trigoni ſunt equales ex ypotheſi.
Erit arcus.b.e.ſexta pars circumferentie.ideoq; chorda.b.e.erit latus exa'
goni equilateri ipſi circulo inſcripti.quare per correl.15.quarti linea.b.e.
eſt equalis ſemidiametro.a.d. Mãifeſtum eſt aũt ex prima parte.30.tertii
ꝙ angulus.a.b.e.eſt rectus.ideoq; quadratum linee.a.e eſt equale quadra
tis duaꝝ lineaꝝ.a.b.&.b.e.pariter acceptis ex penultima primi. At vero q̃
dratum.a.e.quadruplum ad quadratum.b.e.ex quarta ſecũdi cum linea
a.e.ſit dupla.b.e. Relinquitur ergo quadratum.a.b.triplum eſſe ad qua'
dratum.b.e.& ideo ad quadratum.a.d quod eſt propoſitum. Non lateat
aũt nos ꝙ linea.b.c.que eſt latus trigoni diuidit ſemidiametꝝ.d.e.per eq̃
lia. Eſto quidem punctus diuiſionis.f.conſtat igitur ex quarta primi ꝙ.b
f.eſt equalis.f.c.ideoq; per ꝑmam partem tertie tertii oẽs anguli qui ſunt
ad f.ſunt recti Quare ex penultima primi quadratum.b.d.eſt equale q̃'
dratis duarum linearum.d.f.&.f.b Quadratum vero b.e.equale quadra
tis duarum linearum que ſunt.b.f.&.f.e. Et quia.b.d.eſt equalis.b.e.erũt



ex cōi scīa duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.f.& .f.d pariter accepta equalia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.f & .f.e.pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato.b.f.erit ex cōi scīa q̄dratum.f.d.residuum equale q̄drato.f.e.residuo quare & linea.f.d.linee.f.e.ex hac cōi scia quaꝝ quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc[a] itaq; manifestum est q̄ perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq̄lis est dimidio linee ducte a cētro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

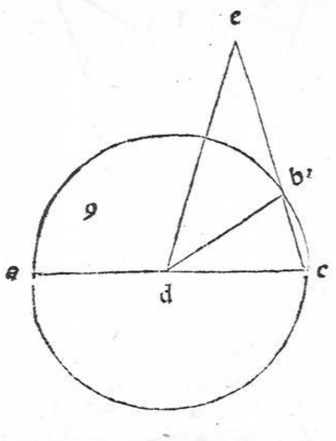
Castigator.

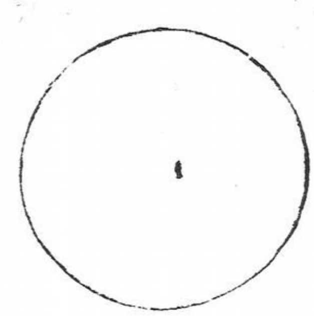
a ¶ Quia duo anguli ad.d.sunt equales adinuicem & latera trianguloꝝ illos continētia eq̄lia.s.b.d,d.c.& .d f.cōe vtriq; triangulo.

Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idemq; circulus circumscribit sibi inuicem in longum directumq; coniungantur tota linea ex eis composita ſm proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit maiorq; eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus.a.b.c.cuius centꝝ.d.& diameter.a.d.c.sitq; arcus.c b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c.cui subtendatur chorda.c.b.quam cōstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. Adiūgaturq; linee.c.b incōtinuū & directum linea.b.e.que ponatur esse eq̄lis lateri exagoni equilateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā.c.e.diuisam esse.in pūcto.b.ſm ꝓportionē hn̄tem medium & duo extrema & maiorē eius portionem dico esse lineā.b.e.q̄ est latus exagoni. Ducant.n.in centꝝ due linee.e.d.& .b.d.eritq; angulus.e.equalis angulo.b.d.e.ex.5.primi ꝓp hoc q̄ linea.e.b.est eq̄lis linee.b d.ex correl.15.quarti angulus quoq;.d.b.c.est eq̄lis angulo.c.ex.5.primi: quare ex.32.primi angulus.a.d.b.erit duplus ad angulum.d.b.c.& quia ꝑ eādem angulus.d.b.c.est duplus ad angulum.e. sequitur vt angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum.e. Est.n.ex cōi scia q̄druplum q̄cquid fuerit duplū dupli. Cūq; sit ēt idem angulus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima sexti eo q̄ arcus a.b.est q̄druplus ad arcum.b.c.necesse est ex cōi scia vt āgulus.e.sit equalis angulo.b d.c. Si igr̄ intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.& .b.d.c.ꝑtialis cū angulus.e. totalis sit eq̄lis angulo.b.d.c.partialis & angulus c.sit cōis vtriusq; necesse est ex.32.primi: vt ipsi sint equianguli; quare ꝑ q̄rtam sexti ꝓportio duoꝝ lateꝝ e.c.& .c.d.cōtinentium angulum.c.in totali triangulo ē sicut duoꝝ lateꝝ.d.c.& .c.b.cōtinentium eūdem angulū in ꝑtiali triangulo q̄a ergo ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.e.b.ex scd̄a ꝑte.7.quīti.& .d.c.ad.c.b.ē sicut e.b.ad eādem ex ꝑma ꝑte eiusdem. Sequit̄ ex.11.q̄nti vt sit ꝓportio.c.e ad e.b.sicut.e.b.ad b.c. Igr̄ a dīone cōclude ꝓpositum lineam.e.c.esse diuisam ſm ꝓportionem hn̄tem mediū & duo extrema & maiorem portionē eius eē latus exagoni q̄ oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq; demōstrare cōuenit q̄d facile fiet via retrograda. Eā n.assumit Ptolomeus capitulo.9.prime dictōis almagesti ad demōstrandum q̄ntitatem chordaꝝ arcuū circuli. Dico itaq; q̄ si līea q̄libet ſm ꝓportionē hn̄tem mediū & duo extrēa diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At ꝯo cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit.n.priori dispositiōe manēte linea e.c.diuisa in puncto.b.ſm predictā ꝓportionē & maior eius portio sit.e.b.dico q̄ cuiuscūq; circuli linea.e.b.est latus exagoni eiusdē ē linea.b.c. latus decagoni.& cuiuscūq; circuli linea.b.c.est latus decagoni eiusdē est linea.e.b.latus exagoni. Intelligo aūt hoc de exagonis & decagōis equilateris. Si.n.sit.e b.latus exagoni circulo.a.b.c.inscripti: erit per correl.15. quarti.e b.equalis.d.c.& quia ꝓportio.c.e.ad.e.b.est sicut.e.b.ad b.c.ex ypothesi erit ex.7.quinti.c.e.ad d.c.sicut d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6 sexti duo triāguli.e.d.c.& .d.c.b.sunt equianguli. Angulus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos enim latera proportionalia respiciunt, cumq; sit angulus



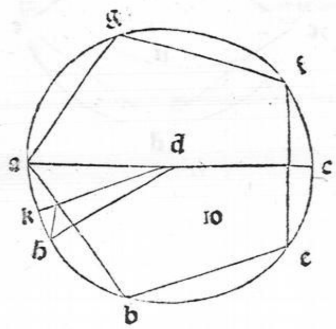


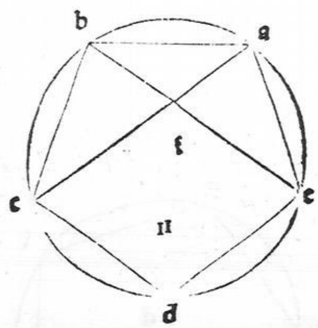
a.d.b.quadruplus ad angulum.e.ex.32.primi bis assumpta.& quinta eiusdem bis: sequit͂ vt ēt idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum.b.d.c. Ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcum.b.c. Linea igitur.b.c.est latus decagoni circulo.a.b.c.inscripti. Q đ si linea b.e.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit e.b.latus exagoni eiusdem. Sit.n.e.b latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagōi eiusdem. Intelligantur igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.& f.quoꝝ oīa latera erunt equalia linee.b c.& quia oīs figura equilatera circulo inscripta est equiangula vt probatum est in.15.quarti libri sequitur vtrosq; decagonos eē equiangulos. Cumq; oēs anguli vnius ꝑiter accepti sint equales oībus angulis alterius pariter acceptis sicut euidēter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse est ex hac cōi scīa quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet ꝑtes eiusdē denotatiōis eē equales vt vnus hoꝝ decagonoꝝ sit equiangulus alii.ideoq; similis ex diffinitione similiū superficierum.& quia si due figure similes duobus circulis inscribant͂: erit proportio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figurarum sicut duaꝝ diametroꝝ illoꝝ circuloꝝ vt apparet ex correl.18.sexti libri & prima.12.cum latera decagonorum similium inscriptoꝝ duobus circulis.a.b.c.&.f sint equalia sequitur vt diametri eoꝝ sint equales.ideoq; & semidiametri ēt equales. Sūt aūt semidiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quīte quarti. Erit ergo linea.e.b.latus exagoni circulo.a b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f.sibi equalis. Hoc aūt est quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nōa huius.13.libri noueris exortam esse decimam q̄rti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat. Talis enim est vterq; triangulorum.e.d.c.&.d.c.b & simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise ꝯm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est equale minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt eq̄lia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

Propositio .10.

Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

¶ Sit circulus.a.b.c.cuius centrum.d & diameter.a.d.c.inscribaturq; ei pentagonus eqlaterus qui sit.a.b.e.f.g.& a centro.d protrahatur perpendicularis ad latus.a b.que producatur vsq; quo obuiet circumferentie in puncto.h.sitq;.d.h.& protrahātur due chorde.a.h.&.h.b.que erunt equales adinuicē ex secunda parte.3.tertii & quarta primi.ideoq; ēt duo arcus.a.h & h.b.equales adinuicem ex.27.tertii. Est igitur vtraq; duarum chordarum.a.h &.h.b.latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; ꝙ quadratum linee.a b.que est latus pētagoni ē equale duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ b d.&.a.h.ꝑiter acceptis quaꝝ prima est equalis lateri exagoni ex correl.15.quarti: & scđa ē latus decagoni ꝓtrahat͂.n.a centro d ꝑpendicularis ad lineā a.b.q̄ est latus decagoni q̄ producat͂ vsq; ad circumferētiam: sitq;.d.k.q̄ secet lineam a.b.q̄ est latus pētagoni in puncto.l.& Protrahat͂ linea h.l. Cōstat aūt ex scđa ꝑte tertie tertii &.4.ꝓmi.27.tertii ꝙ linea.d.k q̄ est ꝑpendicularis ad chordam.a.b simul diuidit ꝑ equalia chordam & arcū. Ideoq; arcus.a.k.est eq̄lis arcui k.h.Quare ex vltima sexti angulus.a d.l.est eq̄lis angulo.l d.h Ideoq; ex q̄rta primi basis.a l.basi.l.h. Igr̄ ex q̄nta primi angulus.l.a h.eq̄lis est angulo.l.h a.Cūq; ēt sit ex eadē angulus.h.a.b.eq̄lis angulo h.b.a.sequit͂ vt angulus.l.h.a.sit equalis angulo.h b.a.Ergo ex.32.ꝓmi duo triāguli.b.a.h.&.a.h.l.sunt eqanguli. Est.n.angulus.b.maioris eq̄lis angu





lo.h.minoris & angulus.a.cõis eſt vtriq;. Itaq; per quartam ſexti ꝓportio b.a.ad.a.h.ẽ ſicut.a.h.ad.l.a. Quare ex prima parte.16.ſexti quod prouenit ex b.a.in.a.l.eſt equale quadrato linee.a.h.q̃ eſt latus decagoni. Cũ ſit aũt ſemicirculus.a.e.c.equalis ſemicirculo.a.f.c. & arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.reſiduus equalis arcui.f.c.reſiduo. Quare arcus.e.c.eſt medietas arcus.e.f.ideoq; equalis arcui.a.h. & duplus ad arcum.h.k. Et quia arcus. e.b.ẽ duplus ad arcum.b.h.erit ex.13.quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad. totum arcum.b.h.k.ideoq; ex vltima ſexti angulus.c.d.b.ẽ duplus ad angulum.b.d l.cũq; ẽt angulus.c d.b.duplus ſit ad angulum.b.a.d.ex.32.& quinta primi.ſunt.n.duo latera.d.a.&.d.b.equalia erit angulus.b.d.l.eq̃lis angulo.b.a.d.itaq; per.32 primi erit triangulus.b.d.l.eqangulus triangulo.b.a.d. Eſt.n.angulus.d.minoris eq̃lis angulo.a.maioris.& angulus.b eſt cõis vtriq;. Ergo per quartam ſexti proportio.a.b.ad.b.d.eſt ſicut.b.d ad.l.b.quare per primam partem.16.ſexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.ẽ equale quadrato.d.b.at vero probatum eſt prius ꝙ illud quod prouenit ex.a.b.in.l.a.eſt equale quadrato.a.h. Itaq; quod prouenit.ex.a. b.in.a.l.& in.l.b.eſt equale duobus quadratis duarum linearum.a.h. &.b.d.& quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex.a.b.in.l.a.& in.l.b.eſt equale quadrato linee.a.b. Eſt autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri propoſito circulo inſcripti. Linea vero.a.h.eſt latus decagoni equilateri.& linea.b.d.eſt ex correlario.15.quarti equalis lateri exagoni equilateri propoſito circulo inſcriptorum inconcuſſa demonſtratiõe aſtruitur hoc quod dicitur.

Propoſitio .11.

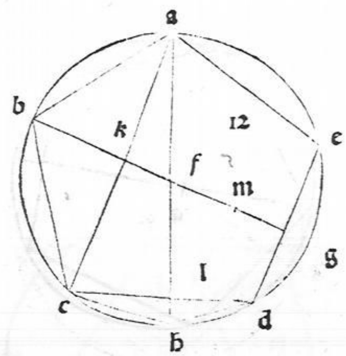
Si duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum deſcripti a terminis ſuorum laterum due recte linee ſutendantur vtraq; alteram ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema ſecabit maiorq; ipſius portio lateri ipſius pentagoni equalis erit.

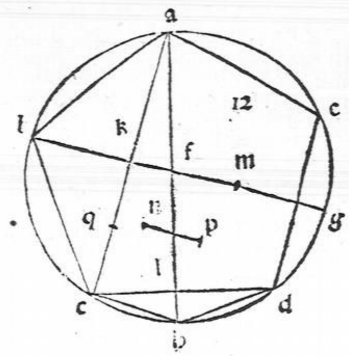
¶ Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inſcriptus circulo eiſdem literis ſignato & duobus eius propinquis angulis qui ſunt.a.&.b.ſubtẽdãtur due recte linee.a.c.&.b.e.ſecantes ſe inuicem in puncto.f. Dico itaq; vtrãq; harum eſſe diuiſam in puncto.f.ſm proportionem hñtem medium duoq; extrema:& ꝙ maior portio vtriuſq; eſt equalis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex.27.tertii ꝙ quinq; arcus circuli pentagonum propoſitũ circumſcribentis quorum latera ipſius pentagoni ſunt chorde:ſunt adinuicem equales. Ideoq; ex vltima ſexti quatuor anguli.a.e.b.a.b.e.b.a.c. &.b.c.a.ſunt adinuicem equales. Nam arcus.a.b.a.e.&.b.c.ſunt adinuicẽ equales. Cumq; ſit arcus.c.d.e.duplus ad arcum.b.c.erit quoq; ex vltima ſexti angulus.c.a.e.duplus ad angulum.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus eſt ad angulum.f.a.b.igitur angulus.a.f.e.eſt equalis angulo.f.a.e. Quare per ſextam primi linea.a.e.eſt equalis linee.f.e. Sunt aũt duo trianguli.a.b.e.&.a.f.b.equianguli per ea que dicta ſunt & per.32.primi. Eſt enim angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris & angulus.b. communis vtriq;. Igitur per quartam ſexti proportio.e b.ad.b.a.ſicut.b. a.ad.f.b.cumq; ſit.c.f.equalis.a.b.eo ꝙ ipſa vt probatum eſt equalis.a.e. Sequitur ex.7.quinti:vt ſit proportio.b.e.ad.e.f.ſicut.e.f.ad.f.b. Quare ꝑ diffinitionem linea.e.b.eſt diuiſa ſm proportionem habentem medium duoq; extrema,& eius maior portio eſt equalis lateri ipſius pentagoni. Si autem hoc eſt verum de linea.e.b.erit quoq; ex.7.quinti & quinta eiuſdẽ & diffinitione idem verum de linea.a.c. Nam tota.b.e.eſt equalis toti.a c.ex quarta primi & portiones portionibus ex ſexta primi & communi ſcientia: portiones enim.a.f.&.b.f.ſunt equales ex ſexta primi.ideoq; .f.e. & f.c.reſidue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes ſi libet & facilius de linea.a.c.demonſtrare propoſitum negotiando circa ipſum vt prius circa lineam.e.b.

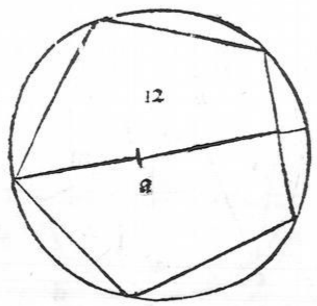
Propositio .12.

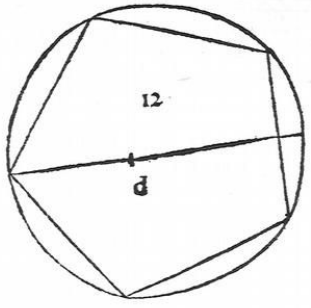
SI circuli pentagonum equilaterum circumscribẽtis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

¶ Sit pentagonus equilaterus.a b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris ascripto cuius centrum.f.& due diametri.b.g.&.a.h.sitq; vtraq; hax diametrox linea rõnalis in longitudine: dico tunc q̃ latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q̃ dicitur minor. Protrahatur.n.linea.a.c.q̃ secet diametx.b.g.in puncto k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea.a.c.diuisa a diametro.b.g. orthogonaliter & per eq̃lia in puncto.k.qa cum semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g.& arcus.b.c.arcui.b.a.sicut constat ex 27 tertii erit arcus.a.g.residuus equalis arcui.c.g.residuo. I ōq; ex vltima sexti angulus.a b.g.equalis ēt angulo.c.b.g. Cum itaq; duo latera.a.b.&.b.k.trianguli.a.b.k.sint eq̃lia duobus lateribus.c.b.&.b.k.trianguli.c.b.k.& angulus.b.vnius angulo.b.alterius: erit ex quarta primi basis.a.k.equalis basi.k.c.& oēs anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aūt.a.h.secet latus pentagoni.c.d.in puncto.l. Eritq; similiter linea.c.d.diuisa a diametro.a.h.orthogonaliter & per equalia in puncto.l. Cū.n.sint duo arcus.a.d.h.&.a.c.h.equales & arcus.a.c.sit eq̃lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculox qui sunt.c.h.&.d.h.eq̃les. Quibus si subtendãtur due chorde que sunt.c.h.&.d.h.ipse quoq; ex.28.tertii erunt equales & qa arcus.a.c.est equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.h.l.eq̃lis angulo.d.h.l. Ideoq; p quartam primi basis.c.l.est equalis basi.d.l.&.oēs anguli qui sunt ad.l.recti ex prima pte tertie tertii. Itaq; duo triãguli.a.c.l.& a.f.k.sunt equianguli ex.32.pmi. Est.n.angulus.l.maioris eq̃lis angulo.k minoris eo q̃ vterq; est rectus & angulus.a.est cōis vtriq;: quare ex quarta sexti proportio.l.c.ad.c.a.est sicut.k.f.ad.f.a. Sumatur igr̃ ex diametro b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidiametri.eritq; per equam proportionalitatem proportio.c.l.ad quartam partem linee.a.c.q̃ sit.c.q.sicut.k f.ad quartam partem linee.f.a.que est.f.m.& qa per.15.quinti proportio c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q. Sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum. Erit per.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.& coniunctim linee constantis ex.d.c.&.c.k.ad.c.k. sicut.k.m.ad.m.f.& iō per primam partem.21.sexti proportio quadrati linee cōposite ex.d.c &.c.k.ad quadratum liee.c.k.sicut quadrati linee.k.m.ad quadratum linee.m.f. Cōstat aūt ex premissa q̃ si linea.a.c.diuidatur ſm proportionem hñtem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis linee.d.c.igr̃ linea constans ex.d.c.&.c.k.cōponitur ex maiori portiōe linee diuise ſm proportionem hñtem mediū duoq; extrema & ex medietate totius linee sic diuise. Est.n.c.k.medietas.a.c. Itaq; p primã istius.13.libri quadratum linee composite ex.d.c.&.c.k.quincuplnm quoq; est ad quadratum linee c.k. Ideoq; quadratum linee.k.m quincuplum quoq; est ad quadratum linee.m.f. Cum sit hox quadratox & illox vna proportio est aūt linea.b.m quincupla ad lieam.m.f. Erat.n.m.f.q̃rta pars semidiãetri ꝓpositi circuli: ergo q̃dratū linee.k.m.ad q̃dratū liee.m.f.ē sicut linee b.m.ad lineã m.f.& qa ex secunda parte.18.sexti quadratum linee.k.m.ad quadratū linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata. Erit ex vndecima quīti linea.b.m.ad lieam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineã.m.f.duplicata. Igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b.m.&.m.f.quod sic constat. Sit enim linea.n.p.medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitiōe proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio.b.m.ad m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata: & quia.b.m.ad.n.p.sicut.n.p.ad.m.f. erit etiam ex.11.quinti proportio.b.m.ad.m.f.sicut.n.p.ad m.f.duplicata. Igitur ex prima parte.9.quinti due linee.k.m.&.n.p.sunt equales. Iōq;







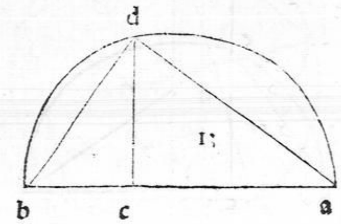


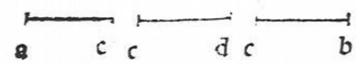
ex prima parte.7.quinti & ex ſecunda parte eiuſdem linea k.m.eſt medio loco proportionalis inter.b.m.&.m.f. Quare ex correl.17.ſexti proportio quadrati linee.b.m.ad quadratum linee.m.k.eſt ſicut eſt linee.b.m.ad lineam.m.f.& quia linea.b.m.eſt quincupla ad lineam.m.f.erit q̄dratum linee.b.m.quincuplum ad quadratum linee.m.k.linea āt b.m.eſt rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ꝑtem.7.decimi linea.m.k.eſt rōnalis in potentia tm̄ & quia linea b.m.eſt potentior linea.m.k.in q̄drato linee ſibi incōmenſurabilis in longitudine vt continuo probabitur erit linea.b.k.reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod āt probandum aſſumpſimus ſic patet. Sit numerus.r.quincuplus ad numeꝝ.ſ.ſintq.t.&.ſ.quantum.r.ac ſi eſſet.r.quinq.ſ.vnum.t.quatuor. Et ſit linea.b.m.potentior linea.m.k.in quadrato linee.x. Cū igitur ſit q̄dratū linee.b.m.ad quadratū linee.m.k.ſicut numerus.r.ad numeꝝ.ſ.erit ꝑ euerſam proportionalitatē quadratum linee.b.m.ad quadratū linee.x.ſicut numerus.r.ad numeꝝ.t.Quare per vltimam ꝑtem.7.decimi linea.x.eſt incōmenſurabilis linee.b.m.in longitudine. Nō eſt ergo dubium quin b k.ſit reſiduum quartum. Manifeſtum vero eſt ex.34.tertii: ꝙ illud quod fit ex.b.k.in.k g.eſt equale ei quod fit ex.a.k.in.k.c. Ideoq̄ēt ipſum idē eſt equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.eſt equalis.k.c.ergo quadrato.b.k.addito vtriq; erit ex penultima primi quod fit ex.b.k.in ſe & in.k.g.equale quadrato.b.c. Et quia ex prima ſecundi quod fit ex.b.k.in ſe & in.k.g.ē equale ei qđ fit ex.b.k in.g.b. Erit linea.b.c.latus tetragonicum ſuꝑficiei contente a duabus lineis.g.b.&.k.b.& quia linea.g.b.eſt rōnalis: linea vero.b.k.eſt reſiduum quartū.& quia linea potens in ſuperficiem linea rōali reſiduoq; quadrato cōtentam eſt linea minor vt conſtat ex.89.decimi libri neceſſe eſt lineam.b.c.que eſt latus pentagoni equilateri propoſito circulo inſcripti eſſe lineam minorem.quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur ꝙ latus pentagoni equilateri circulo inſcripti ſit linea minor.ſi diameter circuli cui inſcribatur fuerit rationalis in longitudine. At vero ſi diameter circuli fuerit rōalis in potētia tm̄.adhuc neceſſe eſt vt latus pētagoni equilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea.a.rōnalis in potentia tm̄ ſupra quam deſcribatur circulus eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus ſit.b.c.dicanturq; pentagonus & circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.eſt linea minor. Sumatur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que ſit d & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus equilaterus & ſit vnum latus ipſius linea.e.f.dicanturq; pentagonus & circulus.d.conſtat igitur ex hac.11.ꝙ.e.f.eſt linea minor cum diameter.d ſit rōnalis in lōgitudine. Qum̄ ꝟo proportio pentagoni.a.ad pētagonum.d.eſt ſicut quadrati linee b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraq; enim eſt ex ſecunda parte.15.ſexti: ſicut linee b.c.ad lineam e.f.duplicata. Pentagoni autem.a.ad pentagonum.d.eſt ſicut quadrati diametri.a.ad quadratum diametri.d.ex prima.12.erit ex 11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratum linee.e.f.ſicut quadratum diametri.a.ad quadratum diametri.d.cumq; quadrata duaꝝ diametroꝝ a.&.d.ſint cōicantia: quia ambo ſint rōnalia ex ypotheſi erunt quoq; ex prima parte.10.decimi quadrata duarum linearum.b c.&.e.f.cōicantia. Ergo linea.b.c.cōicat in potentia cum linea.e.f.& q̄a linea.e.f.eſt minor ſequitur ex.100.decimi: ꝙ ēt.b c.ſit linea minor quod eſt propoſitum. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in longitudine ſiue in potētia tm̄ neceſſe eſt vt latus pētagoni eq̄lateri ſibi inſcripti ſit linea minor.

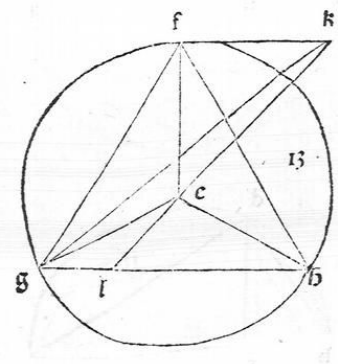
Propoſitio .17.

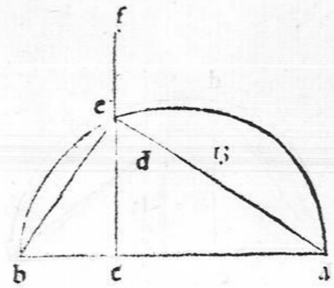
Piramidem quatuor baſium triangularium ⁊ equilaterarum ab aſſignata ſpera circumſcriptibilē fabricare huius ergo ſpere diametros ad latus ipſius piramidis ſexquialteram proportionem potentialiter habere probatur.

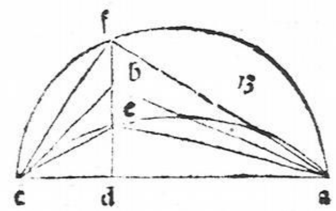
¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita q.a.c.sit dupla ad.b.c.& lineetur super eam semicirculus.a.d.b.& producatur linea.c.d.orthogonaliter super lineam.a b.& producantur linee.b.d.&.d.a. Postea fiat circulus.f.g.h.super cẽtrum.e.cuius semidiamiter sit equalis linee.c.d.cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equilaterus qui sit.f.g.h.ad cuius angulos protrahantur a centro linee.e.f.e.g.e.h.Deinde super centrum.e.erigatur secũdum q docet.12.vndecimi linea e.k.que ponatur equalis.a.c.perpendicularis ad superficiem circuli.f.g.h. Et demittantur a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h. Eritq; cõpleta piramis quatuor basium triangularium & equilaterarum quam dico eẽ ab assignata spera circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri proposite spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate piramidis. Constat enim ex prima parte correlarii.8.sexti q linea.c.d.est medio loco proportionalis inter.a.c.& c.b. Quare ex correl.17.eiusdem quadratum linee a.c.ad quadratum linee.c.d.est sicut.a.c.ad.c.b. Ergo cõiuncti im quadratum.a.c.& quadratum.c.d.ad quadratum.c.d.sicut.a.b.ad.b.c. Ideoq; ex penult.primi quadratum.a.d.ad quadratum.d.c.sicut.a.b.ad.b.c. Cum ergo linea.a.b.sit tripla ad.b.c.(erat.n.a.c.dupla ad eã) erit quoq; quadratũ a.d.triplũ ad quadratum.d.c.ẽ aũt ex.8.huius q̃dratum.f.g.triplũ ad quadratũ.e.f. Quare cum ex ypothesi.d.c.sit equalis.e.f.erit ex cõi scia.a d.equalis.f.g.& quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem linea.e.k.cõtinet cũ singulis lineis.e.f.e.g.e.h.angulos rectos quarum quelibet est equalis linee.c.d.& qa ipsa eadem est eq̃lis linee.a.c.& angulus.c.ẽ rectus: erit p quartam primi vnaqueq; trium linearum.k.f.k.g.k.h.eq̃lis linee.a.d. Manifestum ẽ igitur fabricatam piramidem eẽ quatuor basium triangularium equilaterarum. Ipsam aũt eẽ circũscriptibilem ab assignata spera sic habeto. Linee e.k.intelligatur adiici sm rectitudinem linea.e.l.eq̃lis linee.c b.vt tota.k.l sit eq̃lis.a.b.q̃ est diameter assignate spere. Hãc aũt lineam inquam.e.l.imagineris esse sub circulo.f.g.h.perpendicularẽ quoq; ad.ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est.e.k.ex.parte superiori eritq; vnaqueq; triũ linearum.e.f.e g.e.h.& simpliciter q̃libet semidiametri circuli.f.g.h.medio loco pportionalis inter.k.e.&.e.l.quẽadmodum ẽ.d.c.inter.a.c.&.c b.nam hee sunt equales illis vnaquaq; sue relatiue. Si igr̃ super lineam.l.k.describatur semicirculus circũducatq; quousq; ad locũ vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitiõe sperarum equaliũ spera descripta motu huius semicirculi eq̃lis spere assignate. Sunt.n.spere equales quarum sunt eq̃les diametri quẽadmodũ de circulis in pncipio tertii dictũ ẽ. Semicirculum hunc vero necesse est trãsire p tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. Similiter aũt dico q semicirculus hic qui sup lineam.k.l.fuerit descriptus si circũducatur quousq; ad locũ redeat vñ moueri cepat continget circulum.f g.h.super oia puncta circũferentie ipsius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circũstat medio loco proportionalis ponatur. fueritq; super eam lineam cui perpẽdicularis superstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extremitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli.f.g.h.sint perpendiculares ad lineam.k.l.&.medio loco proportionales inter partes ipsius q̃ sunt.k.e.&.e.l.sequitur vt semicirculus descriptus super.k.l.si circũducatur transeat per oia puncta circumferentie.f.g.h.& per oẽs solidos angulos piramidis fabricate. Itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super lineam.k.l.lineatus motu suo describit. Et quia hec spera descripta est assignate spere equalis per diffinitionem equalium sperarum sequitur ex communi scia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spa cicũscriptibilis qđ est propositum. Correlariũ aũt patet sic. Cũ.n.a.b sit tripla ad.b.c.p euersam pprotionalitatem erit.a.b.sexqaltera ad.a.c. Iõq; ex scđa pte correla

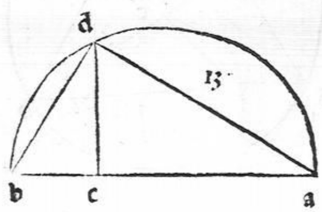


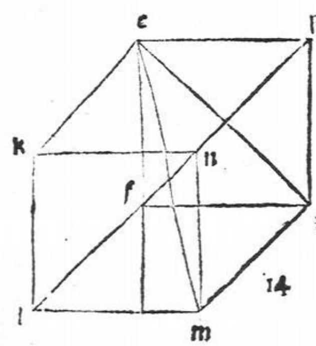












rii.8.ſexti & correlario.17.eiuſdē quadratū linee.a.b.erit ēt ſexquialteꝝ ad
quadratum linee.a.d.& q̄a linea.a.d.ē eq̄lis lateri fabricate piramidis.at
ꝟo.a.b.eſt diameter ſpere.cōſtat veꝝ eſſe quod per correlariū dr̄.Ne aūt
quemq̄ de vetuſta veritate propoſita heſitare cōtingat eā volumus hoc
mō demōſtratione firmare.Sit igitur ſup lineam.a.b.linea.c.d.perpendi
cularis q̄ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes linee.a.b.q̄ ſint.a
c.&.c.b.ita ꝙ proportio.a.c.ad.c.d.ſit ſicut.c.d.ad.c.b.Et ſuper lineā.a.b
deſcribatur ſemicirculus.a.e.b.Dico ꝙ huius ſemicirculi circūferentia trā
ſibit per punctū.d.q eſt extremitas perpendicularis.Sin aūt aut ſecabit li
neam.c.d.aut ſupertrāſibit eā totam ipſam trāſiens & includēs & nō cōtin
gēs.Secet ergo primo eā in pūcto.e.& ducātur linee.e.b.&.e.a.eritq̄ ex pri
ma parte.30.tertii totalis angulus.a.e.b.rectus.Itaq̄ ex prima parte cor
rel.8.ſexti proportio.a.c.ad.c.e ē ſicut.c.e.ad.c.b.At ꝟo ex ſecūda parte
8.q̄nti proportio.a.c.ad.c.e.ē maior q̄.a.c.ad.c.d.eo ꝙ.c.e.ē minor.q̄.c.
d.Cū igitur ſit.c.e.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.e.&.c.d.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.d.
erit per.12.q̄nti.e.c.ad.c.b.maior q̄.c.d.ad.c.b.Ideoq̄ per primam partē
10.quinti.e.c.eſt.maior q̄.d.c.pars videlicet q̄ ſuū totum quod eſt impoſ
ſibile.Non ergo ſecabit circūferentia ſemicirculi lineam.c.d. ¶ Supertrā
ſeat igitur & producatur.c.d.vſq̄ ad circūferētiam:ſitq̄ tota.c.e.& protra
hātur linee.e.b.&.e.a.ſequeturq̄ vt prius lineam.c.d.eſſe maiorē q̄ ſit linea
c.e.Quod eſt ēt impoſſibile.cōſtat ergo propoſitū.Silr̄ aūt dicimus ꝙ ſi
fuerit aliq̄s angulus rectus cui baſis ſubtēdatur ſuper quā ſemicirculus linee
tur:ipſius circūferentiā per angulum rectum trāſire neceſſe ē.Conuerſam
ꝟo huius proponit prima pars.30.tertii.Quod aūt dicimus ſic conſtat.
¶ Sit.n.angulus.a.b.c.rectus cui ſubtēdatur baſis.a.c.& ſuper eā lineetur
ſemicirculus dico ꝙ ipſius circūferentia trāſibit per pūctum.b.in quo co
eunt linee cōtinentes angulum rectū cuius demōſtratio eſt ꝙ neq̄ trāſibit
ſupra neq̄ infra.Sin aūt tranſeat:primo infra ſitq̄.a.e.c.& ab angulo.b.
producatur linea.b.d.perpēdicularis ad baſim.a c q̄ ſecet circūferentia ſe
micirculi in puncto.e.& protrahantur linee.e.a.&.e.c.Eritq̄ angulus.a.e.
c.rectus ex prima parte.30.tertii.at ipſe eſt maior angulo.a.b.c.per.21.pri
mi hoc aūt eſt impoſſibile ex tertia petitione cū vterq̄ ſit rectus.Hic qui
dem ex ypoteſi:ille ꝟo ex prima parte.30.tertii.Nō ergo trāſibit circum
ferentia ſemicirculi infra angulum.b.tranſeat itaq̄ ſupra & ſit.a.f.c.produ
catur autem perpendicularis.d.b.quouſq̄ obuiet circumferentie ſemicir
culi.a.f.e.in puncto.f.& producantur linee.f.a.f.c.eritq̄ ex prima parte
30.tertii augulus.a.f.c.rectus.Cumq̄ ēt eſſet ex ypotheſi angulus.a.b.c.re
ctus ſequitur impoſſibile per.21.primi ſicut in principio.Reliquitur ergo
quod diximus.Hoc aūt neceſſarium eſt ad cognitionem eoꝝ q̄ ſequūtur.

Propoſitio .14.

AB aſſignata ſpera circūſcriptibilem cubum cōſti
tuere eiuſdem aūt ſpere diametrum lateri ipſius
cubi potentialiter triplicem eē māifeſtum erit.

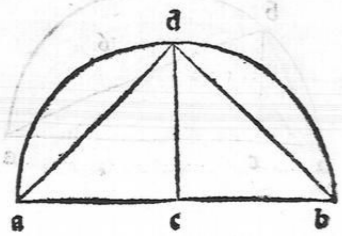
¶ Aſſignate ſpere diameter ſit.a.b.ſuper quā lineetur ſe
micirculus.a.d.b.diuidaturq̄ diameter in puncto.c.pror
ſus ſecundum conditionem premiſſe videlicet vt linea.a
c.ſit dupla ad lineam.c.b.& producatur.c.d.perpendicularis ad a.b.& pro
trahantur.d.b.&.d.a.poſtea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera ſint
equalia linee.b.d.ſitq̄.e.f.g.h.ſuper cuius quatuor angulos erigantur vt
docet.12.vndecimi quatuor linee perpēdiculares ad ſuperficiē ipſius q̄dra
ti quaꝝ q̄libet ponatur ēt equalis linee.b.d.ſintq̄.e.k.f.l.g.m.h.n.erūtq̄
hee quatuor penpendiculares ſingule ſingulis eq̄diſtantes ex ſexti vndeci
mi:& anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione
linee perpēdicularis ad ſuperficiē:deinde cōiungātur extremitates iſtarū
perpendicularium protractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq̄ cōpletus cubus
ſex ſupficiebus q̄dratis cōtentus.Cōſtat.n ex.33.34.p̄mi ꝙ q̄tuor ſupficies
ipſum ambientes & ipſe ſunt quaꝝ oppoſita latera ſunt quatuor perpendi

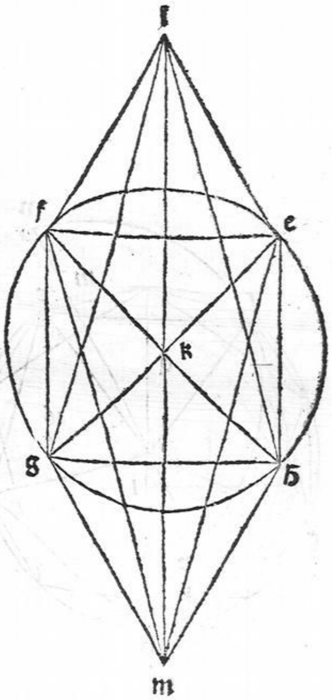
culares sint oēs quadrate: de basi aūt hoc positum est. at ꝟo de supprema
eius sup̱ficie q̄ est. k. l. m. n. ꝙ ipsa quoq; sit quadrata. cōstat ex. 33. primi &
10. vndecimi. ideoq; ex quarta vndecimi māifestum ē singula latera eius
dem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere.
Vt aūt cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstre-
mus: in vna suaꝝ sup̱ficierum ꝓtrahat̄ diagonalis. Verbi grā in basi eius
sitq;. e. g. & ab huius diagonalis altera extremitate ꝓtrahatur diameter cu
bi. e. m. eritq; ex penultima p̄mi q̄dratum. e. g. duplum ad q̄dratum. f. g.
I ōq; & ad quadratum. g. m. eo. ꝙ. g. m. ē equalis. f. g. Sūt. n. oīa latera cu
bi adinuicē equalia. & q̄a rursus ex penultima primi quadratum. e. m. est
equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. e. g. &. g. m. pp̄ hoc ꝙ angulus. e. g. m. est re
ctus ex diffinitione linee ꝑpendicularis ad sup̱ficiem. Erit quadratum. e.
m. triplum ad quadratum. m. g. Constat. n. ex duplo & simplo. cūq; ex se-
cunda p̱te correlarii. 8. sexti & ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq;
a. b. sit triplum ad q̄dratum. b. d. eo ꝙ linea. a. b. tripla ē ad lineam. b. c. sit
aūt. b. d. equalis. e. g. sequit̄ ex cōi scia vt. e. m. q̄ est diameter cubi sit equa-
lis. a. b. q̄ est diameter spere. I taq; si sup̱. e. m. lineet̄ semicirculus circūduca
turq; quousq; ad locum vn̄ fuit initium motus redeat spera descripta: erit
ex diffinitiōe sperarum equaliū eq̄lis spere assignate. At ꝟo q̄a hic semi
circulus trāsitum faciet p̱ pūctum. g. eo ꝙ angulus. e. g. m. est rectus eadēq;
rōne p̱ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄d ex ante ante hanc. 14. ime
diate p̄misso manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spa
eo ꝙ a sua equali circumscriptibilem esse quod demonstrare oportebat.
correlarii ꝟo demōstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

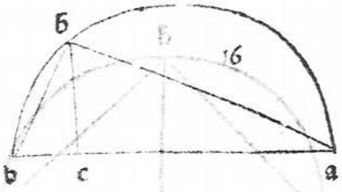
Propositio .15.

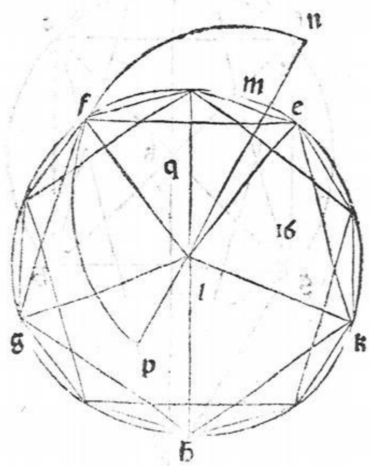
Corpus octo basium triangulariū & equilateraruꝫ
a spera proposita circumscriptibile cōponere. erit
qꝫ palam eiusdem spere diametrū lateri ipsius cor
poris duplicem esse potentialiter.

¶ Diameter spere proposite sit. a. b. que diuidatur p̱ equa
lia in pūcto. c. & sup̱ eam lineet̄ semicirculus. a. d. b. & ꝓdu
cat̄. c. d. ꝑpendicularis. ad. a. b. & iungat̄ punctus. d. cum. a. & cum. b. De-
scribaturq; vnum quadratum cuius singula latera sint equalia linee. b. d.
sitq; quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo ꝓtrahant̄ diametri due. e. g. &. f. h. se-
cantes se inuicem in puncto. k. Cōstat igitur ex. 4. primi ꝙ vtraq; istarum
diametroꝝ sit equalis linee. a. b. que est diameter spere cum angulus. d. sit
rectus ex prima p̱te. 30. tertii & singuli quoq; anguli. e. f. g. h. recti ex diffi-
nitione q̄drati. Cōstat rursus ꝙ eedem due diametri. e. g &. f. h. diuidūt se
inuicem p̱ equalia in puncto. k. h̄ aūt ex. 5. primi &. 32. & sexta eiusdem fa
cile est elicere. Erigat̄ itaq; super punctum. k. linea. k. l. ꝑpendicularis ad su
p̱ficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri. e. g. vel. f. h. & de
mittant̄ ypothemise. l. e. l. f. l. g. l. h. eruntq; ex his q̄ posita sunt & penulti-
ma primi quotiens oportuerit repetita singule baꝝ ypothemisaꝝ equales
sibi inuicem & equales lateribus quadrati. Habes ergo piramidem quatuor
equilaterarum triangulariumq; basium super quadratum constitutam.
Hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appōe lineā. l k. pro
ducas p̱forando quadratum vsq; ad. m. ita ꝙ. k. m. exn̄s sub quadrato sit
equalis. l. k. existenti supra: & iunge punctum. m. cum singulis angulis q̄-
drati ꝓducendo. 4. alias ypothemisas que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de qui
bus quoq; manifestum est ex penultima primi: quemadmodum de aliis
q̄ sunt in sup̱iori p̱te ꝙ ipse sint equales ad inuicem & lateribus quadrati.
Cōpleuimus igitur corpus. 8. basium triāgularium & equilaterarum. Hoc
aūt ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat. n. ꝙ linea. l.
m. est equalis diametro assignate spere: nam vtraq; earum est equalis dia
metro quadrati. igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circumuolua
tur quousq; ad locum suum redeat: spera quam motu suo describet erit eq̄
lis assignate spere vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. His









vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter per oía puncta circũferentie circuli circũscribẽtis quadratũ, eo q semidiameter quadrati vt linea.f.k. & portiones linee.l.m.q̃ sunt.l.k.&.k.m. sunt ad inuicem equales, quare ex diffinitiõe eius quod ẽ figuram vnam alii figure inscribi fabricatum corpus inscriptibile ẽ spere motu huius semicirculi descripte. Itaq; & spere assignate ex cõcept. cũ ipse sint adiuicẽ eq̃les ex diffinitiõe. Correl. vero manifeste cõstat: sunt.n. due linee.d.b.&.d.a. equales ex.4.pmi: ideoq; quadratũ.a b. duplũ est ad quadratũ.b.d. ex pẽul. pmi: latus aũt fabricati corporis est equale linee.b.d. verũ est ergo correlariũ.

Propositio .16.

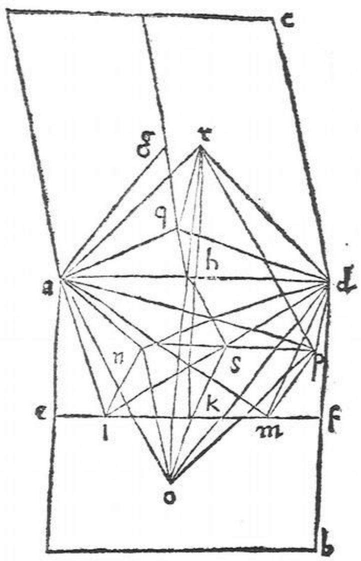
Corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum a data spera diametrum rationalem habẽte circumscriptibile fabricare. eritq; palam latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet que dicitur minor.

Sit hic quoq; diameter assignate spere.a.b. que ponat esse rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃: & diuidatur in pũcto c. ita q.a.c. sit quadrupla ad.c.b. & lineetur super eam semicirculus.a.d.b. & pducatur.c.d. ppendicularis ad.a.b. & ptrahatur linea.d.b deinde sm q̃titatẽ linee.d.b. lineetur circulus.e.f.g.h.k. supra centrũ.l. cui inscribat pẽtagonus equilaterus eisdem liris annotatus: ad cuius angulos a centro.l. ducantur linee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k. Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus eq̃laterus: diuidantur.n. cuncti arcus quorũ chorde sunt latera pẽtagoni p equalia & a punctis mediis ad extremitates cunctorũ laterũ inscripti pentagoni linee recte dirigantur. Itẽq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus sm q docet.12. vndecimi quorum quilibet sit ẽt equalis linee.b.d. & cõtinuent extremitates horũ quinq; cathetorũ quinq; coraustis. Eruntq; ex.6. vndecimi quinq; catheti erecti adinuicem equidistantes. Cunq; ipsi sint equales erunt quoq; ex.33. primi quinq; corausti eorũ extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a summitatibus singulis singulorũ cathetorũ binas & binas ypotemisas ad duos circũstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisarũ a quinq; extremitatibus cathetorũ ad.5. puncta que sunt singuli anguli medii inscripti decagoni descendẽtium extremitates continualium pentagonum rursus ipsi circulo inscribẽdo qui quoq; erit eq̃laterus ex.23. tertii. Cum hoc itaq; feceris videbis te perfecisse decem triãgulos quorũ latera sunt decem ypothemise, & quinq; corausti &.5. latera huius secũdi pentagoni inscripti. Hos ergo decẽ triangulos eq̃lateros eẽ sic collige. Cum.n. tã semidiameter descripti circuli q̃ q̃libet erectorum cathetorum sit equalis linee.b.d. ex ypothesi: erit ex correlario.15. quarti quilibet cathetorũ equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis linee b.d. inscripti. Quia vero ex penul. primi vnaqueq;.10. ypothemisarum tãto est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex.10. huius latus quoq; pẽtagoni ẽ tanto potentius eodem quãtum põt idẽ latus decagoni. Erit ex cõi scia vnaqueq; harũ ypothemisarũ equalis lateri pentagoni. De coraustis aũt iam patuit q ipsi sint equales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horum decem triangulorũ aut sunt latera pentagoni eq̃lateri secũda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur eq̃lateri trianguli. Amplius aũt super centrũ circuli q̃d est pũctum.l. erige aliũ cathetũ equalẽ prioribus q sit.l.m. eiusq; superiorẽ extremitatẽ q̃ est pũctus m. iũge cũ singulis extremitatibus priorũ per quinq; coraustos eritq; ex sexta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equidistans. Ideoq; ex.33. primi hi quinq; corausti erunt semidiametro circuli equales & ex correl.15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. centrali ergo catheto ex vtraq; parte adiiciatur linea vna equalis lateri decagoni. Supra quidem adiiciatur ei.m.n. deorsum autem sub circulo adiiciatur sibi a centro circuli.l.p. postea demittant a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a pun cto.p.alie.5.ad alios quinq; inferiores. Eruntq; hee decem ypothemise eq̄les adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi &.10.hu ius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus.20.basium triangularium atq; equilateraꝝ cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea.n.p. Horum autem.20.triangulorum decem consistunt in cicuitu supra circulum·quí q; autem consurgunt sursum ad punctum.n.concurrentes. At quinq; reliqui deorsum emergunt super punctum.p.coeuntes. Hoc autem yco cedrum corpus a data spera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea.l.m.sit equalis lateri exagoni &.m.n.lateri decagoni equilate rorum quos circulus.e.f.g.circumscribit tota.l.n.erit ex nona p̄ntis libri diuisa ſm ꝓportionē.h.m.&.d.extre·i pūcto.m.& maior portio eius erit linea.l.m.Diuidat̄ itaq; l m.ꝑ eq̄lia in.q. Eritq; ex cōi scīa.p.q.eq̄lis.q. n.Ná.p.l.posita ē eq̄lis lateri decagōi quēadmodum.m.n.q̄re.q.n.ē me dietas.n.p.quēadmodū ē.q.m.medietas.m.l.Cū ergo q̄dratū.n.q.sit ex 3.hui⁹ q̄ncuplū ad q̄dratū.q.m.erit quoq; ex.15.q̄nti q̄dratū.p.n.q̄ncuplū ad quadratum.l.m. Est.n.ex quarta secundi q̄dratum.p.m.q̄druplum ad quadratum.q.n.Quadratum quoq;·l.m.q̄druplum ad quadratum.q.m ex eadem. Quadruplum aūt ad q̄druplum ē vt simplum ad simplū teste 15.q̄nti at ꝟo quadratum.a.b.quincuplum est ad q̄dratum b.d.ex sc̄da ꝑ te correlarii.8.sexti:& ex correlario.17.eiusdem:est ēt.a.b q̄ncupla ad.b.c. eo ꝙ.a.c.fuit ad eādem q̄drupla. Quia ergo.l.m.est ex ypothesi eq̄lis.b. d.erit ex cōi scīa.a.b.equalis.n.p. Itaq; si suꝑ lineam.n.p.semicirculus de scribat̄ qui tādiu ꝙ locū ꝑmum repetat circōuoluat̄ spera ipsius motu de scripta erit a diffinitione speraꝝ equalium equalis spere ꝓposite. & q̄m li nea.l.m.est medio loco ꝓportionalis inter.l.n.&.n.m.ideoq; inter.l.n. &.p.l.erit quoq; q̄libet semidiameter circuli medio loco ꝓportionalis in ter.l.n.&.l.p.& cum.l.m.sit equalis semidiametro circuli:itaq; semicircu lus suꝑ.p.n.descriptus transibit ꝑ oīa puncta circumferentie circuli.e.f.g. Ideoq; & ꝑ singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia consisten tes:& q̄a eadē rōe singuli coraufti cōtinuātes extrēitates angulariū cathe toꝝ:cū extremitate cētralis sunt medio loco ꝓportiōales inter.p.m.&.m. n.eo ꝙ quilibet eoꝝ est eq̄lis.l.m.sequitur vt idem semicirculus trāseat ēt ꝑ reliquos angulos figure ycocedre statute.ē igr̄ corpus hoc inscriptibile spere cuius diameter.p.n.Ideoq; & spere cuius diameter.a.b. Latus autē huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat.n.ꝙ linea.b.d.est rōnalis in potentia cū eius q̄dratum sit subq̄ncuplum ad q̄dratum linee a b.q̄ posita est rōalis siue in lōgitudine siue in potētia tm̄. Itaq; semidia meter atq; semidiametri circuli.e.f.g.est ēt rōnalis in potentia. Nam eius semidiameter ē eq̄lis b.d. Igit̄ ex.12.huius latus pētagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor.at vero sicut in huius demonstrationis ꝓcessu patuit latus huius figure est quātum latus pētagoni:ergo latus hu ius figure.20.alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit̄.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonarum equila terarum atq; equiangularium ab assignata spera diametrum rōnalem habente circumscriptibile cō stituere. eritq; palam latus eiusdem corporis irra tionale esse:id quod residuum dicitur.

¶ Fiat cubus ſm ꝙ docet.14.huius circūscriptibile ab as signata spera:sintq; huius cubi due suꝑficies.a.b.&.a.c.imagiemur āt nūc ꝙ.a.b.sit suꝑma suꝑficies cubi &.a.c.sit vna ex lateralibus sitq; liea.a.d.cōis istis duabus superficiebus.diuidantur itaq; in superficie.a b.duo opposita latera ꝑ eq̄lia videlicet.d.b.i pūcto.f.& lat⁹ ei oppositū i.e.& pūcta diuisi onis cōtinuent̄ ꝑ lineā.e.f.latus quoq;.a.d.& illud q̄d sibi oppōit̄ i suꝑficie a.c.diuidat̄ ꝑ eq̄lia & pūcta diuisiōis cōtinuēt̄ liea recta cuius medietas sit

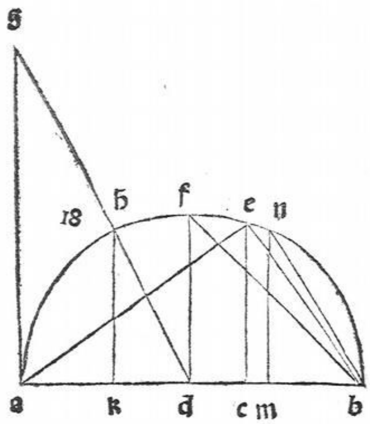


g.h. Sitq̃ pũctus.h.medius punctus linee.a.d.similiter linea.e.f.diuidat
ꝑ equalia in.k.& protrahatur.h.k.quãlibet igr̃ trium lineaꝝ.e.k.k.f.&.g
h.diuide ſm proportionem ha.me & du.ext.in tribus punctis.l.m.q.ſint
q̃ maiores portiones eaꝝ.l.k.k.m.&.g.q. Quas manifeſtum eſt eſſe equa
les cũ tote liee diuiſe ſint equales videlicet quelibet eaꝝ medietati lateris
cubi. Deinde a duobus punctis.l.&.m.erige perpẽdiculares vt docet.11.vn
decimi ad ſuperficiem.a.b.quaꝝ vtrãq̃ ponas equalẽ linee.k.l.ſintq̃.l.n
&.m.p ſimiliter a puncto.q.erige ꝑpendiculariter.q.r.ad ſupficiem.a.c.
quam ponas equalẽ.g.q.ꝓtrahe itaq̃ lineas.a.l.a.n.a.m.a.p d.m.d.p.d.
l.d.n.a.r.a.q d.r.d.q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius ꝙ due linee
k.e.&.e.l.potẽtialiter ſint triplũ ad lineã.k.l.ideoq̃ ẽt ad lineam.l.n.cũ
k.l.&.l.n.ſint equales. At ꝓ o.k.e.ẽ equalis.e.a.igit̃ due linee.a.e.&.e.l.
ſunt potẽtia triplũ ad lineã.l.n.quare ex penul.primi.a.l.ẽ potẽtia tripla
ad.l.n.ideoq̃ ꝑ eãdem.a.n.ẽ potẽtia quadrupla ad.l.n. Cũq̃ oĩs linea ſit
potẽtia quadrupla ad medietatem ſui ſequit̃ ex cõi ſcia ꝙ.a.n.ſit dupla in
longitudine ad.l.n.&.qa.l.m dupla eſt ad.l.k. At.k.l.&.l.n.ſunt equales
erit.a.n.equalis.l.m ſunt.n.eaꝝ dimidia equalia. Et qa ex.33.primi.l.m.
eſt equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p. Eodẽ mõ ꝓbabis tres lineas.p.d.d.r.
&.r.a.eẽ equales ſibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq̃ ex his qn
q̃ lineis pẽtagonũ equilateꝝ q eſt.a.n.p.d.r. Sed fortaſſe dices ipſum nõ
eſſe pentagonum qa nec forſan ẽ totus in ſupficie vna.qđ eſſet neceſſariũ
ad hoc vt eſſet pẽtagonus. Quod ergo ſit totus in ſupficie vna ſic habeto.
ꝓdeat eqdem a pũcto.k.liea.k.s.perpẽdicularis ad ſupficiem.a.b.q̃ ſit eq̃
lis.l.k.eritq̃ ob hoc equalis vtriq̃ duaꝝ lineaꝝ.l.n.&.m.p.cũq̃ ipſa ſit eq̃
diſtans vtriq̃ eaꝝ ex ſexta vndecimi.ideoq̃ cum amabus in eadem ſupfi
cie ex dione lineaꝝ equidiſtantium neceſſe eſt vt punctus.s.ſit in linea.n
p.& ꝙ diuidat eã ꝑ equalia.ꝓtrahant̃ igitur due linee.r.h.&.h.s.ſunt itaq̃
duo trianguli.k.s.h.&.q.r.h.ſup vnũ angulũ videlicet.k.h.q.cõſtituti &
eſt ꝓportio.k.h.ad.q.r.ſicut.k.s.ad.q.h. nã vt.g.h.ad.q.r.ſic.k.h.ad.q.
r.ex.7.quinti.& vt.r.q.ad.q.h.ſic.k.s.ad.q.h.ex eadẽ.ſed.g.h.ad.q.r.vt
q.r.ad.q.h.eo ꝙ.q.r.eſt equalis.g.q.ergo ꝑ.30.ſexti linea.r.h.s.eſt linea
vna. Quare ex ſecunda vndecimi totus pentagonus de quo diſputamus
eſt in ſuperficie vna. Ipſum quoq̃ dico eſſe equiangulum.cũ.n.e.k.ſit di
uiſa ſm proportionem habentem medium duoq̃ extrema &.k.m.ſit eq̃
lis maiori portioni eius: erit quoq̃ ex.4.preſentis tota.e.m.diuiſa ſm ꝓ
portionem habentum medium duoq̃ extrema: maior quoq̃ portio eius
linea.e.k. Ideoq̃ per.5.duee linee.e.m.&.m.k. Ideoq̃ due.e.m.&.m.p.
Nam.m.p.eſt.equalis.m.k.ſunt potentia triplum ad lineam.e.k. Ideoq̃
& ad lineam.a.e.nam.a.e.eſt equalis.e.k. Itaq̃ tres linee.a.e.e.m.&.m.p
ſunt potentia quadruplum ad lineam.a.e. Conſtat aũt per penultimam
primi bis aſſumptam ꝙ linea.a.p.eſt potentia equalis tribus lineis.a.e.&.
e.m.&.m.p. Itaq̃.a.p.eſt potentia quadrupla ad lineam.a.e. Latus vero
cubi cum ſit duplum ad lineam.a.e.eſt potentia quoq̃ quadruplum ad ip
ſam ex.4.ſecundi.igitur ex cõi ſcientia.a.p.eſt lateri cubi equalis. Cunq̃
a.d.ſit vnum ex lateribus cubi erit.a.p.equalis a.d. Ideoq̃ ex.8.primi an
gulus.a.r.d.eſt equalis angulo.a.n.p. Eodem mõ ꝓbabis angulum.d.p.
n.eſſe equalem angulo.d.r.a.quia ꝓbabis lineam.d.n.eſſe potentialiter
quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus ſit
eqlaterus & habeat tres angulos equales ipſe erit eqangulus ex ſeptima pñ
tis libri. Si itaq̃ hac via rõeq̃ cõſimili ſup vnũquodq̃ reliquoꝝ lateꝝ cu
bi pentagonum equilateꝝ & equiãgulum fabricemus ꝑficiet̃ ſolidum.12.
ſupficiebus pentagonis eqlateris & equiangulis cõtentum. Cubus.n.hẽt
12.latera. Reliquum aũt eſt demonſtrare ſolidum hoc eſſe a data ſpera
circũſcriptibile.ꝓtrahant̃ igit̃ a linea.ſ.k.due ſupficies ſecãtes cubũ quaꝝ
vna ſecet ipſum ſup lineã.h.k.& alia ſup lineã.e.f eritq̃ ex.40.vndecimi
vt cõis ſectio haꝝ duaꝝ ſupficieꝝ ſecet diametꝝ cubi & ſecet viceuerſa ab
ipſa diãetro ꝑ eq̃lia.ſit ergo cõis ſectio eaꝝ vſq̃ ad diãetꝝ cubi liea.k.o.

℣ Ita ꝙ.o.ſit centrum cubi. Et ducantur linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. Cō
ſtat aūt ꝙ vtraq; duarum lineaꝝ.o.a.&.o.d.eſt ſemidiameter cubi. Iōq;
equales De linea autem.o.k.conſtat ex.40.vndecimi ꝙ ipſa eſt equalis
e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et quia k.ſ.ē equalis.k.m.Erit.o.ſ.
diuiſa in puncto.k.ſm̄ proportiōem habentem medium duoq; extrema
& maior portio eius erit linea.o.k q̄ eſt equalis.e.k. Itaq; ꝑ.5.huius erunt
due linee.o.ſ.&.ſ.k. Iōq;.o.ſ.&.ſ.p. Eo ꝙ.ſ.p.ad quas hec demr̄atio non
extēditur eſt equalis.k.ſ.triplum in potētia ad lineā.o.k. Et iō ad medie
tatem lateris cubi quare ꝑ penul.primi. linea.o.p.ē potētia tripla ad me
dietatem lateris cubi. Ex correl.aūt.14.huius cōſtat ꝙ ſemidiameter ſpere
tripla eſt in potētia ad medietatem lateris cubi quem circū ſcribit eadem
ſpera. Itaq;.o.p.eſt quanta ſemidiameter ſpere circūſcribentis cubum ꝓ
poſitum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o.ad angulos ſingu
los pētagonoꝝ oium ſuperlatera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos
inq̄ qui proprii ſunt pentagonis non aūt cōes eis & ſuperficiebus cubi.ſ.ꝓ
prii quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli.n.p.r.De illis aūt lineis
q̄ veniunt a puncto.o.ad angulos ſingulos pentagonoꝝ qui ſunt cōes pē
tagonis & ſuperficiebus cubi quales ſunt in pentagono p̄ n̄ti duo anguli.a.
&.d.cōſtat ꝙ ipſe ſunt equales ſemidiametro ſpere circūſcribentis cubum.
Ipſe.n.ſunt ſemidiametri cubi ex.40.vndecimi. At vero ſemidiameter
cubi eſt tanq̄ ſemidiameter ſpere ipſum circūſcribētis quemadmodum ex
rōcinatione.14.appet. Igr̄ oēs inee ducte a pūcto.o.ad ſingulos angulos
duodecedri ſunt eq̄les adinuicē & ſemidiametro ſpere. Semicirculus itaq;
ſuper totam diametrum ſpere vel cubi lineatus ſi circūducatur tranſibit ꝑ
oēs angulos eius quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſſignata ſpera cir
cūſcriptibile. Dico iteꝝ ꝙ latus huius figure eſt linea irrōnalis iſta videli
cet q̄ reſiduū dr̄ ſi diameter ſpere ipſum circūſcribentis fuerit rōalis in lō
gitudine vel in potentia. Cum.n.diameter ſpere ſit ex.14.huius tripla in
potentia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia ſi diameter ſpere
fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōſtat aūt ex 11.ꝙ linea.r.p.
diuidit lineam.a.d.q̄ eſt latus cubi ſm̄ proportionē h̄ntem mediū duoq;
extrema & ꝙ portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior
portio eius eſt reſiduum ex ſexta huius manifeſtum eſt latus figure duode
cedron eē reſiduum quod demonſtrare voluimus. Fabricata ſunt igitur ꝑ
13.& quatuor eam ſequētes quinq; corpora equilatera atq; equiangula quo
rum vnūquodq; ē circūſcriptibile ab aſſignata ſpera. Sūt aūt hec ſolida: ꝑ
mum q̄dem quatuor baſium triāgularium: & dr̄ tetracedron. Secūdum ē
ſex baſium quadrataꝝ & dr̄ cubus ſiue exacedron. Tertium oct obaſiū triā
gularium: & dr̄ octocedron. Quartum aūt ē ſolidum ycocedron & eſt vi
ginti baſium triāgularium. Quintum vero ex.12.baſibus pentagonis cōſi
ſtit: dr̄q; duodecedron. Hec āt quinq; ſolida regularia dicūtur q̄m ipſa eq
angula ſunt atq; eq̄latera & a ſpera atq; ab inuicem circūſcriptibilia. plura
vero his quinq; eq̄latera q̄ ſint & equiangula eē eſt impoſſibile. Ad cōſti
tutionem cuiuſlibet anguli ſolidi neceſſe eſt ad minus tres ſup̄ficiales an
gulos cōcurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus nequit ſolidus angu
lus cōpleri: q̄a ergo tres anguli cuiuſlibet exagoni equilateri & equianguli
ſunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuſlibet pluriū
laterum figure equilatere atq; equiangule tres anguli ſunt maiores quatu
or angulis rectis quemadmodum ex.32.primi euidenter elicitur: omnis
autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte.21 vndecimi
impoſſibile eſt tres angulos exagoni atq; eptagoni: & ſimpliciter omnis
plurilatere figure equilatere tamen atq; equiangule ſolidum angulum con
ſtituere. ideo nulla ſolida figura equilatera atq; equiangula poteſt ex ſuper
ficiebus exagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli
exagoni equilateri atq; equianguli quemq; ſolidum angulum excedunt
quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pē
tagoni equilateri atq; equianguli minores eſſe quatuor rectis angulis.ma

t

nifestum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris & eqangulis q̄ in pentagonis: oīs enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per.32.primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatere ipse sint equilatere atq; equiangule vnicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32.primi pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triāgularium atq; equilaterarū. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sint dictum est.



Castigator.

a Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam vt ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .℞.12. cuius potentia est.12.semidyameter.3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset ℞.3. cuius potentia.3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.

Latera quinq; corporum premissorum ab eadem spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

Sit.a.b.diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrum in.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.c.b. Et per equalia, in.d. Et lineemus super eam semicirculum.a.f.b.ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam a.b.que sint.c.e.&.d.f. Et iungamus.e.cum.a.&.cum.b.&.f.cum.b. Manifestum ergo est ex demonstratione.13.ꝙ.a.e.est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione.14.ꝙ.e.b. est latus cubi. Et ex demonstratione.15.ꝙ.f.b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto.a.linea.a.g.perpendicularis ad.a.b.& equalis eidem.a.b.& iungatur.g.cum.d. Sitq; h.punctus in quo.g.d.secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur.h.k.perpendicularis ad.a.b.& quia.g.a.est dupla ad.a.d.erit ex quarta sexti.h.k.dupla ad.k.d. Sunt enim duo trianguli.g.a.d.&.h.k.d.equianguli ex.32.primi eo ꝙ angulus.a.maioris est equalis angulo.k.minoris: namq; vterq; rectus & angulus.d.est, communis vtriq;. Igitur ex quarta secundi.h.k.est potentia quadrupla ad.k.d.ergo ex penultima.primi.h.

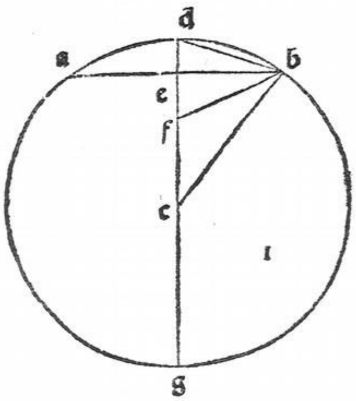
d.eſt potentia quincupla ad.k.d.cumq̃.d.b.ſit equalis.h.d.eſt.enim.d.
centrum ſemicirculi.erit quoq̃.d.b.potentia quincupla ad.k.d. At vero
cum tota.a.b.ſit dupla ad totam.b.d. quemadmodum.a.c.detracta ex
prima.a.b.eſt dupla ad.c.b.detractam ex ſecunda.b.d.eritq̃ ex.19.quinti
b.c.reſidua prime dupla ad.c.d.reſiduam ſecunde. Ideoq̃ tota.b.d.eſt
tripla ad.d.c. Igitur quadratum.b.d.eſt nonecuplum ad quadratum.d.
c.& quia ipſum erat quincuplum tantum ad quadratum.k.d.erit ex ſe
cũda parte decime quinti.quadratum.d.c.minus quadrato.k.d. Ideoq̃
d.c.minor.k.d. Sit igitur.d.m.equalis.k.d.& prodeat.m.n.vſq̃ ad cir
cumferentiam que ſit perpendicularis ad.a.b.& iungatur.n.cum.b. Cum
igitur.d.k.&.d.m.ſint equales erunt ex diffinitione eius quod eſt ali
quas lineas a centro equidiſtare due linee.h.k.&.m.n.equaliter diſtan-
tes a centro. Ideoq̃ equales adinuicem ex ſecunda parte.13.tertii & ex ſe-
cunda parte tertie eiuſdem. Itaq̃.m.n.eſt equalis.m.k. Nam.h.k.erat
equalis ei. At quia.a.b.dupla eſt ad.b.d.&.k.m.dupla eſt ad.d.k.& qua-
dratum.b.d.quincuplum ad quadratum.d.k.erit ex.15.quinti quadra-
tum.a.b.ſimiliter quincuplum ad quadratum.k.m.eſt enim quadratum
dupli ad quadratum dupli ſicut quadratum ſimpli ad quadratum ſim-
pli. Ex demonſtratione enim.16.manifeſtum eſt ꝙ diameter ſpere eſt po
tentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure.20.baſium.q̃ ad
k.m.eſt equalis lateri exagoni circuli figure.20.baſium. Nam diameter
ſpere que eſt.a.b.ẽ potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circulĩ
illius figure q̃.ad.k.m. Rurſuſq̃ ex demonſtratione eiuſdem manifeſtum
eſt ꝙ diameter ſpere conſtat ex latere exagoni & duplici lateri decagonĩ
circuli figure.20.baſium. Cum ergo.k.m.ſit tanq̃ latus exagoni. At ve-
ro.a.k.ſit equalis.m.b. Nam ipſa ſunt reſidua equalium demptis equa
libus. Erit.m.b.tanq̃ latus decagoni. Quia igitur.m.n.eſt tanq̃ latus
exagoni.nam ipſa eſt equalis.k.m.erit ex penultima primi &.10.huius
n.b.tanq̃ latus pentagoni figure circuli.20.baſium. Et q̃a ex demonſtra
tione.16.apparet ꝙ latus pentagoni circuli figure.20.baſium eſt latus
eiuſdem figure.20.baſium. Conſtat lineam.n.b.eſſe latus iſtius figure.
Diuidatur itaq̃.e.b.que eſt latus cubi ab aſſignata ſpera circumſcripti-
bilis ſecundum proportionem habententem medium duoq̃ extrema in
puncto.p. Sitq̃ maior portio eius.p.b. Conſtat igitur ex demonſtratio
ne premiſſe ꝙ.p.b.eſt latus figure.12.baſium. Inuenta ergo ſunt latera.
5.premiſſorum corporum ex diametro ſpere nobis propoſita. Eſt enim
latus.a.e.piramidis.4.baſium.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. At ve
ro.n.b.latus ycocedri. Linea autem.p.b.latus duodecedri. Que autem
horum laterum ſint maiora aliis ſic habetur. Conſtat enim ꝙ.a.e.eſt
maior.f.b.nam arcus.a.e.eſt maior arcu.f.b. Itemq̃.f.b.eſt maior.e.
b. Et.e.b.maior q̃.n.b. At vero.n.b.dico etiam eſſe maiorem q̃.p.b.
Cum enim ſit.a.c.dupla ad.c.b.erit ex quarta ſecundi quadratum.a.c.
quadruplum ad quadratum.c.b. Conſtat autem ex ſecunda parte corre-
larii.8.ſexti & ex correlario.17.eiuſdẽ ꝙ q̃dratũ.a.b.triplũ ẽ ad q̃dratũ.b.
e.ſed.ꝑ.21.ſexti q̃dratum.a.b.ad quadratum.b.e.eſt.ſicut q̃dratum.b.e.ad
q̃dratum.c.b.ex eo ꝙ proportio.a.b.ad.b.e.eſt ſicut.b.e.ad.b.c.ex ſecũda
ꝑte correlarii.8.ſexti.itaq̃.ꝑ.11.quĩti quadratum.b.e.triplum eſt ad q̃dratũ
c.b.& quia quadratum.a.c.quadruplum eſt ad idem quadratum vt oſtẽ
ſum eſt: erit ex prima parte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.
b.e. Ideoq̃ linea.a.c.maior eſt linea.b.e. Ideoq̃.a.m.multo maior.b.e.
Manifeſtum vero eſt ex.9.huius ꝙ ſi linea.a.m.diuiſa fuerit ſm propor
tionem hñtem medium duoq̃ extrema erit maior portio eius linea.k.m
q̃ eſt equalis m.n. At ṽo cum.b.e.diuiditur ſm eandem ꝓportionem vi
delicet hñtem mediũ duoq̃ extrẽa maior eius portio ẽ linea.p.b.cũ itaq̃
tota.a.m.ſit maior tota.b.e.erit.m.n.que eſt equalis maiori portioni.a.
m.maior ẽ.p.b.que eſt maior portio.b.e. Hoc autem manifeſtum eſt ex
ſecunda.14.libri que ſine auxilio alicuius earum que ſequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p.19.primi a fortiori.n.b.maior est q̃.p.b. Quare patet latera horum.5.corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi q̃uis cubus antecedat octocedrum. Cubum autem premittunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spere latus piramidis.4.bases triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur.a.e. latus piramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum aũt est f.b.latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit̃ in magnitudine.e.b.latus cubi. Quarto vero loco ẽ.n.b.latus ycocedron. Minimum autem est omnium.p.b latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoniq; adinuicem respectu linee. Secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise & corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acuratissimo feliciter. Incipit.

Propositio .I.

Omnis perpẽdicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagõi atq; dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directũq; coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur q̃ perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni est equalis perpẽdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.



¶ Sit linea.a.b.latus pẽtagoni equilateri inscripti circulo cuius centrũ.c. & ducatur a centro.c.perpendicularis ad lineam.a.b.que per secundam partem tertie tertii diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi &.27.tertii. Sitq; hec perpendicularis linea.c.d.secans.a.b in puncto.e.& arcum eius in puncto.d. Est igitur vt diximus linea.a.e. equalis linee.e.b.& arcus.a.d.arcui.d.b. Protrahaturq; linea.d.b.de qua cõstat q̃ ipsa est latus decagoni eq̃lateri pposito circulo inscripti cum ipsa subtendatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaq; q̃ linea.e.c.est equalis medietati linee.c.d.& medietati linee.d.b.in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter.d.c.sitq;.d.c.g.& sit.e.f.equalis.e.d.& protrahatur.b.f. Eritq; ex.4.primi.b.f.equalis.b.d.ideoq; p.5.primi angulus.b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d. Constat aũt ex vltima sexti q̃ angulus.g.c.b.quadruplus est ad angulum.b.c.d. Eo q̃ arcus.g.b. quadruplus ẽ ad arcum.b.d. At vero angulus.g.c b.per.32.primi duplus est ad angulum.b.d.c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt.b.d.c.& d.b.c. At ipsi sunt equales ex.5.primi.igitur angulus.b.d.c.duplus est ad angulum.b.c.d. Quare angulus quoq;.b.f.d.duplus ẽ ad angulum.b.c.f. Sed angulus.b.f.d.est equalis duobus intrinsecis qui sunt.b.c.f.&.c.b.f. per.32.primi. Itaq; duo anguli.b.c.f.&.c.b.f.sunt equales. Ideoq; per.6.

primi·c·f·est equalis·b·f· Ideoq; etiam·c·f·est equalis·b·d· Nam·b·d·& b·f·sunt equales adinuicem · Quare dimidium·c·d· cum dimidio·b·d· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·c·f· at vero a dimidium·c·d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium·c·f·bis cum dimidio·f·d· Dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f· Et dimidium·f·d·est quantum·e·f· Itaq;·c·e·est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·d·b·quod est propositum· Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex ·8·tredecimi libri q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam · Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius·14·libri pateat q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni: sequitur q perpendiculararis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti: & hoc est quod ex correlario proponitur· Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus·in libro intitulato Expositio scientie·5·corporum nec non & Appollonius in dono secundo: in proportionalitate figure·12 basium ad figuram ·20· basium dicens: q proportio superficierum figure habentis·12·bases ad superficies figure habentis·20·bases·est tanq proportio corporis·12·basium ad corpus·20·basium· Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure·12·basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure·20· basium ycocedri ad circumferentiam eius· Hec sunt ipsius magni appollonii verba· Intelligenda autem sunt de figura·12·& figura·20·basium ab vna eademq; spera circumscriptibilium· Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedron cum ambo vna eademq; spera circumscribit· Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premissorum verborum prima parte commemorat: quod & decima huius·14·libri solida demonstratione stabilitur· Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem spera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premissorum verborum commemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur: premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda·

Castigator.

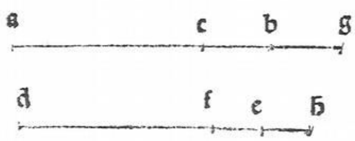
a ¶ At vero dimidium·c·d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium c·f·bis cum dimidio·f·d·& cetera·

¶ Propter hoc est notandum q omnium duarum quantitatum inequalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris·c·d·12·f·c 8·differentia·f·d·erit·4·nam·c·d·est latus exagoni & · c · f · latus decagoni vt dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in·f·d·dico q medietas·c·d·que est·6·cum dimidio·c·f·quod est ·4· que iuncta faciunt·10·& sunt dimidia totalia equantur dimidio·c·f·bis·s·8·& dimidio·f·d·quod est·2·que iuncta similiter faciunt·10·& hoc in omni genere verificatur: & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f·totum & dimidium f·d·est quantum·e·f·s·medietas differentie f·d·maioris ad minorem itaq;·c·e· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·d·b·& cetera sine isto presupposito non concluderet vt patet.

Propositio ·2·

Quicquid accidit vni linee diuise secundum propor tionem habentem medium et duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere etc.

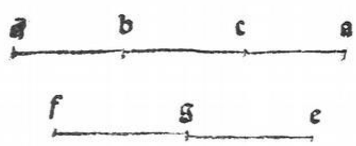
¶ Sit vtraq; duarum linearum.a b. et.d.e.diuisa secun dum proportionem habentem medium duoq; extrema hec quidem in.c.illa vero in.f.sintq; maiores portiones huius quidem.a.c illius autem.d.f.Dico itaq; quod ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et econtrario et permutatim et coniunctim et disiunctim et euersim. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit.idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise et ex prima parte.16.sexti quod illud quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.a.c.Eodemq; modo quod fit ex.d.e. in.e.f.est equale quadrato.d.f. Ideoq; proportio eius quod fit ex.a.b. in.b.c.ad quadratum.a.c.est sicut eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.Quod ex.15.quinti et permutata et equa proportionalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadratum.a.c.sicut equadruplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.cum quadrato.d.f.ad quadratum. d.f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam.a.b.vna linea que sit equalis.b.c.que dicatur.b.g. Et.ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicatur.e.h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri quod quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato.a.c.est equale quadrato linee.a.g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d. e.in e.h.cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b.in.b.g.Eo quod.b.c.et.b.g.sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.equum est quadruplo eius quod fit ex.d.e.in.e.h.Eo quod.e.f.et.e.h.sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti et ex.11.5.eiusdem quadratū.a.g.ad quadratū.a.c. sicut quadratum.d.h.ad quadratum.d.f.Quare ex secunda parte.21.sexti proportio linee.a.g.ad lineam.a.c.est sicut linee.d.h.ad lineam.d.f. Et cōiuncti.a.g.et.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.et.d.f.ad.d.f.At vero.a.g.cū.a.c.sunt tanquam duplum.a.b.et.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e. Quare duplū a.b.ad.a.c.sicut duplum.d.e.ad.d.f. Et permutatim duplum.a.b.ad duplū.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.Sed duplū.a.b.ad duplū.d.e.sicut.a.b.ad.d.e.ex 15.quinti. Igitur.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. Itaq; permutatim et euersim et conuersim et disiunctim et coniunctim: quod oportebat ostendere.



Propositio .3.

Diuiso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

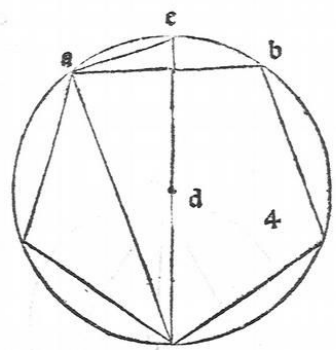
¶ Sit linea.a.b.latus exagoni alicuius circuli et diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto.c.sitq; maior portio eius.b.c.Dico quod cuiuscunq; circuli.a. b.est latus exagoni eiusdem.b.c.erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam.a.b.linea.b.d.que sit latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni. Eritq; ex nona.13.linea.a.d.diuisa secundum proportionē habentem medium duoq; extrema et maior portio eius erit linea.a.b.Cū igitur vtraq; duarum linearum.a.b.et.a.d.sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq;.d.a.ad.a.b.



que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c.que est etiam eius maior portio. Sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise secundū proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a.b.ad.b.d.sicut a.b.ad.b.c.Quare per secundam partem.9.quinti.b.d.&.b.c.sunt equales. Cum ergo.b.d.sit latus decagōi erit quoq; ex conmmuni scientia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineam.a.b.adiungatur.b.d.equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius linea.a.b. Itaq; per conuersam.9.tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdem linea.b.d. Ideoq; linea.b.c.sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim.e.f.equalis.a.b.que etiam diuidatur in.g. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et sit maior portio eius linea.f.g. Constat igitur ex premissa ꝙ quemadmodum.a.b est equalis.e.f.sic.a.c.est equalis e.g.&.c.b.equalis.g.f. Cumq; fuerit.b.d.adiuncta ad.a.b.latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni erit sicut prius dictum est.ex.9. tredecimi tota.a.d diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et maior eius portio erit linea.a.b. Itaq; per premissam. a.b.ad.b.d.sicut f.g.ad g.e. Quare per primam partem.15.sexti quod fit ex.a.b.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Cumq;.a.b.sit equalis e.f. Et erit quod fit ex.e.f.in.g e.equum est ei quod fit ex b.d.in.f.g. Sed quod fit ex e.f.in g.e.equum est quadrato f.g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et ex prima parte.16.sexti. Igitur quod fit ex.b.d.in.f.g.est equale quadrato.f.g. Ideoq; ex prima sexti linea b.d.est equalis.f.g. Et quia.f.g.est equalis.c. b.erit quoq;.c.b.equalis.b.d & latus decagoni quod oportebat ostēdere.

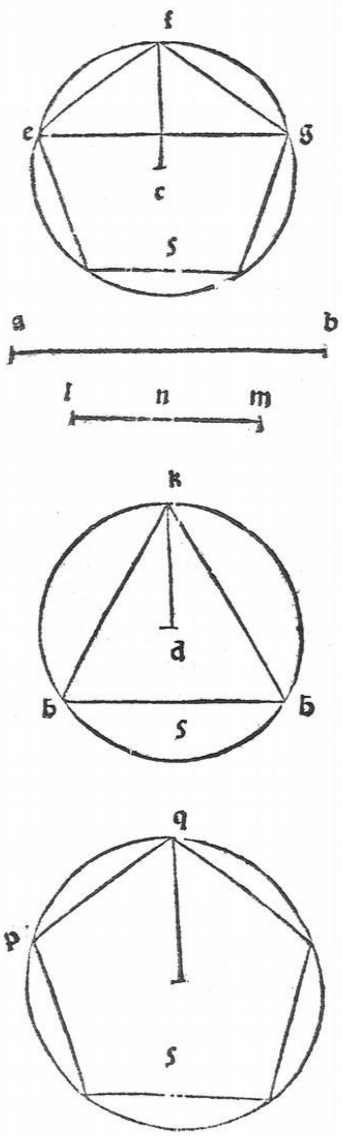
Propositio .4.

Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumq; linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



¶ Sit in circulo.a b.c.cuius centrum.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.a.b.&.protrahatur diameter.c.d.e.diuidens lineam.a.b.& eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a.e.medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus.a. c.est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq; due linee.a.e. &.a.c. Eritq;.a.e.latus decagoni equilateri. eo ꝙ eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero.a.c.erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo ꝙ arcus.a.c.est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaq; ꝙ quadrata duarum linearum.a.b &.a.c.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee d.e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e. Cum autem angulus.c.a.e.sit rectus ex prima parte 30.tertii.eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum.c.a.&.a.e. quadruplum ad quadratum.d.e. Igitur quadrata trium linearum.c.a.&.a.e.&.d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.c.& quia ex decima tredecimi libri quadratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a e.&.d.e.sequitur vt quadrata duarum linearum.a.b.&.c a sint quincuplum ad quadratum d.e.quod est propositum.

¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem spera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.



Istud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione .17. tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubum & duodecedron vna eademq; spera circumscribit: itaq; per hanc quartam sine obice constat correlarium &c.

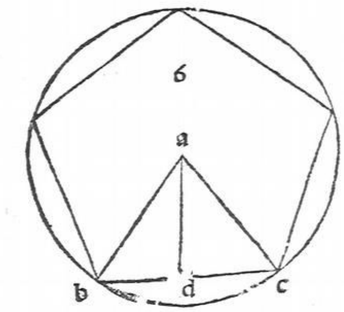
Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulusq; figure viginti basium quos eadem spera circũscribit vno eodemq; circulo circumscribuntur.

Sit spera cuius diameter .a.b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit .c. & ycocedron cuius vnus ex .20. triangulis sit .d. Pentagono autem .c. Et trigono .d. super duo centra .d. & .c. circumscribantur duo circuli huic quidem .f.c. ex .14. quarti illi vero .k.d. ex .5. eiusdem. Dico itaq; ꝙ hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum .c. Alter vero trigonum .d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni .c. vnum ex suis angulis continentia litteris .e.f. & .f.g. & protrahatur linea .e.g. que subtendat angulum .f. Et semidiameter circuli que sit .c.f. Vnumquodq; ex lateribus trigoni .d. signetur litteris .k.h. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit .d.k. Dehinc sumatur linea .l.m. ad quam sit linea .a.b. que est diameter spere assignate quincupla in potentia. Que quidem .l.m. diuidatur in .n. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Sitq; maior portio eius linea .l.n. Et secundum quantitatem totius .l.m. lineetur circulus .p.q. Itaq; semidiameter circuli .p.q. sit equali linee .l.m. Eritq; ex correlario .15. quarti linea .l.m. tanq̃ latus exagoni equilateri circulo .p.q. inscripti. Ideoq; per tertiam huius linea .l.n. erit tanq̃ latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex .11. quarti inscribatur pentagonus equilaterus circulo .p.q. cuius vnum latus sit .p.q. eritq; ex .10. tredecimi libri quadratum .p.q. equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis. Cōstat autem ex demonstratione .16. tredecimi ꝙ .h.k. est equalis .p.q. ergo quadratum .h.k. est equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est ꝙ .e.g. est latus cubi ab eadem spera circumscriptibilis. Quare per correlarium .14. tredecimi .a.b. que est diameter spere potentialiter est tripla ad .e.g. que est latus cubi. Si autem .e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema patet ex demonstratione .17. tredecimi ꝙ .e.f. est tanq̃ maior portio eius. igitur ex secunda huius .e.g. ad .l.m. sicut .e.f. ad .l.n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per .21. sexti quadratum .e.g. ad quadratum .l.m. sicut quadratum .e.f. ad quadratum .l.n. Quare per .13. quinti quadrata duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta sicut quadratum .e.g. ad quadratum .l.m. ergo per .15. quinti: & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta sicut triplum quadrati .e.g. ad quadratum .l.m. Ttriplum autem .e.g. quadrati est tanq̃ quadratum .a.b. ex correlario .14. tredecimi. At quadratum .a.b. est per ypotesim quincuplum ad quadratum .l.m. ergo triplum quadrati .e.g. quincuplum quoq; est quadrati .l.m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta & quia probatum est ꝙ quadratum .h.k. est equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis, Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum .e.g. & .e.f. sit quincuplum ad quadratum .h.k. Constat autem ex .8. tredecimi ꝙ quincuplum quadrati .h.k. est quindecuplum ad quadratum .d.k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat ꝙ triplum quadratorum .e.g. & .e.f. est quincuplum quadrati.e.f.nam simplum est quindecuplũ. Itaq; quincuplum quadrati.c.f. est equale quincuplo quadrati.d.k.ideoq; per.15.quinti quadratum.c.f. est equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f.est equalis linee.d.k. Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum.c.est.equalis circulo circumscribenti trigonum.d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f.&.d.k.

Propositio .6.

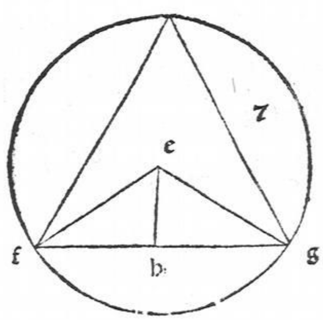
Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq; sub latere ipsius pentagoni cõtinetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.



¶ Sit pẽtagonus.a.vna ex.12.basibus figure duodecedri & vnum ex eius lateribus sit.b.c.sibiq; ex.14.quarti circumscribatur circulus supra centrum.a.&.protrahantur linee.a.b.&.a.c.&.a.d.perpendicularis ad.b.c. Dico ergo ꝙ trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.est equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a.esse diuisibilem in quinq; triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.8.primi.itaq; omnes.12.pentagoni duodecedri cum omnes sint equales & similes pentagono a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quorum quisq; per.8.primi est equalis triangulo.a.b.c. Quod autem fit ex.a.d.in.b.c.est duplum per.41.primi:ad triangulum.a.b.c.ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.est sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum.a.b.c.sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis:quod est propositum.

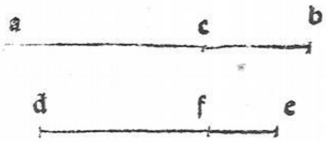
Propositio .7.

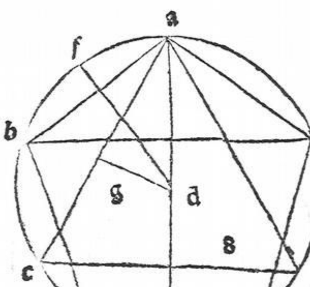
Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq; sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.

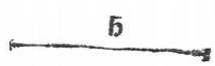


¶ Esto enim hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri & vnũ ex eis lateribus sit.f.g.Sibiq; ex.5.quarti circumscribatur circulus super cẽtrum.e.& protrahantur linee.e.f.e.g.&.e.h.perpendicularis ad.f.g. Dico igitur ꝙ trigincuplum eius quod fit ex.e.h.in.f.g.est equale omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis. Constat enim trigonum.e.esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono.f.g. Itaq; omnes.20.trigoni ycocedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sunt tanq̃ sexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41.primi quod fit ex.e.h.in.f.g.est duplum trigoni.e.f.g. Ideoq; trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius:sequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g.sit equale omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

¶ Manifestum igitur est ꝙ proportio superficierũ figure duodecim basium in aliqua spera contente ad superficies figure viginti basium in eadem spera concluse:est tanq̃ proportio tetragoni contenti sub latere pẽtagoni ipsius figure duodecim basiũ & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus pentagoni:ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis viginti alchaidarum.







¶ Quod per illud correlarium concluditur verũ esse siue figura.12.basiũ & figura.20.basium sint ab eadem spera circumscriptibiles vt proponitur siue etiam fuerint circumscriptibiles a diuersis speris. Proponitur autem prout hee figure, sint circumscriptibiles ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex.6.huius ꝙ trigincuplum.a.d.in.b.c.equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus.a.est. vna ex.12.superficiebus. Et ex hac.7.constat similiter ꝙ trigincuplum.e.h.in.f.g. equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus. Siue illud duodecedron & istud ycocedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq; proportio trigincupli.a.d.in.b.c.ad oẽs sũpficies illius duodecedri p̃iter acceptas est sicut trigincupli e.h.in.f.g.ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobiq; enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum.a.d.in.b.c. ad trigincuplum.e.h.in.f.g.sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri & per.15.quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per.11.quinti ꝙ proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id quod fit ex.e.h.in.f.g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Propositio .8.

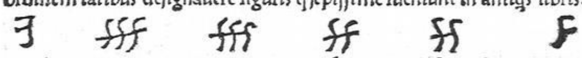
Proportio cunctarum superficierũ corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas que ab vna spera ambo circumscribuntur est tanq̃ proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus triãguli ipsius corporis vigiti basiũ.

¶ Vt ab huius.8.demonstrationis libri.14.processu ambiguitas omnis abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq̃ dimidium sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit & eius maior portio est tanq̃ dimidium maioris sue duple. Verbi gratia sit.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in.c. Et maior eius portio sit.a.c.& sit.d.e.tanq̃ dimidium.a.b. Et d.f.tanq̃ dimidium.a.c.Dico ergo ꝙ.d.e.diuisa est in.f.secundum proporionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius est.d.f. Constat enim ex.15.quiti ꝙ proportio a.b.ad.a.c.est sicut.d.e.ad.d.f. Videlicet duplum ad duplũ tanq̃ simplum ad simplum. Quare pmutati.a.b.ad d.e.sicut.a.c.ad.d.f. Igitur per.19.quinti.c.b.ad.f.e.sicut.a.b. ad.d.e. Est itaq;.c.b.dupla ad f.e.sic enim est.a.b.ad.d e. Cum igitur tota.a.b.sit dupla ad totam.d.e.& singule partes.a.b.ad singulas partes.d.e. quare ex.15.quinti &.11.eiusdem & diffinitiõe linee diuise secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema. Erit linea.d.e.diuisa in.f. quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod ppositum est insistamus. Ad cuius exemplum sit.a.b.c.circulus cuius centrum.d.circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycocedri que ambo pariter eadẽ spera circumscribit & concludit. Nam ex.5.huius manifestum est ꝙ idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea.a.b latus pentagoni & linea a.c.trigoni. Sitq; linea.h.tanq̃ latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq; ꝙ proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea.h.ad lineam.a.c. Producatur quidem a centro.d.perdendicularis ad.a.b.q̃ transeat vsq; ad circũferẽtiam secans.a.b.in puncto.e.& arcum eius in puncto.f. Hãc aũt ppẽdicularem cõstat diuidere p eq̃lia tam lineam.a.b.q̃.eius arcum chordã quidem.a.b.p scd̃am ptem tertie tertii; arcũ vo eius p q̃rtã pmi &.27.tertii.&

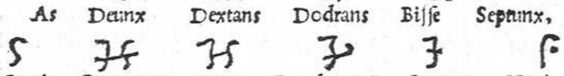
igitur arcus.f.a.decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chor-
da.a.f.que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex.9.
tredecimi linea constans ex.d.f.f.a.diuisa secundum proportionem ha-
bentem medium duoq; extrema. & maior portio eius erit linea.d.f. At
vero ex prima huius.d.e.est equalis dimidio.d.f.dimidioq;.f.a.in lon-
gum directumq; coniunctis. Sit igitur.d.g.perpendicularis ad.a.c.eritq;
ex correlario.8.tredecimi.g.d.tanq̃ dimidium.d.f. Itaq; si a linea.d.e.
que est tanq̃ dimidium.d.f.a.cum.d.f.&.f.a.sit linea vna: detrahatur
equalis.d.g.que est tanq̃ dimidium.d.f.erit per illud quod ante hoc pro
batum est linea.d.e.diuisa secundum proportionem habentem medium
duoq; extrema & maior portio erit tanq̃.g.d. Ex demonstratione autem
17.tredecimi constat ꝙ si linea.h.que est latus cubi diuidaturq; secundum
proportionem habentem medium duoq; extrema maior portio eius erit
tanq̃.a.b.que est latus pentagoni figure.12.basium. Itaq; per secundam hu
ius proportio.h.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d. Quare per primam partem
15.sexti quod prouenit ex.h.in.g.d.equum est ei quod fit ex.a.b.in.d.e.
Ex correlario autem premisse manifestum est ꝙ proportio omnium su-
perficierum duodecedri cuius latus.a.b.pariter acceptarum ad omnes su
perficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas est sicut eius quod fit ex
a.b.in.d.e.ad illud quod fit ex.a.c.in.g.d. Igitur ex prima parte.7.quin
ti &.11.eiusdem proportio eius quod prouenit ex.h.in g d.ad illud quod
prouenit.ex.a.c.in.g.d.est. sicut omnium superficierum illius duodece-
dri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex.h.in g.d.
ad illud quod prouenit ex.a.c.in.g.d.est per primam sexti sicut.h.ad.a.
c. Itaq; per.11.quinti proportio omnium superficierum illius duodecedri
ad omnes huius ycocedri est sicut.h.ad.a.c.quod est propositum. Hoc ip
sum aliter probare poterimus.si ad ipsum huius antecedens necessarium
premiserimus quod est.

**Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur re-
ctangulum ꝙ sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextã-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contine
tur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.**

Maiores nostri vnumquodq; integrum in.12.partes equales intellectu
& ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum assem: voca
uerunt: vndecim vero earum dixerunt deuncẽ.decem autem dextantem
nouem dodrantẽ.octo vero bisse.at septem septuncem septãtẽ vel q̃cuncem.
sex autem semis: quinq; quinquincem.quatuor trientem.tres autem qua-
drantem.duas vero sextantem.vnam autem appellauerũt vnciam easq; per
ordinem talibus designauere figuris q̃ sepissime ineniunt in antiqs libris.

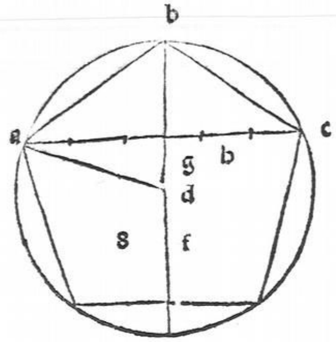


As Deunx Dextans Dodrans Bisse Septunx,



Semis Quantunx Triens Quadrans Sextans Vncia

Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus.12.fractiones. Sed alia via diuiserũt.nam medietatem vncie dixe-
runt semiunciam.tertiam vero duellam.q̃rtã sicilicum.sextam sexculam.
octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimãoctauam tremis-
sem. vigesimamquartam scrupulum.quadragesimamoctauam obulum.
septuagesimamsecundam bissiliquam. nonagesimamsextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie sili
quam nominauerunt. His autem.12. fractionibus vncie posteriores adiun
xere calcum. Est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars vnciet
cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron &
diapente simphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distincta-
rum harum fractionum denominatio conscenderet vel contenderet &

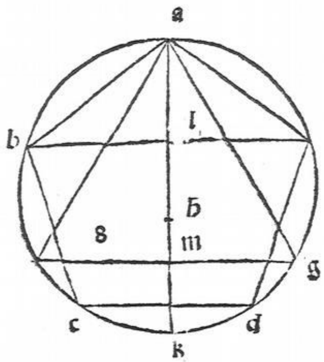


ipsas omnes s'm ordinem talibus annotauere figuris.

Semiunciā Duella Sicilicus Sexcula Dragma Emiffecla Tremissis

Scrupulus Obulus Bissiliqua Cerates Siliqua Calcus

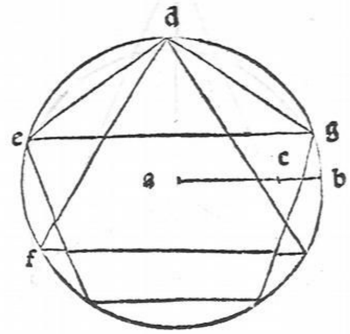
Eius ergo quod dicitur: sensus est: ꝙ si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas linee subtendentis vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus.a.b.c.super centrum.d. eiq; ex.11.quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnū ex suis angulis continentia sint.a.b.⁊.b.c. Et angulo.b.subtendatur linea.a.c.⁊ protrahatur diameter.b.d.e. secans lineam.a.c.per equalia in puncto.g. Sitq;.d f.medietas.d.e.⁊.g.h.dupla ad.h.c.eritq;.b.f.dodrās diametri: est enim tres quarte ipsius ⁊.a.h.erit dextans.a.c.est enim.5.sexte eius: protrahatur autem linea.a.d. Dico ꝙ illud quod prouenit ex.b.f.in.a.h.est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim.a.g.sit perpendicularis ad.b.d.erit ex.41.primi illud quod prouenit ex b.d.in.a.g.duplum ad triangulum.a.b.d. Ideoq; quod prouenit ex.b.f.in.a.g.triplum erit ad eundem triangulum. ⁊ quod prouenit ex.b.f.in.h.g.duplum ⁊ ex.b f.in totam.a h.quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum cōstat ꝙ istud quod fit ex.b.f.in.a.h est equale pentagono ⁊ illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promisimus demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrum.h.inscripti pētagonus figure.12.basium.⁊ trigonus figure.20.basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex.5.huius ꝙ huius duodecedri pentagonus ⁊ illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq; pentagonus.a.b.c.d.e. ⁊ trigonus.a.f.g.⁊.angulo.a.pentagoni subtendatur linea.b.e. que ex demonstratione.17.tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq; diameter.a.h.k.secans orthogonaliter ⁊ per equalia vtranq; duarum linearum.b.e.⁊.f.g. Hanc quidem in puncto.l. illam vero in puncto.m. Dico ergo ꝙ proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes ycocedri quorum pentagonus ⁊ trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee.b.e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. Constat enim ex correlario octaue tredecimi ꝙ linea.h.m.est.dimidium linee.a.h. Ideoq;.a.m.erit dodrans diametri.a.k.est enim eius tres quarte. Sit ergo.l.n dupla ad.n.e.eritq;.b.n.dextans.b.e.est enim quinq; eius sexte. Itaq; per premissum antecedens quod prouenit ex.a.m.in.b.n. erit equale pentagono.a.b.c.d.e. Quod autem prouenit ex.a.m.in.m.f.est equale triangulo.a.f.g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut.b.n.ad.m.f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.quod ex.15.quinti ⁊ equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem.b.n est tanq̄ decuplum.b.e.nam.12.dextantes coequant.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplum vero.m.f.est tanq̄ decuplum.f.g.nam.f.g.est dupla ad m f.igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli b.e.ad decuplum.f.g. ⁊ quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecedri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri ⁊ quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplum.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g. ⁊ hoc est quod oportuit nos demonstrare.

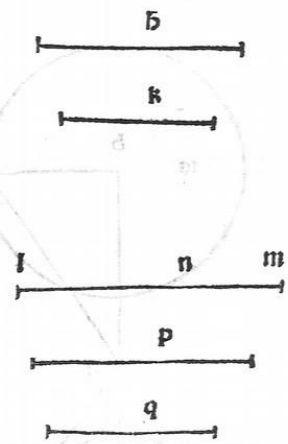


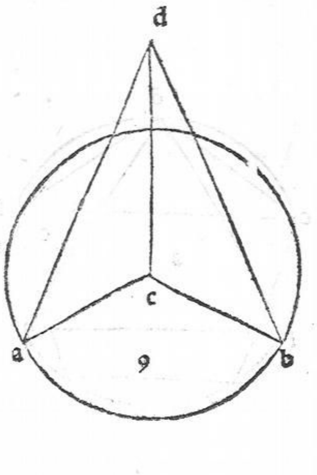
Propositio .9.

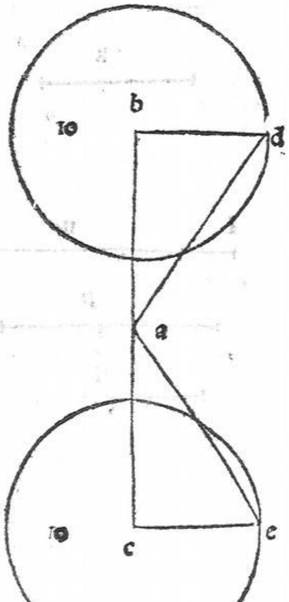
Diuisa qualibet linea scdm pportionem habẽtem medium duoq; extrema erit pportio linee potẽtis supra totam lineam eiusq; maiorem portionem ad lineam potẽtem supra totam eiusdemq; minorem portionem tanq̃ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso in eadem spera contenti.

¶ Sit linea.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius sit linea.a.c.& super centrum.a.secundum quantitatem linee.a.b.describatur circulus.d.b.e. Eiq; inscribatur ex.11. quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.d.e. Et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit.d.f. Et vni ex angulis pentagoni qui sit.d. subtendatur linea.e.g. Constat igitur ex.5.huius ꝙ spera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e.circumscribit simul ycocedron cuius trianguli latus est.d.f. Et ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est ꝙ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g. Sumatur ergo linea.h.potens super totam a.b.& eius maiorem portionem a.c. Et sumatur.k.potens super totam.a.b.& minorem eius portionem.b.c. Dico itaq; ꝙ proportio.e.g.ad.d.f.hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spera contenti: est sicut.h.ad.k. Constat quidem ex correlario.15.quarti ꝙ.a.b.est tanq̃ latus exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti. Igitur ex tertia huius a.c.est tanq̃ latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per.10.13. d.e.potens est super totam.a.b.& eius maiorẽ portionem.a.c. Quare.d.e.est equalis.h. Nam quadratum vtriusq; earum tantum est quantum quadrata duarum linearum.a.b.&.a.c.pariter accepta. Patet autem ex octaua.13.ꝙ.d.f.est tripla est potentialiter ad.a.b. At vero ex.5.eiusdem patet ꝙ.k.quoq; tripla est potentialiter ad.a.c.ergo ex secunda parte.11.sexti proportio.d.f.ad.a.b.est sicut.k.ad.a.c. Quare permutatim.d.f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c. Et quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est ꝙ si.e.g.diuidatur secundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq̃.d.e. Erit per secundam huius proportio.e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. Quare per.11.quinti erit quoq;.e.g.ad.d.e sicut.d.f.ad.k. Et permutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et quia per primam partem.7.quinti.d.e.ad.k.sicut.h.ad.k. Eo ꝙ.d.e.& h.sunt equales Erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.quod est propositum. Non solum autem est proportio.e.g.lateris cubi ad d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem portionẽm. Nam singulaꝝ lineaꝝ talium ẽ pportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheses circa lineas a.b.h.&.k. Et sumatur quoq; quelibet alia linea que sit.l.m.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in.n.& portio maior sit.l.n. Sitq; linea.p.potens super totam.l.m.& eius maiorem portionem.l.n. Et linea.q.sit potens super totam l.m.& eius minorem portionem m.n. Dico ergo ꝙ proportio.p.ad.q.est sicut.h.ad.k. Cõstat enim ex secunda huius ꝙ.b.a.ad.a.c.est sicut.l.m.ad.l.n. Ergo per primam partem.21.sexti quadrati.b.a.ad quadratum.a.c.est sicut quadrati.m.l.ad quadratum.n.l. Quare coniunctim quadrati.h.ad quadratum.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratum l.n. Et pmutatim q̃drati.h.ad quadratũ.p.sicut quadrati.a.c.a.q̃dratum l.n. Eodẽ argumentatiõis genere sequit̃ ꝙ pportio q̃drati.k.ad q̃dratũ.q.est sicut quadrati.c.b.ad quadratum.n.m. Et quia ex secunda huius & ex prima parte.21.sexti quadratum.a.c.ad quadratum.l.n.sicut quadratum c.b.ad quadratum.m.n. Erit.ex.11.quinti quadratum.h.ad quadratum p.sicut quadratum.k.ad quadratum.q. Quare per secundam partem.21.









ſexti.h.ad.p.ſicut.k.ad.q.Et permutatim.h.ad.k.ſicut.p.ad.q.quod erat demonſtrandum. Et ne quiſq̃ dubitationis locus ea que demonſtranda reſtant obfuſcet: premittenda adhuc arbitramur quedam quibus ſequentia firmo demonſtrationis robore inconcuſſa permaneant.

Si aliqua plana ſuperficies ſperam quamlibet ſecet communis differentia plane ſuperficiei ſecantis & curue ſuperficiei ſpere erit circumferentia continens circulum.

Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſperam & ſit linea.a.b.communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſpe. Dico ꝙ linea.a.b.eſt.circumferentia circuli. Aut enim centrum ſpere eſt in plana ſuperficie ſecante.aut extra. Quod ſi fuerit in ea ponatur vbicunq; contigerit & ſit.c. Quia ergo tota linea.a.b.eſt in ſuperficie ſpere & quia omnes linee ducte a centro ſpere ad ipſius circumferentiam ſunt equales quemadmodum conſtat ex diffinitione ſpere. ſequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineam.a.b.ſint equales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea.a.b.circulus & eius centrum eſt.c. videlicet idem ꝙ centrum ſpere. Si autem centrum ſpere fuerit extra ſuperficiem ſecantem: ponatur ergo vbilibet quod ſit.d. a quo ſecundum doctrinam .n. vndecimi ducatur linea.d.c.perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem. Et protrahantur ab eodem centro.d.due linee recte quomodocunq; contingat ad lineam.a.b.que ſint.d.a.&.d.b. Et iungatur.c.cum.a.& cum.b. Eruntq; due linee.d.a.&.d.b.equales. Eo ꝙ ipſe ſunt a centro ſpere ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad ſuperficiem. Manifeſtum eſt ꝙ anguli.d.c.a.&.d.c.b.ſunt recti. Ideoq; ex penultima primi & iſta communi ſcientia: que equalibus ſunt equalia inter ſe ſunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum.c.d.&.c.a.pariter accepta equalia quadratis duarum linearum.d.c.&.c.b.pariter acceptis Dempto itaq; vtrinq; quadrato.d.c. Erit quadratum.c.a.equale quadrato.c.b. Quare & linea.c.a.linee.c.b. Eodem argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas a puncto c.ad.lineam.a.b.eſſe equales ergo ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea.a.b.eſt circulus & eius centrum eſt c.quod eſt propoſitum.

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt ꝙ cum ſuperficies ſecat ſperam ſuper centrum eius ſector proueniens in ſuperficie ſpere eſt linea continens circulum cuius centrum eſt centrum ſpere.

Cum autem ſuperficies ſecat ſperam non ſuper centrum eius ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſpere eſt linea continens circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro ſpere ad ſuperficiem ſecantem.

Amplius autem dico ꝙ

Si in ſpera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro ſpere ad ſuperficies illorum circulorum erunt ad inuicem equales.

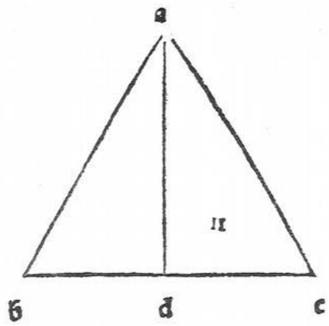
Sint i ſpera cuius cētrum.a.ſignati duo circuli.b.&.c.equales. Ad quorum ſuperficies protrahantur a centro ſpere videlicet a puncto.a.perpendiculares ſecundum ꝙ docet.n.vndecimi. Ad hunc quidem.a.b. Ad illum autem.a.c. Dico ꝙ due linee.a.b.&.a.c.ſunt equales. Protrahantur enim a punctis.b.&.c ſingule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In h quidem.b.d. In illo autem.c.e. Et iungatur a.cum d &.cum.e. Eritq; ex diffinitione linee ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis vterq; duorum angulorum.a.b.d.a.c.e rectus. At vero ex ſecunda parte premiſſi correlarii. Manifeſtum eſt ꝙ duo puncta.b.&.c.ſunt centra circulorum.b.c. Ideoq; due linee.b.d.&.c.e.ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur equales ſequitur ex diffinitione equalium circulorum has ſemidiametros eſſe equales. Et quia due linee.a.d &.a.e.ſint equales quia ſunt ducte a centro ſpere ad eius ſuperficiem. Erunt ex penul.primi due perpendiculares.a.b.&.a.c.equales.

Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus,

Propositio. 10.

Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristei & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est q̄ circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquus vero trigonum ycocedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. 5. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri: coni autem earum sunt centrum spere. atq; piramides quarum bases sunt trigoni ycocedri: & coni earum similiter centrum spere sunt eque alte. Cunctarum quidem piramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidem cuius basis trigoni ycocedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad piramidem cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hee autem. 12. piramides quarum sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanq̃ totum corpus ipsius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq̃ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad piramidem cuius basis est trigonus ycocedri est sicut proportio omnium superficierum. duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare rursus ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vingincuplum trigoni ycocedri. Cum igitur vigincuplum huius piramidis sit tanq̃ totum corpus ycocedri ad vigincuplum istius trigoni tanq̃ omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportiōe horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli cosporis ycocedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̃ proportio lateris cubi eidemq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema est proportio linee potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem spera circūducti sicut ex 9. huius demōstratū ē erit ēt ex. 11. qnti vt diuisa qualibet linea fm pportionē hñtem mediū duoq; extrēa sit pportio liee potētis sup totā & eius maiorē portionē ad lineā potentem super totam & eius minorem portionem veluti proportio corpo ris duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadem spera circũscribit. Ex dictis igitur manifestum est ꝙ proportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circumscripti. Itẽq; proportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam ſm proportionem habẽtem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineã potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadẽq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee ſm ꝓportionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tũ magnitudine tũ basium numero tũ etiam figura irrationali quadam simphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est ꝙ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam ſm prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.



Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potẽtialiter sexquitertium esse conueniet

Sit enim triangulus equilaterus .a.b c. ducaturq; ab angulo .a. linea .a.d. perpendicularis ad basim: dico ꝙ .a.b. ẽ potentialiter sexquitertiam ad .a.d. Sunt quidem ex .5 primi duo anguli b. & .c. equales. Et quia anguli ad . d . sunt recti erit per .26. primi linea .b. c. diuisa per equalia in puncto .d Itaq; ex quarta secundi quadratum b.c. quadruplum est ad quadratum .b.d ideoq; etiam quadradratum .a.b. q̃druplum est ad quadratum .b.d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum .a.d. & .b.d. pariter accepta q̃druplum sunt ad q̃dratum .b.d. itaq; quadratum .a.d. triplum est ad q̃dratũ .b.d. cõstat ergo ꝓpositũ.

Propositio. .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

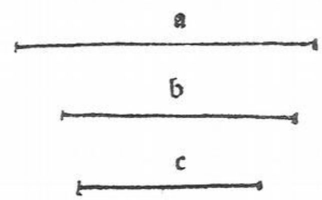
Sit vt ꝓus triangulus .a.b.c. equilaterus & sit latus eius a.b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; ꝙ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis .a.d. ab angulo .a. ad basim. Eritq; ex premissa & ex .6. decimi & diõne superficiei rationalis quadratum linee a.d. rationale & linea .a.d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte .7. decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee .a.b. ideoq; & linee .b.d. que est tanq̃ eius dimidium. Sunt itaq; due linee .a.d. & b.d. rationales potentialiter tantum cõmunicantes. Igitur ex .19. decimi superficies vnius earum in alteram est medialis. Cumq; superficies vnius eaꝝ in alteram sit equalis trigono .a.b.c. cõstat veꝝ esse quod diximus.

Propositio .13.

Cuncte superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triangularium & equilateraram reliquum vero est corpus octobasium triangularium & equilateraꝝ pariter accepte: si diameter spere ea circũscribentis rõnalis fuerit componunt superficiem medialem.

Nam ſi diameter ſphere alterum duorum propoſitorum corporum circũſcribentis fuerit rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tũc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus piramidis rationale in potentia & ex correllario .15. eiuſdẽ latus quoq; corporis octo baſium rationale in potentia. Quare per premiſſam trianguli qui ſunt baſes vtriuſlibet corporis erunt ſuperficies mediales. Et quia trianguli vtriuſlibet eorum ſibi adinuicem ſunt equales: erunt ex .21. decimi omnes ſuperficies vtriuslibet eorum pariter accepte componẽtes ſuperficiciem medialem quemadmodum proponitur &c.

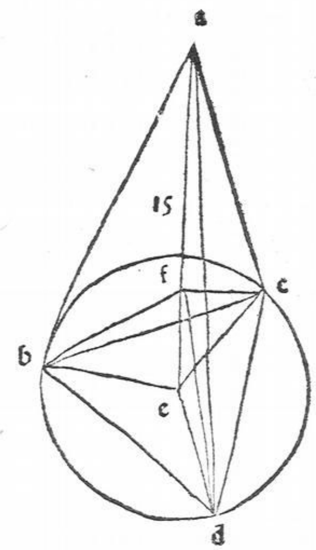
Propoſitio .14.



Si tetracedron & octocedron vna eadẽq; ſphera circumſcribat erit vna ex baſibus tetracedri ſexquitertia ad vnam ex baſibus octocedri. Omnes aũt baſes octocedri pariter acceptas ad omnes baſes tetracedri pariter acceptas ſexquialteram proportionem habere neceſſe eſt.

Sit aliqua ſphera cuius diameter .a. circũſcribens piramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaq; q triangulus eqlaterus cuius latus .b. ſexquitertius eſt ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et q ſuperficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusq; quorum eſt latus .c. ſexquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quorum eſt latus .b. Conſtat enim ex correl. .13. tredecimi q quadratum .a. ad quadratum .b. ſicut .6. ad .4. Igitur econuerſo quadratum .b. ad quadratum .a. ſicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiuſdem manifeſtum eſt q quadratum .a. ad quadratum .c. ſicut .6. ad .3. Itaq; per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. ſicut .4. ad .3. Quadratum aũt .b. ad quadratum .c. eſt ſicut trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobiq; enim eſt ſicut .b. ad .c. proportio duplicata ex ſecunda parte .18. ſexti. Igitur trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. ſicut .4. ad .3. Quare conſtat prima pars propoſiti. Ex quo euidenter elicitur ſecunda. Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus eqlaterus cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. ſicut tria ad quatuor. Ideoq; octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. eſt ſicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii hoc eſt ſicut .24. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. eſt omnes baſes octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. ẽ omnes baſes piramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. eſt ſexquialtera ſequitur vt ſuperficies quam componunt omnes baſes octocedri cuius latus .c. ad ſuperficiem quam componũt omnes baſes piramidis cuius latus .b. ſexquialtera ſicut diximus in proportione reſpiciat.

Propoſitio .15.

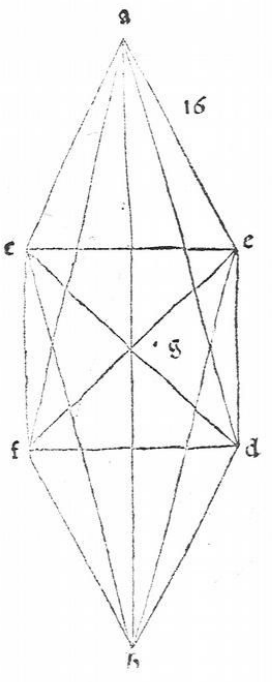


Piramide quatuor baſium triangularium atq; equilaterarum intra ſperam quamlibet collocata ſi a quolibet angulorum eius per cẽtrum ſpere recta linea ad baſim ducatur in centrum circuli baſim circumſcribentis eam cadere atq; eidem baſi perpendiculariter inſiſtere neceſſario comprobatur.

Sit piramis .a.b.c.d. 4. baſium triangularium atq; equilateranum intra spheram aliquam cuius centrum ſit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum iſtius piramidis poſſit eſſe conus eius at quilibet quatuor triangulorum baſis. Imaginemur nunc eius ſolidum angulum a. eſſe conum & triangulum .b.c.d. imaginemur eſſe baſim. Atq; huic baſi intelligamus circumſcriptum eſſe circulum .b.c.d. Dehinc a puncto .a.

ſ

quem imaginati ſumus conum piramidis ducamus ad baſim . b .c.d. lineam rectam tranſeuntē per punctum.f.qui eſt centrum sphere circum ſcribentis piramidem de qua diſputamus. Et occurrat hec linea ſuperfi-ciei .b.c.d. quam imaginati ſumus baſem piramidis ſuper punctum .e. Dico igitur ꝙ punctum.e. eſt centrum circuli .b.c.d.& ꝙ linea a .f.e. eſt perpendicularis ad ſuperficiem.b.c.d. Producam enim lineas .f.b.f.c.f. d. Et quia quatuor puncta.a.b.c.d ſunt in ſuperficie ſphere cuius cētrum f.propter hoc ꝙ illam ſpheram poſitum eſt circumſcribere hanc pirami-dem. Erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales ſunt enim ducte a centro ſphere ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera.a. f.&.f.b.trianguli.a.f.b.ſunt equalia duobus lateribus.a.f. &.f.c. trianguli a.f.c.& baſis.a.b. baſi.a.e. ¶ Nam piramis poſita eſt equilatera . Erit ex octaua primi angulus.a.f.b.equalis angulo.a.f.c. Ideoq; per.13.primi an gulus quoq; .b.f.e. erit equalis angulo.c.f.e. ¶ Eodem modo proba-bis angulum . d .f.e. eſſe equalem angulo .c.f.e. ¶ Neceſſe eſt enim ex octaua primi vt angulus.a.f.e.ſit equalis angulo.a.f.d.quare per.13.pri-mi angulus quoq;.c.f.e.erit equalis angulo.d.f e. Sunt igitur tres anguli b.f.e.c.f.e.d.f.e. adinuicem equales. Protractis igitur lineis.e.b.e.c.&.e. d.ſequitur ex quarta primi bis aſſumpta eas eſſe adinuieem eq̄les. Ideoq; per.9.tertii punctus.e.eſt centrum circuli.b.c.d. Et quia perpendicularis ducta a centro ſphere ad ſuperficiem cuiuſlibet circuli eam ſecantis cadit ſuper centrum eiuſdem circuli ſicut ex his que premiſſa ſunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didiciſti conuincitur lineam.a.f.e.eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli.a.b.c. quemad modum proponitur . ¶ Sinautem erunt eiuſdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impoſſibile exhoruit.



Propoſitio .16.

Solidum octo baſium triangularium atq; equilaterarum quod ab aliqua ſphera circumſcribitur diuiſibile eſt in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis eſt ſemidiametro ſphere: baſis autem vtriuſq; quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphere.

¶ Eſto corpus octo baſiū triāgulariū atq; eq̄laterarū cuius ſex anguli ſint a.b.c.d.e.f.circūſcriptum a ſpera cuius centrum.g. Cōſtat itaq; ꝙ ſex pun cta a.b.c.d.e.f.ſunt in ſuperficie sphere cuius centrum.g. Si igitur centrū g.iungatur cum quolibet horum ſex punctorum erunt due linee iungen tes ipſum eis ad inuicem equales cum ipſe ſint a centro sphere ad ſuperfi ciem. Cum autem ex correl.15.tredecimi ſit diameter ſpere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta ª ſecundi latus huius corpo-ris potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphere. Quadratum ergo e.f.duplum eſt ad quadratum.c.g.ideoq; equale duobus quadratis dua-rum linearum.c.g.&.g.f.itaq; per penul. primi angulus .c.g.f. eſt rectus. eadē rōne quiſq; triū angulorū.f.g.d d.g.e.&.e.g.c.ē rectus q̄re p.14.p̄mi c.g.d.&.f.g.c.eſt linea vna: igitur ex ſecunda.11.quinq; puncta .e.f.d.e.g. ſunt in ſuperficie vna. Manifeſtum eſt autem ex quinta primi: &.32. eiuſ-dem ꝙ quilibet quatuor angulorum.c.e.d.f.eſt rectus.igitur ex diffini-tione quadrati ſuperficies.c.e.d.f.eſt quadrata.& quia latus eius eſt latus propoſiti corporis . conſtat ex correlario.15 tredecimi iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri sphere. conſimili quoq; ratiocinatio ne conſtat vtrāq; duarum linearum.a.g. & .g.b. cum qualibet quatuor linearum.c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulum rectum.ideoq; ex .4. vn-decimi vtranq; earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem . c . e . d.f. & ambas ſcilicet.a.g.&.g.b.per.14.primi componere lineam vnam : diui ſum eſt igitur propoſitum corpus in piramidem .a.c.f.d.e. cuius baſis c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere & in piramidem.b.c.f.d.e.cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

¶Castigator.

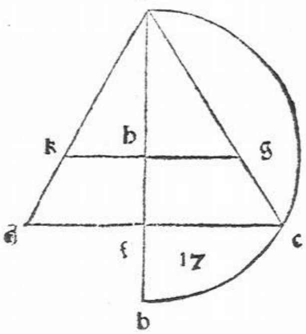
a ¶Ista quarta scđi isto medio aducitur. Nam cũ diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem.quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earũdem duarum medietatum. Et sic apparet ꝙ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem.Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8.est subduplus ad.16. Et ideo .8.qui est subduplus.est duplus ad quartam partem.16 .videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in ꝓposito latus.8. basium ,est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

Propositio .17.

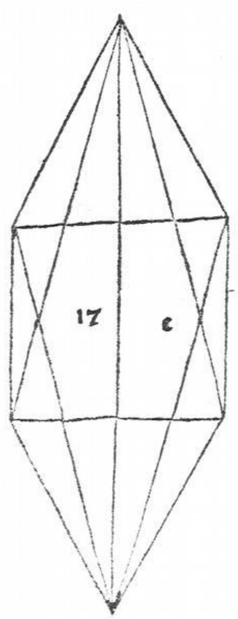
Piramidem quatuor basium triãgulariũ atq; equilaterarum sphera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; ꝑtiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratũ diametri sphere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphera circumducantur.

¶Sit sphera cuius diameter.a.b.& centrum.h.circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum .a.c.d.& corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit.e. Sitq; linea.l.m.potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que est latus piramidis. Et linea.n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimas septimas. Sitq;.p.quadratum diametri.a.b.Dico itaq; ꝙ proportio piramidis .a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut superficiei.l.m.in.m.n. ad quadratum.p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basim piramidis cuius vnum latus est.d.c.secare diametrum sphere in pũcto.f. Eritq; quemadmodum ex ratiocinatione.13.tredecimi manifestum est.a.f.dupla ad.f.b.Cunq; etiam.a.b. sit dupla ad.b.h. erit ex.19.quinti.b.f.dupla ad.h.f. Ideoq;.a.f. quadrupla ad.f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem.a.c.d.super centrum sphere equidistanter basi ipsius.*Sitq; linea.g.k.communis sectio huius superficiei & trianguli.a.c.d. Eritq; ex.17.vndecimi proportio.c.a.ad.a.g.sicut f.a.ad.a.h.⁊ Igitur.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3. Sic enim est ex euersa proportionalitate.f.a.ad.a.h.Constat etiam ex secunda parte.29.primi &.16. vndecimi &.10.eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similium superficierum & similium corporum ꝙ piramis .a.g.k. est similis piramidi.a.c.d. Ideoq; ex.8.duodecimi proportio piramidis.a.c.d. ad piramidem.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.⁊ Constat autem ex secunda octaui ꝙ proportio quatuor ad tres

a triplicata ē sicut.64.ad.27.ªitaq; proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē a.g.k.est sicut.64.ad.27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali.a.g.quam constat esse dodrantem linee.a.c.& ꝑducat linea .q.t. perpendicularis ad .r.s. eritq; ex .11. huius linea .q .t. potentialiter sub



ſexquitertia ad lineam.q.r. Ideoq; equalis.l.m. Adiiciat quoq; linee.r.ſ. linea.ſ.x.ita ꝙ ꝓportio.r.x.ad.r.s.ſit ſicut.64.ad.27. Diuidatq;.r.x.ꝑ eq̄lia in.v.vt ſit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.eſt.27.aut.r.x.64.Eritq;.r.u.equalis.m.n. Et ducantur linee.q.u.&.q.x.Eritq; ex prima ſexti proportio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.ſicut.64.ad.27. Cunq; per eandem triangulus.q.r.x.ſit duplus ad triangulum.q.r.u. At ex.41.primi quod fit ex.q.t.in.r.u.duplum quoq; ſit ad triangulum q.r.u. Erit quod fit ex.q.t.in.r.u.& ipſum eſt equale ſuperficiei.l.n.equale triangulo.q.r.x. Quare proportio ſuperficiei.l.n.ad triangulum.q.r.s.eſt ſicut.64.ad.27. Ideoq; ſicut piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. Manifeſtum eſt autem ex.15.huius ꝙ linea.a.f.eſt perpendicularis ad baſim piramidis.a.c.d. Ideoq; per.19.vndecimi linea.a.h.eſt etiam perpendicularis ad baſim piramidis.a.g.k. Igitur altitudo.a.g.k.piramidis eſt ſemidiameter sphere. Diuidatur itaq; octocedron.e.quemadmodum proponit premiſſa: erit itaq; vtraq; duarum piramidum ī quas ipſum.e.diuiditur eque alta piramidi.a.g.k.nam ſingularum altitudo eſt ſemidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate piramides eque alte ſuis baſibus ſunt proportionales vt in.6.duodecimi demōſtratum eſt erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq; earum in quas diuiditur octocedron.e.ſicut baſis eius ad baſes earum. quare per.24.quinti proportio piramidis.a.g.k.ad totum octocedron.e.eſt ſicut ſue baſis quam cōſtat eſſe equalem triangulo.q.r.s.ad baſes ambarum piramidum in quas diuiditur.e.pariter acceptas quas conſtat eſſe equales quadrato diametri sphere per premiſſam videlicet.p. Quoniam ergo proportio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k.eſt ſicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonum.q.r.s.videlicet.64.ad.27.& piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.ſicut trigoni.q.r.s.ad quadratum.p. Erit per equam proportionalitatem proportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.ſicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.& hoc erat demonſtrandum.



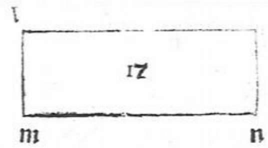
¶Caſtigator.

a ¶Cum.a.f.ſit quadrupla ad.f.h.&.a.h.tripla ad eandem ſequitur vt.4.ad.3.& cetera.

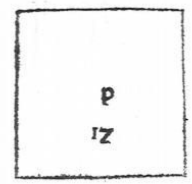
b ¶Et etiam.27.ad.8.&.125.ad.64.&c.quia per.11.diffi.quinti quatuor quantitatum cōtinue proportionalium prime ad quartam ſicut prime ad ſecundam triplicata & per ſecundam octaui quatuor numerorum minimorum ſecundum ſuam proportionem ſemper duo extremi ſcilicet primus & vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de neceſſitate cubi. Et ideo vnius ad alium ſemper proportio triplicata hoc eſt primi cubi.ad ſecundum numerum triplicata per dictam diffinitionem quinti.&c. Et ideo quamuis ibi acceperit.64.&.27.qui ſunt duo numeri cubi poterat accipere quoſcunq; duos alios cubos indifferenter inequales.cetera quoq; proſequendo vt dicitur. Idem eueniet &c. vt per te experiri poteris. Sed in caſu iſto cum per euerſam proportionalitatem fuit proportio lateris vnius ad latus ſibi relatium alterius vt.4.ad 3.triplicata fuit neceſſe ſumere.64.cubum.4.&.27.cubum ternarii arguendo vt dictum eſt per ſecundam octaui.ſed fuiſſet lateris ad latus.3.ad 2.triplicata per.8.12.tunc accepiſſet cubum ternarii.27.& cubum binarii 8.& ſic in ceteris &c. erunt de.4.&.3.continue.64.48.36.27.

¶Ex premiſſis igitur manifeſtum eſt quod perpendicularis veniens a centro ſphere piramidem quatuor baſium triangularium atq; equilaterarum circumſcribentis ad quamlibet baſim ipſius piramidis equalis eſt ſexte parti diametri ſpere.

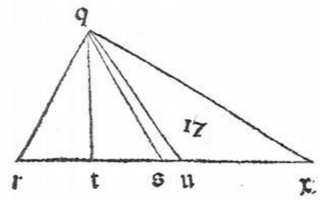
¶ Cum enim cuncti trianguli piramidem ambiẽtes ſint ſimiles & equales erunt quoq; circuli ipſos circumſcribentes equales. ideoq; perpendiculares a centro ſpere ad eoſdem circulos in eorum centra erunt etiam eq̄les. Perpendiculares autem cadentes ad circulos ſunt perpendiculares ad baſes piramidis itaq; perpendiculares ad baſes ſunt adinuicem equales. Linea autem .h.f. eſt perpendicularis ad baſim piramidis .a.c.d. quam .h.f. quia conſtat ex predictis eſſe ſextam partem diametri .a b. relinquitur ergo eſſe verũ quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonſtrare contingit ſi prius hoc antecedens fuerit ſtabili ratione firmatum.



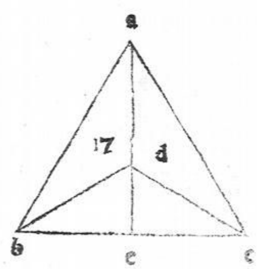
¶ In omni triangulo equilatero linea deſcendens ab vno angulorũ eius orthogonaliter ſupra baſim tripla eſt ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipſum circumſcribentis ad quolibet latus eius protrahitur.



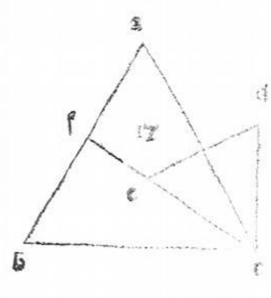
¶ Sit enim triangulus .a.b.c. equilaterus ſitq; .d. centrum circuli ipſum circumſcribentis a quo ducantur linee ad ſingulos angulos quas manifeſtum eſt eſſe equales cum ſint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta .a.b.c. incircumferentia circuli ipſum trigonum circũſcribentis. protrahatur autem .a.d. in continuum & directum quouſq; obuiet lateri .b.c. ſuper punctum .e. cõſtat igitur ex octaua primi ꝙ angulus .a.d.b. eſt equalis angulo .a.d.c. ideoq; ex .13. primi angulus .b.d.e. eſt eq̄lis angulo .c.d.e. quare per quartam primi .b.e. eſt equalis .e.c. & anguli qui ſunt ad .e. recti. Itaq; .d.e. perpendicularis eſt ad .b.c. veniens a centro circuli circumſcribentis trigonum .a.b.c. & .a.e perpendicularis eſt etiam ad .b.c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo ꝙ .a.e. tripla eſt ad .e.d. Conſtat enim ꝙ tetragonus qui fit ex .d.e. in .e.b. equalis eſt trigono .b.d.c. tetragonus quoq; qui fit ex .a.e. in .e.b. equalis eſt trigono .a.b.c. At quia trigonus .a.b.c. triplus eſt ad trigonum .d.b.c. eritq; tetragonus qui fit ex .a.e. in .e.b. triplus ad eum qui fit ex .d.e. in .e.b. Cũ igitur ex prima ſexti ſit proportio tetragoni .a.e. in .e.b. ad tetragonum ex .d.e. in .e.b. ſicut .a.e. ad .e.d. erit .a.e. tripla ad .e.d. quemadmodum proponitur.



¶ Neceſſe eſt ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri ſuper latus oppoſitum tranſeat ꝑ centrum circuli trigonum ipſum circumſcribentis.



¶ Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus ad hoc autẽ imaginemur piramidem quatuor baſium triãgularium atq; equilaterarum cuius vna ex quatuor baſibus cuius ſit trigonus .a.b.c. circumſcriptam eſſe a ſphera cuius centrum .d. & protrahatur linea .d.e. perpendicularis ad ſuperficiẽ trianguli .a.b.c. quam conſtat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumſcribentis. Dico igitur lineam .d.e. eſſe ſextam partem diametri ſphere propoſitam piramidem circumſcribẽtis. Producam enim lineam .d.c. & lineam .c.f. perpendicularem ad lineam .a.b. quam .c.f. ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum .e. & ex promiſſo antecedente triplam eſſe ad .e.f. Conſtat autem ex quarta ſecundi ꝙ ſecundũ quadratum diametri ſphere cuius centrum .d. eſt .36. eſt quadratum ſemidiametri .d.c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi eſt quadratum .b.c. 24. Et per .11. huius quadratum .c.f. 18. & per premiſſum antecedens quadratum .c.e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d.c. eſt equale quadratis duarum linearum .d.e. & .e.c. eſt autem quadratum .d.c. 9. & quadratum .c.e. 8. prout quadratũ diametri ſphere eſt .36. relinqtur quadratũ .d.e. vnum prout quadratum diametri ſphere eſt .36. Itaq; linea .e.d. eſt vnum prout diameter ſphere eſt .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonſtrationis genere demonſtrabitur nobis ꝙ ſemidiameter ſphere circumſcribentis corpus .8. baſium triangularium atq; equilaterarum tripla eſt in potentia ad perpendicularem a centro ſphere circumſcribentis ipſum ad quamlibet ſuarum baſium deſcendentem. ¶ Conſtat quidem quemadmodum dictum eſt prius ꝙ cum omnes baſes huius corporis



ſint equales & ſimiles erunt circuli ipſas circumscribentes equales ideoq; perpendiculares a centro sphere in ipſorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cunq; perpendiculares ad circulos baſium ſint quoq; perpendiculares ad baſes ſequitur vt perpendiculares a centro sphere ad ſingulas baſes adinuicem ſint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnam ſuarum baſium probetur: relinquetur verum eſſe quod proponitur. ¶ Sit itaq; vt prius triangulus .a.b.c. vna ex baſibus octocedri circumſcripti a ſphera cuius centrum .d. & cetera quoq; fiant vt prius. ¶ Cum igitur ex correl. 15. tredecimi diameter sphere ſit potentialiter dupla ad latus octocedri. ſequitur vt latus octocedri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphere. ideoq; cum quadratum linee .b.c. eſt 12. erit quadratum linee .d.c. que eſt ſemidiameter ſphere .6. ex .11. autem huius cum quadratum .b.c. eſt .12. quadratum .c.f. eſt .9. Ex premiſſo antecedente quadratum .c.e. eſt .4. itaq; cum quadratum .d.c. que eſt ſemidiameter ſphere eſt 6. quadratum .c.e. eſt .4. & quia ex penultima primi quadratum .d.c. eſt equale quadratis duarum linearum .c.e. & .e.d. ſequitur vt quadratum .e.d. ſit duo prout quadratum .d.e. eſt .6. conſtat ergo quod diximus.

Propoſitio .18.

Duplum quadrati quod ex diametro ſphere cubum circumſcribentis deſcribitur equum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoq; que a centro ſphere ad qualibet ex ſuperficiebus cubi p̄ducitur medietati lateris cubi eiuſdem equalis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

¶ Manifeſtum eſt enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter ſphere cubum includentis tripla eſt in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri ſphere triplum ſit ad quadratum lateris cubi & ita triplum: duplum quadrati diametri sphere equum ſit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi ſex quadrata que ex latere cubi in ſe producuntur. itaq; duplum quadrati diametri ſphere equū ē oībus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars ſecundam autem partē ex .18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire neceſſe eſt vt ex medietate lateris cubi in ſe quadrati producti ex diametro ſphere ipſum cubum ambientis cubi ſoliditas producatur.

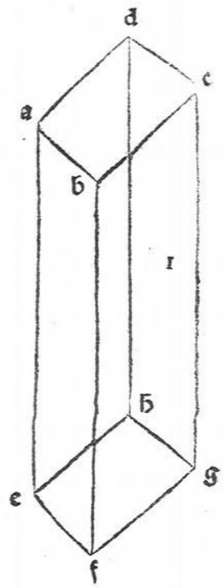
¶ Explicit liber decimuſquartus.

¶ Quintuſdecimus. Et vltimus Euclidis liber de quinq; regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorūdem difficillime figurationis omiſſione ſecundum optimam Campani traductionem. Magiſtro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Caſtigatore excellentiſſimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propoſitio prima.

Intra propoſitum cubum corpus habens quatuor baſes triangulas equalium laterum deſignare.

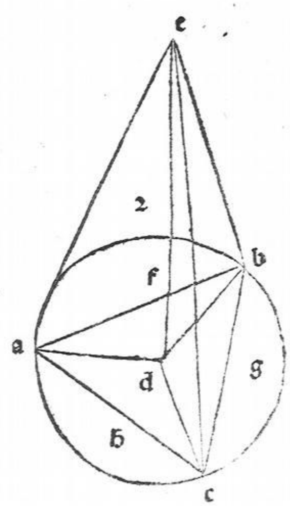
¶ Sit cubus cuius baſis eſt quadratum a.b.c.d.ſuprema vero eius ſupficies quadratum.e.f.g.h. Ipſum autem hac arte fabricare conueniet quadrato baſis ſm quamlibet lineam ex.45.primi deſcripto ſuper ſingulos angulos eius ex.12. vndecimi cathetus ſecundum menſurā lateris ipſius quadrati erigatur quos ex 6.vndecimi conſtat eſſe equidiſtantes. ¶ Quinq; ergo eorum bini & bini coraufto eis impoſito equidiſtāter lateri quadrati continuentur. ¶ Conſtat igitur eſſe compoſitum cubum:nam quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadrate ex.33.pmi & ex.34. eiuſdē & diffinitione quadrati. De ſuprema autem ſuperficie. manifeſtum eſt quoq; ꝙ ipſa eſt quadrata ex.10.immo.24.vndecimi & hac cōmuni ſcia que equalibus ſunt equalia: ſibi quoq; ſunt equalia: & ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor baſium triangulariū & equilaterarum inſcribere:in baſi & in eius ſuperficie ſuprema protrahātur due diametri quarum vna cōtinuet duas extremitates infimas duoꝝ cathetorum & alia continet ſupremas aliorum duorum quas animo intelliges.ſ.a.c.&.h.f. ¶ Dehinc a duobus punctis .h.&.f.terminātibus diametrum ſuperficiei ſuppreme demitte ypothemiſaliter binas & binas diametros que quatuor laterales ſuperficies diuidant quas imaginaberis eſſe ab.h.quidem.a.h.& h.c. At vero ab.f.f.a.&.f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempſi ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus piramidem quatuor baſium triangularium eſſe perfectam quā cubo ꝓpoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptam. Huius aūt piramidis baſes equilateras eſſe conſtat eo ꝙ ex quarta primi omnes iſte ſex diagonales ſunt ad adinuicem equales.



Propoſitio .2.

Intra datum corpus habēs quatuor baſes triangulas atq; equilateras corpus octo baſium triangularium equalium laterum diſtinguere.

¶ Si intra piramidem quatuor baſium triangularium & equilaterarum octocedron libeat inſcribere prius conuenit piramidem ipſam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur ſcd̄m cuiuſlibet linee quantitatem trigonus equilaterus qui ſit.a.b.c.cui circumſcribatur circulus ſupra centrum. d. Et exeat.d.e.perpendicularis ad ſuperficiem ipſius trigoni ex.12.vndeci-
a mi:que ponatur dupla eſſe [a] in potentia ad ſemidiametrum circuli circūſcribentis trigonum .a.b.c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemiſe ſuper tria puncta.a.b.c. ¶ Eſt itaq; completa piramis quatuor baſium trilaterarum & equilaterarum. Protrahantur enim.d.a.d.b.d c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d.cum ſingulis lineis.d.a.d.b.d.c.ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſuperficiem.cumq; quadratum linee.e.d. ſit ex ypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli .a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vniuſcuiuſq; trium ypothemiſarum lineaꝝ.e.a.e.b.e.c.triplū ad quadratū ſemidiametri circuli .a.b.c. ſed ex octaua tredecimi quadratū quoq; cuiuſq; triū lateꝝ triāguli.a.b.c.triplū ē ad q̄dratū ſemidiametri eiuſdē circuli. Igiť oia latera ſtatute piramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis .f.g.h. & ypothemisas cadentes ab .e. in punctis .k.l.m. & continuabo punctum .f. cum puncto .g. & cum .h. & cum .k. & cū .l. punctūq; .m. cū eisdem .g.h.k.l. & .g. cū .h. & cū .l. & .k. cū eisdē .h. & .l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

¶ Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonicum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.

INtra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam piramidē expremissa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius piramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quē admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad earumdem lateralium superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q centra earum tantum que se inuicem secāt continuas. Verbi gratia, iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cētro sinistre centꝝ quoq; vltie iunges cū eisdem, hoc est cū cētro dextre & cū cētro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basiū triāgulariū bis .12. lineis q̄ cētra supficieꝝ cubi cōplexū cōtinuant. ¶ Si igit̄ has bases equilateras esse probare volueris: a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertii: quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte .13. tertii patet adinuicem esse equales & eqdistantes lateribus cubi ex scda pte .28. pmi ioq; ēt singulas eē eq̄les dimidio lateris cubi. Igitur ex .10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere: eo q omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille .12. linee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent subtenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si mavis ex penultima primi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio .4.

Vtra datum corpus octo basium triangularium atque equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpus octo basium triãgularium atq; equilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpẽdiculares extrahe que componãt lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super comunem punctum sectionis earum quemadmodum 12. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiẽ in vtrãq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per eq̃lia & orthogonaliter diuidet. Ita q̃ cum sint tres queq; due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos continebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum pũcto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua. Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicularis descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates cõtinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilaterisq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq; reperta .12. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triũ ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsumq; si placet actu & opere cõpleas videbis enim .12. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres eẽ

a conclusum. Non enim erit cubus a nisi omnes eius superficies sint quadrate. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendiculares ex .11.14. libri cõstat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt per equalia. Ideoq; binas & binas sup idem punctum lateris cui superstant cõuenire: easdẽq; constat ex his que in .12. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipsorum que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex .8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares sueq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bine & bine continent ad inuicem equales. Cunq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes adinuicem equales esse conuinces mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex.8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales: latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex.8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equiangulas. Atq; ex.32. primi omnes anguli cuiusq; earum sunt equales quatuor rectis. Sequitur eas eē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q̄ est corpus habens 6. superficies quadratas .12. latera equalia octoq; angulos solidos .24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basium triāgularium quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secūdum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribe. vt docet prima huius piramidem qualis proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex p̄missa in superficiebus assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datum corpus viginti basium et equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium equalium laterum atq; equalium angulorum figuraliter componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quoniā ex.16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis euidens ē. Eo igitur vt ibi docetur composito. si sibi corpus .12. basium pentagonarum atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est .20. triangulos .60. superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinq; superficiales conueniunt sicut ex demōstratione .16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea .30. rectis lineis continua ita q̄ cuiusq; centrum centris omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis .30. lineis duodecim pentagonos constitui .12. angulis solidis dati ycocedri: oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quēadmodum in añpremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim vt quorūlibet triāgulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogices. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione .16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphera cuius diameter est tanq̄ diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

⁋ Si igitur hec diameter per medium ſecetur punctus ſectionis erit cētꝝ ſphere ipſum circūſcribentis. Ab eo. itaq; ad ſuperficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex.11. vndecimi ducito. Et a puncto in quo ſingulis pentagonis obuiauerint ad ſingulos eorum angulos rectas lineas dirigito. Deinde cētrum ſphere cum ſingulis angulis ipſorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba eſſe equiangulos hoc modo. ⁋ Cum enim omnes circuli circum ſcribentes trigonos ycocedri ſint equales erunt omnes perpendiculares a centro ſphere ad ipſos venientes ⁊ in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētro ſphere ad angulos cuiuſlibet pentagoni venientes ſunt equales. Nam anguli pentagonorum ſunt centra circulorum trigonos ipſos ycocedri circumſcribētium ex ypotheſi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo ſuperius in.14. ſilogiçauimus ſectorem prouenientem in ſupficie ſphere cum aliqua plana ſuperficies ſpheram ſecat nō ſuper centrum eius eſſe circumferentiam continentem circulum. ⁋ Neceſſe eſt quinq; lineas venientes a concurſu perpendiculariter ducte a centro ſphere ad ſuficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiuſq; pentagoni eſſe adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis eſt circulus circumſcriptibilis cum igitur ipſi ſint equilateri conuincitur eos eſſe etiā equiangulos quod oportebat oſtendere.

Propoſitio. .7.

Intra datum corpus duodecim baſium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti baſium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

⁋ Qualiter corpus duodecim baſium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex.17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti baſium triangulariū ⁊ equilaterarum ſibi conueniat inſcribi hic addiſce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quarti fit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vniuſcuiuſq; pentagoni centrum, centro cuiuſq; pentagoni ſecum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet ꝙ vniuſcuiuſq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circūiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pētagonorum continuantibus contēti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti ſolidis angulis ipſius duodecedri oppoſiti amplectentes corpus viginti baſium triangularium quas equilateras eſſe demonſtrabimus ⁊ erunt.12. ſolidi anguli huius corporis.20. baſium in cētris.12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiū. ⁋ Hos itaq;.20. triāgulos eqlateros eē ſic pba. A cētris pētagonoꝝ ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo ⁊ binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et qa linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis ⁊ binis perpendicularibus contentis ſubtenduntur: cum omnes perpendiculares ſint equales: erunt ex quarta primi omnes linee cōtinuantes centra pentagonorum equales: quod eſt propoſitum. ⁋ Perpendiculares autem binas ⁊ binas equales angulos continere ⁊ omnes eas adinuicem eſſe equales ſic collige. ⁋ Ex quinta primi ⁊.26. eiuſdem conſtat ſingulas earum diuidere latera pentagonorum ſuper que cadunt per equalia: eaſq; eſſe adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad ſingulos angulos eorum: quare bine ⁊ bine ſuper idem latus cadentes in eodem ipſius lateris puncto coibunt eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ⁋ Has igitur perpendiculares binas ⁊ binas vſq; ad angulos qbus cōmune latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum producito & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphera cum proposito duodecedro circumscriptibili .ideoq; patet eas esse equales eo ꝙ omnia latera cubi sint equalia. easdẽq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc ꝙ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per .33. primi cuncte linee cõtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptũ ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex .17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum iscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si vnius cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superfiices cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas eẽ cõstat ex quarta [a] primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demõstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphere esse inscriptibile: Ergo a centro illius sphere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculases: vt docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphere iunge. Eruntq; hee linee centrum sphere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphere de quarũ quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpẽdicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilatere. ¶ Et quia ex 32. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

¶ Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni causatur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales vndiq; & cum eedem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex .17. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demū octocedron icludere.

¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex la
tera suaꝝ superficieꝝ ea videlicet que cathetos suꝑ sex li-
neas opposita latera supeficieꝝ cubi per equalia secantes
erectis tanq̄ eoꝝ corausti iungunt ꝑ equalia diuide: eaq;
bina ꝯ bina adinuicem cōposita cōtinua ꝑ tres lineas q̄
seinuicem super medium punctū diametri cubi ex.40.vndecimi ꝑ equa
lia secabunt. Eruntq; vt quoq; due earum trium seinuicem quoq; ad angu
los rectos diuidāt. ¶ Si igitur haꝝ trium lineaꝝ extremitates ꝑ.12. lineas
rectas cōtinuaueris ꝑueniet tibi corpus octo basiū triangulariū ꝯ eq̄late-
raꝝ ex quarta ꝑmi vel si mauis ex penultima ꝑmi: qđ oportebat ostendere.

Propositio .10.

**Intra assignatum duodecedron piramidem qua
tuor basium triangularium atq; equilaterarum
adhuc restat distinguere.**

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua
huius cuboq; piramidē ex prima. Cum igitur anguli pi-
ramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione ꝑme.
Et anguli cubi ī angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erūt quoq;
anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaq; constat quod volumus.

Propositio .11.

Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
cedro cubum ex octaua. Constat aūt ex demonstratione
sexte ꝙ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece
dri. ¶ Itaq; anguli cubi sunt in centris basium ycocedri
habemus ergo propositum.

Propositio .12.

**Ycocedron datum piramidem quatuor basium tri
angularium atq; equilateraꝝ sibi postulat inscribi.**

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cu
boq; ex prima piramidē incluseris quin postulationi yco-
cedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem opor
tet quod cum sint quinq; regularia corpora de quoꝝ mu-
tua ab inuicem inscriptione in hoc.15. libro determinatur si vnūquodq;
eoꝝ cuilibet ceteroꝝ esset inscriptibile.20. eorūdē īscriptiones acciderēt.
¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq; eēnt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq;
quater quinq; inscriptiones quod est .20. necessario ꝑuenirent. At vero
piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non.n. sunt in
piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut
etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubū
quoq; solius piramidis ꝯ octocedri vt octocedron solius piramidis ꝯ cu-
bi receptiōi sunt apta. Qualiter.n.in eoꝝ alterutro.12.angulos ycocedri.
¶ Aut.20.angulos duodecedri, ita vt singuli in eorum singulis cadant
collocabis. Ycocedron aūt cum cetera conuenienti ambitione possit cō
plecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex an-
guli semidiametrali seinuicem bini ꝯ bini opositione respiciunt lineeq;
eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq; illud
gloriosum signum ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis an-
gulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli
neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq; .n. in eo repies sex
bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq; opposi
tione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroꝝ sue ambitionis
denegauit hospicium immo cunctorū receptator existit. Vnde non in
cōuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

cclo quemadmodum piramidis formam igni eo q̄ ſurſum ſub pirami-
dali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe ſicut aer ignem motus
paruitate ſequitur ſic octocedri forma piramidis formam ad motū ha-
bilitate comittat. ¶ Viginti vero baſium figuram aque dictauerunt. nā
cum ipſa baſium pluralitate plus ceteris circuletur in ſperam fluentis rei
motui magis q̄ ſcandentis cōuenire viſa eſt. ¶ Cubon vere figuram q̄dā
dedere terre. Quid.n. in figuris maiori ad motum violētia indiget quā
theſſera. ¶ At in elementis quid fixius conſtantiuſq; reperitur terra. Si
igitur ex.20. inſcriptionibus.3. quas piramis non ſubſtinet binaſq; a qui-
bus naturam cubi & octocedri aliena eſt. ¶ Rurſuſq; vnam cui repu-
gnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum.12. inſcriptiones.
Piramidis quidem ſola. Cubi vero octocedriq; bine. Ycocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror ſuffi-
cienter alias diſputatum eſt.

Propoſitio .13.

**Fabricato quouis quinq; regularium corporum ſi-
bi ſpheram inſcribere.**

¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifeſtum eſt vnūquodq;
quinq; horum corporum eſſe ſphere inſcriptibile. Nūc itaq;
conſtabit viceuerſa ſpheram vnicuiq; ipſorum eſſe inſcri-
ptibilem. A circumſcribentis enim ſphere cētro ad baſes
vniuerſas cuiuſlibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir-
culorum baſes ipſas circumſcribentium cadere neceſſe eſt. cumq; omnes
circulo eas circumſcribentes ſint equales eruntq; hee perpendiculares eq̄-
les. Itaq; ſi ſecundum quantitatem vnius earum circulum ſuper centrum
circumſcribentis ſphere deſcripſeris eiuſq; ſemicirculum quouſq; ad locū
vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipſum per extremita-
tes cunctarum perpendicularium neceſſe eſt trāſire cōuinces ex correlario.15.
tertii ſperam iſtius ſemicirculi motu deſcriptam vniuerſas baſes aſſigna-
ti corporis in concurſibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus
poteſt ſphera de baſibus corporis contingere quam circumductus ſemi-
circulus dum mouebatur contingit. Quare aſſignato corpori conſtat
nos ſpheram quemadmodum propoſitum erat inſcripſiſſe.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarenſis philoſophi perſpicaciſſimi elementorum opus:
de duabus quantitatibus diſcreta ſcilicet & continua. ac earūdem propor-
tionibus & proportionalitatibus: ex optima Campani interpretatione.
Magiſtro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum
ſacre theologie pfeſſore. Matematiceq; diſcipline cultore feruentiſſimo
die noctuq; chalcographis aſiſtente poſtillis ſuis oportunis pleriſq; in lo-
cis additis manu propria accuratiſſime caſtigatum finit.

¶ Venetiis impreſſum per probum Virum Paganinum de Paganinis
de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq; dominio anno-
rum .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & alibi impreſſum
ſub quouis colore in publicū ducat ſub penis in dicto priuilegio contētis
Anno redemptionis noſtre .M.D.VIIII. Klen.xi. Iunii. Leonardo
Lauretano Ve. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.

Bibliografía

1. Obras de Luca Pacioli

PACIOLI, Luca. **Su[m]ma de Arithmetica Geometria Proportioni [e]t Proportionalità.** Venezia: Paganinus de Paganini, 1494.

PACIOLI, Luca. **De Viribus Quantitatis.** Códice n^{o}. 250. *Biblioteca Universitaria di Bologna*. (Escrito possivelmente entre os anos de 1496 e 1508. Visualização disponível em http://www.uriland.it/matematica/DeViribus/Presentazione.html).

PACIOLI, Luca. **De Divina Proportione.** Venetiis: Paganinus de Paganini, 1509.

PACIOLI, Luca (ed.). **Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis opera Campano interprete fidissimo tralata...** Venetiis: Paganinus de Paganini, 1509b. (Rara tradução latina dos Elementos de Euclides).

PACIOLI, Luca. **De Divina Proportione.** Milano: Silvana Editoriale, 1986. (Fac-símile do manuscrito de 1498 conservado na Biblioteca Ambrosiana de Milão, com introd. de Augusto Marinoni. Reimpressão da edição de 1982).

2. Fontes

2.1 Pacioli

ALOE, Armando; VALLE, Francisco. **Frá Luca Pacioli e seu Tratado de Escrituração de Contas.** São Paulo: Editora Atlas, 1966.

BALDI, Bernardino. **Le Vite de' Matematici.** Edizione annotata e commentata della parte medievale e rinascimentale. Milão: FrancoAngeli, 2007.

CIOCCI, Argante. **Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento.** Bari: Cacucci Editore, 2003.

MACKINNON, Nick. The portrait of Fra Luca Pacioli. **Mathematical Gazette.** Vol. 77, no. 479, p. 130-219, 1993.

MORISON, Stanley. **Pacioli's Classic Roman Alphabet.** New York: Dover Publications, 1994. (Reimpressão de Fra Luca Pacioli of Borgo S. Sepolcro. New York: Grolier Club, 1933. Foram publicadas somente 397 cópias dessa edição original).

PACIOLI, Luca; WINTERBERG, Constantin (Ed.): **Fra Luca Pacioli, Divina Proportione: Die Lehre vom Goldenen Schnitt, nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 herausgegeben und übersetzt**. Wien: Carl Graeser, 1889. (Transcrição do original com tradução para o alemão).

PACIOLI, Luca. **La Divina Proporción.** Trad. Ricardo Resta. Buenos Aires: Editorial Losada, 1942. (Tradução argentina a partir do exemplar de 1509 da Biblioteca do Dr. Teodoro Becu, com Prólogo de Aldo Mieli).

PACIOLI, Luca. **La Divina Proporción.** Trad. Juan Calatrava. Madrid: AKAL, 1991. (Tradução espanhola a partir do exemplar manuscrito existente na Biblioteca Ambrosiana de Milão).

SÁ, Antônio Lopes de. **Luca Pacioli: um Mestre do Renascimento.** Brasília: Fundação Brasileira de Contabilidade, 2004.

SÁ, Antônio Lopes de. Luca Pacioli, Ícone na História da Contabilidade. **Revista de Controle e Administração**, Rio de Janeiro, Vol. 1, n. 1, p. 54 - 68, jun. 2005.

TAYLOR, Robert Emmett. **No Royal Road**: Luca Pacioli and his times. New York: Arno Press, 1980. (Reimpressão de Chapel Hill: The University of North Carolina Press, 1942).

TONIATO, Silvia. **La Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità di Luca Pacioli.** 2002. VIIIp., 379p. Tesi di Laurea (Laurea in Lettere). Facoltà di Lettere e Filosofia, Università degli Studi di Torino. Torino, 2002. (Edição e comentário da primeira parte da Summa.)

2.2 Outras Fontes (Outros autores)

ALBERTI, Leon Battista. **De re aedificatoria.** Florença: Nicolaus Laurentii, 1485.

ALBERTI, Leon Battista. **De pictura praestantissima, et nunquam satis laudata arte libri tres absolutissimi...** Basileae: [Bartholomaeus Westheimer], 1540.

ALBERTI, Leon Battista. Grammatica della lingua toscana. In: ALBERTI, Leon Battista; GRAYSON, Cecil (ed.). **Opere Volgari.** Bari: Laterza, 1973. v. 3.

ALBERTI, Leon Battista. **Da Pintura.** Trad. Antonio de Silveira Mendonça. Campinas: Editora da Unicamp, 1999. (Tradução do texto "vulgar" da De Pictura, Bari: Laterza, 1980).

ARISTÓTELES. **Aristotelis opera cum Averrois commentariis.** Frankfurt am Main: Minerva G.m.b.H., 1962. v. VIII: Metaphysicorum Libri XIIII. (Reprodução da edição de Venitiis: Junctas, 1562).

ARISTÓTELES; YEBRA, Valentín García (ed.). **Metafísica.** Madrid: Editorial Gredos, 1970. v.1. (Edição Trilingüe: grego, latim, espanhol).

ARISTÓTELES; BARNES; Jonathan (ed.). **The Complete works of Aristotle**: The revised Oxford translation. New Jersey: Princeton University Press, 1995. 2.v.

BARTOLO DA SASSOFERRATO. **La Tiberiade di Bartole da Sassoferrato del modo di dividere l'Alluuioni, l'Isole & gl'Aluei.** Roma: per gl'heredi di Giouanni Gigliotto, 1587. (Edição com anotações de Claudio Tebalducci da Montalboddo).

BOÉCIO, Anicius Manlius Severinus. **Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo.** Lipsiae: Teubner, 1867.

CASSIODORO. **The letters of Cassiodorus: being a condensed translation of the Variae epistolae of Magnus Aurelius Cassiodorus,...** Introduced by Thomas Hodgkin. London : H. Frowde, 1886.

CÍCERO, Marcus Tullius; HENRICHSEN, Rudolph Johannes Frederik (Ed.). **M. Tullii Ciceronis De oratore libri tres.** Sumptibus Librariae Gyldendalianae, 1830.

CÍCERO, Marcus Tullius. **Cicero's Tusculan Disputations.** Trans. C. D. Yonge. New York: Harper & Brothers Publishers, 1877.

DUHEM, Pierre Maurice Marie. **Etudes sur Léonard de Vinci:** Ceux qu´il a lus et ceux qui l'ont lu. Paris: Gordon and Breach, 1984. (Reimpressão de Paris: Hermann, 1913).

EUCLIDES DE ALEXANDRIA, **Elementa geometriae.** Trad. Johannes Campanus. Venetijs. Erhard Ratdolt, 1482. (Primeira edição impressa dos Elementos de Euclides. Tradução para o latim a partir do texto árabe).

EUCLIDES DE ALEXANDRIA. **Evclidis Megarensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV.** Basileae: Joanne Hervagium, 1558.

EUCLIDES DE ALEXANDRIA. **Euclide megarense acutissimo philosopho, solo introduttore delle scientie mathematice. Diligentemente rassettato, et alla integrita ridotto, per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea brisciano. Secondo le due tradottioni. Con vna ampla espositione dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.** Venetia: Appresso Curtio Troiano, 1565. (Tradução comentada de Niccolò Tartaglia)

EUCLIDES DE ALEXANDRIA; **The Thirteen Books of Euclid's Elements.** Trad., introd. e notas de Sir Thomas L. Heath. New York: Dover Publications, 1953. v.1.

EUCLIDES DE ALEXANDRIA; **The Thirteen Books of Euclid's Elements.** Trad., introd. e notas de Sir Thomas L. Heath. New York: Dover Publications, 1956. v.2 e v. 3.

EUCLIDES DE ALEXANDRIA; BUSARD, Hubert L. L. (ed.). **A Thirteenth-Century Adaptation of Robert of Chester's Version of Euclid's Elements**. München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften, 1996. 2v.

EUSÉBIO, Pamphilius (Bishop of Cesarea). **Church History.** Trans. in Nicene and Post-Nicene Fathers, edited by P. Schaff and H. Wace. New York: Christian Literature Publishing Co., 1890.

GALILEU GALILEI. **Diálogo sobre os dois máximos sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano.** Trad., introd. e notas de Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Discurso/Fapesp, 2001. (Tradução do Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano).

GALENO. Galen's Exhortatio ad Artes Addiscendas or "Exhortation to Study the Arts". Trans. Joseph Walsh, M.D.. **Medical Life**, vol. 37 (1930), 507-529.

GUALTERIUS ANGLICUS. Fabulae Aesopicae. In: HERVIEUX, Leopold (ed.). **Les Fabulistes Latins.** Paris, 1899. v. 2.
HUGO DE SÃO VÍTOR. **Didascálion. Da arte de ler.** Introdução e tradução de Antonio Marchionni. Latin/Português. São Paulo: Editora Vozes, 2001.

ISIDORO DE SEVILHA. **Etymologium libri XX.** Venetiis : per Petrum Loslein, 1483.

JÂMBLICO. **On the Pythagorean life.** Trad. Gillian Clark. University of Chicago Press, 1989.

JÚLIO CÉSAR. **De Bello Gallico & other commentaries of Caius Julius Caesar.** Trad. W. A. Macdevitt. London: J. M. Dent, 1929. (Reimpressão de London: J. M. Dent, 1915).

JÚLIO CÉSAR; HOLMES, T. Rice (Ed.). **Commentarii de bello Gallico.** Oxford: Clarendon Press, 1914.

KEPLER, Johannes. **Epitome of Copernican Astronomy: IV**. Trad. Charles Glenn Wallis. In: ADLER, Motimer J. (ed.). **Great Books of the Western World.** Chicago: Encyclopedia Brittanica, 1993a. v. 15.

KEPLER, Johannes. **The Harmonies of the World: V**. Trad. Charles Glenn Wallis. In: ADLER, Motimer J. (ed.). **Great Books of the Western World.** Chicago: Encyclopedia Brittanica, 1993b. v. 15.

LAERTIUS, Diogenes. **Les vies de plus illustrea philosophes de l'antiquité: avex leurs dogmes, leurs systèmes, leur morale, & leurs sentences les plus remarquables.** Ámsterdam: chez J. H. Schneider, 1758.

LEONARDO DA VINCI. **Traité de la Peinture par Leonard de Vinci**: Revû et corrigè. Trad. Roland Fréart. Paris: Giffart, 1716.

LEONARDO DA VINCI; AMORETTI, Carlo.; et al. **Trattato della pittura di Lionardo da Vinci.** Milano: Società tip. de' classici italiani, 1804.

LEONARDO DA VINCI. **Tratado de la Pintura**. Trad. Mario Pittaluga. Buenos Aires: Editorial Losada, 1943.

LEONARDO DA VINCI. **Treatise on Painting:** [Codex Urbinas Latinus 1270]. New Jersey: Princeton University Press, 1956. v. II. (Fac-símile).

LEONARDO DA VINCI; GARCIA, Angel González (ed.). **Tratado de Pintura.** Madrid: Akal, 1986.

LEONARDO DA VINCI. **Obras Literárias, Filosóficas e Morais.** Ed. Bilíngüe. Trad. Roseli Sartori. São Paulo: Editora Hucitec, 1997. (Título original: The Notebooks of Leonardo Da Vinci).

LEONARDO DA VINCI. **Da Vinci por ele mesmo.** Trad. Marcos Malvezi. São Paulo: Madras, 2004.

MAQUIÁVEL; Niccolo. **Tutte le opere di Niccolo Machiavelli cittadino et secretario fiorentino divise in V. parti.** [s. l.]: [s. n.], 1550.

NICOLAS, Gaspar. **Tratado de Pratica Darysmetica.** Lisboa: Germão Galharde, 1519.

NICOLAU DE CUSA. **Nicholas of Cusa on Learned Ignorance:** A Translation and an Appraisal of De Docta Ignorantia. Trad. Jasper Hopkins. Minneapolis: The Arthur J. Banning Press, 1990.

PLATÃO. **A República.** Trad. Maria Helena Rocha Pereira. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1989. (A edição utilizada para a tradução foi a de J. Burnet. Platonis Opera, T. IV Oxonii e typographeo Clarendoniano, 1949).

PLATÃO. **The Works of Plato**: A New and Literal Version Chiefly from the Text of Stallbaum. [S.l.]: G. Bell, 1876.

PLATÃO. **Platonis Opera.** Edited by John Burnet. Oxford: Oxford University Press, 1903.

PLATÃO. **Plato in Twelve Volumes.** In: Volumes 5 & 6. Translated by Paul Shorey. Cambridge: Harvard University Press 1969.

PLATÃO. **Protágoras.** Ed. Greek/Spanish. Trans. J. Velarde. Oviedo: Pentalfa Ediciones, 1980.

PORFÍRIO. **De vita Pythagorae.** In: Iamblichi Chalcidensis ex Coele-Syria De vita Pythagorica liber Graece et Latine. Textum post Ludolphum Kusterum... M. Theophilus Kiessling... Pars posterior. Lipsiae, 1816.

PROCLUS, **A commentary on the First book of Euclid's Elements.** Trans. Glenn R. Morrow. Princeton: Princeton University Press, 1992.

PTOLOMEU. The Almagest. Trad. R. Catesby Taliaferro. In: ADLER, Motimer J. (ed.). **Great Books of the Western World.** Chicago: Encyclopedia Brittanica, 1993. v. 15.

RICHTER, Jean Paul; LEONARDO DA VINCI. **The Notebooks of Leonardo da Vinci**: Compiled and Edited from the Original Manuscripts. New York: Dover Publications, 1989. 2v. (Reimpressão da edição original de The Literary Works of Leonardo Da Vinci. London: Sampson Low, Marston Searle & Rivington, 1883).

SÊNECA, Lucius Annaeus; FICKERT, Karl Rudolf. **L. Annaei Senecae Opera.** Vol. I. Lipsiae: Sumptibus Librariae Weidmannianae, 1842.

S. TOMÁS DE AQUINO. **Commentary on Aristotle`s Metaphysics.** Trad. John P. Rowan. Notre Dame: Dumb Ox Books, 1995.

STO. AGOSTINHO. **The City of God.** Trad. e ed. Marcus Dods, D. D.. New York: Hafner, 1948. v.1.

STO. AGOSTINHO. **The Literal Meaning of Genesis.** Translated by John Hammond Taylor. Ancient Christian Writers 41-42. New York: Newman, 1982.

STO. TOMÁS DE AQUINO. **Suma Teológica.** Coord. geral Carlos-Josaphat Pinto de Oliveira, O.P.. São Paulo: Loyola, 2001. v. 1. (Introd. e notas de Thomas d`Aquin - Somme théologique, Les Éditions du Cerf, Paris, 1984).

TARTAGLIA, Niccolo [Fontana]. **Euclide megarense acutissimo philosopho, solo introduttore delle scientie mathematice. Diligentemente rassettato, et alla integrita ridotto, per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea brisciano. Secondo le due tradottioni. Con vna ampla espositione dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.** Venetia: Appresso Curtio Troiano, 1565.

THOMAS, Ivor. **Greek Mathematical Works.** Vol. I, Thales to Euclid, Loeb Classical Library no. 335. Cambridge: Harvard University Press, 1991.

VALTURIUS, Robertus. **De re militari.** Verona: Boninus [de Boninis], 1483.

VASARI, Giorgio. **La vite de più eccelenti pittori, scultori et architetti.** Bologna: presso gli Heredi di Evangelista Dozza, 1647. 3v.

VASARI, Giorgio; BELLOSI, Luciano (Ed.); ROSSI, Aldo. **Le vite de' più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue insino a' tempi nostri:** Nell'edizione per i tipi di Lorenzo Torrentino - Firenze 1550. Torino: Giulio Einaudi Editore, 1986. (Corresponde a Edição Firenze: Lorenzo Torrentino, 1550).

VASARI, Giorgio. **Le vite dei più eccellenti pittori, scultori e architetti.** Roma: Newton Compton, 1997. (Corresponde a Edição Firenze: Giunti, 1568).

VESPASIANO DA BISTICCI. **Vite di uomini illustri del secolo XV.** Firenze: Barbèra, Bianchi e comp., 1859.

VITRUVIUS, Pollio. **Vitruvii Pollionis De architectura libri decem.** Romae: G. Herolt, c. 1486.

VITRUVIUS, Pollio. **Tratado de Arquitectura.** Trad., Intro. e Notas de M. Justino Maciel. Lisboa: IST Press, 2006.

ZÖLLNER, Frank. **Leonardo Da Vinci:** Obra Completa de Pintura e Desenho. Trad. Maria do Rosário Paiva Boléo. Colónia: Paisagem, 2005. 2v.

3. Outras Obras Consultadas

ADAM, James. On the Origin of the Word 'Arts' in 'Bachelor of Arts,' Etc. **The Classical Review**, Vol. 15, No. 4. (May, 1901), pp. 220-221.

[ANÔNIMO]. **The Life of Saint Francis of Assisi; and a Sketch of the Franciscan Order**. Adições de Pamfilo Da Magliano, O.S.F.. New York: P. O'Shea, 1867.

AGAZZI, Evandro. (org.). **Storia delle Scienze**. Roma: Città Nuova Editrice, 1984.

ALIGHIERI, Dante. **A Divina Comédia.** Trad. Italo Eugenio Mauro. São Paulo: Editora 34, 2001. 3v. (Edição Bilíngüe).

AMENDOLA, João. **Dicionário Italiano – Português.** Rio de Janeiro: Livraria Garnier, 2000.

ARGAN, Giulio Carlo. **História da Arte Italiana**: De Giotto a Leonardo. Trad. Wilma De Katinsky. São Paulo: Cosac & Naify, 2003. v. 1 e 2. (Trad. de Storia dell'arte italiana. v. 1 e 2, Milano: Sansoni, 2002).

AZZOLINI, Monica. Anatomy of a Dispute: Leonardo, Pacioli, and Scientific Entertainment in Renaissance Milan. **Early Science and Medicine,** 9.2, p.115-135, 2004.

AZZOLINI, Monica. In praise of art: text and context of Leonardo's Paragone and its critique of the arts and sciences. **Renaissance Studies.** vol. 19, n. 4, p. 487 - 510, set. 2005.

BECKER, Idel. **Pequeno Dicionário Espanhol - Português.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1945.

BERTATO, Fábio Maia. A obra "De Divina Proportione" (1509) de Frà Luca Pacioli. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5, 2003, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: SBHMat, 2003. p. 281 - 292.

BERTATO, Fábio Maia. Frà Luca Pacioli and his "Divine Proportion". In: History and Pedagogy of Mathematics, 10, 2004, Uppsala. **Proceedings...** Uppsala: [s. n.], 2004. p. 132 - 135.

BERTATO, Fábio Maia. Fratre Luca Pacioli e su Divin Proportion (In Interlingua). **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, Vol. 5, n. 9, p. 79 – 91, abr. 2005.

BERTATO, Fábio Maia; D'OTTAVIANO, Itala M. Loffredo. Luca Pacioli and the "Controversy of the Perspective": The Classification of the Mathematics from the Classical Antiquity to the end of the *Quattrocento*. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, Especial nº 1 – Festchrift Ubiratan D'Ambrosio, p. 505 – 525, dez. 2008.

ENFORS, Erik (ed.). Matematikprofessor skriver på interlíngua. **ACTUALITATES - Interlingua i Norden**, IALA, n. 156, p. 5, 2005.

BÍBLIA. Latim e Português. **Bíblia Sagrada**: Santos Evangelhos. Braga: Edições Theologica, 1994. (Bíblia Sagrada anotada pela Faculdade de Teologia da Universidade de Navarra. Texto Latino: Neo-Vulgata. Texto Português: Bíblia Ilustrada, Porto: Ed. Universus, 1957. Trad. portuguesa das Introduções e Notas de José A. Marques.)

BÍBLIA. Português. **Bíblia Sagrada**. Trad. da Vulgata Latina de Pe. Antônio Pereira de Figueiredo. São Paulo: Rideel, 1997.

BITTAR, Eduardo Carlos Bianca. **Curso de Filosofia Aristotélica**: Leitura e Interpretação do Pensamento Aristotélico. Barueri: Manole, 2003.

CASSIRER, Ernst; KRISTELLER, Paul Oskar; RANDALL Jr., John Herman. (eds.). **The Renaissance Philosophy of Man.** Chicago: The University of Chicago Press, 1950.

CAMEROTA, Filippo. **La prospettiva del Rinascimento: arte, architettura, scienza.** Milan: Electa, 2006.

CHASTEL, André. **Arte e Umanesimo a Firenze.** In: ARGAN, Giulio Carlo. **História da Arte Italiana**. São Paulo: Cosac & Naify, 2003. v. 2.

CHESTERTON, Gilbert Keith. **São Tomás de Aquino** e, **São Francisco de Assis.** Trad. Adail Ubirajara Sobral, Maria Stela Gonçalves. Rio de Janeiro: Ediouro, 2003. (Títulos originais: Saint Thomas Aquinas "The Dumb Ox" e, Saint Francis of Assisi).

CLARK, Kenneth. **Leonardo Da Vinci.** Trad. Thaís R. Manzano. Rio de Janeiro: Ediouro, 2003.

CLEARY; John J.. **Aristotle & Mathematics.** New York: E. J. Brill, 1995.

COBET, Carel Gabriël; DIOGENES, Laertius; WESTERMANN, Anton; DIOGENES; BOISSONADE, Jean François. **Diogenis Laertii: De clarorum philosophorum vitis, dogmatibus et apophthegmatibus libri decem.** Parisiis: Firmin Didot, 1862.

ECO, Umberto. **História da Beleza**. Trad. Eliana Aguiar. Rio de Janeiro: Record, 2004. (Título original: Storia della Bellezza).

ECO, Umberto. **Como se faz uma tese**. Trad. Gilson Cesar Cardoso de Souza. São Paulo: Perspectiva, 2005.

ESOPO. **Fábulas**. Trad. Pietro Nassetti. São Paulo: Martin Claret, 2004. (Título original em latim: Aeseepi: fabulae).

FARIA, Ernesto (org.). **Dicionário Escolar Latino – Português.** Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Cultura, 1956.

FARIA, Ernesto. **Gramática Superior da Língua Latina.** Rio de Janeiro: Livraria Acadêmica, 1958.

GILLESPIE, C. C.(ed.). **Dictionary of Scientific Biography.** New York: Charles Scribner's Sons, 1970.

HAY, Cynthia. **Mathematics from Manuscript to Print 1300-1600**. New York: Oxford University Pres, 1988.

HEATH, Thomas Little. **A History of Greek Mathematics.** Vol. I. New York: Courier Dover Publications, 1981.

HEATH, Thomas L.. **Mathematics in Aristotle**. Bristol: Thoemmes Press, 1998.

HELFERICH, Christoph. **História da Filosofia.** Trad. Luiz Sérgio Repa, Maria Estela Heider Cavalheiro, Rodnei do Nascimento. São Paulo: Martins Fontes, 2006. (Título original: Geschichte der Philosophie).

HIPÓCRATES. **Aforismos.** Trad. Dr. José Dias de Moraes. São Paulo: Martin Claret, 2004.

HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro de Salles. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro de Salles. **Dicionário Eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. 1 CD-ROM. Produzido por Ed. Objetiva Ltda.

HUFFMAN, Carl A. The Authenticity of Archytas Fr. 1. **The Classical Quarterly.** [S.l.]: New Series, v. 35 (2), p. 344-348, 1985.

HUFFMAN, Carl. **Archytas of Tarentum: Pythagorean, philosopher and mathematician king.** Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

JAEGER, Werner. **Paideia: Die Formung des griechischen Menschen.** Berlim: Walter de Gruyter, 1973.

JAEGER, Werner. **Paidéia: A Formação do Homem Grego.** Trad. Artur M. Parreira. Lisboa: Editorial Áster, 1979.

KOEHLER (S.J.), Pe. Henrique. **Pequeno Dicionário escolar Latino-Português.** Rio de Janeiro: Editôra Globo, 1960.

KRETZMANN, Norman; KENNY, Anthony; PINBORG, Jan (eds.). **The Cambridge History of Later Medieval Philosophy.** New York: Cambridge University Press, 1996. (1a ed.: 1982).

KRISTELLER, Paul Oskar. The Modern System of the Arts: A Study in the History of Aesthetics (Part I). **Journal of the History of Ideas**, Vol. 12, No. 4. (Oct., 1951), pp. 496-527.

LEWIS, Charlton T.; SHORT, Charles. **A Latin Dictionary; Founded on Andrews'edition of Freund's Latin dictionary.** Oxford: Clarendon Press, 1879.

LEWIS, Clive Staples. **The Discarded Image: an Introduction to Medieval and Renaissance Literature.** Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

LIDDELL, Henry George; SCOTT, Robert. **A Greek-English Lexicon.** Revised and augmented throughout by Sir Henry Stuart Jones with the assistance of Roderick McKenzie. Oxford: Clarendon Press, 1940.

MARASCHIO; Nicoletta. **Trattati di Fonetica Del Cinquecento**. Firenze: Presso L`Accademia, 1992.

MARTINS, Wilson. **A Palavra Escrita.** São Paulo: Editôra Anhembi, 1957.

MCKIRAHAN, Richard D.. **Philosophy before Socrates**: An Introduction with Texts and Commentary. Indianapolis: Hackett Publishing, 1994

MENDELL, Henry. **Aristotle and Mathematics**. In: Stanford Encyclopedia of Philosophy. [S.l.]: Summer Edition, 2004. < http://plato.stanford.edu/entries/aristotle-mathematics/ > Acesso em 09.05.2007.

MULLACH, Friedrich Wilhelm August (Ed.). **Fragmenta philosophorum graecorum.** [Vol. I] Poseos philosophicae, caeterorumque ante Socratem philosophorum...instruxit Fr. Guil. Aug. Mullachius,...Parisiis : A. Firmin-Didot, 1860.

NIERMEYER, Jan Frederik. **Mediae Latinitatis lexicon minus**: lexique latin médiéval - français/anglais - a medieval Latin-French/English dictionary. Leiden: Koninklijke, 1977. (Reedição de Leiden: E.J. Brill, 1976).

NOBRE, Sergio Roberto. Isidoro de Sevilla e a História da Matemática presente em sua Enciclopédia Etimologias (séc. 7). **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, SBHMat, v. 5, n. 9, p. 37-58, 2005.

PARRY, Richard D. **"Episteme and Techne"**. In: Stanford Encyclopedia of Philosophy. [S.l.]: Summer Edition, 2003. <www.plato.stanford.edu>. Acesso em 05.22.2007.

PECK, Harry Thurston. **Harpers Dictionary of Classical Antiquities.** New York: Harper & Brothers, 1898.

PEDRETTI, Carlo. **Studi Vinciani: Documenti, analisi e inediti leonardeschi.** Genève: Libraire E. Droz, 1957.

PEREIRA (S.J.), Pe. Isidro. **Dicionário Grego-Português e Português-Grego.** Braga: Livraria Apostolado da Imprensa, 1998.

PEDRETTI, Carlo et al. **Leonardo**: Arte e Ciência; As Máquinas. Trad. Leonardo Antunes. São Paulo: Globo, 2004. (Trad. de Leonardo: Arte e Scienza e Leonardo: le Macchine. Firenze, Giunti, 2002).

PERSCHBACHER, Wesley J. (ed.). **The New Analytical Greek Lexicon of the New Testament.** Peabody, Massachusetts: Hendrickson Publishers, 1996.

RAYNAUD, Dominique. **L'Hypothèse d'Oxford.** Paris: PUF, 1998.

REALE, Giovanni; ANTISERI, Dario. **História da Filosofia**. São Paulo: Paulus, 1990. v.1 e v.2.

RUSSELL, Bertrand. **História da Filosofia Ocidental.** Trad. Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969. v. 2. (Título original: History of Western Philosophy).

RUSSELL, Bertrand. **História do Pensamento Ocidental**: A Aventura dos Pré-Socráticos a Wittgenstein. Trad. Laura Alves, Aurélio Rebello. Rio de Janeiro: Ediouro, 2003. (Título original: Wisdom of the West).

SCHMITT, Charles B.; SKINNER, Quentin. **The Cambridge History of Renaissance Philosophy.** Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

SCHWEGLER, Albert. **A History of Philosophy in Epitome.** Translated from the original German by Julius H. Seelye. New York: D. Appleton And Company, 1856.

SMITH, David E.. **History of Mathematics.** New York: Dover, 1958. v. II.

TATARKIEWICZ, Władysław. Classification of Arts in Antiquity. **Journal of the History of Ideas**, Vol. 24, No. 2. (Apr. - Jun., 1963), pp. 231-240.

TANNERY, Paul. **La géométrie grecque.** Paris: Gauthier-Villars, 1887.

TURNER, William. **Plato and Platonism.** In: The Catholic Encyclopedia. New York: v. 12, 1911. < http://www.newadvent.org/cathen/12159a.htm>. Acesso em 06.28.2007.

VIEIRA (S.J.), Pe. Antônio; PÉCORA, Alcir (org.). **Sermões.** São Paulo: Hedra, 2000. 2v.

WESSELY, J. E. **Burt's German-English Dictionary.** New York: A. L. Burt Company, [1939?]

WHITE, Michael. **Leonardo**: O Primeiro Cientista. Trad. Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2002. (Título original: Leonardo: The First Scientist).

WHITNEY, Elspeth. **Paradise Restored: The Mechanical Arts from Antiquity Through the Thirteenth Century.** Philadelphia: American Philosophical Society, 1990.

ZINGARELLI, Nicola. **Lo Zingarelli Minore**: Vocabolario della lingua italiana. Bologna: Zanichelli, 1995.

ZINGARELLI, Nicola. **Lo Zingarelli**: Vocabolario della lingua italiana. Bologna: Zanichelli, 2004.